



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

ANALISIS EXPERIMENTAL DE LA  
COMPACTACION DE MATERIALES  
GRANULARES SOMETIDOS A VIBRACION

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO GEOFISICO  
P R E S E N T A :  
LETICIA ITZEL ROSAS QUEZADA

DIRECTOR DE TESIS  
DR. ROBERTO ZENIT CAMACHO



MEXICO, D. F.

NOVIEMBRE 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCIÓN  
60-I-1154

**SRITA. LETICIA ITZEL ROSAS QUEZADA**  
**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Dr. José Roberto Zenit Camacho y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geofísico:

**ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE LA COMPACTACIÓN DE MATERIALES  
GRANULARES SOMETIDOS A VIBRACIÓN**

	<b>RESUMEN</b>
<b>I</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>
<b>II</b>	<b>DISEÑO EXPERIMENTAL</b>
<b>III</b>	<b>RESULTADOS</b>
<b>IV</b>	<b>CONCLUSIONES</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

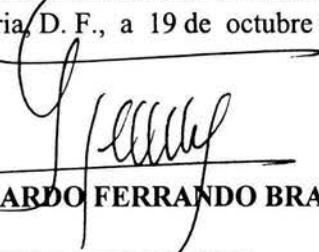
Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

**“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”**

Cd. Universitaria, D. F., a 19 de octubre de 2004

EL DIRECTOR

  
M. en C. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB\*JAGC\*gtg

**Análisis experimental de la compactación  
de materiales granulares sometidos a  
vibración**

**Leticia Itzel Rosas Quezada**  
Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional Autónoma de México

Director de tesis:  
Dr. Roberto Zenit Camacho

Noviembre de 2004

*Y yo pregunto a los economistas políticos, a los moralistas, si han calculado el número de individuos que es necesario condenar a la miseria, al trabajo desproporcionado, a la desmoralización, a la infancia, a la ignorancia crapulosa, a la desgracia invencible, a la penuria absoluta, para producir un rico.*

ALMEIDA GARRET



# Agradecimientos

Quiero expresar mis más profunda gratitud a la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme abierto sus puertas y brindarme la generosa educación.

A mis padres (Darío y Leticia) y hermanos (Carlos, Enrique y Laura) con mucho amor, por el cariño y la compañía sincera. A mi cuñada Minerva por ser una hermana también.

A la familia Alcaraz (Roberto, María Elena, Robe y Omar) por la amistad y el afecto francos. Tú sabes Robe, por tanto amor, comprensión y años de convivencia, más los que haya por venir. También te agradezco haber mejorado este trabajo en mil formas.

Un agradecimiento especial y afable a las familias Rosas, Quezada y Fuentes por su apoyo en toda circunstancia.

A mi director de tesis Roberto Zenit y a Guillermo Pulos por haberme asesorado en este trabajo y por su buena amistad. A mis sinodales Pablo Padilla, Martín Cárdenas y Ricardo Castrejón por dedicar su valioso tiempo en hacerme recomendaciones sobre esta tesis.

A los cuates de carrera (Luis, Mario, Lety, Dulce, Gerardo, etc.) por el buen cotorreo.

A los cuates del IIM (Carlos, Miguel Angel, Julián, Juan, Gerardo, Violeta, Panchito, Eréndira, Manuel, León, Daniel, Felipe, Néstor, Paulo, Gilberto, Mauricio, Andrea, Víctor, Irian, Enrique, Liber, Marco, Bernardo) por el apoyo técnico y moral.



# Resumen

Esta tesis trata sobre el proceso de compactación de los materiales granulares cuando son sometidos a vibración; por materiales granulares entendemos sistemas de partículas sólidas.

Los materiales granulares fueron contenidos en recipientes y vibrados con la ayuda de una prensa hidráulica, con diferentes intensidades de vibración. De esos experimentos se calculó la fracción volumétrica de los sólidos o partículas, la cual se graficó como función de la intensidad de vibración. Asimismo, se calculó la fracción volumétrica como función del número de ciclos de vibración. También, se realizaron pruebas agregando agua al material para comparar el comportamiento de los granulares cuando el fluido intersticial cambia. Por otra parte, se realizaron experimentos de visualización para observar cualitativamente la configuración de las partículas, su reacomodo y sus velocidades, para relacionarlas con el fenómeno de compactación.

Los resultados obtenidos muestran que la compactación es un proceso muy complejo, que se origina a partir de defectos de empacamiento y que, en general, progresa de un estado inicial mal empacado hacia un estado final con mayor densidad.



# Índice general

	I
Agradecimientos	III
Resumen	V
Índice general	VII
Índice de figuras	1
<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
1.1. Materiales granulares . . . . .	5
1.1.1. Importancia de su estudio . . . . .	6
1.1.2. Los materiales granulares y la Geofísica . . . . .	7
1.2. Mecánica granular . . . . .	8
1.3. Vibración de materiales granulares . . . . .	9
1.4. Compactación de materiales granulares . . . . .	10
1.4.1. Empacamiento de partículas . . . . .	11
1.4.2. Factores que afectan la densidad de empacamiento . . . . .	15
1.4.3. Fracción volumétrica de sólidos $\rho$ . . . . .	21
1.5. Investigaciones previas . . . . .	22
1.6. Objetivos de investigación . . . . .	26
<b>2. Diseño experimental</b>	<b>27</b>
2.1. La fracción volumétrica de un material granular contenido en un cilindro . . . . .	28
2.1.1. Componentes del sistema . . . . .	30
2.1.2. Pruebas . . . . .	35
2.2. La fracción volumétrica y análisis de imágenes de un material granular contenido en un recipiente rectangular . . . . .	37

---

2.2.1. Componentes del sistema . . . . .	38
2.2.2. Pruebas . . . . .	41
<b>3. Resultados</b>	<b>43</b>
3.1. La fracción volumétrica de un material granular contenido en un cilindro . . . . .	43
3.1.1. Fluido intersticial aire . . . . .	43
3.1.2. Fluido intersticial agua . . . . .	49
3.1.3. Comparación de los comportamientos de las series $D/d$ cuando el fluido intersticial es aire y agua . . . . .	52
3.2. La fracción volumétrica de un material granular contenido en un recipiente rectangular . . . . .	60
3.2.1. Análisis de imágenes . . . . .	60
<b>4. Conclusiones</b>	<b>71</b>
4.1. Trabajo a futuro . . . . .	74
<b>Bibliografía</b>	<b>77</b>

# Índice de figuras

1.1. Los seis casos de empaquetamiento esférico [9]. . . . .	12
1.2. Ejemplos de empaquetamiento cúbico y romboheral, respectivamente. Tomado de slb.com . . . . .	13
1.3. La porosidad como una función del número de contactos por esfera [9]. . . . .	14
1.4. Coeficientes de restitución de varios materiales [9]. . . . .	16
1.5. La relación entre la densidad de empaquetamiento y la resistencia [9]. . . . .	17
1.6. Variación de la mejora de empaquetamiento para distintas alturas de caída e intensidad de depósito de 1400 partículas por segundo por $\text{in}^2$ [9]. . . . .	18
1.7. Fracción de huecos en una capa uniforme de esferas para $D/d=14.1$ y $D/d=20.3$ [9]. . . . .	19
1.8. Efecto del tamaño del contenedor en la eficiencia del empaquetamiento para esferas de igual tamaño [9]. . . . .	20
1.9. Porosidad como función del tamaño de la partícula [9]. . . . .	21
1.10. Dibujo esquemático del aparato mostrando el contenedor cilíndrico y las cuatro alturas de medición [6]. . . . .	22
1.11. Fracción de empaquetamiento para la altura 4 en función del número de golpes $t$ , para $\Gamma=1.4, 1.8, 2.3, 2.7$ y $5.4$ [6]. . . . .	23
1.12. Fracción de empaquetamiento para la altura 2 en función del número de golpes $t$ , para $\Gamma=1.4, 1.8, 2.3$ y $2.7$ [6]. . . . .	24
1.13. Dependencia de la fracción de empaquetamiento para $\Gamma=1.8$ , obtenida desde las alturas 2, 3 y 4 [6]. . . . .	24
1.14. Cambio en la fracción de empaquetamiento luego de 10000 golpes como función de la aceleración [6]. . . . .	25
2.1. Se muestra al contenedor cilíndrico montado en la prensa hidráulica MTS. . . . .	29

2.2. Las esferas de vidrio de 6, 4 y 3 mm. . . . .	30
2.3. Los dos contenedores cilíndricos $D=0.0365$ m y $D=0.0500$ m, respectivamente. . . . .	31
2.4. Prensa hidráulica MTS. . . . .	32
2.5. Controlador MTS 407. . . . .	33
2.6. Panel de control del instrumento virtual square1.vi. . . . .	34
2.7. Se muestra el recipiente rectangular montado en la prensa hidráulica MTS, así como la cámara de alta velocidad. . . . .	37
2.8. Recipientes rectangulares para las esferas de 3, 6 y 4 mm, respectivamente. . . . .	38
2.9. Cámara MotionScope REDLAKE. . . . .	39
2.10. Interfase gráfica del FlowMap. . . . .	40
3.1. Las gráficas corresponden a la serie de experimentos $D/d=6.08$ , y exponen los valores de $\rho$ para cada $\Gamma$ . . . . .	44
3.2. Gráfica que muestra la variación de $\rho$ cuando se repiten experimentos bajo condiciones iniciales similares. . . . .	45
3.3. Gráficas de $\rho$ en función de $\Gamma$ para los distintos $D/d$ , en escala natural (a) y escala logarítmica (b). . . . .	46
3.4. Gráfica de $\rho$ en función de $\Gamma$ para los $D/d$ correspondientes a las esferas de 3 y 6 mm. . . . .	47
3.5. La gráfica expone una comparación de $\rho$ entre los valores $D/d$ , cuando fueron sometidas a una intensidad de vibración $\Gamma$ , en función del número de ciclos de vibración. . . . .	48
3.6. Gráficas de $\rho$ en función de $\Gamma$ para los distintos $D/d$ , en escala natural (a) y escala logarítmica (b). . . . .	50
3.7. Gráfica de $\rho$ en función de $\Gamma$ para los $D/d$ correspondientes a las esferas de 3 y 6 mm. . . . .	51
3.8. La gráfica compara las seis series $D/d$ , cuando fueron sometidas a una intensidad de vibración $\Gamma$ , en función del número de ciclos de vibración. . . . .	52
3.9. Gráficas de $\rho$ como función $\Gamma$ para cada $D/d$ , para los dos fluidos intersticiales. . . . .	55
3.10. Gráficas de $\rho$ como función del número de ciclos para cada $D/d$ , para los dos fluidos intersticiales. . . . .	59
3.11. Gráfica de $\rho$ en función de $\Gamma$ para los tres tipos de partículas. . . . .	60

3.12. Fotografías de las partículas de 3 mm mientras vibran con una intensidad de  $\Gamma=0.040$ ; empalmado se encuentra el campo de velocidades respectivo. La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de las ventanas es de  $29d \times 33d$ . . . . . 61

3.13. Secuencia de fotografías de las partículas de 3mm con su campo de velocidades correspondiente, sometidas a  $\Gamma=0.010$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de las ventanas es de  $29d \times 33d$ . Las ventanas inferiores corresponden a acercamientos de la secuencia. . . . . 62

3.14. Experimento con partículas de 3 mm sometidas a una vibración de  $\Gamma=0.127$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $29d \times 33d$ . . 63

3.15. Experimento con partículas de 3 mm sometidas a una vibración de  $\Gamma=0.081$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $29d \times 33d$ . . 64

3.16. Fotografías del experimento con partículas de 3 mm sometidas a una vibración de  $\Gamma=0.081$ , con sus campos vectoriales concernientes. . . . . 65

3.17. Sucesión de fotografías con sus campos de velocidad, del experimento con partículas de 3 mm y  $\Gamma=0.045$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $29d \times 33d$ . . . . . 66

3.18. Sucesión de fotografías con sus campos de velocidad, del experimento con partículas de 6 mm y  $\Gamma=0.045$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $14d \times 17d$ . . . . . 67

3.19. Sucesión de fotografías con sus campos de velocidades del experimento con partículas de 4 mm y una intensidad de vibración  $\Gamma=0.045$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $22d \times 25d$ . . . . 68



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Materiales granulares

El estudio de los materiales granulares es una de las fronteras de la ciencia física. Por materiales granulares nos referimos a sistemas hechos de partículas sólidas individuales que interactúan predominantemente por fuerzas de contacto, así como de los huecos que las rodean [1].

Los materiales granulares presentan comportamientos muy complejos, reaccionando a veces como sólidos y en otros casos como fluidos (líquidos o gases). Sin embargo, tienen propiedades distintas a los fluidos y sólidos ordinarios. Esta naturaleza no está bien entendida todavía.

Los siguientes dos aspectos, resultado de su naturaleza dual, hacen que su comportamiento sea diferente al de los sistemas moleculares convencionales [2, 3]:

1. El efecto térmico no influye en la física de los materiales granulares que tienen más de 100 micras ( $\mu\text{m}$ ) de tamaño. Para apreciar esto, calculamos la energía cinética  $E_K$  y la pérdida de energía potencial  $\Delta E_P$  de un pequeño grano de sílice, componente básico de la arena. Para traslaciones típicas de velocidad de 1 cm/s, tenemos que  $E_K = \frac{1}{2}mv^2 \approx 10^{-12}$  Joule. Si esta energía cinética fuera enteramente debida a la agitación térmica, correspondería a una temperatura de  $10^{11}$  Kelvin. La pérdida de energía potencial  $\Delta E_P$  experimentada por dicha partícula, mientras cae de una altura igual a su propio diámetro  $d$ , esta dada por  $\Delta E_P = mgd$  (esto corresponde a la situación donde las partículas resbalan unas junto a las otras mientras permanecen en contacto). Encontramos que  $\Delta E_P$  y  $E_K$  son aproximadamente iguales.

2. La interacción entre los granos es disipativa, debido a la colisión inelástica y a la fricción. Por lo tanto necesitan de una fuente de energía, para mantenerse en movimiento constante.

### 1.1.1. Importancia de su estudio

El estudio de los materiales granulares es fundamental, debido a su predominancia en la naturaleza, así como en distintas industrias que dependen de su transporte y almacenamiento, como la farmacéutica, la agrónoma, la de procesamiento de comida, etc [4]. Ejemplos de estos incluyen el arena de las playas, granos en una tolva, pastillas en una botella, o polvos, como el tóner de una impresora. Sin embargo, la tecnología para controlar los materiales granulares se encuentra pobremente desarrollada y basada en conocimientos empíricos.

El entendimiento de estos sistemas es de gran relevancia económica en varias áreas. Entre las aplicaciones que involucran a materiales granulares están los siguientes [2, 5]:

- Los materiales granulares son un producto fundamental en distintas industrias, como la farmacéutica y la de granos y el manejo de estos materiales tiene un gran costo para estas industrias.  
La mecánica granular puede ayudar a mejorar los sistemas de almacenamiento, transporte y control de dichos materiales. Para ver la magnitud del problema consideremos lo siguiente: La producción anual mundial de granos y agregados naturales es gigantesca, alcanzando aproximadamente 10 mil millones de toneladas. El procesado de estos materiales consume burdamente el 10% de toda la energía producida en el planeta. Por lo que los materiales granulares se convierten en la segunda prioridad humana, después del agua, y cualquier avance en el entendimiento de su física tendrá un impacto económico importante.
- Alrededor de una tercera parte de las reservas de gas y aceite del mundo se encuentran en formaciones arenosas, por lo que el estudio de estas formaciones granulares es esencial en la extracción de dichos fluidos.
- La mecánica de suelos es una rama de la ingeniería aún empírica; es crucial para el diseño de estructuras de soporte estables, como edificios, presas, terraplenes, así como para entender y prevenir la falla de estructuras naturales, como por ejemplo laderas. La falla de laderas es

uno de los fenómenos naturales más peligrosos y mortales en muchas partes del mundo.

- En la ciencia de materiales, el paso inicial en la preparación de compuestos y cerámicos involucra flujo de granos. La calidad de éstos depende críticamente de las condiciones iniciales de preparación.
- La comprensión de los materiales granulares puede aplicarse en la predicción del movimiento de arena, para poder controlar la erosión de playas y la navegabilidad de ríos y canales; y así reducir la vulnerabilidad de éstas ante el desarrollo de tormentas grandes.

### 1.1.2. Los materiales granulares y la Geofísica

Los materiales granulares se encuentran en enormes cantidades en la naturaleza. Por ejemplo, la arena está presente en los desiertos, que cubren más del 10% de la superficie terrestre. Asimismo se encuentran presentes en las líneas de costa, en los océanos y lagos, así como en antiguas cuencas. Las estructuras geológicas naturales proveen la oportunidad de observar muchos efectos de empacamiento y flujo de granos: la distribución espacial de la densidad, la granulometría de partículas en sedimentos o estratos, fallas submarinas de talud, derrumbes, formación y movimiento de dunas, etc [2].

El entendimiento de la física de estos materiales es muy complejo debido a su comportamiento discontinuo y heterogéneo, por lo que es de gran relevancia en las ciencias e ingeniería geofísicas. Hay que recordar que durante el modelado matemático de la tierra, directo e inverso, nos basamos en tierras ideales homogéneas e isotrópicas, donde cada capa modelada se considera formada por un sólo material uniforme y cuyas propiedades físicas no varían con la dirección de medición. En la realidad la tierra es mucho más compleja y por lo tanto esos modelos son aproximados. Pero para tener mas precisión, se necesita entender la mecánica de las rocas granulares, entre otras.

