

01178



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

POSGRADO EN INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

*Análisis Experimental de la Convección Natural  
en un Modelo Simplificado de una Edificación*

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRA EN INGENIERÍA (ENERGÍA) PRESENTA:

**MA. LORETO CEDILLO ROCEL**

DIRECTOR DE TESIS: DR. RAMÓN TOVAR OLVERA.

OCTUBRE 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Ma. Loreto Cedillo  
Rocel

FECHA: 8/10/04

FIRMA: 

Este trabajo se lo dedico con todo mi amor a mi familia, ya que sin su apoyo, motivación y paciencia no hubiera sido posible

A mis padres:

*Ángela y Flemón (desde donde se encuentre)*

A mi esposo e hijo:

*Ángel y Paulo César*

A mis hermanas:

*Paula, Yolanda y Aracelí.*

A mis sobrinos:

*Donald, Luis Guillermo y Daniela*

---

---

# Agradecimientos

---

---

En primer lugar a Dios y a la vida, por permitirme dar un paso más en mi vida profesional. Nuevamente gracias a toda mi familia por todo su apoyo.

A mi director de tesis, Dr. Ramón Tovar Olvera por darle dirección a este trabajo y por compartir ideas y momentos de discusión.

A la UNAM y al Centro de Investigación en Energía por permitirme utilizar sus instalaciones para realizar la investigación.

Al CONACYT por la beca otorgada durante la realización de los estudios.

A mi comité tutorial, los Doctores: Ramón Tovar Olvera, Jorge Rojas Menéndez, Raúl Rechtman Schrenzel, Gabriela Álvarez García y Ramón Herrera Velarde. Por todos los comentarios y sugerencias en la revisión del trabajo.

Amigos y compañeros del CIE: Gabriela Hernández, Aída Quinto, Guillermo Barrios, Minerva Vargas, Pedro Guido, Adriana Ramírez, Guillermo Ovando, Galo López, gracias por compartir su amistad.

Al personal del CIE que me apoyaron en diversas labores durante mi estancia de investigación: A los Ingenieros, Héctor Daniel Cortés, Alfredo Quiroz, y Ma.Carmen Huerta por su ayuda en los problemas de cómputo. Al Ing. Guillermo Hernández Cruz por la ayuda en los sistemas electrónicos. Patricia García y Berta Cuevas por facilitarme información bibliográfica.

A el Dr. Raúl Rechtman y el Mtro. Guillermo Barrios que elaboraron dos programas computacionales para el procesamiento de datos.

---

---

# CONTENIDO

---

---

|   |           |
|---|-----------|
| Resumen   | i         |
| Nomenclatura  | iv        |
| Lista de figuras  | vii       |
| Lista de tablas   | x         |
| <br>  |           |
| <b>1 INTRODUCCIÓN</b>                                     | <b>1</b>  |
| 1.1 Importancia del estudio                               | 1         |
| 1.2 Antecedentes  | 2         |
| 1.2.1 Plumas nacientes                                    | 3         |
| 1.2.2 Plumas libres                                       | 6         |
| 1.2.3 Plumas de pared                                     | 7         |
| 1.2.4 Configuraciones con paredes parcialmente calentadas | 9         |
| 1.3 Objetivos y presentación de la tesis                  | 11        |
| <br>  |           |
| <b>2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA</b>                          | <b>12</b> |
| 2.1 Descripción del problema                              | 12        |
| 2.2 Ecuaciones que gobiernan al fenómeno                  | 16        |
| 2.2.1 Condiciones iniciales y de frontera                 | 17        |
| 2.3 Parámetros adimensionales                             | 18        |
| 2.4 Análisis de escalas para la pluma de pared            | 19        |

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| <b>3</b>    | <b>METODOLOGÍA Y EQUIPO EXPERIMENTAL</b>  | <b>23</b> |
| 3.1         | Cavidad experimental  | 23        |
| 3.2         | Técnicas experimentales   | 24        |
| 3.2.1       | Visualización del flujo   | 25        |
| 3.2.2       | Medición de temperaturas  | 25        |
| 3.2.3       | Medición de la velocidad con la técnica Velocimetría por Imágenes de partículas (PIV) | 26        |
| 3.2.4       | Medición de la velocidad con la técnica Anemometría Láser Doppler (LDA)               | 29        |
| 3.3         | Metodología para realizar los experimentos  | 31        |
| <br>        |   |           |
| <b>4</b>    | <b>RESULTADOS</b>   | <b>33</b> |
| 4.1         | Descripción global del flujo: pluma naciente y pluma cuasiestacionaria                | 34        |
| 4.2         | Desarrollo de la pluma naciente en los tres casos                                     | 37        |
| 4.3         | Características hidrodinámicas de la pluma cuasiestacionaria                          | 42        |
| 4.4         | Análisis estadístico de las fluctuaciones   | 50        |
| 4.4.1       | Series temporales de velocidad y de temperatura                                       | 50        |
| 4.4.2       | Autocorrelaciones y espectros de frecuencia   | 54        |
| 4.4.3       | Correlaciones espacio-temporales de una variable                                      | 62        |
| 4.4.4       | Correlaciones cruzadas de velocidad y de temperatura                                  | 65        |
| <br>        |   |           |
| <b>5</b>    | <b>CONCLUSIONES</b>   | <b>70</b> |
| <br>        |   |           |
|             | <b>REFERENCIAS</b>  | <b>72</b> |
| <br>        |   |           |
|             | <b>APÉNDICES</b>  | <b>76</b> |
| APÉNDICE A. | Propiedades termofísicas del agua   | 76        |
| APÉNDICE B. | Ubicación de los termopares   | 77        |
| APÉNDICE C. | Programa de correlación de velocidad (LDA) y temperatura ( $T_B$ ).                   | 79        |
| APÉNDICE D. | Trabajos generados de esta tesis.   | 83        |

---

---

# RESUMEN

---

---

Se presenta un estudio experimental de la convección natural que se genera a lo largo de una pared parcialmente calentada, dentro de una cavidad rectangular de 0.65 m de altura llena de agua. El modelo representa la transferencia de calor entre el interior y el exterior de un edificio a través de un muro. Se analizan los estados transitorio y cuasiestacionario así como la transición del régimen laminar al turbulento.

El movimiento convectivo se inicia al aumentar la temperatura en la mitad inferior conductora de la pared compuesta, dando como resultado un flujo boyante consistente de una capa límite junto a la pared conductora (mitad inferior) y de una pluma junto a la pared adiabática (mitad superior). Las diferencias de temperaturas entre la pared conductora y el fluido de la cavidad son de 2.3, 4.4 y 8 °C, con las cuales se generan flujos convectivos con valores del número de Rayleigh (Ra), basados en la altura de la pared conductora, de  $Ra_1 = 2.29 \times 10^9$ ,  $Ra_2 = 4.48 \times 10^9$  y  $Ra_3 = 9.2 \times 10^9$ .

En este estudio se utilizaron varias técnicas experimentales para la visualización del flujo y para las mediciones de temperatura y de velocidad en tres diferentes series de experimentos. En la primera se visualizó el flujo a todo lo largo de la pared compuesta mediante la técnica schlieren, en la segunda se hicieron mediciones de velocidad en la región del cambio de condición de frontera con la técnica de velocimetría por imágenes de partículas (Particle Image Velocimetry PIV) y en la tercera se hicieron mediciones puntuales de velocidad en un punto de la misma región con la técnica de anemometría láser Doppler (Laser Doppler Anemometry LDA). Para propósitos tanto de análisis como de comparación entre los experimentos, en las tres series se realizaron mediciones puntuales de temperatura con termopares.

Por medio de imágenes schlieren y campos de velocidades se describen los tres eventos principales del fenómeno transitorio. (i) Inmediato al calentamiento de la pared conductora se inicia la formación de la capa límite. (ii) Enseguida, a partir del punto de unión entre las paredes conductora y adiabática, se forma una pluma naciente que avanza ascendentemente hacia la superficie libre. (iii) Al mismo tiempo se observa el ascenso de un grupo de ondas que viaja a través del flujo. Finalmente, detrás de la pluma naciente, se va formando la pluma de pared del estado cuasiestacionario.

La velocidad del frente de la pluma naciente y la velocidad máxima de la pluma de pared (tallo) varían de acuerdo con la relación  $v = a_1 \alpha Ra^{1/2} / H_1$  que se obtiene del análisis de escalas. Para estos casos los valores del prefactor  $a_1$  que mejor se ajustan a los datos experimentales son 0.20 y 0.54 respectivamente. Con lo anterior se corrobora en parte la teoría propuesta por Turner (1962) donde la velocidad de la pluma naciente es una fracción de la velocidad del tallo, medidas a una misma altura. Adicionalmente, se comparan los perfiles de velocidad experimentales promedio con el perfil numérico universal de Sparrow *et al.* (1978) encontrando una concordancia satisfactoria.

Las características oscilatorias del flujo se determinan por medio de un análisis estadístico de las fluctuaciones de velocidad y temperatura. Los valores de la variancia indican que, al igual que la velocidad media, la intensidad de las fluctuaciones aumenta con Ra. Por otro lado, las autocorrelaciones del caso Ra<sub>1</sub> y Ra<sub>2</sub> decaen de manera oscilatoria lo que nos da un indicio de que en estos casos los flujos son oscilatorios compuestos por una parte periódica y una parte aleatoria. Mientras que en el caso Ra<sub>3</sub> decae a cero sin fluctuaciones, tal como es el caso de turbulencia desarrollada. Los espectros de potencia muestran las frecuencias dominantes de los casos Ra<sub>1</sub> y Ra<sub>2</sub> en el rango de baja turbulencia, entre 0.1 - 0.2 Hz para Ra<sub>1</sub> y entre 0.15 - 0.3 Hz para Ra<sub>2</sub>, mientras que para Ra<sub>3</sub> la potencia cae en un rango muy amplio (0.22 - 0.35 Hz) típico de la turbulencia. Existe una buena concordancia entre los valores inversos de los tiempos en que ocurren los segundos máximos relativos en las autocorrelaciones con los rangos de frecuencia de los espectros.

Las dos series de autocorrelaciones y de espectros de frecuencias de la velocidad, a pesar de que fueron obtenidos con dos técnicas diferentes en dos series de experimentos, y que además fueron procesadas con dos métodos matemáticos diferentes, mantienen una buena concordancia entre sí.

En las correlaciones espacio-temporal de una misma variable (velocidad o temperatura) se observan varios máximos locales que indican que las fluctuaciones de velocidad y temperatura al ser transportadas por el flujo prevalecen por algún tiempo. Este comportamiento se explica con base en la hipótesis de Taylor. Se determinan las distancias esperadas al aplicar la hipótesis de Taylor, las cuales mantienen un buen acuerdo con la distancia medida entre los sensores.

Finalmente se investiga el grado de correlación que existe entre las fluctuaciones de velocidad y las de temperatura en un punto. Se encuentra que el valor máximo de la correlación cruzada aumenta con  $Ra$  y que en general la correlación no se pierde con la turbulencia. En los tres casos sobresale un máximo de correlación medible y significativo en  $\tau = 0$  s, lo que implica que existe una buena correlación entre las fluctuaciones de velocidad y las de temperatura. Los altos valores de los coeficientes de correlación cruzada están en acuerdo con un aspecto característico de la convección natural: el campo de velocidades y el de temperaturas deben estar acoplados mutuamente.

---

---

# NOMENCLATURA

---

---

|           |   |
|-----------|---|
| $a_1$     | Prefactor obtenido experimentalmente ( $a_1 = 0.20 \pm 0.02$ ).                       |
| $a_2$     | Prefactor obtenido experimentalmente ( $a_2 = 0.52$ ).                                |
| $C_p$     | Calor específico (KJ/Kg°C)  |
| $c_1$     | Fracción de la velocidad del tallo, $c_1 = 0.6$ .                                     |
| $e$       | Espesor de la pared compuesta (m).  |
| $F$       | Fuerza de flotación local, $F = g\Delta\rho / \rho = g\beta\Delta T$ .                |
| $F_T$     | Coefficiente de correlación espacio temporal de la temperatura.                       |
| $F_{TT}$  | Coefficiente de autocorrelación de la temperatura.                                    |
| $F_{vT}$  | Coefficiente de correlación cruzada de velocidad y temperatura.                       |
| $F_v$     | Coefficiente de correlación espacio temporal de la velocidad.                         |
| $F_{vv}$  | Coefficiente de autocorrelación de la velocidad.                                      |
| $g$       | Aceleración debida a la gravedad ( $m/s^2$ ).   |
| $H$       | Altura de la pared compuesta de la cavidad experimental en la dirección vertical (m). |
| $H_1$     | Longitud de la pared conductora (m).  |
| $H_2$     | Longitud de la pared adiabática (m).  |
| $h$       | Distancia vertical entre sensores a correlacionar (m).                                |
| $L$       | Longitud de la cavidad experimental en la dirección horizontal (m).                   |
| $L_s$     | Longitud vertical de la pluma (m).  |
| $\dot{m}$ | Flujo másico (Kg/s).  |
| $N$       | Número de datos.  |
| $p$       | Presión del fluido, (Pa).   |
| $P$       | Potencia de calentamiento (W).  |
| $Pr$      | Número de Prandtl, $\nu/\alpha$   |
| $Q$       | Flujo de calor (W).   |

|                  |  |
|------------------|--|
| Ra               | Número de Rayleigh, $g\beta\Delta T H_1^3/\alpha\nu$ .                             |
| Ra <sub>1</sub>  | Número de Rayleigh = $2.29 \times 10^9$ .  |
| Ra <sub>2</sub>  | Número de Rayleigh = $4.48 \times 10^9$ .  |
| Ra <sub>3</sub>  | Número de Rayleigh = $9.2 \times 10^9$ .   |
| R <sub>T</sub>   | Correlación espacial de la temperatura, R <sub>T</sub> ( <b>h</b> ; <b>x</b> ).    |
| R <sub>v</sub>   | Correlación espacial de la velocidad, R <sub>v</sub> ( <b>h</b> ; <b>x</b> ).      |
| t                | Tiempo (s).  |
| t <sub>n</sub>   | Tiempo de adquisición de los n valores de datos de velocidad y de temperatura (s). |
| T                | Temperatura (°C).  |
| T <sub>B</sub>   | Temperatura del experimento Serie B.   |
| T <sub>C</sub>   | Temperatura del experimento Serie C.   |
| T <sub>w</sub>   | Temperatura de la pared conductora (°C).   |
| T <sub>∞</sub>   | Temperatura inicial del agua de la cavidad (°C).                                   |
| T                | Valor instantáneo de la temperatura (°C).  |
| $\bar{T}$        | Valor promedio de la temperatura (°C)  |
| T'               | Valor de las fluctuaciones de la temperatura $T' = T - \bar{T}$ (°C)               |
| U <sub>max</sub> | Velocidad máxima del tallo (m/s), Sparrow <i>et al.</i> (1978).                    |
| u,v,w            | Componentes de las velocidades en las direcciones x,y y z (m/s).                   |
| v <sub>i</sub>   | Velocidad teórica del avance del gorro (m/s).                                      |
| v <sub>e</sub>   | Velocidad experimental del avance del gorro (m/s).                                 |
| v <sub>c</sub>   | Velocidad de avance del gorro (m/s).   |
| v <sub>s</sub>   | Velocidad del tallo (m/s).   |
| v                | Valor instantáneo de la velocidad (m/s).   |
| $\bar{v}$        | Valor promedio de la velocidad (m/s)   |
| v'               | Valor de las fluctuaciones de la velocidad, $v' = v - \bar{v}$ , (m/s).            |
| W                | Dimensión de lo ancho de la pared parcialmente calentada (m).                      |
| <b>x</b>         | Vector de posición   |
| x,y,z            | Coordenadas cartesianas.   |

## Símbolos griegos

|              |   |
|--------------|---|
| $\alpha$     | Difusividad térmica ( $m^2/s$ ).  |
| $\beta$      | Coefficiente de expansión volumétrica ( $1/K$ ).  |
| $\delta$     | Espesor de la capa límite (mm).   |
| $\delta_s$   | Espesor del tallo (mm)  |
| $\delta_t$   | Espesor de la capa límite térmica (mm).   |
| $\delta_v$   | Espesor de la capa límite viscosa (mm).   |
| $\nu$        | Viscosidad cinemática ( $m^2/s$ ).  |
| $\rho$       | Densidad del fluido ( $Kg/m^3$ ).   |
| $\sigma$     | Desviación estándar o rms, $\sigma = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2 \right]^{1/2}$ |
| $\tau$       | Tiempo de retraso en la correlación y autocorrelación de señales (s).                                 |
| $\tau_{bl}$  | Tiempo de crecimiento horizontal de la capa límite (s).   |
| $\tau_{blt}$ | Tiempo de crecimiento horizontal de la capa límite térmica (s).                                       |
| $\tau_{ins}$ | Tiempo de crecimiento horizontal de la capa límite (s).   |
| $\tau_{sp}$  | Duración del tránsito de las inestabilidades en $y = 0.40$ m.   |
| $\tau$       | Tiempo del segundo máximo de la velocidad y de temperatura (s).                                       |
| $\tau_s$     | Tiempo de formación de la capa límite (s).  |
| $\Delta\rho$ | Diferencia de densidades, $\Delta\rho = \rho_o - \rho$  |
| $\Delta T$   | Diferencia de temperaturas, $\Delta T = T_w - T_\alpha$   |
| $\Delta F$   | Fuerza de flotación local, $\Delta F = g\beta\Delta T$  |
| $\nabla$     | Nivel del agua de la cavidad (m).   |

---

---

# LISTA DE FIGURAS

---

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | Partes de una pluma naciente.   | 3  |
| 2.1 | Esquema bidimensional de la cavidad experimental. La altura de la cavidad es $H = 0.65$ m y la longitud es $L_1 = L_2 = 0.34$ m en la dirección horizontal. La altura de la pared conductora es $H_1 = 0.36$ m y de la pared adiabática es $H_2 = 0.29$ m. El espesor de la pared compuesta es $e = 0.035$ m. | 13 |
| 2.2 | Durante el periodo transitorio están presentes simultáneamente la capa límite, la pluma de pared (o tallo) y la pluma naciente (o gorro).   | 16 |
| 3.1 | Cavidad experimental.   | 24 |
| 3.2 | Metodología PIV.  | 27 |
| 3.3 | Arreglo experimental para la adquisición de velocidades PIV y de temperaturas.  | 28 |
| 3.4 | Componentes del LDA.  | 30 |
| 3.5 | Arreglo experimental para la adquisición de velocidades LDA y de temperaturas.  | 31 |
| 4.1 | Crecimiento de la capa límite y formación de una pluma naciente, para el caso $Ra_2$ .  | 35 |
| 4.2 | Ascenso y desprendimiento de la pluma naciente, para $Ra_2$ .   | 36 |
| 4.3 | Capa límite y pluma de pared en estado cuasiestacionario del caso $Ra_2$ .  | 37 |
| 4.4 | Crecimiento de la pluma naciente en los tres casos de Rayleigh.   | 38 |
| 4.5 | Series temporales y perfiles de velocidad ( $v$ ) de la pluma naciente en la dirección vertical, en $y = 0.40$ m. para los tres $Ra$ .  | 39 |
| 4.6 | Posición y forma de la pluma naciente al tiempo $t = 45$ s para los tres casos.   | 40 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.7  | Velocidad promedio de avance de la pluma naciente.   | 40 |
| 4.8  | Velocidad de avance de la pluma naciente.<br>Valores experimentales obtenidos de imágenes schlieren.<br>— Solución del análisis de escalas, ec. 2.12 y el prefactor<br>obtenido por Moses <i>et al.</i> (1993).                              | 41 |
| 4.9  | Campos de velocidades de la pluma de pared, para los tres Ra.  | 44 |
| 4.10 | Perfiles de velocidad ( $v$ ) de la pluma de pared en estado cuasiestacionario.  | 46 |
| 4.11 | Comparación experimental de la velocidad promedio de la pluma<br>de pared del $Ra_1$ , con resultados numéricos de Sparrow <i>et al.</i> (1978).   | 48 |
| 4.12 | Comparación de las velocidades experimentales con la velocidad<br>teórica de la Ec. 2.12. Se utiliza el prefactor $a_1 = 0.2$ para aproximar<br>la velocidad del gorro y el prefactor $a_2 = 0.52$ para aproximar la<br>velocidad del tallo. | 49 |
| 4.13 | Señales de velocidad en la dirección vertical, PIV en el punto<br>(0.006m, 0.40m) de la Serie B (lado izquierdo) y señales de velocidad<br>LDA en el punto (0.004 m, 0.40m) para la Serie C (lado derecho), para<br>los tres casos de Ra.    | 52 |
| 4.14 | Señales de temperatura $T_B$ (0.006m, 0.40m) de la Serie B<br>(lado izquierdo) y $T_C$ (0.006m, 0.40m) de la Serie C (lado derecho)<br>para los tres casos de Ra.  | 53 |
| 4.15 | Autocorrelaciones de velocidad PIV (lado izquierdo) y sus respectivos<br>espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie B.  | 56 |
| 4.16 | Autocorrelaciones de temperatura $T_B$ (lado izquierdo) y sus respectivos<br>espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie B.  | 57 |
| 4.17 | Autocorrelaciones de velocidad LDA (lado izquierdo)<br>espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie C.  | 58 |
| 4.18 | Autocorrelaciones de temperatura $T_C$ (lado izquierdo) y sus respectivos<br>espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie C.  | 59 |
| 4.19 | Correlaciones espacio-temporales de velocidad PIV (lado izquierdo) y<br>de temperatura (lado derecho) para los tres Ra.  | 63 |
| 4.20 | Correlaciones cruzadas de velocidad LDA y de temperatura ( $T_C$ )<br>para los tres Ra de la Serie C, en el punto (0.004 m, 0.40 m).   | 68 |

1B Esquema de la ubicación de los termopares en la pared vertical  
compuesta de la cavidad experimental.

78

---

---

# LISTA DE TABLAS

---

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Duración de los experimentos y cantidad de datos obtenidos.   | 33 |
| 4.2 | Tiempos del estado transitorio y cuasiestacionario.   | 42 |
| 4.3 | Velocidades promedio e intensidad de las fluctuaciones (m/s).   | 45 |
| 4.4 | Velocidades máximas promedio.   | 47 |
| 4.5 | Intervalos de tiempo y cantidad de datos que se utilizaron para el análisis del estado cuasiestacionario. | 51 |
| 4.6 | Relación entre la autocorrelación y el espectro.  | 60 |
| 4.7 | Valores de la correlación espacio-temporal para la velocidad (Serie B).                                   | 64 |
| 4.8 | Valores de la correlación espacio-temporal para la temperatura (Serie B).                                 | 65 |
| 4.9 | Valores de la correlación de la velocidad y la temperatura, y Nu para cada caso                           | 67 |
| 1A  | Propiedades termofísicas del agua.  | 76 |
| 1B  | Coordenadas de la ubicación de termopares en la cavidad experimental.                                     | 77 |

---

---

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

---

---

### 1.1 Importancia del estudio

El aumento en el consumo de energía ha estado ligado al desarrollo económico de las naciones. Sin embargo, en los últimos años hay una creciente preocupación por las consecuencias del consumo excesivo de energía, tales como el deterioro del medio ambiente y el agotamiento de las fuentes no renovables de energía, y por esta razón continuamente se está promoviendo el ahorro y el uso eficiente de la energía así como la sustitución de tecnologías convencionales por tecnologías de fuentes renovables, tratando de no afectar el progreso económico.

En México el 22% del consumo de energía es para uso residencial, comercial y de servicio público SENER (2002). Gran parte de esta energía es para climatización artificial de edificios, que se acentúa en regiones con condiciones climáticas extremas. En muchos de los casos haciendo un buen diseño de las edificaciones, el acondicionamiento del aire al interior se puede conseguir por medios naturales. El diseño térmico de edificaciones ha sido identificado como un importante campo de aplicación de la transferencia de calor y la dinámica de fluidos, Linden (1999).

El intercambio natural de energía térmica entre el interior de un edificio y sus alrededores se da principalmente por, conducción, convección y radiación. La forma en que interactúan estos mecanismos determina las condiciones de confort al interior de las habitaciones. El estudio de estos fenómenos en condiciones reales es complejo debido al tamaño de los edificios y a la variedad de factores que intervienen en estos. Por ello se ha recurrido a modelos a escala simplificados tanto teóricos como experimentales. Tal es el caso

del estudio de convección natural en cavidades en donde se varía la geometría y las condiciones de frontera tratando de simular casos reales, tomando en cuenta consideraciones de escalamiento.

En la actualidad las edificaciones tienden a ser herméticas, a través de la eliminación de aberturas en la envolvente y del aumento de aislamiento térmico, por lo que se podrían considerar como sistemas cerrados que no intercambian masa con los alrededores. En estos casos la transferencia de calor con el exterior puede ocurrir por radiación a través de elementos transparentes o por convección y conducción a través de elementos con poca resistencia térmica en la envolvente, tales como paredes, ventanas o puertas de vidrio.

El presente estudio se refiere a la convección natural que resulta al aumentar la temperatura en la mitad inferior de una pared lateral de una cavidad. Este es un modelo experimental de la transferencia de calor entre el interior y el exterior de un edificio a través de un muro. La diferencia de temperatura en condiciones reales -es decir, la diferencia entre la superficie interna del muro y el aire del interior- puede ser causada por el soleamiento parcial del muro o por conducción de calor desde el exterior a través de un elemento con poca resistencia térmica. Para este caso, se analizan los estados transitorio y cuasiestacionario así como la transición del régimen laminar al turbulento. Parte de los resultados de esta tesis, correspondientes al estado transitorio, se encuentran publicados en Tovar *et al.* (2004).

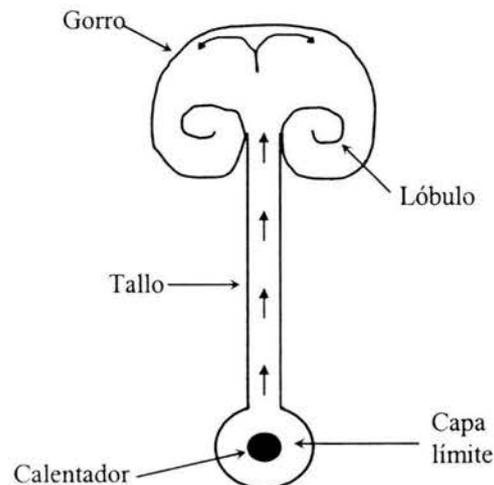
## **1.2 Antecedentes**

En la atmósfera se pueden generar por fuerzas de flotación diferentes tipos de flujos. Entre estos se encuentran las plumas y las termales. Ambas se originan a partir de una fuente de calor localizada dentro de un gran volumen de fluido. Fuentes de calor continuas producen plumas y fuentes de calor intermitentes producen termales, Jaluria (1980). El caso de interés para esta investigación es el de las plumas tanto en su inicio (plumas nacientes) como en el estado cuasiestacionario (tallos), particularmente se tratarán las plumas de pared que se generan en superficies verticales con calentamiento parcial.

### 1.2.1 Plumas nacientes

Una pluma naciente (*starting plume*) es el flujo transitorio en forma de hongo que resulta al iniciar el calentamiento súbito de una región localizada dentro de un gran volumen de fluido. Ésta se forma a partir de una capa límite que se encuentra junto a la fuente de calor y una vez que el movimiento se extiende más allá de la fuente, se forma un "gorro" en el frente de la pluma naciente, el cual se mueve ascendentemente, Moses *et al.* (1993). El flujo que se forma debajo del gorro se conoce como tallo y las estructuras en forma de vórtice en los extremos del gorro se denominan lóbulos, Fig. 1.1. Una pluma naciente durante su viaje ascendente da lugar a una pluma cuasiestacionaria o tallo.

Hay varias diferencias entre una termal y una pluma naciente. La termal se genera a partir de un lanzamiento repentino de flotación y la pluma naciente se forma a partir de una fuente de flotación continua. La termal está limitada a un volumen de fluido y la pluma naciente se extiende verticalmente a partir la fuente. En la termal el fluido que es arrastrado al interior viene del ambiente y en la pluma naciente la mayor parte del fluido proviene del tallo y sólo una pequeña fracción llega del ambiente.



**Figura 1.1** Partes de una pluma naciente.

En algunas situaciones prácticas, se considera que la estructura relevante es el tallo, puesto que el calentamiento es a largo plazo. La parte transitoria del fenómeno (la pluma naciente) es importante en procesos en donde el frente térmico impacta al medio circundante como es el caso de calentamientos repentinos, incendios, explosiones, etc.

En adelante se presenta una breve reseña de las investigaciones más relevantes sobre plumas nacientes, plumas libres, plumas de pared y configuraciones con paredes parcialmente calentadas.

**Turner (1962)** fue el primero en estudiar el fenómeno transitorio que nombró "the starting plume". A partir de la combinación de un modelo para una pluma permanente y de otro para una termal, propuso una solución de semejanza para la pluma naciente. En esta solución la pluma alimenta el momentum y la flotabilidad al gorro a través del tallo. La velocidad del gorro es una fracción de la velocidad de la pluma permanente y decrece con la altura. El modelo permite estimar el tiempo necesario para que la convección desde una fuente constante de calentamiento llegue a una altura específica.

**Middleton (1975)** realizó una extensión del modelo de Turner considerando la termal como un vórtice de anillo de tipo más general, para determinar como se difunde la distribución de vorticidad en una termal, para que alcance la auto-semejanza y poder comparar el valor teórico de la velocidad con el obtenido por Turner. Propuso distribuciones de temperatura y vorticidad en las ecuaciones que gobiernan la pluma naciente. Sus resultados teóricos de velocidad y de temperatura fueron consistentes con los resultados experimentales de Turner.

**Shlien (1976)** obtuvo los primeros experimentos de la pluma naciente laminar usando la técnica shadowgraph. De las imágenes obtenidas midió la velocidad del gorro y las dimensiones totales de éste. La velocidad del gorro fue independiente de la altura y las dimensiones de éste indicaron semejanza geométrica de la pluma naciente. La forma espiral de los lóbulos y la penetración de la pluma en el gorro fueron visibles en las imágenes.

**Shlien & Boxman (1981)** midieron el campo de temperaturas de una pluma naciente laminar axisimétrica empleando una técnica interferométrica. Con los resultados demostraron que la columna de fluido de la base del gorro casi tiene la misma distribución de temperatura que la pluma en estado estacionario, así confirmaron un aspecto del modelo de Turner. Un máximo de temperatura en el eje de la pluma estacionaria correspondió a un máximo menor en el centro axial del gorro, el cual resulta del arrastre de fluido del tallo hacia el gorro. La

distribución de temperatura en la pluma por debajo del gorro fue esencialmente la misma que la obtenida analíticamente por Fujii (1963) para una pluma.

**Tanny & Shlien (1985)** midieron el campo de velocidades de la pluma naciente laminar, esto lo hicieron mediante partículas trazadoras de flujo procesando fotografías digitales. También midieron la vorticidad en el gorro de la pluma naciente.

**Moses *et al.* (1993)** Realizaron un estudio experimental y propusieron leyes de escalamiento para el gorro de una pluma naciente laminar. Utilizaron diferentes valores de potencias de calentamiento, fluidos de trabajo y geometrías de los calentadores. Del análisis de los resultados concluyeron que el gorro se eleva a una velocidad constante, que crece difusivamente a lo ancho, y que su temperatura depende inversamente con la altura. Con estos resultados ampliaron los obtenidos analíticamente por Batchelor (1954) para el tallo.

**Shusser & Gharib (2000)** consideraron la formación de un vórtice de anillo en una pluma naciente y propusieron un modelo que describe el proceso. Explicaron el fenómeno basándose en el principio variacional de Kelvin-Benjamin, para un vórtice de anillo en estado estacionario.

**Kaminski & Jaupart (2003)** realizaron estudios experimentales de plumas nacientes axisimétricas para investigar la dependencia del flujo con el número de Prandtl, centrándose en números de Prandtl grandes de los ordenes de 10 hasta  $10^4$ . Las plumas nacientes ascienden en dos regímenes diferentes en función de la distancia de la fuente de calentamiento: A distancias cortas de la fuente, las plumas se aceleran debido al desarrollo de la capa límite viscosa y a distancias grandes la velocidad es constante y se incrementa como función del número de Prandtl.

**Ichimiya & Abe (2003)** hicieron simulaciones numéricas de la generación, crecimiento y choque de una pluma naciente bidimensional para cavidades con razones de aspecto de 1/4, 3/8 y 1/2. Para números de Grashof de  $10^4$  y  $10^5$ , y número de Prandtl de 170.

### 1.2.2 Plumas libres

**Batchelor (1954)** resolvió analíticamente el problema para el tallo usando análisis dimensional. Esta solución no se aplica al gorro porque utiliza consideraciones en estado permanente en la conservación del flujo de calor. Propuso una solución de semejanza para la velocidad y para la temperatura en el tallo. El análisis dimensional invoca conservación de calor a lo largo del tallo y supone un balance entre fuerzas viscosas y fuerzas de flotación. El resultado es que la velocidad de avance vertical del tallo es constante y el crecimiento lateral es gobernado por procesos de difusión. Así la forma del perfil del tallo es parabólico, y la temperatura es lineal con el suministro de calor e inversamente proporcional con la altura, lo cual implica que el número de Nusselt es constante con la altura.

**Gebhart et al. (1970)** analizaron numéricamente la convección natural de una pluma libre bidimensional laminar en estado permanente que se eleva desde una fuente de calor lineal horizontal. Establecieron las variables adimensionales y las condiciones de frontera, para encontrar que el número de Grashof y el número de Prandtl son los parámetros importantes de este problema. Por medio de una aproximación de capa límite resolvieron el régimen laminar del flujo para un Gr de hasta  $1.7 \times 10^6$ . Obtuvieron expresiones analíticas para la diferencia de temperatura la cual varía como  $y^{-3/5}$  y para la velocidad como  $y^{1/5}$ . Encontraron discrepancias entre sus resultados numéricos y sus mediciones experimentales.

**Fujii et al. (1973)** repitieron el trabajo de Gebhart et al. (1970) y obtuvieron una mayor precisión tanto en el modelo teórico como en el numérico. Presentaron una recopilación de datos de temperatura máxima de la pluma que varía como  $T_{\text{máx}} \sim y^{-3/5}$ .

**Fanatani et al. (2004)** midieron simultáneamente la velocidad y la temperatura de una pluma flotante turbulenta mediante las técnicas de fluorescencia de láser inducido (LIF) y velocimetría de imágenes por partículas (PIV). Determinaron las propiedades estadísticas de la pluma y las características de la turbulencia como son los flujos de calor, esto fue evaluado en la región inicial de la pluma flotante.

### 1.2.3 Plumas de pared

**Ellison & Turner (1959)** simulon plumas de pared con conservación de flujo de flotación usando soluciones salinas. El énfasis de su investigación fue en describir las características del flujo hacia el interior '*entrainment*' de plumas en paredes de varias inclinaciones, incluyendo paredes verticales. Sus resultados muestran que hay una notable reducción de '*entrainment*' para plumas de pared comparados con el '*entrainment*' de plumas libres.

**Grella & Faeth (1975)** midieron velocidades y temperaturas promedio en una pluma de pared en régimen turbulento, originada de una fuente de calor lineal colocada en la base de una pared vertical adiabática. Con base en el trabajo de Cheesewright (1968) para flujo turbulento en una pared vertical isotérmica vertical, definieron que la transición hacia la turbulencia en una pared vertical se da para  $Re$  entre 13500 y 30000. Hicieron experimentos para  $Re$  entre 18300 y 70000. Los resultados sugieren que la presencia de una pared tiene una gran influencia en la pluma al compararla con una pluma libre. Demostraron que una pluma de pared se extiende menos que una pluma libre, dando por resultado mayor velocidad en la primera.

**Carey & Mollendorf (1977)** presentaron medidas del campo de temperaturas del flujo laminar tridimensional en una pared vertical adiabática el cual tiene su origen en una fuente de calor puntual. El ancho de la pluma de pared fue proporcional a  $y^{1/5}$ , mientras que el espesor normal a la superficie (en la dirección  $x$ ), aumentó linealmente con  $y$ . Sus medidas indicaron que la temperatura de la pluma decae proporcional a  $x^{-0.77}$ . También dedujeron que la pared limita el arrastre de fluido más frío desde los alrededores, resultando un decaimiento más débil de la temperatura en la línea central que para una pluma simétrica elevándose libremente.

**Liburdy & Faeth (1978)** realizaron un estudio analítico de una pluma térmica turbulenta bidimensional originada de una fuente de calor lineal y que se eleva a lo largo de una pared vertical con una temperatura menor. Encontraron que la magnitud de los perfiles de velocidad y de temperatura promedio de la pluma tienen una estructura que cae en medio de la pluma libre y la pluma de pared adiabática. Hicieron correlaciones para la transferencia de calor dependiente de un número de Rayleigh modificado.

**Liburdy et al. (1979)** continuaron el estudio del caso anterior y obtuvieron mediciones de cantidades turbulentas tales como el valor de las fluctuaciones de velocidad, los esfuerzos de Reynolds y los flujos de Reynolds. Propusieron un modelo analítico para predecir los valores promedio de la velocidad y la temperatura.

**Afzal (1980)** presentó resultados numéricos de temperatura y de velocidad para una pluma de pared convectiva. La pluma surge de una fuente de calor constante lineal empotrada en el borde inferior de una superficie vertical. Su estudio fue para valores relativamente grandes del número de Grashof, estudiaron el caso en donde el medio es limitado por una superficie horizontal infinita colocada a una distancia arbitraria debajo de una pluma de pared. Usaron el método de extensiones asintóticas para resolver las ecuaciones de capa límite de primer y segundo orden. Los fluidos con los que trabajaron fueron aire y agua. Demostraron que la estructura de la pluma de pared depende fuertemente de la localización en el plano horizontal de la fuente de calor.

**Higuera & Weidman (1998)** presentaron un análisis de flujos de convección natural en estado permanente en paredes sólidas a grandes distancias de la fuente de calor. Describieron el caso de una fuente puntual o lineal en una pared con temperatura constante igual a la temperatura ambiente. Obtuvieron perfiles de semejanza para la velocidad y un decaimiento algebraico para la temperatura. Encontraron una ley de conservación para la fuente bidimensional sobre la pared isotérmica y presentaron las soluciones numéricas para la fuente en una pared adiabática.

**Sangras et al. (2000)** realizaron experimentos con mezclas de helio/aire para generar plumas de pared turbulentas en las cuales se conserva la cantidad de flotación en la dirección vertical de la corriente. Este flujo corresponde a la pluma térmica en una pared adiabática. A una altura de la pluma entre 92-156 veces el tamaño de la fuente observaron un menor espesor normalizado de la pluma y mayores velocidades promedio, comparados con la región cercana a la fuente. La intensidad de las fluctuaciones de velocidad fue comparable con las fluctuaciones de chorros de pared turbulentos sin flotación. Reportaron mediciones de los espectros de potencias y de las escalas integrales de las fluctuaciones de velocidad.

**Dias & Milanez (2004)** estudiaron numéricamente el flujo laminar debido a una fuente de calor discreta montada en una superficie vertical adiabática. Hicieron formulaciones en dos y tres dimensiones. Sus resultados confirmaron algunas escalas teóricas propuestas por

Higuera y Weidman (1998) y propusieron la existencia de una transición entre plumas bidimensionales y tridimensionales.

