



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“ESTUDIO DE VIBRACIÓN AMBIENTAL EN EL TRAMO
BARRANCA DEL MUERTO-LAS FLORES DEL SEGUNDO NIVEL
DEL PERIFERICO DE LA CIUDAD DE MÉXICO”**

T E S I S

PRESENTADA POR:

Jhave David Álvarez Torresvalle

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

DIRECTOR: M.I. GERARDO RODRÍGUEZ GUTIÉRREZ



México, D.F.

NOVIEMBRE 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTIT/127/04

Señor
JHAVE DAVID ALVAREZ TORRESVALLE
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. GERARDO RODRÍGUEZ GUTIÉRREZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

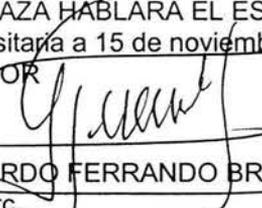
"ESTUDIO DE VIBRACIÓN AMBIENTAL EN EL TRAMO BARRANCA DEL MUERTO - LAS FLORES, DEL SEGUNDO PISO DEL PERIFÉRICO DE LA CIUDAD DE MÉXICO".

- INTRODUCCIÓN
- I. DESCRIPCIÓN DEL SITIO DE ESTUDIO
- II. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL
- III. PRUEBAS DE CAMPO
- IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
- V. CONCLUSIONES
- VI. REFERENCIAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 15 de noviembre de 2004.
EL DIRECTOR


M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/AJP/crc.

DEDICATORIAS

A mis padres Silvia y David y mis hermanos Shalom y Arturo; por su apoyo, enseñanzas y comprensión en todo momento.

A Lucía, por enseñarme el cosmos, compañera de mi vida e inspiración que me acompaña.

A mis Abuelitas, por su cariño y sabiduría.

A mi Tíos, por su ejemplo.

A mis compañeros fraternos de la Facultad de Ingeniería.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi gratitud a las siguientes personas e instituciones que contribuyeron a la realización de este trabajo:

Al M.I. Gerardo Rodríguez Gutiérrez, por su dirección y apoyo constante.

A M. I. Agustín Demeneghi Colina, Ing. Marco Macías Castillo, Ing. Miguel Ángel Rodríguez Vega, Ing. Francisco Javier Solares Alemán, por sus observaciones y revisión del documento.

A Daniel Aldama Sánchez, Felipe Bennetts Toledo, José Camargo Pérez, Edgar Castro Suárez, Carlos Alonso Cruz Noguez, Ponciano Trinidad, Miguel Ángel Mendoza, por su contribución en la realización de las pruebas de campo.

Al Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., por las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo.

Tengo... una terrible necesidad... ¿diré la palabra?... de religión. Entonces salgo por la noche y pinto las estrellas.

Vincent Van Gogh

INDICE

Introducción	
Antecedentes	1
Objetivos y alcance	2
1. Descripción del tramo en estudio	
1.1 Ubicación de la obra	3
1.2 Descripción del sistema estructural	5
2. Metodología experimental	
2.1 Estado del arte	9
2.2 Vibración ambiental en estructuras	9
2.3 Descripción del equipo y el dispositivo experimental	10
2.4 Características de la metodología utilizada	12
2.4.1 Transformada de Fourier	12
2.4.2 Función de transferencia	14
2.4.3 Función de coherencia	14
2.4.4 Ángulo de fase	15
2.5 Información que se obtiene de las pruebas de vibración ambiental	15
2.5.1 Propiedades dinámicas	15
2.5.2 Efectos de interacción suelo – estructura (ISE)	16
3. Pruebas de campo	
3.1 Objetivo de las pruebas de campo	20
3.2 Programa de pruebas	20
4. Análisis de los resultados	
4.1 Propiedades dinámicas del tramo Barranca del Muerto – Las Flores	32
4.1.1 Propiedades dinámicas del sitio I en estudio	33
4.1.2 Propiedades dinámicas del sitio II en estudio	37
4.1.2.1 Formas modales del sitio II en estudio	43
4.2 Efectos de interacción suelo – estructura (ISE)	49
4.2.1 Cálculo de la masa del modelo	49
4.2.1.1. Cálculo del volumen de las traveses TA y TC	49
4.2.1.2. Cálculo del volumen de la columna eje B174	50
4.2.1.3. Cálculo del volumen de la zapata eje B174	50
4.2.2 Cabeceo y traslación de la estructura	51
4.3 Pruebas con cargas dinámicas	53
4.3.1 Características de las pruebas dinámicas	53
4.3.2 Comparación de las pruebas de vibración ambiental con las pruebas dinámicas	56
5. Conclusiones	58
Referencias	59

**ESTUDIO DE VIBRACIÓN AMBIENTAL EN EL TRAMO BARRANCA DEL
MUERTO-LAS FLORES DEL SEGUNDO NIVEL DEL PERIFERICO DE LA
CIUDAD DE MÉXICO**

INTRODUCCIÓN

Antecedentes

Con la intención de ampliar y mejorar la capacidad de las principales vías de acceso controlado, actualmente se realiza la construcción del segundo nivel del Periférico. El proyecto tiene como finalidad mejorar la movilidad de las personas que usan el transporte público y privado en el poniente de la ciudad. La obra tendrá una longitud aproximada de 12 Km y estará dividida en cuatro tramos. Actualmente, se está llevando a cabo la construcción de la Segunda Etapa del Distribuidor Vial San Antonio en el tramo de Benvenuto Cellini a San Jerónimo.

Debido a la importancia de la construcción, surge la necesidad de conocer la seguridad estructural de la obra, con este fin, el Instituto de Ingeniería de la UNAM fue asignado por autoridades de la construcción del Distrito Federal, para efectuar estudios experimentales en estos tramos. Estos estudios consisten en la realización de pruebas de vibración ambiental, pruebas de tracción, pruebas estáticas y dinámicas bajo cargas vehiculares de magnitudes extremas.

Las pruebas de vibración ambiental pueden resultar una herramienta muy útil en la construcción de una obra, ya que es posible comparar las propiedades dinámicas del sistema en las diversas etapas del proceso constructivo a través de estas pruebas (control de calidad); también se utilizan para evaluar los daños causados a la estructura después de un evento sísmico a través de la obtención de la frecuencia fundamental de vibrar de la estructura, o bien, estimar la rigidez de una estructura que ha sido reforzada estructuralmente.

Con la innovación tecnológica en instrumentos de vibración de alta sensibilidad, computadoras digitales, técnicas de captura, procesamiento, análisis e interpretación de datos, el método de vibración ambiental resulta de fácil aplicación y es posible obtener un estudio confiable de las frecuencias naturales de vibración de la estructura, útiles para identificar los diferentes modos de vibrar y otras propiedades dinámicas.

El conocimiento de estas propiedades es esencial para entender e interpretar con seguridad, la respuesta de puentes urbanos a diferentes tipos de sollicitaciones dinámicas como lo pueden ser sismos, viento y tráfico vehicular.

Se han efectuado mediciones de vibración ambiental en diversos tipos de estructuras como monumentos históricos, puentes y edificios de oficinas como ayuda para calibrar un modelo

analítico que permita obtener resultados más cercanos con el comportamiento real de la estructura.

Con estos estudios será posible determinar las propiedades dinámicas representativas del sistema estructural, que podrán ser utilizadas como referencia en el monitoreo de la estructura.

Objetivos y Alcance.

En este trabajo se presenta el estudio realizado a dos tramos del segundo nivel del Periférico ante vibración ambiental, los tramos fueron elegidos estratégicamente. El primer tramo se trata de un marco de concreto reforzado sin la presencia de trabes (sitio I), el sistema estructural que se encuentra en el segundo tramo de estudio (sitio II), representa a la mayor parte del sistema estructural en conjunto, el estudio de este tramo fue realizado en dos etapas. La primera de ellas consiste en la medición y análisis de la vibración ambiental de la estructura con la presencia de trabes y las tabletas de concreto que conforman la calzada desligadas al sistema estructural; en la segunda etapa se realizó el estudio de la estructura con la presencia de estas trabes, las tabletas ligadas al sistema y la calzada del puente terminada, con el objetivo de comparar las propiedades dinámicas entre las dos etapas.

En otro sentido, se aprovecha parte de la información obtenida en estas pruebas, para estimar de manera simplificada la interacción suelo – estructura (ISE) en el sitio II de estudio, y estar en la posibilidad de entender si este tipo de efectos pueden resultar significativos en condiciones normales de servicio.

Para determinar las propiedades dinámicas y los efectos ISE de los tramos en estudio, se realizó un programa de pruebas de vibración ambiental, empleando acelerómetros de alta resolución que se colocan en la estructura en distintas posiciones y arreglos. Posteriormente a través de métodos de análisis de señales se determinaron las principales propiedades dinámicas del tramo del distribuidor vial en estudio.

A través de las propiedades dinámicas y los efectos ISE, obtenidos en este estudio, será posible efectuar comparaciones futuras del estado en que se encuentra la estructura para detectar variaciones en sus propiedades dinámicas, principalmente, su rigidez.

Aprovechando la información obtenida de pruebas dinámicas, que se realizaron en el sitio II de estudio, se observará la variación de la frecuencia fundamental de la estructura ante condiciones normales de servicio (vibración ambiental) y bajo cargas vehiculares de magnitudes extremas (pruebas dinámicas).

Finalmente, mediante este trabajo, será posible verificar si los parámetros establecidos en el diseño de la estructura, corresponden a los determinados experimentalmente.

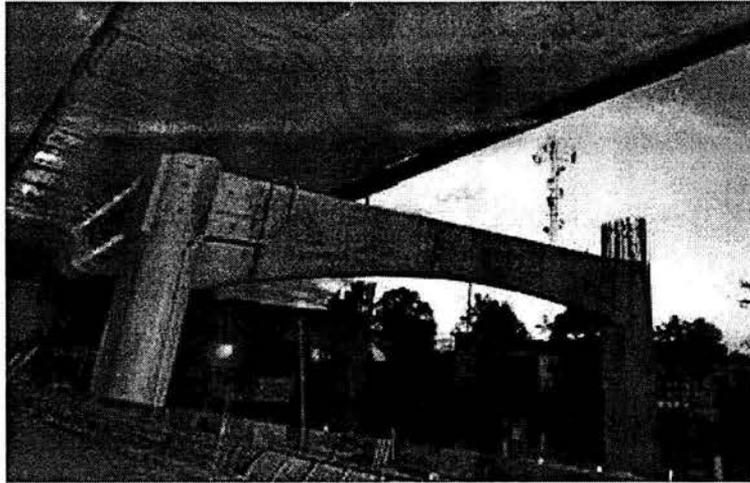


Fig. 1.2 Perspectiva del sitio I de estudio.



Fig. 1.3 Persepectiva del sitio II de estudio.

Las características estratigráficas de esta zona son esencialmente depósitos aluviales de capacidad de carga no uniforme, los materiales compresibles se extienden a profundidades máximas de veinte metros aproximadamente, además, existe interestratificación de arcillas y suelos limo arenosos, según un estudio de las características geológicas y geotécnicas del valle de México, de la Comisión de Vialidad y Transporte Urbano del Distrito Federal, (Mooser, et al, 1986).

1.2. Descripción del sistema estructural.

Los tramos estudiados se caracterizan por estar estructurados mediante vigas apoyadas sobre columnas de sección circular, la unión entre las vigas con voladizos y las columnas fue concebida para formar un marco rígido. En el proyecto estructural estas vigas fueron identificadas como TA y las traveses centrales como TC. En ambos casos se trata de elementos de concreto pretensados, cuya sección es de tipo cajón. Las columnas son de sección oblonga (fig. 1.6) y se apoyan sobre zapatas, mismas que pueden o no estar desplantadas sobre pilas.

La superestructura está compuesta por traveses de rigidez, cabezales y traveses tipo TA (fig. 1.4), TC (fig. 1.5) y son de concreto armado, con un ancho que varía de 6.00 a 12.00 m y con una longitud que va de 22.50 a 30.00 m, teniendo una altura de 1.40 a 2.40 m.

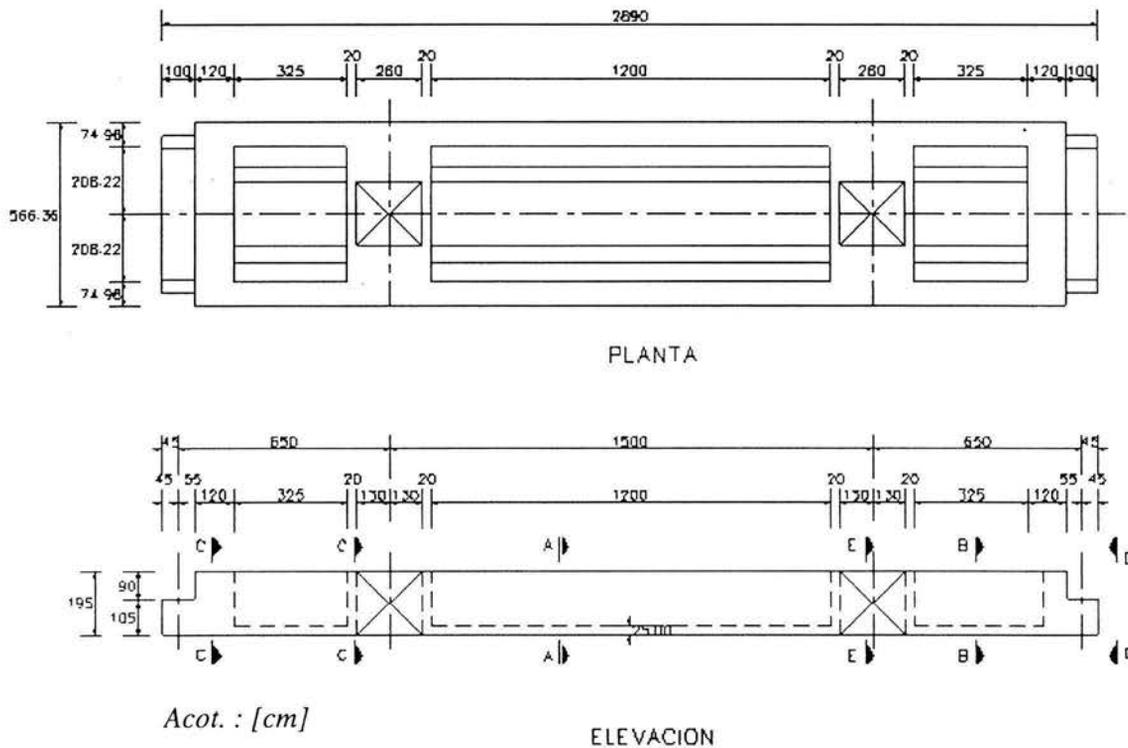


Fig. 1.4 Detalle de trabe TA.

1. Descripción del tramo en estudio

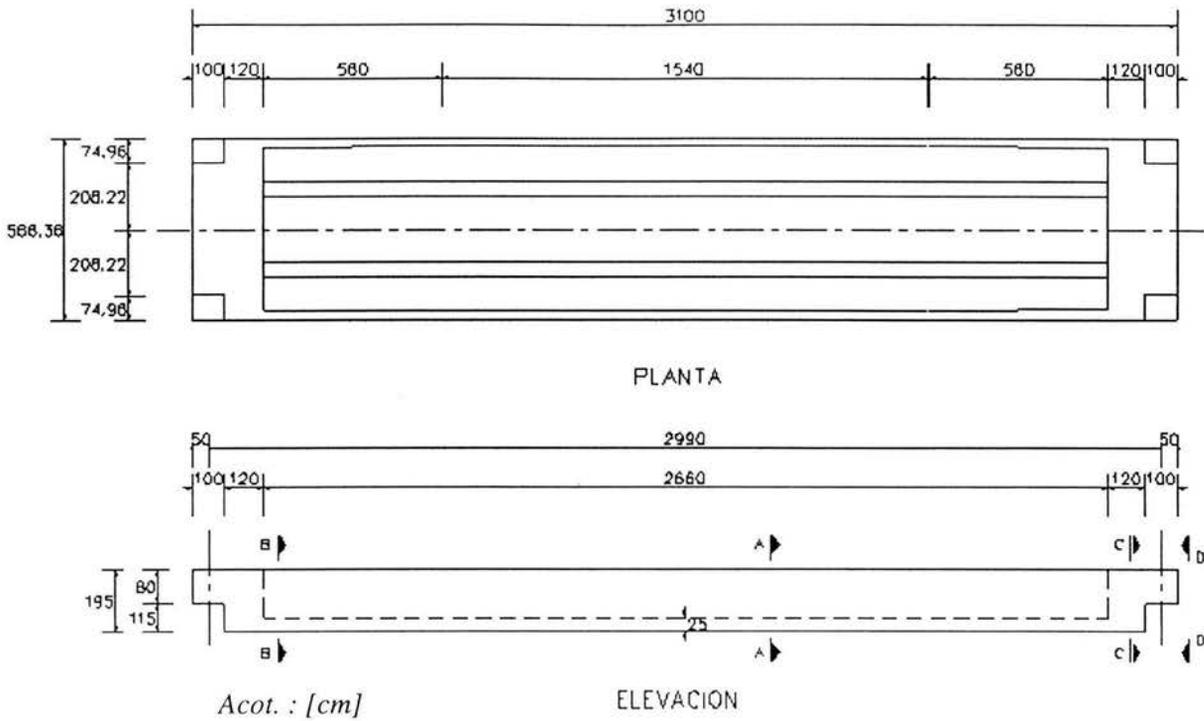
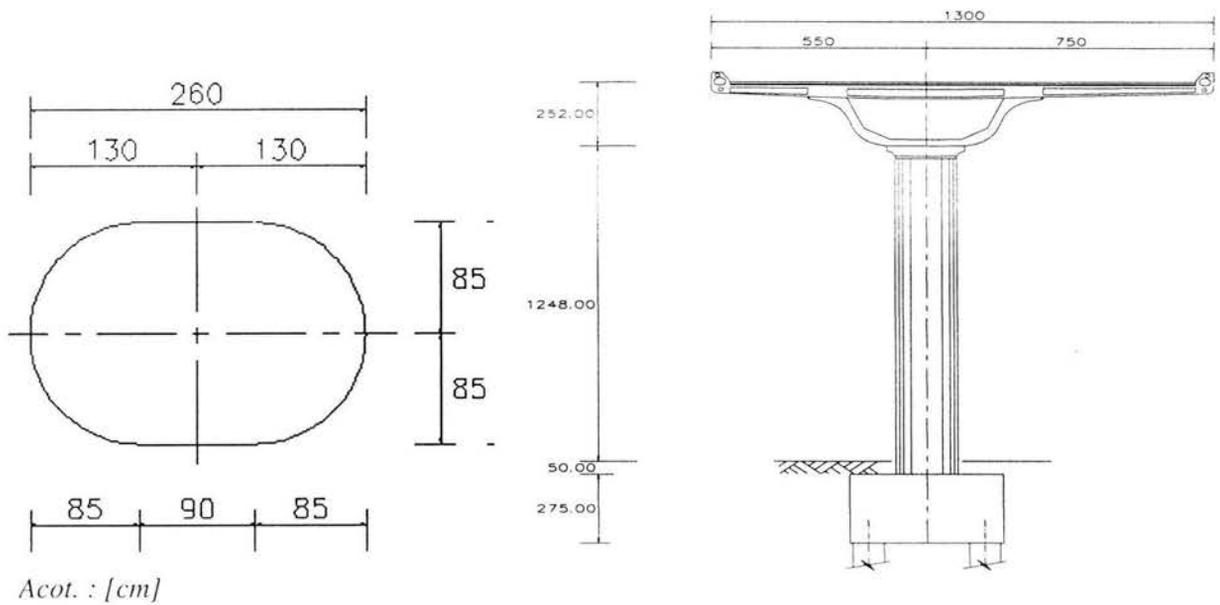


Fig. 1.5 Detalle de trabe TC.

La cimentación es a base de Pilas de concreto armado que están a nivel de desplante de aproximadamente 28 metros bajo el nivel de terreno natural, también se construyeron



Zapatas de concreto armado.

Fig. 1.6 Sección de columna y vista transversal de apoyo tipo.

La cimentación de la infraestructura es a base de Pilas de concreto armado que están a nivel de desplante de aproximadamente 28 metros bajo el nivel de terreno natural, también se construyeron Zapatas de concreto armado de aproximadamente 5.00 x 4.00x 2.50 metros.

A continuación, se describen las características de la cimentación de los tramos I y II, respectivamente.

Detalle de la cimentación de los apoyos del sitio I.

Eje de Columna	Cadenamiento	D.P. m	D.PL. m	D.Z. m	D.C. m	T.C.C. m	N.T. m	N.Tr. m	E.C.
B135	5+66.810	275.700	292.150	292.200	295.200	312.768	299.353	317.340	314.968
B136	5+81.810	276.100	292.550	292.600	295.600	312.230	299.290	316.802	314.430

Eje de Columna	Cadenamiento	A.A.C. m	A.C. m	A.C.Z. m	L.C. m	A.C.C. m	A.T.Z. m	L.P. m	C.E. m	D.C. - D.D. m	N.T. - D.Z. m
B135	5+66.810	13.42	17.57	20.57	2.20	15.62	25.14	16.50	37.76	3.00	7.15
B136	5+81.810	12.94	16.63	19.63	2.20	15.14	24.20	16.50	15.00	3.00	6.69

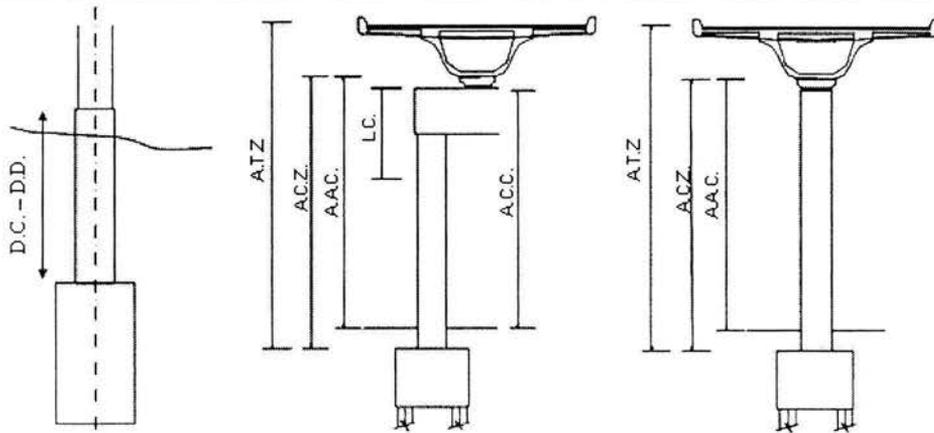


Fig. 1.7. Detalle de la cimentación en el sitio I estudiado.

- D.P. - Elevación del desplante de pila.
- D.PL. - Elevación del desplante de plantilla.
- D.Z. - Elevación del desplante de zapata.
- D.C. - Elevación del desplante de la columna.
- T.C.C. - Nivel de tope de colado de columna, correspondiente a N1 ó N2.
- N.T. - Nivel del terreno, de acuerdo con el perfil
- N.Tr. - Nivel de la parte superior de la trabe, de acuerdo con el perfil
- A.A.C. - Altura de la columna a partir del N.T.
- A.C. - Altura de columna.
- A.C.Z. - Longitud de columna hasta el desplante de la zapata.
- A.T.Z. - Longitud desde la trabe hasta el desplante de la zapata
- LP. - Longitud pilas
- C.E. - Claro entre el eje de columna actual y el anterior.

Detalle de la cimentación de los apoyos del sitio II.

