

00387



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS  
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

“Estudio de los isótopos de Germanio y Selenio  
utilizando COULEX y haces de iones radioactivos”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTORA EN CIENCIAS**

PRESENTA:

**ELIZABETH PADILLA RODAL**

DIRECTOR DE TESIS: DR. OCTAVIO H. CASTAÑOS GARZA  
DR. ALFREDO GALINDO URIBARRI

COMITÉ TUTORAL: DR. ROELOF BIJKER BIJKER



posgrado en ciencias físicas  
u n a m



posgrado en ciencias físicas  
u n a m

MÉXICO, D.F.

2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Abstract

# Estudios de los isótopos de Germanio y Selenio utilizando COULEX y haces de iones radioactivos.

Elizabeth Padilla Rodal

Los valores  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  para los estados más bajos  $J^\pi = 2^+$  en los núcleos radioactivos con exceso de neutrones  $^{78,80,82}\text{Ge}$  fueron medidos utilizando el mecanismo de excitación Coulombiana a bajas energías (abajo de la barrera Coulombiana) en reacciones en cinemática inversa. Haces de estos núcleos fueron producidos por vez primera usando la técnica ISOL en la cual haces intensos de iones ligeros fisionan núcleos de un blanco grueso de uranio natural. Los fragmentos de fisión de interés fueron seleccionados y acelerados a energías entre 2.2 y 2.6 MeV/u y dirigidos a un blanco de  $^{12}\text{C}$  o  $^{48}\text{Ti}$  en donde la excitación Coulombiana ocurre. En el caso de  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$  los rayos- $\gamma$  emitidos en la subsecuente desexcitación fueron detectados en el arreglo de detectores de HPGe CLARION permitiendo la observación del primer estado excitado  $2^+$  de estos núcleos. Los núcleos del blanco en retroceso fueron detectados en el arreglo de CsI(Tl) HYBALL determinando la cinemática, y permitiendo corregir por el ensanchamiento Doppler evento por evento. Esto fue crucial para poder distinguir las energías de los estados excitados  $2^+$  de  $^{78,80}\text{Ge}$  de las correspondientes a los isóbaros contaminantes  $^{78,80}\text{Se}$  separados por tan solo 5 y 7 keV respectivamente. La  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  fue medida además para todos los isótopos estables par-par de selenio y germanio usando la misma técnica experimental. La medición del importante núcleo  $^{82}\text{Ge}$  de capa cerrada para neutrones  $N = 50$  fue posible suprimiendo los isobaros de  $A = 82$  utilizando la molécula  $^{82}\text{GeS}^+$  y detectando la radiación gamma con un arreglo de detectores de  $\text{BaF}_2$  de alta eficiencia. Se utilizó además un blanco de  $^{48}\text{Ti}$ , una energía ligeramente mayor de 220 MeV y un detector de trazas de silicio. Dado que para todos los isótopos (estables y radioactivos) de Germanio (7) y Selenio (5) los valores de  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  fueron establecidos con la misma técnica experimental estas medidas generaron un conjunto de datos muy completo para poder hacer una comparación con la teoría. Se observó que al acercarse a la capa cerrada los valores de  $B(E2)$  disminuyen como era de esperarse sin embargo el valor de  $B(E2)$  obtenido para  $^{82}\text{Ge}$  es mayor que el predicho por (8) modelos teóricos y el conjunto de nuestras mediciones constituye una importante restricción a las teorías. En este trabajo se hizo una descripción del comportamiento sistemático de estos núcleos mediante el uso del modelo de bosones interactuantes IBM-2 más mezcla de configuraciones. Debido a que este modelo es fenomenológico los valores de  $B(E2)$  medidos experimentalmente fueron utilizados como base para predecir un esquema de niveles de energías, transiciones de probabilidad electromagnéticas y momentos cuadrupolares de los isótopos radioactivos de

$^{78,80,82}\text{Ge}$ . Los parámetros que describen el Hamiltoniano, así como de las cargas efectivas para los operadores de transición electromagnética utilizados dan una descripción muy satisfactoria para todos los isótopos estables de germanio. Además varían suavemente como función del número de neutrones. Bajo la proyección al IBM1, la interpretación geométrica es congruente en predecir que la configuración base de esta cadena de isótopos sufre una transición de fase de forma esférico-oblató hacia núcleos con deformación prolata conforme  $N$  crece. La existencia de una configuración base prolata para  $^{82}\text{Ge}$  concuerda con un valor de  $B(E2)$  relativamente grande medido experimentalmente para el núcleo semi-mágico  $^{82}\text{Ge}$ .

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Excitación Coulombiana</b>	<b>5</b>
2.1	Introducción . . . . .	5
2.2	Formalismo de la Teoría Semiclásica . . . . .	7
2.3	Cinemática Inversa . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Haces de Iones Radioactivos</b>	<b>19</b>
3.1	Producción de RIBs . . . . .	19
3.1.1	El laboratorio HRIBF . . . . .	20
3.1.2	El Ciclotrón Isócrono ORIC . . . . .	22
3.1.3	La Plataforma de Producción de RIBs . . . . .	23
3.1.4	Segunda etapa de Separación de Masas y Sistemas de Diagnóstico de RIBs . . . . .	28
3.1.5	El acelerador Tandem . . . . .	29
3.2	Elementos de diagnóstico para haces de baja intensidad . . . . .	34
3.2.1	Fisión inducida por protones . . . . .	35
3.3	Haces de Iones Estables . . . . .	37
3.3.1	Fuentes de <i>sputtering</i> a base de cesio . . . . .	37
3.3.2	Transmisión del haz . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Sistemas de Detección</b>	<b>39</b>
4.1	Detectores $4\pi$ de partículas cargadas . . . . .	39
4.1.1	Propiedades del CsI(Tl) . . . . .	43
4.1.2	Fotodiodos . . . . .	44
4.1.3	HYbridian BALL (HYBALL) . . . . .	46
4.1.4	Unidad de Detección . . . . .	47
4.2	Detector de rayos- $\gamma$ . . . . .	51
4.2.1	Detectores de germanio . . . . .	54
4.2.2	CLARION . . . . .	56
4.2.3	Electrónica de CLARION . . . . .	60

4.3	Arreglo ORNL-MSU-TAMU de Difloruro de Bario . . . . .	61
4.3.1	Características del arreglo . . . . .	62
4.4	Detector CD . . . . .	68
4.5	Separación de Isóbaros . . . . .	71
4.5.1	Separación isobárica de RIBs por emisión de rayos- $X$ del proyectil . . . . .	72
4.5.2	Detector de Curva de Bragg . . . . .	74
4.6	MCP . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Experimentos de Excitación Coulombiana</b>	<b>79</b>
5.1	Introducción . . . . .	79
5.2	Determinación del valor $B(E2) \uparrow$ de los núcleos estables y $^{78}\text{Ge}$ . . . . .	79
5.3	Adquisición de datos y análisis de eventos . . . . .	83
5.3.1	Eventos de HYBALL . . . . .	84
5.3.2	Eventos de CLARION . . . . .	86
5.3.3	Composición isobárica del haz . . . . .	90
5.3.4	Análisis de Datos . . . . .	91
5.4	Determinación del valor $B(E2) \uparrow$ de $^{80}\text{Ge}$ . . . . .	104
5.4.1	Análisis de Datos . . . . .	110
5.5	Determinación del valor $B(E2) \uparrow$ de $^{82}\text{Ge}$ . . . . .	112
5.5.1	Análisis de Datos . . . . .	119
5.6	Discusión . . . . .	125
<b>6</b>	<b>IBM y sus Extensiones</b>	<b>131</b>
6.1	IBM-1 . . . . .	132
6.1.1	Superficies de Energía del IBM-1 . . . . .	135
6.2	IBM-2 . . . . .	136
6.3	Mezcla de configuraciones en el IBM-2 . . . . .	140
6.3.1	IBM-1 como proyección del IBM-2 . . . . .	142
6.3.2	Estructura geométrica del IBM-1 con mezcla de configuraciones . . . . .	143
6.4	Aplicaciones . . . . .	145
6.4.1	Reacciones de transferencia. . . . .	175
6.4.2	Formas asociadas a los isótopos de germanio . . . . .	177
6.5	Conclusión . . . . .	182
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>185</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>187</b>
	Apéndice A. . . . .	187
	Apéndice B. . . . .	190
	Apéndice C. . . . .	197
	Apéndice D. . . . .	198
	Apéndice E. . . . .	200

*CONTENIDO*

iii

Apéndice F. . . . .	202
Apéndice G. . . . .	211
Apéndice H. . . . .	212
<b>Bibliografía</b>	<b>221</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El método usual para obtener información acerca de la estructura de un núcleo es observar su comportamiento en reacciones nucleares, ya sea como blanco, como proyectil, o como núcleo residual de una reacción. El mecanismo físico de la reacción está determinado por la propiedad que se quiere estudiar, y de él dependen la energía de bombardeo, el grueso del blanco, y los sistemas de detección que se utilicen.

Dentro de las propiedades físicas que caracterizan al núcleo, existen cantidades fundamentales que contienen información básica acerca de su estructura, por ejemplo su masa, su radio de carga, sus probabilidades de transición y momentos electromagnéticos, su vida media, sus modos de excitación y de decaimiento, entre otras. La investigación científica en Física Nuclear, ha dado lugar a un conocimiento amplio de las propiedades de la mayoría de los núcleos estables, sin embargo para núcleos que se encuentran fuera de la región de estabilidad existe escasa o nula información respecto a dichas propiedades.

Una forma de producción de núcleos fuera de la región de estabilidad es utilizar combinaciones de blanco y proyectil estables, a energías de bombardeo relativamente altas para dar origen a un núcleo compuesto que al desexcitarse produce núcleos exóticos como residuos de evaporación. La principal dificultad que se enfrenta utilizando esta técnica es que los núcleos en los que se tiene interés generalmente tienen una razón de producción muy baja y para aislarlos se debe recurrir a sofisticadas combinaciones de detectores que presenten una gran eficiencia, buena resolución de energía y una buena supresión de fondo.

Otro punto de partida, que solo hasta fechas recientes ha comenzado a aplicarse en la práctica, es el uso de haces de iones radioactivos (RIBs, por sus siglas en inglés). La producción de estos haces de iones con vida media corta, a una intensidad suficientemente alta como para poder realizar experimentos de Física Nuclear se ha logrado únicamente hasta años recientes gracias al desarrollo de técnicas eficientes de producción. La ventaja evidente de esta técnica es que el conjunto de núcleos exóticos que pueden estudiarse se extiende de manera natural al ampliarse el “arsenal” de proyectiles que pueden utilizarse en una reacción nuclear. Sin embargo la producción y uso de estos haces presenta toda una serie de dificultades intrínsecas que requieren el desarrollo de nuevas técnicas

experimentales.

En este trabajo se reportan los resultados que se obtuvieron al utilizar una novedosa técnica experimental para medir las probabilidades reducidas de la transición cuadrupolar  $B(E2) \uparrow = B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  de los isótopos radioactivos con exceso de neutrones  $^{78}\text{Ge}$ ,  $^{80}\text{Ge}$  y el núcleo semimágico  $^{82}\text{Ge}$ . El valor de dicha probabilidad cuadrupolar eléctrica es un indicador directo del carácter colectivo de la transición. Para núcleos casi-esféricos, su valor es de unas cuantas unidades Weisskopf (Wu)<sup>1</sup> y para núcleos deformados puede ser del orden de hasta 100 Wu. Todos los isótopos estudiados fueron producidos como haces de iones en Holifield Radioactive Ion Beam Facility (HRIBF) en el Laboratorio Nacional de Oak Ridge, en Estados Unidos y se utilizaron como proyectiles sobre un blanco ligero comparado con la masa del proyectil <sup>2</sup>, carbono natural para los isótopos estables y los haces radioactivos  $A = 78$ ,  $A = 80$ , y titanio natural para el RIB  $A = 82$ . Para los núcleos estables, así como para  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$  la energía de bombardeo se tomó menor que la barrera Coulombiana para asegurar que la interacción blanco-proyectil fuese puramente electromagnética (Excitación Coulombiana *segura*). Los núcleos blanco dispersados en la reacción, así como la subsecuente emisión de rayos- $\gamma$  que resulta de la desexcitación de los proyectiles fueron detectados en coincidencia mediante arreglos de multiples detectores de rayos- $\gamma$  y partículas cargadas, esta condición de coincidencia permitió filtrar muy limpiamente las transiciones de interés. La información fue complementada con la medición de la composición isobárica del haz de iones, obtenida mediante un monitoreo continuo del haz, identificando la emisión de rayos-X del proyectil para  $^{78}\text{Ge}$  y utilizando un detector de curva de Bragg para  $^{80,82}\text{Ge}$ .

La riqueza del análisis que se presenta a continuación consiste en que los valores que se reportan para las  $B(E2) \uparrow$  de los isótopos radiactivos son parte de un conjunto de mediciones sistemáticas para los isótopos estables par-par de germanio y selenio con números de masa  $A = 70 - 76$  y  $A = 74 - 82$ , utilizando la misma técnica experimental. Estas mediciones para haces estables, son utiles por dos razones, por una parte muestran que la técnica de medición es confiable, ya que nuestros valores pueden compararse con mediciones previas que han sido realizadas utilizando diversas técnicas experimentales, y por otro lado, como se discutirá en detalle en este trabajo, la presencia de núcleos isóbaros como contaminantes en el haz nos permite comprobar por consistencia que nuestro análisis para haces radioactivos es correcto.

Los isótopos de Ge y Se que se analizan en este estudio se encuentran delimitados por las capas cerradas 28 para protones y 50 para neutrones, son núcleos relativamente ligeros, en donde tanto los grados de libertad de partícula independiente como los grados de libertad colectivos son importantes y por ende representan un reto para estudios de estructura nuclear. Los isótopos estables par-par de selenio presentan un comportamiento bastante uniforme, la energía de excitación de sus primeros estados excitados  $2_1^+$ , así como la deformación de su configuración base, dada por el signo y magnitud de los momentos

---

<sup>1</sup>1 Wu =  $(2.97 \times 10^{-5}) A^{4/3} e^2\text{b}^2$ .

<sup>2</sup>cinemática inversa

cuadrupolares estáticos eléctricos ( $Q_{2+}$ ) del estado  $2_1^+$  indican que esta cadena de núcleos favorece una deformación prolata ( $Q_{2+}$  es negativo) que tiende a permanecer casi constante para todos los isótopos, incluso para  $N$  cercana a la capa cerrada  $N = 50$ . Por contraste, el comportamiento de la cadena de isótopos estables par-par de germanio es más complicado. A la fecha existe una gran cantidad de trabajo, tanto experimental como teórico, en esta cadena, e independientemente de la técnica experimental empleada o del modelo teórico considerado, todos estos estudios concuerdan en asociar un carácter transicional a estos isótopos.

La medición sistemática de los valores de  $Q_{2+}$  muestra una suave transición de forma de un esferoide ligeramente oblató ( $^{70}\text{Ge}$ ), es decir un momento cuadrupolar muy cercano a cero pero positivo, a esferoides deformados moderadamente prolatos ( $^{72}\text{Ge}$ ,  $^{74}\text{Ge}$ ,  $^{76}\text{Ge}$ ). La deformación del estado base de estos núcleos alcanza un valor máximo en  $N = 42$ , que corresponde a  $^{74}\text{Ge}$ , y después tiende a decrecer conforme el número de neutrones se incrementa y se acerca a la capa cerrada. Experimentos utilizando reacciones de transferencia y mediciones sistemáticas de momentos cuadrupolares a través de Excitación Coulombiana sugieren fuertemente la coexistencia de diferentes tipos de deformación en dichos núcleos y la existencia de un cambio estructural en el estado base de la cadena de Ge a partir de  $N = 40$ .

La descripción teórica del IBM-2 más mezcla de configuraciones para este tipo de núcleos requiere el establecer dos configuraciones, una esférica: normal y otra deformada: intrusa, que coexisten en aproximadamente la misma región de energía, así como una interacción que mezcla estas dos configuraciones. Un acuerdo razonable entre los cálculos teóricos con este modelo y los datos experimentales se obtiene en los espectros de energía, probabilidad de transición, momentos cuadrupolares e intensidades de transferencia de dos nucleones. La asociación de formas esféricas para las configuraciones normales y ligeramente deformada con formas oblatas y prolatas para las configuraciones intrusas puede corroborarse mediante la proyección del espacio de Hilbert del IBM-2 al espacio que no distingue los bosones de protón de los bosones de neutrón y la utilización del diagrama de fases de forma del modelo IBM-1. Una interpretación geométrica de las formas de equilibrio y estabilidad asociadas del modelo IBM-2 más mezcla de configuraciones se da por primera vez en este trabajo.

A continuación se presenta un estudio sistemático de los valores  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  de las cadenas de isótopos  $_{32}\text{Ge}$  y  $_{34}\text{Se}$  haciendo énfasis principalmente en los isótopos radioactivos  $^{78,80,82}\text{Ge}$ . En el segundo Capítulo de este trabajo se presentan los aspectos más importantes de la teoría semiclásica de excitación Coulombiana. En el tercer Capítulo se describe la producción de haces estables y radioactivos. En el Capítulo cuatro se presentan los aspectos técnicos más importantes de los sistemas de detección utilizados. En el quinto Capítulo se describen los experimentos realizados con énfasis en las técnicas experimentales empleadas, y se discute la obtención de los valores experimentales para las  $B(E2)$  y se analizan los resultados experimentales haciendo comparaciones con predicciones teóricas disponibles en la literatura y con nuevos resultados obtenidos usando el

modelo IBM-2 más mezcla de configuraciones. Los detalles de estos últimos cálculos se presentan en el Capítulo seis. En la parte final se dan las conclusiones de este trabajo.

# Capítulo 2

## Excitación Coulombiana

### 2.1 Introducción

El proceso de Excitación Coulombiana (COULEX) consiste en excitar los estados de los núcleos que participan en una reacción mediante la interacción electromagnética que existe entre ellos. Cuando la energía de la partícula incidente es menor que la energía de la barrera Coulombiana, la distancia de máximo acercamiento entre los núcleos es grande comparada con el alcance finito de la interacción nuclear, y la influencia de esta última fuerza en el proceso de excitación no es significativa. Por lo que una buena aproximación (Teoría Semiclásica de COULEX) consiste en considerar que la interacción responsable de la excitación del núcleo es exclusivamente la fuerza electromagnética, dependiente del tiempo, que existe entre los dos núcleos vistos como distribuciones clásicas de carga positiva.

B. Mottelson [1] fue el primero en reconocer que la Excitación Coulombiana constituye una importante herramienta para estudiar movimientos colectivos del núcleo. El proceso fue observado por primera vez en 1953 [2, 3] y desempeñó un papel de primordial importancia en el desarrollo del modelo colectivo de Bohr y Mottelson [4, 5], en el cual la función de onda del núcleo depende explícitamente de los parámetros que describen la forma del campo nuclear.

Los primeros experimentos de Excitación Coulombiana utilizaron iones ligeros como proyectiles, por lo que la intensidad de la interacción electromagnética involucrada fue considerablemente débil, sin embargo a través de estos estudios fue posible identificar los niveles más bajos de las bandas rotacionales y vibracionales de un gran número de núcleos. Cuando la aceleración de iones pesados fue posible, la interacción electromagnética llegó a ser lo suficientemente fuerte como para inducir excitaciones mucho más violentas, compuestas generalmente de varias etapas. Y gracias también al desarrollo de arreglos de detectores de rayos- $\gamma$ , de partículas cargadas ligeras y de iones pesados, con una cobertura de ángulo sólido cercana a  $4\pi$ , se ha conseguido estudiar estados colectivos de momento angular grande y bandas de transiciones cuadrupolares.

El empleo del mecanismo de COULEX sobre otros indicadores empleados en el estudio de la estructura del núcleo tiene la ventaja de que la interacción responsable del proceso de excitación es bien conocida, existe un formalismo bien establecido para su descripción y es independiente de suposiciones acerca de la interacción nuclear. Los estados nucleares más fuertemente poblados en un experimento de COULEX son los estados colectivos, que son resultado del movimiento coherente (rotación o vibración) de carga en el núcleo. Este movimiento colectivo incrementa considerablemente las propiedades eléctricas de los estados nucleares y, como resultado, su Excitación Coulombiana es muy favorable.

Esta particular selectividad de población hace que la sección eficaz medida utilizando COULEX sea un indicador prominente de los grados de libertad colectivos del núcleo. Así por ejemplo, la energía de excitación y las probabilidades de transiciones cuadrupolares eléctricas (valores  $B(E2)$ ) determinadas mediante COULEX en núcleos par-par, proporcionan una medida directa de la colectividad de protones en el núcleo, mientras que en núcleos par-impar dichas cantidades dan información acerca de la estructura de partícula independiente y de como estos grados de libertad están conectados a los estados colectivos. Por su parte, los momentos multipolares eléctricos de los estados excitados, proporcionan una sensitiva y directa medida de la deformación nuclear. Información acerca de los momentos cuadrupolares estáticos  $Q_2$  usando COULEX puede obtenerse midiendo por ejemplo la sección eficaz relativa a diferentes proyectiles o a diferentes ángulos de dispersión, o bien evaluando el cambio en la distribución angular que resulta de transiciones inducidas entre los diferentes subestados magnéticos de los estados excitados (efecto de reorientación). Los momentos cuadrupolares eléctricos especifican si la deformación cuadrupolar del núcleo es oblata o prolata, los momentos octupolares son sensibles a la deformación octupolar, formas de pera, mientras que los momentos hexadecapolares y superiores son sensibles a deformaciones más complicadas. Técnicas más especializadas [6] se utilizan para determinar la respuesta del estado de polarización del núcleo excitado, a la influencia de un campo magnético externo. El cambio que sufre la distribución angular debido a dichas perturbaciones externas es una medida del momento magnético del núcleo.

El uso de Excitación Coulombiana, en combinación con los recientemente desarrollados haces de iones radioactivos, ofrece una poderosa herramienta para el estudio de la estructura de núcleos lejos del valle de estabilidad. Las altas secciones eficaces de este mecanismo (1-500 mb) permite el uso de haces radioactivos a pesar de sus bajas intensidades, del orden de  $10^3$ - $10^5$  partículas/seg. En este Capítulo se presentan los aspectos más importantes de la teoría de Excitación Coulombiana <sup>1</sup>, que se consideran de ayuda en el análisis de los resultados experimentales, acerca del estudio de las propiedades colectivas (medición de sus valores  $B(E2)$ ) en núcleos con exceso de neutrones en la región de masa  $A \sim 80$  utilizando haces de iones radioactivos.

---

<sup>1</sup>Una descripción más detallada del formalismo teórico de COULEX se encuentra en [7, 8]

## 2.2 Formalismo de la Teoría Semiclásica

El tratamiento Semiclásico de Excitación Coulombiana consiste en utilizar el formalismo de mecánica clásica, para describir la trayectoria que siguen el proyectil y el blanco, y combinarlo con la solución a la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, la cual determina las amplitudes de probabilidad bajo la suposición de que la única interacción responsable de la excitación del núcleo es la interacción electromagnética.

La aproximación es aplicable cuando la energía de bombardeo es menor que la energía de la barrera Coulombiana <sup>2</sup> de forma que el efecto de la interacción nuclear sobre el proceso de excitación no es apreciable. Esta condición puede expresarse utilizando el parámetro de Sommerfeld,  $\eta$ , en la forma siguiente

$$\eta \gg 1. \quad (2.1)$$

En términos de la longitud de onda del movimiento relativo  $\lambda = \hbar/\mu v$  y la distancia de máximo acercamiento en una colisión frontal  $b = 2a = 2Z_1Z_2e^2/\mu v^2$ , el parámetro  $\eta$  está dado por

$$\eta = \frac{b}{2\lambda} = \frac{Z_1Z_2e^2}{\hbar v}, \quad (2.2)$$

en donde  $eZ_1$  es la carga del proyectil,  $eZ_2$  es la carga del blanco,  $\mu = m_1m_2/(m_1 + m_2)$  es la masa reducida de los núcleos y  $v$  es la velocidad inicial del proyectil. La condición (2.1) asegura que la longitud de onda del proyectil es mucho menor que la distancia de máximo acercamiento en una colisión frontal, por lo que la dispersión puede describirse en términos de paquetes de onda que siguen la trayectoria hiperbólica clásica de forma precisa y tienen dimensiones pequeñas comparadas con la dimensión de dicha trayectoria.

Condiciones extras que aseguran la validez de la descripción semiclásica se obtienen de requerir que la transferencia de energía y de momento angular durante la colisión no afecten apreciablemente el movimiento de los iones. Denotando la energía de desexcitación del núcleo entre los estados  $|n\rangle$  y  $|0\rangle$  como  $\Delta E_n = E_n - E_0$ , la primera condición antes mencionada puede expresarse pidiendo que  $\Delta E_n$  sea pequeña comparada con la energía inicial de bombardeo  $E$  (que en el sistema del centro de masa esta relacionada con  $v$  a través de la expresión  $E = \mu v^2/2$ ), de forma que esta pérdida no modifique significativamente la órbita,

$$\frac{\Delta E_n}{E} \ll 1. \quad (2.3)$$

Aunque esta condición no es valida para todos los estados, en la práctica se cumple para aquellos niveles de energía que tienen una probabilidad de excitación apreciable. Esto se debe a que para procesos inelásticos débiles, como los que se estudian en este trabajo, la excitación de un estado es posible únicamente si la frecuencia del proceso,  $\Delta E_n/\hbar$ , es menor o del mismo orden de magnitud que la cantidad  $1/\tau$ , en donde  $\tau$  denota el tiempo

---

<sup>2</sup>ver Apéndice A

de colisión y puede estimarse como el tiempo que le toma al proyectil viajar una distancia del orden de la distancia de máximo acercamiento para un ángulo de dispersión  $\vartheta$ , la cual está dada por la expresión

$$b(\vartheta) = a \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\vartheta}{2}} \right). \quad (2.4)$$

Se definen entonces

$$\tau(\vartheta) = \frac{b(\vartheta)}{2v} \quad \text{y} \quad \xi_{0 \rightarrow n}(\vartheta) = \frac{\Delta E_n}{\hbar} \tau(\vartheta). \quad (2.5)$$

En particular para  $\vartheta = \pi$  se suele adoptar la notación

$$\xi_{0n} \equiv \xi_{0 \rightarrow n}(\pi) = \frac{\Delta E_n}{\hbar} \frac{a}{v}, \quad (2.6)$$

por lo que la condición sobre la energía se escribe como

$$\xi_{0n} \leq 1. \quad (2.7)$$

Reescribiendo el lado izquierdo de la ecuación (2.3) en la forma

$$\frac{\Delta E_n}{E} = \frac{2\xi_{0n}}{\eta}, \quad (2.8)$$

se aprecia que la relación (2.7) se satisface automáticamente, de acuerdo a (2.1), para todos los estados que tienen una probabilidad de excitación apreciable.

Para que la influencia del momento angular transferido,  $\Delta l$ , sobre el movimiento de los iones sea despreciable, basta requerir que

$$\frac{\Delta l}{l} \ll 1, \quad (2.9)$$

en donde  $l$  denota el momento angular orbital total, que puede aproximarse como

$$l \approx \mu v a = \hbar \eta. \quad (2.10)$$

Cuando la interacción entre los iones es débil y la teoría de perturbaciones es aplicable,  $\Delta l$  puede estimarse como  $\Delta l \leq \lambda \hbar$  donde  $\lambda$  es la multipolaridad del potencial de interacción. En este caso se aprecia que (2.9) se cumple automáticamente, si (2.1) se satisface.

En la literatura existen múltiples aproximaciones para la descripción del proceso de excitación electromagnética, valiosas para tener un mejor entendimiento de la naturaleza de este proceso, sin embargo la mayoría de dichos resultados son dependientes de un modelo nuclear específico o no son viables de utilizarse en la práctica. El resumen del formalismo de COULEX que se presenta a continuación, está limitado únicamente a los aspectos que se utilizan en la práctica para el cálculo de las secciones eficaces, independientemente del modelo nuclear utilizado.

El estado del proyectil al tiempo  $t$ ,  $|\psi(t)\rangle$ , se encuentra determinado por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle, \quad (2.11)$$

donde en general, el operador Hamiltoniano  $H(t)$  está dado por

$$H(t) = H_1 + H_2 + W(1, 2, \mathbf{r}(t)). \quad (2.12)$$

Adoptando la convención de utilizar el índice 1 para referirse al blanco y 2 al proyectil,  $H_1$  y  $H_2$  representan los Hamiltonianos de los núcleos libres proyectil y blanco, respectivamente mientras que  $\mathbf{r}(t)$  es el vector de posición relativa entre los centros de masa de los núcleos. Bajo las condiciones del formalismo semiclásico se tiene que  $|\dot{\mathbf{r}}|/c \ll 1$ , y resulta una buena aproximación despreciar los efectos relativistas así como el retraso del campo electromagnético, con lo cual la interacción  $W(1, 2, \mathbf{r}(t))$  puede separarse en la forma siguiente <sup>3</sup>

$$W(1, 2, \mathbf{r}(t)) = W_E(1, 2) + W_M(1, 2) + W_{EM}(1, 2), \quad (2.13)$$

en donde se ha simplificado la notación haciendo implícito que todos los sumandos de la ecuación anterior dependen del tiempo a través de la dependencia que presenta el vector  $\mathbf{r}(t)$ . El término  $W_E(1, 2)$  en (2.13) representa la interacción mutua entre los multipolos eléctricos del proyectil y los multipolos eléctricos del blanco, análogamente  $W_M(1, 2)$  es la interacción magnética multipolo-multipolo, mientras que  $W_{EM}(1, 2)$  representa la interacción entre los momentos multipolares eléctricos y magnéticos. Las expresiones explícitas de estas interacciones son las siguientes

$$W_E(1, 2) = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \\ \mu_1, \mu_2}} c(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \mathcal{M}_1(E\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(E\lambda_2, \mu_2) \frac{1}{r^{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}} Y_{\lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (2.14)$$

$$W_M(1, 2) = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \\ \mu_1, \mu_2}} c(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \mathcal{M}_1(M\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(M\lambda_2, \mu_2) \frac{1}{r^{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}} Y_{\lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (2.15)$$

---

<sup>3</sup>Ver Apéndice B para mayores detalles

mientras que

$$W_{EM}(1, 2) =$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \\ \mu_1, \mu_2, \mu}} ic(\lambda_1, \lambda_2) [\mathcal{M}_1(E\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(M\lambda_2, \mu_2) - \mathcal{M}_1(M\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(E\lambda_2, \mu_2)] \\ & \times \frac{\dot{\mathbf{r}}}{c} \frac{1}{r^{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}} \left[ \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \left[ \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right]^{\frac{1}{2}} \Phi_{\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}) \right. \\ & \quad \left. - \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 - 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \left[ \frac{\lambda_1}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \right]^{\frac{1}{2}} \Phi_{\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2 - 1, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}) \right], \end{aligned} \quad (2.16)$$

en donde  $\mathcal{M}(E\lambda, \mu)$  y  $\mathcal{M}(M\lambda, \mu)$  denotan los momentos multipolares eléctricos y magnéticos, respectivamente que están definidos como

$$\mathcal{M}(E\lambda, \mu) = \int \rho(\mathbf{r}) r^\lambda Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau, \quad (2.17)$$

$$\mathcal{M}(M\lambda, \mu) = \frac{-i}{(\lambda + 1)c} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) r^\lambda \cdot \mathbf{L} Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau, \quad (2.18)$$

con  $\mathbf{L} = -i\mathbf{r} \times \nabla$ , y el coeficiente  $c(\lambda_1, \lambda_2)$  está dado por

$$c(\lambda_1, \lambda_2) = (-)^{\lambda_2} (4\pi)^{3/2} \left[ \frac{(2\lambda_1 + 2\lambda_2)!}{(2\lambda_1 + 1)! (2\lambda_2 + 1)!} \right]^{1/2}, \quad (2.19)$$

mientras que  $\Phi_{\lambda, JM}$  en la ecuación (2.16) es el armónico esférico sólido

$$\Phi_{\lambda JM} = \sum_{\mu q} \langle \lambda \mu, 1q | JM \rangle Y_{\lambda \mu}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{e}}_q, \quad (2.20)$$

es decir, un tensor de rango  $J$  y componente  $M$  que resulta del acoplamiento de los armónicos esféricos  $Y_{\lambda \mu}$  y los vectores unitarios esféricos

$$\hat{\mathbf{e}}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_x \pm i\hat{\mathbf{e}}_y), \quad (2.21)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_0 = \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (2.22)$$

En la práctica, los términos de orden multipolar muy grande tienen una contribución depreciable a  $W(1, 2, \mathbf{r}(t))$ . Por ejemplo, en el término puramente eléctrico  $W_E(1, 2)$ , la

interacción más importante corresponde al término monopolo-monopolo, que es la energía Coulombiana puntual  $Z_1 Z_2 e^2 / r$ . Esta interacción no contribuye a la excitación de los núcleos, debido a que no depende de los grados de libertad intrínsecos de los mismos, sin embargo, determina el movimiento relativo de sus centros de masas. Los siguientes términos en importancia en (2.14) son aquellos que describen: *i.* la interacción entre el momento monopolar del blanco  $\lambda_2 = 0$  y los momentos multipolares eléctricos del proyectil ( $\lambda_1 \geq 2$ ), que dan origen a la excitación Coulombiana del proyectil, y *ii.* los términos que describen la interacción del momento monopolar del proyectil  $\lambda_1 = 0$  con los momentos multipolares eléctricos ( $\lambda_2 \geq 2$ ) del blanco que excitan al blanco. De los sumandos que contienen momentos multipolares magnéticos, los más grandes usualmente son los términos monopolo-multipolo en  $W_{EM}(1, 2)$ , que son proporcionales ya sea al momento monopolar eléctrico del blanco o del proyectil y dan origen, respectivamente, a la excitación magnética del proyectil o del blanco. Sin embargo, estos términos son proporcionales a  $v/c$  y en la aproximación semiclásica resultan despreciables. Finalmente se tiene interacciones entre multipolos de orden superior los cuales dan origen a excitaciones dipolo-multipolo, cuadrupolo-multipolo, etc. Esas excitaciones se suelen englobar bajo el nombre de *excitación mutua* y son muy pequeñas, por lo que usualmente no se consideran.

En particular para las energías de bombardeo utilizadas en los experimentos que se discuten en este trabajo, los efectos de las interacciones  $W_M(1, 2)$  y  $W_{EM}(1, 2)$ , así como los términos de  $W_E(1, 2)$  que producen excitación mutua resultan despreciables por lo que la forma de  $W(1, 2, \mathbf{r}(t))$  se simplifica considerablemente y puede escribirse como

$$W(1, 2, \mathbf{r}(t)) = V_E(1, \mathbf{r}(t)) + V_E(2, \mathbf{r}(t)) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r(t)}, \quad (2.23)$$

con

$$V_E(j, \mathbf{r}(t)) = \sum_{\substack{\lambda \geq 1 \\ \mu}} \frac{4\pi Z_k e}{(2\lambda + 1)} \frac{(-)^\mu}{[r(t)]^{\lambda+1}} \mathcal{M}_j(E\lambda, -\mu) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}(t)), \quad (2.24)$$

en donde se ha escrito explícitamente la dependencia temporal proveniente de  $\mathbf{r}(t)$ , y en la expresión (2.24), el índice  $j = 1$  corresponde a  $k = 2$  y es la interacción monopolo (blanco)- multipolo (proyectil) que da origen a la excitación del proyectil, mientras que cuando  $j = 2$  entonces  $k = 1$  y corresponde a la excitación del blanco. En resumen se tiene entonces que el operador Hamiltoniano bajo esta aproximación tiene la forma

$$H(t) = H_1(t) + H_2(t) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r(t)}, \quad (2.25)$$

en donde se ha denotado

$$H_j(t) = H_j + V_E(j, \mathbf{r}(t)), \quad (2.26)$$

con  $j = 1, 2$ , siendo  $H_1$  y  $H_2$  los Hamiltonianos de los núcleos libres proyectil y blanco, respectivamente y la definición (2.24) para las interacciones eléctricas monopolo-multipolo.

Debido a que las energías cinéticas de los centros de masa, así como la interacción eléctrica monopolo-monopolo determinan el movimiento clásico, incluido en  $\mathbf{r}(t)$ , los términos correspondientes pueden dejarse fuera de (2.25), y en la práctica escribir  $H(t)$  como la suma de dos operadores independientes que determinan la excitación del proyectil y la excitación del blanco. Las soluciones de la ecuación (2.11) pueden entonces expresarse como un producto directo de estados,  $|\psi(t)\rangle = |\psi_1(t)\rangle |\psi_2(t)\rangle$  del proyectil y del blanco, que al tiempo  $t$  están determinados por la ecuación

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_j(t)\rangle = [H_j^0 + V_E(j, \mathbf{r}(t))] |\psi_j(t)\rangle, \quad (2.27)$$

donde  $H_j^0$ , con  $j = 1, 2$  representan los Hamiltonianos intrínsecos de los núcleos. La unicidad de la soluciones a (2.27) está determinada por la condición inicial en  $t = -\infty$ , instante en el que la separación entre los núcleos es muy grande, y puede expresarse como

$$|\psi(-\infty)\rangle = |0_1\rangle |0_2\rangle, \quad \text{o equivalentemente} \quad |\psi_j(-\infty)\rangle = |0_j\rangle, \quad (2.28)$$

donde  $|0_j\rangle$  denotan los estados base de los núcleos. Por simplicidad en la notación, considerese en particular el caso de la excitación del proyectil. Para resolver la ecuación (2.27) se utiliza el formalismo de teoría de perturbaciones dependiente del tiempo en la mecánica cuántica. Usando como base no perturbada al conjunto de eigenestados del núcleo libre

$$H_1|n\rangle = E_n|n\rangle, \quad (2.29)$$

en donde  $E_n$  es la energía correspondiente al  $n$ -ésimo eigenestado del proyectil. La solución de la ecuación de Schrödinger (2.27) está dada como una combinación lineal de los eigenestados no perturbados, con amplitudes que dependen del tiempo en la forma

$$|\psi_1(t)\rangle = \sum_n a_n(t) e^{-iE_n t/\hbar} |n\rangle \quad (2.30)$$

Substituyendo esta expresión en (2.27), se encuentra que las amplitudes de excitación deben satisfacer el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas

$$i\hbar \dot{a}_n(t) = \sum_k \langle n | V_E(1, \mathbf{r}(t)) | k \rangle \exp \left[ \frac{i(E_n - E_k)t}{\hbar} \right] a_k(t), \quad (2.31)$$

En la práctica, este es el sistema que debe resolverse para encontrar  $|\psi_1(t)\rangle$ . Sin embargo para hacerlo es conveniente reescribir el lado derecho de (2.31) de forma que los cálculos numéricos se simplifiquen. Un primer paso, consiste en sustituir la variable de tiempo  $t$  por un parámetro  $w$ , que se define a través de las relaciones siguientes

$$t = \frac{a}{v} (\varepsilon \sinh w + w), \quad (2.32)$$

$$r_1(t) = a (\varepsilon \cosh w + 1), \quad (2.33)$$

en donde,  $a$  es un medio de la distancia de máximo acercamiento en una colisión frontal y  $\varepsilon$  denota la excentricidad de la órbita hiperbólica, que en términos de  $\vartheta$ , el ángulo de dispersión en el sistema centro de masas, está dada por

$$\varepsilon = \frac{1}{\sin(\vartheta/2)}. \quad (2.34)$$

Sustituyendo en (2.31) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{da_n(w)}{dw} &= \frac{4\pi Z_2 e}{i\hbar v} \sum_{\lambda, \mu, k} \frac{Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}_1(w)) \exp[i \xi_{nk} (\varepsilon \sinh w + w)]}{a^\lambda (\varepsilon \cosh w + 1)^\lambda (2\lambda + 1)} \\ &\times \langle I_k, M_k | \mathcal{M}(E\lambda, \mu) | I_n, M_n \rangle a_k(w), \end{aligned} \quad (2.35)$$

en donde los estados del núcleo,  $|j\rangle$ , han sido especificados por sus números cuánticos  $I_j$  y  $M_j$ . Utilizando el teorema de Wigner-Eckart, los elementos de matriz pueden factorizarse en un término que depende de la geometría (dado por los coeficientes de Clebsh-Gordan [10] o equivalentemente por los coeficientes-3j [11]) y un elemento de matriz reducido, independiente de los números cuánticos magnéticos  $M_j$

$$\langle I_k M_k | i^\lambda \mathcal{M}(E\lambda, \mu) | I_n M_n \rangle = (-)^{I_k - M_k} \begin{pmatrix} I_k & \lambda & I_n \\ -M_k & \mu & M_n \end{pmatrix} \langle I_k || i^\lambda \mathcal{M}(E\lambda) || I_n \rangle. \quad (2.36)$$

Elijiendo las fases de las funciones, de tal forma que los elementos de matriz reducidos cumplan con la condición

$$M_{nk}^{(\lambda)} \equiv \langle I_k || i^\lambda \mathcal{M}(E\lambda) || I_n \rangle = (-)^{\lambda + I_n - I_k} \langle I_n || i^\lambda \mathcal{M}(E\lambda) || I_k \rangle, \quad (2.37)$$

el sistema de ecuaciones (2.35) puede reescribirse como

$$\frac{da_r(w)}{dw} = -i \sum_{\lambda, \mu, k} \frac{1}{i^\lambda} Q_{\lambda\mu}(\xi_{nk}, w) \zeta_{kn}^{(\lambda)} a_k(w), \quad (2.38)$$

bajo las definiciones siguientes

$$\xi_{nk} = \frac{a}{\hbar v} (E_n - E_k), \quad (2.39)$$

$$\chi_{k \rightarrow n}^{(\lambda)} = \frac{(16\pi)^{\frac{1}{2}} (\lambda - 1)!}{(2\lambda + 1)!!} \frac{Z_1 e}{\hbar v} \frac{\langle I_k || i^\lambda \mathcal{M}(E\lambda) || I_n \rangle}{a^\lambda (2I_k + 1)^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.40)$$

$$\zeta_{nk}^{(\lambda)} = \left( \frac{2\lambda + 1}{2I_k + 1} \right)^{\frac{1}{2}} (-)^{I_k - M_k} \begin{pmatrix} I_k & \lambda & I_n \\ -M_k & \mu & M_n \end{pmatrix} \chi_{k \rightarrow n}^{(\lambda)}, \quad (2.41)$$

$$Q_{\lambda\mu}(\xi_{nk}, w) = \frac{(2\lambda - 1)!!}{(\lambda - 1)!} \left[ \frac{\pi}{2\lambda + 1} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}_1(w)) \exp[i \xi_{nk} (\varepsilon \sinh w + w)]}{(\varepsilon \cosh w + 1)^\lambda}. \quad (2.42)$$

en donde, el modulo al cuadrado del parámetro  $\chi_{k \rightarrow n}^{(\lambda)}$  mide la probabilidad de excitación de multipolaridad  $\lambda$  entre los estados  $|k\rangle$  y  $|n\rangle$  para  $\vartheta = \pi$  y  $\xi_{nk} = 0$ . Una simplificación adicional para resolver (2.38), se obtiene eligiendo un sistema de referencia adecuado. El sistema que conviene elegir en este caso, es aquel cuyo eje  $z$  bisecta el ángulo que forma el vector  $\mathbf{v}_f$ , velocidad final relativa y  $-\mathbf{v}_i$  el negativo de la velocidad inicial y cuyo eje  $x$  es perpendicular al plano de la orbita, y coincide en dirección con el vector  $\mathbf{v}_i \times \mathbf{v}_f$  (ver Figura 2.1), es decir,

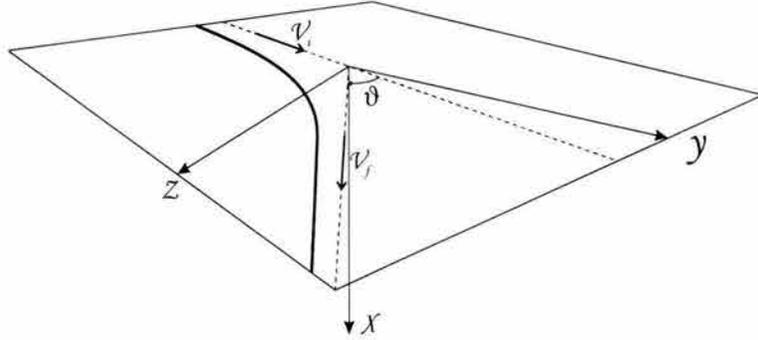


Figura 2.1: Sistema de coordenadas utilizado para resolver las ecuaciones diferenciales.

$$\begin{aligned} x_1 &= 0, \\ y_1 &= a(\varepsilon^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \sinh w, \\ z_1 &= a(\cosh w + \varepsilon). \end{aligned} \quad (2.43)$$

En dicho sistema, la simetría

$$Q_{\lambda\mu}(\xi, w) = Q_{\lambda-\mu}(\xi, w), \quad (2.44)$$

en la función  $Q_{\lambda\mu}$  simplifica la solución del sistema.

En este trabajo, la integración numérica de las ecuaciones (2.38) se consiguió utilizando el programa de cómputo desarrollado por A. Winther y J. de Boer [7, 9] para COULEX. Este programa, escrito en Fortran, utiliza una combinación del procedimiento de integración de Runge-Kutta-Gill y la rutina de Adams-Moulton para la integración. Los detalles acerca de las etapas que sigue el programa, así como de las rutinas pueden encontrarse en la referencia original [8, 9] y citas en ella. En la práctica, los datos de entrada que deben suministrarse al programa consisten en: los parámetros de control de las rutinas, el número de masa  $A$  y el número atómico  $Z$  de los núcleos proyectil y blanco,  $E$  la energía de bombardeo, las energías  $E_n$  de los niveles del núcleo que se excita, así como los elementos de matriz reducidos,  $M_{nk}^{(\lambda)}$ , de la matriz de momentos eléctricos multipolares. La amplitud de excitación del estado  $r$  a partir del estado inicial  $l$  esta determinada por

la solución de (2.38) bajo las condiciones iniciales  $a_r(+\infty)$  y  $a_s(-\infty) = \delta_{ls}$ . Denotando esta amplitud de excitación como  $a_{r,l}$  o  $a_{I_r, M_r}(M_l)$ , se observa que la evaluación de cantidades como: secciones eficaces, distribuciones angulares y polarizaciones se reducen a un problema de álgebra de momento angular. En particular, la probabilidad de excitación del estado  $|I_n, M_n\rangle$  a partir del estado base, no polarizado, está dada por la expresión

$$P(n) = P(0 \rightarrow n, \xi_{0n}, \chi_{0n}^{(\lambda)}) = \frac{1}{2I_0 + 1} \sum_{M_0, M_n} |a_{I_n, M_n}(M_0)|^2, \quad (2.45)$$

en donde por simplicidad en la notación, es usual omitir la dependencia que tiene la probabilidad respecto de los parámetros  $\xi_{0n}$  y  $\chi^{(\lambda)}$  a través de las amplitudes de probabilidad  $a_{I_n, M_n}$ . La sección eficaz diferencial en el sistema centro de masa, se obtiene multiplicando  $P(n)$  por la sección eficaz de Rutherford.

$$\left( \frac{d\sigma(n)}{d\Omega} \right)_{\text{COULEX}} = P(n) \frac{a^2}{4} \sin^{-4}(\vartheta/2), \quad (2.46)$$

Un aspecto importante acerca de esta descripción semiclásica de COULEX es que se desprecia la pérdida de energía que sufre el proyectil en la colisión. El cambio que se obtiene al calcular las amplitudes de probabilidad  $a_n$  con la velocidad relativa después de la excitación, en vez de la velocidad de bombardeo, da origen a una incertidumbre en el resultado semiclásico, que en principio va más allá del alcance de la teoría, pues básicamente es un efecto cuántico que no puede ser incorporado en el tratamiento clásico debido a que el momento en el cual ocurre una pérdida de energía está indeterminado. Esta incertidumbre es especialmente importante para estados excitados con alto momento angular, debido a que la sección eficaz depende sensiblemente de  $\xi$ .

Bajo un tratamiento puramente cuántico se observa sin embargo que en la aproximación de teoría de perturbaciones a primer orden, y como consecuencia de la invariancia ante reflexión temporal, se tiene que la sección eficaz de Excitación Coulombiana puede escribirse en la forma

$$d\sigma = \frac{v_f}{v_i} F(v_i, v_f), \quad (2.47)$$

donde  $v_i$  es la velocidad inicial,  $v_f$  es la velocidad final y  $F$  es una función simétrica ante el intercambio de  $v_i$  con  $v_f$ . Esto implica que una mejora al tratamiento clásico puede obtenerse si la velocidad  $v$  se interpreta como un promedio adecuado de las velocidades inicial y final, y se corrigen las expresiones para las secciones eficaces por un factor  $v_f/v_i$ .

De esta forma, en vez de la mitad de la distancia de máximo acercamiento  $a$ , se introduce el parámetro  $a_{if}$  definido por

$$a_{if} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\mu v_i v_f}, \quad (2.48)$$

que es simétrico en las velocidades inicial y final. La principal dependencia que tiene la sección eficaz con respecto a la velocidad entra a través del parámetro  $\xi$ , cuya expresión

simetrizada está dada por (ver 2.6)

$$\xi_{if} = \frac{\Delta E}{\hbar} \frac{a_{if}}{(v_i + v_f)/2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar} \left( \frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_i} \right) = \eta_f - \eta_i, \quad (2.49)$$

en donde se utilizó  $\Delta E = \frac{1}{2} \mu (v_i^2 - v_f^2)$ . Análogamente para los parámetros  $\chi_{i \rightarrow f}^{(\lambda)}$  se tiene

$$\chi_{i \rightarrow f}^{(\lambda)} = \frac{(16\pi)^{\frac{1}{2}} (\lambda - 1)!}{(2\lambda + 1)!!} \frac{Z_1 e}{\hbar (v_i v_f)^{1/2}} \frac{\langle f || i^\lambda \mathcal{M}(E\lambda) || i \rangle}{a_{if}^\lambda (2I_f + 1)^{\frac{1}{2}}}. \quad (2.50)$$

Finalmente, la expresión para la sección eficaz diferencial en el centro de masas es

$$d\sigma(i \rightarrow f) = \frac{v_f}{v_i} P(i \rightarrow f, \xi_{if}, \chi_{if}^{(\lambda)}) \frac{a_{if}^2}{4} \sin^{-4} \left( \frac{\vartheta}{2} \right) d\Omega. \quad (2.51)$$

Este procedimiento conduce a resultados que concuerdan muy cercanamente con los resultados del tratamiento cuántico de Excitación Coulombiana utilizando teoría de perturbaciones a primer orden.

## 2.3 Cinemática Inversa

Tradicionalmente al hablar de Excitación Coulombiana se piensa en una reacción de cinemática normal, es decir, un núcleo blanco excitado usando un haz de iones con masa menor que la del blanco. Sin embargo, con la reciente disponibilidad de haces de iones radioactivos, la situación inversa es decir la excitación de un proyectil más pesado que el núcleo blanco es más común.

La descripción de la cinemática de la reacción usualmente se simplifica utilizando las expresiones para la colisión entre dos cuerpos. Las cantidades que resultan importantes en la práctica, son los valores de las energías cinéticas y ángulos de dispersión de las partículas en el sistema de referencia del laboratorio, así como la relación entre los ángulos en el sistema centro de masas y el laboratorio. La deducción de las expresiones analíticas para dichas cantidades pueden obtenerse utilizando las relaciones de conservación de energía y momento lineal.

En la Figura 2.2 y en la Tabla 2.1 se presenta un resumen de las relaciones cinemáticas que existen entre las velocidades del centro de masas y el laboratorio.  $E$  representa la energía inicial de bombardeo en el laboratorio<sup>4</sup>, y  $v_f$  la magnitud de la velocidad relativa después de la colisión  $v_f = |\vec{w}'_p - \vec{w}'_b|$  que puede expresarse como

$$v_f = \left[ \frac{2\tilde{E}'}{m_p} \right]^{1/2}, \quad \text{con} \quad \tilde{E}' = E - \Delta E \left( 1 + \frac{m_p}{m_b} \right), \quad (2.52)$$

<sup>4</sup> Ver Apendice C.

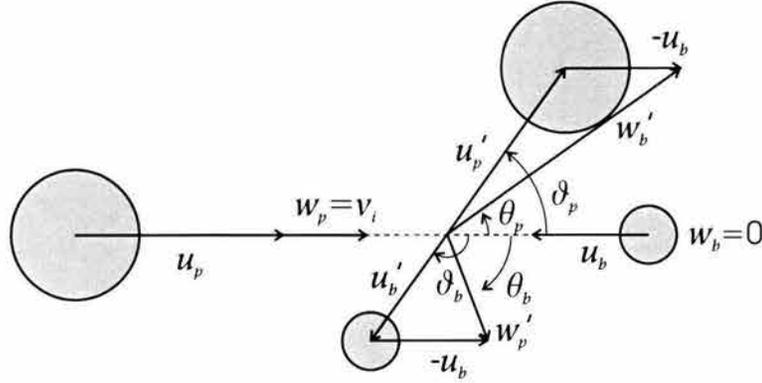


Figura 2.2: Diagrama de velocidades del proyectil y blanco antes y después de la colisión. Las velocidades en el centro de masas se denotan como  $u$  y  $u'$  respectivamente, mientras que las velocidades en el sistema del laboratorio están denotadas como  $w$  y  $w'$  respectivamente. Los subíndices  $p$  y  $b$  corresponden a proyectil y blanco.

en donde  $\Delta E$  es la energía total de excitación. La conexión entre los ángulos de dispersión  $\theta$  y  $\vartheta$  puede escribirse como

$$\frac{\sin(\vartheta_b - \theta_b)}{\sin \theta_b} = \left[ \frac{E}{\tilde{E}'} \right]^{1/2} \equiv \tilde{\tau}, \quad (2.53)$$

$$\frac{\sin(\vartheta_p - \theta_p)}{\sin \theta_p} = \frac{m_p}{m_b} \left[ \frac{E}{\tilde{E}'} \right]^{1/2} \equiv \tau. \quad (2.54)$$

En el caso de cinemática inversa, el valor de  $\tau > 1$  y es conveniente reescribir (2.53) en la forma

$$\tan \theta_p = \frac{\sin \vartheta_p}{\cos \vartheta_p + \tau}, \quad (2.55)$$

que puede ilustrarse gráficamente como se muestra en la Figura 2.3, para los tres casos:  $\tau < 1$ ,  $\tau = 1$  y  $\tau > 1$ . Para  $\tau > 1$ , puede verse directamente de la Figura que existe un ángulo máximo de dispersión en el laboratorio, dado por  $\sin \theta_{\max} = 1/\tau$ . Y para cada  $\theta_p$  puede tenerse

$$\sin \theta_p \begin{cases} > 1/\tau, & \text{no existe solución,} \\ = 1/\tau, & \vartheta_p = \frac{\pi}{2} + \theta_p, \\ < 1/\tau, & \text{dos soluciones.} \end{cases} \quad (2.56)$$

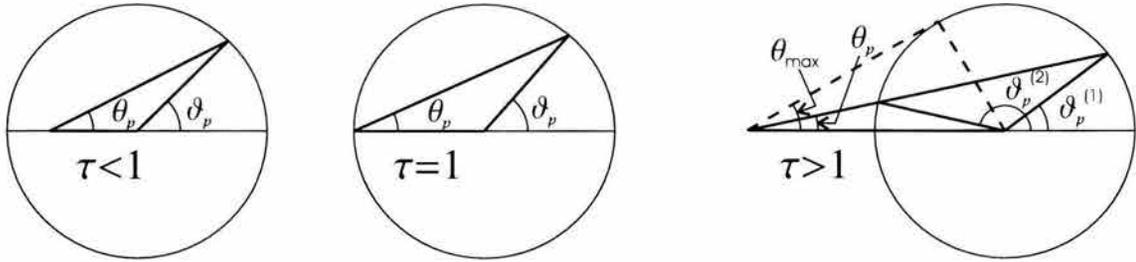
Las energías del proyectil y el blanco en el sistema de laboratorio, después de la colisión pueden escribirse entonces como

$$E'_p = \left( \frac{m_b}{m_p + m_b} \right)^2 (1 + \tau^2 + 2\tau \cos \vartheta_p) \tilde{E}', \quad (2.57)$$

$$E'_b = \frac{m_b m_p}{(m_p + m_b)^2} (1 + \tilde{\tau}^2 + 2\tilde{\tau} \cos \vartheta_p) \tilde{E}', \quad (2.58)$$

SISTEMA DE LABORATORIO	SISTEMA CENTRO DE MASAS
antes de la colisión	antes de la colisión
$w_p = v_i = \left[ \frac{2E}{m_p} \right]^{1/2}$	$u_p = \frac{m_b}{m_p+m_b} v_i$
$w_b = 0$	$u_b = -\frac{m_p}{m_p+m_b} v_i$
después de la colisión	después de la colisión
$w_p' = \frac{m_b}{m_p+m_b} \frac{\sin \vartheta_p}{\sin \theta_p} v_f$	$u_p' = \frac{m_b}{m_p+m_b} v_f$
$w_b' = \frac{m_p}{m_p+m_b} \frac{\sin \vartheta_b}{\sin \theta_b} v_f$	$u_b' = \frac{m_p}{m_p+m_b} v_f$

Tabla 2.1: Conexión entre las velocidades en el sistema de laboratorio y el sistema de centro de masas.

Figura 2.3: Conexión entre los ángulos de dispersión en el laboratorio  $\theta_p$  y en el centro de masas  $\vartheta_p$ .

y finalmente, la conexión entre los elementos de ángulo sólido en el centro de masa  $d\Omega$  y en el laboratorio  $d\omega$  es

$$\frac{d\omega_i}{d\Omega_i} = \frac{\sin^2 \theta_i |\cos(\vartheta_i - \theta_i)|}{\sin \vartheta_i}, \quad (2.59)$$

donde el índice  $i = p, b$ , para denotar los ángulos del proyectil o del blanco respectivamente.

# Capítulo 3

## Haces de Iones Radioactivos

La parte experimental de este trabajo se realizó en el Laboratorio Holifield de Haces de Iones Radioactivos (HRIBF)<sup>1</sup> que forma parte de la División de Física del Laboratorio Nacional de Oak Ridge, en Tennessee EUA. Este laboratorio es la primera instalación ISOL en el mundo, capaz de acelerar haces de iones radioactivos (RIBs) con exceso de neutrones a energías cercanas a la barrera Coulombiana. En este capítulo se presenta una descripción de las principales etapas que requiere la producción de estos haces en HRIBF. Una de las principales razones del interés tan generalizado de la comunidad de física nuclear en este tipo de haces, es que su utilización permite estudiar núcleos que son inaccesibles a través del uso de haces estables (SIBs).

### 3.1 Producción de RIBs

Actualmente existen dos formas de producción de haces de iones radioactivos que son complementarias:

1. Fragmentación del proyectil PF (Projectile Fragmentation). Consiste en la producción de isótopos de vida media muy corta en reacciones nucleares periféricas. Los haces primarios que se utilizan son haces estables de iones pesados, que son fragmentados al pasar a través de un blanco delgado. El haz radioactivo de interés se obtiene mediante un separador de fragmentos que filtra los productos de reacción por masa, carga y momento. Los haces radioactivos producidos con este método llevan consigo la mayor parte de la alta energía del haz primario, por lo que para obtener energías bajas para algunos estudios de Física Nuclear (estructura nuclear por ejemplo) se requiere desacelerar el haz radioactivo.

Entre los laboratorios del mundo que realizan investigación con haces radioactivos generados con la técnica de PF se encuentran: GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung) en Alemania con el separador FRS (Fragment Separator) y el anillo de

---

<sup>1</sup>En muchas ocasiones se indicará entre paréntesis las siglas del nombre en inglés.

almacenamiento ESR (Experimental Storage Ring) [1]; GANIL (Grand Accelérateur National d'Ions Lourds) en Francia con los separadores: LISE (Ligne d'Ions Super Epluchés) y SSI (Source d'Ions Secondaires à Supraconducteurs Intense) [2]; NSCL (National Superconducting Cyclotron Laboratory) en Estados Unidos utilizando el separador A1200 [3] y RIKEN (Institute of Physical and Chemical Research) en Japón usando RIPS (Riken Projectile Fragment Separator) [4].

2. La técnica de producción conocida como ISOL (Isotope Separation On Line), involucra la reacceleración de isótopos producidos por rompimiento (*spallation*), fragmentación o en reacciones de fisión inducidas por haces de iones ligeros de alta intensidad en blancos gruesos. En este método se utilizan dos etapas de aceleración: En la primera se utiliza un acelerador primario (o un reactor nuclear) para producir iones ligeros (o neutrones) que inducen fisión sobre blancos gruesos, constituidos típicamente por núcleos actínidos <sup>2</sup>. Los productos de fisión se transportan a una fuente de iones en donde se ionizan y posteriormente son sometidos a una segunda etapa de aceleración.

Laboratorios que actualmente utilizan la técnica ISOL [5] para la producción de RIBs son: ISOLDE/CERN (On-Line Isotope Mass Separator/European Organisation for Nuclear Research) [6]; HRIBF (Holifield Radioactive Ion Beam Facility)/ORNL en Estados Unidos [7]; LISOL/Louvain-la-Neuve en Bélgica [8] y TRIUMF en Canadá [9, 10]. De ellos, HRIBF es el único laboratorio en el mundo capaz de acelerar RIBs a ambos lados de la línea de estabilidad y a energías arriba de la barrera Coulombiana. Es por esto que en la actualidad HRIBF es el único lugar en donde los experimentos que se describirán en esta tesis se pudieron realizar.

### 3.1.1 El laboratorio HRIBF

El Laboratorio HRIBF en Oak Ridge Tennessee es uno de los laboratorios con mayor tradición en el uso de haces de iones pesados. A lo largo de los años este laboratorio ha tenido varios cambios importantes, siendo el más reciente el desarrollo de una instalación de tipo ISOL para la producción de haces de iones radioactivos [21]. Los primeros RIBs producidos en este laboratorio fueron núcleos con exceso de protones: <sup>17</sup>F, <sup>18</sup>F que han sido utilizados para estudios de estructura nuclear [12, 13] y astrofísica [14, 15]. Recientemente se inició la producción de RIBs con núcleos caracterizados por un exceso de neutrones, abriendo nuevas oportunidades para estudios de física nuclear y mecanismos de reacción. En esta tesis se presenta el primer uso en el mundo de los haces radioactivos <sup>78</sup>Ge, <sup>80</sup>Ge y <sup>82</sup>Ge.

---

<sup>2</sup>Debido a que la mayoría de los productos de fisión quedan atrapados en el blanco de producción, es necesario calentarlo a temperaturas del orden de 2000 °C para favorecer la liberación y difusión de los iones radioactivos de interés.

En la Figura 3.1 se presenta un diagrama de las instalaciones de HRIBF. Las principales componentes del laboratorio son: dos aceleradores, la plataforma de producción y las áreas experimentales. En la plataforma de producción (que está constituida por un blanco de producción, una fuente de iones, un separador de masas y una celda de intercambio de carga), los núcleos de interés son producidos bombardeando un blanco grueso con haces de iones ligeros de alta intensidad, producidos por el ciclotrón ORIC. Los átomos radioactivos formados, son difundidos del blanco utilizando altas temperaturas y son transportados hacia una fuente de iones en donde se ionizan, para posteriormente ser extraídos y seleccionados por su masa. Los haces de baja energía así obtenidos, son inyectados en un segundo acelerador, un Tandem electrostático, que los acelera a energías de unos cuantos MeV por nucleón y después se distribuyen a las áreas experimentales. Los experimentos que se describen en esta tesis fueron realizados en el área del Espectrómetro de Masas en Retroceso, RMS (Recoil Mass Spectrometer) y en la línea de uso general, que se indican en la Figura 3.1.

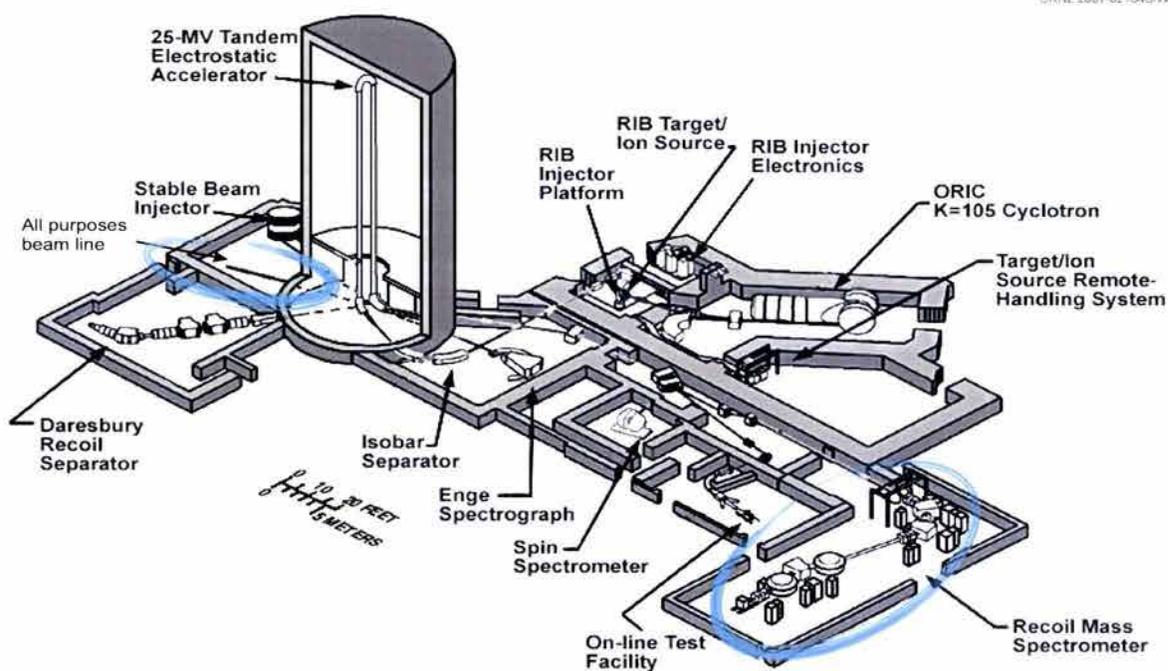


Figura 3.1: Diagrama de las instalaciones de HRIBF.

### 3.1.2 El Ciclotrón Isócrono ORIC

En HRIBF el acelerador primario es un Ciclotrón Isócrono, ORIC (Oak Ridge Isocronous Cyclotron), con una constante característica  $K = 105^3$ . Este acelerador produce haces intensos de protones, deuterones y partículas alfa. Para la producción de RIBs otro importante requerimiento además de la intensidad, es la alta energía del haz primario, ya que la razón de producción y el número de radioisótopos se incrementa significativamente con la energía del haz.

Los principales componentes del ciclotrón se muestran en la Figura 3.2. La fuente de iones de este acelerador consiste en un tubo cilíndrico que se encuentra en su parte central, a través del cual fluye un gas (hidrógeno, deuterio o helio) que es ionizado por un arco de alto voltaje. Esta fuente contiene una pequeña abertura por la cual los iones son expulsados por el electrodo de un sistema de radiofrecuencia.

Los iones describen una trayectoria espiral saliente determinada por la presencia de un campo magnético transversal al plano en el que se mueven. Un campo eléctrico alternante de alta frecuencia interactúa con los iones durante un corto intervalo de tiempo en cada revolución y los acelera incrementando el radio de sus órbitas. Debido a la forma de los polos del imán, los iones experimentan un campo magnético de magnitud variable tanto en la dirección radial como azimutal. Las regiones de transición azimutales entre campos magnéticos débiles e intensos actúan como lentes magnéticas que enfocan al haz en una región cercana al plano medio, mientras que el incremento radial de dicho campo mantiene la condición de isocronismo conforme la masa de los iones se incrementa debido a efectos relativistas.

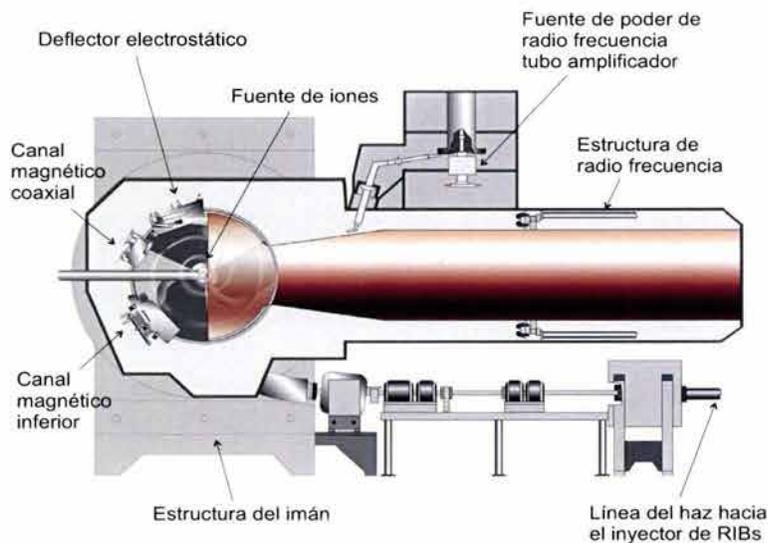


Figura 3.2: Esquema de las principales componentes del Ciclotrón Isócrono ORIC

<sup>3</sup>Donde  $K = ME/Q^2$ , con  $M$  la masa,  $E$  la energía y  $Q$  la carga eléctrica de los iones



### Blanco de Producción

La elección del material blanco y su diseño requiere estudios cuidadosos de optimización de procesos asociados con la liberación de las especies radioactivas, su transporte fuera del material blanco, y la temperatura de este último. Una discusión detallada de los estudios realizados en HRIBF a este respecto pueden encontrarse en [17, 16].

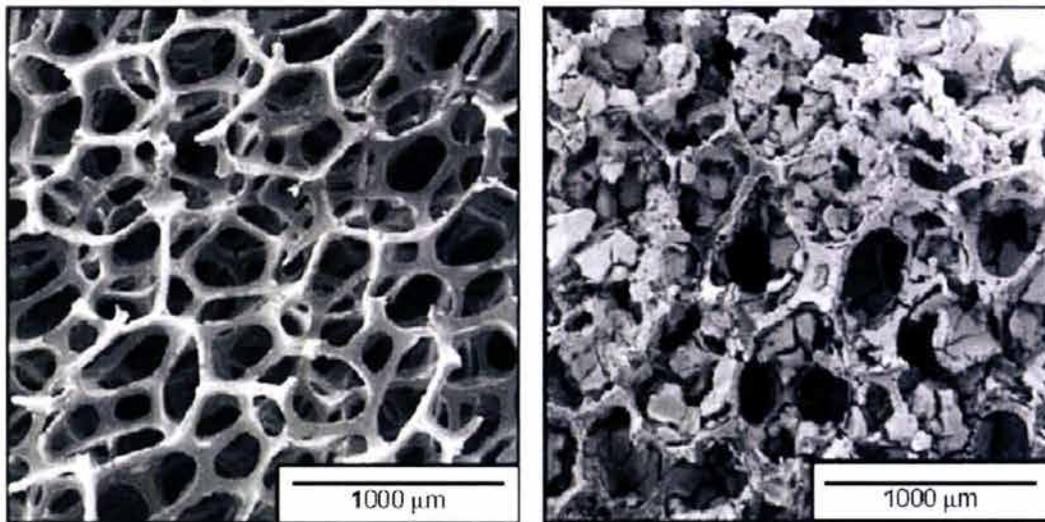


Figura 3.4: Micrografía del blanco de  $UC_2$  utilizado para la producción de RIBs con exceso de neutrones

La principal característica de los blancos desarrollados en HRIBF para la producción de haces radioactivos es su estructura porosa, de manera que su baja densidad favorezca el proceso de difusión de los átomos radioactivos hacia el exterior del blanco. Así por ejemplo, la producción de RIBs con exceso de neutrones está basada en la fisión de materiales actínidos, como el uranio. El blanco de producción desarrollado en HRIBF consiste en una matriz reticular vidriosa de carbono, RVC (Reticulated Vitreous Carbon <sup>4</sup>), que se muestra en el panel izquierdo de la Figura 3.4, sobre la que se realiza una deposición de  $^{nat}U$  (99.2735%  $^{238}U$ , 0.720%  $^{235}U$ , y 0.055%  $^{234}U$ ) utilizando reacciones químicas [18]. El espesor de las capas de uranio es del orden de  $\mu m$  (ver panel derecho de la Figura 3.4), permitiendo que un alto porcentaje de los fragmentos de fisión producidos (generalmente caracterizados por un rango pequeño) salgan del blanco.

Una de las principales causas de pérdida de una especie radioactiva se presenta cuando el intervalo de tiempo que requiere su difusión a través del material blanco y su subsecuente transporte a la fuente de iones, es mayor que su vida media. El tiempo de difusión de las especies a través de la matriz de carbono decrece exponencialmente conforme la temperatura del material aumenta. Es por ello que uno de los requerimientos principales del material que forma la matriz de deposición es el ser altamente refractario, de manera

<sup>4</sup>Fabricada por Energy Research and Generation, Inc., Oakland, CA, USA.

que pueda operarse a altas temperaturas (hasta 2000 °C), y con ello minimizar los tiempos de retraso asociados a dichos procesos.

Debido a condiciones físicas o químicas desfavorables, no todas las especies producidas en una reacción pueden difundirse eficientemente a través del blanco. En ocasiones, las especies formadas tienen propiedades químicas similares a la red y se combinan con ella en compuestos refractarios. Una de las ventajas que ofrece el uso de materiales fibrosos, como la matriz RVC, es que además de conservar su estructura a altas temperaturas, su baja densidad y su buena conductividad térmica permiten transportar el calor, depositado por el haz, fuera del blanco manteniendo la temperatura óptima de difusión.

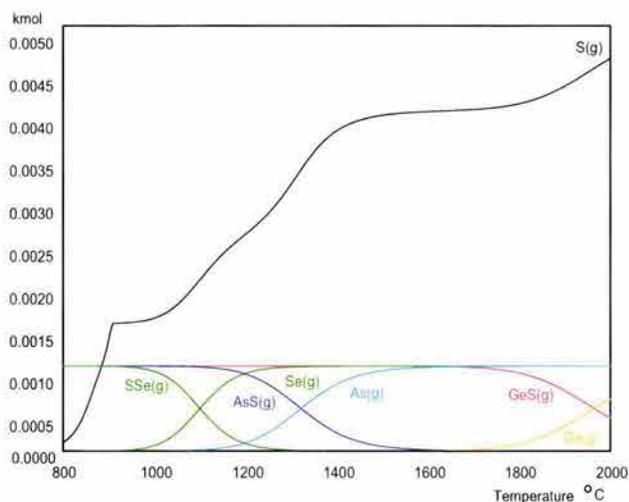


Figura 3.5: Especies atómicas (Ge, As, Se) y moleculares (GeS, AsS, SeS) producidas en un blanco de  $UC_2$  combinado con vapor de azufre como función de la temperatura. Por claridad se suprimieron las curvas correspondientes a Ga y Zn. La variación que se observa en la curva de S refleja la disociación de las especies moleculares presentes

En la Figura 3.5 se presentan las predicciones que se obtuvieron con el código de simulación HSC [19] para la producción de las especies atómicas y moleculares Ge, GeS, As, AsS, Se y SeS, como función de la temperatura del blanco. Un punto que se aprecia en dicha figura es que la producción depende fuertemente de la temperatura, de ahí la importancia de un cuidadoso monitoreo de las condiciones de operación del conjunto blanco-fuente de iones durante el experimento. Otro aspecto que es importante notar es el contraste de comportamientos que existe entre las especies atómicas y las especies moleculares, ya que mientras en el caso de iones atómicos se espera una fuerte mezcla de los tres isóbaros, en el caso de los iones moleculares se predice una considerable supresión de SeS y AsS con respecto a GeS. En la Sección 5.4 se describe con detalle el uso de la molécula de GeS y la importancia que la supresión selectiva de iones moleculares tiene como método de purificación de RIBs.

## Fuente de Iones Radioactivos

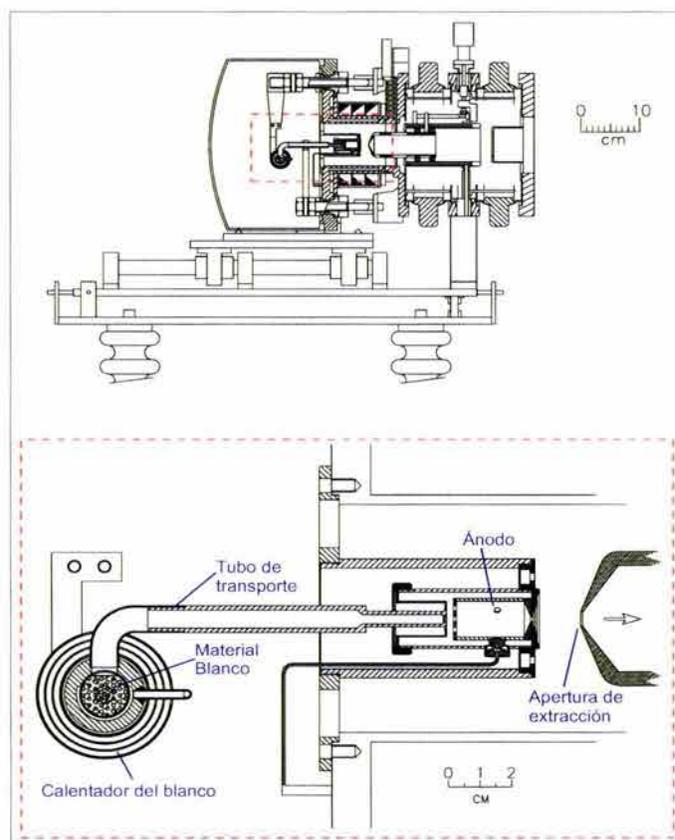


Figura 3.6: Esquema del conjunto blanco-fuente de iones. La parte superior muestra el conjunto montado en la plataforma de alto voltaje. En el panel inferior se muestran los detalles de la zona del blanco de producción. El haz primario incide ortogonal al plano de la figura.

Una vez liberados, es preciso que los productos de fisión tengan un tiempo de residencia mínimo en torno a la superficie del blanco. Es por ello que el sistema de transporte se construye con base en materiales con “bajas capacidades de adherencia” como el Ta o Re. En HRIBF el transporte se realiza a través de tubos de Ta. Como puede apreciarse en la Figura 3.6, el blanco se encuentra en el interior de una serie de cilindros coaxiales que se calientan resistivamente (5.5 kW, 11 V, a 500 A) y son capaces de mantener temperaturas superiores a 2100 °C. El tubo que conduce a las especies radioactivas a través de un cátodo emisor de electrones, también fabricado de Ta, opera a temperaturas de emisión mayores que  $\sim 2125$  °C (2 kW, 5 V a 400 A), y emite un haz de electrones mayor que 250 mA. Este haz es colimado por un campo magnético y acelerado por una diferencia de potencial de 200-300 V hacia la parte inicial del ánodo que es una placa con un pequeño agujero central. El haz se hace pasar por la abertura hacia una cavidad cilíndrica que forma también parte del ánodo y en la cual ioniza un gas produciendo así un plasma. La ionización de la especie

radioactiva se lleva a cabo por impacto de electrones en dicho plasma. Para extraer el haz de iones radioactivos se utiliza una abertura de unos cuantos milímetros de diámetro y un potencial de aceleración de  $\sim 150\text{V}$ . El conjunto blanco-fuente de iones se encuentra eléctricamente aislado de la plataforma, y se opera generalmente a voltajes de 40-60 kV, la diferencia de potencial entre este conjunto y la plataforma (300 kV), suministra el voltaje de extracción de la fuente de iones. La emitancia <sup>5</sup> de la fuente, se estima del orden de  $4\pi$  mrad a 40 kV.

### Componentes ópticos

Al salir los iones de la fuente, el haz es acelerado con la diferencia de potencial del inyector. La plataforma de inyección fue diseñada para alcanzar 300 kV, sin embargo generalmente su voltaje de operación es de 200 kV que es el voltaje mínimo que garantiza una buena transmisión en el Tandem. Como se ilustra en la Figura 3.3, esta plataforma contiene elementos electrostáticos que se utilizan para enfocar el haz.

El efecto de los primeros cuatro cuadrupolos de esta plataforma, es enfocar horizontalmente el haz, de manera que su envolvente en el primer colimador tenga la forma de una franja vertical. El segundo elemento óptico es un imán separador de masas, compuesto por dos dipolos magnéticos de  $76^\circ$  con una cuña angular entre ellos, el efecto de estos elementos es ensanchar la envolvente en el plano horizontal para tener una máxima resolución en masa  $M/\Delta M \sim 1000$ . Al salir de este imán, el haz atraviesa un segundo colimador cuyo propósito es seleccionar una única unidad de masa para su aceleración posterior. La componente seleccionada se reenfoca mediante tres cuadrupolos en un pequeño círculo a la entrada de la celda de intercambio de carga.

### Celda de intercambio de carga

La función de esta celda es convertir los haces positivos, provenientes de la fuente de iones, en haces de iones negativos que requiere el acelerador Tandem. El vapor de colisión utilizado es vapor de Cs. En este vapor los iones positivos adquieren primero un electrón convirtiéndose en átomos neutros rápidos, y subsecuentemente, un segundo electrón convirtiéndose en iones negativos. La cantidad de vapor se optimiza para tener una eficiencia de intercambio máxima y depende de la naturaleza (atómica o molecular) del haz.