#### **1.2.4 Configuraciones con paredes parcialmente calentadas**

La convección natural en cavidades se ha estudiado ampliamente para casos con diferentes geometrías y condiciones de frontera, Ostrach (1998). Se han caracterizado los patrones y los regímenes de flujo. Nuestro interés se centra sobre convección en cavidades con calentamiento lateral parcial.

**Sparrow *et al.* (1978)** hicieron un análisis numérico de la capa límite y la para la pluma laminar en estado permanente sobre una placa vertical con calentamiento homogéneo en la parte inferior y adiabática en la parte superior. Además investigaron las diferencias entre pluma de pared y la pluma libre bidimensional que se desarrollan más allá del borde de la pared calentada. El desarrollo de estas plumas no admite solución de semejanza, por esta razón recurrieron a un análisis numérico para los casos de números de Prandtl de 0.7, 2, 5 y 10. La pluma de pared alcanza un perfil de velocidades totalmente desarrollado (régimen de semejanza) en una posición vertical equivalente a cinco veces la longitud de la placa calentada. La temperatura de la pluma de pared cae rápidamente inmediatamente después del cambio de condición de frontera, y después decae como  $y^{-3/5}$ . La velocidad se incrementa monótonamente como  $y^{1/5}$ .

**Kuhn & Oosthuizen (1987)** estudiaron numéricamente la transferencia de calor transitoria de un flujo bidimensional en una cavidad rectangular con una pared vertical parcialmente calentada y con la pared opuesta vertical uniformemente enfriada. Al mover el calentador de arriba hacia abajo a lo largo de la pared vertical el número de Nusselt incrementa a un valor máximo y después disminuye.

**Valencia & Frederick (1989)** analizaron numéricamente el estado permanente de la convección natural laminar de aire en cavidades cuadradas con paredes verticales, la mitad con calentamiento/enfriamiento, para números de Rayleigh de  $10^3$ - $10^7$ . Estudiaron cinco casos en donde combinaron las posiciones verticales de las paredes con calentamiento y enfriamiento y mostraron las variaciones del flujo y de la transferencia de calor.

**Burak et al. (1995)** emplearon métodos ópticos para obtener campos de velocidad y de temperatura de un flujo convectivo en una placa vertical, la cual de manera discontinua se le aplica un flujo de calor. Lograron visualizar la fase inicial del flujo que describieron como un vórtice bidimensional ascendente en lugar de una pluma naciente. Con una técnica interferométrica reconstruyeron los campos de temperatura y con partículas trazadoras visualizaron el patrón del flujo.

**Lee (1999)** investigó numéricamente la transferencia de calor y masa por convección natural en un canal abierto formado por placas paralelas verticales, en donde solo se calienta en la parte media de las placas. Demostró que el flujo con calentamiento parcial cambia radicalmente cuando se compara con el flujo entre dos placas paralelas con calentamiento uniforme.

**Frederick & Quiroz (2001)** estudiaron numéricamente la convección natural laminar en estado estacionario en una cavidad cúbica con una pared vertical fría y una porción cuadrada caliente en la pared opuesta. En el rango de  $Ra = 10^5 - 10^7$  describieron el desarrollo del flujo. También concluyeron que hay una fuerte reducción de la transferencia de calor en comparación con el caso de la pared con calentamiento uniforme.

**Deng et al. (2002)** estudiaron numéricamente el flujo laminar bidimensional en estado permanente en una cavidad rectangular con fuentes discretas de calentamiento sobre las paredes vertical y horizontal. Sugirieron una escala de temperatura combinada para adimensionalizar las ecuaciones que gobiernan la convección natural inducida por múltiples diferencias de temperaturas. Examinaron las estructuras del flujo con líneas de corriente y líneas de flujo de calor.

En la literatura presentada se puede ver que aún quedan algunos temas por investigar concernientes a la pluma de pared generada en una superficie vertical con calentamiento discontinuo, tales como su velocidad de crecimiento durante el estado transitorio o sus propiedades en el estado permanente y cuasiestacionario. Asimismo aún falta información relacionada con la evolución del flujo en la transición hacia la turbulencia, particularmente la manera en que interactúan mutuamente entre sí las fluctuaciones de velocidad con las de temperatura.

### 1.3 Objetivos y presentación de la tesis

El objetivo principal del presente trabajo es analizar experimentalmente algunas características del flujo convectivo, mediante los siguientes objetivos particulares:

- i. Realizar un análisis de escalas a partir de las ecuaciones de conservación para encontrar la escala de velocidad característica de la pluma.
- ii. Describir la dinámica del flujo en estado transitorio.
- iii. Caracterizar las propiedades hidrodinámicas de la pluma de pared en estado cuasiestacionario.
- iv. Comparar los resultados experimentales con los resultados numéricos previos y con los resultados del análisis de escalas.
- v. Correlacionar las fluctuaciones térmicas con las hidrodinámicas.

En el capítulo 2 se describe esquemáticamente el fenómeno de convección natural en la pared parcialmente calentada, se presentan las ecuaciones de conservación que gobiernan al fenómeno y se definen los casos de estudio. Se hace un análisis de escalas de las ecuaciones de conservación y se determina la escala de velocidad de la pluma. En el capítulo 3 se detallan las características de la cavidad experimental y se presentan las técnicas experimentales empleadas para analizar el flujo: visualización schlieren, medición de temperaturas con termopares, anemometría láser Doppler (LDA) y velocimetría por imágenes de partículas (PIV). Se describe el arreglo experimental empleado con cada una de las técnicas y se expone la metodología a seguir en los experimentos. Los resultados obtenidos se encuentran en el capítulo 4 en cuatro subsecciones: primero se hace una descripción global del fenómeno basada en imágenes schlieren y campos de velocidad, después se presenta el crecimiento transitorio de la pluma naciente como función de  $Ra$ , enseguida se encuentran las características promedio de la pluma en estado cuasiestacionario, y al final se presenta un análisis de las fluctuaciones de velocidad y de temperatura. Finalmente, en el capítulo 5 se incluyen las conclusiones del trabajo.

---

---

# Capítulo 2

## DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

---

---

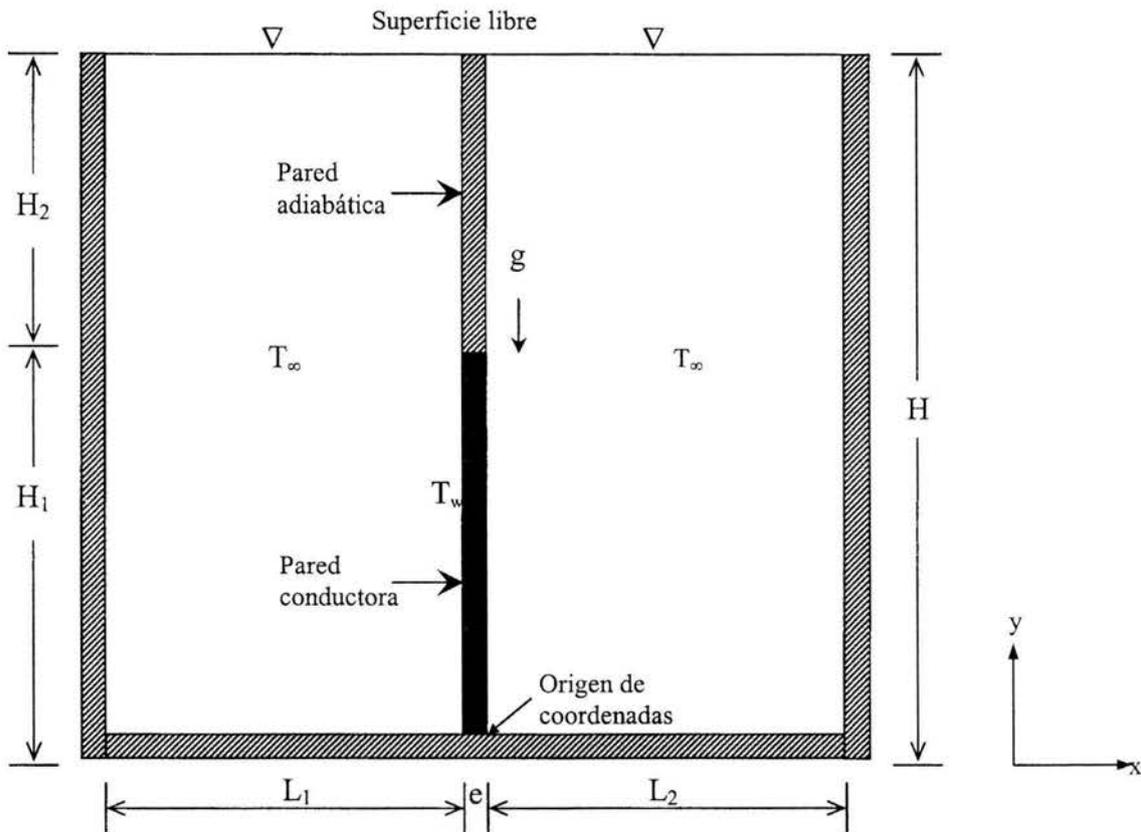
En este capítulo se describe y esquematiza la evolución del flujo convectivo, se presentan las ecuaciones de transporte y los parámetros adimensionales que lo representan, se definen los tres casos de Rayleigh que se van a estudiar y se hace un análisis de escalas de la velocidad de la pluma térmica.

### 2.1 Descripción del problema

El problema que se trata es el de la convección natural de un fluido que inicialmente se encuentra en reposo y en equilibrio térmico dentro de una cavidad rectangular. Los movimientos convectivos se originan debido a cambios de densidad del fluido causados por un incremento de temperatura en la mitad inferior de una pared vertical central.

La cavidad donde se realizan los experimentos es rectangular y está abierta en su parte superior a la atmósfera, Fig. 2.1. Su base y sus paredes laterales se consideran adiabáticas. La pared central, o pared parcialmente calentada, esta formada por dos partes: la mitad inferior que es conductora y la mitad superior que es adiabática.

La pared parcialmente calentada quedó localizada en medio de la cavidad dividiéndola en dos depósitos de las mismas dimensiones; esto se hizo con la finalidad de simplificar las condiciones de frontera. Ya que el fenómeno se presenta por duplicado y dada la simetría, se tratará indistintamente el lado izquierdo o el derecho como zona de análisis. Los detalles de la cavidad se presentan en la Secc. 3.1.



**Figura 2.1** Esquema bidimensional de la cavidad experimental. La altura de la cavidad es  $H = 0.65$  m y la longitud es  $L_1 = L_2 = 0.34$  m en la dirección horizontal. La altura de la pared conductora es  $H_1 = 0.36$  m y de la pared adiabática es  $H_2 = 0.29$  m. El espesor de la pared compuesta es  $e = 0.035$  m.

Por sus propiedades termofísicas se seleccionó agua como fluido de trabajo para alcanzar en los experimentos valores de Rayleigh del orden de  $10^9$ , que son típicos de la convección que se desarrolla en habitaciones a temperatura y presión atmosférica, tales propiedades se encuentran en la Tabla 2.1 del Apéndice A.

La convección natural inicia al tiempo  $t = 0$  s cuando la pared conductora se somete a un aumento súbito de temperatura. Debido a este calentamiento el fluido cercano a la pared caliente, por efectos de conducción térmica, sufre un calentamiento que causa una disminución local de su densidad. De esta manera, se produce una fuerza de flotación local  $F = g\Delta\rho/\rho = g\beta\Delta T$ . Esta fuerza provoca el movimiento ascendente del fluido caliente, que

resulta en la generación de una doble capa límite, térmica y viscosa. Esta última se extiende horizontalmente más allá que la primera cuando  $Pr > 1$ . Durante algún tiempo, más arriba, en la zona de la pared adiabática, el fluido permanece en reposo Fig. 2.2 (a).

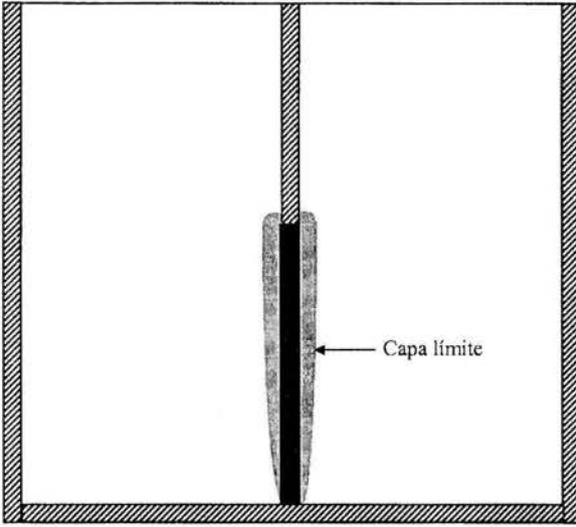
Después que ha pasado el periodo de formación de la capa límite en la pared conductora, el fluido proveniente de ésta continúa su ascenso hacia la región de la pared adiabática dando lugar a una pluma naciente en forma de vórtice, Fig. 2.2 (b). Este avance se lleva a cabo de manera muy compleja ya que intervienen efectos convectivos combinados con efectos difusivos, Figs. 2.2 (c), 2.2 (d) y 2.2 (e).

La pluma térmica de pared se considera como pluma naciente sólo durante el periodo transitorio desde que inicia la formación del vórtice hasta que éste asciende y llega a la superficie libre y desaparece. Durante el ascenso del vórtice, por debajo de éste, se va formando lo que será la pluma de pared o tallo, Fig. 2.2 (f).

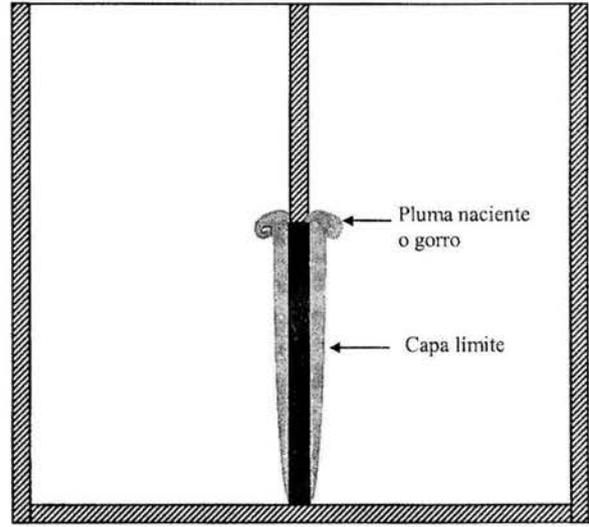
En esta tesis se presenta el análisis teórico y experimental tanto de la evolución transitoria de la pluma naciente como de la pluma de pared en estado cuasiestacionario<sup>1</sup>. La manera en que se lleva a cabo el calentamiento global del agua en el interior de la cavidad queda fuera del alcance de este estudio.

---

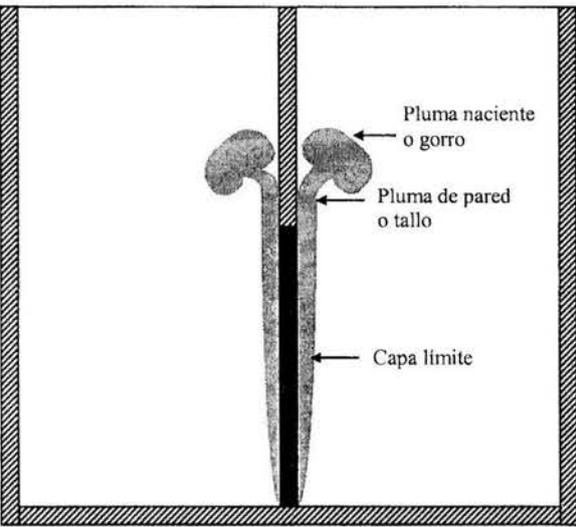
<sup>1</sup> En este trabajo se denomina estado cuasiestacionario, en el cual la temperatura promedio del interior aumenta continuamente con el tiempo.



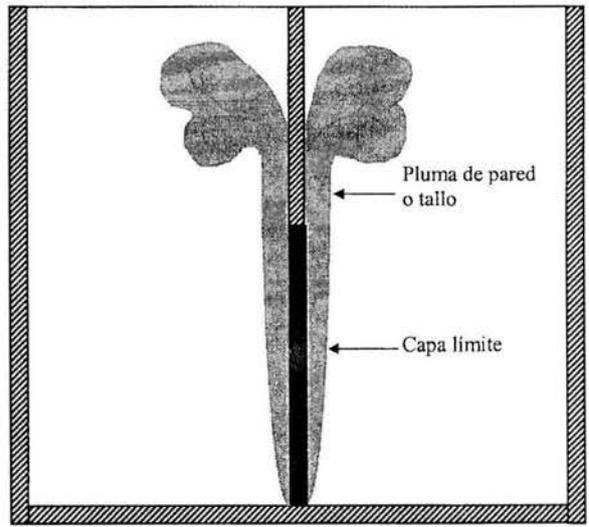
(a)



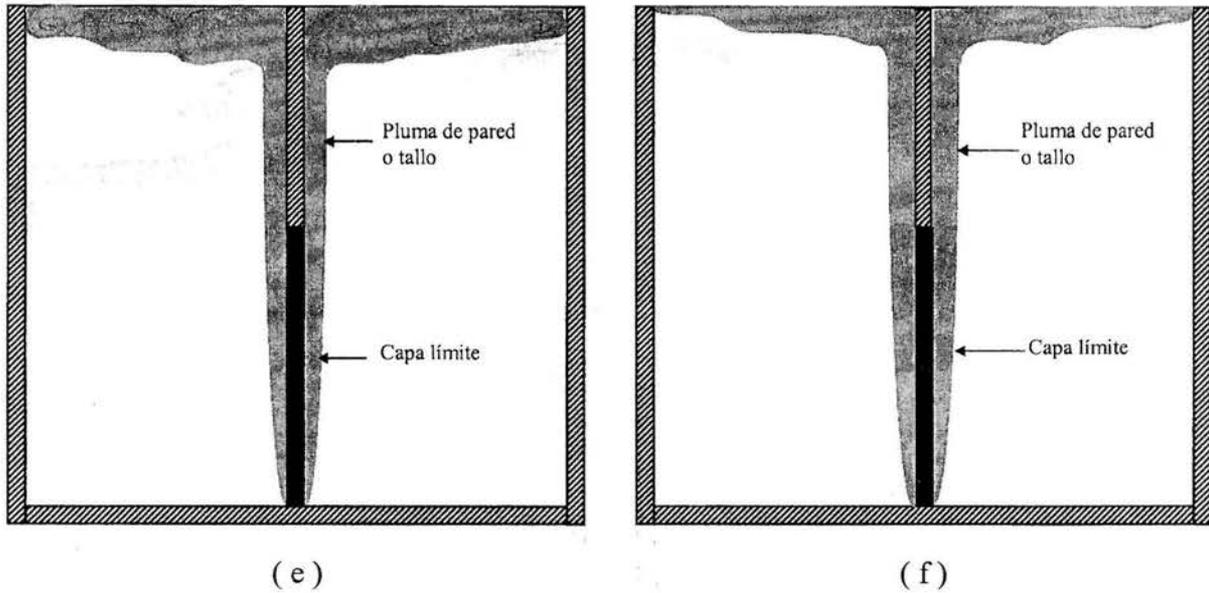
(b)



(c)



(d)



**Figura 2.2** Durante el periodo transitorio están presentes simultáneamente la capa límite, la pluma de pared (o tallo) y la pluma naciente (o gorro).

## 2.2 Ecuaciones que gobiernan al fenómeno

El proceso convectivo objeto de este estudio, está gobernado por los principios de conservación de masa, de momentum y de energía, cuyas ecuaciones en tres dimensiones para un flujo en donde sólo se consideran las variaciones de densidad en la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección y de acuerdo a la aproximación de Boussinesq, Bejan (1995), son:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + g\beta (T_w - T_\infty) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.5)$$

Las componentes de la velocidad son  $u$  en la dirección  $x$ ,  $v$  en la dirección  $y$  y  $w$  en la dirección  $z$ .  $T$  y  $p$  son la temperatura y la presión respectivamente. Las propiedades físicas fluido son: la densidad,  $\rho$ , la viscosidad cinemática,  $\nu$ , la difusividad térmica,  $\alpha$ , y el coeficiente de expansión volumétrica,  $\beta$ . La aceleración debida a la gravedad es  $g$ .

### 2.2.1 Condiciones iniciales y de frontera

La condición inicial es para  $t \leq 0$  en  $0 \leq x \leq L$ ,  $0 \leq y \leq H$  y  $0 \leq z \leq W^2$

$$T_w = T_\infty \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0$$

Las condiciones de frontera son:

$$\text{En } x=0, \quad 0 < y \leq H_1, \quad 0 < z < W, \quad 0 < t < \infty, \quad u = v = w = 0, \quad T = T_w$$

$$\text{En } x=0, \quad H_1 < y \leq H, \quad 0 < z < W, \quad 0 < t < \infty, \quad u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$\text{En } x=L, \quad 0 < y < H, \quad 0 < z < W, \quad 0 < t < \infty, \quad u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

<sup>2</sup>  $W$  es la dimensión de la pared vertical compuesta en la dirección  $z$  (0.20 m).

$$\text{En } y = 0, \quad 0 < x < L, \quad 0 < z < W, \quad 0 < t < \infty, \quad u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\text{En } y = H, \quad 0 < x < L, \quad 0 < z < W, \quad 0 < t < \infty, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\text{En } z = 0, \quad 0 < y \leq H, \quad 0 < x < L, \quad 0 < t < \infty, \quad u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$\text{En } z = W, \quad 0 < y \leq H, \quad 0 < x < L, \quad 0 < t < \infty, \quad u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

Más adelante, en la sección 2.4, se utilizan las ecuaciones de conservación para obtener de ellas las escalas características del fenómeno.

### 2.3 Parámetros adimensionales

Los números adimensionales que determinan las características del flujo de convección natural en una pared con calentamiento/enfriamiento son el número de Rayleigh (Ra) y el número de Prandtl (Pr).

$$Ra = \frac{g\beta (T_w - T_\infty) H_1^3}{\nu\alpha} \qquad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

El número de Prandtl proporciona una medida de la efectividad relativa que hay entre el transporte de momentum y el de energía por difusión en las capas límite hidrodinámica y térmica, respectivamente. El valor de este parámetro adimensional influye en el tamaño relativo entre la capa límite hidrodinámica y la térmica. El número de Rayleigh caracteriza al régimen de flujo en laminar, de transición y turbulento, los valores para cada régimen según Schlichting (1979) son:

|                          |            |
|--------------------------|------------|
| $Ra \leq 10^8$           | Laminar    |
| $10^8 < Ra \leq 10^{10}$ | Transición |
| $10^{10} < Ra$           | Turbulento |

Dentro del régimen laminar el modo principal de transferencia de calor puede ser dominado por efectos conductivos, convectivos o una combinación de ambos dependiendo de los valores relativos de diversas combinaciones entre Ra y Pr. En los regímenes de transición y de turbulencia la transferencia de calor se da primordialmente por efectos convectivos.

En el presente estudio se analizan tres casos en los cuales se mantiene la geometría y se varía la diferencia de temperaturas  $\Delta T$  en los valores de 2.3, 4.4 y 8°C. Los valores correspondientes de Ra basados en la altura de la pared caliente son  $Ra_1 = 2.29 \times 10^9$ ,  $Ra_2 = 4.48 \times 10^9$  y  $Ra_3 = 9.2 \times 10^9$  que corresponden a los regímenes laminar oscilatorio (inicio de la transición), de transición y turbulento (baja turbulencia o fin de la transición). El valor del número de Prandtl se considera constante e igual a 6.21 que corresponde al agua a 25°C.

## **2.4 Análisis de escalas para la pluma de pared**

Se han hecho diversas proposiciones para describir tanto la velocidad de crecimiento de las plumas nacientes –velocidad del gorro– como para la velocidad de las plumas cuasiestacionarias –velocidad del tallo.

El avance de la pluma naciente es un proceso complejo causado por fuerzas de flotación, en donde intervienen simultáneamente procesos de advección y difusión de energía y de momentum. Turner (1962) propuso un modelo en donde considera a la pluma naciente como la unión de un vórtice de anillo encima de un tallo turbulento. El avance del gorro lo modeló como el movimiento de un vórtice de anillo y el tallo lo modeló con perfiles Gaussianos de velocidad y de densidad. En este caso se realizó un balance entre fuerzas de flotación e inerciales y utilizó argumentos de conservación para deducir la escala de velocidad del tallo que disminuye con la altura como  $v_s \sim y^{-1/3}$ . A partir de las suposiciones de que el gorro tiene un aumento gradual de tamaño y que los perfiles de velocidad del tallo son Gaussianos, dedujo que la velocidad del gorro es una fracción de la velocidad del tallo  $v_c = c_1 v_s(y)$ . Experimentalmente resultó que el frente extremo de la pluma avanza aproximadamente 0.6 veces la velocidad promedio del tallo, es decir que  $c_1 = 0.6$ .

Se han presentado trabajos de casos aislados de plumas nacientes, en algunos se visualizó el flujo, en otros se obtuvieron campos de velocidad y de temperatura, (Shlien & Boxman (1981), Tanny & Shlien (1985)); también se han presentando propuestas teóricas y numéricas, (Middleton (1975), Ichimiya & Abe (2003)). En estos trabajos no se realizó análisis de escalas alguno. La importancia del trabajo de Moses *et al.* (1993) sobre plumas nacientes laminares radica en que su estudio variaron los fluidos de trabajo, la potencia de calentamiento y el tamaño del calentador, y encontraron que la velocidad del gorro es constante con el tiempo y depende de la potencia de calentamiento P como,

$$v_c = (0.2 \pm 0.02) \left( \frac{g\beta P}{\nu \rho C_p} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Este escalamiento lo obtuvieron siguiendo el balance propuesto por Batchelor (1954) y Kaminski & Jaupart (2003) señalaron que es válido, de acuerdo a la aproximación de capa límite, para valores relativamente grandes de la altura de la pluma comparada con su espesor,  $L_s \gg \delta_s$ . Estos últimos autores encontraron experimentalmente que el ascenso de la pluma naciente ocurre en tres etapas. En la primera etapa la pluma tiene una aceleración constante, mientras que en la segunda la velocidad es constante y obedece al escalamiento de la ecuación 2.6. En la tercera etapa se tiene una desaceleración causada por efecto de la superficie libre. Barrios *et al.* (2004) encontraron numéricamente para la pluma naciente de pared las tres etapas mencionadas.

Para calcular la velocidad de la pluma laminar cuasiestacionaria, Batchelor (1954) propuso un balance entre los términos de flotación y los viscosos así como una solución de semejanza. De un análisis dimensional, la velocidad del tallo resultó independiente de la altura y dependiente de la potencia de calentamiento. Sin embargo, varios resultados numéricos (Liburdy (1978), Jaluria (1977), Sparrow (1978)) han coincidido que la velocidad máxima de la pluma escala como  $v_s \sim y^{1/5}$  y la temperatura máxima como  $T \sim y^{-1/3}$ .

En nuestro caso, de acuerdo a Batchelor (1954), para flujo laminar existe un balance entre fuerzas viscosas y de flotación expresado como:

$$v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \sim g\beta \Delta T \quad (2.7)$$

La ecuación 2.7 expresada en términos de órdenes de magnitud es:

$$\frac{v}{\delta^2} \sim g\beta \Delta T \quad (2.8)$$

donde  $\delta$  es el espesor de la pluma. La escala de velocidad de la pluma es

$$v \sim \frac{g\beta \Delta T \delta^2}{\nu} \quad (2.9)$$

Se puede considerar que a distancias cortas por encima de la unión entre la pared caliente y la adiabática, el espesor de la pluma de pared es del mismo orden de magnitud que el espesor de la capa límite en la pared caliente. Este espesor se puede deducir a partir de un balance entre los términos advectivos y los difusivos de la ecuación de energía de la siguiente manera,

$$v \frac{\partial T}{\partial y} \sim \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.10)$$

Los órdenes de magnitud de los dos términos escalan como  $\partial T / \partial y \sim \Delta T / H_1$ , y  $\partial^2 T / \partial x^2 \sim \Delta T / \delta_T^2$ . El orden de magnitud de  $\delta_T$  es

$$\delta_T \sim \left( \frac{H_1 \alpha}{v} \right)^{1/2} \quad (2.11)$$

Para agua,  $\frac{\delta}{\delta_T} \sim \sqrt{\text{Pr}}$ , entonces se sustituye el valor de  $\delta$  en la ecuación (2.9) para obtener la escala de velocidad de la pluma,

$$v \sim \frac{\alpha Ra^{1/2}}{H_1} \quad (2.12)$$

El resultado anterior muestra que la velocidad de la pluma térmica mantiene la escala de velocidad alcanzada en la capa límite de la pared caliente a la altura  $H_1$ , (Patterson & Imberger (1980)).

---

---

# Capítulo 3

## METODOLOGÍA Y EQUIPO EXPERIMENTAL

---

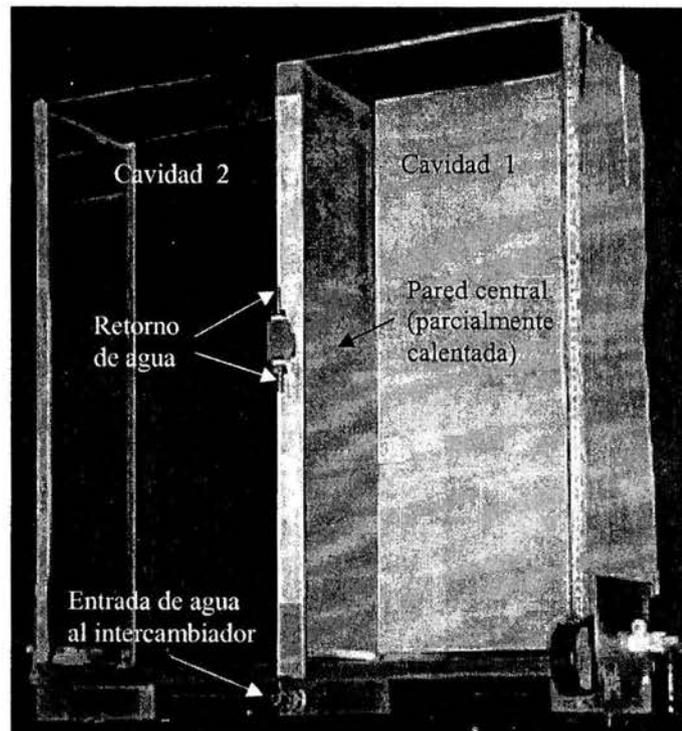
---

En este capítulo se dan los detalles de la construcción de la cavidad experimental. Se describe describe el equipo y las técnicas experimentales empleadas en la visualización y medición de las variables del flujo, así como la metodología para realizar los experimentos.

### 3.1 Cavidad experimental

Los experimentos se desarrollaron en una cavidad rectangular de  $0.092 \text{ m}^3$  abierta en su parte superior. La pared de adelante y la de atrás son de vidrio de 12 mm de espesor para permitir el acceso óptico al interior. Las paredes laterales y la base están hechas de acrílico y tienen 18 mm de espesor. La cavidad está dividida a su vez en dos cavidades iguales por medio de una pared central, como puede verse en la Fig. 3.1. Cada una de estas cavidades mide 0.34 m de largo, 0.65 m de alto y 0.20 m de ancho. Al realizar los experimentos las cavidades se llenan de agua a temperatura ambiente hasta un nivel de 0.64 m.

La pared central (pared parcialmente calentada) mide 0.20 m de ancho, 0.65 m de alto y tiene un espesor de 0.035 m. La parte inferior de ésta es un intercambiador de calor de 0.36 m de alto y la parte superior es una placa de acrílico de 0.29 m de alto. Esta última por su baja conductividad se considera como un cuerpo adiabático.



**Figura 3.1** Cavidad experimental.

El intercambiador de calor tiene dos placas de acero inoxidable de 1 mm de espesor y  $0.20 \times 0.36 \text{ m}^2$  de área por las cuales se suministra calor hacia las cavidades, cada placa de acero conforma una pared caliente. Los detalles de la construcción de la cavidad experimental se encuentran en Tovar (2002).

### **3.2 Técnicas experimentales**

En este estudio se utilizaron varias técnicas experimentales para la visualización del flujo y para las mediciones de temperatura y de velocidad. Ya que no todas las técnicas se pueden aplicar simultáneamente, se realizaron tres diferentes series de experimentos. En la primera (**Serie A**) se visualizó el flujo mediante la técnica schlieren, en la segunda (**Serie B**) se hicieron mediciones de velocidad con la técnica de velocimetría por imágenes de partículas (Particle Image Velocimetry PIV) y en la tercera (**Serie C**) se hicieron mediciones puntuales

de velocidad con la técnica de anemometría láser Doppler (Laser Doppler Anemometry LDA). Para propósitos tanto de análisis como de comparación entre los experimentos, en las tres series se realizaron mediciones puntuales de temperatura con termopares.

### **3.2.1 Visualización del flujo**

Para localizar las regiones con gradientes de temperatura (esto es, gradientes de densidad o de índice de refracción) y para detectar los patrones del flujo en áreas relativamente grandes ( $\sim 0.5 \times 0.5 \text{ m}^2$ ) se utilizó el sistema schlieren del Centro de Investigación en Energía de la Universidad Nacional Autónoma de México (CIE-UNAM). El sistema consta principalmente de dos espejos parabólicos de 0.71 m de diámetro y 7.21 m de distancia focal. La adquisición de las imágenes se hizo de forma automática con una cámara digital marca kodak ES 1.0 controlada por computadora. Los detalles del arreglo óptico y de los métodos seguidos para su instalación y automatización están descritos en Cedillo (2001) y Tovar (2002).

### **3.2.2 Medición de temperaturas**

La medición de las temperaturas del flujo contiguo a la pared parcialmente calentada se hizo con termopares tipo T (Cobre-Constantán) de calibre 36, los cuales se ubicaron en lugares específicos a lo largo de la pared. También se colocaron algunos termopares en el interior de las cavidades y a la entrada y salida del intercambiador de calor. Los criterios para establecer las ubicaciones precisas de los termopares fueron de origen analítico y experimental. El primero se refiere al cálculo del espesor de la capa térmica, y el segundo se obtiene de colocar a prueba y error los sensores y localizar las regiones donde haya eventos que involucren cambios de temperatura. En el Apéndice **B** están las ubicaciones de los termopares. Previo a cada serie de experimentos se hizo una calibración cuidadosa del sistema para obtener una exactitud de  $\pm 0.1^\circ\text{C}$  para todas las mediciones de temperatura. La adquisición y registro de temperaturas se lleva a cabo por medio de un equipo de adquisición de datos, que consiste

primordialmente de un acondicionador de señales SCXI-1100 y una tarjeta de adquisición PCI MIO 16E1 de la marca National Instruments, que se conecta a una computadora personal y se maneja con el software LabVIEW de la misma marca. Los componentes del equipo se encuentran esquematizados en las Figs. 3.3 y 3.5.

Con la finalidad de poder sincronizar la adquisición simultánea de datos de temperatura y de velocidad LDA, se agregó una rutina computacional al programa de adquisición de temperaturas reportado en el trabajo de Cedillo (2001), la cual permite leer con el sistema de adquisición de temperaturas una señal eléctrica adicional emitida por un generador de señales (o *trigger*) que al mismo tiempo es detectada por el sistema de adquisición de velocidades. En ambos sistemas la señal sirve para dar inicio a la adquisición a un tiempo  $t = 0$  s.

### **3.2.3 Medición de la velocidad con la técnica Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV)**

La velocimetría por imágenes de partículas (PIV) es una técnica óptica no intrusiva que provee mediciones del campo de velocidades instantáneas en un área definida, Raffel (1998). La metodología de la técnica PIV consiste en agregar partículas trazadoras al fluido (sembrado de partículas) e iluminar el área de medición con una hoja de luz láser. Las partículas iluminadas dispersan luz, que se detecta con el CCD (Charge Coupled Device) de una cámara digital colocada perpendicularmente respecto a la hoja de luz láser. La captura de imágenes se hace en sincronía con pulsos de luz láser; un primer pulso se sincroniza con la toma de una imagen que contiene la ‘posición inicial’ de las partículas y un segundo pulso se sincroniza con una segunda imagen que contiene la ‘posición final’. Por lo tanto, se obtienen pares de imágenes sucesivas diferenciadas por el movimiento relativo de las partículas. El retraso entre los dos pulsos proporciona la escala de tiempo. Las dos imágenes capturadas se dividen en áreas pequeñas llamadas áreas de interrogación. Cada par de áreas de interrogación, correspondientes entre sí, son correlacionadas utilizando transformada rápida de Fourier, de donde se determinan los desplazamientos bidimensionales del flujo y los vectores de velocidad.

Para este caso, se agregaron al fluido partículas esféricas de vidrio cubiertas de plata de 10 micras de diámetro, de densidad  $1400 \text{ kg/m}^3$ , lo suficientemente pequeñas para moverse con el flujo y lo suficientemente grandes para reflejar la cantidad de luz necesaria hacia el dispositivo de carga acoplado (CCD) de la cámara. Se fueron agregando partículas hasta obtener más de cinco partículas en cada área de interrogación. Para iluminar el flujo se utilizó una hoja de luz láser de 1mm de espesor que se alineó al centro de la pared. Las imágenes tomadas cubren un área aproximada de  $0.07 \times 0.07 \text{ m}^2$ . La adquisición y procesamiento de datos se realizó con el software *FlowManager* en el esquema de correlación cruzada, en áreas de interrogación de  $32 \times 32$  píxeles y un traslape de 25%. Sólo se consideraron como válidas aquellas velocidades que tuvieron un factor entre los dos mayores picos de correlación mayor o igual que 1.2, Raffel (1998), así como aquellas que estuvieron dentro de los rangos que se establecieron para cada serie de experimentos. La Fig. 3.2 representa esquemáticamente la adquisición de velocidades con la técnica PIV.