Una disciplina que tiene mucho en común con la física de los materiales granulares es la sismología. La manera en que las fuerzas de fricción se almacenan y de pronto se liberan, es de mucho interés entre los geofísicos y los teóricos que tratan de comprender las propiedades básicas de los materiales granulares. El comportamiento colectivo de las partículas en contacto cuasipermanente es el objeto central en las ciencias geofísicas [2].

## 1.2. Mecánica granular

A pesar de que los fundadores del campo de la mecánica granular fueron físicos reconocidos como Coulomb y Mohr, durante el siglo XX esta área fue rezagada fundamentalmente a sólo una rama, la de las ingenierías (civil, mecánica, química) dependiendo de su aplicación particular. Durante esta época hubo progreso en el entendimiento de la fenomenología de los materiales granulares [5].

Pero en el último tercio del siglo XX, el campo retornó al centro de la física, con la idea de que los materiales granulares plantean problemas fundamentales en el comportamiento de los sistemas desordenados; entre los temas relacionados estuvieron los cristales, el caos, la formación de patrones, fenómenos críticos y otras áreas de la materia condensada y de la física estadística que experimentaron un rápido progreso.

El renacimiento de la mecánica granular como un tema de la física se debió a la propuesta de Bak, Tang y Weisenfeld (1987) de que las avalanchas granulares exhiben el fenómeno de "auto organización crítica" (SOC), en donde ciertos sistemas dinámicos disipativos se acoplan naturalmente a estados especiales o críticos y las cantidades físicas son consistentes con las leyes de energía. Los investigadores que procuraron verificar estas predicciones se dieron cuenta de que los materiales granulares tienen una rica variedad de estados de flujo, aunque la mayoría no se pueden clasificar como de auto organización crítica [5].

Este rico comportamiento atrajo rápidamente la atención de mucha gente experimentada en observar los patrones formados por sistemas de fluidos, y empezaron a categorizar los posibles flujos de materiales granulares según sus variadas geometrías. Por supuesto, la mayoría de los fluidos son descritos por las ecuaciones de Navier-Stokes. Desgraciadamente, no existe ninguna descripción unificada de la mecánica de flujos granulares y las teorías que han sido desarrolladas se aplican sólo a casos particulares. Por otra parte, a bajas densidades, los sistemas de materiales en movimiento pueden ser descritos como gases granulares, cuyas propiedades pueden ser parcialmente descritas incluyendo el efecto de inelasticidad de la partícula con teorías de cinemática de gases [5].

Simultáneamente, con la exploración de los fenómenos dinámicos, una escuela separada de investigadores exploraba los misterios de la estática granular. Edwards y sus colaboradores (1994) propusieron un tratamiento mecánico estadístico al empacamiento granular desordenado, en donde muchas cantidades termodinámicas poseen analogías directas con las cantidades granulares [6].

De manera intermedia al flujo y a la estática, se encuentran los medios estimulados suavemente. Aquí los investigadores se dieron cuenta de que muchas propiedades recuerdan al envejecimiento de los sistemas sin equilibrio, como el vidrio, en el cual la temperatura es relevante [5].

Finalmente, el contacto de fluidos en las regiones intersticiales de las partículas granulares crea los medios granulares mojados, que son relevantes en los problemas de ciencias de la tierra. La formación de patrones en los sistemas en donde los granos interactúan con fluidos, como las dunas de arena o los ripples de arena cuando hay flujo de agua, todavía no son bien entendidos. Asimismo, esto relaciona la física de la materia granular con la física de los sistemas bifásicos como las emulsiones y las suspensiones coloidales [5].

### 1.3. Vibración de materiales granulares

Los sistemas que consisten de muchas partículas microscópicas como arena o talco tienen un comportamiento complejo a pesar de su simplicidad aparente. El sacudir arena puede resultar en segregación por tamaño, formación de ricos patrones o la creación de celdas de convección [4, 7].

A pesar del creciente interés, los principios físicos que rigen el comportamiento de las arenas son desconocidos. Aunque los granos individuales son sólidos, es inapropiado clasificar sus propiedades colectivas como del tipo sólidas o líquidas. La teoría termodinámica convencional no es aplicable a la arena, pues las fluctuaciones térmicas son insignificantes. La compactación granular puede verse como un modelo de sistema para un relajamiento no térmico en un medio desordenado [4, 6].

Un arreglo granular nos provee de un sistema prácticamente uniforme después de la vibración; la densidad del material evoluciona de un estado inicial mecánicamente mal empacado a un estado final más denso. El sistema lentamente explora las configuraciones microscópicas disponibles, y eventualmente las configuraciones de baja densidad se eliminan [4]. De éste fenómeno surge el concepto de compactación, el cual cuantifica que tan diferente es la densidad de su estado inicial máximo. Muchos mecanismos se han propuesto para explicar la cinética de la compactación.

El llevar a un material granular vibrado a un estado más compacto es importante en una amplia variedad de industrias, así como en muchos procesos tecnológicos en los cuales la densidad de los sólidos granulares necesita ser controlada. Ejemplos de lo anterior son los siguientes [2, 7, 8]:

- En la industria, la vibración es comúnmente utilizada para manejar

y transportar los materiales granulares, como: compuestos polvosos, fertilizantes granulares, granos, químicos, minerales, plásticos, comida, carbón, materiales de construcción y farmacéuticos. Los ejemplos incluyen bandas transportadoras vibrantes, placas de secado, etc.

- La vibración es a veces utilizada en sustitución de un flujo de gas ascendente.
- También se usa para volver más fluida una capa de partículas en un reactor, ya que en estos dispositivos es importante conocer el estado de la capa.
- La vibración es utilizada a menudo para inducir flujo en tolvas y canales inclinados.
- Sirve para provocar segregación de partículas de distinta densidad y tamaño, como por ejemplo tablas clasificadoras.
- La vibración de materiales granulares también juega un papel en los eventos naturales como terremotos y<sup>f</sup> avalanchas.

Claramente, el entendimiento de cómo responde un material granular a una vibración puede portar información de diseño importante.

#### 1.4. Compactación de materiales granulares

El fenómeno de la compactación es resultado de la existencia de defectos de empacamiento, como huecos, en un material granular aleatoriamente empacado. La vibración del material causa un rearrreglo de los granos y de los huecos. Cuando un hueco crece de tal forma que tiene el tamaño suficiente para acomodar un grano, el grano cae en el hueco. La repetición consecutiva de este proceso reduce la porosidad del material y lo vuelve más denso [4, 8].

Cuando la fracción de empacamiento es grande, los huecos del tamaño de la partícula son raros y un gran número de huecos se tienen que arreglar para acomodar a más partículas, de tal forma que la densidad local se incremente [4].

El modelo microscópico en el cual se basa el entendimiento de la dinámica de la compactación, es que los materiales granulares que sufren vibraciones verticales son considerados como sistemas de "cúmulos" aleatoriamente empacados, que presentan fragmentación y reasociación. Cada cúmulo es un sistema de partículas con un empacamiento hexagonal y con la máxima

densidad posible. De esta forma, las vibraciones causan la desintegración de cúmulos a través de la separación de sus partículas individuales, y la reagrupación de estas partículas individuales con otros cúmulos de alrededor. La formación de cúmulos es una propiedad genérica de los sistemas con disipación; y puede ser el efecto primario que controle la microdinámica de los sistemas que sufren constreñimiento por el movimiento de sus partículas individuales [8].

#### 1.4.1. Empacamiento de partículas

El comportamiento de un material granular está altamente influenciado por el arreglo de las partículas y la consecuente distribución de los huecos entre partículas, cuando se ejerce un disturbio mecánico al material para aumentar su densidad o densificarlo. Si antes de las fuerzas el porcentaje de huecos es bajo, entonces habrá un cambio pequeño de volumen luego del proceso de empacamiento. Para entender el empacamiento de un volumen de esferas hay que considerar primero la situación plana en la que un área finita se llena con círculos que se tocan. La fracción de empacamiento máxima será el cociente del área cubierta entre el área total [9].

Si los círculos son de igual tamaño, el empaque más denso se obtendrá con una estructura hexagonal; para este caso, la fracción de empacamiento será de

$$FE = \frac{3(\text{Area\_del\_Circulo})}{\text{Area\_del\_Hexagono}} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0,9069$$

Cuando un material granular se empaqueta, se forman diferentes patrones regulares de empacamiento. Existen dos formas de caracterizar estos patrones [9]:

- Por los huecos. La cantidad de huecos se calcula mediante el cociente del volumen de huecos entre el volumen de las partículas. Un sistema con mayor estabilidad será aquel que tenga la menor proporción de huecos.
- Por la simetría y el número de coordinación.

Existe una infinidad de diferentes arreglos de empacamiento; sin embargo, sólo hay seis tipos básicos (figura 1.1) que se consideran como arreglos regulares simples, estos son: cúbico, ortorrómbico, rombohedral, ortorrómbico girado, tetragonal-esfenoidal y rombohedral ampliado [9]. El empaque

cúbico tiene la mayor energía potencial, mientras los empaques rombohedrales tienen la menor energía potencial. Dado que cualquier cuerpo trata de alcanzar la posición de menor energía potencial, los sistemas tienden hacia el estado rombohedral.

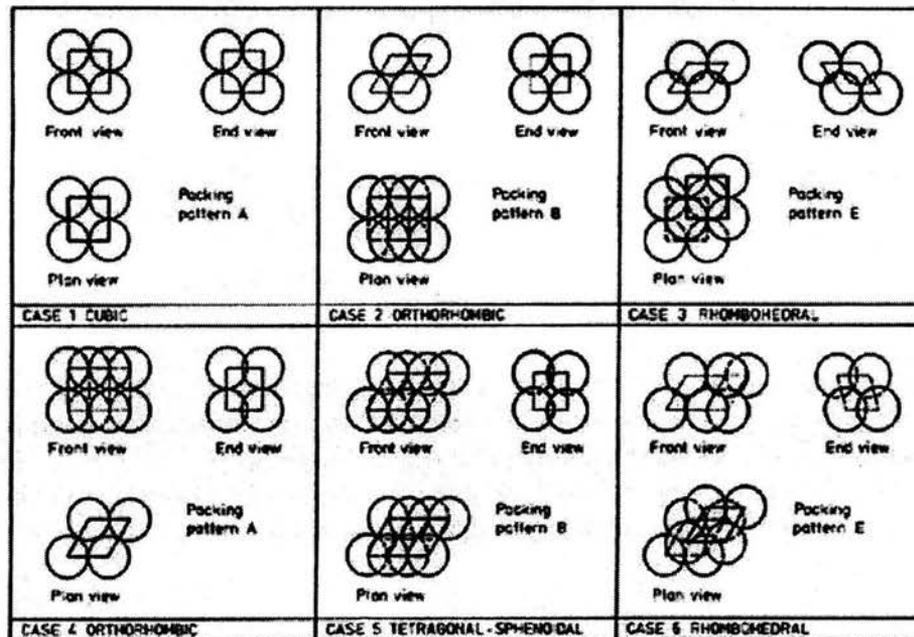


Figura 1.1: Los seis casos de empacamiento esférico [9].

Según estudios de Scott, Kilgour y Finney (1969) los valores de densidad para un empaque tridimensional cerrado son de  $0.6366 \pm 0.0008$  y  $0.6366 \pm 0.0004$ , respectivamente. El número de coordinación  $n$  se define como el número de esferas en contacto con una esfera determinada. El valor de  $n$  para una variedad de arreglos de empaque de esferas de igual tamaño ha sido estudiado por Smith et al. (1929). Ellos consideraron al arreglo de esferas de un material granular como una mezcla de empaques hexagonales cerrados y cúbicos simples, en la proporción necesaria para dar con una cierta porosidad; a este tipo de empaques les llamaron empaques aleatorios. El arreglo de empaque hexagonal cerrado regular tiene porosidad mínima de 0.26, mientras que el arreglo cúbico simple tiene una porosidad máxima de 0.47. Típicamente un empaque aleatorio tendría una porosidad en la vecindad con el contenedor de 0.40. En la figura 1.2 podemos apreciar ejemplos

de empacamiento cúbico y rombohedral, y su porosidad respectiva.

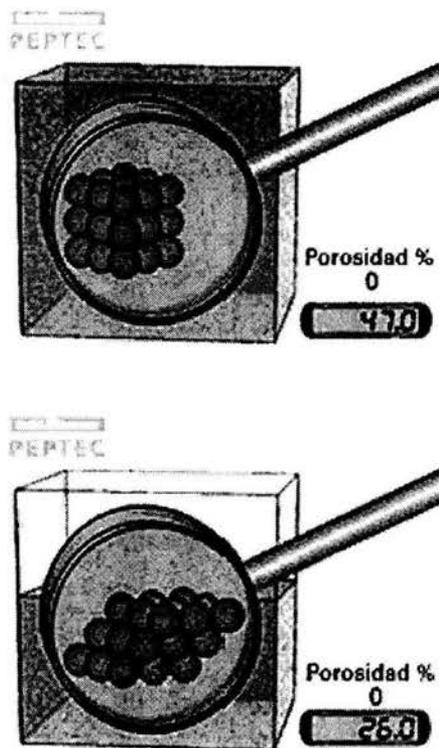


Figura 1.2: Ejemplos de empacamiento cúbico y romboheral, respectivamente. Tomado de slb.com

Asimismo éstos autores graficaron el número de contactos promedio por esfera como función de la porosidad. Esto se muestra en la figura 1.3:

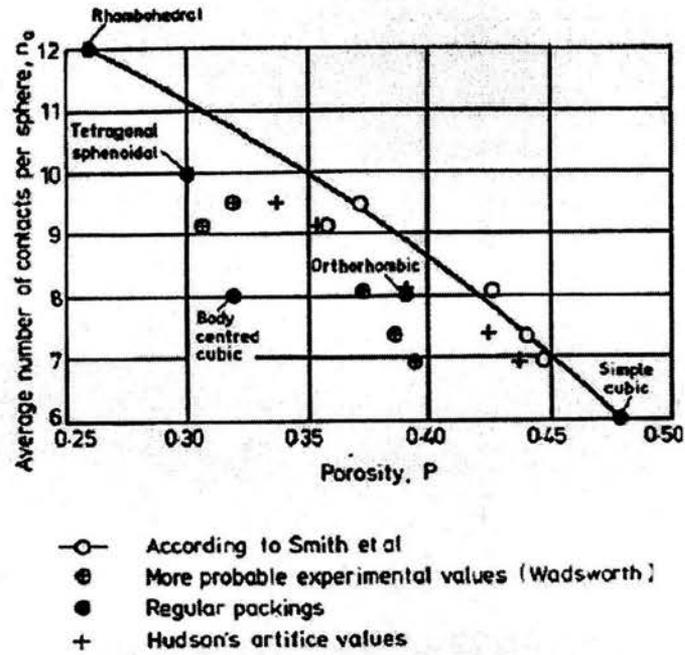


Figura 1.3: La porosidad como una función del número de contactos por esfera [9].

### 1.4.2. Factores que afectan la densidad de empacamiento

Según Macrae y Gray (1961) los factores que afectan la densidad de empacamiento de los materiales granulares son los siguientes [9].

<i>Partícula</i>
Forma
Tamaño absoluto
Distribución de tamaños
Masa
Elasticidad
Resistencia
Propiedades superficiales(fricción)
<i>Contenedor</i>
Forma
Tamaño
Elasticidad
Propiedades superficiales(fricción)
<i>Depósito</i>
Intensidad del depósito
Velocidad de las partículas que se depositan
Método de depósito
<i>Tratamiento luego del depósito</i>
Vibración
Presión

A continuación discutiremos algunos de los efectos anteriores [9].

#### Efecto del tipo de partículas

La resistencia de una partícula se define como la habilidad del material de resistir la conversión de su energía cinética a otra forma de energía en impacto. Esto puede ser expresado como el coeficiente de restitución, definido como el cociente entre las velocidades relativas después y antes del impacto.

Macrae y Gray estudiaron el efecto del coeficiente de restitución de varios materiales como función de la altura (que produce diferentes velocidades de impacto). La figura 1.4 muestra una gráfica con éstos resultados.

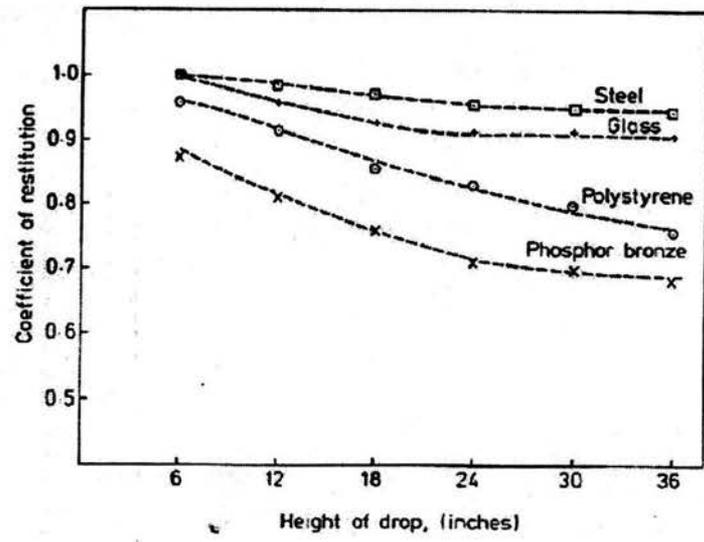


Figura 1.4: Coeficientes de restitución de varios materiales [9].

