



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN**

**APUNTES DE INGENIERÍA SÍSMICA**

**T E S I S**

Que para obtener el Título de:

**INGENIERO CIVIL**

Presenta:

**HUMBERTO CAUDANA QUINTANA**

**ASESOR: ING. ADOLFO ALMAZÁN JARAMILLO**



**M É X I C O**

**2004**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN  
DIRECCIÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

HUMBERTO CAUDANA QUINTANA

Presente

Con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobado su tema de tesis y asesor.

TÍTULO:

"APUNTES DE INGENIERÍA SÍSMICA"


ASESOR: Ing. TRINIDAD ADOLFO ALMAZÁN JARAMILLO

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
San Juan de Aragón, México, 22 de enero de 2004.

LA DIRECTORA

ARQ. LILIA TURCOTT GONZÁLEZ



C p Secretaria Académica  
C p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil  
C p Asesor de Tesis

LTG/AIR/csq

*Por y para mis padres,  
de quienes he recibido  
todo,  
y aún más.*

*A mis hermanos, pues a pesar  
de los tiempos difíciles, siempre  
han estado ahí.*

*A mis familiares, amigos, profesores,  
y a todos aquellos que de una u otra  
forma me han apoyado.*

*Gracias.*

---

# ÍNDICE

## Introducción

<b>1. Fundamentos de la sismología</b>	<b>5</b>
1.1 Notas históricas	6
1.2 Origen de los sismos	7
1.3 Composición interna de la Tierra	10
1.4 Tectónica de placas y Rebote elástico	12
1.5 Vulcanismo	16
1.6 Medición de los sismos	18
1.6.1 Intensidad	18
1.6.2 Magnitud	21
1.6.3 Instrumentación sísmica	23
1.7 Transmisión de ondas sísmicas	26
1.8 Sismicidad en el mundo	31
<b>2. Riesgo sísmico</b>	<b>35</b>
2.1 Características del movimiento sísmico	36
2.2 Concepto de sismicidad	39
2.3 Definición del riesgo sísmico	39
2.3.1 Peligrosidad sísmica	41
2.3.2 Vulnerabilidad sísmica	43
2.4 Regionalización sísmica de la República Mexicana	44
2.5 Microzonificación sísmica de la Ciudad de México	45
<b>3. Dinámica de las estructuras</b>	<b>47</b>
3.1 Conceptos básicos	48
3.2 Modelado de las estructuras y la Ecuación de equilibrio dinámico	50
3.3 Sistemas lineales de un grado de libertad	53
3.3.1 Vibraciones libres sin amortiguamiento	53
3.3.2 Vibraciones libres con amortiguamiento	55
3.3.3 Vibraciones forzadas	57
3.3.4 Espectro de respuesta	60
3.4 Sistemas lineales de varios grados de libertad	61
3.4.1 Modos de vibración de las estructuras	65
<i>Ejemplo 1</i>	67
<i>Ejemplo 2</i>	71
3.4.2 Propiedades de los modos	75
<i>Ejemplo 1</i>	76
<i>Ejemplo 2</i>	77

3.4.3 Vibraciones libres	77
3.4.4 Vibraciones forzadas	78
<b>3.5 Métodos de cálculo de los modos de vibrar</b>	<b>79</b>
3.5.1 Método de N. M. Newmark	79
<i>Ejemplo 1</i>	80
3.5.2 Método de Rayleigh	81
<i>Ejemplo 1</i>	83
3.5.3 Método de Holzer	84
<i>Ejemplo 1</i>	85
<b>3.6 Análisis modal</b>	<b>87</b>
<b>3.7 Respuesta inelástica de estructuras</b>	<b>89</b>
3.7.1 Espectros de respuesta inelásticos	91
<b>4. Respuesta estructural</b>	<b>93</b>
<b>4.1 Comportamiento sísmico de las estructuras</b>	<b>94</b>
<b>4.2 Características de los materiales</b>	<b>99</b>
4.2.1 Concreto	99
4.2.2 Acero	101
4.2.3 Mampostería	103
4.2.4 Madera	105
<b>4.3 Características de los elementos estructurales</b>	<b>106</b>
4.3.1 Vigas y columnas de concreto reforzado	106
4.3.2 Conexiones en concreto reforzado	108
4.3.3 Muros de concreto reforzado	110
4.3.4 Vigas y columnas de acero	112
4.3.5 Conexiones de acero	113
4.3.6 Arriostramientos de acero	115
4.3.7 Muros de mampostería	116
<b>5. Marco normativo</b>	<b>117</b>
<b>5.1 Filosofía y objetivo del diseño sísmico</b>	<b>118</b>
<b>5.2 Marco normativo para el diseño sísmico en la Ciudad de México</b>	<b>119</b>
5.2.1 El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal	120
5.2.2 Las Normas Técnicas Complementarias	121
<b>5.3 Aspectos normativos para el diseño sísmico</b>	<b>121</b>
5.3.1 Clasificación de las estructuras	122
5.3.2 Requisitos de regularidad	122
5.3.3 Tipo de suelo	124
5.3.4 Coeficiente sísmico	125
5.3.5 Espectro de diseño	127

5.3.6 Factor reductivo	128
<b>5.4 El proceso del diseño sísmico</b>	<b>129</b>
<b>6. Métodos de análisis sísmico</b>	<b>135</b>
<b>6.1 Selección del método de análisis</b>	<b>136</b>
<b>6.2 El método estático</b>	<b>137</b>
6.2.1 Fuerzas cortantes	137
6.2.1.1 Valuación sin estimar el período fundamental	138
6.2.1.2 Valuación estimando el período fundamental	140
6.2.2 Distribución de fuerzas sísmicas	142
6.2.2.1 Método tabular	144
6.2.3 Momentos de volteo	146
6.2.4 Efectos de segundo orden	146
<i>Ejemplo 1</i>	147
<b>6.3 El método simplificado</b>	<b>159</b>
<i>Ejemplo 1</i>	161
<b>6.4 El método dinámico</b>	<b>164</b>
6.4.1 Análisis modal espectral	165
<i>Ejemplo 1</i>	167
<b>6.5 Interacción suelo-estructura</b>	<b>171</b>
<b>7. Configuración estructural</b>	<b>177</b>
<b>7.1 Configuración del edificio</b>	<b>178</b>
7.1.1 Peso	178
7.1.2 Altura	179
7.1.3 Dimensión en planta	179
7.1.4 Proporción	180
7.1.5 Simetría y forma	181
<b>7.2 Elementos sismorresistentes</b>	<b>185</b>
7.2.1 Diafragmas	185
7.2.2 Muros de cortante	187
7.2.3 Contravientos	189
<b>7.3 Sistemas sismorresistentes</b>	<b>190</b>
7.3.1 Marcos rígidos	190
7.3.2 Marcos rigidizados	193
7.3.3 Sistemas tipo cajón	196
<b>7.4 Elementos no estructurales</b>	<b>197</b>
7.4.1 Generalidades	197
7.4.2 Fuerzas actuantes sobre los elementos no estructurales	199
7.4.3 Efectos e interacción de los elementos arquitectónicos	200



7.4.4 Equipo e instalaciones	203
<b>7.5 Detallado de estructuras de concreto reforzado</b>	<b>205</b>
7.5.1 Selección de materiales	206
7.5.2 Vigas	207
7.5.3 Columnas	208
7.5.4 Uniones viga-columna	210
7.5.5 Muros	210

**Conclusiones**

**Bibliografía y referencias**

---

## INTRODUCCIÓN

Desde tiempos antiguos, el hombre ha estudiado el fenómeno sísmico con la finalidad de comprenderlo y saber por qué ocurre o qué lo causa, pero también para conocer la forma en que afecta a sus construcciones y poder hacerlas más resistentes. Para tratar este último aspecto surgió la ingeniería sísmica, que es la encargada entonces de estudiar todos aquellos aspectos relacionados con los sismos que de una u otra forma interactúan o influyen en el comportamiento de las estructuras, y tomarlos en cuenta en el diseño de éstas para garantizar la seguridad.

El estudio de la ingeniería sísmica en una región o lugar determinado estará en función de la actividad sísmica de dicha región y de los daños que puedan ocurrir. Entonces, resulta claro que en el Valle de México se hace imprescindible contar con gente capacitada en este campo, debido a la gran factibilidad de ocurrencia de daños debidos a sismo, siendo el ingeniero civil el profesional idóneo. Desde que comienzan su ciclo formativo, muchos estudiantes de ingeniería civil se ven atraídos por el área de las estructuras, dentro de la cual se encontrarán con la ingeniería sísmica que, si bien no es imposible de asimilar, sí conlleva un cierto grado de complejidad y requiere de un gran esfuerzo y arduo trabajo para su comprensión, además de una buena formación en análisis estructural y mecánica de materiales.

Si bien en la actualidad hay un gran número de libros que tratan la ingeniería sísmica a detalle y sirven para complementar lo que ve en clase el estudiante, también es cierto que existe una problemática para éste, pues no siempre puede disponer de ellos, o bien, se encuentran en otros idiomas o, incluso, el tratamiento de los temas se realiza en una forma muy abstracta que muchas veces no logra comprender (no porque el enfoque del libro sea inadecuado, sino por la misma inexperiencia o desconocimiento total del tema por parte del estudiante); además, si consideramos la carga académica del alumno, resulta casi imposible para éste realizar una consulta amplia de títulos. Atendiendo a esta problemática, los presentes *Apuntes de ingeniería sísmica* fueron realizados con el objetivo principal de constituir un material de consulta de fácil acceso para el estudiante de ingeniería sísmica que, lejos de confundirlo y dejarlo con cabos sueltos, le ayude a comprender totalmente un tema en lo teórico y reafirmarlo en lo práctico.

De esta forma, los *Apuntes* en realidad consisten en una compilación de información, aunque tratada y redactada en una forma sencilla y clara para facilitar su comprensión, e incluyendo algunos ejemplos sencillos resueltos paso a paso para reafirmar aún más los temas que así lo requieran. Llevar a cabo esto implicó la realización de una investigación bibliográfica ardua para entonces seleccionar los textos más adecuados, con base en diversos aspectos, tales como tratamiento del tema, actualidad de la información y aplicabilidad en la región (como en el caso de la normatividad).

Como ya se mencionó, este trabajo pretende ser un material de consulta, por lo que se desarrollan y exponen todos los aspectos requeridos por el programa de estudio de la materia Ingeniería Sísmica que se imparte en la ENEP Aragón. Así, en el primer capítulo se exponen todos los conceptos sismológicos fundamentales que hay que conocer para comprender el significado de la palabra *sismo*, no en un sentido lingüístico, sino en todos los aspectos involucrados con ese fenómeno, y se presentan también las zonas sísmicas en el mundo y en México.

En el capítulo siguiente se estudian las características que tiene el movimiento del terreno por la acción sísmica y la manera en que interactúa con las estructuras, es decir, qué implica para las construcciones el movimiento del terreno y cómo sus características propias influyen ante éste. Asimismo, se expone el concepto de riesgo sísmico, fundamental para tomar decisiones relacionadas con la normatividad aplicable en determinada región, y qué parámetros conlleva su estudio. Finalmente, se analiza la regionalización sísmica del país y la microzonificación de la Ciudad de México y el área conurbada.

El capítulo 3 presenta los elementos de dinámica estructural que son necesarios para lograr la comprensión del movimiento del terreno y del comportamiento sísmico de las estructuras, desde un punto de vista analítico, es decir, los aspectos y parámetros matemáticos que implican dichos aspectos y que son requeridos luego en los métodos de análisis sísmico. En este capítulo se tratan aspectos fundamentales como los sistemas de uno y varios grados de libertad y las condiciones a que pueden estar sometidos, las características vibratorias de los sistemas, y cómo se toma en cuenta el sismo para el análisis. Si bien el enfoque principal se da para el comportamiento lineal, también se realiza un breve desarrollo para el no lineal.

Las características y parámetros que conlleva el comportamiento sísmico de las estructuras, así como las propiedades mecánicas de los materiales de construcción más comunes y los elementos estructurales se presentan en el capítulo 4. Dichas propiedades se conocen de otras asignaturas, como Mecánica de Materiales; sin embargo, la gran diferencia radica en que entonces fueron tratadas con un carácter estático, mientras que ahora se analizan bajo condiciones dinámicas, que son las generadas por las fuerzas sísmicas.

Los siguientes dos capítulos constituyen la parte medular de estos apuntes, pues contienen todos los aspectos relacionados con el proceso de diseño sísmico. En el capítulo 5 se presenta la filosofía y el objetivo del diseño sísmico, fundamental para comprender ciertos aspectos de las metodologías de diseño, y se exponen todos aquellos parámetros que se requieren para realizar el análisis sísmico de las estructuras, con base en la normatividad aplicable. Por su parte, el capítulo 6 trata en forma específica cada uno de los métodos de análisis: el simplificado, el estático y el dinámico modal, así como también la interacción suelo-estructura.

Finalmente, el capítulo 7 está dedicado a presentar algunas recomendaciones sobre ciertos aspectos del edificio para mejorar su respuesta estructural o para prevenir decisiones desfavorables, principalmente en cuanto a la configuración, a la selección de sistemas sismorresistentes y al detallado estructural.

---

# Fundamentos de la Sismología

*Capítulo*

# 1

---

Antes de comenzar a estudiar los aspectos técnicos que conllevan los sismos y todas aquellas características propias de la ingeniería sísmica, es importante comprender qué son los sismos, por qué ocurren y cuál es el mecanismo con el que funcionan. De esta forma, en este capítulo se expondrán todos aquellos aspectos relacionados con el comportamiento físico de los sismos, es decir, qué pasa cuando tiembla, qué ocasiona el movimiento del suelo; además, veremos en que forma y con qué podemos caracterizar o medir el movimiento, así como también cuáles son las zonas con mayor actividad sísmica en el mundo.

## 1.1 Notas históricas

La *sismología* es la ciencia que se encarga del estudio de todos aquellos aspectos relacionados con los sismos, tales como la localización, orientación, tamaño, ondas que generen y el medio físico que éstas atraviesan. Clasificando los parámetros de estudio pueden quedar así <sup>(1)</sup>:

- *Fuente sísmica*: incluye el estudio de las causas, así como el de los procesos que se presentan en ella.
- *Ondas sísmicas*: proporciona información acerca de lo que ocurre en la fuente y del tipo de daños que causa un sismo.
- *Medio físico*: permite conocer como está constituido el planeta y así localizar correctamente el origen de un sismo.

Si consideramos la esencia misma de su objeto de estudio, la sismología no es una ciencia nueva, pues ya desde los tiempos de la antigüedad se había tratado de comprender el origen de los movimientos del terreno, dando explicaciones fantásticas (como los japoneses, que atribuían los movimientos a las sacudidas de un enorme pez) y, además, atribuyéndoles un carácter supersticioso (como los chinos, que creían que los sismos anunciaban cambios en el gobierno), producto del desconocimiento científico.

Los sismos fueron vistos como fenómenos naturales a partir del siglo IV a. C., cuando filósofos griegos como Anaxímenes y Demócrito pensaban que la humedad y el agua los causaban; o como Anaxágoras y Empédocles, que afirmaban que eran producidos por súbitas de aire. Esta última teoría fue retomada por Aristóteles y llegó a difundirse hasta la Edad Media, época en la que se prohibió cualquier tipo de explicaciones naturalistas, atribuyendo a todo un carácter divino.

Ya en el siglo XVII de nuestra era se volvieron a dar explicaciones de tipo científico, como las teorías de M. Lister y N. Lesmerg, que involucraban fuegos subterráneos de origen químico; Alexander von Humboldt estableció una relación entre las fallas geológicas y los sismos, aunque no tuvo aceptación universal; Robert Mallet, en 1859, afirmaba que los sismos se producían por la flexión y contención de los materiales elásticos que forman parte de la corteza terrestre, o bien, por su colapso y fractura (que son las ideas que constituyen la base de la tectónica de placas, que más adelante se analizará a detalle).

En 1875, la idea de Von Humboldt fue retomada por E. Suess y adoptada por Sieberg y por Montessus de Ballore. Por su parte, B. Koto y J. Milne consideraron a las fallas geológicas como el origen mismo de la energía sísmica. Del estudio que sobre el sismo de San Francisco de 1906 realizó, H. F. Reid logró proponer el primer modelo mecánico de la fuente sísmica. A partir de entonces, con el desarrollo tecnológico y con nuevos descubrimientos, ha sido posible integrar una de las teorías más importantes y aceptadas de la actualidad: la Tectónica de Placas.

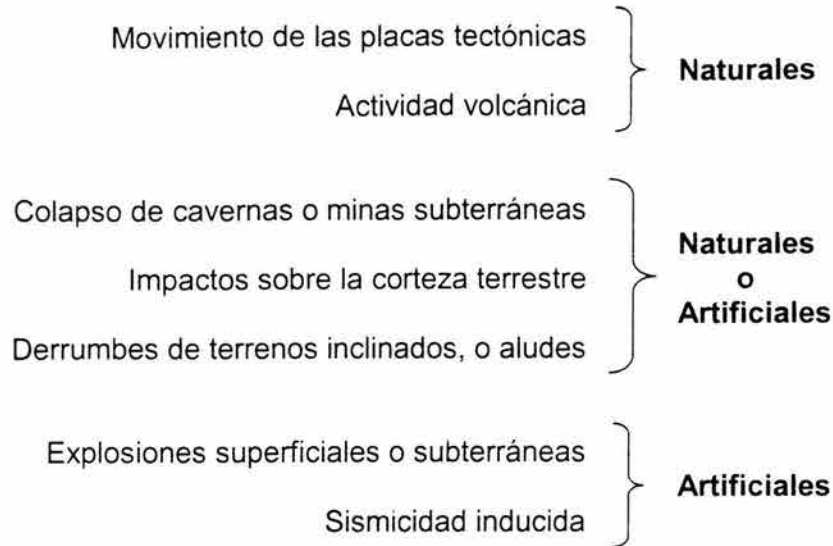
Dando un carácter científico, se llama *sismo* (del griego *seiein*, que significa mover) a cualquier movimiento del terreno. Tal movimiento se debe a las vibraciones producidas en la corteza terrestre por la liberación de energía, las cuales oscilan desde las que apenas son apreciables hasta las que alcanzan un carácter catastrófico, dependiendo de la fuente u origen que tengan. Ahora bien, es común que se adopten nombres alternos para hacer referencia a los sismos, pero estos son correctos dependiendo del medio en el que ocurra el movimiento. Se puede llamar *terremoto* a aquellos sismos que ocurren en la corteza terrestre sobre las zonas continentales, y *maremoto* a los que ocurren en las zonas oceánicas (y es muy importante no confundir con los tsunamis, pues estos son olas enormes generadas por los movimientos de la corteza oceánica).

Considerando las causas que pueden tener, los sismos se clasifican en naturales y artificiales. Los *sismos naturales* son todos aquellos que ocurren debido a algún mecanismo propio de las características del planeta (como el tectonismo o el vulcanismo), y los *sismos artificiales*, por el contrario, tienen como causa algún mecanismo derivado de la actividad humana.

## 1.2 Origen de los sismos

Durante mucho tiempo se ha intentado dar una explicación a los movimientos sísmicos con la finalidad principal de entender su comportamiento y entonces poder predecirlos para disminuir los efectos negativos, e incluso para aprovechar la energía que se libera durante su ocurrencia.

No todos los sismos tienen el mismo origen, o fuente sísmica, sino que se pueden mencionar siete posibles causas, ya sean naturales, artificiales o una combinación de ambas, tal y como se muestra a continuación:



No obstante, sólo algunas de ellas pueden generar movimientos sísmicos importantes; las otras únicamente causan sismos pequeños de carácter y efecto local. En el primer caso quedan comprendidos el movimiento de las placas tectónicas y la actividad volcánica, que se analizarán a detalle más adelante. En cuanto a las otras, ya que sus efectos no tienen grandes consecuencias, no se ahondará en gran forma, aunque sí es importante tenerlas siempre en cuenta, sobre todo porque la mayoría de ellas se relacionan directamente con la actividad del ingeniero civil.

#### *Colapso de cavernas o minas subterráneas*

El colapso o derrumbamiento de algunas cavernas o de minas subterráneas puede generar sismos de muy poca energía que, por lo general, ocurren cerca de la superficie y se sienten en un área muy reducida, siendo además mínimos los efectos colaterales. Obviamente, mientras mayor sea la caverna o la mina, mayor será la vibración que se genera al colapsarse.

#### *Impactos sobre la corteza terrestre*

Se puede dar el caso, sobre todo en las grandes obras civiles, de que la maquinaria pesada utilizada produzca impactos que generen algunas vibraciones sobre el terreno, pero éstas son de poca importancia.



Por otro lado, si consideramos un meteorito, lo más común es suponer que su impacto contra la corteza generará grandes ondas (y en consecuencia, que se sentirán fuertes movimientos), haciendo la similitud con las que se producen al lanzar una roca al agua, pero esto no ocurre así. El 30 de junio de 1908 y el 12 de febrero de 1947, en Siberia, el impacto de un meteorito provocó enormes ondas de aire, pero no sísmicas que fueran sentidas aun en lugares próximos; incluso, en el segundo evento ni siquiera fueron registradas por un sismógrafo localizado a 400 kilómetros <sup>(1)</sup>. Esto se debe a que al entrar el meteorito en contacto con la atmósfera disminuye en tamaño y velocidad, perdiendo así su potencial destructivo. Otra de las razones de la poca importancia que tiene este fenómeno como fuente sísmica se debe a que la probabilidad de ocurrencia del evento es muy baja, ya que la mayoría de los meteoritos que se cruzan con la órbita de la Tierra son consumidos totalmente por la fricción con la atmósfera.

#### *Derrumbes de terrenos inclinados, o aludes*

Puede darse el caso, ciertamente frecuente en lugares con grandes montañas nevadas, que una parte de la nieve acumulada en la ladera, o incluso una parte misma de la masa del terreno, se desprenda y comience a deslizar, aumentando gradualmente la velocidad debido a la gravedad. Aun en estos casos, sin importar la gran masa en movimiento, las vibraciones causadas por el choque en las faldas tendrán efectos ligeros a moderados en lugares muy cercanos, aunque sí pueden llegar a ser registradas en zonas lejanas.

Un claro ejemplo de esto es el sismo ocurrido el 25 de abril de 1974 en Perú, el cual tuvo una magnitud de 4.5 en escala Richter y fue causado por una avalancha con un volumen de 1600 millones de metros cúbicos <sup>(2)</sup>.

#### *Explosiones superficiales o subterráneas*

Ya sea que se trate de explosiones comunes o nucleares realizadas por el hombre con fines de exploración, investigación o explotación de bancos de material para la industria, en la mayoría de los casos los efectos son de índole menor; sin embargo, algunas explosiones nucleares subterráneas han generado sismos con magnitudes incluso arriba de los 7 grados, cuyas ondas han podido ser registradas por instrumentos en distintas partes del mundo <sup>(3)</sup>.

### Sismicidad inducida

Por sismicidad inducida se hace referencia a aquellos sismos que ocurren como consecuencia de la creación de alguna presa. Hay evidencia en distintos países de que, justo después de haberse llenado el embalse, se presentan sismos pequeños en las cercanías del lugar; no obstante, esto no quiere decir que todos los embalses causan sismos, pues también intervienen las condiciones del sitio y, sobre todo, el tamaño de la presa. Aún más, la probabilidad de que esto ocurra es muy baja, pues la mayoría de las miles de presas que existen en el mundo no muestran relación alguna entre su llenado y la ocurrencia de sismos. Al añadir más peso (el del agua), las rocas deben soportar un mayor esfuerzo, pero el aumento en éste ocasionado por la mayor presión del agua no es significativo, y lejos de estimular las vibraciones las inhibe. Entonces, aunque no se tiene total certeza, el mecanismo más probable por el cual este tipo de sismicidad es ocasionado es el de la subpresión (que es la presión que causa el agua en los intersticios del suelo al filtrarse a través de éste), que al llegar a una zona de microfallas ocasiona que el rompimiento (y en consecuencia las vibraciones) se presente.

### 1.3 Composición interna de la Tierra

Antes de analizar las dos causas principales de los sismos (los movimientos tectónicos y la actividad volcánica), hay que conocer como está constituido el planeta, pues así se logra una mejor comprensión de los mecanismos de aquellas dos actividades.

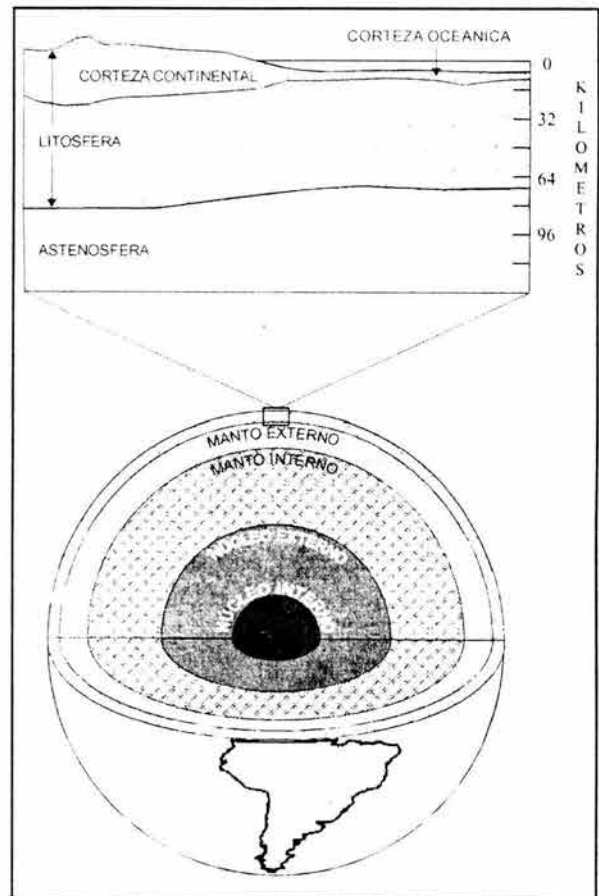
Geoméricamente, la Tierra no es una esfera, sino un geoide, pues está achatada por los polos. En el ecuador tiene un diámetro de 12756 kilómetros, mientras que en los polos es de 12714 kilómetros. La superficie es aproximadamente de  $5.1 \times 10^8$  kilómetros cuadrados, de los cuales el 30 por ciento corresponde a los continentes y el resto a los océanos. Tiene un volumen de alrededor de  $1 \times 10^{12}$  kilómetros cúbicos, y su densidad media es de 5.517 gramos por centímetro cúbico. En cuanto a su estructura interna, la Tierra se divide en tres zonas concéntricas: la *corteza*, el *manto* y el *núcleo* (figura 1.1).

La corteza es la capa exterior del planeta, muy delgada en relación con el radio de la Tierra, aunque rígida. El espesor y las características físicas de la corteza varían esencialmente en los continentes y en los océanos, por lo cual se hace la diferenciación entre *corteza oceánica* y *corteza continental*. La corteza oceánica, que compone el fondo de los

mares, tiene espesores promedio de 5 a 7 kilómetros y está formada principalmente por rocas basálticas (con el material conocido como sima, por estar compuesto de silicio y magnesio). Por su parte, la continental, que es la que forma los continentes, tiene un espesor promedio de 35 kilómetros (aunque bajo las grandes cadenas montañosas puede llegar a tener más de 60 kilómetros) y está constituida en su mayoría por rocas de tipo granítico (con el material sial, que se compone de silicio y aluminio).

Bajo la corteza se encuentra el manto, que llega hasta los 2900 kilómetros de profundidad. La división entre la corteza y el manto se da en la discontinuidad de Mohorovicic o Moho, que es una superficie donde se produce un cambio en la velocidad de propagación de las ondas sísmicas. El manto se subdivide en *manto superior* (desde la base de la corteza hasta los 700 kilómetros de profundidad) y en *manto inferior*, está compuesto por rocas parecidas al olivino y la peridotita, que son silicatos y óxidos de magnesio de hierro. La parte del manto situada aproximadamente entre los 100 y 200 kilómetros de profundidad se encuentra cercana al punto de fusión y se comporta como un medio visco-elástico capaz de deformarse y fluir plásticamente; esta zona es conocida como *astenosfera* (del griego *astenos*, que significa sin fuerza). En el manto se generan fuerzas debidas a corrientes convectivas de calor, a las cuales se debe que la corteza sea deformada, plegada y fracturada, configurando así el relieve terrestre.

La última capa es el núcleo (que está separado del manto por la discontinuidad de Gutenberg), la cual también se divide en dos: *núcleo externo* y *núcleo interno*. A partir de la base del manto y hasta los 5150 kilómetros de profundidad, se encuentra el núcleo externo, el cual está formado por hierro y níquel y es líquido, por lo que no transmite las ondas de cizalla. Separado de



**Figura 1.1** Estructura interna de la Tierra.

él por la discontinuidad de Lehman se encuentra el núcleo interno, que llega hasta el centro de la Tierra a aproximadamente 6371 kilómetros de profundidad y, aunque tiene temperaturas del orden de 4000°C y está constituido por compuestos de hierro, es sólido.

Existe una zona llamada *litosfera*, la cual se define como la envolvente externa rígida y resistente del planeta, que está constituida por la corteza y por la parte exterior del manto superior que se considera sólida y rígida. Tiene un espesor de 100 kilómetros y descansa sobre la astenosfera.

La litosfera está dividida en fragmentos, los cuales se mueven lateralmente debido a las características de la astenosfera y hacen entonces que la corteza terrestre esté dividida, a manera de un mosaico, en unos 17 fragmentos, conocidos como placas tectónicas (como se analiza a detalle en la sección siguiente).

#### **1.4 Tectónica de placas y Rebote elástico**

Esta teoría es una de las más aceptadas como explicación racional del origen de los sismos, aunque para llegar al punto en que la conocemos hoy día, tuvo que sufrir progresivas correcciones y modificaciones. Sus inicios bien se pueden considerar con la similitud entre la costa occidental de África y la oriental de América del Sur que en 1620 hizo notar Francis Bacon. Casi un siglo después, Francois Placet propuso que en un principio los continentes americano y europeo debían haber estado unidos, separándose más tarde debido al Gran Diluvio descrito en la Biblia. Esta idea fue retomada por Antonio Snider-Pellegrin, quien además pensaba que la abertura en que se encuentra el océano Atlántico se había generado a partir de la separación de los continentes. En el siglo XX, gracias a los descubrimientos hechos por James Hall, se logró consolidar la teoría geosinclinal que afirma que la corteza continental crece por acumulaciones progresivas originadas como geosinclinales antiguos y plegados, endurecidos y consolidados en placas.

Una de las teorías más importantes para la tectónica de placas, sin embargo, es la de la deriva continental, propuesta por Alfred Wegener entre 1908 y 1912. En ella, Wegener, basado en la similitud geológica de las costas africanas y sudamericanas y de los fósiles encontrados en ellas, pero principalmente en su perfecto encaje, establecía que hace unos 200 millones de años la Tierra había estado formada por un supercontinente llamado Pangea –todo es tierra– y por un océano, Panthalassa –todo es océano–. Entonces, debi-

do a las fuerzas causadas por la rotación de la Tierra, este supercontinente se dividió, conformando los actuales continentes. Además, Wegener descubrió que gran parte de la corteza terrestre se encuentra en dos niveles, uno correspondiente a la superficie de los continentes y el otro al fondo de los océanos, lo que se debe, como ya vimos, a los distintos materiales que conforman la corteza, y que es lo que se estipula en la teoría de la *isostasia* (equilibrio de las masas del planeta).

Alex L. Du Toit contribuyó significativamente a la teoría original de Wegener argumentando que la fragmentación del supercontinente no había sido abrupta para formar todos los continentes, sino gradual hasta alcanzar la configuración actual, primero en dos continentes, *Gondwana* y *Laurasia*<sup>†</sup>, y así sucesivamente, hasta llegar a configurar las placas actuales que, es importante mencionarlo, no coinciden con los continentes, sino que pueden abarcar tanto corteza continental como oceánica. Du Toit también contribuyó diciendo que las fuerzas verdaderas que movían a estos fragmentos eran debidas a corrientes de convección del material generadas por el calor del interior de la Tierra.

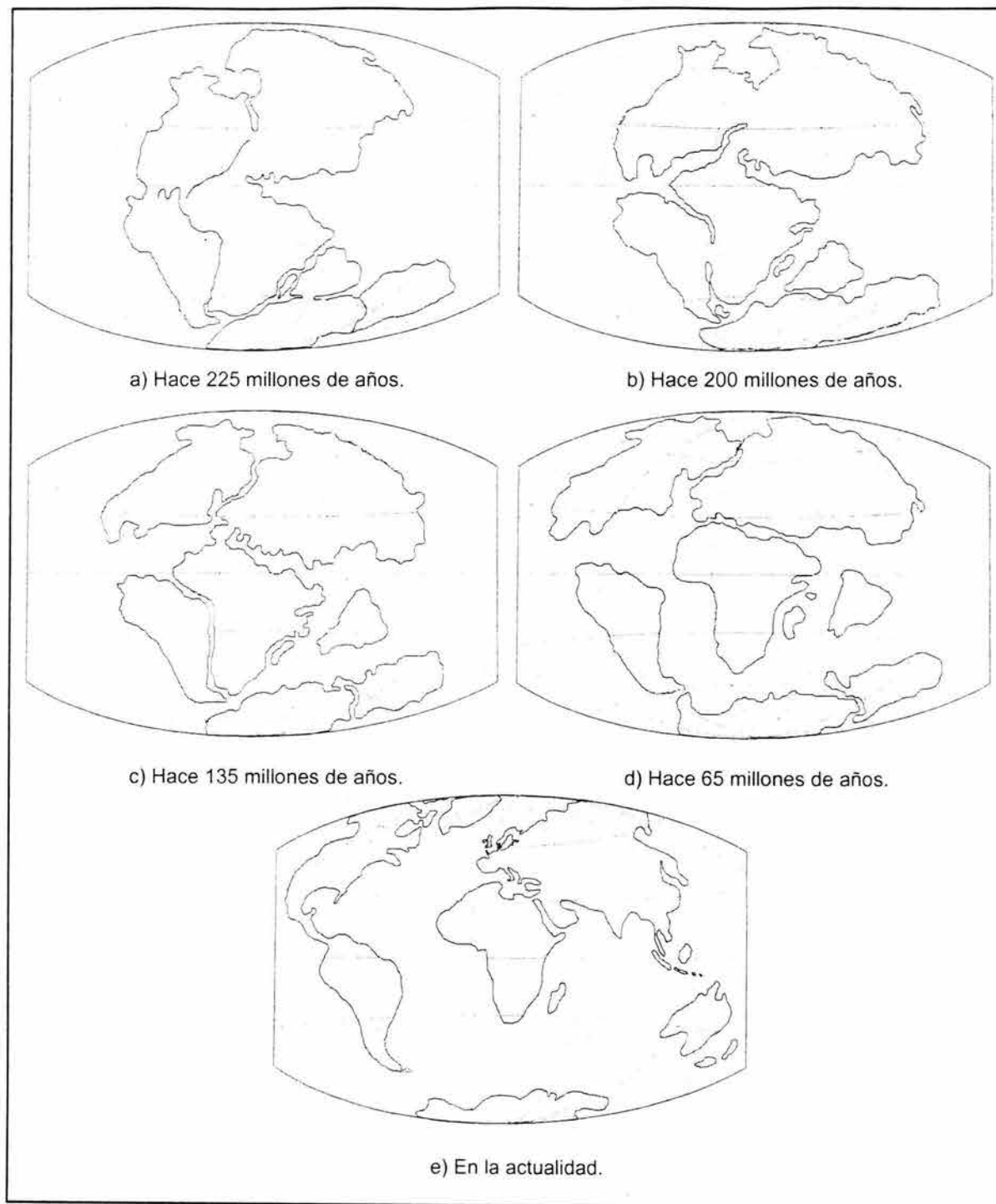
Con el avance tecnológico que han experimentado los instrumentos de medición del piso oceánico, como el sonar, se pudo identificar hacia 1960 un vasto sistema de cordilleras en el fondo marino que rodean a todo el planeta, de las cuales la más larga es la dorsal mesoatlántica. Estas dorsales contienen en sus crestas numerosas grietas, conocidas como zonas de fractura, que es el lugar por el cual emana el material magmático del núcleo y forma así nuevas zonas de litosfera, empujando a las ya existentes; este proceso se conoce como expansión del fondo marino, y es posible que ocurra ya que las placas se encuentran sobre la astenosfera ya descrita anteriormente.

Ahora bien, del párrafo anterior es posible intuir que la superficie de la Tierra se expande en forma infinita, pero esto no es así. Lo que ocurre es que las placas presentan tres tipos de movimientos: *laterales*, *divergentes* y *convergentes* (figura 1.3).

Los movimientos laterales consisten en el desplazamiento relativo de una placa con respecto a otra a lo largo de la frontera común, y el término técnico con que se conoce es *falla transformante* o *transcurrente* (figura 1.3a). Este tipo de movimiento ocurre debido a las tensiones que se generan por las diferentes velocidades con que se lleva a cabo la ex-

---

<sup>†</sup> Gondwana, situada al sur y nombrada así por una provincia geológica en la India, comprendía África, India, América del Sur, Australia, Nueva Zelanda y la Antártica. Por su parte, Laurasia incluía América del Norte, Europa y Asia.



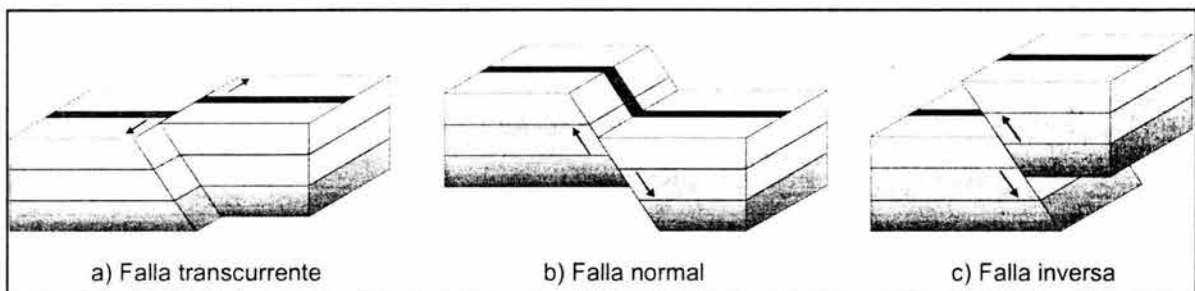
**Figura 1.2** Evolución de la corteza oceánica y continental.

pansión del fondo marino, por lo cual en su mayoría se encuentran bajo el océano, con algunas excepciones, como la falla de San Andrés, en California.

· Puede ocurrir también que las placas presenten un movimiento en sentido contrario u-

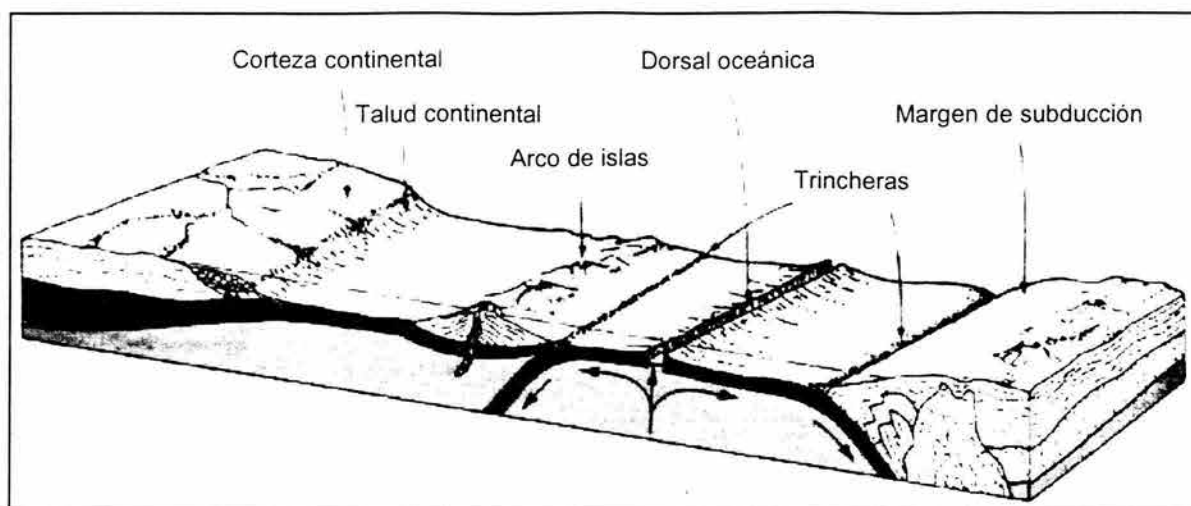
na respecto a la otra, es decir, que se alejen. Cuando esto ocurre se dice que las placas divergen, y lo más común es que se presente en los límites, en las dorsales oceánicas, con la subsecuente emanación de magma y creación de nueva litosfera de que ya se habló. El tipo de falla que se presenta en este caso se conoce como *falla normal* (figura 1.3b), con un plano oblicuo respecto al horizonte.

El tercer tipo de movimiento es conocido también como *subducción*, y durante él una de las placas penetra por debajo de la otra, después de una colisión entre ambas que puede llegar a formar trincheras submarinas de gran profundidad o, cuando el choque es entre una placa oceánica y una continental, grandes cordilleras, como los Andes y los Alpes. Este movimiento se presenta en planos con una inclinación aproximada de  $45^\circ$ , llamados zonas de Wadati–Benioff, en honor de sus descubridores, K. Wadati y H. Benioff. Estas zonas de subducción (de las cuales se han logrado mediciones máximas de la profundidad de 700 kilómetros) presentan una mayor actividad sísmica y volcánica. Las fallas asociadas a este movimiento son conocidas como *inversas* (figura 1.3c).



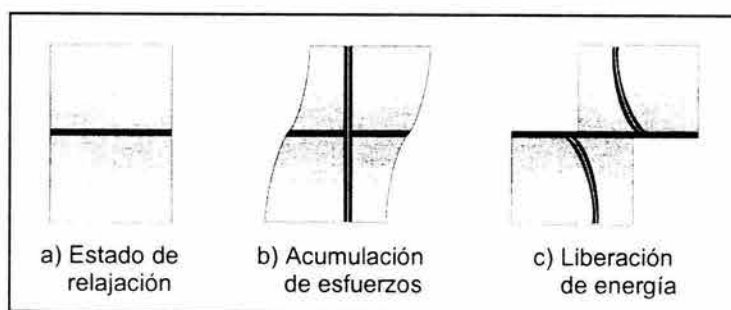
**Figura 1.3** Tipos de fallas.

Los movimientos de divergencia y subducción están estrechamente relacionados, e inclusive no es posible que ocurra uno sin la existencia del otro (obviamente que esto se da en el tiempo geológico), pues entonces la corteza se extendería infinitamente, como ya se mencionaba, lo cual no es real. Lo que ocurre es que, durante la subducción, la parte de la placa que se desliza debajo de la otra se funde por las altas temperaturas del interior de la tierra, convirtiéndose así en materia prima para las emanaciones que se presentan en las dorsales oceánicas; es decir, ambos movimientos constituyen un ciclo en el cual primero el material de la superficie penetra al interior de la Tierra, se funde, y posteriormente regresa al exterior en forma de magma por medio del mecanismo de las corrientes convectivas (figura 1.4).



**Figura 1.4** Mecanismo de convección y movimiento de las placas.

Ahora bien, los sismos se relacionan con la tectónica de placas debido a que, para que el desplazamiento o la falla ocurran, hay que vencer las fuerzas de fricción existentes entre las rocas. Entonces, la fuerza necesaria se va acumulando hasta alcanzar una cantidad suficiente para lograrlo, presentándose así el movimiento en forma abrupta, generando simultáneamente las ondas sísmicas. Esto se conoce como *Teoría del rebote elástico*.



**Figura 1.5** Teoría del rebote elástico.

## 1.5 Vulcanismo

Aunque no siempre la actividad sísmica implica erupciones volcánicas, ni las erupciones volcánicas conllevan un sismo, sí es indudable que entre ambos fenómenos existe una estrecha relación.

Por principio, como se ha visto en la sección anterior, al llevarse a cabo la subducción se forman grandes sistemas de cordilleras que incluyen volcanes, pero no todo el magma



formado durante el proceso sale a la superficie, sino que una parte de él es almacenado en grandes cavidades llamadas *cámaras magmáticas*, en las cuales paulatinamente la presión va aumentando hasta alcanzar un punto tal que las rocas localizadas encima de él son incapaces de soportarla y entonces el magma asciende por los conductos volcánicos, presentándose así las explosiones.

Aunque la mayor parte de la actividad sísmica que involucra erupciones volcánicas se da en la frontera de las placas tectónicas, llamada *zona interplacas*, también es posible que esto ocurra en el interior de ellas, en la *zona intraplaca*. Cuando se tiene una zona volcánica de este tipo, se dice que se trata de un *punto caliente* y, aunque sólo existen unos cien de ellos en el mundo, la actividad que muestran representa un peligro latente.

Con frecuencia, el paso de una placa sobre el punto caliente deja rasgos en la superficie que permiten identificar la dirección en la cual se mueve (por ejemplo, si se trata de una placa oceánica, el rastro consiste en una cadena volcánica de grandes elevaciones sobre el nivel del mar). Aún más, durante su trayectoria, la placa arrastra a los volcanes existentes en el punto caliente, haciendo con esto que se extingan, pero a la vez da paso a la creación de nuevos volcanes en el mismo punto, tal y como sucede con el archipiélago de Hawai, que es un punto caliente dentro de la placa del Pacífico.

Hablando ya en específico de la actividad sísmica causada por el vulcanismo, se pueden identificar cuatro tipos <sup>(1)</sup>. El primero, llamado *sismo volcánico tipo A*, consiste en aquellos sismos de foco poco profundo<sup>†</sup> bajo los volcanes, que usualmente se presentan en forma de enjambres<sup>‡</sup>; asimismo, estos sismos tienen frecuencias altas y el comienzo de los registros sismográficos es súbito y abrupto. Por lo regular, no tienen una magnitud mayor de 6.

Otro es el llamado *sismo volcánico tipo B*, que al igual que el tipo A, son sismos con foco somero y magnitud muy pequeña, aunque presentan arribos graduales a emergentes, y por lo general ocurren en la zona de los cráteres activos. Debido a que siempre van acompañados de erupciones volcánicas (inclusive, aumentan en número antes de presen-

---

<sup>†</sup> Arbitrariamente se ha llamado focos poco profundos o someros a aquellos con una profundidad de hasta 70 kilómetros, focos intermedios a los que tienen profundidades de hasta 300 kilómetros y focos profundos a los que sobrepasan esta distancia.

<sup>‡</sup> El término *enjambre* se utiliza para denotar aquellos episodios sísmicos consistentes en un gran número de eventos, de los cuales ninguno es bastante mayor que los demás, y que son de poca magnitud.

tarse éstas), se piensa que son causados por procesos de degasificación (pequeñas explosiones) del magma.

El tercer tipo se conoce como *tremor volcánico*, y es una vibración más o menos continua causada probablemente por movimientos de la columna magmática o por un gran número de enjambres de sismos tipo B, ya sea en forma independiente o combinados.

El último tipo corresponde a los *sismos volcánicos explosivos* que, como su nombre lo indica, son causados por las erupciones explosivas. Su magnitud, entonces, es proporcional a la energía cinética de la explosión, y es regularmente pequeña, ya que la mayor parte de esa energía se disipa en el aire.

En general, como hemos visto en los párrafos anteriores, los sismos causados por las erupciones volcánicas no representan un riesgo sísmico significativo, pues son de magnitudes muy pequeñas y tienen un carácter local, es decir, que se sienten únicamente en las inmediaciones del volcán.

## **1.6 Medición de los sismos**

Para conocer las características de los sismos es necesario medirlos (que no es otra cosa que llevar a cabo un registro) y así, posteriormente, poder analizarlos en forma detallada, con el fin de precisar la duración del movimiento y sus características principales, como la dirección, la localización y, principalmente, la intensidad y la magnitud, que son los dos conceptos que se analizarán a continuación.

### **1.6.1 Intensidad**

La intensidad es la medida de los efectos o daños causados por un sismo en un lugar determinado de la superficie terrestre. Ahora bien, cuando se habla de la intensidad de un sismo sin indicar donde fue medida representa, por lo regular, la correspondiente al área de mayor medición, conocida como *área pleistocista*.

Una de las primeras escalas para medir la intensidad fue desarrollada en 1883 por el italiano S. de Rossi y el suizo F. A. Forel, la cual consta de 10 grados. No es la única, pues en la actualidad existen otras escalas utilizadas en distintos países, como la MSK (desarrollada en 1964 y llamada así por sus creadores S. V. Medvedev, W. Sponheuer y

V. Karnik), que tiene 12 grados y, además de otros países europeos, en España es la escala oficial; la EMS 92 (European Macroseismic Scale), también de 12 grados; la escala GEOFIAN, que se utilizaba en la URSS; y la JMA (Japanese Meteorological Agency), de 7 grados, usada en Japón, y la cual se presenta en la tabla 1.1. Sin embargo, una de las escalas de intensidad más conocidas fue introducida por el italiano Giuseppe Mercalli en 1902, con 12 grados. Como en 1931 sufrió algunas modificaciones para construcciones más modernas por parte de H. Hood y F. Newmann, se le llama escala de Mercalli Modificada (MM), y su uso continúa siendo muy amplio en América. En la tabla 1.2 se puede apreciar a detalle esta escala.

**Tabla 1.1** Escala de Intensidad JMA.

Grado	Descripción
0	No sentido por personas. Registrado por sismógrafos.
I	Apenas sentido por personas en descanso.
II	Sentido por la mayoría de las personas. Vibraciones ligeras en ventanas.
III	Pánico en algunas personas. Vibran casas y edificios. Vibraciones apreciables en ventanas. Objetos colgantes se mecen. Relojes de péndulo se detienen. Líquidos contenidos se agitan.
IV	Sacudimientos fuertes de casas y edificios. Objetos inestables se vuelcan. Líquidos se derraman.
V	Daños en muros y elementos de yeso y mampostería. Lápidas se vuelcan. Se pueden presentar aludes.
VI	Demoliciones de más del 1% de las casa de madera japonesas. Aludes. Grietas en terrenos planos, y algunas veces brota agua y lodo en campos bajos.
VII	Causa demolición de casi todas las casas. Se observan grandes grietas y fallas.

Es común representar en un mapa los efectos de un sismo mediante curvas llamadas *isosistas*, que relacionan los lugares donde se sintió la misma intensidad. Por lo general se observan las mayores intensidades cerca de la zona donde ocurre el sismo, aunque algunas veces pueden existir factores que ocasionan que un sismo cause daños más grandes a distancias mayores, tales como las condiciones particulares del terreno, la densidad poblacional, la calidad de las construcciones o los efectos de guías de ondas, por lo cual las isosistas no son concéntricas.

Como las intensidades son medidas de daños y estos están relacionados con las aceleraciones máximas causadas por las ondas sísmicas, es posible relacionarlos. Una expresión para ello es la siguiente <sup>(1)</sup>:

$$\log a = \frac{I}{3} - \frac{1}{2}$$

donde:

$a$  = Aceleración (cm/s<sup>2</sup>)

$I$  = Intensidad

De acuerdo a experimentaciones realizadas, una intensidad de II es la mínima para producir aceleraciones percibidas por el hombre (que son del orden de una milésima de la aceleración de la gravedad).

**Tabla 1.2** Escala de Mercalli Modificada (MM)

Grado	Descripción
I	No es sentido por las personas. Registrado por los instrumentos sismográficos.
II	Sentido por personas en reposo, donde se favorece la percepción, como los pisos superiores.
III	Sentido en el interior de la edificación, aunque puede no ser reconocido como temblor. Vibración semejante a la producida por el paso de un camión ligero. Objetos suspendidos oscilan.
IV	Objetos suspendidos oscilan visiblemente. Vibración semejante a la producida por el paso de un camión pesado. Autos estacionados se mecen. Cristalería y vidrios suenan. Puertas y paredes de madera rechinan.
V	Sentido aun fuera de los edificios. Se puede estimar la dirección de las ondas. Personas dormidas despiertan. Líquido de recipientes es perturbado y se puede derramar. Objetos inestables y pequeños se mueven. Relojes de péndulo se detienen, echan a andar o funcionan en forma errónea.
VI	Sentido por toda la gente. Muchos sufren pánico y corren hacia afuera de las edificaciones. Difícil caminar establemente. Ventanas, objetos de vidrio y vajillas se rompen. Adornos y libros caen de anaqueles y estantes. Mobiliario se mueve o cae. Aplanados de mortero de baja calidad y mampostería tipo D se fisuran. Árboles y arbustos se mecen. Campanas pequeñas suenan.
VII	Difícil mantenerse de pie. Conductores perciben el movimiento. Muebles se rompen. Daños y colapso de mampostería tipo D y algunas grietas en mampostería tipo C. Chimeneas se fracturan a nivel de techo. Cae el revoque de mortero, tejas, cornisas y parapetos sin anclaje. Campanas grandes tañen. Ondas en embalses y depósitos de agua, y se puede enturbiar.
VIII	Conducir vehículos se dificulta. Daños de consideración y colapso parcial de mampostería tipo C. Algunos daños en mampostería tipo B, pero ninguno en la tipo A. Cae el revoque de mortero y algunas paredes de mampostería. Caída de monumentos, tanques elevados, torres y chimeneas de fábricas. Se rompen algunas ramas de árbol. Cambio en el flujo y temperatura de pozos de agua. Grietas en terreno húmedo y en taludes inclinados.
IX	Pánico general. Construcciones de mampostería tipo D totalmente destruidas; daño severo y aun colapso de mampostería tipo C; daños de consideración en mampostería tipo B. Daño en cimentaciones. Daños y colapso de estructuras aperticadas. Daños en embalses y depósitos de agua. Averías en tubería subterránea. Grietas conspicuas en el terreno.
X	La mayoría de las construcciones a base de pórticos y de mampostería destruidas. Algunas construcciones de madera de buena calidad dañadas. Puentes destruidos. Daños serios en presas, diques y terraplenes. Ocurren grandes aludes. El agua sobrepasa los bordes de ríos, lagos y embalses. Rieles de ferrocarril deformados levemente.
XI	Tuberías subterráneas completamente fuera de servicio. Graves deformaciones en rieles de ferrocarril.
XII	Destrucción total. Grandes masas de roca desplazadas. Líneas de nivel distorsionadas. Objetos arrojados al aire.

**Nota:** Para el uso de la escala MM los tipos de mampostería se definen como sigue:

Tipo	Características
A	Buena calidad de ejecución, mortero y diseño. Reforzada y confinada empleando varillas de acero. Diseñada para resistir cargas laterales de sismo.
B	Buena calidad de ejecución. Reforzada, pero no diseñada específicamente para resistir cargas laterales de sismo.
C	Calidad media de ejecución. Sin refuerzo y no diseñada para resistir cargas laterales.
D	Baja calidad de ejecución. Débil para resistir cargas laterales. Materiales de baja resistencia.

## 1.6.2 Magnitud

La intensidad, como ya vimos, es un parámetro que mide el grado de destrucción que causa el sismo, lo cual depende de las características del sitio analizado. Esto hace a la intensidad, pues, una medida muy subjetiva que no permite realizar comparaciones reales en sitios distintos.

Ahora bien, la manera de evaluar el tamaño real de un sismo está relacionada con la cantidad de energía liberada, que es independiente de la ubicación de los instrumentos que los registran. Este concepto es llamado magnitud, y fue desarrollado en California en 1935 por Charles Richter a partir de las investigaciones realizadas por Wadati en Japón en 1931 <sup>(2)</sup>.

Richter definió la magnitud de un sismo local, o magnitud local ( $M_L$ ) como el logaritmo en base 10 de la máxima amplitud de la onda (en micrones) registrada en un sismógrafo Wood-Anderson localizado a 100 kilómetros del epicentro del sismo. Esto indica que cada vez que la magnitud aumenta una unidad, la amplitud de las ondas se incrementa 10 veces. Además, debido a que el periodo fundamental del sismógrafo utilizado es de 0.8 segundos, éste amplifica aquellas ondas con un periodo de 0.1 a 2 segundos <sup>(3)</sup>.

La expresión para calcular la magnitud del sismo es la siguiente <sup>(1)</sup>:

$$M_L = \log(A_{max}) - \log A_0(D)$$

donde:

- $M_L$  = Magnitud local
- $A_{max}$  = Amplitud máxima (cm)
- $\log A_0(D)$  = Corrección debido a la distancia ( $D$ ) entre el epicentro y el lugar de registro, correspondiente al logaritmo de la amplitud ( $A_0$ ) que debe tener, a esa distancia, un sismo de magnitud cero.

De la definición dada, se deduce que la escala de Richter no tiene límites teóricos; sin embargo, la magnitud de un sismo está limitada por la dureza de las rocas de la corteza terrestre <sup>(2)</sup>, e incluso se ha llegado a determinar como límite práctico para la escala el grado 9.5 <sup>(4)</sup>.

A pesar de su gran utilización, la escala de Richter presenta dos problemas <sup>(1)</sup>. Un sismo grande satura los sismógrafos cercanos a él, es decir, produce ondas mayores de las que los aparatos pueden registrar, resultando en registros que aparecen truncados, por lo

cual no se puede saber cuanto vale el desplazamiento máximo; sin embargo, es factible obtener una estimación de la magnitud a partir de registros de acelerógrafos o de sismógrafos de gran rango dinámico, construyendo un sismograma pseudo Wood-Anderson mediante técnicas de filtrado y procesamiento digital. El segundo problema es que la ruptura asociada con un sismo grande dura mucho tiempo, durante el cual libera energía; por lo tanto, como esta magnitud se refiere a una característica momentánea del sismograma, leída además en un instrumento de período corto, resulta que no puede distinguir entre un sismo que genere un pulso de una amplitud determinada y otro que produzca varios pulsos de la misma amplitud (efecto que se conoce como *saturación de la magnitud* y que provoca que la medida de Richter sea confiable para sismos menores del grado 7).

Además de la de Richter, actualmente existen otras escalas de magnitud que se diferencian principalmente en las fórmulas utilizadas para la distancia epicentral y en la forma de elegir las amplitudes de onda <sup>(3)</sup>. Algunas de esas escalas se mencionan enseguida y su aplicación recomendable se da en la tabla 1.4.

#### *Magnitud de ondas superficiales ( $M_s$ )*

Las ondas superficiales con períodos de alrededor de 20 segundos son comúnmente dominantes en los sismogramas de sismos distantes (con distancias epicentrales de más de 2000 kilómetros). Para cuantificar estos sismos, Gutenberg definió una escala que está basada en la medición de la amplitud de las ondas superficiales que tienen períodos de 20 segundos.

#### *Magnitud de ondas de cuerpo ( $m_b$ )*

Los sismos con focos muy profundos generan pocas y despreciables ondas de superficie. Por esto, los sismólogos han optado por medir la amplitud de las ondas P, lo cual no es afectado por la profundidad del foco, y así entonces determinan la magnitud de dichas ondas.

#### *Magnitud de duración ( $M_D$ )*

Es muy útil para temblores pequeños ( $M_L < 3$ ) y consiste en asignar una magnitud al sismo basándose en su duración total en segundos. Debido a que esta escala tiene aplica-

ción principalmente para medir sismos pequeños, tiene una mayor importancia sismológica que ingenieril, y sobre todo en estudios de riesgo sísmico.

#### Magnitud de momento ( $M_W$ )

Se utiliza como respuesta a los defectos de saturación de otras escalas. Consiste en asignar una magnitud al sismo de acuerdo con su momento sísmico  $M_0$ , el cual es directamente relacionado con la energía liberada:

$$M_W = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.7$$

**Tabla 1.3** Escala de Richter.

Grado	Descripción
2.5	En general no sentido, pero registrado en los sismógrafos.
3.5	Sentido por mucha gente.
4.5	Pueden producirse algunos daños locales pequeños.
6.0	Terremoto destructivo.
7.0	Terremoto importante.
8.0 ó más	Grandes terremotos.

**Tabla 1.4** Recomendaciones para la aplicación de las escalas de magnitud.

Escala	Recomendación
$M_D$ y $M_L$	Para magnitudes menores de 3
$M_L$ y $m_b$	Para magnitudes entre 3 y 7
$M_S$	Para magnitudes entre 5 y 7.5
$M_W$	Para magnitudes mayores de 7.5

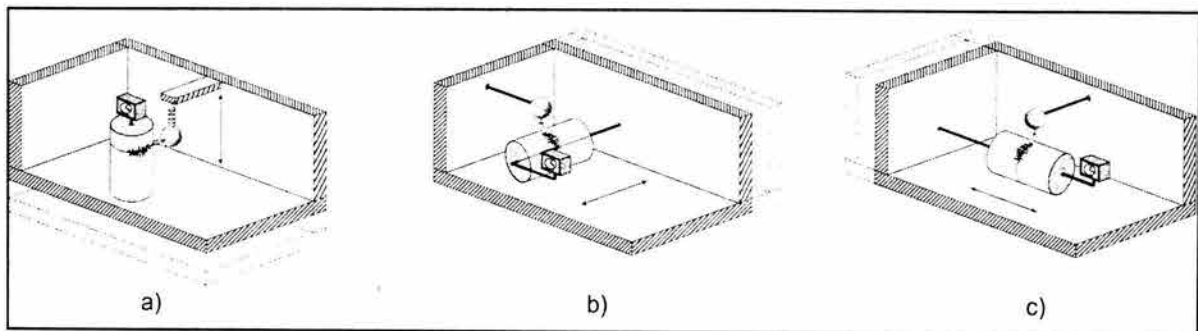
### 1.6.3 Instrumentación sísmica

Como ya se mencionó al principio de esta sección, la medición es sólo un registro del sismo. Ahora bien, lo que se registra de los sismos son las ondas generadas, y para ello se emplean dos aparatos distintos: el *sismógrafo* y el *acelerógrafo*.

El *sismógrafo*, caracterizado por su alta sensibilidad, es el instrumento esencial para estudiar los temblores, ya que con él se registra el movimiento del suelo causado por el paso de una onda sísmica. Para esto, es necesario referir el sismógrafo a un punto fijo en el espacio que, claro está, no se mueva junto con la superficie del terreno.

El mecanismo más sencillo es el del sismógrafo pendular. Consiste en una masa suspendida de un resorte o de un eje horizontal (dependiendo de la dirección que se mida) unido a un soporte que se apoya en el suelo. Cuando el soporte se mueve por el paso de las ondas sísmicas, la inercia de la masa hace que ésta permanezca un instante en el mismo sitio de reposo, luego del cual comienza a oscilar. En la figura 1.6 se puede observar el mecanismo general de los sismógrafos tanto verticales como horizontales en sus dos direcciones ortogonales. Debido a que la oscilación del péndulo no refleja el movimiento real del terreno es necesario amortiguarlo, lo cual en los primeros sismógrafos se lograba por medio de una lámina sumergida en aceite y en los actuales por medio de bobinas o imanes.

Existen algunos sismógrafos que no son de tipo pendular, como es el caso del sismógrafo de tensión. Este sismógrafo consiste en un tubo rígido horizontal (que por lo general es de cuarzo fundido y tiene una longitud de 20 a 50 metros) que se fija a un estribo firmemente anclado al suelo y se extiende casi hasta un segundo estribo. Cuando pasa una onda sísmica, los dos estribos se mueven uno con respecto al otro y, en consecuencia, el hueco entre el tubo y el segundo estribo presenta una variación en la anchura que es detectada y grabada por un transductor ubicado en el tubo.

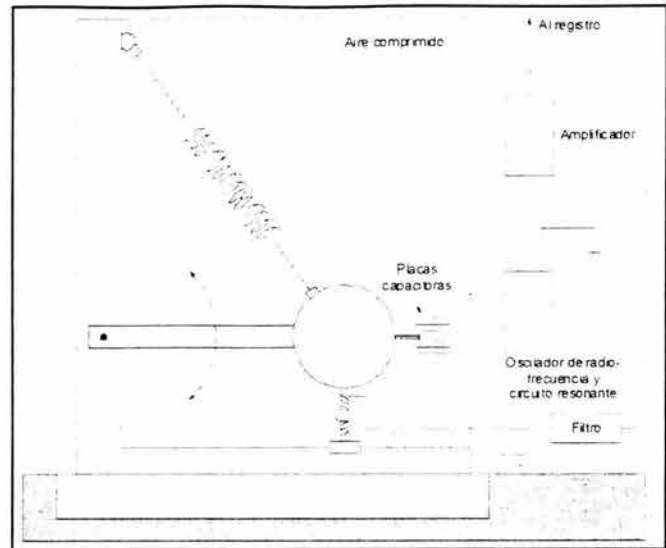


**Figura 1.6** Mecanismo general del sismógrafo pendular. a) Componente vertical; b) y c) Componentes horizontales ortogonales.

Dada su frecuencia natural de oscilación y su sistema de magnificación, cada sismógrafo detecta a cada una de las frecuencias que componen una onda sísmica de diferente manera, por lo que se debe saber con precisión la magnificación que el instrumento da y así entonces poder calcular el movimiento real del terreno. Para esto hay que calibrar el instrumento, es decir, conocer su respuesta, con lo cual el sismógrafo adquiere un nombre más preciso, el de *sismómetro*.



