

03060



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

Análisis Geométrico y Fractal  
de las Fracturas Rellenas en  
San Joaquín, Querétaro

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS

P r e s e n t a

Sergio Yussim Guarneros



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

# ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y FRACTAL DE LAS FRACTURAS RELLENAS EN EL ÁREA DE SAN JOAQUÍN, QUERÉTARO

---

## ÍNDICE GENERAL

Contenido:	Página
Índice General .....	i
Resumen .....	v
Capítulo I. Antecedentes .....	1
Planteamiento del Problema .....	4
Marco Teórico .....	5
Análisis del Fracturamiento .....	5
Principios del Fracturamiento .....	6
Sistemas de Fracturas Asociadas a Fallas .....	10
Sistemas de Fracturas Asociadas a Pliegues .....	10
Procesos de Formación de Vetillas .....	12
Análisis Fractal .....	16
Definición de Fractal .....	16
Dimensión Fractal .....	16
Fractales Determinísticos .....	17
Fractales Estadísticos .....	23
La Distribución Fractal Como Descripción Estadística .....	24
Fractales Autosimilares ( <i>self-similar</i> ) y Autoafines ( <i>self-affine</i> ) .....	29
Dimensiones Fractales Teóricas .....	30
Dimensión de Capacidad de Kolmogorov ( $D_C$ ) .....	31
Dimensión de Hausdorff-Besicovitch ( $D_H$ ) .....	31
Dimensión de Correlación ( $D_{CORR}$ ) .....	32
Dimensión de Información ( $D_I$ ) .....	32
Método de conteo de Cajas ("Box-Counting") .....	33
Diferencias en las Dimensiones Fractales .....	35
Objetivos .....	36
Capítulo II. Área de Estudio .....	37
Características Geográficas .....	38
Marco Geológico Regional .....	39
Estratigrafía .....	41
Formación Las Trancas .....	42
Formación El Doctor .....	43
Formación Tamabra .....	44
Formación Tamaulipas .....	45

Formación Soyatal .....	45
Rocas Ígneas Cenozoicas .....	47
Depósitos Continentales Cenozoicos .....	49
<b>Geología Estructural .....</b>	<b>49</b>
Estructuras Regionales .....	49
Cabalgadura El Doctor .....	50
Sinclinal de Maconí .....	51
Anticlinal El Piñón .....	52
Sinclinal El Aguacate .....	52
Pliegue Napa Bonanza .....	53
Evolución Estructural .....	53
Fase Extensiva Jurásica .....	54
Fase Contractiva Jurásica .....	54
Orogenia Larámide .....	54
Fase Extensiva Paleógena .....	54
Fase Contractiva Neógena .....	55
Fallamiento Normal Cuaternario .....	55
Fallamiento Lateral Cuaternario .....	55
Mapa Geológico .....	56
<b>Capítulo III. Metodología .....</b>	<b>57</b>
Hipótesis de Trabajo .....	58
Trabajos de Campo .....	59
Análisis de la Información .....	60
Clasificación Estructural de los Sistemas de Vetillas .....	60
Análisis Litológico .....	62
Análisis de las Imágenes de los Afloramientos .....	62
Distribución Estadística de las Vetillas .....	63
Densidad de Vetillas .....	63
Funciones de Distribución de Vetillas .....	63
Caracterización Fractal .....	64
Dimensión De Caja ( $D_B$ ) .....	64
Programa BoxCount .....	64
Análisis de Poblaciones .....	66
<b>Capítulo IV. Resultados y Discusión .....</b>	<b>69</b>
Datos de Campo .....	70
Clasificación Estructural de los Sistemas de Vetillas .....	71
Sistema $ab$ .....	73
Sistema Conjugado $hkO$ .....	74
Sistema Conjugado $bc$ .....	75
Sistema $ac$ .....	77
Los Sistema en Conjunto .....	78
Densidad de Vetillas .....	78
Análisis Fractal .....	80

---

Dimensión de Caja ( $D_B$ ) .....	80
Por Conjunto de Vetillas .....	80
Por Sistemas de Vetillas .....	82
Distribuciones Fractales de las Poblaciones .....	83
Aplicaciones .....	87
Capítulo V. Conclusiones .....	89
Capítulo VI. Bibliografía .....	93



## RESUMEN

La región de estudio se ubica en la porción occidental de la Sierra Madre Oriental, en donde aflora una secuencia marina mesozoica compuesta por tres unidades litoestratigráficas: Formación Las Trancas (Jurásico Superior-Cretácico Inferior), Formaciones El Doctor-Tamabra-Tamaulipas (Cretácico Inferior) y Soyatal (Cretácico Superior). Las vetillas originadas durante la fase principal de deformación de la región -Orogénia Larámide- fueron analizadas tomando en cuenta su orientación, su relleno mineral, sus relaciones cronológicas y sus características fractales. Se identificaron seis conjuntos de vetillas, en función de su distribución espacial respecto a un sistema de referencia proporcionado por la orientación del plegamiento; de manera general, los pliegues tienen una inmersión de  $15^\circ$  en la dirección  $50^\circ\text{NW}$ .

El análisis fractal se llevó a cabo considerando, por un parte, el grado de ocupación de las vetillas, y por otro, la distribución estadística de sus poblaciones. Para realizar el primer análisis se elaboró un programa de cómputo llamado BoxCount, con el que se estimó la dimensión fractal de la vetillas utilizando el método de conteo de cajas, tanto en conjunto como por sistema. Para el segundo análisis se consideraron la frecuencia relativa de cada vetilla en función de su espesor, tanto para cada formación como por sistema.

El valor máximo de dimensión de caja en conjunto es alrededor de 1.7, lo que es congruente con otros valores obtenidos; las mayores dimensiones se asocian con rocas calcáreas y clásticas de grano grueso, mientras los menores a rocas pelíticas. Por sistemas, se muestra que los más viejos tienden a "canibalizar" a los más jóvenes, en la medida en que tienden a ser paralelos. En cuanto a la distribución fractal de las poblaciones de los conjuntos de vetillas, éstas muestran un mayor agrupamiento en rocas más homogéneas como las de la Formación Tamaulipas y se dispersan en la Formación Soyatal, lo que muestra el carácter anisotrópico de la unidad. La dispersión en la Formación Las Trancas se explica por la diferencia de las litologías presentes en la formación.



---

# CAPÍTULO I

---

## ANTECEDENTES

**P**or mucho tiempo la Ciencia se ha basado en la noción de las reglas de la ley y el orden en el Universo. Cuando en la antigüedad el hombre veía al cielo, atribuía los fenómenos que observaba únicamente a los poderes de los dioses, pero en el siglo XVI el astrónomo alemán Johannes Kepler redujo el movimiento de los planetas a tres simples leyes que los guían a lo largo de órbitas elípticas, y los trabajos de Isaac Newton condujeron al descubrimiento de la Ley de la Gravitación Universal, que fue aplicada a cualquier objeto en el Universo. A partir de esto, los científicos asumieron que el Universo era predecible, como un sistema de relojería.

A fines del siglo XIX, en pleno auge del positivismo, la cosmovisión europea basaba su optimismo en la ciencia; los avances científicos y tecnológicos permitirían no sólo domar la naturaleza, sino también facilitar el progreso de la sociedad, e incluso su felicidad. Dejando de lado toda especulación metafísica y confiando sólo en los resultados observados, la idea de avance ilimitado basado en el progreso tecnológico se generalizó; el hombre decimonónico ya no concebía la totalidad como discurso religioso, sino como discurso científico. Gran parte del mundo compartía esa visión científica y aspiraba a producir obras totalizadoras. Sin embargo, no todos estaban convencidos del futuro progreso científico.

En primer lugar debemos plantear que el paradigma científico rigió en el pasado reciente y rige en nuestro siglo. La revolución científica, derivada de la física newtoniana, significó el cambio de la idea totalizadora del *d\_os* cristiano medieval por el conocimiento científico que engendraría la Ilustración. La Teoría General de la Relatividad, a principios del siglo pasado, cambió la constante; lo absoluto ya no era el tiempo, sino la velocidad de la luz. Einstein también creía en una explicación totalizadora, según él: “*D\_os* no juega a los dados con el mundo”, por lo que cualquier resultado aleatorio debe ser intermedio en la búsqueda de la fórmula que lo resuma todo.

“El objetivo final de la ciencia -dice Stephen Hawking- es el proporcionar una teoría única que describa correctamente todo el Universo”. Lo que han buscado los filósofos naturalistas desde Aristóteles hasta los científicos actuales es aunar en una fórmula la explicación del cosmos; es describir para predecir; es verlo todo y saberlo todo. Hoy el Universo se describe mediante dos teorías parciales: la Teoría de la Relatividad General y la de la Mecánica Cuántica. La primera describe la estructura del Universo a gran escala -el tamaño del Universo observable-. La Mecánica Cuántica, en cambio, se ocupa de los fenómenos a escalas subatómicas. Sin embargo, ambas teorías son inconsistentes entre sí: ambas no pueden ser correctas a la vez porque las leyes físicas que se cumplen a escala macro, dejan de cumplirse a escala micro. La ciencia actual está tratando de formular una teoría cuántica de la gravedad.

Sin embargo, para beneficio de este trabajo, no todos los científicos han sido tan optimistas en cuanto a la formulación de una teoría totalizadora. La idea de un Universo ordenado ha sido derrumbada. Lo que observan hoy los científicos no es orden; el cosmos es una exhibición de caos, aunque suene paradójico. Así, pues, uno de estos conceptos desestabilizadores es la Entropía. El incremento de entropía es la tendencia de los sistemas hacia una mayor confusión y desorden a medida que pasa el tiempo. Los procesos naturales van hacia la homogeneidad de las partículas en el espacio más que hacia un orden artificial, esta tendencia hacia el desorden da una dirección temporal -“la flecha del tiempo”- a los procesos naturales. Si el Universo sigue las leyes de termodinámica de la Tierra, entonces su único destino es la muerte. Los físicos han teorizado que el Universo podría alcanzar una temperatura de equilibrio en la cual el desorden sea máximo y las fuentes de energía útil ya no existan para producir vida o movimiento.

Por otra parte, la comunidad científica al mismo tiempo que cuestionaba el sentido de la ciencia también cuestionó el concepto mismo de “verdad”, así como el método por el cual se llegaba a ella. Ya en 1894 en la *Revue de Deux Mondes*, su director Ferdinand Brunetiére, impresionado por la inestabilidad de las teorías científicas, había proclamado estridentemente la “bancarrotita de la ciencia”. Henri Poincaré contestó que ese escepticismo era fruto de la ignorancia sobre el papel y el objeto de las teorías científicas; en *Science et l'hypothese* argüía que “...ahora como antes, ellas [las ciencias] nos enseñan únicamente que hay cierta relación entre un algo y otro algo”. En la concepción de Poincaré “la experiencia es la única fuente de verdad, sólo ella puede enseñarnos algo nuevo, sólo ella puede darnos certeza”. En otra perspectiva Baudelaire sostenía que “[la realidad es] la unión suficiente del sujeto y el objeto”, haciendo una clara diferencia entre el fenómeno en sí y el trabajo científico por tratar de entenderlo. La realidad de sujeto-objeto podría remitirse a la fórmula medieval de los nominalistas: *Omnis ars logica de oratione est*, la realidad es la pura textualidad, sin referente, un significado en sí mismo, sin significante al que represente.

Estas revueltas científicas llevaron al desarrollo de la Teoría del Caos; de acuerdo a ésta, un sistema caótico es aquél que muestra “sensibilidad a las condiciones iniciales”, esto es que cualquier incertidumbre en el estado inicial de un sistema dado, no importa cuán pequeña sea, llevará a un error creciente en cualquier esfuerzo para predecir su comportamiento futuro. La Teoría del Caos provee un marco para la comprensión de las fluctuaciones erráticas e irregulares de la naturaleza. En *La Evolución del Caos* Katherine Hayles sostiene que “la deconstrucción comparte con la Teoría del Caos el deseo de abrir una brecha en los límites de los sistemas clásicos abriéndolos a un nuevo tipo de análisis en el que la información se crea, más que se conserva”. Ambos discursos invierten las jerarquías y el caos es visto como “más fecundo que el orden”. No obstante, al asignarle un valor positivo al caos, ambos discursos difieren en el fin; mientras los científicos tratan de encontrar un nuevo orden, el post-estructuralismo intenta apropiarse del caos para subvertir el orden.

El caos implica la imposibilidad de conocer el origen y esta imposibilidad se debe a la no-certeza del origen. Derridá también señala que hay dos posturas hacia esta falta de origen: una, la que sueña con la verdad, pone una cara triste; la otra, la que afirma gozosamente el juego de infinitas posibilidades que se abren, expone una cara feliz: “En el azar absoluto, la afirmación se entrega también a la indeterminación genética, a la aventura seminal de la huella”.

Para medir algo, para obtener conocimiento de una observación, es necesario interactuar con lo que se quiere saber o medir. Esta interacción introduce siempre algún cambio en la propiedad que se está tratando de determinar. El aprender algo modifica ese algo por el mismo hecho de hacerlo. Por lo tanto, de hecho, no se ha aprendido exactamente. Werner Heisenberg en 1927, estableció que aunque sólo nos limitemos a mirar, los fotones de luz ya introducen un cambio sobre el objeto observado y sobre nuestros ojos.

Lo que el principio de incertidumbre plantea es que, de acuerdo con la ecuación fundamental de la mecánica cuántica, no existen cosas tales como un electrón situado simultáneamente en una posición precisa y un momento preciso. Tal como Heisenberg dijo “no podemos conocer, por principio, el presente en todos sus detalles”. En el mundo clásico todo tenía su causa y se podía rastrear la causa de la causa hasta el *Big Bang*. En el mundo cuántico todo ocurre sin ninguna razón particular. En este mundo las leyes de la física dejan de funcionar; en su lugar, los acontecimientos pasan a ser gobernados por las probabilidades. Un átomo radiactivo puede desintegrarse emitiendo un electrón o puede no hacerlo.

La ciencia, desde Aristóteles hasta Einstein, había puesto el acento en la estabilidad y el equilibrio. Hoy, se debe integrar la idea de inestabilidad dentro de la visión del mundo. Esta inestabilidad no debería llevar a la inmovilidad, asegura Prigogine, sino que por el contrario, se deben estudiar las razones de esa inestabilidad para que podamos describir el mundo en términos de su complejidad y comenzar a reflexionar sobre cómo reaccionar en ese mundo. El no-equilibrio es creador de estructuras disipativas que sólo existen distanciadas del equilibrio y requieren una cierta disipación de energía para mantener interacción con el mundo exterior, y sobrevivir. Así, la estructura disipativa muere si no se nutre. Karl Popper dijo que había dos físicas: la física de los relojes y la física de las nubes. La primera ya ha sido bastamente explorada, la segunda es donde reside el caos, el no-equilibrio.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

De manera tradicional, la norma para estudiar un fenómeno natural ha sido elaborar modelos que expliquen los procesos que le dan lugar, pero estos modelos sólo son útiles si no imponen su forma al objeto modelado. No obstante, la principal característica de los sistemas naturales es su heterogeneidad tanto espacial como temporal. La estructura de un sistema natural comprende el patrón de esta heterogeneidad que, a su vez, define los procesos que ocurren en el sistema, como son los flujos de sustancias y de energía. Los métodos estadísticos y probabilísticos tienen una base sólida para el análisis de la variabilidad de los sistemas naturales, sin embargo, ni los métodos de la estadística clásica, ni los de la Geoestadística sirven para caracterizar el patrón de la heterogeneidad de un sistema natural en su totalidad.

En el caso del estudio de las fracturas y de las vetillas (fracturas rellenas), los modelos que se han propuesto tratan de dar cuenta de todas las "fuerzas" que actúan en el sistema, a partir de un cúmulo de eventos individuales que lo componen, haciendo de lado la complejidad de la geometría de las fracturas rellenas. No obstante, cualquier método de descripción, clasificación, o teoría explicativa del sistema sería de una complejidad tal que haría ininteligible los posibles modelos derivados.

La distribución espacial y geométrica de las discontinuidades en las rocas ha sido abordada de diferentes maneras: tradicionalmente, el análisis se realiza con métodos de estadística circular o esférica para determinar los intervalos de frecuencia de los patrones de fracturamiento, evaluando, adicionalmente, la escala, la forma, el espaciamiento y la distribución espacial de las fracturas (Twiss y Moores, 1992; Davis, 2002). Un método alternativo es el análisis geoestadístico, cuyos objetivos son más amplios: se pueden estudiar patrones de fracturamiento, su densidad, probabilidad de ocurrencia, etc. (como ejemplo ver Tavchandjian, et al., 1997). No obstante, estas técnicas no están formuladas para representar la heterogeneidad de los sistemas. Por esta razón, es deseable buscar una teoría de alto nivel que permita formular hipótesis y contrastar resultados sin necesidad de un conocimiento total y detallado del sistema a modelar; un marco general que pueda generar complejidad a partir de reglas simples. La teoría que nos permite estas posibilidades es la Teoría del Caos en Sistemas Determinísticos.

La Teoría del Caos, intuita por Henri Poincaré a principios de siglo pasado ha tomado su forma actual en los últimos 25 años, y fue aplicada originalmente a sistemas dinámicos, revelando su utilidad en casi todas las áreas de las ciencias naturales. En la actualidad, está siendo dotada del aparato matemático necesario para poder ser útil cuantitativamente en donde lo es cualitativamente. Bajo términos como fractal, atractor extraño, efecto mariposa o exponentes de Lyapunov, se encuentra la posibilidad de cuantificar y entender el comportamiento de sistemas cuya complejidad impediría su conocimiento determinista.

Por todo lo anterior, en esta investigación se utilizan por una parte las metodologías tradicionales, y por otra, los fundamentos de la Geometría Fractal en el modelado de los conjuntos sólidos y de sus discontinuidades, que son las fracturas, independientemente de su génesis. El propósito es buscar la "fase geométrica" de los operadores más comunes que puedan ser utilizados en la caracterización y clasificación de las estructuras mencionadas, con lo que se trata de demostrar que "los métodos fractales sirven para analizar cualquier sistema, sea natural o artificial, que se

descomponga en 'partes' y que se articulen de una manera autosimilar, de tal modo que las propiedades de estas partes son menos importantes que las reglas de su articulación" (Mandelbrot, 1982).

## MARCO TEÓRICO

A partir de la década de los 80, el concepto de Geometría Fractal propuesto por Mandelbrot (1982) ha tenido una gran influencia en todos los campos de la Ciencia; desde el estudio de las proteínas hasta el de las galaxias. La técnica analítica de la Geometría Fractal ofrece la posibilidad de describir la heterogeneidad de los sistemas naturales, no sólo las propiedades geométricas estáticas, sino también sus propiedades dinámicas y su relación con el medio exterior.

De esta manera las rocas, que rara vez son medios continuos, generalmente contienen muchas discontinuidades naturales como son fracturas, fallas, vetillas, superficies de estratificación o planos de esquistosidad. Entender la geometría de la red de fracturamiento en una roca ayuda a caracterizar el flujo de fluidos y el ambiente mecánico del cuerpo rocoso que forma. Obviamente muchas de las estructuras reales exhiben una geometría distorsionada y caótica que es difícil de describir con precisión; esto ha motivado a la introducción del concepto fractal en el estudio de geometrías aparentemente complejas que pueden ser captadas y medidas por nuevas cantidades, como la dimensión fractal.

El concepto de Geometría Fractal es un acercamiento importante a la caracterización de cuerpos de roca fracturada, siendo el beneficio principal que se puede caracterizar con detalle y realismo la geometría de un sistema con un conjunto mínimo de parámetros. Ejemplos de la expresión de la geometría de fracturas y su densidad como una función de la escala usada en el método fractal son reportados por Barton y Larsen (1985), La Pointe (1988) y Kulatilake et al. (1996).

## ANÁLISIS DEL FRACTURAMIENTO

Las fracturas (del latín *fractus*, que significa roto) son probablemente las estructuras más comunes expuestas en la superficie de la Tierra. No obstante los varios sentidos utilizados para su descripción, en este trabajo el término **fractura** se utiliza de manera amplia para cubrir todos los rompimientos discretos, donde la cohesión de una masa rocosa se ha perdido. El nombre de **junta** (en uso desde finales del siglo XVIII) es utilizado como un término de campo útil para describir fracturas cerradas, en donde no es medible el desplazamiento o dilatación a la escala de observación. El término fractura cubre en general conceptos como **falla**, que indica que los bordes de la fractura son desplazados relativamente uno respecto a otro en la dirección de la superficie de separación, y **diaclasa**, que manifiesta que los bordes de una fractura no muestran un desplazamiento diferencial apreciable (Ramsay y Huber, 1987; Marshak y Mitra, 1998).

Si varias juntas adyacentes presentan una geometría similar son llamadas colectivamente **conjunto de juntas**. Las **juntas sistemáticas** se caracterizan por una gruesa geometría planar, orientación paralela regular y un espaciamiento regular. Las **juntas no sistemáticas** son en general curvas y de geometría irregular, a pesar de que pueden ocurrir en conjuntos evidentes a nivel regional (Figura 1.1). Los conjuntos no sistemáticos generalmente terminan o son limitados por juntas anteriores las cuales comúnmente pertenecen a conjuntos sistemáticos. Puesto que

muchos de los sistemas que observamos son sistemáticos, el término *junta* es generalmente usado para referirse a ellos. Una *zona de juntas* es una fractura cuasicontinua que está compuesta de una serie de fracturas paralelas en un arreglo muy cerrado, y que se extiende mucho más allá de lo que lo haría una fractura individual. En la práctica, una zona de juntas también es llamada simplemente como *junta* (Ramsay y Huber, 1987; Twiss y Moores, 1992).

Los cuerpos de roca pueden contener más de un conjunto de juntas, las cuales tienen una orientación y espaciamiento característico; si más de dos conjuntos de juntas afectan al mismo volumen de roca, constituyen un *sistema de juntas*. Cabe aclarar que *sistema de juntas* y *juntas sistemáticas* tienen un sentido y un significado diferente (Marshak y Mitra, 1998).

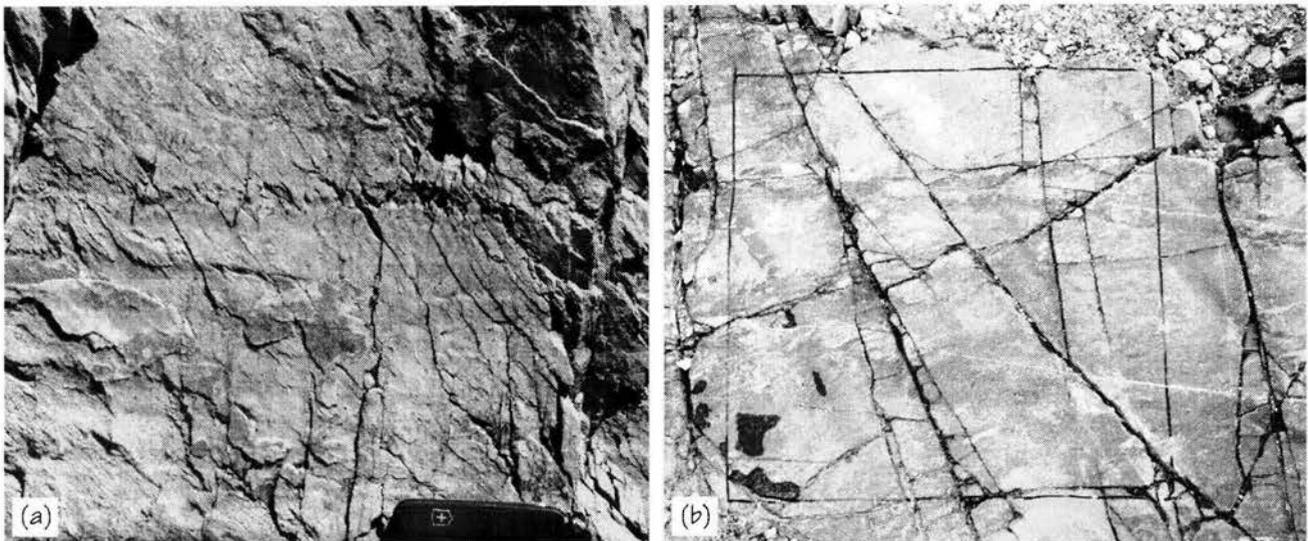


Figura 1.1. Tipos de juntas. (a) sistema de juntas compuesto por tres conjuntos sistemáticos diferentes en la Formación Las Trancas. (b) juntas no sistemáticas en la Formación Tamaulipas (el cuadro mide 50 cm de lado).

## Principios del Fracturamiento

Entender el origen del fracturamiento y del fallamiento en relación con el entorno en el que se produjeron, tiene aplicación práctica dentro de la caracterización de recursos minerales, energéticos e hidrológicos en las formaciones naturalmente fracturadas, debido a que en éstas la intensidad y dirección de las fracturas y fallas constituyen rutas favorables de movimiento de fluidos, que son significativas tanto para la dimensión de un reservorio como para la optimización de su explotación. Teóricamente se dice que un material se rompe cuando pierde su cohesión a lo largo de una superficie más o menos plana que lo divide en partes discretas, y ya no es capaz de soportar un esfuerzo diferencial. Numerosos experimentos, citados por Hancock (1985), han demostrado que cuando un material rocoso isotrópico y quebradizo es sometido a falla durante una prueba convencional de compresión "triaxial", las fracturas generadas resultan orientarse simétricamente respecto a los tres esfuerzos principales efectivos ( $\sigma'_1 > \sigma'_2 > \sigma'_3$ ; esfuerzos compresivos positivos), donde el esfuerzo efectivo ( $\sigma'$ ) es el esfuerzo total ( $\sigma$ ) menos la presión de fluido ( $p$ ). El tipo de fractura que se desarrollará está relacionado con el valor de  $\sigma'_3$  y la relación entre diferencia de esfuerzos principales efectivos ( $\sigma'_1 - \sigma'_3$ ) y la resistencia a la tensión ( $T$ ) de la roca (Tabla I.I).

Clase (Hancock, 1985)	$(\sigma'_1 - \sigma'_3)$	Ángulo Diedro ( $2\theta$ )
Fractura de Extensión	$< 4T$	$0^\circ$
Fractura de Cizalla Híbrida	$4T - 8T$	$1-60^\circ$
Fractura de Cizalla	$> 8T$	$> 60^\circ$

Tabla I.I. Clases de fracturas formadas para una envolvente general de falla propuesta por Price (1977) y un ángulo de fricción interna de  $30^\circ$ .

Asumiendo una envolvente general de falla y un ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) de  $30^\circ$ , se han reconocido tres tipos de fracturas (Figura I.2), cada uno con diferente orientación respecto a  $\sigma'_1$ , representado por la variación en el ángulo diedro ( $2\theta$ ). A partir de los datos publicados por Price (1977), que propone una envolvente general de falla, se pueden estimar los valores del esfuerzo normal efectivo ( $\sigma'_N$ ),  $(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ ,  $\sigma'_3$  y  $p$  en términos de  $T$ .

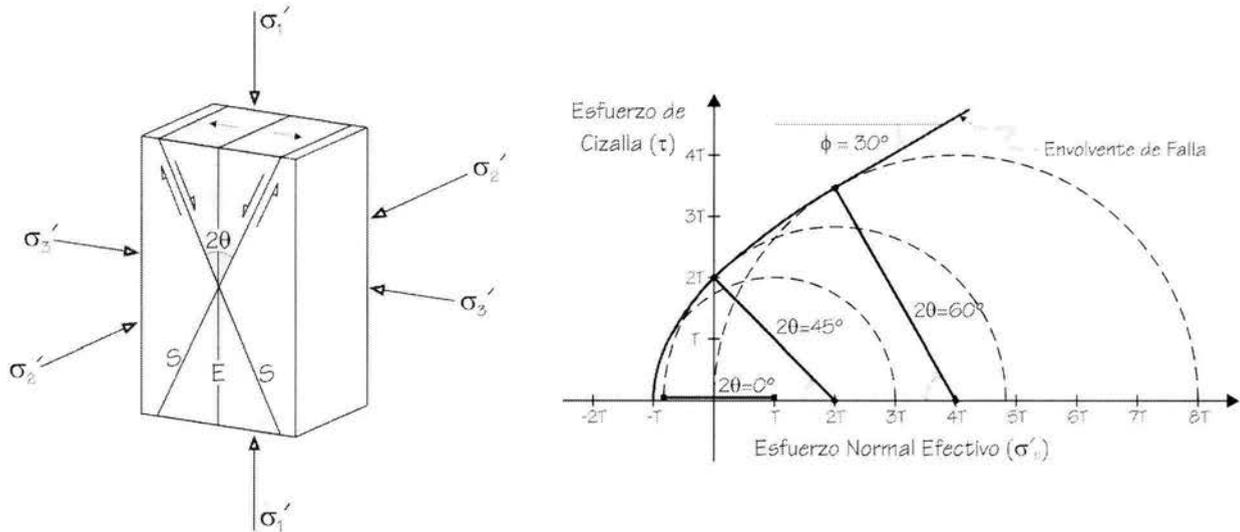


Figura I.2. Relación de los esfuerzos principales efectivos ( $\sigma'_1 > \sigma'_2 > \sigma'_3$ ), las fracturas de extensión (E), conjugadas de cizalla (S) e híbridas (región sombreada), en un medio isotrópico y frágil. A la derecha, construcción de Mohr para  $2\theta = 0, 45$  y  $60^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ , en una envolvente de falla general y una resistencia a la tensión  $T$  (modificado de Hancock, 1985).

La orientación de los esfuerzos principales puede ser determinada conociendo que, al momento de la falla, las fracturas de extensión son inicialmente perpendiculares a  $\sigma'_3$  y están contenidas en el plano de esfuerzos principales  $\sigma'_1 - \sigma'_2$ , mientras que una fractura de cizalla o de cizalla híbrida se encuentra en el ángulo bisector agudo paralelo a  $\sigma'_1$ . Partiendo de  $\phi$  igual a  $30^\circ$ , un ángulo diedro ( $2\theta$ ) de  $45^\circ$  dentro de la zona de fracturas híbridas, divide en dos subclases a éstas. Cuando  $2\theta$  es menor a  $45^\circ$   $\sigma'_N$  es negativo, mientras que si  $2\theta$  se encuentra entre  $45$  y  $60^\circ$   $\sigma'_N$  es positivo, aunque en ambos casos  $\sigma'_3$  se mantiene negativo. Para esta explicación se ha tomado un ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) igual a  $30^\circ$ , que corresponde con el punto de vista de Anderson (1942) para el fracturamiento; sin embargo, cabe aclarar que este ángulo varía con la litología, y generalmente tiende a ser mayor en las litologías más competentes.



De hecho, un aumento en la presión hidrostática tiene como efecto eliminar la microfracturación de la roca, y permite mantenerla en el campo de la ductilidad. La formación y crecimiento de las microfracturas implica un aumento del volumen global de material, que se denomina *dilatación*, y su propagación conduce, por coalescencia, a la ruptura macroscópica de la roca. Como el aumento de la presión hidrostática se opone al aumento de volumen por dilatación, se impide el desarrollo y la coalescencia de las microfisuras; por lo tanto, se retarda la ruptura macroscópica.

**Influencia de la Temperatura:** También la temperatura se incrementa con la profundidad; el gradiente geotérmico es cercano a 20°C/km, pero en ciertas regiones puede alcanzar hasta 100°C/km. A presión de confinamiento constante, en una caliza de grano fino se observa claramente que un aumento en la temperatura abate el límite del flujo plástico, y por lo tanto produce un debilitamiento de la roca y aumenta la cantidad de deformación plástica antes de la ruptura. De esta manera, a profundidad la presión hidrostática retarda la ruptura y la temperatura abate el límite de plasticidad. Pero sus efectos conjugados contribuyen a extender el campo de ductilidad de las rocas.

**Influencia de la Velocidad de Deformación:** Los ensayos de laboratorio se realizan a velocidades del orden de  $10^{-5}$  hasta  $10^{-9}$  segundos<sup>-1</sup> para la fluencia experimental. Estos valores están lejos de representar las velocidades de los fenómenos geológicos que son del orden de  $10^{-14}$  a  $10^{-15}$  segundos<sup>-1</sup> para desplazamientos horizontales. En experimentos con velocidades de carga impuestas se ha determinado que cuando la velocidad del esfuerzo aumenta hay una disminución de la deformación plástica y, al mismo tiempo, un aumento en el límite de elasticidad. Para velocidades de deformación crecientes, el campo de plasticidad disminuye y la roca se vuelve más frágil. Los experimentos realizados con altas presiones de confinamiento muestran que después de haber obtenido una deformación debida a la carga, si se mantiene el esfuerzo constante, la deformación continúa.

**Campos de Deformación Geológica:** En función de la profundidad y, por lo tanto, de la presión y de la temperatura, se puede distinguir un campo superficial que es esencialmente el de la deformación por ruptura (o frágil), y un campo más profundo de la deformación dúctil, tanto en las rocas sólidas (plásticas) como en las que han pasado por una fusión parcial (viscosa), si la temperatura es lo suficientemente elevada. Es necesario considerar la deformación geológica no sólo en función de los parámetros de presión y temperatura (P-T), sino también en función de la naturaleza de las rocas. Finalmente, la deformación también depende de su velocidad: las rocas sedimentarias separadas del basamento por un nivel muy dúctil, y deformadas a velocidades muy bajas, pueden plegarse en un ámbito superficial. Por el contrario, en condiciones idénticas de P – T si estas rocas están unidas a un basamento metamórfico o granítico frágil, que se deforma por deslizamientos intermitentes pero rápidos, como las fallas, las rocas sedimentarias situadas arriba tendrán, también, un comportamiento frágil.

Observaciones de campo y pruebas de laboratorio han mostrado que las fracturas y las fallas se producen a todas las escalas (desde microscópica hasta global) en las rocas de la corteza terrestre en los 10 Km. superiores, con temperaturas de 0 a 300°C y presiones de 0 a 4 kilobares, asociadas con tres tipos de procesos: gravitacionales, tectónicos y diapíricos. Entre los procesos gravitacionales que pueden producir fracturamiento y fallamiento se encuentran la compactación

diferencial y la descompactación debida a la erosión; como procesos tectónicos, el fallamiento y el plegamiento a diversas escalas, son responsables de la generación de fracturas; y por último, las intrusiones tanto salinas como arcillosas que se encuentran ligadas a procesos relacionados con diferencias de densidad y fuerzas verticales, también son responsables de producir fracturas y fallas en las rocas huésped de la intrusión.

### **Sistemas de Fracturas Asociadas a Fallas.**

Las fracturas asociadas a fallas están generalmente relacionadas al mismo estado de esfuerzo regional que causó el fallamiento, y las relaciones entre ellas han sido mostradas y documentadas por varios autores (Ramsay y Huber, 1987; Marshak y Mitra, 1998). Las fracturas presentan tres direcciones potenciales:

- ℵ Paralela a la falla, en su mayoría son fracturas de cizalla.
- ℵ Oblicua al plano de falla, generalmente son fracturas de cizalla conjugadas con la falla principal, cortándola en un ángulo agudo de aproximadamente  $60^\circ$ .
- ℵ Oblicua tanto a la falla como a las fracturas de cizalla conjugadas, correspondiendo a las fracturas de extensión, que bisectan el ángulo agudo formado entre los dos sistemas de fracturas de cizalla.

El grado del fracturamiento asociado con fallas parece estar en función de la litología, de la distancia al plano de falla, de la cantidad de desplazamiento a lo largo de la falla, de la deformación total dentro de la masa de roca, de la profundidad de sepultamiento, y del tipo de falla (cabalgadura, de crecimiento, etc.).

### **Sistemas de Fracturas Asociadas a Pliegues**

Las fracturas se desarrollan también en rocas plegadas, en una variedad de orientaciones relacionadas simétricamente con el pliegue. Por lo que se convino referir la orientación de las fracturas a un sistema de coordenadas ortogonales relacionadas con la geometría del pliegue y con la estratificación o foliación. Las direcciones de referencia usualmente empleadas fueron propuestas por Bruno Sander entre 1926 y 1930. Las tres direcciones mutuamente perpendiculares son *a*, *b* y *c*; la selección de la dirección axial se basa en la simetría respecto a la estratificación en el pliegue, sin implicaciones cinemáticas o dinámicas. Por lo tanto, la estratificación define la superficie *ab*, con el eje *c* normal a la superficie de estratificación y el eje *b* paralelo al eje del pliegue. Los ejes *a* y *c* cambian de orientación alrededor del pliegue, mientras que el eje *b* se mantiene constante (Figura 1.4). Hans Cloos (1922) desarrolló una nomenclatura para juntas orientadas respecto al sistema *a, b, c*: las juntas paralelas al plano *ac* son conocidas como juntas cruzadas (*Querklüfte*, *Q* en alemán), las paralelas a *bc* son juntas longitudinales (*Längsklüfte* o *Streckungsklüfte*, *S* en alemán), y las paralelas a *ab* son juntas paralelas a la estratificación (*Langerklüfte*, *L* en alemán). Las superficies de las juntas que no son paralelas a los planos de referencia son descritas de forma simbólica, y de manera análoga a la relación de los planos cristalográficos con los respectivos ejes cristalográficos, a través de los índices de Miller. Una superficie que cruza todas las direcciones se designa como *hkl*, si contiene una de las tres direcciones principales *a, b, o c*, se designan *Okl*, *hOl* y *hkO*, respectivamente (Ramsay y Huber, 1987).

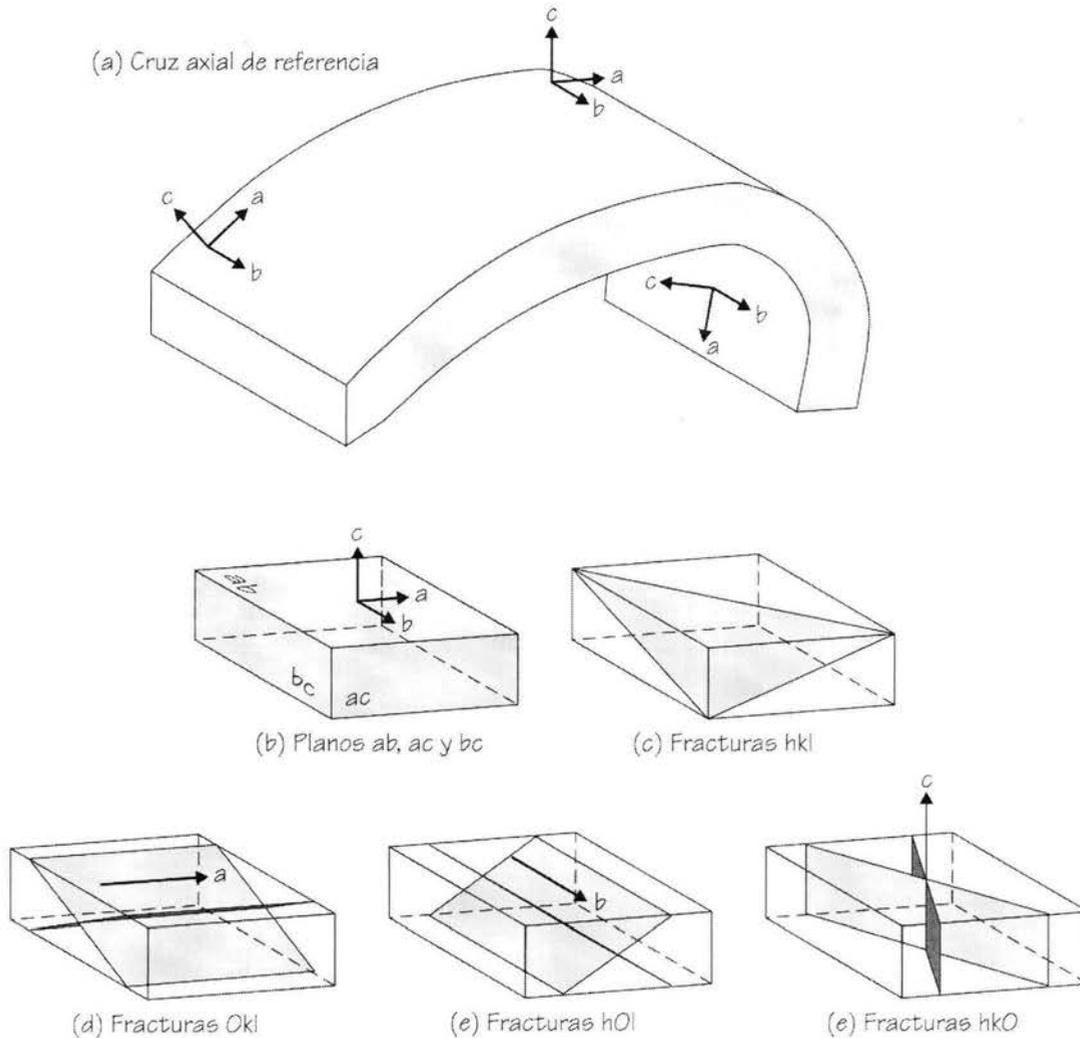


Figura 1.4. Notación de los sistemas de juntas con respecto a los ejes ortogonales a, b y c del cruce axial respecto de una superficie plegada y el eje del pliegue (tomado de Ramsay y Huber, 1987).

Utilizando como referencia la figura 1.4 podemos interpretar que las juntas en la superficie *ab* pueden ser de cizalla, de dilatación o de contracción, mientras que en las orientadas de las superficies *bc* o *ac* la cizalla es menos común. Muchas de las fracturas *OkI*, *hOl* y *hkO* pertenecen a sistemas conjugados de cizalla o fracturas híbridas. El desarrollo de conjuntos de juntas y de sistemas simétricamente orientados respecto a la estratificación sedimentaria y a la línea de charnela, resultan del acortamiento o elongación paralelo o normal a estas direcciones (Figura 1.5). Algunas fallas en los últimos estadios de contracción o extensión son asimétricas respecto a la estratificación, aunque ellas se intersectan de forma paralela o cercana a la línea de charnela (Hancock, 1985).

El valor de investigar las juntas en los cinturones de pliegues y cabalgaduras radica en que pueden aportar evidencia suplementaria acerca del estado total del campo de esfuerzos experimentado durante la deformación. Las juntas restringidas a ciertas partes del pliegue pueden ser relacionadas a una respuesta local, como puede ser la elongación o acortamiento arriba o abajo de la superficie neutral, o en el desarrollo o arrastre de los limbos. Como las capas se deslizan sobre

rampas de cabalgamiento frontales, oblicuas y, o laterales, pueden experimentar deformaciones complejas, y de aquí que las juntas pueden ser relacionadas con el paso del bloque que las contiene sobre una rampa, que puede sobreimponer sus características al desplazarse sobre otra de diferente orientación.