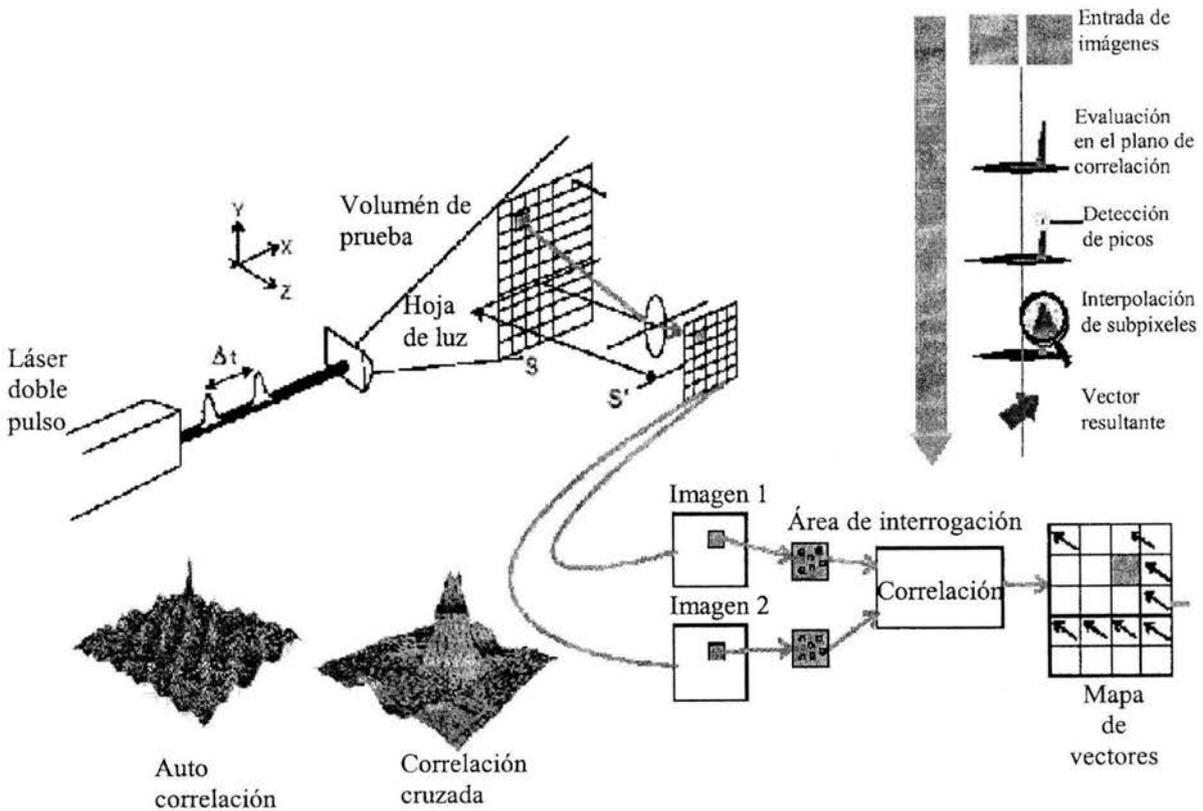
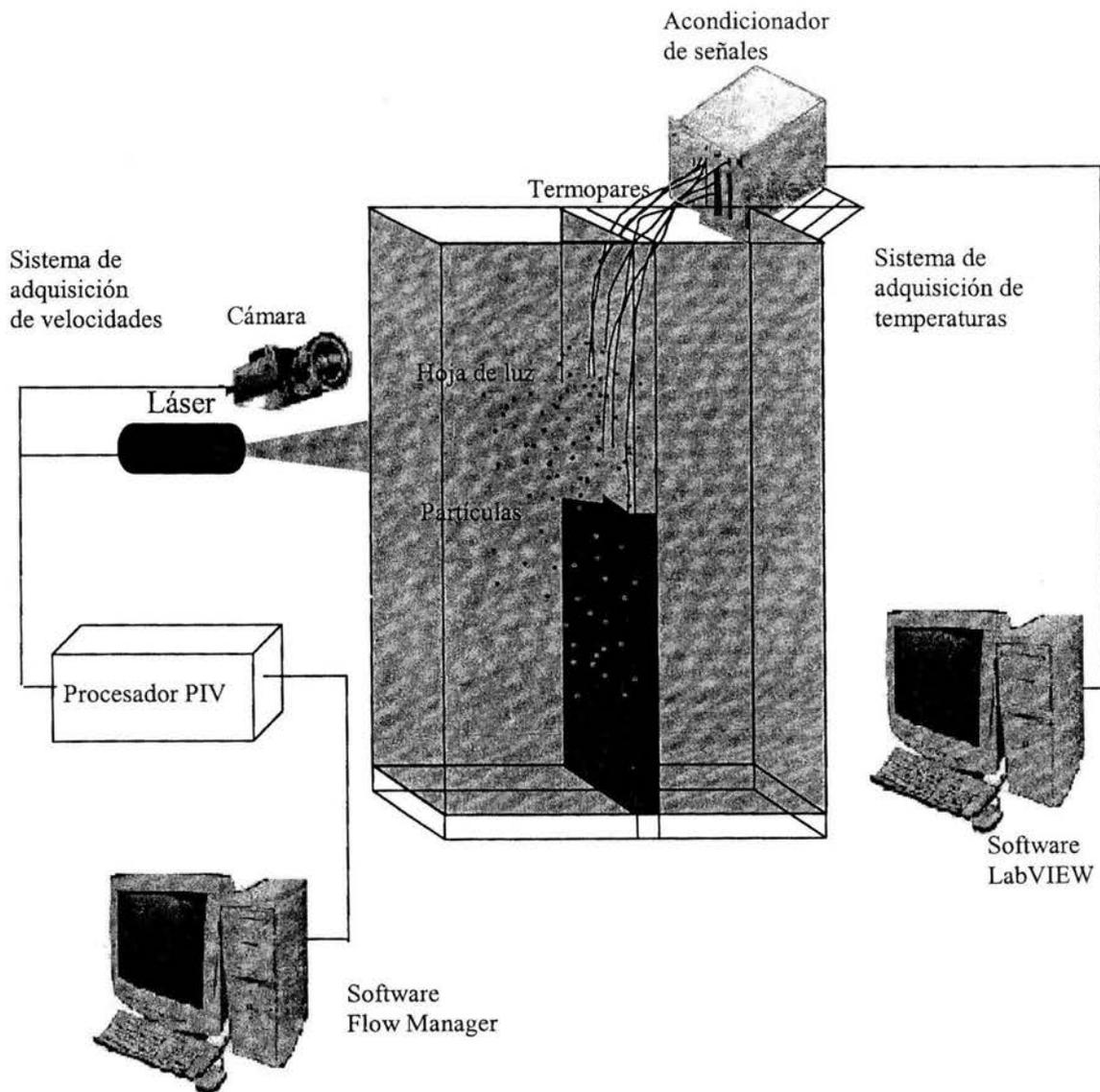


Figura 3.2 Metodología PIV.

Los componentes que se emplearon para la técnica PIV fueron: dos láseres pulsados marca New Wave, 30 hz, de frecuencia de pulseo variable y 4 líneas de emisión (1064nm/150mJ/, 532nm/100mJ, 355nm/50mJ, 266nm/30mJ) y un procesador de señales Dantec FlowManager 1100, una cámara de alta resolución Kodak E.S 1.0 y una computadora. El equipo se controla por medio del software FlowManager. En la Fig. 3.3 se esquematizan los componentes del arreglo experimental para la adquisición simultánea de velocidades PIV y de temperaturas.



**Figura 3.3** Arreglo experimental para la adquisición de velocidades PIV y de temperaturas.

### **3.2.4 Medición de la velocidad con la técnica Anemometría Láser Doppler (LDA)**

Para complementar los resultados obtenidos con la técnica de velocimetría por imágenes de partículas y poder hacer un análisis más amplio del fenómeno se hicieron mediciones puntuales de la velocidad empleando la técnica de anemometría láser Doppler. Con esta técnica se puede medir la velocidad puntual de un flujo a través de la detección del corrimiento de frecuencia de luz láser dispersada por partículas que se mueven con el fluido, Goldstein (1988).

Un anemómetro láser Doppler básicamente se compone de dos subsistemas, el primero es un arreglo óptico encargado de producir y transportar la luz láser. Se compone de una fuente de luz láser, un divisor de haz, una sonda óptica de transmisión y recepción, y un fotodetector. El segundo subsistema está compuesto por un procesador de señales y un analizador de datos. La fuente de luz produce una luz láser que se hace incidir en el divisor de haces. Usualmente se usa una celda de Bragg como divisor de haces, de ahí emergen dos haces de la misma intensidad y con diferentes frecuencias. Estos se transmiten en fibras ópticas hacia la sonda óptica en donde se enfocan hacia el volumen de medición. La luz que dispersan las partículas que cruzan el volumen de medición contiene la información de velocidad del flujo. Esta luz dispersa se capta con un fotodetector y es la que contiene la frecuencia Doppler. La señal se transmite hacia el procesador de señales en donde se determina la frecuencia Doppler para cada partícula mediante un algoritmo de transformada rápida de Fourier. La velocidad se calcula a partir de la frecuencia Doppler y la distancia entre franjas. En la Fig. 3.4 se muestran los subsistemas del anemómetro láser Doppler.

Los dispositivos que forman el sistema LDA que se empleó en los experimentos tienen las siguientes características: Láser de Argón-Ion, clase 4, modelo 177, marca Spectra Physics. Emite cuatro longitudes de onda, de las cuales sólo se utilizó la línea de 488nm con 200mW. Sonda Dantec FiberFlow 60 x 20, modelo 9060x0111. Fotodetector. Analizador Dantec BSA 57N11. Computadora personal y software Dantec BSA Flow.

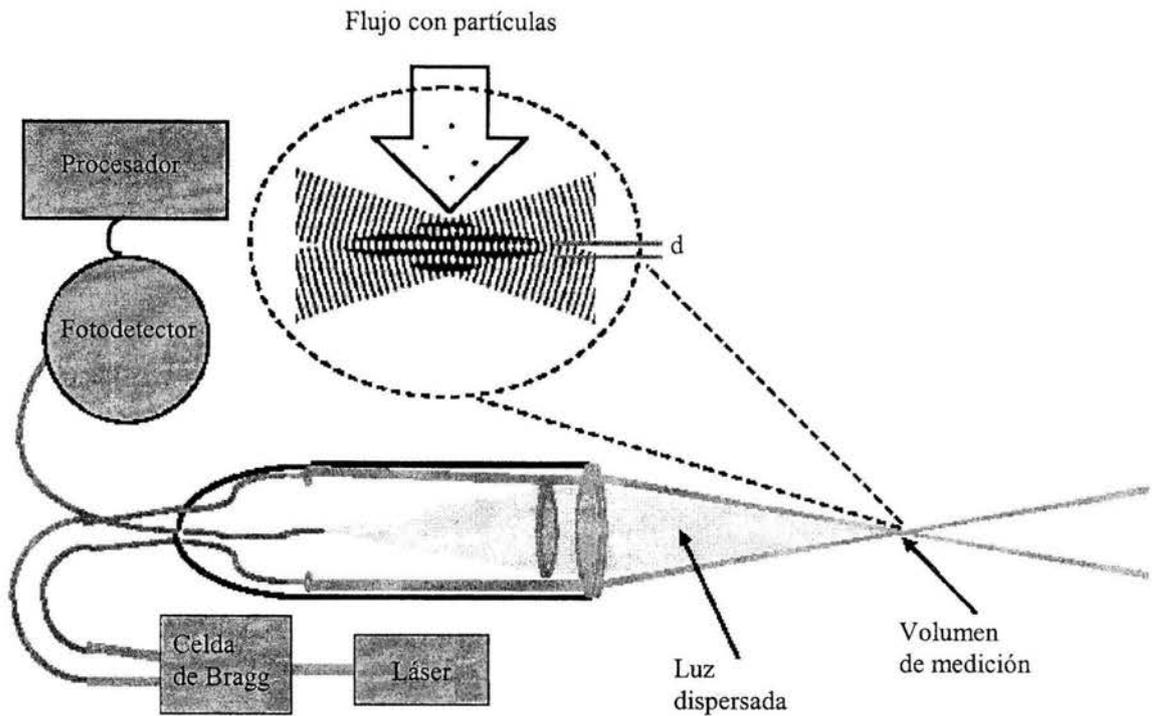
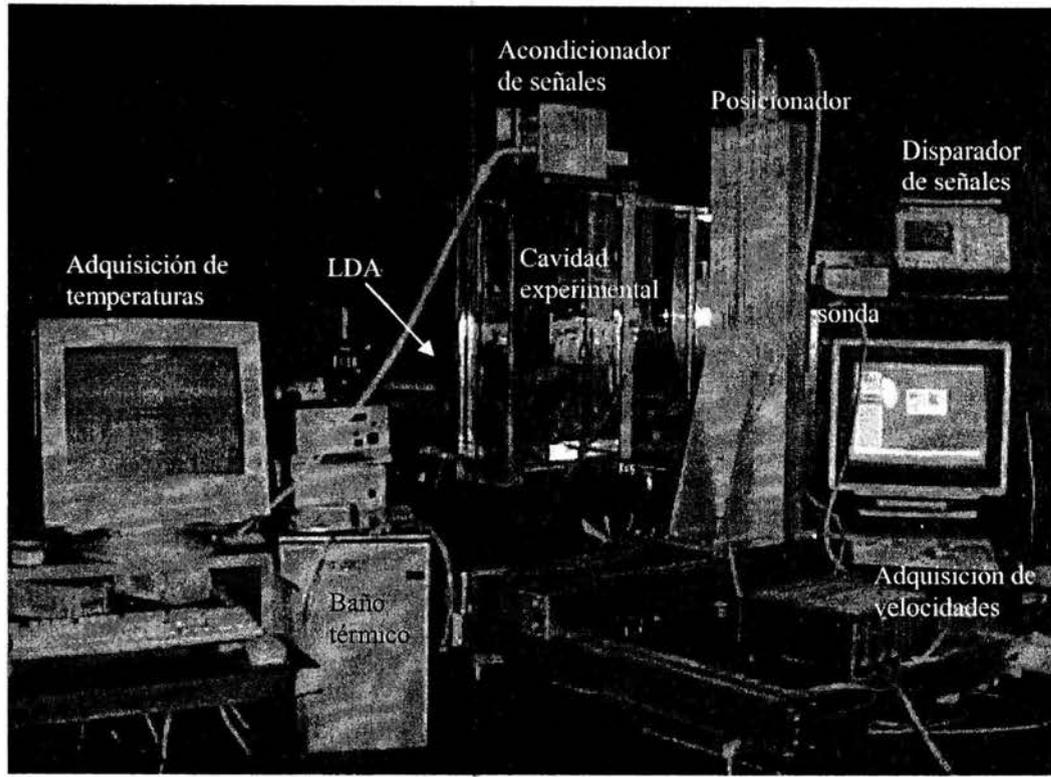


Figura 3.4 Componentes del LDA.

En la imagen de la Fig 3.5 se encuentran los sistemas de adquisición de temperaturas y de velocidades (LDA), así como a la cavidad experimental. En el lado izquierdo se encuentra la computadora encargada de adquirir los datos de temperatura conectada al acondicionador de señales, desde el cual se deriva el conjunto de termopares hacia el interior de la cavidad. Enseguida se encuentra el baño térmico que suministra agua caliente al intercambiador de calor de la cavidad. Esta última se ubica en el centro de la fotografía. La sonda del anemómetro láser se encuentra instalada en el posicionador automático, (en la fotografía solo se ve la parte de atrás) y la computadora del mismo anemómetro está en el extremo derecho. El analizador de señales (no aparece en la fotografía) porque se encuentra detrás de la computadora del LDA.



**Figura 3.5** Arreglo experimental para la adquisición de velocidades LDA y temperaturas.

### **3.3 Metodología para realizar los experimentos**

Dada la complejidad de los sistemas de adquisición de datos, antes de realizar cada experimento se requiere hacer una serie de pruebas preliminares a los equipos. Una vez que se verifica el buen funcionamiento y control de los sistemas de adquisición se llevan a cabo los experimentos. Para los experimentos de visualización se sigue la metodología descrita en el trabajo de Cedillo (2001). Para los experimentos de medición de temperatura y de velocidad se procede de la siguiente manera:

1. Colocar los termopares previamente calibrados en ambos lados de la pared parcialmente calentada, en las posiciones señaladas en el Apéndice B, y conectarlos al acondicionador de señales.

2. Llenar la cavidad de agua hasta un nivel de 64 cm. Agregar partículas en la cavidad donde se aplicarán las técnicas de medición de velocidad (cavidad 1 de la Fig. 3.1).

3. Para el caso de mediciones de velocidad PIV, ajustar los relojes de las computadoras para que la toma de datos tenga el mismo tiempo de referencia, encender la cámara y verificar que esté enfocada.

4. En el caso de mediciones de velocidad con el LDA, el volumen de medición se ubica a la mitad de la pared parcialmente calentada en  $z = 0.10$  m, a una altura  $y = 0.40$  m cercana a la unión de las paredes caliente y adiabática, y a una distancia horizontal de la pared compuesta  $x = 0.004$  m.

5. Abrir los programas de adquisición de datos de temperatura y de velocidad en las computadoras y suministrarles los datos requeridos por los mismos como son: nombre del archivo donde se guardará la información, número de lecturas a tomar, velocidad de adquisición, etc.

6. Programar el baño a la temperatura constante predeterminada y conectar las mangueras de alimentación hacia la entrada y salida del intercambiador de calor.

7. Se inicia el experimento inyectando agua del baño térmico hacia el intercambiador de calor. Con 10 segundos de anticipación se da inicio a la adquisición de datos.

8. Se hace la corrida experimental y la adquisición de datos durante el tiempo previamente programado.

9. Se da fin al experimento y se verifica que la información obtenida sea congruente y completa.

---

---

# Capítulo 4

## RESULTADOS

---

---

En este capítulo se analizan los resultados experimentales de los tres casos de Rayleigh estudiados, para los estados transitorio y cuasiestacionario. Primero se describe la evolución global del flujo por medio del análisis de imágenes schlieren y de campos de velocidades. Enseguida, se determina la velocidad de avance de la pluma naciente a partir de imágenes schlieren y ésta se presenta como función de  $Ra$ . Después, se obtienen las características promedio de la pluma de pared cuasiestacionaria. Al final del capítulo se presenta el análisis estadístico de las fluctuaciones de temperatura y de velocidad.

Antes de dar inicio al análisis general del flujo, en la Tabla 4.1 se presenta un resumen de la duración y la cantidad de datos obtenidos en cada una de las series de experimentos que se realizaron en este trabajo<sup>3</sup>.

**Tabla 4.1** Duración de los experimentos y cantidad de datos obtenidos.

| Casos De estudio | Duración del experimento (Serie A <sup>4</sup> ) | Número de Imágenes y temperaturas | Duración del experimento (Serie B) | Número de imágenes PIV y datos temperatura | Duración del experimento (Serie C) | Número de datos de Velocidad LDA | Número de datos de temperatura |
|------------------|--|-----------------------------------|------------------------------------|--|------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Ra <sub>1</sub>  | 300 s  | 300                               | 600 s                              | 600  | 1200 s                             | 474,420                          | 1200                           |
| Ra <sub>2</sub>  | 240 s  | 120                               | 600 s                              | 600  | 1200 s                             | 297,730                          | 1200                           |
| Ra <sub>3</sub>  | 120 s  | 120                               | 600 s                              | 600  | 600 s                              | 362,434                          | 600                            |

---

<sup>3</sup> Los datos y las imágenes correspondientes a los casos Ra<sub>1</sub> y Ra<sub>3</sub> de la Serie A fueron extraídos del trabajo de Tovar (2002).<sup>4</sup>En el caso Ra<sub>2</sub> de la serie A se obtuvo el valor promedio del coeficiente de transferencia de calor de 320 W/m<sup>2</sup>K. Este valor está en acuerdo con los reportados en la literatura, Bejan (1995).

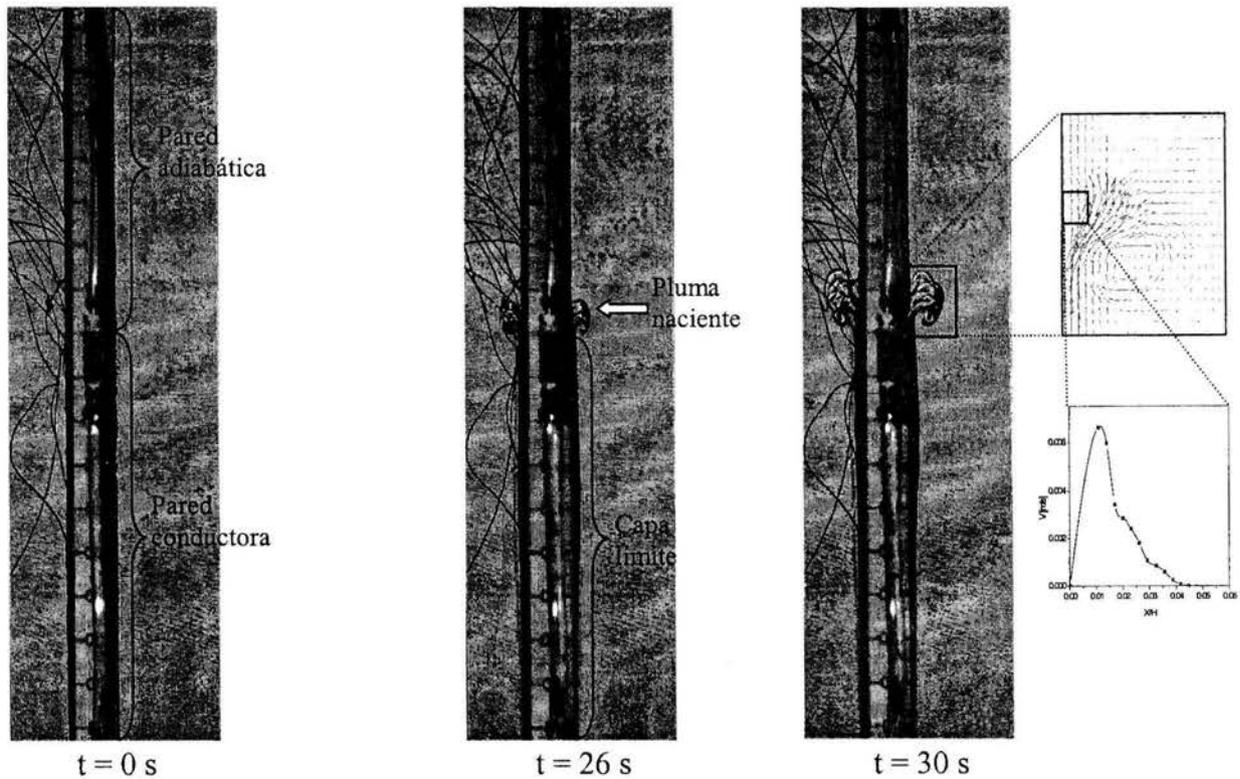
## **4.1 Descripción global del flujo: pluma naciente y pluma cuasiestacionaria**

El proceso convectivo inicia cuando se inyecta agua caliente al intercambiador de calor, lo que da lugar al aumento de temperatura de la pared conductora. El momento en que se introduce agua al intercambiador se considera como tiempo inicial  $t = 0$  s. El tiempo de llenado del intercambiador es de aproximadamente 7 s, el cual es menor en por lo menos un 25% que el tiempo de crecimiento de la capa límite para los tres casos. Una vez que se llena el intercambiador, el agua caliente continúa circulando dentro de éste. Enseguida se hace una descripción detallada de la evolución global del fenómeno para el caso de  $Ra_2$ , tomando como referencia imágenes schlieren y campos de velocidad. En este trabajo, el flujo se considera bidimensional debido a que los cambios en las propiedades con respecto a la dirección  $z$  son pequeños.

El desarrollo del proceso consta principalmente de cuatro eventos: (1) La capa límite se desarrolla en la pared conductora y se inicia el movimiento. (2) La pluma naciente se forma a partir de la unión de la pared conductora-pared adiabática. (3) Durante el ascenso de la pluma naciente un grupo de ondas viaja verticalmente en el flujo. (4) Debajo de la pluma naciente se va formando la pluma de pared o tallo, y finalmente se llega al estado cuasiestacionario. En las imágenes schlieren de las Figs. 4.1 - 4.3 se observa el desarrollo de los cuatro eventos, los cuales se discuten a continuación. En la descripción de las imágenes sólo se considera el lado derecho de la pared compuesta, ya que en el lado izquierdo se encuentran los termopares.

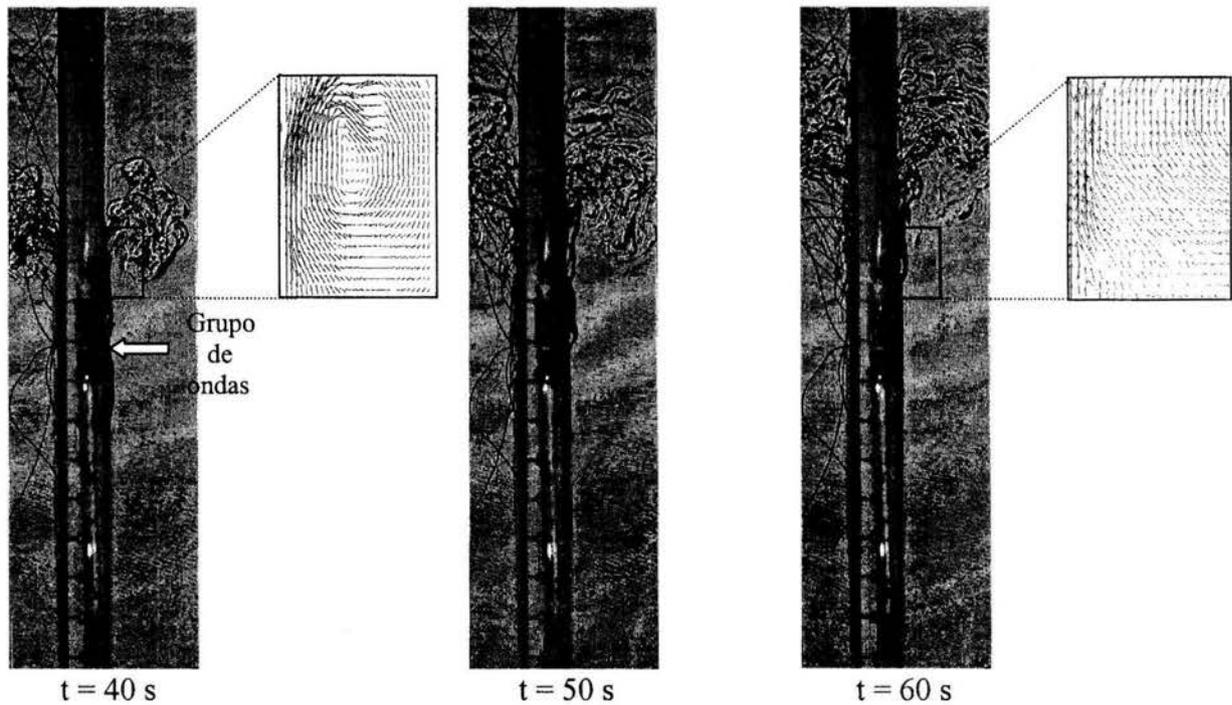
En la primer imagen, correspondiente a un tiempo inicial  $t = 0$  s, no hay cambio alguno y sirve como imagen de referencia. En la imagen  $t = 26$  s se observa una franja oscura a lo largo de la pared conductora, lo que implica que ahí se ha formado la capa límite y a la altura de la unión de la pared conductora con la adiabática se observa el incipiente vórtice de la pluma naciente. Para este tiempo, la doble capa límite se ha desarrollado completamente. El espesor de la capa térmica es de aproximadamente 0.006 m y el de la capa viscosa es de 0.015 m y la razón entre ambos espesores  $\delta/\delta_\tau \sim 2.5$ , lo cual concuerda muy aproximadamente con el valor de  $Pr^{1/2}$  que se obtiene a partir de un análisis de escalas. A los 30 s se observa que el vórtice de la pluma naciente continúa ascendiendo, aumentando de tamaño y penetrando al interior de la cavidad. El campo de velocidades muestra que la mayor parte del fluido caliente

se desvía hacia el interior y se produce un vórtice; este vórtice al ascender arrastra fluido externo (fluido frío) hacia el tallo de la pluma (*entrainment*) con lo que se produce un alto grado de mezclado de energía y momentum. Para  $t = 40$  s lo más evidente, además del gran crecimiento del vórtice, es que la parte más alta de la pluma naciente asciende separada de la pared, lo que en otros ámbitos se conoce como desprendimiento de capa límite. Simultáneamente, en la capa límite de la pared conductora se observa el ascenso en forma de ondas de parcelas de fluido más caliente, Fig. 4.2. Estas fluctuaciones han sido identificadas como inestabilidades que se presentan en la formación de la capa límite en cavidades, Schladow (1990), y en paredes verticales, Joshi y Gebhart (1987), y han sido asociadas al efecto de borde que resulta en una pared caliente de longitud finita.

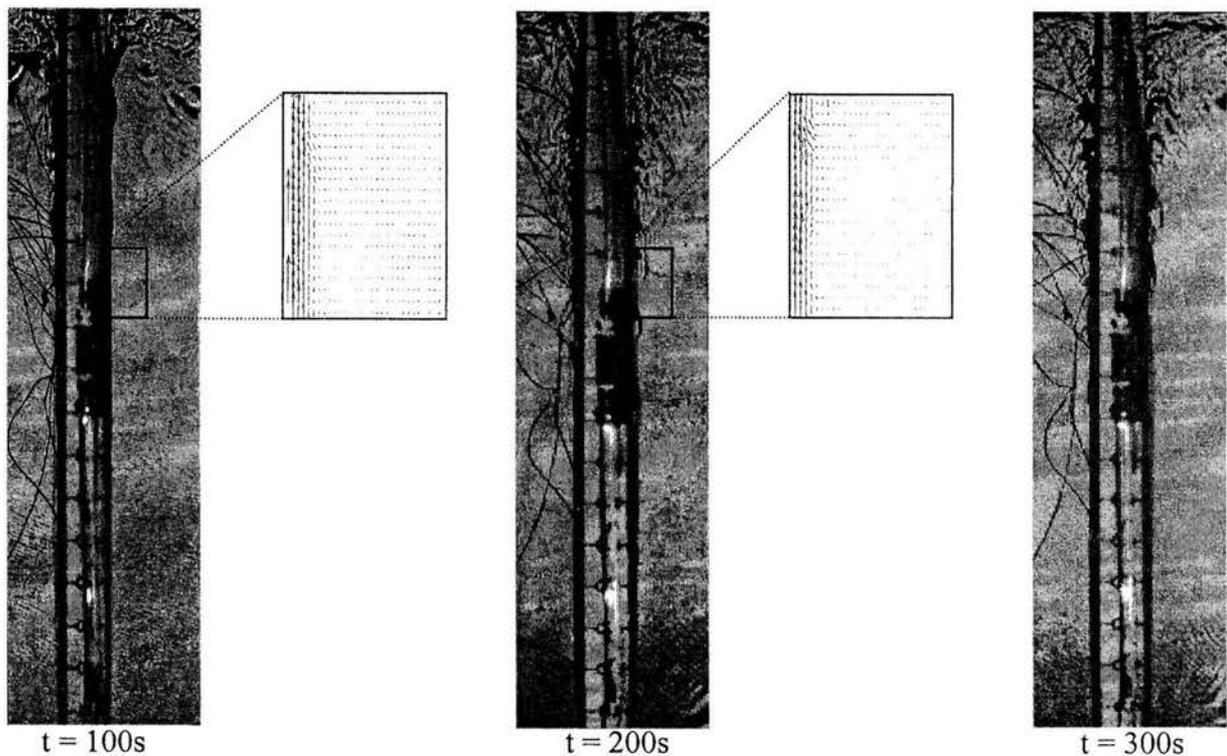


**Figura 4.1** Crecimiento de la capa límite y formación de una pluma naciente, para el caso  $Ra_2$ .

Durante el periodo  $30 < t < 100$  s el vórtice viaja a todo lo largo de la pared adiabática hasta llegar a la superficie libre. El gorro aumenta de tamaño y se observa un complejo proceso de mezclado. El campo de velocidades al tiempo  $t = 60$  s muestra la estela que deja tras de sí el vórtice, Fig. 4.2. Al tiempo  $t \sim 100$  s el vórtice alcanzó la superficie y se extinguió. A este tiempo se considera que el proceso llega a un estado cuasiestacionario, en el sentido que sus propiedades promediadas en el tiempo se mantienen constantes, aunque el flujo continúa oscilando, Fig. 4.3. El tratamiento de las oscilaciones se hará en la Secc. 4.4.



**Figura 4.2** Ascenso y desprendimiento de la pluma naciente, para  $Ra_2$ .

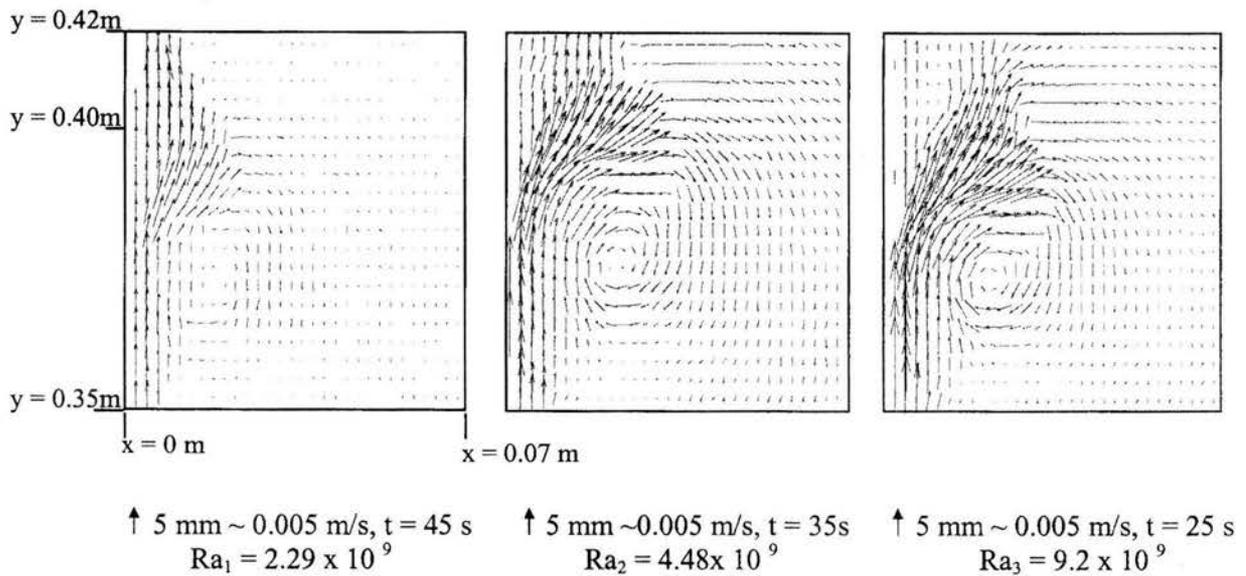


**Figura 4.3** Capa límite y pluma de pared en estado cuasiestacionario del caso  $Ra_2$ .

## 4.2 Desarrollo de la pluma naciente en los tres casos

El vórtice y las inestabilidades anteriormente descritas como fenómenos característicos del periodo transitorio, tienen sus propiedades distintivas para cada uno de los tres casos analizados. Estas propiedades se pueden apreciar a partir tanto de los campos y perfiles de velocidad como de las imágenes schlieren.

En primer lugar se hace referencia a la Fig. 4.4, en donde se observa el paso del vórtice a través del área de análisis del PIV, entre  $0.35 \text{ m} < y < 0.42 \text{ m}$  y  $0 < x < 0.07 \text{ m}$ . El tiempo en que éste llega en  $y = 0.38 \text{ m}$  es de aproximadamente 45, 35 y 25 s para cada uno de los tres casos, es decir, el tiempo disminuye a medida que aumenta el número de Rayleigh. Además, la magnitud de las velocidades y de las dimensiones del vórtice aumentan con el número de Rayleigh. La magnitud de las velocidades máximas del avance de la pluma naciente para cada uno de los casos es de 0.013, 0.019 y 0.032 m/s



**Figura 4.4** Crecimiento de la pluma naciente en los tres casos de Rayleigh.

El paso de las inestabilidades (parcelas de fluido caliente con mayor velocidad) en  $y = 0.40 \text{ m}$  se manifiesta en los máximos de velocidad local,  $v$ , en la dirección vertical, que se observan en las series de tiempo de la Fig. 4.5. Este aumento de velocidad ocurre a todo lo ancho de la pluma, tal como lo muestran los perfiles de velocidad a los tiempos de 60, 50 y 35 s, respectivamente para cada uno de los casos. Ya que las inestabilidades viajan en el tallo a mayor velocidad que la pluma naciente, eventualmente (a cierta altura aún no establecida) alcanzan al gorro y se introducen al interior del fluido a través de éste y ahí se disipan.

Las imágenes schlieren de la Fig. 4.6 (tomadas en  $t = 45 \text{ s}$ ) muestran que el avance de la pluma naciente es mayor a medida que aumenta  $Ra$ , tal como se observa en las imágenes de vectores de la Fig. 4.4. A partir de mediciones hechas a las imágenes schlieren, se pudo obtener el avance del extremo superior del gorro de la pluma naciente con respecto al tiempo, Fig. 4.7. Con un ajuste polinomial hecho a los datos de la posición como función del tiempo se obtuvo la velocidad de avance de la pluma naciente de cada uno de los casos.

