



01192

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**Verificación de Firmas Manuscritas en Línea
con Modelado Óptimo de Características
y Aproximación Digital Forense**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL
GRADO DE**

DOCTOR EN INGENIERÍA
(eléctrica)

PRESENTA:

JULIO CÉSAR MARTÍNEZ ROMO

Director de Tesis
DR. ROGELIO ALCÁNTARA SILVA

CIUDAD UNIVERSITARIA

OCTUBRE DE 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

Verificación de Firmas Manuscritas en Línea con Modelado Óptimo de Características y Aproximación Digital Forense

Julio César Martínez Romo

Universidad Nacional Autónoma de México

Director de tesis: Dr. Rogelio Alcántara Silva

Verificar una firma manuscrita consiste en determinar si dicha firma es genuina o no; para hacerlo automáticamente se usan tabletas digitalizadoras con el fin de capturar la dinámica del firmado. De esta información dinámica se “extraen” los rasgos que caracterizan a las firmas y que son conocidos como *características*, de las cuales en la literatura se han reportado más de doscientas y, en un sistema verificador, generalmente se escoge solamente un subconjunto de las mismas. Independientemente del número de características escogidas, para cada una de ellas se debe crear un *prototipo*, el cual servirá como *patrón de referencia* contra el cual se comparará la misma característica de firmas bajo verificación. Para calcular el prototipo se requiere extraer la característica de varios ejemplares de una firma, y típicamente se obtiene aplicándoles algún tipo de promediación; en nuestro caso, a partir de las características de dichos ejemplares calculamos el prototipo con el *modelado óptimo de características*, en el cual las funciones de costo se establecen de modo que las razones de rechazos falsos y aceptaciones falsas son minimizados. Esta es una de las aportaciones de esta investigación. Para conocer la eficacia del *modelado óptimo de las características*, se le comparó contra tres metodologías de uso común en la literatura: a) función prototipo basada en los valores promedio de las características de las firmas genuinas de muestra, b) función prototipo de mínima distancia intraclase en el conjunto de firmas genuinas y, c) modelo de tres funciones prototipo de mínima distancia intraclase. Para verificar las firmas se utilizó un clasificador de umbral simple. Con funciones prototipo óptimas, los porcentajes totales de error de clasificación fueron 50 % menores que los de prototipo de promedio y 75 % menores que las dos aproximaciones de prototipos de distancia intraclase mínima. El experimento se realizó sobre una base de datos de más de 1700 firmas genuinas y falsificaciones hábiles, donadas por 38 personas. Se utilizaron diez características. Se comparó el desempeño de esta arquitectura con el de la *arquitectura genérica* reportada en la literatura. La tasa de errores de aceptaciones falsas y de rechazos falsos resultó en promedio 22 veces menor en la arquitectura digital forense, aun cuando en ambas arquitecturas se aplicó el *modelado óptimo de las características*. El desempeño individual de nuestra arquitectura mostró un porcentaje de aceptaciones falsas y de rechazos falsos ligeramente menor al 0.3 % en 17327 verificaciones, resultados que implican una reducción de aproximadamente 90 % en las clasificaciones erróneas en comparación con los resultados reportados por otros investigadores en experimentos conducidos bajo condiciones de prueba semejantes, ya que sus porcentajes se encuentran en el rango del 3 % al 7 %.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Verificación de Firmas Manuscritas en Línea con Modelado Óptimo de Características y Aproximación Digital Forense

Comité Doctoral

Dr. Boris Escalante Ramírez
Presidente

Dr. Miguel Moctezuma Flores
Secretario

Dr. Rogelio Alcántara Silva
Primer vocal

Dr. Ernesto Bribiesca Correa
Segundo vocal

Dr. Ismael Espinosa Espinosa
Tercer vocal

Dr. Jorge Lira Chávez
Primer Suplente

Dr. Francisco J. García Ugalde
Segundo Suplente

CIUDAD UNIVERSITARIA
OCTUBRE DE 2004

Dedicatoria

A *Dios*, ...
por permitirme alcanzar esta meta.

A *Cristina* y a mis hijas, ...
mis grandes amores y compañeras.

A mis padres, *Sergio e Irene*, ...
por haberme dado el ser y su gran amor.

A mis hermanos, ...
mis amigos y compañeros de toda la vida.

Julio César Martínez Romo
Octubre de 2004

Agradecimientos

A Dios, por este logro.

A mis padres, Sergio e Irene, porque además de haberme dado el ser, me han prodigado sus consejos, comprensión y amor. Dios los conserve muchos años.

A la compañera de mi vida, y amada esposa, Cristina, por su entrega, su amor y apoyo en esta fase de nuestro proyecto de vida. ¡Lo logramos juntos!

A mi familia, y en especial a mis hermanos Marco Antonio y Héctor Hugo, quienes se han destacado por su desinteresado, amoroso y decidido apoyo.

A mis compañeros, José de Jesús y Francisco Javier, por brindarme su amistad y solidaridad en estos tiempos. Siempre tendrán un lugar especial en mi memoria.

A mi Asesor, Dr. Rogelio Alcántara Silva, por brindarme su amistad, su tiempo y su guía, más allá de los límites del deber. Este logro también es suyo.

Reconocimientos

Quiero extender un merecido reconocimiento al equipo humano que me dió soporte durante mi estancia como estudiante doctoral en la **UNAM**. Vaya mi reconocimiento al Dr. Rogelio Alcántara Silva, mi tutor académico, quien con sus consejos y orientación desinteresados me dió las herramientas de una formación doctoral sólida y con visión.

A los demás miembros de mi Comité Doctoral, personas destacadas de quienes me siento honrado y orgulloso. A todos ellos les agradezco la amabilidad y atención que tuvieron siempre en su trato conmigo. Vaya mi reconocimiento, Dr. Boris Escalante Ramírez, Dr. Francisco J. García Ugalde y Dr. Miguel Moctezuma Flores, de la Facultad de Ingeniería. Dr. Ismael Espinosa Espinosa, de la Facultad de Ciencias. Dr. Jorge Lira Chávez, del Instituto de Geofísica y Dr. Ernesto Bribiesca Correa, del IIMAS.

A las Instituciones que apoyaron mi formación, todas ellas importantísimas para la vida científica y tecnológica del país: la *Universidad Nacional Autónoma de México*, la *Dirección General de Institutos Tecnológicos* y el *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*. Un reconocimiento especial para el *Instituto Tecnológico de Aguascalientes*.

Índice general

Resumen	I
<i>Dedicatoria</i>	V
<i>Agradecimientos</i>	VII
<i>Reconocimientos</i>	IX
Prólogo	XXI
1. Introducción	1
1.1. Terminología	1
1.2. Antecedentes de la verificación automática de firmas	4
1.2.1. Las técnicas de la verificación automática de firmas.	9
1.3. Definición del problema	15
1.4. Hipótesis	16
1.5. Objetivo	17
1.6. Aporte de esta investigación al estado del arte	17
1.7. Organización de este documento	18
2. Tendencias actuales de verificación de firmas manuscritas	19
2.1. Sistemas con énfasis en el método de captura	20
2.2. Sistemas con énfasis en las variables	20
2.3. Sistemas con énfasis en las características	20
2.4. Sistemas con énfasis en el clasificador	24
2.5. Conformación de la función prototipo de las características	25
2.5.1. Creación de prototipos en aproximaciones de parámetros.	25
2.5.2. Creación de funciones prototipo en aproximaciones de funciones.	27
2.6. Grados académicos y la VAF	28
2.7. La verificación automática de firmas hasta 1989	28
2.8. Conclusiones	29
3. Modelado óptimo de características	35
3.1. Objetivo del <i>modelado óptimo de características</i>	35
3.2. Modelado convencional de características	36

3.3.	Modelando características óptimamente	38
3.3.1.	Marco de referencia para el modelado óptimo de funciones prototipo.	40
3.3.2.	Estrategia de optimización.	40
3.4.	Ejemplo de optimización de una característica bidimensional	52
3.5.	Conclusiones	53
4.	Arquitectura digital forense de verificación de firmas	55
4.1.	Metodología general del SVAF	56
4.1.1.	Verificación forense de firmas manuscritas.	56
4.2.	Arquitectura del verificador digital forense	58
4.2.1.	Fase de entrenamiento.	58
4.2.2.	Fase de verificación.	60
4.3.	Captura y preprocesamiento de las firmas	60
4.4.	Cálculo de las características	61
4.4.1.	Dinámica o ritmo de la firma	61
4.4.2.	Forma o diseño de la firma.	63
4.4.3.	Caracterización ritmo/forma de la firma.	64
4.5.	Funciones prototipo óptimas en el verificador: la etapa del modelado	65
4.6.	Determinación de la capacidad discriminante por característica	65
4.7.	Verificación basada en sistemas <i>NND-FR</i>	67
4.7.1.	Descripción del clasificador <i>NND-FR</i>	69
4.7.2.	Balaceador difuso.	71
4.8.	Fase de verificación	73
4.9.	Conclusiones	74
5.	Estudio comparativo de las funciones prototipo óptimas	77
5.1.	Recolección de firmas y plan de evaluación	77
5.1.1.	División de la base de datos en conjuntos de entrenamiento y de prueba.	78
5.2.	Extracción de características	82
5.2.1.	Resultados del preprocesamiento.	82
5.2.2.	Resultados de la extracción de características.	84
5.3.	Modelado óptimo de las características	86
5.3.1.	Resultados de la optimización discreta.	86
5.3.2.	Resultados de la optimización continua biobjetivo.	95
5.4.	Evaluación comparativa de las funciones prototipo óptimas en la arquitectura genérica de verificación de firmas	98
5.4.1.	Objetivo y metodología de comparación.	98
5.5.	Resultados de la evaluación de las cuatro estrategias para las funciones prototipo	101
5.6.	Análisis cuantitativo de la comparación	101
5.7.	Desempeño de la arquitectura genérica	105
5.8.	Conclusiones	106

6. Evaluación de la Arquitectura Digital Forense	109
6.1. Estrategia de evaluación	110
6.2. Ponderación de las características discriminantes	110
6.3. Entrenamiento de los clasificadores neurodifusos <i>Takagi-Hayashi</i>	116
6.4. Veredicto final mediante lógica difusa: el balanceador difuso	121
6.5. Cálculo de <i>FAR</i> y <i>FRR</i> en la base de datos	126
6.6. Evaluación en el contexto de un usuario y un falsificador muy hábil	128
6.6.1. Generación de las funciones prototipo óptimas.	129
6.6.2. Ponderación de las características discriminantes.	130
6.6.3. Entrenamiento de los sistemas NN-DFR.	130
6.6.4. Resultados de la verificación e indicadores FAR y FRR.	130
6.7. Comparación de desempeño entre la <i>arquitectura digital forense</i> y la arquitectura genérica del estado del arte	133
6.8. Análisis de los resultados	134
6.8.1. Impacto del modelado óptimo de las características y mejora de la capacidad discriminante de las características.	135
6.8.2. Impacto de las partes constituyentes de la arquitectura: la unidad graduadora.	139
6.8.3. Impacto de las partes constituyentes de la arquitectura: razonamiento difuso.	140
6.8.4. Impacto de las partes constituyentes de la arquitectura: el balanceador difuso.	141
6.9. Métricas de tiempo asociadas al verificador	141
6.10. Conclusiones	143
7. Conclusiones generales	145
7.1. Conclusiones generales	145
7.2. Desempeño de los modelos óptimos de las características frente a otras metodologías de construcción de las funciones prototipo	146
7.3. Desempeño de la arquitectura digital forense	147
7.4. Desempeño del algoritmo de verificación de firmas en el contexto de un único firmante y un falsificador muy hábil	147
7.5. Visión del trabajo futuro	148
A. La verificación experta de firmas manuscritas	151
A.1. Definición de la examinación forense de firmas	151
A.2. Elementos o rasgos de comparación en la <i>verificación forense</i>	152
A.2.1. Velocidad.	153
A.2.2. Proporciones.	155
A.2.3. Presión.	156
A.2.4. Diseño.	156
A.3. Naturaleza de las falsificaciones en firmas	157
A.4. Niveles de certidumbre al analizar una firma	159
A.5. Conclusiones	161

B. Extracción de <i>características de forma</i> en firmas	163
B.1. Descriptores de forma	164
B.2. Conceptos clave para la determinación de los factores de forma	164
B.2.1. Parametrización en función de la longitud normalizada de la firma.	165
B.3. Algoritmo para calcular las funciones de forma	168
B.3.1. Observaciones sobre la propuesta de Nalwa.	169
B.4. Análisis del comportamiento de las funciones descriptivas	170
B.4.1. Implementación.	170
B.4.2. Valoración de las funciones descriptivas de forma.	172
B.5. Conclusiones	174
C. Glosario de términos	177
Bibliografía	181

Índice de figuras

1.1. Equipos para captura de firmas en línea	5
1.2. Arquitectura genérica de los sistemas de verificación automática de firmas . .	6
1.3. Curvas de comportamiento FAR y FRR para el desempeño de un SVAF . . .	7
2.1. Clasificación del modelado de funciones prototipo de características en firmas manuscritas.	26
2.2. Generación de características con más de una función prototipo.	28
3.1. a) Esquema típico de reconocimiento de patrones [The 99]; b) esquema con <i>modelado óptimo de las características</i>	37
3.2. Separación de clases antes y después de la optimización de la característica. .	41
3.3. Generación de una instancia falsa sintética de la función $C_p(l)$	46
3.4. Proceso para generar la función prototipo óptima de una característica bidimensional.	53
3.5. Esquema de reconocimiento de patrones (a) típico y (b) mejorado.	54
3.6. Proceso de formación de la función prototipo óptima.	54
4.1. Rasgos de ritmo y forma para verificar firmas según la teoría forense de la verificación de firmas.	57
4.2. Arquitectura del verificador digital forense.	59
4.3. Muestra de una firma capturada, las posiciones $x(t)$, $y(t)$ y los perfiles de velocidad.	61
4.4. Conceptos de tope y base de escritura.	62
4.5. Cálculo de las funciones de tope y base de escritura, antes del ajuste polinomial. .	62
4.6. Rasgos elementales y funciones pseudoestáticas “equivalentes”.	64
4.7. Multiclasificador basado en dos sistemas NND-FR y uno difuso.	68
4.8. a) Diagrama de bloques del método T-H. b) Método T-H adaptado al SVAF. .	70
4.9. Definición del sistema difuso de salida: diagrama de bloques, funciones de membresía y conjunto de reglas.	72
4.10. Vistas de la función de transferencia.	73
5.1. Muestrario de firmas de genuinas con códigos de identificación de 5 letras. . .	80
5.2. Algunas firmas originales y sus falsificaciones.	81
5.3. Ejemplos de preprocesamiento de firmas genuinas.	83
5.4. Gráficas de funciones de características estáticas y dinámicas de un firmante. .	85

5.5.	Tiempo de cómputo de características estáticas.	86
5.6.	Funciones de falsificaciones aleatorias que forman parte del conjunto $Vistas_{\omega 1}$, usadas en el conjunto de entrenamiento.	87
5.7.	Ejemplos de conjuntos de falsificaciones sintéticas que completarán el conjunto de entrenamiento $Vistas_{\omega 1}$	88
5.8.	<i>Distancia de Mahalanobis</i> de la función prototipo formada con lo valores promedio con respecto a $Vistas_{\omega 0}$ (línea punteada) y $Vistas_{\omega 1}$ (línea sólida) . . .	89
5.9.	<i>Convergencia mostrada por el algoritmo genético para la modelación de seis funciones prototipo.</i>	91
5.10.	<i>Distancia de Mahalanobis</i> de la función prototipo modelada óptimamente con respecto a $Vistas_{\omega 0}$ y $Vistas_{\omega 1}$	92
5.11.	Comparativo de las EER basadas en una sola característica, para mostrar la eficacia de la optimización del prototipo de las funciones características. . . .	94
5.12.	Funciones prototipo optimizadas discretamente para MABM y las respectivas $f_{\omega 0}$'s, así como para RMCG, LOAR, VUMS y MAZE.	96
5.13.	Curvas del proceso de optimización biobjetivo para MABM.	97
5.14.	Procedimiento de comparación del desempeño de las funciones prototipo óptimas.	100
5.15.	Comparación porcentual de rechazos falsos promediando los errores de clasificación de ritmo y forma, para los cuatro tipos de funciones prototipo. . . .	104
5.16.	Comparación porcentual de aceptaciones falsas promediando los errores de clasificación de ritmo y forma, para los cuatro tipos de funciones prototipo. . . .	105
6.1.	Calificaciones del ritmo y la forma de las firmas en los conjuntos de entrenamiento $Vistas_{\omega 0}$ y $Vistas_{\omega 1}$	116
6.2.	Resultados parciales de verificación del firmante MABM.	122
6.3.	Resultados parciales de verificación del firmante LURM.	123
6.4.	Resultados parciales de verificación del firmante CMCG.	124
6.5.	Muestrario de firmas para formar las funciones prototipo óptimas.	129
6.6.	Conjunto de algunas de las firmas de prueba. ¿Cuáles son falsas?.	129
6.7.	Calificaciones de ritmo, de la forma y grado de certidumbre de genuinidad de las firmas del conjunto de prueba.	131
6.8.	Gráfica de distribución de características discriminantes por firmante.	135
6.9.	Capacidad discriminante por característica.	136
6.10.	Jerarquía de la capacidad discriminante de los modelos óptimos vs. modelo de promedios.	138
6.11.	Capacidad discriminante de las características al no utilizar los prototipos optimizados.	139
6.12.	Gráfica de distribución de características discriminantes por firmante al usar modelo tradicional de valores promedio.	140
A.1.	Elementos de comparación para el análisis forense de firmas manuscritas. . .	153
A.2.	Visualización de la velocidad en una firma; adaptado de [Sly 95].	154
A.3.	Visualización de las proporciones en una firma; adaptado de [Sly 95].	155
A.4.	Visualización de los elementos de la presión; adaptado de [Sly 95]	157

B.1. Centro de masa y Torque medidos en un segmento de longitud $2L$	166
B.2. Elipse de curvatura relacionada con $s_1(l)$ y $s_2(l)$	167
B.3. Concepto de marco coordenado de referencia y ventana computacional.	168
B.4. Defectos en firmas, que podrían indicar falsificación.	173
B.5. Aspecto de las funciones características comparando las extraídas de una firma "normal" y cuatro firmas con "defectos".	174

Índice de Tablas

1.1. Relación no extensiva de aplicaciones comerciales para un SVAF	9
1.2. Algunos clasificadores utilizados y su eficiencia.	13
1.3. Algunas técnicas modernas usadas en los SVAF.	14
2.1. Elementos de énfasis en los sistemas de verificación automática de firmas . . .	19
2.2. Algunas transformaciones lineales aplicables a variables	21
2.3. Grados académicos y la VAF	29
2.4. Algunas propuestas de verificación de firmas previas a 1990, tomado de [Pla 89-1]	32
2.5. Continuación de algunas propuestas de verificación de firmas previas a 1990, tomado de [Pla 89-1]	33
3.1. Ejemplos de codificación de varias instancias de una característica en un cromosoma.	43
3.2. Ejemplos de codificación de varias instancias de una característica en un cromosoma.	44
3.3. Procedimiento para generar funciones características falsas sintéticas	45
3.4. Algoritmo de aplicación de doble gradiente para minimizar FRR y FAR simultáneamente	52
4.1. Errores de forma, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características, por firmante.	67
4.2. Errores de ritmo, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características, por firmante.	68
4.3. Análisis de la figura 4.10b	73
5.1. Identificadores y cantidad de firmas por tipo.	79
5.2. División de la base de datos en conjunto de entrenamiento y prueba.	82
5.3. Comparación de distancias intra e interclase para las dos funciones prototipo.	93
5.4. Experimentos de comparación del desempeño de las funciones prototipo óptimas.	99
5.5. Errores de clasificación para las cuatro estrategias de modelado de la función prototipo, considerando sólo las características de la forma.	102
5.6. Errores de clasificación para las cuatro estrategias de modelado de la función prototipo, considerando sólo las características del ritmo.	103

5.7. Relación de aceptaciones y rechazos falsos medidos en la arquitectura genérica usando diversos modelos de las funciones prototipo.	104
5.8. Desempeño de la arquitectura genérica en términos de FAR y FRR, con los cuatro tipos de funciones prototipo.	106
6.1. Algoritmo del proceso de evaluación del desempeño.	111
6.2. Continuación del algoritmo del proceso de evaluación del desempeño.	112
6.3. Errores de forma, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características estáticas, por firmante, para entrenamiento.	114
6.4. Errores de ritmo, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características dinámicas, por firmante, para entrenamiento.	115
6.5. Errores de forma, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características estáticas, por firmante, para entrenamiento.	119
6.6. Errores de ritmo, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características estáticas, por firmante, para entrenamiento.	120
6.7. Resumen de resultados finales de verificación para todos los firmantes.	125
6.8. Resumen de desempeño bajo diferentes condiciones del conjunto de prueba.	128
6.9. Detalles pictórico y numérico de las firmas 1 a 5 de la figura 6.7	132
6.10. Comparación de índices FAR y FRR con respecto al modelado de las funciones prototipo de las características calculadas con valores promedio.	133
6.11. Comparación de índices FAR y FRR con respecto al modelado de las funciones prototipo de las características calculadas con valores promedio.	134
6.12. Tiempos de proceso asociados al verificador.	142
B.1. Definición de defectos inducidos en las firmas para evaluar el comportamiento de las funciones características.	172
B.2. Niveles de sensibilidad de las funciones a las variaciones de la firma.	175

Prólogo

El campo del análisis automático de la escritura manual goza de gran importancia y es un área de investigación muy activa y con muchos retos por resolver; en particular, la verificación automática de firmas manuscritas representa un reto intelectual interesante que es abordado desde muchas perspectivas; una panorámica de la diversidad de dichas perspectivas puede hallarse en los capítulos 1 y 2 de esta tesis.

A pesar de la manifiesta variedad de técnicas y tecnologías aplicadas a la verificación automática de firmas, los resultados presentados en el estado del arte son perfectibles y, sobre todo, al parecer siempre habrá espacio para probar alguna técnica más, un nuevo algoritmo, una nueva representación de la imagen firma y aplicar nuevas herramientas matemáticas. Por esta razón, este campo de la investigación tiene nuevos resultados cada año.

Para entrar en materia respecto a las propuestas presentadas en esta investigación, es conveniente introducir algunas definiciones provenientes del campo de *reconocimiento de patrones*. Según Theodoridis y Koutroumbas, [The 99], una *variable*, es cualquier cantidad medible que describe a un objeto y en general se denominan *variables descriptivas*. Si adicionalmente estas variables permiten distinguir entre diferentes tipos o *clases* de objetos, se les denomina *variables discriminantes*. En ocasiones, las variables no son lo suficientemente útiles para distinguir -o equivalentemente *discriminar*- a qué clase pertenece un objeto sin clasificar, y en tal caso se dice que su *poder discriminante* es “bajo”. Un bajo poder discriminante en una variable es una causa por la cual puede recurrirse a la extracción de *características*, del inglés *features*. Las características se *extraen* de las variables al aplicarles alguna transformación. Por ejemplo, si una variable está formada por una secuencia de valores numéricos, entonces la transformada de Fourier aplicada a dicha variable generará el espectro de frecuencia de la secuencia original, y esta nueva secuencia de valores numéricos se conoce como una *característica*; se espera que una característica tenga un mayor poder discriminante que la variable de la que se extrajo. Las características también describen objetos, por lo que son llamadas *características descriptivas*; una vez más, si las características descriptivas ayudan a discriminar entre clases de objetos, entonces se llaman *características discriminantes*.

Dada una clase de objetos y el conjunto de variables y características que lo describen, es necesario encontrar o calcular un valor de cada variable y característica que “mejor” represente los valores típicos que pueden tomar dichas variables y características, de modo que se cuente con un *representante de la característica* en cada clase; a este representante de clase también se le conoce como *prototipo de la clase*, o simplemente como *prototipo*. Al encontrar el prototipo de una clase se está **modelando las características** de dicha clase. Por lo tanto, crear el prototipo de una característica es modelar dicha característica.

Si una variable o característica es una cantidad *escalar*, entonces el prototipo de la clase es un escalar o, simplemente, un número; asimismo, si la variable o característica es una secuencia de valores numéricos, entonces el prototipo es también una secuencia de valores numéricos. Para distinguir entre ambos casos, cuando el prototipo es un escalar, se le llama un “parámetro” del objeto. Cuando el prototipo es una secuencia de valores, se le llama “función prototipo”, lo cual define *sistemas de verificación basados en parámetros y sistemas de verificación basados en funciones*.

Para realizar la *clasificación* de un objeto, se miden las variables y se extraen las características discriminantes, y se comparan contra sus respectivos prototipos en cada clase. El objeto es asignado a la clase cuyo prototipo se le “parezca” más. El grado en que un objeto se parece a otro depende de la forma en que se mida la similitud. En enfoques de reconocimiento basados en parámetros, la diferencia aritmética entre el parámetro actualmente medido en un objeto por clasificar y el valor que tiene el prototipo del parámetro en cada clase es una medida muy utilizada. Si para una clase específica, dicha diferencia es menor que un valor previamente establecido -conocido como *umbral*-, entonces se asigna dicho objeto a esa clase.

En los enfoques de reconocimiento basados en funciones, la medida de similitud se conoce como *medida de distancia vectorial*, ya que la secuencia de números que representa a la característica es identificada como un *vector numérico*; por lo tanto, la *distancia* entre dos características se mide, por ejemplo, con la *distancia Euclídea*. La distancia Euclídea entre una característica y su función prototipo se compara contra un umbral preestablecido para hacer la asignación de un objeto a una clase.

Retomando el problema de la verificación automática de firmas manuscritas, está demostrado en la literatura que los métodos más exitosos para la correcta verificación de las firmas están basados en la representación de las características discriminantes por medio de funciones, por lo cual hemos adoptado en esta investigación dicha representación.

La revisión del estado del arte y la experiencia adquirida al valorar algunas de las técnicas presentadas en el mismo, nos llevaron a concluir que aunque pudieran seguirse presentando nuevas variables y nuevas técnicas de clasificación, mientras en éstas no se aplique algún criterio que optimice una o más etapas en el proceso de verificación en las cuales la función de costo se relacione directamente con la razón de aceptaciones falsas y de rechazos falsos, dichos índices seguirán en los rangos porcentuales a la fecha reportados, que en los mejores casos no son menores a un 1 % ó 2 % en bases de datos grandes y bajo condiciones de falsificaciones hábiles reales, lo que define circunstancias de prueba próximas a situaciones reales. Tasas menores se han reportado en la literatura, pero la evaluación la han realizado con pocas firmas y sin falsificaciones hábiles. En nuestra concepción, la función prototipo de cada característica debe ser conformada de forma óptima para aportar al clasificador un espacio de soluciones lo más lineal posible y se pueda proponer una solución o asignación de clases con mayor probabilidad de éxito. Esta idea la hemos concretado en el concepto del *modelado óptimo de características*, que es una técnica que hemos ideado para generar la función prototipo de cada característica discriminante de manera que la distancia de *Mahalanobis* entre dicho prototipo y la respectiva característica de una firma falsa sea “máxima”, mientras que la misma distancia a la respectiva característica de una firma genuina sea mucho menor que la de la firma falsa, de modo que el espacio de las características sea lo más *linealmente sepa-*

table posible. En la verificación automática de firmas ningún autor ha propuesto estrategias similares, ya que las funciones prototipo son generadas sin optimización o, a lo sumo, se ha aplicado optimización para darle un factor de ponderación a cada característica.

Para implementar el *modelado óptimo de características* utilizamos algoritmos genéticos en conexión con una aproximación de gradiente ascendente/descendente, en el contexto de un problema de optimización *biobjetivo* en donde un objetivo está relacionado con disminuir la razón de rechazos falsos y otro con disminuir el índice de aceptaciones falsas.

Otro aspecto importante notado en nuestra investigación del estado del arte apunta al hecho de que muy poco o casi nulo partido se ha sacado de la experiencia de los verificadores expertos humanos aplicada a la verificación automática, aun cuando éstos llevan décadas dedicados al campo y testificando ante cortes judiciales a lo largo del mundo. En su metodología de verificación de firmas -conocida como *enfoque forense*- estos profesionales definen las características discriminantes y cómo se extraen, cómo debe compararse una firma cuestionada contra los ejemplares de muestra y cómo emitir un veredicto de autenticidad, todo desde la perspectiva de la observación humana. En esta investigación hemos realizado una adaptación del enfoque forense a la verificación automatizada, utilizando para ello técnicas de razonamiento difuso basada en la *lógica difusa*, para imitar el razonamiento del verificador experto humano. El verificador experto humano evalúa por separado la *forma* (aspecto pictórico de la firma) y el *ritmo* (velocidad, presión y cambios de presión de firmado, por ejemplo). El veredicto lo hace basado en una evaluación de cómo se combinan dichos elementos en la firma.

Por las razones expuestas, nuestra propuesta de verificación automática gira en torno a un eje principal y uno secundario: *a) el modelado óptimo de las características*, *b) adaptar en lo posible la metodología y estrategia de verificación de un experto humano al proceso automático de verificación*. En la literatura del tema es evidente que la primera de estas ideas no ha sido explorada en la verificación de firmas; la segunda lo ha sido muy escasamente, con solamente un artículo publicado en el año 2002, en el IJDAR, *International Journal of Document Analysis and Recognition*.

Las dos ideas eje del párrafo anterior las hemos organizado en una *arquitectura digital forense* de verificación (capítulo 4), la cual ha exhibido un alto desempeño al ser evaluada con una base de datos de más de 1700 firmas y probada en más de 24000 verificaciones, resultando en una razón o porcentaje de aceptaciones falsas menor a un 0.1% y en un porcentaje de rechazos falsos menor de 0.3% (capítulo 6).

Aspectos que dificultan la comparación del desempeño entre las diversas propuestas de verificación de firmas en línea encontradas en la literatura incluyen la falta de bases de datos compartidas para efectos *benchmarking* ("*benchmarking*", comparación de desempeño, ver el glosario de términos del *apéndice C*) y que las publicaciones en ocasiones no incluyen la información suficiente para replicar, y así evaluar, sus algoritmos. Quizá razones comerciales sean la causa.

Debido a lo anterior, para mostrar la eficacia del *modelado óptimo de características*, recurrimos a comparar (capítulo 5) el desempeño de un verificador basado en clasificador de umbral con cuatro metodologías de formación de la función prototipo de las características: funcio-

nes prototipo óptimas (descritas en el capítulo 3), funciones prototipo de valores promedio, prototipo de distancia intraclase mínima, prototipo de tres funciones de distancia intraclase mínima (descritas en el capítulo 2). Estas aproximaciones fueron seleccionadas del estado del arte por representar las metodologías típicas de formación de la función prototipo de las características, siendo la que más se utiliza la de valores promedio. Tomando como referencia los errores de clasificación obtenidos con el enfoque de función prototipo de promedios, se observó que el verificador basado en el modelado óptimo de las características comete 50% menos errores de clasificación que el basado en prototipo de promedio y 75% menos que las otras dos aproximaciones (ver capítulo 5).

Con el objeto de mostrar el impacto que se obtiene al introducir el enfoque forense al ámbito de la verificación automática, se realizó la comparación de desempeño de la *arquitectura digital forense* contra la arquitectura genérica utilizada en todos los sistemas de verificación firmas, descrita en el capítulo 1. En ambas arquitecturas se hizo modelado óptimo de características, y se probaron en el contexto de falsificaciones hábiles. Las falsificaciones hábiles se obtuvieron entrenando a personas durante tres semanas sobre la dinámica y la forma de las firmas por falsificar, lo cual da una buena aproximación a falsificaciones de calidad. En promedio, la arquitectura digital forense produjo 22 veces menos errores de clasificación que la arquitectura genérica.

Por último, el verificador propuesto en este trabajo fué sometido a una prueba muy demandante para averiguar su comportamiento bajo falsificaciones extremadamente bien realizadas que, por otra parte, ocurren en muy pocos casos en aplicaciones de la vida real. La prueba se realizó en el contexto de un usuario y un falsificador muy hábil de la firma del mismo, donando cada uno cien firmas. En estas condiciones, solamente un error de clasificación de una firma falsa ocurrió, generándose un porcentaje de aceptaciones falsas de 1% y uno de rechazos falsos de 0%. La información respectiva se encuentra en la sección 6.6.

Como comentarios finales y para enfatizar la actividad que se realiza en este campo de investigación, considérese que anualmente se realizan congresos internacionales en los que los avances de los temas relacionados con el estudio de la escritura manual -incluida la firma o rúbrica- son dados a conocer. Ejemplos de ellos son la ICDAR *International Conference on Document Analysis and Recognition*, el IWHF *International Workshop on Handwriting Frontiers* y los que realiza la IGS *International Graphonomics Society*. También hay revistas especializadas en el tema, como IJDAR, *International Journal of Document Analysis and Recognition*; en muchos casos algunas publicaciones de IEEE han exhibido artículos relativos al tema, como en el caso del *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, por mencionar una. El IJPRAI *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, es otra publicación que ha hospedado artículos del tema.

Algunos resultados de nuestra investigación han sido presentados en cuatro ocasiones en congresos internacionales [Mar 98], [Mar 99], [Mar 03] y [Mar 03-1]; actualmente se encuentra aceptado un artículo que será publicado en el *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, Vol. 18, No. 7, octubre de 2004.

Acrónimos

- AG** Algoritmo genético.
- cen*** Conjunto de ejemplos negativos.
- cep*** Conjunto de ejemplos positivos.
- DM** Distancia de Mahalanobis.
- EER** *Equal error rate*.
- FAR** *False acceptance rate*.
- FRR** *False rejection rate*.
- GDC** Grado de certidumbre.
- HMM** *Hidden Markov model*.
- LPC** *Linear predictive coding*.
- MLP** *Multilayer perceptron*.
- NND-FR** *Neural-network-driven fuzzy reasoning*.
- OCR** *Optical character recognition*.
- RAM** *Random Access Memory*.
- SVAF** Sistema de verificación automática de firmas.
- T-H** *Takagi-Hayashi*.
- VAF** Verificación automática de firmas.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Terminología

La verificación automática de firmas *VAF* manuscritas es una línea de investigación en la que se aplican diversas herramientas matemáticas y conceptuales, mismas que en su mayoría se encuentran agrupadas en el área del *reconocimiento de patrones*, razón por la cual se ofrecen a continuación algunas definiciones de dicho campo del conocimiento, relacionándolas con algunos conceptos de la *VAF*.