La celda (ver Figura 3.7) emplea un sistema recirculante y puede operar a presiones del orden de  $\sim 10^{-2}$  Torr manteniendo al mismo tiempo la presión de la línea del haz ( $10^{-6} - 10^{-7}$  Torr), sin tener una pérdida excesiva de vapor. El haz que emerge de la celda de intercambio, contiene partículas neutras rápidas, iones positivos y negativos. La componente negativa del haz se mide utilizando un campo eléctrico transversal al haz, el cual deflecta los iones negativos dentro de una copa de Faraday que se encuentra fuera del

---

<sup>5</sup>La emitancia es una cantidad que mide el paralelismo de un haz, la cual, en un sistema ideal de enfoque, se conserva.

eje. La eficiencia de la celda depende de los iones que conformen el haz y de su energía. Por ejemplo, para  $^{82}\text{Ge}$  la eficiencia de intercambio fue muy alta, de aproximadamente 40 %.

### 3.1.4 Segunda etapa de Separación de Masas y Sistemas de Diagnóstico de RIBs

El haz negativo proveniente de la plataforma de 300 kV es enfocado utilizando cuatro cuadrupolos electrostáticos adicionales. En el punto de enfoque de estos elementos existe un sistema de diagnóstico para identificar las especies radioactivas, que consiste en una cinta magnética que colecta la actividad depositada por el haz y un detector de rayos- $\gamma$  para identificar el decaimiento correspondiente.

Pasando el sistema de diagnóstico, otro conjunto de cuatro cuadrupolos (ver Figura 3.8) enfoca el haz en una franja vertical, sobre el colimador de entrada a la segunda etapa de separación de masas. Este segundo imán analizador consiste en dos dipolos magnéticos con un ángulo de deflexión de  $55^\circ$  y un radio de curvatura de 2.8 m. Similarmente a la etapa de separación anterior, para alcanzar la máxima resolución  $M/\Delta M = 20000$ , la envolvente del haz en el interior del separador es ancha, 25 cm, en el plano horizontal. Finalmente, directamente abajo del acelerador Tandem otro triplete de cuadrupolos se encarga de enfocar el haz que sale del imán analizador en un pequeño círculo que es

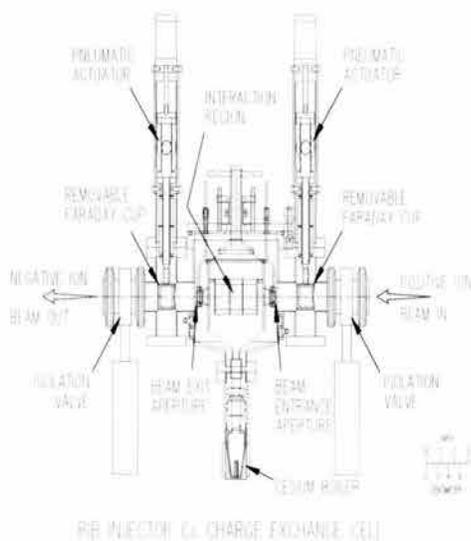


Figura 3.7: Celda de intercambio de carga

transportado al interior del Tandem.

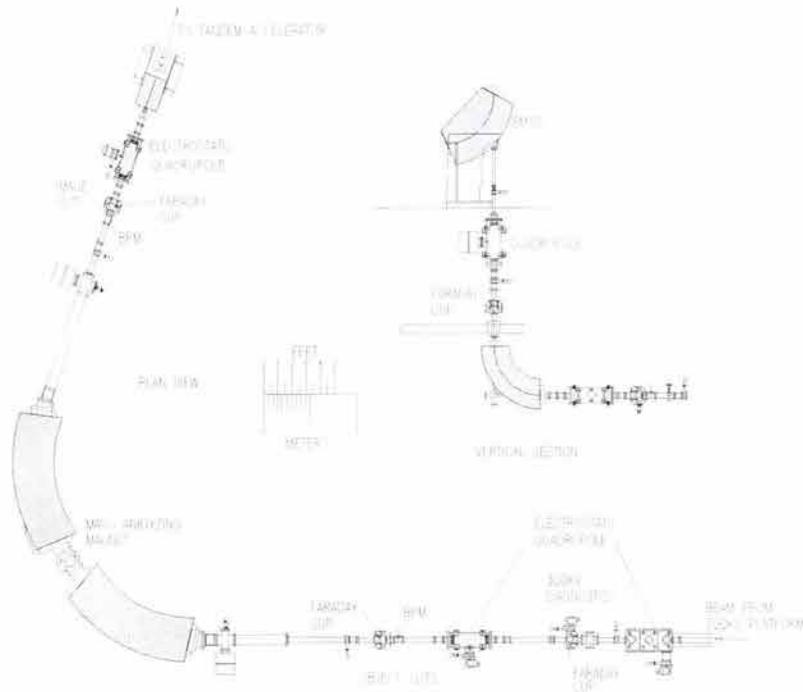


Figura 3.8: Segunda etapa de separación de masas

Aunque los dipolos magnéticos utilizados en HRIBF tienen una alta resolución con respecto a elementos similares, la separación de isóbaros que se obtiene en la práctica no depende únicamente de la diferencia de masas entre los isóbaros, sino también de la emitancia del haz, su dispersión de energía y las intensidades relativas de los isóbaros presentes. En la Figura 3.9 se presenta una gráfica del exceso de masa  $\Delta M$  como función del número atómico  $Z$ , para los isótopos de  $A = 78$ , de acuerdo con las Tablas de Masas de Audi y Wapstra de 2003 [20]. En el lado izquierdo de la gráfica se ha dibujado una barra vertical que indica para diferentes valores de la resolución  $R$  el exceso de masa por el cual dos isóbaros vecinos deben diferir para poder ser separados por el imán analizador.

### 3.1.5 El acelerador Tandem

La última etapa en el proceso de producción de RIBs es su aceleración. En HRIBF este proceso se lleva a cabo utilizando un acelerador Tandem modelo 25URC construido por NEC (National Electrostatics Corporation). Este acelerador electrostático es el Tandem que alcanza el más alto voltaje de operación en el mundo. Un voltaje record de 32 MV se ha logrado sin los tubos de aceleración y voltajes de 25.5 MV se han utilizado durante experimentos. Una descripción detallada del funcionamiento de los aceleradores

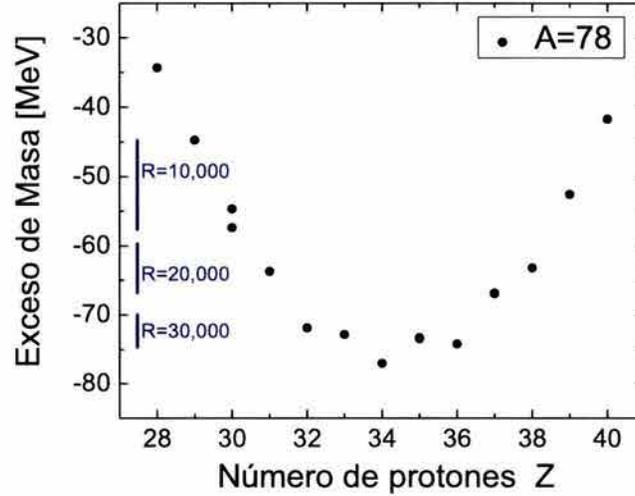


Figura 3.9: Exceso de masa de los isóbaros con  $A = 78$ . Las barras de la izquierda indican el exceso de masa por el cual dos isóbaros vecinos deben diferir para poder ser separados a la resolución etiquetada.

electrostáticos puede encontrarse en [21], en esta sección únicamente se da una descripción muy general de las principales componentes de la máquina que existe en HRIBF.

En la Figura 3.10 se presenta un diagrama del acelerador, en el que se muestra tanto la línea de inyección de haces estables como el inyector de haces radioactivos que se discutió anteriormente. La línea de aceleración consiste en 27 unidades de 61 cm de longitud cada una, distribuidas en 2 columnas <sup>6</sup> interconectadas por un imán de 180°. Cada elemento de la línea consiste en un tubo de cerámica de alumina con 12 electrodos de titanio [22] que pueden soportar un gradiente de potencial de 0.5 MV/ft. Las dos columnas y el imán están contenidas en un tanque de 33 ft ( $\sim 10$  m) de diámetro y 98 ft ( $\sim 30$  m) de altura, que contiene hexafluoruro de azufre ( $\text{SF}_6$ ) puro como gas aislante, a presiones típicas de 0.7 MPa.

Debido a su carga eléctrica ( $e$ ), los iones negativos inyectados en el acelerador son atraídos por el voltaje positivo de la terminal. La energía que adquiere un ión al recorrer esta columna es  $eV_t$ , siendo  $V_t$  el voltaje de la terminal. Al final de esta primera columna, los iones atraviesan un delgado material (despojador o *stripper*) que cambia su estado de carga de negativo a una distribución de cargas positivas, cuyo valor medio depende de la velocidad del proyectil. El material despojador puede consistir en una columna

<sup>6</sup>La primera columna está formada por los grupos 1-4, 5-9, 10-13, mientras que en la segunda columna la distribución es 14-18, 19-22, 23-27. Los grupos de cada columna están separados por 5 secciones muertas, dos grandes (a  $\sim 1/3$  y  $2/3$  de la altura) y tres pequeñas (ver Figura 3.10) en las que se encuentran las bombas de vacío.

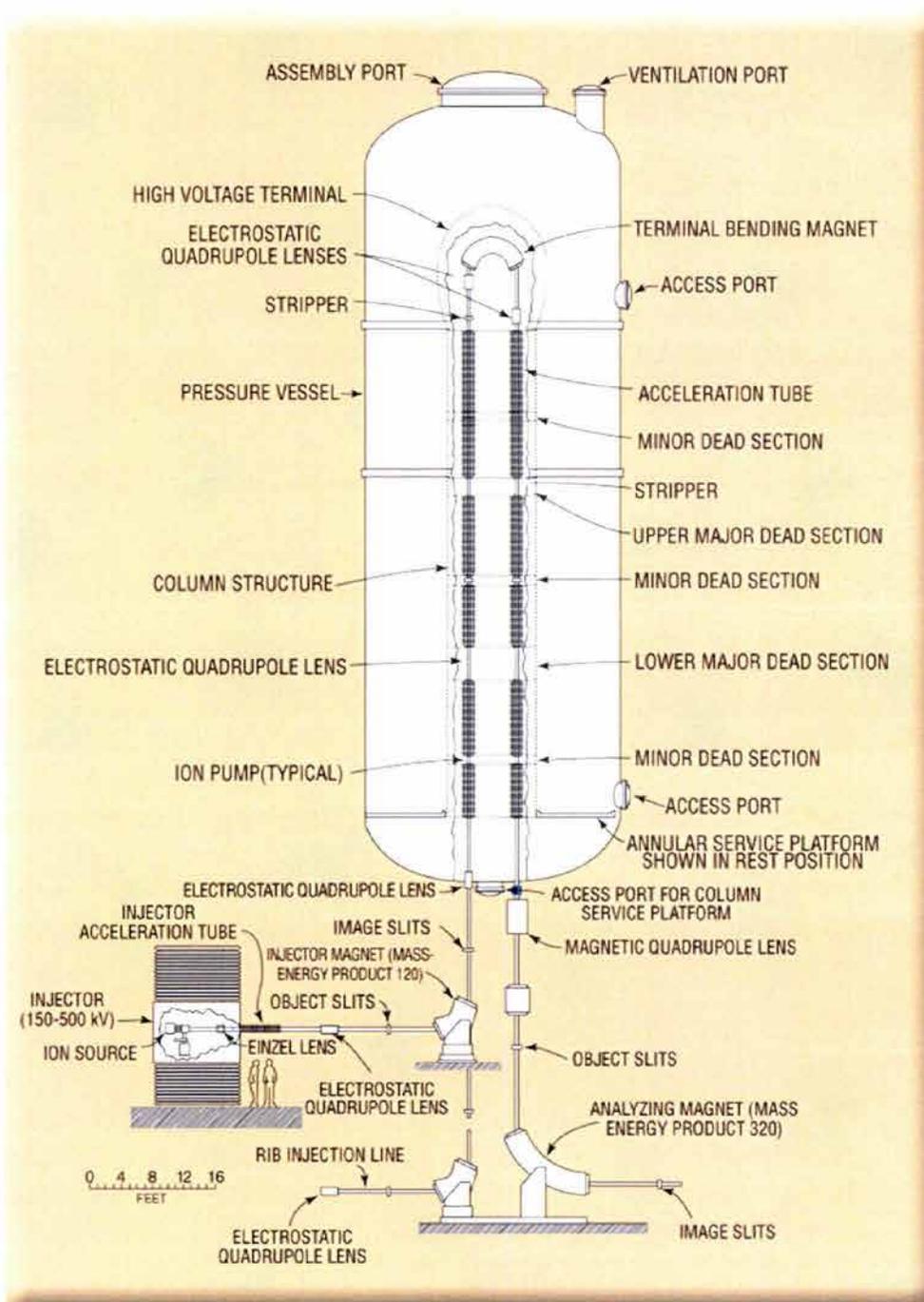


Figura 3.10: Acelerador Tandem 25URC

de gas o en delgadas laminillas de carbono. El grueso de dichas laminillas varía entre  $\sim 2-10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ , y los estados de carga que se pueden alcanzar con ellas supera el que puede obtenerse con un gas. La desventaja de emplear laminillas es sin embargo que su tiempo de vida útil es muy corto, ya sea por ruptura o por que su grosor en la zona bombardeada con iones pesados se incrementa, ocasionando un posible incremento en la dispersión de energía del haz. El haz de iones que emerge del *stripper* está compuesto por iones con diferentes estados de carga, que al entrar al campo magnético del imán de  $180^\circ$  son deflectados en trayectorias distintas, dando lugar a la selección de un estado de carga específico  $Qe$ . Estos iones, ahora positivos, sienten entonces la repulsión Coulombiana de la terminal, también positiva, y bajo la influencia de este campo se aceleran a lo largo de la columna de alta energía hasta potencial *cero* que existe a la salida del acelerador. La energía que gana un ión de carga  $Qe$  a lo largo de esta segunda columna es  $QeV_t$ , por lo que en total la energía adquirida por el ión en el proceso de aceleración es  $(1 + Q) eV_t$ .

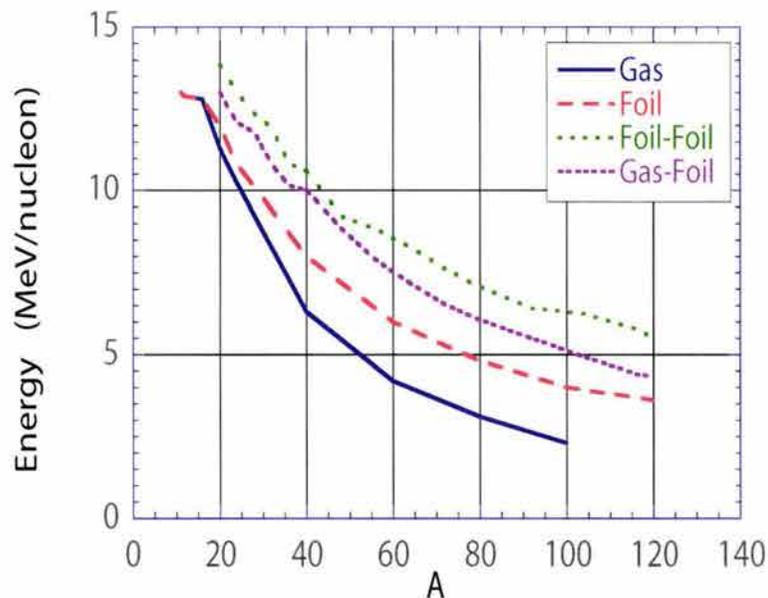


Figura 3.11: Variación de la energía por nucleón como función del número de masa para los diferentes haces de iones acelerados en HRIBF. Las diferentes líneas corresponden al uso de una o dos etapas de despojo, y muestran la dependencia que tiene la energía del haz con respecto al tipo de *stripper* utilizado.

Para los experimentos de excitación Coulombiana que se discuten en este trabajo, que requieren de energías de 2-3 MeV/u, una única etapa de despojo, como la descrita anteriormente, es suficiente. Sin embargo el acelerador Tandem de HRIBF cuenta con la posibilidad de realizar este proceso una segunda vez en la columna de alta energía (ver Figura 3.10). El valor medio de la distribución de estados de carga se incrementa en esta segunda etapa debido a la mayor velocidad de los iones. Con una carga mayor, los haces alcanzan mayores energías al ser acelerados en la última porción del Tandem. La

combinación de los distintos *strippers* y su efecto en la energía máxima que puede ser alcanzada se muestra en la Figura 3.11. Sin embargo la intensidad del haz disminuye inevitablemente debido a que, de todos los estados de carga resultantes, únicamente uno de ellos se elige. El doble proceso de despojo de carga ha sido utilizado recientemente para lograr mayores energías en estudios con haces de iones radioactivos en la región con  $A \sim 130$  [37].

En la Figura 3.12 se presenta un esquema en el que pueden apreciarse en conjunto, las diversas etapas para la producción de haces radioactivos discutidas anteriormente. Las corrientes y eficiencias asociadas con cada proceso corresponden a valores típicos medidos para un haz de  $^{82}\text{Ge}$ . En este caso, el haz primario producido por ORIC fue un haz de protones con una corriente de  $10 \mu\text{A}$  ( $6 \times 10^{13}$  pps), el número de fragmentos de fisión producidos en el blanco de  $\text{UC}_2$  en presencia de vapor de azufre se estima del orden de  $5 \times 10^7$  ff/s, de los cuales únicamente el 1% (*i.e.*  $5 \times 10^5$  pps) se extraen de la fuente. En el proceso de separación de masas se tuvo una transmisión de  $\sim 50\%$ , *i.e.*  $2.5 \times 10^5$  pps. La eficiencia de la celda de intercambio de carga fue muy alta en este caso, del orden de  $40\%$  (*i.e.*  $1 \times 10^5$  pps). Sin embargo, debido al rompimiento de los iones moleculares  $\text{GeS}$  en esta etapa del proceso, la calidad del haz de iones negativos  $\text{Ge}^-$  extraído de la celda sufre deterioros por colisiones múltiples que limitan fuertemente el poder de resolución del imán separador de masas y por ende la pureza que puede alcanzarse. Aproximadamente  $1 \times 10^5$  iones negativos por segundo fueron inyectados a la columna de baja energía del acelerador Tandem, cuya transmisión total es del orden de  $10\%$ . Finalmente alrededor de  $5 \times 10^4$  pps con  $A = 82$  fueron utilizadas en el experimento que se describe en la Sección 5.4, de las que únicamente un  $\sim 19.2\%$  corresponden a  $^{82}\text{Ge}$ .

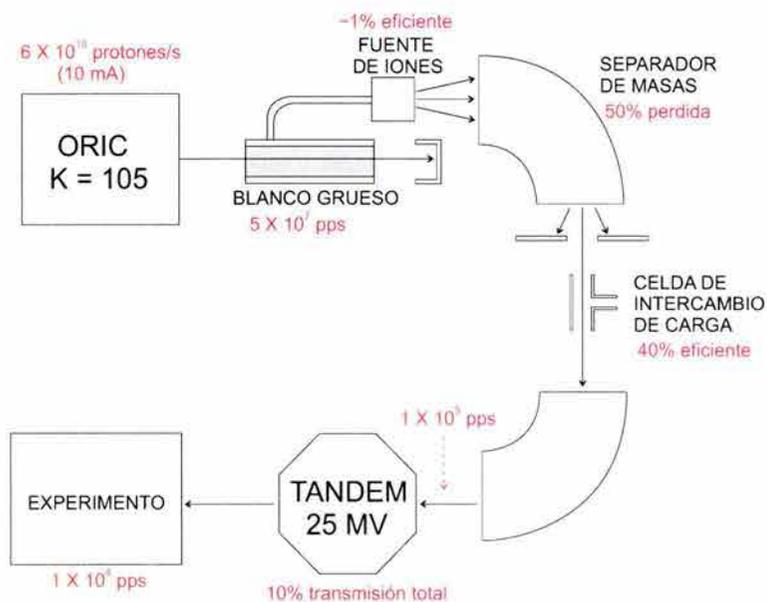


Figura 3.12: Representación esquemática de la producción y aceleración de  $^{82}\text{Ge}$

## 3.2 Elementos de diagnóstico para haces de baja intensidad

Existen varios métodos para el diagnóstico de haces estables intensos <sup>7</sup>, como por ejemplo la intersección del haz con un pequeño alambre que se desplaza en el plano ortogonal a la dirección del haz entrante (ver por ejemplo [24]), que permite obtener un perfil del haz, o el uso de copas de Faraday, que determinan la presencia del haz a través de la medición de corriente. El amplio rango de intensidades de los haces radioactivos disponibles en HRIBF, que va desde unas cuantas partículas por hora hasta  $5 \times 10^7$  pps en el caso de los haces más intensos, requiere de elementos de diagnóstico especiales. El empleo de un sistema de diagnóstico particular depende fuertemente de las condiciones específicas del experimento, debido a que no existe un sistema universal de monitoreo útil en dicho rango.

Como se mencionó en la Subsección 3.1.4, a bajas intensidades (menos de  $10^6$  pps) el uso de las copas de Faraday [24], que en HRIBF se encuentran distribuidas a lo largo de la línea del haz, resultan inadecuadas para medir la corriente del mismo. La corriente mínima detectable por una de las copas de Faraday utilizadas, es del orden de 5 pA correspondiente a  $3 \times 10^7$  pps. La caracterización de haces con baja intensidad depende generalmente de la energía y el tipo de partícula. Para bajas energías (0.1 MeV/u a 10 MeV/u) es importante diseñar sistemas que minimicen la pérdida de energía y dispersión en el material. Para RIBs además es importante minimizar la absorción y frenado total del haz en el sistema de monitoreo, ya que dependiendo de las vidas medias involucradas el sistema de diagnóstico se puede contaminar.



Figura 3.13: Perfil del haz de iones radioactivos  $^{82}\text{Ge}$  enfocado sobre un cuarzo de fósforo.

<sup>7</sup>En un experimento típico con SIBs, el haz de iones suele tener corrientes del orden de 10 pA (*i.e.*  $6.28 \times 10^9$  pps).

A bajas energías, antes de la etapa de aceleración en el Tandem, el sistema de diagnóstico que se emplea consiste en implantar el haz en una cinta circulante. La radioactividad depositada se transporta al frente de un detector de rayos- $\gamma$  y se realiza la identificación de la especie radioactiva de interés con base en su decaimiento gamma característico. Cuando el detector es calibrado de manera absoluta, esto da una buena idea de la composición e intensidad del haz antes de su inyección al Tandem. Esta técnica de monitoreo no es en tiempo real, y requiere de un sistema de adquisición y análisis de datos.

Un importante requerimiento de los elementos de diagnóstico es que perturben lo menos posible al haz que se quiere medir. Otro sistema que se utilizó para el diagnóstico de los haces radioactivos de Ge consiste en el uso de detectores basados en la emisión secundaria de electrones producidos cuando los iones rápidos del haz atraviesan una delgada laminilla de carbono. Los electrones producidos son amplificados por un MCP (Micro Channel Plate). La función de estos detectores de transmisión incluye: *i.* simple conteo de partículas, *ii.* extracción de una señal rápida para tener un tiempo de referencia o hacer coincidencias con otros detectores [25], *iii.* obtener información acerca de la extensión espacial del haz [26]. Varios de estos detectores MCP se encuentran colocados a lo largo de las columnas del acelerador Tandem y también se instalaron en la línea del RMS y del BaF<sub>2</sub> para los experimentos descritos en este trabajo.

Para los haces de iones radioactivos utilizados en este trabajo, una delgada película de material centellador rápido fue empleada como método de diagnóstico. El material elegido fue una cerámica de alúmina con cromo como activador, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(Cr). Una laminilla de este material se colocó a la altura del blanco y la imagen creada por el haz de iones al incidir sobre ella, se llevó a través de un sistema cerrado de video hasta el cuarto de control, en donde los elementos electromagnéticos de enfoque distribuidos a lo largo de la línea de transporte pueden ser reajustados para tener un perfil del haz óptimo. La Figura 3.13 muestra una fotografía, tomada directamente de un monitor de televisión, en la que se puede apreciar la imagen del haz de iones radioactivos con  $A = 82$  que incide sobre el cuarzo, a una intensidad de  $10^5$  pps y una energía de 220 MeV. La figura muestra que el haz radioactivo puede enfocarse con un perfil cuyo diámetro es menor que 1.5 mm en la posición del blanco. La buena calidad de enfoque del haz es un factor decisivo que ayuda a minimizar la pérdida de iones en las líneas de vacío, aberturas u otras componentes.

### 3.2.1 Fisión inducida por protones

Los haces de iones radioactivos con exceso de neutrones que fueron utilizados en este estudio, se obtuvieron a partir de la fisión de núcleos de uranio natural, inducida por protones de 42 MeV de energía.

El proceso de fisión ocurre cuando un núcleo pesado se desintegra deformándose progresivamente hasta dividirse en dos fragmentos acompañados de la emisión de nucleones y/o rayos- $\gamma$ . Los fragmentos son en la mayoría de los casos de masas distintas y poseen un exceso de neutrones, por lo que a su vez decaen por emisión  $\beta^-$ . Desde su descubrimiento

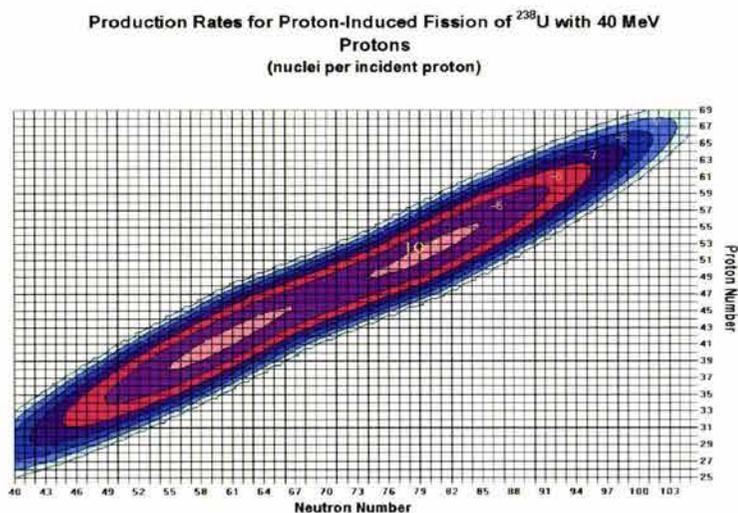


Figura 3.14: Distribución de los fragmentos de fisión de  $^{238}\text{U}$

en 1938 [27] la fisión ha sido objeto de múltiples e importantes estudios, sin embargo debido a su complejidad, aún hoy en día se continúa tratando de entender los mecanismos que determinan la formación de un núcleo específico, a partir de la información del sistema inicial y del proceso que induce su fisión. Entre los mecanismos que se contempla utilizar para producir RIBs utilizando fisión inducida se encuentran:

1. El uso de neutrones térmicos, producidos generalmente por un reactor nuclear [28].
2. La utilización de neutrones rápidos [29]
3. Protones de alta energía ( $E_p = 0.6\text{-}50\text{ GeV}$ ) [30, 31],
4. El uso de fotofisión [32, 33].
5. El empleo de iones pesados [34, 35]

En la Figura 3.14 se presentan los resultados predichos por el código de simulación LAHET para el proceso de fisión del núcleo  $^{238}\text{U}$ , inducido por protones de 40 MeV. En dicha gráfica puede apreciarse el carácter bi-modal de la distribución de fragmentos de fisión. La determinación experimental de los números atómicos  $Z$  de los dos fragmentos primarios es difícil debido a que dichos núcleos primarios pueden tener una vida media muy corta y decaer a otros fragmentos en un intervalo de tiempo muy pequeño. La desintegración de uranio conduce a un *fragmento pesado* en la región de iodo-bario-lantano, con masa entre 130-145, y un *fragmento ligero* complementario en la región de kriptón-tecnecio-rutenio

con una masa entre 90 y 105. La profundidad del valle central en la distribución depende de la energía de excitación (tiende a llenarse conforme se incrementa la energía del proyectil) y también de la especie fisionable inicial. Utilizando un material diferente al  $^{nat}\text{U}$ , como pueden ser Th, Cf, etc. la producción de otras especies radioactivas puede favorecerse. Sin embargo, el uso de algunos de estos materiales para blancos es limitado, debido principalmente a que su manejo representa serios problemas de seguridad radiológica.

### 3.3 Haces de Iones Estables

Actualmente, la mayor parte de los esfuerzos, tanto de operación como de investigación en HRIBF, se encuentran dirigidos hacia estudios que involucran el desarrollo y uso de haces de iones radioactivos. Sin embargo una de las enormes ventajas del laboratorio es su versatilidad de suministrar también haces de iones estables, de alta calidad.

En contraste con las múltiples etapas que se requieren para la producción de RIBs, los haces estables se pueden producir directamente como haces de iones negativos utilizando una fuente de *sputtering* a base de cesio. La plataforma de inyección de haces estables (Figura 3.10), que alberga esencialmente a la fuente de iones y su electrónica, opera en un rango de alto voltaje que va de 150-500 kV. El haz de iones negativos se enfoca e inyecta al acelerador Tandem para posteriormente ser enviado al área experimental.

#### 3.3.1 Fuentes de *sputtering* a base de cesio

En la Figura 3.15, se muestra un esquema del proceso de *sputtering*. Para optimizar la producción de haces de iones negativos, el sustrato del material de interés se somete a un flujo estacionario de vapor de cesio (o algún elemento del grupo IA, metales alcalinos). Bajo estas condiciones, los átomos del vapor crean una monocapa sobre la superficie del material. El efecto de esta deposición es reducir la función de trabajo de la muestra y favorecer la formación de iones negativos<sup>8</sup>. Bombardeando el material con haces energéticos de iones positivos, obtenidos por ionización superficial directa de algún elemento del grupo IA (usualmente cesio), es posible lograr que los átomos salgan del material en forma de iones negativos.

Una descripción detallada del funcionamiento de la fuente utilizada y el proceso de formación de haces de iones negativos puede encontrarse en [36] y en las referencias que se citan en dicho artículo.

---

<sup>8</sup>La factibilidad de formar iones negativos atómicos, depende de la afinidad electrónica  $E_A$  del átomo de interés, la cual se define como la diferencia entre la energía de los estados base:  $E_0$  del átomo neutro y  $E_-$  ión negativo. El mecanismo por el cual un átomo adquiere un electrón adicional es un proceso exotérmico, por lo que la formación de iones negativos estables requiere que  $E_A$  sea positiva. Los átomos Be, Mg, N, Sc, Mn, Y, Hf y todos los elementos de los grupos IIB y VIIIA tienen afinidades electrónicas negativas.

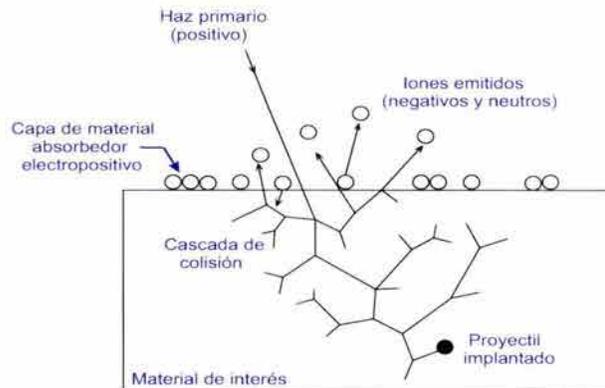


Figura 3.15: Ilustración del proceso de formación de iones negativos mediante el bombardeo con partículas energéticas de una superficie de material cubierta con una monocapa de absorbedor electropositivo.

### 3.3.2 Transmisión del haz

Generalmente la intensidad que se requiere en un experimento con haces de iones estables es menor que la intensidad máxima que puede obtenerse de la fuente de iones. Es por ello que usualmente para SIBs las pérdidas de intensidad que ocurren en una etapa específica pueden compensarse fácilmente optimizando las componentes ópticas que se utilizan en otra etapa de la línea. Sin embargo en el caso de RIBs, donde la producción de inicio es varios órdenes de magnitud menor que para SIBs, es importante optimizar *todos los elementos* para obtener una máxima intensidad del haz. Un factor modesto puede determinar el éxito o fracaso del experimento. Esto distingue la operación de una instalación de RIBs, con respecto a una de haces estables. En los experimentos que se realizaron para este trabajo de tesis, el procedimiento de entonación de los haces de iones radioactivos se realizó utilizando inicialmente la inyección de un haz *piloto* desde la plataforma de haces estables. Con el fin de entonar todas las componentes ópticas a lo largo de la línea y maximizar la transmisión del RIB, el haz estable utilizado se eligió como un isóbaro vecino al núcleo radioactivo de interés y fue acelerado a la misma energía que el RIB.

Como se discutirá en los capítulos siguientes, la posibilidad de usar la misma técnica experimental, empleada para la medición de los valores de  $B(E2)$  con RIBs, pero utilizando haces de iones estables, representó además de un punto de referencia y comprobación de la técnica experimental utilizada, un elemento que enriqueció nuestro trabajo. Gracias a la relativa facilidad con la que un acelerador Tandem puede cambiar tanto de energía como de especie de iones estables inyectada, se realizó un estudio sistemático de todos los isótopos estables par-par de  $^{32}\text{Ge}$  ( $A = 70 - 82$ ) y  $^{34}\text{Se}$  ( $A = 74 - 82$ )<sup>9</sup>.

<sup>9</sup> Para la producción de estos haces se utilizaron pequeñas muestras de  $^{\text{nat}}\text{Ge}$  (21.23% de  $^{70}\text{Ge}$ , 27.66% de  $^{72}\text{Ge}$ , 7.73% de  $^{73}\text{Ge}$ , 35.94% de  $^{74}\text{Ge}$  y 7.44% de  $^{76}\text{Ge}$ ) y  $^{\text{nat}}\text{Se}$  (0.89% de  $^{74}\text{Se}$ , 9.36% de  $^{76}\text{Se}$ , 7.63% de  $^{77}\text{Se}$ , 23.78% de  $^{78}\text{Se}$ , 49.61% de  $^{80}\text{Se}$  y 8.73% de  $^{82}\text{Se}$ ) comprimidas en el cátodo de la fuente de iones estables.

# Capítulo 4

## Sistemas de Detección

En este Capítulo se presenta una breve discusión de los principios básicos de operación de los sistemas de detección utilizados. El principal objetivo es proporcionar una idea general del funcionamiento de los detectores así como de la información que puede obtenerse de sus señales de salida.

Los experimentos que se discutirán en este trabajo requirieron la eficiente detección de rayos- $\gamma$  así como la detección de los núcleos en retroceso de la reacción con la finalidad de medir la sección eficaz de COULEX relativa a la sección eficaz de dispersión de Rutherford, como se describirá con mas detalle en el Capitulo 5. Los experimentos utilizaron dos dispositivos experimentales distintos. Para la medición de los valores  $B(E2)$  de todos los isótopos estables y los núcleos radioactivos  $^{78,80}\text{Ge}$  se utilizaron como sistemas de detección el espectrómetro de rayos- $\gamma$  CLARION y el detector de partículas HYBALL. Mientras que para la medición del valor  $B(E2)$  correspondiente a  $^{82}\text{Ge}$  fue necesario utilizar el espectrómetro de rayos- $\gamma$  basado en cristales de difloruro de bario ( $\text{BaF}_2$ ) ORNL-MSU-TAMU, que tiene una eficiencia de detección mayor que la que caracteriza a CLARION (aunque con menor resolución en energía), en conjunto con un detector de partículas de micro-trazas de silicio (*microstrip detectors*). En ambos casos, se utilizaron detectores auxiliares para monitorear la composición isobárica de los haces radioactivos.

El Capítulo está dividido en cinco secciones. Las primeras cuatro están dedicadas a cada uno de los arreglos de detectores antes mencionados y en la última sección se discuten los sistemas de detección utilizados para medir la composición isobárica de los haces de iones radioactivos.

### 4.1 Detectores $4\pi$ de partículas cargadas

La exploración de las nuevas posibilidades que brinda el uso de haces de iones radioactivos en estudios de física nuclear experimental, presenta importantes retos prácticos asociados con las bajas intensidades y la alta radiación de fondo (*background*) proveniente del decaimiento de los iones radioactivos dispersados. El estudio de la estructura del núcleo

o de mecanismos de reacción empleando estos haces de iones, requiere del uso de sistemas de detección con una alta eficiencia, asociada a una gran cobertura de ángulo sólido, y una buena resolución en energía.

HYBALL es un arreglo miniatura de detectores de partículas cargadas que se coloca en torno a la posición del blanco y tiene una cobertura de ángulo sólido cercana a  $4\pi$  steradianes. Fue diseñado para usarse específicamente con haces radioactivos. Utiliza dos tipos de tecnologías de detectores: *i.* centelladores de CsI(Tl) con fotodiodos y *ii.* detectores de trazas de silicio. Aunque este arreglo puede ser usado independientemente, el diseño de HYBALL contempla la detección de partículas cargadas en coincidencia con rayos- $\gamma$ , detectados simultáneamente en el arreglo de detectores de germanio CLARION (ver Sección 4.2).

El desarrollo de detectores de partículas cargadas con una gran cobertura angular que pueden operar en coincidencia con arreglos de detectores de rayos- $\gamma$  comenzó a finales de la década de los 80's. Fue motivado principalmente por el gran interés en estados con espín muy grande en núcleos residuales, provenientes de procesos de fusión-evaporación con iones pesados. La selección del núcleo residual, así como de los decaimientos de interés de estados con alto momento angular se puede conseguir con base en varias técnicas experimentales desarrolladas, por ejemplo la determinación de  $H$ , la suma total de energía de la cascada, y  $M$ , el número de rayos- $\gamma$  emitidos en la secuencia de desexcitación [1], o bien requiriendo la detección simultánea de un rayo- $X$  característico, o de un rayo- $\gamma$  conocido en la desexcitación del núcleo de interés o un decaimiento característico de un isómero. Es la combinación de arreglos de detectores de rayos- $\gamma$  con otro tipo de detectores *auxiliares*, como pueden ser los detectores de partículas cargadas ligeras [2, 3], detectores de neutrones [4, 5], detectores de iones pesados [6] y separadores de residuos de evaporación [7, 8, 9] lo que ha permitido enormes avances en la espectroscopía de rayos- $\gamma$ .

En la Tabla 4.1 se listan algunos sistemas de detección de partículas cargadas con cobertura angular cercana a  $4\pi$ . Los primeros arreglos utilizaron detectores tipo *phoswich* consistentes en la combinación de dos centelladores plásticos con distintas características de decaimiento y tubos fotomultiplicadores (TFM) como sensores de luz [11, 12, 13]. Sin embargo su resolución en energía no es muy buena y es difícil construir un sistema compacto en el que los rayos- $\gamma$  no sean atenuados fuertemente. También utilizaron arreglos basados en detectores delgados de Silicio ( $\Delta E$ ) en los cuales el tipo de partícula ligera emitida en la reacción se selecciona por la diferente pérdida parcial de energía al atravesar el material [14]. Este tipo de arreglos no es muy flexible ya que el grueso del detector no puede modificarse, además los detectores de silicio son costosos, muy sensibles al daño por radiación, y aunque presentan ventajas únicas como lo es su resolución en energía, es difícil formar con ellos un arreglo con gran cobertura angular, debido a que la montura del detector generalmente representa un "área muerta" <sup>1</sup>.

El desarrollo de fotodiodos de silicio de gran área permitió la construcción de arreglos

<sup>1</sup>Aunque esto puede solucionarse parcialmente diseñando nuevas monturas, el costo del diseño y fabricación es generalmente alto.

Arreglo	Número de detectores	Ref.
Dwarf Ball	72 phoswiches plásticos acoplados a tubos fotomultiplicadores, $\Delta E$ : BC400 - $E$ : BC444	[11]
Pennsylvania Array	24 phoswiches plástico-cristal acoplados a tubos fotomultiplicadores, $\Delta E$ : BC408S - $E$ : CaF <sub>2</sub>	[12]
Hystrix Array	12 phoswiches plásticos $\Delta E$ : NE102A - $E$ : NE115	[13]
Silicon Ball	17 detectores de transmisión de silicio	[14]
MINIBALL	24 CsI(Tl) acoplados a fotodiodos	[15]
MICROBALL	95 CsI(Tl) acoplados a fotodiodos	[3]
DIAMANT	54 CsI(Tl) acoplados a fotodiodos	[16]
ISIS	40 telescopios $\Delta E$ - $E$ de silicio	[17]
HYBALL	95 CsI(Tl) acoplados a fotodiodos y detectores de trazas $\Delta E$ - $E$ de Si ( 768 pixels )	[2]

Tabla 4.1: Ejemplos de arreglos  $4\pi$  de detectores de partículas cargadas que se utilizan en combinación con espectrometros de rayos- $\gamma$ .

muy compactos cuya unidad de detección está formada por un delgado cristal centellador inorgánico, CsI(Tl), acoplado ópticamente a un fotodiodo de Silicio. La tecnología del primer detector de este tipo [15] diseñado para operar en coincidencia con el espectrómetro  $8\pi$  de Chalk River fue empleada posteriormente para la construcción de arreglos como MICROBALL [3] y DIAMANT [16], que se utilizan en conjunto con espectrómetros gamma como GAMMASPHERE (en EU) y EUROBALL (en Europa) y como se describiera para su uso con haces radioactivos .

Uno de los aspectos más importantes del uso simultáneo de detectores de partículas cargadas y arreglos de detectores de rayos- $\gamma$  (ver Figura 4.1) es la posibilidad de corregir evento-por-evento el ensanchamiento Doppler que presenta el espectro de rayos- $\gamma$  ya que la medición de la energía y la detección de la dirección de emisión de la mayoría de las

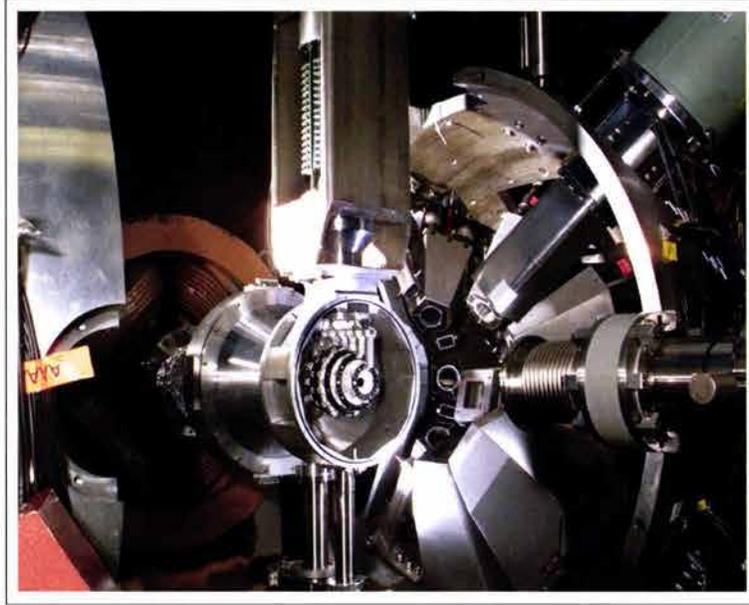


Figura 4.1: Se muestra un hemisferio del sistema de detección CLARION. En la parte central se puede apreciar la cámara de vacío que rodea al blanco, a la cual se le removió la parte frontal de forma que permitiera ver el arreglo HYBALL. La torre en la parte superior sirve de soporte a la cámara de vacío y resguarda en su interior al sistema de preamplificadores.

partículas, permite una completa determinación de la cinemática y con ello la posibilidad de recuperar la resolución intrínseca del detector de Ge. Esto es particularmente importante cuando se tienen velocidades muy altas. Por ejemplo, una de las principales limitaciones que por muchos años se enfrentó en la espectroscopía de altos espines de núcleos ligeros fue precisamente que para obtener estados con espín alto se requirió utilizar reacciones simétricas (masa del proyectil similar a la del blanco) y consecuentemente se obtuvieron grandes velocidades de núcleo compuesto. La desexcitación de dichos sistemas por emisión de partículas cargadas genera un gran ensanchamiento en los espectros de rayos- $\gamma$ .

A diferencia de los arreglos mencionados en la Tabla 4.1, que se emplean principalmente para la detección de partículas cargadas ligeras,  $A \leq 4$ , en este trabajo HYBALL fue utilizado para la detección de los núcleos blanco ( $A = 12$ ) dispersados en la reacción. La identificación de estos iones suministró una limpia condición de selección de eventos (utilizando coincidencias partícula- $\gamma$ ) y permitió al mismo tiempo recuperar la resolución intrínseca del detector de rayos- $\gamma$  a través de la corrección del ensanchamiento de las líneas en el espectro de rayos- $\gamma$  (ver Apéndice D). Esta última posibilidad fue un aspecto crucial para este trabajo, en particular para la determinación de los valores  $B(E2)$  de  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$ , en donde las energías de las transiciones- $\gamma$  del núcleo radioactivo de interés son muy cercanas a la de su principal contaminante y se requiere de una resolución óptima en el detector de Ge para poder separarlas.

A continuación, se describirán algunas de las principales características de los cristales de CsI(Tl) y de los fotodiodos utilizados en HYBALL.

### 4.1.1 Propiedades del CsI(Tl)

El CsI(Tl) es un centellador inorgánico conformado por una red cristalina de ioduro de cesio con talio como centro de impureza. Sus propiedades como material detector en la Física Nuclear, se conocen desde hace muchos años [18] y se basan en la conversión de energía cinética de la partícula cargada entrante al material en luz. Los iones producidos por la partícula incidente se difunden a través del cristal y son capturados por los centros de impureza. Un proceso de recombinación produce un centro de excitación que emite luz cuando regresa a su estado base. Mediante el uso de un fotosensor (fototubo o fotodiodo) y un sistema eficiente de colección de luz de centelleo, se puede obtener un detector de partículas con excelentes características.

El desarrollo de fotodiodos de gran área, bajo ruido y respuesta uniforme (ver Sección 4.1.2) ha renovado el interés en este material, y ha sido solo hasta años recientes que algunas de sus propiedades, como por ejemplo su respuesta en función de la masa de la partícula [23] y la temperatura del cristal [24] han sido estudiadas. La cantidad de luz producida por una partícula cargada incidente en un detector de CsI(Tl) es mayor que la característica de la mayoría de los materiales centelladores orgánicos, sin embargo la duración temporal de los pulsos es mayor. Delgados cristales de CsI(Tl) acoplados directamente a un fotodiodo (MINIBALL [15]) o a través de una guía de luz (MICROBALL, HYBALL [3, 2]) se han utilizado para conformar arreglos de detectores con gran cobertura angular. La posibilidad de realizar identificación de partículas, así como su alto poder de frenado, hacen del CsI(Tl) un material muy atractivo para arreglos de detectores empleados con RIBs. En esta Subsección se describirán las propiedades de este centellador que son relevantes para los experimentos que se discutirán en el Capítulo 5.

La elección del centellador CsI(Tl) como material detector en arreglos con gran cobertura angular, se basa principalmente en las siguientes características:

1. Tiene una muy alta eficiencia de emisión de luz. [20]
2. Su espectro de emisión (ver Figura 4.2) tiene un máximo en  $\lambda \sim 560$  nm (verde), que favorece su acoplamiento con fotodiodos, ya que estos últimos tienen una alta sensibilidad en esta región del espectro.
3. Es un material fácil de trabajar en el taller y es sólo ligeramente hidrofóbico (a diferencia del NaI(Tl), por ejemplo).
4. Su resolución en la identificación de partícula cargadas, utilizando técnicas de discriminación por forma de pulso, es excelente.

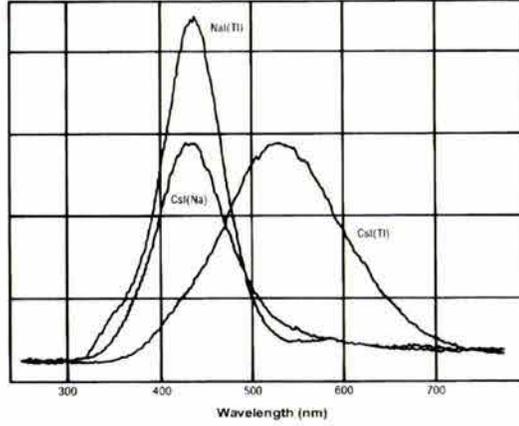


Figura 4.2: Espectros de emisión característicos de los centelladores CsI(Tl), CsI(Na) y NaI(Tl)

En primera aproximación la luz emitida por el CsI(Tl)  $L(t)$  puede expresarse como la suma de dos funciones exponenciales asociadas con una componente *rápida* cuya amplitud y constante de decaimiento exponencial  $\tau_r = 0.4 - 1.0 \mu\text{s}$  son dependientes del tipo de partícula cargada que se detecta y una componente *lenta* que es, a primer orden, independiente de la masa y carga de la partícula y tiene una constante de decaimiento exponencial  $\tau_l = 7\mu\text{s}$ .

$$L(t) = \frac{h_r}{\tau_r} \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) + \frac{h_l}{\tau_l} \exp\left(-\frac{t}{\tau_l}\right). \quad (4.1)$$

Esta última componente limita la razón de conteo que puede alcanzarse con detectores de CsI(Tl) ya que la superposición de pulsos deteriora rápidamente la identificación de partícula. En arreglos como HYBALL esta limitación intrínseca, se compensa disminuyendo el ángulo sólido que subtende cada detector con respecto al haz, para tratar de igualar las razones de conteo en los cristales individuales.

Debido a que el decaimiento temporal depende de la partícula interactuante, se pueden utilizar *técnicas de discriminación por forma de pulso* (una descripción detallada puede encontrarse en [3, 20]) para distinguir entre diferentes tipos de partículas. Esto se consigue, por ejemplo, comparando efectivamente la cantidad de luz que corresponde a cada componente a través de su razón de intensidades. Dicha razón depende de la masa y carga de la partícula absorbida, ver por ejemplo Figura 4.3.

### 4.1.2 Fotodiodos

Los fotodiodos son detectores construidos con base en una unión  $n-p$  de materiales semiconductores. Su operación consiste esencialmente en la generación de un pulso de corriente (en un circuito externo), proporcional a la energía depositada por los fotones o las partículas cargadas que inciden en su superficie.

La formación de la unión  $n-p$  usualmente se consigue a través de un cuidadoso proceso de difusión térmica o implantación de impurezas tipo- $p$  (boro) sobre un material tipo- $n$  (silicio), ver Figura 4.4. La interfase de los dos materiales, *depletion zone*, constituye la zona más importante en cuanto a detección de radiación se refiere. Es una región que se encuentra desprovista de portadores de carga (como consecuencia de la recombinación de electrones y agujeros), y posee un gradiente de campo eléctrico originado por la concentración de portadores en los dos materiales que forman la unión. Cuando radiación ionizante entra en la zona de depleción libera pares electrón-agujero que son barridos por el campo eléctrico intrínseco. Colocando contactos en los extremos de los semiconductores que forman la unión se puede obtener una señal de corriente proporcional a la ionización.

En general el campo eléctrico intrínseco de la unión  $n-p$  no es lo suficientemente intenso como para garantizar una colección de carga eficiente y el ancho de la zona de depleción (décimas de micrones, para silicio) es apenas suficiente para detener partículas de baja energía. Sin embargo, estas características de operación pueden mejorarse si se aplica un voltaje inverso a la unión (*i.e.* un voltaje negativo al extremo- $p$  y positivo al  $-n$ ). El efecto de este voltaje es incrementar la zona de depleción atrayendo a los agujeros o electrones hacia los contactos  $p$  o  $n$  respectivamente. El máximo voltaje que puede aplicarse está determinado por la resistencia del semiconductor, con silicio de alta resistividad pueden obtenerse anchos de depleción de hasta 5 mm, antes de que la unión se rompa y comience a conducir.

A diferencia de un tubo fotomultiplicador (que tiene ganancias típicas de  $10^6$ - $10^7$ ), el fotodiodo no tiene una ganancia intrínseca, por lo que su señal de salida es muy pequeña y se requiere de un preamplificador externo con bajo ruido para su manejo y análisis. Algunas de las principales características que distingue a un fotodiodo de un fototubo son:

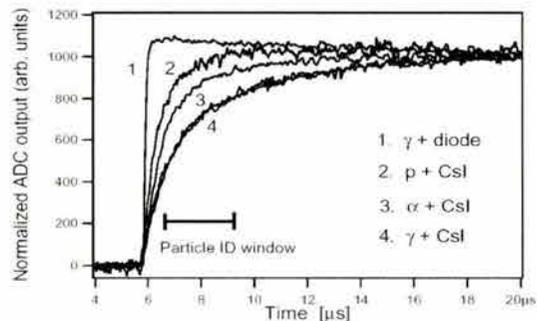


Figura 4.3: Respuesta de un detector de CsI(Tl) acoplado a un fotodiodo a varios tipos de partículas incidentes (Figura tomada de [21]). Las señales provenientes de un preamplificador sensitivo a la carga fueron digitalizadas a una frecuencia de 40 MHz. Las diferencias de forma de pulso de emisión se traducen en la subida de la señal mostrada.

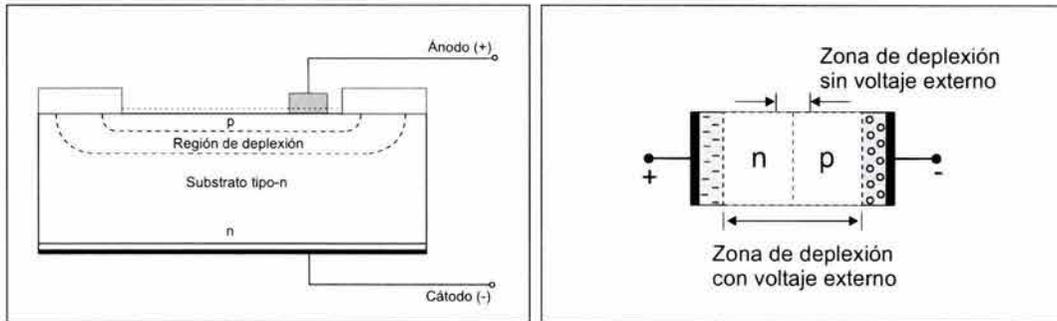


Figura 4.4: Esquema de un fotodiodo de silicio

1. Tienen una mayor eficiencia cuántica <sup>2</sup>,
2. Son insensitivos a campos magnéticos,
3. Sus requerimientos de operación (voltaje, corriente) son bajos,
4. Son más compactos,
5. Son mecánicamente más resistentes que un fototubo,
6. El tamaño de su brecha de energía es de 1-2 eV (comparado con 3-4 eV de un fotocátodo),
7. Su sensibilidad varía con la longitud de onda (su respuesta espectral va de 180 nm a 1100 nm dependiendo del material semiconductor),
8. Su respuesta es generalmente más lenta.

### 4.1.3 HYbridian BALL (HYBALL)

Dependiendo de la reacción que se utilice, HYBALL tiene la versatilidad de estar compuesto por *i.* 95 elementos conformados por un centellador de CsI(Tl), acoplado a un lector fotodiodo a través de una guía de luz de lucita, *ii.* 6 telescopios  $\Delta E$ - $E$  de trazas de silicio con forma de sectores circulares segmentados tanto angular como radialmente para cubrir la dirección hacia adelante, complementado por 79 detectores de CsI(Tl) para cubrir ángulos mayores a  $25^\circ$ . En la Figura 4.5 se muestran las dos partes del arreglo. La cámara de vacío que resguarda al arreglo en el área experimental puede apreciarse en la Figura 4.6.

Para la serie de experimentos que se discuten en este trabajo, únicamente se utilizaron los elementos de CsI(Tl) de HYBALL.

<sup>2</sup>La eficiencia cuántica se define como la fracción de fotones incidentes que contribuyen a la fotocorriente

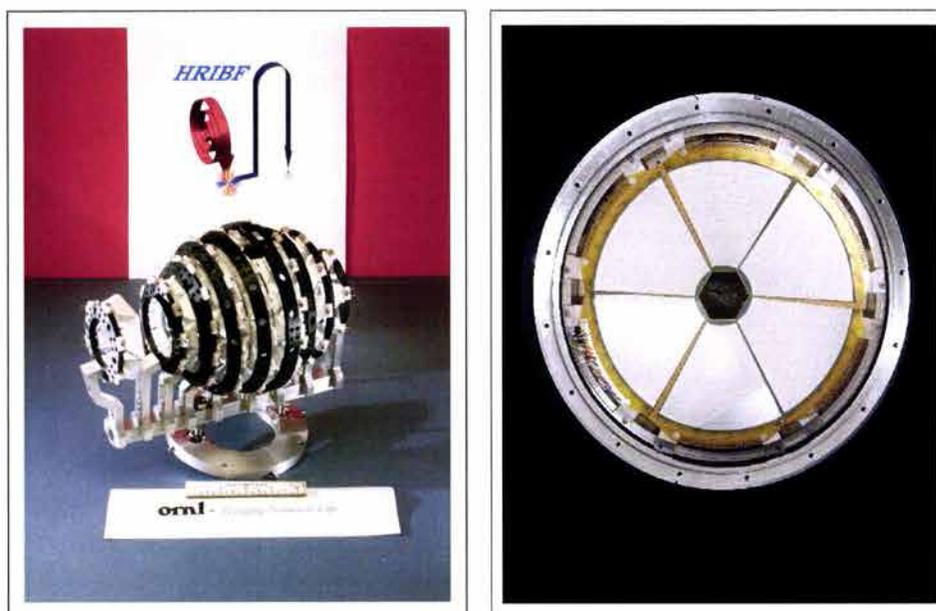


Figura 4.5: Componentes del arreglo de detectores de partículas cargadas HYBALL. A la izquierda se muestran el arreglo de 95 detectores de CsI(Tl) montados en los 9 anillos, una regla de 8 cm da idea de sus dimensiones. A la derecha se observa la componente de Si de HYBALL. Los 6 detectores  $\Delta E$  de micro trazas de silicio forman una pared frontal, dejando un orificio hexagonal para la salida del haz.

#### 4.1.4 Unidad de Detección

Cada elemento de detección de HYBALL está formado por un delgado cristal de CsI(Tl), que tiene forma de prisma trapezoidal recto, el cual se acopla utilizando una resina epóxica transparente (Bicron BC600) a la base mayor de una guía de luz de lucita. Las guías tienen forma de pirámide trapezoidal truncada (ver Figura 4.7) y son adheridas a través de su base menor, utilizando un compuesto de silicon (RTV615 General Electric Co. <sup>3</sup>) a la superficie de un fotodiodo de silicio, con un área activa de  $1 \text{ cm}^2$ . El pegamento de interfase entre la guía de luz y el fotodiodo es suficientemente suave como para permitir el remplazo de los fotodiodos en caso de ser necesario. En la Tabla 4.2 se indican las dimensiones de los cristales de CsI(Tl) utilizados en HYBALL.

Para coleccionar eficientemente la luz de centelleo emitida por el CsI(Tl), las superficies laterales de cada elemento fueron cubiertas con un material reflejante difuso: cinta de teflón, que se utilizó también para proteger los bordes activos del fotodiodo. La superficie frontal de cada cristal centellador fue cubierta por una laminilla de Al de  $0.5 \text{ mg/cm}^2$  y una hoja del material absorbedor (Pb o Sn). El ancho de los absorbedores se eligió para detener iones pesados provenientes del haz dispersado elásticamente (con rango de  $20\text{-}30 \text{ mg/cm}^2$  en los detectores frontales y  $5\text{-}15 \text{ mg/cm}^2$  para ángulos hacia atrás). Otra función

<sup>3</sup>RTV son las siglas en inglés de Room Temperature Vulcanization, e indican que el producto “cura” o “vulcaniza” a temperatura ambiente

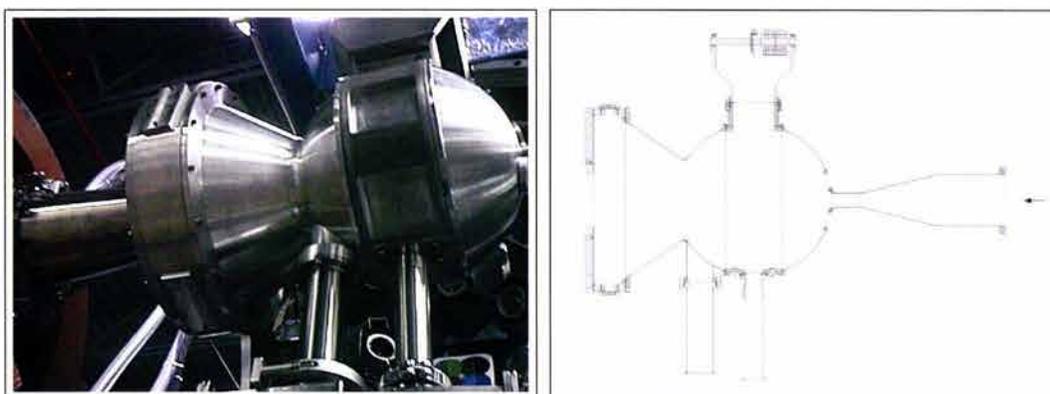


Figura 4.6: Cámara de dispersión que rodea al blanco. En su interior se coloca HYBALL y su terminación en forma de abanico fue diseñada para alojar al arreglo de detectores de Si. La separación entre los detectores de Si y la posición del blanco se eligió de forma que los detectores de germanio no se encontraran expuestos a un exceso de eventos espurios generados por el gran número de núcleos radioactivos (en su mayoría radiación de fondo) que son dispersados en reacciones de cinemática inversa con RIBs. Al cerrar los dos hemisferios de CLARION una capa de 1/2 pulgadas de Pb rodea completamente la sección cónica de la cámara blindando de manera efectiva la radiación proveniente de los iones radioactivos dispersados.

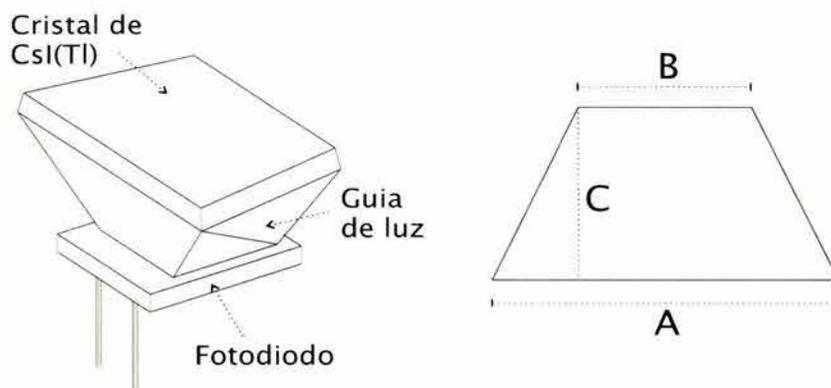


Figura 4.7: Esquema de un elemento de detección de HYBALL correspondiente al cuarto anillo (izquierda) y la sección transversal de la guía de luz (derecha), ver Tabla 4.2.

de los absorbedores es atenuar el número de electrones y rayos- $X$  generados al incidir el haz en el blanco, que potencialmente deterioran las señales intrínsecamente lentas de los detectores.

Los detectores de HYBALL están distribuidos en 9 anillos fabricados con base en una mezcla de plástico *DELIRIN* (fabricado por Dupont) con fibras de carbono que hace del material un conductor. La finalidad de esto es disipar la carga estática que pudiera acumularse en la estructura debido al bombardeo con el haz de iones. Los anillos se encuentran sostenidos a través de unas monturas huecas de aluminio que se unen a una barra del mismo material. Esta barra se encuentra unida a un disco, a través de dos

Número de anillo	Longitud A [cm]	Longitud B [cm]	Longitud C [cm]	Espesor del cristal [mm]	Area frontal [cm <sup>2</sup> ]
1	2.9771	1.4907	1.3091	3.0	2.925
2	2.0434	1.0452	1.6454	2.5	2.541
3	2.1252	1.4313	1.6007	2.5	2.846
4	2.4216	1.9393	1.4615	2.0	3.187
5	2.1516	1.8875	1.6802	1.8	3.393
6	2.1529	2.1529	1.6802	1.5	3.617
7	2.2466	1.9111	1.7089	1.5	3.553
8	2.5509	1.6510	1.9583	1.5	4.114
9	3.3259	0.9429	2.2106	1.1	4.718

Tabla 4.2: Dimensiones de los cristales de CsI(Tl) que conforman a HYBALL. La notación utilizada corresponde a la introducida en la Figura 4.7.

tornillos que permiten ajustar la posición vertical del arreglo. El disco cuenta también con un mecanismo que permite ajustar la posición de la bola en el plano horizontal. Toda la estructura cuelga en el interior de la cámara de vacío.

En la Tabla 4.3 se indica el número de elementos CsI(Tl) que se colocan en cada anillo de HYBALL, su cobertura angular, la distancia que los separa del blanco, entre otros datos relevantes. La cobertura de ángulo sólido del arreglo se ha estimado aproximadamente en 98.5 % de  $4\pi$ . Las pérdidas de ángulo sólido provienen de la separación entre los detectores en un anillo, la separación entre anillos vecinos, el espacio para la inserción del blanco así como la entrada y salida del haz.

En la Figura 4.8 se muestra esquemáticamente la electrónica de HYBALL. Consiste en cuatro componentes principales: *i.* los preamplificadores, *ii.* los módulos especiales de electrónica integrada, *iii.* los digitalizadores y *iv.* el sistema de adquisición. La preamplificación y reconstrucción de la forma del pulso son etapas críticas en el procesamiento de la señal.

Los preamplificadores son sensibles a la carga y están contruidos con componentes discretas montadas en un pequeño circuito integrado [22]. Grupos de 16 preamplificadores se conectan a una tarjeta (*board*) que tiene como función distribuir el voltaje común de operación y el voltaje de polarización de los diodos (típicamente de 30V). Un conjunto de 6 tarjetas se encuentran distribuidas en el interior de un cilindro metálico que las protege (visible en la parte superior de la Figura 4.1), y están conectadas a una placa circular que sirve de interfase con la cámara del blanco. Los 95 preamplificadores son enfriados por

Número de anillo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de detectores	6	10	12	12	14	14	12	10	6
Ángulo polar del anillo [grados]	10.5	21	36	52	70	90	115	135	159
Ángulo medio del detector [grados]	3.5	7	8	8	9.8	10	11.5	12	12
Distancia al blanco [mm]	107	67	57	52	47.5	47.5	42	46	52
Material absorbedor	Pb	Sn	Sn						
Ancho del absorbedor [ $\text{mg}/\text{cm}^2$ ]	31.0	30.0	25.0	25.0	20.0	15.0	15.0	5.2	5.2

Tabla 4.3: Parámetros que caracterizan al detector de partículas cargadas HYBALL. La posición correspondiente a  $\theta = 90^\circ$  (*sexto anillo*),  $\phi = 180^\circ$  se utiliza para intrucir el blanco experimental.

un sistema a base de aire el cual es distribuido a lo largo de una columna metálica central que cuenta con un conjunto de perforaciones. Cables coaxiales miniatura muy flexibles (Cooner Wire) de 60 cm de longitud conectan en el interior de la cámara con los fotodiodos. La segunda etapa de la electrónica consiste en módulos especiales de electrónica integrada que incluyen discriminadores y amplificadores cuyos niveles y ganancias son controlados por computadora. Estos módulos fueron hechos por Pico Systems [29]. Cada módulo maneja 16 canales y provee multiples salidas incluyendo una salida OR de todos los discriminadores del módulo, el cual se combina con el de los otros módulos para establecer la lógica externa. El módulo provee tres salidas multiples a través de conectores con 34 pins cada uno en ECL. Dos salidas provienen de la señal lineal del pulso la cual se divide en dos: una corresponde a una señal atenuada “*energia*”, la otra sin atenuar que va a ser la de “*PID*”. La tercera salida corresponde a un tiempo. El ancho de esta última señal está determinado por la diferencia en tiempo entre las señales de los discriminadores internos (que tienen una función similar a la de un discriminador de fracción constante) y una señal externa (que puede ser la señal de CLARION o del disparo maestro). Los tres conjuntos de 285 ( $95 \times 3$ ) señales se envían a la tercera etapa de la electrónica constituida por 18 unidades FERAS ADCs que son módulos comerciales CAMAC (LeCroy 4300B). La identificación de partícula se realizó mediante técnicas de discriminación por forma de pulso [30]. Esto se consiguió definiendo electrónicamente (con Gate and Delay Generators) dos intervalos temporales sobre regiones distintas del pulso de corriente de salida para cada elemento, e integrando sobre cada una de ellas (ver ecuación 4.1). La integración sobre el pico da una señal de energía mientras que la integración de una ventana en la cola del



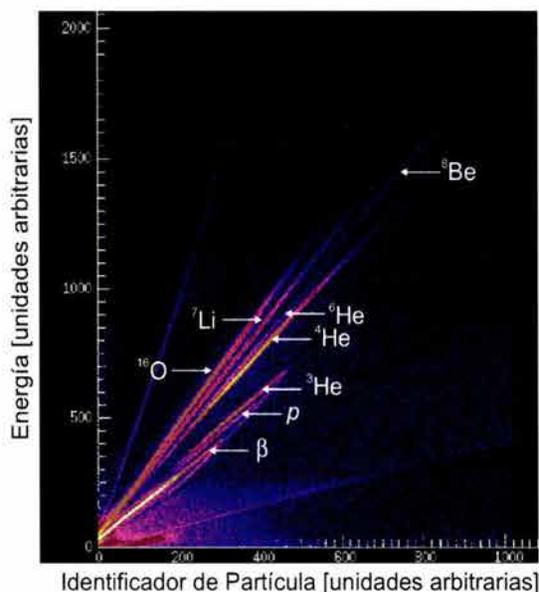


Figura 4.9: Histograma en dos dimensiones correspondiente a un elemento de HYBALL, puede verse la excelente distinción entre los diferentes grupos de partículas cargadas que inciden en el detector.

su energía al paso de un ancho volumen de material (solo atenúan su intensidad), las técnicas empleadas para su detección se basan en principios totalmente distintos a la detección de partículas cargadas. Los tres principales procesos que caracterizan esta interacción son:

- i. Efecto fotoeléctrico*, que consiste en la absorción de un fotón por un electrón atómico, e involucra la subsecuente emisión del electrón del átomo.
- ii. Dispersión Compton*, que consiste en la dispersión del fotón con electrones libres.
- iii. Producción de pares*, que involucra la transformación de un fotón en un par electrón-positrón, y requiere una energía mínima del fotón de 1.022 MeV.

El efecto fotoeléctrico y la producción de pares involucran la absorción total del rayo- $\gamma$  y su transformación en partículas cargadas. En el proceso Compton por el contrario, la  $\gamma$  transfiere únicamente parte de su energía al electrón dispersado, y cuenta con la posibilidad de escapar del detector. Para energías del orden de algunos MeVs, la sección eficaz de estos tres procesos varía proporcionalmente a  $Z^5$  (fotoeléctrico),  $Z^2$  (producción de pares) y  $Z$  (Compton). Debido a esta dependencia, en cuanto a la elección de detectores de rayos- $\gamma$  se refiere el empleo de materiales con  $Z$  grande es preferido.

En sus inicios, la espectroscopía de rayos- $\gamma$  estuvo basada en el uso de unos cuantos detectores de centelleo, principalmente NaI(Tl). Con estos detectores es posible alcanzar

una alta eficiencia de detección, pero la resolución de energía que se obtiene es generalmente baja (90 keV a una energía de 1300 keV). Como consecuencia de un pequeño tamaño y un bajo número de detectores la sensibilidad de los experimentos pioneros en el área fue limitada.

El estudio del comportamiento del núcleo bajo condiciones de alto momento angular planteó sin embargo, la necesidad de interceptar la mayor parte de la radiación- $\gamma$  emitida, ya que en estos estudios el decaimiento del núcleo (poblado usualmente a través de reacciones de fusión-evaporación) está caracterizado por la emisión de secuencias de hasta 35 transiciones- $\gamma$ . Esta demanda condujo a la construcción de arreglos formados por un gran número de detectores colocados uno muy cerca del otro en torno a la posición del blanco, con el fin de conseguir una alta cobertura de ángulo sólido. El primer arreglo construido con esta filosofía fue el *Spin Spectrometer* en ORNL [31] compuesto de 72 detectores de NaI(Tl) con una geometría esférica, seguido por *Crystal-Ball* en Darmstadt-Heidelberg [32], compuesto de 162 NaI(Tl) con una distribución también esférica. Estos arreglos permitieron por primera vez estudiar las cascadas de desexcitación nuclear como función del espín y la temperatura. Sin embargo, a pesar de que estos arreglos son capaces de detectar la mayor parte de la energía emitida (*calorímetros*), su aplicación a espectroscopía de líneas discretas se encuentra limitada por la baja resolución de energía.

El desarrollo de los detectores de germanio a mediados de 1960 [33] representó un avance muy importante para la espectroscopía nuclear, ya que a diferencia del NaI los cristales de germanio (ya sean Ge(Li) o germanio hiperpuro, HPGe) permiten una alta resolución de energía de aproximadamente 2 keV a 1332 keV. Reemplazando algunos elementos de los arreglos de NaI(Tl) por detectores de germanio fue posible seleccionar los canales de decaimiento imponiendo condiciones sobre  $H$ , la suma de energía de los eventos en coincidencia, y sobre  $K$ , el número de golpes correspondientes a un evento de multiplicidad  $M$ <sup>4</sup>. Hacia finales de 1970 se observó sin embargo, que el desempeño de los detectores de germanio *desnudo* era muy bajo debido a que los rayos- $\gamma$  tenían una alta probabilidad de sufrir dispersión Compton antes de que su energía total fuera absorbida. La forma de resolver esta limitante fue rodear al cristal de germanio con lo que se conoce como *capa de supresión de escape*, que consiste en un detector, usualmente un centellador muy denso, que se opera en anticoincidencia con el cristal de germanio y permite eliminar electrónicamente todos aquellos eventos que presentan simultáneamente una señal en el cristal de Ge y una señal en la capa de supresión. El primer material utilizado como supresor fue el NaI(Tl), sin embargo fue sustituido al poco tiempo por el germanato de bismuto Bi<sub>4</sub>Ge<sub>3</sub>O<sub>12</sub>, mejor conocido como BGO. Estos avances combinados con el desarrollo de detectores de germanio de alta pureza condujeron a la construcción de poderosos espectrómetros que permitieron estudiar fenómenos muy débiles con mejoras impresionantes en resolución de energía, razón señal-a-background y en combinación con detectores auxiliares (detectores de partículas por ejemplo) en la selección de canales de

---

<sup>4</sup>La multiplicidad se define como el número de rayos- $\gamma$  en coincidencia. Para un arreglo ideal  $K$  y  $M$  deben ser casi iguales.

detección.

Sin embargo, hacia 1990, se vio que la producción de cristales de Ge tipo- $n$  estaba en cierta forma limitada, ya que cristales de dimensiones muy grandes presentaban problemas de déficit balístico y alta sensibilidad a daños por neutrones, además de que al colocar estos grandes detectores a ángulos cercanos a  $90^\circ$  con respecto del haz, las líneas de rayos- $\gamma$  sufrían un gran ensanchamiento Doppler (ver Apéndice B). Estas dificultades fueron superadas con el desarrollo de un nuevo concepto: un detector de Ge compuesto, que consiste en varios cristales individuales ensamblados en un criostato común. Con este tipo de detectores pueden alcanzarse volúmenes activos mucho mayores que los accesibles por cristales monolíticos.

En esta sección se describen brevemente las principales características y el principio de operación del espectrómetro de rayos- $\gamma$  CLARION (CLOver Array for Radioactive ION beams), que está conformado por detectores de germanio: 12 HPGe y 11 detectores compuestos CLOVER<sup>5</sup>, ver Figura 4.10. La distribución de los detectores de CLARION en torno al blanco se encuentra optimizada con el fin de utilizar el arreglo en coincidencia con el detector de partículas HYBALL y en experimentos que emplean haces de iones radioactivos.

### 4.2.1 Detectores de germanio

El principio de operación de un detector de germanio es análogo al de un diodo semiconductor de unión. Sin embargo los cristales de Ge de pureza usual no son útiles para la detección de rayos- $\gamma$  ya que las zonas de depleción más anchas que pueden lograrse con ellos son de apenas unos cuantos milímetros. Para crear zonas de depleción más grandes, se emplea un proceso de compensación a base de litio, con el cual se crean artificialmente zonas intrínsecas con profundidades de 10-15 mm. La principal desventaja de los detectores fabricados con esta técnica, Ge(Li), es que la distribución espacial del litio es inestable a temperatura ambiente, y con el fin de prevenir procesos de recombinación los detectores deben permanecer en todo momento a temperaturas de nitrógeno líquido.

Debido a que la profundidad de la zona de depleción para una unión normal  $n-p$ , a un voltaje dado se incrementa proporcionalmente a la raíz cuadrada de la resistividad del material, una alternativa para crear grandes regiones de depleción consiste en desarrollar cristales de germanio de alta pureza, ya que por ejemplo si las impurezas en el germanio pueden reducirse alrededor de  $10^{10}$  átomos/cm<sup>3</sup>, la resistividad correspondiente es lo suficientemente alta como para alcanzar una profundidad de 10 mm utilizando un voltaje inverso menor que 1000 V y sin tener que emplear una etapa de compensación. Los detectores fabricados bajo este principio suelen llamarse detectores de germanio intrínsecos o detectores de germanio hiperpuro HPGe.

Las propiedades de este material de alta pureza tienden a ser de tipo- $p$  debido a la presencia de impurezas residuales o centros aceptores asociados con defectos de la

---

<sup>5</sup>Manufacturados por EURISYS MESURES

red de germanio. Sin embargo gracias a los avances tecnológicos actualmente se han podido desarrollar exitosamente cristales HPGe con propiedades tipo- $n$ . El espectrómetro CLARION está parcialmente conformado por 12 detectores HPGe, cada uno de los cuales tiene una longitud aproximada de 7 cm y un diámetro de 5 cm y está equipado con una capa BGO para la supresión Compton.

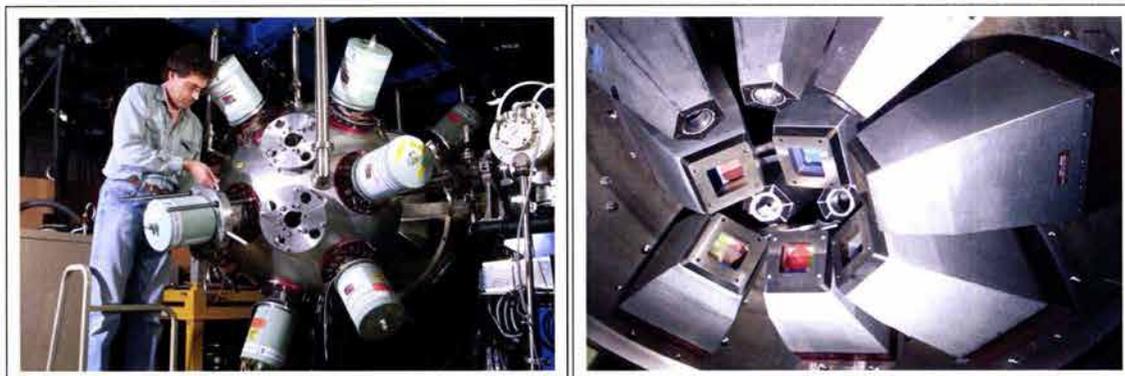


Figura 4.10: CLARION, a la izquierda vista exterior, a la derecha una vista interior de uno de los hemisferios que lo conforman. Se observan los supresores Compton de BGO así como los colimadores pasivos de Pb (3 cm) al frente de cada uno de ellos. La función de estos colimadores es suprimir la radiación proveniente directamente del blanco y evitar que llegue al BGO activándolo.

Los 11 detectores compuestos que forman parte de CLARION, se conocen como detectores tipo CLOVER (*trébol*) y consisten en cuatro detectores coaxiales de germanio hiperpuro con características tipo- $n$ , arreglados como un trébol de cuatro hojas (ver Figura 4.11). Para lograr un conjunto compacto, los cristales de forma inicialmente cilíndrica, 50 mm de diámetro y 80 mm de longitud, son devanecidos en uno de sus extremos, partiendo aproximadamente de la mitad del cristal (36 mm) y formando un ángulo de  $7.1^\circ$  con la vertical, de tal manera que la cara frontal de cada cristal individual adquiera la forma de un cuadrado con vértices redondeados. La separación entre cristales adyacentes es  $\sim 0.2$  mm y permite una buena transmisión de fotones dispersados por efecto Compton entre cristales vecinos. Los cuatro detectores se mantienen como un conjunto únicamente a través de un soporte que se encuentra en la cara posterior de cada cristal, esto reduce la cantidad de material que los rodea y ofrece una alta probabilidad de transmisión hacia la capa de supresión BGO que rodea los cuatro cristales. Los detectores CLOVER operan a un voltaje de aproximadamente +2500 V aplicado al electrodo central o ánodo de cada cristal.

Aunque los detectores HPGe no tienen etapa de compensación, la brecha de energía que separa a la banda de valencia y de conducción para germanio, es relativamente baja ( $0.66$  eV, comparada con  $1.12$  eV para silicio y  $1.56$  eV para boro), por lo que la excitación térmica de pares electrón-agujero es muy probable a temperatura ambiente <sup>6</sup> y genera

<sup>6</sup>La probabilidad por unidad de tiempo de la excitación térmica de un par electrón-agujero está dada

Ángulo Polar	Número de detectores	Tipo de detector
57°	7	GeHP
90°	6	CLOVER
120°	4	GeHP
132°	3	CLOVER
132°	1	GeHP
155°	2	CLOVER

Tabla 4.4: Distribución usual de los detectores de Ge que conforman al espectrómetro CLARION

corrientes de fuga que destruyen la resolución de energía del detector. Para reducir este ruido térmico, los detectores son operados a temperaturas de nitrógeno líquido (77 °K).