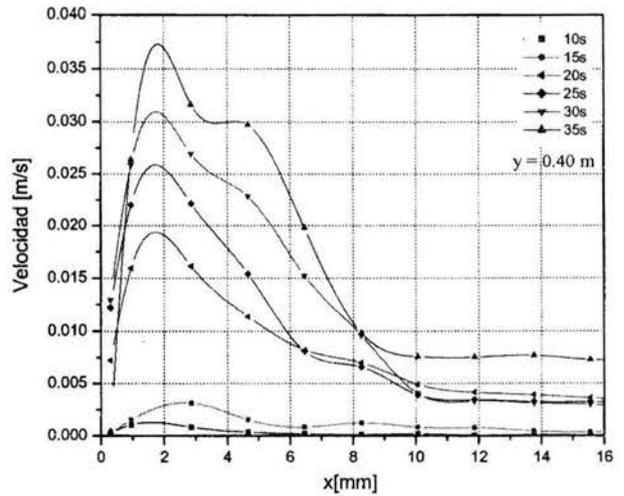
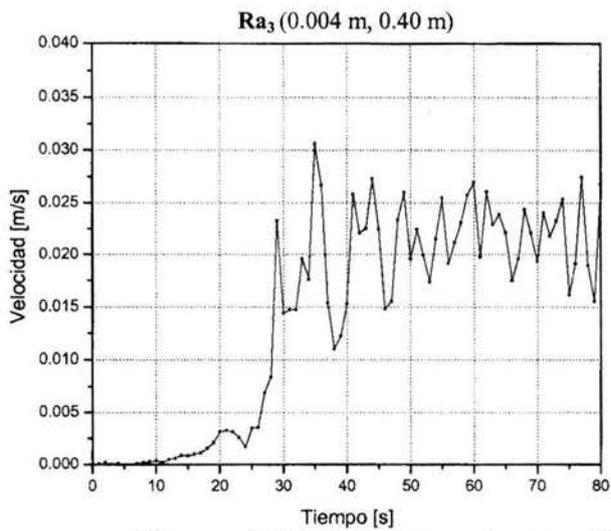
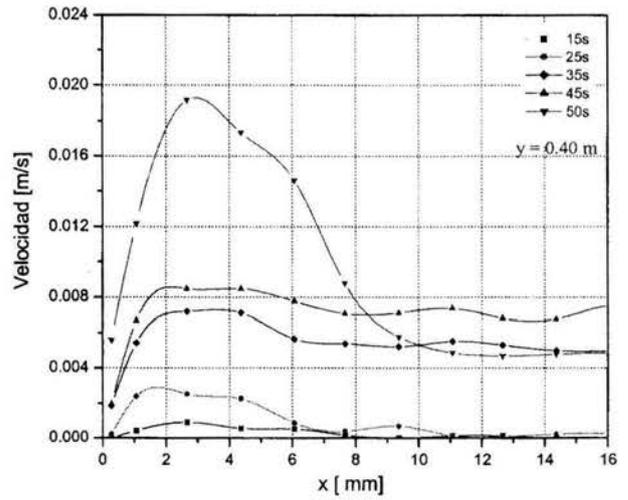
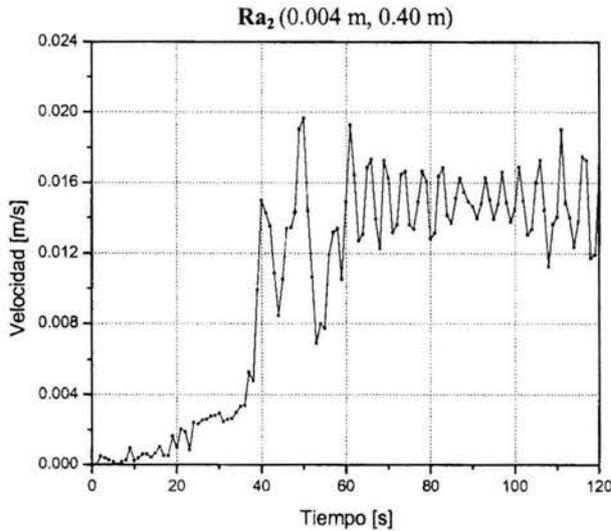
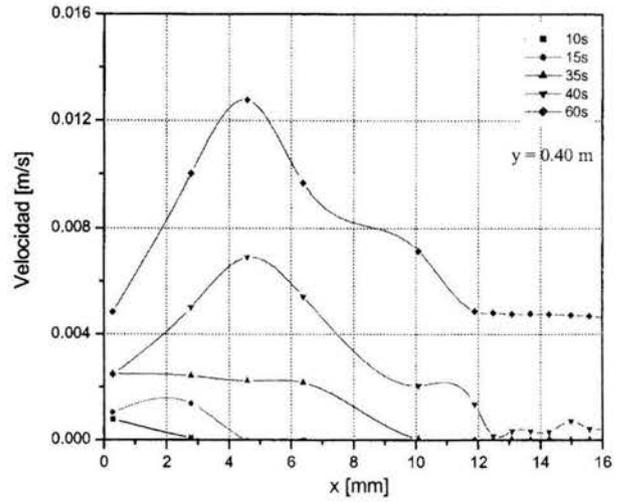
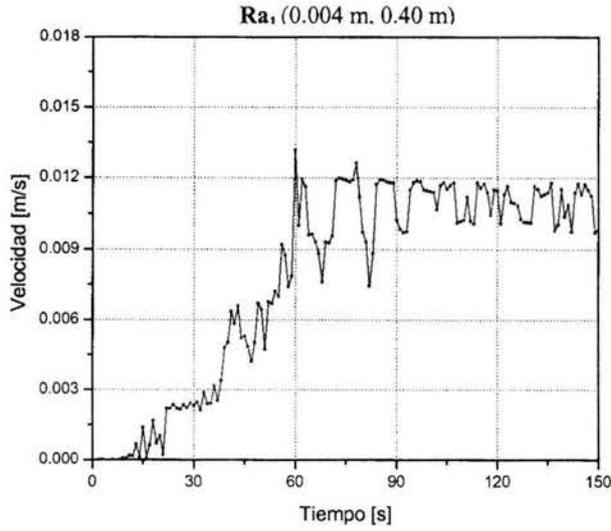


Figura 4.5 Series temporales y perfiles de velocidad ( $v$ ) de la pluma naciente en la dirección vertical, en  $y = 0.40$  m, para los tres Ra.

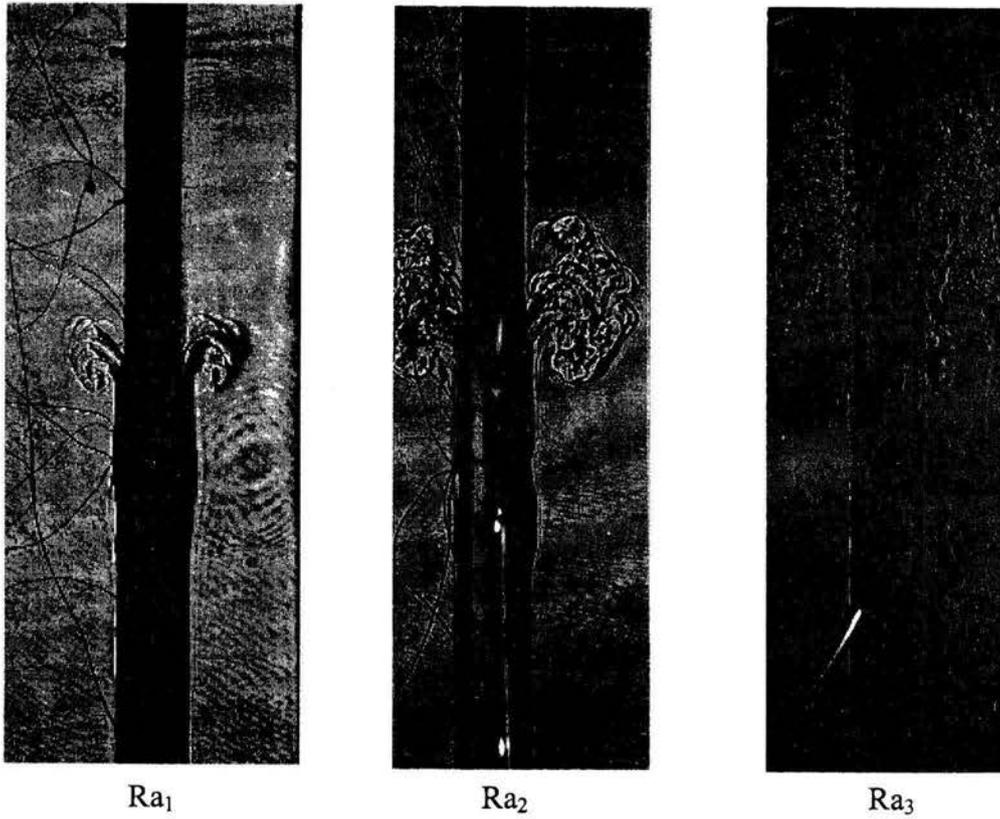


Figura 4.6 Posición y forma de la pluma naciente al tiempo  $t = 45$  s para los tres casos.

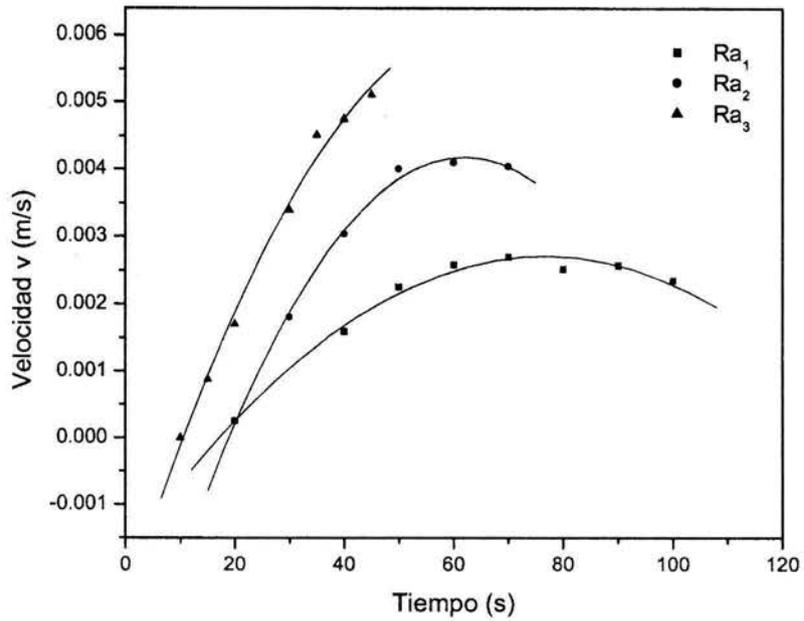
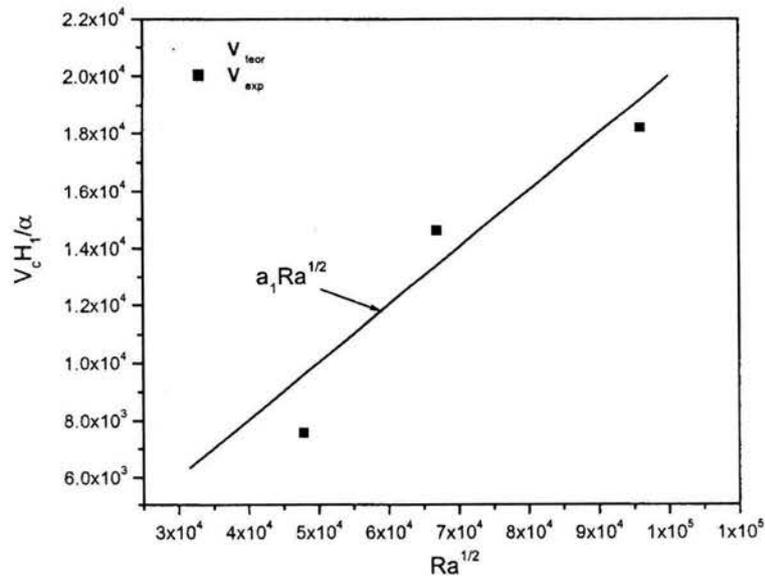


Figura 4.7 Velocidad promedio de avance de la pluma naciente.

La velocidad de avance y la estructura interna del vórtice son fuertemente dependientes del número de Rayleigh. A partir del análisis de escalas de la Secc. 2.4, la velocidad de avance de la pluma naciente se puede aproximar con la ecuación 2.12 por medio de un prefactor,  $v = a_1 \alpha Ra^{1/2} / H_1$ , Fig. 4.8, donde  $a_1 = 0.20 \pm 0.02$  es el prefactor que obtuvieron experimentalmente Moses *et al.* (1993) para la pluma axisimétrica y que resultó apropiado para ajustar los resultados de la pluma naciente bidimensional. El número de Rayleigh o parámetro de control en el presente caso fue dado en términos de la longitud de la pared caliente  $H_1$  y de la diferencia de temperaturas  $\Delta T$ . Este resultado muestra que aunque la pluma naciente bidimensional tiene una estructura de vórtice diferente a la de las plumas libres axisimétricas, su velocidad de avance obedece el mismo tipo de escalamiento. De los resultados hasta aquí presentados se derivó el artículo de Tovar *et al.* (2004), que está incluido en el Apéndice D. En un estudio más detallado, realizado por Barrios *et al.* (2004), se encontró que el exponente más apropiado para la ecuación 2.12 es 0.4.



**Figura 4.8** Velocidad de avance de la pluma naciente.  
 Valores experimentales obtenidos de imágenes schlieren.  
 — Solución del análisis de escalas, ec. 2.12 y el prefactor  $a_1$  obtenido por Moses *et al.* (1993).

### 4.3 Características hidrodinámicas de la pluma cuasiestacionaria

La pluma alcanza el estado cuasiestacionario una vez que ascienden tanto la pluma naciente como las inestabilidades y se disipa la estela generada por detrás de ellas. En la Tabla 4.2 se presenta un resumen de los tiempos característicos de los fenómenos transitorios que se discutieron en las Secc. 4.1 y 4.2 y también se presentan los tiempos en que inicia el estado cuasiestacionario.

**Tabla 4.2** Tiempos del estado transitorio y cuasiestacionario.

| Casos de estudio | Crecimiento horizontal de la capa límite<br>$\tau_{bl}$ | Crecimiento horizontal de la capa límite<br>$\tau_{bl}$ | Crecimiento horizontal de la capa térmica<br>$\tau_{blt}$ | Tránsito de la pluma naciente sobre la pared adiabática, $\tau_{sp}$ | Tránsito de las inestabilidades en $y = 0.40$ m<br>$\tau_{ins}$ | <sup>5</sup> Inicio del estado Cuasiestacionario |
|------------------|---|---|---|--|---|--|
|                  | Escalas P&I (1980)                                      | PIV   | Schlieren   | Schlieren  | Trazas  | Trazas   |
| Ra <sub>1</sub>  | 18.8 s  | 18 s  | 30 s  | 30-120 s   | 50-100 s  | 150 s  |
| Ra <sub>2</sub>  | 13.4 s  | 15 s  | 26 s  | 26- 80 s   | 35-70 s   | 120 s  |
| Ra <sub>3</sub>  | 9.4 s   | 12 s  | 20 s  | 20-45 s  | 25- 40 s  | 80 s   |

Existen dos tiempos característicos del fenómeno que son relevantes: el tiempo de crecimiento horizontal de la capa límite de la pared caliente ( $t_{bl}$ ), que es relativamente pequeño, y el tiempo en tránsito de la pluma naciente a lo largo de la pared adiabática ( $t_{sp}$ ). El paso de las inestabilidades ( $\tau_{ins}$ ) por la posición  $y = 0.40$  m ocurre dentro del periodo de avance de la pluma naciente. Todos estos tiempos disminuyen a medida que aumenta Ra.

<sup>5</sup> Para el análisis estadístico de las fluctuaciones de la Secc. 4.4 resulto conveniente definir estos tiempos como inicio del estado cuasiestacionario para propósitos de análisis estadístico.

De acuerdo a las trazas de velocidad para los tres  $Ra$ , del punto (0.004 m, 0.40 m) mostrados en la Fig. 4.5, se puede decir que el flujo alcanza el estado cuasiestacionario cuando termina el paso de las inestabilidades en esa altura, pero para el análisis estadístico de la siguiente sección, resultó más conveniente definir tiempos mayores como inicio del estado cuasiestacionario, los cuales están anotados en la última columna de la Tabla 4.2.

Los campos de vectores de velocidad de la Fig. 4.9, son muestras representativas del flujo en estado cuasiestacionario de cada uno de los casos. Estos campos corresponden a la región de análisis del PIV ( $0 \text{ m} < x < 0.07 \text{ m}$ ), ( $0.35 \text{ m} < y < 0.42 \text{ m}$ ) y a tiempos dentro del estado cuasiestacionario de 200, 400 y 600 s.

En el caso  $Ra_1$  se observa en general una capa límite hidrodinámica en régimen laminar, aparentemente sin fluctuaciones. Al tiempo  $t = 200 \text{ s}$  se observa un flujo descendente que es una recirculación causada por efectos del paso de la pluma naciente, que ya no está presente a los 400 y 600 s. En el caso de  $Ra_2$  el flujo es inestable, ya que se observan pequeñas corrientes del fluido que intermitentemente entran y salen de la pluma: fluido frío entrante se mezcla con el fluido interno de la pluma (*entrainment*) al mismo tiempo que fluido caliente sale hacia el seno de la cavidad (*detrainment*). Para el caso  $Ra_3$ , estas entradas de fluido provocan inestabilidades mayores que a su vez causan la formación de vórtices que viajan de manera ascendente en el borde de la pluma térmica hacia la superficie libre. Frecuentemente los vórtices se extienden fuera de la pluma hacia el seno del fluido, y con esto, se enriquece el transporte de calor y cantidad de movimiento hacia el interior de la cavidad, que es característico de los flujos de transición y turbulentos. La presencia de estas estructuras en forma de vórtices se manifestó también en imágenes schlieren, con lo que se sugiere un posible acoplamiento de las fluctuaciones hidrodinámicas con las térmicas. Al tomar en consideración las características de los campos de velocidades de la Fig. 4.9, se puede proponer nuevamente la presencia de los regímenes laminar, de transición y turbulento respectivamente para cada uno de los casos. Sin embargo, el estudio detallado de la distribución espectral de las fluctuaciones y de la correlación que hay entre ellas son temas que se dejan para la siguiente sección.

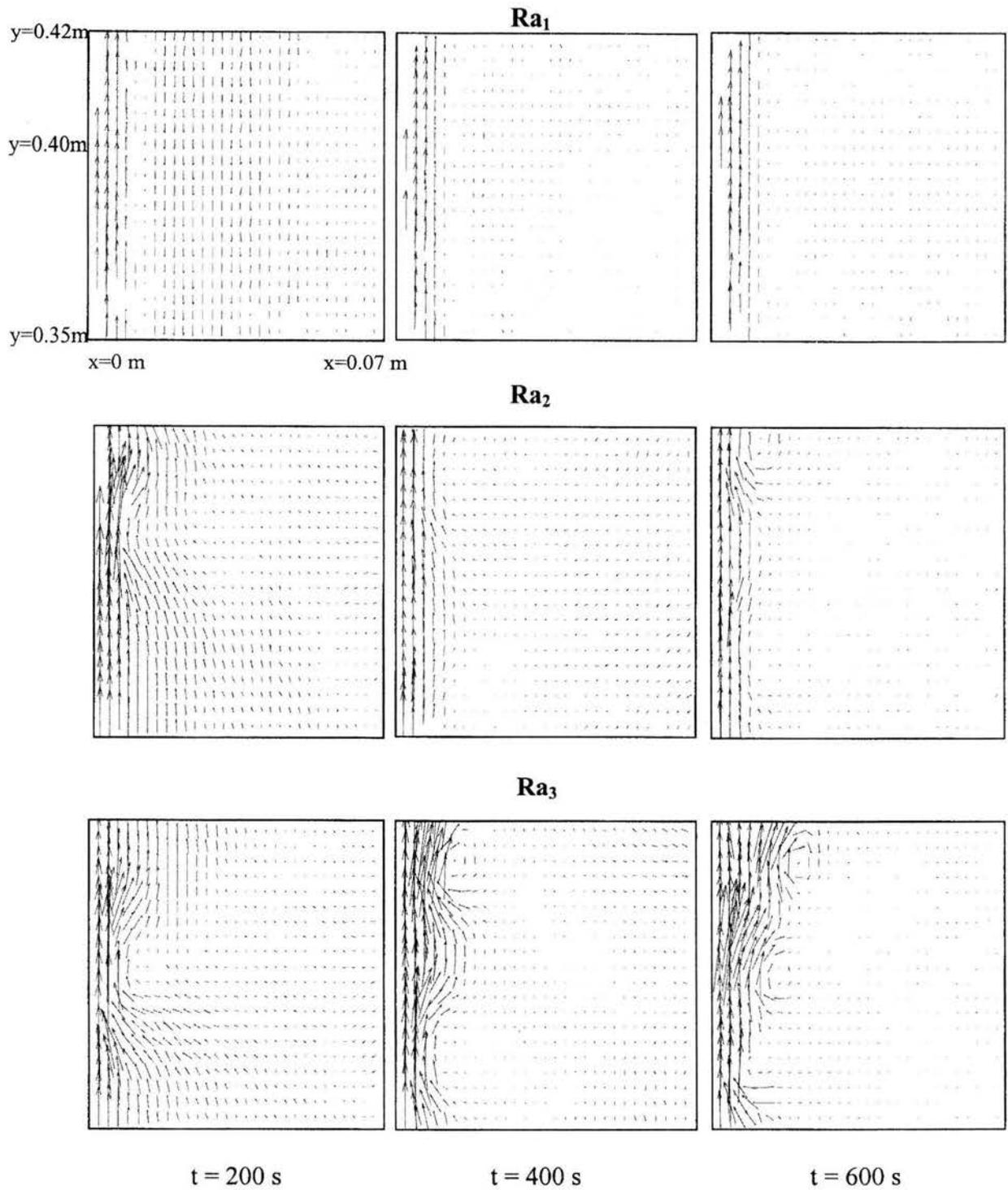


Figura 4.9 Campos de velocidades de la pluma de pared, para los tres Ra.

En los perfiles del lado izquierdo de la Fig. 4.10 están representadas las velocidades de la pluma de pared para ( $0 < x < 0.016$  m), ( $y = 0.40$  m) y ( $100 < t < 900$  s). En los tres casos los valores de la velocidad fluctúan continuamente, pero en cada punto el valor promediado en lapsos de tiempo prácticamente se mantiene constante, es decir se tiene una velocidad estadísticamente estacionaria. En el lado derecho se encuentran los perfiles que contienen a las velocidades promedio. Ya que el espesor hidrodinámico de la pluma se mantiene constante  $\delta_v \sim 13$  mm al igual que el espesor de la capa térmica  $\delta_T \sim 6$  mm, Tovar (2002), entonces el valor de la relación  $\delta_v / \delta_T \sim \sqrt{Pr}$  también se mantiene constante en los tres casos. Los asteriscos de las gráficas representan velocidades promedio del estado cuasiestacionario obtenidas con la técnica LDA en el punto (0.004 m, 0.40 m). Las velocidades promedio obtenidas con la técnica LDA son aproximadamente 20% menores que las obtenidas con la técnica PIV en esa misma ubicación. Se considera que las diferencias se deben a las pequeñas imprecisiones en la ubicación de los puntos de medición en combinación con los grandes gradientes de velocidad al interior de la pluma. Sin embargo, los valores de la intensidad de las fluctuaciones mantienen un buen acuerdo. La información más relevante de los perfiles de la Fig. 4.10 se encuentra en la Tabla 4.3.

**Tabla 4.3** Velocidades promedio e intensidad de las fluctuaciones (m/s).

| Casos de estudio | PIV                   |                      | LDA                   |                      |
|------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
|                  | $\bar{v}_{max}$       | $\sigma$             | $\bar{v}$             | $\sigma$             |
| Ra <sub>1</sub>  | $9.8 \times 10^{-3}$  | $0.8 \times 10^{-3}$ | $7.6 \times 10^{-3}$  | $1.4 \times 10^{-3}$ |
| Ra <sub>2</sub>  | $12.8 \times 10^{-3}$ | $1.8 \times 10^{-3}$ | $9.0 \times 10^{-3}$  | $2.1 \times 10^{-3}$ |
| Ra <sub>3</sub>  | $20.2 \times 10^{-3}$ | $4.5 \times 10^{-3}$ | $13.0 \times 10^{-3}$ | $4.5 \times 10^{-3}$ |

En general se puede observar que la velocidad y la intensidad de las fluctuaciones aumentan con Ra y que la magnitud de las fluctuaciones es significativa respecto al valor de las velocidades promedio.

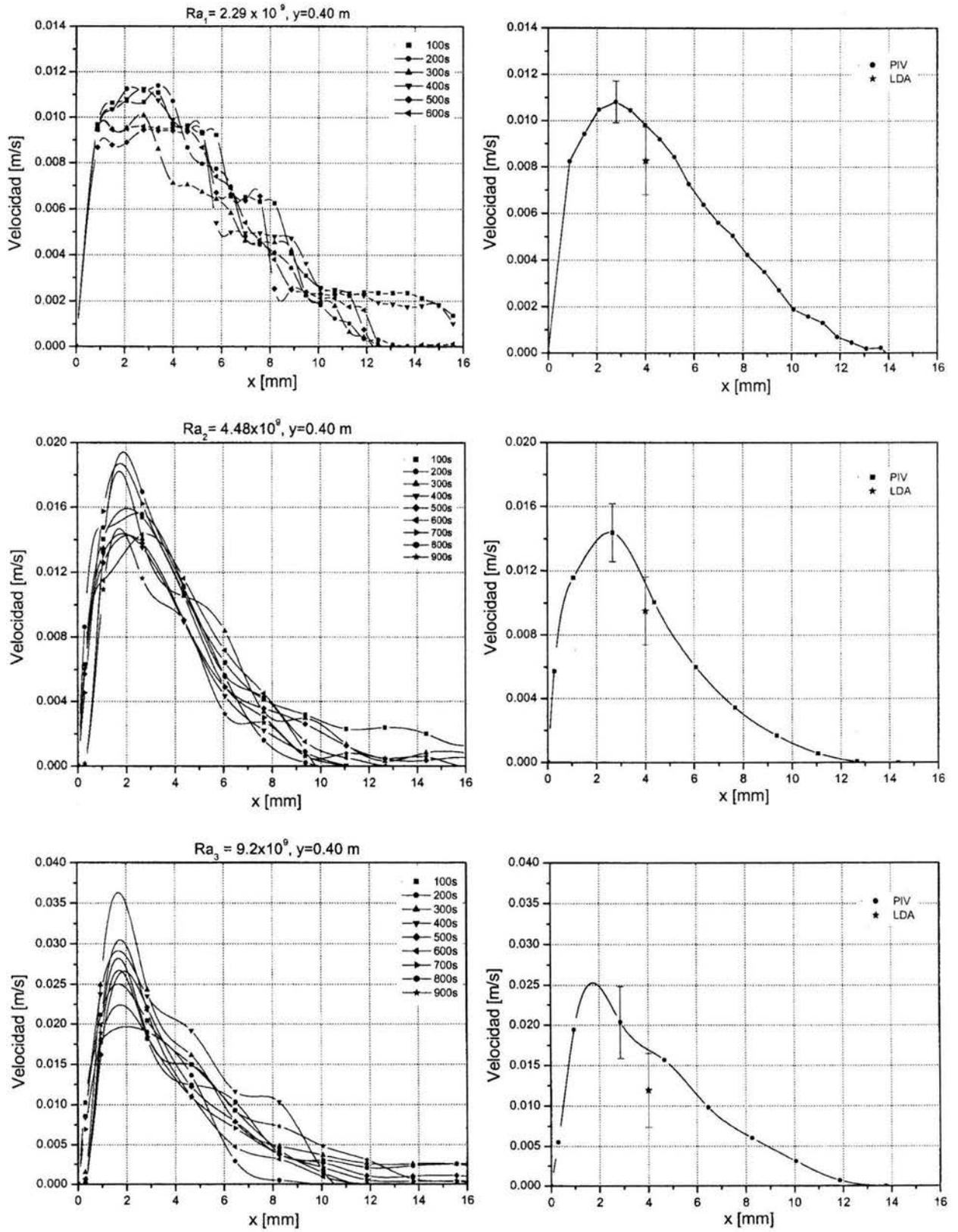


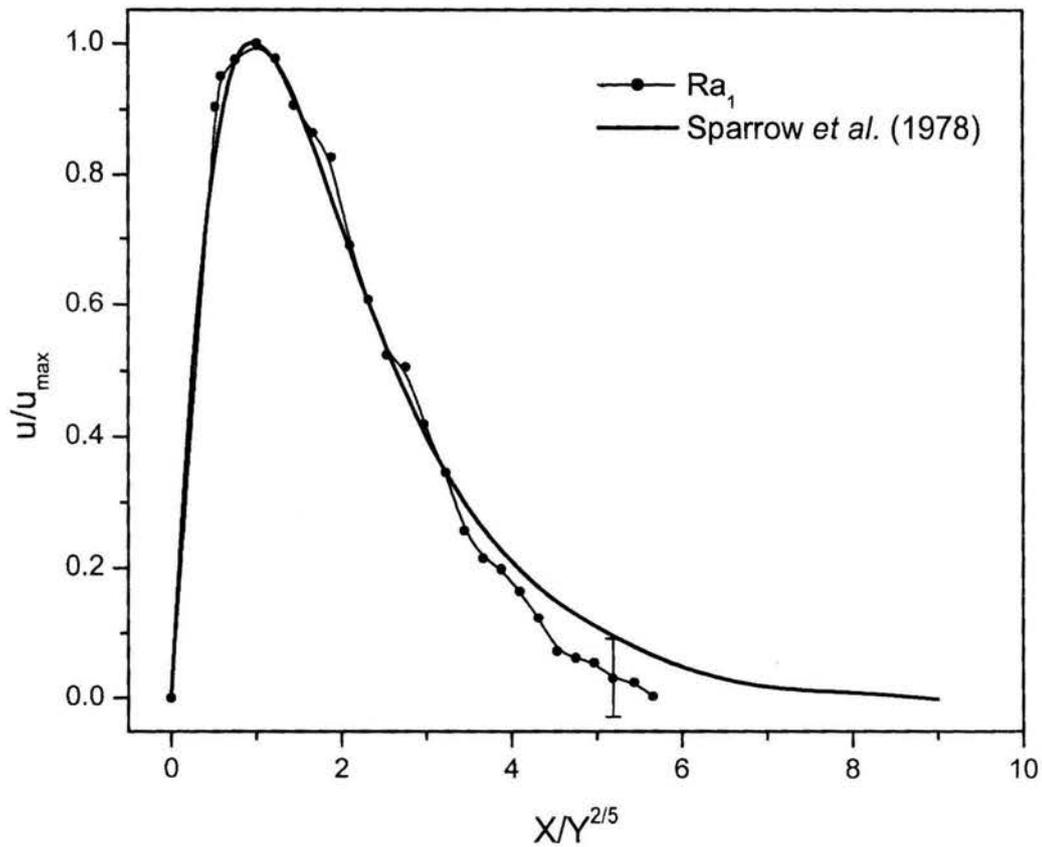
Figura 4.10 Perfiles de velocidad ( $v$ ) de la pluma de pared en estado cuasiestacionario.

En la Tabla 4.4 se encuentran las velocidades máximas promedio obtenidas por diferentes métodos, la primera fue calculada con la ecuación 2.12 que se da en la Pág. 21 del capítulo 2 y el prefactor experimental ( $a_2=0.52$ ), la segunda se obtuvo de la solución numérica de Sparrow *et al.* (1978) y la tercera fue medida experimentalmente con la técnica PIV. Se observa que existe un buen acuerdo entre los resultados. Los que mejor se aproximaron fueron los teóricos y los experimentales. Mientras que los numéricos estuvieron por arriba de estos habiendo una diferencia aproximada del 25%.

**Tabla 4.4** Velocidades máximas promedio.

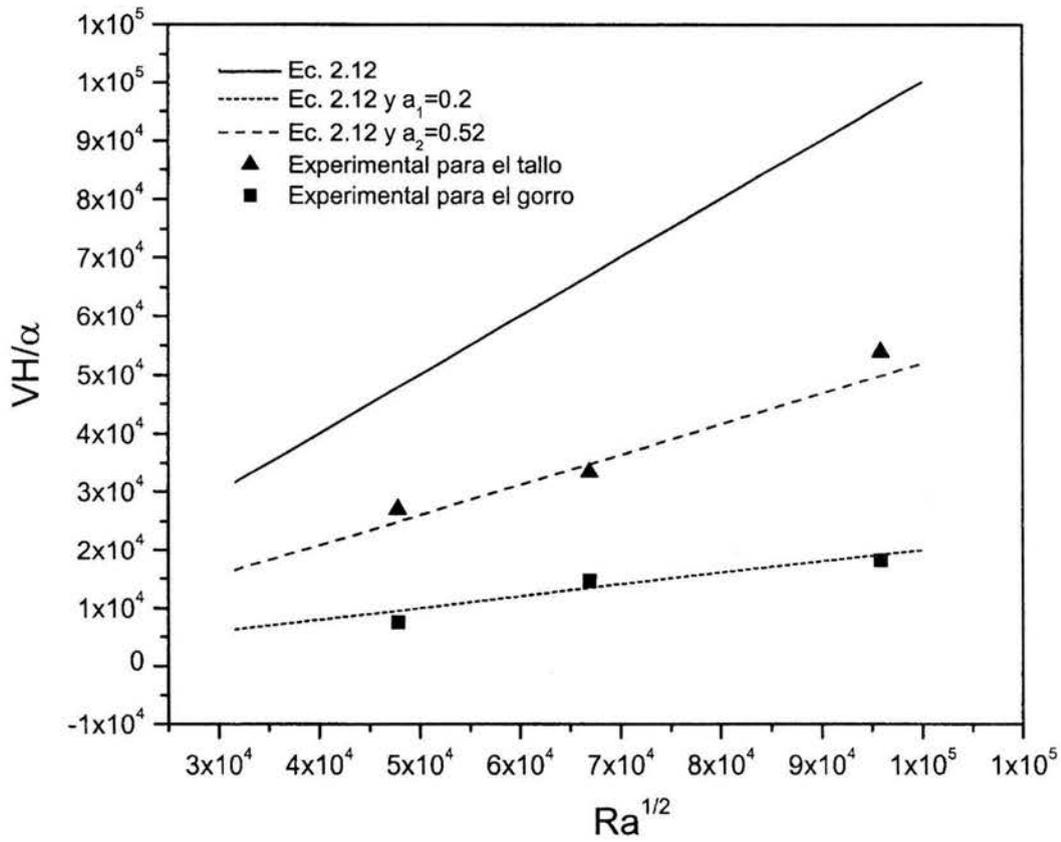
| Casos<br>de<br>estudio | Ec. 2.12<br>(m/s) | Sparrow <i>et al.</i><br>(1978)<br>(m/s) | PIV<br>(m/s) |
|------------------------|-------------------|--|--------------|
| Ra <sub>1</sub>        | 0.010             | 0.014                                    | 0.011        |
| Ra <sub>2</sub>        | 0.013             | 0.019                                    | 0.014        |
| Ra <sub>3</sub>        | 0.020             | 0.027                                    | 0.020        |

El perfil de velocidad promedio para Ra<sub>1</sub> se presenta de manera adimensional en la Fig. 4.11 para compararlo con el perfil ‘universal’ de velocidades propuesto en el trabajo numérico de Sparrow *et al.* (1978), para flujo laminar. Los resultados numéricos están en muy buen acuerdo con los experimentales, excepto para valores de  $X/Y^{2/5}$  mayores que 4, donde la diferencia es del orden del error experimental. De lo anterior se puede decir que la solución de Sparrow representa razonablemente bien a la velocidad promedio y puede utilizarse como base de comparación para régimen laminar. El esquema numérico recientemente propuesto por Barrios *et al.* (2004) resolvió satisfactoriamente los estados transitorio y cuasiestacionario del régimen laminar.



**Figura 4.11** Comparación experimental de la velocidad promedio de la pluma de pared del  $Ra_1$ , con los resultados numéricos de Sparrow *et al.* (1978).

En la Fig. 4.12 se presentan los valores experimentales de la velocidad de avance de la pluma naciente y de la velocidad máxima de la pluma de pared. Para aproximar la velocidad de la pluma naciente con la ecuación 2.12 se utilizó el prefactor  $a_1 = 0.20$  y para la de la pluma de pared se utilizó el prefactor  $a_2 = 0.52$ . De esta manera, se prueba parcialmente la teoría propuesta por Turner (1962) que la velocidad del gorro es una fracción de la velocidad del tallo.



**Figura 4.12** Comparación de las velocidades experimentales con la velocidad teórica de la Ec. 2.12. Se utiliza el prefactor  $a_1 = 0.2$  para aproximar la velocidad del gorro y el prefactor  $a_2 = 0.52$  para aproximar la velocidad del tallo.

## 4.4 Análisis estadístico de las fluctuaciones

En los flujos de transición hacia la turbulencia, la velocidad y la temperatura tienen componentes oscilatorias que pueden ser periódicas, aleatorias o combinadas. Por lo tanto, se requiere de un análisis estadístico de las señales para determinar las características de las fluctuaciones.

### 4.4.1 Series temporales de velocidad y de temperatura

Como ya se describió, en este trabajo se hicieron tres diferentes series de experimentos. En la **Serie A** se visualizó el flujo con la técnica schlieren y se midió la temperatura puntual con termopares a través de la pared compuesta. En la **Serie B** se obtuvo el campo velocidades del flujo en en área de interés con la técnica PIV y se midieron temperaturas. En la **Serie C** se realizaron mediciones puntuales de velocidad con la técnica LDA y también se midieron las temperaturas puntuales.

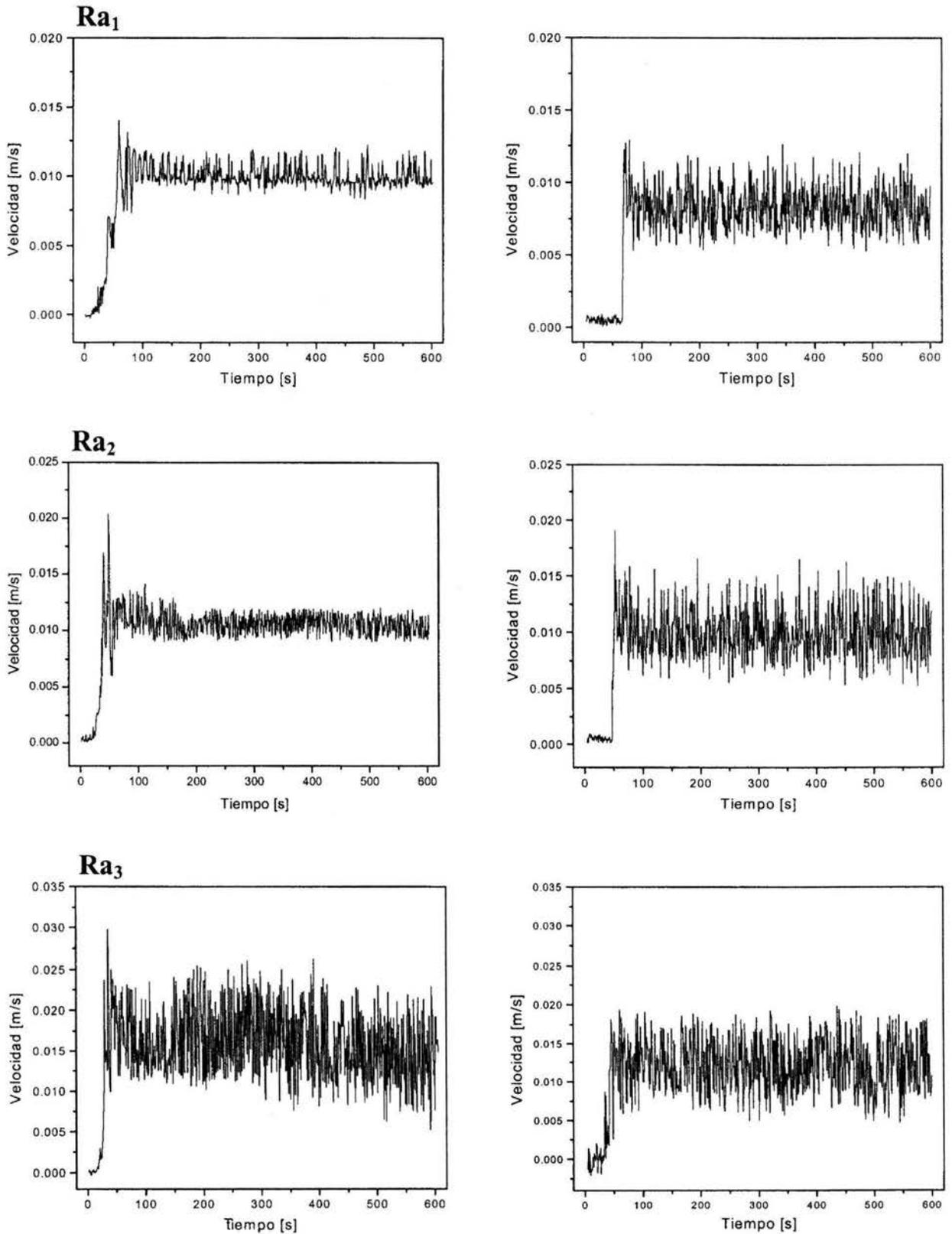
En las Figs. 4.13 y Fig. 4.14 se presentan las series temporales de la velocidad en la dirección vertical,  $v$ , y de temperatura medidas en un punto que se utilizarán como base para el análisis estadístico de las fluctuaciones del estado cuasiestacionario. En la Fig. 4.13 están tres señales de velocidad PIV (obtenidas de la Serie B) y tres de velocidad puntual LDA (obtenidas de la Serie C) y en la Fig. 4.14 están seis señales de temperatura (tres obtenidas de las Serie B y tres de la Serie C). Estas series de tiempo se obtuvieron en puntos localizados en la parte inferior de la pluma térmica: el punto (0.006m, 0.40m) para la Serie B y el punto (0.004m, 0.40m) para la Serie C. Para el presente análisis sólo se utiliza la parte de datos que corresponden al estado cuasiestacionario, Tabla 4.5. Los valores promedio de estos datos de velocidad en el estado cuasiestacionario corresponden a los valores promedio que se presentaron en los perfiles de la Fig. 4.10, en las ubicaciones correspondientes.