### Efecto del modo de llenado

Los niveles de empacamiento se producen como respuesta a ciertas condiciones de depósito. Cada material tiene un rango de valores característico. Por esto es necesario tener un criterio que nos permita hacer una comparación válida de la respuesta de diferentes materiales a condiciones ambientales definidas. El porcentaje de "mejora en el empacamiento" es el aumento de la fracción de empacamiento producido por condiciones específicas de depósito, respecto al dato de fracción de empacamiento producido por condiciones de cascada y expresado como una fracción del dato de fracción de empacamiento. El depósito bajo condiciones de cascada significa que se forma una capa permitiendo que las esferas se deslicen dentro del contenedor sin que existan caídas libres. Macrae y Gray encontraron que el porcentaje de mejora en el empacamiento para los materiales por ellos estudiados, se relaciona con los coeficientes de restitución de los materiales, como se muestra en la figura 1.5:

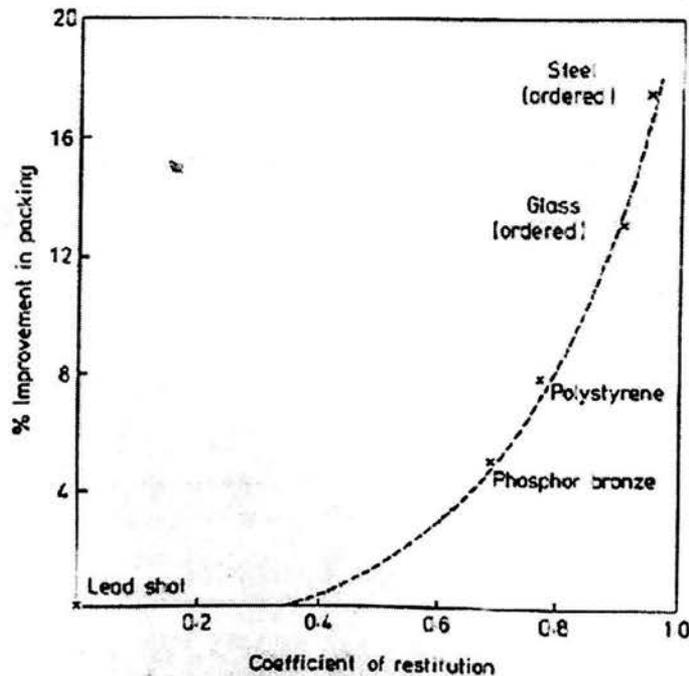


Figura 1.5: La relación entre la densidad de empacamiento y la resistencia [9].

La intensidad del depósito se define como el número de esferas que caen por unidad de tiempo por unidad de área. Existen varias referencias sobre el efecto que esto tiene en la densidad de empacamiento [9].

El efecto de variar la altura (velocidad de impacto) de las partículas así como la intensidad del depósito para varios empacamientos, cuando caen en un cilindro de vidrio de 3" de diámetro, se muestra en la figura 1.6 (según Macrae y Gray):

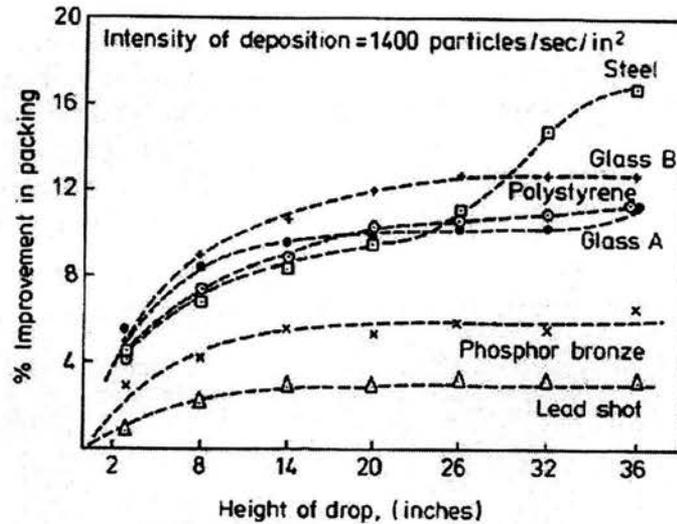


Figura 1.6: Variación de la mejora de empacamiento para distintas alturas de caída e intensidad de depósito de 1400 partículas por segundo por in<sup>2</sup> [9].

Dichos autores encontraron que para todos los materiales utilizados, la porosidad decrece cuando se aumenta la altura de caída. Esto debido al aumento en la energía cinética de las partículas al momento del impacto.

### Efecto de la forma del contenedor

Algunos investigadores sugieren que los huecos son menores en una pared plana que en una curva; sin embargo, en las esquinas del contenedor hay un aumento en la proporción de huecos. Denton (1957) comparó la proporción de huecos de un contenedor hexagonal con un contenedor cilíndrico con base circular, ambos contenedores tenían el mismo volumen y la misma área. Él concluyó que para obtener una cantidad de huecos mínima, el contenedor con sección circular era preferible.

El efecto de las paredes del contenedor cilíndrico en un empaque aleatorio de esferas de igual tamaño causa un incremento de los huecos en la vecindad de las paredes respecto a la proporción de huecos en el centro de la capa, debido a la discrepancia entre el radio de curvatura de las paredes. Hay varios estudios que presentan la variación radial de los huecos desde las paredes del contenedor hacia el interior de la capa de esferas. Según Benenati y Brosilow (1962), la variación radial de los huecos de la pared hacia el interior de la capa para  $D/d=14.1$  y  $20.3$  (donde  $D$  es el diámetro del contenedor y  $d$  es el diámetro de las esferas), es la que se muestra en la figura 1.7:

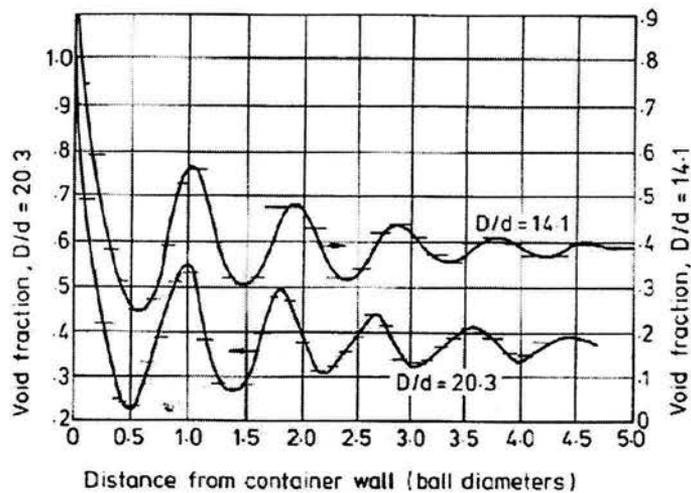


Figura 1.7: Fracción de huecos en una capa uniforme de esferas para  $D/d=14.1$  y  $D/d=20.3$  [9].

### Efecto del tamaño del contenedor

Se ha descubierto que existe un valor crítico del cociente  $D/d$  arriba del cual la porosidad es razonablemente constante. El rango de valores críticos encontrados varía de 10 (Carman, 1937) a 50 (Rose, 1946). McGeary (1967) muestra datos experimentales y calculados de densidad de empacamiento para varios  $D/d$ . Estos se muestran en la figura 1.8

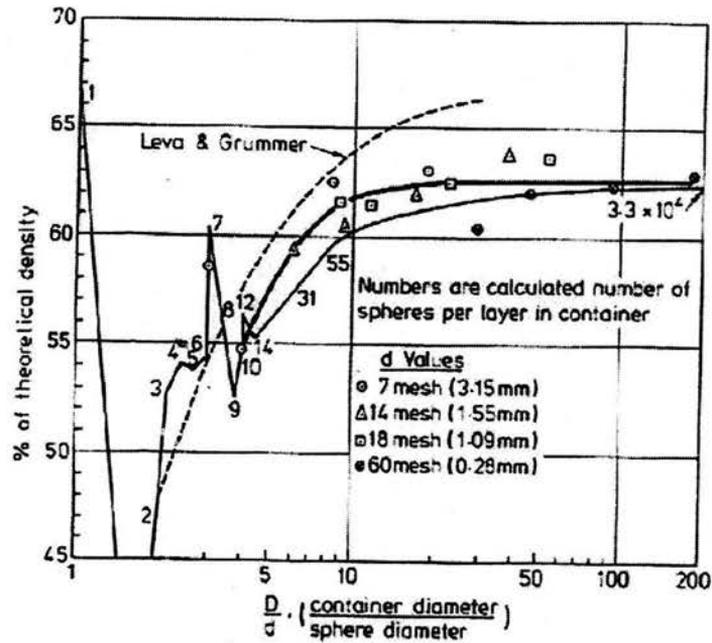


Figura 1.8: Efecto del tamaño del contenedor en la eficiencia del empacamiento para esferas de igual tamaño [9].

### Efecto del tamaño absoluto de las partículas

Se ha encontrado que conforme el tamaño de las partículas decrece, la fricción, la adhesión y otras fuerzas superficiales se vuelven más importantes, dado que el cociente del área entre el volumen del material aumenta. Estos factores, pueden contribuir a la aparición de puentes y arcos en el sistema de partículas, produciendo así niveles mayores de porosidad conforme el tamaño de las partículas decrece. Wakeman (1975) estudió los efectos del tamaño de las partículas en la porosidad de capas poco empacadas, y encontró que

conforme el tamaño de las partículas decrece, la porosidad aumenta, lo que significa que las partículas finas forman capas más porosas. Esto se ilustra en la figura 1.9

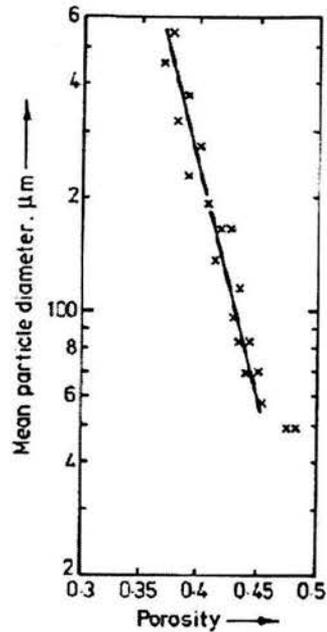


Figura 1.9: Porosidad como función del tamaño de la partícula [9].

### 1.4.3. Fracción volumétrica de sólidos $\rho$

Una manera de caracterizar la compactación de los materiales granulares cuando son sometidos a vibraciones es mediante la fracción volumétrica  $\rho$ . La fracción volumétrica de los sólidos se entiende como la fracción de partículas que ocupan un volumen determinado.

$$\rho = \frac{\text{Volumen de partículas}}{\text{Volumen total}}$$

## 1.5. Investigaciones previas

Knight, Fandrich, Lau, Ben-Naim, Jaeger y Nagel [6] reportaron mediciones de la fracción volumétrica de un material granular vibrado como función del número de golpes,  $t$ . El material estudiado consiste de partículas esféricas de vidrio monodispersas confinadas a un tubo cilíndrico largo y delgado. Las vibraciones causan que la columna evolucione de una configuración inicial de baja densidad hacia un estado constante con una densidad final, que dependerá de la intensidad de las vibraciones. Además encontraron una evolución del proceso de compactación muy compleja y lenta, con varios mecanismos de relajamiento diferentes trabajando en paralelo, que dependen de la magnitud de la vibración, parametrizada por la aceleración, y de la profundidad desde la base de la columna hasta el punto desde el cual se toma la medición. La fracción volumétrica se midió desde cuatro alturas diferentes de la columna de partículas, lo que proporcionó de cuatro niveles de empacamiento durante cada sesión experimental. A continuación se presenta un esquema del diseño experimental usado por los autores, que consiste de un contenedor cilíndrico y muestra cuatro alturas en las cuales se tomaron las mediciones.

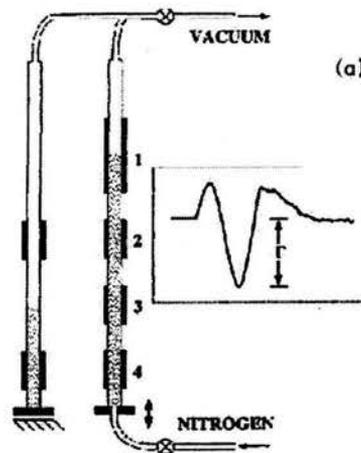


Figura 1.10: Dibujo esquemático del aparato mostrando el contenedor cilíndrico y las cuatro alturas de medición [6].

La altura de la columna de granos antes de la vibración (golpes) fue de 87 cm, que corresponde a una fracción volumétrica de  $0.577 \pm 0.005$ . Los golpes se produjeron con una vibración sinusoidal de 30 Hz como señal de

entrada a un vibrador electromagnético. Para evitar problemas internos, como resonancias dentro del tubo, se utilizaron golpes discretos, es decir, se dejó el tiempo suficiente entre cada excitación para que el movimiento en la columna debido a un golpe cesara, antes de que el segundo golpe diera comienzo. La intensidad de los golpes se monitoreo con un acelerómetro, por lo que la intensidad de la vibración fue parametrizada mediante  $\Gamma$  (que es la razón de la aceleración de cada golpe entre la aceleración gravitacional  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ).

En la figura 1.11 se muestra la fracción volumétrica  $\rho$  cerca de la base del tubo (altura 4) como una función del número de golpes  $t$  para  $\Gamma$  entre 1.4 y 5.4. Cada curva es un promedio de cinco corridas separadas con sus barras de error que representan las variaciones rms entre corridas individuales. Para la aceleración más baja,  $\Gamma=1.4$ , se observó claramente una relajación significativa, pero sólo después de un largo tiempo. Para  $\Gamma=1.8$ , el comportamiento cambió radicalmente, la densidad empieza a incrementarse continuamente hasta  $t=200$ , en cuyo tiempo las variaciones de densidad disminuyen dramáticamente y tiende a alcanzar un estado estable. Los datos para  $\Gamma=2.3$  no muestran signo de saturación inclusive para  $t=10\ 000$ . Para  $\Gamma=2.7$  en adelante, las curvas parecen caer en una curva común.

Para aceleraciones mayores,  $\Gamma=5.4$ , empiezan a verse fluctuaciones alrededor de la curva promedio.

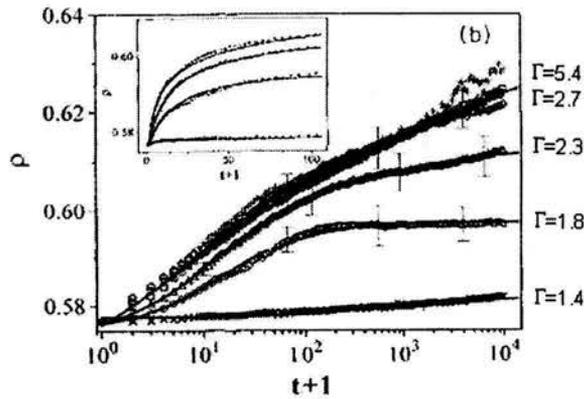


Figura 1.11: Fracción de empacamiento para la altura 4 en función del número de golpes  $t$ , para  $\Gamma=1.4, 1.8, 2.3, 2.7$  y  $5.4$  [6].

Para la altura 2 cercana a la superficie 1.12, se ven curvas de relajación un tanto diferentes a las anteriores, sobre todo para  $\Gamma=1.8$  a  $\Gamma=2.3$ , ya que los datos tienden a estar muy próximos.

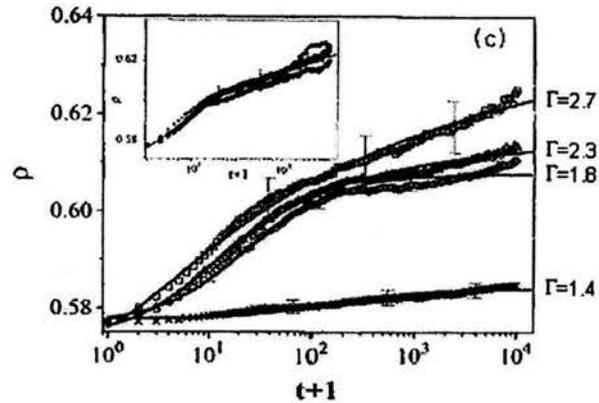


Figura 1.12: Fracción de empacamiento para la altura 2 en función del número de golpes  $t$ , para  $\Gamma=1.4$ , 1.8, 2.3 y 2.7 [6].

La dependencia de la profundidad de la fracción volumétrica se muestra mejor en la figura 1.13 para una aceleración de  $\Gamma=1.8$ .

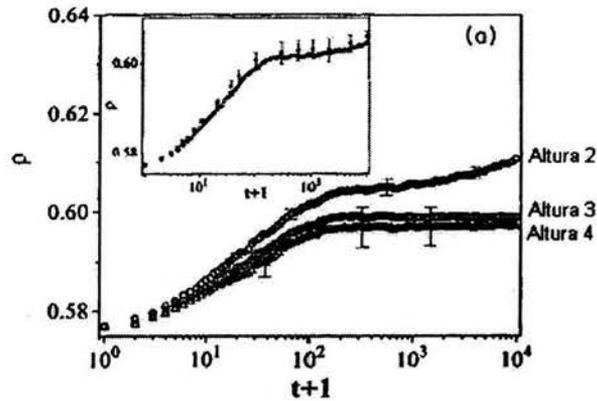


Figura 1.13: Dependencia de la fracción de empacamiento para  $\Gamma=1.8$ , obtenida desde las alturas 2, 3 y 4 [6].

Claramente, el cambio de la densidad neta decrece mientras la profundidad aumenta. La separación entre las curvas de empacamiento a profun-

didades mayores (alturas 3 y 4) es muy similar a las observadas en la figura 1.11 para la aceleración decreciente.

La naturaleza de la transición en el comportamiento de empacamiento alrededor de  $\Gamma=1.8$  se pudo observar al graficar el cambio en la fracción volumétrica después de 10 000 golpes, es decir,  $\Delta\rho(t=10000)=\rho(t=10000)-\rho_0$ , como función de la aceleración  $\Gamma$ . Esto se muestra en la figura 1.14.

