



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

FACULTAD DE MEDICINA VETERINARIA Y ZOOTECNIA

TEORIA DE COLAS COMO HERRAMIENTA EN LA OPTIMIZACION  
DE UN SISTEMA REAL: EL CASO DEL HOSPITAL DE PEQUEÑAS  
ESPECIES DE LA FACULTAD DE MEDICINA VETERINARIA Y  
ZOOTECNIA, UNAM.

TESIS PRESENTADA ANTE LA  
DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES DE LA  
FACULTAD DE MEDICINA VETERINARIA Y ZOOTECNIA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
PARA LA OBTENCION DEL TITULO DE  
MEDICO VETERINARIO ZOOTECNISTA

POR

**DORA LILIA ESTRELLA GONZALEZ**

ASESORES:

MVZ. M.A. JORGE I. REYES CASTRO  
MVZ. DIPL. JUAN CARLOS ESTRADA GARCIA



MEXICO, D. F., 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## DEDICATORIAS

A DIOS

A MIS PADRES

Con amor, gratitud y respeto, por su apoyo incondicional, comprensión y cariño, y por todo lo que representan en mi vida.

A MIS HERMANOS

Por el placer de su compañía.

A MIS AMIGOS

Por su amistad sincera, por su apoyo, por los buenos y los malos momentos.

A EDUARDO.

Por ser un apoyo en mi vida.

A todas aquellas personas que hoy ya no están conmigo físicamente, pero que contribuyeron en la formación de mi carácter.

## AGRADECIMIENTOS

A Jorge I. Reyes.

Por el apoyo dedicado a la realización de esta Tesis, por sus consejos, apoyo y amistad.

A los Integrantes del Jurado:

MVZ. Socorro Lara Díaz

MVZ Alfonso Baños Crespo

MVZ. Francisco Alonso Pesado

MVZ. Jesús Ramírez Reyes

Al MVZ. Joaquín Aguilar Bobadilla, por las facilidades brindadas para la realización de esta Tesis.

A las recepcionistas del Hospital de Pequeñas Especies.

A Juan Carlos, por todos los consejos, enseñanzas, por su paciencia y por su valiosa amistad.

A Griss y Javier por sus consejos y por brindarme su amistad.

A José Luis, por su amistad.

A mis tías Olivia y Martha.

A mi Universidad, que me abrió sus puertas al conocimiento, brindándome las herramientas necesarias para mi formación profesional.

A mi Facultad, maestros, compañeros y animales que ayudaron en mi formación profesional.

A todos los que de una u otra forma han dejado huella en mi vida.

## CONTENIDO

Página

I. RESUMEN .....	1
II. INTRODUCCIÓN .....	2
II a. Marco teórico .....	6
III. OBJETIVOS .....	13
IV. PROCEDIMIENTO .....	14
V. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....	21
VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	44
VII. LITERATURA CITADA .....	46
VIII. ANEXOS .....	49

## I. RESUMEN

ESTRELLA GONZÁLEZ DORA LILIA. Teoría de colas como herramienta en la optimización de un sistema real: el caso del Hospital de Pequeñas Especies de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, UNAM. (Bajo la dirección de: MVZ. M. A. Jorge Isaac Reyes Castro y MVZ. Dipl. Juan Carlos Estrada García).

Se realizó la evaluación del sistema del área de consulta externa del Hospital de Pequeñas Especies, empleando la teoría de colas. Se estimó la probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso, el número esperado en la fila y en el sistema, el tiempo esperado en la fila y en el sistema. Se recabaron datos durante 37 días distribuidos entre noviembre de 2003 a marzo de 2004. Los datos se capturaron y procesaron, obteniéndose promedios que se utilizaron para sustituirse en el modelo de ecuaciones propuesto por Camacho Quiroz. Se encontró, que el tiempo de espera en el sistema, es menor en los consultorios con cita a diferencia del consultorio libre, en donde el tiempo de espera excede en más del doble al de los consultorios con cita. La optimización del sistema se logra al encontrar un punto de equilibrio entre la tasa de llegada y la tasa de servicio; en este caso, lo único que se puede modificar es la tasa de servicio ampliando el área de consulta externa. La aplicación de esta teoría puede ser de gran valor en la actualidad en las áreas de optimización y planeación futura de diversos sistemas de colas.

## II. INTRODUCCIÓN

El perro, ha convivido con el hombre como compañero de trabajo ó animal de compañía desde hace más de 12,000 años. A pesar de que muchos perros siguen desempeñando tareas tradicionales como: cazar, conducir manadas, guardar el ganado, arrastrar trineos, guardia y protección, búsqueda de desaparecidos ó ayudar a personas con alguna discapacidad; crece también el número de perros que solo son mascotas o animales de compañía. (1)

Hace algunos años se dudaba acerca del origen del perro, actualmente se acepta que el ancestro directo del perro es el lobo, ambos pertenecen a la familia de los cánidos que incluye además de perros y lobos, a coyotes, zorros y chacales.

El perro es considerado como el primer animal domesticado por el hombre; parece ser que los humanos se aprovechaban de la facilidad con que los lobos localizaban a las presas y les conducían a ellas, mientras que los lobos aprendieron que los campamentos de los humanos eran una fuente inagotable de huesos, despojos y otros residuos comestibles. (2)

Probablemente los lobos empezaron a alimentarse de carroña y a comer los desperdicios que dejaban los humanos. Con esto, algunos lobeznos llegarían a amansarse y al cabo de muchas generaciones se convirtieron en perros domésticos. (3)

Aún no se ha establecido en América cuando el perro se asoció con el hombre, pruebas contundentes a este respecto aparecen solamente desde hace menos de 2000 años A de C. No existe ninguna especie doméstica que tenga tantas y tan diferentes razas como el perro; este fue clasificado por el naturista sueco Linnaeus, como *Canis familiaris*. (2)



A diferencia del perro, el gato (*Felis catus*) fue domesticado hace aproximadamente 4 000 años en Egipto, no se sabe muy bien el motivo que llevó a los egipcios a domesticar al gato salvaje. (1)

La relación entre el hombre y el gato ha sido muy fluctuante, ya que en el antiguo Egipto se le adoró como a un dios y en la Edad Media se le persiguió como a un aliado del diablo. (4)

Actualmente, el gato vive en todo el mundo y dentro de las funciones que desempeña se encuentra la de eliminar a los animales indeseables en granjas y casas. (1)

Desde el momento en que el hombre domesticó a los animales, su relación para con ellos dejó de ser algo más que la simple subsistencia alimenticia. (5)

Aunque sin duda alguna, el papel más importante que desempeñan tanto el gato como el perro, es el de animales de compañía, estableciéndose fuertes lazos afectivos entre ellos y sus propietarios. Cuando las personas adquieren una mascota, adquieren también una serie de obligaciones que van encaminadas a mantener el bienestar del animal, dentro de estas obligaciones se encuentra mantener la salud de la mascota en perfectas condiciones.

Para el propietario de una mascota es de gran importancia, contar con servicios veterinarios profesionales, pero además, requiere ser atendido de la forma más rápida posible, es decir, en un tiempo razonable y así evitar la formación de filas largas y por consiguiente que el cliente tenga que esperar el menor tiempo para ser atendido. Por ello, el Médico Veterinario debe hacer uso de todos los recursos que tenga disponibles para lograr una mejora en el servicio al cliente, y la administración es uno de ellos.

Puesto que la mayoría de nosotros gastamos una buena parte de nuestro tiempo en colas ó líneas de espera para ser servidos, los procesos o problemas de colas son comunes. (6)

Un proceso de colas esta constituido por clientes que llegan a una instalación que ofrece un servicio, si todos los servidores (empleados, máquinas, unidades, etc.) se encuentran ocupados, los clientes esperan en línea su turno (fila, cola) para ser atendidos, reciben el servicio en algún momento y finalmente abandonan la instalación. (7)

El trabajo original acerca de la teoría de colas lo llevó a cabo el Ingeniero danés Agner Krarup Erlang en 1909. Erlang era empleado de una compañía telefónica danesa, su trabajo consistía en aplicar técnicas establecidas de probabilidad al problema de determinar el número óptimo de líneas telefónicas, para manejar frecuencias telefónicas determinadas. Actualmente la teoría de colas puede aplicarse a diversas situaciones. (8, 9,10)

Si se conocen la forma en que suceden las llegadas, los tiempos de servicio, y el orden en el que las unidades que llegan se atienden, entonces la naturaleza de está situación de espera puede establecerse y analizarse matemáticamente. (11)

La teoría de colas es una colección de modelos matemáticos que describen sistemas de líneas de espera. Los modelos sirven para encontrar el comportamiento de estado estable, como la longitud promedio de la línea y el tiempo de espera promedio para un sistema dado.