Eje de Columna	Cadenamiento	D.P. m	D.PL. m	D.Z. m	D.C. m	T.C.C. m	N.Tr.	N.T. m
B174	6+226.149	257.950	274.400	274.450	277.450	291.847	294.227	282.864
B175	6+241.149	258.600	275.050	275.100	278.100	292.123	294.499	282.979
B176	6+284.149	260.850	277.300	277.350	280.350	292.897	294.277	283.311
B177	6+299.149	261.550	278.000	278.050	281.050	293.173	295.548	283.427

Eje de Columna	Cadenamiento	A.A.C. m	A.C. m	A.C.Z. m	A.T.Z. m	L.P. m	C.E. m	D.C. - D.Z. m	N.T. - D.Z. m
B174	6+226.149	8.98	14.40	17.40	19.78	16.50	43.00	3.00	8.41
B175	6+241.149	9.14	14.02	17.02	19.40	16.50	15.00	3.00	7.88
B176	6+284.149	9.59	12.55	15.55	16.93	16.50	43.00	3.00	5.96
B177	6+299.149	9.75	12.12	15.12	17.50	16.50	15.00	3.00	5.38

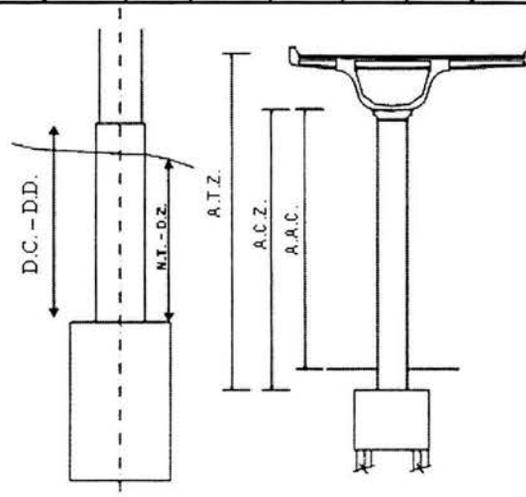


Fig. 1.8. Detalle de la cimentación en el sitio II estudiado.

- D.P. - Elevación del desplante de pila.
- D.PL. - Elevación del desplante de plantilla.
- D.Z. - Elevación del desplante de zapata.
- D.C. - Elevación del desplante de la columna.
- T.C.C. - Nivel de tope de colado de columna, correspondiente a N1 ó N2.
- N.T. - Nivel del terreno, de acuerdo con el perfil
- N.Tr. - Nivel de la parte superior de la trabe, de acuerdo con el perfil
- E.C. - Elevación del cabezal de la columna
- A.A.C. - Altura de la columna a partir del N.T.
- A.C. - Altura de columna.
- A.C.Z. - Longitud de columna hasta el desplante de la zapata.
- L.C. - Longitud del cabezal
- A.C.C. - Altura del cabezal de la columna a partir del terreno
- A.T.Z. - Longitud desde la trabe hasta el desplante de la zapata
- LP. - Longitud pilas
- C.E. - Claro entre el eje de columna actual y el anterior.

2. Metodología experimental

2.1 Estado del Arte

En los estudios de vibración ambiental se registran las vibraciones causadas por la actividad humana, el tráfico de vehículos, la maquinaria industrial y otros factores ambientales como el viento, etc. Este tipo de vibraciones son de muy baja magnitud, es decir, muy pequeñas, algunas veces imperceptibles para el ser humano, de allí la importancia que ha tenido el desarrollo de la tecnología para captar y medir esta clase de vibraciones.

Las primeras pruebas de vibración ambiental, se realizaron en 1936, la Comisión para la Investigación de Costas y Geodesia de los Estados Unidos realizó estudios de vibración ambiental para determinar algunas propiedades dinámicas en edificios (Ivanovic, 1995).

El inicio de los estudios de vibración ambiental se debe principalmente a la innovación tecnológica en instrumentos de vibración de alta sensibilidad, computadoras digitales, técnicas de captura, procesamiento, análisis e interpretación de datos. Con la valiosa ayuda que proporcionan estas herramientas, es posible obtener un estudio confiable de las frecuencias naturales, útiles para identificar los diferentes modos de vibración y otras propiedades dinámicas como el amortiguamiento y el comportamiento no lineal de las estructuras.

El conocimiento de estas propiedades es esencial para entender e interpretar con seguridad, la respuesta de puentes de este tipo a terremotos, viento y tráfico vehicular.

2.2 Vibración ambiental en estructuras.

Los estudios de vibración ambiental son de gran utilidad para la determinación de las propiedades dinámicas de una estructura en forma pragmática, de esta manera, es posible realizar algunas comparaciones con idealizaciones de modelos teóricos, entre otras aplicaciones.

En una investigación en aerodinámica sobre el puente de Lion en Vancouver, Canadá, se utilizaron dos métodos para determinar las propiedades dinámicas de la estructura, un modelo continuo, donde evaluaron las soluciones a las ecuaciones de movimiento de la estructura y un análisis experimental que consistió en la vibración ambiental del puente (Rainer et al, 1974); encontraron que en algunos casos, las frecuencias de mayor amplitud en el modelo, no correspondían a las determinadas experimentalmente. En un estudio en un puente de California, EUA, se revisó la confiabilidad que existe entre los métodos de análisis dinámico, comparándolos con las propiedades dinámicas de el puente obtenidas a través de vibración ambiental (Abdel, 1978).

Estudios de vibración ambiental en un puente de Kentucky, EUA, establecieron una comparación entre las propiedades dinámicas obtenidas del estudio de vibración ambiental y modelos teóricos empleando el método del elemento finito, llegando a resultados estrechamente relacionados entre el modelo y el método experimental (Harik et al, 1997).

Con la experiencia obtenida en pruebas pasadas, ha sido posible establecer una serie de recomendaciones para llevar a cabo un buen estudio de vibración ambiental, como la correcta ubicación de los acelerómetros en puntos estratégicos de la estructura y el tiempo adecuado de la captura de señales; de esta manera se obtienen resultados precisos y confiables, quedando en estrecha relación con los modelos teóricos que pudieran generarse.

2.3. Descripción del equipo y el dispositivo experimental.

En el Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. (IINGEN), se han desarrollado sistemas de adquisición de datos y programas, para obtener información de campo y procesarla para el análisis.

La información de campo es registrada a través de un sistema de adquisición de datos (fig. 2.3.1), formado por acelerómetros, filtros y acondicionadores de señales, un analizador de espéctros y una computadora personal; este sistema tiene la capacidad de almacenar información hasta de 16 acelerómetros simultáneamente.

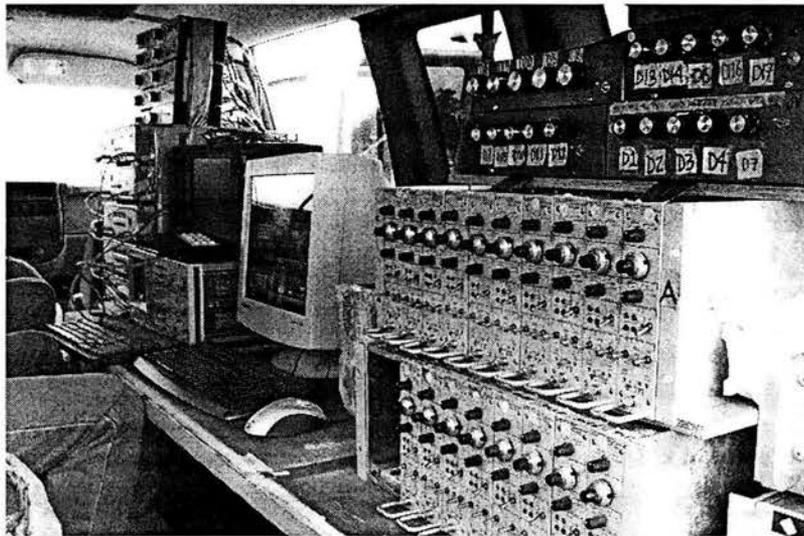


Fig. 2.3.1 Sistema de adquisición de datos

La vibración ambiental de la estructura es captada por los sensores uniaxiales o servoacelerómetros tipo DONNER, en unidades de aceleración (amplitud de aproximadamente 10^{-5} g), colocados en la estructura sobre bases metálicas para asegurar la inmovilidad de los sensores (fig. 2.3.2); estas señales se transmiten a unos acondicionadores para amplificarlas, además, las frecuencias superiores a 30 Hertz son filtradas para eliminar ruidos de alta frecuencia.

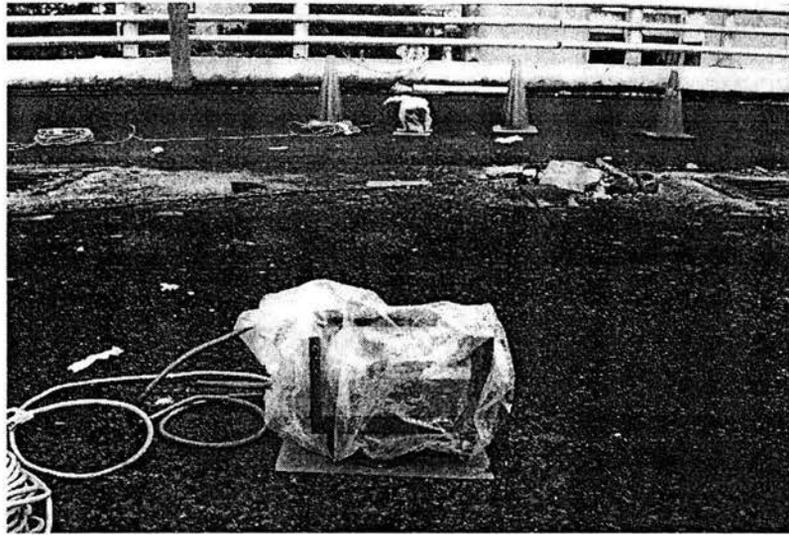


Fig. 2.3.2 Acelerómetros sobre la estructura

Una vez filtrada la señal, se envía a una computadora personal para almacenar la información (que posteriormente es analizada en gabinete) y a un analizador de espectros, donde es posible visualizar en campo (fig. 2.3.3), el registro de vibración en unidades de aceleración y en tiempo real para obtener algunos resultados preliminares de las frecuencias fundamentales de vibración de la estructura.

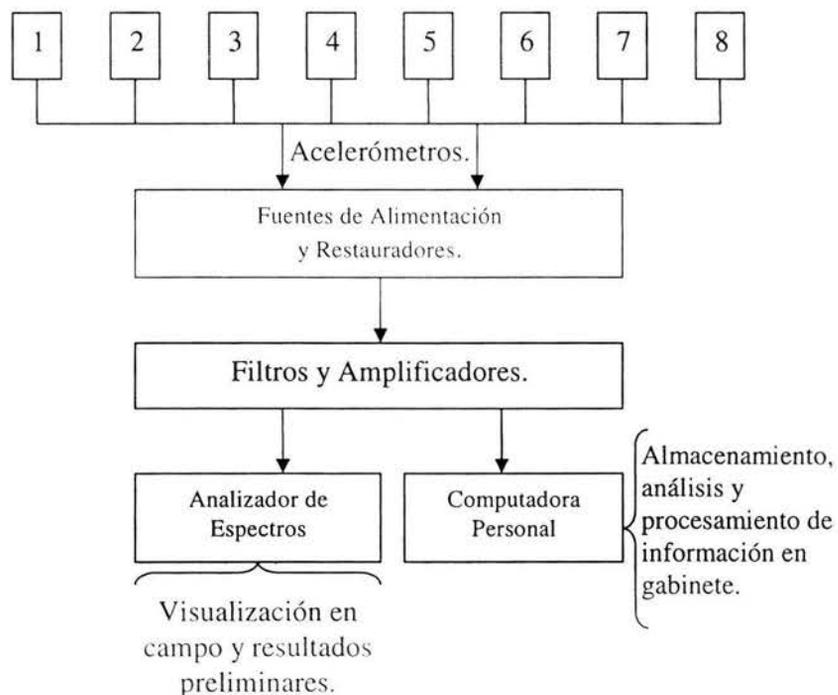


Fig. 2.3.3. Esquema de flujo del sistema de adquisición de datos

2.4. Características de la metodología utilizada

Se midieron las aceleraciones generadas en los tramos seleccionados de la estructura por la actividad normal en su entorno. Se instalaron varios arreglos de ocho y nueve acelerómetros para medir las vibraciones ambientales, ubicados en puntos sobre la estructura y el suelo.

Una vez capturadas las señales de aceleración, es necesario procesarlas mediante un análisis espectral convencional. Este análisis espectral, nos permite cambiar del dominio del tiempo al de la frecuencia para analizar una señal y está basado en la aplicación de la transformada de Fourier a un proceso de origen aleatorio (Bendat y Piersol, 1989).

Para la captura y el procesamiento de la información se utilizaron los programas para el manejo de señales desarrollados por Guzmán *et al* (1992). Esta serie de programas cuenta entre sus funciones, con varias rutinas de análisis de señales para calcular autoespectros, espectros cruzados, coherencias y ángulos de fase. Debido a que estas funciones (exceptuando el autoespectro) implican trabajar con dos señales a la vez, el número mínimo de señales que se pueden procesar en el programa es 2.

El programa divide el archivo de datos adquirido (señal de aceleración), en una serie de eventos, de acuerdo al número de puntos por evento que el usuario haya fijado en los parámetros de captura. A continuación se calculan para cada evento los espectros y funciones entre señales (transferencia, coherencia y ángulo de fase), finalmente, éstos se promedian. El cálculo del espectro de Fourier se lleva a cabo en forma discreta y se realiza con un algoritmo de TRF (Guzmán *et. al.*, 1992).

2.4.1 Transformada de Fourier

Sea $x(t)$ una señal de aceleración, su transformada de Fourier se encuentra dada por la expresión:

$$X(f) = \int_0^T x(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (1)$$

La transformada de Fourier es una función compleja, pues si se aplica la identidad de Euler a la expresión anterior, la ecuación (1) puede escribirse de la siguiente manera:

$$X(f) = \int_0^T x(t) \cos(2\pi f t) dt + i \int_0^T x(t) \sen(2\pi f t) dt$$

Una de las formas para expresar una señal $x(t)$ en el dominio de la frecuencia consiste en calcular su función de densidad espectral, también conocida como espectro de potencia, que es una función que representa la distribución de potencia de la señal con respecto de la frecuencia. Esta función se define como:

$$S_{xx}(f) = X^*(f) \cdot X(f)$$

donde:

$X(f)$ transformada de Fourier de la señal de aceleración

$X^*(f)$ conjugado de la transformada de Fourier de la señal de aceleración

La información de las frecuencias negativas y positivas de la función de densidad espectral es la misma, debido a que dicha función es simétrica. Esto hace que sea más conveniente realizar el análisis de un solo lado del espectro, así se tiene:

$$G_{XX}(f) = 2S_{XX}(f)$$

Y se define la función $G_{XX}(f)$ como:

$$G_{XX}(f) = \begin{cases} 2S_{XX}(f) & \text{si } f > 0 \\ S_{XX}(f) & \text{si } f = 0 \\ 0 & \text{si } f < 0 \end{cases}$$

Si se tienen dos señales de aceleración correspondientes a dos puntos de la estructura, $x(t)$ y $y(t)$, sus transformadas de Fourier están dadas por:

$$X(f) = \int_0^T x(t)e^{-i2\pi ft} dt$$

$$Y(f) = \int_0^T y(t)e^{-i2\pi ft} dt$$

Se define el espectro de potencia cruzado entre las dos señales $x(t)$ y $y(t)$ como:

$$S_{XY} = X^*(f) \cdot Y(f)$$

Y procediendo de igual manera que con el espectro de potencia:

$$G_{XY}(f) = 2S_{XY}(f)$$

Una vez que se han obtenido los espectros de potencia de cada señal y los espectros cruzados de potencia entre pares de señales de aceleración, se procede a obtener ciertas relaciones entre dichas funciones, que nos permitan estimar, junto con la información de los espectros de potencia y mediante las consideraciones adecuadas, las propiedades dinámicas del sistema.

A continuación se presentan las características de la función de transferencia, la función de coherencia y el ángulo de fase, útiles en la determinación de las propiedades dinámicas de una estructura.

2.4.2 Función de Transferencia

Si se tienen dos señales de aceleración, $x(t)$ y $y(t)$, y sus correspondientes transformadas de Fourier $X(f)$ y $Y(f)$, la función de transferencia entre esas dos señales se define como:

$$FT = \frac{Y(f)}{X(f)}$$

Evidentemente la función de transferencia puede obtenerse también a partir de los espectros de potencia de las señales:

$$FT = \frac{|S_{YY}(f)|^{\frac{1}{2}}}{|S_{XX}(f)|^{\frac{1}{2}}} = \frac{|G_{YY}(f)|^{\frac{1}{2}}}{|G_{XX}(f)|^{\frac{1}{2}}}$$

La función de transferencia nos sirve para encontrar la relación de amplitudes que tienen dos señales.

2.4.3 Función de Coherencia

A partir de la siguiente desigualdad que se cumple para toda f ,

$$|G_{XY}(f)|^2 \leq G_{XX}(f)G_{YY}(f)$$

Tenemos asimismo que

$$|S_{XY}(f)|^2 \leq S_{XX}(f)S_{YY}(f)$$

Y la función de coherencia se define como

$$\gamma_{XY}^2 = \frac{|S_{XY}(f)|^2}{S_{XX}(f)S_{YY}(f)} = \frac{|G_{XY}(f)|^2}{G_{XX}(f)G_{YY}(f)}$$

Se tiene entonces que

$$0 \leq \gamma_{XY}^2 \leq 1$$

La función de coherencia permite estimar en función de la frecuencia, el grado de linealidad entre dos señales de aceleración $x(t)$ y $y(t)$. La escala para medir la linealidad varía de 0 a 1; los efectos de coherencia inferiores a uno pueden deberse a: ruido en las señales $x(t)$ y $y(t)$ o que no están correlacionadas; a efectos no lineales; a errores por falta de resolución numérica, o a desfases introducidos por el dispositivo experimental. En cambio, un valor de coherencia de uno significa que la relación entre las señales es completamente lineal.

2.4.4 Ángulo de Fase

El espectro cruzado de potencia entre dos señales de aceleración $x(t)$ y $y(t)$ se definió anteriormente como:

$$G_{XY}(f) = 2S_{XY}(f); S_{XY} = X^*(f)Y(f)$$

Ya que el espectro cruzado de potencia es resultado de la multiplicación de dos números complejos, $G_{XY}(f) \in \mathbb{C}$ y puede ser expresado en forma polar de la manera siguiente:

$$G_{XY}(f) = |G_{XY}(f)|e^{-i\theta_{XY}(f)}$$

Donde el valor absoluto y el ángulo de fase están determinados por las relaciones:

$$\begin{aligned} |G_{XY}(f)| &= \sqrt{C_{XY}^2 + Q_{XY}^2} && \text{valor absoluto} \\ \theta(f) &= \tan^{-1} \frac{Q_{XY}(f)}{C_{XY}(f)} && \text{ángulo de fase, } 0^\circ \leq |\theta(f)| \leq 180^\circ \end{aligned}$$

donde:

C_{XY} parte real de $G_{XY}(f)$

Q_{XY} parte imaginaria de $G_{XY}(f)$

La fase entre dos señales de aceleración permite saber la polaridad del movimiento entre el par de puntos que se está analizando espectralmente. Un valor de ángulo de fase en valor absoluto mayor de 90° indica que las dos señales están "desfasadas" en su movimiento, y un valor absoluto de ángulo de fase menor a 90° nos señala que se encuentran "en fase".

2.5 Información que se obtiene de las pruebas de vibración ambiental

2.5.1 Propiedades dinámicas

Las propiedades dinámicas del distribuidor vial que serán definidas en este trabajo son las frecuencias fundamentales, de traslación (T y L), verticales (V) y de torsión (R) de los tramos en estudio, así como las formas modales asociadas a dichas frecuencias.

Debido a que la información de campo obtenida representa mediciones de vibración relativas, se realizan cocientes entre pares de señales para obtener vibraciones con respecto a un sistema de referencia, en general, se dividen los valores de las señales entre la señal de un punto que permanece más rígido o inmóvil durante las pruebas.

En la identificación de las Frecuencias naturales y modos de vibrar de la estructura, fueron seleccionadas las frecuencias relacionadas a ordenadas máximas de las funciones de transferencia en las direcciones lateral (T), longitudinal (L) y vertical (V), entre los puntos de medición de la parte superior de la estructura y los de la base o terreno, revisando las relaciones de amplitudes espectrales, ángulos de fase y coherencias entre estas frecuencias.

Cabe destacar, que se observan ordenadas de menor amplitud que pueden deberse a frecuencias de modos superiores de vibrar, pero si las coherencias son muy bajas, se descartan.

En los casos en que no es posible identificar una frecuencia predominante, se presentan intervalos de valores, esto indica que la frecuencia de vibrar varió durante un mismo evento debido a un comportamiento no lineal del sistema.

2.5.2 Efectos de Interacción Suelo - Estructura (ISE)

En la práctica ingenieril, es muy común realizar cálculos y modelos estructurales suponiendo que la estructura está empotrada en su base, es decir, el subsuelo y la cimentación son infinitamente rígidos. Esto es válido tratándose de suelos muy resistentes como la roca, sin embargo, en cimentaciones superficiales con zapatas o losas de concreto donde se presentan suelos con baja resistencia, es posible evaluar los efectos que existen entre la interacción de la cimentación y el subsuelo.

Estos efectos, comprenden la rigidez de la cimentación en el plano horizontal K_H (traslación) y la rigidez de rotación K_R (rotación), comparando la respuesta en la parte superior de la estructura con la respuesta traslacional y el cabeceo de la base.

Se calcularán los efectos de interacción suelo - estructura (ISE) para los ejes B174 y B175, respectivamente, a través del método de Luco (1987).

La respuesta traslacional total en la superestructura, \bar{U}_T , la respuesta de cabeceo de la base, θ_0 , y la respuesta traslacional de la base, U_0 , se estiman a través de las frecuencias fundamentales de vibración de la estructura, en dirección transversal (T) y longitudinal (L), obtenidas durante las pruebas de vibración ambiental.

A continuación se describe el modelo de Luco simplificado, para su aplicación a nuestro caso de estudio.

El sistema se idealiza según se ilustra en la figura 2.5.1a y tomando en cuenta cinco grados de libertad (fig. 2.5.1b), cuatro de ellos asociados a la traslación horizontal y al cabeceo de la base de la estructura en los componentes T y L y un quinto asociado con un movimiento de torsión de la base.

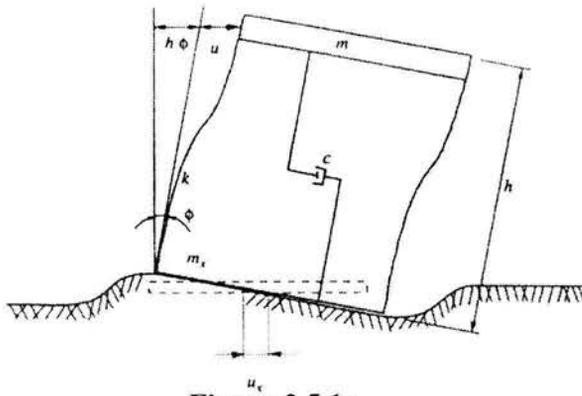


Figura 2.5.1a

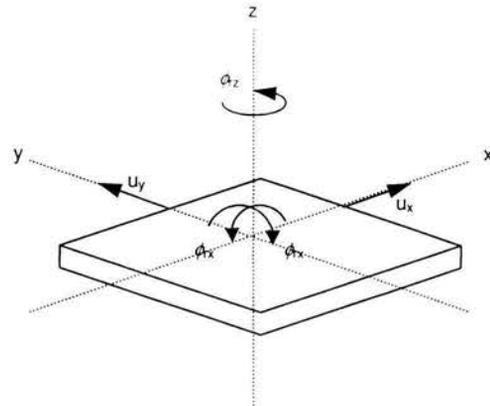


Figura 2.5.1b

Figura 2.5.1 Idealización del sistema suelo estructura y grados de libertad en la base.

