

01167



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES EN AGUAS SOMERAS  
EN LA REGIÓN DEL LITORAL TABASCO EN EL GOLFO  
DE MÉXICO**

**T E S I S**

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN INGENIERÍA CIVIL  
(HIDRÁULICA)**

PRESENTA  
**LUIS OCTAVIO AVILA ARANDA**

**DIRECTOR DE TESIS**  
DR. PAULO SALLES AFONSO DE ALMEIDA



MÉXICO D.F.

Diciembre 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

Gracias al Dr. Paulo Salles Afonso de Almeida por ser mi guía en este trabajo, gracias por sus consejos y por mostrar siempre toda la disposición por ayudarme, por el tiempo invertido y la paciencia. Gracias por tu amistad.

Agradezco al Dr. Oscar Fuentes Mariles, al Dr. Rodolfo Silva Casarín, al Dr. Rafael Carmona Paredes y al Dr. Alejandro Rodríguez, por ser mis sinodales y revisar este trabajo. Gracias, sus consejos enriquecieron este trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, en cuyos recintos recibí la mejor educación tanto técnica como humanística.

A mis profesores y amigos con quien conviví todos estos años y quienes me sirvieron de guía.

Quiero agradecer al Grupo de Ingeniería de Costas y Puertos del Instituto de Ingeniería de la UNAM por permitirme desarrollar este trabajo y por el apoyo económico que recibí. Gracias a todos sus integrantes, sus críticas y consejos fueron muy valiosos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que recibí.

A la Dirección General de Estudios de Posgrado (DGEP) por el apoyo económico que recibí.

A mi familia por confiar y siempre creer en mi de manera incondicional, gracias por todos estos años de felicidad y cariño.

A todas las personas quienes me ayudaron en mi formación tanto personal como académica, muchas gracias.



## ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS .....	I-1
ÍNDICE GENERAL .....	I-3
ÍNDICE DE FIGURAS .....	I-6
ÍNDICE DE TABLAS .....	I-10
SÍMBOLOS .....	I-11
<b>I. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>I-15</b>
I.1. ANTECEDENTES .....	I-15
I.2. OBJETIVO Y ALCANCES .....	I-15
I.3. JUSTIFICACIÓN.....	I-16
I.4. RESUMEN Y ORGANIZACIÓN .....	I-16
<b>II. ESTADO DEL ARTE. GENERALIDADES SOBRE LAS CORRIENTES Y AGENTES QUE LAS ORIGINAN..II-19</b>	
II.1. TIPOS DE CORRIENTES .....	II-19
II.1.1. CORRIENTES INDUCIDAS POR VIENTOS LOCALES.....	II-19
II.1.1.1 EL VIENTO .....	II-19
II.1.1.2 MECANISMO COMO SE GENERAN LAS CORRIENTES POR VIENTOS LOCALES.....	II-22
II.1.1.3 PERFIL DE CORRIENTES GENERADO POR VIENTOS LOCALES. ESPIRAL DE EKMAN .....	II-22
II.1.1.4 DIRECCIÓN DEL VIENTO, DEL ESFUERZO Y DEL OLEAJE.....	II-23
II.1.2. CORRIENTES INDUCIDAS POR MAREAS.....	II-25
II.1.2.1 LAS MAREAS .....	II-25
II.1.2.2 MECANISMO COMO SE GENERA LA CORRIENTE POR MAREA.....	II-30
II.1.3. CORRIENTES INDUCIDAS POR OLEAJE .....	II-30
II.1.3.1 EL OLEAJE.....	II-30
II.1.3.2 MECANISMO COMO SE GENERA LA CORRIENTE POR OLEAJE .....	II-32
II.1.4. CORRIENTES OCEÁNICAS.....	II-33
II.1.4.1 CIRCULACIÓN DEL GOLFO DE MÉXICO .....	II-34
<b>III. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>III-37</b>
III.1. ECUACIONES GENERALES DE GOBIERNO .....	III-37
III.2. ECUACIONES PARA AGUAS SOMERAS .....	III-38
III.3. LA ESPIRAL DE EKMAN .....	III-39
III.3.1. ESPIRAL DE EKMAN EN LA SUPERFICIE DEL OCÉANO.....	III-40
III.3.2. ESPIRAL DE EKMAN EN EL FONDO DEL OCÉANO.....	III-43
III.4. DETERMINACIÓN DEL ESFUERZO DEL VIENTO SOBRE EL OCÉANO .....	III-44
III.4.1. PERFIL LOGARÍTMICO .....	III-44
III.4.1.1 MÉTODO ITERATIVO.....	III-47
III.4.2. TEORÍA DE LARGE AND POND.....	III-48
III.5. ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE MAREAS .....	III-49
III.6. ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE CORRIENTES .....	III-50
III.7. HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DE LAS SEÑALES .....	III-50
III.7.1. FILTROS .....	III-50
III.7.1.1 PROMEDIO MÓVIL Y CONVOLUCIÓN .....	III-50
III.7.2. ANÁLISIS ARMÓNICO .....	III-52
III.7.2.1 AMPLITUDES Y FASE .....	III-52

III.7.2.2	CORRECCIÓN NODAL.....	III-53
III.7.3.	ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LAS FRECUENCIAS .....	III-54
<b>IV.</b>	<b>CAMPAÑAS DE CAMPO .....</b>	<b>IV-57</b>
IV.1.	OBJETIVO .....	IV-57
IV.2.	PERÍODOS Y SITIOS DE MEDICIÓN .....	IV-57
IV.3.	GENERALIDADES SOBRE LOS EQUIPOS DE MEDICIÓN.....	IV-59
IV.4.	PROGRAMACIÓN DE EQUIPOS ADCP .....	IV-60
<b>V.</b>	<b>DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS; CORRIENTES, OLEAJE, TEMPERATURA, PRESIÓN Y VIENTOS.....</b>	<b>V-63</b>
V.1.	DATOS DE CORRIENTES (DIRECCIÓN Y VELOCIDAD) .....	V-63
V.2.	OLEAJE (MAGNITUD Y DIRECCIÓN) .....	V-69
V.3.	VIENTOS.....	V-70
V.4.	RESUMEN .....	V-72
<b>VI.</b>	<b>ANÁLISIS DE DATOS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>VI-73</b>
VI.1.	ANÁLISIS DEL NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE Y LAS CORRIENTE EN DOS BOCAS, TABASCO .....	VI-74
VI.1.1.	ANÁLISIS ARMÓNICO Y ESPECTRAL DEL NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE.....	VI-74
VI.1.2.	ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES REGISTRADAS CERCA DEL PUERTO DE DOS BOCAS TABASCO, 5 m DE PROFUNDIDAD.....	VI-76
VI.1.2.1	ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA INTERACCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LAS CORRIENTES CON LA BATIMETRÍA .....	VI-76
VI.1.2.2	ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS.....	VI-81
VI.1.3.	REPRODUCCIÓN DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES UTILIZANDO LA TEORÍA DE LA ESPIRAL DE EKMAN .....	VI-87
VI.2.	ANÁLISIS DEL NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE Y LAS CORRIENTE EN MAY-A Y CITAM-101 .....	VI-92
VI.2.1.	NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE EN MAY-A Y CITAM-101: ANÁLISIS ARMÓNICO Y ESPECTRAL.....	VI-92
VI.2.2.	ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES REGISTRADAS EN MAY-A Y CITAM-101 .....	VI-97
VI.2.2.1	ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA INTERACCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LAS CORRIENTES CON LA BATIMETRÍA .....	VI-97
VI.2.2.2	ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS PARA LAS CORRIENTES DE MAY-A .....	VI-106
VI.2.2.3	ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS PARA LAS CORRIENTES DE CITAM-101 .....	VI-111
VI.2.3.	REPRODUCCIÓN DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES UTILIZANDO LA TEORÍA DE LA ESPIRAL DE EKMAN.....	VI-115
VI.3.	REVISIÓN DE LAS NORMAS PARA EL DISEÑO HIDRODINÁMICO DE DUCTOS SUBMARINOS EN LA SONDA DE CAMPECHE .....	VI-119
<b>VII.</b>	<b>RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....</b>	<b>VII-125</b>
VII.1.	RESULTADOS .....	VII-125
VII.2.	CONCLUSIONES.....	VII-131
VII.3.	APORTACIONES .....	VII-132
VII.4.	RECOMENDACIONES .....	VII-132
VII.5.	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....	VII-133
	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>VII-135</b>
	<b>ANEXO I .....</b>	<b>VII-137</b>
<b>A.I</b>	<b>ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA DE AGUA.....</b>	<b>VII-137</b>
<b>A.I.1</b>	<b>ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.....</b>	<b>VII-137</b>
<b>A.I.2</b>	<b>ECUACIÓN DEL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO .....</b>	<b>VII-141</b>

A.I.2.1	ECUACIÓN DE NAVIER-STOKES .....	VII-141
A.I.2.2	ECUACIÓN DE EULER .....	VII-147
A.I.2.3	ACELERACIÓN Y VELOCIDAD DE LA PARTÍCULA EN UN SISTEMA DE REFERENCIA MÓVIL VII-148	
A.I.2.3.1	SISTEMA DE REFERENCIA EN DOS DIMENSIONES .....	VII-148
A.I.2.3.2	VELOCIDADES .....	VII-150
A.I.2.3.3	ACELERACIONES .....	VII-152
A.I.2.3.4	SISTEMA DE REFERENCIA EN TRES DIMENSIONES .....	VII-155
A.I.2.4	ECUACIONES FUNDAMENTALES .....	VII-157
A.I.2.5	ECUACIONES PARA AGUAS SOMERAS .....	VII-157
ANEXO II	.....	VII-161
A.II	LA CAPA DE EKMAN .....	VII-161
A.II.1	EL NÚMERO DE EKMAN.....	VII-161
A.II.2	CAPA DE EKMAN EN LA SUPERFICIE.....	VII-161
A.II.3	LA CAPA DE EKMAN EN EL FONDO .....	VII-163
A.II.4	LA CAPA DE EKMAN SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR.....	VII-163

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA II.1: PERFIL DE VELOCIDAD DEL VIENTO EN LA ATMOSFERA (ÁVILA, 2002).	II-21
FIGURA II.2: PERFIL DE EKMAN EN EL OCEANO, HEMISFERIO NORTE.	II-23
FIGURA II.3: EL SOL Y LA LUNA SON LOS CUERPOS CELESTES CON MAYOR INFLUENCIA EN LA GENERACION DE MAREA ASTRONOMICA.	II-26
FIGURA II.4: FASES DE LA LUNA QUE MUESTRAN LA INTERACCION CON EL SOL, Y SU INFLUENCIA PARA GENERAR MAREAS.	II-27
FIGURA II.5: INFLUENCIA DEL FONDO DEL OCEANO SOBRE EL PERFIL DE LAS OLAS (SYLVESTER, 1974).	II-31
FIGURA II.6: CARACTERISTICAS DE UNA ONDA PERIODICA (SYLVESTER, 1974).	II-31
FIGURA II.7: A) PERFIL DE VELOCIDADES ASOCIADO AL OLEAJE, B) PERFIL DE VELOCIDADES RESULTANTE, EN LA DIRECCION DE PROPAGACION.	II-32
FIGURA II.8: PATRON DE CORRIENTES OCEANICAS MEDIO ANUAL. FUENTE: <a href="http://GEOG.QUEENSU.CA/314/261.5">HTTP://GEOG.QUEENSU.CA/314/261.5</a> , OCEANIC CIRCULATION.	II-33
FIGURA II.9: MODELO DE LA CIRCULACION Y LA TEMPERATURA EN LA SUPERFICIE EN EL GOLFO DE MEXICO (MOREY ET. AL, 2004).	II-35
FIGURA III.1: CORTE TRANSVERSAL DEL PERFIL DE VELOCIDADES EN EL OCÉANO OCASIONADO POR UN ESFUERZO DE VIENTO. ESPIRAL DE EKMAN EN EL HEMISFERIO NORTE.	III-41
FIGURA IV.1: LOCALIZACIÓN GEOGRÁFICA DEL LITORAL TABASCO, EN EL GOLFO DE MÉXICO.	IV-57
FIGURA IV.2: LOCALIZACIÓN LOS EQUIPOS ADCP'S COLOCADOS EN EL LITORAL TABASCO, EN EL GOLFO DE MÉXICO, LOS DETALLES DE LAS MEDICIONES DE CADA EQUIPO SE MUESTRAN EN LA TABLA IV.1 Y LA TABLA V.3.	IV-58
FIGURA IV.3: FOTOGRAFÍA Y ESQUEMA CON DIMENSIONES DEL ACOUSTIC DOPPLER CURRENT PROFILER (ADCP) WORKHORSE MONITOR.	IV-60
FIGURA IV.4: A) PLATAFORMA PARA EL ADCP MONITOR, B) PLATAFORMAS PIRAMIDALES DE ACERO INOXIDABLE PARA LOS ADCP'S WORKHORSE SENTINEL.	IV-60
FIGURA V.1: SERIE DE TIEMPO DE PICH, ROLL HEADING PRESION Y TEMPERATURA REGISTRADOS POR ADCP MONITOR EN DOS BOCAS.	V-64
FIGURA V.2: SERIES DE TIEMPO DE PICH, ROLL HEADING PRESION Y TEMPERATURA REGISTRADOS POR ADCP SENTINEL A EN MAY-A.	V-65
FIGURA V.3: SERIE DE TIEMPO DE PICH, ROLL HEADING PRESION Y TEMPERATURA REGISTRADOS POR ADCP SENTINEL P EN CITAM-101.	V-66
FIGURA V.4: PERFIL DE VELOCIDADES DE LAS COMPONENTE DE LA VELOCIDAD EN LA DIRECCION NORTE A SUR Y ESTE A OESTE DE EQUIPO ADCP MONITOR, DOS BOCAS (OCTUBRE Y NOVIEMBRE).	V-68
FIGURA V.5: PERFIL DE VELOCIDADES DE LAS COMPONENTE DE LA VELOCIDAD EN LA DIRECCION NORTE A SUR Y ESTE A OESTE DE LOS EQUIPOS ADCP SENTINEL A (MAY-A) Y P (CITAM-101), NOVIEMBRE Y DICIEMBRE DEL 2003.	V-69
FIGURA V.6: MAGNITUD Y DIRECCIONES DEL OLEAJE EN EN CITAM 101 Y DOS BOCAS, Y MAGNITUD Y DIRECCION DEL VIENTO EN REBOMBEO Y DOS BOCAS. LAS DIRECCIONES ESTAN EN FORMATO OCEANOGRAFICO, ES DECIR, INDICA HACIA DONDE SE DIRIGE EL OLEAJE. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.	V-70
FIGURA V.7: ROSA DE OCURRENCIA DE LAS DIRECCIONES PROVENIENTE DEL OLEAJE (DOS BOCAS Y CITAM 101) Y DE LOS VIENTOS (DOS BOCAS Y REBOMBEO), NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2003.	V-71
FIGURA VI.1: ZONAS CONSIDERADAS POR LA NORMA (NRF-013-PEMEX, 2001) PARA EL DISEÑO DE LINEAS SUBMARINAS EN LE GOLFO DE MEXICO. <a href="http://www.pemex.com/files/standards/definitivas/nrf-013-pemex-2001d.pdf">HTTP://WWW.PEMEX.COM/FILES/STANDARDS/DEFINITIVAS/NRF-013-PEMEX-2001D.PDF</a>	VI-73
FIGURA VI.2: ANALISIS ARMONICO Y ESPECTRAL DE LA SEÑAL DE SUPERFICIE LIBRE REGISTRADA POR EL ADCP MONITOR EN DOS BOCAS, OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.	VI-75
FIGURA VI.3: COMPONENTES ARMONICAS DEL ANALISIS ARMONICO REALIZADO A LA SEÑAL DE SUPERFICIE LIBRE REGISTRADA EN DOS BOCAS, TABASCO.	VI-76
FIGURA VI.4: BATIMETRIA DE LA REGION DE DOS BOCAS, TABASCO. EL DETALLE DE LOS DATOS REGISTRADOS SE MUESTRAN EN LA TABLA V.3.	VI-77



FIGURA VI.5: VELOCIDAD PARA CADA CAPA REGISTRADA POR EL ADCP COLOCADO EN DOS BOCAS, OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003. ....	VI-78
FIGURA VI.6: HISTOGRAMA CIRCULAR DE LAS DIRECCIONES DE LAS CORRIENTES REGISTRADAS POR EL EN DOS BOCAS, TABASCO. OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.....	VI-79
FIGURA VI.7: HISTOGRAMA CIRCULAR DE LAS DIRECCIONES PRINCIPALES DE LAS CORRIENTES REGISTRADAS POR EL ADCP MONITOR EN DOS BOCAS, TABASCO. OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.....	VI-80
FIGURA VI.8: ROSAS DE CORRIENTES, ADCP MONITOR EN DOS BOCAS, OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003. ....	VI-81
FIGURA VI.9: ANALISIS ARMONICO Y DE FRECUENCIAS EN LAS DIRECCIONES ESTE – OESTE Y NORTE – SUR PARA LA CAPA 1 (DOS BOCAS). OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.....	VI-82
FIGURA VI.10: ANALISIS ARMONICO Y DE FRECUENCIAS EN LAS DIRECCIONES ESTE – OESTE Y NORTE – SUR PARA LA CAPA 8 (DOS BOCAS). OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003. ....	VI-83
FIGURA VI.11: PERFILES DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD REGISTRADA (PANELES SUPERIORES). PERFILES DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD ASOCIADA A LA MAREA ASTRONOMICA (PANELES INTERMEDIOS). PERFIL DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD RESIDUAL (PANELES INFERIORES). OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.....	VI-84
FIGURA VI.12: ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD REGISTRADA (PANELES SUPERIORES). ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD ASOCIADA A LA MAREA ASTRONOMICA (PANELES INTERMEDIOS). ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD RESIDUAL (PANELES INFERIORES).....	VI-86
FIGURA VI.13: ESFUERZOS EN LA SUPERFICIE Y COEFICIENTES DE ARRASTRE, ESTIMADOS CON BASE A VELOCIDADES DE VIENTO A UNA ELEVACIÓN DE 10 M SOBRE LA SUPERFICIE.....	VI-88
FIGURA VI.14: SERIE DE TIEMPO DEL VIENTO UTILIZADO PARA DETERMINAR ESFUERZOS EN LA SUPERFICIE Y SERIE DE TIEMPO DE LOS ESFUERZOS ESTIMADOS EN LA SUPERFICIE (PANEL SUPERIOR). PERFILES DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES; COMPONENTE ESTE – OESTE (PANEL INTERMEDIO) Y COMPONENTE NORTE – SUR (PANEL INFERIOR).....	VI-89
FIGURA VI.15: SERIE DE TIEMPO DEL VIENTO UTILIZADO PARA DETERMINAR ESFUERZOS EN LA SUPERFICIE Y SERIE DE TIEMPO DE LOS ESFUERZOS ESTIMADOS EN LA SUPERFICIE (PANEL SUPERIOR). PERFILES DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES; COMPONENTE ESTE – OESTE (PANEL INTERMEDIO) Y COMPONENTE NORTE – SUR (PANEL INFERIOR).....	VI-90
FIGURA VI.16: PERFILES DE VELOCIDADES REGISTRADAS Y GENERADO POR VIENTOS, EN DIRECCION ESTE – OESTE, EN DOS BOCAS. OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.....	VI-91
FIGURA VI.17: PERFILES DE VELOCIDADES REGISTRADAS Y GENERADO POR VIENTOS, EN DIRECCION NORTE – SUR, EN DOS BOCAS. OCTUBRE A NOVIEMBRE DEL 2003.....	VI-92
FIGURA VI.18: ANÁLISIS ARMÓNICO Y ESPECTRAL DE LA SEÑAL DE SUPERFICIE LIBRE REGISTRADA POR EL ADCP SENTINEL A EN MAY-A. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-94
FIGURA VI.19: ANÁLISIS ARMÓNICO Y ESPECTRAL DE LA SEÑAL DE SUPERFICIE LIBRE REGISTRADA POR EL ADCP SENTINEL P EN CITAM-101. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-95
FIGURA VI.20: COMPONENTES ASTRONÓMICAS PARA DOS BOCAS, MAY-A Y CITAM-101.....	VI-96
FIGURA VI.21: BATIMETRÍA DE LA REGIÓN DONDE SE INSTALARON LOS EQUIPOS ADCP SENTINEL P Y SENTINEL A... VI-98	
FIGURA VI.22: VELOCIDAD PARA LAS CAPAS IMPARES (1 A 23) REGISTRADA POR EL ADCP COLOCADO EN MAY-A. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-99
FIGURA VI.23: VELOCIDAD PARA LAS CAPAS IMPARES (1 A 29) REGISTRADA POR EL ADCP COLOCADO EN CITAM-101. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-100
FIGURA VI.24: HISTOGRAMAS CIRCULARES DE LA OCURRENCIA DE LAS DIRECCIONES DE LA CORRIENTE PARA EL SITIO DE MAY-A (CAPAS IMPARES, 1 A 23). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-101
FIGURA VI.25: HISTOGRAMAS CIRCULARES DE LA OCURRENCIA DE LAS DIRECCIONES DE LA CORRIENTE PARA EL SITIO DE CITAM-101 (CAPAS IMPARES, 1 A 29). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-102
FIGURA VI.26: HISTOGRAMAS CIRCULARES PARA LOS 16 RUMBOS MAS IMPORTANTES, MAY-A.. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-103
FIGURA VI.27: HISTOGRAMAS CIRCULARES PARA LOS 16 RUMBOS MAS IMPORTANTES, CITAM-101. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-104
FIGURA VI.28: ROSA DE CORRIENTES, MAY-A. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-105
FIGURA VI.29: ROSA DE CORRIENTES, CITAM-101. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004.....	VI-106

FIGURA VI.30: ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS EN LAS DIRECCIONES ESTE – OESTE (E-W) Y NORTE – SUR (N-S) PARA LA CAPA 1 (MAY-A). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-107
FIGURA VI.31: ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS EN LAS DIRECCIONES ESTE – OESTE (E-W) Y NORTE – SUR (N-S) PARA LA CAPA 20 (MAY-A). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-108
FIGURA VI.32: PERFIL DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD REGISTRADA (PANELES SUPERIORES). P. DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD ASOCIADA A LA MAREA ASTRONÓMICA (PANELES INTERMEDIOS). PERFIL DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD RESIDUAL (PANELES INFERIORES). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. VI-109	
FIGURA VI.33: ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD REGISTRADA (PANELES SUPERIORES). ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD ASOCIADA A LA MAREA ASTRONÓMICA (PANELES INTERMEDIOS). ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD RESIDUAL (PANELES INFERIORES). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-110
FIGURA VI.34: ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS EN LAS DIRECCIONES ESTE – OESTE (E-W) Y NORTE – SUR (N-S) PARA LA CAPA 1 (CITAM-101). ....	VI-111
FIGURA VI.35: ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS EN LAS DIRECCIONES ESTE – OESTE (E-W) Y NORTE – SUR (N-S) PARA LA CAPA 20 (CITAM-101). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-112
FIGURA VI.36: PERFILES DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD REGISTRADA (PANELES SUPERIORES). PERFILES DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD ASOCIADA A LA MAREA ASTRONÓMICA (PANELES INTERMEDIOS). PERFIL DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD RESIDUAL (PANELES INFERIORES). NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. VI-113	
FIGURA VI.37: ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD REGISTRADA (PANELES SUPERIORES). ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD ASOCIADA A LA MAREA ASTRONÓMICA (PANELES INTERMEDIOS). ESPECTRO DE AMPLITUD DE LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD RESIDUAL (PANELES INFERIORES).....	VI-114
FIGURA VI.38: SERIE DE TIEMPO DEL VIENTO UTILIZADO PARA DETERMINAR ESFUERZOS EN LA SUPERFICIE Y SERIE DE TIEMPO DE LOS ESFUERZOS ESTIMADOS EN LA SUPERFICIE (PANEL SUPERIOR). PERFIL DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES; COMPONENTE ESTE – OESTE (PANEL INTERMEDIO) Y COMPONENTE NORTE – SUR (PANEL INFERIOR).....	VI-116
FIGURA VI.39: SERIE DE TIEMPO DEL VIENTO UTILIZADO PARA DETERMINAR ESFUERZOS EN LA SUPERFICIE Y SERIE DE TIEMPO DE LOS ESFUERZOS ESTIMADOS EN LA SUPERFICIE (PANEL SUPERIOR). PERFIL DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES; COMPONENTE ESTE – OESTE (PANEL INTERMEDIO) Y COMPONENTE NORTE – SUR (PANEL INFERIOR).....	VI-117
FIGURA VI.40: PERFILES DE VELOCIDADES REGISTRADAS Y GENERADO POR VIENTOS, EN DIRECCIÓN ESTE - OESTE, EN CITAM-101. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-118
FIGURA VI.41: PERFILES DE VELOCIDADES REGISTRADAS Y GENERADO POR VIENTOS, EN DIRECCIÓN NORTE – SUR, EN CITAM-101. NOVIEMBRE DEL 2003 A ENERO DEL 2004. ....	VI-119
FIGURA VI.42: VELOCIDADES DE CORRIENTE EN LA SUPERFICIE, A 50 Y 95% DE PROFUNDIDAD PARA LA SONDA DE CAMPECHE Y LITORAL TABASCO (Tr = 100 años). FUENTE: <a href="http://www.pemex.com/files/standards/definitivas/nrf-013-pemex-2001d.pdf">HTTP://WWW.PEMEX.COM/FILES/STANDARDS/DEFINITIVAS/NRF-013-PEMEX-2001D.PDF</a> .....	VI-120
FIGURA VI.43: DIRECCIÓN DE LA CORRIENTE Y EL OLAJE PARA ZONA 2 DE LA SONDA DE CAMPECHE Y LITORAL TABASCO. FUENTE: <a href="http://www.pemex.com/files/standards/definitivas/nrf-013-pemex-2001d.pdf">HTTP://WWW.PEMEX.COM/FILES/STANDARDS/DEFINITIVAS/NRF-013-PEMEX-2001D.PDF</a> . ....	VI-121
FIGURA VII.1: CIRCULACION DE LAS CORRIENTES DEL GOLFO, PRODUCTO DE UN MODELO FORZADO CON VIENTOS, OCTUBRE, NOVIEMBRE Y DICIEMBRE (ZAVALA-HIDALGO ET AL., 2003). ....	VII-129
FIGURA VII.2: MODELO DE LA CIRCULACION Y LA SALINIDAD EN LA SUPERFICIE EN EL GOLFO DE MEXICO DONDE SE APRECIAN LOS VORTICES DE GRAN ESCALA, 22 NOVIEMBRE DEL 2003 (ZAVALA-HIDALGO ET AL., 2003)..	VII-130
FIGURA VII.3: MODELO DE LA CIRCULACION Y LA SALINIDAD EN LA SUPERFICIE EN EL GOLFO DE MEXICO DONDE SE APRECIAN LOS VORTICES DE GRAN ESCALA, 17 DICIEMBRE DEL 2003 (ZAVALA-HIDALGO ET AL., 2003) ..	VII-131
FIGURA A.1: CUBO INFINITESIMAL EN UN SISTEMA ORTONORMAL DERECHO. ....	VII-137
FIGURA A.2: VARIACION DE LA MASA A TRAVES DE LA ENTRADA Y SALIDA DE MATERIAL A LO LARGO DEL EJE X...	VII-138
FIGURA A.3: ESFUERZOS SOBRE EL VOLUMEN DE CONTROL. ....	VII-143

FIGURA A.4: FUERZAS QUE SE DESARROLLAN EN UN FLUIDO ENTRE DOS PLACAS. ....	VII-144
FIGURA A.5: DIAGRAMA DE DEFORMACIONES. ....	VII-145
FIGURA A.6: SISTEMAS DE REFERENCIA FIJO Y MOVIL. ....	VII-148
FIGURA A.7: LOS VECTORES UNITARIOS DEL SISTEMA DE REFERENCIA FIJO EN TERMINOS DEL LOS VECTORES UNITARIOS DEL SISTEMA MOVIL .....	VII-149
FIGURA A.8: LOS VECTORES UNITARIOS DEL SISTEMA DE REFERENCIA MOVIL EN TERMINOS DEL LOS VECTORES UNITARIOS DEL SISTEMA FIJO .....	VII-149
FIGURA A.9: SISTEMA DE REFERENCIA CARTESIANO SOBRE EL GLOBO TERRAQUEO.....	VII-155
FIGURA A.10: ESQUEMA PARA REPRESENTAR EL OLAJE Y EL FONDO MARINO VARIABLE.....	VII-158

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA II.1: CLASIFICACION DE LOS VIENTOS POR SU DIRECCION Y SU EXTENSION.....	II-19
TABLA II.2: ESCALA DE BEAUFORT (MODIFICADA).....	II-20
TABLA II.3: ESCALA DE SAFFIR SIMPSON.....	II-21
TABLA II.4: COMPONENTES ARMONICAS DE LA MAREA ASTRONOMICA, (DEAN Y DALRYMPLE, 2002).....	II-29
TABLA III.1: FRECUENCIAS Y VELOCIDADES ANGULARES ASOCIADOS A PERIODOS ASTRONOMICOS (PUGH, 1987).....	III-52
TABLA IV.1: FECHA DE LAS CAMPAÑAS REALIZADAS.....	IV-58
TABLA IV.2: COORDENADAS DONDE FUERON INSTALADOS LOS EQUIPOS ADCP.....	IV-59
TABLA IV.3: CARACTERÍSTICAS DE LOS EQUIPOS ACOUSTIC DOPPLER CURRENT PROFILER (ADCP).....	IV-59
TABLA IV.4: DATOS QUE SE INTRODUJERON EN EL SOFTWARE WAVEPLAN, PARA PROGRAMAR CADA UNO DE LOS EQUIPOS.....	IV-61
TABLA IV.5: PROGRAMACIÓN DE CADA UNO DE LOS EQUIPOS.....	IV-62
TABLA V.1: PROFUNDIDAD DE LOS EQUIPOS Y CAPACIDAD PARA MEDIR.....	V-63
TABLA V.2: ETAPAS DE INICIO DE REGISTRO, COLOCACION, EXTRACCION Y TERMINO DE REGISTROS DE LOS EQUIPOS ADCP.....	V-67
TABLA V.3: RESUMEN DE DATOS PARA EL ANALISIS.....	V-72
TABLA VI.1: TIPOS DE MAREA SEGUN EL COEFICIENTE DE COURTIER PARA LOS TRES SITIOS ESTUDIADOS.....	VI-97
TABLA VI.2: PORCENTAJE DE ENERGIA ASTRONOMICA RESPECTO A LA ENERGIA TOTAL PARA CADA CAPA.....	VI-115

## SÍMBOLOS

### ESFUERZOS, COMPONENTES DE LA VELOCIDAD, ACELERACIÓN

$\tau$	Esfuerzo cortante
$\tau = \frac{F}{A}$	
$\tau_0$	Esfuerzo cortante en la superficie.
$\tau^x$ y $\tau^y$	Esfuerzos cortantes en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente.
$\overline{u'}$ , $\overline{v'}$ y $\overline{w'}$	Velocidades de fluctuación en las direcciones $\hat{i}$ , $\hat{j}$ y $\hat{k}$ .
$u$ , $v$ , y $w$	Velocidades de la partícula en las direcciones $x$ , $y$ y $z$ .
$U$ y $V$	Velocidades constantes en la capa geostrofica intermedia.
$U$ y $V$	Componentes del transporte en la superficie.
$u_s$	Velocidad al Cortante.
$\overline{u'w'}$ y $\overline{v'w'}$	Componentes cinemáticas de los esfuerzos.
$X$ , $Y$ y $Z$	Fuerzas masicas en las direcciones $x$ , $y$ y $z$ , respectivamente.
$dx$ , $dy$ , y $dz$	Diferencial respecto de $x$ , $y$ y $z$ , respectivamente.
$\frac{\partial}{\partial x}$	Parcial respecto de $x$
$\nabla \cdot V = \text{div } V$	Divergencia del vector $V$ .
$\text{grad}(\rho) = \nabla \rho$	Gradiente del escalar $\rho$
$m$	masa
$a_x$	Aceleración en la dirección $x$ .
$A$	Área.
$F$	Fuerza
$\gamma$	Peso especifico.
$\pi$	Pi.
$\rho$	Densidad.
$\Delta T$	Gradiente de temperatura entre el agua y el aire.
$\rho_a$	Densidad del aire.

$T_a$	Temperatura del aire
$\nu$	Viscosidad cinemática.
$\mu$	Viscosidad Dinámica
$g$	Gravedad.
$\Omega$	Tasa de rotación.
$p$	Presión.
$q$	Humedad específica
$f$	Parámetro de Coriolis.
$f_c$	Parámetro recíproco de Coriolis
$d_E$	El espesor de la capa de Ekman.
$W_z$	Velocidad del viento en la elevación $z$ .
$W_U$	Componente de la velocidad del viento en la dirección $x$ .
$\Psi$	Función universal de similaridad.
$L'$	Longitud de estabilidad de Monin-Obukhov.
$z_0$	Longitud de rugosidad superficial.
$C_1, C_2$ y $C_3$	Parámetros para determinar $z_0$ .
$C_{Dx}$	Coefficiente de arrastre en la dirección $x$ .
$C_{DN}$	Coefficiente de arrastre neutral.
<b>ANÁLISIS ARMÓNICO</b>	
$M_2$	Marea principal lunar.
$S_2$	Marea principal solar.
$N_2$	Variación mensual de la distancia lunar.
$K_2$	Cambio de la inclinación de la luna y el sol.
$K_1$	Constituyente lunar – solar.
$O_1$	Constituyente principal lunar diurno.
$P_1$	Constituyente principal solar diurno.
$M_F$	Constituyente quincenal de la luna.
$H_n$	Amplitud de la componente $n$ .
$\sigma_n$	Fase de retraso $n$ .
$t$	Tiempo
$g_n$	Fase de retraso sobre la marea de Equilibrio en Greenwich.
$f_n$	Velocidad angular expresada en ciclos por unidad de tiempo, factor

	nodal.
$\omega_n$	Velocidad angular determinada por una expansión de la marea de Equilibrio en términos armónicos similares
$C_s, C_1, s, h, p, N, p'$	Tasa de cambio asociadas a las componentes armónicas.
$\theta_n$	Factor nodal.
$f_n$	Factor nodal.
$u_n$	Factor de ajuste para las componentes armónicas.

#### OLEAJE

H	Altura de Ola.
L	Longitud de la onda.
T	Período.
C	Celeridad de la onda.
$\gamma$	Relación de esbeltez de la ola.
f	Frecuencia.
h	Profundidad.

#### ANÁLISIS ESPECTRAL

$f(t), g(t)$	Funciones del tiempo $t$ .
$f(t-\tau)$	Función del tiempo $t-\tau$ .
$x * y$	Convolución entre los vectores $x$ y $y$
$a_0, a_k$ y $b_k$	Coefficientes constantes de Fourier
$A(\omega), B(\omega)$	Componentes de la transformada de Fourier de $x(t)$
$e^{i\theta}$	Representación de un número complejo en forma exponencial.
$X(\omega)$	Transformada de Fourier de $x(t)$ .

#### DIRECCIONES

E, W, N, y S	Rumbos Este, Oeste, Norte, Sur.
NE, SE, NW y SW	Rumbos Noreste, Sureste, Noroeste y Suroeste.
NNW, NNE, SSW y SSE	Rumbos Norte-Noroeste, Norte-Noreste Sur-Suroeste, y Sur-Sureste.
ENE, ESE, WSW y WNW	Rumbos Este-Noroeste, Este-Sureste, Oeste- Suroeste y , Oeste-Noroeste.

#### UNIDADES

km	Kilómetro	h	hora
m	Metro	min	Minuto
cm	Centímetros	s	segundo
ft	Pie	Hz	Hertz

mb  
m/s

Milibares  
Metros por segundo.

wh

Watts por hora



## **I. INTRODUCCIÓN**

### **I.1. ANTECEDENTES**

El conocimiento de las magnitudes y direcciones de la corriente en una zona costera ayuda a entender fenómenos como la evolución playera, detectar zonas de surgencia y resurgencia, y mejorar el diseño hidrodinámico de estructuras colocadas cerca de la costa o Costa afuera. En este sentido, el estudio del comportamiento de las corrientes que se generan en las costas y en la plataforma continental tiene interés científico de muchos centros e institutos de investigación, sin embargo, también lo han tenido otras instituciones como son las gubernamentales, o las industrias de hidrocarburos y la turística. Estas últimas han mostrado gran interés y a la vez invertido grandes recursos.

En este sentido, existen dos vertientes para elaborar y llevar al cabo dichos estudios. La primera es a través de campañas de campo para medir parámetros oceanográficos y meteorológicos, y por otro lado, el desarrollo de modelos matemáticos que a largo plazo resultan más económicos que las campañas, pero que necesitan de datos medidos in situ para su calibración.

A finales de la década de los setenta México inicia la explotación de sus reservas de hidrocarburos Costa Afuera a gran escala, en la región denominada como Sonda de Campeche. En vista de que ya han transcurrido más de 30 años se esperaría que la zona estuviese plenamente estudiada. Sin embargo, comparados con los estudios realizados en la región Norte del Golfo de México en aguas territoriales de los Estados Unidos de Norteamérica (por ejemplo [Molinary y Mayer \(1982\)](#); [Hamilton \(1990\)](#); [Hamilton y Fernández \(2001\)](#)), han sido muy pocos los estudios realizados en dicha región ([Avila et al., 2004](#); [IMP, 1983](#); [Cruz-Orozco et al., 1978](#)). Por otra parte, es más frecuente el uso de modelos numéricos que la realización de campañas de campo, y muchas veces se carece de datos que ayuden a calibrar dichos modelos.

### **I.2. OBJETIVO Y ALCANCES**

Este trabajo tiene como objetivo principal el estudio del patrón de corrientes en la zona denominada como Litoral Tabasco, al Oeste de la Sonda de Campeche. También se busca encontrar los mecanismos que generan las corrientes de la zona y estudiar de manera cualitativa la influencia de la batimetría. Además se plantea como objetivo secundario contribuir al mejoramiento de las normas de diseño para estructuras instaladas en la región de estudio, tales como líneas submarinas y plataformas petroleras. La zona de estudio se encuentra ubicada en el Golfo de México, frente a las

costas de Tabasco, dicha región es denominada por el Instituto Mexicano del Petróleo como Litoral Tabasco.

Este estudio está sustentado en el análisis de datos de corriente y oleaje registrados in situ producto de la campaña de mediciones de parámetros oceanográficos en la región del Litoral Tabasco realizada por el Instituto de Ingeniería de la UNAM en el período de Octubre del 2003 a Enero del 2004. Dicha campaña consistió en colocar tres equipos costa afuera a diferentes profundidades, que registraron la magnitud y dirección de las corrientes en toda la columna de agua, y la magnitud (altura y período) y dirección del oleaje.

Es importante hacer hincapié que, dada la duración del período de mediciones los resultados encontrados en este estudio serán válidos para el período de mediciones realizado y de ninguna forma se plantea la extrapolación del comportamiento para establecer un patrón general.

### **I.3. JUSTIFICACIÓN**

México es un país con una extensa línea de costa (Salles y Silva, en prensa), lo que tiene como consecuencia que la pesca y el turismo sean actividades económicas muy importantes que se deben desarrollar y a la vez fomentar. En este sentido, el estudio de las corrientes que se presentan cerca de las costas y en éstas es primordial. Por ejemplo, el comportamiento morfodinámico de las playas puede depender en gran medida de las corrientes, y el conocer éste puede ayudar a implementar medidas para mitigar pérdidas o ganancias de zonas playeras o por otro lado el conocimiento de zonas de surgencia y resurgencia ayudaría al desarrollo de la pesca.

La industria de los hidrocarburos ha sido desarrollada en nuestro país desde mediados del siglo pasado y desde hace 3 décadas la explotación de hidrocarburos fuera de las costas es económicamente estratégica para el desarrollo del país. El adecuado diseño de las estructuras costa afuera como son las líneas submarinas que transportan los hidrocarburos desde las plataformas repercute directamente en la economía y la seguridad de éstas. El conocimiento de las corrientes sirve para estimar las fuerzas hidrodinámicas sobre estas estructuras y también para realizar planes de contingencia en caso de desastres ambientales.

### **I.4. RESUMEN Y ORGANIZACIÓN**

Con la ayuda de herramientas como el análisis armónico y espectral, se determinó que la influencia de las corrientes por marea es pequeña comparada con las corrientes medidas. Por otra parte, se generaron las corrientes superficiales originadas por vientos locales con la teoría de la Espiral de Ekman, arrojando que éstas también son pequeñas. En vista de los resultados anteriores y de que la energía de las señales de

corrientes se encuentra concentrada en bajas frecuencias no astronómicas, se plantea la hipótesis al final de este trabajo sobre la existencia de una corriente relativamente permanente la cual genera una Espiral de Ekman de fondo y que es la principal generadora de corrientes de la zona.

Esta corriente puede ser parte del patrón de corrientes de gran escala que se generan en la plataforma del Golfo de México. Dicho patrón lo conforman los vórtices y remolinos de gran escala, y la confluencia entre la corriente que van desde Tamaulipas hacia la Bahía de Campeche (Noroeste a Sureste) y la corriente que recorre la plataforma de Yucatán hacia la Sonda de Campeche (parte de la corriente que ingresa a través del estrecho de Yucatán).

Por otra parte, se revisan las actuales normas de diseño de ductos submarinos para la Sonda de Campeche y se propone la forma en que este trabajo contribuye al mejoramiento de esta norma.

Esta tesis se titula ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES EN AGUAS SOMERAS EN LA REGIÓN DEL LITORAL TABASCO EN EL GOLFO DE MÉXICO y se encuentra organizada en siete capítulos y dos anexos. El Capítulo I presenta una introducción al trabajo. En el Capítulo II se realiza una descripción general de las corrientes marinas costeras y los mecanismos que las generan.

En el Capítulo III se plantea el marco teórico, donde se desarrollan las ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos. Partiendo de las ecuaciones anteriores, se llega a las ecuaciones que describen las corrientes generadas por vientos locales (espiral de Ekman). Además se presenta una introducción al análisis de señales, tales como el análisis armónico y el análisis espectral, herramientas básicas en este trabajo.

La descripción muy general de las campañas de campo, los equipos utilizados y su programación es presentada en el Capítulo IV. Los datos de corrientes y oleaje, resultado de las campañas de campo, así como también datos de vientos obtenidos a través de la Secretaría de Marina y Control Marino de PEMEX (Dos Bocas), son presentados en el Capítulo V.

El capítulo central de este trabajo es el VI, ya que en él se realiza el análisis de los datos para identificar los mecanismos generadores de las corrientes en la zona de estudio. Primero se analiza de manera cualitativa la interacción de la batimetría con la dirección y la magnitud de las corrientes, posteriormente se analizan las corrientes y la superficie libre a través de análisis armónico y espectral. Enseguida, se determina la influencia de los vientos en la generación de las corrientes.

Finalmente los resultados y las conclusiones más importantes se presentan en el Capítulo VII. El trabajo cuenta con 2 Anexos, los cuales dan sustento al Capítulo III.



## II. ESTADO DEL ARTE. GENERALIDADES SOBRE LAS CORRIENTES Y AGENTES QUE LAS ORIGINAN.

### II.1. TIPOS DE CORRIENTES

En general se puede definir a las corrientes como el desplazamiento de una masa de agua, determinada por dos características: dirección y velocidad.

#### II.1.1. CORRIENTES INDUCIDAS POR VIENTOS LOCALES

##### II.1.1.1 EL VIENTO

El movimiento de las masas de aire se define como viento: por un lado corrientes horizontales de aire que circulan con relativa proximidad a la superficie terrestre, y por otro los vientos orográficos (ascendentes), los cuales no se presentan en zonas planas como es el océano. El viento es uno de los principales mecanismos que generan corrientes en el océano.

Los vientos se pueden clasificar como se muestran en la siguiente tabla (Frias y Moreno, 1986):

Tabla II.1: Clasificación de los vientos por su dirección y su extensión.

Clasificación de los vientos	
Dirección	Constantes o regulares (actúan todo el año)
	Periódicos (se invierten; en el día y noche o en épocas del año)
	Irregulares (no periódicos)
Extensión	Locales
	Generales o planetarios (brisas y monzones)

El viento es caracterizado por su dirección, su intensidad (velocidad) y su frecuencia.

- Dirección. Normalmente, se mide mediante un anemómetro según los 360 grados geográficos en intervalos de 10 grados. Para caracterizarla en la mar se emplean 16 rumbos de la rosa de los vientos y cada punto cardinal representa la dirección de donde sopla; un viento sur es generado en el sur.

- Intensidad. Velocidad con que sopla un viento. La velocidad, expresada en metros por segundo o a veces en nudos (millas náuticas/hora) es medida por los anemómetros. Actualmente se emplea el radar de viento para determinar la velocidad y dirección en una zona determinada. Para estandarizar la intensidad se ha utilizado la escala de Beaufort (modificada) (ver Tabla II.2) y la escala de Saffir Simpson (ver Tabla II.3).

Tabla II.2: Escala de Beaufort (modificada).

Grado	Nombre	Velocidad del viento (km/h)*	Condiciones del mar
0	Calma	0 – 1	Mar llana.
1	Ventolina	1 – 5	Ondulación pequeña en la superficie, no hay producción de espuma.
2	Flojito	6 – 11	Olas cortas y bajas que no rompen; mar rizada.
3	Flojo	12 – 19	Oleaje que empieza a romper; poca espuma; mar rizada.
4	Bonacible	20 – 28	Olas de poca altura; borregos de espuma; marejadilla.
5	Fresquito	29 – 38	Se acentúa la longitud de las olas; generalización de borregos de espuma; esporádicamente rociones de espuma, marejada.
6	Fresco	39 – 49	Se inicia la formación de grandes olas, que rompen; rociones de espuma al aire; mar gruesa.
7	Frescachón	50 – 61	Crece la mar; mar muy gruesa.
8	Duro	62 – 74	Olas de gran altura; las crestas despiden espuma pulverizada; mar arbolada.
9	Muy duro	75 – 88	Olas muy grandes; balances pronunciados; la espuma empieza a afectar la visibilidad.
10	Temporal	89 – 102	Olas considerables; mar blanca de espuma, balances fuertes.
11	Borrasca	103 – 117	Olas extraordinariamente altas; visibilidad escasa a causa de la espuma.
12	Huracán	> 118	Atmósfera y mar completamente llena de espuma; visibilidad casi nula.

Fuente: <http://www.meteocat.com/mar/beaufort.htm>  
\* A 10 m sobre la superficie del mar.

Tabla II.3: Escala de Saffir Simpson.

Categoría	Vientos [km/h]	Presión [mb]	Marea Tormenta	
			[m]	[ft]
1	118-153	desde 980	1.22 - 1.52	4 – 5
2	154-177	965-979	1.83- 2.44	6 – 8
3	178-209	945-964	2.74 - 3.66	9 – 12
4	210-248	920-944	3.96 - 5.47	13 – 18
5	Desde 249	hasta 920	Desde 5.49	Desde 18

Fuente: <http://www.huracanes.8m.com/saffir-simpson.htm>

Una de las formas para abordar el estudio de los campos de vientos es a través del modelo de la capa límite planetaria en la cual los vientos se comportan de acuerdo a un balance geostrófico (unidireccionales) arriba de los 1000 metros de altura. Debajo de esta altura los efectos de fricción debidos a la presencia de la tierra (en este caso el océano) distorsionan el campo de vientos. Debajo de la región geostrófica se presenta una capa límite, la cual se divide en dos partes: Una que se supone de esfuerzo cortante constante que varía de 10 m a 100 m de altura sobre el océano (unidireccional) y otra arriba de ésta, la cual se le nombra región de Ekman donde actúan fuerzas adicionales como la fuerza de Coriolis, tensión viscosa, gradiente de presión, etcétera (Figura II.1), que ocasionan que el perfil de velocidades gire al disminuir la altura en sentido horario (Hemisferio Norte) o antihorario (Hemisferio Sur) con relación al viento geostrófico.

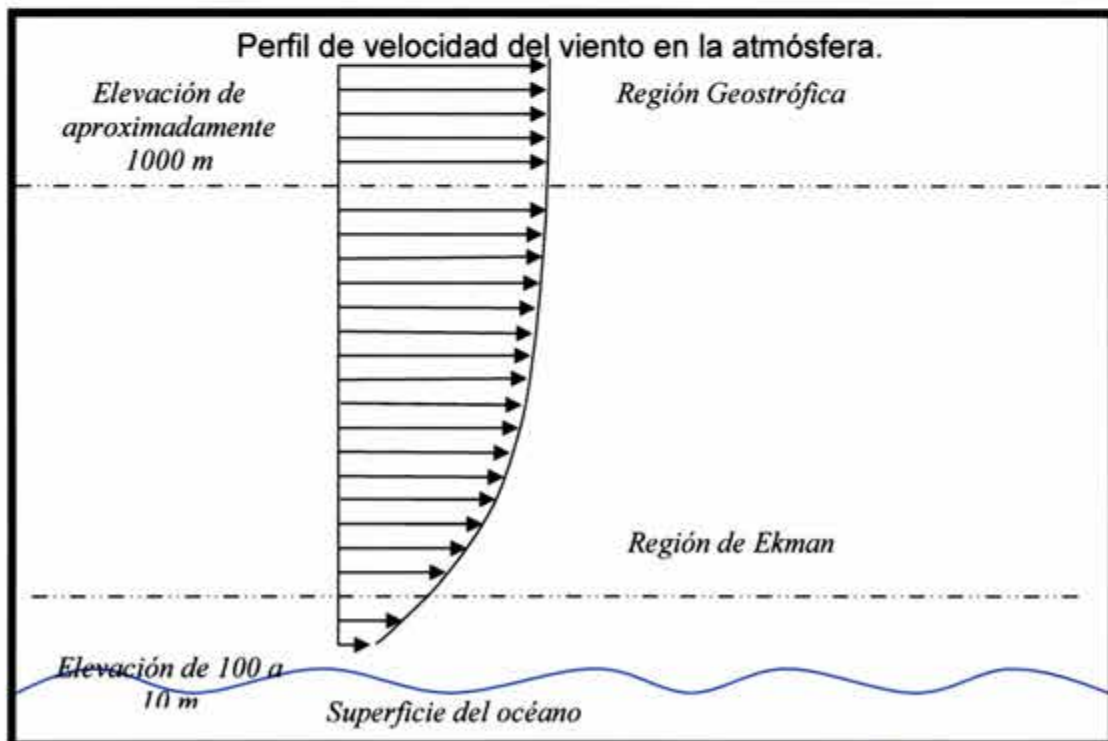


Figura II.1: Perfil de velocidad del viento en la atmósfera (Ávila, 2002).

### II.1.1.2 MECANISMO COMO SE GENERAN LAS CORRIENTES POR VIENTOS LOCALES

Cuando el campo de vientos local actúa sobre la superficie del océano se produce un esfuerzo cortante entre los dos fluidos que dan lugar a corrientes superficiales. Al igual que el viento ejerce esfuerzos cortantes en la superficie del océano, las corrientes superficiales transmiten a su vez esfuerzos cortantes a las capas inferiores del océano, generando así corrientes locales.

### II.1.1.3 PERFIL DE CORRIENTES GENERADO POR VIENTOS LOCALES. ESPIRAL DE EKMAN

El oceanógrafo noruego Fridjof Nansen, en sus expediciones hacia las altas latitudes del Hemisferio Norte a finales del siglo XIX y principios del siglo XX, observó que los icebergs no se desplazaban en la misma dirección del viento, pero se desplazaban sistemáticamente en un ángulo hacia la derecha de la dirección de éstos. Vagn Walfrid Ekman, estudiante de Nansen en ese tiempo, razonó que la causa de ese desvío era consecuencia de la rotación de la tierra, y subsecuentemente desarrolló la teoría de capa límite que ahora lleva su nombre y se le conoce como Espiral de Ekman, la cual presentó primero en su tesis doctoral en 1902 y posteriormente de manera más extensa en dos artículos, 1905 y 1906 (Jones y Toba, 2001).

Ekman describió correctamente que las corrientes no son paralelas a los vientos dominantes. A pesar de que la columna de agua es un medio continuo para los fines de este desarrollo, en forma esquemática y discreta puede decirse que la energía del viento se transmite al agua en forma de capas por la fricción, de tal manera que existe un mayor gradiente en las velocidades de las capas superficiales que disminuye hacia las capas más profundas. Ekman encontró que la combinación de este efecto y el efecto de Coriolis hacen que el transporte neto de agua sea  $45^\circ$  respecto a la dirección del viento (a la derecha en el hemisferio norte, y a la izquierda en el Hemisferio Sur)

Si se tiene una interfase como en la atmósfera y el océano, al soplar el viento genera un esfuerzo cortante sobre la superficie del océano, que entre otros fenómenos propicia una corriente superficial que a su vez transmite el esfuerzo a las capas interiores del océano y de esta forma produce una corriente que es posible representar por medio de un perfil de velocidad de las corrientes. Ahora bien si este sistema se encuentra girando, como es el caso de la tierra, el perfil de velocidades gira en sentido horario (Hemisferio Norte) o antihorario (Hemisferio Sur) con respecto a la dirección del viento a medida que aumenta la profundidad, lo que genera un espiral, el cual es llamado Espiral de Ekman (Figura II.2). Al igual que en la superficie del océano, en el fondo de este, al existir una corriente sobre el fondo marino, el efecto de la fuerza de Coriolis propicia que el perfil de velocidades gire en sentido horario (Hemisferio Norte) o antihorario (Hemisferio Sur) desde el fondo hacia la superficie. Dada la importancia de



está teoría para el presente trabajo, el desarrollo teórico de la misma se presenta más adelante en el Capítulo III.

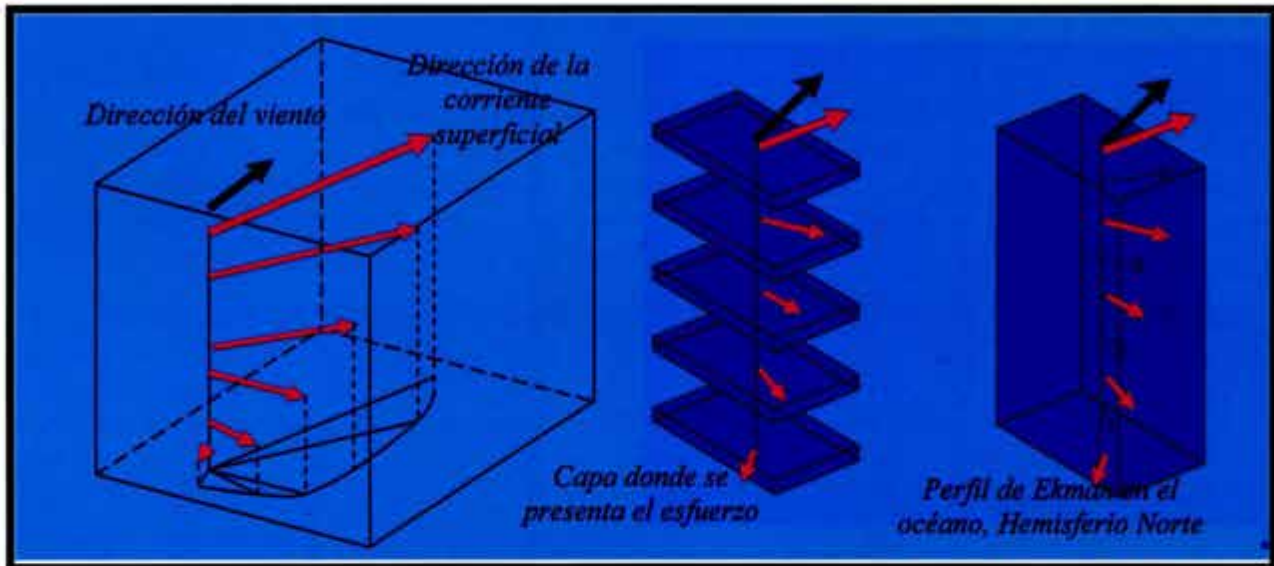


Figura II.2: Perfil de Ekman en el océano, Hemisferio Norte.

#### II.1.1.4 DIRECCIÓN DEL VIENTO, DEL ESFUERZO Y DEL OLEAJE

Una consideración común para modelar el viento es la asunción que la interacción entre el aire y el océano en la capa superficial atmosférica los vectores del viento y el esfuerzo son colineales. A esta capa se le conoce como *región de tensión constante* (ver II.1.1.1 EL VIENTO). La parametrización simple del coeficiente de arrastre del esfuerzo supone un alineamiento de los vectores. Sin embargo, los resultados de Smith (1980), Geernaert (1988) y otros autores, han mostrado que en ocasiones, existen diferencias de hasta 40° sobre el océano.

En términos de las covarianzas de los esfuerzos promediados turbulentos de Reynolds, el vector de esfuerzo cortante en la horizontal se define de la siguiente forma:

$$\frac{\tau}{\rho} = -(\overline{u'w'})\hat{i} - (\overline{v'w'})\hat{j} \quad (I.1)$$

donde  $\tau$  es el vector de esfuerzo horizontal,  $\rho$  es la densidad,  $u', v'$  y  $w'$  son las velocidades de fluctuación en las direcciones  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$ . Los componentes cinemáticos de los esfuerzos son  $u'w'$  y  $v'w'$  y donde la testa recta significa el promedio en el tiempo. A esta técnica para obtener los esfuerzos se le denomina como técnica de correlación, usualmente se infiere a una altura de aproximadamente 10 m, donde los esfuerzos se asumen iguales a los de la superficie,  $\tau_0$ . La técnica de disipación inercial

es otro método que también puede estimar la magnitud de los esfuerzos e inherentemente asumir colinealidad.

#### II.1.1.4.1. DIRECCIÓN DE LOS ESFUERZOS EN LA CAPA LÍMITE ATMOSFÉRICA Y EN LA CAPA LÍMITE AERODINÁMICA

##### (a) CAPA LÍMITE ATMOSFÉRICA

La variación de los esfuerzos con la altura en una capa límite de estado constante es gobernada por las fuerzas de Coriolis, gradientes de presión y esfuerzos divergentes. Las consideraciones de un gradiente de presión barotrópico y viscosidad de remolino constante dan como resultado el Espiral de Ekman de Viento. Los vectores de esfuerzo y de viento en las capas cercanas a la superficie son asintóticamente colineales (Jones y Toba, 2001). La parte superior de la capa límite es usualmente definida como la altura donde los esfuerzos son el 90 % del  $\tau_0$  (Wyngaard 1973). En esta altura, para una velocidad de viento geostrófico de 10 m/s y una viscosidad de remolino de  $1 \text{ m}^2/\text{s}$ , Friehe et al. (2000) mostró que el ángulo entre el esfuerzo y el viento fue de  $-3^\circ$  (citados por Jones y Toba, 2001).

##### (b) CAPA LÍMITE AERODINÁMICA

La relación entre los esfuerzos y el flujo ha sido del interés de muchos estudios de ingeniería de la capa límite donde hay efectos en tres dimensiones. Compton y Eaton en 1995 (citados por Jones y Toba, 2001) presentaron una serie de extensas mediciones de esfuerzos y del ángulo del flujo en una capa límite turbulenta en tres dimensiones. Lejos de las paredes fueron encontrados ángulos de hasta  $40^\circ$  entre el flujo y los esfuerzos, pero el ángulo llegó a ser esencialmente de 10 unidades de altura adimensional ( $z_+ = (z u_* / \nu)$  donde  $z$  es la altura,  $u_* = (\tau_0/\rho)^{1/2}$  es la velocidad al cortante y  $\nu$  es la viscosidad molecular cinemática). Mientras la correspondencia entre el laboratorio y capa límite atmosférica en términos de  $z_+$  no es clara, los resultados de laboratorio de los esfuerzos y del viento, muestran alineamiento muy cerca de la superficie sólida. Lo anterior es congruente con la hipótesis manejada en la ecuación de viscosidad newtoniana que considera a los esfuerzos colineales con el flujo inmediatamente cerca de una superficie.

#### II.1.1.4.2. MEDICIONES DE LABORATORIO DE VIENTO – OLEAJE

Giovanangeli et al. en 1994 (citados por Jones y Toba, 2001) midieron el espectro direccional de los esfuerzos y la oblicuidad del oleaje swell en el túnel de viento – oleaje de IRPHE en Marsella con un anemómetro de ilo caliente. La velocidad de viento fue de 6 m/s, fetch de 3 m, alturas del anemómetro de 0.02 y 0.2 m, pendiente del canal de

0.08 a 0.24, el ángulo de incidencia de oleaje swell relativo a la dirección del viento medio fue de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $50^\circ$  y  $90^\circ$ . La reflexión sobre las paredes del túnel fue minimizada.