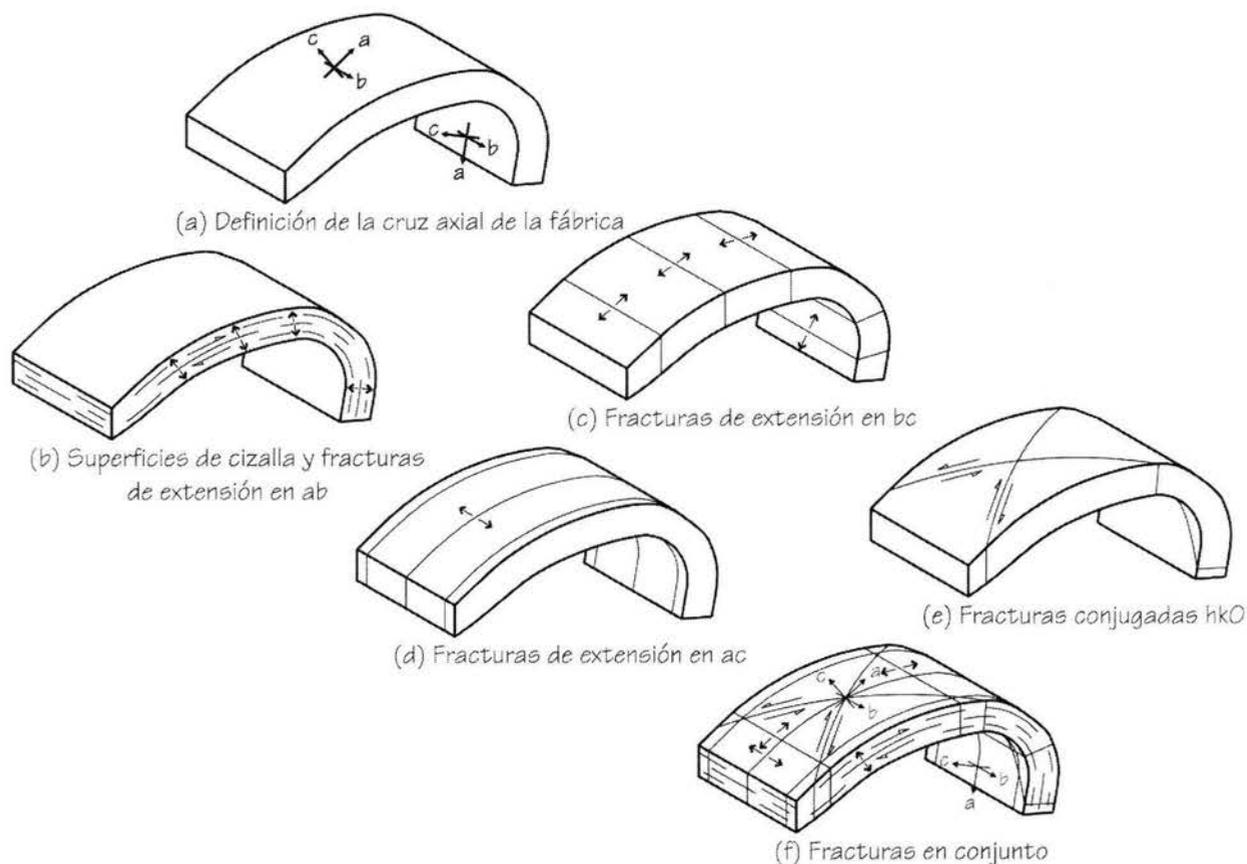


Figura 1.5. Bloques diagramáticos con los principales conjuntos de fracturas y de sistemas simétricamente dispuestos respecto a una superficie plegada y a al eje del pliegue. En (e) el ángulo agudo formado por las fracturas conjugadas hko son bisectadas por a (modificado de Hancock, 1985).

Por otra parte, las fracturas asociadas con domos tienen una distribución análoga a la de los pliegues. En esencia, los domos pueden ser tratados como anticlinales equidimensionales que tienen inmersión en todas direcciones. Como tal, varios de los juegos de fracturas, que son definidos respecto al rumbo y buzamiento de los estratos, han llegado a ser coincidentes sobre los domos.

### Procesos de Formación de Vetillas

Las fracturas y fallas son estructuras geológicas secundarias que, por mostrar la pérdida de cohesión se les reconoce como estructuras disyuntivas, y representan un volumen dentro de las formaciones que puede ser ocupado por fluidos, estar total o parcialmente abiertas, o totalmente rellenas y selladas al flujo. Si el espacio entre las paredes de una fractura con un espesor considerable (mayor a un milímetro), se observa que es ocupado por un mineral de relleno, o en ese espacio han crecido cristales fibrosos, a esta estructura es mejor llamarle **vetilla**. Cabe suponer que las vetillas formadas por cizalla se pueden comportar simultáneamente como planos de falla (Hancock, 1985; Ramsay y Huber, 1987).

Desde el punto de vista macroscópico las vetillas pueden tener formas tabulares, lenticulares o de gota (Figura 1.6). Esto ha dado lugar a que exista una gran variedad de nombres –especialmente en la minería– para diferentes formas y posiciones respecto de la roca encajonante. Para Bons (2000) existen tres categorías generales: *vetillas de tensión*, *vetillas de cizalla* y *vetillas de brecha* o *redes de vetillas*; estas últimas se forman generalmente entre los clastos de cualquier tipo de brecha y ocurren típicamente en los yacimientos hidrotermales, aunque verdaderas vetillas de brecha pueden llegar a formarse durante un evento de fracturamiento extensivo sin orientación preferencial. Sin embargo, como la forma y orientación de las vetillas puede estar condicionada por estructuras como fracturas, fallas o la misma estratificación, diferentes eventos de fracturamiento con diferentes orientaciones de corte, pueden producir estructuras semejantes a vetillas de brecha (Valenta *et al.*, 1994).

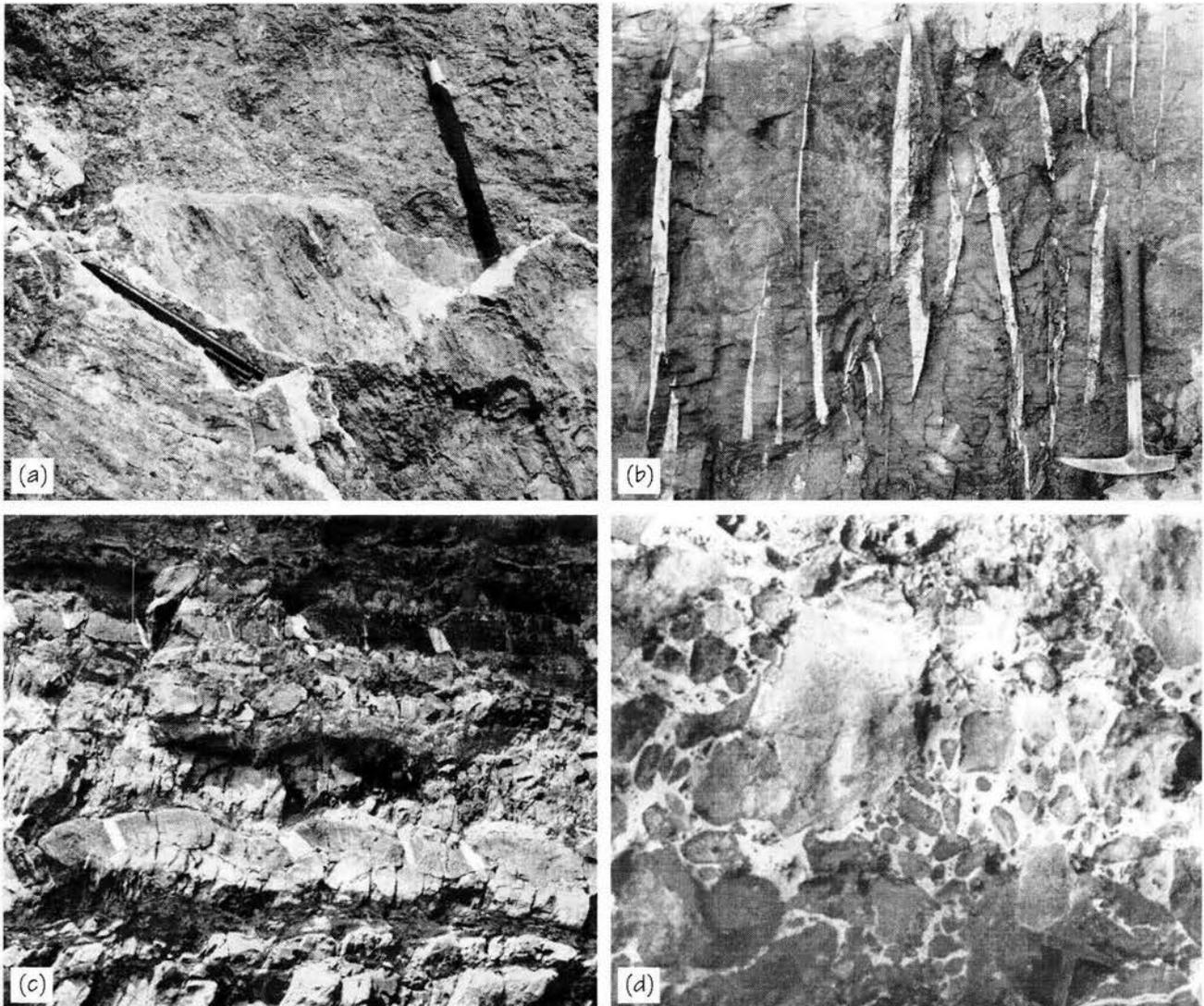


Figura 1.6. (a) Vetillas de cizalla tabulares rellenas de calcita y paralelas a la estratificación, en calizas de cuenca, con tres juegos de estrías; (b) vetillas de calcita lenticulares de tensión en calizas y margas; (c) vetillas tabulares de tensión rellenas de cuarzo, en areniscas gruesas con espesores de 30 cm intercaladas en limolitas y areniscas finas; y, (d) vetilla de brecha formada por alteración hidrotermal (hematizada y silicificada).

En las fracturas de cizalla puede ocurrir alguna dilatación en la dirección de deslizamiento, aunque el principal modo de desplazamiento es paralelo al plano de fractura, por lo que fracturas semejantes proveen un espacio muy limitado para la precipitación mineral y la formación de vetillas. En el caso de las fracturas de extensión se presenta más espacio para el crecimiento de vetillas minerales, usualmente presentan formas lenticulares, proveyendo la mejor oportunidad para su formación, por lo que no es de sorprender que las **vetillas de tensión**, también llamadas **salbandas de tensión** (*tension gashes*), **fisuras de tensión** (*tension fissures*) o **vetillas de salbanda** (*gash-veins*) sean comunes (Ramsay y Huber, 1983). Las vetillas de tensión tienen generalmente forma lenticular, que pueden variar en tamaño desde milímetros hasta kilómetros, y suelen encontrarse en arreglos en *échelon* (escalonados) que llegan a tener formas sigmoidales de S o Z.

Desde un punto de vista microscópico, puede describirse la morfología de una vetilla en función de la textura o forma del arreglo de los cristales dentro de ella; particularmente para los sistemas hidrotermales someros (Dong et al., 1995) existen numerosas nomenclaturas, y para las vetillas formadas por procesos tectónicos Bons (2000) distingue cuatro categorías primarias:

- ✎ **Textura en Bloques:** En esta textura los granos son burdamente equidimensionales y están orientados aleatoriamente. La textura de bloques puede ser primaria si durante el crecimiento de la vetillas se presentó una continua nucleación de nuevos granos. Sin embargo, puede ser también secundaria si resulta de la recristalización de una textura primaria.
- ✎ **Textura en Bloques Elongados:** Los cristales presentan típicamente una elongación moderada, con una relación longitud/espesor del orden de 10, y el eje cristalino mayor alineado en la dirección del crecimiento mineral, que por lo general, es perpendicular a la pared de la vetilla. Esta textura se forma cuando la nucleación de nuevos granos minerales no ocurre durante el crecimiento de la vetilla, y todo el desarrollo se debe al continuo sobrecrecimiento cristalográfico en los extremos de los granos cristalinos existentes. Los "cristales semillas" pueden ser cristales preexistentes en la pared del respaldo de la vetilla o cristales formados en las primeras etapas de nucleación. La textura de bloques elongados muestra evidencias de un crecimiento controlado cristalográficamente.
- ✎ **Textura Fibrosa:** Los granos minerales en forma de aguja o fibra muestran una relación longitud/espesor mayor a 10, con los ejes mayores alineados y con la característica distintiva que muestra una fuerte competencia en el crecimiento de las vetillas fibrosas. Todos los granos cristalinos tienen aproximadamente la misma forma, y esta textura sólo se desarrolla si no existe nucleación después de iniciarse el crecimiento en las vetillas.
- ✎ **Textura de Cristales Extendidos:** A partir de la textura anterior, se adiciona nuevo material a la vetilla por precipitación en la superficie de los granos existentes. La distinción principal entre ambas texturas consiste en que en la textura de cristales extendidos se da un crecimiento accesorio que toma lugar dentro de los granos cristalinos, sobre la superficie de la parte media de ellos, en el espacio que se genera por las microfracturas que cortan los granos minerales. Los cristales así formados suelen tener límites dentados (estructura radial) y alguna vez las dos mitades del grano original pueden ser reconocidas como los límites del cristal extendido.

No todas las vetillas manifiestan una sola textura, por lo que el término “**politextural**” puede aplicarse, en el que se distinguen dos casos: el primero, en el que se presenta un crecimiento secuencial de diferentes texturas, una se forma después de otra; y el segundo cuando diferentes texturas se forman simultáneamente. Probablemente, el desarrollo de uno u otro tipo de politexturas está controlado por las diferentes propiedades mecánicas de los materiales. Conjuntamente las vetillas pueden contener vacíos o cavidades que, por una parte, pueden ser resultado de un llenado incompleto cuando una corteza continua, formada por las caras de cristales euhedrales, funciona como el respaldo de la vetilla, formando la cavidad. Otra posibilidad es cuando cristales individuales abarcan el espesor completo de la vetilla, dejando espacios abiertos entre ellos.

Una tercera categoría para clasificar las vetillas de manera común se refiere al término de “**morfología de crecimiento**”, relacionado a la simetría de la dirección de crecimiento de los cristales que forman la vetilla. De esta manera, el crecimiento de las vetillas puede clasificarse como vetillas **sintaxial** o **antitaxial** (Ramsay y Huber, 1973; Passchier y Trouw, 1998). En las **vetillas sintaxiales** el crecimiento ocurre en un plano simple, llamado **plano medio**, que usualmente corresponde con una delgada fractura donde el material es adicionado por **sobrecrecimiento** en los cristales de la vetilla, en ambos lados del plano de crecimiento. Así, el último material precipitado en la vetilla se localiza en el plano medio, mientras que el primero y más antiguo se encuentra en el extremo de la vetilla, en el contacto de la vetilla con la roca encajonante. Las **vetillas sintaxiales** pueden ser simétricas, pero cuando el plano de crecimiento es cercano a uno de los respaldos, puede producirse una marcada **asimetría** de la vetilla. El crecimiento **sintaxial** ocurre generalmente cuando el mineral que forma la vetilla es un **constituyente mayor** de la roca encajonante, donde los cristales de la vetilla crecen **epitaxialmente** a los cristales de la roca encajonante. Cuando el mineral que forma la vetilla no es un **constituyente mayor** de la roca encajonante tienden a formarse **vetillas antitaxiales**; en este tipo de vetillas se presentan dos superficies de crecimiento, cada una entre la superficie exterior de la vetilla y la roca encajonante, por lo que el nuevo material es adicionado simultáneamente a ambas superficies. De esta manera, el material más joven se localiza en las partes exteriores de las vetillas, y el primer precipitado se sitúa a la mitad del plano medio. El plano medio en una **vetilla antitaxial** es claramente de una naturaleza diferente que en una **vetilla sintaxial**: habitualmente es **fibrosa** y el plano medio está marcado por una **cadena de inclusiones** de la roca encajonante, o por una **delgada zona de material** de la vetilla de diferente textura.

Idealmente, la **geometría** y la **estructura** de una vetilla pueden ser totalmente descritas por los tres términos ya mencionados, uno para cada categoría: **morfología macroscópica**, **morfología microscópica** y **morfología de crecimiento** (por ejemplo, **vetilla sigmoidal**, **fibrosa** y **antitaxial**). Pero no siempre ocurren todas las combinaciones de estos términos, y algunas vetillas presentan combinación de características (por ejemplo, **vetilla parcialmente en bloques** y **parcialmente fibrosa**). Si una vetilla se compone de dos minerales (por ejemplo, **cuarzo** y **calcita**) puede ocurrir que un mineral muestra **crecimiento sintaxial**, mientras que simultáneamente el otro presenta una **morfología de crecimiento antitaxial**; el mineral **sintaxial** inicia su crecimiento de la roca encajonante hacia adentro, mientras el **segundo mineral** creció de adentro hacia fuera. En este caso se presentan dos superficies de crecimiento y se nombra **morfología “compuesta”**. Este término está reservado para **vetilla** donde ambas morfologías y mineralogías ocupan proporciones similares en la **vetilla**.

## ANÁLISIS FRACTAL

La geometría tradicional, la euclidiana, es la rama de las matemáticas que se encarga de las propiedades y de las mediciones de elementos tales como puntos, líneas, planos y volúmenes. La geometría euclidiana también describe los conjuntos formados por la reunión de los elementos arriba citados, cuyas combinaciones forman figuras o formas específicas. Sin embargo, las formas encontradas en la naturaleza, como montañas, franjas costeras, sistemas hidrográficos, nubes, hojas, árboles, vegetales, copos de nieve, y un sinnúmero de otros objetos no son fácilmente descritos por la geometría tradicional. La geometría fractal provee una descripción y un modelo matemático para las aparentemente complicadas formas de la naturaleza. Éstas poseen una remarcable invariancia de simplificación bajo los cambios de la magnificación, propiedad que caracteriza a los fractales, como veremos más adelante.

El matemático francés Benoit Mandelbrot acuñó la palabra fractal en la década de los 70, derivándola del adjetivo latín *fractus*. El correspondiente verbo latino: *frangere*, significa romper, crear fragmentos irregulares.

Los fractales fueron concebidos aproximadamente en 1890 por el francés Henri Poincaré. Sus ideas fueron extendidas más tarde, fundamentalmente por dos matemáticos también franceses, Gastón Julia y Pierre Fatou, hacia 1918. Se trabajó mucho en este campo durante varios años, pero el estudio quedó congelado en los años veinte. El estudio fue retomado a partir de 1974 en IBM y fue fuertemente impulsado por el desarrollo de la computadora digital. El Dr. Mandelbrot, de la Universidad de Yale, con sus experimentos de computadora, es considerado como el padre de la geometría fractal. En su honor, uno de los conjuntos que él investigó fue nombrado con su nombre. Otros matemáticos, como Douady, Hubbard y Sullivan trabajaron también en esta área explorando más las matemáticas que sus aplicaciones.

### Definición de Fractal

“Fractal” es una palabra inventada por Mandelbrot (1977) para designar bajo el mismo concepto a una clase de objetos que tienen ciertas características estructurales en común. De acuerdo a Mandelbrot (1977, 1982), el término “fractal” proviene de la misma raíz latina “fracción” y “fragmento” y significa “irregular y fragmentado”. A partir de esto, el autor concibió y desarrolló una nueva geometría de la Naturaleza (fractal) e implementó su uso en un número diverso de campos, describiendo muchas de las irregularidades y patrones de fragmentación alrededor de éstos.

Para Mandelbrot (1982) “un fractal es una forma hecha de partes similares, de alguna manera, a un todo”. De esta manera, la Geometría Fractal estudia las formas que Euclídes manejó bajo el concepto de ‘sin forma’, y que Mandelbrot llamó ‘los fractales’. Por esta razón, el término implica tanto un rasgo ‘irregular’ como su existencia en forma de fragmento.

### Dimensión Fractal

Un fractal se puede caracterizar por medio de su *dimensión fractal*, usualmente representada por  $D$ . La dimensión fractal indica la capacidad de un conjunto para llenar el espacio euclidiano en el que reside, y es una descripción cuantitativa de las características fractales de los objetos

investigados. En un sentido matemático, la dimensión fractal es una medida de la irregularidad de un objeto (Xu, et al., 1993).

En este sentido, el espacio euclidiano que Poincaré maneja como un espacio común, se caracteriza por una dimensión (E) finita y entera, cuya dimensión ( $D_E$ ) es bien conocida como un concepto algebraico. Dentro de este espacio se encuentran incluidas diferentes figuras geométricas que tienen un tipo de medida, de naturaleza intuitiva, que se define como su dimensión, y que es igual a cero para el caso de los puntos discretos, uno para las líneas, dos para los planos y finalmente tres para las figuras con volumen. Esta dimensión está dada en el marco de los trabajos de Brouwer, Lebesgue, Menger y Urysohn que definen la dimensión topológica ( $D_T$ ).

El principal aporte de Mandelbrot al aplicar el análisis matemático a sistemas irregulares e indeterminados, es el de poder extender el concepto del Análisis Dimensional Clásico para incluir un número fraccionario (dimensión fractal) que describe las irregularidades de un sistema en un espacio amplio, incluyendo las diferentes dimensiones numéricas que acompañan la magnitud fraccional. A partir de estos trabajos, Mandelbrot (1982) definió matemáticamente los fractales como “un conjunto para el cual la dimensión de Hausdorff-Besicovitch ( $D_H$ ) excede estrictamente su dimensión topológica ( $D_T$ )”.

De esta manera, a cualquier conjunto  $\mathfrak{R}^E$  en el espacio euclidiano, le corresponde un número real (fraccionario), independientemente de que tan ‘compleja’ es la forma del fractal. En la mayoría de los casos el análisis fractal se realiza en el espacio euclidiano  $\mathfrak{R}^E$ , por lo que la  $D_T$  como la  $D_H$ , son números cuyo valor mínimo es cero y el máximo es E. La dimensión topológica ( $D_T$ ) siempre es un número entero, aunque la dimensión de Hausdorff-Besicovitch ( $D_H$ ) no necesariamente tiene que serlo; este es el origen del término fractal. Ambas dimensiones no necesariamente coinciden, sin embargo, siempre cumplen con la desigualdad de Szpilrajn: la dimensión de Hausdorff-Besicovitch siempre es mayor o igual a la dimensión topológica,  $D_H \geq D_T$ .

La magnitud de la dimensión fractal está en función de los procesos físicos responsables de la formación del fractal, en donde la “dimensión fractal” no es una noción topológica, sino métrica, ya que incluye dentro de sí un espacio métrico  $\Omega$ , en el que la distancia entre dos puntos cualesquiera se define de un modo útil.

### Fractales Determinísticos

Un conjunto fractal se define si cumple la siguiente relación (Turcotte y Huang, 1995):

$$N_i = \frac{C}{r_i^D} \quad [1.1]$$

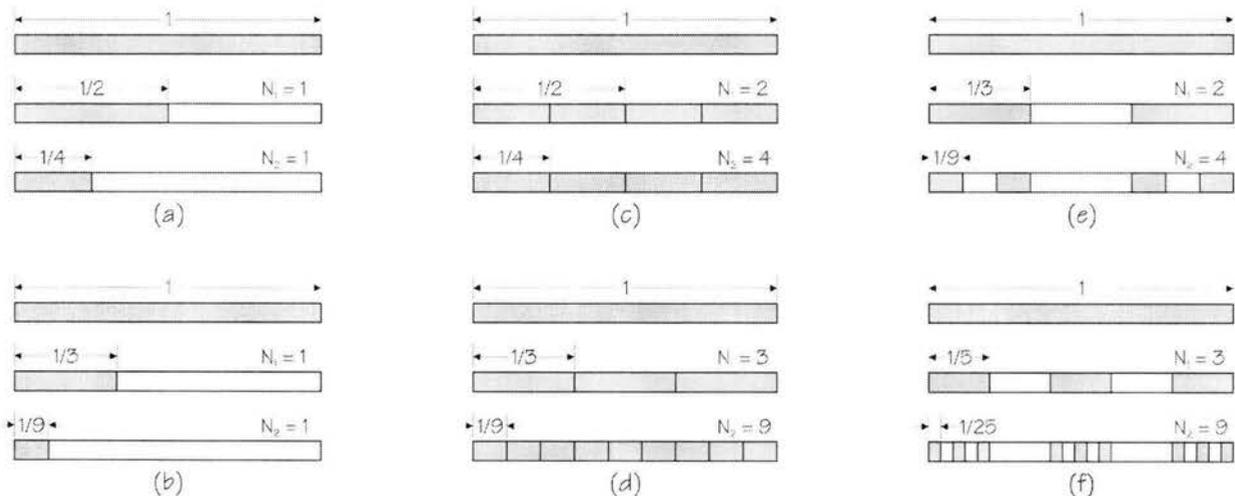
donde  $N_i$  es el número de objetos (por ejemplo, fragmentos) con una característica dimensión lineal  $r_i$ , C es una constante de proporcionalidad y D es la dimensión fractal. La dimensión fractal puede

<sup>1</sup> Felix Hausdorff (1868-1942) fue un matemático de la Universidad de Bonn. Él era Judío, y junto con su esposa cometieron suicidio el 26 de enero de 1942, una semana después de enterarse que serían deportados a un campo de concentración.

ser un número entero si es equivalente a la dimensión euclidiana. Para explicar el porqué es apropiado referirse a  $D$  como una dimensión fractal o fraccionaria utilizaremos el siguiente ejemplo (Figura 1.7). Tomemos la línea de la Figura 1.7(a) como elemento de referencia y de longitud unitaria, por lo que al no presentar divisiones la llamaremos de orden cero; consideremos como regla de fragmentación el seccionarla en dos partes iguales, es decir  $r_1 = 1/2$  de la longitud original, y el retener sólo una de ellas, por lo que  $N_1 = 1$ . El segmento remanente es fraccionado bajo la misma regla de fragmentación, por lo que en un segundo orden tendremos  $r_2 = 1/4$ , y como una sola parte es retenida  $N_2 = 1$ . Para determinar la dimensión fractal  $D$ , podemos describirla a partir de [1.1] como:

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log(N_{i+1}/N_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} \quad [1.2]$$

donde  $\ln$  es el logaritmo de base  $e$  y  $\log$  es el logaritmo de base 10. En todas las aplicaciones requerimos de la relación logarítmica, aunque es indistinto el uso de cualquier logaritmo de los anteriores, e incluso logaritmos de diferente base. Para el ejemplo considerado,  $\log(N_2/N_1) = \log 1 = 0$ , y  $\log(r_1/r_2) = \log 2$ , por lo que  $D$  es igual a 0, la dimensión euclidiana de un punto. Ésta construcción puede extenderse a órdenes mayores de fragmentación y en todos los casos tendremos que  $\log(N_{i+1}/N_i) = \log 1 = 0$ . Cuando el orden de la construcción se aproxima al infinito,  $n \rightarrow \infty$ , la longitud remanente de la línea se aproxima a cero,  $r \rightarrow 0$ , es decir a un punto. En este caso la dimensión euclidiana y fractal de un punto coinciden en ser cero, lo que es apropiado. La construcción de la Figura 1.7(b) es similar a la anterior, pero en este caso la regla de fragmentación consiste en segmentar la línea en tres partes iguales, reteniendo sólo una de ellas. Así, para la fragmentación de primer orden tenemos  $r_1 = 1/3$  y por sólo retener una parte de la longitud original  $N_1 = 1$ . En el segundo orden  $r_2 = 1/9$  y nuevamente  $N_2 = 1$ , por lo que al incrementarse el orden de fragmentación y  $n \rightarrow \infty$  la construcción nuevamente tiende a un punto y  $D = 0$ .



**Figura 1.7.** Ilustración de seis construcciones fractales unidimensionales; (a) y (b) corresponden a  $D = 0$ , (c) y (d) a  $D = 1$ , (e) y (f) a construcciones con dimensiones fractales no enteras. En el caso (e), conocido como Conjunto de Cantor, con  $D = \log 2 / \log 3 \approx 0.6309$ , y para (f) con diferente regla de fragmentación  $D = \log 3 / \log 5 \approx 0.6826$ .

En la Figura 1.7(c) la línea de orden cero tiene como regla de fragmentación el segmentarla en dos partes iguales, reteniendo ambas, por lo que para el primer orden de fragmentación  $r_1 = 1/2$  y  $N_1 = 2$ , y para el segundo orden de fragmentación  $r_2 = 1/4$  y  $N_2 = 4$ , por lo que a partir de la ecuación [1.2] podemos determinar que  $D = \log(N_2/N_1)/\log(r_1/r_2) = \log(4/2)/\log(1/2/1/4) = \log 2 / \log 2 = 1$ . Esto es similar a lo que sucede en la Figura 1.7(d), sólo que para una regla de fragmentación de un tercio; en ambos casos obtenemos una dimensión fractal igual a la euclidiana,  $D = D_E = 1$ , que corresponde a un segmento de línea. El resultado es apropiado si consideramos que la línea de longitud unitaria originalmente segmentada es repetida por la construcción. Sin embargo, no todas las construcciones tienen dimensiones fractales enteras. En el caso de la Figura 1.7(e) la línea de orden cero tiene una regla de fragmentación de un tercio por lo que  $r_1 = 1/3$ , reteniendo los dos segmentos finales y retirando el central lo que da lugar a  $N_1 = 2$ ; para el segundo orden de fragmentación tenemos que  $r_2 = 1/9$  y  $N_2 = 4$ , y así sucesivamente. Partiendo de [1.2] encontramos que  $D = \log 2 / \log 3 \approx 0.6309$ . Esto es conocido como el **Conjunto de Cantor**, al cual los matemáticos consideran una construcción patológica. En la Figura 1.7(f) se utiliza una regla de fragmentación de un quinto reteniendo sólo tres segmentos no consecutivos; para el primer orden de fragmentación tenemos  $r_1 = 1/5$  y  $N_1 = 3$  y para el segundo  $r_2 = 1/25$  y  $N_2 = 9$ , por lo que  $D = \log 3 / \log 5 \approx 0.6826$ . En estos dos últimos casos la dimensión fractal se encuentra entre cero y uno, que son dimensiones fraccionarias.

El proceso iterativo de la figura 1.7 puede ser desarrollado tanto como uno lo desee, remarcando que los segmentos de líneas son más y más cortos, lo que resulta en una construcción de **escala invariante**. Ésta condición es necesaria para aplicar la ecuación [1.1], ya que no existen en la naturaleza escalas de longitud que correspondan con la relación de la ley de potencia (fractal). Como un ejemplo particular podemos considerar al **Conjunto de Cantor** ya ilustrado, pero en este caso hasta la quinta iteración,  $i = 5$  (Figura 1.8). El **Conjunto de Cantor** de primer orden es usado como un "generador" para conjuntos de orden mayor; cada uno de los dos segmentos resultantes de la construcción de primer orden es remplazado por una versión escala del generador para obtener el conjunto de segundo orden, y así sucesivamente para los conjuntos de orden superior.

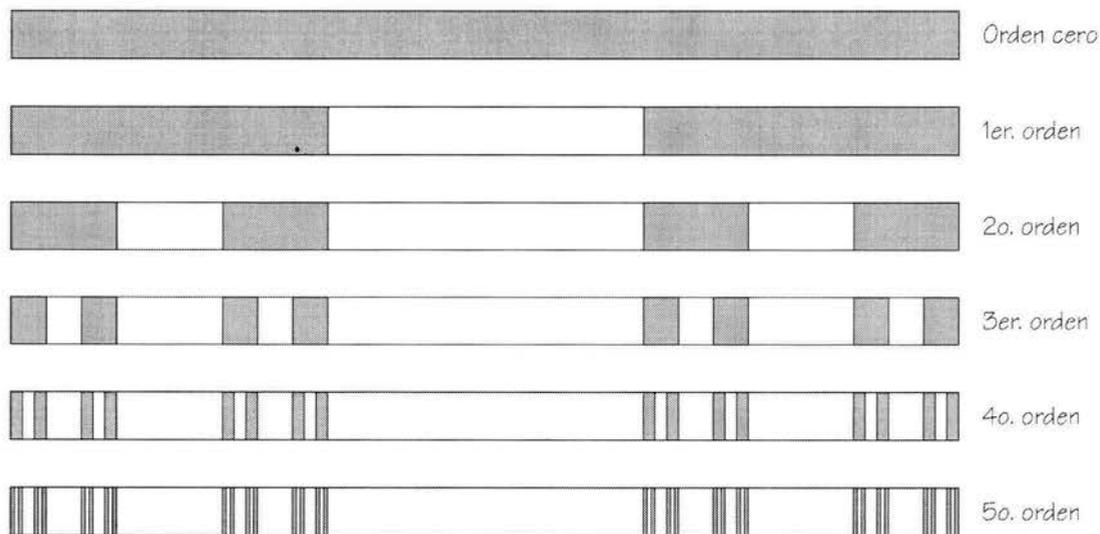


Figura 1.8. Conjunto de Cantor desarrollado hasta el quinto orden. El conjunto de primer orden es utilizado como generador, al remplazarse en los segmentos de líneas resultantes (i) se obtiene el conjunto de orden  $i + 1$ .

Si se desarrollan  $n$  iteraciones, la longitud de la  $n$ -ésima iteración,  $r_n$ , se relaciona con la longitud de la primera iteración,  $r_1$ , por lo que  $r_n / r_0 = (r_1 / r_0)^n$ . Así, cuando  $n \rightarrow \infty$ ,  $r_n \rightarrow 0$ ; en este límite el Conjunto de Cantor es conocido como "Polvo" de Cantor, un conjunto infinito de puntos aglomerados.

El concepto de fractal utilizado en una dimensión, también puede ser extendido a dos dimensiones. Para esto tomamos un cuadrado de longitud unitaria que será nuestro elemento de orden cero, con una regla de fragmentación en la cual es fragmentado en nueve cuadrados iguales, por lo que para el primer orden cada fragmento tiene una longitud  $r_1 = 1/3$ . En el segundo orden los fragmentos restantes son divididos en nueve fragmentos, por lo que la longitud  $r_2 = 1/9$ , y así sucesivamente. En la Figura 1.9(a) sólo un cuadrado es retenido, por lo que  $N_1 = N_2 = \dots = 1$ . Partiendo de la ecuación [1.2] tenemos que  $D = \log(N_2/N_1) / \log(r_1/r_2) = \log(1/1) / \log(1/3/1/9) = \log 1 / \log 3 = 0$ , que es la dimensión fractal de un punto; esto es congruente si  $n \rightarrow \infty$ , el cuadrado remanente tiende a un punto. Para el caso de la Figura 1.9(b) dos fragmentos son retenidos para generar la iteración de primer orden, de donde obtenemos que  $r_1 = 1/3$ ,  $N_1 = 2$ , y para el segundo orden  $r_2 = 1/9$ ,  $N_2 = 4$ , por lo que  $D = \log 2 / \log 3 \approx 0.6309$ , el mismo valor obtenido en la Figura 1.7(e) para el Conjunto de Cantor. De manera similar, en la Figura 1.9(c) tres fragmentos son retenidos para la iteración de primer orden, por lo que  $r_1 = 1/3$ ,  $N_1 = 3$ , y para el segundo orden  $r_2 = 1/9$ ,  $N_2 = 9$ , por lo que  $D = \log 3 / \log 3 = 1$ . En el límite cuando  $n \rightarrow \infty$  los fragmentos remanentes se transforman en una línea como en la Figura 1.7(d), con dimensión euclidiana de uno. En la Figura 1.9(d) sólo el fragmento central es removido, por lo que para la iteración de primer orden tenemos  $r_1 = 1/3$ ,  $N_1 = 8$ , y para el segundo orden  $r_2 = 1/9$ ,  $N_2 = 64$ , por lo que  $D = \log 8 / \log 3 \approx 1.8928$ . Esta construcción es conocida como Carpeta de Sierpinski.

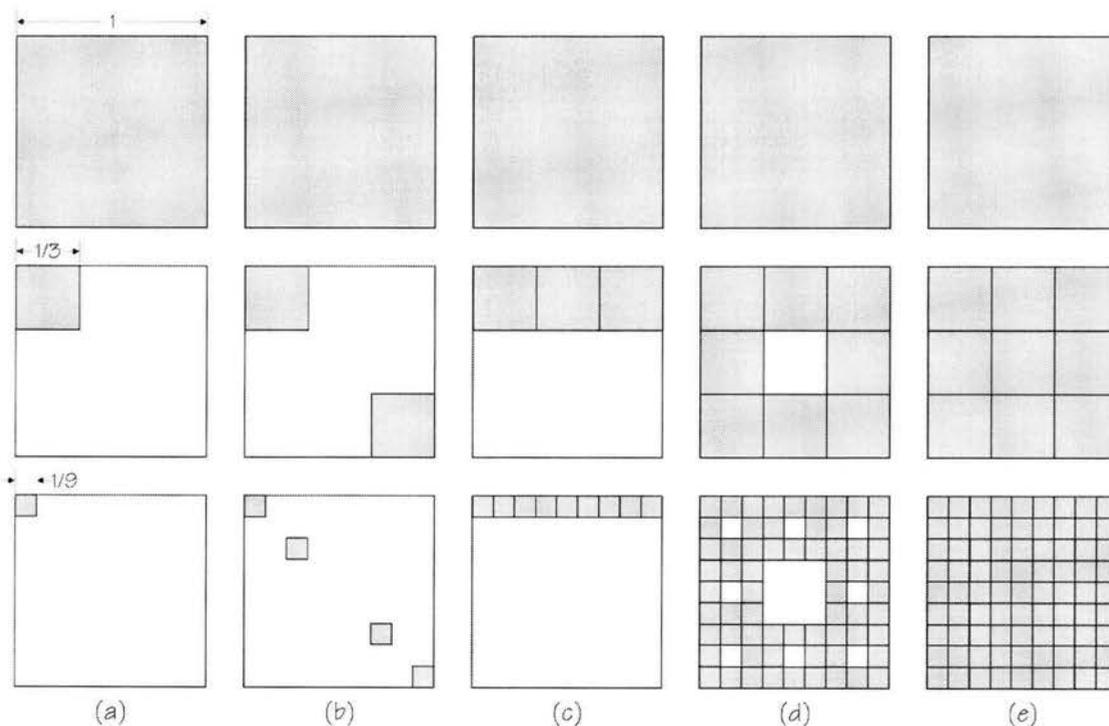


Figura 1.9. Construcciones fractales en dos dimensiones; (a)  $D = 0$ , (b) Conjunto de Cantor  $D \approx 0.6309$ , (c)  $D = 1$ , (d) Carpeta de Sierpinski  $D \approx 1.8928$  y (e) dimensión de un plano  $D = 2$ .

Finalmente, en la Figura 1.9(e) los nueve fragmentos son retenidos, por lo que para la iteración de primer orden  $r_1 = 1/3$ ,  $N_1 = 9$ , y para la segunda iteración  $r_2 = 1/9$ ,  $N_2 = 81$ , con lo que  $D = \log 9 / \log 3 = 2$ . La dimensión obtenida corresponde con la dimensión euclidiana de un rectángulo, lo cual resulta cierto cuando todos los fragmentos generados son retenidos. Las construcciones iterativas pueden ser percibidas como elementos con dimensión fractal entre 0 y 2, lo que significa que los elementos varían entre “polvos” inconexos y superficies rectangulares, invariantes en su escala.

Los ejemplos examinados en una y dos dimensiones pueden extenderse a tres dimensiones, como es el caso de la Esponja de Menger (Figura 1.10(a)). Para ésta el elemento de orden cero es un cubo de longitud unitaria, con un corte en el centro de cada cara de un tercio del tamaño de la longitud del cubo como regla de fragmentación. En la iteración de primer orden los seis elementos centrales de las caras del cubo y el elemento central del cubo son removidos; con esto obtenemos 20 cubos ( $N_1$ ) de longitud  $r_1 = 1/3$ . Para la iteración de segundo orden cada uno de los 20 cubos es segmentado de acuerdo a la regla de fragmentación, obteniéndose 400 cubos ( $N_2$ ) con una longitud de  $r_2 = 1/9$ . De la ecuación [1.2] obtenemos que  $D = \log (400 / 20) / \log (1/3 / 1/9) = \log 20 / \log 3 \approx 2.768$ . La Esponja de Menger puede ser usada como un modelo para estudiar el flujo en medios porosos que tienen una distribución fractal de la porosidad. Otro ejemplo de una construcción fractal en tres dimensiones se encuentra en la Figura 1.10(b). Partiendo del mismo elemento de orden cero que el ejemplo anterior, la regla de fragmentación consiste en retirar dos cubos de la mitad de tamaño del cubo original de sus extremos. Por lo que para la primera iteración tenemos a  $r_1 = 1/2$  y  $N_1 = 6$ , mientras que para la segunda  $r_2 = 1/4$  y  $N_2 = 36$ , y de acuerdo a la ecuación [1.2]  $D = \log (36 / 6) / \log (1/2 / 1/4) = \log 6 / \log 2 \approx 2.585$ . Estas construcciones iterativas indican que se pueden producir dimensiones fractales entre 0 y 3, presentando una invarianza en su escala.