Los grados de libertad involucrados permiten obtener la frecuencia fundamental de traslación con base empotrada, la de traslación de la base y la de cabeceo de la base, así como las rigideces equivalentes de cada movimiento respectivamente. La frecuencia fundamental de vibrar del modelo de traslación del sistema suelo - estructura esta dada por la relación:

$$\frac{1}{\bar{f}_1^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_R^2} + \frac{1}{f_H^2}$$

donde:

- \bar{f}_1 es la frecuencia fundamental del sistema determinada experimentalmente
- f_1 es la frecuencia de la superestructura con base empotrada
- f_R es la frecuencia natural suponiendo que su base solo puede girar (cabeceo) y con una superestructura infinitamente rígida
- f_H es la frecuencia natural suponiendo que su base solo puede trasladarse y con una superestructura infinitamente rígida

También podemos escribir la ecuación 4.1 en términos del periodo:

$$\bar{T}_1^2 = T_1^2 + T_R^2 + T_H^2$$

Se pueden estimar algunas características de la cimentación y la superestructura obteniéndose las siguientes relaciones aproximadas válidas en la cercanía de la frecuencia fundamental. (Luco, et al, 1987).

$$f_H = \bar{f}_1 \left(\sqrt{\frac{\beta_1 U_0}{U_T}} \right)^{-1}$$

$$f_R = \tilde{f}_1 \left(\sqrt{\frac{\gamma_1 H \theta_0}{U_T}} \right)^{-1}$$

La frecuencia de la superestructura con base empotrada queda de la siguiente manera:

$$f_1 = \tilde{f}_1 \left(\sqrt{1 - \frac{\beta_1 U_0}{U_T} - \frac{\gamma_1 H \theta_0}{U_T}} \right)^{-1}$$

donde:

- U_T es la respuesta total en la superestructura del puente, determinada experimentalmente.
- U_0 es la respuesta de traslación horizontal en la base, determinada experimentalmente.
- θ_0 es la respuesta rotacional del cabeceo de la base, determinada experimentalmente.
- H es la altura del puente .

Las respuestas de traslación en la superestructura U_T y U_S se obtienen directamente de las amplitudes espectrales de los registros de vibración ambiental en la superestructura y en la base, respectivamente, en la frecuencia fundamental de la dirección que se esté analizando (fig. 2.5.2a). La respuesta rotacional del cabeceo se obtiene a través de los registros de vibración ambiental en la dirección vertical (V), en los puntos extremos de la columna cercanos a la base y ortogonales a la dirección de análisis (fig. 2.3.2b).

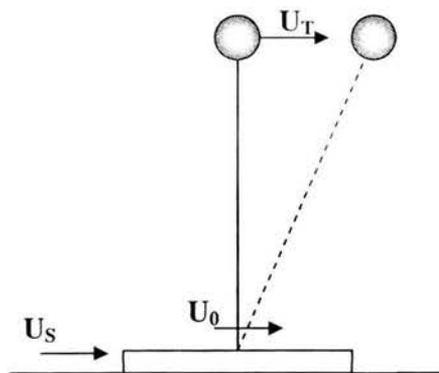


Figura 2.5.2a

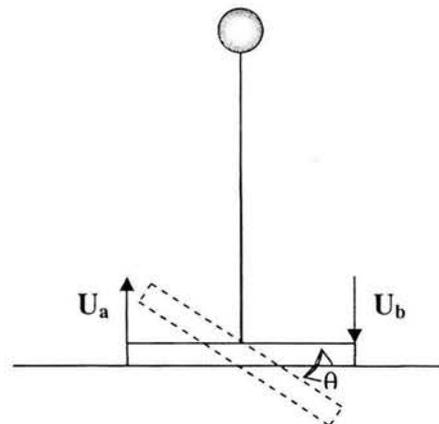


Figura 2.5.2b

Figura 2.5.2 Idealización de traslación y cabeceo de la estructura.

De las figuras 2.5.2 podemos deducir las siguientes formulas:

$$U_0 = U_T - U_S$$

$$\theta = \frac{U_a}{dU_a / (U_a - U_b)}$$

Los parámetros β_1 y γ_1 se obtienen usando las masas por nivel y las formas modales en las direcciones transversal y longitudinal con las expresiones:

$$\beta_1 = \frac{1}{M_1} \{\phi_1\}^T \{M\} \{1\}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{HM_1} \{\phi_1\}^T \{M\} \{h\}$$

donde:

- $\{1\}$ es el vector de la primera forma modal.
- $\{M\}$ es la matriz de masas.
- M_1 es la masa modal del primer modo.
- $\{h\}$ es la altura de cada nivel con respecto a la base.

En nuestro caso, los parámetros β_1 y γ_1 son **unitarios** al simplificarse las expresiones anteriores por considerar solamente un nivel en estudio.

Las rigideces equivalentes de traslación horizontal K_H y de cabeceo K_R asociadas a los efectos ISE se calculan con las relaciones siguientes:

$$K_H = \beta_1^2 M_1 (2\pi f_H)^2$$

$$K_R = \gamma_1^2 M_1 H^2 (2\pi f_R)^2$$

De tal forma que, conociendo las características geométricas de la estructura, el modelo matemático preliminar, las ecuaciones anteriormente descritas, así como la frecuencia fundamental de vibrar (\bar{f}_1) y el ángulo de giro por cabeceo de la base ϕ de la dirección T se pueden evaluar los efectos ISE.

La contribución de los movimientos de traslación y cabeceo de la base en la respuesta total de traslación de la estructura pueden estimarse aproximadamente con los cocientes U_0/U_T y $H\theta_0/U_T$ respectivamente, y la suma de estos cocientes representa la contribución total de los efectos ISE en la respuesta de traslación de la estructura.

3. Pruebas de campo

3.1. Objetivo de las pruebas de campo

El objetivo de las pruebas de campo es obtener registros de vibración representativos en puntos estratégicos de la estructura (juntas entre traveses, ejes de columna, centro de claro de una trabe), que hagan posible la determinación de las propiedades dinámicas del sistema estructural, así como el cálculo de los efectos ISE. Para ello, se colocan los acelerómetros en posiciones óptimas de acuerdo a la propiedad que sea necesario determinar.

En ocasiones, no se cuenta con el suficiente número de acelerómetros para llevar a cabo el registro de los puntos que se han elegido, es por ello que se realiza un programa de pruebas para efectuar un barrido de los puntos que se han establecido de acuerdo al número de sensores con el que se cuenta.

Con el fin de estimar las frecuencias fundamentales relacionando los registros efectuados en el terreno con los obtenidos en la parte superior del puente, es indispensable contar con registros de vibración tanto en la superestructura del puente como en el terreno donde esta desplantada.

Para determinar la configuración modal de un tramo de la estructura, se necesita un arreglo de acelerómetros, ubicados a cierta distancia entre sí, que representen la geometría de ésta, tomando el registro de uno de ellos como referencia para los demás sensores. En cambio, las frecuencias de torsión pueden determinarse relacionando las señales registradas por los acelerómetros, ubicados en puntos opuestos al centro de gravedad de la estructura.

Para poder estimar el cabeceo de la estructura, es necesario tomar lecturas de la vibración en dirección vertical en la base de cada eje de columna.

Adicionalmente, para verificar la veracidad de los registros obtenidos en cada prueba, pueden realizarse comparaciones entre puntos cercanos o que tengan movimiento similar en la estructura.

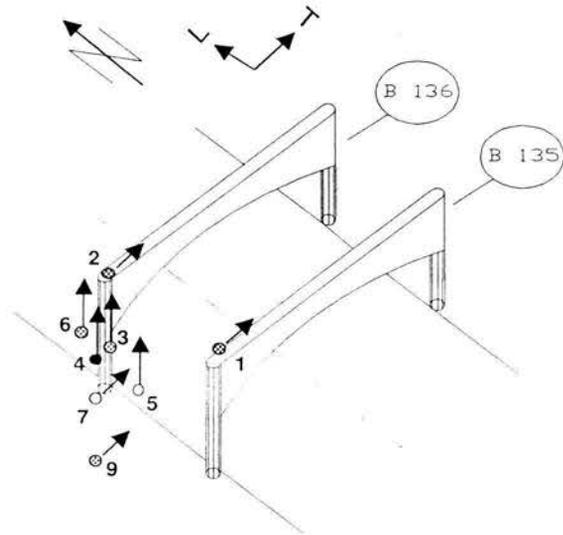
3.2. Programa de pruebas

En este estudio se realizaron tres registros de vibración ambiental en el periférico de la ciudad de México, en los tramos descritos en el capítulo dos de esta tesis; cada registro consistió en un número determinado de pruebas debido a la cantidad limitada de sensores con los que se contaban; en cada prueba se capturaron las señales de los sensores colocados en las direcciones: longitudinal (L), transversal (T) y vertical (V), ubicados en los puntos según las figuras 3.1 y 3.2, de los dos tramos en estudio, respectivamente.

Programación de las pruebas experimentales

En las figuras 3.3 a 3.6 se presenta la bitácora de pruebas y la representación esquemática de la ubicación de los sensores para cada prueba durante el registro realizado al segundo tramo descrito en el capítulo 1.

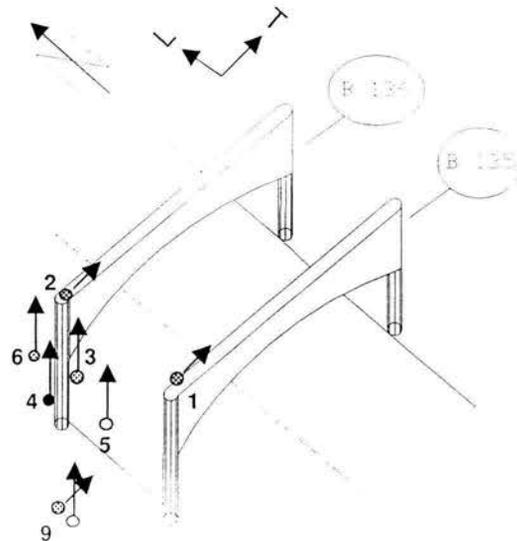
PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
1	1	T
	2	T
	3	V
	4	V
	5	V
	6	V
	7	T
	9	T



PRUEBA 01

Figura 3.3 Bitácora y esquema de la prueba 1

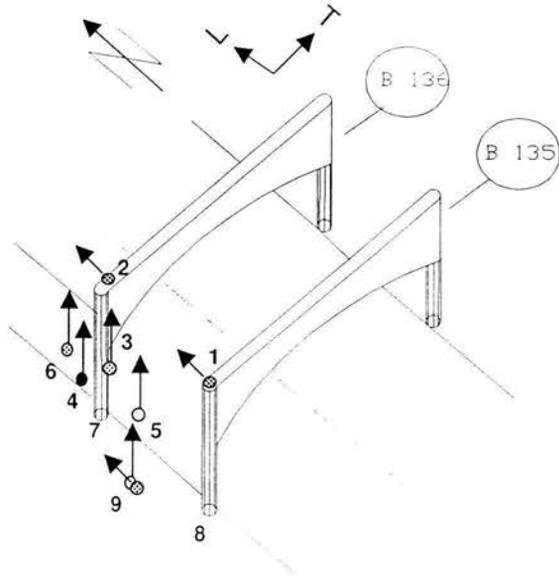
PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
2	1	T
	2	T
	3	V
	4	V
	5	V
	6	V
	9	V
	9	T



PRUEBA 02

Figura 3.4 Bitácora y esquema de la prueba 2

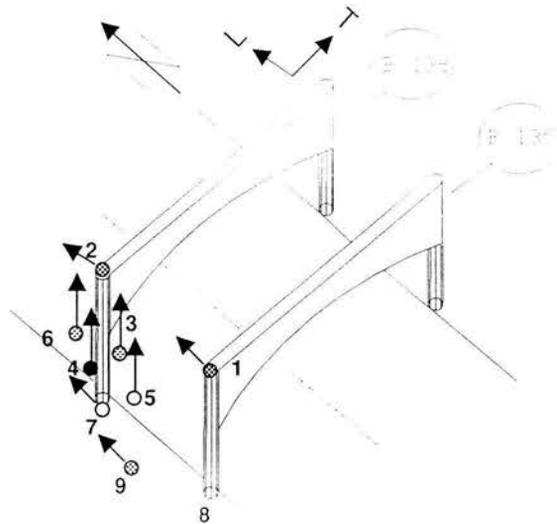
PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
3	1	L
	2	L
	3	V
	4	V
	5	V
	6	V
	9	V
	9	L



PRUEBA 03

Figura 3.5 Bitácora y esquema de la prueba 3

PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
4	1	L
	2	L
	3	V
	4	V
	5	V
	6	V
	7	L
	9	L



PRUEBA 04

Figura 3.6 Bitácora y esquema de la prueba 4

En las figuras 3.7 a 3.13 se presenta la bitácora de pruebas y la representación esquemática de la ubicación de los sensores para cada prueba durante el registro realizado al primer tramo, en la primera etapa.

PRUEBA 05

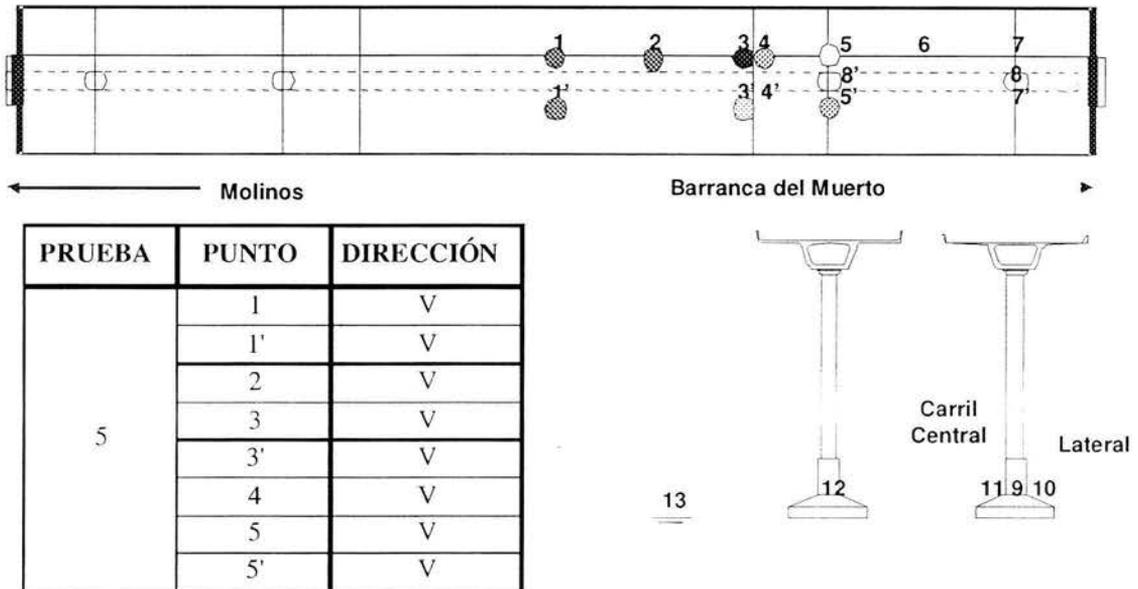


Figura 3.7 Bitácora y esquema de la prueba 5

PRUEBA 6



Figura 3.8 Bitácora y esquema de la prueba 6

PRUEBA 7

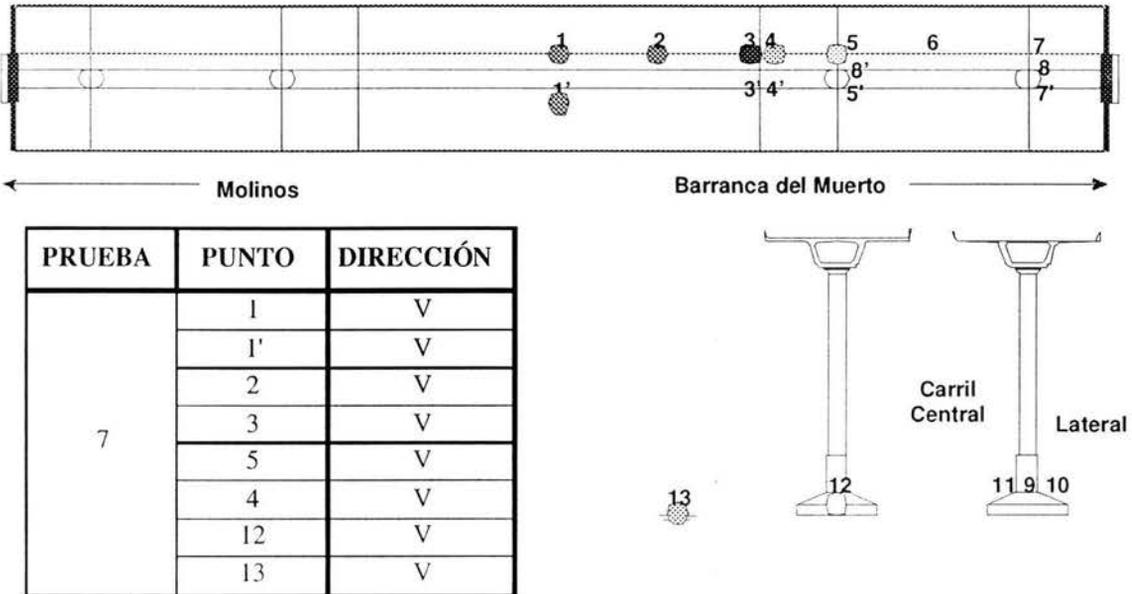


Figura 3.9 Bitácora y esquema de la prueba 7

PRUEBA 8



Figura 3.10 Bitácora y esquema de la prueba 8

PRUEBA 9

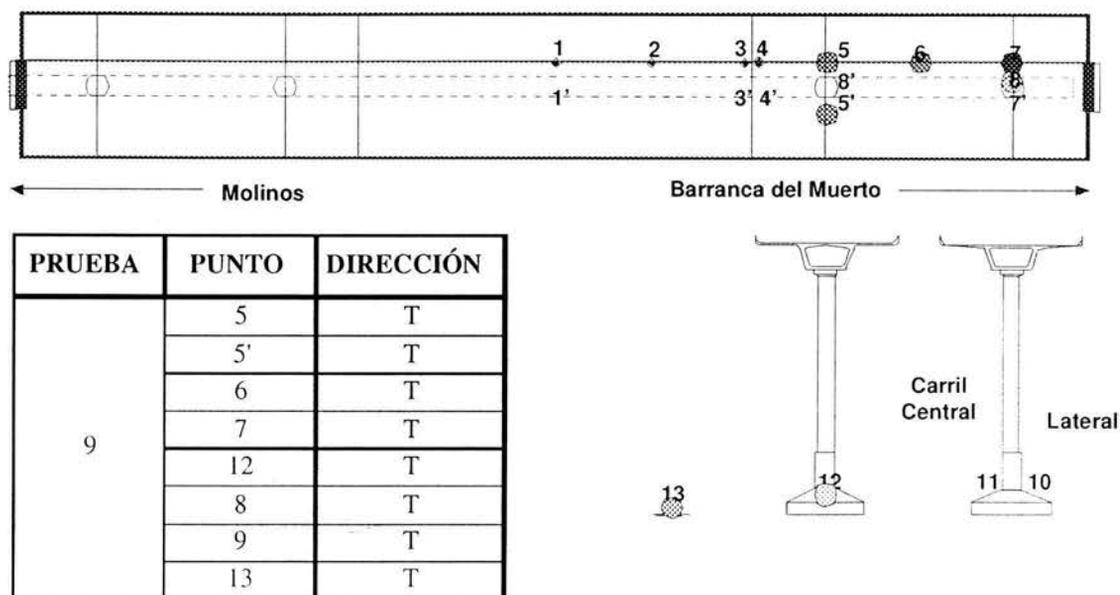


Figura 3.11 Bitácora y esquema de la prueba 9

PRUEBA 10

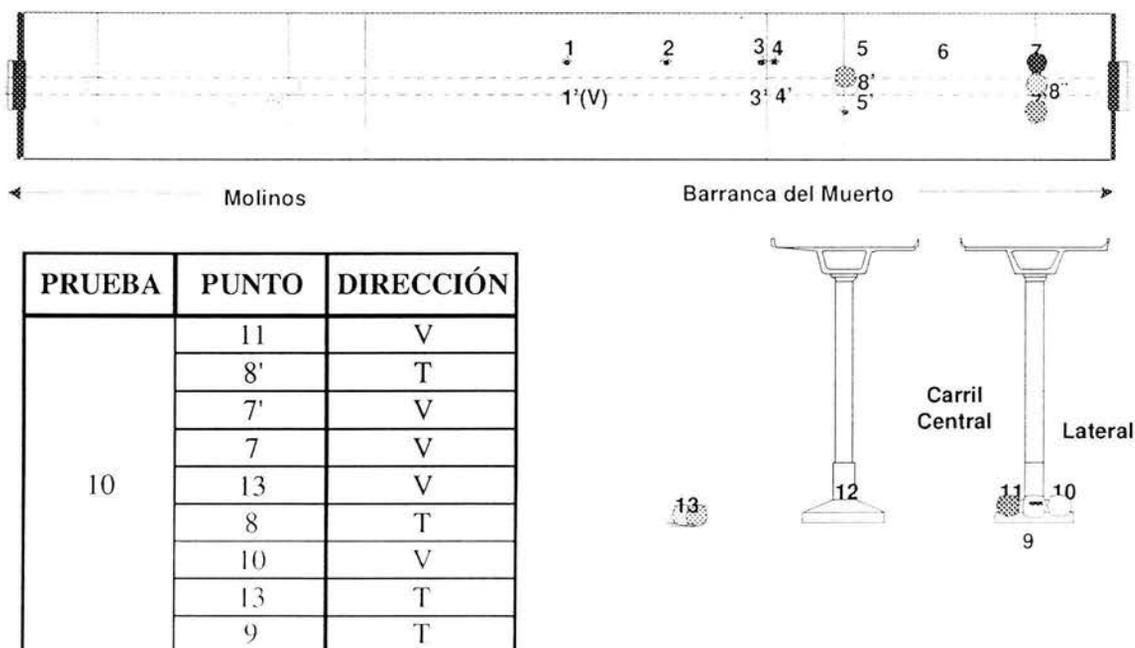
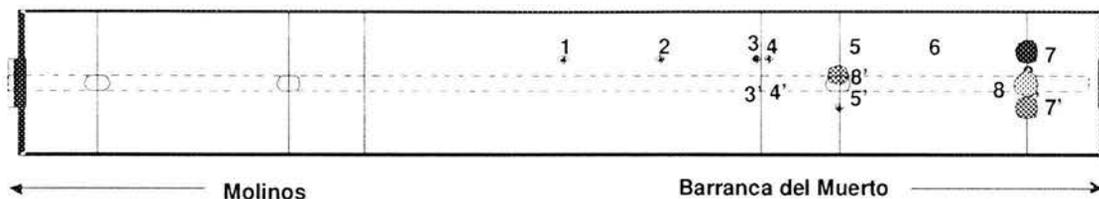


Figura 3.12 Bitácora y esquema de la prueba 10

PRUEBA 11



PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
11	11	V
	8'	T
	7'	V
	7	V
	13	V
	8	T
	10	V
	13	T
9	T	

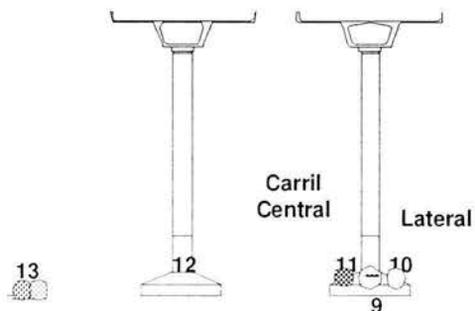
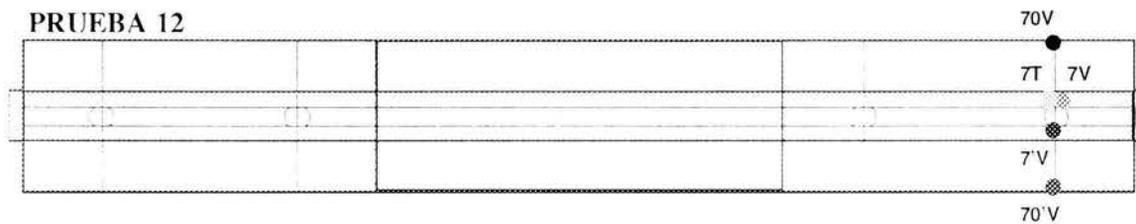


Figura 3.13 Bitácora y esquema de la prueba 11

En las figuras 3.14 a 3.20 se presenta la bitácora de pruebas y la representación esquemática de la ubicación de los sensores para cada prueba durante el registro realizado al primer tramo, en la segunda etapa.