Hasta aquí se ha descrito el funcionamiento de un sismógrafo, pero también es importante conocer la manera en que registran el movimiento del terreno. En términos generales esto es muy sencillo: sólo se sujeta un lápiz a la masa suspendida para que pueda inscribir en papel colocado sobre un cilindro que gira a velocidad constante, que es el caso de la figura 1.6. Los sismógrafos también poseen un sistema amplificador entre la masa y el papel para producir registros analizables a simple vista. Los instrumentos modernos registran el movimiento por medio de un haz de luz que se refleja en la masa o sistema amplificador y se inscribe sobre película fotográfica, o bien, por medios electrónicos, digitalizándolo y almacenándolo en cinta magnética u otros medios digitales (figura 1.7). Los registros producidos por los sismógrafos se conocen como *sismogramas* y, como ya se mencionó, son muy útiles para determinar la localización y las características del sismo.



**Figura 1.7.** Esquema del funcionamiento de un sismógrafo pendular digital.

Los instrumentos modernos registran el movimiento por medio de un haz de luz que se refleja en la masa o sistema amplificador y se inscribe sobre película fotográfica, o bien, por medios electrónicos, digitalizándolo y almacenándolo en cinta magnética u otros medios digitales (figura 1.7). Los registros producidos por los sismógrafos se conocen como *sismogramas* y, como ya se mencionó, son muy útiles para determinar la localización y las características del sismo.

El *acelerógrafo* es el otro aparato, de gran uso en sismología e ingeniería, con el que se pueden conocer las características del sismo. Funcionan con el mismo principio de los sismógrafos, pero la gran diferencia radica en que los acelerógrafos están diseñados para registrar la aceleración del terreno más que la velocidad o el desplazamiento, siendo capaces, por lo general, de graficar aceleraciones mayores que la gravedad terrestre. Los registros producidos por los acelerógrafos son llamados *acelerogramas* que, por la capacidad del aparato, nunca están saturados.

Para determinar con precisión la localización del sismo y conocer más a fondo sus características, es necesario contar con varios instrumentos ubicados en distintos lugares, llamados *estaciones sismológicas*. Una serie de estaciones sismológicas definidas para una región es llamada *red sismológica*, y por lo general están dispuestas según un patrón geométrico circular o en forma de L que proporciona información más precisa.

## **1.7 Transmisión de ondas sísmicas**

Por principio, conviene mencionar que una onda no es sino una perturbación temporal producida en algún medio (ya sea sólido, líquido o gaseoso), que tiene como parámetros característicos la amplitud, longitud, frecuencia, período y fase. Físicamente, las ondas se pueden definir de la siguiente forma: al pasar la energía por algún medio elástico, excita la capacidad de deformación del material, provocando que las partículas se compriman o se tensen en un punto durante un intervalo de tiempo muy corto, continuando entonces en el punto siguiente y así sucesivamente. De aquí, se deduce que lo que conocemos como onda es en realidad una deformación muy breve en puntos subsecuentes del medio.

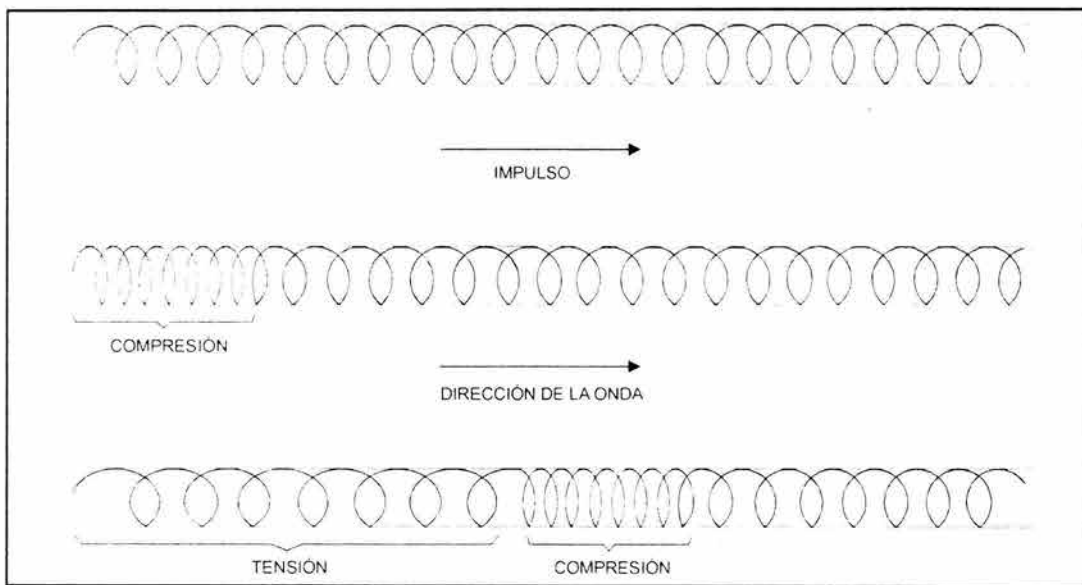
Ahora bien, como mencionaba al principio de este capítulo, el movimiento del terreno durante un sismo es causado por el paso de las ondas producidas por la energía que se libera y que son llamadas entonces *ondas sísmicas*. Hay varios tipos de ondas sísmicas, pero todas están contenidas en dos grupos principales: *ondas de cuerpo* y *ondas de superficie*.

Las ondas de cuerpo o internas son aquellas que se pueden transmitir a través del interior de la Tierra y en todas direcciones. Son las principales y se subdividen en P y S.

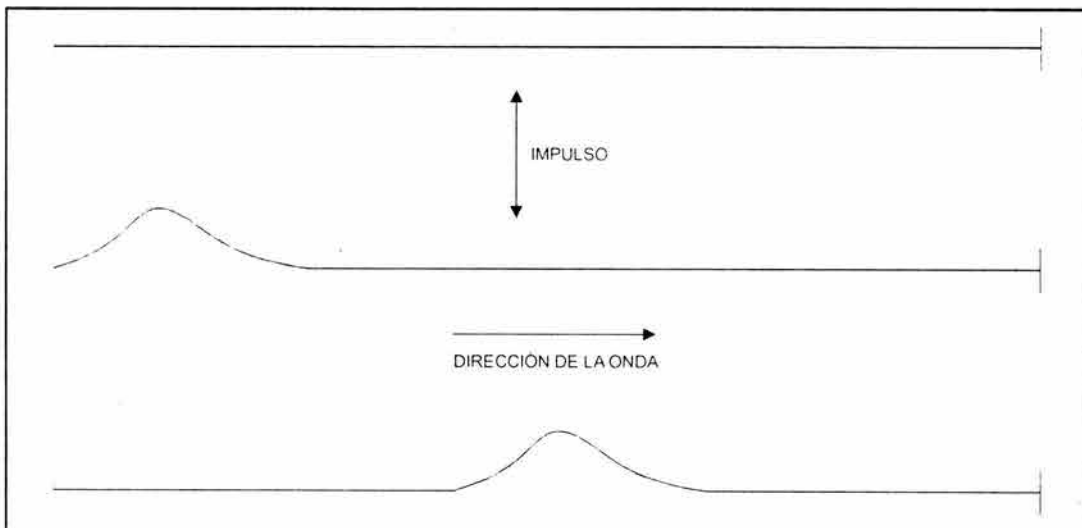
Las ondas P (primarias, de compresión o longitudinales) son similares a las del sonido, pues pueden viajar a través de sólidos, líquidos y gases. Se transmiten en forma longitudinal al medio, por lo cual causan compresiones y dilataciones de las partículas. Esto queda más claro si se considera un resorte. Al aplicar un impulso axial a uno de sus extremos, notaremos que una parte del resorte empuja a la siguiente y, simultáneamente, tensa a la anterior (figura 1.8), siguiendo esta deformación la misma dirección que se aplicó al impulso (que constituye a la onda). De aquí, es fácil deducir que estas ondas causan el movimiento vertical del terreno. Además, las ondas P son las más veloces, aunque su velocidad varía dependiendo del medio de transmisión; por ejemplo, en las rocas graníticas de la corteza terrestre viajan a 6 km/s, mientras que en el manto lo hacen a 8 km/s.

Por su parte, las ondas S (secundarias, de corte o transversales) se transmiten en forma transversal únicamente a través de sólidos; es decir, las partículas del medio se desplazan en forma perpendicular a la dirección de propagación, sufriendo deformaciones de cortante o cizalla. Para entenderlo mejor, consideremos ahora una cuerda, con el impulso aplicado en forma perpendicular al eje longitudinal. Se observa en este caso que las

partículas se desplazan hacia arriba y hacia abajo, en forma transversal a la dirección que sigue la onda (figura 1.9). Entonces, tras ver esto, nos damos cuenta de que las ondas S son las causantes del movimiento horizontal del terreno. Puede ocurrir también que, al paso de la onda, las partículas del medio se desplacen en una sola dirección perpendicular a la de propagación y no en cualquiera, como es común; este fenómeno es llamado *polarización de la onda*, y permite descomponerla en una componente vertical y una horizontal. Al igual que la velocidad de la onda P, la de la onda S varía con la densidad y otras características del medio, pero esta última es alrededor de 1.7 veces más lenta que la primera, aunque es aproximadamente 5 veces más intensa.



**Figura 1.8** Representación de la transmisión de la onda P.



**Figura 1.9** Representación de la transmisión de la onda S.

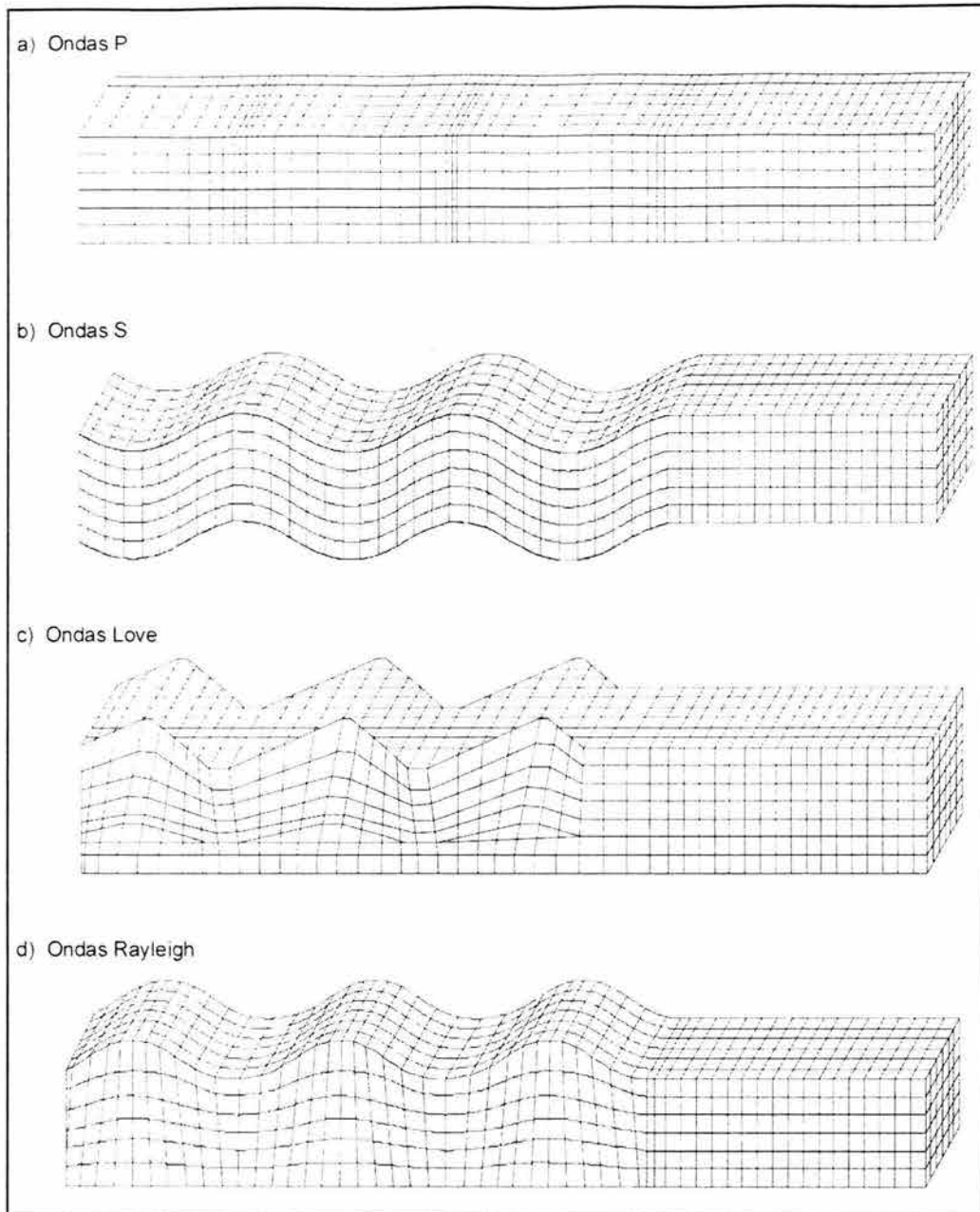
Las ondas superficiales, llamadas así porque únicamente se transmiten en forma significativa en la superficie terrestre (su amplitud decrece exponencialmente con la profundidad), son generadas por la interacción de las ondas de cuerpo en las discontinuidades y, en consecuencia, se presentan después de estas a una velocidad menor. Se dividen en dos tipos principales: *ondas de Rayleigh* y *ondas de Love*, llamadas así en honor de sus respectivos descubridores, los británicos John William Strutt (Lord Rayleigh) y Augustus E. Love.

Las ondas de Rayleigh, simbólicamente representadas con R (ó LR cuando son de período largo), son debidas a la interacción entre la onda P y la componente vertical de la onda S. El efecto que causan es un desplazamiento de las partículas del medio en forma elíptica retrógrada en el plano de propagación, es decir, un desplazamiento horizontal y vertical simultáneo en dicho plano. Como ya se estipuló anteriormente, las ondas de Rayleigh son aún más lentas que las P y las S, con velocidades que van de 1 a 4 km/s.

Las ondas de Love, que se denotan con L (o G o LQ cuando el período es muy largo), son generadas por la interacción de la onda S en su componente horizontal solamente (polarizadas en dicha dirección). Estas ondas ocurren en una capa cercana a la superficie y, como causan un desplazamiento horizontal de las partículas del medio perpendicular a la dirección de propagación, se les considera como ondas S atrapadas en la capa superficial y polarizadas. Su velocidad es mayor que la de las ondas R, y va de 1 a 4.5 km/s.

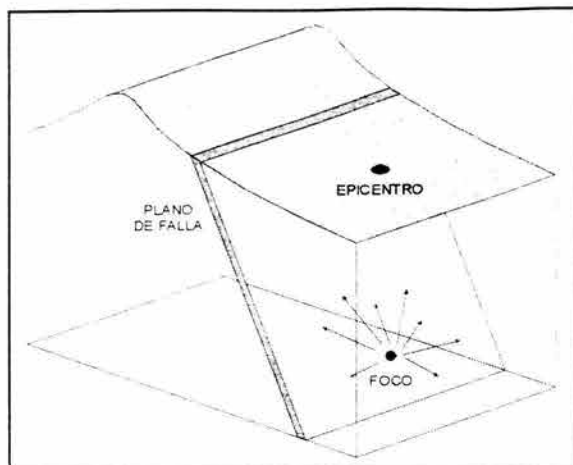
Después de conocer los efectos de las distintas ondas, en cuanto a los desplazamientos generados de las partículas del medio (el terreno, obviamente), se pueden identificar dos distintos movimientos: oscilatorios y trepidatorios. Lo común es pensar que dichos movimientos son independientes uno del otro, es decir, que puede ocurrir uno sin que se presente el otro, o inclusive, que un sismo con movimiento trepidatorio es más grave que uno con movimiento oscilatorio. Esto no es así, pues lo cierto es que ambos movimientos están ligados y no puede ocurrir un "sismo oscilatorio", sino que siempre se presentará un movimiento trepidatorio que, dicho sea de paso, es un movimiento que presenta desplazamientos en las tres dimensiones.

Ahora que sabemos bien qué son las ondas sísmicas y los tipos que hay, vale preguntarse: ¿dónde se producen?, o aún más, ¿dónde comienzan los sismos? La respuesta a ambos cuestionamientos se presenta a continuación.

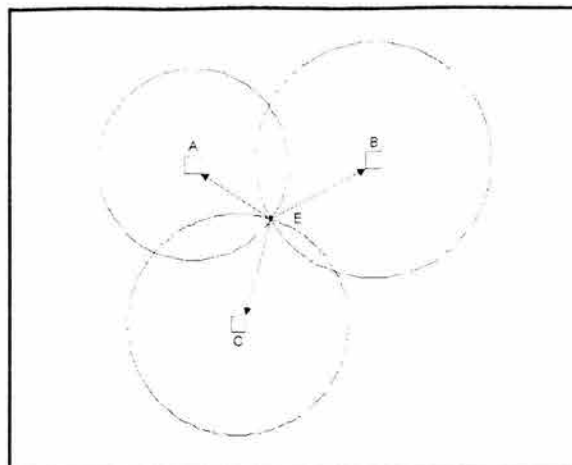


**Figura 1.10** Tipos de ondas sísmicas.

El punto donde se generan las ondas, es decir, a partir del cual se transmiten, es llamado *foco* o *hipocentro*, y se ubica bajo la superficie terrestre a profundidades variables. En consecuencia, éste se puede considerar como el punto donde nacen los sismos, y a partir de él, es posible que la superficie de radiación de las ondas se extienda una gran distancia.



**Figura 1.11** Esquema de la ubicación del foco, el hipocentro y la dispersión de las ondas sísmicas.



**Figura 1.12** Ubicación del epicentro E con el método S-P a partir de registros en estaciones A, B y C.

El otro punto que es necesario identificar para localizar geográficamente el origen del sismo es el *epicentro* o *epifoco*, que es la proyección vertical del foco sobre la superficie terrestre.

La ubicación del epicentro se puede conocer mediante los registros sismográficos de varias estaciones sismológicas, por la razón siguiente. Es posible que en una sola estación se determine la distancia a que se encuentra el epifoco con base en el retardo de la llegada de las ondas S en relación al de las ondas P, pero no se puede conocer la dirección que siguen; por lo tanto, lo único que se puede hacer es trazar un círculo con radio igual a la distancia calculada y con centro en la estación. Si se cuenta con los círculos trazados de por lo menos otras dos estaciones, es posible localizar un punto de intersección, que es el correspondiente a la ubicación del epicentro. Esta técnica es conocida como S-P, pero es muy común que los resultados conlleven un margen de error considerable.

Otra técnica utilizada para determinar el epicentro consiste en calcular la distancia con base únicamente en las ondas P y así definir el origen; sin embargo, para llevarla a cabo es necesario contar con una red sismológica, y la precisión que se tenga dependerá también de la buena distribución de las estaciones.

## 1.8 Sismicidad en el mundo

Con el establecimiento de las estaciones sismográficas desde principios del siglo pasado en distintas partes del mundo, ha sido posible ubicar los focos de los sismos que ocurren y, con base en ello, definir la sismicidad de prácticamente todas las zonas del planeta.

Al ubicar cartográficamente los focos, se puede notar que la mayor actividad sísmica coincide con largos cinturones que separan regiones oceánicas y continentales y con las grandes cordilleras oceánicas de que ya se ha hablado anteriormente. De esto, se deduce entonces que los límites de las placas constituyen las zonas donde se presenta la mayor ocurrencia de sismos.

Del lado del Pacífico, prácticamente toda la costa oeste del continente americano y del este de Asia presenta una alta sismicidad. Esta zona, que es conocida como *Cinturón de Fuego* o *Cinturón Circumpacífico*, parte desde Tierra del Fuego, atraviesa América del Sur, Centroamérica, la República Mexicana, Estados Unidos, Canadá y Alaska, se sigue por las Aleutianas y continúa por la península de Kamchatka, Japón, las islas Filipinas, hasta llegar a Nueva Zelanda.

También hay una gran actividad sísmica en la zona transasiática, que va, en dirección este-oeste, desde Burma, a través de la cordillera del Himalaya y el centro de Asia, hasta las montañas del Cáucaso y el mar Mediterráneo.

Otras zonas que presentan una alta sismicidad son los arcos de islas, o arcos volcánicos, tales como los del Pacífico y del este del Caribe, o bien, las Aleutianas, ubicadas al oeste de Alaska. Al sur, las islas del Japón forman un arco que se extiende al sur hacia el archipiélago de las Marianas. Desde Indonesia hasta el Pacífico sur, varios arcos rodean Australia, teniendo como límite a la trinchera Tonga–Kermadec al este.

Un caso particular lo constituye el continente Europeo, pues en él la actividad sísmica está ampliamente distribuida. Grandes terremotos se han presentado al sur, en la zona del Mediterráneo, principalmente en países como Turquía, Grecia, Yugoslavia, Italia, España, Portugal y en los alrededores de Irán. Hacia el norte, en cambio, es más estable, pero esto no excluye la ocurrencia de sismos en países como Alemania, Austria, Suiza y aun Inglaterra, Escandinavia y la región del Mar del Norte.

Un ejemplo de actividad sísmica poco frecuente y muy dispersa es la que presenta Australia, lo cual se debe a varias razones geológicas. Una gran porción occidental consiste en rocas con antigüedad del Precámbrico, y el continente como conjunto se formó antes de las cordilleras oceánicas y arcos de islas que lo rodean. No obstante, también existen algunas áreas con alta sismicidad, como Meckering, al oeste.

En contraste a todo esto, existen zonas con sismicidad prácticamente nula, que se conocen como zonas asísmicas. Un ejemplo muy claro de esto lo constituye la parte este de América, y también algunas áreas del centro y sur de Canadá, Siberia, el oeste de África y grandes porciones de Australia.

México es un país con alta sismicidad. Como se puede apreciar en la figura 1.14, en la costa oeste es comprendido por una franja del Cinturón de Fuego; en consecuencia, los estados que tienen una mayor actividad sísmica son Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero y Oaxaca. No obstante, esto no quiere decir que sean los únicos en los cuales puede ocurrir un sismo; también en estados como Puebla, Chiapas, Sinaloa, Zacatecas, Durango, Sonora, Baja California y aun en el centro y sur de Veracruz, ha habido eventos de magnitud importante.

Cabe mencionar finalmente que, como se analizará a detalle en la sección Regionalización Sísmica del capítulo siguiente, las características de determinado lugar pueden ocasionar que en éste haya más daños que en donde el sismo tiene su epicentro; es decir, que es posible que ocurran daños mayores en zonas con sismicidad baja que en aquellas donde hay una alta actividad sísmica, de acuerdo a las condiciones que ahí se tengan.



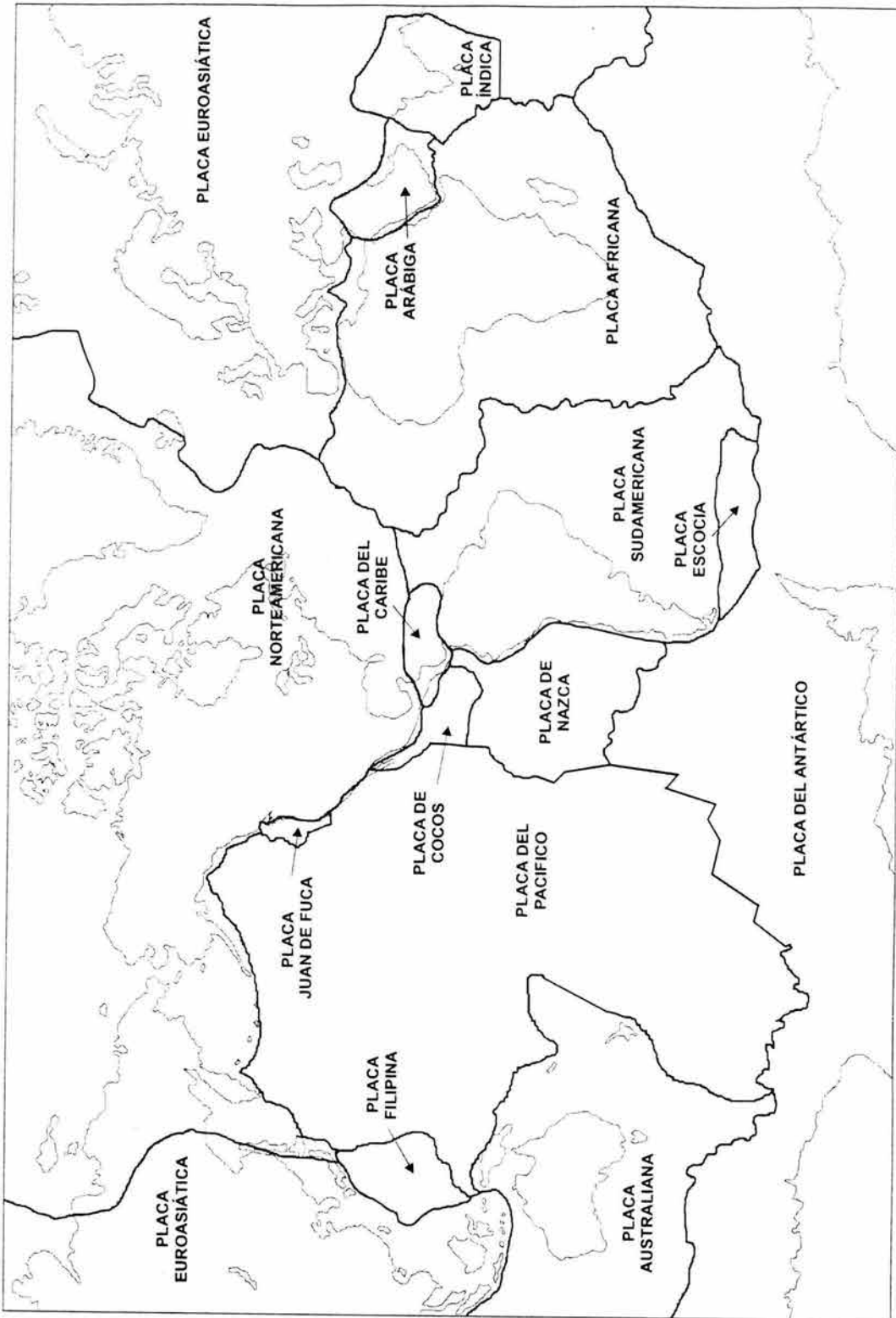


Figura 1.13 Mapa de placas tectónicas.

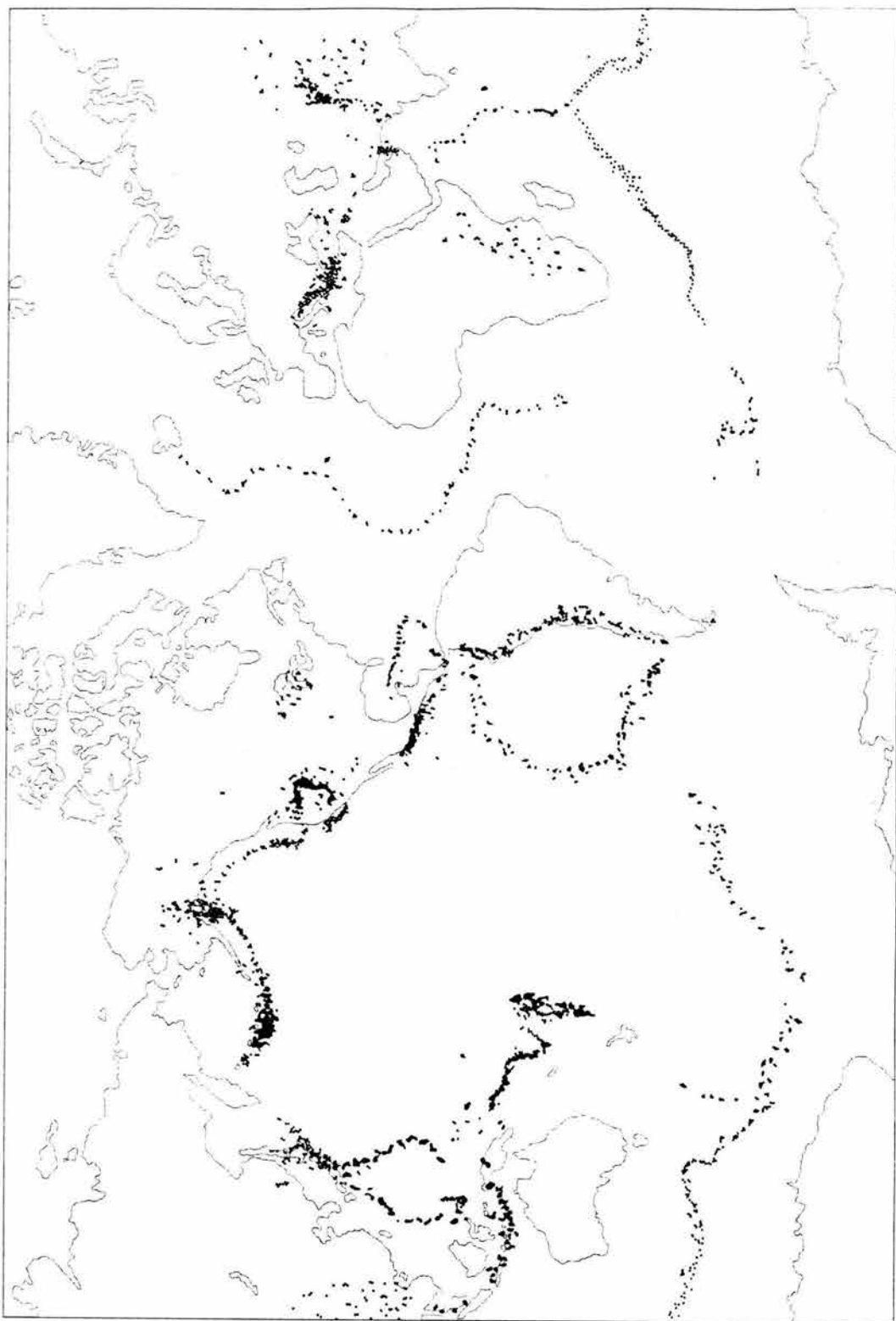


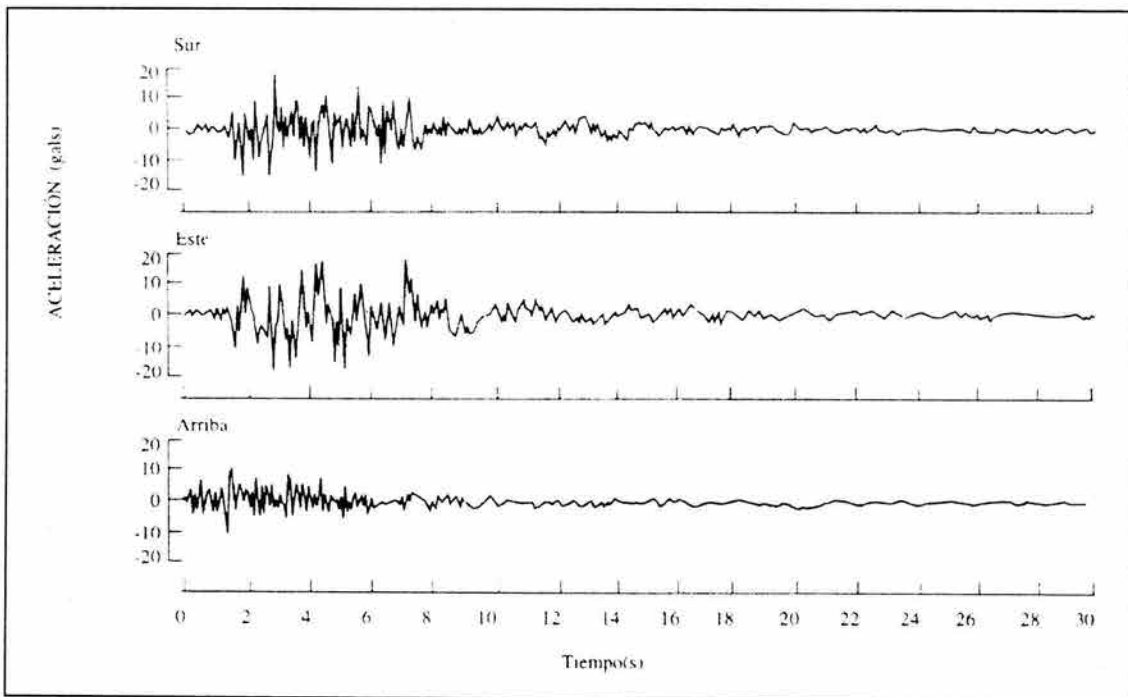
Figura 1.14 Distribución global de epicentros.

Hemos visto en el capítulo anterior características propias de los sismos, tales como sus mecanismos de generación y transmisión, los parámetros para medirlos y su ocurrencia sobre la superficie terrestre. Sin embargo, para fines de ingeniería sísmica, lo que más interesa es conocer la forma en que interactúan con las estructuras y la manera en que afectan a la superficie del terreno donde éstas se desplantan. De esta forma, en el presente capítulo estudiaremos las características que tiene el movimiento del terreno debido a la acción sísmica, y cómo esto se refleja en el comportamiento de las construcciones. Una vez visto esto, la duda que surge es cómo se puede saber si la estructura se verá alguna vez sometida a la acción sísmica, y cuán grande será ésta. Con total certeza esto no se puede decir, debido al carácter aleatorio del evento; sin embargo, se pueden realizar estudios con base en la información histórica sísmica y así llegar a conclusiones con razonable probabilidad. Se dice entonces que tales estudios sirven para determinar el riesgo sísmico de una región, el cual es un parámetro probabilístico que involucra aspectos tanto sismológicos como ingenieriles, y permite realizar diseños adecuados a las posibles acciones sísmicas.

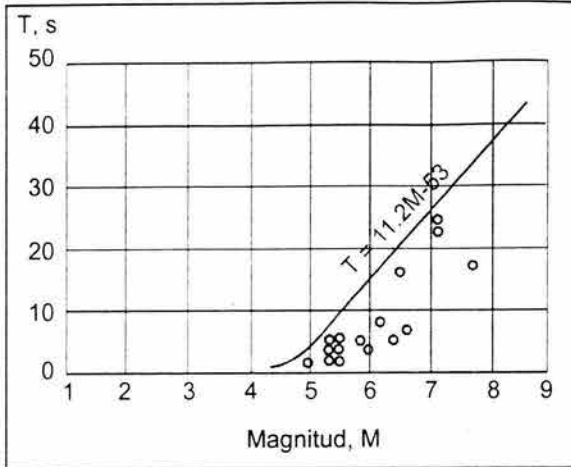
## 2.1 Características del movimiento sísmico

Como vimos en el capítulo anterior, los sismos son en realidad un conjunto de ondas de distintos tipos que viajan a través de la Tierra desde el hipocentro hasta la superficie del terreno. Debido a esto, a lo largo de su recorrido sufren diversas modificaciones, como pueden ser atenuaciones o amplificaciones. Para fines de ingeniería, no importa tanto conocer el comportamiento que tengan o las alteraciones que sufran dichas ondas en el interior de la Tierra, sino que lo que interesa es saber cómo afectan a la superficie y, sobre todo, las características del movimiento que a ésta le confieren, tales como la amplitud, velocidad, aceleración y período de vibración, que son finalmente los parámetros a considerar en el diseño de las estructuras.

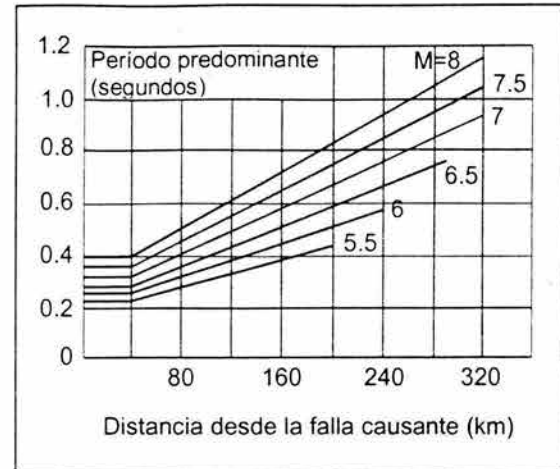
De las características vibratorias que se acaban de mencionar, las que resultan más prácticas son las aceleraciones del terreno. Para poder conocerlas, se utilizan los acelerógrafos que, como vimos anteriormente, son instrumentos muy sensibles capaces de registrar aceleraciones, incluso mayores que la gravedad terrestre, en las tres componentes del movimiento (dos horizontales y una vertical). El registro proporcionado se conoce como acelerograma, y en sentido estricto no es más que el registro continuo de las acele-



**Figura 2.1** Acelerogramas de los tres componentes de un sismo (registrados a 20 kilómetros del epicentro del sismo de San Fernando, 1971).



**Figura 2.2** Relación entre la magnitud y la duración de los sismos.



**Figura 2.3** Periodos dominantes de la aceleración máxima en la roca.

raciones del terreno como función del tiempo en sus tres componentes ortogonales (figura 2.1); además, el acelerograma se puede considerar como una secuencia no periódica de impulsos. El área bajo un impulso es una medida de la efectividad de las vibraciones, por lo tanto, la amplitud es un índice de la severidad del movimiento, aunque ésta también depende de la duración del impulso. De aquí, se puede observar que los acelerogramas proporcionan información suficiente para poder conocer las características del movimiento del terreno, principalmente la aceleración máxima, la duración del movimiento (sobre todo la duración de la fase intensa, que es el lapso en el cual tienen lugar las mayores amplitudes) y el contenido de frecuencias, que son los parámetros más importantes para definir la intensidad del movimiento y sus efectos en las estructuras.

La duración del sismo se relaciona con el plano de falla en que se localice el foco y la energía liberada. La ruptura de una falla se alarga cuando la magnitud del sismo se incrementa, lo cual tiene como consecuencia que la duración del temblor se incremente mientras mayor sea la magnitud (considerando que la velocidad de propagación de la onda es constante). La relación entre la magnitud y la duración del sismo, tal y como se obtienen de los registros sísmicos, se muestra en la figura 2.2 <sup>(6)</sup>.

Por su parte, el contenido de frecuencias se refiere a la rapidez del cambio de dirección del movimiento, es decir, al período de vibración del suelo. Este último parámetro debe analizarse con mucho cuidado, pues influye en gran manera sobre el comportamiento de la estructura; en general, lo que se debe buscar es que el edificio tenga períodos de

vibración asíncronos con el del suelo, pues de igualarse estos se presentaría el fenómeno de resonancia, en el cual los desplazamientos alcanzan grandes niveles y pueden llevar a la estructura al colapso. La distancia que hay entre la falla causante y el sitio es un factor que influye en el contenido de frecuencias. Recordemos que las ondas sufren modificaciones al propagarse a través del medio; entonces, las ondas de alta frecuencia se atenúan en forma apreciable al viajar a través de la roca de la corteza y, en consecuencia, el período predominante en la superficie del terreno será mayor mientras más alejado esté de la falla. En la figura 2.3 se muestra la relación entre el período predominante y la distancia a la falla causante para diferentes valores de la magnitud, tal y como se obtiene de los datos medidos <sup>(7)</sup>.

Ahora que ya conocemos los parámetros de los sismos que más interesan para fines de ingeniería, veamos la forma en que afectan a las estructuras. Debido a que las edificaciones se apoyan en el terreno, al ocurrir un sismo su base seguirá el mismo movimiento que éste, pero no así la superestructura, que presentará un movimiento asíncrono al del suelo como resultado de la oposición generada por las fuerzas de inercia debidas a su masa y de la flexibilidad inherente al sistema de estructuración y los materiales. Así pues, cuando se tienen movimientos del suelo bruscos y con períodos dominantes cortos, las estructuras rígidas y pesadas se ven más afectadas, mientras que, cuando el movimiento es lento con períodos dominantes largos, las estructuras altas y flexibles sufren más, pues en ellas se amplifican las vibraciones y se generan aceleraciones más elevadas, lo que trae como consecuencia mayores fuerzas de inercia.

De todo lo anterior se puede observar la necesidad de conocer la interacción que hay entre la estructura y el sismo, y de qué tamaño debe ser éste. Para esto, a partir de la información disponible, se pueden generar acelerogramas con base en métodos probabilísticos y utilizarlos para desarrollar modelos matemáticos útiles en la simulación de temblores y en la obtención de espectros de diseño. Estos espectros de diseño, como veremos a detalle en los capítulos 3 y 5, se construyen considerando probabilidades de ocurrencia de sismos importantes, pero además, considerando las características del comportamiento sísmico del terreno y las características vibratorias y estructurales de la edificación.

## 2.2 Concepto de sismicidad

De lo visto en la sección 1.8 del capítulo anterior, se puede decir que la sismicidad es un término que denota el grado de actividad sísmica. De esta forma, al hablar de la sismicidad de una región particular, estaremos refiriéndonos a la ocurrencia y distribución de los sismos dentro de un área delimitada previamente. No obstante, la importancia de este parámetro va más allá, pues también nos permite conocer el mecanismo de los sismos; de igual manera, al conocer la distribución geográfica de los focos, la magnitud, la ocurrencia en el tiempo y los daños que causa, es posible generar modelos estadísticos que permitan evaluar probabilidades para la ocurrencia de nuevos sismos y, en consecuencia, el riesgo sísmico.

Ahora bien, los estudios de sismicidad se basan en documentos conocidos como catálogos, los cuales pueden ser instrumentales o descriptivos. Los instrumentales son los más completos, pues además de la fecha y hora de ocurrencia del sismo, contienen información acerca de las coordenadas del foco, magnitud e incluso mecanismos y su correlación con las características geológicas y geofísicas de la región; sin embargo, debido a que son producto de instrumentos como sismógrafos y acelerógrafos, la cantidad y antigüedad de la información de que se dispone actualmente no es suficiente<sup>†</sup>. Por el contrario, existen catálogos descriptivos muy antiguos (como los de China, que datan del siglo XII a.C.), pero en los cuales comúnmente se encuentran exageraciones, o bien, errores en la traducción o pérdida de partes, lo que minimiza el valor de su información; además, este tipo de catálogos, al ser realizados por un grupo de personas, o incluso por una sola, basados únicamente en las observaciones de los daños, tienden a ser muy subjetivos, lo que limita aún más su uso.

## 2.3 Definición del riesgo sísmico

De un modo general, el riesgo sísmico se puede definir como la probabilidad de que ocurra, dentro de cierto intervalo de tiempo, un sismo que cause determinado grado de daños a los elementos en riesgo<sup>‡</sup> de una zona o lugar específicos. De esta definición es

---

<sup>†</sup> En nuestro país, los catálogos instrumentales se remontan a principios del siglo pasado, principalmente a partir de 1910, que es cuando se establece el Servicio Sismológico Nacional.

<sup>‡</sup> Si bien el elemento en riesgo puede ser un edificio, un conjunto de ellos o toda una zona urbana y la vida de las personas, es importante considerar también como elementos en riesgo, aunque de un modo derivado o

posible observar que el riesgo sísmico involucra dos aspectos: uno puramente sismológico y otro de carácter ingenieril. El primero, y de mayor importancia, conocido como *peligro sísmico*, representa la probabilidad de que ocurra un movimiento del terreno de cierta intensidad (capaz de causar daño) debido a algún sismo, en un lugar específico y dentro de un tiempo determinado. El otro, al cual se le conoce como *vulnerabilidad sísmica*, se refiere a la predisposición intrínseca de la estructura a sufrir daño como consecuencia del movimiento sísmico.

Aunque ambos aspectos son en cierta forma independientes y cada uno se evalúa considerando factores totalmente ajenos al otro, es indiscutible que entre ellos existe una interrelación. Para que esto quede más claro, analicemos la figura 2.4 <sup>(8)</sup>, en la cual se presenta el proceso sísmico a partir de la liberación de energía en forma de ondas en el foco hasta que éstas llegan a la estructura. Al ocurrir un sismo, la energía se propaga desde el foco en forma de ondas que se reflejan, se refractan, se atenúan o se amplifican hasta llegar al basamento rocoso que se ubica debajo de un lugar determinado en el cual se encuentra una estructura. Esta excitación sísmica  $X_1$  sufre un nuevo filtrado a través de las capas suprayacentes de suelo blando, las cuales tienen una función de transferencia  $A$ , que da como resultado una nueva excitación,  $X_2$ . Debido a la interacción suelo-estructura, que se describe mediante una función de transferencia  $I$ , la señal  $X_2$  sufre un nuevo cambio que produce ahora la señal  $X_3$ , que actúa en la base del edificio. Finalmente, la respuesta de la estructura será la señal  $X_4$ , que resulta de la modificación de la señal de la base por las características propias de la estructura, que se pueden considerar como una función de transferencia  $D$ .

Ahora bien, la determinación de las funciones de transferencia  $I$  y  $D$ , así como las señales  $X_3$  y  $X_4$ , corresponde a la ingeniería estructural cuando se realiza la evaluación de la vulnerabilidad. En cambio, la caracterización del movimiento del terreno (señales  $X_1$ ,  $X_2$  y función de transferencia  $A$ ), están dentro del ámbito de los estudios del peligro sísmico del lugar.

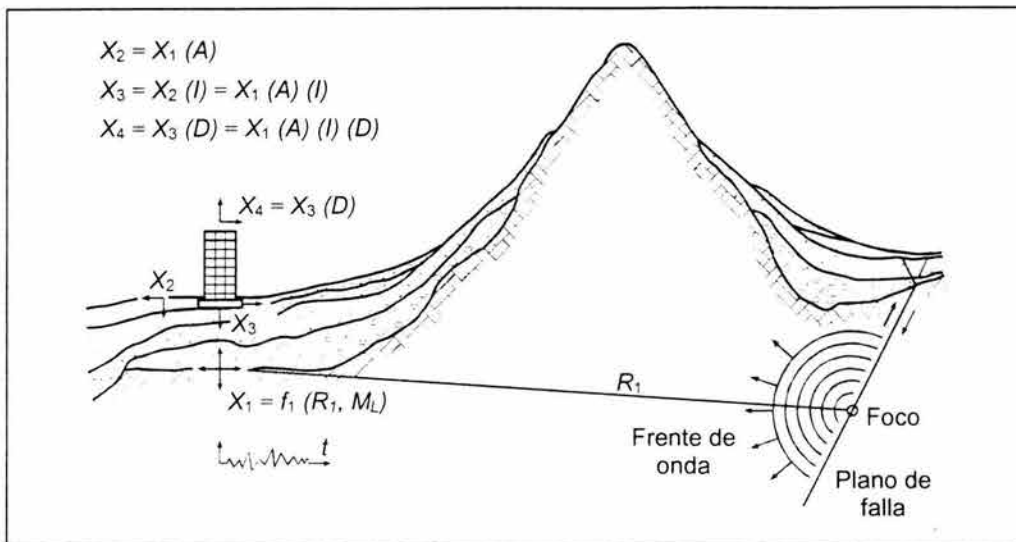
De esta forma, el riesgo sísmico depende de la calidad de las estructuras y de la peligrosidad en el emplazamiento, pero también, y en gran medida, de la densidad habitacio-

---

secundario (sin tener por esto menos importancia), a la actividad económica desarrollada en la zona, los servicios públicos y las líneas de comunicación, pues su pérdida podría ocasionar la falla de los planes de emergencia y rescate, o bien, generar pérdidas incluso mayores que las de la infraestructura.



nal, es decir, de la cantidad y tipo de asentamientos humanos que haya en el lugar. Un claro ejemplo de esto se tiene en la Ciudad de México (que se verá a detalle más adelante), donde en el centro, con suelo lacustre y estructuras muy viejas o dañadas, el riesgo es muy alto, y contrasta con el bajo riesgo del sur, donde el suelo es rocoso y las estructuras por lo regular son de buena calidad <sup>(1)</sup>.



**Figura 2.4** Esquema de la interacción entre vulnerabilidad y peligro sísmicos.

### 2.3.1 Peligrosidad sísmica

Como ya vimos, el peligro sísmico refleja la probabilidad de que el movimiento del terreno en un lugar dado alcance cierta intensidad durante un intervalo de tiempo, lo que ocasionará valores determinados del desplazamiento, la velocidad y la aceleración. Aunque el valor de cualquiera de estos parámetros se puede calcular a partir de la derivación o integración de alguno de los otros, generalmente se hace referencia al valor de la aceleración, pues es el que está más directamente relacionado con el diseño.

El peligro sísmico depende de diversos factores, principalmente de la distribución y cercanía de las fuentes sísmicas, la magnitud, los mecanismos focales, la naturaleza del medio de propagación (sobre todo por la atenuación de ondas y la propagación geométrica) y las condiciones del terreno (especialmente las características de las capas subyacentes, que influyen grandemente en el incremento o decremento de la amplitud del movimiento de la superficie). Vemos entonces que el peligro sísmico está estrechamente rela-

cionado con la sismicidad, pues el aspecto más importante para lograr una precisa evaluación de él en un lugar determinado es la exactitud en el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de sismos en las fuentes potenciales cercanas a dicho lugar. El problema para lograr esto no radica en la identificación de las fuentes potenciales, o sismogénicas (para lo cual existen otras ciencias, como la geología o la geotectónica, que cuentan con diversos medios y métodos, tales como pruebas de resistividad eléctrica, magnetismo o gravimetría), sino en el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de los sismos. Tener certeza acerca de esto implica conocer ampliamente el historial sísmico de la región, lo cual, como vimos en la sección 2.2, no sucede. Así, al carecer de información histórica suficiente, una alternativa para evaluar el peligro sísmico son los métodos probabilistas y deterministas <sup>(9)</sup>.

En los métodos deterministas se asume que la sismicidad de un sitio será idéntica a la que se ha tenido en el pasado en el mismo sitio. Entonces, el peligro sísmico está dado por los valores máximos de las amplitudes del movimiento del terreno causados por sismos pasados. Si el período de tiempo que se conoce de la historia sísmica no es suficiente, los valores máximos se pueden extrapolar de una relación incompleta de frecuencia-intensidad. La principal desventaja de los métodos deterministas es que dependen directamente del conocimiento de la historia sísmica de la región, lo cual, como ya hemos visto, no se tiene para períodos de tiempo muy grandes. En consecuencia, la aplicación de estos métodos no es muy recomendable, y mucho menos para aquellos lugares con sismicidad moderada, donde los sismos de magnitudes importantes han ocurrido con intervalos de cientos de años.

Por su parte, los métodos probabilistas usan distribuciones estadísticas para representar la actividad sísmica de un lugar basados en la ocurrencia de sismos en el pasado. El resultado es la determinación de la probabilidad de ocurrencia de una cierta intensidad sísmica (o aceleración del terreno) para un intervalo de tiempo determinado. A diferencia de los métodos anteriores, para los probabilistas la ocurrencia de sismos no está dada directamente por la ocurrencia pasada, sino que se estima a partir de la distribución estadística; además, estos métodos permiten realizar estimaciones de la probabilidad para varios niveles de intensidad y no sólo para los valores máximos, como los deterministas.

Definimos al principio al peligro sísmico como la probabilidad de que ocurra un movimiento del terreno de cierta intensidad debido a algún sismo, en un lugar específico y den-

tro de un tiempo determinado. De acuerdo a lo dicho en el párrafo anterior, es posible reformular esta definición, sin cambiar el contexto, como la probabilidad de que, durante un cierto intervalo de tiempo, el valor máximo de la intensidad o aceleración del terreno supere un valor determinado. Calculando el inverso de esta probabilidad, es decir, el tiempo en el cual se espera con cierta probabilidad que un determinado valor de la intensidad o aceleración del terreno sea excedido, se obtiene el período de retorno para esa intensidad.

### **2.3.2 Vulnerabilidad sísmica**

Como vimos, la vulnerabilidad sísmica es una propiedad inherente a las estructuras (puesto que ninguna se diseña para mantenerse intacta ante los sismos) que está directamente relacionada con las características de diseño. De esto, resulta claro que la vulnerabilidad es menor para las estructuras nuevas, en las cuales se reflejan los avances que se tengan en el diseño; sin embargo, para lograr la disminución del riesgo sísmico en el lugar, también es necesario mejorar el comportamiento de las estructuras ya existentes, especialmente de las que presenten antigüedades importantes, mediante algún tipo de refuerzo.

Ahora bien, es evidente que para lograr lo anterior se requiere evaluar el comportamiento sísmico esperado de tales estructuras, lo que ha dado como resultado el establecimiento de estudios de vulnerabilidad cuyo objetivo principal es la predicción de daños esperados en la edificación. En este sentido, es posible ampliar la definición de vulnerabilidad sísmica como la probabilidad de que una estructura sufra un grado apreciable de daño debido a la acción de algún sismo, independientemente del peligro sísmico que haya en el lugar. Esta independencia se refiere únicamente a que una estructura puede ser vulnerable pero no estar en riesgo si el lugar en que se encuentra no tiene un nivel suficientemente alto de peligro sísmico, y no se debe pensar que ambos aspectos (la vulnerabilidad y el peligro sísmicos) son totalmente ajenos uno del otro, porque, como ya vimos, en la realidad no sucede así; inclusive, la evaluación del peligro sísmico de la zona es fundamental para prevenir el daño de las estructuras, debido a que éstas pueden ser diseñadas para soportar las aceleraciones máximas del terreno (o las intensidades), que están dadas precisamente por los estudios del peligro sísmico. Además de esto, al conocer la intensidad esperada podemos seleccionar con mayor seguridad el tipo de materia-

les y estructuración a utilizar, para lo cual nos podemos auxiliar de las escalas de intensidad, como la de Mercalli Modificada (tabla 1.2 del capítulo anterior), en las cuales se establece el daño que sufrirá la estructura con base en los materiales y estructuración para un determinado grado de intensidad alcanzado.

## **2.4 Regionalización sísmica de la República Mexicana**

Una vez que se ha evaluado el peligro sísmico de varias regiones, es posible agrupar las que tengan los mismos valores. A esto se le conoce como regionalización sísmica, y es de gran utilidad cuando se realiza para un país o región determinados, pues además de permitir identificar fácilmente las zonas con baja o alta peligrosidad, es de gran ayuda para la elaboración y aplicación de códigos de construcción.

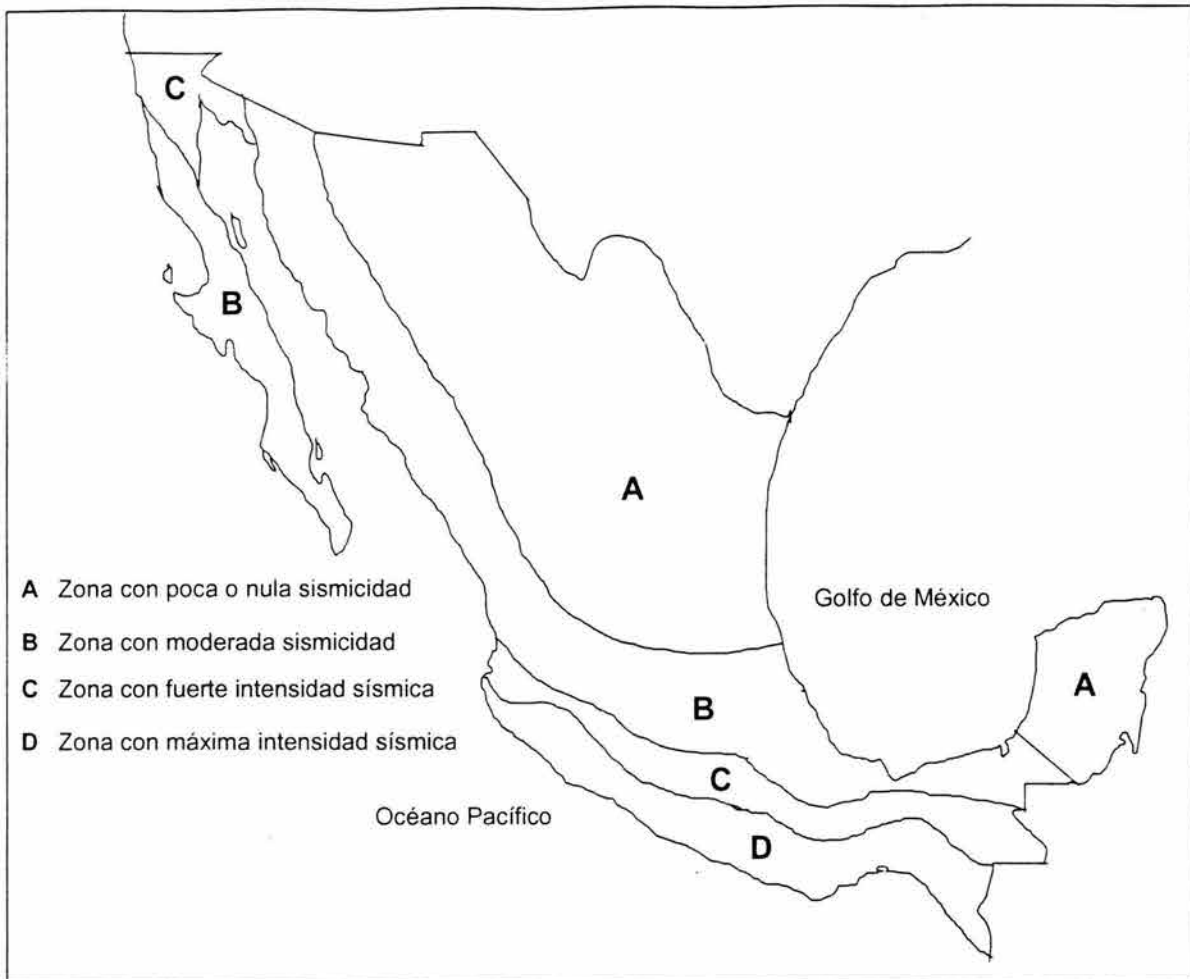
México es un país con gran actividad sísmica, como vimos en el capítulo anterior, sobre todo en la costa oeste, que está comprendida dentro de una franja del Cinturón de Fuego y donde se localiza la brecha sísmica<sup>†</sup> de Guerrero, que es la zona con mayor potencial sísmico del país, pero no la única en donde ocurren sismos, pues también en estados como Puebla, en el centro del país, o Veracruz, en la costa del Golfo de México, han tenido lugar movimientos importantes.

De acuerdo a estudios y registros sísmicos realizados, en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad se divide al territorio mexicano en cuatro zonas, de acuerdo al peligro sísmico que presentan, como se ve en la figura 2.5. Tales zonas se identifican de la A a la D, y su peligro crece progresivamente, es decir, mientras que la zona A tiene el menor peligro, la D es la más desfavorable.

Cabe aclarar que esta regionalización, con sus distintos parámetros de diseño especificados en el mencionado manual, es aplicable a estructuras construidas en terreno firme y no toma en cuenta el fenómeno de amplificación del movimiento sísmico por efecto de suelos blandos, que puede ser decisivo para el peligro sísmico de algunos puntos, como en la Ciudad de México, y que se verá en la sección siguiente.

---

<sup>†</sup> El término brecha sísmica se da a aquel segmento de contacto entre placas en el que no se ha producido un sismo de importancia en un lapso relativamente grande, que para México los investigadores han definido como de más de 30 años. Cuando la brecha sísmica libera su energía, es necesario un nuevo periodo de acumulación hasta que se sobrepase la resistencia de las rocas y se origine un nuevo sismo.



**Figura 2.5** Regionalización sísmica de la República Mexicana.

## 2.5 Microzonificación sísmica de la Ciudad de México

Cuando se tienen suelos blandos en el sitio, los efectos locales que pueden presentarse, es decir, las modificaciones que sufren las ondas sísmicas en su viaje por el subsuelo, son muy desfavorables, y su comportamiento difiere radicalmente del que tienen en la roca base. El principal efecto que sufren es el filtrado de las ondas de períodos dominantes cortos distintos a las del estrato de suelo blando y la amplificación de las de período largo, que pueden llegar a ser iguales que los de dicho estrato, lo que se traduciría en una mayor transmisión de esfuerzos en las estructuras y, en consecuencia, una mayor intensidad sísmica y mayores pérdidas.

De acuerdo con esto, nos podemos dar cuenta de que la Ciudad de México es el lugar ideal para la ocurrencia de eventos sísmicos catastróficos, pues, a pesar de estar ubicado

en la región sísmica B, sus profundos estratos de arcillas blandas en el centro y norte hacen factible la presencia de los efectos de sitio; en contraposición, en el sur no se presentan mayores problemas, debido a que la base rocosa aflora en la superficie del terreno.

Con tales diferencias dentro de una zona relativamente pequeña, fue necesario realizar estudios de microzonificación que permitieran evaluar la peligrosidad sísmica de una zona de la ciudad en particular. Así, se ha hecho una división en tres zonas, atendiendo a la peligrosidad que se puede presentar (por lo que, en realidad, se trata de una subzonificación geotécnica con base en el tipo de suelo que se tenga y en los mayores o menores efectos locales que puedan ocurrir), que son: la zona de Lomas, con terrenos firmes; la zona de Transición, donde los estratos de arcilla pueden alcanzar profundidades moderadas; y la zona de Lago, que por estar sobre el lecho de los antiguos lagos del Valle de México, se desplanta sobre profundos depósitos de arcillas sumamente compresibles. Como fácilmente se puede deducir, la peligrosidad sísmica va en aumento conforme se avanza hacia la zona III. Además, existe una subzonificación de las zonas II y III, la cual, junto con detalles más precisos acerca de las tres zonas, se verán en el capítulo 5; asimismo, en dicho capítulo la figura 5.1 muestra la ubicación de cada una de las zonas mencionadas, y la figura 5.2 muestra las subzonas especiales de las zonas II y III.

---

# Dinámica de las Estructuras

Capítulo

# 3

---

Aunque existen textos especializados que tratan el tema de la dinámica estructural muy a detalle, en este capítulo se hará una breve presentación de los tópicos más importantes y que es necesario conocer para lograr una buena comprensión de los temas ulteriores, especialmente el del diseño sísmico. Específicamente hablando, se revisarán conceptos relacionados con el análisis sísmico de los edificios, y se hará en forma gradual, es decir, desde los más sencillos hasta los que tienen una mayor dificultad en cuanto a aplicación, ilustrando también estos conceptos con algunos ejemplos resueltos.

### 3.1 Conceptos básicos

Antes de comenzar a hablar del comportamiento dinámico de las estructuras, es conveniente mencionar algunos conceptos que, aunque ya se conocen de cursos anteriores, son muy importantes para poder comprender de una mejor manera los temas siguientes.

Uno de esos conceptos (y el principal para este capítulo) es el de grado de libertad dinámico, que simplemente indica el número de posibilidades de desplazamientos independientes, ya sean lineales o angulares, que puede tener un punto, una superficie o un cuerpo. Ahora bien, como sabemos, los elementos estructurales están conectados mediante uniones cuya función es restringir todos o algunos de los desplazamientos, es decir, eliminar grados de libertad. Para que el concepto de grado de libertad quede más claro, analicemos la figura 3.1.

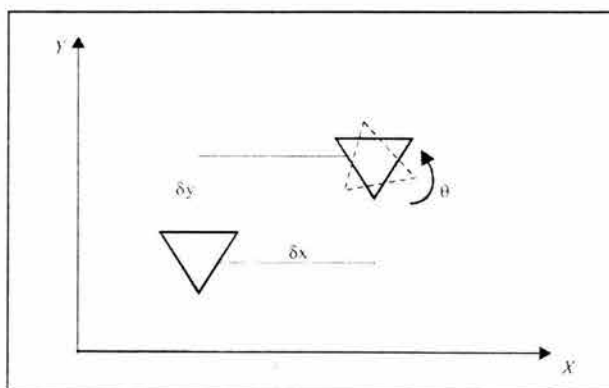


Figura 3.1 Posibles movimientos en el plano.

Como puede observarse en dicha figura, una superficie tiene tres posibilidades de movimiento, o tres grados de libertad, dentro del plano, de las cuales dos son desplazamientos lineales (en el eje  $x$  y en el eje  $y$ ) y uno es desplazamiento angular, es decir, un giro alrededor de un eje ortogonal al sistema coordenado bidimensional  $xy$ . De esto, es fácil deducir que un cuerpo sólido, como existen tres ejes para referenciarlo, tiene seis posibilidades de desplazamiento (las cuales no se cumplen en su totalidad, como se verá más adelante, debido a idealizaciones mecánicas de los materiales que conforman a los cuerpos): una lineal en  $x$ , una lineal en  $y$  y una lineal en  $z$ , además de los correspondientes desplazamientos angulares (uno por cada eje). Entonces, una definición más *ad hoc* que ilustra todo lo que se acaba de exponer es la siguiente: *grado de libertad es la coordenada necesaria para definir el movimiento de un nodo.*



Otro de los conceptos que conviene recordar es el relativo a la masa. Independientemente del sistema de unidades con que se trabaje (Sistema Internacional o Sistema Gravitacional), se puede decir que la masa es la *cantidad de materia que contiene un cuerpo*. Es muy importante no confundir este concepto con el de peso, pues aunque son interdependientes, no son lo mismo; en realidad, el peso de un cuerpo es la masa que contiene afectada por la constante gravitacional o aceleración de la gravedad, según lo dice la segunda ley de Newton:

$$F = ma \tag{3.1}$$

donde  $F$  indica la fuerza o el peso,  $m$  la masa y  $a$  la aceleración. Si consideramos a  $W$  como el peso y a  $g$  como la aceleración de la gravedad, la masa se puede expresar como:

$$m = \frac{W}{g} \tag{3.2}$$

Las variables involucradas en las dos expresiones anteriores pueden tener distintas unidades, dependiendo del sistema utilizado, según se muestra en la tabla 3.1. Por ello, es importante mencionar que en este trabajo el sistema a utilizar será el gravitacional, aunque para la fuerza y la masa no sea necesario hacer referencia explícita de las unidades.