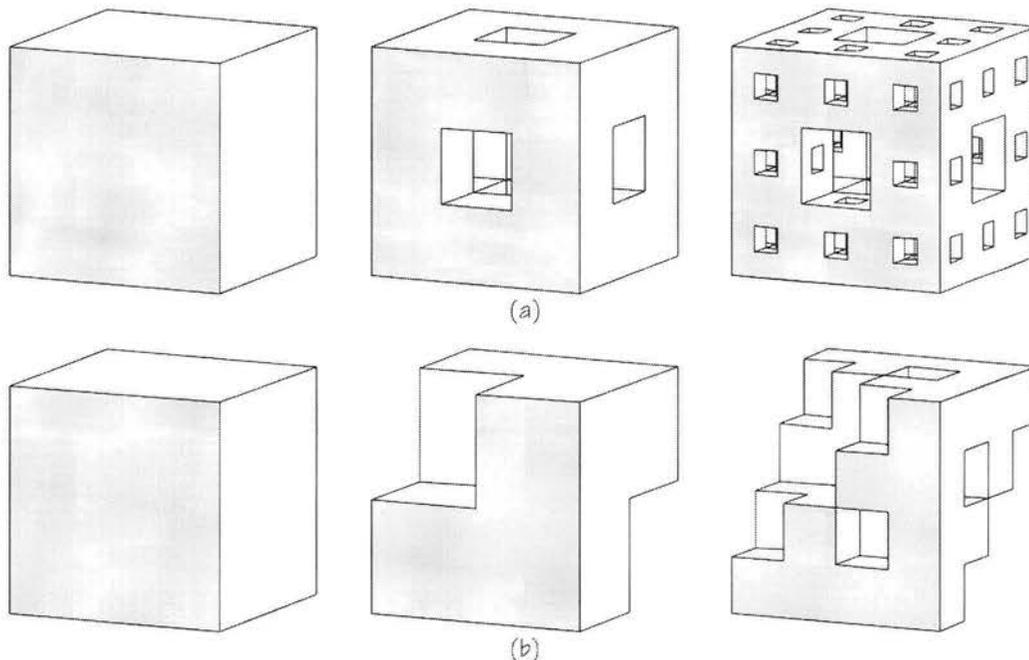


Figura 1.10. Construcciones fractales en tres dimensiones; (a) Esponja de Menger formada al dividir cada cubo en  $1/3$  del original y retirar los cubos centrales,

con  $D \approx 2.727$ , y (b) construcción formada al retirar dos cubos opuestos de la mitad del tamaño del original con  $D \approx 2.585$ .

Los ejemplos mostrados presentan construcciones geométricas de estructuras no continuas que tienen dimensiones no enteras y no euclidianas. Un ejemplo de construcción fractal continua es la Isla Triádica de Koch (Figura 1.11), donde la estructura de orden cero de esta construcción consiste de un triángulo equilátero con longitud unitaria por lado, tal que su longitud inicial es  $r_0 = 1$  y el número de lados  $N_0 = 3$ . La construcción de primer orden se genera al colocar triángulos equiláteros de longitud  $r_1 = 1/3$  en el centro de cada lado del triángulo original, con lo que se obtienen 12 lados, por lo que  $N_1 = 12$ . Para la construcción de segundo orden la longitud de los triángulos colocados en el centro de cada cara es de  $r_2 = 1/9$ , generándose 48 lados, es decir  $N_2 = 48$ . De la ecuación [1.2] tenemos que  $D = \log(N_2/N_1)/\log(r_1/r_2) = \log(48/12)/\log(1/3/1/9) = \log 4 / \log 3 \approx 1.26186$ . La dimensión fractal se encuentra entre 1 (la dimensión euclidiana de una línea) y 2 (la dimensión euclidiana de una superficie), lo que indica que la Isla de Koch presenta una estructura más compleja que una línea pero no llena completamente el espacio euclidiano de un plano. Esta construcción puede continuarse hasta un orden infinito, no obstante los lados son invariantes en su escala y la imagen de un lado es idéntico en todas las escalas. Para cuantificar lo anterior consideremos la longitud del perímetro  $P_i$ , que se define como:

$$P_i = r_i \cdot N_i \tag{1.3}$$

donde  $r_i$  es la longitud de orden  $i$  y  $N_i$  es el número de lados. Sustituyendo en [1.1] tenemos:

$$P_i = \frac{C}{r_i^{D-1}} \tag{1.4}$$

Para la Isla Triádica de Koch se tiene que  $P_0 = 3$ ,  $P_1 = 4$  y  $P_2 = 48/9 \approx 5.333$ , y al aplicar logaritmos a la ecuación [1.4] encontramos que:

$$D = 1 + \frac{\log(P_{i+1}/P_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} = 1 + \frac{\log(4/3)}{\log((1/3)/(1/9))} = 1 + \frac{\log 4 - \log 3}{\log 3} = \frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.26186 \tag{1.5}$$

Que es el mismo resultado que el obtenido al aplicar la ecuación [1.2], como era de esperarse. El perímetro de la Isla de Koch se incrementa conforme se incrementa  $i$ . Así, cuando la construcción  $i$  se aproxima al infinito, el perímetro se aproxima igualmente al infinito, como lo indica la ecuación [1.4] para  $D > 1$ . El perímetro de la Isla de Koch en el límite  $i \rightarrow \infty$  es un conjunto continuo pero no diferenciable.

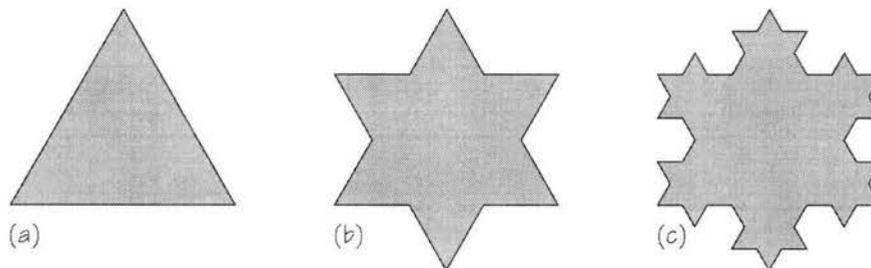


Figura I.11. Isla triádica de Koch; en su construcción de primer orden cero (a) la isla está formada por  $N_0 = 3$  lados con  $P_0 = 3$ , en (b) se forma por  $N_1 = 12$  lados con  $P_1 = 4$ , y en (c) presenta  $N_3 = 48$  lados con  $P_3 = 5.333$ , con lo que presenta  $D \approx 1.26186$ .

### Fractales Estadísticos

La Isla Triádica de Koch ha sido considerada como el modelo para medir la longitud de una línea de costa rocosa, en particular la costa oeste de la Gran Bretaña (Mandelbrot, 1967). Sin embargo, existen varias diferencias fundamentales: la primera es que el perímetro de la Isla de Koch es determinístico –depende del orden de la construcción– y el perímetro de una línea de costa es estadístico; además, el perímetro de la Isla de Koch es idénticamente invariable en la escala, a cualquier escala, mientras que el perímetro de una línea de costa puede ser estadísticamente diferente a diferentes escalas, pero las diferencias no permiten que la escala sea determinada; de esta manera una línea de costa es **estadísticamente fractal**. La segunda diferencia entre la Isla de Koch y una línea de costa rocosa es el rango de escalas en las cuales son invariantes, en otras palabras, su **ambiente fractal**.

Aunque la Isla Triádica de Koch tiene su máxima escala en el triángulo de origen (orden cero), la construcción puede extenderse sobre un rango infinito de escalas. Una línea de costa rocosa tiene una escala máxima y una mínima: la escala máxima puede ser típicamente de  $10^3$  a  $10^4$  km, que corresponde con el tamaño de un continente o una isla, mientras que la escala mínima será la escala del tamaño del grano de una roca, típicamente de 1 mm. Resulta claro que una línea de costa rocosa puede extenderse sobre ocho o nueve órdenes de magnitud, y la existencia de estos límites es una característica de todos los sistemas fractales que ocurren naturalmente. Adicionalmente, la línea de costa puede ser aproximadamente invariante en la escala (fractal), y las fluctuaciones estadísticas serán una medida de su fractalidad. La característica esencial de la distribución fractal es su invarianza de escala, y si ésta se extiende sobre un rango suficientemente grande de escalas, la distribución fractal provee una descripción útil de la aplicación estadística. La dimensión fractal  $D$  da una medida de la importancia relativa del tamaño de unos objetos respecto de otros (Turcotte, 1989; Turcotte y Huang, 1995). Así, la Isla Triádica de Koch es exactamente invariante en la escala, es decir, es un **fractal exacto o determinístico**.

Cuando Mandelbrot (1967) determinó la dimensión fractal de la costa oeste de la Gran Bretaña utilizó la ecuación [1.4], a partir de los datos de la longitud de la línea de costa  $P_i$ , obtenidos previamente por Richardson en 1961. Éste midió sucesivamente la distancia de la costa con diferentes unidades de medida que variaron en un rango de  $r_i$ , desde uno hasta los mil metros. Los datos anteriores se trazaron en una gráfica doblemente logarítmica, y se ajustaron a una línea recta con un coeficiente de correlación alto, donde la pendiente que se obtuvo correspondió con la dimensión fractal de la línea de costa:  $D = 1.25$ , por lo que el resultado es **fractal estadísticamente**. Esto es una evidencia de que la línea de costa es fractal y estadísticamente invariante en su escala sobre el rango de escala que varía de 1 a  $10^3$  km.

La técnica utilizada para determinar la dimensión fractal de la línea de costa puede extenderse fácilmente a cualquier topografía. Las curvas de nivel en un mapa topográfico son enteramente equivalentes a las líneas de costa; de hecho, con el método ya indicado, la dimensión fractal de la

topografía es generalmente  $D = 1.2 \pm 0.05$ , independientemente del emplazamiento tectónico y la edad. Siendo la topografía resultado de los procesos de erosión y los terrenos jóvenes de la actividad tectónica, es de notar que ambos son invariantes en la escala y generan topografías con las mismas dimensiones fractales. No obstante, no toda la topografía es fractal, como es el caso de los edificios volcánicos y de los abanicos aluviales (Turcotte, 1997).

### La Distribución Fractal Como Descripción Estadística

Una manera de explicar la relación que guardan las distribuciones fractales respecto de los conjuntos reales, puede darse a través de la fragmentación. Este mecanismo de análisis presenta un papel muy importante en el análisis de una gran variedad de fenómenos geológicos, como los que ocurren en la corteza terrestre, que se encuentra dividida por procesos tectónicos que involucran fallas, fracturas y conjuntos de juntas. De hecho, el análisis de la fragmentación es ampliamente utilizado en el estudio de la iniciación y propagación de las fracturas, donde particularmente la propagación es un proceso altamente no lineal que requiere de modelos complejos para explicar una configuración sencilla. La fragmentación también se relaciona con la interacción de las fracturas en un amplio rango de tamaños y escalas naturales; y si las estructuras resultantes no están asociadas con el material fragmentado o con los procesos de fragmentación, es de esperar que se presenten distribuciones fractales que relacionen el número de fragmentos con su tamaño. Por esto, la distribución de los tamaños de los fragmentos es claramente un problema estadístico.

Al considerar el análisis estadístico de cualquier conjunto de datos se debe tomar en cuenta el tipo de variable de la que se trata, ya sea un conjunto continuo o discreto. En el caso de una variable discreta los datos se presentan como un conjunto de  $n$  puntos  $\{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$  que pueden representar, por ejemplo, las densidades de  $n$  masas o las longitudes de  $n$  fracturas. De manera práctica las propiedades estadísticas de cualquier conjunto de datos continuos se define por su media  $\bar{x}$ , y sus momentos superiores derivados (Davis, 2002). El valor de la media  $\bar{x}$  de  $x_i$  está dado por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad [1.6]$$

La desviación media cuadrática, también llamada varianza ( $V$ ), es una medida que representa la dispersión de los datos y corresponde con el momento de primer orden de la media, que para un conjunto discreto de  $n$  puntos se define como:

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad [1.7]$$

La desviación estándar de la distribución ( $\sigma$ ) es simplemente la raíz cuadrada de la varianza, que es el segundo momento de la media:

$$\sigma = V^{1/2} = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2} \quad [1.8]$$

El coeficiente de asimetría  $\gamma$  es el momento de tercer orden de la media y cuantifica la asimetría de los datos, donde el factor  $\sigma^3$  hace a  $\gamma$  un valor adimensional y queda definido de la siguiente manera:

$$\gamma = \frac{1}{n\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \quad [1.9]$$

Otros momentos de orden mayor existen y están definidos pero son, en general, de poca utilidad. Una aplicación habitual se da en la práctica de la Geoestadística, donde se busca hacer corresponder una distribución estadística empírica con un conjunto de datos discretos, mediante la igualación de la media, la varianza y la asimetría a la distribución del conjunto de datos. En muchos casos, cada uno de los valores  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$  puede tener una probabilidad de ocurrencia asociada  $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_n$ , que por definición cumple que su suma es igual a 1:

$$\sum_{i=1}^n f_i = 1 \quad [1.10]$$

Introduciendo las probabilidades a la media, la varianza y la asimetría de una distribución, tenemos:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i \quad [1.11]$$

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2 \quad [1.12]$$

$$\sigma = V^{1/2} = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2} \quad [1.13]$$

$$\gamma = \frac{1}{n\sigma^3} \sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^3 \quad [1.14]$$

Sin embargo, cuando tratamos con una variable continua, ésta puede tomar cualquier valor en un rango específico, por ejemplo  $-\infty < x < +\infty$ . En términos de su distribución general la función de distribución acumulativa  $F(x_0)$  es la probabilidad Pr de que  $x$  tenga un valor mayor a  $x_0$ .

$$F(x_0) = \Pr(x > x_0); \quad \text{para } -\infty < x < +\infty \quad [1.15]$$

La función de distribución acumulativa se relaciona con la función de distribución de probabilidad  $f(x)$  por:

$$f(x) = - \frac{dF(x)}{dx} \quad [1.16]$$

Y puesto que  $f(x) \delta x$  es la probabilidad que  $x$  se encuentre en el rango  $(x - \frac{1}{2}\delta x) < x \leq (x + \frac{1}{2}\delta x)$ , por lo que:

$$F(x) = \int_x^{\infty} f(u) du \quad [1.17]$$

y por lo tanto, la probabilidad  $\Pr$  de que  $x$  se encuentre en el rango entre  $x_1$  y  $x_2$  esta dada por:

$$\Pr(x_1 < x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(u) du = F(x_2) - F(x_1) \quad [1.18]$$

De esta última ecuación se desprenden las distribuciones estadísticas usadas más ampliamente. Una de ellas es la **distribución normal, gaussiana o simplemente de curva de campana**, que se expresa:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] \quad [1.19]$$

Ahora, partiendo de la ecuación [1.17] podemos definir la función de distribución acumulativa para la distribución normal, esto es:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(u - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] du \quad [1.20]$$

La forma estándar de la distribución normal se obtiene si se toma  $\bar{x} = 0$  y  $\sigma = 1$ ; particularmente hay que notar que la distribución es simétrica cuando  $F(0) = 0.5$  y  $F(-\infty) = 0$  y  $F(+\infty) = 1$ . La extensa aplicación que presenta esta distribución se basa en el teorema del límite central, que establece que si una distribución es la suma de grandes muestras de distribuciones aleatorias independientes, la primera se aproxima a una distribución normal como el número de muestras se aproxime a infinito (Davis, 2002). La distribución normal es simétrica respecto a la media mientras que el coeficiente de asimetría es igual a cero,  $\gamma = 0$ . Así, la variable independiente  $x$  puede tomar todos los valores de  $-\infty$  a  $+\infty$ , aunque en algunas aplicaciones la distribución sólo requiere valores positivos.

Otra de las distribuciones ampliamente usadas es la **distribución log-normal**. La distribución log-normal se puede obtener directamente de la distribución normal, al calcular el logaritmo de los valores normalmente distribuidos; esto es al remplazar  $x$  en la definición de la función de distribución de probabilidad normal, ecuación [1.19], por  $y$ . Por lo tanto, la función de distribución de probabilidad log-normal queda definida como:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_y(2\pi)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \bar{y})^2}{2\sigma_y^2}\right]; \quad x \geq 0 \quad [1.21]$$

La sustitución  $y = \ln x$  se hizo considerando que  $dy = dx/x$ , y  $f(x) dx = f(y) dy$ . Los valores de  $y$  son normalmente distribuidos con una media  $\bar{y}$  y una desviación estándar  $\sigma_y$ ; ambos son positivos y se relacionan por medio del coeficiente de variación,  $C_v$ :

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = (e^{\sigma_y^2} - 1)^{1/2} \quad [1.22]$$

La función de distribución acumulativa para la distribución log-normal se obtiene a partir de la ecuación [1.17]:

$$F(x) = \int_{x_1}^{x_2} f(u) du = \frac{1}{\sigma_y (2\pi)^{1/2}} \int_x^{\infty} \frac{1}{u} \exp\left[-\frac{(\ln u - \bar{y})^2}{2\sigma_y^2}\right] du \quad [1.23]$$

Las funciones de distribuciones acumulativas para las distribuciones normal y log-normal tienen la misma forma cuando  $x$  es remplazado por  $\ln x$ . La forma de la distribución normal se obtiene al tomar  $\bar{x} = 0$  y  $V = 1$ ; todas las distribuciones normales tienen la misma forma universal y pueden ser obtenidas simplemente por reescalamiento. Este no es el caso de la distribución log-normal, ya que su función de distribución cambia de forma sistemática con el cambio de  $C_v$ ; cuando el valor de  $C_v$  se torna más pequeño la distribución se estrecha y el máximo valor se aproxima a  $x = 1$ , y en el límite de  $C_v \rightarrow 0$  se centra en  $x = 1$ .

Otra distribución importante es la de Pareto, que tiene una cercana asociación con las distribuciones fractales. La función de distribución de probabilidad se define como:

$$f(x) = \frac{ak^a}{(k+x)^{a+1}} \quad \text{para } x \geq 0 \quad [1.24]$$

La función correspondiente de distribución acumulativa está dada por:

$$F(x) = \left(\frac{k}{k+x}\right)^a \quad \text{para } x \geq 0 \quad [1.25]$$

La forma estándar de la función de distribución de Pareto se obtiene al tomar  $k = 1$ :

$$f(y) = \frac{a}{(1+y)^a} \quad \text{para } y \geq 0 \quad [1.26]$$

Por lo tanto:

$$F(y) = \frac{1}{(1+y)^a} \quad \text{para } y \geq 0 \quad [1.27]$$

La media de la desviación estándar esta dada por:

$$\bar{y} = \int_0^{\infty} y a dy \frac{1}{(1+y)^{a+1}} = \frac{1}{a-1} \quad \text{para } a > 1 \quad [1.28]$$

Si  $a \leq 1$  la integral no esta definida y la media no existe. La varianza de la forma estándar de la distribución de Pareto se expresa como:

$$V = \int_0^{\infty} (y - \bar{y})^2 \frac{a dy}{(1+y)^{a+1}} = \frac{a}{(a-1)(a-2)} \quad \text{para } a > 2 \quad [1.29]$$

Para  $a \leq 2$  la integral no está definida y la varianza no existe. La distribución de Pareto es ampliamente usada en la economía como una buena aproximación para el cálculo de los impuestos. La cola de la distribución de Pareto se comporta como una ley de potencia que disminuye mucho más lentamente que las colas de las distribuciones normal o log-normal; esto es característico de las distribuciones fractales. Para  $y \gg 1$  la ecuación [1.27] se puede reescribir como:

$$F(y) = \frac{1}{y^a} \quad [1.30]$$

Esto es claramente similar a la relación fractal de la ecuación [1.1]

$$N_i = \frac{C}{r_i^D} \quad [1.31]$$

La potencia  $a$  en la distribución de Pareto es equivalente a la dimensión fractal  $D$ , por lo que se puede concluir que los fractales estadísticos son una extensión trivial de la distribución de Pareto. Así como la distribución normal tiene como fundamento racional el teorema del límite central para la estadística gaussiana, la invarianza en la escala provee la base racional para la estadística fractal. Una diferencia importante entre la distribución acumulativa de Pareto [1.25] y la distribución fractal [1.31] es que la primera es finita cuando  $x \rightarrow 0$ , mientras la segunda tiende a  $\infty$  cuando  $r \rightarrow 0$ . Muchos conjuntos de datos geológicos y geofísicos presentan esta divergencia, los sismos o las fracturas (Turcotte, 1997).

La última distribución a considerar es la **distribución exponencial**, cuya función de distribución de probabilidad se define como:

$$f(x) = \frac{\nu x^{\nu-1}}{x_0^\nu} \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^\nu\right]; \quad x \geq 0 \quad [1.32]$$

Donde la potencia  $\nu$  es generalmente un valor entero. La distribución de la función acumulativa para la distribución exponencial se define como:

$$F(x) = \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^\nu\right] \quad [1.33]$$

Que es conocida como la **distribución de Rosin y Rammler**, ampliamente utilizada en aplicaciones geoestadísticas. Rescribiendo [1.32] en función de la probabilidad, se obtiene:

$$1 - F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^\nu\right] \quad [1.34]$$

Que es conocida como la **distribución Weibull**, y que es enteramente equivalente a la distribución de Rosin y Rammler. Mientras que para la última distribución se tiene que  $\Pr(x' > x)$ , para la primera  $\Pr(0 < x' < x)$ , donde la función de distribución de probabilidad se define por [1.32];  $F(y)$  para la

distribución de Rosin y Rammler y  $1 - F(y)$  para la distribución Weibull. Si  $(x/x_0)^v$  es pequeña, en el exponencial de la ecuación [1.34] puede ser expandida en una serie de Taylor como:

$$\exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^v\right] = 1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^v + \dots \quad [1.35]$$

Donde potencias mayores de  $(x/x_0)^v$  pueden ser omitidas. Sustituyendo la ecuación anterior en la distribución Weibull [1.34], se tiene:

$$1 - F(x) = 1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^v \quad [1.36]$$

De esta manera para una  $x$  pequeña la distribución Weibull se reduce a una distribución de ley de potencia, es decir fractal.

### Fractales Autosimilares (self-similar) y Autoafines (self-affine)

Dado que las estructuras fractales tienden a ser “escaladas”, lo que implica que su grado de irregularidad y, o fragmentación es idéntica a todas las escalas, la materia se agrupa de un modo heterogéneo pero no aleatorio, formando aglomerados. El patrón de aglomerados parece ser idéntico (también en un sentido estadístico) e independiente de la escala a la que el fenómeno es observado (Wilson, 2000). El conjunto fractal que no varía desde el punto de vista de la similitud geométrica ordinaria fue llamado por Mandelbrot (1982) como **autosimilar** (“*self-similar*”) y lo definió de la siguiente manera: “cuando cada pieza de una forma es geoméricamente similar a un todo, tanto en la forma y el mecanismo de generación de los detalles de ésta, se obtiene la autosimilaridad”, Mandelbrot (1977, 1982). Una definición formal de los fractales autosimilares en un espacio bidimensional  $xy$  es tal que  $f(rx, ry)$  es estadísticamente similar a  $f(x, y)$ , donde  $r$  es el factor de escala. La autosimilaridad asume que las transformaciones en cada dirección del espacio coordenado euclidiano son las mismas, aunque los objetos puedan ser girados. Si la transformación es diferente en cada dirección, como es el caso del crecimiento de un árbol, el objeto se considera **autoafín** (“*self-affinity*”). Un fractal autoafín no es isotrópico, y puede definirse formalmente para un espacio bidimensional  $xy$  como  $f(rx, r^H y)$  donde  $H$  es conocida como **Medida de Hausdorff**, que es un valor que relaciona la dimensión fractal a una escala determinada con las siguientes dimensiones a otras escalas. Esto último da como resultado que el muestreo que puede llevarse a cabo no sea isotrópico (Turcotte, 1997).

La autosimilaridad es un mejor término para describir lo invariable de la escala (o independencia de ésta) en los patrones de fracturamiento; esto significa que para cualquier línea o superficie de un objeto autosimilar, una porción de un conjunto es idéntico a todo el conjunto después de realizar una transformación, o “cada pequeña porción, cuando es magnificada, puede reproducir exactamente una gran porción” (Voss, 1985). De esta manera el valor de la dimensión fractal se mantiene relativamente constante cuando cambia el rango de escalas en un patrón fractal y el fractal natural es homogéneo. De hecho, existe una controversia respecto a si los patrones de fracturamiento autosimilares existen o no, y si la dimensión fractal es estable en el fracturamiento real. Del análisis fractal de los patrones de fracturamiento la autosimilaridad es generalmente más

común y se aplica en un amplio rango de condiciones que la autoafinidad. Esto queda de manifiesto si consideramos el fracturamiento en la corteza terrestre; en un amplio rango de escalas que se puede extender desde unos centímetros hasta varios kilómetros, el fracturamiento muestra una distribución y una frecuencia semejante (Tchalenko, 1970), pero a escalas de varios cientos de kilómetros el fracturamiento ya no tiene el mismo comportamiento por desarrollarse en un medio estratificado y estar fuertemente afectado por el campo gravitacional, mientras a escalas microscópicas el control del fracturamiento debe buscarse en mecanismos al nivel de los granos y los cristales (Ouillon *et al.*, 1995).

Los patrones de fracturamiento son el resultado de la interacción de múltiples y complejas variables geológicas como son la litología, la estructura, la deformación, etc., por lo que generalmente exhiben un comportamiento complicado, impredecible y aparentemente aleatorio. De esta manera, cuando se magnifica un área de fracturamiento, ésta no es exactamente como todo el patrón, pero se parece a una gran porción o como el patrón en sí. En otras palabras, cada porción del objeto es estadísticamente indistinguible del todo. Es claramente imposible que cada porción de un patrón de fracturamiento sea geoméricamente (exactamente) similar al patrón en todos los casos. Por esta razón, el fracturamiento puede ser llamado estadísticamente autosimilar o estadísticamente autoafín para los propósitos de los fractales naturales.

Stanley (1986) al dividir los fractales en exactos y estadísticos interpreta que los **fractales exactos** son fractales regulares que presentan autosimilaridad, son altamente artificiales y no se espera que aparezcan en la naturaleza; los **fractales estadísticos** exhiben características fractales cuando sus propiedades promedio son examinadas, son estadísticamente autosimilares y pueden aparecer en la naturaleza. En otras palabras, basta con decir que las partes y el todo, reducidas por similitud, tengan una distribución idéntica (estadísticamente) para ser fractales (Mandelbrot, 1982).

Como con los fractales estadísticamente autosimilares, los objetos estadísticamente autoafines también pueden ser postulados y analizados. Para el caso de patrones de fracturamiento que son estudiados en su traza superficial es más apropiado utilizar la autosimilaridad estadística, pero para el estudio de fracturas en una superficie vertical se utiliza la hipótesis de autoafinidad estadística.

### **Dimensiones Fractales Teóricas**

Existe una variedad de números asociados con los fractales que pueden ser utilizados para compararlos; estos números generalmente se refieren a la dimensión fractal y presentan una manera de cuantificar la sensación subjetiva de la densidad que ocupa un fractal en el espacio métrico en el que está contenido. Existen varias maneras de definir la dimensión fractal y todas ellas tienen su fundamento en la teoría de conjuntos. Para explicar esto plantaremos las siguientes proposiciones:

**Postulado 1.** Un espacio  $X$  es un conjunto y los puntos del espacio son los elementos del conjunto.

En este postulado el término “espacio” implica una estructura en la cual los puntos están cercanos entre sí. El extender el postulado anterior nos provee de un valor para la dimensión fractal de una amplia colección de conjuntos.

Postulado 2. Haciendo  $(X, d)$  un conjunto métrico completo y considerando que  $A \in \mathcal{Y}(X)$ ,  $N(\varepsilon)$  denota el número mínimo de esferas de radio  $\varepsilon$  necesario para cubrir  $A$ , si

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \sup \left\{ \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} : \varepsilon \in (0, \varepsilon) \right\} \right\} \quad [1.37]$$

existe, entonces  $D$  es llamada dimensión fractal de  $A$ , denotado como  $D = D(A)$ , y se nombra como “ $A$  tiene una dimensión fractal  $D$ ” (Barnsley, 1993). Existen diferentes medidas de la dimensión fractal, entre las que destacan la dimensión de capacidad de Kolmogorov  $D_c$  (Kolmogorov, 1958), la dimensión de Hausdorff-Besicovitch  $D_H$  (Hausdorff, 1918), la dimensión de correlación  $D_{\text{CORR}}$  (Forrest y Witten, 1979) y la dimensión de información  $D_i$  (Balatoni y Rényi, 1956).

#### a) Dimensión de Capacidad de Kolmogorov ( $D_c$ )

La capacidad de un conjunto está dada por:

$$D_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \quad [1.37]$$

donde, para cualquier conjunto, que es un subconjunto con frontera del espacio euclidiano  $E$ -dimensional,  $N(\varepsilon)$  es el número mínimo de cubos  $d$ -dimensionales de lado  $\varepsilon$  necesarios para cubrir la totalidad del conjunto (Korvin, 1992).

#### b) Dimensión de Hausdorff-Besicovitch ( $D_H$ )

Una técnica convencional para medir la longitud de un objeto es evaluar la cobertura con  $N(\varepsilon)$  segmentos de una longitud característica  $\varepsilon$ . En el límite cuando  $\varepsilon \rightarrow 0$ , el producto de  $N(\varepsilon) \times \varepsilon$  es igual a la “medida” del objeto,  $d$ . De acuerdo con lo anterior, se espera que las medidas de objetos euclidianos sean finitas, mientras que las medidas de objetos fractales pueden ser cero o infinito. Una descripción general de las medidas con respecto a la dimensión entera o no entera de un objeto esta dada por la definición de Hausdorff-Besicovitch (Berkowitz y Hadad, 1997; Peitgen, et al., 1992);

$$M_D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \inf_{\varepsilon_i \leq \varepsilon} \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \varepsilon_i^d \rightarrow \begin{cases} 0, & d > D \\ \infty, & d < D \end{cases} \quad [1.38]$$

donde  $M_D$  denota la medida  $d$ , definida como el valor mínimo de una posible cobertura de objetos geométricos con tamaño  $\varepsilon$  o menor.  $M_D$  es significativo sólo cuando  $d = D$ , donde  $D$  es la dimensión fractal del objeto. Los objetos euclidianos tienen dimensiones idénticas a la dimensión topológica del objeto, mientras que los objetos fractales, en contraste, tienen dimensiones no enteras, mayores o iguales a la dimensión topológica, pero menor o igual a la dimensión en que están embebidos. La dificultad central para evaluar la Dimensión de Hausdorff-Besicovitch es la de obtener los términos de  $M_D$ , por lo que para simplificar este problema se considera que  $\varepsilon_i$  es constante en [1.38], lo que se conoce como “Dimensión de Caja”  $D_B$  (Falconer, 1990; Peitgen, et al., 1992), que se expresa de manera análoga a [1.37]:

$$D_B[A] = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)[A]}{\log(1/\epsilon)} \quad [1.39]$$

En donde  $N(\epsilon)[A]$  es el número más pequeño de conjuntos de un diámetro al menos de  $\epsilon$ , que pueden cubrir al objeto  $A$  de manera finita. De esta manera la definición de medida se define como:

$$M_D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} N(\epsilon) \cdot \epsilon^{D_B} \quad [1.40]$$

En donde para una medida finita se puede escribir como

$$\log N(\epsilon) = \log M_D + D_B \cdot \log\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \quad [1.41]$$

donde  $D_B$  es la pendiente de la línea derivada de la gráfica  $\log N(\epsilon)$  contra  $\log(1/\epsilon)$ . Así, tanto los fractales autosimilares como los autoafines satisfacen la “relación de homogeneidad”.

$$f(\lambda t) = \lambda^H \cdot f(t) \quad [1.42]$$

donde  $f$  denota una función,  $\lambda$  es una constante de proporcionalidad, y  $H$  es un exponente de escalamiento. Los fractales autosimilares satisfacen que  $H = 1$ , y los fractales autoafines cumplen con  $H = 1 + D_T - D$ , donde  $D_T$  se refiere a la dimensión topológica de el objeto y  $D$  es la “dimensión fractal local” de un objeto autoafín.

La “Dimensión de Capacidad”  $D_C$ , puede ser vista como una versión simplificada de la dimensión de Hausdorff  $D_H$ , donde teóricamente  $D_C \geq D_H$ . No obstante que estas dos dimensiones son iguales en muchos de los casos, en la practica la dimensión de Hausdorff algunas veces es simplemente definida por la ecuación [1.37].

### c) Dimensión de Correlación ( $D_{CORR}$ )

Históricamente, una de las primeras aproximaciones para determinar la dimensión de un agregado fractal se basó en el principio de conteo de cajas (*box-counting*), de acuerdo al cual, el número de puntos ( $N_x$ ) que pertenecen a un objeto fractal dentro de una caja  $d$ -dimensional (generalmente un cubo o esfera) de tamaño  $L$ , centrada alrededor de un punto  $x$  seleccionado aleatoriamente, es llevado a un nivel de resolución  $l \ll L$ , como:

$$N_x(L, l) \propto \left(\frac{L}{l}\right)^{D_B} \quad [1.43]$$

Si se toma el valor medio de  $N_x(L)$ , de todos los posibles puntos  $x$  del fractal, se llega a la integral de correlación:

$$C(L) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \{ \text{Número de pares } (X_i, X_j)_N \text{ cuyas distancias } X_i X_j < L \} \quad [1.44]$$

Para los fractales autosimilares  $C(L)$  se escala como:

$$C(L) \propto L^{D_{\text{CORR}}} \quad [1.45]$$

y la dimensión de correlación se determina en un papel doble logarítmico (Korvin, 1992).

#### d) Dimensión de información ( $D_i$ )

En esta dimensión se mide el número de bits de información que son necesarios para especificar un punto del fractal con una precisión dada. En el caso de un elemento  $d$ -dimensional de tamaño unitario, este incluye  $2^{dk}$  subcubos de lado  $r = 2^{-k}$ , por lo que es necesario  $S(r) = dk$  bits para especificar la posición de cualquier punto dentro del  $d$ -cubo, con una precisión  $r$ , por lo que:

$$d = \frac{-S(r)}{\log_2 r} \quad [1.46]$$

Korvin (1992), generaliza esta observación. Si un fractal es fraccionado en cajas  $B_i$  de tamaño  $r$ , la información promedio necesaria para especificar una caja en particular, está dada por la fórmula de Shannon:

$$S(r) = - \sum_i p_i \log_2 r_i \quad [1.47]$$

donde  $p_i$  es la probabilidad de que un punto seleccionado aleatoriamente se encuentre en la caja  $i$ -ésima. A partir de las ecuaciones [1.46] y [1.47] la dimensión de información es definida como:

$$D_i = \frac{\sum_i p_i \log_2 r_i}{\log_2 r} \quad [1.48]$$

Las dimensiones fractales  $D_H$ ,  $D_{\text{CORR}}$ ,  $D_i$  no son generalmente iguales, pero satisfacen la desigualdad:

$$D_H \leq D_{\text{CORR}} \leq D_i \quad [1.49]$$

donde la igualdad ocurre sí y solamente sí el fractal es estrictamente autosimilar. La desigualdad anterior es absolutamente estricta en muchos casos, pero en muchas aplicaciones se asume tácitamente que  $D_{\text{CORR}} = D_H$ , principalmente porque la determinación numérica de  $D_{\text{CORR}}$  es mucho más fácil que la de  $D_H$  (Korvin, 1992).

#### Método de Conteo de Cajas ("Box-Counting")

La dimensión fractal además de proveer una forma objetiva para comparar fractales, también es importante para definir la conexión con los conjuntos de datos reales. Existen varios métodos para determinar la dimensión de un conjunto fractal, pero de acuerdo con Klinkenberg (1994) el método de conteo de cajas ("box-counting") es el mejor estimador de la dimensión fractal para rasgos lineales como fracturas, juntas, diaclasas o fallas; adicionalmente, se ha aplicado en patrones de drenaje, cobertura vegetal a partir de fotografías digitales, líneas de costa y contornos digitalizados. Su principal aplicación está en la rápida determinación del área de rasgos cartográficos irregulares; puede aplicarse con igual efectividad a conjuntos de puntos, de líneas, áreas y volúmenes; este método también se conoce como método de malla o de celda reticular.

El método de conteo de cajas (“box-counting”) para estimar la dimensión fractal está basado en el hecho de que un número de cubos con una longitud de lado  $L$  son necesarios para cubrir la superficie fractal, expresando esta relación como  $L^{-D}$ , donde  $D$  es la dimensión fractal que va a ser estimada. La implementación básica de este método para el análisis de rasgos lineales se puede presentar de la siguiente manera:

- ✎ El rasgo al que se desea estimar su dimensión fractal se cubre con una “caja” sencilla de longitud  $d$ , y se evalúa el número de cajas ocupadas por el rasgo  $N_d$ . En esta primera evaluación es de esperar que  $d = 1$  y  $N_d = 1$  (Figura I.12).
- ✎ La “caja” original se le divide en cuatro cuadrantes y nuevamente se evalúa el número total de cajas ocupadas por el rasgo y la longitud de las cajas. Esto nos va a proporcionar un par de datos por cada división y evaluación que se realiza.
- ✎ Así, a las cajas resultantes se les aplica la misma operación de dividir las en cuadrantes y de evaluar el número de cajas ocupadas, hasta obtener la caja de menor tamaño, que por lo general es igual a la mínima resolución de los datos.

La dimensión fractal se obtiene al ajustar un modelo lineal, por el método de mínimos cuadrados, a la pendiente de los pares de datos obtenidos al ser graficados en un diagrama doble logarítmico. La fiabilidad de sus parámetros, deben ser estadísticamente revisadas, utilizando el coeficiente de correlación de la regresión lineal ( $R^2$ ) como el parámetro que defina la confianza de la estimación.

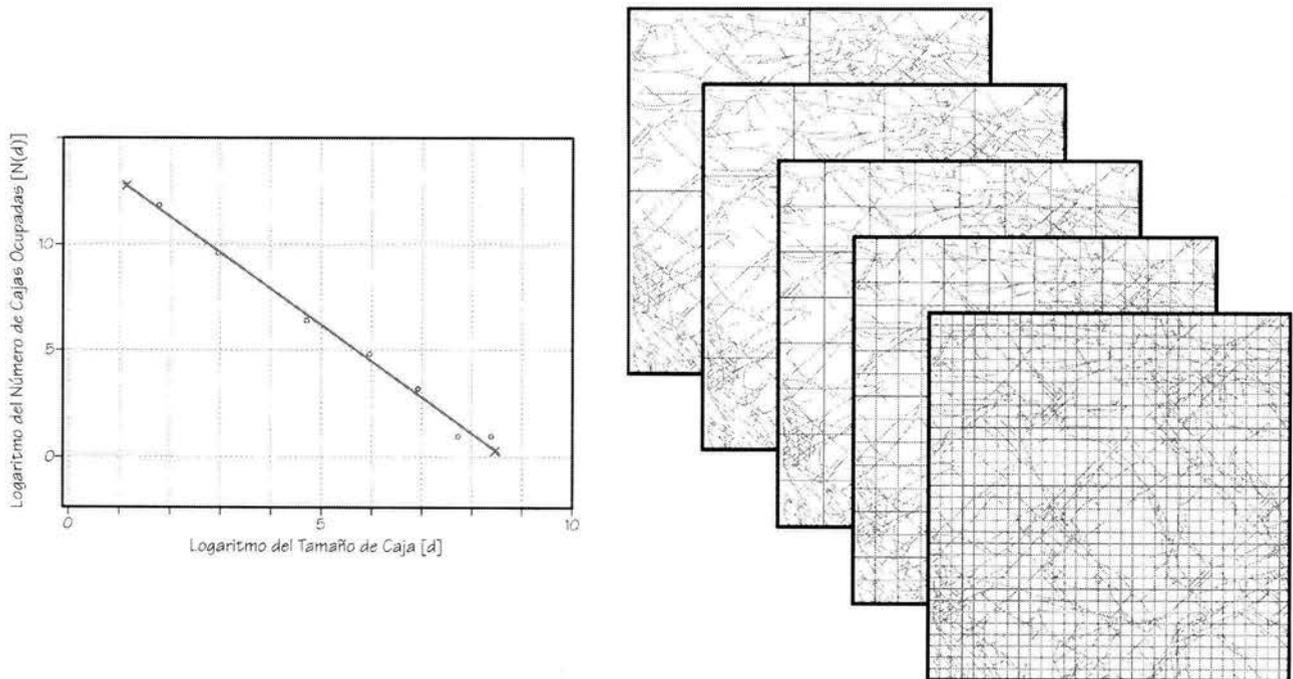


Figura I.12. Concepto general del método de conteo de cajas aplicado a un sistema de fracturas. El logaritmo del número de cajas es graficado contra el logaritmo del recíproco del tamaño de caja.

La forma de las cajas con las que se realiza el conteo no tiene por que ser necesariamente cuadrada; éstas pueden ser rectangulares para fractales no isotrópicos, es decir para fractales autoafines, o para multifractales. Anteriormente los principales problemas que se habían

identificado con la implementación de este método eran que requería de una significativa cantidad de memoria y tiempo de procesamiento en la computadora, situaciones que hoy en día se encuentran superadas. Este método requiere de un número importante de medidas, que son los datos del tamaño de caja ( $d$ ) y el número de cajas requeridas para cubrir el elemento ( $Nd$ ), para producir una dimensión correcta, ya que es inestable cuando el número de datos es pequeño. Otro problema se presenta cuando se utilizan mallas de conteo, pues el tamaño límite de éstas también influye.

### Diferencias en las Dimensiones Fractales

Se espera que patrones de fracturamiento con diferentes características tengan diferente dimensión fractal (Barton, 1995). Las diferencias en las características de los patrones de fracturamiento no son, sin embargo, la única razón para inducir las diferencias en la estimación de la dimensión fractal. Los siguientes factores deben ser considerados:

La dimensión fractal debe distinguir entre patrones de fracturamiento con diferentes características de "complejidad" y coincidir con la observación visual. Si la dimensión fractal es un parámetro útil, los métodos de medición usados para determinar la dimensión deben ser robustos, consistentes y con la capacidad de diferenciar entre patrones visualmente diferentes.

La dimensión fractal estimada usando diferentes métodos, en el mismo patrón de fracturamiento puede ser diferente. Exceptuando los problemas del método de cálculo en sí, la interrogante es si el fracturamiento es autosimilar y tiene características fractales. Teóricamente, en un sistema fractal y autosimilar los valores de  $D$  deben mostrar concordancia con el método usado. Por otro lado, algunos métodos se basan estrictamente en la hipótesis de que el sistema es fractal.

Existen varios métodos para determinar la dimensión fractal y cada método se divide en varias subclases. Esto presenta el problema de las diferencias en las bases y mecanismos matemáticos, así como en el entendimiento del significado físico de los fractales. Klinkenberg y Goodchild (1992, en Xu *et. al*, 1993) reportan que las diferencias en la dimensión fractal están en función de los métodos usados, ya que reflejan una inadecuada teoría de los modelos fractales autosimilares.

Otro factor es el tamaño de la región a analizar y la resolución espacial de los datos, que limita la precisión y la estabilidad en la estimación de la dimensión fractal. Teóricamente, lo invariable en la escala de las medidas fractales sugiere que se pueden extrapolar las propiedades observadas de una escala a otra, en la cual no pueden ser identificadas. Este es el caso de los objetos exactamente autosimilares. Sin embargo, los patrones de fracturamiento no son exactamente autosimilares, pero si son estadísticamente autosimilares. Por lo tanto, se necesitan suficientes píxeles para obtener los parámetros estadísticos efectivos de los modelos fractales.