PRUEBA 12



PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
12	70'	V
	7'	V
	7	V
	70	V
	7	T
	10	V
	11	V
	13	T
12	T	

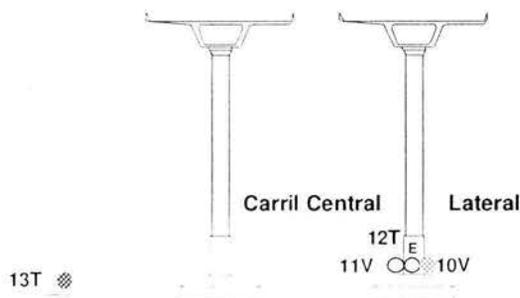
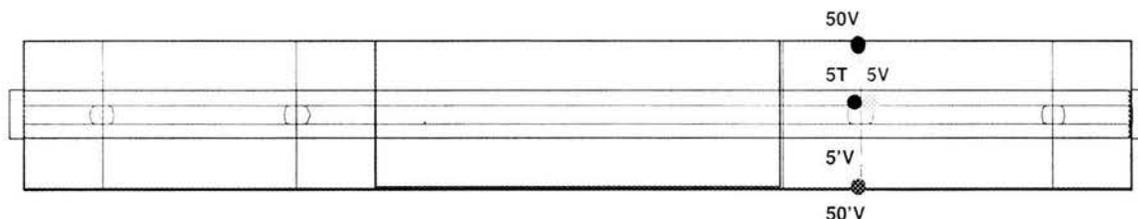


Figura 3.14 Bitácora y esquema de la prueba 12

PRUEBA13



PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
13	50'	V
	5	T
	5	V
	50	V
	5'	V
	10'	V
	11'	V
	13	T
12	T	

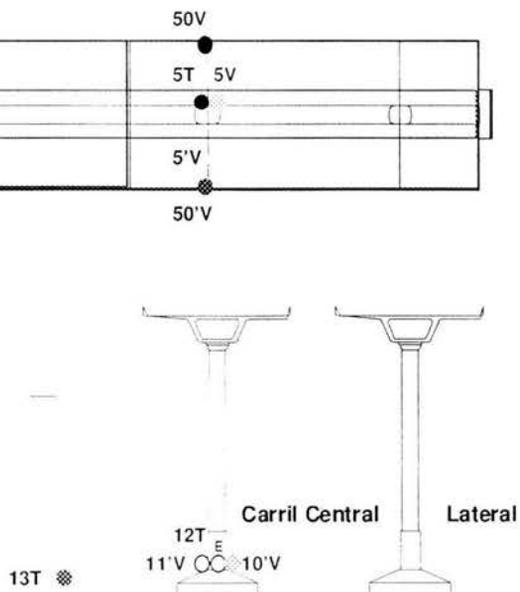
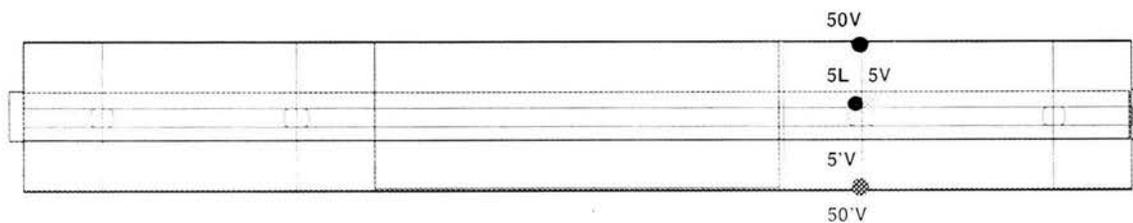


Figura 3.15 Bitácora y esquema de la prueba 13

PRUEBA 14



PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
14	50'	V
	5	L
	5	V
	50	V
	5'	V
	10"	V
	11"	V
	13	L
12	L	

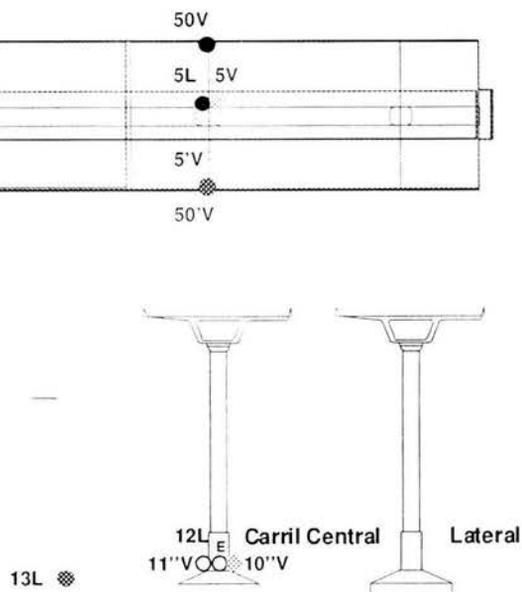
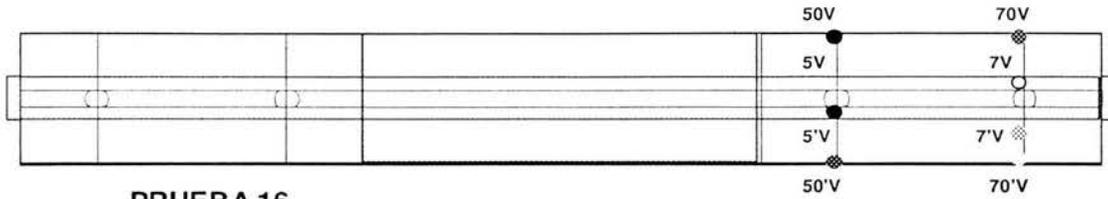
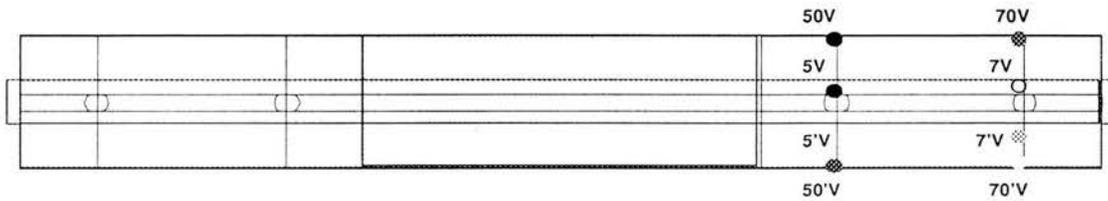


Figura 3.16 Bitácora y esquema de la prueba 14

PRUEBA 15



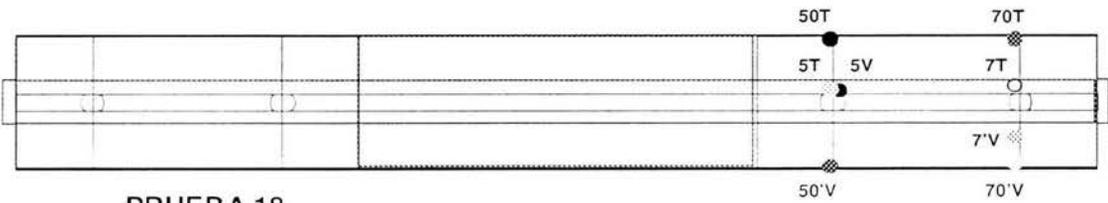
PRUEBA 16



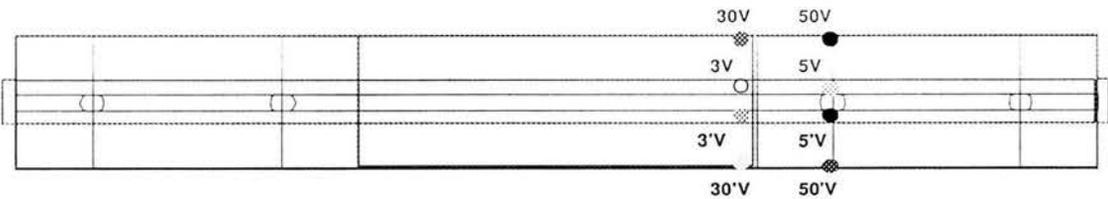
PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
15	50'	V
	5'	V
	5	V
	50	V
	70'	V
	7'	V
	7	V
70	V	

PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
16	50'	V
	5	V
	5	T
	50	T
	70'	V
	7'	V
	7	T
70	T	

PRUEBA 17



PRUEBA 18



PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
17	50'	V
	5'	V
	5	T
	50	T
	70'	V
	7'	T
	7	T
70	T	

PRUEBA	PUNTO	DIRECCIÓN
18	50'	V
	5'	V
	5	V
	50	V
	30'	V
	3'	V
	3	V
30	V	

Figura 3.17 Bitácora y esquema de la prueba 15, 16, 17, 18

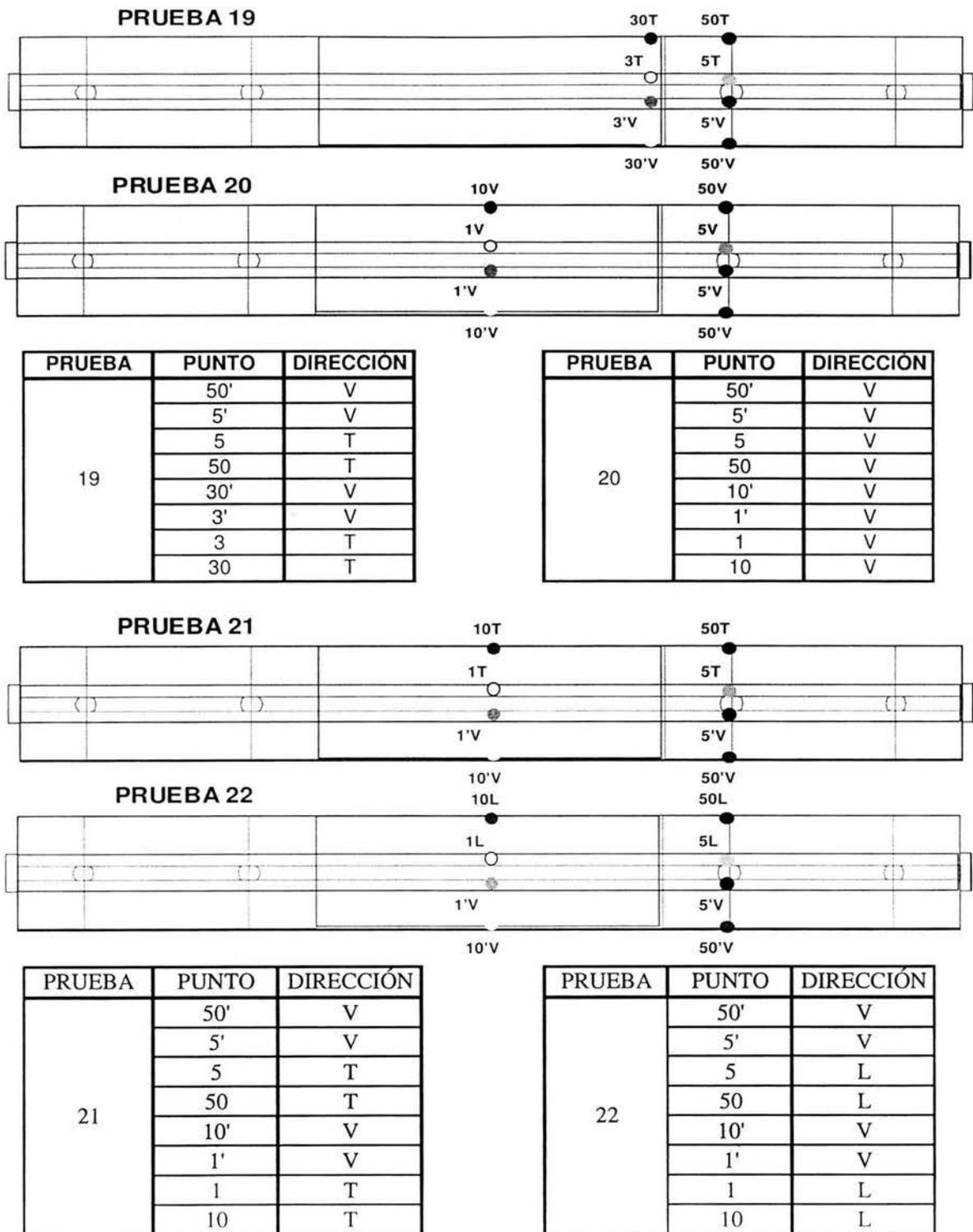


Figura 3.18 Bitácora y esquema de la prueba 19, 20, 21, 22

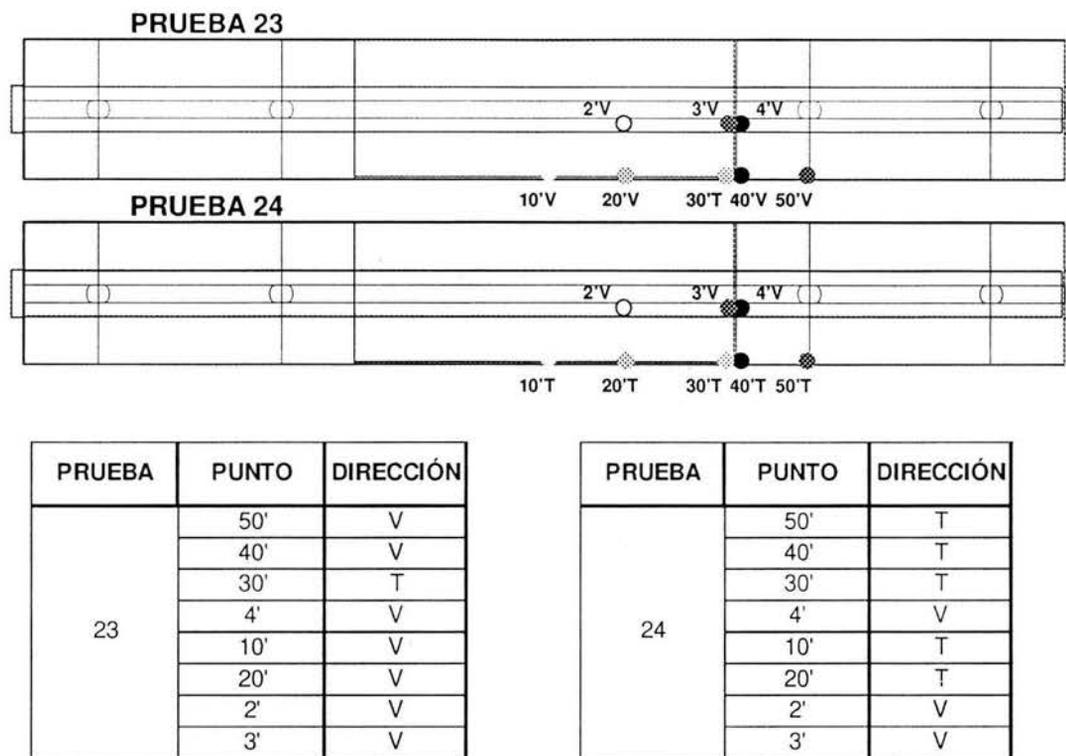


Figura 3.19 Bitácora y esquema de la prueba 23, 24

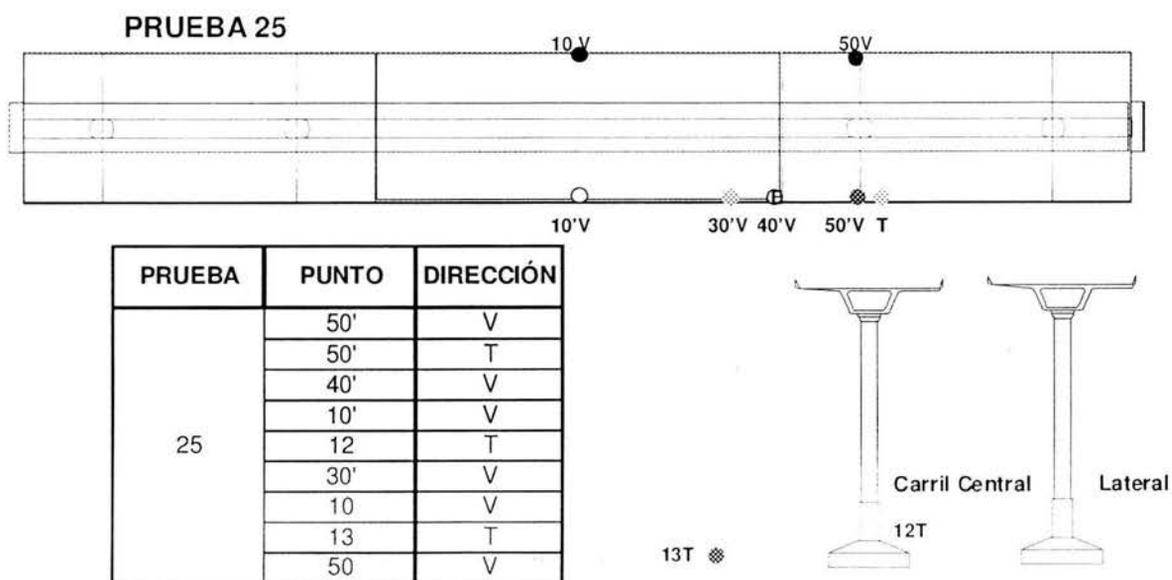


Figura 3.20 Bitácora y esquema de la prueba 25

4. Análisis de los resultados.

4.1. Propiedades dinámicas del tramo Barranca del Muerto – Las Flores

En este apartado, se identificarán las principales frecuencias de la estructura en las direcciones transversal (T), longitudinal (L), vertical (V) y de torsión (R), así como las configuraciones modales asociadas a dichas frecuencias.

Para determinar la frecuencia fundamental de la estructura en cada componente, se utilizaron los espectros obtenidos en la superestructura comparados con los espectros de la base o el terreno, basándose en las ordenadas máximas de la función de transferencia.

Mediante los análisis entre los puntos extremos de una misma sección transversal de las trabes TA y TC fueron determinadas las frecuencias de vibración de torsión, con referencia - además de las ordenadas máximas del espectro de Fourier - en el ángulo de fase, tomando en cuenta que, cuando dos puntos en observación se encuentran cercanos a 180 grados en ángulo de fase, se dice que están *desfasados (torsión)*, en cambio, cuando están próximos a cero grados, se dice que están *en fase*.

Además, se presentan las configuraciones modales del sitio II estudiado, normalizadas con respecto a la amplitud espectral máxima, para cada frecuencia característica, de un arreglo de puntos que representan el movimiento para cada componente (L, T, V o R), respectivamente. Adicionalmente, se encontraron cuatro modos de vibrar en los entre ejes B174 y B175 vistos en planta en la figura 4.1.

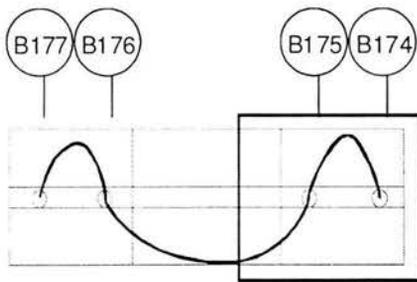


Fig. 4.1a. Primer modo simétrico (1VS)
Plano horizontal

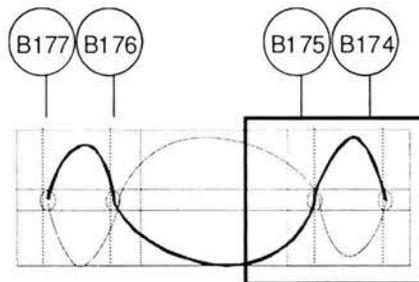


Fig. 4.1c. Primer modo simétrico de torsión (1VSR)
Plano horizontal

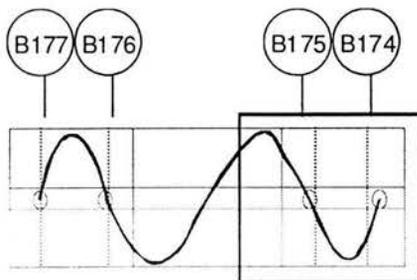


Fig. 4.1b. Primer modo asimétrico (1VAS)
Plano horizontal

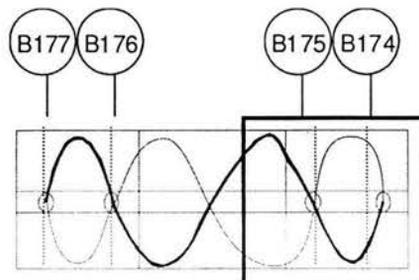


Fig. 4.1c. Primer modo asimétrico de torsión (1VASR)
Plano horizontal

Figura 4.1. Principales modos identificados en el sitio II estudiado

Comparando las mediciones de vibración ambiental entre los puntos que se encuentran a uno y otro lado de la junta de las traveses TA y TC, se deduce que se mueven igual, es decir, las dos traveses están ligadas.

4.1.1. Propiedades dinámicas del sitio I en estudio

Para determinar las frecuencias predominantes en la dirección longitudinal (L) y transversal (T) del sitio I en estudio, se identificaron las ordenadas máximas de las densidades espectrales de los puntos 1, 2, 7, 8 y 9 (figs. 4.1.1 a 4.1.6).

Análogamente, los puntos 3, 4, 5 y 6 sirvieron para identificar las principales frecuencias en la dirección vertical (V).

Las frecuencias de torsión se determinaron con los cocientes de los puntos 1 y 7, y como apoyo adicional, el ángulo de fase.

En la tabla 4.1 se exponen las frecuencias fundamentales de la estructura en negritas, posibles modos superiores de la estructura están señalados con asterisco (*).