Al tener filas largas se generan costos, o sea, el causado por la perdida de clientes que no pueden esperar y se retiran sin ser atendidos, o por empleados ociosos. Por ello se propone hacer uso de la teoría de colas, para evaluar el

funcionamiento y la eficiencia del área de consulta externa del Hospital de Pequeñas Especies de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la UNAM.

## II a. Marco teórico

El trabajo original acerca de la teoría de líneas de espera lo llevo a cabo Agner Krarup Erlang (Dinamarca 1878-1929) cuyos trabajos se publicaron entre 1909 y 1928 (10)

Erlang fue un ingeniero danés, empleado de una compañía telefónica, empezó su trabajo en 1905, el cual consistía en analizar la congestión de tráfico telefónico con el objetivo de cumplir la demanda incierta de servicios en el sistema telefónico de Copenhague. Sus investigaciones acabaron en una nueva teoría, llamada teoría de colas ó teoría de líneas de espera. Desde finales de la Segunda Guerra Mundial, el trabajo de Erlang se ha extendido y ahora abarca una variedad de situaciones que se considera están descritas por el modelo general de líneas de espera.

Esta teoría es ahora una herramienta de valor en los negocios debido a que muchos de sus problemas pueden caracterizarse, como problemas de congestión llegada - salida. (8, 9, 10).

En casi todas las organizaciones hay ejemplos de procesos que generan líneas de espera, conocidas como colas, como ejemplo tenemos: la fila en la caja del supermercado, la fila para ser atendidos en el banco, la fila en las casetas de peaje, la fila en las estaciones de una gasolinera, la sala de espera de una clínica con pacientes que esperan consulta, etc.

Tales líneas de espera ocurren cuando algún empleado, máquina ó unidad debe esperar por servicio debido a que para ofrecer el servicio operando a capacidad se está temporalmente imposibilitado. (7, 13, 14).

Un proceso de líneas de espera está constituido por los clientes que llegan a una instalación que ofrece un servicio, si todos los servidores (cajas de supermercado, máquinas, cajeros automáticos, consultorios, etc.) se encuentran ocupados, esperan en línea (fila, cola), en algún momento dado se selecciona un miembro de la cola mediante una regla conocida como disciplina de la cola, para darle servicio, y finalmente abandonan la instalación. (7, 15, 16)

Para comenzar con el estudio de la teoría de colas es importante definir algunos términos y los componentes básicos que constituyen al sistema.

**Cliente:** Unidad que llega requiriendo la realización de algún servicio. Los clientes pueden ser personas, máquinas, objetos que deben ser reparados, piezas que requieren ensamblarse, etcétera. (13)

**Cola, fila, ó línea de espera:** Clientes que esperan algún servicio en una instalación. Normalmente la cola no incluye al cliente que está siendo atendido. (Ver anexos: Cuadro 1)

**Servidor ó canal de servicio:** Proceso o sistema que está efectuando el servicio para el cliente. Este puede ser simple o multicanal. El símbolo  $k$  indicará el número de canales de servicio. (13)

Dependiendo del diseño de la instalación y de la ejecución del servicio, será el número de canales del sistema.

La instalación puede incluir más de un servidor o canal de servicio, con lo cuál es posible atender a tantos clientes en forma simultánea como número de servidores haya, un ejemplo de esto, son las cajas de las tiendas de autoservicio. (17)

Además del número de canales, es necesario establecer el número de fases de las que consta el sistema. La fase se refiere al número de servidores (estaciones de servicio) de quien se tiene que recibir servicio.

En un sistema de una sola fase (estación de servicio), se recibe servicio de un solo servidor, como cuando lleva a afinar su carro. Pero si sufre algún accidente automovilístico, tal vez requerirá los servicios de un mecánico, hojalatero, pintor y alineado de defensas (todo en el mismo taller de reparaciones) y estará entrando en un sistema de multifase ó de estaciones en serie. (13, 18)

De acuerdo a lo anterior podemos clasificar un sistema de líneas de espera, en base al número de canales y fases de servicio por los cuales este conformado.

- Sistema de una cola y un solo canal de servicio ó servidor.- es el caso más simple, está constituido por una sola cola y un único servidor, el ejemplo más común es la sala de espera de un consultorio médico.
- Sistema de una cola con múltiples servidores.- el ejemplo clásico es la línea de espera que se forma para ser atendidos en las ventanillas de un banco ó de una peluquería o una panadería en donde los clientes toman un número al entrar y se les atiende cuando llega el turno.
- Sistema de varias colas con múltiples servidores.- un ejemplo claro es el de una tienda de autoservicio donde hay varias filas y varias cajeras para atender a los clientes.
- Sistema de una o varias colas y estaciones en serie ó multifase.- este sistema puede ejemplificarse con el funcionamiento de una fábrica de

autos donde diferentes partes deben ser ensambladas en cada fase hasta que finalmente el auto abandona el sistema. (Ver anexos: Figura 1)

**Tasa de llegada:** Tasa (clientes por periodo de tiempo) a la cual llegan clientes para ser atendidos. Una suposición típica, es que la tasa de llegada está distribuida aleatoriamente según una distribución Poisson. El valor medio de la tasa de llegada se indicará con el símbolo  $\lambda$ . (13)

**Tasa de servicio:** Tasa (clientes por periodo de tiempo) a la cuál un canal de servicio puede suministrar el servicio requerido por el cliente. Se observa que está es la tasa que podría alcanzarse si el canal de servicio siempre estuviera ocupado, es decir, sin tiempo ocioso. Debemos suponer que la tasa de servicio está distribuida aleatoriamente según una distribución de Poisson. El valor medio de servicio se indicará con el símbolo  $\mu$ . (13)

**Prioridad o disciplina de la cola:** Método para decidir cuál será el próximo cliente atendido. (13)

Como ejemplo de estos métodos, tenemos los siguientes:

- Sistema FIFO.- del tipo primero en llegar, primero en atenderse, (esto es, servicio según el orden de llegada). (11, 19). Los clientes de un banco o de un supermercado son atendidos de esta manera. ( 20)
- Sistema LIFO.- del tipo último en llegar, primero en atenderse, (esto es, quién llega al último es a quién se atiende). (7, 18). Un ejemplo de esta disciplina se da en un proceso de producción en el que los productos llegan a una estación de trabajo y son apilados uno encima del otro. El trabajador elige, para su procesamiento, el producto que esta encima de

la pila, que fue el último que llegó para ser procesado o para brindarle un servicio. (20)

- Selección de prioridad.- a cada cliente que llega se le da una prioridad y se le elige según ésta, para brindarle el servicio. Un ejemplo de esta disciplina son los pacientes que llegan a la sala de urgencias de un hospital. Mientras más severo sea el caso, mayor será la prioridad del cliente. (20)
- Aleatoria.- en esta, la selección del próximo cliente en ser atendido es independiente del orden en que llegaron ó de la prioridad del caso. Una forma de seleccionar aleatoriamente es aparentemente, la que hacen los dependientes, detrás de los mostradores atestados. (11)

**Tamaño de la población:** Tamaño del grupo que proporciona los clientes. Si solo hay unos pocos clientes potenciales la población es finita. Si hay un gran número de clientes potenciales, por ejemplo entre 30 y 50, generalmente se dice que la población es infinita. (13)

La suposición de una *cola infinita* es la estándar para la mayor parte de los modelos, incluso las situaciones en las que de hecho existe una demanda mayor al número permitido de clientes.

Los elementos básicos de un modelo de colas dependen de los siguientes factores:

- Distribución de llegadas o comportamiento de los arribos al sistema.  
(llegadas individuales o masivas)



- Distribución del tiempo o comportamiento del servicio (individual o masivo)
- Diseño de la instalación de servicio (número y etapas o canales del servicio)
- Disciplina de la cola
- Tamaño de la población (finita o infinita) (17).