El *reconocimiento de patrones*, “es la disciplina científica cuyo objetivo es la clasificación de objetos en cierto número de categorías o *clases*. Dependiendo de la aplicación, los objetos pueden ser imágenes, o señales, o cualquier tipo de mediciones que necesitan ser clasificadas” [The 99]. El *clasificador*, es el *reconocedor* de los objetos por clasificar.

Las *variables*, están definidas como las cantidades físicas medibles que definen a un objeto o proceso, y que no pueden ser descompuestos en partes constituyentes, [The 99]. En muchas ocasiones, las variables se obtienen de la salida de *sensores*. Por ejemplo, cuando una firma es ejecutada sobre una tableta digitalizadora, dicha tableta funge como el sensor, y las variables serían las posiciones sucesivas de la pluma sobre la tableta como funciones del tiempo ($x(t)$, $y(t)$), medidas en el par de ejes coordenados x , y que definen el plano en el cual se escribe la firma. La *extracción de variables*, significa *medir o cuantificar* -mediante sensores u observaciones- la información espacial o temporal del objeto o fenómeno que será tratado. El *espacio de las variables* está constituido por el conjunto de variables. En el caso de las variables $x(t)$ y $y(t)$ del proceso de firmado, el espacio de las variables está formado por ($x(t)$, $y(t)$). El término *espacio de entrada* es sinónimo de *espacio de las variables*. Un espacio con dos variables se puede representar gráficamente por dos ejes coordenados; uno de tres variables con tres ejes, y así sucesivamente.

Se deduce de lo expuesto en los párrafos anteriores que un objeto puede describirse en términos de un conjunto de variables. Sin embargo, algunas variables podrían no ser útiles para clasificar el objeto en una de varias categorías, debido a que dichas variables podrían contener información redundante o incompleta; la *selección de variables* se utiliza en estos casos para eliminar las que no sean “útiles”, y se refiere a seleccionar un subconjunto tomado

de entre todas las variables disponibles, tal que dichas variables sean las más discriminantes -bajo algún criterio- con respecto a un clasificador específico. Una variable es *discriminante* si tiene valores numéricos diferentes para objetos de clases distintas, [Góm 93].

Un proceso esencial en el reconocimiento de patrones es la *extracción de características*. Las características se extraen de las variables al aplicárseles a éstas una *transformación*, matemática o algorítmica, con el fin de potenciar su efecto discriminante. Cuando una variable ha sido transformada al menos una vez, se genera el *espacio de las características*. En términos generales, una característica C se obtiene haciendo $C = \mathbf{T}_k[v]$, en donde v es la variable que se transforma, T implica una transformación cualquiera y el subíndice k es para enfatizar que una misma variable puede ser transformada de varias maneras diferentes, generándose k características a partir de una misma variable. En el ejemplo que se ha venido manejando, dada la secuencia de datos $x(t)$, la cual es una *variable* del proceso de firmado, y una transformación matemática, digamos, la transformada de *Fourier*, la característica “espectro de frecuencia del desplazamiento de la pluma sobre la tableta digitalizadora en la dirección de movimiento x ”, estará dada por la transformada de *Fourier* de la secuencia $x(t)$. Otra transformación, como la operación de filtrado digital pasabajas, [Val 99], podría también aplicarse a $x(t)$, de modo que la característica “componentes frecuenciales de baja frecuencia en la dirección de movimiento x ”, eleva a dos el número de características extraídas a $x(t)$. Un sinónimo de uso común para la extracción de características es la *generación de características*. En la literatura el término en inglés para característica es *feature*, y en español se le ha dado alternativamente el nombre de *rasgo*. La *capacidad o poder discriminante* de una característica es una medida de qué tan adecuada es dicha característica para “separar” nítidamente las clases.

Es importante destacar que en algunas ocasiones los términos variable y característica se usan como sinónimos, sobre todo en casos en que ningún procesamiento o transformación es aplicado a las variables, en cuyo caso el clasificador opera en el espacio de las variables, o bien en un espacio híbrido de variables y características. En el ejemplo que se ha venido manejando, el problema de verificación de firmas se resolvería en un espacio híbrido de variables y características dado por:

1. El espacio de las variables, $(x(t), y(t))$.
2. El espectro de frecuencia de $x(t)$, que pertenece al espacio de las características y,
3. Las componentes de baja frecuencia de $x(t)$, que también pertenecen al espacio de las características.

Para clasificar objetos, dado un número preestablecido de clases en que se agrupan, debe definirse el comportamiento de los objetos de cada clase con el fin de contar con un *prototipo de clase*. Para crear el prototipo de clase se debe contar con un número N de ejemplares del objeto para extraer N veces cada característica, y el prototipo de cada característica será un valor o conjunto de valores que deben resumir o representar el comportamiento “más frecuente” de todos los ejemplares de la clase, [Góm 93]. El prototipo clásicamente se construye calculando el valor promedio de la característica. Por ejemplo, si los valores

de alguna característica para cinco objetos de una misma clase son [1.5, 2.2, 1.8, 1.5, 1.9], entonces su prototipo es 1.78. En ocasiones se utiliza un *factor de consistencia*, [Góm 93], para definir el grado de variabilidad de una característica. Este factor de consistencia se asocia típicamente, [Góm 93], con el inverso de la *varianza* [Spi 00] de los valores de la característica. Así, para el caso de la característica con valores [1.5, 2.2, 1.8, 1.5, 1.9], su factor de consistencia sería $1/\sigma^2 = 1/0,2950^2 = 11,49$. El prototipo y el factor de consistencia constituyen un *modelo de la característica*, y dicho modelo es el patrón de referencia contra el que se compararán los objetos a clasificar. Continuando con el ejemplo, si el número preestablecido de clases fuera tres, se contaría con tres modelos, uno por clase. Habrían tres pares “prototipo - factor de ponderación”, uno por cada clase. Para asignar a alguna de las clases un objeto no clasificado, se usa una *medida de distancia* que mida la similitud entre el prototipo de cada clase y el valor de la característica en el objeto a clasificar. Una vez medida la similitud entre la característica y el prototipo de cada clase, el objeto se asigna a la clase “más cercana”.

El caso de la característica del párrafo anterior se extiende a características multidimensionales, que se extraen de las variables cuando éstas son medidas en el objeto como funciones de tiempo, que es precisamente el caso de las firmas manuscritas. Por esta causa, en la literatura de verificación de firmas se utiliza el término “función” para identificar a características o variables multidimensionales. En la literatura, por ejemplo en [Nal 97], ver *apéndice B*, el concepto de prototipo -caso unidimensional- pasa a ser *función prototipo* -caso multidimensional-, y el de factor de consistencia pasa a ser una *función de consistencia*.

Dado que los movimientos de la firma se registran como funciones de tiempo -recordemos a $x(t)$ y $y(t)$ - todas las variables de firmado se consideran “funciones”. Si dichas funciones, o algunas características extraídas de ellas, se utilizan directamente para fines de verificación, entonces al esquema de verificación se le conoce como “basado en funciones”. Si de alguna manera el conjunto de valores de las “funciones” es resumido a unos pocos valores para representar a dichas funciones, entonces al esquema de verificación se le conoce como “basado en parámetros”, en donde los parámetros pueden ser el promedio de los valores de la función, el valor cuadrático medio, los coeficientes de un ajuste lineal o polinomial a los datos de la “función”, por mencionar algunos.

La *distancia intraclase*, dada alguna medida de distancia predefinida, es el conjunto de distancias de los elementos de una clase respecto a su prototipo. En este trabajo se designa al conjunto de distancias intraclase como D_{ia} , “Distancia intraclase”. Análogamente, *distancia interclase* es el conjunto de distancias de los elementos de una clase respecto al prototipo de otra clase. El conjunto de distancias interclase se llama en este trabajo D_{ie} , “Distancia interclase”. Pasar al glosario de términos, *apéndice C*, para ver otros conceptos que se usarán en este documento.

1.2. Antecedentes de la verificación automática de firmas

La tarea de verificar firmas es esencialmente la de reconocer firmas genuinas, rechazando las imitaciones. La firma manuscrita presenta muchas ventajas para la identificación personal. Es la técnica más difundida de verificación de la identidad para todas las comunidades ilustradas [Pla 89-1]. Es utilizada para dar valor a obligaciones comerciales establecidas por escrito, tales como pagarés, cheques, *vouchers* de tarjetas de crédito y tratados, entre otros, o para respaldar y autenticar documentos de identidad como pasaportes y tarjetas de votación. Las transacciones financieras también requieren de la firma para ser autenticadas.

“La firma está virtualmente siempre disponible y no puede ser olvidada. Más aún, una firma es jurídicamente aceptada como prueba de identidad y la verificación de la firma ha sido bien aceptada socialmente por muchos años. Este procedimiento no exhibe peligro o connotaciones criminales como lo podrían tener la investigación de la vascularización retinal o la verificación de huellas digitales”, [Pla 89-1]. “La verificación de firmas permanece como el único medio ampliamente aceptado para la identificación personal por sobre cualquier biometría”, [All 98]. El amplio uso de las firmas en una variedad de aplicaciones, implica que existe un requerimiento muy real de alguna forma confiable de verificación de firmas.

La verificación de firmas, cuando es necesaria en establecimientos comerciales, es efectuada mediante inspección visual humana en ambientes y circunstancias que no permiten la intervención de especialistas verificadores, como en el caso de bancos y tiendas comerciales, con clientes que requieren de una rápida atención. Esta inspección es en la mayoría de los casos deficiente, se efectúa en unos pocos segundos y en muchos casos posibilita la ocurrencia de fraudes. Automatizar el proceso de verificación de firmas es atractivo dada la amplia gama de aplicaciones prácticas que potencialmente pueden desarrollarse; la prevención de fraudes en el uso de tarjetas de crédito y cheques así como el acceso a recursos valiosos (físicos o de *software*) son sólo algunas de ellas. Cualquier programa que utilice un *password* o *PIN* puede beneficiarse de la verificación automatizada de firmas.

La verificación de la firma manuscrita está basada en la hipótesis de que la firma es el resultado de movimientos balísticos y como tal, sus características dinámicas son mayormente específicas para un individuo, y son estables y repetitivas. Para llevar a cabo la verificación “se requiere la generación de un patrón de referencia, basado en características locales o globales, de manera directa o promediada”, [Wir 97].

En los últimos treinta años, varios grupos de investigación han trabajado en el diseño de un sistema basado en computadora para la verificación de firmas [Pla 89-1]. Las técnicas de verificación se clasifican primordialmente en técnicas *en línea* y *fuera de línea*. En el segundo caso, la firma impresa en un trozo de papel es escaneada o digitalizada, perdiéndose la información referente a la secuenciación de los puntos de la firma, que es conocida como la *dinámica de la firma*. Las técnicas de verificación fuera de línea tienen algunas ventajas: se requiere únicamente un escáner para obtener una representación digital de la firma, se puede trabajar con firmas en documentos previamente elaborados y éstos no necesitan estar en formato digital [Gri 00]. Entre sus desventajas se encuentra que el preprocesamiento

es complicado, pues se requiere que la firma sea separada del fondo del documento. Otra desventaja es que la verificación se realiza sobre la forma o distribución geométrica de la firma, lo cual hace que los sistemas de verificación fuera de línea sean fácilmente engañados por falsificadores, los cuales únicamente deben realizar una copia de la forma o diseño de la firma, sin que intervengan los aspectos dinámicos o temporales de la misma.

En los sistemas de verificación *en línea* se usa como dispositivo de entrada una tableta digitalizadora [Han 00] o una pluma instrumentada [Bar 89]. La figura 1.1 muestra la pluma SmartPen y una tableta digitalizadora. Se captura la información dinámica relativa al proceso de firmado. Tanto datos de la dinámica como de la forma de la firma son utilizados para verificación, lo cual hace inherentemente más preciso un sistema en línea en comparación con el sistema fuera de línea. Un potencial falsificador deberá preocuparse no solamente por la forma, sino por la secuencia y momento en que determinados trazos de la firma deben ejecutarse. En las más recientes generaciones de tabletas digitalizadoras han aparecido algunas versiones que además de las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ de la pluma sobre la superficie de firmado entregan como datos la fuerza ejercida por el firmante en los ejes x , y y z , y la inclinación de la pluma [Ohi 01], como la WACOM Art Pad 2 pro Serial.

Un análisis de la bibliografía existente respecto al tema [Nal 97], [Pla 89-1], revela la existencia de una arquitectura de procesamiento de uso común en los sistemas de verificación de firmas. La figura 1.2 muestra las etapas típicamente encontradas en los sistemas de verificación de firmas. Los sistemas de verificación automática de firmas (SVAF) operan en dos fases: la de enrolamiento y la de operación [Fai 94]. En la fase de enrolamiento, un voluntario dona un número de ejemplares de su firma, los cuales son capturados en línea o fuera de línea. Una etapa de preprocesamiento es inmediatamente ejecutada con el fin de remover ruido y estandarizar la firma en tamaño o en duración temporal.

Después del preprocesamiento, los datos de la firma -que son las *variables* del proceso de firmado- son sometidos a la extracción de características. Entre las *variables* se encuentran

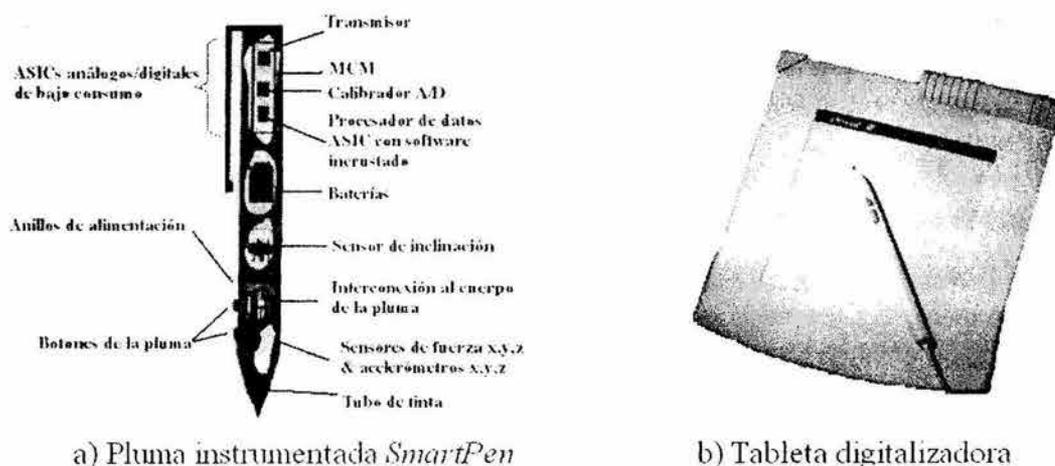


Figura 1.1: Equipos para captura de firmas en línea

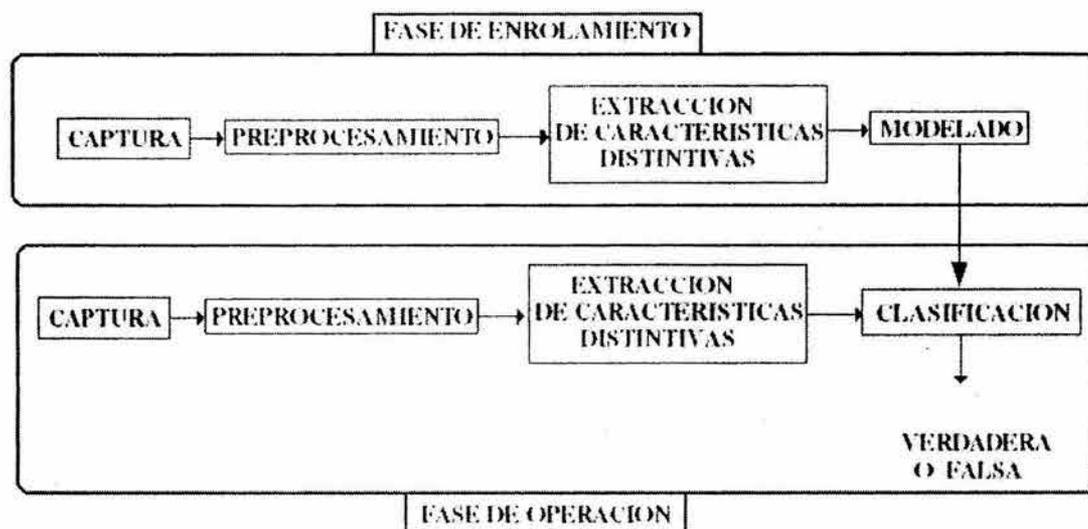


Figura 1.2: Arquitectura genérica de los sistemas de verificación automática de firmas

la posición, presión, fuerza, velocidad, y aceleración, todas con respecto al tiempo [Pla 00]. Recientemente se ha incluido el conjunto de inclinaciones instantáneas de la pluma con respecto a unos ejes coordenados superpuestos a la superficie de firmado, también como función del tiempo [Pla 00]. [Ohi 01]. En la verificación fuera de línea se utilizan como variables elementos geométricos, tales como relación alto-ancho, densidad espacial, número de píxeles en alguna dirección, proyección de píxeles y descriptores de forma.

Para la extracción de las características se recurre a métodos matemáticos y exploratorios de las representaciones espaciales, temporales o frecuenciales, entre los que se hallan *wavelets*, análisis frecuencial, transformaciones de varios tipos, procesamiento sobre las imágenes digitales, etc. Como en el caso de las variables, los rasgos característicos o distintivos son representados bien por funciones, generalmente del tiempo o el espacio, o por parámetros, que a su vez pueden ser locales o globales. Las características se agrupan en vectores, conocidos como *vectores de características*, los cuales son usados para crear un prototipo o representante de cada característica, mismo que debe ser insensitivo a las variaciones naturales de los trazos del firmante y ser capaz de detectar las variaciones inherentes inducidas por un falsificador. Uno o más prototipos de clase constituyen un *modelo* de escritura del firmante, como se muestra en la figura 1.2. Para formar los prototipos, varias instancias de una misma firma deben procesarse con el fin de capturar el comportamiento más frecuente y los “límites” de los hábitos de escritura del firmante.

En la fase de operación, una firma sospechosa a ser verificada es capturada y preprocesada. Una vez que se han extraído sus características éstas se comparan contra el modelo respectivo. Como comparadores o clasificadores se han utilizado redes neuronales [Hes 97] y [Pen 91], arquitecturas neurodifusas [Mur 95], cuantización vectorial (*learning vector quantization*, LVQ) [Bai 98], *dynamic time warping* [Mar 96], [Mat 97] y [Mun 99], correlación regional y *tree matching* [Pla 90], y modelos ocultos de Markov [Dol 98], entre otros. En ocasiones,

el modelo de una firma es construido intrínseca o implícitamente en los pesos de una red neuronal o en las funciones de membresía de sistemas difusos [Pla 00], o por otros medios; éstos tienen la desventaja de que es difícil o bien no existe manera de mejorar el desempeño de los SVAF que las utilizan.

El desempeño de un SVAF se mide como el porcentaje de error en que incurre el sistema al realizar un determinado número de verificaciones. Hay dos formas en que el sistema puede equivocarse. Una es considerar que una firma verdadera es falsa. Esto constituye un rechazo falso. En inglés es conocida como FRR, de *false rejection rate*. Se tipifica como un *error tipo I*. Otra posible forma de errar de un SVAF es establecer una firma falsa como verdadera; el porcentaje de dichas aceptaciones falsas se ha universalizado en la literatura del campo como FAR, del inglés *false acceptance rate*. Esta clase de error se conoce como *error tipo II*. Invariablemente, una mejora en el índice FAR ocasiona un empeoramiento del FRR, y viceversa [Nal 97]. La figura 1.3, adaptada de [Nal 97], muestra una gráfica de compromiso (FAR vs. FRR) entre los dos tipos de errores. Adicionalmente, también existe la combinación de errores tipo I y tipo II en una medida de desempeño de conjunto, conocida como la tasa de error igual (*equal error rate, EER*), que es el error medido cuando el error del Tipo I es igual al del Tipo II, [All 98]. Ver figura 1.3.

La figura 1.3a muestra una de las formas en que se puede representar la relación FAR y FRR. En ésta, el eje de las abscisas es un parámetro que se hace variar y se cuantifican los valores de FRR y FAR, y son graficados. El punto en donde FAR y FRR se cruzan constituye el punto de EER, que es un punto óptimo de operación. En la figura 1.3b, se grafica FRR vs. FAR. Es un punto de vista diferente con respecto al de la figura 1.3a. En este caso, no es evidente qué parámetro se varía para obtener las distintas curvas de FRR y FAR. Ambos estilos son muy utilizados en la literatura. Puede verse que valores de FRR y FAR que tiendan a cero simultáneamente son los que se consideran óptimos para los SVAF.

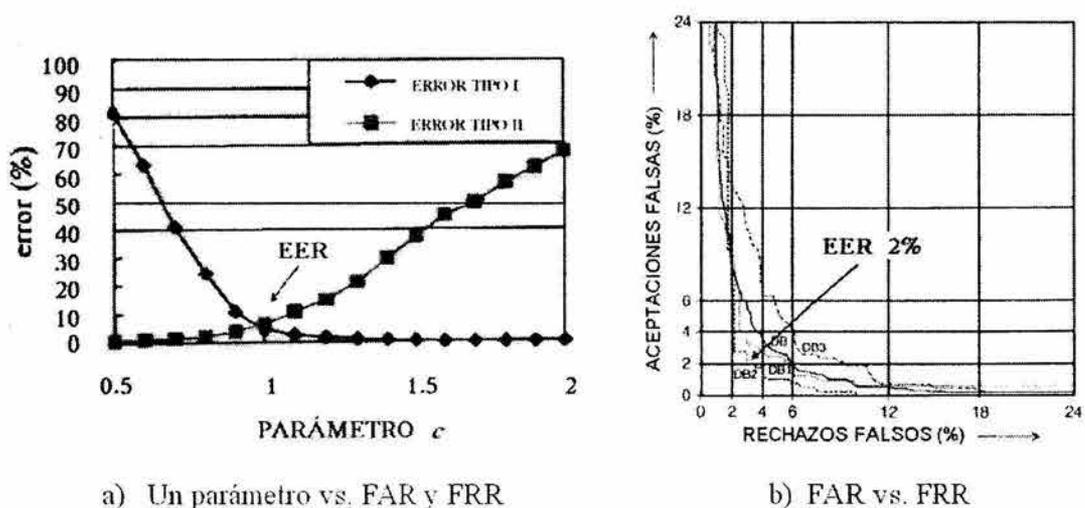


Figura 1.3: Curvas de comportamiento FAR y FRR para el desempeño de un SVAF

Debe notarse que las tasas de error (FAR, FRR) de un SVAF variarán según los diferentes tipos de aplicaciones. Por ejemplo, en el caso de un sistema ideado para tarjetas de crédito en el cual el tarjetahabiente presenta su tarjeta para hacer una compra y firma sobre un dispositivo electrónico que automáticamente verifica la firma, la FRR debe permanecer baja o ser casi cero, de modo que el comprador no sea molestado por rechazos innecesarios. Además, la verificación debe ser rápida. Por otro lado, en un ambiente de alta seguridad, para el control de acceso a instalaciones o a recursos, se requeriría un alto grado de seguridad contra intrusos y por lo tanto una FAR cero o casi cero.

Retomando el tema del grado de complejidad y a raíz de las definiciones de FRR y FAR, una vez que un SVAF se ha probado sobre una base de datos y exhibe una FAR o FRR baja, debe notarse que dado que son tasas globales no se puede garantizar que la FAR o FRR sea baja para todos los individuos, lo cual puede presentar problemas de degradación del sistema cuando se trate en campo con individuos problemáticos. Como conclusión, debe esperarse como algo deseado que el sistema tenga buen desempeño tanto a nivel de conglomerado como individual, aunque este no siempre es el caso, [Nal 97].

Cuando un SVAF es realizado y se mide su desempeño debe establecerse claramente bajo qué condiciones se prueba. Personalmente y dada la experiencia adquirida, se sugieren como elementos que deben considerarse:

1. Tamaño y naturaleza de la base de datos
 - a) Número de participantes registrados en el sistema
 - b) Número de firmas por participante
 - c) Cantidad de firmas genuinas
 - d) Cantidad y tipo de falsificaciones. Una falsificación puede ser aleatoria (*random*), simple (*simple*) y hábil o entrenada (*skilled*). Ver el *glosario de términos*.
2. Partición del universo de muestras. Cuántas se usan para generar prototipos, cuántas para realizar pruebas y la naturaleza de las falsificaciones
3. Si se miden FAR y FRR usando los datos de entrenamiento únicamente o si se incluyen datos de firmas no presentes en el conjunto de entrenamiento.
4. Si el SVAF se aplica a firmas en línea o fuera de línea.

Estos criterios permiten opinar sobre la calidad de un SVAF publicado en la literatura, ya que en algunas ocasiones los autores presentan impresionantes índices de desempeño, pero un análisis de las condiciones bajo las que se prueban sus algoritmos ayudan a comprender mejor los resultados que publican. Por ejemplo, si la base de datos es pequeña (menos de 100 especímenes de firmas), los índices FAR y FRR se obtienen usando como firmas de prueba las mismas que se usaron para construir los modelos y como falsificaciones se usan las firmas de otros firmantes (que no intentan reproducir o falsificar otra firma), no sería raro que tuviera

un desempeño de 0% FAR y 0% FRR. En estas condiciones es cuestionable el valor de la técnica presentada. Por otro lado, si se tratara de una base de datos de más de 1000 firmas, FAR y FRR medidos usando firmas genuinas nuevas (no vistas por el sistema durante el entrenamiento) y falsificaciones hábiles, con FAR y FRR del orden de alrededor de un 4% ó 5%, en este caso entonces, existirían fundamentos para considerarla una buena técnica.

Opcionalmente, como medida del desempeño de un SVAF encontramos también el *porcentaje de verificación correcta*, [Nal 97], [Pla 89-2], el cual debe acercarse a 100% tanto como sea posible. Se refiere a los aciertos del sistema frente a firmas genuinas y falsificaciones, simultáneamente. Actualmente, debido a la falta de dispositivos ergonómicos y convenientes, los resultados de los experimentos de verificación de firmas difieren considerablemente del laboratorio al campo de pruebas. No obstante, se encuentra ya en el campo de las aplicaciones un cierto número de sistemas comerciales de verificación de firmas manuscritas. Algunos de ellos se citan en la tabla 1.1, [Siu 94].

1.2.1. Las técnicas de la verificación automática de firmas.

La verificación dinámica de la firma está basada en la hipótesis de que la firma es el resultado de movimientos balísticos y como tal sus características dinámicas son mayormente específicas para un individuo, y que son estables y repetitivas, en tanto no se presenten condiciones fuera de serie, como trastornos físicos y mentales. Los primeros trabajos sobre VAF son citados por Lorette [Lor 84] y Herbst y Liu [Her 77], y fueron desarrollados por Mauceri (1965), quien tomó 50 firmas de 40 sujetos y se basó en la densidad espectral de potencia y cruces por cero de ciertas características extraídas de la medición de aceleración de la pluma. Obtuvo una FRR de 37%. Otro estudio de Farag y Chen [Far 72] reportó una FAR de 27% y una FRR del mismo valor. Usaron datos de una tableta codificados en cadena. El estudio se aplicó a 10 personas.

En su trabajo, Sternberg [Ste 75] utilizó la información de presión como coordenada z, obteniendo una FRR de 0.7% y una FAR de alrededor de 2%, usando falsificaciones aleatorias.

Tabla 1.1: Relación no extensiva de aplicaciones comerciales para un SVAF

Compañía	Producto	Uso
Peripheral Vision	PenOp	Login por firma
	Sign-On	Usa firma como password
	Signer Confidence	Verificación de cheques
	Cardix ID-007	Autenticación
AEA Technology, UK	Countermatch	Autenticación multilingüe
British Techn. Group	Kappa	SVAF tipo off-line
Silanis Techn., Inc.	Aprovelt	Asegura que un documento no se modifique después de firmado. Usa WordPerfect

En pruebas posteriores citadas por Herbst y Liu [Her 77], encontraron tasas de 6.8% para FRR y 3.2% para FAR, en falsificaciones aleatorias y 17% para falsificaciones entrenadas. Hasta este punto, dos aproximaciones diferentes se habrían reportado en la literatura. La primera basada en la comparación de la posición, velocidad o aceleración punto a punto, frecuentemente mediante el cálculo de un conjunto de coeficientes de correlación entre las firmas bajo prueba y los correspondientes valores de la firma de referencia. En la segunda aproximación, un número de parámetros que representan la firma son usados como representantes de la firma y son los que se comparan utilizando distancias vectoriales.

El preprocesamiento incluye todos los algoritmos que se aplican sobre datos en bruto para elaborar información relevante, pudiendo ejecutarse por *software* o *hardware*. El preprocesamiento consiste de amplificación, filtraje, condicionamiento y digitalización. Por otro lado, la selección y extracción de características se realizan sobre la posición, presión, fuerza, velocidad y aceleración.

Cuando se habla de verificación fuera de línea, otros conceptos entran a colación, tales como relación alto-ancho, densidad, número de píxeles, descriptores de forma y, en general, elementos geométricos.

Lorette [Lor 84], utilizó las siguientes siete características invariantes a rotaciones y ampliaciones:

1. número de componentes conectados,
2. número de lazos,
3. fase acumulada cuantificada para la firma como un todo,
4. dirección inicial de seguimiento de pluma codificado en 4 cuadrantes,
5. duración total,
6. duración de los componente conectados (tiempo de pluma abajo-arriba),
7. velocidades máximas de componentes conectados.

Parks, Carr y Fox [Par 85], en una patente en los Estados Unidos, sugirieron las siguientes seis características:

1. tiempo total transcurrido al realizarse la firma,
2. tiempo de contacto de la pluma sobre la superficie de firmado,
3. número de segmentos trazados continuamente (trazos),
4. suma de incrementos en la dirección x , entre sucesivos puntos de muestra de la firma,
5. máximo incremento en la velocidad x ,

6. suma de incrementos en la dirección y , entre sucesivos puntos de muestra de la firma.

De Bruyne y Forre [Bru 85] propusieron un conjunto de 18 características dinámicas y estáticas. Algunas se listan a continuación:

Dinámicas:

1. tiempo total,
2. número de levantamientos de pluma,
3. tiempo de escritura,
4. tiempo con la pluma en el aire.

Estáticas:

1. área,
2. proporción,
3. desviación estándar de los valores de $x(t)$ e $y(t)$,
4. razón de desplazamientos totales en las direcciones x e y .

Hastie, Kishon, Clark y Fan [Has 91] describieron un modelo en el cual una firma sospechosa se prueba contra una firma de referencia que es transformada de ocasión en ocasión. Se sugieren cinco pasos para la verificación, que son:

1. *suavizado* (smoothing), usando una aproximación de trazadores cúbicos,
2. *velocidad*, calculada después del suavizamiento,
3. *alineamiento en el tiempo* (o *time warping*, TW), operación que permite hallar las correspondencias entre instancias de prueba y la referencia,
4. *segmentación*. La firma se segmenta en regiones de baja velocidad, definida baja velocidad como el 15% de la velocidad media, y
5. *promediación*. Se estima la firma de referencia calculando la media estadística o valor promedio de cada característica en cada segmento.

Nelson y Kishon [Nel 91] presentaron resultados de la utilización del análisis descrito en el artículo de Hastie *et al* [Has 91], usando las siguientes características:

1. tiempo de firma,
2. longitud de la ruta de firma,
3. valor cuadrático medio de la velocidad (RMS),
4. RMS de la aceleración centrípeta,
5. RMS de la aceleración tangencial
6. RMS de la aceleración total,
7. RMS *jerk* (movimientos bruscos, repentinos),
8. velocidad promedio horizontal,
9. integral de la magnitud de la aceleración centrípeta.

Chang, Wang y Suen [Cha 93], presentaron una técnica basada en Redes Neuronales Bayesianas para la verificación dinámica de firmas (VDF). Usaron entre otras las siguientes características:

1. tiempo total,
2. velocidad promedio,
3. número de segmentos (trazos),
4. longitud promedio de las direcciones promedio de las firmas,
5. razón ancho/alto,
6. razón de densidad parte-izquierda/parte-derecha,
7. razón de densidad parte-superior/parte-inferior.

Más recientemente, Grupta y Joyce [Gru 97] propusieron algoritmos en los que usan un conjunto de características que son simples y fáciles de calcular, invariantes ante la mayoría de las transformaciones de dos dimensiones tales como rotación, inclinación, tamaño, más globales en naturaleza, pues las variaciones locales en las firmas son comunes y, finalmente, son pocas -menos de 10-. Según estos autores, son más importantes las características dinámicas que las estáticas. Usaron las siguientes características en sus experimentos iniciales:

1. tiempo total de duración de la firma,
2. número de cambios de signo de velocidad en la dirección x,
3. número de cambios de signo de velocidad en la dirección y,

4. número de cambios de signo de aceleración en la dirección x ,
5. número de cambios de signo de aceleración en la dirección y ,
6. tiempo total de pluma arriba.

Un paso importante dentro del proceso de la verificación es la clasificación, que simplemente quiere decir que a una supuesta firma de una persona se le debe etiquetar como de genuina o falsa. La tabla 1.2 indica los clasificadores utilizados por 19 autores diversos para la verificación de firmas hasta el año 1989, y los resultados obtenidos en términos de FAR y FFR. Esta tabla es resumen de la tabla mostrada por Plamondon en [Pla 89-1]. De la tabla 1.2, puede decirse que hasta 1989 ya se había experimentado con una serie de clasificadores relativamente sencillos, prácticamente con muy poca orientación a clasificación inteligente. Las razones de aceptaciones falsas y rechazos falsos registran grandes variaciones, con topes superiores de 5.5 % y 77 %, respectivamente.

En referencias más actuales encontramos clasificadores tales como: redes neuronales y neurodifusas, clasificadores Bayesianos, cuantización vectorial (VQ), dynamic time warping (DTW), correlación, correlación regional, tree matching y clasificadores lineales, entre otros. La tabla 1.3 lista algunas técnicas auxiliares por parte de los autores que ahí se mencionan. En esta tabla se puede observar la aparición de técnicas “inteligentes” de clasificación, tales como las redes neuronales, que se utilizan como aproximadores universales de funciones no lineales.

Tabla 1.2: Algunos clasificadores utilizados y su eficiencia.