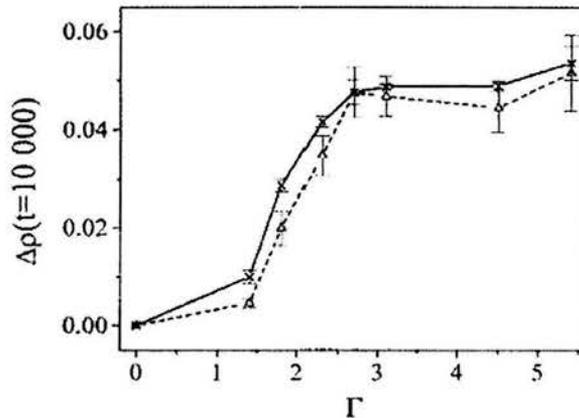


Figura 1.14: Cambio en la fracción de empacamiento luego de 10000 golpes como función de la aceleración [6].

En la figura 1.14 se muestra la curva de  $\Delta\rho$  para la columna completa (x) y para la altura 4 ( $\Delta$ ). Se puede observar un rápido aumento de la densidad de la columna para la aceleración característica de  $\Gamma_c \approx 1.8$ , y que para valores mayores a  $\Gamma \approx 2.7$ ,  $\Delta\rho(t=10000)$  se estabiliza en ambos casos.

Los autores llegan a la conclusión de que el cambio en la fracción volumétrica  $\Delta\rho(t=10000)$  aumenta agudamente y se estabiliza mientras la intensidad de la vibración aumenta hacia un valor característico  $\Gamma_c \approx 1.8$ . Además, la densidad de un material granular vibrado no decae como una función exponencial única hacia un valor de estado estacionario, sino que, dos o más escalas de tiempo están involucradas. También encontraron que el empacamiento no es homogéneo a bajas aceleraciones, y por lo contrario, para aceleraciones mayores a  $\Gamma_c$ , el empacamiento parece ser más homogéneo. En lugar de eso, la fracción de empacamiento decrece conforme la profundidad crece. Esto lo interpretan como un gradiente en la intensidad de vibración efectiva.

## 1.6. Objetivos de investigación

El primer objetivo de la investigación desarrollada en esta tesis fue estudiar el relajamiento, a través de la fracción volumétrica  $\rho$ , que ocurre cuando un sistema de esferas monodispersas se encuentra en un estado de baja densidad de empacamiento, y luego de vibrarlo con una intensidad  $\Gamma$ , se induce un incremento hacia un estado de mayor densidad.

Para este propósito se tomaron mediciones de la fracción volumétrica en función de la intensidad de vibración y del número de ciclos de vibración, para tres clases de partículas contenidas en tubos cilíndricos.

De manera similar al trabajo de Knight, Fandrich, Lau, Ben-Naim, Jaeger y Nagel [6], se graficó  $\rho$  como función de  $\Gamma$ , para cada tipo de partículas y cilindros usados. Igualmente, se obtuvieron las barras de error de la fracción volumétrica para uno de los casos, que representaron la variación rms entre tres corridas individuales. Esto se realizó para darnos una idea de la desviación de  $\rho$  entre experimentos similares, así como de la representatividad de los valores obtenidos. Del mismo modo, se graficó la  $\rho$  en función del número de ciclos de vibración para cada  $\Gamma$ , considerando que cada golpe durante la vibración corresponde a un ciclo.

A diferencia del trabajo anterior, se calcularon los valores de  $\rho$  solo para la parte superior del material granular, es decir, donde los niveles de fracción volumétrica son mayores. Asimismo, en los experimentos se utilizaron vibraciones con varias frecuencias, comenzando con 10 Hz y hasta 100 Hz. También se hicieron para dos medios diferentes: partículas en aire y partículas en agua. Además se realizaron comparaciones entre el comportamiento de la fracción volumétrica para cada tipo de partículas, cuando el fluido intersticial es aire y agua.

Por otra parte, el segundo objetivo fue analizar las manifestaciones de compactación del material granular cuando es sometido a vibraciones, a través de un tratamiento de imágenes. Para esto se trabajó con las tres clases de partículas anteriormente mencionadas, contenidas en recipientes que solo permitían la generación de una capa vertical de partículas del mismo tamaño. Se efectuaron experimentos de vibración de dichos recipientes y se midió la fracción volumétrica de las partículas en función de  $\Gamma$ . A la par se hicieron grabaciones del experimento durante la vibración, con la intención de hacer el procesamiento de dichas imágenes y visualizar el campo de velocidades. El campo de velocidades fue de gran ayuda para identificar las manifestaciones de compactación.

## Capítulo 2

# Diseño experimental

Para realizar esta investigación se sometió a vibración esferas de vidrio con diferentes diámetros, contenidas en distintos recipientes. La intensidad de la vibración fue parametrizada mediante la aceleración adimensional  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{(\textit{amplitud})(\textit{frecuencia})^2}{\textit{aceleracion\_gravitacional}}$$

donde la amplitud y la frecuencia son características de las oscilaciones, y la aceleración gravitacional es igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

Asimismo, para cada sesión experimental, se tomó la altura de las esferas en el recipiente en el estado inicial “relajado” y, después de haber sufrido vibraciones por un tiempo, la altura en el estado final “compacto”.

Estas alturas sirvieron para calcular la fracción volumétrica  $\rho$ , la cual se graficó en función de la intensidad de la vibración  $\Gamma$  y del número de ciclos de vibración.

También se hicieron grabaciones con una cámara de alta velocidad de algunos de los experimentos, con la intención de visualizar el proceso de compactación y hacer un procesamiento de las imágenes para obtener el campo de velocidades de las partículas mientras vibran.

## 2.1. La fracción volumétrica de un material granular contenido en un cilindro

### Descripción general de la experimentación

La experimentación tomó dos rumbos, el primero consistió en someter a vibraciones verticales al material granular, siendo su fluido intersticial aire; y el segundo radicó en hacer vibrar al material granular con agua como fluido intersticial. La intención de este ejercicio fue el evaluar el efecto del fluido intersticial en el proceso de compactación. La duración de cada experimento fue de 20 segundos.

Para el primer caso, el experimento consistió en vaciar una masa  $m$  de esferas con diámetro  $d$  en un contenedor cilíndrico circular con diámetro interno  $D$ . Posteriormente se colocó este recipiente en el pistón de la prensa hidráulica MTS (que se describirá posteriormente), y se tomó la altura inicial  $h_i$  de las esferas en el estado relajado. Para alcanzar el estado relajado, se sacudió manualmente al contenedor cerrado sobre el plano horizontal, luego se rotó el cilindro lentamente girándolo sobre su eje y regresándolo a su posición vertical, dejando deslizar al material a lo largo de las paredes internas y girando el cilindro para lograr una acumulación homogénea del material, de forma tal que se lograra una altura donde la compactación fuese mínima. Esta altura se establecía como un parámetro constante para el resto de las pruebas. Finalmente, se sometió a vibraciones verticales al material granular por un tiempo dado, y se tomó la altura final  $h_f$  de la columna. El cálculo de la fracción volumétrica  $\rho$  se hizo conforme a la siguiente relación:

$$\rho = \frac{\text{Volumen\_de\_particulas}}{\text{Volumen\_total}}$$

Para el segundo caso, el procedimiento fue muy similar al anterior, con la diferencia de que en el estado relajado el material se saturó con una cantidad de agua,  $V_w$ , de forma tal que el nivel superior de las esferas y el del líquido fuera el mismo, formando una mezcla. Luego se colocó el recipiente en el pistón del MTS y se hizo vibrar.

Durante el experimento las esferas tienden a compactarse, mientras que el nivel de agua se mantiene en su altura original o tiende a elevarse. Para conocer la fracción volumétrica de los sólidos, se tomó la altura de la mezcla en el estado inicial,  $h_{im}$ , así como la altura de las esferas en el estado final,  $h_{fp}$ , y el nivel del agua en el mismo estado,  $h_{fw}$ . El cálculo de la fracción volumétrica  $\rho$  se hizo conforme a esta otra relación:

$$\rho = \frac{\text{Volumen\_final\_mezcla}}{\text{Volumen\_inicial\_mezcla}}$$

La intensidad de dichas vibraciones  $\Gamma$  se fue variando para cada caso, cambiando los parámetros de amplitud y frecuencia de las oscilaciones. De esta forma, el rango de  $\Gamma$  para el estudio fue de 0.0001 a 2.60.

Por otra parte se hicieron pruebas de la variación de la fracción volumétrica en función del número de ciclos. Esto se realizó haciendo vibrar al material granular (seco o mojado) durante 2, 4, 5, 7, 8, 10, 15 y 20 segundos, y calculando su  $\rho$  para cada tiempo. La intensidad de vibración  $\Gamma$  aplicada a cada experimento  $D/d$  se escogió según fuese la que provoca un mayor cambio de densidad en el material. Para conocer la  $\Gamma$  indicada se analizaron las curvas de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para cada serie  $D/d$ . Asimismo, para convertir el tiempo en número de ciclos, se le multiplicó por la frecuencia de vibración.

En la figura 2.1 se muestra el dispositivo experimental, que consiste de un cilindro circular lleno con partículas esféricas y montado en la prensa hidráulica.

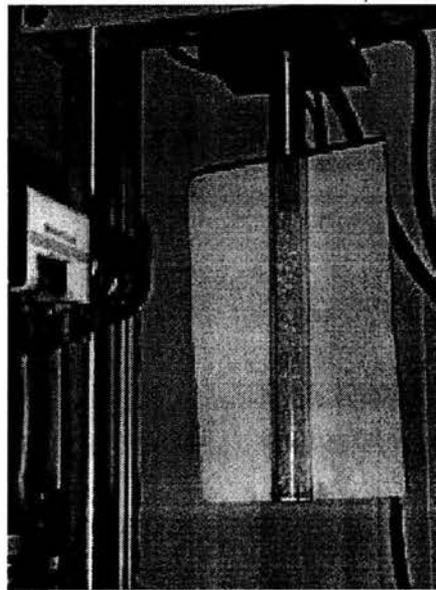


Figura 2.1: Se muestra al contenedor cilíndrico montado en la prensa hidráulica MTS.

### 2.1.1. Componentes del sistema

#### Esferas y cilindros

El material granular utilizado en los experimentos fueron esferas de vidrio con tres diámetros diferentes,  $d=3$  mm,  $d=4$  mm y  $d=6$  mm, respectivamente. En la siguiente tabla se muestran algunas de sus especificaciones técnicas.

Esferas	Masa de esfera	Densidad de esfera
3 mm	0.035 g	2475.73 kg/m <sup>3</sup>
4 mm	0.090 g	2685.73 kg/m <sup>3</sup>
6 mm	0.290 g	2564.15 kg/m <sup>3</sup>

La figura 2.2 presenta a los tres tipos de partículas utilizadas.

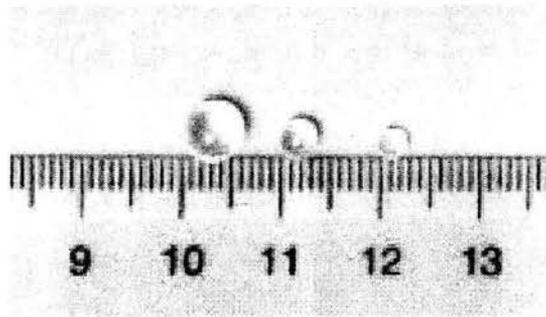


Figura 2.2: Las esferas de vidrio de 6, 4 y 3 mm.

Se utilizaron dos recipientes cilíndricos de acrílico para contener al material granular (figura 2.3). Dichos recipientes se identificaron según sus diámetros internos iguales a  $D=0.0365$  m y  $D=0.0500$  m, respectivamente, y altura común de 0.42 m.

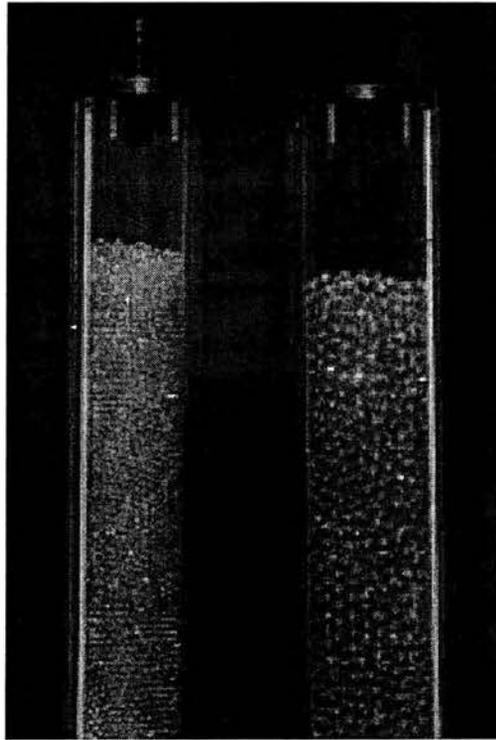


Figura 2.3: Los dos contenedores cilíndricos  $D=0.0365$  m y  $D=0.0500$  m, respectivamente.

### Prensa hidráulica MTS

La prensa hidráulica MTS es una máquina universal para pruebas mecánicas de tracción, compresión y fatiga, que aplica fuerzas verticales con una frecuencia y amplitud determinadas, mediante un actuador hidráulico en forma de pistón. Tiene una capacidad de hasta 15 kN de fuerza axial y 2.5 toneladas, asimismo una velocidad máxima de 25 cm/s y un desplazamiento máximo de 10 cm.

Según las especificaciones de la prensa hidráulica, se hizo el cálculo de la  $\Gamma$  máxima que la máquina puede alcanzar, que fue de 2.60. La figura 2.4 presenta una fotografía de la prensa hidráulica MTS.

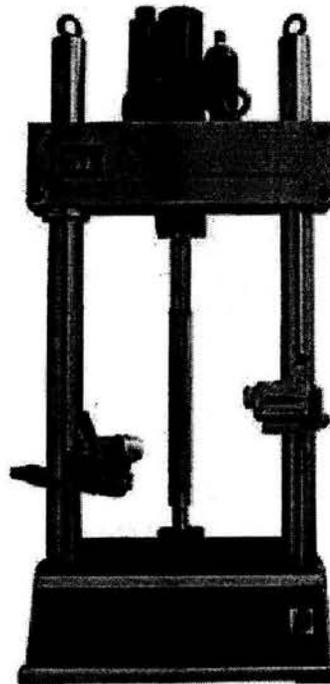


Figura 2.4: Prensa hidráulica MTS.

### Controlador MTS 407

La prensa hidráulica está regulada por un controlador MTS 407 (figura 2.5), que es la interfase entre la prensa hidráulica y la computadora. El controlador manda los parámetros del movimiento a la prensa, y a la vez recibe información de la posición y la fuerza de ésta.



Figura 2.5: Controlador MTS 407.

### Software de control

El controlador se manejó a través del instrumento virtual de LabVIEW llamado square1.vi. En el panel de control de este instrumento (figura 2.6) se definen los parámetros para hacer oscilar al pistón de la prensa hidráulica. De esta forma se especifica el tipo de onda a generar (cuadrada, sinusoidal, triangular, etc.), la frecuencia, la fase, el span (que es la mitad de la amplitud de la señal), y el tiempo que debe durar la vibración.

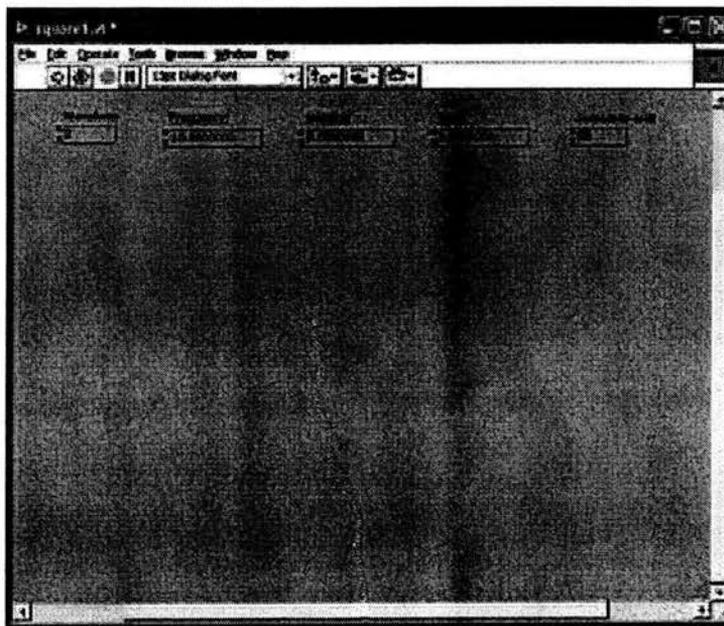


Figura 2.6: Panel de control del instrumento virtual square1.vi.

### 2.1.2. Pruebas

Cada serie de experimentos se clasificó según la relación adimensional  $D/d$ , donde  $D$  es el diámetro del cilindro utilizado y  $d$  es el diámetro de las esferas. Lo anterior significa que cada conjunto de experimentos consistió en utilizar una clase de partículas, dentro de alguno de los dos cilindros. De ésta forma se obtuvieron las siguientes relaciones  $D/d$ :

$D/d$	$d=6$ mm	$d=4$ mm	$d=3$ mm
$D=0.0365$ m	6.08	9.12	12.16
$D=0.0500$ m	8.33	12.50	16.66

Para cada serie  $D/d$  se realizaron pruebas dentro del rango  $0.0001 < \Gamma < 2.60$  con una duración de 20 segundos. Asimismo, cada sucesión de experimentos se repitió con la característica de que se incorporó agua ( $V_w$ ) al material granular.