**Distribución de la tasa de llegada:** La suposición más frecuente es la distribución de Poisson. Esta suposición requiere que los eventos de servicio o llegada sean completamente independientes. (13)

Esta distribución es muy frecuente en los problemas relacionados con la investigación operativa, sobre todo se utiliza frecuentemente para el modelado de tasas de llegada en situaciones de espera en fila. Suele describir, por ejemplo, la llegada de pacientes a un consultorio, las llamadas a una central telefónica, la llegada de coches a un túnel de lavado, etc. Todos estos casos pueden ser descritos por una variable aleatoria discreta que tiene valores no-negativos enteros. (9, 21, 22)

La distribución de Poisson describe las llegadas por unidad de tiempo y la distribución exponencial estudia el tiempo entre cada una de estas llegadas. Si las llegadas son de Poisson, el tiempo entre ellas es exponencial.

La distribución de Poisson es discreta, de tal forma que fracciones de personas, productos ó máquinas no tienen significación ni tampoco números negativos; mientras que la distribución exponencial es continua, porque el tiempo entre llegadas no tiene por qué ser un número entero. (9)

Este comportamiento es medido normalmente en términos del número promedio de arribos por unidad de tiempo, o por el tiempo promedio entre arribos sucesivos. Debe tenerse en cuenta que pueden haber llegadas en grupo o individuales lo cuál también es aleatorio. Otro aspecto a tomar en cuenta es el comportamiento del cliente hacia el estado del sistema, un cliente al ver una cola muy larga puede decidir no incorporarse a esta y abandonar el sistema en ese momento, de igual forma un cliente que ya esta en la línea puede impacientarse, y abandonar el sistema sin importar el tiempo que lleva en ésta. (17)

Actualmente la teoría de colas se ha extendido y abarca una variedad de situaciones que se considera están descritas por ella, y puesto que la mayoría de nosotros gastamos una buena parte de nuestro tiempo en la cola para ser servidos, los procesos y problemas de colas son comunes. (7)

En el ámbito médico se ha aplicado en hospitales para proporcionar servicio médico de emergencia, ó estimar el número de camas que se requieren en cierta área del hospital. (8)

Si se conocen las leyes que gobiernan las llegadas, los tiempos de servicio, y el orden en el que las unidades que llegan se atienden, entonces la naturaleza de está situación de espera puede estudiarse y analizarse matemáticamente, con el modelo matemático más adecuado para dicho sistema. (6)

### III. OBJETIVOS

- a) Estimar la probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso;
- b) Estimar el número esperado en la fila;
- c) Estimar el número esperado en el sistema;
- d) Estimar el tiempo esperado en la fila;
- e) Estimar el tiempo esperado en el sistema.

#### IV. PROCEDIMIENTO

El estudio se realizó en el Hospital de Pequeñas Especies de la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, UNAM; ubicado en Ciudad Universitaria.

El Hospital de Pequeñas Especies brinda servicio a perros, gatos, y otras especies, atendiendo las diferentes enfermedades que los aquejan.

El Hospital cuenta con las siguientes áreas:

- **MEDICINA INTERNA.** Especialidades en: Cardiología, Dermatología, Etología, Gastroenterología, Neumología, Neurología, Odontología, Oftalmología, Traumatología, y Urología.
- **QUIRÚRGICA:** Tejidos blandos, Ortopedia
- **IMAGENOLOGÍA:** Radiología, Ultrasonografía, Fluoroscopia
- **HOSPITALIZACIÓN:** Fisioterapia y Rehabilitación física (23)

Actualmente el hospital brinda servicio a animales de fauna silvestre, como son: tortugas y otros pequeños reptiles, aves de ornato, conejos, hámsteres, hurones, etc.

El horario de atención es el siguiente:

- Lunes a viernes de 10:00 a 17:00 horas y urgencias hasta las 20:00 horas.
- Sábados de 10:00 a 14:00 horas.
- Lunes y viernes, casos de fauna silvestre.
- Martes, casos de oftalmología.
- Miércoles, casos de etología.

Este hospital brinda un servicio médico-quirúrgico especializado de calidad, por lo que ha tenido gran demanda desde sus inicios y ha sido por muchos aspectos el Hospital modelo a seguir dentro del país en Medicina y Cirugía

para Pequeñas Especies. (23)

El sistema de consulta externa cuenta con cuatro consultorios (servidores) y se rige de la siguiente manera: los propietarios de las mascotas solicitan cita en el área de consulta externa; una vez que se ha examinado al paciente, si éste lo requiere, es canalizado a otra de las áreas del hospital, ó continúa siendo atendido en el área de consulta externa.

De lunes a viernes, alguno de los consultorios de consulta externa recibe a los clientes que no concertaron cita, este consultorio se denomina **consultorio libre** y además los lunes y viernes atiende a los clientes de fauna silvestre con ayuda de un médico especialista en el área.

Calendario de asignación del consultorio libre.

- Lunes: Consultorio 4
- Martes: Consultorio 1
- Miércoles: Consultorio 2
- Jueves: Consultorio 3
- Viernes: Consultorio 2

Previo a la recopilación de datos, se hicieron visitas de reconocimiento al hospital, para conocer las instalaciones y observar la organización y el funcionamiento del mismo.

Durante estos días se observó que:

El día martes, el consultorio 4 de las 10:00 a 14:00 horas se dedica a atender solo casos de Oftalmología.

El día miércoles, el consultorio 4 está asignado para atender casos de etología, sin embargo, por ser el consultorio un espacio reducido estos casos se atienden en otra área más amplia dentro del hospital.

Los lunes y viernes, el consultorio libre atiende casos de perros, gatos y de fauna silvestre.

Se determinó la forma de trabajo de la siguiente manera: la toma de datos se realizó de 10:00 a 17:00 horas de lunes a viernes y sábados de 10:00 a 14:00 hrs. La primera semana se tomaron datos lunes miércoles y viernes; la segunda, los días martes, jueves y sábado, la tercera, nuevamente los días lunes, miércoles y viernes y así sucesivamente, del 12 de noviembre al 12 de diciembre de 2003 y del 15 de enero al 15 de marzo de 2004, siendo un total de 37 días.

Para la toma de datos se creó un formato estructurado de la siguiente manera:

- Fecha.- día, mes y año, de la toma de datos.
- Inicio.- hora en que se abren las puertas del hospital para comenzar a dar servicio.
- Final.- hora en que se cierran las puertas del hospital y se deja de dar servicio de consulta externa.
- Consultorio libre.- consultorio que ese día en particular tiene la función de "consultorio libre"
- Especialidad.- especialidad de ese día en particular, en el área de consulta externa.
- Número de paciente.- el número se asignó de acuerdo al orden de llegada al hospital, su única finalidad era identificar al propietario.
- Raza.- solo para identificar a la mascota.
- Hora de llegada.- registro de la hora y minutos en que el propietario de la mascota se acercaba a la recepción a anunciar su llegada si tenía cita ó a solicitar consulta si era paciente sin cita, según fuera el

caso.

- Inicio de consulta.- registro de la hora y minutos en que el paciente entraba al consultorio para ser atendido en consulta.
- Término de consulta.- registro de la hora y minutos en que la mascota salía del consultorio, por haber terminado su consulta o ser canalizado a otra área del hospital.
- Consultorio.- registro del consultorio donde se atendió a la mascota.
- Cita o libre.- se registraba si el paciente había solicitado cita o había sido atendido sin cita.
- Observaciones.- en este apartado se registró retraso por parte del propietario en su cita, retiro del propietario por no poder esperar más tiempo, ó si el paciente era atendido fuera del consultorio por encontrarse éste ocupado por otro paciente. (Ver anexos: Cuadros 2 y 3)

El sistema del área de consulta externa se clasificó como: de una cola, un canal y multifase. Multifase se refiere a que generalmente después de estar en consulta externa los pacientes requieren de otros servicios como exámenes clínicos de laboratorio, algún estudio de imagenología o cirugía, etc.

Por la dificultad de tomar los tiempos de permanencia en cada una de estas áreas del hospital y de cada uno de los pacientes, se evaluó sólo el sistema de consulta externa (primera fase).