Comparador o clasificador	Error T-I FFR	Error T-II FFR
Umbral simple, con distancia de Manhattan ponderada	11	12
Umbral simple, con distancia Euclídea ponderada	1.5, 19	1.5, 5.5
Arbol de decisión, reconocimiento secuencial	0, 6	-
Histograma global y local, coeficientes de similaridad	1.2	1
Correlación	3.5	- -
Parámetros ponderados	3	2
Distancia ponderada	1.5	1.2, 2.5
Correlación regional	1.7, 2.4	0.022, 3.2
Análisis discriminante y procedimiento <i>Jackknife</i>	0	2.5
Análisis de agrupamiento (clustering)	6	-
Arboles de comparación, <i>DTW</i>	1.4, 2.1	1.2, 2.8
Pseudo-distancia de Mahalanobis	1.8	0
Medición directa de similaridad	1.77	0.28, 2.33
Funciones discriminantes de Fisher, clasificador lineal	30, 50	4, 12

Tabla 1.3: Algunas técnicas modernas usadas en los SVAF.

Referencia	Técnica
[Xuh 95]	Algoritmos genéticos
[Rig 98]	<i>HMM Hiden Markov Models</i>
[Lee 96]	Redes neuronales
[Bra 93]	Modelación de la dinámica de falsificación de firmas
[Yin 93]	Ondeletas sobre la imagen <i>Wavelets</i>
[Yas 93]	Implementación en <i>VLSI</i> de redes neuronales
[Zho 96]	Redes neuronales difusas
[Pla 90]	Correlación regional y <i>DTW</i> o <i>Dynamic Time Warping</i>
[Mat 95]	<i>DSP</i> , la respuesta al impulso de un filtro digital <i>FIR</i> es la característica

En la mayoría de los experimentos publicados hasta 1989, el umbral de decisión en los clasificadores es único. Recientemente se han propuesto sistemas con umbrales adaptables e incluso personalizados. Brault y Plamondon [Bra 93] han propuesto el cálculo de unos coeficientes para evaluar la facilidad de falsificación que pueda tener una firma. La regla en el dominio de la verificación dinámica es hasta ahora la falta de normalización y, evidentemente, esto constituye una de sus mayores deficiencias.

Las tasas de error se han reportado porcentualmente en un estudio realizado por Plamondon [Pla 89-1], como sigue: $0\% < \text{FRR} < 50\%$, $0\% < \text{FAR} < 12\%$. Estos resultados fueron obtenidos sobre diferentes bases de datos. Una observación interesante es que los mejores resultados de separabilidad de clases, estabilidad y dificultad de falsificación se da cuando las características discriminantes son los datos arrojados por la componente vertical del movimiento de la pluma al firmar, y que la señal que mejores resultados provee es la de velocidad [Pla 89-1].

El clasificador ha sido implementado en *hardware* y *software*. La implementación en *hardware* se aplica a situaciones en que el costo de tiempo de cómputo por *software* es alto, como lo es con redes neuronales.

Por último, es importante mencionar que algunos autores toman como base de verificación un conjunto de características locales; para esto, una firma es segmentada en regiones que tienen alguna peculiaridad, por ejemplo, un bajo perfil de velocidad. Cada región se conoce como un *segmento*. Las características de los segmentos son comparadas contra una referencia en la etapa del clasificador. Las características pueden ser definidas por funciones o por parámetros, como en el caso global. Regiones correspondientes de diferentes instancias de la firma pueden compararse. Entre los métodos que se han propuesto para la segmentación encontramos: regiones de baja velocidad global, puntos de cruce y puntos perceptualmente importantes, para la verificación dinámica. Sin embargo, todos ellos producen errores de clasificación al generar segmentaciones no consistentes a lo largo de un conjunto de firmas. Sólo hasta muy recientemente [Wan 98] se presentó un método aparentemente confiable de segmentación, usando la técnica *DTW*. En primer lugar, una firma genuina cualquiera es

segmentada bajo algún criterio, por ejemplo, regiones de baja velocidad. Se identifican los puntos de segmentación y mediante *DTW* se localizan los mismos puntos en el resto de las firmas genuinas donadas para entrenamiento. Las firmas a ser verificadas son segmentadas utilizando los mismos puntos de referencia, por lo que durante la verificación se comparan segmentos correspondientes entre firmas.

De lo expuesto en esta sección, es evidente que el problema de la verificación automática de firmas ha sido abordado desde muy variadas perspectivas, y que se han aplicado conocimientos de diversas áreas. La extracción de características es un paso crucial, y los enfoques presentados incluyen transformaciones de índole muy variada.

Una constante metodológica encontrada es que en su totalidad las propuestas presentadas en la literatura se apegan a la metodología de reconocimiento de patrones y, actualmente, muchas de las tendencias se centran en enfoques inteligentes para la solución del problema, o en probabilísticos como con los modelos ocultos de Markov. La falta de estandarización es un problema fuerte. Es difícil unificar bajo un marco de referencia coherente y bien estructurado las propuestas publicadas en la literatura, para proponer un conjunto universal de conceptos y métodos de prueba a los cuales se apeguen los futuros trabajos de investigación en esta área. En el capítulo 2 se continúa el estudio de la verificación de firmas desde la perspectiva del estado del arte, y se dan conclusiones más amplias sobre el tema.

1.3. Definición del problema

Esta investigación trata sobre el diseño, implementación y medición del desempeño de un algoritmo de verificación automática de firmas manuscritas; dicho algoritmo debe ser capaz de rechazar las falsificaciones hábiles, buscándose porcentajes de aceptaciones y rechazos falsos muy bajos.

En la sección anterior se presentaron los conceptos básicos que forman la base de la verificación automática de firmas manuscritas. Es notorio que la naturaleza de las técnicas utilizadas en este campo ha sido muy variada y ha sido limitada casi únicamente por la imaginación y habilidades de los investigadores. Las variables utilizadas generalmente provienen de plumas instrumentadas, tarjetas digitalizadoras y escaneadores. Las *características* también han sido de lo más variado, tanto dinámicas como estáticas. Los clasificadores usados en la verificación automática de firmas abarcan desde los de umbral simple hasta los muy complejos, pasando por redes neuronales, lógica difusa, etc. Para complementar la percepción sobre el tema puede revisarse el capítulo 2: "Tendencias actuales de verificación de firmas manuscritas". Ante esta panorámica, pareciera que es poco lo que se puede agregar a este saturado campo de investigación; sin embargo, queda aún como problema abierto abatir por cualesquier medios los índices de desempeño FAR, FRR y/o EER a niveles virtualmente cero en grandes bases de datos. Los mejores índices de desempeño logrados a la fecha bajo condiciones relativamente aceptables (bases de datos grandes, conjunto de prueba distinto al conjunto de entrenamiento, etc.) siguen siendo del orden desde uno a tres o cuatro puntos porcentuales. Por lo tanto, el problema planteado en esta investigación puede formularse como pregunta, de la siguiente manera:

PROBLEMA

Respecto a lo publicado en la literatura relacionada con el estado del arte de la verificación de firmas, ¿en qué etapa o proceso de un sistema de verificación automática de firmas manuscritas en línea puede realizarse una aportación original, de tal modo que aplicada se puedan lograr niveles de error de clasificación menores al 0.5 % en los índices de desempeño de aceptaciones falsas y rechazos falsos, en bases de datos realistas, que incluyan falsificaciones hábiles, y que sean, al menos, de regular tamaño (1000 ejemplares de firmas o más)?.

Esta pregunta no tiene una respuesta sencilla, dada la gran mezcla de variables, características discriminantes, técnicas de representación y codificación de la información dinámica y estática de las firmas manuscritas, los clasificadores, etc., además de ser evidente que herramientas matemáticas más complejas o una mayor cantidad de variables no necesariamente mejoran los índices de desempeño de los SVAF's, pareciera que es requerido algo que ha pasado desapercibido en este campo; algo que deberá marcar realmente una diferencia sustancial en los resultados de los sistemas publicados.

1.4. Hipótesis

Para establecer la hipótesis sustantiva de esta investigación, considérense las siguientes premisas:

1. El agregar más variables, características, transformaciones sobre ellas o introducir clasificadores más complejos podría no ser una solución al problema de la verificación automática de firmas, ya que en el estado del arte se ha probado una gran cantidad de ellos, sin aportar avances significativos [Pla 00]. Ver capítulo 2.
2. Al menos una etapa o proceso del SVAF debería optimizarse, utilizando una función de costo que se relacione con los índices de desempeño (FAR, FRR), de modo que se tenga un impacto directo en tales índices.
3. Tanto las características discriminantes como la arquitectura general del SVAF deberían estar basados en el razonamiento que sigue un verificador experto humano, ya que estos profesionales llevan decenas de años desarrollando técnicas específicas y dando resultados usados incluso ante cortes legales. Este enfoque humano de verificación se conoce como *aproximación forense*.
4. La verificación automática de firmas es un problema de reconocimiento de patrones con dos clases, la clase genuina o *genuinas* (ω_0) y la clase falsa o *falsas* (ω_1), con alto potencial de traslape de clases en el espacio de las características.
5. Dados los enunciados 3 y 4, el SVAF debe aprender de ejemplos de ambas clases.

De las premisas anteriores, derivamos la siguiente hipótesis:

HIPOTESIS

Para ser altamente eficiente, en un sistema de verificación automática de firmas se debe optimizar la manera en que se modelen o construyan las funciones prototipo de las características que potencialmente pueden facilitar al clasificador distinguir clara y nítidamente entre las clases *genuinas* y *falsas*, de modo que se tenga un impacto alto en la reducción de las clasificaciones erróneas. Sin embargo, al ser la conformación de las funciones prototipo sólo una parte del esquema de verificación, en el resto de dicho esquema debiera adoptarse el *modus operandi* de un verificador experto humano.

1.5. Objetivo

El objetivo de esta tesis está íntimamente relacionado con la hipótesis, y es:

OBJETIVO

Principal. Desarrollar y evaluar una estrategia basada en técnicas de optimización, con el fin de modelar las características discriminantes de las firmas manuscritas a través de funciones prototipo que promuevan índices de aceptaciones y rechazos falsos menores a 0.5%.

Complementario. Desarrollar y evaluar un algoritmo de verificación automática de firmas manuscritas en línea, adoptando la metodología de los verificadores humanos expertos.

1.6. Aporte de esta investigación al estado del arte

Como se verá en el cuerpo de este documento, se cuenta con más de un aporte al campo de la Verificación Automática de Firmas o (*VAF*); no obstante, la aportación original más sobresaliente es el concepto del *modelado óptimo de las características*, que consiste en conformar las funciones prototipo de éstas de manera óptima, seleccionando en el proceso de optimización funciones de costo relacionadas directamente con los índices de desempeño FAR y FRR; en contraposición, en la literatura técnica del área, los autores se han concentrado en sacar el mayor partido a nuevas variables, a nuevas características o a nuevos clasificadores, no logrando en la mayoría de los casos resultados de alto impacto [Pla 00].

En el campo del reconocimiento de patrones se encuentran los conceptos de *extracción* y *selección* de variables, así como *generación* y *generación óptima* de características; estos conceptos se revisan en el capítulo tres y no deben confundirse con el *modelado óptimo de las características*, siendo que ninguna técnica semejante se ha aplicado en el campo de la verificación automática de firmas manuscritas. Por otro lado, este concepto de *modelado óptimo de las características* puede extrapolarse a otros problemas de reconocimiento de patrones.

En la literatura de la verificación automática de firmas tampoco se ha visto el problema de mejorar los índices FAR y FRR planteando un problema de optimización biobjetivo, como se hace en esta tesis.

Finalmente, otro ingrediente importante es la integración explícita de una técnica de verificación forense en el proceso de verificación, dando lugar a una arquitectura que procesa las firmas de modo semejante al de un verificador experto humano.

1.7. Organización de este documento

Este documento se encuentra organizado como sigue. En el capítulo 2 se hace la revisión del estado del arte; en él se analizan las diversas aportaciones recientes de otros investigadores, agrupadas según el aspecto del proceso de verificación en que hacen énfasis, por ejemplo, en el clasificador, en la selección de variables, u otros, y donde queda claro que ningún autor se ha interesado ni explotado la conformación óptima de las funciones prototipo de las características.

El capítulo 3 está dedicado al desarrollo y explicación del *modelado óptimo de características*. El capítulo 4 se encarga de la descripción de la arquitectura de verificación automática con enfoque forense, a la cual denominamos “arquitectura digital forense”, y los algoritmos que la hacen operativa; en la sección 4.7 se consignan las aproximaciones neurodifusa y difusa utilizadas para implementar el razonamiento humano de los verificadores forenses.

El capítulo 5 es muy importante, en virtud de que en él se comparan las tasas de acierto obtenidas con la técnica del *modelado óptimo de las características* contra las tasas de otras tres técnicas de representación de las características, descritas en el capítulo 2, y se mide numéricamente la ventaja de aplicar la primera técnica respecto de las segundas. Esta comparación se realiza en base a un clasificador de umbral, que es el clásico encontrado en la literatura del área.

En el capítulo 6 se analizan los resultados de aplicar las funciones prototipo en el esquema de la *arquitectura digital forense*, y nuevamente se hace una comparación; en este caso, se compara el desempeño de la arquitectura digital forense contra el de la arquitectura típica de la literatura, mostrada en la figura 1.2.

Como elementos de conocimiento general, se incluye en el *apéndice A* la técnica de verificación forense o verificación experta sobre la cual hemos basado la *arquitectura digital forense*. Dado que el objetivo de esta investigación no se centra en aportar nuevas características sino en explotar la optimización de sus funciones prototipo, seleccionamos de la literatura algunas características de la forma de la firma -o estáticas-, que tienen como particularidad reflejar de manera clara, directa y medible, las variaciones en el diseño pictórico de las firmas. La descripción y forma de obtención de dichas características se da en el *apéndice B*.

Finalmente, el glosario de términos se presenta en el *apéndice C*.

Capítulo 2

Tendencias actuales de verificación de firmas manuscritas

En este capítulo se analizan los adelantos publicados en el periodo 1989 a 2002 en este campo, e indican los desempeños y tendencias más recientes. Esta revisión es importante ya que ubica claramente qué líneas y áreas de oportunidad son pertinentes en la actualidad. A diferencia del capítulo anterior, en éste se analizan los trabajos recientes en función de cuál es el énfasis de los mismos con respecto a las diversas etapas del sistema de verificación. En algunas publicaciones se observa que el foco de atención es, por ejemplo, el *sistema de captura*; en algunas otras, el énfasis es en la *selección de variables*, o en el *clasificador*, y así sucesivamente. La tabla 2.1 contiene la lista correspondiente de elementos. En algunas ocasiones, se traslada un resultado de otro campo del conocimiento y se aplica a la verificación de firmas manuscritas, como por ejemplo el análisis de fractales; en otras, el trabajo se desarrolla en el campo de la verificación directamente, al proponer características o evaluar alguna nueva variable. Una sección de este capítulo es dedicada en particular al análisis de la conformación de funciones prototipo de las características, tema importante ya que enfatiza el hecho de que el enfoque de optimización de la función prototipo no ha sido previamente propuesto.

Tabla 2.1: Elementos de énfasis en los sistemas de verificación automática de firmas

Elementos de énfasis en el estado del arte	
1	Sistema o método de captura
2	Variables
3	Extracción / Selección de características
4	Clasificador

2.1. Sistemas con énfasis en el método de captura

Pocos son los autores interesados en la técnica de captura, salvo algunas excepciones en que se desarrolla un *hardware* especial. En [Bar 89] Plamondon y Baron, exponen el uso de una pluma instrumentada para medir la aceleración de la punta de la pluma al escribir con fines de verificación y análisis de escritura manuscrita. Una aproximación semejante es presentada por Martínez y Alcántara [Mar 99], en un sistema de captura de firmas de bajo costo. Bruyne [Bru 88-1], reporta los resultados de investigación sobre el uso de una pluma convencional para capturar la dinámica de la firma, con cámara de televisión convencional que observa un prisma de vidrio. Se centra en los aspectos de construcción, *hardware* y *software* relacionados con el sistema. También se analiza la construcción de una tableta digitalizadora piezoeléctrica, la cual publicó más ampliamente en su trabajo sobre películas piezoeléctricas para la captura de la dinámica de firmas manuscritas en [Bru 88]. En [Tan 01], Tanabe hace la descripción de su sistema de captura de presión. Hamilton [Ham 95] desarrolló una tableta digitalizadora basada en un arreglo de líneas de cobre en un circuito impreso.

2.2. Sistemas con énfasis en las variables

Todo sistema de reconocimiento de patrones trabaja sobre variables que representan al objeto de estudio. Una adecuada selección de variables es crucial para la correcta operación de un sistema de verificación automática de firmas (SVAF). La selección de variables depende de si la firma es verificada en forma dinámica o estática.

Cuando la verificación es dinámica, las variables que se utilizan dependen muchas veces de los adelantos tecnológicos en los dispositivos de captura. La gran mayoría de los estudios publicados se basan en la posición, velocidad y aceleración (p-v-a) de la pluma con respecto al tiempo, como en [Bar 89], [Kir 01] y aquellos citados por Plamondon en [Pla 88]. En todos estos casos, no existe realmente un énfasis en las variables, pues las variables p-v-a se han vuelto comunes. Sin embargo, en [Han 01] se enfatizan como variables la altitud y dirección de la pluma, mientras que en [Sak 01] se enfatiza la posición, presión e inclinación (p-p-i) de la pluma. En ambos casos, tales variables se adicionan al conjunto típico p-v-a debido a que nuevos dispositivos de captura son capaces de entregar muestras de ellas a espacios regulares de tiempo.

Cuando la verificación es estática, la principal variable es la imagen digital de la firma capturada con un escáner -o con una cámara- y un sin número de características se derivan de ella. El análisis de características se realiza en el apartado siguiente.

2.3. Sistemas con énfasis en las características

Las variables constituyen una descripción de los objetos que se estudian. Las variables se construyen a través de mediciones directas sobre los objetos. El *espacio de las variables* representa de manera cruda al objeto. Para obtener una representación discriminante entre las

clases que agrupan objetos diferentes las variables distintivas usualmente deben transformarse para generar los rasgos o características discriminantes. De aquí en adelante, se adopta indistintamente el término *características* o *rasgos* para referirse a los rasgos distintivos. Algunas técnicas de transformación lineal [The 99] incluyen las transformaciones mostradas en la tabla 2.2. Las características también pueden constituirse a partir de representaciones paramétricas, como los modelos autorregresivos AR y ARMA, en una y dos dimensiones [The 99], o en los pesos de las capas ocultas de una red neuronal. Existen rasgos específicos para describir contornos, como el código de cadena [The 99], [Góm 93]. En lo referente a rasgos descriptivos de regiones, como en el caso de las texturas, se utilizan también momentos invariantes.

La generación de características en firmas tiene un largo recorrido y se pueden contar más de doscientas en la bibliografía; se derivan de las variables dinámicas y estáticas básicas. Actualmente las variables dinámicas básicas son las coordenadas de la pluma sobre la superficie de firmado, la aceleración, la presión o fuerza en tres ejes (x,y,z) y la inclinación y dirección de la pluma, todas en función del tiempo. La variable estática básica es la imagen digital de la firma, que es una función del espacio. Antes de abstraer rasgos las variables son sometidas a algún tipo de normalización.

A continuación se citan algunos ejemplos de las características utilizadas por algunos autores.

a) *Características de variables dinámicas.* Wu, Jou y Lee en [Wu 97] utilizan las coordenadas x,y de los puntos muestrales de la firma con respecto al tiempo. Se calcula el LPC cepstrum de las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ después de cierto preprocesamiento, de modo que conjuntos de coeficientes describen las características cepstrales de los segmentos de la firma. Sakamoto y otros [Sak 01] incorporan el uso de trayectorias de la posición, presión e inclinación de la pluma. Se define la inclinación p_x y p_y de la pluma con respecto al plano [x, y] de firma. Utilizan como características el ángulo y la distancia entre dos puntos consecutivos, presión absoluta de la firma y las presiones en las direcciones x e y. Nalwa [Nal 97] afirma que la información temporal no es tan consistente como la espacial. Hace uso de características locales y globales. Primero ajusta un polígono al conjunto de puntos muestrales de la firma. La firma es entonces normalizada con respecto a rotación y razón de aspecto. Las propiedades locales de la firma son descritas por un conjunto de funciones características derivadas de

Tabla 2.2: Algunas transformaciones lineales aplicables a variables

Transformaciones lineales aplicadas a variables de la firma autógrafa manuscrita	
1	Transformada de <i>Karhunen-Loève</i> (KLT)
2	Transformada Discreta de Fourier (DFT) en una y dos dimensiones
3	Transformadas Discretas de Seno y Coseno (DCT, DST)
4	Transformadas de <i>Hadamard</i> y <i>Haar</i>
5	Transformada Discreta Temporal de <i>Wavelet</i> (DTWT) - Multiresolución-
6	<i>Wavelet Packets</i> (WP)

las nociones de centro de masa, torque y momentos de inercia. Para extraer estas funciones, la firma se parametriza sobre su longitud de arco normalizada. Se utilizan dos ventanas deslizantes sobre la curva parametrizada. Una es un marco de coordenadas de referencia. La otra es una ventana de cálculo. Las características son extraídas de la parte de la firma que cae en la ventana de cálculo. No todos los puntos son ponderados igualmente ya que la firma es suavizada mediante una función gaussiana. Las cinco funciones características son las coordenadas $x(l)$ y $y(l)$ del centro de masa, el torque y las medidas de elipse de curvatura derivadas de los momentos de inercia, como función de la longitud de arco normalizada. Un ejemplo de representación paramétrica de rasgos discriminantes es descrito por Matsuura [Mat 95], que presenta el diseño de un filtro FIR para la verificación de firmas en línea. El filtro FIR caracteriza la dinámica, específicamente la velocidad durante el proceso de firmado. La respuesta al impulso del filtro puede determinarse tomando en cuenta las funciones de autocorrelación de las velocidades manuscritas en las direcciones horizontal y vertical como las secuencias de entrada y salida del filtro, respectivamente. La diferencia entre respuestas al impulso significan la diferencia entre las dinámicas de los escribientes.

En [Che 98], Cheng y otros presentan una técnica de verificación en línea para firmas chinas. Las variables usadas son las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ de la punta de la pluma sobre el papel. La firma es segmentada utilizando los puntos de cruce de la transformada *wavelet*, usando como función ondeleta madre la primer derivada de la función Gaussiana. Del total de segmentos obtenidos un subconjunto de segmentos óptimos es derivado. Mediante correlación se obtienen las correspondencias entre segmentos. Experimentalmente encontraron que el componente de la cuarta transformación *wavelet* podría obtener el conjunto más estable de puntos de segmentación. Una vez calculado el vector característico de referencia, una firma cuestionada es procesada y por *DTW* se determina la distancia entre los segmentos de ésta y el modelo. Los índices de aceptación falsa fueron del orden de 3.6% y los rechazos falsos de 1.5% en una base de datos de 600 firmas originales y 80 falsificaciones. En [Han 99], Han y otros también segmentaron la firma de acuerdo con los cruces por cero de la transformada de *wavelet*, utilizando sólo el canal de datos $y(t)$, obteniendo una razón de rechazos falsos de 4% a 11.6% y una razón de aceptaciones falsas de 7.62%, en una base de datos con 1000 firmas genuinas y 1200 falsificaciones. La transformada *wavelet* también ha sido usada por Wen [Wen 96], Yingyong [Yin 93] y Lejtman [Lej 01].

Paulik [Pau 94] y otros, consideraron las variables $x(t)$, $y(t)$ y $v(t)$ como vectores de procesos aleatorios, calculando modelos autorregresivos (*AR*) sobre ellas. Los datos son capturados y cada vector es particionado en 8 segmentos de 64 puntos cada uno. Se calcula un modelo *AR* por cada segmento. Con esta técnica y un clasificador tipo *LVQ* obtuvieron un EER de entre 2.87% y 5.48% con una base de datos 1600 firmas, de 16 personas. Los modelos se formaron tomando 50 firmas. Para medir las aceptaciones falsas se usaron firmas de otros firmantes. En [Moh 94], Mohankrishman y Paulik usaron la misma técnica, pero en la evaluación del desempeño incluyeron falsificaciones intencionales, con lo cual el EER pasó a valores de 8.4% a 12.7% con un umbral general para todos los firmantes, y de 7.7% a 11.14% con umbrales individualizados por firmante.

Algunos autores han utilizado medidas globales de las variables para caracterizarlas, entre las que tenemos los valores máximo y mínimo, rms y promedio. La aceleración centrífuga y

centrípeta también se han usado para caracterizar las firmas manuscritas. Algunas transformaciones de variable utilizadas para generar las características han sido la de Fourier sobre la aceleración [Bar 89]; la de *wavelet* sobre las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ de la firma, aplicando como ondeleta madre la derivada de la función gaussiana [Che 98]; la de Gabor en conjunto con *PCA* (*principal component analysis*) sobre la imagen no digital de la firma, por medios ópticos [Fas 01]. Una representación fractal es usada por Huang, en [Hua 00].

En otra vertiente de investigación, Wu y otros [Wu 97] proponen un esquema de verificación basado en codificación predictiva lineal (*LPC*) y redes neuronales del tipo perceptrón multicapas (*MLP*). La técnica descrita es aplicada a la escritura de firmas chinas. La representación utilizada son las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ de los puntos muestrales de la firma con respecto al tiempo. Inicialmente las coordenadas de la firma son normalizadas en el rango de 0 a 127 para posteriormente ser remuestreadas y divididas en “marcos” o *frames*. Entonces se considera que la firma tiene *FR* frames de longitud *FRAME SIZE* y el número de puntos entre cada frame es *FRAME SHIFT*. Además, se permite traslape de *FRAMES*. Cada *frame* es entonces multiplicado punto a punto por una ventana de Hamming, siendo la ventana de Hamming descrita en función de los parámetros de *frame* previamente establecidos. Finalmente, se calcula el *LPC* cepstrum tanto de las coordenadas $x(t)$ como $y(t)$ preprocesadas. Se obtienen así dos conjuntos de coeficientes que describen las características cepstrales que definen cada *frame* de una palabra de la firma. La siguiente fase es la de entrenamiento. Una red multicapa de perceptrones de retropropagación con actualización selectiva de pesos es entrenada con los coeficientes característicos. Para un patrón dado de entrenamiento los pesos no se actualizan cuando la salida es cercana a la salida deseada. Por persona se utilizan tantas *MLP* como palabras hay en la respectiva firma. Cada *MLP* aprende las características de firmas genuinas y falsas, con salidas 1 y 0 respectivamente. En la etapa de verificación, un umbral de 0.5 es establecido para definir si una firma es verdadera (salida >0.5) o falsa (salida <0.5). La base de datos para evaluar el sistema se conjuntó de entre 27 personas. Se pidió la asistencia voluntaria de 4 falsificadores. En la fase de entrenamiento se usaron 321 firmas auténticas y 321 falsificaciones. Para medir el desempeño, se usaron 489 firmas auténticas y 317 falsificaciones. Los autores corrieron experimentos de verificación usando *LPC* con órdenes de 8 a 18, variando el número de nodos ocultos del *MLP* de 4 a 8, los umbrales de verificación de 1.3 a 1.7 y el número de frames de 1 a 8. En conclusión, los mejores resultados se presentaron con un orden *LPC* aproximado de 11, 4 nodos escondidos, un umbral de 1.4 y 5 frames. Una vez sintonizados los parámetros previamente señalados, se logró una clasificación con una tasa de error del 4%. Los autores indican que esta técnica tiene la desventaja de que se requiere un nivel de esfuerzo más que mínimo para lograr resultados óptimos.

b) Características derivadas de variables estáticas. En [Amm 88] Ammar realiza una descripción de la firma según sus características visuales, esto es, inclinación dominante, zona baja de la firma y longitud y anchura de la misma, entre otros. En [Amm 90] Ammar realiza una descripción basada en los píxeles de la imagen, sirviéndose de los píxeles orientados hacia la derecha, regiones de alta densidad y otros. En [Lee 96], son usadas la inclinación de la firma y las envolventes. Ejemplos de características derivadas de la imagen firma pueden encontrarse en [Gou 99], [Jus 01], [Jus 00] y [Miz 99], entre otros. Sabourin y Genest [Sab 94],

[Sap 95] proponen y evalúan el desempeño de lo que denominan *extended-shadow-code*, código de sombra extendido, para representar características regionales o locales de una imagen firma. Para hacerlo, la firma es sobrepuesta a una retícula de rectángulos. Cada rectángulo es cruzado por dos barras diagonales unidas a los vértices. Las proyecciones de los píxeles sobre las barras se consideran el rasgo local distintivo. Recientemente, Herbst y Coetzer [Her 99], utilizaron la transformada Radon sobre la imagen firma para representarla mediante las proyecciones de los píxeles de la misma a su alrededor, con un recorrido de 360 grados, generando un sinograma o matriz de proyecciones. Una matriz de proyecciones representa la firma. Martínez y Alcántara [Mar 98], propusieron el uso de la segmentación por puntos de cruce de la imagen de la firma. A cada segmento se le aplica la transformada rápida de Fourier, construyéndose en una transformación no lineal espacio-frecuencia. Los coeficientes de la FFT de cada segmento son introducidos a una matriz, un segmento por renglón, formando una matriz que es considerada una imagen digital representativa de la distribución espacio-frecuencial de la firma de una persona.

c) *Características pseudo estáticas*. Algunos autores utilizan la información de la sucuencia temporal de firmado, pero las características son derivadas de la imagen a partir de las componentes $x(t)$ e $y(t)$. Un ejemplo típico es Nalwa [Nal 97], como se describe detalladamente en el *apéndice B*.

2.4. Sistemas con énfasis en el clasificador

El clasificador es un elemento importante en la operación de cualquier sistema de reconocimiento de patrones; los existen simples, como el de umbral, o complejos, como los modelos ocultos de Markov (HMM), las redes neuronales artificiales (RNA) y la lógica difusa (LD). A continuación se citan algunos clasificadores utilizados para la VAF.

Dehghan y otros [Deh 97], reportan una estrategia de clasificadores múltiples basados en redes neuronales de retropropagación y un votante integral difuso. Zhou publicó en 1995 [Zho 95] su trabajo sobre una red neuronal denominada "*pseudo-outer-product based fuzzy neural network*" o POPFNN. Posteriormente, en 1996 [Zho 96] utilizó dicha red para la verificación de firmas a partir de la imagen digital. Lee [Lee 96] realizó una comparación de desempeño entre tres tipos de redes neuronales como clasificadores en una aproximación de verificación en línea. Las estructuras de red neuronal seleccionadas fueron el perceptrón multicapa de Bayes (BMP), red neuronal de retraso de tiempo (TDNN) y red neuronal orientada a la entrada (IONN). La red que mejor se desempeñó fue la de tipo BMP. Otra aproximación de múltiples clasificadores fue propuesta por Sabourin y Genest [Sab 95] en un esquema de verificación fuera de línea, en el cual hicieron uso del clasificador de los k vecinos más cercanos para varios valores de k . En [Dro 94] Drouhard aplica varios métodos de entrenamiento y criterios de rechazo para la verificación fuera de línea, mientras que en [Dro 95] Drouhard compara el desempeño entre una red neuronal, los k vecinos más cercanos y un clasificador de umbral. Justino, en [Jus 00], usó modelos ocultos de Markov (HMM) y validación cruzada para la verificación fuera de línea; este mismo, en [Jus 01] vuelve a utilizar HMM, pero para discriminar falsificaciones de diverso nivel de habilidad, como lo es

la falsificación aleatoria, la simple y la experimentada. Otro autor que ha explorado HMM es Kashi [Kas 02], el cual entrenó el modelo oculto con 23 características dinámicas derivadas de las variables $x(t)$ e $y(t)$.

La tecnología de las redes difusas tipo ARTMAP fue explotada por Murshed [Mur 95], en conjunto con una red neuronal de retropropagación para reducción de datos en áreas traslapadas de la imagen firma.

Es interesante mencionar el trabajo de Mohankrisman y otros [Pau 94], [Moh 94], [Moh 99] y [Wan 98], quienes han utilizado como fórmula básica la segmentación de los datos $x(t)$, $y(t)$ y $v(t)$, calculando un modelo AR por cada segmento. El interés estriba en que han utilizado diferentes clasificadores con el mismo conjunto de características AR derivadas de los segmentos de las firmas, obteniendo un desempeño cada vez mejor con respecto a su trabajo previo. Los clasificadores que han utilizado son LVQ en [Pau 94], con EER de 2.87 % a 5.48 % sin falsificaciones reales; clasificador neuronal y segmentación DTW [Wan 98], con EER de 0.25 % sin falsificaciones reales y este mismo esquema en [Moh 99], con FAR de 0.78 % y FRR de 1.6 %. El cambio en el clasificador arrojó una mejoría notable en el desempeño.

2.5. Conformación de la función prototipo de las características

En esta sección se describen algunos enfoques reportados en la literatura para la construcción de las funciones prototipo de las características. Se hace este análisis porque precisamente el tema principal que se defiende en esta tesis es el modelado óptimo de las funciones prototipo de las características, como se describe en el capítulo 3, y que ha sido presentado parcialmente en [Mar 03], [Mar 03-1]. La conformación de la función prototipo de las características tiene lugar cuando se cuenta ya con dichas características, esto es, las transformaciones han sido aplicadas a las variables y está a disposición un cierto número de ejemplos de la característica. La figura 2.1 es una clasificación de los métodos típicos para la creación de la función prototipo de las características, construida a partir del estudio del estado del arte. En la gran mayoría de las publicaciones sobre verificación automática de firmas manuscritas el método para construir el modelo de la función prototipo por característica puede clasificarse como alguno de los listados en la figura 2.1.