	Dirección L		Dirección T	
	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
Eje B135	2.344	0.427	2.295	0.436
	3.418*	0.293	3*	0.333
	3.76*	0.266		
	4.004*	0.250		
	7.91 - 7.96*	0.12 - 0.1256		
	8.057 - 8.154*	0.1241 - 0.1226		
Eje B136	2.539	0.394	2.881*	0.347
	2.637*	0.379	2.441 - 2.93	0.41 - 0.3412
	4.004*	0.250	4.004 - 4.053*	0.25 - 0.246
	8.008 - 8.154*	0.124 - 0.122	7.764*	0.129
			8.057 - 8.154*	0.124 - 0.122

Tabla 4.1. Frecuencias de vibración identificadas en el sitio I en estudio

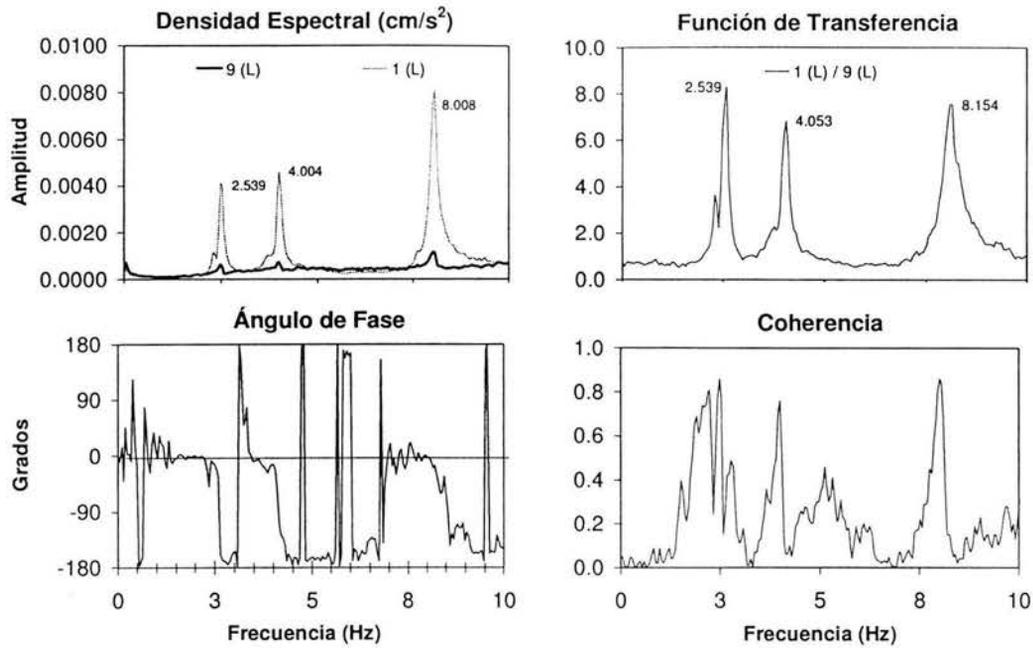


Figura 4.1.1. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 1 y 9 del eje B136, con los sensores orientados en la dirección L

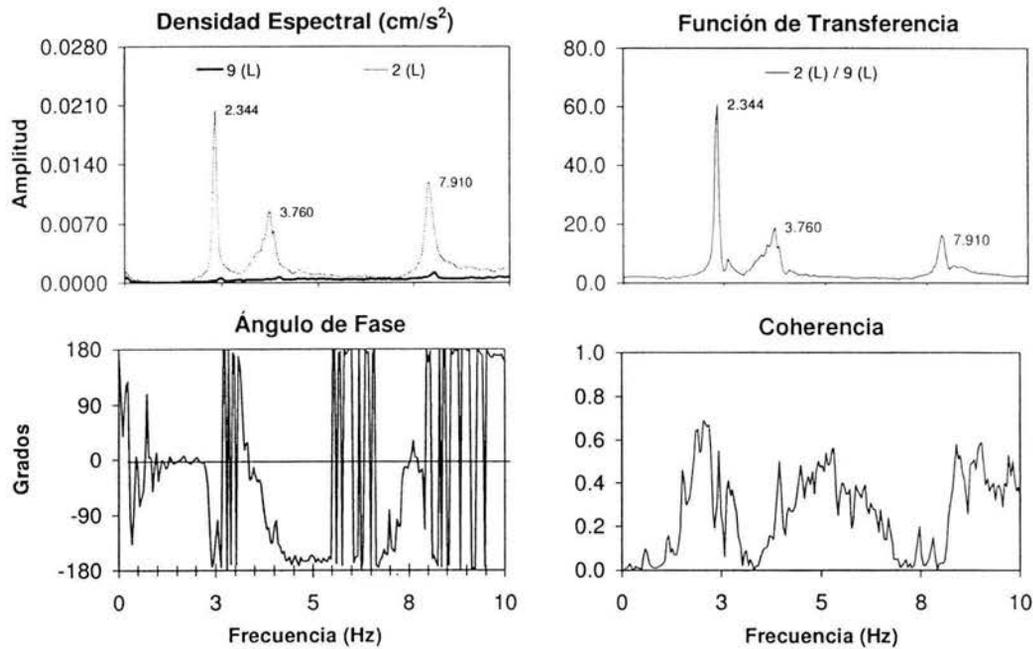


Figura 4.1.2. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 2 y 9 del eje B135, con los sensores orientados en la dirección L

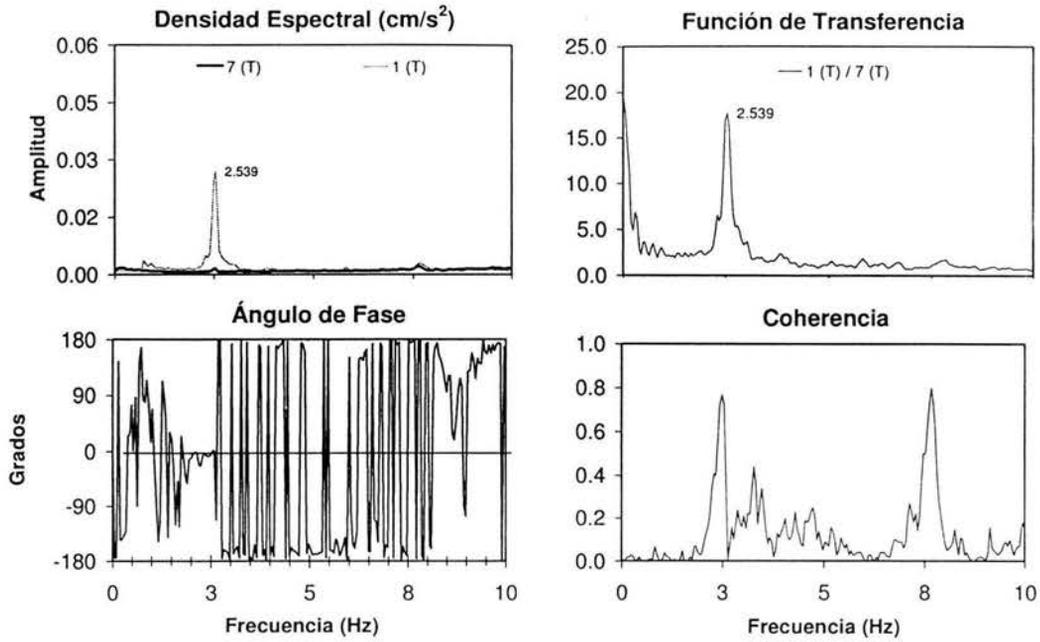


Figura 4.1.3. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 1 y 7 del eje B136, con los sensores orientados en la dirección T

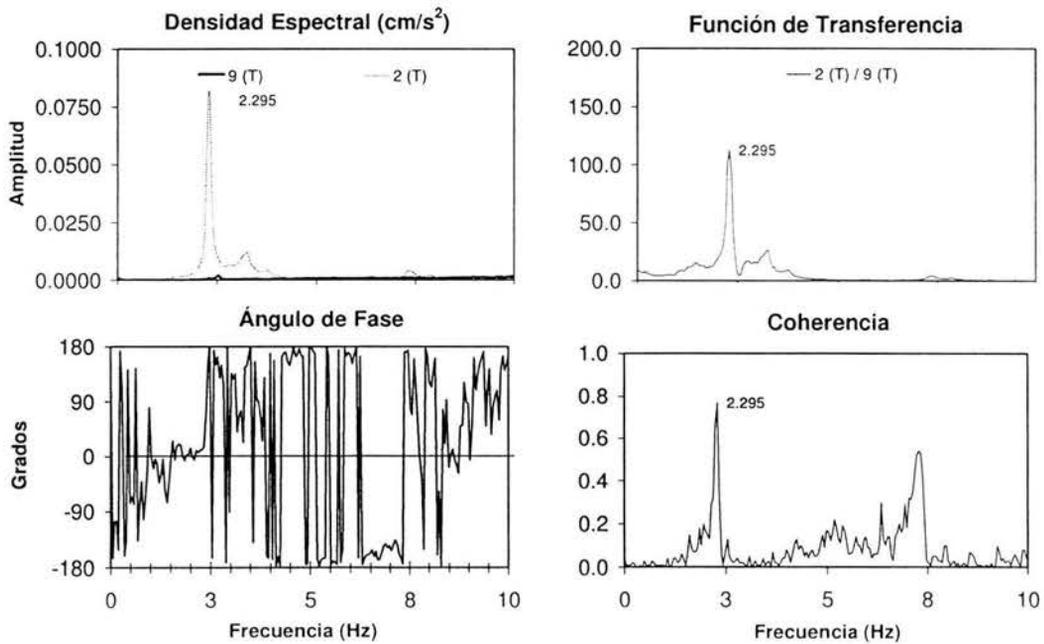


Figura 4.1.4. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 2 y 9 del eje B135, con los sensores orientados en la dirección T

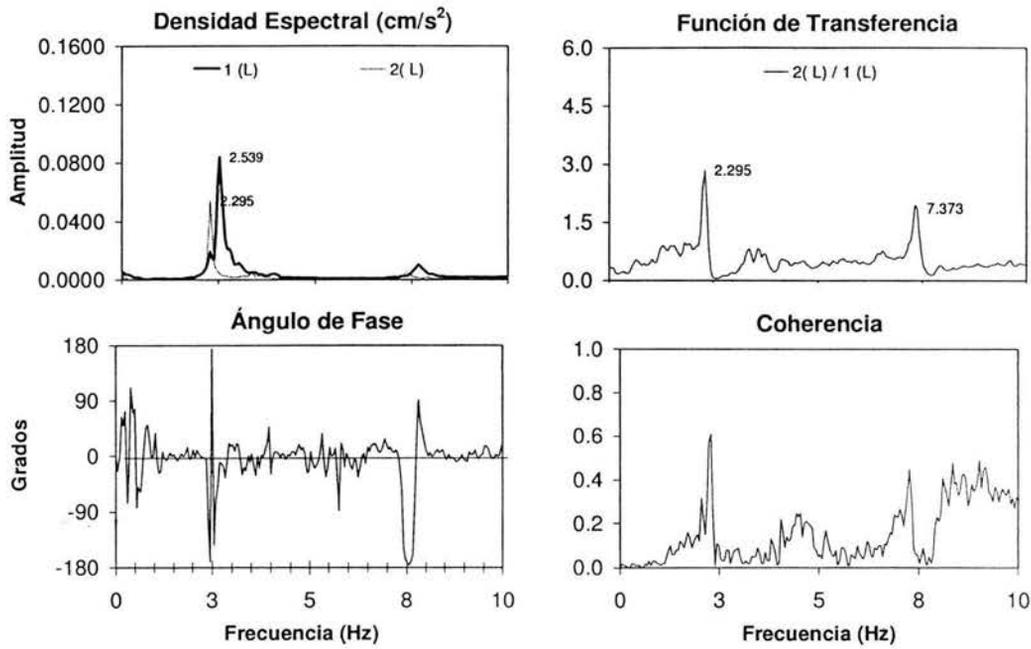


Figura 4.1.5. Comparación de espectros promedio entre los ejes B135 y B136 en los puntos 1 y 2, con los sensores orientados en la dirección L

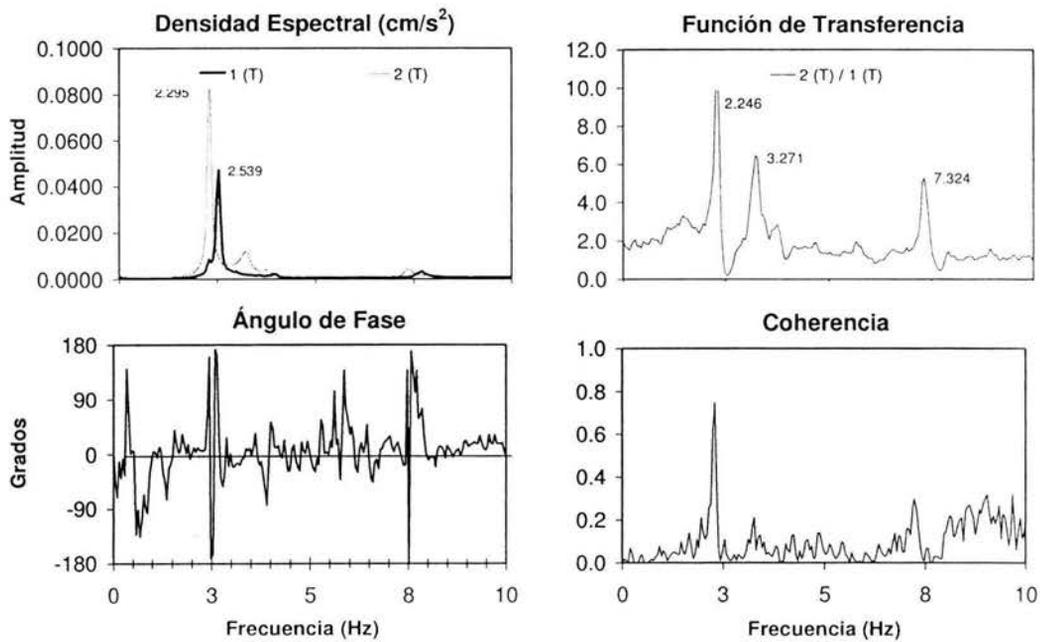


Figura 4.1.6. Comparación de espectros promedio entre los ejes B135 y B136 en los puntos 1 y 2, con los sensores orientados en la dirección T

4.1.2. Propiedades dinámicas del sitio II en estudio.

Para hallar las frecuencias principales en las componentes T y L, se identificaron las ordenadas máximas de las densidades espectrales de los puntos 1, 5, 7, 12, 13, 1', 5', 7', principalmente (figs. 4.2 a 4.7).

Análogamente, los puntos 10, 50, 70, 10', 50', 70' sirvieron para identificar las principales frecuencias de torsión (R) con ayuda del ángulo de fase.

Las frecuencias en la dirección vertical (V) se determinaron con los cocientes de los puntos 1, 5, 7, 9, 10, 11, 12

En las tablas 4.2 a 4.5, se presentan las frecuencias representativas del sitio II en estudio en sus dos etapas.

ETAPA I	
Dirección T	
Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
1.074 - 1.27	0.931 - 0.787
1.904*	0.525

ETAPA II	
Dirección T	
Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
1.123 - 1.66	0.890 - 0.602
2.979	0.336

*Movimiento acoplado con torsión

Tabla 4.2. Frecuencias características en la componente T de las etapas I y II del sitio II en estudio

ETAPA I		
Dirección V		
MODO	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
1VS	3.223	0.310
1VAS	4.443	0.225
	5.273	0.190
	7.227 - 7.275	0.138 - 0.137

ETAPA II		
Dirección V		
MODO	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
1VS	2.344	0.427
	3.857	0.259
	4.004	0.250
	4.102	0.244
	4.639	0.216
1VAS	7.86	0.127

Tabla 4.3. Frecuencias características en la componente V de las etapas I y II del sitio II en estudio

ETAPA I			ETAPA II		
Torsión R			Torsión R		
MODO	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)	MODO	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
1VSR	1.709	0.585	1VSR	3.223	0.310
	2.49	0.402		3.955	0.253
	2.734	0.366		6.49	0.154
	3.711	0.269		7.324	0.137
	4.688	0.213		1VASR	8.98 - 9.23
1VASR	1.904*	0.525			
	2.148	0.466			
	5.469	0.183			
	5.762	0.174			
	6.055 - 6.201	0.165 - 0.161			

*Movimiento acoplado con dirección T

Tabla 4.4. Frecuencias características de torsión (R) de las etapas I y II del sitio II en estudio

ETAPA II	
Dirección L	
Frecuencia (Hz)	Periodo (s)
3.76 - 3.906	0.266 - 0.256
4.541	0.22
2.93	0.341
5.176	0.193
6.055	0.165

Tabla 4.5. Frecuencias características en la componente L de las etapas I y II del sitio II en estudio

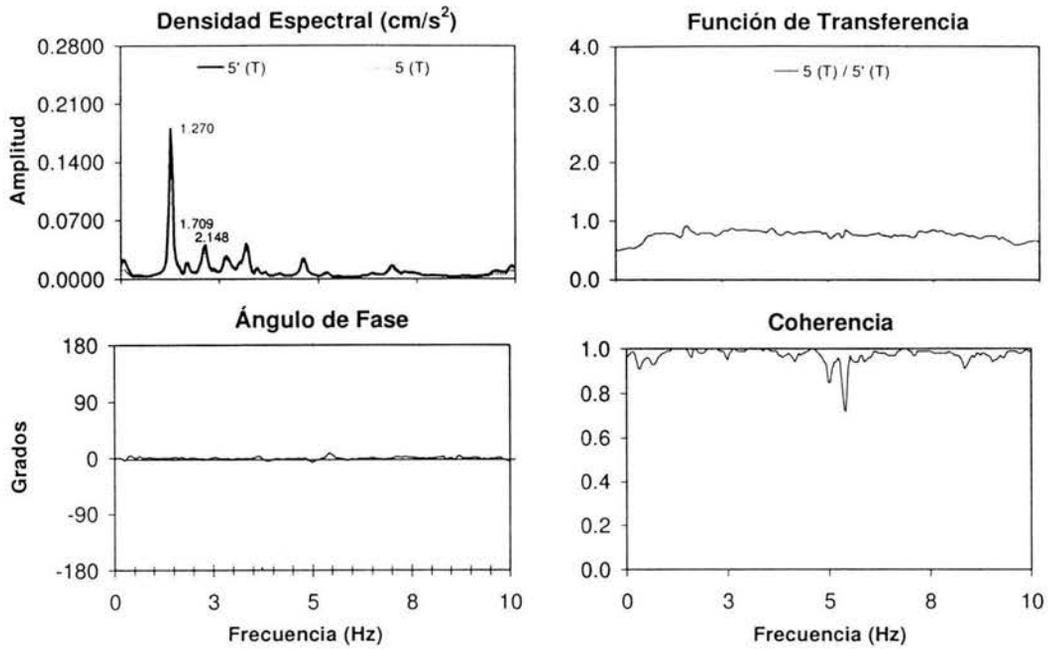


Figura 4.1.1. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 5 y 5' en la etapa I, con los sensores orientados en la dirección T

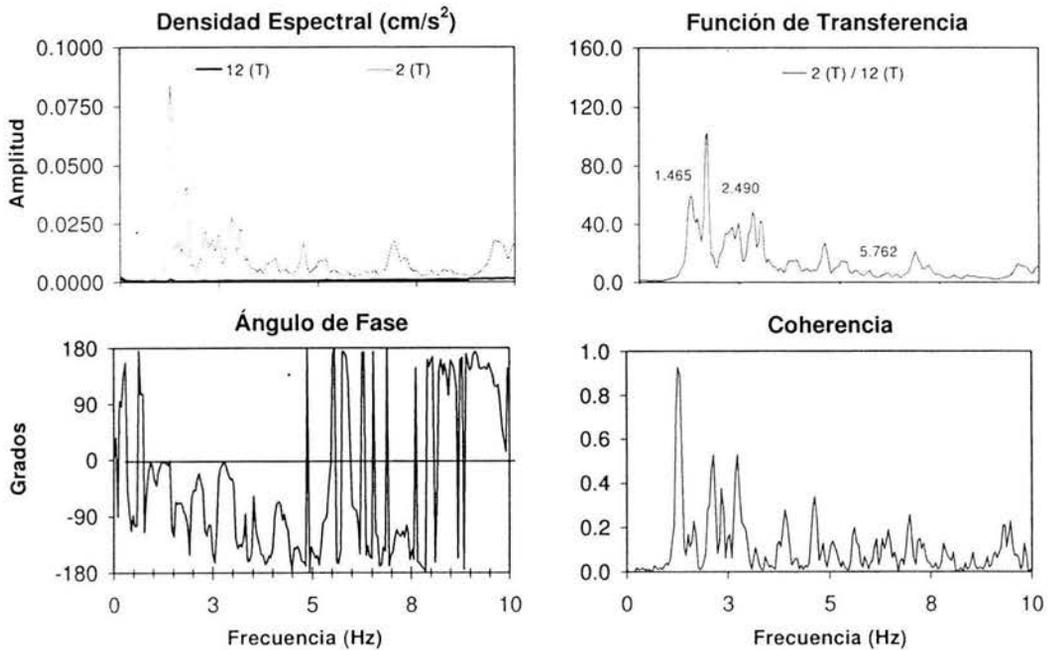


Figura 4.1.2. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 2 y 12 en la etapa I, con los sensores orientados en la dirección T

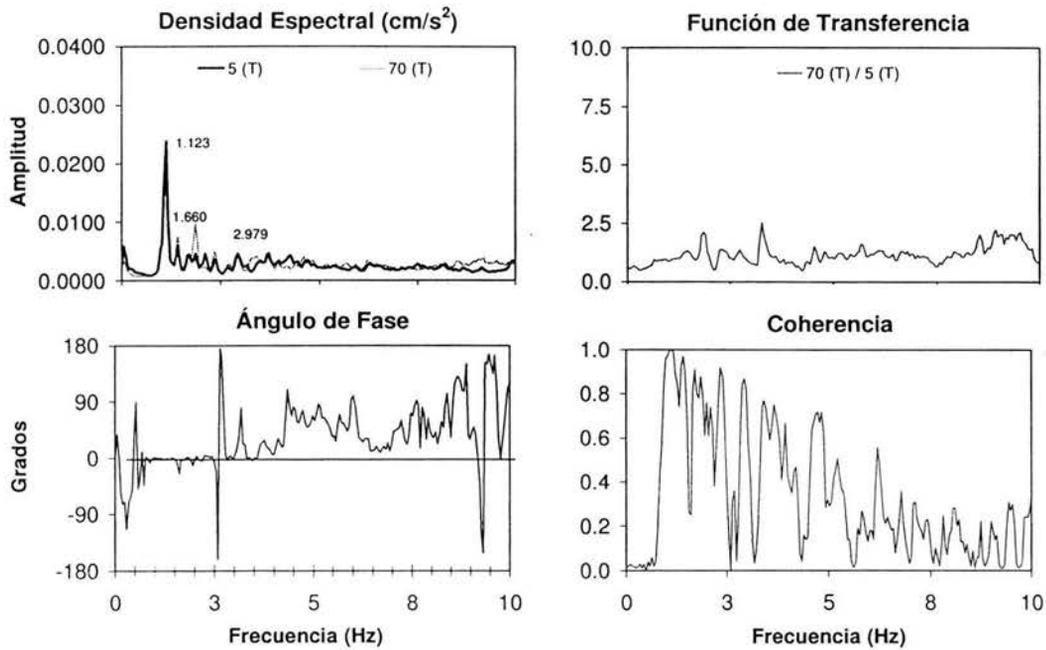


Figura 4.1.3. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 5 y 70 en la etapa II, con los sensores orientados en la dirección T