La dirección del esfuerzo de viento se apartó de la dirección del viento dependiendo del ángulo de incidencia y la pendiente del oleaje swell y la altura por encima de la superficie. El máximo valor fue  $20^\circ$  cercano al oleaje para las pendientes más grandes. Para un oleaje swell con un ángulo incidente de  $50^\circ$ , el ángulo decreció abruptamente hacia  $3^\circ - 5^\circ$  para todas las alturas. Para un ángulo de oleaje swell incidente de  $30^\circ$ , el decremento del ángulo con las alturas fue más lineal, aproximadamente en  $5^\circ$ . El vector de esfuerzo cambio hacia la dirección del oleaje swell con el incremento de la pendiente.

#### **II.1.1.4.3. MEDICIONES CON AERONAVES**

Zemba y Friehe en 1987 (citados por Jones y Toba, 2001) presentaron perfiles de las direcciones de vientos y esfuerzos realizadas con una aeronave en la capa límite en una costa con surgencia. El flujo global fue caracterizado por un fuerte chorro de bajo nivel ( $15 - 22$  m/s en  $400 - 800$  m) con una gran inversión. En el nivel de vuelo más bajo, de aproximadamente  $30$  m, el ángulo fue de aproximadamente  $0^\circ$ , por encima de  $30$  m el esfuerzo giró hacia la derecha del viento, alcanzando un ángulo de diferencia de  $45^\circ$  en  $200$  m. Enriquez y Friehe en 1997 (citados por Jones y Toba, 2001) examinaron el ángulo de diferencia entre el viento y el esfuerzo en la misma área que Zemba y Friehe y encontraron pequeñas diferencias en  $30$  m, que fueron sin embargo atribuidas a errores en el sistema de mediciones de los vientos con la aeronave.

#### **II.1.2. CORRIENTES INDUCIDAS POR MAREAS**

Otro mecanismo importante de generación de corrientes son las mareas. Las mareas son el resultado de la atracción gravitacional de la Luna y el Sol sobre la Tierra (Las variaciones más importantes son debidas a estos cuerpos). Éstas provocan un ascenso y descenso en el nivel del agua con respecto a un plano de referencia, así como un flujo horizontal llamado corrientes de mareas.

Aunque las fuerzas que actúan son conocidas, el movimiento de marea resultante es extremadamente complejo, esto es por la distribución irregular de los continentes y océanos en el planeta y a los efectos retardadores, provocados por la fricción e inercia.

##### **II.1.2.1 LAS MAREAS**

Las mareas son ondas largas, ya sean progresivas o estacionarias. El período dominante es usualmente de  $12$  horas  $25$  minutos, el cual es la mitad de un día lunar. Las mareas se generan por el potencial gravitacional de la luna y el sol (astronómicas),

por gradientes de presión de un centro de baja presión y gradientes de temperatura en la atmósfera (mareas de tormentas) y por el efecto que se produce en la onda de marea al propagarse sobre un estrecho o un golfo que se hace más angosto en su extremo, por ejemplo, en el Golfo de California (marea hidráulica). Su propagación y amplitud están influenciadas por fricción, la rotación de la tierra (fuerza de Coriolis), y la resonancia y/o la transformación determinadas por las formas y profundidades de las cuencas oceánicas y los mares marginales.

La manifestación más obvia de la marea es el ascenso y descenso del nivel del mar. A continuación se describe la marea astronómica y la marea de tormenta y se mencionan los agentes que las producen.

### II.1.2.1.1. MAREA ASTRONÓMICA

La marea astronómica se genera por la atracción gravitacional de los cuerpos celestes que actúa sobre las partículas de agua de la tierra, principalmente la luna y el sol (Figura II.3). Si se considera a la tierra totalmente esférica y cubierta por un capa uniforme de agua, existen dos mecanismos para generar las mareas. El primero es la rotación sobre su eje, que produce una fuerza centrífuga que actúa sobre las partículas de agua. Un segundo mecanismo es la atracción de los cuerpos celestes. Por la cercanía con la tierra, la Luna es el cuerpo celeste con mayor influencia en la generación de marea, así el efecto de la luna es 2.14 veces superior al del sol (la fuerza de atracción entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros de gravedad). Sin embargo, a pesar de la gran distancia entre la Tierra y el Sol, la influencia de éste último no puede despreciarse, consecuencia de su tamaño (46% menor con respecto a la atracción de la luna, Figura II.3). Las fuerzas de atracción de la luna y el sol se pueden sumar o también la fuerza del sol puede disminuir la influencia de la fuerza de atracción de la luna, dependiendo de la posición relativa que ocupen los tres astros.

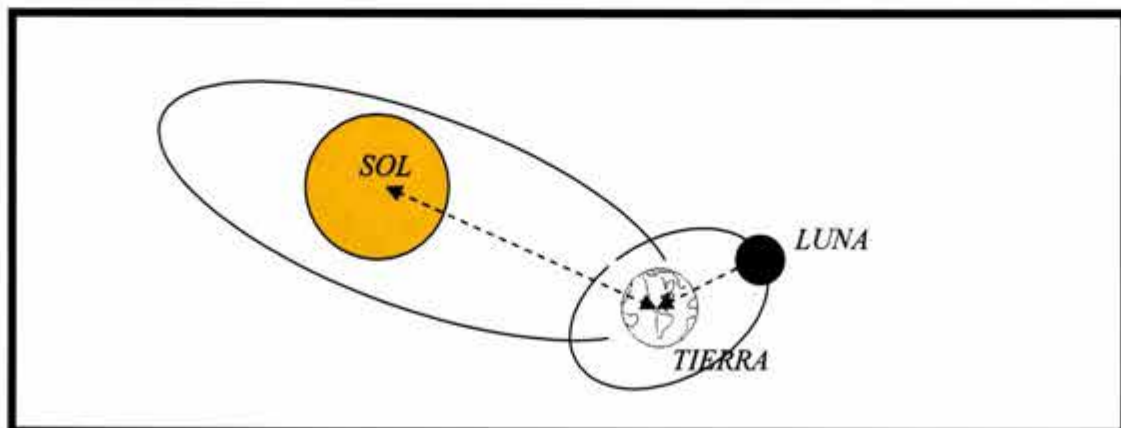


Figura II.3: El Sol y la luna son los cuerpos celestes con mayor influencia en la generación de marea astronómica.

Es obvio que los cambios de posición de la Luna con respecto a la Tierra y el Sol, durante un ciclo mensual (29.53 días), modificarán la atracción gravitacional de estos cuerpos sobre la Tierra.

Cuando la Luna está en fase nueva y fase llena, la atracción gravitacional de la Luna y el Sol provoca la marea viva. La combinación de estas fuerzas provoca que se presenten las máximas pleamares en un ciclo mensual, así como que se tengan las mínimas bajamares en el mismo lapso (Uribe, 2002).

En primera y tercera fase de la Luna (cuadratura), las fuerzas de atracción gravitacional de ambos cuerpos sobre las masas de agua de la Tierra son perpendiculares entre sí. Cada fuerza tiende a contrarrestar a la otra, por lo que ambas disminuyen. Se presentan entonces las pleamares y bajamares más bajas en el ciclo mensual.

Las elipses con línea continua representan la fuerza productora de mareas, producidas por la Luna en la posición de syzygy (Luna llena y nueva), y cuadratura (primer y cuarto menguante) la elipse con línea discontinua representa la fuerza productora de mareas desarrollada por el Sol.

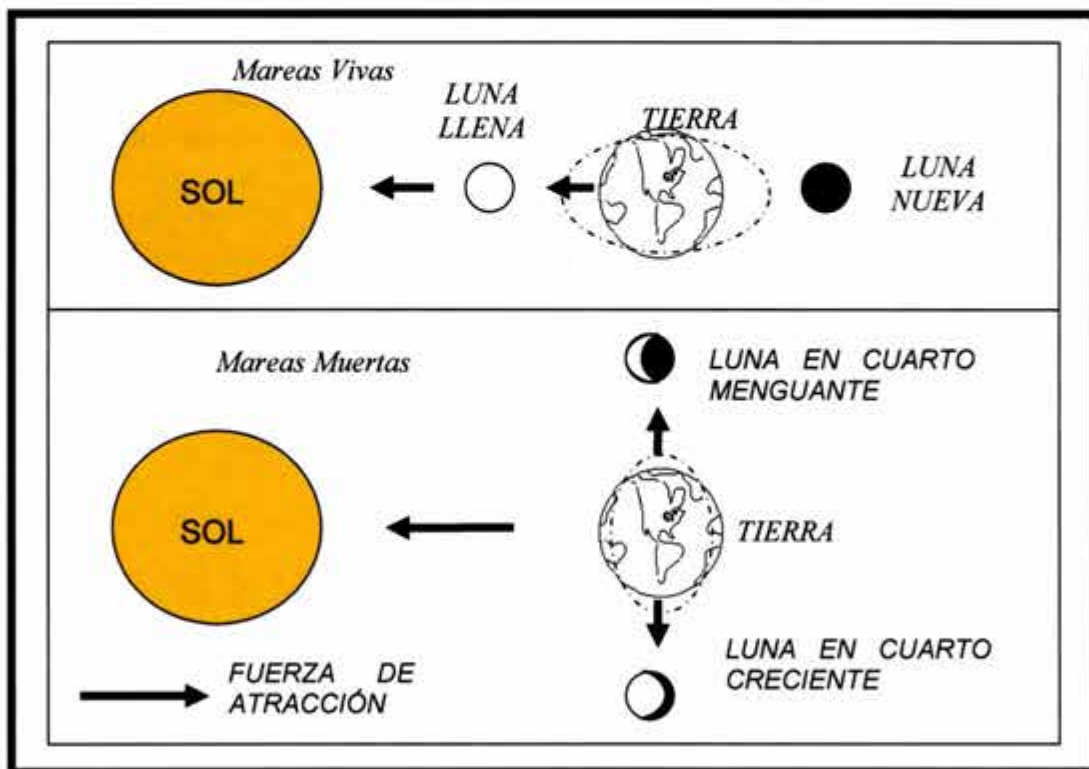


Figura II.4: Fases de la luna que muestran la interacción con el sol, y su influencia para generar mareas.

El que existan mareas vivas y mareas muertas alternas da como resultado una desigualdad quincenal en las alturas de la marea y las corrientes. Este período es de 14.77 días, el cual es la mitad de un mes sinódico. (Sinódico: está relacionado a las

mismas fases de un planeta o sus satélites. Un período sinódico o un mes sinódico es entonces el tiempo que transcurre entre dos fases sucesivas idénticas de la luna. En la teoría de las mareas, sinódico siempre hace referencia a la luna, tal que un mes sinódico es el tiempo que transcurre entre fases sucesivas de la luna, por ejemplo entre lunas nuevas sucesivas.) Existen otras desigualdades con periodos similares o más largos.

La Luna sigue una trayectoria elíptica, considerando esto, la distancia y la atracción gravitacional entre la Tierra y la Luna variará a lo largo de su recorrido, por lo que la fuerza productora de mareas no será la misma durante un mes (Uribe, 2002).

Cuando la Luna esta más cerca de la Tierra (Perigeo), la fuerza productora de mareas es mayor que lo normal. Dos semanas después, la Luna esta más alejada de la Tierra (Apogeo), entonces la fuerza productora de mareas disminuye de tal manera que es la menor durante el mes.

De manera similar, cuando la Tierra está más cerca del Sol (Perihelio), alrededor del 2 de Enero de cada año, se presentan las máximas pleamares y cuando la Tierra está más alejada del Sol (Apehelio), cerca del 2 de Julio, se presentan las mínimas bajamares.

Cuando el Perigeo, Perihelio, y la Luna llena o Luna nueva ocurren al mismo tiempo, se tiene las máximas pleamares del año. De manera similar cuando el Apogeo, Apehelio, y el primer o tercer cuarto de la Luna coinciden al mismo tiempo, se presentan las mínimas bajamares del año.

Considerando la obstaculización de las masas de agua de los océanos por los continentes, la inclinación del eje de rotación de la tierra, y la interacción de los astros (masas y distancias), se presentaran distintos tipos de mareas locales en un ciclo de 24 horas 50 minutos:

- Diurna. Presentan un pleamar y un bajamar por ciclo.
- Semidiurna. Tienen dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos consecutivos con periodos de 12 horas y 25 minutos cada uno donde las amplitudes de ambas son sensiblemente semejantes.
- Mixta. Poseen dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos sucesivos con periodo de 12 horas y 25 minutos cada uno donde las amplitudes de ambas presentan diferencias notorias.

Las mareas se pueden representar como la suma de oscilaciones armónicas con períodos asociados a la influencia de los cuerpos celestes (masas y distancias) y a la tierra, más la suma de oscilaciones armónicas de todas las otras combinaciones de períodos (tales como desigualdades). Cada oscilación se conoce como constituyente de marea, y tiene amplitud, período y fase específicos, los cuales se pueden extraer a

partir de observaciones utilizando técnicas de análisis armónico (Pugh, 1987). Doodson en 1921 desarrolló 396 componentes armónicas de mareas, y en la Tabla II.4 se muestran algunas de las principales componentes armónicas (ver III.7.2 ANÁLISIS ARMÓNICO).

Tabla II.4: Componentes armónicas de la marea astronómica, (Dean y Dalrymple, 2002).

Tipo de Marea	Símbolo	Período (hora solar)	Descripción
Semidiurna	M <sub>2</sub>	12.42	Marea principal lunar
	S <sub>2</sub>	12.00	Marea principal solar
	N <sub>2</sub>	12.66	Variación mensual de la distancia lunar
	K <sub>2</sub>	11.97	Cambio de la inclinación de la luna y el sol.
Diurna	K <sub>1</sub>	23.93	Constituyente lunar - solar
	O <sub>1</sub>	25.82	Constituyente principal lunar diurno
	P <sub>1</sub>	24.07	Constituyente principal solar diurno
Larga	M <sub>F</sub>	327.86	Constituyente quincenal de la luna.

#### II.1.2.1.2. MAREA DE TORMENTA

Huracanes, tifones, monzones, tormentas tropicales y frentes fríos son la forma producida por campos de vientos de gran magnitud como consecuencia de gradientes de presión de un centro de baja presión y gradientes de temperatura en la atmósfera, (Dean y Dalrymple, 2002). Los campos de viento ocasionan sobreelevaciones al soplar sobre la superficie de los océanos en dirección hacia la línea de costa de manera constante por períodos largos.

La marea de tormenta se constituye por varios componentes, (Dean y Dalrymple, 2002):

1. Una reducción de la presión barométrica en la zona de baja presión, induce lo que se le conoce como llama *marea barométrica*, y es la respuesta de las aguas costeras a la baja presión en el centro de una tormenta. Suele ser del orden de 10 centímetros, lo que significa que no es muy considerable.
2. *Marea de Coriolis*. Ocurre en las costas cuando hay una corriente generada por una tormenta, entonces la fuerza de Coriolis debida a la rotación de la tierra, puede ser balanceada únicamente por una variación hidrostática en la superficie del agua.
3. El ascenso y descenso del agua en la costa como consecuencia del oleaje rompiente, se puede considerar como parte de la marea.
4. Marea por campo de vientos. El campo de vientos sopla sobre la superficie del océano en dirección a la costa y produce un apilamiento de agua en dirección de la costa.

La suma de las cuatro componentes integran la marea de tormenta total, pero en general la mayor contribución es por la marea ocasionada por el campo de vientos.

### II.1.2.2 MECANISMO COMO SE GENERA LA CORRIENTE POR MAREA

Dado que la marea se considera como una onda larga viajando en aguas someras (relativo a su longitud), las orbitas que recorren sus partículas producen un perfil de velocidades que existe en toda la columna de agua. En este sentido, se obtiene un perfil máximo positivo (crestas) y un perfil máximo negativo (valles). Por otro lado, dada la poca profundidad relativa a la longitud de la onda, la onda es altamente no-lineal, por lo que existe una resultante en la dirección de propagación del oleaje. Dicha resultante es pequeña pero puede contribuir a la generación de corrientes netas de largo período.

### II.1.3. CORRIENTES INDUCIDAS POR OLEAJE

#### II.1.3.1 EL OLEAJE

Las olas son movimientos ondulatorios y oscilaciones periódicas de la superficie del mar, formadas por crestas y depresiones que se desplazan horizontalmente.

El viento es el principal responsable de la generación del oleaje que se desplaza sobre la superficie del agua, sin embargo no es el único, grandes deslizamientos o movimientos tectónicos en el fondo del océano, generan los llamados Tsunamis.

Para el estudio de las olas, éstas se pueden dividir en dos grupos, olas en aguas profundas, que se caracterizan por no estar influenciadas por el fondo marino, moviéndose independientemente de él, y olas costeras o en aguas someras, son aquellas en donde su forma y movimiento se ven afectadas por el fondo marino (Figura II.5). Existen otras clasificaciones, sin embargo ésta es la que se usa en el presente trabajo.



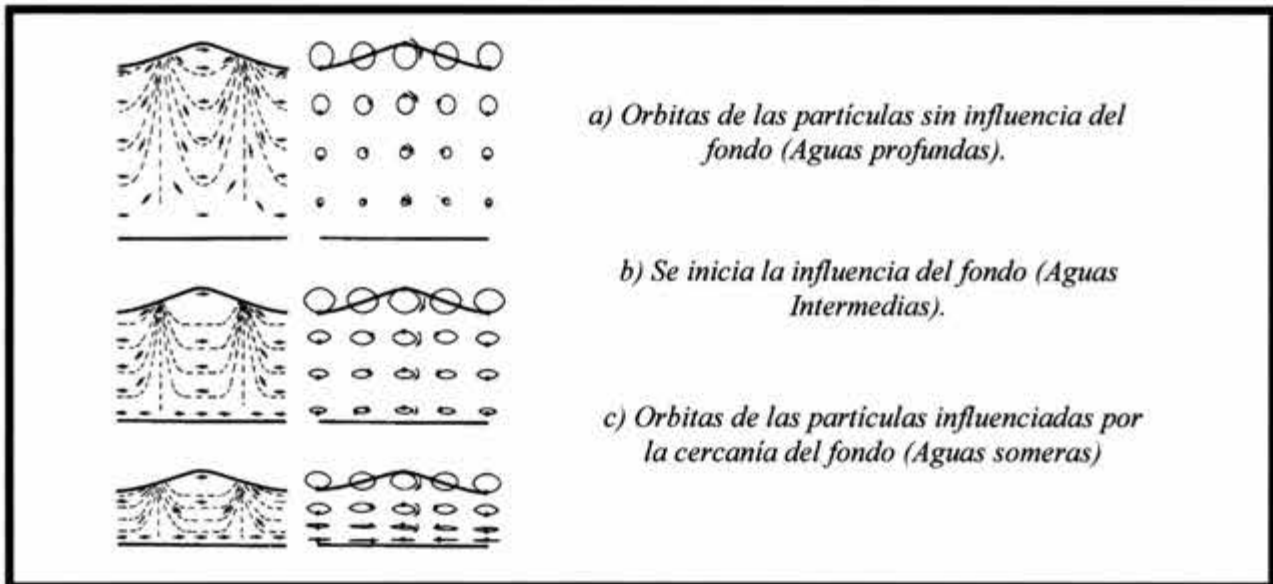


Figura II.5: Influencia del fondo del océano sobre el perfil de las olas (Sylvester, 1974).

### TERMINOLOGÍA DE LA OLA.

Las características de una onda periódica que se propaga en la dirección  $x$ , se presentan en la figura siguiente:

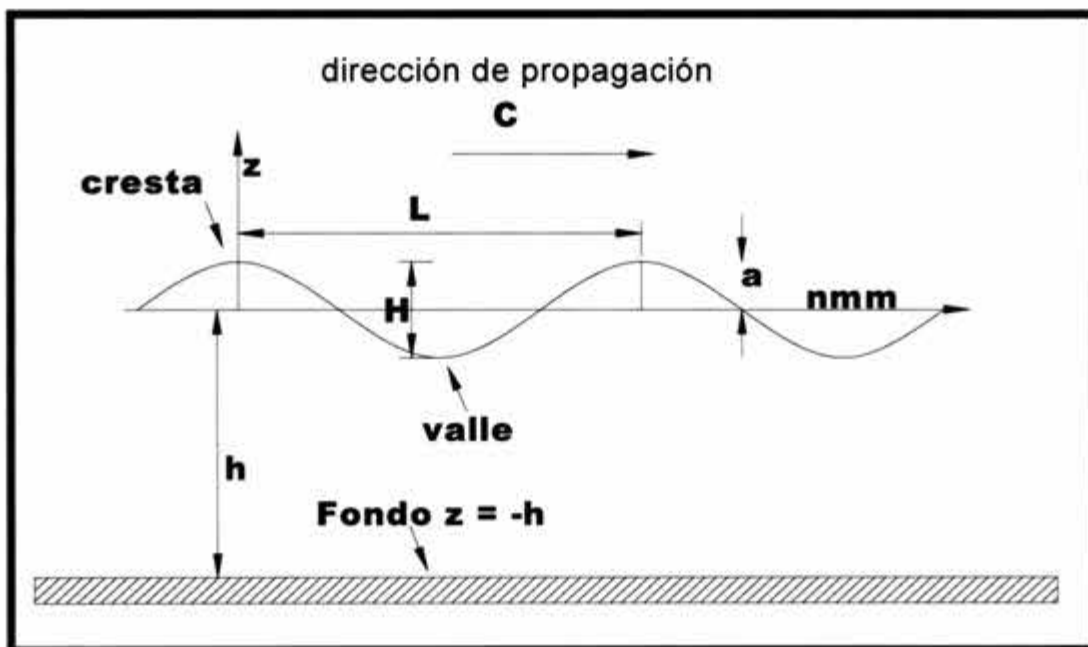


Figura II.6: Características de una onda periódica (Sylvester, 1974).

Los principales parámetros hidráulicos de la onda se definen de la manera siguiente:

- Altura de ola (H): Se define como la distancia vertical entre la cresta y el valle o seno de una ola determinada.
- Amplitud (a): Distancia vertical desde el nivel de aguas tranquilas y la cresta.
- Longitud de ola (L): Es la distancia horizontal medida entre dos crestas o valles consecutivos.
- Período de ola (T): Se define como el tiempo que tardan en pasar por un punto fijo dos crestas o dos valles consecutivamente.
- Celeridad de ola (C): Es la velocidad con la cual se desplaza la ola, es decir  $C = L/T$ .
- Relación de esbeltez ( $\gamma = H/L$ ): Define el perfil de la ola.
- Frecuencia de ola: Se determina mediante el inverso del período  $f = 1/T$ .
- Profundidad (h). Distancia vertical desde el fondo marino hasta el nivel de aguas tranquilas.

### II.1.3.2 MECANISMO COMO SE GENERA LA CORRIENTE POR OLEAJE

Al igual que en el caso de las ondas de marea, las ondas de oleaje de alta frecuencia generan un perfil de velocidades, Figura II.7. En aguas profundas o intermedias la corriente generada por oleaje llega a ser despreciable, pero pueden ser considerables en aguas someras.

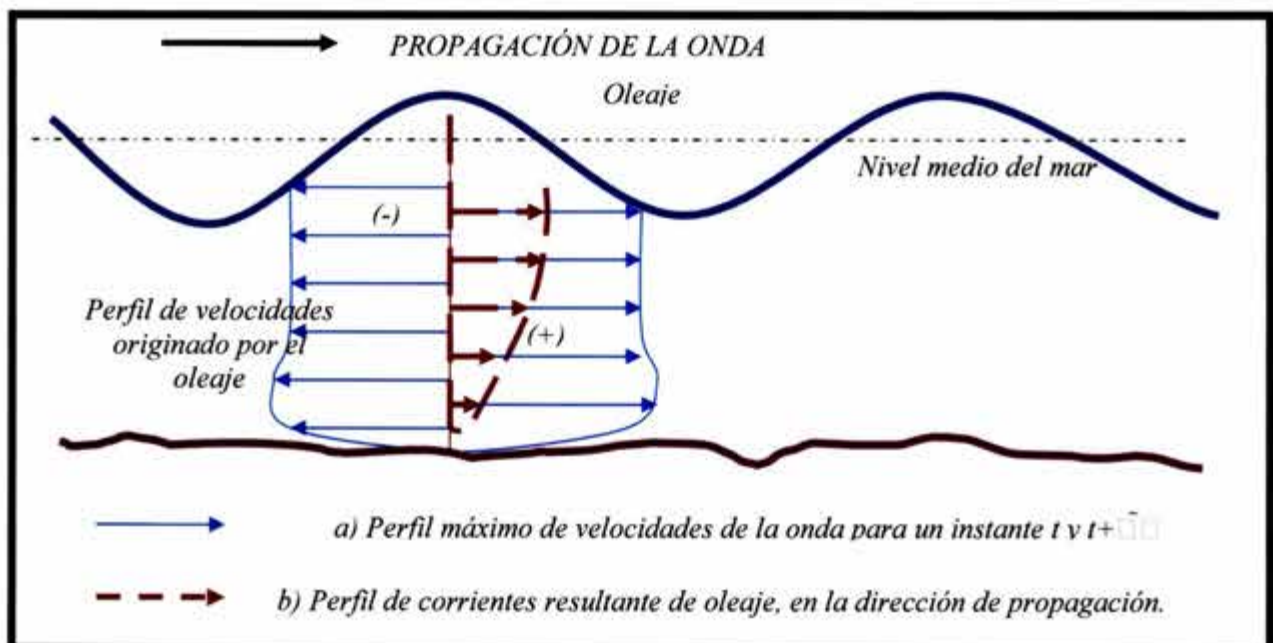


Figura II.7: a) Perfil de velocidades asociado al oleaje, b) Perfil de velocidades resultante, en la dirección de propagación.

#### II.1.4. CORRIENTES OCEÁNICAS

Son grandes circulaciones de masas de agua en todo el mundo con patrones bastante definidos, que si bien es cierto que no se conocen en su totalidad si han sido bastante estudiadas, de ahí que se dice que dependen de los gradientes de temperatura, la latitud, la topografía del fondo marino, estratificación, vientos de gran escala como los alisios o contralisios, entre otros factores. Esta circulación involucra aproximadamente el 10% del agua en los océanos y ocurre alrededor de los 400 metros más superficiales, ver Figura II.8.

Las aguas de la superficie del océano son movidas por los vientos dominantes y se forman gigantescas corrientes superficiales. El giro de la Tierra hacia el Este influye también en las corrientes marinas, porque tiende a acumular el agua contra las costas situadas al oeste de los océanos (por ejemplo, cuando se mueve un recipiente con agua en una dirección, el agua sufre un cierto retraso en el movimiento y se levanta contra la pared de atrás del recipiente). Así se explica, según algunas teorías, que las corrientes más intensas como las del Golfo en el Atlántico y la de Kuroshio en el Pacífico se localicen en esas zonas (Figura II.8).

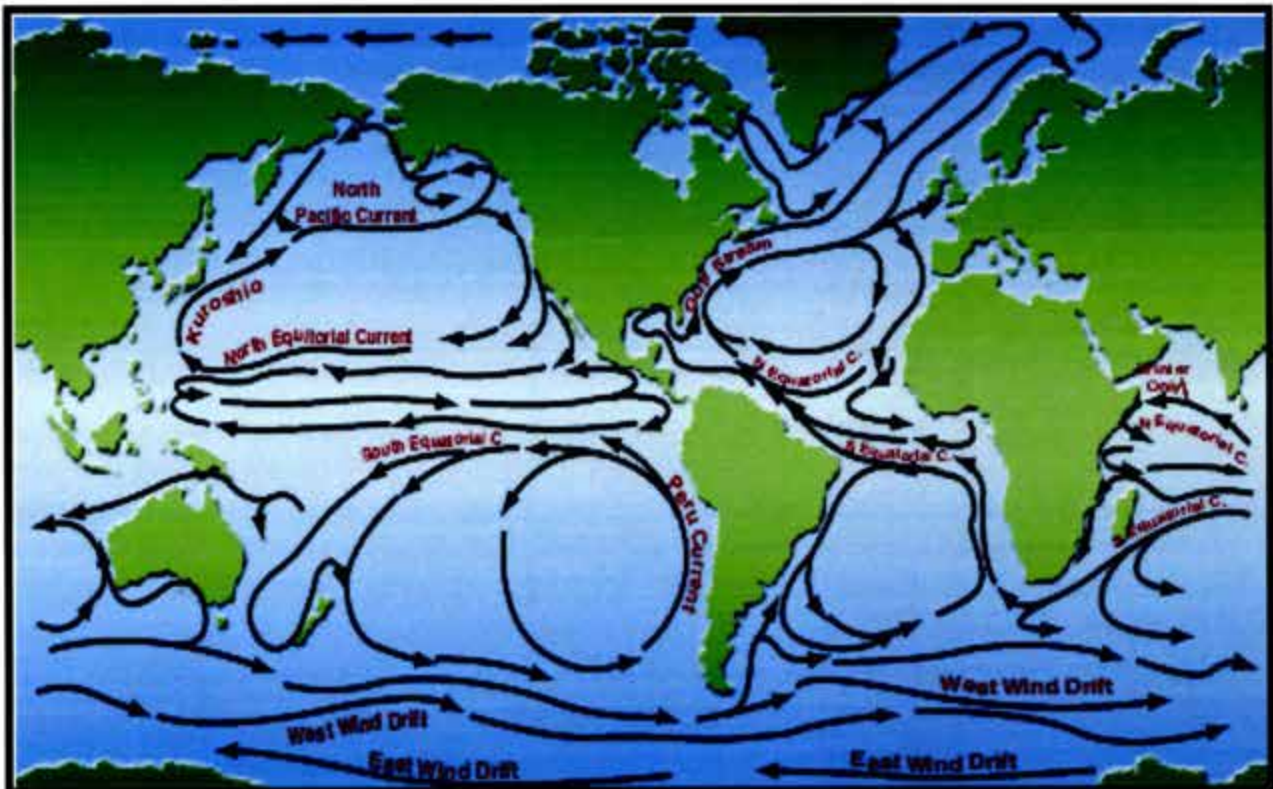


Figura II.8: Patrón de corrientes oceánicas medio anual. Fuente:  
[http://geog.queensu.ca/314/261,5,Oceanic circulation.](http://geog.queensu.ca/314/261,5,Oceanic%20circulation)

Este mismo efecto del giro de la Tierra explicaría las zonas de afloramiento o surgencia que hay en las costas este del Pacífico y del Atlántico en las que sale agua fría del fondo hacia la superficie. Este fenómeno es muy importante desde el punto de vista económico, porque el agua ascendente arrastra nutrientes a la superficie y en estas zonas prolifera la pesca. Las pesquerías de Perú, Gran Sol (Sur de Irlanda) o las del África atlántica se forman de esta manera.

#### II.1.4.1 CIRCULACIÓN DEL GOLFO DE MÉXICO

Debajo de las corrientes superficiales hay pocos estudios de observación de la circulación en el Golfo. Además, existen pocos antecedentes del comportamiento del patrón de corrientes de la Bahía de Campeche, la cual corresponde a la zona de estudio de este trabajo.

En lo que corresponde a la parte Norte del Golfo de México, ésta se encuentra muy estudiada, trabajos como el de [Molinary y Mayer \(1982\)](#) encontraron que las corrientes del fondo en las costas de Mobile, Alabama y Tampa, y Florida se alinean de forma parecida con la batimetría del fondo. [Hamilton \(1990\)](#) analizó mediciones alrededor de 1000 m de profundidad y encontró fluctuaciones dominantes de baja frecuencia (períodos de 25 días y en el espectro secundario encontró 40 y 100 días) constantes con las ondas topográficas de Rossby. Hamilton sugirió que las corrientes Loop Current y los remolinos asociados a estos interactúan con la topografía en el Norte del Golfo dando lugar a las ondas rápidas de topografía de Rossby. Por otro lado [Hamilton y Fernández \(2001\)](#) observaron velocidades de corrientes de 100 cm/s en mediciones realizadas en el Noroeste del golfo en profundidades de 1000 m que fueron asociadas a la presencia de remolinos de gran escala en la zona. Por debajo de los 1500 m las corrientes en el Este del Golfo se consideraron independientes de la profundidad, con una tendencia pequeña a intensificarse y un período de variabilidad de dos semanas.

[Zavala-Hidalgo et al. \(2003\)](#) presentan un modelo de circulación del Golfo forzado por vientos, y analiza la circulación del Golfo de México por zonas y por épocas del año. Según este modelo en la Bahía de Campeche se presenta una zona de confluencia entre la corriente que recorre la zona de Norte a Sur del Golfo y la corriente que ingresa por el Estrecho de Yucatán hacia la Bahía. [Zavala-Hidalgo et al \(2003\)](#), también muestran la presencia de vórtices no estacionarios de gran escala en el Golfo de México. [Morey et. al, \(2004\)](#) también han trabajado con este tipo de modelos (Figura II.9).

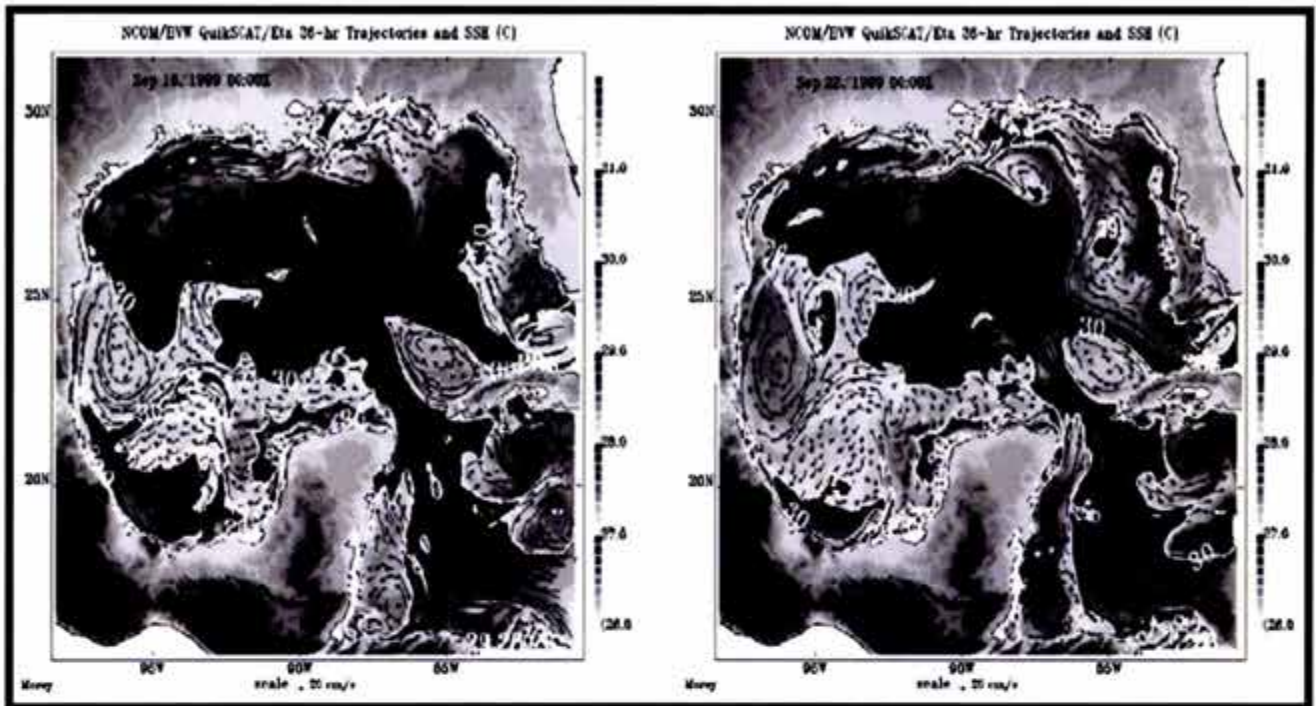


Figura II.9: Modelo de la circulación y la temperatura en la superficie en el Golfo de México (Morey et. al, 2004).

El análisis de corrientes presentado en este trabajo, específicamente en la región suroeste de la Sonda de Campeche, se enmarca dentro de este complejo universo de procesos y mecanismos generadores de corrientes marinas en zonas costeras.



### III. MARCO TEÓRICO

En este capítulo son determinadas las ecuaciones generales de gobierno de la mecánica de fluidos. Posteriormente, al aplicar las hipótesis necesarias para simplificar el fenómeno y con las condiciones de frontera adecuadas, se obtendrán las ecuaciones para generar el perfil de velocidades en la superficie ocasionado por la acción del viento, además de las ecuaciones para reproducir un perfil de Ekman de velocidades en el fondo del océano como consecuencia de una corriente. Estas ecuaciones se utilizarán en el capítulo IV para generar los perfiles a partir de los datos de viento de la región en estudio.

#### III.1. ECUACIONES GENERALES DE GOBIERNO

Las leyes de la mecánica de fluidos usadas en ingeniería son obtenidas por la integración -exacta o aproximada- de las leyes que gobiernan el comportamiento de una partícula del fluido a lo largo de una línea o a través de un área. Así los estudios en hidrodinámica se pueden dividir en dos partes (Le Méhauté, 1976):

1. La primera que consiste en establecer las ecuaciones diferenciales generales que gobiernan el movimiento de una partícula del fluido.
2. La segunda, envuelve el estudio de diferentes métodos matemáticos para resolver las ecuaciones diferenciales básicas.

En el anexo I, que se presenta al final de este trabajo, se muestra la deducción de la ecuación de continuidad que gobierna el movimiento de una partícula y las ecuaciones de contorno, las cuales son las de cantidad de movimiento. Al considerar las siguientes hipótesis:

1. Flujo incompresible.
2. Densidad constante.
3. Se desprecia el efecto de la fuerza centrípeta, parámetro recíproco de Coriolis (anexo I ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA DE AGUA).

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de las partículas son:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.1})$$

donde

$$u = \frac{\partial x}{\partial t}, \quad v = \frac{\partial y}{\partial t}, \quad w = \frac{\partial z}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

$u$ ,  $v$ , y  $w$  son las velocidades de la partícula en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

Ecuaciones de cantidad de movimiento, en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.4})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.5})$$

donde

- $f$  Parámetro de Coriolis, ecuación (1.127) en anexo I.
- $p$  Presión.
- $\rho$  Densidad.
- $\nu$  Viscosidad cinemática.
- $g$  Gravedad.

Cada uno de los términos de las ecuaciones anteriores es desarrollado y descrito en el anexo I.

## III.2. ECUACIONES PARA AGUAS SOMERAS

La teoría de ondas largas es aplicada cuando la profundidad es relativamente pequeña comparada con la longitud de la onda. De esta forma, la aceleración vertical puede ser despreciable. Consecuentemente, las componentes verticales del movimiento no ejercen influencia en la distribución de presión, y ésta se asume como hidrostática. Sin embargo, contrario a la teoría de ondas de pequeña amplitud la superficie libre es desconocida, incluso durante el primer paso de los cálculos. Lo anterior es válido cuando se trata de flujos transitorios, ya que en flujos armónicos la condición de superficie libre es constante.



De la misma forma, la distribución de velocidades a lo largo de la vertical se asume uniforme, o las velocidades de la partícula son promediadas en la vertical. Como consecuencia de la no linealidad de las ecuaciones el número de soluciones está limitado a pocos casos particulares (Le Méhauté, 1976). Siguiendo las hipótesis anteriores las ecuaciones generales (ecuación (III.1), (III.3), (III.4) y (III.5)) se simplifican y son llamadas ecuaciones no lineales para aguas someras (ecuación (III.6) a (III.8))

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.7})$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (\text{III.8})$$

Al plantear diferentes escenarios así como valores específicos de frontera se da solución a las ecuaciones anteriores. En el anexo I, también se presentan las ecuaciones para aguas someras considerando una pendiente en el terreno.

### III.3. LA ESPIRAL DE EKMAN

Un fluido, al tener cierta velocidad y con relación a la proximidad de una frontera rígida paralela a éste, presenta comportamientos diferentes que se manifiestan en dos capas:

1. En primer lugar en una capa relativamente lejana a las fronteras, en la cual la interacción con éstas es mínima y como consecuencia el efecto de la fricción es despreciable. A esta zona se le llama zona o capa interior.
2. Cerca de las fronteras (pared) se presenta una zona con un espesor pequeño, la cual se nombra capa límite, donde la interacción de los esfuerzos tangenciales o la fricción actúan.

El comportamiento en la capa límite se traduce en una disminución en el gradiente de velocidades desde el valor en la zona interior hasta cero en la frontera. El espesor o profundidad de la capa límite,  $d_E$ , es muy estrecho tal que el número de Ekman (ver anexo II, ecuación (2.2)) es del orden de uno, es decir,

$$\frac{v}{\Omega d_E^2} \sim 1 \quad (\text{III.9})$$

donde

$\Omega$  Tasa de rotación o velocidad angular.

por tanto,

$$d_E = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}} \quad (\text{III.10})$$

La ecuación (III.9) es una forma de determinar el espesor de la capa de Ekman, o en otras palabras saber cual será la profundidad en la cual se verán afectados los campos de velocidad como consecuencia de la presencia de una frontera y al encontrarse el fluido en un sistema en rotación.

En el océano  $d_E$  es del orden de 10 m. Una conclusión importante de la relación anterior es que si  $\Omega$  tiende a cero (fluido sin rotación),  $d_E$  tiende a infinito, lo que marca una gran diferencia si se estudia fluidos con o sin rotación.

### III.3.1. ESPIRAL DE EKMAN EN LA SUPERFICIE DEL OCÉANO

La Espiral de Ekman se presentará cuando existe un esfuerzo de fricción horizontal entre dos interfases, si éstas se encuentran en un sistema en rotación, por ejemplo, en la superficie del océano donde el agua esta sujeta al esfuerzo de fricción ocasionado por el viento.

Si se considera el ejemplo anterior, donde en una región del océano con una capa intermedia con componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$  ( $U$  y  $V$ , respectivamente), se presenta un esfuerzo cortante producido por la acción del viento a lo largo de la superficie (ver Figura III.1). Si se asume la hipótesis de fluido homogéneo y capa intermedia con características geostróficas ( $U$ ,  $V$ ) en las ecuaciones para aguas someras (ecuaciones (III.6) a (III.8)) se obtienen las ecuaciones de gobierno que a continuación se muestran:

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.11})$$

$$+fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.12})$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{III.13})$$

Si ahora se consideran las siguientes condiciones de frontera,

En la superficie ( $z = 0$ )  $\rho\nu \frac{\partial u}{\partial z} = \tau^x, \quad \rho\nu \frac{\partial v}{\partial z} = \tau^y,$   
 Hacia la capa interior ( $z \rightarrow -\infty$ )  $u = U, \quad v = V,$

donde

- $\tau^x$  Componente del esfuerzo en la dirección del eje  $x$ .
- $\tau^y$  Componente del esfuerzo en la dirección del eje  $y$ .

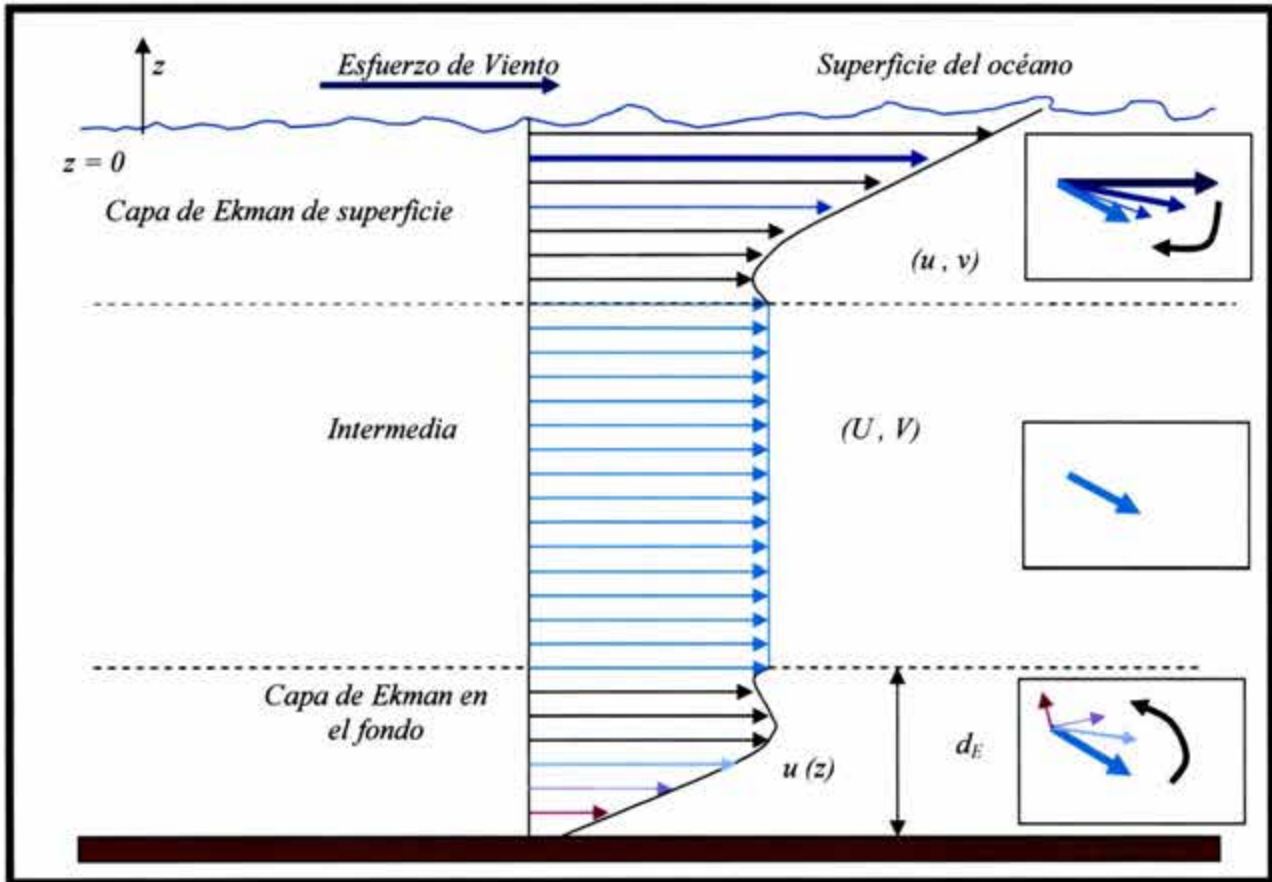


Figura III.1: Corte transversal del perfil de velocidades en el océano ocasionado por un esfuerzo de viento. Espiral de Ekman en el Hemisferio Norte.

En el anexo II, a partir de las ecuaciones para aguas someras, considerando las hipótesis mencionadas y las condiciones de frontera antes citadas, se obtienen las siguientes soluciones:

$$u = U + \frac{\sqrt{2}}{\rho f d_E} e^{z/d_E} \left[ \tau^x \cos\left(\frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4}\right) - \tau^y \operatorname{sen}\left(\frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (\text{III.14})$$

$$v = V + \frac{\sqrt{2}}{\rho f d_E} e^{z/d_E} \left[ \tau^x \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) + \tau^y \cos \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (\text{III.15})$$

Las ecuaciones anteriores describen las velocidades en la capa de superficie y muestran la espiral de Ekman (Cushman-Rosin, 1994; Jones y Toba, 2001), notándose que la desviación del flujo es exclusivamente ocasionada por el esfuerzo de viento. En otras palabras, no depende del flujo de la capa intermedia. A la luz de la anterior conclusión se puede afirmar que cuando  $U$  y  $V$  son cero, es decir, que no se tiene una capa intermedia geostrofica, sigue existiendo un espiral de Ekman. Además, esta componente de flujo ocasionado por el viento es inversamente proporcional a la profundidad de la capa de Ekman,  $d_E$ , y puede llegar a ser muy grande. Físicamente, si el fluido tiene poca viscosidad, un esfuerzo cortante de magnitud moderada en la superficie puede producir grandes velocidades. Entonces, las ecuaciones que describen el perfil de Ekman cuando únicamente se considera que existe corriente originada por el esfuerzo del viento sobre la superficie del océano son:

$$u = \frac{\sqrt{2}}{\rho f d_E} e^{z/d_E} \left[ \tau^x \cos \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) - \tau^y \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (\text{III.16})$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{\rho f d_E} e^{z/d_E} \left[ \tau^x \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) + \tau^y \cos \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (\text{III.17})$$

El transporte en la superficie de Ekman ocasionado por el viento tiene las siguientes componentes,

en dirección  $x$ ,

$$U = \int_{-\infty}^0 (u - U) dz \quad (\text{III.18})$$

$$U = \frac{1}{\rho f} \tau^y \quad (\text{III.19})$$

y en la dirección  $y$ ,

$$V = \int_b^0 (v - V) dz \quad (\text{III.20})$$

$$V = -\frac{1}{\rho f} \tau^x \quad (\text{III.21})$$

Sorpresivamente, el transporte es perpendicular a la dirección del esfuerzo de viento, a la derecha en el Hemisferio Norte, y a la izquierda en el Hemisferio Sur.

### III.3.2. ESPIRAL DE EKMAN EN EL FONDO DEL OCÉANO

Sobre el fondo al existir un flujo, en un sistema en rotación, también se produce un espiral de Ekman. Para deducir las ecuaciones del movimiento en esta capa, por facilidad, se considera un flujo en la capa interior espacialmente no uniforme que varía en una escala suficientemente grande para tener un equilibrio geostrófico. Ahora las condiciones de frontera son:

$$\begin{array}{l} \text{En el fondo } (z = 0) \quad u = 0, \quad v = 0, \\ \text{Hacia la capa interior } (z \rightarrow \infty) \quad u = U, \quad v = V, \quad p = P(x,y), \end{array}$$

La presión dinámica es la misma en toda la profundidad. Aplicando las condiciones de frontera de la capa interior a las ecuaciones en aguas someras una vez que han sido simplificadas por las hipótesis, entonces, la solución de las ecuaciones planteadas que describen el movimiento de las corrientes en la capa de fondo o espiral de Ekman de fondo son (el desarrollo se presenta en el anexo II):

$$u = U \left( 1 - e^{-z/d_E} \cos\left(\frac{z}{d_E}\right) \right) - V e^{-z/d_E} \text{sen}\left(\frac{z}{d_E}\right) \quad (\text{III.22})$$

$$v = U e^{-z/d_E} \text{sen}\left(\frac{z}{d_E}\right) + V \left( 1 - e^{-z/d_E} \cos\left(\frac{z}{d_E}\right) \right) \quad (\text{III.23})$$

El transporte neto del fluido transversal es:

en dirección  $x$

$$U = \int_0^{\infty} (u - U) dz \quad (\text{III.24})$$

$$U = -\frac{d}{2}(U + V) \quad (\text{III.25})$$

y en la dirección  $y$ ,

$$V = \int_0^{\infty} (v - V) dz \quad (\text{III.26})$$

$$V = \frac{d}{2}(U - V) \quad (\text{III.27})$$

A diferencia de la capa superficial, la espiral de fondo únicamente involucra la velocidad de la capa geostrófica. En un plano general, si existiese un flujo sobre una superficie rígida, que estuviese en un sistema en rotación, el perfil de velocidades se comportaría como un espiral de Ekman que dependerá de la magnitud de ese flujo.

## III.4.DETERMINACIÓN DEL ESFUERZO DEL VIENTO SOBRE EL OCEANO

### III.4.1. PERFIL LOGARÍTMICO

Utilizando la teoría del perfil logarítmico se determinará el esfuerzo sobre la superficie generado por la acción del viento cuando el éste se encuentra en la región de tensión constante.

Las características de la región constante se pueden resumir en (Silva, Apuntes de clase, 2002):

1. Se encuentra confinada en los últimos metros de la capa límite.
2. El flujo del viento se supone paralelo al de la superficie del agua.
3. La velocidad del viento se ajusta para que la tensión de fricción horizontal sea casi independiente de la altura.
4. La tensión permanece constante entre la capa y está caracterizada por la velocidad de fricción  $u_*$ ,

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (\text{III.28})$$

La estabilidad del gradiente entre la temperatura del agua y la del aire, tiene un efecto importante sobre el desarrollo de la velocidad al cortante. El perfil de velocidades de viento entre esta región se define por medio de la siguiente relación logarítmica modificada:

$$W_z = \frac{u_*}{\kappa} \left( \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) - \Psi \right) \quad (\text{III.29})$$

donde

$z$ , elevación del viento.

$W_z$ , velocidad del viento a la altura  $z$ .

$\Psi$ , es una función de  $(z/L')$ , llamada función universal de similaridad.

$L'$ , es la longitud de estabilidad de Monin-Obukhov.

$z_0$ , longitud de rugosidad superficial, se obtiene de:

$$z_0 = \frac{C_1}{u_*} + C_2 u_*^2 + C_3 \quad (\text{III.30})$$

donde las constantes  $C_i$  ( $i=1,2,3$ ) tienen los siguientes valores:

$$C_1 = 0.1525 \quad C_2 = \frac{0.019}{980} \quad C_3 = -0.00371 \quad (III.31)$$

$L'$  es igual a:

$$L' = 1.79 \frac{u_*}{\Delta T} \left( \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) - \Psi \right) \quad (III.32)$$

donde  $\Delta T$  es el gradiente de temperatura entre el agua y el aire.

La Función de Similitud se define de la forma siguiente:

$$\Psi = \begin{cases} 0 & \text{Para } \Delta T = 0 \\ C\left(\frac{z}{L'}\right) & \text{Para } \frac{z}{L'} > 0 \\ 1 - \left( \frac{1}{1-18R_i^{1/4}} \right) - 3 \ln \left( \frac{1}{1-18R_i^{1/4}} \right) + 2 \ln \frac{1 + \left( \frac{1}{1-18R_i^{1/4}} \right)}{2} + \dots & \text{Para } \frac{z}{L'} < 0 \\ \dots + 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{1-18R_i^{1/4}} \right) - \frac{\pi}{2} + \ln \frac{1 + \left( \frac{1}{1-18R_i^{1/4}} \right)}{2} & \end{cases} \quad (III.33)$$

donde

$$R_i = \frac{z}{L'} (1-18R_i)^{1/4} \quad (III.34)$$

Las componentes del esfuerzo del viento son definidas como (zonal, meridional):

$$\tau_x = \rho_a C_{Dx} W^2 \quad (III.35)$$

$$\tau_y = \rho_a C_{Dy} W^2 \quad (III.36)$$

donde  $C_D$  es un coeficiente de arrastre y  $W$  es la magnitud del viento a cierta distancia de la superficie, siempre dentro de la región de tensión constante.

La densidad del aire,  $\rho_a$ , incluyendo el efecto de humedad, esta dada por

$$\rho_a = \frac{p}{RT_a(1+0.61q)} \quad (\text{III.37})$$

donde

$p$ , presión de la superficie.

$R$ , Constante de los gases.

$T_a$ , Temperatura del aire.

$q$ , humedad específica.

El coeficiente de arrastre es parametrizado de la siguiente forma

$$C_D = f\left(C_{DN}, \frac{z}{L'}\right) \quad (\text{III.38})$$

donde,  $C_{DN}$  es un coeficiente de arrastre neutral, y  $\Psi = f\left(\frac{z}{L'}\right)$  es una corrección de estabilidad que depende de la longitud de Monin-Obukhov.

De la definición de la velocidad de fricción, ecuación (III.28), se tiene,

$$\frac{\tau}{\rho_a} = C_D W^2 \quad (\text{III.39})$$

En la capa neutralmente estratificada de flujo de momentum constante, en el perfil logarítmico,  $z_0$  se relaciona con el coeficiente de arrastre neutral  $C_{DN}$  por (Jones y Toba, 2001)

$$C_{DN} = \left(\frac{u_*}{W}\right)^2 \quad (\text{III.40})$$

y

$$C_{DN} = \left(\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}\right)^2 \quad (\text{III.41})$$

El coeficiente de arrastre puede ser expresado como (Jones y Toba, 2001)



$$C_D = \frac{\kappa^2}{\ln\left(\frac{z}{z_0} - \Psi\right)^2} \quad (\text{III.42})$$

La ecuación anterior muestra que para la capa de flujo constante no neutra (estratificada), el coeficiente de arrastre depende no solo de la altura de rugosidad relativa  $z_0$ , también del parámetro de estabilidad  $L'$ , que también refleja la dinámica de la capa en la interfase aire océano. Esto es esencialmente importante en las regiones del océano donde puede formarse dentro de la capa atmosférica de superficie una gran estratificación térmica inestable. Por otra parte, la dependencia de la relación  $z/L'$ , de la función universal de similitud significa que la capa límite se aproxima cercanamente a neutra en la superficie (no estratificada) y es no neutra a medida que se incrementa la altura. Notar también que cuando la velocidad del viento es muy fuerte, el valor de  $u_*$  es generalmente alto, además  $\Psi(z/L') \ll \ln(z/z_0)$ , tal que la capa de la superficie puede ser considerada nuevamente con estratificación neutra.

Sin embargo, cuando no hay estratificación es decir  $\Delta T=0$ , es decir,  $\Psi=0$ , entonces,

$$C_D = C_{DN} \quad (\text{III.43})$$

A partir de la velocidad del viento en la región de tensión constante se determina el esfuerzo y velocidad al cortante en la superficie del agua, para lo cual se requiere del siguiente método iterativo.

#### III.4.1.1 MÉTODO ITERATIVO.

1. Se supone  $L'_{(i)}$ .
2. Se evalúa  $\Psi$ , verificando las condiciones:
3. Si  $\Delta T = 0$ , entonces  $\Psi = 0$
4. Si  $\frac{z}{L'} > 0$ , entonces  $\Psi = C\left(\frac{z}{L'}\right)$
5. Si  $\frac{z}{L'} < 0$ , entonces se determina el valor de  $Ri$ , (ecuación (III.34))
6. Determinado el valor de  $Ri$ , se evalúa  $\Psi$ , ecuación (III.33) para  $\frac{z}{L'} < 0$
7. Con  $z$ ,  $W_z$ ,  $\Delta T$ , se valúa la ecuación (III.29), y se resuelve para  $u_*$ , Denominada  $u_{*(i)}$ .

$$W_z = \frac{u_{*(i)}}{\kappa} \left( \ln \left( \frac{z}{\frac{0.1525}{u_{*(i)}} + \frac{0.019}{980} u_{*(i)}^2 - 0.00371} \right) - \Psi \right)$$

8. Se evalúa la ecuación (III.32), con  $u_{*(i)}$ , obteniéndose  $L'_{(i+1)}$ .

$$L'_{(i+1)} = 1.79 \frac{u_*}{\Delta T} \left( \ln \left( \frac{z}{\frac{0.1525}{u_*} + \frac{0.019}{980} u_*^2 - 0.00371} \right) - \Psi \right)$$

9. Se verifica  $\varepsilon_L < 0.01$  m. Donde  $\varepsilon_L = |L'_{(i+1)} - L'_{(i)}|$ .

10. Si no se cumple la condición anterior entonces se repite desde el paso (1) hasta el (5), ahora con  $L'_{(i)} = L'_{(i+1)}$ .

11. Se verifica  $\varepsilon_u < 0.01$  m/s. Donde  $\varepsilon_u = |u_{*(i+1)} - u_{*(i)}|$ .

12. Al cumplirse los puntos (7) y (5), se tiene  $u_*$ ,  $z_0$ ,  $L'$  y  $\Psi$ .

13. Con  $u_*$ , se evalúa el esfuerzo,  $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_a}}$

$$(u_*)^2 = \frac{\tau_0}{\rho_a}$$

$$\tau_0 = \rho_a (u_*)^2$$

14. Con la ecuación (III.40) o la ecuación (III.42), se puede determinar el coeficiente de arrastre

Con el esfuerzo de viento en la superficie, es posible representar el perfil de velocidades que éste genera hacia las capas interiores del océano, en otras palabras, es posible generar el espiral de Ekman. El esfuerzo en la superficie se descompone en sus componentes en el eje  $x$  y  $y$ , y se sustituye en las ecuaciones (III.16) y (III.17).

#### III.4.2. TEORÍA DE LARGE AND POND

Large and Pond (1981) obtuvieron una formulación para determinar el esfuerzo de viento con base en la magnitud de la velocidad del viento, y posteriormente fue modificada para velocidades de viento pequeñas ( $W$ ) por Trenberth et al. (1990):

$$C_D = \begin{cases} 2.18 \times 10^{-3} & W \leq 1 \text{ [m/s]} \\ \left(0.62 + \frac{1.56}{W}\right) \times 10^{-3} & 1 < W < 3 \text{ [m/s]} \\ 1.14 \times 10^{-3} & 3 \leq W < 10 \text{ [m/s]} \\ (0.49 + 0.065W) \times 10^{-3} & W \geq 10 \text{ [m/s]} \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

Posteriormente el esfuerzo del viento se determina con las ecuaciones (III.35) y (III.36).

### III.5. ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE MAREAS

El análisis de mareas de datos recolectados por observaciones de la variación del nivel de la superficie del mar y de las corrientes tiene dos propósitos. Primero, un buen análisis provee las bases para la predicción de mareas, una valiosa ayuda para la navegación y otras operaciones. Segundo, los resultados de los análisis pueden ser interpretados científicamente en términos de la hidrodinámica de los océanos y su respuesta a las fuerzas de mareas. Un análisis provee de parámetros que pueden ser utilizados para describir las características de la marea en una región.