2.5.1. Creación de prototipos en aproximaciones de parámetros.

Del cuadro sinóptico de la figura 2.1, en el segundo nivel, se ve que una característica puede representarse por medio de parámetros o funciones. Los parámetros representan el comportamiento de la característica con unos pocos valores, tales como el valor *RMS*, promedio, mínimo, máximo, etc., de la secuencia de datos que conforman la característica. Usualmente, se pone a disposición del sistema de verificación una cantidad N de firmas para formar la base de conocimiento de una firma, por lo que se cuenta con N conjuntos de parámetros

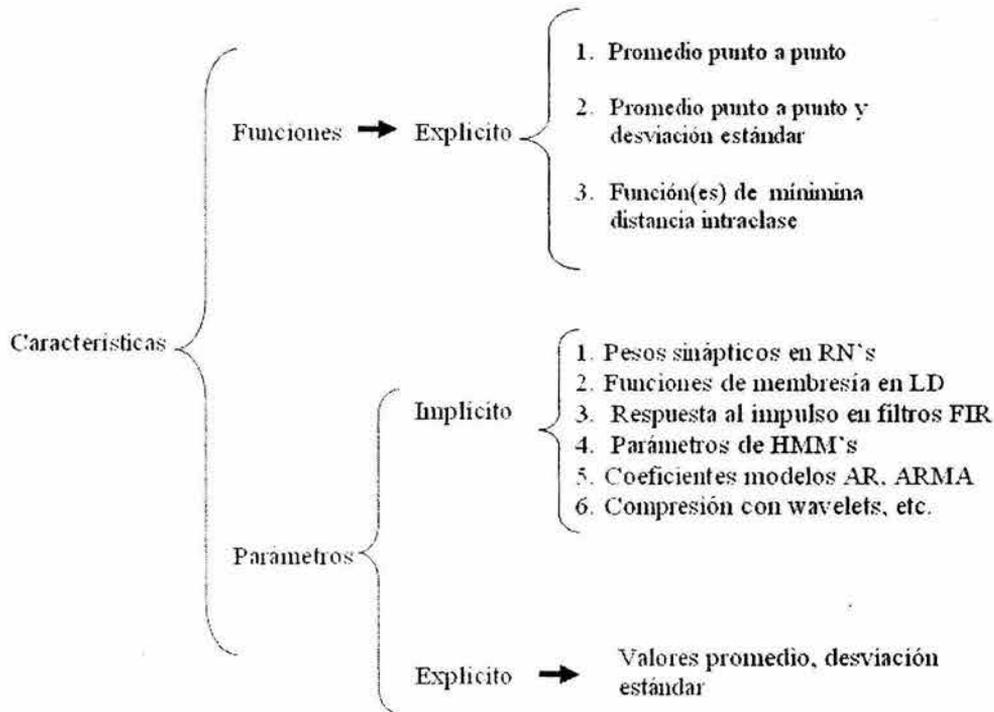


Figura 2.1: Clasificación del modelado de funciones prototipo de características en firmas manuscritas.

que representan a las características de un usuario. La información de los N conjuntos de parámetros se utiliza para crear el prototipo de clase. Para formar el prototipo de clase de las características en el enfoque de parámetros se recurre a construcciones implícitas o explícitas. En las construcciones explícitas, los parámetros conservan su identidad y el valor promedio de los N parámetros y su desviación estándar se utilizan como prototipos del parámetro. Una tendencia más para construir el prototipo de las características en la aproximación de parámetros es la construcción implícita. En este caso, la medida de distancia no se aplica directamente a los parámetros, los cuales sirven como datos de entrenamiento para redes neuronales, sistemas difusos, parámetros de diseño de filtros digitales, coeficientes de modelos autorregresivos, modelos ocultos de Markov, etc., y el prototipo lo constituyen los pesos sinápticos en las redes neuronales, las funciones de membresía o las reglas de los sistemas difusos, la respuesta al impulso de los filtros, etc. En algunos casos, las funciones son transformadas y se generan parámetros, como en [Lej 01] en donde se utilizaron *wavelets* (Daubechis-6).

Cuando se usan parámetros para representar las características de las firmas, los sistemas de verificación tienden a mostrar un desempeño inferior que cuando se usan funciones, pero tienen la ventaja de ser más rápidamente calculados y comparados [Nal 97], [Pla 00]. En algunos casos, como en [Min 00], se han utilizado ambos métodos de representación simultáneamente.

2.5.2. Creación de funciones prototipo en aproximaciones de funciones.

Retomando el segundo nivel del cuadro sinóptico de la figura 2.1, se observa que además de parámetros las características pueden ser representadas mediante funciones. Esta tendencia es usada más frecuentemente en la literatura porque los sistemas de verificación de firmas manuscritas basados en esta representación han mostrado mejor desempeño que los basados en parámetros [Pla 00].

Dado que la dimensionalidad de las funciones se encuentra alrededor de los cien elementos o más, las técnicas de representación implícita se usan con menos frecuencia que las explícitas, por lo que no se cita esa tendencia en el cuadro sinóptico. De mayor uso son las representaciones explícitas, las cuales se prestan directamente para el modelado mediante el promediado punto a punto de las N funciones disponibles para formar la base de conocimiento de la firma. Típicamente, las varianzas punto a punto de las N observaciones de una característica son usadas para ponderar a sus respectivos valores promedio. Ejemplos de esta tendencia son [Sak 01], [Ho 01], [Fas 01] y [All 01].

Para resaltar la existencia de técnicas no basadas en promedio y desviaciones estándar para la creación de la función prototipo de una característica, en el cuadro sinóptico de la figura 2.1, se lista otra tendencia, en la que como función prototipo se selecciona una o más de las propias funciones del conjunto de entrenamiento, como en [Kom 99], [Ohi 01] y [Die 99]. A continuación se explica la técnica adoptada en [Kom 99] y [Ohi 01]; citando textualmente a este último:

“Para explicar nuestro procedimiento de generación de plantillas, recordemos los dos tipos de errores en verificación de firmas:

1. Error tipo I (Rechazos falsos),
2. Error tipo II (Aceptaciones falsas).

Dadas m_0 trayectorias de firmas genuinas, divídanse en dos grupos S_1 y S_2 consistiendo de m_1 y m_2 trayectorias, respectivamente, en donde el primero es para generar plantillas mientras que el último es para verificación. Calcúlese la medida de distancia entre todas las firmas en S_1 y ordénelas de acuerdo a sus distancias. Seleccionar las tres firmas con la distancia más pequeña. Estas se usarán como referencias (Fig. 2.2)”.

Hasta aquí la cita textual. En algunos casos, se utiliza la técnica de la figura 2.2, pero rescatando únicamente una función como el prototipo de la característica, [Tan 01].

En conclusión, las aproximaciones para el modelado de las funciones prototipo de las características ha recibido menor importancia que otros aspectos de la cadena de verificación y, en particular, el modelado óptimo de la función prototipo no ha sido explotado.

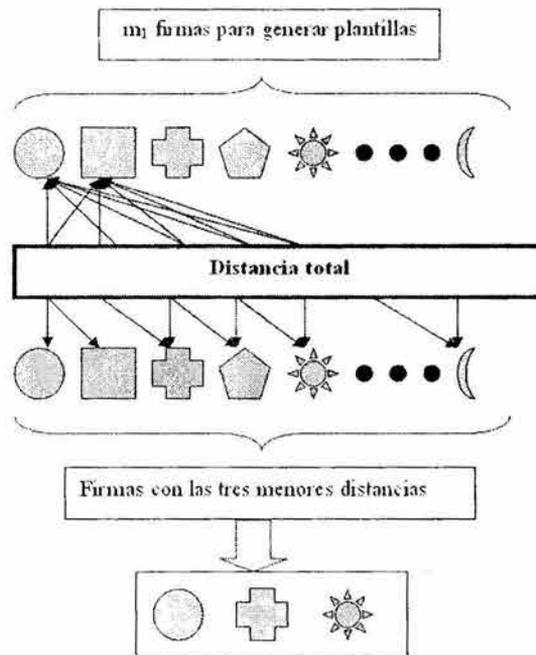


Figura 2.2: Generación de características con más de una función prototipo.

2.6. Grados académicos y la VAF

Algunos grados académicos se han otorgado en el mundo por el desarrollo de temas relacionados con la verificación automática de firmas manuscritas. Algunos caso se listan en la tabla 2.3.

La Universidad de Calgary, Laboratorio de Visión Computacional, mantiene un programa activo de investigación en el campo de la verificación automática de firmas manuscritas. Varias universidades en países como Canadá, Brasil, Francia, Japón y Australia, mantienen activos equipos de trabajo en el campo de la investigación de la escritura manual y en particular en verificación automática de firmas manuscritas.

2.7. La verificación automática de firmas hasta 1989

La tabla 2.4 contiene una revisión del estado del arte previa a 1989. En los mejores casos, se indican índices de FAR y FRR casi cero, pero las bases de datos y las pruebas realizadas, como ya se comentó previamente, no son representativas de experimentos de verificación demandantes.

Tabla 2.3: Grados académicos y la VAF

Grado	Autor	Universidad	Título de la tesis
Ph.D. 1998	J.G.A. Dolfig	Eindhoven University of Technhology	Handwriting recognition and verification. A hidden Markov approach.
MSC 2000	F.D.Gries	Michigan State University	On-line signature verification
Ph.D. 1991	D.A. Pender	Stanford Univerisity, California	Neural Netowrks and Handwritten Signature Verification
Ph.D. 1990	R. Sabourin	École Polytechnique de Montréal	Une Approche de Type Compréhension de Scène Apliquée au Problème de la Vérification Automatique de l'Identité par l'Image de la Signature Manuscrite
Ph. D.	T. S. Wilkinson	Stanfor University, California	Novel Techniques for Handwritten Signature Verification

2.8. Conclusiones

Existen dos métodos de verificación: en línea (dinámico) y fuera de línea (estático); la mayoría de los SVAF's están basados en características dinámicas. Es la opción que da mejores resultados para la verificación, ya que se basa en la información que un falsificador difícilmente puede reproducir. En cuanto a la extracción de características distintivas, existen grupos de hasta 100 de ellas, tanto para la verificación en línea como fuera de línea. Los clasificadores son aproximadamente 12, y los índices de desempeño son básicamente 3. Las investigaciones se realizan en más de 10 países del mundo, a la fecha incluido México (IPN, UNAM).

Tratar de comparar el desempeño de dos o más sistemas de verificación publicados en la literatura es una tarea de poco valor, ya que no existe una base de datos pública de firmas para prueba que pudiera usarse por todos los investigadores. La mayoría de los investigadores tiene su propia base de datos de firmas con un número variable de firmas genuinas, algunas tienen falsificaciones entrenadas mientras que otras no, algunos han depurado sus bases de datos retirando firmas que por alguna razón no son aceptables, mientras otros no. El número de firmas usado en la construcción de la firma de referencia varía frecuentemente, diferentes pruebas y umbrales se han utilizado y aun diferentes definiciones de los índices FAR y FRR. Algunos estudios utilizan un umbral diferente para cada individuo mientras otros usan el mismo umbral para todos los individuos.

Una pregunta de gran importancia en la verificación automática de firmas es, por supuesto, ¿qué aspectos o características de una firma son discriminantes?. No hay una respuesta simple a esta pregunta, y es un tema de investigación abierto. Para comparar características,

una técnica implica la comparación punto a punto, en cuyo caso la mayor dificultad es cómo realizar la comparación. La firma pudiera compararse calculando los coeficientes de correlación entre la firma de prueba y la correspondiente referencia, pero la comparación no trabajaría bien porque algunas porciones de cualesquier par de firmas genuinas de la misma persona pueden variar significativamente y la correlación puede verse afectada seriamente por traslación, rotación o escalamiento de puntos dominantes de las características de la firma. Una aproximación intermedia para fines de comparación es segmentar la firma o sus características y comparar los correspondientes segmentos usando algún alineamiento de segmentos, si es necesario. Esta aproximación ha dado buenos resultados.

En algunos casos, no todos los valores de las funciones discriminantes son usados. En su lugar, una colección de valores son calculados y comparados. Estos son algunas veces llamados *características estadísticas* (o *parámetros estadísticos*) y algunos ejemplos que se han usado en los estudios indicados en este capítulo incluyen:

- Tiempo total tomado para escribir la firma,
- Longitud de la ruta de la firma: desplazamiento en las direcciones x e y, y el desplazamiento total
- Velocidad de la firma: perfiles de las variaciones vertical y horizontal de la velocidad, así como sus valores promedio y RMS
- Aceleraciones de la firma: variaciones en las aceleraciones vertical y horizontal, centrípeta
- Tiempo pluma-arriba: tiempo total pluma-arriba o la razón entre éste y el tiempo total

La lista anterior es lejos de ser extensiva. Por ejemplo, Parks y otros [Par 85], en una patente registrada en los Estados Unidos, proponen más de 90 características.

La distancia entre una firma de prueba y la correspondiente referencia puede calcularse en muchas formas diferentes. Como ejemplo, [Lee 96] considera las siguientes cuatro aproximaciones:

- Función lineal discriminante
- Clasificador de distancia Euclídea
- Técnica de comparación de programación dinámica

Adicionalmente, es importante mencionar que si un sistema va a funcionar en el mundo real, debe considerarse el actualizar su representación prototipo o firma(s) de referencia, ya que la firma del usuario evoluciona al paso del tiempo.

Finalmente, y muy importante, es que una vez definidas las características discriminantes y calculadas éstas para un grupo de firmas, no se han publicado trabajos en los que se busque

explotar la manera en que se forma la función prototipo más allá de tomar los valores promedio o de hacer una comparación entre algunas funciones características y establecer como prototipo la que presente menor distancia respecto al conjunto de entrenamiento de firmas genuinas. Por supuesto, dejando de lado aquellas aproximaciones en que las representaciones son implícitas en redes neuronales, modelos ocultos de Markov o herramientas similares. Estas presentan la desventaja de que no es fácil o claro cómo mejorar la representación interna en tales modelos de modo de minimizar lo que realmente importa, los valores de rechazos falsos y aceptaciones falsas.

Tabla 2.4: Algunas propuestas de verificación de firmas previas a 1990, tomado de [Pla 89-1]

AUTORES	SEÑAL Y CARACTERÍSTICAS	ENTRENAMIENTO, BASE DE DATOS, ESPECÍMENES, FIRMANTES	MÉTODO DE COMPARACIÓN	TASAS DE ERROR	COMENTARIOS
Achemal Mourier, Lorette, Bonafay. (1986)	X,Y Selección de 10 parámetros entre 40	600 genuinas para entrenamiento (10 firmas por 60 firmantes)	Distancia de Manhattan ponderada	Tipo I: 11 % Tipo II: 8 %	Uso de falsificaciones reales
Beatson (1986)	X,Y Movimiento de la pluma en el aire incluido, características espaciales y dinámicas	1000 genuinas 100 falsificaciones		Tipo I: 1 % Tipo II: 2 %	No información sobre conjunto de entrenamiento. Comercialmente disponible como SIGNIFY
Bechet (1984)	V_x, V_y Normalización	300 genuinas para entrenamiento (4 ó 5 firmas x 48 firmantes) 1500 falsificaciones (12 imitadores)	Distancia euclídea y puntuación (score)	Tipo I: 5 % Tipo II: 5 %	La base de datos se colectó a lo largo de 9 meses
Bonnefoy, Lorette (1981)	X,Y Parámetros seleccionados de un conjunto de entrenamiento de 16	342 genuinas 15 firmas x 14 firmantes (para entrenamiento) 12 firmas x 11 firmantes (para prueba) No falsificaciones	Reconocimiento secuencial Árboles de decisión	Tipo I: 0 a 6 % Tipo II: - - -	Sólo una prueba durante un año
Brault, Plamondon (1984)	Aceleración promedio, suma de aceleración, número de muestras	243 genuinas 5 firmantes x 50 firmas	Clasificador de histograma coeficientes locales y globales de probabilidad	Tipo I: 1.2 % Tipo II: - - -	Falsificaciones aleatorias solamente
Collantier (1984)	X,Y Firma codificada en 40 bytes de datos	5656 genuinas 5 firmas x 460 firmantes (para entrenamiento) 3509 firmas para prueba	Correlación de 0 a 99	Tipo I: 3.5 % Tipo II: - - -	Referencia: 3 firmas 3 pruebas en más de un año en tarjetas de crédito en una tienda. Comercialmente por Quest Micropad como Q-sign
Crane, Ostream (1983)	F_x, F_y, P 25 parámetros seleccionados entre 44 vectores de referencia	5220 genuinas 2 a 10 firmas x 58 firmantes (para entrenamiento) 548 falsificaciones (12 imitadores)	Distancia Euclídea Ponderada y desviación estándar	Tipo I: 1.5 % Tipo II: 1.5 % Tipo I: 2.25 % Tipo II: 3 %	En cuatro meses, 3 pruebas con falsificaciones aleatorias. Falsificaciones reales
Debruyne (1985)	X,Y 4 Parámetros seleccionados entre 18	71 genuinas 11 firmantes 52 falsificaciones	Parámetros ponderados calificando prueba de máxima probabilidad	Tipo I: 3 % Tipo II: 2 %	Parámetros de referencia evaluados de 10 especímenes
Hale, Paganini (1980)	Amplitud de fuerza. 15 Coef. de Haar 18 Formas de onda características físicas	Experimentos típicos 500 genuinas. 97 firmantes 951 intentos de verificación 181 intentos de falsificación con firmantes entrenados 59 intentos de falsificación con firmantes no entrenados	Distancia ponderada	Tipo I: 1.5 % Tipo II: 1.2 % 2.5 %	Falsificadores no entrenados Falsificadores no entrenados
Herbst, Liu (1979)	A_x, A_y, P A_x, A_y	1) 6000 genuinas 6 firmas x 201 firmantes: falsificaciones de entrenamiento 40 usuarios imitados 10 firmas/usuario 40 imitadores 2) 1042 genuinas 5 firmas x 40 firmantes (para entrenamiento) 750 falsificaciones	Correlación regional	Tipo I: 1.7 % Tipo II: 0.4 % 0.022 % Tipo I: 2.4 % Tipo II: 3.2 %	3 pruebas, 6 meses Falsificaciones reales Falsificaciones aleatorias 3 pruebas (IBM)
Ibrahim Levrat (1979)	X, Y, V, A Parámetros globales Comparación de picos Cruces por cero	47 genuinas 1 firma x 10 personas (para entrenamiento) 38 falsificaciones 2 imitadores	Distancia Euclídea	Tipo I: 19 % Tipo II: 5.5 %	Firmado con un dedo en vez de con una pluma
Lam Kamins (1989)	X, Y Coeficientes de Fourier	8 genuinas 1 firmante 152 falsificaciones entrenadas de 19 personas	Análisis discriminante y procedimiento <i>jackknife</i>	Tipo I: 0 % Tipo II: 2.5 %	Realizó pruebas en preprocesamiento, también
Lorette (1983)	X,Y 7 parámetros derivados de geometría local y la dinámica de la firma	210 genuinas 5 firmas x 14 firmantes (para entrenamiento) 10 firmas x 14 firmantes (para prueba) No falsificaciones	Análisis de agrupamiento (<i>clustering</i>)	Tipo I: 6 %	Sólo una prueba
Mital Min Leng (1989)	Intervalos de tiempo Número de picos Medidas de distancia y área sobre la señal presión.	200 genuinas de 50 firmantes para entrenamiento Número de firmas de prueba desconocido; hasta 3 intentos por prueba.	Correlación	Tipo I: 0 % Tipo II: 0 %	Prueba en un periodo de 6 semanas

Tabla 2.5: Continuación de algunas propuestas de verificación de firmas previas a 1990, tomado de [Pla 89-1]

AUTORES	SEÑAL Y CARACTERÍSTICAS	ENTRENAMIENTO, BASE DE DATOS, ESPECÍMENES, FIRMANTES	MÉTODO DE COMPARACIÓN	TASAS DE ERROR	COMENTARIOS
Parizeu Plamondon (1988)	X, Y	50 genuinas (firmas tipo iniciales y <i>passwords</i>) de 39 personas	Correlación regional Arbol de Comparación <i>Dynamic Time Warping (DTW)</i>	Error total: 4 % En firmas con la señal Y	Estudio comparativo sobre tipos de escrituras
Plamondon Parizeu (1988)	X, Y Vx, Vy Ax, Ay	50 genuinas de 39 personas	Correlación regional Arbol de Comparación <i>Dynamic Time Warping (DTW)</i>	En señal Y: Tipo I: 2.1 % Tipo II: 2.0 % Tipo I: 1.8 % Tipo II: 1.2 % Tipo I: 1.4 % Tipo II: 1.6 %	Estudio comparativo sobre el espacio de representación. Otros resultados sobre señales de aceleración y velocidad
Sato Kogure (1982)	X, Y, P Funciones complejas normalizadas de forma, movimiento, y vector de presión	110 genuinas 10 firmas x 11 personas 330 falsificaciones 1 usuario 10 firmas x usuario 3 imitadores	Comparación por programación dinámica Distancia de pseudo-Mahalanobis	Tipo I: 1.8 % Tipo II: 0 %	No hay información sobre el conjunto de entrenamiento
Worthington Chainer Williford Gundersen (1985)	X, Y, P 5 medidas de similitud	5000 genuinas 5 firmas x 108 firmantes (para entrenamiento) 4700 firmas (para prueba) 2133 falsificaciones	Medida de similitud	Tipo I: 1.77 % Tipo II: 0.28 % 2.33 %	Pruebas realizadas a lo largo de 8 meses (IBM)

Capítulo 3

Modelado óptimo de características

En este capítulo se introduce el modelado óptimo de características como el problema de encontrar la forma -o valores punto a punto- que tendrá la *función prototipo* de una característica, tal que los errores de clasificación sean mínimos en los datos de entrenamiento y ante ejemplares no previamente vistos en dichos datos. Para dicho fin, la función prototipo es moldeada punto a punto mientras se busca dirigidamente en el espacio de soluciones del problema una forma final de dicha función que promocióne una máxima separación entre clases y una baja dispersión intracalse, para un problema bicalse en el que tiende a existir traslape de clases en el espacio de las características, como ocurre principalmente con las características de forma o diseño de una firma cuando un falsificador hábil reproduce una firma. La mejor separación en el espacio de características impone un menor esfuerzo del clasificador para realizar clasificaciones correctas. Nuestra investigación indica que este concepto no ha sido introducido en el campo de la verificación automática de firmas manuscritas en línea ni fuera de línea.

Este capítulo está organizado como sigue. La sección 3.1 describe el fin perseguido con el *modelado óptimo de características*. Un breve repaso del cálculo de las funciones prototipo como se realiza comúnmente se da en la sección 3.2. En 3.3, se expone propiamente el *modelado óptimo de características*; un ejemplo de obtención de prototipo óptimo de una función bidimensional se muestra en 3.4. Conclusiones se dan en 3.5.

3.1. Objetivo del *modelado óptimo de características*

El *modelado óptimo de las características* es el concepto clave y la aportación principal de esta investigación al campo de la verificación automática de firmas, siendo el primero de los ejes conceptuales importantes de nuestra propuesta, como se planteó en el capítulo 1. El modelado óptimo de las características no debe confundirse con los temas *selección de variables* ni *selección y generación óptima de características*, como se derivan en textos y publicaciones del área del reconocimiento de patrones.

A continuación se define el concepto de modelado óptimo de características en términos del problema específico de verificación de firmas manuscritas, en el sentido de que se describe con

las variables y características propias de dicho campo, pero lo que se dirá puede extrapolarse a la solución de otros problemas biclase de reconocimiento de patrones.

La *función prototipo de clase* f_x resume el comportamiento de un conjunto de ejemplares de alguna característica. Para la verificación de firmas manuscritas, el problema se centra en encontrar una representación de cada característica de ritmo y de forma a partir de los ejemplares de que se disponga, y resolver, con base en ellas, el siguiente problema de optimización:

$$\text{Minimizar } [FAR(f_0, f_1, f_2, \dots, f_n), FRR(f_0, f_1, f_2, \dots, f_n)] \quad (3.1)$$

Esto es, minimizar los índices FAR y FRR como una función de la *función prototipo* de cada característica. Debe notarse que $f_0, f_1, f_2, \dots, f_n$, son características en general, lo cual hace que la arquitectura del verificador que se describe en el capítulo 4 sea adaptable a cualquier conjunto de otras características. Las dos metas de la ecuación 3.1 deben conseguirse simultáneamente, empujando el punto de EER más al fondo en la gráfica conjunta de FAR y FRR . Ver la figura 1.2a del capítulo 1.

A continuación se describe la formación convencional de prototipos de características y posteriormente la formación óptima, para enfatizar sus diferencias.

3.2. Modelado convencional de características

El diagrama de la figura 3.1a representa el esquema típico de un sistema de reconocimiento automático de patrones [The 99]. Contiene las etapas de sensado, generación de características (transformaciones sobre las variables de entrada para potenciar su capacidad discriminante de acuerdo a alguna función de disimilitud/similitud), selección de características, diseño del clasificador y evaluación del desempeño del sistema. En este contexto, considérese algún conjunto de L variables escalares de entrada que dan lugar a un vector característico X . Asíumase que dichas variables son adquiridas N veces. La generación de características (*feature generation*) probablemente reduzca la longitud del vector característico a una dimensión L' . Posteriormente algunas características serán probablemente descartadas en la etapa de *selección de características* (*feature selection*). Esto da lugar a una matriz M de $N \times L'$ características, en donde cada columna es una característica y cada renglón es una observación.

El clasificador se diseñará de acuerdo a las características seleccionadas. Un clasificador con aprendizaje, o uno estadístico/probabilístico, se basará en el comportamiento estadístico del conjunto de vectores característicos. Una aproximación común es asumir cada característica como una variable aleatoria y modelar su comportamiento por una distribución normal [The 99]. En este contexto, la *función prototipo* de cada característica será especificado por la

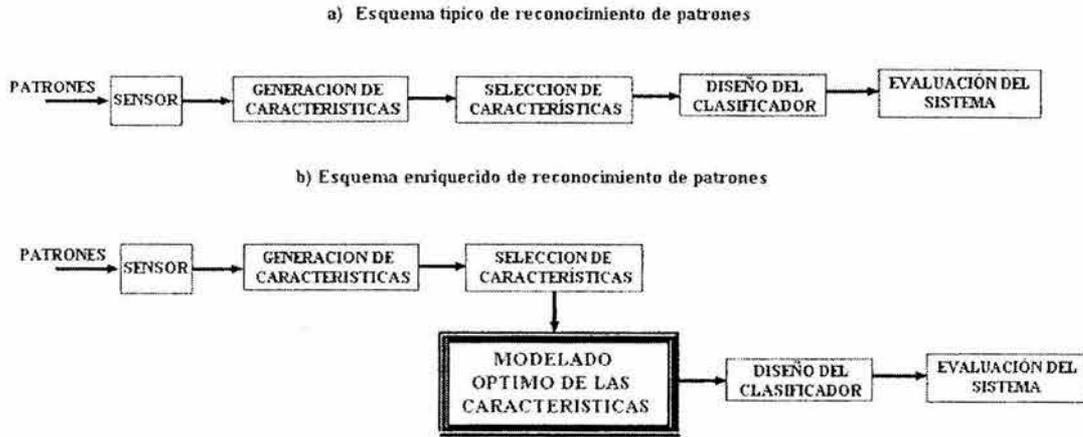


Figura 3.1: a) Esquema típico de reconocimiento de patrones [The 99]; b) esquema con *modelado óptimo de las características*.

media y desviación estándar, como lo ilustra la expresión 3.2 para una característica X :

$$\begin{array}{rcl}
 X^0 & = & [x_0^0 \quad x_1^0 \quad x_2^0 \quad \cdots \quad x_{L'}^0] \\
 X^1 & = & [x_0^1 \quad x_1^1 \quad x_2^1 \quad \cdots \quad x_{L'}^1] \\
 X^2 & = & [x_0^2 \quad x_1^2 \quad x_2^2 \quad \cdots \quad x_{L'}^2] \\
 \vdots & & \vdots \\
 X^{N-1} & = & [x_0^{N-1} \quad x_1^{N-1} \quad x_2^{N-1} \quad \cdots \quad x_{L'}^{N-1}] \\
 \hline
 \bar{X} & = & [\bar{x}_0 \quad \bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad \cdots \quad \bar{x}_{L'}] \\
 S & = & [\sigma_0 \quad \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_{L'}]
 \end{array} \tag{3.2}$$

\bar{X} y S son el modelo de una característica. En particular, a S se le conoce como *función de consistencia*, ya que es una medida qué tan consistente son los valores de la característica alrededor de su media aritmética [Góm 93].

En la verificación de firmas se tienen dos categorías o *clases* de firmas; una de ellas es la clase de firmas *genuinas*, designada por ω_0 , y otra la clase de firmas *falsas*, designada por ω_1 . Para la clase ω_0 se ha de calcular el modelo de cada característica.

Si se utilizan, digamos, M características, entonces deben existir M modelos de característica, cada uno correspondiendo a una característica, como sigue: de la característica 1, \bar{X}_1 y S_1 , de la característica 2, \bar{X}_2 y S_2 , y así sucesivamente.

Esta manera de crear el prototipo es ampliamente utilizada en los sistemas con clasificadores de distancia Euclídea ponderada y en los probabilísticos basados en el teorema de Bayes. Tomando como base el modelo (\bar{X}, S) de cada clase ω se diseña el clasificador. A los valores \bar{X} o promedios también se les conoce como *prototipos o representantes de clase* para la característica X . Si al prototipo adjuntamos el vector de desviaciones estándar S entonces tenemos el modelo de la característica para una clase.

Otras formas de calcular las funciones prototipo se describieron en la sección 2.5.

En la figura 3.1b se muestra el esquema que se propone en esta tesis para un sistema de reconocimiento de patrones, en el cual se ha agregado el bloque *modelado óptimo de características*; la entrada a este bloque son las muestras de las características y la salida es un representante o *prototipo óptimo* por característica. En este caso la optimalidad es en el sentido de maximizar la distancia interclase entre las W clases y *tratar* de minimizar la probabilidad de error P_e de clasificación de los miembros de cada clase respecto a su propia clase.

3.3. Modelando características óptimamente

Motivación. El estudio del estado del arte en la verificación automática de firmas en y fuera de línea demuestra que a pesar de que se utilicen clasificadores sofisticados, tales como modelos ocultos de Markov, redes neuronales, sistemas difusos, etc., los sistemas propuestos en la literatura tienen desempeños FAR y FRR que aún se pueden mejorar -ver capítulos 1 y 2-, digamos de unas cuantas unidades a unas cuantas décimas porcentuales o virtualmente cero. Lo mismo puede decirse con respecto a características seleccionadas, o a la manera en que se mide la similitud/disimilitud entre patrones (distancia Euclídea, de Mahalanobis, programación dinámica, etc.). Una de las razones, como se comentó previamente, es que la aproximación que en general han utilizado la gran mayoría de autores no considera la manera en que hace la verificación un examinador experto, sino más bien trasladan un resultado o procedimiento de otras áreas del conocimiento a la verificación de firmas, como en el caso de Huang en [Hua 00], con FAR de 2.7 % y FRR de 2.3 %, en el que usó una transformación fractal y distancia Euclídea acumulada. Sólo algunos pocos investigadores, como Plamondon, han realizado estudios inclusive de la mecánica de la escritura [Pla 89-2], por ejemplo. Este mismo, en [Pla 00], destacó la necesidad de apegar las técnicas de verificación, en alguno u otro sentido, a la forma en que lo hace un examinador forense.

Cuando un falsificador imita una firma hábilmente, las funciones o parámetros que la definen tienden a tener valores semejantes a los de las firmas genuinas, lo que ocasiona un aumento en las aceptaciones falsas (FAR). En un esfuerzo para mitigar este efecto, el umbral de reconocimiento del clasificador se puede poner a un valor alto. Sin embargo, cuando el umbral es alto, hay riesgo de que las firmas genuinas sean rechazadas, aumentando los rechazos falsos (FRR). Esta relación se ve en la figura 1.3a. Una forma de tratar esta problemática es *REPRESENTAR* los prototipos de las funciones o parámetros de forma que las dos clases involucradas (clase genuina ω_0 - clase falsa ω_1) sean separadas de acuerdo a una medida de distancia y que la probabilidad de error de clasificación de las firmas genuinas sea "mínima". Esta propuesta conceptual no debe confundirse con la selección y generación óptima de características, las cuales se describen en los párrafos siguientes.

Selección y generación de características. *Selección de características* se refiere a escoger un conjunto subóptimo de características derivadas de las variables de entrada. La selección de características es distinta a la selección de variables, la cual se define como escoger, de entre un cierto universo, las variables de entrada que serán más discriminantes para un

clasificador dado. Este problema se encuentra en todas las tareas de aprendizaje de máquinas, supervisado o no, en clasificación ya sea multiclase o biclase, regresión, predicción de series de tiempo, etc., poseyendo varios niveles de desafío. Si el clasificador opera en el espacio de entrada, los términos *variable* y *característica* son intercambiables.

La selección de variables también tiene como objeto reducir la dimensionalidad de los datos de entrada. La definición de la declaración matemática del problema de selección de variables y/o características no ha sido concensada en la comunidad internacional y depende de la aplicación. Típicamente uno puede distinguir: a) el problema de descubrir todas las variables relevantes a un concepto, y b) el problema de encontrar un subconjunto mínimo de variables. La nomenclatura de las aproximaciones al problema tampoco está bien establecida. Los métodos que miden la calidad de un subconjunto de características de acuerdo con el error de predicción son conocidos como métodos *wrapper* [Guy 98]. Métodos que usan criterios tales como coeficientes de correlación que no involucran al predictor son llamados métodos de filtro *-filter*. También existen los métodos que incrustan la selección de características en los algoritmos de aprendizaje, como los métodos difusos con ajuste paramétrico de las funciones de membresía.

Entre las alternativas para generar características a partir de variables encontramos transformaciones lineales, como la de Karhunen-Loève, descomposición de valor sigular, la de Fourier, Hadamard, Haar, *Wavelet*, etc., según [The 99]. En cualquier caso, una vez generadas las variables o características -tipo escalar o vectorial- debe *representarse* su comportamiento, y la manera típica son los valores promedio, como se indica en las expresiones 3.2.

Es importante recalcar que dentro del ámbito de la generación de características también encontramos la *generación óptima de características*, en cuyo caso el comportamiento estadístico de todas las muestras de las características *en todas las clases* es usado bajo un criterio de optimización para proyectar el espacio de las características a un subespacio de menores dimensiones, en el cual las características tendrán una mayor capacidad discriminante. Un caso típico [The 99], [Góm 93] involucra el uso de las llamadas matrices de dispersión intraclase S_w e interclase S_b , y una combinación de ellas $S_m = S_w + S_b$, en alguna función de costo que implica la relación entre ellas, como en $J = \text{traza} S_w / \text{traza} S_b$, que se maximiza con una transformación lineal del tipo $y = A^T x$. Por ejemplo, siguiendo a Theodoridis [The 99], Pág. 163, “sean S_{xw} y S_{bw} , las matrices de dispersión intraclase e interclase de x . Desde las respectivas definiciones, las correspondientes matrices y son $S_{yw} = A^T S_{xw} A$ y $S_{yb} = A^T S_{xb} A$; así, un criterio J en el subespacio y está dado por: $J(A) = \text{traza}(A^T S_{xw} A)^{-1} (A^T S_{xb} A)$; ahora la tarea es calcular los elementos de A de modo que J sea maximizado. Entonces A debe satisfacer necesariamente $\partial J(A) / \partial A = 0$ ”. Una transformación de este tipo tiene como consecuencia la reducción dimensional de las características y viene siendo equivalente a la generación de características a partir de variables mediante la transformación de Karhunen-Loève o análisis de componentes principales. A pesar de su elegancia, dado que la función de costo J tiene la forma de un cociente, no hay control sobre si la optimización se logra a costa de formar clases compactas (aumenta el numerador) o de aumentar la separación entre clases (disminución del denominador), o de ambas.