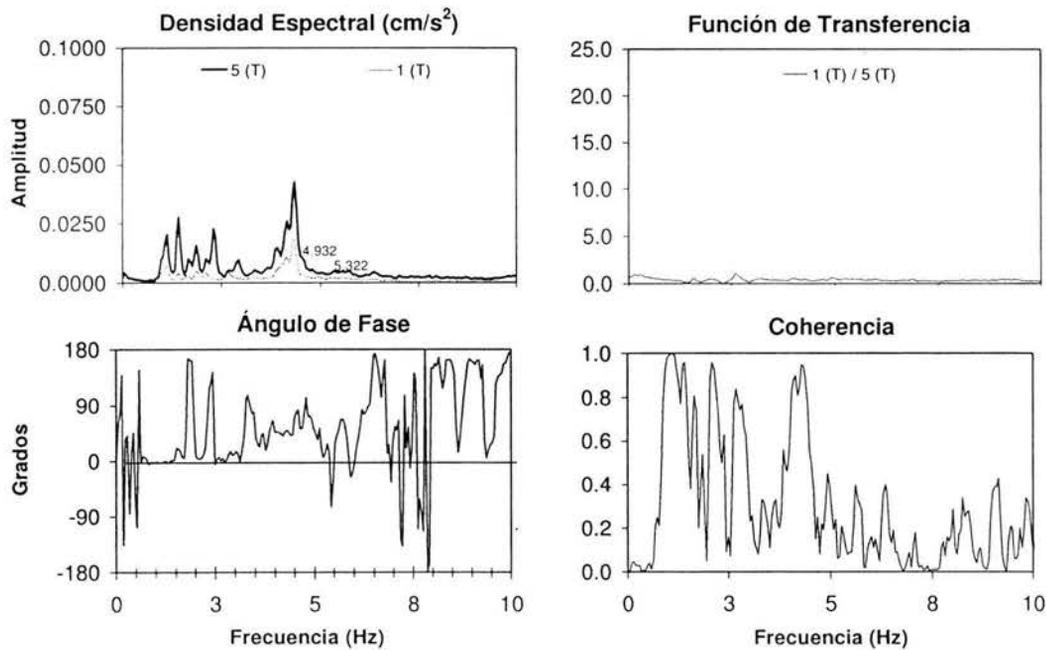


Figura 4.1.4. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 1 y 5 en la etapa II, con los sensores orientados en la dirección T

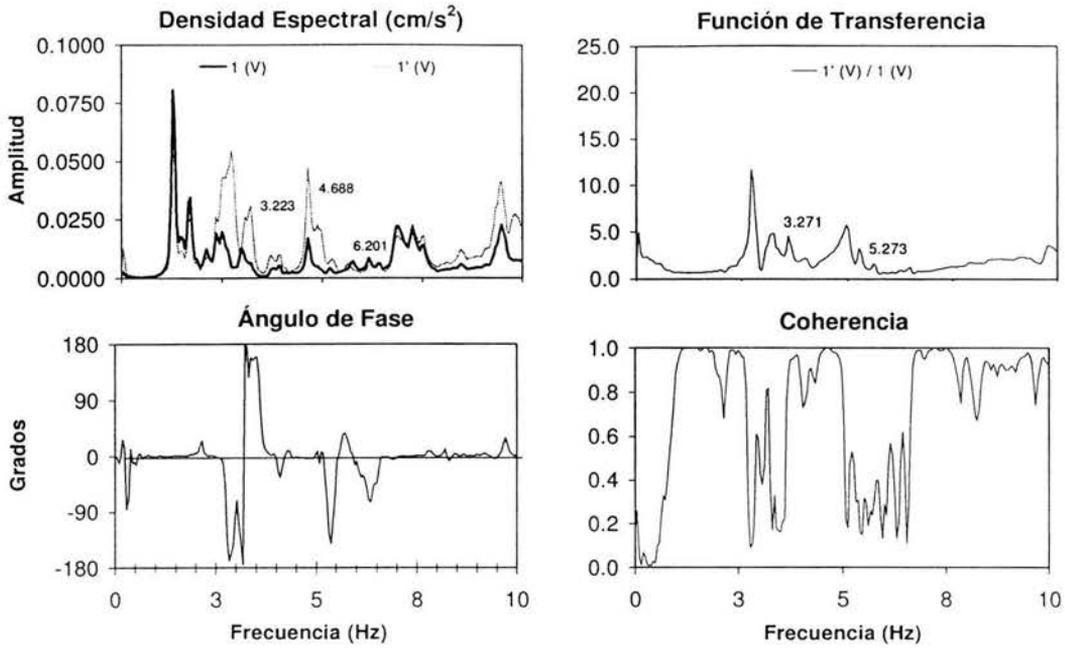


Figura 4.1.5. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 1 y 1' en la etapa I, con los sensores orientados en la dirección V

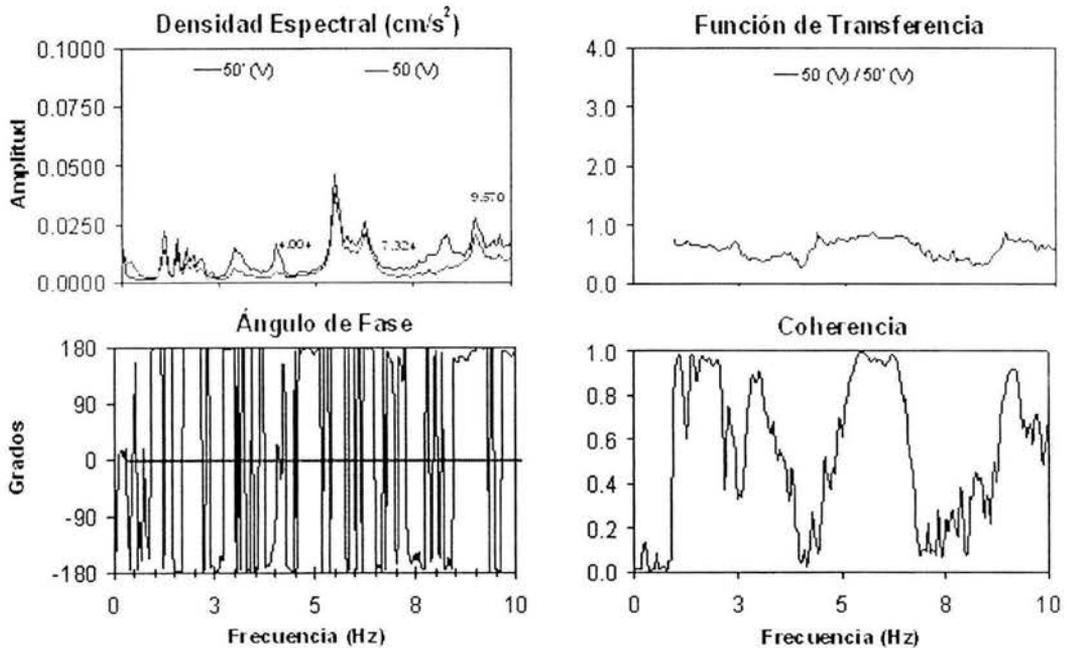


Figura 4.1.6. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 50 y 50' en la etapa II, con los sensores orientados en la dirección V

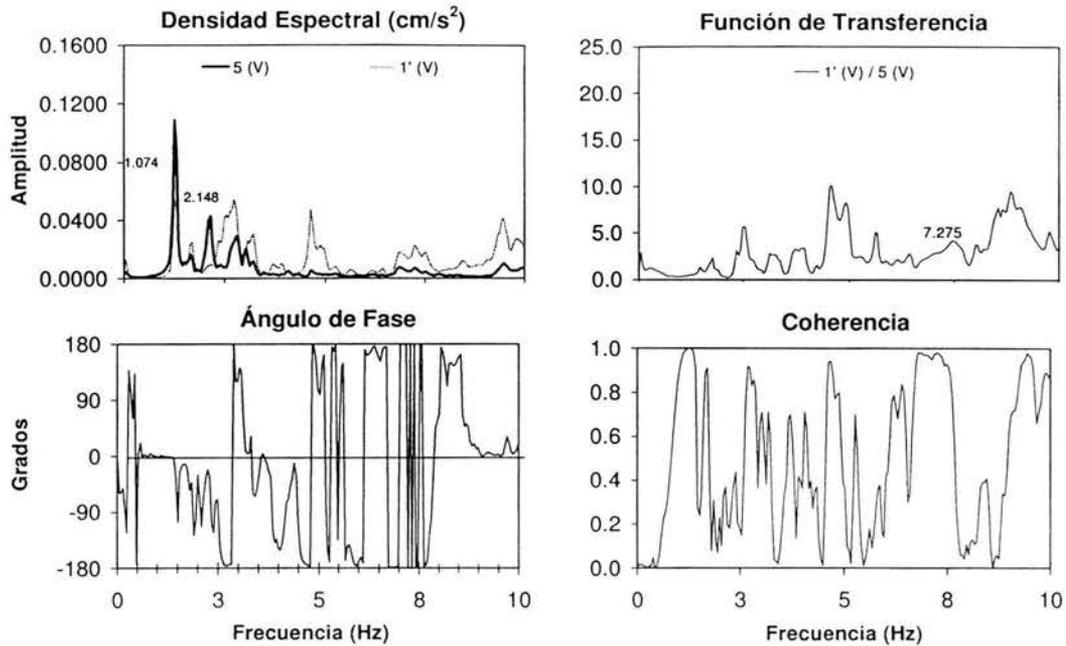


Figura 4.1.7. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 1' y 5 en la etapa I, con los sensores orientados en la dirección V

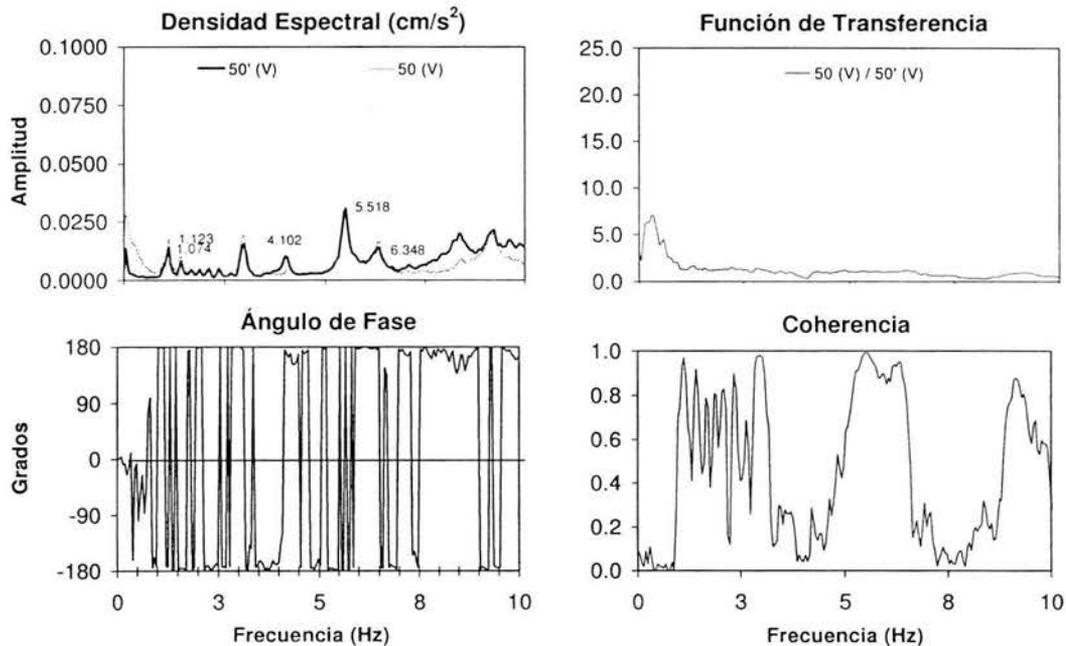


Figura 4.1.8. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 50 y 50' en la etapa II, con los sensores orientados en la dirección V

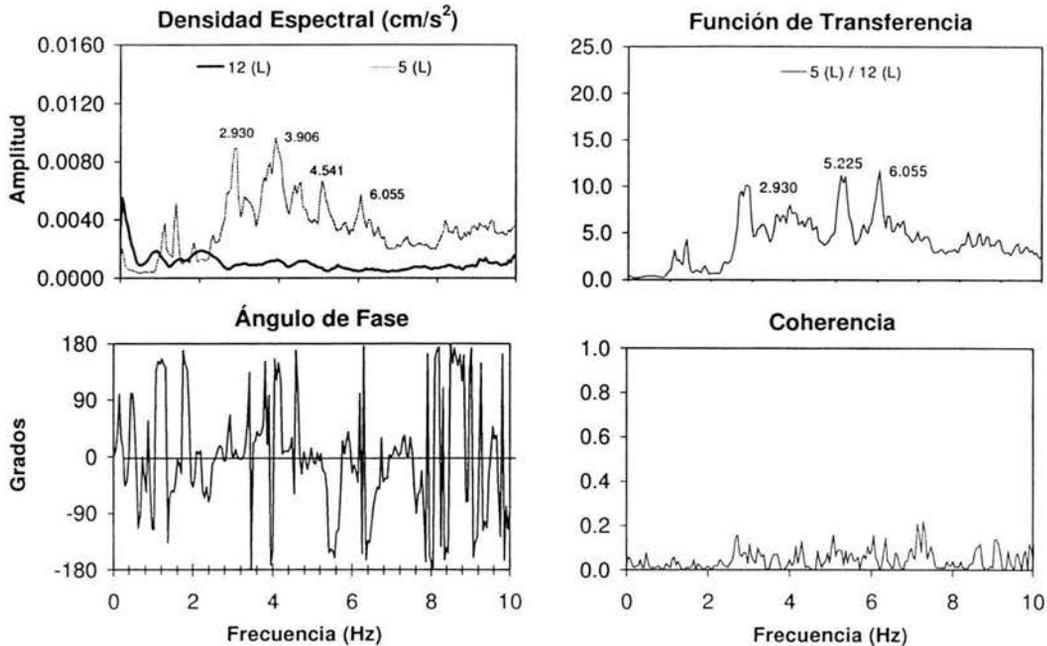


Figura 4.1.9. Espectros promedio obtenidos simultáneamente entre los puntos 5 y 12 en la etapa II, con los sensores orientados en la dirección L

4.1.2.1 Formas modales del sitio II en estudio

A continuación se describen las formas modales identificadas en el sitio II de estudio para las etapas I y II, respectivamente (figs. 4.1.10 a 4.1.19). Para la elaboración de las gráficas del comportamiento de los puntos estudiados en el plano, se hicieron modificaciones a un programa utilizado para el trazo de las formas modales en un puente ubicado en Coatzacoalcos, México (Mendoza, 2004).

Para lograr una mejor visualización del comportamiento del puente en las frecuencias características, se presenta una configuración tridimensional con la información de los puntos ubicados en la dirección vertical (V). La parte oscura de la configuración modal en la vista tridimensional, significa un movimiento hacia abajo (negativo), por el contrario, la parte clara presenta un movimiento hacia arriba (positivo).

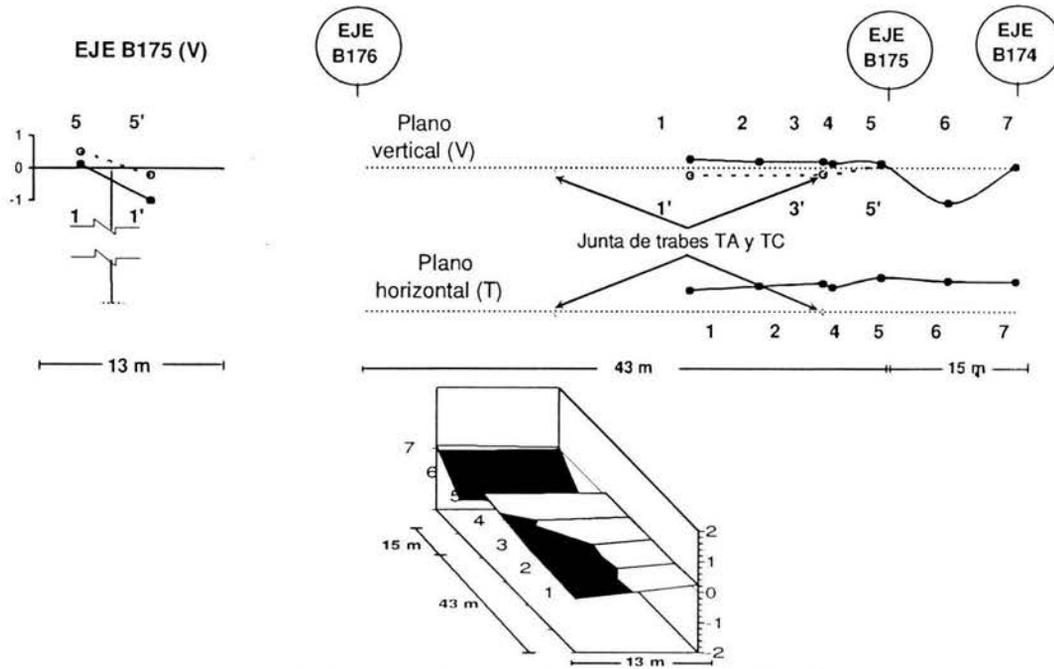


Figura 4.1.10. Modo en la dirección T ($f = 1.27 \text{ Hz}$) de la etapa I

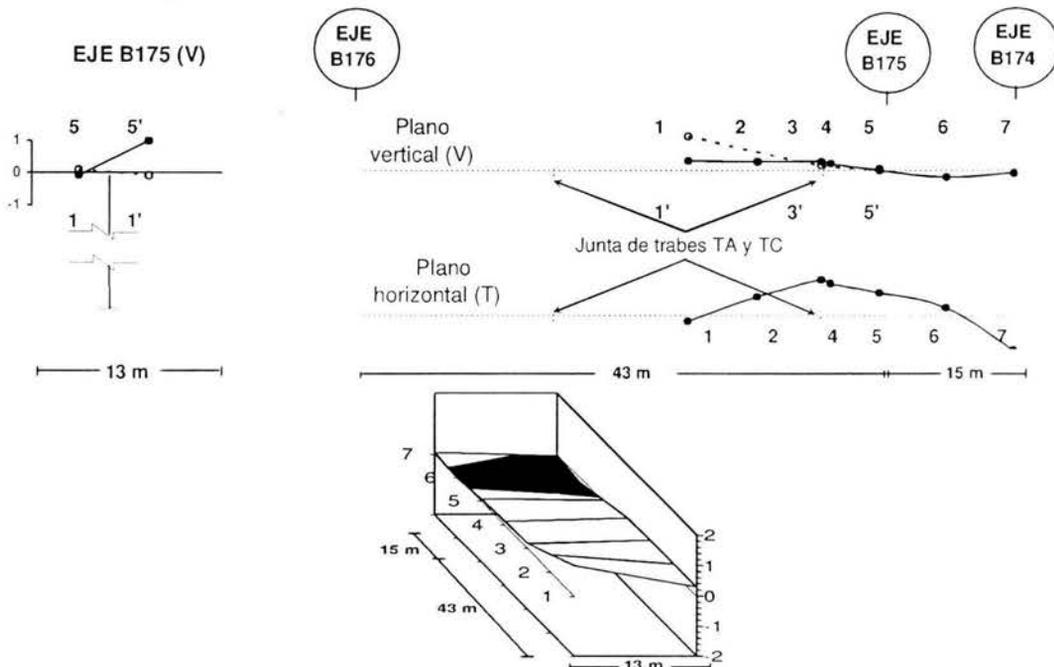


Figura 4.1.11. Modo simétrico de torsión IVSR ($f = 2.73 \text{ Hz}$), de la etapa I

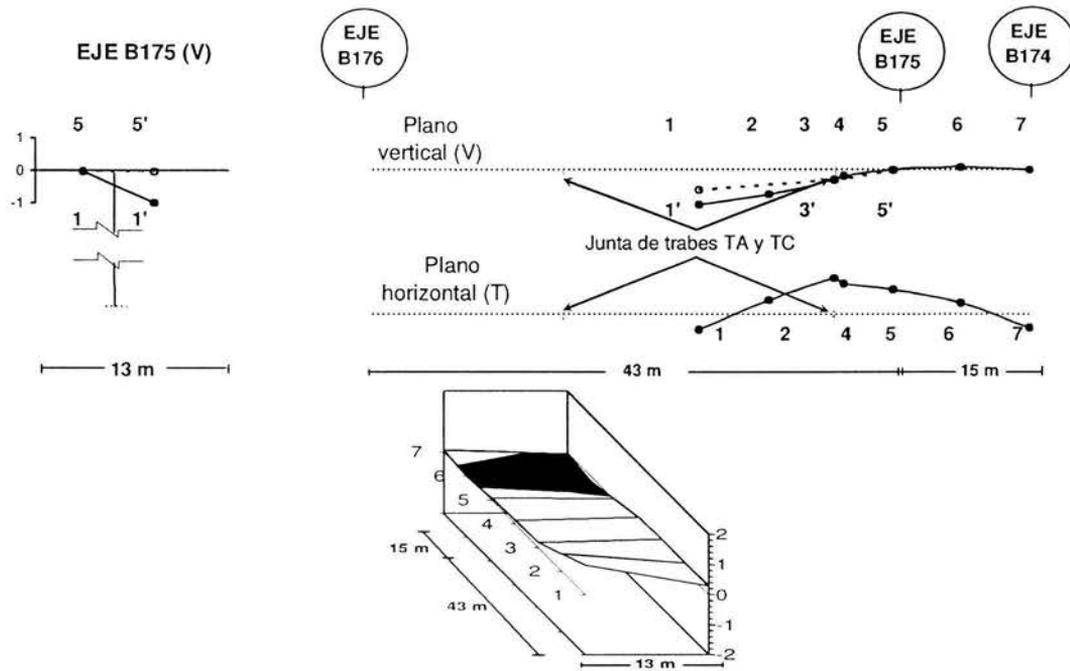


Figura 4.1.12. Modo simétrico en la dirección VIVS ($f = 3.22$ Hz), de la etapa I

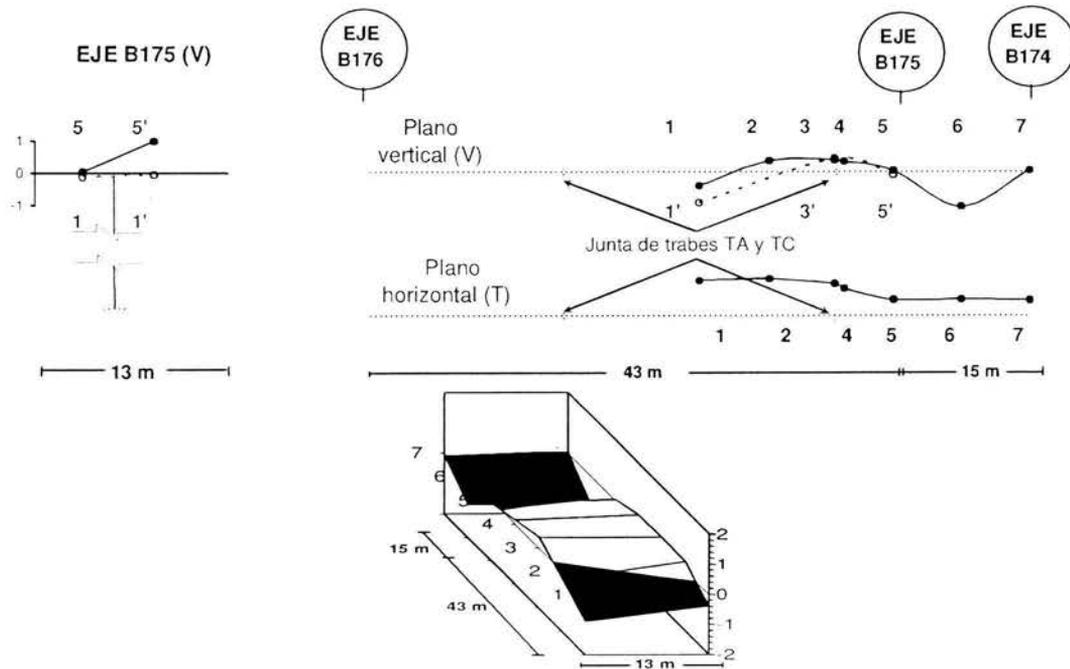


Figura 4.1.13. Modo asimétrico en la dirección VIVS ($f = 4.44$ Hz), de la etapa I