**Tabla 4.5** Intervalos de tiempo y cantidad de datos que se utilizaron para el análisis del estado cuasiestacionario.

| Casos de estudio      | Intervalo de tiempo (SerieB) | No. de datos de velocidad PIV y de temperatura $T_B$ | Intervalo de tiempo (SerieC) | No. de datos de velocidad LDA | No. de datos de temperatura $T_C$ |
|-----------------------|------------------------------|--|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| <b>Ra<sub>1</sub></b> | 150-600 s                    | 450  | 150-1200 s                   | 301,338                       | 1050                              |
| <b>Ra<sub>2</sub></b> | 120-600 s                    | 480  | 120-1200 s                   | 193,730                       | 1080                              |
| <b>Ra<sub>3</sub></b> | 80-600 s                     | 520  | 80- 600 s                    | 177,830                       | 520                               |

Nota: Los 600 datos de velocidad LDA que se presentan en la Fig. 4.13, se consiguieron a partir de las bases de datos originales por medio de un procedimiento de interpolación.

En general, todas las señales de las Figs. 4.13 y 4.14 detectan los eventos característicos del fenómeno (el crecimiento de la capa límite, el paso de la pluma naciente y de las inestabilidades, y la llegada al estado cuasiestacionario). El tiempo  $t \sim 5$  s corresponde al momento en que se inicia el calentamiento de la pared conductora. Durante un corto periodo, menor a 50 s en la mayoría de los casos, hay una etapa sin movimiento alguno. Después se observa un aumento repentino y excesivo de la velocidad conocido como *overshoot*, el cual coincide con la llegada de la pluma naciente a la ubicación del punto de medición. El *overshoot* decae de manera oscilatoria, con fluctuaciones de gran amplitud, hacia el valor del estado cuasiestacionario. De acuerdo a la visualización, este *overshoot* es producido por el paso del vórtice y de las inestabilidades que viajan hacia arriba en el flujo. Estas inestabilidades tienen su origen en la parte baja de la capa límite de la pared caliente, al iniciar el proceso convectivo (Joshi & Gebhart 1987, Schladow 1990). Alrededor de los 100 segundos, la velocidad alcanza la condición de estado cuasiestacionario. En los tres casos se considera que la velocidad alcanza un estado estadísticamente estacionario, lo que implica que la velocidad promedio no cambia con el tiempo. Sin embargo, dadas las condiciones del arreglo experimental, la condición térmica del fenómeno no llega a un estado estacionario en donde las temperaturas alcancen un estado estadísticamente estacionario. En realidad lo que se obtiene es un estado cuasiestacionario, en el cual la temperatura promedio del interior aumenta continuamente con el tiempo.



**Figura 4.13** Señales de velocidad en la dirección vertical, PIV en el punto (0.006m, 0.40m) de la Serie B (lado izquierdo) y señales de velocidad LDA en el punto (0.004 m, 0.40m) para la Serie C (lado derecho), para los tres casos de Ra.

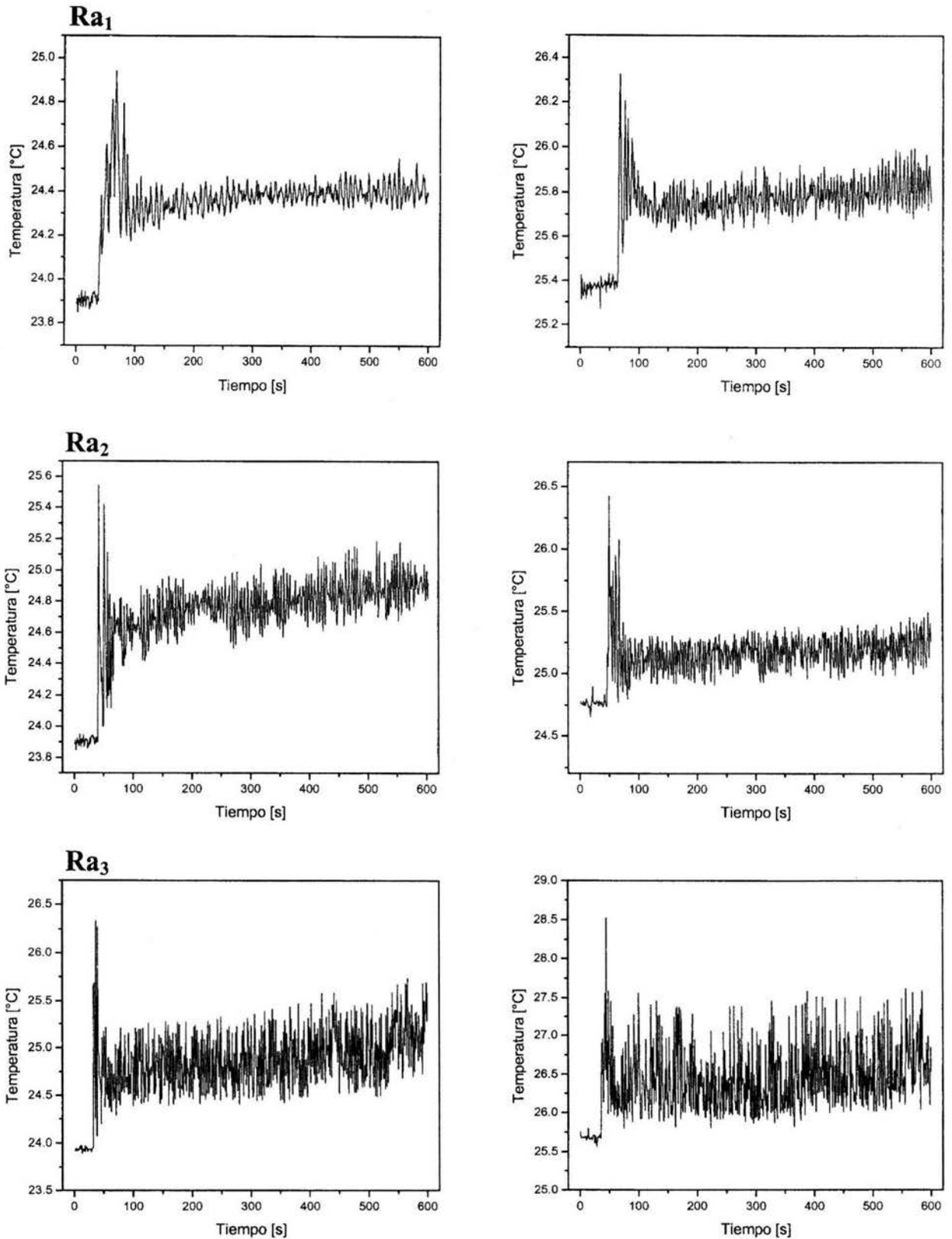


Figura 4.14 Señales de temperatura  $T_B$  (0.006m, 0.40m) de la Serie B (lado izquierdo) y  $T_C$  (0.006m, 0.40m) de la Serie C (lado derecho) para los tres casos de  $Ra$ .

Para llevar a cabo el análisis estadístico de las fluctuaciones, primero se definen  $v$  y  $T$  como los valores instantáneos de velocidad y de temperatura respectivamente.  $\bar{v}$  y  $\bar{T}$  son los valores promedio definidos como

$$\bar{v} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v(t_n ; \mathbf{x}) \quad (4.1)$$

$$\bar{T} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N T(t_n ; \mathbf{x}) \quad (4.2)$$

$v' = v - \bar{v}$ ,  $T' = T - \bar{T}$  son los valores de las fluctuaciones asociadas. El cálculo de las fluctuaciones se hizo restando a los valores instantáneos un valor promedio que varía linealmente con el tiempo (*moving average*). Para simplificar la nomenclatura en esta sección, se utiliza  $v$  para representar el valor de las fluctuaciones de velocidad y  $T$  para representar las de temperatura.

#### 4.4.2 Autocorrelaciones y espectros de frecuencia

Las autocorrelaciones y las correlaciones son de utilidad para obtener algunas escalas temporales y espaciales del flujo, principalmente en flujos turbulentos. La autocorrelación,  $R_{vv}$ , representa la semejanza que hay entre una señal y ella misma desplazada un tiempo  $\tau$ , para la velocidad se tiene,

$$R_{vv}(\tau; \mathbf{x}) = \overline{v(t_n ; \mathbf{x}) v(t_n + \tau; \mathbf{x})} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v(t_n ; \mathbf{x}) v(t_n + \tau; \mathbf{x}) \quad (4.3)$$

La versión adimensional del la autocorrelación es el coeficiente de autocorrelación definido como:

$$F_{vv}(\tau; \mathbf{x}) = \frac{\overline{v(t_n ; \mathbf{x}) v(t_n + \tau; \mathbf{x})}}{\overline{v^2(t_n ; \mathbf{x})}}, \quad (4.4)$$

en donde  $\mathbf{x}$  es el vector de posición y  $\tau$  es el tiempo de retraso. De manera análoga se obtienen la autocorrelación y el coeficiente de correlación para la temperatura ( $R_{TT}$  y  $F_{TT}$ )

En las Figs. 4.15 y 4.16 se presentan las autocorrelaciones y espectros de frecuencias de  $v$  y de  $T$  de la Serie B y en las Figs. 4.17 y 4.18 se presentan las correspondientes a la Serie C. A partir de su definición, se puede observar que la autocorrelación alcanza el valor máximo de 1 en ( $\tau = 0$  s) y tiene simetría respecto al eje  $\tau$ , por lo que aquí sólo se hace referencia a la parte positiva.

En las autocorrelaciones se pone de manifiesto la naturaleza oscilatoria del flujo en cada uno de los casos. En principio, se observa que ninguno de los flujos es completamente periódico ya que ninguna de las autocorrelaciones es periódica. Para tiempos mayores a 2 s, las correlaciones presentan un segundo máximo local significativo (principalmente para las temperaturas) seguido por otros de menor valor. Se puede decir que en todos los casos (salvo para el  $Ra_3$  de la Serie C) las autocorrelaciones decaen de manera oscilatoria, lo que implica que las fluctuaciones contienen componentes periódicas y aleatorias. Los tiempos en los cuales ocurre el segundo máximo local disminuyen con  $Ra$ . Para la Serie B se tienen valores de (8, 5 y 3 s) en las correlaciones de velocidad y de (8, 4, y 3 s) para la temperatura, respectivamente para cada uno de los tres casos. Para la serie C el segundo máximo ocurre a tiempos  $\tau$  de (7, 4.5, --) en la correlación de velocidad y de (6, 4, 3 s) en la correlación de temperatura.

Por último, ya que la correlación del caso  $Ra_3$  de la Serie C difiere de las demás, se le considera como un caso especial. Particularmente en este caso, la autocorrelación decae inmediatamente a cero a medida que aumenta el retraso  $\tau$ , sin la presencia de máximos locales, tal como ocurre en los flujos turbulentos completamente desarrollados. Esto se puede atribuir a que este fue el caso de mayor aumento de temperatura  $\Delta T = 8.0$  °C, con el cual se obtiene un  $Ra = 9.2 \times 10^9$ , y se cree que con este valor se pudo haber llegado al régimen de turbulencia completamente desarrollada.

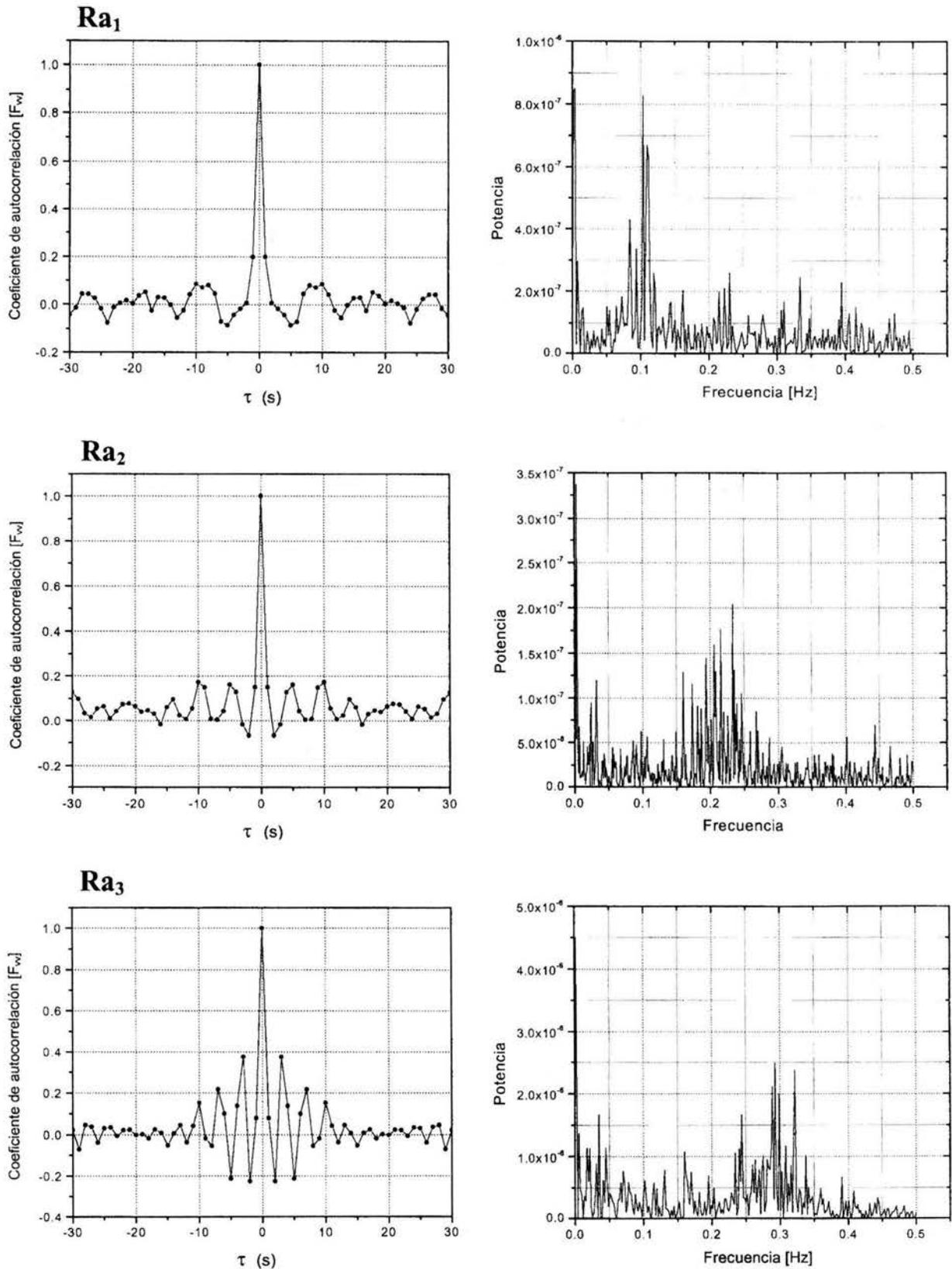


Figura 4.15 Autocorrelaciones de velocidad de PIV (lado izquierdo) y sus respectivos espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie B.

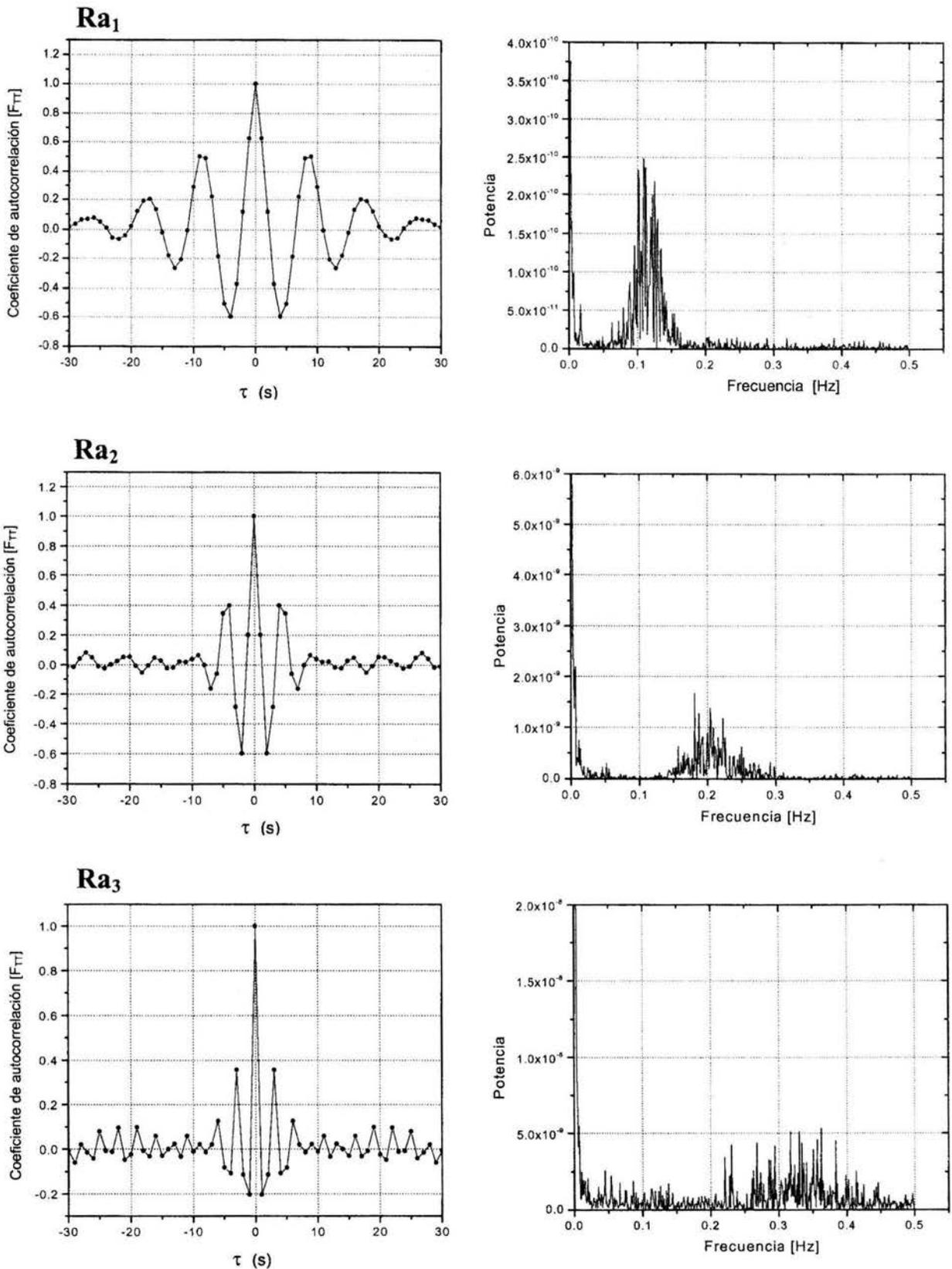


Figura 4.16 Autocorrelaciones de temperatura  $T_B$  (lado izquierdo) y sus respectivos espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie B.

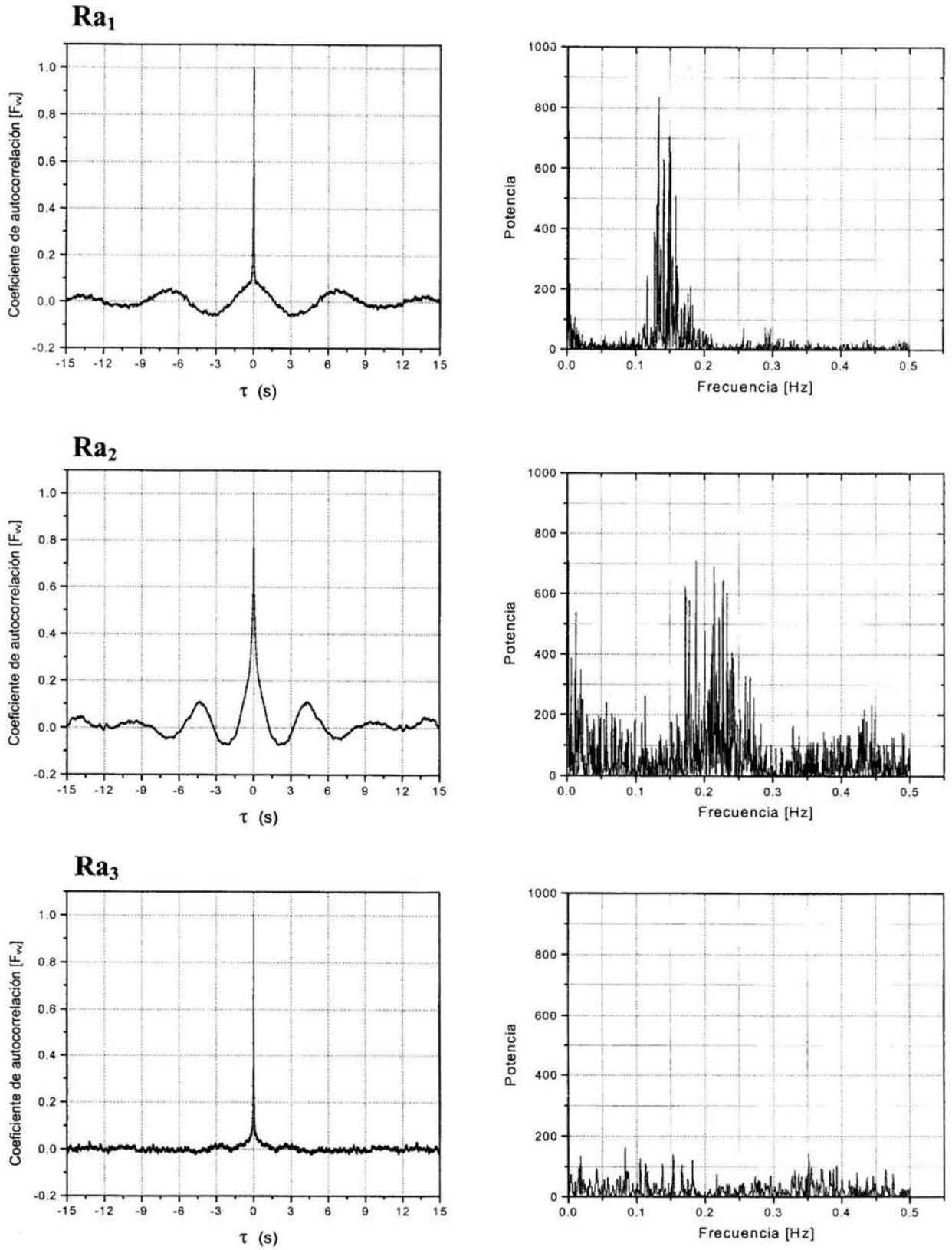


Figura 4.17 Autocorrelaciones de velocidad de LDA (lado izquierdo) y sus respectivos espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie C.

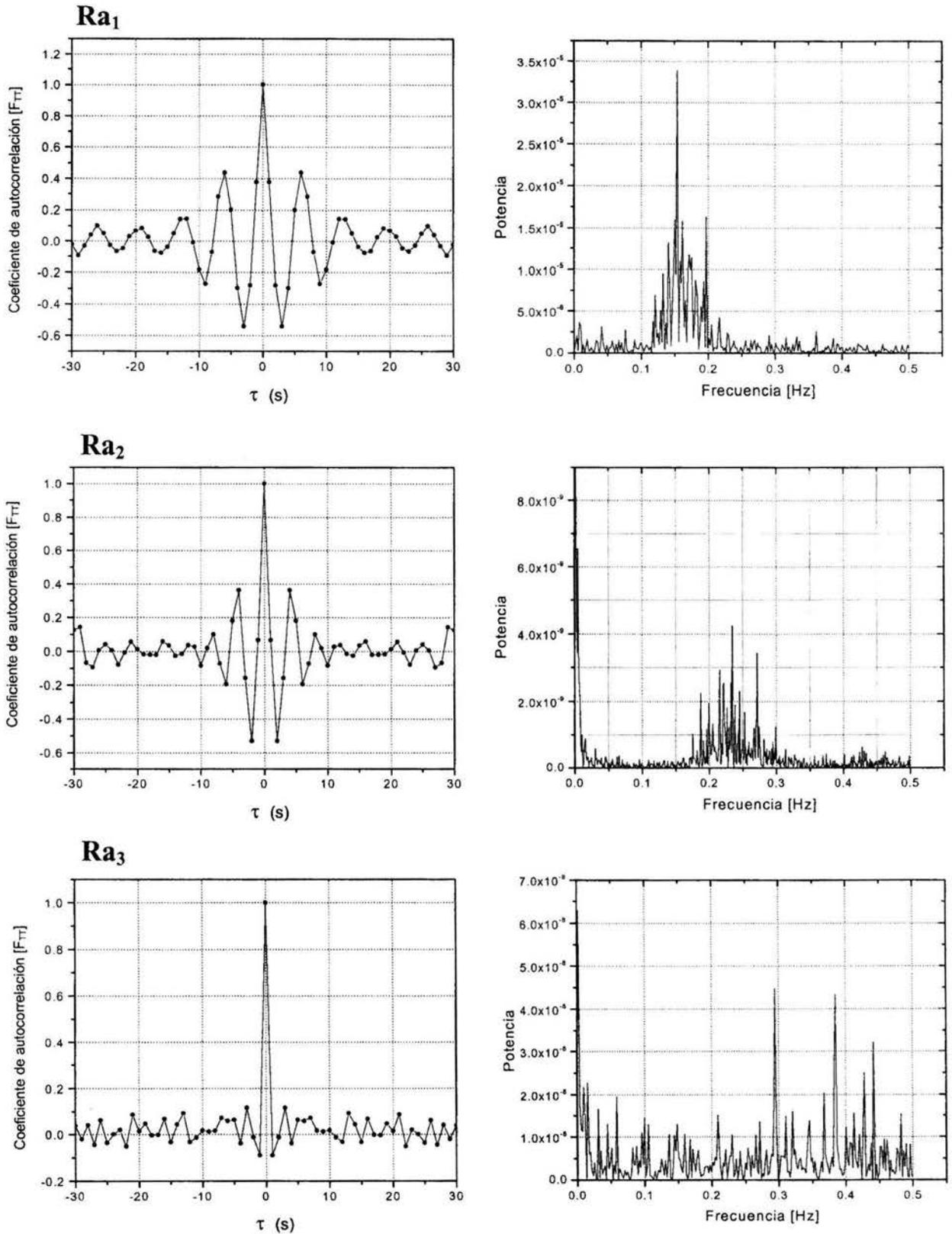


Figura 4.18 Autocorrelaciones de temperatura  $T_C$  (lado izquierdo) y sus respectivos espectros de frecuencia (lado derecho) para los tres Ra de la Serie C.

A medida que aumenta  $\tau$  el valor de la correlación de las velocidades es prácticamente cero en  $\tau \sim 10$  s y el de las temperaturas en  $\tau \sim 30$  s, lo que puede significar que las ondas de velocidad se disipan antes que las de temperatura, que pueden mantener cierta correlación aún con segundas y terceras fluctuaciones contiguas.

Las autocorrelaciones nos han dado una indicación de que los flujos en estudio son oscilatorios y que están compuestos por una parte periódica y una parte aleatoria. A través de los espectros de potencias se puede ver la forma como están distribuidas las diferentes frecuencias que componen a la señal. El espectro de potencias se puede interpretar como la contribución infinitesimal a la variancia (o a la energía) en una cierta banda infinitesimal de frecuencia. Para variables discretas, el valor del espectro a una frecuencia dada es el cuadrado de la amplitud de la componente a tal frecuencia.

Los espectros de potencias (o periodogramas) de las Figs. 4.15 a la 4.18 indican cómo se componen las fluctuaciones con respecto a la frecuencia. Las componentes con mayor energía se encuentran dentro de rangos bien definidos, los cuales aumentan con  $Ra$ . Para el caso  $Ra_3$  de la serie C, no existe tal rango de frecuencias, sino que la energía se distribuye en un rango muy amplio. En la Tabla 4.6 se resumen los tiempos en que ocurren los segundos máximos de correlación de la velocidad y la temperatura de los experimentos de las Series B y C, así como las frecuencias características de sus respectivos espectros.

**Tabla 4.6** Relación entre la autocorrelación y el espectro.

| Casos de estudio | Tiempo del 2° máximo local<br>$\tau$ (s) | $1/\tau$<br>(1/s) | Rango de frecuencias<br>(Hz) |
|------------------|--|-------------------|------------------------------|
| $Ra_1$           | 7s                                       | 0.15              | 0.1-0.2                      |
| $Ra_2$           | 4s                                       | 0.25              | 0.15-0.3                     |
| $Ra_3$           | 3s                                       | 0.33              | 0.22-0.35                    |

En flujos oscilatorios, la autocorrelación y el espectro de frecuencias guardan una relación estrecha: en la primera se pone de manifiesto en el dominio del tiempo, la escala en la que ocurren interacciones positivas entre fluctuaciones sucesivas, mientras que en el segundo

esta escala se manifiesta de manera inversa, es decir en el dominio de las frecuencias. Particularmente, en los tres casos existe tal relación ya que el valor inverso del tiempo del segundo máximo de las autocorrelaciones queda dentro del rango de las frecuencias dominantes, es decir  $f \sim 1/\tau$ , Tabla 4.6.

Una observación importante de señalar es que, a pesar de que los datos de velocidad de las dos series de experimentos se consiguieron con técnicas diferentes (PIV y LDA) y se procesaron con dos métodos matemáticos diferentes<sup>6</sup>, tanto las dos autocorrelaciones de velocidad, como los dos periodogramas de cada uno de los casos, mantienen una buena concordancia entre sí. Con esto se puede considerar que los resultados son consistentes.

Con base en los resultados presentados, se puede decir que los dos primeros casos son flujos característicos de la transición hacia la turbulencia con fluctuaciones dominantes en el rango de 0.1- 0.2 Hz., aunque algunos autores los han clasificado como flujos de baja turbulencia, Tian & Karayiannis (2000). El flujo del tercer caso presenta características de un flujo turbulento completamente desarrollado, principalmente el caso  $Ra_3$  de la Serie C.

---

<sup>6</sup> Los datos obtenidos con la técnica LDA se procesaron con un programa elaborado por Rechtman (2004), para obtener los espectros de frecuencias de velocidad de los experimentos de la Serie C.

#### 4.4.3 Correlaciones espacio-temporales de una variable

La correlación entre las señales obtenidas en dos puntos separados por una distancia  $\mathbf{h}$ , la correlación espacial  $R_v(\mathbf{h}; \mathbf{x})$ , nos da una medida de cuánto se conservan las ondas a medida que son arrastradas por el flujo.

$$\begin{aligned} R_v(\mathbf{h}, \tau; \mathbf{x}) &= \overline{v(t_n; \mathbf{x}) v(t_n + \tau; \mathbf{x} + \mathbf{h})} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v(t_n; \mathbf{x}) v(t_n + \tau; \mathbf{x} + \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Una extensión de la correlación espacial es la correlación espacio-temporal  $R_v(\mathbf{h}, \tau; \mathbf{x})$  que en forma adimensionalizada es el coeficiente de correlación espacio-temporal,

$$F_v(\mathbf{h}, \tau; \mathbf{x}) = \frac{\overline{v(t; \mathbf{x}) v(t + \tau; \mathbf{x} + \mathbf{h})}}{\left[ \overline{v^2(\mathbf{x})} \overline{v^2(\mathbf{x} + \mathbf{h})} \right]^{1/2}}, \quad (4.6)$$

donde  $F_v(\mathbf{h}, \tau; \mathbf{x})$  es el coeficiente de correlación espacio-temporal de la velocidad,  $\mathbf{h}$  es la distancia entre sensores en la dirección y que para este caso vale 0.04 m. La definición de la ecuación 4.6 se extiende en forma análoga para la temperatura como  $F_T(\mathbf{h}, \tau; \mathbf{x})$ .

En la Fig. 4.19 se presentan tres correlaciones espacio-temporales de velocidad y tres de temperatura, que son muestras obtenidas de los experimentos de la Serie B. Las señales de temperatura se obtuvieron con termopares colocados sobre la pared (en  $x = 0$  m) a alturas de  $y_1 = 0.36$  m y  $y_2 = 0.40$  m. Las señales de velocidad PIV se obtuvieron en puntos localizados a una distancia horizontal de la pared  $x = 0.004$  m y a alturas de  $y_1 = 0.36$  m y  $y_2 = 0.40$  m.

La primera observación es que para la velocidad en  $\tau = 0$  s,  $F_v \sim 0$ , mientras que para la temperatura, a ese mismo  $\tau$ , tiene un valor de  $F_T \sim 0.3$ . Las diferencias en los valores del coeficiente en  $\tau = 0$  s se deben a que las fluctuaciones de temperatura que viajan junto a la pared tiene una velocidad promedio menor a las de las fluctuaciones hidrodinámica que viajan separadas de la misma.

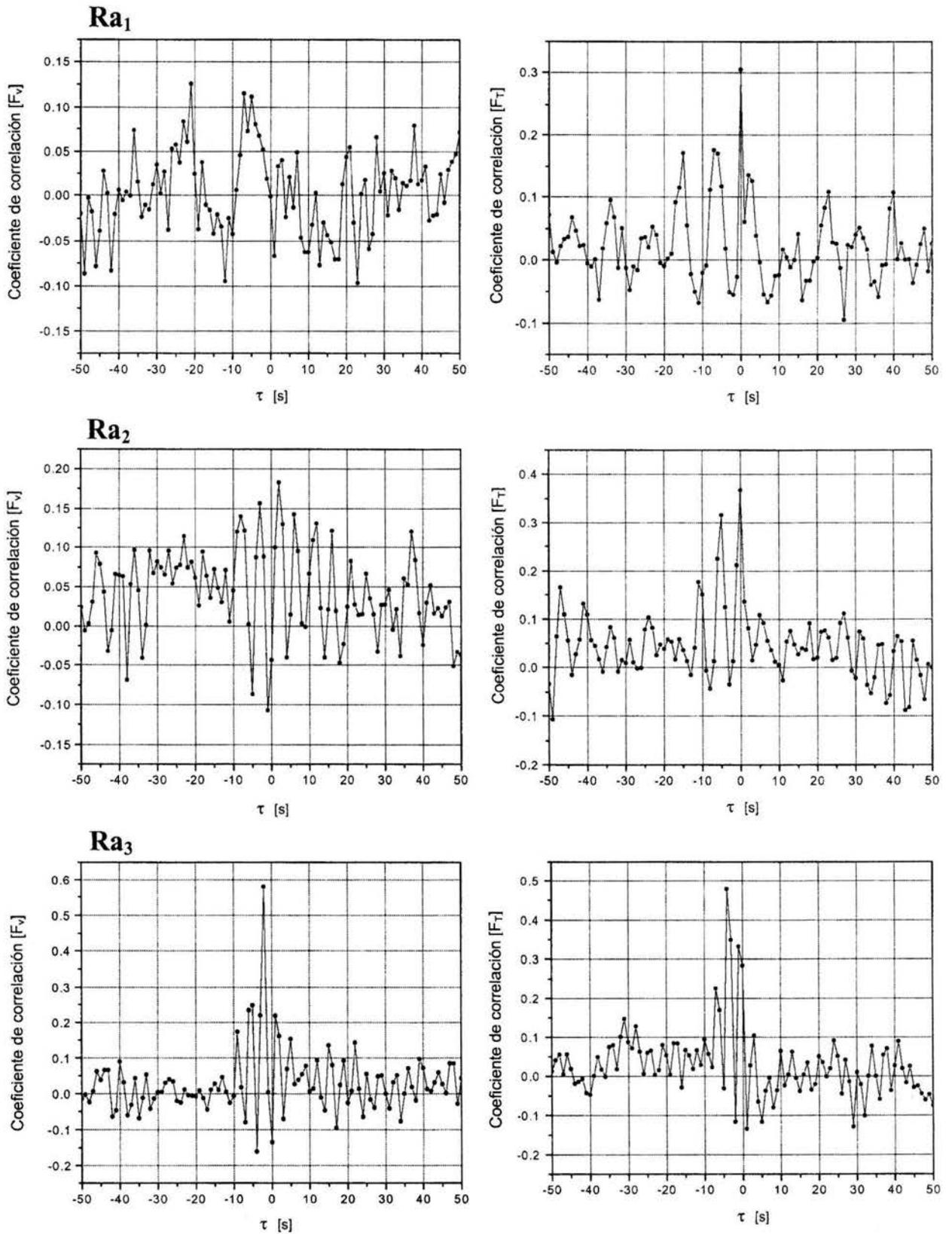


Figura 4.19 Correlaciones espacio-temporales de velocidad PIV (lado izquierdo) y de temperatura (lado derecho) para los tres Ra.

En todos los casos se observan varios máximos locales que son indicadores de que las fluctuaciones de velocidad y de temperatura, al ser transportadas por el flujo, prevalecen por algún tiempo, al menos durante su viaje desde  $y_1 = 0.36$  hasta  $y_2 = 0.40$  m. Lo anterior ocurre principalmente para la temperatura, en donde se pueden notar valores de la correlación de hasta  $F_T \sim 0.5$ . En todos los casos, el primer máximo local del lado izquierdo ocurre para retrasos específicos que dependen de la velocidad promedio del flujo y de la separación entre sensores.

En los dos tipos de coeficientes de correlación ( $F_v$  y  $F_T$ ), los retrasos que corresponden a los primeros máximos locales de lado izquierdo disminuyen con  $Ra$ , mientras que los valores máximos aumentan con  $Ra$ , como se puede ver en las Tablas 4.7 y 4.8. Ambos efectos se pueden explicar con base en la hipótesis de Taylor. En ésta se propone que si las ondas no sufrieran cambio alguno al ser arrastradas por el flujo, el coeficiente de la correlación espacio-temporal  $F_v$  en la dirección del flujo, debería mantener un valor  $F_v = 1$  para  $\tau = h/v$ . Sin embargo, en la práctica se obtienen valores menores que la unidad. Para nuestros casos la velocidad del flujo aumenta con  $Ra$ , por lo tanto las ondas del caso  $Ra_3$  al ser arrastradas por el flujo ocupan menos tiempo  $\tau$  para llegar a la siguiente estación ( $y_2 = 0.40$  m), además durante este corto periodo sufren una menor ‘deformación’ que las ondas de los casos  $Ra_1$  y  $Ra_2$  lo que resulta en una mayor correlación.