Por último, usar únicamente el modelo de la geometría fractal y la dimensión fractal como simples esquemas y parámetros para representar el patrón de fracturamiento no es suficiente: es necesario considerar, en la medida de lo posible, todos los factores y características que conforman al proceso. No obstante, el primer punto a considerar son las características espaciales del fenómeno, como es su orientación, su distribución y su aglomeramiento, pues son estos parámetros el resultado más tangible del proceso. Otras características que se deben atender del fracturamiento consisten –como es en el caso de este estudio– relleno de las fracturas (de

presentarse), cronología relativa entre ellas, densidad de fracturamiento, relación con otras estructuras, litología encajonante y finalmente, las distribuciones poblacionales de las fracturas.

## **OBJETIVOS**

A partir de lo propuesto en el planteamiento del problema y de lo expuesto en el marco teórico, los objetivos de este trabajo son:

- ✎ Estudiar las características geométricas de los sistemas de vetillas en rocas deformadas, tomando en cuenta su distribución espacial, su heterogeneidad y su cronología relativa, para identificar los diferentes sistemas respecto a un sistema de referencia dinámico.
- ✎ Analizar los sistemas de vetillas para determinar si son conjuntos fractales.
- ✎ Determinar las características fractales de los sistemas de vetillas, tanto en su distribución espacial y su grado de aglomeración, como en la fragmentación de las poblaciones de vetillas.
- ✎ Relacionar las características geométricas y fractales respecto de la cronología de la deformación.

---

## CAPÍTULO II

---

### ÁREA DE ESTUDIO

**L**a región seleccionada para llevar a cabo este trabajo se encuentra en la parte centro oriental del Estado de Querétaro, comprendida entre los límites que marcan la Sierra de El Doctor, el Arroyo Orduña y el Río Moctezuma; que es el límite natural con el Estado de Hidalgo (Figura II.1). Geográficamente la región se ubica entre los meridianos  $99^{\circ}26'$  y  $99^{\circ}40'$  de longitud oeste y los paralelos  $20^{\circ}48'$  y  $21^{\circ}$  de latitud norte, y está representada en la carta topográfica F14-C58, San Joaquín, de la serie 1:50,000 de INEGI (2000). En este trabajo la representación cartográfica del área de estudio se expresa por medio de mapas a escala 1:100,000, tal como aparecen al final de este capítulo.

El área estudiada es parte del municipio de San Joaquín, con cabecera municipal en el poblado del mismo nombre, a la cual se accede por la carretera federal 120, San Juan del Río–Jalpan de Sierra. Al pasar el poblado de Vizarrón, en el km 97, se encuentra la desviación al este que se dirige a los poblados de El Doctor, Maconí, San Joaquín y finalmente al poblado de las Moras y a la Casa de Máquinas del Proyecto Hidroeléctrico Zimapán “Fernando Hiriart Valderrama”, donde termina la carretera pavimentada. A partir de esta vía se desprenden varias terracerías y brechas que comunican a los diferentes poblados del área (Figura II.1, a).



Figura II.1. Ubicación del área de estudio.

## CARACTERÍSTICAS GEOGRÁFICAS

La región de estudio se encuentra en la porción sur de la Provincia Fisiográfica Sierra Madre Oriental, en la Subprovincia del Carso Huasteco, de acuerdo a la clasificación de la Dirección General de Geografía (ahora INEGI, 1986). Respecto al relieve, la parte occidental del área se caracteriza por sierras alargadas en el sentido NW-SE, las cuales, en su porción norte, presentan laderas angulosas con aspecto arborescente. La sierra más importante de este conjunto es la Sierra de El Doctor, en la cual se encuentran las mayores elevaciones del área, entre las que se encuentran los cerros El Espolón (3,260 m snmm) y La Laja (3,120 m snmm). Esta sierra forma un relieve muy abrupto sobre todo cerca del Río Moctezuma, donde se llegan a presentar cañones de más de 1,000 m de profundidad. La porción central y oriental del área se caracteriza por la disgregación de los núcleos de los anticlinales de El Piñón y Bonanza, que han formado amplios valles como resultado de la erosión de las formaciones Soyatal y Las Trancas. De esta manera se ha conformado un relieve integrado por múltiples lomeríos de laderas suaves, que constituyen

cuerpos homogéneos y de mayores dimensiones, en los que se ha desarrollado una densa red de drenaje. El Río Moctezuma disecta el área a través de un angosto valle transversal que ha labrado en la dirección NNE-SSW, que aparece en la porción sur en la cota de 1,120 m y la abandona por debajo de la cota de 900 m.

El clima en la región es muy variable por las grandes diferencias de elevación, aunque se pueden identificar dos grandes conjuntos climáticos: el primero, de clima templado, se encuentra por encima de los 2,200 m de elevación, en la Sierra de El Doctor y en la región de San Joaquín, donde la temperatura media anual es menor a los 20°C con las lluvias más abundantes de la región; el otro conjunto climático, de características de tropicales a subtropicales, se relaciona con el cauce del Río Moctezuma, donde se presentan temperaturas superiores a los 24°C. Finalmente, en toda el área la precipitación pluvial presenta dos máximos, uno en junio y otro en septiembre.

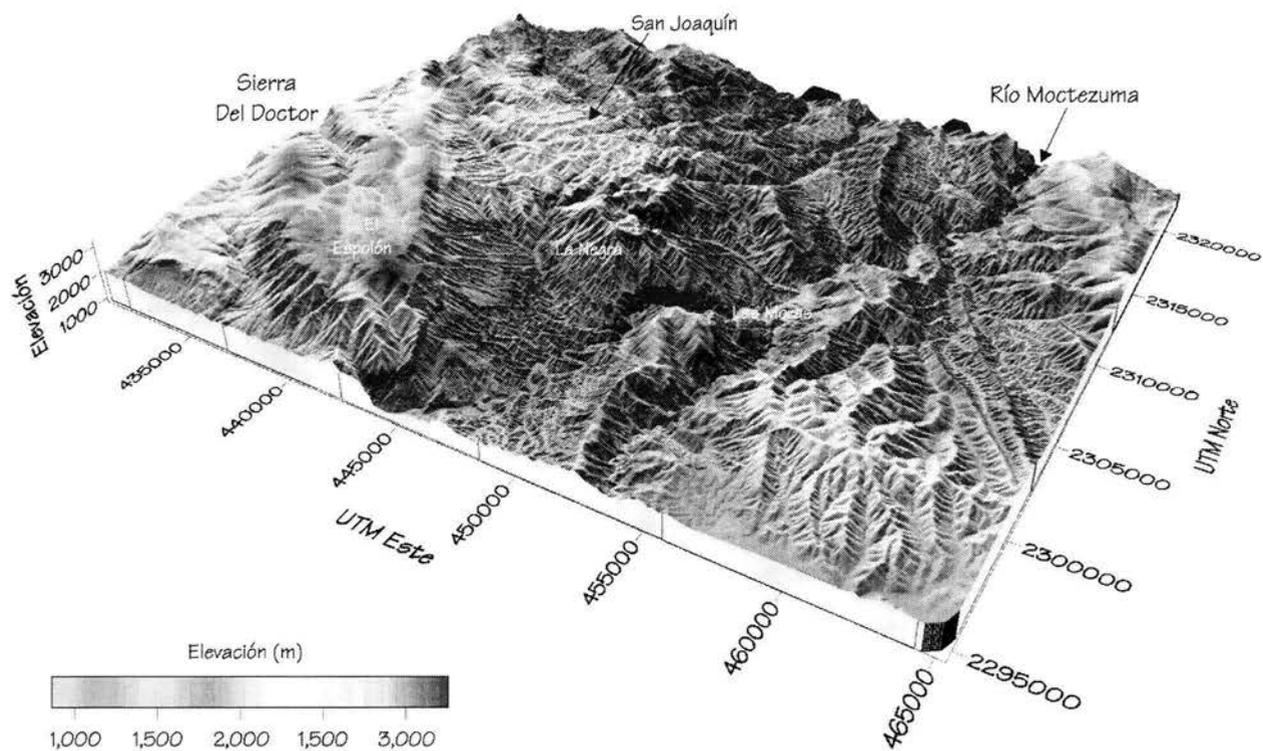
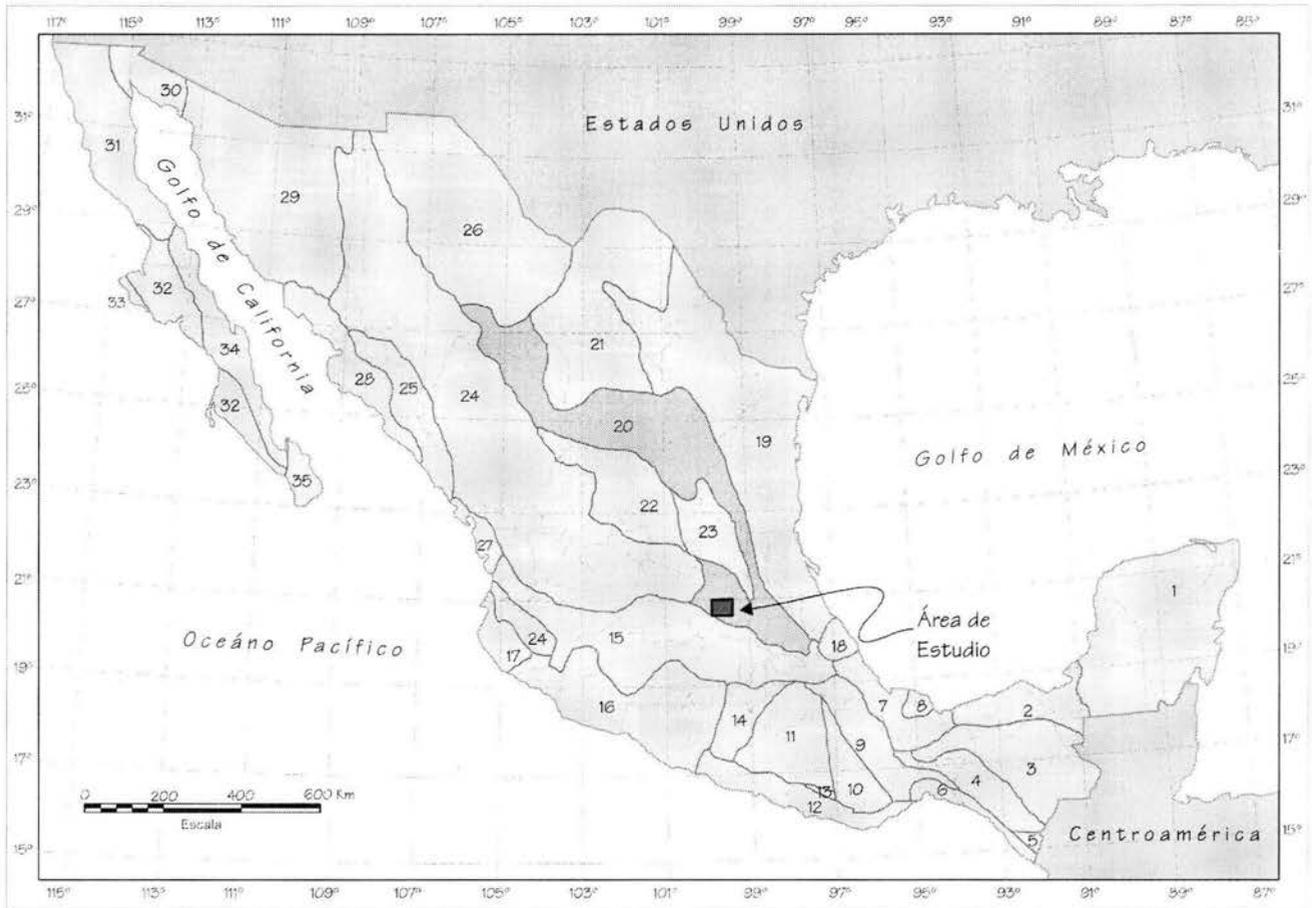


Figura II.2. Vista al NW de la Fisiografía de la región de San Joaquín, Querétaro y Zimapán, Hidalgo. Se muestra el gran relieve producido por la disección del Río Moctezuma en materiales de resistencia variable

## MARCO GEOLÓGICO REGIONAL

La región que se estudio se encuentra en el extremo sur de lo que Ortega-Gutiérrez y colaboradores (1992) definen como la Provincia Geológica del Cinturón Mexicano de Pliegues y Fallas (Figura II.3). Esta provincia, de 800 km de longitud y de 80 a 100 km de anchura, con varias cumbres por encima de los 2,500 msnm, es una zona relativamente continua en su morfología y estructura, que corre a lo largo del este de México: desde la parte central de Coahuila y Chihuahua, proyectándose hacia el SE hasta el área de Tuxtepec, Oaxaca, y subyaciendo a la Faja Volcánica Transmexicana (Eguiluz de Antuñano, et al., 2000).



Provincias Geológicas de México

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. Plataforma de Yucatán                    | 13. Juchateca                              | 25. Cinturón Orogénico Sinaloense          |
| 2. Cuenca Deltaica de Tabasco               | 14. Plataforma de Morelos                  | 26. Chihuahuense                           |
| 3. Cinturón Chiapaneco de Pliegues y Fallas | 15. Faja Volcánica Transmexicana           | 27. Cuenca de Nayarit                      |
| 4. Batolito de Chiapas                      | 16. Complejo Orogénico de Guerrero-Colima  | 28. Cuenca Deltaica de Sonora-Sinaloa      |
| 5. Macizo Ígneo del Soconusco               | 17. Batolito de Jalisco                    | 29. Sonorense                              |
| 6. Cuenca de Tehuantepec                    | 18. Macizo Ígneo de Palma Sola             | 30. Delta del Colorado                     |
| 7. Cuenca Deltaica de Veracruz              | 19. Miogeoclinal del Golfo de México       | 31. Batolito de Juárez-San Pedro Mártir    |
| 8. Macizo Volcánico de los Tuxtlas          | 20. Cinturón Mexicano de Pliegues y Fallas | 32. Cuenca de Vizcaíno Purísima            |
| 9. Cuicateca                                | 21. Plataforma de Coahuila                 | 33. Cinturón Orogénico de Cedros-Margarita |
| 10. Zapoteca                                | 22. Zacatecana                             | 34. Faja Volcánica de la Giganta           |
| 11. Mixteca                                 | 23. Plataforma de Valles-San Luis Potosí   | 35. Complejo Plutónico de la Paz           |
| 12. Chatina                                 | 24. Faja Igimbrítica Mexicana              |  |

Figura II.3. Provincias Geológicas de México según Ortega-Gutiérrez y colaboradores (1992) en las que se muestra la ubicación del área de estudio, comprendida en la Provincia Geológica del Cinturón Mexicano de Pliegues y Fallas.

El Cinturón de Pliegues y Fallas se caracteriza por la tendencia general NW-SE de los ejes de los pliegues y superficies de cabalgadura que buzan al SW. El desplazamiento del conjunto se dio en la dirección ENE, con un acortamiento estimado en un 40 % para la región de San Joaquín (Equiluz de Antuñano, et al., 2000). Este cinturón se separa de la cordillera oeste, la cual es un collage de basamentos y terrenos, acrecionados durante la Orogenia Laramide, muchos de los cuales son actualmente sobreyacidos por secuencias volcánicas. Este rasgo se ha interpretado como la estructura resultante de las fuerzas compresivas dirigidas NE-SW sobre el continente, durante la Orogenia Laramide.

Las rocas más antiguas que afloran en el área de estudio corresponden a la Formación Las Trancas, del Jurásico Superior-Cretácico Inferior (Seegerstrom, 1962). Rocas más antiguas que la formación citada se conocen en el Anticlinorio de Huayacocotla, a unos 80 km al este de San Joaquín, y corresponden a las formaciones Huiznopala (gneis blastomilonítico, de probable edad Precámbrica), Guacamaya (flysch de edad Permo-Carbonífera), Huizachal (areniscas Triásico Superior-Jurásico Inferior), Huayacocotla (lutitas y areniscas de origen marino del Jurásico Inferior) y finalmente Cahuascalas, correspondiente a una secuencia de lechos rojos depositados entre Jurásico Inferior marino y la trasgresión regional del Jurásico Medio. La distribución de esta secuencia sedimentaria sobre el basamento cristalino varía ampliamente, ya sea porque algunas formaciones sólo se depositaron de manera local, porque el espesor depositado no fue constante debido al paleorelieve o por erosión de las unidades (Carrillo y Suter, 1982).

En la región estudiada de la provincia, las rocas más jóvenes deformadas son del Cretácico Tardío, misma edad que el plegamiento y el cabalgamiento Laramídico (Hernández, 1998)

## ESTRATIGRAFÍA

En la región de San Joaquín, Querétaro, está expuesta una secuencia Mesozoica conformada por tres conjuntos cronoestratigráficos de origen marino, separados tanto por contactos transicionales normales, como por discordancias y, o rasgos estructurales (Figura II.4).

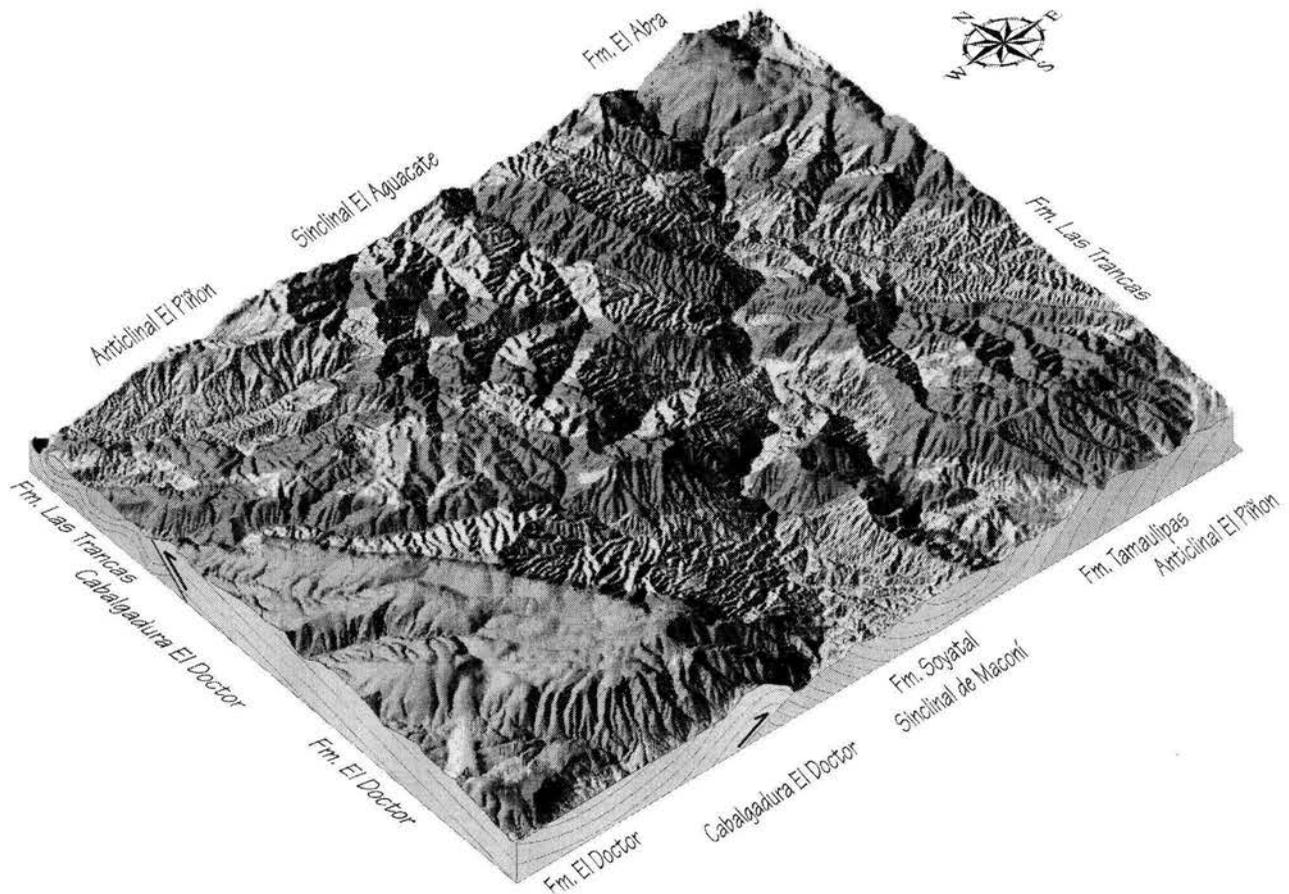


Figura II.4. Bloque diagramático con la geología simplificada de la región, viendo al NE. Para mayor detalle veáse el mapa geológico al final de este capítulo.

La Formación Las Trancas pertenece al conjunto más antiguo, de edad Jurásico Tardío-Cretácico Temprano. El conjunto medio se originó por los cambios laterales de facies en la plataforma carbonatada que dominó el Cretácico Inferior, conformando las Formaciones El Doctor, Tamabra y Tamaulipas. Finalmente, el conjunto más joven, del Cretácico Superior, está representado por la Formación Soyatal. El Cenozoico está caracterizado por unidades sedimentarias continentales y formaciones volcánicas, troncos, mantos y diques, estos últimos emplazados en fallas normales o laterales cenozoicas (Carrillo, 2000).

### **Formación Las Trancas (Kimmeridgiano – Barremiano)**

La Formación Las Trancas es el conjunto litoestratigráfico más antiguo que aflora en la región, y fue definida originalmente por Segerstrom (1961) como un conjunto de lutitas calcáreas filíticas, limolitas, calizas micríticas piritíferas, con pedernal en algunas partes, así como algunas grauvacas y areniscas que afloran en los alrededores del poblado de Las Trancas, en Hidalgo (km 217 de la carretera México-Laredo). El mismo autor cartografió en el área de Tolimán, Querétaro, 40 km al poniente de San Joaquín, otra serie de lutitas filíticas fósiles con concreciones de areniscas y rocas arcillosas, mica detrítica, intercalaciones de grauvacas y localmente niveles conglomeráticos, designándola con el mismo nombre de Formación Las Trancas.

Este contraste litológico entre las areniscas al poniente y las rocas pelíticas calcáreas al oriente, condujeron a Carrillo y Suter (1982) a describirlas por separado. Chauve y colaboradores (citado por Carrillo, 2000) definen los depósitos previamente considerados como los afloramientos occidentales de la Formación Las Trancas, ubicados entre Tolimán y Vizarrón, como las formaciones San Juan de la Rosa y La Peña Azul.

En la zona estudiada, el miembro superior de la Formación Trancas (Figura 11.5a) consiste en calizas micríticas en bancos medianos y gruesos con algunos lentes delgados de pedernal, margas y lutitas calcáreas ligeramente apizarradas, interestratificadas con capas delgadas de lutitas apizarradas y bancos de areniscas. En su miembro inferior tiende a ser más arcillosa (Figura 11.5b); se encuentran lutitas y limolitas filitizadas, con alternancias rítmicas de capas delgadas de calizas micríticas, rocas piroclásticas, así como menor proporción de bancos de areniscas y areniscas conglomeráticas en estructuras almohadilladas. En el núcleo del anticlinal El Piñón, en particular en su flanco SW, la unidad contiene pirita y arsenopirita primaria primaria. Las diferencias litológicas entre los miembros de la formación se reflejan en que la porción carbonatada superior es morfológica y estructuralmente más competente que la pelítico-calcárea inferior (Carrillo y Suter, 1982; Carrillo, 2000).

La Formación Las Trancas aflora en dos fajas continuas orientadas NW-SE, en los núcleos de los anticlinales de Bonanza y El Piñón. En este último aflora un espesor mínimo de 1,000 m, sin que aflore su base. En su localidad tipo, la formación se depositó entre el Kimmeridgiano Tardío y el Portlandiano, aunque en el área de San Joaquín (González y Carrillo, 1986) se reportan *Protancyloceras hondense* (Imray), *Karsteniceras beyrichii*, *Anahamulina* cf. *A. Loriolo*, *Pulchellia lindiggi* y *Silesites* sp. por lo que su rango estratigráfico se extiende desde el Kimmeridgiano hasta el Barremiano. En su relación con las unidades más jóvenes no se observan ni conglomerado basal, ni relaciones de discordancia angular. La base de esta formación no aflora.

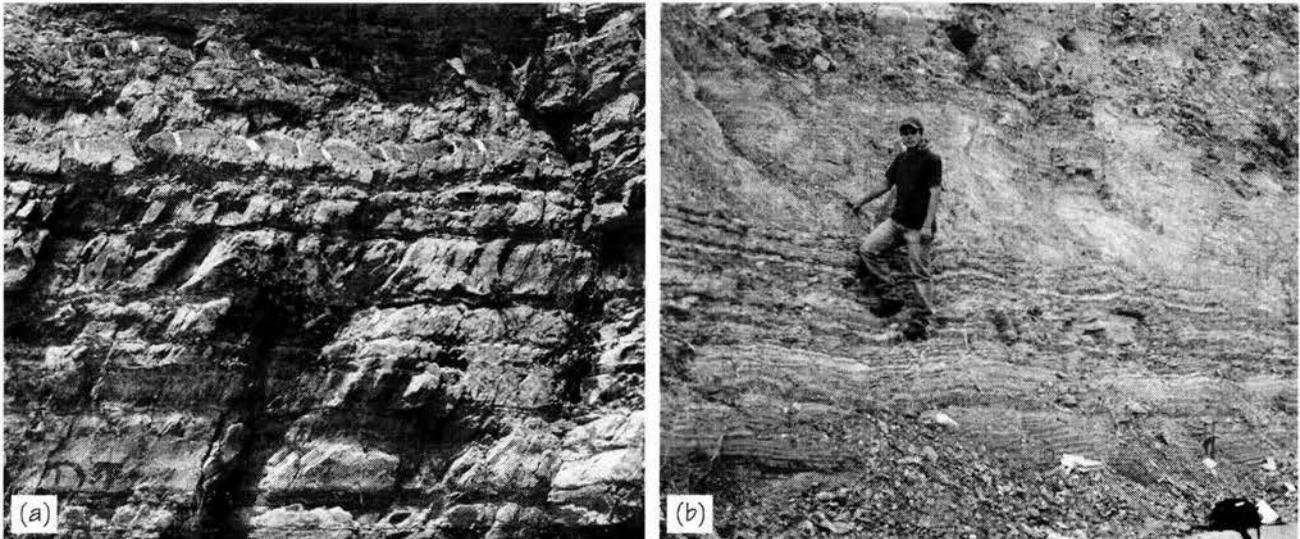


Figura II.5. Formación Trancas: (a) en el Arroyo Martínez se presentan un afloramiento de 3 m de ancho del miembro superior compuesto por limolitas, margas y calizas con areniscas conglomeráticas interestratificadas; (b) en la ranchería Las Moras aflora el miembro inferior en estratos delgados de caliza, margas y pedernal, con deformación sinsedimentaria, *slump*.

El marco tectónico en el que se depositó la formación consiste de abanicos aluviales y deltáicos desarrollados es una cuenca de post-arco, proveniente de un área fuente de arco-volcánico. Esta consideración, hecha por Coney (1978), supone que la subducción de la placa Farallón por debajo de la placa Norteamericana desde el Jurásico Temprano dio origen a un arco volcánico de borde continental en Sinaloa, evidenciado por las grauvacas y lavas andesíticas epimetamórficas del arco volcánico de Alisitos.

### Formación El Doctor (Aptiano - Cenomaniano)

Durante el Cretácico Inferior se desarrollaron en el área las plataformas carbonatadas del Banco El Doctor (Wilson *et al.*, 1955) y la Plataforma de Valles-San Luis Potosí (Carrillo-Bravo, 1971), separadas por la cuenca intracratónica de Zimapán (Carrillo y Suter, 1982), más recientemente nombrada como Cuenca de Maconí por Hernández-Jáuregui y colaboradores (1998).

Wilson y colaboradores (1955) definieron al Banco Calizo El Doctor como las rocas calcáreas de la parte final del Cretácico Inferior que afloran en la porción oriental del Estado de Querétaro. En esta unidad distinguieron cuatro facies, que se distribuyen en franjas paralelas con rumbo general NW-SE, denominadas Caliza Cerro Ladrón, Conglomerado El Socavón, Caliza San Joaquín y Caliza La Negra.

El término Formación El Doctor fue sugerido por Carrasco (1970) para designar los depósitos de plataforma en el macizo El Ángel-El Espolón, constituidos por caliza micrítica beige y gris claro con miliólidos, en estratos gruesos (mayores a 70 cm). Los depósitos del interior de la plataforma están generalmente bien estratificados, con evaporitas que crecieron ligeramente hacia fuera, sobre el borde de plataforma. La periferia de ésta se constituye de calcarenitas y calizas brechoides y conglomeráticas, con abundantes colonias fosilíferas de gasterópodos rudistas, algas y ocasionalmente corales, donde se observa estratificación discontinua no paralela (Figura II.6).

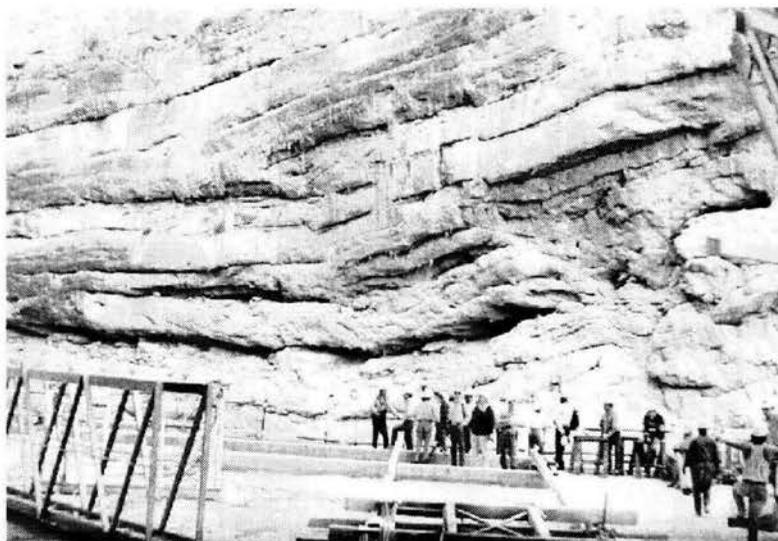


Figura II.6. Facies de talud de la Formación El Doctor, durante la construcción de la cortina de la Presa de Zimapán, en el año de 1993.

En la Sierra El Doctor, las calizas se encuentran en potentes estratos marmolizados, sin embargo, aún se conserva su estratificación; en tanto que en el poblado de Soyatal, al suroeste de la citada sierra, las calizas son masivas. El espesor estimado de esta unidad varía de por lo menos 1,500 m, de acuerdo a Wilson *et al.* (1955), a sólo 800 m según Ward (1979). Esta unidad presenta un rango estratigráfico desde el Aptiano al Cenomaniano, y aunque el contacto inferior de la unidad no aflora, la Formación El Abra, descansa concordantemente sobre la Formación Trancas.

La Formación El Abra (Carrillo-Bravo, 1971) que aflora en el extremo nororiental del área de estudio, corresponde a rocas de la Plataforma Valle-San Luis Potosí, que es una unidad equivalente a la Formación El Doctor.

### Formación Tamabra (Aptiano - Albiano Tardío)

Con este nombre se designa a los depósitos de talud de la plataforma carbonatada de El Doctor, que consisten en calizas de espesor variable, con lentes o nódulos de pedernal. La caliza es esencialmente de textura arenosa e incluye brechas y olistólitos. En el estudio microscópico se observa que algunas de estas muestras consisten en clastos calcáreos y microfósiles, tales como calciesferas y foraminíferos cementados por lodo calcáreo. Son comunes las estructuras primarias de deslizamiento, tales como pliegues de corta y variable amplitud limitados por estratos no plegados, capas de brecha, secuencias Bouma y abanicos submarinos (Carrillo, 2000).

La distribución de la unidad se encuentra restringida a franjas estrechas que bordean la Formación El Doctor. Aunque el espesor de la unidad es en general de 300 m, y descansan concordantemente sobre la Formación Las Trancas, al oeste de la región, en Hiquerillas, el espesor es de sólo unos cuantos metros y presenta discordancias erosionales, representadas por horizontes conglomeráticos relacionados con fallas normales sinsedimentarias. La edad de la formación se extiende desde el Aptiano hasta el Albiano Tardío (Carrillo, 1989). La Formación Tamabra se originó por los depósitos de gravedad derivados de la plataforma, los depósitos de suspensión adyacentes a ésta, los lodos calcáreos derivados de la plataforma y los carbonatos pelágicos (Enos y Moore, 1983).

### Formación Tamaulipas (Aptiano - Cenomaniano)

Este término definido por Carrasco (1970) y posteriormente revisado por Carrillo y Suter (1982), es utilizado para denominar las facies de cuenca adyacente a la Plataforma El Doctor, consistentes de caliza con estratificación paralela, de textura *mudstone-wackestone*, que suele tener radiolarios y foraminíferos planctónicos así como estratos intercalados de lutita y bentonita. Los estratos, con espesores entre 15 y 30 cm, contienen capas y nódulos de pedernal. Cerca del pie de talud esta litología alterna con *packstone* litoclástico-oolítica-bioclástica gradada. En la parte superior de la formación se observan horizontes rojizos con presencia de pedernal y pirita, que se extienden hasta la Formación Soyatal. El espesor de la unidad varía de 300 a 1,200 m, y fue depositada en el intervalo Aptiano-Cenomaniano, por ser contemporánea a los depósitos de talud y plataforma. La edad de esta formación coincide con la de Tamaulipas Superior, que aflora al oriente de la Plataforma de Valles-San Luis Potosí. La Formación Tamaulipas se encuentra distribuida en la parte central y nororiental del área de estudio, en franjas orientadas NW-SE (Figura II.7).

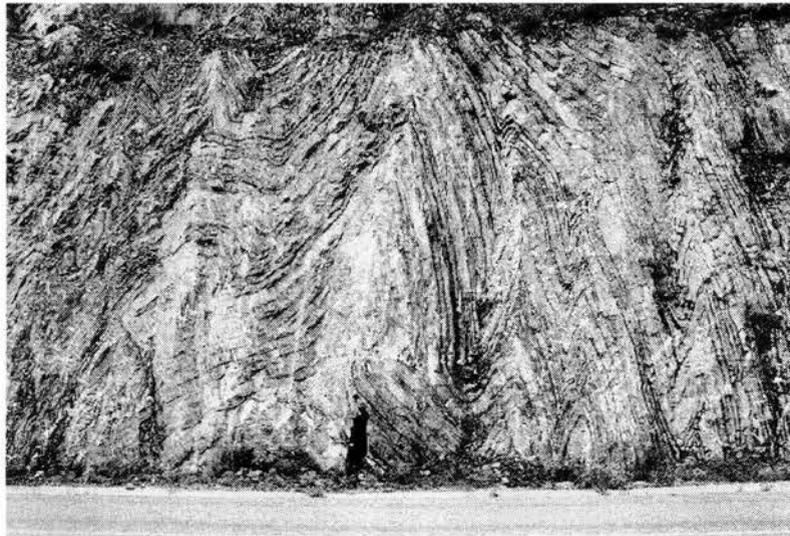


Figura II.7. Detalle de la Formación Tamaulipas, en el Km 14 de la carretera a la Casa de Máquinas. Los pliegues son de apretados a isoclinales, con plano axial vertical, llegando a presentarse la estrangulación de los mismos, como se observa en la base de la foto.

En la primera fase del depósito de estas tres últimas formaciones, a finales del Aptiano y principios del Albiano, la región sufrió una ligera subsidencia y movimiento de bloques, que dio lugar a cuencas y plataformas carbonatadas, como la de El Doctor o Valles-San Luis Potosí ubicadas en los bloques altos del basamento. De este tiempo y hasta finales del Cenomaniano se estableció la sedimentación calcárea que evidencia una estabilidad tectónica para este intervalo.

### Formación Soyatal (Turoniano Medio - Santoniano)

Wilson *et al.* (1955) propusieron el nombre de Formación Soyatal para una secuencia formada por conglomerados de clastos calcáreos, calizas y calizas arcillosas de color pardo claro y gris oscuro, intercaladas con lutitas calcáreas, que hacia la cima se hace más arcillosa. Estas rocas sobreyacen a las diferentes litologías correspondientes a la parte inferior del Cretácico.

Algunos autores (Carrillo y Suter, 1982; González Casildo *et al.*, 1998; Carrillo, 2000) denominan como Formación Soyatal a toda la secuencia que sobreyace a las unidades calcáreas del Albiano-Cenomaniano, incluyendo tanto a los depósitos de la Formación Mexcala, como Méndez.

En el área de estudio, la Formación Soyatal consiste en una alternancia rítmica de estratos delgados de caliza mudstone de color gris oscuro, con estratos delgados de lutitas calcáreas de color negro que intemperizan de pardo amarillento a verdoso, con algunos horizontes de conglomerados y brechas calcáreas. Son comunes los numerosos pliegues sinsedimentarios y las estructuras nodulares (boudinage), causados por ruptura y flujo de los depósitos no consolidados, principalmente en el oriente de la Sierra El Doctor. En algunos afloramientos, en la base de la unidad, es común encontrar bloques de caliza (olistolitos) de la Formación El Doctor, los cuales desaparecen hacia la parte superior, donde es común encontrar horizontes rojizos de lutitas de 1 a 3 cm de espesor (Figura 11.8). La litología tiene frecuentes cambios laterales, siendo en algunos lugares más calcárea (por ejemplo, en el km 3 del camino a la Casa de Máquinas) y en otros más pelítica (San Joaquín), lo que dificulta su división en miembros (Hernández Jáuregui, 1998).

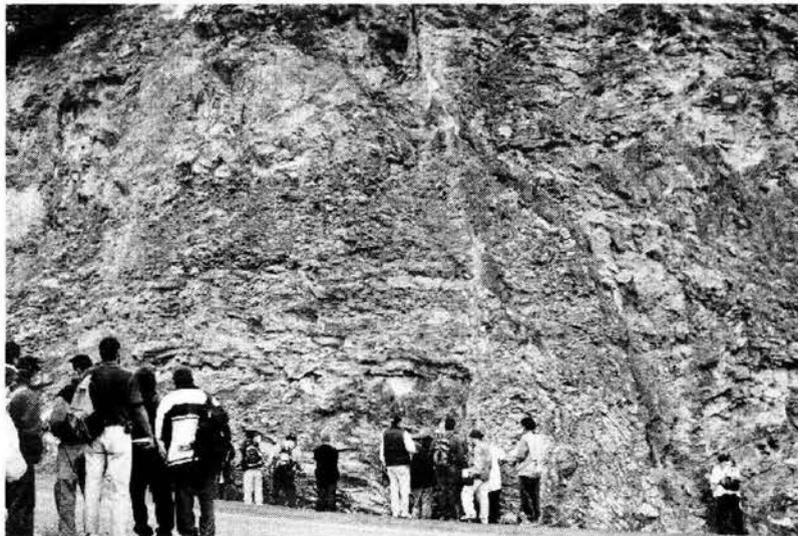


Figura 11.8. En la parte superior izquierda de la foto se observan varios olistolitos de caliza masiva (El Doctor) dentro de la Formación Soyatal. Así también, en la porción derecha se observa un sistema conjugado de fallas de desplazamiento lateral, en la desviación a Maconí.

La Formación Soyatal aflora principalmente en la Cuenca de Maconí, en San Joaquín y en San Juan Tetla, donde se presenta como franjas alargadas NW-SE. En la mayoría de las secciones donde aflora esta unidad se encuentra plegada e incluso intensamente plegada, razón por la cual es difícil estimar su espesor total. Simons y Maples (1957) midieron a la entrada de la Barranca de Tolimán una sección sin plegar de aproximadamente 700 m, calculando que el espesor real es cercano a los 1,000 m.

El reporte más reciente acerca de la edad de la formación es del Turoniano Medio al Santoniano, y fue determinada por González Casildo (1998) con foraminíferos planctónicos tales como *Whiteinella paradabia*, *Clavhedvergella simplex* y *Whiteinella archaeocretacea*. Las relaciones de contacto con las unidades infrayacentes son muy variadas: respecto a la Formación Tamaulipas parece tener un

contacto normal transicional, mientras que con respecto a El Doctor en algunas secciones parece ser normal, aunque generalmente el contacto es erosivo y discordante, como lo evidencia el notable desarrollo de paleokarsticidad en la cima del banco calcáreo (Figura 11.9), previo al depósito de la unidad (Hernández Jáuregui, 1998; Carrillo, 2000). Por ser una discordancia sintectónica, relacionada con el frente de la Cabalgadura El Doctor, en la que la discordancia angular se amortigua rápidamente y pasa lateralmente a una conformidad, la discordancia es clasificada como progresiva (Vera-Torres, 1994; Arellano y Yussim, 2004)

Carrillo y Suter (1982) concluyen que no había erosión regional antes del depósito de la Formación Soyatal, por no encontrar un conglomerado basal entre ésta y la Formación El Doctor. Por otro lado, la presencia de bloques de la caliza El Doctor incluidos en la Formación Soyatal, tal como se observan en la Cuenca de Maconí (Figura 11.8), indica que a la vez que se producía la Orogenia Laramide, localmente la Formación El Doctor era levantada y erosionada; esto es evidenciado por el desarrollo del paleokarst que conservó parcialmente el paleorelieve de principio del Cretácico Superior. Hernández Jáuregui (1998) considera que por las características de la Formación Soyatal se trata de un depósito sintectónico, por lo que propone que la orogenia se inició desde el Turoniano Medio, por lo menos en esta área.