#### 4.2.2 CLARION

El espectrómetro de rayos- $\gamma$  CLARION fue utilizado para las mediciones de los valores de  $B(E2)$  de isótopos radioactivos  $^{78}\text{Ge}$ ,  $^{80}\text{Ge}$  y los núcleos estables. Consiste en un arreglo de detectores de germanio, que puede estar conformado de hasta 12 detectores HPGe y 11 detectores de alta eficiencia tipo CLOVER con cuatro cristales cada uno. Los detectores se distribuyen sobre una esfera de aluminio dividida verticalmente en dos hemisferios, que rodean a la cámara blanco (ver Figura 4.10). La posición de los detectores sobre esta esfera es intercambiable. Para experimentos con RIBs se colocan predominantemente en ángulos hacia atrás (ver Tabla 4.4). La mayor parte de la eficiencia de detección del arreglo proviene de los detectores CLOVER, y es de 2.2%, (para un rayo gamma de 1.33 MeV) mientras que la contribución de los detectores HPGe a dicha eficiencia es de apenas de un 0.3%.

Los ángulos especificados en la Tabla 4.4, se miden tomando un sistema de referencia cuyo eje  $\hat{z}$  positivo se encuentre en la dirección del haz entrante. La mayoría de los detectores están colocados a ángulos  $\geq 90^\circ$  debido a que para ángulos pequeños la dispersión de Rutherford proveniente de RIBs causa una excesiva radiación de fondo de positrones y radiación de aniquilación a 511 keV. La distancia entre los detectores y el blanco es de 25 cm. Para los experimentos que se discuten en este trabajo, no se emplearon los detectores HPGe. Únicamente 8 de los detectores CLOVER fueron utilizados 4 de ellos a  $90^\circ$ , 3 a  $132^\circ$  y 1 a  $155^\circ$ .

Una propiedad muy importante que caracteriza a los detectores CLOVER de CLARION es que tienen una segmentación electrónica extra (ver Figura 4.11), que se consigue dividiendo longitudinalmente en dos partes el electrodo exterior tipo- $p$  de cada cristal.

---

por  $P(T) = C T^{3/2} \exp[-E_g/2kT]$ , en donde  $T$  es la temperatura absoluta,  $E_g$  es la brecha de energía,  $k$  es la constante de Boltzman y  $C$  es una constante que depende del material.

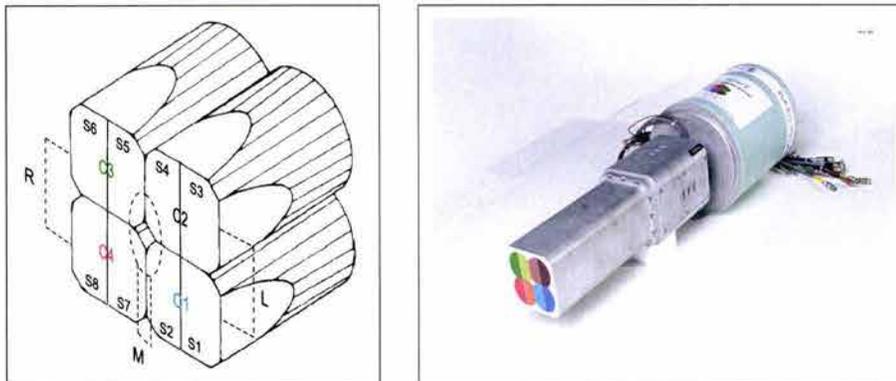


Figura 4.11: En el lado izquierdo se muestra un diagrama esquemático de la segmentación de los detectores CLOVER utilizados en ORNL. C1, C2, C3 y C4 denotan los centros de los cuatro cristales, S1,...,S8 los ocho segmentos electrónicamente independientes del detector mientras que L, M, R representan las tres señales de posición que pueden obtenerse de los contactos externos como se muestra en la figura. A la derecha se muestra una fotografía de uno de los detectores CLOVER que conforman CLARION, sin su capa de supresión Compton.

Esta división ofrece un total de 7 lecturas independientes: 4 canales de alta resolución que digitalizan señales de energía y tiempo de los electrodos centrales o ánodo de cada cristal y 3 de baja resolución para procesar los canales laterales.

La segmentación de los electrodos externos del cristal también reduce el ángulo de apertura de los cristales individuales <sup>7</sup>, lo que significa que el ensanchamiento Doppler que sufren los picos del espectro no es tan grande como el que se observaría en un espectro tomado con un cristal no segmentado. También mejora el desempeño del detector bajo condiciones de alta multiplicidad de rayos- $\gamma$ , debido a que conforme el ángulo sólido del detector disminuye, la probabilidad de que dos rayos- $\gamma$  incidan en el mismo detector disminuye. Un detector con un cristal único no es capaz de distinguir un rayo- $\gamma$  que sufre dispersión Compton de un evento conformado por el golpe de dos rayos- $\gamma$  independientes. Pero un detector electrónicamente segmentado permite distinguir estas dos situaciones y reconstruir eventos en los que el fotón deposite parcialmente su energía en dos porciones adyacentes del detector.

A pesar de que la resolución intrínseca de los detectores de Ge es del orden de 2 keV a 1332 keV, la resolución que se obtiene en un experimento puede ser mucho menor, y está determinada por las condiciones experimentales. Los principales factores que afectan la resolución final de un arreglo a una energía dada son:

1. La resolución intrínseca del detector de germanio  $\Delta E_{int}$ , que incluye contribuciones asociadas con los componentes electrónicos, el procesamiento de la señal, así como inhomogeneidades presentes en el cristal.

<sup>7</sup>La orientación de los detectores CLOVER en torno al blanco se elige de forma que la diferencia entre los ángulos polares que delimitan cada segmento sea mínima.

2. El ensanchamiento Doppler,  $\Delta E_{\text{det}}$ , debido a la abertura angular del detector.
3. El ensanchamiento Doppler,  $\Delta E_{\text{vel}}$ , debido al frenado del proyectil en el blanco que provoca dispersión en la rapidez de los núcleos en retroceso.
4. El ensanchamiento,  $\Delta E_{\text{ang}}$ , debido a la dispersión angular del núcleo en retroceso.

En la Figura 4.12 se ilustran los factores que dan origen a estos términos para una reacción típica. La resolución final en energía está dada por

$$\Delta E_{\gamma}^{\text{final}} = [(\Delta E_{\text{int}})^2 + (\Delta E_{\text{det}})^2 + (\Delta E_{\text{vel}})^2 + (\Delta E_{\text{ang}})^2]^{1/2}, \quad (4.2)$$

La resolución intrínseca del detector es independiente de la reacción estudiada y puede determinarse apartir del espectro de energía (tomado con el detector) de una fuente calibrada de rayos- $\gamma$  ( $^{152}\text{Eu}$ ,  $^{55}\text{Co}$ , etc.), en la forma siguiente

$$\Delta E_{\text{int}} = \text{FWHM}(E_{\gamma}^{\text{fuente}}), \quad (4.3)$$

en donde  $\text{FWHM}(E_{\gamma}^{\text{fuente}})$  denota el ancho total a la mitad del máximo del pico con energía  $E_{\gamma}$ . Una expresión analítica para los sumandos restantes que aparecen en (4.2) puede obtenerse al despejar la energía  $E$  del rayo- $\gamma$  observado en el laboratorio de (D.5) en la forma siguiente

$$E = \frac{E' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}, \quad (4.4)$$

De esta relación se tiene que la contribución debida a la abertura angular del detector está dada por

$$\Delta E_{\text{det}} = \frac{E \beta \sin \theta}{[1 - \beta \cos \theta]^{1/2}} (\Delta \theta_{\text{det}}). \quad (4.5)$$

en donde  $E$  es la energía de la  $\gamma$  sin corrimiento,  $\theta$  es el ángulo al cual el rayo- $\gamma$  es emitido, con respecto a la dirección del haz,  $\beta = v/c$ , siendo  $v$  la velocidad del núcleo en retroceso y  $\Delta \theta$  la aceptación angular del detector. De esta relación puede verse que el ensanchamiento Doppler debido al tamaño finito del detector es proporcional a su ángulo de apertura. En los detectores CLOVER,  $\Delta \theta$  se reduce gracias a la segmentación electrónica del detector.

De forma análoga, la contribución al ensanchamiento Doppler debida a la dispersión angular del núcleo en retroceso,  $\Delta E_{\text{ang}}$ , está dado por una expresión similar a (4.5) si se reemplaza  $(\Delta \theta_{\text{det}})$  por  $(\Delta \theta_{\text{ang}})$ .  $\Delta E_{\text{vel}}$  está dada por

$$\Delta E_{\text{vel}} = E \frac{\beta - \cos \theta}{[1 - \beta^2]^{3/2}} \Delta \beta. \quad (4.6)$$

En la Figura 4.12 se ilustra la abertura angular del detector  $\Delta \theta_{\text{det}}$ , el cambio en la rapidez del núcleo,  $\Delta v$  y la dispersión angular del vector velocidad  $\Delta \theta_{\text{ang}}$ .

### Corrección Doppler

Como se verá en el Capítulo siguiente, uno de los aspectos más importantes para la medición de los valores  $B(E2)$  en los núcleos radioactivos  $^{78,80}\text{Ge}$ , fue la posibilidad de utilizar la alta granularidad de los arreglos CLARION y HYBALL para corregir evento-por-evento el corrimiento Doppler de los rayos- $\gamma$  observados. Este corrimiento es originado por el hecho de que los fotones son emitidos por un núcleo residual en movimiento y observados en un detector estacionario cuyo ángulo sólido de detección es suficientemente grande como para aceptar fotones con varios ángulos de incidencia. En el espectro de energía, el corrimiento Doppler se observa como un ensanchamiento en los picos, es decir como una pérdida de resolución en los detectores de germanio.

Partiendo de la relación que existe entre la energía  $E'$  medida en un sistema de referencia  $S'$ , fijo al núcleo en retroceso que después de la colisión se mueve con una velocidad  $\vec{v}_p$  relativa al sistema de laboratorio

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma} + \vec{v}_p \cdot \vec{p}_{\gamma}}{\sqrt{1 - (v_p/c)^2}}, \quad (4.7)$$

donde las cantidades no primadas son medidas en el laboratorio, y los subíndices  $p$  y  $\gamma$  especifican que se trata de la velocidad del proyectil y del momento lineal del fotón, respectivamente. Expresando  $\vec{p}_{\gamma} = (h\nu/c) \hat{p}_{\gamma} = (E_{\gamma}/c) \hat{p}_{\gamma}$  en donde  $\hat{p}_{\gamma}$  es un vector unitario en la dirección de emisión de la gamma, el factor Doppler por el que debe corregirse la energía medida en el laboratorio puede expresarse como

$$E_{\gamma}' = E_{\gamma} (1 - \beta_p \hat{v}_p \cdot \hat{p}_{\gamma}) \gamma \quad (4.8)$$

en donde  $\beta_p = v_p/c$  y  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta_p^2}$ . Utilizando las leyes de conservación de energía y momento lineal en una reacción binaria (ver Apéndice C), es posible expresar la velocidad

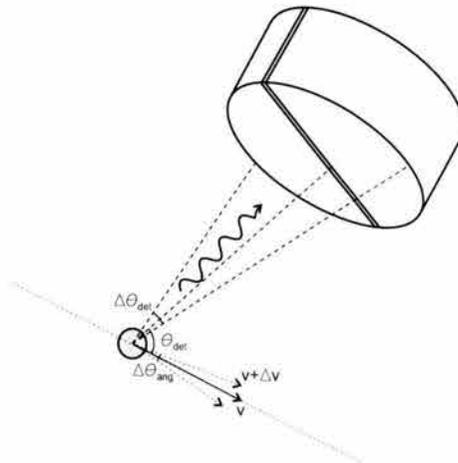


Figura 4.12: Ilustración de algunos factores que afectan la resolución de energía de un detector de rayos- $\gamma$

del proyectil después de la colisión  $\vec{v}_p$  como función del ángulo de dispersión del blanco  $\theta_b$ , que experimentalmente queda determinado por el detector de partículas HYBALL<sup>8</sup>. Empleando la notación introducida en el Apéndice F se tiene que la magnitud puede expresarse como

$$v_p = v \Delta, \quad (4.9)$$

en donde  $v$  es la rapidéz del proyectil antes de la colisión y

$$\Delta = \left[ 1 - \frac{m_b}{m_p} \frac{4 \cos^2 \theta_b}{\left(1 + \frac{m_b}{m_p}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.10)$$

mientras que el vector unitario  $\hat{v}_p$  en la dirección de dispersión del proyectil puede obtenerse a partir de

$$\sin \theta_p = \frac{1}{\Delta} \frac{m_b}{m_p} \left[ \frac{2 \cos \theta_b}{1 + \frac{m_b}{m_p}} \right] \sin \theta_b, \quad (4.11)$$

$$\cos \theta_p = \frac{1}{\Delta} \left[ 1 - \frac{m_b}{m_p} \left( \frac{2 \cos^2 \theta_b}{1 + \frac{m_b}{m_p}} \right) \right], \quad (4.12)$$

$$\phi_p = \phi_b + \pi. \quad (4.13)$$

Para determinar finalmente  $\hat{p}_\gamma$  se requiere conocer la posición en la que el rayo- $\gamma$  interactúa con el detector de germanio. Una localización precisa de dicha posición puede obtenerse haciendo uso de la segmentación tanto física como electrónica de los detectores CLOVER, ilustrada en la Figura 4.13.

En el Capítulo siguiente, se describe con mayor detalle la importancia de recuperar la resolución intrínseca de los detectores de germanio, a través de la corrección del ensanchamiento Doppler haciendo uso combinado de la información de todos los segmentos de CLARION y HYBALL, aplicado a los experimentos con RIBs de masa  $A = 78$  y  $A = 80$ .

### 4.2.3 Electrónica de CLARION

Cada unidad CLOVER tiene en su base 4 preamplificadores sensitivos a la carga de muy bajo ruido con una sensibilidad de 200 mV/MeV usados para amplificar la señal

<sup>8</sup>En la práctica, la identificación de la dirección de dispersión del blanco se realiza utilizando una rutina de cómputo, que para cada evento con PID es capaz de identificar en que cristal del arreglo ocurrió y asociar la posición física en la que se localiza el elemento, a través de los valores de:  $\cos \theta_2$ ,  $\sin \theta_2$ ,  $\cos \phi_2$ ,  $\sin \phi_2$  para cada detector de HYBALL, que se suministran a la rutina utilizando un archivo de datos.

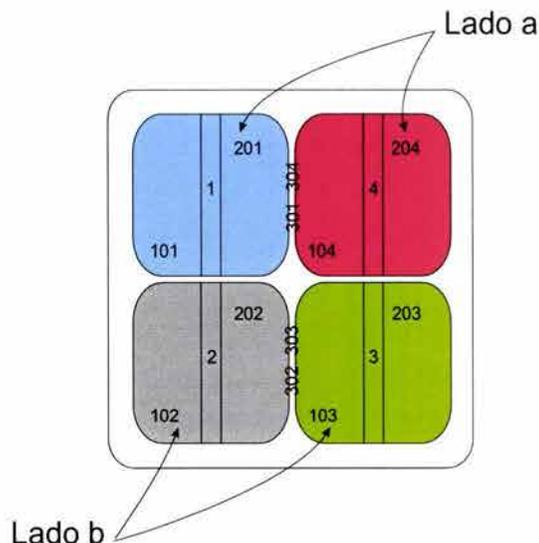


Figura 4.13: Segmentos independientes de un detector CLOVER

del electrodo interno (energía) y 3 preamplificadores (50 mV/MeV) para las señales de posición.

El arreglo CLARION requiere de una gran cantidad de electrónica. 44 canales de amplificadores de alta resolución (4 por cada CLOVER) y un igual número de ADC's (Analog-to-Digital Converter), TFA's (Timing Filter Amplifier), CFD's (Constant Fraction Discriminator) and TDC's (Time-to-Digital Converter); 33 amplificadores de baja resolución para las señales de los canales adyacentes (ver Figura 4.11), con sus correspondientes ADC's; 88 canales de amplificadores y discriminadores para los supresores de BGO y un igual número de ADC's y TDC's. Si toda esta electrónica fuese conformada utilizando módulos NIM, CAMAC o VME, ocuparía un gran espacio y su costo sería muy elevado. Un módulo especializado de CAMAC fue diseñado [34] para procesar las señales electrónicas de CLARION. Este módulo contiene todos los elementos mencionados anteriormente y permite procesar las señales de cada CLOVER y su correspondiente capa de supresión.

### 4.3 Arreglo ORNL-MSU-TAMU de Difloruro de Bario

La medición de  $B(E2)$  para el núcleo  $^{82}\text{Ge}$  (ver Capítulo 5) constituyó un gran reto experimental. Por ser un núcleo de capa cerrada era de esperarse que el valor de dicha probabilidad de transición fuera muy pequeño, lo cual concuerda con la predicción que se obtiene al realizar una simple extrapolación de los valores medidos anteriormente para los isótopos más ligeros de Ge. Las predicciones de la  $B(E2)$  para  $^{82}\text{Ge}$  con los distintos modelos teóricos [36], caen en un rango muy amplio, esto hace que la medición experi-

mental sea más interesante, sin embargo al mismo tiempo hace muy difícil establecer la mejor estrategia para su medición.

Entre las diferentes herramientas experimentales disponibles en ORNL se cuenta con el arreglo ORNL-MSU-TAMU de difloruro de bario ( $\text{BaF}_2$ ) [37]. Este arreglo es un sistema versátil de detección de rayos- $\gamma$  compuesto de 150 elementos formados por un cristal de difloruro de bario acoplado a un tubo fotomultiplicador. La principal ventaja de este arreglo sobre uno basado en detectores de Ge (como CLARION, el arreglo utilizado para estudiar los isótopos ligeros de Ge y Se), es que se puede lograr una mayor eficiencia en la conversión fotoeléctrica de rayos- $\gamma$ . La desventaja principal es sin embargo, que la resolución de energía es inferior. En esta sección se describen las características y propiedades del  $\text{BaF}_2$  así como los principios de operación del arreglo.

El uso de  $\text{BaF}_2$  como material para detectores de radiación es relativamente reciente [38] comparado con algunos otros centelladores inorgánicos de uso común. Arreglos de detectores usando  $\text{BaF}_2$  se han utilizado en la Física Nuclear predominantemente para la detección de rayos- $\gamma$  muy energéticos. Tal es el caso del arreglo TAPS en GSI para mediciones en el rango de energía de 20 – 100 MeV [39], MEDEA en Catania [40], y el mismo arreglo ORNL-MSU-TAMU empleado en GANIL y MSU [41], los cuales han sido utilizados para el estudio de resonancias gigantes. Arreglos de detectores de  $\text{BaF}_2$  han sido utilizados también en la Astrofísica Nuclear para la medición de secciones eficaces de captura de neutrones, tal es el caso del arreglo de Karlsruhe [42], el arreglo de ORELA [43], así como el desarrollo de DANCE en Los Alamos National Laboratory [44]. En investigaciones aplicadas, el difluoruro de bario también ha sido utilizado en arreglos dedicados a tomografía por emisión de positrones [45] PET (por sus siglas en inglés).

En la Tabla 4.3, se resumen las principales aplicaciones de varios arreglos de  $\text{BaF}_2$ . El uso de estos detectores con reacciones a bajas energías no es muy común, excepto quizás por el uso del Chateau de Crystal en Estrasburgo como un filtro de multiplicidad y energía total de rayos- $\gamma$  en reacciones de fusión-evaporación [46]. En el presente estudio nos interesa investigar el uso del  $\text{BaF}_2$  para la detección de rayos- $\gamma$  de baja energía en condiciones experimentales características de reacciones con haces radioactivos. Específicamente la posible detección de la gamma emitida en la transición  $2^+ \rightarrow 0^+$  ( $E_\gamma = 1.35$  MeV) de  $^{82}\text{Ge}$ , con el fin de determinar la  $B(E2)$  correspondiente.

### 4.3.1 Características del arreglo

En general los centelladores inorgánicos se caracterizan por tener una alta densidad y un número atómico efectivo ( $Z_{\text{efec}}$ ) mayor que los centelladores orgánicos. Sin embargo, su respuesta temporal es órdenes de magnitud más lenta que la correspondiente a los orgánicos y algunos de ellos son hidrosféricos. El  $\text{BaF}_2$  es un centellador inorgánico, incoloro, de alta densidad, y por contraste con la gran mayoría de los cristales en esta categoría es

Arreglo	Número de detectores	Principales aplicaciones	Ref.
ORNL-MSU-TAMU (Colaboración E.U.A.)	150 en conjuntos de 19 ó 37 elementos	Resonancias Dipolares Gigantes	[37, 41]
TAPS : Two/Three Arm Photon Spectrometer (Colaboración Europea)	384 en conjuntos de 64 elementos	Reacciones de iones pesados relativistas: detección de fotones de alta energía y mesones neutros	[39]
Le Chateau de Crystal (Estrasburgo, Francia)	74 en geometría $4\pi$	Reacciones de fusión-evaporación: como filtro de multiplicidad y energía total de rayos- $\gamma$	[46]
MEDEA : Multi Element DEtector Array (Catania, Italia)	180 en geometría $4\pi$ más 120 phoswich en un muro frontal.	Detección de rayos- $\gamma$ ( $1\text{MeV} \leq E_\gamma \leq 300\text{MeV}$ ) e identificación de partículas cargadas ligeras	[40]
ORELA (Oak Ridge, E.U.A.)	12 en geometría $4\pi$	Astrofísica: determinación de secciones eficaces de captura de neutrones	[43]
Arreglo de Karlsruhe (Karlsruhe, Alemania)	42 en geometría $4\pi$	Astrofísica: determinación de secciones eficaces de captura de neutrones	[42]
DANCE : Detector for Advanced Neutron Capture Experiments (Los Alamos, E.U.A.)	160 en geometría $4\pi$	Astrofísica: determinación de secciones eficaces de captura de neutrones	[44]

Tabla 4.5: Ejemplos de arreglos de detectores que utilizan cristales de  $\text{BaF}_2$ .

no-hidroscópico. Su principal ventaja es el tener una componente extremadamente rápida de luz en el ultravioleta la cual lo hace más rápido que incluso centelladores plásticos. En esta sección únicamente se citan aquellas características que son relevantes para la discusión que se presentará en el Capítulo 5. La Figura 4.14 ilustra el espectro de emisión del  $\text{BaF}_2$ .

El centelleo en un cristal inorgánico así como su espectro temporal de luz emitida, son procesos complejos que han sido discutidos en [18]. La emisión de luz del  $\text{BaF}_2$  está compuesta esencialmente por dos componentes una *rápida* y una *lenta*<sup>9</sup>. La componente *rápida* es independiente de la temperatura, está caracterizada por una constante expo-

<sup>9</sup>Se ha observado [47] que para temperaturas menores que  $-15^\circ\text{C}$  la componente lenta está formada a su vez por dos componentes con constantes de decaimiento exponenciales  $\tau_1 \approx 0.5\mu\text{s}$  y  $\tau_2 \approx 1 - 6\mu\text{s}$ , sin embargo para temperaturas por arriba de  $0^\circ\text{C}$  la separación de estas componentes es casi imposible.

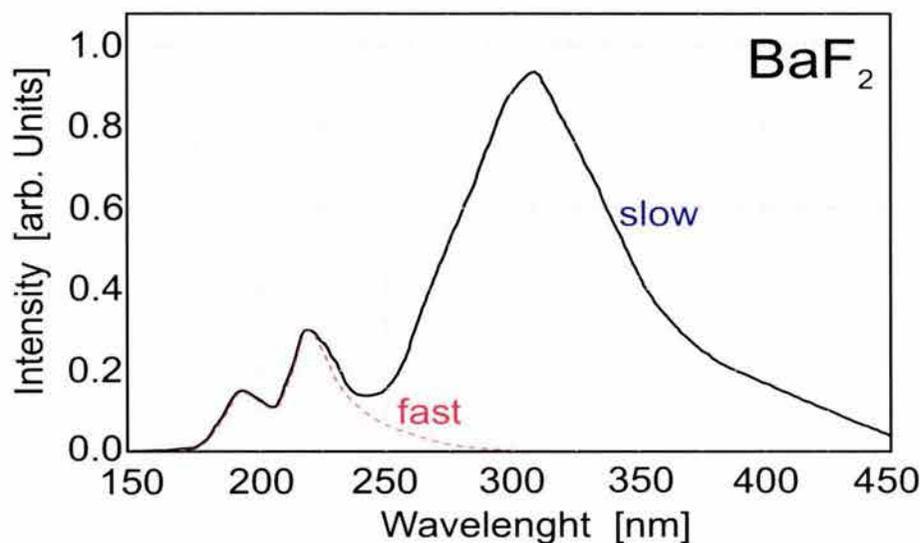


Figura 4.14: Espectro de emisión del Difluoruro de Bario.

nencial de decaimiento  $\tau < 1$  ns [47] y una longitud de onda de 220 nm. La componente *lenta* por su parte muestra una fuerte dependencia de la temperatura, su constante de decaimiento exponencial para temperaturas por arriba de  $0^\circ\text{C}$  cae en el rango  $0.4 - 0.63 \mu\text{s}$  y su longitud de onda de radiación es  $\lambda = 330$  nm [47]. La intensidad relativa de las componentes depende del tipo de radiación incidente en el cristal. La razón entre la componente lenta a la rápida es mayor para radiación- $\gamma$  que para partículas cargadas ligeras y decrece conforme la  $Z$  de la partícula detectada se incrementa. Esta propiedad permite la identificación de partícula usando técnicas de análisis de la forma de pulso [48].

Los elementos del arreglo de ORNL-MSU-TAMU consisten en un cristal de  $\text{BaF}_2$  acoplados ópticamente con un compuesto de silicón <sup>10</sup> a un tubo fotomultiplicador rápido. Los cristales (ver Figura 4.15) tienen forma de prisma hexagonal recto con una longitud de 20 cm y un área transversal de aproximadamente  $36.6 \text{ cm}^2$  (6.5 cm de lado a lado), esto es con excepción de los cristales de MSU que son ligeramente más pequeños, con una longitud de 18 cm y un área transversal de  $22.5 \text{ cm}^2$ . Para reflejar la radiación UV se utilizó cinta de teflón o una combinación de teflón y aluminio. Para la detección de luz se utilizaron tubos fotomultiplicadores <sup>11</sup> de 12 etapas de aceleración, con una alta ganancia y una ventana de cuarzo de 51 mm de diámetro. El material de la ventana se eligió de forma que existiera una buena transmisión de luz cerca de los 220 nm permitiendo así la transmisión de las dos componentes ultravioletas que forman el pulso de centelleo del  $\text{BaF}_2$ .

El número de detectores y su distribución puede variar dependiendo de la reacción que se investiga. Para el experimento de  $^{82}\text{Ge}$  el criterio de distribución de los detectores fue

<sup>10</sup>Silicone Fluid Viscasil 600,000 centistokes de General Electric

<sup>11</sup>Hamamatsu R2059 y Philips XP2020Q/04

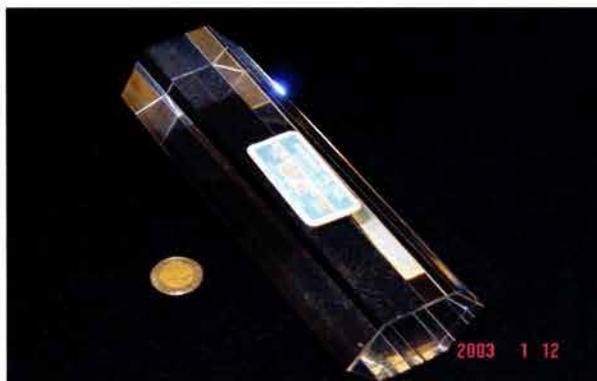


Figura 4.15: Cristales de Difloruro de Bario del arreglo de ORNL-MSU-TAMU.

el obtener la máxima eficiencia posible. El número total de detectores utilizados fue 150 los cuales se agruparon en 4 conjuntos de 19 detectores y 2 conjuntos de 37. La posición de estos conjuntos se ilustra en la Figura 4.16, en donde se muestra una vista lateral de la línea del haz. En esta figura se muestra además la posición del detector de curva de Bragg y el Micro Channel Plate (MCP) que fueron utilizados también en el experimento.

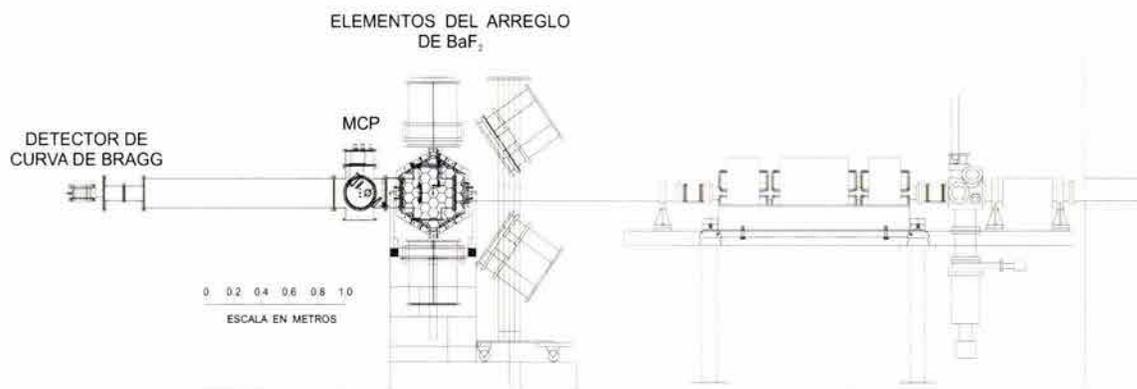


Figura 4.16: Área experimental en donde fué realizado el experimento de  $^{82}\text{Ge}$ . En la figura se señala la localización de las principales componentes.

Tomando la dirección del haz entrante como la dirección del vector unitario  $\hat{z}$  y la dirección vertical hacia arriba como la de  $\hat{x}$ , el ángulo medio al que se encuentran los conjuntos de detectores está dado por los pares de ángulos  $(\theta, \phi)$ :  $(90^\circ, 0^\circ)$ ,  $(90^\circ, 180^\circ)$ ,  $(135^\circ, 0^\circ)$ ,  $(135^\circ, 180^\circ)$  para los conjuntos de 19 detectores y  $(90^\circ, 90^\circ)$ ,  $(90^\circ, 270^\circ)$  para los grupos de 37 detectores. Esta distribución puede apreciarse esquemáticamente en la Figura 4.17. La eficiencia de detección estimada utilizando el código de Monte Carlo GEANT4 [49] fue de 40% para una  $E_\gamma = 1\text{MeV}$ .

La Figura 4.18 muestra un espectro de energía típico de la respuesta de un elemento del arreglo a los rayos- $\gamma$  de energía 898 keV y 1836 keV provenientes de una fuente de  $^{88}\text{Y}$ .

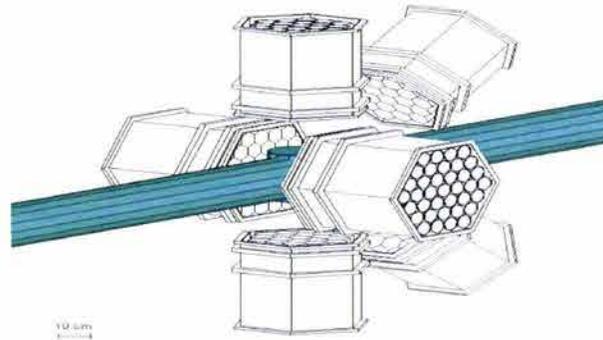


Figura 4.17: Distribución de los elementos del arreglo ORNL-MSU-TAMU entorno a la cámara de dispersión central que resguarda el blanco.

Midiendo el ancho total a la mitad de la amplitud FWHM (Full Width at Half Maximum), se obtuvo una resolución en energía de 7.2% para  $E_\gamma = 1836$  keV. Para la gamma emitida en la transición  $2^+ \rightarrow 0^+$  ( $E_\gamma = 1.35$  MeV) de  $^{82}\text{Ge}$ , se estima un FWHM de 9%.

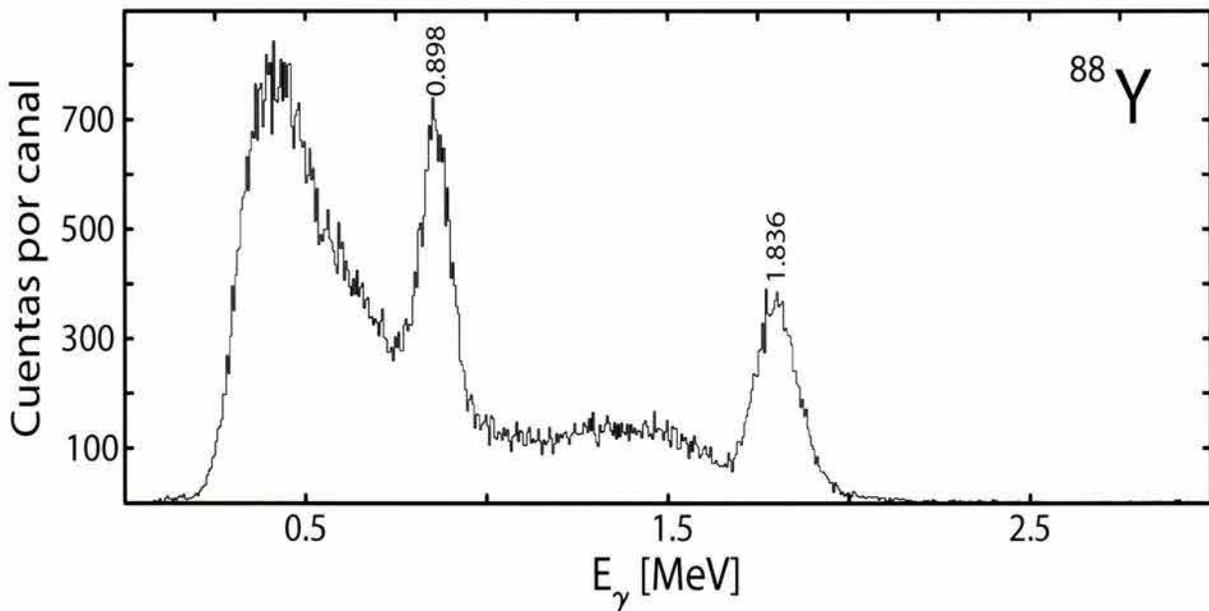


Figura 4.18: Espectro de energía correspondiente a un único cristal utilizando una fuente de  $^{88}\text{Y}$ .

En la Figura 4.19 se muestra un espectro de la respuesta de los detectores de  $\text{BaF}_2$  a la radiación gamma producida en la reacción de calibración  $^{12}\text{C}(p, p'\gamma)^{12}\text{C}$  a una energía de bombardeo de 8.75 MeV. El panel superior corresponde a un único elemento, mientras que en el inferior puede verse el efecto que tiene la suma de todos los vecinos cercanos.

En experimentos con haces de iones radioactivos, la ventaja más importante de los

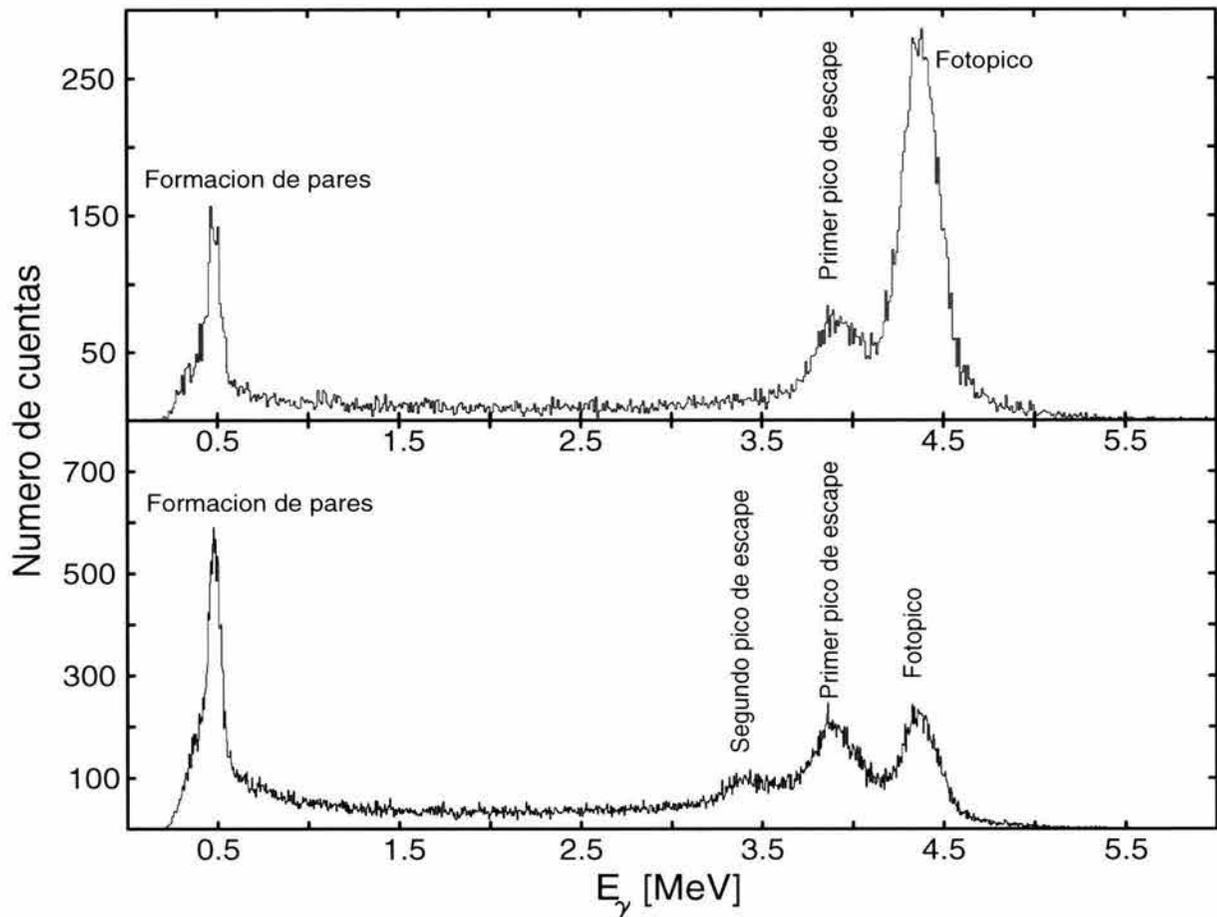


Figura 4.19: Espectros de energía del BaF<sub>2</sub>. En el panel inferior se muestra la respuesta de un único cristal (central) del arreglo, en el panel superior se puede ver el efecto que tiene sumar sobre todos los vecinos cercanos.

detectores basados en BaF<sub>2</sub> es su respuesta temporal, que es similar o mejor que la de un centellador plástico. Esta importante característica se puede utilizar como condición de coincidencia rápida para ayudar a suprimir el *background* (eventos espúrios que contribuyen a la *radiación de fondo*), generado por radioactividad que se deposita en la zona de la cámara de dispersión y que proviene del decaimiento natural del haz radioactivo. Otra importante fuente de *radiación de fondo* es la proveniente de impurezas de radio. Trazas de este elemento radioactivo, que pertenece a la misma familia química que el bario, se encuentra en los cristales de BaF<sub>2</sub> y su decaimiento natural está caracterizado por la emisión de partículas- $\alpha$ . Los fotopicos provenientes de ésta emisión han sido identificados como se muestra en la Figura 4.20. La contaminación de radio puede afectar estudios que requieren de la detección de rayos- $\gamma$  con bajo *background*, como es el caso de experimentos con haces radioactivos. Estos eventos pueden eliminarse utilizando técnicas de discriminación por forma de pulso [50, 40] o bien requiriendo coincidencia con otros

detectores (de partículas por ejemplo).

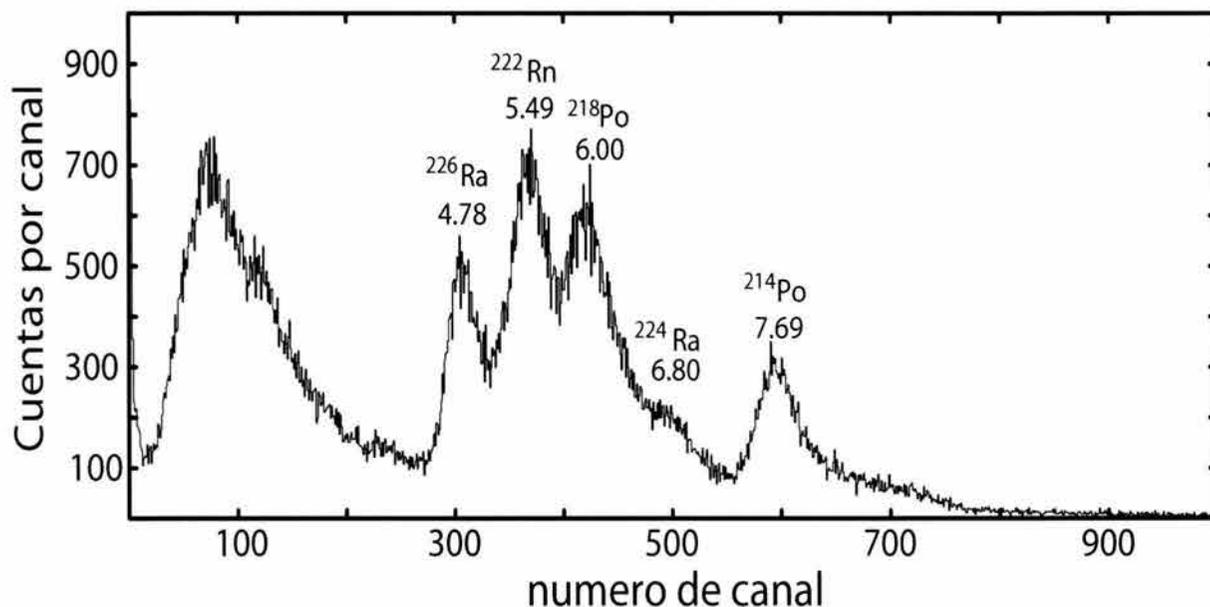


Figura 4.20: Espectro de rayos- $\gamma$  en el que se muestra la radioactividad natural de los cristales de  $\text{BaF}_2$  del arreglo ORNL-MSU-TAMU.

Las señales de los elementos de  $\text{BaF}_2$  fueron procesadas utilizando la electrónica que se muestra en la Figura 4.21. Las señales analógicas son digitalizadas y enviadas a un procesador. El procesador registra un evento como bueno si alguna de las condiciones siguientes se cumplen:

1. Un detector de  $\text{BaF}_2$  registra un evento,
2. Existe el registro simultáneo de un evento en el  $\text{BaF}_2$  y la detección de una partícula cargada en el detector de silicio CD (*coincidencia*).

Los eventos fueron almacenados en disco y analizados fuera de línea como se discutirá en el Capítulo 5. En la Figura 4.21 se resume de forma más específica la parte electrónica relacionada con el disparo del sistema.

## 4.4 Detector CD

Si bien gran parte de la instrumentación que actualmente se utiliza en la Física de Partículas Elementales se desarrolló gracias a investigaciones pioneras en Física Nuclear, los detectores de microtrazas de silicio fueron desarrollados con base en requerimientos de la comunidad de altas energías, que primero los utilizó como detectores de vertices.

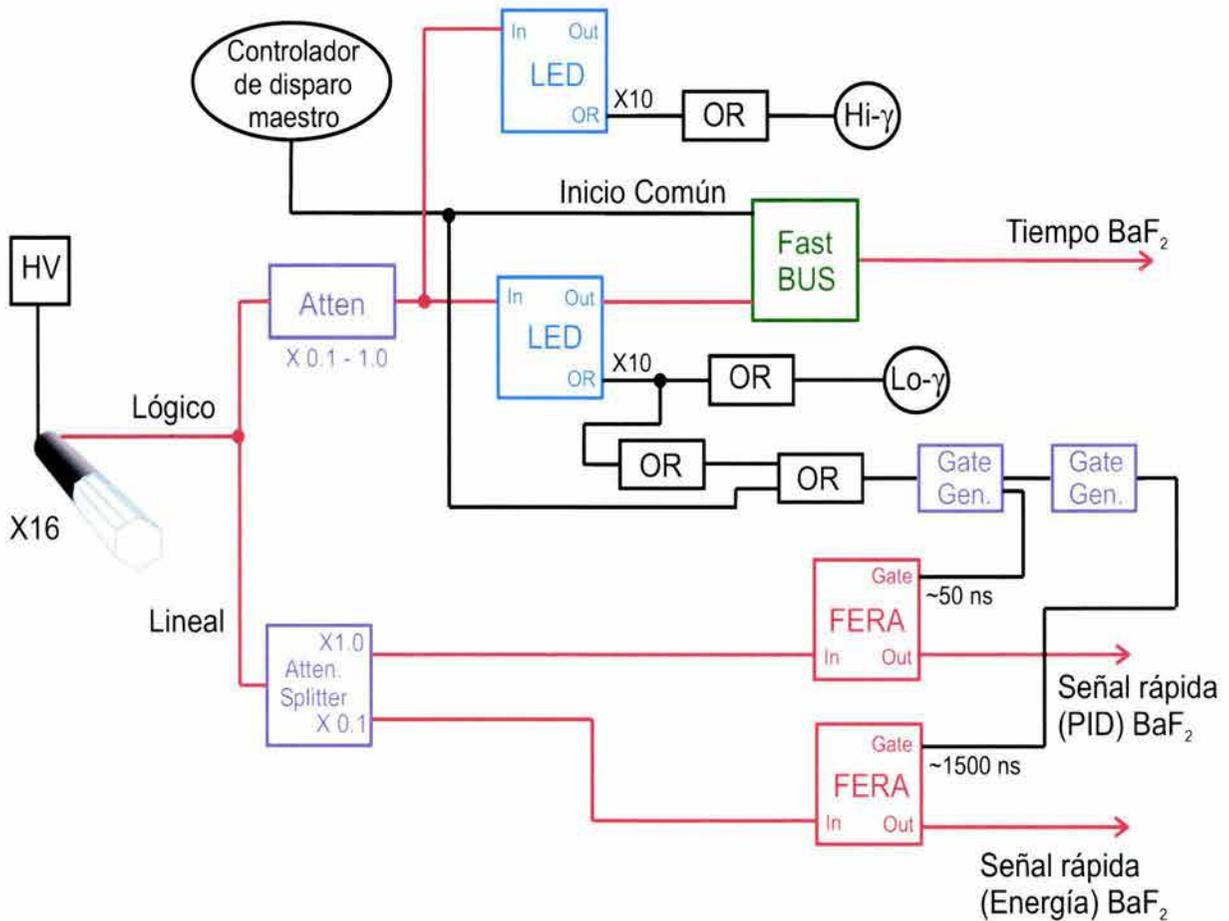


Figura 4.21: Diagrama de electrónica para el arreglo ORNL-MSU-TAMU

La ventaja que ofrecen este tipo de detectores es que poseen un gran número de pixeles de detección<sup>12</sup> en un área muy pequeña. Su uso en la Física Nuclear es relativamente reciente e involucra la determinación de energía, tiempo y posición de la partícula incidente, más que la sola presencia de un evento (*hit*) o la información espacial. Mucha de la electrónica que se ha desarrollado por la comunidad de altas energías para este tipo de detectores está enfocada a la detección de una partícula de mínima ionización y genera una respuesta SI/NO. En general esta electrónica no puede exportarse fácilmente a la Física Nuclear, en donde frecuentemente se requiere la detección de energías de cientos de MeV depositadas por partículas pesadas tales como fragmentos de fisión.

En la Física Nuclear con haces radioactivos, el uso de detectores de trazas es cada vez más importante. Existen serias dificultades técnicas asociadas con las bajas intensidades de los RIBs y el alto *background* producido por el decaimiento del haz radioactivo dispersado. Una gran cobertura angular de sistemas de detección de partículas es necesaria,

<sup>12</sup>Cada pixel está formado por la intersección de dos trazas.

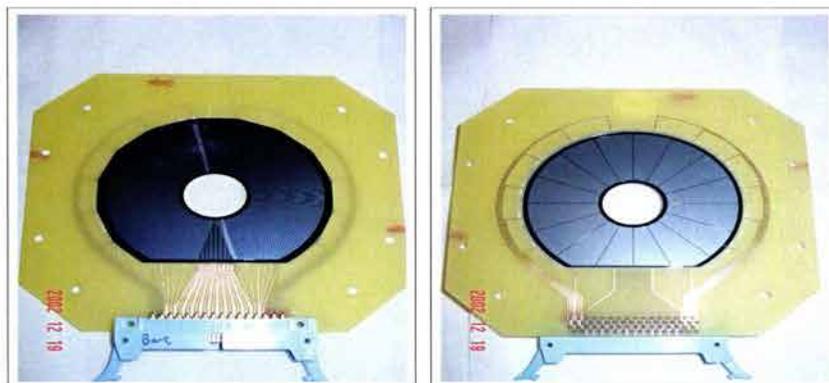


Figura 4.22: Detector CD de silicio de dos caras.

así como una buena resolución en energía y buena resolución espacial para espectroscopía nuclear y estudio de reacciones. Tal es el caso del desarrollo de la componente  $\Delta E - E$  del arreglo HYBALL (Forward Array, ver Figura 4.5), que utiliza estos detectores de silicio.

Para la medición de la  $B(E2)$  de  $^{82}\text{Ge}$  un detector de micro-trazas de silicio de *dos vistas*, diseñado por Micron Semiconductor, fue utilizado para la detección de los núcleos dispersados en la reacción. La geometría de este detector se conoce como anular  $S2$  y es similar a la de un disco compacto (CD). Una fotografía del detector se muestra en la Figura 4.22. Consiste en un cristal monolítico anular de silicio que tiene un radio interior de 22mm, un radio exterior de 70mm y  $300 \pm 15\mu\text{m}$  de espesor sobre una montura de transmisión cuadrada ( $120 \times 120\text{mm}$ ) con los vértices desvanecidos y un anillo central con radio interior de 19mm. La base está fabricada de fibra de vidrio y tiene un espesor de 1.6mm. Las conexiones electrónicas primarias del detector se encuentran sobre dicha base. En la cara frontal el patrón de trazas está formado por 48 anillos concéntricos de radio variable, mientras que el lado opuesto contiene 16 sectores circulares. El uso de este tipo de detectores de dos caras permite especificar con gran precisión la energía y el punto espacial en el que la partícula cargada interactúa con el detector, debido a que de cada *pixel* se puede obtener una señal independiente.

En la Figura 4.23 se presenta un esquema de la electrónica asociada a las dos caras del detector CD. La lectura de cada una de las franjas se realiza a través de una serie de cables de aluminio extremadamente delgados que son *ligados* a la región de detección utilizando técnicas de ultrasonido. A través de un conector en la interfase de vacío de 64-pins las señales de cada región de detección se distribuyen a 4 cajas con 16 preamplificadores cada una de ellas montadas muy cercanas a la cámara de vacío para evitar capacitancias excesivas. En la Figura 4.24 puede observarse una de las cajas de preamplificadores. Debido al gran número de canales electrónicos que implica su manejo, los preamplificadores se diseñaron para poder montar de manera compacta hasta 24 preamplificadores híbridos sensitivos a la carga de bajo ruido, por cada unidad. A través de un circuito integrado se distribuye el voltaje común necesario para su operación así como el voltaje de polarización

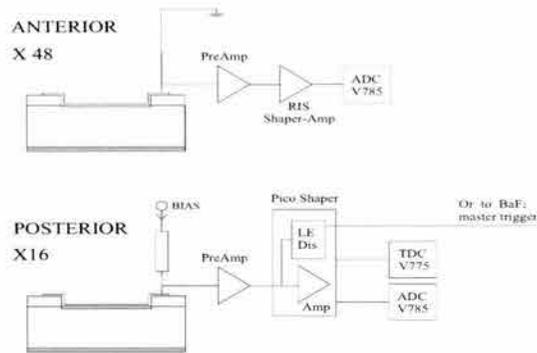


Figura 4.23: Electrónica de la cara anterior (panel superior) y de la cara posterior (panel inferior) del detector de silicio CD.



Figura 4.24: Caja de preamplificadores.

del detector. Las señales provenientes del preamplificador son enviadas por cable coaxial miniatura a los amplificadores, que al igual que los preamplificadores fueron construidos por la compañía RIS [51]. Los amplificadores son unidades CAMAC con 16 canales cada una, y cuya ganancia puede seleccionarse externamente. Su función es la de amplificar y darle forma al pulso para posteriormente ser procesado por digitalizadores. Se utilizaron ADC's CAEN modelo V875's que son unos digitalizadores tipo VME muy compactos con 32 canales por módulo.

## 4.5 Separación de Isóbaros

Además de los instrumentos utilizados para la detección de rayos-*gamma* (CLARION, BaF<sub>2</sub>) y de partículas cargadas (HYBALL, CD), otros detectores *auxiliares* fueron utilizados para determinar la composición isobárica del haz de iones radioactivos. Como se

vera en detalle en el Capítulo 5, la información obtenida a través de estos sistemas fue esencial para la obtención de los resultados de esta Tesis. A continuación se describen los principios básicos de operación de los detectores auxiliares empleados.

Uno de los retos intrínsecos más importantes de la utilización de haces de iones radioactivos producidos con la técnica ISOL es la contaminación isobárica que presentan. Para aislar las propiedades del núcleo radioactivo de interés de sus contaminantes, en HRIBF se han explorado varios métodos.

1. La identificación de la carga  $Z$  de los núcleos proyectil utilizando
  - i. Detectores de rayos- $X$ ,*
  - ii. Detectores gaseosos.*
2. Purificación de RIBs utilizando métodos químicos

En esta sección se presenta una descripción de los métodos de identificación de la carga nuclear utilizando los rayos- $X$  del proyectil y detectores gaseosos, discutiendo comparativamente sus principales características.

#### 4.5.1 Separación isobárica de RIBs por emisión de rayos- $X$ del proyectil

Un método de identificación del número atómico  $Z$ , de un haz de iones, consiste en la medición de los rayos- $X$  característicos que se emiten cuando el haz atraviesa una laminilla de material [52]. La identificación de la  $Z$  de los iones incidentes representa el principio en el que se basan las técnicas de separación de isóbaros. Una ventaja que presenta la utilización de la emisión de rayos- $X$  del proyectil para distinguir entre los isóbaros que conforman un haz, es que la separación entre los grupos de iones *no* depende de la energía del haz incidente, a diferencia por ejemplo de los métodos de separación basados en la pérdida de energía de los iones en un medio. Aunque para el propósito de este trabajo no resulta crucial, es importante mencionar que la producción de rayos- $X$  (es decir el número de rayos- $X$  emitidos por ion incidente) depende de factores como son: la energía del haz  $E$ , la  $Z$  del blanco, la  $Z$  del proyectil, el grueso del blanco y el estado de carga del proyectil. Estas dependencias son particularmente importantes cuando se utiliza esta técnica para caracterizar la composición isobárica de un haz evento por evento, como es el caso de los experimentos de Espectrometría de Masas con Aceleradores (AMS, por sus siglas en inglés). Estas dependencias han sido bien caracterizadas para energías de bombardeo alrededor de 1 MeV/nucleón, mientras que su variación en la región de bajas energías ha sido parcialmente estudiada en [53] y [54], sin embargo para el rango de energías utilizadas en este trabajo (arriba de 1 MeV/nucleón), ha sido únicamente como parte de un programa en HRIBF que se ha realizado un esfuerzo por medir la producción de rayos- $X$  característicos del proyectil como función de la energía [55]

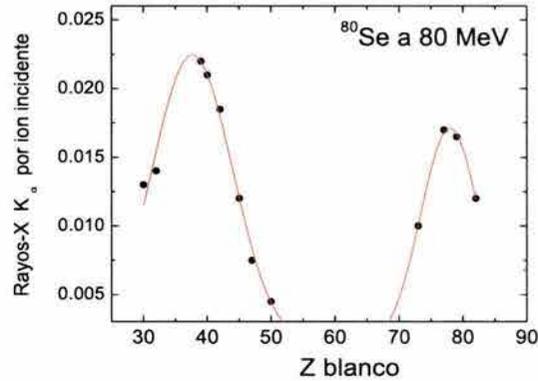


Figura 4.25: Producción de rayos-X  $K_{\alpha}$  como función del número atómico del blanco para un haz de  $^{80}\text{Se}$  a una energía de bombardeo de 80 MeV.[56]

Cuando se bombardea un blanco con iones pesados, generalmente se tiene la posibilidad de observar tanto los rayos- $X$  característicos del proyectil como los provenientes del elemento que conforma el blanco. Para energías de bombardeo de  $\sim 1$  MeV/nucleón se sabe que la producción de rayos- $X$  como función de el número atómico del blanco sigue un comportamiento como el que se ilustra en la Figura 4.25. La curva de producción de los rayos- $X$  correspondientes al blanco exhibe un decaimiento exponencial conforme  $Z_{\text{blanco}}$  crece, mientras que la curva correspondiente a los rayos- $X$  del proyectil presenta dos fuertes resonancias [56] que resultan de la formación de orbitales moleculares entre los átomos proyectil y blanco. Dichas resonancias resultan del traslape de las energías correspondientes a capas electrónicas de los átomos proyectil y del blanco. El traslape entre las capas  $K$  da origen a una primera región de resonancia, mientras que del traslape entre las capas  $K$  y  $L$  resulta una segunda resonancia. Eligiendo adecuadamente el material blanco <sup>13</sup> puede favorecerse la producción de rayos- $X$  del proyectil. La Figura 4.25 muestra la dependencia de la producción de rayos- $K_{\alpha}$  para un proyectil de  $^{80}\text{Se}$  a una energía de bombardeo de 80 MeV utilizando 12 blancos distintos.

Esta técnica de separación de isóbaros basada en la emisión de rayos- $X$  del proyectil se utilizó para monitorear la composición isobárica del haz de iones radioactivos con  $A = 78$ . La medición se obtuvo colocando una laminilla relativamente gruesa de paladio ( $Z = 46$ ) de aproximadamente  $4 \text{ mg/cm}^2$  y un detector coaxial HPGe (Modelo GMX-45200-P de EG&G ORTEC) en la trayectoria del haz en retroceso. La resolución (FWHM) típica del detector a una energía de 5.9 keV,  $^{55}\text{Fe}$ , es de 0.7 keV y su ventana de entrada está conformada por una laminilla de berilio de 0.5 mm de espesor. El uso de Pd como blanco de producción de rayos- $X$ , proporcionó una clara separación entre las líneas  $K_{\alpha}$  y  $K_{\beta}$  de

<sup>13</sup>El uso de un material blanco con una  $Z$  cercana a la del proyectil favorece la formación de orbitales moleculares y proporciona una mayor sección eficaz para la excitación de la capa- $K$

blanco y proyectil, a diferencia por ejemplo de la superposición que ocurriría en el caso límite en el que  $Z_{\text{proyectil}} = Z_{\text{blanco}}$ . Los rayos- $X$  monitoreados fueron producidos por la fracción del haz de iones (2 estados de carga) seleccionada por la aceptación de la línea del haz al salir de CLARION. Debido a que en nuestro caso, la medición de rayos- $X$  no tenía como propósito el caracterizar el proceso de producción evento por evento, sino simplemente muestrear la composición del haz, el uso de un blanco cuyas líneas de emisión de rayos- $X$  no tuvieran traslape con las líneas de emisión correspondientes al proyectil fue suficiente. Aspectos como maximizar la producción de rayos- $X$  y la eficiencia de detección no fueron cruciales, y el tratar de manera equivalente a los dos isobaros fue suficiente para cuantificar la composición isobárica del haz.

## 4.5.2 Detector de Curva de Bragg

Para determinar y monitorear la composición isobárica de los haces de iones radioactivos con masa  $A = 80$  y  $82$  empleados en este trabajo, se utilizó un detector de curva de Bragg [57]. El detector consiste en una cámara de ionización (detector gaseoso), con forma de un cilindro circular recto, que tiene un campo eléctrico homogéneo en la dirección de su eje de simetría. Este eje es a su vez ortogonal a una delgada ventana de entrada que permite a los iones ingresar al detector. Este tipo de detectores reciben su nombre por la *Curva de Bragg* que caracteriza al poder de frenado (pérdida de energía por unidad de longitud de la trayectoria del ion) como función de la energía del ion en el gas. La utilización de este tipo de detectores para identificar la carga nuclear  $Z$  de una partícula ionizante fue sugerida por primera vez por C.R. Gruhn *et al.* [58]. La identificación del ion se consigue a partir de la señal en el ánodo del detector. Esta señal es producida al colectar la carga de ionización producida por el ion entrante al frenarse en el medio gaseoso. A partir de esta señal se pueden obtener una medida de la energía cinética del ion,  $E$ , y de su número atómico de  $Z$ . Las curvas de Bragg son características del número atómico del ion frenado.

Para las mediciones reportadas en este trabajo se utilizaron dos detectores distintos que se muestran en la Figura 4.26. La geometría del dispositivo experimental permitió colocar dichos detectores directamente a cero grados (con respecto a la dirección del haz entrante), evitando así la necesidad de deflectar los núcleos retrocesos, como en el caso de  $A = 78$  (discutido en la Subsección 4.5.1). Una vista esquemática que ilustra las componentes esenciales que conforman los detectores de curva de Bragg se presenta en la Figura 4.27. Los iones energéticos entran al detector a lo largo de su eje de simetría, atravesando una ventana de Mylar<sup>®</sup> de  $2.5\mu\text{m}$  de espesor que forma parte del cátodo. Una rejilla de Frisch se colocó aproximadamente a  $1.0\text{ cm}$  del ánodo. La rejilla consiste en delgados alambres de tungsteno con un diámetro de  $20\mu\text{m}$  separados entre sí por una distancia de  $1.0\text{ mm}$ . El voltaje entre la rejilla de Frisch y el cátodo está dividido por una cadena de resistencias iguales ( $10\text{ M}\Omega$ ) conectadas a anillos que sirven para obtener un campo eléctrico homogéneo.

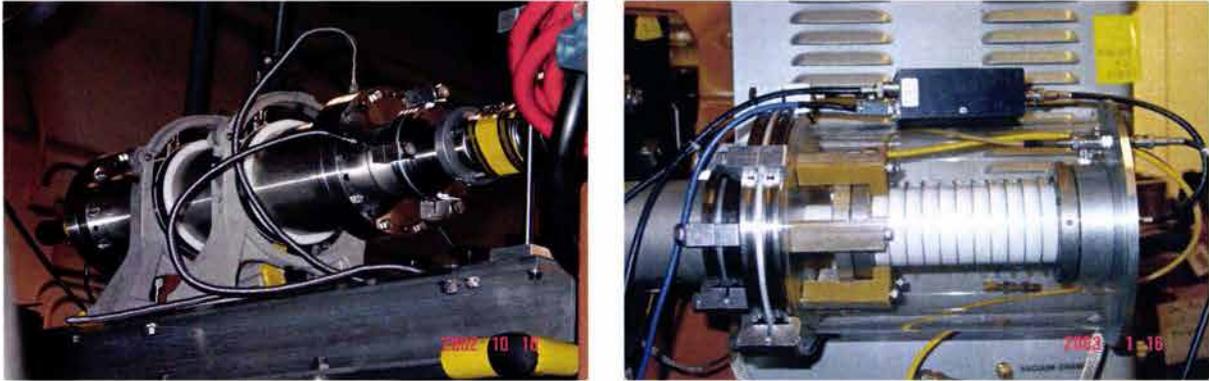


Figura 4.26: Detectores de Bragg utilizados en el monitoreo de la composición isobárica de los haces de iones radioactivos:  $A = 80$  (*detector 1*, a la izquierda) con su cátodo a tierra y  $A = 82$  (*detector 2*, a la derecha) con su cátodo a potencial negativo.

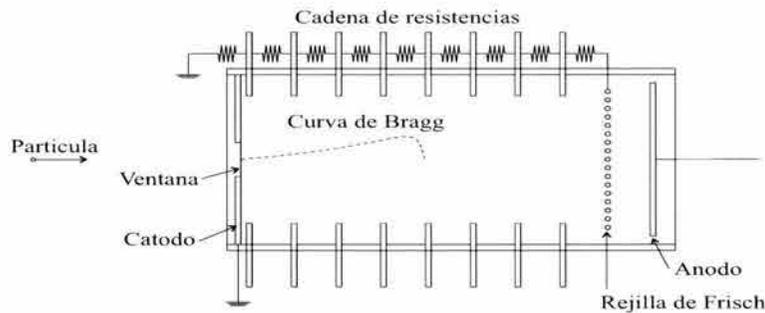


Figura 4.27: Diagrama esquemático del Detector 1 de curva de Bragg.

Una importante diferencia entre los dos detectores utilizados es su distinta distribución de voltaje. En el *Detector 1* (Panel izquierdo de la Figura 4.26) la diferencia de potencial se alcanza aplicando un voltaje positivo al ánodo mientras que se mantiene el cátodo aterrizado. Por contraste, el *Detector 2* (Panel derecho de la Figura 4.26) fue diseñado para operar con un pequeño voltaje positivo en el ánodo (aplicado a través de un preamplificador) y un voltaje negativo aplicado directamente al cátodo, lo que permite tener un mayor rango de diferencias de potencial. Las distancias de separación entre las componentes, sus dimensiones y las condiciones de operación de estos detectores se resumen en la Tabla 4.6. Para mantener una forma de pulso estable durante el experimento se utilizó un sistema circulación de gas con el que se controló el flujo entrante y se mantuvo una presión constante en el detector. El reemplazo continuo del gas evitó su contaminación (con oxígeno y vapor de agua principalmente) y con ello el deterioro de sus propiedades como medio de frenado. Algunas características de los gases utilizados, Isobutano ( $C_4H_{10}$ ) y Freon ( $CF_4$ ), pueden encontrarse en las referencias [59, 60] y [61] respectivamente, sin embargo quizás la más importante que los califica como adecuados para su uso en el detector de Bragg es que ambos poseen una alta velocidad de deriva de electrones lo que

	Detector 1	Detector 2
Distancia entre ventana y rejilla	13 cm	13 cm
Distancia entre ánodo y rejilla	variable	1 cm
Longitud de la columna de gas	36 cm	18 cm
Separación entre anillos adyacentes	0.5"	0.5"
Resistencia entre anillos adyacentes	10 M $\Omega$	10 M $\Omega$
Diámetro de la ventana	1"	0.5"
Material y espesor de la ventana	Mylar 2.5 $\mu$ m	Mylar 2.5 $\mu$ m
Material de la rejilla	tungsteno con recubrimiento de oro	tungsteno con recubrimiento de oro
Diámetro de los cables de la rejilla	20 $\mu$ m	20 $\mu$ m
Separación entre cables de la rejilla	1 mm	1 mm
Voltaje de la rejilla de Frisch	+1800 V	tierra
Voltaje del ánodo	+1900 V	+600 V
Voltaje del cátodo	0 V	-5000 V
Gas	isobutano (C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> )	freon (CF <sub>4</sub> )
Presión	80 torr	50 torr

Tabla 4.6: Dimensiones y parámetros característicos de los detectores de curva de Bragg utilizados para determinar la composición isobárica de los haces de iones radioactivos empleados en las mediciones de los valores  $B(E2)$  de  $^{80}\text{Ge}$  (*Detector 1*) y  $^{82}\text{Ge}$  (*Detector 2*).

limita la recombinación y la consecuente pérdida de la señal.

Al entrar en la columna del detector, los iones pierden su energía ionizando las moléculas de gas que se encuentran a su paso. Los electrones producidos son atraídos hacia el ánodo y comienzan a inducir una señal en éste, al momento de atravesar la rejilla de Frisch. La carga  $\Delta Q$  colectada en el ánodo se denomina carga de ionización. La carga de ionización en un pequeño intervalo de tiempo  $\Delta t$  menor que el tiempo de arrastre del electrón en el gas, es proporcional a la ionización específica a lo largo de la trayectoria  $\Delta Q/\Delta x$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{con} \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_d \quad (4.14)$$

en donde  $v_d$  es la velocidad de deriva de los electrones en el gas utilizado y es constante para un campo eléctrico homogéneo. La ionización específica  $\Delta Q/\Delta x$ , que a su vez es proporcional a la pérdida de energía específica  $\Delta E/\Delta x$ , contiene información acerca de la identidad y energía de la partícula ionizante. La carga nuclear del proyectil se obtiene integrando la ionización específica alrededor del máximo de la curva de ionización (pico de Bragg). El valor del máximo es una función monótona creciente del número atómico

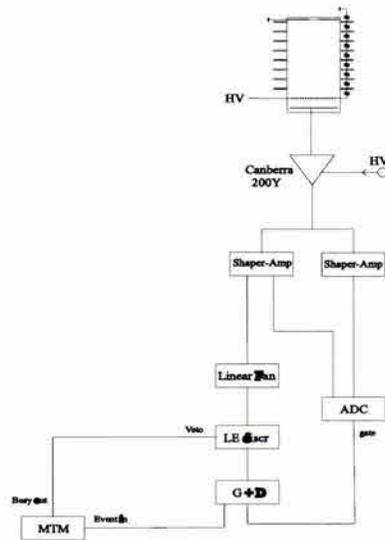


Figura 4.28: Esquema de electrónica para el detector de curva de Bragg.

del ión de frenado y se presenta a una energía de  $\sim 1$  MeV/amu. La energía total se obtiene de la ionización total.

Para obtener estas cantidades, la señal del ánodo es primeramente amplificada con un preamplificador sensible a la carga. La señal de salida sirve como entrada a dos amplificadores con un tiempo de forma de pulso distinto. Uno de ellos se elige comparable con el tiempo de colección total (en nuestro caso  $\sim 3 \mu\text{s}$ ), para obtener la carga de ionización total y con ello la energía total depositada por la partícula. El otro amplificador se opera con un tiempo de forma muy corto ( $\sim 200$  ns), comparable con el tiempo de colección de los electrones provenientes del máximo de Bragg, para obtener una señal proporcional a la ionización específica alrededor del máximo y con ello  $Z$ . En la Figura 4.28 se muestra la electrónica utilizada.

## 4.6 MCP

Para monitorear el número de iones radioactivos y diagnosticar el perfil espacial del haz se utilizaron detectores basados en la emisión secundaria de electrones. Estos detectores han mostrado ser muy útiles para entonar el acelerador Tandem, cuando se tienen haces con corrientes tan débiles que no pueden medirse en una copa de Faraday. Una detallada descripción del tipo de detectores utilizados puede encontrarse en [62]. En la Figura 4.29 se muestra esquemáticamente el dispositivo utilizado, al cual suele hacerse referencia bajo el nombre de MCP, en virtud de que utiliza un par de placas de microcanales (MCPs, por

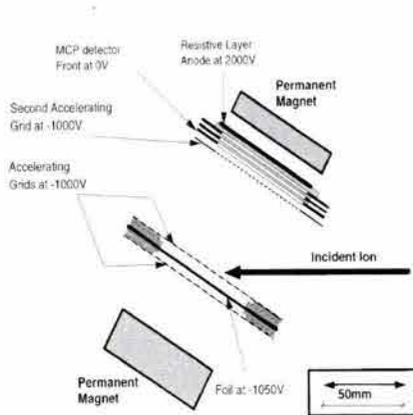


Figura 4.29: Esquema del detector MCP.

sus siglas en inglés)

Cuando el haz de iones incide sobre una delgada laminilla de carbono, se emiten electrones secundarios en el punto de impacto. Dichos electrones son acelerados hacia un par de MCPs que actúan como elementos multiplicadores de electrones. Cada MCP constituye en sí mismo un arreglo de pequeños canales de dimensiones microscópicas, paralelos entre sí, contenidos en una placa delgada de vidrio de plomo. Los diámetros típicos de cada canal van de  $10\text{-}100\ \mu\text{m}$  y la razón entre su longitud y su radio,  $\alpha$  varía en el rango de 40 a 100. Cada canal puede considerarse como una estructura de dínodos continuos que actúa como su propia cadena de resistencias. Mediante la deposición de un sustrato metálico en la cara anterior y posterior del MCP, usualmente nicromo o incoel, se le suministra a cada canal un contacto eléctrico que sirve como electrodos de entrada y de salida. La resistencia total entre electrodos es del orden de  $10^9\ \Omega$ . Los factores de multiplicación de electrones que se alcanzan por placa son del orden de  $10^3\text{-}10^4$ .

Un amplio rango de geometrías han sido reportadas en la literatura (ver por ejemplo [1]) para lograr la aceleración de los electrones secundarios desde la laminilla de carbono hasta las placas multiplicadoras. El criterio adoptado generalmente es tratar de obtener trayectorias isócronas que permitan lograr una señal rápida. En el detector que se utilizó en este trabajo, el transporte de electrones hasta la entrada de las placas se consiguió utilizando la combinación de un campo magnético intenso y un débil campo electrostático [64]. El ánodo del MCP está constituido por un plano sensitivo a la posición que consiste en una capa resistiva y que permite preservar la información espacial del ión incidente originalmente en la laminilla.

## Capítulo 5

# Experimentos de Excitación Coulombiana

### 5.1 Introducción

En este Capítulo se describen los experimentos de Excitación Coulombiana así como el análisis utilizado para obtener las probabilidades reducidas de transición  $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  de los núcleos par-par en las cadenas de isótopos  $^{70-82}\text{Ge}$  y  $^{74-82}\text{Se}$ .

El material está organizado de acuerdo al procedimiento experimental utilizado. En la primera sección se discute la medición de los valores  $B(E2) \uparrow$  tanto para el núcleo radioactivo  $^{78}\text{Ge}$  como para las cadenas de isótopos estables  $^{70-76}\text{Ge}$  y  $^{74-82}\text{Se}$ . En la segunda sección se presentan las variantes utilizadas en la técnica de detección y en la producción del haz de iones radioactivos para el caso de  $^{80}\text{Ge}$ . La última sección, está dedicada a  $^{82}\text{Ge}$ , para el cual se empleó un blanco y un sistema de detección distinto al utilizado con  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$ .

### 5.2 Determinación del valor $B(E2) \uparrow$ de los núcleos estables y $^{78}\text{Ge}$

Para la medición de los valores  $B(E2)$  de los núcleos par-par  $^{70-76}\text{Ge}$  y  $^{74-82}\text{Se}$ , así como para los núcleos radioactivos  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$  se empleó una misma técnica experimental, que consiste en determinar la sección eficaz de Excitación Coulombiana relativa a la sección eficaz de Rutherford.

En todos los casos se estudió una reacción de cinemática inversa. Se bombardeó un blanco de  $^{12}\text{C}$  con un grueso  $^1$  de  $0.84 \pm 0.01 \text{ mg/cm}^2$  con núcleos de germanio y selenio

---

<sup>1</sup>El grueso fue determinado utilizando una fuente triple de partículas  $\alpha$  producidas por los núcleos radioactivos  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Am}$  y  $^{244}\text{Cm} < 10 \mu\text{Ci}$

a una energía de 2.237 MeV/nucleón, que corresponde a energías inferiores a la Barrera Coulombiana (ecuación (A.9) del Capítulo 2). De esta forma se garantizó que la excitación del proyectil proviniera enteramente de la interacción Coulombiana entre los núcleos.

Los haces de iones utilizados fueron post-acelerados por el acelerador electrostático Tandem, de 25 MV, con el que cuenta HRIBF. Para la producción de los haces estables se empleó una fuente universal de iones negativos, a base de erosión de Cs (*sputtering*), y el inyector de haces estables del acelerador (Figura 3.10). Para haces radioactivos se utilizó la técnica de producción ISOL descrita en la Sección 3.1 en combinación con el inyector de RIBs del Tandem. En la Tabla 5.1 se resumen las condiciones experimentales de los haces utilizados.

Antes de cada experimento con RIBs los elementos ópticos que enfocan al haz de iones a todo lo largo de la línea de transmisión fueron optimizados utilizando un haz “análogo” *i.e.* un haz de iones estables con la misma rigidez magnética que el RIB. La imagen producida por el haz estable al incidir en un *cuarzo* permitió minimizar el diámetro del haz (típicamente  $\sim 1.5$  mm). Al pasar de iones estables a radioactivos, la intensidad del haz se redujo considerablemente. En esta situación, los detectores MCP a lo largo de la línea de transmisión demostraron ser muy útiles para localizar el haz. Si la intensidad del RIB es lo suficientemente grande, la forma del haz de iones en la posición del blanco se confirma nuevamente, observando la imagen producida en el *cuarzo*. Esto garantiza un enfoque limpio del RIB, muy importante para evitar que el haz radioactivo golpee el marco de aberturas, rejillas o las monturas mismas del blanco, generando potencialmente una fuente de radiación de fondo.

Los experimentos se llevaron a cabo en el área experimental del Espectrómetro de Masas en Retroceso (RMS) mostrada en la Figura 3.1. En la Figura 5.1 se muestra esquemáticamente la distribución espacial de los detectores utilizados en esta serie de mediciones. En el área del blanco, el detector de partículas cargadas ligeras HYBALL (ver Capítulo 4) fue utilizado para detectar los ángulos de dispersión y las energías de los núcleos de  $^{12}\text{C}$  dispersados. Utilizando 8 detectores de germanio tipo CLOVER del arreglo CLARION, se detectaron los rayos- $\gamma$  emitidos durante el proceso de desexcitación de los núcleos de germanio o selenio. Para medir la intensidad del haz de iones utilizado, se colocó un detector MCP inmediatamente después de la región del blanco. Finalmente un detector de rayos-X fue colocado en el punto acromático del RMS. Con este dispositivo, se detectaron los rayos-X característicos emitidos por el proyectil al cruzar una laminilla de paladio y con base en ello se estimó la composición isobárica de los haces radioactivos utilizados.

La selección de  $^{nat}\text{C}$  como blanco, tuvo como finalidad el poder detectar los núcleos dispersados en el arreglo de detectores de partículas cargadas HYBALL. El uso de un material blanco con una carga  $Z$  mayor hubiera tenido como consecuencia una pérdida excesiva de energía en los absorbedores de HYBALL, además de una reducida emisión de luz por unidad de energía depositada. Las propiedades de los detectores basados en CsI permiten al mismo tiempo distinguir los  $^{12}\text{C}$  de otros posibles contaminantes (hidrógeno

## 5.2. DETERMINACIÓN DEL VALOR $B(E2) \uparrow$ DE LOS NÚCLEOS ESTABLES Y $^{78}\text{Ge}$

Haz	Energía [ MeV ]	$E_B/A_{pb}$ [ MeV / u ]	$\eta$
$^{70}\text{Ge}$	156.6	2.632	20.216
$^{72}\text{Ge}$	161.0	2.611	20.221
$^{74}\text{Ge}$	165.5	2.591	20.219
$^{74}\text{Se}$	165.5	2.753	21.482
$^{76}\text{Ge}$	170.0	2.571	20.217
$^{76}\text{Se}$	170.0	2.732	21.481
RIB $A = 78$	174.5	2.552	20.216
$^{78}\text{Se}$	174.5	2.712	21.479
RIB $A = 80$	179.0	2.535	20.214
$^{80}\text{Se}$	179.0	2.693	21.478
$^{82}\text{Se}$	183.5	2.675	20.213

Tabla 5.1: Condiciones experimentales para los núcleos estables y  $^{78,80}\text{Ge}$ . Se indica la energía de bombardeo (2.237 MeV/nucleón), la energía de la barrera Coulombiana  $E_B$  por nucleón, siendo  $A_{pb}$  el número de masa reducido entre proyectil y blanco, y el parámetro de Sommerfeld  $\eta$ .

por ejemplo<sup>2</sup>) en el blanco. Una ventaja adicional que presenta el  $^{nat}\text{C}$  como blanco es que la energía del primer estado excitado de  $^{12}\text{C}$  es 4438 keV, que es mucho mayor que las respectivas energías de excitación de los isótopos par-par de germanio y selenio estudiados en esta sección, las cuales caen en el rango de 560-1040 keV. De esta forma, en caso de observarse la excitación mutua de proyectil y blanco, los picos correspondientes a las  $\gamma$ 's emitidas en la desexcitación estarían naturalmente separados entre si. La desventaja de utilizar  $^{nat}\text{C}$  como blanco es que la sección eficaz de Excitación Coulombiana es menor que la que se obtendría con un blanco más pesado. Como consecuencia, la medición con un blanco moderadamente grueso de carbono requiere de un mayor tiempo de bombardeo.

Las bajas energías empleadas garantizan que una buena aproximación a la trayectoria de los núcleos dispersados está dada por la mecánica clásica ( $\eta \sim 20$ , ver Tabla 5.1). Los núcleos de carbono dispersados fueron detectados en HYBALL en el rango angular que va de  $7^\circ$  -  $44^\circ$ , como se indica en la Figura 5.2. En dicha Figura puede verse la variación de la energía cinética de proyectil y blanco como función del ángulo de dispersión en el laboratorio para el caso particular de un haz de  $^{78}\text{Ge}$ . Debido a que la energía por nucleón es la misma para todos los núcleos investigados en esta sección, la dispersión de los núcleos tiene genéricamente la misma forma que se ilustra en la Figura 5.2. Como

<sup>2</sup>Proveniente de los hidrocarburos CH y CH<sub>2</sub> presentes en el blanco.

puede verse de la gráfica, en el sistema de referencia del laboratorio, los núcleos blanco ( $^{12}\text{C}$ ) son dispersados a ángulos menores que  $90^\circ$ , mientras que los núcleos del haz sufren únicamente una ligera dispersión  $\theta_{lab}(\text{Ge}) < 7^\circ$ . Entre estos últimos núcleos, se encuentran aquellos que simplemente sufren dispersión de Rutherford y aquellos que, a su paso por el blanco, son excitados por la interacción Coulombiana y que al regresar a su estado base emiten un rayo- $\gamma$ .