En un análisis armónico de mareas el objetivo es representar los parámetros significativos en un tiempo estable, con lo cual se describe el régimen de mareas para un lugar. Esto es conveniente para la predicción de mareas, ya que relaciona físicamente a los procesos de la generación de ésta con alguna estabilidad regional. Los parámetros a menudo son referidos como constantes de mareas, sobre la suposición implícita que la respuesta de los océanos y mares a las fuerzas de marea no cambian con el tiempo. Esta implícito en el uso de estos términos la suposición de que si la serie de tiempo de niveles o de corrientes es suficientemente larga del nivel o corrientes, entonces se obtienen valores reales de las constantes, producto de los análisis. En la práctica las mediciones se extienden por períodos finitos de tiempo, a menudo un año, un mes o pocos días, y los resultados de los análisis son magnitudes finitas que pueden únicamente aproximarse a los valores reales. Un buen sistema de análisis representa los datos con pocos parámetros estables significantes, por el contrario un mal análisis representa los datos con un gran número de parámetros que no pueden ser relacionados con la física y para los cuales los parámetros obtenidos dependen del tiempo en que las observaciones fueron realizadas.

Existen básicamente tres tipos de análisis de mareas:

1. *Método no armónico*: Actualmente en desuso, que consiste en relacionar las alturas más altas y bajas del niveles del agua directamente con las fases de la luna y otros parámetros astronómicos.
2. *Análisis Armónico*: Usado en la predicción y trabajos científicos, trata las mareas observadas como la suma de un número finito de constituyentes armónicas, cuyas velocidades angulares y fases son determinadas por argumentos astronómicos.
3. El tercer método desarrolla extensamente los conceptos de la ingeniería electrónica, de una frecuencia dependiente en un sistema de respuesta a un mecanismo de transmisión. Para las mareas el mecanismo de transmisión es el potencial de Equilibrio.

### **III.6. ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE CORRIENTES**

Las corrientes son intrínsecamente más difíciles de analizar que las elevaciones, porque se trata de cantidades vectoriales que requieren de más parámetros para una descripción apropiada (Godin, 1972; Foreman, 1977). También, las mediciones de corrientes muestran una mayor cantidad de energía no ocasionada por las mareas, que marcan grandes errores en la estimación de las componentes. Una tercera restricción es la dificultad y los grandes costos al realizar mediciones costa afuera. A pesar de que las técnicas para analizar las elevaciones de la superficie del mar son validas para corrientes, cuando se analizan corrientes los estándares deben de ser menos severos por las anteriores consideraciones. Sin embargo, las técnicas vectoriales son validas para su análisis, no así para analizar niveles de superficie libre. Es usual trabajar con componentes cartesianas donde el Norte y el Este son positivos.

### **III.7. HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DE LAS SEÑALES**

#### **III.7.1. FILTROS**

Un filtro puede ser definido como cualquier proceso que modifique una señal. En la literatura de procesamiento de señales, el filtrado generalmente se refiere a la modificación en el dominio de las frecuencias (removiendo o suprimiendo ciertas frecuencias no deseadas, que pueden ser consideradas como supresión de "ruido" y mejoramiento de la "señal"). El filtrado puede llevarse a cabo por métodos análogos; por el uso de sistemas mecánicos o eléctricos como un amortiguador o un circuito eléctrico de retraso, y también se realiza por métodos numéricos. Antes del desarrollo de la transformada rápida de Fourier y las componentes rápidas, la mayoría de los filtros numéricos fueron realizados en el dominio del tiempo, a través de un promedio o de un suavizado de la señal.

##### **III.7.1.1 PROMEDIO MÓVIL Y CONVOLUCIÓN**

Lo primero es entender que es lo que involucra un "moving average" o promedio móvil de una serie de tiempo. Un simple promedio móvil de tres puntos (llamado una "corrida media" en un procesamiento de señal) es obtenido por el promedio de los valores observados de  $x$  en un tiempo  $t$ , con los valores inmediatamente precedentes y seguidos en el tiempo:

$$g(t) = \left( \frac{f(t-\tau) + f(t) + f(t+\tau)}{3} \right) \quad (\text{III.45})$$

Que puede también escribirse como

$$g(i) = \sum_{j=-1}^{j=1} w_j f(i+j) \quad (\text{III.46})$$

La segunda forma permite que el valor  $w_j$  no deba ser igual únicamente a  $1/3$ , como en la primera forma de la ecuación. Obviamente, este es un filtro porque transforma la señal original  $f(i)$  en una señal diferente  $g(i)$ .

Este tipo de filtros pueden ser descritos por un operador vectorial llamado Convolución y generalmente se denota por un asterisco (e.g. Davis, 1986, p 114 – 116). Dos vectores  $x$  y  $y$  tienen la convolución  $z$  donde  $z = x * y$  cuando

$$z_i = \sum_{j=0}^{j=1} x_j y_{i-j}$$

En esta representación los filtros son justamente vectores diseñados para ser combinados por convolución con vectores de datos. Podemos ejecutar un promedio móvil de tres puntos por la convolución

$$z = x * \frac{f}{3}$$

$$f = [111]'$$

El análisis armónico y la transformada de Fourier son herramientas para realizar filtros a las señales, ya que son capaces de descomponer la señal en frecuencias. Posteriormente una parte de éstas es eliminada de la señal original, reconstituyendo una nueva señal, a la que se le denomina señal filtrada.

### III.7.2. ANÁLISIS ARMÓNICO

#### III.7.2.1 AMPLITUDES Y FASE

La base de un análisis armónico es la suposición de que la variación de la marea puede ser representada por un número finito  $n$ , de términos armónicos de la forma:

$$H_n \cos(\sigma_n t - g_n) \quad (III.47)$$

Donde  $H_n$  es la amplitud,  $g_n$  es una fase de retraso sobre la Marea de Equilibrio en Greenwich,  $\sigma_n$  es la velocidad angular,  $\sigma_n = 360 \frac{\omega_n}{2\pi}$ ,  $\omega_n$  es la velocidad angular por hora solar media, De esta forma  $f_n$  es la velocidad angular expresada en ciclos por unidad de tiempo,  $f_n = \frac{\sigma_n}{360}$  que también se puede expresar como  $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$ .

La velocidad angular  $\omega_n$  esta determinada por una expansión de la marea de Equilibrio en términos armónicos similares; las velocidades de estos términos tienen la siguiente forma:

$$\omega_n = i_a \omega_1 + i_b \omega_2 + i_c \omega_3 + i_d \omega_4 + i_e \omega_5 + i_f \omega_6 \quad (III.48)$$

Donde los valores de  $\omega_1$  a  $\omega_6$  son las velocidades angulares definidas en la Tabla III.1, y los coeficientes  $i_a$  a  $i_f$  son pequeños enteros.

Tabla III.1: Frecuencias y velocidades angulares asociados a períodos astronómicos (Pugh, 1987).

	Período	Frecuencia	Velocidad Angular		
		$f$	$\sigma$	$\omega$	Tasa de Cambio
Día Solar Medio (dsm)	1 (dsm)	1 (1/dsm)	15 (°/hsm)	$\omega_0$	$C_s$
Día Lunar Medio	1.0351	0.96609023	14.4921	$\omega_1$	$C_1$
Mes sideral	27.3217	0.03660094	0.5490	$\omega_2$	$s$
Año tropical	365.2422	0.00273791	0.0411	$\omega_3$	$h$
Perigeo de la Luna	8.85 Años Julianos (AJ)	0.00030937	0.0046	$\omega_4$	$p$
Regresión de los nodos lunares	18.61 (AJ)	0.0001471	0.0022	$\omega_5$	$N$
Perihelio	20942 (AJ)	--	--	$\omega_6$	$p'$

Las amplitudes y las fases son parámetros determinados por el análisis que definen las condiciones en el lugar de observación. La fase de retraso  $g_n$  se define en relación de la fase de los términos en la expansión armónica de la Marea de Equilibrio que tiene la misma velocidad angular  $\sigma_n$  ( $\omega_n$ , en radianes); por convención éstas fases de la marea de Equilibrio son expresadas con relación al Meridiano de Greenwich.

Si la luna girará alrededor del ecuador y no hubiésemos efectos de contorno, la marea tendría un ciclo de 12 h 25 min y la altura de cada cresta sería igual. De la misma manera, si el sol girará alrededor del ecuador, una marea adicional de período de 12 h se sumaría, la pulsación entre éstas dos mareas puede producir un ciclo de mareas muertas y mareas vivas, que pueden ser representadas completamente por cuatro parámetros, las fases de la luna y el sol, y sus amplitudes. Los movimientos reales de la luna y el sol respecto al ecuador (hacia el norte y/o sur) y la variación de la distancia y la velocidad angular es representada por una serie de satélites fantasmas. De esta forma cada satélite es representado por una amplitud y una fase. Estos conceptos formaron las bases para los primeros desarrollos del análisis realizados por Laplace, Lord Kelvin y más recientemente George Darwin en 1911 (citados por Pugh, 1987).

### III.7.2.2 CORRECCIÓN NODAL.

Ciertas constituyentes lunares, notablemente  $L_2$ , son afectadas por un ciclo de 8.85 años, y todas las constituyentes lunares son afectadas por el ciclo nodal de 18.6 años; estas modulaciones, que no pueden ser separadamente determinadas por un año de datos deben también ser determinadas de alguna manera. En la expansión armónica total ellas aparecen como términos separados de los principales términos por velocidades angulares:

$$i_d \omega_4, i_c \omega_5$$

Los términos que son representados por  $i_f \omega_6$  pueden ser considerados constantes para propósitos prácticos. Las modulaciones que no pueden ser resueltas como constituyentes independientes por el análisis de un año son representadas en la expansión armónica por pequeños factores de ajuste  $f$  y  $u$ . Cada constituyente en términos de grados como

$$H_n f_n \cos(\sigma_n t - g_n + (\theta_n + u_n))$$

donde  $\theta$  es la fase del ángulo en el tiempo cero, que se muestra en la Tabla III.1. Los términos nodal son:

$f_n$ , factor nodal.  
 $\theta_n$ , ángulo nodal.

Ambos son función de  $N$  y algunas veces de  $p$ . El factor nodal y el ángulo nodal son 1 y 0 para las constituyentes solares (Pugh, 1987).

### III.7.3. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LAS FRECUENCIAS

El concepto de análisis en el dominio de la frecuencia, es el proceso mediante el cual una función periódica puede ser descompuesta en sus componentes armónicas, y aceptan sin reserva que toda función periódica puede sintetizarse sumando todas sus componentes armónicas (Newland, 1975). Por tanto, una función periódica del tiempo  $t$ ,  $x(t)$ , con período  $T$ , siempre es posible expresarla como una serie infinita de términos trigonométricos de la forma

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi t}{T} + a_2 \cos \frac{4\pi t}{T} + \dots + b_1 \text{sen} \frac{2\pi t}{T} + b_2 \text{sen} \frac{4\pi t}{T} + \dots \quad (\text{III.49})$$

o en notación compacta,

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \text{sen} \frac{2\pi kt}{T} \right) \quad (\text{III.50})$$

donde  $a_0$ ,  $a_k$  y  $b_k$  son los coeficientes constantes de Fourier dados por

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt \quad k \geq 1 \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \text{sen} \frac{2\pi kt}{T} dt \quad k \geq 1 \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Las condiciones matemáticas para la convergencia de (III.50) son extremadamente generales y cubren prácticamente toda situación concebible de interés en ingeniería. La única restricción importante consiste en que, si  $x(t)$  es discontinua, la serie da el valor medio de  $x(t)$  en el punto de discontinuidad.

En el límite cuando  $T \rightarrow \infty$ , la serie (III.50) se vuelve una función continua y representa una integral de Fourier y los coeficientes de Fourier (III.51) se convertirán en funciones continuas de frecuencias, denominadas transformadas de Fourier. En este sentido, al sustituir la ecuación (III.51) en la ecuación (III.50), y considerar  $a_0=0$  (Newland, 1975), esta última se transforma en,



$$x(t) = \int_{\omega=0}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos(\omega_k t) dt \right] \cos(\omega_k t) + \dots \quad (III.52)$$

$$\dots + \int_{\omega=0}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \text{sen}(\omega_k t) dt \right] \text{sen}(\omega_k t)$$

donde

$$\omega_k = \frac{2\pi kt}{T}$$

La ecuación (III.52) también se puede escribir como sigue,

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} A(\omega) \cos(\omega_k t) d\omega + \int_0^{\infty} B(\omega) \text{sen}(\omega_k t) d\omega \quad (III.53)$$

donde

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos(\omega t) dt \quad (III.54)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \text{sen}(\omega t) dt$$

Los términos  $A(\omega)$  y  $B(\omega)$  son las componentes de la transformada de Fourier de  $x(t)$  y la ecuación (III.53) es una representación de  $x(t)$  mediante una integral de Fourier o una transformada inversa de Fourier.

Es posible representar las ecuaciones (III.53) y (III.54) en forma compleja, para lo cual se utiliza la siguiente identidad,

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \text{sen} \theta \quad (III.55)$$

Definiendo  $X(\omega)$  como

$$X(\omega) = A(\omega) - iB(\omega) \quad (III.56)$$

Y combinando las ecuaciones (III.54), se llega a

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (III.57)$$

La ecuación (III.57) recibe el nombre de transformada de Fourier de  $x(t)$ .

Los desarrollos matemáticos presentados en este capítulo servirán principalmente para estimar a través de registros de vientos el perfil de corrientes en la superficie del océano. Por otra parte las herramientas presentadas servirán para analizar los datos del nivel de superficie libre y las corrientes, tanto registradas in situ como estimadas a través de vientos en la superficie. Los datos se presentan y se analizan en los capítulos V y VI, respectivamente.

## IV. CAMPAÑAS DE CAMPO

### IV.1. OBJETIVO

El objetivo de las campañas de campo fue realizar mediciones de parámetros oceanográficos en tres puntos con diferentes profundidades con la finalidad de estudiar los patrones de comportamiento de las corrientes marinas. Los equipos de medición fueron colocados en la región denominada por el Instituto Mexicano del Petróleo como Litoral Tabasco, ubicada en el Golfo de México, frente a las costas de Tabasco y Campeche (Figura IV.1). Los parámetros obtenidos fueron los siguientes:

1. Perfil de corrientes (velocidad y dirección) en tres puntos en el Litoral Tabasco.
2. Variación del nivel del mar en tres puntos del Litoral Tabasco.
3. Oleaje (altura de ola máxima, dirección, periodo pico) únicamente en dos puntos.



Figura IV.1: Localización geográfica del Litoral Tabasco, en el Golfo de México.

Dichas mediciones fueron realizadas al instalar tres Perfiladores de Corrientes Acústicos Doppler de la marca RDI Instruments (ADCP por sus siglas en inglés) en cada punto. Las características de dichos equipos se presentan en el inciso IV.3.

### IV.2. PERÍODOS Y SITIOS DE MEDICIÓN

Se realizaron tres campañas de campo; en la primera se instaló el equipo ADCP Monitor, en la segunda los equipos ADCP Sentinel A y P, y finalmente en la tercer campaña se recuperaron los equipos y con ellos los datos de los parámetros oceanográficos registrados por un periodo aproximado de 2 meses. Las fechas de las campañas se muestran en la Tabla IV.1.

Tabla IV.1: Fecha de las campañas realizadas.

Campaña de Campo	Objetivo	Duración	
		Inicio	Fin
Primera	Instalación ADCP Monitor	7 de Octubre de 2003	15 de Octubre de 2003
Segunda	Instalación ADCP Sentinel P y ADCP Sentinel A	15 de Noviembre 2003	19 de Noviembre de 2003
Tercera	Recuperación de equipos ADCP's	11 de Enero de 2004	18 de Enero de 2004.

El equipo ADCP Monitor fue colocado frente a las costas de Dos Bocas, Tabasco, a una profundidad de 5 m (Tabla IV.2) y registró mediciones de oleaje y corrientes por un periodo aproximadamente 40 días y no de 90 días tal como se tenía previsto, debido a que el equipo se enterró en el fondo marino.

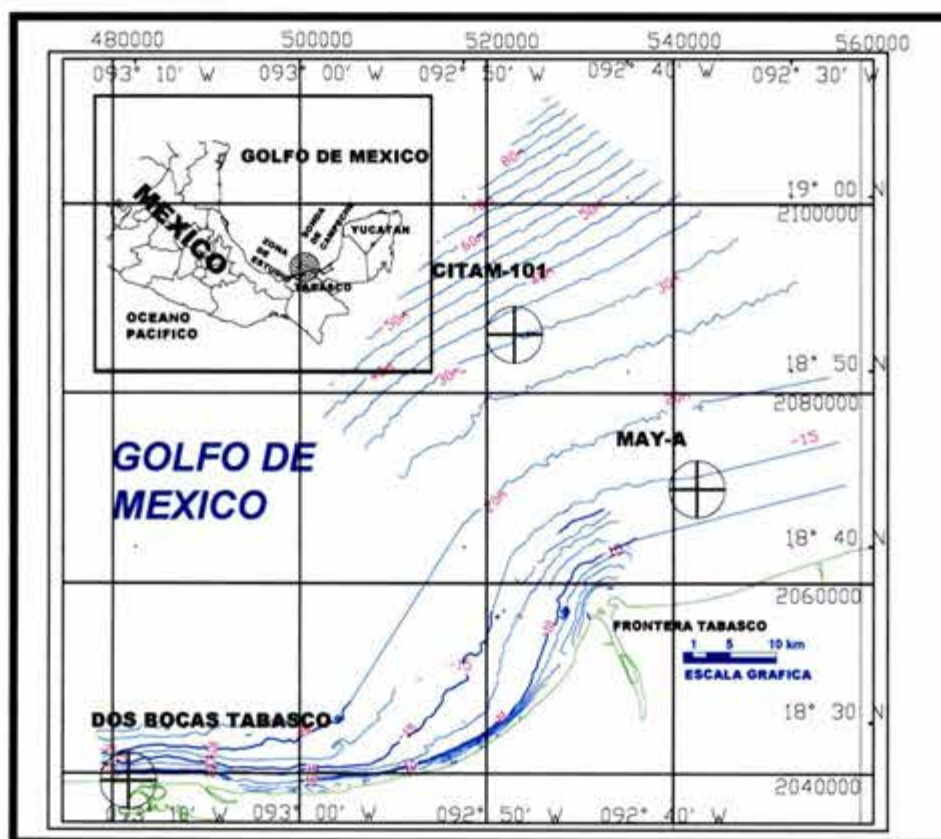


Figura IV.2: Localización los Equipos ADCP's colocados en el Litoral Tabasco, en el Golfo de México, los detalles de las mediciones de cada equipo se muestran en la Tabla IV.1 y la Tabla V.3.

El equipo ADCP Sentinel A fue colocado frente a las costas de Frontera, Tabasco, a una profundidad de 15 m cerca de la plataforma MAY-A (Tabla IV.2). Este equipo midió corrientes durante dos meses aproximadamente. El equipo ADCP Sentinel P fue colocado en el Activo petrolero de CITAM, en la zona denominada por PEMEX Región Marina Suroeste, a una profundidad de 32 m (Tabla IV.2). Este equipo midió corrientes y oleaje durante dos meses aproximadamente. La Figura IV.2 muestra un plano de localización geográfica del lugar donde se colocaron los equipos.

Tabla IV.2: Coordenadas donde fueron instalados los equipos ADCP.

UBICACIÓN	Equipo	PROFUNDIDAD (m)	COORDENADAS (UTM)	
			X	Y
Dos Bocas	Monitor	5.15	481,716.1	2,039,198.5
MAY-A	Sentinel A	15.5	542,523.5	2,069,920.5
CITAM-101	Sentinel P	33	522,966.8	2,086,173.4

### IV.3. GENERALIDADES SOBRE LOS EQUIPOS DE MEDICIÓN

Los equipos de medición utilizados son brevemente descritos en la Tabla IV.3.

Tabla IV.3: Características de los Equipos Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP).

Denominación (Modelo)	Frecuencia Hz	Capacidad máxima medición (columna de agua) m
Equipo ADCP Monitor (WorkHorse Monitor).	1200	15
Equipo ADCP Sentinel P (WorkHorse Sentinel).	600	47
Equipo ADCP Sentinel A (WorkHorse Sentinel).	600	47

El sistema consiste en un ADCP, los cables para transmisión de datos, el convertidor RS-232-a-RS-422, y software. Requieren solamente la adición de una computadora compatible con Windows®, y de baterías para que opere de manera independiente.

Las dimensiones del equipo Monitor se muestran en la Figura IV.3. El ADCP Sentinel es más largo, dado que tiene cabida para un paquete de baterías (400 mm).

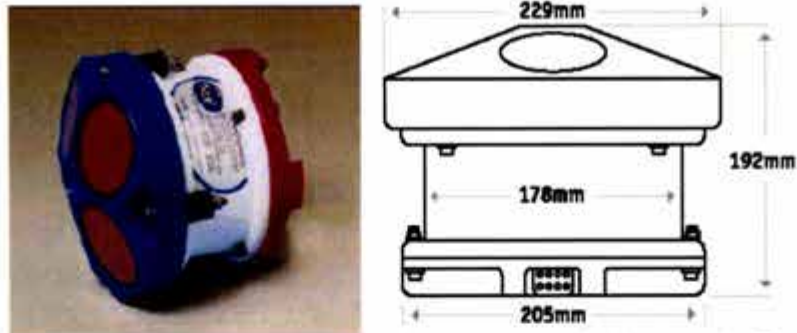


Figura IV.3: Fotografía y esquema con dimensiones del Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP) WorkHorse Monitor.

El equipo ADCP mide la magnitud y la dirección de la corriente en toda la columna de agua, así como también el oleaje direccional. El principio de funcionamiento del equipo es el efecto Doppler. Como se muestra en la Figura IV.4, el ADCP cuenta con cuatro transductores los cuales emiten una señal con una frecuencia determinada (de 1200 Hz o 600 Hz). Dicha señal se refleja al chocar con las partículas en suspensión y regresa al ADCP con una frecuencia distinta lo que permite conocer la velocidad de las partículas en suspensión en diferentes capas. Una de las principales hipótesis es que las partículas en suspensión viajan a la misma velocidad que el agua.

Los equipos arriba descritos fueron colocados en el fondo marino dentro de una plataforma antiarrastre (Figura IV.4). Dicha plataforma tiene como finalidad fijar el equipo en el fondo, y su forma es con el objeto de evitar que el equipo sea arrastrado. En el interior de esta plataforma se coloca un equipo ADCP y un cartucho externo para baterías.

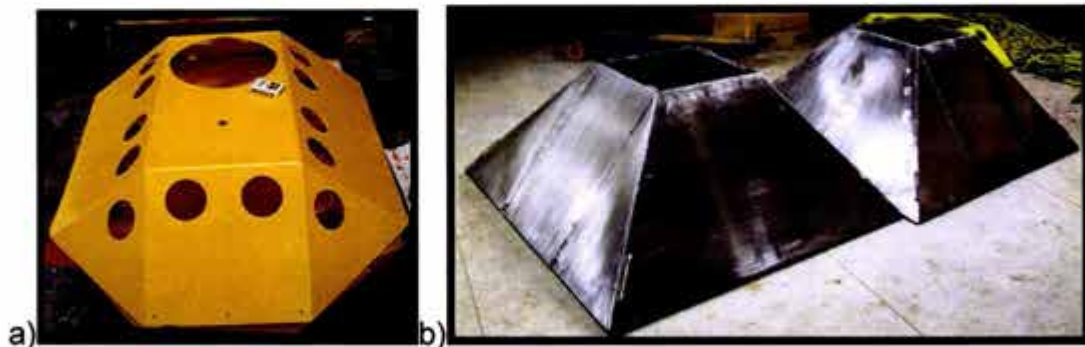


Figura IV.4: a) Plataforma para el ADCP Monitor, b) Plataformas piramidales de acero inoxidable para los ADCP's WorkHorse Sentinel.

#### IV.4. PROGRAMACIÓN DE EQUIPOS ADCP

La Tabla IV.4 muestra un resumen de la programación que se les dio a los equipos ADCP.

De la Tabla IV.4, observamos que el equipo ADCP Sentinel P, registró corrientes en 40 capas con espesor de 1 m registrando 200 lecturas a 2 Hz cada 30 minutos para un total de 4825 muestreos. El oleaje fue registrado durante 18 minutos a 2 Hz a cada hora. Se le instalaron 3 paquetes de baterías para que funcionara de manera autónoma. El equipo contaba con una memoria de 512 MB. El primer registro fue el 17 de noviembre de 2003 a las 8:00 h. Arbitrariamente se introdujeron los valores de salinidad, desviación magnética y temperatura de 35 +0.0 y 25°, respectivamente. A manera de ejemplo se explica la programación del Equipo ADCP Sentinel P.

Tabla IV.4: Datos que se introdujeron en el software WavePlan, para programar cada uno de los equipos.

Característica	Equipo ADCP Monitor	Equipo ADCP Sentinel P	Equipo ADCP Sentinel A
	Datos		
Corrientes			
No. de capas	22	40	50
Espesor de capa	0.35 m	1 m	0.50 m
Ping/Ensemble (número de lecturas en cada muestreo) a 2 Hz.	50	200	200
No. Ensembles (muestreos)	6293	4825	4825
Intervalo entre muestreos	30 min	30 min	30 min
Oleaje			
Duración de muestreo (a 2 Hz)	18 min	18 min	0
Intervalo de muestreo (burst)	1 h	1 h	0
Sistema			
Paquete de baterías	2	3	1
Memoria	519	512	16
Primera medición			
Fecha	10/13/2003	11/17/2003	11/17/2003
Hora	12:00	08:00	08:00
Ambiente			
Salinidad	35	35	35
Variación magnética	+ 0.0	+ 0.0	+ 0.0
Temperatura	+ 25.0	+ 25.0	+ 25.0

Dados los parámetros de la Tabla IV.4 los equipos quedaron programados como se muestra en la Tabla IV.5. Lo que muestra la tabla es la profundidad estimada a la que se encontrará el transductor, los rangos de la primera y última capa en la que registrará, el consumo en Watts por hora del equipo y la duración de las baterías, la memoria requerida para almacenar todos los registros y la información del oleaje, tal como periodos mínimos para oleaje no direccional y oleaje direccional.

Tabla IV.5: Programación de cada uno de los equipos.

	Equipo ADCP Monitor	Equipo ADCP Sentinel P	Equipo ADCP Sentinel A
Característica	Datos		
Profundidad del transductor	5 m	32 m	16 m
Rango de la primera capa de medición	0.87 m	2.03 m	1.52 m
Rango de la última capa de medición	8.57 m	42.03 m	26.52 m
Rango máximo	15.05 m	39.89 m	35.24 m
Uso de baterías	939.6 wh	1409.4 wh	469.9 wh
Desviación estándar de la corriente	1.6 cm /s	0.5 cm /s	1.4 cm /s
Memoria requerida	337.6 Mb.	362.3 Mb.	10.69 Mb.
Duración (autonomía)	86.9 días	92.9 días	206.4 días
Período de oleaje mínimo observable para oleaje no direccional.	1.67 s	2.66 s	
Período de oleaje mínimo observable para oleaje direccional.	1.76 s	4.45 s	
Lecturas por cada muestreo de oleaje	2160	2160	



## V. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS; CORRIENTES, OLEAJE, TEMPERATURA, PRESIÓN Y VIENTOS

### V.1. DATOS DE CORRIENTES (DIRECCIÓN Y VELOCIDAD)

El procesamiento de datos fue realizado a través del software de RDI Instruments® WinADCP versión 1.13. En el caso de los ADCP Sentinel P y ADCP Monitor, el software de RDI Instruments® WAVEMON separó los datos de corrientes de los datos de oleaje.

En Tabla V.1 se muestra la profundidad aproximada a la que fueron colocados los equipos ADCP, además del número de capas y su tamaño para los que se programaron cada uno (ver Capítulo IV, sección IV.4), con estos datos se realizó una primera estimación de las capas que se encontraron por arriba del nivel de superficie libre. Las lecturas de velocidades de las capas superiores a las lecturas de presión se consideran como "ruido", ver Nivel Excedente Tabla V.1. Este fenómeno se observó y se documentó en el procesamiento de los datos (Ávila y Salles, 2004), dado que había lecturas en todas las capas.

Tabla V.1: Profundidad de los equipos y capacidad para medir.

Equipo	Tirante de agua [m]	Profundidad del transductor [m]	Rango máximo [m], (capas)	Tamaño de capa [m]	Nivel excedente [m], (capas excedentes)
ADCP Monitor	5	5	7.7 (22)	0.35	2.7 (7)
ADCP Sentinel A	15.5	16	25 (50)	0.5	9 (18)
ADCP Sentinel P	33	32	40 (40)	1	7 (7)

El Software con base en las lecturas de superficie libre, y del sensor de presión es capaz de eliminar el "ruido" en el perfil de corrientes (Figura V.1).

Con el software antes mencionado también fue posible analizar si el equipo sufrió giros en su eje horizontal (Pitch, Roll) y sobre su eje vertical (Heading). En la Figura V.1, la Figura V.2 y la Figura V.3 se muestra en el panel superior las gráficas de las series de tiempo de los movimientos de los equipos. En el panel inferior muestran las lecturas de temperatura y de presión a lo largo del tiempo.

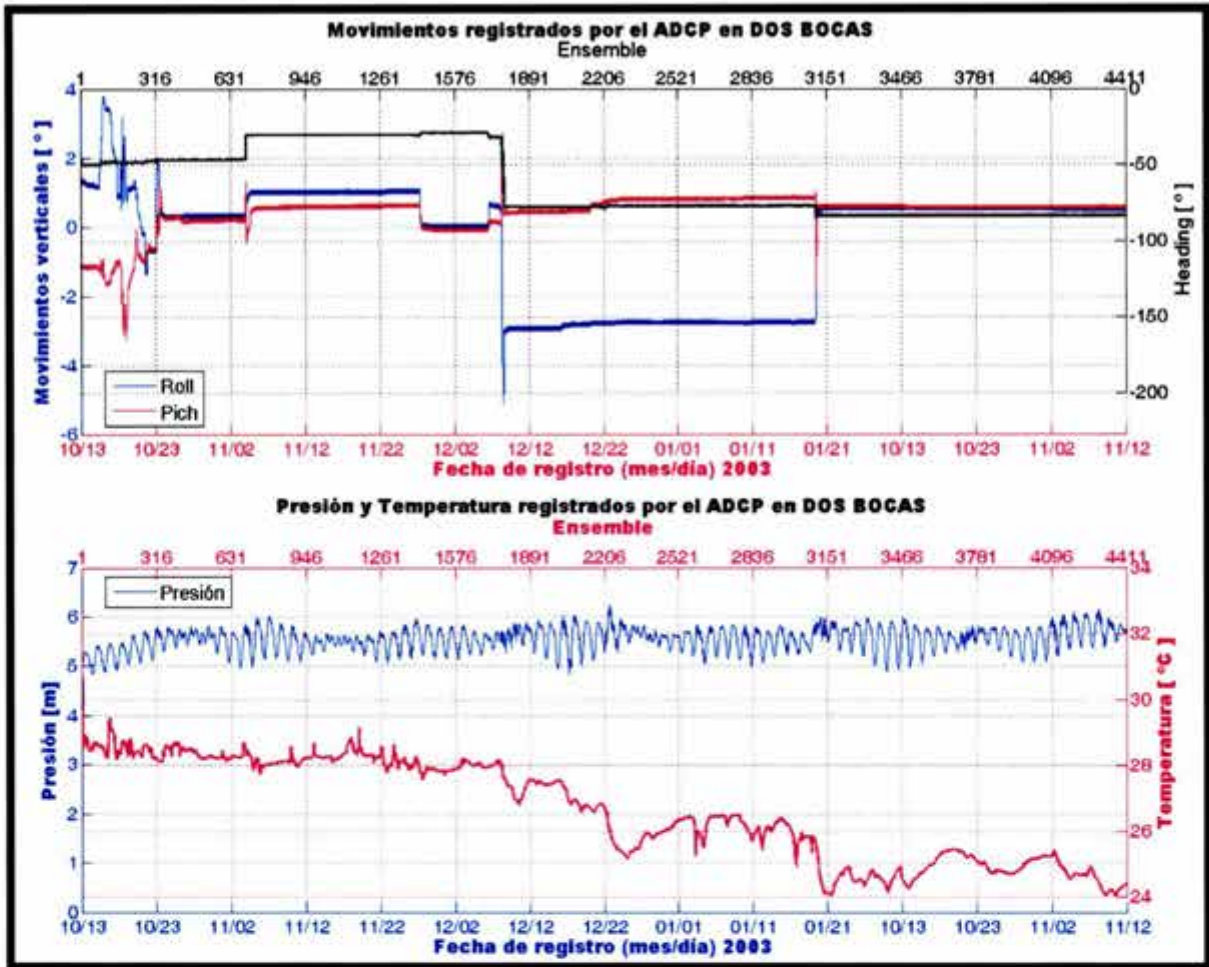


Figura V.1: Serie de tiempo de Pich, Roll Heading Presión y Temperatura registrados por ADCP Monitor en Dos Bocas.

El ADCP Monitor sufrió giros sobre sus ejes horizontales en más de cuatro ocasiones. En cuanto a los giros que experimentó sobre su eje vertical, fueron 2 de magnitud considerable. El primero en el ensemble 169 correspondiente a la fecha de registro del 17/10/03, con una magnitud de aproximadamente 20°, sin consecuencias aparentes. En el ensemble 1799, con fecha de registro de 19/11/03, el equipo giró 40° aproximadamente, el cual coincide con movimientos en los ejes horizontales de 2° y 4°. A partir ese evento el equipo dejó medir corrientes.

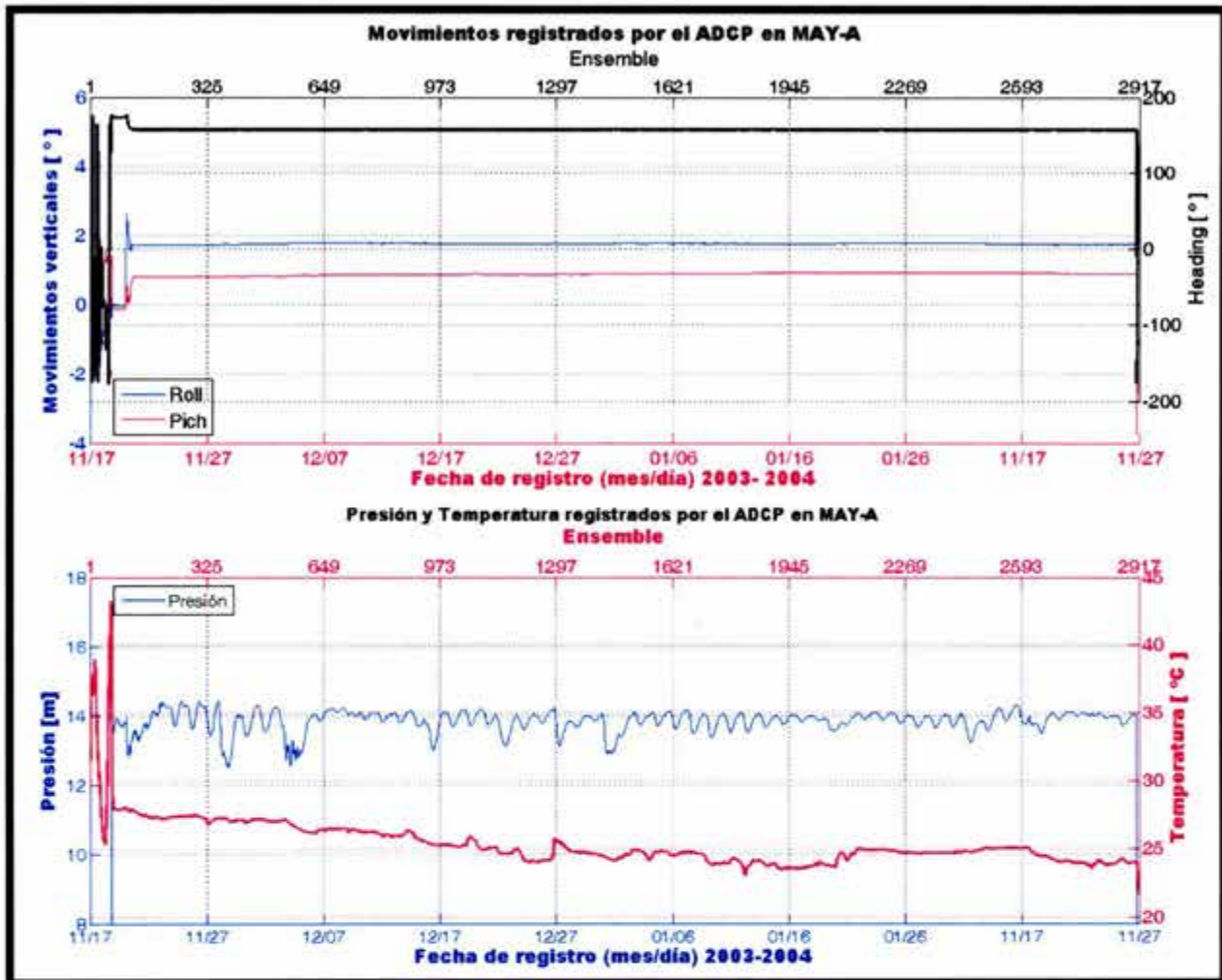


Figura V.2: Series de tiempo de Pitch, Roll Heading Presión y Temperatura registrados por ADCP Sentinel A en MAY-A.

El ADCP Sentinel A no experimentó movimientos de gran magnitud que se aprecien en las series de tiempo de estos registros. Sin embargo, parece que el sensor de presión registró lecturas que poseen mucho ruido. Presumiblemente el sensor sufrió alguna avería.

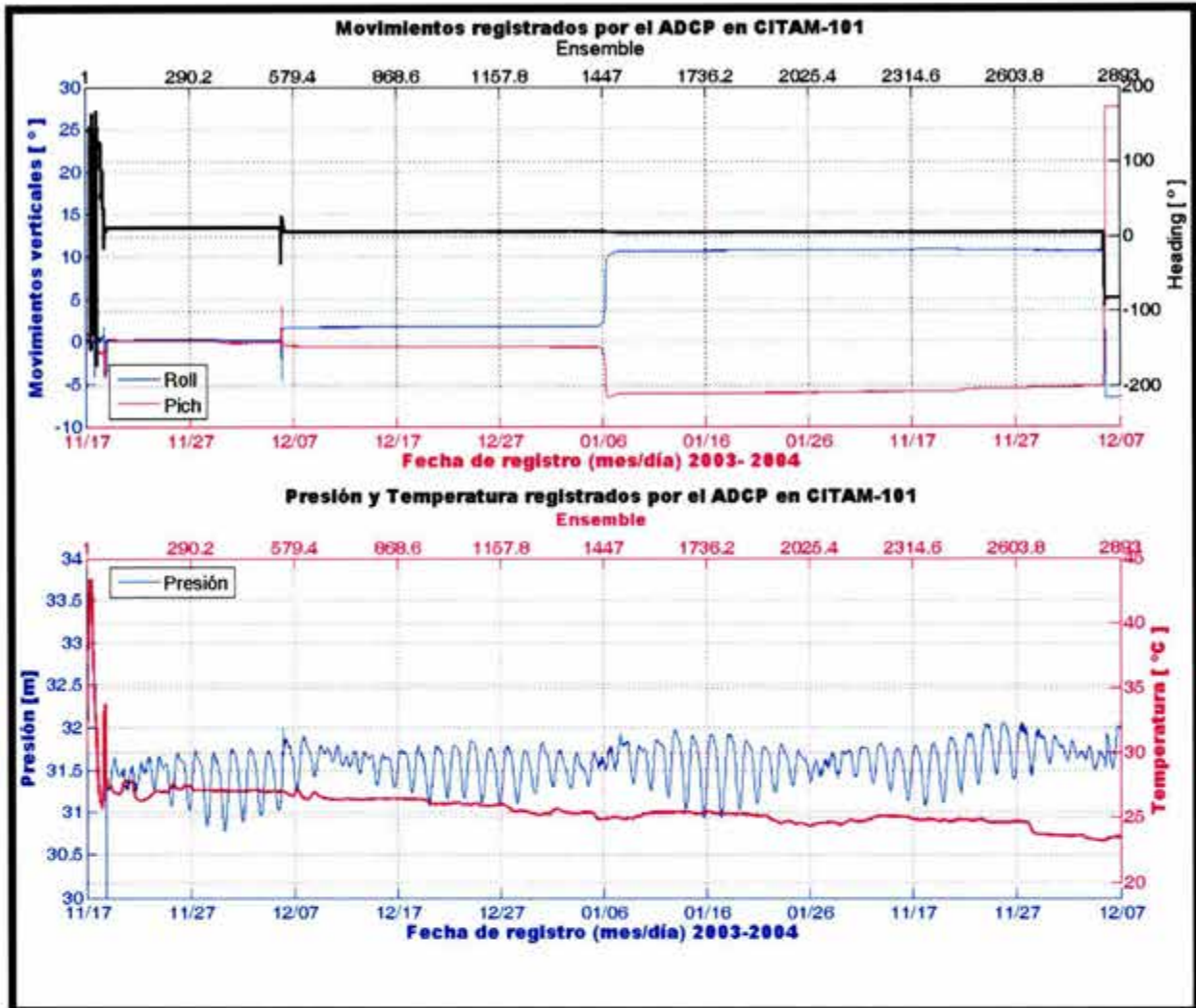


Figura V.3: Serie de tiempo de Pitch, Roll Heading Presión y Temperatura registrados por ADCP Sentinel P en CITAM-101.

En cuanto al ADCP Sentinel P, experimentó 2 eventos. En el primero el equipo giró sobre sus ejes horizontales  $4^\circ$  y  $6^\circ$ , y sobre el vertical el giro fue de  $300^\circ$  aproximadamente, y posteriormente se restablecieron a  $-1^\circ$ ,  $1^\circ$  y  $0^\circ$ , respectivamente. En el segundo evento el equipo giró en sus ejes horizontales únicamente, desde  $-1^\circ$  a  $6^\circ$  y  $1^\circ$  a  $10^\circ$ . El último evento mencionado, llevó a la conclusión de no considerar las capas superiores del registro a partir de dicho evento, por considerar que los datos son poco confiables.

Aunado al análisis de los movimientos de los equipos, también se analizaron la calidad de los datos por cada capa con ayuda del software de RDI. Además se corrigieron las direcciones de las velocidades, en virtud de que al programar los equipos antes de medir no se incluyó el valor de la desviación magnética de la zona, (al programar los equipos se utilizó un valor arbitrario de  $+0.0$ ), por lo tanto, era necesario orientar las velocidades con respecto al Norte Verdadero.

Los equipos fueron programados para comenzar y finalizar las mediciones en una fecha determinada, sin embargo, por diversas circunstancias existieron retraso en las instalaciones y recuperación de éstos, por lo que comenzaron a registrar lecturas antes de ser colocados. El tiempo en el cual el equipo registró la primera lectura una vez instalado éste en el fondo se determinó con la lectura del sensor de presión. Mientras que el registro de la última lectura correcta fue determinado por la calidad de los datos y en algunos casos por las lecturas del sensor de presión. En la Tabla V.2 se muestran los periodos de registro total y el periodo que se considera de lecturas correctas.

Tabla V.2: Etapas de inicio de registro, colocación, extracción y termino de registros de los equipos ADCP.

ADCP	Etapa	Fecha
Sentinel P	Equipo inicia Registros	17- Nov -2003 08:00:00
	Equipo es colocado en el fondo*	18- Nov -2003 10:30:00
	Inicia la extracción del equipo*.	15- Ene -2004 17:30:00
	Equipo finaliza la toma de registros.	16- Ene -2004 14:00:00
	Días de mediciones reales.	58.29
Sentinel A	Equipo inicia Registros	17- Nov -2003 08:00:00
	Equipo es colocado en el fondo*	18- Nov -2003 14:30:00
	Inicia la extracción del equipo*.	16- Ene -2004 22:30:00
	Equipo finaliza la toma de registros.	17- Ene -2004 02:00:00
	Días de mediciones reales.	59.35
Monitor	Equipo inicia Registros	13- Oct -2003 12:00:00
	Equipo es colocado en el fondo*	13- Oct -2003 12:30:00
	Inicia la extracción del equipo.	13- Ene -2004
	Equipo finaliza la toma de registros.	13- Ene -2004 09:00:00
	Días de mediciones reales.	37.50
*El período que se considera en el análisis es desde la colocación en el fondo hasta el inicio de la extracción.		

Finalmente para el ADCP Monitor, se consideró desde el ensemble 2 hasta el 1799 y únicamente se consideran las primeras 12 capas. Para el ADCP Sentinel A se considera desde el ensemble 62 al 2910, y las primeras 25 capas. Por último para el ADCP Sentinel P consideramos desde el ensemble 54 al 2852, y las primeras 26 capas. Las fechas correspondientes a cada ensamble se especifican a continuación.

En la Figura V.1 se puede observar que el ADCP Monitor midió de manera no interrumpida desde el día 13/10/2003 12:30 h hasta el día 19/11/2003 23:30 h y a partir de ese último instante dejó de registrar mediciones de forma satisfactoria, hasta que finalmente dejó de registrar. Se tomó la decisión de considerar como lecturas correctas hasta el día 19/11/2003 23:00 h. Las razones por las que no se tuvieron lecturas confiables en los periodos antes mencionados, se detallan en el Informe final del proyecto de Mediciones oceanográfica en el Litoral Tabasco (Avila y Salles, 2004). Los equipos Sentinel A y P, no presentaron problemas en el registro de las mediciones, sin embargo, se consideran lecturas confiables desde el día 18/11/2003 18:30 h al día

15/01/2004 17:30 h para el Sentinel P y del día 18/11/2003 14:30 h al 16/01/2004 22:30 h para el Sentinel A.

La Figura V.4 y la Figura V.5, presentan las gráficas de los perfiles de las componentes de las velocidades de los tres equipos ADCP, las cuales tienen las siguientes características; en el eje horizontal muestra las fechas o en otras palabras la serie de tiempo de cada perfil, en el eje vertical la profundidad (m) y la escala de colores representa la magnitud (m/s). El perfil se encuentra limitado por la superficie libre que se representa por una línea azul por encima del perfil de corrientes. Las componentes se encuentran proyectadas en el eje de coordenadas geográfico, donde las corrientes son positivas hacia el Norte y hacia el Este.

Las velocidades en la vertical son pequeñas respecto a las otras dos direcciones y casi constantes. De esta forma se es coherente con las hipótesis planteadas en el Marco Teórico de este trabajo.

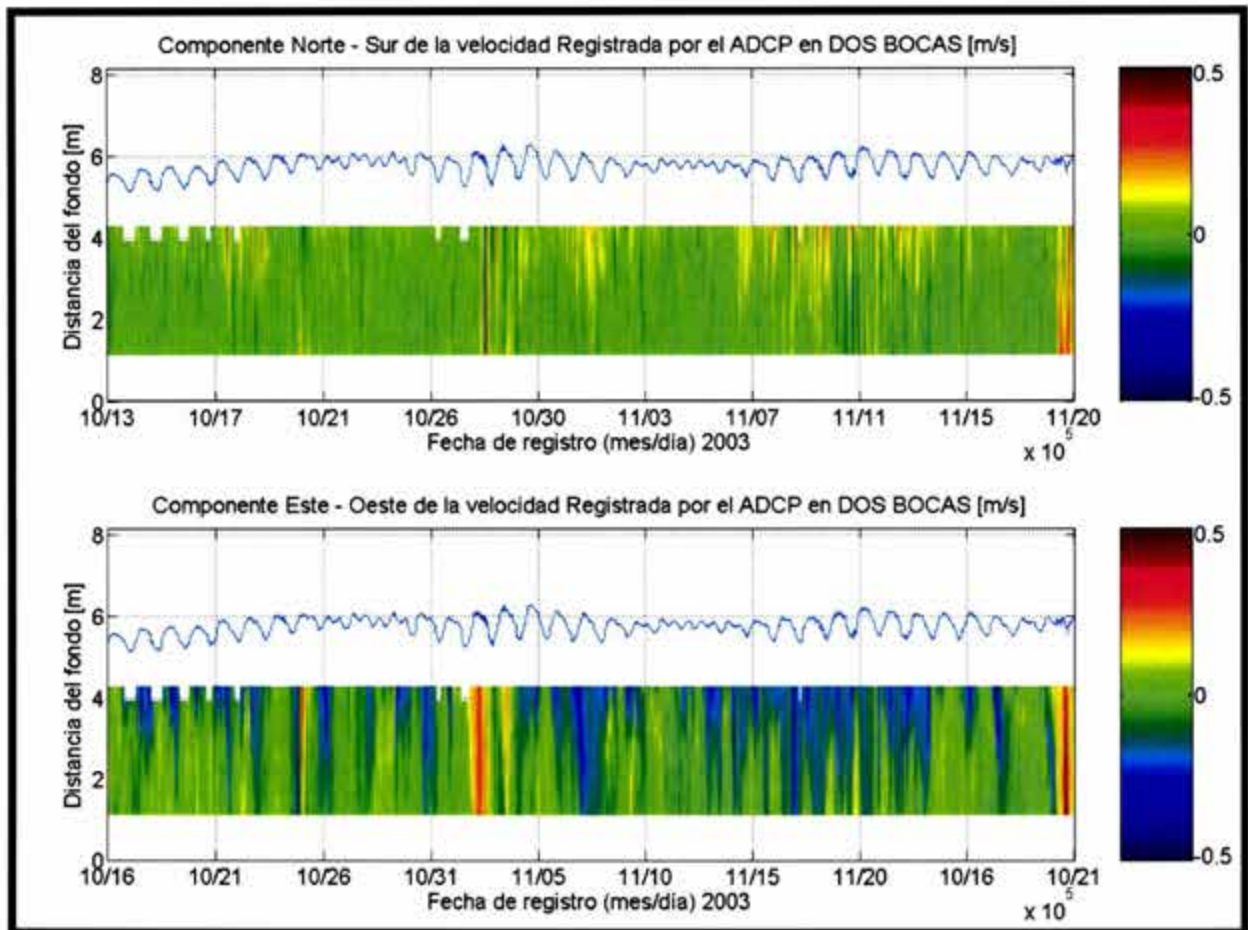


Figura V.4: Perfil de velocidades de las componente de la velocidad en la dirección Norte a Sur y Este a Oeste de equipo ADCP Monitor, Dos Bocas (octubre y noviembre).

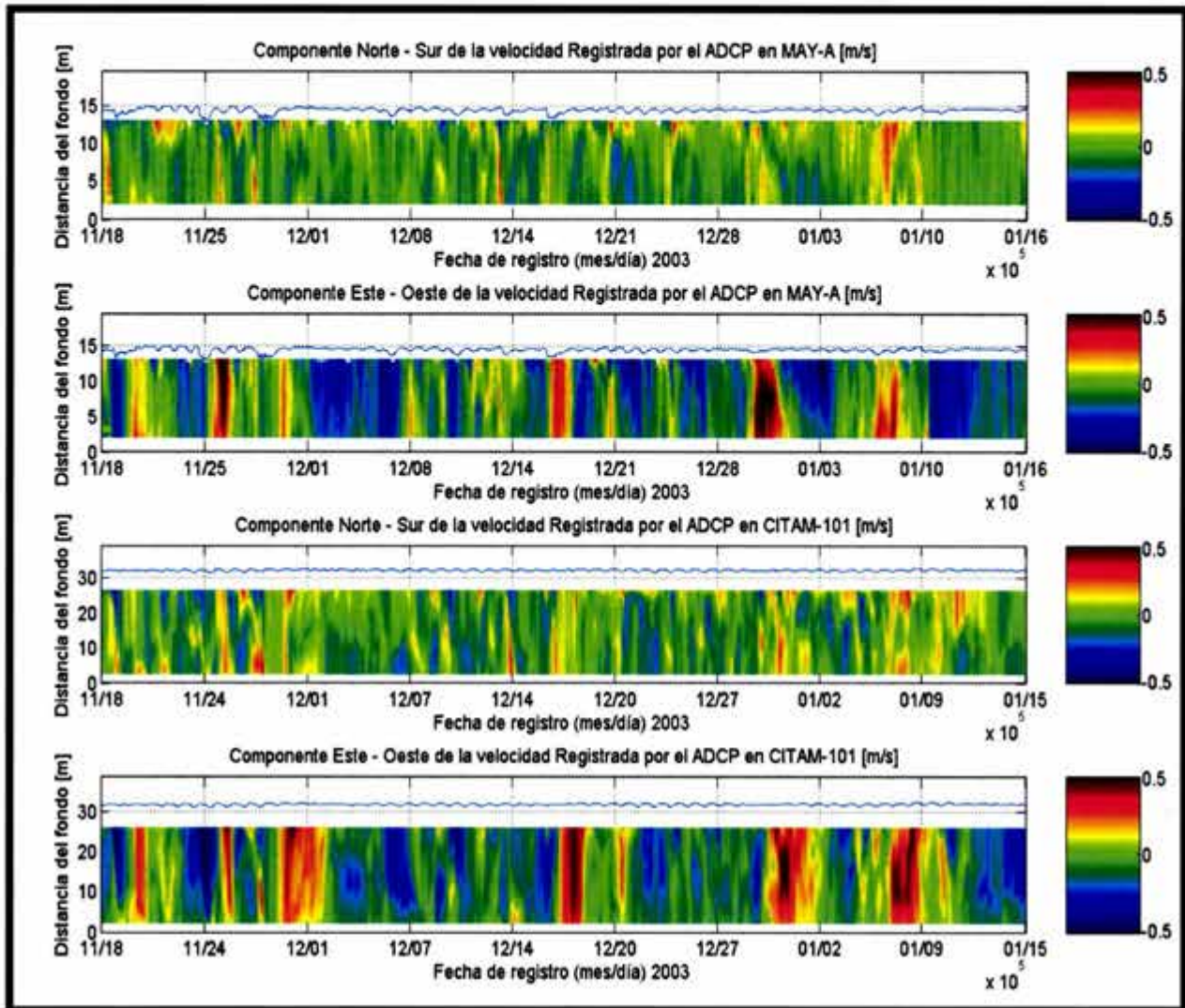


Figura V.5: Perfil de velocidades de las componente de la velocidad en la dirección Norte a Sur y Este a Oeste de los equipos ADCP SENTINEL A (MAY-A) y P (CITAM-101), noviembre y diciembre del 2003.

## V.2. OLEAJE (MAGNITUD Y DIRECCIÓN)

Con el programa WavesMon de RDI® se generaron archivos con formato ASCII con información asociada a parámetros del oleaje. De los archivos se obtuvo la altura de ola significativa a partir de los registros de 18 minutos cada hora. Es importante hacer nuevamente la aclaración que en el punto de 15 m de profundidad, no se realizaron mediciones de oleaje. En la gráfica superior de la Figura V.6 se muestran las series de tiempo de la altura de ola significativa para los dos puntos de Citam 101 y Dos Bocas, Tabasco. La serie de tiempo de los registros de las direcciones del oleaje y viento se presentan en la gráfica inferior de la Figura V.6. El ángulo toma valores desde 0 hasta 360 grados y el cero corresponde al Norte real geográfico.

La gráfica intermedia muestra la serie de tiempo de la magnitud del viento en Dos Bocas y en la Plataforma Rebombeco.

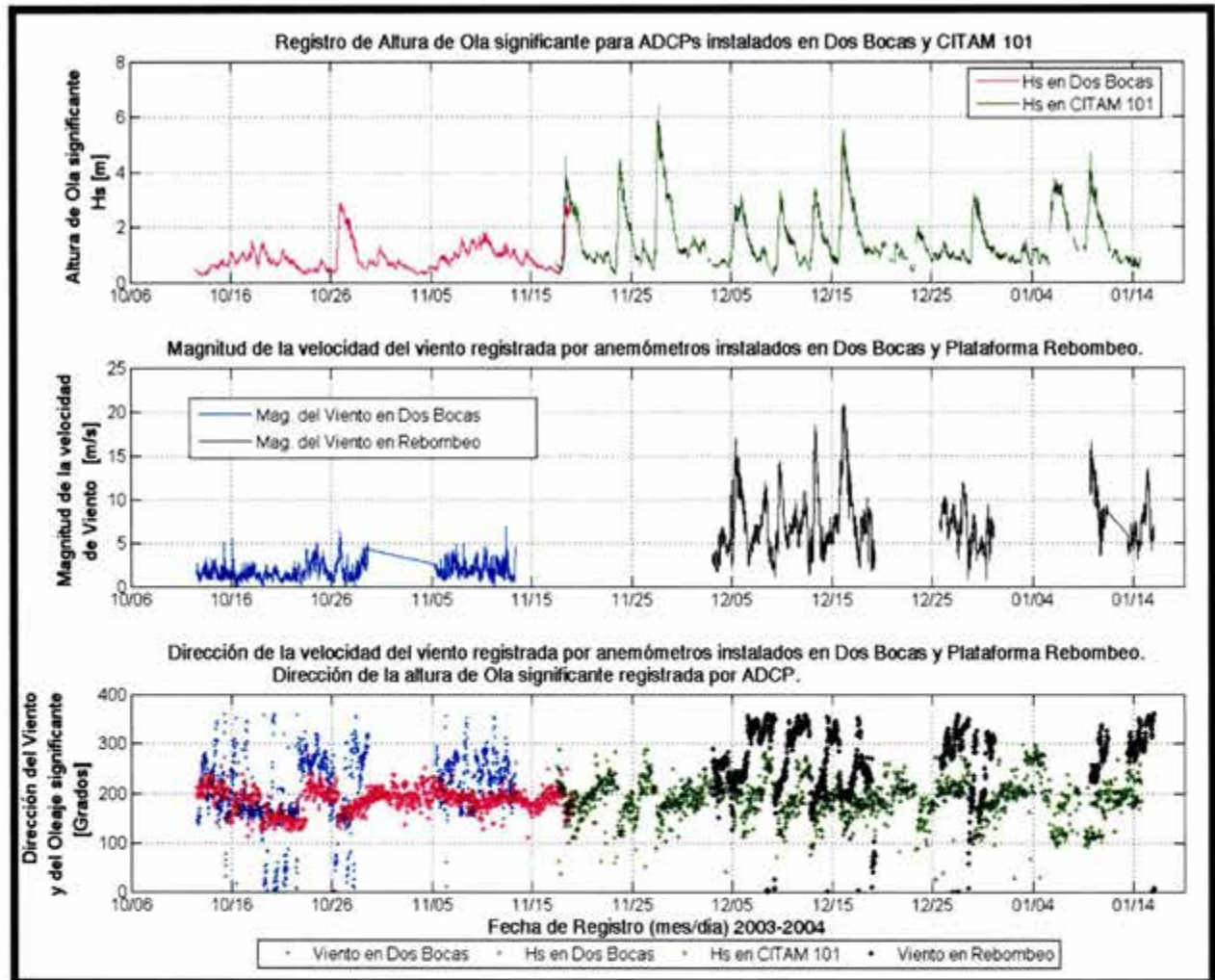


Figura V.6: Magnitud y direcciones del oleaje en en Cltam 101 y Dos Bocas, y Magnitud y dirección del viento en Rebombeco y Dos Bocas. Las direcciones están en formato oceanográfico, es decir, indica hacia donde se dirige el oleaje. Noviembre del 2003 a enero del 2004

Las alturas de ola se utilizaran para realizar un análisis comparativo con la magnitud de la velocidad del viento en la superficie y la velocidad de la corriente superficial. De la misma manera se realizará un análisis cualitativo entre la dirección del oleaje, las corrientes superficiales y los vientos en la superficie. En este trabajo no se analizará el oleaje.

### V.3. VIENTOS



Por diferentes razones no fue posible instalar anemómetros cerca de los equipos que midieron el perfil de corrientes en los diferentes puntos. Sin embargo, se consiguieron datos de vientos registrados por un anemómetro instalado en la plataforma llamada Rebomero ubicada Costa Afuera (Latitud N 18° 56.8', Longitud W 92° 37.146'), relativamente cerca de los equipos ADCP Sentinel P y ADCP Sentinel A (aproximadamente a 19.5 km y 25 km, respectivamente). También se obtuvieron los datos de un anemómetro instalado en el Puerto de Dos Bocas, Tabasco (Latitud N 18° 26.3904', Longitud W 93° 10.8'). Este último se encuentra en tierra. Los Datos fueron proporcionados por Control Marino de Dos Bocas.

La gráfica central de la Figura V.6 muestra los registros de vientos de los dos anemómetros arriba mencionados. Se aprecia que las mediciones se interrumpen por lapsos de varios días. Las direcciones de los vientos registrados por los anemómetros se incorporaron a la gráfica de las direcciones del oleaje (Gráfica inferior en la Figura V.6), y éstas al igual que las direcciones de las olas indican la dirección hacia donde se dirigen y están referidas al Norte geográfico.

La gráfica de la Figura V.7, muestra una rosa de 16 rumbos de la ocurrencia de las direcciones del oleaje y de los vientos (dirección de donde provienen). El oleaje significativo tiene una dirección predominante entre los rumbo NW 30° y el rumbo NE 30°, mientras que el viento en Dos Bocas comprende desde el rumbo NW 30° al rumbo Este. La dirección del viento registrado en Rebomero comprende el cuadrante Norte – Este y el cuadrante S – E, siendo más frecuente en éste último.