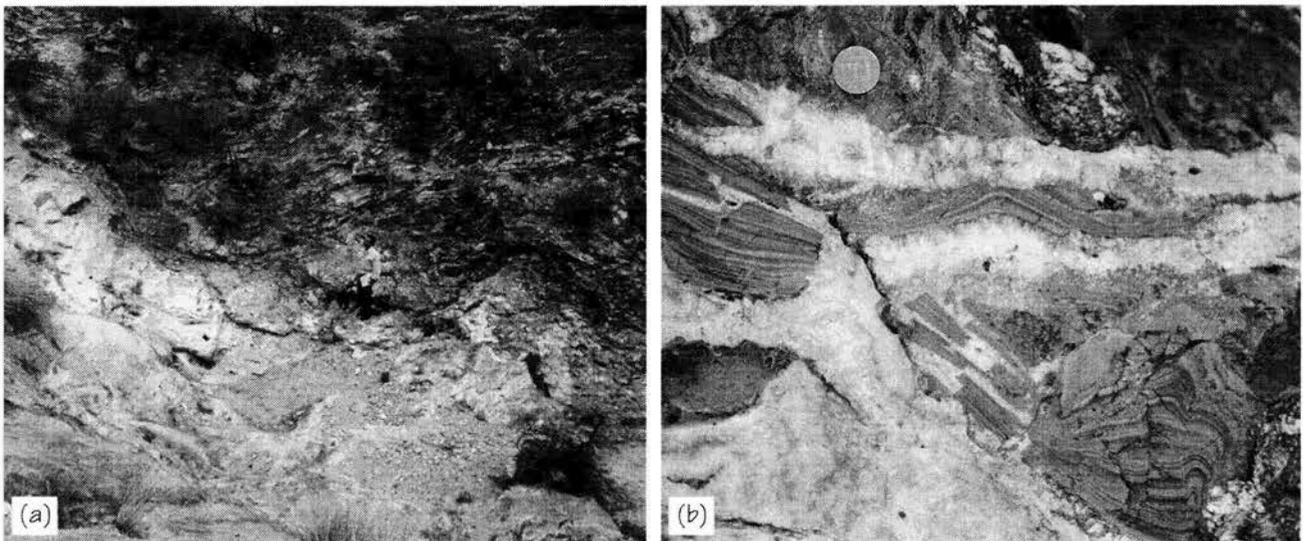


Figura 11.9. Contacto discordante de la Formación Soyatal sobre El Doctor, (a) en donde se observa su contacto erosivo y el posterior relleno de la paleokarsticidad entre ambas, (b) así como el detalle del depósito de terrarosa en las oquedades.

### Rocas Ígneas Cenozoicas

En la porción sur del área, así como también en la porción nororiental, están expuestos pequeños afloramientos de rocas volcánicas, cuya composición varía de latita-andesita-basalto, y que sobreyacen concordantemente a la Formación El Moro y discordantemente a las formaciones más antiguas. Estas rocas fueron denominadas por Simons y Maples (1956) como Formación Las Espinas, quienes las describieron como derrames volcánicos del Oligoceno Tardío-Mioceno. Segerstrom (1962) agrupa la Formación Las Espinas en la base del Grupo Pachuca, asignándoles un espesor máximo de 370 m (Figura 11.10).



Figura II.10. Vista de la Formación Las Espinas desde la obra de toma de la Presa de Zimapán. Se pueden observar los diferentes materiales que componen al Cerro Partido, así como la disposición inclinada de los mismos.

Las rocas intrusivas de la región varían de granodiorita-diorita-monzonita-monzogabro, con edades entre los 40 y 50 Ma. principalmente en los distritos mineros de Zimapán y Maconí (Carrillo y Suter, 1982). Sin embargo, un gran número de pequeñas estructuras de diferente composición se emplazaron a lo largo del anticlinal El Piñón, tales como diques de riolita, latita, andesita y basalto, mantos de monzonita y troncos de cuarzomonzonita y tonalita (Figura II.11).

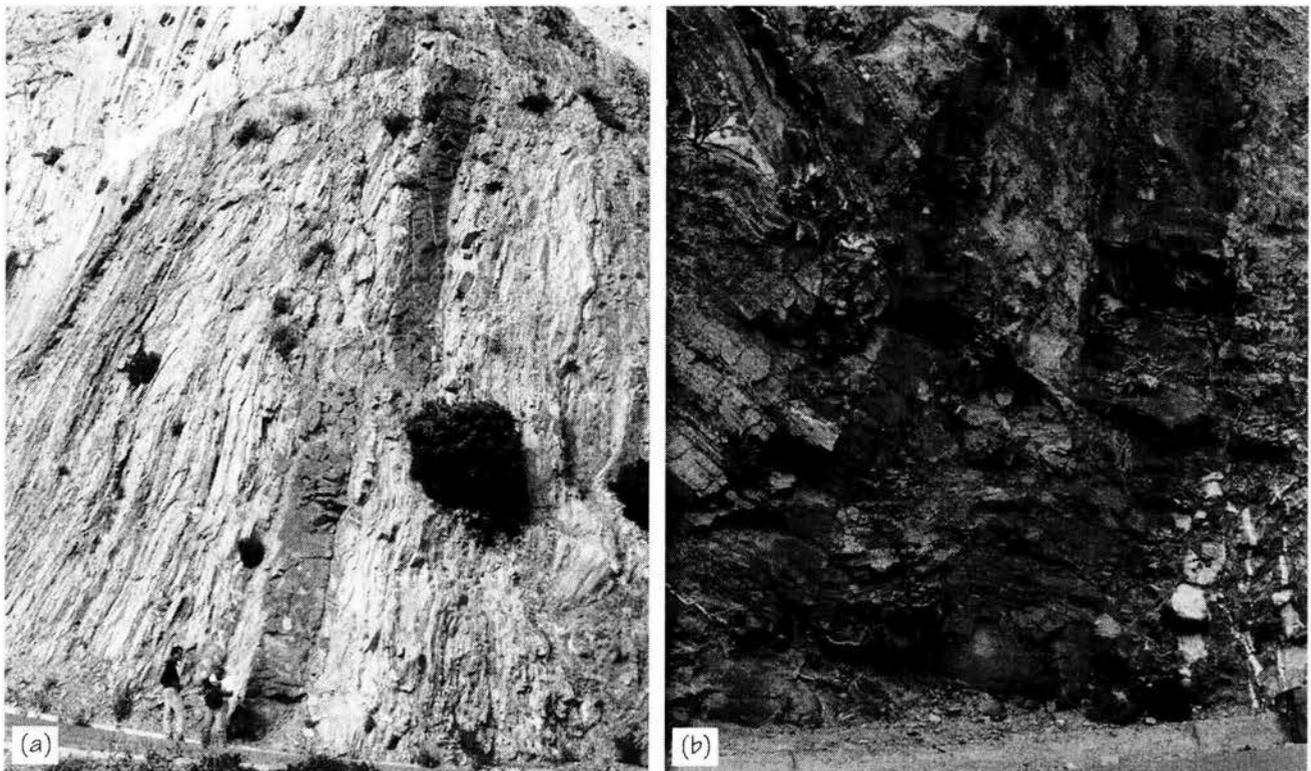


Figura II.11. A la izquierda, manto félsico en el núcleo del Anticlinal El Piñón, dislocado por una falla lateral, y a la derecha, diques máficos en la Formación Trancas, en la localidad de las Moras.

Otros cuerpos subvolcánicos felsícos más jóvenes, probablemente del Mioceno Tardío, afloran fuera del área de estudio; entre ellos la Peña de Bernal al poniente, y en Tequisquiapan al sur (Carrillo, 2000).

### **Depósitos Continentales Cenozoicos**

Éstos se encuentran representados en escasos afloramientos, de los cuales la formación más antigua es el Fanglomerado El Moro, descrito por Simons y Maples (1956). La litología más característica consiste de clastos de diferentes tamaños, de angulosos a subredondeados, de calizas, margas y lutitas, bien cementados en una matriz arenosa de composición carbonatada y silícea, con derrames intercalados de basaltos, andesitas y horizontes de tobas. Su edad se considera dentro del intervalo del Eoceno Tardío (?) al Oligoceno Temprano, durante el cual se llegó a depositar una columna de hasta 400 m de manera discordante sobre las unidades más antiguas. Estos materiales se depositaron en un ambiente continental como abanicos aluviales, probablemente en un sistema distensivo de pilares y cuencas, orientado NE-SW.

## **GEOLOGÍA ESTRUCTURAL**

En la región se exponen más de dos kilómetros de relieve topográfico, entre el Cerro El Espolón (3,260 m s.n.m.) y el Río Moctezuma (1,200 m s.n.m.), donde, no obstante la falta de información del subsuelo, la continuidad de los afloramientos la hacen privilegiada para su estudio. Como ya se mencionó, el área se encuentra en la Provincia Geológica del Cinturón Mexicano de Pliegues y Fallas (Ortega-Gutiérrez, *et al.*, 1992), donde sus principales rasgos se desarrollaron hacia finales del Cretácico y principios del Paleoceno. Las características estructurales de la provincia han sido estudiadas por diferentes autores, entre los que destacan Carrillo (1989, 1990, 1997a, 1997b y 2000), Carrillo y Suter (1982), Hernández-Jáuregui (1997 y 1998), Simons y Maples (1956) y Suter (1987 y 1997).

Las unidades cronoestratigráficas que afloran en el área y que fueron depositadas antes de la Orogenía Larámide, presentan competencias estructurales muy diferentes. El conjunto más antiguo (Formación Las Trancas) y el más joven (Formación Soyatal) son mecánicamente incompetentes, mientras que el conjunto intermedio (Formaciones El Doctor-Tamabra-Tamaulipas) es de alta competencia estructural. El estilo de deformación está principalmente controlado por la litología y el espesor del conjunto intermedio, que se caracteriza por grandes cabalgaduras en el borde oriental del banco calcáreo de El Doctor, mientras que las facies sincrónicas de cuenca y del interior de la plataforma están caracterizadas por pliegues paralelos (Carrillo y Suter, 1982).

## **ESTRUCTURAS REGIONALES**

Las estructuras presentan como pliegues paralelos y cabalgaduras con un rumbo general NNW-SSE y vergencia al oriente, donde aparecen diferentes estructuras menores asociadas como: pliegues chevrón, kink e isoclinales en las secuencias calcáreas delgadas, pliegues disarmónicos en las secuencias calcáreo-arcillosas y arcillo-arenosas, pliegues de guante, crucero de roca (clivaje) y fallas inversas de menor desplazamiento. En las regiones vecinas se ha documentado una deformación Cenozoica (Carrillo y Suter, 1982; Henry y Aranda, 1992; Suter, *et al.*, 1997; Carrillo, 2000), que se expresa por una fase compresiva, que afecta a las rocas volcánicas del Grupo

Pachuca en forma de pliegues de amplio radio de curvatura, paralelos a los de edad laramídica; y otra fase extensiva responsable del fallamiento normal tipo *Basin and Range*, cuya extensión principal está grosamente orientada en la dirección del plegamiento. No obstante que la deformación Cenozoica en la región de estudio no se ha identificado ampliamente, ni mucho menos cartografiado, el nivel en donde mejor se aprecia es en el mesoscópico. A escala de afloramiento, esta deformación se presenta como pliegues suaves, enjambres de diques y fallas normales, lístricas y laterales. La fase de deformación más importante que se ha documentado en el área se dio durante la Orogenia Laramide (Turoniano-Paleoceno), no obstante existir otros eventos posteriores y de una menor importancia (Carrillo y Suter, 1982). A continuación se hace una breve descripción de las principales estructuras laramídicas de suroeste a noreste.

### Cabalgadura El Doctor

Carrillo y Suter (1992) reconocen esta cabalgadura en el flanco nororiental del Banco Calcáreo El Doctor, que morfológicamente se expresa como el escarpe del macizo El Ángel-El Espolón (Figura II.12). Su traza orientada NW-SE se puede seguir por cerca de 40 km; es conocida desde la Cañada Del Ángel en el norponiente, hasta Daxhí en el suroriente, donde es cubierta por las rocas volcánicas de la Faja Volcánica Mexicana.



Figura II.12. Panorámica de la Cabalgadura El Doctor, vista desde la Unidad Minera "La Negra". En el fondo se observa la Formación El Doctor del Cretácico Inferior, que forma parte de un anticlinal mayor y roto que cabalga sobre la Formación Soyatal del Cretácico Superior, esta última de colores claros en el primer plano de la foto.

La cabalgadura está evidentemente expuesta tanto en las cercanías del Cerro El Ángel, al oriente del área, como en el Cañón Del Infiernillo, en el Río Moctezuma. En este último sitio, antes de la construcción de la Presa de Zimapán, se observaba una pequeña ventana tectónica a 3 km del frente erosivo, ya reportada (op. cit.); en ella las facies del borde de plataforma de la Formación El Doctor están recristalizadas y sobreyacen a las lutitas y margas de la Formación Soyatal, que se encuentran milonitizadas. El espesor afectado de la primera formación es de decenas de metros, mientras que en la segunda el dinamometamorfismo afectó la roca hasta unos 15 m de profundidad

(Rodríguez-Urbina, 1988). En la Cañada Del Ángel, la cabalgadura presenta un echado  $15^\circ$  al SW y sólo pone en contacto las facies del borde de plataforma de El Doctor por encima de las calizas de la Formación Tamabra.

El bloque de techo muestra suaves ondulaciones, con excepción de un anticlinal y un sinclinal de amplitud hectométrica en el frente de la cabalgadura. Respecto al desplazamiento de la falla, en el Cañón Del Infiernillo ésta tiene un echado promedio de  $24^\circ$  al SW, y se ha estimado un desplazamiento horizontal mínimo de 2,800 m perpendicular al rumbo. En el poblado de El Doctor y sus alrededores, se presentan bloques de caliza de facies de plataforma de varias decenas de metros, que representan testigos tectónicos como escamas o lentes de cizalla o bien *klippes* (Carrillo y Suter 1992). El extremo noroeste de la cabalgadura se encuentra frontalmente rotado, lo cual puede ser resultado de la fricción de arrastre, el cambio de inclinación del plano de cabalgadura, o por la ruptura de un pliegue precursor (Suter, 1987).

### Sinclinal de Maconí

Denominado originalmente Sinclinal de Zimapán (Segerstrom, 1961) y más recientemente Cuenca de Flexura de Maconí (Hernández-Jáuregui, 1997), consiste de una banda de afloramientos del Cretácico Superior en una estructura alargada de 40 km de longitud, con orientación paralela al *trend* laramídico; su porción NW es considerablemente más estrecha que la SE, debido a la rotación de la Cabalgadura El Doctor. La traza del plano axial del sinclinal forma un ángulo de  $18^\circ$  con relación al frente erosivo del macizo calcáreo, por lo que el flanco oeste prácticamente no existe al haber sido cubierto por la Cabalgadura El Doctor. En el otro extremo, el flanco oriente es muy pronunciado y colinda en gran pendiente con el Anticlinal El Piñón. La porción SE tiene un relieve estructural mayor que el flanco NW en relación con la cima del banco calcáreo (casi 2,000 m), por lo que en el sur se tienen los mejores y más grandes afloramientos de la Formación Soyatal, donde la estructura desaparece por debajo de los derrames volcánicos del Cenozoico (Figura 11.13).



Figura 11.13. Panorámica del Sinclinal de Maconí, vista cerca del poblado El Doctor. En primer plano se observan los afloramientos pardos de la Formación Soyatal que también se observa en la cima de la sierra al otro lado del valle, sobre las calizas de la Formación Tamaulipas.

## Anticlinal El Piñón

Con 50 km de longitud por 11 km de anchura esta estructura se extiende en el cañón del Río Moctezuma, entre la Mina La Negra y el rancho La Mora; limita al NE con el Sinclinal El Aguacate y al SW con el Sinclinal de Maconí. Entre este último y el Anticlinal El Piñón se expone un relieve estructural mayor a 1,800 m. El anticlinal es amplio y asimétrico, tiene su núcleo en la formación Las Trancas y su plano axial se inclina  $27^\circ$  hacia el SW. La cresta consiste en un gran pliegue de aproximadamente 800 m de longitud de onda del pliegue, mientras que los limbos del anticlinal son caracterizados por pliegues de segundo orden con amplitudes de unos cuantos metros. La geometría de estos pliegues es controlada por los contrastes morfológicos entre las diferentes unidades expuestas; así, los pliegues en el flanco suroeste son tipo chevrón de recostados a recumbentes, mientras en la cresta y el flanco noreste, donde están constituidos por la Formación Tamaulipas, presentan superficies axiales subverticales bien desarrolladas (Figura II.14). Hacia el interior del anticlinal el plegamiento es disarmónico, al parecer porque sirvió como nivel de despeque para pliegues de segundo orden observados en las formaciones suprayacentes (Suter, 1987).



Figura II.14. Núcleo del Anticlinal El Piñón, en donde se observa la asimetría del pliegue, y su vergencia al NE. El núcleo se desarrolló en forma de hongo, pero esta forma no se propagó en el resto del pliegue.

En la parte más profunda de la estructura, en el cañón del Río Moctezuma, Carrillo y Suter (1982) mencionan que la parte topográficamente más baja de la Formación Las Trancas está en posición subhorizontal, por pertenecer al techo de un pliegue acrofrado de primer orden con poco plegamiento interno, y por no haber participado en pliegues de segundo orden. No obstante, en la Ranchería Las Moras se observaron pliegues de abiertos a apretados, con frecuencia disarmónicos, en las litologías menos competentes de la formación (Figura II.15).

## Sinclinal El Aguacate

Ubicado entre los anticlinales del Piñón y Bonanza, tiene como núcleo a la Formación Soyatal y en los flancos a la Formación Tamaulipas. Es un pliegue simétrico con echados entre  $50^\circ$  y  $60^\circ$  en cada flanco. Presenta numerosas ondulaciones menores con amplitudes hasta de cientos de metros, recostadas hacia el noreste (Carrillo, 2000). Tomando como referencia el contacto entre

las formaciones Tamaulipas y Soyatal, presenta un relieve estructural de 1,400 m respecto al Anticlinal El Piñón y de 1,300 m respecto al anticlinal de Bonanza (Carrillo y Suter, 1982). La estructura tiene una mayor elevación comparada con los sinclinales de Maconí y El Fraile (al NE de Zimapán), lo cual se puede explicar por su transporte tectónico a lo largo de la Cabalgadura El Volantín (Suter, 1987).

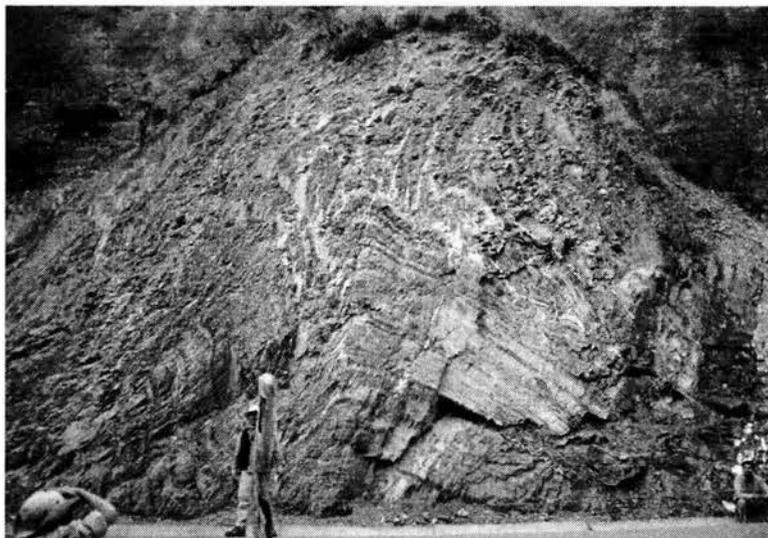


Figura II.15. Pliegues disarmónicos en el flanco SW del Anticlinal El Piñón, desarrollados en la Formación Trancas, en el Rancho la Mora junto al Río Moctezuma.

### Pliegue Napa Bonanza

Reconocida por Segerstrom (1961), forma un pliegue-falla recostado al nororiente que cabalga sobre el Anticlinal El Fraile; en el núcleo del pliegue se pueden observar afloramientos continuos de la Formación Las Trancas. El flanco SW buza de  $60^\circ$  a  $70^\circ$  y el flanco volcado buza  $23^\circ$  al SW. El espesor de la estructura es tectónicamente atenuado en la Formación Tamaulipas, la cual está intensamente afectada por pliegues chevrón. Estos últimos pliegues son parcialmente cortados a lo largo de la Cabalgadura El Volantín, a la cual sobreyacen, y ésta a su vez forma el contacto entre las Formaciones Tamaulipas y Soyatal. La geometría recumbente del pliegue napa y la intensa deformación del limbo E es explicado por Suter (1987) como un efecto de cizalla simple en la estructura. De acuerdo al autor citado, la componente del acortamiento rotacional expuesta de la estructura es de 6,300 m, aunque la componente translacional (Cabalgadura El Volantín) no pudo ser cuantificada usando los datos de superficie.

### EVOLUCIÓN ESTRUCTURAL

Del análisis de las fases de deformación que han afectado esta área y tomando en cuenta la columna litológica que aflora, la evolución estructural se puede caracterizar en el siguiente orden: en primer lugar una fase extensiva a finales del Jurásico seguida de una posible fase compresiva a finales del Jurásico y principios del Cretácico, seguida de la Orogenia Larámide, así como sucesivas fases extensivas desde el Paleógeno, hasta el Cuaternario. Finalmente, se han identificado un conjunto de fallas laterales orientadas WSW-ESE, que afecta a todos los materiales de la región.

### **Fase Extensiva Jurásica**

La deformación más antigua que se ha reconocido en el área de estudio corresponde con los rasgos estructurales reportados por Carrillo (1989a) en la región de Higuierillas; de acuerdo al autor esta fase se desarrolló en la antigua plataforma de Norteamérica como un período de fallamiento normal de alto ángulo que estuvo activo del Kimmerigiano al Titoniano, y que pudo ser responsable de la profundización de la plataforma donde se depositaron las series litológicas de ese período. En la Formación Las Trancas la deformación se expresa como fallas normales intraformacionales y estructuras de *boudinage* (Santillan, 2001). Ochoa Camarillo (1997) también reconoce esta fase de extensión en el área de Molango, Hidalgo, donde se desarrolló durante todo el Jurásico. Este evento provocó la formación de fosas y pilares tectónicos orientados NNW-SSE y N-S. Posiblemente esta fase extensiva esté relacionada con la apertura del Golfo de México durante el Jurásico Temprano y Medio (Carrillo y Suter, 1982).

### **Fase Contractiva Jurásica**

Chauve *et al.* (1985) son citados por Carrillo (2000) para apoyar su hipótesis de que los afloramientos occidentales de la Formación San Juan de la Rosa (Kimmerigiano Superior – Titoniano Inferior) sufrieron una deformación de carácter principalmente compresivo posterior a su depósito, y anterior al depósito de la Formación La Peña Azul (Titoniano Inferior – Barremiano).

### **Orogenia Larámide**

La componente compresiva de esta fase provino desde el SW, afectando desde el Turoniano Medio (91 m. a.) hasta el Paleoceno (53 m. a.) a todo el paquete sedimentario depositado hasta ese momento (Hernández-Jáuregui, 1997). El estilo de deformación está controlado tanto por el contraste litológico de las unidades, como por su espesor, expresándose como grandes rampas en el oriente del borde del banco calcáreo de El Doctor, y como pliegues paralelos en las unidades menos competentes. Las estructuras laramídicas tienen un rumbo general N-NW, por lo que la componente horizontal de máximo acortamiento lineal tiene una orientación ENE-WSW, con una extensión mínima del 24 % (Carrillo y Suter, 1982). Hasta el momento no se han podido distinguir diferentes generaciones de deformaciones laramídicas, porque de haber existido, los pliegues se encontrarían superpuestos a las estructuras. Esta actividad orogénica es atribuida al desarrollo del margen convergente entre las placas de Farallón y Norteamericana, donde la máxima deformación ocurrió con el cambio de la convergencia, de oblicua a frontal de la primera placa (Coney, 1976). Esta deformación fue más temprana en el borde occidental del país que en el oriental.

### **Fase Extensiva Paleógena**

La primera fase distensiva del Cenozoico reconocida en el área fue contemporánea al depósito de la formación El Moro. Esta unidad se acumuló en un sistema de fosas y pilares orientados NE-SW, que continuaron activos hasta la acumulación de por lo menos las dos primeras fases volcánicas, registrando episodios de inactividad de éstas. Simultáneamente, se emplazaron los intrusivos y diques en la secuencia mesozoica, orientados tanto en la dirección de esta fase extensiva, como en la dirección NW-SE, y asociados a fallamiento normal.

## Fase Contractiva Neógena

Este evento de deformación ha sido documentado por Carrillo y Suter (1982) en las regiones de Metztitlán y Zimapán, Hidalgo, donde se expresa como planos de falla con estrías subhorizontales que, localmente, están ligados a pliegues suaves de gran radio de curvatura, que afectan los depósitos volcánicos neógenos de la Formación Las Espinas. No obstante que en el área de estudio no se ha documentado, Carrillo (1989 y 2000) sospecha de la presencia de este evento por los planos de falla con estrías subhorizontales en rocas miocénicas, casi siempre riolíticas, aunque estas características también se observan en las rocas prelaramídicas, como por ejemplo, en el Arroyo Salado y en la desviación a Maconí, donde el fallamiento lateral afecta la Formación El Doctor. Otro posible rasgo es, quizá, la reorientación que presenta el Río Moctezuma aguas abajo de la Casa de Maquinas del Proyecto Hidroeléctrico de Zimapán.

## Fallamiento Normal Cuaternario

Esta fase distensiva provocó la dislocación de la región en forma de bloques. El fallamiento tiene una dirección preferencial E-W dominado por fallas regionales lístricas, dando lugar a bloques basculados, la mayoría al norte y limitados por fallas subparalelas de alto ángulo (Suter et al., 1995). Esta distensión propició la acumulación de la Formación Tarango y el desarrollo de vulcanismo basáltico.

## Fallamiento Lateral Cuaternario

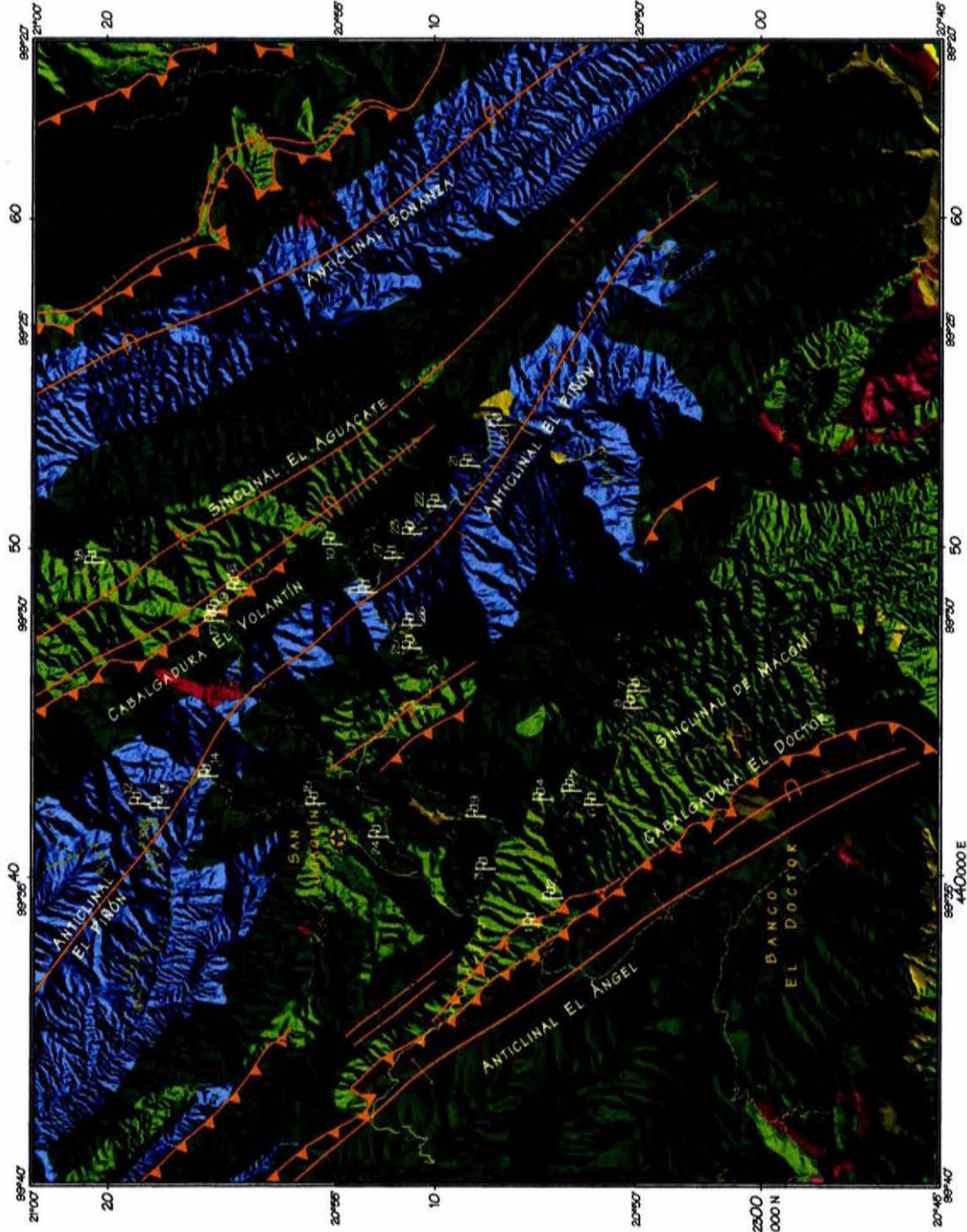
Esta fase de deformación provocó el desplazamiento horizontal de bloques con superficies de falla verticales y subverticales, en muchos casos ondulados, que en algunas ocasiones causó la reactivación de fallas más antiguas. Los efectos del fallamiento transcurrente se pueden observar en la entrada a los túneles de la Presa Hidroeléctrica de Zimapán (Figura II.16), en la reorientación del Río Moctezuma, en las facetas triangulares en las proximidades del citado río y en los cortes de carretera de la desviación de San Joaquín a Maconí. La orientación preferencial de las fallas es S 60-70° W, con estrías horizontales (Yussim-Guarneros y Montes-Cruz, 2004).



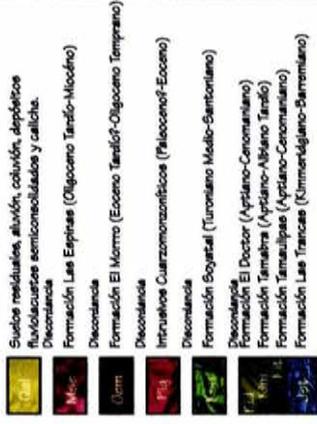
Figura II.16. Estructura de flor positiva en la Formación El Doctor, a la entrada de Proyecto Hidroeléctrico Zimapán.



# SAN JOAQUÍN, F14 C58



## COLUMNA ESTRATIGRÁFICA



- Quaternario
- Mioceno
- Oligoceno
- Paleoceno-Eoceno
- Paleozoico
- Cenozoico

Sudor meliadas, aluvión, coluvión, depósitos  
 fluviales semiconsolidados y caliche.  
 Formación Las Esquinas (Oligoceno Tarfio-Mioceno)  
 Disconformidad  
 Formación El Mirro (Eoceno Tarfio-Oligoceno Temprano)  
 Disconformidad  
 Intrusivos Cuaternarios (Paleoceno-Eoceno)  
 Disconformidad  
 Formación Soyalal (Turoniano Medio-Santoniano)  
 Disconformidad  
 Formación El Doctor (Aptiano-Cenomaniano)  
 Formación Tamahra (Aptiano-Albiano Tarfio)  
 Formación Tamahra (Aptiano-Cenomaniano)  
 Formación Las Trancas (Kimmeridgiense-Berriasiense)

## LEYENDA

- Falla Inversa
- Anticlinal
- Sinclinal
- Anticlinal Reverso
- Sinclinal Reverso
- Localidad Muestreada



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 Posgrado en Ciencias de la Tierra

Tesis de Maestría

MAPA GEOLÓGICO

Sergio Yussim Guarneros

Escala 1:125,000      Noviembre de 2004

---

## CAPÍTULO III

---

### METODOLOGÍA

A partir del marco teórico que se presentó y del análisis de la geología de la región de San Joaquín, Querétaro, el marco conceptual en el que se plantea y desarrolla esta investigación considera varios elementos que es importante comentar. En primer lugar, se consideran las fracturas como estructuras disyuntivas en los cuerpos rocosos que se generan de manera relativamente sistemática (Ramsay y Huber, 1987; Twiss y Moores, 1992; Marshak y Mitra, 1998), y que pueden desarrollarse en función de otras estructuras mayores, como es el caso de los pliegues y fallas (Hancock, 1985). La Geometría Fractal ha sido aplicada ampliamente en la descripción, comparación y modelado de sistemas de fracturas naturales (por ejemplo; Gillespie et al., 1993; Barton, 1995; Watanabe y Takahashi, 1995), así como también en la obtención de una amplia variedad de atributos en poblaciones de fallas y fracturas como son longitud de la traza, espaciamiento y desplazamiento (Scholz y Cowie, 1990; Poulimenos, 2000). No obstante, hay autores (Brooks y Allmendinger, 1996) que muestran que la geometría del fracturamiento puede no ser fractal. En el caso de existir espacios en las fracturas estos pueden estar total o parcialmente ocupados por un mineral de relleno con formas y texturas características, que revelan su origen, su evolución, los fluidos involucrados y particularmente la evolución cronológica de los eventos de deformación (Ramsay y Huber, 1987; Twiss y Moores, 1992; Passchier y Trouw, 1998; Bons, 2000).

Respecto a las vetillas, varios autores han trabajado en su origen, forma y clasificación geométrica (Bons, 2000; Becker y Gross, 1999; Smith, 1999; Srivastava, 2000), así como también en sus características fractales; por ejemplo, se han estudiado las relaciones escalares respecto a sus dimensiones, formas y arreglos (Johnston y McCaffrey, 1996; Gillespie *et al.*, 2001).

Por otra parte, el área de San Joaquín, en el estado de Querétaro, pertenece a la porción del antepaís de la Sierra Madre Oriental en donde aflora una secuencia mesozoica marina que varía en edad del Jurásico Superior al Cretácico Superior, que se encuentra deformada en sistemas de pliegues paralelos y cabalgaduras orientados NNW-SSE, formados durante la orogenia Laramíde (Carrillo y Suter, 1982; Equiluz de Antuñano, *et al.*, 2000).

## HIPÓTESIS DE TRABAJO

Las hipótesis de trabajo se fundaron partiendo del modelo conceptual y son la columna vertebral de este trabajo de investigación. Las presunciones que se proponen para su evaluación y su demostración son las siguientes:

- ✎ La región señalada para llevar a cabo esta investigación corresponde a un cinturón de pliegues y fallas, por lo que es de esperar que se hayan desarrollado sistemas de fracturas, que pueden orientarse de acuerdo al modelo de Hancock (1985); además, estos sistemas consiguieron ser rellenos de manera uniforme por sustancias minerales, dando lugar a sistemas de vetillas.
- ✎ Los sistemas de vetillas son una consecuencia de uno de los mecanismos de deformación del área y también ponen de manifiesto la evolución estructural de ésta.
- ✎ Las características geométricas de las vetillas pueden ser analizadas e interpretadas tomando en cuenta su distribución espacial.
- ✎ Considerando que varios autores (por ejemplo Ledésert *et al.*, 1993; Hippertt, 1999; Gillespie *et al.*, 2001) han demostrado el carácter fractal de los conjuntos de vetillas, se puede esperar que los conjuntos de vetillas que se identifiquen sean conjuntos fractales tanto en su geometría como en su fragmentación.
- ✎ Las diferentes dimensiones fractales que se estimen de los sistemas de vetillas deben estar relacionadas con su origen, su cronología y su evolución, así como también con su litología y la reología.
- ✎ La dimensión fractal de los sistemas de vetillas puede llegar a relacionarse con las características geométricas y espaciales de las vetillas.

A partir de las hipótesis planteadas se elaboró la fase experimental que se constituye de dos secciones: la primera consistió en el trabajo de campo, que gravita en la selección y descripción de los afloramientos, en la recopilación de la información geométrico-estructural, gráfica y digital de las vetillas; y la segunda, consistió en el análisis de los datos compilados: se inició con el examen de la información estructural para determinar la estructura principal, así como su orientación, para definir el sistema de referencia, donde se identificaron los conjuntos de vetillas para el análisis, con

lo que esta información se transpondrá con la información gráfica para realizar el análisis fractal de las mismas.

## **TRABAJO DE CAMPO**

El primer paso en el trabajo de campo fue la selección de los afloramientos, que se llevó a cabo en razón de una separación mínima de tres kilómetros entre cada localidad y de que en ellas se presentaran los sistemas de vetillas de manera clara y contrastada en una superficie plana de por lo menos 50 centímetros por lado. De cada afloramiento seleccionado se reunió la siguiente información:

**Características de la Roca Encajonante.** Se describió la litología de la roca encajonante haciendo hincapié en la textura, la composición, el tamaño de grano, el espesor de los estratos y el grado de recristalización. También se determinó la orientación estructural de la roca encajonante y las características estructurales al nivel del afloramiento.

**Sistemas de Vetillas.** Se identificaron y clasificaron los diferentes sistemas de vetillas de cada afloramiento, determinándose sus formas, texturas macroscópicas, mineralogía que conforma el relleno, así como la persistencia, la longitud y el espesor característico de cada sistema. También se identificó el plegamiento, las estrías de falla y la coalescencia entre las vetillas.

**Relación con la Estratificación.** Una vez identificados los sistemas se analizó la relación de cada uno de ellos con la estratificación y la naturaleza de los contactos con las superficies de estratificación; esto es, si las vetillas son perpendiculares o paralelas a la estratificación, o si las vetillas se encuentran confinadas a la estratificación, etc.

**Relación con las Estructuras Mayores.** Se identificaron las estructuras mayores como son pliegues y fallas, para considerar si los sistemas de vetillas se encuentran relacionados a un campo general o un campo local de deformación, o si estos factores han jugado un papel importante en la reorientación de las vetillas.

**Orientación de los Sistemas de Vetillas.** En cada afloramiento se midió la orientación estructural de la mayoría de las vetillas, para agruparlas desde un principio de acuerdo con los principales sistemas presentes de la clasificación de Hancock (1985), y no sólo con su orientación espacial, es decir rumbo y echado de cada vetilla, sino también considerando su frecuencia respecto a su espesor.

**Relaciones Temporales.** Identificados los sistemas de vetillas y reconociendo sus relaciones con los estratos que las contienen, se describieron las relaciones de corte, y correspondientemente, las relaciones cronológicas y espaciales entre los sistemas de vetillas.

**Densidad de Vetillas.** Para estimar este parámetro, se tomó como referencia una superficie plana cuadrada de 50 centímetros por lado, en donde se midió la longitud lineal de cada vetilla dentro del área de referencia, con respecto a su espesor; el espesor mínimo identificado como vetilla fue de un milímetro.

**Detalle Fotográfico.** Como parte de la información requerida para el análisis de la geometría fractal de las vetillas, se tomó una fotografía de la superficie utilizada como referencia para estimar la densidad de fracturamiento; cuadrados de 50 cm. Se trató de tomar la fotografía ocupando todo el campo visual del objetivo y sobre todo, de manera perpendicular a la superficie de referencia con el fin de evitar la perspectiva en la imagen.

## ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

La información colectada en el trabajo de campo se dividió en cuatro conjuntos principales: los datos estructurales propiamente dichos, que corresponden a la orientación estructural de las superficies de estratificación, de las vetillas, de las fallas y de las fracturas; los datos litológicos de cada afloramiento, en los que se describe la roca encajonante de las vetillas y la mineralogía que rellena a éstas; un conjunto de datos que son las mediciones lineales correspondientes a las dimensiones de las vetillas como son su amplitud, su espesor y las longitudes medidas en la estimación de la densidad de vetillas; y en último lugar un conjunto de información que corresponde a los detalles fotográficos. Toda la información fue capturada y clasificada en tablas para su análisis, salvo los detalles fotográficos que fueron digitalizados.

## CLASIFICACIÓN ESTRUCTURAL DE LOS SISTEMAS DE VETILLAS

Como ya se ha mencionado en el marco teórico de este trabajo, la clasificación estructural de las vetillas se realiza de acuerdo a la clasificación de Hancock (1985), en donde las vetillas se catalogan de acuerdo a su disposición respecto de los planos de estratificación plegados, que sirven como marco de referencia. Por lo tanto, el primer conjunto de datos que se analizó fue el de la estratificación, para definir la orientación del sistema de referencia. Los datos estructurales se presentan con la nomenclatura de pínula a la derecha, es decir, rumbo de la capa y echado, donde su dirección se omite por que siempre está a  $90^\circ$  en el sentido horario del rumbo de la capa.

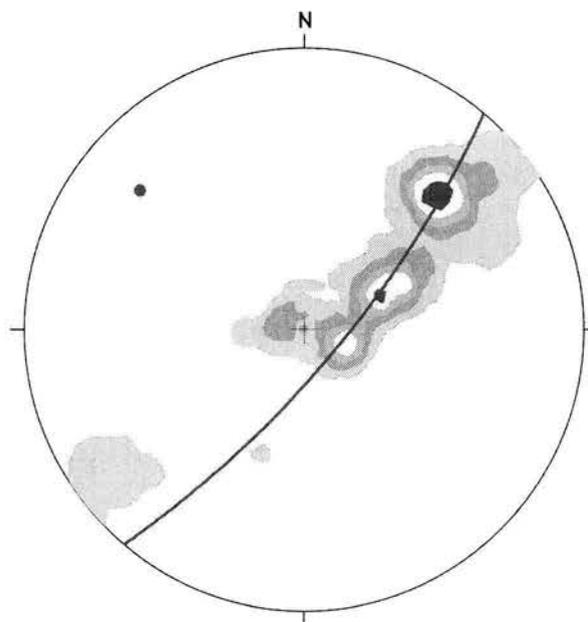


Figura III.1. Distribución de los polos de estratificación, que muestran su mejor ajuste al círculo mayor N 40° E, 75°. La muestra consistió de 130 datos

La información de la estratificación fue analizada con la red estereográfica (Figura III.1), que arrojó una distribución de los datos en la guirnalda en forma de un segmento de arco que se ajusta mejor al círculo mayor orientado N 40° E, 75°. La distribución de la estratificación se concentra principalmente en planos orientados NW-SE que buzanan hacia el SW con pendientes de moderadas a fuertes, mientras otro conjunto consiste de datos con un rumbo similar, con echados suaves pero buzanan tanto al NE como al SW. Con la información anterior se definió que los ejes de los pliegues, en general, presentan una orientación de N 50° W, con un buzamiento al NW de 15°, que corresponde con el eje b del sistema de referencia.

Para llevar a cabo la clasificación estructural de las vetillas, y para evitar el efecto que puede producir un sistema cuyo eje b no está orientado respecto de la horizontal, se tomó la decisión de rotar todos los datos estructurales de acuerdo al buzamiento general del eje del plegamiento, representado por el buzamiento que muestra la estratificación al NW. La orientación de la rotación se tomó como 0°, 40° NE, con una rotación de 15° en el sentido horario, lo que permitió ver los pliegues sin inmersión; esto mejoró la visualización de los datos y permitió hacer una clasificación más pertinente.