**Tabla 4.7** Valores de la correlación espacio-temporal para la velocidad (Serie B).

| Casos de estudio      | Distancia $h$ entre sensores [m] | Tiempo $\tau$ del 2º máximo [s] | Velocidad, $v$ en (0.004, 0.40) [m/s] | Distancia $v\tau$ [m] | Valor de la correlación [ $F_v$ ] |
|-----------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| <b>Ra<sub>1</sub></b> | 0.04                             | 5                               | 0.009                                 | 0.045                 | 0.12                              |
| <b>Ra<sub>2</sub></b> | 0.04                             | 3                               | 0.011                                 | 0.033                 | 0.18                              |
| <b>Ra<sub>3</sub></b> | 0.04                             | 2                               | 0.017                                 | 0.034                 | 0.58                              |

<sup>7</sup> Las velocidades  $v$  de la tabla 4.7 corresponden a la velocidad promedio en  $x = 0.004$  m,  $y = 0.40$  m (Fig. 4.10) y las de la tabla 4.8 son la velocidad promediada a lo largo de los perfiles de la Fig. 4.10.

**Tabla 4.8** Valores de la correlación espacio-temporal para la temperatura (Serie B).

| Casos de estudio      | Distancia h entre sensores [m] | Tiempo $\tau$ del 2º máximo [s] | Velocidad v [m/s] | Distancia $v\tau$ [m] | Valor de la correlación [ $F_T$ ] |
|-----------------------|--------------------------------|---------------------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| <b>Ra<sub>1</sub></b> | 0.04                           | 7                               | 0.0046            | 0.032                 | 0.31                              |
| <b>Ra<sub>2</sub></b> | 0.04                           | 5                               | 0.0058            | 0.029                 | 0.37                              |
| <b>Ra<sub>3</sub></b> | 0.04                           | 4                               | 0.010             | 0.04                  | 0.48                              |

Como puede verse, las distancias calculadas con la hipótesis de Taylor mantienen un buen acuerdo con la distancia medida entre los sensores. El valor de la distancia ( $v\tau$ ) del caso Ra<sub>3</sub>, de la tabla 4.8, es el que mejor se aproxima a lo esperado con la hipótesis de Taylor. Para corroborar con más detalle estos resultados, se requiere disponer de información con mayor resolución temporal y espacial.

#### 4.4.4 Correlaciones cruzadas de velocidad y de temperatura

A pesar de que la convección natural en cavidades se ha estudiado ampliamente de manera teórica, numérica y experimental, aún hay poca información de la interacción entre las fluctuaciones de velocidad y las de temperatura para flujos de transición y turbulentos. Esta interacción, que se cuantifica por medio de la correlación  $R_{vT}$  o vector de flujos de Reynolds, juega un papel importante en el transporte térmico en edificios, que normalmente se da en régimen turbulento.

$$\begin{aligned}
 R_{vT}(\tau; \mathbf{x}) &= \overline{v(t_n; \mathbf{x}) T(t_n + \tau; \mathbf{x})} \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v(t_n; \mathbf{x}) T(t_n + \tau; \mathbf{x})
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

Los valores de correlación obtenidos de experimentos son necesarios para la validación de modelos numéricos de flujos turbulentos. En esta sección se investiga el grado

de correlación que existe entre las fluctuaciones de velocidad y las de temperatura, que se define en forma adimensional por medio del coeficiente de correlación cruzada:

$$F_{vT}(\tau; \mathbf{x}) = \frac{\overline{v(t_n; \mathbf{x}) T(t_n + \tau; \mathbf{x})}}{\left[ \overline{v^2(\mathbf{x})} \overline{T^2(\mathbf{x})} \right]^{1/2}} \quad (4.8)$$

donde  $v$  es la fluctuación de la velocidad vertical,  $T$  es la fluctuación de la temperatura,  $\overline{v^2(\mathbf{x})}$  y  $\overline{T^2(\mathbf{x})}$  son las variancias de estas fluctuaciones y  $\mathbf{x}$  es el punto en el que se correlacionan.

La medida simultánea de la velocidad y la temperatura no es fácil, ya que implica gran precisión en la ubicación de los sensores, así como en la adquisición y sincronización de ambas señales.

En esta sección sólo se presentan los coeficientes de correlación de velocidad y temperatura obtenidos de la Serie C, Fig. 4.20. En los experimentos de esta serie se tuvo una sincronización muy precisa en las adquisiciones de ambas señales, y además se tuvo una alta resolución temporal para la adquisición de velocidades de aproximadamente 500 muestras por segundo, no igualmente espaciadas en el tiempo.

El área de mayor interés para obtener esta correlación fue donde se esperaba que ocurrieran las mayores fluctuaciones de temperatura (pero no las mayores de velocidad) y los mayores flujos de Reynolds. El punto seleccionado fue la posición del máximo de velocidad en la parte baja de la pluma de pared ( $x = 0.004$  m,  $y = 0.40$  m). Este criterio de selección fue cierto de acuerdo con los recientes resultados para plumas libres flotantes turbulentas reportados por Funatani *et al.* (2004).

Para el cálculo de la correlación (ecuación 4.7), se siguió una metodología semejante a la presentada por Saylor *et al.* (2002). Ésta se calcula multiplicando cada dato de la serie temporal de  $T$  con el dato de la serie temporal de  $v$  que haya sido obtenido al mismo instante de tiempo que el primero. Ya que la velocidad fue muestreada con mayor frecuencia que la temperatura, el cálculo de la correlación implica encontrar cada pareja de datos de temperatura y de velocidad que correspondan a los tiempos más semejantes entre sí. Adicionalmente, se hizo un corrimiento temporal de una traza con respecto a la otra para encontrar rangos de

coeficiente de correlación. Para realizar los cálculos descritos se elaboró el programa especial del Apéndice C.

En los los valores de los coeficientes de correlación de los tres casos sobresale un máximo medible y significativo en  $\tau = 0$  s, lo que implica que existe correlación entre las fluctuaciones de velocidad y las de temperatura. El caso  $Ra_2$  tiene el mayor valor de correlación (0.42) mientras que los casos  $Ra_1$  y  $Ra_3$  tienen valores de 0.27 y 0.22.

Hay que recordar que en este caso los valores de correlación están normalizados con el producto de las variancias de ambas variables, por lo que el denominador del caso  $Ra_3$  es mucho mayor que los otros dos, lo que provoca esta disminución. Los máximos locales adicionales de la Fig. 4.20 para los casos  $Ra_1$  y  $Ra_2$  se deben al comportamiento oscilatorio del flujo en la transición hacia la turbulencia.

En el cálculo de la correlación, sólo se utilizaron los datos del estado cuasiestacionario, es decir los datos obtenidos a partir de 150, 120, y 80 s, para cada uno de los casos respectivamente. La información más relevante de las correlaciones obtenidas se encuentra en la Tabla 4.9.

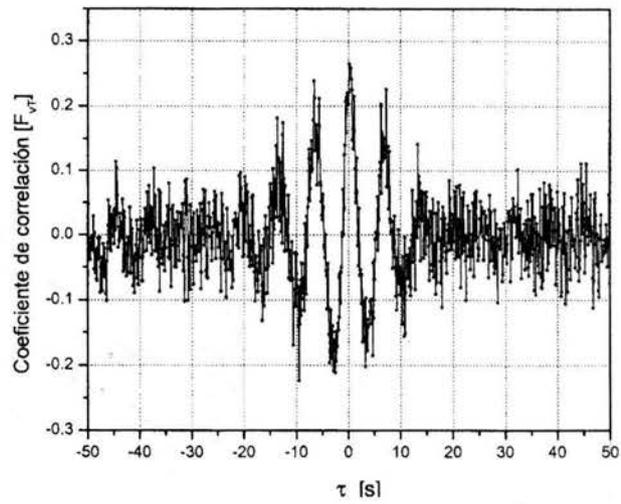
Los valores máximos de la correlación  $\overline{vT}$  (o los máximos flujos de Reynolds) aumentan con  $Ra$ , de donde se puede explicar el aumento de los números de Nusselt cuando el flujo evoluciona hacia el régimen turbulento, Tabla 4.9. Más aún, el intervalo de correlación es mayor para el caso  $Ra_3$ , lo que demuestra que la correlación aumenta con la turbulencia.

**Tabla 4.9** Valores de la correlación de la velocidad y la temperatura,  $Nu$  para cada caso.

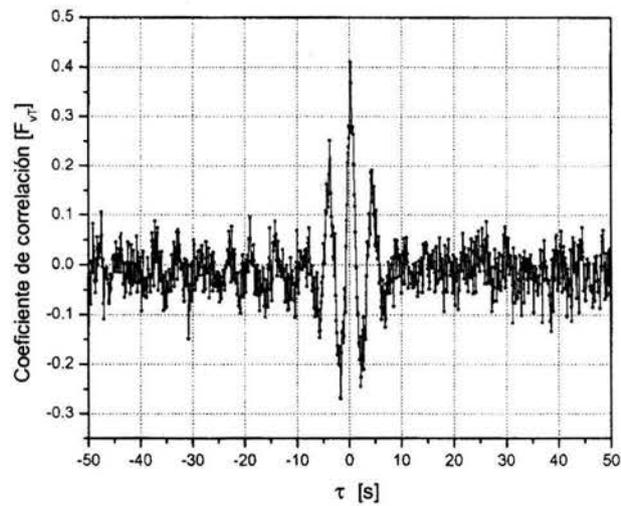
| Casos de estudio         | Intervalos de tiempo (s) | Número de datos de temperatura | Número de datos de velocidad | Máximo de la correlación $[R_{vT}]$ | Máximo del coeficiente de correlación $[F_{vT}]$ | <sup>8</sup> Nusselt (Nu) teórico |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|--|-----------------------------------|
| <b><math>Ra_1</math></b> | 150-1200                 | 1050                           | 301,338                      | 0.00003                             | 0.27   | 196.49                            |
| <b><math>Ra_2</math></b> | 120-1200                 | 1080                           | 193,730                      | 0.00020                             | 0.42   | 242.7                             |
| <b><math>Ra_3</math></b> | 80- 600                  | 1120                           | 177,830                      | 0.00050                             | 0.22   | 304.64                            |

<sup>8</sup> Cálculo de  $Nu$  de acuerdo a la fórmula de Churchill y Chu (1975).

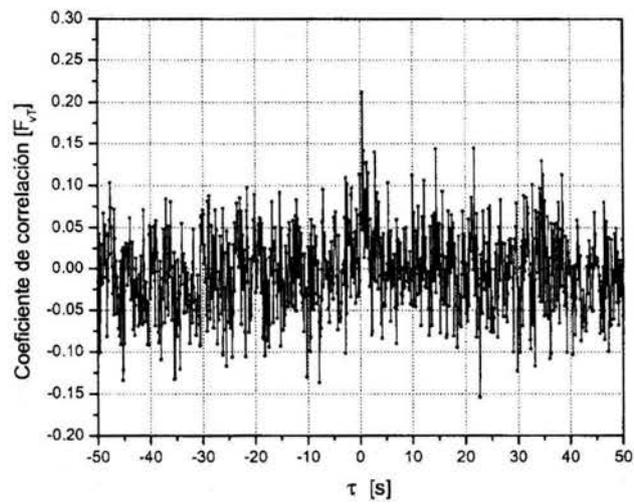
**Ra<sub>1</sub>**



**Ra<sub>2</sub>**



**Ra<sub>3</sub>**



**Figura 4.20** Correlaciones cruzadas de velocidad (LDA) y de temperatura (T<sub>C</sub>) para los tres Ra, de la Serie C en el punto (0.004 m, 0.40 m).

Los altos valores de los coeficientes de correlación están en acuerdo con un aspecto característico de la convección natural: el campo de velocidades y el de temperaturas deben estar mutuamente acoplados, ya que el campo de temperaturas es arrastrado por el campo de velocidades y a la vez que este último es afectado por el primero a través de la fuerza de flotación causada por diferencias de temperaturas. Por tanto es de esperarse, al igual que para el flujo medio, que también haya acoplamiento entre ambas fluctuaciones, tal como lo propuso Bradshaw (1971). Sin embargo, actualmente aún existen desacuerdo en los resultados de algunos autores, ya que por un lado en el trabajo de Tiang & Karayiannis (2000) se asegura, basándose en el análisis de los campos globales de las fluctuaciones, que la velocidad y la temperatura fluctúan por separado, mientras que en el trabajo de Saylor *et al.* (2002) y en el de Funatani *et al.* (2004) se han encontrado valores significativos de la correlación, que van de acuerdo con los resultados presentados en esta última sección.

---

---

# Capítulo 5

## CONCLUSIONES

---

---

En este trabajo se realizó un análisis detallado del flujo que se genera a lo largo de una pared vertical parcialmente calentada, por medio de técnicas experimentales de visualización, de medición de velocidad y de temperatura. Se estudiaron algunos tópicos de los estados transitorio y cuasiestacionario y de la transición del régimen laminar al turbulento.

Para el estado transitorio, por medio de imágenes schlieren y campos de velocidad PIV, se hizo la descripción de la pluma naciente que se genera a partir de una capa límite. Al iniciar el calentamiento de la mitad inferior, la doble capa límite térmica y viscosa engrosó hasta alcanzar el estado cuasiestacionario. La razón  $\delta / \delta_T$ , después del engrosamiento fue de aproximadamente  $Pr^{1/2}$  como se puede esperar del análisis de escalas. Un grupo de ondas, que es típico al inicio de una capa límite en una pared vertical calentada, fue registrado tanto por las imágenes schlieren como por las mediciones de temperatura y las de velocidad. El vórtice bidimensional que se forma a partir del borde inferior de la pared adiabática fue claramente detectado por el sistema schlieren. A través de la animación de las imágenes schlieren, fue posible seguir la trayectoria ascendente y el notorio crecimiento del vórtice y su penetración al interior de la cavidad. La velocidad de ascenso y la estructura interna del vórtice fueron fuertemente dependientes del número de Rayleigh. Detrás del vórtice, se formó una pluma de pared dando lugar al estado cuasiestacionario. A partir de un análisis de escalas similar al de Moses *et al.* (1993) se encontró que la velocidad de ascenso escala correctamente con  $Ra^{1/2}$  en donde se toma a la altura de la pared conductora como parámetro de escalamiento.

En el estado cuasiestacionario el flujo consiste de una capa límite junto a la pared conductora y de una pluma junto a la pared adiabática. Los perfiles de velocidad que se obtuvieron en una zona cercana al punto de cambio de condición de frontera, muestran un

buen acuerdo con el perfil universal obtenido numéricamente por Sparrow *et al.* (1978). Además, el valor de la velocidad máxima fue modelada con la velocidad característica  $v_s \sim Ra^{1/2}$ , encontrada a partir del análisis de escalas.

Los campos de velocidades de la pluma de pared, muestran claramente el proceso de *entrainment* de flujo en la pluma térmica. En este caso pequeñas corrientes de fluido frío fueron arrastradas hacia el interior de la pluma térmica dando lugar a la generación intermitente de vórtices pequeños en el borde exterior de la pluma. Este mecanismo en parte es el causante de las fluctuaciones térmicas e hidrodinámicas que caracterizan al régimen de transición – de laminar a turbulento.

De acuerdo al análisis de las fluctuaciones de velocidad (LDA y PIV) y de temperatura, la intensidad del proceso de mezclado ocasionado por la entrada de fluido frío a la pluma y la salida de fluido caliente hacia la cavidad, aumenta con Ra. Para los casos  $Ra_1$  y  $Ra_2$  se obtuvieron regímenes oscilatorios con frecuencias características entre 0.1–0.2 Hz y 0.15–0.3 Hz respectivamente. Para el caso  $Ra_3$  el proceso se volvió turbulento, la zona de mezclado y las estructuras que viajaban en la pluma abarcaron una brecha de mayor anchura y las frecuencias de las oscilaciones se distribuyeron en un rango muy amplio.

Se encontró una buena correlación entre las fluctuaciones de velocidad y las de temperatura. Este resultado muestra una cualidad importante de la convección natural, que los campos de velocidad y de temperaturas se encuentran mutuamente acoplados, aún en el régimen turbulento.

Con estos nuevos resultados, obtenidos con la aplicación de varias técnicas experimentales, se amplió el conocimiento del fenómeno de convección natural. Estos resultados cualitativos y cuantitativos pueden ser útiles para compararlos con resultados de modelos numéricos que se utilicen en la simulación de flujos convectivos para acondicionamiento natural de edificios.

Como trabajo a futuro, se propone hacer un análisis experimental y numérico del proceso global en toda la cavidad, extender el estudio con otros fluidos y considerar los efectos tridimensionales. También se sugiere incluir otras condiciones de frontera más realistas de interacción hidrodinámica con el exterior de la cavidad.

---

---

# REFERENCIAS

---

---

- Afzal N., Convective wall plume: Higher order analysis, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, 1980, pp. 505-513.
- Barrios G., Rechtman R., Rojas J and Tovar R, Lattice Boltzmann equation for natural convection in a two dimensional cavity with a partially heated wall, aceptado para su publicación en la revista *J. Fluid Mech*, 2004.
- Batchelor G. K, Heat convection and buoyancy effects in fluids, *Q. J. R. met. Soc.*, Vol 80, 1954, pp. 339-358.
- Bejan A., *Convection Heat Transfer*. John Wiley & Sons New York, 1995, Chapter 4.
- Bradshaw P., *An Introduction to Turbulence and Its Measurement*. Pergamon Press, Oxford, 1971, pp. 28-43.
- Burak V. S., Volkov S. V., Martynenko O. G., Khramtsov P.P. and Shikh I. A., Free-convective heat transfer on a vertical surface with heat-flux discontinuity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 1, 1995, pp. 155-161.
- Carey V. P and Mollendorf J. C., The temperature field above a concentrated heat source on a vertical adiabatic surface, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, 1977, pp. 1059-1067.
- Cedillo M. L., *Instalación, Instrumentación y Puesta en Marcha de un Sistema Schlieren Para el Análisis de Flujos de Convección Natural*, Tesis Licenciatura, Instituto Tecnológico de Zacatepec (ITZ), 2001.
- Cheesewright R., Turbulent natural convection from a vertical plane surface, *J. Heat Transfer*, Vol. 90, 1968, pp.1-8.
- Churchill, S. W y Chu, H. H. S., Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, 1975, pp. 1323.
- Deng Q. H., Tang G. Fa. and Li Y., A combined temperature scale for analyzing natural convection in rectangular enclosures with discrete wall heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, 2002, pp. 3437-3446.

Dias T. and Milanez L F., Natural convection due to a heat source on a vertical plate, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 47, **2004**, pp. 1227-1232.

Ellison T.H and Turner J.S, *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, part 4, **1959**, pp. 423.

Frederick R.L. and Quiroz F., On the transition from conduction to convection regime in a cubical enclosure with a partially heated wall, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 44, **2001**, pp. 1699-1709.

Fujii T., Morioka I and Uehara H., Buoyant plume above a horizontal line heat source, *Int Heat Mass Transfer*, Vol. 16, **1973**, pp. 755-768.

Fujii, T., Theory of the steady laminar natural convection above a horizontal line heat source and a point heat source, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 6, **1963**, pp. 597-606.

Funatani S., Fujisawa N and Ikeda H., Simultaneous measurement of temperature and velocity using two-colour LIF combined with PIV with a colour CCD camera and its application to the turbulent buoyant plume, *Meas. Sci. Technol*, Vol. 15, **2004**, pp. 983-990.

Gebhart B., Pera L. and Schorr A. W., Steady laminar natural convection plumes above a horizontal line heat source, *Int. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, **1970**, pp. 161-171.

Goldstein R.J, *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics Measurements*, **1983**, pp.155-244.

Grella J. J. and Faeth G. M., Measurements in a two-dimensional thermal plume along a vertical adiabatic wall, *J. Fluid Mech.*, Vol. 71, part 4, **1975**, pp. 701-710.

Higuera F. J. and Weidman P. D., Natural convection far downstream of a heat source on a solid wall, *J. Fluid Mech.*, Vol. 361, **1998**, pp. 25-39.

Ichimiya K y Abe T., Impingement heat transfer of a single thermal plume on the upper wall, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, **2003**, pp. 3521-3528.J.

Jaluria Y. and Gebhart B., Buoyancy-induced flow arising from a line thermal source on an adiabatic vertical surface, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, **1977**, pp. 153-157.

Jaluria Y., *Natural Convection Heat and Mass Transfer*, Indian institute of technology, Kampur, India, **1980**, Chapter 4.

Joshi Y. and Gebhart B., Transition of transient vertical natural-convection flows in water, *J. Fluid Mech.*, Vol. 179, **1987**, pp. 407-438.

Kaminski E., and Jaupart C., Laminar starting plumes in high-Prandtl-number fluids, *J. Fluid Mech.*, Vol. 478, **2003**, pp. 287-298.

- Kuhn D. and Oosthuizen P. H., Natural convection in a confined fluid-filled space driven by a single vertical wall with warm and cold regions, *Trans. ASME, J. Heat transfer*, Vol. 109, **1987**, pp. 798-801.
- Lee K. T., Natural convection heat and mass transfer in partially heated vertical parallel plates, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, **1999**, pp. 4417-4425.
- Libby P. A., *Introduction to Turbulence*, Taylor & Francis, USA, **1996**, pp. 25-43.
- Liburdy J.A. and Faeth G. M., Heat transfer and mean structure of a turbulent thermal plume along a vertical isothermal wall, *Trans. ASME, J. Heat transfer*, Vol. 100, **1978**, pp. 177-183.
- Liburdy J. A., Groff E.G. and Faeth G.M., Structure of a turbulent thermal plume rising along an isothermal wall, *Trans. ASME, J. Heat transfer*, Vol. 101, **1979**, pp. 249-255.
- Linden P.F., The fluid mechanics of natural convection, *Annu. Rev. J. Fluid Mech.*, Vol. 31, **1999**, pp. 201-238.
- Middleton J. H., The asymptotic behaviour of a starting plume along, *J. Fluid Mech.*, Vol. 72, part 4, **1975**, pp. 753-771.
- Moses E., Zocchi G. and Libchaber A., An experimental study of laminar plumes, *J. Fluid Mech.*, Vol. 251, **1993**, pp. 581-601.
- Ostrach S., Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer*, Vol. 110, **1988**, pp. 1175-1190.
- Patterson J. and Imberger J., Unsteady natural convection in a rectangular cavity, *J. Fluid Mech.*, Vol. 100, part 1, **1980**, pp. 65-86
- Raffel M., Willert C. and Kompenhans J., *Particle Image Velocimetry*, Springer Verlag, **1998**.
- Rechtman R., Comunicación personal, **2004**.
- Saylor J. R., Flack K. A., Schultz y Smith G. B., The correlation between surface temperature and subsurface velocity during evaporative convection, *Experiments in Fluids*, Vol. 32, **2002**, pp. 570-579.
- Sangras R., Dai Z and Faeth G.M., Velocity statistics of plane self-preserving buoyant turbulent adiabatic wall plumes, *J. Heat transfer*, Vol. 122, **2000**, pp. 693-700.
- Schladow S.G., Oscillatory motion in a side-heated cavity, *J. Fluid Mech.*, Vol. 213, **1990**, pp. 589-610.
- Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, USA, **1979**.
- SENER, Balance Nacional de Energía, **2002**.

Shlien D. J., *Physics Fluids*, Vol. 19, **1976**, pp. 1089.

Shlien D.J. and Boxman R. L., Laminar starting plume temperature field measurement, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, No. 5, **1981**, pp. 919-931.

Shusser M. and Gharib M., A model for vortex ring formation in a starting buoyant plume, *J. Fluid Mech.*, Vol. 416, **2000**, pp. 173-185.

Sparrow E. M., Patankar S. V. and Abdel-Wahed R. M., Development of wall and free plumes above a heated vertical plate, *Trans. ASME, J. Heat transfer*, Vol. 100, **1978**, pp. 184-190.

Tanny, J. and Shlien, D. J., Velocity field measurements of a laminar starting plume, *Physics of Fluids*, Vol. 28, No. 4, **1985**, pp. 1027-1032.

Tian Y. S and Karayiannis T. J., Low turbulence natural convection in an air filled square cavity, Part I: the thermal and fluid flow fields, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, **2000**, pp. 867-884.

Tian Y. S and Karayiannis T. J., Low turbulence natural convection in an air filled square cavity, Part II: the turbulence quantities, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, **2000**, pp. 849-866.

Tovar R., *Estudios Sobre Transición y Turbulencia en Flujos de Convección Natural*, Tesis doctoral, Universidad nacional Autónoma de México (UNAM), **2002**.

Tovar R., Rojas J and Cedillo M.L., Development of a wall plume from a boundary layer along a partially heated vertical wall, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 4, **2004**, pp. 561-571.

Turner J. S., The starting plume in neutral surroundings, *J. Fluid Mech.*, Vol. 13, **1962**, pp. 356-368.

Valencia A., and Frederick R. L., Heat transfer in square cavities with partially active vertical walls, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, No. 8, **1989**, pp. 1567-1574.

---

---

# APÉNDICES

---

---

## Apéndice A Propiedades termofísicas del agua a temperatura ambiente y presión atmosférica.

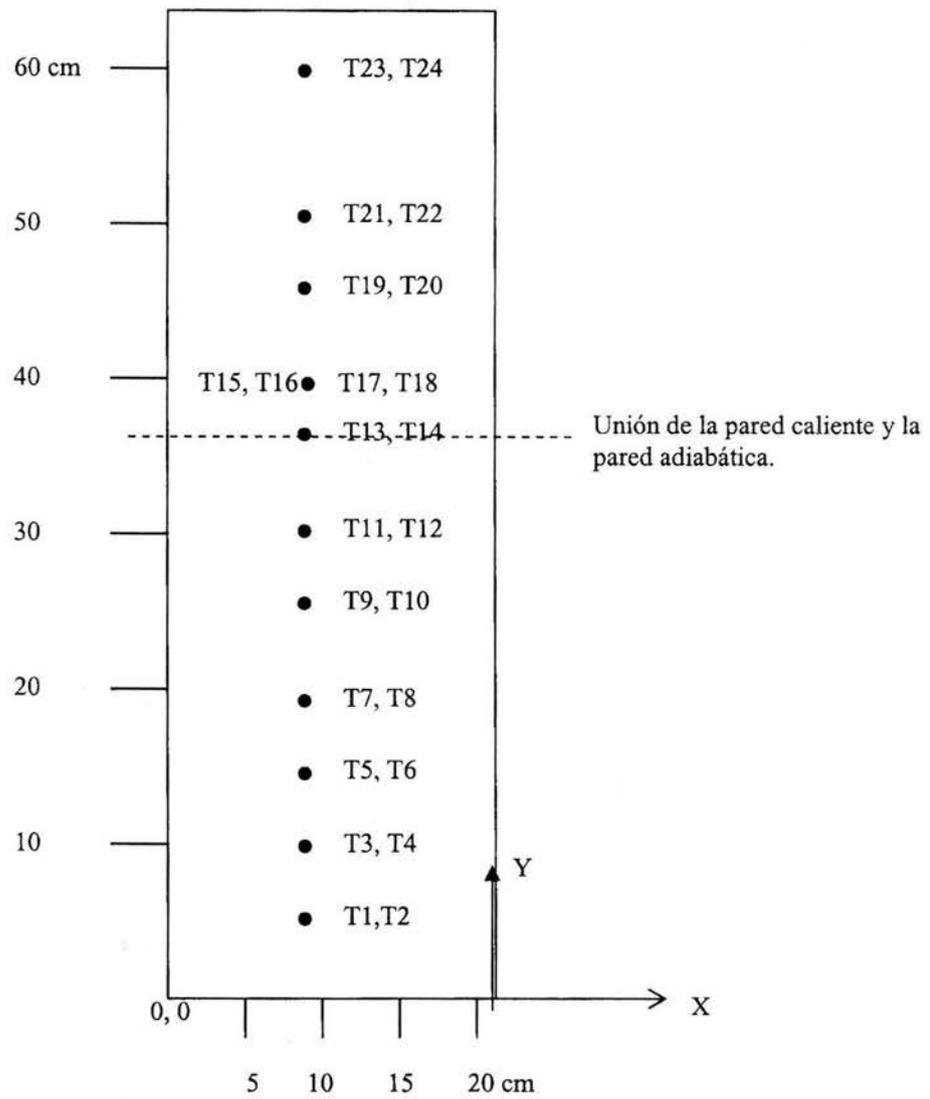
Tabla 1A Propiedades termofísicas del agua

| T<br>(°C) | $\rho$<br>(g/cm <sup>3</sup> ) | C <sub>p</sub><br>(kJ/kgK) | $\beta$<br>(K <sup>-1</sup> ) | $\mu$<br>(g/cm.s) | $\nu$<br>(cm <sup>2</sup> /s) | k<br>(W/m.K) | $\alpha$<br>(cm <sup>2</sup> /s) | Pr   |
|-----------|--------------------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------------------|--------------|----------------------------------|------|
| 25        | 0.9971                         | 4.179                      | 2.6x10-4                      | 0.00891           | 0.00894                       | 0.60         | 0.00144                          | 6.21 |

**Apéndice B      Ubicación de los termopares**

**Tabla 1B** Coordenadas de la ubicación de termopares en la cavidad experimental

| <b>Termopar</b> | <b>X (cm)</b> | <b>Y (cm)</b> | <b>Z (cm)</b> | <b>Otras ubicaciones</b>                   |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|--|
| 0               |               |               |               | En la entrada del fluido                   |
| 1               | 0             | 5             | 9             |  |
| 2               | 0             | 5             | 9             |  |
| 3               | 0             | 10            | 9             |  |
| 4               | 0             | 10            | 9             |  |
| 5               | 0             | 15            | 9             |  |
| 6               | 0             | 15            | 9             |  |
| 7               | 0             | 20            | 9             |  |
| 8               | 0             | 20            | 9             |  |
| 9               | 0             | 25            | 9             |  |
| 10              | 0             | 25            | 9             |  |
| 11              | 0             | 30            | 9             |  |
| 12              | 0             | 30            | 9             |  |
| 13              | 0             | 36            | 9             |  |
| 14              | 0             | 36            | 9             |  |
| 15              | 0             | 40            | 9             |  |
| 16              | 0             | 40            | 9             |  |
| 17              | 0.4           | 40            | 9             |  |
| 18              | 0.4           | 40            | 9             |  |
| 19              | 0             | 45            | 9             |  |
| 20              | 0             | 45            | 9             |  |
| 21              | 0             | 50            | 9             |  |
| 22              | 0             | 50            | 9             |  |
| 23              | 0             | 60            | 9             |  |
| 24              | 0             | 60            | 9             |  |
| 25              |               |               |               | En la salida del fluido                    |
| 26              | 0.5           | 36            | 9.5           |  |
| 27              |               |               |               | Arriba de la cavidad en el seno del fluido |
| 28              |               |               |               | Arriba de la cavidad en el seno del fluido |
| 29              |               |               |               | Abajo de la cavidad en el seno del fluido  |
| 30              |               |               |               | Abajo de la cavidad en el seno del fluido  |
| 31              |               |               |               | Se instalo el trigger                      |



**Figura 1B** Esquema de la ubicación de los termopares en la pared vertical compuesta de la cavidad experimental.

## Apéndice C Programa\* de correlación de Velocidad (LDA) y Temperatura (T<sub>B</sub>)

Programa que lee un archivo de datos generado por el Lda y otro de termopares y filtra el ruido de acuerdo a una función dada.

```

*/
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
FILE *f_in;
FILE *f_out_R;
double t[5000],y[5000],tv[5000],v[5000],ta[5000],a[5000];
main ()
{
  int n,ldadats,tempdats,contador_temp,contador_lda,b,i,j,k;
  double x0,y0;
  double *x_lda,*y_lda;
  double *x_temp,*y_temp;
  double *x1_lda,*y1_lda;
  double *x1_temp,*y1_temp;
  double a1,a2,b1,b2;
  float t_cut_temp,t_cut_lda,y_up_lda,y_low_lda,tau1,tau2,dta_tau,dta1,dta2,R,tau;
  abrefile_R();
  FILE *f_out;
  ldadats = encuentra_ldadats();
  tempdats = encuentra_tempdats();
  printf("#El n'umero de datos en lda.dat es:%d\n",ldadats);
  printf("#El n'umero de datos en temp.dat es:%d\n",tempdats);
  //getchar();
  printf("Cuanto tiempo desea recortar para la temperatura (seg)?");
  scanf("%f",&t_cut_temp);
  printf("Cuanto tiempo desea recortar para la velocidad (seg)?");
  scanf("%f",&t_cut_lda);
  printf("Cual es el limite superior para el valor de LDA?");
  scanf("%f",&y_up_lda);
  printf("Cual es el limite inferior para el valor de LDA?");
  scanf("%f",&y_low_lda);
  printf("#Dame la funci'on que ajusta la temperatura\n");
  printf("#a1*x+b1\n");
  printf("a1=");
  scanf("%lf",&a1);
  printf("b1=");
  scanf("%lf",&b1);
  contador_temp = 0;
  contador_lda = 0;
  printf("#Dame la funci'on que ajusta la velocidad\n");
  printf("#a2*x+b2\n");
  printf("a2=");
  scanf("%lf",&a2);

```

---

\* Programa elaborado por Guillermo Barrios del Valle.

```

printf("b2=");
scanf("%lf",&b2);
printf("#tau1=\n");
scanf("%f",&tau1);
printf("#tau2=\n");
scanf("%f",&tau2);
printf("#dta_tau=\n");
scanf("%f",&dta_tau);
contador_temp = 0;
contador_lda = 0;
x_lda = (double *) malloc((int) ldadats*sizeof(double));
y_lda = (double *) malloc((int) ldadats*sizeof(double));
x_temp = (double *) malloc((int) tempdats*sizeof(double));
y_temp = (double *) malloc((int) tempdats*sizeof(double));
lee_datos_lda(ldadats,x_lda,y_lda);
lee_datos_temp(tempdats,x_temp,y_temp);
for (n=0; n<tempdats; ++n)
    if (x_temp[n]>t_cut_temp)
        ++contador_temp;
for (n=0; n<ldadats; ++n)
    if ((x_lda[n]>t_cut_lda)&&(y_lda[n]<=y_up_lda)&&(y_lda[n]>y_low_lda))
        ++contador_lda;
x1_lda = (double *) malloc((int) contador_lda*sizeof(double));
y1_lda = (double *) malloc((int) contador_lda*sizeof(double));
x1_temp = (double *) malloc((int) contador_temp*sizeof(double));
y1_temp = (double *) malloc((int) contador_temp*sizeof(double));
b=0;
for (n=0; n<ldadats; ++n){
    if ((x_lda[n]>t_cut_lda)&&(y_lda[n]<=y_up_lda)&&(y_lda[n]>y_low_lda)){
        x1_lda[b] = x_lda[n];
        y1_lda[b] = y_lda[n]-a2*x_lda[n]-b2;
        ++b;
    }
}
b=0;
for (n=0; n<tempdats; ++n){
    if (x_temp[n]>t_cut_temp){
        x1_temp[b] = x_temp[n];
        y1_temp[b] = y_temp[n]-a1*x_temp[n]-b1;
        ++b;
    }
}
// printf("x1_temp[ultimo]=%f",x1_temp[0]);getchar();
for (tau=(int) -tau2; tau<=0.; tau=tau+dta_tau){
    R=0.;
    for (i=(int)tau2; i<contador_temp; ++i){
        for (j=0; j<contador_lda; ++j)
            if((x1_temp[i]+tau)<=x1_lda[j]){
                //printf("Entro aqu'i?\n");
                dta1 = -1.*(x1_temp[i]+tau-tau2)+x1_lda[j];
                dta2 = (x1_temp[i]+tau-tau2)-x1_lda[j-1];
                if (dta1<dta2)
                    R = R+y1_temp[i]*y1_lda[j];
                else
                    R = R+y1_temp[i]*y1_lda[j-1];
            }
        }
}

```

```

        break;
    }
}
fprintf(f_out_R, "%.20ft%.20fn", tau, R);
} //aqui termina el ciclo de tau
for (tau=tau1; tau<=tau2; tau=tau+dta_tau){
    R=0.;
    for (i=0; i<contador_temp; ++i){
        for (j=0; j<contador_lda; ++j)
            if((x1_temp[i]+tau)<=x1_lda[j]){
                dta1 = -1.*(x1_temp[i]+tau)+x1_lda[j];
                dta2 = (x1_temp[i]+tau)-x1_lda[j-1];
                if (dta1<dta2)
                    R = R+y1_temp[i]*y1_lda[j];
                else
                    R = R+y1_temp[i]*y1_lda[j-1];
                break;
            }
        }
    fprintf(f_out_R, "%.20ft%.20fn", tau, R);
} //aqui termina el ciclo de tau
int encuentra_ldadats()
{
    int ldadats;
    double x1,x2,x3,x4,x5;
    FILE *f_in;
    ldadats = 0;
    if((f_in=fopen("./dat/lda.dat", "r")) != NULL) {
        while (!feof(f_in)) {
            fscanf(f_in, "%lf\t%lf\t%lf\t%lf\t%lf\n", &x1, &x2, &x3, &x4, &x5);
            ++ldadats;
        }
    }
    fclose(f_in);
    return ldadats;
}
int encuentra_tempdats()
{
    int tempdats;
    double x1,x2;
    FILE *f_in;
    tempdats = 0;
    if((f_in=fopen("./dat/temp.dat", "r")) != NULL) {
        while (!feof(f_in)) {
            fscanf(f_in, "%lf\t%lf\n", &x1, &x2);
            ++tempdats;
        }
    }
    fclose(f_in);
    return tempdats;
}
lee_datos_lda(int ldadats, double *x_lda, double *y_lda)
{
    int n;

```

```
double xx,yy;
FILE *f_in;
if((f_in=fopen("./dat/lda.dat","r")) != NULL) {
  for (n=0;n<ldadats;++n) {
    fscanf(f_in,"%*lf\t%*lf\t%lf\t%*lf\t%lf\n",&yy,&xx);
    //printf("%f\t%f\n",xx,yy);
    //getchar();
    x_lda[n] = xx/1000;
    y_lda[n] = yy;
  }
}
fclose(f_in);
}
lee_datos_temp(int tempdats,double *x_temp,double *y_temp)
{
  int n;
  double xx,yy;
  FILE *f_in;

  if((f_in=fopen("./dat/temp.dat","r")) != NULL) {
    for (n=0;n<tempdats;++n) {
      fscanf(f_in,"%lf\t%lf\n",&xx,&yy);
      //printf("%f\t%f\n",xx,yy);
      //getchar();
      x_temp[n] = xx;
      y_temp[n] = yy;
      //printf("temp=%f\n",y_temp[n]);
      //getchar();
    }
  }
  fclose(f_in);
}
abrefile_R()
{
  char s_file_R[80];
  sprintf(s_file_R,"./dat/R.dat");
  printf(s_file_R);
  printf("\n");
  f_out_R = fopen(s_file_R,"w");
}
}
```

**Apéndice D            Trabajos generados de esta tesis**

- **M.L. Cedillo**, R.Tovar y J. Rojas. “*Medición de Velocidad y Temperatura en una Pluma Térmica de Pared*” II Congreso de estudiantes del CIE-UNAM. Temixco, Morelos. Mayo de 2003.
- **María L. Cedillo** y R.Tovar. “ *Análisis de un flujo convectivo en una pared adiabática*”. XXVII Semana Nacional de Energía Solar. Chihuahua, Chihuahua, octubre del 2003.
- R.Tovar, J.Rojas y **M.L. Cedillo**. “*Desarrollo de una pluma de pared a partir de una capa límite térmica*”. IX Congreso de la División de Dinámica de Fluidos de la Sociedad Mexicana de Física. Cd. De México D.F., México. Noviembre de 2003.
- R.Tovar, J. Rojas and **M.L.Cedillo**. “Development of a wall plume from a boundary layer along a partially heated vertical wall” International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol.31, No.4, 2004.