Los parámetros para las pruebas fueron los siguientes, para cada tipo de fluido intersticial:

$D/d$	Esferas-Aire	Esferas-Agua
6.08	$m=0.5113$ kg	$m=0.5113$ kg $V_w=184$ ml
8.33	$m=0.5113$ kg	$m=0.5113$ kg $V_w=158$ ml
9.12	$m=0.5114$ kg	$m=0.5114$ kg $V_w=160$ ml
12.16	$m=0.5116$ kg	$m=0.5116$ kg $V_w=150$ ml
12.50	$m=0.5117$ kg	$m=0.5117$ kg $V_w=155$ ml
16.66	$m=0.5116$ kg	$m=0.5116$ kg $V_w=149$ ml

También para hacer los experimentos de  $\rho$  en función del número de ciclos, se escogió la  $\Gamma$  para la cual la serie  $D/d$  muestra una mayor respuesta de compactación durante la vibración. Después, partiendo de un estado relajado, se hizo vibrar cada prueba durante intervalos de 2, 4, 5, 7, 8, 10, 15 y 20 segundos, respectivamente, y se observó la compactación alcanzada. Luego entonces, se calculó el valor de fracción volumétrica de cada prueba. Posteriormente se hizo la conversión de tiempo a número de ciclos a través de la frecuencia de vibración correspondiente.

A continuación se informa sobre los valores de  $\Gamma$  y frecuencia utilizados para cada serie  $D/d$ . Para las esferas con aire como fluido intersticial tenemos:

<b><i>D/d</i></b>	<b><math>\Gamma</math></b>	<b>Frecuencia</b>
6.08	1.489	70 Hz
8.33	2.477a	90 Hz
9.12	0.489	40 Hz
12.16	0.652	40 Hz
12.50	2.477c	90 Hz
16.66	2.477b	90 Hz

Y para el caso de esferas con agua como fluido intersticial:

<b><i>D/d</i></b>	<b><math>\Gamma</math></b>	<b>Frecuencia</b>
6.08	2.609	80 Hz
8.33	0.825	90 Hz
9.12	1.957	80 Hz
12.16	1.100	60 Hz
12.50	1.651	90 Hz
16.66	0.733	60 Hz

## 2.2. La fracción volumétrica y análisis de imágenes de un material granular contenido en un recipiente rectangular

### Descripción general de la experimentación

La dinámica de éstos experimentos fue muy similar a la de los experimentos anteriores. Con la diferencia de que los contenedores utilizados fueron recipientes rectangulares de vidrio, que solo pueden contener una sola capa de esferas, de forma tal que el estudio realizado tuvo un carácter bidimensional. Por otra parte, la segunda diferencia consistió en que se tomaron imágenes de las esferas durante la vibración con una cámara de alta velocidad. El rango de  $\Gamma$  para el estudio fue de 0.0001 a 0.326, y la duración de los experimentos fue de 8 segundos. El objetivo de este experimento fue visualizar el proceso de compactación. En la figura 2.7 se presenta el dispositivo experimental, que consiste de un recipiente rectangular lleno de partículas esféricas y montado en la prensa hidráulica. Además se muestra la cámara de alta velocidad.

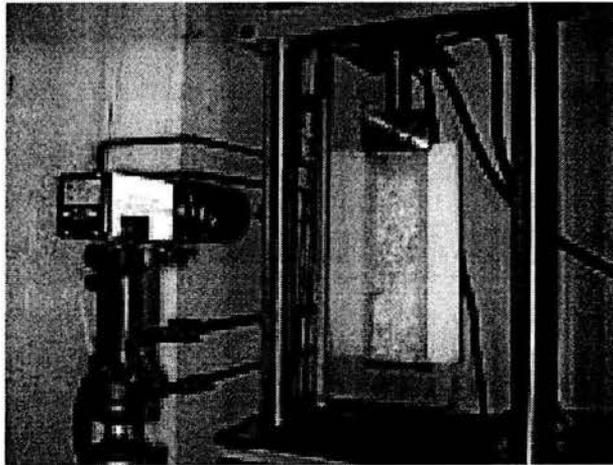


Figura 2.7: Se muestra el recipiente rectangular montado en la prensa hidráulica MTS, así como la cámara de alta velocidad.

### 2.2.1. Componentes del sistema

#### Contenedores rectangulares

Se diseñaron tres recipientes rectangulares planos formados por paneles de vidrio para poner a vibrar una capa de esferas de diámetro uniforme, por lo que el ancho del contenedor fue ligeramente mayor al diámetro de cada tipo de esferas. Estos recipientes se presentan en la figura 2.8.



Figura 2.8: Recipientes rectangulares para las esferas de 3, 6 y 4 mm, respectivamente.

### Cámara MotionScope REDLAKE

Esta cámara (figura 2.9) es un sistema de alta velocidad que registra secuencias de imágenes de un evento, con una tasa de muestreo de 60 a 8000 cuadros por segundo. Estas imágenes pueden verse o guardarse en un archivo digital para su estudio posterior.

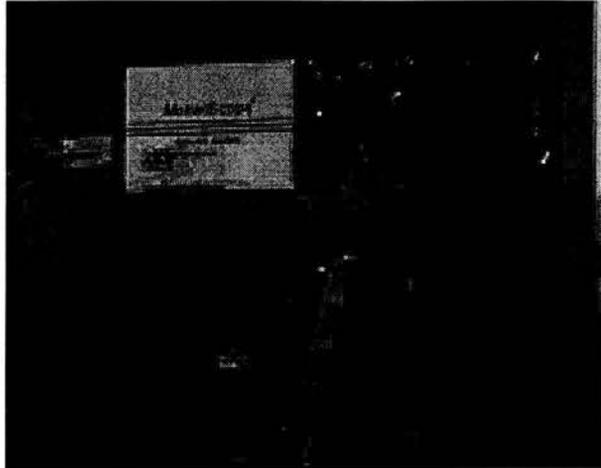


Figura 2.9: Cámara MotionScope REDLAKE.

### FlowMap system

Es un software de procesamiento de imágenes. Con él se pueden realizar correlaciones entre imágenes para visualizar los patrones de movimiento existentes entre imágenes consecutivas. También se pueden hacer filtrados para desechar las señales ruidosas y realizar operaciones estadísticas como la varianza. En la figura 2.10 se muestra la interfase gráfica del FlowMap. En la ventana izquierda *Database* se ven los archivos de imágenes, que en este caso son las fotografías tomadas por la cámara de alta velocidad en formato JPEG. Luego, de manera escalonada, se encuentran los procesos realizados a cada par de imágenes: correlaciones, filtros y operaciones estadísticas. Las ventanas de la derecha muestran cada uno de los procesos realizados.

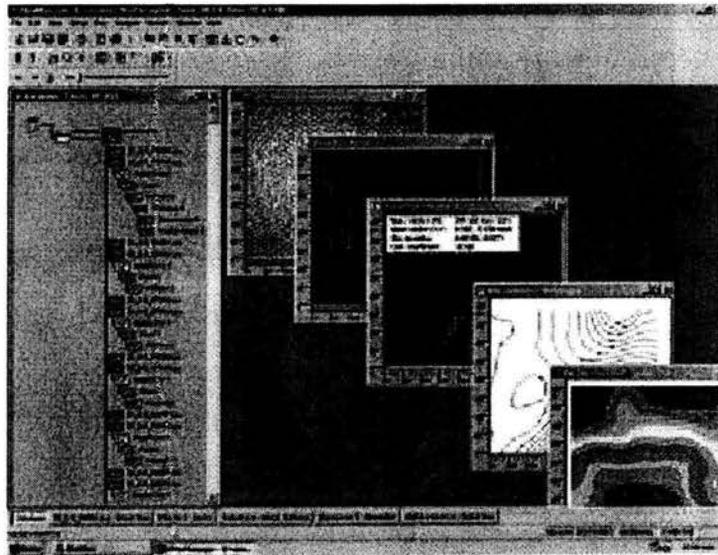


Figura 2.10: Interfase gráfica del FlowMap.

### 2.2.2. Pruebas

Estas pruebas consistieron en vaciar una determinada cantidad de esferas  $m$ , en el contenedor rectangular  $A$ ,  $B$  o  $C$ , de ancho correspondiente al diámetro  $d$  de las esferas. De esta forma se tenía una monocapa de esferas dentro del recipiente. Posteriormente se relajaba el material para que alcanzara el estado de compactación mínima; dicha altura se tomaba como la altura del estado inicial,  $h_i$ . Luego se colocaba el recipiente en el pistón MTS y se ponía a vibrar. Los ensayos se realizaron con una intensidad de vibración dentro del rango de  $\Gamma$  de 0.0001 a 0.326. Una vez concluidos los 8 segundos de prueba, se tomaba la altura en el estado final  $h_f$ , para así calcular la fracción volumétrica  $\rho$ .

Los parámetros para las pruebas fueron los siguientes:

Recipiente	Esferas	Masa
$A$	3 mm	0.1136 kg
$B$	4 mm	0.2286 kg
$C$	6 mm	0.3365 kg

Durante la experimentación se tomaron videos del movimiento de las esferas mientras sufrían desplazamiento, y se almacenaron en la computadora.

Luego de hacer las grabaciones de los experimentos, las imágenes se sometieron a un proceso de correlación y filtrado que permitiera observar los movimientos de las partículas durante la vibración, en términos del campo de velocidades. Para esto se utilizó el software FlowMap system. Posteriormente se hizo un análisis visual de los diferentes fenómenos de compactación, comparando los campos de velocidades con las fotografías respectivas.



## Capítulo 3

# Resultados

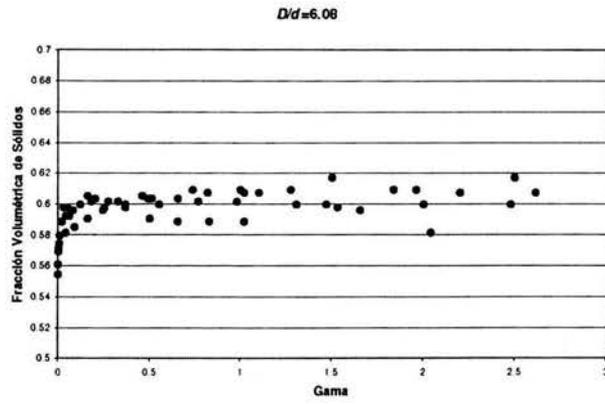
### 3.1. La fracción volumétrica de un material granular contenido en un cilindro

#### 3.1.1. Fluido intersticial aire

Se realizaron experimentos de vibración con el propósito de medir la fracción volumétrica de materiales granulares secos. Cada serie de experimentos se parametrizó mediante la relación  $D/d$  (diámetro interno del cilindro contenedor entre el diámetro de esferas). Los valores de fracción volumétrica fueron graficados en función de la intensidad de la vibración  $\Gamma$ .

La fracción volumétrica en función de la intensidad de vibración para  $D/d=6.08$  se muestra en la figura 3.1; en la figura 3.1 (a) se escala  $\Gamma$  de forma lineal, mientras que en la figura 3.1 (b) se escala de manera logarítmica. Al hacer logarítmico el eje  $\Gamma$  la información adquiere una distribución lineal y se puede visualizar una tendencia de los datos hacia un estado inicial en  $\Gamma \approx 0$ , que corresponde a la fracción volumétrica como función de  $\Gamma$  del material en el estado relajado.

(a)



(b)

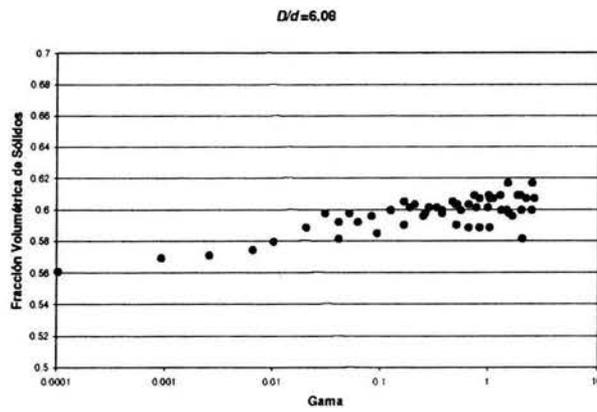


Figura 3.1: Las gráficas corresponden a la serie de experimentos  $D/d=6.08$ , y exponen los valores de  $\rho$  para cada  $\Gamma$ .

Con el propósito de verificar la representatividad de los valores de fracción volumétrica cuando el material granular es sometido a vibración, se realizaron dos repeticiones de la serie experimental  $D/d=6.08$ . Para cada caso se calculó el promedio y se obtuvo la desviación estándar; esto se muestra en la gráfica de la figura 3.2.

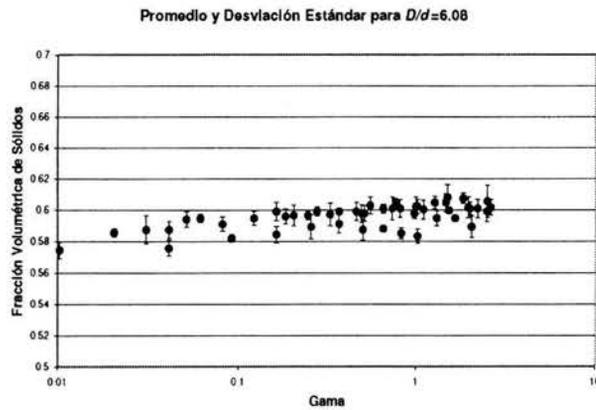
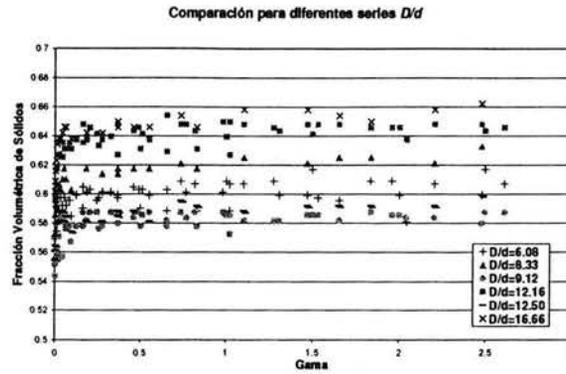


Figura 3.2: Gráfica que muestra la variación de  $\rho$  cuando se repiten experimentos bajo condiciones iniciales similares.

### La fracción volumétrica como función de gama

El procedimiento anteriormente descrito se puso en práctica para diferentes valores  $D/d = 6.08, 8.33, 9.12, 12.16, 12.50, 16.66$ . Con la meta de llegar a conclusiones sobre el comportamiento general de los materiales granulares secos utilizados en estos experimentos, se graficaron todos los valores de  $\rho$  para los diferentes  $D/d$ . Obteniendo así la gráfica de la figura 3.3:

(a)



(b)

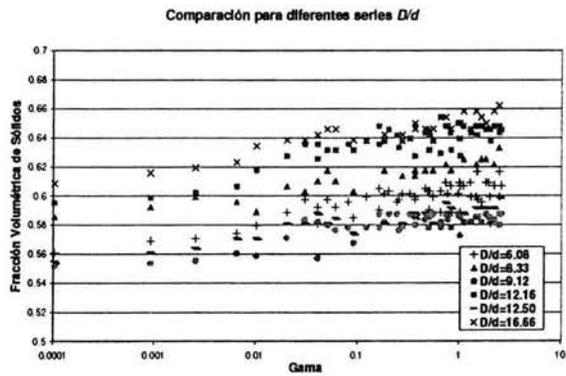


Figura 3.3: Gráficas de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para los distintos  $D/d$ , en escala natural (a) y escala logarítmica (b).

Como se puede observar en la figura 3.3 (b) existe una relación monotonica entre los diferentes valores de  $D/d$ .  $D/d=16.66$  presenta los valores más altos de  $\rho$ , y conforme disminuye el coeficiente  $D/d$ , los valores de  $\rho$  tienden a disminuir.

No obstante, las pruebas que corresponden a las relaciones  $D/d=9.12$  y  $D/d=12.50$  (que atañen a las esferas de 4 mm de diámetro), rompen con la tendencia antes descrita, revelando una discrepancia de sus valores de  $\rho$  respecto al resto de los experimentos; como se puede notar, estas pruebas poseen las fracciones volumétricas más bajas de todos los experimentos, y además se encuentran dentro de un rango de  $\rho$  muy similar. Es debido a esta contrariedad que se repitieron las series de experimentos  $D/d=9.12$  y  $D/d=12.50$ , pensando en que había sucedido algún error durante su realización que hubiera alterado los resultados. Sin embargo, la segunda serie de valores de  $\rho$  fue muy parecida a la primera ya que se obtuvieron desviaciones máximas de 2.53 % para  $D/d=9.12$ , y de 2.38 % para  $D/d=12.50$ .

La gráfica de la figura 3.4 muestra los datos de la figura 3.3, pero se han excluido las series  $D/d=9.12$  y  $D/d=12.50$ .

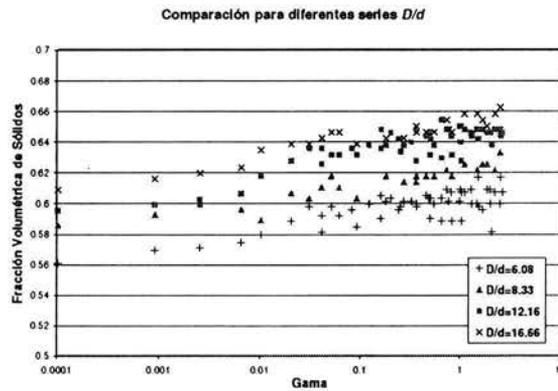


Figura 3.4: Gráfica de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para los  $D/d$  correspondientes a las esferas de 3 y 6 mm.