Se decidió evaluar el día sábado por separado, debido a que el horario de servicio es de 4 horas al día y no de 7 horas como el resto de la semana, por lo que las tasas de servicio y de llegada para el día sábado fueron calculadas a 4 horas.

Debido a que el consultorio libre recibe clientes sin cita, encontramos días en

que son pocos clientes (entre 4 y 5), y días en que hay una excesiva demanda del servicio, pudiendo llegar hasta 10 clientes. Es, en esta última situación, que los médicos del consultorio libre deciden dividir el equipo de trabajo en dos o incluso tres, con la finalidad de atender al mismo tiempo dos o tres pacientes, unos atienden dentro del consultorio y los otros buscan un lugar donde atender a los demás, pudiendo ser algún consultorio que no se encuentre ocupado, o alguna mesa de exploración en otra área del hospital. Por esto, podemos decir que mientras los otros tres consultorios brindan servicio por 7 horas al día, el consultorio libre brinda servicio por más horas, debido a que a veces atiende hasta tres pacientes por hora. Por lo anterior, se hicieron dos evaluaciones del consultorio libre; la primera, denominada "**Consultorio libre A**", evalúa el funcionamiento del consultorio considerando que este puede atender 2 o incluso 3 pacientes por hora al mismo tiempo cuando es necesario, por lo que la tasa de llegada se encuentra calculada no a 7 horas sino a 9.4 horas, que son en promedio, el número de horas que el consultorio libre brinda servicio. Por lo que podemos decir que ésta sería la evaluación real del consultorio libre.

La segunda evaluación denominada "**Consultorio libre B**", evalúa el funcionamiento del consultorio si éste solo brindará servicio por siete horas, es decir atendiendo a un paciente por hora, por lo que la tasa de llegada se calculó a 7 horas, esta evaluación no es una medición real.

Basado en esto, se decidió utilizar el modelo de ecuaciones propuesto por Camacho Quiroz<sup>1</sup> para analizar un sistema con una cola, un canal y una población infinita.

---

<sup>1</sup> Camacho QA, Principios de Investigación de Operaciones. México: ACAESA, 1999



**PROBABILIDAD P DE HALLAR EL SISTEMA OCUPADO**

$$P = \lambda / \mu$$

Donde:

$\lambda$  = Tasa de llegada de clientes

$\mu$  = Tasa de servicio de un canal simple

**LA PROBABILIDAD DE HALLAR EL SISTEMA VACÍO U OCIOSO  $P_0$** 

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

**EL NÚMERO ESPERADO EN LA COLA  $L_q$** 

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

**EL NÚMERO ESPERADO EN EL SISTEMA  $L$** 

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

**TIEMPO ESPERADO EN LA COLA  $W_q$** 

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

**TIEMPO ESPERADO EN EL SISTEMA  $W$** 

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

La información recabada fue analizada y con ella se elaboraron promedios para la sustitución de las fórmulas.

Los promedios obtenidos fueron los siguientes:

- Promedio total del tiempo de espera requerido para ser atendidos en consulta, del tiempo en consulta, y del número de pacientes atendidos en cada uno de los consultorios, durante los 37 días de muestreo. (Ver anexos: Cuadro 4)

- Promedio total del tiempo de espera requerido para ser atendidos en consulta, del tiempo en consulta y del número de pacientes atendidos en el consultorio libre durante los 37 días. (Ver anexos: Cuadro 5)
- Promedio total, del tiempo de espera requerido para ser atendidos en consulta, del tiempo en consulta, y del número de pacientes atendidos, en cada uno de los consultorios de medicina externa, en día sábado. (Ver anexos: Cuadro 6)

Se evaluó cada consultorio por separado, debido a que todos son independientes entre sí.

## V. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Después del procesamiento de datos se obtuvo la siguiente información:

Se puede observar que el tiempo de espera para los consultorios con cita varía de 11 a 13 minutos, mientras que la duración de la consulta se encuentra en un rango de 33 a 43 minutos, siendo un promedio de 5 clientes atendidos por día en cada uno de los consultorios. (Ver anexos: Cuadro 4)

El tiempo de espera para el consultorio libre es en promedio de 44 minutos mientras que la duración de una consulta es de 55 minutos, siendo 7 clientes en promedio las atendidas en este consultorio en un día. (Ver anexos: Cuadro 5)

Por lo que se puede decir que el tiempo promedio de espera del consultorio libre (44 minutos) es muy largo en relación a los consultorios con cita (11 a 13 minutos).

En cuanto al día sábado, donde el horario de servicio es de 4 horas, el tiempo de espera varía de 14 a 18 minutos, mientras que la duración de la consulta se encuentra en un rango de 31 a 52 minutos y de 2 a 4 clientes atendidos por día en cada uno de los consultorios. (Ver anexos: Cuadro 6)

Con los promedios se obtienen los valores siguientes:

$K$  = Canales de servicio.

$\lambda$  = Tasa de llegada (número de clientes/hora)

$\mu$  = Tasa de servicio (clientes atendidos/periodo de tiempo) (Ver anexos: Cuadros 7, 8, 9, y 10)

A continuación se ejemplifica como se obtuvieron las tasas de llegada y de servicio en el consultorio 1 cuando este se rige por cita.

$K = 1$

$\lambda$  = Tasa de llegada = (número de clientes que llegan/ número de horas)

$\lambda$  = 91 clientes/161 horas totales de muestreo

$\lambda$  = 0.57 clientes que llegan por hora.

$\mu$  = Tasa de servicio = (número de clientes atendidos/hora)

$\mu$  = 60 minutos /42 minutos en promedio por consulta

$\mu$  = 1.4 clientes atendidos por hora

El consultorio uno, muestra la tasa de llegada más baja (0.57), mientras que el consultorio cuatro muestra la tasa de llegada más alta (0.89), debido a que el consultorio cuatro brinda el servicio de oftalmología el día martes en donde las consultas son más cortas y por lo tanto, se puede recibir a un mayor número de clientes, por lo que la tasa de servicio en este consultorio es también la más alta (1.82). (Ver anexos: Cuadro 7)

En el consultorio libre "A" se tiene una tasa de llegada de 0.72 clientes por hora, la cuál es menor en relación a la tasa de llegada del consultorio libre "B", ya que fue calculada a 9.4 horas de servicio.

La tasa de llegada a lo largo de 9.4 horas fue de 6.76 clientes que llegan, y la tasa de servicio fue de 10.2 clientes que pueden ser atendidos. (Ver anexos: Cuadro 8)

En el consultorio libre "B" se tiene una tasa de llegada de 0.97 clientes por hora y una tasa de servicio de 1.09 clientes por hora, la tasa de llegada fue calculada para un horario de servicio de 7 horas.

La tasa de llegada a lo largo de 7 horas fue de 6.79 clientes que llegan, y la tasa de servicio fue de 7.63 clientes que pueden ser atendidos. (Ver anexos: Cuadro 9)

En cuanto al día sábado, la tasa de llegada más baja se puede encontrar en el consultorio cuatro (0.57), mientras que el consultorio uno y dos tienen las más altas (0.93), la tasa de servicio más baja es del consultorio cuatro (1.15) y en el consultorio uno, la más alta (1.94). (Ver anexos: cuadro 10)

Una vez obtenidas las tasas de servicio y de llegada, para cada uno de los consultorios, se pueden sustituir las fórmulas requeridas.