**Tabla 3.1** *Sistemas de unidades.*

Parámetro	Sistema Internacional (S.I.)		Sistema Gravitacional (S.G.)	
	M.K.S.*	C.G.S.*	M.K.S.*	C.G.S.*
Fuerza	kg <sub>m</sub> m/s <sup>2</sup> (eq. Newton)	gr <sub>m</sub> cm/s <sup>2</sup> (eq. dina)	kg <sub>r</sub>	gr <sub>r</sub>
Aceleración	m/s <sup>2</sup>	cm/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	cm/s <sup>2</sup>
Masa	kg <sub>m</sub>	gr <sub>m</sub>	kg <sub>r</sub> s <sup>2</sup> /m (eq. U.T.M.)	gr <sub>r</sub> s <sup>2</sup> /cm

\* Subsistema Metro-Kilogramo-Segundo

\* Subsistema Centímetro-Gramo-Segundo

El siguiente parámetro es la rigidez lateral de entrepiso,  $k$ , que es la fuerza encargada de oponerse a los efectos causados por las cargas externas laterales que actúan sobre el edificio; es decir, se refiere a la capacidad de los elementos verticales o diagonales (columnas y contravientos) a sufrir deformaciones horizontales para restringir los desplazamientos laterales causados por tales cargas. Dicho de un modo más técnico, la rigidez

de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante absorbida por un marco, muro o contra-viento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles que lo limitan. Sin entrar en detalles, ya que sólo es un breve recordatorio, se puede mencionar que una de las formas más comunes para calcular la rigidez consiste en la aplicación de las fórmulas de Wilbur, con validez para marcos regulares formados por piezas de momento de inercia constante en los que las deformaciones axiales son despreciables y las columnas tienen puntos de inflexión.

Por último, otro concepto que conviene recordar es el del amortiguamiento, el cual es el proceso causante de que un movimiento vibratorio disminuya su amplitud a través del tiempo. Su origen puede ser diverso: por rozamiento de dos superficies, como consecuencia de la fricción interna o histéresis del propio material, etc. Para aproximar las distintas formas de amortiguamiento, es habitual en dinámica estructural emplear un amortiguamiento viscoso. En este caso, la fuerza amortiguadora es proporcional a la velocidad:

$$F_D = c v \quad (3.3)$$

donde  $c$  es la constante de amortiguamiento equivalente tal que origina la misma disipación de energía que la producida por el amortiguamiento real de la estructura.

### **3.2 Modelado de las estructuras y la Ecuación de equilibrio dinámico**

El primer paso que se debe realizar cuando se analizan las características de vibración de cualquier estructura consiste en representarla mediante un modelo, el cual debe ser lo más sencillo posible pero que refleje adecuadamente sus propiedades mecánicas.

Para simplificar los modelos de análisis se hacen las siguientes idealizaciones (siempre que sean compatibles con el sistema estructural): las losas y sistemas de piso son rígidos en su plano, por lo que no aceptan deformaciones horizontales, y en ellos se concentra toda la masa correspondiente al nivel que se considere; y las columnas proveen toda la resistencia a las deformaciones laterales del sistema. Considérese el edificio mostrado en la figura 3.2a; de acuerdo a las suposiciones anteriores, de tres posibles grados de libertad por nodo (seis grados por piso), se hacen las siguientes simplificaciones:

- 1) Las columnas no permiten deformaciones axiales (quedando cuatro grados de libertad).
- 2) Las columnas no sufren giros en sus extremos, sino que se desplazan sólo linealmente (quedando así dos grados de desplazamiento horizontal).
- 3) Los sistemas de piso son rígidos, por lo cual las columnas de igual longitud sufren el mismo desplazamiento (quedando sólo un grado de libertad).

Así entonces, es posible admitir un grado de libertad por piso, ya que el desplazamiento entre estos sí varía, tal como se muestra en la figura 3.2b.

Una vez que se han hecho las suposiciones y simplificaciones correspondientes (con el fin principal de determinar los grados de libertad), es posible construir modelos masa-resorte simples, como el mostrado en la figura 3.2c.

Como se verá a detalle más adelante, existen algunas fuerzas internas que surgen como respuesta a las externas, tratando de contrarrestar sus efectos; entonces, aplicando el principio de D'Alembert<sup>†</sup>, se puede expresar la *ecuación de equilibrio dinámico*, o *ecuación del movimiento*, de la siguiente forma:

$$F_i + F_D + F_S = p(t) \quad (3.4)$$

donde:

- $F_i$  = Fuerza de inercia.
- $F_D$  = Fuerza disipadora.
- $F_S$  = Fuerza restauradora.
- $p(t)$  = Fuerza externa aplicada como función del tiempo.

La fuerza de inercia se relaciona directamente con la masa y la aceleración a que se somete la estructura (según la segunda ley de Newton) y se presenta como el producto de estos dos parámetros. La fuerza disipadora, o fuerza de amortiguamiento viscoso, es generada por los sistemas amortiguadores que tenga la estructura o por las propias características mecánicas del material, y se obtiene como el producto del coeficiente de amortiguamiento por la velocidad. Por último, la fuerza restauradora se puede expresar, según la definición de rigidez lateral, como el producto de la rigidez por el desplazamiento.

---

<sup>†</sup> Este principio establece que las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo rígido equivalen a las fuerzas efectivas de las diversas partículas que forman el cuerpo, es decir, a las fuerzas internas.

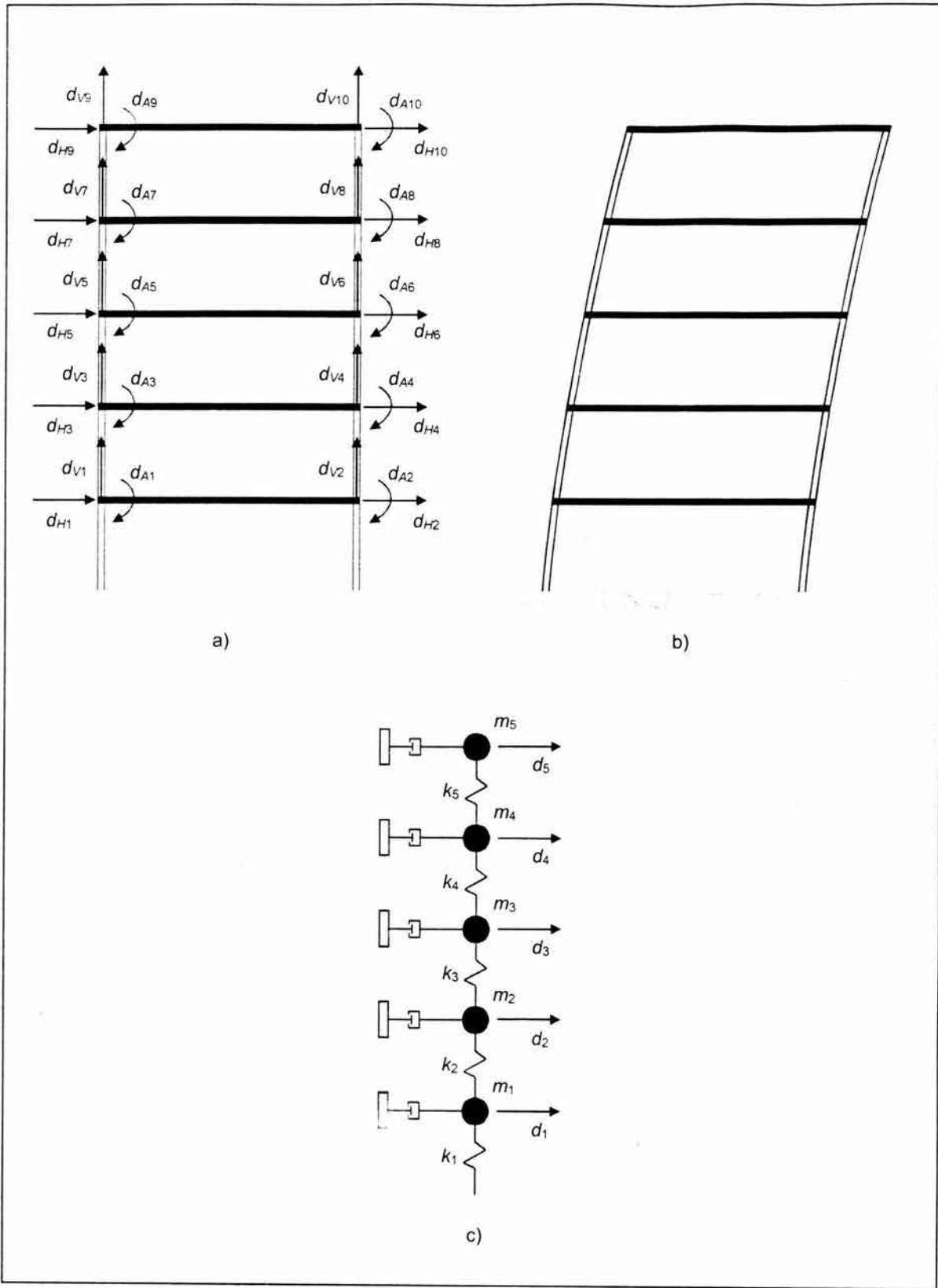


Figura 3.2 a) Edificio de varios pisos a base de marcos, mostrando los grados de libertad por nodo; b) Configuración deformada; c) Modelo masa-resorte.

Si expresamos lo dicho en el párrafo anterior en términos matemáticos, se puede obtener la ecuación del movimiento en su forma más común. Para esto, consideremos  $d(t)$  como el desplazamiento en función del tiempo. Entonces:

$$m\ddot{d}(t) + c\dot{d}(t) + kd(t) = p(t) \quad (3.5)$$

Si la fuerza externa que se aplica a la estructura es un sismo, es decir, si se encuentra sujeta a la aceleración del terreno  $\ddot{d}_s(t)$ , la fuerza de inercia se puede expresar como:

$$F_I = m(\ddot{d}(t) + \ddot{d}_s(t)) \quad (3.6)$$

y entonces la ecuación 3.5 queda expresada como:

$$m\ddot{d}(t) + c\dot{d}(t) + kd(t) = -m\ddot{d}_s(t) \quad (3.7)$$

Esta expresión puede sufrir algunas variantes, dependiendo de los sistemas de fuerzas que se tengan y de las condiciones de la estructura. Específicamente, puede haber cuatro casos: vibración libre sin amortiguamiento, vibración libre con amortiguamiento, vibración forzada sin amortiguamiento y vibración forzada con amortiguamiento.

### 3.3 Sistemas lineales de un grado de libertad

#### 3.3.1 Vibraciones libres sin amortiguamiento

Esta condición es la más sencilla de todas, pues es característica de aquellas estructuras no amortiguadas y sobre las cuales no actúa fuerza externa alguna, como se observa en la figura 3.3.

En este caso, la ecuación de equilibrio dinámico queda de la forma:

$$m\ddot{d}(t) + kd(t) = 0 \quad (3.8)$$

Definamos como  $\omega$  a la raíz cuadrada del cociente de la rigidez y la masa, y a  $T$  como el cociente de  $2\pi$  y  $\omega$ , es decir:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$\omega$  se conoce como *frecuencia circular natural de vibración* de la estructura, y  $T$  es el *período natural de vibración*, es decir, el tiempo que tarda una oscilación en completar un ciclo. Si dividimos por  $m$  la ecuación 3.8 y sustituimos el cuadrado de la frecuencia de vibración tendremos:

$$\ddot{d}(t) + \omega^2 d(t) = 0 \quad (3.9)$$

Supongamos que el desplazamiento  $d(t)$  está dado por la función  $A e^{st}$ . La velocidad y la aceleración estarán dadas entonces por la primera y segunda derivada, respectivamente:

$$\dot{d}(t) = A s e^{st}$$

$$\ddot{d}(t) = A s^2 e^{st}$$

Sustituyendo los valores de  $d(t)$  y  $\ddot{d}(t)$  en la ecuación 3.9, tendremos:

$$A s^2 e^{st} + \omega^2 A e^{st} = 0$$

$$s^2 + \omega^2 = 0$$

Se observa que la solución para  $s$  es  $\pm \omega i$ . Entonces se deduce, para  $e^{st}$ :

$$e^{st} = e^{\pm i \omega t}$$

cuya solución viene dada por:

$$e^{\pm i \omega t} = \cos \omega t \pm i \operatorname{sen} \omega t$$

Ahora, el desplazamiento podrá expresarse como:

$$d(t) = A_1(\cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t) + A_2(\cos \omega t - i \operatorname{sen} \omega t)$$

Reagrupando:

$$d(t) = (A_1 - A_2)i \operatorname{sen} \omega t + (A_1 + A_2)\cos \omega t$$

y finalmente:

$$d(t) = A \operatorname{sen} \omega t + B \cos \omega t$$

La velocidad, a su vez, quedará definida por:

$$\dot{d}(t) = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t$$

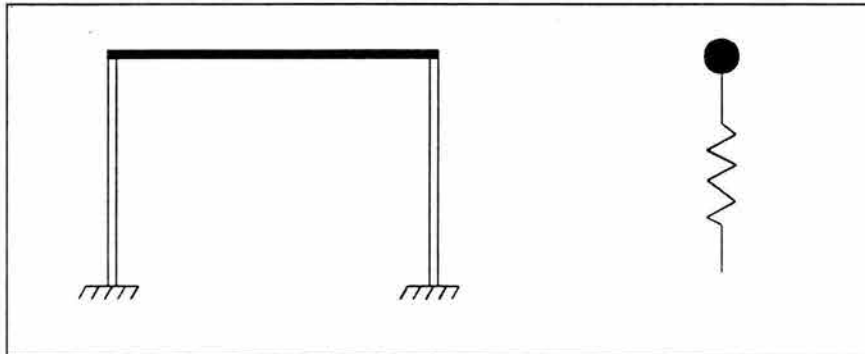
En las últimas dos expresiones,  $A$  y  $B$  dependen de las condiciones iniciales del sistema. Si consideramos que dichas condiciones para el desplazamiento y la velocidad con  $t = 0$  son  $d_0$  y  $\dot{d}_0$ , respectivamente, podremos hallar fácilmente que:

$$A = \frac{\dot{d}_0}{\omega}$$

$$B = d_0$$

Ya con las variables  $A$  y  $B$  definidas, se puede expresar la función del desplazamiento en su forma más general, como se muestra a continuación:

$$d(t) = \frac{\dot{d}_0}{\omega} \sin \omega t + d_0 \cos \omega t \quad (3.10)$$



**Figura 3.3** Estructura de un solo grado de libertad con su respectivo modelo masa-resorte.

### 3.3.2 Vibraciones libres con amortiguamiento

Este caso involucra un término más en la ecuación de movimiento:

$$m \ddot{d}(t) + c \dot{d}(t) + k d(t) = 0 \quad (3.11)$$

El amortiguamiento se relaciona con la masa y la rigidez de la estructura. Puede ocurrir que el amortiguamiento sea el suficiente para que la estructura complete un ciclo de vibración, en cuyo caso se conoce como *amortiguamiento crítico*. Sin embargo, también

pueden ocurrir otras dos condiciones: que el amortiguamiento sea menor al crítico (llamado entonces *amortiguamiento subcrítico*), o que sea mayor (conocido como *amortiguamiento supercrítico*). Para el caso crítico, el coeficiente de amortiguamiento, conocido obviamente como *coeficiente de amortiguamiento crítico*,  $c_{cr}$ , se calcula como:

$$c_{cr} = 2\sqrt{km}$$

o bien,

$$c_{cr} = 2m\omega$$

Ahora bien, es fácil entender que no siempre las estructuras tienen un amortiguamiento crítico; por esta razón, es común trabajar con un parámetro que expresa el porcentaje de amortiguamiento de la estructura con respecto al crítico, es decir:

$$\zeta = c / c_{cr}$$

donde  $\zeta$  es la *fracción de amortiguamiento crítico*.

Si dividimos la ecuación 3.11 por  $m$ , resulta:

$$\ddot{d}(t) + 2\zeta\omega\dot{d}(t) + \omega^2 d(t) = 0 \quad (3.12)$$

Siguiendo un procedimiento similar al utilizado en la sección anterior, encontraremos que la solución para la ecuación 3.12 está dada por:

$$d(t) = A e^{(-\zeta\omega + \sqrt{\zeta^2 - 1})t} + B e^{(-\zeta\omega - \sqrt{\zeta^2 - 1})t} \quad (3.13)$$

que cambia de forma de acuerdo con el valor de  $\zeta$ .

Si  $\zeta^2 > 1$  (amortiguamiento supercrítico), la estructura no oscila porque el sistema de amortiguamiento supera a la oscilación. Esta condición se conoce como *sobreamortiguamiento*.

La condición  $\zeta^2 = 1$  indica un valor límite de amortiguamiento para el cual el sistema pierde sus características vibratorias; a esto se le llama, como ya veíamos, *amortiguamiento crítico*.



En la mayoría de las estructuras, no obstante, la condición que predomina es  $\zeta^2 < 1$ , es decir, un *subamortiguamiento*. Para este caso, la solución toma la forma:

$$d(t) = e^{-\zeta\omega t} (A \cos \omega' t + B \sin \omega' t) \quad (3.14)$$

Si definimos las condiciones iniciales para  $t = 0$  como  $d = d_0$  y  $\dot{d} = \dot{d}_0$ , la solución para el subamortiguamiento quedará dada por:

$$d(t) = e^{-\zeta\omega t} \left[ \frac{(\dot{d}_0 + \zeta \omega d_0)}{\omega'} \sin \omega' t + d_0 \cos \omega' t \right] \quad (3.15)$$

$\omega'$  es la frecuencia de vibración del sistema amortiguado, y está dada por:

$$\omega' = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Por lo general, el amortiguamiento que se tiene en los edificios no sobrepasa el 10% del crítico, es decir,  $\zeta < 0.1$ . Con esto, se puede ver que para el límite máximo ( $\zeta = 0.1$ ),  $\omega' = 0.995 \omega$ ; de aquí, se observa que el efecto más importante del amortiguamiento consiste en disminuir la amplitud de la vibración conforme avanza el tiempo.

### 3.3.3 Vibraciones forzadas

Si observamos la figura 3.4, veremos que está sometida a una fuerza externa  $p(t)$ ; si esta fuerza corresponde a un movimiento sinusoidal del terreno, es posible expresar la ecuación 3.5, después de dividirla por  $m$ , como:

$$\ddot{d}(t) + 2\zeta \omega \dot{d}(t) + \omega^2 d(t) = -p_0 \sin \Omega t \quad (3.16)$$

cuya solución es la suma de las soluciones complementarias de la ecuación 3.14 y de la particular <sup>(10)</sup>, que está dada por:

$$d(t) = A \sin \Omega t + B \cos \Omega t \quad (3.17)$$

Puesto que la oscilación correspondiente a la solución complementaria decae rápidamente mientras el tiempo transcurre, la solución particular es la que controla la vibración del sistema en el estado permanente.

Sustituyendo la ecuación 3.17 en la 3.16, se obtiene:

$$d(t) = -p_0/\omega^2 \left[ (1 - \beta^2)^2 + 4\zeta^2\beta^2 \right]^{-1/2} \text{sen}(\Omega t - \theta) \quad (3.18)$$

donde:

$$\theta = \tan^{-1} 2\zeta\beta / 1 - \beta^2$$

$$\beta = \Omega / \omega$$

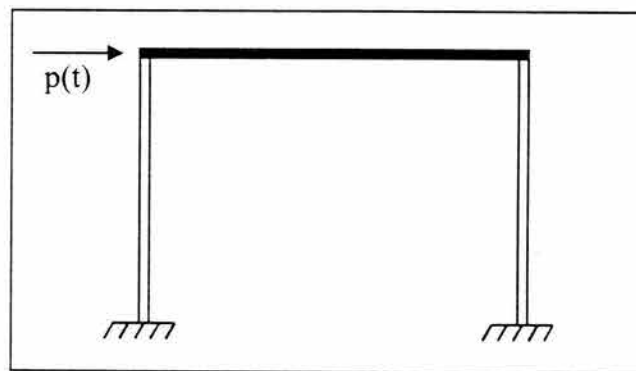
Existe una deformación del sistema causada por la fuerza estática exterior, que se denomina  $v_{st}$  y está dada por:

$$v_{st} = -p_0 / \omega^2 \quad (3.19)$$

Ahora, la relación de la amplitud resultante de la respuesta a la deflexión estática, llamada *factor dinámico de amplificación del desplazamiento*, es:

$$FAD = \left| \frac{v}{v_{st}} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + 4\zeta^2\beta^2}} \right| \quad (3.20)$$

Finalmente, cuando  $\Omega = \omega$  no existe  $FAD$  y entonces se dice que el sistema entra en resonancia; es decir, se entra en condición de resonancia cuando la frecuencia de la excitación es igual a la frecuencia natural.



**Figura 3.4** Estructura de un solo grado de libertad en vibración forzada.

Por otro lado, antes de que el sistema pase al estado de vibración permanente que se acaba de describir, se encuentra en una condición de vibración transitoria. Para ésta, se considera que el sistema se encuentra sometido a una fuerza externa  $p(t)$  provocada por el movimiento arbitrario del terreno, dada por:

$$p(t) = -m\ddot{d}_s(t) \quad (3.21)$$

Debido a la arbitrariedad del movimiento del terreno, es posible descomponer la excitación total en un conjunto de pulsos, y entonces la suma de todos ellos dará la respuesta total del sistema. Así entonces, tomando el impulso  $p(t)$  durante un intervalo infinitesimal de tiempo  $d\tau$  tendremos, del principio del impulso y cantidad de movimiento:

$$m\dot{d}(t) = p(\tau)d(\tau) \quad (3.22)$$

donde el término del lado izquierdo indica la cantidad de movimiento causada por el impulso en el tiempo  $\tau$ , es decir, por el término del lado derecho. Si consideramos las condiciones iniciales siguientes:

$$d_0 = 0, \dot{d}_0 = [p(\tau)/m]d(\tau) = -\ddot{d}_s(\tau)d(\tau), \text{ y } t = t - \tau$$

y las sustituimos en la ecuación 3.15, se obtiene la siguiente expresión:

$$d(t) = -\left[ \frac{\ddot{d}_s(\tau)d\tau}{\omega'} \right] e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \text{sen } \omega'(t-\tau) \quad (3.23)$$

que representa la vibración del sistema cuando está sujeto a una carga impulsiva de este tipo. Resulta obvio que si la carga se aplica continuamente a la estructura, la vibración total de ésta se obtiene sumando cada impulso generado en el tiempo  $\tau$ , es decir:

$$d(t) = \int_0^t -\left[ \frac{\ddot{d}_s(\tau)d\tau}{\omega'} \right] e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \text{sen } \omega'(t-\tau) \quad (3.24)$$

Como  $\omega' \approx \omega$ , es válido reescribir la ecuación anterior de la forma siguiente:

$$d(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t -(\ddot{d}_s(\tau)/\omega) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \text{sen } \omega(t-\tau) d(\tau) \quad (3.25)$$

La ecuación 3.25 es conocida como *integral de Duhamel*. Para poder conocer la velocidad y la aceleración del sistema, se debe diferenciar una y dos veces, respectivamente, esta expresión.

### 3.3.4 Espectro de respuesta

Ya vimos que en el caso de estructuras sometidas a fuerzas externas interesa calcular la respuesta máxima que puedan tener, la cual depende principalmente del período y frecuencia de vibración y de la fracción de amortiguamiento,  $\zeta$ . Si dicha fuerza es debida al movimiento del terreno, el término utilizado, como ya se vio, es  $\ddot{d}_s(t)$ , que describe precisamente como varía la aceleración del terreno con el tiempo y se conoce como *acelerograma*.

El desplazamiento relativo  $d(t)$  alcanza su mayor valor cuando la integral alcanza su máximo en la ecuación 3.25. Con el máximo valor de esta cantidad, definida como  $S_v$ , se tiene <sup>(10)</sup>:

$$S_d = \frac{1}{\omega} S_v = \frac{T}{2\pi} S_v = d(t)_{max} \quad (3.26)$$

$S_d$  se conoce como *desplazamiento espectral*. Cuando se tienen estructuras amortiguadas,  $S_v$  no es idéntica a la respuesta de la velocidad máxima, aunque sí es muy parecida; en consecuencia,  $S_v$  se considera la velocidad máxima, y es llamada *velocidad espectral o pseudoespectral* (ya que por lo general no representa el valor cumbre). Por otro lado:

$$S_a = \omega S_v = \frac{2\pi}{T} S_v \quad (3.27)$$

donde  $S_a$  se llama *aceleración espectral* (o *pseudoespectral*, por la misma razón vista para la velocidad).

Es posible obtener distintos valores de  $S_d$ ,  $S_v$  y  $S_a$  dando un valor constante a la fracción de amortiguamiento crítico y cambiando el del período para un sistema de un grado de libertad sujeto a un acelerograma. A cada una de las gráficas de estos valores máximos se les conoce como *espectros de respuesta* de desplazamiento, de velocidades o de aceleraciones, según sea el caso.

Ahora, de la definición vista de rigidez lateral, la fuerza máxima que puede resistir el elemento elástico es:

$$\begin{aligned} F &= k S_d = (k/m) m S_d = \omega^2 m S_d \\ F &= m A \end{aligned} \quad (3.28)$$

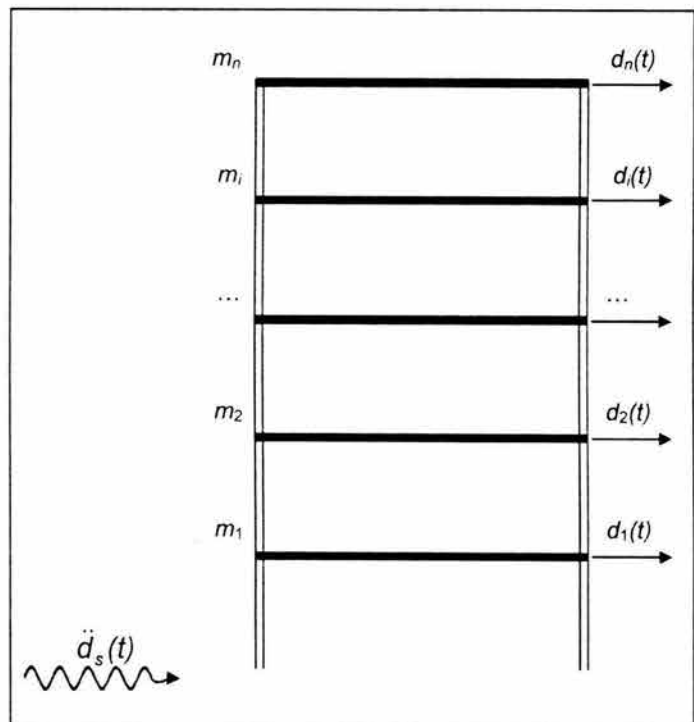
Esto indica que, teniendo la aceleración espectral, únicamente se debe multiplicar por la masa de la estructura para encontrar la fuerza actuante.

Hay que mencionar que el espectro de respuesta,  $S_a$ , por lo general se encuentra expresado como fracción de la gravedad, y se puede consultar en la sección 3 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo. Entonces, como  $S_a = A/g$ , la expresión 3.28 es equivalente a:

$$F = W S_a \quad (3.29)$$

### 3.4 Sistemas lineales de varios grados de libertad

Si recordamos lo visto en la sección 3.2, fácilmente podremos identificar a un sistema de varios grados de libertad en un edificio de múltiples pisos, como el de la figura 3.5. No obstante, es posible que al analizar la estructura se incurra en dos situaciones, que generen como consecuencia dos grupos (de acuerdo con las características de deformación): en un grupo los sistemas que se deforman solamente en dirección horizontal, y a los cuales se hace referencia como *estructuras del tipo de cortante*; y en el otro, las estructuras que se mueven rotatoria y horizontalmente, y que por ende se hace referencia a ellas como *estructuras del tipo de momento-cortante*.



**Figura 3.5** Sistema de varios grados de libertad.

El modelo más ampliamente utilizado en el análisis corresponde a las estructuras del tipo de cortante, en las cuales, de acuerdo a las idealizaciones ya vistas en la sección 3.2, es posible admitir un grado de libertad por piso. La masa se concentra a nivel de los sistemas de piso, que se consideran infinitamente rígidos en su plano; las columnas sólo aportan rigidez, pero no masa (aunque una práctica común, para obtener resultados un poco más precisos, consiste en considerar la masa de la mitad de las columnas); para completar el modelo de edificio de cortante se deben incluir de alguna manera las fuerzas de amortiguamiento asociadas a la disipación de energía que se produce durante la vibración del sistema. Esto se realiza mediante la definición de unas fuerzas de amortiguamiento viscoso (proporcionales a la velocidad), lo que equivale a admitir que existe un mecanismo de disipación de energía homogéneo en toda la estructura; sin embargo, en general no es necesario calcular estas fuerzas, pues el efecto del amortiguamiento ya está considerado en los espectros de diseño. El modelo del sistema masa-resorte correspondiente a la estructura mostrada en la figura 3.5 (que es una estructura del tipo cortante), se presenta a continuación:

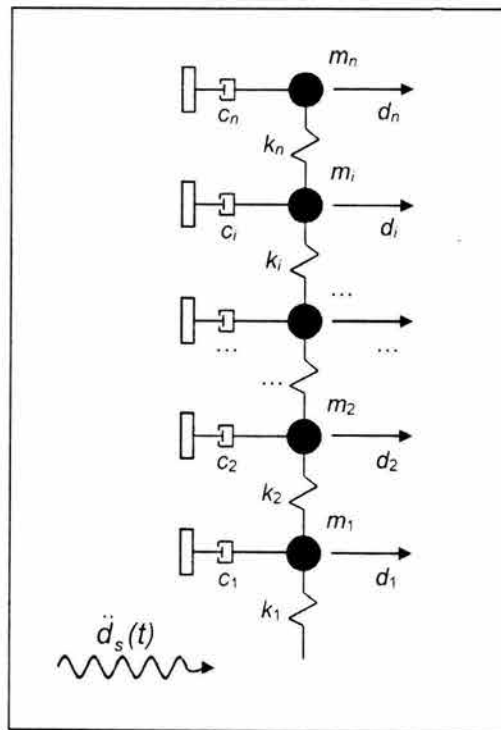


Figura 3.6 Modelado del edificio: sistema masa-resorte.

De acuerdo a las idealizaciones mencionadas en el párrafo anterior, se puede observar en la figura 3.7 el sistema de fuerzas resultante para el piso  $i$ , o la masa  $i$ . Planteando el equilibrio dinámico se obtiene:

$$m_i \ddot{d}_i(t) + c_i \dot{d}_i(t) + (k_i + k_{i+1})d_i(t) - k_{i+1}d_{i+1}(t) - k_i d_{i-1}(t) = -m_i \ddot{d}_s(t) \quad (3.30)$$

donde:

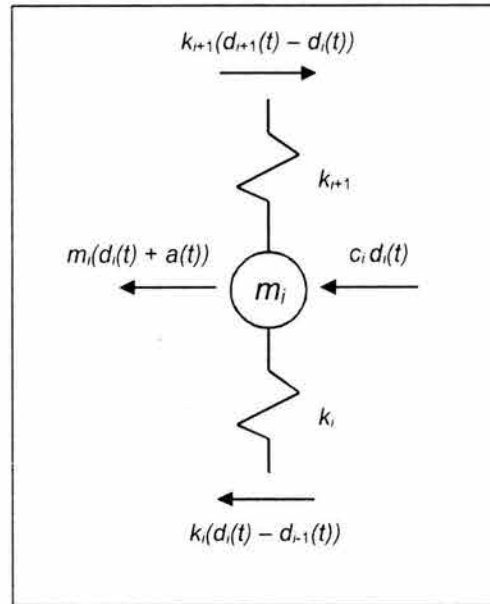
$m$  = Masa.

$k$  = Rigidez de los elementos portantes (columnas).

$c$  = Coeficiente de amortiguamiento.

$\ddot{d}_s(t)$  = Aceleración; en este caso  $m \ddot{d}_s(t)$  se refiere a fuerzas dinámicas vibratorias (sismos), aunque también puede tratarse de otras fuerzas externas  $p(t)$  como impactos, viento, explosiones, etc.

$d(t)$  = Desplazamiento.



**Figura 3.7** Sistema de fuerzas en la masa concentrada.

Entonces, en el miembro del lado izquierdo de la ecuación 3.30, los términos representan a las fuerzas involucradas: la fuerza de inercia (dependiente de la masa), la fuerza disipadora (dependiente del grado de amortiguamiento) y la fuerza restauradora (dependiente de la rigidez de las columnas, muros y contravientos). Lo más sencillo, puesto que se trata de sistemas de varios grados de libertad ( $n$  grados,  $n$  masas), es representar esa ecuación en forma matricial, como se presenta a continuación:

$$M\ddot{D}(t) + C\dot{D}(t) + KD(t) = \begin{cases} P(t) \\ -MJ\ddot{d}_s(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

que es la ecuación de equilibrio dinámico para sistemas de varios grados de libertad, con los mismos cuatro posibles casos vistos anteriormente.

En esta ecuación,  $M$ , la matriz de masas, queda definida de la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & 0 \\ & m_2 & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & m_n \end{bmatrix};$$

la matriz de rigideces:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & 0 \\ & & \dots & & & \\ & & -k_i & k_i + k_{i+1} & -k_{i+1} & \\ & 0 & & & \dots & \\ & & & & & k_n \end{bmatrix};$$

y la matriz de amortiguamiento:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & & & & & \\ & c_2 & & & & 0 \\ & & \dots & & & \\ & & & c_i & & \\ & 0 & & & \dots & \\ & & & & & c_n \end{bmatrix},$$

en las cuales  $n$  es el número de pisos del edificio.

Además, cabe mencionar que el vector  $J$  indicado en el segundo miembro de la ecuación 3.31 es simplemente la unidad, por lo cual no afecta en nada multiplicar a la masa y la aceleración del suelo por él:



$$J = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}$$

### 3.4.1 Modos de vibración de las estructuras

Consideremos el caso más sencillo de las vibraciones. En él, la ecuación 3.31 tomará la forma que se muestra a continuación:

$$M\ddot{D}(t) + KD(t) = 0 \quad (3.32)$$

Es obvio que, como se trata de estructuras de varios grados de libertad, la solución no sólo involucra a un valor de desplazamiento, pues éste es distinto para cada uno de los niveles. Aún más, tal desplazamiento está definido como el producto de una función de forma por una función del tiempo; esto quiere decir que la estructura puede adquirir una configuración distinta de un momento a otro, lo cual hace más compleja la solución de la ecuación 3.32. Si definimos a la función de forma como  $\phi$  y a la del tiempo como  $q(t)$ , podemos expresar dicha solución como:

$$D(t) = \phi q(t) \quad (3.33)$$

Ahora, considerando  $q(t) = \text{sen } \omega t$  y derivando la ecuación 3.33 dos veces para sustituir en la 3.32:

$$D(t) = \phi \text{sen } \omega t$$

$$\dot{D}(t) = \phi \omega \cos \omega t$$

$$\ddot{D}(t) = -\phi \omega^2 \text{sen } \omega t$$

Entonces,

$$M(-\phi \omega^2 \text{sen } \omega t) + K \phi \text{sen } \omega t = 0$$

$$[K - M \omega^2] \phi \text{sen } \omega t = 0 \quad (3.34)$$

Resulta claro que para cualquier valor  $\omega t$  distinto de cero, el valor del seno no es nulo, por lo cual, para que la igualdad se cumpla, es necesario que:

$$[K - M \omega^2] \phi = 0 \quad (3.35)$$

pero como la función de forma es distinta de cero, entonces:

$$[K - M \omega^2] = 0 \quad (3.36)$$

Esta última expresión es conocida como *ecuación de frecuencias con respecto a la frecuencia circular natural*  $\omega$ . Al desarrollar el determinante, se obtiene una ecuación de grado  $n$  con  $\omega^2$  como incógnita; entonces, al resolverla, se tendrán  $n$  valores de  $\omega^2$  (tantos como grados de libertad tenga la estructura), cuya raíz cuadrada proporcionará el valor de la frecuencia natural y permitirá calcular el valor del período natural de vibración. El valor más bajo de las frecuencias se conoce como *frecuencia fundamental* o *primera frecuencia* (con su correspondiente *período fundamental*), y el enésimo valor más bajo será la enésima frecuencia natural.

Sustituyendo cada valor obtenido de la frecuencia en la expresión 3.35, se pueden determinar los desplazamientos relativos  $\phi$  del sistema. Así,  $\phi$  en realidad es un vector que muestra la configuración deformada que adopta el sistema al estar sometido a distintos períodos de vibración, y se conoce como *forma modal* o simplemente *modo de vibración* de la estructura. De esto, es fácil concluir que una estructura asumirá tantos modos de vibrar (vectores  $\phi$ ) como grados de libertad tenga.

Es importante entender que los modos no definen el valor de las amplitudes de las vibraciones, sino sólo las relaciones que hay entre los desplazamientos de cada masa; es decir, no dan valores absolutos del desplazamiento, sino relativos.

Por otro lado, al reunir los vectores  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  en una matriz, ésta resulta cuadrada de  $n \times n$ , y se conoce como *matriz de la forma modal*:

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \dots & \phi_{n1} \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \dots & \phi_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{1n} & \phi_{2n} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix}$$

## Ejemplo 1

El primer ejemplo consiste en un sistema idealizado masa-resorte a partir de un marco de dos niveles con dos grados de libertad, como se muestra en la figura 3.8, en la que también se pueden observar los datos de rigidez y masa. El caso de vibración que se tiene es el más sencillo: vibración libre sin amortiguamiento.

Un procedimiento que facilita mucho el cálculo de este tipo de problemas se da en la siguiente secuencia de pasos:

### a) Establecimiento de los grados de libertad

El sistema masa-resorte permite sólo desplazamientos horizontales, por lo cual tiene dos grados de libertad.

### b) Determinación de la matriz de masa, de la matriz de rigidez y del vector modal.

- Matriz de masas

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

- Matriz de rigideces

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 6597 & -3298.50 \\ -3298.50 & 3298.50 \end{bmatrix}$$

Como ya se mencionó antes, hay tantos modos de vibración como grados de libertad tenga el sistema. Por esto, en este problema habrá dos vectores del tipo siguiente:

$$\phi_{1,2} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$$

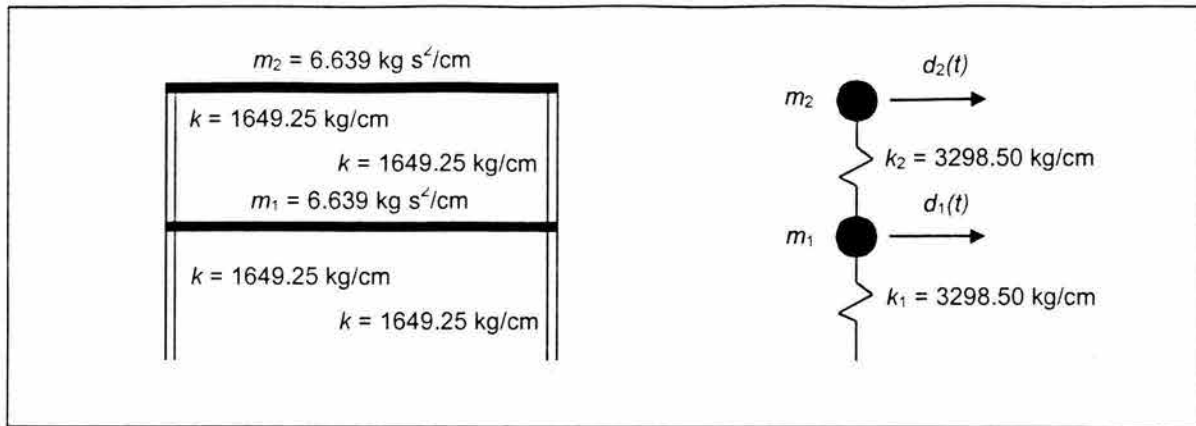


Figura 3.8 Edificio y modelo masa-resorte del ejemplo 1.

c) Cálculo del determinante de la ecuación 3.36

$$K - M\omega^2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 6597 & -3298.50 \\ -3298.50 & 3298.50 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6.639 & 0 \\ 0 & 6.639 \end{bmatrix} \omega^2 = 0$$

En lugar de realizar las operaciones numéricas utilizaremos las variables, para facilitar el cálculo, y haremos  $m_1 = m_2 = m$  y  $k_1 = k_2 = k$ :

$$\text{Det} \begin{bmatrix} 2k - m\omega^2 & -k \\ -k & k - m\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$2k^2 - 2km\omega^2 - km\omega^2 + m^2\omega^4 - k^2 = 0$$

$$k^2 - 3km\omega^2 + m^2\omega^4 = 0$$

d) Resolución de la ecuación característica

Ahora se resolverá la ecuación característica de cuarto grado obtenida del cálculo del determinante. Para facilitar la solución de esta ecuación es recomendable sustituir  $\omega^2$  con  $\lambda$  y así transformar la ecuación de cuarto grado en una cuadrada y resolverla con la fórmula general. Así entonces:

$$m^2 \lambda^2 - 3k m \lambda + k^2 = 0$$

$$\lambda = \frac{3k m \pm \sqrt{9k^2 m^2 - 4m^2 k^2}}{2m^2}$$

$$\lambda = \frac{3k m \pm \sqrt{5k^2 m^2}}{2m^2}$$

$$\lambda = \frac{3k m \pm \sqrt{5} k m}{2m^2}$$

$$\lambda_1 = 1302.485$$

$$\lambda_2 = 190.049$$

Siempre el valor fundamental debe ser el más bajo:

$$\lambda_1 = 190.049; \quad \lambda_2 = 1302.485$$

e) *Cálculo de los valores característicos*

Ya tenemos las raíces de la ecuación, pero si recordamos, se había sustituido  $\omega^2$  por  $\lambda$ . Entonces, restituyendo:

$$\omega_1^2 = \lambda_1 = 190.049$$

$$\omega_2^2 = \lambda_2 = 1302.485$$

Ahora se calcularán los valores característicos:

*Frecuencia circular natural y período de vibración*

$$\omega_1 = (\omega_1^2)^{1/2}$$

$$T_1 = 2\pi / \omega_1$$

$$\omega_1 = (190.049)^{1/2}$$

$$T_1 = 2\pi / 13.786$$

$$\omega_1 = 13.786 \text{ rad/s}$$

$$T_1 = 0.456 \text{ s}$$

$$\omega_2 = (\omega_2^2)^{1/2}$$

$$T_2 = 2\pi / \omega_2$$

$$\omega_2 = (1302.485)^{1/2}$$

$$T_2 = 2\pi / 36.090$$

$$\omega_2 = 36.090 \text{ rad/s}$$

$$T_2 = 0.174 \text{ s}$$

f) Cálculo de los vectores característicos (modos de vibración)

Como ya tenemos los valores de  $\omega^2$ , los sustituiremos en la ecuación 3.35:

$$[K - M\omega^2]\{\phi\} = 0$$

Modo fundamental (con la frecuencia  $\omega_1$ )

$$\begin{bmatrix} 1.618k & -k \\ -k & 0.618k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \end{Bmatrix} = 0$$

Al realizar la multiplicación y dividir por  $k$  (para simplificar el sistema), nos queda:

$$1.618\phi_{11} - \phi_{12} = 0$$

$$-\phi_{11} + 0.618\phi_{12} = 0$$

Para obtener una solución de este sistema de ecuaciones que nos dé valores distintos de cero, se dará un valor unitario a  $\phi_{11}$  para, en función de él, calcular  $\phi_{12}$ . Haciendo que  $\phi_{11} = 1$  tenemos que  $\phi_{12} = 1.618$ .

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.618 \end{Bmatrix}$$

Segundo modo (con  $\omega_2$ )

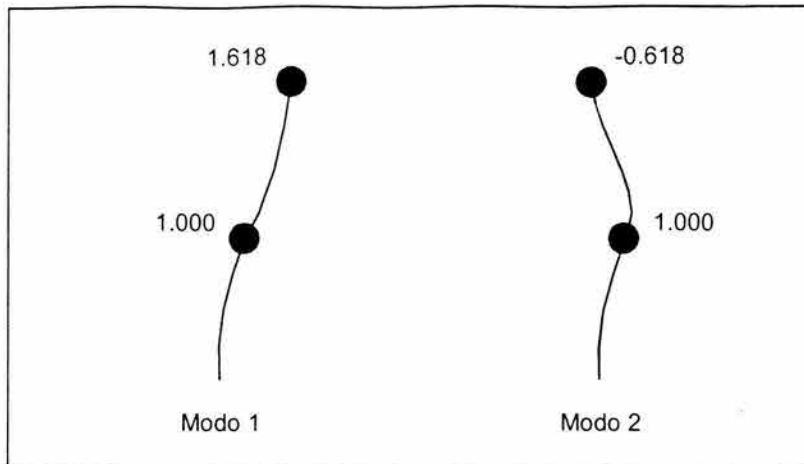
El sistema que se obtiene en este caso es:

$$-0.618\phi_{21} - \phi_{22} = 0$$

$$-\phi_{21} - 1.618\phi_{22} = 0$$

La solución de este sistema es, en función de  $\phi_{21} = 1$ ,  $\phi_{22} = -0.618$ .

$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$



**Figura 3.9** Modos de vibrar de la estructura del ejemplo 1.

### Ejemplo 2

En este caso, la estructura que se analizará es un edificio de tres niveles construido a base de marcos de concreto, como se muestra en la figura 3.10. Como sólo se cuenta con el valor de las cargas y de la rigidez lateral para cada nivel, es necesario calcular el valor de las masas, y entonces ya construir el modelo masa-resorte.

Se seguirá la misma secuencia dada en el ejemplo anterior para encontrar la solución.

#### a) Establecimiento de los grados de libertad

Como se trata de un edificio de cortante, se tomará un grado de libertad por piso, por lo cual el sistema es de tres grados de libertad.

#### b) Determinación de la matriz de masa, de la matriz de rigidez y del vector modal.

##### - Matriz de masas

Como no tenemos el valor de las masas para cada nivel, es necesario calcularlas con la expresión 3.2 ( $m = W/g$ ):

$$m_1 = m_2 = \frac{180t}{981 \text{ cm/s}^2} = 0.1835 \text{ ts}^2/\text{cm}$$

$$m_3 = \frac{40t}{981 \text{ cm/s}^2} = 0.0408 \text{ ts}^2/\text{cm}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.1835 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1835 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0408 \end{bmatrix}$$

- Matriz de rigideces

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 280 & -140 & 0 \\ -140 & 184 & -44 \\ 0 & -44 & 44 \end{bmatrix}$$

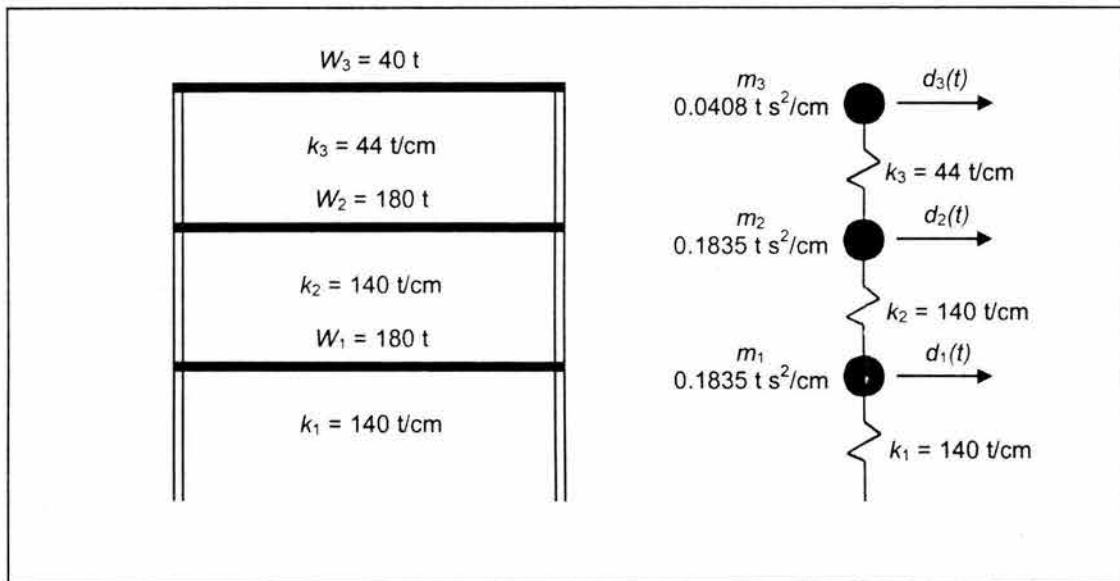


Figura 3.10 Edificio y modelo masa-resorte del ejemplo 2.



## c) Cálculo del determinante de la ecuación de frecuencias

Al igual que en el ejemplo anterior, se trabajará con las variables, considerando que  $m_1 = m_2 = m$  y  $k_1 = k_2 = k$ :

$$\text{Det} \begin{bmatrix} 2k - m\omega^2 & -k & 0 \\ -k & k + k_3 - m\omega^2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 - m_3\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(-m^2 m_3)\omega^6 + (3k m m_3 + k_3 m^2 + k_3 m m_3)\omega^4 + (-3k k_3 m - k^2 m_3 - 2k k_3 m_3)\omega^2 + k^2 k_3 = 0$$

## d) Resolución de la ecuación característica

Resulta claro que la solución de la ecuación obtenida en el paso anterior presenta cierta dificultad en la forma en que está. Para evitar esto, se sustituyen los valores numéricos de cada variable y también se sustituye  $\omega^2$  con  $\lambda$ , de tal forma que queda lo siguiente:

$$-0.001374 \lambda^3 + 4.955454 \lambda^2 - 4693.416 \lambda + 862400 = 0$$

cuyas soluciones son:

$$\lambda_1 = 240.951, \quad \lambda_2 = 1206.180, \quad \lambda_3 = 2159.910$$

## e) Cálculo de los valores característicos

Recordemos que  $\lambda_i = \omega_i^2$ .

*Frecuencia circular natural y período de vibración*

$$\begin{array}{ll} \omega_1 = 15.5226 \text{ rad/s} & T_1 = 0.4048 \text{ s} \\ \omega_2 = 34.7337 \text{ rad/s} & T_2 = 0.1809 \text{ s} \\ \omega_3 = 46.4673 \text{ rad/s} & T_3 = 0.1352 \text{ s} \end{array}$$

f) Cálculo de los modos de vibración

Como ya tenemos los valores de  $\omega^2$ , los sustituiremos en la ecuación 3.35.

Modo fundamental (con la frecuencia  $\omega_1$ )

$$\begin{bmatrix} 235.785 & -140 & 0 \\ -140 & 139.785 & -44 \\ 0 & -44 & 34.1692 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \end{Bmatrix} = 0$$

Para resolver el sistema de tres ecuaciones se da un valor unitario a  $\phi_{11}$ , y en función de él se calculan  $\phi_{12}$  y  $\phi_{13}$ . Entonces:

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.6842 \\ 2.1688 \end{Bmatrix}$$

Segundo modo (con la frecuencia  $\omega_2$ )

$$\begin{bmatrix} 58.6660 & -140 & 0 \\ -140 & -37.3340 & -44 \\ 0 & -44 & -5.2121 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \\ \phi_{23} \end{Bmatrix} = 0$$

Procediendo de igual forma:

$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4190 \\ -3.5373 \end{Bmatrix}$$

Tercer modo (con la frecuencia  $\omega_3$ )

$$\begin{bmatrix} -116.3430 & -140 & 0 \\ -140 & -212.3430 & -44 \\ 0 & -44 & -44.1243 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{Bmatrix} = 0$$

$$\phi_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -0.8310 \\ 0.8286 \end{Bmatrix}$$

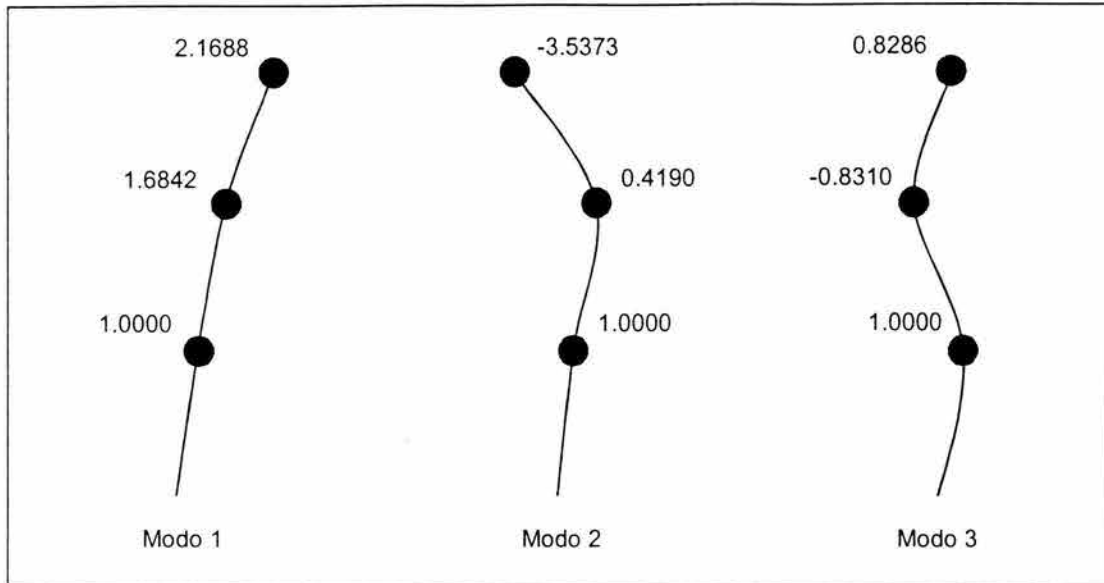


Figura 3.11 Modos de vibrar del edificio del ejemplo 2.

### 3.4.2 Propiedades de los modos

Los vectores modales poseen una relación de ortogonalidad con respecto a las matrices de masas y rigideces. Tal relación queda establecida en las siguientes expresiones:

$$\phi_n^T M \phi_m = 0, \quad n \neq m \quad (3.37)$$

$$\phi_n^T K \phi_m = 0, \quad n \neq m \quad (3.38)$$

Estas dos propiedades de ortogonalidad nos permiten verificar las soluciones obtenidas para un sistema estructural.

Los desplazamientos de cada masa (los vectores de desplazamiento  $D$  que veíamos en la sección 3.4.1) se calculan de acuerdo con el tipo de vibración de que se trate, aunque en general su determinación está directamente relacionada con el producto  $\phi q(t)$ ; aún más, tal vector de desplazamientos se determinará de acuerdo a dicho producto, y lo que varía entonces es la forma de determinar  $q(t)$ . Así, podemos plantear:

$$D_m = \phi_m q_m(t) \quad (3.39)$$

$$D = \sum_{m=1}^n D_m \quad (3.40)$$

o bien, utilizando la matriz de la forma modal  $\Phi$  y definiendo como  $Y$  al vector de coordenadas generalizadas o coordenadas normales del sistema, que es un vector columna cuyos elementos son las  $q_m(t)$ :

$$D = \Phi Y \quad (3.41)$$

### Ejemplo 1

Con base en la propiedad de ortogonalidad, verificar los modos de vibración obtenidos para el edificio de la figura 3.8, con respecto a las matrices de masas y de rigideces.

*Ortogonalidad con respecto a la matriz de masas*

$$\phi_1^T M \phi_2 = 0$$

$$\{1.000 \quad 1.618\} \begin{bmatrix} 6.639 & 0 \\ 0 & 6.639 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\{6.639 \quad 10.7419\} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$(6.639 \times 1) + (10.742 \times -0.618) \approx 0$$

*Ortogonalidad con respecto a la matriz de rigideces*

$$\phi_1^T K \phi_2 = 0$$

$$\{1.000 \quad 1.618\} \begin{bmatrix} 6597 & -3298.50 \\ -3298.50 & 3298.50 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\{1260.03 \quad 2038.47\} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$(1260.03 \times 1) + (2038.47 \times -0.618) = 0.256 \approx 0$$

Por lo que los modos calculados son correctos.

**Ejemplo 2**

Se verificarán ahora los modos 1 y 2 del ejemplo 2 de la sección anterior.

*Ortogonalidad con respecto a la matriz de masas*

$$\phi_1^T M \phi_2 = 0$$

$$\{1.0000 \quad 1.6842 \quad 2.1688\} \begin{bmatrix} 0.1835 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1835 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0408 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4190 \\ -3.5373 \end{Bmatrix} \approx 0$$

*Ortogonalidad con respecto a la matriz de rigideces*

$$\phi_1^T K \phi_2 = 0$$

$$\{1.0000 \quad 1.6842 \quad 2.1688\} \begin{bmatrix} 280 & -140 & 0 \\ -140 & 184 & -44 \\ 0 & -44 & 44 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4190 \\ -3.5373 \end{Bmatrix} = 0.011 \approx 0$$

**3.4.3 Vibraciones libres**

Consideremos la solución para el desplazamiento de los sistemas de un grado de libertad sin amortiguamiento vista en la sección 3.3.1:

$$d(t) = \frac{\dot{d}_0}{\omega} \text{sen } \omega t + d_0 \text{cos } \omega t$$

Obviamente, esta expresión sola no permite obtener los desplazamientos para estructuras de múltiples grados de libertad. Sin embargo, si la consideramos como la función del tiempo en la expresión 3.33, la podremos expresar como:

$$q_m(t) = \frac{\dot{q}_m}{\omega} \text{sen } \omega t + q_m \text{cos } \omega t \quad (3.42)$$

Las condiciones  $q_m$  y  $\dot{q}_m$  están dadas por:

$$q_m = \frac{\phi_m^T M D_0}{m_m^*} \quad (3.43)$$

$$\dot{q}_m = \frac{\phi_m^T M \dot{D}_0}{m_m^*} \quad (3.44)$$

El escalar  $m_m^*$  está dado por el producto de  $\phi_m^T M \phi_m$  y se conoce como *masa generalizada del modo m*; de igual manera, es posible calcular la *rigidez generalizada del modo m*,  $k_m^*$ , dada por  $\phi_m^T K \phi_m$ , y el *amortiguamiento generalizado*,  $c_m^*$ , como  $\phi_m^T C \phi_m$ .

Entonces, ya podremos calcular el desplazamiento con la ecuación 3.40.

### 3.4.4 Vibraciones forzadas

Consideremos la ecuación 3.31, y definamos  $D_m = \phi_m q_m(t)$ ,  $\dot{D}_m = \phi_m \dot{q}_m(t)$  y  $\ddot{D}_m = \phi_m \ddot{q}_m(t)$ . Sustituyendo estos valores en dicha ecuación, tendremos:

$$M \phi_m \ddot{q}_m(t) + C \phi_m \dot{q}_m(t) + K \phi_m q_m(t) = \begin{cases} P(t) \\ -M J \ddot{d}_s(t) \end{cases} \quad (3.45)$$

$P(t)$ , como ya hemos visto, se refiere a cualquier fuerza externa aplicada a la estructura, por lo cual aquí enfatizaremos en las fuerzas sísmicas ( $-M J \ddot{d}_s(t)$ ). Si se multiplica ahora la expresión 3.45 por  $\phi_m^T$ , tendremos:

$$m_m^* \ddot{q}_m(t) + c_m^* \dot{q}_m(t) + k_m^* q_m(t) = \Gamma_m \ddot{d}_s(t) \quad (3.46)$$

$\Gamma_m$  se conoce como *factor sísmico de participación para el modo m*, o *coeficiente de participación modal*, y se verá a detalle más adelante.

Lo que interesa ahora es conocer la respuesta máxima que tendrá la estructura. Resolviendo la integral de Duhamel, tendremos que para el sismo:

$$q_{m_{max}} = \frac{\Gamma_m}{m_m^* \omega_m} S_v = \frac{\Gamma_m}{m_m^* \omega_m^2} S_a \quad (3.47)$$

$S_a$  es el espectro de respuesta ya visto en la sección 3.3.4. Ahora, el desplazamiento máximo estará dado por:

$$D_{m_{max}} = \phi_m q_{m_{max}} \quad (3.48)$$

### 3.5 Métodos de cálculo de los modos de vibrar

Con las calculadoras programables tan avanzadas que existen hoy en el mercado, y de tan fácil acceso, pareciera que el método apenas descrito es muy adecuado (sin importar el grado de la ecuación resultante) para calcular los modos de vibración. No obstante, existen algunos otros métodos para ello, que consisten básicamente en aproximaciones sucesivas y que es muy útil conocer. En la sección que sigue se analizarán tres de ellos: el llamado método de Newmark, el método de Rayleigh y el método de Holzer.

#### 3.5.1 Método de N. M. Newmark

Basado en el método de Stodola-Vianello, la gran ventaja de este método es su sencillez; sin embargo, con él sólo se puede calcular el modo fundamental de estructuras sencilla o cercanamente acopladas<sup>†</sup> (11). Es posible, además, implementarlo en una hoja de cálculo electrónica, y entonces se agiliza mucho la obtención de los resultados, pues únicamente hay que ir cambiando los valores de los modos supuestos. Para ilustrar claramente este método, a continuación se presentan en forma secuencial los pasos de que consiste:

- a) Se supone un modo  $\phi$  cualquiera (aunque lo recomendable es dar un valor unitario al primer nivel e irlo aumentando razonablemente de nivel en nivel), que será  $\phi_s$ .
- b) Se calcula la fuerza de inercia para el nivel correspondiente, pero como no se conoce el valor de la frecuencia, se deja expresado como fracción de ésta; es decir,  $F_{Im} / \omega^2 = M \phi_s$ .
- c) Se calculan los cortantes que actúan en cada entrepiso (dejándolos también expresados como fracción de  $\omega^2$ ), como la suma de la fuerza de inercia que actúa en ese nivel más la fuerza de inercia que actúa en el nivel inmediato superior. Entonces:  $V / \omega^2 = F_{Im} + F_{Im+1}$ .
- d) Se calculan los desplazamientos del entrepiso como el cociente del cortante que actúa en él y la rigidez de ese entrepiso, y también se expresan como fracción de la frecuencia:  $\delta / \omega^2 = (V / \omega^2) / k_m$ .

<sup>†</sup> Las estructuras sencilla o cercanamente acopladas son aquellas en que la masa de cada sistema de piso está ligada a la masa de los pisos adyacentes mediante resortes que representan las rigideces de entrepiso (11).

- e) Se hace la suma de las deformaciones para cada entrepiso ya calculadas, y así se obtiene el desplazamiento total:  $\phi_c / \omega^2 = (\delta / \omega^2)_m + (\Delta / \omega^2)_{m-1}$ .
- f) Se calcula el valor de la frecuencia al cuadrado, dividiendo  $\phi_s$  por  $\phi_c / \omega^2$ .

Al llegar al último paso, se verifica que los valores de  $\omega^2$  obtenidos en cada nivel sean iguales (o muy parecidos, pues por cuestiones de redondeo es difícil que den exactamente el mismo valor). Si es así, el proceso habrá terminado y la configuración supuesta de  $\phi$  será el modo fundamental; de lo contrario, habrá que dar nuevos valores a  $\phi_s$  y repetir todo el procedimiento descrito.

Lo más probable al encontrar el modo fundamental es que el valor de  $\omega^2$  difiera ligeramente. Entonces, dependiendo de la precisión que se requiera, para calcular el valor de la frecuencia fundamental hay dos alternativas: que se tome la media de los valores obtenidos, o bien, que se utilice la fórmula de Schwartz (usando, claro está, los valores obtenidos en la última iteración):

$$\omega^2 = \frac{\sum (F_{im} / \omega^2) (\phi_c / \omega^2)}{\sum M (\phi_c / \omega^2)^2} \quad (3.49)$$

### Ejemplo 1

Se calcularán los valores fundamentales de la frecuencia, el período y el modo de vibrar de la estructura mostrada en la figura 3.10.

El método se ha implementado en una hoja de cálculo electrónica, para agilizar la obtención de los resultados, tal y como se muestra en la tabla 3.2.

El modo de vibrar queda entonces de la siguiente manera:

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.6844 \\ 2.1694 \end{Bmatrix}$$

que tiene una gran aproximación con el modo calculado de forma analítica. Por su parte, la frecuencia obtenida directamente de la tabla (como un promedio), es 15.5246 rad/s, y la calculada con la fórmula de Schwartz es 15.5241 rad/s; como se ve, en este caso son prácticamente iguales. Finalmente, el valor del período fundamental es 0.4047 s.



Tabla 3.2 Método de Newmark para el ejemplo 1.

Nivel	Entrepiso	$\phi_s$	$F_I / \omega^2$	$V / \omega^2$	$\delta / \omega^2$	$\phi_c / \omega^2$	$\omega^2$
3	3	3	0.1223	0.1223	0.0028	0.0111	270.7419
2	2	2	0.3670	0.4893	0.0035	0.0083	240.9474
1	1	1	0.1835	0.6728	0.0048	0.0048	208.0909
3	3	2.3058	0.0940	0.0940	0.0021	0.0093	247.4529
2	2	1.7273	0.3169	0.4109	0.0029	0.0072	240.5234
1	1	1.0000	0.1835	0.5944	0.0042	0.0042	235.5179
3	3	2.1946	0.0895	0.0895	0.0020	0.0091	242.3333
2	2	1.6913	0.3103	0.3998	0.0029	0.0070	240.8506
1	1	1.0000	0.1835	0.5833	0.0042	0.0042	240.0119
3	3	2.1736	0.0886	0.0886	0.0020	0.0090	241.2685
2	2	1.6854	0.3093	0.3979	0.0028	0.0070	240.9618
1	1	1.0000	0.1835	0.5814	0.0042	0.0042	240.8119

### 3.5.2 Método de Rayleigh

El método de Rayleigh es un procedimiento que nos permite calcular el valor del período y el modo fundamental de vibración, al igual que el de Newmark; sin embargo, a diferencia de éste, el de Rayleigh no es un método iterativo, sino que nos permite calcular directamente los valores fundamentales.