Hasta aquí los conceptos de selección y generación de características.

3.3.1. Marco de referencia para el modelado óptimo de funciones prototipo.

El modelado óptimo se derivará en base a un problema biclase, en donde las características deben discriminar entre la clase genuina (ω_0) y la clase falsa (ω_1). Considérese que existen N ejemplares de la clase ω_0 y K ejemplares de la clase ω_1 . Por el momento, asúmase una única función característica f de longitud L. Sean $[f_{\omega_0} \ f_{\sigma_0}]$ y $[f_{\omega_1} \ f_{\sigma_1}]$ las *funciones prototipo* y de *consistencia* de las clases ω_0 y ω_1 respectivamente, de longitud L; $\sigma_{\omega x}$ es la desviación estándar punto a punto de los ejemplares de la función característica del conjunto de entrenamiento. La distribución de clases de los N+K ejemplares de f es conocida *a priori*. Como medida de disimilitud entre un ejemplar de la función descriptiva de cada característica y la función prototipo de ω_0 se adopta:

$$d^2(f, f_{\omega_0}) = (f - f_{\omega_0})\Sigma^{-1}(f - f_{\omega_0})^T, \quad (3.3)$$

con

$$\Sigma^{-1} \equiv \begin{bmatrix} 1/\sigma_{\omega_0}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{\omega_0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_{\omega_0 L}^2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

como la matriz de los inversos de los cuadrados de las desviaciones estándar a lo largo del conjunto de N ejemplares entrenamiento. Se define el vector de las distancias entre cada uno de los ejemplares de la clase *genuinas* y la función prototipo $[f_{\omega_0} \ f_{\sigma_0}]$ como D_{ia} -distancia intraclase- como:

$$D_{ia} = [d_0 \ d_1 \ \dots \ d_{N-1}] \quad (3.5)$$

Se define el vector de las distancias entre cada uno de los ejemplares de la clase *falsas* y la función prototipo de la clase genuina $[f_{\omega_0} \ f_{\sigma_0}]$ como D_{ie} -distancia interclase- como:

$$D_{ie} = [d_0 \ d_1 \ \dots \ d_{K-1}] \quad (3.6)$$

en las expresiones 3.5 y 3.6, la distancia i-ésima d_i es calculada con la ecuación 3.3.

3.3.2. Estrategia de optimización.

La optimización es un área de investigación con décadas de resultados en su haber. Los métodos basados en gradiente y libres de gradiente, llevan años resolviendo problemas en diversas áreas de la ciencia y la ingeniería [Bev 70].

En el campo de la verificación automática de firmas se ha utilizado la técnica de *algoritmos genéticos* como herramienta de optimización para detectar la estabilidad de segmentos en

un conjunto de firmas genuinas en una aproximación basada en segmentación [Wij 00]. No obstante, la tasa de error igual (equal error rate, EER) entre FAR y FRR, fue de 4%.

En la propuesta de esta tesis, el objetivo de optimizar la función prototipo $[f_{\omega_0} f_{\sigma_0}]$ de la clase genuina, es formar una función prototipo tal que la medida de disimilitud (ecuación 3.3) entre ésta y los N ejemplos de la clase genuina sea *pequeña* mientras que la misma medida con respecto al *más cercano* de los K ejemplos de la clase falsa sea *grande* o que, al menos, sea mayor que la mayor distancia registrada entre las funciones de la clase genuina y su función prototipo, para que la característica sea suficientemente discriminante ante la presencia de falsificaciones hábiles. La figura 3.2a muestra el traslapamiento natural que ocurre entre las clases genuina y falsa ante la presencia de falsificaciones hábiles, considerando dos funciones características discriminantes f_1 y f_2 , respectivamente. En la figura 3.2b se muestra la separación de clases esperada como consecuencia de haber optimizado la representación $[f_{\omega_0} f_{\sigma_0}]$ de la característica de la clase ω_0 , bajo el mismo conjunto de datos de entrenamiento. Para lograr el resultado mostrado en la figura 3.2b, en esta tesis se realiza una optimización en dos fases. En una primera fase se utiliza un algoritmo genético para explorar el espacio de soluciones de manera discreta; en la segunda fase, un método de búsqueda continuo es usado mediante el gradiente en dos direcciones: en una dirección se busca seguir maximizando la distancia entre clases, mientras que en la otra se aproxima a una función que trata de minimizar la probabilidad de error de clasificación de las firmas genuinas P_e . Este es un problema de optimización biobjetivo, multidimensional. Las dos etapas se describen a continuación.

Los algoritmos genéticos son técnicas de optimización de reciente aparición, inspiradas en los mecanismos de la selección natural [Tso 97]. El algoritmo genético ha sido seleccionado para integrarse en la primer etapa de la optimización debido a su característica de realizar una búsqueda con múltiples puntos (cada cromosoma es un punto explorado en el espacio de soluciones) en la superficie de solución del problema, a diferencia de otros métodos que realizan una búsqueda con un único punto. Esta habilidad del algoritmo permite encontrar puntos que pueden ser máximos globales con mayor probabilidad [Tso 97], aunque por otro lado, no existe una garantía de esto.

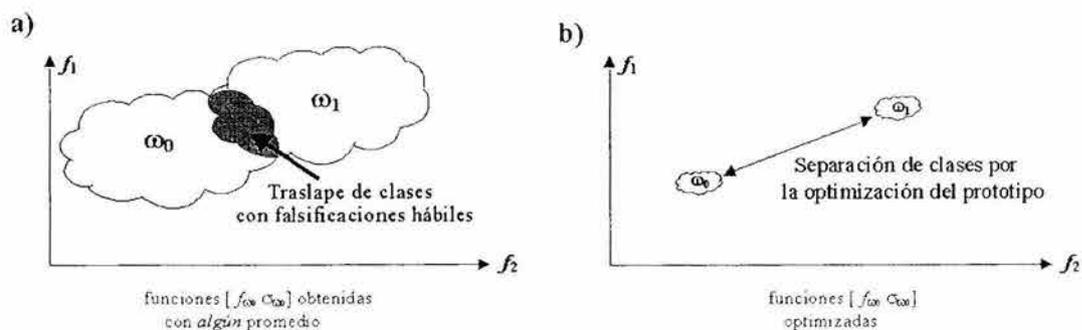


Figura 3.2: Separación de clases antes y después de la optimización de la característica.

a) *Formulación de la etapa discreta del problema de optimización.*

Dada una función característica de longitud L y N ejemplares de la misma como ejemplos positivos de una firma genuina, y K ejemplares negativos de la misma función característica -derivados de falsificaciones simples y hábiles-, la meta es encontrar *alguna* combinación de las N funciones genuinas tal que sus valores promedio y desviación estándar maximicen el $\min(D_{ie})$, dada la medida de disimilitud $d^2 = (f - f_{\omega_0})\Sigma^{-1}(f - f_{\omega_0})^T$, con Σ^{-1} definido por la igualdad 3.4. Se permite que una función se repita más de una vez para formar la representación optimizada de la característica. Al seleccionar promedios se pueden esperar valores D_{ia} moderados durante la fase de verificación.

La cantidad de cálculos y el tiempo de cómputo usados en el algoritmo genético para modelar el comportamiento promedio de un firmante son menores que realizar la búsqueda de una solución mediante búsqueda exhaustiva, que para valores grandes de N se vuelven prohibitivos. En efecto, la cantidad de evaluaciones y comparaciones directas que se tendrían que realizar mediante una búsqueda exhaustiva es

$$cd = K \sum_{i=1}^N C_i^N = K(2^N - 1), \quad (3.7)$$

lo que implica un comportamiento exponencial. Dado que un algoritmo genético converge típicamente en unas 30 a 100 iteraciones (ver capítulo 5), y dada una población de 100 cromosomas, por ejemplo, la cantidad de evaluaciones y comparaciones se limitará aproximadamente a

$$3x10^3K \leq cg \leq 10^4K \quad (3.8)$$

con lo que se obtiene una ganancia de tiempo de cómputo proporcional a cd/cg . Por ejemplo, para 20 ejemplares de la característica genuina y 300 ejemplos negativos ($K=300$) el número de evaluaciones y comparaciones exhaustivas es $300(2^{20} - 1)$ o aproximadamente $314x10^6$, mientras que mediante el algoritmo genético la búsqueda se limita teóricamente a 10^4K ó $3x10^6$, que implica un ahorro de tiempo proporcional a dos órdenes de magnitud.

El algoritmo genético escudriña un *espacio discreto* de soluciones, pues solamente puede acceder a los valores promedios de algunas combinaciones de los ejemplares de las características en cada punto; un valor intermedio entre los valores promedios no puede ser seleccionado por el algoritmo genético; por esto esta fase se denomina *optimización discreta*.

La liga entre el problema a resolver y la optimización con el algoritmo genético (AG de aquí en adelante) se da en la codificación e interpretación del cromosoma. A continuación se describe la relación entre el AG y el problema de optimización a resolver. Considerando que se tienen N firmas genuinas, la función prototipo será representada por:

$$f_{\omega_0}(i) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f_j(i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, L \quad (3.9)$$

En el cromosoma, cada función característica es identificada por un índice binario. La cantidad de bits por índice está dada por:

$$b = \log_2(N) \quad (3.10)$$

mientras que la cantidad total de bits del cromosoma es $bc = bxN$. El número recomendado de cromosomas nc es [Tso 97]:

$$nc \geq bc \quad (3.11)$$

La función de costo o de *fitness* se relaciona con la ecuación 3.3 y con las expresiones 3.5 y 3.6 como:

$$J = \frac{\min(D_{ie}) - \max(D_{ia})}{\max(D_{ie})} \quad (3.12)$$

La tabla 3.1 muestra algunos ejemplos de codificación de cromosomas. En el renglón 1, se codifica un cromosoma con firmas distintas entre sí. Se utilizan 4 bits por firma, lo que implica que se utilizan 16 firmas para generar el prototipo optimizado de la característica discriminante. Se introduce el símbolo “|” para separar las diversas instancias de la firma de la que se derivó la característica. La codificación es binaria natural y en la tercera columna se anota el conjunto de firmas correspondiente. La repetición de firmas es permitida para formar la representación característica óptima, y en el segundo renglón se muestra un ejemplo de este caso. El efecto de repetición llega a ocurrir debido a los efectos estocásticos del propio algoritmo genético, e implica un sesgo de la moda estadística del conjunto de datos hacia uno de los ejemplares de la característica bajo optimización.

El algoritmo genético aplicado es el descrito por Tsoukalas [Tso 97], con los parámetros indicados en la tabla 3.2. El prototipo optimizado se calcula obteniendo el promedio de la característica de las firmas representadas en el cromosoma y la respectiva desviación estándar. En este punto es adecuado mencionar que la representación final de la función prototipo obtenida por el algoritmo genético para la característica ha *evolucionado* separándose de

Tabla 3.1: Ejemplos de codificación de varias instancias de una característica en un cromosoma.

No.	Cromosoma	Conjunto de firmas a promediar
1	'0001 1001 0110 1111 1101 1100 0010 ... 0111'	1, 9, 6, 15, 13, 12, 2, ... 7
2	'0011 1101 1101 1111 0010 1001 0101 ... 0110'	3, 13, 13, 15, 2, 9, 5, ... 6
3	'1110 0101 0100 1010 1010 0101 1001 ... 0000'	14, 5, 4, 10, 10, 5, 9, ... 0
4	'0110 0111 1000 1001 1110 0001 0011 ... 1010'	6, 7, 8, 9, 14, 1, 3, ... 10
5	'1000 0101 0011 0001 1001 0110 1100 ... 0010'	8, 5, 3, 1, 9, 6, 12, ... 2

Tabla 3.2: Ejemplos de codificación de varias instancias de una característica en un cromosoma.

Elemento	Tipo	Observaciones
Población	Aleatoria/constante	La población inicial es generada aleatoriamente y se mantiene constante en cada ciclo evolutivo
Selección	Elitista	Se selecciona para reproducción sólo los mejores individuos de cada generación
Probabilidad de	PM >0.14 %	Para sacar el proceso evolutivo de mínimos locales
Criterio de convergencia	$\bar{f} = \max(f) it \geq 60$	Cuando el <i>fitness</i> promedio es igual al <i>fitness</i> del mejor individuo de la población o () cuando el número de iteraciones alcanza 60

falsificaciones aleatorias -tomadas de la misma característica derivada de firmas de otras 20 personas- y falsificaciones hábiles. El objeto de incluir falsificaciones aleatorias es que el sistema aprenda a discriminar algunos estilos generales de escritura y cuando se le presente una falsificación aleatoria la descubra fácilmente. Las falsificaciones hábiles se pueden conseguir en campo aleccionando a potenciales falsificadores sobre la forma y el ritmo del firmante original. En un entorno de aplicación real, sin embargo, no se podrá disponer de falsificaciones hábiles. Para subsanar este problema, y ya que es básico en esta propuesta contar con ejemplares de falsificaciones hábiles, se propone una técnica para generar ejemplares de falsificaciones hábiles.

Las "falsificaciones" así generadas se conocerán de aquí en adelante como *falsificaciones hábiles sintéticas* o, indistintamente, falsificaciones sintéticas. La técnica se describe a continuación.

Generación de falsificaciones hábiles sintéticas. En la literatura de la verificación de firmas no existen antecedentes de una técnica como la que se presenta a continuación, la cual consiste en generar características *falsas sintéticas* en lugar de tratar de deformar una firma original para posteriormente derivar las características de entrenamiento. Una característica falsa sintética se genera en este trabajo mediante el procedimiento de la tabla 3.3.

Para comprender la figura 3.3 véase primero el contenido de la tabla 3.3. La figura 3.3 muestra un ejemplo con la función $(C_x(l))$; en 3.3a, se muestra la característica ' $C_x(l)$ ' derivada de una instancia genuina de una firma; en 3.3b, se encuentran los segmentos a ser intercambiados; en 3.3c, se ve una falsificación hábil sintética, en su forma final, utilizable para entrenamiento. Este procedimiento se aplica a cualquier característica.

Conjunto de datos de entrenamiento para el AG. Dados los especímenes de una característica (tomados de varios firmantes) contenidos en una base de datos, los conjuntos de entrenamiento para el algoritmo genético se seleccionan de la siguiente manera:

1. Clase ω_0 : 16 funciones derivadas de firmas genuinas.

Tabla 3.3: Procedimiento para generar funciones características falsas sintéticas

Paso	Proceso
1	Encontrar un punto de referencia. Determinar el valor pico de la función característica en el rango del 12% al 88% del vector que contiene la característica; llamar P a la posición del máximo. Este rango se selecciona considerando que las partes inicial y final de la firma son las más estables y más fáciles de imitar; la sección media de la firma es en donde más probablemente se presentarán las mayores variaciones en las falsificaciones.
2	Determinar segmento a intercambiar. Considerando l como la variable independiente de la característica X , recorrer X desde $l = P + 5$ hasta que $dX/dl > 0$ o llegar al límite del 88%; guardar el valor de l como punto final. A partir de $l = P + 5$ recorrer X en sentido descendente de l , hasta que $dX/dl < 0$; guardar el valor de l como punto inicial. Fijar un valor total del segmento a desplazar como $despl = 1.8 * (\text{punto final} - \text{punto inicial})$.
3	Llenar dos buffers con segmentos de X e intercambiarlos. Llenar $buffer_1$ con X desde $l = (15\% \text{ card}(X))$ hasta $despl$ y $buffer_2$ con X desde $l = (despl + 1)$ hasta $(75\% \text{ card}(X))$. Intercambiar de posición $buffer_1$ y $buffer_2$ dentro del vector X , generando X' .
4	Agregar ruido aleatorio. Al agregar ruido aleatorio se simula el efecto del temblor típico en que incurre un falsificador al corregir continuamente la trayectoria de la firma. Se agrega un valor de ruido proporcional al 10% del valor mínimo de X' , mediante: $X'' = X' + 0,1 * \min(X') * \mathcal{N}(0, 1) + 0,1 * \min(X') * \mathcal{N}(0, 1),$ en donde $\mathcal{N}(0, 1)$ es una secuencia de ruido de distribución normal con media 0 y desviación estándar unitaria.
5	Filtraje IIR. Un filtro digital <i>Butterworth</i> de cuarto orden, pasabajas, con frecuencia de corte normalizada a 0.8, es utilizado para filtrar X'' . El filtrado originará un corrimiento de fase de hasta 50 grados afectando principalmente las frecuencias medias a altas. Esto emula el efecto de los pequeños errores en el trazado de la firma.

- Clase ω_1 : 200 funciones derivadas de falsificaciones aleatorias de otros veinte usuarios (para discriminar de la generalidad de los estilos de escritura) más diez funciones falsificadas sintéticamente (para discriminar las falsificaciones hábiles).

b) Formulación de la etapa continua del problema de optimización.

La motivación para modificar y perfeccionar la función prototipo resultante del proceso evolutivo es que la función de costo está orientada a reducir las aceptaciones falsas mientras que los rechazos falsos son "controlados" al seleccionar los valores promedios de cada punto de la característica, lo que es una aproximación *tradicional*. En teoría, dado que cada punto

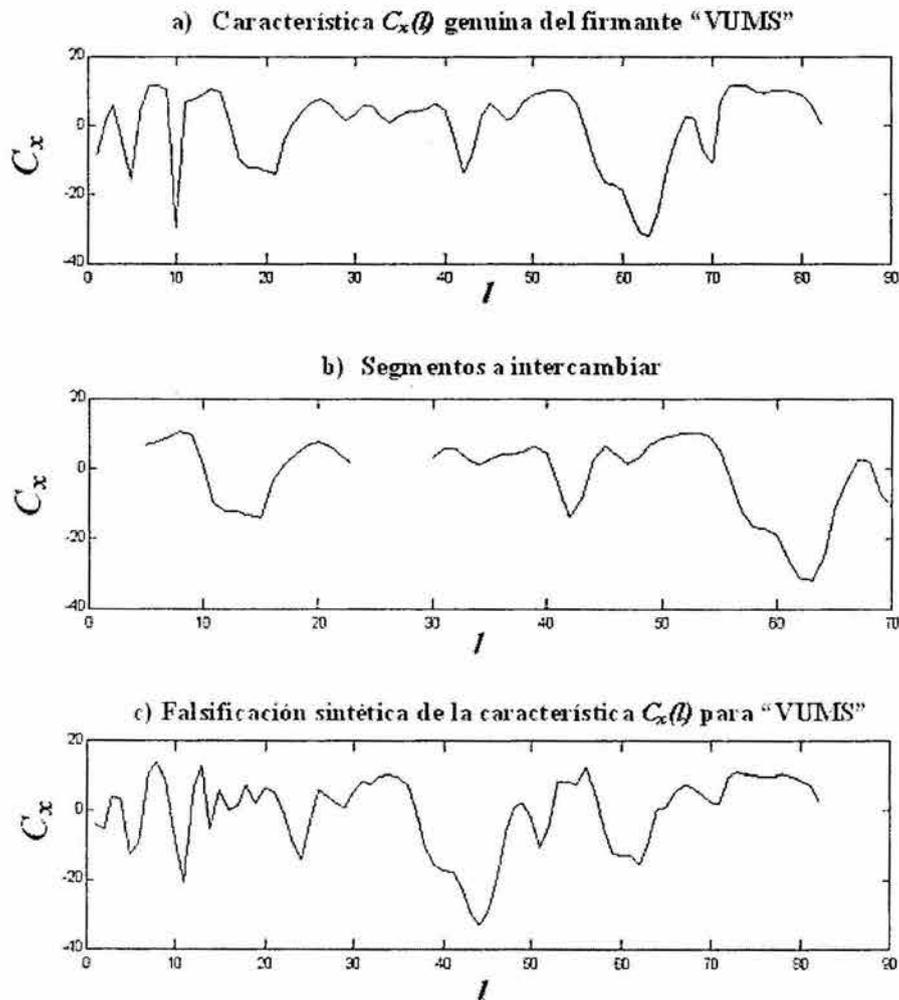


Figura 3.3: Generación de una instancia falsa sintética de la función $C_x(l)$.

de la característica a lo largo de varios ejemplares se comporta como una variable aleatoria, es natural que el valor esperado de la siguiente muestra -quizá de una firma cuestionada- esté dado por

$$E\{x\} = \bar{x}, \quad (3.13)$$

y entonces el problema de minimizar los rechazos falsos se convierte en un problema probabilístico, que se puede establecer como ¿cuál es el valor de cada punto x_i de la función prototipo que minimiza la probabilidad de que un vector característico genuino sea erróneamente considerado como extraído de una falsificación?. Asumiendo independencia entre los vectores característicos, la probabilidad de que k_i vectores de la clase ω_i sean mal clasificados

está dada por la distribución binomial [The 99]:

$$\text{prob}\{k_i \text{ sea mal clasificado}\} = \binom{N_i}{k_i} P_i^{k_i} (1 - P_i)^{N_i - k_i} \quad (3.14)$$

En donde N_i es el número de vectores de la clase ω_i y P_i es la probabilidad de error de la clase, la cual es desconocida a *priori*, y se puede estimar como k_i/N_i ; la probabilidad total del error es la suma de la probabilidad de error de la clase genuina más la probabilidad de error de la clase falsa, esto es

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^N P(\omega_i) \frac{k_i}{N_i} \quad (3.15)$$

en donde $P(\omega_i)$ es la probabilidad de ocurrencia de la clase ω_i . Se puede demostrar que la ecuación 3.15 es una estimación no sesgada de la probabilidad real de error; en dicha ecuación, para dos clases, 0i 1, y N_0 y N_1 son los N_i valores posibles. Es de interés encontrar el valor de N_0 -número de muestras de la clase genuina- que permitirá minimizar la probabilidad de error de clasificación de la clase ω_0 . El estimado de la probabilidad de error de clasificación tiende a cero si N_i tiende a infinito, por lo tanto, si un número pequeño de datos es usado, la probabilidad de error de clasificación es grande. En el caso de los sistemas de verificación automática de firmas en general es el caso que se cuente con una cantidad pequeña de datos, por lo que la probabilidad de clasificar mal una firma genuina podría ser alta.

Una visión alterna de esta aproximación es *predeterminar* la probabilidad deseada de error de clasificación, y encontrar el número requerido de ejemplares (N_0) de la clase genuina para obtener dicha probabilidad con cierto grado de certeza. En [Guy 98] se deriva el número mínimo de tamaño del conjunto datos de prueba N en términos de la probabilidad de error de un clasificador ya diseñado. El objetivo es estimar N de modo que se garantice con probabilidad $1 - a$, con a continuo en $[0 - 1]$, que P no exceda el valor estimado o esperado ($E[P]$) en el conjunto de entrenamiento por un monto mayor a $\epsilon(N, a)$. La aproximación de N se estima por Guyón [Guy 98] mediante

$$N \approx \frac{100}{P} \quad (3.16)$$

con $a = 0,005$. Esto quiere decir que si se quiere garantizar, con un riesgo a de estar equivocado, que la probabilidad de error P no excederá $(E[P])/(1 - \beta)$, con $\beta = 0,2$, N debe ser del orden dado por la ecuación 3.16. Si se predetermina una probabilidad de error deseada a $P = 0,01$ entonces $N = 10000$, y para $P = 0,03$, $N = 3000$; esto representaría para el problema de verificación de firmas contar con 10000 o 3000 firmas para *asegurar teóricamente* que no existirían errores de clasificación. Esto es impráctico y, sin embargo, abre el camino para otra avenida de exploración de este problema, como se describe en los párrafos siguientes, y que permitirá "*estimar*" los valores teóricos de x_i del vector de la característica X para minimizar la probabilidad de error de clasificación, de acuerdo con el teorema del valor central en el límite cuando N tiende a infinito.

De acuerdo con la ecuación 3.16, se requieren grandes cantidades de ejemplares de firmas para reducir la probabilidad de error. En el contexto de *inferencia estadística* [Spi 00], se puede identificar esa gran cantidad de ejemplares (N_0) con una *población*. Entonces debería contarse con N_0 instancias de $X = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_{L-1}]$ para encontrar la media y desviación estándar de la población. En el caso de verificación de firmas las cantidades máximas típicas donadas por los firmantes para entrenamiento no excede a un par de decenas. Esto hace imposible calcular directamente la media y la desviación estándar de la *población*. No obstante, es posible *estimar* el valor de la media poblacional con cierta tolerancia y grado de confiabilidad a partir de una *muestra* de la población con, digamos, M_0 ejemplares tomados aleatoriamente de la población, en donde $M_0 \ll N_0$. Esta solución se conoce como *estimación* o inferencia de parámetros estadísticos de la población basados en una muestra también conocida como *Teoría de pequeñas muestras* o *teoría exacta del muestreo* [Spi 00]. Generalmente aplica cuando $M_0 < 30$. En este caso, $M_0 < 30 \ll N_0$. Como resultado se obtiene -dentro de algún intervalo y con cierto porcentaje de confianza- una estimación de

$$\bar{X} = [\bar{x}_0 \quad \bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad \dots \quad \bar{x}_{L-1}] \quad (3.17)$$

con un número de muestras finito, y que en teoría minimizará la probabilidad de error de clasificación de las firmas genuinas. Una alternativa para minimizar la medida de disimilitud de la ecuación 3.3 es calcular el valor de la media verdadera punto a punto, esto es, debe encontrarse la estimación de la media verdadera o esperanza matemática

$$\bar{x}_i = E(x_i), \quad (3.18)$$

de modo que

$$\left(\frac{E(x_i) - x_{iq}}{\sigma_i} \right)^2 \rightarrow 0 \quad (3.19)$$

en donde x_{iq} es un valor puntual de la característica de una firma cuestionada que debe clasificarse como genuina. El cálculo de los L elementos de \bar{X} de la ecuación 3.17 puede obtenerse haciendo uso la *distribución t de Student* ([Spi 00], [Wal 98]), que es la distribución de probabilidad de la media muestral de una población; dado el estadístico

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s} \sqrt{N - 1} = \frac{\bar{X} - \mu}{\hat{s}/\sqrt{N}} \quad (3.20)$$

y considerando muestras de tamaño N tomadas de una población normal (o casi normal) con media μ , y si para cada una se calcula t , usando la media muestral X y la desviación típica muestral s , puede obtener la distribución de muestreo para t , que viene dada por

$$Y = \frac{Y_0}{\left(1 + \frac{t^2}{N-1}\right)^{N/2}} = \frac{Y_0}{\left(1 - \frac{t^2}{v}\right)^{(v+1)/2}} \quad (3.21)$$

en donde Y_0 es una constante que depende de N tal que el área bajo la curva es unitaria, y donde la constante $\nu = (N - 1)$ es el número de grados de libertad. La ecuación 3.21 es la distribución t de *Student*. Se pueden establecer *intervalos de confianza* usando la tabla de distribución t [Spi 00]. Los límites de confianza para medias poblacionales están dados por

$$L^{s,i} = \bar{X} \pm t_c \frac{s}{\sqrt{N-1}} \quad (3.22)$$

los valores de t_c son los valores críticos o coeficientes de confianza y dependen del nivel de confianza deseado (porcentaje de certidumbre) y del tamaño de la muestra. Para un punto de cualquier característica x_i , con una muestra de 16 valores y considerando media \bar{X} y desviación típica s , se calculan los límites dentro de los que podemos confiar que con una probabilidad c se encontrará la media verdadera de la población, que es el parámetro que se espera disminuya los rechazos falsos. Dado que cualquier punto dentro del intervalo de confianza tiene la misma probabilidad de ser la media verdadera, una manera de puntualizar el valor de x_i es mediante el cálculo de la *moda de x_i* , usando la relación empírica entre media, mediana y moda [Wal 98],

$$\hat{x}_i = 3\bar{x}_i - 2\tilde{x}_i \quad (3.23)$$

en donde: \hat{x}_i es la moda, \bar{x}_i es la media muestral y \tilde{x}_i es la mediana.

Así, se asigna a x_i un valor proporcional a la moda. Esto presupone que el comportamiento de los valores x_i es unimodal. El valor de x_i queda como:

$$x_i = L_i^i + ((\hat{x}_i - \min(x_i))/(\max(x_i) - \min(x_i))) \cdot (L_i^s - L_i^i) \quad (3.24)$$

en donde L_i^s , L_i^i son el límite de confianza superior e inferior del i -ésimo punto de la característica, según la ecuación 3.22. La moda es seleccionada pues es el elemento que representa el sesgo con que cuentan los hábitos del firmante, esto es, la manera en que más veces tienden a ocurrir los trazos. Alternativamente, se podría usar el valor de la media muestral como tal, en vez de la moda, pero ante ejemplares no vistos en el conjunto de entrenamiento quizá tendría menor capacidad de reducir los rechazos falsos. El valor de c es seleccionado a 99.5%, por lo tanto t_c toma el valor 2.95 ($t_{0,995}$ on 16 muestras 15 grados de libertad, $\nu = N - 1$) [Wal 98], [Spi 00]. En forma vectorial, los valores de la característica que hacen que la probabilidad de error de clasificación de firmas genuinas sea teóricamente minimizada es

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} L_0^i + ((\hat{x}_0 - \min(x_0))/(\max(x_0) - \min(x_0))) \cdot (L_0^s - L_0^i) \\ L_1^i + ((\hat{x}_1 - \min(x_1))/(\max(x_1) - \min(x_1))) \cdot (L_1^s - L_1^i) \\ \vdots \\ L_L^i + ((\hat{x}_L - \min(x_L))/(\max(x_L) - \min(x_L))) \cdot (L_L^s - L_L^i) \end{bmatrix}^T \quad (3.25)$$

bajo los argumentos de inferencia estadística presentados en los párrafos precedentes. Se denominará al vector resultante *vector minimizante de la probabilidad de error*, denotándose con el subíndice m . Así, cualquiera de las características definidas en las expresiones B.5 y

B.6 del **apéndice B**, pueden calcularse utilizando la ecuación 3.25 y llegando, por ejemplo, a $C_{xm}(l)$, $C_{ym}(l)$ o $p_m(t)$; $C_x(l)$, $C_y(l)$ y $p(t)$ son parte del conjunto de características usadas en el verificador que se propone en esta investigación, y son adaptadas de [Nal 97]. Para detalles, favor de ver el **apéndice B**.

Una vez calculada la función promedio \bar{X}_m característica de la expresión 3.25, se debe hacer que los valores puntuales correspondientes de la característica obtenida mediante optimización genética tiendan a los valores de la función X_m , esto es

$$X_{gen} \rightarrow \bar{X} = X_m, \Rightarrow \begin{bmatrix} x_{0gen} \rightarrow \bar{x}_{0m} \\ x_{1gen} \rightarrow \bar{x}_{1m} \\ \vdots \\ x_{Lgen} \rightarrow \bar{x}_{Lm} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

a la vez que se busque mantener o incrementar el alejamiento del ejemplar de la característica más cercano a X_{gen} que se encuentre en la clase ω_1 , proveyendo una mayor discriminación de clases a costa de explorar el *espacio continuo de soluciones* de la superficie de solución del problema. Este es un problema de optimización biobjetivo, semejante al del "criterio global". Para hacer que X_{gen} se aproxime a X_m (para disminuir FRR) y simultáneamente se aleje del representante más cercano de la clase ω_1 -identificado de aquí en adelante como X_{ω_1} - (para disminuir FAR) en el espacio continuo de soluciones, se aborda el problema como el de minimizar simultáneamente una función de costo \mathbf{J} entre los valores puntuales respectivos de X_{gen} y X_m , y maximizarla entre los puntos de X_{gen} y X_{ω_1} . La función de costo seleccionada es la suma del cuadrado de los errores [Góm 93]:

$$J(X) = \sum_{i=1}^L (Y - X)^2 = \sum_{i=1}^L e^2 \text{ y para un punto } J(x) = (y - x)^2 = e^2 \quad (3.27)$$

En donde Y es la función minimizante de la probabilidad de error de clasificación de firmas genuinas. El valor de x que minimiza $\mathbf{J}(x)$ se encuentra iterativamente mediante [Góm 93]:

$$x^k = x^{k-1} - \alpha \frac{\partial e^2}{\partial x} \quad (3.28)$$

en donde:

$$\frac{\partial e^2}{\partial x} = -2(y - x) \quad (3.29)$$

por lo que la ec. 3.28 queda como:

$$x^k = x^{k-1} + 2\alpha(y - x) \quad (3.30)$$

en donde α el factor que controla la velocidad y la exactitud de la convergencia; hágase $\alpha_0 = 2\alpha$. Cada elemento x_i de X puede ser actualizado a una velocidad distinta; para

ajustar más rápido, es adecuado que los elementos que tienen una menor varianza -y por lo tanto menor desviación estándar- contribuyan en menor medida al error total y converjan más rápidamente, por lo que se agrega un factor al segundo término de la ecuación 3.30 para formar 3.31, en la cual se ha pasado de un punto a todos los puntos contenidos en el vector de la característica, como sigue

$$X^k = X^{k-1} + \alpha_0(Y - X^{k-1})(I - S) \quad (3.31)$$

en la que I es la matriz identidad y S es una matriz diagonal cuyos elementos $s_{i,i}$ son las correspondientes desviaciones estándar de los elementos x_i normalizadas a la unidad. Como resultado, el factor de convergencia α_0 será ponderado por $(1 - s_{i,i})$, en el rango de 0 a 1. Entre mayor sea la desviación estándar el factor $(1 - s_{i,i})$ tiende a cero, y entre menor sea la desviación estándar $(1 - s_{i,i})$ tiende a uno; la exactitud de la aproximación queda dada por α_0 .