## POR CITA

### CONSULTORIO 1

Donde:  $\lambda = 0.57$

$$\mu = 1.43$$

$$K = 1$$

#### a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.57 / 1.43$$

$$P = 0.40$$

$$P = 40 \%$$

#### b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso $P_0$

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.57 / 1.43)$$

$$P_0 = 1 - 0.40$$

$$P_0 = 0.60$$

$$P_0 = 60 \%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$** 

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.57^2 / 1.43 (1.43 - 0.57)$$

$$L_q = 0.32 / 1.43 (0.86)$$

$$L_q = 0.32 / 1.23$$

$$L_q = 0.26$$

**0.26** personas esperando servicio en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema  $L$** 

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.57 / 1.43 - 0.57$$

$$L = 0.57 / 0.86$$

$$L = 0.66$$

**0.66** personas esperando servicio en el sistema por hora.

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$** 

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.57 / 1.43 (1.43 - 0.57)$$

$$W_q = 0.57 / 1.43 (0.86)$$

$$W_q = 0.57 / 1.23$$

$$W_q = 0.46$$

**0.46 x 60 minutos = 27.60** minutos de espera en la cola.

**f) Tiempo esperado en el sistema  $W$** 

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.43 - 0.57$$

$$W = 1 / 0.86$$

$$\mathbf{W = 1.16}$$

**1.16 x 60 minutos = 69 minutos**, el tiempo de espera en el sistema..

## CONSULTORIO 2

Donde:  $\lambda = 0.62$

$$\mu = 1.28$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.62 / 1.28$$

$$\mathbf{P = 0.48}$$

$$\mathbf{P = 48 \%}$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso P<sub>0</sub>**

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.62 / 1.28)$$

$$P_0 = 1 - 0.48$$

$$\mathbf{P_0 = 0.52}$$

$$\mathbf{P_0 = 52 \%}$$

**c) El número esperado en la cola L<sub>q</sub>**

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.62^2 / 1.28 (1.28 - 0.62)$$

$$Lq = 0.38 / 1.28 (0.66)$$

$$Lq = 0.38 / 0.84$$

$$Lq = 0.45$$

**0.45** personas esperando servicio en la cola en una hora.

**d) El número esperado en el sistema L**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.62 / 1.28 - 0.62$$

$$L = 0.62 / 0.66$$

$$L = 0.94$$

**0.94** personas esperando servicio en el sistema en una hora.

**e) Tiempo esperado en la cola Wq**

$$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$Wq = 0.62 / 1.28 (1.28 - 0.62)$$

$$Wq = 0.62 / 1.28 (0.66)$$

$$Wq = 0.62 / 0.84$$

$$Wq = 0.74$$

**0.74** x 60 minutos = **44.4** minutos de espera en la cola.

**f) Tiempo esperado en el sistema W.**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.28 - 0.62$$

$$W = 1 / 0.66$$

$$W = 1.52$$



1.52 x 60 minutos = 91.2 minutos dentro del sistema.

### CONSULTORIO 3

Donde:  $\lambda = 0.63$

$$\mu = 1.54$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P.**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.63 / 1.54$$

$$P = 0.41$$

$$P = 41 \%$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$**

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.63 / 1.54)$$

$$P_0 = 1 - 0.41$$

$$P_0 = 0.59$$

$$P_0 = 59 \%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$**

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.63^2 / 1.54 (1.54 - 0.63)$$

$$L_q = 0.40 / 1.54 (0.91)$$

$$L_q = 0.40 / 1.40$$

$$L_q = 0.29$$

**0.29** personas esperando servicio en la cola en una hora

**d) El número esperado en el sistema L**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.63 / 1.54 - 0.63$$

$$L = 0.63 / 0.91$$

$$L = 0.69$$

**0.69** personas esperando en el sistema por hora

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$ .**

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.63 / 1.54 (1.54 - 0.63)$$

$$W_q = 0.63 / 1.54 (0.91)$$

$$W_q = 0.63 / 1.40$$

$$W_q = 0.45$$

**0.45** x 60 minutos = **27** minutos esperando en la cola.

**f) Tiempo esperado en el sistema  $W$ .**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.54 - 0.63$$

$$W = 1 / 0.91$$

$$W = 1.10$$

**1.10** x 60 minutos = **66** minutos esperando en el sistema

**CONSULTORIO 4**

Donde:  $\lambda = 0.89$

$$\mu = 1.82$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.89 / 1.82$$

$$P = 0.49$$

$$P = 49 \%$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$** 

$$P_0 = 1 - (0.89 / 1.82)$$

$$P_0 = 1 - (0.89 / 1.82)$$

$$P_0 = 1 - 0.49$$

$$P_0 = 0.51$$

$$P_0 = 51 \%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$** 

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.89^2 / 1.82 (1.82 - 0.89)$$

$$L_q = 0.79 / 1.82 (0.93)$$

$$L_q = 0.79 / 1.69$$

$$L_q = 0.47$$

0.47 personas esperando en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema L**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.89 / 1.82 - 0.89$$

$$L = 0.89 / 0.93$$

$$L = 0.96$$

**0.96** personas esperando en el sistema por hora

**e) Tiempo esperado en la cola Wq**

$$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$Wq = 0.89 / 1.82 (1.82 - 0.89)$$

$$Wq = 0.89 / 1.82 (0.93)$$

$$Wq = 0.89 / 1.69$$

$$Wq = 0.53$$

**0.53** x 60 minutos = **31.8** minutos esperando en la cola.

**f) Tiempo esperado en el sistema W**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.82 - 0.89$$

$$W = 1 / 0.93$$

$$W = 1.08$$

1.08 x 60 minutos = **64.8** minutos esperando en el sistema

**SÁBADO****CONSULTORIO 1**

Donde:  $\lambda = 0.93$

$$\mu = 1.94$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.93 / 1.94$$

$$P = 0.48$$

$$P = 48\%$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$**

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.93 / 1.94)$$

$$P_0 = 1 - 0.48$$

$$P_0 = 0.52$$

$$P_0 = 52\%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$**

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.93^2 / 1.94 (1.94 - 0.93)$$

$$L_q = 0.86 / 1.94 (1.01)$$

$$L_q = 0.86 / 1.96$$

$$L_q = 0.44$$

**0.44** personas esperando en la cola en una hora

**d) El número esperado en el sistema L**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.93 / 1.94 - 0.93$$

$$L = 0.93 / 1.01$$

$$L = 0.92$$

0.92 personas esperando en el sistema en una hora

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$**

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.93 / 1.94 (1.94 - 0.93)$$

$$W_q = 0.93 / 1.94 (1.01)$$

$$W_q = 0.93 / 1.96$$

$$W_q = 0.47$$

0.47 x 60 minutos = 28.2 minutos esperando en la fila.

**f) Tiempo esperado en el sistema  $W$**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.94 - 0.93$$

$$W = 1 / 1.01$$

$$W = 0.99$$

0.99 x 60 minutos = 59.4 minutos esperando en el sistema.

**CONSULTORIO 2**

Donde:  $\lambda = 0.93$

$$\mu = 1.46$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado  $P$**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.93 / 1.46$$

$$P = 0.64$$

$$P = 64\%$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$**

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.93 / 1.46)$$

$$P_0 = 1 - 0.64$$

$$P_0 = 0.36$$

$$P_0 = 36\%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$**

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.93^2 / 1.46 (1.46 - 0.93)$$

$$L_q = 0.86 / 1.46 (0.53)$$

$$L_q = 0.86 / 0.77$$

$$L_q = 1.12$$

**1.12** personas esperando en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema  $L$**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.93 / 1.46 - 0.93$$

$$L = 0.93 / 0.53$$

$$L = 1.75$$

**1.75** personas esperando en el sistema por hora.

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$** 

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.93 / 1.46 (1.46 - 0.93)$$

$$W_q = 0.93 / 1.46 (0.53)$$

$$W_q = 0.93 / 0.77$$

$$\mathbf{W_q = 1.21}$$

**1.21 x 60 minutos = 72.6 minutos esperando en la cola.**

**f) Tiempo esperado en el sistema  $W$** 

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.46 - 0.93$$

$$W = 1 / 0.53$$

$$\mathbf{W = 1.89}$$

**1.89 x 60 minutos = 113.4 minutos esperando en el sistema.**

**CONSULTORIO 3**

Donde:  $\lambda = 0.68$

$$\mu = 1.18$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado  $P$** 

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.68 / 1.18$$

$$\mathbf{P = 0.58}$$

$$\mathbf{P = 58\%}$$



**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$** 

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.68 / 1.18)$$

$$P_0 = 1 - 0.58$$

$$P_0 = 0.42$$

$$P_0 = 42\%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$** 

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.68^2 / 1.18 (1.18 - 0.68)$$

$$L_q = 0.46 / 1.18 (0.50)$$

$$L_q = 0.46 / 0.59$$

$$L_q = 0.78$$

0.78 personas esperando en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema  $L$** 

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.68 / 1.18 - 0.68$$

$$L = 0.68 / 0.50$$

$$L = 1.36$$

1.36 personas esperando en el sistema por hora.