Está basado en la ley de la conservación de la energía y nos dice que para sistemas elásticos sin amortiguamiento, la energía potencial máxima (expresada en términos del trabajo realizado) y la energía cinética máxima (expresada en términos de la frecuencia natural de vibración), están dadas respectivamente por:

$$E_{P_{max}} = \frac{\sum F_i \Delta_i}{2} \quad (3.50)$$

$$E_{C_{max}} = \frac{\omega^2 \sum m_i \Delta_i^2}{2} \quad (3.51)$$

donde:

$E_{P_{max}}$  = Energía potencial máxima.

$E_{C_{max}}$  = Energía cinética máxima.

$F_{ii}$  = Fuerza de inercia en el nivel  $i$ .

$\Delta_i$  = Desplazamiento lateral acumulado en el nivel  $i$ .

$m_i$  = Masa del nivel  $i$ .

Ahora bien, el principio de conservación de la energía requiere que esos dos valores máximos sean iguales entre sí e iguales a la energía total del sistema. Entonces, igualando ambas ecuaciones y despejando a la frecuencia natural, nos queda:

$$\omega = \sqrt{\frac{\sum F_{ii} \Delta_i}{\sum m_i \Delta_i^2}} \quad (3.52)$$

De aquí, es fácil deducir una expresión para obtener el valor del período. Dejándolo en términos de las cargas  $W$  que actúan sobre la estructura, se tiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum W_i \Delta_i^2}{g \sum F_{ii} \Delta_i}} \quad (3.53)$$

También es posible expresar el período en términos de la coordenada generalizada  $\Delta$  (la coordenada del nivel que nos da el valor unitario de  $\phi_c$ ), según lo siguiente:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum m_i \phi_{ci}^2 \Delta}{\sum F_{ii} \phi_i}} \quad (3.54)$$

Después de haber visto los conceptos anteriores, podemos finalmente presentar una serie de pasos<sup>†</sup> para la aplicación del método de Rayleigh, de tal forma que éste se pueda implementar en una hoja de cálculo electrónica:

- a) Suponer las fuerzas de inercia  $F_{ii}$  que actúan en cada nivel, siguiendo una distribución tal que el valor de dicha fuerza en la base sea cero y en cada piso esté en fun-

<sup>†</sup> Esta secuencia de pasos puede variar dependiendo de la fórmula que se decida utilizar para el cálculo del período, y se debe tomar sólo como una sugerencia del autor.

ción de su peso.

- b) Haciendo la acumulación de las fuerzas inerciales de los niveles superiores, determinar el valor del cortante para cada nivel; es decir:  $V_i = F_{ji} + V_{i+1}$ .
- c) Calcular el desplazamiento  $\delta$  de cada nivel, dado por el cociente  $V_i / k_i$ .
- d) Calcular los desplazamientos totales  $\Delta$  que ocurren en cada nivel, acumulando las deformaciones de los niveles inferiores:  $\Delta_i = \delta_i + \Delta_{i-1}$ .
- e) Con base en los desplazamientos  $\Delta$ , determinar el valor del modo fundamental, dividiendo el desplazamiento  $\Delta$  del nivel considerado por el desplazamiento  $\Delta$  del primer nivel<sup>‡</sup>.
- f) Realizar el producto  $W \Delta^2$ , relacionado con la energía cinética, y el producto  $F_i \Delta$ , relacionado con la energía potencial del sistema, para cada nivel.
- g) Hacer la sumatoria de los dos productos del paso anterior.

Así concluye el método de Rayleigh, teniendo el vector del modo fundamental; entonces, aplicando la ecuación 3.53, se puede conocer el período fundamental. El valor de la frecuencia se calcula como ya hemos visto anteriormente.

### Ejemplo 1

De nuevo se calcularán las características fundamentales del edificio de la figura 3.10. Al igual que en el ejemplo del método de Newmark, en éste se implementó una hoja de cálculo electrónica, cuyos resultados se muestran en la tabla 3.3.

Como se puede apreciar, el valor del modo de vibrar y de la frecuencia varía de las calculadas mediante los dos métodos anteriores, pero el del período es muy parecido. Sus valores son los siguientes:

---

<sup>‡</sup> Como el valor del modo es relativo, se puede elegir cualquier nivel como referencia (con el valor de  $\phi_i$  igual a 1), pero lo recomendable es que se elija el primer nivel o el último.

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.5500 \\ 1.8682 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_1 = 15.6100 \text{ rad/s}, \quad T_1 = 0.4025 \text{ s}$$

**Tabla 3.3** Método de Rayleigh para el ejemplo 1.

Nivel	Entrepiso	$F_i$	$V$	$\delta$	$\Delta$	$\phi_c$	$W \Delta^2$	$F_i \Delta$
3	3	40	40.000	0.9091	5.3377	1.8682	1139.6256	213.5065
2	2	180	220.000	1.5714	4.4286	1.5500	3530.2041	797.1429
1	1	180	400.000	2.8571	2.8571	1.0000	1469.3878	514.2857
$\Sigma =$							6139.2174	1524.9351

### 3.5.3 Método de Holzer

Este método, también fácil de implementar en una hoja de cálculo electrónica, nos permite calcular los modos superiores de vibración, aunque para poder aplicarlo es necesario conocer previamente el valor del modo y la frecuencia fundamentales. Consiste de algunos pasos sencillos, que a continuación se presentan:

- a) Se supone un valor cualquiera para  $\omega^2$ , con la única restricción de que sea mayor que el cuadrado de la frecuencia fundamental.
- b) Se establece un valor arbitrario  $\phi_s$  para la amplitud del desplazamiento de la primera masa a partir del apoyo (aunque puede ser cualquiera, conviene un valor unitario). Tal valor  $\phi_s$  será también el valor  $\phi_c$  del desplazamiento del primer entrepiso.
- c) Hay que calcular ahora la fuerza cortante en el primer entrepiso,  $V_1$ , dada por el producto  $K_1 \phi_c$ .
- d) Con el producto  $M_1 \omega^2 \phi_s$  se determina el valor de la fuerza de inercia del primer nivel,  $F_{I1}$ .
- e) Se determina la fuerza cortante para el siguiente nivel; esto se hace de acuerdo a la condición de equilibrio  $V_2 = V_1 - F_{I1}$ .

- f) Se determina la deformación del nivel considerado, con la expresión:  $\phi_{c2} = V_2 / K_2$ .
- g) Se suma el desplazamiento  $\phi_{c2} + \phi_{s1}$ , que será la amplitud del desplazamiento de la masa 2,  $\phi_{s2}$ .
- h) Se calcula entonces la fuerza de inercia en la masa 2,  $F_{I2} = M_2 \omega^2 \phi_{s2}$ .
- i) A partir de los resultados obtenidos para la masa 2, se hacen los cálculos para la masa 3, repitiendo los pasos e) a h); entonces, con los de la masa 3 se calcularán los de la masa 4 y así sucesivamente, hasta llegar al último nivel.

Una vez que se ha realizado el proceso para todas las masas, hay que verificar que se satisfaga el equilibrio entre la fuerza cortante del último resorte y la fuerza de inercia de su masa (es decir, que la diferencia entre dichos valores sea cero). Si esto ocurre, los valores de las amplitudes calculadas corresponderán a un modo de vibración, y el valor de  $\omega^2$  supuesto corresponderá al cuadrado de su frecuencia.

Se puede dar el caso de que la diferencia entre el cortante y la fuerza de inercia no sea cero, pero que esté cercana a él. Entonces, para refinar el valor de  $\omega^2$ , es posible utilizar la expresión:

$$\omega^2 = \omega^2 \frac{\sum V_m \phi_{cm}}{\sum F_{Im} \phi_{sm}} \quad (3.55)$$

### **Ejemplo 1**

Se calcularán ahora los valores superiores de las características vibracionales del sistema en cuestión (figura 3.10).

Los valores obtenidos para el segundo y tercer modo difieren ligeramente de los calculados anteriormente, y se presentan a continuación, así como las tablas con los cálculos realizados.

Segundo modo

$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4181 \\ -3.5378 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_2 = 34.7419 \text{ rad/s}, \quad T_2 = 0.1809 \text{ s}$$

**Tabla 3.4** Método de Holzer para el segundo modo del ejemplo 1.

Nivel	Entrepiso	$\omega^2$	$\phi_s$	$\phi_c$	V	$F_i$	Residuo
3	3	1000	-3.174	-3.863	-169.979	-129.410	-40.569
2	2		0.689	-0.311	-43.486	126.492	
1	1		1	1.000	140.000	183.486	
3	3	1500	-3.252	-3.287	-144.608	-198.928	54.320
2	2		0.034	-0.966	-135.229	9.379	
1	1		1	1.000	140.000	275.229	
3	3	1300	-3.549	-3.845	-169.185	-188.118	18.933
2	2		0.296	-0.704	-98.532	70.653	
1	1		1	1.000	140.000	238.532	
3	3	1207	-3.538	-3.956	-174.061	-174.115	0.054
2	2		0.418	-0.582	-81.468	92.593	
1	1		1	1.000	140.000	221.468	

Tercer modo

$$\phi_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -0.8309 \\ 0.8280 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_3 = 46.4758 \text{ rad/s}, \quad T_3 = 0.1352 \text{ s}$$

Tabla 3.5 Método de Holzer para el tercer modo del ejemplo 1.

Nivel	Entrepiso	$\omega^2$	$\phi_s$	$\phi_t$	V	$F_i$	Residuo
3	3	2500	4.788	6.065	266.853	488.105	-221.251
2	2		-1.277	-2.277	-318.716	-585.569	
1	1		1	1.000	140.000	458.716	
3	3	2000	-0.598	0.023	1.003	-48.803	49.806
2	2		-0.621	-1.621	-226.972	-227.975	
1	1		1	1.000	140.000	366.972	
3	3	2200	1.228	2.112	92.914	110.186	-17.272
2	2		-0.883	-1.883	-263.670	-356.584	
1	1		1	1.000	140.000	403.670	
3	3	2160	0.828	1.659	72.993	72.924	0.068
2	2		-0.831	-1.831	-256.330	-329.323	
1	1		1	1.000	140.000	396.330	

### 3.6 Análisis modal

Una vez que se conocen los modos de vibrar de una estructura sujeta a un acelerograma (es decir, a un movimiento sísmico), resulta interesante conocer la forma en que dichos modos se combinan entre sí para entonces poder conocer el comportamiento probable que tendrá la estructura. Esto es así porque al excitar una estructura, cada modo responde como un sistema independiente de un grado de libertad, por lo cual la respuesta total de la estructura será la combinación de las respuestas individuales de los modos multiplicadas por un factor, el cual se conoce como *coeficiente de participación*.

La técnica utilizada para tal fin se conoce como *análisis modal*, y consiste precisamente en transformar el sistema de ecuaciones de un sistema de  $n$  grados de libertad a

un sistema de  $n$  ecuaciones de un grado de libertad. Así, el método del análisis modal permite que en lugar de calcular la respuesta de un sistema de varios grados de libertad, se calcule la respuesta de sistemas de un solo grado.

De acuerdo con esto, si sustituimos la ecuación 3.41 en la 3.31 (considerando el caso de sismo), se obtiene:

$$M\Phi\ddot{Y} + C\Phi\dot{Y} + K\Phi Y = -MJ\ddot{d}_s(t) \quad (3.56)$$

Recordemos que anteriormente se generalizaron las matrices de masas, amortiguamientos y rigideces ( $m_m^*$ ,  $c_m^*$  y  $k_m^*$ ). Ahora, es posible diagonalizar, o transformar, las matrices  $M$ ,  $C$  y  $K$ , mediante la multiplicación de cada una de éstas por la matriz modal  $\Phi$  y su transpuesta  $\Phi^T$ . Así, multiplicando la ecuación 3.56 por  $\Phi^T$ , se obtiene:

$$M^*\ddot{Y} + C^*\dot{Y} + K^*Y = -\Phi^T MJ\ddot{d}_s(t) \quad (3.57)$$

Ahora, como los elementos fuera de la diagonal de las matrices transformadas son cero, es posible expresar la ecuación 3.57 en términos únicamente de la fila  $m$ . Haciendo esto, y tras dividir por  $m_m^*$ , la ecuación que nos resulta es:

$$\ddot{q}_m + 2\omega_m \zeta_m \dot{q}_m + \omega_m^2 q_m = [\phi_m^T MJ / m_m^*] \ddot{d}_s(t) \quad (3.58)$$

Entonces, se trata de una ecuación lineal para el nivel  $m$  (o fila  $m$ ). Como todos los niveles, o ya sistemas de un grado de libertad, están sujetos al mismo acelerograma, se deduce que  $q_m(t)$  es igual al desplazamiento de la masa del nivel  $m$  con frecuencia  $\omega_m$  y fracción de amortiguamiento  $\zeta_m$  multiplicado por el coeficiente de participación modal (como ya veíamos anteriormente), que está dado por:

$$\Gamma_m = \frac{\phi_m^T MJ}{\phi_m^T M \phi_m} \quad (3.59)$$

Este coeficiente de participación modal define la escala a la que interviene el modo  $m$  en el movimiento. Si consideramos que todos los modos pueden tener una escala arbitraria, podemos multiplicar cualquier vector modal  $\phi_m$  por una constante sin afectar ninguna otra de las propiedades modales; de esto, si escalamos los modos de manera que todas las masas generalizadas sean iguales a la unidad (es decir, que se normalicen los modos



con respecto a la matriz de masas o que sean ortonormales), es posible reescribir la ecuación 3.59 de la siguiente forma:

$$\Gamma_m = \phi_m^T M J = \sum m_m \phi_{im} \quad (3.60)$$

Por último, supongamos que el desplazamiento del sistema de un grado de libertad con frecuencia  $m$  y sometido a un acelerograma es  $z_m(t)$ . Entonces, el desplazamiento de la masa  $i$  estará dado por:

$$d_i(t) = \sum \Gamma_m z_m(t) \phi_{im} \quad (3.61)$$

### 3.7 Respuesta inelástica de estructuras

Hasta ahora hemos considerado la respuesta elástica lineal de sistemas estructurales en vibración; sin embargo, es importante considerar el comportamiento inelástico o respuesta no lineal que pueden llegar a tener. En general, dos son los tipos de comportamiento no lineal: la *no linealidad geométrica* y la *no linealidad del material* <sup>(11)</sup>. El primer tipo se presenta cuando la hipótesis de que las deformaciones son pequeñas es inadecuada y cuando menos alguna de las condiciones de equilibrio debe plantearse sobre la configuración deformada de la estructura; en consecuencia, la no linealidad se manifiesta en que los desplazamientos dependen de los elementos mecánicos en los elementos estructurales, que a su vez son función de dichos desplazamientos. Por su parte, la no linealidad del material ocurre cuando las curvas carga-deformación de los materiales que constituyen los miembros estructurales son sensiblemente no lineales, reflejando además estados de falla como agrietamientos y fluencias que causan cambios bruscos en dichas curvas.

Resulta claro entonces que las ecuaciones de equilibrio dinámico difieren de las vistas anteriormente, y el método de superposición modal no es aplicable al análisis inelástico. En su lugar, existen algunos otros métodos, siendo el más común el llamado *método paso a paso*, en el cual el dominio del tiempo se discretiza en intervalos pequeños  $\Delta t$  y para cada lapso las ecuaciones del movimiento se resuelven con base en los desplazamientos y velocidades del paso anterior. De esta forma, los cálculos se realizan de intervalo a intervalo, o de paso a paso (de ahí su nombre).

Consideremos de nuevo la estructura mostrada en la figura 3.4, pero supongamos que la rigidez de las columnas cambia con el tiempo. Está claro que la ecuación del

movimiento se debe satisfacer para cada intervalo; entonces, al restar la ecuación del movimiento en el instante  $t$  de la ecuación del movimiento en el siguiente instante  $(t + \Delta t)$ , se obtiene la siguiente ecuación incremental del movimiento:

$$m \Delta \ddot{d}(t) + c \Delta \dot{d}(t) + k(t) \Delta d(t) = \Delta F(t) \quad (3.62)$$

El término  $k(t)$  indica la variabilidad de la rigidez con el tiempo y se denomina *rigidez tangente*, que está dada por el cociente del incremento de la fuerza en el resorte (fuerza restauradora) y del desplazamiento para cada intervalo.

Existen diversos métodos de integración para resolver la ecuación 3.62, pero en estos apuntes únicamente se presentará el *método de aceleración lineal*<sup>†</sup>, debido a la gran sencillez de aplicación que tiene. Supóngase que el cambio de aceleración es lineal durante el incremento de tiempo  $\Delta t$  y que la aceleración, la velocidad y el desplazamiento son, respectivamente,  $\ddot{d}(t) + \Delta \ddot{d}(t)$ ,  $\dot{d}(t) + \Delta \dot{d}(t)$  y  $d(t) + \Delta d(t)$  al final del incremento. Si expresamos  $\Delta \ddot{d}(t)$  y  $\Delta \dot{d}(t)$  en términos de  $\Delta d(t)$  y los sustituimos en la ecuación 3.62, se obtiene:

$$\bar{k}(t) \Delta d(t) = \Delta \bar{F}(t) \quad (3.63)$$

donde:

$\bar{k}(t)$  = Rigidez efectiva.

$\Delta \bar{F}(t)$  = Incremento efectivo de la fuerza aplicada.

Como los valores de la rigidez efectiva y del incremento de la fuerza aplicada son conocidos, es posible determinar el valor de  $\Delta d(t)$ , y con base en éste, el de  $\Delta \dot{d}(t)$ . Entonces, las condiciones iniciales del desplazamiento y la velocidad para el incremento de tiempo serán  $d(t) + \Delta d(t)$  y  $\dot{d}(t) + \Delta \dot{d}(t)$ , respectivamente. Por su parte, el valor inicial de la aceleración para el tiempo  $t$  estará dado por:

$$\ddot{d}(t) = [F(t) - F_D(t) - F_S(t)] / m \quad (3.64)$$

Así entonces, la secuencia de pasos a seguir para aplicar este método es la siguiente:

---

<sup>†</sup> La denominación del método de aceleración lineal se ha adoptado aquí por conveniencia, por lo que en otra bibliografía puede aparecer con otro nombre, o inclusive como una simple descripción.

- a) Los datos iniciales en el instante  $t$  se obtienen a partir del cálculo del paso anterior.
- b) Se determina el valor de la rigidez tangente para este intervalo.
- c) Se resuelve la ecuación 3.64 para  $\ddot{d}(t)$  y se calculan  $\bar{k}(t)$  y  $\Delta\bar{F}(t)$ .  $\Delta d(t)$  se obtiene mediante la ecuación 3.63, y entonces se calcula  $\Delta\dot{d}(t)$ .
- d) La velocidad y el desplazamiento al final del intervalo se calculan al sumar incrementos previamente determinados,  $\Delta\dot{d}(t)$  y  $\Delta d(t)$  a  $\dot{d}(t)$  y  $d(t)$ . Estos sirven ahora como las condiciones iniciales para el siguiente paso.

Si el caso que se tiene es el de una estructura de múltiples grados de libertad, la ecuación del equilibrio entonces adquiere la forma:

$$M\Delta\ddot{D}(t) + C\Delta\dot{D}(t) + K(t)\Delta d(t) = \Delta P(t) \quad (3.65)$$

y el procedimiento de integración es el mismo.

Mientras más pequeños sean los intervalos, más exactos serán los resultados, aunque lo recomendable es utilizar intervalos de una décima parte del período de respuesta, pues así se obtienen resultados con exactitud suficiente.

### 3.7.1 Espectros de respuesta inelásticos

Cuando estudiamos el caso del espectro de respuesta para estructuras elásticas, mencionamos que lo que interesa en realidad es conocer la respuesta máxima que puede presentar la estructura, principalmente el desplazamiento, pues todas las fuerzas consecuentes están muy relacionadas con él. Para el caso inelástico ocurre lo mismo, es decir, interesa conocer la respuesta máxima, y la única diferencia que existe entre ambos radica en la forma de determinar el espectro de respuesta.

Un parámetro muy importante que se debe considerar para la definición de los espectros inelásticos es la ductilidad que tenga la estructura, es decir, la capacidad que tiene para disipar la energía mediante deformaciones inelásticas (más allá del límite de fluencia). La ductilidad, además, está relacionada con el período de vibración inicial del siste-

ma; en contrasentido, la fuerza de fluencia  $F_y$  que se debe tener para no exceder un límite de la ductilidad depende del mencionado período.

Los espectros inelásticos, entonces, proporcionan el valor de  $F_y$  como función del período, aunque lo más común es dibujar la relación  $F_y / W$ , donde  $W$  es el peso de la estructura.

Hemos visto en el capítulo anterior las características dinámicas de las estructuras, tales como el modo, la frecuencia y el período de vibración, desde el punto de vista analítico, es decir, bajo meras consideraciones teóricas y tomando sólo en cuenta la forma del edificio (y más aún, sólo el número de niveles) y la masa. También, como vimos en la ecuación de equilibrio dinámico, se tomaron en cuenta otros dos aspectos de gran importancia: la rigidez lateral y el amortiguamiento. Entonces fueron sólo conceptos teóricos, como ya se mencionó, pero su importancia va más allá y está estrechamente relacionada con la realidad. Esto último es así porque ambas dependen de los materiales que se elijan para construir la estructura, de la solución estructural que se adopte y, por supuesto, de la forma en que se construya<sup>†</sup>. Por estas razones, en este capítulo, además de las características y parámetros que conlleva el comportamiento sísmico de las estructuras, se dará una breve exposición de las características mecánicas de los materiales de construcción más comunes: el concreto, el acero, la mampostería y la madera, así como también las de algunos elementos estructurales. Las características de estos últimos, así como de los sistemas estructurales sismorresistentes, desde el punto de vista físico, se presentarán en el capítulo 7.

---

<sup>†</sup> Aunque este último aspecto no es considerado en las teorías de análisis, y más bien es una preocupación que en campo se debe resolver mediante una correcta supervisión, es importante mencionarlo porque, en caso de una mala ejecución constructiva (por ejemplo, un mal anclaje del acero), el sistema estructural puede no funcionar como se está considerando en el análisis, y entonces habría una incongruencia con el comportamiento real de la estructura.

## 4.1 Comportamiento sísmico de las estructuras

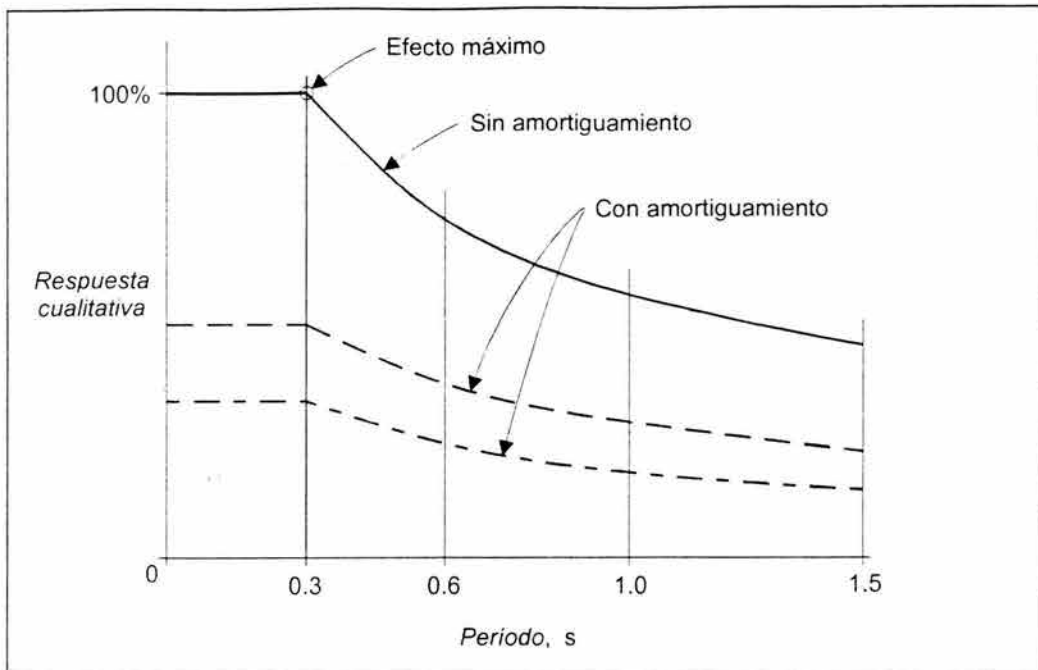
El comportamiento sísmico de una estructura está en función de dos parámetros: las cargas vibratorias aplicadas y las características dinámicas propias de la estructura. Obviamente, al tratarse de sismos, no podemos tener control alguno sobre el primer aspecto, pero no ocurre lo mismo con el segundo. De las características dinámicas de los edificios, tres son las que principalmente definen el comportamiento sísmico: el *período de vibración* (sobre todo el fundamental), el *grado de amortiguamiento* y el *comportamiento inelástico*.

El período de vibración y el grado de amortiguamiento los analizamos en el capítulo 3; sin embargo, hablando un poco más de ellos, se puede decir que su modificación afecta significativamente el comportamiento de la estructura. Esto resulta más claro si observamos la figura 4.1, en la que se presenta una gráfica del espectro de respuesta. En ella se puede observar que a mayor período, el valor de la aceleración para la estructura disminuye, y lo mismo ocurre al considerar el efecto del amortiguamiento; sin embargo, esto no quiere decir que lo mejor sea aumentar el valor del período, ya que también hay que cuidar que éste no se iguale con el del terreno (sobre todo en zonas con suelos blandos), pues de ser así los efectos son muy perjudiciales, ya que las deformaciones son mayores (figura 4.2), e incluso la estructura puede entrar en resonancia. Una recomendación al respecto nos dice que se debe buscar que

$$0.7 \leq T_E / T_S \leq 1.2$$

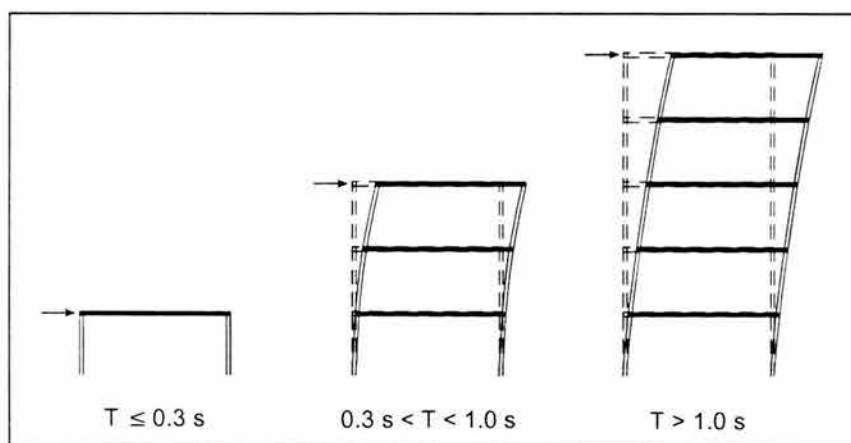
donde  $T_E$  y  $T_S$  representan el período fundamental de vibración de la estructura y del suelo, respectivamente. La explicación para esto se tiene en la figura 4.3, en la cual se puede observar que lo que el intervalo anterior hace es mantener a la estructura fuera de la zona de respuesta máxima <sup>(11)</sup>.

Por otro lado, el período de vibración y el amortiguamiento dependen tanto de los materiales como del sistema estructural. Por ejemplo, un material muy denso, como el concreto, hará que la estructura tenga una mayor masa y, en consecuencia, un mayor período, pero en cambio, un sistema de contraventeo aumentará la rigidez lateral, ocasionando justamente lo contrario: que la estructura disminuya su período.



**Figura 4.1** Gráfica del espectro de respuesta.

En cuanto al comportamiento inelástico, es necesario que la estructura entre al intervalo no lineal, es decir, que presente capacidad de carga aún después de haber rebasado la deformación de fluencia. Esto hace que la estructura sea capaz de disipar una gran cantidad de energía sísmica y, además, permite diseños con resistencias por debajo de las que se requerirían si se optara por mantener a la estructura con un comportamiento lineal. Dicha respuesta inelástica depende, al igual que el periodo de vibrar y el amortiguamiento, de los materiales y del sistema estructural, pero también de la cantidad de



elementos que entren en el rango inelástico y de la forma en que se presente el mecanismo de falla.

**Figura 4.2** Respuesta sísmica de la estructura relacionada con el periodo fundamental de vibración.

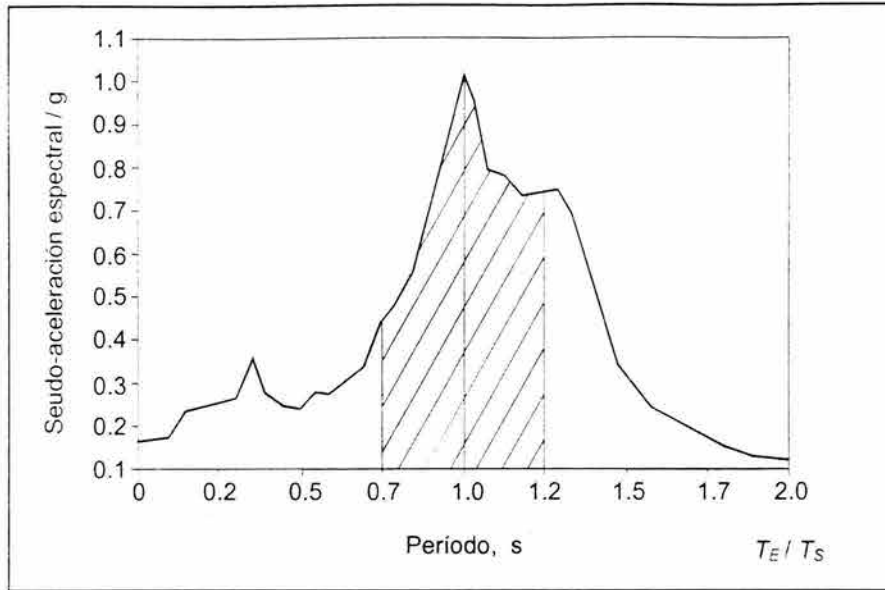


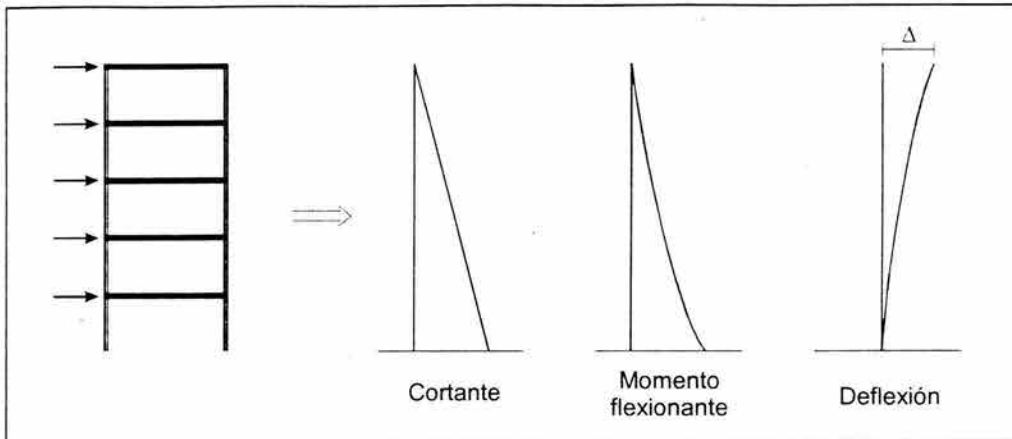
Figura 4.3 Rango desfavorable para la relación  $T_E / T_S$ .

Hablaremos ahora propiamente de lo que es el comportamiento sísmico de la estructura. Debido a las características del edificio (y considerando las cargas laterales generadas por el sismo aplicadas en los entrepisos), su respuesta general es análoga a la de una viga en voladizo, con la forma del cortante, momento flexionante y deflexión que se muestra en la figura 4.4. Como los valores del cortante y el momento son máximos en la base del edificio, se podría pensar que la falla se presenta en esa zona, aunque en realidad puede ocurrir en cualquier lugar donde exista una deficiente resistencia. Por esta razón, hay que poner mucho cuidado en el sistema estructural a emplear y en la interacción que habrá entre sus distintos elementos, ya que en muchos casos la resistencia ante el sismo no es desarrollada completamente por la estructura en conjunto, sino que antes puede fallar algún elemento individual. Por ejemplo, puede ocurrir que debido a un mal anclaje de la superestructura con la cimentación, las cargas laterales ocasionen un deslizamiento (figura 4.5a), o bien, pueden ocasionar que algún sistema de piso mal conectado se disloque de la estructura (figura 4.5b).

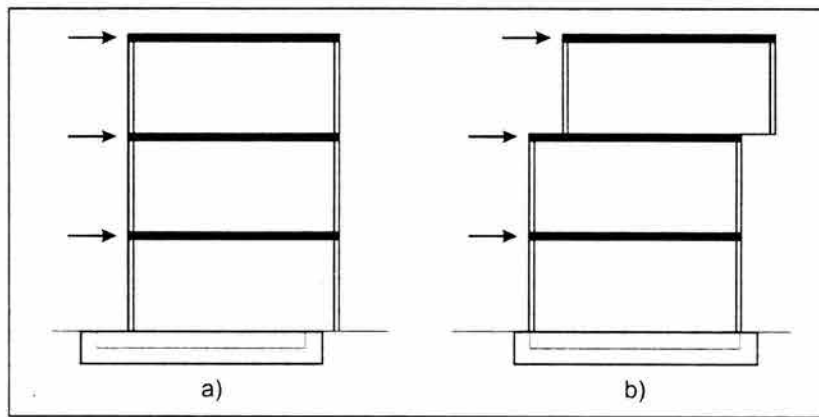
Ahora bien, las cargas sísmicas, como ya hemos visto, son cíclicas e introducen en la estructura sollicitaciones tanto en un sentido como en el contrario; por esta razón, los efectos del cortante, el momento y la deflexión son aplicados rápidamente en un sentido y en el otro, lo que conduce a pérdidas de rigidez en las conexiones, agrietamientos progresivos de los materiales y causa un "sacudimiento" del edificio. Este último efecto es de



particular importancia, pues además de los daños que sufre la estructura, el suelo puede perder la capacidad para resistir el movimiento del edificio y éste se puede llegar a inclinar permanentemente, o incluso a volcar.



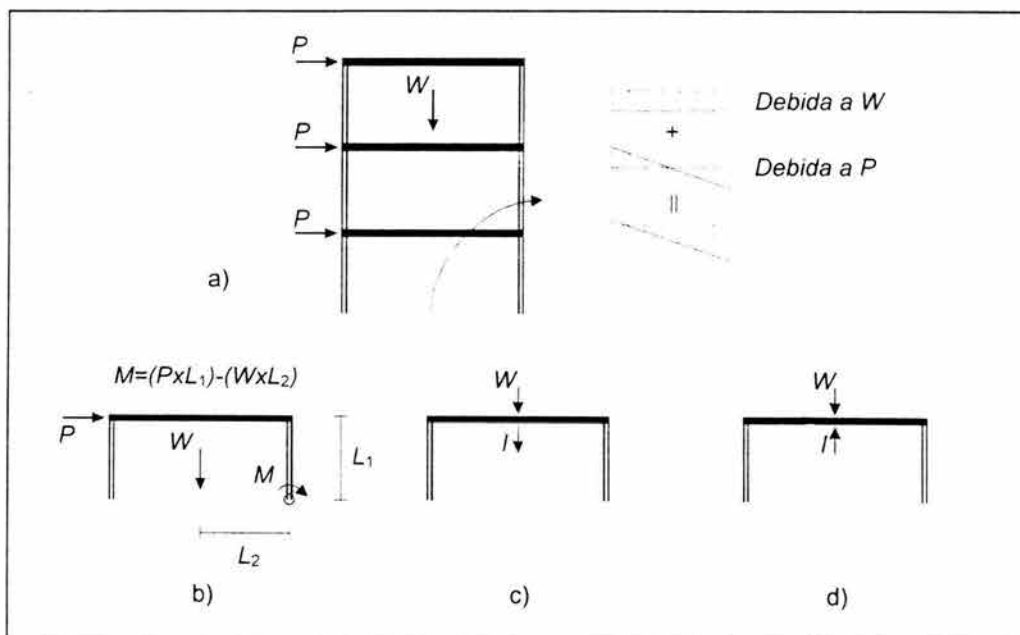
**Figura 4.4** Forma de la fuerza cortante, momento flexionante y deflexión para un edificio sujeto a fuerzas laterales.



**Figura 4.5** Fallas debidas al mal anclaje de los elementos estructurales. a) Deslizamiento de la cimentación; b) Dislocación de un sistema de piso.

Otro aspecto involucrado en el comportamiento sísmico es la combinación de las cargas gravitacionales y las sísmicas laterales (figuras 4.6a y b). Además, debido a que el sismo también induce movimiento vertical, es necesario considerar las combinaciones en esta dirección. Cuando el movimiento del edificio es hacia abajo y luego hacia arriba, el efecto es como el mostrado en la figura 4.6c, en la cual la fuerza gravitacional  $W$  se añade a la inercial  $I$ ; en este caso las cargas y los esfuerzos sufren un incremento, y es esencial

considerar toda la carga gravitacional. Para el caso contrario mostrado en la figura 4.6d, cuando el movimiento es hacia arriba, las dos fuerzas tienen sentidos opuestos, y entonces interesa saber si la fuerza  $I$  es mayor que  $W$ , pues de ser así la estructura puede "flotar", es decir, sufrir un empuje hacia arriba que la desestabilice. Es muy importante recordar que los efectos mostrados en la figura 4.6 no ocurren una sola vez, sino en ciclos rápidos, mientras el edificio es sacudido por el sismo; entonces, la falla puede ocurrir por algún sacudimiento muy fuerte, o bien, por la pérdida de resistencia debido a la repetición de las cargas.



**Figura 4.6** Efectos de la combinación de las cargas verticales y horizontales.

Cabe mencionar finalmente que, como veremos a detalle en el capítulo 7, la principal preocupación en el diseño sísmico radica en el sistema a utilizar para resistir las cargas laterales actuantes y lograr un comportamiento satisfactorio. En la mayoría de los edificios, este sistema consiste en elementos horizontales (sistemas de piso, o losas) y elementos verticales (muros de cortante, marcos rígidos, etc.), aunque también puede incluir algunos otros elementos para dar una mayor rigidez lateral, como los contravientos. Hay que recordar, asimismo, que el sismo hace vibrar a todo el edificio, por lo cual hay que cuidar no sólo la seguridad en los elementos estructurales, sino también en la estructura como conjunto. Un claro ejemplo de esto se da cuando el edificio tiene una forma compleja; en este caso, distintas partes de la estructura se pueden mover en forma dife-

rente, lo cual puede producir esfuerzos críticos en los puntos de conexión. En muchos de estos casos, la mejor solución consiste en construir conexiones (aunque en realidad no funcionan como conexiones) que permiten el movimiento independiente entre las distintas partes, llamadas *juntas constructivas*.

## 4.2 Características de los materiales

La respuesta de los edificios ante los efectos sísmicos tiene mucho que ver con los materiales con que estén contruidos pues, como sabemos, estos tienen distintas propiedades. De hecho, las que más influyen en el comportamiento sísmico son cuatro, y generalmente están muy bien definidas para cada material: la *densidad* o *peso volumétrico*, el *módulo de elasticidad*, la *relación esfuerzo-deformación* y la *ductilidad*, relacionada con la anterior. La *densidad* se encarga de definir la masa de la estructura (claro está, sin considerar todas las cargas, como la viva), que a su vez influye de gran forma en las fuerzas inerciales. El *módulo de elasticidad* juega un papel muy importante en la determinación de la rigidez lateral de la estructura y en el período de vibrar. La gráfica de la relación *esfuerzo-deformación* proporciona información acerca del comportamiento del material más allá del rango elástico. Finalmente, la *ductilidad*, junto con los lazos de histéresis, define el amortiguamiento inelástico.

Estas propiedades, principalmente, se tratarán enseguida para cada uno de los materiales de mayor uso en la construcción: el concreto, el acero, la mampostería y la madera.

### 4.2.1 Concreto

La principal limitante del concreto como material estructural es su baja (o, para fines prácticos, nula) resistencia a la tensión, que por lo general es del orden del 10% de la resistencia que tiene a compresión. Para solucionar esto se utiliza el acero de refuerzo, que es el que entonces absorbe los esfuerzos de tensión. Las estructuras de concreto, debido a las propiedades de éste, por lo general resultan de gran masa, aunque esto, conjugado con una alta rigidez, las hace capaces de absorber una considerable fuerza durante el movimiento sísmico.

Frecuentemente, las estructuras de concreto presentan agrietamiento, lo cual puede tener dos causas: la contracción del material durante el proceso de fraguado, y la expan-

sión o contracción que se presenta con los cambios de temperatura. El primero es mayor cuanto más es la cantidad de agua que se utiliza en la mezcla, o bien, cuando se le permite fraguar demasiado rápido. Por su parte, los esfuerzos debidos a la temperatura son más severos en aquellas estructuras expuestas en lugares donde los cambios climáticos son muy marcados.

Cuando una estructura de concreto se ve sometida a un movimiento sísmico, la rápida aplicación cíclica de los esfuerzos aumenta las fisuras existentes y/o genera nuevas. Esto es positivo desde el punto de vista de la disipación de energía, pero hay que considerar también que puede producir daños irreparables, sobre todo cuando el refuerzo no es adecuado, ya que el concreto tiene un comportamiento frágil, tal como se ve en la curva esfuerzo-deformación (figura 4.7), la cual se obtiene a partir de ensayos realizados en cilindros de 30 centímetros de altura y 15 centímetros de diámetro (o bien, de otras medidas tales que se cumpla que la altura sea dos veces el diámetro) cargado axialmente en forma vertical en una máquina universal.

Si observamos la figura 4.7, se aprecia una línea casi recta hasta el punto más alto, que corresponde al esfuerzo máximo que se presenta en la pieza justo antes de la falla y al cual le corresponde una deformación unitaria aproximadamente igual a 0.002, independientemente de la resistencia que tenga el concreto. Asimismo, en esta rama ascendente se puede apreciar el módulo de elasticidad inicial,  $E_c$ , dado como la tangente inversa del ángulo formado, cuyo valor depende de diversos factores como la calidad de los agregados, la densidad del concreto y la velocidad de aplicación de la carga. Al llegar a la falla por aplastamiento, el concreto presenta deformaciones unitarias de entre 0.003 y 0.004.

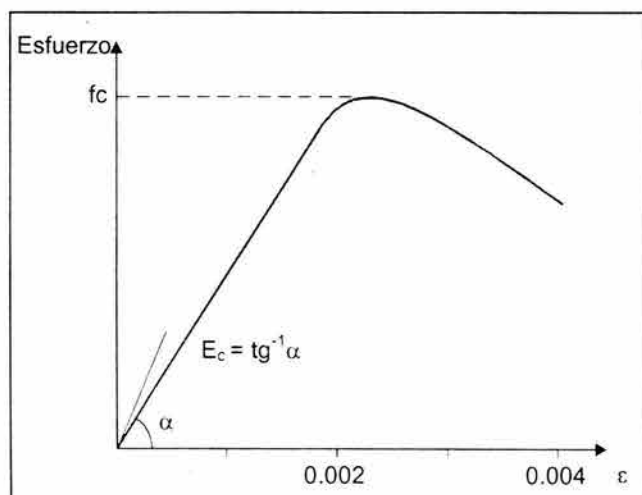
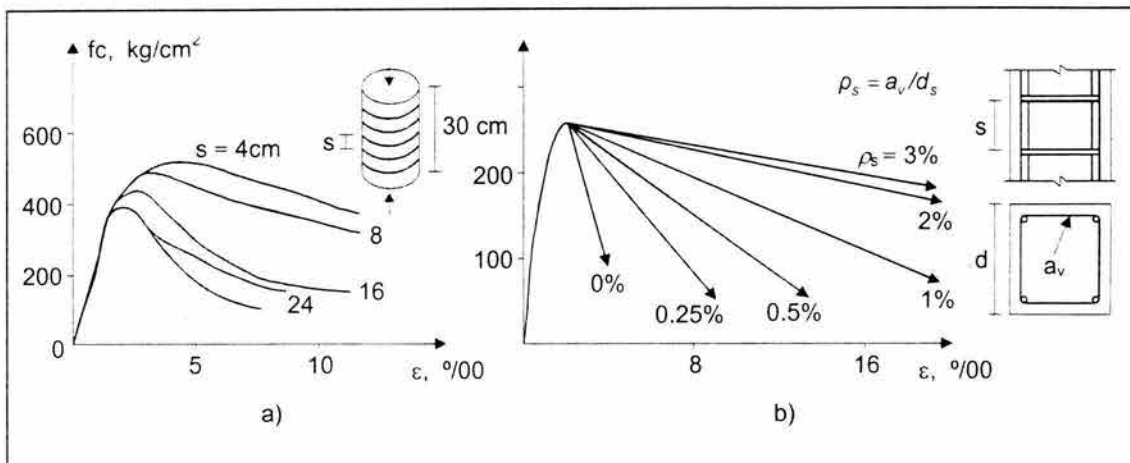


Figura 4.7 Curva esfuerzo-deformación del concreto simple en compresión.

Como ya se había mencionado, se puede mejorar el comportamiento del concreto suministrando acero de refuerzo longitudinal (y entonces se conoce como concreto armado o reforzado). La principal finalidad de esto no es aumentar la resistencia, sino la ductilidad, es decir, la capacidad de deformación; otra forma de aumentar dicha propiedad (aunque en realidad es un complemento para el acero longitudinal), es mediante el refuerzo transversal, que puede ser a base de estribos o de zunchos (figura 4.8), para confinar al concreto, con lo cual se aplican esfuerzos transversales de compresión.



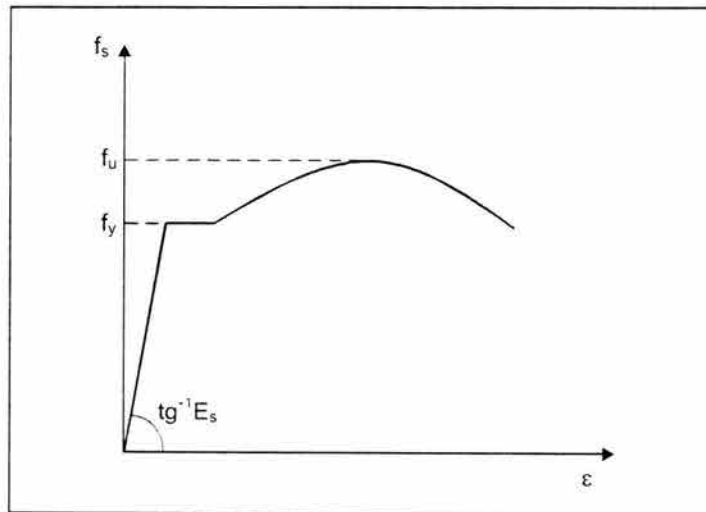
**Figura 4.8** Relación esfuerzo-deformación para el concreto con refuerzo transversal. a) Con zuncho; b) Con estribos.

#### 4.2.2 Acero

El acero es el más versátil de los materiales empleados en la construcción de estructuras, debido, más que a las muchas ventajas que ofrece, a la gran cantidad de elementos que se fabrican con él: clavos, tornillos, remaches, pernos, etc., lo cual lo hace esencial para el ensamblaje de las estructuras de madera, para el amarre de los estribos y las varillas en el concreto reforzado, o para la unión de los elementos metálicos.

Hablando ya del acero estructural, podemos decir que entre las ventajas que tiene está su gran capacidad para resistir esfuerzos. Su baja rigidez le permite absorber un alto porcentaje de ellos cuando se usa en combinación con otros materiales; el más claro ejemplo de esto lo constituye el concreto reforzado, pues en él el acero toma todo el esfuerzo a tensión, ocupando en algunos casos solamente alrededor del 2% del volumen total.

Otras de las ventajosas propiedades del acero (y tal vez la más interesante) es la ductilidad, pues gracias a ésta es capaz de absorber la energía suministrada durante las cargas cíclicas. Como se observa en la curva esfuerzo-deformación de la figura 4.9, el acero tiene un comportamiento lineal hasta llegar al punto de fluencia,  $f_y$ , a partir del cual presenta una plataforma y luego sube, debido al endurecimiento por deformación. Al igual que en el concreto, el módulo de Young, o módulo de elasticidad, está definido por la primera línea ascendente, y tiene un valor de  $2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .



**Figura 4.9** Relación esfuerzo-deformación del acero.

Un acero tiene una buena ductilidad cuando el cociente entre el esfuerzo de fluencia  $f_y$  y el esfuerzo último  $f_u$  no se encuentra próximo a la unidad. Esto depende de la composición química del acero, pues a mayor contenido de carbono el esfuerzo de fluencia aumenta; asimismo, este esfuerzo también se puede aumentar dando un tratamiento de estirado o torcido en frío al acero, aunque hay que tener mucho cuidado, pues entonces la relación puede ser cercana a la unidad. De esto, se deduce que los aceros de mayor grado tienen una menor ductilidad, es decir, tienen una mayor resistencia, pero una menor capacidad para deformarse (que es lo que se busca principalmente en las estructuras), tal como se aprecia en la figura 4.10, donde la plataforma de fluencia desaparece a medida que el grado del acero va aumentando; en consecuencia, el esfuerzo de fluencia queda definido como el esfuerzo que deja a la probeta de acero con una deformación plástica permanente del 0.2% cuando se aplica la descarga <sup>(10)</sup>. Otra de las desventajas de los aceros de alta resistencia (con grados mayores al 42) que limita su aplicabilidad en la

construcción, es que se presentan graves problemas de pandeo cuando son utilizados como acero estructural, o bien, problemas de adherencia cuando se usan como refuerzo del concreto <sup>(11)</sup>.

La curva esfuerzo-deformación se define por medio de cargas estáticas; sin embargo, para velocidades altas de cargas, como las que se presentan durante los movimientos sísmicos, los valores de la deformación última y del módulo de elasticidad permanecen prácticamente constantes, y sólo el valor del esfuerzo de fluencia aumenta alrededor de un 5%, por lo cual dicha curva se puede utilizar tal cual para el análisis de los efectos sísmicos <sup>(11)</sup>.

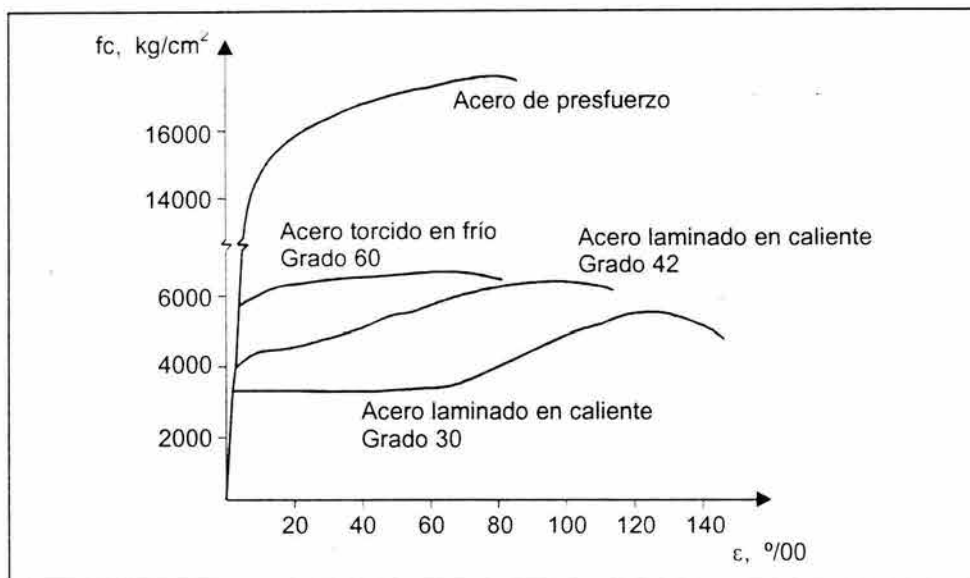
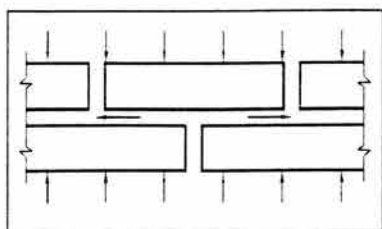


Figura 4.10 Curvas esfuerzo-deformación para acero de distintos grados.

### 4.2.3 Mampostería

Desde siempre, la mampostería ha sido uno de los materiales más populares para la construcción debido, en la antigüedad, a la poca diversidad con que se contaba, y en la actualidad, a las grandes ventajas que ofrece: resistencia al fuego, aislamiento térmico, economía, entre otras. Existen diversos tipos de mampostería, como los ladrillos o tabiques, los bloques huecos, los tabicones y los bloques cerámicos, pero una definición que abarca a todos ellos es la dada en la referencia 12: *son los materiales de construcción de forma prismática rectangular, sólidos o huecos, fabricados con cemento portland y agre-*

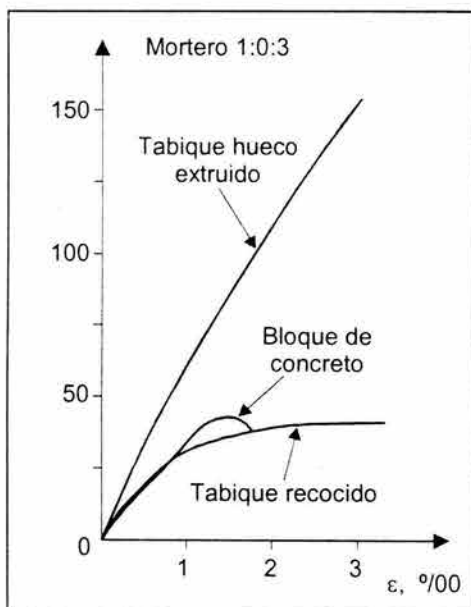


gados apropiados, tales como arena, grava, piedra triturada, piedra pómez, escoria volcánica o tezontle, arcillas, pizarras expandidas y otros.

**Figura 4.11** Mecanismo de falla de muros de mampostería.

Una de las principales desventajas de la mampostería es la poca resistencia a los movimientos sísmicos, resultado de su baja capacidad para soportar esfuerzos cortantes. Debido a esto, se puede utilizar acero de refuerzo y algunas formas especiales de anclaje entre los muros de mampostería y los sistemas de piso (ver sección 4.3.7).

La baja resistencia ante los movimientos sísmicos está relacionada con las propiedades de los materiales, pero también con otro factor muy importante: el *junteo*. Mucha de la resistencia de las estructuras de mampostería depende de la calidad del mortero utilizado para unir las piezas, o juntear, y del propio comportamiento que la junta presenta ante el movimiento. Lo que sucede es que el coeficiente de Poisson aumenta conforme los esfuerzos de compresión se acercan al valor máximo, permitiendo entonces que se desarrollen esfuerzos de tensión y, debido a la nula resistencia del mortero a estos, se presenta la falla (figura 4.11); si consideramos ahora que las fuerzas sísmicas se aplican en forma lateral al muro, resulta claro que los esfuerzos de tensión se presentarán mucho más rápido y, en consecuencia, se agrietarán los muros.



Finalmente, otra gran desventaja que presenta la mampostería es su fragilidad, tal y como se puede observar en la curva esfuerzo-deformación de la figura 4.12. Esta curva resulta ser prácticamente lineal hasta la falla, alcanzada la cual la pieza pierde toda su capacidad de carga.

**Figura 4.12** Curva esfuerzo-deformación para mampostería.



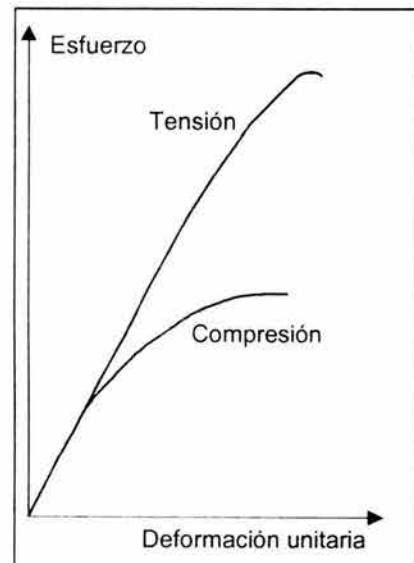
#### 4.2.4 Madera

La principal ventaja de la madera es su baja densidad, lo cual contribuye a que las fuerzas de inercia generadas en las estructuras durante los sismos sean menores; además, es un material con una gran ductilidad, la cual aumenta en conjunto, es decir, cuando se ensambla con otras piezas para formar la estructura, debido a que entonces lo que en realidad trabaja son las conexiones.

A diferencia del concreto simple y la mampostería, la madera presenta una mayor resistencia a los esfuerzos de tensión que a los de compresión, como se puede apreciar en la figura 4.13; asimismo, presenta un comportamiento prácticamente lineal hasta llegar al esfuerzo resistente. Aunque el módulo de elasticidad y la resistencia dependen del tipo de madera de que se trate, en general se puede decir que estos valores tienden a incrementarse cuando la velocidad de aplicación de las cargas es alta.

En cuanto a las desventajas que presenta este material, dos son las más preocupantes. La primera de ellas consiste en su capacidad para inflamarse, lo cual la hace muy endeble ante los incendios, quedando completamente destruida cuando se somete al fuego. La otra se relaciona con la debilidad orgánica del material, pues bajo condiciones de humedad se pudre rápidamente, o bien, puede ser atacada y dañada irreparablemente por insectos, como las termitas. Aunque estas dos desventajas se pueden prevenir utilizando algunas técnicas como el laminado o recubrimientos con materiales aislantes, es importante no perderlas de vista y poner siempre mucho cuidado en ellas.

Las estructuras de madera por lo general consisten en ensamblajes de elementos individuales, como tablas, tablonés, polines, entre otros. Debido a esto, la respuesta que presentan ante los movimientos sísmicos depende no sólo de las propiedades del material, sino de la forma en que las piezas sean unidas. Por ejemplo, las estructuras que utilizan uniones mediante clavos y pernos pueden experimentar grandes deformaciones y pérdida de rigidez en las uniones durante los movimientos sísmicos.



**Figura 4.13** Curva esfuerzo-deformación para la madera.

Lo que se debe buscar entonces en este tipo de estructuras es que las uniones permanezcan ajustadas y que resistan las fuerzas aplicadas.

### **4.3 Características de los elementos estructurales**

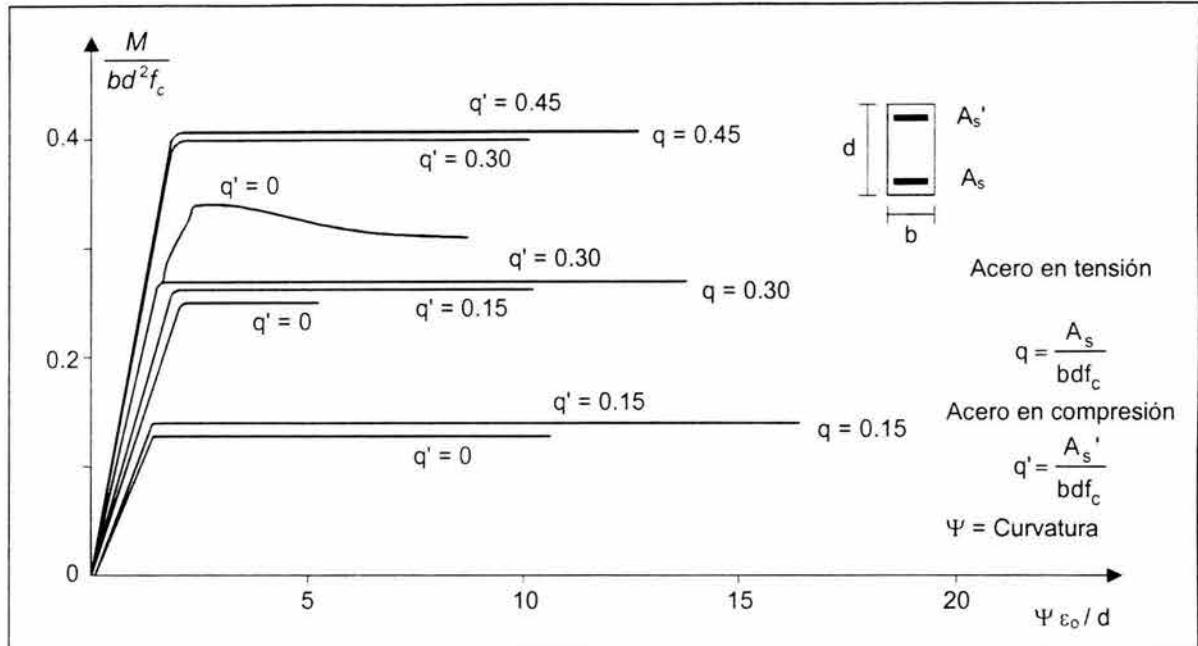
Como pudimos darnos cuenta en la sección anterior, los materiales utilizados para la construcción de las estructuras presentan características distintas uno de otro, lo cual influye en la selección que de dicho material se haga. Además, estas diferencias se ven reflejadas en el elemento estructural ya construido, pues le proporcionan propiedades específicas y, en consecuencia, ventajas y desventajas. No se hace referencia a la obvia diferencia en la función estructural de vigas y columnas, por ejemplo, sino al comportamiento distinto que pueden presentar elementos con funciones similares, como las vigas de concreto y las metálicas, que es finalmente lo que permitirá hacer la elección más adecuada del material.

#### **4.3.1 Vigas y columnas de concreto reforzado**

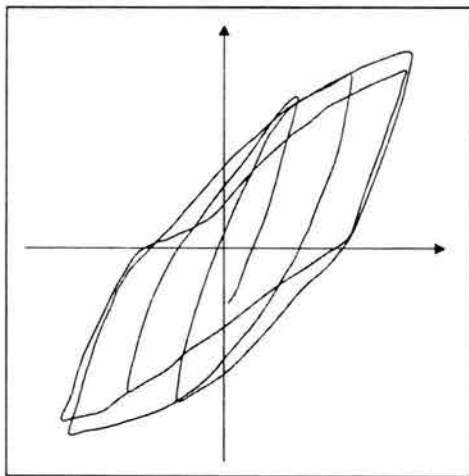
Cuando se trata de elementos de concreto reforzado, la cantidad de acero de refuerzo, tanto de tensión como de compresión, influye sobre el comportamiento. Esto resulta claro al observar la figura 4.14, en la que se presentan en forma adimensional las curvas momento-curvatura de vigas rectangulares para distintas cuantías de acero <sup>(11)</sup>. Cuando las cuantías de tensión son inferiores a las correspondientes a la de falla balanceada, se tienen ductilidades altas, comparables a las del acero de refuerzo. En este caso, el efecto principal del refuerzo en compresión no es aumentar la resistencia, sino incrementar la ductilidad. El efecto contrario ocurre cuando la cuantía de refuerzo en tensión es elevada, pues entonces la ductilidad disminuye y el acero en compresión incrementa la resistencia y ayuda a que el acero en tensión alcance la fluencia antes del aplastamiento del concreto.

Un comportamiento satisfactorio de la viga ante cargas alternadas se da cuando la sección está subreforzada y doblemente armada, sin grandes esfuerzos de cortante, torsión o adherencia (figura 4.15); en caso contrario, cuando los esfuerzos son elevados (principalmente los cortantes) y producen agrietamiento diagonal, la viga presentará pérdida de rigidez y resistencia, lo que afectará principalmente la capacidad de deformación inelástica (figura 4.16). Esto se debe a que la capacidad de deformación queda limitada

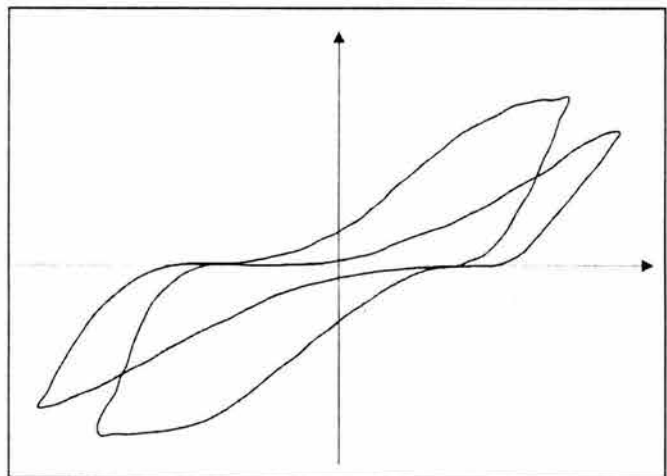
por el aplastamiento del concreto y el pandeo del acero de compresión<sup>(11)</sup>. Como veremos en el capítulo 7, esto último se puede mejorar suministrando refuerzo transversal a la sección, y acortando la distancia entre éste en las zonas críticas o de mayor concentración de esfuerzos.