Ya con este giro, los sistemas se pudieron apreciar más claramente, y se lograron revisar las clasificaciones hechas en el campo y corregir o confirmar algunos de los datos ambiguos. Es importante mencionar que algunos datos mostraron que la rotación no era compatible para alinearlos respecto de la orientación general del sistema de referencia. Cada caso de los anteriores se analizó en particular, por lo que la orientación y magnitud de la rotación que se aplicó dependió tanto de la alineación de los sistemas con características semejantes, como de las evidencias de deformaciones posteriores. Ya clasificadas las vetillas y agrupados los datos en su sistema correspondiente, se llevó a cabo otro giro con la misma orientación que el primero, pero en sentido antihorario, con lo que se obtuvieron las orientaciones principales de los sistemas de vetillas en las condiciones iniciales (Figura III.2).

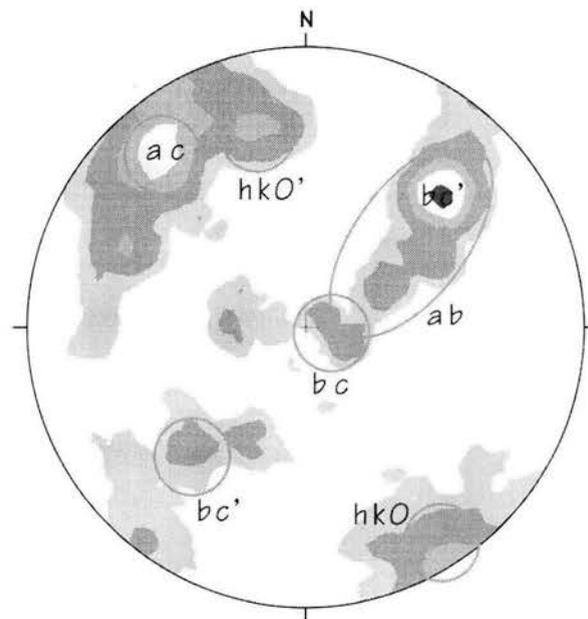


Figura III.2. Red equiareal de los polos, mostrando los principales sistemas de vetillas en su posición original. Nótese la sobreposición de los mismos.

## ANÁLISIS LITOLÓGICO

Como primer punto se analizaron las relaciones de corte entre los diferentes sistemas de vetillas, lo que se llevó a cabo en primera instancia con la información colectada en el campo, se revaloró con base en la clasificación estructural de las vetillas y se corroboró por medio de la inspección del material fotográfico. Esta labor permitió establecer la cronología relativa de los sistemas de vetillas.

Posteriormente, para cada localidad muestreada se realizó la identificación de la roca encajonante en la que se desarrollaron las vetillas, así como las características que mostraban estas últimas al atravesar diferentes litologías, como son cambio de orientación, variación de espesor, etc. También se caracterizó el relleno mineral de cada vetilla, relacionándolo con los diferentes sistemas y con su cronología.

## ANÁLISIS DE LAS IMÁGENES DE LOS AFLORAMIENTOS

En esta parte del trabajo se laboró con los detalles fotográficos de los cuadrados de referencia de 50 cm de lado, utilizados en la determinación de la densidad de fracturamiento. Cada uno de estos detalles se digitalizó a 24 bits de color, procurando que el cuadro de 50 cm de referencia estuviera contenido en su totalidad en un cuadro de por lo menos 1,000 píxeles por lado. La razón de esta determinación radica en que las vetillas identificadas en el campo son de por lo menos 1 mm, por lo que al digitalizarse o extraerse –como lo veremos más adelante– tendrán un grosor de por lo menos 2 píxeles, y con esto se evita que se comporten como segmentos muy aserrados o en muchos casos como segmentos discontinuos.

Con las imágenes de los detalles fotográficos, y con la información de campo como referencia, se extrajeron manualmente las trazas de las vetillas. Esto se logró trazando en blanco el contorno de las vetillas y posteriormente rellenándolas con el mismo color. En un primer intento, al utilizar imágenes con resoluciones menores a 1,000 y cercanas a 500 o 600 píxeles, las vetillas cercanas a 1 mm en muchos casos quedaban enmascaradas por el fondo o se presentaban como segmentos interrumpidos, aunque en la realidad no lo fueran. Una vez obtenidas las vetillas en blanco se seccionaba éstas y todo lo restante de la imagen se rellenó de color negro. En este punto la imagen se convirtió a un formato de 1 bit para evitar los efectos de borde, tales como píxeles en tonos de gris en la transición entre un color y otro, y se transformó a su negativo –el color negro por blanco y viceversa. Posteriormente, el formato de la imagen se cambió a un modo de 8 bits con 16 colores y se salvó en un formato BMP; estas imágenes son las que llamaremos “cajas” y representan todas las vetillas que aparecen dentro del cuadro de referencia sin tomar en cuenta tipo u orientación de las mismas.

Utilizando la información de campo, la orientación de cada imagen y la distribución de los sistemas de vetillas realizado anteriormente, se clasificaron las vetillas de las imágenes de las “cajas”, equiparando cada vetilla con su sistema correspondiente en función de su orientación y su geometría. A cada imagen se le asignó una tabla de colores definida, en donde cada uno de ellos está referido a un sistema de vetillas en específico. Las nuevas imágenes clasificadas son llamadas “cajas-sistemas”, y salvadas en un archivo independiente también en formato BMP. La diferencia entre las imágenes de “cajas” y “cajas-sistemas” consiste en que las primeras muestran todos los

sistemas en negro y las segundas los muestran en un color que depende del sistema al que corresponde. Como todas las imágenes fueron fotografiadas en una disposición diferente, y como los sistemas de fracturamiento no tienen la misma orientación, es muy común que las imágenes de “cajas-sistemas” no puedan equipararse visualmente entre sí (Figura III.3).

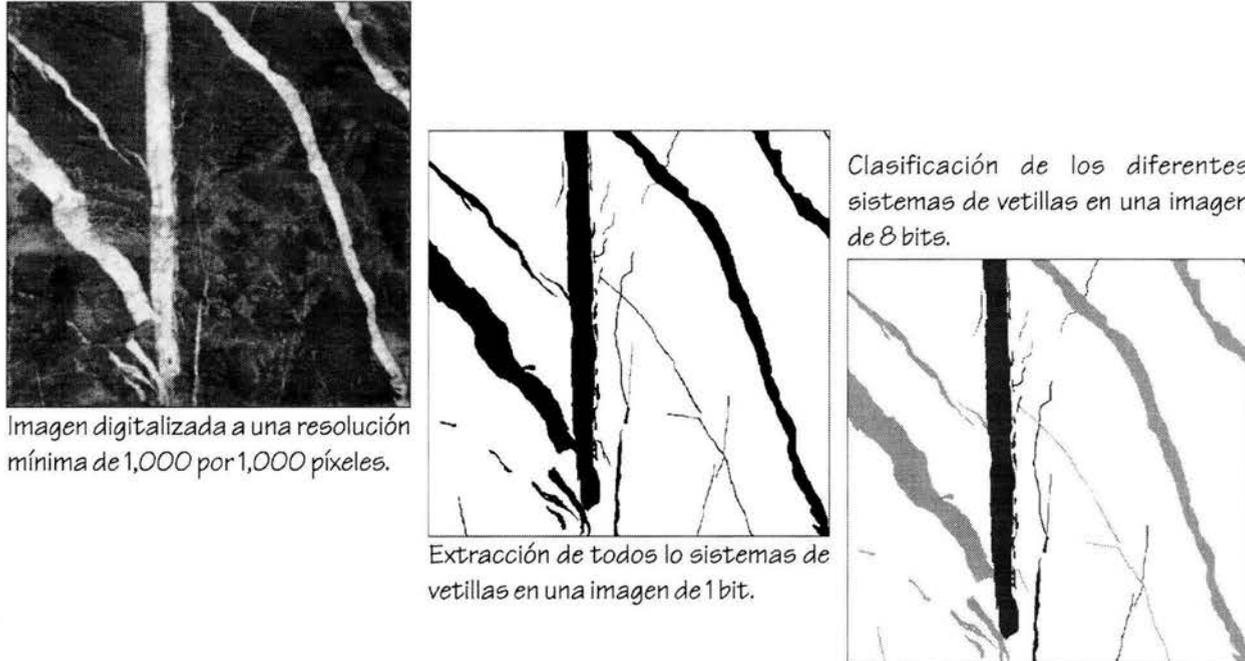


Figura III.3. Diagrama de las transformaciones que sufre la fotografía al ser digitalizada, durante la extracción de vetillas (cajas), y hasta obtener la imagen con las vetillas clasificadas (cajas-sistemas).

## DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS VETILLAS

Para llevar a cabo este análisis se utilizó la información colectada en un principio para estimar la densidad de vetillas, apoyándose con la información sobre el número de vetillas con un espesor definido para cada sistema dado. Con la información disponible se obtuvo tanto la densidad, como las funciones de distribución de vetillas por sistema.

### Densidad de Vetillas

Para obtener esta información se utilizaron las mediciones longitudinales de las vetillas en función de su espesor, medidas en el campo, para los cuadros muestreados de 50 cm de lado. El cálculo se hizo multiplicando la longitud medida por cada espesor característico, y sumando todos los datos parciales para al final dividirlos entre el área del cuadrado, que es de 250,000 mm<sup>2</sup>. El valor que se obtuvo es un decimal que es poco claro, por lo que la densidad se expresa en porcentaje (es decir multiplicado por 100), para facilitar la comparación de los valores de una manera más clara.

### Funciones de Distribución de Vetillas

Las funciones de distribución se generaron en diferentes etapas: la primera consistió en el conteo, para cada localidad, del número de vetillas de un espesor determinado por cada sistema identificado; posteriormente, los datos de campo fueron corroborados o reclasificados por el

análisis geométrico-estructural de las vetillas. En el paso siguiente se agruparon los datos obtenidos por sistema y por formación, obteniéndose la tabla de distribución de frecuencias para cada sistema, esto es una gráfica en donde se muestra, para cada sistema, el espesor característico contra el número de vetillas contabilizadas. A continuación, los datos fueron normalizados dividiendo la frecuencia entre el número total de eventos, lo que se presenta en gráficas del espesor característico contra la frecuencia relativa. Por último, con los datos anteriores se elaboraron las gráficas de las frecuencias relativas acumuladas (Figura III.4).

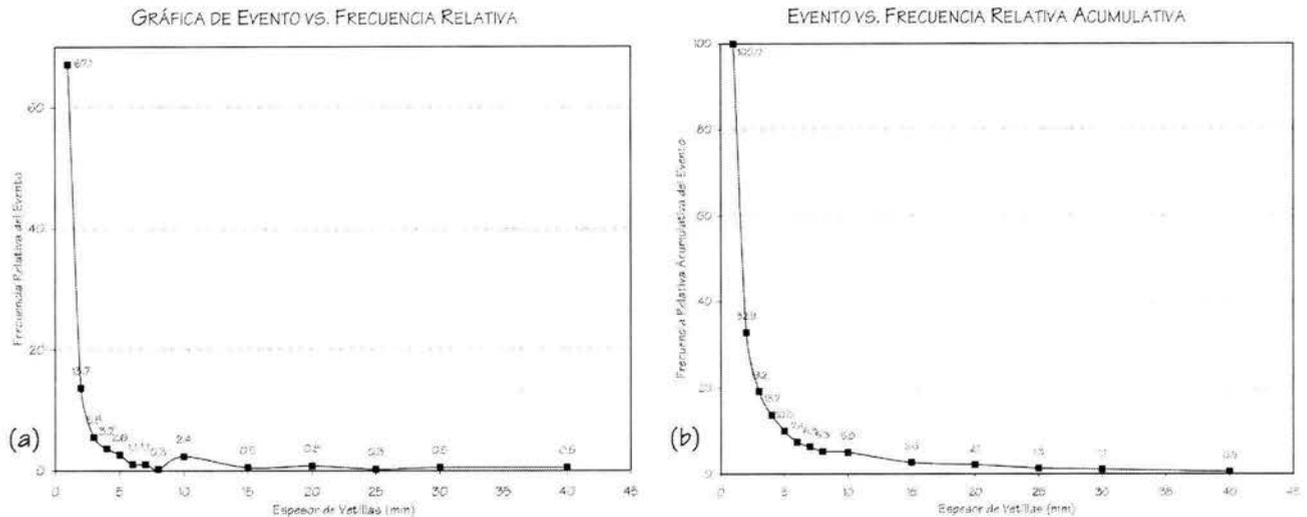


Figura III.4. Gráficas de la distribución de espesor específico de vetillas contra (a) frecuencia relativa y (b) frecuencia relativa acumulada, para un sistema específico. Ambas distribuciones para una muestra de 380 datos.

## CARACTERIZACIÓN FRACTAL

El análisis fractal de las vetillas se llevó a cabo en dos caminos diferentes: el primero en el que se analiza su distribución espacial y su aglomeración, que se realiza por medio de la Dimensión de Caja ( $D_B$ ); y el segundo en el que se analizan las poblaciones por su fragmentación, por medio de las funciones de distribución acumuladas (Turcotte, 1997)

### DIMENSIÓN DE CAJA ( $D_B$ )

El análisis de la Dimensión de Caja ( $D_B$ ) se llevó a cabo con las imágenes de los afloramientos preparadas en los puntos anteriores, que se nombran “cajas” y “cajas-sistemas”. En las imágenes de “cajas” se estimó la Dimensión de Caja de todo el sistema de vetillas, mientras que en las imágenes de “cajas-sistemas” se analizó la Dimensión de Caja de cada sistema de vetillas que se identificó y clasificó en la imagen. La estimación de la Dimensión de Caja se realizó por medio del programa BoxCount, preparado específicamente para este fin.

### Programa BoxCount

Para estimar la dimensión fractal de los patrones de vetillas se elaboró un programa de cómputo llamado BoxCount. Este programa se elaboró en una plataforma PC, en el sistema operativo de

Windows XP® y fue desarrollado con C++ Builder versión 5 de Borland (Figura III.5). Utiliza las bases teóricas del método de conteo de cajas, con un algoritmo presentado por Barton (1995) llamado *Box-flex*.

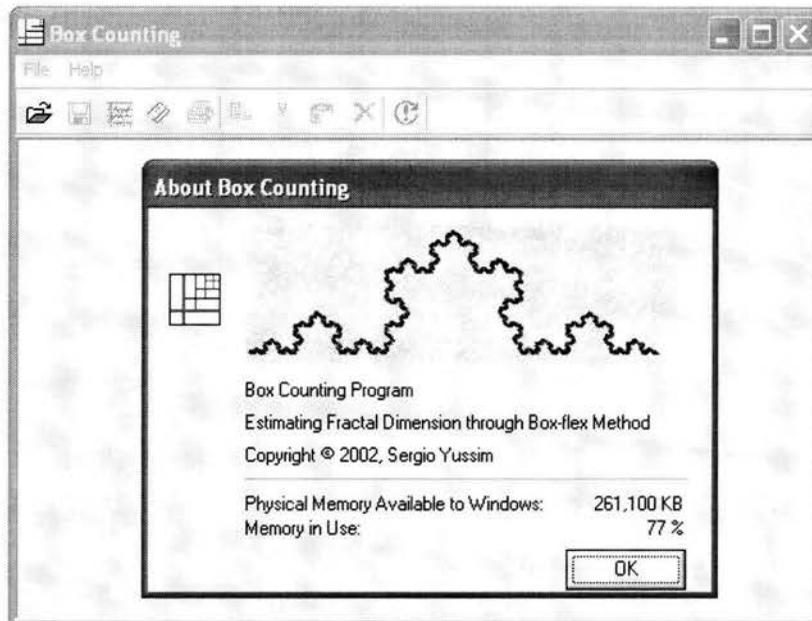


Figura III.5. Presentación del programa BoxCount.

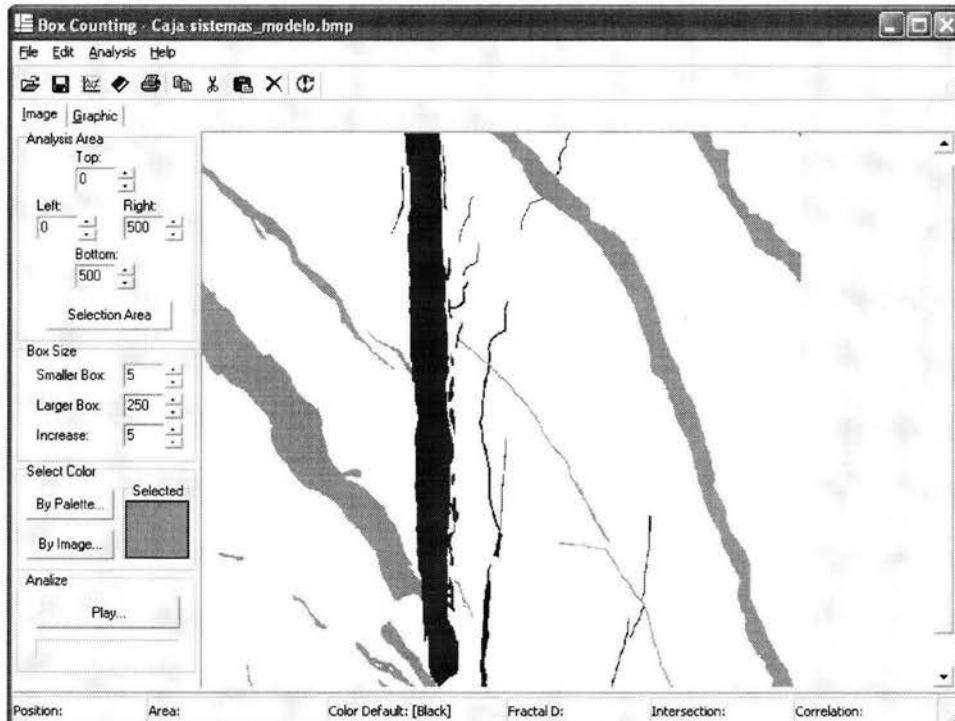


Figura III.6. Primera ventana del programa BoxCount (Image), en donde se operan las variables para el conteo de cajas.

El programa presenta dos ventanas principales: en la primera se presenta un panel que permite controlar los parámetros que se utilizarán en el análisis de la imagen, tales como la selección del área que será analizada, el tamaño de caja mínima y máxima utilizados en el conteo, el incremento

entre ellas y el color del rasgo a estimar (Figura III.6). El programa analiza imágenes en formato BMP (Windows y OS2) en blanco y negro o a color, sin importar el número de bits por píxel de la imagen.

Al realizar el análisis el programa cuantifica el número de cajas ocupadas de un tamaño determinado, información que almacena en dos vectores que al final del conteo son convertidos a logaritmos para la estimación del resultado. En la segunda ventana (Graphic) se presenta la información estadística del análisis del conteo de cajas mencionado y la gráfica resultante del conteo realizado, con una recta en rojo se muestra el ajuste de los datos a un modelo lineal, calculado por mínimos cuadrados (Nakamura, 1992). Los datos utilizados en la gráfica pueden ser restringidos hacia los extremos, lo que permite mejorar el ajuste de éstos al modelo lineal (Figura III.7). El programa entrega como resultado la Dimensión Fractal de Caja ( $D_B$ ), la ordenada al origen del modelo lineal y la correlación de los datos ( $R^2$ ).

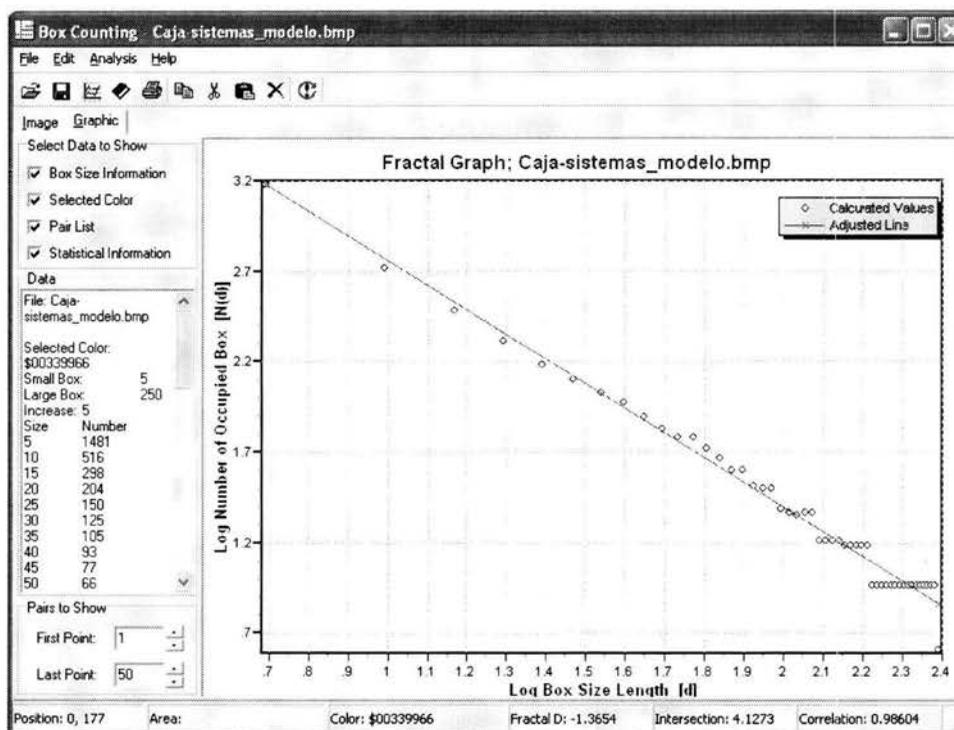


Figura III.7. Ventana de resultados del programa BoxCount (Graphic), en donde aparecen a la izquierda los resultados de los pares de valores estimados y la grafica que muestra la Dimensión de Caja, la ordenada al origen y la correlación de los datos

## ANÁLISIS DE POBLACIONES

Para estimar las dimensiones fractales de poblaciones estadísticas de los sistemas de vetillas, con base en el fraccionamiento que presentan, se utilizaron los datos de las gráficas de las distribuciones de frecuencias acumuladas, pero en esta ocasión manejando los logaritmos de los datos (Scholz y Cowie, 1990; Poulimenos, 2000). Al realizar la modificación anterior, se da lugar a que la distribución de frecuencias acumuladas cambie la forma de su curva y se aprecie como un sistema relativamente lineal que muestra su control por una ley de potencias (Figura III.8). De esta

manera, a las nuevas distribuciones se les puede ajustar un modelo lineal por el método de mínimos cuadrados (Nakamura, 1992), de manera análoga a lo que se realizó con los pares de datos estimados en el cálculo de la dimensión fractal de caja, obteniendo información y resultados muy semejantes, como son la Dimensión Fractal (D), la ordena al origen del modelo lineal y la correlación de los datos ( $R^2$ ).

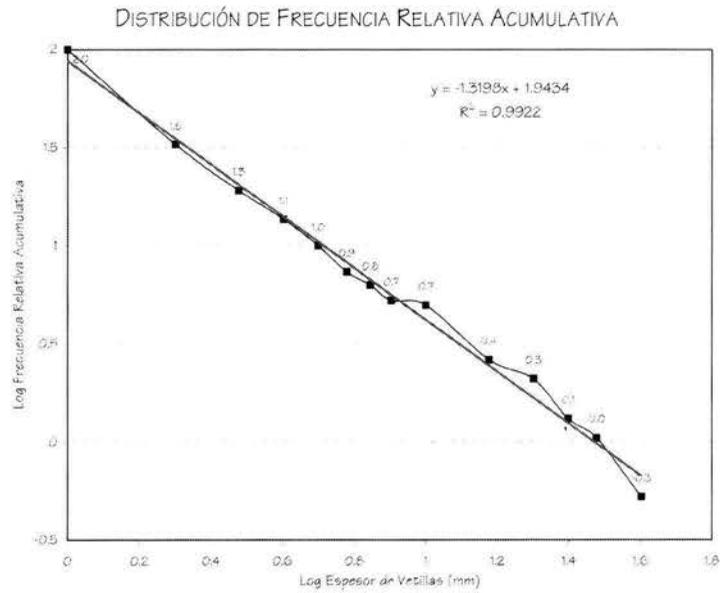


Figura III.8. Distribución del logaritmo del espesor de las vetillas contra el logaritmo de la Frecuencia Relativa Acumulada, al cual se le ajusta un modelo lineal que representa la distribución fractal de la distribución.



---

# CAPÍTULO IV

---

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS

**E**ste capítulo está dedicado a un análisis detallado de los resultados obtenidos tanto del trabajo de campo, como del tratamiento de la información proporcionada por éste. La manera como se lleva a cabo la discusión es iniciar con el examen de la información de campo, como son: el análisis litológico y las características generales de las vetillas; se continúa con la descripción de los sistemas de vetillas: sus características de acuerdo a cada formación y sus particularidades como sistemas individuales. Para finalizar, se presentan las características fractales de cada sistema y sus posibles aplicaciones.

Para poder entender la magnitud y el sentido de los resultados es necesario situarlos en su contexto geológico. El área en la que se desarrolló el trabajo consiste estructuralmente de los dos flancos del Sinclinal de Maconí, así como también del flanco del alto (SW) del Anticlinal del Piñón, y unos cuantos datos en el flanco NE, el del bajo. El plegamiento en la región presenta una vergencia clara hacia el NE, tanto en los pliegues mayores, como en los de menor orden; localmente, se observan diferencias debidas al emplazamiento de intrusivos ígneos o al efecto del fallamiento, como lo es en las cercanías de la Mina La Negra en el primer caso, o el efecto de fallamiento normal en la dirección E-W, en el segundo.

Otro elemento importante a analizar tiene que ver con el efecto de fallas inversas y cabalgaduras que se presentan en la región. En muchos casos, la cercanía de estas estructuras provoca efectos notables en las litologías cercanas, como son foliación, milonitas calcáreas y clivaje; en otros casos el efecto del transporte tectónico se presenta como estructuras desarrolladas ampliamente durante una larga deformación progresiva.

Un punto más tiene que ver con las consideraciones de las unidades litológicas del área se refiere a que, mientras algunos autores (por ejemplo, Suter y Carrillo, 1982) consideran la Formación Tamaulipas como mecánicamente competente y a las formaciones Soyatal y Las Trancas como incompetentes, las variaciones litológicas dentro de ellas llevan a revisar esta visión, particularmente para la última unidad que por principio se encuentra dividida en dos miembros con características morfológicas contrastadas. Esto es particularmente importante para un trabajo como el presente, en donde se laboró con muestras de pequeñas dimensiones, que al nivel de afloramiento presenta resultados que difícilmente pueden extrapolarse a toda la unidad.

## **DATOS DE CAMPO**

La información recabada en el campo se basa en el reconocimiento de 35 localidades que fueron estudiadas y cuantificadas, de las cuales trece se encuentran en la Formación Las Trancas, dieciséis en la Formación Tamaulipas y seis en la Formación Soyatal. La ubicación de las muestras se puede consultar en el mapa al final del Capítulo II. Aunque las características litológicas de las formaciones ya han sido descritas en el Capítulo II, es notable que el desarrollo de las vetillas se encuentra íntimamente ligado al carácter y a la granulometría de las unidades; es decir, las vetillas tienden a desarrollarse en los materiales gruesos de las rocas clásticas o en las roca más homogéneas como son las calizas en general. Así, en la Formación Soyatal el desarrollo de vetillas se encuentra relativamente limitado en orientaciones paralelas a la estratificación, mientras que su desarrollo es amplio cuando son perpendiculares a la misma; en los materiales más homogéneos, como horizontes calcáreos o brechas carbonatadas, su desarrollo es más amplio que en materiales pelíticos. En la Formación Tamaulipas el desarrollo de vetillas es más homogéneo en los horizontes calcáreos, siendo afectadas por la presencia de horizontes arcillosos que las limitan, o por los lentes de pedernal en las que se desarrollan más frecuentemente, pero con espesores menores. Las diferentes litologías presentes en la Formación Las Trancas responden de manera muy variada a la formación de vetillas: en los horizontes pelíticos el desarrollo es restringido, pero aumenta en los horizontes calcáreos y se desarrollan vetillas muy amplias perpendiculares a los estratos de materiales gruesos, como areniscas gruesas o conglomerados arenosos.

La mineralogía de las vetillas está dominada principalmente por calcita, que se presenta en forma masiva, en bloques subhedrales, cristalina y en algunas de las vetillas más jóvenes presentan un hábito de diente de perro. De manera subordinada algunas vetillas tienen como relleno cuarzo lechoso: este se presenta principalmente en las vetillas de la Formación Las Trancas, en particular en las cercanías del núcleo del Anticlinal El Piñón; en otras ocasiones se presenta como una segunda etapa de mineralización en todas las formaciones. Cerca de la Mina La Negra se observan algunas vetillas, principalmente paralelas a la estratificación, que presentan un relleno de turmalina en forma de pequeños cristales de entre 1 y 4 mm, posiblemente asociados a los intrusivos ígneos que afectan la zona. Estas últimas vetillas no se consideraron para el presente trabajo.

Las características morfológicas y temporales que se lograron identificar en las vetillas consisten en las siguientes observaciones. Se identificó un sistema de vetillas sensiblemente paralelo a la estratificación que parece ser el más antiguo, pues es cortado por todas las vetillas. Los diferentes sistemas de vetillas identificados se clasificaron de acuerdo a su orientación, pero resultó claro que no presentaban las mismas características morfológicas y en general las relaciones de corte tampoco parecían corresponder. Se identificó un sistema de vetillas orientado NE-SW, sensiblemente vertical que corta a todos los sistemas anteriores y presenta un relleno mineral más constante, que además, en la Formación Soyatal se presenta como vetillas lenticulares con arreglo escalonado.

## CLASIFICACIÓN ESTRUCTURAL DE LOS SISTEMAS DE VETILLAS

Para el uso de la clasificación de Hancock (1985) se definió en primer lugar el sistema de referencia tal como se describe en el Capítulo III. La orientación que se obtuvo del eje *b* fue de  $15^\circ$ ,  $50^\circ$  NW, lo que indica el buzamiento general de los pliegues de la región. Los datos estructurales fueron rotados de tal manera que el eje *b* llegara a la horizontal, con un giro de  $15^\circ$  en el sentido horario en la dirección  $0^\circ$ ,  $40^\circ$  NE. No obstante, no todos los datos fueron compatibles con ese giro, pues al utilizar como referencia que el sistema más joven quedara vertical, algunos datos no mostraban esa alineación.

Un caso muy particular es la muestra 9, que para lograr su alineamiento se rotaron no sólo  $15^\circ$ , sino  $40^\circ$  en el mismo sentido y con la misma orientación del eje que los otros datos. La magnitud y el sentido de la rotación se obtuvieron al examinar los detalles fotográficos del afloramiento (Figura IV.1), en donde se observa que entre las superficies de estratificación se desarrolló un vetilla de varios centímetros de espesor que muestra varios juegos de estrías, en particular un conjunto de estrías curvas que de acuerdo a la opinión de Paul Spudich (comunicación personal) se originan como resultado de un deslizamiento instantáneo, más que del producto de una deformación progresiva, como lo refieren algunos autores (Guatteri y Spudich, 1998; Spudich, *et al.*, 1998).

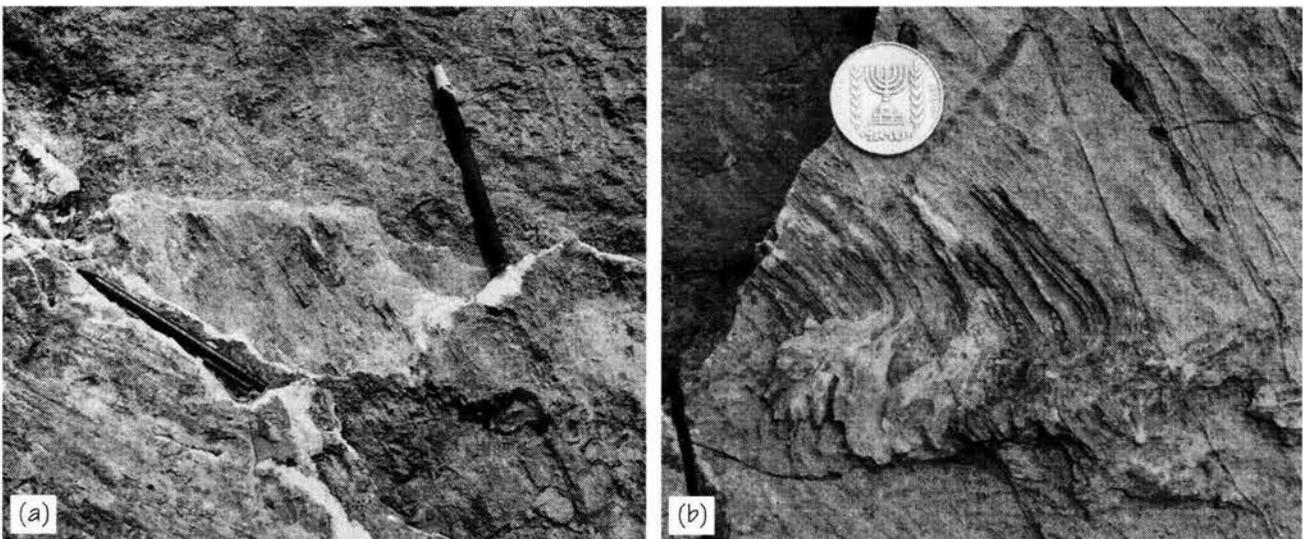


Figura IV.1. Estrías con diferentes orientaciones y estrías curvas en una vetilla paralela a la estratificación, en la muestra 9, producida posiblemente por un evento intempestivo posterior a la formación de las estructuras mayores.

Con los datos estructurales ya orientados con respecto al eje **b** horizontal y el sistema de vetillas más joven vertical, se ordenaron y reclasificaron los datos de las vetillas obtenidos en campo, obteniéndose las familias de vetillas correspondientes a la clasificación de Hancock (1985). Ya clasificados los datos, fueron rotados en sentido contrario al giro general que se aplicó para orientarlos, esto es: una rotación de 15° en el sentido antihorario en la dirección O°, 40° NE, con lo que se restablecieron los sistemas a su posición original. A los datos que sufrieron una rotación diferente para orientarlos con el eje **b** horizontal, se les aplicó esta misma rotación.

Para aclarar las características geométricas principales de los sistemas de vetillas se calcularon tres parámetros espaciales, que básicamente se refieren al grado y a la forma de la dispersión de los datos (Tabla IV.1). Los parámetros calculados son: el paralelismo, la concentración (C) y la constante de Woodcock (K), que se definen a continuación.

**Paralelismo:** Este parámetro se define como  $100 * \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2[m - |n_i|]$ , donde  $|m|$  es el módulo del valor característico mayor,  $|n_i|$  son los módulos de los vectores de la población y  $n$  es el número de elementos de la muestra. En este análisis se utilizan los polos de los datos como el vector característico de cada plano (léase vetilla). El rango de los valores puede variar entre 0, cuando los datos son perpendiculares, y 100 %, cuando se alcanza el paralelismo total.

**Concentración:** Este parámetro fue propuesto por Fisher (1953) para estimar el grado de paralelismo y aglomeración entre los datos, y lo definió como  $C = \sum (n-1)/(|n_i|-|m|)$ . Los valores que puede presentar esta variable van entre 2 y el infinito, mostrando valores más altos a medida que aumenta el paralelismo y la aglomeración.

**Valor de Woodcock (K):** Este parámetro (Woodcock, 1977) describe la forma de la distribución, tomando en cuenta los valores principales de la matriz de distribución como las longitudes de un elipsoide, donde  $K$  es un descriptor de la forma del elipsoide. Los valores de este parámetro son absolutamente análogos al valor  $k$  de Flinn para la elipse de deformación. Valores de  $K \ll 1$  indican una distribución de forma "oblada", es decir cercana a un plano, mientras que valores de  $K \gg 1$  muestran una distribución "prolada", cercana a un punto.

Por otra parte, con los datos de las vetillas ya catalogados se analizaron las relaciones cronológicas de las mismas, corroborando en primer lugar que el sistema más antiguo es el **ab**, por ser cortado por todos los demás sistemas. A continuación se presentan dos sistemas de vetillas conjugadas que presentan gran ambigüedad en sus relaciones de corte, aunque en un mayor número de casos el sistema conjugado **hkO** es cortado por el **bc**, se identificaron relaciones de corte inversas, por lo que la cronología no está totalmente definida. Una posibilidad es que durante las primeras fases de la deformación progresiva sí existiera una relación cronológica entre ambos sistemas, pero al evolucionar la deformación estos sistemas se hayan reactivado o de hecho nunca detuvieron su desarrollo. Otra posibilidad es que los sistemas fueran sincrónicos y que, como en el otro caso, el desarrollo de uno u otro sistema sea más el resultado del campo local de deformación. Finalmente, el último sistema es el **ac**, que como se identificó desde las observaciones de campo, es un sistema vertical que corta a todos los anteriores o utiliza sus discontinuidades para propagarse, aunque sea en otras direcciones. Las características geométricas y temporales de los sistemas de vetillas se presentan resumidas en la Tabla IV.1.

Sistema (Hancock, 1985)	Polo del sistema	% Paralelismo	Concentración	Woodcock (K)
ab	21°, 44° NE	63.76	5.46	0.54
hkO	27°, 34° NW	66.5	5.90	1.94
hkO'	03°, 33° SE	52.52	4.16	1.12
bc	69°, 77° SE	80.19	9.89	2.51
bc'	24°, 44° NE	62.32	5.27	4.48
ac	09°, 42° NW	88.90	17.80	2.72

Tabla IV.1. Características de los principales sistemas de vetillas, mostrando la orientación preferencial del polo del sistema y sus parámetros de distribución espacial. Los sistemas son más jóvenes hacia la parte inferior de la tabla.

## SISTEMA AB

Este es el sistema de vetillas formado más tempranamente. Se caracteriza por que sus polos presentan una amplia distribución que forma una banda orientada del centro de la red hacia el NE (Figura IV.2). Su máxima concentración se encuentra en la dirección 21°, 44° NE, con un alto grado de paralelismo y concentración entre sus datos. Llama la atención que el parámetro K es el más bajo de todos los sistemas; esto se explica por que sus datos se orientan en una forma más aplanada. Del total de los datos analizados este sistema representa el 17% de todos ellos, y es el sistema que mayor variabilidad espacial presenta.

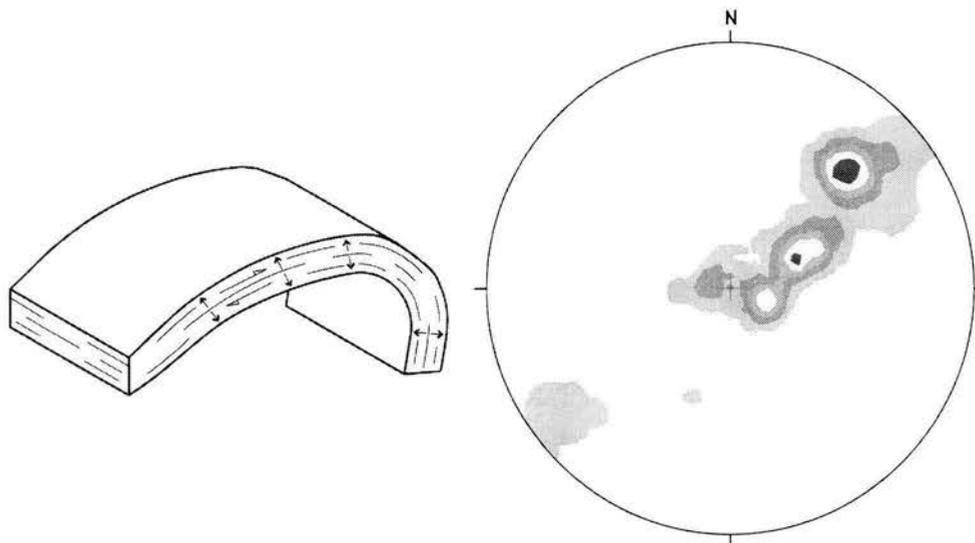


Figura IV.2. Bloque diagramático y red equiareal de la distribución de los polos del sistema de vetillas *ab*. La máxima densidad es de 16.71% en la dirección 21°, 44° NE, para 90 datos. Los contornos de la gráfica son de 3.2, 4.8, 8.0, 11.2 y 14.4 %.

Este tipo de vetilla se originó durante las primeras etapas de deformación, durante la fase de acortamiento de la estratificación, en la cual se dio el inicio del fracturamiento y la formación de

vetillas mediante el modo de propagación I. En esta fase la estratificación se encontraba en su posición original de depósito y, seguramente, estas discontinuidades fueron aprovechadas por la extensión en el sentido vertical. Posteriormente, el desarrollo de este sistema se dio por cizalla a lo largo de los planos de estratificación, por el modo de propagación tipo II, principalmente por el desplazamiento capa a capa entre los estratos. Este sistema se desarrolló más eficientemente en la Formación Tamaulipas, seguida de la Formación Las Trancas y en mucho menor grado en la Soyatal, en donde sólo se desarrolló en la estratificación de rocas carbonatadas; en materiales muy arcillosos este sistema no se formó. Por desarrollarse entre los planos de estratificación no atraviesa diferentes litologías, sin embargo, este tipo de vetillas funciona como límite, o como zona de desprendimiento para otros más.

### SISTEMA CONJUGADO HKO

En esta descripción se engloban dos sistemas propiamente dichos: el sistema  $hkO$  y el  $hkO'$ . La razón para tratarlos por separado radica en que forman realmente dos conjuntos de vetillas separados, con orientación y distribución de poblaciones claramente diferentes, no obstante ser contemporáneos y que en la clasificación original de Hancock (1985) se maneja como un solo sistema.