En la figura 3.4 podemos ver que existe una disposición monótonica de las series  $D/d$  con respecto a los valores de  $\rho$ . Esta relación monótonica se advierte al comparar los rangos de fracción volumétrica dentro de los cuales se encuentra cada serie  $D/d$ . Por lo que tenemos que  $D/d=6.08$  entra en el rango  $0.55 < \rho < 0.61$  (con los  $\rho$  más pequeños). Consecutivamente  $D/d=8.33$  está entre  $0.57 < \rho < 0.63$ . Asimismo  $D/d=12.16$  entra en el rango  $0.59 < \rho < 0.65$ . Y finalmente  $D/d=16.66$  se encuentra en los límites de  $0.60 < \rho < 0.66$ .

### La fracción volumétrica como función del número de ciclos de vibración

También se realizaron pruebas para obtener la fracción volumétrica de las seis series  $D/d$  en función del número de ciclos de vibración. A continuación se muestra esta información en la figura 3.5.

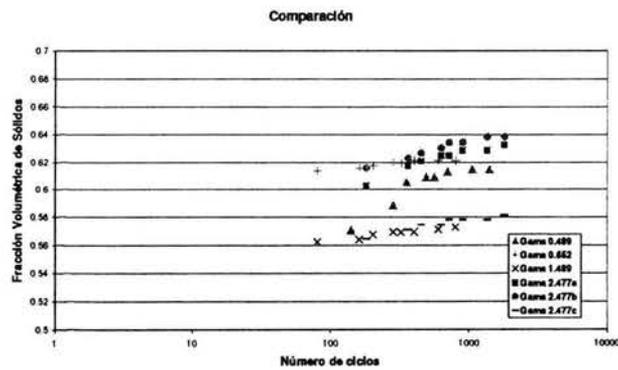


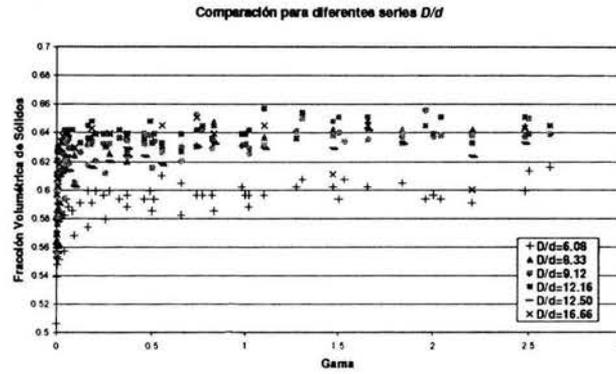
Figura 3.5: La gráfica expone una comparación de  $\rho$  entre los valores  $D/d$ , cuando fueron sometidas a una intensidad de vibración  $\Gamma$ , en función del número de ciclos de vibración.

### 3.1.2. Fluido intersticial agua

#### La fracción volumétrica como función de gama

De forma similar al caso aire, se presentan los resultados de los experimentos de vibración del material granular saturado con agua, para los valores  $D/d = 6.083, 8.33, 9.12, 12.16, 12.50, 16.66$ . En la figura 3.6 se presenta una comparación de la fracción volumétrica como función de  $\Gamma$  entre los valores antes mencionados.

(a)



(b)

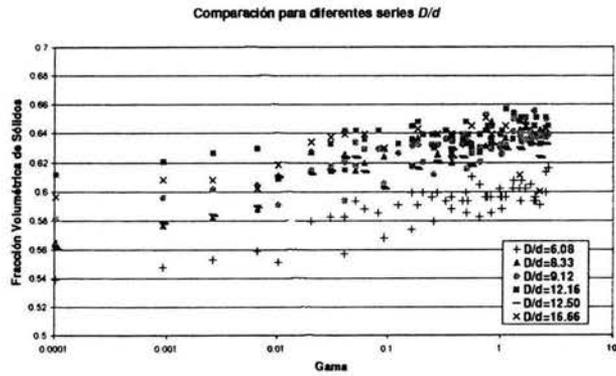


Figura 3.6: Gráficas de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para los distintos  $D/d$ , en escala natural (a) y escala logarítmica (b).

Debido a la dispersión y falta de tendencias claras en los datos, que revelaran un comportamiento distinguible entre las distintas series  $D/d$ , se optó por quitar las series  $D/d=9.12$  y  $D/d=12.50$  de la figura 3.6, para ver si aparecían tendencias más definidas. La figura 3.7 muestra la gráfica que excluye las series antes mencionadas.

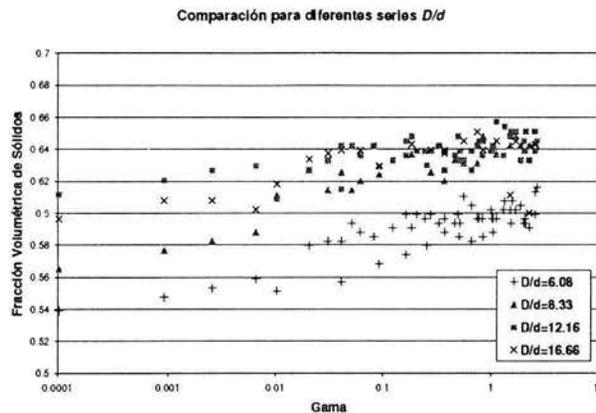


Figura 3.7: Gráfica de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para los  $D/d$  correspondientes a las esferas de 3 y 6 mm.

En la gráfica anterior (figura 3.7) se puede percibir una mejor disposición de la información con respecto a la gráfica de la figura 3.6. De forma parecida al caso de la fracción volumétrica de sólidos cuando el fluido intersticial es aire (figura 3.4), existe una relación monótonica entre las series  $D/d$ , si bien entre las series  $D/d=8.33$ , 12.16 y 16.66 la dispersión de datos es importante.

Tomando en consideración lo anterior, se repitieron los experimentos de las series  $D/d=9.12$  y  $D/d=12.50$ , con el propósito de cotejar la repetición de los resultados obtenidos. De esas mediciones se obtuvieron que para  $D/d=9.12$  la desviación máxima fue de 3.87%, y para  $D/d=12.50$  fue de 2.23%. La discrepancia entre los dos experimentos de  $D/d=9.12$  resulta ser relativamente grande. Esto se pudo deber a un error en el proceso experimental de alguna de las dos pruebas.

### La fracción volumétrica como función del número de ciclos de vibración

De igual forma que para el caso de las pruebas con aire como fluido intersticial, se realizaron pruebas para obtener la fracción volumétrica de las seis series  $D/d$  en función del número de ciclos de vibración. En seguida se muestra esta información en la figura 3.8.

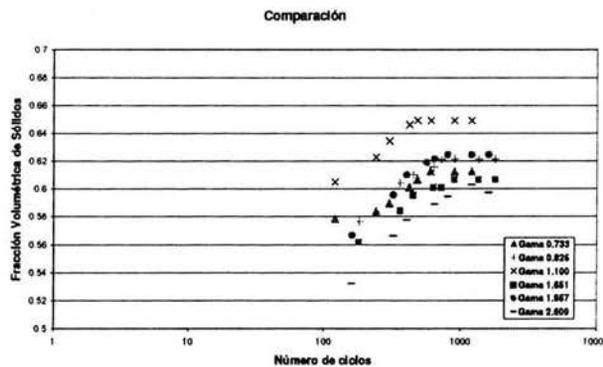
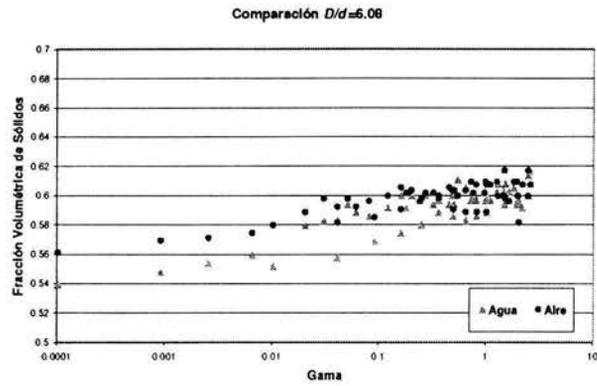


Figura 3.8: La gráfica compara las seis series  $D/d$ , cuando fueron sometidas a una intensidad de vibración  $\Gamma$ , en función del número de ciclos de vibración de vibración.

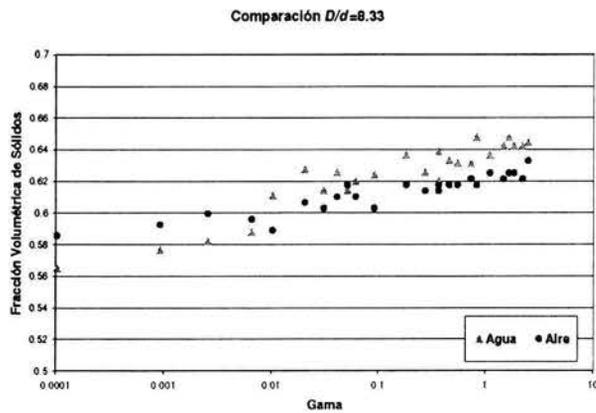
#### 3.1.3. Comparación de los comportamientos de las series $D/d$ cuando el fluido intersticial es aire y agua

Dado el interés por descubrir las diferencias entre el comportamiento de las partículas cuando son sometidas a vibraciones y su fluido intersticial cambia, se graficaron los datos de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para cada serie  $D/d$ , cuando el fluido intersticial es aire y agua. Asimismo, se graficaron los datos de  $\rho$  en función del número de ciclos de vibración cuando el fluido intersticial es aire y agua. A continuación se presenta la información en las figuras 3.9 y 3.10, respectivamente.

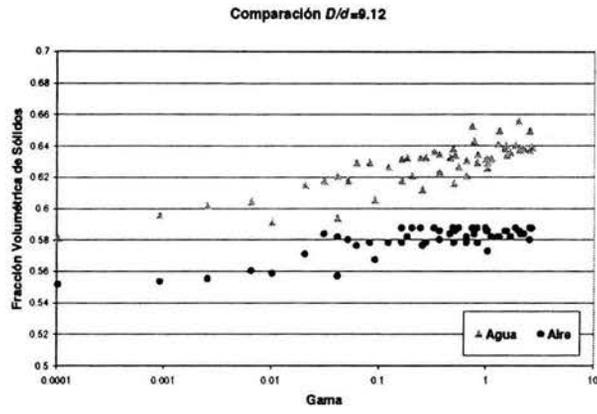
(a)



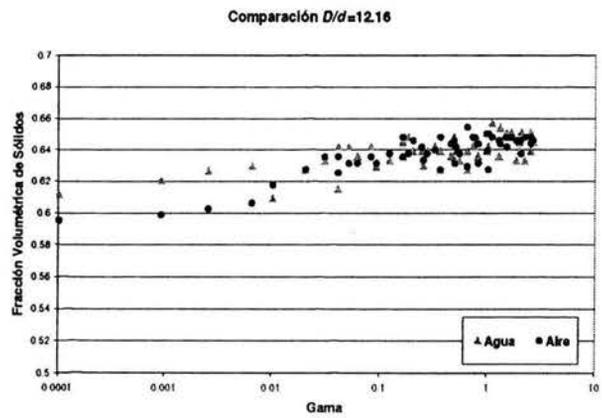
(b)



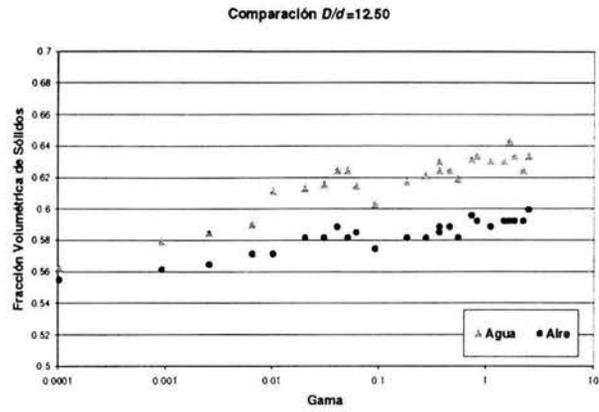
(c)



(d)



(e)



(f)

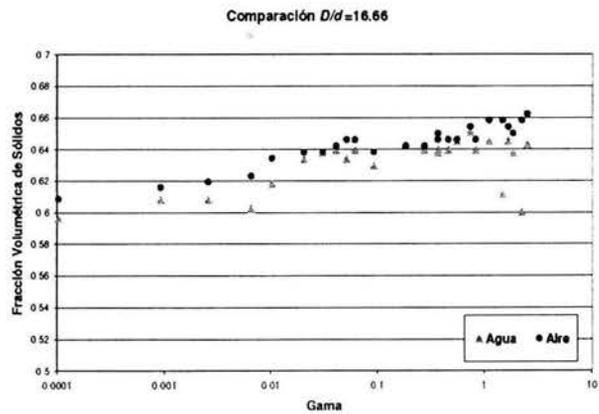
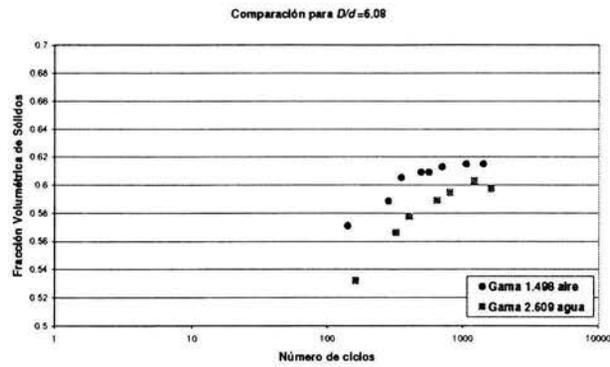


Figura 3.9: Gráficas de  $\rho$  como función  $\Gamma$  para cada  $D/d$ , para los dos fluidos intersticiales.

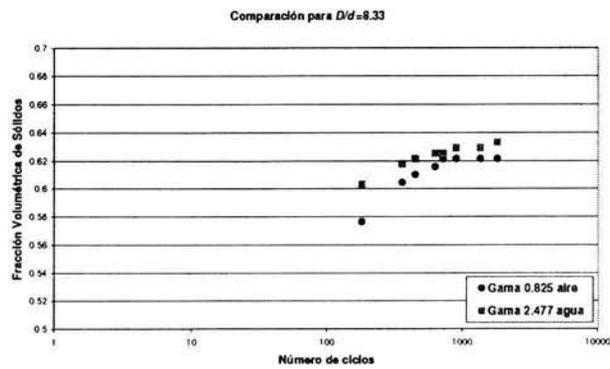
Como se puede ver existe una compatibilidad entre los resultados obtenidos en los experimentos  $D/d=6.08$ ,  $8.33$ ,  $12.16$ ,  $16.66$  cuando el fluido intersticial cambia. Sin embargo, para  $D/d=9.12$  y  $D/d=12.50$  hay una clara diferencia entre el comportamiento del material granular cuando el fluido intersticial cambia.

Las gráficas de comparación entre los valores de fracción volumétrica como función del número de ciclos de vibración para cada  $D/d$ , cuando su fluido intersticial era aire y agua, mientras eran sometidas a una intensidad de vibración  $\Gamma$  son las siguientes:

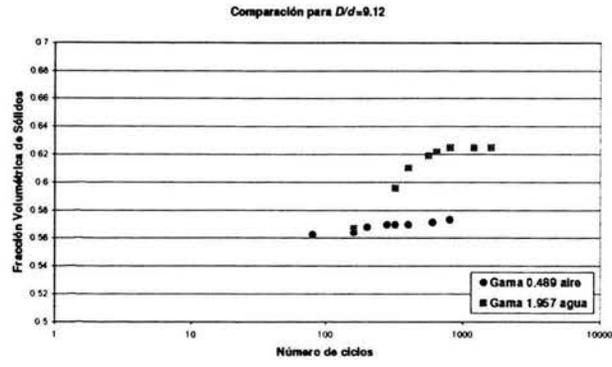
(a)



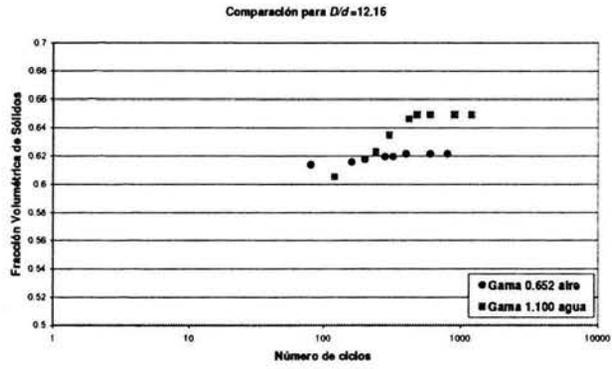
(b)



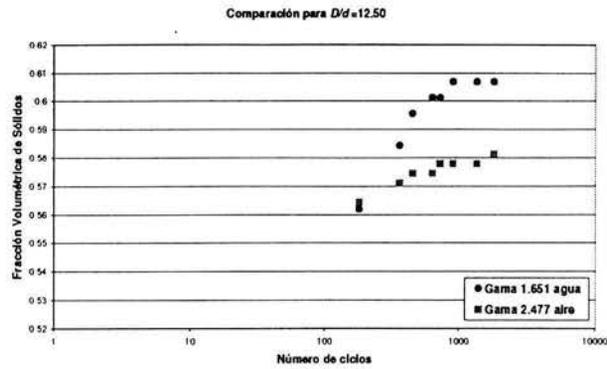
(c)



(d)



(e)



(f)

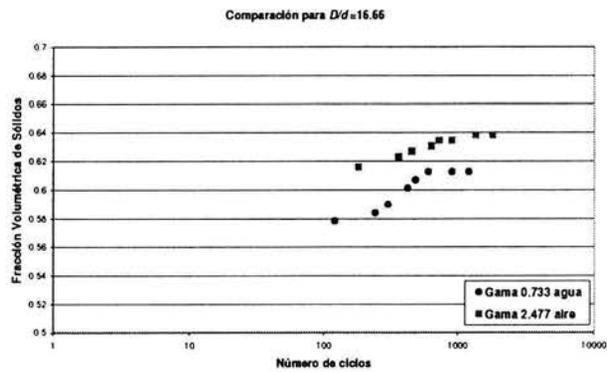


Figura 3.10: Gráficas de  $\rho$  como función del número de ciclos para cada  $D/d$ , para los dos fluidos intersticiales.