**Figura 4.14** Relaciones momento-curvatura para secciones rectangulares de concreto reforzado sujetas a flexión pura.

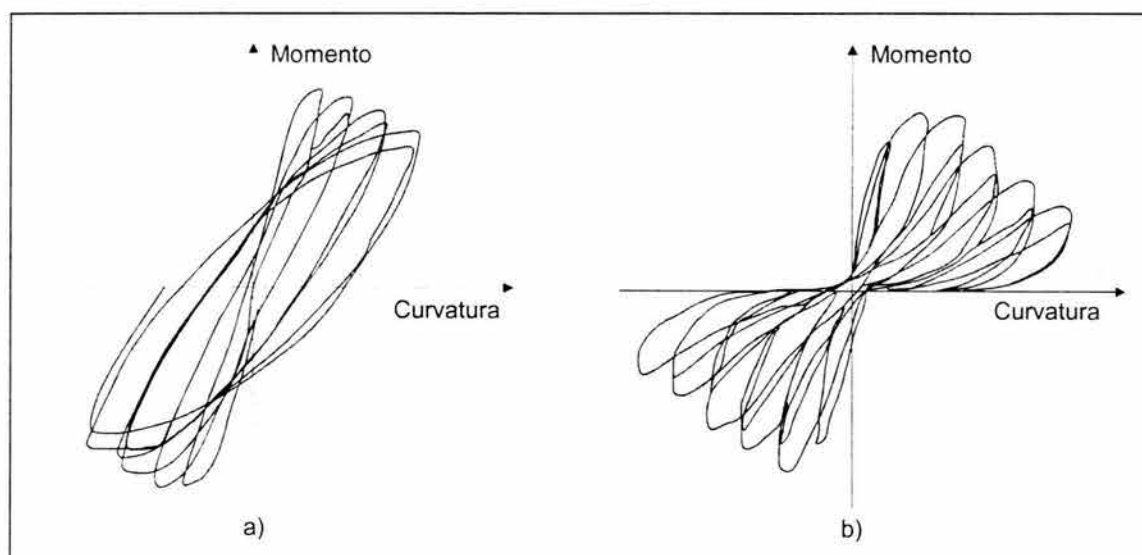


**Figura 4.15** Lazos de histéresis de una sección de concreto reforzado con falla en flexión.



**Figura 4.16** Lazos de histéresis de una viga de concreto reforzado con esfuerzos altos de cortante.

Al igual que las vigas, las columnas presentan graves deterioros de rigidez y resistencia cuando el núcleo no está perfectamente confinado y sobre ellas actúan cargas alternadas. Para aumentar la capacidad de deformación, también se recomienda utilizar acero de refuerzo transversal, siendo preferible un zuncho helicoidal que estribos. El comportamiento más desfavorable de las columnas sujetas a carga axial se presenta cuando dicha carga es muy elevada y provoca la falla por compresión; en este caso, la ductilidad es prácticamente nula. Para evitar esto, las normas señalan requisitos que requieren colocar abundante confinamiento, mantener bajos niveles de carga axial mediante secciones de tamaño generoso y emplear factores de seguridad mucho mayores para columnas que para vigas<sup>(11)</sup>.



**Figura 4.17** Lazos de histéresis para columnas de concreto reforzado sujetas a carga axial. a) Con baja carga axial; b) Con carga axial elevada.

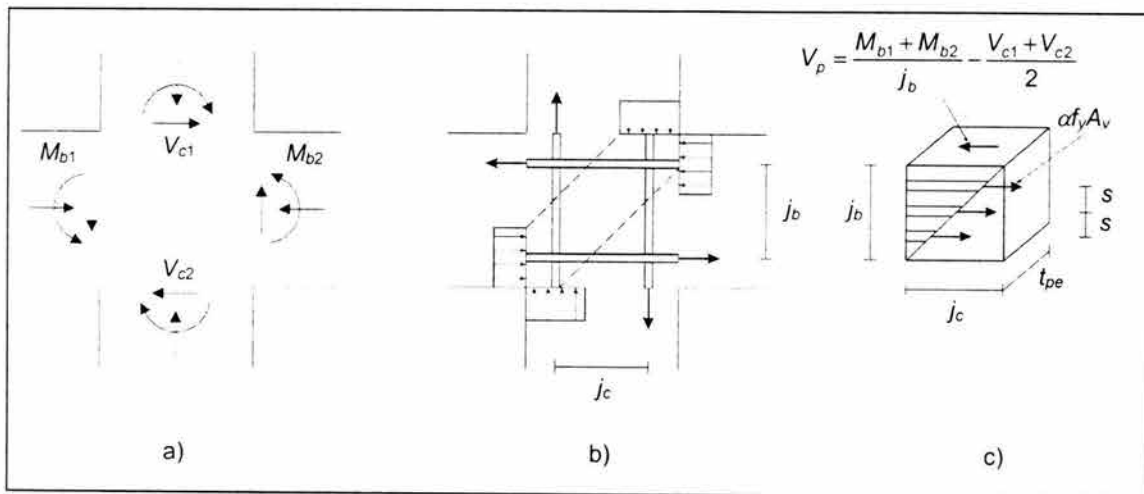
### 4.3.2 Conexiones en concreto reforzado

Las uniones viga-columna de concreto reforzado merecen atención especial. Si bien es cierto que la resistencia de la estructura está dada por elementos como vigas, columnas y contravientos, también es innegable que si la unión entre estos (sobre todo entre vigas y columnas) carece de una resistencia adecuada, el comportamiento real del conjunto será muy distinto al teórico. Por esta razón, al diseñar una junta viga-columna, es importante que la resistencia de ésta sea mayor que la de los elementos que se unen y que tenga una rigidez tal que no altere la considerada para esos elementos.

Es importante comprender que sobre el nudo o la unión actúa un sistema de fuerzas distinto al que actúa sobre la viga o la columna. Cuando sobre la estructura actúan cargas laterales, como las sísmicas, el conjunto de fuerzas a que la unión se somete consiste en momentos y cortantes, como se muestra en la figura 4.18a. Si la carga es tal que produce agrietamiento diagonal, el concreto del núcleo actúa como un puntal en compresión diagonal, tal y como se observa en la figura 4.18b, y la carga aumenta aún más. Finalmente, el bloque de concreto se tritura si las resistencias a la flexión de las columnas y las vigas son lo suficientemente grandes <sup>(13-20)</sup>. Una expresión para el cálculo de la fuerza cortante que actúa en el borde superior del bloque de la unión está dada en la referencia 10, y se presenta a continuación:

$$V_p = \frac{M_{b1} + M_{b2}}{j_b} - \frac{V_{c1} + V_{c2}}{2}$$

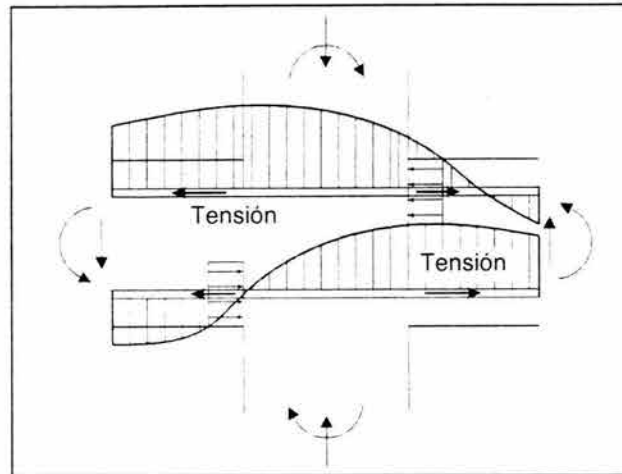
en la cual  $j_b$  es el brazo interno de la viga,  $M_{b1}$  y  $M_{b2}$  son los momentos flexionantes en los extremos de la viga y  $V_{c1}$  y  $V_{c2}$  son las fuerzas cortantes en los extremos de la columna.



**Figura 4.18** Mecanismo resistente en la conexión viga-columna. a) Fuerzas actuantes; b) Esfuerzos en el núcleo de concreto y en las barras; c) Fuerza cortante en el núcleo.

El acero de refuerzo longitudinal de la viga y la columna se extiende a través de la junta, donde las condiciones de carga cambian. Como se aprecia en la figura 4.18b, en una zona del bloque la varilla está sujeta a esfuerzos de tensión, mientras que en el contrario se somete a esfuerzos de compresión. Debido a esto, que se cuente con una

adecuada resistencia al deslizamiento es fundamental, pues de lo contrario, cuando es insuficiente esta adherencia, se reduce el esfuerzo de compresión en la varilla y el esfuerzo de tensión se puede desarrollar en el lado de compresión, que es el caso que se muestra en la figura 4.19 <sup>(10)</sup>. Además, este efecto se ve aumentado cuando se tiene agrietamiento diagonal. Para evitar esto, se debe proporcionar una adecuada longitud de desarrollo a la varilla, así como también proporcionar refuerzo transversal para evitar el agrietamiento.



**Figura 4.19** Deslizamiento del refuerzo principal en la unión viga-columna.

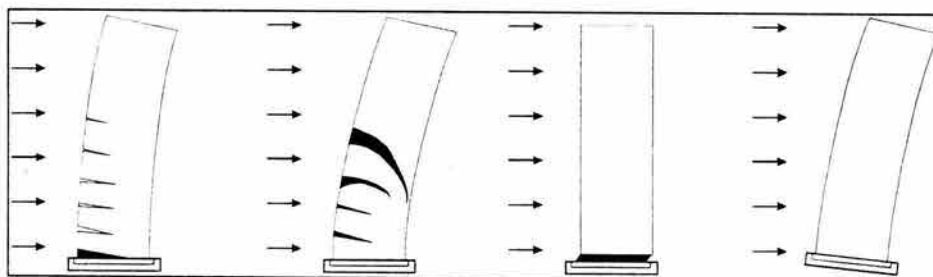
### 4.3.3 Muros de concreto reforzado

En general, los muros de concreto reforzado presentan mayores ventajas, tanto estructurales como económicas, que los muros de otros materiales, como la mampostería.

Se puede clasificar a los muros de concreto en dos tipos, atendiendo a la relación altura-longitud <sup>(11)</sup>. Cuando se tiene una relación  $H/L \leq 2$ , se dice que el muro es corto, y en caso contrario, es decir,  $H/L \geq 2$ , se dice que el muro es esbelto. Los muros del primer tipo presentan una alta rigidez y resistencia a cargas laterales, pero ya que sobre ellos los efectos más desfavorables son debidos al cortante, el comportamiento que presentan tiende a ser frágil. La forma más conveniente para evitar esta fragilidad es utilizando refuerzo tanto vertical como horizontal, y aún más, permitiendo que el muro se encuentre rodeado por un marco robusto de concreto, con lo cual estará actuando como un diafragma.

En el caso de los muros esbeltos, al actuar como vigas en voladizo, los efectos que predominan son los de flexión. Debido a esto, las fallas que se pueden presentar son las siguientes (ver figura 4.20) <sup>(10)</sup>:

- a) *Falla por flexión.* Normalmente la fuerza axial en el muro debida a la carga vertical es menor que el valor para la condición de falla balanceada; por lo tanto, el acero de tensión fluye en el estado de falla última, presentándose una gran ductilidad y capacidad de disipación de energía. Cuando se tiene una fuerza axial grande, el eje neutro se aproxima al lado de tensión, dando lugar a una gran deformación unitaria en la fibra exterior en el concreto a compresión y a una menor ductilidad. La ductilidad se garantiza al confinar el concreto en la zona de compresión en la base del muro.
- b) *Falla por tensión diagonal.* Esta falla va acompañada de agrietamiento diagonal, y ocurre si el contenido de refuerzo horizontal es pequeño. El concreto y el refuerzo horizontal suministran la resistencia al cortante; sin embargo, debido a que la resistencia al cortante del concreto en la vecindad de una articulación plástica formada por la flexión se deteriora con las repeticiones de carga, es mejor no tomarla en cuenta.
- c) *Falla de cortante horizontal.* En este tipo de falla el muro se desliza en forma horizontal. Para evitarlo, es efectivo el refuerzo vertical espaciado uniformemente en el muro, así como el refuerzo diagonal.
- d) *Levantamiento de la cimentación.* Cuando ocurre un levantamiento del conjunto muro-cimentación, se tienen dos condiciones: existe un perfecto anclaje o unión entre ambos, y la capacidad de disipación de energía es extremadamente pequeña.



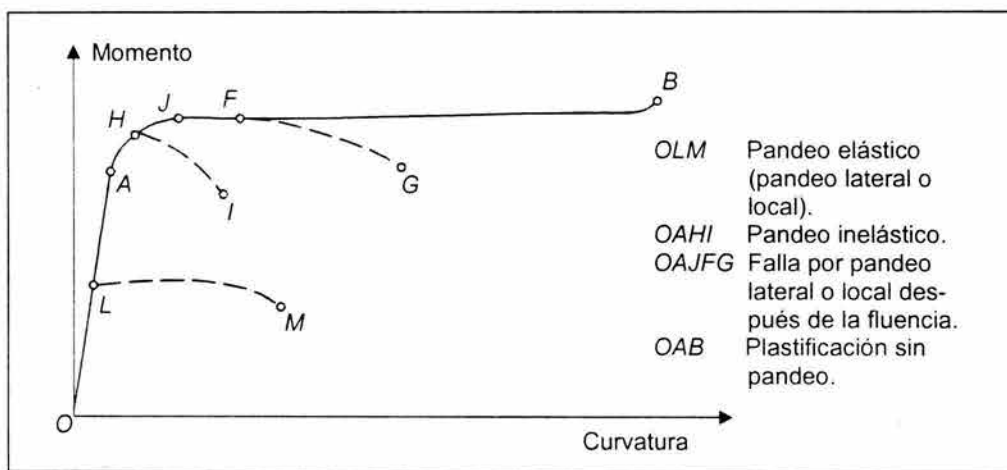
**Figura 4.20** Modos de falla de un muro de cortante esbelto.

#### 4.3.4 Vigas y columnas de acero

Cuando se trata de elementos de acero, el principal aspecto que se debe evitar son los problemas de pandeo, los cuales se pueden dar por lo siguiente <sup>(11)</sup>:

- a) Pandeo local de placas comprimidas con altas relaciones ancho a espesor.
- b) Pandeo en flexión de columnas esbeltas.
- c) Pandeo lateral de vigas y columnas.
- d) Efectos  $P-\Delta$ , que consisten en la inestabilidad lateral de marcos flexibles sujetos a cargas verticales elevadas.

Es posible que el comportamiento plástico se presente primero en algunas partes del elemento, mientras que otras se encuentran en el rango lineal. Aún en estos casos, es necesario evitar el pandeo en las zonas mencionadas, pues puede impedir que la estructura en conjunto desarrolle su capacidad total de deformación. Los distintos problemas de pandeo que pueden ocurrir se presentan en las gráficas de las figuras 4.21 y 4.22 para vigas y para columnas, respectivamente.



**Figura 4.21** Relaciones momento-curvatura de vigas de acero con distintos modos de falla.

Las columnas de acero presentan un comportamiento similar al de las de concreto, ya que se vuelve desfavorable al aumentar la carga axial. Si ésta es mayor de la mitad de la



resistencia de la columna ( $P/P_y \geq 0.5$ ), la capacidad de rotación es muy reducida. La ductilidad también se ve disminuida al aumentar la relación de esbeltez de la columna. Lo recomendable para evitar los problemas en este tipo de elementos es mantenerlas dentro del intervalo elástico.

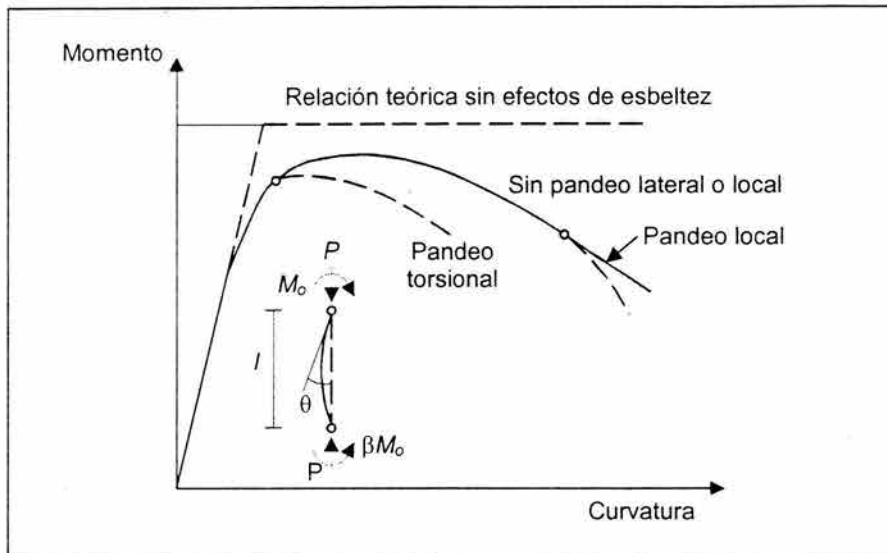


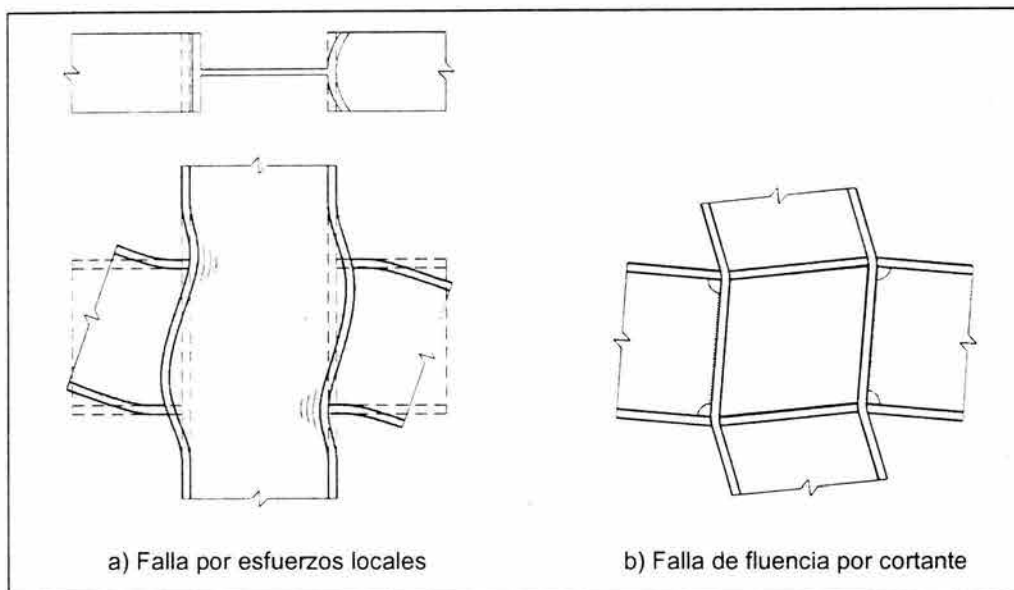
Figura 4.22 Relaciones momento-curvatura de columnas de acero.

#### 4.3.5 Conexiones de acero

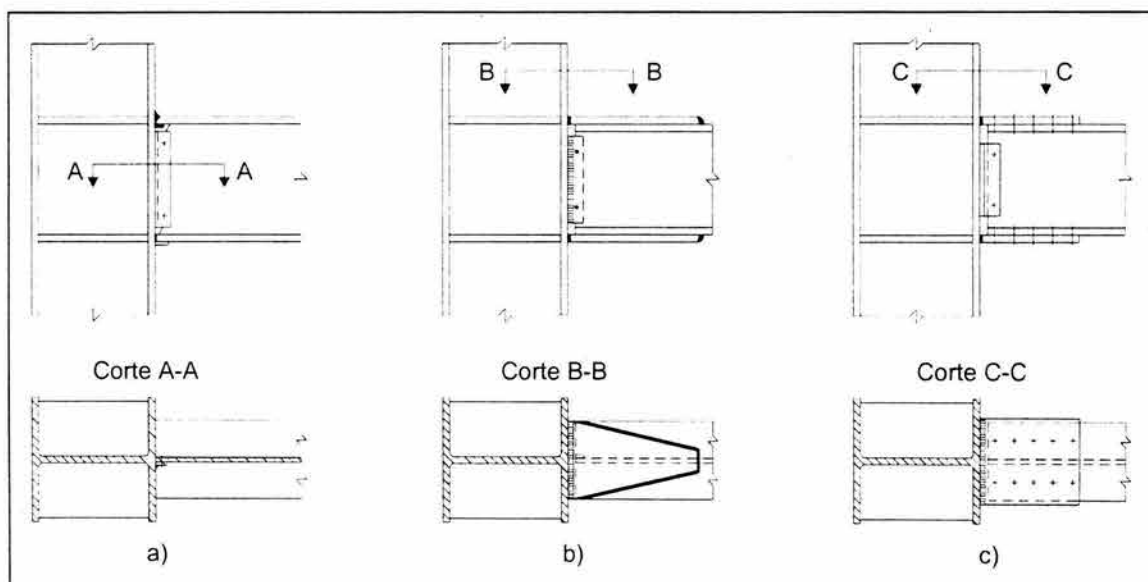
Si se carece de una eficiente conexión entre las vigas y las columnas de acero, el comportamiento de la estructura será insatisfactorio. Para evitar esto, se debe garantizar que la unión tenga suficiente rigidez y que sea capaz de transmitir los grandes momentos flexionantes que se generan. Dos son las causas principales que pueden hacer fallar a la conexión: la fractura por las altas concentraciones de esfuerzos locales (figura 4.23a), o la fluencia por cortante del tablero de conexión (figura 4.23b). El esfuerzo local es desarrollado por las compresiones y tensiones transmitidas por los patines de la viga, y puede ocasionar dos tipos de fallas: el desgarramiento del alma de la columna debido a la fuerza de compresión transmitida por el patín de compresión; y la deformación por flexión excesiva del patín de la columna seguida de la fractura en la soldadura de éste, en las cercanías del alma de la columna, causada por la fuerza de tensión transmitida por el patín de tensión de la viga <sup>(10)</sup>.

De acuerdo a ensayos experimentales, las conexiones realizadas con soldadura completa son las mejores y más estables, presentando lazos de histéresis estables; las

conexiones con el patín soldado y el alma atornillada (figura 4.24a) no son totalmente rígidas debido al desplazamiento de los tornillos o pernos, pero aún así tienen un buen comportamiento; las conexiones con placas soldadas al patín (figura 4.24b) no son muy recomendables, pues se forman grietas prematuras en la placa de empalme y con esto se disminuye la ductilidad; finalmente, las conexiones con el patín atornillado y placas de empalme en el alma (figura 4.24c), presentan un comportamiento insatisfactorio, debido al deslizamiento.



**Figura 4.23** Fallas en conexiones viga-columna de acero.



**Figura 4.24** Detalles de conexiones viga-columna de acero.

### 4.3.6 Arriostramientos de acero

Como veremos a detalle en el capítulo 7, las riostras son elementos que tienen la función principal de proporcionar al marco una mayor rigidez y resistencia ante cargas laterales.

El comportamiento de las riostras depende de su relación de esbeltez, pues mientras mayor sea ésta, menor será la capacidad de disipación de energía. Las barras esbeltas (utilizadas por lo general en estructuras pequeñas) trabajan sólo a tensión y, como se mencionó, no tienen una gran capacidad de disipación de energía. Por su parte, las riostras robustas presentan un comportamiento más favorable para la disipación inelástica, tal como se aprecia en las curvas de histéresis mostradas en la figura 4.25a. En ella, las letras que indican varias porciones de los lazos de histéresis corresponden a las letras en la figura 4.25b que muestran varias formas flexionadas y condiciones de carga de la riostra <sup>(10)</sup>.

Un aspecto muy importante que se debe cuidar en las riostras son los extremos. Por una parte, su resistencia debe ser mayor a la de fluencia del miembro de arriostramiento, pero también hay que evitar que haya concentraciones de esfuerzos en esa zona que pueden ocasionar fallas frágiles antes de que la riostra fluya.

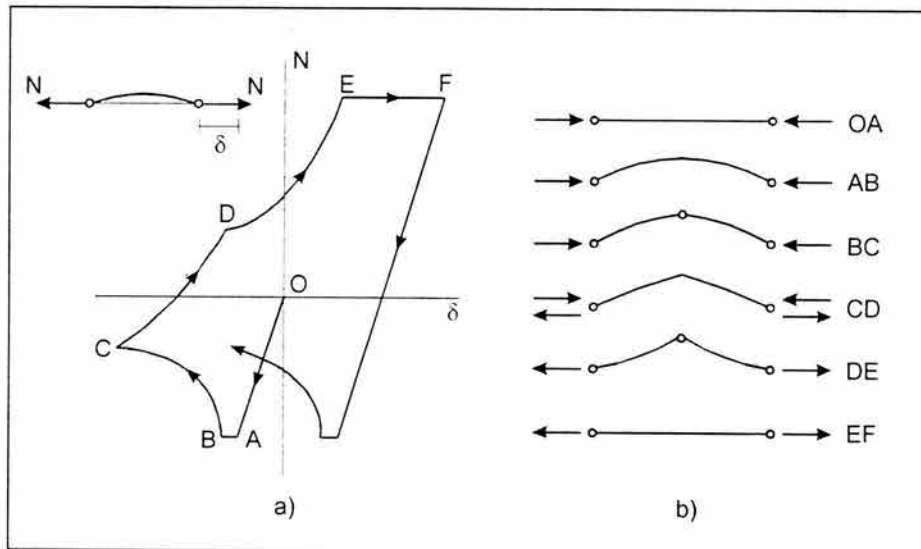
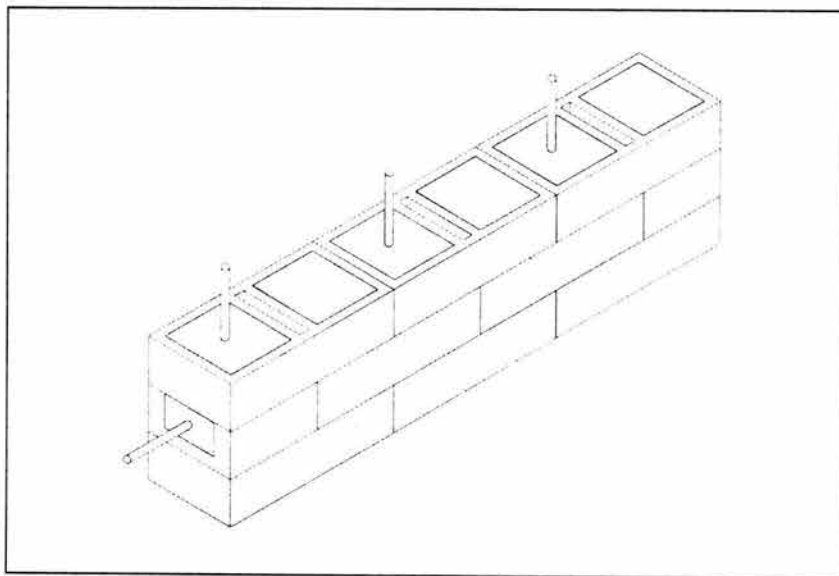


Figura 4.25 Lazos de histéresis para una riostra de acero.

### 4.3.7 Muros de mampostería

Como veíamos en la sección 4.2.3, la principal desventaja de la mampostería es su comportamiento frágil, el cual es inherente también a los elementos estructurales, como los muros en este caso. No obstante, el comportamiento de estos ante cargas sísmicas se puede mejorar notablemente si se emplean de cierta manera. Los muros se pueden utilizar como diafragmas, es decir, como relleno dentro de marcos de concreto o de acero, lo cual les dará una mayor ductilidad siempre que el marco sea capaz de contener la grieta diagonal que se forma en el muro cuando se rebasa su capacidad a cortante. Incluso, es posible simplemente confinar al muro mediante castillos y cerramientos para notar una mejoría en la disipación de energía y evitar fallas frágiles.

Una de las formas más convenientes para aumentar la ductilidad de muros de mampostería hueca consiste en utilizar acero de refuerzo, el cual se introduce en espacios verticales donde coinciden los huecos de las piezas (que deben ser rellenos completamente con concreto), formando una especie de columnas o columnetas reforzadas dentro de los muros; o bien, en espacios horizontales (figura 4.26).



**Figura 4.26** Colocación del acero de refuerzo en muros de piezas de mampostería hueca.

Garantizar que las estructuras presenten un comportamiento satisfactorio al estar sometidas al movimiento del terreno es una labor ciertamente compleja, pues más allá de las complicaciones que pueden presentarse durante el proceso de diseño (y ya sin considerar otros aspectos como el constructivo), están las ocasionadas por la incertidumbre inherente al fenómeno sísmico. Así entonces surge la duda de diseñar estructuras que soporten sin daño sismos extraordinarios, o bien, que al someterse a estos queden prácticamente insertables, pero sin llegar al colapso. Así, claramente se ve que para resolver tales cuestiones deben considerarse otros aspectos además de los técnicos, principalmente el económico y el de la importancia de la edificación.

Para evitar que al diseñar se utilicen criterios inadecuados que conduzcan a estructuras inseguras, y para establecer límites y requisitos mínimos tendientes a optimizar las edificaciones, actualmente se cuenta con distintos documentos normativos. La utilización de estos, combinados con el criterio del ingeniero, garantiza la seguridad de las construcciones. De esta forma, en el presente capítulo se analizan los objetivos del diseño sísmico, y se presentan los aspectos específicos normativos necesarios para realizar el análisis sísmico en sí (que es tema del capítulo 6). Finalmente, se presentan las etapas que conlleva el proceso del diseño sísmico y se comentan algunos de los criterios en los cuales se basa, de acuerdo al marco normativo.

## 5.1 Filosofía y objetivo del diseño sísmico

Al igual que en el diseño estructural para cargas estáticas (al cual llamaremos aquí por practicidad diseño estático), es decir, las cargas típicas no accidentales que se aplican a la estructura, en el diseño sísmico se tiene un objetivo primordial: optimizar. Esto implica entonces considerar distintas líneas de acción que satisfagan los requisitos, evaluar las posibles consecuencias que tendrán, comparar los costos y, finalmente, hacer la elección más adecuada. No obstante, existe una gran diferencia entre el diseño estático y el sísmico. Esta diferencia se debe al carácter aleatorio del fenómeno, lo cual nos impide conocer las fuerzas máximas reales que se aplicarán a la estructura y así dimensionar cada elemento de forma tal que se tenga un comportamiento elástico. Si aún así se optara por considerar las fuerzas de algún evento sísmico máximo registrado y con base en ellas realizar un diseño para garantizar comportamiento lineal, se estaría perdiendo objetividad económica, pues la probabilidad de ocurrencia de dicho evento es muy baja. Debido a esta razón, en los reglamentos, en lugar de establecer que las estructuras se mantengan íntegras (que es lo que se busca en el diseño estático), se permite que éstas presenten daños pero sin llegar al colapso ante sismos de gran magnitud; es decir, se acepta que el edificio llegue al *estado límite de servicio*, pero que nunca exceda el *estado límite de falla*. Para que esto quede más claro, hay que considerar las definiciones que al respecto se dan en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en los artículos 183 y 184 del Título Sexto:

- a) El estado límite de falla corresponde a cualquier situación en la que ocurra agotamiento de la capacidad de carga de la estructura o de cualquiera de sus componentes, incluyendo la cimentación, o bien, al hecho de que ocurran daños irreversibles que afecten significativamente la resistencia ante nuevas aplicaciones de carga.
- b) El estado límite de servicio corresponde a las situaciones en que ocurran desplazamientos, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten el correcto funcionamiento de la edificación, pero que no perjudiquen su capacidad para soportar cargas.

Entonces, de una manera general, se puede decir que el objetivo primordial del diseño sísmico es lograr que la estructura se mantenga dentro del rango elástico, sin sufrir daños, ante cualquier sismo bajo o moderado, y que presente un comportamiento plástico

sin llegar al colapso ante sismos de gran intensidad. En otras palabras, el diseño sísmico tiende a proporcionar niveles adecuados de seguridad con respecto al colapso frente a sismos excepcionalmente intensos, así como con respecto al daño a construcciones vecinas; asimismo, busca proteger las estructuras contra daños materiales excesivos bajo la acción de sismos moderados, y poder asegurar simplicidad en las reparaciones o reconstrucciones requeridas, y también proporcionar protección contra la acumulación de daño estructural durante una serie de sismos. Finalmente, deben garantizarse la seguridad y la comodidad de los ocupantes, asegurándose de que la respuesta estructural durante sismos de intensidad moderada no exceda de ciertos niveles dados de tolerancia y de que el pánico no se presente durante sismos de intensidad moderada y alta, particularmente en edificios donde haya frecuentes concentraciones de personas <sup>(21)</sup>.

## 5.2 Marco normativo para el diseño sísmico en la Ciudad de México

Resulta claro que al diseñar por sismo una estructura, cada persona encargada de ello (el ingeniero estructurista) puede tener distintos criterios y fundamentarse en diversas teorías que, aunque válidas, pueden conducir a resultados que no garanticen los objetivos estipulados en la sección anterior. Para evitar esto, se cuenta con parámetros que fijan criterios y límites tales que garantizan la seguridad estructural y delegan responsabilidades, los cuales están contenidos en códigos de diseño y construcción que varían de país en país (y más aún, de región en región), aunque los problemas que ocasionan los movimientos sísmicos y la aplicación de los conceptos básicos que rigen el diseño sismorresistente de las estructuras son los mismos en cualquier parte del mundo. Más bien, las diferencias estriban en que dichos conceptos básicos tienen que ser aplicados y cuantificados de manera específica en cada país de acuerdo a aspectos tales como la actividad sísmica, el nivel tecnológico, o incluso las condiciones socio-económicas que se tengan. En general, la mayoría de los códigos normativos tratan de implementar en forma relativamente simple, y en la medida de lo que les sea necesario, los avances tecnológicos más recientes, aunque esto no implica que su mera aplicación garantizará la total seguridad; en cambio, una forma óptima para lograr esto es aplicar el código, pero sin perder nunca el criterio de lo que se está diseñando.

En la Ciudad de México, la normatividad con que se cuenta al respecto está contenida en dos documentos: el *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal* y las *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*. Desde su primera versión en

1920 (aunque fue hasta 1942 cuando se incluyeron disposiciones relativas a la resistencia sísmica), la reglamentación ha ido cambiando y adecuándose a las necesidades dictadas por la ocurrencia de eventos sísmicos de magnitud importante, hasta llegar a su versión actual. Por tanto, en adelante nos referiremos al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1993 y a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo publicadas en 1995 en la Gaceta Oficial del Distrito Federal, como RCDF y NTCS, respectivamente, sin necesidad de indicar la versión. A continuación analizaremos estos dos instrumentos normativos de una manera somera, con la finalidad de comprender qué aspectos cubre cada uno y la manera en que se complementan.

Cabe mencionar, antes, que en aquellos lugares donde no se cuenta con un código de diseño propio, la construcción generalmente se apega a los límites y recomendaciones que se fijan en el *Manual de Diseño de Obras Civiles* de la Comisión Federal de Electricidad.

### **5.2.1 El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**

El RCDF está dividido en trece títulos, en los cuales, *grosso modo*, están contenidas las disposiciones relativas a la responsabilidad de las distintas partes que intervienen en la construcción, a los trámites y requisitos que conlleva el proceso de construcción, a la clasificación de las edificaciones y a los criterios en que debe basarse la revisión de la seguridad de las mismas. Asimismo, contiene disposiciones referentes al proyecto arquitectónico con la finalidad de evitar características desfavorables para el comportamiento sísmico, buscando la regularidad de las estructuras.

El título más importante para garantizar la seguridad estructural de los edificios lo constituye el sexto, denominado, en consecuencia, *Seguridad Estructural de las Construcciones*, pues en éste se encuentran indicados los principales aspectos sísmicos. En los primeros cinco capítulos de este título se fijan criterios para determinar cuándo una estructura deja de ser segura (el estado límite de falla o de servicio), clasificándola a la vez de acuerdo a su utilización y al grado de daños que su falla provocaría, y los límites a respetar para garantizar la seguridad; otro aspecto de gran importancia tratado aquí es la zonificación del Distrito Federal y el área conurbada de acuerdo al tipo de suelo. El capítulo que contiene las disposiciones específicas relativas al diseño sísmico es el número seis, en el cual se establecen bases y requisitos generales mínimos de diseño para garan-



tizar que el comportamiento que presentarán los edificios al estar sometidos al movimiento del suelo será satisfactorio.

### **5.2.2 Las Normas Técnicas Complementarias**

Las Normas Técnicas Complementarias son documentos que contienen disposiciones de carácter técnico referentes al análisis, diseño y construcción de estructuras de distintos materiales, específicamente de concreto, acero, mampostería y madera, así como de sus cimentaciones. De igual forma, especifican procedimientos para tomar en cuenta las acciones accidentales que pueden llegar a actuar sobre la estructura y la forma de incluirlas en el análisis.

Hablando brevemente de las NTCS, se puede decir que, para los efectos sísmicos, estas normas proporcionan los parámetros y requisitos mínimos que hay que considerar para garantizar un comportamiento satisfactorio de las edificaciones. Se presentan los métodos de análisis sísmico y se indican los requisitos con que deben cumplir las estructuras para ser objeto de alguno de ellos (ver capítulo siguiente). También, tomando en consideración las características de las estructuras y la zona en que se ubiquen, se proporcionan los coeficientes a aplicar para conocer las fuerzas sísmicas actuantes y las reducciones permitidas de éstas, de ser el caso. Una gran ventaja de las NTCS es que proporcionan una serie de requisitos enfocados a la configuración geométrica y estructural del edificio, con la finalidad principal de garantizar su regularidad y evitar problemas de torsión y de vibraciones excesivas. Finalmente, nos marcan los aspectos que hay que revisar, y la manera de hacerlo, para verificar que la estructura presentará un comportamiento sísmico satisfactorio.

### **5.3 Aspectos normativos para el diseño sísmico**

Como vimos en la sección anterior, tanto en el RCDF como en las NTCS se estipulan diversos requisitos y límites que se deben aplicar cuando se analiza y diseña una estructura para garantizar su adecuado comportamiento sísmico. A continuación, se presentan algunos de estos aspectos, los específicos que se deben tener en consideración para realizar el análisis sísmico y que, además, son los que utilizaremos en el capítulo siguiente.

### **5.3.1 Clasificación de las estructuras**

La normatividad vigente estipula que, aunque todas las estructuras se pueden diseñar por sismo, se debe poner especial cuidado según el grado de pérdida que se pueda tener ante un evento sísmico, no sólo en cuanto a lo material, sino también en cuanto al número de vidas o de daños colaterales. Para este fin, en el artículo 174 del RCDF se clasifican las estructuras en dos grupos, de acuerdo a la función que tengan y al grado de pérdidas que pueden presentar:

- a) *Grupo A*: Edificaciones cuya falla estructural podría causar una gran pérdida de vidas o pérdidas económicas o culturales extraordinarias, o que constituyan un gran peligro por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como edificaciones cuyo funcionamiento es esencial durante alguna emergencia urbana, como hospitales y escuelas, terminales de transporte, estaciones de bomberos, centrales eléctricas y de telecomunicaciones; estadios, depósitos de sustancias inflamables o tóxicas; museos y edificios que alojen archivos y registros públicos de particular importancia, a juicio del Departamento.
- b) *Grupo B*: Edificaciones comunes destinadas a vivienda, oficinas y locales comerciales, hoteles y construcciones comerciales e industriales que no entren en el grupo A. Este grupo, a su vez, se subdivide en dos:
  - *Subgrupo B1*: Edificaciones de más de 30 m de altura o con más de 6000 m<sup>2</sup> de área total construida, ubicadas en las zonas I y II (ver 5.3.3), y construcciones de más de 15 m de altura o con más de 3000 m<sup>2</sup> de área total construida, en zona III. Además templos, salas de espectáculos y edificios que tengan sala de reunión que puedan alojar más de 200 personas.
  - *Subgrupo B2*: Las demás de este grupo.

### **5.3.2 Requisitos de regularidad**

Como veremos a detalle en el capítulo 7, la regularidad de la estructura es una característica que influye en el comportamiento ante sismos. Esta característica está contemplada en las NTCS, en su sección 6, donde se especifican los requisitos con que debe cumplir la edificación para ser considerada como regular, tanto geométrica como estructuralmente

(con lo que se evitan efectos negativos de torsiones y vibraciones excesivas), que son los siguientes:

- a) Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.
- b) La relación de la altura a la dimensión menor de la base no excede de 2.5.
- c) La relación de largo a ancho de la base no es mayor de 2.5.
- d) En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20% de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.
- e) En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.
- f) No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20% de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel del 20% del área de la planta.
- g) El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70% de dicho peso.
- h) Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70% de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.
- i) Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.
- j) La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100% a la del entrepiso inmediato inferior.

- k) En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente,  $e_s$ , excede del 10% de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

### 5.3.3 Tipo de suelo

Como ya mencionamos con anterioridad, una de las variables que influyen en la respuesta sísmica de los edificios es el tipo de suelo, lo cual se debe a que éste, por sus propias características, puede presentar efectos negativos, como mayores aceleraciones, ampliificaciones de las ondas sísmicas, etc. Al respecto, el RCDF, en su artículo 175, considera a la Ciudad de México conformada por tres zonas (I, II y III) en función de sus características geotécnicas, mismas que se describen en el artículo 219, de la forma mostrada en la tabla 5.1. Asimismo, en este artículo se menciona que para determinar la zona correspondiente a un predio se deberán realizar investigaciones adecuadas del subsuelo, tal y como lo establezcan las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones, aunque para edificaciones ligeras o medianas cuyas características se definen en dichas normas, permite identificar la zona mediante el *Mapa de Zonificación Geotécnica* (figura 5.1), si el predio está dentro del área zonificada; si el predio se ubica a menos de 200 m de la frontera de dos zonas, se supondrá ubicado en la más desfavorable.

Cabe mencionar, como veremos a continuación, que las características se vuelven más desfavorables conforme se avanza en la zona geotécnica, es decir, la zona III, o de Lago, es la que presenta mayores desventajas para el desplante de las estructuras, mientras que la I, o de Lomas, es la más favorable.

**Tabla 5.1** Zonificación de la Ciudad de México de acuerdo al tipo de suelo.

Zona	Nombre Genérico	Descripción
I	Zona de Lomas	Rocas o suelos firmes depositados fuera del ambiente lacustre, con posibles lentes de arena suelta o de suelos cohesivos relativamente blandos, y con frecuentes oquedades.
II	Zona de Transición	Estratos arenosos y limo-arenosos con profundidades de hasta 20 metros que se intercalan con capas de arcilla lacustre cuyo espesor varía de unos cuantos centímetros hasta algunos metros.
III	Zona de Lago	Arcillas altamente compresibles comprendidas entre capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla de consistencia firme a muy dura y con espesores desde unos pocos centímetros hasta varios metros. Suelen estar cubiertas por depósitos aluviales y rellenos artificiales, y el espesor del conjunto puede llegar a sobrepasar los 50 metros.



edificación por efecto del sismo, entre el peso total de la estructura sobre dicha base. Para el propósito de esta definición, se debe considerar a la base como el más bajo nivel de la estructura para el cual los desplazamientos laterales con respecto al terreno circundante son significativos; también, el peso total deberá incluir las cargas vivas y muertas especificadas para el análisis sísmico. Los valores del coeficiente sísmico (dados en función del tipo de suelo de la zona donde se desplanta el edificio) para las estructuras del grupo B están indicados en el RCDF, mientras que para las del grupo A se deben incrementar esos valores en un 50%, tal como se muestra en la tabla 5.2.

Existen dos excepciones bien definidas para el valor del coeficiente sísmico mencionado en el párrafo anterior. Cuando se aplique el método simplificado de análisis (que se estudiará en el siguiente capítulo), los valores estarán dados en la sección 7 de las NTCS; en este caso, se utilizan valores reducidos de acuerdo a la zona, a la altura de construcción y al tipo de muro. Los valores para las construcciones del grupo B se presentan en la tabla 5.3, y se debe realizar el incremento del 50% ya mencionado para las del grupo A. La otra excepción se menciona en la sección 3 de las NTCS y aplica para aquellas estructuras que se localicen dentro de las áreas sombreadas de la figura 5.2; para esta situación, el coeficiente sísmico a utilizar será de 0.4 para el grupo B y 0.6 para el A.

**Tabla 5.2** Coeficientes sísmicos.

Zona	Coeficiente Sísmico	
	Grupo A	Grupo B
I	0.24	0.16
II	0.48	0.32
III	0.60	0.40

**Tabla 5.3** Coeficientes sísmicos reducidos para construcciones del tipo B.

Zona	Muros de piezas macizas o diafragmas de madera contrachapada			Muros de piezas huecas o diafragmas de duelas de madera*		
	Altura de la construcción			Altura de la construcción		
	Menor de 4 m	Entre 4 y 7 m	Entre 7 y 13 m	Menor de 4 m	Entre 4 y 7 m	Entre 7 y 13 m
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
II y III	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.24

\*Diafragmas de duelas de madera inclinadas o sistemas de muros formados por duelas de madera verticales u horizontales arriostradas con elementos de madera maciza.

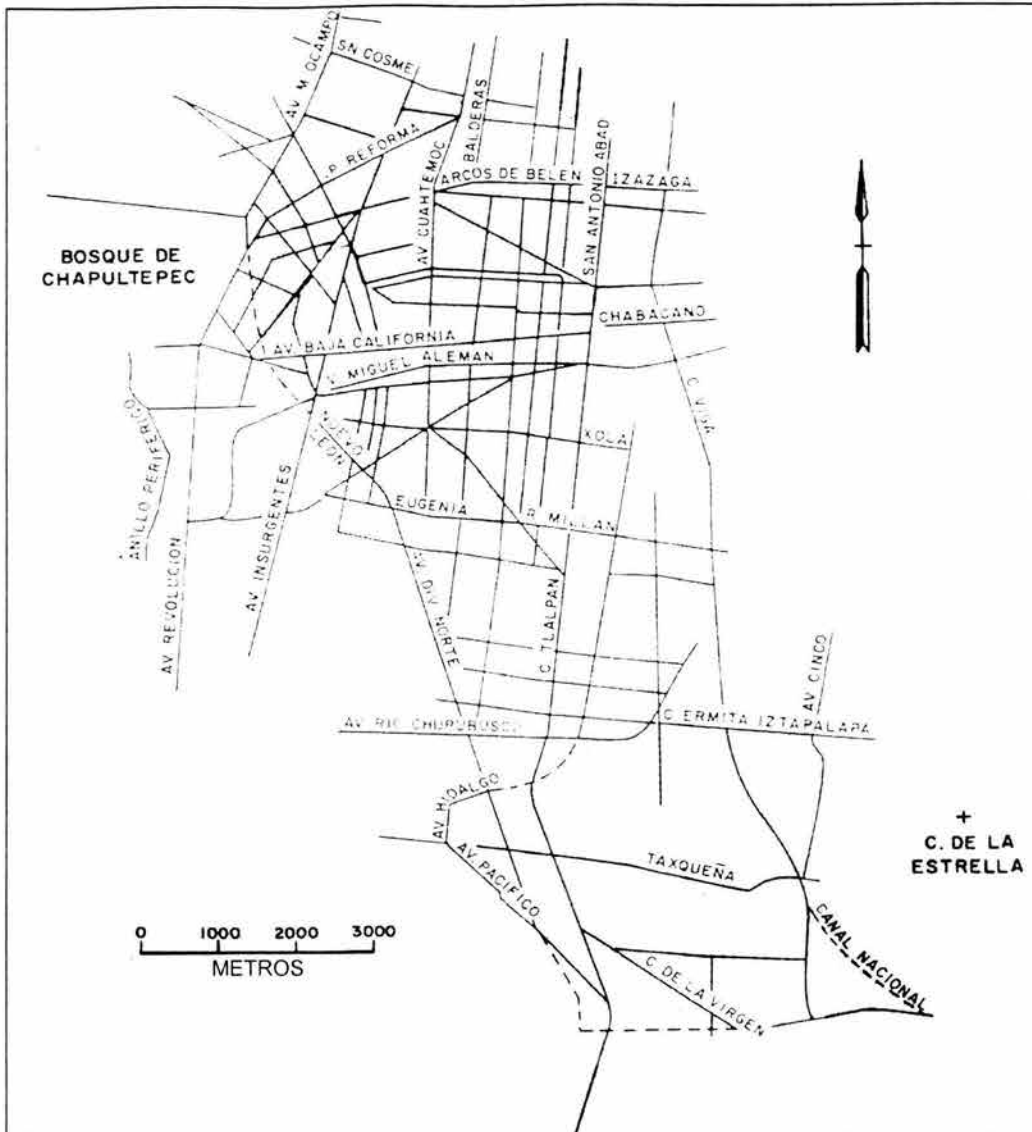


Figura 5.2 Áreas especiales de las zonas II y III.

### 5.3.5 Espectro de diseño

Cuando se utiliza el método estático o el método dinámico para realizar el análisis sísmico, es necesario conocer el valor de la aceleración espectral para poder calcular los efectos del sismo sobre la estructura. Para esto, en la sección 3 de las NTCS se especifica el espectro de diseño a utilizar, como se muestra en la figura 5.3.

De acuerdo a dicha sección, la ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico,  $a$ , expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones:

$$a = \left(1 + \frac{3T}{T_a}\right) \frac{c}{4}, \text{ si } T \text{ es menor que } T_a \quad (5.1)$$

$$a = c, \text{ si } T \text{ está entre } T_a \text{ y } T_b \quad (5.2)$$

$$a = \left(\frac{T_b}{T}\right)^r c, \text{ si } T \text{ es mayor que } T_b \quad (5.3)$$

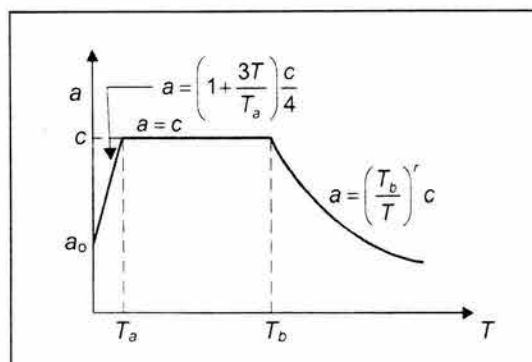
en las cuales  $T$  es el período natural de interés,  $c$  es el coeficiente sísmico, y  $T_a$ ,  $T_b$  y  $r$  son valores que dependen de la zona en que se localice la estructura y se presentan en la tabla 5.4.  $T$ ,  $T_a$  y  $T_b$  están expresados en segundos.

**Tabla 5.4** Valores de  $T_a$ ,  $T_b$  y  $r$  para el espectro de diseño.

Zona	$T_a$	$T_b$	$r$
I	0.2	0.6	1/2
II*	0.3	1.5	2/3
III+	0.6	3.9	1

\* No sombreada en la figura 5.2

+ y parte sombreada de la zona II en esa misma figura.



**Figura 5.3** Espectro de diseño.

### 5.3.6 Factor reductivo

De acuerdo a la sección 4 de las NTCS, para fines de diseño, las fuerzas sísmicas para análisis estático y las obtenidas del análisis dinámico modal empleando los métodos que fijan las NTCS se podrán reducir dividiéndolas entre el factor reductivo  $Q'$ , el cual se calcula con las expresiones siguientes:

$$Q' = Q, \text{ si se desconoce } T \text{ o si éste es mayor o igual que } T_a \quad (5.4)$$

$$Q' = 1 + \left(\frac{T}{T_a}\right)(Q - 1), \text{ si } T \text{ es menor que } T_a \quad (5.5)$$



Cuando se trate de estructuras regulares (que satisfagan las condiciones señaladas en la sección 5.3.2), el valor calculado de  $Q'$  se tomará íntegro, pero cuando las estructuras no cumplan con tales requisitos de regularidad, dicho valor se tendrá que reducir un 20%.

En las expresiones 5.4 y 5.5 el valor de  $T$  corresponde al período fundamental de vibración cuando se emplee el método estático o al período natural de vibración del modo que se considere cuando se emplee el método dinámico;  $T_s$  es un período característico del espectro de diseño, dado en la tabla 5.4; y  $Q$ , definido en la sección 5 de las NTCS, es un factor de comportamiento sísmico que no depende del período de vibración, pero sí del tipo y de las características de la estructura, cuyo valor se presenta en la tabla 5.5. Cabe mencionar, en relación a  $Q$ , que puede tener un valor diferente en cada dirección del edificio, y aún en cada nivel, por lo cual, para cada dirección, se deberá tomar el menor de todos los valores de  $Q$  dados por cada nivel.

Las deformaciones se calcularán multiplicando por  $Q$  las causadas por las fuerzas sísmicas reducidas cuando se emplee el método estático de análisis que se detalla en la sección 8 ó el de análisis modal de la sección 9 de NTCS.

Las normas permiten que, cuando se adopten dispositivos especiales capaces de disipar energía por amortiguamiento o comportamiento inelástico, se empleen criterios de diseño sísmico que difieran de los mencionados, pero congruentes con ellos, siempre y cuando se demuestre a satisfacción del Departamento tanto la eficacia de los dispositivos o soluciones estructurales como la validez de los valores del amortiguamiento y de  $Q'$  que se propongan.

#### **5.4 El proceso del diseño sísmico**

Hemos visto al principio de este capítulo que el objetivo del diseño sísmico es optimizar las edificaciones, en términos económicos y de seguridad, garantizando que la estructura resista, con daño mínimo o nulo, los movimientos del terreno causados por sismos pequeños o aun moderados que se presentarán varias veces durante su vida útil, y proporcionándole resistencia adecuada para evitar el colapso ante sismos importantes, aún presentando daños de consideración. Esta labor no resulta sencilla por la gran cantidad de aspectos que hay que considerar (pero sobre todo por la incertidumbre inherente al fenómeno).

no sísmico), como se puede apreciar en el diagrama de flujo de la figura 5.4, que en realidad es una representación de la serie de pasos que conlleva el proceso de diseño <sup>(22)</sup>.

**Tabla 5.5** Factor de comportamiento sísmico, *Q*.

Q	Requisitos
4	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de acero o concreto reforzado, o bien por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50% de la fuerza sísmica actuante.</li> <li>2. Si hay muros ligados a la estructura en la forma especificada en el caso I del artículo 204 del RCDF, estos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80% de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería.</li> <li>3. El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35% del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso I del artículo mencionado en el punto 2.</li> <li>4. Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas complementarias correspondientes para marcos y muros dúctiles.</li> <li>5. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas complementarias correspondientes.</li> </ol>
3	<p>Se satisfacen las condiciones 2, 4 y 5 del caso anterior, y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 ó 3, pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada por columnas de acero o de concreto reforzado con losas planas, por marcos rígidos de acero, por marcos de concreto reforzado, por muros de este material, por combinaciones de estos y marcos o por diafragmas de madera contrachapada. Las estructuras con losas planas deberán además satisfacer los requisitos que sobre el particular marcan las Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Concreto.</p>
2	<p>La resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado, por marcos de acero o de concreto reforzado, contraventeados o no, o muros o columnas de concreto reforzado, que no cumplen en algún entrepiso lo especificado para <math>Q = 4</math> y 3, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dadas, columnas o traveses de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o diafragmas contrachapados con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza. También <math>Q</math> tomará este valor cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado, con las excepciones que sobre el particular marcan las Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Concreto.</p>
1.5	<p>La resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos en que <math>Q = 2</math> ó 3, o por marcos y armaduras de madera.</p>
1	<p>La resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales diferentes de los especificados en los casos anteriores, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica.</p>

Si analizamos el objetivo del diseño sísmico, podremos notar que, básicamente, requiere de proporcionar tres aspectos a las estructuras: rigidez, para limitar los desplazamientos laterales; resistencia, para soportar las cargas laterales que se generarán como consecuencia del movimiento del terreno; y ductilidad, para disipar la energía suministra-

da por el sismo mediante la aparición de daño sin llegar al colapso. Tomando esto en consideración, es posible simplificar el proceso del diseño sísmico y establecerlo como un conjunto de cuatro etapas, a saber:

a) Selección del sistema sismorresistente

Aunque en esta etapa aún no se conocen con exactitud las fuerzas que actuarán sobre la estructura, es posible tener una idea somera de ellas. Con base en éstas, y considerando también los aspectos arquitectónicos y de funcionalidad de la edificación, es posible hacer la elección previa del sistema sismorresistente más adecuado, con la finalidad de evitar complicaciones que no permitan la realización de un diseño óptimo. Las características de algunos sistemas sismorresistentes y diversas recomendaciones para su utilización se presentan en la sección 7.3.

b) Análisis sísmico

En esta etapa se calculan las acciones sísmicas que actuarán sobre la estructura, y la respuesta de ésta, con base en los parámetros y requisitos mínimos de diseño señalados en la normatividad. Para el análisis sísmico se cuenta con tres métodos, que se podrán aplicar dependiendo de las características de la estructura (ver capítulo siguiente): el simplificado, el estático y el dinámico modal. La principal diferencia entre estos es su complejidad, que se traduce en un menor o mayor grado de refinamiento. Algo de gran importancia para el éxito de esta etapa (y en consecuencia del adecuado comportamiento de la edificación) es la realización del modelo de análisis, pues como vimos en el capítulo 3, debe ser lo más sencillo pero representativo posible, es decir, que refleje las características reales de la estructura.

c) Dimensionamiento de los elementos estructurales

Una vez que se conocen las solicitaciones sobre los elementos estructurales (cortantes, momentos, torsiones, etc.), es posible dimensionar sus secciones de tal manera que resistan todos esos efectos. Para este fin, se cuenta con normas técnicas para estructuras de concreto, metálicas, mampostería y madera que estipulan tanto métodos de diseño, como factores de resistencia y otros requisitos mínimos para garantizar un buen comportamiento.

d) Detallado de la estructura

La última etapa del proceso consiste en diseñar los elementos y conexiones de tal manera que se garantice la disipación de energía mediante la presencia de deformaciones inelásticas, sin llegar al colapso. Esto únicamente indica que se debe realizar un buen detallado para proporcionar a la estructura suficiente ductilidad. Al igual que para el dimensionamiento de los elementos, en las normas técnicas se indican los requisitos y métodos para hacer dúctil la estructura. En el último capítulo de este trabajo se presentan algunas recomendaciones para el detallado de estructuras de concreto.

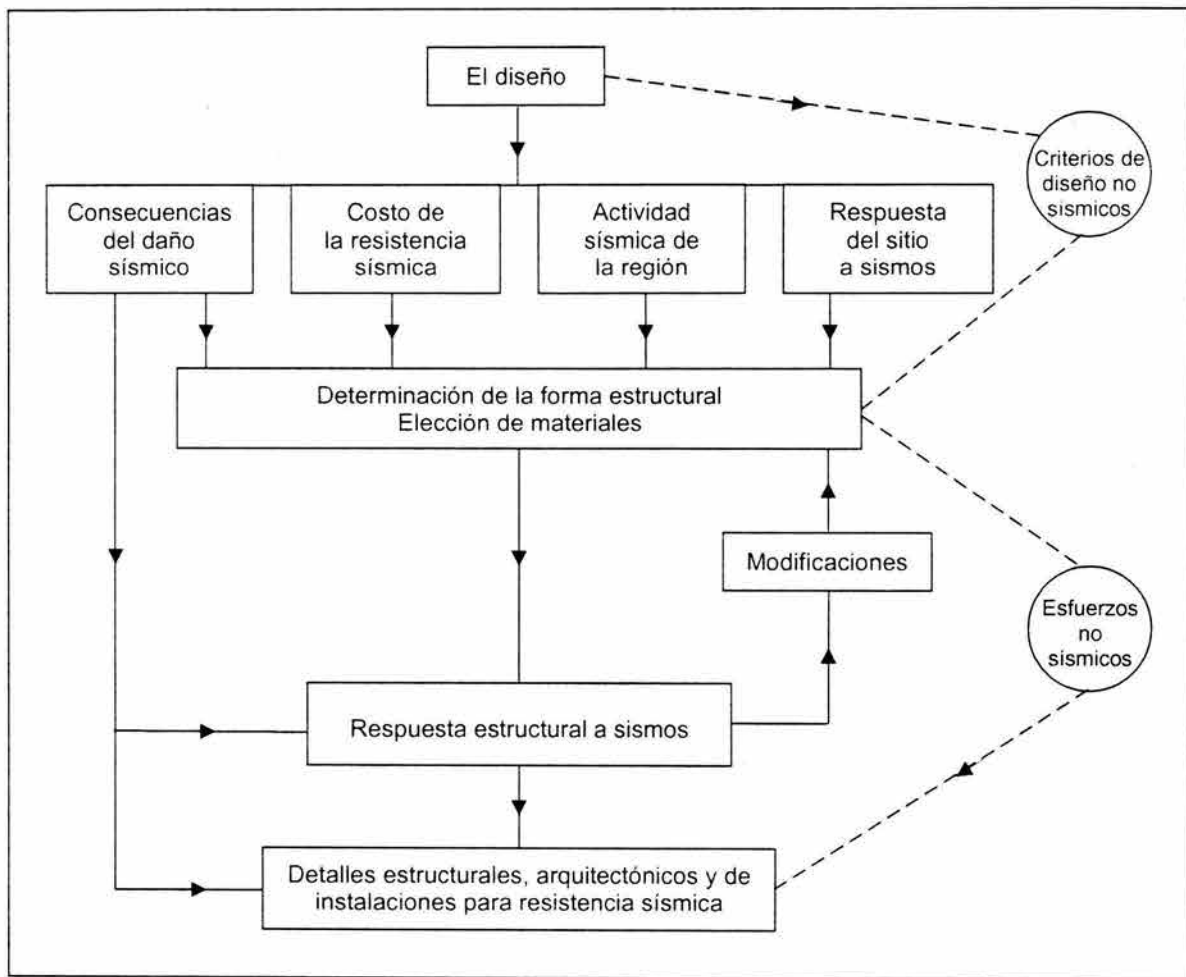


Figura 5.4 El proceso del diseño sísmico.

Es importante mencionar que, para facilitar el proceso de diseño, la normatividad indica pautas y requisitos; sin embargo, la aplicación estricta de tales especificaciones no garantiza un buen diseño de la estructura. En su lugar, el ingeniero debe comprenderlas y aplicarlas con criterio y, sobre todo, debe tener un entendimiento claro de los factores básicos que determinan la respuesta sísmica de las estructuras, para así crear sistemas óptimos con las propiedades requeridas.

De acuerdo al objetivo planteado en la primera sección de este capítulo, se puede ver que es necesario realizar análisis para distintas magnitudes del sismo, con la finalidad de mantener sin daño a la estructura bajo eventos sísmicos pequeños y moderados, y de no permitir el colapso bajo eventos de intensidad importante. Para evitar esto, en la normatividad se permite seguir un proceso que consiste en un diseño elástico con fuerzas reducidas; es decir, para garantizar que la energía suministrada por el sismo se disipe mediante deformaciones inelásticas, las fuerzas que deben ser capaces de resistir las estructuras son menores que las que se introducirían si su comportamiento fuera elástico-lineal. De acuerdo con esto, en la normatividad se especifica un espectro de diseño de referencia para el diseño de estructuras que no pueden tener deformaciones inelásticas significativas, pero permite que dichas fuerzas se reduzcan por el factor de comportamiento sísmico  $Q$  que, como vimos, depende de las características de la estructura en función de su ductilidad. Con estas fuerzas reducidas se analiza un modelo lineal de la estructura y se revisa que no se rebasen estados límites de resistencia de sus secciones.

Para evitar daños bajo eventos sísmicos pequeños y moderados, el reglamento limita los desplazamientos relativos de entrepiso que puede presentar la estructura a valores que no corresponden a condiciones de servicio. Esta medida es un tanto conservadora, pues por un lado los desplazamientos son los calculados para el sismo de diseño, y por otro, los límites admisibles, de 0.006 y 0.012 veces la altura de entrepiso, como se indica en la sección 7.4.1 del último capítulo, son en realidad muy superiores a los que ocasionan daño no estructural (del orden de tres veces mayores, lo cual implica que sólo se pretende evitar daño no estructural para sismos del orden de un tercio de la intensidad del sismo de diseño).

Finalmente, el procedimiento de diseño no incluye una revisión explícita de la seguridad ante el colapso. Más bien, se supone que éste no debería presentarse cuando se si-

guen los requisitos de ductilidad establecidos, pues entonces la estructura tendrá la suficiente capacidad para disipar en el rango inelástico la energía suministrada por el movimiento del terreno.

# Métodos de Análisis Sísmico

# 6

---

Existen varios métodos de análisis sísmico en la actualidad, siendo los utilizados más comúnmente en nuestro país el estático, el simplificado y algún dinámico, que son el objeto de estudio del presente capítulo. Por el momento, y de forma muy general, se puede decir que la principal diferencia entre cada uno de ellos es el refinamiento de los resultados, lo cual conlleva implícitamente una labor más compleja para desarrollar determinado método en comparación con otro o, dicho de un modo más directo, es más fácil aplicar un método estático que uno dinámico. De esto, es fácil deducir que el estudiante, en un primer impulso, pensará aplicar un método estático en lugar de uno dinámico en todos los casos, lo cual es incorrecto. Para evitar esto (la aplicación indiscriminada de los métodos), se cuenta con una reglamentación que fija los parámetros y condiciones con que debe cumplir una edificación para poder ser analizada con tal o cual método, y aún más, valores mínimos y otros aspectos técnicos que se deben respetar durante el análisis. Para el caso específico de los ejercicios resueltos y algunos otros aspectos técnicos expuestos en este capítulo, se utilizaron el RCDF y las NTCS en las versiones indicadas en el capítulo anterior, aunque cabe aclarar que los conceptos expuestos y las etapas del análisis sísmico (sin importar el método utilizado), tienen un carácter general que les permite ser utilizados en combinación con otros reglamentos de construcción, es decir, no son privativos de una sola zona.

## **6.1 Selección del método de análisis**

Aunque es permitido que toda estructura se analice con un método dinámico, con la finalidad de facilitar esta tarea se puede optar por el método estático o el simplificado, siempre y cuando la estructura cumpla con las condiciones estipuladas en la normatividad, mismas que se encuentran señaladas en la sección 2 de las NTCS.