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$** 

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.68 / 1.18 (1.18 - 0.68)$$

$$Wq = 0.68 / 1.18 \text{ (0.50)}$$

$$Wq = 0.68 / 0.59$$

$$\mathbf{Wq = 1.15}$$

**1.15 x 60 minutos = 69 minutos** esperando en la cola.

**f) Tiempo esperado en el sistema W**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.18 - 0.68$$

$$W = 1 / 0.50$$

$$\mathbf{W = 2}$$

**2 x 60 minutos = 120 minutos** de espera en el sistema.

**CONSULTORIO 4**

Donde:  $\lambda = 0.57$

$$\mu = 1.15$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.57 / 1.15$$

$$\mathbf{P = 0.50}$$

$$\mathbf{P = 50\%}$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$**

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.57 / 1.15)$$

$$P_0 = 1 - 0.50$$

$$P_0 = 0.50$$

$$P_0 = 50\%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$**

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.57^2 / 1.15 (1.15 - 0.57)$$

$$L_q = 0.32 / 1.15 (0.58)$$

$$L_q = 0.32 / 0.67$$

$$L_q = 0.48$$

**0.48** personas esperando en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema  $L$**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.57 / 1.15 - 0.57$$

$$L = 0.57 / 0.58$$

$$L = 0.98$$

**0.98** personas esperando en el sistema por hora.

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$**

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.57 / 1.15 (1.15 - 0.57)$$

$$W_q = 0.57 / 1.15 (0.58)$$

$$W_q = 0.57 / 0.67$$

$$W_q = 0.85$$

$0.85 \times 60$  minutos = **51** minutos esperando en la cola.

**f) Tiempo esperado en el sistema W**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.15 - 0.57$$

$$W = 1 / 0.58$$

$$\mathbf{W = 1.72}$$

$1.72 \times 60$  minutos = **103.2** minutos esperando en el sistema.

## CONSULTORIO LIBRE

### CONSULTORIO LIBRE "A"

Donde:  $\lambda = 0.72$

$$\mu = 1.09$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.72 / 1.09$$

$$\mathbf{P = 0.66}$$

$$\mathbf{P = 66\%}$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$**

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.72 / 1.09)$$

$$P_0 = 1 - 0.66$$

$$P_0 = 0.34$$

$$P_0 = 34\%$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$**

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.72^2 / 1.09 (1.09 - 0.72)$$

$$L_q = 0.52 / 1.09 (0.37)$$

$$L_q = 0.52 / 0.40$$

$$L_q = 1.3$$

1.3 personas esperando en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema  $L$**

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.72 / 1.09 - 0.72$$

$$L = 0.72 / 0.37$$

$$L = 1.94$$

1.94 personas esperando en el sistema por hora.

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$**

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.72 / 1.09 (1.09 - 0.72)$$

$$W_q = 0.72 / 1.09 (0.37)$$

$$W_q = 0.72 / 0.40$$

$$W_q = 1.8$$

1.8 x 60 minutos = 108 minutos esperando en la cola

**f) Tiempo esperado en el sistema W**

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.09 - 0.72$$

$$W = 1 / 0.37$$

$$\mathbf{W = 2.70}$$

**2.70** x 60 minutos = **162** minutos esperando en el sistema

**CONSULTORIO LIBRE “ B”**

Donde:  $\lambda = 0.97$

$$\mu = 1.09$$

$$K = 1$$

**a) Probabilidad de hallar el sistema ocupado P**

$$P = \lambda / \mu$$

$$P = 0.97 / 1.09$$

$$\mathbf{P = 0.89}$$

$$\mathbf{P = 89\%}$$

**b) La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso  $P_0$** 

$$P_0 = 1 - (\lambda / \mu)$$

$$P_0 = 1 - (0.97 / 1.09)$$

$$P_0 = 1 - 0.89$$

$$\mathbf{P_0 = 0.11}$$

$$\mathbf{P_0 = 11\%}$$

**c) El número esperado en la cola  $L_q$** 

$$L_q = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda)$$

$$L_q = 0.97^2 / 1.09 (1.09 - 0.97)$$

$$L_q = 0.94 / 1.09 (0.12)$$

$$L_q = 0.94 / 0.13$$

$$L_q = 7.23$$

7.23 personas esperando en la cola por hora.

**d) El número esperado en el sistema  $L$** 

$$L = \lambda / \mu - \lambda$$

$$L = 0.97 / 1.09 - 0.97$$

$$L = 0.97 / 0.12$$

$$L = 8.08$$

8.08 personas esperando en el sistema por hora.

**e) Tiempo esperado en la cola  $W_q$** 

$$W_q = \lambda / \mu (\mu - \lambda)$$

$$W_q = 0.97 / 1.09 (1.09 - 0.97)$$

$$W_q = 0.97 / 1.09 (0.12)$$

$$W_q = 0.97 / 0.13$$

$$W_q = 7.46$$

7.46 x 60 minutos = 447.6 minutos esperando en la cola

**f) Tiempo esperado en el sistema  $W$** 

$$W = 1 / \mu - \lambda$$

$$W = 1 / 1.09 - 0.97$$

$$W = 1 / 0.12$$

$$W = 8.33$$

$$8.33 \times 60 \text{ minutos} = 499.8 \text{ minutos esperando en el sistema}$$

Respecto a los consultorios por cita, se puede apreciar que la probabilidad de encontrar el sistema ocupado va de un rango de 40 a 49% y la probabilidad de hallar el sistema vacío va de 51 al 60%, esto indica que hay cierta uniformidad en el sistema para los cuatro consultorios. Aunado a esto, el tiempo promedio esperado en el sistema para los cuatro consultorios es de 1.13 horas. (Ver anexos: Cuadro 11)

En relación a la atención de los días sábados, se observa que la probabilidad de encontrar el sistema ocupado va de 48 a 64%, y la probabilidad de hallar el sistema vacío va de 36 a 52%, por lo que no es tan uniforme que los anteriores. El tiempo esperado en el sistema es de 1.6 horas en promedio, este tiempo es similar a al tiempo empleado en los consultorios por cita. (Ver anexos: Cuadro 11)

En cuanto al consultorio libre, el denominado "A" muestra que la probabilidad de encontrar el sistema ocupado es de 66% y la de encontrar el sistema vacío es de 34%, el tiempo esperado en el sistema 2.7 horas. El denominado "B" muestra que la probabilidad de encontrar el sistema ocupado es de 89% y la de encontrar el sistema vacío es de 11%, el tiempo esperado en el sistema 8.33 horas. Esta diferencia tan grande, se debe a que esta evaluación se realizó considerando que el consultorio se abre al público durante 7 horas, si comparamos los resultados con este tiempo, observaremos que no se puede



cumplir con el tiempo de servicio debido a que el tiempo de espera en el sistema es de 8.33 horas y sólo disponemos de 7 horas; lo que en realidad sucede, es que el consultorio libre se divide constantemente en dos o tres equipos de trabajo lo que habla de que operativamente son dos o tres consultorios libres. (Ver anexos: Cuadro 11)

## VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para mejorar el desempeño de un sistema, se debe hablar de optimización, esto se puede lograr buscando un punto de equilibrio entre la tasa de llegada y la tasa de servicio.

En éste caso, no se puede modificar la tasa de llegada, es decir, no se puede controlar el arribo de los clientes al hospital; sin embargo, sí se puede modificar la tasa de servicio cambiando las condiciones físicas del área de consulta externa, por ejemplo, aumentando el número de servidores (consultorios).

Se puede concluir que, el sistema de funcionamiento en consultorio por cita es aceptable ya que, el tiempo promedio esperado en el sistema es de 1.13 horas, sin embargo, es importante tomar en cuenta que este tiempo es factible de reducirse.

Respecto al consultorio libre, el tiempo promedio esperado en el sistema es de 2.7 horas, aún cuando el consultorio libre se divide en muchas ocasiones en dos o hasta tres equipos de trabajo que es equivalente a decir que están operando uno o dos consultorios más, de lo contrario, el tiempo sería mucho mayor.

Se puede observar que el tiempo empleado en el consultorio libre excede casi al doble del tiempo esperado en los consultorios por cita.

Por lo anterior, se pueden hacer las siguientes recomendaciones

- Creación como mínimo de otro consultorio libre.
- Que en los días de atención a pacientes de fauna silvestre uno de los consultorios libres atienda sólo a pacientes de fauna silvestre y el otro atienda sólo a perros y gatos.