En las gráficas de las figuras 3.10 podemos observar que para todos los valores de  $D/d$ , excepto  $D/d=6.08$  y  $D/d=12.50$ , la serie de  $\Gamma$  menor tiene la fracción volumétrica más baja con respecto a la serie contraria.

### 3.2. La fracción volumétrica de un material granular contenido en un recipiente rectangular

Con el fin de obtener información sobre la compactación de los materiales granulares cuando solo existe una capa de partículas, se hizo el cambio de contenedor cilíndrico a un contenedor rectangular plano.

Los datos de  $\rho$  para diferentes intensidades de vibración  $\Gamma$  se graficaron para los tres tipos de partículas: 3, 4 y 6 mm de diámetro. Esta información se despliega en la siguiente figura 3.11.

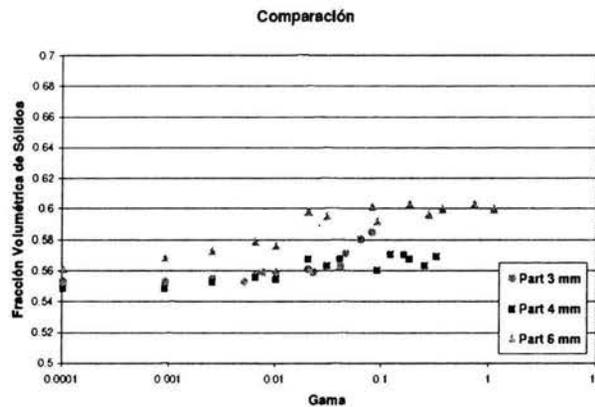


Figura 3.11: Gráfica de  $\rho$  en función de  $\Gamma$  para los tres tipos de partículas.

#### 3.2.1. Análisis de imágenes

Se realizó un análisis de las secuencias de fotos tomadas durante la grabación de los experimentos de vibración de las partículas esféricas contenidas en los recipientes rectangulares de vidrio.

De esos análisis, se escogieron algunas secuencias que muestran, de forma más representativa, algún fenómeno interesante relacionado con la compactación. En general, los fenómenos observados fueron los siguientes: reacomodo de pequeñas zonas de partículas durante el proceso de compactación, desarrollo y evolución de fracturas, y zonas grandes de reacomodo de partículas.

En seguida se muestra una secuencia del análisis de fotografías hecho para el experimento con partículas de 3 mm sometidas a una intensidad de vibración de  $\Gamma=0.040$ . Empalmado a ellas se encuentra el campo vectorial de velocidades correspondiente (figura 3.12).

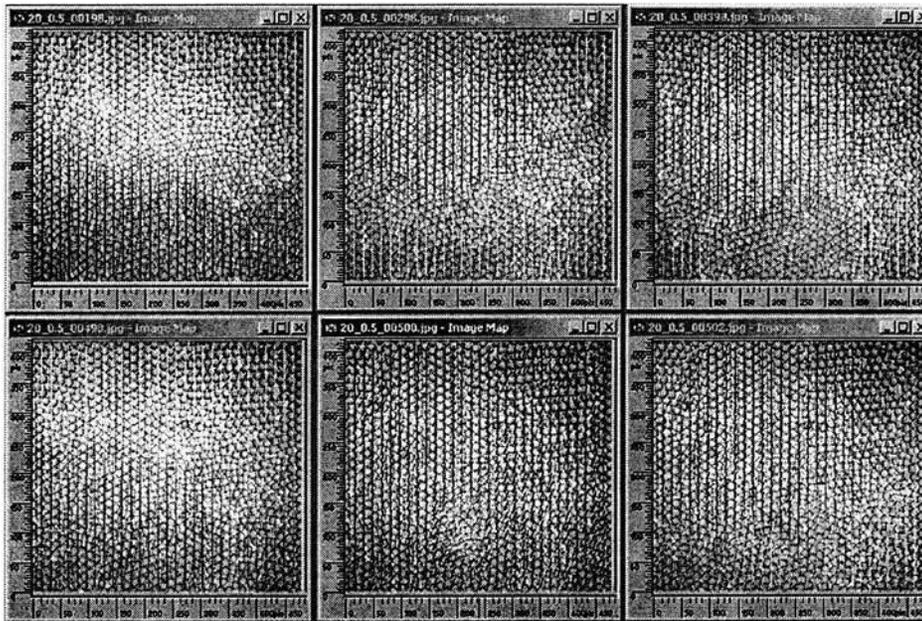


Figura 3.12: Fotografías de las partículas de 3 mm mientras vibran con una intensidad de  $\Gamma=0.040$ ; empalmado se encuentra el campo de velocidades respectivo. La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de las ventanas es de  $29d \times 33d$ .

En esta sucesión (figura 3.12) se puede ver como el campo vectorial de velocidades tiene un comportamiento regular durante el experimento, ya que la disposición de los vectores es compatible con el movimiento vertical del recipiente y por supuesto, de las esferas. Esto significa que mientras el movimiento impuesto era ascendente los vectores tenían el mismo sentido,

y viceversa. Salvo en la fotografía 500 se destaca una zona clara en la que el desplazamiento es muy distinto al del resto del material. Esto fue debido al deslizamiento de cuatro esferas que, en conjunto, se movieron hacia la derecha independientemente del resto del material granular.

Las siguientes tres fotografías son una secuencia del comienzo de un experimento de vibración con partículas de 4 mm y  $\Gamma=0.010$  (figura 3.13). Se trata de un fenómeno similar al caso anterior. Las ventanas que se encuentran en la parte inferior de cada fotografía corresponden a un acercamiento de las zonas circulares. En ellas se consigue distinguir la caída milimétrica, casi vertical, de tres esferas, con respecto a su posición inicial. Estas esferas se localizan en el área de 195 a 220 pix sobre el eje horizontal, y 115 a 175 pix sobre el eje vertical.

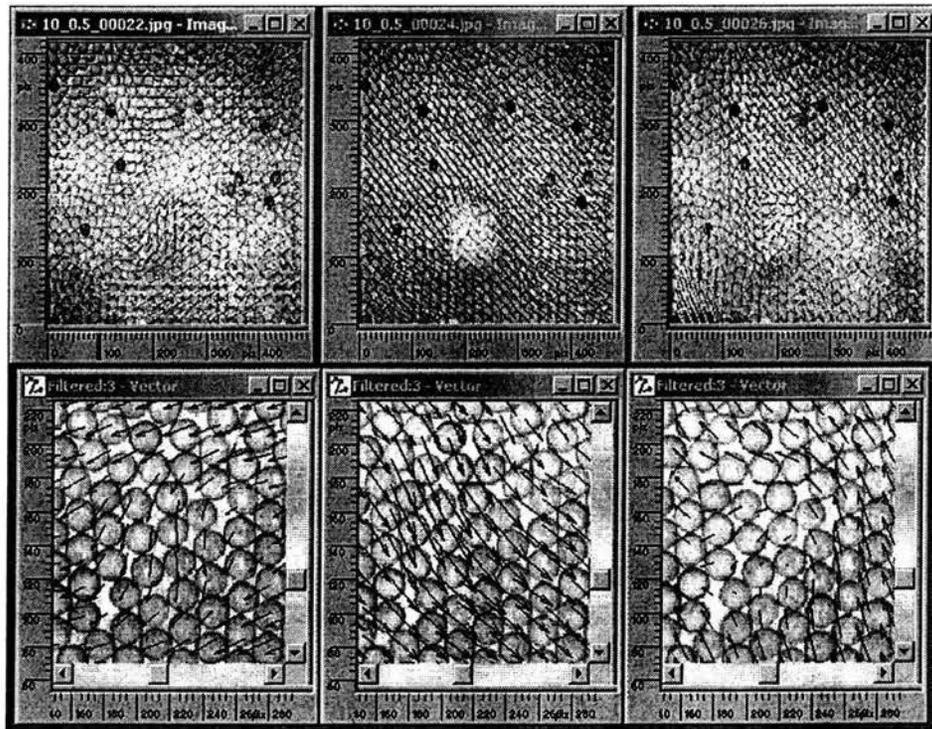


Figura 3.13: Secuencia de fotografías de las partículas de 3mm con su campo de velocidades correspondiente, sometidas a  $\Gamma=0.010$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de las ventanas es de  $29d \times 33d$ . Las ventanas inferiores corresponden a acercamientos de la secuencia.

Por otra parte, la figura 3.14 es una muestra del desarrollo y evolución de fallas dentro de un material granular que se compacta mientras sufre vibración. En ese experimento se utilizaron esferas de 3 mm, a las cuales les fue aplicada una vibración con intensidad igual a  $\Gamma=0.127$ .

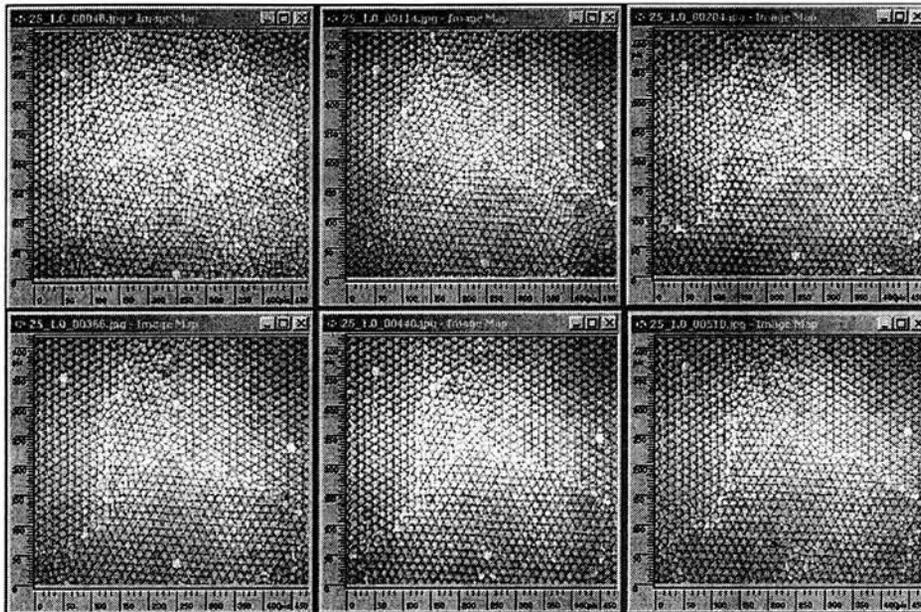


Figura 3.14: Experimento con partículas de 3 mm sometidas a una vibración de  $\Gamma=0.127$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $29d \times 33d$ .

Como se puede ver al comparar las fotos 46 y 510, pareciera haber una propensión del material para desarrollar fallas a partir de su disposición en el estado relajado.

Asimismo, el proceso de compactación del experimento de la figura 3.15, con partículas de 3 mm y vibraciones de  $\Gamma=0.081$ , involucró fallas en el material. A continuación se muestra una secuencia de este experimento, donde se consigue notar la formación de una sección de partículas en la parte superior, y la conservación de varios huecos dentro del material compacto durante el experimento.

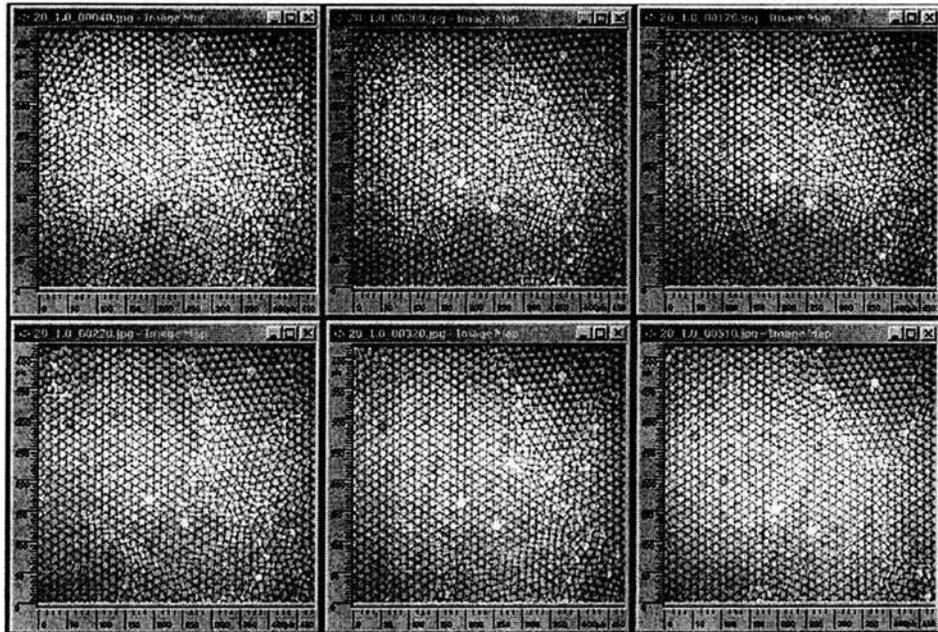


Figura 3.15: Experimento con partículas de 3 mm sometidas a una vibración de  $\Gamma=0.081$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $29d \times 33d$ .

En la figura 3.16 se exponen las fotografías del momento inicial y del momento final de este experimento, con sus respectivos campos vectoriales al lado. Como se puede apreciar, la disposición del campo vectorial se asemeja a la disposición de los segmentos delimitados por las fallas. En otras palabras, las fallas están caracterizadas por ser regiones en las que el gradiente de velocidades es alto.

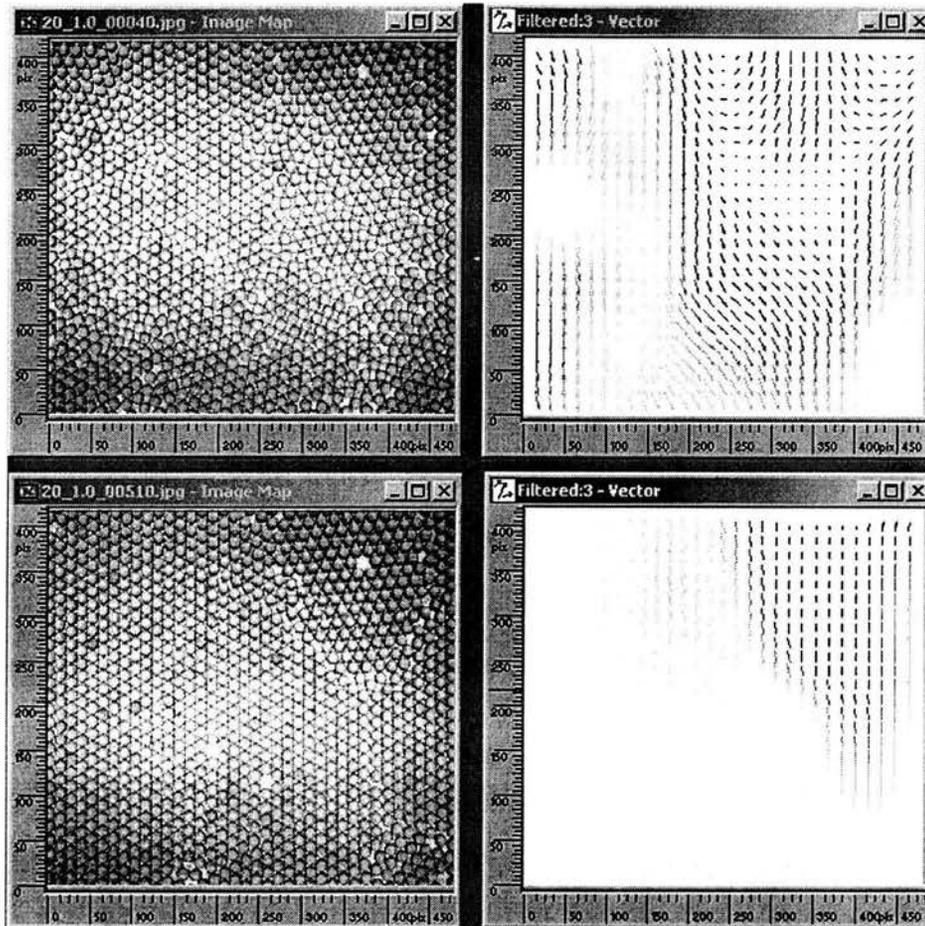


Figura 3.16: Fotografías del experimento con partículas de 3 mm sometidas a una vibración de  $\Gamma=0.081$ , con sus campos vectoriales concernientes.

Por otro lado, en algunos análisis de imágenes se observó otro fenómeno: la aparición de zonas aisladas con vectores más grandes. Estas zonas de velocidad generalmente crecían radialmente a través del material. Al estudiar con detenimiento la secuencia de imágenes, se pudo distinguir que éste era provocado por secciones del material que de alguna forma conseguían desplazarse más que lo demás. Las figuras 3.17 y 3.18 son un ejemplo de las zonas anteriormente descritas; estas suelen aparecer en tonos claros.