Por otro lado, la expresión que aleja o maximiza la función de costo $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ entre X e Y' queda definida por:

$$X^k = X^{k-1} - \alpha_1(Y' - X) \quad (3.32)$$

y cada elemento x_i diverge con la misma rapidez del correspondiente y_i . Y' es la función que representa al elemento de menor distancia de Mahalanobis a X en la clase ω_1 . En las ecuaciones 3.31 y 3.32 los términos α_0 y α_1 controlan la rapidez con que se aleja X de Y' y se acerca a Y . Los valores α_0 y α_1 deben guardar una relación tal que $\alpha_0 > \alpha_1$ y $3 < \alpha_0/\alpha_1 < 10$, para promover una convergencia en ambos sentidos. Como el gradiente es doble, en realidad no siempre se puede esperar una convergencia estática en el sentido de que los valores de X se estabilicen cuando el número de iteraciones tiende a infinito, ya que tiene dos características objeto a las cuales ajustarse; sin embargo, este procedimiento sí promueve el desplazamiento que se persigue para minimizar la probabilidad de error. Algunos valores adecuados de α_0 y α_1 pueden ser, por ejemplo, 0.0001 y 0.0008, respectivamente, según hallazgos empíricos propios. Los valores de α_0 y α_1 también podrían fijarse individualmente por características y por firmante. Para ejemplificar cómo calcular una *función prototipo óptima*, se convierten a continuación las ecuaciones 3.31 y 3.32 al caso particular de la característica $C_x(l)$ y en la tabla 3.4 se lista su algoritmo de aplicación.

$$\begin{aligned} a) Cx^k &= Cx^{k-1} + \alpha_0(Cx_m - Cx^{k-1})(I - S) \\ b) Cx^k &= Cx^{k-1} - \alpha_1(Cx_{\omega_1} - Cx^{k-1}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Las ecuaciones 3.33a y 3.33b y el algoritmo de la tabla 3.4 se utilizan para crear todas las representaciones óptimas de las características, tanto dinámicas como estáticas, las cuales compondrán los modelos de las firmas genuinas. El modelo por característica, en primer lugar, queda formado por la función prototipo óptima y el vector de desviaciones estándar.

Posteriormente la unidad graduadora -ver figura 4.2, capítulo 4-, determina la capacidad discriminante de cada característica por usuario, y un factor de ponderación es calculado para completar el modelo del firmante.

Tabla 3.4: Algoritmo de aplicación de doble gradiente para minimizar FRR y FAR simultáneamente

Paso	Proceso
1	Cargar ejemplares de la clase ω_1 . Poner en un vector de ejemplos negativos (<i>cen</i> , conjunto de ejemplos negativos) algunos ejemplos de falsificaciones aleatorias y hábiles sintéticas de la característica Cx
2	Cargar ejemplares de la clase ω_0 . Poner en un vector de ejemplos positivos (<i>cep</i> , conjunto de ejemplos positivos) 16 ejemplares genuinos de la característica Cx
3	Obtener los vectores Cx_{gen} y Cx_m . La característica generada genéticamente se asigna a Cx . Poner en Cx_m el vector que minimiza teóricamente la probabilidad de error de clasificación de firmas genuinas
4	Hallar el ejemplar de ω_1 más cercano. Calcular la distancia entre Cx y cada uno de los ejemplares de <i>cen</i> según las ecuaciones 3.3 y 3.6. Hacer Cx_{ω_1} igual al ejemplar más cercano de <i>cen</i> .
5	Acercar Cx a Cx_m . Aplicar la ecuación 3.33a.
6	Alejar Cx de Cx_{ω_1} . Aplicar la ecuación 3.33b.
7	Buscar convergencia. Repetir los pasos 4 a 6 hasta que se llegue a un límite de iteraciones <i>it</i> . Actualmente, <i>it</i> = 2000 da buenos resultados.

3.4. Ejemplo de optimización de una característica bidimensional

Para ejemplificar el proceso de modelado óptimo de una característica, asumamos el caso de una característica de dos dimensiones, la cual se agrupa en dos clases: clase falsa y la clase genuina, como es el caso de las clases en la verificación de firmas manuscritas. En la clase falsa hay 5 ejemplares, mientras que en la clase genuina hay 4. Los datos se encuentran en la figura 3.4a; en ella misma se muestran las nubes de puntos de las dos clases: la clase genuina son los puntos simples y la clase falsa son los asteriscos. Debido a que son pocos ejemplares de la clase genuina, es posible representar el espacio de búsqueda del algoritmo genético, que en la misma figura 3.4a es representado mediante los círculos huecos.

Aquí es muy evidente el por qué se ha denominado espacio discreto de búsqueda -y por lo tanto fase de optimización discreta- a la primera fase de optimización, ya que el espacio de búsqueda está compuesto por sólo algunos puntos específicos, no continuos, que en este caso son los valores promedios de las combinaciones de los cuatro elementos tomando dos, tres y cuatro a la vez. Al final del proceso de optimización discreta resulta un punto “ganador”, mismo que en la figura 3.4a puede identificarse como el círculo sólido.

En la figura 3.4b se muestran la situación inicial y final del proceso de optimización continua, o segunda fase de optimización. Como función prototipo inicial se toma la función prototipo formada en el proceso evolutivo, marcada con un círculo sólido. Dicha función se ajusta con dos objetivos, el primero es marcado por la fecha gruesa 1, y es “alejarse” de la función más

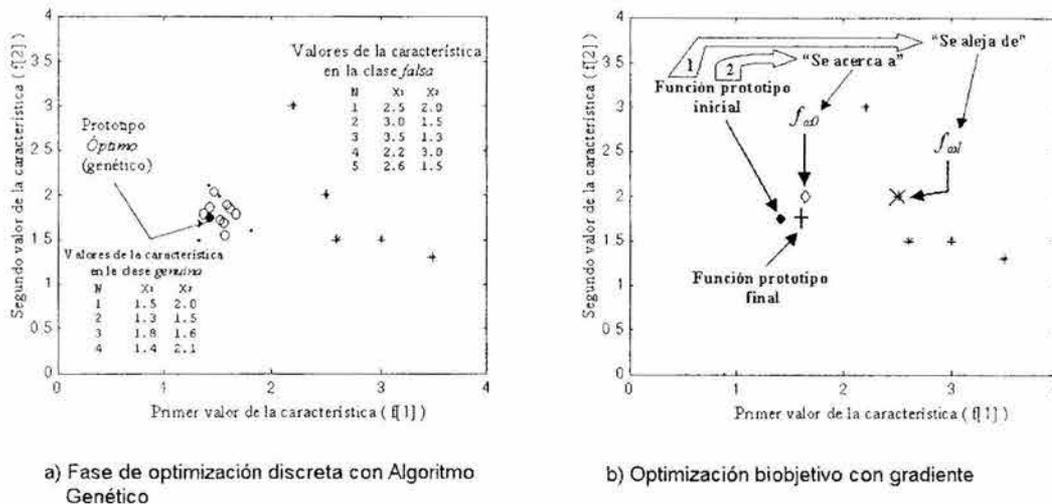


Figura 3.4: Proceso para generar la función prototipo óptima de una característica bidimensional.

próxima de la clase falsa, llamada $f_{\omega 1}$, y marcada con un signo de x . El segundo objetivo, marcado por la flecha gruesa 2, es acercarse a la función que teóricamente minimiza la probabilidad de error intraclase, $f_{\omega 0}$, marcada con un círculo hueco. Después de aplicar el proceso continuo de optimización se obtiene la función prototipo optimizada final, marcada con el signo +.

Una nota importante es que las funciones características tal como se calcularon en este trabajo son de dimensiones 1x82, 1x84 y 1x256, en comparación con las dos dimensiones del ejemplo presentado, y la cantidad de ejemplares a explorar por el algoritmo genético es de 16, por lo que alguna otra búsqueda heurística o dirigida puede llevar tiempos demasiado largos.

3.5. Conclusiones

El *modelado óptimo de las características* tiene por objeto mejorar el contraste entre clases en un problema de clasificación biclase con potencial traslape de clases, aunque puede trasladarse a escenarios multiclase. En la verificación automática de firmas manuscritas una técnica de esta naturaleza es de vital importancia ya que ante falsificaciones hábiles el espacio de las características muestra traslape de clases, produciendo errores del tipo aceptaciones falsas. Cuando un firmante es incapaz de firmar en concordancia con sus hábitos, los sistemas de verificación tienen problemas para identificarlo. Esta situación también es prevista en la técnica que se ha presentado, disminuyendo la probabilidad de error de clasificación de firmas genuinas. Como consecuencia, los índices porcentuales de error de aceptaciones falsas y rechazos falsos se minimizan simultáneamente. Este es el objetivo final de cualquier sistema

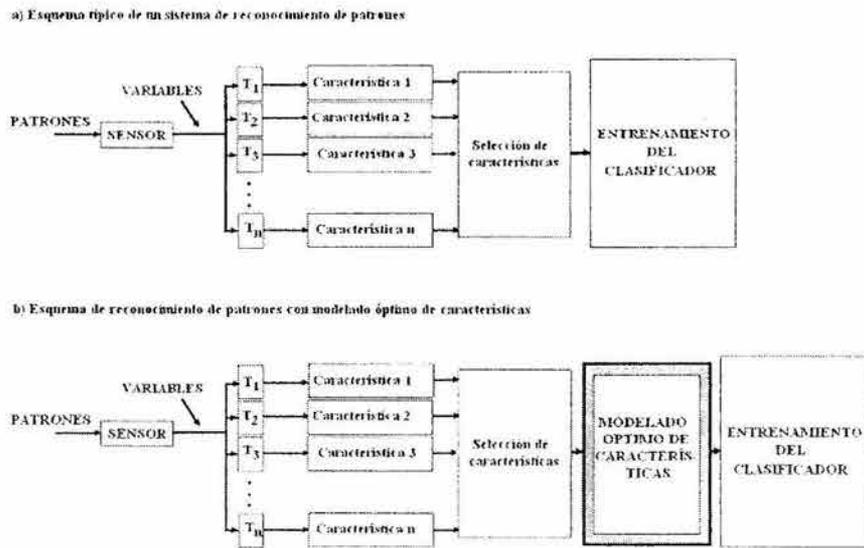


Figura 3.5: Esquema de reconocimiento de patrones (a) típico y (b) mejorado.

de verificación automática de firmas en línea. Por último, la figura 3.5 -complementaria a la figura 3.1- muestra el posicionamiento de esta técnica en el contexto del esquema de reconocimiento de patrones con selección de variables.

Por último, la técnica de optimización de las características mediante la construcción de las funciones prototipo se resume en la figura 3.6.

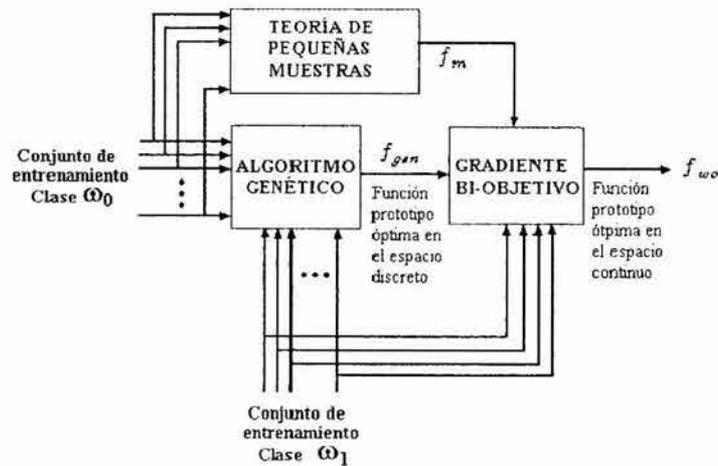


Figura 3.6: Proceso de formación de la función prototipo óptima.

Capítulo 4

Arquitectura digital forense de verificación de firmas

El conformar la función prototipo de las características es sólo una parte de cualquier sistema de verificación de firmas; el resto del sistema puede representarse en una arquitectura de procesamiento, la cual varía dependiendo de sus autores. En esta tesis, la arquitectura en la que se incrustan las funciones prototipo óptimas se denomina *arquitectura digital forense*, porque trae al ámbito digital los procesos y capacidades de los verificadores humanos expertos de firmas manuscritas. En este capítulo se describen la metodología y los algoritmos implementados en el verificador que se propone en este trabajo. La sección 4.1 describe la filosofía y enfoque general del sistema, el cual está basado ampliamente en el procedimiento de verificación de un examinador forense de firmas manuscritas así como los componentes del sistema y las relaciones entre ellos. La arquitectura digital forense se explica en 4.2. La sección 4.3 ilustra el preprocesamiento de las variables previo a la extracción de características descriptivas de la firma. La sección 4.4 ilustra sobre la técnica adoptada para la obtención de características, en la cual se explotan características de *forma* de la firma y el *ritmo* de firmado. En la sección 4.5 se puntualiza la inserción del *modelado óptimo de funciones prototipo de las características* en la arquitectura del verificador. El tratamiento extensivo de este tema se hizo en el capítulo 3. La sección 4.6 está dedicada a una *unidad graduadora*, en la cual se generan factores de ponderación por característica que dan una medida de su capacidad discriminante particularizada por firmante.

En la sección 4.7 se indica cómo se entrena a dos sistemas neurodifusos del tipo *Takagi-Hayashi* por firmante para generar un sistema que reconozca las variaciones intrapersonales de forma y ritmo del firmante, con respecto a cada *función prototipo optimizada*. Un clasificador difuso se agrega al final para obtener una decisión final basada en el balance *ritmo/forma*, lo cual es analizado también en 4.7. La fase de verificación se delinea en 4.8 y las conclusiones al capítulo en 4.9.

4.1. Metodología general del SVAF

4.1.1. Verificación forense de firmas manuscritas.

Aquí se describe la metodología general adoptada en este sistema de verificación automática de firmas o SVAF. Primeramente, hay que mencionar que la arquitectura general está basada en el procedimiento seguido por un verificador experto humano o *verificador forense* de firmas. Una técnica de verificación forense se describe en el **apéndice A**; de esta técnica, los puntos importantes que pueden adoptarse en un sistema de verificación automática de firmas son:

1. La firma es resultado de los hábitos de escritura del firmante, tanto en el ritmo o dinámica como en la forma o diseño de la firma.
2. Ningún escribiente puede generar dos firmas idénticas, ya que las ejecuciones de la firma varían dentro de ciertos límites *naturales*, que pueden cambiar con el tiempo, por lo que la firma exhibe un comportamiento *promedio* en ritmo y forma.
3. Para conocer los límites de las variaciones en el firmado y en general el comportamiento espacial y dinámico de la firma, el verificador debe disponer de un conjunto de firmas de referencia. El verificador forense *aprende* a discriminar las falsificaciones y a reconocer firmas genuinas a partir de los rasgos exhibidos por el conjunto de firmas de referencia.
4. El conjunto de *rasgos jerárquicos de referencia* incluye características de la forma y del ritmo, como se muestran en la figura 4.1, y se describen ampliamente en el **apéndice A**.
5. La decisión final de autenticidad (genuina/falsa) proviene de un balance complejo de los elementos del ritmo y la forma, y no solamente de la valoración de cada uno de ellos por separado. El resultado final consiste en el grado de certidumbre con que una firma es genuina (en donde 0 % implica falsificación y 100 % genuina, con porcentajes intermedios y niveles de certidumbre intermedios).

Recientemente, Plamondon [Pla 00] realizó una revisión del estado del arte en la verificación automática de firmas manuscritas, y considera que desde 1993 a la fecha no se habían realizado avances significativos en dicho campo, pues lo presentado en el periodo 1993-1999 no eran más que combinaciones de técnicas previamente presentadas, o bien implicaban el uso de HMM, redes neuronales o lógica difusa, sin hacer un claro avance en el campo de la verificación automática de firmas manuscritas. Afirma que,

... desde un punto de vista práctico, la mayoría de los investigadores en el campo están de acuerdo en que se requiere que el problema sea atacado *extrayendo características pseudodinámicas que reflejen, por ejemplo, algunas características específicas usadas por los examinadores forenses* ... ,

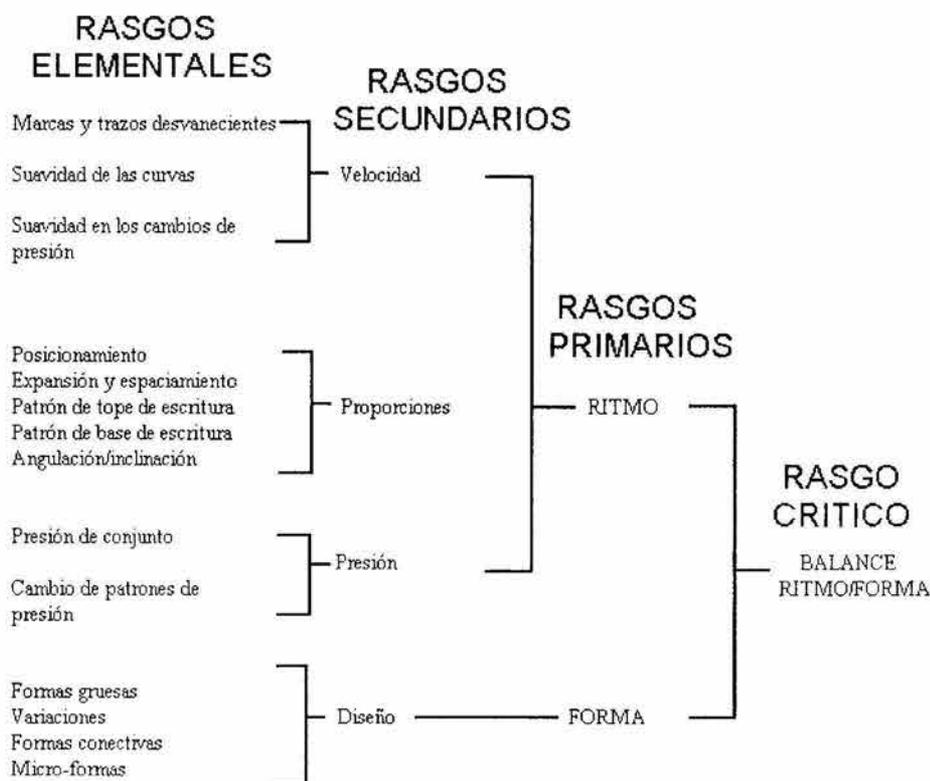


Figura 4.1: Rasgos de ritmo y forma para verificar firmas según la teoría forense de la verificación de firmas.

así como la recuperación de la secuencia de trazado en imágenes de firmas. Esta opinión apoya mi postura de que un sistema de verificación automático, para llegar a ser efectivo, es deseable se base en la manera en que un verificador forense realiza la autenticación. Las razones se basan en los beneficios que esto puede reportar que son, entre otros:

1. Se evalúan separadamente las características individuales del ritmo y la forma, por lo que es fácil detectar cuáles son los rasgos más estables por firmante. No todos los rasgos son estables para todos los firmantes.
2. Puede identificarse con precisión cuáles características de una firma cuestionada presentan variaciones más allá de las variaciones intrapersonales normales de una persona. Esto permite elaborar explicaciones verbales sobre por qué una firma debe considerarse una falsificación.
3. La información se puede hacer explícita, y no intangible, como en el caso de los parámetros de un modelo oculto de Markov, un modelo AR, los pesos de una red neuronal, etc.

4. El sistema basado en el razonamiento humano es inherentemente fácil de interpretar e implementar con las herramientas actuales de la lógica difusa y las redes neuronales.

Los requerimientos que debe reunir un sistema basado en una aproximación forense son:

1. que las variables de entrada sean tales que se puedan derivar los *rasgos elementales* de la figura 4.1, que se usarán como características (*features*) para el sistema de verificación,
2. proveer medios adecuados para: a) combinar las *rasgos elementales* y generar los *rasgos secundarios*; b) combinar los *rasgos secundarios* y generar los *rasgos primarios*, y
3. proveer una manera de calcular el *rasgo crítico* o definitivo, que es el balance *ritmo/forma*, de la genuinidad de una firma cuestionada.

Además de definir los requisitos señalados en el listado anterior, es importante mencionar que el examinador forense pone en juego un conjunto de habilidades y capacidades discriminatorias que implican de alguna forma una *optimización* en la representación de los rasgos elementales de la firma. Así, el examinador experto tratará de obtener la MEJOR representación o modelo de una firma en su mente, para que llegado el momento de verificar una firma cuestionada los *comportamientos promedio* (no necesariamente una media estadística o aritmética) de los rasgos sean los puntos de referencia para su decisión.

4.2. Arquitectura del verificador digital forense

La arquitectura del verificador automático se propone en la figura 4.2. Se distinguen dos fases de operación: entrenamiento y verificación, las cuales se describen a continuación.

4.2.1. Fase de entrenamiento.

En esta fase se asume que han sido capturadas previamente firmas genuinas, formando una base de datos (BD en la figura 4.2). A cada firma de la base de datos le son extraídos los *rasgos elementales* (figura 4.1). Es importante mencionar que dado que la captura es dinámica, los rasgos secundarios de *velocidad* en x , y (V_x , V_y) y presión $p(t)$ son proporcionados directamente por la tarjeta de captura como funciones discretas del tiempo.

De la figura 4.2, el primer paso, el *modelado*, es un paso crucial en el diseño del clasificador en cualquier sistema de reconocimiento de patrones. En este caso, se han seleccionado las características distintivas en función del tiempo y el espacio que representan los rasgos elementales y secundarios. Estas funciones temporales se obtienen de los promedios y desviaciones estándar a lo largo del conjunto de entrenamiento que generarán una separación de clases entre la clase *genuinas* ω_0 y la clase *falsas* (falsificaciones aleatorias más falsificaciones hábiles) ω_1 . Los *rasgos distintivos* o características de la firma no son igualmente estables

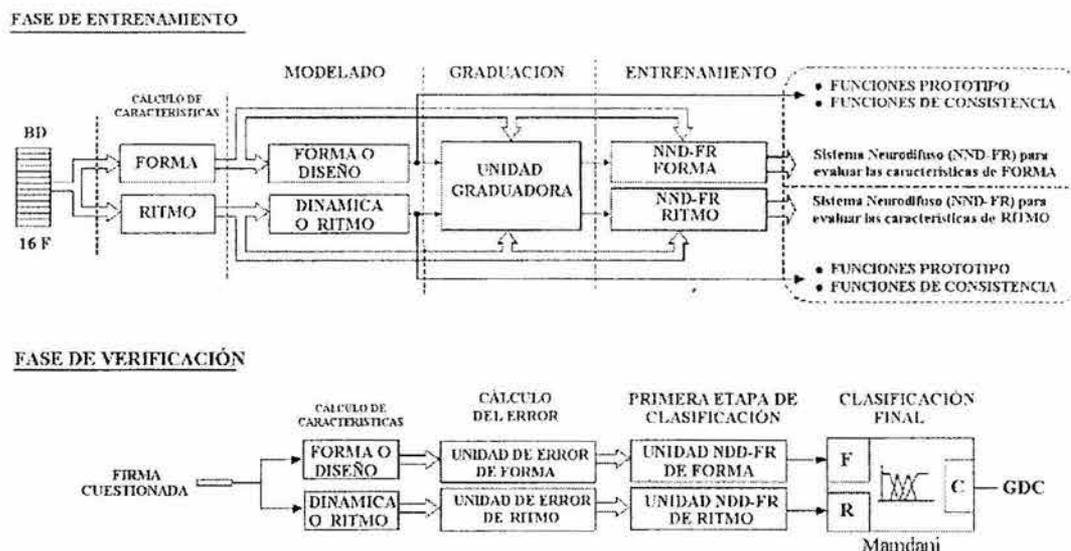


Figura 4.2: Arquitectura del verificador digital forense.

para todos los firmantes, por lo que la *unidad de graduación* se encarga de asignar por firmante un peso a cada rasgo en función de qué tan discriminante dicho rasgo pueda ser para propósitos de verificación. El bloque de *entrenamiento* tiene por objeto combinar los errores o diferencias en los *elementos secundarios* de ritmo y forma con respecto a sus funciones de referencia, separadamente, para generar una calificación de ritmo y forma. Este combinador es un sistema de razonamiento difuso Takagi-Hayashi implementado por redes neuronales de retropropagación, conocido como *neural network-driven fuzzy reasoning (NND-FR)*, [Tso 97].

Los patrones de entrada a cada sistema NND-FR están formados por la medida de disimilitud o error entre los rasgos de las firmas genuinas y “falsas” y sus respectivas funciones de referencia. Los patrones de salida son uno y cero (1,0) para la clase *genuinas* y *falsas*, respectivamente. El sistema combinador no únicamente combina los rasgos secundarios para generar los primarios, sino que aprende la forma típica que tienen los errores o variaciones de las características del firmante genuino con respecto a su modelo de referencia. Estos errores son también característicos y no fácilmente reproducibles por un falsificador potencial. Por cada firmante registrado en el sistema, los productos finales de la etapa de entrenamiento son los siguientes, como se indica en la figura 4.2:

1. Funciones prototipo optimizadas de los rasgos del ritmo y la forma.
2. Funciones de consistencia optimizadas de los rasgos de ritmo y forma.
3. Indices o factores de ponderación, por rasgo, que definen la relevancia que tiene cada característica para la verificación.

4. Dos sistemas NND-FR, uno de ritmo y otro de forma para calificar las firmas en la dinámica y en su forma.

4.2.2. Fase de verificación.

Referirse a la parte inferior de la figura 4.2. La primera etapa de la fase de verificación es la extracción de características o rasgos discriminantes, tanto dinámicas como de forma. Una vez extraídas, se comparan contra sus respectivos prototipos, obteniéndose medidas individuales de disimilitud. El conjunto de medidas de disimilitud de ritmo y forma se alimentan a los correspondientes sistemas NND-FR, los cuales entregan un valor numérico en el rango de 0 a 1, que son las calificaciones de ritmo y forma de la firma por verificar. Esto constituye un primer paso de verificación. En este primer paso las falsificaciones aleatorias pueden ser fácilmente rechazadas. El paso final del verificador automático es un sistema difuso tipo Mamdani [Tso 97], de dos entradas y una salida. Las variables de entrada son la calificación del ritmo y forma, y la salida es GDC (grado de certidumbre) con que una firma debe considerarse genuina.

En las secciones siguientes se describen en detalle las etapas del verificador automático previamente comentadas.

4.3. Captura y preprocesamiento de las firmas

La captura es dinámica a través de una tableta digitalizadora Acecat III, mostrada en la figura 1.1b. La tableta es producida por ACE CAD Enterprise Col., Ltd., en internet www.acecad.com.tw. Esta tableta muestrea el movimiento de la pluma a 200 Hz, con lo cual se obtiene la dinámica de la firma como las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ del movimiento de la mano al realizar la rúbrica. La presión instantánea es capturada mediante un sensor resistivo de fuerza (FSR) pegado al frente de la tarjeta digitalizadora y muestreado con un convertidor análogo a digital *ADC0804* [Nat 04] al puerto paralelo de una computadora personal cada vez que la tarjeta reporta un dato al *software* de captura. *Verifir*, es una utilería de captura de rúbricas y visualización de las mismas, desarrollada en la fase experimental de esta investigación. Para informes favor de contactar a los autores de esta tesis. Por cada firma capturada, se genera un archivo de coordenadas $x(t)$, $y(t)$ y de presión $p(t)$.

La imagen firma debe ser normalizada para hacerla independiente de la razón de aspecto, tamaño y orientación. En primer lugar, se ajusta un polígono de segundo orden al conjunto de muestras ordenadas de la firma, con una longitud 256 puntos; en seguida se calculan los ejes globales de máxima y mínima inercia de la firma a través del centro global de la firma y entonces se rota la firma para normalizar la orientación de dichos ejes. Este procedimiento es el descrito en el *apéndice B*, adoptado de la literatura [Nal 97].

La información de presión $p(t)$ también es remuestreada ajustando un polígono de segundo orden a las muestras originales de $p(t)$. Con estas operaciones se obtiene una representación

en el espacio de las variables como lo indica el conjunto de expresiones 4.1:

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{255}] = X \\ y(t) &= [y_0 \ y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_{255}] = Y \\ p(t) &= [p_0 \ p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_{255}] = Y \end{aligned} \quad (4.1)$$

4.4. Cálculo de las características

4.4.1. Dinámica o ritmo de la firma

Ahora se indicará cómo se extraen los rasgos secundarios *RS*:

$$RS = [\text{velocidad} \ \text{proporciones} \ \text{presión} \ \text{diseño} \ \text{forma}] \quad (4.2)$$

mostrados en la figura 4.1.

Velocidad. La velocidad es inferida por el verificador forense a partir de la observación de los rasgos elementales de la imagen firma que la componen, según el *apéndice A*. Puesto que el verificador forense intenta entender el desarrollo de la velocidad a lo largo de la rúbrica, no es necesario determinar los rasgos elementales que componen la velocidad si el sistema de captura entrega las coordenadas $x(t)$, $y(t)$. La velocidad de la firma se calcula a partir de $x(t)$ e $y(t)$ remuestreadas (conjunto de expresiones 4.1) por diferenciación numérica [Cha 99] y filtrado [Val 99]. Ver figura 4.3.

Proporciones. Los rasgos elementales que componen las proporciones de la firma son a) el posicionamiento de la firma sobre la línea de firmado en un documento, b) expansión y espaciamento de las “letras” en la firma, c) patrón del tope o envolvente superior de la escritura, d) patrón de la base o envolvente inferior de la escritura, y e) angulación e inclinación. El elemento (a) de esta lista no tiene relevancia en la verificación en línea o

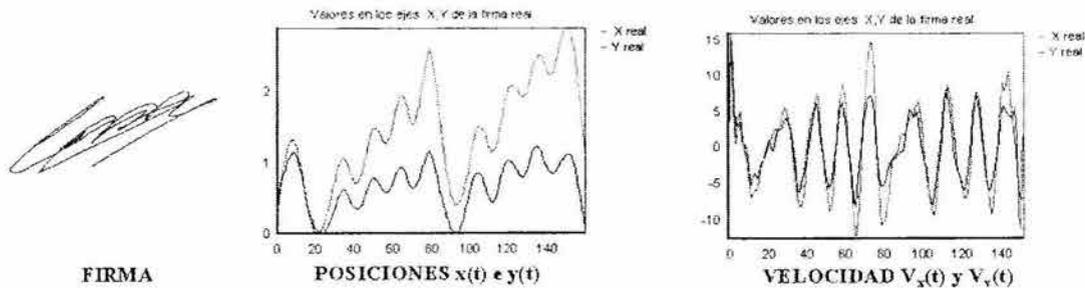
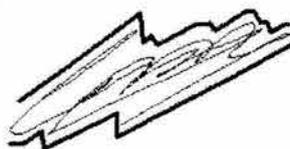


Figura 4.3: Muestra de una firma capturada, las posiciones $x(t)$, $y(t)$ y los perfiles de velocidad.

ENVOLVENTE SUPERIOR
O TOPE DE LA ESCRITURA



ENVOLVENTE INFERIOR O
BASE DE LA ESCRITURA

Figura 4.4: Conceptos de tope y base de escritura.

dinámica, por lo tanto no se extraerán. Los elementos (b) y (e) serán considerados cuando se toque el tema de los rasgos de la forma.

Los elementos (c) y (d) se pueden calcular a partir de la imagen firma.

La figura 4.4 muestra la interpretación de estos rasgos; obsérvense las líneas gruesas por encima y por debajo de la firma, en trazo delgado. Estas envolventes pueden calcularse fácilmente a partir de la imagen digital normalizada. Extrañamente, estos rasgos distintivos han sido poco usados en la literatura de la verificación automática de firmas, como en [Deh 97].

En este estudio se explota un concepto que previamente no se ha visto en el campo de la verificación de firmas, que es una variación de los conceptos de tope y base de escritura. Es una versión temporizada de éstas. Primero se detectan los puntos que corresponden a las envolventes superior e inferior de la imagen normalizada y posteriormente se ordenan de acuerdo al instante en que fueron creados durante el proceso de firmado. Esta operación genera un rasgo de extracción forense con la ventaja de la captura dinámica. Estos rasgos forenses pasarán a ser características que se denominarán simbólicamente como TOW(t) (top of writing) y BOW(t) (base of writing) como funciones de tiempo. Ver la figura 4.5.



Figura 4.5: Cálculo de las funciones de tope y base de escritura, antes del ajuste polinomial.

La representación simbólica se muestra en el conjunto de expresiones 4.3.

$$\begin{aligned} TOW(t) &= [T_0 \ T_1 \ T_2 \ T_3 \ \cdots \ T_{83}] = T, \\ BOW(t) &= [B_0 \ B_1 \ B_2 \ B_3 \ \cdots \ B_{83}] = B. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Para obtener los vectores T y B se toman todos los puntos existentes en la envolventes y se remuestran ajustándole un polinomio de segundo orden de longitud 84 puntos [Cha 99]. Esta cantidad de puntos se seleccionó empíricamente, ya que algunas firmas cuentan con menos de 84 y otras con más de 84 puntos en sus envolventes.

Presión. La presión es un rasgo secundario que el examinador forense obtiene a partir de rasgos elementales observados en la imagen firma, ver **apéndice A**. Son de interés la presión de conjunto, los cambios en la presión y la suavidad o gradualidad en los cambios de presión. La presión instantánea es incorporada normalmente en las tabletas digitalizadoras de última generación y en el caso de este trabajo se adaptó un sensor resistivo de fuerza, plano, cuadrado, sobre la superficie de la tarjeta digitalizadora utilizada. Los elementos de presión que son de interés para el verificador automático se componen de vectores como lo indica el conjunto de expresiones 4.4:

$$\begin{aligned} p(t) &= [p_0 \ p_1 \ p_2 \ p_3 \ \cdots \ p_{255}] = P, \\ dp(t)/dt &= [dp_0 \ dp_1 \ dp_2 \ dp_3 \ \cdots \ dp_{255}] = dP. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Para fines de remuestreo y mantener una longitud constante de los vectores de patrones se realiza el ajuste de $p(t)$ a un polinomio de segundo grado, con longitud 256.

4.4.2. Forma o diseño de la firma.

El aspecto general de la firma, las letras entresacadas del nombre que forman la rúbrica, la manera en que se conectan dichas “letras” y sus variantes en lo grueso y lo fino, componen el diseño de la firma. El término diseño y forma pueden utilizarse intercambiamente y están también dictados por los hábitos de escritura del firmante. ¿Cómo detectar y representar la información de la forma?. Esta pregunta ha sido tratada extensamente en el campo de la verificación automática de firmas *fuera de línea* o estática. Se ha explotado una aproximación espacial y de procesamiento de imágenes digitales; se han probado también aproximaciones difusas.

En este trabajo adoptamos del estado del arte una representación pseudoestática aportada por Nalwa [Nal 97] y descrita en el **apéndice B**, que es una representación geométrica inmune a cambios de escala y orientación, y es sensible a los cambios en la forma de la firma, por ejemplo, las variaciones locales en la inclinación de la firma, las variaciones en el sentido o secuencia en que es trazada la firma, las formas gruesas o “letras” de la rúbrica, los enlaces entre ellas, etc. El **apéndice B** contiene el detalle de la construcción de las funciones pseudoestáticas descritas en [Nal 97] y la sensibilidad que presentan a errores en la forma de las firmas, entendiéndose por tales errores las desviaciones (dado algún criterio de disimilitud) que pueden presentar las funciones pseudoestáticas de la firma con respecto a algún modelo de

referencia. Se denominará en adelante a estas funciones como funciones de forma. Los rasgos elementales de las proporciones (expansión y espaciamento entre “caracteres”, angulación e inclinación), serán considerados como formantes de las funciones de forma. De esta manera se puede establecer una *equivalencia* entre las funciones de forma y los rasgos elementales, como lo muestra la figura 4.6.