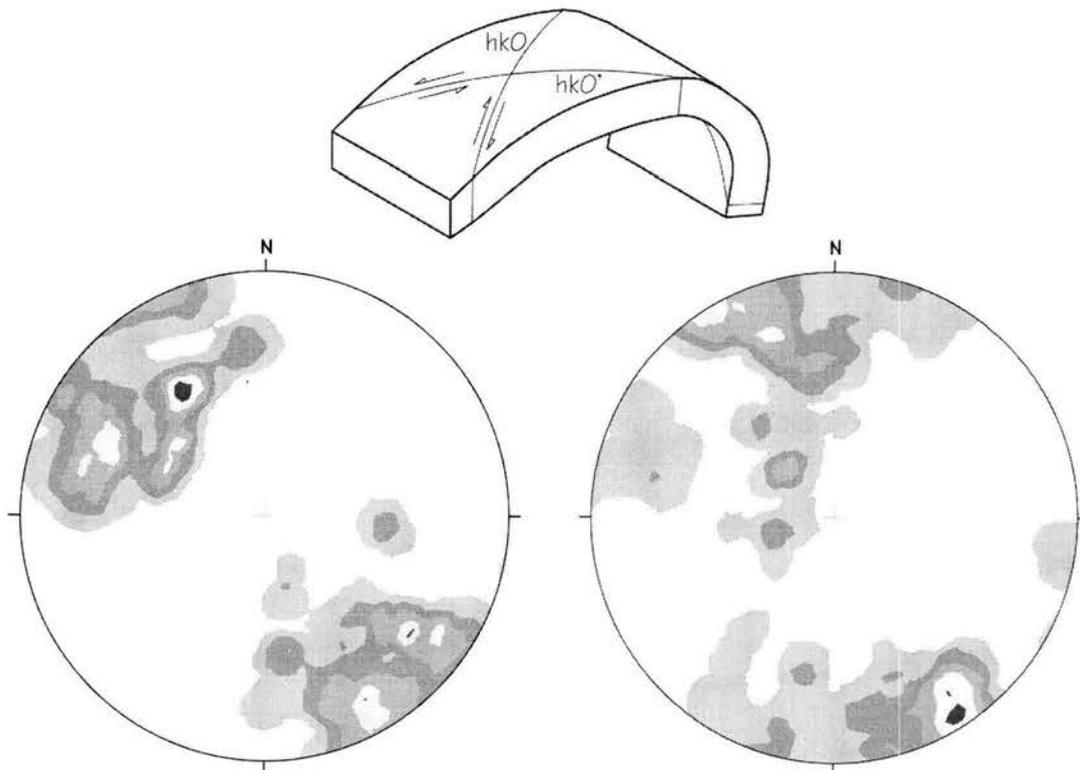


Figura IV.3. Bloque diagramático y redes equiareales de la distribución de los polos del sistema conjugado de vetillas  $hkO$  (izquierda) y  $hkO'$  (derecha). La máxima densidad del sistema  $hkO$  es de 7.97% en la dirección  $27^\circ, 34^\circ$  NW, para 80 datos, con contornos de 1.6, 2.4, 4.0, 5.6 y 7.2%. Para el sistema  $hkO'$  la máxima densidad es de 8.85% en la dirección  $03^\circ, 33^\circ$  SE, para 85, con contornos de 1.8, 2.7, 4.5, 6.3 y 8.1. Es de notar que las máximas concentraciones se encuentran en lados opuestos de la red.

Como ya se mencionó, hkO y hkO' son contemporáneos, pero no hay evidencias contundentes para determinar la relación cronológica con el sistema conjugado bc. El sistema hkO presenta su máxima concentración de polos en la dirección 27°, 34° NW, con un paralelismo del 66%, mientras el sistema hkO' presenta su máxima concentración en el lado opuesto de la red, a 03°, 33° SE, con un paralelismo ligeramente menor de 52%. (Figura IV.3). El sistema hkO presenta una mayor concentración y una distribución más prolada de sus datos que el sistema hkO'. El sistema hkO y el hkO' representan el 15.35% y 16.32 % de los datos muestreados, respectivamente. Los sistemas conjugados de vetillas se generan en el límite entre las fracturas de cizalla y las híbridas, por lo que el modo principal de propagación se encuentra entre el tipo II y III. No obstante ser contemporáneos los sistemas, estos no se desarrollaron simétricamente: lo primero que aparece es una distribución más cerrada del sistema hkO, mientras el hkO' es más errático; las poblaciones de vetillas del sistema hkO siempre presentan mayores espesores y frecuencias que las hkO'. La formación en la que mejor se desarrolló el sistema conjugado es Las Trancas, en donde se identificaron vetillas con espesores de hasta 150 mm para el sistema hkO y de 60 mm para el hkO'. Tamaulipas es la siguiente formación con mejor desarrollo del sistema conjugado y finalmente Soyatal, donde su desarrollo es muy pequeño; independientemente de la formación, el sistema hkO siempre presenta mayores espesores y frecuencias de los mismos. En esta última formación la orientación del sistema hkO' no se comporta de manera semejante al resto de las formaciones.

## SISTEMA CONJUGADO BC

De manera análoga al sistema anterior, el sistema conjugado bc engloba a los sistemas bc y bc'. Este sistema conjugado se caracteriza por que sus vetillas se desarrollan sensiblemente perpendiculares a la estratificación, sin embargo, su distinción en diferentes sistemas radica en el tipo de modo de fractura que la afecta. Aunque el sistema conjugado tenga un origen común –la extensión perpendicular al estrato– al momento de estar desarrollándose el pliegue, la deformación que presenta el sistema al frente y al alto del pliegue es notablemente diferentes (Figura IV.4). Al frente del pliegue las discontinuidades estarán más afectadas por fenómenos de cizalla, en donde las vetillas que se generan tienen una orientación sensiblemente paralela al plano axial del pliegue; estas son la vetillas del sistema bc. Las vetillas formadas en el alto del pliegue son formadas, en el mejor de los casos, por mecanismos híbridos en los que domina la componente extensiva, estas vetillas forman el sistema bc'.

Como en el caso del sistema conjugado anterior, los sistemas bc y bc' parecen ser contemporáneos, aunque tampoco existen evidencias claras sobre su cronología respecto al sistema conjugado hkO; lo único claro es que son más jóvenes que ab, posiblemente contemporáneas de hkO y más antiguas que ac. La orientación de la máxima concentración de polos para el sistema bc se encuentra a 69°, 77° SE, mientras que para bc' está a 24°, 44° NE. Es importante mencionar que la orientación del sistema bc' es prácticamente la misma que la del sistema ab, por lo que las dos distribuciones se acoplan en un diagrama con todos los datos, y se ocultan mutuamente. Por otra parte, el sistema bc presenta un mayor paralelismo entre sus datos que el sistema bc', aunque este último tienen la distribución más prolada de todos los sistemas de vetillas. El sistema bc y el bc' representan el 9.21% y 26.67 % de los datos muestreados respectivamente, lo que también muestra al último sistema como el más persistente.

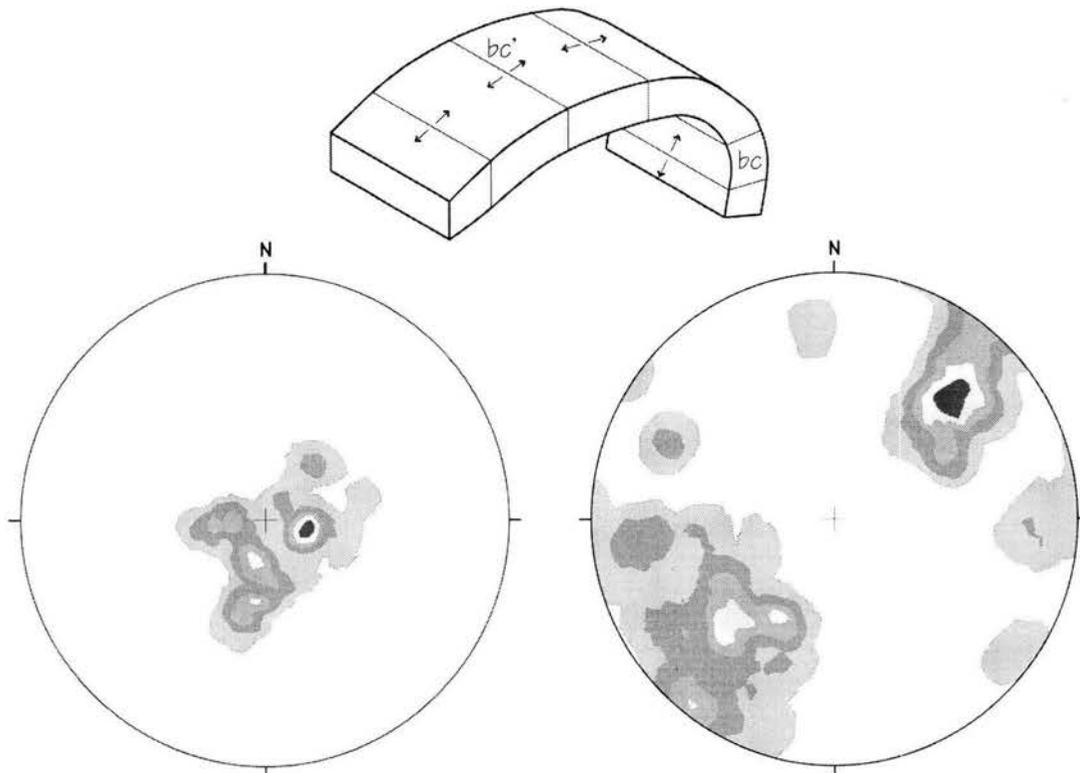


Figura IV.4. Bloque diagramático y redes equiareales de la distribución de los polos del sistema conjugado de vetillas *bc* (izquierda) y *bc'* (derecha). La máxima densidad del sistema *bc* es de 19.53% en la dirección  $69^{\circ}, 77^{\circ}$  SE, para 48 datos, con contornos de 4, 6, 10, 14 y 18%. Para el sistema *bc'* la máxima densidad es de 8.83% en la dirección  $24^{\circ}, 44^{\circ}$  NE, para 139, con contornos de 1.8, 2.7, 4.5, 6.3 y 8.1.

En este sistema conjugado las vetillas tienen claramente modos de propagación diferentes; mientras el sistema *bc* puede presentar el modo III y preferentemente el II, el sistema *bc'* presenta preferentemente el modo I. El desarrollo y la persistencia de los dos sistemas es notablemente diferente; mientras que el sistema *bc* se desarrolló preferentemente en la Formación Tamaulipas, en donde se alinea con los planos axiales de los pliegues, su desarrollo es menor en la Formación Las Trancas y mínimo en Soyatal. Por el contrario, el sistema *bc'* se desarrolló preferente y sistemáticamente en la Formación Las Trancas y en menor grado en Tamaulipas y Soyatal.

El sistema *bc'* predomina sobre el *bc* en las formaciones Las Trancas y Soyatal, pero no en Tamaulipas. El sistema *bc'* presenta, a diferencia de otros sistemas, vetillas plegadas, cuya presencia puede explicarse como parte del proceso de deformación progresiva: es muy probable que las vetillas se formaran como fracturas de extensión con rumbo NW-SE y un fuerte echado al NE, que durante el proceso de crecimiento de los pliegues estas vetillas hayan sufrido una reorientación, de tal manera que durante la rotación sufriera un acortamiento máximo en la dirección perpendicular a la dirección de la cizalla, que se corresponde con la dirección del transporte tectónico. A partir de su acortamiento máximo las vetillas experimentaron una extensión muy ligera, debido a que su nueva orientación las acerca a una alineación de continua elongación. Esta suposición es básicamente una transposición del modelo de barajas de Ramsay y Huber (1983).

## SISTEMA AC

Este es el sistema de vetillas más reciente de todos. Su orientación es relativamente constante a lo largo de todas las unidades, con una distribución máxima de sus polos en la dirección  $09^{\circ}$ ,  $42^{\circ}$  NW, que es muy cercana a la dirección de inmersión de los ejes de los pliegues ( $15^{\circ}$ ,  $50^{\circ}$  NW). Este sistema presenta el mayor paralelismo de todos los sistemas, con  $88.90\%$ , así como la mayor concentración de los datos con un inusual valor de 17.8, que lo muestran como un conjunto fuertemente paralelo y muy bien aglomerado. Los parámetros estadísticos muestran al sistema como el más consistente respecto, con una importante distribución prolada, no obstante que éste no es el sistema con los mayores valores en este sentido (Figura IV.5).

La morfología de todos los sistemas de vetillas es en general tabular, aunque únicamente en este sistema se presentan vetillas de forma lenticular que llegan a presentar espesores de hasta 50 mm, con longitudes entre los 20 cm y 1 metro. De forma visual este sistema es el más persistente, seguramente por su disposición vertical característica, por la morfología de las vetillas y por el hábito de su relleno mineral, representando el  $15.16\%$  de los datos muestreados.

El sistema de vetillas ac se formó por extensión, por lo que el modo principal de propagación es de tipo I. Este sistema se desarrolló eficientemente en todas las formaciones, con amplitudes y frecuencias muy parecidas entre sí. La observación anterior es muy importante, porque evidencia que en contracción las diferentes unidades se comportan de manera distinta, pero en extensión su respuesta es muy similar. Otra observación de este sistema consiste en que cuando las vetillas en su desarrollo encuentran otra, pueden atravesarla –que es el caso más común– o pueden utilizar la discontinuidad previa para desarrollarse por ella; esto da lugar a que las vetillas más antiguas incrementen su espesor y su frecuencia. Esto sólo se puede cuantificar cuando se observa el contacto entre los diferentes sistemas.

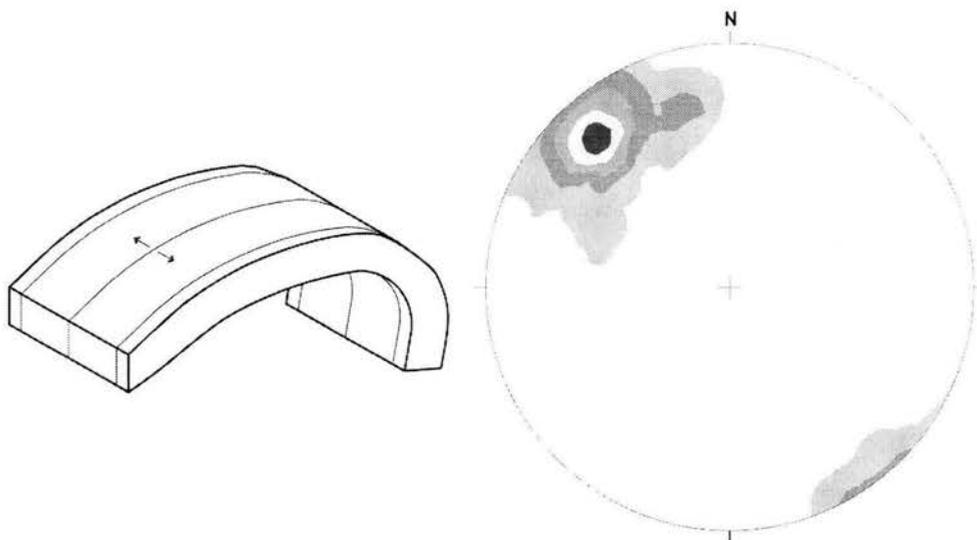


Figura IV.5. Bloque diagramático y red equiareal de la distribución de los polos del sistema de vetillas ac. La máxima densidad es de  $22.74\%$  en la dirección  $09^{\circ}$ ,  $42^{\circ}$  NW, para 79 datos. Los contornos de la gráfica son de  $4.4$ ,  $6.6$ ,  $11.0$ ,  $15.4$  y  $19.4\%$ . Como en el caso del sistema ab, es muy cercana la orientación entre la máxima concentración del sistema y la orientación de los ejes del plegamiento.

## LOS SISTEMAS EN CONJUNTO

Después de analizar sistema por sistema, si unimos todos los datos el resultado ya no es muy alentador. Al ser únicamente de 5.2% la máxima concentración de datos –debida a la yuxtaposición de los sistemas *ab* y *bc'*– la posibilidad de apreciar la distribución de los mismos se diluye rápidamente (Figura IV.6).

Al observar la distribución estereográfica de la figura IV.6 se hace evidente que un análisis basado únicamente en las características espaciales de los datos, no conduce a una salida viable, salvo que el análisis tenga de fondo una clasificación genética, morfológica o estructural que pueda dar relevancia a los datos, que por sí, se contrarrestan mutuamente. No obstante, esta es la representación más común con la que se puede trabajar, y al sobreponer los sistemas de vetillas identificados, la gráfica obtiene sentido, y puede ser utilizada como referencia.

Otro problema que surge con la distribución estereográfica de la figura IV.6 es que sobrepone los datos de diferentes formaciones y de diferentes litologías, lo que da por resultado la suma de los efectos particulares de cada uno de ellos. Las particularidades de cada formación tampoco se pueden observar, y el gran todo es confuso.

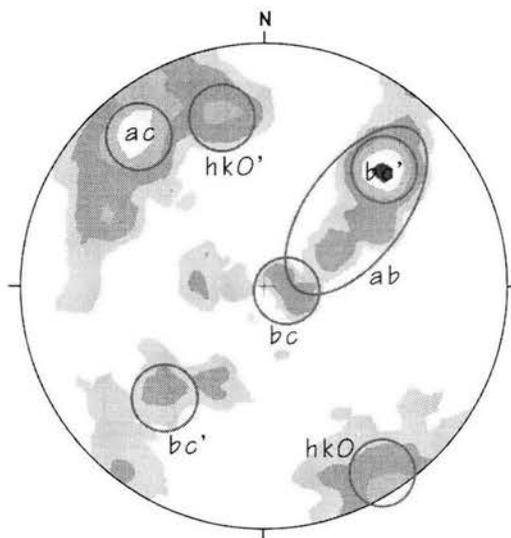
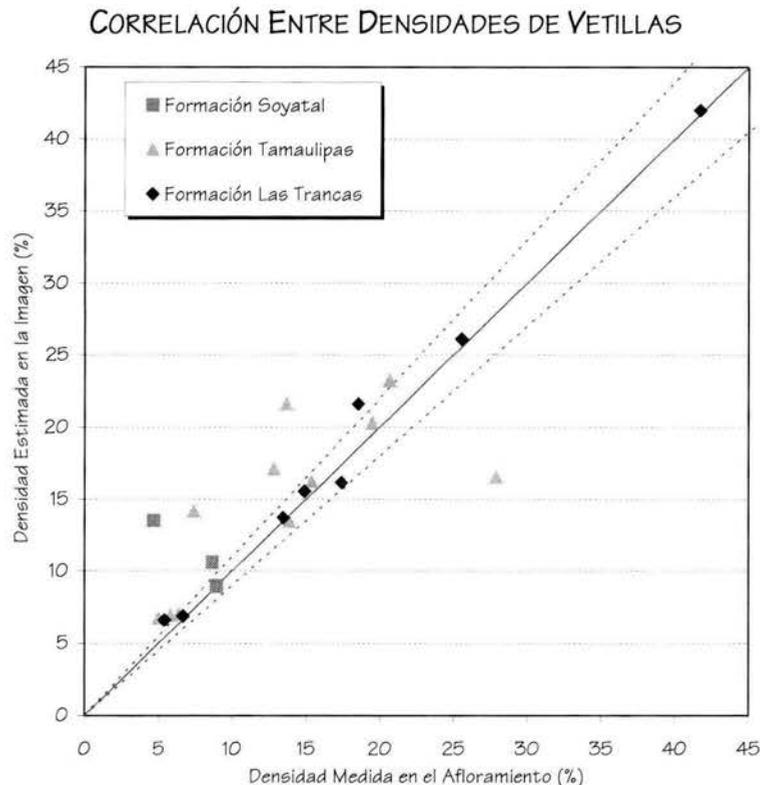


Figura IV.6. Red equiareal con la distribución de los polos de todos los sistemas de vetillas, en su sistema correspondiente, mostrando una densidad máxima de 5.61%, en la dirección  $21^{\circ}$ ,  $47^{\circ}$  NE. La muestra presenta 559 datos, con contornos a 1.0, 1.5, 2.5, 3.5 y 4.5%. Es importante observar como se sobreponen los diferentes sistemas de vetillas.

## DENSIDAD DE VETILLAS

Cuando se propuso estimar la densidad de vetillas como una medida auxiliar para describir los patrones de éstas, se buscaba también encontrar una función de correlación entre la densidad y la dimensión fractal. Sin embargo, la correlación entre ambos parámetros es sumamente baja, por lo cual esto no arroja una relación positiva. Por otra parte, no existe una relación estrecha entre el tipo la formación o la litología y la densidad de vetillas.

No obstante, el uso de la densidad de vetillas puede resultar en la obtención de un parámetro útil para estimar la confiabilidad de los datos utilizados en los análisis de los conteos de caja, respecto de los datos obtenidos en el campo. La medida de confiabilidad se obtiene al confrontar la densidad estimada de los datos de campo, con la obtenida de las imágenes procesadas, comparando que tan semejantes son unos valores de otros. El caso ideal consistiría en que los valores se alinearan en la línea continua central de la gráfica, donde la línea central continua representa una correlación de 1, y las líneas discontinuas representan un intervalo de confianza de  $\pm 10\%$ .



**Figura IV.7.** Comparación entre las densidades de vetillas medidas directamente en el campo contra las medidas obtenidas con las imágenes “cajas”. La línea central continua representa una correlación de 1, y las líneas discontinuas representan un intervalo de confianza de  $\pm 10\%$ .

Al observar la comparación entre las densidades medidas directamente en el campo, con las medidas estimadas a partir de las imágenes digitales, se percibe que los valores son muy cercanos entre sí, lo que se puede interpretar como una buena correlación entre ellos. También se puede ver que, salvo algunos datos de la Formación Tamaulipas y un dato de la Formación Soyatal, la dispersión de los datos no es mayor al 10%. Por lo que el rango de confiabilidad de los datos es relativamente alto.

En general, las muestras con menor correlación son de afloramientos con un número importante de vetillas con espesores pequeños que básicamente no se identificaron en el campo, pero en las imágenes sí. Por otra parte, un sólo dato se encuentra subvaluado respecto de la densidad obtenida en la imagen, debido posiblemente a que las vetillas se consideraron de un espesor constante debido a su gran tamaño, teniendo en la imagen un mejor análisis de las estructuras.

## **ANÁLISIS FRACTAL**

La caracterización fractal de las vetillas se analizó desde dos perspectivas diferentes: en la primera se estimó la Dimensión de Caja ( $D_B$ ) a partir de los detalles fotográficos digitalizados y clasificados, y en la segunda se estimó la dimensión fractal de las distribuciones estadísticas de las poblaciones de vetillas.

### **DIMENSIÓN DE CAJA ( $D_B$ )**

No obstante que se tomaron 35 muestras, no todas pudieron ser utilizadas para la estimación de la Dimensión de Caja. Las razones van desde la falta o incertidumbre de alguna información, como es la formación o litología, hasta lo inadecuado o poco práctico del afloramiento para ser analizado. Las muestras que pudieron ser analizadas fueron 21, y los resultados se muestran en la tabla IV.II. En ella se presenta la Dimensión de Caja estimada para todo el conjunto de vetillas por muestra, utilizando las imágenes nombradas “cajas” en el capítulo de metodología. También se estimó la Dimensión de Caja para cada sistema de vetillas en cada afloramiento, para lo cual se utilizaron las imágenes “cajas-sistemas”. Adicionalmente, se estimó la densidad de vetillas en las imágenes de “cajas”, haciendo el conteo de todos los píxeles de color negro, que representan a las vetillas, entre el número total de píxeles en la imagen. El valor se encuentra expresado como porcentaje para una mejor comparación.

En las Dimensiones de Caja por sistema, muchos de los valores son marcados como “no aparece en la imagen”, lo cual se debe a varias razones, como por ejemplo: que la orientación de la superficie donde se muestreó es sensiblemente paralela a un sistema, por lo que éste no puede ser identificado en la imagen; o bien que los tamaños de las vetillas son muy pequeños –menores a un mm– para ser identificadas visualmente en el campo y posteriormente transferidas a la imagen en la imagen; o que definitivamente ese patrón de vetillas no se desarrolló en ese afloramiento en particular, ya sea por la litología o por una condición local. Cualquiera que sea la razón, el umbral para identificar a las vetillas fue de un mm.

### **Por Conjunto de Vetillas**

El término “conjunto de vetillas” se refiere a todas las vetillas identificadas en las imágenes nombradas “cajas”. Con referencia a los valores obtenidos, estos muestran variaciones desde 1.31 hasta 1.73, en donde los valores se concentran entre 1.5 y 1.7. Los valores mayores se presentan en los afloramientos donde las vetillas están fuertemente concentradas en uno o varios conjuntos dominantes y bien desarrollados –muestras 12, 17, 22, 24– que presentan diversos individuos que coalescen fuertemente. Por otra parte, los valores mínimos se relacionan con sistemas que pueden llegar a presentarse bien desarrollados –muestras 3, 4, 9, 23a–, y con sólo algunos individuos poco interconectados entre sí.

Respecto a la relación entre dimensión de caja y litología, es frecuente encontrar que los valores mayores se encuentran asociados con materiales competentes como son areniscas de grano grueso o calizas en general con estratificación gruesa (principalmente formaciones como Las Trancas y Tamaulipas), mientras los valores menores se encuentran asociados a materiales pelíticos, calizas arcillosas o con abundante pedernal en estratos delgados (Formación Soyatal).

Muestra	$D_B$ Conjunto	$D_B$ Sistemas						Densidad Est. (%)
		ab	hkO	hkO'	bc	bc'	ac	
<b>Formación Las Trancas</b>								
SJ 11	1.6066	1.2743	na	na	na	1.5874	na	26.09
SJ 12	1.7346	1.285	na	na	na	1.677	na	42.01
SJ 13	1.477	na	na	1.0809	na	1.3407	1.4777	16.16
SJ 21	1.5203	1.3204	na	na	na	1.5297	1.0268	13.71
SJ 22	1.6345	na	1.2786	1.244	1.5401	na	1.3778	21.61
SJ 23	1.5514	na	1.2019	1.3295	0.98455	1.0222	1.235	15.55
SJ 23a	1.3424	1.1011	1.2807	na	na	na	1.1817	6.90
SJ 27	1.3476	na	1.0583	1.1208	na	1.2712	na	6.62
<b>Formación Tamaulipas</b>								
SJ 03	1.3136	na	1.0878	na	1.1911	1.3297	na	7.03
SJ 03a	1.4994	na	1.113	na	na	1.3574	1.2083	13.44
SJ 08	1.5537	na	1.6682	1.1194	1.3236	na	1.0642	16.22
SJ 09	1.3678	na	0.9275	1.0717	1.2613	na	0.9639	6.94
SJ 10	1.5359	1.2817	1.0047	na	1.2476	1.1669	na	14.18
SJ 16	1.5827	na	1.245	1.1981	1.146	na	1.4908	20.29
SJ 17	1.6931	1.0678	na	1.4381	1.2241	1.3974	na	21.60
SJ 19	1.5381	na	1.4565	1.0062	na	0.83387	1.4001	17.11
SJ 24	1.6835	1.5764	1.1277	0.99634	na	na	1.3147	23.22
SJ 26a	1.5285	na	na	na	1.531	0.8863	na	16.54
<b>Formación Soyatal</b>								
SJ 04	1.3911	na	na	1.3971	na	1.0062	na	8.97
SJ 05	1.4801	na	1.3365	0.91789	0.91233	na	1.3123	13.51
SJ 06	1.5266	1.1009	1.0721	1.2293	na	na	1.3242	10.60

Tabla IV.II. Dimensiones de Caja tanto para los sistemas en conjunto por muestra, como por sistema. También se presenta la densidad de vetillas estimada de las imágenes. na = no aparece en la imagen.

En función de las formaciones, las dimensiones de caja más altas se asocian a la Formación Las Trancas, particularmente a sus miembros clásticos; la Formación Tamaulipas, al tener una litología más homogénea, sus valores de dimensión de caja son en general más altos y relativamente más estables que en otras formaciones; la Formación Soyatal muestra los valores más bajos en general, aunque en sus miembros calcáreo-arcillosos son ligeramente más altos (muestra 06). El valor

límite de la dimensión de caja para las vetillas en conjunto esta en promedio alrededor de 1.65, valor muy semejante a los reportados (Barton, 1985; Velde et al., 1990).

### Por Sistemas de Vetillas

De manera similar al análisis discutido previamente, se estimaron las dimensiones de caja de las imágenes nombradas "cajas-sistema", en donde éstas muestran los sistemas de vetillas clasificados. Es importante aclarar que los valores de dimensión de caja más bajos (cerca de 1) están frecuentemente relacionados con un muestreo sesgado del sistema —es decir, que en la imagen no se aprecia el sistema en su dimensión real—, lo que impidió analizarlo en su totalidad. El valor de la dimensión fractal estimado está directamente relacionado con el grado de desarrollo de cada sistema.

El sistema más antiguo, *ab*, tiene un desarrollo muy desigual en las distintas formaciones; su desarrollo es muy limitado en la Formación Soyatal (materiales pelíticos) y es sumamente favorecido en formaciones calcáreas (Tamaulipas); en la Formación Las Trancas el desarrollo también es muy limitado en los materiales clásticos gruesos, y se desarrolla mejor en los calcáreos. El valor máximo que puede alcanzar este sistema es de 1.57, en rocas calcáreas.

El sistema conjugado *hkO* presenta un desarrollo diferente para sus dos elementos; para las formaciones Las Trancas y Soyatal el sistema más desarrollado es el *khO'*, a diferencia de la Formación Tamaulipas en la que el más desarrollado es el *hkO*. Los valores máximos alcanzados de 1.66 y 1.43 para *hkO* y *khO'*, respectivamente, se encuentran en rocas calcáreas de la Formación Tamaulipas, mientras que en las rocas pelíticas y clásticas gruesas de las formaciones Soyatal y Las Trancas, muestran los valores menores y semejantes entre sí. La diferencia en el desarrollo, y consecuentemente en la dimensión fractal, es seguramente consecuencia de la mecánica de formación de los pliegues y del control litológico; por ejemplo las formaciones en las que el sistema no se desarrolla de manera amplia: la Formación Las Trancas no tiene pliegues tan formados, y la Formación Soyatal no presenta una litología favorable para el desarrollo de este sistema.

Algo muy semejante al sistema anterior sucede con el sistema conjugado *bc*. El sistema *bc* se forma de manera perpendicular a la capa en el frente del pliegue, éste tiende a orientarse en la dirección del plano axial, lo que da como resultado que se desarrolle más ampliamente en las formaciones que presentan un buen desarrollo del plegamiento y una litología apropiada (calcárea y clástica gruesa), como es el caso de las formaciones Las Trancas y Tamaulipas. Por otro lado, el sistema *bc'*, que se forma, igualmente, perpendicular a la estratificación, pero en el alto del pliegue, se genera básicamente por tracción, lo que da como resultado que las litologías de materiales fragmentarios (areniscas gruesas) y sujetas a la extensión durante el desarrollo de pliegues amplios, presenten las mejores condiciones para el desarrollo de este sistema. Así, los valores en Las Trancas pueden alcanzar 1.67 para *bc'* y 1.54 para *bc*, mientras que en Tamaulipas la tendencia se invierte con 1.39 para *bc'* y 1.53 para *bc*.

El sistema más joven, *ac*, presenta su mejor desarrollo en las formaciones Tamaulipas y Las Trancas, aunque visualmente es en la Formación Soyatal en la que parece tener mayor incidencia. Las dimensiones fractales que alcanza este sistema son intermedias respecto al sistema conjugado *bc* en la Formación Tamaulipas y es inferior en la Formación Las Trancas. Este sistema

trabajó en tensión y aunque es fácil de identificar, su dimensión fractal no es tan alta como uno esperaría: al ser el último sistema en formarse, sufrió fuertes reorientaciones al acomodarse en vetillas preexistentes y desarrollarse a lo largo de ellas (Figura IV.8).



Figura IV.8. Desarrollo, intersección y crecimiento del sistema  $ab$  (vertical) reorientado a lo largo del sistema  $bc'$ , lo que ocasiona el aumento de la población de este último.

## DISTRIBUCIONES FRACTALES DE LAS POBLACIONES

Para este análisis se utilizaron las distribuciones de frecuencias acumuladas del espesor de las vetillas, tanto por formación como por sistema. Las distribuciones fueron replanteadas utilizando el logaritmo del espesor y de la frecuencia relativa acumulada; a esta nueva forma de distribución se le ajustó un modelo lineal por el método de mínimos cuadrados, obteniéndose de este último la pendiente de la recta (que corresponde a la dimensión fractal) y la ordenada al origen.

Los datos que arroja la gráfica de la distribución de las frecuencias relativas acumuladas, muestran básicamente los modelos fractales del comportamiento de los diferentes sistemas de vetillas. De esta manera, las pendientes más altas indican una tendencia hacia una mayor población de espesores pequeños. Por otra parte, el intervalo del eje de las abscisas corresponde al rango de valores de espesores que cubren los sistemas de vetillas.

Para la Formación Las Trancas (Figura IV.9), se observa una distribución relativamente separada de los diferentes sistemas de vetillas; de esta manera, hay un agrupamiento en el comportamiento poblacional de prácticamente todos los sistemas, salvo el sistema  $bc'$  que, como se había planteado anteriormente, se ve sumamente favorecido por las condiciones litológicas y mecánicas. El agrupamiento poblacional nos indica que, una vez normalizados los datos, las poblaciones son semejantes en su distribución.

El sistema  $ab$  muestra un desarrollo menor que el resto de los sistemas, posiblemente controlado porque los materiales clásticos y pelíticos en la superficie de estratificación, no fueron los adecuados para favorecer la formación de este sistema. Aunque en el análisis de la dimensión de caja el sistema  $ac$  no aparece muy desarrollado en la formación, la población de este sistema

parece ser muy importante, particularmente hacia los espesores menores, lo cual queda de manifiesto por tener la pendiente más grande de todos los sistemas (1.25). Una distribución semejante, si bien no tan acentuada, se presenta para el sistema hkO'.

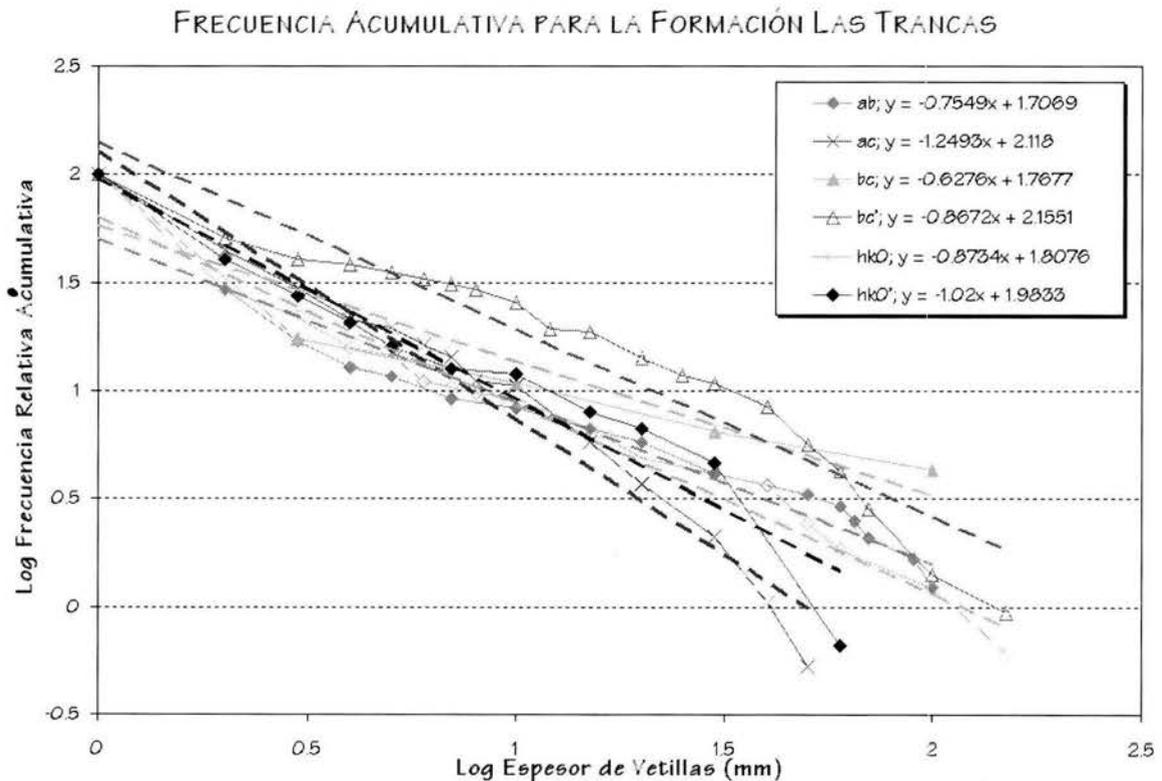


Figura IV.9. Logaritmo del espesor de vetilla contra logaritmo de la frecuencia relativa acumulada, para los sistemas de vetillas en la Formación Las Trancas. Los modelos lineales fueron ajustados por el método de mínimos cuadrados, cuya pendiente corresponde con la dimensión fractal.

Para la Formación Tamaulipas (Figura IV.10), el abanico de dispersión de los modelos lineales es mucho más cerrado, lo que nos indica distribuciones poblacionales muy semejantes entre sí. El alcance de los diferentes sistemas es muy variado, mientras que sistemas como hkO alcanzan espesores cuyo logaritmo es cercano a 1.4, el sistema bc tiene prácticamente un orden de magnitud más. En contraste con la Formación Las Trancas, todos los sistemas tienen pendientes mayores a 1, lo que pone en evidencia una fuerte tendencia de la población hacia espesores menores. En ese sentido, el único sistema que presenta una variación es el ab, el cual tiende a una distribución más homogénea en sus espesores, con un fuerte desarrollo entre 10 y 30 mm, lo que se ve reflejado en la pendiente más suave de todos los sistemas, 1.09.

La homogeneidad en la distribución de los sistemas expresa un tipo de litología más homogénea, en el cual los diferentes sistemas de vetillas tuvieron igual oportunidad de desarrollo. La dispersión que muestra el sistema ab está claramente asociada con la discontinuidad que presenta la estratificación y, dado que la litología no presentó otras discontinuidades evidentes, el control sólo se asocia con la discontinuidad mencionada.

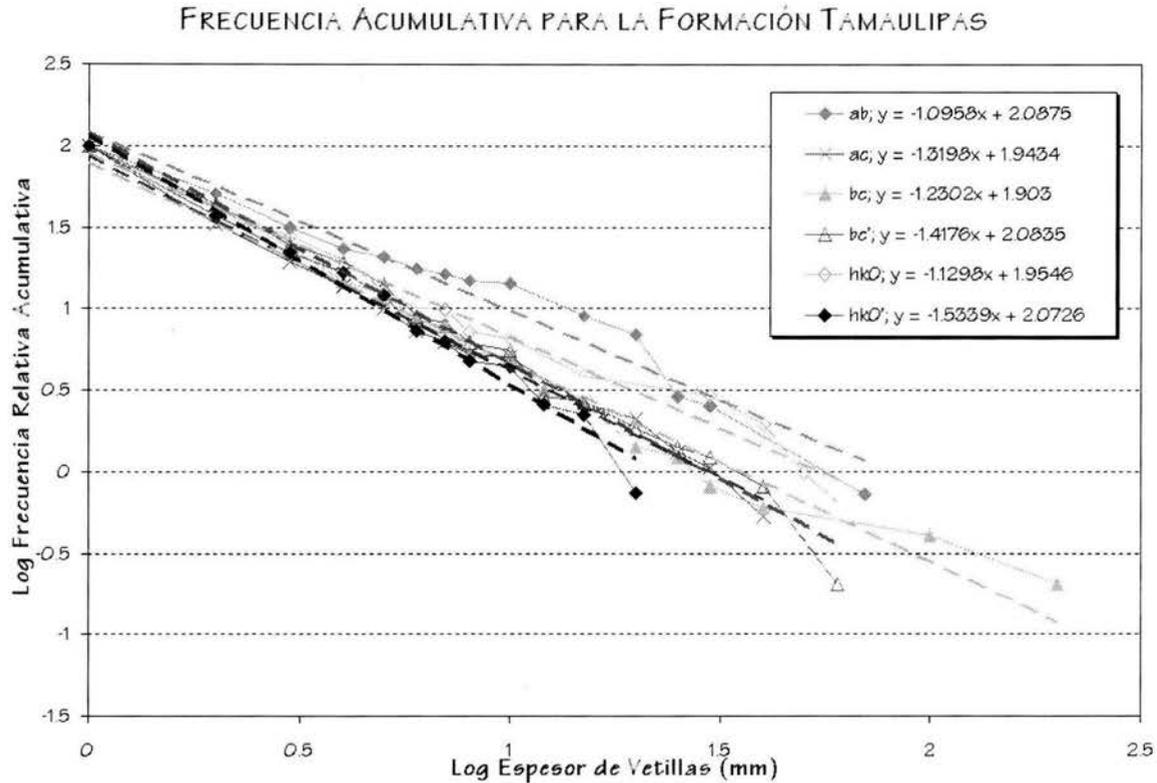


Figura IV.10. Logaritmo del espesor de vetilla contra logaritmo de la frecuencia relativa acumulada, para los sistemas de vetillas en la Formación Tamaulipas. Los modelos lineales son ajustados por el método de mínimos cuadrados, cuya pendiente corresponde con la dimensión fractal.

Es importante hacer notar que en el caso del sistema conjugado  $hkO$  y  $hkO'$ , cada uno tiene una distribución y una dispersión distinta, a partir de que las vetillas alcanzan un espesor de 5 mm, en donde  $hkO'$  se desarrolla sólo hasta los 20 mm, mientras que  $hkO$  alcanza los 60 mm. Este comportamiento diferencial puede deberse al desarrollo estructural.

Para la Formación Soyatal (Figura IV.11), el abanico de dispersión es el más amplio de todas las formaciones. En general, los modelos lineales muestran una fuerte pendiente, alcanzando incluso valores de 2.42, esto implica que los sistemas tienen mayor tendencia hacia los espesores menores. La amplitud que presenta la distribución en el eje de las abscisas sólo llega a 30 mm, lo que es un orden de magnitud menor respecto a las otras formaciones. El amplio abanico de dispersión indica materiales poco homogéneos, que origina un control menos uniforme en la deformación.

Un sistema muy particular en su distribución es el  $ab$ , ya que presenta la menor variación en sus espesores, con una fuerte tendencia hacia los valores más pequeños. En contraste, los sistemas  $bc'$  y  $ac$ , que básicamente se formaron por extensión, presentan las dimensiones fractales menores, la mejor distribución de sus poblaciones y el rango más amplio de las mismas. Al centro del abanico aparecen los sistemas  $hkO$  y  $bc$ , que presentan características de distribución muy diferentes;  $hkO$  tiene un intervalo de espesores muy amplio, mientras que  $bc$  tiene un rango muy corto, y ambos presentan una distribución poblacional uniforme.