# MEDICIÓN DE VELOCIDAD Y TEMPERATURA EN UNA PLUMA TÉRMICA DE PARED

M. L. Cedillo, R. Tovar y J. Rojas  
Departamento de Termociencias, Centro de Investigación en Energía, UNAM.  
Priv. Xochicalco s/n, Col. Centro, Apdo. Postal 34, Temixco, Mor., México C.P 62580  
Telefono (777) 3250052, Fax (777) 3250018  
mlcr@cie.unam.mx, rto@cie.unam.mx, jrm@cie.unam.mx

## Resumen

Se presentan resultados preliminares de un estudio experimental del flujo de convección natural que se desarrolla en una pared vertical, calentada en su mitad inferior y adiabática en su mitad superior, dentro de una cavidad rectangular. Se analiza la evolución temporal de los campos de velocidad en una región localizada a media altura de la pared compuesta y de las temperaturas puntuales en diferentes alturas de la pared. El modelo experimental representa al flujo de fluido y a la transferencia de calor que se lleva a cabo en un muro parcialmente soleado, o en una pared compuesta por dos secciones de materiales diferentes, una de ellas de poca resistencias térmica.

La medición de velocidades se hizo empleando la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) y la medición de temperaturas se hizo con termopares. Se presenta el caso de  $Ra=5.3 \times 10^9$ . Se analizaron las características del estado transitorio y permanente. El flujo en estado permanente consistió de una capa límite adyacente a la fracción de pared con calentamiento (pared caliente) y de una pluma térmica adyacente a la pared adiabática. En la pluma de pared se obtuvo un flujo de transición –de laminar a turbulento– en donde los valores de temperatura y de velocidad fluctuaron moderadamente. Las fluctuaciones de mayor amplitud fueron ocasionadas por el paso de estructuras intermitentes en forma de vórtice. Estas estructuras durante su viaje hacia arriba entraban y salían de la pluma térmica provocando un mayor mezclado de ésta con el seno del fluido.

## Palabras claves

Convección natural; pared parcialmente calentada; Velocimetría por Imágenes de Partículas; Transferencia de calor.

## 1. Introducción

La convección natural es el flujo de fluido que se produce por gradientes de densidad o de temperatura, en presencia de un campo gravitatorio. Este fenómeno ocupa un papel importante en el intercambio de energía térmica entre el interior de un espacio y sus alrededores, ya que conjuntamente con la radiación solar y la ventilación, transfiere la mayor parte de calor en las edificaciones.

En la actualidad, las edificaciones tienden a ser más herméticas en cuanto a la eliminación de aberturas en la envolvente y al aumento del aislamiento térmico, por lo que se podrían considerar sistemas cerrados que no intercambian masa con los alrededores. En estos casos la transferencia de calor por convección natural ocurre principalmente en los elementos con menor resistencia térmica como son las paredes con puertas y/o ventanas de vidrio. En las edificaciones con aberturas la convección natural opera conjuntamente con la ventilación natural. El caso convección natural en una pared con calentamiento parcial fue estudiado numéricamente por Sparrow [1]. Presentó perfiles de velocidad y de temperatura para la parte adiabática. Sus resultados muestran que inmediatamente que se suprime el calentamiento en la pared, hay un fuerte decaimiento de la temperatura, pero la velocidad sigue en aumento. El presente estudio es una continuación del trabajo de Tovar [2] en donde se hizo una descripción de flujo en los estados transitorio y permanente, mediante el análisis de imágenes schlieren y de historias de temperatura puntual, además se presentó una clasificación de los regímenes del flujo en función del número de Rayleigh. Fuentes y Rodríguez [3] presentaron una recopilación de relaciones para el cálculo de la transferencia de calor y masa en edificios originada por ventilación natural. De lo anterior, aún no se llega a una completa descripción del flujo y a la cuantificación de los valores de la transferencia de calor y masa, por lo que se considera que se requiere de más estudios.

En este trabajo se presenta la evolución de los campos de velocidad instantáneos y las historias de temperatura puntual del flujo. De estos resultados se pueden interpretar los patrones del flujo y el transporte de calor y masa en un edificio por convección natural. Esta información puede ser útil para generar criterios objetivos en el diseño térmico y uso eficiente de energía en edificaciones.

## 2. Metodología Experimental

El modelo experimental que aquí se propone, trata de una pared vertical compuesta. La mitad inferior esta hecha de un material conductor de calor y la mitad superior de un material aislante. Al inicio de los experimentos la parte inferior es sometida a un aumento súbito de temperatura. El arreglo experimental, Fig. 1, consta de una cavidad rectangular y de los sistemas de adquisición de temperaturas y de velocidades.

**Cavidad experimental.** Para este estudio se utilizó una cavidad experimental que mide en su parte interior 0.80m de longitud, 0.65 de altura y 0.20m de anchura. La cavidad está dividida en dos tanques simétricos, separados por medio de la pared central (pared con calentamiento parcial). Las paredes laterales son de acrílico y de vidrio para permitir el acceso óptico de los instrumentos al flujo. La pared central mide 0.65 m de altura, 0.20 de anchura y 0.036 m de espesor. Esta compuesta en su parte inferior por un intercambiador de calor de 0.36 m de alto y en su parte superior por una placa de acrílico de 0.29m de alto. Las paredes de intercambio térmico son placas de acero inoxidable de 1 mm de espesor. Sobre ambos lados de la pared central se colocaron termopares para medir las historias de temperatura puntual en la capa límite, con una exactitud de  $\pm 0.1$  °C. Los detalles de la cavidad y del sistema de adquisición de temperaturas se encuentran en el trabajo de Cedillo [4].

**Sistema de velocimetría por imágenes de partículas (PIV).** Esta compuesto por dos láseres pulsados marca New Wave, un procesador de señales Dantec FlowMap 1100, una cámara de alta resolución Kodak E.S 1.0 y una computadora. El equipo se controla por medio del software FlowManager.

**Sembrado de partículas.** Se agregaron al fluido partículas esféricas de vidrio cubiertas de plata de 10 micras de diámetro, lo suficientemente pequeñas para moverse con el flujo y lo suficientemente grandes para reflejar la cantidad de luz necesaria hacia el dispositivo de carga acoplado *ccd* de la cámara. Se fueron agregando partículas hasta obtener más de cinco partículas en cada área de interrogación.

**Procesamiento.** Las fotografías obtenidas se procesaron con el software *FlowManager* en el esquema de correlación cruzada, en áreas de interrogación de  $32 \times 32$

píxeles y un traslape de 25%. Se hizo una validación con factor de picos de correlación de 1.2. Los valores admitidos para la componente horizontal de velocidad se limitaron al rango  $0.012 < u < 0.012$  [m/s] y para la componente vertical al rango  $0.01 < v < 0.025$  [m/s].

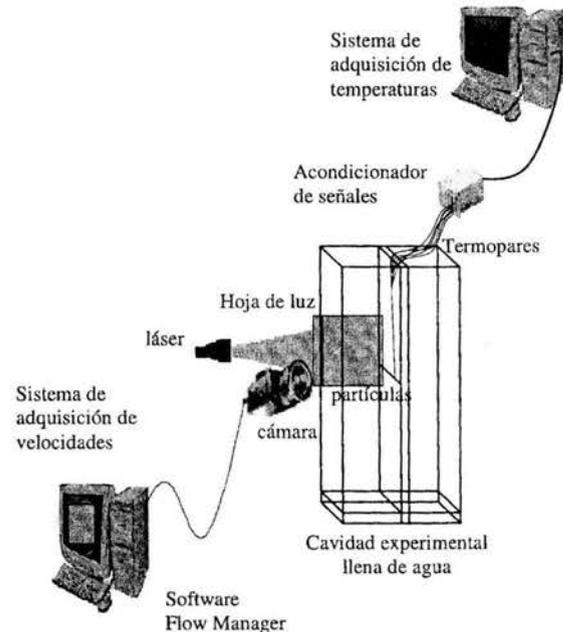


Fig. 1. Componentes del arreglo experimental.

## 3. Resultados

Los experimentos se iniciaron haciendo circular agua caliente dentro del intercambiador de calor para provocar el aumento de temperatura en la mitad inferior de la pared central. Los termopares detectaron el proceso transitorio de calentamiento de la pared en los primeros segundos (Fig 2). De esta misma figura puede verse que en el estado permanente la temperatura de la pared caliente fue homogénea.

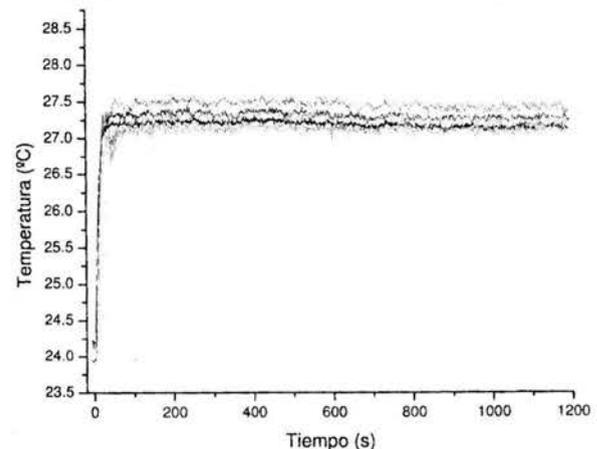


Fig. 2. Calentamiento inferior de la pared compuesta.

La región del flujo observada por la cámara del PIV fue un cuadrado de  $0.07\text{m} \times 0.07\text{m}$  a la altura de la unión de la pared caliente con la pared adiabática. En las figuras sólo se presenta un área contigua a la pared central de  $0.07\text{ m}$  de altura por  $0.04\text{ m}$  de anchura. Inicialmente se detectó un incipiente movimiento en esta región aproximadamente a los 10s. Entre los 17 s y los 40 s se observó la formación y el crecimiento de un vórtice (Fig. 3). Durante ese tiempo la mayor parte del fluido proveniente de la capa límite de la pared caliente se introdujo al vórtice. Al mismo tiempo que se desarrolló el vórtice, la capa límite se mantuvo desprendida de la pared.

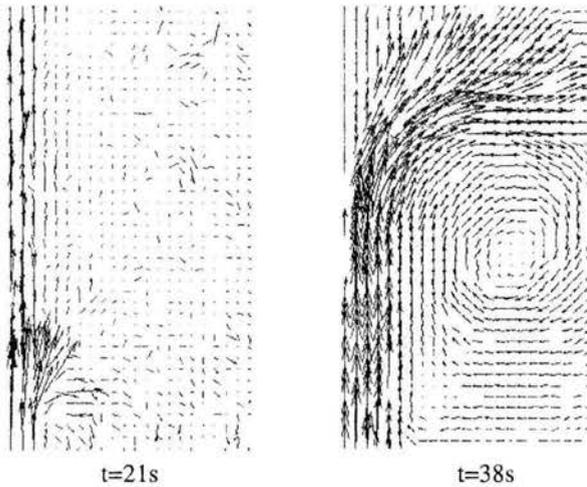


Fig. 3. Formación y crecimiento del vórtice.

En la Fig. 4, a los 30s se puede comparar el campo de velocidades, representado por una gráfica de vectores, con el campo de temperaturas, representado por una imagen schlieren. Prácticamente tienen el mismo tamaño y forma. De ahí podemos decir que la respuesta térmica y la respuesta hidrodinámica coinciden, temporal y espacialmente.

Durante el ascenso del vórtice, la corriente de fluido que se internó en el seno del fluido a través del primero, provocó una gran cantidad de mezclado de fluido caliente proveniente de la capa límite con fluido frío de la cavidad.



Fig. 4. Comparación del campo de velocidades y la visualización del flujo obtenido con el schlieren.

Otra manera que se compara la respuesta hidrodinámica con la respuesta térmica, es confrontando las historias puntuales de velocidad y de temperatura, Fig. 5, en una posición ubicada a una altura  $y=0.40\text{ m}$  y a una distancia horizontal de la pared  $x=0.01\text{m}$ . A los 35 s (Fig. 5a), se detectó simultáneamente en ambas señales un *overshoot*, (es decir un exceso de temperatura y velocidad local) que correspondió al paso del vórtice de la fig. 4. A medida que pasa el tiempo puede verse que se mantiene una buena correlación entre ambas señales (Fig. 5b)

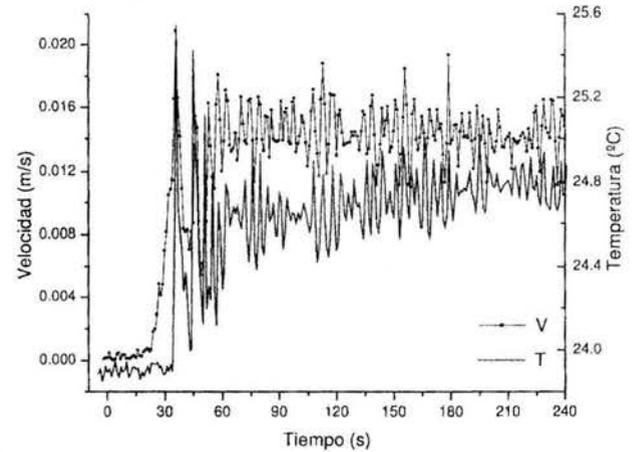


Fig. 5a

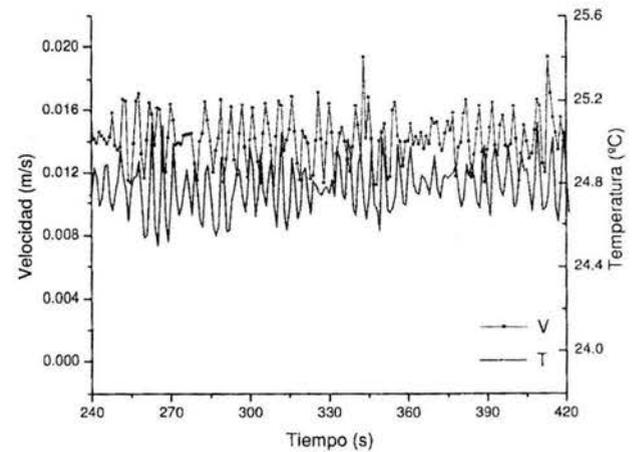


Fig. 5b

Fig. 5. Evolución de la velocidad y la temperaturas en un punto.

Con relación a las fluctuaciones de mayor amplitud, en las señales de la Fig. 5, se observa en la Fig. 6 la entrada de fluido frío hacia la pluma térmica a través de pequeñas corrientes de fluido (*entrainment*), las cuales se mezclan con el fluido interno de la pluma. Esta entrada de fluido provoca una inestabilidad que a su vez causa la formación

de pequeños vórtices. Éstos viajan de manera ascendente, eventualmente se desprenden de la pluma hacia el seno del fluido, y finalmente ahí se disipan. Este proceso enriquece la transferencia de calor y momentum, y es característico de un flujo de transición. La presencia de estas estructuras vorticosas se observa también en imágenes que fueron obtenidas previamente mediante la técnica schlieren.

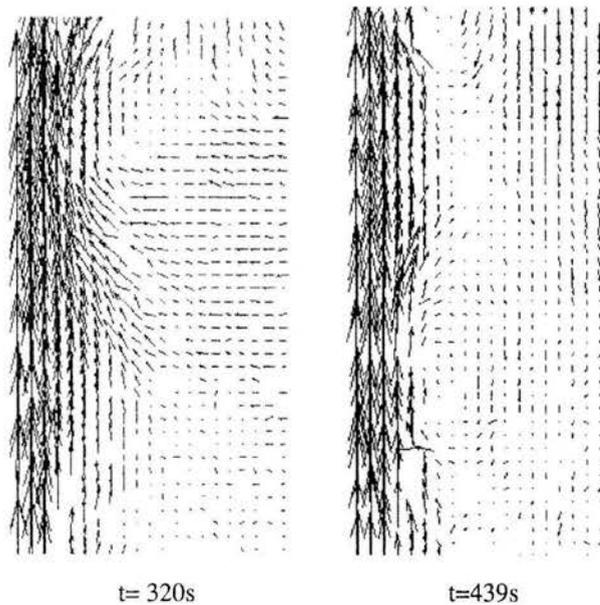


Fig. 6. Entrada y salida del fluido en la pluma térmica de pared.

#### 4. Conclusiones

Se presentaron resultados preliminares de una serie de mediciones de velocidad y de temperatura en una pared vertical con calentamiento parcial. Los campos de velocidad mostraron la evolución del flujo en una área próxima a la unión de la pared caliente con la adiabática.

Se observó una buena correlación de las señales de velocidad con las de temperatura.

En el estado transitorio se observó la presencia de un vórtice característico de esta configuración.

En el estado permanente se observó el efecto de *entrainment* de flujo en la pluma, en este caso, pequeñas corrientes de fluido frío fueron arrastradas hacia el interior de la pluma térmica dando lugar a la generación intermitente de vórtices pequeños hacia afuera de la pluma térmica.

Este mecanismo es el causante de las fluctuaciones térmicas e hidrodinámicas que caracterizan al régimen de transición —de laminar a turbulento.

Los resultados tienen aplicación cualitativamente en cuanto a la comprensión del transporte térmico en paredes compuestas y cuantitativamente respecto al cálculo de la transferencia de calor en edificios.

#### Trabajo futuro.

Se tiene contemplado realizar el análisis para otros dos casos con valores del número de Rayleigh de  $2.42 \times 10^9$  y  $1.26 \times 10^{10}$ , correspondientes a flujos laminar y turbulento. Se espera que en el régimen laminar el flujo presente un comportamiento oscilatorio y que en el régimen turbulento las estructuras del flujo se desarrollen caóticamente.

Comparar los perfiles de velocidad obtenidos con PIV con los resultados numéricos de Sparrow [1] y con los que se obtengan mediante la aplicación de la ecuación de Boltzman en redes.

Ampliar este estudio a partir de datos de velocidad medidos con la técnica de Anemometría Láser Doppler LDA.

#### Referencias

- [1] E. M. Sparrow, S.V. Patankar, and R. M. Abdel-Wahed, Development of Wall and Free Plumes Above a Heated Vertical Plate, *ASME J. Heat Transfer*, 100, 1978, 1184-190.
- [2] R. Tovar, Estudios Sobre Transición y Turbulencia en Flujos de Convección Natural, *Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México*, 2002.
- [3] V. Fuentes y M. Rodriguez, Ventilación Natural en la Arquitectura, *Memorias ANES, 26 Semana Nacional de Energía Solar*, Chetumal Quintana Roo, México, Noviembre 2002.
- [4] M. L. Cedillo, Instalación, Instrumentación y Puesta en Marcha de un Sistema Schlieren para en Análisis de Flujos de Convección Natural, *Tesis Licenciatura, Instituto Tecnológico de Zacatepec*, 2001.

## ANÁLISIS DE UN FLUJO CONVECTIVO EN UNA PARED ADIABÁTICA

María L. Cedillo y Ramón Tovar<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Energía (UNAM), Posgrado en Ingeniería (Energía),

<sup>2</sup>Centro de Investigación en Energía (UNAM), Departamento de Termociencias,

Priv. Xochicalco s/n, Temixco, , Fax (777) 3250018

mlcr@cie.unam.mx Mor., 62580, México (CIE-UNAM)

Telefono (777) 3250052, rto@cie.unam.mx

### RESUMEN

Se presentan resultados de un estudio experimental del flujo de convección natural que se desarrolla en una pared vertical, calentada en su mitad inferior y adiabática en su mitad superior, dentro de una cavidad rectangular. Se analiza la evolución temporal de los campos de velocidad en una región localizada a media altura de la pared compuesta y de las temperaturas puntuales en diferentes alturas de la pared. El modelo experimental representa al flujo de fluido y a la transferencia de calor que se lleva a cabo en un muro parcialmente soleado, o en una pared compuesta por dos secciones de materiales diferentes, una de ellas de poca resistencias térmica.

La medición de velocidades se hizo empleando la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) y la medición de temperaturas se hizo con termopares. Se analizaron las características de los estados transitorio y permanente para tres casos con valores del número de Rayleigh basados en la altura de la pared caliente  $Ra_H$ , de  $2.42 \times 10^9$ ,  $5.3 \times 10^9$  y  $1.26 \times 10^{10}$ . El flujo en estado permanente consistió de una capa límite laminar adyacente a la pared caliente y de una pluma térmica adyacente a la pared adiabática. En la pluma de pared se obtuvieron los flujos de tipo laminar oscilatorio, de transición –de laminar a turbulento– y turbulento, respectivamente para los tres números de Rayleigh. En el flujo laminar oscilatorio se observaron fluctuaciones de temperatura y velocidad a bajas frecuencias. En el flujo de transición la frecuencia y la amplitud de las fluctuaciones aumentaron, pero aún fueron moderadas. Las fluctuaciones de mayor frecuencia y amplitud se presentaron para el régimen turbulento. En los tres casos las fluctuaciones térmicas e hidrodinámica fueron ocasionadas por el paso de estructuras intermitentes en forma de vórtices, que durante su ascenso entraban y salían de la pluma térmica y provocaban un mayor mezclado del fluido caliente de la pluma con el fluido frío del seno de la cavidad.

### ABSTRACT

We present an experimental study of a natural convection flow developed in a vertical wall, which was hot in the bottom half and adiabatic in the upper one, for three Rayleigh numbers based on the height of the hot wall  $Ra_H = 2.42 \times 10^9$ ,  $5.3 \times 10^9$  and  $1.26 \times 10^{10}$ . The temporal evolution of the velocity field in a region located at mid height of the compound wall and the punctual temperature evolution at different heights of the wall are analyzed. The experimental model represents the flow of fluid and the heat transfer that take place in a partially insulated wall,

or in a wall composed of two sections of different materials, one with low thermal resistance.

Velocity measurements were done using the Particle Image Velocimetry technique (PIV) and the temperature measurements with thermocouples. The main characteristics of the transient period were a boundary layer detachment and the discharging of hot fluid via a vortex structure into the core, starting at the middle height of the compound wall. In the steady state the flow consisted of a boundary layer adjacent to the heated wall and a wall plume adjacent to the adiabatic wall. Three types of flow regimes along the wall plume were developed: the oscillatory laminar, the transition –from laminar to turbulent– and the turbulent, respectively for the three Rayleigh numbers. In the oscillatory laminar flow the temperature and velocity fluctuations occurred in an oscillatory manner at low frequencies, in the transition flow the amplitude and frequency increased moderately, and in the turbulent regime the strongest fluctuations appeared. On the three cases the thermal and hydrodynamic fluctuations were caused by the traveling of intermittent vortex structures, which during their ascent were entering and leaving the thermal plume and provoked a higher mixing between the hot fluid of the plume with the cold fluid of the core.

Palabras clave: Convección natural; pared parcialmente calentada; Velocimetría por Imágenes de Partículas; Transferencia de calor.

### 1. INTRODUCCIÓN

La convección natural es el flujo de fluido que se produce por gradientes de densidad o de temperatura, en presencia de un campo gravitatorio. Este fenómeno ocupa un papel importante en el intercambio de energía térmica entre el interior de un espacio y sus alrededores, ya que conjuntamente con la radiación solar y la ventilación, transfiere la mayor parte de calor en las edificaciones.

En la actualidad, las edificaciones tienden a ser más herméticas en cuanto a la eliminación de aberturas en la envolvente y al aumento del aislamiento térmico, por lo que se podrían considerar sistemas cerrados que no intercambian masa con los alrededores. En estos casos la transferencia de calor por convección natural ocurre principalmente en los elementos con menor resistencia térmica como son las paredes con puertas y ventanas de vidrio. En las edificaciones con aberturas la convección natural opera conjuntamente con la ventilación natural. El caso de convección natural en una pared con calentamiento parcial fue estudiado numéricamente por Sparrow *et al.* [1]. Presentaron perfiles de velocidad y de temperatura para la parte adiabática. Sus resultados muestran que a partir del punto en donde se suprime el calentamiento en la pared, hay un fuerte decaimiento de la temperatura con la altura, pero la velocidad sigue en aumento. El

presente estudio es una continuación del trabajo de Tovar [2] en donde se hizo una descripción de flujo en los estados transitorio y permanente, mediante el análisis de imágenes schlieren y de historias de temperatura puntual, además se presentó una clasificación de los regímenes del flujo en función del número de Rayleigh. Fuentes y Rodríguez [3] presentaron una recopilación de relaciones para el cálculo de la transferencia de calor y masa en edificios originada por ventilación natural. De lo anterior, aún no se llega a una completa descripción del flujo y a la cuantificación de los valores de la transferencia de calor y masa, por lo que se considera que se requiere de más estudios aplicables al diseño térmico de edificios y al uso eficiente de energía en los mismos. En este trabajo se presenta la evolución de los campos de velocidad instantáneos del flujo así como las historias de velocidad y de temperatura puntual. Esta información puede ser útil para cuantificar las características del frente térmico y la transferencia de calor dentro de un recinto, causados por la diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior.

## 2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

El modelo experimental que aquí se propone, trata de una pared vertical compuesta. La mitad inferior está hecha de un material conductor de calor y la mitad superior de un material aislante. Al inicio de los experimentos la parte inferior es sometida a un aumento súbito de temperatura que provoca la formación de una capa límite junto a la pared caliente y de una pluma naciente (*starting plume*) en la pared adiabática (Fig. 1). Al llegar el sistema al estado permanente la pluma naciente se convierte en una pluma de pared. El arreglo experimental (Fig. 2) consta de una cavidad rectangular, un equipo de suministro de agua a temperatura constante, un sistema de adquisición de temperaturas y uno de adquisición de velocidades.

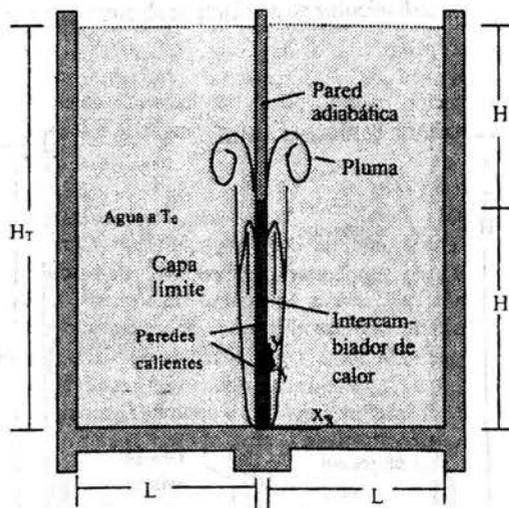


Fig. 1. Formación de la capa límite y de la pluma.

### Cavidad experimental.

Para este estudio se utilizó una cavidad experimental que mide en su parte interior 0.80m de longitud, 0.65 de altura y 0.20m de anchura. La cavidad está dividida en dos tanques simétricos, separados por medio de la pared central (pared con calentamiento parcial). Las paredes laterales son de acrílico y de vidrio

para permitir el acceso óptico de los instrumentos al flujo. La pared central mide 0.65 m de altura, 0.20 m de anchura y 0.036 m de espesor. Está compuesta en su parte inferior por un intercambiador de calor de  $H=0.36$  m de alto y en su parte superior por una placa de acrílico de  $H_A=0.29$  m de alto. Las paredes de intercambio térmico son placas de acero inoxidable de 1 mm de espesor. Sobre ambos lados de la pared central se colocaron termopares para medir las historias de temperatura puntual en la capa límite, con una exactitud de  $\pm 0.1$  °C. Los detalles de la cavidad y del sistema de adquisición de temperaturas se encuentran en el trabajo de Cedillo [4].

### Sistema de velocimetría por imágenes de partículas (PIV).

Esta compuesto por dos láseres pulsados marca New Wave, un procesador de señales Dantec FlowMap 1100, una cámara de alta resolución Kodak E.S 1.0 y una computadora. El equipo se controla por medio del software FlowManager.

**Sembrado de partículas.** Se agregaron al fluido partículas esféricas de vidrio cubiertas de plata de 10 micras de diámetro, lo suficientemente pequeñas para moverse con el flujo y lo suficientemente grandes para reflejar la cantidad de luz necesaria hacia el dispositivo de carga acoplado *ccd* de la cámara. Se fueron agregando partículas hasta obtener más de cinco partículas en cada área de interrogación.

**Procesamiento.** Las fotografías obtenidas se procesaron con el software *FlowManager* en el esquema de correlación cruzada, en áreas de interrogación de  $32 \times 32$  píxeles y un traslape de 25%. Se hizo una validación con factor de picos de correlación de 1.2. Los valores admitidos para la componente horizontal de velocidad se limitaron al rango  $0.012 < u < 0.012$  [m/s] y para la componente vertical al rango  $0.01 < v < 0.025$  [m/s].

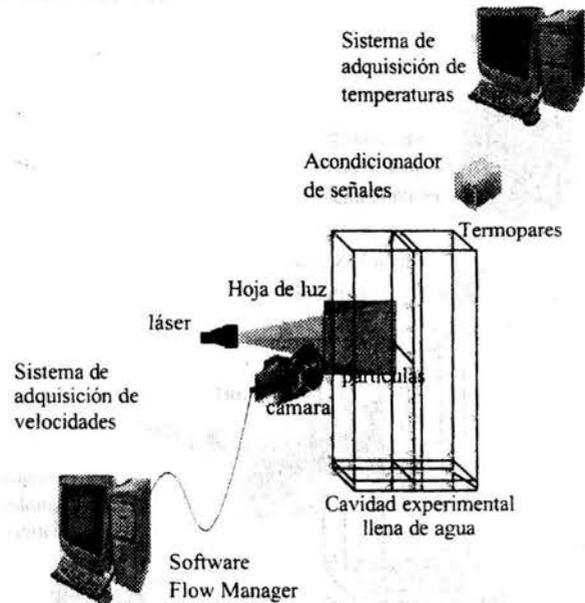


Fig. 2. Componentes del arreglo experimental.

### 3. RESULTADOS

Los resultados se presentan tomando como ejemplo el caso intermedio del estudio, que corresponde al número de Rayleigh de  $Ra_H=5.3 \times 10^9$ . Los experimentos se iniciaron haciendo circular agua caliente dentro del intercambiador de calor para provocar el aumento de temperatura en la mitad inferior de la pared central. Los termopares detectaron el proceso transitorio de calentamiento de la pared en los primeros 10 segundos (Fig 3). De esta misma figura puede verse que en el estado permanente la temperatura de la pared caliente fue homogénea dentro de un rango  $27.9^\circ\text{C} < T < 28.6^\circ\text{C}$ .

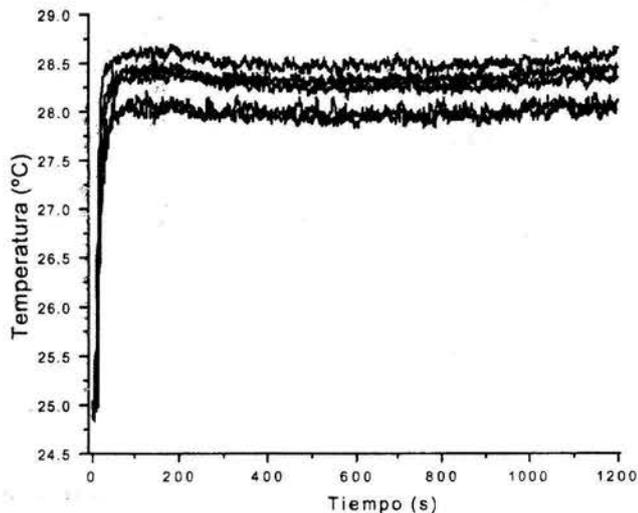


Fig. 3. Calentamiento de la pared conductora.

En la pared adiabática, la temperatura en el estado permanente disminuyó notablemente con la altura (Fig 4), lo cual está de acuerdo con los resultados de Sparrow *et al.* [1]. Una gran disminución de temperatura ocurre durante el corto recorrido de la pluma térmica entre  $0.36\text{ m} < y < 0.40\text{ m}$ , correspondiente a la porción inferior de la pared adiabática, termopares  $T_7$  y  $T_9$ . Las fluctuaciones de mayor amplitud se encontraron a una altura intermedia de  $y=0.50\text{ m}$ , termopar  $T_{11}$ . A esta altura el flujo fue muy inestable, dando indicios de la transición hacia la turbulencia.

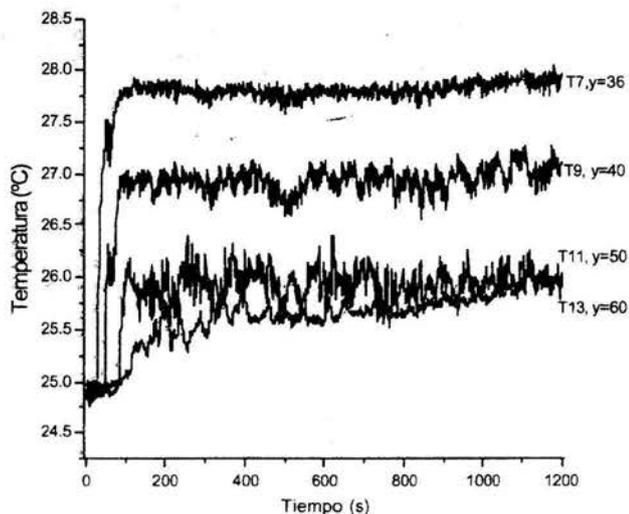


Fig. 4. Evolución temperatura en la pared adiabática.

La región de análisis, observada con la cámara del PIV, fue un plano de  $7 \times 7\text{ cm}^2$ , perpendicular a la pared compuesta, ubicado a la mitad de la anchura de la cavidad ( $z=0.1\text{ m}$ ), junto a la pared compuesta ( $0 < x < 0.07\text{ m}$ ) y verticalmente inicia en la unión de la pared caliente con la adiabática ( $0.356\text{ m} < y < 0.426\text{ m}$ ). En la Fig. 5 sólo se presenta un área de  $4 \times 7\text{ cm}^2$ . Inicialmente se detectó un incipiente movimiento en esta región aproximadamente a los 20 s. Entre los 20 s y los 40 s se observó la formación y el crecimiento de un vórtice (Fig. 5). Este vórtice se conoce como gorro o 'cap' de una pluma naciente. Al mismo tiempo que se desarrolló la pluma, la capa límite se mantuvo desprendida de la pared. También, durante ese periodo, la mayor parte del fluido caliente proveniente de la capa límite inferior se internó al seno de la cavidad a través de la pluma. Esto provocó una gran transferencia de calor a través del mezclado de fluidos.

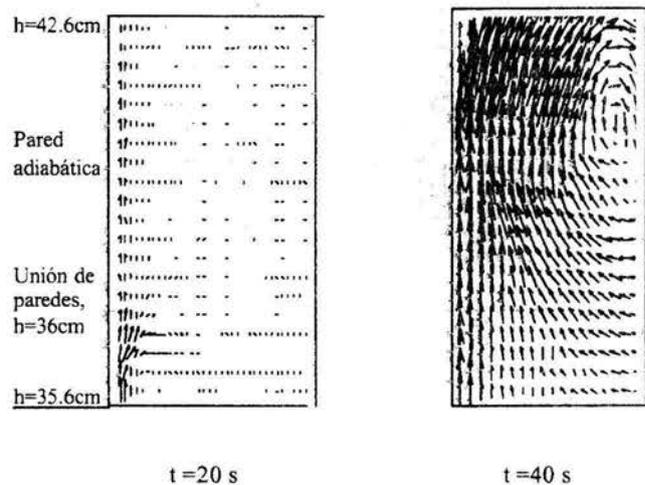


Fig. 5. Formación y crecimiento del vórtice.

En la Fig. 6 se compara el campo de velocidades obtenido en  $t=30\text{ s}$  con una imagen schlieren obtenida en [2] a ese mismo tiempo. La imagen schlieren representa el campo de gradientes de temperaturas. Prácticamente en ambas figuras el vórtice tiene el mismo tamaño y forma. De ahí podemos decir que las respuestas térmica e hidrodinámica coinciden temporal y espacialmente.

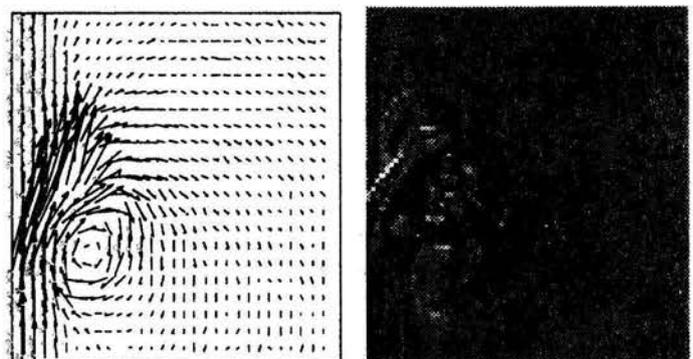


Fig. 6. Comparación del campo de velocidades con un campo de gradientes de temperaturas, para  $t=30\text{ s}$ .

Otra manera en que se puede comparar la respuesta hidrodinámica con la respuesta térmica es confrontando las historias puntuales de velocidad y de temperatura (Fig. 7 y Fig. 8) en una posición ubicada –en este caso– a una altura  $y=0.40$  m y a una distancia horizontal  $x=0.01$  m. A los 35 s (Fig. 6), se detectó simultáneamente en ambas señales un *overshoot*, es decir, un exceso de temperatura y velocidad local, que correspondió al paso del vórtice de la Fig. 5. A medida que pasó el tiempo puede verse que se mantuvo una buena correlación entre ambas señales (Fig. 8), con lo que se incrementa el valor del flujo de Reynolds.

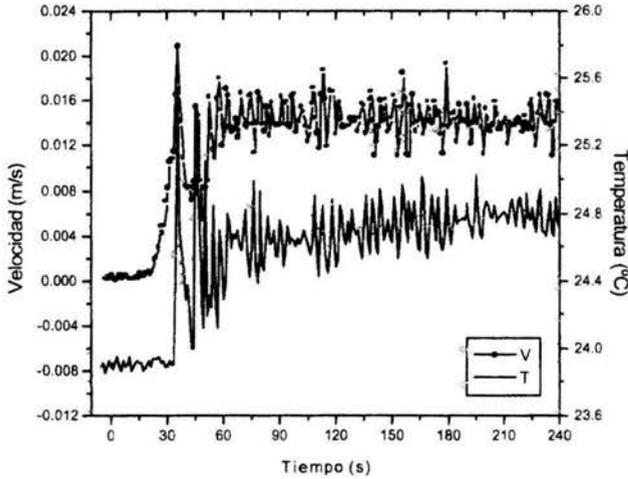


Fig. 7. Evolución de la velocidad y la temperatura al inicio del experimento de en un punto localizado en  $y=0.40$ m.