Determinando la fracción relativa de núcleos que sufrieron excitación Coulombiana con respecto a aquellos que simplemente fueron dispersados siguiendo la fórmula de Rutherford se encuentran los valores  $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ . La selección de los eventos correspondientes a los núcleos excitados se realizó utilizando técnicas de coincidencia entre las señales electrónicas de los núcleos  $^{12}\text{C}$  detectados en HYBALL y la señal correspondiente a la detección simultánea de un rayo- $\gamma$  en el arreglo CLARION de detectores de Ge.

Si bien para haces estables la combinación de estos dos sistemas de detección es su-

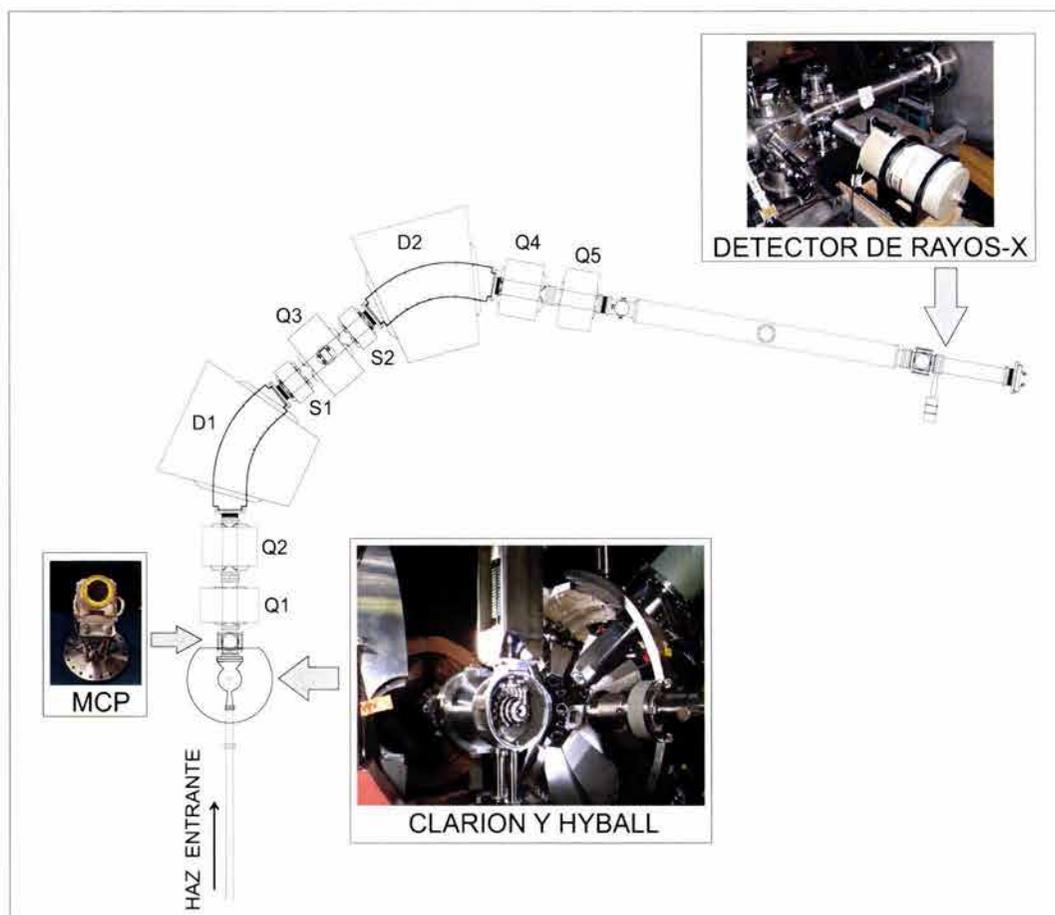


Figura 5.1: Esquema del dispositivo experimental utilizado para medir los valores  $B(E2)$  de los isótopos estables par-par  $^{70-76}\text{Ge}$ ,  $^{74-82}\text{Se}$  y el isótopo radioactivo  $^{78}\text{Ge}$ .

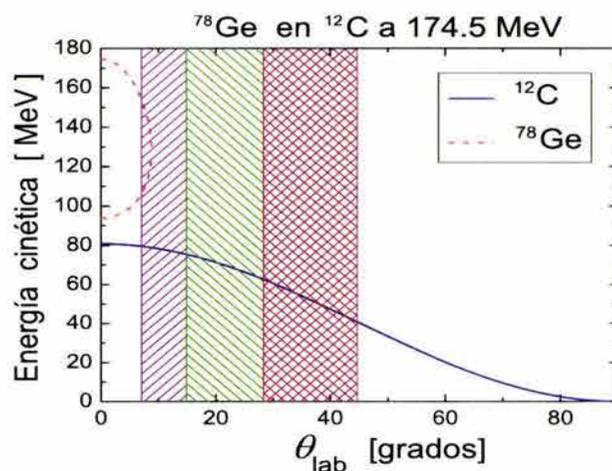


Figura 5.2: Energía cinética como función del ángulo de dispersión en el laboratorio para un proyectil  $^{78}\text{Ge}$  y un blanco de  $^{12}\text{C}$ . Los anillos de detectores de HYBALL corresponden a las tres regiones sombreadas.

ficiente para obtener una medición de los valores  $B(E2) \uparrow$ , en el caso de haces de iones radioactivos no lo es. Esto se debe a que los haces radioactivos producidos con la técnica ISOL pueden presentar una fuerte contaminación isobárica. Es decir que el haz no está compuesto únicamente por los iones de interés (germanios  $Z = 32$ ) sino que una fracción importante de él está constituida por iones con núcleos de la misma masa pero número atómico distinto (selenio  $Z = 34$ , arsénico  $Z = 33$  y galio  $Z = 31$ ). Esto implica que, para haces radioactivos, las secciones eficaces de Rutherford que se miden son secciones compuestas, una suma pesada de las respectivas secciones para cada componente del haz. El reto de la medición consiste entonces en separar la componente de interés y con este fin resulta decisivo conocer la composición isobárica del haz. Para  $^{78}\text{Ge}$  dicha determinación se realizó utilizando el proceso de emisión de rayos-X del proyectil que será descrito en la Subsección 5.3.3.

### 5.3 Adquisición de datos y análisis de eventos

El disparo electrónico con el que se definió un *evento válido* fue generado por la presencia de: *i.* Eventos con multiplicidad uno en HYBALL, “singles”, (con señales de energía y PID presentes), o *ii.* Eventos en coincidencia con uno o más detectores, por ejemplo, aquellos que simultáneamente presentan un rayo- $\gamma$  detectado en CLARION y una partícula identificada por HYBALL.

La evolución de los experimentos fue monitoreada en línea, para verificar que las condiciones bajo las que se tomaron los datos fueran adecuadas, utilizando la arquitectura ORPHAS [2] del sistema de adquisición de datos de ORNL. Los eventos válidos se almacenaron en cintas magnéticas de 8 mm para su análisis posterior. Con ayuda

del software UPAK desarrollado por W.T. Milner [3] las cintas fueron releídas, los datos desempacados y procesados bajo distintas condiciones. Los programas de análisis para los experimentos de COULEX fueron organizados en tres subrutinas. En una de ellas se analizan las señales del detector de partículas (*csi.f*), en otra las del detector de rayos- $\gamma$  (*ge.f*) y en la última (*sort.f*) se controla en que momento debe llamarse a cada una de las dos subrutinas anteriores y además se definen los histogramas que deben crearse.

### 5.3.1 Eventos de HYBALL

El procesamiento de las señales del detector de partículas cargadas (realizado a través de la rutina *csi.f*) determina esencialmente: *i.* la energía de la partícula detectada, *ii.* la identidad de la partícula o PID, *iii.* la señal de tiempo característico de la partícula, y *iv.* el patrón de disparo (es decir, qué detectores produjeron una señal).

La medición de la sección eficaz de Rutherford requiere determinar el número de eventos para los cuales se identificó un núcleo blanco ( $^{12}\text{C}$ ) dispersado. Por su parte, la medición de la sección eficaz de COULEX se obtuvo, a partir del número de coincidencias entre un núcleo blanco dispersado y un rayo- $\gamma$  de energía adecuada. Como se discutirá en la sección siguiente, el uso del detector de partículas cargadas para identificar los núcleos blanco dispersados permitió determinar el vector unitario en la dirección de dispersión, con el cual se puede corregir evento-por-evento el ensanchamiento Doppler de los picos en el espectro de coincidencia. Este aspecto fue de importancia crucial para las mediciones de los valores  $B(E2)$  de los núcleos  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$ .

#### Selección de eventos $^{12}\text{C}$

Aunque la cobertura geométrica del detector de partículas HYBALL es cercana a  $4\pi$ , el uso de reacciones con cinemática inversa requiere la detección de partículas cargadas únicamente en ángulos hacia adelante ( $< 90^\circ$  en el laboratorio). Conforme el ángulo de dispersión se incrementa la energía cinética de los  $^{12}\text{C}$  disminuye rápidamente, como puede verse en la Figura 5.2. Este efecto, en combinación con la pérdida de energía en los absorbedores que recubren los cristales de CsI(Tl) de HYBALL (ver Tabla 4.3) contribuyen a que una fracción de eventos tengan una señal de energía menor que el umbral de detección establecido y por ello en esta serie de experimentos únicamente se utilizaron los tres primeros anillos del detector ( $\theta_{\text{medio}} = 10.5^\circ, 21^\circ, 36^\circ$ ). La forma en la que se toman en cuenta efectos de umbral se describirán en detalle en la Sección 5.3.4

La sección eficaz de Rutherford y COULEX en el rango angular de los tres primeros anillos de HYBALL se ilustra en la Figura 5.3 para la reacción  $^{78}\text{Ge}$  en un blanco de  $^{12}\text{C}$  a una energía de 174.5 MeV.

El anillo uno tiene la característica de que tanto las secciones como la cobertura total angular son relativamente pequeñas. En los experimentos descritos en esta tesis la sección eficaz de COULEX integrada en este anillo es del orden de tan solo un 8% de la sección

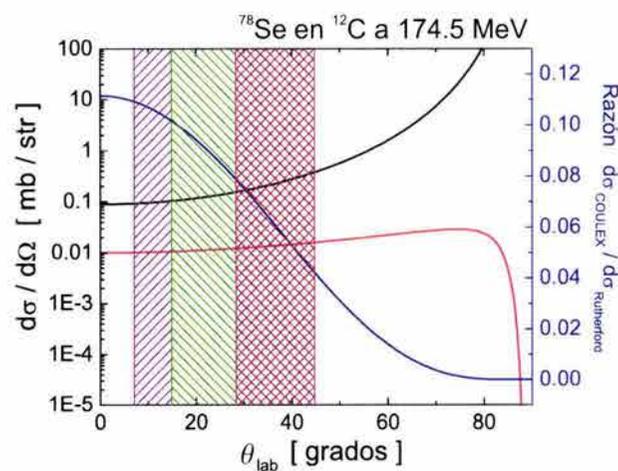


Figura 5.3: Sección eficaz diferencial de Excitación Coulombiana (rojo), de Rutherford (negro) y su razón (azul), como función del ángulo de dispersión en el laboratorio. Las secciones fueron calculadas utilizando el código de Winther-De Boer [4] para un valor de  $B(E2) = 0.335 e^2 b^2$  para  $^{78}\text{Se}$ . La región sombreada delimita la cobertura angular de los tres primeros anillos de HYBALL.

total medida. Por otro lado el anillo tres tiene una gran cobertura angular pero la energía cinética de los carbonos disminuye drásticamente y la razón  $\sigma_{\text{COULEX}}/\sigma_{\text{Rutherford}}$  varía fuertemente con el ángulo  $\vartheta_{\text{lab}}$ .

La selección de los eventos correspondientes a  $^{12}\text{C}$  se realiza mediante una condición determinada por una ventana de forma libre denominada “banana”, la cual se dibuja de forma interactiva <sup>3</sup> sobre el grupo de eventos de interés. Este grupo usualmente se identifica sobre un histograma bidimensional, Energía vs. PID, que se crea para cada uno de los detectores de HYBALL. Un ejemplo de este tipo de histogramas se muestra en la Figura 5.4 para el detector del arreglo HYBALL colocado en la posición  $\theta = 21.0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  (anillo 2) y la reacción RIB  $A = 78$  sobre  $^{12}\text{C}$  a 174.5 MeV.

En el histograma se distinguen claramente tres grupos de partículas que corresponden a  $\beta$ 's que principalmente provienen del decaimiento radioactivo del haz (grupo de pendiente más pequeña), protones (grupo de pendiente intermedia) provenientes de la contaminación del blanco y los núcleos dispersados  $^{12}\text{C}$  (con la pendiente más grande).

Integrando el número de cuentas que caen dentro de la banana y sumando sobre todos los detectores de HYBALL se obtiene el número total de núcleos  $^{12}\text{C}$  dispersados en la reacción. Es importante hacer notar que hasta este punto de la discusión no se ha hecho la distinción entre la fracción de núcleos que proviene de excitación Coulombiana y la fracción que corresponde a la dispersión de Rutherford.

<sup>3</sup>Utilizando el programa de análisis DAMM, que es parte de UPAK

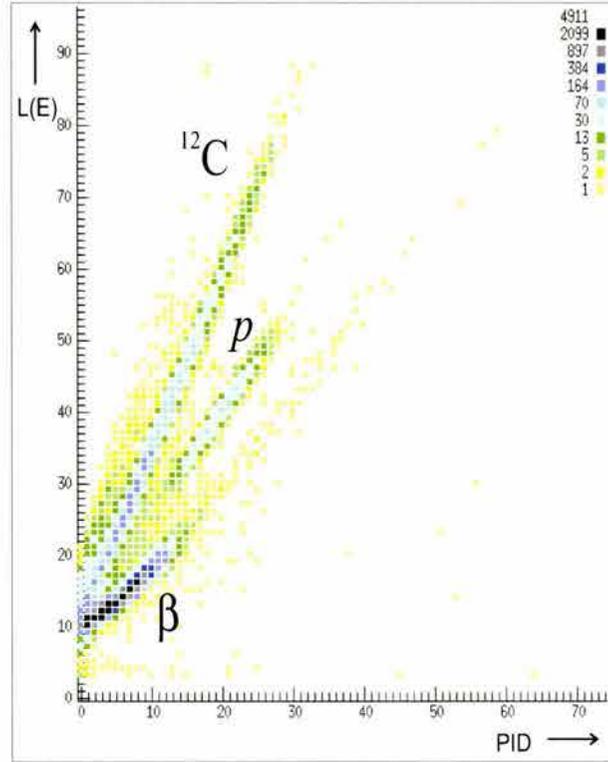


Figura 5.4: Histograma en dos dimensiones E vs. PID para un único detector (anillo 2) del arreglo HYBALL

### 5.3.2 Eventos de CLARION

Para esta serie de mediciones el espectrómetro de rayos- $\gamma$  CLARION estuvo conformado por 8 detectores de germanio tipo CLOVER: 4 colocados a  $90^\circ$ , 3 de ellos a  $132^\circ$  y 1 a  $155^\circ$ . En la Figura 5.5 se presenta el espectro de energía conformado por las señales de todos estos detectores de germanio sin corrección Doppler, para el caso del haz radioactivo  $A = 78$ . Los picos de dicho espectro pueden provenir de varias fuentes: *i*. Eventos de interés, que en este caso son los rayos- $\gamma$  provenientes de la desexcitación del estado  $2_1^+$  de los núcleos proyectil, *ii*. Eventos que sufrieron dispersión Compton, es decir rayos- $\gamma$  que no depositaron su energía total en un solo detector, *iii*. Rayos- $\gamma$  asociados a contaminantes presentes en el blanco, *iv*. Eventos originados por la radiación natural de fondo proveniente de rayos cósmicos o de las paredes del laboratorio, *v*. Eventos provenientes del decaimiento del haz radioactivo primario, ya sea en vuelo o producidos por la radioactividad depositada por el haz en el marco del blanco, en el blanco mismo o en los absorbedores de los detectores de partículas cargadas. La selección y análisis de los eventos de interés involucró por tanto varias correcciones y condiciones sobre las señales de los detectores.

A diferencia de los núcleos que sufren dispersión de Rutherford, los núcleos del haz que son excitados por la interacción Coulombiana entre proyectil y blanco, se caracterizan

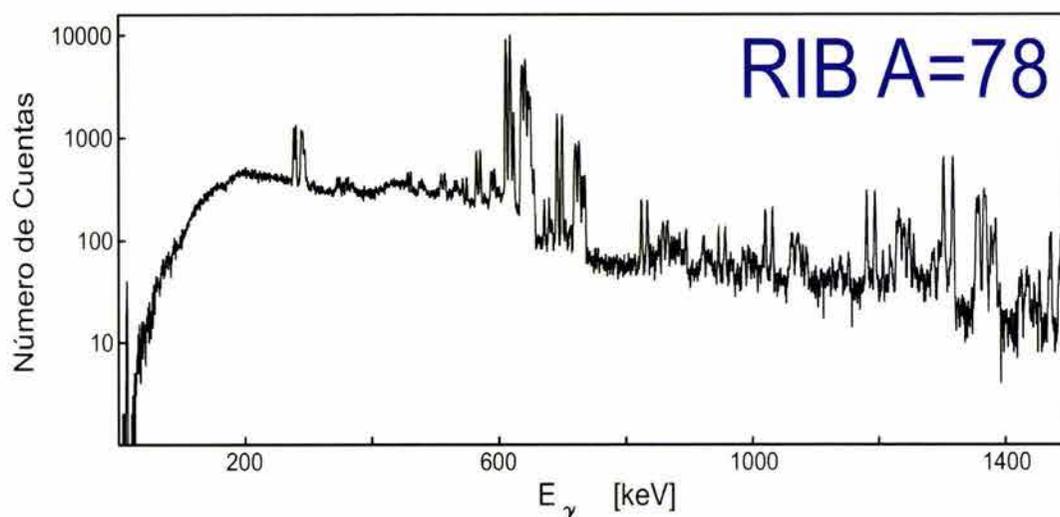


Figura 5.5: Espectro de rayos- $\gamma$  detectados en CLARION, sin corrección Doppler, para la reacción RIB  $A = 78$  sobre  $^{12}\text{C}$  a 174.5 MeV.

por la emisión de rayos- $\gamma$  provenientes de la subsecuente desexcitación de sus estados colectivos más bajos. Una condición muy limpia de selección para los rayos- $\gamma$  emitidos en esta desexcitación se obtuvo requiriendo la coincidencia entre la detección de un núcleo  $^{12}\text{C}$  dispersado en HYBALL y la detección de un rayo- $\gamma$  en CLARION. La ventana electrónica de tiempo que se empleó para determinar la existencia de un disparo simultáneo de los dos arreglos de detectores, fue de 100 ns. Debido a que el blanco utilizado fue suficientemente delgado, la desexcitación de los proyectiles ocurre generalmente en el vacío, fuera del blanco, en unos cuantos picosegundos.

Para el análisis de los datos además de la condición de un  $^{12}\text{C}$  identificado y un rayo- $\gamma$  en el rango de energía de interés, se impuso una condición adicional en la señal de tiempo de los rayos- $\gamma$ . Se requirió que el tiempo se encontrara en un intervalo característico de eventos asociados al  $^{12}\text{C}$ . La presencia de esta ventana no influye considerablemente en el número de cuentas debajo del pico correspondiente a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  de los proyectiles, pero permite eliminar eventos espúrios asociados principalmente con las  $\beta$ s del decaimiento del haz.

Debido a que los rayos- $\gamma$  de los eventos de interés son emitidos por una fuente en movimiento (proyectil en una reacción con cinemática inversa) a velocidades de  $\beta \sim 0.05$ , y los detectores utilizados tienen una cobertura angular finita, las líneas de rayos- $\gamma$  se encuentran afectadas por un corrimiento en energía además de un ensanchamiento de los picos espectrales que las representan (ver discusión de efecto Doppler en la Sección 4.2.2). Para corregir estos efectos fue necesario calibrar la energía de todos los detectores de germanio con una fuente radioactiva de rayos- $\gamma$  conocida, deducir con alta precisión la porción del cristal de germanio en donde fue detectado el rayo- $\gamma$  de la fuente en movimiento, determinar evento-por-evento el ángulo de dispersión relativo entre el vector velocidad del

núcleo  $^{12}\text{C}$  dispersado y el rayo- $\gamma$  de interés y determinar la rapidez optima  $\beta$  del núcleo emisor, de manera que la anchura del pico de interés fuera mínima.

Utilizando la rutina *ge.f*:

1. Se leyeron todos los datos de calibración de energía, que consisten esencialmente en relaciones polinomiales entre el número de canal y la energía del rayo- $\gamma$  para cada uno de los detectores de CLARION. Esta calibración (ver Apéndice E) se realizó utilizando una fuente de  $^{152}\text{Eu}$  (cuyo espectro tiene picos en el rango de energía que va de 121 keV a 1408 keV) y permitió alinear todas las señales de los detectores de germanio.
2. Utilizando una serie de condiciones lógicas, sobre la energía depositada por la gamma en las diferentes porciones del detector, se determinó de manera precisa la posición de incidencia del fotón en el cristal <sup>4</sup>.

Una vez identificada la dirección de emisión del rayo- $\gamma$ , la rutina maestra *sort.f* utiliza la información de las rutinas *csi.f* y *ge.f* para identificar aquellos eventos caracterizados por la identificación positiva y simultánea de un núcleo  $^{12}\text{C}$  en HYBALL y un rayo- $\gamma$  en CLARION. Para cada uno de estos eventos, la rutina asigna el vector unitario en la dirección del proyectil  $\hat{v}_p$  (empleando la información del elemento CsI(Tl) en el que fue detectado el  $^{12}\text{C}$  y las relaciones 4.11 - 4.13). Este vector es utilizado para calcular el factor  $\cos\theta$  (ver ecuaciones (D.5) y (4.8)) a través del producto punto entre  $\hat{v}_p \cdot \hat{p}_\gamma$ , siendo  $\hat{p}_\gamma$  el vector unitario que localiza el segmento que detectó el rayo- $\gamma$  (ver Figura 4.13). En esta forma se determinó el factor de corrección Doppler que de acuerdo con la relación (D.5) permite recuperar la energía natural del rayo- $\gamma$  a partir de la energía detectada en el laboratorio.

Los valores óptimos de  $\beta = v/c$  para cada reacción se obtuvieron de manera empírica minimizando el ancho (FWHM) del pico  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  para los núcleos proyectil. Esta optimización se realizó variando el valor de  $\beta$  en el intervalo  $[0.5\beta_0, 1.5\beta_0]$ , siendo  $\beta_0$  la velocidad inicial de los proyectiles antes de la colisión. Para cada valor de  $\beta$  en el intervalo anterior, se determinó el factor de corrección Doppler, y las energías  $E_\gamma$  correspondientes a eventos en coincidencia  $\gamma$ - $^{12}\text{C}$  fueron corregidas. Los resultados se graficaron en un histograma en dos dimensiones,  $\beta$  vs. Energía, como el que se muestra en el panel izquierdo de la Figura 5.6. Al hacer un corte sobre el eje- $y$  de dicho histograma, se obtiene el

<sup>4</sup>Tomando como referencia la energía total depositada sobre todo el detector CLOVER, los eventos en cada uno de los segmentos del detector fueron ordenados de acuerdo a la magnitud de su señal de energía. Si la energía de la señal más grande es mayor que el 92% de la energía total (valor arbitrario), se asigna al evento el vector unitario que localiza el segmento que realizó la detección. Los vectores unitarios, en coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ , que tienen como origen la posición del blanco y localizan: *i.* el centro de los 4 cristales, *ii.* el lado  $a \approx \theta_{\text{centro}} - 2.3^\circ$ , *iii.* el lado  $b \approx \theta_{\text{centro}} + 2.3^\circ$  y *iv.* la región entre los cristales 1 y 4 ó 2 y 3 para cada detector, se proporcionaron al código de análisis a través de cuatro archivos de datos.

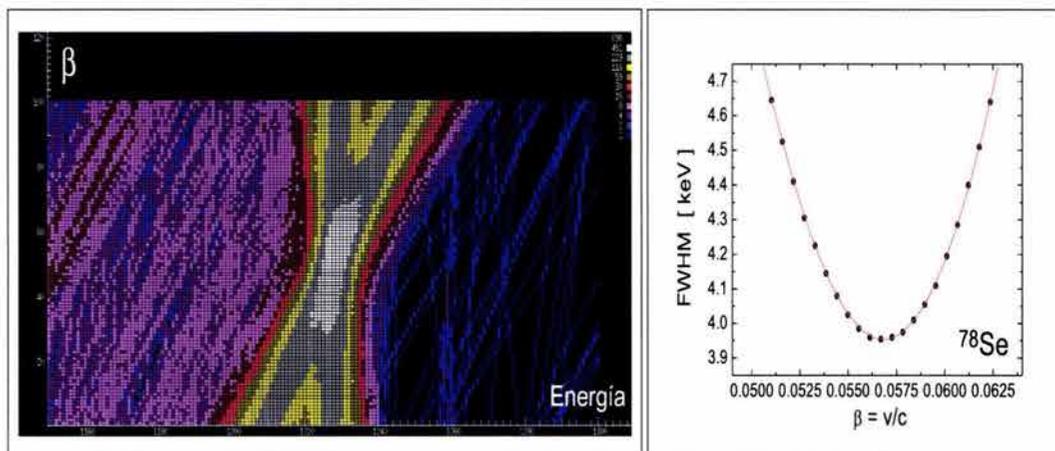


Figura 5.6: En el panel izquierdo se muestra el histograma bidimensional  $\beta$  vs. Energía. En el panel derecho se muestra el FWHM de el pico correspondiente a  $E_\gamma = 614$  keV como función de el valor de  $\beta$ .

espectro de energía correspondiente a un valor fijo de  $\beta$ . Los picos del espectro se ajustan con una curva Gaussiana. En el panel derecho de la Figura 5.6 se graficó la variación del ancho del pico como función de  $\beta$ . El valor óptimo de  $\beta$  se tomó como la posición del mínimo de un polinomio cuártico ajustado a los puntos. Este procedimiento se repitió para cada reacción. Los valores obtenidos se resumen en la Tabla 5.2.

Isótopo	$\beta$	Isótopo	$\beta$
$^{70}\text{Ge}$	0.05436	$^{74}\text{Se}$	0.05434
$^{72}\text{Ge}$	0.05508	$^{76}\text{Se}$	0.05597
$^{74}\text{Ge}$	0.05580	$^{78}\text{Se}$	0.05682
$^{76}\text{Ge}$	0.05600	$^{80}\text{Se}$	0.05748
$^{78}\text{Ge}$	0.05682	$^{82}\text{Se}$	0.05842

Tabla 5.2: Valores de  $\beta = v/c$  que minimizan el FWHM de los picos correspondientes a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0^+$  en el espectro de energía de eventos en coincidencia.

### 5.3.3 Composición isobárica del haz

Para haces de iones estables, en donde generalmente los núcleos de interés constituyen el 100% del haz <sup>5</sup>, la razón entre el número de eventos en el fotopico del espectro de coincidencia y el número de núcleos blanco dispersados, sin una gamma en coincidencia, dan una medida de la probabilidad de transición entre el estado base  $0_1^+$  y el primer estado excitado  $2_1^+$ . Sin embargo para haces de iones radioactivos, producidos con técnicas ISOL, el haz de proyectiles además de estar conformado por los iones de interés contiene iones cuyos núcleos son isóbaros del núcleo que se quiere estudiar, es decir tienen el mismo número de masa  $A$  pero su número atómico  $Z$  difiere en 1 ó 2 unidades. En este caso, la razón de eventos antes mencionada representa únicamente una fracción del valor que se obtendría para un haz de iones puro. Dicha fracción está determinada por la composición del haz, es decir por la razón del número de iones de interés con respecto al número total de iones presentes en el haz.

Para determinar la composición isobárica de  $^{78}\text{Ge}$ , se utilizó la identificación del número atómico de los iones a partir de la detección de los rayos- $X$  que son emitidos por el proyectil durante su interacción con una laminilla de Pd (ver Sección 4.5.1.). En la Figura 5.7 se presenta el espectro de emisión de rayos- $X$  producido por el haz radioactivo  $A = 78$ . Las líneas de colores son un ajuste Gaussiano de los picos presentes en cada espectro y corresponden a una superposición de las líneas  $K_{\alpha 1}$  y  $K_{\beta 1}$  de  $_{31}\text{Ga}$ ,  $_{32}\text{Ge}$ ,  $_{33}\text{As}$ , y  $_{34}\text{Se}$ . Utilizando los haces de isótopos estables de germanio y selenio dichas líneas de emisión fueron identificadas. En el ajuste del espectro de la Figura 5.7 el ancho, la razón de alturas y el centroide de los picos de Ge y Se fueron fijados a los valores promedio de sus isótopos estables. Restando las componentes de germanio y selenio del espectro total de rayos- $X$ , se consiguió aislar las componentes de galio y arsénico. Debido a que para estos núcleos,  $Z = 31$  y  $Z = 33$ , no se tuvo como referencia algún isótopo estable, el ajuste de sus líneas de emisión de rayos- $X$  se realizó utilizando (con un cambio de escala y ganancia) las formas ajustadas para selenio en arsénico y la forma de germanio en galio. La fracción que representa cada componente, se estimó tomando como base la razón entre el área debajo de los picos  $K_{\alpha 1}$  y  $K_{\alpha 2}$  para cada isóbaro con respecto al área total ajustada. Los valores obtenidos fueron 66.7% de  $^{78}\text{Ge}$ , 21.8% de  $^{78}\text{Se}$ , 7.7% de  $^{78}\text{As}$ , y 3.8% de  $^{78}\text{Ga}$ , y la intensidad promedio del haz radioactivo fue  $\sim 1.44 \times 10^6$  pps. Los porcentajes de composición fueron corregidos por un factor adicional que toma en cuenta las diferencias en transmisión de los isóbaros entre el blanco y el punto acromático del RMS. Dichos efectos son originados por las ligeras diferencias en: distribuciones de carga y velocidades (cada isóbaro tiene una pérdida promedio de energía distinta en el blanco) entre los diferentes isóbaros que conforman el haz. En virtud de que estas diferencias de transmisión son difíciles de calcular, se decidió determinarlas de manera empírica utilizando un haz estable consistente en una mezcla isobárica de  $^{74}\text{Se}$  y  $^{74}\text{Ge}$ . Asumiendo

<sup>5</sup>Excepto en casos en los que el material utilizado en la fuente de iones estables se encuentre contaminado. Un ejemplo se muestra en la Figura 5.13.

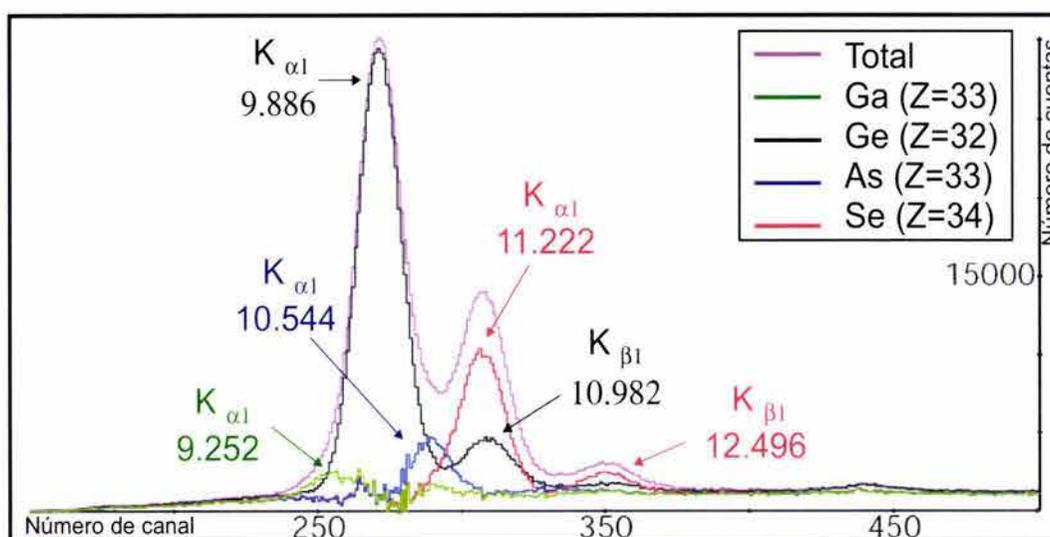


Figura 5.7: Descomposición del espectro de rayos- $X$  emitido por el haz de iones radioactivos con  $A = 78$  al incidir sobre un blanco de  $^{nat}\text{Pd}$ . Las energías de los rayos- $X$  están dadas en keV.

los valores adoptados de las  $B(E2)$  para estos isóbaros se determinó la composición del haz y se comparó con la medida por rayos- $X$ . Como resultado, se encontró que el porcentaje de selenio determinado a través de la medición relativa de  $B(E2)$  de  $^{74}\text{Ge}$  y  $^{74}\text{Se}$  era 9.574% mayor que el valor medido utilizando rayos- $X$ . Este mismo factor de corrección fue utilizado en el caso del haz radioactivo  $A = 78$  debido a que los experimentos fueron realizados bajo condiciones experimentales muy similares.

### 5.3.4 Análisis de Datos

Los datos experimentales ya procesados, fueron utilizados para calcular la razón entre: *i.* el número de cuentas debajo del pico de la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  en el espectro de coincidencia  $^{12}\text{C}-\gamma$ , que es proporcional a la sección eficaz de Excitación Coulombiana y *ii.* el número de eventos, detectados en los tres primeros anillos de HYBALL, para los cuales se obtuvo una identificación positiva de un núcleo  $^{12}\text{C}$  dentro de las *bananas* (corregida sustrayendo los eventos que están en coincidencia con rayos- $\gamma$ ) que es proporcional a la sección eficaz de Rutherford.

En las Figuras 5.10, a 5.14 se presentan los espectros de energía de rayos- $\gamma$  que se obtuvieron bajo la condición de coincidencia  $^{12}\text{C}-\gamma$ . La energía en dichos espectros incluye la corrección Doppler, que emplea los valores de  $\beta$  dados en la Tabla 5.2 y la información de los elementos de CLARION - HYBALL que realizaron la detección. Mediante la corrección de estos efectos se pudo reducir el ancho de los picos en el espectro y recuperar una gran fracción de la resolución intrínseca de los detectores de Ge. En la Figura 5.6 puede verse como ejemplo el caso particular de  $^{78}\text{Se}$ , donde se alcanzó una resolución de

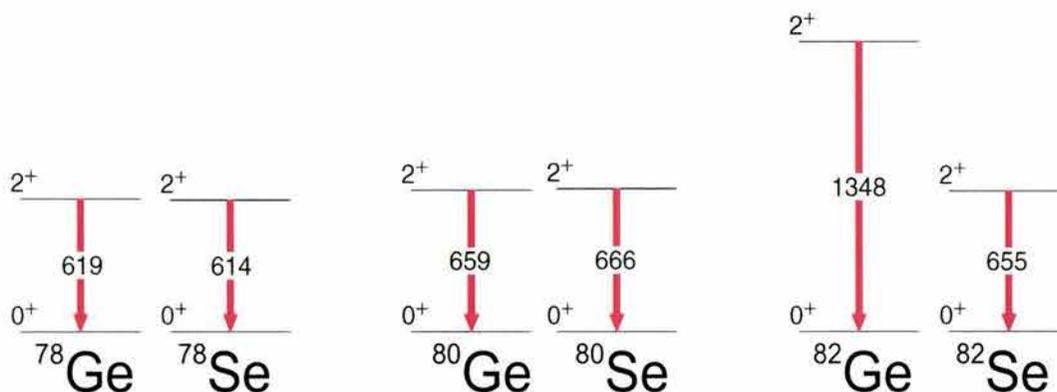


Figura 5.8: Niveles de energía y transiciones electromagnéticas  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  para los isóbaros  $_{32}\text{Ge}$  y  $_{34}\text{Se}$  con masa  $A = 78, 80$  y  $82$ . Puede verse que la diferencia entre las gammas de germanio y selenio  $A = 78$  y  $A = 80$  es de tan solo 5 y 7 keV respectivamente por lo que para separarlas es preciso utilizar sistemas de detección con una alta resolución en energía. Este requerimiento puede sin embargo ser relajado en el estudio del isótopo radioactivo  $^{82}\text{Ge}$ , tal como se discutirá en las secciones siguientes.

3.9 keV (0.6 %). Este valor se compara favorablemente con el valor de 1% reportado como la resolución de energía en experimentos típicos de COULEX utilizando SIBs y el espectrometro de rayos- $\gamma$  GAMMASPHERE [5] en combinación con CHICO [6], un detector gaseoso proporcional de muy alta cobertura angular. La posibilidad de recuperar la alta resolución de los detectores de rayos- $\gamma$  tiene particular importancia para el caso en el que se bombardea con iones radioactivos  $A = 78$  y  $80$ , ya que en esos casos la separación entre los rayos- $\gamma$  del isótopo radioactivo de interés y su principal isóbaro contaminante es de tan solo 5 y 7 keV, respectivamente (ver Figura 5.8).

En las Figuras antes mencionadas, se muestra el espectro observado en escala logarítmica, y en el recuadro superior de cada figura se presenta en detalle, usando una escala lineal, la región donde se encuentra la transición de interés  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ , para cada isótopo. Un aspecto interesante, es que a pesar de que la energía de bombardeo utilizada es menor a la energía de la barrera Coulombiana (en promedio un  $\sim 15\%$ ), además de la desexcitación del  $2_1^+$  se observan algunas cuentas correspondientes a transiciones cuadrupolares entre otros estados excitados de baja energía, dando evidencia de Excitación Coulombiana Múltiple. En la Tabla 5.3 se resumen el número total de eventos detectados en coincidencia, así como el número de cuentas en las transiciones de interés. Estos últimos valores fueron obtenidos utilizando el programa *gf3* del conjunto de software RadWare [16], para ajustar la distribución de cuentas observada experimentalmente. Nótese que las condiciones de selección produjeron un espectro de coincidencia extremadamente limpio. Para todos los isótopos estables, la transición de interés  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  es la dominante con excepción del caso particular de  $^{74}\text{Se}$  para el cual el haz incluía también  $^{74}\text{Ge}$ . Esta mezcla de haz estable  $A = 74$  se utilizó para obtener el factor de corrección debido a la diferencia de transmisión de los isóbaros para el RIB  $A = 78$ . El haz del isótopo estable  $^{74}\text{Se}$  fue producido desde la fuente como un haz mezclado. Como consecuencia, el

espectro de coincidencia además del pico de interés presentó otra importante transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  correspondiente a  $^{74}\text{Ge}$ , el isóbaro contaminante. El análisis del espectro de rayos- $X$  producido por el haz sobre el blanco de paladio indicaba un 70.74% de  $^{74}\text{Se}$ , que se incrementó en un 9.57% después de ser corregido por el factor que toma en cuenta la transmisión en el RMS (ver Sección 5.3.3).

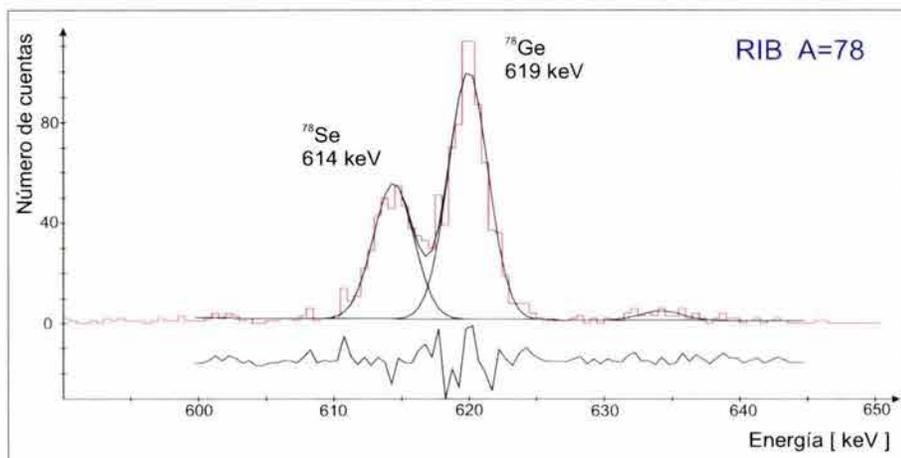


Figura 5.9: Ajuste del espectro de coincidencia para el haz radioactivo  $A = 78$ , puede observarse la clara separación entre los fotopicos, obtenida después de realizar la corrección Doppler. La diferencia entre el ajuste y el espectro se muestra en la parte inferior como cuentas residuales.

En la parte superior de la Figura 5.12 se presenta el espectro obtenido al utilizar el haz radioactivo de masa  $A = 78$  en la reacción. El recuadro en escala lineal muestra los dos picos correspondientes a las transiciones  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  de  $^{78}\text{Se}$ ,  $E_\gamma = 614$  keV, y  $^{78}\text{Ge}$ ,  $E_\gamma = 619$  keV, que gracias a la corrección del efecto Doppler pudieron separarse. Por contraste, en el panel inferior de la misma figura puede verse el espectro de coincidencia del haz estable, puro, de  $^{78}\text{Se}$ . En este caso, el espectro tiene un único pico, y permite entre otras comprobaciones determinar la forma del pico correspondiente a la transición  $E_\gamma = 614$  keV, que se emplea como base en el ajuste del espectro correspondiente al haz radioactivo. El resto de los isótopos de selenio se muestran en las Figuras 5.13 y 5.14. En general, se observa que para energías mayores que la energía correspondiente a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  los espectros de coincidencia son muy limpios, y pueden observarse transiciones cuadrupolares de orden superior como:  $2_1^+ \rightarrow 4_1^+$ ,  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  y  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ , principalmente. Los detalles específicos para cada núcleo se dan en los pies de figura correspondientes a las Figuras 5.10 a la 5.14. En la parte de menor energía, puede verse que los espectros presentan lo que en escala logarítmica parece ser un ancho pico asimétrico. Esta distribución se asocia con el continuo de dispersión Compton, debido a que la energía que separa al pico correspondiente a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  y al centroide de la distribución, coincide con la energía del límite Compton o *Compton edge*<sup>6</sup>. La Figura 5.9 muestra en

<sup>6</sup>La energía de *Compton edge* está determinada por la relación  $E_C = h\nu/[1 + 2h\nu/m_0c^2]$ , donde  $m_0c^2$

detalle el ajuste obtenido para el haz radioactivo con masa  $A = 78$ .

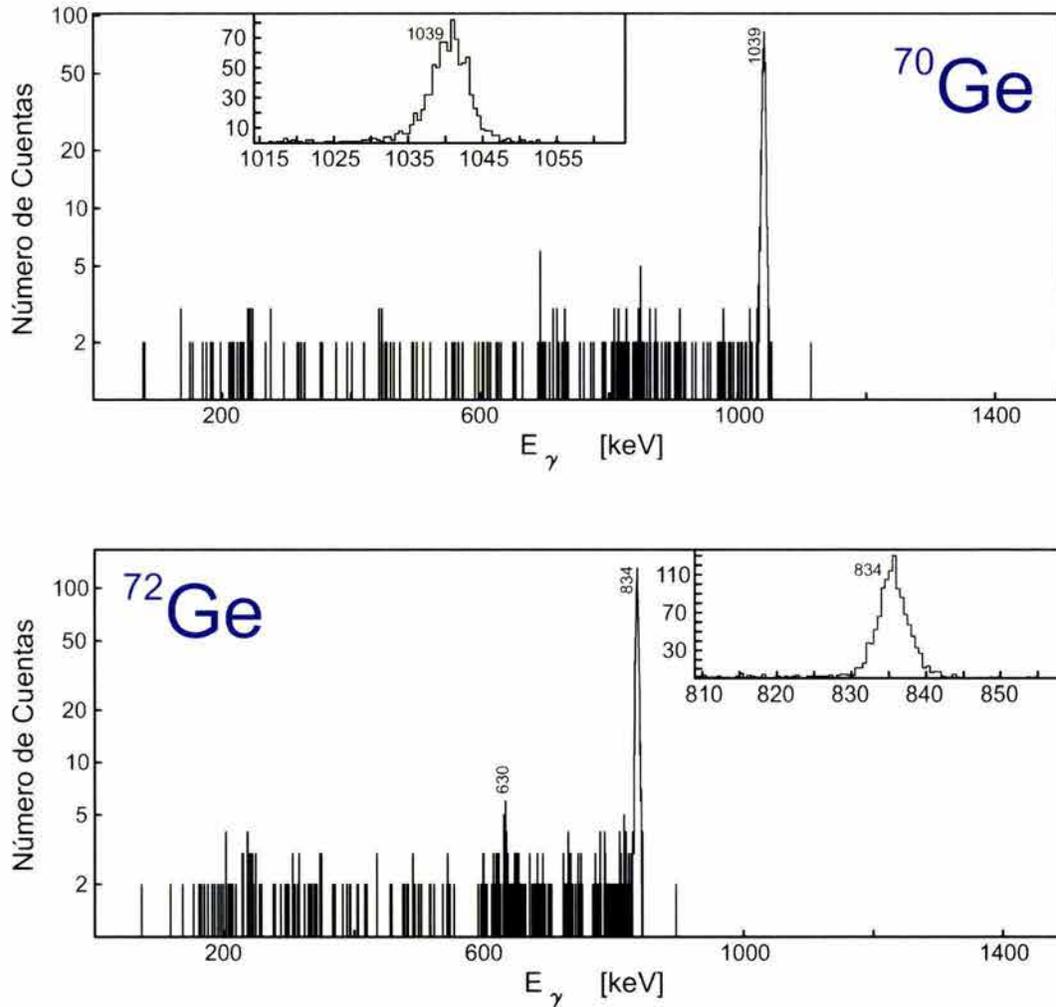


Figura 5.10: Espectros de energía bajo la condición de coincidencia con un  $^{12}\text{C}$ . En el panel superior  $^{70}\text{Ge}$ , en el panel inferior  $^{72}\text{Ge}$ . Para este último isótopo, se identifica además el fotopico  $E_\gamma = 630$  keV correspondiente a la transición  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ .

es la energía en reposo del electrón y se toma como 0.511 MeV. Esta separación puede derivarse a partir de la sección eficaz predicha por Klein-Nishina [1]

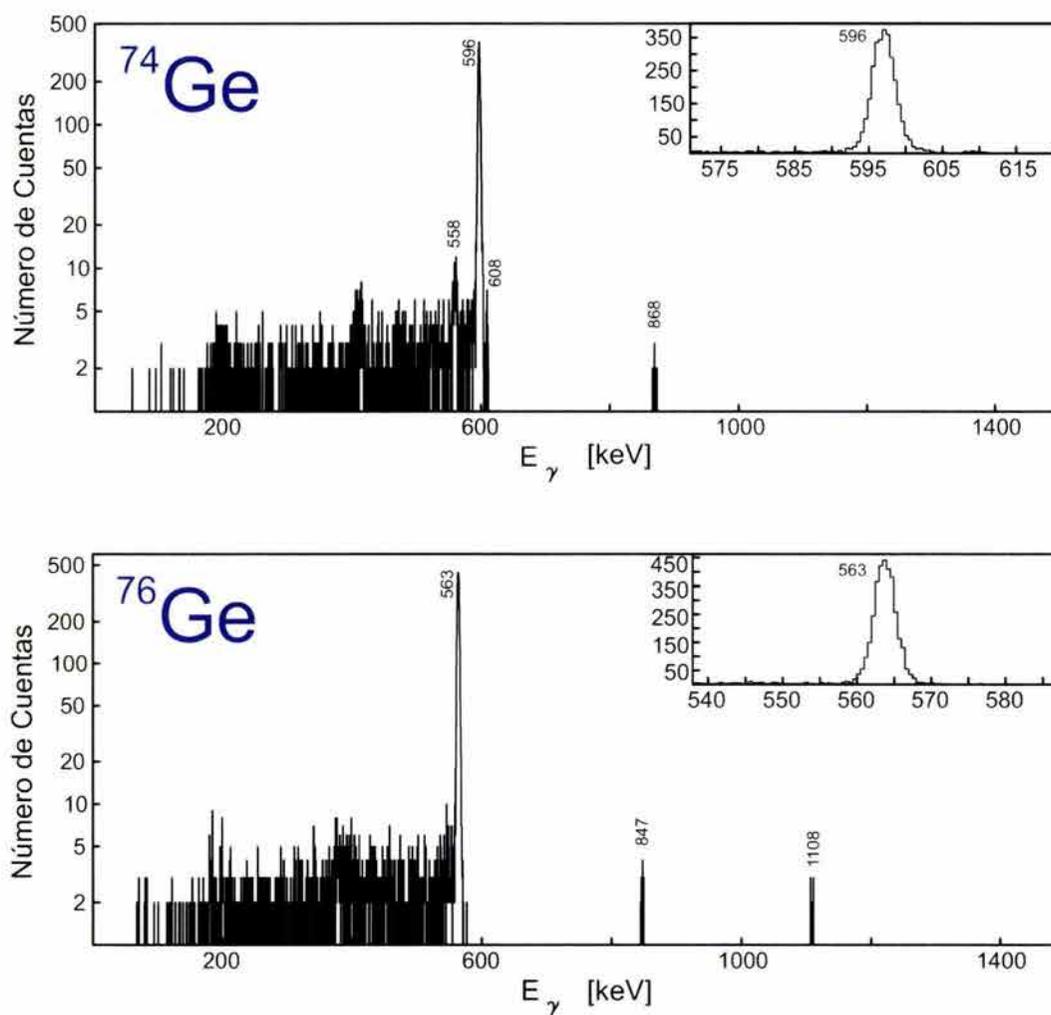


Figura 5.11: Espectros de energía bajo la condición de coincidencia con un  $^{12}\text{C}$ . En el panel superior  $^{74}\text{Ge}$ , en el panel inferior  $^{76}\text{Ge}$ . En la parte de baja energía del espectro de  $^{74}\text{Ge}$  se distingue el fotopico  $E_\gamma = 558$  keV, que sin embargo no han sido reportado previamente como transición de este núcleo. A energías mayores se observan las transiciones  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 608$  keV) y  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 868$  keV). Para  $^{76}\text{Ge}$  también se observan los picos correspondientes a  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 847$  keV) y  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  ( $E_\gamma = 1108$  keV).

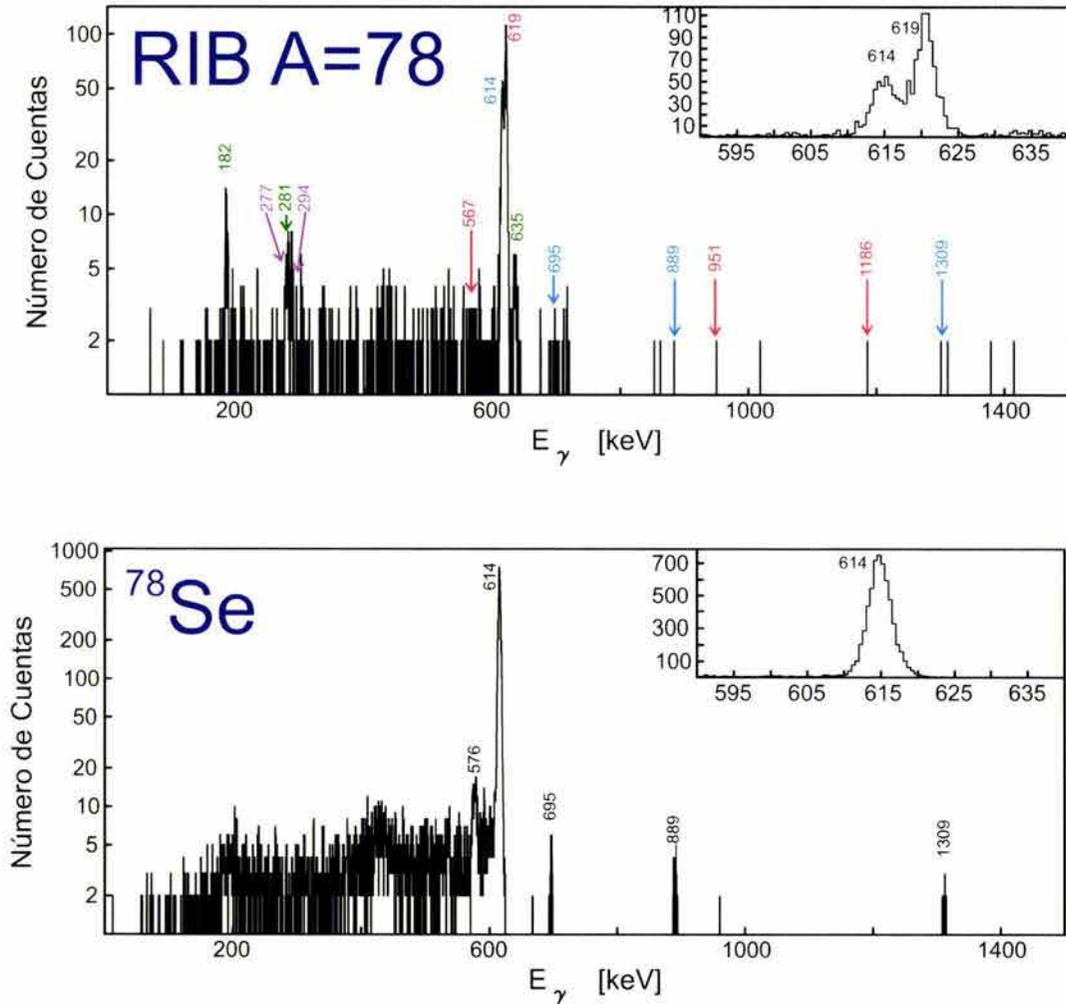


Figura 5.12: Espectros de energía bajo la condición de coincidencia con un  $^{12}\text{C}$  obtenidos utilizando un haz de iones radioactivos con masa  $A = 78$  (panel superior) y un haz estable de  $^{78}\text{Se}$  (panel inferior). Además de las transiciones de interés, en el espectro de RIB  $A = 78$  se identifican las transiciones  $E_\gamma = 182, 281, 635$  keV que pertenecen a  $^{78}\text{Ga}$  y  $E_\gamma = 277, 294$  keV correspondientes a  $^{78}\text{As}$ . Sobre la figura se han señalado también la posición de las transiciones:  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 567$  keV),  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  ( $E_\gamma = 1186$  keV) y  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 951$  keV) que corresponde a  $^{78}\text{Ge}$  y las transiciones  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  y  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  ( $E_\gamma = 695, 889$  y  $1309$  keV) de  $^{78}\text{Se}$ . En el espectro de coincidencias de  $^{78}\text{Se}$  se observan las transiciones  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  y  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  con energías  $695, 889$  y  $1309$  keV, respectivamente, así como una transición no identificada  $E_\gamma = 576$  keV.

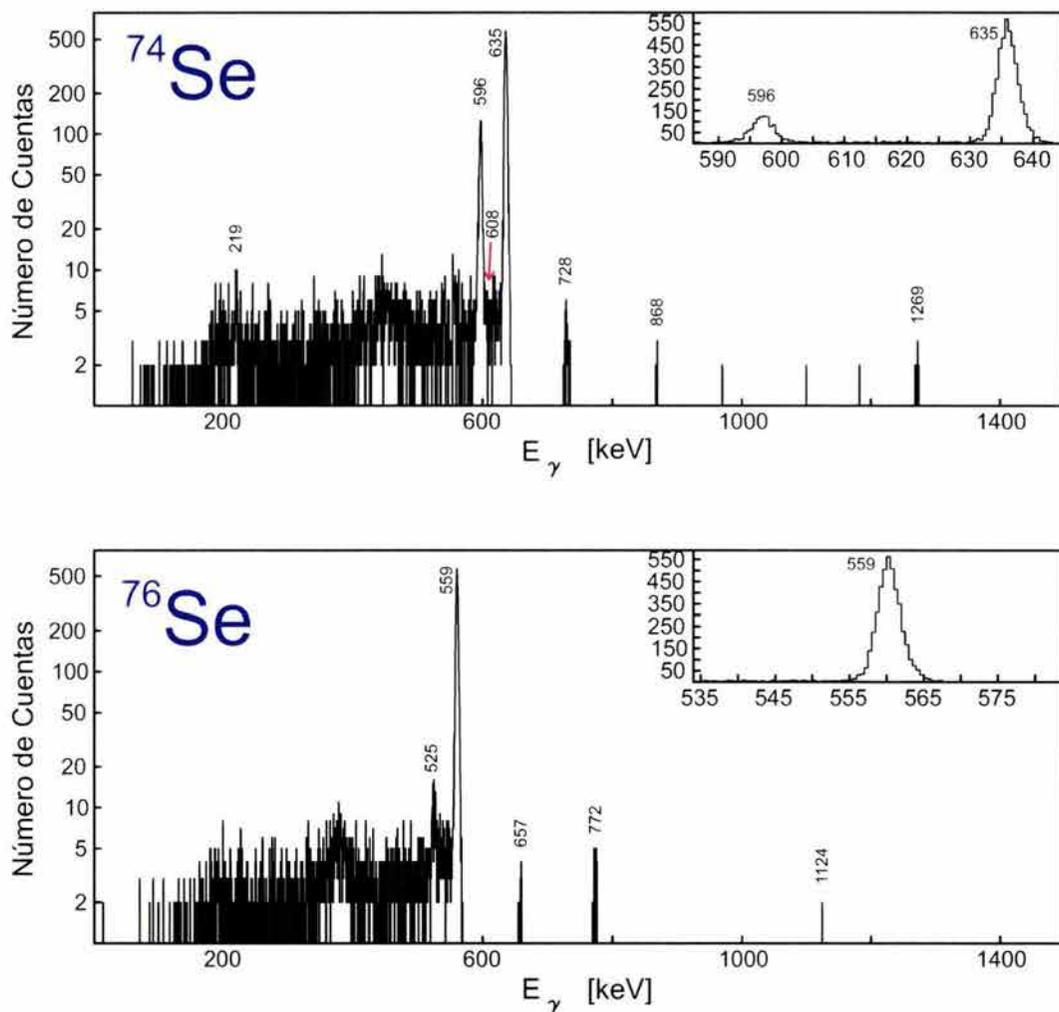


Figura 5.13: Espectros de energía bajo la condición de coincidencia con un  $^{12}\text{C}$ . En el panel superior  $^{74}\text{Se}$ , en el panel inferior  $^{76}\text{Se}$ . Debido a que el haz de  $^{74}\text{Se}$  se produjo desde la fuente con una importante contaminación de  $^{74}\text{Ge}$ , en el espectro de coincidencias además de la transición de interés se observa la presencia de los fotopicos correspondientes a  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  (596 keV),  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  (728 keV),  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  (1269 keV) y se marca la posición correspondiente a  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$  (608 keV) en germanio. Para  $^{74}\text{Se}$  se observa también la transición  $0_2^+ \rightarrow 2_1^+$  (219 keV). En el espectro de  $^{76}\text{Se}$  se identifican las gammas 657, 772, y 1124 keV, que corresponden a las transiciones  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  y  $0_2^+ \rightarrow 0_1^+$  respectivamente, además de la transición 525 keV que no ha sido reportada previamente.

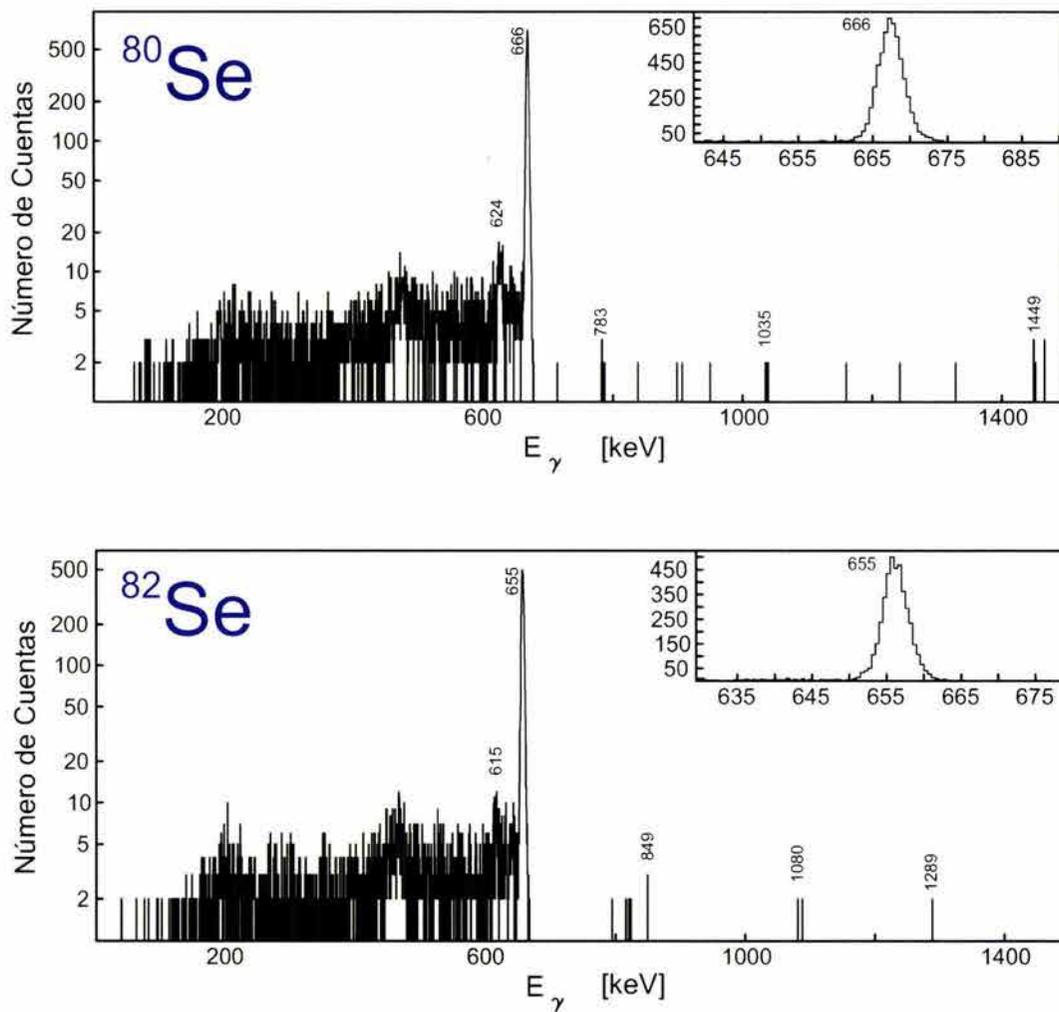


Figura 5.14: Espectros de energía bajo la condición de coincidencia con un  $^{12}\text{C}$ . En el panel superior  $^{80}\text{Se}$ , en el panel inferior  $^{82}\text{Se}$ . En  $^{80}\text{Se}$  se identifican las transiciones  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 783$  keV),  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 1035$  keV),  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  ( $E_\gamma = 1449$  keV), y una gamma no identificada con energía de 624 keV. Para  $^{82}\text{Se}$  además de la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  se observan algunas cuentas en la región de la transición  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  ( $E_\gamma = 1080$ ), así como entorno a las energías  $E_\gamma = 615, 849$  y 1269 keV.

Isótopo	Total de eventos en coincidencia	Transición	Energía [ keV ]	Número de cuentas
$^{70}\text{Ge}$	1,894	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	1039	$827 \pm 21$
$^{72}\text{Ge}$	2,145	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	834	$1083 \pm 34$
$^{74}\text{Ge}$	4,919	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	630	$2892 \pm 75$
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	596	
		$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	608	
$^{76}\text{Ge}$	5,145	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	868	$3256 \pm 59$
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	563	
		$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	847	
$A = 78$	2,844	$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	1108	$715 \pm 31$
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	614	
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	619	
$^{78}\text{Se}$		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	182	$396 \pm 24$
$^{78}\text{Ge}$		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	277	$715 \pm 31$
$^{78}\text{Ga}$			281	
$^{78}\text{As}$			294	
$^{78}\text{Ga}$			635	

Tabla 5.3: Resultados obtenidos del espectro de coincidencias  $^{12}\text{C}$ - $\gamma$  para los isótopos estables de germanio  $A = 70, 72, 74, 76$  y el núcleo radioactivo  $^{78}\text{Ge}$ .

Isótopo	Total de eventos en coincidencia	Transición	Energía [ keV ]	Número de cuentas
$^{74}\text{Se}$	8,868	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	635	$4335 \pm 87$
		$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	219	
$^{74}\text{Ge}$		$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	596	$1024 \pm 44$
		$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	728	
		$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	1269	
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	559	
$^{76}\text{Se}$	6,794	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	657	$4161 \pm 87$
		$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	772	
		$0_2^+ \rightarrow 0_1^+$	1124	
$^{78}\text{Se}$	9,631	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	614	$5737 \pm 109$
		$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	695	
		$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	889	
$^{80}\text{Se}$	9,775	$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	1309	$5712 \pm 97$
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	666	
		$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	783	
$^{82}\text{Se}$	7,097	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	1035	$4054 \pm 69$
		$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	1449	
		$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	655	
		$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	1080	

Tabla 5.4: Resultados obtenidos del espectro de coincidencias  $^{12}\text{C}-\gamma$  para los isótopos de selenio  $A = 74, 76, 78, 80$  y  $82$ . El haz de iones estables  $^{74}\text{Se}$  fue producido con una fuerte contaminación de su isóbaro, también estable,  $^{74}\text{Ge}$ .

Para la determinación de los valores de  $B(E2)$  se utilizó un procedimiento iterativo. Utilizando el código de Winther-de Boer, se calcularon las secciones eficaces diferenciales de Rutherford y de COULEX, a partir de un valor de  $B(E2)$  inicial <sup>1</sup>. Las secciones diferenciales se integraron sobre la cobertura angular del detector de partículas. En el caso de haces de iones radioactivos, la sección eficaz de Rutherford se corrigió además, utilizando la composición isobárica del haz de iones. Con los valores finales obtenidos, se calculó la razón entre la sección eficaz de COULEX con respecto a la sección de Rutherford, es decir

$$R_{W-dB} = \mathcal{N}(\varepsilon_\gamma, \varepsilon_{HB}) \frac{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \left( \frac{d\sigma_{COULEX}}{d\Omega} \right) d\Omega}{\sum_i \phi_i \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \left( \frac{d\sigma_i \text{ Rutherford}}{d\Omega} \right) d\Omega}, \quad (5.1)$$

en donde  $\mathcal{N}$  es un factor de normalización que depende de las eficiencias de detección:  $\varepsilon_\gamma$  y  $\varepsilon_{HB}$  correspondientes al detector de rayos- $\gamma$  y al detector de partículas, respectivamente. El índice de suma en el denominador de (5.1) varía sobre los isóbaros que componen el haz de iones, y  $\phi_i$  denota el porcentaje con respecto al total, de cada isóbaro.

Esta razón se comparó con la razón experimental del número de cuentas debajo del pico correspondiente a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ , en el espectro de coincidencias  $^{12}\text{C}-\gamma$  (sección eficaz de COULEX) relativo al número total de  $^{12}\text{C}$  detectados en HYBALL (sección eficaz de Rutherford), es decir

$$R_{\text{exp}} = \frac{\text{número de cuentas } \gamma - ^{12}\text{C}}{\text{número de cuentas } ^{12}\text{C}}. \quad (5.2)$$

El factor adimensional que se obtuvo al comparar estas dos razones, teórica y experimental, se tomó como factor de corrección al valor de  $B(E2)$  elegido inicialmente.

$$B(E2) = \frac{R_{W-dB}}{R_{\text{exp}}} (B(E2))_{\text{inicial}}. \quad (5.3)$$

El valor final de  $B(E2)$  se obtuvo repitiendo iterativamente el procedimiento antes descrito hasta conseguir la convergencia del valor.

Un aspecto que fue necesario tener en consideración al momento de calcular la razón  $R_{W-dB}$  fue el efecto de umbral en la energía de las partículas cargadas, el cual se observó como la detección incompleta de la distribución de  $^{12}\text{C}$  detectados por HYBALL<sup>2</sup>. Este corte, es equivalente a detectar los núcleos dispersados en un rango angular menor al rango geométrico que cubre cada anillo y es originado principalmente por la existencia de

<sup>1</sup>Para los isótopos estudiados en este trabajo, dicho valor se tomó igual al valor adoptado en las Tablas de S. Raman [7], para los núcleos estables, mientras que para los isótopos radioactivos se tomó el valor predicho por el modelo IBM-2 con mezcla de configuraciones, que será descrito en el Capítulo 6.

<sup>2</sup>Por la cinemática de las reacciones estudiadas, bajas energías corresponden a ángulos mayores en el laboratorio.

un recubrimiento en la cara frontal de los cristales de CsI(Tl), así como por los valores de ganancia y umbrales de detección empleados en los detectores de HYBALL.

Debido principalmente a que el grueso del material absorbedor en los detectores de HYBALL varia dependiendo del anillo (31, 30 y 25 mg/cm<sup>2</sup> para anillos 1, 2 y 3 respectivamente), y a que se tiene una eficiencia de colección de luz distinta entre anillos <sup>3</sup> el umbral de detección fue diferente en cada rango angular observado. Para determinar el ángulo de corte en la distribución de <sup>12</sup>C, se estudio la variación de la sección eficaz parcial

$$\int_{\theta_{R_i}}^{\theta_{\max}} \frac{d\sigma_{\text{Rutherford}}}{d\Omega} d\Omega, \quad (5.4)$$

como función del ángulo máximo de integración  $\theta_{\max}$ . Donde  $i = 1, 2, 3$  y dependiendo del anillo considerado se tiene que el ángulo más pequeño en la integración esta dado por  $\theta_{R_1} = 7^\circ$ ,  $\theta_{R_2} = 14^\circ$  y  $\theta_{R_3} = 28^\circ$ . Suponiendo que el número de <sup>12</sup>C detectados en el primer anillo de HYBALL representaba el 100 % de la sección eficaz de Rutherford, en el rango angular que va de  $7^\circ$  a  $14^\circ$ , se estableció una correspondencia entre número de cuentas y sección eficaz. Esta relación se utilizó para determinar con base en el número de eventos, la sección de Rutherford detectada en los anillos 2 y 3. Comparando las secciones así determinadas con las secciones totales de Rutherford integradas en los respectivos rangos de cada anillo:  $14^\circ - 28^\circ$  para anillo 2 y  $28^\circ - 44^\circ$  para anillo 3 se pudo estimar también el porcentaje detectado en cada anillo.

Para determinar el factor de normalización  $\mathcal{N}(\varepsilon_\gamma, \varepsilon_{\text{HB}})$  que aparece en la ecuación (5.1), se estudio el comportamiento de la razón teórica

$$r(\theta_{\max}) = \frac{\int_{\theta_{R_i}}^{\theta_{\max}} \frac{d\sigma_{\text{COULEX}}}{d\Omega} d\Omega}{\int_{\theta_{R_i}}^{\theta_{\max}} \frac{d\sigma_{\text{Rutherford}}}{d\Omega} d\Omega}, \quad (5.5)$$

como función del ángulo máximo de integración, así como la variación del valor de la razón experimental (5.2) cuando se considera a cada anillo de HYBALL como independiente y se utilizan diversos cortes sobre la ventana que delimita la distribución de <sup>12</sup>C (ver Figura 5.4). El factor  $\mathcal{N}$  se obtuvo tomando como referencia el núcleo <sup>74</sup>Ge que es el isótopo ( $N = 42$ ) con el máximo valor de  $B(E2)$  en la cadena de germanio. Para este núcleo se requirió que la razón experimental para el segundo anillo reprodujera razonablemente la respectiva razón  $r(\theta_{\max})$ . A pesar de que la variación de la razón entre las secciones eficaces diferenciales de COULEX relativa a Rutherford para el primer anillo tiene una menor variación como función del ángulo de dispersión en el laboratorio, el factor de normalización se determinó con base al segundo anillo debido a que el valor de la sección de COULEX en el primer anillo es muy pequeña y sus fluctuaciones estadísticas son muy grandes. En contraste, para el tercer anillo se tiene una sección de COULEX mucho

<sup>3</sup>Debido a que las guías de luz tienen una geometría diferente para cada anillo.

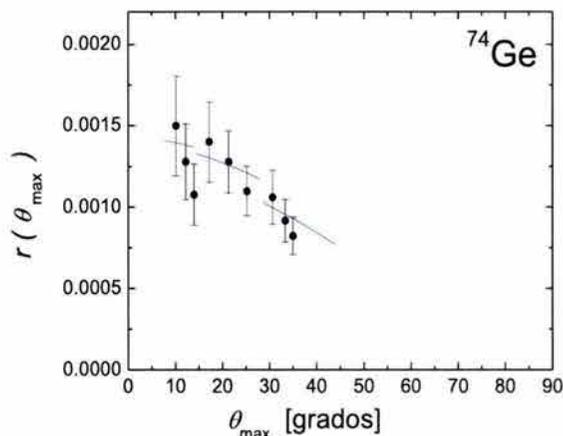


Figura 5.15: Comparación entre la razón definida en la ecuación (6.32) como función de el ángulo máximo de integración denotado como  $\theta_{\max}$  y las razones experimentales para el isótopo estable  $^{74}\text{Ge}$ . Cada segmento corresponde a un anillo en el detector de partículas.

mayor pero el fuerte incremento en la sección diferencial de Rutherford provoca que la razón entre las secciones diferenciales varíe rápidamente. En la Figura 5.15 se ilustra la comparación entre la razón  $r(\theta_{\max})$  y los valores experimentales para  $^{74}\text{Ge}$ . El valor del factor de normalización  $\mathcal{N}$  fue de 1.34 y se mantuvo constante para los isótopos estudiados en las dos cadenas  $Z = 32$  y  $Z = 34$ .

Con la finalidad de comprobar que el procedimiento descrito anteriormente funcionaba de forma adecuada, se analizaron primeramente todos los datos correspondientes a los isótopos estables, ya que para ellos se tiene información de mediciones previas de los valores de  $B(E2)$ . En este sentido nuestra medición sistemática de los núcleos estables se utilizó como prueba de consistencia. La posibilidad de obtener un buen acuerdo con los valores adoptados para todos los isótopos estables, utilizándose un único valor de normalización nos dió la confianza de utilizar este mismo procedimiento de análisis para el caso de haces de iones radioactivos.

Dentro de nuestro conjunto de mediciones sistemáticas, el caso del isótopo estable  $^{76}\text{Ge}$  constituyó un caso particular. Debido a que  $^{76}\text{Ge}$  fue el haz piloto que se utilizó para entonar los elementos ópticos antes de la inyección del haz radioactivo  $A = 78$  y optimizar la electrónica de nuestros sistemas de detección, los datos de este núcleo fueron divididos en múltiples conjuntos bajo diferentes condiciones de prueba, que no son útiles para extraer una medición experimental. Sin embargo, la medición del valor  $B(E2)$  para  $^{76}\text{Ge}$  pudo repetirse en un experimento reciente. Las condiciones de bombardeo en esta nueva medición se eligieron idénticas a las condiciones de  $^{76}\text{Ge}$  en la medición sistemática de la cadena de germanio. La variante más importante que se tuvo fue que el detector de

partículas cargadas HYBALL fue reemplazado por una nueva versión denominada BARE-BALL la cual está formada por detectores de CsI(Tl) acoplados a fotodiodos (al igual que HYBALL), pero cuenta con una cobertura angular que abarca únicamente la dirección hacia adelante  $7^\circ - 90^\circ$  (cinco anillos) y tiene la particularidad de que los cristales no utilizan laminillas absorbedoras y solo se encuentran recubiertos por una delgada capa de Mylar aluminizado ( $0.25 \mu\text{m}$  de espesor) que sirve como reflector de luz.

Estos nuevos datos permitieron estudiar en detalle el efecto de los cortes a la distribución de carbonos teniendo ahora información acerca del anillo 4 cuya cobertura angular abarca desde  $\theta_{\text{lab}} = 44^\circ - 60^\circ$  y el anillo 5 que cubre de  $\theta_{\text{lab}} = 60^\circ - 80^\circ$ . En la Figura 5.16 se muestra un histograma en dos dimensiones  $L(E)$  vs. PID para un único detector del arreglo BARE-BALL usando un haz de  $^{76}\text{Ge}$ . La Figura 5.16 puede compararse con el histograma obtenido con HYBALL que fue presentado en la Figura 5.4. Puede observarse que utilizando BARE-BALL las distribuciones de los  $^{12}\text{C}$  se detectan en su totalidad (no existe ningún corte a bajas energías), para el segundo anillo, y la separación entre el grupo de  $^{12}\text{C}$  y protones es mucho mejor que la obtenida con HYBALL. En contraste con el histograma 5.4 es interesante notar también, que para el caso de  $^{76}\text{Ge}$  (que es un isótopo estable) no se tiene la presencia del grupo de  $\beta$ s observadas en RIB  $A = 78$ . Esto se debe a dichas partículas provienen del decaimiento del haz radioactivo. Una comparación similar a la Figura 5.13 fue hecha en la Figura 5.17 para el caso de  $^{76}\text{Ge}$  usando BARE-BALL. Utilizando el valor de  $B(E2)$  adoptado se comprueba que existe un buen acuerdo con nuestros datos experimentales. Esta información nos permitió al mismo tiempo estudiar, con una buena estadística, el efecto de varios cortes en la distribución de  $^{12}\text{C}$ , inclusive sobre la cobertura angular del anillo 4 y corroborar el comportamiento originalmente observado utilizando HYBALL.

En la Figura 5.18 se muestran los valores de  $B(E2)$  obtenidos en este trabajo para todos los isótopos estables de Ge estudiados, mientras que los valores correspondientes a la cadena de selenio se presentan en la Figura 5.19. En todos los casos nuestros valores experimentales son comparados con todas las mediciones experimentales reportadas hasta la fecha y resumidas en las Tablas de Raman [7].

En la Figura 5.20 se presenta el valor de  $B(E2)$  para el isótopo radioactivo  $^{78}\text{Ge}$  comparado con diversas predicciones teóricas dadas en [7] así como con el valor teórico predicho por nuestro modelo IBM-2 con mezcla de configuraciones que será discutido en el capítulo final de este trabajo. En la gráfica 5.20 se incluyó también el valor de  $B(E2)$  deducido a partir de la medición de tiempo de vida realizada por W.-T. Chou *et al.* [56].

## 5.4 Determinación del valor $B(E2) \uparrow$ de $^{80}\text{Ge}$

La contaminación isobárica que presentan intrínsecamente los haces radioactivos producidos con la técnica ISOL, es un gran reto experimental, especialmente para el estudio de núcleos que se encuentran muy lejos de la línea- $\beta$  de estabilidad. Esto se debe a que,

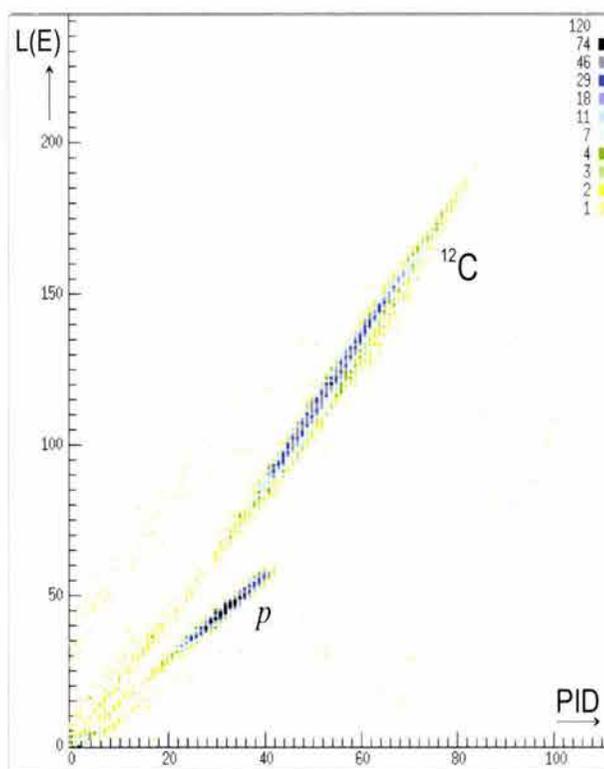


Figura 5.16: Histograma bidimensional  $L(E)$  vs.  $PID$  para un único detector (*anillo dos*) del arreglo BARE-BALL utilizando el haz de iones estables  $^{76}\text{Ge}$  a una energía de bombardeo de 170 MeV sobre un blanco de  $^{12}\text{C}$  de  $1014 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ .

excepto por contadas excepciones, los iones que se desean estudiar son aquellos cuya producción es menos favorecida. Una muestra de este tipo de situación se presentó en la medición del valor  $B(E2) \uparrow$  para el núcleo radioactivo  $^{80}\text{Ge}$ . El primer intento de medir esta probabilidad reducida de transición se realizó utilizando el procedimiento descrito en la Sección anterior. Sin embargo nuestros resultados fueron poco satisfactorios debido fundamentalmente a que el haz radioactivo presentó una fuerte contaminación del isóbaro estable  $^{80}\text{Se}$ . En la Figura 5.21 se puede ver el espectro de rayos- $X$  emitidos por el haz de iones con  $A = 80$  al incidir sobre un blanco de  $^{\text{nat}}\text{Pd}$ . Con base en un ajuste de los picos que aparecen en este espectro se determinó la siguiente composición isobárica para el haz radioactivo empleado en la medición: 96% de  $^{80}_{34}\text{Se}$ , 2.2% de  $^{80}_{32}\text{Ge}$  y 1.8% de  $^{80}_{33}\text{As}$ . Aunque estos valores tienen que ser corregidos por efectos de transmisión, de manera análoga a los correspondientes a  $^{78}\text{Ge}$ , lo relevante es observar que el contenido de  $^{80}\text{Se}$  es prohibitivamente grande en este caso.