- No aceptar pacientes con retardo de más de 20 minutos, para no afectar a la cola.

Los días sábados, el tiempo promedio esperado en el sistema es de 1.6 horas que es similar al tiempo de consultorios por cita durante la semana, por lo que se puede concluir que es un tiempo aceptable, sin embargo, es posible también reducir este tiempo si se incrementa el número de servidores.

La aplicación de esta teoría puede ser de gran valor en la actualidad en las áreas de optimización y planeación futura de diversos sistemas de colas.

## VII. LITERATURA CITADA

1. Biblioteca de Consulta Microsoft® Encarta® 2003. © 1993-2002 Microsoft Corporation.
2. Blanck J.I. El maravilloso mundo de los perros. México: UNAM. 1989
3. Historia del perro. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://www.páginas.amarillas.infoguía.net/InfoMascotas/histmasc/histper.htm>
4. Historia del gato. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://www.páginasamarillas.infoguía.net/InfoMascotas/histmasc/histgato.htm>
5. Visión veterinaria: Breve historia de la veterinaria. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://www.visionveterinaria.com/historia/01sep2001.htm>
6. Sasieni MW, Yaspan A. Investigación de operaciones. México: Limusa, 1967.
7. Bronson R. Investigación de operaciones. México: Mc Graw Hill, 1993.
8. Buffa S. Ciencias de la administración e investigación de operaciones México: Limusa, 1983
9. Teoría de colas. (Citado septiembre 2003) disponible en:  
<http://www.lcc.uma.es/~eva/asignaturas/tct/zaragoza.pdf>
10. Departamento de Ingeniería Eléctrica – Universidad de Concepción: Modelo de tráfico según Erlang. (Citado Septiembre 2003) disponible en:  
<http://www.die.udec.cl/~comdatos/trabajos/Erlang.PDF>
11. Ackoff RL. Fundamentos de investigación de operaciones. México: Limusa, 1971.
12. Instituto Tecnológico de la Paz. Tutoriales: Investigación de operaciones

2. Líneas de espera. (Serie en línea) (Citado Septiembre 2003) disponible en:  
<http://www.itlp.edu.mx/publica/tutoriales/investoper2/tema32.htm>
13. Camacho QA, Principios de investigación de operaciones. México: ACAESA, 1999.
14. Enciclopedia multimedia virtual en Internet de economía: La teoría de colas. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://www.enmed.net/coursecon/dic/oc/colas.htm>
15. Características de un sistema de colas. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://www.um.es/or/ampliacion/node3.html>
16. Seminario de investigación de operaciones: Teoría de colas o líneas de espera. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://utenti.lycos.it/investigacion/prologo.html>
17. Ambriz VV. Teoría de colas como herramienta en la optimización de un sistema real: El caso de la sala de ordeño del Rancho Guadalupe ubicado en el municipio de San Juan del Río, Querétaro. (Tesis de licenciatura) DF. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2003.
18. Queuening Theory. (Citado Agosto 2004) disponible en:  
<http://keskus.huf.fi/opetus/s38143/2000/lectures.shtml>
19. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín: Introducción a la teoría de colas. (Citado Julio 2004) disponible en:  
[http://www.investigación\\_operaciones.com/Curso\\_inv\\_Oper\\_carpetas/Clase7\\_II.pdf](http://www.investigación_operaciones.com/Curso_inv_Oper_carpetas/Clase7_II.pdf)
20. M. Sc. Ing. Marrero Fernando. Herramientas para la toma de decisiones:

La teoría de colas. (Citado Julio 2004) disponible en:

<http://fmarrerodelgado.galeon.com/colas.html>

21. Anderson R.D. Estadística básica para estudiantes de economía y otras ciencias sociales. México: Thomson editores. 1999.
22. Guerrero G.V.M. Estadística básica para estudiantes de economía y otras ciencias sociales. México: FCE. 1989.
23. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia: Departamento de Pequeñas Especies. (Citado Julio 2004) disponible en:  
<http://www.fmvz.unam.mx/fmvz/departamentos/pequenas/servicios.htm>

## VIII. ANEXOS

CUADRO 1. Ejemplos de sistema de colas

<i>Situación</i>	<i>Llegadas</i>	<i>Cola</i>	<i>Mecanismo de Servicio</i>
Pago de tarjeta	Clientes banco	Sala de espera o fila	Cajeros
Lavado de carros	Autos	Autos sucios	Mecanismo de lavado
Mantenimiento y reparación de máquinas	Máquinas descompuestas	Máquinas en el taller de reparaciones	Técnico que repara las máquinas
Fábrica	Piezas para ensamblar	Inventario en proceso	Estación de trabajo.
Cartas de negocios	Notas de dictado	Cartas para mecanografiar	Secretaria
Hospital	Pacientes	Personas que esperan servicio	Atención médica en el hospital
Clínica Veterinaria	Pacientes	Animales enfermos	Consultas

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 2. Formato usado para la captura de datos.**

Fecha: \_\_\_\_\_  
 Inicio: \_\_\_\_\_  
 Final: \_\_\_\_\_

Consultorio libre \_\_\_\_\_  
 Especialidad \_\_\_\_\_

Paciente	Raza	Hora de llegada	Inicio consulta	Termino consulta	Consultorio	Cita ó libre	Observaciones
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 3. Formato usado para la captura de datos.**

Fecha: Lunes 24 de noviembre de 2004.  
 Inicio: 10 horas.  
 Final: 17:00 horas.

Consultorio libre: 4  
 Especialidad: Etología

Paciente	Raza	Hora de llegada	Inicio consulta	Termino consulta	Consultorio	Cita ó libre	Observaciones
1	Poodle	10:00	10:14	10:57	4	Libre	
2	Bóxer	10:54	11:00	11:38	4	Libre	
3	Poodle	10:55	11:00	11:14	3	Cita	
4	T. Escocés	11:05	12:27	13:12	4	Libre	
5	P. alemán	11:20	11:45	12:25	4	Libre	Atienden fuera
6	Rottweiler	11:45	11:52	12:55	3	Cita	
7	Chihuahua	12:00	12:04	13:20	2	Cita	
8	Poodle	12:48	12:57	13:46	1	Cita	
9	Schnauzer m.	13:45	14:02	14:52	1	Cita	
10	C. Spaniel	14:10	14:14	15:15	4	Libre	
11	C. Spaniel	14:19	15:10	15:44	4	Libre	Atienden fuera
12	M. doméstico	14:47	15:12	15:42	1	Cita	
13	Schnauzer m.	14:51	14:55	15:11	1	Cita	
14	Samoyedo	14:30	15:40	16:56	4	Libre	
15	Schnauzer	15:10	SE	FUE			Abandono
16	Samoyedo	15:15	15:17	15:38	3	Cita	
17	Shih tzu	15:27	15:30	16:32	2	Cita	Cita a las 15:00
18	Schnauzer	15:50	16:05	16:34	2	Cita	Atienden fuera
19	M. doméstico	15:52	15:54	16:32	3	Cita	
20	Poodle	15:57	16:05	16:37	2	Cita	Atienden fuera
21							

Fuente: Elaboración propia.