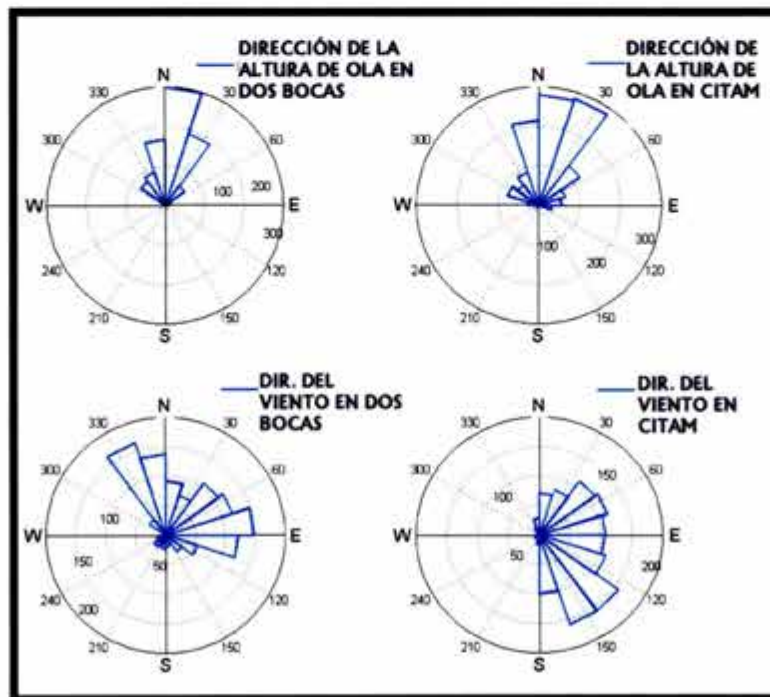


Figura V.7: Rosa de ocurrencia de las direcciones proveniente del oleaje (Dos Bocas y CITAM 101) y de los vientos (Dos Bocas y Rebomero), Noviembre del 2003 a enero del 2003.

Por otra parte el Instituto de Ingeniería solicitó a La Secretaría de Marina (SEMAR) datos de sus estaciones meteorológicas cercanas a la zona en estudio. Fueron proporcionados datos de vientos de una estación en Ciudad del Carmen, Campeche, y otra en Cayo Arcas, en la Sonda de Campeche.

Los datos de SEMAR fueron utilizados para realizar un estudio de correlación de datos, ya que se encontraban muy lejos de las zonas en estudio. Control Marino proporcionó datos de Cayo Arcas, los cuales fueron correlacionados con los datos de SEMAR de la misma zona, sin embargo, se encontró que éstos últimos poseen mayor incertidumbre que los datos de Control Marino.

## V.4. RESUMEN

La tabla siguiente resume los datos y las fechas de los mismos para el análisis.

Tabla V.3: Resumen de datos para el análisis.

LECTURAS DE	EQUIPO	INICIA	TERMINA	INTERVALO [min]
CORRIENTES (Magnitud y dirección), TEMPERATURA DEL AGUA, SUPERFICIE LIBRE.	ADCP MONITOR EN DOS BOCAS	13/10/2003 12:30	19/11/2003 23:30	30
	ADCP SENTINEL A EN MAY-A	18/11/2003 14:30	16/01/2004 22:30	
	ADCP SENTINEL P EN CITAM-101	18/11/2003 18:30	15/01/2004 17:30	
OLEAJE SIGNIFICANTE (Magnitud y dirección)	ADCP EN DOS BOCAS	13-Oct-2003 13:00:00	19-Nov-2003 23:00:00	60
	ADCP SENTINEL P EN CITAM-101	18-Nov-2003 11:00:00	15-Ene-2004 17:00:00	
VIENTOS (Magnitud y dirección), TEMPERATURA DEL AIRE.	ANEMÓMETRO DOS BOCAS (TIERRA)	13-Oct-2003 13:00:00	30-Oct-2003 14:30:00	30
		06-Nov-2003 09:00:00	14-Nov-2003 08:00:00	
	ANEMÓMETRO PLATAFORMA REBOMBEO	04-Dic-2003 02:00:00	31-Dic-2003 23:30:00	

Una vez presentados y organizados los datos con los que se cuenta, en el capítulo siguiente se realizará una correlación comparativa entre ellos, así como también se realizarán los análisis correspondientes para cumplir con el objetivo de este trabajo, el cual es determinar algún patrón de comportamiento en las corrientes y determinar los mecanismos de generación de éstas.

## VI. ANÁLISIS DE DATOS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En la actualidad PEMEX posee más de 2500 km de ductos submarinos, y cientos de plataformas colocadas Costa Afuera, las cuales fueron diseñadas con recomendaciones y normas de otros países tales como el American Petroleum Institute (API, USA) y el Det Norske Veritas (DnV'76, Dinamarca). A partir de 1997, Petróleos Mexicanos (PEMEX) y el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) publicaron el Criterio Transitorio para el diseño de estructuras Costa Afuera, y posteriormente las normas de referencia para diseño y evaluación de estructuras Costa Afuera.

En la Norma de referencia para la evaluación de líneas submarinas, se establece que la dirección de la corriente para las zonas 1, 2 y Litoral Tabasco (Figura VI.1), se deberá considerar paralela a la batimetría (NRF-013-PEMEX, 2001). Lo anterior plantea la tesis de que la topografía ejerce gran influencia sobre la dirección de las corrientes en la zona.

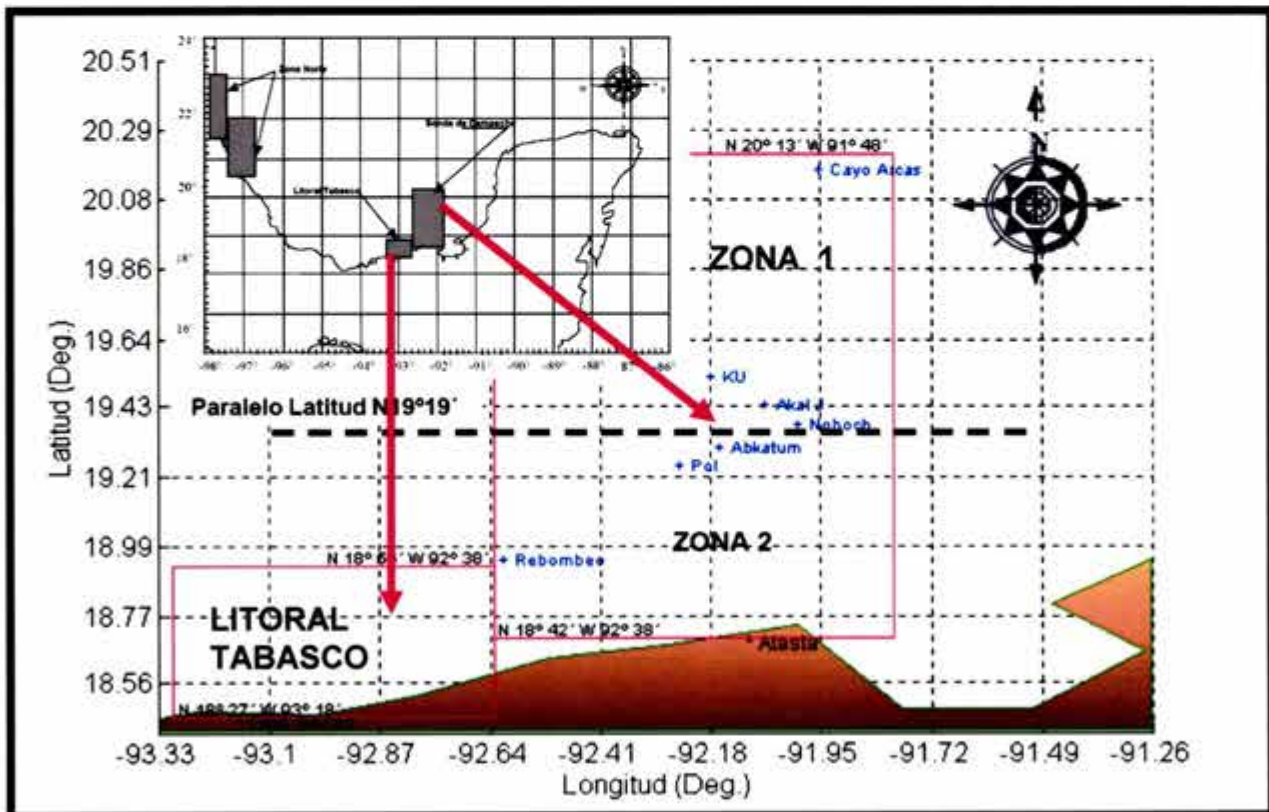


Figura VI.1: Zonas consideradas por la norma (NRF-013-PEMEX, 2001) para el diseño de líneas submarinas en le Golfo de México.

<http://www.pemex.com/files/standards/definitivas/nrf-013-pemex-2001d.pdf>

Las campañas de campo descritas en capítulos anteriores fueron realizadas en el Litoral Tabasco. Con base a esto se realizará una correlación cualitativa de las direcciones de las corrientes registradas por los equipos ADCP y la batimetría, así como un análisis de los efectos de vientos y marea en la generación de corrientes en la zona.

Por otra parte, se realizó un análisis armónico para determinar la magnitud de las corrientes asociadas a períodos astronómicos. Con base en análisis espectral se determinaron las frecuencias en las que se encuentra concentrada la mayor parte de la energía de las señales. Posteriormente se reproducen las corrientes generadas por vientos locales a las cuales se les aplica también el análisis de frecuencias para determinar las frecuencias con mayor energía.

Los datos de Dos Bocas se presentan primero, y posteriormente los de los dos equipos con mayor profundidad. Lo anterior se debe a que los resultados del análisis en MAY-A y CITAM-101, en principio se espera que sean muy semejantes dado que ambos se encuentran en aguas intermedias (Figura II.5: Influencia del fondo del océano sobre el perfil de las olas (Sylvester, 1974).), mientras que los resultados de Dos Bocas serán diferentes a los anteriores ya que se trata de una zona muy cercana a la costa y por consecuencia una zona somera.

## **VI.1. ANÁLISIS DEL NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE Y LAS CORRIENTE EN DOS BOCAS, TABASCO**

Los datos utilizados son los registrados por el equipo ADCP Monitor y los datos de viento del anemómetro en Dos Bocas.

### **VI.1.1. ANÁLISIS ARMÓNICO Y ESPECTRAL DEL NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE**

Como se mencionó en el capítulo anterior, los equipos registraron la variación temporal de la superficie libre por medio de un sensor de presión. Se realizó un análisis armónico al registro de presión, para posteriormente realizar el mismo análisis a las corrientes e intentar correlacionar las componentes encontradas para ambos. La Figura VI.2 presenta el resultado del análisis armónico realizado a la señal de la superficie libre. La gráfica superior muestra la señal registrada por el equipo ADCP, la señal de la predicción de la marea astronómica y de la señal residual, ésta última resulta de restar a la señal medida la señal sintética de marea. Par realizar el análisis armónico a la señal se utilizó la herramienta el programa (Pawlowicz, Beardsley, and Lentz, 2002).

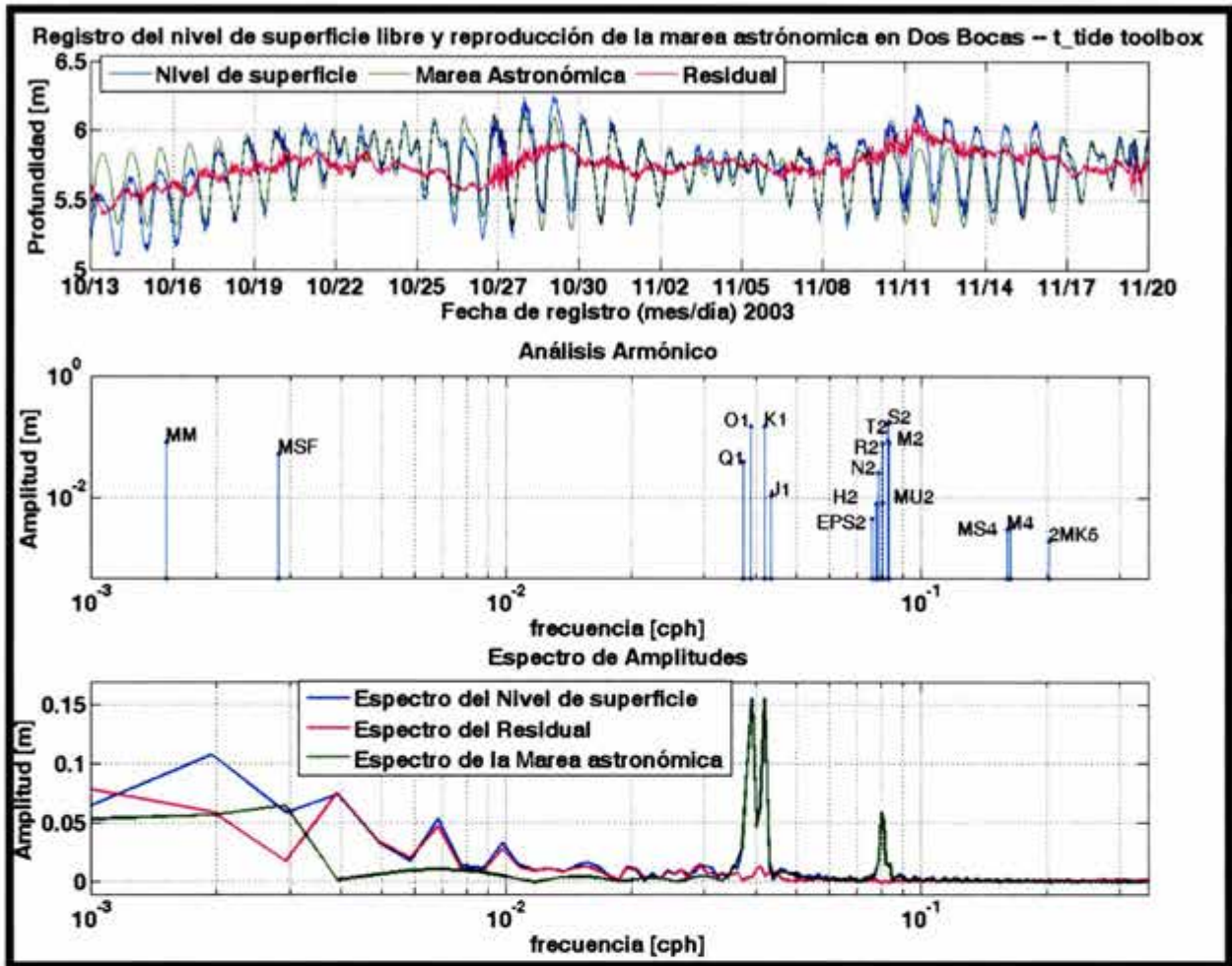


Figura VI.2: Análisis armónico y espectral de la señal de superficie libre registrada por el ADCP Monitor en Dos Bocas, octubre a noviembre del 2003.

En la parte central de la Figura VI.2 se presentan de manera gráfica las amplitudes asociadas a las componentes astronómicas significativas que se utilizaron en el análisis armónico con las cuales se reprodujo la marea sintética (Se utilizaron 35 componentes además de tres para aguas someras; T2, H1 y R2. En total de 38 componentes astronómicas de las cuales no todas resultaron significantes). La gráfica inferior de la figura muestra el espectro de amplitudes para las tres señales mencionadas anteriormente.

La Figura VI.3 muestra que las componentes principales son diurnas, semi-diurna y de largo período (MM = 27.55 días y MSF = 14.76 días). De hecho la marea en dos Bocas para el período analizado resulta ser mixta.

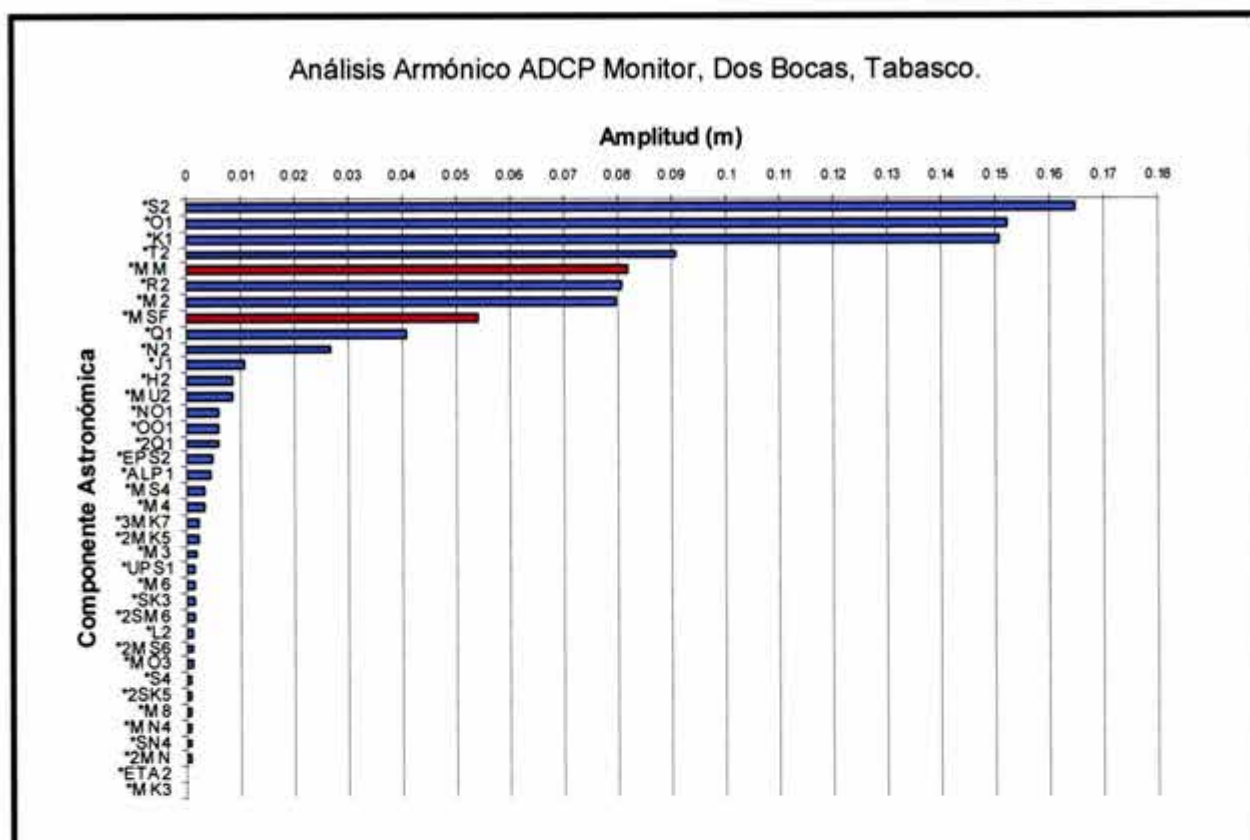


Figura VI.3: Componentes armónicas del análisis armónico realizado a la señal de superficie libre registrada en Dos Bocas, Tabasco.

La señal de marea tiene gran influencia de las componentes MM y MSF, de las componentes diurnas, principalmente de O1 y K1 y algunas semidiurnas como la S2 y M2. Las componentes T2, H2 y R2, aparecen entre las 12 componentes con mayor amplitud. Este resultado se intentará correlacionar con los resultados del análisis armónico de la señal de corrientes, así como con los otros registros de la variación de la superficie libre.

Una vez identificadas las principales componentes armónicas que constituyen la señal de marea astronómica, se procederá a realizar el mismo análisis a la señal de corrientes e intentar correlacionar ambos resultados.

## VI.1.2. ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES REGISTRADAS CERCA DEL PUERTO DE DOS BOCAS TABASCO, 5 m DE PROFUNDIDAD

### VI.1.2.1 ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA INTERACCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LAS CORRIENTES CON LA BATIMETRÍA

La Figura VI.4 presenta la batimetría de la zona de Dos Bocas, donde fue colocado el equipo ADCP Monitor. En la Figura VI.4 la batimetría es paralela a la línea de costa, que a su vez coincide con el eje Geográfico Este – Oeste. La Figura VI.5 muestra 12 gráficas, que corresponde a las velocidades registradas en cada capa. Los puntos corresponden a la magnitud de la velocidad, cuyas componentes son  $u$  (eje Este – Oeste) y  $v$  (eje Norte – Sur). Por lo mencionado en la NORMA 013 de PEMEX se esperaría que los vectores estuvieran fuertemente alineados con el eje Este – Oeste. Sin embargo tal alineamiento no es muy claro, y las capas más cercanas al fondo presentan una gran dispersión. En cada gráfica se puede apreciar que la componente  $v$ , es generalmente mayor a la componente  $u$ , sin embargo, hasta ahora no se tienen bases para afirmar que la corriente tiene alguna dirección predominante.

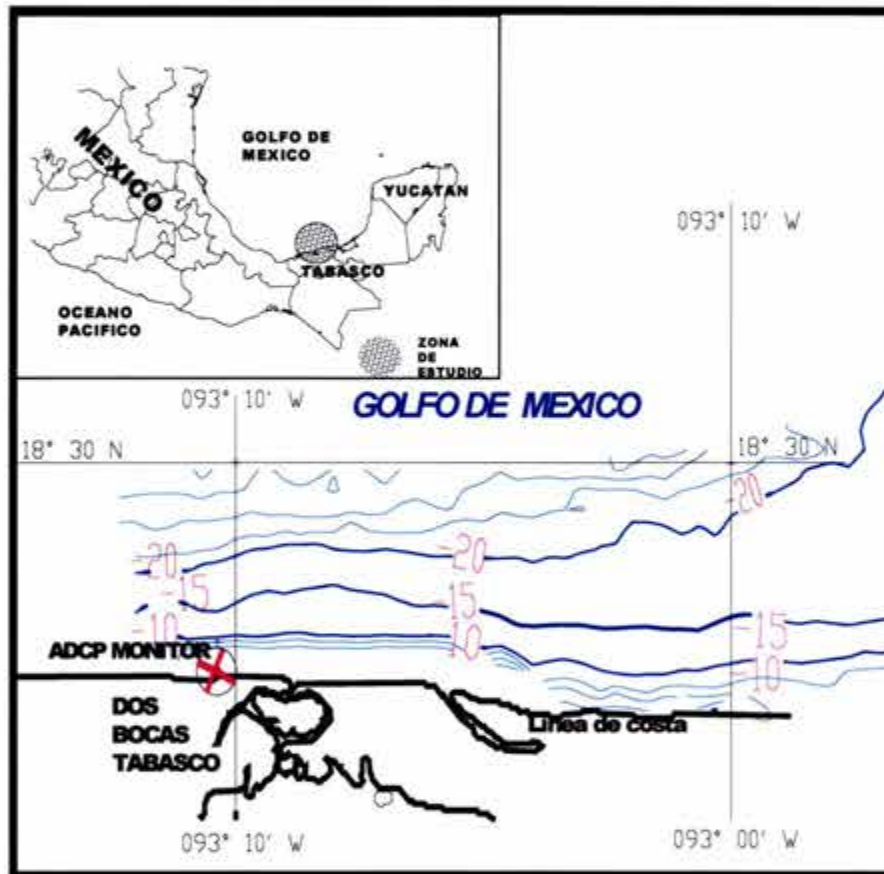


Figura VI.4: Batimetría de la región de Dos Bocas, Tabasco. El detalle de los datos registrados se muestran en la Tabla V.3.

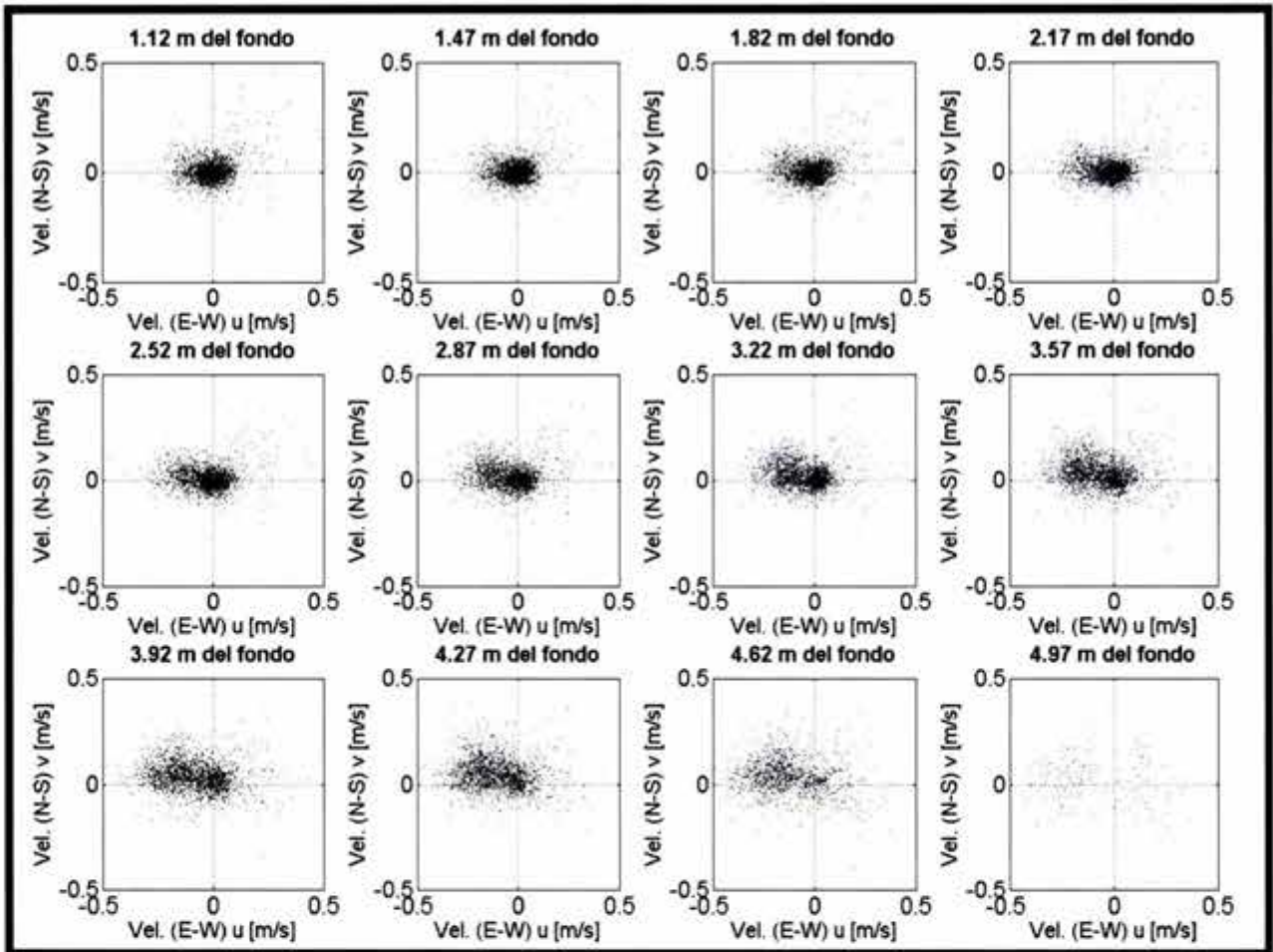


Figura VI.5: Velocidad para cada capa registrada por el ADCP colocado en Dos Bocas, octubre a noviembre del 2003.

Para el análisis de las direcciones se realizó un histograma circular de éstas para cada una de las capas, los cuales se muestran en la Figura VI.6. Los círculos concéntricos denotan el número de datos, y las direcciones Este, Oeste, Norte y Sur corresponden a  $0^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $270^\circ$ , respectivamente (a lo largo de este capítulo se vuelven a construir las mismas gráficas, para cuyo caso tienen la misma notación).

De la Figura VI.6, se aprecia que las corrientes en las capas inferiores no se encuentran alineadas con las líneas de batimetría. Sin embargo, las direcciones en sentido Este y Oeste y las comprendidas entre  $\pm 15$  grados del Este y  $\pm 15$  del Oeste tienen mayor ocurrencia que las otras direcciones. En las capas superiores se puede observar una corriente dominante entre los rumbos W y WNW.



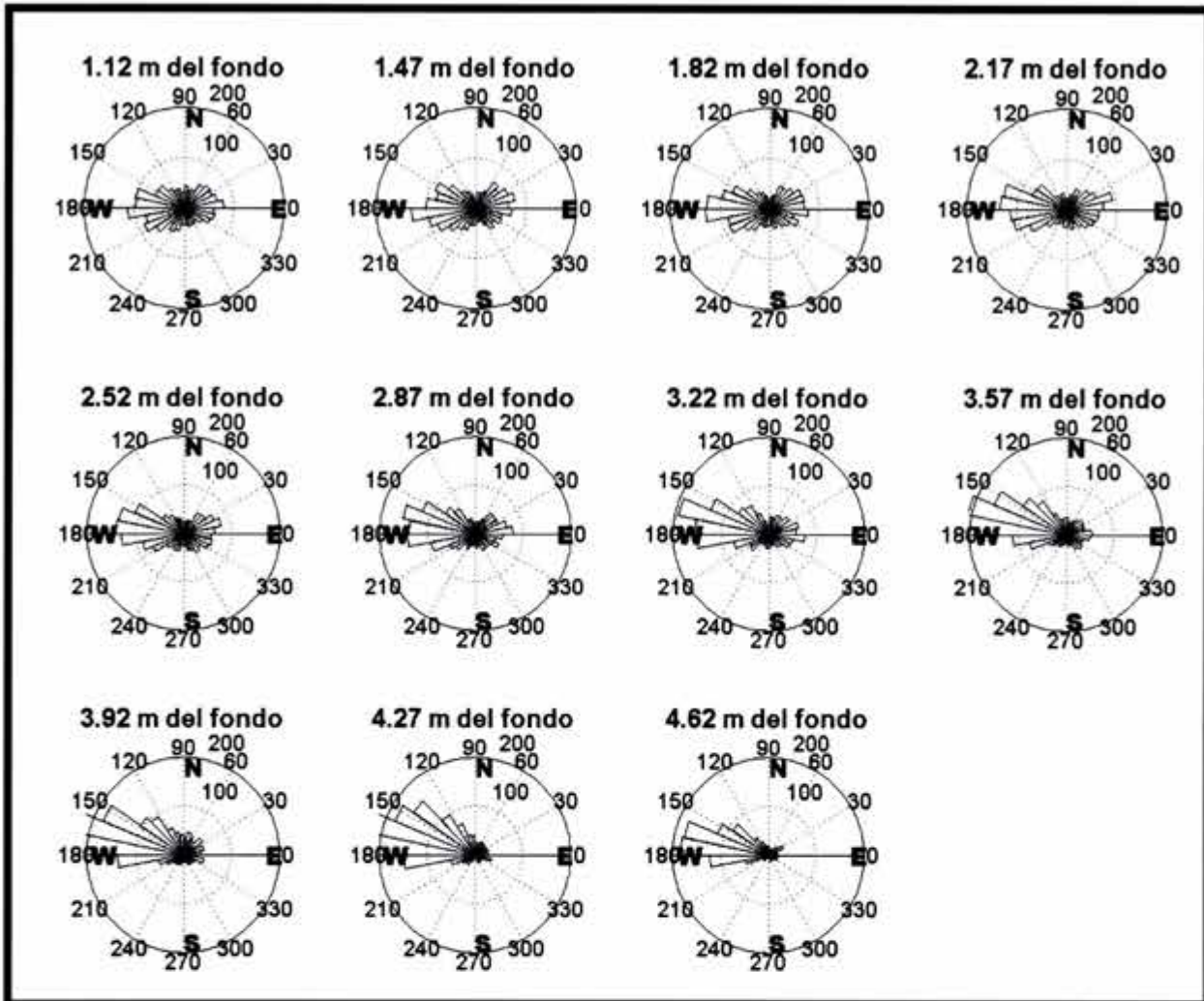


Figura VI.6: Histograma circular de las direcciones de las corrientes registradas por el en Dos Bocas, Tabasco. Octubre a noviembre del 2003

Para precisar la información anterior se construyeron los histogramas circulares para los principales rumbos que constituyen una rosa de direcciones. La Figura VI.7 presenta de forma gráfica la ocurrencia de las principales direcciones de la corriente, y se indica en color negro las corrientes que se dirigen hacia el Este y hacia el Oeste. Para las capas inferiores esta dirección representa el 20 % de ocurrencia, mientras que en las capas intermedias y superiores representan el 24 %. Por otra parte, en las capas superiores las corrientes hacia el NW y el NWN son muy representativas (en general 11% y 25 %, respectivamente). De lo anterior se puede decir que la corriente Este - Oeste es frecuente (paralelas a la batimetría), sin embargo no es la única predominante.

Cabe señalar que existe un flujo de corriente perpendicular a la línea de costa, con poca ocurrencia, principalmente en las capas cercanas al fondo.

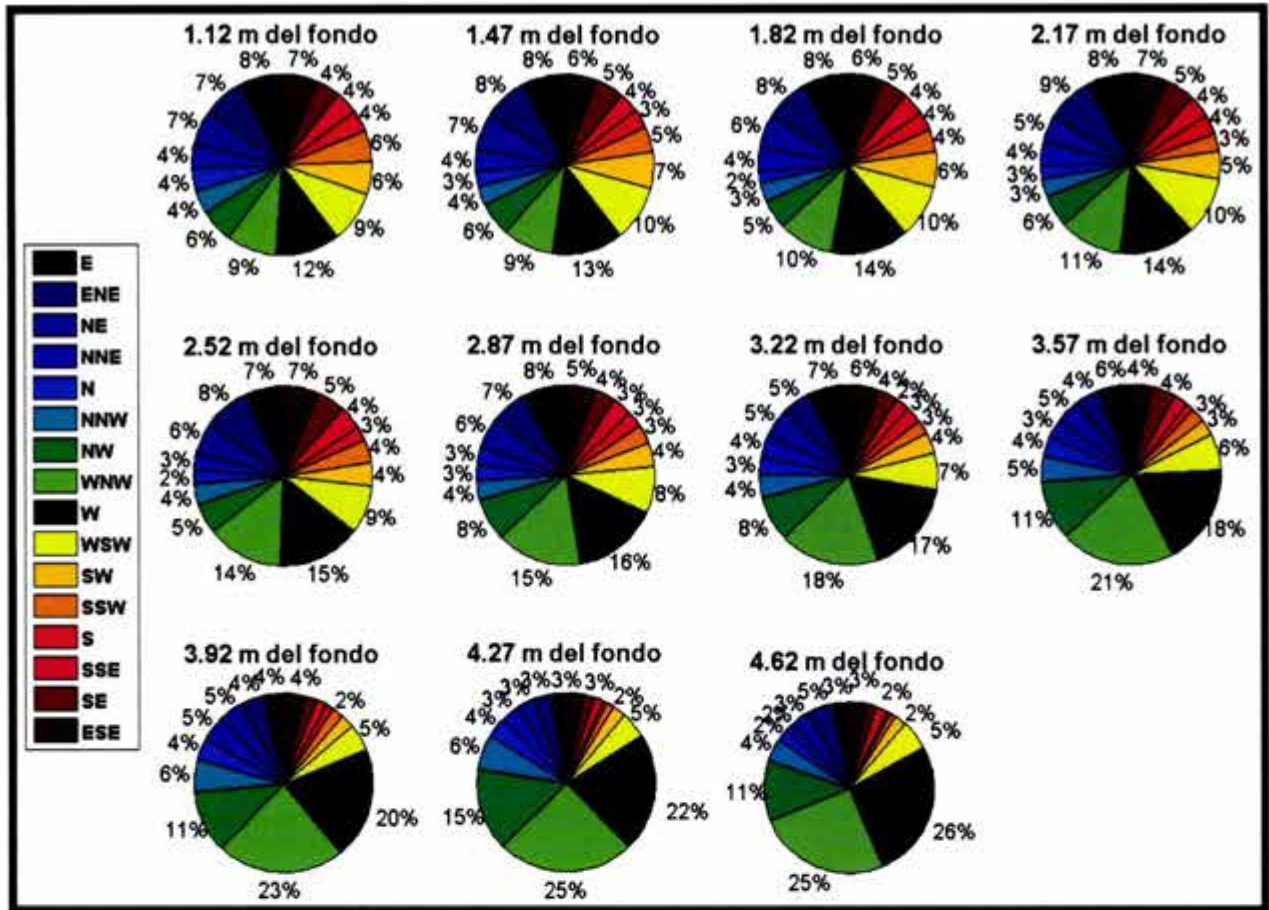


Figura VI.7: Histograma circular de las direcciones principales de las corrientes registradas por el ADCP Monitor en Dos Bocas, Tabasco. Octubre a noviembre del 2003

Lo anterior corresponde a las direcciones predominantes, sin embargo, es importante analizar cual o cuales son las direcciones en las que se presentan las magnitudes más importantes. En este sentido, se construyeron las gráficas de las rosas de corrientes dividiendo éstas en las 16 direcciones más importantes (Figura VI.8). Lo que nos muestra este análisis es que la corriente tiene dos patrones de comportamiento con respecto a la magnitud. En el fondo las corrientes con mayor magnitud tienen los rumbos: **W**, **WNW**, NW, NNE, NE y **ENE**. En las capas cercanas a la superficie las corrientes con magnitudes importantes tienen los rumbos: **W**, **WNW**, **ENE**, E, ESE y SE, siendo las tres últimas de menor magnitud a las tres primeras. Los rumbos de la corriente que se presentan tanto en las capas superficiales como las cercanas al fondo se resaltan en negra.

Las velocidades con rumbos W, WNW, NW son en general las de mayor magnitud. En este sentido podemos decir que la corriente con mayor magnitud no se presenta únicamente en dirección paralela a las líneas de la batimetría, sin embargo, la que tiene rumbo Oeste (paralela a la batimetría) es una de las de mayor magnitud.

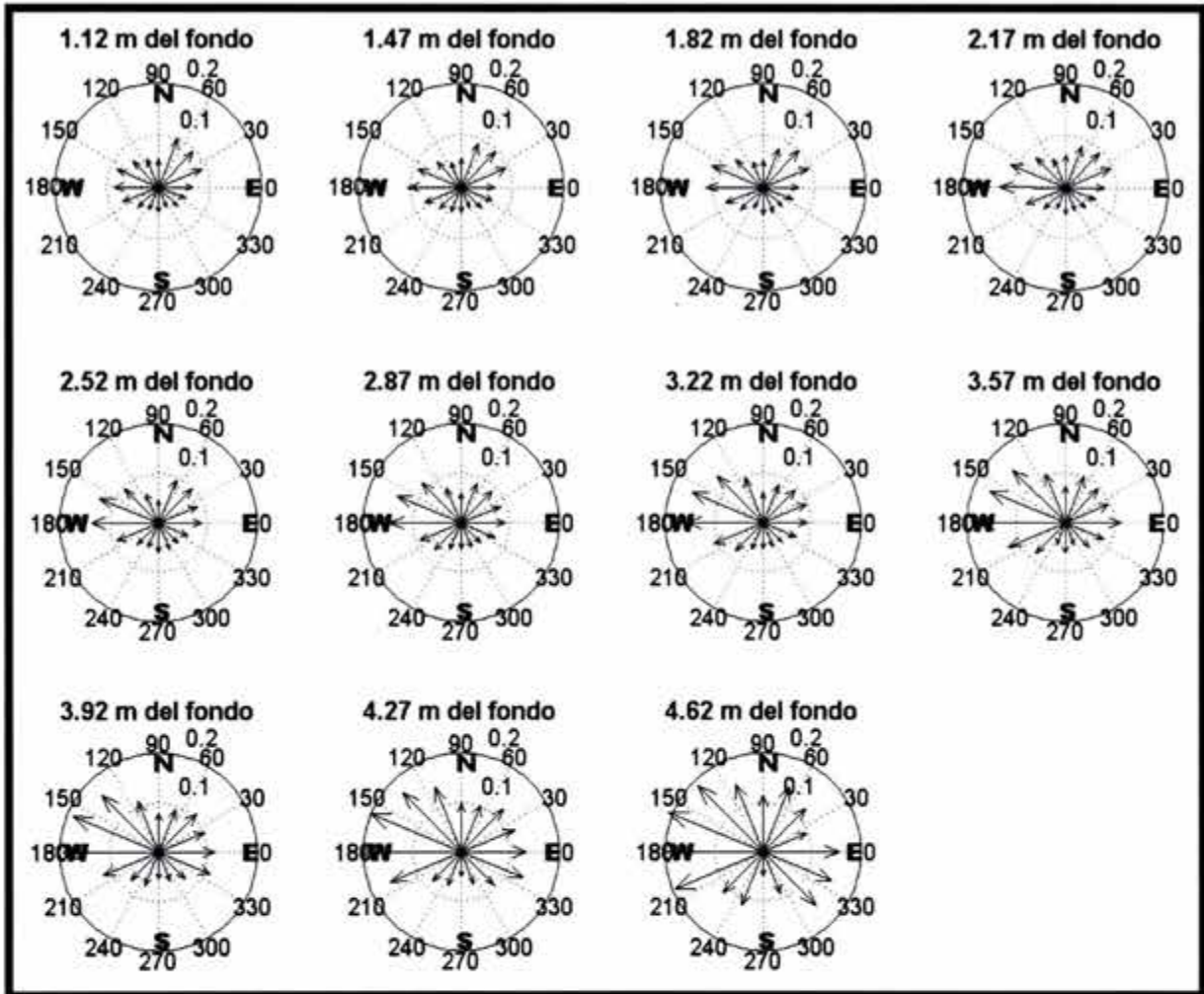


Figura VI.8: Rosas de corrientes, ADCP Monitor en Dos Bocas, octubre a noviembre del 2003.

En resumen, a parte de la dirección paralela a la batimetría, existen más direcciones de la corriente que son predominantes. En cuanto a la dirección en la que se presenta la magnitud mas importante, una de ellas fue la dirección Oeste, que es paralela a la batimetría, sin embargo, existen otras direcciones en las que se presentaron corrientes de igual o mayor magnitud. De lo anterior, se puede afirmar que para el periodo de registro en Dos Bocas, la batimetría interactúa con la dirección y la magnitud de la corriente, pero no es un factor determinante.

#### VI.1.2.2 ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS

Con el objetivo de identificar el o los principales mecanismos que generan las corrientes en la zona, y posteriormente poder explicar la física de las corrientes, se llevó a cabo un análisis armónico y un análisis de frecuencias para el registro de cada capa.

Nuevamente se utilizó el programa *t\_tide* para realizar el análisis armónico a las corrientes, y al igual que para la superficie libre se utilizaron 38 componentes (Figura VI.3), incluyendo las tres para aguas someras.

En la Figura VI.9 y la Figura VI.10, se presenta a manera de ejemplo el análisis armónico y de frecuencias realizado a los registros de la capa 1 y la capa 8, para ambas componentes de la velocidad. Cada figura consta de 6 paneles, donde los de la izquierda corresponde a la componente Este – Oeste (E-W) y los de la derecha a la componente Norte – Sur (N-S). En el panel superior se muestra el registro de la corriente. En el mismo panel se dibujó la gráfica de la señal sintética de corriente reproducida con las componentes astronómicas, así como también la señal residual de las corrientes (velocidades no astronómicas). En el panel intermedio se muestra la amplitud de cada componente armónica producto del análisis armónico, y finalmente en el panel inferior de cada figura se muestra el espectro de amplitudes para cada señal del panel superior. Se realizó un análisis astronómico forzando al programa para que éste encontrará, independientemente de la magnitud del error, amplitudes para todas las componentes. Esto es válido cuando se analizan series de tiempo de corrientes (Pugh, 1987).

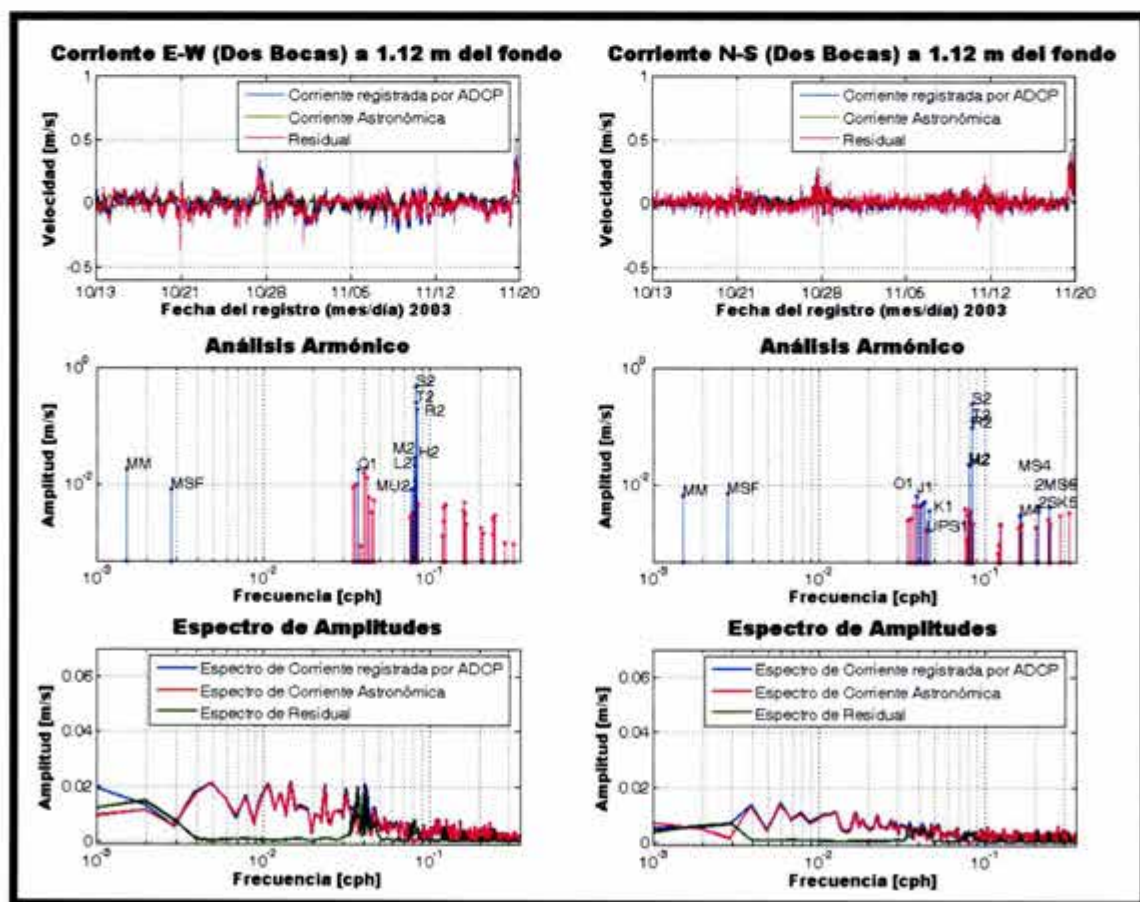


Figura VI.9: Análisis armónico y de frecuencias en las direcciones Este – Oeste y Norte – Sur para la capa 1 (Dos Bocas). Octubre a noviembre del 2003.

En dichas figuras se aprecia que la corriente de origen astronómico es pequeña comparada con la corriente registrada, lo que produce una corriente residual (no astronómica) muy parecida a la corriente registrada. En este sentido, en los paneles intermedios de dichas figuras se muestra la amplitud de las componentes astronómicas obtenidas con el análisis armónico, y en las cuales se puede observar que las componentes MM y MSF con frecuencias bajas, tienen una amplitud considerable respecto a las otras componentes. Sin embargo son las componentes semi-diurnas como la S2 la que tienen mayor amplitud. Sin embargo, dichas amplitudes son muy pequeñas comparadas con las amplitudes de la señal original o registrada. De manera general, las corrientes reproducidas sintéticamente a través del análisis armónico fueron muy débiles respecto a la señal registrada por los equipos. En términos de las energías totales de las señales registradas, la energía de las señales astronómicas no representan más del 18 % de éstas.

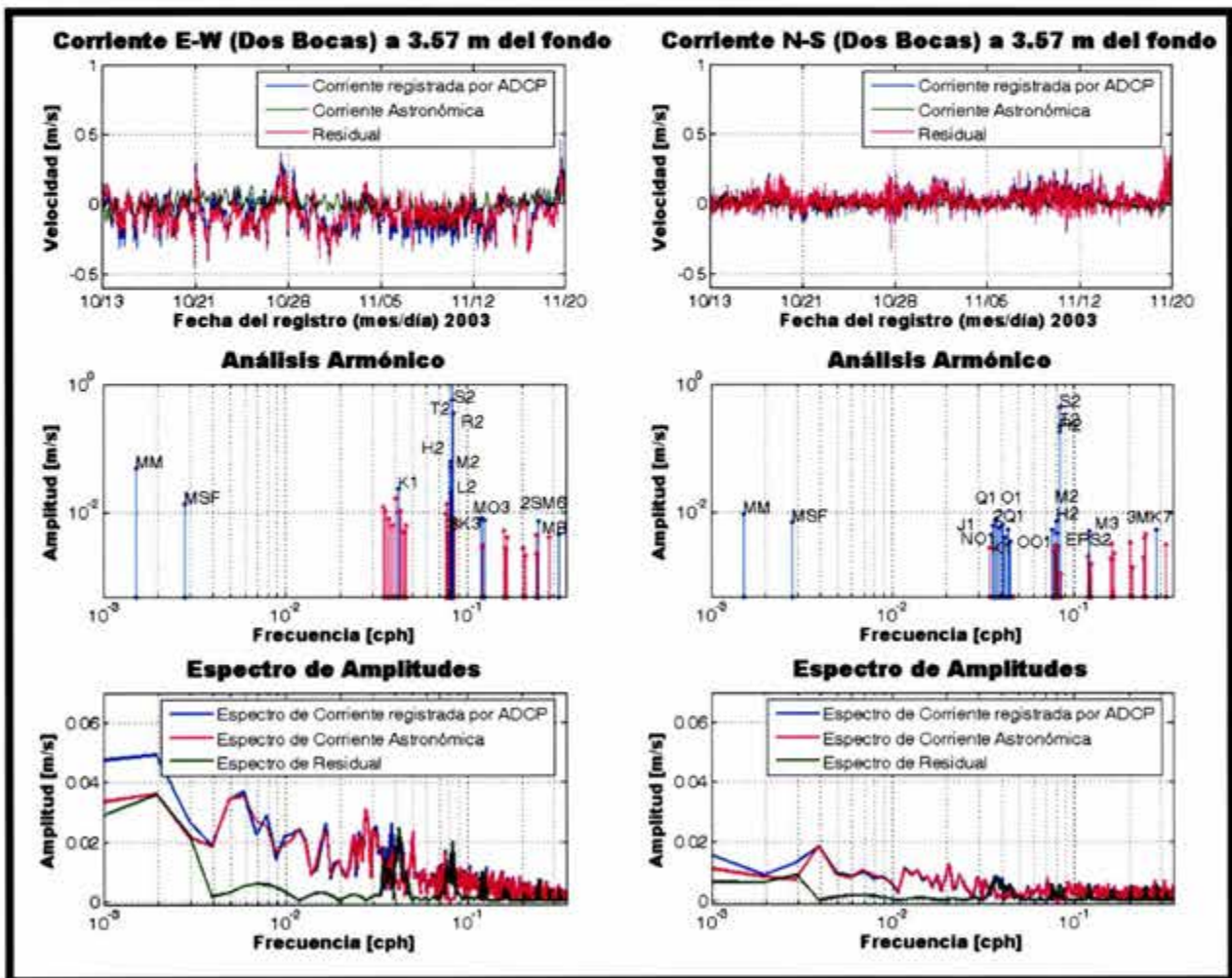


Figura VI.10: Análisis armónico y de frecuencias en las direcciones Este – Oeste y Norte – Sur para la capa 8 (Dos Bocas). Octubre a noviembre del 2003.

Los resultados anteriores fueron realizados para las dos componentes en dos capas que son prácticamente los casos extremos. Con el afán de mostrar el comportamiento general en todas las capas es conveniente presentar los resultados en forma de perfiles, donde el eje horizontal indica el tiempo, el eje horizontal la distancia de la capa con respecto al lecho marino, y la intensidad de la corriente se expresa mediante una escala de colores (los colores oscuros denotan las velocidades más altas en m/s). En este sentido, la Figura VI.11 presenta en los paneles superiores los perfiles de las velocidades registradas por el ADCP, en los paneles intermedios los perfiles de las corrientes reproducidas sintéticamente y en los paneles inferiores, los perfiles de las corrientes residuales (utilizando los resultados del análisis armónico se le sustrajo a la señal registrada la señal sintética de corrientes astronómicas, obteniendo una señal de corrientes no astronómicas). Cabe mencionar que se utiliza la misma escala de color para todos los paneles, para enfatizar la diferencia que existe entre las señales.

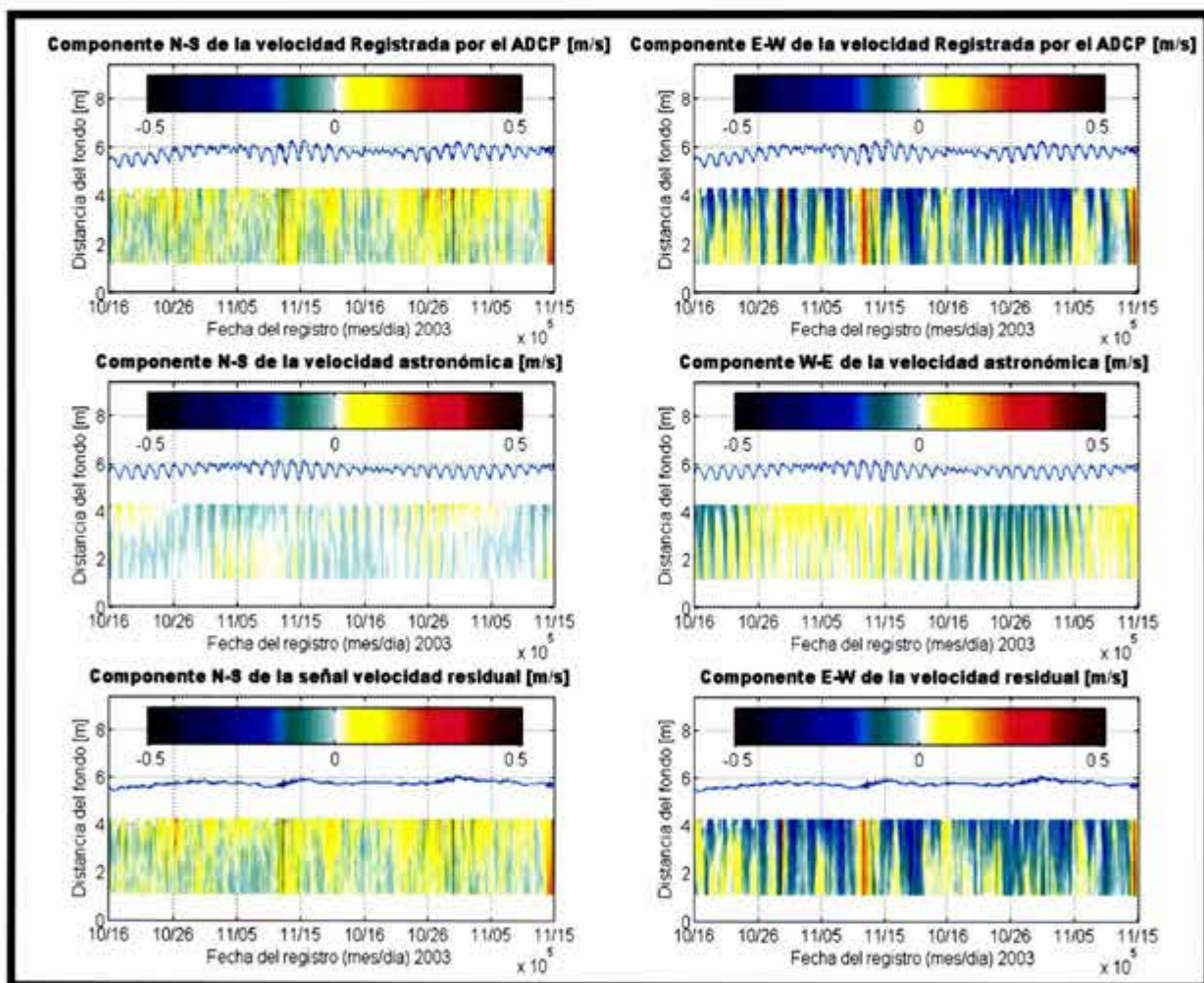


Figura VI.11: Perfiles de las componentes de la velocidad registrada (Paneles superiores). Perfiles de las componentes de la velocidad asociada a la marea astronómica (Paneles intermedios). Perfil de las componentes de la velocidad residual (Paneles inferiores). Octubre a noviembre del 2003.

Analizando la componente de la velocidad en la dirección Norte – Sur, que corresponden a los paneles de la izquierda en la Figura VI.11 observamos:

1. Existe una diferencia entre las velocidades de las capas superiores y las capas inferiores no solo en intensidad sino también en dirección.
2. La dirección de las capas superiores es hacia el Norte, y es más intensa que en las capas inferiores. En cuanto a la dirección de la corriente en las capas inferiores, no hay una dirección predominante.
3. La velocidad asociada a la marea astronómica es muy pequeña, siendo más intensa en las capas superiores, pero nunca superior a 0.10 m/s.
4. Por congruencia con el punto anterior, la señal residual (no astronómica) en esta dirección es prácticamente igual a la señal registrada.
5. Existe un evento muy importante después del 26 octubre, el cual sobresale en el perfil por su color intenso. Este evento no es astronómico ya que éste aparece nuevamente en la señal residual. Se puede apreciar que se presentó en la fase de mareas vivas y su duración fue de algunas horas. El cambio de color de azul intenso a rojo intenso indica un cambio brusco en la dirección de la velocidad.

En cuanto a la dirección Este – Oeste, que corresponde a los paneles de la derecha de la Figura VI.11, se tiene:

1. Esta componente de la velocidad es más intensa que la componente Norte - Sur, principalmente hacia el Oeste. Se registraron 3 eventos importantes donde se aprecia que la velocidad en toda la columna de agua va hacia el Este, y los cuales tiene duración de varias horas. Uno de ellos es al final de la serie de tiempo, y es cuando el equipo deja de registrar datos (ver capítulo V).
2. Las corrientes astronómicas son más intensas en esta dirección que en la dirección Norte – Sur, siendo las velocidades que oscilan alrededor de 0.10 m/s.
3. La señal residual es diferente a la señal registrada, sin embargo esta diferencia es nuevamente pequeña.
4. Las corrientes más intensas se correlacionan en general con las mareas vivas, salvo eventos como el que se aprecia al final del perfil.

En todos los perfiles presentados en la Figura VI.11, se puede observar que a lo largo de la columna de agua, entre cada capa la corriente cambia de dirección y de intensidad, lo que corresponde a una espiral de corrientes, como se vera más adelante.

La Figura VI.12 contiene los espectros de amplitud de cada uno de los perfiles presentados en la Figura VI.11, como se puede observar de esta figura en todas las capas, las amplitudes de la señal astronómica son muy pequeñas respecto a las amplitudes de la señal real, medida.

En general los espectros de energía muestran que las amplitudes de la señal más importantes (con mayor energía) se encuentran concentradas en las bajas frecuencias (menores a 0.05 cph). También se observa que para la componente Este –Oeste las

amplitudes de las capas superiores son más grandes que las de las capas inferiores, en otras palabras, hay más energía en las capas superiores que en las capas inferiores. Mientras que para la componente Norte Sur la energía es prácticamente igual en todo el perfil, con excepción el las capas a un profundidad alrededor de 3 m, donde hay menor energía. Congruente con lo mencionado en los párrafos anteriores, se aprecia que las amplitudes de la componente de la velocidad Este – Oeste son mayores que las encontradas para la componente Norte - Sur.