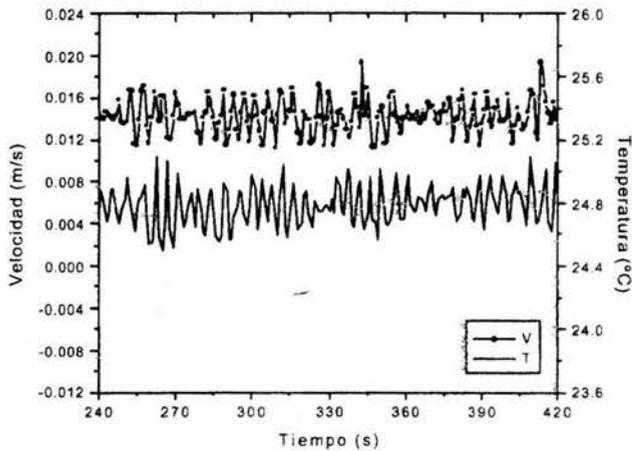


Fig. 8. Velocidad y temperaturas en estado permanente en un punto localizado en  $y=0.40$ m.

Con relación a las fluctuaciones de mayor amplitud observadas en las figuras anteriores, en la Fig. 9 se puede ver la entrada de fluido frío hacia la pluma térmica a través de pequeñas corrientes de fluido (*entrainment*), las cuales se mezclan con el fluido interno de la pluma. Estas entradas de

fluido provocan inestabilidades que a su vez causan la formación de pequeños vórtices. Éstos viajan de manera ascendente en el borde de la pluma térmica hacia la superficie libre y en ocasiones se extienden más hacia dentro del seno del fluido. Este proceso enriquece la transferencia de calor y cantidad de movimiento, y es característico de los flujos de transición y turbulentos. La presencia de esas estructuras en forma de vórtices se manifestó también en imágenes que fueron obtenidas previamente mediante la técnica schlieren.

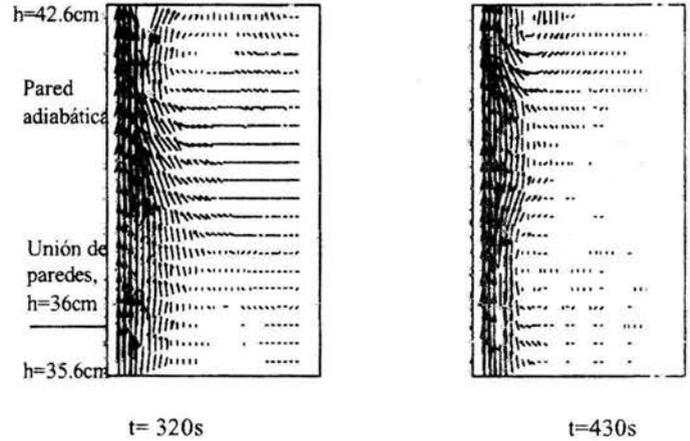


Fig. 9. Entrada y salida del fluido en la pluma térmica de pared

En el caso de  $Ra=2.42 \times 10^9$  las fluctuaciones de velocidad y de temperatura fueron de menor amplitud y frecuencia, Fig. 10. Para  $Ra=1.26 \times 10^{10}$  las fluctuaciones aumentaron tanto en amplitud como en frecuencia, sin embargo éstas no parece tener un comportamiento periódico, Fig. 11, con lo que se sugiere un régimen de turbulencia completamente desarrollado.

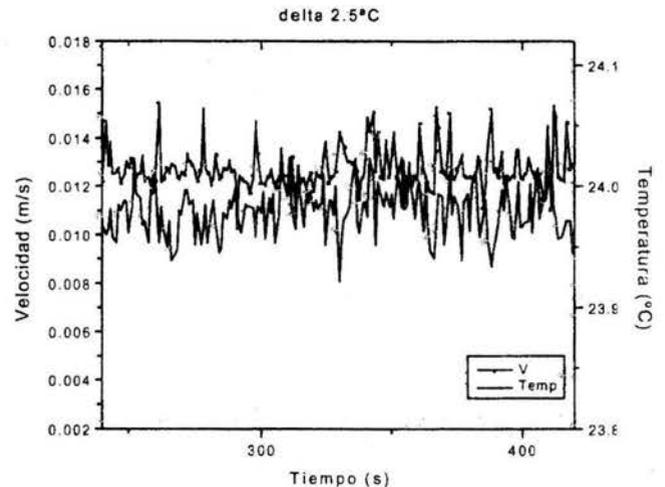


Fig. 10 Fluctuaciones de velocidad y temperatura para el caso laminar oscilatorio, con número de Rayleigh de  $2.42 \times 10^9$ .

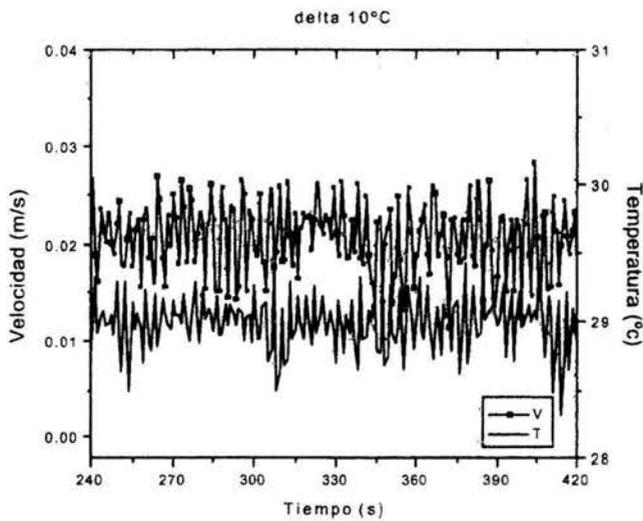


Fig. 11 Fluctuaciones de velocidad y temperatura para el régimen turbulento,  $Ra=1.26 \times 10^{10}$ .

#### 4. CONCLUSIONES

Se presentaron resultados de una serie de mediciones de velocidad y de temperatura en una pared vertical con calentamiento parcial. Los campos de velocidad mostraron la evolución del flujo en una área próxima a la unión de la pared caliente con la adiabática.

En el estado transitorio se observó la generación de un vórtice a partir de la descarga de la capa límite a la altura de la unión de pared caliente con la adiabática, este vórtice se puede considerar como característico de esta configuración.

En el estado permanente se detectó el efecto de *entrainment* de flujo en la pluma térmica. En este caso, pequeñas corrientes de fluido frío fueron arrastradas hacia el interior de la pluma térmica dando lugar a la generación intermitente de vórtices pequeños en el borde exterior de la pluma térmica. Este mecanismo en parte es el causante de las fluctuaciones térmicas e hidrodinámicas que caracterizan al régimen de transición –de laminar a turbulento.

Tanto las amplitudes como las frecuencias fueron en aumento durante la transición del régimen laminar al turbulento. En los tres casos estudiados cualitativamente hubo una buena correlación entre las señales de velocidad con las de temperatura. Los resultados tienen potencial de aplicación para el entendimiento del transporte térmico en paredes compuestas de edificios.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen a G. Hernández-Cruz la ayuda proporcionada en la operación y programación del instrumental científico.

#### Referencias

[1] E. M. Sparrow, S.V. Patankar, and R. M. Abdel-Wahed, Development of Wall and Free Plumes Above a Heated Vertical Plate, *ASME J. Heat Transfer*, 100, 1978, 1184-190.

[2] R. Tovar, Estudios Sobre Transición y Turbulencia en Flujos de Convección Natural, *Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México*, 2002.

[3] V. Fuentes y M. Rodríguez, Ventilación Natural en la Arquitectura, *Memorias ANES, 26 Semana Nacional de Energía Solar*, Chetumal Quintana Roo, México, Noviembre 2002.

[4] M. L. Cedillo, Instalación, Instrumentación y Puesta en Marcha de un Sistema Schlieren para en Análisis de Flujos de Convección Natural, *Tesis Licenciatura, Instituto Tecnológico de Zacatepec*, 2001.

## Desarrollo de una pluma de pared a partir de una capa límite térmica

Ramón Tovar Olvera, Jorge Rojas Menéndez  
*Centro de Investigación en Energía- UNAM*

María Loreto Cedillo  
*Posgrado en Ingeniería – Centro de Investigación en Energía – UNAM*

Se estudió experimentalmente la formación de una pluma de pared bidimensional generada a partir de una capa límite térmica. El fenómeno se desarrolló dentro de una cavidad rectangular a lo largo de una de las paredes verticales. Esta pared fue calentada en su mitad inferior y aislada en su mitad superior. Inicialmente el fluido contenido en la cavidad estaba en reposo y en equilibrio térmico. A un determinado tiempo  $t_0 = 0$  se inició el calentamiento súbito de la mitad inferior de la pared. Mediante el sistema schlieren de grandes dimensiones del CIE [1] se observaron cuatro eventos principales. 1) En la mitad inferior de la pared, la capa límite engrosó hasta alcanzar su espesor permanente. 2) Un grupo de ondas viajó a lo largo de la capa límite. 3) A partir del borde de la pared aislada se generó un vórtice que viajó hasta la superficie libre por delante de una pluma de pared naciente. 4) Detrás del vórtice se fue formando la pluma de pared del estado permanente. Las diferencias de temperatura entre la pared calentada y el fluido de la cavidad fueron de 2.0, 4.7 y 7.0 °C, que corresponden a números de Rayleigh de  $2 \times 10^9$ ,  $4.9 \times 10^9$  y  $9.2 \times 10^9$ .

La posición vertical del vórtice para diferentes tiempos fue obtenida a partir de fotografías schlieren, y con esta información se calculó su velocidad de avance promedio. Esta velocidad experimental escaló correctamente con la velocidad teórica  $V_c = (a/H)(\nu\alpha)^{1/2} Ra^{1/2} Pr^{-1/2}$ , que fue obtenida a partir de un análisis de escalas similar al de Moses *et al.* [2], este último para una pluma tridimensional simétrica. En nuestro caso el factor de ajuste ( $a = 0.2 \pm 0.02$ ) fue el mismo que el de los autores mencionados. De lo anterior se puede concluir que a pesar de que la estructura del vórtice en una pluma de pared (bidimensional) y la estructura del vórtice en una pluma simétrica (tridimensional) son diferentes, sus velocidades de ascenso obedecen a la misma escala de velocidad.

[1] Tovar R, Cedillo M. L., Rojas J. (2001) Sistema Schlieren de Grandes Dimensiones para el Análisis de Flujos de Convección Natural. Memorias SOMI XVI Congreso de Instrumentación OPT 13-1, pp 1-10 Querétaro, Qro.

[2] Moses E., Zocchi G. and Libchaber A., An experimental study of laminar plumes. *J. Fluid Mech.* **251**, 581 (1993).

Agradecimientos:

Ing. Guillermo Hernández por su apoyo en la parte técnica, CONACYT proyecto U41347-F, DGEP-UNAM proyecto IN109602



Pergamon

*Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 4, pp. 561-571, 2004  
Copyright © 2004 Elsevier Science Ltd  
Printed in the USA. All rights reserved  
0735-1933/04/\$—see front matter

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

SCIENCE @ DIRECT®

PII: S0735-1933(04)00036-3

## DEVELOPMENT OF A WALL PLUME FROM A BOUNDARY LAYER ALONG A PARTIALLY HEATED VERTICAL WALL

R. Tovar<sup>1</sup>, J. Rojas<sup>1</sup> and M. L. Cedillo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Energía, UNAM

<sup>2</sup>Posgrado en Ingeniería, UNAM

Priv. Xochicalco s/n. Col. Centro. Temixco, Mor. 62580 México.

(Communicated by J.P. Hartnett and W.J. Minkowycz)

### ABSTRACT

Transient natural convection flow along a partially heated vertical wall was studied experimentally, using schlieren flow visualization, temperature measurements and particle image velocimetry. Departing from a motionless and in thermal equilibrium state, motion was generated by increasing the temperature of the lower half wall while the top half was thermally insulated. Four main events were registered: 1) Firstly, in the lower half wall, the boundary layer thickened and the flow started to ascend. 2) A group of waves traveled along the boundary layer. 3) From heated wall/adiabatic wall point, a starting plume was formed and a vortex was generated which moved towards the free surface. 4) Behind the vortex, a wall plume was formed leading to a steady state. Temperature difference between the heated wall and the fluid was varied in order to achieve conditions with three different Rayleigh numbers of  $2.0 \times 10^9$ ,  $4.9 \times 10^9$  and  $8.9 \times 10^9$ . The nondimensional velocity of the ascending vortex was described in terms of the product  $Ra^{1/2} Pr^{-1/2}$ . © 2004 Elsevier Science Ltd

### Introduction.

Natural convection occurs in many natural and artificial processes with diverse length scales. Large-scale processes take place in the earth's mantle, the atmosphere, and in lakes and oceans; these kinds of flows are not possible to be reproduced in the laboratory. Intermediate-scale processes such as the convective transport of heat in buildings and in industrial thermal devices can be modeled experimentally in the laboratory, and this is precisely one of the purposes of the present work. Small-scale convection in short plates is important in the cooling of electronic circuits and in small cavities for the growing of crystals.

The start-up and shut-down processes are relevant in many solar energy natural convection applications. Our interest is in the analysis of the transient process in a partially heated vertical wall. A vertical wall heated on the bottom half and adiabatic on the top half was considered by Sparrow *et al.* [1] for steady laminar flow. They described the spatial development of a wall plume along the adiabatic wall that was the continuation of a thermal boundary layer. The temperature dropped off rapidly after the leading edge of the adiabatic wall, followed by a slower decrease that obeyed a  $-3/5$  power law, while the local maximum velocity far downstream had a rate of increase that followed a  $1/5$  power law. The transient characteristics of a two dimensional wall plume in a partially heated wall have not been previously reported and the closely related subject is that of starting free plumes. Turner [2] suggested a theoretical model of starting axisymmetric plumes consisting on a front cap with a steady plume below it. Laminar-starting free plumes have been experimentally analyzed by Shlien and Boxman [3] and by Moses *et al.* [4]. The former did detailed temperature measurements that proved some features of Turner's model and the latter did scaling analysis of the rising velocity, temperature and shape of the cap. A model of the vortex ring formation based on the Kelvin-Benjamin variational principle was proposed by Shusser and Gharib [5]. Turner [2] mentioned that a two-dimensional starting plume can be analyzed in a similar way as the axisymmetric case, but he did not present details. This paper concerns some of the peculiarities of the starting two-dimensional wall plumes.

#### **Physical Description of the Problem and Experimental Setup**

The problem studied treats the natural convection of water ( $Pr = 6.2$ ) that initially is at rest and in thermal equilibrium inside a cavity divided by a vertical compound wall. This wall consists of a lower half that is heated and an upper half that is adiabatic. For time greater than  $t_0$ , the temperature of the heated wall increases from  $T_0$  to  $T_w$  forming a boundary layer. As a continuation of it, a wall plume is created adjacent to the adiabatic wall. The cavity and the process are schematically illustrated in Fig. 1.

The test open cavity is divided by means of a central wall into two tanks 0.34 m long, 0.202 m wide, and 0.65 m high with a capacity of  $0.045 \text{ m}^3$  each. The total length of the cavity, including both tanks and the compound wall, is 0.72 m. The design of two equal tanks was planned in order to have symmetrical boundary conditions on both sides of the central wall. The lower part of the central wall is a heat exchanger (height  $H = 0.36 \text{ m}$ ) with the inlet at its bottom and the outlet at its top, and the upper part is an acrylic plate (height  $H_A = 0.29 \text{ m}$ ). The heat transfer surface (the heated wall) was made of stainless steel of 1 mm thick. The front and back walls of the cavity are glass sheets 0.012 m thick that allow for visualization of the convective flow. The opposite vertical walls and the bottom of the cavity are also made of acrylic.

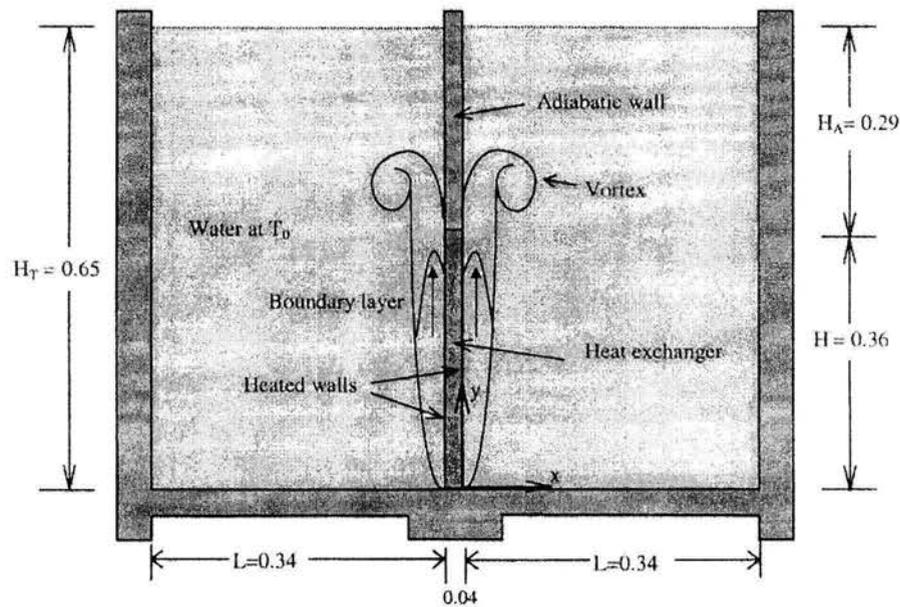


FIG. 1

Schematic diagram showing the case under study. Dimensions in meters.

In order to observe the zones where the fluid had temperature gradients (i.e. density gradients), and to determine the flow patterns in relatively large areas ( $\sim 0.50 \times 0.50 \text{ m}^2$ ) a schlieren system was designed. The schlieren images of the transient period were recorded with a high-resolution video camera. The details of the optical arrangement and the method followed for its installation were described by Tovar [6]. The temperature measurements of the flow contiguous to the compound wall were made using thermocouples. Previous to each experiment a careful calibration of the system was done to obtain an accuracy of  $\pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$  for all temperature measurements. A DANTEC Particle Image Velocimetry (PIV) was used for velocity measurements. The images were taken in a vertical plane normal to the heated wall with a total area of  $7 \times 7 \text{ cm}^2$ , located at  $0 < x^* < 0.19$  and  $0.99 < y^* < 1.18$ . Velocities were evaluated with a cross correlation algorithm and by making use of interrogation areas of  $32 \times 32$  pixels. The PIV results correspond to a different experiment but with the same conditions as the schlieren ones. Temperatures were measured in both kinds of observations.

Results for Rayleigh numbers ( $Ra$ ), based on the height of the heated wall, of  $2.0 \times 10^9$ ,  $4.9 \times 10^9$  and  $8.9 \times 10^9$  are presented. The temperature differences between the heated wall and the fluid in the cavity  $\Delta T$  were 2.0, 4.7 and 7.0  $^\circ\text{C}$ .

### Results

The process was started by injecting hot water into the heat exchanger resulting in a temperature increase of the heated wall. The reference time  $t_0^* = 0$  was taken when the hot water was introduced into the heat exchanger. The filling time was approximately 7 s, which is at least 25% less than the growth time scale of the thermal boundary layer for the three cases. Once it was filled, the circulation of hot water was maintained. A detailed description of the phenomena characteristics corresponding to  $Ra_H = 4.9 \times 10^9$  is presented, and at the end of this section the peculiarities of the other two cases are briefly commented on. Also, the effect of Rayleigh number on the top velocity of the vortex in the starting plume is discussed.

Figure 2 is an image sequence of schlieren photographs of the growing boundary layer between  $t^* = 0$  and  $t^* = 3.3 \times 10^{-5}$  ( $t = 30$  s). The images show the cavity central wall (the compound wall) and its adjacent zone on the x-y plane. Only the right side was considered for the schlieren analysis and the left side was left for thermocouples. The image obtained at  $t^* = 2.8 \times 10^{-5}$  ( $t = 26$  s) shows a vertical dark fringe next to the heated wall. This fringe corresponded to the thermal boundary layer. Up to this time, the thermal boundary layer ( $\delta_T$ ) thickened and attained a steady value of  $0.016H \pm 10\%$  on  $y^* = 0.99$ . The viscous boundary layer ( $\delta_V$ ), obtained from the PIV velocity profile shown in the same figure, was  $0.040H \pm 10\%$  and the ratio  $\delta_V / \delta_T$  was 2.50 which corresponded approximately to  $Pr^{1/2}$  as can be expected from an order of magnitude analysis. Also the incipient formation of a vortex can be seen at the leading edge of the adiabatic wall ( $y^* = 1$ ). This vortex located at the top of the starting plume was due to the injection of the fluid coming from the boundary in a quiescent fluid, combined with effects of buoyancy and diffusion. The ascending vortex transited through the PIV analysis area at around  $t^* = 3.33 \times 10^{-5}$ . The velocity vectors clearly showed that part of the fluid carried by the vortex was discharged to the surroundings and cold fluid from the cavity was driven into the main ascending flow. At the same time, a group of waves traveling next to the heated wall was observed at  $0.65 < y^* < 0.8$ . Similar waving disturbance in a vertical heated wall has been reported by Joshi and Gebhart [7], and in cavities by Schladow [8], and by Schöp and Patterson [9]. These waves were associated with the effect of the lower leading edge of the heated wall on the boundary layer during the transition to a steady state.

In the schlieren images of Fig. 3 ( $4.4 \times 10^{-5} < t^* < 6.6 \times 10^{-5}$ ), it can be seen that the vortex continued its ascent with a noticeable enlargement, penetrating the cavity core, and that the group of waves were displaced downstream. The group of waves on the right side of the compound wall is located on  $t^* = 4.4 \times 10^{-5}$ , between  $0.7 < y^* < 1.0$ . At  $t^* = 5.5 \times 10^{-5}$  all the PIV velocity vectors were almost upwards confirming that the vortex activity was leaving the analysis area. At  $t^* = 6.6 \times 10^{-5}$  the group of waves reached the vortex.

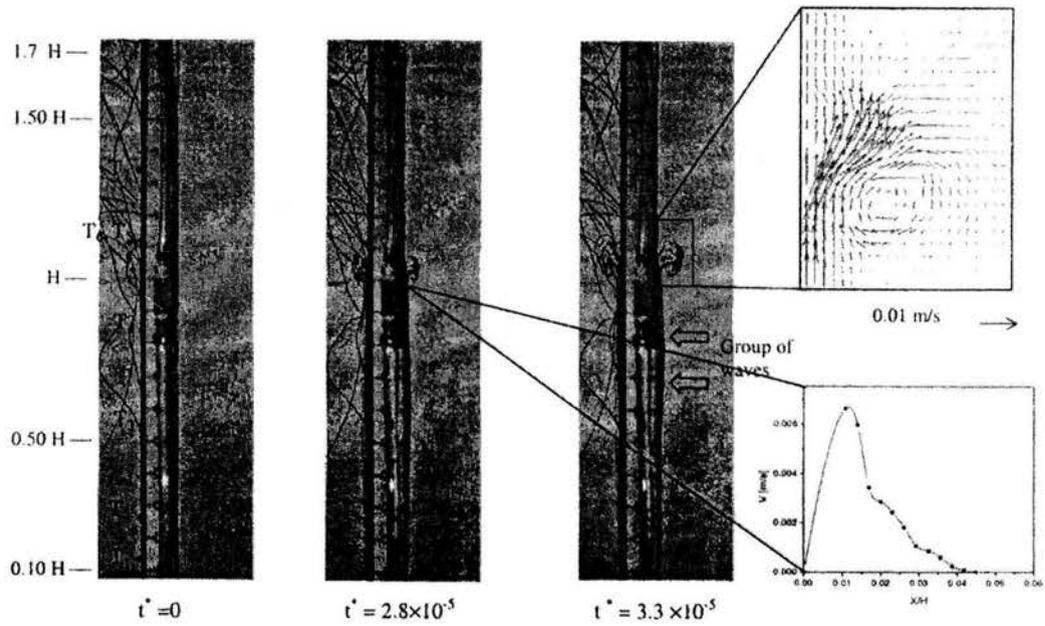


FIG. 2  
Schlieren images of the boundary layer as it develops next to the heated wall.

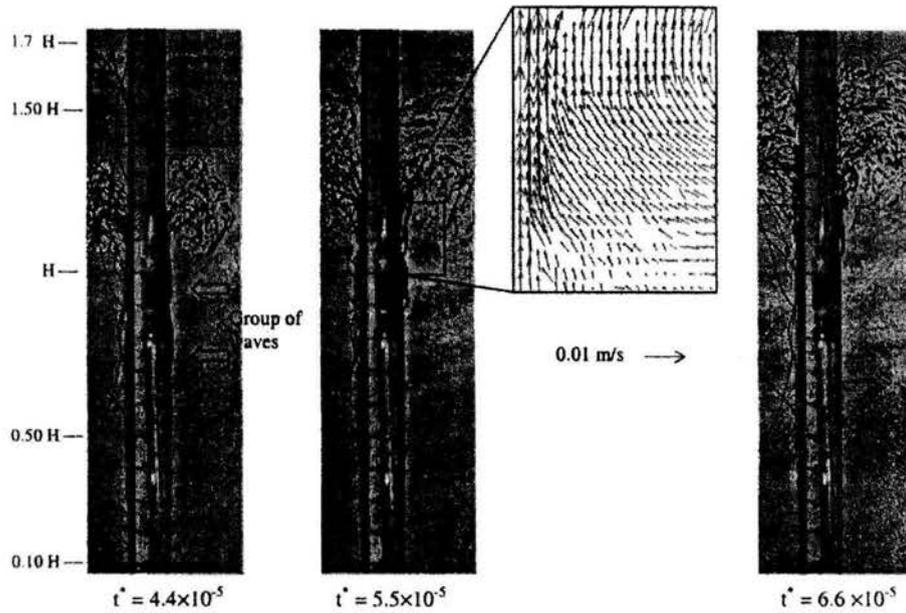


FIG. 3  
Schlieren images corresponding to the period of formation and displacement of the vortex and the group of waves.

Figure 4 illustrates the heated wall temperature at different vertical positions as a function of time, over a period of  $8 \times 10^{-5}$ . The thermocouples were located on the left side of central wall facing the cavity fluid. The time of the inflexion of the lines ( $t^* < 1 \times 10^{-5}$ ) for the different vertical positions corresponded to the arriving time of the hot water inside the heat exchanger at the level of each thermocouple. The temperature had a monotonic increase that is related to the growing of the thermal boundary layer. This increase was followed by some fluctuations that were associated with the group of waves observed in the schlieren images on Figures 2 and 3. The final temperature at the four points was very close to each other, corresponding to a constant wall temperature within the experimental errors.

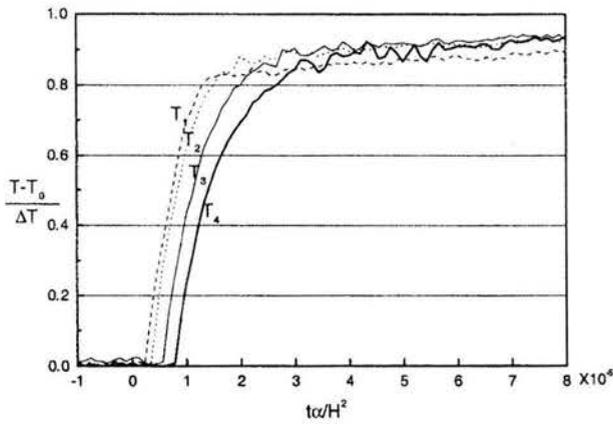


TABLE 1  
Position of the thermocouples.

|                | $x^*$ | $y^*$ |
|----------------|-------|-------|
| T <sub>1</sub> | 0.00  | 0.14  |
| T <sub>2</sub> | 0.00  | 0.28  |
| T <sub>3</sub> | 0.00  | 0.56  |
| T <sub>4</sub> | 0.00  | 0.83  |

FIG. 4  
Temperature evolution in the heated wall boundary layer.

In the schlieren images, Fig. 5, it was observed that at  $t^* = 8.8 \times 10^{-5}$  ( $t = 80$  s) the vortex almost reached the free surface and the wall plume continued to advance. At  $t^* = 11.1 \times 10^{-5}$  the vortex no longer existed and the ascending flow, formed by the boundary layer and the wall plume, arrived at a steady state in the sense that its properties averaged over time were constant, but the flow continued to oscillate. At  $t^* = 13.3 \times 10^{-5}$  ( $t = 120$  s) a group of waves between  $y^* = 1.4$  and  $y^* = 1.7$  was observed and this was the flow pattern for the steady state.

Figure 6 shows the temperature as a function of time at different positions, note that the thermocouple T<sub>6</sub>, located at  $y^* = 1.11$ , but far from the wall ( $x^* = 0.055$ ), is the only thermocouple that clearly detected the passing of the vortex. At this point, the temperature increased more than  $0.25 \Delta T$  for  $3.33 \times 10^{-5} < t^* < 4.0 \times 10^{-5}$  which corresponds to the passing of the vortex as pictured in Figures 2 and 3.

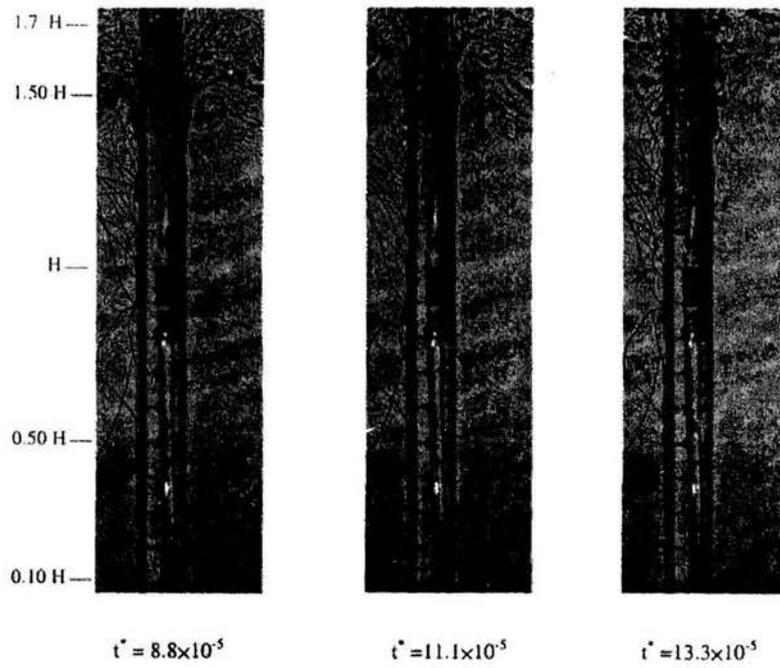


FIG. 5  
Schlieren images of the final period of the wall plume formation and the arrival of the flow at the steady state.

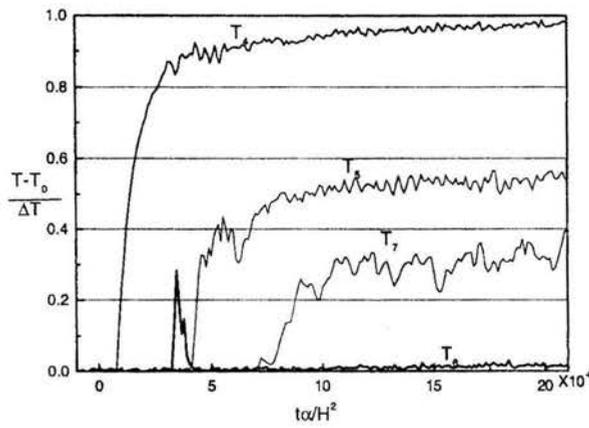


TABLE 2  
Position of the thermocouples.

|       | $\bar{x}$ | $\bar{y}$ |
|-------|-----------|-----------|
| $T_4$ | 0.00      | 0.83      |
| $T_5$ | 0.00      | 1.11      |
| $T_6$ | 0.05      | 1.11      |
| $T_7$ | 0.00      | 1.39      |

FIG. 6  
Temperature evolution of the boundary layer and the wall plume at different heights.

On the other hand, the temperature fluctuations already mentioned for  $T_4$  on the heated wall, beginning at  $t^* = 3.8 \times 10^{-5}$ , and ending at  $t^* = 5.8 \times 10^{-5}$ , were also detected on the adiabatic wall by the thermocouple  $T_5$  but at later time ( $4.5 \times 10^{-5} < t^* < 6.0 \times 10^{-5}$ ). Since the group of waves joined with the vortex at  $y^* \sim 1.2$ , it was not perceived by thermocouple  $T_7$  located at  $y^* = 1.39$ .

The vortex described previously, which is one of the characteristic phenomenon of the transient period, had its own distinguishing properties for each of the three cases analyzed. In Fig. 7 (a), (b) and (c), it can be seen that for  $t^* = 4.4 \times 10^{-5}$  the top of the vortex was at  $y^* = 1.16$  for  $Ra = 2.0 \times 10^9$ , at  $y^* = 1.32$  for  $Ra = 4.9 \times 10^9$  and at  $y^* = 1.62$  for  $Ra = 8.9 \times 10^9$ . The internal structure of the vortex was also different, in the first case the temperature gradients were well defined (one can see lighter lines on the right side of the heat exchanger), while for  $Ra = 9.9 \times 10^9$ , the temperature gradients showed very irregular structures.

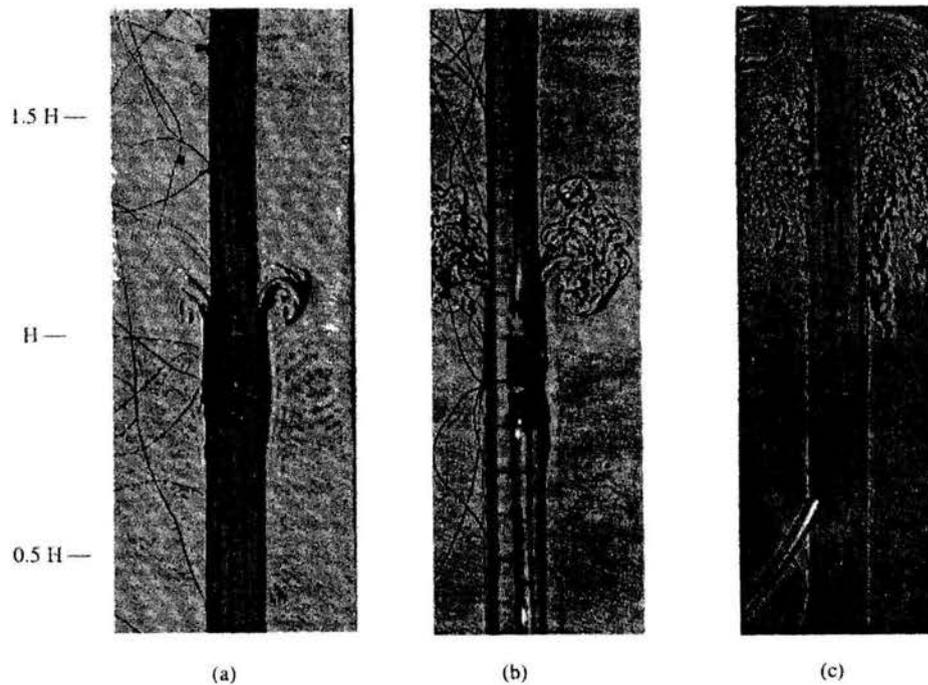


FIG. 7  
Schlieren images of the vortex at  $t^* = 4.4 \times 10^{-5}$ . For (a)  $Ra = 2.0 \times 10^9$ ,  
(b),  $Ra = 4.9 \times 10^9$  and (c)  $Ra = 8.9 \times 10^9$ .

The vortex ascending velocity can be correlated to Rayleigh and Prandtl numbers as shown in Figure 8. The displacement of the vortex was obtained from the schlieren images. Following a similar scale analysis of Moses *et al.* [4], the velocity is given by:  $V_c = (aH)(\nu\alpha)^{1/2}Ra^{1/2}Pr^{-1/2}$  where  $a$  is a prefactor equal to  $0.20 \pm 0.02$ . This prefactor of the laminar axisymmetric starting plume of Moses *et al.* [4] was appropriate to fit the results in our two-dimensional starting plume. The Rayleigh number or control parameter in the present case was given in terms of the length of the heated wall ( $H$ ) and the temperature difference between the heated wall and the fluid. This result shows that although the two dimensional starting wall plumes have a different vortex structure than the axisymmetric free plumes their ascending velocity obeys the same scaling.

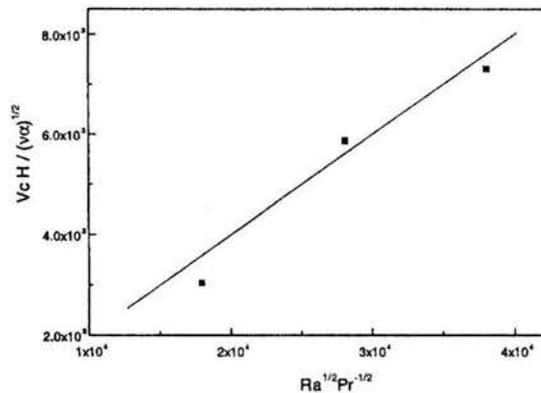


FIG. 8  
Vertical velocity of the vortex top.

### Conclusions

A description of a starting wall plume which was the continuation of a boundary layer along a vertical wall was done with visualization and velocity and temperature measurements. Upon the onset of heating of the lower half wall, the viscous and thermal boundary layer thickened until attained a steady state. The ratio  $\delta_v / \delta_T$  after the growing time was approximately  $Pr^{1/2}$  as can be expected from an order of magnitude analysis. A wave group, that is typical in the start up of the boundary layer in a vertical heated wall, was registered by both the schlieren images and the thermocouples. The two-dimensional vortex that was formed at the leading edge of the adiabatic wall was clearly detected with our large schlieren system. Throughout the video recording it was possible to follow its ascending trajectory and its noticeable

enlargement, penetrating the cavity core. The ascending velocity and the internal structure of the vortex were strongly dependent on the Rayleigh number. Behind the vortex, a wall plume was formed leading to a steady state. Following Moses *et al.* [4] scale analysis we found that the ascending velocity scales well with the product  $Ra^{1/2}Pr^{-1/2}$  taking the height of the heated wall as the scale parameter.

#### Acknowledgements

We acknowledge the economic support given by the DGAPA-UNAM, project IN109602 and to CONACyT project U41347-F. We recognize G. Hernández-Cruz for his collaboration on the instrumentation.

#### Nomenclature

|                   |  |
|-------------------|--|
| H                 | Height of the heated wall  |
| $H_A$             | Height of the adiabatic wall   |
| $H_T$             | Height of the cavity   |
| Pr                | Prandtl number   |
| Ra                | Rayleigh number based on the height of the heated wall               |
| t                 | Time   |
| $t^*$             | Nondimensional time = $t \alpha / H^2$                               |
| $t_0$             | Initial time   |
| T                 | Fluid temperature  |
| $T_0$             | Initial fluid temperature  |
| $T_w$             | Temperature of the heated wall                                       |
| $T_{1,2,\dots,8}$ | Thermocouples temperature  |
| $\Delta T$        | $T_w - T_0$  |
| $T^*$             | Nondimensional fluid temperature $(T - T_0) / \Delta T$              |
| u                 | Velocity component in de x direction                                 |
| v                 | Velocity component in de y direction                                 |
| $v^*$             | Nondimensional velocity component in de y direction = $v H / \alpha$ |
| $v_c$             | Vertical velocity of the vortex top                                  |
| x                 | Horizontal distance normal to the wall                               |
| $x^*$             | Nondimensional horizontal distance normal to the wall = $x / H$      |
| y                 | Vertical distance from the bottom                                    |
| $y^*$             | Nondimensional vertical distance from the bottom = $y / H$           |