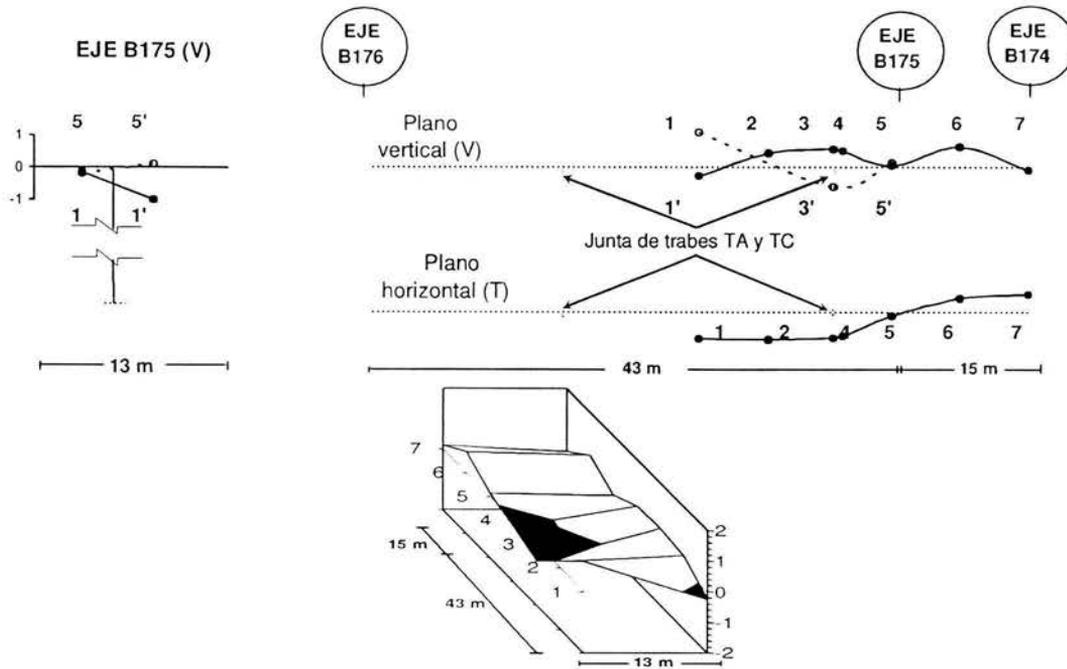


Figura 4.1.14. Modo asimétrico de torsión IVASR ($f = 5.76$ Hz), de la etapa I

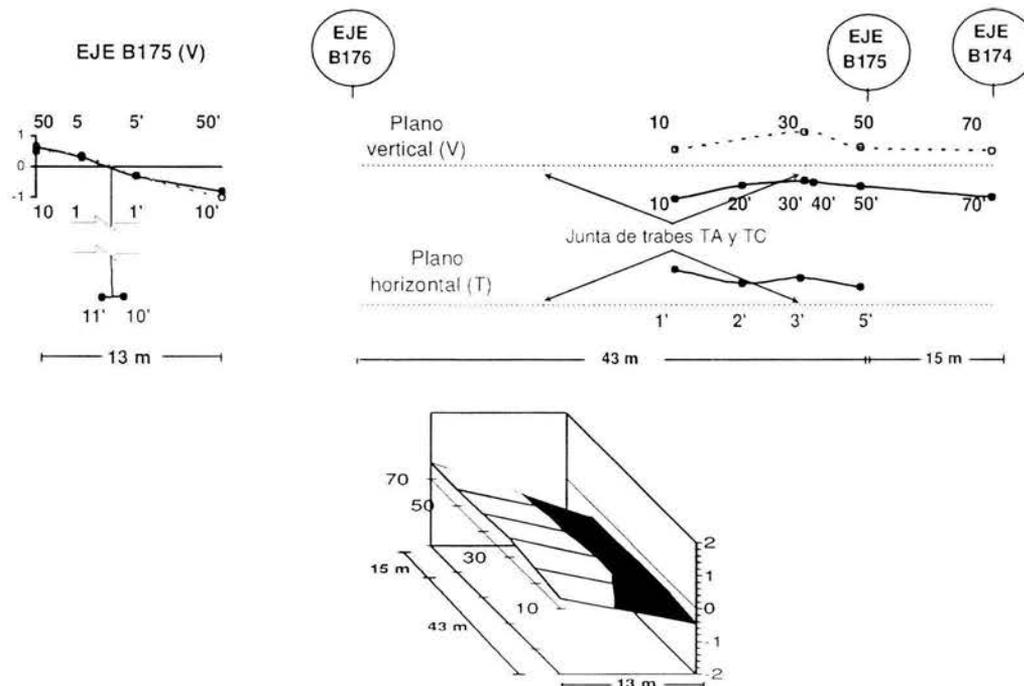


Figura 4.1.15. Modo en la dirección T ($f = 1.12 - 1.66$ Hz) de la etapa II

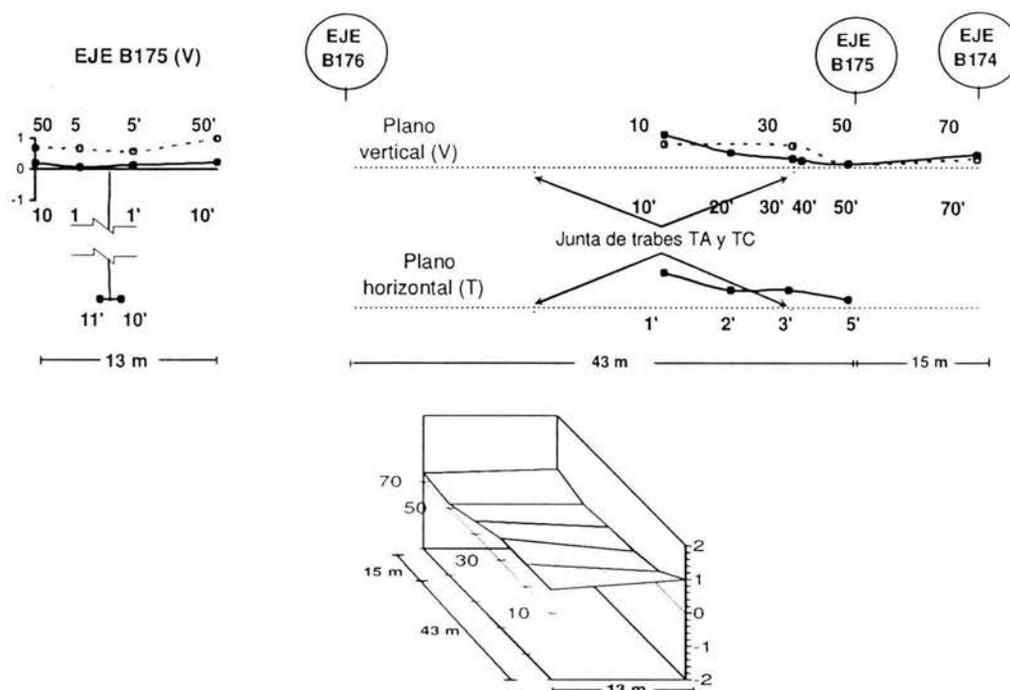


Figura 4.1.16. Modo simétrico en la dirección V IVS ($f = 4.00$ Hz), de la etapa II

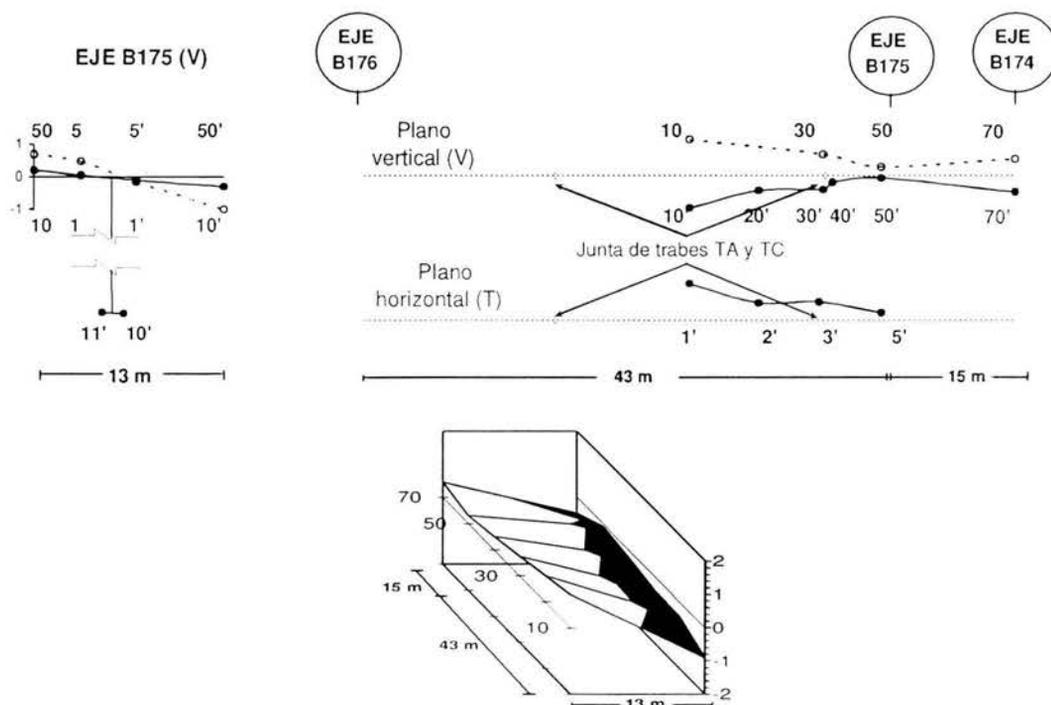


Figura 4.1.17. Modo simétrico de torsión IVSR ($f = 6.49$ Hz), de la etapa II

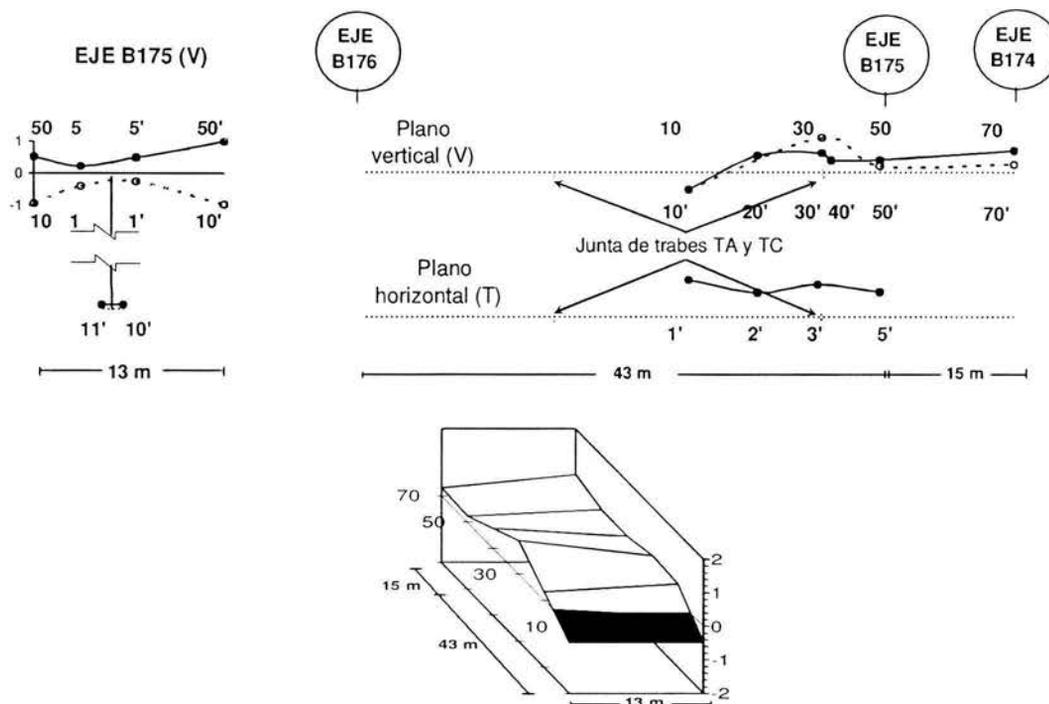


Figura 4.1.18. Modo asimétrico en la dirección V IVAS ($f = 7.86$), de la etapa II

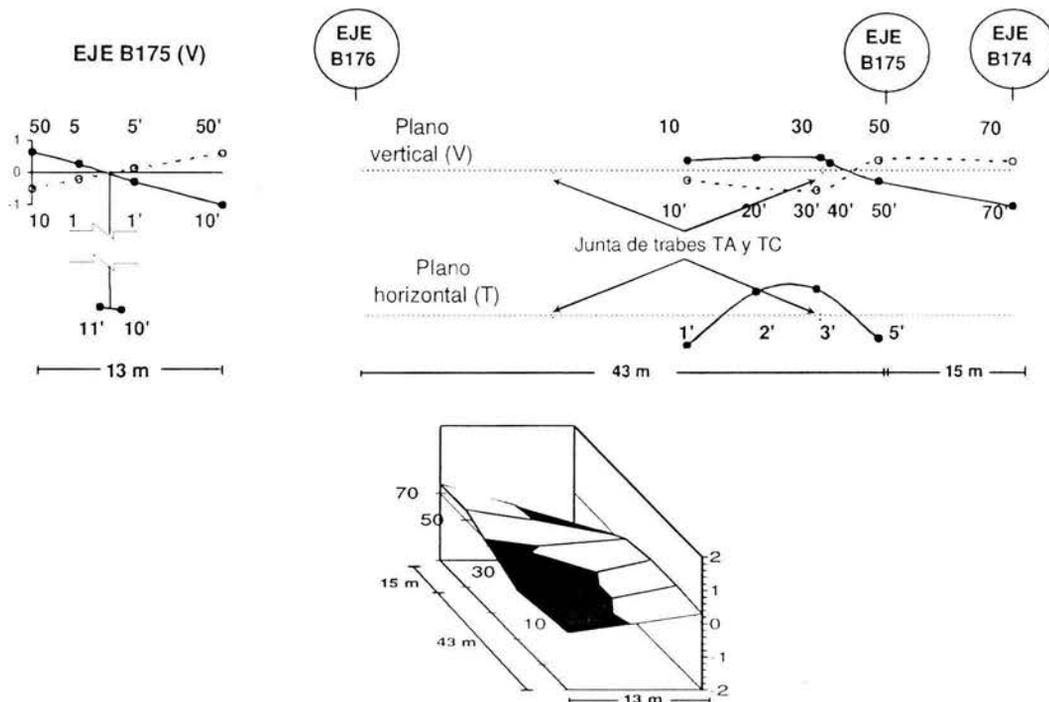


Figura 4.1.19. Modo asimétrico de torsión IVASR ($f = 8.98 - 9.23$), de la etapa II

4.2. Efectos de Interacción Suelo - Estructura (ISE)

4.2.1. Cálculo de la masa del modelo

Para poder evaluar los efectos ISE, es necesario obtener la matriz de masas del sistema estructural, en este caso, se idealizará al eje B174 como un péndulo invertido, con un solo elemento en la matriz de masas (fig. 4.2.1), el mismo caso se aplica al eje B175.

Debido a la repartición de cargas por áreas tributarias, se definirá como la masa del modelo a aquella en que intervienen todos los elementos estructurales que comprenden la parte media del claro de la viga TA, la parte media del claro que comprende la viga TC y la columna sobre la que están desplantadas ambas vigas (fig.4.2.1).

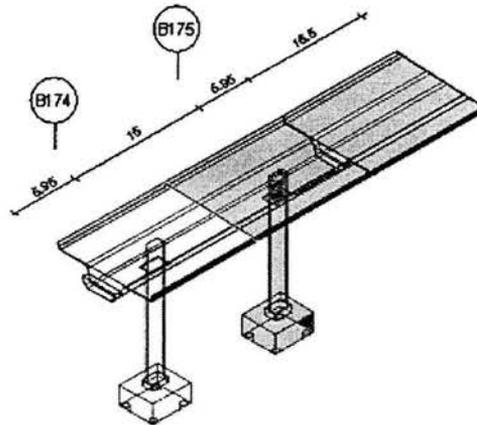


Fig. 4.2.1. Elementos estructurales que intervienen en el cálculo de la masa

4.2.1.1. Cálculo del volumen de las traveses TA y TC

Se efectuó un promedio pesado para calcular el espesor de la losa en las traveses TA y TC para tomar en cuenta la sección cajón de dichas traveses (fig. 4.2.2a).

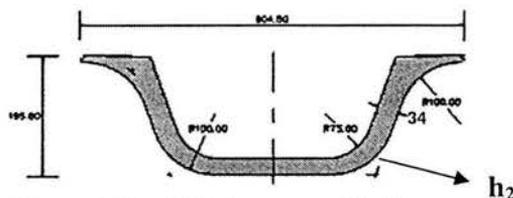


Figura 4.2.2a. Vista transversal trabe

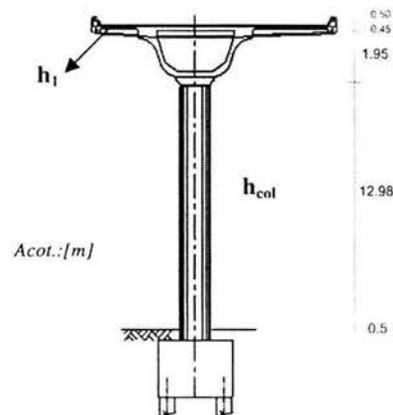


Figura 4.2.2b. Vista transversal apoyo

Fig. 4.2.2 Elementos considerados en el cálculo de la losa

$$h_1 = 45 + \left(\frac{50}{45}\right) \cdot 2 = 47.22 \text{ cm}$$

$$h_2 = 34 \left(\frac{3.3+1.95+1.95}{13}\right) = 18.83 \text{ cm} \therefore$$

$$\text{Espesor de la losa: } e = h_1 + h_2 = 66.05 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el volumen de cada trabe estaría dado por:

$$V_{TA} = (5.95+7.5)(13)(0.6605) = 115.48 \text{ m}^3$$

$$V_{TC} = (15.5)(13)(0.6605) = 133.09 \text{ m}^3$$

4.2.1.2. Cálculo del volumen de la columna eje B174

De las figuras 4.2.2b y 4.2.3 tenemos que:

$$A_{\text{col}} = \pi(0.85)^2 + (1.7)(0.9)$$

$$A_{\text{col}} = 3.8 \text{ m}^2$$

$$\text{Vol}_{\text{col}} = A h_{\text{col}} = (3.8)(12.98 + 0.5)$$

$$\text{Vol}_{\text{col}} = 51.224 \text{ m}^3$$

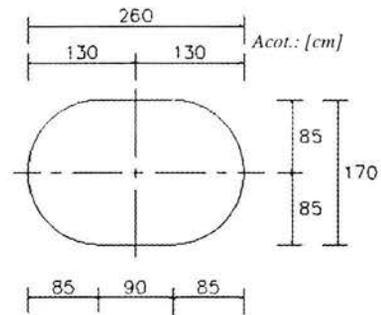


Fig. 4.2.3. Sección de columna

4.2.1.3. Cálculo del volumen de la zapata eje B174

De la figura 5.2.4 tenemos que:

$$V_{\text{zapata}} = (1.7)(2.75)(2.6) = 12.155 \text{ m}^3$$

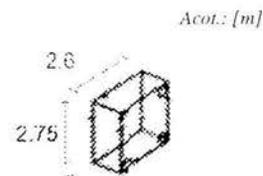


Fig. 4.2.4. Perspectiva de la Zapata

La masa total está dada por:

$$m = V \cdot \gamma$$

donde:

V : Volumen de cada elemento estructural que interviene.

γ : Peso volumétrico del concreto (2.4 ton/m³).

$$m = (115.48 + 133.09 + 51.22 + 12.155)(2.4) = 748.66 \text{ ton}$$

por lo tanto, en unidades de $[t \cdot s^2/m]$:

$$t_m = \frac{m}{9.81} = 76.31 [t \cdot s^2/m]$$

Valor que se utilizará para el cálculo de los efectos ISE en los ejes B174 y B175 por tener características geométricas similares.

4.2.2. Cabeceo y traslación de la estructura

Se eligieron las pruebas 12, 13 y 14 del programa de pruebas para poder evaluar los efectos ISE en las direcciones transversal (T) y longitudinal (L), respectivamente, por ser las que contaban con los registros más representativos para poder aplicar el modelo de Luco (1987).

En cada dirección de análisis (L y T), se eligieron las frecuencias naturales de vibración en la segunda etapa de estudio (construcción terminada), de los ejes B174 y B175, respectivamente.

Para tener mayor certeza en el análisis de los efectos ISE, se procesaron los registros de vibración con ventanas de 2048 y 4096 puntos por evento, por lo que se tienen amplitudes espectrales diferentes en cada muestra.

En la tabla 4.6 se presentan las rigideces correspondientes a la traslación y rotación de la base, respectivamente, de cada eje en análisis, según las expresiones descritas en el capítulo 2, donde $f_{1\sim}$ es la frecuencia fundamental considerando al sistema *suelo-estructura*, f_1 es la frecuencia fundamental considerando *base empotrada*, f_R es la frecuencia fundamental considerando que el sistema *solo gira* (estructura rígida) y f_H es la frecuencia fundamental considerando que la estructura *solo se traslada* (estructura rígida).

	# Puntos	$f_{1\sim}$ [Hz]	f_b [Hz]	f_R [Hz]	f_1 [Hz]	$f_1/f_{1\sim}$ [1]	K_H [ton/cm]	K_R [ton cm/rad]
			Traslación Base	Rotación Base	Base Empotrada	Porcentaje		
Prueba 12	2048	1.074	10.087	22.066	1.081	1.007	306551.20	3.300E+12
	4096	1.099	10.127	22.135	1.107	1.007	308956.37	3.321E+12
Promedio		1.087	10.107	22.100	1.094	1.007	307753.787	3.31E+12

Tabla 4.6a. Traslación y rotación en la base del eje B174 en la dirección T

	# Puntos	f_1 [Hz]	f_b [Hz]	f_R [Hz]	f_i [Hz]	f_i/f_1 [1]	K_H [ton/cm]	K_R [ton cm/rad]
			Traslación Base	Rotación Base	Base Empotrada	Porcentaje	Funciones de Impedancia	
Prueba 13	2048	1.074	12.483	2.445	1.201	1.118	469420.75	4.053E+10
	4096	1.074	17.036	4.436	1.109	1.033	874327.08	1.334E+11
Promedio		1.074	14.759	3.440	1.155	1.076	671873.913	8.69E+10

Tabla 4.6b. Traslación y rotación en la base del eje B175 en la dirección L

	# Puntos	f_1 [Hz]	f_b [Hz]	f_R [Hz]	f_i [Hz]	f_i/f_1 [1]	K_H [ton/cm]	K_R [ton cm/rad]
			Traslación Base	Rotación Base	Base Empotrada	Porcentaje	Funciones de Impedancia	
Prueba 14	2048	2.930	27.239	17.773	2.988	1.020	2235271.50	2.141E+12
	4096	2.930	17.559	20.035	3.005	1.026	928861.02	2.721E+12
Promedio		2.930	22.399	18.904	2.997	1.023	1582066.26	2.43E+12

Tabla 4.6c. Traslación y rotación en la base del eje B175 en la dirección L

En los resultados de la evaluación de los efectos de interacción suelo - estructura, se observa que las funciones de impedancia (rigidez de la base K_H y K_R), son demasiado elevadas, esto se debe a que la estructura se comporta como estructura con *base empotrada*, infinitamente rígida, para tener una mejor idea de esto, se analizará el nivel de participación de los diferentes sub-sistemas (traslación de la base, rotación de la base y base empotrada), a través de los periodos elevados al cuadrado calculado para cada sub-sistema, con el fin de evaluar la contribución de cada sub-sistema al sistema suelo-estructura (figs. 4.2.5 a 4.2.7).