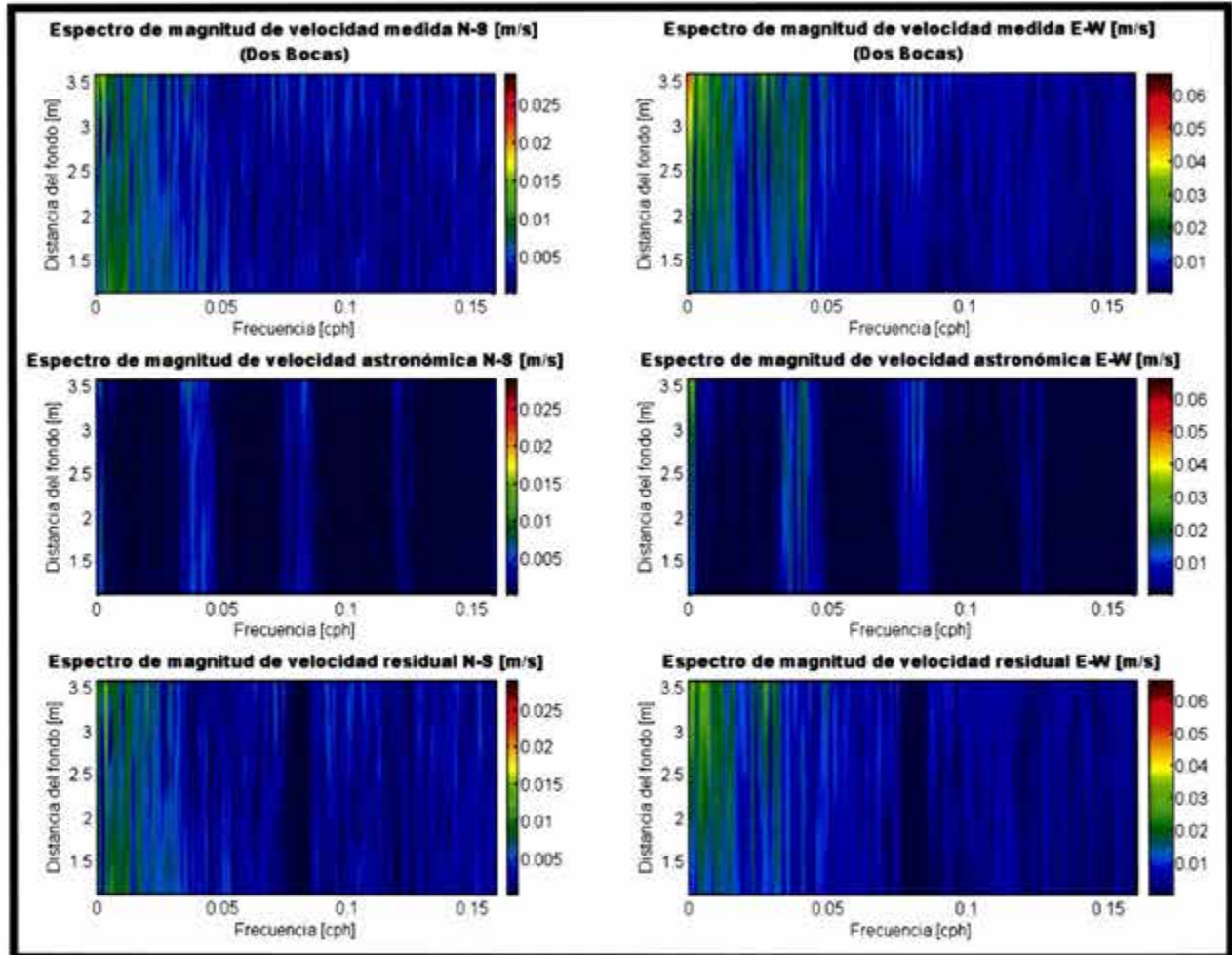


Figura VI.12: Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad registrada (Paneles superiores). Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad asociada a la marea astronómica (Paneles intermedios). Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad residual (Paneles inferiores).

En la Figura VI.12 se muestra claramente como a la señal residual (paneles inferiores) se le filtraron las amplitudes con frecuencias astronómicas (paneles intermedios). En la figura se aprecia con color azul oscuro las zonas donde la energía es muy pequeña o nula, y en colores claros donde las amplitudes son mayores. En este sentido, es posible observar en los paneles intermedios las amplitudes bien definidas de las componentes



armónicas MM, MSF, y en general dos zonas que corresponden a las componentes diurnas y semidiurnas. En los paneles inferiores, que corresponden a la señal residual, es muy claro como ésta ya no posee energía en las frecuencias armónicas semidiurnas. La energía disminuye notablemente en las frecuencias cercanas a las diurnas y las componentes astronómicas de baja frecuencia MM y MSF. En el análisis armónico tanto de la superficie libre como de las corrientes se detectan las componentes MM y MSF con gran amplitud relativa a las demás, Y en este sentido también aparece con gran amplitud la componente semidiurna  $S_2$ .

Además, la Figura VI.12 muestra el hecho de que la energía de la señal registrada y la señal residual se encuentra concentrada en las bajas frecuencias, aun después de filtrar las amplitudes con frecuencias astronómicas.

En resumen, se puede decir que la señal de corrientes para el período de registro en Dos Bocas no está regida por la marea astronómica y por tanto la energía se encuentra concentrada en amplitudes asociadas a bajas frecuencias no astronómicas.

### **VI.1.3. REPRODUCCIÓN DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES UTILIZANDO LA TEORÍA DE LA ESPIRAL DE EKMAN**

Con el objetivo de investigar si el viento fue el mecanismo que generaba o influía en el patrón de corrientes se estimaron las corrientes a través de los esfuerzos que el viento genera en la superficie. En este sentido, con los vientos del anemómetro en tierra en el puerto de Dos bocas se estimaron los esfuerzos en la superficie del océano, mediante dos teorías; El perfil logarítmico (Capítulo III, sección III.4.1) y las formulaciones de Large y Pond (Capítulo III, sección III.4.2). Las corrientes generadas por vientos se reprodujeron con las ecuaciones (III.16) y (III.17) que corresponden a la espiral de Ekman de velocidades en la capa superior del océano, desarrolladas y presentadas en el Capítulo III.

La gráfica de la Figura VI.13 muestra diferencias muy marcadas ¿de cuánto es la diferencia? en esfuerzos y coeficientes de arrastre entre las dos teorías, siendo más notorio en los valores extremos. La teoría del perfil logarítmico se muestra más congruente en la estimación del coeficiente de arrastre para velocidades de viento menores a 1 m/s, ya que se espera que ante una magnitud de la velocidad de viento nula o casi nula el esfuerzo generado sería también nulo o casi nulo. Por otra parte, ambas teorías son muy semejantes en velocidades de viento entre 10 m/s y 40 m/s.

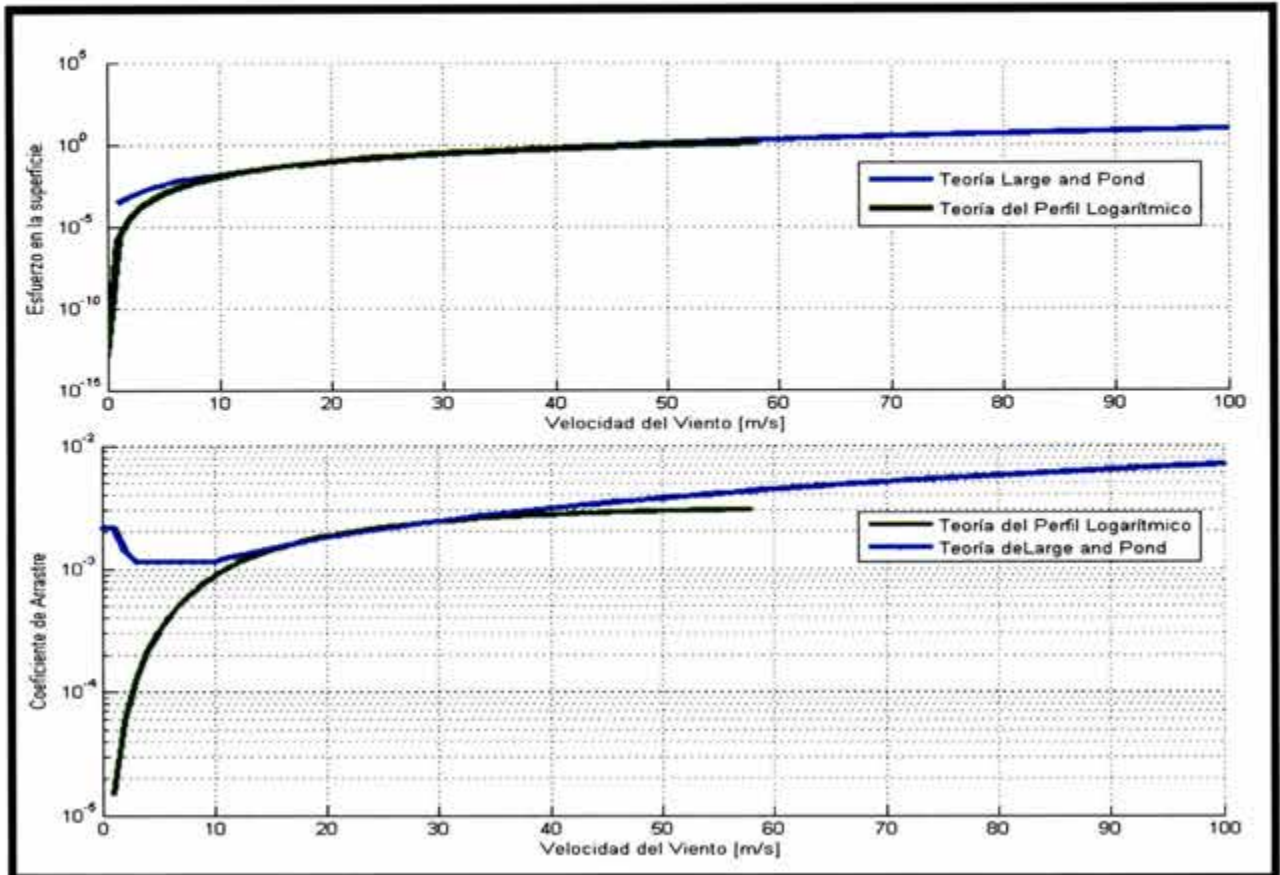


Figura VI.13: Esfuerzos en la superficie y coeficientes de arrastre, estimados con base a velocidades de viento a una elevación de 10 m sobre la superficie.

Las velocidades de viento son menores a 7 m/s, por lo que en este caso, las teorías se encuentran en el rango en el cual los resultados son muy discrepantes. La teoría de Large y Pond fue seleccionada para estimar el esfuerzo en la superficie y que se utilizará posteriormente en las ecuaciones (III.16) y (III.17), para estimar la espiral de Ekman en la superficie. Dicha selección fue tomada con base a que es la teoría más aceptada y utilizada en meteorología.

Las gráficas de las Figura VI.14 y Figura VI.15 presentan los resultados respecto a la generación de corrientes con los vientos locales. El panel superior de ambas figuras presentan la serie de tiempo de la magnitud de la velocidad (el eje horizontal corresponde al tiempo, el eje vertical derecho corresponde a la magnitud de la velocidad en m/s) así como también, las series de tiempo de los esfuerzos estimados para las dos teorías utilizadas (el eje vertical izquierdo muestra la magnitud de los esfuerzos en  $\text{kg/m}^2$ ).

Las gráficas de los paneles intermedios e inferiores corresponden a los perfiles de las componentes de la velocidad generada con los esfuerzos de viento de la Teoría de Large y Pond. Los paneles de la izquierda representan toda la serie de tiempo, mientras

que los paneles a la derecha sólo representan una porción, que corresponde a los eventos más significativos, para cada componente.

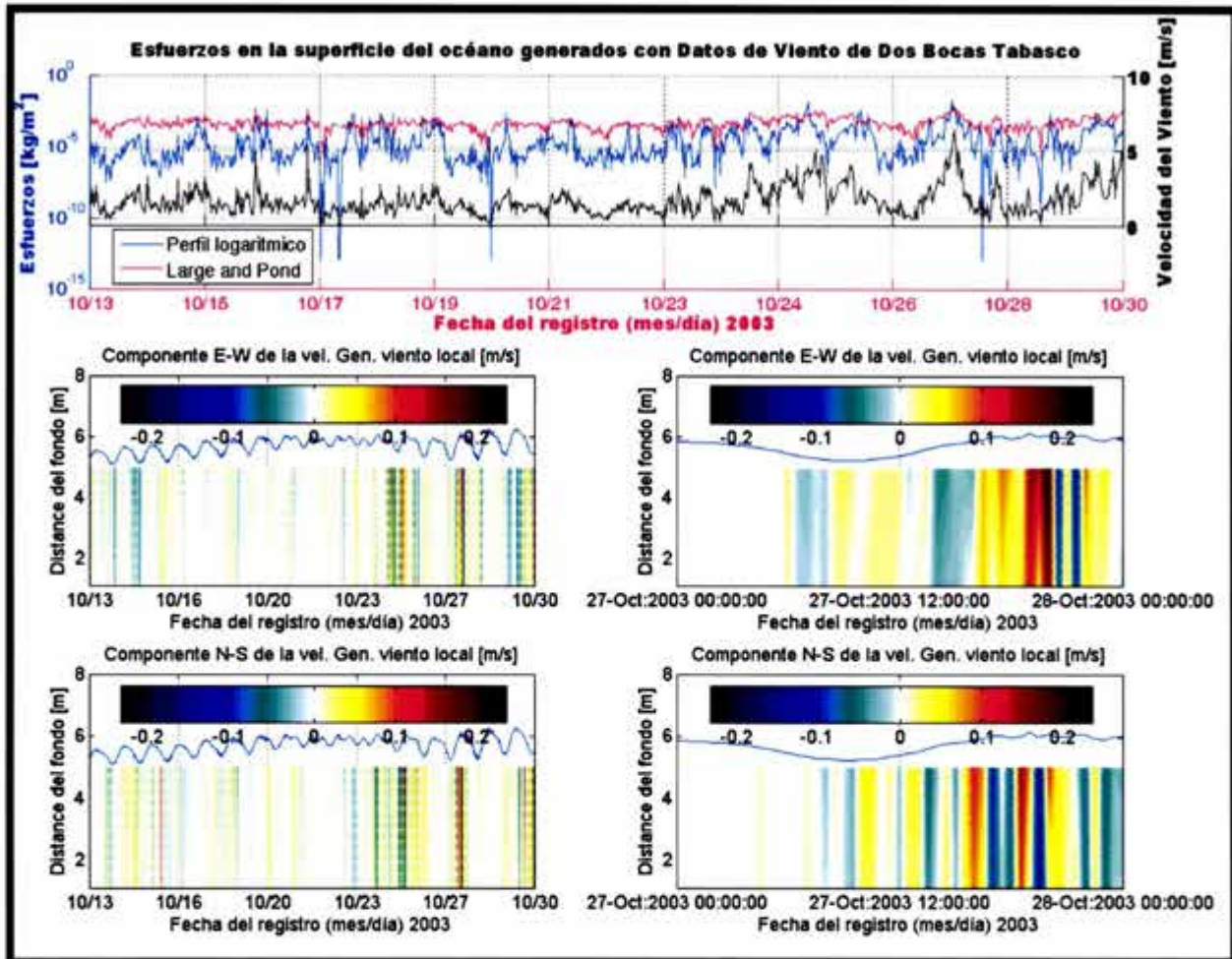


Figura VI.14: Serie de tiempo del viento utilizado para determinar esfuerzos en la superficie y serie de tiempo de los Esfuerzos estimados en la superficie (Panel Superior). Perfiles de corrientes generadas por vientos locales; componente Este – Oeste (Panel intermedio) y componente Norte – Sur (Panel inferior).

En lo que respecta a la magnitud de las corrientes que se generaron, para ambas componentes, ésta es muy pequeña y del mismo orden de magnitud. En pocas ocasiones se estimaron valores superiores a  $\pm 0.2$  m/s, que son los eventos que se muestran en los paneles derechos de las figuras Figura VI.14 y Figura VI.15.

Enseguida se realizó un análisis espectral a las señales resultantes, para determinar la magnitud de la energía con respecto a la energía de la señal registrada por el equipo. Se observó que la energía de las velocidades de corriente generadas por los vientos locales es muy pequeña respecto a la señal registrada. También es pequeña respecto a la señal residual (no astronómica) (ver VI.1.2.2).

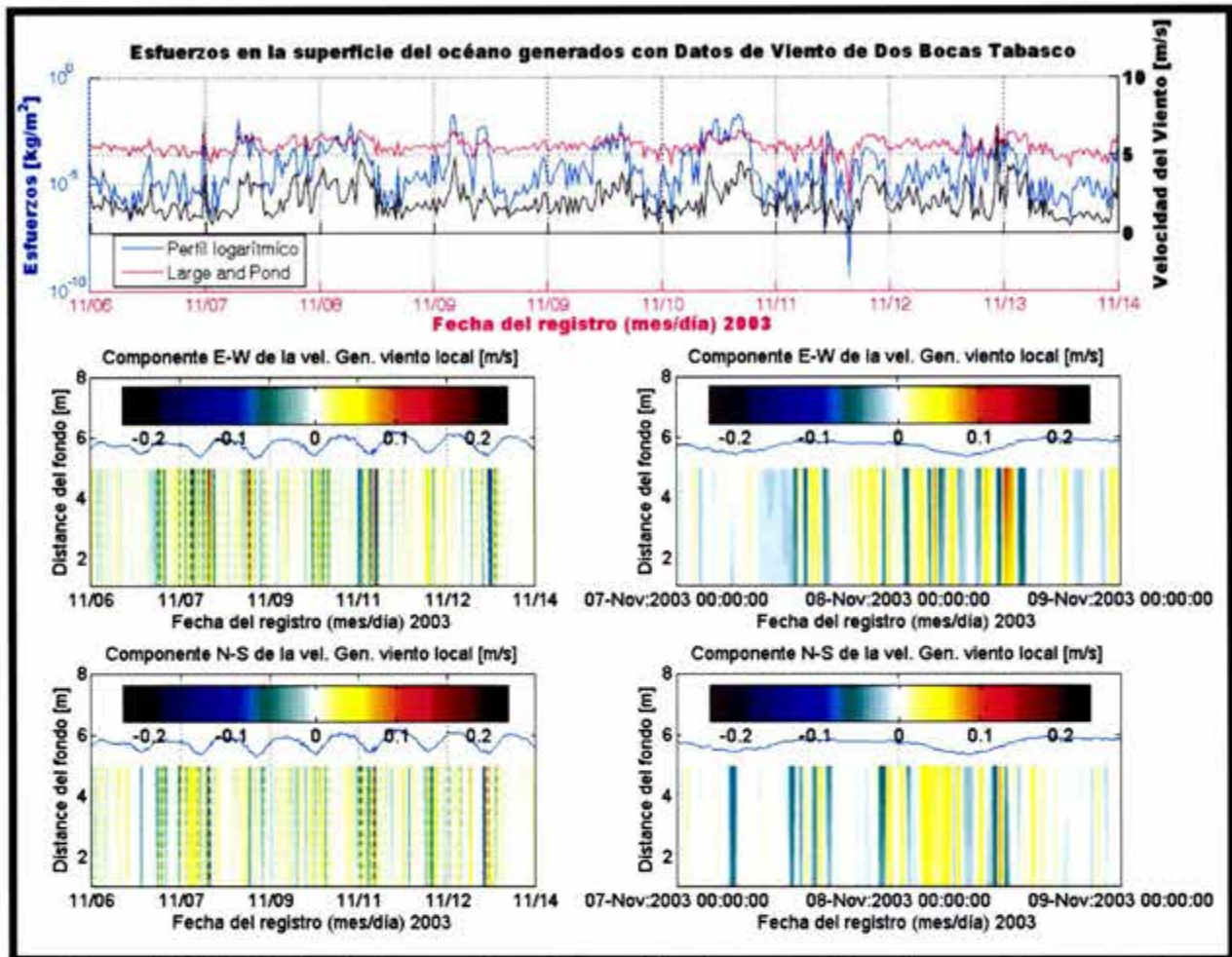


Figura VI.15: Serie de tiempo del viento utilizado para determinar esfuerzos en la superficie y serie de tiempo de los Esfuerzos estimados en la superficie (Panel Superior). Perfiles de corrientes generadas por vientos locales; componente Este – Oeste (Panel intermedio) y componente Norte – Sur (Panel inferior).

Por otra parte, se intentó encontrar alguna correlación entre la magnitud del viento y la magnitud de las velocidades de corriente. En este sentido también se intentó correlacionar los perfiles de velocidades de corrientes con los perfiles de las velocidades de corrientes generadas a partir de los de vientos locales.

La Figura VI.16 y la Figura VI.17 corresponden a los perfiles de velocidades en la dirección Este – Oeste y Norte – Sur, respectivamente. Ambas figuras presentan en el panel superior la magnitud de la velocidad del viento (eje vertical izquierdo) y la magnitud de la velocidad cercana a la superficie, en m/s. En el panel intermedio muestran el perfil de velocidades de corrientes generadas por vientos y en el panel inferior el perfil de velocidades registrado en Dos Bocas.

Se observa que en ambas figuras los perfiles de corrientes por viento (paneles intermedios) son en promedio menores en intensidad que los perfiles registrados por el ADCP.

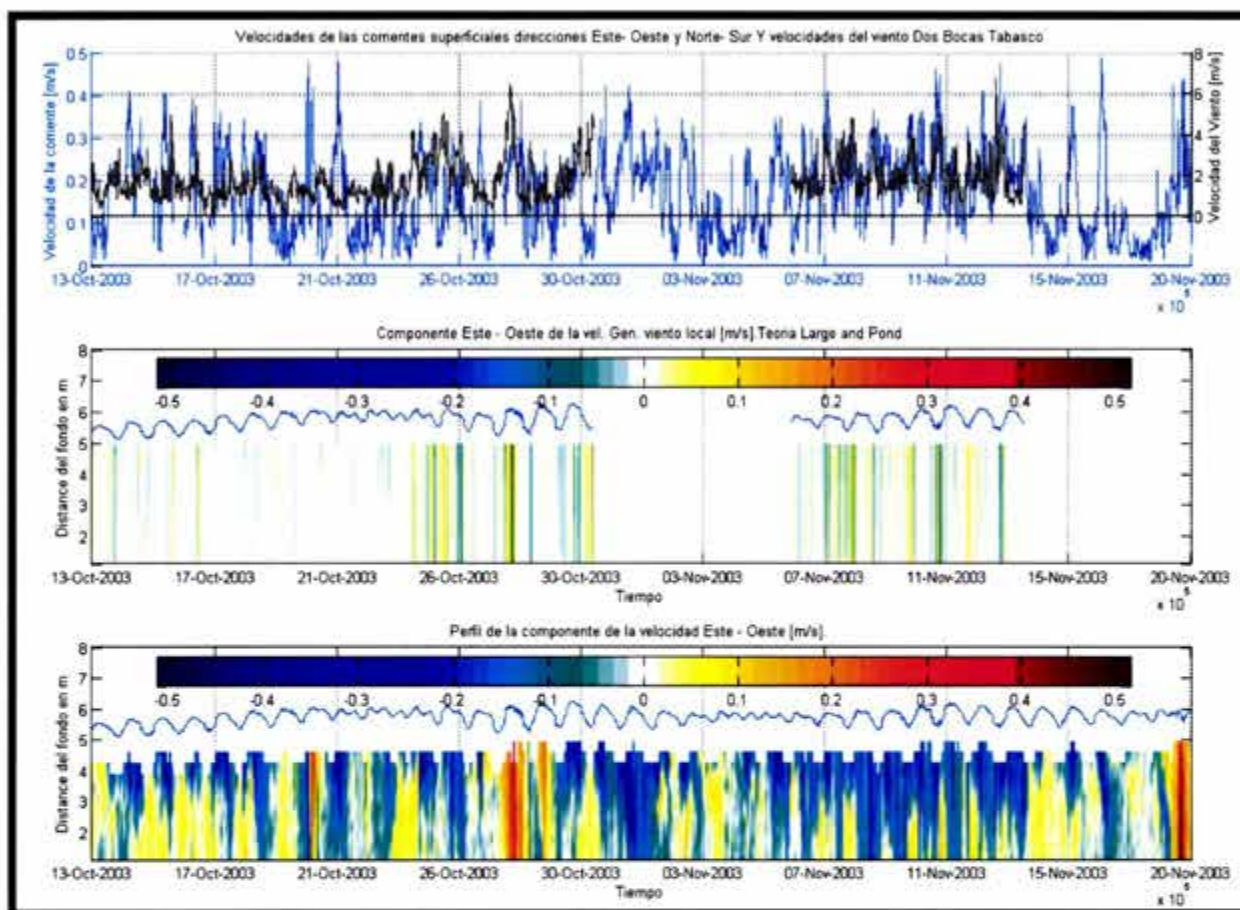


Figura VI.16: Perfiles de velocidades registradas y generado por vientos, en dirección Este – Oeste, en Dos Bocas. Octubre a noviembre del 2003.

Puede observarse que entre el 27 y el 28 de Octubre se presentan velocidades superiores a los 10 m/s que generan velocidades muy altas de corrientes que sobresalen en el perfil (ver paneles de la derecha en la Figura VI.14 y la Figura VI.15) y que el pico de este evento se encuentra desfasado respecto a las velocidades de corriente. El evento anterior es el único que realmente pudiese tener alguna correlación.

Se observa que el perfil de Ekman en la superficie en términos generales es muy débil, y adquiere importancia cuando hay velocidades mayores a los 10 m/s.

La magnitud de los vientos y la falta de todo el registro, hace suponer que los anemómetros fallaron cuando las velocidades del viento superaron 10 m/s (36 km/h). Por otro lado, con los datos analizados decimos que los vientos no representan el mecanismo de generación de las corrientes ni tampoco influyen en gran medida. Sin

embargo es necesario realizar una calibración de los anemómetros en futuras campañas de campo, para disminuir la incertidumbre de los registros.

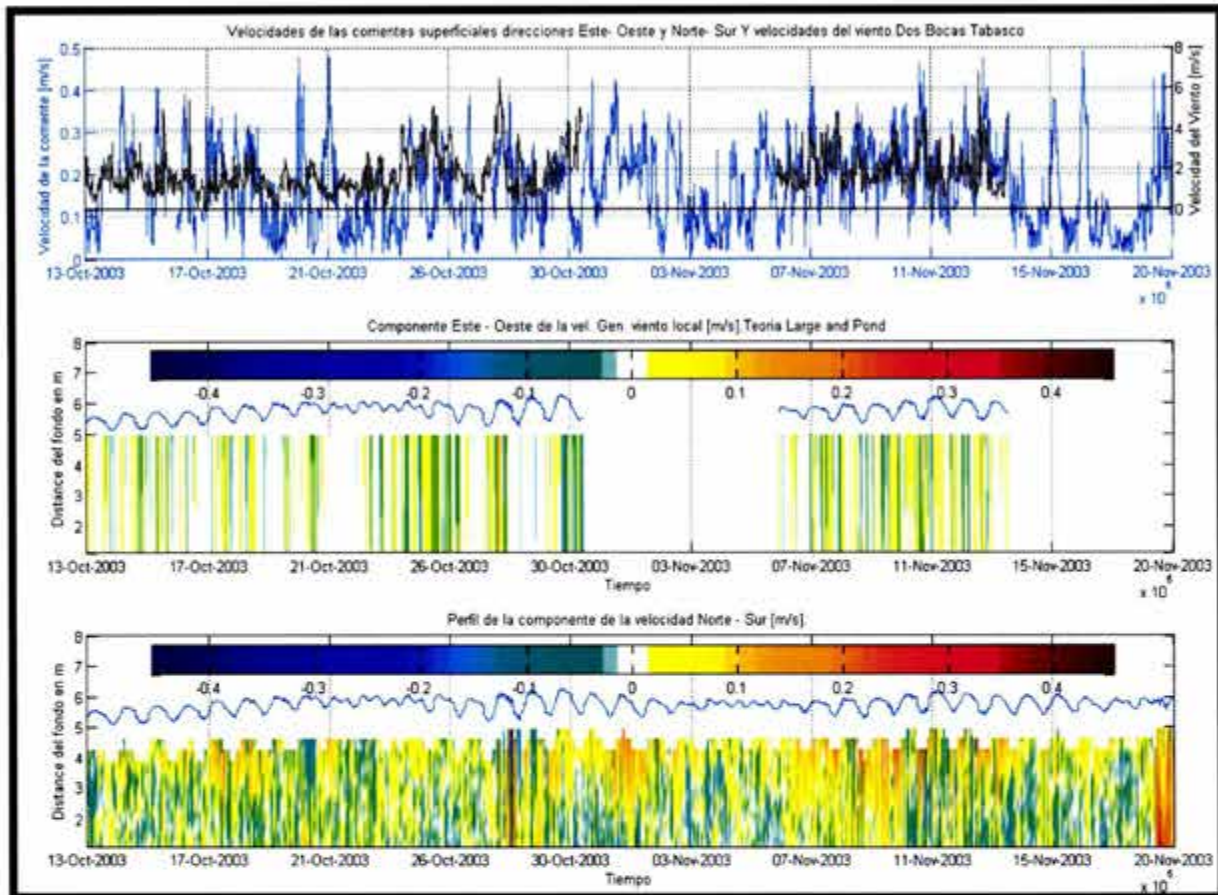


Figura VI.17: Perfiles de velocidades registradas y generado por vientos, en dirección Norte – Sur, en Dos Bocas. Octubre a noviembre del 2003.

## VI.2. ANÁLISIS DEL NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE Y LAS CORRIENTE EN MAY-A Y CITAM-101

Se tomó la decisión de presentar el análisis de los equipos instalados en MAY-A y en CITAM-101 (con profundidades de 15 m y 32 m, respectivamente) para comparar los resultados de forma más directa, ya que se cree que éstos serán muy similares. La secuencia de análisis será la misma que se realizó para los datos de Dos Bocas; primero se analiza el nivel de superficie libre, luego las corrientes.

### VI.2.1. NIVEL DE SUPERFICIE LIBRE EN MAY-A Y CITAM-101: ANÁLISIS ARMÓNICO Y ESPECTRAL

La Figura VI.18 y la Figura VI.19 presentan los resultados del análisis armónico y espectral de las dos señales de nivel de superficie libre registradas en MAY-A y en CITAM-101, respectivamente. Tal como se mencionó en el capítulo anterior el ADCP Sentinel A tuvo problemas con el registro de la superficie libre. Es posible que el ruido de la señal sea producto de ondas internas en el perfil, aunque este fenómeno es poco probable. Sin embargo, este tema se presenta como una de las futuras líneas de investigación.

Pese a lo antes mencionado, el análisis armónico determinó que la señal de marea en MAY-A se encuentra constituida principalmente por componentes diurnas y semidiurnas, las cuales tienen el mismo orden de magnitud, esto se aprecia en el panel intermedio de la Figura VI.18 (donde se presentan las componentes astronómicas significantes, resultado del análisis armónico). En el panel inferior de la Figura VI.18 se muestran los espectros de amplitudes de la señal de superficie libre, la señal astronómica y el residual. Se aprecia en el espectro que hay amplitudes grandes asociadas a periodos largos (baja frecuencia) que podría reforzar la tesis de ondas internas. Mientras que para frecuencias menores a las astronómicas la energía de la señal es nula. Los resultados deben de considerarse con las reservas necesarias, dada la posible influencia de otros fenómenos e incluso la falla del sensor de presión.

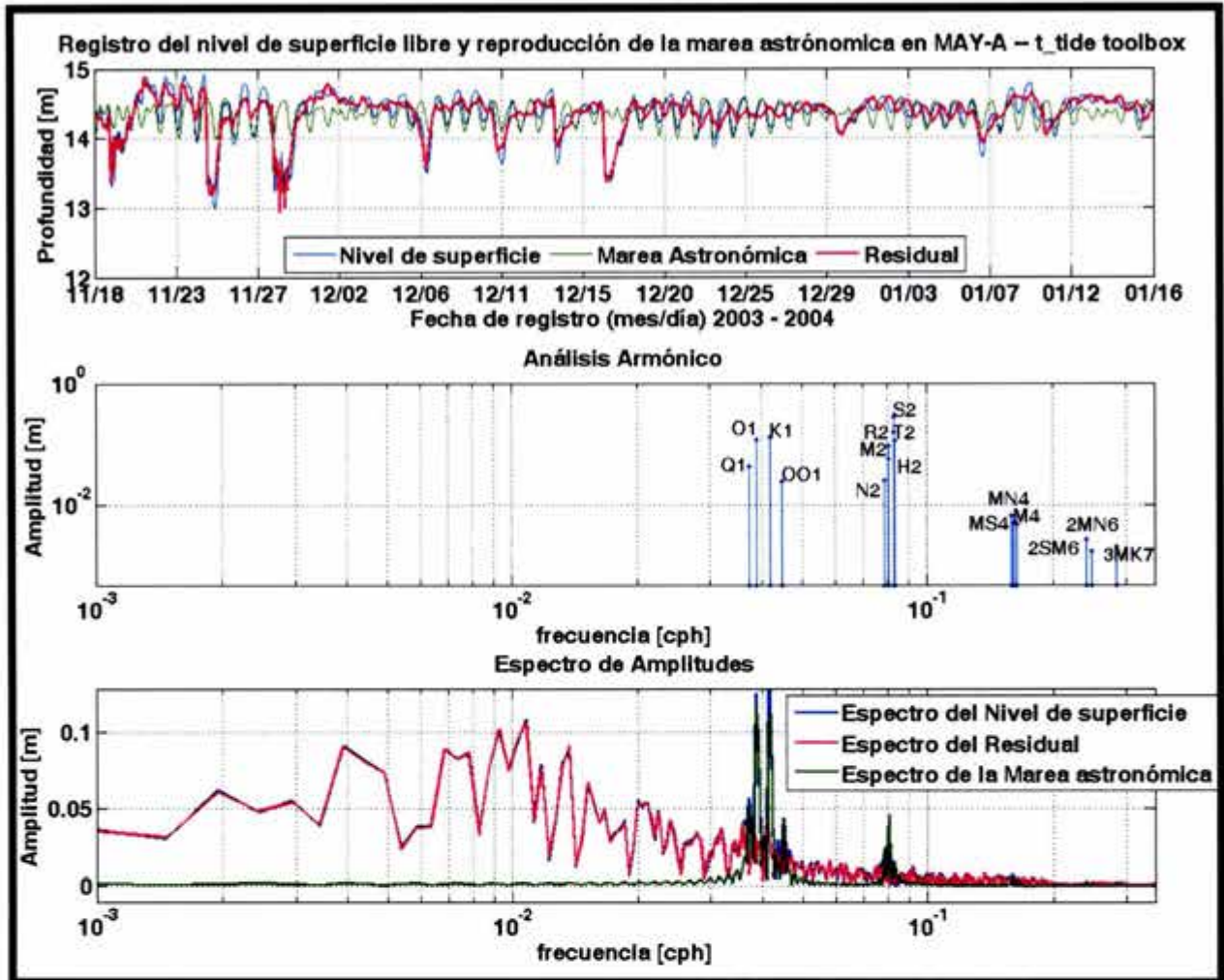


Figura VI.18: Análisis armónico y espectral de la señal de superficie libre registrada por el ADCP Sentinel A en MAY-A. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Por otra parte, el análisis de la superficie libre para CITAM-101, revela que la señal registrada es casi totalmente astronómica (ver el panel superior de la Figura VI.19). Es interesante mencionar que los registros de los movimientos que experimentó el ADCP Sentinel P y que fueron explicados en el capítulo V, se observan claramente en la señal residual. En el panel superior de la Figura VI.19 se aprecia el primero entre el 24 de noviembre y el 1 de diciembre, y el segundo entre el 14 y el 20 de diciembre (observar también la Figura V.3).



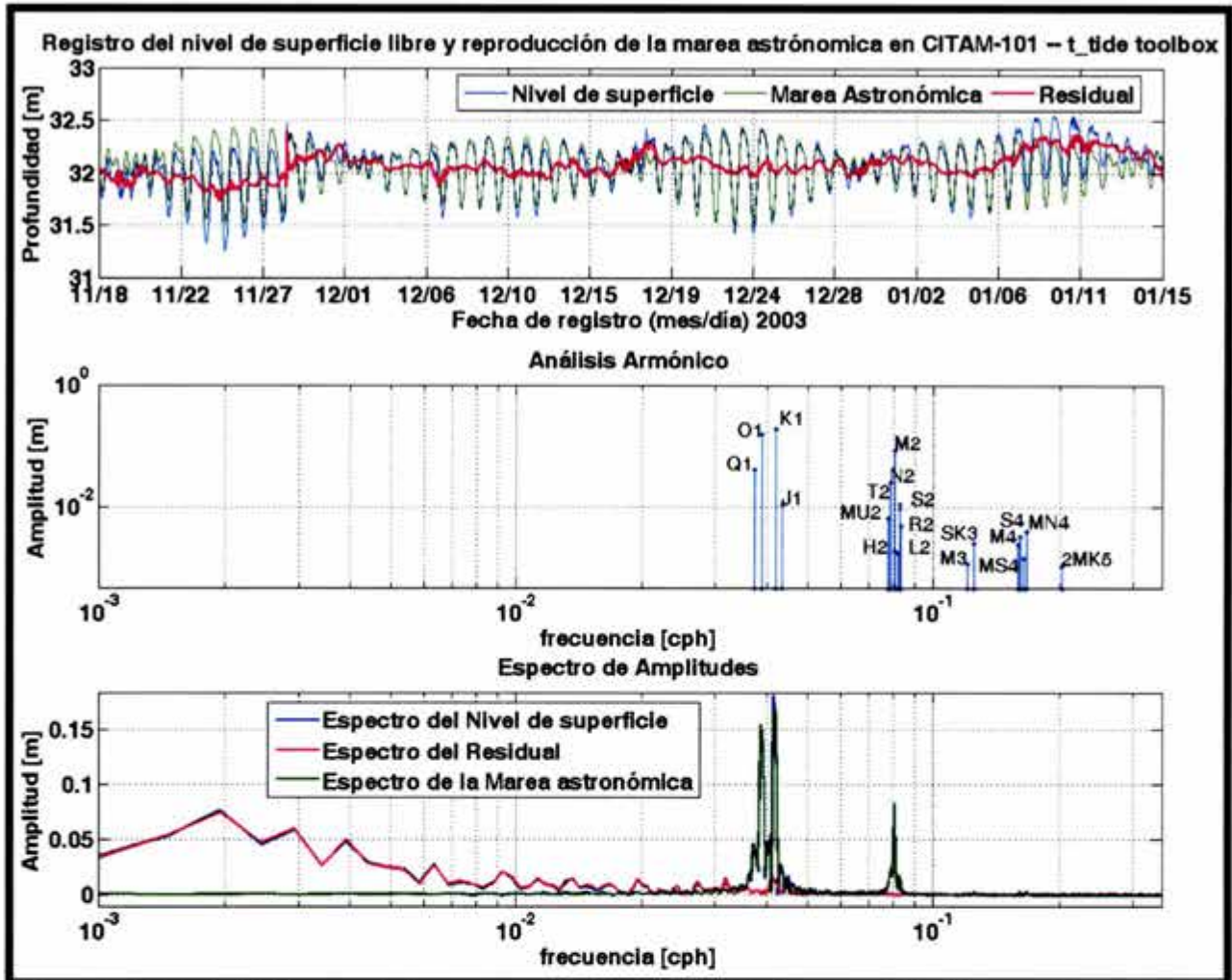


Figura VI.19: Análisis armónico y espectral de la señal de superficie libre registrada por el ADCP Sentinel P en CITAM-101. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

En la gráfica intermedia de la Figura VI.19, observamos que la señal de marea astronómica, al igual que las señales astronómicas de Dos Bocas y MAY-A, se encuentran constituidas principalmente por componentes diurnas y semidiurnas (siendo las primeras más importantes en amplitud).

El análisis armónico para las tres señales de superficie libre fue realizado con 35 componentes astronómicas y 3 componentes astronómicas de aguas someras; T2, H1 y R2. Tal como se esperaba, en MAY-A y en CITAM-101, las componentes para aguas someras presentaron menor amplitud como consecuencia de la menor influencia que ejerce el fondo en la onda de marea en aguas más profundas.

Observando los espectros de energía presentados en los paneles inferiores de las figuras, se observa que la señal residual para ambos registros (MAY\_A y CITAM 101) acumula gran parte de la energía en las bajas frecuencias. Sin embargo, las amplitudes más grandes en el espectro de las señales en el sitio de CITAM-101 se encuentran

cerca de las frecuencias de las componentes MM y MSF. Con un análisis armónico menos riguroso dicha energía se asoció a dichas componentes, sin embargo aun quedo una señal residual con una frecuencia no astronómica entre  $2 \times 10^{-3}$  cph y  $2.5 \times 10^{-3}$  cph. Es lógico que se conserven las componentes astronómicas MM y MSF en los análisis, en términos de ondas largas los lugares son muy cercanos y la marea astronómica no puede variar significativamente.

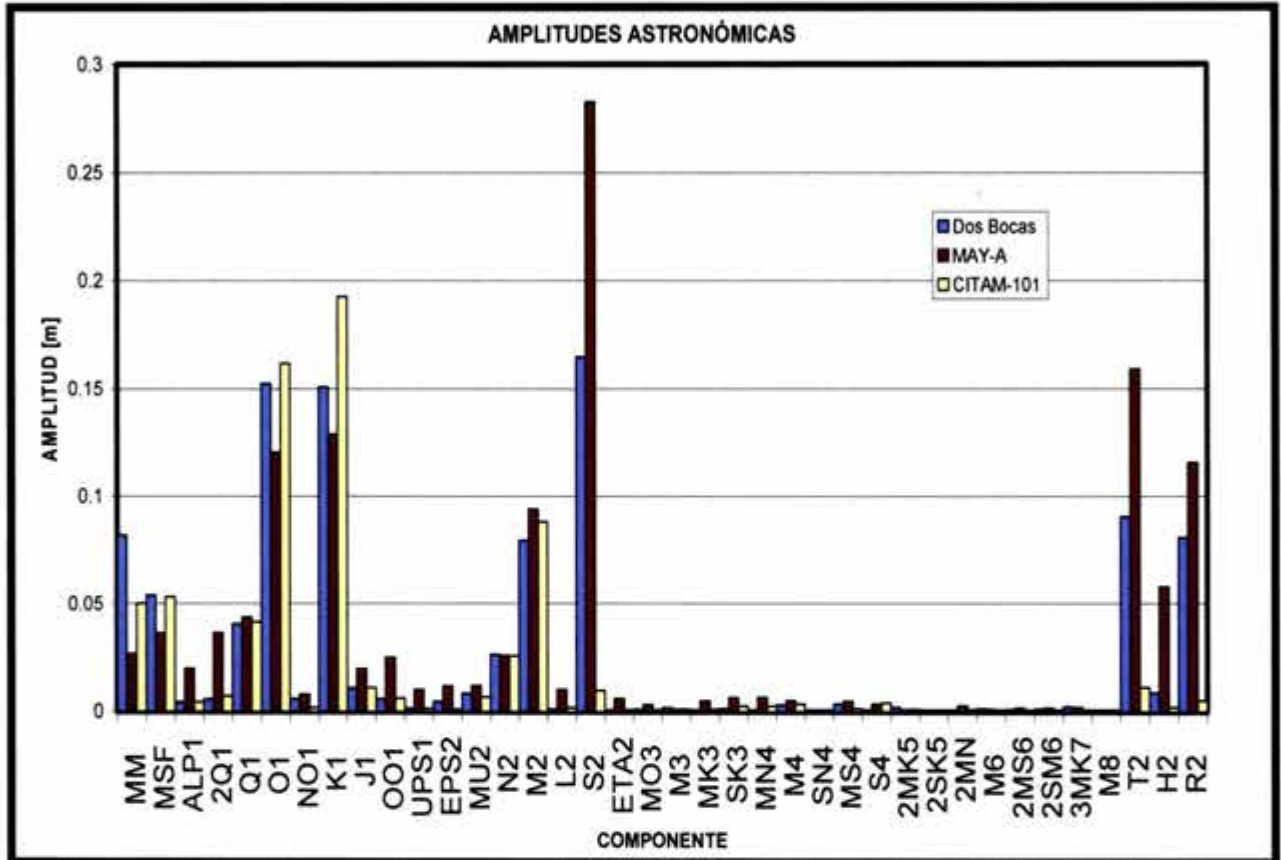


Figura VI.20: Componentes astronómicas para Dos Bocas, MAY-A Y CITAM-101.

La Figura VI.20 muestra la amplitud de las componentes armónicas que componen la señal sintética de los tres sitios. En este sentido, podemos observar que las componentes K1, O1, M2 y S2. Con base a la magnitud de dichas componentes es posible determinar el tipo de marea a través del coeficiente de Courtier, el cual se evalúa de la manera siguiente:

$$F = \frac{K1 + O1}{M2 + S2} \quad (VI.1)$$

donde si

$F < 0.25$	SEMIDIURNO
$0.25 < F < 1.50$	MIXTO SEMIDIURNO
$1.50 < F < 3.0$	MIXTO DIURNO
$F < 3.0$	DIURNO

La tabla presenta los resultados para los tres sitios.

Tabla VI.1: Tipos de marea según el coeficiente de Courtier para los tres sitios estudiados.

Coeficiente de Courtier F		
DOS BOCAS	MAY-A	CIATAM-101
1.24	0.66	3.62
Mixto semidiurna	Semidiurna	Diurna

Finalmente después de haber analizado las tres señales de superficie libre, se puede concluir que ésta es principalmente astronómica y son las componentes diurnas O1 y K1, y la componente semidiurna S2 las componentes astronómicas con mayor amplitud. En este mismo orden de ideas las componentes de ondas largas MM y MSF tienen amplitudes muy significativas respecto a las anteriores. Ya que en el análisis armónico de la corriente en Dos Bocas aparecieron las componentes de ondas largas, es de esperar que suceda lo mismo para el análisis de las corrientes en los otros sitios.

## VI.2.2. ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES REGISTRADAS EN MAY-A Y CITAM-101

### VI.2.2.1 ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA INTERACCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LAS CORRIENTES CON LA BATIMETRÍA

La Figura VI.21 muestra la batimetría de la zona donde se instalaron los equipos ADCP en MAY-A y CITAM-101. Las líneas batimétricas en términos prácticos tienen un rumbo aproximado de ENE y WSW (aproximadamente 22 grados respecto al eje geográfico Este – Oeste). Como se mencionó anteriormente (I.1 ANTECEDENTES) y de acuerdo a estudios previos en los que están fundamentado el Criterio Transitorio (Instituto Mexicano del Petróleo, 1997) y las normas de PEMEX para diseño de estructuras Costa Afuera (NRF-013 PEMEX, 2002). Se esperaría una alineación de la corriente en estas orientaciones dado que corresponden a la batimetría.

Al igual que en el caso de Dos Bocas, primero se representaron las velocidades en un sistema cartesiano con el eje de las abscisas con orientación Este – Oeste y el eje de las ordenadas con orientación Norte – Sur. La Figura VI.22 muestra que en las capas cercanas al fondo para las corrientes registradas en MAY-A, éstas tienden a alinearse al

eje de las absisas. Mientras que para el caso de CITAM-101 la orientación de las velocidades en las capas de fondo presentan cierta tendencia a alinearse con la batimetría, sin embargo existe mucha dispersión y tal alineamiento no resulta muy claro. En las capas cercanas a la superficie, para ambos casos, la dispersión resulta ser grande, tal que no es evidente una dirección predominante.

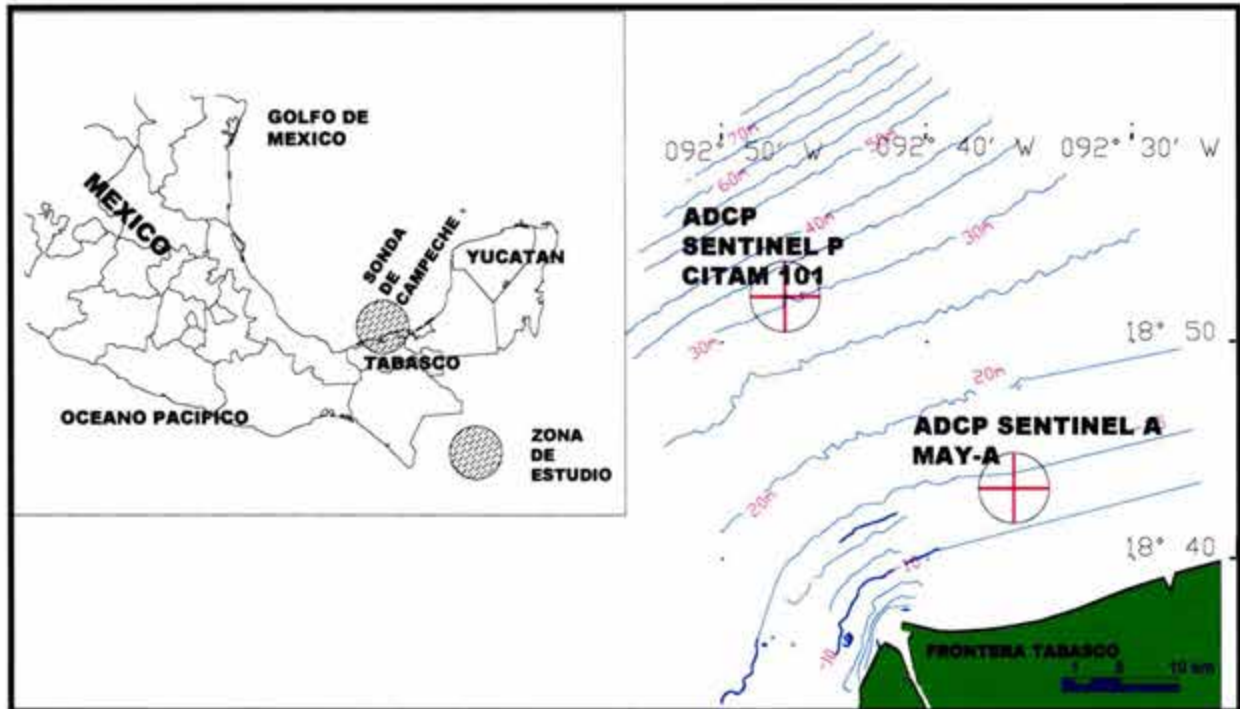


Figura VI.21: Batimetría de la región donde se instalaron los equipos ADCP Sentinel P y Sentinel A.

Las gráficas de las figuras anteriores nos dan un orden de idea en el sentido de la magnitud de las corrientes, las cuales son del mismo orden entre los sitios de MAY-A y CITAM-101, mientras que son menores para el caso de las corrientes en Dos Bocas (Figura VI.5).

Para precisar la información de cuales son las direcciones predominantes y en cual dirección se presenta la mayor magnitud de corrientes (al igual que en el caso de Dos Bocas), se construyeron histogramas circulares con la ocurrencia de cada dirección y de los 16 rumbos más importantes, además de las rosas de corrientes.

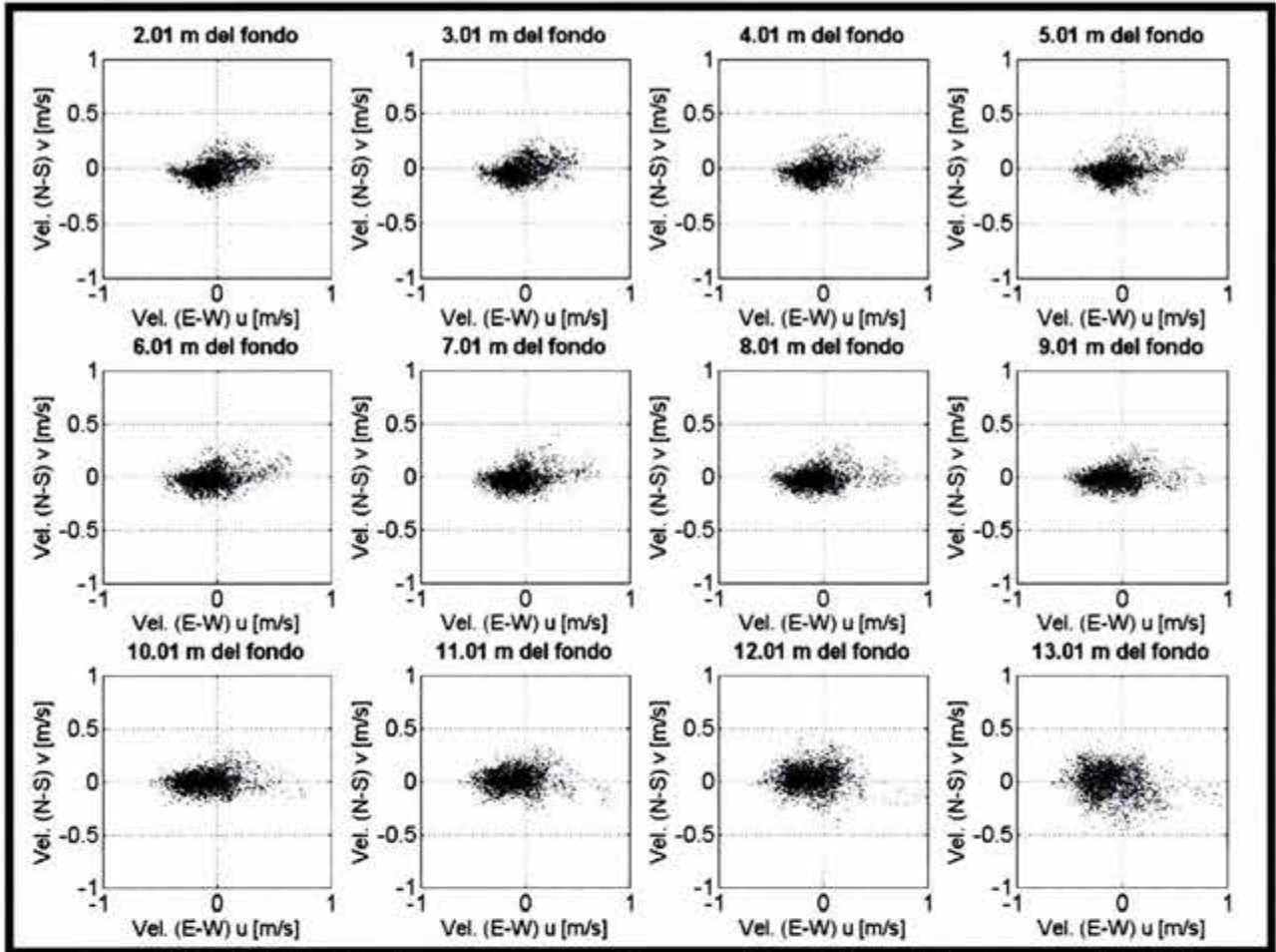


Figura VI.22: Velocidad para las capas impares (1 a 23) registrada por el ADCP colocado en MAY-A. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

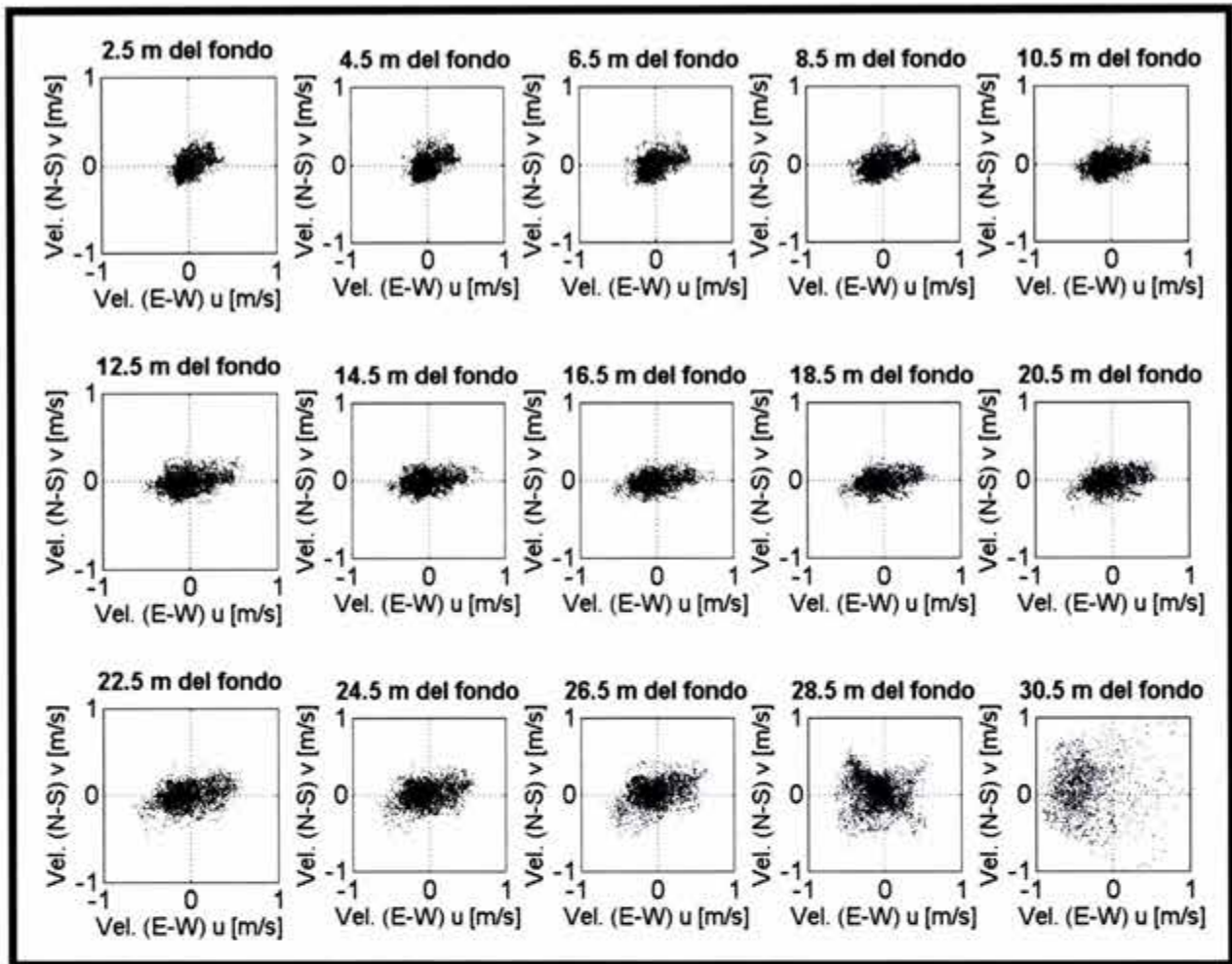


Figura VI.23: Velocidad para las capas impares (1 a 29) registrada por el ADCP colocado en CITAM-101. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

La Figura VI.24 y la Figura VI.25 presentan los histogramas circulares de las direcciones de la corriente en las capas impares (las cuales se seleccionaron arbitrariamente) de los registros en MAY-A y CITAM-101, respectivamente.

En MAY-A para las capas cercanas al fondo, las corrientes tienen un 70% de ocurrencia entre  $180^\circ$  y  $210^\circ$  (trigonométricos, el cero corresponde al Este y el Norte a  $90^\circ$ ). Siguiendo con MAY-A, para las capas intermedias las corrientes se presentan con mayor ocurrencia entre  $175^\circ$  y  $210^\circ$ . Finalmente sobre los 10 metros del fondo, en las capas más superficiales las corrientes tienen una dirección entre  $150^\circ$  y  $180^\circ$ , lo que representa que éstas tienden hacia el Norte a medida que se aproximan a la superficie (Figura VI.24).

Para el caso de CITAM 101 (Figura VI.25), la mayor ocurrencia de las corrientes se encuentra entre  $210^\circ$  y  $240^\circ$ , que representa alrededor del 70% para las capas cercanas al fondo. Para las capas intermedias (entre 10.5 m y 20.5 m del fondo) la ocurrencia de las corrientes es entre  $180^\circ$  y  $210^\circ$ . Y para las capas superficiales las

corrientes se encuentran entre  $150^{\circ}$  y  $210^{\circ}$ . Sin embargo, en la capa superficial la corriente entre  $130^{\circ}$  y  $160^{\circ}$  tiene una ocurrencia alrededor del 50 %, y en este sentido la ocurrencia de las otras direcciones se ven drásticamente disminuidas. Al igual que en MAY-A, las corrientes giran desde el fondo hacia la superficie en sentido horario hacia el Norte, y en Dos Bocas este comportamiento es menos notorio pero también se presenta (Figura VI.6). Lo anterior sugiere que la dirección de la corriente es función de la profundidad y está se comporta de acuerdo a la espiral de Ekman en la superficie.