Cabe destacar que la relación mostrada no es biunívoca y es más bien cualitativa. Las funciones han conservado su nombre original. Los valores ordenados de $x(t)$ e $y(t)$ son remuestreados ajustándole un polinomio de segundo grado de 256 puntos de longitud; dado el método de cálculo de las características usado aquí (ver *apéndice B*), las funciones de forma tienen una cardinalidad de 82, y el conjunto de relaciones 4.5 describe -para nuestros fines- las características de forma de la firma:

$$\begin{aligned}
 C_x(l) &= [C_{x0} \ C_{x1} \ C_{x2} \ C_{x3} \ \dots \ C_{x81}] = C_x, \\
 C_y(l) &= [C_{y0} \ C_{y1} \ C_{y2} \ C_{y3} \ \dots \ C_{y81}] = C_y, \\
 T(l) &= [T_0 \ T_1 \ T_2 \ T_3 \ \dots \ T_{81}] = T, \\
 s_1(l) &= [s_{10} \ s_{11} \ s_{12} \ s_{13} \ \dots \ s_{181}] = s_1, \\
 s_2(l) &= [s_{20} \ s_{21} \ s_{22} \ s_{23} \ \dots \ s_{281}] = s_2,
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Como se ve en la ecuación anterior, las funciones de forma son dependientes del parámetro l , que es la longitud resultante de los vectores una vez extraídas las características.

4.4.3. Caracterización ritmo/forma de la firma.

La representación total de una firma estará compuesta por las funciones de los rasgos de ritmo y forma. Estas funciones están contenidas en las expresiones 4.1, 4.3, 4.4 y 4.5. Las funciones de ritmo se resumen a continuación:

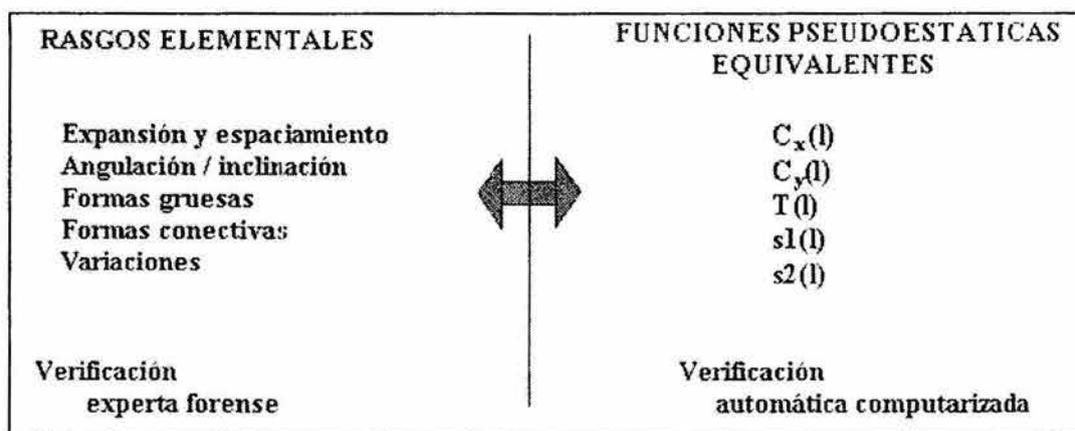


Figura 4.6: Rasgos elementales y funciones pseudoestáticas “equivalentes”.

Caracterización del ritmo:

$$\begin{aligned}
 v(t) &= [v_0 \quad v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad \cdots \quad v_{255}] = V, \\
 TOW(t) &= [T_0 \quad T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad \cdots \quad T_{83}] = T, \\
 BOW(t) &= [B_0 \quad B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad \cdots \quad B_{83}] = B, \\
 p(t) &= [p_0 \quad p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \cdots \quad p_{255}] = P, \\
 dp(t)/dt &= [dp_0 \quad dp_1 \quad dp_2 \quad dp_3 \quad \cdots \quad dp_{255}] = dP.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

4.5. Funciones prototipo óptimas en el verificador: la etapa del modelado

Siguiendo el flujo de la figura 4.2, la siguiente etapa es el modelado de las características. En esta arquitectura, las funciones prototipo de cada característica son calculadas óptimamente con los conjuntos de ejemplares disponibles, tanto de firmas genuinas por firmante como de escrituras generales y de falsificaciones hábiles sintéticas, como se describió en el capítulo 3. Para cada característica se generan los conjuntos de entrenamiento de las clases ω_0 y ω_1 por característica, y se determinaron sus prototipos.

4.6. Determinación de la capacidad discriminante por característica

La *unidad graduadora* de la figura 4.2, tiene por objeto determinar hasta qué punto cada característica optimizada es discriminante para un usuario en particular. Esto es necesario ya que cada característica posee un poder discriminante distinto para cada persona en función de las propiedades de su estilo de escritura.

Con referencia al capítulo 3, haciendo transitoriamente f_{ω_0} de la ecuación 3.3 igual a la función optimizada de la característica, los vectores D_{ie} y D_{ia} -expresiones 3.5 y 3.6- contienen la información sobre su capacidad discriminante. Si $\min(D_{ie})$ -mínimo de la distancia interclase- es mayor que $\max(D_{ia})$ -máximo de la distancia intraclase-, entonces la característica optimizada tiene *algún* poder discriminante, y no lo tiene en caso contrario. Identifíquese como *error* a la medida de disimilitud (distancia de Mahalanobis) entre la función optimizada f_{ω_0} de cualquier característica y cualquier instancia genuina o falsa de la misma; así, se puede calcular el error que existe entre f_{ω_0} y cualquier otra función. Evaluando la disimilitud entre f_{ω_0} y cada función en el conjunto de entrenamiento de la clase genuina se detecta el comportamiento característico del firmante, a través de la media y la desviación estándar del error. Una característica es utilizable para verificación si:

$$\min(D_{ie}) \leq \bar{x}_{error} + 2\sigma_{error} \tag{4.7}$$

ya que probabilísticamente se espera que más del 95% de las medidas de error de firmantes genuinos caigan en ese rango; se define su *poder discriminante absoluto* como:

$$pda_f = (\text{mín} \{D_{ie}\} - \text{máx} \{D_{ia}\}) / \text{máx} \{D_{ie}\}, \quad (4.8)$$

que es la proporción de la franja o banda de separación entre las distancias intra e interclase con respecto a la mayor disimilitud encontrada en el conjunto de ejemplos de la clase ω_0 . El factor de ponderación w_f de la característica está dado por

$$w_f = pda_f / \sum_i pda_{f_i} \quad (4.9)$$

por lo que forma un vector de ponderaciones W por firmante; para las características relacionadas con la estática y la dinámica, por separado, se tiene

$$W_s = [w_{C_x} \ w_{C_y} \ w_T \ w_{s1} \ w_{s2}] \quad (4.10)$$

$$W_d = [w_v \ w_{TOW} \ w_{BOW} \ w_p \ w_{dp/dt}] \quad (4.11)$$

El factor de ponderación es un elemento común que aplica de manera global, esto es, es un factor que aplica a todas las instancias de una misma característica derivadas de un conjunto de firmas. En contraparte, una calificación individual puede ser otorgada a cada instancia de una característica en función del nivel de disimilitud o error que presente con respecto a cada función prototipo modelada óptimamente. De manera general, se aplica el siguiente criterio de calificación por característica:

$$C = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \bar{x}_{error} \\ 1 - \frac{0,15}{a+0,3b-\bar{x}_{error}} (\varepsilon - \bar{x}_{error}), & \text{si } \bar{x}_{error} \leq \varepsilon \leq \bar{x}_{error} + 0,3b \\ 0,85 - \frac{0,85}{c-a-0,3b} (\varepsilon - \bar{x}_{error}), & \text{si } \bar{x}_{error} + 0,3b \leq \varepsilon \leq c \end{cases} \quad (4.12)$$

en donde $a = mx(D_{ia})$, $b = |mn(D_{ie}) - mx(D_{ia})|$, $c = mn(D_{ie})$. Un vector de calificaciones para todas las características estáticas y otro para las dinámicas pueden expresarse como:

$$C_s = [C_{C_x} \ C_{C_y} \ C_T \ C_{s1} \ C_{s2}]^T \quad (4.13)$$

$$C_d = [C_v \ C_{TOW} \ C_{BOW} \ C_p \ C_{dp/dt}]^T \quad (4.14)$$

y la calificación de la estática o de la forma (c_s) y la de la dinámica o ritmo (c_d) de una firma se calculan usando

$$c_s = W_s \times C_s \quad (4.15)$$

$$c_d = W_d \times C_d \quad (4.16)$$

Así, cualquier firma puede ser calificada. Si la calificación tiende a 1, entonces la firma tiende a ser genuina; si la calificación tiende a 0, la firma tiende a ser una falsificación. Para los conjuntos de entrenamiento de las clases ω_0 y ω_1 la tabla 4.1, muestra algunos valores de interés. La columna 1 indica un número progresivo de la firma. Las columnas 2 a 6 contienen los valores de los errores o desviaciones medidas con la ecuación 3.3. La columna 7 contiene la calificación otorgada a la firma con respecto a la clase genuina dada por las expresiones 4.12. La columna 8 contiene una etiqueta que identifica a qué clase corresponde la firma y que representa el conocimiento *a priori*; finalmente, en la columna 9 se asienta un valor de pertenencia respecto a la clase genuina. La tabla 4.2, contiene la información correspondiente para el rasgo primario del ritmo.

4.7. Verificación basada en sistemas *NND-FR*

Siguiendo la filosofía de un verificador forense, la siguiente parte del trabajo consiste en definir un clasificador que imite el modo de razonar del verificador experto humano "juzgando por separado el ritmo y la forma una firma por analizar, y emitiendo el veredicto de autenticidad basado en el *balance* de ambos, esto es, en cómo se integran los elementos de ritmo y forma para generar la firma", [Sly 95] (ver *apéndice A*). En la verificación forense de firmas es indispensable contar con más de una firma de muestra, ya que no se pueden observar *tendencias* en el firmado -o en cualquier otro fenómeno- si éste *sólo ocurre una vez*; en la literatura no existen antecedentes de intentos de caracterización de firmas a partir de una única firma de muestra. Por otro lado, esto no implica que no sea posible generar un modelo a partir de una sola firma, si se considerara a las características extraídas de esa única firma

Tabla 4.1: Errores de forma, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características, por firmante.

Firma Número	Errores de forma de la firma					Califi- cación	Clase	Perte- nencia
	2	3	4	5	6			
1	ε_{Cx}^1	ε_{Cy}^1	ε_T^1	ε_{s1}^1	ε_{s2}^1	C_s^1	ω_0	1
2	ε_{Cx}^2	ε_{Cy}^2	ε_T^2	ε_{s1}^2	ε_{s2}^2	C_s^2	ω_0	1
3	ε_{Cx}^3	ε_{Cy}^3	ε_T^3	ε_{s1}^3	ε_{s2}^3	C_s^3	ω_0	1
4	ε_{Cx}^4	ε_{Cy}^4	ε_T^4	ε_{s1}^4	ε_{s2}^4	C_s^4	ω_0	1
...
N-2	ε_{Cx}^{N-2}	ε_{Cy}^{N-2}	ε_T^{N-2}	ε_{s1}^{N-2}	ε_{s2}^{N-2}	C_s^{N-2}	ω_1	0
N-1	ε_{Cx}^{N-1}	ε_{Cy}^{N-1}	ε_T^{N-1}	ε_{s1}^{N-1}	ε_{s2}^{N-1}	C_s^{N-1}	ω_1	0
N	ε_{Cx}^N	ε_{Cy}^N	ε_T^N	ε_{s1}^N	ε_{s2}^N	C_s^N	ω_1	0

Tabla 4.2: Errores de ritmo, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características, por firmante.

Firma Número	Errores de forma de la firma					Califi- cación	Clase	Perte- nencia
	2	3	4	5	6			
1	ε_V^1	ε_{TOW}^1	ε_{BOW}^1	ε_p^1	$\varepsilon_{dp/dt}^1$	C_d^1	ω_0	1
2	ε_V^2	ε_{TOW}^2	ε_{BOW}^2	ε_p^2	$\varepsilon_{dp/dt}^2$	C_d^2	ω_0	1
3	ε_V^3	ε_{TOW}^3	ε_T^3	ε_{s1}^3	ε_{s2}^3	C_d^3	ω_0	1
4	ε_V^4	ε_{TOW}^4	ε_{BOW}^4	ε_p^4	$\varepsilon_{dp/dt}^4$	C_d^4	ω_0	1
...
N-2	ε_V^{N-2}	ε_{TOW}^{N-2}	ε_{BOW}^{N-2}	ε_p^{N-2}	$\varepsilon_{dp/dt}^{N-2}$	C_d^{N-2}	ω_1	0
N-1	ε_V^{N-1}	ε_{TOW}^{N-1}	ε_{BOW}^{N-1}	ε_p^{N-1}	$\varepsilon_{dp/dt}^{N-1}$	C_d^{N-1}	ω_1	0
N	ε_V^N	ε_{TOW}^N	ε_{BOW}^N	ε_p^N	$\varepsilon_{dp/dt}^N$	C_d^N	ω_1	0

como el prototipo de la firma. No obstante, es difícil predecir el éxito de un verificador de esa naturaleza.

El clasificador utilizado es de tipo *multiclasificador* y se muestra en la figura 4.7. En cada nivel de clasificación se encuentra un clasificador cooperativo.

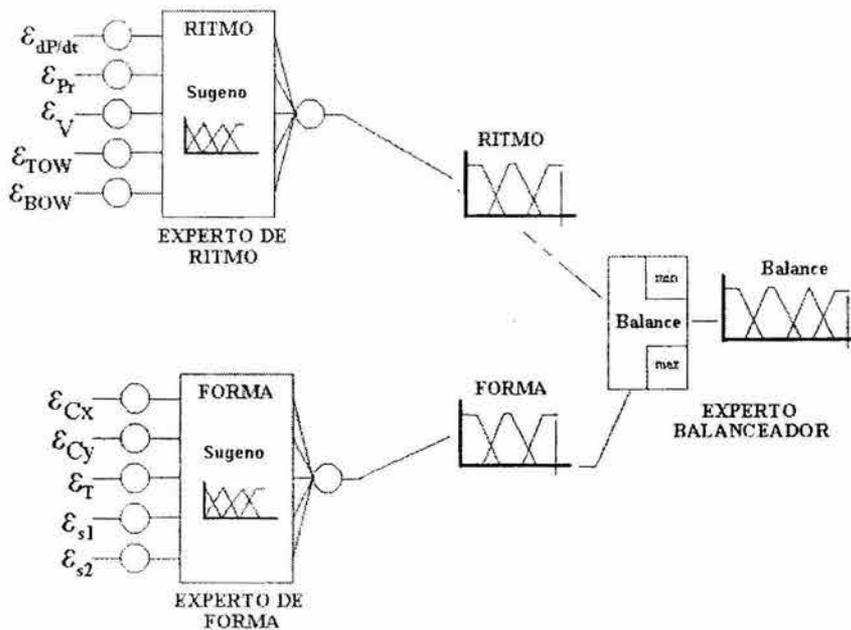


Figura 4.7: Multiclasificador basado en dos sistemas NND-FR y uno difuso.

Cada uno de los clasificadores cooperativos funciona como un “experto virtual”, de modo que cada rasgo primario es evaluado por un “experto virtual” y el balance ritmo/forma de la firma es generado por un tercero, usando un total de 3 clasificadores; dos de ellos, parte izquierda de la figura 4.7, pertenecen a la fase de entrenamiento (ver sección de entrenamiento y en particular la figura 4.2), y se describen a continuación en dicho contexto.

4.7.1. Descripción del clasificador *NND-FR*.

NND-FR proviene del inglés “neural-network-driven fuzzy reasoning” [Tso 97], que se puede traducir como “razonamiento difuso manejado por redes neuronales”, y pertenece a una familia de técnicas en las que el razonamiento difuso se apoya en redes neuronales. El método utilizado es el propuesto por Takagi y Hayashi, abreviado aquí como *T-H*, y es descrito por Tsoukalas y Urigh en [Tso 97]. En la exposición siguiente se conserva la nomenclatura original de los autores Takagi y Hayashi, descrita en [Tso 97]. En este enfoque, el sistema difuso es del tipo Sugeno [Tso 97], en el cual cada regla tiene la forma

$$\text{si } x_1 \text{ es } A_1 \text{ y } x_2 \text{ es } A_2 \text{ y } \dots, \text{ entonces } \mathbf{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.17)$$

en donde la parte a la izquierda de “entonces” se le conoce como *antecedente* y a la parte derecha como *consecuente* [Tso 97]; en el enfoque *NND-FR* se sustituye la función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ por una red neuronal, quedando la expresión 4.17 como

$$\text{si } (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ es } A^s \text{ entonces } y_s = \text{NN}_s(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.18)$$

en donde (x_1, x_2, \dots, x_n) es el vector de n entradas, el superíndice s se usa para referirse a la s -ésima regla de inferencia, $y_s = \text{NN}_s(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es una red neuronal que determina la salida y^s de la s -ésima regla y A^s es la función de membresía del antecedente de la s -ésima regla. La expresión 4.18 establece que la salida y tomará el valor que arroje la red neuronal NN_s cuando a su entrada se le da el vector (x_1, x_2, \dots, x_n) , siempre y cuando dicho vector active la función de membresía A^s . El procedimiento de este método implica 8 pasos, de los cuales se listan 5 a continuación:

1. definir entradas y salidas;
2. dividir la población de entradas/salidas en datos de entrenamiento (TRD) y datos de chequeo (CHD);
3. particionar los datos de entrenamiento mediante *clustering*, donde cada *cluster* representa una regla; el número de *clusters* debe conocerse *a priori*;
4. el antecedente de cada regla es identificado a través de NN_{mem} , que se interpreta como “si x_i es el conjunto de entradas a NN_{mem} , entonces los pesos w_i^s son asignados a los datos de salida bajo aprendizaje supervisado como

$$w_i^s = \begin{cases} 1, & \text{si } x_i \in R^s \\ 0, & \text{si } x_i \notin R^s \end{cases} \quad i = 1, \dots, r \quad (4.19)$$

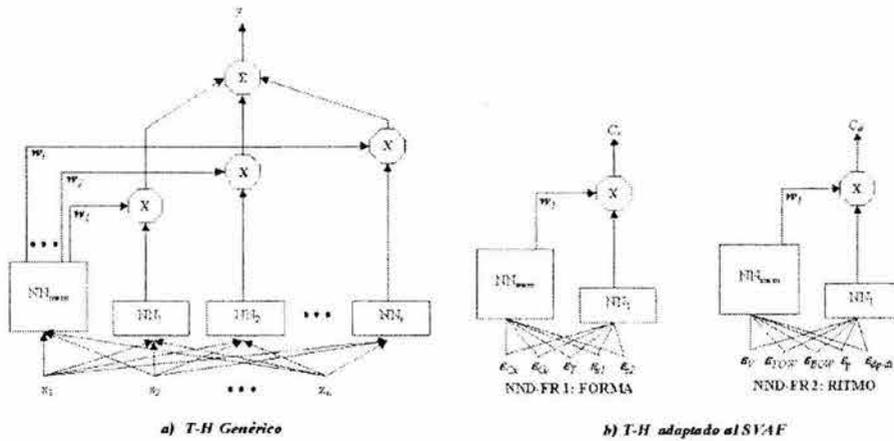


Figura 4.8: a) Diagrama de bloques del método T-H. b) Método T-H adaptado al SVAF.

con lo que red neuronal NN_{mem} es entrenada para inferior los pesos w_i^s dado un vector de entrada x_i . De esta forma, la red neuronal NN_{mem} es capaz de calcular el grado de membresía \hat{w}_i^s del vector x_i a la regla o partición R_i^s , o sea $\mu_{A^s}(x_i) = \hat{w}_i^s$.

5. se identifica la parte consecuente para cada regla utilizando los datos del conjunto de entrenamiento TRD como pares de entrada/salida para s redes neuronales NN_s .

Los pasos 6, 7 y 8 del método original corresponden a la eliminación de variables de entrada en función del desempeño del sistema. Sin embargo, debido a que en el SVAF de esta tesis ya se cuenta con reducción de variables en función de su poder discriminante, los pasos 6, 7 y 8 no se efectúan. Para la reducción de variables ver los detalles en [Tso 97].

El diagrama de bloques de la técnica T-H se muestra en la figura 4.8a; en la figura 4.8b se muestra la adaptación del método T-H al verificador: se utilizan dos sistemas NND-FR, uno para el ritmo y otro para la forma. Para el sistema NND-FR de forma, la red neuronal NN_{mem} se entrena utilizando como conjunto de entrada todos los renglones de la tabla 4.1, en sus columnas 2 a 6, y como conjunto de salida los correspondientes renglones de la columna 9. De este modo se calcula el grado de pertenencia o función de membresía de los patrones a las clases genuina y falsa, según la ecuación 4.19. La red neuronal NN_1 se entrenará utilizando como conjunto de entrada todos los renglones de las columnas 2 a 6, y como conjunto de salida los correspondientes renglones de la columna 7, de manera que se calculen los consecuentes de la ecuación 4.18. De igual manera se conforman los datos de entrada/salida para las redes NN_{mem} y NN_1 del sistema NND-FR del ritmo, referidos a la tabla 4.2.

El verificador digital *forense* se beneficia del método de razonamiento difuso T-H por varias razones, entre ellas se encuentra el que el criterio de asignación de calificación se hace difuso, dándole cualidades del razonamiento humano al proceso de calificación de cada característica, lo cual se acentúa por las capacidades de generalización de las redes neuronales, las cuales proveen una fusión de la información de los errores de forma y dinámica de una firma

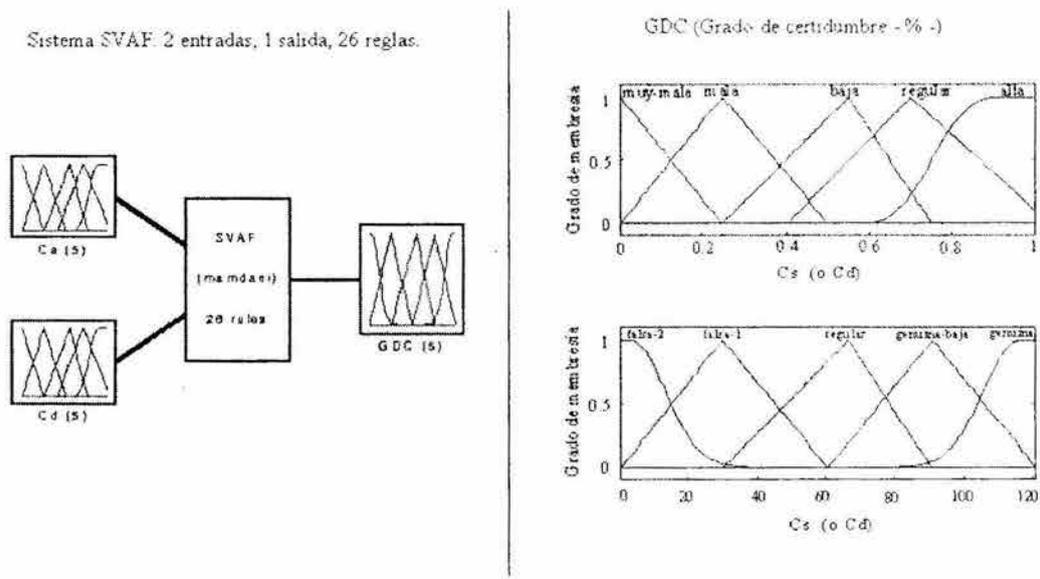
cuestionada con respecto al comportamiento representado por las funciones prototipo optimizadas. La red neuronal NN_{mem} da valor agregado al proceso de calificación, ya que las funciones de membresía que se generan con esta red representan el comportamiento *típico* de la manera en que ocurren los errores de las firmas genuinas respecto a su modelo; piénsese en el caso hipotético en que una falsificación muy bien hecha ocasiona que la red NN_1 genere una calificación *alta*. Si la manera en que los errores ocurren es atípica con respecto a la manera en que generan errores las firmas genuinas, la función de membresía dada por NN_{mem} será baja, por lo que la calificación final es baja, rechazándose esa falsificación hábil. Otra ventaja de calcular la pertenencia con una red neuronal es que el diseñador no tiene que lidiar con la información bruta de cada firmante, sino que la pertenencia se establece por aprendizaje en la red neuronal. Esto conlleva también a que se particulariza el clasificador por firmante, lo cual promueve un alto desempeño del sistema de manera global.

4.7.2. Balanceador difuso.

El último elemento del clasificador es el sistema difuso balanceador; es la salida final del clasificador y es el responsable de emitir el veredicto de autenticidad. Este sistema difuso es “diseñado a mano” y en él se codifica la experiencia y/o filosofía del examinador forense en cuanto a cómo balancear el ritmo y forma de una firma. La arquitectura de este sistema difuso es como sigue. El número de entradas es dos, una para C_s y C_d , que son las calificaciones de la estática y la dinámica de la firma, dadas por las ecuaciones 4.15 y 4.16; a cada entrada le corresponden cinco funciones de membresía relacionadas con la calificación, denominadas *muy-mala*, *mala*, *baja*, *regular*, *alta*, con universo de discurso entre 0 y 1.

La salida del sistema difuso balanceador se denomina GDC (*Grado de Certidumbre*) y es el grado de certeza con el que una firma se considera genuina. Las funciones de membresía de la variable lingüística GDC son *falsa-2*, *falsa-1*, *regular*, *genuina-baja*, *genuina*. El diagrama de bloques, las funciones de membresía y el conjunto de *reglas* se muestran en la figura 4.9; las funciones de membresía de las entradas “Cs” (calificación de la forma) y “Cd” (calificación de la dinámica) son iguales, por lo que no se favorece a un rasgo frente a otro. Las funciones de membresía son mostradas en la parte superior derecha de la figura 4.9, denotadas “Cs (o Cd)” en el eje de las abscisas.

Las gráficas función de transferencia respecto a c_s y c_d , de la función de transferencia para valores de $c_s = c_d$ y de isocontornos de la función de transferencia se muestran en la figura 4.10. En la figura 4.10a se observa la función de transferencia del sistema difuso balanceador, la cual muestra la salida GDC ante variaciones de las entradas en el rango de 0 a 1. Puede verse la simetría de la función de transferencia, que indica que no se favorece la verificación dándole más peso a la calificación de la dinámica que a la de la estática, y viceversa. Esta gráfica nos permite conocer el comportamiento del sistema difuso balanceador ante todas las posibles entradas de c_s y c_d . Puede observarse en dicha figura que si una firma bajo verificación obtuviera una calificación alta, por ejemplo, en la estática, pero baja en la dinámica, entonces GDC es baja. Esto descarta a los falsificadores que pudieran copiar muy bien la forma, pero no el ritmo de firmado. El mismo efecto se produce cuando la calificación de la dinámica es alta y la de la estática es baja.



Conjunto de reglas del sistema SVAF

1. If (Cs is muy-mala) then (GDC is falsa-2) (1)
2. If (Cs is mala) then (GDC is falsa-2) (1)
3. If (Cs is baja) then (GDC is falsa-1) (1)
4. If (Cs is regular) and (Cd is muy-mala) then (GDC is falsa-2) (1)
5. If (Cs is regular) and (Cd is mala) then (GDC is falsa-2) (1)
6. If (Cs is regular) and (Cd is baja) then (GDC is falsa-1) (1)
7. If (Cs is regular) and (Cd is regular) then (GDC is genuina-baja) (1)
8. If (Cs is regular) and (Cd is alta) then (GDC is regular) (1)
9. If (Cs is alta) and (Cd is muy-mala) then (GDC is falsa-1) (1)
10. If (Cs is alta) and (Cd is mala) then (GDC is falsa-1) (1)
11. If (Cs is alta) and (Cd is baja) then (GDC is regular) (1)
12. If (Cs is alta) and (Cd is regular) then (GDC is genuina-baja) (1)
13. If (Cs is alta) and (Cd is alta) then (GDC is genuina) (1)
14. If (Cd is muy-mala) then (GDC is falsa-2) (1)
15. If (Cd is mala) then (GDC is falsa-2) (1)
16. If (Cd is baja) then (GDC is falsa-1) (1)
17. If (Cs is muy-mala) and (Cd is regular) then (GDC is falsa-2) (1)
18. If (Cs is mala) and (Cd is regular) then (GDC is falsa-2) (1)
19. If (Cs is baja) and (Cd is regular) then (GDC is falsa-1) (1)
20. If (Cs is regular) and (Cd is regular) then (GDC is genuina-baja) (1)
21. If (Cs is alta) and (Cd is regular) then (GDC is regular) (1)
22. If (Cs is muy-mala) and (Cd is alta) then (GDC is falsa-2) (1)
23. If (Cs is mala) and (Cd is alta) then (GDC is falsa-1) (1)
24. If (Cs is baja) and (Cd is alta) then (GDC is regular) (1)
25. If (Cs is regular) and (Cd is alta) then (GDC is genuina-baja) (1)
26. If (Cs is alta) and (Cd is alta) then (GDC is genuina) (1)

Figura 4.9: Definición del sistema difuso de salida: diagrama de bloques, funciones de membresía y conjunto de reglas.

En la figura 4.10b, se toma un corte de la función de transferencia de la figura 4.10a en los valores de $c_s = c_d$, y se relaciona la salida del sistema difuso con los criterios o niveles de certidumbre con que la firma es genuina [Sly 95], **apéndice A**, lo que nos permite una visión adicional del comportamiento del balanceador difuso. El recorrido de 0% a 100% del grado de certidumbre se divide en cuatro regiones, etiquetadas como “Nivel I”, “Nivel II”,

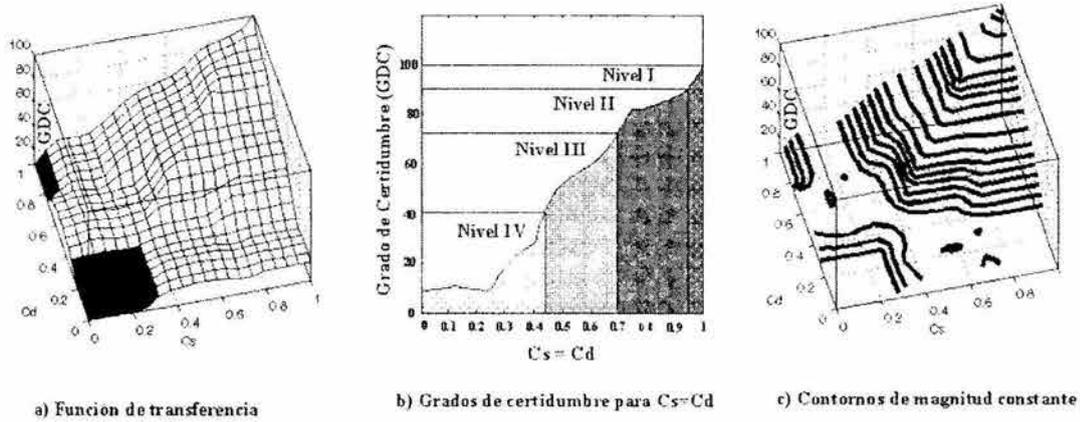


Figura 4.10: Vistas de la función de transferencia.

“Nivel III” y “Nivel IV”. Esos son los niveles de certidumbre de que la firma es genuina y se relacionan con el porcentaje de salida GDC. La tabla 4.3 cuenta con la relación de los puntos de decisión de verificación mostrados en la figura 4.10b y el significado de los niveles de certidumbre. También se debe mencionar que cuando la separación de clases es bastante clara, los límites entre criterios pueden “moverse” un poco, sobre todo considerando que se han mostrado cuando $c_s = c_d$, que rara vez es el caso, como lo muestran los resultados experimentales del capítulo 6.

4.8. Fase de verificación

La verificación de una firma cuestionada se realiza una vez que el modelo de la firma ha sido construido. En este trabajo, la verificación de las firmas se realiza con los siguientes pasos:

1. Captura de la firma cuestionada.

Tabla 4.3: Análisis de la figura 4.10b

NIVEL	Rango de $c_s = c_d$	Rango de GDC (%)	Observaciones
I	>0.95	>0.90	La firma es genuina más allá de cualquier duda razonable
II	0.7 - 0.95	72.90 - 90	Es altamente probable que la firma sea genuina
III	0.43 - 0.7	38.42 - 72.89	Es muy probable que la firma sea una falsificación muy hábil
IV	<0.43	<38.42	Es demostrable que la firma es una falsificación

2. Cálculo de las características discriminantes de forma.
3. Cálculo de las características discriminantes de ritmo.
4. Calcular la disimilitud de cada característica respecto a su modelo.
5. Alimentar el clasificador con los errores obtenidos en el paso anterior.
6. Clasificar la firma de acuerdo con el nivel de certidumbre, según la tabla 4.3.

La fase de verificación comparte únicamente los pasos uno a cuatro con la fase de entrenamiento; a partir de allí, la fase de verificación se efectúa rápidamente ya que implica la corrida -no entrenamiento- de las redes neuronales de soporte de los sistemas NND-FR para calcular c_s y c_d (paso 5), y finalmente clasificar la firma con el sistema difuso (paso 6). El tiempo consumido en la fase de verificación es significativamente menor que el de la fase de entrenamiento.

Nótese que la etapa de *modelado óptimo de las características* no se ejecuta en la verificación. Como puede observarse, la fase de verificación es sencilla y su ejecución es rápida.

4.9. Conclusiones

En este capítulo se presentó la arquitectura que proponemos para el verificador digital *forense*. En casi cada fase del sistema se integraron elementos originales, pero el elemento que considero representa la mayor contribución original es el *modelado óptimo de las características*, ya que a la fecha no hemos encontrado en el estado del arte de la verificación de firmas un concepto igual y, sin embargo, tan simple y beneficioso para el desempeño global del sistema.

En el estado del arte, el uso de algoritmos genéticos en la verificación de firmas también ha sido muy restringido -sólo en dos artículos de los mismos autores se utilizan y en formas muy diferentes a la que presentamos aquí-. La técnica de solución del problema biobjetivo utilizando un gradiente ponderado de doble tendencia es otro concepto que tampoco hemos visto en la literatura. Este concepto de optimizar la función prototipo puede extrapolarse a cualquier problema de reconocimiento de patrones en el que se tenga tendencia a empalme de clases en el espacio de las características, y este es otro resultado importante de esta tesis.