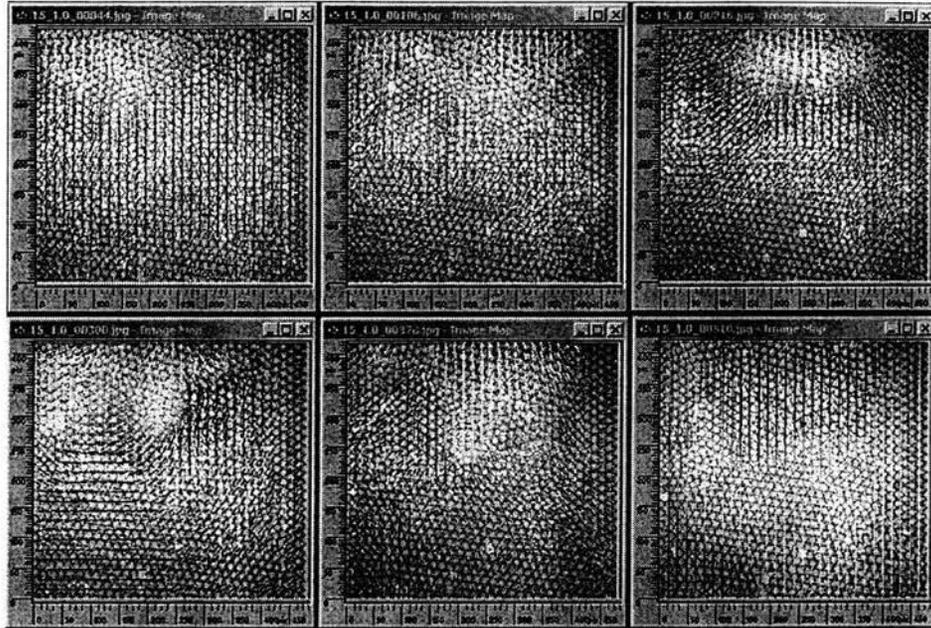


Figura 3.17: Sucesión de fotografías con sus campos de velocidad, del experimento con partículas de 3 mm y  $\Gamma=0.045$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $29d \times 33d$ .

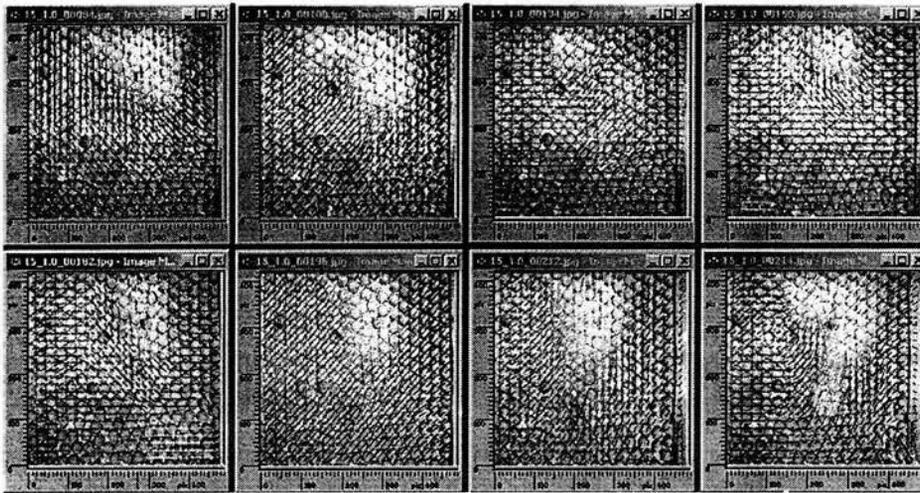


Figura 3.18: Sucesión de fotografías con sus campos de velocidad, del experimento con partículas de 6 mm y  $\Gamma=0.045$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $14d \times 17d$ .

Finalmente, se presenta la serie de fotografías de la figura 3.19, donde se experimentó con partículas de 4 mm sometidas a una intensidad  $\Gamma=0.045$ , ya que muestra las dificultades que hubo durante algunos de los experimentos.

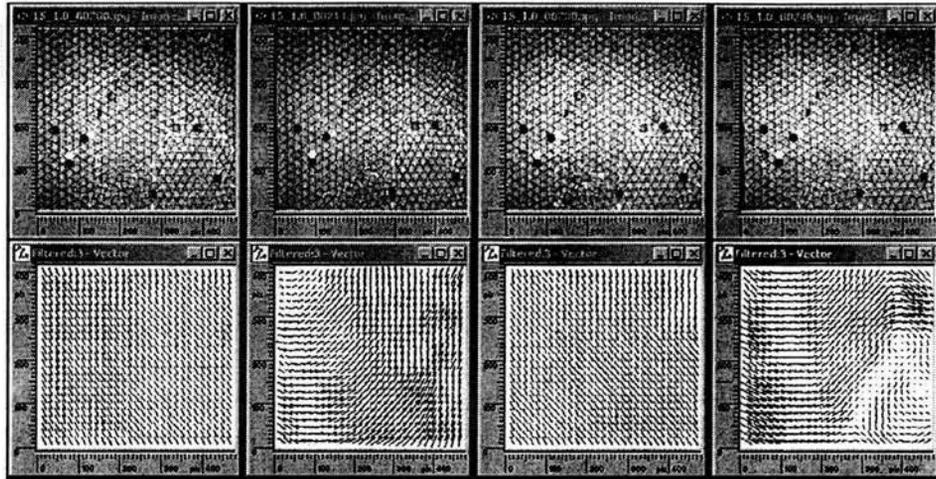


Figura 3.19: Sucesión de fotografías con sus campos de velocidades del experimento con partículas de 4 mm y una intensidad de vibración  $\Gamma=0.045$ . La secuencia fue grabada a 250 cuadros por segundo y el tamaño de la ventana es igual a  $22d \times 25d$ .

En dos de las fotografías de la secuencia anterior (fotografías 214 y 246) se puede ver la aparición de una franja negra a la izquierda. Esta corresponde a la orilla del recipiente de vidrio, que debido a la agitación impuesta a dicho recipiente, comienza a aparecer dentro del área de grabación. Es decir que, además del movimiento vertical debido a la vibración, empieza un movimiento horizontal de derecha a izquierda, y muy probablemente, de enfrente hacia atrás también. Esto se debe a una limitación en el diseño experimental que hace que el recipiente entre en resonancia para algunos valores de gama. En el campo vectorial también se advierte este efecto, ya que los vectores de velocidad pierden su dirección norte-sur y se ven como si comenzaran a girar; e inclusive en los campos de las fotos 214 y 246 se nota una franja de vectores largos a la izquierda, que corresponde con la zona donde hace presencia la orilla del contenedor.

Otra cuestión importante, es que en las coordenadas (210,260) pix hay una esfera de 3 mm que se coló y que forma parte del experimento, por lo que se perdió la homogeneidad del material en esa área. Como podemos ver

en el campo vectorial, no hay mucha influencia de esta partícula extraña en el movimiento común de las esferas.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



## Capítulo 4

# Conclusiones

Los estudios experimentales realizados durante este trabajo muestran que la densidad (representada por la fracción volumétrica) de un material granular vibrado, evoluciona de un estado inicial de baja densidad a un estado final de alta densidad.

Al estudiar las gráficas de fracción volumétrica en función de la intensidad de vibración (figuras 3.3 y 3.6), vemos que ésta varía de  $\rho \approx 0.55$  para la configuración mecánica menos estable a  $\rho \approx 0.66$  para la configuración más estable. También, se observa que entre las series  $D/d$  correspondientes a las esferas de 3 y 6 mm de diámetro, existen relaciones monotónicas de fracción volumétrica mientras los sistemas pasan de un estado inicial relajado a un estado final vibrado. Ésto no se cumple para las esferas de 4 mm de diámetro.

La afirmación anterior confirma la teoría sobre el efecto del tamaño del contenedor en la eficiencia del empacamiento para esferas de igual tamaño propuesta en el capítulo 1. Si observamos la figura 1.8 (Leva and Grummer, [9]) podemos notar que el coeficiente  $D/d$  influye en el proceso de compactación de forma tal, que para valores pequeños ( $D/d \approx 5$ ), el porcentaje de densidad teórica está abajo del 59 %, mientras que para coeficientes intermedios ( $D/d \approx 20$ ) el porcentaje es de 65 %. Además dentro de ese rango de  $D/d$ , la tendencia es notablemente ascendente, ya que para  $D/d > 20$ , la densidad se vuelve más estable. Esto hace pensar que los experimentos desarrollados en esta tesis estuvieron dentro de una región de fracción volumétrica de gran variación, por lo que las partículas tuvieron gran libertad de acomodarse durante la vibración, y por lo tanto pudieron pasar con facilidad de una configuración de empacamiento a otra.

Al analizar las figuras 3.3 (a) y 3.6 (a) se percibe que la respuesta de la fracción volumétrica para cada serie  $D/d$  refleja una transición entre dos estados constantes que tienen diferentes densidades y tipos de reorganización, y que pudiesen asociarse con características estructurales. Es decir que, si la compactación de una capa fuera resultado de un solo proceso de vibración, entonces uno esperaría que el exceso de volumen no ocupado decayera con un solo tiempo de relajación; sin embargo, pareciera que el proceso de compactación es una suma de dos transcurso: uno de relajación rápida y otro de relajación lenta que lleva hacia un estado estacionario. Estudiando las figuras 3.5 y 3.8 se percibe que el proceso de compactación es relativamente lento y que posiblemente la densidad alcanza su estado estacionario después de los 1000 ciclos, dependiendo de la intensidad de la vibración. Según algunos estudios [3] una vez que el material granular ha alcanzado el estado estacionario, se pueden discenir fluctuaciones alrededor del valor de densidad. Las fluctuaciones de la densidad representan las diferentes configuraciones volumétricas accesibles a las partículas sometidas a la vibración; es decir que, después de cada golpe, la densidad va a ser un poco mayor o un poco menor de como era antes. Desafortunadamente nuestros resultados (figuras 3.5 y 3.8) no permiten distinguir este comportamiento natural de los materiales granulares ya que no cuentan con la densidad de datos suficientes y sobre todo, no se obtuvieron para ciclos mayores a 1000.

La explicación de las fluctuaciones alrededor del valor de densidad en el estado estacionario, nos podría ayudar a esclarecer la razón de la variación de la fracción volumétrica, que sucede cuando repetimos una prueba bajo los mismos parámetros experimentales. La figura 3.2 muestra la desviación estándar entre tres pruebas similares, y se puede observar que existen variaciones muy pequeñas de fracción volumétrica, pero también tan grandes como 2%. Por otro lado, según el trabajo de Knight, Fandrich, Lau, Ben-Naim, Jaeger y Nagel [6] el empacamiento no es homogéneo a bajas aceleraciones ( $\Gamma_c < 1.8$ ) luego de ser aplicadas durante  $t=10000$  (figura 1.14). Vale la pena mencionar que en nuestro caso, los datos fueron adquiridos dentro de la fase de empacamiento no homogéneo, ya que a pesar de que los valores de  $\Gamma$  estuvieron dentro del rango de  $0.01 < \Gamma < 2.60$ , es decir, pasaron el valor característico de  $\Gamma_c$ , los golpeteos anduvieron dentro del rango de  $200 < t < 2000$ . Por lo que no se alcanzó el estado de compactación homogéneo y por lo tanto había demasiada competencia entre los granos por eliminar los defectos de empacamiento.

Uno de los objetivos de esta tesis fue comparar el comportamiento de la fracción volumétrica de los materiales granulares como función de  $\Gamma$ , cuando su fluido intersticial cambia. Si observamos las figuras 3.9 (a), (b), (d) y (f)

podemos notar que los datos de  $\rho$  cuando el fluido es aire se empalman con los datos cuando el fluido es agua, dentro del rango de desviación estándar visto en la figura 3.2. Asimismo, es fácilmente distinguible que lo anterior no sucede en las figuras 3.9 (c) y (e). Estas discrepancias corresponden a las esferas de 4 mm de diámetro. Por otra parte, la figura 3.10 muestra la respuesta de la fracción volumétrica como función del número de ciclos de vibración para los valores  $D/d$ , cuando su fluido intersticial y la intensidad de vibración cambian. Las figuras 3.10 (b), (c), (d), (f) son congruentes en cuanto a que las pruebas con mayor  $\Gamma$  tienen valores de  $\rho$  más altos. Sin embargo no hay algún patrón visible en cuanto a su comportamiento cuando el fluido intersticial es diferente.

El análisis de las imágenes tomadas durante los experimentos de compactación de esferas contenidas en recipientes planos, nos llevó a una conclusión importante: el proceso de densificación es altamente complejo. Sin embargo se pudieron confirmar varias hipótesis. A continuación se hace mención de ellas.

- Durante el proceso de compactación el sistema de partículas rastrea las configuraciones disponibles para alcanzar un estado más denso.
- Durante el rearrreglo existe creación y aniquilación de huecos, que dependen de la estabilidad mecánica del arreglo granular, ya que determina el volumen libre disponible para la creación de un hueco grande. El volumen disponible libre se determina por el rango de fracciones volumétricas accesibles en el material granular.

También se observó que la relajación es de tipo logarítmica natural, es decir  $y=Ln(x)$ , e involucra varios procesos, el primero es de relajación rápida y puede corresponder con el movimiento independiente de partículas [4], y el segundo implica una relajación lenta y atañe al movimiento de cúmulos [4]. Desafortunadamente, los experimentos no tuvieron la duración suficiente para alcanzar el estado estacionario.

Además se observaron varias manifestaciones naturales de la compactación, por ejemplo, pequeñas zonas de reacomodo de partículas, desarrollo y evolución de fracturas, y zonas grandes de reacomodo de esferas. Una respuesta a la generación de estos fenómenos podría ser que la configuración inicial de las partículas es determinante en el comportamiento que las esferas tendrán durante el proceso de densificación, sobre todo en la etapa de relajamiento rápido. De esta manera, si desde el inicio existían zonas de mayor libertad, durante la vibración, las partículas tenían mayor capacidad de movimiento

que el resto. Asimismo, si en la configuración inicial existían líneas divisorias entre conjuntos de partículas con diferentes fracciones volumétricas promedio, entonces éstas podían perseverar como fracturas durante las vibraciones, aún cuando al final el material en su conjunto llegara a tener un valor de fracción volumétrica más homogéneo.

Los campos de velocidades obtenidos en el procesamiento de imágenes fueron de gran ayuda en la visualización de los fenómenos arriba descritos, ya que hacían destacar desde los movimientos milimétricos de algunas esferas, como los movimientos de cúmulos.

La figura 3.11 muestra los datos de fracción volumétrica como función de la intensidad de vibración para los tres tipos de partículas. Para el caso de las partículas de 4 y 6 mm la tendencia es de una relajación bastante lenta, mientras que para las partículas de 3 mm la relajación resulta ser más rápida. Esta diferencia entre comportamientos puede ser resultado de fallas en el diseño experimental, ya que, para intensidades de vibración grandes ( $\Gamma > 0.1$ ) aparecían vibraciones horizontales además de las vibraciones verticales, por lo que el diseño experimental perdía estabilidad. Además, los vidrios del recipiente eran propensos a romperse bajo esas condiciones.

Por otro lado, un error del procedimiento experimental fue haber vibrado con frecuencias dentro del rango de 10 - 100 Hz, por lo que algunos efectos de la vibración continua pudieron haber sucedido como dobleteo del período, ya que el sistema no tenía el tiempo suficiente de llegar al descanso completo entre cada ciclo.

#### 4.1. Trabajo a futuro

Con el propósito de continuar con la labor experimental desarrollada en ésta tesis, es importante comprender las dificultades y limitantes del diseño y procedimiento experimentales que se tuvieron en la adquisición de los datos, y por lo tanto entender cómo se puede mejorar la calidad éstos. A continuación mencionaré unas ideas y propuestas que podrían ser de ayuda en trabajos futuros:

- El experimento provó sólo el régimen de bajas intensidades de vibración donde la gravedad y las fricciones internas son fuerzas significativas, por lo que es vital mejorar el diseño experimental, sobre todo los recipientes rectangulares planos.
- Asimismo, resulta conveniente prolongar las pruebas de tal forma que se alcance un número de ciclos mayor a 10000, ya que de otra forma

es muy difícil alcanzar el estado estacionario.

- La pérdida de la monotonía para el caso de las esferas de 4 mm de diámetro resulta extraño, por lo que deberá hallarse alguna explicación sobre los mecanismos que están gobernando el comportamiento de estas partículas.
- Para tener mayores datos confiables, los campos de velocidad deberán ser cuantificables, ya que en este trabajo sólo sirvieron para propósitos de visualización.



# Bibliografía

- [1] ODA, M., AND IWASHITA, K. 1999 *Mechanics of granular materials. An introduction*. Balkema.
- [2] DURAN, J. 2000 *Sands, powders and grains. An introduction to the physics of granular materials*. Springer.
- [3] NOWAK, E. R., KNIGHT, J. B., BEN-NAIM, E., JAEGER, H. M., AND NAGEL, S. R. 1998 Density fluctuations in vibrated granular materials. *Physical Review E*. **57**, 1971.
- [4] BEN-NAIM, E., KNIGHT, J. B., NOWAK, E. R., JAEGER, H. M., AND NAGEL, S. R. 1998 Slow relaxation in granular compaction. *Physical D*. **123**, 380.
- [5] HALSEY, T. C., BALL, R., KUMARAN, V. 2003 *Granular Physics. Kavli Institute for Theoretical Physics*.
- [6] KNIGHT, J. B., FANDRICH, C. G., LAU, C. N., BEN-NAIM, E., JAEGER, H. M., AND NAGEL, S. R. 1995 Density relaxation in a vibrated granular material. *Physical Review E*. **51**, 3957.
- [7] BARKER, G. C., AND MEHTA, A. 1993 Transient phenomena, self-diffusion and orientational effects in vibrated powders. *Physical Review E*. **47**, 184.
- [8] GAVRILOV, K. L. 1998 Cluster model for compaction of vibrated granular materials. *Physical Review E*. **58**, 2107.
- [9] CUMBERLAND, D. J. AND CRAWFORD, R. J. 1987 *The packing of particles*. Elsevier.