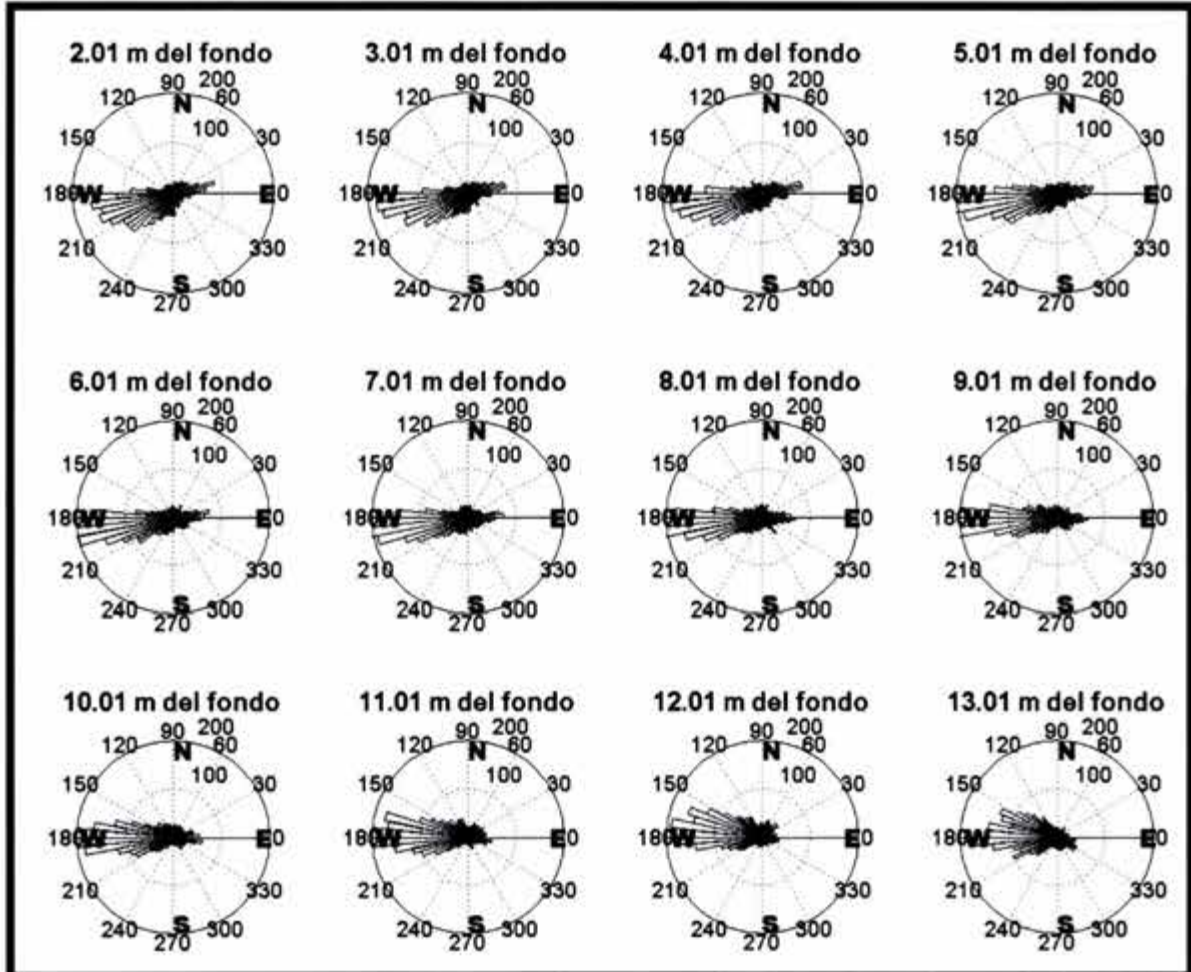


Figura VI.24: Histogramas circulares de la ocurrencia de las direcciones de la corriente para el sitio de MAY-A (capas impares, 1 a 23). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Hasta ahora no hemos determinado la ocurrencia que presentan las corrientes respecto a la dirección de la batimetría de la zona. Para resolver esta duda, suponemos que la batimetría tiene el rumbo WSW y ENE, y construimos los histogramas circulares para los 16 rumbos mas importantes. La Figura VI.26 y la Figura VI.27 presentan dichos histogramas para MAY\_A y CITAM-101, respectivamente.

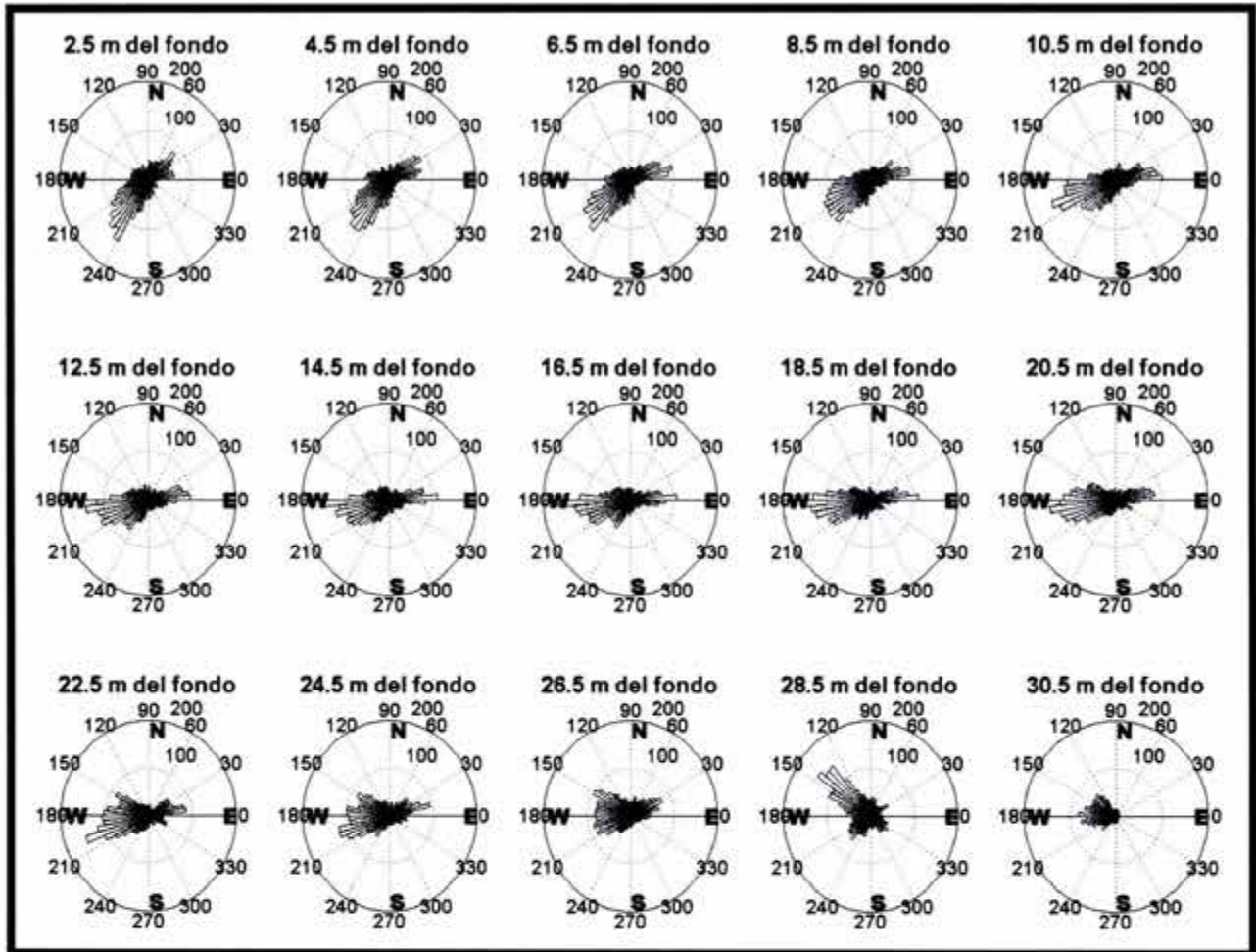


Figura VI.25: Histogramas circulares de la ocurrencia de las direcciones de la corriente para el sitio de CITAM-101 (capas impares, 1 a 29). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Para MAY-A observamos que el rumbo ENE para las capas inferiores esta entre el 7% y el 9% de ocurrencia, siendo este del mismo orden de otros rumbos, mientras que para las capas superiores es menor por lo que no se considera un rumbo predominante. El rumbo WSW es de 19% para las capas inferiores, entre 19% y 13% para las intermedias y 12% para las capas superficiales. En vista de lo anterior, el rumbo WSW, es muy frecuente ya que es del orden de los otros rumbos (esto es más notorio en el fondo), pero no es el único rumbo predominante. Mientras tanto al observar la Figura VI.25, la ocurrencia de las corrientes en el fondo para CITAM-101 con respecto a los rumbos WSW y ENE al igual que para MAY-A, no son los únicos rumbos predominantes, en vista de que ninguno de los dos es el de mayor ocurrencia. En este sentido, el rumbo SW es el de mayor ocurrencia pero es del orden de los rumbos SSW, WSW y NNE, con lo cual en el fondo estos cuatro son los predominantes. Para las capas intermedias los rumbos con mayor frecuencia son W, WSW y SW. Y en las capas superiores lo son NW, WNW, W y WSW. Por tanto en ninguno de los casos, la dirección de la batimetrías se puede considerar como la dirección predominante de las corrientes, pero si es una dirección con gran ocurrencia.



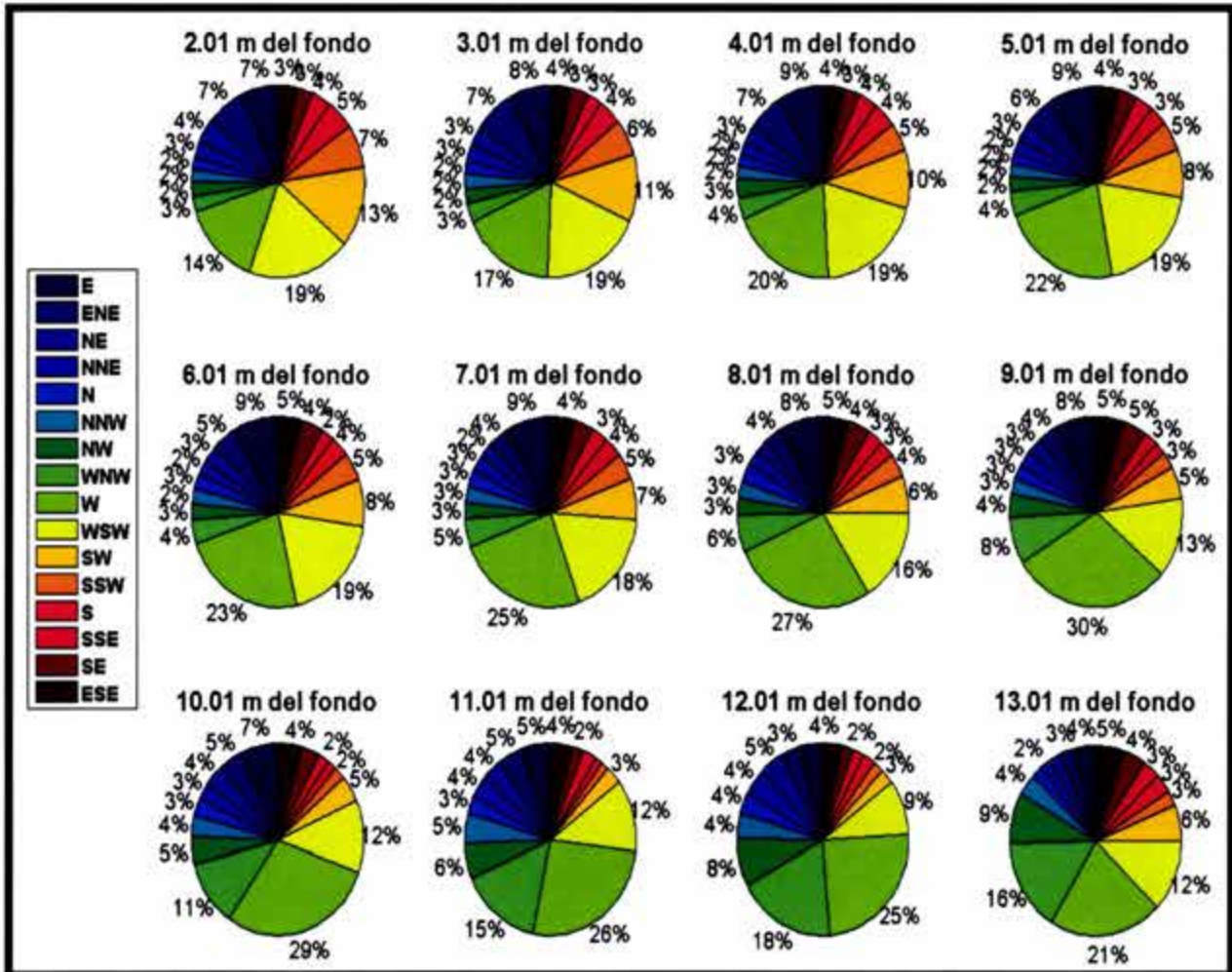


Figura VI.26: Histogramas circulares para los 16 rumbos más importantes, MAY-A..  
Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Como era de esperarse en las capas cercanas al fondo la dirección de la corriente paralela a la batimetría es frecuente, y lo es más en aguas más someras, tal como se presenta en los tres sitios analizados. Por otra parte, a medida que nos acercamos a la superficie la corriente gira hacia el norte (es decir, en sentido horario).

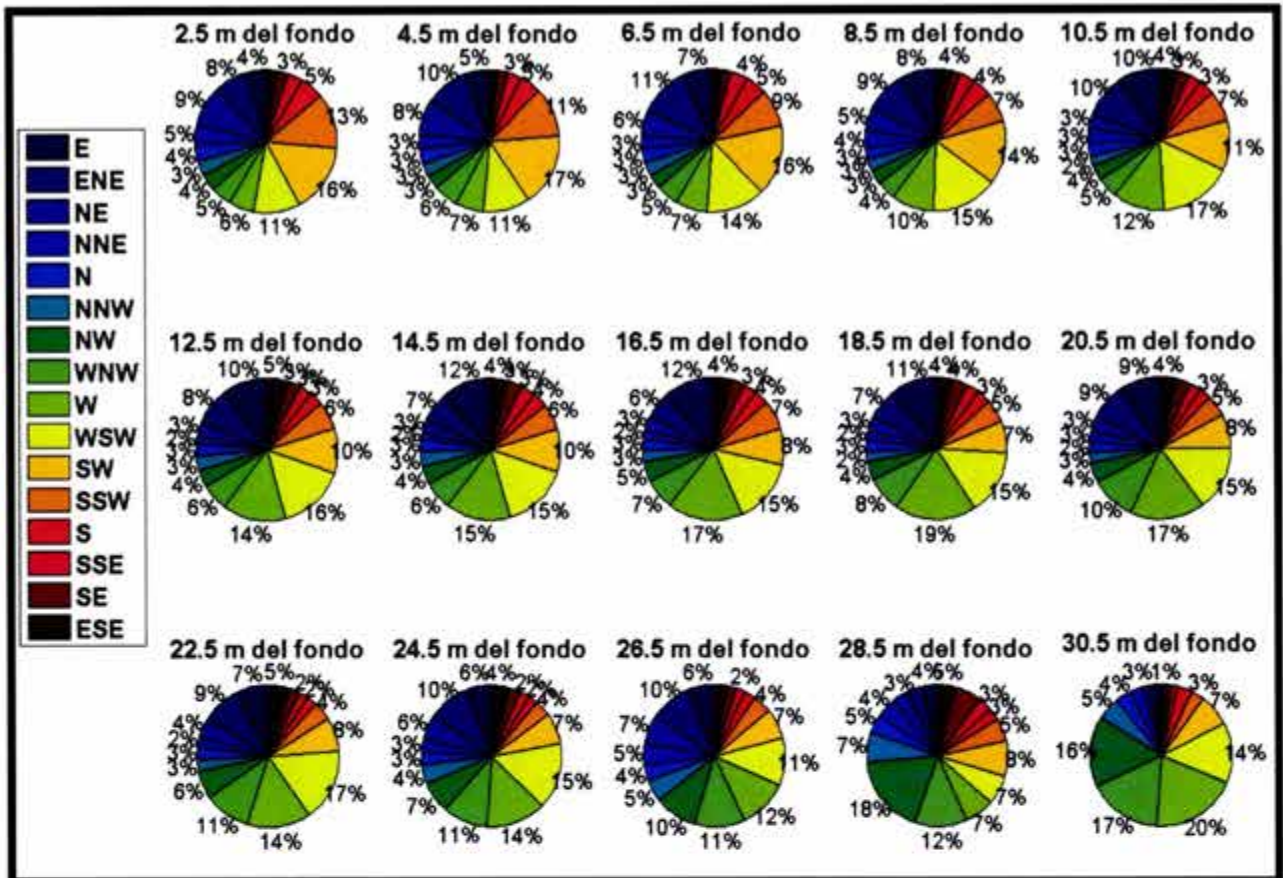


Figura VI.27: Histogramas circulares para los 16 rumbos más importantes, CITAM-101. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Ahora se presentan las rosas de corrientes para los 16 rumbos más importantes. La Figura VI.28 corresponde a las corrientes registradas en MAY-A, y la Figura VI.29, a las de CITAM-101.

A diferencia de los resultados obtenidos en Dos Bocas, donde las corrientes de mayor magnitud en el fondo presentaron 6 rumbos (*W, WNW, NW, NNE, NE y ENE*), para MAY-A, los rumbos para éstas son *W, WSW, E y ENE*, repitiéndose únicamente dos de ellos (texto en cursiva). Mientras tanto para CITAM-101 las capas cercanas al fondo presentan corrientes con magnitudes más grandes hacia los rumbos **E, ENE y NE** (el texto en negrita denota los rumbos que se presentaron en los tres sitios). En el caso de MAY-A y CITAM-101, en las capas intermedias rumbos tales como *WSW* empiezan a ser más representativos, además la magnitud de la corriente hacia el Este se incrementa en estas capas (6 a 10 m en MAY-A y 12.5 a 20.5 m en CITAM-101, desde el fondo) y también en las capas de la superficie.

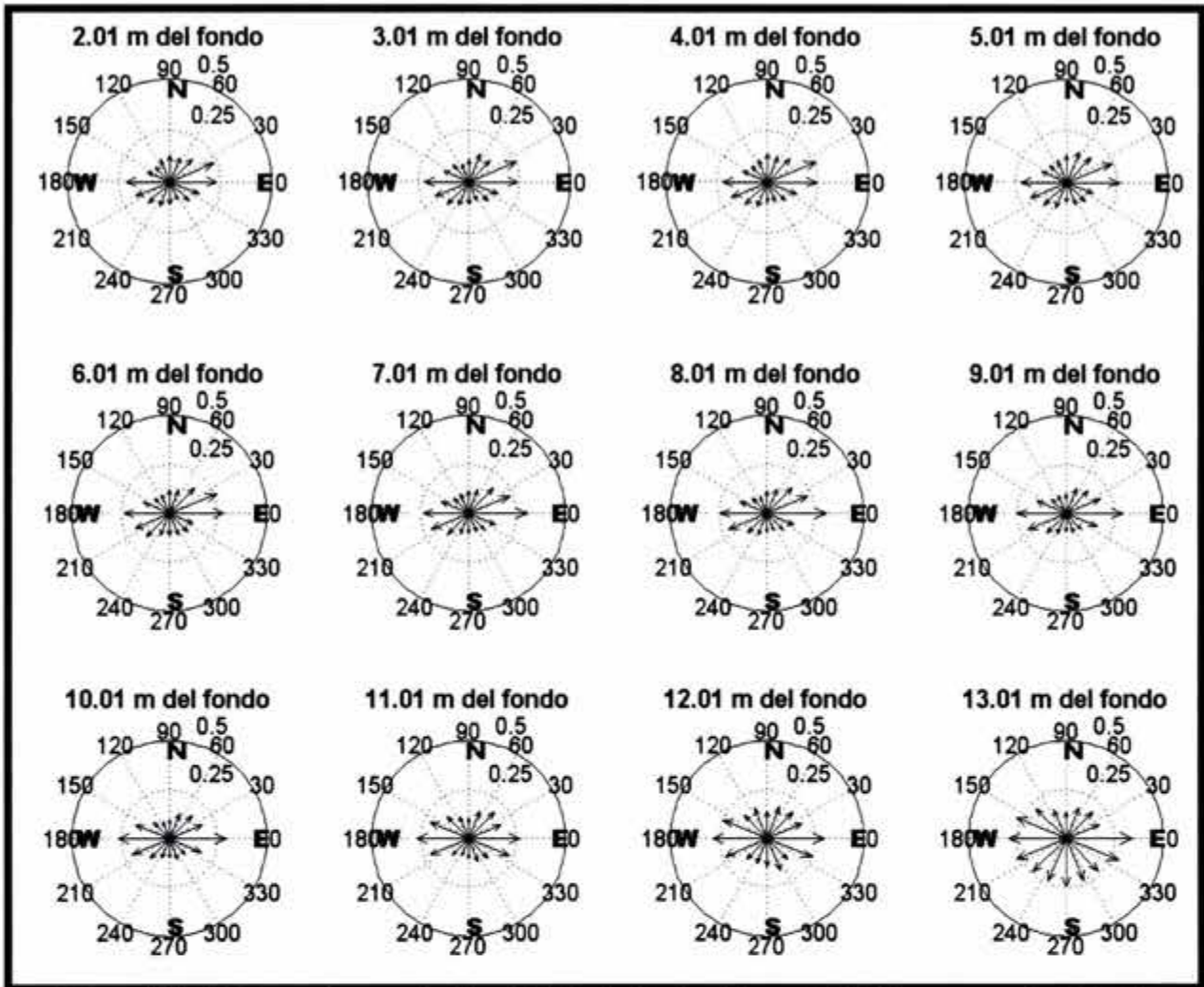


Figura VI.28: Rosa de corrientes, MAY-A. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

En MAY-A cerca de la superficie los rumbos W y E son los que cuentan con magnitudes de velocidad más grandes. Por otra parte en CITAM-101, los rumbos E y W son de magnitud de velocidad importante, pero la mayor magnitud se presenta para los rumbos paralelos a la batimetría, esto es interesante ya que se trata de las capas superficiales, donde prácticamente el fondo ya no interactúa.

Es interesante observar que en promedio la magnitud de la corriente para los tres casos (Dos bocas, MAY-A y CITAM-101) es alrededor de 0.1 m/s pero para los casos donde el tirante de agua es mayor, la velocidad cerca del fondo llega alcanzar en promedio 0.25 m/s para algunas direcciones. En Dos Bocas la velocidad promedio en la capas cercanas a la superficie nunca alcanzó magnitudes de 0.25 m/s, mientras que para los otros dos casos 0.25 m/s fue el valor promedio.

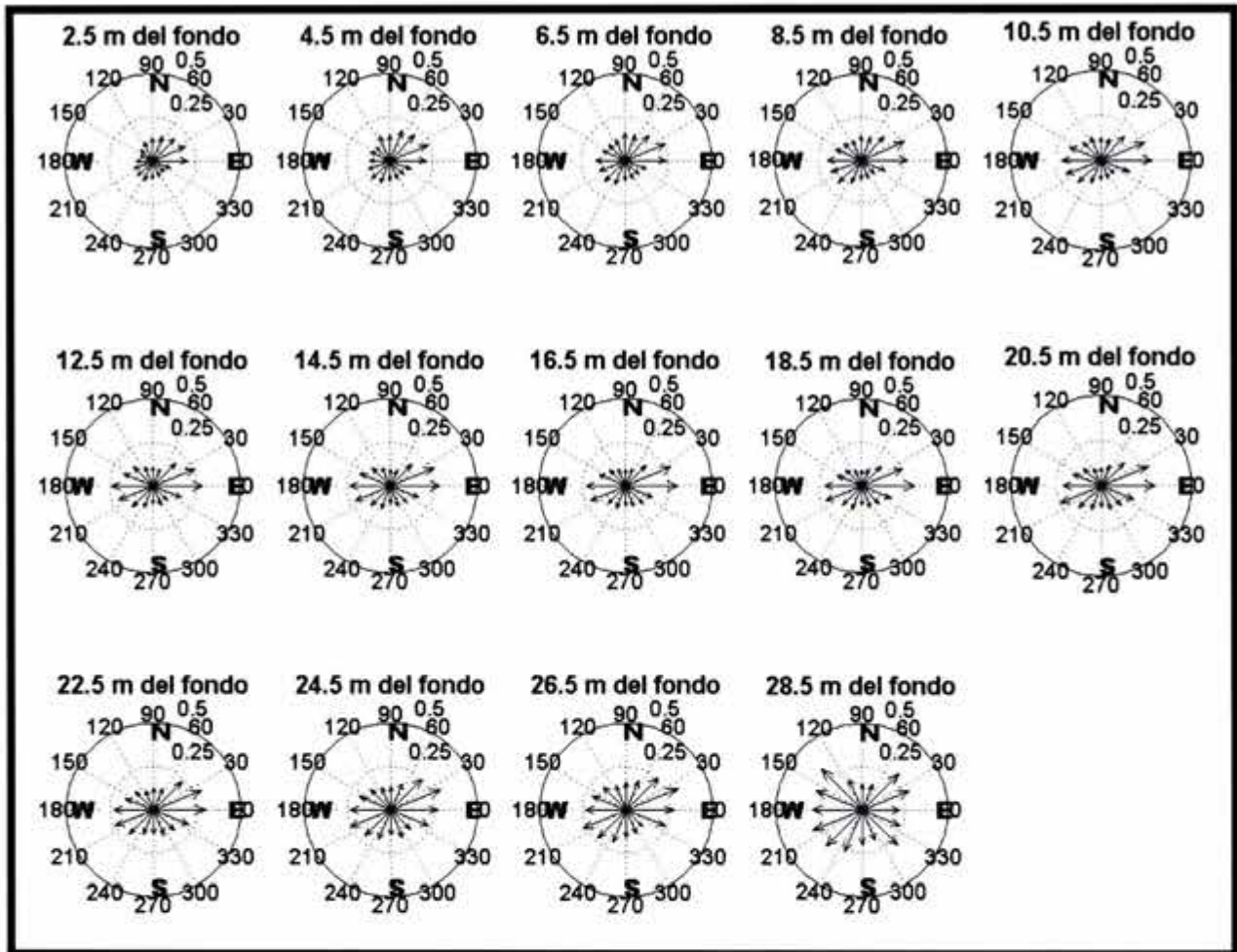


Figura VI.29: Rosa de corrientes, CITAM-101. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

A continuación se realizará el análisis armónico y espectral para las corrientes en MAY-A y en CITAM-101. En este caso se presentan por separado y finalmente se analizan los resultados de ambos análisis y los resultados del equipo en Dos Bocas.

#### VI.2.2.2 ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS PARA LAS CORRIENTES DE MAY-A

Siguiendo la misma secuencia de análisis aplicada para los datos de Dos Bocas, se presenta como ejemplo el análisis armónico y espectral de una capa cercana al fondo y otra a la superficie (a 11.50 m sobre el fondo, con una superficie libre aproximadamente a 15 m sobre el fondo). En vista de que al realizar análisis armónico a una serie de tiempo de corrientes, es válido no ser tan estrictos en la evaluación de los errores con los que se estima cada componente (Pugh, 1987) la señal sintética de marea esta compuesta con las 35 componentes astronómicas, en otras palabras se consideran todas las componentes para reproducir la corriente por marea.

A continuación se explica el contenido de La Figura VI.30 y de la Figura VI.31, el cual es valido también para la Figura VI.35 y la Figura VI.34 (que corresponden a CITAM-101).

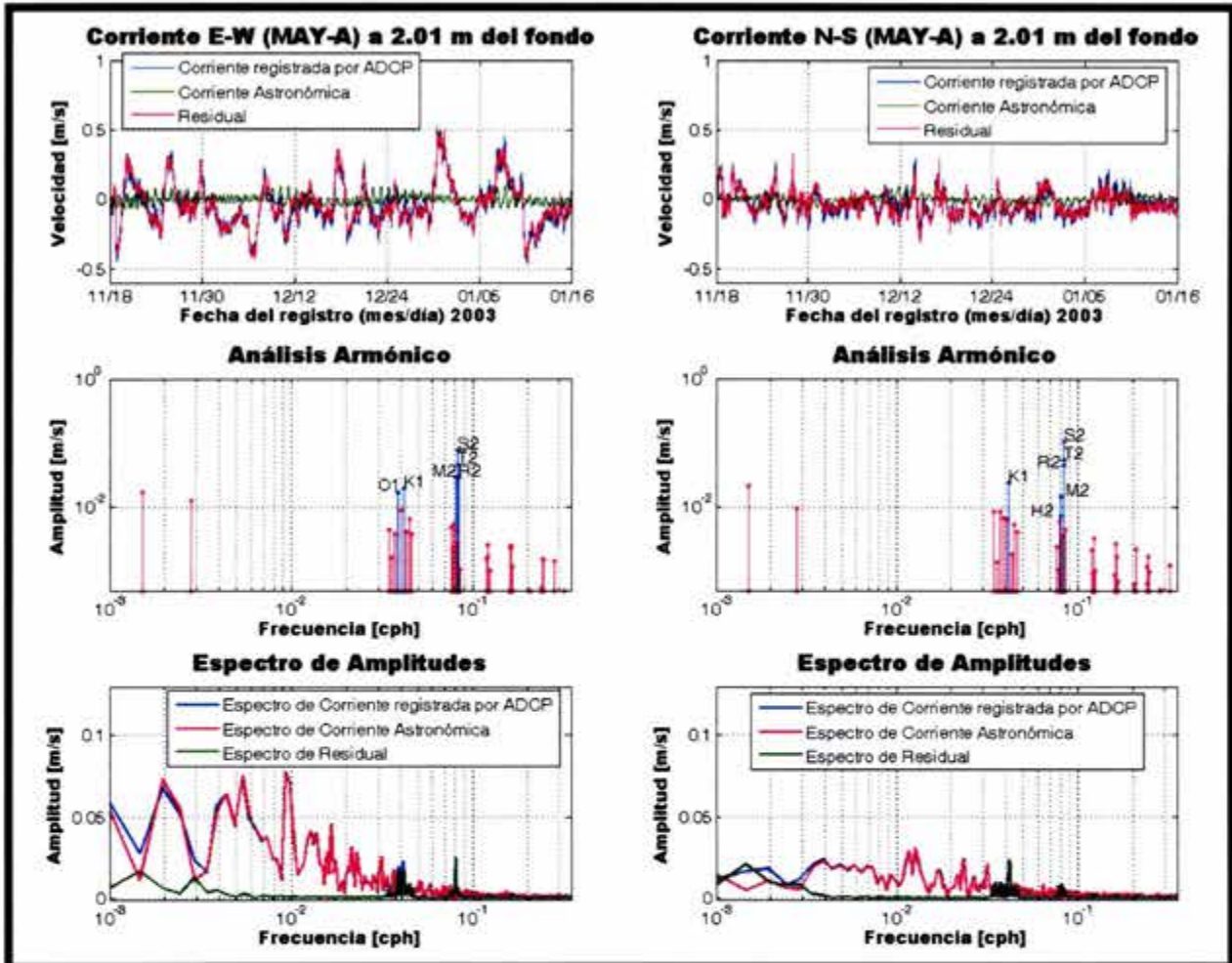


Figura VI.30: Análisis armónico y de frecuencias en las direcciones Este – Oeste (E-W) y Norte – Sur (N-S) para la capa 1 (MAY-A). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Cada figura consta de 6 paneles, los 3 de la izquierda corresponden al análisis de la componente Este – Oeste, y los 3 de la derecha corresponden a la componente Norte – Sur. En los paneles superiores se encuentran las series de tiempo de la señal registrada, la señal sintética (corriente astronómica reproducida con los resultados del análisis armónico) y la señal residual (residuo al sustraer a la señal registrada la señal sintética). En los paneles intermedios se muestran las amplitudes de las componentes astronómicas que resultan del análisis armónico. Finalmente, los paneles inferiores corresponden al espectro de amplitudes para cada una de las series de tiempo de los paneles superiores.

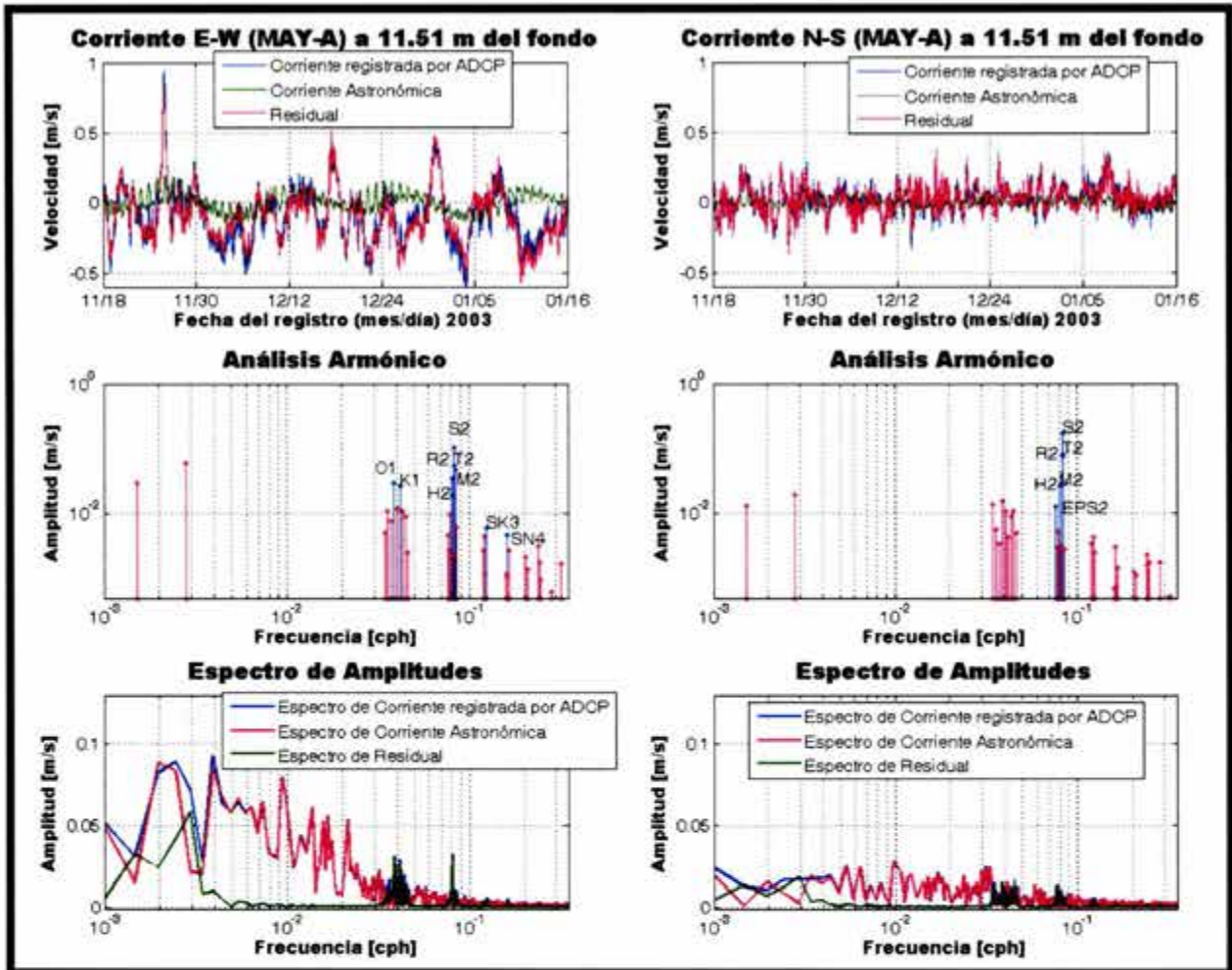


Figura VI.31: Análisis armónico y de frecuencias en las direcciones Este – Oeste (E-W) y Norte – Sur (N-S) para la capa 20 (MAY-A). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

A partir del análisis de la Figura VI.30 y la Figura VI.31, se puede ver que:

1. La amplitud máxima en valor absoluto de la señal sintética es de 0.11 m/s, lo cual es significativamente menor a los valores de la señal registrada.
2. La componente Este – Oeste tiene amplitudes mayores que la componente Norte – Sur.
3. Las componentes astronómicas más representativas que resultan del análisis armónico son las semidiurnas S2 y M2, y la diurna K1, aunque las componentes de baja frecuencia (MM y MSF) son igualmente importantes, a pesar de que el error asociado a estas últimas es alto.
4. En el espectro de amplitudes, independientemente de la componente, se observa que la señal registrada tiene la mayor parte de la energía concentrada en las bajas frecuencias no astronómicas.
5. Dadas pequeñas amplitudes de las componentes astronómicas, la señal residual se parece en gran medida a la señal original. Sin embargo, las gráficas de los espectros de amplitudes muestran claramente cuales son las frecuencias

astronómicas en la señal de corrientes registrada por el ADCP. También nos dan información de la energía de la corriente por marea, la cual es pequeña con respecto a la energía total (más adelante se determinará en que porcentaje).

Enseguida se presentan en la Figura VI.32 los perfiles de corrientes registradas en MAY-A, los perfiles de las corrientes astronómicas y los perfiles de las corrientes residuales. El propósito de presentar estos perfiles es mostrar que los comentarios anteriores son validos para todas las capas.

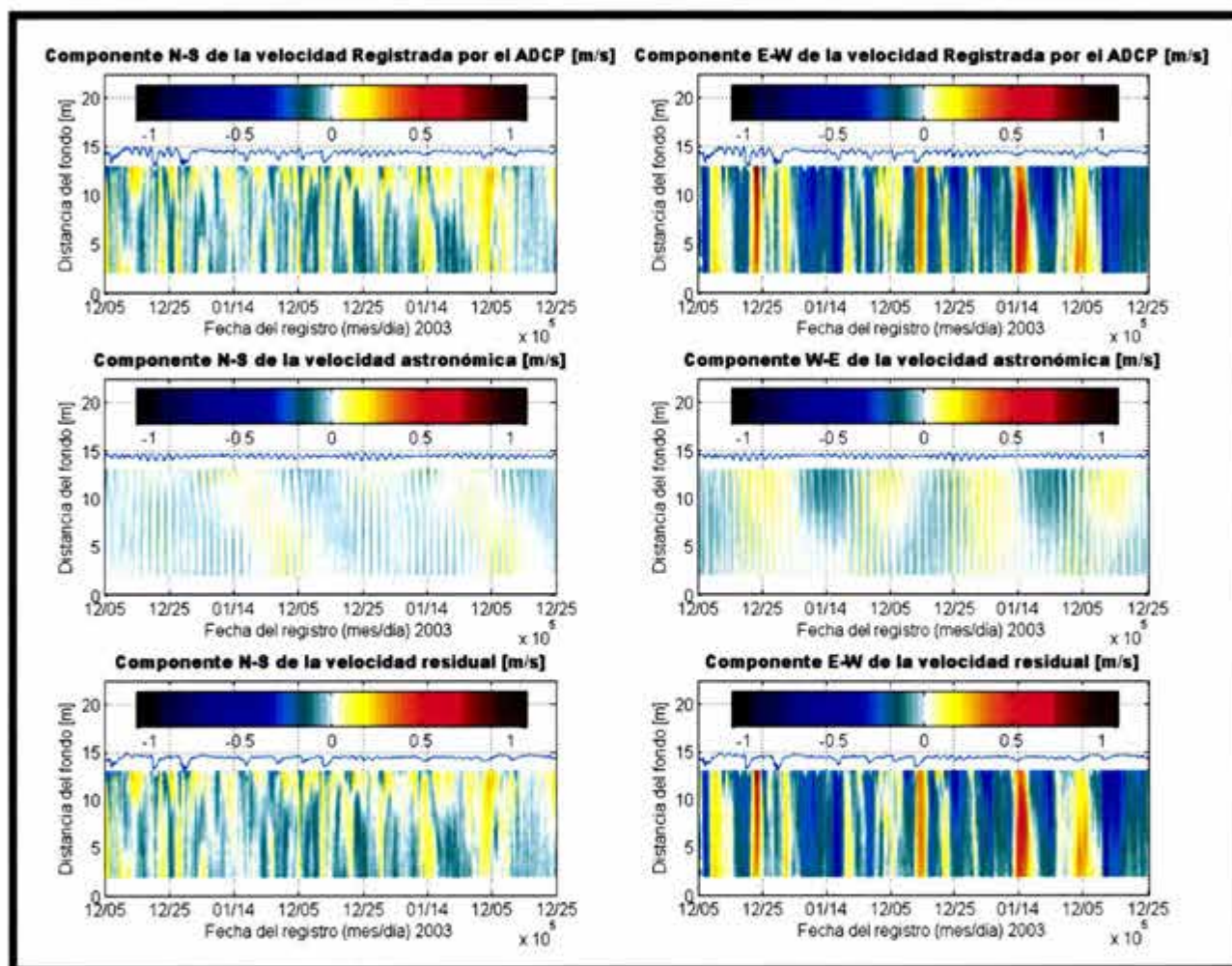


Figura VI.32: Perfil de las componentes de la velocidad registrada (Paneles superiores). P. de las componentes de la velocidad asociada a la marea astronómica (Paneles intermedios). Perfil de las componentes de la velocidad residual (Paneles inferiores). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

El análisis espectral para los perfiles de la Figura VI.32 es presentado en la Figura VI.33, donde el eje horizontal corresponde a las frecuencias en ciclos por hora, el eje vertical a la distancia de cada capa respecto al fondo, y la intensidad de los colores a la amplitud de la señal en m/s. En esta gráfica se identifica claramente las amplitudes astronómicas (paneles intermedios; se presentan tres bandas las cuales corresponden

de derecha a izquierda, a las componentes semidiurna, diurnas y a las largas MM y MSF) y se observa como éstas son filtradas de la señal registras al no aparecer en el perfil del espectro de la señal residual (para las frecuencias de las bandas anteriores en los paneles inferiores, aparece más oscuro respecto a los paneles superiores).

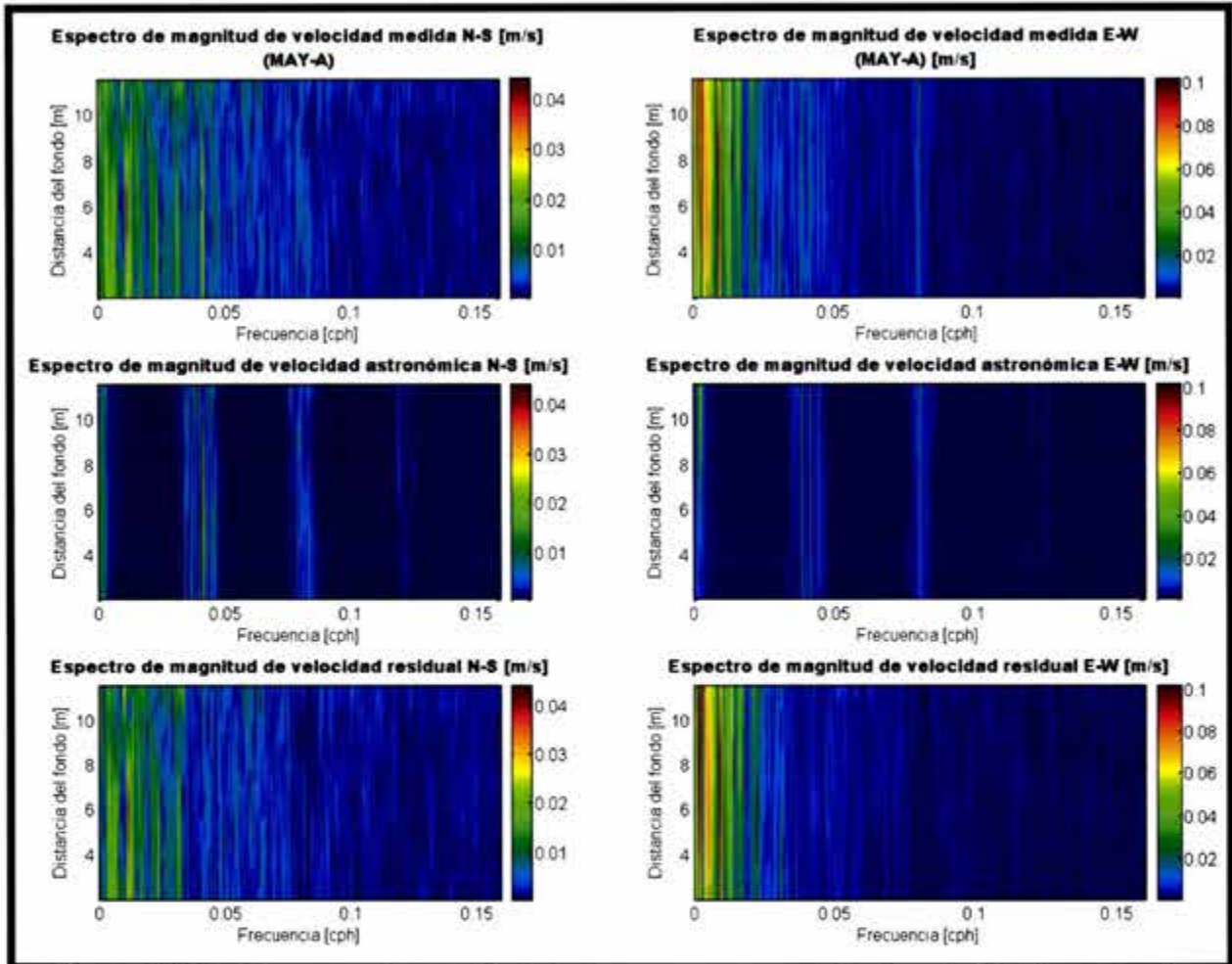


Figura VI.33: Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad registrada (Paneles superiores). Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad asociada a la marea astronómica (Paneles intermedios). Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad residual (Paneles inferiores). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

Es importante observar que para la componente Norte – Sur hay amplitudes de corriente un poco mayores en las capas intermedias que en la superficie. No así para la componente Este – Oeste, donde en las capas intermedias y superficiales hay amplitudes del mismo orden pero superiores a las capas del fondo. Sin perder de vista que para ambas componentes las amplitudes mas grandes están concentradas en frecuencias bajas no astronómicas. Lo anterior también se presenta en el espectro de amplitudes de Dos Bocas (Figura VI.12).



### VI.2.2.3 ANÁLISIS ARMÓNICO Y DE FRECUENCIAS PARA LAS CORRIENTES DE CITAM-101

Los resultados son muy similares a los encontrados en la sección anterior por lo que únicamente se presentan el mismo tipo de las gráficas para sustentan lo anterior. En otras palabras los comentarios para el análisis armónico y espectral de la señal de corriente registrada en MAY-A, son validos para CITAM-101.

1. La señal de corrientes registrada en CITAM-101 muestra al igual que la señal de MAY-A bajas frecuencias asociadas a las amplitudes más importantes, con poca influencia de la marea astronómica. Es decir, las componentes astronómicas no poseen amplitudes importantes con respecto a la señal registrada.
2. La señal de corrientes de marea astronómica tiene componentes diurnas, semidiurnas y de ondas largas (MM y MSF), enfatizando que las amplitudes de éstas son pequeñas respecto a las amplitudes con bajas frecuencias no astronómicas. La distribución de energía es similar en ambos casos (MAY-A y CITAM-101).

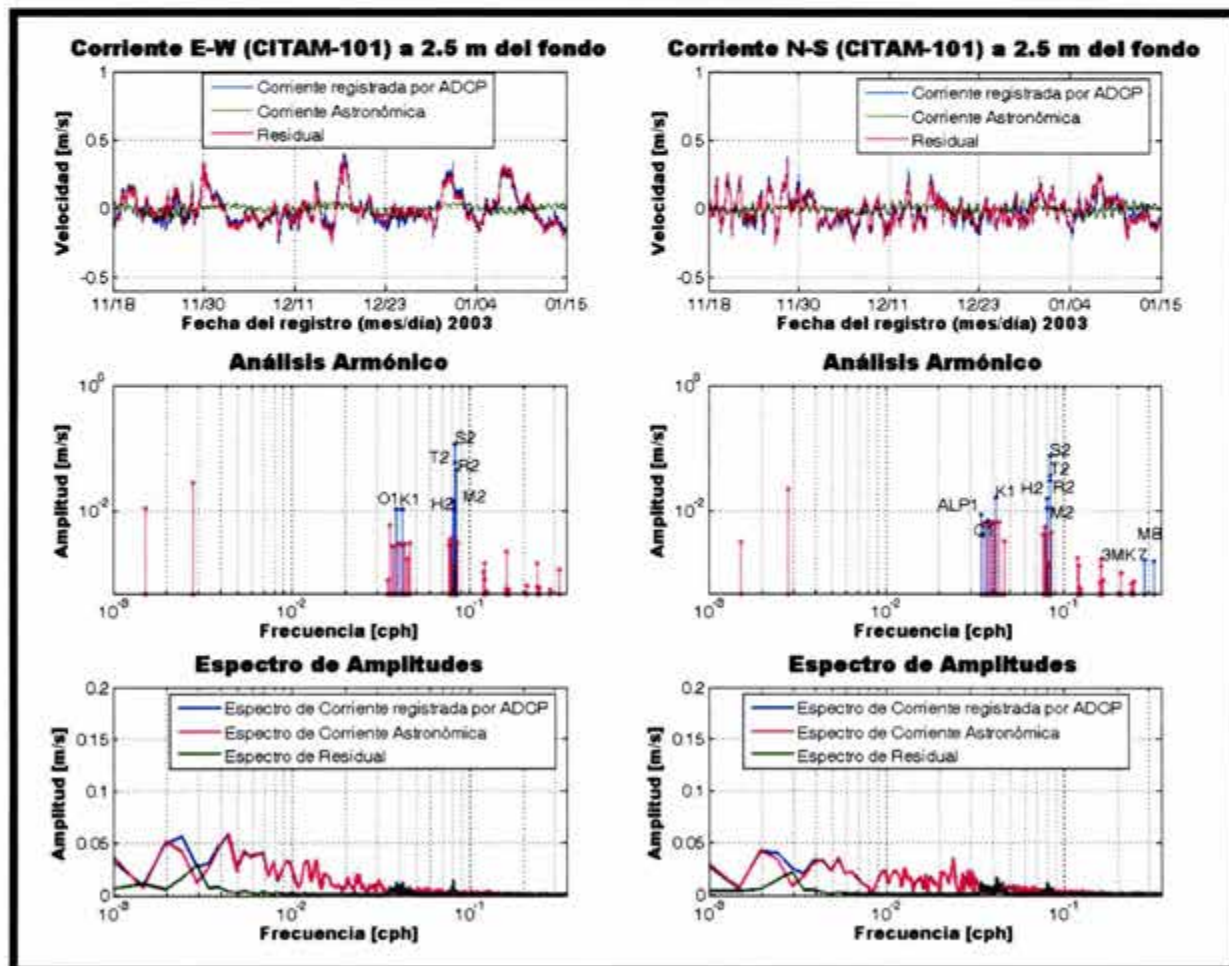


Figura VI.34: Análisis armónico y de frecuencias en las direcciones Este – Oeste (E-W) y Norte – Sur (N-S) para la capa 1 (CITAM-101).

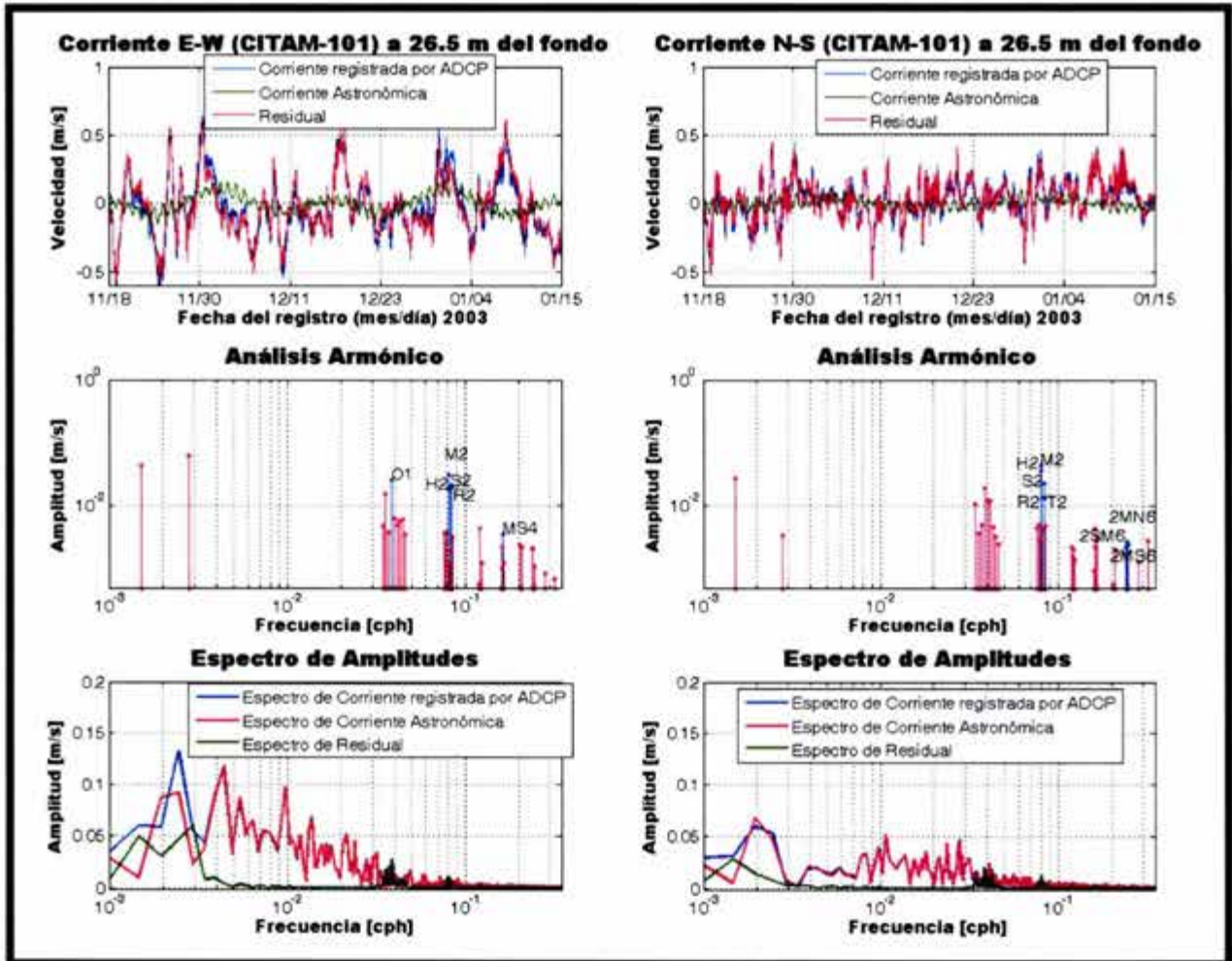


Figura VI.35: Análisis armónico y de frecuencias en las direcciones Este – Oeste (E-W) y Norte – Sur (N-S) para la capa 20 (CITAM-101). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

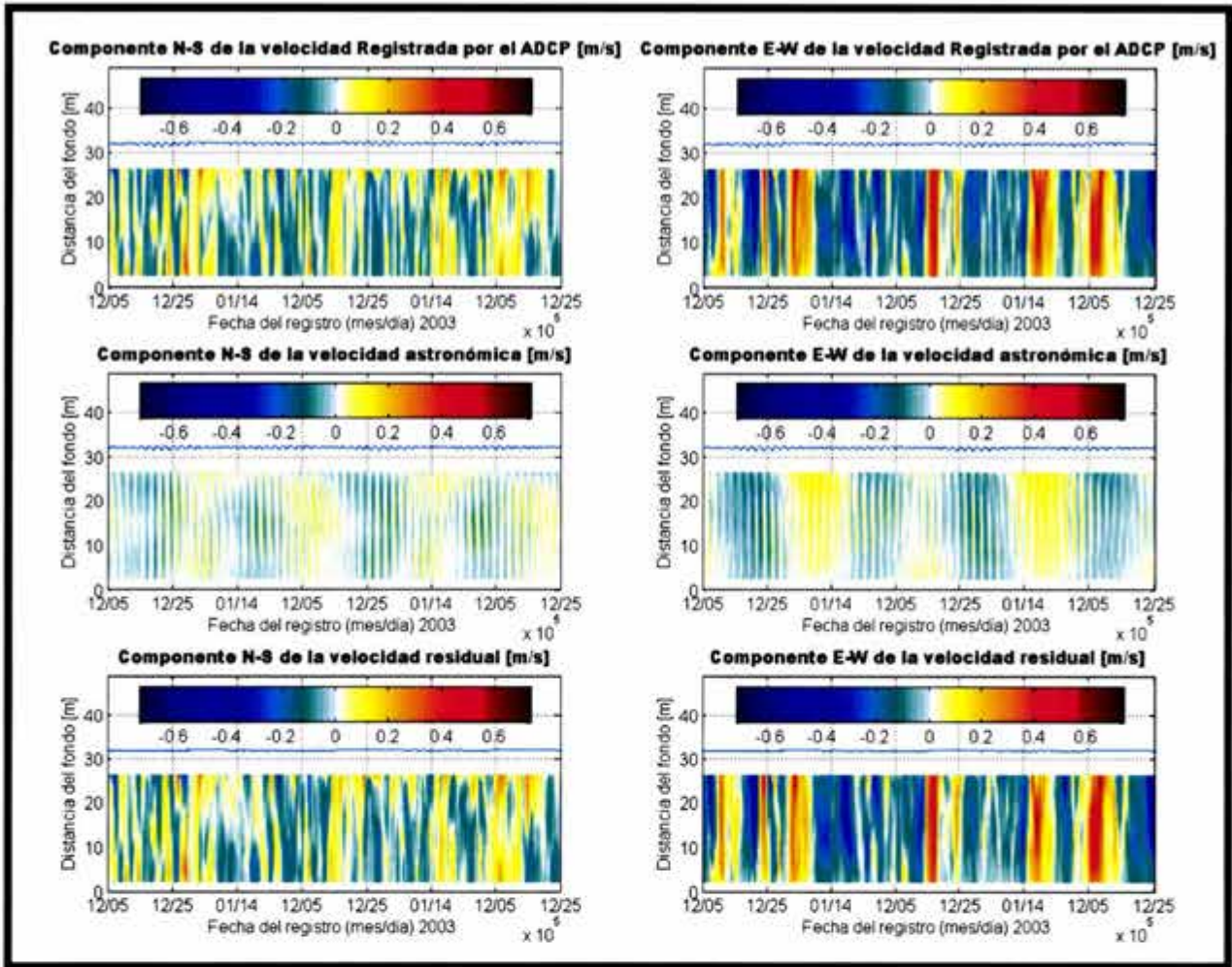


Figura VI.36: Perfiles de las componentes de la velocidad registrada (Paneles superiores). Perfiles de las componentes de la velocidad asociada a la marea astronómica (Paneles intermedios). Perfil de las componentes de la velocidad residual (Paneles inferiores). Noviembre del 2003 a enero del 2004.

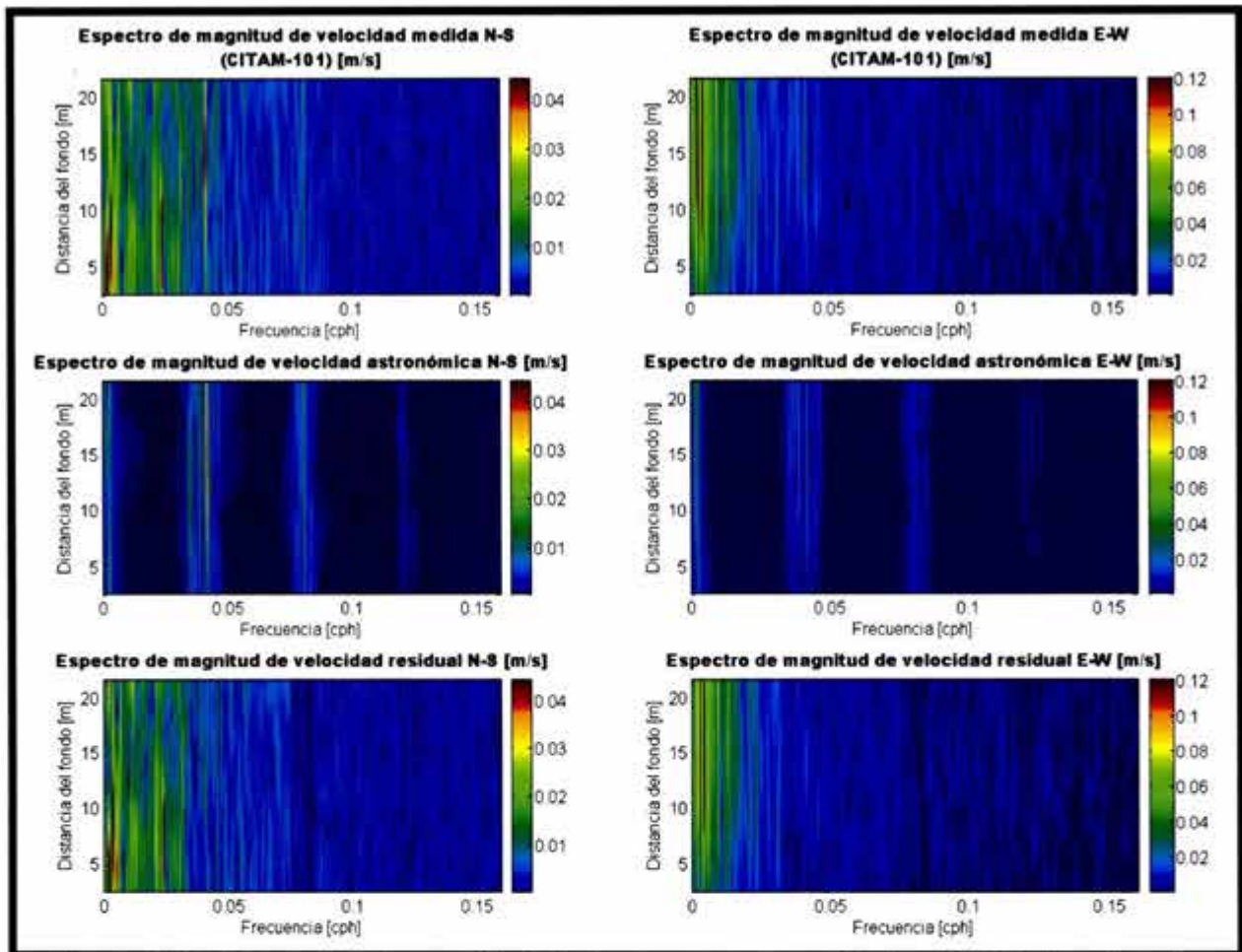


Figura VI.37: Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad registrada (Paneles superiores). Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad asociada a la marea astronómica (Paneles intermedios). Espectro de amplitud de las componentes de la velocidad residual (Paneles inferiores).