De la experiencia anterior fue claro que la medición de  $^{80}\text{Ge}$  no sería posible a menos de que se pudiera reducir la contaminación isobárica del haz de iones. La solución que se ha explorado en HRIBF para este problema, ha sido añadir azufre al blanco de producción  $\text{UC}_2$  a través de gas  $\text{H}_2\text{S}$ , y extraer de la fuente de iones un haz molecular,  $\text{GeS}^+$  en

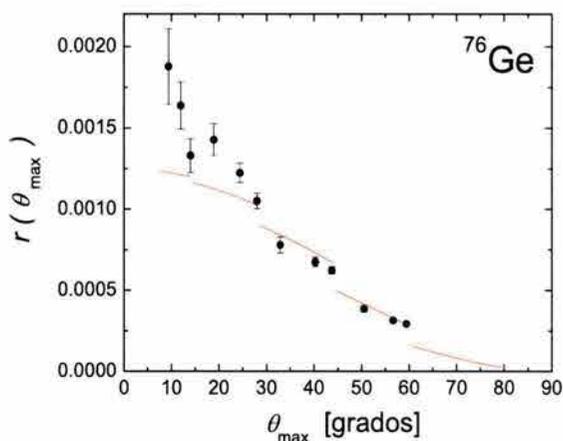


Figura 5.17: Comparación entre  $r(\theta_{\max})$  y las razones experimentales para el isótopo estable  $^{76}\text{Ge}$  utilizando el nuevo detector BARE-BALL. Cada segmento corresponde a un anillo en el detector.

nuestro caso, en vez de un haz atómico. La ventaja de esto es que la presencia de los iones moleculares de los isóbaros contaminantes  $\text{SeS}^+$  y  $\text{AsS}^+$  se reduce considerablemente, constituyendo así un proceso de purificación muy efectivo. Pruebas preliminares a nuestro experimento [8] permitieron cuantificar la producción de haces radioactivos moleculares comparada con los respectivos haces atómicos:

$$\begin{array}{llll}
 {}^{78}\text{Ge}^+ & 7.8 \times 10^5 \text{ pps}/\mu\text{A} & & \\
 {}^{78}\text{GeS}^+ & 1.1 \times 10^6 \text{ pps}/\mu\text{A} & \text{razón} & {}^{78}\text{GeS}^+ / {}^{78}\text{Ge}^+ = 1.4 \\
 \\ 
 {}^{80}\text{Ge}^+ & 7.2 \times 10^4 \text{ pps}/\mu\text{A} & & \\
 {}^{80}\text{GeS}^+ & 1.8 \times 10^5 \text{ pps}/\mu\text{A} & \text{razón} & {}^{80}\text{GeS}^+ / {}^{80}\text{Ge}^+ = 2.5
 \end{array}$$

Los valores de las razones ( $> 1$ , en ambos casos) indican que la producción de la especie molecular es mayor relativa a la especie atómica, por lo que aunado a la ventaja de mayor pureza, la producción molecular resulta más favorable. Este comportamiento es sin embargo opuesto al observado para la molécula de  $\text{SnS}^+$  (el Sn pertenece al mismo grupo atómico que el Ge, al igual que C, Si y Pb) en cuyo caso la producción molecular es menor que la atómica. La mayor abundancia en el caso de  $\text{GeS}^+$  se debe probablemente a que la molécula de  $\text{GeS}^+$  tiene una mayor energía de ligadura que la correspondiente a  $\text{SnS}^+$ . Comparando los dos isótopos medidos en esta prueba, se sugiere también que esta técnica de producción parece favorecer a isótopos con vida media más corta, en nuestro caso  ${}^{80}\text{Ge}$  <sup>4</sup> con respecto a  ${}^{78}\text{Ge}$  <sup>5</sup>. El incremento de la razón  ${}^A\text{GeS}^+ / {}^A\text{Ge}^+$  para  $A$  mayor

---

<sup>4</sup> $t_{1/2}$  ( ${}^{80}\text{Ge}$ ) = 29.5 s.  
<sup>5</sup> $t_{1/2}$  ( ${}^{78}\text{Ge}$ ) = 1.45 h.

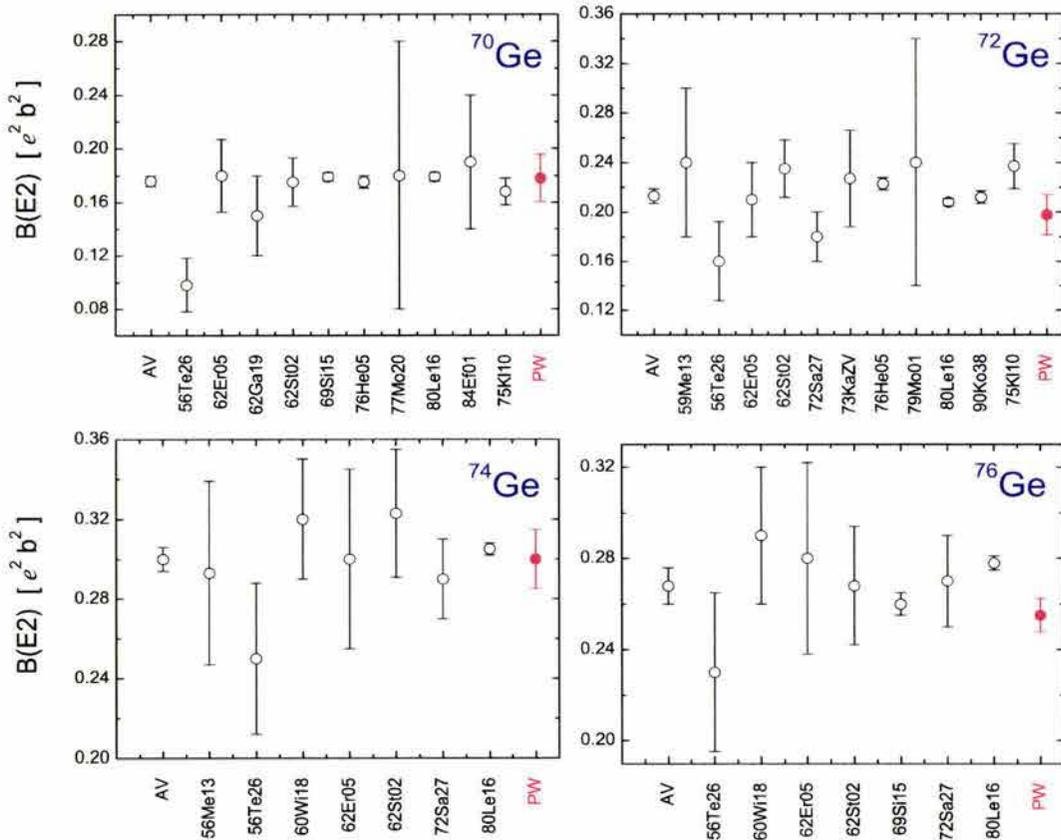


Figura 5.18: Comparación entre los valores  $B(E2) \uparrow$  medidos en este trabajo (rojo) y los valores experimentales reportados previamente para la cadena de isótopos estables de germanio. Las referencias adecuadas para cada isótopo se dan en el Apéndice G de este trabajo.

sugiere que el tiempo que le toma a la especie molecular escapar del blanco de producción es menor (*más rápido*) que el correspondiente a la especie atómica. Aunque este aspecto requiere de un estudio más detallado, la ventaja de usar una especie molecular para núcleos que se encuentran cada vez más alejados de la línea de estabilidad puede ser muy significativo y podría constituir un método más general para favorecer la producción de isótopos con vida media muy corta utilizando la técnica ISOL.

A continuación se discuten los resultados que se obtuvieron en un segundo intento de medir el valor  $B(E2)$  para  $^{80}\text{Ge}$  utilizando un haz de iones radioactivos de masa  $A = 80$ , *purificado*, sobre un blanco de  $^{12}\text{C}$  ( $\sim 1 \text{ mg/cm}^2$ ) a una energía de 179 MeV (*i.e.* 2.237 MeV/nucleón). Debido a que la cinemática de la reacción es totalmente análoga a la empleada en el caso de  $^{78}\text{Ge}$ , los principales sistemas de detección utilizados fueron los mismos a los empleados en la medición del valor  $B(E2)$  de este último núcleo. En la Figura 5.22 se puede ver de forma esquemática la localización de los sistemas de detección. En contraste con la medición de  $^{78}\text{Ge}$  y los isótopos estables, para el caso de el RIB  $^{80}\text{Ge}$  el monitoreo y medición de la composición isobárica del haz de iones se realizó utilizando

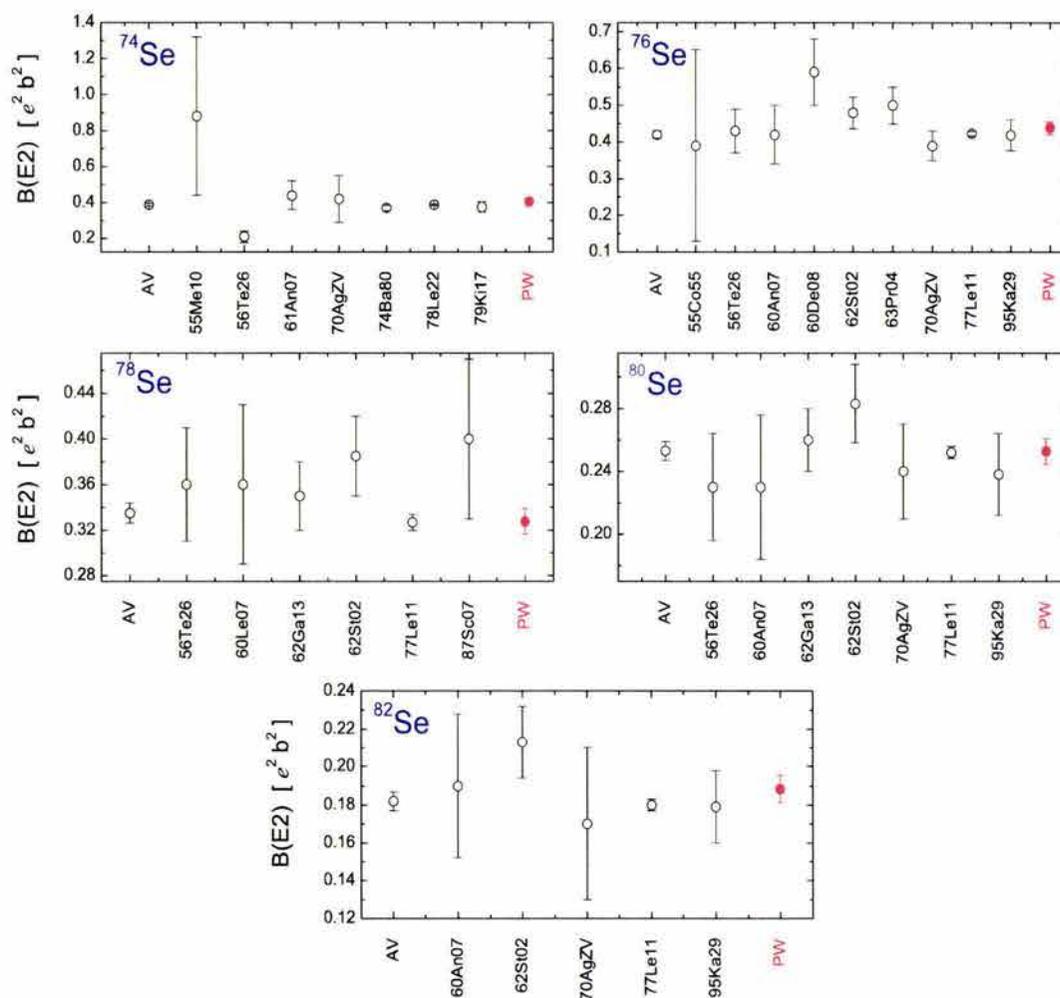


Figura 5.19: Comparación entre los valores  $B(E2) \uparrow$  medidos en este trabajo (rojo) y los valores experimentales reportados previamente para la cadena de isótopos estables de selenio. Las referencias adecuadas para cada isótopo se dan en la Apéndice G de este trabajo.

un detector gaseoso de curva de Bragg, que fue colocado en uno de los puertos (localizado a cero grados con respecto al haz incidente tal como se ilustra en la Figura 5.22) que se utiliza para la alineación del primer dipolo magnético del RMS.

El valor de  $B(E2)$  correspondiente a  $^{80}\text{Ge}$  se obtuvo siguiendo un procedimiento enteramente análogo al descrito en la sección anterior. La información correspondiente a la sección eficaz de Rutherford se obtuvo a partir de el número de los iones blanco dispersados que fueron identificados en los tres primeros anillos del detector de partículas HYBALL, mientras que la sección eficaz Coulombiana se determinó cuantificando el número de eventos que presentaron simultáneamente la detección de un  $^{12}\text{C}$  y un rayo- $\gamma$  en el espectrómetro CLARION.

Debido a que, como se ilustró en la Figura 5.8, la diferencia de energía entre los

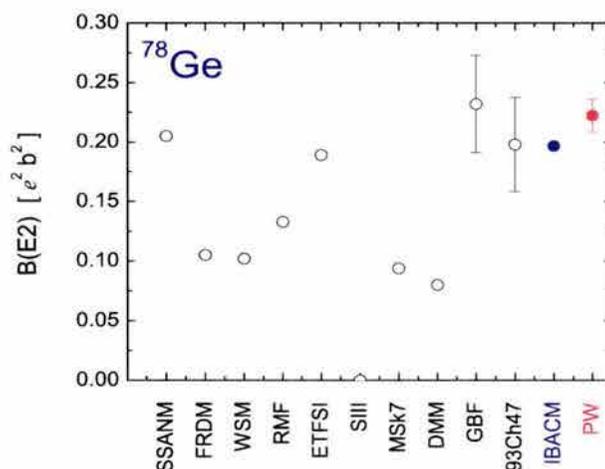


Figura 5.20: Comparación entre el valor de  $B(E2) \uparrow$  medido en este trabajo (rojo) para el isótopo radioactivo  $^{78}\text{Ge}$  y los valores predichos por varios modelos teóricos [7] (ver Apéndice G), incluyendo el IBM-2 con Mezcla de Configuraciones (azul). En la gráfica también se muestra la medición existente, 93Ch47 [56] para este núcleo usando un método de producción distinto.

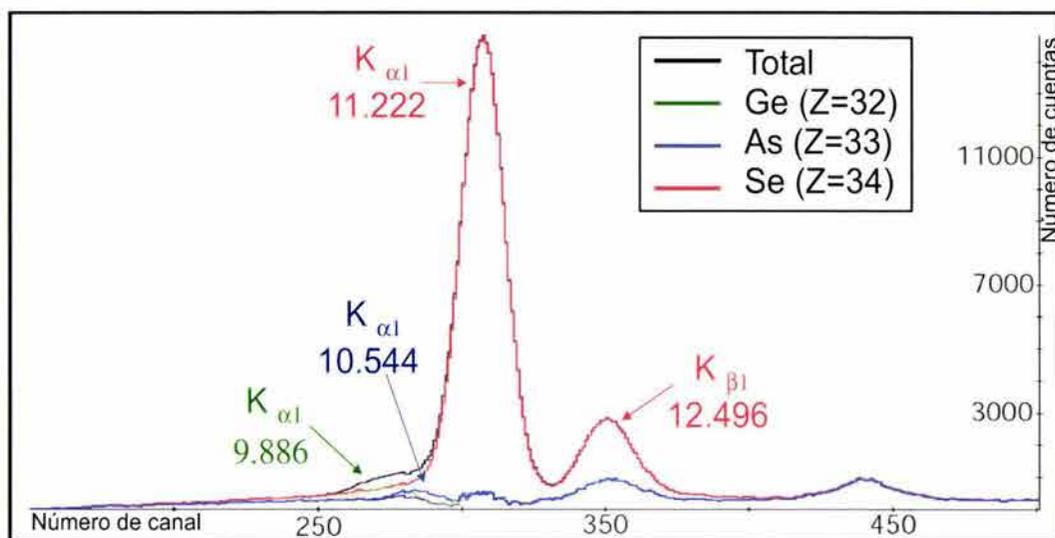


Figura 5.21: Descomposición del espectro de rayos-X emitido por el haz de iones radioactivos con  $A = 80$  al incidir sobre un blanco de  $^{nat}\text{Pd}$ . Este espectro se obtuvo en el primer intento realizado para la medición del valor  $B(E2)$  de  $^{80}\text{Ge}$ .

rayos- $\gamma$  correspondientes a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  de  $^{80}\text{Ge}$  y su principal contaminante, el isóbaro estable  $^{80}\text{Se}$ , es de tan solo 7.0 keV en esta medición también fue necesario realizar una cuidadosa corrección del efecto Doppler, que afecta a los rayos- $\gamma$  emitidos en la reacción. Mediante esta corrección fue posible recuperar la alta resolución en energía de los detectores de germanio y separar las transiciones de interés en forma adecuada. El espectro de energía correspondiente a eventos en coincidencia,  $^{12}\text{C}$ - $\gamma$ , que incluye la

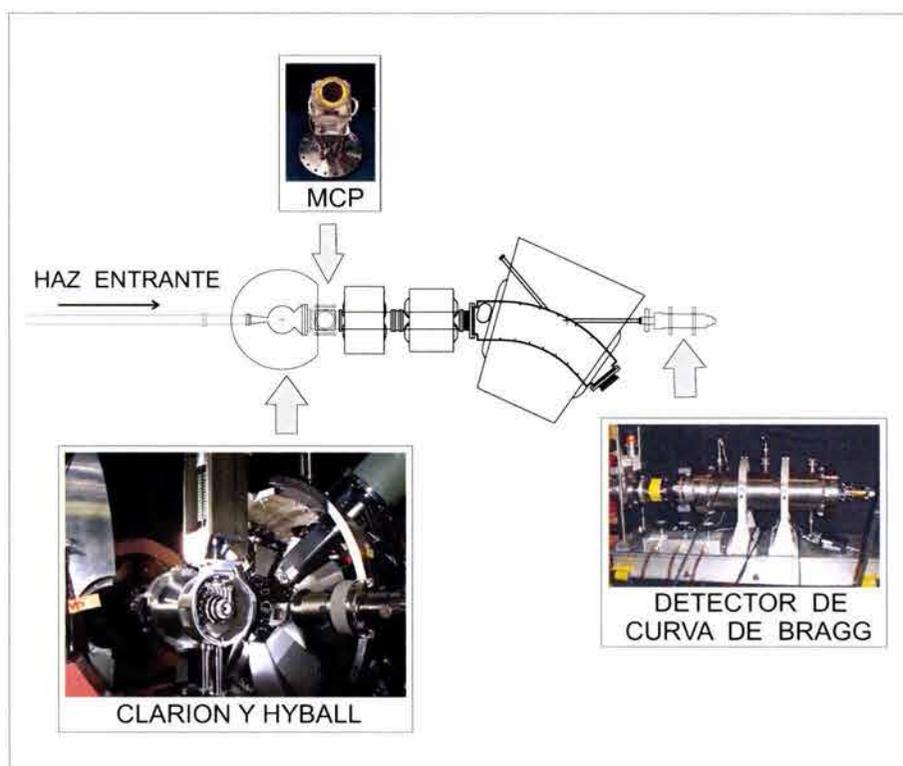


Figura 5.22: Distribución de los sistemas de detección en el área experimental para la medición (segundo intento) de la  $B(E2) \uparrow$  del núcleo radioactivo  $^{80}\text{Ge}$ .

corrección Doppler evento-por-evento se muestra en la Figura 5.23.

El monitoreo de la composición isobárica se realizó durante todo el tiempo que duro el experimento. En la Figura 5.24 se muestra comparativamente la composición isobárica característica de un RIB  $A = 80$  inyectado como especie atómica y después de ser purificado usando la especie molecular. El espectro de la Figura 5.24 fue normalizado con respecto al número de cuentas existentes en el pico de germanio para el haz atómico, puede observarse la impresionante supresión de  $^{80}\text{Se}$  así como la desaparición del grupo correspondiente a galio ( $Z = 31$ ). Con base en un ajuste Gaussiano se determinó la siguiente composición isobárica del haz purificado:  $\sim 93.48\%$  de  $^{80}\text{Ge}$ ,  $\sim 0.73\%$  de  $^{80}\text{As}$  y  $\sim 5.73\%$  de  $^{80}\text{Se}$ . La intensidad promedio del haz fue  $\sim 1.42 \times 10^5$  pps.

#### 5.4.1 Análisis de Datos

Los datos obtenidos para  $^{80}\text{Ge}$  fueron analizados de forma análoga a los datos de los isótopos estables y  $^{78}\text{Ge}$  discutidos en la Sección anterior. En este caso sin embargo se tuvo un número diferente de detectores de CsI(Tl) funcionando en HYBALL y también los valores de las ganancias y umbrales fueron ligeramente distintos. Como resultado,

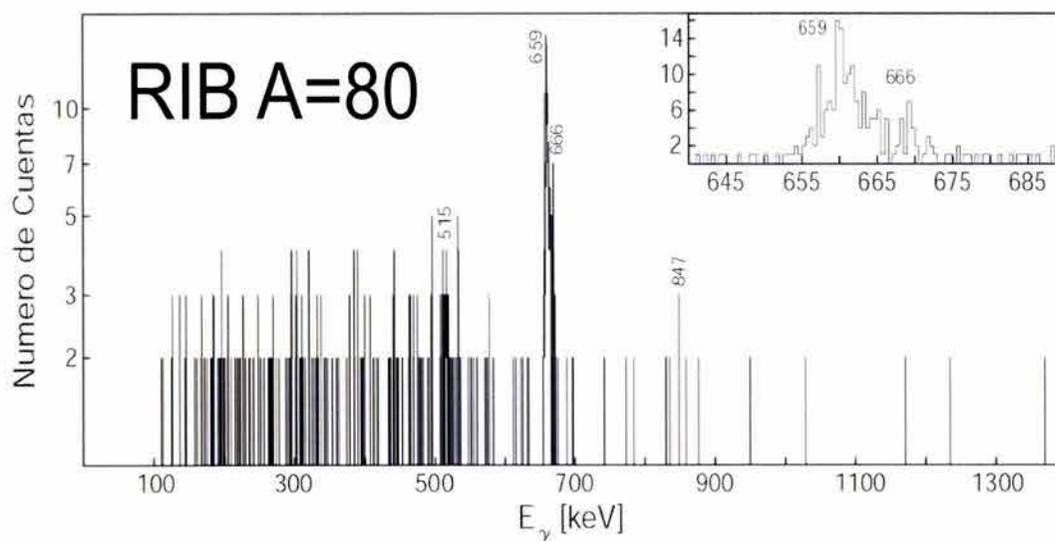


Figura 5.23: Espectro de coincidencias  $^{12}\text{C}-\gamma$  para el haz de iones radioactivos  $A = 80$ .

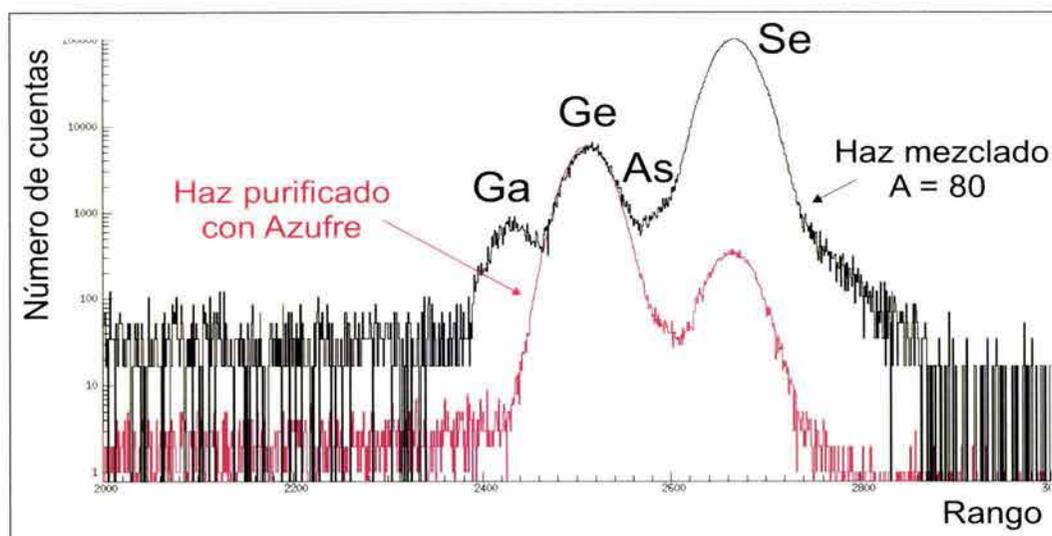


Figura 5.24: Comparación entre las composiciones isobáricas del RIB  $A = 80$  atómico y el haz que se obtiene utilizando el proceso químico de purificación utilizando azufre.

el factor de normalización en este caso fue diferente al utilizado con el haz radioactivo  $A = 78$ .

El factor de normalización para  $^{80}\text{Ge}$  se obtuvo de manera análoga al caso de  $^{78}\text{Ge}$  (en donde  $\mathcal{N}$  fue determinado utilizando los datos de los isótopos estables, en particular los de  $^{74}\text{Ge}$ , obtenidos bajo condiciones experimentales idénticas). La medición de  $B(E2)$  para  $^{80}\text{Ge}$  se realizó posteriormente y utilizando las mismas condiciones que la respectiva medición para el isóbaro estable (y haz análogo)  $^{80}\text{Se}$ , por lo que en este caso el factor de

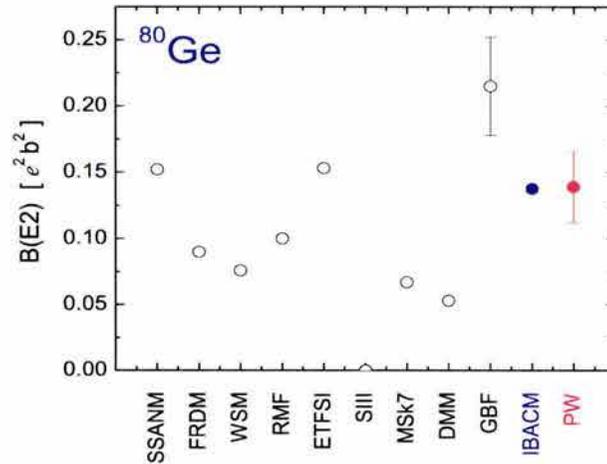


Figura 5.25: Comparación entre el valor  $B(E2) \uparrow$  medido en este trabajo para  $^{80}\text{Ge}$  y los valores predichos por diversos modelos teóricos [7]. Las siglas que identifican a cada modelo se especifican en el Apéndice G.

normalización se determinó requiriendo reproducir el valor adoptado de  $B(E2)$  para este último núcleo. El valor de  $B(E2) \uparrow$  obtenido para el núcleo radioactivo  $^{80}\text{Ge}$  se presenta en la Figura 5.25 comparado con las predicciones teóricas para dicha probabilidad de transición dadas por diferentes modelos.

## 5.5 Determinación del valor $B(E2) \uparrow$ de $^{82}\text{Ge}$

La medición del valor  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  de  $^{82}\text{Ge}$  se planteó desde un principio como la más difícil de la serie que se discute en este trabajo. Por otro lado, probablemente es la más importante ya que  $^{82}\text{Ge}$  es un núcleo semimágico, con capa cerrada  $N = 50$  para neutrones. Algunos modelos teóricos como el de Campo Medio Relativista (RMF), y aquellos que describen las propiedades del estado base del núcleo utilizando el método de Hartree-Fock más un modelo BCS (HF+BCS) basado en la fuerza de Skyrme MKS7 [7], predicen el comportamiento de  $^{82}\text{Ge}$  como el de un núcleo esférico. En esta Sección se presenta la primera medición experimental de esta probabilidad reducida de transición para este importante núcleo.

Al igual que para el caso de  $^{80}\text{Ge}$ , la posibilidad de tener un RIB de masa  $A = 82$  con una componente isobárica de  $^{82}\text{Ge}$  no despreciable, se consiguió únicamente gracias a la aplicación de la técnica de purificación de haces de iones radioactivos desarrollada en ORNL [8]. El reto de extender esta técnica, basada en la formación de haces de iones moleculares, a núcleos con un mayor exceso de neutrones es que, como se muestra en la Figura 5.26, la intensidad de producción decrece en uno y dos ordenes de magnitud comparada con la intensidad de  $^{80}\text{Ge}$  y  $^{78}\text{Ge}$ , respectivamente.

Además de esta complicación en la producción del haz, la realización de este exper-

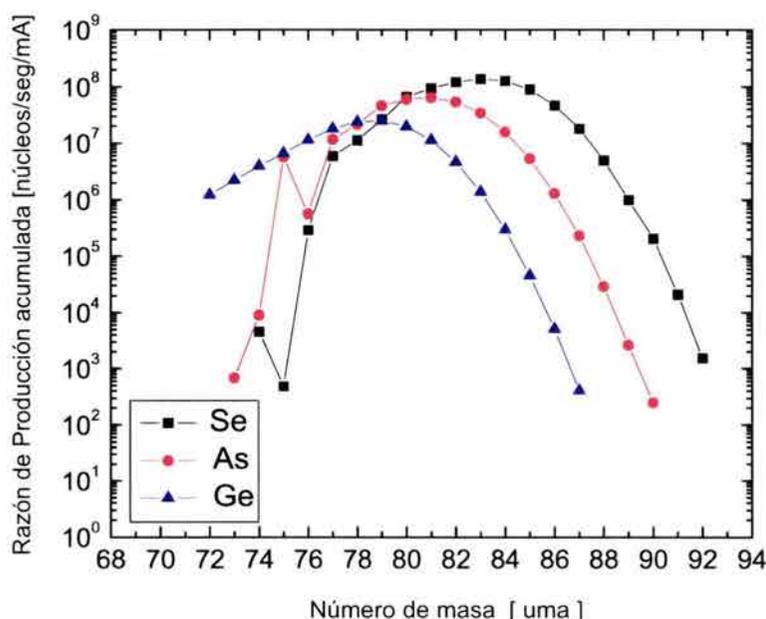


Figura 5.26: Comparación de las razones de producción obtenidas de la fisión inducida por protones, a una energía de 40 MeV, sobre un blanco de  $\text{UC}_2$ . La zona sombreada muestra los núcleos medidos en este trabajo. Para el caso de los isótopos de germanio se observa que el problema de contaminación isobárica es más severo conforme uno se aleja de la línea de estabilidad.

imiento involucró importantes cambios en los sistemas de detección con respecto a los utilizados en los experimentos discutidos en las dos secciones anteriores. El motivo principal de ello fue que el valor de  $B(E2)$  que se esperaba medir para  $^{82}\text{Ge}$ , había sido predicho por la teoría (así como por una simple extrapolación, asumiendo un comportamiento suave y continuo, de los valores  $B(E2)$  de  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$  previamente medidos) como un valor muy pequeño.

En contraste con los casos de  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$  en donde fue decisivo tener una excelente resolución en energía para poder separar adecuadamente los rayos- $\gamma$  de interés, para  $^{82}\text{Ge}$  dicho requerimiento dejó de ser necesario. Esto se debe a que por ser un núcleo de capa cerrada, la energía de excitación del primer estado  $2^+$  de  $^{82}\text{Ge}$  ( $E = 1348$  keV) es muy diferente a la energía del estado  $2_1^+$  correspondiente a  $^{82}\text{Se}$  ( $E = 655$  keV) que constituye nuevamente el principal contaminante isobárico en el haz. Sin embargo debido precisamente a que se busca medir un valor muy pequeño de  $B(E2)$ , la condición de alta resolución es sustituida en este caso por el requerimiento de máxima eficiencia de detección.

Dadas estas condiciones se decidió sustituir el espectrómetro CLARION basado en cristales de Ge hiper-puro, que tiene una eficiencia de 2.5 % para una gamma de 1.33 MeV, por el arreglo ORNL-MSU-TAMU (ver Sección 4.3), basado en cristales de  $\text{BaF}_2$ , con modesta resolución en energía pero una eficiencia cercana al 40 % en la configuración utilizada.

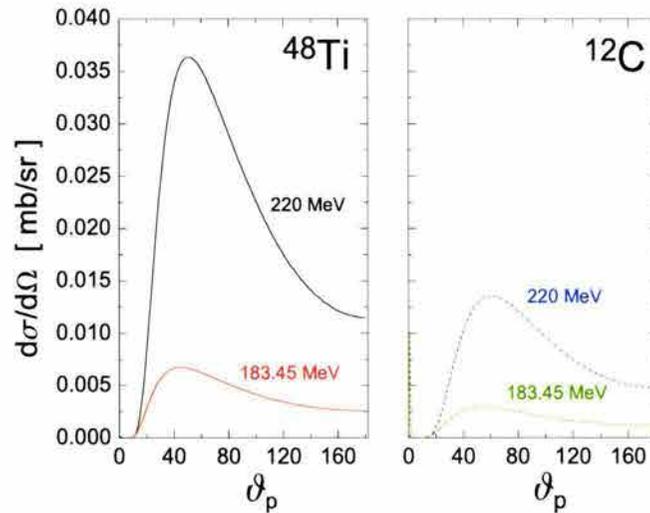


Figura 5.27: Comparación entre las secciones eficaces diferenciales, calculadas utilizando el código de Winther-de Boer, para un blanco de carbono y uno de titanio a las energías de bombardeo 183 MeV y 220 MeV.  $\vartheta_p$  representa el ángulo en el centro de masas del proyectil.

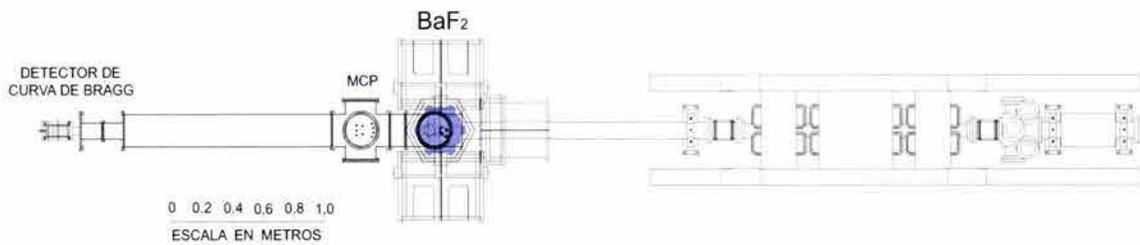


Figura 5.28: Esquema de la distribución espacial de los detectores en torno a la posición del blanco. En la figura indican la localización de los conjuntos de elementos de  $\text{BaF}_2$ , el MCP, y el Detector de Bragg.

Aun contando con el gran incremento de eficiencia del arreglo de Difloruro de Bario se decidió hacer dos optimizaciones adicionales: en el material del blanco y en la energía de bombardeo. Estudiando la fuerte dependencia que tiene la sección eficaz diferencial de COULEX con respecto a la energía de bombardeo y el número atómico del blanco (ver Figura 5.27), se decidió el uso de un blanco más pesado que carbono, así como una energía de bombardeo mayor que 2.24 MeV/nucleón, que fue la energía utilizada para  $^{78}\text{Ge}$  y  $^{80}\text{Ge}$ . El material elegido fue  $^{48}_{22}\text{Ti}$  y el grueso del blanco utilizado fue de  $1.3 \text{ mg/cm}^2$ <sup>6</sup>. La energía de bombardeo fue 220 MeV, i.e. 2.68 MeV/nucleón.

<sup>6</sup>La composición isotópica del blanco fue  $99.81 \pm 0.03\%$  de  $^{48}\text{Ti}$ ,  $0.07 \pm 0.01\%$  de  $^{49}\text{Ti}$ , y  $0.04\%$  de

Uno de los criterios de selección que se utilizó para elegir el blanco fue requerir que la energía del fotopico correspondiente a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  de dicho material fuera distinta a la energía de la transición de interés. Para  $^{48}\text{Ti}$ , se sabe que la energía del primer estado  $2_1^+$  es de 983.5 keV y no interfiere con el fotopico de interés 1348 keV en  $^{82}\text{Ge}$  ni con el correspondiente a  $^{82}\text{Se}$  que, como se vera a continuación fue el principal contaminante isobárico en el haz de iones.

El uso de un blanco más pesado incrementa la sección eficaz de excitación Coulombiana para  $^{82}\text{Ge}$ , sin embargo plantea al mismo tiempo el uso de una estrategia distinta para la determinación del valor  $B(E2)$ . A diferencia de las mediciones anteriores en donde la detección de los núcleos blanco dispersados proveen al mismo tiempo una medición de la sección eficaz de Rutherford y una condición de selección muy limpia para la determinación de la sección eficaz de COULEX (coincidencia  $^{12}\text{C}-\gamma$ ), el uso de  $^{48}\text{Ti}$  como blanco cambia considerablemente la situación. Esto se debe a que ahora en vez de la detección de un ion relativamente ligero como carbono se requiere el detectar un ion pesado, titanio. El uso del detector de partículas HYBALL es por tanto inadecuado en este caso, ya que los absorbedores que recubren los cristales de los elementos de detección detendrían totalmente a los iones de interés, además de que el CsI(Tl) como material de detección presenta la desventaja adicional de que su respuesta a iones pesados muestra un fuerte defecto de altura de pulso.

Para la medición de  $B(E2)$  en  $^{82}\text{Ge}$  se decidió utilizar un método distinto y obtener el valor de la probabilidad de transición através de una medición relativa a la del núcleo blanco  $^{48}\text{Ti}$  y el principal contaminante isobárico  $^{82}\text{Se}$ . Se aprovecho el hecho de que los valores de  $B(E2)$  para estos núcleos son bien conocidos. A continuación se describen algunos detalles de este procedimiento. La detección de partículas se realizó utilizando un detector de micro trazas de Silicio con forma de (CD) disco compacto (ver Sección 4.4). En contraste con las mediciones anteriores el uso de este detector permitió simultaneamente (dependiendo del ángulo de dispersión) la detección de iones proyectil dispersados. Aunque a diferencia del CsI(Tl) el Si no permite la identificación de partícula basada en la forma de pulso <sup>7</sup>, su resolución en energía es mucho mejor que la correspondiente a CsI(Tl). Los protones provenientes de posibles contaminantes en el blanco fueron separados de los iones pesados (tanto blanco como proyectil) de interés por su distinta señal de energía en el Si. Una ventaja adicional que presenta el uso del CD para la detección de partículas cargadas, consiste en su alta segmentación angular. Gracias a ella se puede determinar el ángulo de dispersión con muy buena precisión permitiendo en principio hacer cortes angulares en los datos, que en una reacción binaria se traducen en la selección del parámetro de impacto. Esto permite *controlar*, si así se requiere, la distancia de máximo acercamiento en la reacción y excluir eventos en los que la interferencia nuclear pudiera ser importante. Este tipo de selección fue utilizada en el estudio [9] del núcleo con doble capa

---

<sup>46</sup>Ti, de <sup>47</sup>Ti y de <sup>50</sup>Ti.

<sup>7</sup>Existen algunos esfuerzos de utilizar, bajo ciertas condiciones, la forma del pulso de respuesta de detectores de silicio a varios iones ligeros.

cerrada  $^{132}\text{Sn}$  en donde se empleó una energía de bombardeo considerablemente mayor que la barrera Coulombiana (COULEX “*inseguro*”).

En la Figura 5.28 se muestra esquemáticamente el área experimental, y la distribución del equipo de detección utilizado. Seis conjuntos de  $\text{BaF}_2$  rodean la cámara blanco cilíndrica, en cuyo interior se encuentra también el detector de tipo CD. Un detector MCP y un detector de curva de Bragg se colocaron después de la cámara para monitorear la intensidad y composición del haz, respectivamente.

En el lado izquierdo de la Figura 5.29 se muestra una vista lateral del interior de la cámara blanco, la separación utilizada entre el detector de partículas CD y el blanco fue de 8 cm. La cobertura angular del detector en el laboratorio fue por lo tanto desde  $8.2^\circ$  hasta  $23.3^\circ$ . La base sobre la que se colocan los blancos cuenta con tres posiciones distintas que se pueden colocar en la línea del haz rotando externamente la base. Para este experimento, una de las posiciones se utilizó para montar el blanco de Ti, mientras que en una segunda se colocó la laminilla de alúmina o “*cuarzo*” que se utilizó como elemento auxiliar de diagnóstico y enfoque del haz de iones. En la fotografía que se muestra en el lado derecho de la Figura 5.29 se puede apreciar la laminilla de alúmina inclinada a  $45^\circ$  respecto a la vertical. Esta inclinación permitía observar el centelleo producido por el haz al incidir sobre el cuarzo, a través de una pequeña ventana transparente en la cámara blanco y el uso de una cámara CCD montada en el exterior (ver Figura 3.13). En la tercera posición de la base se colocó un marco o montura de blanco vacía con el fin de utilizarla como diagnóstico extra y poder asegurarse que el haz se encontraba entonado correctamente.

Como se discutió en detalle en la Sección 4.4, el área activa del detector CD se encuentra distribuida sobre las dos caras del disco. En la forma que fue utilizado, la cara frontal, es decir aquella que recibía directamente el haz de iones después de su paso por el blanco, está formada por 48 circunferencias concéntricas de aproximadamente  $391\ \mu\text{m}$  de ancho y una separación entre ellas de  $100\ \mu\text{m}$ , mientras que la cara posterior del detector se encontraba conformada por 16 sectores circulares separados entre sí por  $200\ \mu\text{m}$ .

La cinemática de la reacción se muestra en la Figura 5.30. La región sombreada delimita la cobertura angular del detector de partículas en el laboratorio. Un aspecto que es importante notar de la figura, es que a diferencia de  $A = 78$  y  $A = 80$  en donde el detector de partículas HYBALL se utilizó para detectar los iones ligeros ( $^{12}\text{C}$ ), para  $A = 82$  el detector de partículas detecta tanto los iones blanco dispersados como los iones del haz. Los niveles de los discriminadores se ajustaron sin embargo, de manera que la solución de baja energía no se observara. A pesar de las bajas intensidades inherentes de los haces radioactivos el detector CD comenzó a mostrar señales de deterioro por radiación <sup>8</sup> durante la medición que duró 3 días. Esto fue evidente gracias al continuo monitoreo de la corriente de fuga del detector.

La corriente promedio del RIB detectada en el detector MCP fue de  $5.29 \times 10^4$  pps.

<sup>8</sup>Debidas probablemente a daños en la superficie que se encuentra en las regiones de frontera entre el óxido de silicio y el semiconductor [10, 11]

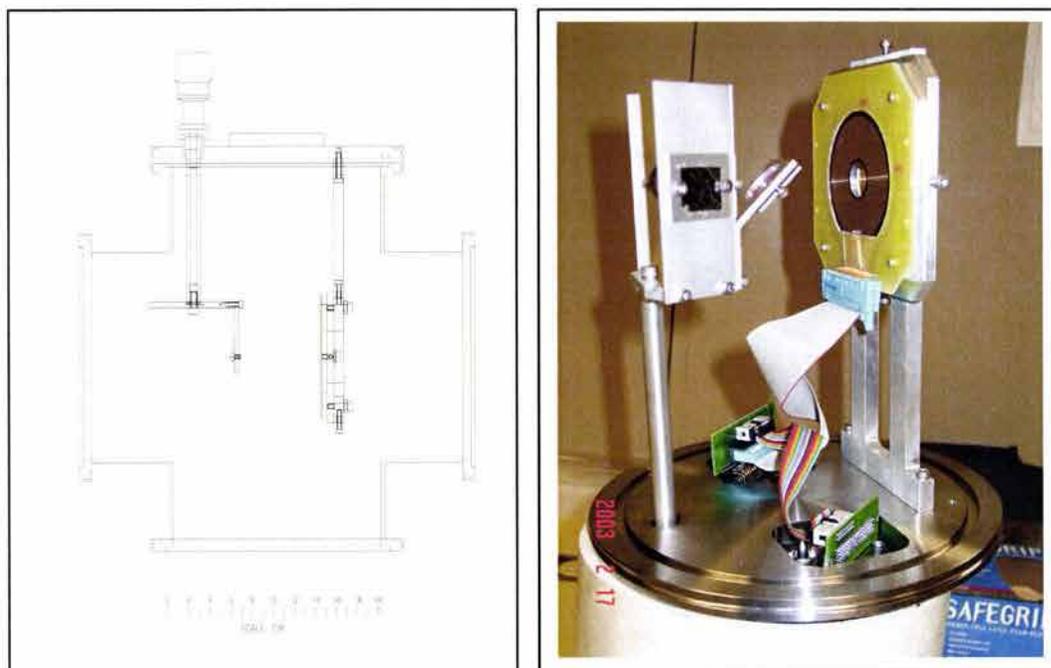


Figura 5.29: Esquema y fotografía del interior de la cámara blanco del arreglo ORNL-MSU-TAMU. Se muestra la distribución espacial del detector CD con respecto a la base del blanco. Hasta tres blancos distintos se pueden montar en la base y rotar en posición desde el exterior de la cámara.

El monitoreo de su composición isobárica se realizó mediante un espectrómetro de curva de Bragg colocado al final de la línea del haz. En el lado izquierdo de la Figura 5.31 se puede apreciar un espectro típico en 2D del detector de Bragg, el eje- $y$  de dicha gráfica representa la pérdida de energía del haz en la columna de gas del detector (freón a 50 torr) como función de la energía (eje- $x$ ). En el lado derecho de la misma Figura se muestra la proyección del espectro en 2D sobre un eje ortogonal a las dos distribuciones. La composición isobárica se determinó haciendo un ajuste Gaussiano de los picos en la proyección. Los resultados del monitoreo durante todo el tiempo del experimento se ilustran en la Figura 5.32. La composición isobárica se mantuvo aproximadamente constante durante el experimento con valores promedios de: 19.18 % de  $^{82}\text{Ge}$ , 1.86 % de  $^{82}\text{As}$  y 78.96 % de  $^{82}\text{Se}$ .

Los detectores de  $\text{BaF}_2$  fueron calibrados en energía usando una fuente de  $^{137}\text{Cs}$  y la reacción  $^{12}\text{C} (p, p') ^{12}\text{C}$  a 8.75 MeV. Un ajuste lineal a dichos datos dio como resultado la siguiente relación entre energía y número de canal.

$$E[\text{keV}] = (19.38 \pm 0.14)x + (16.4 \pm 2.2) [\text{keV}], \quad (5.6)$$

Para garantizar que las  $\alpha$ s provenientes de la contaminación natural de los cristales de  $\text{BaF}_2$  no contribuyeran a la radiación de fondo en nuestra medición, se utilizó una condición sobre la razón de la componente rápida/lenta del pulso de luz de centelleo

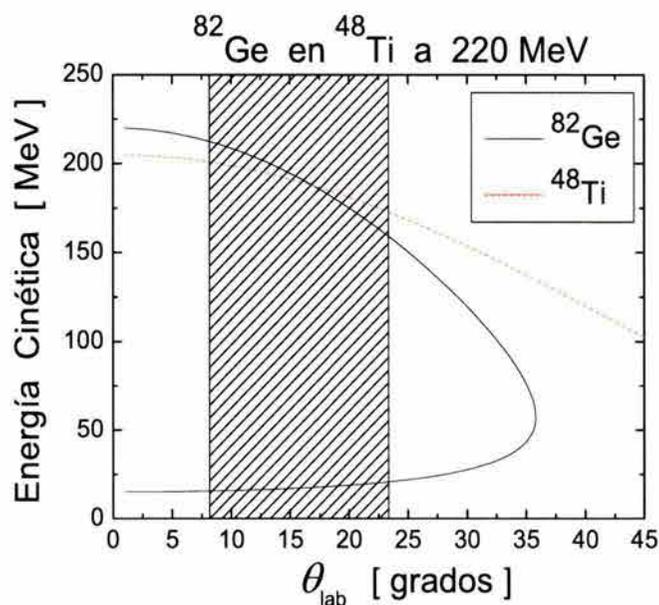


Figura 5.30: Energía cinética del proyectil ( $^{82}\text{Ge}$ ) y blanco ( $^{48}\text{Ti}$ ) como función del ángulo de dispersión en el laboratorio, para una energía de bombardeo de 220 MeV. La zona sombreada indica la cobertura angular del detector de partículas.

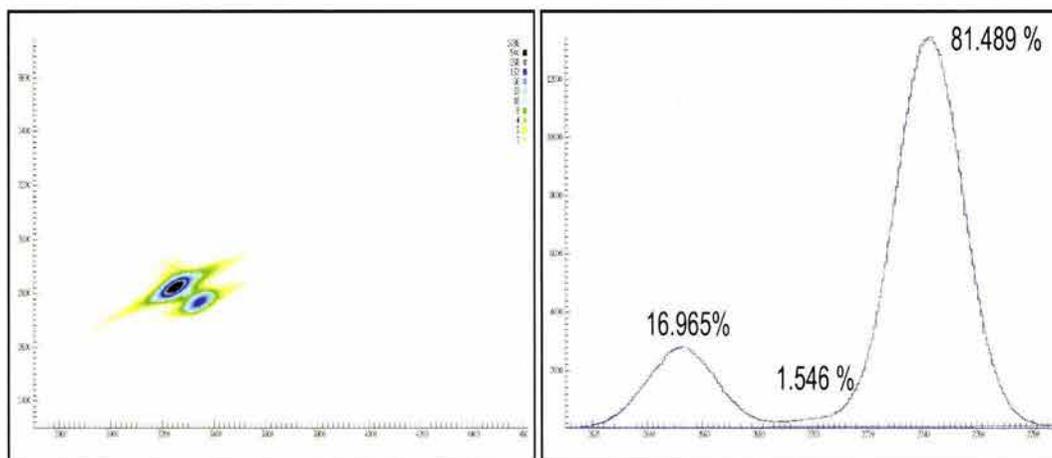


Figura 5.31: En el histograma bidimensional se muestra la pérdida de energía  $\Delta E$  como función de la energía  $E$  que sufre el RIB  $A = 82$  en la columna de gas del detector de curva de Bragg, a la derecha se puede ver la proyección de dicho histograma sobre un plano ortogonal a las distribuciones y el ajuste Gaussiano a partir del cual se determinó el porcentaje de cada isóbaro.

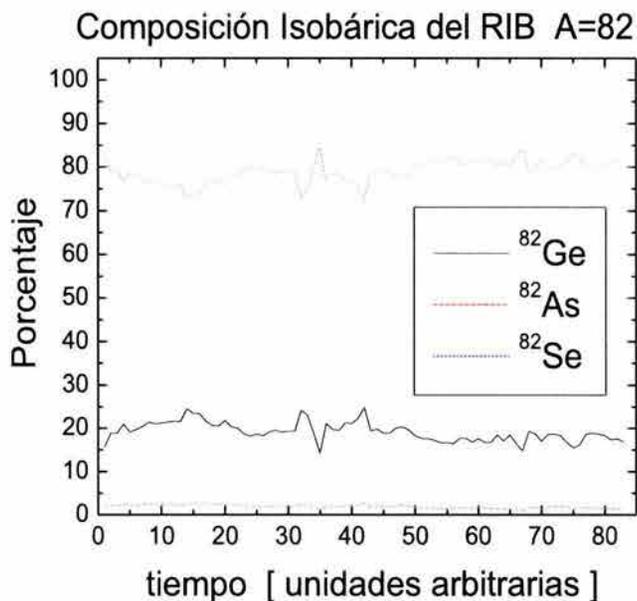


Figura 5.32: Composición isobárica del haz radioactivo  $A = 82$  medida en el detector de curva de Bragg durante todo el experimento.

proveniente de los  $\text{BaF}_2$  (discriminador de partícula) que excluye la señal correspondiente a las alphas.

### 5.5.1 Análisis de Datos

Al igual que para las mediciones de los valores  $B(E2)$  de  ${}^{78,80}\text{Ge}$  la información correspondiente a la sección eficaz Coulombiana de  ${}^{82}\text{Ge}$  se determinó a partir del número de eventos en el espectro de coincidencia. Sin embargo a diferencia de los dos isótopos discutidos en las secciones anteriores, para masa  $A = 82$  el valor de  $B(E2)$  se obtuvo como una medición relativa a partir de la razón de secciones eficaces de Coulomb:  $\sigma_C({}^{82}\text{Ge}) / \sigma_C({}^{82}\text{Se})$  y  $\sigma_C({}^{82}\text{Ge}) / \sigma_C({}^{48}\text{Ti})$ . El procedimiento utilizado se discutirá en detalle a continuación.

El espectro de energía de los eventos en coincidencia se muestra en la Figura 5.33 y en el panel izquierdo de la Figura 5.34. En la Figura 5.33 se presenta sobrepuesto al espectro del RIB  $A = 80$ , al espectro de  ${}^{82}\text{Se}$  (escalado) tomado bajo las mismas condiciones experimentales. Como puede verse en dicha figura el espectro de selenio esencialmente determina el *background* y la región de interés entorno a  $E_\gamma = 1348$  keV se encuentra muy limpia garantizando que los eventos observados corresponden a  ${}^{82}\text{Ge}$ . En el panel izquierdo de la Figura 5.34 se aprecia el espectro del RIB es escala logarítmica El número

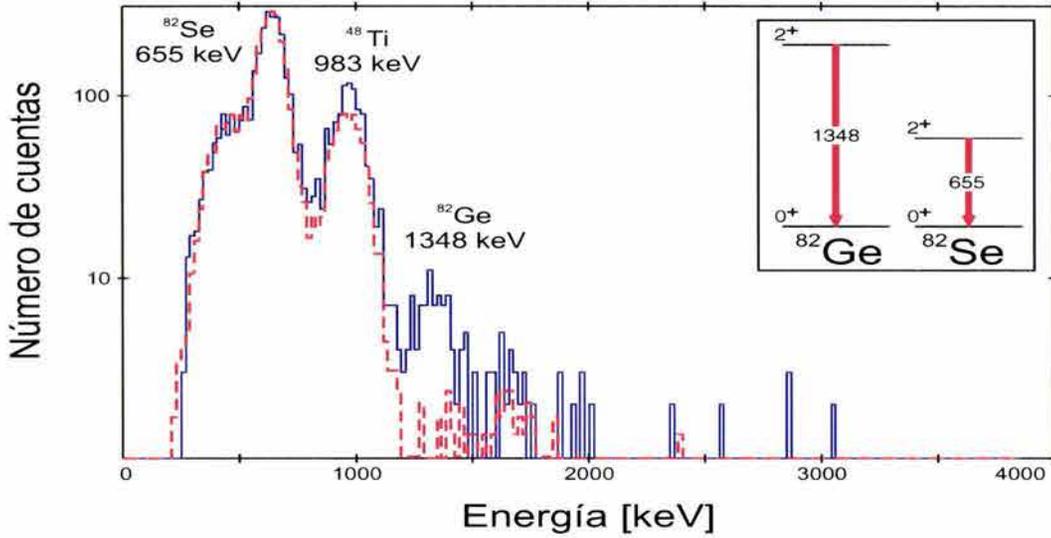


Figura 5.33: Superposición de los espectros de coincidencia correspondientes a un haz estable de  $^{82}\text{Se}$  y el haz de iones radioactivos de masa  $A = 82$ . Puede verse que la región en torno al fotopico 1348 keV para el haz  $^{82}\text{Se}$  es plana y delimita el background del espectro correspondiente al haz radioactivo.

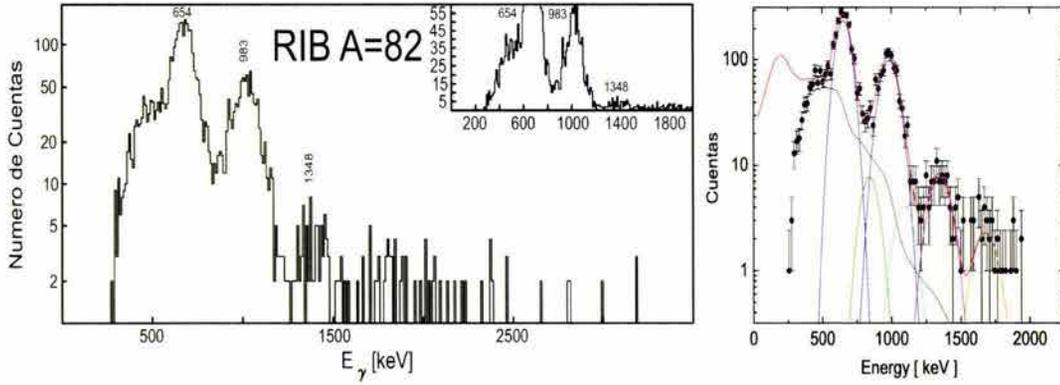


Figura 5.34: Espectro de energía para los eventos que presentan en coincidencia una partícula detectada en el CD y un rayo- $\gamma$  en el  $\text{BaF}_2$ , los tres picos etiquetados corresponden a la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  de los núcleos:  $^{82}\text{Se}$  ( $E_\gamma = 654$ ),  $^{82}\text{Ti}$  ( $E_\gamma = 983$ ) y  $^{82}\text{Ge}$  ( $E_\gamma = 1348$ ). En el panel derecho se muestra un ajuste del espectro.

de cuentas corresponde a la estadística acumulada en los dos conjuntos de 37 elementos de  $\text{BaF}_2$  (colocados lateralmente a la línea del haz). Este espectro se obtuvo requiriendo la detección de una gamma en los detectores de  $\text{BaF}_2$  y el disparo simultáneo de una traza frontal y una región posterior del detector de partículas, CD. En la parte derecha de la misma Figura puede apreciarse un ajuste del espectro.

La forma del espectro de energía incluyendo la componente generada por eventos que presentan dispersión Compton fue determinado utilizando el código de simulación GEANT 4 [12]. El resultado se muestra la Figura 5.34 (curva en color negro). El corte

	Transición	$E_\gamma$ [ keV ]	Cuentas	Eficiencia $\epsilon$
$^{82}\text{Se}$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	654	$1607 \pm 51$	$0.2367 \pm 0.0008$
$^{48}\text{Ti}$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	983	$808 \pm 57$	$0.2360 \pm 0.0008$
$^{82}\text{Ge}$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	1348	$78 \pm 10$	$0.2315 \pm 0.0008$

Tabla 5.5: Número de cuentas obtenidas en el experimento para cada una de las transiciones cuadrupolares eléctricas de interés y el valor de la eficiencia de detección para las diferentes gammas en el  $\text{BaF}_2$ .

que presentan los datos experimentales con respecto al *background* calculado, a bajas energías, se debe al nivel de discriminación en la electrónica. El número de cuentas asociadas a cada transición se tomo igual al área bajo los picos ajustados. Para las transiciones de interés se obtuvieron los valores que se dan en la Tabla 5.5. En dicha tabla también se da el valor de la eficiencia  $\epsilon$  correspondiente a dos de los conjuntos de 37 detectores del arreglo de  $\text{BaF}_2$  cuando se consideran únicamente los dos conjuntos más grandes de detectores.

El número de cuentas en el espectro de coincidencia partícula- $\gamma$  asociadas a cada una de las transiciones mencionadas en la Tabla 5.5, determina la sección eficaz de COULEX para  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{48}\text{Ti}$  y  $^{82}\text{Ge}$ . Para calcular el valor  $B(E2)$  de  $^{82}\text{Ge}$  a partir de esta información se hizo uso del conocimiento previo de los valores de  $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  correspondientes a  $^{82}\text{Se}$  y  $^{48}\text{Ti}$  [7]. El razonamiento seguido en el análisis consistió básicamente en determinar el valor para el cual la razón entre las secciones eficaces de COULEX medidas y las calculadas teóricamente utilizando el código de Winther-de Boer coinciden. Debido a que se utilizaron dos puntos de referencia: selenio y titanio, se determinó un rango de valores en el cual debe encontrarse el valor de la probabilidad de transición de  $^{82}\text{Ge}$ .

Las razones experimentales utilizadas fueron las siguientes

$$\frac{Y(^{48}\text{Ti}; 2_1^+)}{Y(^{82}\text{Ge}; 2_1^+)} = \frac{\frac{\text{Eventos en coincidencia } (^{48}\text{Ti})}{\epsilon(^{48}\text{Ti}) \cdot \epsilon(^{48}\text{Ti})}}{\frac{\text{Eventos en coincidencia } (^{82}\text{Ge})}{\epsilon(^{82}\text{Ge}) \cdot \epsilon(^{82}\text{Ge})}}, \quad (5.7)$$

$$\frac{Y(^{82}\text{Se}; 2_1^+)}{Y(^{82}\text{Ge}; 2_1^+)} = \frac{\frac{\text{Eventos en coincidencia } (^{82}\text{Se})}{\epsilon(^{82}\text{Se}) \cdot \epsilon(^{48}\text{Ti})}}{\frac{\text{Eventos en coincidencia } (^{82}\text{Ge})}{\epsilon(^{82}\text{Ge}) \cdot \epsilon(^{82}\text{Ge})}}, \quad (5.8)$$

en donde  $\epsilon$  es dada en la Tabla 5.5 y se ha denotado como  $\epsilon$  la eficiencia *efectiva* de detección

de un evento de COULEX en el detector CD, es decir la probabilidad de detección de núcleo (ya sea un proyectil o un blanco) excitado y dispersado por el campo Coulombiano. Esta eficiencia  $\epsilon$  se calcula, utilizando el código de COULEX de Winther-deBoer, como la suma de dos fracciones: la fracción de la sección de COULEX detectada en la cobertura angular del CD con respecto a la sección eficaz de COULEX total para *i.* los proyectiles y *ii.* los núcleos blanco dispersados en la reacción, es decir

$$\epsilon = f_1 + f_2, \quad (5.9)$$

siendo

$$f_1 = \frac{2\pi \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sigma(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta}{\sigma_T}, \quad (5.10)$$

para el proyectil dispersado, y

$$f_2 = \frac{2\pi \int_{\vartheta_3}^{\vartheta_4} \sigma(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta}{\sigma_T}, \quad (5.11)$$

para el blanco dispersado, en donde  $\vartheta_1, \vartheta_2$  ( $\vartheta_3, \vartheta_4$ ) corresponden a los ángulos de dispersión en el centro de masas, mínimo y máximo respectivamente, para el proyectil (blanco) dispersado, y  $\sigma_T$  es la sección eficaz de COULEX dada por

$$\sigma_T = 2\pi \int_0^\pi \sigma(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (5.12)$$

Los valores de los límites de integración en (5.10, 5.11) para germanio y selenio fueron:  $\vartheta_1 = 22.32^\circ$ ,  $\vartheta_2 = 65.85^\circ$  mientras que para titanio  $\vartheta_3 = 16.42^\circ$ ,  $\vartheta_4 = 46.65^\circ$ . Debido a que la excitación de titanio, es posible tanto con un proyectil de germanio como con uno de selenio y el haz utilizado esta compuesto de ambos, los valores de  $f_1$  y  $f_2$  para titanio se tomaron como una suma pesada de los valores correspondientes de germanio y selenio. Los factores de peso en dicha suma fueron obtenidos de la medición de la composición isobárica del RIB dividiendo el porcentaje de As entre Ge y Se por partes iguales. Los valores de  $\epsilon$  promediados sobre la pérdida de energía del proyectil en el blanco estan dados por

$$\epsilon(^{82}\text{Se}) = 0.4572, \quad (5.13)$$

$$\epsilon(^{48}\text{Ti}) = (0.44453) + (0.02548) B(E2, ^{82}\text{Ge}), \quad (5.14)$$

$$\epsilon(^{82}\text{Ge}) = (0.39402) + (0.12670) B(E2, ^{82}\text{Ge}), \quad (5.15)$$

en donde el valor de  $B(E2, ^{82}\text{Ge})$  corresponde a la transición  $0_1^+ \rightarrow 2_1^+$  y esta dado en  $e^2\text{b}^2$ . Los valores teóricos de las correspondientes secciones eficaces relativas de  $^{48}\text{Ti}$  y  $^{82}\text{Se}$  con

respecto a  ${}^{82}\text{Ge}$  estan dados por

$$\frac{\sigma({}^{48}\text{Ti})}{\sigma({}^{82}\text{Ge})} = \frac{\phi({}^{82}\text{Se}) \cdot \bar{\sigma}({}^{48}\text{Ti}, \text{Se}) + \phi({}^{82}\text{Ge}) \cdot \bar{\sigma}({}^{48}\text{Ti}, \text{Ge})}{\phi({}^{82}\text{Ge}) \cdot \bar{\sigma}({}^{82}\text{Ge}, \text{Ti})}, \quad (5.16)$$

$$\frac{\sigma({}^{82}\text{Se})}{\sigma({}^{82}\text{Ge})} = \frac{\phi({}^{82}\text{Se}) \cdot \bar{\sigma}({}^{82}\text{Se}, \text{Ti})}{\phi({}^{82}\text{Ge}) \cdot \bar{\sigma}({}^{82}\text{Ge}, \text{Ti})}, \quad (5.17)$$

en donde  $\phi$  denota la fracción del haz radioactivo identificada como  ${}^{82}\text{Ge}$  o  ${}^{82}\text{Se}$ , y  $\bar{\sigma}$  denota la sección eficaz total de COULEX integranda sobre la pérdida de energía que sufren los proyectiles al atravesar el blanco de titanio de  $1.3 \text{ mg/cm}^2$  de ancho. Para el caso de titanio el segundo índice en sigma indica que la excitación de  ${}^{48}\text{Ti}$  es debida exclusivamente a  ${}^{82}\text{Se}$  o a  ${}^{82}\text{Ge}$ . El cálculo de  $\sigma(E)$  se realizó utilizando nuevamente el código de Winther-de Boer. Para obtener  $\bar{\sigma}$  se integró  $\sigma(E)$  sobre la pérdida de energía  $\Delta E$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\Delta x} \int_{E_0}^{E_0 - \Delta E} \frac{\sigma(E)}{\left(\frac{dE}{dx}\right)} dE, \quad (5.18)$$

en donde  $E_0$  denota la energía inicial del proyectil antes de la colisión,  $\Delta x$  el ancho del blanco y  $\Delta E$  la pérdida de energía del proyectil en el blanco y fue calculada utilizando el paquete STOPX.

En la Figura 5.35 se han graficado las razones teóricas  $\sigma(\text{Ti}^*)/\sigma(\text{Ge}^*)$ ,  $\sigma(\text{Se}^*)/\sigma(\text{Ge}^*)$  obtenidas introduciendo diferentes valores de prueba para la  $B(E2)$  de  ${}^{82}\text{Ge}$  en el código de Winther-de Boer y se comparan con las razones de producción experimentales  $Y(\text{Se}^*)/Y(\text{Ge}^*)$ ,  $Y(\text{Ti}^*)/Y(\text{Ge}^*)$ , respectivamente <sup>9</sup>. La igualdad entre la razón de secciones eficaces y su respectiva razón de producción define la región sombreada de la Figura 5.35, que representa de acuerdo a nuestros datos experimentales, el rango en el cual se encuentra el valor de  $B(E2)$  de  ${}^{82}\text{Ge}$ , y corresponde al valor  $0.126 \pm 0.025 e^2b^2$ .

Como se ilustra en la Figura 5.36 nuestro valor experimental es mayor que las predicciones de 7 modelos teóricos y en particular contrasta fuertemente con el comportamiento esférico esperado por la teoría de campo medio relativista (RMF) y los cálculos de Hartree-Fock con BCS utilizando las interacciones de Skyrme MSk7 y SIII. Aunque por otro lado, concuerda razonablemente con el llamado Global Best Fit (GBF) que es en si una parametrización que da el mejor ajuste a un conjunto de datos grande y que funciona bastante bien en un rango muy amplio de masas (ver [7, 13]) y con el valor del Modelo de Bosones Interactuantes con Mezcla de Configuraciones (IBACM) que tiene un caracter fenomenológico y sera discutido en detalle en el capítulo siguiente.

<sup>9</sup>Como puede verse de las ecuaciones (5.7) y (5.8) la razón de *yields* experimentales involucra el factor de eficiencia  $\epsilon = f_1 + f_2$  que depende de la forma de la distribución angular  $d\sigma/d\Omega$  y por tanto varia como función del valor de prueba,  $B(E2)$ , elegido

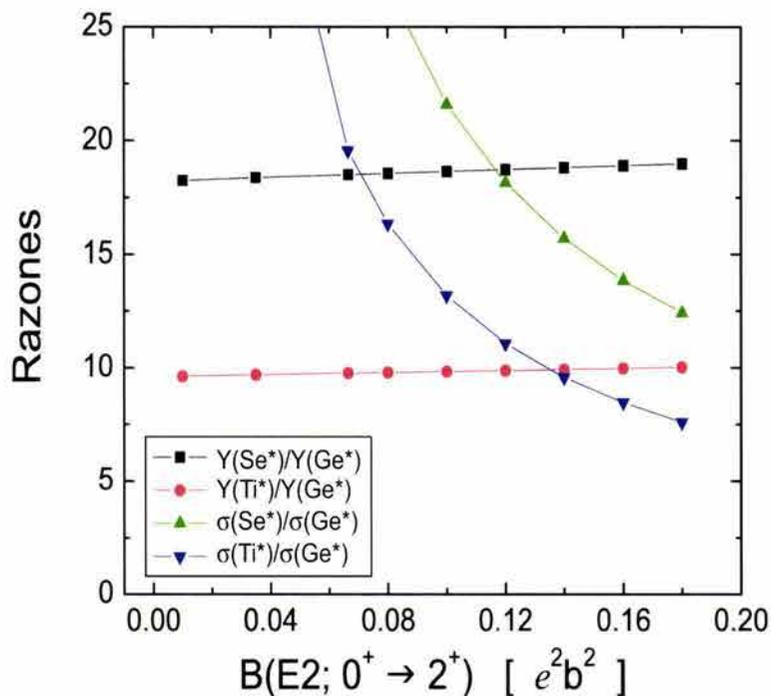


Figura 5.35: Comparación entre las secciones eficaces de  $^{48}\text{Ti}$  y  $^{82}\text{Se}$  relativas a la sección de  $^{82}\text{Ge}$  y sus respectivas razones de producción experimentales como función del valor de  $B(E2)$  de  $^{82}\text{Ge}$ . La región sombreada delimita el rango de valores en el que se encuentra la  $B(E2)$  de  $^{82}\text{Ge}$ .

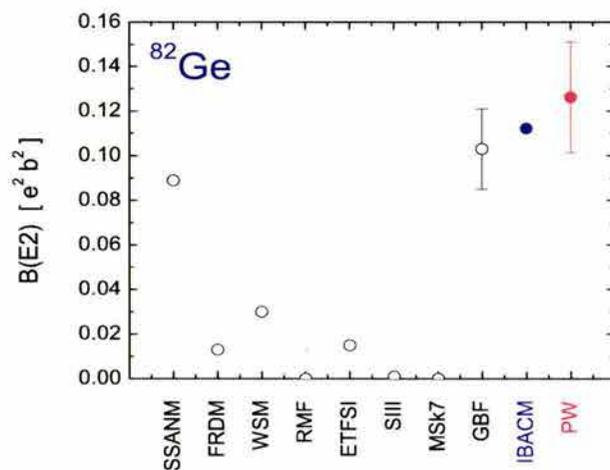


Figura 5.36: Comparación entre el valor  $B(E2) \uparrow$  medido en este trabajo para el núcleo semimágico  $^{82}\text{Ge}$  y los valores predichos por diversos modelos teóricos [7]. Las siglas que identifican a cada modelo se especifican en el Apéndice G.

Suponiendo un simple modelo de capas este alto valor de  $B(E2)$  correspondería a un parámetro de deformación  $\beta = 0.17$  que coincide con el orden de magnitud que presentan otros isótonos ( $_{36}\text{Kr}$ ,  $_{38}\text{Sr}$  y  $_{42}\text{Mo}$ ) pertenecientes a la cadena  $N = 50$  para el parámetro  $\beta$ , pero que representa al mismo tiempo el valor relativo más grande medido hasta hoy para esta cadena de isótonos. En la siguiente sección se presenta una discusión que trata de poner en contexto la relevancia de las mediciones de  $B(E2)$  para los núcleos radioactivos con exceso de neutrones  $^{78,80,82}\text{Ge}$  y las implicaciones que tienen estos resultados con base en la información disponible hasta la fecha.

## 5.6 Discusión

La principal motivación que en años recientes ha atraído la atención de la comunidad de Física Nuclear, hacia el estudio de núcleos con exceso de neutrones o protones, es el tratar de investigar si el modelo de capas y sus números mágicos asociados continúan siendo aplicables a núcleos que se encuentran fuera del valle de estabilidad- $\beta$ . Cambios en la estructura de capas han sido predichos teóricamente por varios modelos [17]. Experimentalmente, la desaparición del número mágico  $N = 8$  ha sido reportada en [18], sustentada por la observación de bajas energías de excitación de los estados  $2^+$  y  $1^-$  en conjunto con altos valores de  $B(E2)$  y  $B(E1)$  para el núcleo  $^{12}_4\text{Be}_8$ . Por otro lado en la vecindad de la *drip line* de neutrones se ha sugerido a  $N = 16$  como nuevo número mágico [19]. Recientes experimentos realizados en MSU, GANIL y RIKEN [20, 21, 22] en esta región de núcleos ligeros han reportando también evidencia que soporta la existencia de cambios en la estructura de capas. Se espera que con las nuevas instalaciones de haces de iones radioactivos que se encuentran en construcción sea posible alcanzar la *drip line* de neutrones para núcleos con  $Z \leq 28$ . En este trabajo se ha investigado posibles cambios en la vecindad de la importante cerradura de capa  $N = 50$ .

Para núcleos con exceso de neutrones, la posibilidad de un desvanecimiento en la cerradura de capas ha sido sugerida por la comparación entre las abundancias nucleares, medidas y calculadas. Los picos en la abundancia isotópica, proveniente de procesos de captura rápida de neutrones (proceso- $r$ ) en nucleosíntesis estelar, localizados entorno a  $A \sim 80, 130$  suelen interpretarse como un efecto del espaciamiento entre capas (*shell gap*)  $N = 50$  y  $82$  respectivamente<sup>10</sup>. Para núcleos con exceso de neutrones se observa sin embargo, que las abundancias máximas son menos pronunciadas que las predichas teóricamente. Es importante por tanto investigar si el espaciamiento de capas para neutrones  $N = 50$  y  $N = 82$  continúa siendo lo suficientemente significativo cuando la razón  $N/Z$  se incrementa.

Los valores  $B(E2)$  constituyen un poderoso indicador que puede ayudar a entender la

<sup>10</sup>El argumento es que la ligadura extra debida a  $N = 50$  y  $82$  resulta en *puntos de espera* en el proceso- $r$ . Cuando esos núcleos regresan hacia el valle de estabilidad a través de decaimiento- $\beta$ , se tiene como resultado un incremento en la abundancia relativa de elementos con  $A \sim 80, 130$ .

núcleo	$B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+) [ e^2b^2 ]$	núcleo	$B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+) [ e^2b^2 ]$
$^{70}\text{Ge}$	$0.178 \pm 0.018$	$^{74}\text{Se}$	$0.405 \pm 0.016$
$^{72}\text{Ge}$	$0.198 \pm 0.016$	$^{76}\text{Se}$	$0.438 \pm 0.018$
$^{74}\text{Ge}$	$0.300 \pm 0.015$	$^{78}\text{Se}$	$0.328 \pm 0.011$
$^{76}\text{Ge}$	$0.255 \pm 0.007$	$^{80}\text{Se}$	$0.253 \pm 0.008$
$^{78}\text{Ge}$	$0.222 \pm 0.014$	$^{82}\text{Se}$	$0.188 \pm 0.007$
$^{80}\text{Ge}$	$0.139 \pm 0.027$		
$^{82}\text{Ge}$	$0.126 \pm 0.025$		

Tabla 5.6: Valores de  $B(E2)$  medidos en este trabajo

evolución de la estructura del núcleo hacia estas nuevas regiones. Los valores de  $B(E2)$  están correlacionados con la probabilidad de inducir la excitación del núcleo desde su estado base  $0^+$  hacia el primer estado excitado  $2_1^+$ . Como consecuencia, para núcleos con capa cerrada se obtienen valores bajos de  $B(E2)$ , debido a que muy pocas excitaciones son capaces de cruzar la separación entre las capas. Inversamente altos valores son alcanzados en núcleos que se encuentran a la mitad de la capa, donde el número de partículas de valencia es máximo con respecto al número de niveles libres, accesibles para la excitación. En este trabajo se han presentado los resultados de investigaciones pioneras en el estudio de los valores  $B(E2)$ , en la región de núcleos con exceso de neutrones que se encuentran entorno a la cerradura de capa de neutrones  $N = 50$ .

Los valores de  $B(E2)$  medidos en este trabajo se reportan en la Tabla 5.6. En la Figura 5.37 se muestra la tendencia de estos valores en función del número de neutrones. Como referencia, en dicha figura se han graficado también los valores *adoptados* (que tal como se describe en [7] son valores derivados de la información experimental disponible) para los isótopos estables de germanio y selenio, respectivamente.

Ambas cadenas muestran un decremento relativamente suave del valor  $B(E2)$  conforme  $N$  se aproxima a la cerradura de capa  $N = 50$ . Como se muestra en la Figura 5.38 este comportamiento es similar al que presentan también las cadenas de núcleos vecinos (con  $Z > 32$ )  $^{36}\text{Kr}$ <sup>11</sup>,  $^{38}\text{Sr}$  y  $^{40}\text{Zr}$ . En el caso de este último grupo de isótopos, existe sin embargo una marcada irregularidad en  $N = 48$  ( $^{88}\text{Zr}$ ) que va en contra de la tendencia observada. La información experimental que sustenta este comportamiento se encuentra sin embargo basada en una única medición [24], por lo que resulta fuertemente sugerente

<sup>11</sup>La medición del valor  $B(E2)$  correspondiente a  $^{88}\text{Kr}_{52}$ , realizado en CERN-ISOL ha sido reportado muy recientemente [23]. El comportamiento reportado preliminarmente parece reforzar la *estabilización* de la  $B(E2)$  entorno a  $N = 50$ .

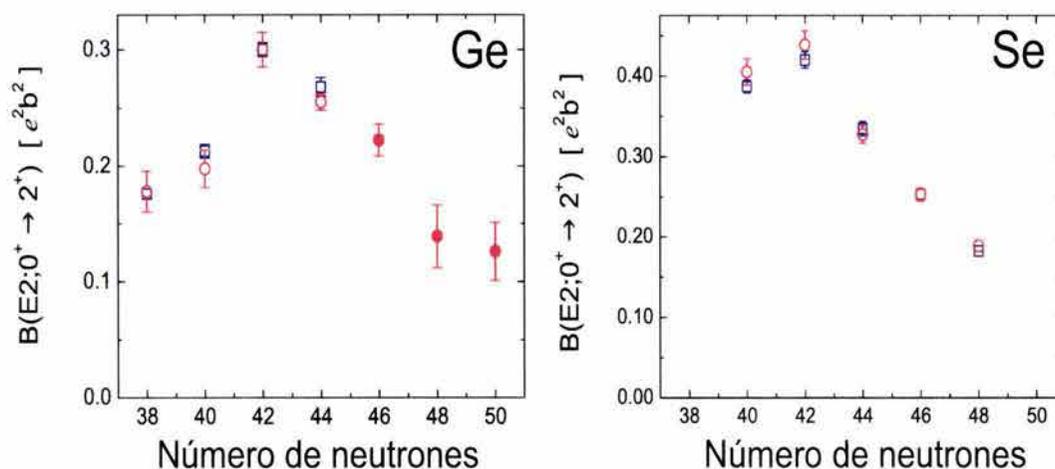


Figura 5.37: Valores de  $B(E2)$  para los isótopos par-par de germanio y selenio medidos en este trabajo comparados con los valores adoptados dados en [7], para los isótopos estables.

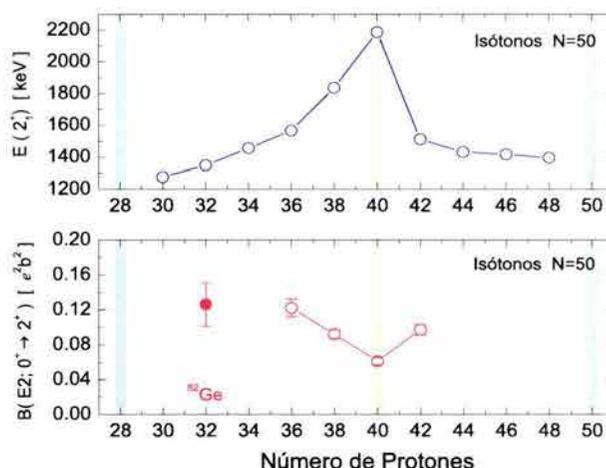


Figura 5.38: Valores de  $B(E2)$  para las cadenas de isótopos germanio, selenio, kriptón, estroncio, y zirconio como función del número de neutrones en el núcleo, entorno al número mágico  $N = 50$ .

tratar de comprobar si la singularidad señalada es reproducible. El valor de  $B(E2)$  para el núcleo semimágico  $^{82}\text{Ge}_{50}$  es el valor mínimo en la cadena de germanio, sin embargo resulta interesante notar (ver Figura 5.39) que el valor es en realidad grande si se compara con el correspondiente a  $^{68}\text{Ni}_{40}$ , cuyo número de protones coincide con el número mágico  $Z = 28$ . Aunque se requiere de un estudio microscópico detallado de estos isótopos radioactivos, es probable que este valor diferente de cero para la  $B(E2)$  se deba a que si bien la capa de neutrones se cierra en  $N = 50$ , para el caso de germanio (en contraste con el de níquel) el espacio de protones consiste en 4 protones de valencia fuera de la capa  $Z = 28$ , por lo que la probabilidad de excitación del  $2_1^+$  aunque pequeña, resulta diferente de cero.

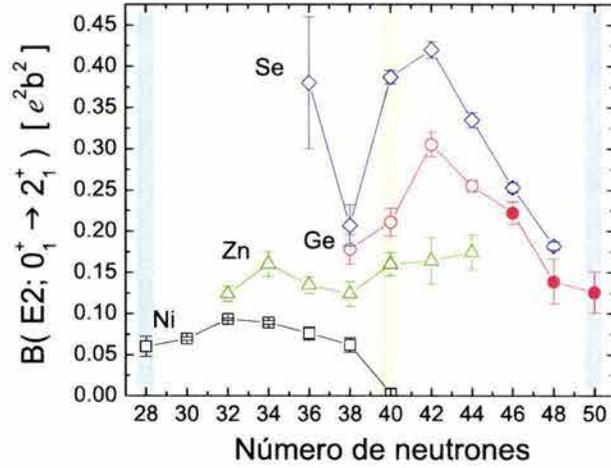


Figura 5.39: Valores de  $B(E2)$  para los cadenas de isótopos níquel, zinc, germanio y selenio como función del número de neutrones.