Dichas condiciones establecen que, para poder aplicar el método estático, es suficiente con que la estructura tenga una altura máxima de 60 metros. En cambio, para el método simplificado tienen un criterio más exigente, pues es necesario que se cumpla con las siguientes condiciones:

- a) Altura máxima de 13 metros.
- b) Una relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no mayor de 1.5.
- c) La relación entre longitud y anchura de la planta no debe exceder de 2, a menos que dicha planta se pueda considerar dividida en tramos independientes, en cuyo caso deberá respetarse la misma relación.
- d) Que en cada planta, al menos el 75% de las cargas verticales estén soportadas por muros ligados entre sí mediante sistemas de piso resistentes y rígidos, y, además, que dichos muros se encuentren distribuidos simétricamente con respecto a dos ejes ortogonales. Se aceptará cierta asimetría de esta distribución en el caso en que existan en todos los pisos dos muros de carga perimetrales paralelos cada uno con longitud por lo menos igual a la mitad de la dimensión mayor en planta del edificio.

Así entonces, un primer paso muy práctico en el análisis sísmico consiste en revisar las condiciones de la estructura y, con base en ello, seleccionar el método más sencillo permitido.

Es muy importante aclarar que, sin importar el método de análisis empleado, el RCDF establece que toda estructura debe analizarse bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales no simultáneos del movimiento del terreno (artículo 203).



## **6.2 El método estático**

Puesto de una manera muy sencilla y resumida, el método estático consiste en valuar las fuerzas ocasionadas por el sismo (considerándolas como horizontales actuando en cada uno de los sistemas de piso rígidos de la estructura) tomando en cuenta una aceleración en el nivel inferior del edificio que se ve afectada por la ductilidad del sistema estructural; asimismo, es necesario considerar un coeficiente sísmico que, al ser multiplicado por el peso total del edificio (y una vez que se hubo considerado todo lo anterior), da como resultado el valor de una fuerza horizontal que actúa en la base del edificio y que es conocida como fuerza cortante basal, que entonces es repartida entre todos los niveles de manera proporcional a su peso y ubicación con respecto al nivel inferior, y así se puede proceder a calcular los momentos de volteo, los efectos torsionales y los de segundo orden.

Del párrafo anterior, se pueden identificar en forma general algunos pasos que deben realizarse al aplicar el método estático, los cuales, en orden secuencial, son los siguientes:

- a) Valuación de las fuerzas cortantes sísmicas que actúan sobre la estructura.
- b) Distribución de las fuerzas sísmicas entre los elementos resistentes.
- c) Cálculo de los momentos de volteo y los efectos de segundo orden.

Luego, con los resultados obtenidos, se procede al análisis estructural y al dimensionamiento y detallado de la estructura (etapas 3 y 4 del proceso de diseño visto en el capítulo anterior).

### **6.2.1 Fuerzas cortantes**

En el caso específico del Distrito Federal y el área conurbada, las NTCS ofrecen dos alternativas para la valuación de las fuerzas cortantes sísmicas que actúan en la superestructura. Estos dos casos se señalan en la sección 8 de dichas normas y su principal diferencia radica en la consideración que pueden o no hacer del período fundamental de vibración, lo que se traduce en un mayor o menor refinamiento de los resultados al ser posible reducir las fuerzas actuantes.

### 6.2.1.1 Valuación sin estimar el período fundamental

Este primer caso es el más sencillo, pues consiste simplemente en suponer un sistema de fuerzas horizontales que actúan en los sistemas de piso (es decir, en los puntos donde se supone que se concentran las masas) y en el cual cada fuerza es proporcional a la masa sobre la que actúa y a la ubicación, lo que permite que se calculen únicamente multiplicando el peso de dicha masa,  $W_i$ , por un coeficiente de proporcionalidad.

Este coeficiente es proporcional a la altura  $h_i$  de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales son apreciables) y debe tener un valor tal que se cumpla la siguiente igualdad:

$$\frac{V_0}{W_0} = \frac{c}{Q} \quad (6.1)$$

donde:

$V_0$  = Fuerza cortante basal.

$W_0$  = Peso total del edificio.

$c$  = Coeficiente de diseño sísmico.

$Q$  = Factor de comportamiento sísmico.

Ahora bien, la cortante sísmica que actúa en un nivel determinado es la acumulación de las fuerzas que actúan en todos los niveles superiores; esto quiere decir que el cortante basal es el resultado de sumar las fuerzas cortantes que actúan en cada uno de los niveles de la estructura. Por esto, es posible obtener el porcentaje de participación de cada nivel y multiplicarlo por el cortante basal para conocer la fuerza actuante en el nivel en cuestión. Tal porcentaje de participación se puede calcular como sigue:

$$\kappa = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} \quad (6.2)$$

que, como vemos, es proporcional a la masa y a la altura. Entonces, ya con el porcentaje de participación, la fuerza actuante en un nivel estará dada por:

$$F_{x,y} = V_{0x,y} \kappa \quad (6.3)$$

Es importante considerar que este cálculo se tiene que realizar para cada uno de los

ejes ortogonales, pues si bien el coeficiente sísmico puede no variar, sí es posible que lo haga el factor de comportamiento sísmico.

Puede ocurrir que el edificio tenga apéndices, es decir, elementos que aporten peso y cuya estructuración difiera de la del resto de la construcción, tales como parapetos, pretiles, tanques, anuncios, ornamentos, ventanales, muros, revestimientos, entre otros. En la sección 8.4 de las NTCS se indica que las fuerzas sísmicas ejercidas en los apéndices se deben valorar suponiendo que sobre ellos actúa la misma distribución de aceleraciones que les correspondería si se apoyaran directamente sobre el terreno, multiplicada por

$$\left(1 + \left(\frac{4c'}{c}\right)\right) \quad (6.4)$$

donde  $c'$  es el factor por el que se multiplica el peso del nivel de desplante del apéndice cuando se valúan las fuerzas laterales sobre la construcción, sin afectarlo por el factor  $Q$  o  $Q'$ . Además, cuando se tienen apéndices, la manera de calcular las fuerzas laterales sobre la estructura se debe hacer con estricto apego a las normas.

Para que el procedimiento descrito para edificios con apéndices quede más claro, a continuación calcularemos las fuerzas actuantes en un sentido en la estructura mostrada en la figura 6.1 (más adelante, en el ejemplo 1 de este subcapítulo, realizaremos una aplicación completa del método estático para un edificio sin apéndices). Supongamos que se trata de una estructura del grupo B ubicada en la zona III (con  $c = 0.40$ ) con un factor  $Q = 2$ . Para el apéndice, como difiere de la estructuración principal, se tomará un factor  $Q = 1.5$ .

Según las normas, la fuerza lateral de un nivel se obtiene multiplicando su peso por un coeficiente que es proporcional a  $h$ . De esta forma, podemos plantear  $F_i = W_i \alpha h_i$ , y entonces:

$$F_3 = (80) (12) \alpha = 960 \alpha$$

$$F_2 = (100) (8) \alpha = 800 \alpha$$

$$F_1 = (100) (4) \alpha = 400 \alpha$$

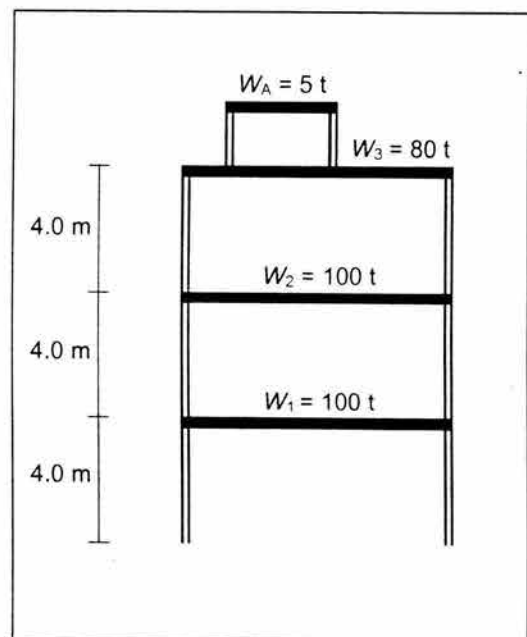


Figura 6.1 Edificio con apéndice.

Se debe tratar al apéndice como si estuviera desplantado a nivel de terreno, por lo cual el cortante que actúa sobre él se puede calcular con la expresión 6.1. Así entonces:

$$F_A = W_A (c / Q) = 5 (0.4 / 1.5) = 1.33 \text{ t}$$

Sin embargo, este valor debe ser afectado por la expresión 6.4, en la que  $c'$  está dado por  $12 \alpha$  (el factor por el que se multiplica el peso del nivel en que se desplanta el apéndice para calcular la fuerza que ahí actúa). Entonces, para la fuerza en el apéndice:

$$F_A = 1.33 \left( 1 + \left( \frac{48\alpha}{0.40} \right) \right) = 1.33 + 159.60\alpha$$

Ya conocemos todas las fuerzas laterales que actúan en la estructura, aunque en función del coeficiente de proporcionalidad. Si recordamos que el cortante basal está dado por la suma de todas esas fuerzas, es posible obtener el valor numérico de ellas con base en la igualdad establecida en la expresión 6.1, es decir:

$$V_0 = \frac{c}{Q} (W_0)$$

$$2319.60\alpha + 1.33 = \frac{0.4}{2} (285)$$

y entonces:

$$\alpha = 0.024$$

Finalmente, los valores de las fuerzas laterales y los cortantes son:

$F_A = 5.16 \text{ t,}$	$V_A = 5.16 \text{ t}$
$F_3 = 23.04 \text{ t,}$	$V_3 = 28.20 \text{ t}$
$F_2 = 19.20 \text{ t,}$	$V_2 = 47.40 \text{ t}$
$F_1 = 9.60 \text{ t,}$	$V_1 = 57.00 \text{ t}$

### 6.2.1.2 Valuación estimando el período fundamental

El segundo caso es relativamente más complejo, aunque permite obtener resultados más refinados que en gran manera se verán reflejados en la economía del proyecto. Consiste en reducir las fuerzas cortantes obtenidas con el método anterior, siempre que se tome en cuenta el valor aproximado del período fundamental de vibración de la estructura, que al efecto será:

$$T = 6.3 \sqrt{\frac{\sum W_i d_i^2}{g \sum F_i d_i}} \quad (6.5)$$

donde:

$T$  = Período fundamental de vibración aproximado.

$W_i$  = Peso de la masa  $i$ .

$d_i$  = Desplazamiento correspondiente en la dirección de la fuerza.

$F_i$  = Fuerza cortante actuante en la masa  $i$ , calculada con el método anterior.

$g$  = Aceleración de la gravedad.

Una vez calculado el valor aproximado de  $T$ , se debe comparar contra el de  $T_b$  (ya especificado en la sección 5.3.5 del capítulo anterior) y entonces la reducción vendrá dada por alguna de las dos condiciones siguientes:

a)  $T \leq T_b$

En este caso, el coeficiente de proporcionalidad (del primer método) podrá tomar un valor tal que se cumpla con la relación:

$$\frac{V_o}{W_o} = \frac{a}{Q'} \quad (6.6)$$

donde:

$a$  = Espectro de diseño sísmico.

$Q'$  = Factor reductivo de fuerzas sísmicas.

b)  $T > T_b$

Si esto ocurre, se procederá como en el párrafo anterior, pero de tal manera que cada una de las fuerzas laterales se tome proporcional al peso de la masa que corresponda multiplicado por un coeficiente,  $\mathcal{G}^\dagger$ , que está dado por la siguiente expresión:

$$\mathcal{G} = K_1 h_i + K_2 h_i^2 \quad (6.7)$$

en la cual los valores de  $K_1$  y  $K_2$  se valúan con:

<sup>†</sup> Simbología utilizada en este trabajo por practicidad, y no en el reglamento.

$$K_1 = q [1 - r(1 - q)] \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} \quad (6.8)$$

$$K_2 = 1.5 r q (1 - q) \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i^2} \quad (6.9)$$

donde:

$$q = \left( \frac{T_b}{T} \right)^r$$

$r$  = Parámetro dependiente de la zona en que se localice la estructura,  
y se obtiene de la tabla 5.4 del capítulo anterior.

$h_i$  = Altura de la  $i$ -ésima masa sobre el desplante.

Además, el valor del espectro de diseño,  $a$ , jamás se deberá tomar menor a  $c/4$ .

### 6.2.2 Distribución de fuerzas sísmicas

Cuando ya se conoce el valor de las fuerzas sísmicas que actúan en el edificio, el siguiente paso consiste en repartirlas entre cada uno de los elementos resistentes que conforman la estructura (por lo general marcos o muros).

Lo anterior se puede llevar a cabo de dos formas. La primera es muy sencilla, pues consiste básicamente en una secuencia de operaciones que nos van dando los valores necesarios para proseguir con el cálculo hasta llegar al resultado final. Dicha secuencia se facilita aún más si se realiza en forma tabular; es decir, que los valores se coloquen en tablas, y así únicamente se tienen que realizar operaciones entre las columnas. Aún más, por sus propias características, este método se puede implementar fácilmente en una de esas hojas electrónicas de cálculo tan populares en la actualidad, lo cual agiliza sobremanera el cálculo. Sin embargo, una de sus principales desventajas es que su utilización está limitada a estructuraciones a base de elementos resistentes ortogonales entre sí y, además, hace uso del concepto de rigidez de entrepiso.

El segundo método es más complejo, pues conlleva una serie de operaciones matriciales, lo que hace necesario el uso de computadoras. No obstante, entre las ventajas que ofrece está el que los elementos resistentes pueden estar orientados en cualquier dirección (que es de gran ayuda, sobre todo si consideramos las actuales tendencias arquitectónicas) y que tampoco necesita de la definición de la ya mencionada rigidez de entrepiso.

A pesar de las diferencias mencionadas entre ambos métodos, también se tienen algunas similitudes, como la consideración de una excentricidad, cuyos efectos se ven reflejados directamente en el valor del momento torsionante. Para este efecto, en la sección 8.6 de las NTCS se señala que dicho momento será igual, por lo menos, a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes (para cada sentido):

$$1.5e_s + 0.1b$$

$$e_s - 0.1b$$

donde:

$e_s$  = Excentricidad torsional de rigideces, calculada como la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la fuerza cortante en dicho nivel.

$b$  = Máxima dimensión en planta del entrepiso que se analiza, medida en forma perpendicular a la dirección de análisis.

Además, esta excentricidad (conocida como excentricidad de diseño) no se tomará menor que la mitad del máximo valor de  $e_s$  calculado para los entrepisos que se hallen abajo del que se considera. También, el momento torsionante de ese entrepiso no deberá ser menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

Aunado a la excentricidad, también es necesario considerar una combinación de los efectos sísmicos en cada sentido. Para esto, en su punto 8.8 las NTCS señalan que dicha combinación se hará tomando en cada dirección de análisis el total de los efectos sísmicos producidos en ese sentido más el 30% de los del sentido ortogonal.

Otra de las similitudes entre los métodos es que hay que tener en cuenta en el análisis los efectos de segundo orden; es decir, los momentos y cortantes adicionales provocados por las cargas verticales que actúan en la estructura desplazada lateralmente. Sin embargo, esto sólo será necesario en aquellas estructuras en que la diferencia en desplazamientos laterales entre dos niveles consecutivos, dividida entre la diferencia de alturas correspondientes, exceda de  $0.08 V / W$  entre cada par de niveles consecutivos, siendo  $V$  la fuerza cortante calculada y  $W$  el peso de la construcción, incluyendo cargas muertas y vivas que actúan encima de la elevación que se considera.

### 6.2.2.1 Método tabular

Como ya se mencionó, este método es muy sencillo y se puede organizar en tablas, lo cual agiliza el cálculo y hace más fácil su asimilación. No obstante, su aplicación podría suscitar algunas dudas en el estudiante inexperto; para remediar este problema, o por lo menos abatirlo lo más posible, a continuación se presenta una secuencia de pasos que conducen fácil y rápidamente a la obtención de los resultados:

- a) Establecer un sistema de ejes ortogonales de referencia.
- b) Calcular la rigidez de los elementos resistentes en cada entrepiso y en ambos sentidos, para lo que son útiles las fórmulas de Wilbur, o bien, la inversa de la matriz de flexibilidades.
- c) Con base en el paso anterior, determinar la rigidez de cada entrepiso, en cada sentido.
- d) Determinar el centro de masas de cada nivel, lo cual se puede realizar mediante las fórmulas siguientes (para cada eje):

$$x_m = \frac{\sum W_i x_{ci}}{\sum W_i}, \quad y_m = \frac{\sum W_i y_{ci}}{\sum W_i}$$

- e) Determinar el centro de torsión en cada nivel, para lo cual se pueden utilizar las expresiones que a continuación se presentan:

$$x_k = \frac{\sum K_{yi} x_i}{\sum K_{yi}}, \quad y_k = \frac{\sum K_{xi} y_i}{\sum K_{xi}}$$

- f) Determinar la distancia torsional, es decir, la distancia que hay entre cada eje de elementos resistentes y el centro de torsión, respetando el signo, pues indica el lado en el que se encuentra el eje resistente y, además, el efecto (positivo o negativo) con el que contribuirá.
- g) Determinar el centro de cortante (punto de aplicación de la fuerza cortante) en cada nivel, mediante las expresiones:



$$x_v = \frac{\sum F_y x_i}{V_y}, \quad y_v = \frac{\sum F_x y_i}{V_x}$$

- h) Determinar la excentricidad directa,  $e_s$ , como la diferencia entre el centro de cortante y el centro de torsión, es decir:

$$e_s = y_v - y_k$$

- i) Con base en el paso anterior, calcular las excentricidades  $e_1$  y  $e_2$  como sigue:

$$e_1 = 1.5e_s + 0.1b$$

$$e_2 = e_s - 0.1b$$

- j) Calcular el momento torsionante como el producto del cortante que actúa en el entrepiso considerado y la excentricidad más desfavorable ( $e_1$  ó  $e_2$ ).
- k) Ya conocidos los valores del momento torsionante, se procede a calcular el cortante combinado (es decir, la suma del efecto debido a la fuerza cortante del entrepiso actuando en el centro de torsión y el causado por el momento torsionante). Para esto se utilizan las siguientes fórmulas, en las cuales  $V_D$  indica el cortante directo y  $V_T$  el torsional:

- Para el eje X:

$$V_D = \frac{V_x}{\sum K_x} |K_y|$$

$$V_t = \frac{M_{tx}}{J} |K_y x_k|$$

- Para el eje Y:

$$V_D = \frac{V_y}{\sum K_y} |K_x| \quad (6.10)$$

$$V_t = \frac{M_{ty}}{J} |K_x y_k| \quad (6.11)$$

en las cuales  $J$  es la rigidez rotacional con respecto al centro de torsión calculada como:

$$J = \sum K_x y_k^2 + \sum K_y x_k^2 \quad (6.12)$$

### 6.2.3 Momentos de volteo

El siguiente paso del método estático consiste en calcular los momentos de volteo. Debido a que en este método se calculan los efectos del sismo más desfavorables (coincidentes con el primer modo de vibrar del edificio), la normatividad vigente permite una reducción en el valor de dicho momento. Esto se indica en la sección 8.5 de las NTCS, donde dice que el valor calculado del momento de volteo se podrá reducir multiplicándolo por un factor,  $j$ , igual a:

$$j = 0.8 + 0.2 z \quad (6.13)$$

donde  $z$  es la relación entre la altura a la que se calcula el factor reductivo y la altura total de la construcción. Ahora bien, el valor del momento no se deberá tomar menor que el producto dado por la multiplicación de la fuerza cortante en el nivel en cuestión y la distancia al centro de gravedad de la parte de la estructura que se encuentre por encima de dicho nivel; además, la reducción no será válida para estructuras que funcionen como péndulos invertidos.

### 6.2.4 Efectos de segundo orden

Los efectos de segundo orden son aquellos causados por las condiciones de esbeltez del edificio; en otras palabras, podemos asociar fácilmente la esbeltez del edificio con su capacidad para desplazarse lateralmente, ocurrido lo cual se presentarán momentos y cortantes (en adición a los causados por las fuerzas horizontales sísmicas), los cuales son provocados por las cargas verticales externas que actúan sobre la configuración deformada de la estructura. En el punto 8.7 de NTCS se señala que estos efectos se deben tomar en consideración para estructuras en que la distorsión de entrepiso exceda  $0.08 V / W_0$  entre cada par de niveles consecutivos, siendo  $V$  la fuerza cortante calculada y  $W_0$  el peso de la construcción, incluyendo cargas muertas y vivas que actúan encima de la elevación que se considera.

Como las estructuras son diseñadas con relaciones moderadas de esbeltez para fines de estabilidad, los efectos de segundo orden se pueden incluir con precisión suficiente multiplicando los desplazamientos laterales y momentos en las columnas por factores de amplificación. Reflejando esto, en el RCDF se prescribe un factor de amplificación que es función de la rigidez lateral, de  $Q$  y de la rigidez geométrica  $W / H$ . Así, cuando se tienen

relaciones de esbeltez menores de 100 en columnas, tanto las NTC para estructuras de concreto y para estructuras metálicas, aceptan un factor de amplificación calculado con la siguiente expresión:

$$f_a = \frac{1 + \frac{W_u}{h}}{\frac{R}{Q} - 1.2 \frac{W_u}{h}} \quad (6.14)$$

donde:

$R$  = Rigidez del entrepiso considerado.

$W_u$  = Suma de las cargas de diseño muertas y vivas multiplicadas por el factor de carga correspondiente, acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado.

$Q$  = Factor de comportamiento sísmico.

$h$  = Altura del entrepiso.

Ahora bien, como ya se explicó, el objetivo del análisis de efectos de segundo orden es conocer los valores de las fuerzas internas y deformaciones adicionales de la estructura deformada con la finalidad de compararlos con los valores máximos permitidos por el RCDF. Para el caso de las deformaciones laterales, el artículo 209 del citado reglamento establece que las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos debidos a las fuerzas cortantes horizontales no deben exceder de 0.006 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, cuando haya elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables (como muros de mampostería) ligados a la estructura; de no existir elementos de este tipo, o cuando se coloquen de forma tal que no sufran daños por las deformaciones inducidas, el límite permisible cambiará a 0.012 veces dicha diferencia.

### Ejemplo 1

Utilizando el método estático, se analizará la estructura mostrada en la figura 6.2, la cual representa un edificio de cinco niveles utilizado para habitación y que se localiza en zona de transición (por lo que el coeficiente sísmico  $c$  a aplicar es de 0.32). Este edificio tiene una estructuración tal en el sentido X y en el Y que le corresponde un factor de comportamiento sísmico,  $Q$ , de 2 y 3, respectivamente. Los datos reglamentarios y las características estructurales se pueden ver en las tablas 6.1 y 6.2, respectivamente.

Además, se considera que el edificio es regular, cumpliendo con las condiciones señaladas en la sección 5.3.2 del capítulo anterior: sus plantas tienen las simetrías requeridas; la relación altura-menor dimensión de la base es  $16/13 = 1.23$  y la de largo-ancho de la base  $15/13 = 1.15$ , por lo que no exceden de 2.5; en la figura 6.2 se observa que no hay entrantes ni salientes, así como tampoco existen aberturas; se idealiza que todos los sistemas de piso son rígidos en su plano y tienen resistencia suficiente; como se aprecia en la tabla 6.2, la carga de un nivel no es mayor que la del nivel inferior, ni menor del 70% de ellas; en cuanto a las áreas, ninguna es mayor que la del nivel inferior, pero en este caso la del cuarto nivel es menor que el 70% de la del tercero, lo que no está permitido; se supone para este ejercicio que las columnas están restringidas en todos los pisos en las dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas; en la misma tabla 6.2 se ve que la rigidez de ningún nivel excede a la inmediata inferior; finalmente, en dos niveles la excentricidad torsional excede al 10% de la dimensión paralela de la planta (en el nivel 4 y en el 5). Aunque existen dos condiciones que no concuerdan con los requisitos establecidos en las normas, pero debido a que son muy ligeras y están relacionadas a los últimos niveles, la estructura se puede considerar como regular.

Datos RCDF	
Tipo	B
Zona	II
c	0.32
$Q_x$	2
$Q_y$	3

**Tabla 6.1** Datos reglamentarios para el ejemplo 1.

Nivel	$W_i$ [t]	$K_x$ [t/cm]	$K_y$ [t/cm]
5	17	10	75
4	69.75	50	115
3	97.5	70	255
2	136.5	70	255
1	136.5	70	255
<b>SUMA:</b>	457.25		

**Tabla 6.2** Datos estructurales para el ejemplo 1.

### Cálculo de fuerzas cortantes

En este ejemplo se realizará la reducción a las fuerzas sísmicas permitida por el RCDF y señalada en la sección 6.2.1.2. En primer lugar, se calculará el cortante basal que actúa en cada dirección y, con base en él, las cortantes que actúan en cada nivel, tal como se muestra en la tabla 6.3.

$$V_{0x,y} = \frac{c \sum W_i}{Q_{x,y}}$$

$$V_{0x} = \frac{0.32(457.25)}{2} = 73.16 \text{ t}; \quad V_{0y} = \frac{0.32(457.25)}{3} = 48.77 \text{ t}$$

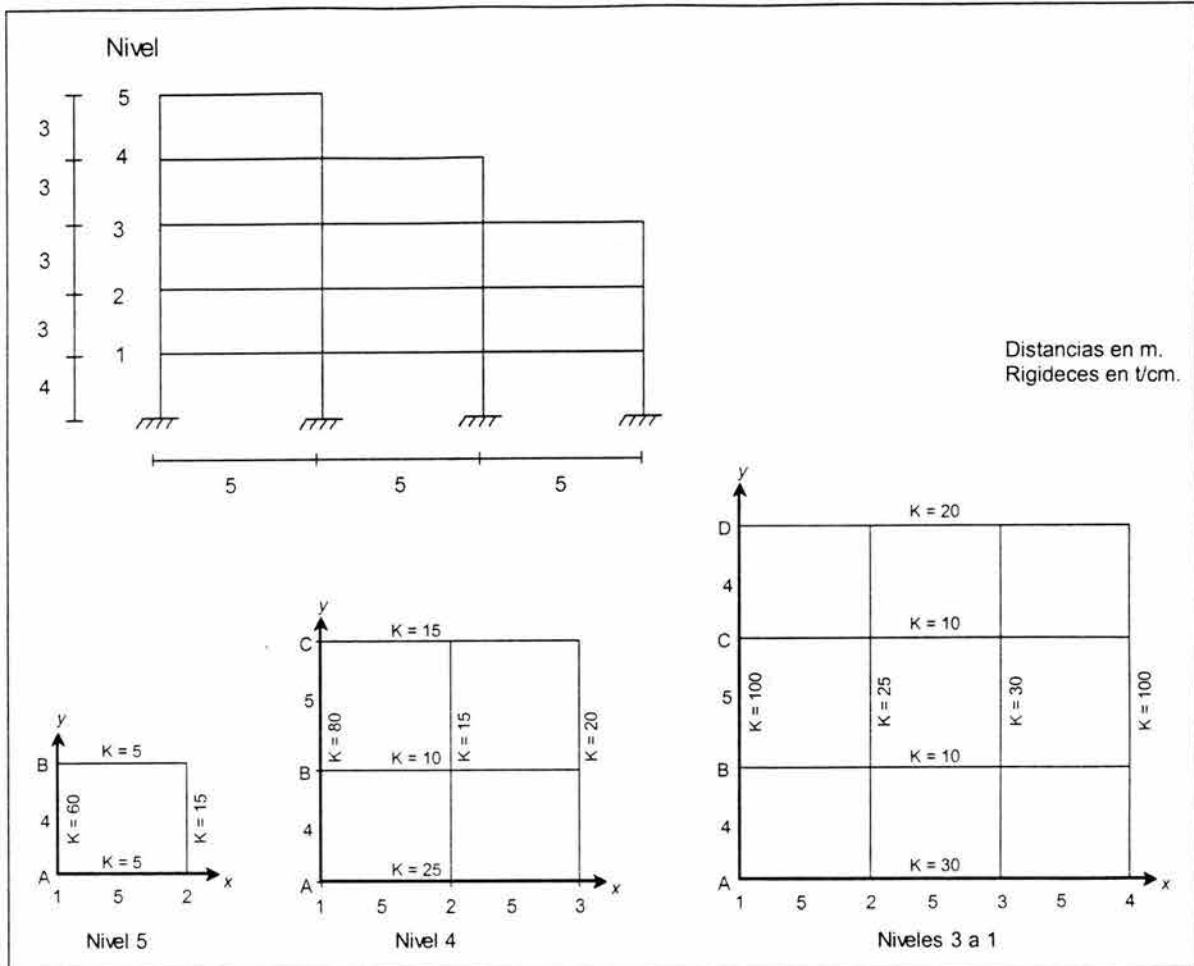


Figura 6.2 Elevación y planta del edificio del ejemplo 1.

Tabla 6.3 Fuerzas cortantes para cada nivel y eje.

Nivel	$W_i$	$h_i$	$W_i h_i$	$\kappa$	$F_x$	$F_y$	$V_x$	$V_y$
5	17	16	272	7.44	5.44	3.63	5.44	3.63
4	69.75	13	906.75	24.81	18.15	12.10	23.59	15.73
3	97.5	10	975	26.67	19.51	13.01	43.11	28.74
2	136.5	7	955.5	26.14	19.12	12.75	62.23	41.49
1	136.5	4	546	14.94	10.93	7.29	73.16	48.77
<b>SUMA:</b>	457.25		3655.25	100.00				

Como aplicaremos la reducción, se debe estimar el período fundamental del edificio. Como se ve en la tabla 6.4, para el eje X resulta que  $T < T_b$ , por lo que se permite utilizar un coeficiente de proporcionalidad dado por:

$$\frac{V_0}{W_0} = \frac{a}{Q'}$$

**Tabla 6.4** Estimación del período fundamental de vibración aproximado.

-Dirección X-

Nivel	$W_i$	$F_x$	$V_x$	$K$	$V_x/K$	$d_i$	$W_i d^2$	$F_x d_i$
5	17	5.44	5.44	10	0.54	3.57	216.21	19.42
4	69.75	18.15	23.59	50	0.47	3.02	636.92	54.84
3	97.5	19.51	43.11	70	0.62	2.55	633.99	49.76
2	136.5	19.12	62.23	70	0.89	1.93	510.65	36.99
1	136.5	10.93	73.16	70	1.05	1.05	149.10	11.42
<b>SUMA:</b>							2146.87	172.43

$$T = 6.3 \sqrt{\frac{2146.87}{981(172.43)}} = 0.71s$$

-Dirección Y-

Nivel	$W_i$	$F_y$	$V_y$	$K$	$V_y/K$	$d_i$	$W_i d^2$	$F_y d_i$
5	17	3.63	3.63	75	0.05	0.65	7.22	2.37
4	69.75	12.10	15.73	115	0.14	0.60	25.40	7.30
3	97.5	13.01	28.74	255	0.11	0.47	21.23	6.07
2	136.5	12.75	41.49	255	0.16	0.35	17.10	4.51
1	136.5	7.29	48.77	255	0.19	0.19	4.99	1.39
<b>SUMA:</b>							75.95	21.64

$$T = 6.3 \sqrt{\frac{75.95}{981(21.64)}} = 0.38s$$

Ahora, para obtener el valor de la ordenada espectral a nos referiremos a la sección 5.3.5 del capítulo anterior; de acuerdo con ella, y según el valor calculado de  $T$ , se tiene que  $a = c$ . Por su parte, como el valor de  $T$  es mayor que  $T_a$ , resulta que  $Q' = Q$ . De este modo, el coeficiente de proporcionalidad queda:

$$\frac{V_o}{W_o} = \frac{a}{Q'} = \frac{c}{Q}$$

que es igual al que habíamos utilizado primero, por lo cual tenemos que en esta dirección no se puede aplicar un factor de reducción a las fuerzas cortantes.

Por su parte, en la dirección Y también resultó que  $T < T_b$  y  $T > T_a$ , por lo que, al igual que en el caso anterior, no se puede aplicar un factor de reducción y las fuerzas actuantes son las calculadas previamente.

### Distribución de fuerzas cortantes

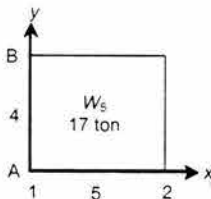
La segunda etapa del método estático consiste en la distribución de las cortantes calculadas en la etapa anterior entre los elementos resistentes de la estructura. Para esto, en la sección correspondiente se presentó una secuencia de pasos, misma que en este ejemplo se seguirá en forma estricta, aunque en algunos pasos ya se cuenta con la información, como en los tres primeros, que se pueden deducir fácilmente de la figura 6.2 y de la tabla 6.2, por lo cual continuaremos con el cuarto paso.

#### d) Determinación del centro de masas en cada nivel

Debido a que en varios de los niveles del edificio se tienen cargas distintas distribuidas en toda su área, el centro de masas no corresponde con el centroide, por lo cual se tendrán que utilizar las fórmulas presentadas.

Nivel	$W_i$ [ton]	$K_x$ [ton/cm]	$K_y$ [ton/cm]
5	17	10	75
4	69.75	50	115
3	97.5	70	255
2	136.5	70	255
1	136.5	70	255
<b>SUMA:</b>	457.25		

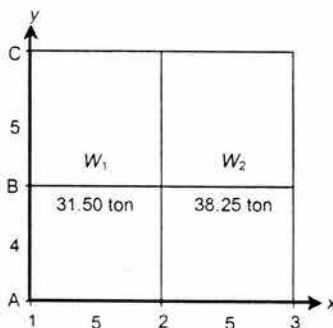
#### Entrepiso 5



$$x_m = \frac{17(2.5)}{17} = 2.5\text{m}$$

$$y_m = \frac{17(2)}{17} = 2\text{m}$$

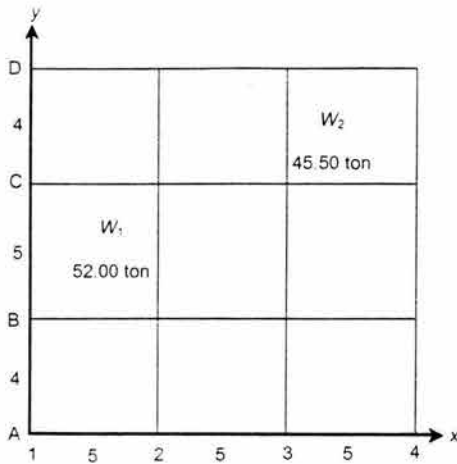
#### Entrepiso 4



$$x_m = \frac{31.50(2.50) + 38.25(7.50)}{31.50 + 38.25} = 5.24\text{m}$$

$$y_m = \frac{31.50(4.50) + 38.25(4.50)}{69.75} = 4.50\text{m}$$

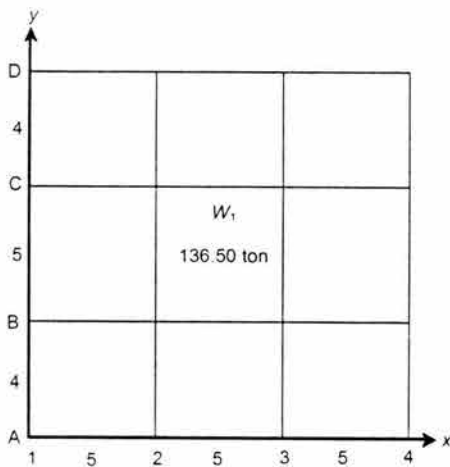
Entrepiso 3



$$x_m = \frac{52.00(5.00) + 45.50(12.50)}{97.50} = 8.50 \text{ m}$$

$$y_m = \frac{52.00(6.50) + 45.50(6.50)}{97.50} = 6.50 \text{ m}$$

Entrepisos 2 y 1



Al igual que en el 5, en los entrepisos 2 y 1 las cargas están distribuidas uniformemente en toda la planta. Por esto mismo, el centro de masas coincide con el centroide, teniendo entonces las coordenadas siguientes:

$$x_m = 7.50 \text{ m}$$

$$y_m = 6.50 \text{ m}$$

**Tabla 6.5** Centros de masa.

Nivel	$x_m$	$y_m$
5	2.50	2.00
4	5.24	4.50
3	8.50	6.50
2	7.50	6.50
1	7.50	6.50

e) y f) *Determinación del centro de torsión de cada nivel y de la distancia torsional*

De las fórmulas para determinar el centro de torsión se observa que para poder aplicarlas se requiere de una serie de operaciones y su sumatoria. Entonces, para agilizar el cálculo, se organiza la información en tablas, que se presentan a continuación.



Tabla 6.6 Centro de torsión del entrepiso 5.

-Dirección X-

Eje	$K_{y_i}$	$x_i$	$K_{y_i} x_i$	$x_{k_i}$
1	60	0.00	0.00	-1.00
2	15	5.00	75.00	4.00
<b>SUMA:</b>	75		75.00	

-Dirección Y-

Eje	$K_{x_i}$	$y_i$	$K_{x_i} y_i$	$y_{k_i}$
A	5	0.00	0.00	-2.00
B	5	4.00	20.00	2.00
<b>SUMA:</b>	10		20.00	

$$x_k = \frac{75.00}{75.00} = 1.00\text{m}; \quad y_k = \frac{20.00}{10.00} = 2.00\text{m}$$

Tabla 6.7 Centro de torsión del entrepiso 4.

-Dirección X-

Eje	$K_{y_i}$	$x_i$	$K_{y_i} x_i$	$x_{k_i}$
1	80	0	0	-2.39
2	15	5.00	75.00	2.61
3	20	10.00	200.00	7.61
<b>SUMA:</b>	115		275.00	

-Dirección Y-

Eje	$K_{x_i}$	$y_i$	$K_{x_i} y_i$	$y_{k_i}$
A	25	0.00	0.00	-3.50
B	10	4.00	40.00	0.50
C	15	9.00	135.00	5.50
<b>SUMA:</b>	50		175.00	

$$x_k = \frac{275.00}{115.00} = 2.39\text{m}; \quad y_k = \frac{175.00}{50.00} = 3.50\text{m}$$

Tabla 6.8 Centro de torsión de entrepisos 3-1.

-Dirección X-

Eje	$K_{y_i}$	$x_i$	$K_{y_i} x_i$	$x_{k_i}$
1	100	0	0	-7.55
2	25	5.00	125.00	-2.55
3	30	10.00	300.00	2.45
4	100	15.00	1500.00	7.45
<b>SUMA:</b>	255		1925.00	

-Dirección Y-

Eje	$K_{x_i}$	$y_i$	$K_{x_i} y_i$	$y_{k_i}$
A	30	0	0	-5.57
B	10	4.00	40.00	-1.57
C	10	9.00	90.00	3.43
D	20	13.00	260.00	7.43
<b>SUMA:</b>	70		390.00	

$$x_k = \frac{1925.00}{255.00} = 7.55\text{m}; \quad y_k = \frac{390.00}{70.00} = 5.57\text{m}$$

g) Determinación del centro de cortante para cada nivel

Al igual que para el centro de torsión, aquí se implementa una tabla, en la cual se calcula simultáneamente el centro de cortante de acuerdo a las fórmulas ya mencionadas.

**Tabla 6.9** Centro de cortante en los niveles del edificio.

-Dirección X-

Nivel	$F_{xi}$	$V_{xi}$	$y_{mi}$	$F_{xi} y_i$	$\Sigma F_{xi} y_i$	$y_v$
5	5.44	5.44	2.00	10.89	10.89	2.00
4	18.15	23.59	4.50	81.67	92.56	3.92
3	19.51	43.11	6.50	126.85	219.40	5.09
2	19.12	62.23	6.50	124.31	343.71	5.52
1	10.93	73.16	6.50	71.03	414.74	5.67

-Dirección Y-

Nivel	$F_{yi}$	$V_{yi}$	$x_{mi}$	$F_{yi} x_i$	$\Sigma F_{yi} x_i$	$x_v$
5	3.63	3.63	2.50	9.07	9.07	2.50
4	12.10	15.73	5.24	63.40	72.47	4.61
3	13.01	28.74	8.50	110.58	183.06	6.37
2	12.75	41.49	7.50	95.62	278.68	6.72
1	7.29	48.77	7.50	54.64	333.32	6.83

h), i) y j) Cálculo de la excentricidad directa,  $e_s$ , de las excentricidades  $e_1$  y  $e_2$  y del momento torsionante,  $m_i$ .

**Tabla 6.10** Cálculo de excentricidades y momentos torsionantes.

-Dirección X-

Nivel	$V_x$	$y_v$	$y_k$	$b$	$e_s$	$e_1$	$e_2$	$M_{t1}$	$M_{t2}$
5	5.44	2.00	2.00	4.00	0.00	0.40	-0.40	2.18	-2.18
4	23.59	3.92	3.50	9.00	0.42	1.53	-0.48	36.21	-11.25
3	43.11	5.09	5.57	13.00	-0.48	0.58	-1.78	24.89	-76.81
2	62.23	5.52	5.57	13.00	-0.05	1.23	-1.35	76.39	-83.91
1	73.16	5.67	5.57	13.00	0.10	1.45	-1.20	105.82	-87.97

-Dirección Y-

Nivel	$V_y$	$x_v$	$x_k$	$b$	$e_s$	$e_1$	$e_2$	$M_{t1}$	$M_{t2}$
5	3.63	2.50	1.00	5.00	1.50	2.75	1.00	9.98	3.63
4	15.73	4.61	2.39	10.00	2.22	4.32	1.22	68.02	19.13
3	28.74	6.37	7.55	15.00	-1.18	-0.27	-2.68	-7.73	-77.00
2	41.49	6.72	7.55	15.00	-0.83	0.25	-2.33	10.46	-96.75
1	48.77	6.83	7.55	15.00	-0.71	0.43	-2.21	20.85	-108.03

k) Cálculo de los cortantes combinados y distribución en cada nivel

Este es el último paso para distribuir los cortantes. Primero, como resumen, se presenta una tabla con valores ya calculados que son necesarios para calcular el cortante directo y el torsional, y luego se presentan las tablas de cálculos finales.

Tabla 6.11 Cálculo de cortantes combinados y distribución para el entrepiso 5.

Sentido	V	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	M <sub>r1</sub>	M <sub>r2</sub>	M <sub>r0</sub>
X	5.44	0.40	-0.40	2.18	-2.18	9.98
Y	3.63	2.75	1.00	9.98	3.63	2.18

Eje	K <sub>xi</sub>	y <sub>i</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>i</sub>	y <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>r1</sub>	V <sub>r2</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>sy1</sub>	V <sub>sy2</sub>
A	5	0	0	-2.00	-10.00	20.00	2.72	-0.06	0.06	2.79	-0.29	2.87	1.13
B	5	4.00	20.00	2.00	10.00	20.00	2.72	0.06	-0.06	2.79	0.29	2.87	1.13
SUMA:	10	20.00	20.00			40.00	5.44	0.00	0.00		0.00	5.74	2.26

Eje	K <sub>yi</sub>	x <sub>i</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>i</sub>	x <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> x <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>r1</sub>	V <sub>r2</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>sy1</sub>	V <sub>sy2</sub>
1	60	0	0	-1.00	-60.00	60.00	2.90	-1.76	-0.64	2.26	-0.38	2.38	1.06
2	15	5.00	75.00	4.00	60.00	240.00	0.73	1.76	0.64	2.49	0.38	2.60	1.13
SUMA:	75	75.00	75.00			300.00	3.63	0.00	0.00		0.00	4.98	2.19

$J = 40.00 + 300.00 = 340.00$

Tabla 6.12 Cálculo de cortantes combinados y distribución para el entrepiso 4.

Sentido	V	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	M <sub>r1</sub>	M <sub>r2</sub>	M <sub>r0</sub>
X	23.59	1.53	-0.48	36.21	-11.25	68.02
Y	15.73	4.32	1.22	68.02	19.13	36.21

Eje	K <sub>xi</sub>	y <sub>i</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>i</sub>	y <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>r1</sub>	V <sub>r2</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>sy1</sub>	V <sub>sy2</sub>
A	25	0	0	-3.50	-87.50	306.25	11.80	-1.28	0.40	12.19	-2.40	12.91	6.06
B	10	4	40	0.50	5.00	2.50	4.72	0.07	-0.02	4.79	0.14	4.83	1.57
C	15	9	135	5.50	82.50	453.75	7.08	1.20	-0.37	8.28	2.26	8.96	4.75
SUMA:	50	175	175			762.50	23.59	0.00	0.00		0.00	26.70	12.38

Eje	K <sub>yi</sub>	x <sub>i</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>i</sub>	x <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> x <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>r1</sub>	V <sub>r2</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>sy1</sub>	V <sub>sy2</sub>
1	80	0	0	-2.39	-191.30	457.47	10.94	-5.25	-1.48	9.47	-2.79	10.3	5.63
2	15	5	75	2.61	39.13	102.08	2.05	1.07	0.30	3.12	0.57	3.3	1.51
3	20	10	200	7.61	152.17	1157.84	2.74	4.17	1.17	6.91	2.22	7.58	4.29
SUMA:	115	275	275			1717.39	15.73	0.00	0.00		0.00	21.18	11.43

$J = 762.50 + 1717.39 = 2479.89$

Tabla 6.13 Cálculo de cortantes combinados y distribución para el entrepiso 3.

Sentido	V	$e_1$	$e_2$	$M_{11}$	$M_{12}$	$M_{10}$
X	43.11	0.58	-1.78	24.89	-76.81	7.73
Y	28.74	-0.27	-2.68	-7.73	-77.00	24.89

Eje	$K_{yi}$	$Y_i$	$K_{yi} Y_i$	$Y_{ki}$	$K_{yi} Y_{ki}$	$K_{yi} Y_{ki}^2$	$V_0$	$V_{11}$	$V_{12}$	$V_m$	$V_0$	$V_{y1}$	$V_{y2}$
A	30	0	0	-5.57	-167.14	931.22	18.47	-0.30	0.93	19.41	-0.09	19.44	5.92
B	10	4	40	-1.57	-15.71	24.69	6.16	-0.03	0.09	6.25	-0.01	6.25	1.88
C	10	9	90	3.43	34.29	117.55	6.16	0.06	-0.19	6.22	0.02	6.23	1.89
D	20	13	260	7.43	148.57	1103.67	12.32	0.27	-0.83	12.58	0.08	12.61	3.86
SUMA:	70		390			2177.14	43.11	0.00	0.00		0.00	44.53	13.55

Eje	$K_{yi}$	$X_i$	$K_{yi} X_i$	$X_{ki}$	$K_{yi} X_{ki}$	$K_{yi} X_{ki}^2$	$V_0$	$V_{11}$	$V_{12}$	$V_m$	$V_0$	$V_{y1}$	$V_{y2}$
1	100	0	0	-7.55	-754.90	5698.77	11.27	0.42	4.22	15.49	-1.36	15.9	6.01
2	25	5	125	-2.55	-63.73	162.44	2.82	0.04	0.36	3.17	-0.12	3.21	1.07
3	30	10	300	2.45	73.53	180.22	3.38	-0.04	-0.41	3.34	0.13	3.38	1.13
4	100	15	1500	7.45	745.10	5551.71	11.27	-0.42	-4.17	10.85	1.35	11.26	4.60
SUMA:	255		1925			11593.14	28.74	0.00	0.00		0.00	33.75	12.81

$$J = 2177.14 + 11593.14 = 13370.28$$

Tabla 6.14 Cálculo de cortantes combinados y distribución para el entrepiso 2.

Sentido	V	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	M <sub>11</sub>	M <sub>12</sub>	M <sub>10</sub>
X	62.23	1.23	-1.35	76.39	-83.91	10.46
Y	41.49	0.25	-2.33	10.46	-96.75	76.39

Eje	K <sub>yi</sub>	y <sub>i</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>i</sub>	y <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> y <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>11</sub>	V <sub>12</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>xy1</sub>	V <sub>xy2</sub>
A	30	0	0	-5.57	-167.14	931.22	26.67	-0.93	1.02	27.69	-0.13	27.73	8.43
B	10	4	40	-1.57	-15.71	24.69	8.89	-0.09	0.10	8.99	-0.01	8.99	2.71
C	10	9	90	3.43	34.29	117.55	8.89	0.19	-0.21	9.08	0.03	9.09	2.75
D	20	13	260	7.43	148.57	1103.67	17.78	0.82	-0.91	18.60	0.11	18.64	5.69
<b>SUMA:</b>	70		390			2177.14	62.23	0.00	0.00		0.00	64.45	19.58

Eje	K <sub>yi</sub>	x <sub>i</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>i</sub>	x <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> x <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>11</sub>	V <sub>12</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>xy1</sub>	V <sub>xy2</sub>
1	100	0	0	-7.55	-754.90	5698.77	16.27	-0.57	5.30	21.57	-4.19	22.83	10.66
2	25	5	125	-2.55	-63.73	162.44	4.07	-0.05	0.45	4.52	-0.35	4.62	1.71
3	30	10	300	2.45	73.53	180.22	4.88	0.06	-0.52	4.94	0.41	5.06	1.89
4	100	15	1500	7.45	745.10	5551.71	16.27	0.57	-5.23	16.84	4.13	18.08	9.18
<b>SUMA:</b>	255		1925			11593.14	41.49	0.00	0.00		0.00	50.59	23.44

$$J = 2177.14 + 11593.14 = 13370.28$$

Tabla 6.15 Cálculo de cortantes combinados y distribución para el entrepiso 1.

Sentido	V	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	M <sub>11</sub>	M <sub>12</sub>	M <sub>0</sub>
X	73.16	1.45	-1.20	105.82	-87.97	20.85
Y	48.77	0.43	-2.21	20.85	-108.03	105.82

Eje	K <sub>yi</sub>	Y <sub>i</sub>	K <sub>xi</sub> Y <sub>i</sub>	Y <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> Y <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> Y <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>H1</sub>	V <sub>H2</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>xy1</sub>	V <sub>xy2</sub>
A	30	0	0	-5.57	-167.14	931.22	31.35	-1.28	1.07	32.42	-0.25	32.5	9.98
B	10	4	40	-1.57	-15.71	24.69	10.45	-0.12	0.10	10.55	-0.02	10.56	3.19
C	10	9	90	3.43	34.29	117.55	10.45	0.26	-0.22	10.71	0.05	10.73	3.27
D	20	13	260	7.43	148.57	1103.67	20.90	1.14	-0.95	22.04	0.22	22.11	6.84
SUMA:	70					2177.14	73.16	0.00	0.00		0.00	75.90	23.28

Eje	K <sub>yi</sub>	X <sub>i</sub>	K <sub>xi</sub> X <sub>i</sub>	X <sub>ki</sub>	K <sub>yi</sub> X <sub>ki</sub>	K <sub>xi</sub> X <sub>ki</sub> <sup>2</sup>	V <sub>D</sub>	V <sub>H1</sub>	V <sub>H2</sub>	V <sub>m</sub>	V <sub>0</sub>	V <sub>xy1</sub>	V <sub>xy2</sub>
1	100	0	0	-7.55	-754.90	5698.77	19.13	-5.80	5.92	25.05	-5.80	26.79	13.32
2	25	5	125	-2.55	-63.73	162.44	4.78	-0.49	0.50	5.28	-0.49	5.43	2.07
3	30	10	300	2.45	73.53	180.22	5.74	0.57	-0.58	6.30	0.57	6.47	2.46
4	100	15	1500	7.45	745.10	5551.71	19.13	5.73	-5.85	24.85	5.73	26.57	13.18
SUMA:	255		1925			11593.14	48.77	0.00	0.00		0.00	65.26	31.03

$$J = 2177.14 + 11593.14 = 13370.28$$

### 6.3 El método simplificado

El método simplificado, como ya se ha dicho, es en realidad un método estático. Su aplicación tiene una gran sencillez, pero está limitado a estructuras que cumplan con las condiciones mencionadas en la sección 6.1; de ahí, se ve que tiene validez sólo para edificios pequeños (generalmente casas habitación) con soluciones estructurales a base de muros de carga (que pueden ser de concreto reforzado, mampostería o madera, estando estos últimos arriostrados con diagonales) distribuidos en forma sensiblemente simétrica y unidos por un sistema de piso rígido en su plano capaz de transmitir las fuerzas sísmicas.

Cuando se aplica el método simplificado no es necesario considerar los desplazamientos horizontales que pueda sufrir la estructura y tampoco los efectos torsionales ni los momentos de volteo. Únicamente hay que revisar que en cada piso la suma de las resistencias al cortante de los muros de carga paralelos a la dirección del sismo sea por lo menos igual a la fuerza sísmica que actúa en ese piso, la cual se calculará de manera similar al método estático (sección 6.2.1), aunque con una pequeña diferencia que estriba en el valor de los coeficientes sísmicos, pues en el método simplificado se utilizan valores reducidos de acuerdo a la zona, a la altura de construcción y al tipo de muro; además, en estos coeficientes están ya considerados los efectos de vibración y de los factores de comportamiento sísmico, por lo cual la expresión para calcular el cortante basal se simplifica a la siguiente:

$$V_o = c \sum W_i \quad (6.15)$$

donde el valor reducido del coeficiente  $c$  para estructuras del grupo B se puede obtener de la tabla 5.3 del capítulo anterior, y para las del A se incrementa dicho valor en 50%.

La mampostería es el material más comúnmente utilizado para las estructuras pequeñas, factibles de analizar con el método simplificado. Entonces, para hablar un poco más de ello (y porque además es el caso de los muros del ejemplo ilustrativo), diremos que, de acuerdo a la sección 4.1.3 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, la contribución a la resistencia a fuerza cortante de muros de mampostería cuya relación de altura de entrepiso,  $h$ , a longitud,  $L$ , sea mayor que 1.33, se reducirá multiplicándola por el factor

$$\left( \frac{1.33L}{h} \right)^2 \quad (6.16)$$

Ahora bien, dicha resistencia a fuerza cortante (conocida en forma estricta como fuerza cortante resistente de diseño) se determina con base en las expresiones dadas en la sección 4.3.2 de esas mismas normas. Por ser la condición más común, y que además corresponde al ejercicio que se verá más adelante, a continuación se presenta la expresión para calcular la resistencia de muros confinados:

$$V_R = F_R(0.5v^* A_T + 0.3P) \leq 1.5F_R v^* A_T \quad (6.17)$$

donde:

$V_R$  = Fuerza cortante resistente de diseño.

$A_T$  = Área bruta de la sección transversal del muro.

$P$  = Carga vertical que actúa sobre el muro, sin multiplicar por el factor de carga.

$v^*$  = Esfuerzo cortante medio de diseño, determinado según las normas.

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia, igual a 0.7 para muros confinados.

Finalmente, se propone la siguiente secuencia de pasos para la aplicación del método simplificado, con la finalidad de implementarlo fácilmente en una hoja de cálculo:

- a) Calcular el cortante basal, de acuerdo a la expresión 6.15.
- b) Calcular las cargas laterales que actúan en cada nivel, lo cual se puede realizar con la expresión 6.3.
- c) Obtener los cortantes en cada entrepiso, haciendo la acumulación de las fuerzas laterales calculadas en el paso anterior. Multiplicar este valor por el factor de carga (que es 1.1) para así obtener el cortante último.
- d) Calcular el área transversal de cada muro y la carga vertical que sobre él actúa.
- e) Verificar la relación  $h / L$  para cada muro, y en caso de ser mayor de 1.33, calcular el coeficiente de reducción dado por la expresión 6.16.
- f) De acuerdo a las características del muro, obtener el valor del esfuerzo cortante medio de diseño,  $v^*$ , según las Normas Técnicas de Mampostería.



- g) Calcular el valor de la fuerza cortante resistente de diseño, con la expresión 6.17.
- h) Comparar el cortante resistente contra el valor del cortante último.

### Ejemplo 1

Implementando el método simplificado en tablas de cálculo de acuerdo a la secuencia de pasos anterior, se analizará la casa habitación esquematizada en la figura 6.3, la cual se encuentra ubicada en zona de transición y está construida a base de muros cargueros de mampostería maciza (tabique de barro recocido) unida con mortero tipo I, confinados por dalas y castillos de concreto reforzado. Las losas y entrepisos son también de concreto reforzado. Los pesos y dimensiones se muestran en la mencionada figura.

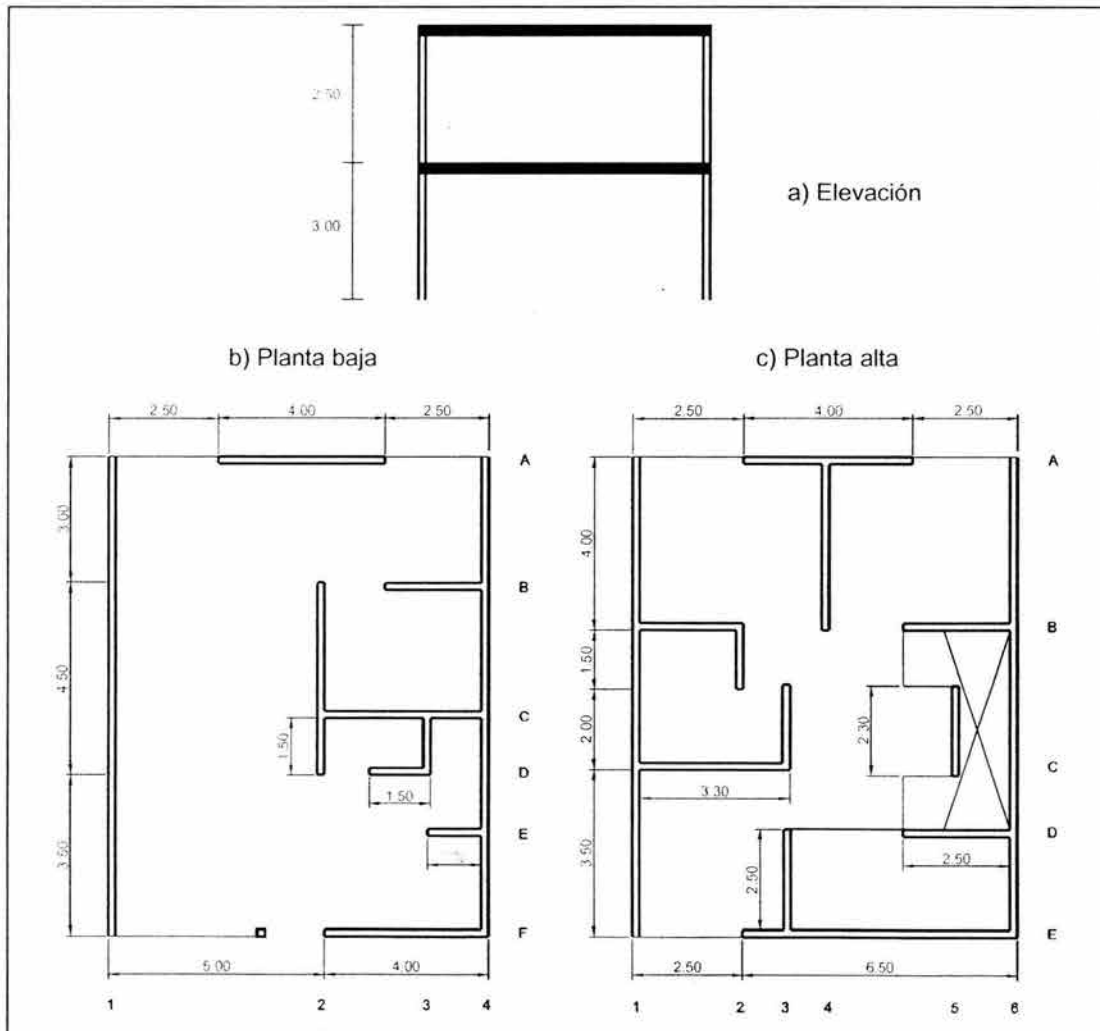


Figura 6.3 Esquema de la casa habitación del ejemplo 1.

a), b) y c) Por conveniencia, estos tres pasos se pueden realizar organizando la información en una tabla, como se muestra a continuación.

Como se trata de una estructura del grupo B que está en zona II y tiene 5.5 metros de altura, de acuerdo a la tabla 5.3 le corresponde un  $c_{red} = 0.16$ . Aplicando la fórmula 6.15, encontramos que el valor del cortante basal es:

$$V_0 = 0.16 (115) = 18.40 \text{ t}$$

y el cortante último:

$$V_U = 18.40 (1.10) = 20.24 \text{ t}$$

Para calcular las fuerzas en cada nivel, multiplicamos  $V_0$  por el factor  $\kappa$  (expresión 6.2), y para el cortante hacemos la acumulación de fuerzas del piso superior al inferior. Estos resultados se presentan en la tabla siguiente:

**Tabla 6.16** Fuerzas laterales y cortantes que actúan en cada nivel.

Nivel	$W_i$ , t	$h_i$ , m	$W_i h_i$	$\kappa$	$F_{x,y}$ , t	$V_{x,y}$ , t
2	50	5.5	275	58.51	10.77	10.77
1	65	3	195	41.49	7.63	18.40
<b>SUMA:</b>	115		470	100.00		

d), e), f) y g) También los realizaremos por medio de una tabla, de la forma siguiente.

Primero, para determinar la carga vertical que actúa sobre cada muro de planta baja, lo que haremos será obtener una carga promedio por área,  $p$ , lo cual se hará dividiendo la carga total entre el área transversal total de los muros. De esta forma:

$$p = W / A_T = 115000 / (4100) (14) = 2.00 \text{ kg/cm}^2$$

y entonces la carga para cada muro estará dada por:

$$P_i = p A_{Ti} = 2 A_{Ti}$$

En la tabla se verificó la relación  $h / L$  para cada muro. En aquellos en los que fue mayor de 1.33, se calculó el coeficiente de reducción (denotado en este caso por  $F_C$ ) según la expresión 6.16.

El valor de  $v^*$  se obtiene de las Normas Técnicas Complementarias para Mampostería. Según ellas, para muros de tabique de barro recocido unido con mortero tipo I,  $v^*$  es  $3.5 \text{ kg/cm}^2$ . Si realizamos  $0.8 (f_m^*)^{1/2}$ , es decir,  $0.8 (15)^{1/2}$ , vemos que entonces el valor a utilizar de  $v^*$  debe ser  $3.10 \text{ kg/cm}^2$ .

Finalmente se procedió a calcular  $V_R$ , tomando siempre el menor valor de acuerdo a la condición estipulada en la expresión 6.17, y se afectó por el coeficiente  $F_C$ . Los resultados se muestran en la tabla 6.17.

**Tabla 6.17** Cortantes resistentes en muros de planta baja.

-Dirección X-

Eje	Muro	L, cm	$A_T$ , $\text{cm}^2$	P, kg	h/L	$F_C$	$V_R$ , kg
A	1	400	5600	11219.51	0.75	1.00	8432.10
B	1	250	3500	7012.20	1.20	1.00	5270.06
C	1	400	5600	11219.51	0.75	1.00	8432.10
D	1	150	2100	4207.32	2.00	0.44	1398.33
E	1	100	1400	2804.88	3.00	0.20	414.32
<b>SUMA:</b>		1300	18200	36463.42			23946.91

-Dirección Y-

Eje	Muro	L, cm	$A_T$ , $\text{cm}^2$	P, kg	h/L	$F_C$	$V_R$ , kg
1	1	1100	15400	30853.66	0.27	1.00	23188.27
2	1	450	6300	12621.95	0.67	1.00	9486.11
3	1	150	2100	4207.32	2.00	0.44	1398.33
4	1	1100	15400	30853.66	0.27	1.00	23188.27
<b>SUMA:</b>		2800	39200	78536.59			57260.98

h) Comparar el cortante resistente contra el valor del cortante último.

De las tablas anteriores, se puede observar fácilmente que la sumatoria del cortante resistente de cada muro es mayor que el cortante último, por lo cual la estructura tiene una adecuada resistencia.

Finalmente, podemos deducir para el segundo nivel que también es satisfactorio, por algunas sencillas razones. Los muros tienen las mismas características que los de planta baja, por lo que los cortantes resistentes unitarios deben ser iguales; entonces, al tener una mayor longitud de muros, se tiene una mayor capacidad para resistir la carga lateral; además, el cortante que actúa en planta alta es menor que el que actúa abajo.

## **6.4 El método dinámico**

Cuando se requiere una evaluación más precisa de la fuerza sísmica y la respuesta que tendrá la estructura ante ella, como en el caso de grandes edificios, es necesario aplicar un método dinámico de análisis. Sin embargo, los edificios grandes no son privativos de este método, pues como vimos anteriormente, cualquier estructura se puede analizar con él, aunque, obviamente, su aplicación irá en función de la importancia que tenga la edificación.

En las NTCS se estipulan aspectos técnicos y observaciones para la aplicación del método dinámico. En la sección 9 se especifica que las dos variantes de análisis dinámico que se aceptarán son el método de análisis modal espectral (que es el que se tratará aquí) y el método paso a paso.

Si se decide por aplicar el análisis modal espectral, se debe incluir el efecto de todos los modos naturales de vibración con período mayor o igual a 0.4 segundos, pero en ningún caso podrán considerarse menos de los tres primeros modos de traslación en cada dirección de análisis. Es posible que se desprecie el efecto dinámico torsional causado por las excentricidades estáticas, pero entonces el efecto de las excentricidades directas y las accidentales se calculan de la misma forma que en el método de análisis estático.

En el caso en que se aplique el método paso a paso de respuestas a temblores específicos, se podrá acudir a acelerogramas de temblores reales o de movimientos simulados, o a combinaciones de estos, siempre que se usen no menos de cuatro movimientos representativos independientes entre sí y cuyas intensidades sean compatibles con los demás criterios que consignan el RCDF y las NTCS; además, se debe tener en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbres que haya en cuanto a sus parámetros.

En ambos casos, si al revisar el cortante basal  $V_0$  se encuentra que éste es menor que  $0.8$  a  $W/Q'$ , se incrementarán todas las fuerzas de diseño y desplazamientos laterales correspondientes en una proporción tal que  $V_0$  iguale dicho parámetro.