En la tabla 4.7 se muestran las frecuencias obtenidas para cada sub-sistema en los ejes B174 y B175 en análisis.

	Frecuencia (Hz)			Periodo ² (s ²)		
	Eje B174	Eje B175		Eje B174	Eje B175	
	Dirección T	Dirección T	Dirección L	Dirección T	Dirección T	Dirección L
Sistema suelo-estructura	1.087	1.074	2.930	0.847	0.867	0.116
Sub-sistema traslación de la base	10.107	14.759	22.399	0.010	0.005	0.002
Sub-sistema rotación de la base	22.100	3.440	18.904	0.002	0.084	0.003
Sub-sistema base empotrada	1.094	1.155	2.997	0.835	0.749	0.111

Tabla 4.7. Frecuencias y periodos fundamentales del análisis de los efectos ISE

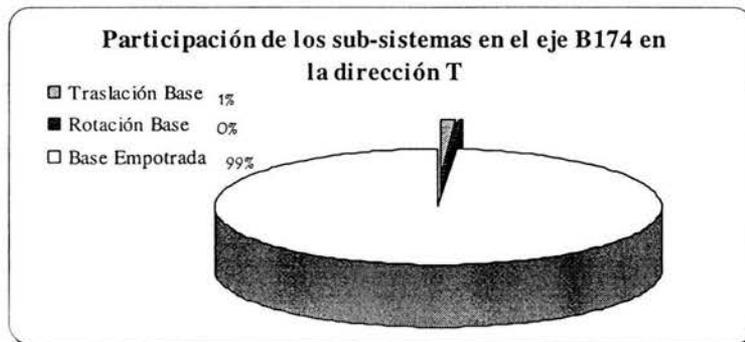


Figura 4.2.5. Participación de los sub-sistemas en el eje B174 en la dirección T

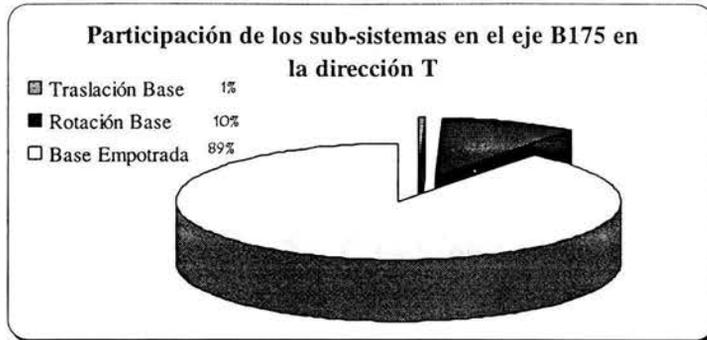


Figura 4.2.6. Participación de los sub-sistemas en el eje B175 en la dirección T

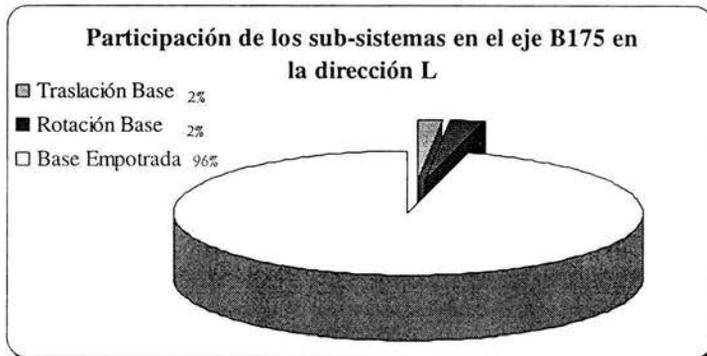


Figura 4.2.7. Participación de los sub-sistemas en el eje B175 en la dirección L

4.3. Pruebas con cargas dinámicas

4.3.1. Características de las pruebas dinámicas

En el sitio II de estudio, comprendido por los ejes B174 a B176, se realizaron pruebas bajo cargas vehiculares en circulación, de magnitudes extremas; para ello, se hicieron circular seis camiones del tipo T3-S3 en el sitio I (fig. 4.3.1); los camiones fueron cargados con un peso de 55 a 60 toneladas, y uno con 20 toneladas (tabla 4.8), circulando en un orden específico a una velocidad promedio de 50 Km/h.

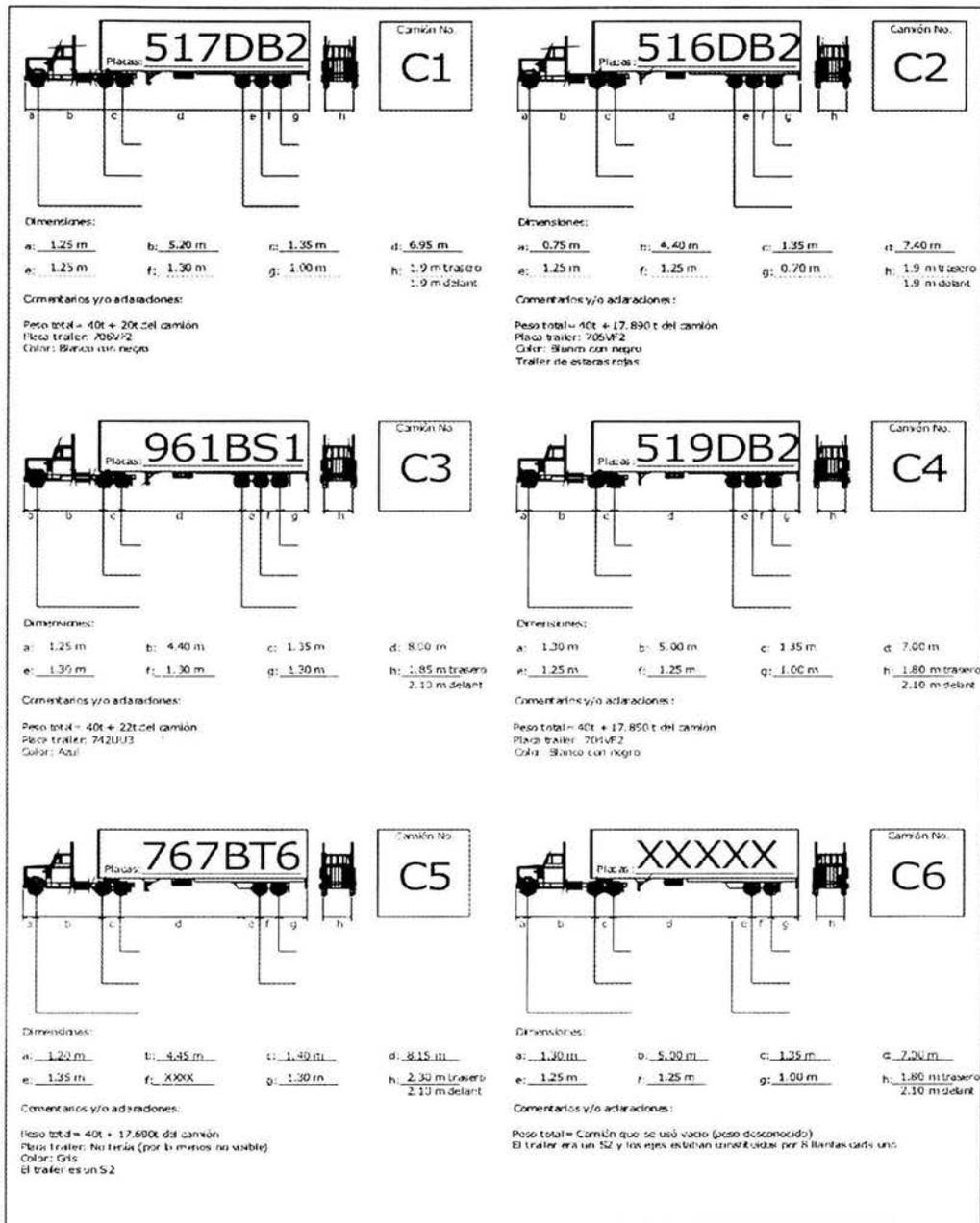


Figura 4.3.1. Características de los camiones que circularon en el sitio I durante las pruebas dinámicas

Camión	Peso (ton)
1	60
2	57.89
3	62
4	57.85
5	57.69
6	19.86

Tabla 4.8. Peso de los camiones utilizados para las pruebas dinámicas

La carga se colocó en la parte central de la sección transversal de la estructura (fig. 4.3.2). Se colocaron topos para registrar vibraciones adicionales que generan los impactos de los vehículos y así poder evaluar estos efectos en la estructura, con la finalidad de lograr las condiciones extremas que pudiesen presentarse en alguna eventualidad.

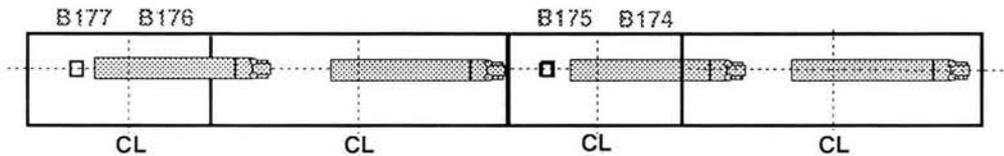


Figura 4.3.2. Vista en planta del paso de los camiones en el sitio I

Para registrar las vibraciones del paso de estos camiones, se realizaron cuatro pruebas, empleándose nueve acelerómetros, ubicados como se indica en la figura 4.3.3.

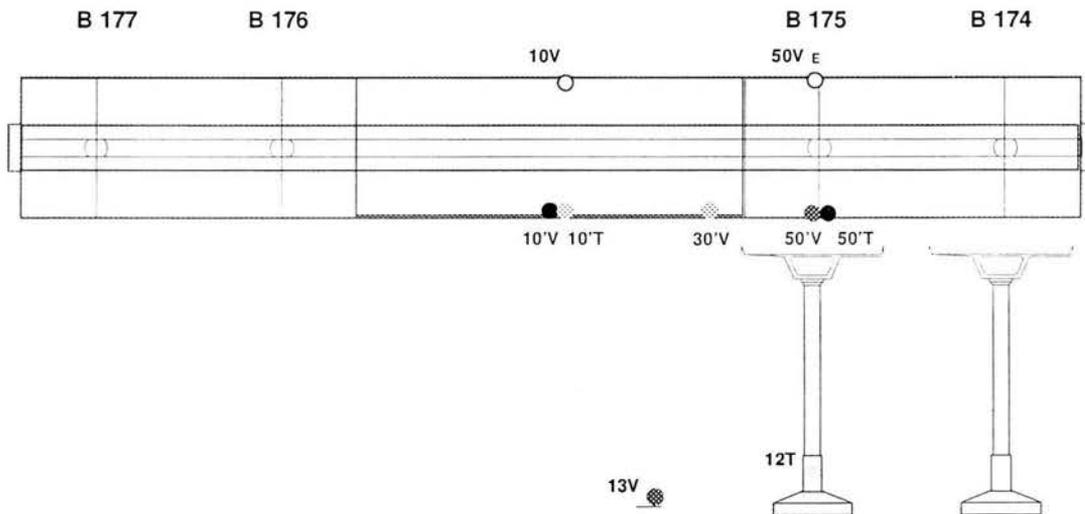


Figura 4.3.3. Arreglo de acelerómetros utilizado para las pruebas dinámicas

En la tabla 4.9 se presentan las aceleraciones máximas registradas durante las cuatro pruebas, con la circulación de diferente número de camiones.

PRUEBA 1 (Sin Tope)									
Camión	50' V	50 V	30' V	10' V	10V	50' T	10' T	12T	13T
6	17.55	14.03	28.85	46.69	18.92	9.65	9.58	2.33	0.48
1	17.55	7.30	23.37	35.82	10.98	11.97	4.93	0.99	0.27
3	21.98	10.70	34.31	30.74	10.80	13.39	8.63	1.44	0.20
4	2.43	1.93	4.05	7.04	3.03	5.12	2.42	0.47	0.18
2	2.61	2.74	8.73	18.14	7.53	5.88	2.51	0.57	0.27

PRUEBA 2 (Con dos topes)									
Camión	50' V	50 V	30' V	10' V	10V	50' T	10' T	12T	13T
6	112.28	63.135 *	142.24 *	134.06 *	97.323 *	94.50	139.26	33.44	5.51

PRUEBA 3 (Con Dos Topes)									
Camión	50' V	50 V	30' V	10' V	10V	50' T	10' T	12T	13T
5	107	111	449	334	108	59	108	8.48	3.46
1	110	106	290	224	82	102	105	9.66	4.12

PRUEBA 4 (Con un tope)									
Camión	50' V	50 V	30' V	10' V	10V	50' T	10' T	12T	13T
3	83.14	63.17	83.14	161.83	76.25	41.89	86.19	3.43	1.19
4	23.44	23.20	180.24	165.18	65.14	16.88	39.96	1.21	0.38
2	31.98	26.26	177.81	204.12	74.53	21.29	48.78	1.24	0.44

* Registro de aceleración saturado.

Aceleración (gal)

Tabla 4.9. Aceleraciones máximas registradas durante las pruebas dinámicas

4.3.2. Comparación de las pruebas de vibración ambiental, con las pruebas con cargas dinámicas.

Mediante los registros de aceleración obtenidos durante las pruebas dinámicas, se calculó el espectro de Fourier en los puntos más críticos de la estructura (centro del claro), en las direcciones vertical (V) y transversal (T), respectivamente; de tal manera, que ha sido posible establecer una comparación de la frecuencia fundamental de vibrar del sistema en condiciones ambientales y cuando se presentan sollicitaciones extremas.

En la tabla 4.10, se presenta la variación de la frecuencia fundamental de vibrar en las direcciones V y T, durante las cuatro pruebas dinámicas.

	Frecuencia (Hz)		Periodo (s)	
	Dirección T	Dirección V	Dirección T	Dirección V
VA	1.123	4.004	0.89	0.25
DIN 1	1.074	4.004	0.93	0.25
DIN 2	1.074*	3.882*	0.93*	0.26*
DIN 3	1.074	3.93	0.93	0.25
DIN 4	1.074	3.906	0.93	0.26

* Registro de aceleración saturado.

Tabla 4.10. Aceleraciones máximas registradas durante las pruebas dinámicas.

Para comparar las pruebas, se eligieron los puntos 10' y 50' en las direcciones T y V, respectivamente, que representan las mediciones efectuadas en el centro del claro de la

trabe TC, tomando las señales de aceleración máximas. En las pruebas de vibración ambiental, estos registros se tomaron de las pruebas 24 y 20 (descritas en el capítulo 2).

Con el objeto de tener una mejor idea de la comparación entre las pruebas dinámicas y las pruebas de vibración ambiental, se normalizaron los espectros de Fourier, obtenidos en los puntos descritos anteriormente. En las figuras 4.3.4 a 4.3.6, se muestran estos resultados.

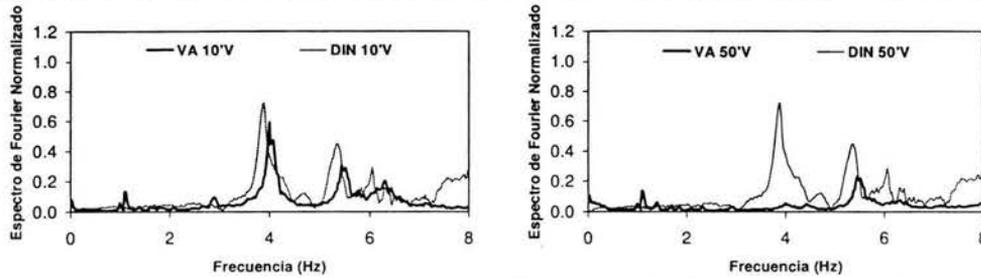


Fig. 4.3.4. Comparación de espectros entre la prueba dinámica 1 y vibración ambiental

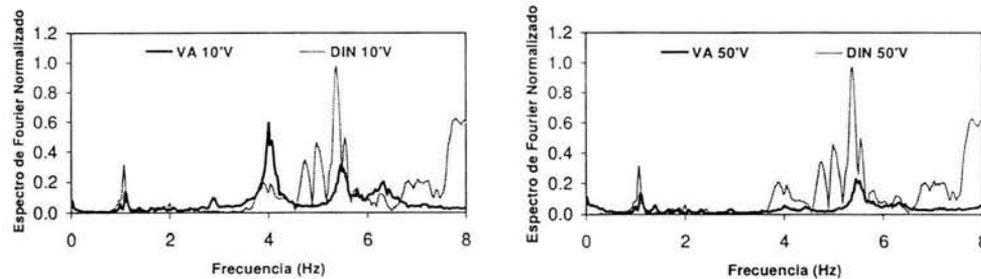


Fig. 4.3.5. Comparación de espectros entre la prueba dinámica 5 y vibración ambiental

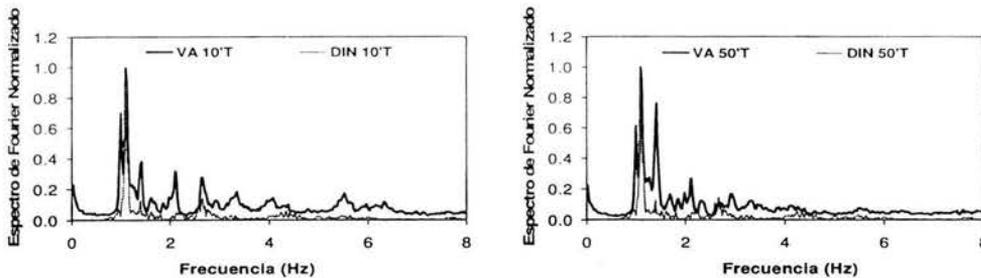


Fig. 4.3.6. Comparación de espectros entre la prueba dinámica 1 y vibración ambiental

En la comparación de los espectros entre las pruebas dinámicas y vibración ambiental, se observa un pequeño corrimiento de la frecuencia fundamental del sistema para las direcciones transversal (T) y vertical (V), esto se esperaba puesto que la estructura fue sometida a sollicitaciones extremas (que es factible pudiese suceder); sin embargo, después de las pruebas dinámicas, la frecuencia fundamental del sistema se recuperó totalmente, se puede afirmar que el sistema no sufrió daño alguno durante las pruebas y recuperó sus propiedades al término de estas.

5. Conclusiones.

Con el análisis de la vibración ambiental efectuada en los sitios de estudio I y II, los efectos de interacción suelo – estructura, y la comparación de resultados entre pruebas de vibración ambiental y pruebas dinámicas, del segundo piso del periférico de la ciudad de México, se ha llegado a las siguientes conclusiones:

La asimetría de la sección transversal en el sitio II de estudio, reflejo en el análisis espectral, variaciones en las amplitudes espectrales de puntos extremos en una misma sección transversal (por ejemplo 50 y 50').

Los estudios de vibración ambiental resultan una herramienta experimental que permite obtener muy buenos resultados en el comportamiento dinámico del puente, ya que el periodo dominante en el sitio II de estudio en la dirección T obtenido experimentalmente fue de 0.787 s, mientras que los cálculos para el diseño de la estructura arrojaron un periodo de 0.72 s para esa dirección (Rioboo, 2003).

Las estimaciones experimentales de las frecuencias naturales de vibración del puente, revelaron diferentes modos de vibración vertical, transversal y de torsión de la estructura.

Las frecuencias naturales de vibración del marco estudiado en el sitio I en las direcciones transversal (T) y longitudinal (L) oscilan en 2.441–2.93 Hz y 2.344–2.539 Hz, respectivamente.

La frecuencia natural de vibración de la estructura en la dirección transversal, en el sitio II de estudio, en la etapa I, fue de 1.27 Hz, mientras que en la etapa II, al colocarse las traveses en el sistema estructural, se estimó en 1.66 Hz, este aumento en la frecuencia fundamental de la estructura en la dirección T, implica un aumento (del orden del 20%) a la rigidez del sistema estructural en la misma dirección.

En la dirección longitudinal (L) del sitio II en estudio, no fue posible realizar una comparación de la frecuencia natural de vibrar de la estructura entre la etapa I y II, debido a que en la etapa I no se realizaron registros en esa dirección, mientras que en la etapa II se obtuvo un intervalo de frecuencia de 3.76–3.906 Hz; sin embargo, se deduce que, como en el caso de la dirección transversal (T), existió un aumento en la rigidez del sistema estructural en la dirección (L), aunque no haya sido posible cuantificarlo.

Los análisis de los efectos de interacción entre el suelo y la estructura, arrojaron que las rigideces de traslación y rotación de la base son demasiado elevadas, esto refleja que la cimentación de los ejes B174 y B175 del sitio II en estudio se comportan como cuerpo rígido (base empotrada).

En las pruebas dinámicas se detectó un ligero corrimiento en la frecuencia fundamental de la estructura, sin que llegase a ser significativo en el comportamiento de la estructura para sollicitaciones de ese tipo.

REFERENCIAS

- Abdel A. M. y Ghaffar (1978). "Vibration studies and tests of a suspension bridge". Department of Civil engineering, California institute of technology, Pasadena, California, U.S.A.
- Bendat J. S. y Piersol A. G. (1989). "Random data. analysis and measurement procedure". Wiley Interscience, New York.
- Camargo J. y Cruz C. (2004). "Determinación experimental de propiedades dinámicas y efectos de interacción suelo-estructura en un edificio de 18 niveles desplantado en la zona lacustre de la Ciudad de México". Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Chopra, A. K. (1995) "Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering", Prentice Hall.
- Espinoza Barreras, (1999) "Determinación de características dinámicas de estructuras" Tesis de Doctorado, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puentes Universidad Politécnica de Cataluña.
- Guzmán S., Guzmán I., Murià Vila D., Fernández F (1992). "Diseño e Implementación de Captura y Procesamiento de Señales". Instituto de Ingeniería, UNAM, Proyecto 0707, octubre.
- Harik I. E. y Allen D. L., et al (1997). "Free and ambient vibratio of Brent-Spence bridge". Structures section, Kentucky Transp. Ctr., University of Kentucky, Lexington.
- Ivanovic S.S., Trifunac M. D. (1995). "Ambient vibration surveys of full-scale structures using personal computers-examples for Kaprielian Hall". Report No. CE 95 – 05, Los Angeles, California.
- Luco Enrique (1998). "A simple model for structural control including soil-structure interaction effects". Department of applied mechanics and engineering sciences, University of California, San Diego, La Jolla, U.S.A.
- Mendoza L., Reyes A., et al (1991). "Ambient vibration tests of the Mexicali General Hospital". Department of AMES, University of California San Diego, La Jolla, California, U.S.A.
- Mendoza R. (2004). "Propiedades dinámicas del puente Coatzacoalcos II", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Mooser F., Tamez E., et al (1986). "Características geológicas y geotécnicas del valle de México". Comisión de vialidad y transporte urbano.
- Rioboo Grupo (2003). "Memoria de cálculo estructural, distribuidor vial San Antonio".
- Trigos J., Cruz J., "Propiedades dinámicas de dos edificios, teoría Vs medición de vibraciones". Facultad de ingeniería, UNAM, México, D.F.