En resumen, se puede decir que:

1. Tanto la señal del nivel de superficie libre como la señal de corrientes presentan componentes astronómicas diurnas, semidiurnas y de ondas largas (MM y MSF) que son pequeñas respecto a las amplitudes que presenta la señal registrada. Más adelante se determinará cual es el porcentaje de la señal astronómica respecto a la señal registrada.
2. La componente de la corriente Este – Oeste tiene amplitudes mayores que la componente Norte – Sur, pero ambas presentan en las bajas frecuencias las amplitudes más grandes. Dichas frecuencias son no astronómicas.
3. La componente Este – Oeste registra amplitudes grandes en las capas superficiales que van disminuyendo hacia las capas cercanas al fondo. Son muy similares en la superficie y en las capas intermedias, pero en el fondo son más pequeñas.

4. La amplitud de la componente Norte – Sur registra una energía uniforme a lo largo de la columna de agua, excepto por debajo de las primeras capas superficiales, donde la amplitud de la señal es menor.
5. Después de calcular cuanto representa la energía de la señal de corriente astronómica con respecto de la energía de la señal de corriente medida, se determinó que ésta es pequeña y representa en promedio el 14.5 % de la energía. La Tabla VI.2 presenta a detalle (por sitio, componente y para cada capa) el porcentaje de la energía de la corriente astronómica con respecto a la energía de la corriente registrada por el ADCP.

Tabla VI.2: Porcentaje de energía Astronómica respecto a la energía total para cada capa.

Sitio		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Promedio	
Distancia del Fondo m		1.12	1.47	1.82	2.17	2.52	2.87	3.22	3.57														
		Porcentaje de energía Astronómica respecto a la energía total para cada capa																					
DOS BOCAS	NORTE	11	10	11	10	9	9	9	11														10 %
	SUR	15	17	17	18	18	18	19	18														
Distancia del Fondo m		2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5		
		Porcentaje de energía Astronómica respecto a la energía total para cada capa																					
MAY-A	NORTE	13	13	14	14	14	15	15	14	14	14	13	13	13	12	11	11	11	11	11	11	12	13 %
	SUR	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15	15	15	15
Distancia del Fondo m		2.5	3.5	3.5	4.5	4.5	5.5	5.5	6.5	6.5	7.5	7.5	8.5	8.5	9.5	9.5	10.5	10.5	11.5	11.5	12.5		
		Porcentaje de energía Astronómica respecto a la energía total para cada capa																					
CITAM-101	NORTE	14	14	14	16	16	16	17	17	17	17	18	18	19	19	19	18	17	16	15	15		17 %
	SUR	14	14	14	14	14	14	14	14	13	14	14	15	15	15	16	16	16	16	16	15		15 %
																					Promedio	14.5 %	

### VI.2.3. REPRODUCCIÓN DE CORRIENTES GENERADAS POR VIENTOS LOCALES UTILIZANDO LA TEORÍA DE LA ESPIRAL DE EKMAN.

Nuevamente se generaron las corrientes asociadas a vientos locales, utilizando la teoría de Large y Pond para estimar esfuerzos en la superficie y posteriormente la teoría de la Espiral de Ekman para la generación de corrientes superficiales (ambas justificadas y explicadas en la sección VI.1.3, cuando se realizó el mismo ejercicio para el sitio de Dos Bocas) pero ahora con los datos de vientos registrados en la Plataforma Rebombeo.

La Figura VI.38 y la Figura VI.39 muestran en el panel superior, la velocidad del viento y los esfuerzos estimados con dichas velocidades, utilizando las teorías de Large y Pond, y la del perfil logarítmico. Para estos datos de viento el perfil logarítmico presenta velocidades un poco mayores para los valores picos de la magnitud del viento y prácticamente nulos para el resto de la serie de tiempo. Para ser consistentes con la generación de datos de corrientes entre Dos Bocas y Rebombeco se optó por utilizar la teoría de Large y Pond para estimar los esfuerzos en la superficie.

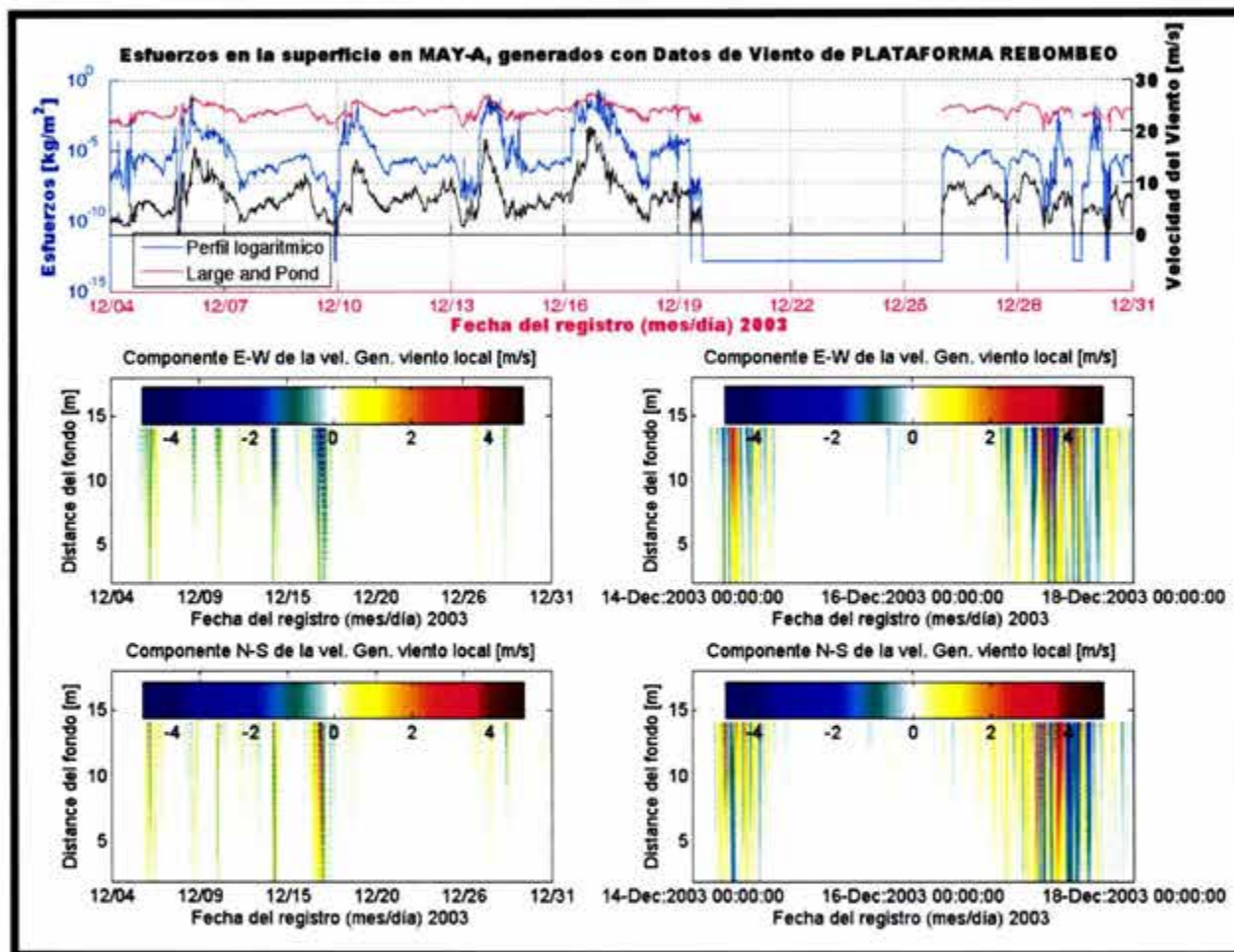


Figura VI.38: Serie de tiempo del viento utilizado para determinar esfuerzos en la superficie y serie de tiempo de los Esfuerzos estimados en la superficie (Panel Superior). Perfil de corrientes generadas por vientos locales; componente Este – Oeste (Panel intermedio) y componente Norte – Sur (Panel inferior).

Los perfiles estimados para las profundidades de MAY-A y CITAM-101, aproximadamente 15 y 32 m respectivamente, son presentados en los paneles de la izquierda. Los paneles de la derecha corresponden a una parte de los perfiles de la izquierda, donde las velocidades estimadas son más altas. En ambas figuras la mayor parte de las velocidades son prácticamente cero. Sin embargo en los picos de velocidades de viento, se generan velocidades de corriente en la superficie de hasta 4 m/s (corresponden a las velocidades de viento cercanas a los 20 m/s).

La diferencia sustancial entre las graficas es la profundidad a la que se consideró cada perfil. Se observa en la Figura VI.39 que las velocidades en la superficie son de alrededor de 4 m/s, y a una profundidad de casi 30 m disminuyen hasta prácticamente cero. Lo anterior indica que en esta latitud es necesaria una profundidad de alrededor de 20 m para que se desarrolle completamente la espiral del perfil de Ekman para dicha velocidad, hecho que se aprecia cuando se estima éste para la profundidad de MAY-A, donde no se desarrolla completamente el perfil (Figura VI.38).

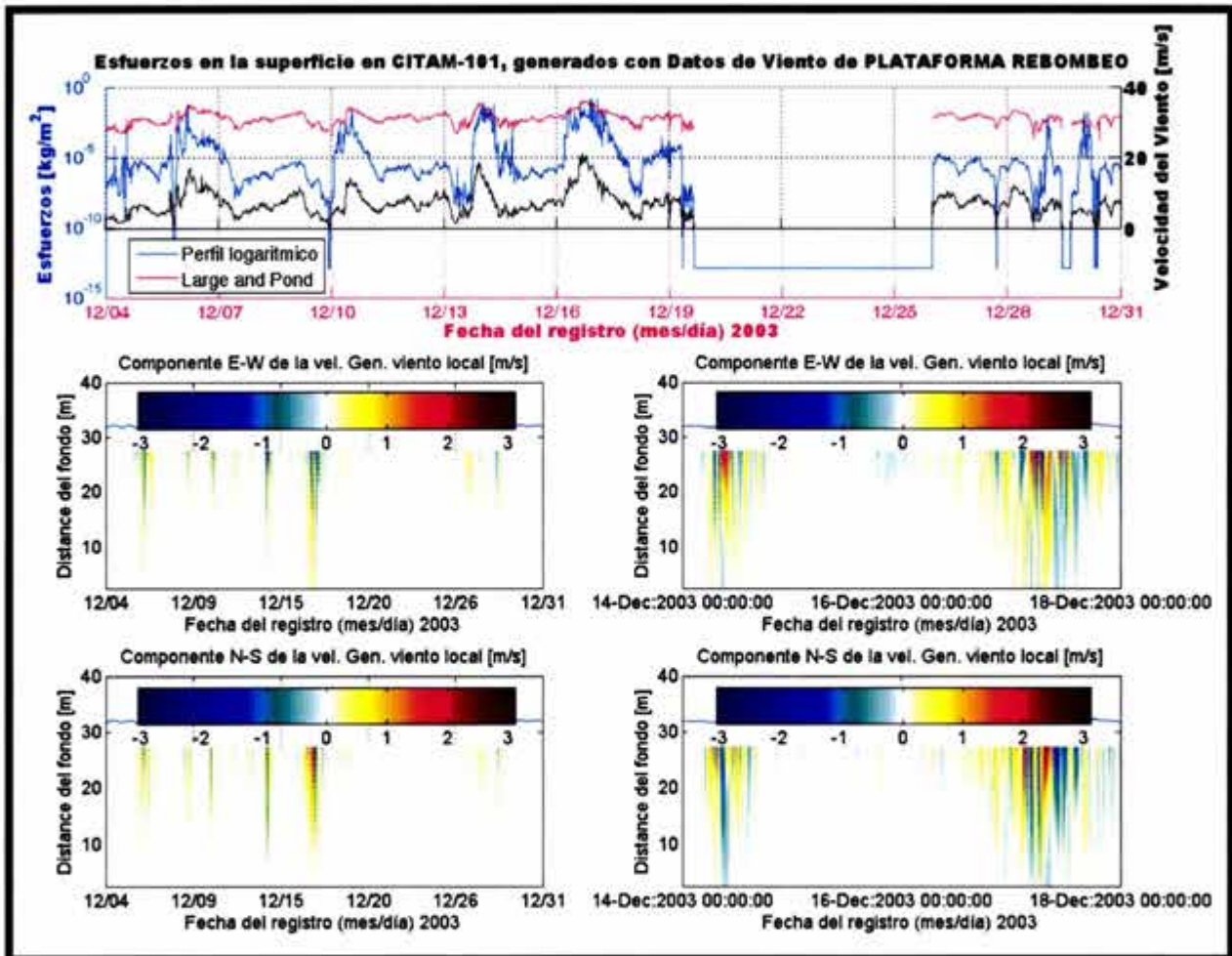


Figura VI.39: Serie de tiempo del viento utilizado para determinar esfuerzos en la superficie y serie de tiempo de los Esfuerzos estimados en la superficie (Panel Superior). Perfil de corrientes generadas por vientos locales; componente Este – Oeste (Panel intermedio) y componente Norte – Sur (Panel inferior).

Nuevamente, al igual que para Dos Bocas los perfiles de corriente generados por vientos locales son en promedio menos intensos que las velocidades de corrientes medidos. Lo anterior se aprecia de manera más clara en las gráficas de la Figura VI.40 y la Figura VI.41, las cuales en la parte superior se comparan las series de tiempo de la magnitud de la velocidad superficial en CITAM-101 y la magnitud de la velocidad de

viento de registrada en Rebomero. En los paneles intermedios se muestra el perfil de corrientes estimados a través de la teoría de la Espiral de Ekman, y en los paneles inferiores el perfil registrado en CITAM 101, para la componente Este –este y Norte – sur (Figura VI.40 y la Figura VI.41, respectivamente)

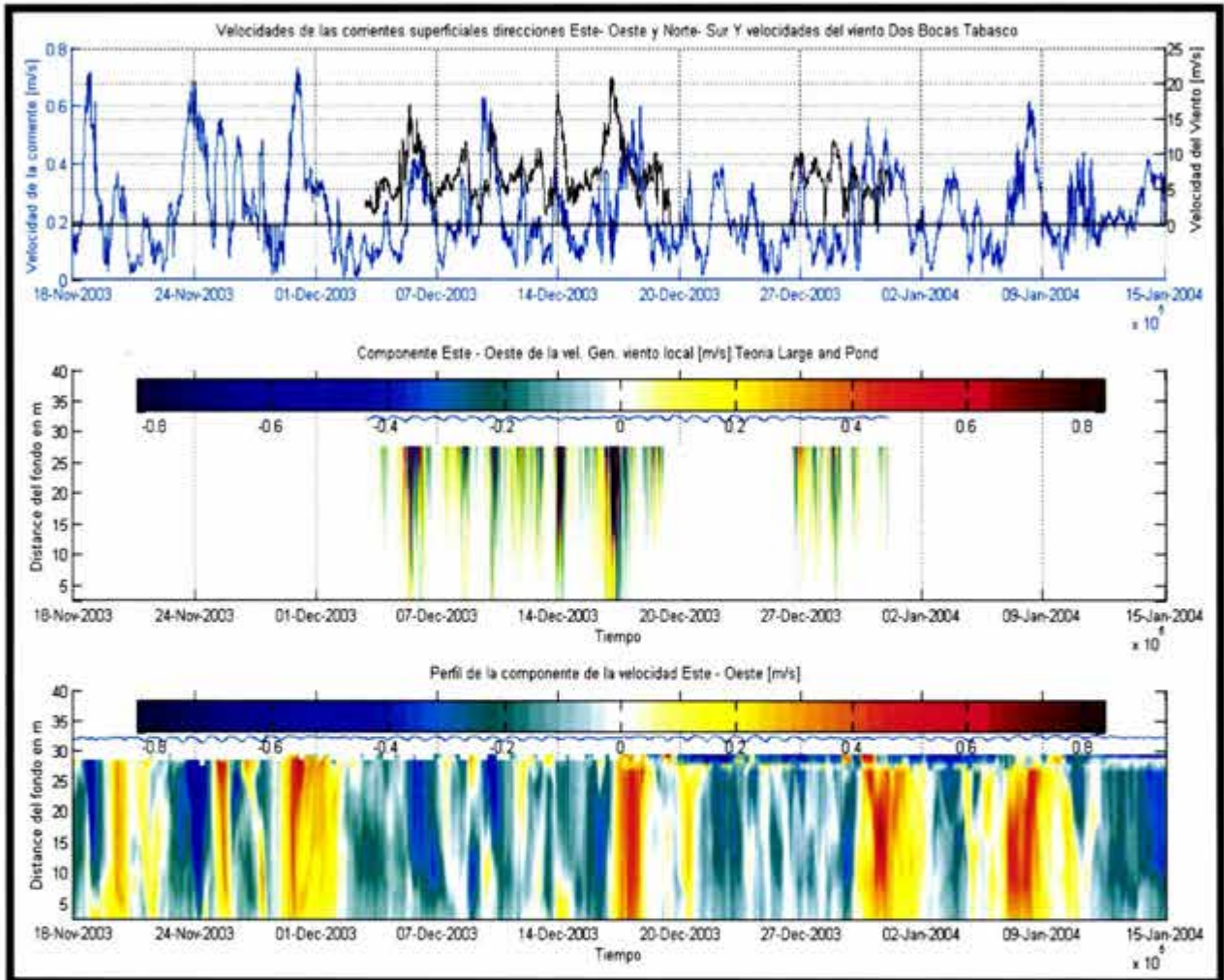


Figura VI.40: Perfiles de velocidades registradas y generado por vientos, en dirección Este - Oeste, en CITAM-101. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

En el la Figura VI.40 y la Figura VI.41 se aprecia claramente que para las velocidades de viento superiores a 10 m/s las velocidades estimadas de corrientes alcanzan valores muy superiores a los valores de las corrientes medidas, que incluso parecen anormales. Al igual que en el caso de Dos Bocas, las velocidades de corriente estimadas con vientos locales y que corresponden a valores pico (mayores a 10 m/s), presentan una fase respecto a las velocidades de corriente, lo que pudiera considerar cierta correlación. Sin embargo, en vista de la incertidumbre que poseen los datos de viento no se realizó ningún análisis rigurosos y por tanto no estamos en condiciones hacer algún tipo de conclusión al respecto.



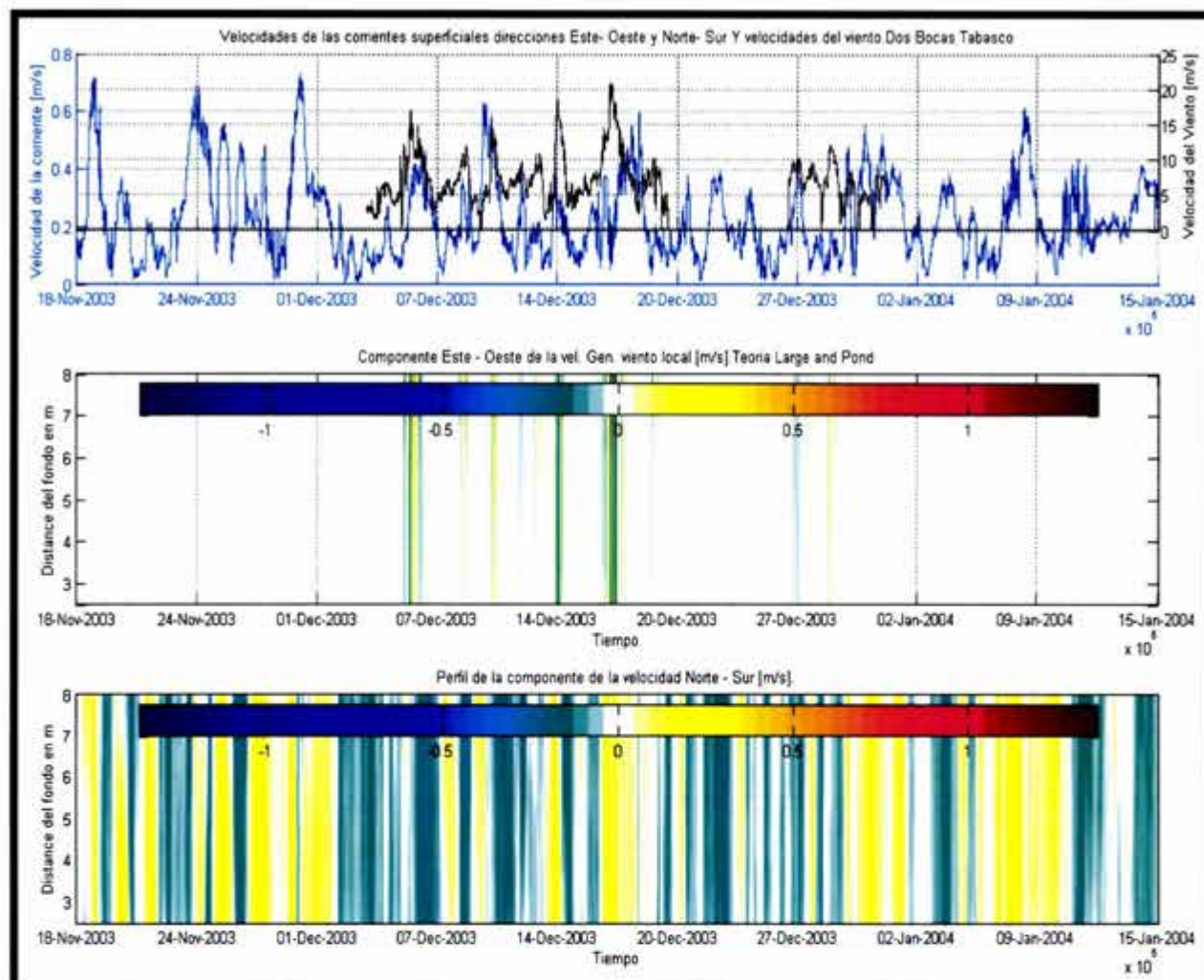


Figura VI.41: Perfiles de velocidades registradas y generado por vientos, en dirección Norte – Sur, en CITAM-101. Noviembre del 2003 a enero del 2004.

### VI.3. REVISIÓN DE LAS NORMAS PARA EL DISEÑO HIDRODINÁMICO DE DUCTOS SUBMARINOS EN LA SONDA DE CAMPECHE

La norma NRF-013-PEMEX-2001 menciona que la evaluación por estabilidad hidrodinámica de las líneas submarinas existentes debe considerar la interacción suelo-tubo-agua y el efecto de autoenterrado producto de las cargas dinámicas del oleaje, siguiendo los lineamientos establecidos por el AGA (Analysis for Submarine Pipeline On-Bottom Stability) o equivalente. Una línea se considera estable cuando se satisfacen los factores de estabilidad indicados en la tabla 5 de dicha norma los cuales están asociados a corrientes generadas por el oleaje  $H_{1/100}$  y  $H_{1/1000}$  para una tormenta de 3 horas.

Lo anterior sugiere que las normas únicamente consideran el oleaje ciclónico para el diseño. Sin embargo las fuerzas que deben tomarse en cuenta para el diseño de las líneas (arrastre, inercia y sustentación) dependen por un lado del movimiento oscilatorio del agua debido al oleaje, y por otro, igualmente importante, de corrientes generadas por otros fenómenos o mecanismos (viento, mareas y circulaciones de gran escala).

La Figura VI.42 presenta la magnitud de la corriente en cm/s que debe considerarse para el diseño de líneas submarinas para el Litoral Tabasco. Se observa que para las velocidades al 95% de la profundidad la magnitud disminuye a medida que disminuye el tirante. Contrario a lo que se encontró en este trabajo, las corrientes en el fondo fueron más intensas en tirantes de agua con mayor profundidad, es decir, las velocidades en el fondo registradas en CITAM-101 fueron mayores a las registradas en MAY-A. Esto afirma la tesis de que las corrientes (oscilatorias o netas) asociadas al oleaje no son las únicas que influyen el patrón de corrientes. Lo anterior se puede afirmar en vista de que el análisis espectral de la señal de corrientes no mostró energía importante asociada a frecuencias de oleaje.

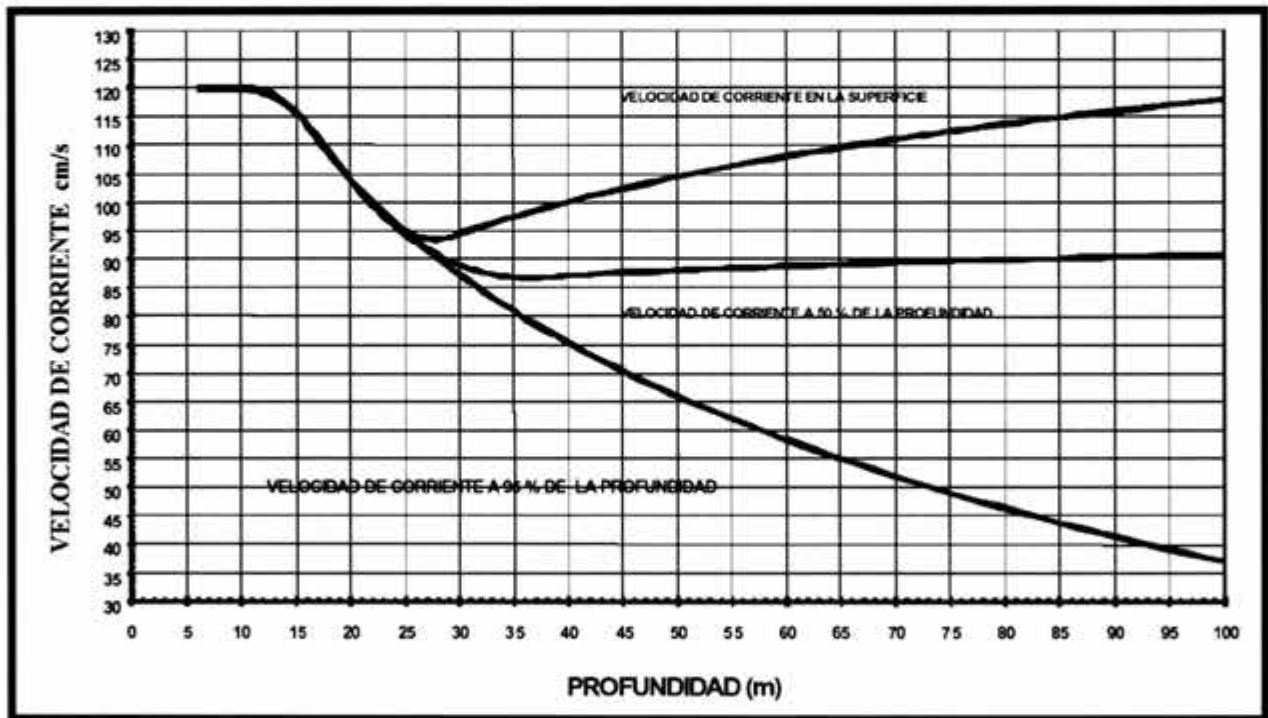


Figura VI.42: Velocidades de corriente en la superficie, a 50 Y 95% de profundidad para la Sonda de Campeche y Litoral Tabasco (Tr = 100 años). Fuente: <http://www.pemex.com/files/standards/definitivas/nrf-013-pemex-2001d.pdf>.

La Figura VI.42 también muestra el hecho de que a mayor profundidad menor es la magnitud de la corriente, coherente con el hecho de que éstas son únicamente asociadas al oleaje.

En este sentido las normas no consideran los siguientes mecanismos como generadores de corrientes:

- Corrientes astronómicas.
- Corrientes por campos de vientos locales.
- Corrientes de gran escala.

Por otro lado, en cuanto a la dirección de las corrientes la norma de diseño de líneas submarinas NRF-013-PEMEX-2001 textualmente considera que:

“El frente del oleaje debe considerarse con la siguiente dirección de ola más probable: de NNW a SSE (sentido en que viaja), **mientras que la dirección de la velocidad de corriente será paralela a la batimetría** (Figura VI.43). Con esta consideración se obtienen las componentes del oleaje y velocidad de corriente incidiendo perpendicularmente sobre el ducto. La batimetría se considerará uniforme y regular.”

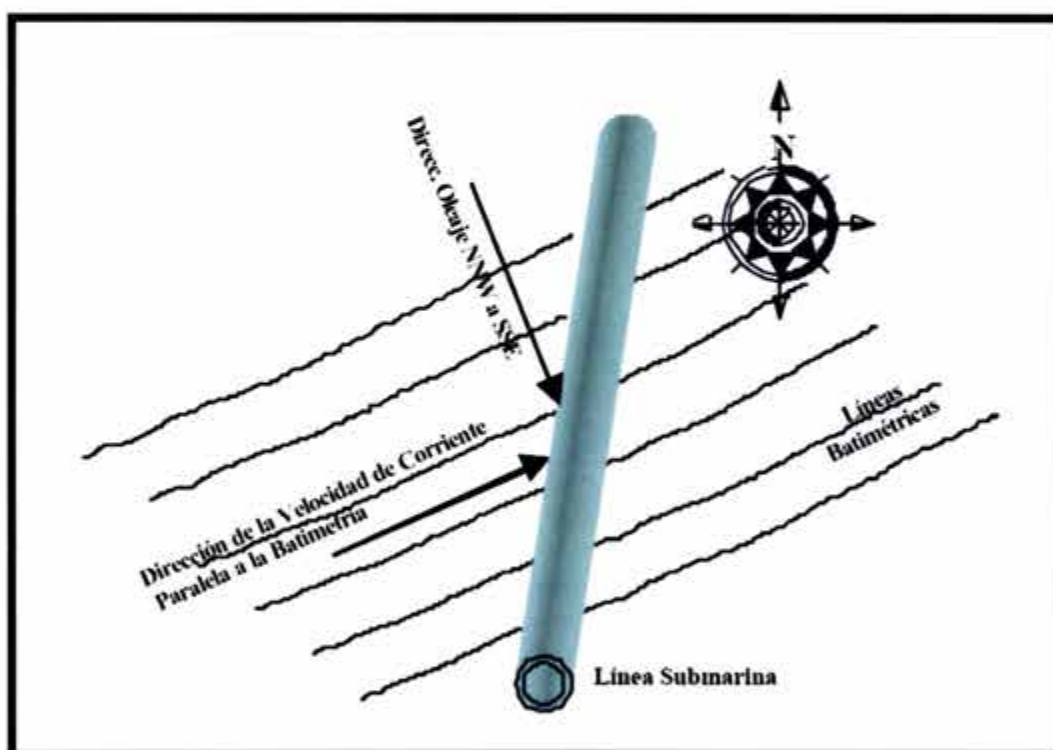


Figura VI.43: Dirección de la corriente y el oleaje para zona 2 de la Sonda de Campeche y Litoral Tabasco. Fuente:

<http://www.pemex.com/files/standards/definitivas/nrf-013-pemex-2001d.pdf>.

Como se mostró en los incisos VI.1.2.1 (pág., VI-76) y VI.2.2.1 (pág., VI-97) las corrientes en el fondo registradas por los equipos presentan además de la dirección paralela a la batimetría, otras direcciones predominantes. Además, las magnitudes más grandes de la velocidad en dirección paralela a la batimetría tampoco son las únicas predominantes.

En vista de que la magnitud de la corriente para el diseño hidrodinámico de los ductos debe corresponder a la componente perpendicular a éstos, el hecho de considerar que las corrientes siempre son paralelas a la batimetría representa un error, que subestima o sobreestima el diseño hidrodinámico, lo cual se ve directamente reflejado en el costo y en la seguridad. La estabilidad de la línea se da a través de un recubrimiento de lastre de concreto que contrarresta las fuerzas hidrodinámicas de arrastre, inercia y sustentación. A mayor fuerza mayor cantidad de lastre y viceversa. Además, hay que considerar el hecho de que la fuerza hidrodinámica de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad lo que amplifica en gran medida el error, como se muestra en la siguiente expresión:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D D U^2 \quad (\text{VI.1})$$

Por ejemplo, se presenta a continuación el cálculo de la fuerza de arrastre que se ejerce sobre una línea submarina, con un ángulo variable con respecto al eje Norte – Sur desde 5 hasta 65°, y para una magnitud de corriente de 1 m/s con las direcciones (1) Este a Oeste, y (2) ENE a WSW (para el caso de MAY-A y CITAM-101, corresponde a la corriente paralela a la batimetría):

Para evaluar la fuerza correctamente, el primer paso es conocer la orientación de la línea para posteriormente descomponer la velocidad de la corriente en las componentes perpendicular y paralela a ésta, lo que implica una diferencia entre la fuerza evaluada con la velocidad en dirección Este – Oeste (1) y la que actúa en dirección ENE – WSW (2).

Siguiendo con el ejemplo, se estimaron las componentes perpendiculares de dichas velocidades para la tubería colocada en el lecho marino. Esto se realizó considerando las dos direcciones de la corriente, y en cada caso el hecho de que la tubería tenía una orientación variable con respecto al eje Norte – Sur desde 5 hasta 65°.

Con este ejercicio, se encuentra que el error relativo entre ambas componentes, al calcular la fuerza de arrastre, resulta ser desde alrededor del 20% (para un ángulo de 5° del ducto con respecto al eje Norte – Sur) hasta un 95% (para el caso en que la línea era casi paralela a la batimetría). Los resultados anteriores se obtienen al utilizar la ecuación (VI.1) para evaluar la fuerza hidrodinámica de arrastre sobre una tubería horizontal colocada en un lecho plano y sin considerar interacción con el suelo. Se utilizaron los parámetros constantes de densidad del agua de mar de  $\rho = 1.033 \text{ t/m}^3$ , diámetro de tubería  $D = 20$  pulgadas (característico de la Sonda de Campeche, (Ávila, 2002)) y un coeficiente de arrastre  $C_D$  igual a 1.5.

En términos económicos, parece existir una diferencia de por lo menos 20% entre los requerimientos de lastre de concreto propuestos por la metodología de las normas, y los obtenidos con este estudio. Lo cual se traduce en mayores costos de construcción y

operación, a medida que aumenta el espesor de lastre. De hecho, sobreestimar el requerimiento de lastre puede llegar hasta el grado de que la línea requiera de un proceso de enterramiento a causa de que los requerimientos del espesor del lastre no sean viables en términos constructivos.

En resumen, podemos mencionar lo siguiente:

1. Las normas consideran la acción únicamente de la acción del oleaje.
2. La dirección y magnitud de la corriente es muy importante en la determinación de la fuerza hidrodinámica, lo cual repercute directamente en los costos y en la seguridad de la estructura.

Cabe señalar que tanto este ejercicio numérico como el estudio en general son el resultado del análisis de datos oceanográficos que fueron obtenidos durante un período relativamente corto (2-3 meses). Para poder estimar de manera más precisa las corrientes presentes en la zona de estudio, y de esa manera poder estimar las fuerzas sobre tuberías y diseñar los lastres de manera óptima, es imprescindible realizar mediciones durante períodos más largos (1-2 años).

Los resultados del análisis a las señales del nivel de superficie libre, de las corrientes, de los vientos y lo respectivo a la revisión de las normas para el diseño de líneas submarinas son agrupados y presentados en el capítulo siguiente.



## VII. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### VII.1. RESULTADOS

Al principio de este trabajo se definió como objetivo central el estudio del patrón de corrientes en la zona denominada como Litoral Tabasco, al Oeste de la Sonda de Campeche (Zona del Golfo de México rica en yacimientos de hidrocarburos). A través de una campaña de mediciones de parámetros oceanográficos en dicha zona, en la cual se instalaron equipos que midieron las corrientes en toda la columna de agua (magnitud y dirección) y el nivel de la superficie libre en tres sitios de dicha zona (Dos Bocas: 5m de profundidad; MAY-A: 15 m de profundidad; CITAM-101: 32 m de profundidad), se obtuvieron los datos y con ello los elementos para cumplir con el objetivo.

La primera hipótesis planteada, fue en el sentido de que las corrientes tenían una dirección predominante que era paralela a las líneas batimétricas tal como se comentó al principio del Capítulo VI. Comprobar o desechar esta hipótesis ayuda directamente al mejoramiento de las normas de diseño de estructuras costa afuera. Sin embargo existen otros mecanismos de generación de corrientes, o que en cierta medida afectan su magnitud y dirección, llámese viento, marea y circulaciones a gran escala.

Por otra parte, los mecanismos de generación de las corrientes en la zona poseen un interés científico, pero dada la importancia de la zona también lo tienen económico. En este sentido, se estudió la influencia que tienen las mareas y los vientos como mecanismos de generación de corrientes.

Se presentan a continuación los resultados más relevantes:

A. Influencia de la batimetría en la alineación de las corrientes en direcciones específicas:

1. Dos Bocas (5 m de profundidad):

En términos de ocurrencia de direcciones de las corrientes, y para las corrientes cercanas al fondo, la dirección Este – Oeste (paralela a la batimetría) es muy frecuente pero no es la única dirección predominante (existen 4 rumbos donde la ocurrencia es del mismo orden). Cabe señalar que las corrientes hacia el rumbo Este son más frecuentes que hacia el Oeste, lo cual concuerda con el hecho de que la marea se propaga en esa dirección en esa zona del Golfo. En las capas superficiales las corrientes con los rumbos WNW, W y WSW son predominantes.

En términos de magnitudes las corrientes en el fondo con los rumbos W, WNW, NW, NNE, NE y ENE, son las más altas y para las capas superficiales lo son con los rumbos W, WNW, ENE, E, ESE y SE. A pesar de que la magnitud de la velocidad hacia el Oeste es grande, no se puede determinar que sea predominante, en vista de que hay otros rumbos con el mismo orden de magnitud. De lo anterior, se puede afirmar que para el período de registro en Dos Bocas, la batimetría interactúa con la dirección y la magnitud de la corriente, pero no es un factor determinante.

2. MAY-A (15 m de profundidad):

Las corrientes de fondo, paralelas a la batimetría cuyo rumbo es WSW, son muy frecuentes nuevamente, sin embargo, corrientes con rumbos W y SW son del mismo orden. En las capas cercanas a la superficie las corrientes giran en sentido horario respecto a las del fondo (alrededor de 30°), de manera similar a lo que ocurre en Dos Bocas, y las más frecuentes se sitúan entre el W y NW 50°.

En cuanto a las direcciones en las que se presentan las corrientes con mayor magnitud, estas corresponden a los rumbos W, WSW, E y ENE en las capas del fondo. Para las capas superiores la corriente hacia el Este es la de mayor magnitud, siendo importantes también las corrientes W, WSW y ENE.

3. CITAM-101 (32 m de profundidad):

En las capas cercanas al fondo el rumbo SW es el de mayor ocurrencia pero es del orden de los rumbos SSW, WSW y NNE, con lo cual en el fondo estos cuatro son los predominantes. En las capas superiores los rumbos más frecuentes son NW, WNW, W y WSW. Por tanto en ninguno de los casos, la dirección de la batimetrías se puede considerar como la dirección predominante de las corrientes, pero si es una dirección con ocurrencia importante. Sin embargo, se vuelve a presentar un giro de las corrientes en sentido horario (50-60°), de hecho de manera más evidente que en MYA-A y Dos Bocas. En cuanto a las corrientes superficiales con mayor magnitud, el patrón es el mismo que en MAY-A, es decir rumbos W, WSW y ENE. En el fondo hay corrientes de mayor magnitud (alrededor de 0.25 m/s) en direcciones E, ENE y NE.

En general se puede decir que las corrientes predominantes no son paralelas a la batimetría, sin embargo estas son frecuentes. Además en términos de las magnitudes, las corrientes con mayor magnitud tienen dirección Este – Oeste o rumbos cercanos. Por otra parte, un patrón generalmente observado es el hecho de que las corrientes giran hacia el Norte en sentido horario del fondo hacia la superficie.

Por otro lado, el hecho de que las corrientes giren en sentido horario del fondo a la superficie, sugiere que existe una Espiral de Ekman de fondo (la cual gira en ese sentido en el Hemisferio Norte). Para que eso suceda, es por lo tanto necesario que exista a su vez una corriente relativamente permanente (U y V en inciso III.3.2), la cual genera dicha espiral. Dicha corriente aparece en la señal como una corriente de baja frecuencia (ver por ejemplo Figura VI.12, Figura VI.33, y Figura VI.37).



B. Análisis del nivel de la superficie libre:

El análisis del nivel de la superficie libre arrojó que la marea es del tipo mixta, compuesta principalmente por las componentes diurnas O1 y K1, y semidiurnas S2 y M2. Es importante señalar el hecho de que las componentes de largo período MM y MSF también tienen amplitudes importantes, en particular en Dos Bocas (en los otros dos sitios, el nivel de confianza en la estimación de dichas componentes es bajo, menor al 95%, por lo que no se tomaron en cuenta).

C. Análisis de las corrientes:

1. La energía de las corrientes se encuentra concentrada en las bajas frecuencias menores a  $2 \times 10^{-2}$  cph (es decir, períodos mayores a 2 días, aproximadamente).
2. La energía de las corrientes por marea es muy pequeña con respecto a la energía total de la señal original. Por lo tanto, las corrientes presentes en la zona de estudio tienen otro mecanismo de generación.
3. Tanto la señal de la superficie libre como la señal de corrientes presentan componentes astronómicas diurnas, semi-diurnas y de ondas largas (MM y MSF) las cuales son pequeñas respecto a las amplitudes que presenta la señal registrada (salvo MM y MSF en Dos Bocas). El hecho de que las componentes astronómicas sean relativamente grandes en MAY-A se debe a que dichas componentes se amplifican en aguas someras, al recibir energía de otras componentes por efectos de distorsión. En cambio, la ausencia esas componentes en los sitios más profundos, confirma el hecho de que las corrientes presentes tienen mecanismos de generación ajenos a la influencia astronómicas.
4. La componente de la corriente Este – Oeste tiene amplitudes mayores que la componente Norte – Sur, pero ambas presentan en las bajas frecuencias las amplitudes más grandes. Dichas frecuencias son no astronómicas.
5. La componente Este – Oeste registra amplitudes grandes en las capas superficiales que van disminuyendo hacia las capas cercanas al fondo. Son muy similares en la superficie y en las capas intermedias, pero en el fondo son más pequeñas. Por otro lado, la amplitud de la componente Norte – Sur tiene energía uniforme a lo largo de la columna de agua, excepto por debajo de las primeras capas superficiales, donde la amplitud de la señal es menor. En este estudio no se cuenta con una explicación de porque sucede este fenómeno.
6. Dado que el análisis armónico de superficie libre no indica la presencia de componentes astronómicas de baja frecuencia (salvo en Dos Bocas), es razonable suponer que dichas componentes tampoco están presentes con claridad en las señales de corrientes.
7. La energía de la señal de corriente astronómica con respecto de la energía de la señal de corriente medida, representa en promedio el 14.5 %. La Tabla VI.2 presenta a detalle (por sitio, componente y para cada capa) el porcentaje de la

energía de la corriente astronómica con respecto a la energía de la corriente registrada por el ADCP.

Lo anterior sugiere entonces que mecanismos de gran escala (circulación del Golfo de México) puede ser un mecanismo importante en la generación de corrientes en esa zona de la Sonda de Campeche.

#### D. Análisis de vientos:

En cuanto a la importancia de los vientos como mecanismo generador de corrientes para la zona en estudio, en resumen se puede decir que:

1. Para determinar las corrientes generadas por los vientos, se utilizó la teoría de La Espiral de Ekman de superficie, sin embargo éstas en general son muy pequeñas con respecto a la magnitud de las corrientes registradas por los equipos. Aunque por momentos específicos que corresponden a grandes velocidades de vientos (superiores a 15 m/s), las corrientes que se generan son muy importantes en cuanto a su magnitud. Sin embargo en vista de la incertidumbre en la calidad de los datos de viento, no tenemos las bases para afirmar que las corrientes generadas a través de los vientos locales son características de la zona. Lo que si se puede concluir a la luz de que la energía de la señal de corrientes original se encuentra concentrada en las bajas frecuencias, es poco probable que el mecanismo que genera éstas sea el campo de vientos local, cuya energía no se encuentra en las bajas frecuencias.
2. A pesar de que la espiral de Ekman se genera claramente durante eventos de vientos intensos ( Figura VI.16, Figura VI.17, Figura VI.40 y Figura VI.41), no parece existir una correlación importante entre esos perfiles y los perfiles medidos. De hecho, a pesar de que parece existir una correlación temporal entre los eventos de vientos y corrientes intensos (ver incisos VI.1.3 y VI.2.3), la corriente que supuestamente debería de generarse durante los picos de viento es mucho mayor a la que efectivamente se presenta. Lo anterior nuevamente se debe al bajo nivel de confianza de la calidad de los datos de viento, los cuales.
3. Es probable que durante los eventos de viento intenso, éste pueda generar corrientes que se traducen en la formación de un espiral de Ekman superficial, como se mostró anteriormente, pero los datos sugieren que en promedio, dicha espiral es menor que la Espiral de Ekman de fondo.

#### E. Corrientes de gran escala:

En vista de los resultados anteriores y de que la energía de las señales de corrientes se encuentra concentrada en bajas frecuencias no astronómicas, se plantea la hipótesis de la existencia de una corriente relativamente permanente la cual genera una espiral de Ekman de fondo y que es la principal generadora de corrientes de la zona.

Esta corriente puede ser parte del patrón de corrientes de gran escala que se generan en la plataforma del Golfo de México. Dicho patrón lo conforman los vórtices y remolinos de gran escala, y la confluencia entre la corriente que van desde Tamaulipas hacia la Bahía de Campeche (Noroeste a Sureste) y la corriente que recorre la plataforma de Yucatán hacia la Sonda de Campeche (parte de la corriente que ingresa a través del estrecho de Yucatán).

En este sentido, [Hamilton y Fernández \(2001\)](#) observaron velocidades de corrientes de 100 cm/s en mediciones realizadas en el noroeste del golfo en profundidades de 1000 m que fueron asociadas a la presencia de remolinos de gran escala en la zona. Por debajo de los 1500 m las corrientes en el Este del Golfo se consideraron independientes de la profundidad, con una tendencia pequeña a intensificarse y un período de variabilidad de dos semanas.

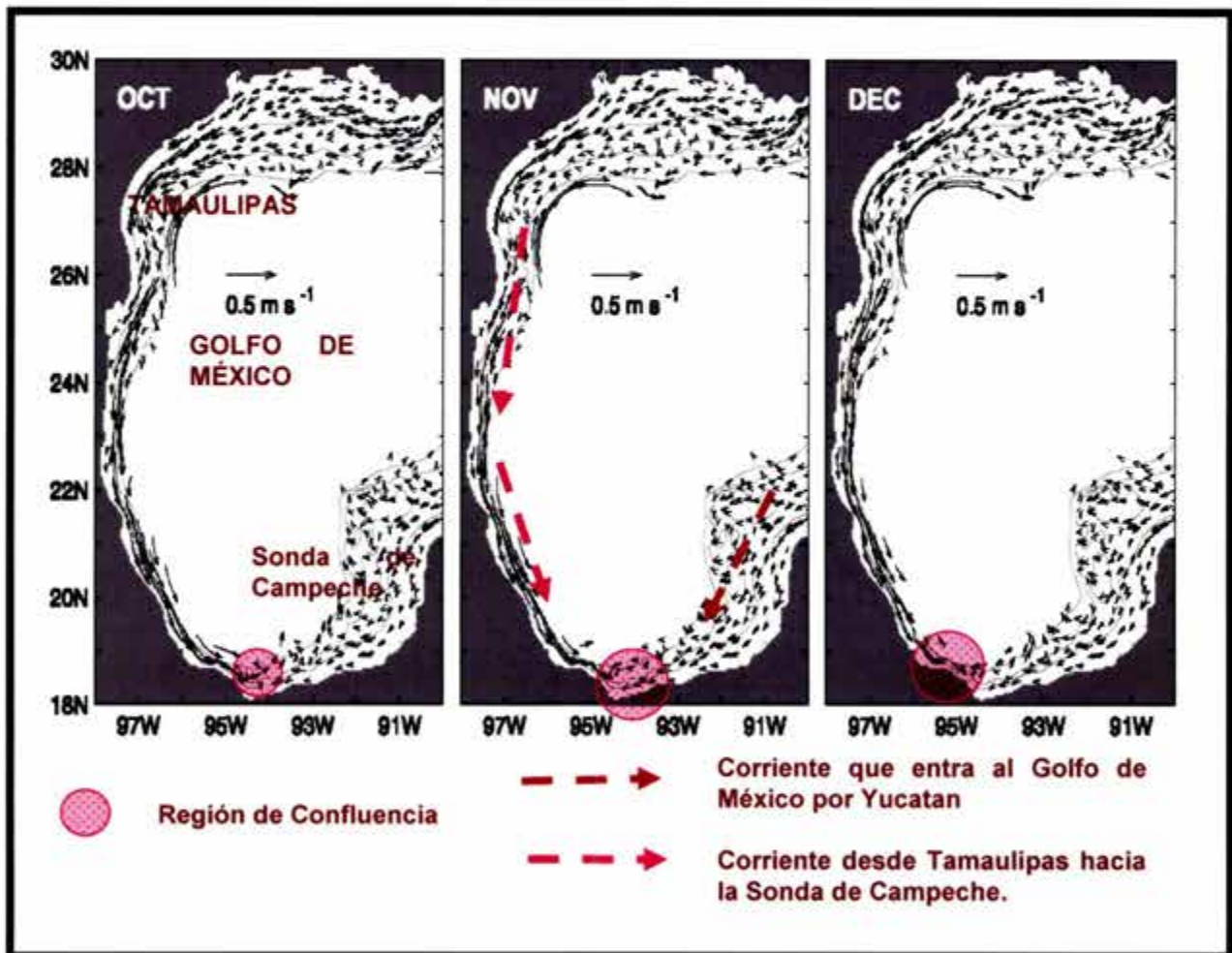


Figura VII.1: Circulación de las corrientes del Golfo, producto de un modelo forzado con vientos, Octubre, Noviembre y Diciembre ([Zavala-Hidalgo et al., 2003](#)).

[Zavala et al. \(2003\)](#) han trabajado en modelos de circulación del Golfo, los cuales muestran que existe una circulación en el Golfo de México la cual cambia a lo largo del

año. La Figura VII.1 muestra los resultados del modelo de Zavala et al. (2003) para los meses de Octubre a Noviembre (de izquierda a derecha) que corresponde al período de mediciones. Se aprecia que cerca de la zona de estudio existe una región de confluencia entre la corrientes que van desde Tamaulipas hacia la Sonda de Campeche y la corriente que circula desde Yucatán hacia la Sonda de Campeche.

La Figura VII.3 muestra los resultados del modelo de Zavala-Hidalgo et al. (2003) para el 22 de noviembre y el 17 de diciembre del 2003. Lo que se logra apreciar es un vórtice de gran escala relativamente cerca de la zona de estudio, el cual es no permanente.

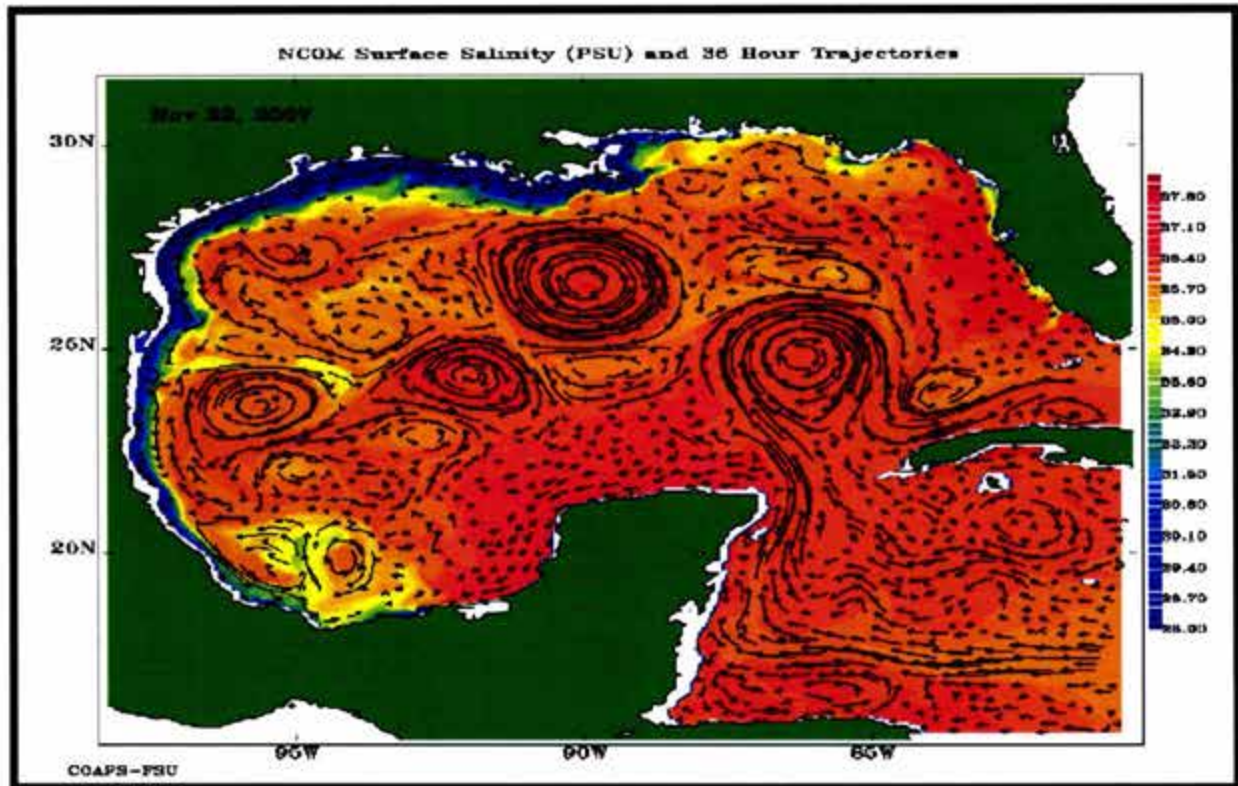


Figura VII.2: Modelo de la circulación y la salinidad en la superficie en el Golfo de México donde se aprecian los vórtices de gran escala, 22 Noviembre del 2003 (Zavala-Hidalgo et al., 2003).

Morey et al. (2004), nuevamente presentan la existencia de vórtices de gran escala en el Golfo de México (Figura II.9), los cuales inducen gran turbulencia.

Este tipo de modelos, son alimentados con datos de viento y variación de superficie libre registrados por satélite. Indudablemente los datos de registros in situ son una manera de calibrar estos modelos, permitiendo en muchos casos la simulación de otros comportamientos. De esta forma, el análisis de datos contribuye al mejoramiento de este tipo de herramientas.

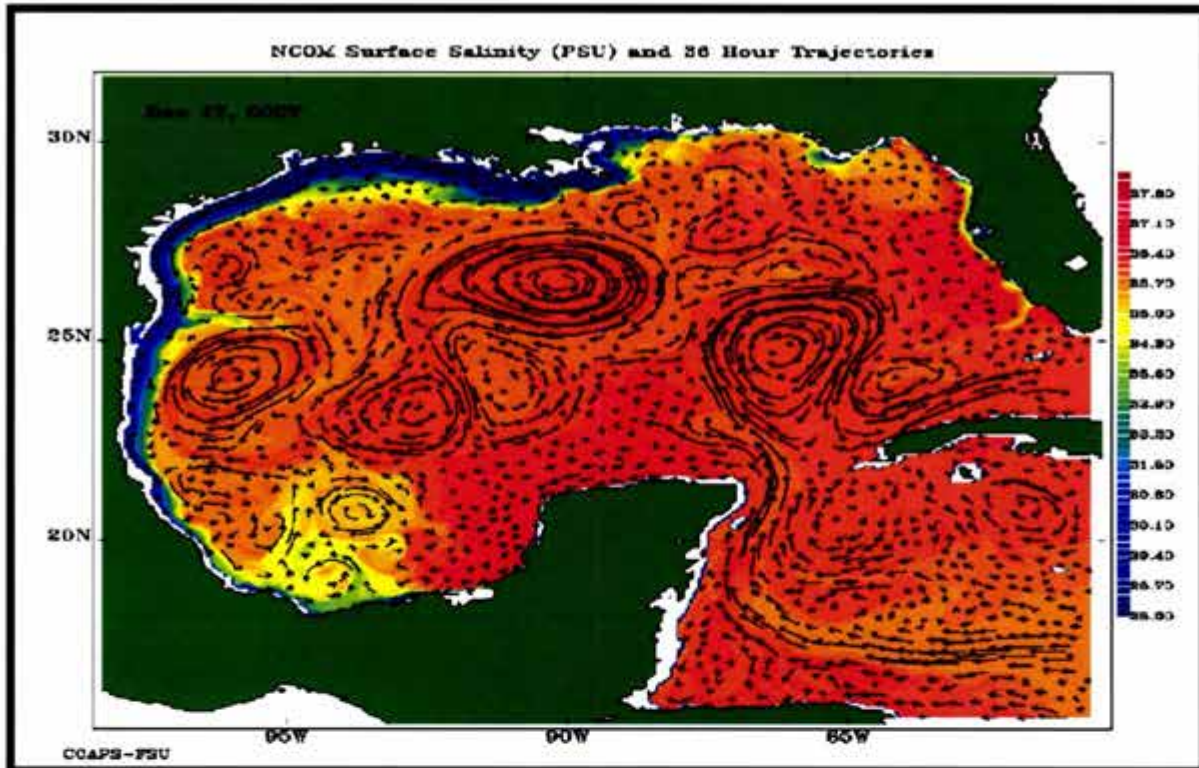


Figura VII.3: Modelo de la circulación y la salinidad en la superficie en el Golfo de México donde se aprecian los vórtices de gran escala, 17 Diciembre del 2003 (Zavala-Hidalgo et al., 2003).

## VII.2. CONCLUSIONES

En general en el fondo las corrientes con direcciones paralelas a la batimetría no son las de mayor magnitud ni las de mayor ocurrencia, es decir, no son predominantes. Existen corrientes del mismo orden de magnitud y con una igual o mayor ocurrencia hacia otro rumbo determinado, generalmente cercano a las corrientes paralelas. En este sentido es importante plantear la posibilidad de realizar nuevas campañas de campo, cuyo período de registro de datos sea más amplio y que abarque nuevamente el período de Octubre a Diciembre con la finalidad corroborar el patrón de corrientes encontrado.

En este trabajo se muestra la importancia que tiene el conocimiento de las corrientes para el diseño de líneas submarinas. En este sentido, se muestra que la dirección de la corriente es vital en el diseño de líneas sumergidas, y los errores en la consideración de la dirección de la corriente llevan a errores en los cálculos de la estabilidad desde el 20%. Esto repercute directamente en los costos de construcción y mantenimiento, además de los costos ecológicos que implica el hecho de que una línea pierda continuidad.

Al analizar las corrientes de los tres sitios, se encontró que la energía de las señales se encuentra concentrada en las bajas frecuencias, las cuales no corresponden a corrientes asociadas a mareas astronómicas, o al oleaje, ni tampoco corresponden a corrientes generadas por vientos locales. Lo anterior sugiere que el mecanismo de generación de las corrientes en la zona lo propicia en gran medida un patrón de gran escala. Por un lado, dicho patrón puede ser el asociado a los grandes vórtices no estacionarios (Morey et. al, 2004). Por otro lado, el comportamiento de corrientes puede deberse a la zona de confluencia existente entre la corriente que viaja paralela a la costa de Norte a Sur, desde Tamaulipas a Veracruz-Tabasco, a través de la Plataforma Continental, y la porción costera de la corriente que ingresa por el estrecho de Yucatán, la cual viaja de Este a Oeste (Zavala-Hidalgo et al., 2003).

Se presume la existencia de una corriente relativamente permanente cuya energía se encuentra concentrada en bajas frecuencias, la cual da lugar a que las corrientes formen una Espiral de Ekman de fondo (la cual gira desde el fondo hacia la superficie en sentido horario).

En cuanto a las normas de diseño de ductos submarinos para la zona en estudio, se puede decir que estas no consideran el efecto de la Espiral de Ekman. Además únicamente consideran la influencia del oleaje en la generación de corrientes. Por tal motivo es necesario realizar más campañas de campo y calibrar modelos que permitan mejorar el conocimiento del patrón de corrientes y de esta forma también mejorar las normas.

### **VII.3. APORTACIONES**

1. Este trabajo es uno de los pocos realizados costa afuera en la zona de la Sonda de Campeche, y el equipo utilizado posibilitó el estudio de las series de tiempo de las corrientes en toda la columna de agua. En este sentido, este trabajo es un primer esfuerzo para comprender los complicados patrones de corriente en la plataforma continental e identificar los mecanismos generadores.
2. Este trabajo confirma la existencia de patrones complicados de circulación en el Litoral Tabasco, fenómeno observado en modelaciones de estudios anteriores.
3. El análisis realizado a las corrientes plantea la posibilidad de en un futuro utilizar estos resultados para calibrar modelos hidrodinámicos que sustituyan la realización de campañas de campo.
4. El hecho de encontrar que las corrientes no son únicamente paralelas a la batimetría, y que además se comportan como una Espiral de Ekman, sugiere la actualización de las normas de diseño de estructuras costa afuera, las cuales no consideran estos hechos.