Otro aspecto que es interesante notar de la Figura 5.39 es el debilitamiento de la semicapa  $N = 40$  a partir de  ${}_{30}\text{Zn}$  para el cual recientes experimentos, llevados a cabo en GANIL [25, 26], han reportado una tendencia creciente de los valores  $B(E2)$  a partir de  ${}^{68}\text{Zn}_{40}$ . Este comportamiento ha sido atribuido [27] a un incremento en la deformación del núcleo, que permite tener acceso a un mayor número de orbitales.

En la Figura 5.40 se muestra la variación de las energías de excitación de los estados  $2_1^+$  y los valores  $B(E2)$  para los isótonos  $N = 50$  incluyendo nuestro resultado para  ${}^{82}\text{Ge}$ . Aunque es necesario extender este tipo de mediciones a núcleos como  ${}^{84}_{34}\text{Se}_{50}$  y el exótico  ${}^{80}_{30}\text{Zn}_{50}$  para conocer los valores que los caracterizan, los valores  $B(E2)$  parecen curvarse y se esperaría una reducción al llegar a la capa cerrada  $N = 28$ . La información disponible hasta hoy parece sugerir que en la cadena de isótonos  $N = 50$  la variación *inversa* de estas dos importantes cantidades (como función de  $Z$ ) se preserva.

Complementariamente al estudio que se presentó en este trabajo, en otros laboratorios alrededor del mundo se han iniciado programas de investigación que a través de la medición de masas, decaimiento- $\beta$ , niveles de energía, existencia de isómeros buscan proveer información que contribuya al entendimiento de la estructura del núcleo fuera de las regiones de estabilidad. Conforme se van desarrollando nuevas instalaciones e incrementando las intensidades de los haces radioactivos, se espera que el tipo de técnicas desarrolladas en estos experimentos pioneros permitan apreciar y entender los retos experimentales que este nuevo campo presenta.

Sería muy interesante tratar de extender el tipo de mediciones aquí estudiadas a núcleos vecinos tales como  ${}^{84}\text{Se}$ , y probablemente el núcleo doblemente mágico  ${}^{78}\text{Ni}$  ( $Z = 28$ ,  $N = 50$ ) cuya sección de producción ha sido medida recientemente [28, 29] recientemente, además de poder realizar mediciones de otras propiedades fundamentales como son momentos cuadrupolares y los factores  $g$ .

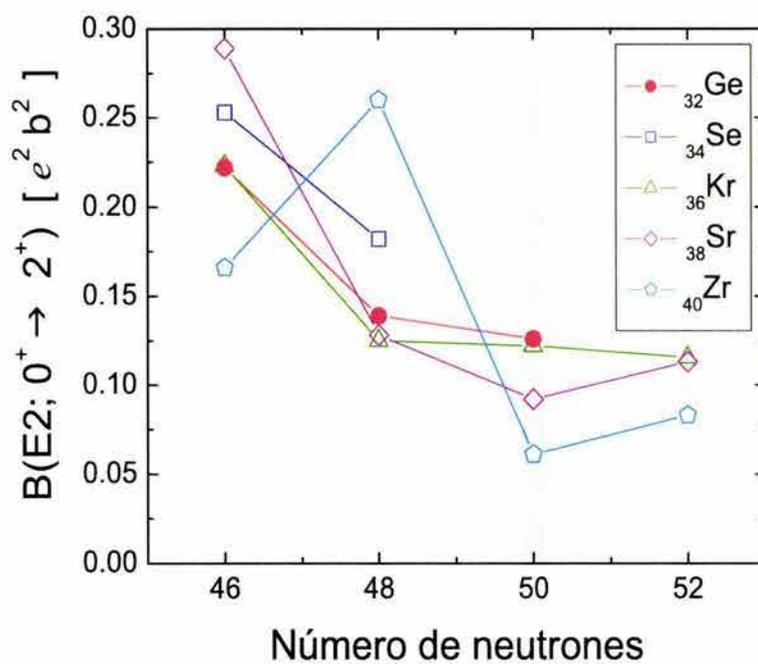


Figura 5.40: Energías de excitación del estado  $2_1^+$  (*panel superior*) y valores de  $B(E2) \uparrow$  (*panel inferior*) para los isótonos  $N = 50$ . La energía  $E(2_1^+)$  correspondiente a  ${}_{30}^{80}\text{Zn}_{50}$  es una predicción del modelo de capas realizada por [30]



# Capítulo 6

## IBM y sus Extensiones

El espectro de niveles de energía y la intensidad de las transiciones electromagnéticas que los conectan son una fuente primaria de información acerca de la estructura del núcleo. Un aspecto muy importante es que a pesar de la complejidad que representa un sistema de protones y neutrones bajo la interacción fuerte, a bajas energías de excitación ( i.e.  $E < 2$  MeV ) el espectro de muchos núcleos muestra regularidades que revelan una estructura relativamente simple. Un aspecto importante que presentan en particular los núcleos par-par es la agrupación de sus eigenestados de energía en bandas formadas por transiciones cuadrupolares eléctricas. La descripción de estos estados colectivos de baja energía puede realizarse con base en distintos modelos teóricos.

En este Capítulo se resumen los aspectos básicos de teoría que son necesarios para describir la estructura de los núcleos considerados en este trabajo con base en el Modelo de Bosones Interactuantes ( IBM, por sus siglas en inglés ). La elección de este modelo fenomenológico sobre muchos otros disponibles actualmente en la literatura, se debe principalmente a que la descripción dada por el IBM es simple y en algunos casos especiales existen soluciones analíticas que tienen una clara interpretación geométrica. Además, debido a su estructura basada en simetrías, el IBM resulta adecuado para tratar regiones transicionales, como la que se ha discutido en este trabajo. En dichas regiones los cálculos pueden efectuarse en términos de unos cuantos parámetros libres que especifican la evolución de la estructura a lo largo de la región de transición.

El contenido de este Capítulo está distribuido en cuatro secciones. En la primera sección se introduce el IBM en su forma más sencilla (IBM-1), destacando las simetrías dinámicas y su interpretación geométrica a través del estudio de las superficies de energía. En la sección dos se discute cómo incluir el grado de libertad neutrón-protón que da lugar al llamado IBM-2, así como la conexión entre el IBM-1 y el IBM-2 haciendo una proyección de los espacios de Hilbert respectivos. En la tercera sección se introduce el IBM-2 más mezcla de configuraciones, que es una extensión para describir núcleos que presentan fenómenos de coexistencia de forma. En la sección final se dan los resultados obtenidos al aplicar este modelo teórico para describir la cadena de isótopos par-par de germanio,

así como una comparación de dichos resultados con los datos experimentales disponibles.

## 6.1 IBM-1

Historicamente el IBM-1 fue introducido en 1975 por A. Arima y F. Iachello [1]. En esta primera versión del modelo de bosones interactuantes, las propiedades de los núcleos par-par se describen en términos de bosones que pueden ocupar dos estados, uno con momento angular  $J = 0$  ( boson- $s$  ) y otro, usualmente de mayor energía, con  $J = 2$  ( boson- $d$  ). Esta descripción del núcleo, que es un sistema naturalmente fermiónico, en términos de un espacio bosónico, se encuentra sustentada por la propiedad de apareamiento que presenta la interacción nucleón-nucleón. Es decir, en el hecho de que los elementos de matriz de la interacción efectiva entre nucleones idénticos son fuertemente atractivos cuando los dos nucleones están en un estado  $J = 0$  ( $S$ ) o, aunque con una magnitud menor, en un estado con  $J = 2$  ( $D$ ), y se vuelven repulsivos cuando los nucleones forman estados con  $J \geq 4$ . Este hecho sugiere que los nucleones tienden a formar pares de nucleones idénticos, neutrón-neutrón y protón-protón, con momento angular relativo  $J = 0$  o  $J = 2$ . Un detalle muy importante es que el IBM-1 ( a diferencia del IBM-2 ) no distingue entre bosones formados por neutrones de aquellos formados por protones.

En este formalismo un núcleo particular está determinado por su número total de bosones y por los parámetros de su Hamiltoniano. El número total de bosones se toma igual al número de pares de nucleones fuera de la capa cerrada (nucleones de valencia). La capa cerrada se considera un carozo inerte. Cuando la capa está llena por arriba de la mitad, el número de bosones es en realidad el número de pares de agujeros contado desde la capa cerrada superior. En otras palabras, se supone que el modelo es simétrico entre agujeros y partículas activas. Por otra parte, los parámetros del Hamiltoniano se consideran como parámetros libres y su valor se determina requiriendo un buen acuerdo entre el espectro de energía y la intensidad de las transiciones electromagnéticas obtenidas con el modelo y los resultados experimentales disponibles.

El describir a un núcleo con  $2N$  nucleones fuera de capa cerrada en términos de  $N$  pares de nucleones acoplados en estados colectivos  $S$  y  $D$ , reduce considerablemente la dimensión de espacio del modelo. Sin embargo, su manejo continúa siendo complicado. Para simplificar el problema, se suele hacer un mapeo del espacio de estados construido sobre los pares de fermiones ( $S, D$ ), así como de los operadores fermiónicos a un espacio de estados y operadores construidos sobre grados de libertad bosónicos ( $s, d$ ). Es importante destacar que estas reducciones son una suposición teórica, y su rango de validéz se restringe a los estados colectivos de baja energía en el núcleo, es decir a energías de excitación menores que 2 MeV. La forma estandar en la que se introduce el modelo es a través del formalismo de segunda cuantización. Se definen los operadores de creación  $d_{\mu}^{\dagger}$  y  $s^{\dagger}$  que crean un boson- $d$  con proyección  $J_z$  igual a  $\mu$  ( con  $\mu = 0, \pm 1, \pm 2$  ) y un boson- $s$ , respectivamente. Las relaciones de conmutación entre estos operadores, que son diferentes

de cero son

$$[d_\mu, d_\nu^\dagger] = \delta_{\mu,\nu}, \quad [s, s^\dagger] = 1, \quad (6.1)$$

Para tener simetría entre los operadores de creación  $d_\mu^\dagger$ , que bajo rotaciones se transforman como las componentes de un tensor irreducible de rango 2, y los operadores de aniquilación  $d_\mu$ , es conveniente introducir los operadores tensoriales

$$\tilde{d}_\mu = (-)^\mu d_{-\mu}, \quad \text{y} \quad \tilde{s} = s. \quad (6.2)$$

En términos de estos operadores el operador de número está dado por

$$N = n_s + n_d = s^\dagger s + \sum_\mu d_\mu^\dagger d_\mu. \quad (6.3)$$

El Hamiltoniano que incluye interacciones de dos cuerpos, invariante ante rotaciones y conserva el número total de bosones se escribe como

$$\begin{aligned} H = & \varepsilon_s n_s + \varepsilon_d n_d + \sum_{L=0,2,4} (2L+1)^{\frac{1}{2}} \frac{c_L}{2} \left[ (d^\dagger \times d^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(L)} \right]^{(0)} \\ & + \frac{v_2}{\sqrt{2}} \left[ (d^\dagger \times d^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times s)^{(2)} + (d^\dagger \times s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(2)} \right]^{(0)} \\ & + \frac{v_0}{2} \left[ (d^\dagger \times d^\dagger)^{(0)} \times (s \times s)^{(0)} + (s^\dagger \times s^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(0)} \right]^{(0)} \\ & + u_2 \left[ (d^\dagger \times s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times s)^{(2)} \right]^{(0)} + \frac{u_0}{2} \left[ (s^\dagger \times s^\dagger)^{(0)} \times (s \times s)^{(0)} \right]^{(0)} \end{aligned} \quad (6.4)$$

en donde “ $\times$ ” define un producto tensorial<sup>1</sup>. Este operador tiene 9 parámetros libres, dos de ellos  $\varepsilon_s$  y  $\varepsilon_d$  determinan las energías de bosón independiente y los 7 restantes las interacciones bosón-bosón. El Hamiltoniano (6.4) describe transformaciones entre 6 bosones, las cinco componentes del bosón  $d$  más el bosón  $s$ , por lo que la estructura algebraica del modelo es la del grupo unitario en 6 dimensiones  $U(6)$ .

Para construir y clasificar los estados base de  $H$  es útil estudiar la descomposición de  $U(6)$  en cadenas de subgrupos que contengan al grupo de rotaciones en tres dimensiones  $SO(3)$ , pues se requiere que dichos estados estén caracterizados por un buen momento angular. Las cadenas de interés son entonces [2]:

---

<sup>1</sup>El producto tensorial de  $T^{(k_1)}$  y  $T^{(k_2)}$  se define como  $(T^{(k_1)} \times T^{(k_2)})_{\kappa}^{(k)} = \sum_{\kappa_1, \kappa_2} \langle k_1 \kappa_1, k_2 \kappa_2 | k \kappa \rangle T_{\kappa_1}^{(k_1)} T_{\kappa_2}^{(k_2)}$ , en donde  $\langle k_1 \kappa_1, k_2 \kappa_2 | k \kappa \rangle$  denotan los coeficientes de Clebsch-Gordon.

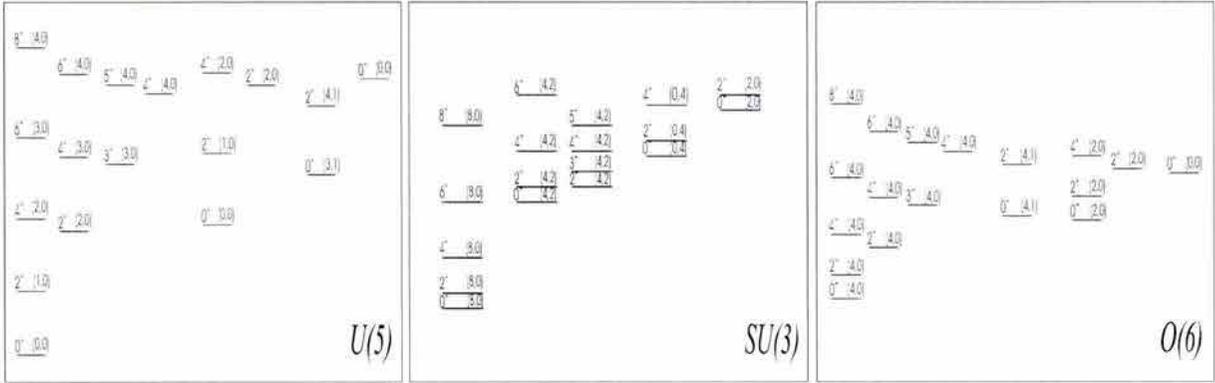


Figura 6.1: Espectros teóricos característicos de los límites  $U(5)$ ,  $SU(3)$  y  $O(6)$ , para  $N = 4$ .

$$\begin{array}{rcc}
 & & U(5) \supset SO(5) \supset SO(3) \supset SO(2), & I_1 \\
 & \nearrow & & \\
 U(6) & \rightarrow & SU(3) \supset SO(3) \supset SO(2), & II_1 \\
 & \searrow & & \\
 & & SO(6) \supset SO(5) \supset SO(3) \supset SO(2). & III_1
 \end{array} \tag{6.5}$$

Una detallada discusión de las implicaciones que tiene el hecho de que el IBM tenga una estructura algebraica bien definida puede encontrarse en [3]. Aquí sólo se mencionará que la evidencia más importante de dicha estructura es la forma misma del Hamiltoniano (6.4) el cual puede expresarse en términos de los operadores invariantes de Casimir de segundo orden de los grupos (6.5). En particular para ciertos conjuntos de parámetros  $H$  puede expresarse como una combinación lineal de operadores asociados a una única cadena:  $I_1$ ,  $II_1$  ó  $III_1$  en (6.5). Para esos casos, los eigenestados de  $H$  pueden clasificarse en forma única por la representación irreducible de  $U(6)$  y sus subgrupos respectivos, mientras que sus eigenvalores están determinados por expresiones analíticas. Estos límites exactos se conocen en la literatura como  $U(5)$ ,  $SU(3)$  y  $SO(6)$ , y representan simetrías dinámicas del Hamiltoniano [3] que físicamente corresponden a núcleos que exhiben comportamientos vibracional, rotacional y  $\gamma$ -inestable, respectivamente. En la Figura 6.1 se presentan espectros teóricos típicos de Hamiltonianos con simetría  $U(5)$ ,  $SU(3)$  y  $O(6)$ , respectivamente.

### 6.1.1 Superficies de Energía del IBM-1

La estructura geométrica del IBM-1 se puede estudiar utilizando sus estados coherentes [4, 5, 6] los cuales están dados en términos de las variables geométricas:  $\beta$  (que mide la deformación total), y  $\gamma$  (que determina la longitud a lo largo de los ejes principales) como

$$|N, \beta \gamma\rangle = \frac{1}{[N!(1+\beta^2)]^{1/2}} \left[ s^\dagger + \beta \cos \gamma d_0^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma (d_2^\dagger + d_{-2}^\dagger) \right]^N |0\rangle. \quad (6.6)$$

La superficie de energía del núcleo se obtiene evaluando la cantidad

$$\begin{aligned} E(N, \beta, \gamma) &= \frac{\langle N, \beta \gamma | H | N, \beta \gamma \rangle}{\langle N, \beta \gamma | N, \beta \gamma \rangle} \\ &= \frac{N \bar{\varepsilon} \beta^2}{(1+\beta^2)} + \frac{N(N-1)}{(1+\beta^2)^2} \left( a_1 \beta^4 + a_2 \beta^3 \cos 3\gamma + a_3 \beta^2 + \frac{u_0}{2} \right), \end{aligned} \quad (6.7)$$

en donde, en términos de los parámetros del Hamiltoniano se tiene que  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_d - \varepsilon_s$ , y

$$a_1 = \frac{c_0}{10} + \frac{c_2}{7} + \frac{9c_4}{35}, \quad (6.8)$$

$$a_2 = -\frac{2}{\sqrt{35}} v_2, \quad (6.9)$$

$$a_3 = \frac{1}{\sqrt{5}} (v_0 + u_2). \quad (6.10)$$

En años más recientes, utilizando el formalismo de catástrofes [7, 8], se han estudiado [9] las formas y la estabilidad, ante ligeras variaciones de los parámetros, de un núcleo descrito por un Hamiltoniano de la forma (6.4). Bajo dicho formalismo se encuentra que la superficie de energía (6.7) está sobre-determinada si se fijan tres de sus parámetros, por lo que en general,  $E(N, \beta, \gamma)$  puede reescribirse en términos de un factor de escala,  $M$ , más un corrimiento,  $S$ , en la forma siguiente

$$E(N, \beta, \gamma) = M\epsilon(\beta, \gamma) + S, \quad (6.11)$$

en donde

$$M = \frac{N(N-1)}{2} |2a_1 - a_3 + w|, \quad (6.12)$$

$$S = \frac{N(N-1)}{2} u_0, \quad (6.13)$$

con la definición  $w = \bar{\varepsilon}/(N-1)$ . El valor absoluto en (6.12) se debe a que  $M$  debe ser positiva para preservar la naturaleza de los puntos críticos, esto es que los mínimos de  $E(N, \beta, \gamma)$  sean mínimos de  $\epsilon(\beta, \gamma)$ , siendo

$$\epsilon(\beta, \gamma) = \frac{1}{(1+\beta^2)^2} \left[ \beta^4 + r_1 \beta^2 (\beta^2 + 2) - r_2 \beta^3 \cos 3\gamma \right]. \quad (6.14)$$

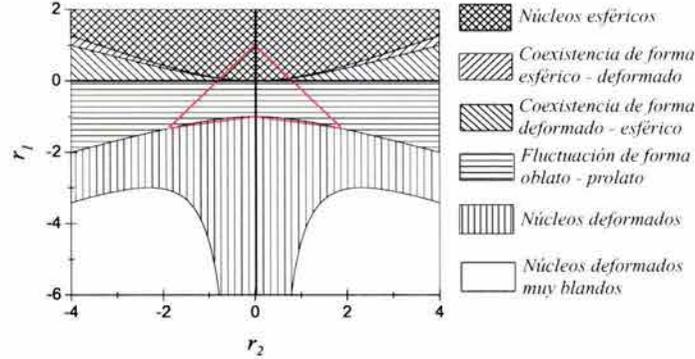


Figura 6.2: Separatriz del IBM-1

En la ecuación (6.14) se introdujeron los parámetros esenciales o de control del sistema dados por las expresiones

$$r_1 = \frac{a_3 - u_0 + w}{|2a_1 + w - a_3|}, \quad r_2 = -\frac{2a_2}{|2a_1 + w - a_3|}, \quad (6.15)$$

$r_1$  y  $r_2$  se denominan parámetros de control debido a que determinan el carácter de los puntos críticos de la superficie de energía (6.7). Una amplia discusión al respecto puede encontrarse en [9]. Para propósitos de este trabajo basta con saber la distribución de formas nucleares en el espacio de parámetros  $(r_2, r_1)$ , la cual ha sido resumida en la Figura 6.2. En la Figura se muestra que existen dos regiones en las que se presenta el fenómeno de coexistencia de forma. La región que se señala como esférico-deformado corresponde a núcleos con estados base esféricos y estados excitados deformados, mientras que en la región deformado-esférico se concentran núcleos con estados base deformados y estados excitados esféricos. Por su parte, la región marcada como núcleos deformados, se encuentra en realidad dividida por el eje  $r_2 = 0$  y para  $r_1 < 0$  los núcleos son oblatos, mientras que para  $r_1 > 0$  los núcleos presentan una deformación prolata.

## 6.2 IBM-2

La primera extensión del IBM es reconocer que los bosones que describen los estados colectivos más bajos del núcleo pueden estar formados por dos tipos de bosones: bosones de protón ( $\pi$ ) y bosones de neutrón ( $\nu$ ), que corresponden a pares acoplados protón-protón y neutrón-neutrón. En la mayoría de los núcleos pesados y de masa intermedia los protones y neutrones de valencia ocupan capas distintas evitando la formación de pares protón-neutrón, por lo que en el IBM-2 no se considera este acoplamiento y se requiere la conservación por separado de el número de bosones de protón  $N_\pi$ , el número de bosones de neutrón  $N_\nu$  y por lo tanto del número total de bosones  $N = N_\pi + N_\nu$ . Es importante

mencionar sin embargo, que usar pares acoplados de protones y neutrones como bloques fundamentales para describir los estados nucleares colectivos no implica que la interacción protón-neutrón se desprecie.

En total se tienen ahora 12 operadores de creación y 12 operadores de aniquilación de bosones independientes. Los bosones con  $J^P = 0^+$  son creados por los operadores  $s_\rho^\dagger$  mientras que los operadores  $d_{\rho\mu}^\dagger$  crean bosones con  $J^P = 2^+$  y proyección  $J_z$  igual a  $\mu$ , en donde el subíndice  $\rho = \pi, \nu$  y  $\mu = 0, \pm 1, \pm 2$ . Las relaciones de conmutación que son diferentes de cero entre estos operadores son análogas a las dadas en (6.1)

$$[d_{\rho\mu}, d_{\rho'\mu'}^\dagger] = \delta_{\rho\rho'} \delta_{\mu\mu'}, \quad [s_\rho, s_{\rho'}^\dagger] = \delta_{\rho\rho'}. \quad (6.16)$$

Introduciendo los operadores tensoriales

$$\tilde{d}_{\rho\mu} = (-)^\mu d_{\rho\mu} \quad \text{y} \quad \tilde{s}_\rho = s_\rho, \quad (6.17)$$

un Hamiltoniano utilizado frecuentemente en este modelo está dado por la expresión [3]

$$H = \varepsilon (n_{d_\pi} + n_{d_\nu}) + V_{\pi\pi} + V_{\nu\nu} + \kappa Q_\pi^x \cdot Q_\nu^x + M_{\pi\nu}, \quad (6.18)$$

en donde los operadores  $n_{d_\rho}$  cuentan el número de bosones- $d$  y se tiene

$$N_\rho = n_{d_\rho} + n_{s_\rho}, \quad \text{con} \quad \rho = \pi, \nu. \quad (6.19)$$

El primer término en (6.18) toma en cuenta gran parte de la interacción entre nucleones idénticos y por simplicidad, en la mayoría de los cálculos con este modelo se acostumbra tomar la energía de bosones de protón,  $\varepsilon_\pi$ , igual a  $\varepsilon_\nu$ , la energía de bosones de neutrón, es decir  $\varepsilon_\pi = \varepsilon_\nu = \varepsilon$ . El segundo y tercer término en (6.18) pueden considerarse como interacciones *residuales* entre bosones idénticos

$$V_{\rho\rho} = \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} (2L+1)^{\frac{1}{2}} C_{L\rho} \left[ (d_\rho^\dagger \times d_\rho^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d}_\rho \times \tilde{d}_\rho)^{(L)} \right]^{(0)}, \quad (6.20)$$

el efecto de  $V_{\rho\rho}$  es significativo únicamente en núcleos con pocos neutrones o protones fuera de capa cerrada. El cuarto término en  $H$  es la interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre bosones no idénticos, que reproduce la magnitud y el carácter atractivo de la interacción entre protones y neutrones. Esta interacción es extremadamente importante debido a que da origen a un potencial central atractivo así como a la deformación del núcleo. El operador cuadrupolar está dado por

$$Q_\rho^x = (s_\rho^\dagger \times \tilde{d}_\rho + d_\rho^\dagger \times s_\rho)^{(2)} + \chi_\rho (d_\rho^\dagger \times \tilde{d}_\rho)^{(2)}, \quad (6.21)$$

debido a su forma, la interacción  $Q_\pi^x \cdot Q_\nu^x$  mezcla fuertemente los bosones con  $J = 0$  y aquellos con  $J = 2$  en la función de onda dando origen a un espectro de energía con estructura colectiva. El último término en  $H$  es el operador de Majorana dado por

$$\begin{aligned} M_{\pi\nu} = & - \sum_{k=1,3} 2\xi_k (d_\pi^\dagger \times d_\nu^\dagger)^{(k)} \cdot (\tilde{d}_\pi \times \tilde{d}_\nu)^{(k)} \\ & + \xi_2 (d_\pi^\dagger \times s_\nu^\dagger - s_\pi^\dagger \times d_\nu^\dagger)^{(2)} \cdot (\tilde{d}_\pi \times s_\nu - s_\pi \times \tilde{d}_\nu)^{(2)}, \end{aligned} \quad (6.22)$$

que distingue entre estados con diferente simetría bajo el intercambio de  $\pi, \nu$ . El eigenvalor de  $M_{\pi\nu}$  para estados simétricos es cero, mientras que para estados antisimétricos dicho eigenvalor es no nulo. Esta interacción varía, por tanto, la posición relativa de los estados con simetría mezclada respecto a los estados totalmente simétricos.

La estructura algebraica del Hamiltoniano del IBM-2 es el producto directo  $U_\pi(6) \otimes U_\nu(6)$ . La variedad de formas en que este álgebra puede reducirse a la subálgebra de rotaciones  $O_{\pi+\nu}(3)$ , que está generada por la suma de los generadores de  $O_\pi(3)$  y  $O_\nu(3)$ , es más rica de la que se puede tener con el IBM-1. Para el IBM-2 estas reducciones dependen de las subálgebras que forman la cadena y de la forma en que las subálgebras de neutrones y protones se suman. Estas posibilidades se presentan con detalle en [3]. Un caso importante es el que se obtiene al unir las álgebras  $U_\pi(6)$  y  $U_\nu(6)$  en la primer etapa. En este caso se obtiene las tres reducciones siguientes

$$\begin{array}{ccc}
 U_\pi(6) & \searrow & U_{\pi+\nu}(5) \supset SO_{\pi+\nu}(5) \supset SO_{\pi+\nu}(3) \supset SO_{\pi+\nu}(2), & I_2 \\
 & & \nearrow & \\
 & U_{\pi+\nu}(6) & \rightarrow & SU_{\pi+\nu}(3) \supset SO_{\pi+\nu}(3) \supset SO_{\pi+\nu}(2) & II_2 \\
 & \nearrow & \searrow & \\
 U_\nu(6) & & & SO_{\pi+\nu}(6) \supset SO_{\pi+\nu}(5) \supset SO_{\pi+\nu}(3) \supset SO_{\pi+\nu}(2) & III_2
 \end{array} \quad (6.23)$$

que son equivalentes a las cadenas de grupos (6.5) cuando se consideran representaciones totalmente simétricas de  $U_{\pi+\nu}(6)$ . Sin embargo, la cadena más importante en la práctica es

$$\begin{aligned}
 U_\pi(6) \otimes U_\nu(6) \supset U_\pi(5) \otimes U_\nu(5) & \supset SO_\pi(5) \otimes SO_\nu(5) \\
 & \supset SO_\pi(3) \otimes SO_\nu(3) \supset SO_{\pi+\nu}(3) \supset SO_{\pi+\nu}(2)
 \end{aligned} \quad (6.24)$$

debido a que el código NPBOS [10] utiliza esta base para diagonalizar el Hamiltoniano (6.18).

Los operadores de transiciones electromagnéticas más utilizados son el operador de transición cuadrupolar eléctrica ( $E2$ ) y el operador de transición dipolar magnética ( $M1$ ) que en este formalismo están dados por

$$T^{(E2)} = e_\pi Q_\pi^\chi + e_\nu Q_\nu^\chi, \quad (6.25)$$

para transiciones  $E2$ , y por

$$T^{(M1)} = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} (g_\pi L_\pi + g_\nu L_\nu). \quad (6.26)$$

para transiciones  $M1$ . El operador  $Q_\rho^\chi$  está dado por la ecuación (6.21) y los parámetros  $e_\rho$  representan las cargas efectivas de bosón, mientras que el operador de momento angular está dado por

$$L_\rho = \sqrt{10} [d_\rho^\dagger \times \tilde{d}_\rho]^{(1)}. \quad (6.27)$$

Los parámetros  $g_\rho$  son los factores- $g$  efectivos de bosón. Usualmente los valores de  $e_\rho$  y  $g_\rho$  se determinan con base en cálculos microscópicos [3].

Para transiciones  $E2$  existen además dos cantidades de gran importancia práctica: las probabilidades reducidas de transición  $B(E2; L \rightarrow L')$  y los momentos cuadrupolares  $Q_L$ , que son indicadores directos de la estructura del núcleo. En términos del operador (6.25), la probabilidad reducida de transición cuadrupolar eléctrica entre los estados  $|L\rangle$  y  $|L'\rangle$  está dada por

$$B(E2; L \rightarrow L') = \frac{1}{2L+1} |\langle L' || T^{(E2)} || L \rangle|^2, \quad (6.28)$$

mientras que el momento cuadrupolar del estado  $L$  se define como

$$Q_L = \left( \frac{16\pi L(2L-1)}{5(L+1)(2L+1)(2L+3)} \right)^{1/2} \langle L || T^{(E2)} || L \rangle. \quad (6.29)$$

En particular cuando el Hamiltoniano (6.18) tiene como simetría dinámica alguna de las cadenas mencionadas en (6.23), las cantidades anteriores están dadas analíticamente [3] por las expresiones siguientes

$$B(E2; 0_1 \rightarrow 2_1) = \begin{cases} (e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)^2 \frac{5}{N}, & \text{para } I_2, \\ (e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)^2 \frac{2N+3}{N}, & \text{para } II_2, \\ (e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)^2 \frac{N+4}{N}, & \text{para } III_2, \end{cases} \quad (6.30)$$

$$Q_{2_1^+} = \begin{cases} \left[ \frac{32\pi}{35} \right]^{1/2} \frac{1}{N} (e_\nu \chi_\nu N_\nu + e_\pi \chi_\pi N_\pi), & \text{para } I_2, \\ - \left[ \frac{2\pi}{5} \right]^{1/2} \frac{2(4N+3)}{7N} (e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi), & \text{para } II_2, \\ \left[ \frac{2\pi}{35} \right]^{1/2} \frac{4(N^2+4N+9)}{7(N+1)} (e_\nu \chi_\nu N_\nu + e_\pi \chi_\pi N_\pi), & \text{para } III_2, \end{cases} \quad (6.31)$$

Alternativamente, las razones entre probabilidades reducidas de transición

$$R = \frac{B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)}, \quad (6.32)$$

$$R' = \frac{B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)}, \quad (6.33)$$

$$R'' = \frac{B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)}, \quad (6.34)$$

constituyen también un importante conjunto de indicadores de la estructura nuclear. En la Tabla 6.1 puede verse el valor que adoptan dichas razones en los límites de simetrías exactas y  $N \rightarrow \infty$ .

límite vibracional $U(5)$	$R = 2$	$R' = 2$	$R'' = 2$
límite rotacional $SU(3)$	$R = 1.43$	$R' = 0$	$R'' = 0$
límite $\gamma$ -inestable $O(6)$	$R = 1.43$	$R' = 1.43$	$R'' = 0$

Tabla 6.1: Valores de las razones (6.32) a (6.34) en los diferentes límites de simetrías dinámicas

### 6.3 Mezcla de configuraciones en el IBM-2

La mezcla de configuraciones en el IBM [11] se utiliza para describir núcleos que presentan fenómenos de coexistencia de forma, es decir, núcleos con bandas de estados excitados caracterizados por una estructura o deformación distinta a la que presenta su banda base. Este tipo de fenómenos se presentan en el núcleo debido a diferentes mecanismos. Como se señalo en la subsección que discute las superficies de energía, en el IBM-1 la coexistencia de forma resulta de la excitación directa de los bosones de valencia. Existe sin embargo otro mecanismo muy importante, conocido como excitaciones partícula-agujero que conduce a este mismo fenómeno. Intuitivamente este proceso suele visualizarse como el resultado de la excitación de un bosón en el carozo del núcleo. Esta sección está dedicada a discutir este último tipo de procesos. A grandes rasgos, el método consiste en utilizar el modelo IBM-2 para describir por separado los estados con naturaleza distinta, y después mezclar estos dos cálculos independientes utilizando un Hamiltoniano que conecte las dos configuraciones.

El Hamiltoniano que describe las configuraciones estandar está dado por (6.18). Para los isótopos de germanio,  $Z = 32$ , la configuración normal tiene un espacio activo de protones formado por 2 bosones de partícula en la capa **28-50**. El espacio activo de la configuración intrusa se obtiene considerando lo que se conoce como excitación de 2partículas-2agujeros en protones. En el contexto del IBM esto equivale a considerar la excitación de un bosón de protón de la capa **20-28** a la **28-50**. Para los isótopos de Ge el espacio está formado por 4 bosones de protón: 2 bosones de partícula de la configuración normal en la capa **28-50**, un bosón de partícula excitado desde la capa **20-28** y un bosón de agujero en esta última capa. En este trabajo al igual que en [11] dichos bosones se tratan como idénticos, lo que equivale a considerar que a bajas energías los únicos estados que pueden ocurrir corresponden a las combinaciones simétricas de bosones de protón.

El Hamiltoniano de interacción más general, formado por operadores de dos cuerpos en espacio bosónico, que es hermitiano, escalar y conecta las configuraciones  $N_\pi$  y  $N_\pi + 2$

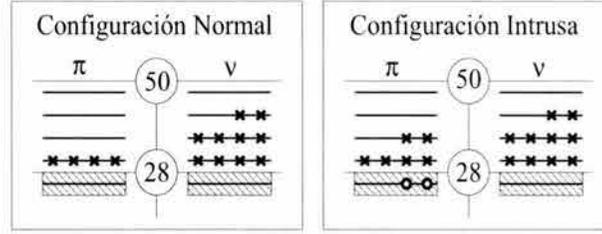


Figura 6.3: Ilustración del mecanismo de mezcla de configuraciones utilizado en este trabajo.

es

$$H_{\text{mix}} = \alpha (s_{\pi}^{\dagger} \times s_{\pi}^{\dagger} + s_{\pi} \times s_{\pi})^{(0)} + \bar{\alpha} (d_{\pi}^{\dagger} \times d_{\pi}^{\dagger} + \tilde{d}_{\pi} \times \tilde{d}_{\pi})^{(0)}, \quad (6.35)$$

un detalle que es importante resaltar sobre este operador es que debido a que el número de bosones de protón cambia en dos unidades al pasar de la configuración normal a la intrusa, éste operador no conserva el número de bosones. El cálculo de la mezcla se realiza formando los elementos de matriz de  $H_{\text{mix}}$  con las funciones de onda de las dos configuraciones independientes y diagonalizando la matriz resultante. Además de los parámetros  $\alpha$  y  $\bar{\alpha}$  que se determinan por ajuste con datos experimentales, el cálculo involucra un parámetro adicional, que se denota como  $\Delta$ , y corresponde a la energía necesaria para excitar un bosón de protón a la capa superior. En [11] se puede encontrar una expresión analítica para este parámetro en el contexto del IBM-2.

Las funciones de onda que resultan de la diagonalización de  $H_{\text{mix}}$  pueden utilizarse entonces para evaluar propiedades electromagnéticas del núcleo. En particular para el operador de transición  $E2$ , en este formalismo, se adopta la forma siguiente

$$T^{(E2)} = e_2 (e_{\pi 2} Q_{\pi 2}^X + e_{\nu 2} Q_{\nu 2}^X) + e_4 (e_{\pi 4} Q_{\pi 4}^X + e_{\nu 4} Q_{\nu 4}^X), \quad (6.36)$$

en donde además de las cargas efectivas de protón y neutrón  $e_{\pi k}$ ,  $e_{\nu k}$  con  $k = 2, 4$  se tienen ahora las correspondientes a la configuración normal  $e_2$  e intrusa  $e_4$ . Los operadores- $Q^X$  están dados por (6.21), en donde en analogía con la notación utilizada para las cargas efectivas, los subíndices 2 y 4 se refieren al espacio sobre el que actúan los operadores.

Dentro del conjunto de cantidades físicas que proporcionan información básica acerca de la estructura del núcleo se encuentran también las intensidades de transición en reacciones de transferencia de dos nucleones. Dentro del contexto del IBM resulta natural especificar los operadores que añaden o remueven dos nucleones en términos de los operadores básicos de creación o aniquilación de bosones de protón o de neutrón. Como se discutirá más adelante, en el estudio de la cadena de isótopos de germanio los datos experimentales de transferencia de dos nucleones entre los estados  $0^+$  de isótopos adyacentes son de particular importancia. El operador que describe esta transferencia en el formalismo de mezcla de configuraciones está dado por [12]

$$P_{+\nu}^{(0)} = \alpha s_{\nu}^{\dagger} (\Omega_{\nu} - N_{\nu} - n_{d_{\nu}})^{1/2}, \quad (6.37)$$

$$P_{-\nu}^{(0)} = \alpha (\Omega_\nu - N_\nu - n_{d_\nu} + 1)^{1/2} s_\nu, \quad (6.38)$$

en donde el superíndice (0) denota el momento angular transferido, el subíndice  $\nu$  se refiere a neutrones,  $\Omega_\nu$  representa la degeneración efectiva de pares de neutrones, que en este caso  $\Omega_\nu = (50 - 28)/2 = 11$ ,  $N_\nu$  denota el número de pares de neutrón y  $n_{d_\nu}$  es el operador de número de bosones- $d$  de neutrón.

La intensidad de transferencia se define como la magnitud al cuadrado del elemento de matriz reducido de los operadores (6.37) y (6.38) entre los estados con  $N$  y  $N + 1$  bosones

$$I(N \rightarrow N + 1) = | \langle [N + 1], \sigma_{N+1} || P_{+\nu}^{(0)} || [N], \sigma_N \rangle |^2, \quad (6.39)$$

$$I(N + 1 \rightarrow N) = | \langle [N], \sigma_N || P_{-\nu}^{(0)} || [N + 1], \sigma_{N+1} \rangle |^2, \quad (6.40)$$

Las expresiones analíticas de estas intensidades en los límites exactos vibracional (simetría dinámica  $U(5)$ ) y rotacional (simetría dinámica  $SU(3)$ ) se analizan en [12]. La conclusión es que en núcleos vibratoriales la transición entre el estado base  $0_1^+$  y los estados excitados  $0_{2,3}^+$  está prohibida, mientras que para núcleos con estructura rotacional, las reacciones  $(p, t)$  y  $(t, p)$  que conducen a estados excitados  $0^+$  tienen un comportamiento asimétrico que depende de las capas en las que se encuentren los protones y neutrones de valencia. En este caso, las reacciones  $(t, p)$  a estados excitados  $0_2^+$  están permitidas si  $0 \leq N_\nu \leq \Omega_\nu/2$  pero están prohibidas si  $\Omega_\nu/2 \leq N_\nu < \Omega_\nu$  e inversamente para las reacciones  $(p, t)$  hacia los estados  $0_2^+$ .

### 6.3.1 IBM-1 como proyección del IBM-2

El espacio de estados y operadores del IBM-2 puede proyectarse de forma única sobre el espacio del IBM-1 [13, 14, 15]. Un procedimiento sencillo para obtener esta importante correspondencia es igualar los elementos de matriz del Hamiltoniano del modelo IBM-2 evaluados en los estados más bajos totalmente simétricos con los correspondientes elementos del IBM-1. Siguiendo este procedimiento se puede mostrar [13] que la proyección de los parámetros que aparecen en (6.18) sobre los correspondientes a (6.4) está dada por las relaciones siguientes

$$v_0 = \kappa \frac{2N_\nu N_\pi}{N(N-1)} \sqrt{5}, \quad (6.41)$$

$$v_2 = v_0 \frac{(\chi_\pi + \chi_\nu)}{\sqrt{2}}, \quad (6.42)$$

$$\varepsilon = \varepsilon + \kappa \frac{2N_\nu N_\pi}{N}, \quad (6.43)$$

$$c_L = \kappa \frac{2N_\nu N_\pi}{N(N-1)} (A_L \chi_\nu \chi_\pi - 2) + \frac{N_\nu(N_\nu - 1)}{N(N-1)} c_{L_\nu} + \frac{N_\pi(N_\pi - 1)}{N(N-1)} c_{L_\pi}, \quad (6.44)$$

en donde  $L = 0, 2, 4$ , y  $A_0 = 1$ ,  $A_2 = -\frac{3}{14}$  y  $A_4 = \frac{2}{7}$ .

### 6.3.2 Estructura geométrica del IBM-1 con mezcla de configuraciones

La extensión del formalismo de superficies de energía hacia sistemas que involucran mezcla de configuraciones ha sido investigada recientemente [16]. Escribiendo de forma esquemática el operador Hamiltoniano como

$$H = H_N + H_{N+2} + H_{\text{mix}} \quad (6.45)$$

en donde  $H_N$  corresponde al Hamiltoniano que describe la configuración normal del núcleo,  $H_{N+2}$  representa la configuración intrusa, correspondiente a la excitación de dos partículas dos agujeros ( $2p-2h$ ), y el operador  $H_{\text{mix}}$  es la proyección del operador (6.35) que mezcla los estados de ambas configuraciones, dado por

$$H_{\text{mix}} = w_0(s^{\dagger 2} + s^2) + \frac{w_2}{\sqrt{5}}(d^{\dagger} \cdot d^{\dagger} + \tilde{d} \cdot \tilde{d}), \quad (6.46)$$

en donde, utilizando el procedimiento de la proyección del IBM-2 al IBM-1, puede verse que los coeficientes  $w_0$  y  $w_2$  están relacionados con los parámetros  $\alpha$  y  $\bar{\alpha}$  que aparecen en (6.35) a través de las relaciones

$$w_0 = \sqrt{\frac{(N_{\pi} + 1)(N_{\pi} + 2)}{(N + 1)(N + 2)}} \alpha, \quad w_2 = \sqrt{\frac{(N_{\pi} + 1)(N_{\pi} + 2)}{(N + 1)(N + 2)}} \bar{\alpha}. \quad (6.47)$$

La energía potencial del Hamiltoniano (6.45) se obtiene entonces tomando el valor esperado de  $H$  en los estados coherentes conformados por el producto directo  $|N, \beta\gamma\rangle \otimes |N + 2, \beta, \gamma\rangle$ . Dada la estructura del Hamiltoniano (6.45) puede verse inmediatamente que la energía potencial está dada en la forma matricial siguiente

$$\begin{pmatrix} E_1(N, \beta, \gamma) & w(\beta) \\ w(\beta) & E_2(N + 2, \beta, \gamma) + \Delta \end{pmatrix}, \quad (6.48)$$

donde  $E_i$ ,  $i = 1, 2$  denotan las superficies de energía normal e intrusa, respectivamente. Así estas superficies de energía están determinadas por la expresión (6.7), a través de los parámetros  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  en el subespacio del IBM-1 que corresponden a la proyección de los Hamiltonianos de la configuración normal e intrusa, respectivamente. Los elementos no diagonales en (6.48) están dados por

$$w(N, \beta) = \langle N + 2, \beta, \gamma | H_{\text{mix}} | N, \beta, \gamma \rangle \quad (6.49)$$

$$(6.50)$$

$$= \frac{\sqrt{(N + 2)(N + 1)}}{1 + \beta^2} \left\{ w_0 + \frac{w_2}{\sqrt{5}} \beta^2 \right\}. \quad (6.51)$$

Las superficies de energía *mínimas* que se obtiene después de realizar la mezcla de configuraciones están determinadas entonces por los eigenvalores de la matriz (6.48), la cual puede reescribirse en la forma

$$E(\beta, \gamma, \Delta) = E_1(N, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & w(N, \beta) \\ w(N, \beta) & 2g(N, \beta, \gamma) \end{pmatrix}, \quad (6.52)$$

en donde se definió

$$g(N, \beta, \gamma) = \frac{1}{2} [ E_2(N + 2, \beta, \gamma) - E_1(N, \beta, \gamma) + \Delta ]. \quad (6.53)$$

Al diagonalizar la segunda matriz en la expresión (6.52) se encuentran los siguientes eigenvalores

$$\lambda_{\pm} = g(N, \beta, \gamma) \pm \sqrt{g^2(N, \beta, \gamma) + w^2(N, \beta)}, \quad (6.54)$$

por lo tanto las superficies de energía del sistema están dadas por las relaciones

$$E_{\pm}(\beta, \gamma, \Delta) = E_1(N, \beta, \gamma) + \lambda_{\pm}. \quad (6.55)$$

La energía mínima  $E_-$  determina las características de la configuración base del núcleo considerado. Las eigenfunciones normalizadas asociadas a esos eigenvalores pueden expresarse en forma matricial como

$$X_+(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{w^2 + \lambda_+^2}} \begin{pmatrix} w(N, \beta) \\ \lambda_+ \end{pmatrix}, \quad (6.56)$$

$$X_-(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{w^2 + \lambda_-^2}} \begin{pmatrix} w(N, \beta) \\ \lambda_- \end{pmatrix}. \quad (6.57)$$

Es importante también establecer la evaluación de los valores esperados de operadores que dan información sobre las características geométricas de los núcleos considerados. Por ejemplo el operador cuadrupolar, esto es

$$Q^x = \begin{pmatrix} Q^x(N, \beta_1, \gamma_1) & 0 \\ 0 & Q^x(N + 2, \beta_2, \gamma_2) \end{pmatrix} \quad (6.58)$$

donde  $\beta_1, \gamma_1$  definen el mínimo de la configuración normal, y  $\beta_2, \gamma_2$  al correspondiente mínimo de la configuración intrusa. El valor esperado de este operador está dado por la expresión

$$\begin{aligned} \langle Q^x \rangle &= X_-(\beta, \gamma) Q^x X_-(\beta, \gamma) \\ &= \frac{1}{\sqrt{w^2 + \lambda_-^2}} [ w^2 Q^x(N, \beta_1, \gamma_1) + \lambda_-^2 Q^x(N + 2, \beta_2, \gamma_2) ], \end{aligned} \quad (6.59)$$

donde  $\beta$ ,  $\gamma$  definen el mínimo de la superficie de energía  $E_-$  que caracteriza a la banda base del núcleo estudiado.

En la Sección siguiente se mostrará que combinando los resultados de la proyección del IBM-2 sobre el IBM-1 y este formalismo de superficies de energía en sistemas con mezcla de configuraciones es posible determinar la estructura geométrica de los isótopos de germanio.

## 6.4 Aplicaciones

En esta sección se discuten los resultados que se obtuvieron al utilizar los modelos teóricos expuestos anteriormente para estudiar la cadena de isótopos de germanio.

Los núcleos de germanio están caracterizados por un número de protones  $Z = 32$ . Los isótopos que se investigarán en este trabajo son los núcleos par-par con masa  $A = 68 - 82$ , es decir con número de neutrones  $N = 36 - 50$ . El número de bosones que caracteriza a cada núcleo se obtiene tomando como capa cerrada de protones **28** por lo que  $Z = 32 = \mathbf{28} + 4$  es decir se tienen 4 protones de valencia o bien 2 bosones de protón. Para contar el número de bosones de neutrón considerese como ejemplo el núcleo  $^{72}\text{Ge}$  que tiene  $N = 40$ . Tomando nuevamente **28** como capa cerrada de neutrones se tiene  $N = 40 = \mathbf{28} + 12$  *i.e.* 6 bosones de neutrón, mientras que contando desde la capa cerrada **50** se tiene  $N = 40 = \mathbf{50} - 10$  *i.e.*  $\bar{5}$  bosones de neutrón, en donde la barra sobre el número indica que en este último caso los bosones corresponden a bosones de agujero. Por lo tanto  $^{72}\text{Ge}$  tiene  $\bar{5}$  bosones de neutrón. En la Tabla 6.2 se resume el número de bosones de neutrón de los isótopos que se estudian aquí.

Antes de entrar en los detalles del cálculo es importante tener en cuenta que al intentar utilizar el IBM para describir los isótopos de germanio, se está llevando la teoría a su límite de validéz. Esto se debe a que el modelo describe adecuadamente comportamientos colectivos, pero los núcleos que se estudian aquí, son aún lo suficientemente ligeros y los efectos de capas parecen ser determinantes en su estructura. A pesar de ello, se tiene confianza en obtener predicciones teóricas razonables para los estados de menor energía, ya que en los núcleos par-par dichos niveles tienen preferencialmente un carácter colectivo y la descripción teórica propuesta resulta factible.

En contraste con la mayoría de los núcleos estudiados con el IBM, los isótopos de germanio tienen sus neutrones y protones de valencia dentro de la misma capa **28-50**, lo que significa que la interacción protón-neutrón es muy importante. El IBM, en su forma IBM-1 o IBM-2, se aplica generalmente a núcleos en donde neutrones y protones ocupan capas de valencia distintas, ya que en ese caso es natural suponer pares correlacionados protón-protón (bosón  $\pi$ , estado de isoespín  $T = 1, M_T = 1$ ) y neutrón-neutrón (bosón  $\nu$ , estado de isoespín  $T = 1, M_T = -1$ ) e incluir el efecto de la interacción protón-neutrón mediante la interacción cuadrupolar  $Q_\pi^\chi \cdot Q_\nu^\chi$ , en donde  $Q_\rho^\chi$  está dado por la ecuación (6.21). Sin embargo, cuando protones y neutrones ocupan la misma capa de valencia,

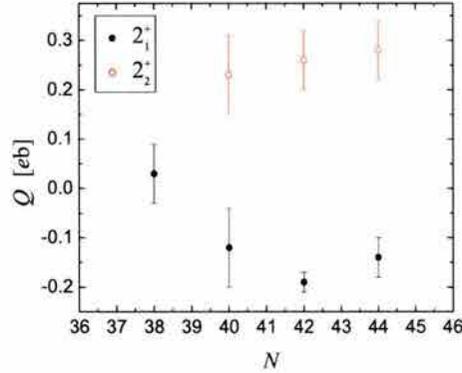


Figura 6.4: Valores experimentales de los momentos cuadrupolares estáticos  $Q(2_1^+)$  y  $Q(2_2^+)$  de los isótopos de germanio. Tomados de la Referencia [18]

como es el caso de los germanios, en principio es necesario incluir pares protón-neutrón (bosón  $\delta$ , estado de isoespín  $T = 1$ ,  $M_T = 0$ ) [17], dando lugar a la extensión IBM-3 <sup>2</sup>. Estudios teóricos y experimentales previos han mostrado sin embargo que un efecto muy importante presente en la cadena de isótopos de germanio es la transición de forma de su configuración base que pasa de ser casi esférica o ligeramente oblata en  $^{70}\text{Ge}$  a esferoidal ligeramente prolata en  $^{72,74,76}\text{Ge}$ . En la Figura 6.4 se resumen los valores experimentales de los momentos cuadrupolares estáticos de los estados  $2_1^+$  y  $2_2^+$  para los isótopos  $^{70-76}\text{Ge}$  los cuales sustentan la forma asociada a cada núcleo [18]. Aunque esta transición de forma ha sido estudiada desde diversos puntos de vista teóricos la mayoría parece coincidir en que los estados  $0_1^+$  y  $0_2^+$  de los germanios están basados en configuraciones de forma distinta y estas se encuentran mezcladas.

La descripción teórica que se presenta en este trabajo incluye la interacción protón-neutrón a través de la interacción  $Q_\pi^x \cdot Q_\nu^x$ , sin hacer uso del IBM-3, y busca describir la transición de forma presente en los germanios utilizando el formalismo de mezcla de configuraciones en el IBM-2 descrito en la sección anterior.

Se cree que la configuración base de los isótopos más ligeros de germanio es una configuración casi esférica mientras que la segunda, de carácter ligeramente rotacional, se va formando gradualmente sobre el primer  $0^+$  excitado conforme el número de neutrones aumenta. La fuerte interacción entre protones y neutrones parece ser responsable de producir la deformación en este estado,  $0_2^+$ , y al mismo tiempo [19] de producir un fuerte decremento de su energía de excitación. En la Figura 6.5 se muestran los datos experimen-

<sup>2</sup>La descripción de núcleos par-par con el IBM-3 es directamente comparable con los cálculos del modelo de capas, sin embargo es insuficiente para núcleos impar-impar para los que es necesario incluir pares con isospin  $T = 0$ . En el IBM-4 se hace esta inclusión suponiendo que los bosones  $T = 0$  pueden estar en un estado orbital  $s$  o  $d$  pero además tienen espín intrínseco  $S = 1$

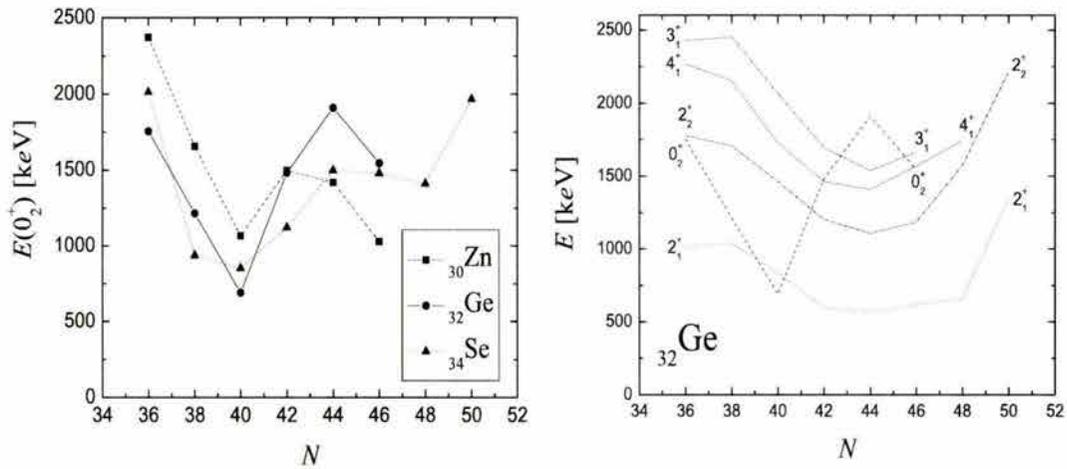


Figura 6.5: Variación de la energía de excitación como función del número de neutrones  $N$  de: los estados  $0_2^+$  de las cadenas isotópicas Zn, Ge y Se, (panel izquierdo), los estados de más baja energía de los isótopos de germanio, (panel derecho).

tales de las energías de excitación de los estados  $0_2^+$  como función del número de neutrones para la cadena de isótopos de Zn ( $Z = 30$ ), Ge ( $Z = 32$ ) y Se ( $Z = 34$ ) evidenciando que el comportamiento mencionado es característico de la región. Es importante notar que dicha energía alcanza su valor mínimo cuando el número de neutrones toma el valor  $N = 40$ . Para los isótopos de germanio la energía de excitación disminuye tan pronunciadamente que el estado  $0_2^+$  llega a ser el primer estado excitado de  $^{72}\text{Ge}$ . En la Figura 6.5 se puede apreciar también la variación de la energía de excitación como función del número de neutrones para los niveles más bajos de los isótopos par-par de  $^{32}\text{Ge}$  con  $A = 68$  a  $82$ . Un aspecto importante que es inmediatamente aparente es que la energía de excitación de los estados  $2_1^+$ ,  $2_2^+$  y  $4_1^+$  no cambia apreciablemente al ir de  $^{68}\text{Ge}$  a  $^{70}\text{Ge}$ , pero un decremento abrupto se observa entre  $^{70}\text{Ge}$  y  $^{72}\text{Ge}$ . La posición de los niveles parece estabilizarse en  $^{74}\text{Ge}$  y se incrementa nuevamente para los isótopos más pesados  $^{78,80,82}\text{Ge}$  como resultado de que  $N$  se aproxima a la capa cerrada  $N = 50$ . Esta variación indica un cambio de estructura entre  $N = 38$  y  $N = 42$ . Se cree que en este último núcleo,  $^{74}\text{Ge}$ , el decremento de la energía de excitación del  $0_2^+$  es tan grande que la configuración deformada se convierte en la configuración base.

En este trabajo se utiliza el IBM-2 más mezcla de configuraciones para describir la cadena de germanios. Los cálculos que se presentan fueron realizados utilizando el código de cómputo desarrollado por P. Duval [11]. El funcionamiento del mismo fue probado reproduciendo cálculos previos realizados con el código y reportados en [20] para los isótopos de  $^{110,112,114}\text{Cd}$ . Es importante mencionar que apesar de que existen en la literatura extensiones del IBM-1 que también toman en cuenta excitaciones de 2partículas-2agujeros [21], en este estudio se eligió el IBM-2 sobre el IBM-1 debido a que se cree [22] que los cambios de forma presentes en la cadena de germanio se deben al intercambio de

orbitales de protones conforme varía el número de neutrones. En el contexto del IBM ésto se modela suponiendo que la configuración intrusa corresponde a la excitación de 2partículas-2agujeros de protón. En el IBM-1 sin embargo, la distinción entre bosones de protón y de neutrón no es posible. A pesar de ello, existen en la literatura trabajos [23] que han empleado extensiones del IBM-1 para el estudio de la cadena de germanio.

En la Tabla 6.2 se presentan los dos conjuntos independientes de parámetros del IBM-2 que se utilizaron en el cálculo de mezcla de configuraciones. Como se discutió en la sección anterior, cada conjunto está asociado a una configuración: normal ( $N_\pi = 2$ ) o intrusa ( $N_\pi = 4$  por la excitación de 2partículas-2agujeros) presentes en el núcleo. El operador Hamiltoniano definido por estos parámetros tiene explícitamente la forma siguiente

$$H = \varepsilon(n_{d_\pi} + n_{d_\nu}) + \kappa Q_\pi \cdot Q_\nu + M_{\pi\nu}, \quad (6.60)$$

en donde los operadores  $Q_\rho$  con  $\rho = \pi, \nu$ , y  $M_{\pi\nu}$  están definidos en (6.21) y (6.22), respectivamente.

Los parámetros de la Tabla 6.2 son una ligera variante de los utilizados por P. Duval *et al.* [24] en un estudio previo de esta misma cadena de isótopos. En este último trabajo se emplea sin embargo un formalismo de mezcla de configuraciones en el IBM-2 distinto al que se emplea aquí. Duval *et al.* consideran que las dos configuraciones, normal e intrusa, tiene el mismo número de bosones, pero difieren entre sí en el tipo de bosones de protón que las conforman: bosones *normales*, que tienen una contraparte fermiónica que principalmente ocupa el orbital  $p_{3/2}$ , y bosones *excitados* formados por pares de fermiones con una mayor probabilidad de ocupar orbitales con momento angular mayor,  $f_{5/2}$ ,  $g_{9/2}$ . Como consecuencia su interacción de mezcla conserva el número de bosones. En el cálculo que se presenta a continuación se supone que la configuración intrusa corresponde a la excitación de dos bosones adicionales (un bosón de partícula y un bosón de agujero) de protón desde el carozo  $Z = 28$  y se utiliza por lo tanto una interacción que mezcla las configuraciones de la forma (6.35) que no conserva el número de bosones. Una ilustración de este esquema se presenta en la Figura 6.3.

Debido a que las configuraciones por separado no dependen del Hamiltoniano de mezcla, los parámetros utilizados por Duval *et al.* fueron tomados como base. Los parámetros fueron probados en un cálculo tradicional de IBM-2 que no considera mezcla y se encontró un buen acuerdo entre los niveles de la banda base experimental y los resultados de dicho cálculo cuando se considera la configuración normal para  $^{68,70,72}\text{Ge}$  y la configuración intrusa para  $^{74,76}\text{Ge}$ .

El cálculo de mezcla de configuraciones se realiza en dos etapas. En la primera se diagonaliza el Hamiltoniano (6.60) para las configuraciones normal e intrusa por separado. En la segunda se forman los elementos de matriz de  $H_{\text{mix}}$  en la base formada por los eigenestados de las configuraciones independientes y se diagonaliza la matriz resultante. En esta etapa se añade una energía,  $\Delta$ , a los estados de la configuración intrusa, que en el caso de la cadena de germanio tiene siempre la mayor energía de amarre. Esto se debe a que la energía del  $0_1^+$  que generalmente se llama *energía de deformación* es mayor para

			Configuración Normal		Configuración Intrusa		Mezcla
			$N_\pi = 2$ $\chi_\pi = -1.2$ $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0.05$		$N_\pi = 4$ $\chi_\pi = -1.4$ $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0.10$		$\alpha = \bar{\alpha} = 0.115$
A	$N_\nu$	$\chi_\nu$	$\varepsilon$	$\kappa$	$\varepsilon$	$\kappa$	EFIX
68	4	1.45	1.40	-0.20	1.40	-0.25	2.6500
70	5	1.40	1.40	-0.20	1.30	-0.23	2.0895
72	$\bar{5}$	1.30	1.35	-0.20	1.20	-0.23	1.4339
74	$\bar{4}$	1.20	1.20	-0.21	1.10	-0.23	-0.1220
76	$\bar{3}$	1.12	1.00	-0.21	1.05	-0.25	-1.0000
78	$\bar{2}$	0.92	0.97	-0.23	0.99	-0.26	-1.6000
80	$\bar{1}$	0.85	1.00	-0.24	1.03	-0.27	-2.2000
82	0		1.10		1.32		-2.7000

Tabla 6.2: Parámetros del IBM-2 para las configuraciones normal, intrusa y la interacción de mezcla para la cadena de isótopos par-par de germanio

espectros rotacionales que vibracionales.  $\Delta$  representa la energía de separación entre las dos configuraciones. En la Tabla 6.2 se listan los parámetros  $\alpha$  y  $\bar{\alpha}$  que requiere  $H_{\text{mix}}$ , así como la energía EFIX, que dentro del programa es análoga al parámetro  $\Delta$  antes mencionado. La relación entre  $\Delta$  y EFIX es un término que tiene que ver con las energías de amarre características de las configuraciones utilizadas, concretamente

$$\Delta = |BE_{\text{int}} - BE_{\text{nor}}| + \text{EFIX}, \quad (6.61)$$

En la Figura 6.6 se grafican los valores de  $\Delta$  utilizados, como función del número de neutrones, el comportamiento lineal observado refleja la interacción protón-neutrón. Los valores de EFIX fueron elegidos de forma que la energía del primer estado excitado  $0_2^+$  fuera reproducida por los cálculos teóricos que incluyen la interacción de mezcla.

La elección de los parámetros “adecuados” que describen un núcleo en el IBM se hace con base en dos condiciones. La primera es tener un ajuste razonable entre las energías y transiciones electromagnéticas que se miden experimentalmente y las obtenidas con el cálculo teórico, y la segunda es requerir que el conjunto de parámetros elegido

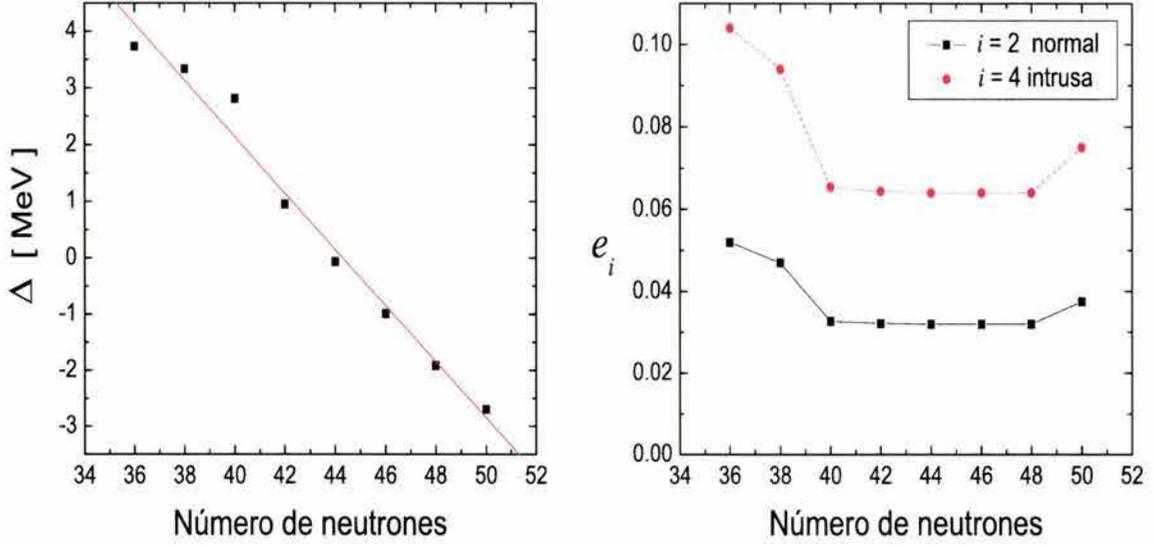


Figura 6.6: En el panel izquierdo se grafica la energía de separación entre la configuración normal e intrusa como función del número de neutrones. En el panel derecho se grafica la variación de las cargas efectivas a lo largo de la cadena de germanio.

varíe suavemente con  $N$  y  $Z$  para isótopos e isótonos vecinos. El comportamiento de los parámetros que aparecen en el Hamiltoniano del IBM-2 como función del número de neutrones  $N$ , puede obtenerse [13] interpretando microscópicamente los términos que conforman a  $H$  (ver 6.18). En la Figura 6.7 se grafica la variación de los parámetros de la Tabla 6.2 como función de  $N$ . La energía de un bosón- $d$  relativa a un bosón- $s$  está dada por  $\varepsilon$ , mientras que el parámetro  $\kappa$  mide la intensidad de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo, y el parámetro  $\chi_\nu$  es un parámetro de estructura que entra en el operador cuadrupolar  $Q_\nu$ , ver ecuación (6.21). En este trabajo, el valor de  $\chi_\nu$  es el mismo en las dos configuraciones, mientras que  $\chi_\pi$  y los parámetros de la interacción de Majorana  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  son constantes para todos los isótopos en la cadena y su valor sólo varía al cambiar de configuración.

En las subsecciones siguientes se presentarán los resultados obtenidos al aplicar el formalismo de mezcla de configuraciones en el IBM-2 a la cadena de isótopos de germanio. Los resultados de este cálculo, se presentan en la forma de esquemas de niveles de energía. Como referencia, en dichos esquemas se han incluido también los niveles de energía experimentales para cada núcleo [25]. Cada nivel ha sido etiquetado por su estado de espín y paridad,  $J^\pi$ , en el extremo izquierdo y por su energía de excitación, en unidades de keV, a su lado derecho. Todas las energías fueron colocadas entre paréntesis. Sin embargo para los estados de espín, el uso de paréntesis tiene un significado distinto e indica una asignación tentativa, ya sea de espín:  $(J)^\pi$ , paridad:  $J^{(\pi)}$ , o ambas:  $(J^\pi)$ .

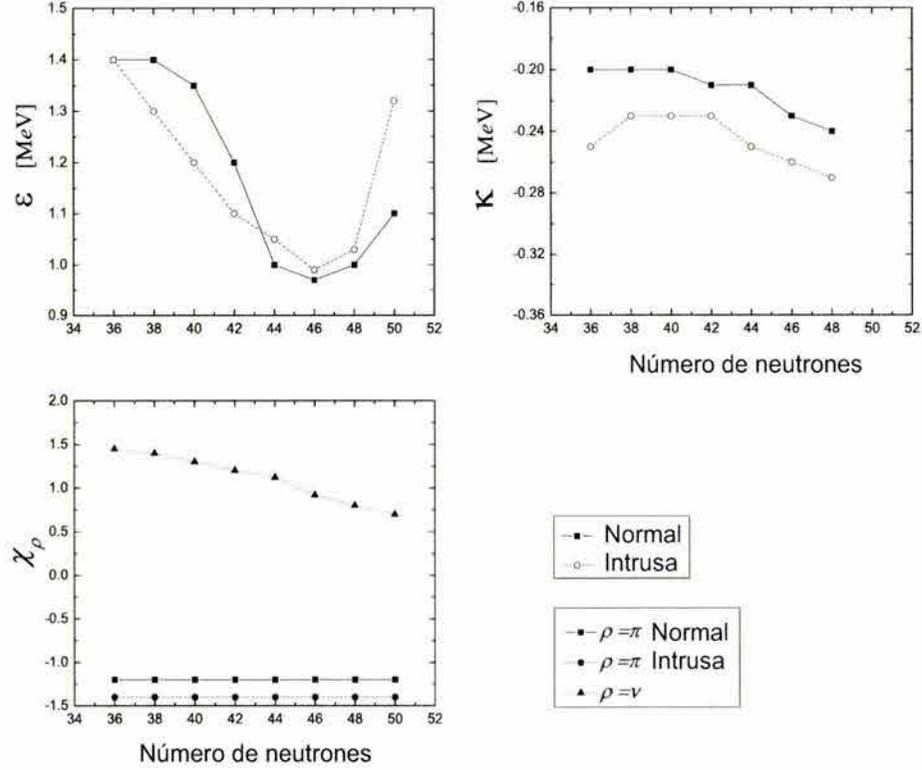


Figura 6.7: Parámetros del IBM-2 que definen las configuraciones normal e intrusa para la cadena de isótopos de Ge

Las probabilidades reducidas de transición  $B(E2)$ , y los momentos cuadrupolares estáticos  $Q_{J\pi}$  se obtienen a partir de las expresiones (6.28) y (6.29) utilizando el operador (6.25). Por simplicidad en este trabajo se supone que en ambas configuraciones la carga efectiva de protón y de neutrón son iguales y su valor se toma igual a uno, es decir  $e_{\pi 2} = e_{\nu 2} = 1$  y  $e_{\pi 4} = e_{\nu 4} = 1$ . En la Figura 6.6 se presentan los valores de las cargas efectivas  $e_2$  y  $e_4$  utilizadas en este ajuste. A diferencia de Duval *et al.* [24] los valores de estas cargas se variaron de un isótopo a otro. Sin embargo al igual que [24, 26] la razón entre la carga efectiva para la configuración intrusa y normal es fija para toda la cadena de isótopos  $e_4/e_2 = 2$  y la elección de  $e_2$  se basa en obtener un valor teórico que coincida con el valor de la transición  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ .

Los niveles teóricos se agruparon en bandas de acuerdo a las intensidades de transición cuadrupolares. Este mismo criterio se utilizó en la contraparte experimental siempre que la información disponible fue suficiente. En general la correspondencia entre los niveles teóricos y experimentales no es definitiva, ya que la información experimental existente es aún escasa en cuanto se refiere a asignación de espín, medición de probabilidades de transición electromagnéticas y momentos cuadrupolares. Inclusive, conforme el número de neutrones aumenta, la información acerca de la energía de los niveles disminuye y los

resultados teóricos obtenidos se convierten en predicciones.

### $^{68}\text{Ge}$

En la Figura 6.8 se presenta la comparación entre el esquema de niveles de energía teórico y experimental para el núcleo  $^{68}\text{Ge}$ . Los resultados teóricos se ajustan bien a los niveles identificados experimentalmente. El espaciamiento en la banda base del núcleo se reproduce bien hasta espín  $6_1^+$  (3.7161 MeV) inclusive.

En la literatura [27] los niveles de baja energía ( $\leq 2.5$  MeV) de  $^{68}\text{Ge}$  se asocian con los de un núcleo vibracional típico, con el triplete de dos-fonones formado por los estados  $4_1^+$  (2268.1 keV),  $0_2^+$  (1754.2 keV) y  $2_2^+$  (1777.6 keV). Esta interpretación es sustentada por el hecho de que experimentalmente no se observan transiciones que conecten a dichos estados entre si, y el centroide de su energía de excitación (2071 keV) se encuentra aproximadamente a dos veces la energía del primer estado  $2_1^+$ .

En la Tabla 6.3 se resumen los valores teóricos obtenidos para las principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos de  $^{68}\text{Ge}$  y se comparan con los datos experimentales disponibles. Puede verse en la Tabla anterior, que nuestra predicción teórica para la transición  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  es un orden de magnitud menor que la medición experimental, mientras que la transición entre los estados  $2^+$  es decir  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$  es sobre-estimada por nuestro modelo en casi dos ordenes de magnitud. Los valores de los momentos cuadrupolares predicen que el núcleo es esférico con una deformación ligeramente oblata para el estado  $2_1^+$  y  $2_3^+$ , mientras que el estado  $2_2^+$  parece estar caracterizado por una deformación ligeramente prolata.

En la Figura 6.9 se da la composición de los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía más baja en forma de porcentaje. Esta información permite entender cualitativamente los resultados teóricos para los valores  $B(E2)$  dados en la Tabla 6.3, ya que es de esperarse que existan altas probabilidades de transición entre estados con una naturaleza similar, pero bajas probabilidades entre estados de naturaleza distinta. La Figura 6.9 y los valores  $B(E2)$  en la Tabla 6.3 sustentan este argumento para las transiciones cuadrupolares  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  y  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ .

### $^{70}\text{Ge}$

En  $^{70}\text{Ge}$  la estructura de triplete  $4^+, 2^+, 0^+$  de dos-fonones identificado en  $^{68}\text{Ge}$  se rompe debido a un importante descenso en la energía del primer estado excitado  $0_2^+$ .

Dentro del esquema de coexistencia de forma el estado base  $0_1^+$  y el primer estado excitado  $0_2^+$  de  $^{70}\text{Ge}$  se identifican como esferoides oblato y prolato, respectivamente, que coexisten con un tercer  $0^+$  de naturaleza más deformada. La naturaleza casi esférica de ambos:  $0_1^+$  y  $0_2^+$  es sustentada por la medición [28] de las probabilidades de transición  $E0(0_i^+ \rightarrow 0_j^+)$ <sup>3</sup> utilizando conversión electrónica interna en reacciones  $(p, p')$ . Dichas

<sup>3</sup>Estas transiciones son sensibles a cambios en el radio cuadrático medio entre los niveles  $0^+$  inicial y

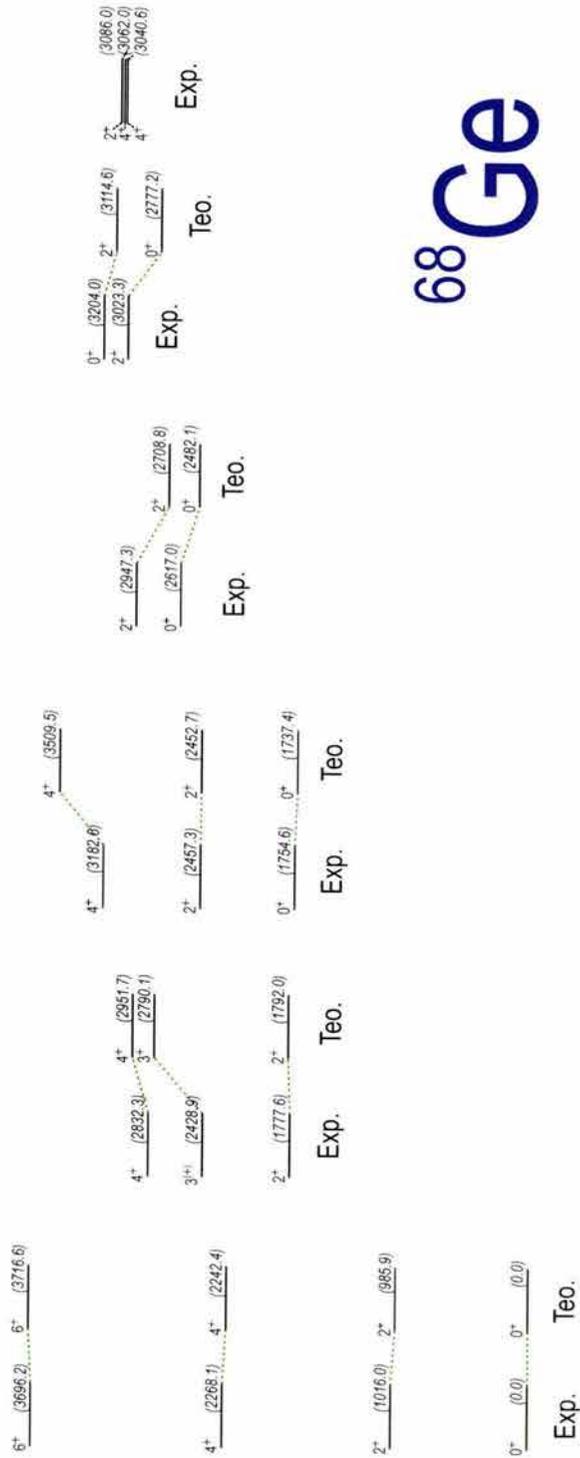


Figura 6.8: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{68}\text{Ge}$

$^{68}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.029 \pm 0.003$	0.0272
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0048
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.00023 \pm 0.00004$	0.0000
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0005
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0048
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0026
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.1527
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0008 \pm 0.0003$	0.0421
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0054
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0229 \pm 0.0030$	0.0410
$Q_{2_1^+}$	...	0.0455
$Q_{2_2^+}$	...	-0.0033
$Q_{2_3^+}$	...	0.0103

Tabla 6.3: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos para  $^{68}\text{Ge}$ . Las cargas efectivas utilizadas fueron:  $e_2 = 0.052$  y  $e_4 = 2 e_2$ .

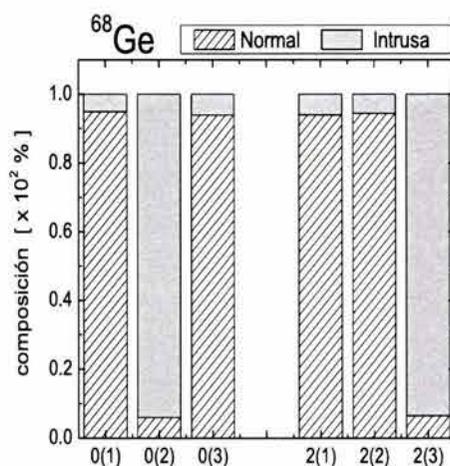


Figura 6.9: Porcentaje de composición para los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja de  $^{68}\text{Ge}$ .

mediciones indican la existencia de una transición entre los estados  $0_2^+ \rightarrow 0_1^+$  y el decaimiento preferencial de  $0_3^+ \rightarrow 0_2^+$  con respecto a  $0_3^+ \rightarrow 0_1^+$ . La naturaleza oblata de  $0_1^+$  se concluye con base en las mediciones del momento cuadrupolar eléctrico  $Q(2_1^+)$  [29, 30, 31] mientras que el caracter prolato de  $0_2^+$  es sugerido [32] por la intensidad de la transición  $(p, t)$  observada experimentalmente entre los estados  $0_1^+$  de  $^{72}\text{Ge}$  y  $0_2^+$  de  $^{70}\text{Ge}$ .

Los niveles de energía obtenidos en nuestro cálculo teórico de mezcla de configuraciones en el IBM2 se muestran en la Figura 6.10. Puede verse que nuestro resultado teórico se ajusta muy bien al espectro experimental, el espaciamiento entre los niveles de la banda base continua siendo satisfactorio hasta espín  $6_1^+$  que tiene una energía de excitación de 3.297 MeV. En este núcleo particular se obtuvo una correspondencia uno a uno entre los niveles teóricos y experimentales para energías de excitación menores que 3.2 MeV. De acuerdo a nuestro esquema, el estado  $0_2^+$  es una cabeza de banda, esta idea es sustentada por el valor de  $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$ , que experimentalmente parece ser 200 veces mayor que el decaimiento  $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$  [28]. Sin embargo los valores absolutos y relativos de las transiciones electromagnéticas indican que la estructura de bandas en  $^{70}\text{Ge}$  no puede interpretarse fácilmente.

Los valores teóricos de las principales transiciones cuadrupolares eléctricas entre los niveles de más baja energía en  $^{70}\text{Ge}$  caen muy cerca de los límites marcados por la incertidumbre de los datos experimentales disponibles. Esta comparación se presenta en la Tabla 6.4. El momento cuadrupolar estático del estado  $2_1^+$  medido experimentalmente como  $0.03 \pm 0.06 eb$  se reproduce razonablemente en nuestro cálculo  $0.0207 eb$  indicando una forma ligeramente oblata para este estado. Tomando como referencia los valores de dichos momentos para el isótopo  $^{68}\text{Ge}$  se observa que el estado  $2_1^+$  de  $^{70}\text{Ge}$  es, de acuerdo a nuestro modelo, ligeramente menos oblato que el correspondiente a  $^{68}\text{Ge}$ , mientras que la forma característica de los estados excitados  $2_2^+$  y  $2_3^+$  se invierte en  $^{70}\text{Ge}$  respecto a  $^{68}\text{Ge}$ . Para  $A = 70$  el estado  $2_3^+$  es prolato, mientras que  $2_2^+$  tiene una deformación oblata considerable.