**CUADRO 4 . Concentración de los promedios obtenidos: tiempo de espera, duración de la consulta y clientes por día, durante los 37 días de muestreo, en los consultorios por cita.**

<b>PROMEDIO: POR CITA</b>	
<b>Consultorio 1</b>	
Promedio del tiempo de espera	11 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	1 hora 35 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	42 minutos
Tiempo mínimo	13 minutos
Tiempo máximo	2 horas 7 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	4.6 clientes
<b>Consultorio 2</b>	
Promedio del tiempo de espera	13 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	1 hora 48 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	47 minutos
Tiempo mínimo	15 minutos
Tiempo máximo	4 horas 12 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	4.5 clientes
<b>Consultorio 3</b>	
Promedio del tiempo de espera	11 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	57 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	39 minutos
Tiempo mínimo	11 minutos
Tiempo máximo	1 hora 57 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	4.4 clientes
<b>Consultorio 4</b>	
Promedio del tiempo de espera	12 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	1 hora 26 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	33 minutos
Tiempo mínimo	11 minutos
Tiempo máximo	1 hora 43 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	5.4 clientes

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 5. Concentración de los promedios obtenidos: tiempo de espera, duración de la consulta y clientes por día, en el consultorio libre.**

<b>PROMEDIO: CONSULTORIO LIBRE</b>	
<b>Consultorio Libre</b>	
Promedio del tiempo de espera	44 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	3 horas 51 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	55 minutos
Tiempo mínimo	15 minutos
Tiempo máximo	4 horas 4 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	6.8 clientes

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 6. Concentración de los promedios obtenidos: tiempo de espera, duración de la consulta y clientes por día en consulta los días sábado.**

<b>PROMEDIO SÁBADOS</b>	
<b>Consultorio 1</b>	
Promedio del tiempo de espera	14 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	40 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	31 minutos
Tiempo mínimo	13 minutos
Tiempo máximo	1 hora 1 minuto
Promedio del número de clientes en consulta	3.7 clientes
<b>Consultorio 2</b>	
Promedio del tiempo de espera	17 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	2 horas 22 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	41 minutos
Tiempo mínimo	25 minutos
Tiempo máximo	1 hora 1 minuto
Promedio del número de clientes en consulta	3.5 clientes
<b>Consultorio 3</b>	
Promedio del tiempo de espera	18 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	39 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	51 minutos
Tiempo mínimo	8 minutos
Tiempo máximo	2 horas 8 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	2.7 clientes
<b>Consultorio 4</b>	
Promedio del tiempo de espera	14 minutos
Tiempo mínimo	0 minutos
Tiempo máximo	42 minutos
Promedio del tiempo de duración de consulta	52 minutos
Tiempo mínimo	15 minutos
Tiempo máximo	1 hora 30 minutos
Promedio del número de clientes en consulta	2 clientes

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 7. Tasa de llegada y tasa de servicio por hora, y número de canales para cada uno de los consultorios por cita.**

Consultorio		1	2	3	4
Tasa de llegada	$\lambda$	0.57/hora 4 clientes/día	0.62/hora 4 clientes/día	0.63/hora 4 clientes/día	0.89/hora 6 clientes/día
Tasa de servicio	$\mu$	1.43/hora 10 clientes/día	1.28/hora 9 clientes/día	1.54/hora 11 clientes/día	1.82/hora 13 clientes/día
No. de canales	$k$	1	1	1	1

Fuente Elaboración propia.

**CUADRO 8. Tasa de llegada, servicio y número de canales para el consultorio libre "A" considerando un día de 9.4 horas**

Tasa de llegada	$\lambda$	0.72/hora 7 clientes/día
Tasa de servicio	$\mu$	1.09/hora 10 clientes/día
No. de canales	$k$	1

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 9. Tasa de llegada, servicio y número de canales para el consultorio libre "B", considerando un día de 7 horas**

Tasa de llegada	$\lambda$	0.97/hora 7 clientes/día
Tasa de servicio	$\mu$	1.09/hora 8 clientes/día
No. de canales	$k$	1

Fuente: Elaboración propia.

**CUADRO 10. Tasa de llegada, servicio y número de canales para cada uno de los consultorios en día sábado, considerando el día de 4 horas.**

Consultorio		1	2	3	4
Tasa de llegada	$\lambda$	0.93/hora 3.72 clientes/día	0.93/hora 3.72 clientes/día	0.68/hora 2.72 clientes/día	0.57/hora 2.28 clientes/día
Tasa de servicio	$\mu$	1.94/hora 7.76 clientes/día	1.46/hora 5.84 clientes/día	1.18/hora 4.72 clientes/día	1.15/hora 4.6 clientes por día
No. de canales	$k$	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 11. Tabla de resultados.

	P	P <sub>0</sub>	L <sub>q</sub>	L	W <sub>q</sub>	W
<b>Consultorios por cita.</b>						
Consultorio 1	40%	60%	0.26 clientes en la cola /hora 2 clientes/día	0.66 clientes en el sistema / hora 5 clientes/día	0.46 hrs. 27.6 min.	1.16 hrs. 69 min.
Consultorio 2	48%	52%	0.45 clientes en la cola /hora 3 clientes/día	0.94 clientes en el sistema / hora 7 clientes/día	0.74 hrs. 44.4 min.	1.52 hrs. 91.2 min.
Consultorio 3	41%	59%	0.29 clientes en la cola /hora 2 clientes/día	0.69 clientes en el sistema / hora 5 clientes/día	0.45hrs. 27 min.	1.10 hrs. 66 min.
Consultorio 4	49%	51%	0.47 clientes en la cola /hora 3 clientes/día	0.96 clientes en el sistema / hora 7 clientes/día	0.53 hrs. 31.8 min.	1.08 hrs. 64.8 min.
<b>SÁBADOS</b>						
Consultorio 1	48%	52%	0.44 clientes en la cola /hora 2 clientes/día	0.92 clientes en el sistema / hora 4 clientes/día	0.47 hrs. 28.2 min.	0.99 hrs. 59.4 min.
Consultorio 2	64%	36%	1.12 clientes en la cola/hora 4 clientes/día	1.75 clientes en el sistema / hora 7 clientes/día	1.21 hrs. 72.6 min.	1.89 hrs. 113.4 min.
Consultorio 3	58%	42%	0.78 clientes en la cola /hora 3 clientes/día	1.36 clientes en el sistema / hora 5 clientes/día	1.15 hrs. 69 min.	2 hrs. 120 min.
Consultorio 4	50%	50%	0.48 clientes en la cola /hora 2 clientes/día	0.98 clientes en el sistema / hora 4 clientes/día	0.85 hrs. 51 min.	1.72 hrs. 103.2 min.
<b>CONSULTORIO LIBRE</b>						
Consultorio libre A	66%	34%	1.3 clientes en la cola /hora 12 clientes/día	1.94 clientes en el sistema / hora 18 clientes/día	1.8 hrs. 108 min.	2.7 hrs. 162 min.
Consultorio libre B	89%	11%	7.23 clientes en la cola /hora 51 clientes/día	8.08 clientes en el sistema / hora	7.46 hrs. 447.6 min.	8.33 hrs. 499.8 min.

P Probabilidad de hallar el sistema ocupado

P<sub>0</sub> Probabilidad de hallar el sistema vacío

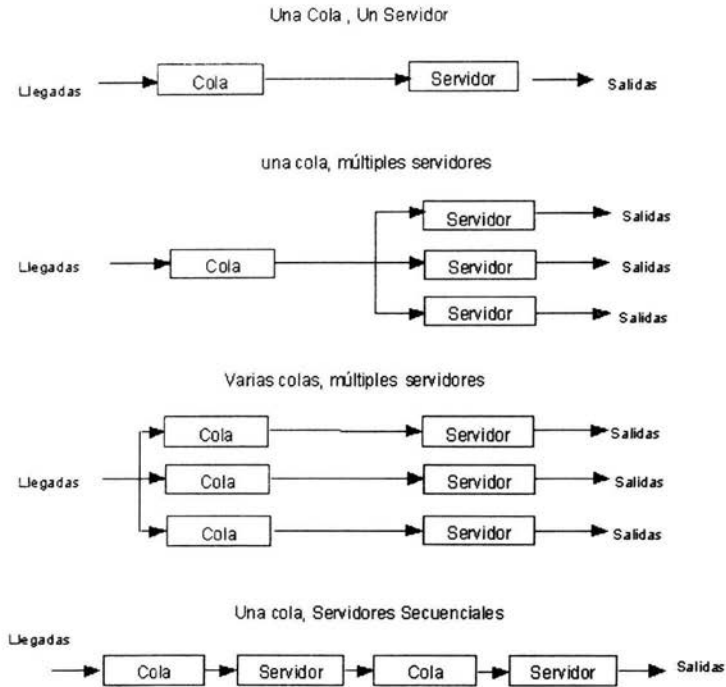
L<sub>q</sub> Número esperado en la cola

L Número esperado en el sistema

W<sub>q</sub> Tiempo esperado en la fila

W. Tiempo esperado en el sistema.

Figura 1. Tipo de sistemas de colas.



Fuente: Teoría de colas. (Citado septiembre 2003) disponible en:  
<http://www.lcc.uma.es/~eva/ asignaturas/tct/zaragoza.pdf>