### **VII.4. RECOMENDACIONES**

Estandarizar los equipos y metodologías de medición, así como unificar las bases de datos de parámetros oceanográficos y meteorológicos del país con la finalidad de mejorar la calidad de los datos y eliminar incertidumbres.

## **VII.5. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

1. Realizar un estudio sobre los remolinos y vórtices de gran escala no estacionarios que se presentaron en la región de estudio y sobre las corrientes que estos originan.
2. Estudiar e identificar patrones de circulación en la plataforma del Golfo de México.
3. Estudiar la influencia de la batimetría a través de modelos matemáticos y numéricos.
4. Estudiar la interacción de los ductos ascendentes con las corrientes, al considerar que éstas se comportan como una Espiral de Ekman,





## REFERENCIAS

- Ávila A., L. O., Salles A., P., y Silva C., R., 2004. *Informe Final de actividades del proyecto de mediciones oceanográficas en el Litoral Tabasco*. Febrero. Grupo de Ingeniería de costas y puertos del Instituto de Ingeniería.
- Ávila A., L. O., 2002. *Determinación de los coeficientes hidrodinámicos para el diseño de la estabilidad de ductos submarinos*. Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería UNAM, México D. F., Diciembre, 212 p.
- Cushman-Roisin, B., 1994. *Introduction to geophysical fluid dynamics*, edited by Prentice hall, Englewood cliffs, New Jersey 07632, ISBN; 0-13-353301-8, 320 p.
- Davis, J. C., 1986. *Statistic and Data Analysis in Geology*. New York, John Wiley and Sons, second edition, 646 p.
- Dean, R. G. and Dalrymple, R. A., 2002. *Coastal processes with engineering applications*. Cambridge University Press, 473 p.
- Det Norske Veritas, 1996. *Rules for Submarine Pipelines Systems*. Hovik, Norway.
- Foreman, M. G., 1977. *Manual for tidal heights analysis and prediction*. Canadian Pacific Marine Science Report No. 77-10, 10 p.
- Frías, A y Moreno C., G., 1986. *Ingeniería de costas*. Capítulo III, Editorial Limusa, 333 p.
- Geernaert, G. L., 1988. *Measurements of angle between the wind vector and wind stress vector in surface layer over the North Sea*. J. Geophysical Research, 93, 8215-8220 p.
- Godin, G., 1972. *The analysis of Tides*. Liverpool University Press, 224 p.
- Hamilton, P., and Fernández, A. L., 2001. *Observations of high speed deep currents in the northern Gulf of Mexico*. Geophysical. Research Lett., 28, 2867-2870 p.
- Hamilton, P., 1990. *Deep currents in the Gulf of Mexico*. J. Phys. Oceanogr., 20, 1087– 1104 p.
- Instituto Mexicano del Petróleo, 1998. *Criterio Transitorio para el diseño y la evaluación de líneas submarinas en la Sonda de Campeche*. Segunda Edición.
- Instituto Mexicano del Petróleo, 1997. *Criterio Transitorio para el diseño y la evaluación de líneas submarinas en la Sonda de Campeche*. Primera Edición.
- Jones, Ian S. F., and Toba, Y., 2001. *Wind stress over the ocean*. Edited by Cambridge University Press. 307 p.
- Large, W., and Pond, S., 1981. *Open ocean momentum flux measurements in mederate to strong winds*. J. Phys. Oceanogr., 11, 324-336 p.
- Le Méhauté, B., 1976. *An introduction to hydrodynamics and water waves*. Edited by Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, ISBN: 0-387-90368-2 N.Y., 3-540-90368-2 B. y H., 315 p.
- Middleton, G. V., 2000. *Data analysis in the earth sciences using matlab*. Edited by Prentice hall, ISBN: 0-13-393505-1, Inc., Upper saddle river, New Jersey 07458, 260 p.
- Molinari, R. L., and Mayer, D. A., 1982. *Current meter observations of the continental slope and two sites in the eastern Gulf of Mexico*. J. Phys. Oceanogr., 12, 1480– 1492 p.
- Morey, S. L., Bourassa, N., Dukhovskoy, D., O'Brien, J. and Zavala-Hidalgo, J., 2004. *Modeling the Ocean Response to Air-Sea Fluxes During Energetic Episodio Atmospheric Events*. Hydrodynamics and morphodynamics in estuaries and coastal seas. Physics of Estuaries and Coastal Seas, Mérida, México,

October 18-22.

- Newland, D. E., 1983. *Vibraciones aleatorias y análisis espectral*, Editorial AC, ISBN: 84-7288-043-5, 282 p.
- NRF-013-PEMEX-2001, 2001. Norma de Referencia Mexicana. *Evaluación de líneas submarinas en el Golfo de México*. 35 p.
- Pawlowicz, R., Beardsley, B., and Lentz, S., 2002. Classical Tidal Harmonic Analysis Including Error Estimates in MATLAB using T\_TIDE. *Computers and Geosciences*, 28, 929-937 p.
- Pedlosky, J., 1979. *Geophysical fluid dynamics*. Edited by Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, ISBN: 0-387-90368-2 N.Y., 3-540-90368-2 B. y H., 629 p.
- Pugh, D. T., 1987. *Tides, surges and mean sea level*. Edited by John Wiley & Sons, ISBN: 0 471 91505 X, 472 p.
- Romanou, A. and Chassignet, E., 2004. *Gulf of Mexico circulation within a high resolution numerical simulation of the North Atlantic Ocean*. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 109, No. C01003, doi:10.1029/2003JC001770, 2004.
- Salles, P. and Silva, R., Prensa. *El Manejo Costero en Mexico. Capitulo INFRAESTRUCTURA DE PROTECCIÓN COSTERA*. Editores: Evelia Rivera Arriaga, Guillermo Villalobos Zapata, Francisco Rosado May, Isaac Azuz Adeath. EPOMEX, SEMARNAT, Universidad de Qro., CETYS.
- Smith, S. D., 1980. *Wind stress and heat flux over the ocean in gale forces winds*. *Journal of Physical Oceanography*. 10, 709-726 p.
- Soto, L. A., and E. Escobar, 1995. *Coupling mechanisms related to benthic production in the SW Gulf of Mexico, in Biology and Ecology of Shallow Coastal Waters*. A. Eleftheriou, A. D. Ansell, and J. Smith, Olsen and Olsen, Fredensborg, Denmark, 233-242 pp.
- Spitz, Y. H., and Nof D., 1991. *Separation of boundary currents due to bottom topography*. Pergamon press plc, Deep-sea research, vol. 38, No. 1, 1-21 p.
- Sylvester, R., 1974. *Generation, Propagation and Influence of Waves*. Engineering Coastal. Volume 1, Chapters II -IV, Editorial Elsevier, 457 p.
- Treguier, A. M., and Hua, B. L., 1988. *Influence of bottom topography on stratified quasi-geostrophic turbulence in the ocean*. Gordon and Breach, science publishers, Inc. vol. 43, 265-305 p.
- Treguier, A. M., and Hua, B. L., 1987. *Influence of bottom topography on stratified quasi-geostrophic turbulence in the ocean*. *Journal of Physical Oceanography*, vol. 17, No. 3, 397-411 p.
- Trenberth, K. E., Large, W. G., and Olson, G., 1990. *The mean annual cycle in global ocean wind stress*. *J. Phys. Oceanogr.*, 20, 1742-1760 p.
- Uribe, R. R., 2002. *Modelo hidrodinámico de transporte de masa integrado en la vertical*. Tesis de Maestría, UNAM, 202 p.
- Zavala-Hidalgo, J., Morey, S. L., and O'Brien, J., 2003. *Seasonal circulation on the western shelf of Gulf of Mexico using a high-resolution numerical model*. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108, No. C12, 3389, doi:10.1029/2003JC001879.

## ANEXO I

### A.I ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA DE AGUA

#### A.I.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

El cambio de masa del fluido en el volumen  $dx dy dz$  en un intervalo de tiempo es igual a la diferencia del flujo que entra y sale del volumen considerado durante el mismo intervalo de tiempo.

Por simplicidad, para llegar a la ecuación de continuidad se utilizará un cubo infinitesimal dentro de un fluido, orientado por un sistema ortonormal derecho como el que se muestra en la Figura A.1.

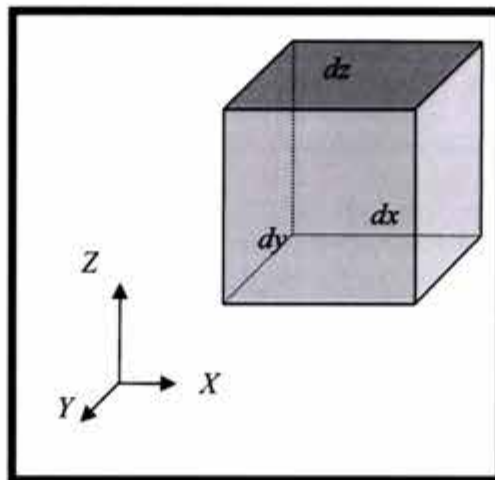


Figura A.1: Cubo infinitesimal en un sistema ortonormal derecho.

Entonces, la cantidad de masa del cubo,  $m$ , en cualquier instante de tiempo  $t$  estará dada por el producto de la densidad del material y el volumen del cubo.

$$\rho dx dy dz \quad (1.1)$$

donde  $\rho$  es la densidad y  $dx$ ,  $dy$ , y  $dz$  son las diferenciales  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente. La cantidad de masa después de un intervalo de tiempo expresado por el diferencial  $dt$  es:

$$\left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right) dx dy dz \quad (1.2)$$

Y la variación de la cantidad de masa durante el mismo período de tiempo  $dt$ , para el cubo diferencial es:

$$\rho dx dy dz - \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right) dx dy dz = - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dx dy dz dt \quad (1.3)$$

Por otra parte, la variación de masa a través de la entrada y salida de material a lo largo del eje  $X$ , es decir, la cantidad de masa que ingresa por la cara  $dy dz$  de la izquierda (Figura A.2), para  $dt$ , se puede expresar como:

$$\rho u dy dz dt \quad (1.4)$$

Donde  $u$  es la velocidad en la dirección  $x$ . Mientras que la cantidad de masa que sale por la cara  $dy dz$ , de la derecha para el mismo tiempo es (Figura A.2):

$$\left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right) dy dz dt \quad (1.5)$$

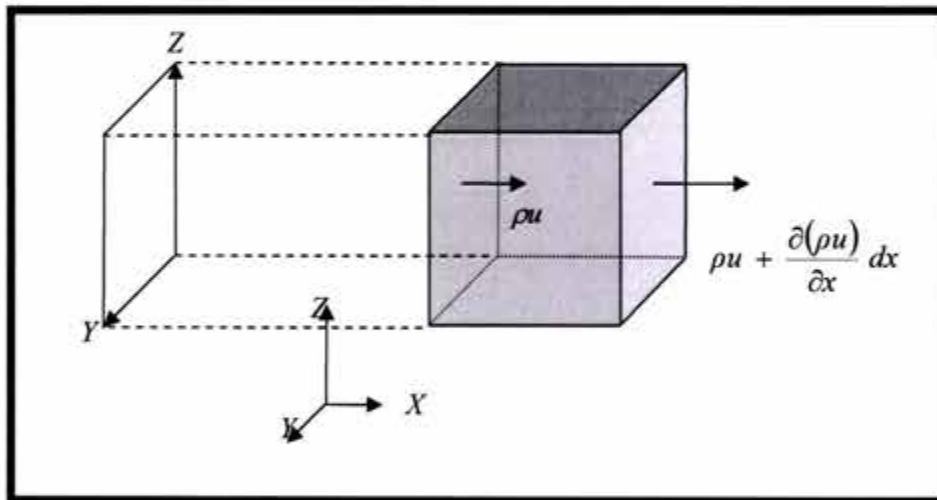


Figura A.2: Variación de la masa a través de la entrada y salida de material a lo largo del eje  $X$ .

De (1.4) y (1.5) se puede obtener la diferencia de masa en el eje  $X$ , como:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz dt \quad (1.6)$$

De manera similar se encuentra la variación de la masa para las direcciones de los ejes  $Y$  y  $Z$ .

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dx dy dz dt \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dx dy dz dt \quad (1.8)$$

donde,

$$u = \frac{\partial x}{\partial t}; v = \frac{\partial y}{\partial t}; w = \frac{\partial z}{\partial t} \quad (1.9)$$

Entonces, para el intervalo de tiempo  $dt$  el cambio total de masa estará dado por la suma de las variaciones de cada dirección, es decir, la suma de las ecuaciones (1.6), (1.7) y (1.8).

$$\left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt \quad (1.10)$$

Al igualar las ecuaciones (1.3) y (1.10), se tiene:

$$\left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt = - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dx dy dz dt \quad (1.11)$$

Al simplificar y ordenar la ecuación (1.11), se obtiene la ecuación (1.12).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1.12)$$

Desarrollando por separado las derivadas parciales con respecto a las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  en la ecuación anterior,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = \rho \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = \rho \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (1.15)$$

Sustituyendo (1.13) a (1.15) en (1.12) y ordenando, se obtiene la expresión (1.16) que representa la forma más general de la ecuación de continuidad.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (1.16)$$

Recordando al operador vectorial nabla  $\nabla$ , la divergencia y el gradiente:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div } V \quad \text{para } V(u, v, w) = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \quad (1.18)$$

$$\text{grad}(\rho) = \nabla \rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \hat{k} \quad (1.19)$$

Entonces, la ecuación (1.16) se puede describir como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div}(V) + V \text{grad}(\rho) = 0 \quad (1.20)$$

Para el caso de flujo incompresible, la densidad del material es constante, es decir, la densidad del material no cambia con respecto al tiempo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.21)$$

y además,

$$\text{grad}(\rho) = 0 \quad (1.22)$$

Entonces la ecuación de continuidad para flujo incompresible y densidad constante es,

$$\rho \text{div}(V) = 0 \quad (1.23)$$

Pero considerando que la densidad no puede ser igual a cero,

$$\text{div}(V) = 0 \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.25)$$

La ecuación (1.25) es otra forma de expresar la ecuación de continuidad para flujo incompresible y densidad constante.

## A.1.2 ECUACIÓN DEL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

### A.1.2.1 ECUACIÓN DE NAVIER-STOKES

Partiendo de la de la segunda ley de Newton, en su forma vectorial,

$$\sum \bar{F} = m \bar{a} \quad (1.26)$$

Que también se puede escribir de la siguiente forma:

$$\sum F_x = m a_x \quad (1.27)$$

$$\sum F_y = m a_y \quad (1.28)$$

$$\sum F_z = m a_z \quad (1.29)$$

Donde  $F_x$  representa las fuerzas externas que actúan en la dirección  $x$ ,  $m$  la masa y  $a_x$  la aceleración de las partículas definida como la razón del cambio que experimenta el vector velocidad en el tiempo para la dirección  $x$ .

$$a_x = \frac{D u}{D t} \quad u = u(x,y,z,t) \quad (1.30)$$

Donde  $u$  es la velocidad en función del tiempo y del espacio. En consecuencia, su derivada total se puede formular como:

$$\frac{D u}{D t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (1.31)$$

Entonces, la derivada total de la componente de la velocidad en el eje  $x$ , que representa la aceleración total sobre el eje  $x$ , se define como:

$$\frac{D u}{D t} = a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.32)$$

En la ecuación (1.31) se distinguen los términos que definen la aceleración en el espacio o términos de la aceleración convectiva (ecuación (1.34)) y el del tiempo o aceleración local (ecuación (1.33)).

$$\frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.33)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.34)$$

La aceleración local representa el cambio de  $u$  observado en un punto determinado en el tiempo. Si el término de aceleración local es nulo, el fluido en estudio es permanente, y no permanente cuando la aceleración local es diferente de cero. Esto es fácil de distinguir al no aparecer el tiempo en la expresión de la velocidad. Un valor nulo de la aceleración convectiva implica un flujo uniforme que involucra líneas de corriente rectas y paralelas.

Con la definición de la aceleración total, y generalizando para las tres direcciones, ( $x, y, z$ ) entonces, la ecuación de movimiento se puede escribir de la siguiente forma:

$$\sum F_x = m \frac{D u}{D t} \quad (1.35)$$

$$\sum F_y = m \frac{D v}{D t} \quad (1.36)$$

$$\sum F_z = m \frac{D w}{D t} \quad (1.37)$$

Si ahora analizamos un volumen de control infinitamente pequeño, se concluirá que existen tres posibles tensiones (una normal y dos tangenciales) para cada una de las seis caras del cubo. De esta forma, sobre la cara  $x$  en  $x + \Delta x/2$ , las tensiones serán  $\sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ . Existen entonces, tres tensiones que son ejercidas sobre las caras del cubo, que incluyen la presión, Figura A.3.

$$\sigma_{xx} = -p + \tau_{xx}; \quad \sigma_{yy} = -p + \tau_{yy}; \quad \sigma_{zz} = -p + \tau_{zz} \quad (1.38)$$



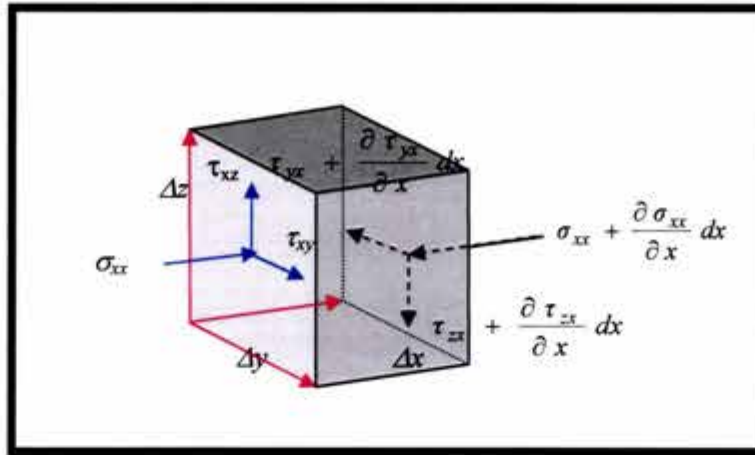


Figura A.3: Esfuerzos sobre el volumen de control.

Lo anterior, se puede observar con ayuda de la Figura A.3. Las fuerzas de superficie se pueden formular de la siguiente forma (ecuación (1.39)) Siendo  $X$  la fuerza másica, actuando en la dirección de  $x$ .

$$\begin{aligned} & \left( \sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta y \Delta z - \left( \sigma_{xx} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta y \Delta z + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{\Delta y}{2} \right) \Delta x \Delta z \\ & - \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{\Delta y}{2} \right) \Delta x \Delta z + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta x \Delta y - \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta x \Delta y \\ & + \rho \Delta x \Delta y \Delta z X = \rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{Du}{Dt} \end{aligned} \quad (1.39)$$

Si se opera y se divide por el volumen del cubo, la ecuación (1.39) se convierte en:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X \quad (1.40)$$

Que en términos de (1.38), es:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + X \quad (1.41)$$

Análogamente, se hallan las ecuaciones que rigen el movimiento para las dos direcciones restantes.

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + Y \quad (1.42)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + Z \quad (1.43)$$

Las últimas tres igualdades, se conocen como las ecuaciones de Saint Venant y aunque se han expresado en función de los esfuerzos tangenciales y normales, en problemas de hidrodinámica resulta mejor expresarlas en términos de las deformaciones que experimenta el fluido.

Por otro lado, al asumir que la propiedad física que caracteriza la resistencia de los fluidos al moverse es la viscosidad dinámica  $\mu$  y dada su importancia se procede a derivar mediante el siguiente ejemplo.

Considerando un fluido entre dos placas paralelas suficientemente largas de área  $A$ , con una pequeña separación  $y$ , como lo ilustra la Figura A.4. Asumiendo, que la placa inferior inicialmente se encuentra estática, pero para el tiempo  $t=0$  se pone en movimiento asociada con una velocidad constante  $V$ , podrá advertirse que cuando el tiempo transcurre el fluido se empieza a mover hasta alcanzar un perfil de velocidad con distribución uniforme. En este estado, se requiere la acción de una fuerza constante para mantener la velocidad de la placa inferior en el valor inicial de la velocidad.

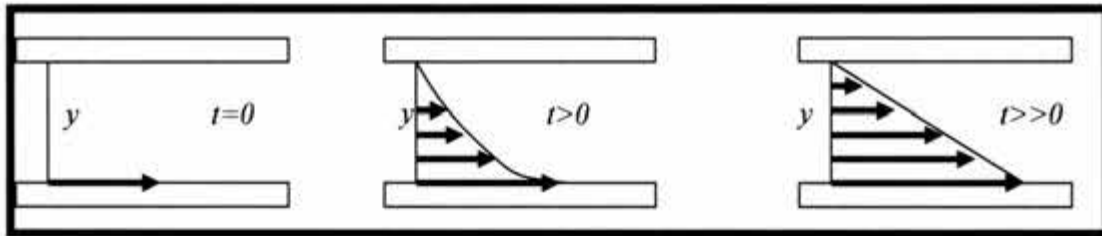


Figura A.4: Fuerzas que se desarrollan en un fluido entre dos placas.

$$F = \mu \frac{AV}{y} \quad (1.44)$$

Definiendo la velocidad angular y el esfuerzo cortante ejercido por el fluido

$$\text{velocidad angular} \Rightarrow \frac{V}{y} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.45)$$

$$\frac{F}{A} = \tau \quad (1.46)$$

Finalmente el esfuerzo cortante actuante en la dirección  $x$  sobre la superficie normal a  $y$ , resulta:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.47)$$

Pero como el esfuerzo cortante debe estar completado por otro esfuerzo de igual magnitud que se aplique sobre la cara vertical del elemento (Figura A.5) con la finalidad de evitar que el elemento se acelere en rotación con una velocidad angular infinita a medida que disminuyera su tamaño. Entonces para todas las direcciones se debe verificar que:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (1.48)$$

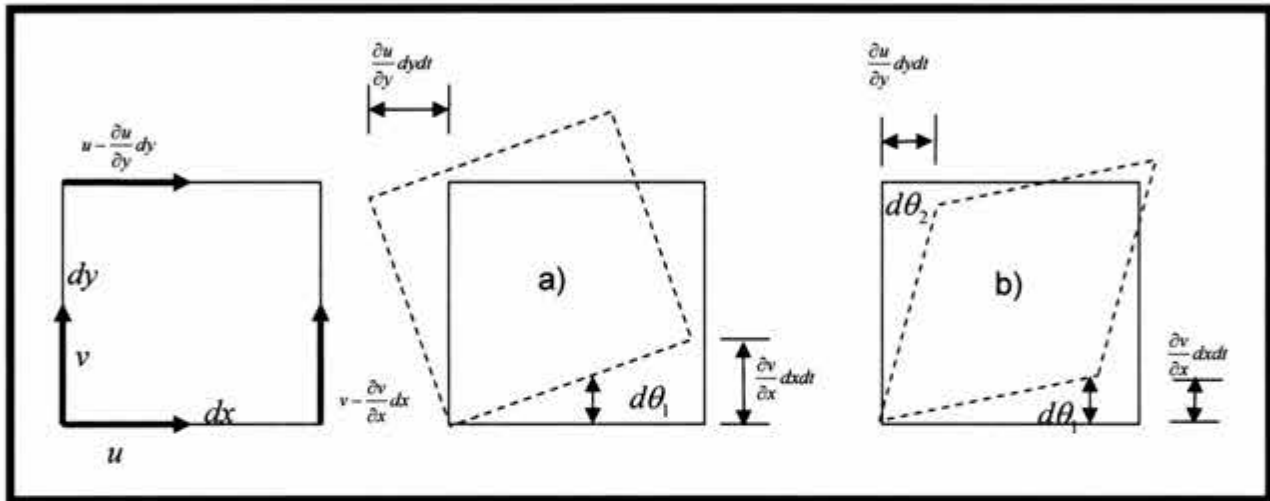


Figura A.5: Diagrama de deformaciones.

Si ahora se considera un fluido cortante con placas orientadas en la dirección del eje, según la Figura A.5(b), el esfuerzo cortante  $\tau_{yx}$  sobre la superficie del elemento es:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.49)$$

Cualquier combinación de los flujos de la Figura A.5 provoca esfuerzos viscosos que son la suma de las contribuciones independientes, entonces, para los planos  $xy$ ,  $xz$ , y  $yz$  serán válidas las relaciones dictadas por (1.50), (1.51) y (1.52) respectivamente.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1.50)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1.51)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (1.52)$$

De igual forma, los esfuerzos normales a cada uno de los planos se expresan como:

$$\tau_{xx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.53)$$

$$\tau_{yy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.54)$$

$$\tau_{zz} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.55)$$

Sustituyendo las últimas tres ecuaciones en las ecuaciones de movimiento (1.41), (1.42) y (1.43) se tiene:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) + X \quad (1.56)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + Y \quad (1.57)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + Z \quad (1.58)$$

Si se asume que la viscosidad dinámica  $\mu$  es constante en todo el dominio, las tres expresiones anteriores se pueden simplificar como sigue:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) + X \quad (1.59)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) + Y \quad (1.60)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left( \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) + Z \quad (1.61)$$

Sin embargo, aplicando las propiedades vectoriales (1.59), (1.60) y (1.61) se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 V + \frac{\mu}{\rho} \nabla(\text{div}V) + \bar{X} \quad (1.62)$$

Para fluidos Newtonianos, la relación dinámica entre la viscosidad dinámica  $\mu$  y la densidad  $\rho$  se conoce como viscosidad cinemática.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.63)$$

Si ahora se considera la viscosidad cinemática  $\nu$  y la ecuación de la continuidad para flujo incompresible (1.25), en (1.59), (1.60), (1.61), se obtienen las ecuaciones de Navier – Stokes.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + X \quad (1.64)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Y \quad (1.65)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + Z \quad (1.66)$$

o vectorialmente

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + \bar{X} \quad (1.67)$$

### A.1.2.2 ECUACIÓN DE EULER

Si en la ecuación de Navier – Stokes se asume que los efectos de fricción son relativamente pequeños ya que el fluido es no viscoso, es decir, si se desprecian las tensiones tangenciales del fluido, se obtiene la ecuación de Euler.

Expresando las fuerzas del volumen de control por unidad de masa como  $-g$  en la dirección vertical ( $z$ ) y nulas en las otras dos direcciones, se consigue:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.68)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (1.69)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (1.70)$$

Ahora tenemos un sistema de cuatro ecuaciones, 1 la de continuidad y tres de Cantidad y movimiento.

Lo anterior es si se considera un sistema referencia fijo, sin embargo, ahora se considerará un sistema de referencia móvil.

### A.1.2.3 ACCELERACIÓN Y VELOCIDAD DE LA PARTÍCULA EN UN SISTEMA DE REFERENCIA MÓVIL

#### A.1.2.3.1 SISTEMA DE REFERENCIA EN DOS DIMENSIONES

Para facilitar los desarrollos matemáticos, primero se analizará el caso en dos dimensiones. Sean dos sistema cartesianos,  $X-Y$  y  $x-y$ , con el mismo origen, el primero fijo y el segundo móvil rotando en el origen con una tasa angular de  $\Omega$  (en sentido horario). En un tiempo  $t$ , la rotación del eje  $x$  hace un ángulo  $\Omega t$  con el eje fijo  $X$ , Figura A.6.

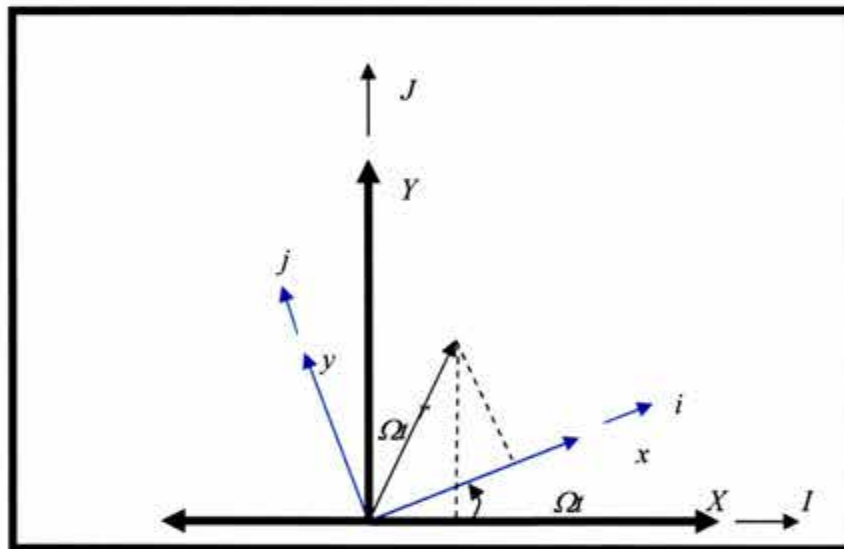


Figura A.6: Sistemas de referencia fijo y móvil.

Los vectores unitarios del sistema de referencia fijo en términos de los vectores unitarios del sistema móvil son (Figura A.7):

$$i = I \cos(\Omega t) + J \sin(\Omega t) \quad (1.71)$$

$$j = -I \sin(\Omega t) + J \cos(\Omega t) \quad (1.72)$$

Los vectores unitarios del sistema de referencia móvil en términos de los vectores unitarios del sistema fijo son (Figura A.8):

$$I = i \cos(\Omega t) - j \sin(\Omega t) \quad (1.73)$$

$$J = i \sin(\Omega t) + j \cos(\Omega t) \quad (1.74)$$

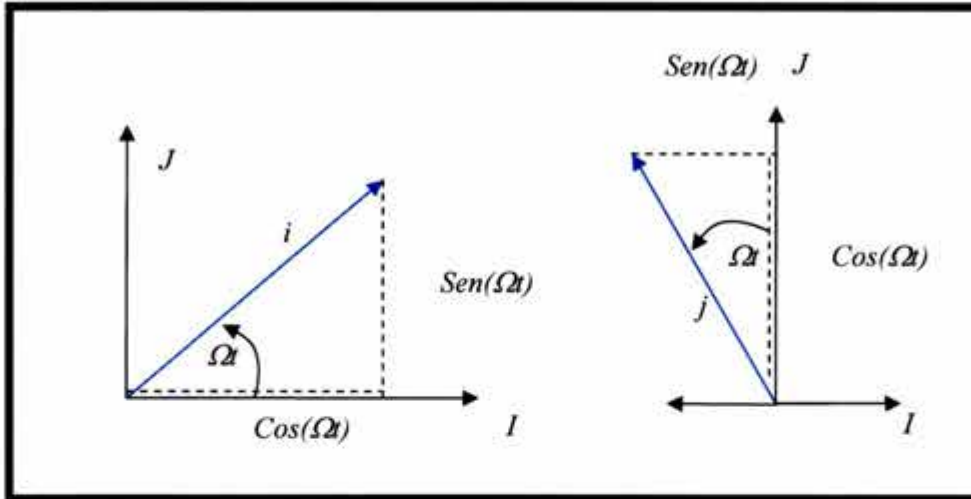


Figura A.7: Los vectores unitarios del sistema de referencia fijo en términos de los vectores unitarios del sistema móvil

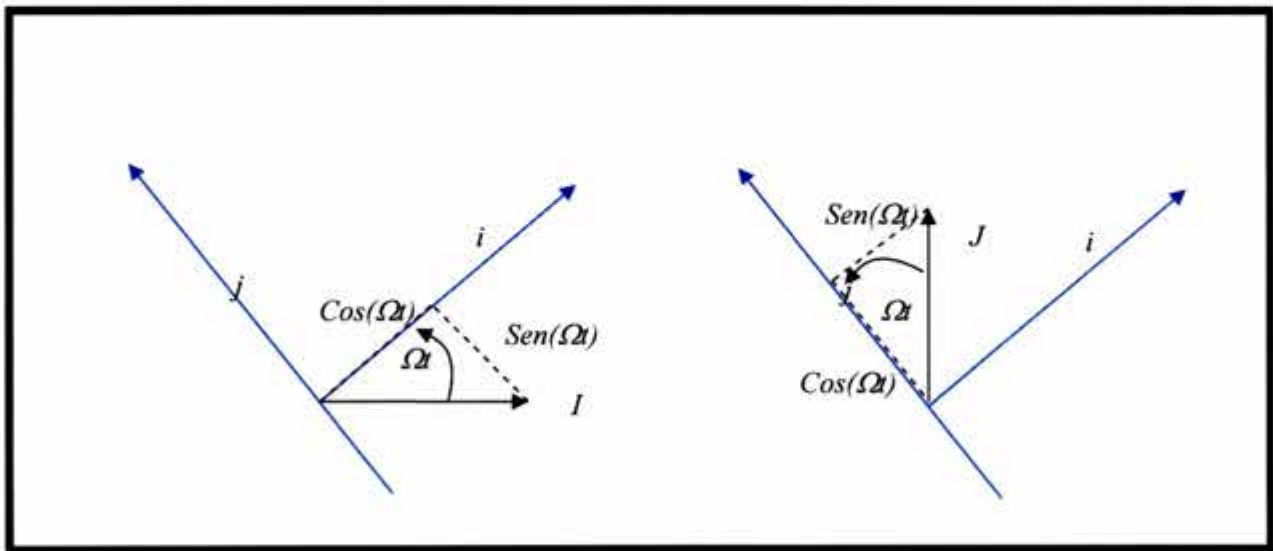


Figura A.8: Los vectores unitarios del sistema de referencia móvil en términos de los vectores unitarios del sistema fijo

Las coordenadas del vector de posición  $\vec{r}$  son

$$\vec{r} = X I + Y J \quad (1.75)$$

$$\vec{r} = xi + yj \quad (1.76)$$

Y las de un punto en el plano, para el sistema móvil son:

$$x = X \cos(\Omega t) + Y \text{sen}(\Omega t) \quad (1.77)$$

$$y = -X \text{sen}(\Omega t) + Y \cos(\Omega t) \quad (1.78)$$

### A.1.2.3.2 VELOCIDADES

Ahora, derivando (1.77) con respecto al tiempo para obtener la rapidez en la dirección  $x$ , se obtiene

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (X \cos(\Omega t) + Y \text{sen}(\Omega t)) \quad (1.79)$$

$$\frac{dx}{dt} = \left( \frac{dX}{dt} \cos(\Omega t) + X \frac{d}{dt} \cos(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \text{sen}(\Omega t) + Y \frac{d}{dt} \text{sen}(\Omega t) \right) \quad (1.80)$$

$$\frac{dx}{dt} = \left( \frac{dX}{dt} \cos(\Omega t) + X[-\Omega \text{sen}(\Omega t)] + \frac{dY}{dt} \text{sen}(\Omega t) + Y[\Omega \cos(\Omega t)] \right) \quad (1.81)$$

$$u = \left( \frac{dX}{dt} \cos(\Omega t) - X\Omega \text{sen}(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \text{sen}(\Omega t) + Y\Omega \cos(\Omega t) \right) \quad (1.82)$$

Donde  $u$  es la rapidez en la dirección  $x$ . De la misma forma se deriva  $y$ , de la ecuación (1.78) con respecto al tiempo para obtener la rapidez en esta dirección.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} (-X \text{sen}(\Omega t) + Y \cos(\Omega t)) \quad (1.83)$$

$$\frac{dy}{dt} = \left( -\frac{dX}{dt} \text{sen}(\Omega t) - X \frac{d}{dt} \text{sen}(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \cos(\Omega t) + Y \frac{d}{dt} \cos(\Omega t) \right) \quad (1.84)$$

$$v = \left( -\frac{dX}{dt} \text{sen}(\Omega t) - X\Omega \cos(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \cos(\Omega t) - Y\Omega \text{sen}(\Omega t) \right) \quad (1.85)$$

Ahora derivando el vector de posición con respecto al tiempo, para ambos sistemas de referencia, se obtiene el vector velocidad.

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j \quad (1.86)$$



$$\bar{u} = \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j \quad (1.87)$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{dX}{dt} I + \frac{dY}{dt} J \quad (1.88)$$

$$\bar{U} = \frac{dX}{dt} I + \frac{dY}{dt} J \quad (1.89)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1.73) y (1.74) en la ecuación (1.89), entonces

$$\bar{U} = \frac{dX}{dt} (i \cos(\Omega t) - j \text{sen}(\Omega t)) + \frac{dY}{dt} (i \text{sen}(\Omega t) + j \cos(\Omega t)) \quad (1.90)$$

Realizando los productos y agrupando términos, se tiene

$$\bar{U} = \left( \frac{dX}{dt} i \cos(\Omega t) - \frac{dX}{dt} j \text{sen}(\Omega t) \right) + \left( \frac{dY}{dt} i \text{sen}(\Omega t) + \frac{dY}{dt} j \cos(\Omega t) \right) \quad (1.91)$$

$$\bar{U} = \left( \frac{dX}{dt} \cos(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \text{sen}(\Omega t) \right) i + \left( -\frac{dX}{dt} \text{sen}(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \cos(\Omega t) \right) j \quad (1.92)$$

Observando la ecuación (1.92), las componentes en las direcciones  $i$  y  $j$  son:

$$U = \left( \frac{dX}{dt} \cos(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \text{sen}(\Omega t) \right) \quad (1.93)$$

$$V = \left( -\frac{dX}{dt} \text{sen}(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \cos(\Omega t) \right) \quad (1.94)$$

Donde  $\frac{dX}{dt}$  y  $\frac{dY}{dt}$ , son las componentes de la velocidad absoluta  $\bar{U}$ , en el sistema de referencia inercial,  $U$  y  $V$  son las componentes del mismo vector en el marco de referencia en rotación.

$$\bar{U} = (U)i + (V)j \quad (1.95)$$

Con las ecuaciones (1.78) y (1.93) la ecuación (1.82) se puede escribir de la siguiente forma,

$$u = (U - X\Omega \text{sen}(\Omega t) + Y\Omega \cos(\Omega t)) \quad (1.96)$$

Por lo que

$$u = (U + \Omega y) \quad (1.97)$$

o

$$U = (u - \Omega y) \quad (1.98)$$

Utilizando las ecuaciones (1.77) y (1.94) la ecuación (1.85) se puede escribir de la siguiente forma,

$$v = (V - \Omega (X \cos(\Omega t) + Y \text{sen}(\Omega t))) \quad (1.99)$$

De donde se desprende que

$$v = (V - \Omega x) \quad (1.100)$$

$$V = v + \Omega x \quad (1.101)$$

Las ecuaciones (1.98) y (1.101), muestran que la velocidad absoluta se compone de la velocidad relativa más la velocidad debida al sistema de referencia móvil.

### A.1.2.3.3 ACCELERACIONES

Derivando la ecuación (1.97) con respecto al tiempo para obtener la aceleración en dirección  $x$ , se tiene

$$\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} (U + \Omega y) \quad (1.102)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{dU}{dt} + \Omega \frac{dy}{dt} \quad (1.103)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1.93) y (1.78) en la (1.103),

$$\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dX}{dt} \cos(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \text{sen}(\Omega t) \right) + \Omega \frac{d}{dt} (-X \text{sen}(\Omega t) + Y \cos(\Omega t)) \quad (1.104)$$

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} = & \left( \frac{d^2 X}{dt^2} \cos(\Omega t) + \frac{d^2 Y}{dt^2} \text{sen}(\Omega t) \right) - \\ & 2\Omega \frac{dX}{dt} \text{sen}(\Omega t) + 2\Omega \frac{dY}{dt} \cos(\Omega t) - \Omega^2 X \cos(\Omega t) - \Omega^2 Y \text{sen}(\Omega t) \end{aligned} \quad (1.105)$$

Agrupando la ecuación anterior,

$$\frac{du}{dt} = \left( \frac{d^2 X}{dt^2} \cos(\Omega t) + \frac{d^2 Y}{dt^2} \operatorname{sen}(\Omega t) \right) + 2\Omega \left( -\frac{dX}{dt} \operatorname{sen}(\Omega t) + \frac{dY}{dt} \cos(\Omega t) \right) - \Omega^2 (X \cos(\Omega t) + Y \operatorname{sen}(\Omega t)) \quad (1.106)$$

En el segundo y tercer término del lado izquierdo de la ecuación (1.106) sustituimos las ecuaciones (1.94) y (1.77), respectivamente. De esta forma obtenemos la aceleración en la dirección  $x$ .

$$\frac{du}{dt} = \left( \frac{d^2 X}{dt^2} \cos(\Omega t) + \frac{d^2 Y}{dt^2} \operatorname{sen}(\Omega t) \right) + 2\Omega V - \Omega^2 x \quad (1.107)$$

Ahora, si

$$a_x = \frac{du}{dt} \quad (1.108)$$

y

$$A_x = \left( \frac{d^2 X}{dt^2} \cos(\Omega t) + \frac{d^2 Y}{dt^2} \operatorname{sen}(\Omega t) \right) \quad (1.109)$$

Entonces la ecuación (1.107) se puede escribir de la forma siguiente

$$a_x = A_x + 2\Omega V - \Omega^2 x \quad (1.110)$$

$$A_x = a_x - 2\Omega V + \Omega^2 x \quad (1.111)$$

y de la misma manera para la dirección  $y$ , obtenemos la aceleración en esta dirección.

$$\frac{dv}{dt} = \left( -\frac{d^2 X}{dt^2} \operatorname{sen}(\Omega t) + \frac{d^2 Y}{dt^2} \cos(\Omega t) \right) - 2\Omega U - \Omega^2 y \quad (1.112)$$

donde,

$$a_y = \frac{dv}{dt} \quad (1.113)$$

y

$$A_y = \left( -\frac{d^2 X}{dt^2} \operatorname{sen}(\Omega t) + \frac{d^2 Y}{dt^2} \cos(\Omega t) \right) \quad (1.114)$$

Entonces se puede escribir la ecuación (1.112), como sigue

$$a_y = A_y - 2\Omega U - \Omega^2 y \quad (1.115)$$

$$A_y = a_y + 2\Omega U + \Omega^2 y \quad (1.116)$$

Aplicando derivadas con respecto al tiempo en la ecuación (1.86) y (1.88), se tiene

$$\bar{a} = \frac{d^2x}{dt^2} i + \frac{d^2y}{dt^2} j = \frac{du}{dt} i + \frac{dv}{dt} j = a_x i + a_y j \quad (1.117)$$

$$\bar{A} = \frac{d^2X}{dt^2} I + \frac{d^2Y}{dt^2} J = A_x I + A_y J \quad (1.118)$$

donde  $\frac{d^2X}{dt^2}$  y  $\frac{d^2Y}{dt^2}$ , son las componentes de la aceleración absoluta  $\bar{A}$ , en el sistema de referencia inercial,  $A_x$  y  $A_y$  son las componentes del mismo vector en el marco de referencia en rotación. Las componentes de la aceleración absoluta necesarias antes para formula Ley de Newton, son obtenidas de la solución de  $A_x$  y  $A_y$ , es decir de las ecuaciones (1.111) y (1.116).

La diferencia entre considerar un sistema fijo y uno móvil se puede observar en dos contribuciones. La primera, proporcional a  $\Omega$  y la velocidad, la cual es llamada aceleración de Coriolis; la otra, proporcional a  $\Omega^2$  y a la coordenada, la cual es llamada aceleración centrípeta.

Colocando en un lado de la igualdad en la expresión de la ley de Newton estos términos son asimilados como fuerzas. La fuerza centrípeta actúa como una fuerza hacia afuera, mientras que la fuerza de Coriolis depende de la dirección y la magnitud de la velocidad relativa.

Vectorialmente podemos escribir los resultados anteriores si definimos el vector de rotación

$$\bar{\Omega} = \Omega k \quad (1.119)$$

donde  $k$  es el vector unitario en la tercera dimensión, la cual es común a ambos sistemas de referencia. Entonces las ecuaciones (1.97) y (1.100) se pueden escribir como sigue,

$$\bar{U} = \bar{u} + (\bar{\Omega} \times \bar{r}) \quad (1.120)$$

y las ecuaciones (1.110) y (1.115) de la forma siguiente,

$$\bar{A} = \bar{a} + (2\bar{\Omega} \times \bar{u}) + [\bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r})] \quad (1.121)$$

#### A.I.2.3.4 SISTEMA DE REFERENCIA EN TRES DIMENSIONES

La tierra puede ser tomada como una esfera, que rota sobre el eje que marcan los polos. En una latitud dada  $\varphi$ , la dirección norte-sur parte de la vertical local, y la fuerza de Coriolis asume una forma diferente de las establecidas en la sección anterior. La Figura A.9 esquematiza la selección de un tradicional sistema de referencia cartesiano, donde el eje  $x$  es orientado hacia el Este, el eje  $y$  hacia el Norte, y el eje  $z$  hacia arriba.

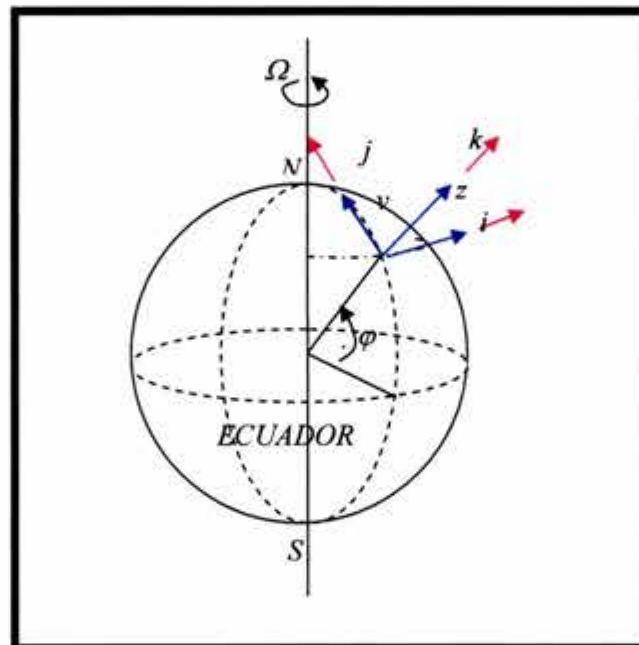


Figura A.9: Sistema de referencia cartesiano sobre el globo terráqueo.

En este sistema el vector de rotación es expresado como,

$$\bar{\Omega} = \Omega \cos(\varphi) j + \Omega \sin(\varphi) k \quad (1.122)$$

La aceleración absoluta es

$$\bar{A} = \frac{d\bar{u}}{dt} + (2\bar{\Omega} \times \bar{u}) + [\bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r})] \quad (1.123)$$

Quitando la fuerza centrípeta por ser despreciable (Cushman-Rosin, 1994), las componentes de la aceleración en las tres direcciones son:

$$A_x = \frac{du}{dt} + w(2\Omega \cos(\varphi)) - v(2\Omega \sin(\varphi)) \quad (1.124)$$

$$A_y = \frac{dv}{dt} + u(2\Omega \sin(\varphi)) \quad (1.125)$$

$$A_z = \frac{dw}{dt} - u(2\Omega \cos(\varphi)) \quad (1.126)$$

Ahora si definimos a  $f$ , como parámetro de coriolis y a  $f^*$  como su recíproco, donde  $f$  y  $f^*$  son:

$$f = 2\Omega \sin(\varphi) \quad (1.127)$$

$$f^* = 2\Omega \cos(\varphi) \quad (1.128)$$

Las ecuaciones (1.124) a (1.126) se pueden expresar como sigue,

$$A_x = \frac{du}{dt} + (f^*)w - fv \quad (1.129)$$

$$A_y = \frac{dv}{dt} + fu \quad (1.130)$$

$$A_z = \frac{dw}{dt} - (f^*)u \quad (1.131)$$

En el Hemisferio Norte  $f$  es positivo, y negativo en el otro Hemisferio, y es cero en el ecuador. En contraste  $f^*$  es positivo en ambos Hemisferios pero es nulo en los polos.

Ahora, sustituyendo los desarrollos de la ecuación (1.32) en la Ecuación de Euler y también los valores de la aceleración de las ecuaciones (1.129) a (1.131) se pueden escribir las ecuaciones como sigue:

$$\frac{du}{dt} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + (f^*)w - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.132)$$

$$\frac{dv}{dt} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (1.133)$$

$$\frac{dw}{dt} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} - (f^*)u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (1.134)$$

#### A.1.2.4 ECUACIONES FUNDAMENTALES

Ahora se tienen cuatro ecuaciones, 1 de continuidad, y tres de cantidad de movimiento, las cuales, al considerar las siguientes hipótesis:

1. Flujo incompresible.
2. Densidad constante.
3. Parámetro recíproco de Coriolis despreciable.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.135)$$

quedan de la siguiente manera:

$$\frac{du}{dt} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1.136)$$

$$\frac{dv}{dt} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (1.137)$$

$$\frac{dw}{dt} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (1.138)$$

#### A.1.2.5 ECUACIONES PARA AGUAS SOMERAS

Promediando las velocidades en la vertical, las ecuaciones anteriores se simplifican de la siguiente forma:

$$\frac{du}{dt} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + (-fv) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1.139)$$

$$\frac{dv}{dt} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + (+fu) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (1.140)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (1.141)$$

Si consideramos una superficie del océano que varía en  $x$  y en  $y$ , al igual que el fondo marino, como se muestra en la Figura A.10.

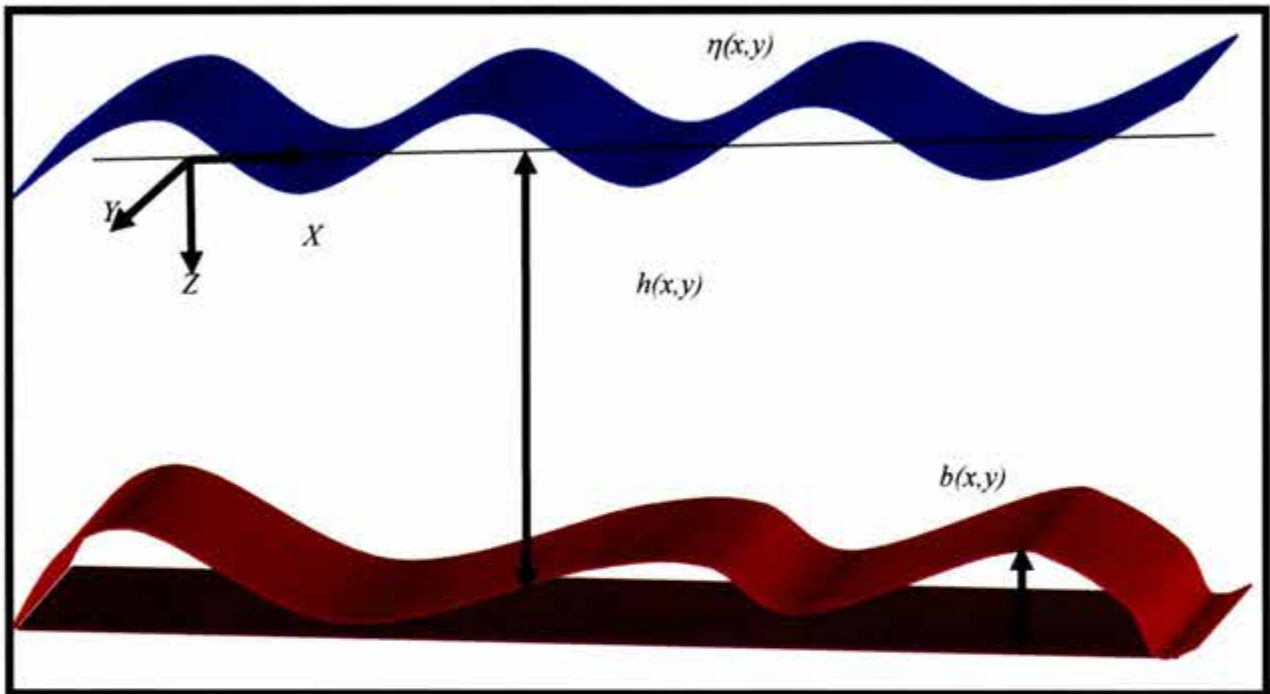


Figura A.10: Esquema para representar el oleaje y el fondo marino variable.

Como el fluido es homogéneo, la presión dinámica  $p$ , es independiente de la profundidad. En ausencia de una variación debajo de la superficie del fluido (presión atmosférica uniforme sobre el océano), la presión dinámica es

$$g\rho = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.142)$$

$$g\rho dz = -dp \quad (1.143)$$

$$p = g\rho \int dz \quad (1.144)$$

$$p = \rho g(h + b) \quad (1.145)$$

Ahora tomando parciales de  $p$  con respecto a  $x$  y a  $y$ , se tiene

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial}{\partial x}(h + b) \quad (1.146)$$



$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = g \frac{\partial}{\partial x} (h+b) \quad (1.147)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial}{\partial y} (h+b) \quad (1.148)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = g \frac{\partial}{\partial y} (h+b) \quad (1.149)$$

Dado que  $u$  y  $v$  son independientes de  $w$ , se integra la ecuación de continuidad (1.135) desde  $b+h$  hasta  $h$ ,

$$[w]_b^{b+h} = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \int_b^{b+h} dz \quad (1.150)$$

$$[w]_b^{b+h} = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) h \quad (1.151)$$

Ahora desarrollando el término de la izquierda de la ecuación (1.151)

$$\frac{\partial}{\partial t} (b+h) + u \frac{\partial}{\partial x} (b+h) + v \frac{\partial}{\partial y} (b+h) - \left( u \frac{\partial b}{\partial x} + v \frac{\partial b}{\partial y} \right) = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) h \quad (1.152)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (h) + \left( u \frac{\partial b}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \left( v \frac{\partial b}{\partial y} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \left( u \frac{\partial b}{\partial x} + v \frac{\partial b}{\partial y} \right) = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) h \quad (1.153)$$

Simplificando la ecuación anterior se tiene,

$$\frac{\partial}{\partial t} (h) + \left( u \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \left( v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) h \quad (1.154)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) = 0 \quad (1.155)$$

Ahora se sustituyen las ecuaciones (1.147) y (1.149) en (1.139) y (1.140), respectivamente, las ecuaciones para fondo variable y con efecto de coriolis y conocidas como las Shallow Water Equations son:

$$\frac{du}{dt} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + (-fv) = -g \frac{\partial}{\partial x} (h+b) + v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1.156)$$

$$\frac{dv}{dt} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial}{\partial y} (h+b) + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (1.157)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) = 0 \quad (1.158)$$

## ANEXO II

### A.II LA CAPA DE EKMAN

#### A.II.1 EL NÚMERO DE EKMAN

Al realizar un análisis dimensional a las ecuaciones de gobierno, en el término de viscosidad se tiene,

$$\left[ \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] = \left[ \frac{\nu}{\Omega H^2} \right] \quad (2.1)$$

que mide la importancia relativa de la fricción. A ese número se le conoce como número de Ekman.

$$E_k = \frac{\nu}{\Omega H^2} \quad (2.2)$$

donde,

$\nu$  Viscosidad cinemática.

$\Omega$  Tasa de rotación.

$H$  Escala de profundidad del movimiento (si el fluido es homogéneo, corresponde a la profundidad total).

Cuando se estudia fluidos desde el punto de vista geofísico, éste número es muy pequeño. Pequeños números de Ekman indican que la fricción vertical juega un papel muy pequeño en el equilibrio de fuerzas, y puede en consecuencia, ser omitida (recordando que los términos de mayor grado en las ecuaciones corresponden a los de fricción, lográndose importantes simplificaciones en éstas).

#### A.II.2 CAPA DE EKMAN EN LA SUPERFICIE

Asumiendo condiciones constantes, un fluido homogéneo, y una capa interior con características geostróficas, se obtienen las ecuaciones de gobierno, además de las condiciones de frontera en el campo de flujo ( $u, v$ ) en la superficie de la capa de Ekman, ambas se presentan a continuación:

Las ecuaciones son:

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.3)$$

$$+fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.4)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (2.5)$$

Las condiciones de frontera:

En la superficie ( $z = 0$ )  $\rho\nu \frac{\partial u}{\partial z} = \tau^x, \quad \rho\nu \frac{\partial v}{\partial z} = \tau^y,$

Hacia la capa interior ( $z \rightarrow -\infty$ )  $u = U, \quad v = V,$

La presión dinámica es la misma en toda la profundidad. Aplicando las condiciones de frontera de la capa interior (i.e., velocidades constantes) se tiene,

$$-f(V) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.6)$$

$$+fU = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.7)$$

Sustituyendo estas derivadas en las ecuaciones de gobierno (2.3) y (2.4), entonces,

$$-f(v-V) = \nu \left( \frac{d^2 u}{dz^2} \right) \quad (2.8)$$

$$f(u-U) = \nu \left( \frac{d^2 v}{dz^2} \right) \quad (2.9)$$

La solución a las ecuaciones (2.8) y (2.9) es:

$$u = U + \frac{\sqrt{2}}{\rho f d_E} \left[ \tau^x \cos \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) - \tau^y \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (2.10)$$

$$v = V + \frac{\sqrt{2}}{\rho f d_E} \left[ \tau^x \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) + \tau^y \cos \left( \frac{z}{d_E} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (2.11)$$

### A.II.3 LA CAPA DE EKMAN EN EL FONDO

Considerando un flujo en la capa interior más complejo, llamado, flujo espacialmente no uniforme que varía en una escala suficientemente grande para tener un equilibrio geostrófico (Cushman-Rosin, 1994). Entonces las ecuaciones de gobierno nuevamente son las ecuaciones (2.3), (2.4) y (2.5).

Las nuevas condiciones de frontera son:

$$\begin{array}{ll} \text{En el fondo } (z = 0) & u = 0, \quad v = 0, \\ \text{Hacia la capa interior } (z \rightarrow -\infty) & u = U, \quad v = V, \quad p = P(x, y), \end{array}$$

La presión dinámica es la misma en toda la profundidad. Aplicando las condiciones de frontera de la capa interior en  $z = 0$  a las ecuaciones de gobierno, se tiene

$$-fV = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.12)$$

y

$$+fU = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.12) y (2.13) en las ecuaciones (2.3) y (2.4), se obtienen nuevamente las ecuaciones (2.8) y (2.9). Y en este caso dadas las condiciones de frontera hacia la capa interior la soluciones son:

$$u = U \left( 1 - e^{-z/d_E} \cos \left( \frac{z}{d_E} \right) \right) - V e^{-z/d_E} \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} \right) \quad (2.14)$$

$$v = U e^{-z/d_E} \operatorname{sen} \left( \frac{z}{d_E} \right) + V \left( 1 - e^{-z/d_E} \cos \left( \frac{z}{d_E} \right) \right) \quad (2.15)$$

### A.II.4 LA CAPA DE EKMAN SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR

Es importante explorar como afecta un terreno irregular el desarrollo de la capa de Ekman, y principalmente la magnitud de la velocidad en la capa interior. Ahora se

considerará un flujo interior horizontal y geostrófico,  $(U, V)$ , no necesariamente uniformemente espaciado, sobre una superficie irregular de elevación  $z = b(x,y)$  sobre un nivel de referencia horizontal. Para ser congruente con las restricciones para un fluido geostrófico se asume que el gradiente del fondo, es decir la pendiente es muy pequeña ( $\ll 1$ ), es decir,

$$\frac{\partial b}{\partial x} \ll 1, \quad \frac{\partial b}{\partial y} \ll 1 \quad (2.16)$$

esto es apenas una restricción en la mayoría de las situaciones reales de la atmósfera y los océanos (Cushman-Rosin, 1994).

Las ecuaciones de gobierno nuevamente son las ecuaciones (2.3), (2.4) y (2.5), y las condiciones de frontera son ahora:

$$\begin{array}{llll} \text{En el fondo } (z = b) & u = 0, & v = 0, & w = 0 \\ \text{Hacia la capa interior } (z \rightarrow \infty) & u = U, & v = V, & \end{array}$$

La presión dinámica es la misma en toda la profundidad. Aplicando las condiciones de frontera de la capa interior en las ecuaciones (2.3), (2.4) y (2.5) se tienen las mismas ecuaciones que anteriormente, y la solución que satisface las condiciones de frontera en la capa interior y en el fondo es,

$$u = U - e^{\left(\frac{b-z}{d_E}\right)} \left( U \cos\left(\frac{z-b}{d_E}\right) + V \text{sen}\left(\frac{z-b}{d_E}\right) \right) \quad (2.17)$$

$$v = V - e^{\left(\frac{b-z}{d_E}\right)} \left( U \text{sen}\left(\frac{z-b}{d_E}\right) - V \cos\left(\frac{z-b}{d_E}\right) \right) \quad (2.18)$$

Ahora el espesor real de la capa límite es afectado por el coseno del ángulo de la pendiente, es decir,

$$d_E = \sqrt{\frac{2\nu}{f}} \quad (2.19)$$

$$d_E' = d_E \cos \theta \quad (2.20)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de la pendiente y  $d_E'$  es el espesor real de la capa límite.