Como puede verse en la Figura 6.11, la configuración normal representa la mayor componente en los estados de más baja energía  $0_1^+$  y  $2_1^+$  de  $^{70}\text{Ge}$ .

## $^{72}\text{Ge}$

Este núcleo es quizás el isótopo estable más importante y complicado de la cadena de germanio. Tiene un número de neutrones  $N = 40$ , que en el simple modelo de capas, coincide con el llenado del orbital  $2p_{1/2}$ .  $N = 40$  se ha sugerido [33] como una cerradura de semicapa debido a la anormalmente baja energía de excitación del estado  $0_2^+$ , que hace de  $^{72}\text{Ge}$  uno de los pocos núcleos par-par cuyo primer estado excitado tiene espín  $0^+$ <sup>4</sup>.

Cuando el número de neutrones se incrementa de  $N = 36$  ( $^{68}\text{Ge}$ ) a  $N = 38$  ( $^{70}\text{Ge}$ ) la energía de excitación del primer estado excitado  $0_2^+$  decrece. Sin embargo al ir de  $^{70}\text{Ge}$  a

---

final

<sup>4</sup>Dentro de esta inusual categoría también se encuentran los núcleos doblemente mágicos  $^{16}\text{O}$  y  $^{40}\text{Ca}$ .

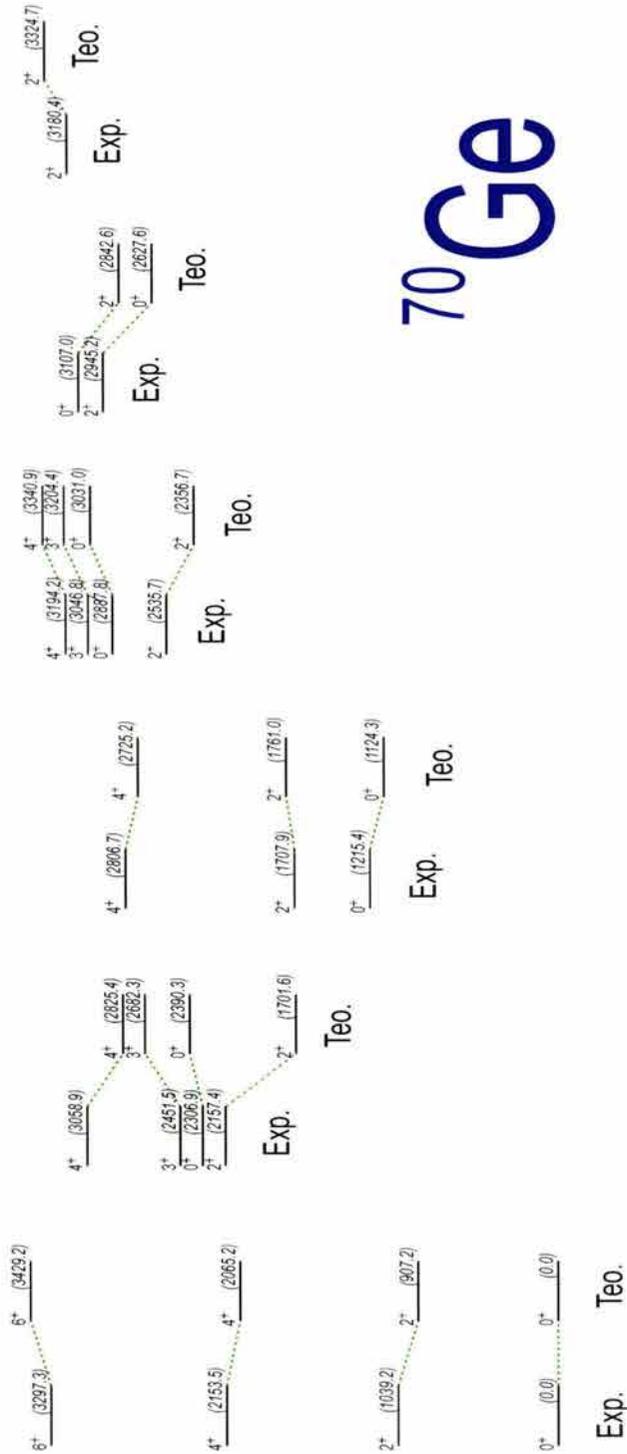


Figura 6.10: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{70}\text{Ge}$

$^{70}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.036 \pm 0.004$	0.0362
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	$0.013 \pm 0.003$	0.0168
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.00027 \pm 0.00021$	0.0002
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	$0.0036 \pm 0.0031$	0.0039
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0146
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0038
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.1283
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0497 \pm 0.0189$	0.0688
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0244
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0189 \pm 0.0034$	0.0689
$Q_{2_1^+}$	$0.03 \pm 0.06$	0.0208
$Q_{2_2^+}$	...	0.1033
$Q_{2_3^+}$	...	-0.1936

Tabla 6.4: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos para  $^{70}\text{Ge}$ . El valor del parámetro de carga efectiva  $e_2$  fue 0.047 en este caso.

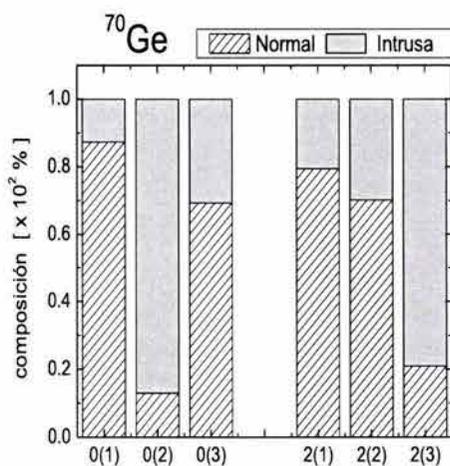


Figura 6.11: Porcentaje de composición de los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja, para  $^{70}\text{Ge}$

$^{72}\text{Ge}$  la magnitud del descenso es tan grande que el estado  $0_2^+$  se convierte en el primer estado excitado de  $^{72}\text{Ge}$ . Este abrupto descenso ha sido explicado microscópicamente en términos de la interacción de apareamiento [34] sugiriendo deformación del estado base del núcleo. Este argumento se basa en que la interacción de apareamiento puede hacer descender la energía de un estado como resultado de la excitación de las partículas de valencia más externas hacia los niveles de energía vacíos. Cuando el núcleo tiene una forma esférica, dichos niveles se encuentran energéticamente muy alejados, sin embargo si el núcleo es deformado en su estado base, dichos niveles se acercan a los niveles ocupados hasta el grado de intersectarlos, facilitando de esta manera que la interacción de apareamiento por si sola promueva su población. En los isótopos de germanio tanto protones como neutrones llenan completamente la subcapa  $p_{3/2}$ , y el primer nivel vacío pertenece entonces a la siguiente subcapa, que para el caso particular de  $^{72}\text{Ge}$  es el orbital  $f_{5/2}$  para protones y  $g_{9/2}$  para neutrones. La naturaleza del estado  $0_2^+$  continua sin embargo siendo motivo de discusión. Existen en la literatura trabajos que lo han descrito como resultado de la excitación de dos-neutrones [35, 36, 37], como excitación de dos protones [38, 39, 40], como un isómero de forma con diferente deformación a la del estado base [41, 42, 43], o como una excitación- $\alpha$  [44].

En el contexto de nuestro modelo teórico  $^{72}\text{Ge}$  representa el núcleo en el que la configuración normal e intrusa se encuentran más cercanas entre sí y por tanto en el que la mezcla de configuraciones es más fuerte. En la Figura 6.12 se presenta el espectro de niveles de energía teórico comparado con la información experimental disponible. Puede verse que la teoría se ajusta satisfactoriamente a los datos experimentales, excepto por la importante discrepancia ya manifestada en trabajos anteriores [24], que consiste en la falta de contraparte experimental para el nivel teórico  $2_3^+$ ,  $E = 1497.3$ . Esta discrepancia esta relacionada con el hecho de que experimentalmente [45, 33] el nivel  $0_2^+$  parece observarse como un nivel aislado, es decir, sin una secuencia de niveles encima de él <sup>5</sup>. En nuestro modelo teórico sin embargo, la obtención de un nivel  $0_2^+$  intruso aislado, implicaría introducir variaciones injustificadamente grandes en los parámetros del Hamiltoniano que describe la configuración intrusa. Nuestro cálculo sugiere por tanto una banda con una estructura cercana a la de un vibrador basada en  $0_2^+$ . Resultaría interesante sin embargo tratar de emplear los poderosos sistemas de detección disponibles actualmente para tratar de corroborar o descartar el papel de  $0_2^+$  como cabeza de banda en  $^{72}\text{Ge}$ .

El signo del momento cuadrupolar eléctrico del estado  $2_1^+$  en  $^{72}\text{Ge}$  se reproduce adecuadamente con nuestro modelo teórico, su magnitud, aunque ligeramente menor que el valor reportado en [18], cae dentro de la barra de incertidumbre experimental, por lo que concuerda con la asignación [30, 46] de una forma esferoidal moderadamente prolata para el estado base de este núcleo. Para el estado  $2_2^+$  sin embargo nuestro modelo predice un valor de  $Q_{2_2^+}$  que corresponde a una deformación esférico-prolata incluso menor que la de  $2_1^+$ , y difiere de las observaciones experimentales [18] que reportan una deformación

<sup>5</sup>B. Kotlinski *et al.* [46] reportan un acoplamiento muy débil entre  $0_2^+$  y  $2_2^+$  ( $B(E2) \sim 0.04$  Wu)

$^{72}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.040 \pm 0.003$	0.0423
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	$0.041 \pm 0.004$	0.0201
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.000196 \pm 0.000089$	0.0000
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	$0.000053 \pm 0.000018$	0.0016
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0246
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0018
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0292
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.114 \pm 0.012$	0.0869
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0176
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0641 \pm 0.0071$	0.0867
$Q_{2_1^+}$	$-0.12 \pm 0.08$	-0.0780
$Q_{2_2^+}$	$0.23 \pm 0.08$	-0.0403
$Q_{2_3^+}$	...	0.0801

Tabla 6.5: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos de  $^{72}\text{Ge}$ . Los parámetros de cargas efectivas utilizados fueron:  $e_2 = 0.0327$  y  $e_4 = 2 e_2$ .

oblata considerable (ver Tabla 6.5).

Para otras transiciones cuadrupolares eléctricas la comparación entre valores teóricos y experimentales presentada en la Tabla 6.5 es satisfactoria, al menos en cuanto a orden de magnitud se refiere, esto con la excepción de la transición  $2_2^+ \rightarrow 0_2^+$  cuyo valor teórico es casi dos ordenes de magnitud mayor que el experimental. Estos resultados teóricos pueden entenderse intuitivamente analizando la composición de las eigenfunciones que describen los estados correspondientes. En la Figura 6.13 puede verse con detalle la fuerte mezcla que presentan dichas funciones de onda. Es interesante observar que mientras la componente normal e intrusa son aproximadamente iguales en los estados  $0_1^+$  y  $0_2^+$ , para los estados  $2_1^+$  y  $2_2^+$  la composición comienza a ser dominada por la configuración intrusa, lo cual explica el signo obtenido para los momentos cuadrupolares eléctricos en estos dos estados.

#### $^{74}\text{Ge}$

En la Figura 6.14 puede verse que los eigenestados de energía teóricos obtenidos con nuestro modelo se ajustan bien a los datos experimentales disponibles para  $^{74}\text{Ge}$ . Sin embargo para energías de excitación mayores que 2.3 MeV la discrepancia entre las energías

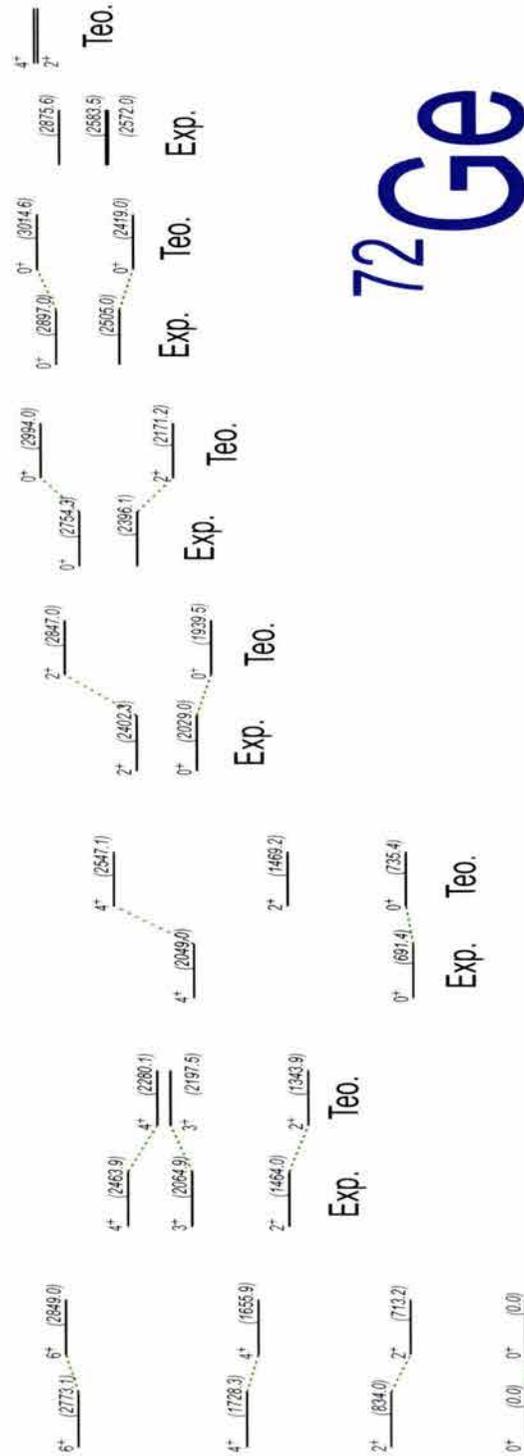


Figura 6.12: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{72}\text{Ge}$

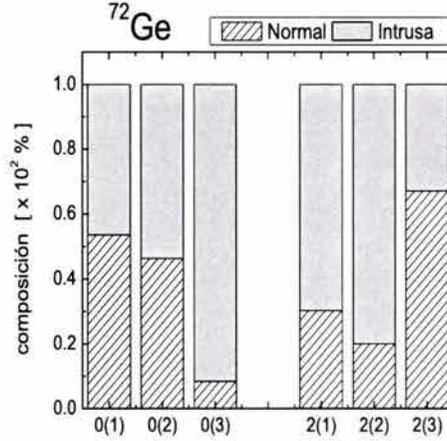


Figura 6.13: Porcentaje de composición de los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja, para  $^{72}\text{Ge}$ .

reportadas experimentalmente y los eigenvalores predichos por la teoría se incrementa considerablemente. Esto se aprecia en el esquema de niveles de la Figura 6.14, en donde un gran número de niveles de energía, sin una asignación de espín y paridad definitiva y con un pequeño espaciado de energía entre sí, carecen de una contraparte teórica. La presencia de estos niveles rompe la correspondencia uno-a-uno entre teoría y experimento, observada notablemente en el caso de  $^{70}\text{Ge}$  por ejemplo, y refleja la importante influencia de grados de libertad no considerados por nuestro modelo. A pesar de que el esquema de niveles de energía de  $^{74}\text{Ge}$  vuelve a exhibir un triplete de estados  $0_2^+$ ,  $2_2^+$ ,  $4_1^+$  cercanamente espaciados a una energía que es aproximadamente 2 veces la energía del estado  $2_1^+$  del núcleo, los valores experimentales de las transiciones cuadrupolares eléctricas entre los estados  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ ,  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$  y  $0_2^+ \rightarrow 2_1^+$  (ver Tabla 6.6) no sustentan una descripción vibracional para  $^{74}\text{Ge}$  [47]. Los valores que da nuestro modelo para estas transiciones son razonables, excepto por la  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$  que en nuestro cálculo es un orden de magnitud menor que el valor experimental reportado.

Los valores teóricos obtenidos para los momentos cuadrupolares eléctricos de los estados  $2_1^+$  y  $2_2^+$  son cercanos a los valores medidos tanto en signo como en magnitud. El momento cuadrupolar eléctrico  $Q(2_1^+)$  [30, 47] sugiere que el estado base de este núcleo está caracterizado por una deformación moderadamente prolata, que constituye a su vez la deformación máxima para la cadena isotópica de germanio. Por su parte, el momento  $Q(2_2^+)$  en conjunto con los valores  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  y  $B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)$  sugieren que al igual que en  $^{72}\text{Ge}$  [46], el estado  $2_2^+$  es la cabeza de una banda rotacional.

Como se ilustra en la Figura 6.15, las amplitudes de las eigenfunciones correspondientes a los tres primeros estados  $0^+$  y  $2^+$  indican que este núcleo es el primer isótopo de la

$^{74}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.060 \pm 0.003$	0.0622
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	$< 0.00775$	0.0030
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.00124 \pm 0.00050$	0.0003
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0002
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0234
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0008
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0115
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0997 \pm 0.0203$	0.0914
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	$0.0997 \pm 0.0203$	0.0025
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0664 \pm 0.0055$	0.0918
$Q_{2_1^+}$	$-0.19 \pm 0.02$	-0.1497
$Q_{2_2^+}$	$0.26 \pm 0.06$	0.1300
$Q_{2_3^+}$	...	-0.0162

Tabla 6.6: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricas para  $^{74}\text{Ge}$ . Las cargas efectivas utilizadas en este caso fueron:  $e_2 = 0.0322$  y  $e_4 = 2e_2$ .

cadena en el que la composición de los estados más bajos es predominantemente intrusa, y es ahora la configuración normal la que compone en gran parte a los estados excitados.

## $^{76}\text{Ge}$

$^{76}\text{Ge}$  constituye el núcleo estable más pesado de la cadena de germanio y es quizás el isótopo que tiene mayor importancia desde el punto de vista de física de partículas elementales. Esto se debe a que en  $^{76}\text{Ge}$ , es posible [48, 49] medir experimentalmente la vida media del proceso de decaimiento- $\beta$  doble sin la emisión de neutrinos. La determinación de este valor permite a su vez imponer cotas superiores para la masa del neutrino y la no-conservación del número de leptones [49].

Sin embargo, desde el punto de vista de estructura nuclear  $^{76}\text{Ge}$  es un núcleo relativamente poco estudiado. Dentro de la sistemática de los isótopos más ligeros,  $^{76}\text{Ge}$  es el núcleo en el que los estados base y primer estado excitado, con espín  $J^\pi = 2^+$  y  $4^+$  tienen la menor energía de excitación de toda la cadena. En la Figura 6.16 se presenta la comparación de nuestros resultados teóricos y los niveles de energía experimentales conocidos para este núcleo. Puede verse, que la mayoría de los estados calculados se ajustan muy bien a los niveles experimentales. Sin embargo también se observa que existe

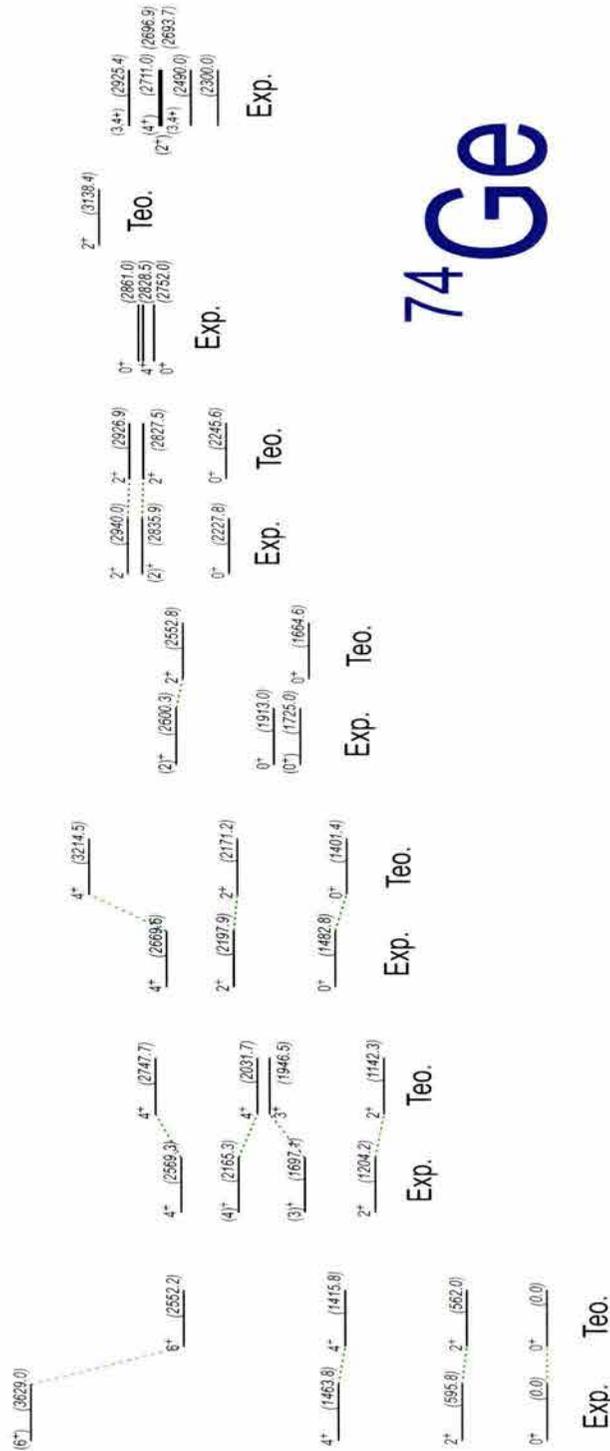


Figura 6.14: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{74}\text{Ge}$

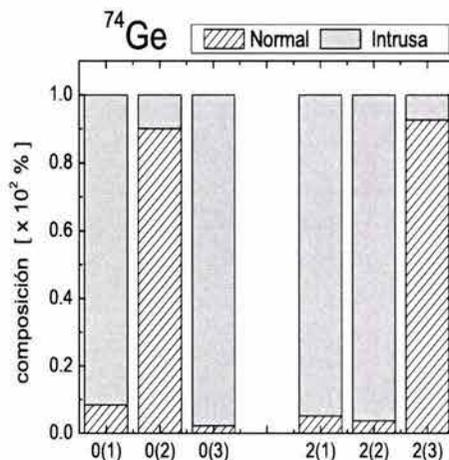


Figura 6.15: Porcentaje de composición de los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja, para  $^{74}\text{Ge}$ .

todo un conjunto de niveles que experimentalmente han sido reportados como parte de  $^{76}\text{Ge}$ , pero que nuestro modelo es incapaz de reproducir, esto último es indicador de que probablemente dichos estados están asociados con grados de libertad de partícula independiente, no incluidos en nuestra teoría. La mayoría de dichos niveles no tiene asignado un estado de espín, ni siquiera de forma tentativa, y sus energías de excitación difieren entre sí por tan sólo unos cuantos keV. Debido a ello, por claridad en el esquema 6.16 no se han colocado etiquetas sobre dichos niveles y se refiere al lector interesado a las tablas correspondientes [25].

Debido a que, al igual que en el caso de  $^{72}\text{Ge}$ , no se ha encontrado evidencia experimental de que para  $^{76}\text{Ge}$  exista una secuencia de niveles basada en  $0_2^+$ , se suele pensar que este último estado proviene de una configuración intrusa de carácter esférico. Nuestro modelo teórico predice sin embargo, un  $0_2^+$  como la cabeza de una banda vibracional formada por los niveles teóricos  $2_3^+$  ( $E_\gamma = 2503.2$  keV) y  $4_4^+$  ( $E_\gamma = 3496.6$  keV, no incluido en la figura). Nuestro nivel  $2_3^+$  parece coincidir muy bien con el correspondiente nivel experimental, sin embargo experimentalmente se ha señalado [50], aunque no reportado formalmente, que la transición entre  $2_3^+ \rightarrow 0_2^+$  es muy débil, por lo que la comparación presentada en la Figura 6.16 debe tomarse como tentativa.

Al igual que para los isótopos  $A = 72$  y  $74$  los valores del momento cuadrupolar  $Q_2$  medidos [29, 51, 30, 18] para  $^{76}\text{Ge}$  sugieren que este núcleo posee una deformación ligeramente prolata en su estado base, que sin embargo es menor que la medida para  $^{74}\text{Ge}$ , sugiriendo que la deformación decrece conforme el número de neutrones aumenta. Como puede verse en la Tabla 6.7 las principales transiciones cuadrupolares eléctricas de  $^{76}\text{Ge}$  se reproducen bastante bien con nuestra teoría, sin embargo se tiene discrepancia en la

$^{76}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.046 \pm 0.003$	0.0524
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	$< 0.00283$	0.0013
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.0017 \pm 0.0003$	0.0002
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0186
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0000
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0000
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0352
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.0746 \pm 0.0096$	0.0740
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0006
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.073 \pm 0.013$	0.0750
$Q_{2_1^+}$	$-0.14 \pm 0.04$	-0.1585
$Q_{2_2^+}$	$0.28 \pm 0.06$	0.1237
$Q_{2_3^+}$	...	0.0066

Tabla 6.7: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos de  $^{76}\text{Ge}$ .

transición  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  que de acuerdo a los datos experimentales disponibles es un orden de magnitud mayor al valor que predice el modelo teórico. Este desacuerdo en cierta forma se refleja también en el momento cuadrupolar de  $2_2^+$ , el cual si bien tiene un valor teórico congruente en orden de magnitud y signo con los datos experimentales, tiene una magnitud aproximadamente 2.4 veces menor que estos últimos valores. El alto valor de los elementos de matriz reducidos  $\langle 2_2^+ || E2 || 4_2^+ \rangle$  y  $\langle 2_1^+ || E2 || 2_2^+ \rangle$ , deducidos experimentalmente [50], sugieren que los estados  $2_2^+$  y  $4_2^+$  tienen un carácter colectivo y parecen formar parte de una banda rotacional, basada en  $2_2^+$  (*banda- $\gamma$* ).

El estado  $0_2^+$  se encuentra acoplado a los estados  $2_2^+$  y  $2_3^+$  a través de débiles probabilidades de transición. Debido a que la banda basada en este estado no ha sido observada, se sugiere que el estado  $0_2^+$  esta asociado con una configuración esférica y puede tratarse como intruso.

## $^{78}\text{Ge}$

$^{78}\text{Ge}$  es el primer isótopo radioactivo con exceso de neutrones en la cadena de germanio. La información disponible sobre este núcleo proviene de mediciones de masas [52], reacciones de transferencia de dos nucleones [53, 54], decaimiento- $\beta$  [55] y tiempos de vida media [56]. Debido a que la energía de excitación de los niveles más bajos del núcleo se incrementa

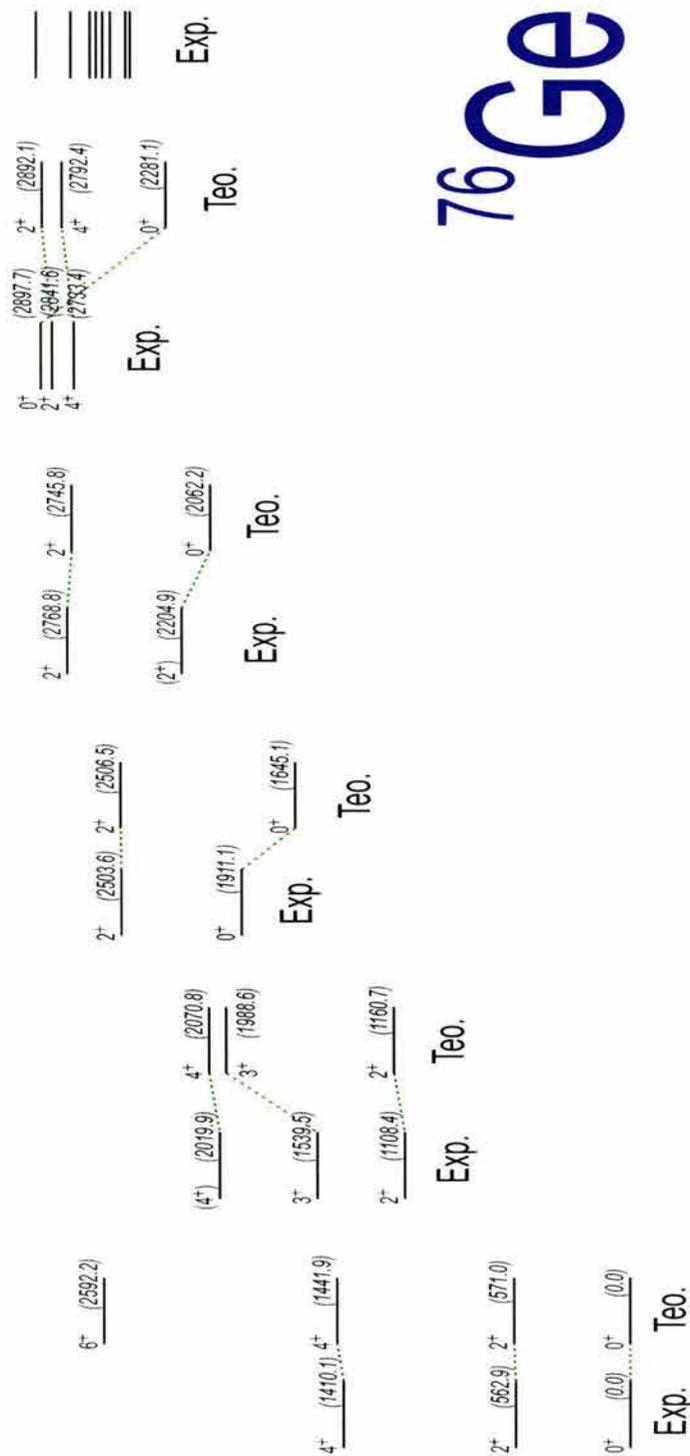


Figura 6.16: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de <sup>76</sup>Ge

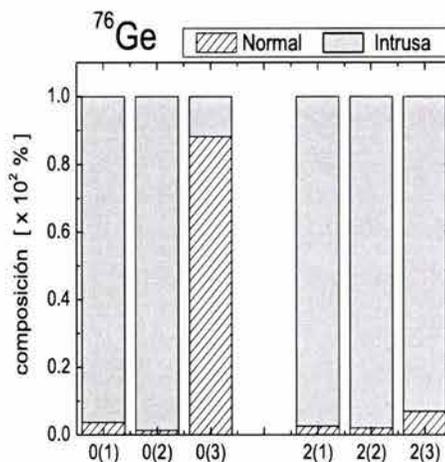


Figura 6.17: Porcentaje de composición para los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja de  $^{76}\text{Ge}$ .

ligeramente al ir de  $^{76}\text{Ge}$  a  $^{78}\text{Ge}$ , se ha sugerido [54] que este último isótopo desempeña un papel de transición entre núcleos deformados y esféricos <sup>6</sup> en la cadena de germanio.

La identificación del estado  $0_2^+$  de este núcleo es aún tentativa, sin embargo la estructura en la distribución angular [54] y el porcentaje de población en reacciones  $(t, p)$ , relativa a la del estado base ( $\sim 5\%$  de acuerdo [53]), sugieren al nivel 1547 keV como fuerte candidato para dicho estado. Adoptando esta asignación, puede verse en la Figura 6.18 que la adecuada elección del parámetro  $\Delta$  permite obtener un ajuste bastante razonable entre los niveles teóricos predichos por el IBM y las energías experimentales conocidas hasta hoy para  $^{78}\text{Ge}$ . Un aspecto que es interesante destacar es que, de ser correcta la asignación tentativa para  $0_2^+$ , la variación de la energía de excitación para dichos estados a lo largo de la cadena sufriría un decremento significativo en  $^{78}\text{Ge}$ , siguiendo una tendencia contraria a la que podría esperarse intuitivamente. Este decremento parecería sugerir que los núcleos de germanio podrían presentar un interesante retorno hacia una región de *supersuavidad* conforme  $N$  se aproxima a capa cerrada [53].

Aunque existe muy poca información disponible acerca de las probabilidades de transición electromagnéticas en  $^{78}\text{Ge}$ , en la Tabla 6.8 puede apreciarse que los valores teóricos obtenidos con nuestro modelo se aproximan bien a los valores experimentales obtenidos por W.-T. Chou *et al.* [56], discrepando por un orden de magnitud en el valor de  $B(E2)$  para la transición  $2_1^+ \rightarrow 0_2^+$ . Analizando las eigenfunciones de los tres eigenestados más bajos  $0^+$  y  $2^+$ , Figura 6.19, puede verse que la configuración intrusa domina fuertemente su composición y son únicamente los estado  $0_3^+$  y  $2_5^+$  (no mostrado en la figura) los que

<sup>6</sup>De acuerdo con la mayoría de las predicciones teóricas [57] se espera que conforme el número de neutrones se acerca a capa cerrada,  $N = 50$ , el núcleo gradualmente adquiera un carácter esférico.

$^{78}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.044 \pm 0.003$	0.0403
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	$0.00067^{+0.00048}_{-0.00020}$	0.0030
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.00107^{+0.00095}_{-0.00034}$	0.0001
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0137
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0002
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0021
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0258
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	$0.03959^{+0.03366}_{-0.01386}$	0.0531
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0017
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	$>0.02178$	0.0574
$Q_{2_1^+}$	...	-0.1829
$Q_{2_2^+}$	...	0.1187
$Q_{2_3^+}$	...	0.0096

Tabla 6.8: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos de  $^{78}\text{Ge}$ . El valor experimental reportado para  $B(E2)\uparrow$  fue obtenido en este trabajo.

presentan una componente normal de consideración ( $\sim 79\%$  y  $\sim 75\%$ , respectivamente).

### $^{80}\text{Ge}$

Como puede verse en la Figura 6.20 nuestro cálculo reproduce bastante bien las energías de los niveles que tentativamente se han identificado como parte de la banda base de  $^{80}\text{Ge}$  y también de forma muy natural la energía del primer nivel de la banda- $\gamma$ ,  $2_2^+$  ( $E = 1573.6$  keV).

A pesar de que no se tiene información respecto al nivel  $0_2^+$  en este núcleo, el valor del parámetro EFIX que se utilizó en el cálculo se eligió de manera que la posición de  $0_2^+$  teórico fuera cercana al estado experimental con energía 1972.2 keV. Debido a lo errático de la variación de la energía de  $0_2^+$  como función del número de neutrones a lo largo de la cadena es difícil decir si esta suposición es razonable. La elección se hizo con base a la información experimental disponible, y es quizás importante mencionar que no se eligió el nivel 1573.9 debido a que trabajos previos [25] sugieren para este nivel un estado de espín tentativo  $2^+$ , y los estados con energía de excitación mayor también fueron descartados como posibles candidatos del  $0_2^+$  debido a que se reporta que todos estos niveles presentan una transición hacia el estado que parece corresponder al estado  $4_1^+$ .

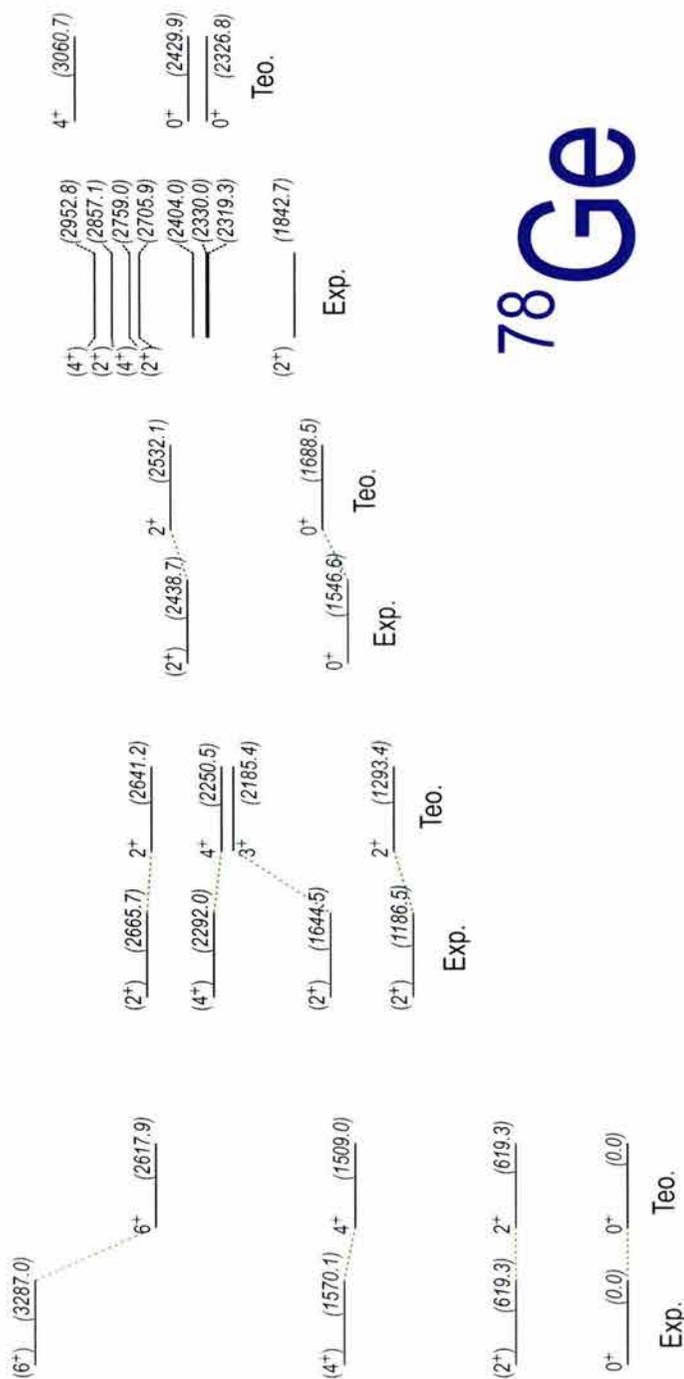


Figura 6.18: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{78}\text{Ge}$

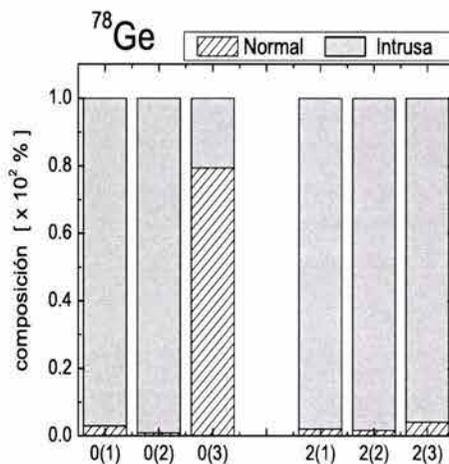


Figura 6.19: Porcentaje de composición para los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja de  $^{78}\text{Ge}$ .

En la Tabla 6.9 se listan los valores de las principales transiciones cuadrupolares eléctricas predichas por nuestro modelo, comparadas con la única información experimental disponible, proveniente también de nuestro trabajo experimental.

### $^{82}\text{Ge}$

En la Figura 6.22 se presenta el ajuste teórico obtenido para el núcleo semimágico  $^{82}\text{Ge}$ , debido a la cerradura de la capa de neutrones el número de bosones de neutrón para este núcleo es  $N_\nu = 0$  y se tienen únicamente los bosones de protón. Debido a ello el término  $Q_\pi \cdot Q_\nu$  tiene una contribución nula a la energía y entonces el valor del parámetro  $\kappa$  debe ser cero (ver Figura 6.7). La reducción del espacio de estados es crítica en este caso. La energía de separación  $\Delta$  para  $^{82}\text{Ge}$  se eligió extrapolando el comportamiento lineal que se ilustra en la Figura 6.6. Este valor tan grande envía el primer estado  $0^+$  de la configuración normal, a una energía de excitación de 4.6335 MeV, por lo que los tres primeros estados  $0^+$  pertenecen ahora a la configuración intrusa. Aunque no se tiene la certeza de que esto refleje el comportamiento que experimentalmente pueda llegar a observarse en el núcleo, constituye la predicción de nuestro modelo teórico basada en la suave extrapolación de los parámetros que determinan el Hamiltoniano (6.60).

A diferencia del resto de los isótopos en la cadena, las cargas efectivas para  $^{82}\text{Ge}$  se tomaron como una extrapolación de las cargas correspondientes a los isótopos con masa  $A = 78$  y  $A = 80$ , la razón de esto fue que como consecuencia del inesperadamente grande valor de  $B(E2)$  medido experimentalmente buscar que el valor teórico coincida con el valor experimental implicaría una abrupta e injustificada variación en los parámetros. En la Tabla 6.10 se listan los valores que se obtuvieron para las probabilidades de transición

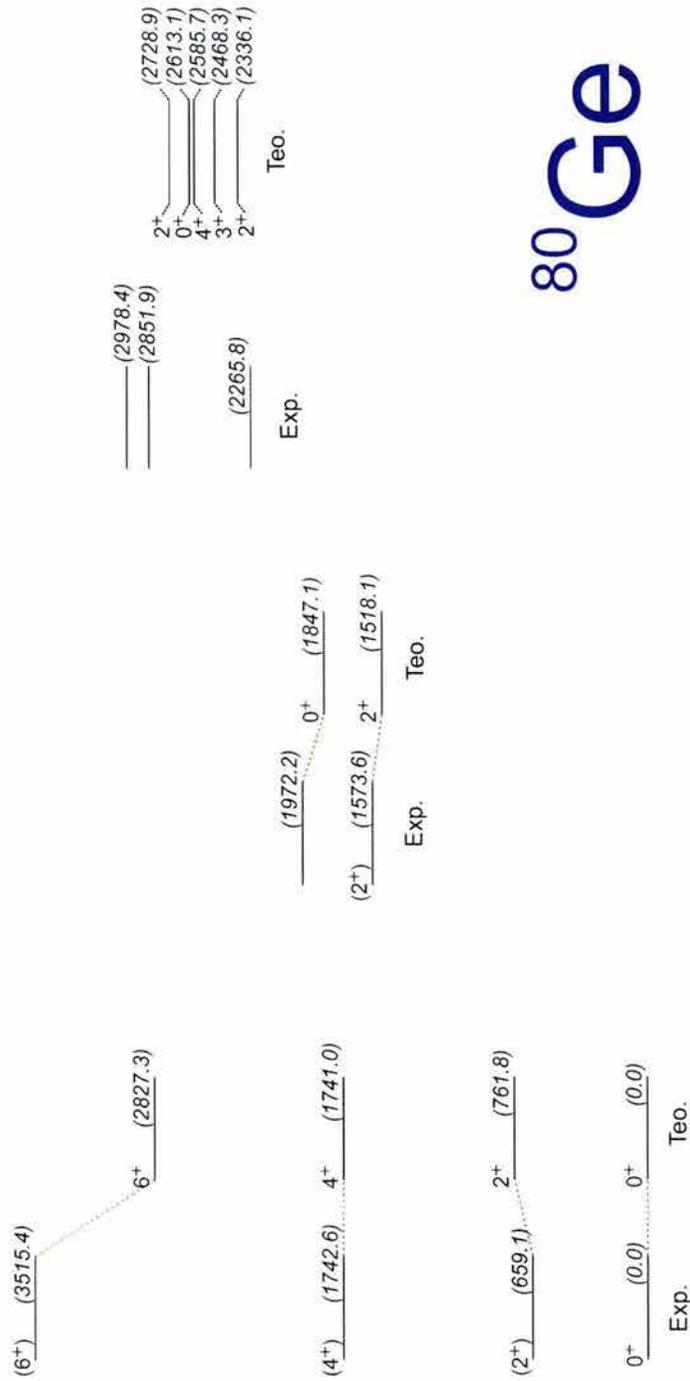


Figura 6.20: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{80}\text{Ge}$

$^{80}\text{Ge}$	experimental [ $e^2b^2$ ]	teórico [ $e^2b^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.028 \pm 0.005$	0.0276
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0035
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0000
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0096
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$	...	0.0000
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0000
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0012
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	...	0.0392
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0000
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	...	0.0390
$Q_{2_1^+}$	...	-0.1360
$Q_{2_2^+}$	...	0.0518
$Q_{2_3^+}$	...	0.1925

Tabla 6.9: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos de  $^{80}\text{Ge}$ . El valor experimental reportado para  $B(E2) \uparrow$  fue obtenido en este trabajo.

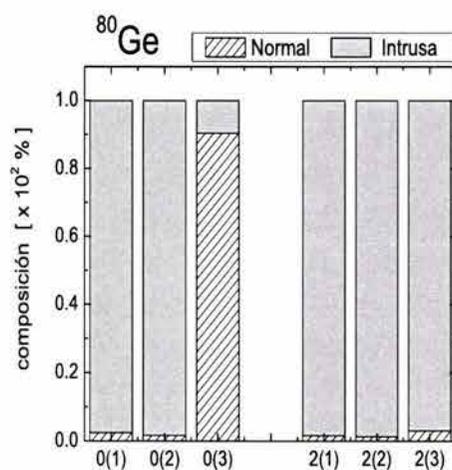


Figura 6.21: Porcentaje de composición para los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja de  $^{80}\text{Ge}$ .

$^{82}\text{Ge}$	experimental [ $e^2\text{b}^2$ ]	teórico [ $e^2\text{b}^2$ ]
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$0.025 \pm 0.005$	0.0232
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0041
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	...	0.0001
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	...	0.0001
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_3^+)$		0.0000
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)$		0.0001
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$		0.0071
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	...	0.0342
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 2_2^+)$	...	0.0012
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	...	0.0345
$Q_{2_1^+}$	...	-0.0327
$Q_{2_2^+}$	...	0.0210
$Q_{2_3^+}$	...	-0.0010

Tabla 6.10: Principales transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos de  $^{76}\text{Ge}$ . El valor experimental reportado para  $B(E2)_{\uparrow}$  fue obtenido en este trabajo.

y momentos  $E2$  más importantes de este núcleo.

Los únicos parámetros del IBM-1 que bajo la proyección corresponden a los parámetros del IBM-2 para  $^{82}\text{Ge}$  y son no nulos son  $\bar{\epsilon}_{\text{normal}} = 1.10$  y  $\bar{\epsilon}_{\text{intrusa}} = 1.32$

Para identificar el tipo de simetría presente en el núcleo, resulta útil determinar el valor de las razones  $R$ ,  $R'$  y  $R''$  (relaciones (6.32)-(6.34)). Estas probabilidades de transición relativas adquieren valores fijos en los límites de simetría exactos  $U(5)$ ,  $SO(6)$  y  $SU(3)$ . La cercanía a estos límites, para un núcleo específico, da indicio sobre su comportamiento y estructura. En la Figura 6.24 se muestran los valores de las razones antes mencionadas como función del número de masa. Como referencia en dicha figura se presenta también la tendencia experimental, que de acuerdo a [56] caracteriza a dichas probabilidades relativas. En general puede verse un buen acuerdo entre nuestro modelo y los valores experimentales, excepto en algunos casos donde los valores experimentales adquieren valores que están fuera del alcance de nuestro modelo, como son el valor de  $R$  para  $^{70}\text{Ge}$ , y los valores de  $R'$  y  $R''$  para  $^{72}\text{Ge}$ . Es importante mencionar que debido a la elección de cargas efectivas, *i.e.*,  $e_{\pi} = e_{\nu} = 1$  y  $e_4 = 2e_2$ , las razones presentadas son independientes de las cargas efectivas <sup>7</sup> y representan por tanto una prueba de la función de onda de cada núcleo.

<sup>7</sup>Solo influye el valor de la razón  $e_4/e_2$  que en este cálculo se mantuvo constante e igual a 2 para toda la cadena.

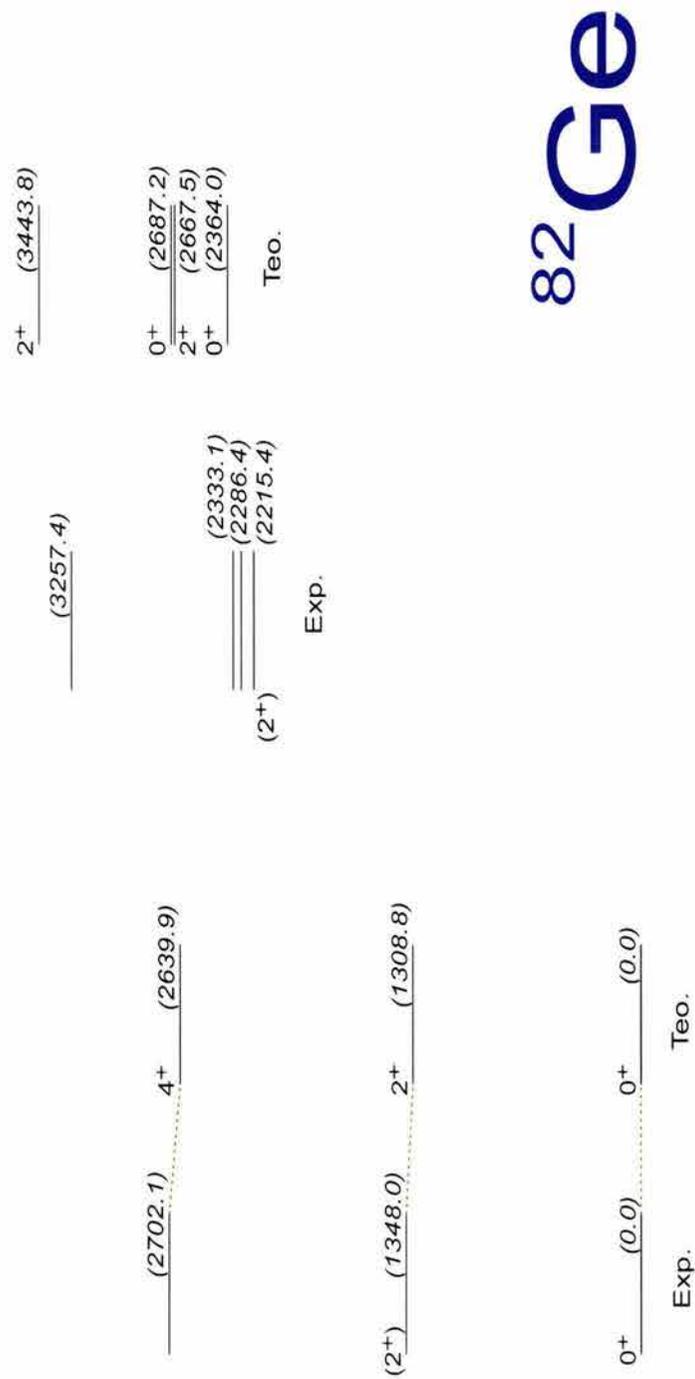


Figura 6.22: Comparación entre los niveles de energía experimentales y teóricos de  $^{82}\text{Ge}$

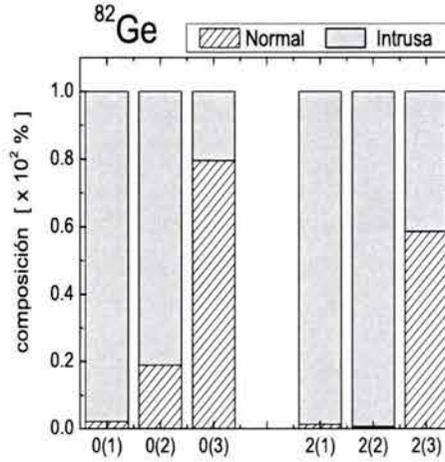


Figura 6.23: Porcentaje de composición para los tres estados  $0^+$  y  $2^+$  con energía de excitación más baja de  $^{82}\text{Ge}$ .

Estas razones de valores  $B(E2)$  indican que los núcleos  $^{68}\text{Ge}$  así como  $^{74-78}\text{Ge}$  presentan un comportamiento cercano al límite  $O(6)$  ( $\gamma$ -inestable), mientras que para los isótopos  $^{70,72}\text{Ge}$  es cercano al límite  $U(5)$  (vibrador). Finalmente para los isótopos con exceso de neutrones  $^{80}\text{Ge}$  y  $^{82}\text{Ge}$  se observa una estructura intermedia entre las simetrías  $O(6)$  y  $U(5)$ .

### 6.4.1 Reacciones de transferencia.

Una de las evidencias experimentales más importantes que sustenta la existencia de transición de forma y mezcla de configuraciones en la cadena de isótopos de germanio lo constituyen las mediciones de las llamadas intensidades de transferencia de dos-nucleones, definidas como la razón de secciones eficaces de transferencia

$$\sigma(A0_1^+ \rightarrow A\pm 20_2^+)/\sigma(A0_1^+ \rightarrow A\pm 20_1^+) . \quad (6.62)$$

Estas razones son muy sensibles a las probabilidades de ocupación de los estados de partícula independiente cerca de la superficie de Fermi y por lo tanto a las correlaciones de apareamiento.

Desde el punto de vista del mecanismo de reacciones de transferencia, la región de mayor interés dentro de la cadena de germanio lo constituye la vecindad de la *semicapa*  $N = 40$ , ya que se cree que entorno a ella ocurre la transición de forma de la configuración base del núcleo. Experimentalmente se ha observado que la excitación del estado  $0_2^+$  de  $^{72}\text{Ge}$ , con energía de excitación 690 keV, es extremadamente débil en reacciones de despojo de  $2n$  [58] ( $2 \times 10^{-3}$  del estado base), aunque resulta fuertemente poblado en reacciones

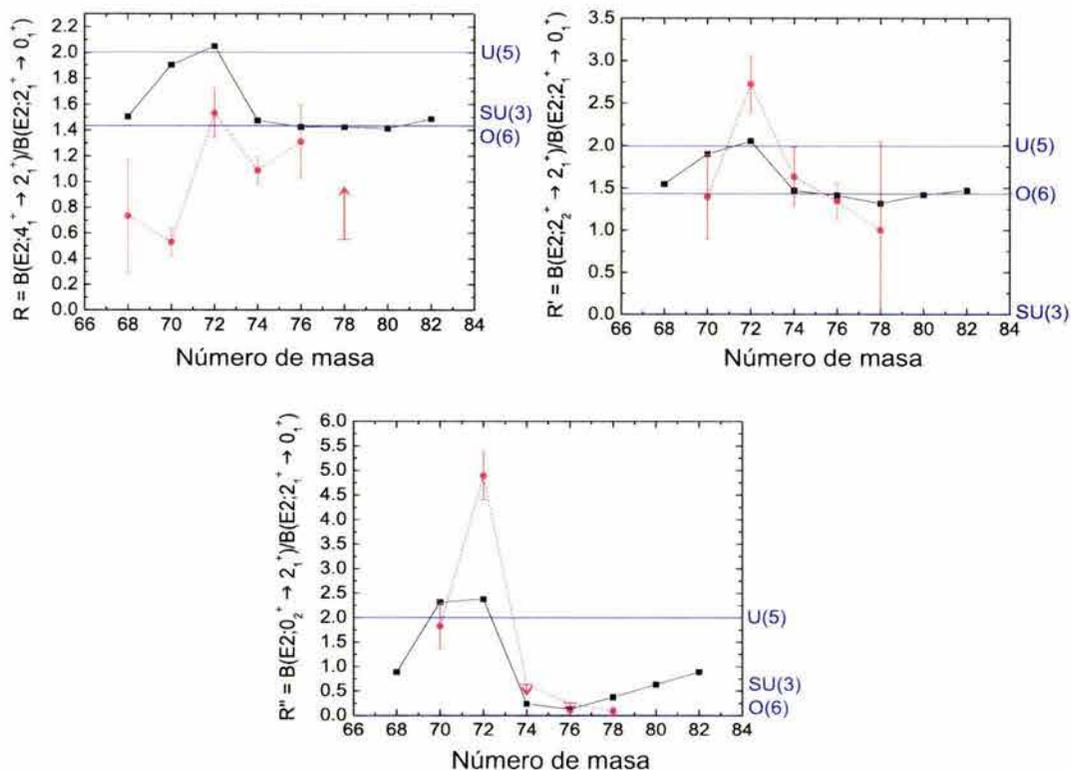


Figura 6.24: Variación de las razones  $R$ ,  $R'$  y  $R''$  como función del número de masa en la cadena de germanio. Los valores experimentales fueron tomados de la referencia [56].

de captura de dos neutrones ( $p, t$ ) [36, 59, 33] (27% del estado base). Suponiendo, como es usual (ver por ejemplo [32]), que intensidades de transferencia grandes ocurren entre estados con naturaleza similar mientras que intensidades débiles se presentan entre estados con naturaleza distinta. La intensidad débil de despojo de  $2n$  sugiere que la naturaleza esférica del estado base  $0_1^+$  de  $^{70}\text{Ge}$  difiere de la que caracteriza a  $0_2^+$  en  $^{72}\text{Ge}$ , a la que se le atribuye un carácter deformado y se convierte en la configuración base del núcleo en el isótopo  $^{74}\text{Ge}$ .

En el contexto de IBA-2 es posible calcular estas intensidades de transferencia utilizando las funciones de onda que diagonalizan los Hamiltonianos correspondientes a los núcleos vecinos  $A$  y  $A \pm 2$ , para calcular los elementos de matriz reducidos de los operadores  $s$  o  $s^\dagger$ , para reacciones  $(t, p)$  y  $(p, t)$  respectivamente. Es importante mencionar que el estudio del núcleo  $^{72}\text{Ge}$  constituye sin embargo una interesante particularidad en nuestro modelo teórico. Esto se debe a que la transferencia de dos nucleones, naturalmente obtenida a través de los operadores  $P_{\pm\nu}^{(0)}$  (ver Sección 6.3), carece de sentido cuando los dos núcleos de interés poseen el mismo número de bosones de neutrón. Este caso se presenta entre  $^{70}\text{Ge}$  (5 bosones de partícula) y  $^{72}\text{Ge}$  (5 bosones de agujero). Aunque un esquema similar debió ser resuelto por P. Duval *et al.* en su estudio de la cadena de ger-

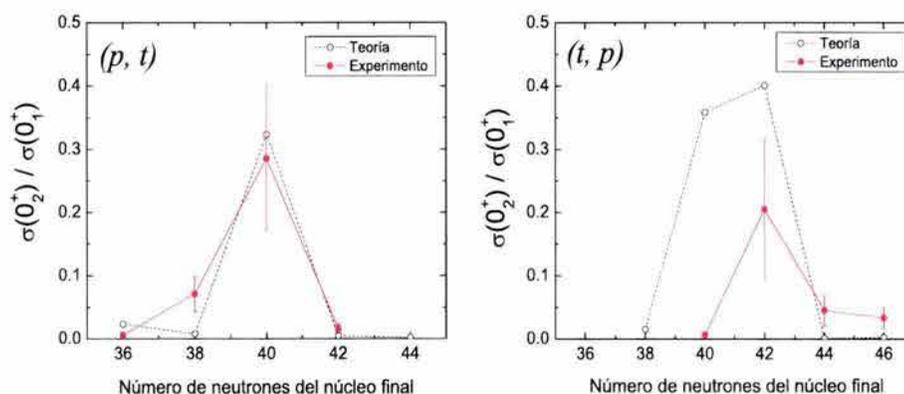


Figura 6.25: Comparación entre los la información experimentales disponible y los resultados del cálculo teórico del modelo IBM-2 con mezcla de configuraciones para las intensidades de transferencia de dos neutrones.

manio [24], no es claro de sus publicaciones la forma en la que ésta situación fue resuelta. En este trabajo la intensidad de transferencia de dos nucleones entre  $^{70}\text{Ge}$  y  $^{72}\text{Ge}$  fue calculada *sustituyendo* los operador  $P_{\pm\nu}^{(0)}$  por  $N_s$  esta natural elección está sustentada por la comparación de los valores asintóticos correspondientes a los elementos de matriz de  $P_{\pm\nu}^{(0)}$  comparados con los de  $N_s$  en los tres límites de simetría exacta  $U(5)$ ,  $O(6)$  y  $SU(3)$ . Los resultados del cálculo de las intensidades de transferencia para los isótopos estables de la cadena de germanio se muestra en la Figura 6.25.

Puede verse que el acuerdo obtenido entre nuestros cálculos y los datos experimentales disponibles para reacciones  $(p, t)$  es muy bueno, sin embargo para reacciones  $(t, p)$  este acuerdo se rompe, aunque burdamente se reproduce la tendencia de las intensidades experimentales nuestro modelo claramente sobrestima la transición hacia el estado  $0_2^+$  en las reacciones  $^{70}\text{Ge}(t, p)^{72}\text{Ge}$  y  $^{72}\text{Ge}(t, p)^{74}\text{Ge}$ .

### 6.4.2 Formas asociadas a los isótopos de germanio

Una forma de comprobar la consistencia de nuestro cálculo de IBM-2 y de identificar la forma del núcleo que se esta estudiando, fue introducida en años recientes por E. Lopez y O.Castaños [9] utilizando la teoría de catástrofes para realizar un cuidadoso estudio de las superficies de energía en el IBM-1. Proyectando el espacio del IBM-2 sobre el IBM-1<sup>8</sup> fue posible aplicar este formalismo al presente estudio de la cadena de germanio.

En la Figura 6.26 se muestran los parámetros de control de las superficies de energía correspondientes a las dos configuraciones presentes en cada isótopo, antes de ser mezcladas. La posición especificada por la pareja  $r_1$  y  $r_2$  sobre el espacio de parámetros (ver Figura 6.2) determina la forma del núcleo.

En general todos los puntos correspondientes a la cadena caen muy cerca del origen.

<sup>8</sup>Los parametros del IBM-1 correspondientes a cada núcleo se dan en el Apéndice H.

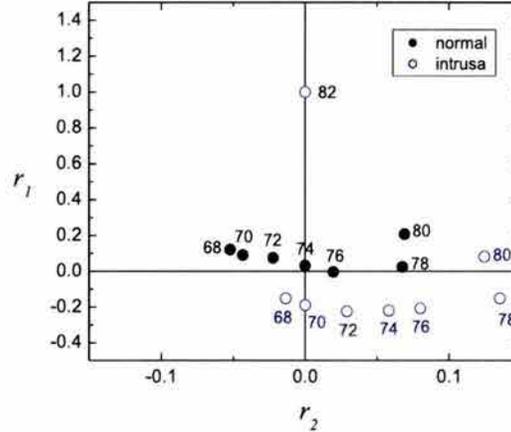


Figura 6.26: Parámetros de control de las configuraciones normal e intrusa para la cadena de isótopos de Ge

El valor positivo de  $r_1$  para la configuración normal de  $^{68,70,72}\text{Ge}$  indica una forma esférica ligeramente oblata, debido a que  $r_2 < 0$ . Este caracter oblato desaparece gradualmente conforme  $N$  aumenta. Para  $^{74}\text{Ge}$  el valor de  $r_2 = 0$  indica que la superficie es puramente esférica y se transforma en esférico-prolata  $r_2 > 0$  para los isótopos  $^{78,80}\text{Ge}$ . Para la configuración intrusa se tiene que gran parte de los isótopos,  $A = 68-78$ , se localizan en la región de deformación prolata. El valor de  $r_2 < 0$  indica sin embargo, que el principal mínimo intruso para  $^{68}\text{Ge}$  es de caracter oblato mientras que para  $^{70}\text{Ge}$  el valor de  $r_2 = 0$  implica que los dos mínimos en la superficie de energía intrusa tienen la misma profundidad. Un aspecto importante que puede apreciarse en la Figura 6.26 es el comportamiento anómalo que presentan las dos configuraciones de  $^{80}\text{Ge}$  (ambas son esféricas prolatas) y  $^{82}\text{Ge}$  (que coincide exactamente con el límite de simetría  $U(5)$ ), dicho comportamiento refleja la reducción en el número de bosones de neutrón al aproximarse a la capa cerrada  $N = 50$  y en el caso particular de  $^{82}\text{Ge}$  el valor nulo de los parámetros  $\chi_\pi$  y  $\kappa$ .

La forma asociada a cada configuración, resumida en la Figura 6.26, puede apreciarse al graficar la superficie de energía correspondiente. En las Figuras 6.27 y 6.28 se presentan las gráficas  $\epsilon(\beta, 0)$  como función del parámetro  $\beta$  correspondientes a los isótopos  $^{68-74}\text{Ge}$  y  $^{76-82}\text{Ge}$  respectivamente. Para cada núcleo el panel izquierdo muestran las superficies asociadas a las configuraciones independientes, antes de ser mezcladas, mientras que en el panel derecho se muestran las superficies después de ser mezcladas (ver Sección 6.3.2) la comparación de estas dos situaciones permite apreciar el efecto de la mezcla sobre la configuración final del estado base para cada núcleo.

En el panel derecho de la Figura 6.27 se aprecia de forma muy clara la inversión en las configuraciones del núcleo al ir de  $^{72}\text{Ge}$  a  $^{74}\text{Ge}$ . Después de la mezcla las superficies

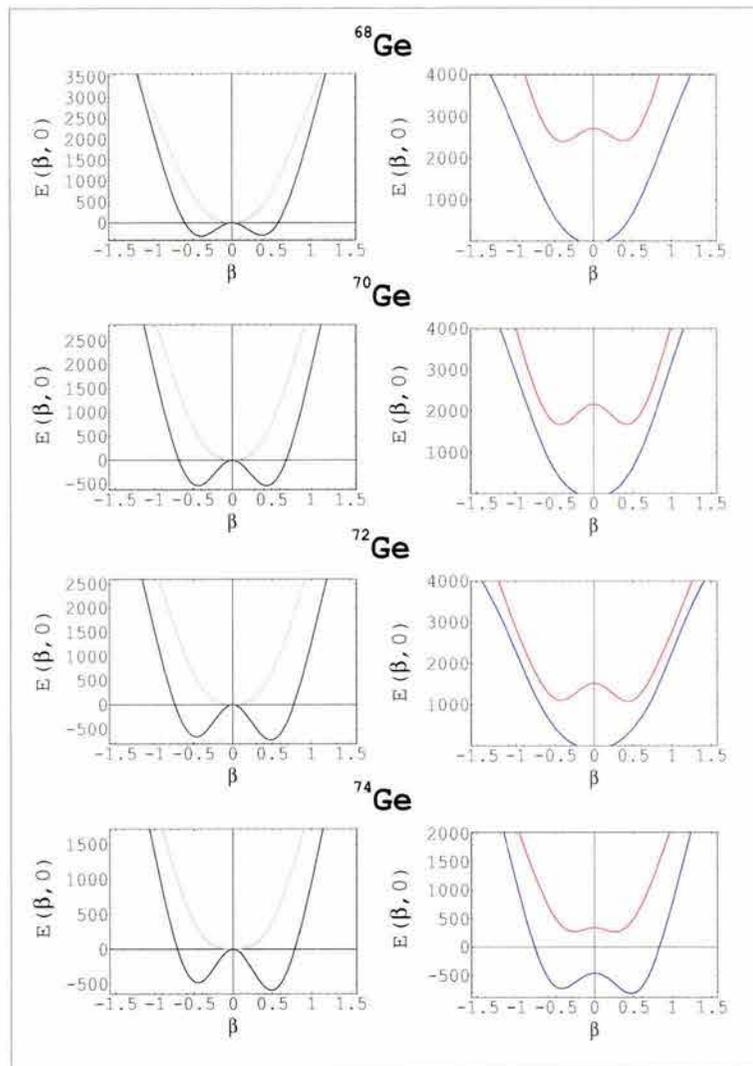


Figura 6.27: Superficies de energía para  $^{68-74}\text{Ge}$ . En el panel izquierdo se presentan las superficies de las configuraciones normal (gris) e intrusa (negro) antes de ser mezcladas. En el panel derecho se presentan las superficies después de la mezcla.

base y excitada se encuentran compuestas por una parte normal y una intrusa. Una importante comprobación de la consistencia de nuestro cálculo usando el IBM-2 con Mezcla de Configuraciones y el análisis geométrico dentro del IBM-1 que también incluye dicha mezcla es la comparación de los porcentajes de composición que caracterizan a la superficie con energía más baja con la composición obtenida para el estado  $0_1^+$  (ver Tablas 6.12 y 6.12). En las Figuras 6.29 y 6.30 se presenta la composición de la superficie de energía para los isótopos de germanio que después de la mezcla tiene menor energía como función del parámetro  $\beta$ .

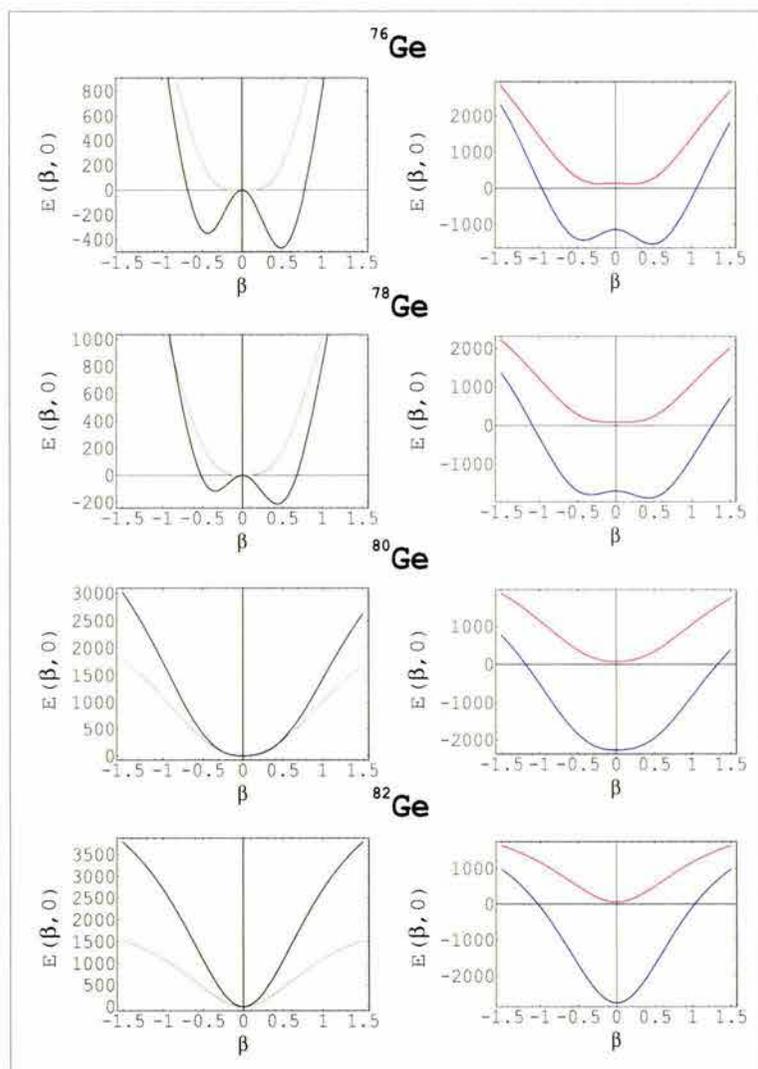


Figura 6.28: Superficies de energía  $E(\beta, 0)$  en keV para  $^{76-82}\text{Ge}$ . En el panel izquierdo se presentan las superficies de las configuraciones normal (gris) e intrusa (negro) antes de ser mezcladas. En el panel derecho se presentan las superficies después de la mezcla.

	68		70		72		74	
	normal	intrusa	normal	intrusa	normal	intrusa	normal	intrusa
IBM-2 con MC	94.9	5.1	87.3	12.7	53.7	46.3	7.9	92.2
IBM-1 con MC	97.9	2.1	96.7	3.28	39.3	60.7	4.3	95.7

Tabla 6.11: Comparación entre las composiciones de: el estado base  $0_1^+$  del núcleo (cálculo IBM-2 con MC) y la superficie de energía más baja después de la mezcla de configuraciones (IBM-1 con MC) para los isótopos  $^{68-74}\text{Ge}$ .

	76		78		80		82	
	normal	intrusa	normal	intrusa	normal	intrusa	normal	intrusa
IBM-2 con MC	3.6	96.4	2.9	97.1	2.4	97.6	2.1	97.9
IBM-1 con MC	2.9	97.1	2.3	97.7	2.3	97.7	2.0	98.0

Tabla 6.12: Comparación entre las composiciones de: el estado base  $0_1^+$  del núcleo (cálculo IBM-2 con MC) y la superficie de energía más baja después de la mezcla de configuraciones (IBM-1 con MC) para los isótopos  $^{76-82}\text{Ge}$ .

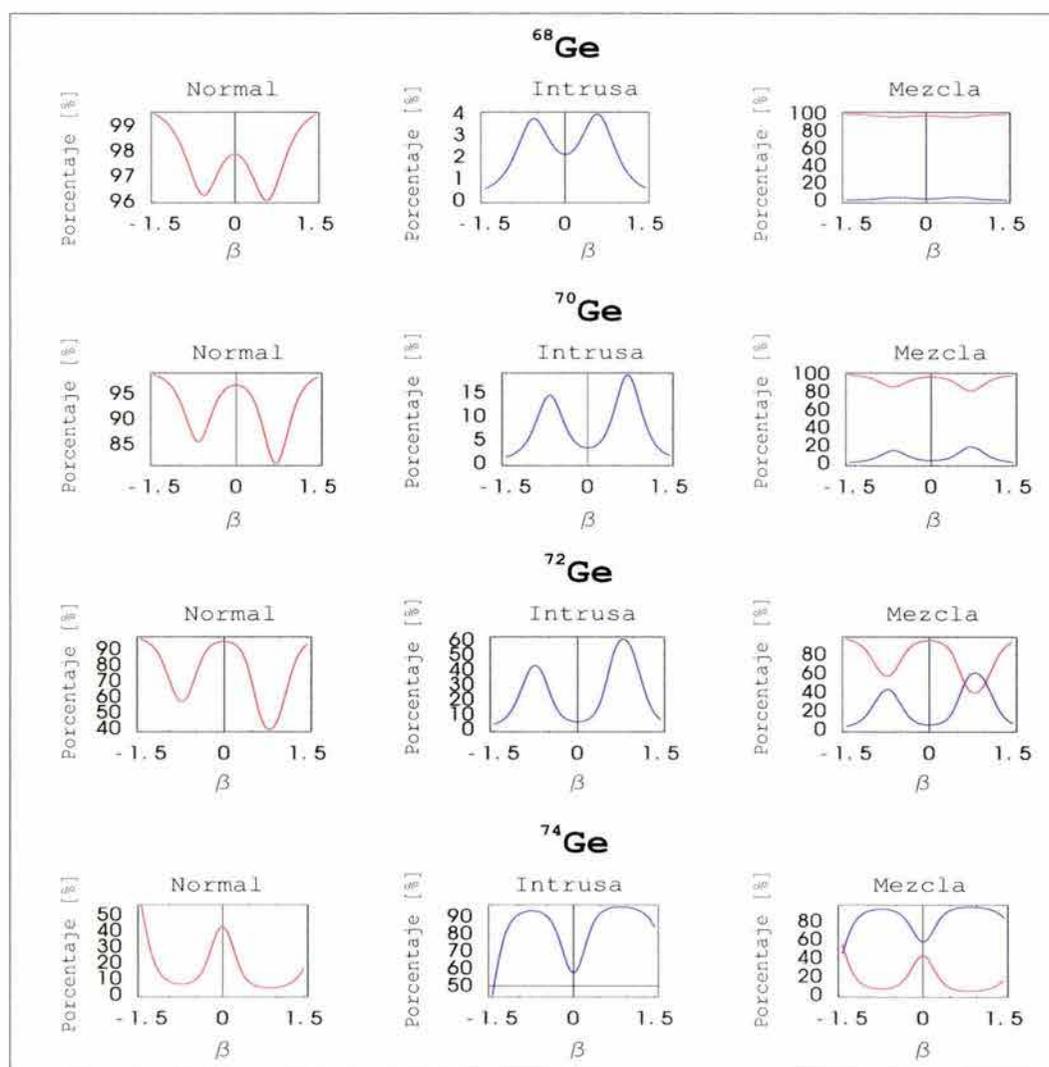


Figura 6.29: Porcentajes de composición de la configuración normal e intrusa en la superficie de energía de más baja energía para  $^{68-74}\text{Ge}$

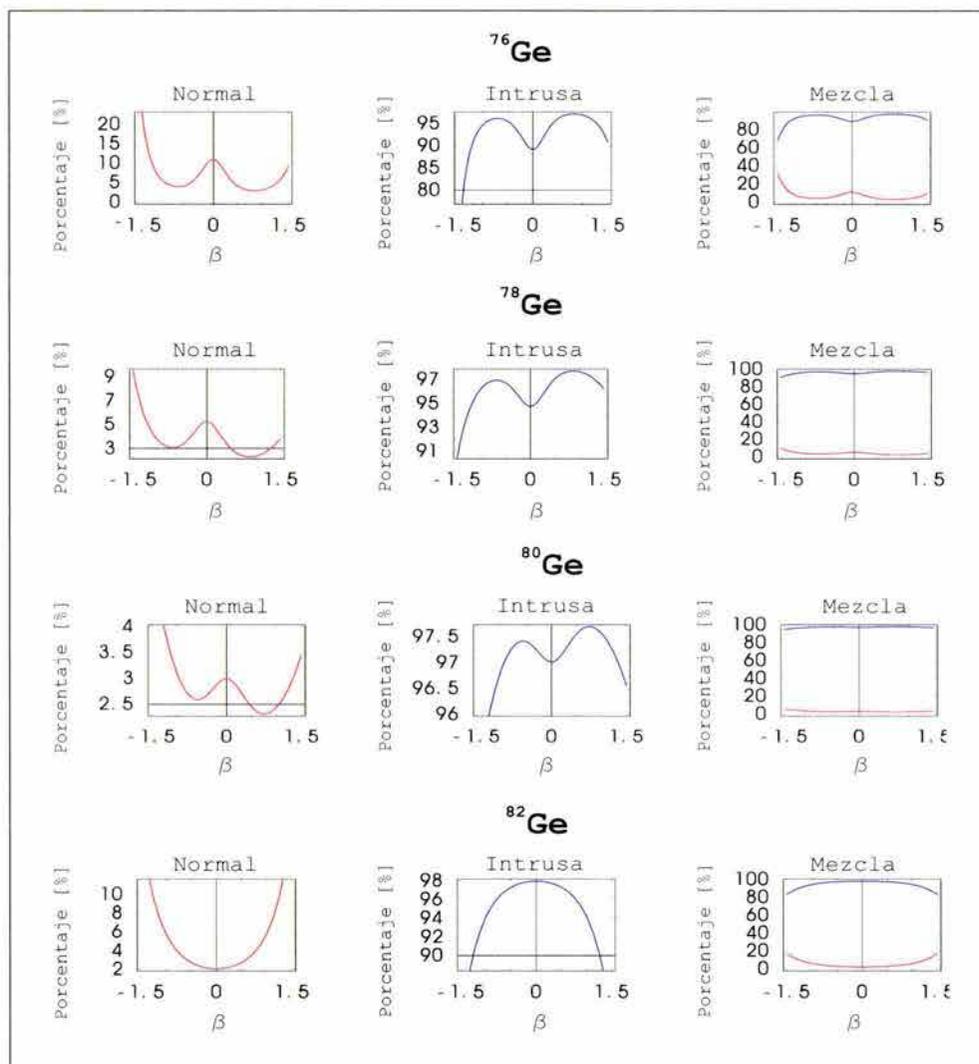


Figura 6.30: Porcentajes de composición de la configuración normal e intrusa en la superficie de energía de más baja energía para  $^{76-82}\text{Ge}$

## 6.5 Conclusión

En este Capítulo se estudió la estructura nuclear de los isótopos de germanio con número de masa  $A = 68$  a  $A = 82$ , mediante el Modelo de Bosones Interactuantes más Mezcla de Configuraciones. Se utilizó un Hamiltoniano modelo que incluye el término de bosón independiente, la interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre bosones de protón y neutrón, y la interacción de Majorana. Esto es se utilizaron 11 parámetros independientes de los cuales 5 se fijaron para todos los núcleos y los otros 5 se variaron en forma continua y suave. Para las cargas efectivas que definen los operadores de transición cuadrupolar eléctrica se utilizaron dos parámetros pero su cociente se mantuvo fijo para toda la cadena.

De los espectros de energía se puede notar que los núcleos  $^{68}\text{Ge}$  y  $^{70}\text{Ge}$  tienen aproximadamente un comportamiento vibracional, siendo el de  $^{68}\text{Ge}$  el más característico de este límite, mientras que el estado base de  $^{70}\text{Ge}$  es influenciado ligeramente por la configuración intrusa ( $\sim 12\%$ ). Estos dos núcleos tienen un momento cuadrupolar positivo que es característico de una deformación ligeramente oblata, que sin embargo no logra manifestarse en su superficie de energía en donde no presentan deformación. El núcleo  $^{72}\text{Ge}$  presenta también un espectro de energía con características vibracionales, sin embargo la constitución de la banda base presenta ya una fuerte mezcla de las configuraciones esférica ( $\sim 58\%$ ) y deformada ( $\sim 48\%$ ). El cálculo de los cocientes  $R$ ,  $R'$  y  $R''$  confirma estos resultados para los isótopos de germanio mencionados.

Los isótopos  $^{74}\text{Ge}$  y  $^{76}\text{Ge}$  presentan un espectro que es más cercano a un comportamiento característico del límite  $O(6)$  con deformación prolata y esto es corroborado por sus superficies de energía, las cuales en efecto presentan mínimos deformados. En estos núcleos las razones  $R$ ,  $R'$  y  $R''$  también concuerdan con el comportamiento mencionado.