### 6.4.1 Análisis modal espectral

El principal objetivo del análisis modal es conocer la respuesta máxima que tendrá una estructura al estar sometida a una excitación sísmica, es decir, a un acelerograma. Sin embargo, conocer esta respuesta con total certeza es imposible, por diversos factores, por lo cual, como ya vimos, se utilizan espectros de respuesta adecuados en los reglamentos mediante la consideración de distintos parámetros probabilísticos, y que se conocen como espectros de diseño.

Decíamos en el capítulo 3 que el desplazamiento de la masa  $i$  de un sistema está dado por la ecuación 3.61, que es:

$$d_i(t) = \sum \Gamma_m z_m(t) \phi_{im} \quad (3.61)$$

Entonces, el valor máximo de dicho desplazamiento estará dado por el máximo de  $z_m(t)$ . Ahora bien, mencionamos que la aceleración máxima  $A_m$  está dada por el espectro de diseño de aceleraciones.  $A_m$  es igual al desplazamiento máximo por la frecuencia  $\omega_m$  al cuadrado, por lo que se deduce que  $z_m(t)$  está dada por:

$$z_m = \frac{A_m}{\omega_m^2} \quad (6.18)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación 3.61 tenemos:

$$d_{im} = \frac{\Gamma_m A_m \phi_{im}}{\omega_m^2} \quad (6.19)$$

que nos proporciona la contribución máxima del modo  $m$  al desplazamiento de la masa  $i$ , o, en otras palabras, el desplazamiento máximo de esa masa.

Conocido el valor del desplazamiento máximo, es posible conocer otros parámetros para el diseño, como la fuerza cortante y el momento flexionante para un determinado modo; sin embargo, en la sección 9.1 de las NTCS se señala que es necesario calcular la respuesta máxima combinada de todos los modos, para lo cual se utiliza la expresión siguiente:

$$S = \sqrt{\sum S_m^2} \quad (6.20)$$

donde:

$S$  = Respuesta máxima combinada.

$S_m$  = Respuesta modal (que puede ser fuerza cortante, desplazamiento, etc.).

Esta expresión se podrá utilizar siempre y cuando los períodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre sí. Para las respuestas en modos naturales que no cumplen esta condición se deberá tener en cuenta el acoplamiento entre ellos. En este último caso, la respuesta máxima combinada se puede calcular con la expresión desarrollada por Rosenblueth y Elorduy <sup>(23)</sup>:

$$S = \sqrt{\left[ \sum_m \sum_i \frac{S_m S_i}{1 + \varepsilon_{mi}^2} \right]} \quad (6.21)$$

en la cual

$$\varepsilon_{mi} = \frac{\omega_m' - \omega_i'}{\zeta_m' \omega_m' + \zeta_i' \omega_i'}$$

$$\zeta_m' = \zeta_m + \frac{2}{\omega_m t^*}$$

$\omega_m$  y  $\omega_m'$  son las frecuencias circulares amortiguada y no amortiguada, y  $\zeta_m$  la fracción del amortiguamiento crítico asociadas al modo  $m$ , mientras que  $t^*$  es la duración del segmento de ruido blanco estacionario que equivale a la familia de temblores reales de diseño y está en segundos.

Visto todo lo anterior, se propone la siguiente secuencia de pasos para la aplicación del método de análisis modal espectral:

- a) Determinar los parámetros sísmicos de diseño para la estructura (coeficiente sísmico y factor de ductilidad).
- b) Calcular los modos de vibración de la estructura, así como las frecuencias y períodos.
- c) Con base en los valores determinados en los pasos anteriores, obtener la ordenada espectral para cada modo y el factor de reducción  $Q'$ .

d) Calcular los valores de la aceleración  $A$  para cada modo con la expresión

$$A_i = a_i \times g / Q'$$

e) Calcular el factor de participación para cada modo, de acuerdo a la expresión 3.59.

f) Calcular los desplazamientos totales y relativos de cada nivel, utilizando la expresión 6.19.

g) Calcular los cortantes por cada modo y para cada entrepiso.

h) Estimar la respuesta máxima combinada para el cortante y los desplazamientos.

### Ejemplo 1

Calcular las fuerzas cortantes y los desplazamientos laterales de la estructura mostrada en la figura 3.10, suponiendo que se trata de una edificación del grupo A y que se ubica en la zona I; además, como estipulamos en el ejemplo del capítulo 3, la estructuración es a base de marcos de concreto reforzado.

a) Según las características del edificio, los parámetros reglamentarios para el diseño son los siguientes:

$$c = 0.16 \times 1.5 = 0.24$$

$$Q = 4$$

b) Las características vibratorias las calculamos en el capítulo 3 y son las siguientes:

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.6842 \\ 2.1688 \end{Bmatrix}$$

$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4190 \\ -3.5373 \end{Bmatrix}$$

$$\phi_3 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -0.8310 \\ 0.8286 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_1 = 15.5226 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 34.7337 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = 46.4673 \text{ rad/s}$$

$$T_1 = 0.4048 \text{ s}$$

$$T_2 = 0.1809 \text{ s}$$

$$T_3 = 0.1352 \text{ s}$$

c) Con base en los valores anteriores, obtener la ordenada espectral para cada modo.

Según lo visto en la sección 5.3.5 del capítulo anterior, de acuerdo a la zona en que se ubica el edificio y el período de vibración, las ordenadas espectrales son:

Para el primer modo, como  $T_a < T < T_b$ ,

$$a_1 = c = 0.24$$

$$Q_1' = Q = 4$$

Para el segundo modo, como  $T < T_a$

$$a_2 = \left(1 + \frac{3T}{T_a}\right) \frac{c}{4} = \left(1 + \frac{3(0.1809)}{0.2}\right) \frac{0.24}{4} = 0.2228$$

$$Q_2' = 1 + \left(\frac{T}{T_a}\right)(Q - 1) = 1 + \left(\frac{0.1809}{0.2}\right)(4 - 1) = 3.7135$$

Para el tercer modo se repite la situación anterior:

$$a_3 = \left(1 + \frac{3T}{T_a}\right) \frac{c}{4} = \left(1 + \frac{3(0.1352)}{0.2}\right) \frac{0.24}{4} = 0.1817$$

$$Q_3' = 1 + \left(\frac{T}{T_a}\right)(Q - 1) = 1 + \left(\frac{0.1352}{0.2}\right)(4 - 1) = 3.0280$$

d) Calcular el valor de la aceleración  $A$  para cada modo.

Aplicando la expresión  $A_m = a_m \times g / Q'$ , obtenemos los siguientes resultados:

$$A_1 = 0.24 (981) / 4 = 58.86 \text{ cm/s}^2$$

$$A_2 = 0.2228 (981) / 3.7135 = 58.8574 \text{ cm/s}^2$$

$$A_3 = 0.1817 (981) / 3.0280 = 58.8665 \text{ cm/s}^2$$

e) Calcular el factor de participación para cada modo, de acuerdo a la expresión 3.59.

La expresión 3.59 nos permite calcular el factor de participación modal como:

$$\Gamma_m = \frac{\phi_m^T M J}{\phi_m^T M \phi_m}$$

Sin embargo, es posible reformularla en términos escalares como un cociente de dos sumatorias que involucran los desplazamientos relativos de cada nivel y su masa. De acuerdo con esto:



$$\Gamma_m = \frac{\sum m_i \phi_{im}}{\sum m_i \phi_{im}^2}$$

En este ejemplo utilizaremos la última expresión porque permite implementarla en una tabla de cálculo, que es la que se muestra a continuación:

**Tabla 6.18** Proceso de cálculo del factor de participación modal.

Nivel	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	m	$m \phi_1$	$m \phi_1^2$	$m \phi_2$	$m \phi_2^2$	$m \phi_3$	$m \phi_3^2$
3	2.1688	-3.5373	0.8286	0.0408	0.0885	0.1919	-0.1443	0.5105	0.0338	0.0280
2	1.6842	0.4190	-0.8310	0.1835	0.3091	0.5205	0.0769	0.0322	-0.1525	0.1267
1	1.0000	1.0000	1.0000	0.1835	0.1835	0.1835	0.1835	0.1835	0.1835	0.1835
<b>SUMA:</b>					0.5810	0.8959	0.1161	0.7262	0.0648	0.3382

Ahora, aplicando la fórmula, tenemos:

$$\Gamma_1 = \frac{0.5810}{0.8959} = 0.6485$$

$$\Gamma_2 = \frac{0.1161}{0.7262} = 0.1599$$

$$\Gamma_3 = \frac{0.0648}{0.3382} = 0.1916$$

f) Calcular los desplazamientos totales y relativos de cada nivel, con la expresión 6.19.

<i>Desplazamiento total</i>	<i>Desplazamiento relativo</i>
$d_1 = \frac{0.6485(58.8600)}{240.9511} \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.6842 \\ 2.1688 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.1584 \\ 0.2668 \\ 0.3436 \end{Bmatrix}$	$\delta d_1 = \begin{Bmatrix} 0.1584 \\ 0.1084 \\ 0.0768 \end{Bmatrix}$
$d_2 = \frac{0.1599(58.8574)}{1206.4230} \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 0.4190 \\ -3.5373 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0078 \\ 0.0033 \\ -0.0276 \end{Bmatrix}$	$\delta d_2 = \begin{Bmatrix} 0.0078 \\ -0.0045 \\ -0.0309 \end{Bmatrix}$
$d_3 = \frac{0.1916(58.8665)}{2159.2100} \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ -0.8310 \\ 0.8286 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0052 \\ -0.0043 \\ 0.0043 \end{Bmatrix}$	$\delta d_3 = \begin{Bmatrix} 0.0052 \\ -0.0095 \\ 0.0086 \end{Bmatrix}$

g) Calcular los cortantes por cada modo y para cada entrepiso.

Sabemos que la fuerza cortante es igual al producto de la rigidez por el desplazamiento lateral del entrepiso, es decir,  $V_{im} = k_i \times \delta d_{im}$ , donde  $i$  representa al entrepiso en que se aplica el cortante debido al modo  $m$ . Aplicando esto tenemos, para cada modo y nivel:

$$V_{11} = 140 \text{ t/cm} \times 0.1584 \text{ cm} = 22.18 \text{ t}$$

$$V_{21} = 140 \text{ t/cm} \times 0.1084 \text{ cm} = 15.18 \text{ t}$$

$$V_{31} = 40 \text{ t/cm} \times 0.0768 \text{ cm} = 3.07 \text{ t}$$

$$V_{12} = 140 \text{ t/cm} \times 0.0078 \text{ cm} = 1.09 \text{ t}$$

$$V_{22} = 140 \text{ t/cm} \times -0.0045 \text{ cm} = -0.63 \text{ t}$$

$$V_{32} = 40 \text{ t/cm} \times -0.0309 \text{ cm} = -1.24 \text{ t}$$

$$V_{13} = 140 \text{ t/cm} \times 0.0052 \text{ cm} = 0.73 \text{ t}$$

$$V_{23} = 140 \text{ t/cm} \times -0.0095 \text{ cm} = -1.33 \text{ t}$$

$$V_{33} = 40 \text{ t/cm} \times 0.0086 \text{ cm} = 0.34 \text{ t}$$

h) Estimar la respuesta máxima combinada para el cortante y los desplazamientos.

Finalmente, en este ejemplo se empleará la fórmula 6.20 para el cálculo de las respuestas combinadas, puesto que los períodos de los modos difieren más de 10% entre sí. Por practicidad, los cálculos se organizaron de la forma como se muestra en las tablas 6.19, 6.20 y 6.21.

Si recordamos, en la sección 9.4 de las NTCS se indica que el cortante basal no debe ser menor de  $0.8 \text{ a } W_0/Q'$ . Revisando esta condición,

$$0.8 \frac{0.24(400)}{4} = 19.2 \text{ t}$$

por lo que el cortante basal calculado, de 22.22 t, resulta ser mayor y, por lo tanto, es aceptable.

Finalmente, de acuerdo a la sección 9.1 de NTCS, se deben multiplicar por  $Q$  los desplazamientos laterales combinados para calcular efectos de segundo orden y para verificar que la estructura no alcanza ninguno de los estados límite de servicio menciona-

**Tabla 6.19** Efectos combinados para el cortante.

Entrepiso $j$	$V_{1j}$	$V_{2j}$	$V_{3j}$	Suma	$V_i$
3	11.411	1.842	0.146	13.399	3.66
2	230.293	0.402	1.794	232.489	15.25
1	491.943	1.192	0.535	493.670	22.22

**Tabla 6.20** Efectos combinados para el desplazamiento relativo.

Nivel	$(\delta d_{1j})^2$	$(\delta d_{2j})^2$	$(\delta d_{3j})^2$	Suma	$\delta d_j$
3	0.0059	0.0010	0.0001	0.0069	0.0832
2	0.0117	0.00002	0.0001	0.0119	0.1089
1	0.0251	0.0001	0.00003	0.0252	0.1587

**Tabla 6.21** Efectos combinados para el desplazamiento total.

Nivel	$(d_{1j})^2$	$(d_{2j})^2$	$(d_{3j})^2$	Suma	$d_j$
3	0.1181	0.0008	0.00002	0.1188	0.3447
2	0.0712	0.00001	0.00002	0.0712	0.2669
1	0.0251	0.0001	0.00003	0.0252	0.1587

dos en el RCDF. Entonces, para este fin, los desplazamientos de entrepiso y totales quedarían de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 d_1 &= 0.1587 \times 4 = 0.6348 \text{ cm} & \delta d_1 &= 0.1587 \times 4 = 0.6348 \text{ cm} \\
 d_2 &= 0.2669 \times 4 = 1.0676 \text{ cm} & \delta d_2 &= 0.1089 \times 4 = 0.4356 \text{ cm} \\
 d_3 &= 0.3447 \times 4 = 1.3788 \text{ cm} & \delta d_3 &= 0.0832 \times 4 = 0.3328 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

## 6.5 Interacción suelo-estructura

En los ejercicios que hemos resuelto, se ha supuesto que el movimiento del terreno no es afectado en forma alguna por la presencia de la estructura, lo que, además, es una práctica común. Sin embargo, existen algunos casos en que tal movimiento sí es afectado en forma importante, sobre todo cuando el suelo es blando y flexible (como los suelos de la zona II y sobre todo la III de la Ciudad de México), lo que implica considerar también el comportamiento de la cimentación como una parte dinámica de la superestructura (que se traduce *grosso modo* como un desplazamiento horizontal y una rotación); este fenómeno se conoce como interacción suelo-estructura. En tales casos, es necesario considerar tal interacción por los efectos que pueda tener sobre el comportamiento de la estructura (que

son más perceptibles en el período fundamental del sistema), como mayores desplazamientos laterales.

Existen procedimientos para conocer los efectos interacción suelo-estructura, como el mostrado en la referencia 11; sin embargo, las NTCS en su apéndice A.7 permiten que tales efectos se evalúen suponiendo que la estructura se apoya rígidamente en su base, pero incrementando el período fundamental de vibración y los desplazamientos así calculados, de acuerdo con la expresión:

$$T_1 = \sqrt{T_0^2 + T_x^2 + T_r^2} \quad (6.22)$$

en la que  $T_1$  es el período fundamental de vibración de la estructura en la dirección que se analiza corregido por interacción con el suelo,  $T_0$  es el período fundamental que tendría la estructura si se apoyara sobre una base rígida,  $T_x$  es el período natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse en la dirección que se analiza y  $T_r$  es el período natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera girar con respecto a un eje horizontal que pasara por el centroide de la superficie de desplante de la estructura y fuera perpendicular a la dirección que se analiza. Cuando se decida utilizar este método, se podrán despreciar los efectos de interacción en los períodos superiores de vibración.

En la expresión 6.22,  $T_x$ , en segundos, está dado por

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{W_0'}{gK_x}} \quad (6.23)$$

en que  $W_0'$ , en toneladas, es el peso neto de la construcción al nivel de su desplante, que no incluye el peso del suelo que es desplazado por la infraestructura, pero sí el peso de los cimientos, y  $g$  es la aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$ . Además,  $W_0'$  no deberá ser menor que el 70% del peso total de la estructura en la base,  $W_0$ . Por su parte,  $T_r$ , en segundos, se calculará como

$$T_r = 2\pi \sqrt{\frac{J}{gK_r}} \quad (6.24)$$

donde  $J$ , en  $t\cdot m^2$ , es el momento neto de inercia del peso neto de la construcción ( $W_0'$ ) con respecto al eje de rotación.

En las expresiones anteriores,  $K_x$  y  $K_r$  son las rigideces del elemento elástico que restringe, respectivamente, el desplazamiento lateral y la rotación de la base, y su valor depende del tipo de cimentación que se tenga, como se verá a continuación, siempre que la construcción sea suficientemente rígida y resistente y se pueda suponer que la base se desplaza como cuerpo rígido.

Cuando se trata de zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección que se analiza, o bien, losa de cimentación,  $K_x$  y  $K_r$  se obtienen de la tabla 6.22, en la que  $G$ , en  $t/m^2$ , es el módulo de rigidez medio del estrato en que se apoya la construcción, y los radios equivalentes  $R_x$  y  $R_r$ , en m, están dados por:

$$R_x = \sqrt{\frac{A}{\pi}}, \quad R_r = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}}$$

donde  $A$ , en  $m^2$ , es el área de la superficie neta de cimentación, e  $I$ , en  $m^4$ , es el momento de inercia de dicha superficie con respecto a su eje centroidal perpendicular a la dirección que se analiza.

Cuando la cimentación es a base de zapatas corridas con dimensión corta en la dirección del análisis, o de zapatas aisladas, las rigideces se deben calcular con las siguientes expresiones:

$$K_x = \sum K_{xi}, \quad K_r = \sum x_i^2 K_{vi}$$

en las que  $i$  denota valores correspondientes a la zapata  $i$ -ésima;  $x_i$  es la distancia, en la dirección de análisis, entre el centroide de la zapata y el eje centroidal de la planta de cimentación, y  $K_{xi}$  y  $K_{vi}$  se determinan de la tabla 6.22, empleando el valor de  $R_x$  que corresponde a la zapata en cuestión.

Finalmente, cuando se tienen pilotes de punta, su influencia en el valor de  $K_r$  se considera con el segundo término de la expresión correspondiente de la tabla 6.22, empleando para el cálculo de  $K_p$  la expresión:

$$K_p = \sum_{i=1}^n k_{pi} d_i^2$$

en la que  $n$  es el número de pilotes, y  $k_{pi}$  y  $d_i$  son, respectivamente, la rigidez vertical y la distancia del pilote  $i$ -ésimo al eje centroidal de rotación.

El desplazamiento de la base se calcula, como se ha visto anteriormente, con  $V_0 / K_x$ , mientras que su rotación está dada, en radianes, por  $M_0 / K_r$ , donde  $M_0$  es el momento de volteo que actúa en la base de la estructura, en t-m. Para verificar que la estructura no alcanza los estados límite por desplazamientos laterales y por rotura de vidrios no es necesario tener en cuenta el desplazamiento y rotación de la base, a diferencia de la revisión del estado límite por choques entre estructuras, en la que sí se deben tener en cuenta ambos efectos; por su parte, cuando se calculan los efectos de segundo orden, únicamente se debe tomar en cuenta la rotación.

Cabe mencionar finalmente que  $G$ , el módulo de rigidez medio, se debe determinar experimentalmente. En caso de no ser posible esto, el valor se calculará como

$$G = 2 \left( \frac{H}{T_s} \right)^2$$

donde  $T_s$ , en segundos, es el período dominante más largo del terreno en el sitio donde se halle la estructura y se obtiene de la figura 6.4, y  $H$  es la profundidad, en metros, de los depósitos firmes profundos en dicho sitio, y se determinará mediante estudios de mecánica de suelos o, en su defecto, se tomará de la figura 6.5. En los sitios donde no se conoce  $G$ , si su valor no se determina experimentalmente, se adoptará el valor que resulte más desfavorable entre los límites de 400 y 900 t/m<sup>2</sup>.

Tabla 6.22 Valores de  $K_x$ ,  $K_r$  y  $K_v$ .

En la zona II

Profundidad de desplante <sup>(1)</sup>	$K_x$	$K_r^{(2)}$	$K_v$	
			Losa	Zapata
$\leq 1$ m	$11 G R_x$	$7 G R_r^3$	$20 G R_x$	$12 G R_x$
$\geq 3$ m	$16 G R_x$	$11 G R_r^3$	$29 G R_x$	$20 G R_x$

En la zona III

Profundidad de desplante <sup>(1)</sup>	$K_x$	$K_r$			$K_v$
		Sobre el terreno	Sobre pilotes de fricción <sup>(3)</sup>	Sobre pilotes de punta <sup>(4)</sup>	
$\leq 1$ m	$7 G R_x$	$6 G R_r^3$	$7 G R_r^3$	$6GR_r^3 + \frac{1}{1/43GR_r^3 + 1/K_p}$	$12 G R_x$
$\geq 3$ m	$8 G R_x$	$9 G R_r^3$	$11 G R_r^3$	$9GR_r^3 + \frac{1}{1/43GR_r^3 + 1/K_p}$	$16 G R_x$

- (1) Para profundidades de desplante intermedias entre 1 y 3 m interpólese linealmente entre los valores de la tabla.  
 (2) Para estructuras cimentadas sobre pilotes o pilas en la zona II supóngase  $K_r$  infinita.  
 (3) Si estos son capaces de resistir por adherencia con el suelo circundante, al menos la mitad del peso bruto de la construcción incluyendo el de sus cimientos. Cuando tienen menos de esta capacidad, interpólese linealmente entre los valores consignados en la tabla.  
 (4)  $K_p$  se calculará teniendo en cuenta los pilotes de punta que contribuyan a resistir el momento de volteo, calculando la rigidez de estos elementos ante fuerza axial como si su punta no se desplazara verticalmente.

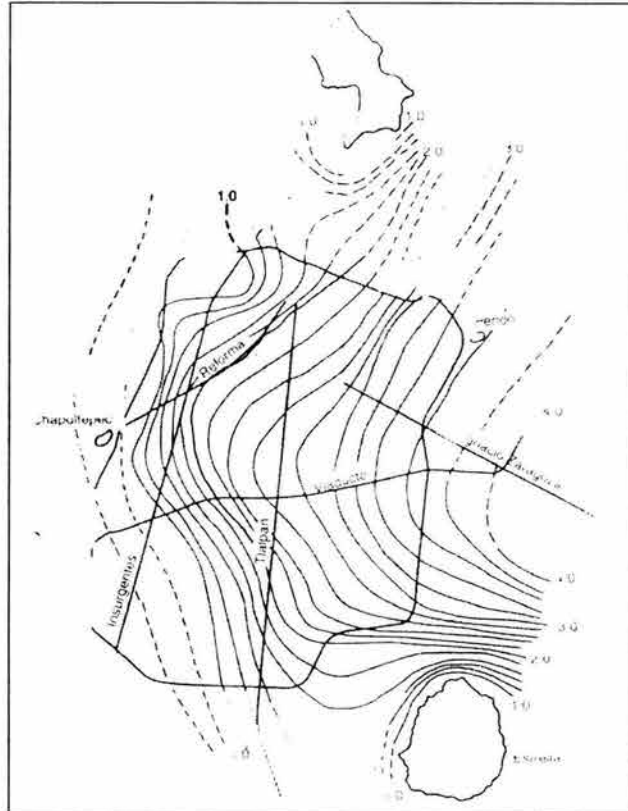


Figura 6.4 Valores de  $T_s$ , en segundos.

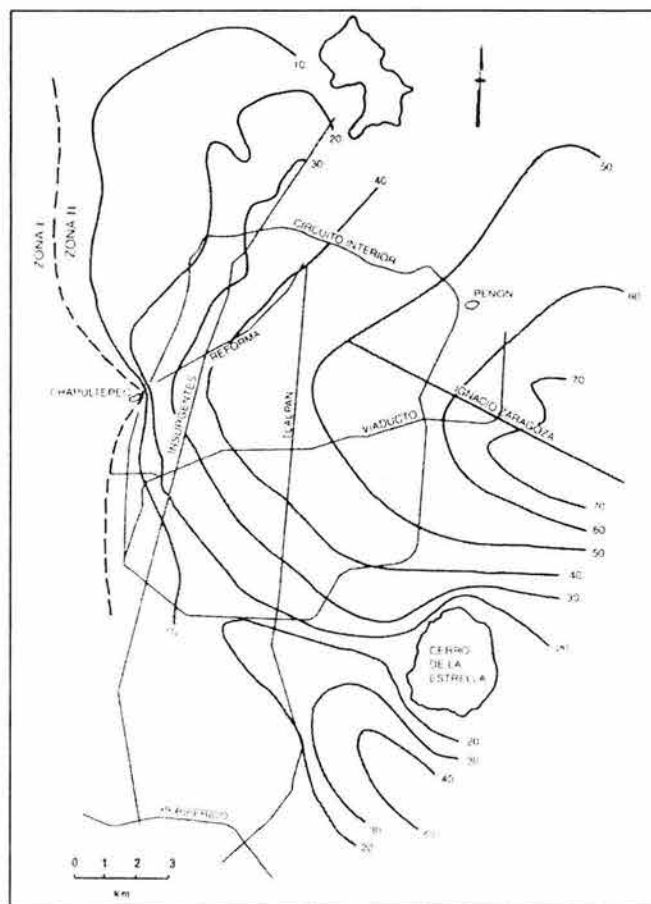


Figura 6.5 Valores de H, en metros.



---

# Configuración Estructural

Capítulo

# 7

---

Es común pensar que el comportamiento que tendrá la estructura queda definido por el diseño sísmico y, por ende, que está en manos únicamente del ingeniero estructurista, lo cual en muchas ocasiones no molesta a éste, sino por el contrario, la idea de que es quien tiene la capacidad para liarse con los fenómenos naturales aumenta su ego. En realidad, el arquitecto juega también un papel importante. Como se vio antes, entre los factores que afectan la respuesta estructural están, por ejemplo, la altura y la forma del edificio. Pues bien, ¿quién se encarga de definir tales características? Obviamente el arquitecto. Por esto, es importante que ambos profesionistas trabajen juntos desde la concepción de la estructura (o por lo menos que haya algunas consultas con el estructurista para que éste haga notar la conveniencia o inconveniencia de determinada decisión arquitectónica), para así limitar las características desfavorables que pudiera tener la estructura. Tal es la importancia del diseño arquitectónico que si un edificio es concebido sin tomar en cuenta los efectos negativos que sobre la respuesta sísmica tendrá, será muy difícil lograr un diseño estructural óptimo. Además de esta configuración arquitectónica o geométrica, es importante no perder de vista otros dos aspectos muy importantes: el sistema sismorresistente y el detallado estructural. Entonces, el conjunto de estos tres parámetros definen en gran medida el comportamiento estructural, por lo cual es muy importante saber en qué consisten, para así poder tomar las decisiones más adecuadas.

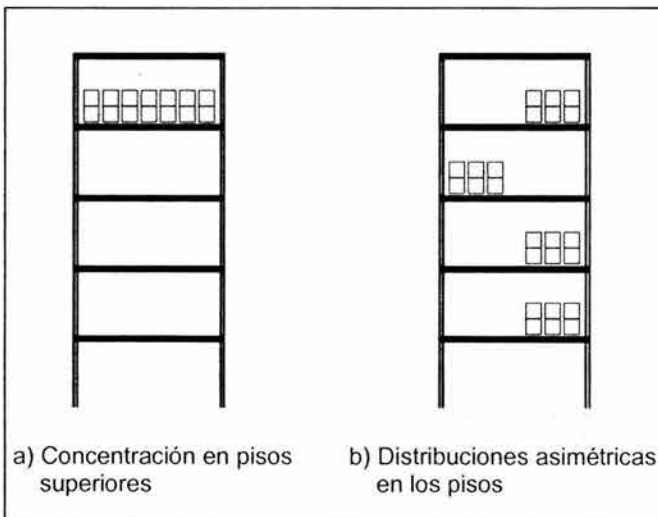
## 7.1 Configuración del edificio

Cuando se hace referencia a la configuración del edificio, es común pensar únicamente en sus características geométricas, como la altura y la forma; sin embargo, tal concepto no se limita a la apariencia del edificio, sino que también incluye el tipo, tamaño y localización de los elementos estructurales y de los elementos no estructurales que pueden llegar a afectar la respuesta sísmica, como muros, huecos de escaleras o elevadores, debido a la interrelación que existe entre ellos.

Como se mencionó anteriormente, la configuración comienza a ser determinada desde la concepción arquitectónica del edificio, y desde entonces es necesaria la contribución del estructurista, pues en esta fase pueden llegar a quedar limitados, o incluso definidos, los sistemas sismorresistentes a utilizar. Así entonces, es necesario conocer cómo los distintos parámetros de la configuración influyen en el comportamiento sísmico de la estructura. Por esta razón, en las siguientes páginas se presentan los principales aspectos de la configuración geométrica, como el peso, la altura, la dimensión en planta, la proporción, la simetría y la forma, y la manera en que afectan a dicho comportamiento.

### 7.1.1 Peso

Pudiera pensarse que las estructuras, a mayor peso, tienen una mayor rigidez y, sobre todo, una mayor capacidad para resistir las cargas sísmicas, pero esto no ocurre así. Si recordamos que la segunda ley de Newton dice que la fuerza es igual al producto de la



masa por la aceleración, resulta claro que las fuerzas de inercia que se generarán en la estructura serán menores mientras menor sea el peso, o la masa, obviamente.

Es recomendable evitar concentraciones excesivas de carga en los últimos niveles, pues esto tiene un efecto desfavorable sobre la respuesta sísmica, provocando un comportamiento de péndulo invertido. De igual

**Figura 7.1** Mala distribución del peso en edificios.

forma, es muy importante no permitir que haya fuertes diferencias en el peso de cada nivel, tal como quedó estipulado en los requisitos de regularidad de la sección 5.3.2, y tratar de que las cargas estén distribuidas uniformemente en cada planta para evitar que haya vibraciones torsionales.

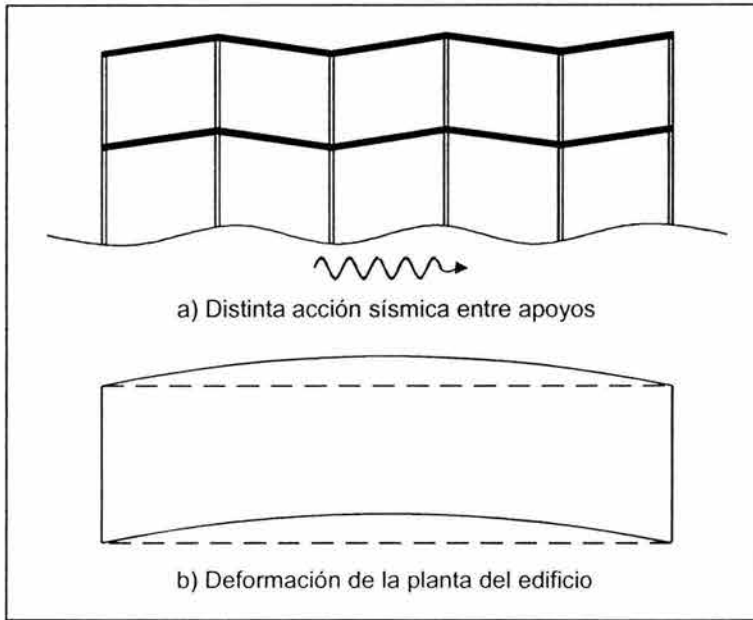
### 7.1.2 Altura

La altura es un factor de gran importancia, principalmente por la influencia que tiene sobre el período de vibración. Existe una fórmula empírica que nos dice que el valor de éste es igual a un décimo del número de niveles que tiene la estructura <sup>(11)</sup>, de lo cual es fácil deducir que, a mayor número de pisos, mayor será el período. Sin embargo, debemos recordar que la altura por sí sola no determina las características vibracionales del edificio, pues hay que considerar también otros factores como la relación altura-base, la altura de entrepisos, el tipo de sistema estructural, los materiales y la masa.

Ahora bien, raramente se limita la altura para mitigar el problema sísmico. En lugar de esto, se enfatiza la necesidad de utilizar métodos más refinados para el análisis conforme la altura va aumentando. Por ejemplo, en las NTCS se permite el uso del método estático para estructuras de hasta 60 metros, pero para alturas mayores se debe utilizar el método dinámico.

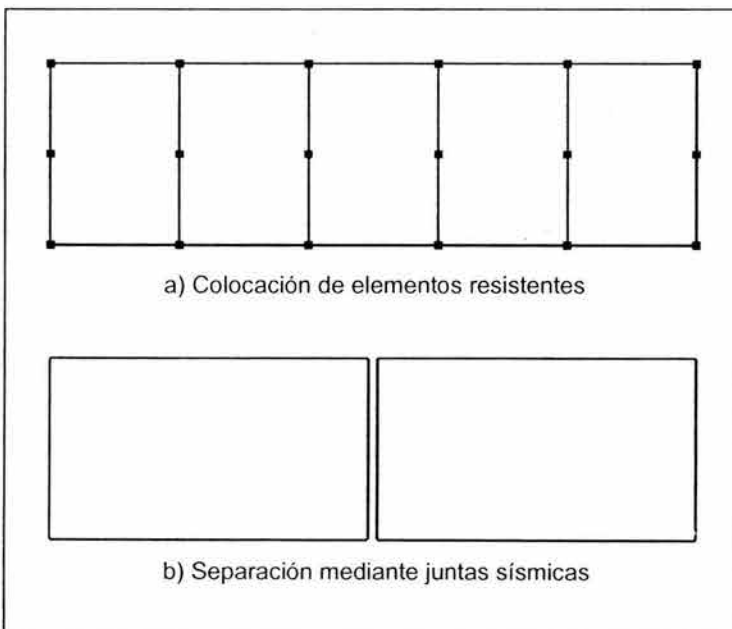
### 7.1.3 Dimensión en planta

Fácilmente se aprecia que uno de los efectos negativos que sufren los edificios altos durante un sismo son los momentos de volteo; sin embargo, los edificios bajos con grandes áreas en planta, aun siendo simétricos y sencillos, también pueden ser problemáticos al vibrar en conjunto. Esto se debe a que, para determinar las fuerzas sísmicas, usualmente se asume que la estructura vibra como un sistema de masas concentradas (el sistema masa-resorte que ya hemos visto) en el que todos los puntos de cada nivel tienen la misma respuesta y están sometidos a la misma acción sísmica; entonces, debido a que la propagación de las ondas tiene una variación al viajar por el terreno, las cargas que sufre un edificio con gran longitud no son simultáneas ni iguales y, en consecuencia, cada nivel o tramo vibrará en forma asincrónica con distintas aceleraciones, lo que causará mayores esfuerzos longitudinales de compresión y tensión y desplazamientos horizontales, así como importantes asentamientos diferenciales (figura 7.2).



**Figura 7.2** Problemática de los edificios alargados.

añadir muros de cortante o marcos rígidos para reducir los claros de la losa (figura 7.3a), o bien, colocar juntas sísmicas (figura 7.3b).



**Figura 7.3** Alternativas para mejorar el comportamiento de edificios alargados.

De las desventajas que presentan los edificios alargados, el gran nivel de esfuerzos que sufren los sistemas de piso es la más preocupante. Esto es así debido a que la rigidez puede ser insuficiente y entonces la losa no tendría la capacidad adecuada para distribuir las cargas sísmicas a los elementos resistentes. Sin embargo, una forma de minimizar los efectos perjudiciales para los sistemas de piso es

#### 7.1.4 Proporción

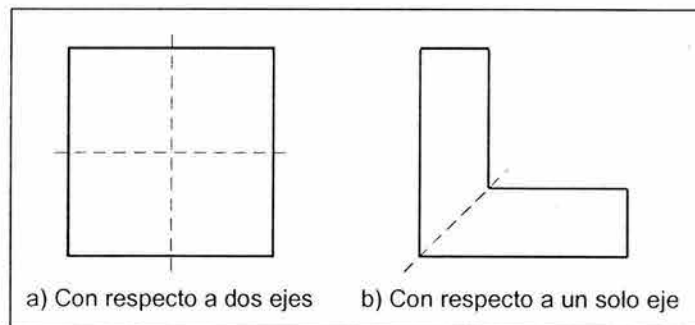
Por proporción debemos entender la relación que existe entre la altura y el ancho del edificio; en términos prácticos, podemos llamar a esta relación la *esbeltez* del edificio. Para una esbeltez grande, la estructura presenta amplios desplazamientos laterales cuando se somete a la carga sísmica; en consecuencia, las fuerzas axiales en las columnas debidas al momento de volteo serán muy grandes, y lo mismo ocurrirá con las fuer-

zas de compresión y de desprendimiento que actúan en la cimentación.

La recomendación para evitar estos inconvenientes está dada en las NTCS, donde se limita la relación altura-ancho a 2.5, tal como vimos en la sección 5.3.2.

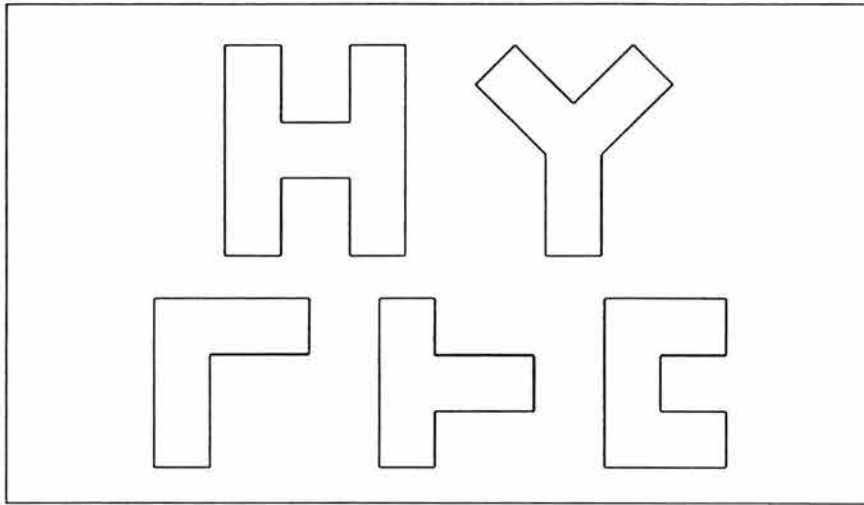
### 7.1.5 Simetría y forma

Un factor de gran importancia para la respuesta sísmica es la simetría que tenga el edificio, no sólo en planta, sino también en elevación, y ya sea con respecto a uno o dos ejes. Si observamos la planta presentada en la figura 7.4a, podremos notar que es simétrica con respecto a dos ejes, mientras que la de la figura 7.4b lo es sólo con respecto a uno. Esto no quiere decir que ambas tengan una configuración idónea, como veremos más adelante.

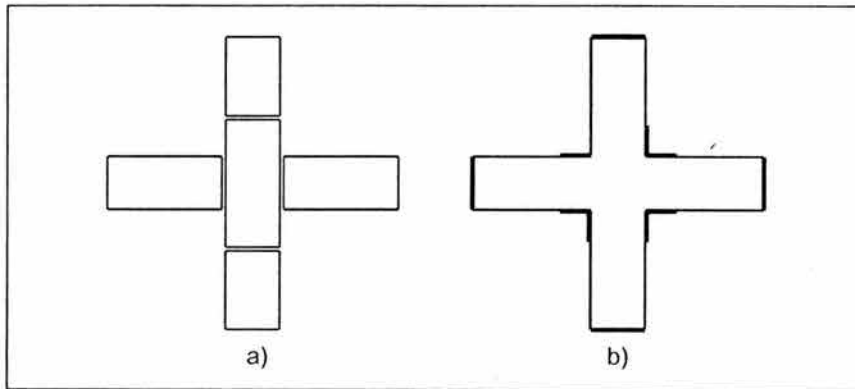


**Figura 7.4** Plantas simétricas geoméricamente.

La geometría de la planta debe ser sencilla y no presentar lados alargados en forma de alas, como los de la figura 7.5, pues estos, aun cuando pueden ser simétricos con respecto a dos ejes ortogonales (que es lo recomendado por las NTCS), no presentan un comportamiento sísmico satisfactorio. Esto se debe a que los lados largos vibran en direcciones diferentes y con ello provocan que haya una mayor concentración de esfuerzos en las esquinas, lo cual comúnmente provoca la falla de la zona alargada. Empero lo anterior, en el caso de tener que adoptar una de estas formas geométricas, lo más recomendable es suministrar juntas sísmicas para separar a los lados largos del cuerpo principal para que trabajen como cuerpos independientes y cortos (figura 7.6a), o bien, colocar un refuerzo en las zonas de unión y, para evitar las excesivas vibraciones, aumentar la rigidez en los extremos de los lados (figura 7.6b).



**Figura 7.5** Plantas con geometrías no deseables.



**Figura 7.6** Alternativas para mejorar el comportamiento de plantas con lados alargados. a) Juntas sísmicas; b) Refuerzo en las zonas de unión y aumento de rigidez en los extremos.

Ahora bien, por simetría del edificio en planta no debemos pensar únicamente en la forma geométrica exterior que tiene, o simetría geométrica (figura 7.4), pues también involucra la distribución de los elementos resistentes, es decir, la simetría estructural (figura 7.7). Esto se debe a que la geometría del edificio es determinante para la localización del centro de masas, mientras que la distribución de los elementos resistentes lo es para el centro de torsión. Entonces, si estos dos centros no coinciden, se generarán vibraciones torsionales que pueden dañar severamente a la estructura (figura 7.8).

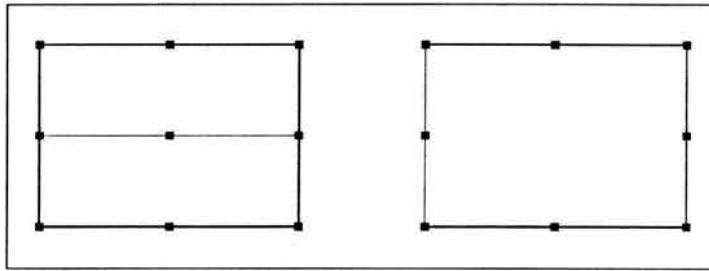


Figura 7.7 Plantas simétricas estructuralmente.

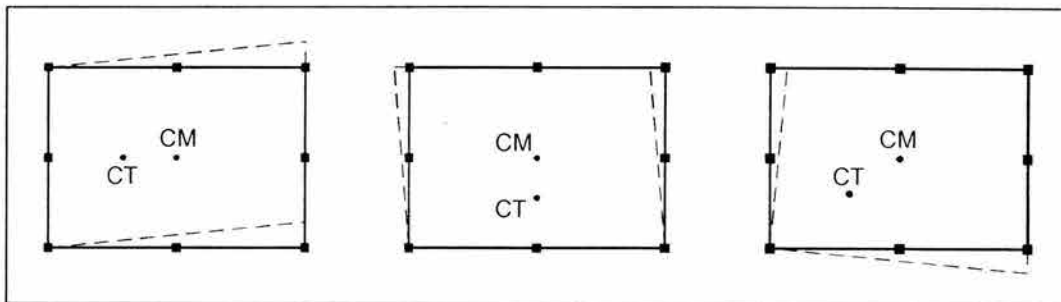
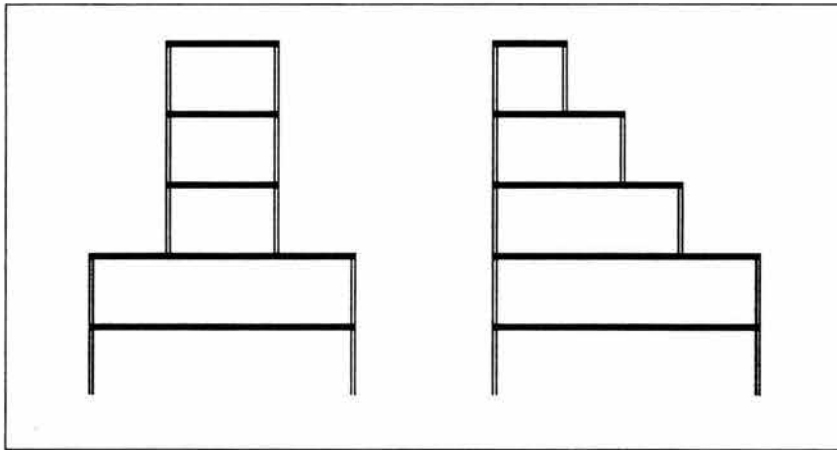


Figura 7.8 Vibración torsional debida a la excentricidad de los centros de masa y torsión.

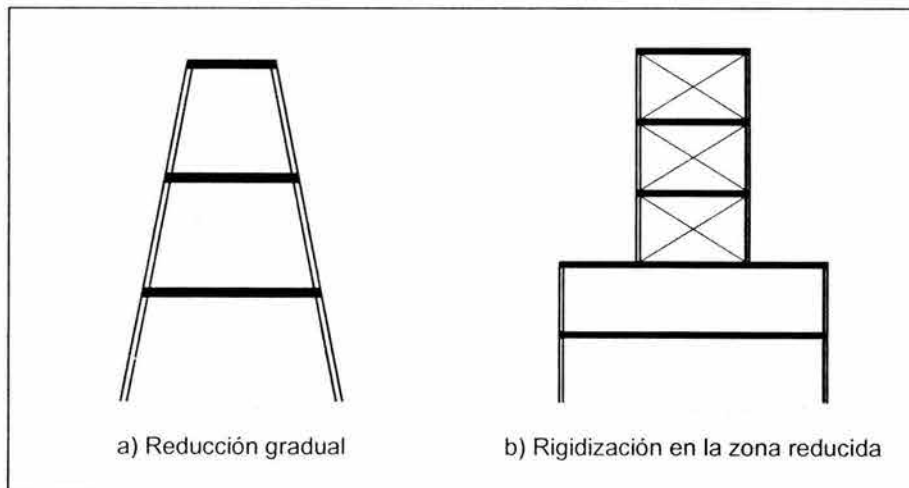
En cuanto a su elevación, también es deseable que el edificio sea simétrico, sobre todo en cuanto a la rigidez estructural y a la concentración de masas. Es deseable, por ejemplo, que la estructura no sufra reducciones bruscas, como las que se muestran en la figura 7.9, ya que entonces las vibraciones en las zonas altas del edificio serán mayores y se requerirá una gran acción de diafragma en el borde para transmitir las fuerzas de la torre a la base. Para solucionar esto, es posible hacer las reducciones en forma gradual, o bien, aumentar la rigidez lateral en las zonas reducidas, como se muestra en la figura 7.10. Si en lugar de reducción se tuviera una ampliación de la planta en los niveles superiores, además de las grandes concentraciones de esfuerzos en los bordes, el peso acumulado provocaría un comportamiento en forma de péndulo invertido, como veíamos en la sección 7.1.1.

Por otro lado, es una gran ventaja que el edificio sea estructuralmente simétrico en elevación porque con ello se evitan cambios bruscos en la distribución vertical de la rigidez y de la resistencia que pueden llegar a provocar lo que se conoce como “entrepiso blando” (figura 7.11), es decir, un entrepiso con una menor resistencia a las cargas latera-

les que los pisos adyacentes, en el cual se concentra la deformación plástica y puede provocar, como consecuencia de su propia falla, que todo el edificio se colapse<sup>(10)</sup>. Para evitar este problema, las NTCS indican que ningún entrepiso debe superar en más del 100% la rigidez del entrepiso inmediato inferior. Por lo general, el entrepiso blando se forma en la planta baja, debido a que, por el uso que se le da, es necesario dejar grandes claros, lo cual hace imposible colocar muros o columnas para aumentar la rigidez lateral.

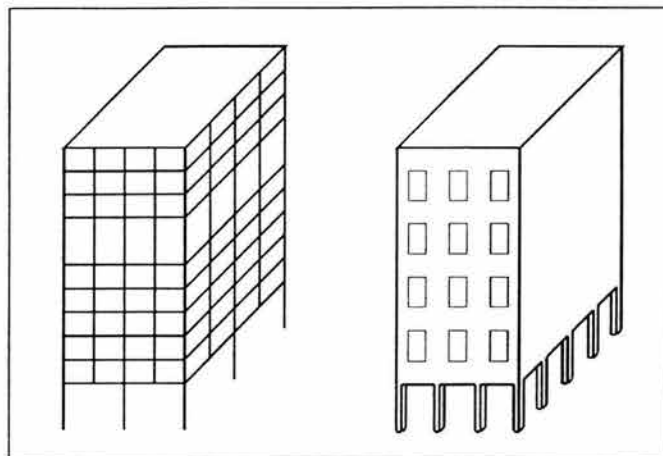


**Figura 7.9** Reducciones bruscas en la elevación de un edificio.



**Figura 7.10** Alternativas para mejorar el comportamiento de edificios con reducciones en elevación.





**Figura 7.11** Configuraciones que generan entrepisos blandos.

## 7.2 Elementos sismorresistentes

Ahora que ya hemos visto algunos de los efectos que causa la configuración geométrica y estructural del edificio, podemos analizar los sistemas más comunes que se utilizan para resistir las cargas laterales. Sin embargo, antes es preferible estudiar brevemente algunos de los elementos que conforman dichos sistemas, especialmente los diafragmas, los muros de cortante y los contravientos o arriostramientos.

### 7.2.1 Diafragmas

El término diafragma se utiliza para denotar a los elementos resistentes horizontales que se encargan de distribuir las fuerzas laterales generadas por las cargas sísmicas entre los elementos resistentes verticales (a lo cual comúnmente se le llama *acción de diafragma*), y que generalmente tienen una altura mucho menor que el largo y el ancho (figura 7.12). De acuerdo a esta definición, fácilmente se puede deducir que la forma más común de encontrar a los diafragmas es como losas de entrepiso y azotea (sistemas de piso).

Un aspecto que hay que cuidar para que el diafragma, o sistema de piso, cumpla adecuadamente con su función es la rigidez, pues ésta debe ser tal que la losa sea capaz de resistir las fuerzas que actúan en su plano sin sufrir deformaciones, ya que de no ser así las cargas no se distribuirían entre los elementos resistentes de acuerdo a su rigidez, sino que cada uno tomaría las generadas en su área tributaria, como se muestra en la fi-

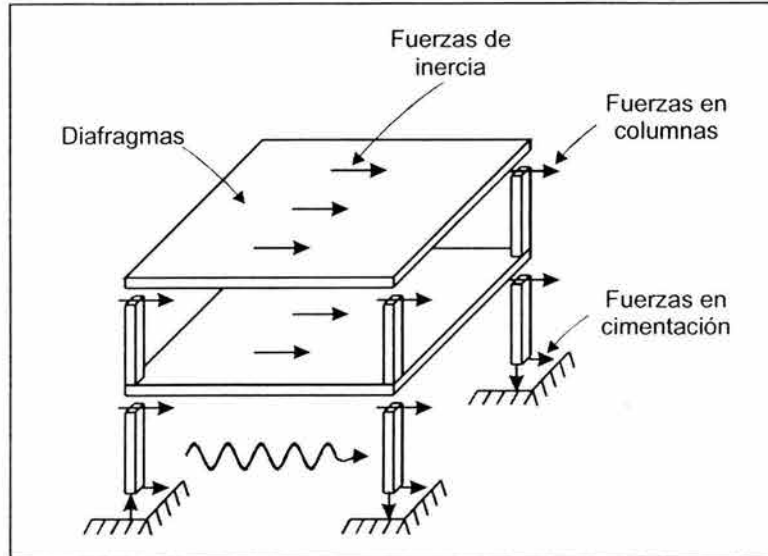


Figura 7.12 Funcionamiento de un diafragma.

gura 7.13, donde la parte sombreada representa el área tributaria para el marco del eje C, que toma las fuerzas de inercia en ella generadas debido a la insuficiente rigidez del sistema de piso a base de vigas paralelas y cubierta flexible <sup>(11)</sup>. Además de esto, la planta de la estructura sufriría distorsiones, lo cual invalidaría la hipótesis de que las fuerzas sísmicas actuantes en cualquier dirección, al ser descompuestas, se pueden concentrar en elementos resistentes ortogonales. En caso de que se deba utilizar algún material o sistema con rigidez insuficiente, como el de vigueta y bovedilla, se pueden colocar contravientos horizontales sobre vigas paralelas, o firmes estructurales de concreto.

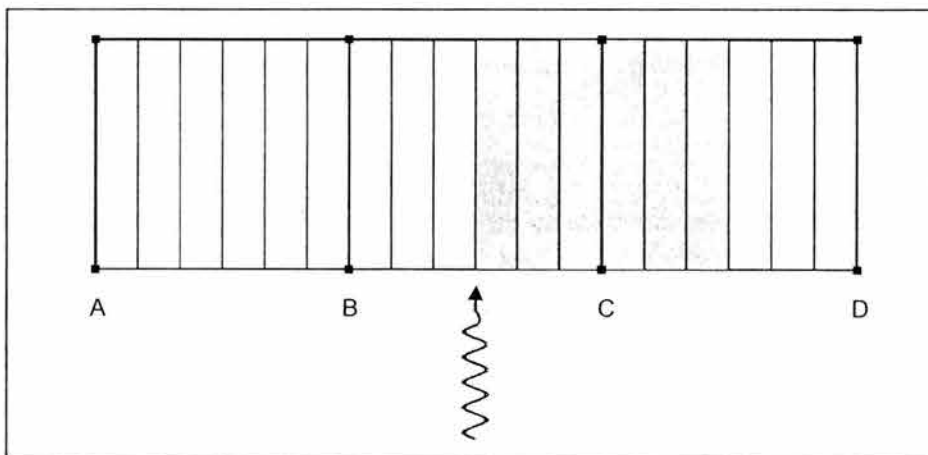
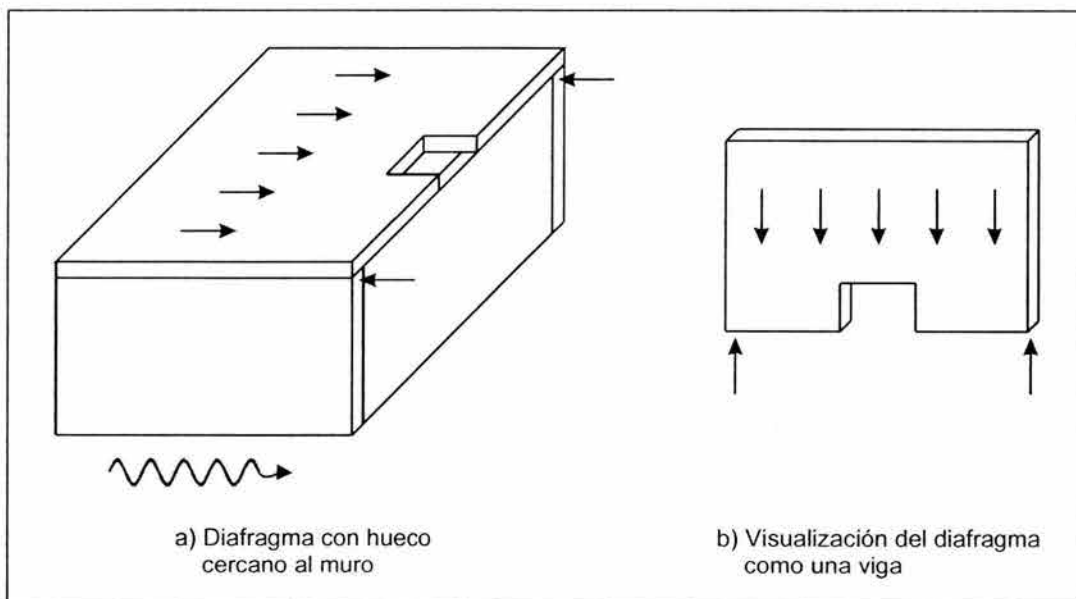


Figura 7.13 Distribución desfavorable de las fuerzas de inercias debido a un diafragma flexible.

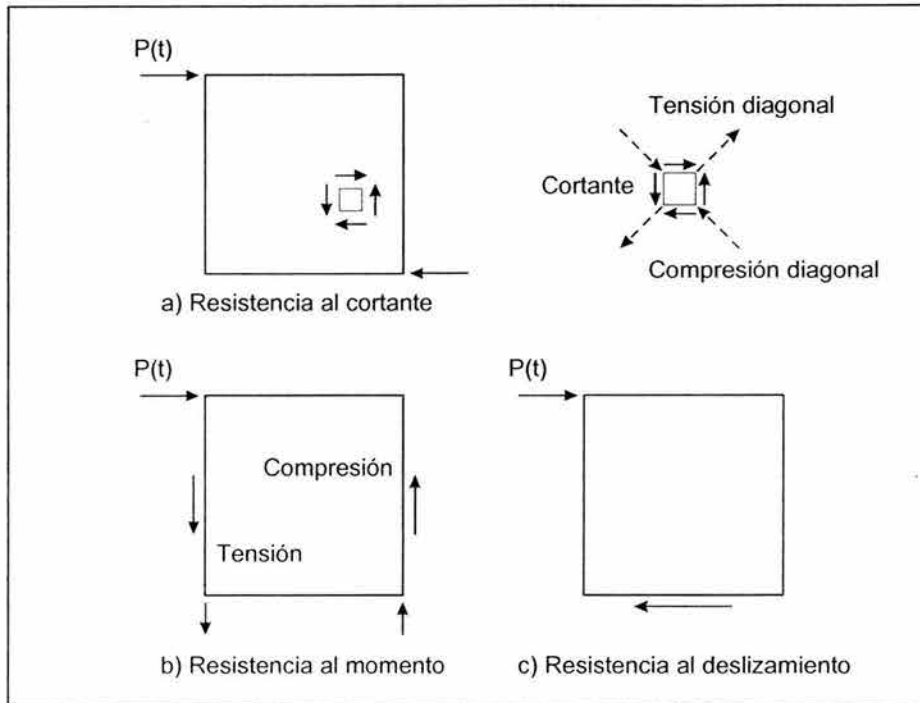
Una gran desventaja para los sistemas de piso es la presencia de huecos, cuyo tamaño y localización son factores críticos para su correcto funcionamiento, y que además es muy frecuente debido a detalles como escaleras, ascensores o ductos de ventilación. La razón no es difícil de comprender si visualizamos al diafragma como una viga, tal como se muestra en la figura 7.14. En este caso, la abertura se encuentra cercana a los muros, y sus efectos son muy negativos, pues debilitan seriamente la capacidad de carga del diafragma, es decir, reducen su resistencia al cortante, lo cual puede hacerlo fallar e impedir así que distribuya las cargas laterales; de igual forma, otra ubicación crítica de los huecos que causa esas mismas inconveniencias es la intersección con contravientos horizontales. Para evitar estos efectos desfavorables, y en consecuencia la falla prematura de la estructura, es necesario verificar que la zona de la losa adyacente al hueco tenga una alta resistencia al cortante y también considerar que durante la acción sísmica la zona en que se encuentra el hueco estará sujeta tanto a tensión como a compresión, debido a la alternancia en la dirección de la aplicación de la carga.



**Figura 7.14** Efecto negativo de los huecos en zonas cercanas a los muros.

### 7.2.2 Muros de cortante

Como su nombre lo indica, estos elementos (que en sentido estricto son sólo diafragmas verticales) están diseñados especialmente para contribuir a la resistencia de las fuerzas laterales que se generan durante los sismos, y su funcionamiento consiste en que la carga



**Figura 7.15** Aspectos a cuidar en muros de cortante.

recibida en la parte superior del muro por la acción del diafragma se transmite hasta la parte inferior, donde es resistida por una combinación de fuerzas horizontales y momentos, antes de llegar a la cimentación. En consecuencia, para que la resistencia pueda darse en el muro, es necesario cumplir con tres aspectos <sup>(24)</sup>:

- Resistencia al cortante*, que involucra la transferencia de la carga lateral hasta la base del muro con suficiente resistencia para soportar el cortante directo y los dos esfuerzos adicionales que se generan: la tensión y la compresión diagonales (figura 7.15a).
- Resistencia al momento*, debido a que el muro actúa como una viga en voladizo, y en consecuencia tiene una gran necesidad para resistir el momento de volteo que se genera en la base. Debido a que es muy difícil que el muro llegue a rotar con respecto a un eje perpendicular a su plano, el efecto del momento de volteo se traduce como esfuerzos de compresión y tensión en los extremos del muro (figura 7.15b).
- Resistencia al deslizamiento* pues, aunque es muy raro que ocurra, si no se cuenta con un anclaje eficiente en la base del muro, éste puede sufrir un desplazamiento

en la dirección en que se aplique la carga. Puede llegar a ocurrir sobre todo en muros con rigideces muy altas, como los de concreto prefabricado o presforzado (figura 7.15c).

Los muros pueden estar contruidos de distintos materiales, aunque los más comunes son la mampostería y el concreto reforzado. Los muros de mampostería son más económicos que los de concreto, aunque sus principales desventajas son la gran fragilidad que presentan y la rápida degradación de rigidez que sufren al someterse a cargas cíclicas. No obstante, una solución que permite aumentar la ductilidad del muro, como ya hemos visto, es utilizar piezas huecas e introducir acero de refuerzo en algunos de los espacios vacíos coincidentes (sección 4.3.7).

### 7.2.3 Contravientos

Los contravientos o riostras son elementos esbeltos cuya función es proporcionar una mayor rigidez lateral a los marcos. Están colocados en las crujías en forma diagonal, por lo cual trabajan únicamente a tensión o a compresión, de acuerdo a la dirección de la carga, como se puede apreciar en la figura 7.16a. Debido a que estos elementos son esbeltos, pueden llegar a sufrir pandeos cuando se les aplica la carga en compresión, lo cual se puede evitar colocando no sólo un elemento en la crujía, sino adoptando un sistema en forma de X, como el de la figura 7.16b, que además constituye un elemento arquitectónico muy utilizado actualmente.

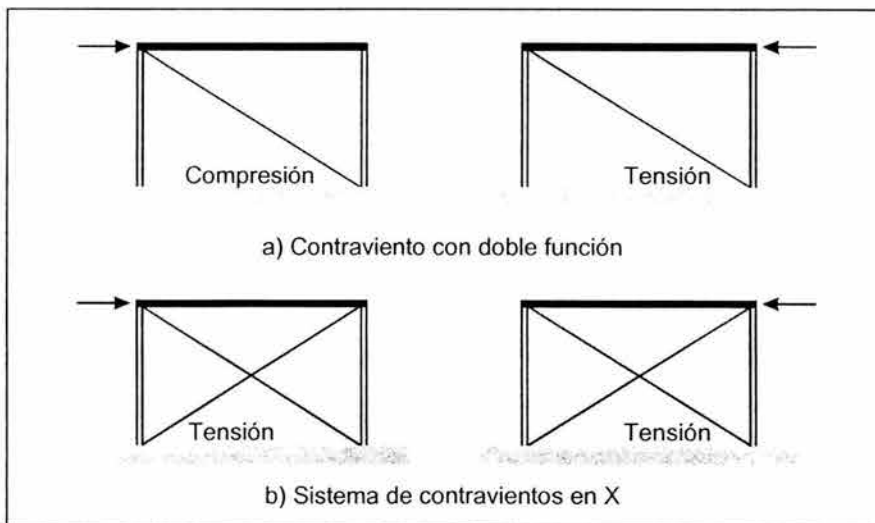


Figura 7.16 Contravientos o riostras en un marco.

Algo de gran importancia para el correcto funcionamiento del sistema de contraventeo es no permitir que las conexiones del contraviento fallen antes de que éste alcance el esfuerzo de fluencia. Esto se logra simplemente poniendo atención en que la fuerza axial de fluencia (es decir, el área de la sección transversal del contraviento multiplicada por el esfuerzo de fluencia) sea menor que la resistencia de las conexiones.

Las riostras son generalmente de acero, y pueden consistir en barras, placas o perfiles estructurales y compuestos como los ángulos, canales o secciones huecas. Además, para reducir un poco el problema del pandeo de las riostras, en los edificios muy grandes se utilizan secciones relativamente robustas, generalmente vigas de ala ancha o incluso tubos. No es recomendable utilizar contravientos de concreto debido principalmente a dos factores: primero, es muy difícil lograr una adecuada unión con los elementos del marco o las juntas, y segundo, debido a que el concreto no resiste esfuerzos de tensión, al invertirse la dirección de la carga lateral puede llegar a la falla y dejar al marco sin el refuerzo considerado.

### **7.3 Sistemas sismorresistentes**

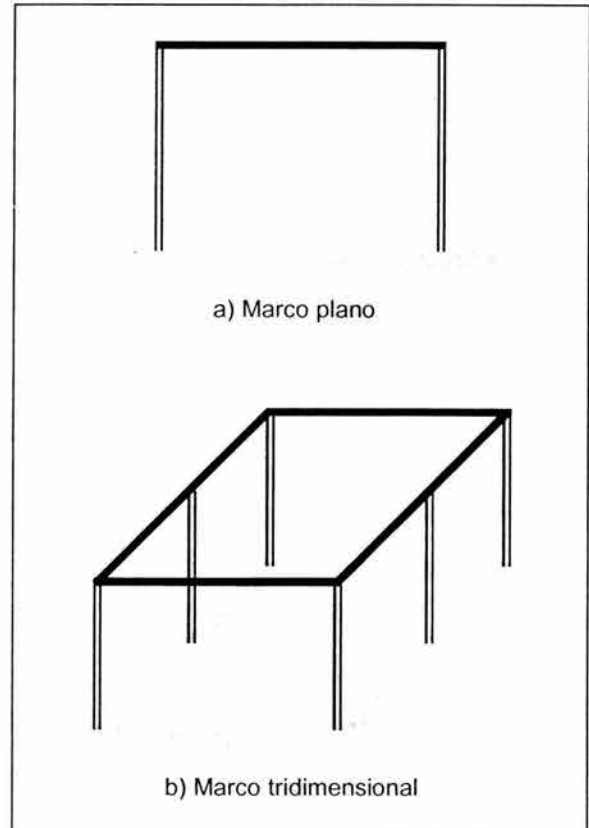
Por sistemas sismorresistentes nos referimos a los sistemas capaces de proporcionar a la estructura una adecuada resistencia ante las cargas laterales generadas por los sismos. Ahora bien, para que esto ocurra es necesario que el sistema tenga una alta rigidez lateral, lo cual se logra utilizando contravientos, muros de cortante, o simplemente garantizando que los nudos sean resistentes a grandes momentos. De acuerdo al método de rigidización utilizado, los sistemas sismorresistentes se conocen como *marcos rígidos*, *marcos rigidizados* y *sistemas tipo cajón*, que son los que analizaremos en las siguientes páginas.