## FRECUENCIA ACUMULATIVA PARA LA FORMACIÓN SOYATAL

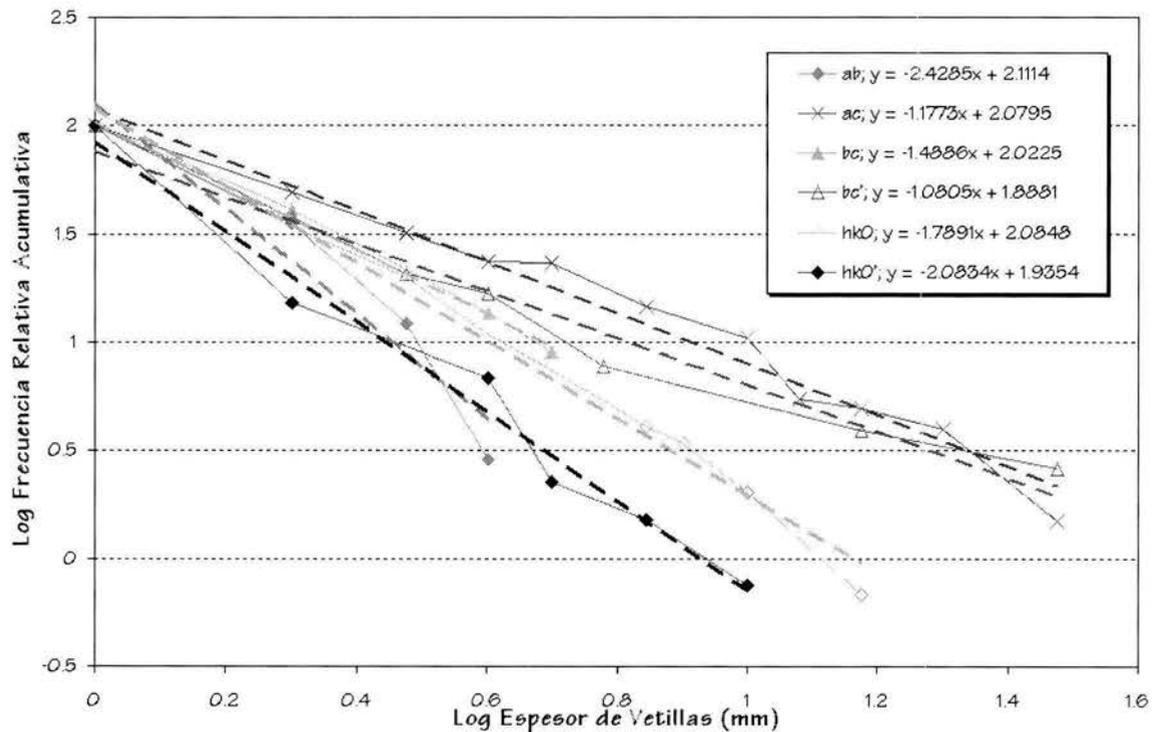


Figura IV.11. Logaritmo del espesor de vetilla contra logaritmo de la frecuencia relativa acumulada, para los sistemas de vetillas en la Formación Soyatal. Los modelos lineales son ajustados por el método de mínimos cuadrados, cuya pendiente corresponde con la dimensión fractal.

El hecho de que la Formación Soyatal tenga fuertes contrastes litológicos y que presente un fuerte plegamiento, resulta en el desarrollo de sistemas de vetillas poco homogéneos entre sí, en algunos casos controlados por la litología y en otros por la estructura. Así, en materiales pelíticos como los que dominan la formación, el desarrollo de vetillas paralelas a la estratificación es mínimo, mientras que las vetillas formadas por tensión y perpendiculares a la estratificación se desarrollan con mayor facilidad.

En resumen, al comparar la distribución de todos los sistemas de vetillas para las tres formaciones (Figura IV.12), se observan las fuertes diferencias entre ellas. Así, la Formación Soyatal muestra el menor rango en los valores de espesor de las vetillas, y aparentemente presenta una distribución de sus poblaciones; sin embargo, el valor de su pendiente, al igual que el de la Formación Tamaulipas, indica un sesgo hacia los valores menores.

Por otro lado, para las formaciones Tamaulipas y Las Trancas tienen rangos en su distribución de vetillas que superan los 100 mm, para la primera se presenta una distribución con una fuerte tendencia hacia los valores menores, mientras que para la segunda tiene una distribución más homogénea. De hecho, la Formación Las Trancas muestra una tendencia de frecuencias más altas hacia los valores entre los 10 y los 40 mm.

Al comparar la distribución de todas las poblaciones de vetillas, independientemente de su sistema, el análisis que se puede realizar resulta poco confiable; mientras que, al analizar los sistemas independientes, se permite obtener una visión más clara de cómo las familias de vetillas se distribuyen en función de su disposición respecto de la deformación.

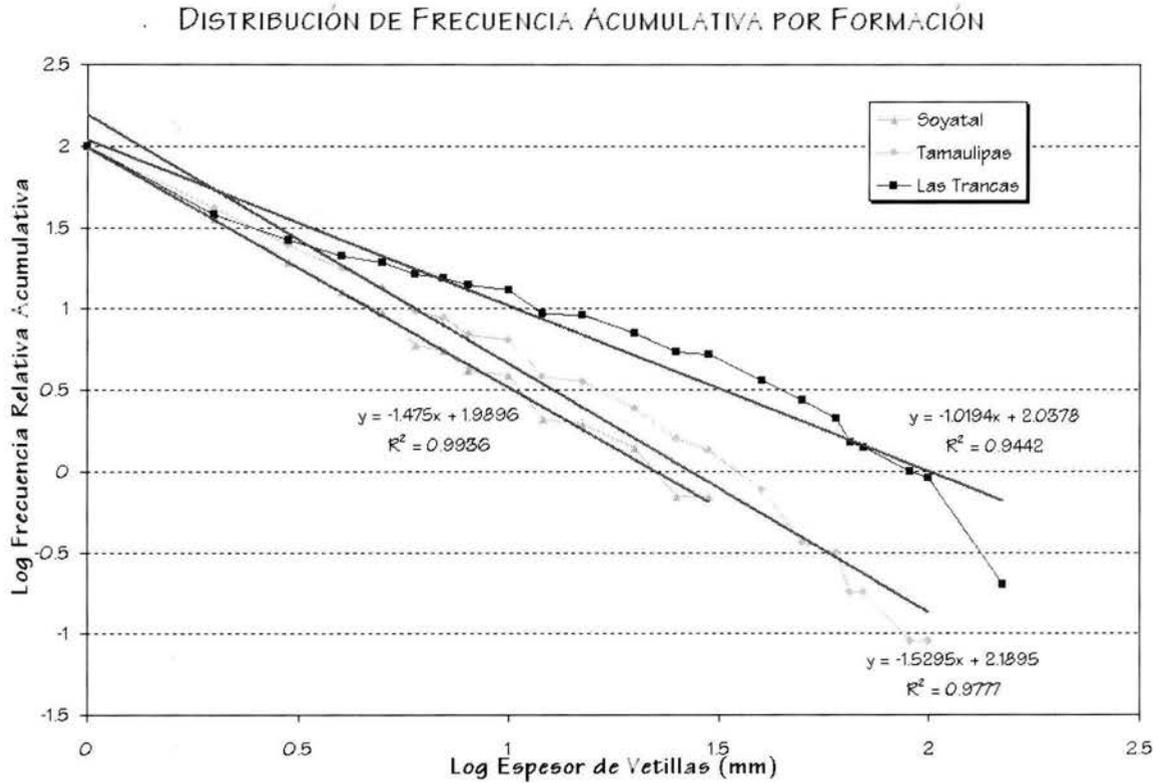


Figura IV.12. Logaritmo del espesor de vetilla contra logaritmo de la frecuencia relativa acumulada, para todos los sistemas de vetillas en las distintas formaciones. Los modelos lineales son ajustados por el método de mínimos cuadrados, cuya pendiente corresponde con la dimensión fractal.

## APLICACIONES

Una de las principales aplicaciones que se puede realizar a partir de las dimensiones fractales de sistemas de vetillas, es el cálculo de la extensión que tuvo lugar durante la etapa de formación de las vetillas en las distintas formaciones. Partiendo de la distribución fractal que está definida por la ecuación 4.1:

$$N_i = \frac{C}{r_i^D} \quad [4.1]$$

El cálculo de la extensión se realiza mediante la integración de la ecuación anterior (Scholz y Cowie, 1990; Pouliminos, 2000), lo que resulta en:

$$\int_{u_{\min}}^{u_{\max}} DCr^{-D} dr = \left[ \frac{DC}{1-D} r^{1-D} \right]_{u_{\min}}^{u_{\max}} \quad [4.2]$$

Donde  $u_{min}$  y  $u_{max}$  representan el mínimo y máximo de los espesores de las vetillas observados en campo, respectivamente. Por lo que, al considerar el tamaño máximo de vetillas observado como de 200 mm, y el tamaño mínimo de 1 mm, el resultado de la extensión se puede apreciar en la figura IV.13.

Respecto a las formaciones, se aprecia la importancia de la extensión en la Formación Las Trancas, respecto a las otras unidades, aunque llama la atención que, la extensión calculada para Soyatal y para Tamaulipas no son muy diferentes. Respecto a los sistemas de vetillas, se puede apreciar que la Formación Las Trancas permitió una mayor extensión de todos sus sistemas, que las otras formaciones, particularmente respecto a la Formación Soyatal.

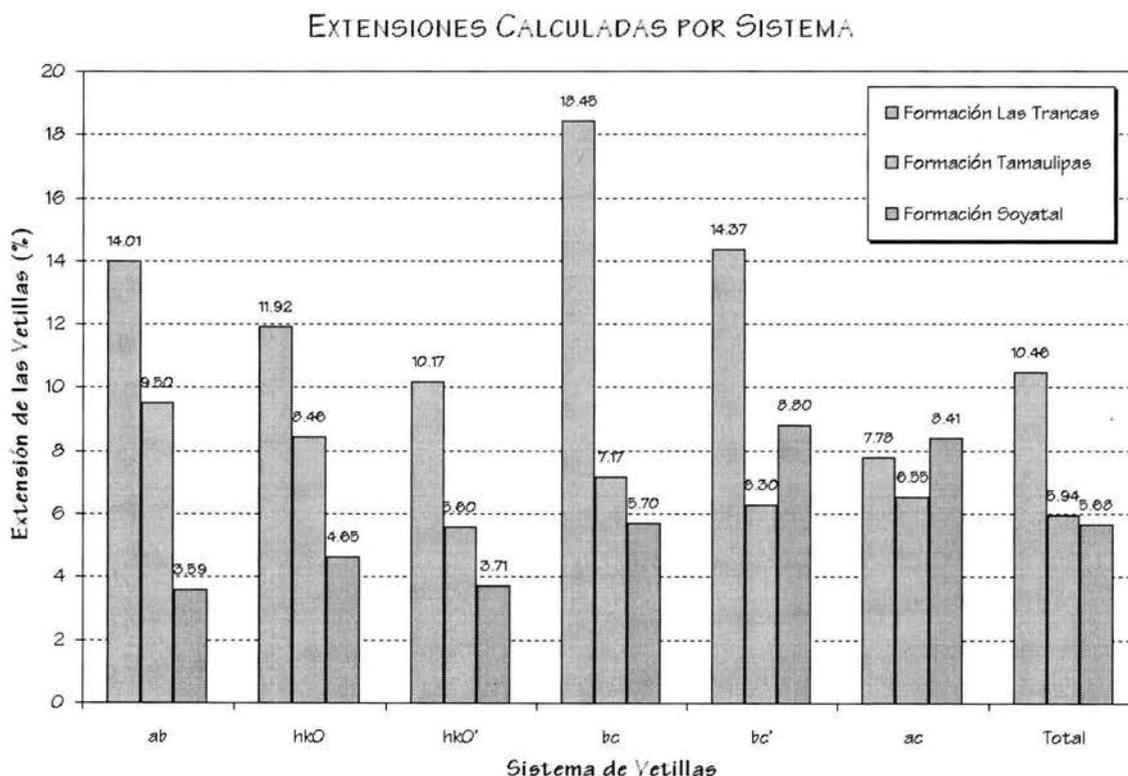


Figura IV.13. Extensiones calculadas con base en las dimensiones fractales de las distribuciones poblacionales de vetillas, para cada formación y en un intervalo entre 1 y 200 mm.

Esta última formación muestra extensiones de apenas el 3% para las direcciones paralelas a la estratificación, mientras que la extensión perpendicular a la estratificación es mucho mayor. En la Formación Tamaulipas, las extensiones son muy semejantes para los distintos sistemas, presentando la mayor extensión en el sistema *ab*, que representa la discontinuidad original provocada por la estratificación. Por último, la Formación Las Trancas presenta una amplia extensión en todos sus sistemas de vetillas, particularmente en el sistema conjugado *bc*.

---

# CAPÍTULO V

---

## CONCLUSIONES

**L**a primera consideración respecto a este trabajo se refiere a la metodología aplicada; en un principio el trabajo se basó en el método inductivo, en el cual se colectaron los datos sin un modelo de referencia para su adquisición; esto dio lugar a que las posibles interpretaciones que ofrecía no tuvieran la solidez necesaria. No es que el método científico no funcione, lo que es definitivo es la necesidad de utilizar el método adecuadamente; esto significa que fue indispensable cambiar a un método deductivo, en el que la formulación del modelo conceptual para planear tanto el trabajo de campo, como el análisis de los datos recolectados es el primer paso en el planteamiento de las hipótesis de trabajo.

En el contexto citado, hay dos modelos conceptuales que son fundamentales en este trabajo: en primer lugar, la identificación de sistemas de vetillas a partir de la clasificación de Hancock (1985), y en segundo lugar, la caracterización fractal de estos sistemas.

La clasificación de Hancock (1985) provee del soporte suficiente para la identificación y clasificación de los sistemas de vetillas, en función de su distribución y orientación en una estructura plegada. Su aplicación requiere de un análisis cuidadoso del sistema de referencia, que se basa en la orientación del eje del pliegue.

El estudio de vetillas, sobre otras estructuras disyuntivas, permite establecer relaciones cronológicas para los procesos de deformación. Además, el estudio de las vetillas permite conocer el grado de deformación al que fue sometido el material, gracias a su relleno mineral.

Por otra parte, el estudio de procesos que no presentan distribuciones estadísticas clásicas puede ser mejor analizado y comprendido bajo la óptica de la Geometría Fractal. Esta geometría permite hacer inferencias sobre procesos no lineales en los que la distribución se apega a una ley de potencia. Se ha visto que los procesos naturales pueden ser mejor descritos e interpretados a partir de la Geometría Fractal, debido a características de invarianza de escala y la autosimilaridad. Los ejemplos en Geología son de lo más variado, particularmente en la descripción, comparación y modelado de fracturas naturales.

Respecto al área de estudio, ésta corresponde a la parte del antepaís de la Sierra Madre Oriental, donde los principales rasgos estructurales se originaron durante la Orogenia Laramide, afectando una secuencia sedimentaria marina, con un rango de edad del Kimmeridgiano al Turoniano. Esta columna litológica está dividida en tres unidades litoestratigráficas, correspondientes a las formaciones Las Trancas, Tamaulipas-Tamabra-El Doctor y Soyatal. La deformación en el área fue del tipo de "piel delgada", donde dos unidades no competentes limitaban a una competente que es la unidad calcárea que la de Tamaulipas-El Doctor.

Litológicamente, la unidad más antigua, que es la Formación Las Trancas, se compone de calizas micríticas en bancos medianos y gruesos y lutitas calcáreas ligeramente apizarradas, interestratificadas con algunos lentes de pedernal, en su miembro superior; mientras que, en su miembro inferior más arcilloso, dominan las lutitas y limolitas con calizas micríticas, con bancos de areniscas gruesas y conglomeráticas así como algunas rocas piroclásticas. La unidad intermedia corresponde a las formaciones El Doctor-Tamaulipas, donde la primera se compone de potentes estratos de caliza marmolizada, y la segunda consiste en calizas mudstone-wackestone, con espesores medianos, con capas y nódulos de pedernal. Por último, la unidad más reciente, Formación Soyatal, consiste de mudstone en estratos delgados con lutitas calcáreas, horizontes de conglomerados y brechas calcáreas.

Estructuralmente, la región donde se realizó el muestreo, corresponde al Sinclinal de Maconi y al flanco del alto del Anticlinal del Piñón. En general, los pliegues presentan una inmersión de  $15^\circ$  en la dirección  $50^\circ$  NW con vergencia de los pliegues hacia el NE. La región se encuentra afectada por numerosas cabalgaduras que muestran la misma vergencia de los pliegues.

Se identificaron seis sistemas de vetillas que del más viejo al más joven son: ab, paralelo a la estratificación; el sistema conjugado hkO, que son dos sistemas cuya bisectriz aguda va en la dirección de la vergencia del pliegue, y su intersección es normal a la estratificación; el sistema conjugado bc, que se ha dividido entre las vetillas formadas normales a la estratificación, en el alto del pliegue, y las normales a la estratificación, en el frente del pliegue; finalmente, el sistema ac, que es un sistema vertical orientado NE SW.

Las vetillas muestran en general una morfología tabular, y en el caso del sistema ac llega a presentar formas lenticulares y arreglos en échelon, particularmente en la Formación Soyatal. El relleno mineral de las vetillas está dominado por la calcita en forma masiva y cristalina, como una

primera etapa, y por cuarzo lechoso como una etapa posterior. En el sistema más joven, ac, la calcita puede presentarse con hábito de diente de perro. La presencia de cuarzo no es regular, encontrándose una mayor influencia hacia el núcleo del Anticlinal el Piñón.

La densidad de vetillas no muestra correlación con la litología, ni con otros parámetros, como la dimensión de caja. Sin embargo, la densidad de vetillas medida en el campo, respecto de la estimada a partir de las imágenes procesadas de los detalles fotográficos muestran una gran correlación, lo que permite asegurar la confiabilidad de los datos que se muestran en las imágenes que utilizan para estimar la dimensión fractal por el método de conteo de cajas.

Con este programa se caracterizaron los detalles fotográficos digitalizados de los afloramientos de 50 cm de lado, de donde fueron extraídos y clasificados los sistemas de vetillas. Los detalles fotográficos fueron escaneados con una resolución mínima de mil píxeles por lado, para asegurar que las vetillas de 1 mm de espesor no queden segmentadas ni aserradas. Para evitar el efecto de borde entre dos colores diferentes, la imagen se convirtió a un formato de 1 bit, y para las imágenes que muestran los sistemas de vetillas clasificados la imagen tiene un formato de 8 bits y 16 colores.

La dimensión de caja se estimó, tanto para todos los sistemas presentes en cada formación, como por sistema individual. Los resultados que se obtuvieron de la dimensión de caja para los sistemas en conjunto, muestran un límite superior cercano a 1.65 muy semejante a lo reportado en la literatura; por otra parte, los valores mínimos se relacionan con sistemas que pueden llegar a presentarse bien desarrollados, y con sólo algunos individuos poco interconectados entre sí, mientras que, los valores máximos se asocian a sistemas con múltiples individuos más interconectados entre sí.

Las dimensiones de caja son más altas en la Formación Las Trancas, pero más constantes en la Formación Tamaulipas, y menores en la Formación Soyatal. Respecto a las dimensiones de caja estimadas para los sistemas de vetillas, los valores más altos corresponden con los sistemas hK0 y bc', y no como se esperaba de la observación de campo que fuera el sistema ac.

En el examen de las poblaciones de vetillas, el análisis del conjunto de todas las vetillas, sin considerar su clasificación en sistemas no ofrece resultados claros, mientras que el análisis de las poblaciones individuales resulta en una rica gama de información, como es: el intervalo de espesores y su simetría respecto a la distribución de la población en sí.

Respecto a las distribuciones poblacionales, la Formación Tamaulipas presenta la mayor similaridad entre ellas, mientras que la Formación Soyatal presenta la mayor dispersión, así como también el menor intervalo de espesores.

Por lo descrito anteriormente, lo que se revela del análisis fractal de los sistemas de vetillas es que el desarrollo de éstos está controlado tanto por la litología de la roca encajonante, como por el desarrollo estructural del plegamiento. Así, en litologías tan homogéneas como la Formación Tamaulipas, las poblaciones tienden a crecer uniformemente, siendo controlado su desarrollo por su disposición respecto al plegamiento. En contraste, el comportamiento de materiales poco competentes y poco homogéneos, como los de la Formación Soyatal, genera poblaciones muy dispersas, en las que el buen desarrollo de los sistemas está en función del mecanismo de

fracturamiento. Para la Formación Las Trancas, no obstante que ha sido considerada una unidad poco competente, el desarrollo de sistemas de vetillas es muy amplio, debido en primer lugar a que las diferencias litológicas favorecieron el desarrollo sólo en materiales clásticos gruesos o calcáreos, y en segundo lugar al mecanismo de fracturamiento.

En general, los sistemas más jóvenes presentan dimensiones fractales menores, debido que durante su desarrollo pueden intersectar con sistemas más antiguos y ser reorientados, lo que favorece el aumento en la dimensión de los sistemas previos, sensiblemente paralelos a los más jóvenes.

El desarrollo del sistema conjugado hkO es sobresaliente con respecto a los demás sistemas, lo cual puede deberse a la captura del sistema más joven ac; sin embargo, en la dirección del sistema hkO se ha identificado un sistema de fallamiento lateral, indicado por las estrías horizontales en varias vetillas de este sistema, que posiblemente jugó un papel mínimo en su crecimiento.

Aunque el análisis geométrico y fractal de los sistemas de vetillas provee de una información sustancial para su descripción, también provee de mecanismos que permiten su interpretación, como es el caso del cálculo de extensiones a partir de la dimensión fractal de las distribuciones poblacionales. Se puede afirmar que los valores de extensión obtenidos son muy realistas respecto a las observaciones de campo, y es el mejor parámetro para mostrar las diferencias en el comportamiento de los materiales, bajo un mismo fenómeno de deformación.

---

# CAPÍTULO VI

---

## BIBLIOGRAFÍA

- 📖 ARELLANO-GIL, J. Y S. YUSSIM-GUARNEROS. 2004. *Dos Casos de Discordancias Progresivas en las Secuencias Sedimentarias en México*. Soc. Geol. Mex. Cuarta Reunión Nacional de Ciencias de la Tierra, Libro de Resúmenes. p. 72.
- 📖 BARTON, C. C. AND E. LARSEN. 1985. *Fractal geometry of two-dimensional fracture networks at Yuca Mountain, southwestern Nevada*, In *Proceedings of the International Symposium on Fundamentals of Rock Joint*. A. A. Balkema, Brookfield, Vt. p. 77-84.
- 📖 BARTON, C. C. 1995. *Fractal analysis of scaling and spatial clustering of fractures*. in *Fractals in the Earth Sciences*. Edited by Christopher C. Barton and Paul R. La Pointe. Plenum Press. New York. 265 pp.
- 📖 BEAUVAIS, A. A. AND D. R. MONTGOMERY. 1997. *Are channel networks statistically self-similar?* *Geology*. Vol 25, No. 12, p. 1063-1066.
- 📖 BECKER, A. AND M. R. GROSS. 1999. *Sigmoidal wall-rock fragments: application to the origin, geometry and kinematics of en échelon vein arrays*. *Journal of Structural Geology*, Vol. 21, Issue 7, p. 703-710.
- 📖 BONS, P. D. 2000. *The formation of veins and their microstructures*. In: *Stress, Strain and Structure*, A volume in honour of W D Means. Eds: M.W. Jessell and J. L. Urai. Volume 2, *Journal of the Virtual Explorer* (<http://virtualexplorer.earth.monash.edu.au/VEjournal/2000Volumes/Volume21.html>).

- 📖 BROOKS, B. A. AND ALLMENDINGER R. W. 1996. **Fault spacing in the El Teniente Mine, central Chile: Evidence for nonfractal fault geometry.** *Journal of Geophysical Research.* Vol 101, No. B6, p. 13,633-13,653.
- 📖 CARRASCO, B. 1970. **La Formación el Abra (Formación El Doctor) en la Plataforma de Valles-San Luis Potosí.** *Revista del Instituto Mexicano del Petróleo.* Vol. 2, p. 97-99.
- 📖 CARRILLO BRAVO, J. 1971. **La Plataforma de Valles-San Luis Potosí.** *Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros.* Vol. 23, p. 1-102.
- 📖 CARRILLO MARTÍNEZ, M. 1981 (1983). **Contribución al estudio geológico del Macizo Calcáreo El Doctor, Querétaro.** *Revista Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México.* Vol. 5, No. 1, p. 25-29.
- 📖 CARRILLO MARTÍNEZ, M. 1989. **Estratigrafía y tectónica de la parte centrooriental del Estado de Querétaro.** *Revista Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México.* Vol. 8, No. 2, p. 188-193.
- 📖 -----, 1989a. **Structural Analysis of Two Juxtaposed Jurassic Lithostratigraphic Assemblages in the Sierra Madre Oriental Fold Thrust Belt of Central Mexico.** *Geofísica Internacional, Special Vol.: Dynamics and Evolution of the Lithosphere, Part 2.* Vol 28, No. 5, p. 1,007-1,028.
- 📖 -----, 1990. **Estratigrafía y tectónica de la parte centrooriental del Estado de Querétaro.** *Revista Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México.* Vol. 9, No. 1, p. 62-70.
- 📖 -----, 1997a. **Hoja Zimapán 14Q-e(7); Carta Geológica de México, Serie 1:100,000.** Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- 📖 -----, 1997b. **Structural geometry of the Sierra Gorda between Jalpan and Tequisquiapan, State of Querétaro, Mexico.** Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra del Estado de Hidalgo e Instituto de Geología, UNAM. II Convención sobre la Evolución Geológica de México y Recursos Asociados, Pachuca, Hidalgo. Libro-guía de las excursiones geológicas, Excursión 2. p. 65-71.
- 📖 -----, 2000. **Resumen de la Geología de la Hoja Zimapán 14Q-e(7), Estados de Hidalgo y Querétaro; Carta Geológica de México, Serie 1:100,000.** Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México. México, D. F. 33 pp.
- 📖 CARRILLO MARTÍNEZ, M. Y M. SUTER. 1982. **Tectónica de los alrededores de Zimapán, Hidalgo y Querétaro.** Libro-guía de la excursión geológica a la región de Zimapán y áreas circundantes, Estados de Hidalgo y Querétaro. México, D. F. p. 1-20.
- 📖 CASTAING, C., M. A. HALAWANI, F. GERVAIS, J. P. CHILES, A. GENTER, B. BOURGINE, G. OUIILLON, J. M. BROSSE, P. MARTIN, A. GENNA AND D. JANJOU. 1996. **Scaling relationships in intraplate fracture systems related to Red Sea rifting.** *Tectonophysics,* 261, p. 291-314.
- 📖 CHARTE, F. 1997. **Programación con C++ Builder 5.** Ediciones Anaya Multimedia, S. A. Madrid, España. 1087 pp.
- 📖 CONEY, P. J. 1978. **Mesozoic-Cenozoic Cordilleran plate tectonics.** *Geological Society of American, Mem.* 152, p 33-50.
- 📖 DAVIS, J. C. 2002. **Statistics and Data Analysis in Geology.** Third Edition. John Wiley & Sons. 638 pp.
- 📖 DONG, G., G. MORRISON AND S. JAIETH. 1995. **Quartz textures in epithermal veins, Queensland - Classification, origin, and implication.** *Economic Geology,* Vol. 90, p. 1841-1856.
- 📖 EGUILUZ DE ANTUÑANO, S., M. ARANDA GARCÍA Y R. MARTE. 2000. **Tectónica de la Sierra Madre Oriental, México.** *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana,* Tomo LIII, No. 1, p. 1-26.
- 📖 ENOS, P. AND C. H. MOORE. 1983. **Fore-reef slope environment,** in Scholle, P. A., D. G. Beobout and C. H. Moore, eds., *Carbonate depositional environments.* American Association of Petroleum Geologist Memoir. V 33, p. 507-537.
- 📖 FALCONER, K. 1990. **Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications.** John Willey. New York.
- 📖 FISHER, R. 1953. **Dispersion on a Sphere.** *Proc. Royal Society of London,* Vol. 217, p. 295-305.

- GILLESPIE, P. A., C. B. HOWARD, J. J. WALSH, AND J. WATTERSON. 1993. *Measurement and characterisation of spatial distribution of fractures*. *Tectonophysics*, 226, p. 113-141.
- GILLESPIE, P. A., J. J. WALSH, J. WATTERSON, C. G. BONSON AND T. MANZOCCHI. 2001. *Scaling relationships of joint and vein arrays from The Burren, Co. Clare, Ireland*. *Journal of Structural Geology*, Vol. 23, Issue 1, p. 183-201.
- GONZÁLEZ ARREOLA, C. Y M. CARRILLO MARTÍNEZ. 1986. *Amonitas del Jurásico Superior (Titoniano Superior) y del Cretácico Inferior (Hauteriviano-Barremiano) del área de San Joaquín-Vizarrón, Estado de Querétaro*. *Revista Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México*. Vol. 6, No. 2, p. 171-177.
- GONZÁLEZ CASILDO, V., R. HERNÁNDEZ JÁUREGUI Y J. J. VALENCIA ISLAS. 1998. *Estudio micropaleontológico del Cretácico Superior en las secuencia de depósito sintectónico en el área de San Joaquín-Vizarrón, Querétaro*. *Soc. Geol. Mex. Primera Reunión Nacional de Ciencias de la Tierra, Libro de Resúmenes*. p. 111.
- GUATTERRI, M. AND P. SPUDICH. 1998. *Coseismic Temporal Changes of Slip Direction: The Effect of Absolute Stress on Dynamic Rupture*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 88, No. 3, p. 777-789.
- HANCOCK, P. L. 1985. *Brittle microtectonics: principles and practice*. *Journal of Structural Geology*, Vol. 7, Nos. 3/4, p. 347-357.
- HAUSDORF, F. 1918. *Dimensions und äußeres Maß*. *Mathematical Annals*, Vol. 79, p. 157-179.
- HERNÁNDEZ JÁUREGUI, R. 1997. *Sedimentación Sintectónica de la Formación Soyatal (Turoniano Medio-Campaniano) y Modelado Cinemático de la Cuenca de Flexura de Maconí, Querétaro*. Instituto Politécnico Nacional, ESIA, Unidad Ticomán, Tesis de maestría (inédita), 94 pp.
- HERNÁNDEZ JÁUREGUI, R., J. J. VALENCIA ISLAS Y V. GONZÁLEZ CASILDO. 1998. *Sedimentación sintectónica del áreas de Maconí, Qro. y su relación con la evolución de la Orogenia Laramide*. *Soc. Geol. Mex. Primera Reunión Nacional de Ciencias de la Tierra, Libro de Resúmenes*. p. 109.
- HENRY, C. D. AND J. J. ARANDA GÓMEZ. 1992. *The real southern Basin and Range – Mid- to Late Cenozoic extension in Mexico*. *Geology*, Vol. 20, p. 701-704.
- HUANG, Q., J. R. LARCH AND R. C. DUBES. 1994. *Can the fractal dimension of images be measured? Pattern Recognition*, Vol. 27, No. 3, p. 339-349.
- HIPPERTT J. 1999. *Are S-C structures, duplexes and conjugate shear zones different manifestations of the same scale-invariant phenomenon? Journal of Structural Geology*, Vol. 21, p. 975-984.
- JOHSTON, J, D, AND K. J. W. MCCAFFREY. 1996. *Fractal geometries of vein systems and the variation of scaling relationships whit the mechanism*. *Journal of Structural Geology*, Vol. 18, Nos. 3/4, p. 349-358.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, GEOGRAFÍA E INFORMÁTICA (INEGI). 1986. *Síntesis Geográfica del Estado de Querétaro*. Secretaría de Programación y Presupuesto. Primera Edición. México.
- 1998. *Carta Topográfica Pachuca (F14-11); Escala 1:250,000*. Secretaría de Programación y Presupuesto. Segunda Edición. México.
- 2000. *Carta Topográfica San Joaquín (F14-C58); Escala 1:50,000*. Secretaría de Programación y Presupuesto. Segunda Edición. México.
- KLINKENBERG, B. 1994. *A Review of Methods Used to Determine the Fractal Dimension of Linear Features*. *Mathematical Geology*. Vol 26, No. 1, p. 23-46.
- KULATILAKE, P. H. S. W., R. FIEDLER, B. PAMDA AND G. PAN. 1996. *Box fractal dimension and the first invariant of fracture tensor of fracture networks as measures of statistical homogeneity of jointed rock masses*, in *Proceedings of the International Symposium on fundamentals of Rock Joint*, Vol 2. A. A. Balkema, Brookfield, Vt. 1779-1786 pp.
- LA POINTE, P. R. 1988. *A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry*. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* Vol. 25, p. 421-429.

- LEDÉSSERT, B., J. DUBOIS, B. VELDE, A. MEUNIER, A. GENTER, AND A. BADRI. 1993. *Geometrical and fractal analysis of a three-dimensional hydrothermal vein network in a fractured granite*. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, Vol. 56, p. 267-280.
- LESMOIR-GORDON, N., W. ROOD AND R. EDNEY. 2000. *Introducing Fractal Geometry*. Totem Books. 176 p.
- MANDELBROT, B. B. 1977. *Fractals: Form, Chance and Dimension*. W. H. Freeman, N. Y. 365 p.
- MANDELBROT, B. B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman, N. Y. 468 p.
- MARSHAK, S. AND G. MITRA. 1998. *Basic Methods of Structural Geology*. Prentice-Hall Inc. New Jersey, U.S.A. 446 p.
- NAKAMURA, S. 1992. *Métodos Numéricos con Software*, 1ª Edición. Prentice-Hall Hispanoamericana. México. 570 p.
- OCHOA CAMARILLO, H. 1997. *Geología del anticlinorio Huayacocotla en la región de Molango, Hgo., Mexico*. Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra del Estado de Hidalgo e Instituto de Geología, UNAM. II Convención sobre la Evolución Geológica de México y Recursos Asociados, Pachuca, Hidalgo. Libro-guía de las excursiones geológicas, Excursión 1. p. 1-17.
- ODLING, N. E. 1992. *Network Proprieties of a Two-dimensional Natural Fracture Pattern*. *Pageoph*, Vol 138, No. 1, p. 95-114.
- ORTEGA-GUTIÉRREZ, F., L. M. MITRE-SALAZAR, J. ROLDÁN-QUINTANA, J. J. ARANDA-GÓMEZ, D. MORÁN-ZENTENO, S. A. ALANIZ-ÁLVAREZ Y A. F. NIETO-SAMANIEGO. 1992. *Texto Explicativo de la Quinta Edición de la Carta Geológica de la República Mexicana Escala 1:2'000,000*. Instituto de Geología, UNAM y Consejo de Recursos Minerales. México. 74 p.
- OUILLO, G., D. SORNETTE AND C. CASTAING. 1995. *Organisation of joints and faults from 1-cm to 100-km scale revealed by optimized anisotropic wavelet coefficient method and multifractal analysis*. *Nonlinear Processes in Geophysics*. No.2, p. 158-177.
- OUILLO, G., C. CASTAING AND D. SORNETTE. 1996. *Hierarchical geometry of faulting*. *Journal of Geophysical Research*. Vol 101, No. B3, p. 5477-5487.
- PEITEN, H. O., H. JÜRGENS AND D. SAUPE. 1992. *Chaos and Fractals: new frontiers of science*. Springer-Verlag, New York. 984 pp.
- RAMSAY, J. G. AND M. I. HUBER, 1983. *The Techniques of Modern Structural Geology*. Volume 1: *Strain Analysis*. Academic Press. 307 p
- RAMSAY, J. G. AND M. I. HUBER, 1987. *The Techniques of Modern Structural Geology*. Volume 2: *Folds and Fractures*. Academic Press. 700 p
- RODRÍGUEZ-URBINA, V. 1988. *Geología y Geotecnia del Vaso y Boquilla del Proyecto Hidroeléctrico Zimapán, sobre el Río Moctezuma, Estados de Hidalgo y Querétaro*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. Tesis de Licenciatura (Inédita).
- OBERTSON, M. C. C. SAMMIS, M. SAHIMI AND A. J. MARTIN. 1995. *Fractal analysis of three-dimensional spatial distributions of earthquakes with a percolation interpretation*. *Journal of Geophysical Research*. Vol 100, No. B1, p. 609-620.
- POULIMENOS, G. 2000. *Scaling properties of normal fault population in the western Corinth Graben, Greece; implications for fault grow in large strain settings*. *Journal of Structural Geology*, Vol. 22, p. 307-322.
- SAKELLARIOU, M., B. NAKOS AND C. MITSAKAKI. 1991. *On the Fractal Character of Rock Surfaces*. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 28, No. 6, p. 527-533.
- SEGERSTROM, K. 1961. *Geology of the Bernal Jalpan area, Estado de Querétaro, México*. U. S. Geological Survey Bulletin 1104-B, p. 19-86.
- , 1962. *Geology of south-central Hidalgo and northeastern Mexico, México*. U. S. Geological Survey Bulletin 1104-C, p. 87-162.

- 📖 SANTILLÁN-PEÑA, N. 2001. *Geología y Comportamiento de los Deslizamientos en el Vaso de la Presa "Fernando Hiriart Valderrama"*. Zimapán, Hidalgo. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. Tesis de Licenciatura (Inédita). 84 p.
- 📖 SCHOLZ, C. H. AND P. A. COWIE. 1990. *Determination of total strain from faulting using slips measurements* *Nature* 346, p. 837- 839.
- 📖 SIMONS, F. S. AND E. MAPLES V. 1956. *Geology and ore deposits of the Zimapán mining district, State of Hidalgo, Mexico*. U. S. Geol. Survey, Prof. Paper 284. 128 p.
- 📖 SMIRNOV, V. B. AND A. D. ZAVIYALOV. 1997. *Incorporating the Fractal Distribution of Faults as a Measure of Failure Concentration*. *Volc. Seis.* Vol. 18, p. 447-452.
- 📖 SMITH, J. V. 1999. *Inter-array and intra-array kinematics of en échelon sigmoidal veins in cross-bedded sandstone, Merimbula, southeastern Australia*. *Journal of Structural Geology*, Vol. 21, Issue 1, p. 387-397.
- 📖 SPUDICH, P., M. GUATTERRI, K. OTSUKI AND J. MINAGAWA. 1998. *Use of Fault Striations and Dislocation Models to Infer Tectonic Shear Stress during the 1995 Hyogo-ken Nanbu (Kobe) Earthquake*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 88, No. 2, p. 413-427.
- 📖 SUTER, M. 1987. *Structural traverse across the Sierra Madre Oriental fold-thrust belt in east-central Mexico*. *Geological Society of American Bulletin*, Vol. 98, p. 249-264.
- 📖 SUTER, M., J. CONTRERAS-PÉREZ AND H. OCHOA-CAMARILLO. 1997. *Structure of the Sierra Madre Oriental fold-thrust belt in east-central Mexico*. Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra del Estado de Hidalgo e Instituto de Geología, UNAM. II Convención sobre la Evolución Geológica de México y Recursos Asociados, Pachuca, Hidalgo. Libro-guía de las excursiones geológicas, Excursión 2. p. 45-63.
- 📖 TAVCHANDJIAN, O., A. ROULEAU, G. ARCHAMBAULT, R. DAIGNEAULT AND D. MARCOTTE. 1997. *Geostatistical analysis of fractures in shear zones in the Chibougamau area: applications to structural geology*. *Tectonophysics*, 269, p. 51-63.
- 📖 TCHALENKO, J. S. 1970. *Similarities between shear zone of different magnitudes*. *Geological Society of American Bulletin*, Vol. 81, p. 1625-1640.
- 📖 TURCOTTE, D. L. 1989. *Fractals in Geology and Geophysics*. *PAGEOPH.* Vol. 131, No. 1/2, p. 171-196.
- 📖 TURCOTTE, D. L. AND J. HUANG. 1995. *Fractal Distributions in Geology, Scale Invariance and Deterministic Chaos. in Fractal in the Earth Sciences*. Edited by Christopher C. Barton and Paul R. La Pointe. 265 p. Plenum Press. New York.
- 📖 TURCOTTE, D. L. 1997. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. University Press, Cambridge. 398 p.
- 📖 TURNER, F. J. AND L. E. WEISS. 1963. *Structural Analysis of Metamorphic Tectonites*. McGraw Hill Book Company, Inc. 545 p.
- 📖 TWISS R. J. Y E. M. MOORES. 1992. *Structural Geology*. W. H. freeman and Company. 532 p.
- 📖 VALENTA, R. K., I. CARTWRIGHT. AND N. H. S. OLIVER. 1994. *Structurally controlled fluid flow associated with breccias vein formation*. *Journal of Metamorphic Geology*, Vol. 12, p. 197-206.
- 📖 VELDE, B., J. DUBOIS, G. TOUCHARD AND A. BABRI. 1990. *Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust method*. *Tectonophysics*, 179, p. 345-352.
- 📖 VIGNES-ALDER, M., A. LE PAGE AND P. M. ADLER. 1991. *Fractal analysis of fracturing in two African regions, from satellite imagery to ground scale*. *Tectonophysics*, 196, p. 69-86.
- 📖 WATANABE, K. AND H. TAKAHASHI. 1995. *Fractal geometry characterization of geothermal reservoir fracture networks*. *Journal of Geophysical Research*. Vol 100, No. B1, p. 521-528.
- 📖 WILSON, B. W., J. P. HERNÁNDEZ Y E. MEAVE T. 1955. *Un Banco Calizo del Cretácico en la Parte Oriental del Estado de Querétaro*. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*. Tomo XVIII, No. 1, p. 1-10.
- 📖 WOODCOCK, N. H. 1977. *Specification of Fabric Shapes Using an Eingenvales Method*. *Geological Society of American Bulletin*, Vol. 88, p. 1231-1236.

- 📖 WILSON, T. H. 2000. *Some Distinctions Between Self-Similar and Self Affine Estimates of Fractal Dimension with Case History.* *Mathematical Geology*, Vol. 32, No. 3, p. 319-335.
- 📖 WU, S. 1993. *Fractal strain distribution and its implications for cross-section balancing.* *Journal of Structural Geology*, Vol. 15, Issue 12, p.1497-1507.
- 📖 XU, T., I. D. MOORE AND J. C. GALLANT. 1993. *Fractals, fractal dimensions and landscapes- a review.* *Geomorphology*. Vol. 8, p. 245-26.
- 📖 YUSSIM GUARNEROS, S. Y P. MONTES CRUZ. 2004. *Evidencias Geomorfológicas de la Actividad Neotectónica en San Joaquín, Querétaro: Sierra Madre Oriental, México.* Seminario Latinoamericano de Geografía Física. Puerto Vallarta, Jalisco. Abril 28 de 2004.