Los tres núcleos siguientes  $^{78}\text{Ge}$ ,  $^{80}\text{Ge}$  y  $^{82}\text{Ge}$  presentan exceso de neutrones y sufren decaimiento radioactivo. La aplicación de nuestro modelo a estos isótopos es una extrapolación que parece reproducir razonablemente los espectros de energía conocidos hasta hoy y también los valores de  $B(E2)$  (medidos en la parte experimental de este trabajo), usando parámetros de carga efectiva que varían suavemente con respecto a los del resto de la cadena. La conclusión final de hasta que grado nuestras predicciones teóricas son adecuadas para describir los estados de más baja energía en estos núcleos radioactivos, requiere sin embargo de mayor información experimental sobre los espectros de energía, transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos.



# Capítulo 7

## Conclusiones

En esta tesis se presentó un estudio experimental y teórico de la estructura nuclear en la región de la tabla de masas nucleares  $A \sim 80$ . En particular de los isótopos par-par de germanio y selenio.

La parte experimental consiste en tres experimentos realizados en Holifield Radioactive Ion Beam Facility del Laboratorio Nacional de Oak Ridge, para estudiar el carácter colectivo de los estados de más baja energía, en isótopos radioactivos de germanio con exceso de neutrones cercanos a la capa cerrada  $N = 50$ . En el primer experimento el isótopo radioactivo de  $^{78}\text{Ge}$  así como todos los isótopos estables par-par de selenio y germanio fueron estudiados. En el segundo experimento, gracias a la técnica de purificación de RIBs se pudo estudiar el isótopo de  $^{80}\text{Ge}$  y finalmente en el tercero se logró medir el importante núcleo semimágico  $^{82}\text{Ge}$ . Los RIBs fueron producidos utilizando la técnica ISOL y los valores  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  fueron medidos usando COULEX y reacciones en cinemática inversa.

Una motivación de estos experimentos pioneros es el estudio de la estructura nuclear cercana a la capa cerrada  $N = 50$ . Un área de considerable interés en física nuclear lo constituye el estudio de cambios estructurales en núcleos como función del número de nucleones. Fenómenos como el de transiciones de fase, coexistencia de forma y puntos críticos son áreas que han generado gran interés actual en física nuclear y en particular en el contexto de los Modelos Colectivos Geométricos. La producción de núcleos caracterizados por un exceso de neutrones solo ha sido posible muy recientemente con el uso de los haces de iones radioactivos, abriendo así nuevas oportunidades en el estudio de estructura nuclear y mecanismos de reacción. En este trabajo se reporta el primer uso de haces de iones radioactivos de germanio con exceso de neutrones y el desarrollo de herramientas y técnicas experimentales que permiten realizar mediciones con estos haces radioactivos.

El estudio de estos núcleos constituyó un gran reto experimental ya que además de las bajas intensidades inherentes a los haces radioactivos, existe una alta radiación de fondo en los detectores de rayos- $\gamma$  y de partículas cargadas producida por la radioactividad del haz. Aunado a esto está el problema debido la pureza de los haces radioactivos. En este

trabajo se discutió con detalle los problemas encontrados en la medición de  $B(E2)$  y el empleo de técnicas novedosas para solucionarlos.

Se midieron los valores  $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$  de 12 núcleos de Germanio y Selenio (estables y radioactivos) con la misma técnica experimental proveyendo un conjunto de datos muy completo para poder hacer una comparación con la teoría. Se observó que al acercarse a la capa cerrada los valores de  $B(E2)$  disminuyen como era de esperarse sin embargo el valor  $B(E2)$  obtenido para  $^{82}\text{Ge}$  es mucho mayor que el predicho por modelos teóricos y constituye una importante restricción a las teorías.

En la parte teórica de este trabajo se hizo una descripción del comportamiento sistemático de estos núcleos mediante el uso del Modelo de Bosones Interactuantes IBM-2 más mezcla de configuraciones. Debido a que este modelo es fenomenológico los valores de  $B(E2)$  medidos experimentalmente fueron utilizados como base para predecir un esquema de niveles de energías, transiciones de probabilidad electromagnéticas y momentos cuadrupolares de los isótopos radioactivos de  $^{78,80,82}\text{Ge}$ . Los parámetros que describen el Hamiltoniano, así como de las cargas efectivas para los operadores de transición electromagnética utilizados dan una descripción muy satisfactoria para todos los isótopos estables de germanio, varían suavemente como función del número de neutrones y bajo la proyección al IBM1, la interpretación geométrica es congruente en predecir que la configuración base de esta cadena de isótopos sufre una transición de fase de forma esférico-oblato hacia núcleos con deformación prolata conforme  $N$  crece. La existencia de una configuración base prolata para  $^{82}\text{Ge}$  concuerda con un valor de  $B(E2)$  grande medido experimentalmente para el núcleo semi-mágico  $^{82}\text{Ge}$ .

La determinación precisa de los valores  $B(E2)$  de los núcleos alrededor de la capa cerrada provee información importante acerca de la estructura de los núcleos con exceso de neutrones. Sería muy interesante extender las mediciones a núcleos vecinos además de poder hacer mediciones de otras propiedades nucleares fundamentales como son masas, momentos cuadrupolares, los factores  $g$ , conforme se van incrementando las intensidades de los haces radioactivos y se hacen mejoras a las técnicas experimentales.

En este trabajo se mostró que es posible hacer estudios de Excitación Coulombiana usando haces radioactivos. Conforme se van desarrollando nuevas instalaciones se espera que el tipo de técnicas desarrolladas en estos experimentos pioneros permitan apreciar y entender los retos experimentales que este nuevo campo presenta. Existen importantes proyectos que planean el desarrollo de nuevas instalaciones de haces de iones radioactivos en las siguientes décadas y se espera que la información de este trabajo contribuya al futuro diseño de mejores técnicas de producción de haces, condiciones experimentales e instrumentación, que permitan un mejor entendimiento de la materia nuclear muy fuera de estabilidad.

## Apéndice A

### Barrera Coulombiana

Un parámetro importante en la descripción del proceso de excitación Coulombiana es la energía de la barrera Coulombiana. En el contexto de COULEX, su valor constituye ante todo una referencia que permite determinar si la influencia de la interacción nuclear en el proceso de excitación es significativa o no. Cuando la energía de bombardeo es mayor que la barrera, el núcleo proyectil es capaz de vencer la repulsión Coulombiana del blanco y entrar en la zona de influencia de su potencial nuclear. Para energías de bombardeo por debajo de la barrera, no se tiene traslape de los potenciales nucleares y la interacción entre los núcleos es enteramente electromagnética.

Cuando la distancia entre los núcleos que participan en la colisión es menor que el alcance de la fuerza nuclear, las superficies nucleares se atraen entre sí. Esta interacción superficie-superficie puede estimarse de distintas formas. Una de ellas es suponer una débil atracción nuclear parametrizada por un potencial exponencial de la forma

$$U^N(r) = U_0 \exp\left(-\frac{r}{\alpha}\right), \quad (\text{A.1})$$

Se ha visto [1] que la misma dispersión elástica puede reproducirse utilizando diferentes expresiones para  $U^N(r)$ , las cuales se obtienen al variar simultáneamente la profundidad  $U_0$  y la difusividad  $\alpha$  de (A.1). Dichos potenciales tienen la propiedad de cruzarse en un punto  $x$  bien definido, que empíricamente puede expresarse como

$$x = r_R - \frac{\alpha}{2} - 0.65 \Delta, \quad (\text{A.2})$$

en donde  $r_R$  es la distancia de máximo acercamiento de la trayectoria de arcoiris y en términos de la excentricidad de la órbita no perturbada  $\varepsilon_0$  y la energía en el centro de masas  $E$ , el parámetro  $\Delta$  está dado por

$$\Delta = r_0 \frac{(1 + \varepsilon_0)}{\varepsilon_0} \frac{U_N(r_0)}{2E}, \quad (\text{A.3})$$

con  $r_0 = Z_1 Z_2 e^2 (1 + \varepsilon_0) / 2E$ . En términos de  $x$  el potencial  $U^N(r)$  puede expresarse como

$$U^N(r) = U^N(x) \exp\left(-\frac{r-x}{\alpha}\right). \quad (\text{A.4})$$

El radio de la barrera Coulombiana  $r_B$  corresponde a la posición del máximo del potencial de interacción combinado  $U(r)$

$$U(r) = U^C(r) + U^N(r), \quad (\text{A.5})$$

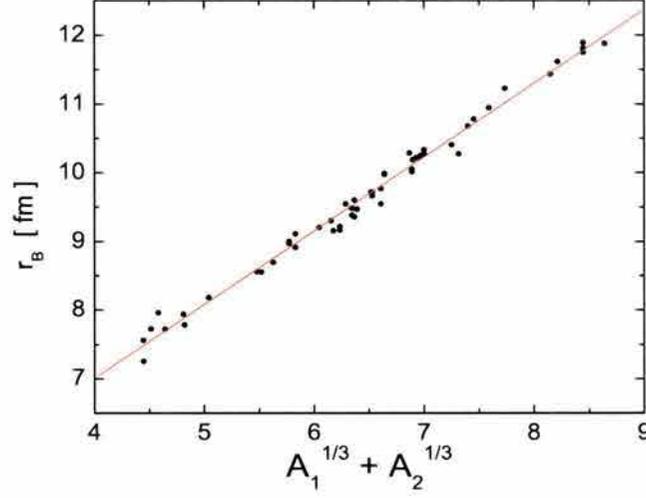


Figura A.1: Radio de la barrera Coulombiana como función de  $A_1^{1/3} + A_2^{1/3}$ . Los puntos se obtuvieron al resolver numéricamente (A.7) utilizando los valores de  $x$  y  $U^N(x)$  dados en [2]. La línea es un ajuste lineal a los puntos dado por (A.8).

en donde  $U^N(r)$  está dado por la expresión (A.4), y  $U^C(r)$  es el potencial Coulombiano

$$U^C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}. \quad (\text{A.6})$$

que puede obtenerse a partir de la condición

$$\frac{dU(r)}{dr} = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_B^2} - \frac{1}{\alpha} U^N(x) \exp\left[-\frac{r_B - x}{\alpha}\right] = 0, \quad (\text{A.7})$$

con  $\alpha = 0.63$  fm. En [2] se han encontrado los valores de  $x$  y del potencial  $U^N(x)$  para varias colisiones de iones pesados, con base en los potenciales ópticos derivados de dispersión elástica. Utilizando dichos valores para resolver numéricamente la ecuación (A.7), se obtienen los resultados de la Figura A.1, realizando un ajuste lineal a dichos valores se encuentra que en buena aproximación  $r_B$  puede expresarse como

$$r_B = 1.07 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 2.72 \text{ fm}. \quad (\text{A.8})$$

Finalmente, de (A.7) se tiene que en términos de  $r_B$ , la energía de la barrera Coulombiana puede escribirse como

$$E_B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_B} \left(1 - \frac{\alpha}{r_B}\right). \quad (\text{A.9})$$

Para las reacciones estudiadas en este trabajo se encuentra que la energía  $E_B$  es en promedio  $27.39 \pm 0.81$  MeV, que equivale a  $2.64 \pm 0.08$  MeV/nucleón. Para el caso de  $^{82}\text{Ge}$  donde se utiliza un blanco ligeramente más pesado se encuentra que el valor de dicha energía es de 2.81 MeV/nucleón.

## Apéndice B

### Interacción Electromagnética

Considere dos distribuciones de carga y corriente, con extensión finita, que no se traslapan entre sí y que se encuentran en reposo. Con respecto a los sistemas de referencia  $S_1$  y  $S_2$  (ver Figura B.1) que tienen ejes paralelos y origen en las distribuciones 1 y 2, respectivamente. Se denota la densidad de carga por  $\rho_1(\mathbf{r}'_1)$  y la densidad de corriente con respecto a  $S_1$  por  $\mathbf{j}_1(\mathbf{r}'_1)$ , análogamente  $\rho_2(\mathbf{r}'_2)$  y  $\mathbf{j}_2(\mathbf{r}'_2)$  son las densidades de carga y corriente referidas a  $S_2$ . Representando con  $\mathbf{r}$  el vector de posición relativa, del origen de  $S_1$  con respecto a  $S_2$ , se tiene que la energía electrostática del sistema está dada por

$$W_E = \frac{1}{2} \int \rho(\mathbf{r}'_1) \Phi(\mathbf{r}'_1) d\tau_1, \quad (\text{B.1})$$

en donde el potencial  $\Phi(\mathbf{r}'_1)$  se mide con respecto al sistema de coordenadas  $S_2$  y está dado por

$$\Phi(\mathbf{r}'_1) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_2, \quad (\text{B.2})$$

es decir

$$W_E = \frac{1}{2} \int \int \frac{\rho(\mathbf{r}'_1) \rho(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_1 d\tau_2. \quad (\text{B.3})$$

Análogamente, la energía magnética está dada por

$$W_M = \frac{1}{2c} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}'_1) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}'_1) d\tau_1, \quad (\text{B.4})$$

en donde  $\mathbf{A}$  se mide con respecto a  $S_2$  y puede expresarse como

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}'_1) = \frac{1}{2c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_2, \quad (\text{B.5})$$

es decir

$$W_M = \frac{1}{2c^2} \int \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}'_1) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_1 d\tau_2. \quad (\text{B.6})$$

La interacción electromagnética entre las dos distribuciones de carga es entonces

$$W_{\text{static}}(1, 2) = \frac{1}{2} \int \int \frac{\rho_1(\mathbf{r}'_1) \rho_2(\mathbf{r}'_2) + (1/c^2) \mathbf{j}_1(\mathbf{r}'_1) \cdot \mathbf{j}_2(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_1 d\tau_2 \quad (\text{B.7})$$

Suponiendo que  $r > |\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|$  el denominador de la expresión (B.7) puede desarrollarse en serie de potencias en la forma

$$\frac{1}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} = \sum_{\lambda, \mu} f(\lambda, \mu, \mathbf{r}'_1) Y_{\lambda\mu}(\mathbf{r}), \quad (\text{B.8})$$

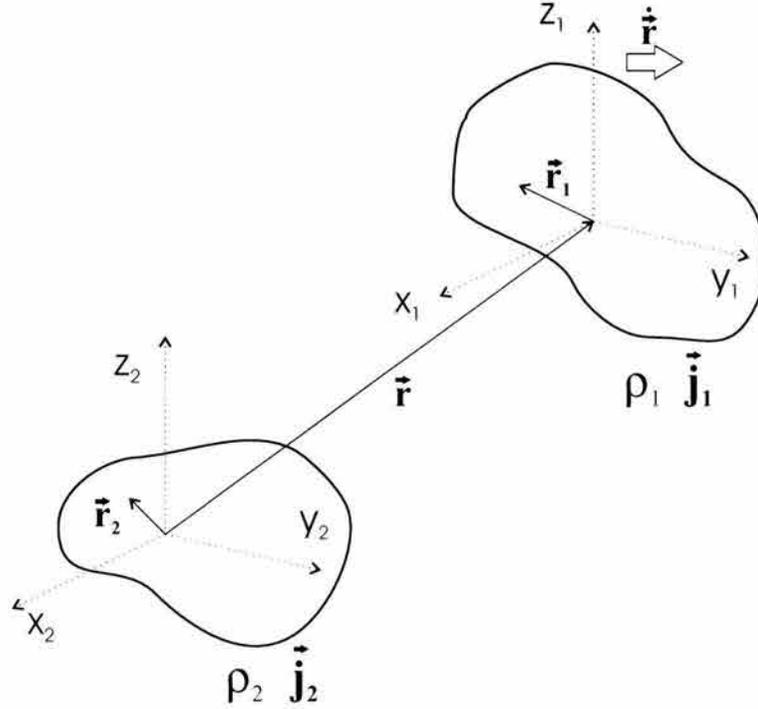


Figura B.1: Ilustración de los sistemas de referencias  $S_1$  y  $S_2$  utilizados para evaluar la interacción entre dos distribuciones de carga y corriente extendidas  $\rho_1, \mathbf{j}_1$ , y  $\rho_2, \mathbf{j}_2$ .

en donde se ha definido

$$f(\lambda, \mu, \mathbf{r}'_1) = \frac{4\pi}{(2\lambda + 1)} |\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|^\lambda Y_{\lambda\mu}^* \left( \frac{\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2}{|\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} \right). \quad (\text{B.9})$$

Esta función puede desarrollarse a su vez en la forma

$$f(\lambda, \mu, \mathbf{r}'_1) = \sum_{\lambda_1 \mu_1} g(\lambda_1, \lambda, \mu_1, \mu, \mathbf{r}'_2) (r'_1)^{\lambda_1} Y_{\lambda_1 \mu_1}(\hat{\mathbf{r}}'_1), \quad (\text{B.10})$$

análogamente, las funciones  $g$  pueden expresarse también como

$$g(\lambda_1, \lambda, \mu_1, \mu, \mathbf{r}'_2) = \sum_{\lambda_2 \mu_2} a(\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \mu_1, \mu_2, \mu) (r'_2)^{\lambda_2} Y_{\lambda_2 \mu_2}(\hat{\mathbf{r}}'_2). \quad (\text{B.11})$$

Sustituyendo esto en la expresión (B.8) se tiene entonces el desarrollo siguiente

$$\frac{1}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \\ \mu_1, \mu_2, \mu}} a(\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \mu_1, \mu_2, \mu) \frac{(r'_1)^{\lambda_1} (r'_2)^{\lambda_2}}{r^{\lambda+1}} Y_{\lambda_1 \mu_1}(\hat{\mathbf{r}}'_1) Y_{\lambda_2 \mu_2}(\hat{\mathbf{r}}'_2) Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (\text{B.12})$$

para el denominador de (B.7). El lado izquierdo de esta ecuación es un escalar ante rotaciones, mientras que en el lado derecho se tiene el producto de tres armónicos esféricos. Para que este producto también sea un escalar, necesariamente debe tenerse el acoplamiento de los tres momentos angulares  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda$  a un resultante cero. Esto quiere decir que el coeficiente  $a(\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \mu_1, \mu_2, \mu)$  debe tener la propiedad de máxima simetría que define al símbolo-3j de Wigner [1]. Es decir

$$a(\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \mu_1, \mu_2, \mu) = c(\lambda_1, \lambda_2, \lambda) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ \mu_1 & \mu_2 & -\mu \end{pmatrix}, \quad (\text{B.13})$$

Se puede ver además, que las dimensiones del lado izquierdo de la ecuación (B.12) son  $1/(\text{distancia})$ , mientras que del lado derecho se tiene  $(\text{distancia})^{\lambda_1+\lambda_2}/(\text{distancia})^{\lambda+1}$ , por lo que necesariamente debe tenerse que

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2, \quad (\text{B.14})$$

es decir que  $c(\lambda_1, \lambda_2, \lambda) = c(\lambda_1, \lambda_2)$ . La forma explícita para este último coeficiente, puede obtenerse considerando el caso particular en el que los vectores son paralelos. En particular considérese el caso

$$\mathbf{r} = r \hat{\mathbf{k}}, \quad \mathbf{r}'_1 = r'_1 \hat{\mathbf{k}}, \quad \mathbf{r}'_2 = r'_2 \hat{\mathbf{k}}, \quad (\text{B.15})$$

El lado izquierdo de la ecuación (B.12) puede expresarse entonces como

$$\frac{1}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} = \frac{1}{|r + r'_1 - r'_2|} = \frac{1}{r} \frac{1}{|1 + (r'_1 - r'_2)/r|} \quad (\text{B.16})$$

y como se supone que  $r \gg r'_1, r'_2, r'_1 - r'_2$  se puede utilizar el desarrollo en serie de potencias

$$\frac{1}{1+x} = \sum_{k=1}^{\infty} (-)^{k-1} x^{k-1}, \quad \text{donde } x \ll 1, \quad (\text{B.17})$$

se tiene entonces que el factor

$$\begin{aligned} \frac{1}{|1 + (r'_1 - r'_2)/r|} &= \sum_{k=1}^{\infty} (-)^{k-1} \left( \frac{r'_1 - r'_2}{r} \right)^{k-1} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-)^{k-1}}{r^{k-1}} \sum_{n=0}^{\infty} (-)^n \binom{k-1}{n} (r'_1)^{k-1-n} (r'_2)^n, \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

por lo que el lado izquierdo de (B.12) se escribe entonces como

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{k-1} (-)^{k+n-1} \frac{(k-1)!}{n! (k-1-n)!} \frac{(r'_1)^{k-1-n} (r'_2)^n}{(r)^k}, \quad (\text{B.19})$$

Para el caso particular que se está considerando, el lado derecho de (B.12) adquiere por su parte la forma siguiente

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda} c(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{(r'_1)^{\lambda_1} (r'_2)^{\lambda_2}}{r^{\lambda+1}} Y_{\lambda_1,0}(\hat{\mathbf{r}}'_1) Y_{\lambda_2,0}(\hat{\mathbf{r}}'_2) Y_{\lambda,0}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (\text{B.20})$$

en donde

$$Y_{\lambda 0}(\hat{\mathbf{r}}) = \left( \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} P_{\lambda}(\cos \theta), \quad (\text{B.21})$$

pero como  $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{k}}$  se tiene que  $(\cos \theta = 1)$ , y por convención, la normalización de los polinomios de Legendre es  $P_{\lambda}(x = 1) \equiv 1$ . Utilizando explícitamente el valor del coeficiente-3j que aparece en (B.20), es decir

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-)^{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)!}{\lambda_1! \lambda_2!} \left[ \frac{(2\lambda_1)! (2\lambda_2)!}{(2(\lambda_1 + \lambda_2) + 1)!} \right]^{1/2}, \quad (\text{B.22})$$

y usando que  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ , la expresión (B.20) puede reescribirse en la forma

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda} c(\lambda_1, \lambda_2) (-)^{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda!}{\lambda_1! \lambda_2!} \left[ \frac{(2\lambda_1)! (2\lambda_2)!}{(2\lambda + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[ \frac{(2\lambda_1 + 1) (2\lambda_1 + 1) (2\lambda_1 + 1)}{(4\pi)^3} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{(r'_1)^{\lambda_1} (r'_2)^{\lambda_2}}{r^{\lambda+1}}, \quad (\text{B.23})$$

sin embargo, nuevamente por la relación (B.14) se tiene que

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda} \rightarrow \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\lambda_2=0}^{\lambda-\lambda_1} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\lambda_2=0}^{\lambda}, \quad (\text{B.24})$$

en donde la última igualdad se obtuvo observando que el valor máximo que puede tomar  $\lambda_2$  es  $\lambda$  i.e.  $\lambda_1 = 0$ . Identificando las potencias de  $r, r'_1$  y  $r'_2$  que aparecen en (B.19) y (B.23) se tienen las relaciones

$$n = \lambda_2, \quad (\text{B.25})$$

$$k - 1 - n = \lambda_1, \quad (\text{B.26})$$

$$k = \lambda + 1, \quad (\text{B.27})$$

que son consistentes con la condición (B.14) y los límites de los índices de suma que aparecen en (B.24). Igualando entonces los coeficientes de (B.19) con los de (B.23) se tiene la igualdad siguiente

$$(-)^{\lambda_1} \frac{\lambda!}{\lambda_1! \lambda_2!} = c(\lambda_1, \lambda_2) (-)^{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda!}{\lambda_1! \lambda_2!} \left[ \frac{(2\lambda_1)! (2\lambda_2)!}{(2\lambda + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[ \frac{(2\lambda_1 + 1) (2\lambda_1 + 1) (2\lambda_1 + 1)}{(4\pi)^3} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.28})$$

de donde puede despejarse  $c(\lambda_1, \lambda_2)$  y con ello se tiene que

$$c(\lambda_1, \lambda_2) = (-)^{\lambda_2} (4\pi)^{3/2} \left[ \frac{(2(\lambda_1 + \lambda_2))!}{(2\lambda_1 + 1)! (2\lambda_2 + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{B.29})$$

El resultado es entonces

$$\frac{1}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \\ \mu_1, \mu_2}} c(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \frac{(r'_1)^{\lambda_1} (r'_2)^{\lambda_2}}{r^{\lambda+1}} \\ \times Y_{\lambda_1, \mu_1}(\hat{\mathbf{r}}'_1) Y_{\lambda_2, \mu_2}(\hat{\mathbf{r}}'_2) Y_{\lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (\text{B.30})$$

al sustituir esta expresión en (B.7), se puede ver que

$$W_{\text{static}}(1, 2) = W_E(1, 2) + W_M(1, 2), \quad (\text{B.31})$$

en donde  $W_E(1, 2)$  denota la interacción multipolar eléctrica-eléctrica dada por

$$W_E(1, 2) = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \\ \mu_1, \mu_2}} c(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \\ \mathcal{M}_1(E\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(E\lambda_2, \mu_2) \frac{1}{r^{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}} Y_{\lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (\text{B.32})$$

en donde  $\mathcal{M}(E\lambda, \mu)$  denota el momento multipolar eléctrico definido por

$$\mathcal{M}(E\lambda, \mu) = \int \rho(\mathbf{r}) r^\lambda Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau, \quad (\text{B.33})$$

mientras que expresando los vectores de corriente  $\mathbf{j}_i$  en sus componentes a lo largo de los vectores unitarios esféricos

$$\hat{\mathbf{e}}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_x \pm i\hat{\mathbf{e}}_y), \quad (\text{B.34})$$

$$\hat{\mathbf{e}}_0 = \hat{\mathbf{e}}_z \quad (\text{B.35})$$

y reescribiendo el producto de los armónicos esféricos y los vectores unitarios anteriores en términos de los armónicos esféricos definidos por

$$\Phi_{\lambda JM} = \sum_{\mu q} \langle \lambda \mu, 1q | JM \rangle Y_{\lambda \mu}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{e}}_q, \quad (\text{B.36})$$

utilizando la norma de Coulomb

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (\text{B.37})$$

se tiene que

$$W_M(1, 2) = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \\ \mu_1, \mu_2}} c(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \mathcal{M}_1(M\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(M\lambda_2, \mu_2) \frac{1}{r^{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}} Y_{\lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (\text{B.38})$$

en donde a diferencia de (B.32), (B.38) no incluye el término  $\lambda_1, \lambda_2 = 0$  y se utilizó la definición del momento multipolar magnético  $\mathcal{M}(M\lambda, \mu)$

$$\mathcal{M}(M\lambda, \mu) = \frac{-i}{c(\lambda + 1)} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) r^\lambda \cdot \mathbf{L} Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau. \quad (\text{B.39})$$

Cuando las distribuciones de carga y corriente se encuentran en movimiento relativo, las interacción electromagnética puede obtenerse de (B.7) utilizando densidades de carga y corriente que toman en cuenta el movimiento traslacional. Evaluando las densidades de carga y corriente de 1, con respecto a un sistema que se encuentra en reposo con respecto a 2, a primer orden en  $\dot{\mathbf{r}}/c$  se tiene que

$$\mathbf{j}'_1 = \mathbf{j}_1 + \dot{\mathbf{r}} \rho_1, \quad (\text{B.40})$$

$$\rho'_1 = \rho_1 + \frac{\dot{\mathbf{r}}}{c^2} \cdot \mathbf{j}_1, \quad (\text{B.41})$$

Insertando (B.40, B.41) en (B.7) se obtiene la siguiente expresión para la energía de interacción

$$W(1, 2) = \int \int \frac{\rho_1(\mathbf{r}'_1) \rho_2(\mathbf{r}'_2) - (1/c^2) \mathbf{j}_1(\mathbf{r}'_1) \cdot \mathbf{j}_2(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_1 d\tau_2 - \frac{\dot{\mathbf{r}}}{c^2} \int \int \frac{\rho_1(\mathbf{r}'_1) \mathbf{j}_2(\mathbf{r}'_2) - \rho_2(\mathbf{r}'_1) \mathbf{j}_1(\mathbf{r}'_2)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|} d\tau_1 d\tau_2, \quad (\text{B.42})$$

La primera integral es idéntica a (B.7) y conduce nuevamente al resultado (B.31). Insertando (B.30) en la segunda integral, y desarrollando  $\mathbf{j}_1$  y  $\mathbf{j}_2$  en sus componentes esféricas, siguiendo un procedimiento análogo al empleado con la componente multipolar magnética, dicho término puede expresarse como

$$W_{EM}(1, 2) = \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \\ \mu_1, \mu_2, \mu}} ic(\lambda_1, \lambda_2) [\mathcal{M}_1(E\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(M\lambda_2, \mu_2) - \mathcal{M}_1(M\lambda_1, \mu_1) \mathcal{M}_2(E\lambda_2, \mu_2)]$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\dot{\mathbf{r}}}{c} \frac{1}{r^{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}} \left[ \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \left[ \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + 1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right]^{\frac{1}{2}} \Phi_{\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}) \right. \\
& \quad \left. - \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 - 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix} \left[ \frac{\lambda_1}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \right]^{\frac{1}{2}} \Phi_{\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2 - 1, -(\mu_1 + \mu_2)}(\hat{\mathbf{r}}) \right],
\end{aligned}
\tag{B.43}$$

que representa la interacción entre los momentos multipolares eléctricos de una distribución con los momentos multipolares magnéticos de la otra. Con estas expresiones se tiene entonces que la interacción electromagnética de dos distribuciones de carga y corriente puede separarse en la forma

$$W(1, 2) = W_E(1, 2) + W_M(1, 2) + W_{EM}(1, 2). \tag{B.44}$$

## Apéndice C

### Excitación Coulombiana Segura

Para garantizar la validéz de la aproximación semiclásica es muy importante estimar adecuadamente la energía *segura* de bombardeo, es decir la energía máxima de bombardeo con la que se garantiza que la interacción entre los núcleos es puramente Coulombiana.

Uno de los primeros criterios adoptados para el cálculo de esta energía fue dado por J. de Boer y J. Eichler [1] basado en requerir que la distancia mínima entre las dos superficies nucleares, en una colisión frontal, fuera mayor que 3 fm y mayor que la longitud de onda de de Broglie del proyectil en infinito. La evidencia experimental mostró sin embargo, que la separación de 3 fm era demasiado pequeña como para mantener a las dos superficies nucleares lo suficientemente separadas, y se sugirió que al menos 5 fm y posiblemente separaciones mayores eran las adecuadas para garantizar Excitación Coulombiana pura.

El criterio adoptado por R. Bass [2], por ejemplo, permite expresar la energía segura de bombardeo como

$$E_s(\vartheta) = \frac{2 E_s(\pi)}{\left(1 + \csc \frac{\vartheta}{2}\right)}, \quad \text{con} \quad E_s(\vartheta) = \frac{Z_p Z_b (1.44)}{[R_p + R_b + 7]}, \quad (\text{C.1})$$

en donde el radio de los núcleos esta dado por

$$R_i = (1.22) A^{1/3} - (0.94) A^{-1/3} \text{ [fm]}, \quad (\text{C.2})$$

que se deduce de los datos experimentales de dispersión de electrones [3]. Otra expresión más restrictiva es la adoptada por D. Cline *et al.* [4] dada por

$$E_s = (1.44) \frac{A_p + A_b}{A_b} \frac{Z_p Z_b}{[1.25(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 5]}. \quad (\text{C.3})$$

Para los experimentos que se presentan en este trabajo, las energías de bombardeo empleadas fueron determinadas utilizando la expresión (C.1) con una separación de 5 fm, en vez de 7 fm.

## Apéndice D

Debido a que la emisión de rayos- $\gamma$  del núcleo en su proceso de desexcitación ocurren mientras se encuentra en movimiento relativo a los sistemas de detección, los espectros que se observan están afectados por un corrimiento conocido como efecto Doppler.

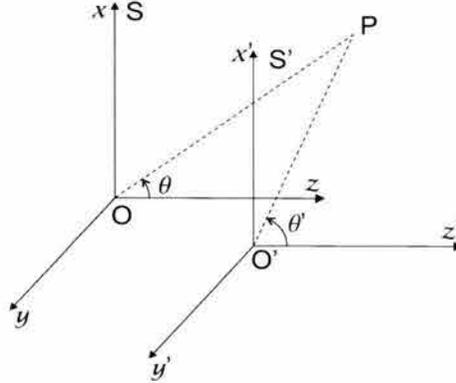


Figura D.1: Efecto Doppler

Considérese dos sistemas de referencia con ejes paralelos, uno de ellos  $S$  en reposo y el otro  $S'$  en movimiento con respecto a  $S$  con velocidad constante  $\vec{v} = v\hat{z}$  (ver Figura D.1). Si una fuente en reposo en  $S'$  emite radiación de frecuencia  $\nu'$ , la energía y magnitud de momento lineal medida en  $S'$  están dadas por  $E' = h\nu'$  y  $p' = h\nu'/c$  respectivamente, estas mismas cantidades en  $S$  están dadas por  $E = h\nu$  y  $p = h\nu/c$ . La relación entre  $\nu$  y  $\nu'$  puede obtenerse a partir de la ecuación de transformación de energía en la forma siguiente.

Bajo una transformación de Lorentz, sin rotaciones, la ecuación de transformación de la energía está dada por <sup>1</sup>

$$E = \frac{E' + \vec{v} \cdot \vec{p}'}{[1 - (v/c)^2]^{1/2}} = \gamma [E' + vp_z'] , \quad (\text{D.1})$$

donde  $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ . De acuerdo con la notación de la Figura D.1 la componente  $z$  del momento del fotón en el sistema  $S'$  está dada por

$$p_z' = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta' , \quad (\text{D.2})$$

debido a que la dirección de propagación de la luz parte del punto  $P$  alejándose del origen  $O'$ . Sustituyendo (D.2) en (D.1), se obtiene

$$\nu = \gamma \nu' [1 + \beta \cos \theta'] , \quad (\text{D.3})$$

<sup>1</sup>La transformación inversa se obtiene cambiando el signo de  $v$  e intercambiando las cantidades primas por las no primas.

donde  $\beta = v/c$  y la frecuencia propia de la luz se denota como  $\nu'$ . El cambio en la frecuencia debido al movimiento relativo entre la fuente y el observador se denomina corrimiento Doppler. Se tiene entonces que la energía del rayo- $\gamma$  observado es

$$E = \gamma E' [1 + \beta \cos \theta'] . \quad (\text{D.4})$$

o equivalentemente

$$E' = \gamma E [1 - \beta \cos \theta] . \quad (\text{D.5})$$

## Apéndice E

### Calibración de energía

La calibración de energía de los detectores de germanio se realizó colocando una o varias fuentes radioactivas enfrente de los detectores, y se monitorea la respuesta de los mismos. Lo que se busca determinar es la relación que existe entre la energía y el número de canal en el que se detecta la señal, así como empatar las ganancias de los detectores.

Para la serie de experimentos que se discuten en esta sección la fuente utilizada fue  $^{152}\text{Eu}$  (45  $\mu\text{Ci}$  de intensidad). Los datos se obtuvieron colocando la fuente exactamente en la posición del blanco. Para cada uno de los 8 detectores *clover* utilizados se obtuvieron 4 señales de energía de alta resolución, una para cada cristal y 3 señales de baja resolución para los canales auxiliares Izquierdo, Medio y Derecho (ver Sección 4.2.2). Las señales de respuesta se almacenaron en histogramas y con ayuda del paquete de análisis *gf3* [16] se realizó la calibración.

Como se mencionó anteriormente, uno de los objetivos de la calibración de energía fue empatar las ganancias de todos los detectores, de tal forma que por ejemplo las señales ya calibradas con una misma energía, independientemente del detector del cual provengan, puedan incrementarse directamente en un histograma que contenga todas las señales de los germanios, ver Figura E.1. Las diferentes ganancias provienen esencialmente de voltajes ligeramente distintos para cada detector <sup>2</sup> y en los histogramas se aprecian como una traslación del origen en el eje de energía. Para calibrar cada uno de los detectores de germanio, se eligen dos intervalos en número de canales, que comprenden a los picos elegidos para la calibración, así como la energía que se espera tenga cada uno de ellos. Utilizando una rutina de cómputo se encuentra automáticamente el centroide de los picos, se asocia a cada uno de ellos la energía especificada y se establece una relación entre energía y número de canal que generalmente tiene una forma cuadrática para cada detector

$$E = a + bx + cx^2, \quad (\text{E.1})$$

donde  $x$  = número de canal. Los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  (debido a la rutina de calibración utilizada, en nuestro caso  $c \equiv 0$ ) son almacenados en un archivo de datos que se lee al momento de analizar los datos.

### Calibración de eficiencia

Para determinar la eficiencia del arreglo CLARION se utilizó nuevamente la información de la fuente de  $^{152}\text{Eu}$ . Sin embargo en este caso, en vez de caracterizar las señales de

---

<sup>2</sup>Los cuales a su vez son consecuencia de daños en el cristal semiconductor que pueden constituir trampas o favorecer mecanismos de recombinación, disminuyendo así la eficiencia de colección de los portadores de carga.

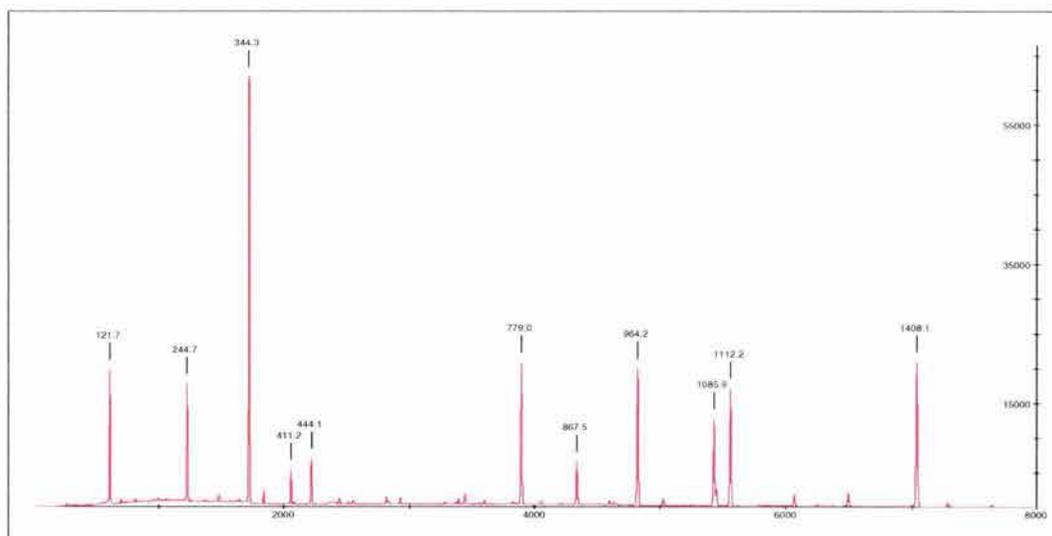


Figura E.1: Espectro de rayos- $\gamma$  correspondiente a la fuente radioactiva  $^{152}\text{Eu}$ .

los detectores individuales, se analizó el espectro correspondiente a la suma de todos los detectores de germanio.

Utilizando la rutina de ajuste del programa gf3 se determinó el área debajo de cada uno de los picos en dicho espectro. Esta información fue comparada con el archivo de datos que contiene las energías e intensidades relativas de la fuente de  $^{152}\text{Eu}$  excluyendo las transiciones con  $E_\gamma = 564.0210, 586.2940, 678.5780, 1089.7000, 1109.1800,$  y  $1112.1160$  que tiene una intensidad relativamente pequeña o se encuentran cercanas a transiciones importantes y causan confusión para el programa de ajuste. Los resultados de la comparación se presentan como círculos en la Figura E.2. La curva graficada es un ajuste obtenido con el programa de mínimos cuadrados EFFIT y corresponde a la parametrización <sup>3</sup>

$$\varepsilon = \exp \left\{ \left[ (A + Bx + Cx^2)^{-G} + (D + Ey + Fy^2) \right]^{-\frac{1}{G}} \right\}, \quad (\text{E.2})$$

en donde  $x = \log(E_\gamma/100)$  y  $y = \log(E_\gamma/1000)$  con  $E_\gamma$  la energía del rayo- $\gamma$  medida en keV y los parámetros siguientes

$$\begin{aligned} A &= 2.0783782, & B &= 2.2223246, & C &= 0.0000000, \\ D &= 3.5188766, & E &= -0.45532742, & F &= -0.16041633, \\ G &= 15.332782. \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

La forma de la curva en la región alrededor del máximo está determinada por el valor de  $G$ . Mientras mayor sea este valor, más agudo es el máximo.

<sup>3</sup>Esta forma funcional se propone con base en la variación que típicamente se observa en la gráfica  $\log \varepsilon$  vs.  $E_\gamma$ , la cual puede aproximarse como dos rectas, una de pendiente positiva y la otra de pendiente negativa, unidas por una curva suave.

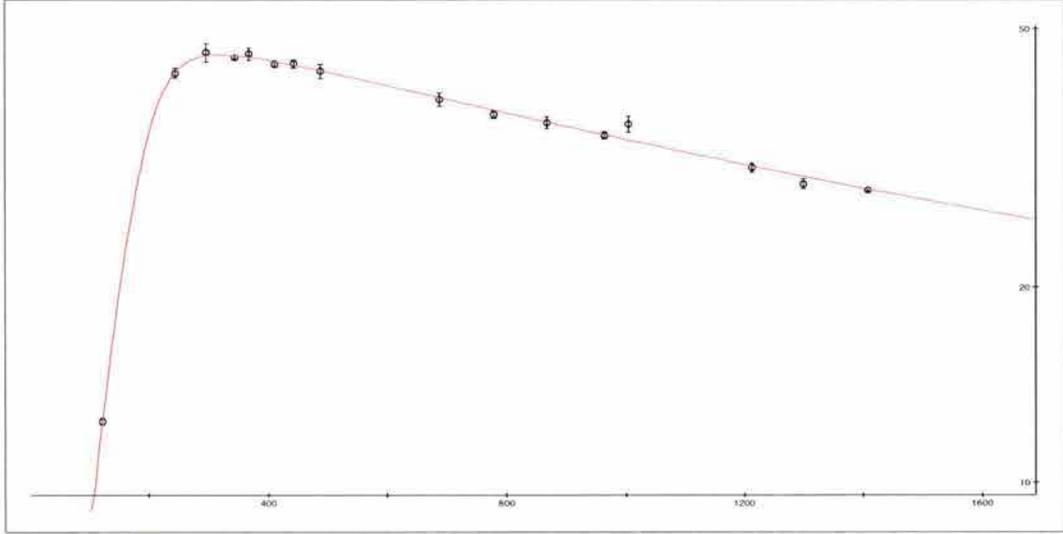


Figura E.2: Curva de eficiencia relativa para CLARION.

## Apéndice F

### Relaciones cinemáticas

Utilizando las leyes de conservación de energía y momento lineal de una reacción binaria, es posible obtener la dirección del vector velocidad del núcleo proyectil (germanio o selenio) después de la interacción con el blanco (carbono) en términos del ángulo al que es detectado el núcleo blanco dispersado.

Denotando como  $m_p$  la masa del proyectil,  $v$  su velocidad antes de la interacción con el blanco,  $v_p$  la velocidad final del proyectil,  $m_b$  la masa del núcleo blanco, y  $v_b$  la velocidad final de este último núcleo, por conservación de momento lineal se tiene que

$$m_p v = m_p v_p \cos \theta_p + m_b v_b \cos \theta_b, \quad (\text{F.1})$$

$$m_p v_p \sin \theta_p = m_b v_b \sin \theta_b. \quad (\text{F.2})$$

Mientras que por conservación de energía

$$v^2 = v_p^2 + \frac{m_b}{m_p} v_b^2, \quad (\text{F.3})$$

en donde  $\theta_p$  y  $\theta_b$  son los ángulos de dispersión del proyectil y del blanco respectivamente. Para expresar  $\theta_p$  y  $v_p$  en términos de  $\theta_b$ , se resuelve inicialmente  $v_b$  como función de  $\theta_b$  y  $v$ , lo cual se consigue elevando al cuadrado las ecuaciones (F.1) y (F.2) y sumándolas, obteniéndose

$$v^2 + \frac{m_b^2}{m_p^2} v_b^2 - 2 \frac{m_b}{m_p} v v_b \cos \theta_b = v_p^2. \quad (\text{F.4})$$

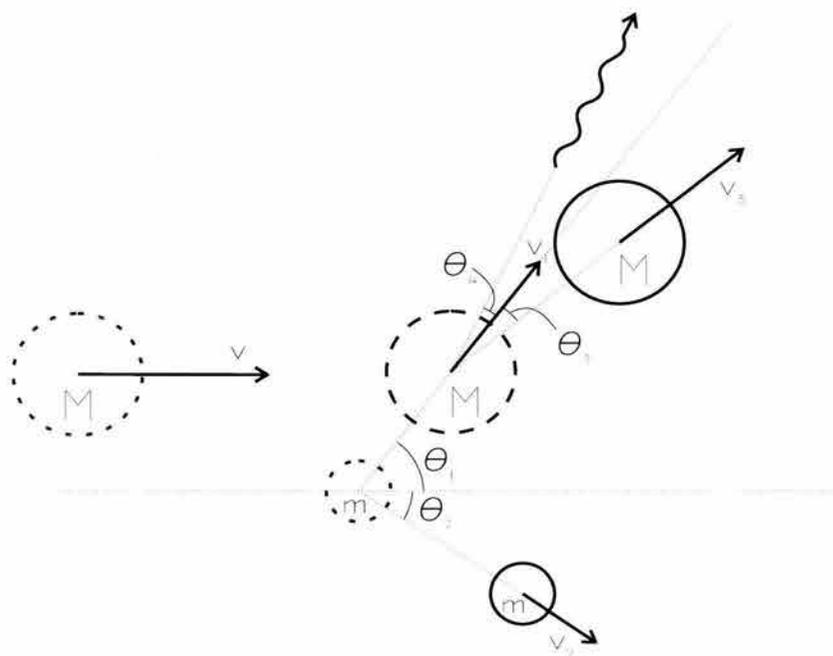


Figura F.1: Esquema de la reacción

Utilizando la conservación de la energía (F.3) en la expresión anterior se tiene que

$$v_b = \frac{2v \cos \theta_b}{1 + \frac{m_b}{m_p}} \quad (\text{F.5})$$

Substituyendo esta última expresión en la ecuación (F.3) y despejando  $v_p$ , se encuentra

$$v_p = v \left[ 1 - \frac{m_b}{m_p} \frac{4 \cos^2 \theta_b}{\left(1 + \frac{m_b}{m_p}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{F.6})$$

Utilizando la ecuación (F.1) junto con las expresiones (F.5) y (F.6), se determina  $\theta_p$  en función de  $\theta_b$

$$\cos \theta_p = \frac{1 - \frac{2 m_b \cos^2 \theta_b}{m_p \left(1 + \frac{m_b}{m_p}\right)}}{\left[ 1 - \frac{m_b}{m_p} \frac{4 \cos^2 \theta_b}{\left(1 + \frac{m_b}{m_p}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{F.7})$$

Análogamente, despejando  $\sin \theta_p$  de (F.2) y usando (F.5), (F.6) se tiene

$$\sin \theta_p = \frac{\frac{m_b}{m_p} \left[ \frac{2 \cos \theta_b}{1 + \frac{m_b}{m_p}} \right] \sin \theta_b}{\left[ 1 - \frac{m_b}{m_p} \frac{4 \cos^2 \theta_b}{\left(1 + \frac{m_b}{m_p}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (\text{F.8})$$

**Faltan páginas**

**N° 205 a 210**

## Apéndice G

### Abreviaciones y Referencias

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abrevia- ción	Referencia
0.1760 40	AV	S. Raman
0.098 20	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.180 27	62Er05	K. I. Erokhina <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 205. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 205.
0.150 30	62Ga19	Y. P. Gangrskii <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 212. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 212.
0.175 18	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.1790 30	69Si15	J.J. Simpson <i>et al.</i> Nucl. Phys. A138 (1969) 529.
0.1754 46	76He05	B. Heits <i>et al.</i> Phys. Lett. 61B (1976) 33.
0.18 10	77Mo20	C. Monrad <i>et al.</i> J. Phys. (Paris) 38 (1977) 1319.
0.1790 30	80Le16	R. Lecomte <i>et al.</i> Phys. Rev. C22 (1980) 1530.
0.19 5	84Ef01	A. D. Efimov <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 48 (1984) 10.
0.168 10	75Kl10	F. J. Kilne <i>et al.</i> Nucl. Phys. A255 (1975) 435.

Tabla G.1: Núcleo  $^{70}_{32}\text{Ge}_{38}$

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abrevia- ción	Referencia
0.213 6	AV	S. Raman
0.24 6	56Me13	F. R. Metzger Phys. Rev 101 (1956) 286.
0.160 32	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.210 30	62Er05	K. I. Erokhina <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 205. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 205.
0.235 23	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.180 20	72Sa27	G.C. Salzman <i>et al.</i> Nucl. Phys. A192 (1972) 312.
0.227 39	73KaVZ	D. K. Kaipov <i>et al.</i> Proc. 23rd. Ann. Conf. Nucl. Spectrosc. Srtuct. At. Nuclei, Tbilisi (1973) 46.
0.2228 49	76He05	B. Heits <i>et al.</i> Phys. Lett. 61B (1976) 33.
0.24 10	79Mo01	C. Monrad <i>et al.</i> Nucl. Phys. A313 (1979) 45.
0.2080 30	80Le16	R. Lecomte <i>et al.</i> Phys. Rev. C22 (1980) 1530.
0.212 5	90Ko38	B. Kotlinski <i>et al.</i> Nucl. Phys. A519 (1990) 646.
0.237 18	75Kl10	F. J. Kilne <i>et al.</i> Nucl. Phys. A255 (1975) 435.

Tabla G.2: Núcleo  $^{72}_{32}\text{Ge}_{40}$ 

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abrevia- ción	Referencia
0.300 6	AV	S. Raman
0.293 46	56Me13	F. R. Metzger Phys. Rev 101 (1956) 286.
0.250 38	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.320 30	60Wi18	W. R. Wisseman <i>et al.</i> Nucl. Phys. 21 (1960) 688.
0.300 45	62Er05	K. I. Erokhina <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 205. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 205.
0.323 32	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.290 20	72Sa27	G. C. Salzman <i>et al.</i> Nucl. Phys. A192 (1972) 312.
0.3050 30	80Le16	R. Lecomte <i>et al.</i> Phys. Rev. C22 (1980) 1530.

Tabla G.3: Núcleo  $^{74}_{32}\text{Ge}_{42}$ 

## Apéndice H

### Parámetros del IBM-1 y Superficies de Energía

En este Apéndice se listan los parámetros del IBM-1 que bajo la proyección corresponden a los parámetros del IBM-2 dados en la Tabla 6.2, para los isótopos de germanio  $^{68-82}\text{Ge}$ . En cada caso se presentan también los parámetros que definen las superficies de energía

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Referencia
0.268 8	AV	S. Raman
0.230 35	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.290 30	60Wi18	W. R. Wisseman <i>et al.</i> Nucl. Phys. 21 (1960) 688.
0.280 42	62Er05	K. I. Erokhina <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 205. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 205.
0.268 26	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.260 5	69Si15	J. J. Simpson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 138 (1969) 529.
0.270 20	72Sa27	G. C. Salzman <i>et al.</i> Nucl. Phys. A192 (1972) 312.
0.2780 30	80Le16	R. Lecomte <i>et al.</i> Phys. Rev. C22 (1980) 1530.

Tabla G.4: Núcleo  $^{76}_{32}\text{Ge}_{44}$

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Modelo
0.205	SSANM	Single-Shell Asymptotic Nilsson Model.
0.105	FRDM	Finite-Range Droplet Model.
0.102	WSM	Woods-Saxon Model.
0.133	RMF	Relativistic Mean-Field Calculations.
0.189	ETFSI	Extended Thomas-Fermi Strutinski-Integral Method.
<i>esférico</i>	SIII	Hartree-Fock+BCS Calculation with Skyrme SIII Force.
0.094	MSk7	Hartree-Fock+BCS Calculation with Skyrme MSk7 Force.
0.080	DMM	Dynamical Microscopic Model.
0.232 41	GBF	Global Best Fit.

Tabla G.5: Núcleo  $^{78}_{32}\text{Ge}_{46}$

y los parámetros de control  $r_1$  y  $r_2$ .

Para el núcleo semimágico  $^{82}\text{Ge}$  no se tienen neutrones de valencia (el número de bosones de neutron es cero) y se toma  $\chi_\nu = 0$ ,  $\kappa = 0$ . Como consecuencia los únicos parámetros diferentes de cero en la proyección son :  $\bar{\epsilon}_{\text{normal}} = 1.1$  y  $\bar{\epsilon}_{\text{intrusa}} = 1.32$  y los parámetros de control de las dos superficies de energía coinciden con el punto correspondiente al límite de simetría exacto  $U(5)$ :  $(r_1, r_2) = (1, 0)$

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Modelo
0.152	SSANM	Single-Shell Asymptotic Nilsson Model.
0.090	FRDM	Finite-Range Droplet Model.
0.076	WSM	Woods-Saxon Model.
0.100	RMF	Relativistic Mean-Field Calculations.
0.153	ETFSI	Extended Thomas-Fermi Strutinski-Integral Method.
<i>esférico</i>	SIII	Hartree-Fock+BCS Calculation with Skyrme SIII Force.
0.067	MSk7	Hartree-Fock+BCS Calculation with Skyrme MSk7 Force.
0.053	DMM	Dynamical Microscopic Model.
0.215 37	GBF	Global Best Fit.

Tabla G.6: Núcleo  $^{80}_{32}\text{Ge}_{48}$ 

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Modelo
0.089	SSANM	Single-Shell Asymptotic Nilsson Model.
0.013	FRDM	Finite-Range Droplet Model.
0.030	WSM	Woods-Saxon Model.
<i>esférico</i>	RMF	Relativistic Mean-Field Calculations.
0.015	ETFSI	Extended Thomas-Fermi Strutinski-Integral Method.
0.001	SIII	Hartree-Fock+BCS Calculation with Skyrme SIII Force.
<i>esférico</i>	MSk7	Hartree-Fock+BCS Calculation with Skyrme MSk7 Force.
0.103 18	GBF	Global Best Fit.

Tabla G.7: Núcleo  $^{82}_{32}\text{Ge}_{50}$

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Referencia
0.378 8	AV	S. Raman
0.88 44	55Me10	F. R. Metzger, J. Franklin Inst. 260 (1955) 239.
0.210 30	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.44 8	61An07	D. S. Andreev <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 25 (1961) 832. Columbia Tech. Transl. 25 (1962) 842.
0.42 13	70AgZV	A. P. Agnihotry <i>et al.</i> Proc. Nucl. Phys. And Solid State Phys. Symp., Nucl. Phys., Madurai, (1970) 161.
0.370 15	74Ba80	J. Barrette <i>et al.</i> Nucl. Phys. A235 (1974) 154.
0.388 5	78Le22	R. Lecomte <i>et al.</i> Phys. Rev. C18 (1978) 2801.
0.375 29	79Ki17	V. G. Kiptilyi <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 43 (1979) 2276. Bull. Acad. Sci, USSR, Phys. Ser. 43 (1979) 26.

Tabla G.8: Núcleo  $^{74}_{34}\text{Ge}_{40}$

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Referencia
0.420 10	AV	S. Raman
0.39 26	55Co55	C. F. Coleman, Phil. Mag. 46 (1955) 1135.
0.43 6	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.42 8	60An07	D. S. Andreyev <i>et al.</i> Nucl. Phys. 19 (1960) 400.
0.59 9	60De08	N. N. Delyagin, Zhur. Eksptl. Teoret. Fiz. 38 (1960) 1111. Soviet Phys. JETP 11(1960) 830.
0.480 43	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.50 5	63Pr04	J. R. Pruett, Phys. Rev. 129 (1963) 2583.
0.390 40	70AgZV	A. P. Agnihotry <i>et al.</i> Proc. Nucl. Phys. And Solid State Phys. Symp., Nucl. Phys., Madurai, (1970) 161.
0.423 6	77Le11	R. Lecomte <i>et al.</i> Nucl. Phys. A284 (1977) 123.
0.419 43	95Ka29	A. E. Kavka <i>et al.</i> Nucl. Phys. A593 (1995) 177.

Tabla G.9: Núcleo  $^{76}_{34}\text{Ge}_{42}$

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Referencia
0.335 9	AV	S. Raman
0.36 5	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.36 7	60Le07	I. Kh. Lemberg <i>et al.</i> Proc. Conf. Reactions between Complex Nuclei, 2nd. Gatlinburg (1960) 112.
0.350 30	62Ga13	Y. P. Gangrskii <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 1001. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 1009.
0.385 35	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.327 7	77Le11	R. Lecomte <i>et al.</i> Nucl. Phys. A284 (1977) 123.
0.40 7	87Sc07	R. Schwengner <i>et al.</i> Z. Phys. A326 (1987) 287.

Tabla G.10: Núcleo  $^{78}_{34}\text{Ge}_{44}$ 

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Referencia
0.253 6	AV	S. Raman
0.230 34	56Te26	G. M. Temmer <i>et al.</i> Phys. Rev 104 (1956) 967.
0.230 46	60An07	D. S. Andreyev <i>et al.</i> Nucl. Phys. 19 (1960) 400.
0.260 20	62Ga13	Y. P. Gangrskii <i>et al.</i> Izv. Akad. Nauk. SSSR 26 (1962) 1001. Columbia Tech. Transl. 26 (1963) 1009.
0.283 25	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.240 30	70AgZV	A. P. Agnihotry <i>et al.</i> Proc. Nucl. Phys. And Solid State Phys. Symp., Nucl. Phys., Madurai, (1970) 161.
0.2520 40	77Le11	R. Lecomte <i>et al.</i> Nucl. Phys. A284 (1977) 123.
0.238 26	95Ka29	A. E. Kavka <i>et al.</i> Nucl. Phys. A593 (1995) 177.

Tabla G.11: Núcleo  $^{80}_{34}\text{Ge}_{46}$ 

$B(E2)$ [ $e^2b^2$ ]	abreviación	Referencia
0.182 5	AV	S. Raman
0.190 38	60An07	D. S. Andreyev <i>et al.</i> Nucl. Phys. 19 (1960) 400.
0.213 19	62St02	P. H. Stelson <i>et al.</i> Nucl. Phys. 32 (1962) 652.
0.170 40	70AgZV	A. P. Agnihotry <i>et al.</i> Proc. Nucl. Phys. And Solid State Phys. Symp., Nucl. Phys., Madurai, (1970) 161.
0.1800 30	77Le11	R. Lecomte <i>et al.</i> Nucl. Phys. A284 (1977) 123..
0.179 19	95Ka29	A. E. Kavka <i>et al.</i> Nucl. Phys. A593 (1995) 177.

Tabla G.12: Núcleo  $^{82}_{34}\text{Ge}_{48}$

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	6	8	$a_1$	0.1332	0.1843
$\bar{\varepsilon}$	0.8667	0.4000	$a_2$	0.0143	0.0038
$v_0$	-0.2385	-0.3194	$a_3$	-0.1067	-0.1429
$v_2$	-0.0422	-0.0113			
$c_0$	0.3989	0.5757			
$c_2$	0.1736	0.2236	$r_1$	0.1220	-0.1508
$c_4$	0.2664	0.3686	$r_2$	-0.0522	-0.0134

Tabla H.1:  $^{68}\text{Ge}$ .

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	7	9	$a_1$	0.1181	0.1636
$\bar{\varepsilon}$	0.8286	0.2778	$a_2$	0.0102	0.0000
$v_0$	-0.2130	-0.2857	$a_3$	-0.0952	-0.1278
$v_2$	-0.0301	0.0000			
$c_0$	0.3505	0.5060			
$c_2$	0.1562	0.2019	$r_1$	0.0913	-0.1901
$c_4$	0.2362	0.3271	$r_2$	-0.0434	0.0000

Tabla H.2:  $^{70}\text{Ge}$ .

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	7	9	$a_1$	0.1165	0.1610
$\bar{\varepsilon}$	0.7786	0.1778	$a_2$	0.0051	-0.0068
$v_0$	-0.2130	-0.2857	$a_3$	-0.0952	-0.1278
$v_2$	-0.0151	0.0202			
$c_0$	0.3391	0.4881			
$c_2$	0.1586	0.2057	$r_1$	0.0754	-0.2236
$c_4$	0.2329	0.3220	$r_2$	-0.0222	0.0289

Tabla H.3:  $^{72}\text{Ge}$ .

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	6	8	$a_1$	0.1350	0.1630
$\bar{\varepsilon}$	0.6400	0.1800	$a_2$	0.0000	-0.0141
$v_0$	-0.2504	-0.2939	$a_3$	-0.1120	-0.1314
$v_2$	0.0000	0.0416			
$c_0$	0.3853	0.4837			
$c_2$	0.1894	0.2155	$r_1$	0.0314	-0.2188
$c_4$	0.2701	0.3259	$r_2$	0.0000	0.0582

Tabla H.4:  $^{74}\text{Ge}$ .

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	5	7	$a_1$	0.1502	0.1749
$\bar{\varepsilon}$	0.4960	0.1929	$a_2$	-0.0054	-0.0214
$v_0$	-0.2817	-0.3194	$a_3$	-0.1260	-0.1429
$v_2$	0.0159	0.0633			
$c_0$	0.4213	0.5097			
$c_2$	0.2157	0.2377	$r_1$	-0.0036	-0.2110
$c_4$	0.3004	0.3497	$r_2$	0.0196	0.0812

Tabla H.5:  $^{76}\text{Ge}$ .

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	4	6	$a_1$	0.1775	0.1642
$\bar{\varepsilon}$	0.5100	0.2967	$a_2$	-0.0230	-0.0356
$v_0$	-0.3429	-0.3101	$a_3$	-0.1533	-0.1387
$v_2$	0.0679	0.1052			
$c_0$	0.4759	0.4559			
$c_2$	0.2704	0.2391	$r_1$	0.0246	-0.1507
$c_4$	0.3550	0.3284	$r_2$	0.0677	0.1352

Tabla H.6:  $^{78}\text{Ge}$ .

Proyección			Superficie de Energía		
	normal	intrusa		normal	intrusa
$N$	3	5	$a_1$	0.1833	0.1264
$\bar{\epsilon}$	0.6800	0.5980	$a_2$	-0.0299	-0.0318
$v_0$	-0.3578	-0.2415	$a_3$	-0.1600	-0.1080
$v_2$	0.0885	0.0939			
$c_0$	0.4832	0.3445			
$c_2$	0.2850	0.1885	$r_1$	0.2077	0.0813
$c_4$	0.3666	0.2527	$r_2$	0.0691	0.1245

Tabla H.7:  $^{80}\text{Ge}$ .

# Bibliografía

## Capítulo 2

- [1] B. Mottelson, Conference Report of the International Physics Conference, Copenhagen (1952) edited by O. Kofoed-Hansen *et al.*
- [2] C.I. McClelland, C. Goodman, Phys. Rev. 91(1953)760.
- [3] T. Huus, C. Zupancic, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 28 No.1 (1953).
- [4] A. Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 26 No.14 (1952).
- [5] A. Bohr, B. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 27 No.16 (1953).
- [6] K. Alder, R.M. Steffen, Ann. Rev. Nucl. Sci. 14(1964)403.
- [7] K. Alder and A. Winther, *Coulomb Excitation*. Academic Press. New York 1966.
- [8] K. Alder and A. Winther, *Electromagnetic Excitation*. North-Holland Publishing Company. Amsterdam 1975.
- [9] A. Winther, J. de Boer, California Institute of Technology, Technical Report, November 18 (1965).
- [10] M. E. Rose, *Elementary Theory of Angular Momentum*. Dover, New York 1955.
- [11] D. M. Brink and G. R. Satchler, *Angular Momentum*. Oxford University Press, England 1994.

## Capítulo 3

- [1] H. Geissel *et al.*, Nucl. Inst. Meth. B70 (1992)286.

- [2] H. Dubre, Secondary Beams at GANIL, Proc. of the Inter. Workshop on Physics and Techniques of Secondary Nuclear Beams, March 23-25 Durdan (France), edited by J.F. Bruandet, B. Fernandez, M. Bex, Edition Frontieres. (1992)391.
- [3] B.H. Sherrill *et al.* Radioactive Ion Beams, edited by N.P. Meyers, J.M. Nitschke, E.B. Norman, World Scientific, Singapore, (1990)72.
- [4] T. Kubo *et al.* Nucl. Inst. Meth. B70 (1992)309.
- [5] H.L. Ravn, Phys. Rep. 54(1979)201.
- [6] B. Johnson, *et al.*, Nuclear Physics News, Vol. 3, No. 2 (1993).
- [7] C. Baktash *et al.*, Nucl. Phys. News, Vol. 12, No. 3 (2002)4.
- [8] M. Loiselet *et al.*, Third Inter. Conf on Radioactive Beams, edited by D.J. Morrissey, Edition Frontieres, Gif Sur Yvette (1993)179.
- [9] P. Bricault *et al.*, Nucl. Phys. A701(2002)49c.
- [10] R.E. Laxdal *et al.*, Nucl. Phys. A701(2002)647c.
- [11] A proposal for physics with exotic beams at the Holifield Heavy Ion Research Facility, edited by J.D. Garrett and D.K. Olsen, Feb. (1991).
- [12] J. Gómez del Campo *et al.*, Phys. Rev. Lett. 36(2001)43.
- [13] A. Galindo-Uribarri *et al.*, Nucl. Phys. A682(2001)363c.
- [14] D.W. Bardayan *et al.*, Phys. Rev. Lett. 83(1999)45.
- [15] D.W. Bardayan *et al.*, Phys. Rev. C63(2001)065802.
- [16] G.D. Alton, Rev. Sci. Instr. 67 (1996) 934.
- [17] D.W. Stracener, *Application of Acelerators in Research and Industry*, Sixteenth International Conference, edited by J.L. Duggan and I.L. Morgan. AIP (2001).
- [18] D.W. Stracener *et al.* Nucl. Inst. Meth. A521 (2004) 126.
- [19] Programa de Cómputo HSC de química y equilibrio termodinámico, distribuido por Outokumpu Research, Oy, Pori, Finland.
- [20] G. Audi, A.H. Wapstra, Nucl. Phys. A729(2003)3.
- [21] D.A. Bromley, Nucl. Inst. Meth. 122(1974)1.
- [22] C.M. Jones, Nucl. Inst. Meth. A276(1989)413.

- [23] J. R. Beene *et al.*, HRIBF News 1(2003).
- [24] J.B.A. England, *Techniques in Nuclear Structure Physics*, Part 1, J. Wiley & Sons, NY (1974).
- [25] A. Galindo-Uribarri *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A301 (1991) 457.
- [26] D. Shapira, Nucl. Inst. Meth. A449(2000)396.
- [27] O. Hahn and F. Strassman, Naturwiss, 27(1939)11.
- [28] D. Habs *et al.*, Proc. of the 2nd Inter. Conf. *Fission and Properties of Neutron-Rich Nuclei*, edited by J.H. Hamilton, W.R. Phillips, H.K. Carter (2000)406.
- [29] C. Lau *et al.*, Nucl. Inst. Meth. B204(2003)257.
- [30] C.D. Browman, Nucl. Inst. Meth. A320(1992)336.
- [31] C. Rubbia *et al.*, CERN Reports AT/95-44,53,58, ET/96-01, LHC/97-01.
- [32] W.T. Diamond, Nucl. Inst. Meth. A432(1999)471.
- [33] Yu. *et al.*, Nucl. Phys. A701(2002)87c.
- [34] B. Laune, Applications of Accelerators in Research and Industry, AIP, edited by J.L. Duggan, I.L. Morgan, NY (1997)381.
- [35] I. Katayama *et al.*, Applications of Accelerators in Research and Industry, AIP, edited by J.L. Duggan, I.L. Morgan, NY (1997)433.
- [36] G. D. Alton, Nucl. Inst. Meth. B73(1993)221.

## Capítulo 4

- [1] D. Ward and P. Fallon, Advanc. Nucl. Phys. 26(2001)167.
- [2] A. Galindo-Uribarri *et al.*, Prog. Rept. ORNL-6957 April 1999, en <http://www.phy.ornl.gov/progress/ribphys/struct/rib044.pdf>.
- [3] D. Sarantites *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A381(1996)418.
- [4] Gammasphere WorldWide Web Server at Lawrence Berkeley National Laboratory, <http://www-gam.lbl.gov/>.
- [5] O. Skeppsledt *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A421(1999)531.

- [6] M.W. Simon *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A452(2000)205.
- [7] C.N. Davids *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B70(1992)358.
- [8] J.D. Cole *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B70(1992)343.
- [9] M. Leino *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B99(1995)653.
- [10] B. Singh *et al.* Nucl. Data Sheets 97(2002)241.
- [11] D. Sarantites *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A264 (1988)319.
- [12] T. Chapuran *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A272 (1988)767.
- [13] F. Liden *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A288 (1990)455.
- [14] S. Mitarai *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A277 (1989)491.
- [15] A. Galindo-Uribarri, Prog. Part. Nucl. Phys. 28(1992)463.
- [16] J. N. Schearer *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A385(1997)501.
- [17] E. Farnea *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A400(1997)87.
- [18] J.B. Birks, *The Theory and Practice of Scintillation Counting*, Oxford Pergamon (1964).
- [19] HAMAMATSU, *Si Photodiodes and Charge Sensitive Amplifiers for Scintillation Counting and High Energy Physics*.
- [20] A. Galindo-Uribarri, Ph. D. Thesis, University of Toronto (1991).
- [21] W. Skulsi, M. Momayezi, Nucl. Instr. Meth. A458 (2001) 759.
- [22] M. Ciric *et al.* IEEE 1 (1993) 372.
- [23] D. Horn *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A320 (1992) 273.
- [24] A. Galindo-Uribarri and K. Yamazaki, TASCSC Prog. Rept. (1998) 3-61.
- [25] R.S. Storey, W. Jack, A. Ward, Proc. Phys. Soc., 72 (1985) 1.
- [26] J.A. Biggerstaff, R.L. Becker, M.T. McEllistrem, Nucl. Instr. Meth. 10 (1961) 327.
- [27] Grossman *et al.*, Nucl. Instr. Meth. 228 (1985) 323.
- [28] F. Benrachi *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A281 (1989) 137.
- [29] Pico-Systems, Nuclear Instrumentation products, <http://www.pico-systems.com/>.

- [30] J. Alarja *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A242 (1986) 352. F. Benrachi *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A281 (1989) 137.
- [31] M. Jääskeläinen *et al.*, Nucl. Instr. Meth. 204 (1983) 385.
- [32] R.S. Simon *et al.*, J. Physique 41 (1980) C10.
- [33] A.J. Tavendale and G.T. Ewan, Nucl. Instr. Meth. 25 (1963) 185.
- [34] R.A. Todd *et al.* Proc. of the IEEE 1999 Nucl. Science Symposium (NSS).
- [35] Ch. Schiessl *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A192 (1982) 291.
- [36] S. Raman *et al.*, Atom. Data and Nucl. Data Tables 78 (2001) 1.
- [37] HRIBF NEWS Edition 7 No.4 (1998) RA3
- [38] M. Laval *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A206 (1983) 169.
- [39] R. Novotny, IEEE Trans. Nucl. Scie. 38 (1991) 379.
- [40] E. Migneco *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A314 (1992) 31.
- [41] V. Nanal *et al.*, Nucl. Phys. A649 (1999) 153c.
- [42] K. Wisshak *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A292 (1990) 595.
- [43] K.H. Guber *et al.*, Nucl. Phys. A621 (1997) 254c.
- [44] J.L. Ullmann *et al.*, LALP-01-251, <http://lansce.lanl.gov/research/dan ce.html/>
- [45] M. Steén, P. Uhlén, Diploma project for the Master of Science degree, Royal Institute of Technology Stockholm (1998) en <http://www.nuclear.kth.se/diploma/PetProject/>
- [46] F.A. Beck, Instrumentation for Heavy Ion Nuclear Research Edit. D. Shapira (1984)129.
- [47] V. Nanal *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A389 (1997) 430.
- [48] T. Matulewicz *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A378 (1996)179.
- [49] S. Agostinelli *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A506 (2003) 250.
- [50] C. Agogi *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A269 (1988) 595.
- [51] RIS Corporation, <http://www.ris-corp.com/>
- [52] M.J.M. Wagner *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B89 (1994) 266.

- [53] A. Wiebert *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B109/110 (1996) 175.
- [54] H. Artigalás *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B92 (1994) 227.
- [55] B. Fuentes *et al.* Comunicación Privada.
- [56] J.E. McAninch *et al.*, Nucl. Instr. Meth. B99 (1995) 541.
- [57] P.A. Hausladen, HRIBF NEWS Edition 10, No.2 (2002) RA3.
- [58] C.R. Gruhn, Proc. Symp. on Heavy Ion Physics from 10 to 200 MeV/amu, BNL-51115 (1979) 471.
- [59] A. Breskin *et al.*, Nucl. Instr. Meth. 148 (1978) 275.
- [60] V. Palladino *et al.*, Nucl. Instr. Meth. 128 (1975) 323.
- [61] L.G. Christophorou *et al.*, Nucl. Instr. Meth. 163 (1979) 141.
- [62] D. Shapira *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A 454 (2000) 409.
- [63] G.F. Knoll, *Radiation detection and measurement* J. Wiley, NY (1989).
- [64] HAMAMATSU, *MCP Assembly*, Technical Information (1994).

## Capítulo 5

- [1] G.F. Knoll, *Radiation detection and measurement* J. Wiley, NY (1989).
- [2] W.T. Milner, ORPHAS (software package for data acquisition at HRIBF) ORPHAS
- [3] W.T. Milner, UPAK (software package for histogram creation, analysis and manipulation, used for data processing at HRIBF) ORPH UBOOK 2000
- [4] A. Winther and J. de Boer, California Institute of Thechnology, Technical Report, November 18,(1965).
- [5] I.-Y. Lee, Nucl. Phys. A520 (1990) 641c.
- [6] M.W. Simon *et al.* Nucl. Instr. Meth. A452 (2000) 205.
- [7] S. Raman *et al.*, Atomic Data and Nucl. Data Tables (2000)
- [8] D.W. Stracener Conf. Proc. (2003)
- [9] J.R. Beene *et al.*, HRIBF News 1(2003)1.

- [10] G. Lutz, *Semiconductor Radiation Detectors*, Springer Verlag, NY (1999).
- [11] Colin Wilburn, Micron Semiconductor (comunicación privada).
- [12] S. Agostinelli *et al.*, *Nucl. Instr. Meth.* A506 (2003) 250.
- [13] S. Raman *et al.*, *Phys. Rev.* C43(1991)556.
- [14] K.H. Bhatt *et al.*, *Phys. Rev.* C46(1992)164.
- [15] S. Raman *et al.*, *Phys. Rev.* C52 (1995)1380.
- [16] D.C. Radford, RadWare (software package for interactive graphical analysis of gamma-ray coincidence data) <http://radware.phy.ornl.gov/>
- [17] N.Michel *et al.* *Phys.Rev.Lett.* 89 (2002) 042502.
- [18] H. Iwasaki *et al.* *Phys. Lett.* B481 (2002) 7, H. Iwasaki *et al.* *Phys. Lett.* B 491 (2000) 8.
- [19] A. Ozawa *et al.* *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 5493.
- [20] M. Fauerbach *et al.* *Phys. Rev. C* 56 (1997) R1.
- [21] R. Anne *et al.* *Z. Phys. A* 352 (1995) 397.
- [22] T. Nakamura *et al.* *Phys. Lett.* B394 (1997) 11.
- [23] A. Hurst, University of Liverpool. Comunicación privada (2004).
- [24] W. Beens, Ph. D. Thesis, Univ. Amsterdam (1973).
- [25] O. Sorlin *et al.* *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002) 092501.
- [26] S. Leenhardt *et al.* *Eur. Phys. J.* A14 (2002) 1.
- [27] O. Sorlin *et al.* *Eur. Phys. J.* A16 (2003) 55.
- [28] M. Bernas *et al.* *Phys. Lett.* B 415 (1997) 111.
- [29] V. A. Rubchenya *et al.* *Nucl. Phys.* A701 (2002) 127c.
- [30] Xiangdong Ji *et al.* *Phys. Rev. C* 40 (1989) 389.

## Capítulo 6

- [1] A. Arima, F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 1069.
- [2] O. Castaños *et al.* J. Math. Phys. 20 (1979) 35.
- [3] F. Iachello, A. Arima, *The Interacting Boson Model* Cambridge University Press (1987).
- [4] A. Bohr, B. R. Mottelson Physics Scripta 22 (1980) 468.
- [5] A. E. L. Dieperink, O. Scholten, F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1747.
- [6] J. Ginocchio, M. W. Kirson, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1744.
- [7] R. Gilmore, *Catastrophe Theory for Scientist and Engineers* Wiley, New York (1981).
- [8] R. Gilmore, Da Hsuan Feng in *Geometric and Dynamical Properties of the Interacting Boson Model*, edited by F. Iachello, Plenum, New York (1981) 149.
- [9] E. López-Moreno O. Castaños, Phys. Rev. C54 (1996) 2374.
- [10] T. Otsuka, *Computer Program NPBOS*, University of Tokyo, Japan (1977).
- [11] P.D. Duval, B.R. Barrett, Nucl. Phys. A376 (1982) 213.
- [12] A. Arima, F. Iachello, Phys. Rev. C16 (1977) 2085.
- [13] O. Scholten, *The Interacting Boson Approximation Model and Applications* Ph. D. Thesis (1980).
- [14] H. Harter, A. Gelberg, P. von Brentano, Phys. Lett. 157B (1985) 1.
- [15] A. Novoselski, I. Talmi, Phys. Lett. 160B (1985) 13.
- [16] A. Frank, *et al.* AIP Conf. Proc. 638 (2002) 23.
- [17] P. Van Isacker, Phys. Scripta T56 (1995) 103.
- [18] Y. Toh *et al.* *Nuclear Physics in the 21<sup>st</sup> century* INPC 2001, AIP Conf. Proc. Vol.610 (2002) 793.
- [19] P. Federman, S. Pittel, Phys. Rev C20 (1979) 820.
- [20] M. Délèze *et al.*, Nucl. Phys. A554 (1993) 1.
- [21] P.E. Garrett *et al.*, Phys. Rev. C59 (1999) 2455.

- [22] C. Leburn *et al.*, Phys. Rev. C19 (1979) 1224.
- [23] S.T. Hsieh *et al.*, Phys. Rev. C46 (1992) 195.
- [24] P.D. Duval, D. Goutte, M. Vergnes, Phys. Lett. 124B (1983) 297.
- [25] ENSDF (<http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/index.jsp>)
- [26] M. Sambataro, G. Molnar, Nucl. Phys. A376 (1982) 201.
- [27] A.P. de Lima *et al.* Phys. Rev. C 23 (1981) 213.
- [28] A. Passonja *et al.* Nucl. Phys. A441 (1983) 261.
- [29] J.J. Simpson *et al.* Nucl. Phys. A138 (1969) 529.
- [30] R. Lecomte *et al.* Phys. Rev. C22 (1980) 1530.
- [31] M. Sugawara *et al.* Eur. Phys. J. A16 (2003) 409.
- [32] R. Lecomte *et al.* Phys. Rev. C22 (1980) 2420.
- [33] A.C. Rester *et al.* Nucl. Phys. A346 (1980) 371.
- [34] M. Kregar *et al.* Nucl. Phys. A93 (1967) 402.
- [35] R. Fournier *et al.* Nucl. Phys. A202 (1973) 1.
- [36] G.C. Ball *et al.* Nucl. Phys. A231 (1974) 334.
- [37] A. Becker *et al.* Phys. Lett. 110B (1982) 199.
- [38] G. Rotbard *et al.* Phys. Rev. C18 (1978) 86.
- [39] D. Ardouin *et al.* Phys. Rev. C22 (1980) 2253.
- [40] A.M. van den Berg *et al.* Nucl. Phys. A379 (1982) 239.
- [41] M.N. Vergnes *et al.* Phys. Lett. 72B (1978) 447.
- [42] R. Lecomte *et al.* Phys. Rev. C25 (1982) 2812.
- [43] R. Ardouin *et al.* Phys. Rev. C12 (1975) 1745.
- [44] H.T. Fortune *et al.* J. Phys. G 11 (1985) L193.
- [45] C. Morand *et al.* Nucl. Phys. A313 (1979) 45.
- [46] B. Kotlinski *et al.* Nucl. Phys. A519 (1990) 646.

- [47] Y. Toh *et al.* Eur. Phys. J. A9 (2000) 353.
- [48] V.A. Lubimov *et al.* Phys. Lett. 94B (1980) 266.
- [49] F.T. Avignone *et al.* Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 721.
- [50] Y. Toh, *et al.* J. Phys. G27 (2001) 1475.
- [51] D.W. Grissmer *et al.* Nucl. Phys. A196 (1972) 216.
- [52] G. Stephans *et al.* Phys. Rev. C24 (1981) 1785.
- [53] J.F. Mateja *et al.* Phys. Rev. C17 (1978) 2047.
- [54] D. Ardouin *et al.* Phys. Rev. C18 (1978) 1201.
- [55] D.A. Lewis *et al.* Phys. Rev. C22 (1980) 2178.
- [56] W.-T. Chou *et al.* Phys. Rev. C47 (1993) 157.
- [57] S. Raman *et al.*, Atom. Data and Nucl. Data Tables 78 (2001) 1.
- [58] S. Mordechai *et al.* Phys. Rev. C19 (1979) 1733.
- [59] F. Guilbault *et al.* Phys. Rev. C16 (1977) 1840.

## Apéndice A

- [1] G.R: Satchler, *Proc. Inter. Conf. on Reactions between complex nuclei*, Nashville, TN. North-Holland, Amsterdam. (1974) 171.
- [2] P.R. Christensen, A. Winther, Phys. Lett. 65B(1976)19.

## Apéndice B

- [1] A.R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*. 3rth. edition, Princeton University, (1974).

## Apéndice C

- [1] J. de Boer and J. Eichler *Advan. Nucl. Phys.* 1(1968)1.
- [2] R. Bass *Nuclear Reactions with Heavy Ions*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1980).
- [3] L.R.B. Elton *Introductory Nuclear Theory* London (1965).
- [4] T. Czosnyka, D. Cline, C.Y. Wu, *Reference Manual for Coulomb Excitation Data Analysis Code GOSIA*, University of Rochester (1980).