#### **7.3.1 Marcos rígidos**

Si consideramos que las vigas y las columnas son básicos para la conformación de una estructura, resultará claro que el marco, al estar formado únicamente por esos dos elementos, es el sistema estructural fundamental; ahora bien, llevando esto al campo de las fuerzas sísmicas, podemos decir que el marco rígido, también conocido como marco resistente a momentos, es el sistema sismorresistente elemental (figura 7.17) y, aunque

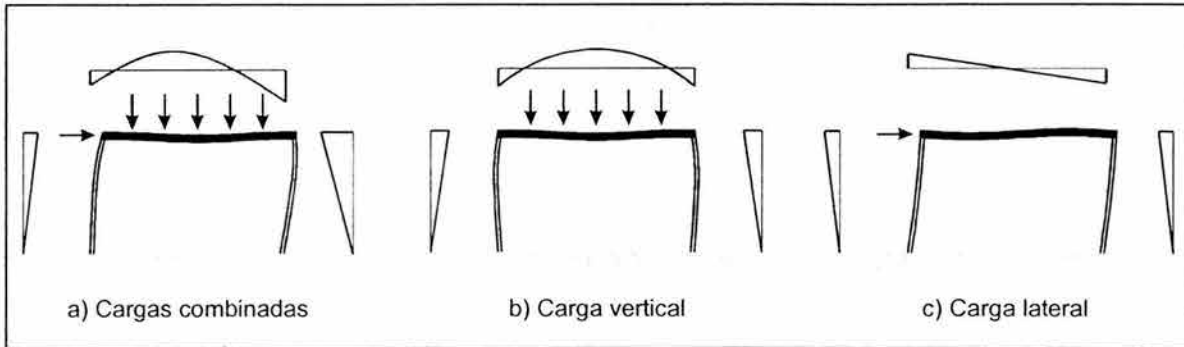
no necesariamente presenta el mejor comportamiento ante cargas laterales para todos los edificios, como veremos más adelante, sí tiene otro tipo de ventajas, sobre todo relacionadas con el ahorro del espacio interior ocupado por los elementos resistentes, lo cual se refleja en una mayor área utilizable para los ocupantes.

Al igual que la mayoría de los sistemas sismorresistentes, los marcos rígidos deben soportar tanto cargas laterales como verticales, cuyos efectos combinados se muestran en la figura 7.18a. Si descomponemos esos efectos de acuerdo a la fuerza que los causa, notaremos en la figura 7.18b que para la carga vertical el marco no presenta mayores problemas, lo cual no ocurre con la carga lateral de 7.18c. Entonces, podemos decir que una de las principales desventajas de este sistema es su ductilidad, pues sufre grandes desplazamientos laterales como consecuencia de que son sólo las columnas las que proporcionan la rigidez lateral. No obstante, esto también puede ser benéfico para la edificación, pues recordemos que lo que el RCDF busca no es que las estructuras permanezcan intactas ante un sismo fuerte, sino que sean lo suficientemente dúctiles y disipen la energía antes del colapso, lo cual obviamente se observa en los daños no estructurales o estructurales no críticos que sufre el edificio. En cualquier caso, hay que revisar que los desplazamientos laterales y las distorsiones de los marcos y de la estructura en conjunto no rebasen los límites señalados en las normas. Una forma de disminuir dichas deformaciones y mejorar el comportamiento de la estructura consiste en unir los marcos mediante vigas y con otros marcos ortogonales, de tal manera que se forme un sistema resistente en el espacio, es decir, un marco tridimensional, lo cual es muy común y, de hecho, es lo que ocurre en la realidad (aunque también pueden estar unidos mediante los sistemas de piso).



**Figura 7.17** Marcos rígidos.

permanezcan intactas ante un sismo fuerte, sino que sean lo suficientemente dúctiles y disipen la energía antes del colapso, lo cual obviamente se observa en los daños no estructurales o estructurales no críticos que sufre el edificio. En cualquier caso, hay que revisar que los desplazamientos laterales y las distorsiones de los marcos y de la estructura en conjunto no rebasen los límites señalados en las normas. Una forma de disminuir dichas deformaciones y mejorar el comportamiento de la estructura consiste en unir los marcos mediante vigas y con otros marcos ortogonales, de tal manera que se forme un sistema resistente en el espacio, es decir, un marco tridimensional, lo cual es muy común y, de hecho, es lo que ocurre en la realidad (aunque también pueden estar unidos mediante los sistemas de piso).



**Figura 7.18** Cargas actuantes y sus efectos en marcos rígidos.

Otra inconveniencia de los marcos rígidos, ya sean planos o tridimensionales, es que las uniones viga-columna pueden alcanzar la falla antes de que los otros elementos lo hagan. Para evitar esto, es necesario que los nudos tengan suficiente capacidad para resistir los momentos actuantes, lo cual se logra mediante un buen detallado estructural. Para marcos de concreto, por ejemplo, esto se realiza proporcionando una adecuada longitud de anclaje (de acuerdo a lo señalado en las NTC para Estructuras de Concreto) para que el acero de refuerzo longitudinal alcance la falla por fluencia y no ocurran fallas por adherencia; de aquí, podemos inferir que lo mejor para lograr que las juntas transfieran adecuadamente el momento actuante es hacer los marcos monolíticos, es decir, colados de una sola pieza, o bien, ubicando las juntas en las zonas donde actúen los menores momentos. En los marcos de acero la resistencia de las conexiones se garantiza relativamente más fácil debido a la versatilidad con que se pueden unir los elementos, por ejemplo, con tornillos, remaches o con soldadura; para estos casos, es necesario verificar que la resistencia de los tornillos o remaches y de la soldadura ante los esfuerzos debidos a la acción del momento en la junta es superior a los esfuerzos que puede resistir el marco en conjunto.

Además de que es más fácil lograr juntas con resistencias adecuadas, otra de las ventajas de los marcos de acero con respecto a los de concreto es que presentan una gran ligereza si se utilizan secciones como los perfiles en I. Cuando se utiliza este tipo de perfiles, lo más recomendable es colocarlos con los patines perpendiculares al plano del marco y así lograr una mayor resistencia ante el momento actuante en dos direcciones ortogonales.



### 7.3.2 Marcos rigidizados

Como ya vimos, la principal desventaja de los marcos rígidos son los grandes desplazamientos que sufren cuando se someten a cargas laterales. Una forma de solucionar esto (sin tener que aumentar las secciones transversales de las vigas y de las columnas), consiste en proporcionarles una mayor rigidez lateral, es decir, rigidizarlos, mediante un sistema de contraventeo o con muros de cortante, o incluso con combinaciones de ellos<sup>†</sup>. Utilizar alguno de estos sistemas (especialmente el de contravientos) tiene una ventaja adicional, pues con una adecuada distribución el área utilizable para los habitantes del edificio se mantiene prácticamente sin reducciones, tal y como se había expuesto para los marcos rígidos. Es importante recalcar la relativa desventaja de los marcos rigidizados mediante muros de cortante, sobre todo cuando estos son de mampostería, pues entonces sufren rápidas degradaciones de la rigidez debido a la fragilidad del material; por otro lado, los muros de concreto presentan una mayor ductilidad, pero también un mayor costo.

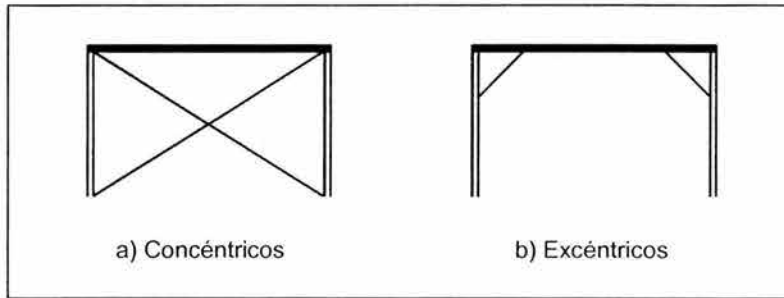
De acuerdo a la forma en que se conectan en los marcos rigidizados, es posible clasificar a los contravientos en concéntricos y excéntricos<sup>(24)</sup>. Los contravientos colocados concéntricamente son aquellos que se conectan a los nudos del marco, es decir, de la forma convencional (figura 7.19a); por su parte, los colocados excéntricamente son aquellos en los cuales uno o ambos extremos se conectan directamente con las vigas o las columnas, y no con sus nudos (figura 7.19b).

Además del material y la sección de los contravientos, la forma en que estos se coloquen (el sistema de contraventeo, propiamente dicho) influye en el comportamiento que tendrá la estructura. Aunque los contravientos están colocados en forma diagonal dentro de los marcos, y por lo general en forma de X, es posible que adopten distintas configuraciones, como se muestra en la figura 7.20; asimismo, no necesariamente todas las crujeas deben estar contraventeadas. Este último caso es de especial interés, pues si no se realiza una adecuada distribución de los sistemas rigidizantes, el comportamiento que presentará la estructura no será satisfactorio debido a que, durante un sismo, en los elementos que conectan a los marcos rigidizados (en los cuales se concentran fuerzas

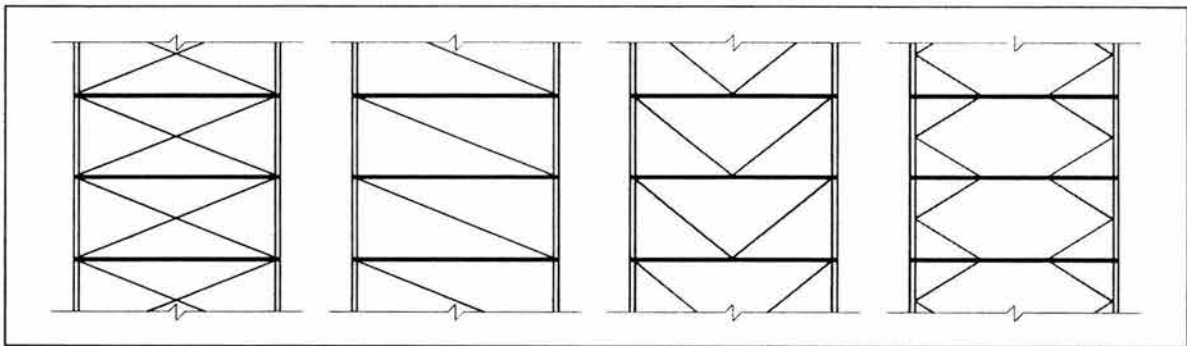
---

<sup>†</sup> Cuando se utiliza una combinación de dos sistemas rigidizantes, se dice que el marco está *doblemente rigidizado*. En estos casos, el sistema resistente así formado tiene algunas implicaciones especiales para la absorción de energía por carga dinámica y, en consecuencia, presenta cierta mejoría en la resistencia sísmica, es decir, tiene una alta redundancia<sup>(24)</sup>.

más grandes debido a su mayor rigidez) con el resto de la estructura, se presentarán solicitaciones de gran magnitud que superarán su capacidad para resistir esfuerzos y, en consecuencia, conducirán a la estructura a una falla prematura.



**Figura 7.19** Clasificación de los contravientos de acuerdo a su conexión.



**Figura 7.20** Variaciones en los sistemas de contraviento.

Al utilizar contravientos para rigidizar, se asume que la mayor contribución a la deformación del marco está dada por el acortamiento y el alargamiento de las diagonales. Sin embargo, hay también otras dos contribuciones de gran influencia, que son las siguientes <sup>(24)</sup>:

- a) *Movimiento de los apoyos*, lo cual incluye la posibilidad de deformación de los elementos de apoyo debido a la cedencia de las conexiones en el anclaje.
- b) *Deformaciones en las conexiones*, que tiene que ver con la forma de conexión de los elementos y el tipo de conectores usados (soldadura, remaches, etc.).

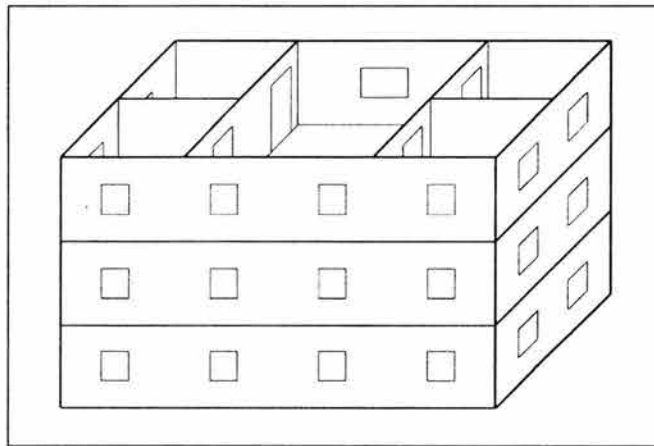
Todas las variaciones que existen entre los métodos de rigidización (materiales, deta-

lles constructivos, relación con las otras partes de la estructura), dan como resultado diferentes características en el comportamiento estructural, aun cuando cada tipo básico (contravientos y muros de cortante) tiene sus propiedades particulares, como el tipo de esfuerzos desarrollados en los miembros o las configuraciones deformadas, que no se deben olvidar al hacer el análisis. Entonces, para lograr una adecuada selección del método para rigidizar se deben hacer las siguientes consideraciones <sup>(24)</sup>:

- a) El sistema de rigidización se debe ubicar de tal manera que no interfiera con la acción de la estructura resistente a cargas gravitacionales o con el uso general del edificio. También es importante ubicarlo de forma que no afecte la localización de puertas, ventanas, corredores o elementos de servicio del edificio como ductos o tuberías. Si se trata de contravientos diseñados exclusivamente para resistir cargas axiales, su colocación y unión dentro del marco debe evitar cualquier otro tipo de carga.
- b) Aunque los contravientos pueden funcionar sólo para cargas laterales, las columnas y vigas del marco deben funcionar también para cargas verticales y deben estar diseñadas para combinaciones críticas de cargas.
- c) El marco rigidizado debe estar firme, es decir, debe ser capaz de soportar la alternancia en el sentido de las cargas laterales sin permitir que las uniones se aflojen o degraden.
- d) Para evitar cargas gravitacionales en los contravientos, algunas veces es recomendable que estos no se coloquen hasta que el marco esté completamente ensamblado, e incluso, después de que se hayan colocado las mayores cargas de la estructura.
- e) Por último, como ya vimos, es posible que sólo haya rigidizaciones en algunas crujías. Entonces, la localización de éstas debe estar coordinada con la planeación arquitectónica y debe reflejar una lógica ubicación de los elementos resistentes verticales del edificio.

### 7.3.3 Sistemas tipo cajón

Este sistema sismorresistente se basa en la utilización de marcos rigidizados mediante muros de cortante poco separados y acomodados en forma ortogonal, como se aprecia en la figura 7.21. Una de las ventajas que tiene es que permite que los muros cumplan con otras funciones, pues además de resistir las cargas laterales, también pueden soportar las gravitacionales y sirven como elementos arquitectónicos (como muros de fachada o divisorios, por ejemplo); entonces, la localización de muros, los materiales utilizados y los detalles de su construcción deben ser diseñados con todas esas funciones en mente.



**Figura 7.21** Sistema tipo cajón.

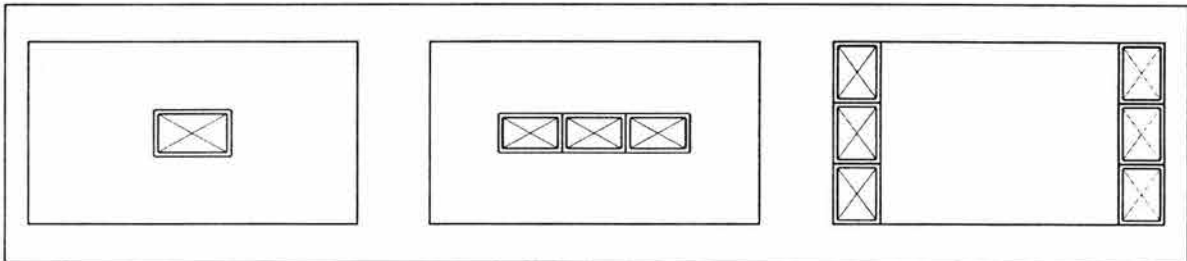
Las estructuras a base de muros de cortante resultan muy rígidas y, en consecuencia, son capaces de resistir grandes cargas laterales; sin embargo, debido a que la falla de los muros se debe principalmente al cortante, la estructura se torna frágil, es decir, tiene poca capacidad de disipación de energía en el rango plástico. Es posible, no obstante, conducir a los muros a la falla por flexión, aunque en este caso las fuerzas que se generan sobre las vigas y columnas adyacentes son demasiado grandes y, además, se desaprovecha la gran capacidad de carga de los muros.

Para lograr un mejor comportamiento, las siguientes son algunas recomendaciones generales para los sistemas tipo cajón:

- a) Evitar situaciones en las que muros con diferencias significativas de rigidez compartan cargas en una sola dirección. Aún si son muchos, los muros con menor rigi-

dez tenderán a recibir sólo una parte muy pequeña de la carga, y como consecuencia se pueden tener problemas de torsión.

- b) Cuando se tengan núcleos (fosos de elevadores, escaleras y otros espacios del mismo tipo), es preferible rodearlos con muros. Además, es recomendable que dichos núcleos se localicen como se muestra en la figura 7.22, y tratando de minimizar las excentricidades en planta.



**Figura 7.22** Localización recomendable de núcleos.

## 7.4 Elementos no estructurales

### 7.4.1 Generalidades

Por elementos no estructurales, o apéndices, debemos entender a todos aquellos componentes de la edificación que no forman parte del sistema sismorresistente, pero que es necesario incluir ya que cumplen con otras funciones. Tales componentes pueden ser arquitectónicos, como muros divisorios, recubrimientos, ventanas, plafones, escaleras y pretilas, o mecánicos, como sistemas de comunicación u otros equipos necesarios para el correcto funcionamiento del edificio o para garantizar la seguridad de los ocupantes. También quedan incluidos los apéndices estructurales como tanques y torres.

Mucho del daño económico que se presenta en los edificios durante los movimientos sísmicos se debe a los elementos no estructurales. Por esto, es muy importante que durante el diseño no se pierdan de vista dos aspectos: primero, evitar daños y malos funcionamientos en los componentes ante sismos pequeños y moderados (sobre todo en los sistemas de seguridad humana, como los de resistencia al fuego y los de evacuación); y segundo, tener en cuenta la forma en que dichos elementos interactúan con el sistema sismorresistente, pues pueden llegar a afectarlo en forma negativa, como veremos más adelante. El primer caso, además, requiere un cuidado especial, ya que se puede poner

en riesgo la seguridad humana; por ejemplo, la caída de vidrios de ventanas o plafones puede matar a las personas que se encuentren por ahí, o bien, el colapso de las escaleras o la falla de las luces de emergencia pueden evitar que la gente evacúe oportunamente el edificio. Inclusive, mantener sin daño los elementos no estructurales es prioritario en algunas edificaciones, como los hospitales, en los cuales se debe garantizar que todo el equipamiento médico, incluyendo los ductos y los sistemas de electrificación, se mantengan en correcto funcionamiento inmediatamente después del sismo.

Por lo general, los elementos no estructurales fallan debido a las excesivas deflexiones que son resultado de las grandes fuerzas de inercia a que se someten, o bien, que son transmitidas por la propia deflexión de la estructura principal. Una de las medidas para mitigar este último efecto está dada en el artículo 209 del RCDF, donde se estipulan los valores máximos que pueden tener las distorsiones, es decir, las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos (calculados para el sismo de diseño con alguno de los métodos de análisis sísmico vistos en el capítulo 6) divididos entre la diferencia de elevaciones correspondientes (figura 7.23). Se estipulan dos límites para la distorsión admisible ( $\psi_{adm}$ ), dependiendo de la condición que se tenga:

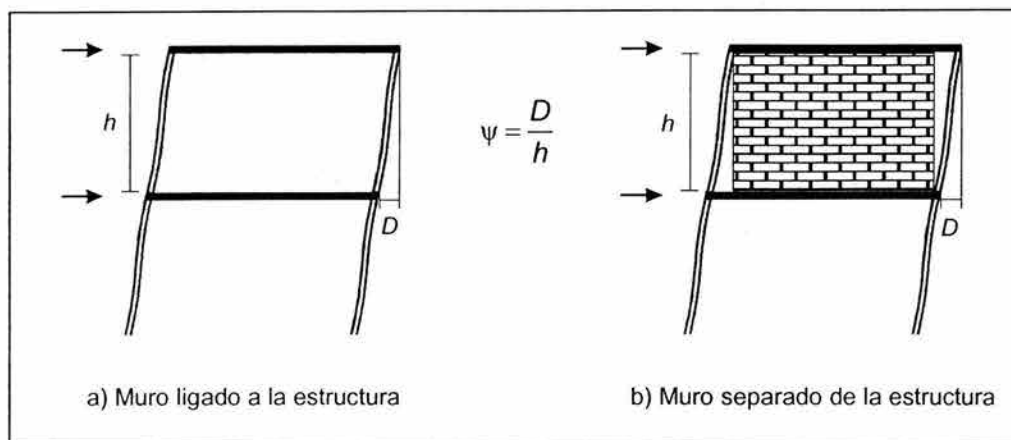
- a) Cuando los elementos no estructurales incapaces de soportar deformaciones apreciables se encuentren ligados a la estructura principal de tal forma que se vean obligados a deformarse de la misma manera que ésta (figura 7.23a):

$$\psi_{adm} = 0.006$$

- b) Cuando dichos elementos se encuentren desacoplados de la estructura principal de tal forma que no se les induzca ningún daño por la deformación de ésta (figura 7.23b):

$$\psi_{adm} = 0.012$$

Estos límites, por otro lado, son conservadores, pues están por debajo de los desplazamientos reales que pueden soportar sin daño la mayoría de los elementos no estructurales; sin embargo, esto resulta lógico si consideramos que se tiene que garantizar que dichos elementos funcionen correctamente aun después de eventos sísmicos pequeños y moderados, los cuales seguramente se presentarán varias veces durante la vida útil de la edificación.



**Figura 7.23** Distorsión de un entrepiso con elemento no estructural.

#### 7.4.2 Fuerzas actuantes sobre los elementos no estructurales

Las fuerzas de inercia o los desplazamientos que se generan en los apéndices se deben al movimiento de su base. Si consideramos que dichos apéndices están apoyados no en el terreno, sino en algún piso de la estructura, resulta claro que su respuesta estará ligada directamente a la del piso respectivo. Para que esto quede más claro, definamos un factor de amplificación como el cociente de la respuesta del apéndice rígido y la del piso <sup>(10)</sup>. Cuando el apéndice está firmemente anclado al piso, el factor de amplificación será igual a uno, ya que la respuesta de ambos elementos será idéntica; en el caso en que para fijar el apéndice se utilice algún dispositivo flexible, como placas de neopreno, que haga que su respuesta sea mayor que la del piso, el valor del factor será, en consecuencia, mayor a uno.

De acuerdo a lo anterior, una forma para conocer la respuesta de los apéndices sería separarlos de la estructura y analizarlos (generalmente idealizados como un sistema con un grado de libertad), de acuerdo a la excitación de la base; sin embargo, como esta excitación proviene directamente de la respuesta del piso de la estructura, es necesario conocer las características del movimiento de éste, para lo cual se debe aplicar un análisis de respuesta de historia en el tiempo, que hace más complejo el procedimiento.

Para simplificar el cálculo de las fuerzas en los apéndices de edificios y evitar complicaciones como la del párrafo anterior, en la sección 8.2 de las NTCS se permite realizar el cálculo suponiendo que el elemento está apoyado directamente sobre el terreno, pero multiplicando este resultado por el factor

$$1 + \frac{4c'}{c}$$

donde  $c'$  es el coeficiente por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del apéndice cuando se calculan las fuerzas laterales sobre la estructura principal. Un ejemplo en la sección 6.2.1.1 del capítulo anterior ilustra el procedimiento de cálculo.

Una vez que se conocen las fuerzas laterales que actúan sobre el apéndice, se procede a analizar y a diseñar utilizando los métodos convencionales garantizando principalmente que su instalación no se verá afectada por el movimiento de la estructura. Por ejemplo, para muros, revisarlos por volteo; para equipo anclado al piso mediante tornillos o pernos, revisar estos por cortante y por tensión.

### 7.4.3 Efectos e interacción de los elementos arquitectónicos

Una práctica muy común, aunque nada recomendable, durante el diseño de las estructuras es que no se tomen en cuenta los elementos arquitectónicos, pues se piensa que, por el sólo hecho de ser concebidos como no estructurales, son ajenos a los efectos sísmicos, lo cual no ocurre en la realidad. Por un lado, estos elementos sufren la acción de las fuerzas de inercia que se generan debido a su propia masa, y por otro, también pueden llegar a tener una influencia notable en el comportamiento de la estructura, debido a la interacción que existe entre ellos y los elementos estructurales.

La influencia en el comportamiento de la estructura es variable y depende del tipo y las características de los elementos no estructurales. Si estos elementos son flexibles y la estructura es rígida, la influencia es pequeña, pero en caso contrario, por ejemplo cuando existen muros divisorios de mampostería ligados a los marcos, la influencia aumenta. Algunos de los efectos que pueden ocurrir son los siguientes <sup>(10)</sup>:

- a) Puede acortarse el período de vibración del edificio, lo que da por resultado un nivel diferente en las fuerzas laterales que actúan sobre el sistema.
- b) Puede cambiar la distribución de los cortantes de entrepiso en las columnas, y en algunas de éstas pueden llegar a generarse fuerzas mayores a las supuestas en el diseño original.



- c) Una distribución asimétrica de los muros no estructurales puede provocar una torsión importante en el sistema.
- d) Es posible que una fuerza local se concentre si los muros no estructurales se distribuyen en forma no uniforme en la altura.

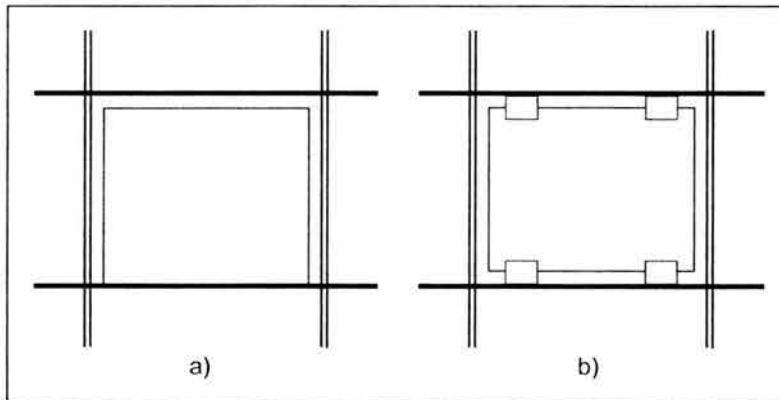
Por su parte, la interacción que ocurre entre ambos tipos de elementos a menudo se traduce como solicitaciones adicionales en los apéndices generadas por las deformaciones que sufre la estructura principal, cuando se encuentran en contacto con ella.

Para aminorar tanto los efectos negativos en el comportamiento estructural, como las solicitaciones en los apéndices, se puede proceder de dos formas. Primero, los elementos no estructurales pueden desacoplarse del sistema estructural de tal modo que las deformaciones de ésta no les afecten. Este procedimiento tiene la ventaja de permitir aislar prácticamente a los elementos arquitectónicos, y así revisar únicamente el aspecto que interesa para lograr su estabilidad (momentos de volteo en los muros, flexocompresión en columnas de apoyo, etc.); sin embargo, su principal desventaja es que implica un mayor cuidado y detallado para poder satisfacer otros requerimientos de funcionalidad como el aislamiento térmico o acústico.

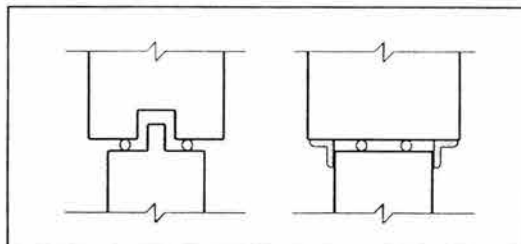
En el segundo método, los elementos no estructurales van ligados a la estructura principal, pero entonces hay que considerar la forma en que van a influir en el comportamiento, es decir, hay que tomar en cuenta la rigidez lateral que van a aportar, qué distribución tomará el cortante, etc. Además de esto, debido a que muchos de los elementos arquitectónicos son frágiles y tienen una capacidad mucho menor de deformación, es necesario restringir los desplazamientos laterales de la estructura a los valores límites permisibles (sección 7.4.1), o bien, a los que puede resistir el apéndice, para evitar su falla y asegurarse que realmente se estarán comportando según lo calculado. Con este método, el aislamiento del agua, del ruido o del calor es más factible que con el anterior.

Un claro ejemplo de la interacción que hay entre elementos estructurales y no estructurales y de los dos métodos anteriores lo constituye un muro divisorio. Cuando está ligado firmemente a un marco estructural (como el caso de la figura 7.23a), el muro se ve forzado a deformarse de manera similar al marco, y fallará si éste lo obliga a deformarse más allá de su límite permisible (aun cuando se haya sometido a algún sismo inferior al de

diseño), dejando entonces de contribuir rigidez lateral. Para evitar la falla, el muro puede desacoplarse del marco y entonces se comporta como un elemento independiente de las deformaciones de este. En la figura 7.24a el desacople se realiza únicamente en tres lados, manteniendo la base fija a la trabe del marco inferior, mientras que en la figura 7.24b todo el perímetro del muro está separado del marco y se sujeta a éste mediante placas de acero que le permiten deslizarse libremente en su plano y resistir con firmeza la deformación fuera de él. En ambos casos, la separación que debe haber se determina de acuerdo a la deformación lateral del marco; además, como ya veíamos, esta separación se debe rellenar para evitar el paso del ruido, del agua o de otros agentes que impidan el óptimo funcionamiento y la comodidad de la edificación. En la figura 7.25 se presentan dos detalles del aislamiento.

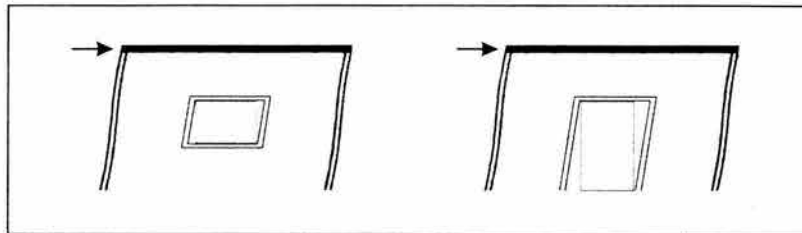


**Figura 7.24** Colocación de muro divisorio en la estructura.  
a) Desacoplado y unido sólo en la base; b) Desacoplado y unido indirectamente mediante placas de acero.



**Figura 7.25** Detalles del aislamiento de muros desacoplados.

La deformación de las ventanas es otro aspecto que hay que cuidar, sobre todo porque la rotura de los vidrios puede lastimar seriamente a las personas que se encuentren cerca o debajo de ellas. Es importante hacer las dos consideraciones siguientes. Primero, la holgura entre la armazón de la ventana y el vidrio, la cual se deberá rellenar con algún material que mantenga su flexibilidad con el tiempo. La segunda consideración se aplica también a puertas y a otros elementos cuya función principal sea el restringir y permitir el paso a través de ellos, y consiste en dejar las holguras suficientes entre estos y el muro o marco circundante para evitar que se desnivelen y no se puedan abrir o cerrar fácilmente (figura 7.26).



**Figura 7.26** *Holguras entre ventanas o puertas y muros.*

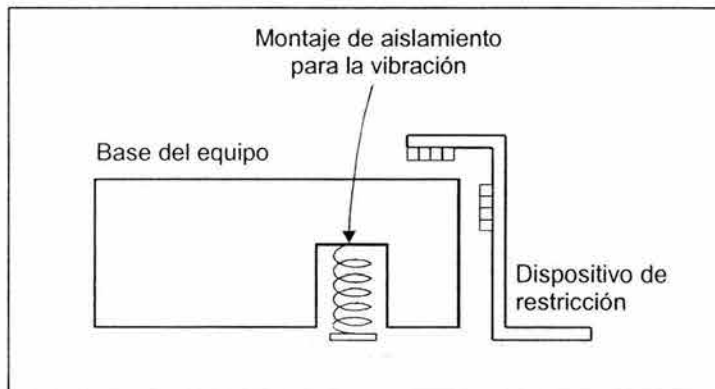
Los falsos plafones son otros de los elementos arquitectónicos cuya falla puede ocasionar severas lesiones a los ocupantes del edificio. Ya que lo más común es que estos elementos caigan durante el sismo, su conexión con la losa debe ser firme y estar diseñada apropiadamente para resistir las solicitaciones que pudieran presentarse, como el cortante. Además, se debe cuidar que las piezas que componen el plafón (ya sean de tablaroca, madera u otro material) no choquen contra otros elementos como muros o trabes, ya que esto puede inducir esfuerzos excesivos en el plano de la pieza y hacerla fallar, o bien, desensamblarla o desacomodarla y ocasionar su caída. Una buena forma de evitar esto es dejar holguras en los lados del plafón cercanos a los muros o las trabes, e incluso, entre las mismas piezas.

#### **7.4.4 Equipo e instalaciones**

Por lo regular, el equipo que se instala en la estructura es rígido, es decir, consiste de una armazón metálica o de algún otro material que no admite deformaciones cuando se somete a la acción sísmica, pero que puede llegar a deslizarse o incluso a voltearse debido a ella. Por esta razón, es muy importante diseñar correctamente el método de fijación del

equipo al piso, sobre todo cuidando el cortante y el momento de volteo, y considerar la posibilidad de fijarlo también por la parte superior para lograr una mayor estabilidad.

Cuando el equipo va unido directamente al piso, ya sea con pernos o tornillos, es necesario revisar que no transmita vibraciones excesivas a la estructura, pues por un lado pueden llegar a dañarla, pero lo más importante es que también pueden generar ruido que resulte incómodo para los ocupantes. Esto se puede evitar utilizando dispositivos aisladores o bases flexibles, los cuales deberán ser capaces de disipar eficientemente las vibraciones y de soportar las cargas sísmicas que se generen en ellas. También es posible utilizar un dispositivo de restricción que limite al equipo tanto en el movimiento vertical como en el horizontal, como se ve en la figura 7.27.

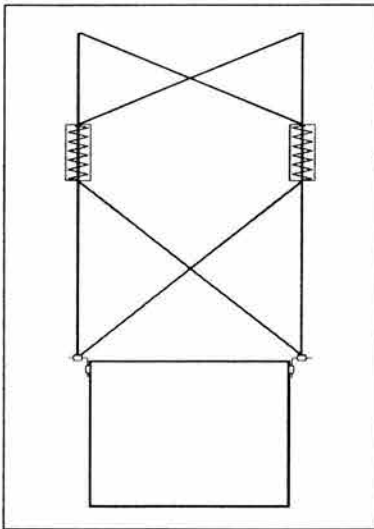


**Figura 7.27** Retén para un sistema de aislamiento de vibraciones.

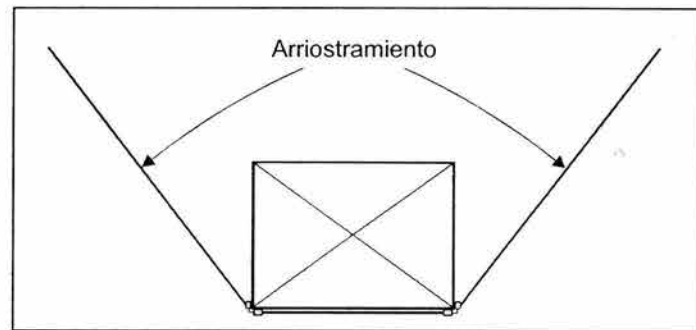
Si hay equipo ligero suspendido del techo mediante barras rígidas, una forma muy conveniente de limitar sus desplazamientos (que de otro modo serían excesivos), es por medio de un sistema de arriostramiento en X conectado a un par de amortiguadores, como se ve en la figura 7.28.

Muchas veces nos olvidamos de las tuberías al pensar en el daño sísmico; sin embargo, la rotura de algunas de ellas, como la del gas, puede ser muy peligrosa. Una buena medida para mitigar este problema son las tuberías flexibles que aceptan deformaciones importantes. Cuando se requiera utilizar tubos rígidos, será necesario colocar tramos flexibles en las zonas de la estructura donde se prevé ocurrirán deformaciones, como en las juntas constructivas, o bien, utilizar algún método de acoplamiento que permita el movi-

miento en ese tramo de la tubería. Soluciones similares se podrán adoptar para los ductos, aunque para estos también se podrá recurrir a los arriostramientos tanto laterales como verticales, como se muestra en la figura 7.29.



**Figura 7.28** Arriostramiento del sistema de aislamiento de la vibración.



**Figura 7.29** Arriostramiento para restringir el balanceo de ductos.

## 7.5 Detallado de estructuras de concreto reforzado

La parte final para garantizar que la estructura se comportará de acuerdo a lo previsto en la etapa del análisis consiste en el diseño de las conexiones y detalles de los elementos estructurales. Si la resistencia y ductilidad de las conexiones no son adecuadas y los detalles no se diseñan apropiadamente, lo más probable es que la estructura presentará un comportamiento no sólo distinto al calculado, sino también insatisfactorio.

Lograr un correcto detallado es una labor ciertamente compleja, pues hay que tener en cuenta diversos factores que pueden ir desde la calidad del material hasta la función con que cumplirán los elementos. Una buena forma para cumplir con este objetivo, y que además es de observancia obligatoria, es aplicar los requerimientos que se indican en el RCDF y en las NTCC. Estas últimas son de particular importancia, pues contienen requisitos y condiciones específicas de la geometría, el anclaje, la unión y el refuerzo necesario para los distintos elementos estructurales. En general, lo que dichos requisitos buscan es garantizar los siguientes aspectos:

- a) Suministrar ductilidad y una gran capacidad de disipación de energía (con menos deterioro en la rigidez).
- b) Las vigas deben fluir antes que las columnas.
- c) La falla de flexión debe preceder a la de cortante.
- d) Las conexiones deben ser más resistentes que los elementos que se unen a ellas.

Finalmente, es importante mencionar que gran parte del éxito del detallado estructural está relacionado con la mano de obra, por lo que es muy importante que durante la etapa constructiva de la estructura se cuente con una correcta supervisión y así evitar cualquier anomalía o error que, de otra forma, sería imposible prever.

### **7.5.1 Selección de materiales**

Aunque en las NTCC se permite utilizar concreto de resistencia alta o baja, lo más recomendable es utilizar los del primer tipo (sobre todo para estructuras de los grupos A y B1), que según la sección 1.4 de dichas normas corresponde a la clase 1 con resistencia especificada mínima de  $250 \text{ kg/cm}^2$  y peso volumétrico superior a  $2200 \text{ kg/m}^3$ ; por su parte, el segundo tipo corresponde a la clase 2, cuya resistencia especificada es menor de  $250 \text{ kg/cm}^2$  y con peso volumétrico entre  $1900$  y  $2200 \text{ kg/m}^3$ , y se puede destinar para las edificaciones comunes.

Se puede pensar que aún utilizando concreto clase 2 es posible cumplir con los requerimientos de resistencia y lograr comportamientos dúctiles de los sistemas estructurales, lo cual es cierto. No obstante, para lograr esto se tendrían que utilizar secciones transversales más grandes de las que resultarían con el concreto clase 1; además de esto, el utilizar esta última clase conlleva implícitamente la necesidad de utilizar mejores agregados y tener un riguroso control de calidad.

El esfuerzo de fluencia y la ductilidad son las propiedades más importantes que se deben considerar para el acero. De acuerdo a las NTCC, para el refuerzo longitudinal se podrá utilizar acero hasta del grado 60 ( $6000 \text{ kg/cm}^2$ ), pero para el refuerzo transversal sólo se admite acero hasta del grado 42 ( $4200 \text{ kg/cm}^2$ ). Por otro lado, de los resultados obtenidos de pruebas de tensión y de flexión, se ha observado que el acero trabajado en

frío es menos dúctil, y cuando tiene un esfuerzo de fluencia real significativamente mayor que los valores nominales tiende también a mostrar un comportamiento menos dúctil.

### **7.5.2 Vigas**

En general, se busca con los límites establecidos en las NTCC en cuanto a las relaciones longitud/ancho y peralte/ancho evitar que se presenten problemas de pandeo lateral, lo cual limitaría la ductilidad que puede desarrollarse. Además, al impedir que en marcos dúctiles la viga tenga un ancho superior al del lado de la columna con que se conectan, y al limitar la excentricidad del eje de la viga con respecto al de la columna, se pretende asegurar que la transmisión de momentos en el nudo se realice de forma tal que no se generen esfuerzos significativos de cortante y torsión.

Un aspecto muy importante es el relativo al refuerzo. Para el longitudinal, es recomendable siempre colocar una cuantía mínima en ambos lechos y en toda la longitud de la viga, para de esta forma prevenir cualquier distribución de momentos distinta de la calculada en el análisis (lo que es común durante la ocurrencia de un sismo) y proteger a la viga en toda su longitud. Para marcos dúctiles esta cuantía no debe ser menor que la que proporciona un momento resistente igual a una cuarta parte del máximo momento resistente que se tenga en los extremos de la viga.

La ductilidad que desarrolla una sección de concreto reforzado es proporcional al refuerzo que se le ponga, es decir, es mayor a medida que sea más subreforzada, por lo cual la cuantía máxima está limitada a 75% de la que corresponde a la falla balanceada.

Debido a que es en las zonas de unión viga-columna donde se presentarán las mayores sollicitaciones durante el sismo, las normas exigen que en los extremos de las vigas se coloquen cantidades elevadas de refuerzo de momento positivo, con el fin de garantizar que dichas zonas cuenten con una alta capacidad de rotación y para proteger contra el posible cambio de signo del momento. Para marcos dúctiles, el momento resistente positivo no deberá ser menor que la mitad del momento resistente negativo en la misma sección.

El refuerzo transversal cumple con tres funciones principales: fijar la posición del refuerzo longitudinal, restringir el pandeo de éste en compresión, y proporcionar confina-

miento al núcleo de la viga, con lo que se aumenta la ductilidad. Sin embargo, debido a los requisitos con que se deben colocar (principalmente el espaciamiento, que no debe ser mayor de medio peralte para vigas de marcos dúctiles, aunque es recomendable para cualquier viga), cumplen también con la función de evitar fallas frágiles por cortante, pues se asegura que cualquier grieta diagonal atraviese por lo menos un estribo. Por las mismas razones señaladas anteriormente, en los extremos de vigas la separación de los estribos debe ser aún más reducida, y se exige mayor diámetro.

Cualquiera que sea la zona en que se encuentren, los estribos deben ser de una sola pieza (del número 2 ó 2.5 ó mayores) y rematar en dobleces a  $135^\circ$ , para evitar que se abran por el esfuerzo que les induce la expansión del concreto del núcleo.

Finalmente, cabe mencionar que cuando sea necesario traslapar barras longitudinales, esto se deberá realizar fuera de las zonas cercanas a los extremos en dos peraltes a partir del paño, y los estribos deberán colocarse a una separación no mayor de 10 cm ni de un cuarto del peralte.

### **7.5.3 Columnas**

La primera limitante que se impone en las NTCC para las columnas indica que la relación entre la mayor dimensión transversal y la menor (de por lo menos 20 cm, o bien 30 cm si se trata de marcos dúctiles) perpendicular a ella no deberá ser menor de 4, con lo cual se busca garantizar que haya un núcleo confinado con capacidad suficiente para resistir cargas axiales.

Al igual que para las vigas, se da una cuantía mínima de refuerzo longitudinal para garantizar que el acero llegue al esfuerzo de fluencia teórico y proporcionar a la columna una resistencia mínima a flexión. El número mínimo de barras, además, deberá ser de 4 si es de sección rectangular o de 6 si es circular. Por su parte, la cuantía máxima evita que las barras se encuentren muy cercanas, lo que puede ocasionar problemas principalmente con el buen acomodo del agregado grueso y con la intersección del acero longitudinal de las vigas. Otra limitante relacionada con esto indica que sólo se podrán formar paquetes de dos barras, lo cual ayuda a mejorar la distribución.

La cuantía de acero longitudinal que se aplique a la columna debe garantizar que és-



ta, sobre todo en sus extremos, se mantenga en el intervalo elástico, mientras que en los extremos de las vigas se forman articulaciones plásticas. Para lograr esto, las NTCC piden diseñar las columnas para un momento 50 por ciento mayor al que da la suma de los momentos resistentes de diseño de las vigas que llegan al nudo; además, el momento resistente de la columna se debe calcular para la carga axial igual a la ocasionada por las cargas gravitacionales más el doble de la que se ha obtenido del análisis por las cargas laterales debidas a sismo. En las mismas NTCC se da la opción de dimensionar la columna con los momentos y fuerzas axiales de diseño obtenidos del análisis siempre y cuando se utilice un factor de resistencia de 0.6 y no de 0.8, que es el permitido con el procedimiento anterior.

El refuerzo transversal en las columnas sirve para dar resistencia al cortante, a la torsión, dar confinamiento al núcleo y evitar el pandeo de las barras verticales. Se puede suministrar mediante estribos, grapas y zunchos.

El método más adecuado para cumplir con lo dicho en el párrafo anterior y además proporcionar mayor ductilidad a la columna ante la falla por flexocompresión es un zuncho helicoidal; sin embargo, éste es más factible en columnas de sección circular. Para secciones no circulares, lo ideal para cumplir con los requisitos de las NTCC es utilizar estribos de varias ramas y combinaciones de estribos y grapas poco espaciados. La utilización de estribos de varias ramas o de combinaciones de estribos y grapas estará determinada por la limitante de que la disposición de estos se hará de manera tal que cada barra de esquina y una de cada dos consecutivas de la periferia tengan soporte lateral suministrado por el doblez de un estribo con un ángulo interno no mayor de  $135^\circ$  (como vimos para las vigas), y ninguna barra sin soporte lateral deberá distar más de 15 cm de una que sí lo tenga.

Finalmente, para garantizar que la columna no falle por cortante antes de que se forme la articulación plástica en el extremo de la viga, es necesario diseñarla para el cortante resultante del momento dado por la suma de los correspondientes a las vigas, aumentado en 50 por ciento, dividido entre cada extremo de la columna.

#### **7.5.4 Uniones viga-columna**

Por principio, debemos entender por unión viga-columna, o nudo, a aquella parte de la columna comprendida en el peralte de las vigas que llegan a ella. Esta zona es de particular importancia, pues cumple con diversas funciones, como la transmisión de momentos, por lo cual de su buen comportamiento dependerá que las vigas y columnas desarrollen toda la capacidad para la que se diseñaron.

Para evitar fallas por cortante en el nudo, el acero transversal no debe tener una separación mayor que la que tiene en los extremos de la columna, a menos que se trate de una columna interior rodeada por cuatro vigas, en cuyo caso el espaciamiento podrá ser el doble.

El acero longitudinal de las vigas adyacentes deberá prolongarse hasta la cara más alejada de la columna y continuarse dentro de ésta haciendo un doblez a  $90^\circ$  una longitud de desarrollo tal que permita alcanzar su esfuerzo de fluencia. Esto se realiza así para garantizar que el momento resistente en el nudo se desarrollará de acuerdo a lo calculado.

#### **7.5.5 Muros**

En el caso de muros de concreto, dada la importancia que tienen por proporcionar rigidez lateral, son varios los requisitos que se estipulan. Las limitantes geométricas tienen como finalidad principal garantizar que el muro no sufra problemas de pandeo, los cuales se podrían generar como consecuencia de los momentos flexionantes que actúan en sus extremos. Por esta misma razón, tales zonas están sometidas a grandes esfuerzos de compresión, por lo que es necesario suministrarles refuerzo longitudinal y transversal superior al que se debe incluir en el alma del muro.

Cuando sea necesario dejar aberturas en el muro, también se deberá incluir refuerzo especial en las zonas adyacentes al hueco, sobre todo en las esquinas; inclusive, cuando los huecos son de grandes dimensiones, lo más recomendable es colocar columnas embebidas dentro del muro.

Hemos visto en capítulos anteriores que puede ocurrir deslizamiento de la base como consecuencia de las fuerzas laterales que actúan. Una forma de evitarlo es anclar el

refuerzo del muro en la junta de colado, de tal forma que este acero, en conjunción con la fuerza de fricción, resistan la fuerza horizontal que actúa. Del mismo modo el acero de refuerzo del muro se debe anclar en las vigas y columnas que lo rodean (de ser el caso) con la finalidad de lograr una distribución uniforme de fuerzas entre el marco y el muro y evitar que haya altas concentraciones de esfuerzos en las esquinas de éste.

---

---

## CONCLUSIONES

La elaboración de este documento se basa en el programa de estudio de la materia Ingeniería Sísmica que se imparte en la ENEP Aragón. En una primera etapa, se pensó en seguir en forma estricta todos los temas y la secuencia ahí señalados; sin embargo, al analizar detenidamente dicho programa, se notó la conveniencia de realizar algunas modificaciones en cuanto a la denominación de los temas, e incluso en sus contenidos. De igual forma, durante la investigación bibliográfica se encontraron algunos tópicos de gran interés que, desde nuestro punto de vista, deberían ser tomados en el programa, por lo cual también fueron incluidos. Con estas observaciones, se decidió entonces considerar en mayor forma el objetivo de cada tema que su propia denominación y contenido (aunque cabe aclarar que estos nunca fueron ignorados, sino al contrario, siempre se trató de llevar una coherencia con ellos). Con tales modificaciones, se buscaron nombres más adecuados para cada capítulo. El programa original, junto con sus objetivos, se presenta en la tabla C.1, y el programa desarrollado en este trabajo se muestra en la tabla C.2.

Al observar ambas tablas, se puede apreciar que los objetivos del programa original para cada tema se alcanzan con el desarrollo de los temas que en este trabajo se presenta. Sin embargo, es importante mencionar que existen algunos aspectos en los que difieren ligeramente. El primero se relaciona con el objetivo del capítulo 4, pues aunque en el programa original se estipula el estudio de las características mecánicas ante cargas cíclicas para materiales, elementos y sistemas estructurales, en este trabajo sólo se hace el tratamiento para los dos primeros, pues se considera que con el estudio de las características de los elementos estructurales se puede lograr un entendimiento general de las características de los sistemas. Otra de las diferencias radica en la inclusión en el capítulo 7 de estos apuntes del tema de los elementos no estructurales, lo cual se considera imprescindible porque este tipo de elementos siempre son necesarios en las edificaciones y tienen una influencia notable en el comportamiento de la estructura. Finalmente, para este mismo capítulo, en el programa original se requiere ejemplificar el detallado de una estructura de concreto; en su lugar, en este trabajo se presentan las recomendaciones y requisitos para estructuras de concreto que se señalan en la normatividad para garantizar un buen detallado estructural, con lo cual se pretende hacer más general el tratamiento del tema y, a la vez, inducir al estudiante en el estudio de la normas y reglamentos, haciéndole notar la gran importancia que tienen.

**Tabla C.1 Programa de la asignatura Ingeniería Sísmica de la ENEP Aragón.**

<p><b>Tema 1. Fundamentos de la sismología</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Conocer el origen y las características de los sismos, la manera de medirlos y las estadísticas de su ocurrencia. Conocer las principales zonas sísmicas del planeta y las características de la sismicidad en México.</p> <p>1.1 Tectónica de placas                  1.2 Parámetros de los sismos                  1.3 Instrumentación sísmica                  1.4 Sismicidad en México y en el mundo                  1.5 Transmisión de ondas sísmicas</p>
<p><b>Tema 2. Riesgo sísmico y sismo de diseño</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Conocer las características del movimiento del terreno debido a sismo y los parámetros de éste que más afectan a las estructuras. Conocer los métodos que existen para determinar los parámetros de los sismos de diseño.</p> <p>2.1 Acelerogramas, períodos dominantes y duración de un sismo                  2.2 Riesgo sísmico                  2.3 Métodos probabilistas y deterministas para determinar el riesgo sísmico                  2.4 Regionalización sísmica                  2.5 Microzonificación</p>
<p><b>Tema 3. Respuesta sísmica de estructuras</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Comprender los elementos de dinámica estructural; la respuesta lineal de sistemas de un grado de libertad y de varios grados; el concepto de espectro de respuesta y el efecto del amortiguamiento; el fenómeno de resonancia. Conocer el efecto del comportamiento no lineal.</p> <p>3.1 Ecuaciones de movimiento                  3.2 Espectros                  3.3 Análisis modal                  3.4 Comportamiento inelástico, espectros inelásticos                  3.5 Vibración torsional y efecto de la interacción suelo-estructura</p>
<p><b>Tema 4. Comportamiento de materiales y estructuras ante cargas dinámicas</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Conocer las características carga-desplazamiento de los principales materiales, elementos y sistemas estructurales ante efectos cíclicos.</p> <p>4.1 Características del comportamiento que influyen en la respuesta sísmica                  4.2 Comportamiento del concreto simple, reforzado y presforzado                  4.3 Comportamiento del acero estructural                  4.4 Madera, mampostería y otros materiales</p>
<p><b>Tema 5. Criterios de diseño sísmico</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Conocer la filosofía del diseño sísmico, las principales normas de diseño y las etapas del diseño sísmico.</p> <p>5.1 Filosofía del diseño sísmico                  5.2 Normas de diseño                  5.3 Etapas del diseño: estructuración, análisis y detallado                  5.4 Criterios para la disipación inelástica de energía</p>

**Tabla C.1 (Continuación)**

<p><b>Tema 6. Diseño sísmico según el Reglamento del Distrito Federal</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Conocer cómo manejar el método estático, el simplificado y el dinámico de diseño sísmico del D.F., así como la consideración de la interacción suelo-estructura.</p> <p>6.1 El formato de diseño sísmico del D. F.          6.2 Los requisitos del reglamento y de las normas técnicas          6.3 Método estático          6.4 Método simplificado          6.5 Método dinámico (por espectro de respuesta)          6.6 Interacción suelo-estructura</p>	
<p><b>Tema 7. Estructuración y detallado de edificios en zonas sísmicas</b></p> <p><i>Objetivo:</i> Conocer las características de forma del edificio y de los sistemas estructurales que son favorables para el comportamiento sísmico. Entender la importancia del detallado para lograr comportamiento dúctil.</p> <p>7.1 Efectos de la forma del edificio          7.2 Sistemas estructurales sismorresistentes          7.3 Requisitos de regularidad          7.4 Detallado para ductilidad: ejemplo de una estructura de concreto</p>	

**Tabla C.2 Programa desarrollado para los Apuntes de ingeniería sísmica.**

<p><b>Capítulo 1. Fundamentos de la sismología</b></p> <p>1.1 Notas históricas          1.2 Origen de los sismos          1.3 Composición interna de la Tierra          1.4 Tectónica de placas y Rebote elástico          1.5 Vulcanismo          1.6 Medición de los sismos          1.6.1 Intensidad          1.6.2 Magnitud          1.6.3 Instrumentación sísmica          1.7 Transmisión de ondas sísmicas          1.8 Sismicidad en el mundo</p>	<p>3.3 Sistemas lineales de un grado de libertad          3.3.1 Vibraciones libres sin amortiguamiento          3.3.2 Vibraciones libres con amortiguamiento          3.3.3 Vibraciones forzadas          3.3.4 Espectro de respuesta          3.4 Sistemas lineales de varios grados de libertad          3.4.1 Modos de vibración de las estructuras          3.4.2 Propiedades de los modos          3.4.3 Vibraciones libres          3.4.4 Vibraciones forzadas          3.5 Métodos de cálculo de los modos de vibrar          3.5.1 Método de N. M. Newmark          3.5.2 Método de Rayleigh          3.5.3 Método de Holzer          3.6 Análisis modal          3.7 Respuesta inelástica de estructuras          3.7.1 Espectros de respuesta inelásticos</p>
<p><b>Capítulo 2. Riesgo sísmico</b></p> <p>2.1 Características del movimiento sísmico          2.2 Concepto de sismicidad          2.3 Definición del riesgo sísmico          2.3.1 Peligrosidad sísmica          2.3.2 Vulnerabilidad sísmica          2.4 Regionalización sísmica de la República Mexicana          2.5 Microzonificación sísmica de la Ciudad de México</p>	<p><b>Capítulo 4. Respuesta estructural</b></p> <p>4.1 Comportamiento sísmico de las estructuras          4.2 Características de los materiales          4.2.1 Concreto          4.2.2 Acero          4.2.3 Mampostería          4.2.4 Madera          4.3 Características de los elementos estructurales          4.3.1 Vigas y columnas de concreto reforzado          4.3.2 Conexiones en concreto reforzado          4.3.3 Muros de concreto reforzado          4.3.4 Vigas y columnas de acero          4.3.5 Conexiones de acero</p>
<p><b>Capítulo 3. Dinámica de las estructuras</b></p> <p>3.1 Conceptos básicos          3.2 Modelado de las estructuras y la Ecuación de equilibrio dinámico</p>	

**Tabla C.2 (Continuación)**

4.3.6 Arriostramientos de acero 4.3.7 Muros de mampostería	6.3 El método simplificado 6.4 El método dinámico 6.4.1 Análisis modal espectral 6.5 Interacción suelo-estructura
<b>Capítulo 5. Marco normativo</b>  5.1 Filosofía y objetivo del diseño sísmico 5.2 Marco normativo para el diseño sísmico en la Ciudad de México 5.2.1 El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 5.2.2 Las Normas Técnicas Complementarias 5.3 Aspectos normativos para el diseño sísmico 5.3.1 Clasificación de las estructuras 5.3.2 Requisitos de regularidad 5.3.3 Tipo de suelo 5.3.4 Coeficiente sísmico 5.3.5 Espectro de diseño 5.3.6 Factor reductivo 5.4 El proceso del diseño sísmico	<b>Capítulo 7. Configuración estructural</b>  7.1 Configuración del edificio 7.1.1 Peso 7.1.2 Altura 7.1.3 Dimensión en planta 7.1.4 Proporción 7.1.5 Simetría y forma 7.2 Elementos sismorresistentes 7.2.1 Diafragmas 7.2.2 Muros de cortante 7.2.3 Contravientos 7.3 Sistemas sismorresistentes 7.3.1 Marcos rígidos 7.3.2 Marcos rigidizados 7.3.3 Sistemas tipo cajón 7.4 Elementos no estructurales 7.4.1 Generalidades 7.4.2 Fuerzas actuantes sobre los elementos no estructurales 7.4.3 Efectos e interacción de los elementos arquitectónicos 7.4.4 Equipo e instalaciones 7.5 Detallado de estructuras de concreto reforzado 7.5.1 Selección de materiales 7.5.2 Vigas 7.5.3 Columnas 7.5.4 Uniones viga-columna 7.5.5 Muros
<b>Capítulo 6. Métodos de análisis sísmico</b>  6.1 Selección del método de análisis 6.2 El método estático 6.2.1 Fuerzas cortantes 6.2.1.1 Valuación sin estimar el período fundamental 6.2.1.2 Valuación estimando el período fundamental 6.2.2 Distribución de fuerzas sísmicas 6.2.2.1 Método tabular 6.2.3 Momentos de volteo 6.2.4 Efectos de segundo orden	

Otra de las conclusiones a que se llegó es la propia amplitud del programa de estudio. Para el tiempo que se tiene estipulado en desarrollarlo (un semestre), es un programa muy amplio que abarca temas de gran prioridad que requieren de mucho tiempo, pues además de los aspectos teóricos necesarios para su comprensión, también requieren la resolución de ejemplos para su reafirmación. Específicamente, estos temas son los relativos a la dinámica estructural (capítulo 3) y a los métodos de análisis (capítulo 6). Esta situación se da porque los conceptos de dinámica estructural son necesarios para lograr la comprensión de muchos aspectos involucrados en los métodos de diseño; sin embargo, existe una materia precisamente denominada Dinámica Estructural, aunque el problema persiste debido a que es optativa. Entonces, ligar estas dos materias (como hacerlas consecutivas, por ejemplo) sería muy conveniente, ya que entonces, al minimizar el tema de la dinámica estructural, se podrían incluir en el programa de ingeniería sísmica aspec-

tos para el tratamiento de algunas estructuras especiales como estadios o ductos, ya que actualmente el enfoque está dado principalmente para edificios.

Finalmente, se ha llegado a la conclusión de que estos *Apuntes* cubren los objetivos planteados para la materia de Ingeniería Sísmica, proporcionando la información suficiente al estudiante de licenciatura para comprender los distintos aspectos que dicha asignatura abarca, y sin entrar en análisis muy detallados que podrían oscurecer o dificultar la exposición de los temas.



---

## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- (1) Nava, Alejandro. *Terremotos*. Colección La Ciencia para Todos. Fondo de Cultura Económica, 2ª. reimpresión. México, 2000.
- (2) Bolt, Bruce. *Earthquakes*. 4ª. edición. W.H. Freeman and Company. Nueva York, 1999.
- (3) Naeim, Farzad (ed). *The Seismic Design Handbook*. Van Nostrand Reinhold. Nueva York, 1989.
- (4) Microsoft Corporation. *Enciclopedia Microsoft Encarta, "Sismología"*. 2000.
- (5) Espíndola Castro, J. M. y Jiménez Jiménez, Z. *Terremotos y ondas sísmicas, una breve introducción*. Cuadernos del Instituto de Geofísica 1, 2ª. edición. UNAM, Instituto de Geofísica. México.
- (6) Housner, G. W. *Intensity of Earthquake Ground Shaking Near the Causative Fault*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de Estructuras Sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (7) Seed, H. B., Idriss, I. M. y Kiefer, F. W. *Characteristics of Rock Motions during Earthquakes*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de Estructuras Sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (8) Barbat, Alex. *El riesgo sísmico en el diseño de edificios*. Calidad Siderúrgica. Madrid.
- (9) Udías, Agustín. *Principles of Seismology*. Cambridge University Press. Cambridge, 1999.
- (10) Martínez Romero, E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (11) Bazán, E. y Meli, R. *Diseño sísmico de edificios*. Limusa, 5ª. reimpresión. México, 2002.
- (12) Dirección General de Normas. Norma Mexicana NMX-C-037-1986. México, 1986.
- (13) Corley, W. G., y Hanson, N. W. *Design of Beam-Column Joints for Seismic Resistant Reinforced Concrete Frames*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (14) Fenwick, R. C. e Irvine, H. M. *Reinforced Concrete Beam-Column Joints for Seismic Loading*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (15) Uzumeri, S. M. *Strength and Ductility of Cast-in-place Beam-Column Joints*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (16) Paulay, T., Park, R. y Priestley, M. J. N. *Reinforced Concrete Beam-Column Joints Under Seismic Actions*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.

- (17) Gavrilovic, P., Velkov, M. *Behavior of Reinforced Concrete Beam-Column Joints Under Cyclic Loading*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (18) Paulay, T. y Scarpas, A. *The Behavior of Exterior Beam-Column Joints*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (19) Jirsa, J. O. *Seismic Behavior of Reinforced Concrete Connections (Beam-Column Joints)*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (20) ----, Meinheit, D. F. y Woolen, J. W. *Factors Influencing the Shear Strength of Beam-Column Joints*, en Martínez R., E. y Wakabayashi, M. *Diseño de estructuras sismorresistentes*. McGraw Hill. México, 1988.
- (21) Rosenblueth, Emilio (ed). *Diseño de estructuras resistentes a sismos*. Limusa, 2ª. reimpresión. México, 1991.
- (22) Dowrick, D. J. *Diseño de estructuras resistentes a sismos para ingenieros y arquitectos*. Limusa. México, 1984.
- (23) Rosenblueth, E. y Elorduy, J. *Response of Linear Systems to Certain Transient Disturbances*, en Bazán, E. y Meli, R. *Diseño sísmico de edificios*. Limusa, 5ª. reimpresión. México, 2002.
- (24) Ambrose, J. y Vergun, D. *Design for Earthquakes*. John Wiley & Sons. Nueva York, 1999.
- (25) Ceniceros, J., Martínez, I. y Navarro, A. *Dinámica estructural*. Universidad Autónoma de Zacatecas. México, 1983.
- (26) Clough, R. y Penzien, J. *Dynamics of Structures*. 2ª. edición. McGraw Hill. 1993.
- (27) Arnold, C. y Reitherman, R. *Building Configuration and Seismic Design*. John Wiley & Sons. Nueva York, 1982.
- (28) Paz, Mario (ed). *International Handbook of Earthquake Engineering: Codes, Programs and Examples*. Chapman & Hall. Nueva York, 1994.
- (29) *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*. Diario Oficial de la Federación, 1993.
- (30) *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*. Gaceta Oficial del Distrito Federal. 1995.
- (31) *Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería*. Gaceta Oficial del Distrito Federal. 1995.
- (32) *Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto*. Gaceta Oficial del Distrito Federal. 1996.