También es importante recalcar que la arquitectura del sistema es original en sí, ya que se apega a la forma de razonar del verificador experto humano. Aspectos también remarcables lo son el uso de sistemas neurodifusos NND-FR, pues en la literatura de VAF sólo ha aparecido una vez, en un artículo publicado en 2002 en el IJDAR *International Journal on Document Analysis and Recognition*, con objetivos y método de aplicación diferentes a los aquí presentados; la técnica que usamos aquí para la implementación del *razonamiento difuso manejado por redes neuronales* se encuentra totalmente en [Tso 97], y se adaptó aquí a la verificación automática de firmas manuscritas.

Dado que no se puede contar de antemano con un conjunto de falsificaciones, y mucho menos hábiles, el artificio de generar características sintéticas falsas también da valor agregado a esta implementación, pues según comprobamos experimentalmente, el rechazo ante falsificaciones hábiles es aumentado.

El proporcionar el veredicto de autenticidad basado en rangos y niveles de certidumbre también es poco usual, ya que los sistemas publicados generalmente sólo dicen *es genuina o falsa*, pero no con qué grado de certidumbre. Esto y el hecho de que se tenga una calificación separada para el ritmo y la forma de la firma cuestionada convierten a este sistema en un sistema explícito en sus resultados, explicativo, que puede incluso utilizarse para fines forenses.

También debe hablarse respecto a las variantes que puede sufrir el sistema. Puede seleccionarse de manera diferente, por ejemplo, las ecuaciones de calificación, moviendo los umbrales a y c , haciéndolos incluso personalizados por usuario, o bien usando funciones no lineales decrecientes entre los puntos $0 \rightarrow a$, $a \rightarrow a+0.3b$, $a+0.3b \rightarrow c$, como la gaussiana.

La arquitectura digital forense es evaluada en el capítulo 6.

Capítulo 5

Estudio comparativo de las funciones prototipo óptimas

En este capítulo se presenta un estudio comparativo de los resultados arrojados al utilizar modelos óptimos de las características en una arquitectura genérica de verificación de firmas manuscritas, contra los resultados arrojados por la misma arquitectura cambiando la metodología de formación de las funciones prototipo de las características. Las metodologías de conformación de características implementadas son la típica de valores promedio, la de distancia intraclase mínima y la que consiste de tres funciones de referencia o prototipos de distancia intraclase mínima, como se les describe en el capítulo 2. El comparar estas metodologías sobre una arquitectura genérica de verificación de firmas permitirá en el capítulo 6 determinar la ganancia de éxito debida a la arquitectura digital forense en el desempeño del sistema de verificación que se propone en este trabajo de investigación. Este capítulo está organizado como sigue. En la sección 5.1 se describe la forma en que se capturó la base de datos de firmas de entrenamiento y prueba con una tableta digitalizadora y se muestran los resultados de dicha captura. En esta misma sección se plantea la división de la base de datos en *conjunto de entrenamiento* y el *conjunto de prueba*. En la sección 5.2 se aborda la extracción de características; la 5.3 está orientada al modelado óptimo de las funciones prototipo, tanto en la fase discreta como en la continua. A partir de la sección 5.4 se efectúa el estudio comparativo que pone de manifiesto la mejora que se logra al utilizar funciones prototipo óptimas para modelar las características de las firmas manuscritas. En 5.5 y 5.6 se exponen y analizan los resultados de los experimentos de verificación comparativos; en sección 5.7 se calculan los índices FAR y FRR y en 5.8 se hacen las conclusiones pertinentes al capítulo.

5.1. Recolección de firmas y plan de evaluación

En esta sección se describe la base de datos capturada para evaluar el desempeño del verificador automático de firmas. La captura de firmas se realizó con el sistema descrito en el capítulo 4 y con el *software Verifir*. Para informes sobre *Verifir*, favor de contactar a los

autores. Las firmas fueron capturadas en un periodo de un mes en un grupo de 38 voluntarios, tratándose de que cada uno donara 27 firmas genuinas. Además, a cada firmante se le pidió que realizara falsificaciones de otro firmante, en tres etapas:

Etapa 1. Se le permitió al falsificador ver la firma a imitar, y sin practicarla, se les pidió que la imitasen. Se recolectaron 11 firmas de este tipo, denominadas en conjunto *falsificaciones tipo I*.

Etapa 2. En esta etapa, se les entregó una imagen impresa de la firma, y les fue permitido practicarla durante una semana, sin dárseles información específica de la secuencia de trazado. Igual que en el caso anterior, se recolectaron 11 firmas, llamadas en conjunto *falsificaciones tipo II*.

Etapa 3. Para esta fase se dió a los participantes del experimento la información completa de la firma a imitar, siendo el firmante genuino quien les entrenó para imitar su firma. Esto constituye el tipo de falsificación más avanzado, y a las 11 firmas por persona recolectadas de esta manera se les denominará en este trabajo *falsificaciones tipo III*.

A cada firmante le es asignado un código de 4 letras para identificar al conjunto de sus firmas, tanto genuinas como falsas, según muestra la tabla 5.1.

Las *falsificaciones tipo III* casi no se encuentran en la práctica y representan gran dificultad para ser detectadas por cualquier sistema de verificación, ya que su ejecución es asistida por el conocimiento de la dinámica aportado por el firmante original. En definitiva, son falsificaciones de buena calidad y suficientemente adecuadas para simular a un falsificador hábil.

En algunos casos la cantidad proyectada de firmas a capturar no fue conseguida, como en las falsificaciones de los renglones 36 a 38 de la tabla 5.1, principalmente porque los firmantes no estuvieron presentes en las sesiones de captura; por otro lado, debido a errores de captura, se deben descartar algunas firmas, como se indica en los errores de los archivos de coordenadas reales, también de la tabla 5.1. La figura 5.1 muestra un espécimen de cada firma por firmante. Algunos de estos errores fueron inducidos por la forma en que se colocó la hoja de firmas sobre la tarjeta digitalizadora, o bien porque a juicio del firmante alguna rúbrica en particular no representa el comportamiento promedio o *natural* de sus firmas.

La figura 5.2 contiene ejemplares de cuatro firmantes. La primera columna es la columna de firmas originales. La segunda contiene las falsificaciones tipo I, la segunda las del tipo II y la última las del tipo III. Se muestran sólo los ejemplares de cuatro firmantes por cuestiones de espacio.

5.1.1. División de la base de datos en conjuntos de entrenamiento y de prueba.

La base de datos está constituida por firmas genuinas y falsificaciones, las cuales fueron repartidas para efecto de evaluar el desempeño del algoritmo verificador. El conjunto de entrenamiento que se definirá a continuación se usará por cada firmante. El conjunto de entrenamiento debe contar con firmas genuinas, *falsificaciones aleatorias* y *falsificaciones*

Tabla 5.1: Identificadores y cantidad de firmas por tipo.

Núm.	Firmante	Firmas por persona				Errores en archivos			
		Orig.	F I	F II	F III	Orig.	F I	F II	F III
1	JMTM	27	11	11	11	0	0	0	0
2	CAVM	25	11	0	11	2	0	0	0
3	JGHV	27	11	11	11	2	0	0	0
4	JARL	27	11	11	11	0	0	0	0
5	MEDG	27	11	11	11	1	0	0	0
6	LOAR	27	11	11	11	0	0	0	0
7	JODG	27	11	11	11	0	0	1	0
8	MAZE	27	11	11	11	3	0	0	0
9	PPMP	11	0	0	0	1	0	0	0
10	DARD	27	11	11	16	0	0	0	0
11	MABM	27	11	11	0	0	1	0	0
12	ERPC	27	11	11	0	1	0	0	0
13	JJCL	27	0	0	0	0	0	0	0
14	ROMS	27	11	11	11	0	1	0	0
15	SEDE	27	11	11	11	1	0	0	0
16	LURM	27	11	11	11	0	0	0	0
17	JBSJ	11	11	11	0	0	0	0	0
18	RAME	27	11	11	11	0	0	1	0
19	JAFP	27	11	11	0	0	1	0	0
20	RMCG	11	11	11	11	0	0	0	0
21	LEAT	27	11	11	0	0	0	0	0
22	MAAM	16	11	11	11	11	0	0	0
23	CMCG	27	11	11	11	0	0	0	0
24	ALFR	27	11	11	0	0	2	0	0
25	EACG	11	11	11	11	1	0	0	0
26	CADO	27	11	11	11	1	0	0	0
27	AAHG	27	11	0	11	11	0	0	0
28	AAMR	27	0	0	11	0	0	0	0
29	NVPM	27	11	11	11	11	0	0	0
30	HUMM	27	0	0	11	3	0	0	0
31	JIOR	27	11	0	11	0	1	0	0
32	ALDV	27	11	11	11	0	0	0	0
33	RURL	27	11	11	11	0	0	0	0
34	VUMS	27	11	11	11	0	0	0	0
35	ALRO	27	0	0	11	5	0	0	0
36	SASB	6	0	0	0	0	0	0	0
37	CLDA	11	0	0	0	0	0	0	0
38	ARCH	10	0	0	0	0	0	0	0
	Suma	895	330	297	302	54	6	2	0
	TOTAL	1824							
	Errores	62							
	Final	1762							



Figura 5.1: Muestrario de firmas de genuinas con códigos de identificación de 5 letras.

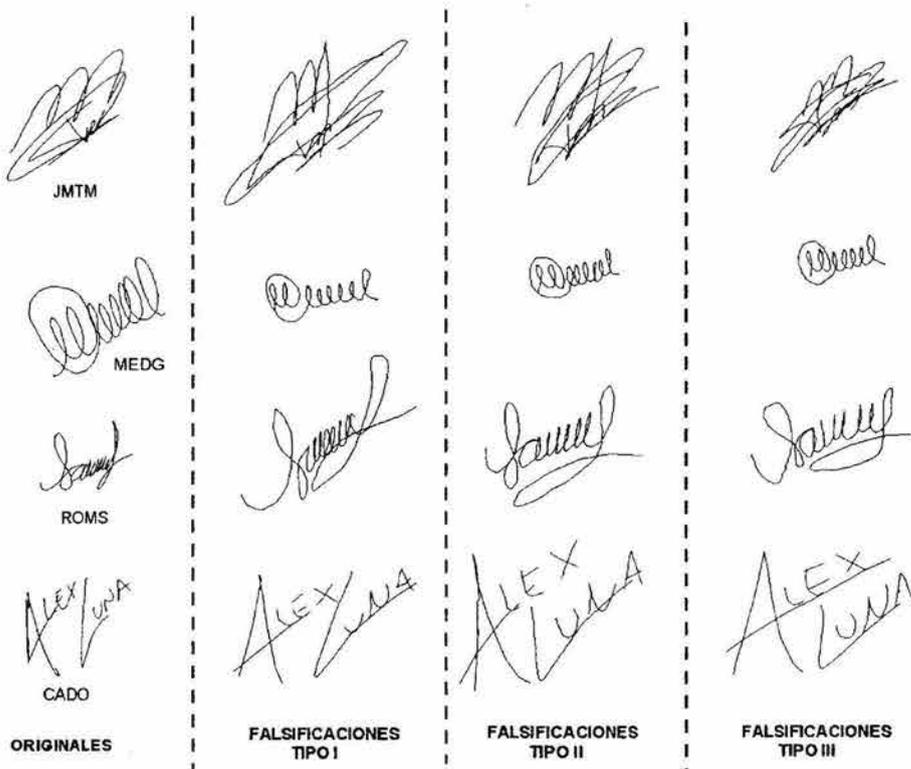


Figura 5.2: Algunas firmas originales y sus falsificaciones.

hábiles sintéticas. Una *falsificación aleatoria* es la firma de cualquier persona distinta al firmante genuino, sirviendo como ejemplo de escrituras generales. Por *falsificaciones hábiles sintéticas* se tomarán “falsificaciones” creadas algorítmicamente de acuerdo con el procedimiento descrito en la sección 3.3.2. De la base de datos capturada se seleccionan para los conjuntos de entrenamiento y prueba los especímenes de firmas que se muestran en la tabla 5.2. Los conjuntos de entrenamiento y prueba se usarán para cada firmante en la base datos, por supuesto, a menos que las firmas del propio firmante se encuentren en dichos conjuntos.

A continuación se describe el conjunto de entrenamiento. Para entrenar el sistema se requieren firmas genuinas -agrupadas en la clase de firmas ω_0 - y *falsificaciones* -agrupadas en la clase ω_1 . Para la descripción siguiente, observar la columna de la izquierda de la tabla 5.2, rotulada “Conjunto de entrenamiento”. La clase ω_0 , para entrenamiento, está compuesta por 16 firmas genuinas. La clase ω_1 , para entrenamiento, está compuesta por 200 firmas de otros firmantes que fungirán como *falsificaciones aleatorias*; finalmente, se complementa la clase de firmas falsas ω_1 con 10 falsificaciones hábiles sintéticas. El total de firmas para entrenamiento es 226.

A continuación se describe el conjunto de prueba. Para esto, obsérvese la columna rotulada “Conjunto de prueba” en la tabla 5.2. Comenzando con las firmas genuinas de prueba que servirán para calcular la razón de rechazos falsos, la clase ω_0 en la fase de prueba contará

Tabla 5.2: División de la base de datos en conjunto de entrenamiento y prueba.

CONJUNTO DE ENTRENAMIENTO					CONJUNTO DE PRUEBA						
GENUINAS (clase ω_0)					GENUINAS (clase ω_0) – FRR						
16 firmas auténticas tomadas de la base de datos, o menos si no es posible.					16 firmas auténticas –las mismas del entrenamiento– más otras 11 firmas (o las que existan) no vistas en el conjunto de entrenamiento.						
FALSIFICACIONES (clase ω_1)					FALSIFICACIONES (clase ω_1) – FAR						
10 firmas auténticas tomadas de los firmantes:					Las 10 de entrenamiento más 10 firmas adicionales de los mismos firmantes, más 20 de los sombreados.						
JMTM	CAVM	JGHV	JARL	MEDG	JMTM	CAVM	JGHV	JARL	MEDG	LOAR	JODG
LOAR	JODG	MAZE	PPMP	DARD	MAZE	PPMP	DARD	MABM	ERPC	JJCL	ROMS
MABM	ERPC	JJCL	ROMS	SEDE	SEDE	LURM	JBSJ	RAME	JAFP	RMCG	LEAT
LURM	JBSJ	RAME	JAFP	RMCG	MAAM	CMCG	ALFR	EACG	AAHG	AAMR	NVPM
					HUMM	JHOR	ALDV	RURL	VUMS	ALRO	CLDA
					SASE						
FALSIFICACIONES (clase ω_1)					FALSIFICACIONES (clase ω_1) – FAR						
Adicional a las firmas anteriores, la clase ω_1 se complementa con 10 falsificaciones hábiles sintéticas					Adicional a las firmas anteriores, la clase ω_1 se complementa con 33 falsificaciones hábiles entrenadas						

con las mismas firmas con que contaba en la fase de entrenamiento, más las restantes 11 capturadas por firmante. Para el cálculo de la razón de aceptaciones falsas, la clase ω_1 en la fase de prueba contará con la mismas 200 falsificaciones aleatorias, más 320 de otros firmantes, que se muestran sombreados en la tabla 5.2. Por último, se agregan a la clase ω_1 33 falsificaciones hábiles sintéticas más. El total de firmas de prueba es 580.

5.2. Extracción de características

En esta sección se muestra gráficamente el resultado del preprocesamiento así como de la extracción de características estáticas (de forma) y dinámicas (de ritmo) sobre algunas de las firmas genuinas de la base de datos; debido al gran volumen de firmas es imposible consignar las gráficas que corresponden a todas las firmas, ya que si se hacen demasiado pequeñas se pierde el detalle y si se hacen de un tamaño razonable la cantidad de hojas sería exorbitante.

5.2.1. Resultados del preprocesamiento.

La figura 5.3 muestra algunas firmas que han sido a) escaladas, b) un polinomio de segundo orden ha sido ajustado a sus puntos muestrales y, c) han sido rotadas respecto a su centroide de gravedad para tener una inclinación neta de 0° . Así, las firmas son representadas de forma insensible a cambios de escala y rotación durante el firmado; adicionalmente, a partir del

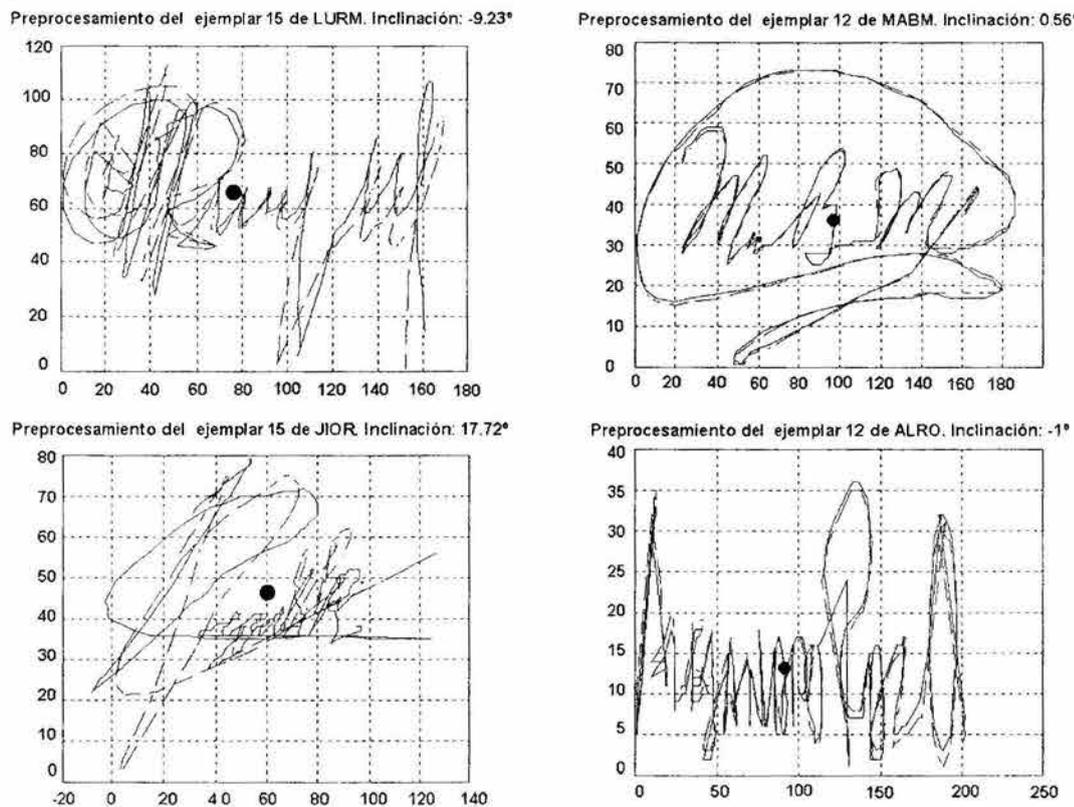


Figura 5.3: Ejemplos de preprocesamiento de firmas genuinas.

polinomio ajustado a sus puntos muestrales se pueden generar representaciones de longitud igual aun cuando originalmente el número de puntos muestrales es diferente. Con esto se logra una normalización en función de la longitud de arco para las características de forma, permitiendo la representación como una función del parámetro l , de *length* en el trabajo de Nalwa [Nal 97], del cual se adoptaron las características de forma en este trabajo. Cada gráfica contiene los datos del firmante al que corresponden, el número consecutivo en que la firma fue capturada y el ángulo de inclinación. Las imágenes de las firmas sin preprocesamiento se pueden ver en el muestrario de la figura 5.1.

En la figura 5.3 se ha trazado una rejilla de fondo para tener una referencia periódica de los ejes horizontal y vertical. El punto en cada imagen es el centroide de gravedad de la firma y es el punto sobre el que se rotan para llevarlas a una inclinación neta de cero grados. Pueden apreciarse dos firmas por imagen; la primera está trazada en línea discontinua y representa a la firma original escalada, trazada con sus puntos originales. La segunda está en línea sólida y es la versión rotada de la firma; sus puntos han sido calculados usando el polinomio de segundo grado previamente ajustado a los puntos originales. El ángulo de inclinación de la firma es positivo si la firma está “rotada” en sentido opuesto a las manecillas del reloj y es negativo en caso contrario. En la figura 5.3 se muestran ejemplares con ángulos positivos y

negativos.

El aspecto a resaltar la figura 5.3 es que el preprocesamiento prepara a los datos de las firmas para la extracción de características sin introducir distorsión a la forma de la firma. En cuanto al tiempo de cálculo por preprocesamiento, éste se limita a unos cuantos milisegundos en cada firma, habiéndose efectuado el cómputo en una computadora personal basada en un microprocesador Intel Pentium IV, a 1.4 GHz. El espacio de memoria por cada característica es del orden de 536.5 KB, y para el conjunto de las 10 características para todos los firmantes genuinos es de aproximadamente 5.14 MB, tal como lo reporta el workspace de Matlab, que es el *software* en que se efectuó el preprocesamiento.

5.2.2. Resultados de la extracción de características.

En esta etapa se extrajeron las características discriminantes del ritmo y la forma. Las características de forma son, como ya se ha comentado, las propuestas por Nalwa. Las características de ritmo o dinámicas son las propuestas por Slyter [Sly 95]. En la figura 5.4 se muestran los ejemplos de características de ritmo y forma tal y como se extrajeron del firmante AAMR, instancias cuatro y cinco. La instancia cuatro se grafica en línea sólida. La instancia cinco está en línea punteada. En la columna de la izquierda están las cinco características de forma, nominalmente: $C_x(l)$, $C_y(l)$, $T(l)$, $s_1(l)$ y $s_2(l)$, de arriba abajo. En la columna de la derecha se encuentran las características de ritmo: coordenada y de la envolvente superior, coordenada y de la envolvente inferior, velocidad absoluta, la presión instantánea y la derivada de la presión instantánea.

La figura 5.4 es el primer acercamiento visual a las características y revelan hechos interesantes; respecto a todas las características de la forma, es evidente que existen patrones repetitivos en el firmado, ya que las características de dos instancias de una misma firma son básicamente iguales; las diferencias entre las dos instancias de la característica también revelan que existen variaciones naturales en el firmado, a pesar de la existencia de hábitos de firmado y la intención consciente del firmante de reproducir su firma “igual” en sucesivas ejecuciones de ésta.

Lo mismo se nota en las características de ritmo. Para el firmante del cual se muestran las características, es visible que las envolventes superior e inferior presentan mayor variabilidad; el resto de las características del ritmo también se muestran estables.

Los cálculos fueron efectuados en la plataforma ya señalada en la subsección anterior; el tiempo de cálculo por cada característica es sensiblemente mayor que el preprocesamiento. Por cada firma, se calculan en forma consecutiva las características estáticas. Los parámetros aplicados en el algoritmo de Nalwa, *apéndice B*, son:

- Longitud de puntos de la firma: 256.
- Longitud de la ventana de cómputo: 10.
- Longitud de la ventana de referencia: 18.

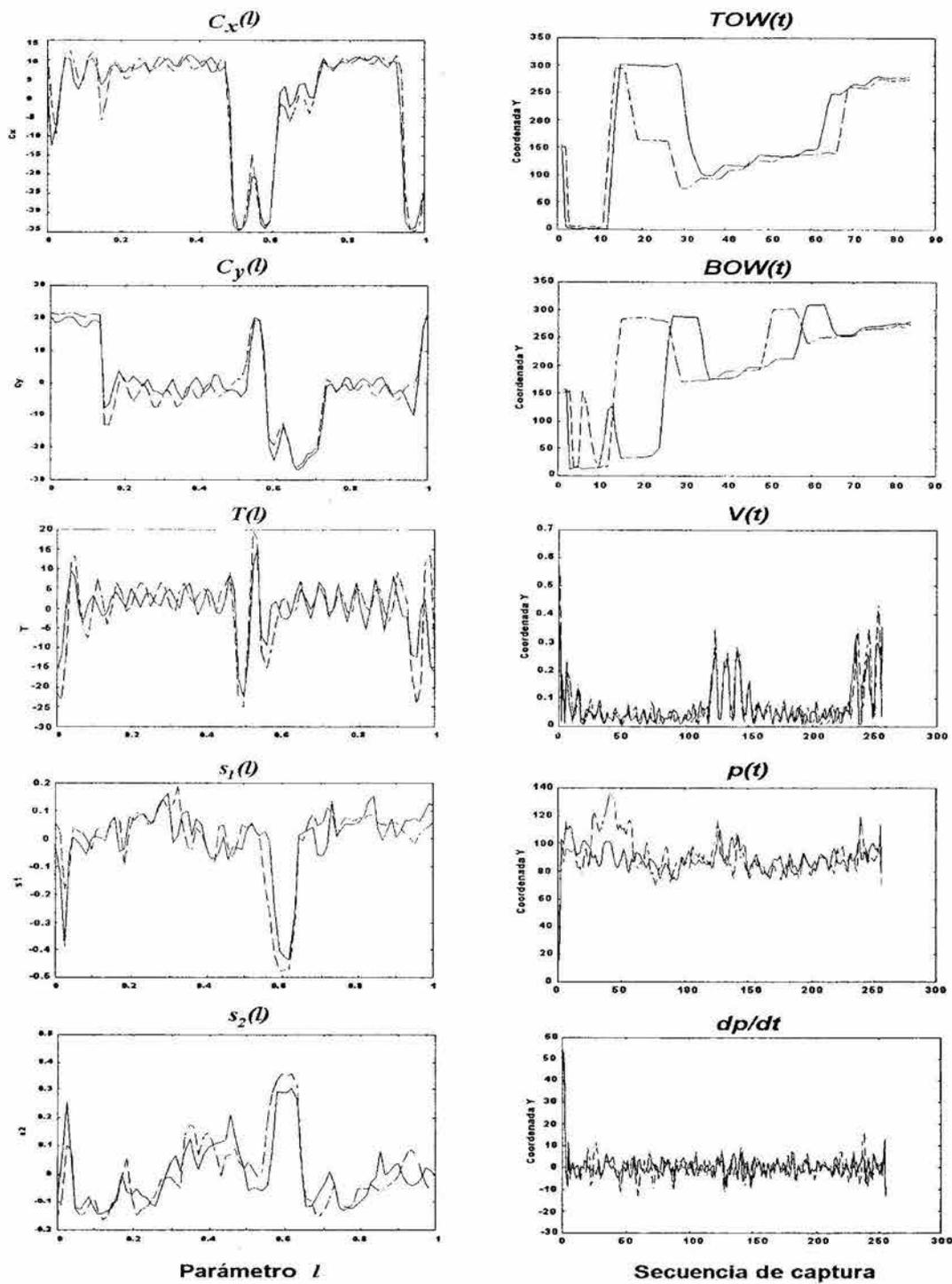


Figura 5.4: Gráficas de funciones de características estáticas y dinámicas de un firmante.

El tiempo de cómputo de las características se estima en función del tiempo consumido en cada ventana computacional. La figura 5.5 muestra los tiempos por ventana de cómputo para dos firmantes; en cada ventana se calculan las cinco características estáticas. El tiempo por ventana llega a ser desde unas fracciones a unos pocos segundos. En el caso de AAMR, el tiempo promedio por característica es de 247 mS y para MEDG el promedio por característica es de 348 mS, en ambos casos por ventana.

5.3. Modelado óptimo de las características

Posterior al cálculo de los conjuntos de características de la forma y del ritmo, para cada firmante se procedió a conformar óptimamente las funciones prototipo de cada característica. En concordancia con lo expuesto, la optimización se llevó en dos fases, la fase discreta y la fase continua. En las siguientes secciones se presentan algunos resultados de la optimización.

5.3.1. Resultados de la optimización discreta.

La optimización discreta se efectuó con un algoritmo genético, con los parámetros establecidos en las tablas 3.1 y 3.2. En lo sucesivo, los resultados de la optimización discreta se presentan gráficamente para el firmante MABM.

La figura 5.6 muestra algunos conjuntos de funciones tomados de la base de datos, como ejemplo de los estilos de escrituras generales o falsificaciones aleatorias, y serán la primera parte del conjunto de entrenamiento de firmas falsas vistas en el conjunto de entrenamiento, denotadas por $Vistas_{w_1}$. La figura 5.7 muestra un conjunto de funciones de falsificaciones sintéticas, las cuales serán la segunda parte del conjunto de entrenamiento $Vistas_{w_1}$. Como puede ser notado, las figuras 5.6 y 5.7 son de carácter demostrativo.

La primer figura que aporta resultados y que valida una de las propuestas que hemos realizado en este trabajo de investigación es la 5.8, la cual corresponde a la distancia de Mahalanobis

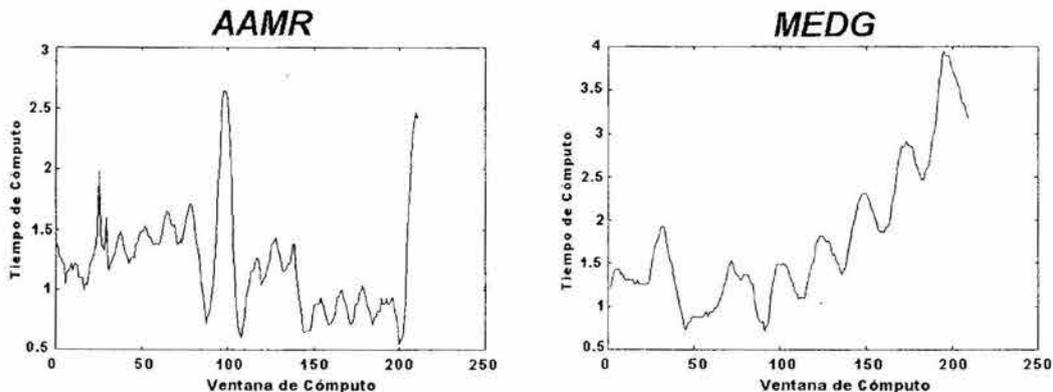


Figura 5.5: Tiempo de cómputo de características estáticas.

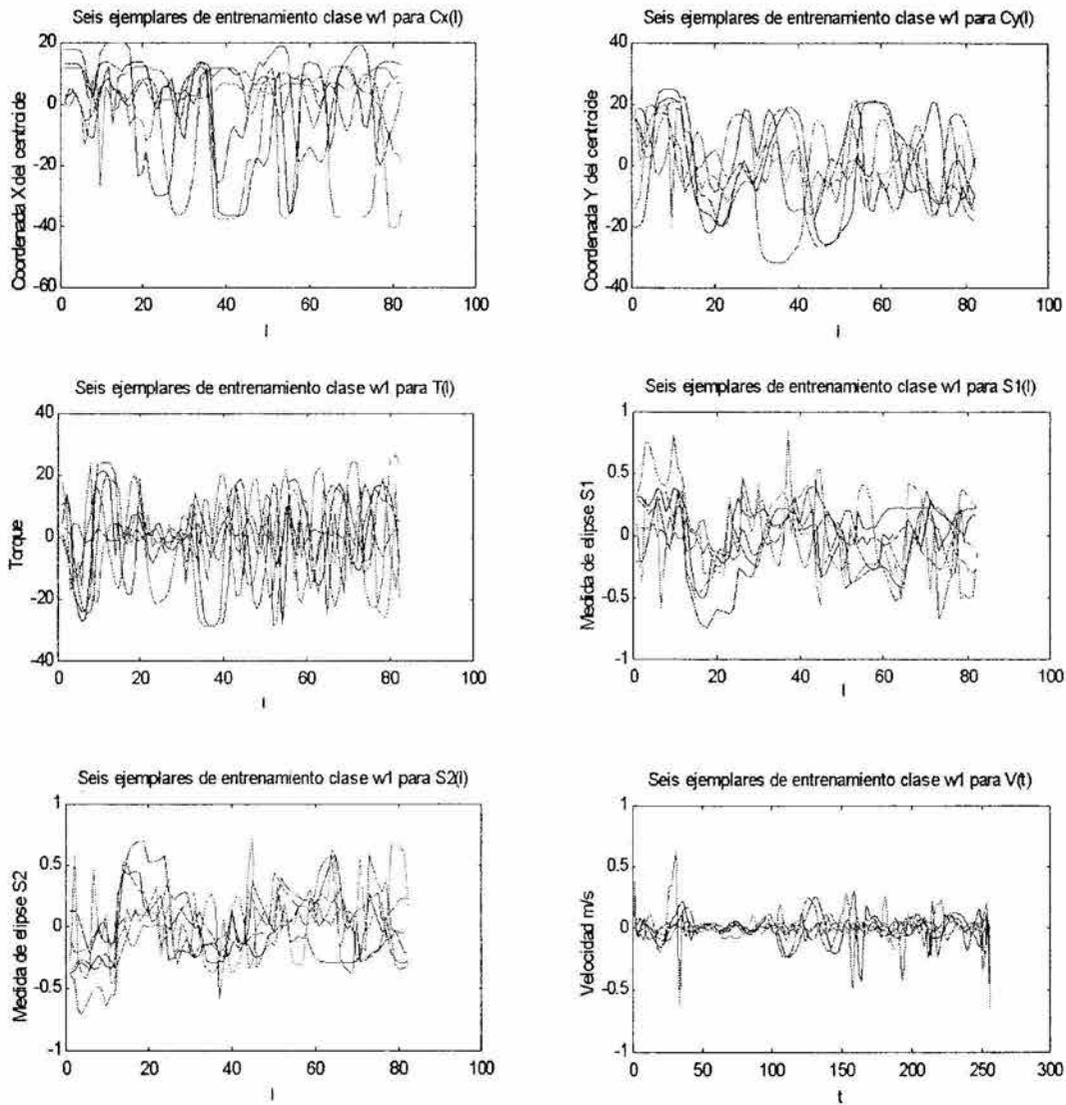


Figura 5.6: Funciones de falsificaciones aleatorias que forman parte del conjunto $Vistas_{w_1}$, usadas en el conjunto de entrenamiento.

medida con respecto a los conjuntos de entrenamiento de firmas “genuinas” y “falsificaciones”. La validación es en el sentido de que las distancias de Mahalanobis entre la función prototipo obtenida promediando punto a punto las funciones de firmas genuinas en el conjunto de entrenamiento y las funciones del subconjunto de entrenamiento $Vistas_{w_1}$ son menores que las que se obtienen al comparar contra el prototipo modelado óptimamente, ocasionando eventualmente un traslape de clases y propiciando un aumento en el índice *razón de aceptaciones falsas* o *FAR*.

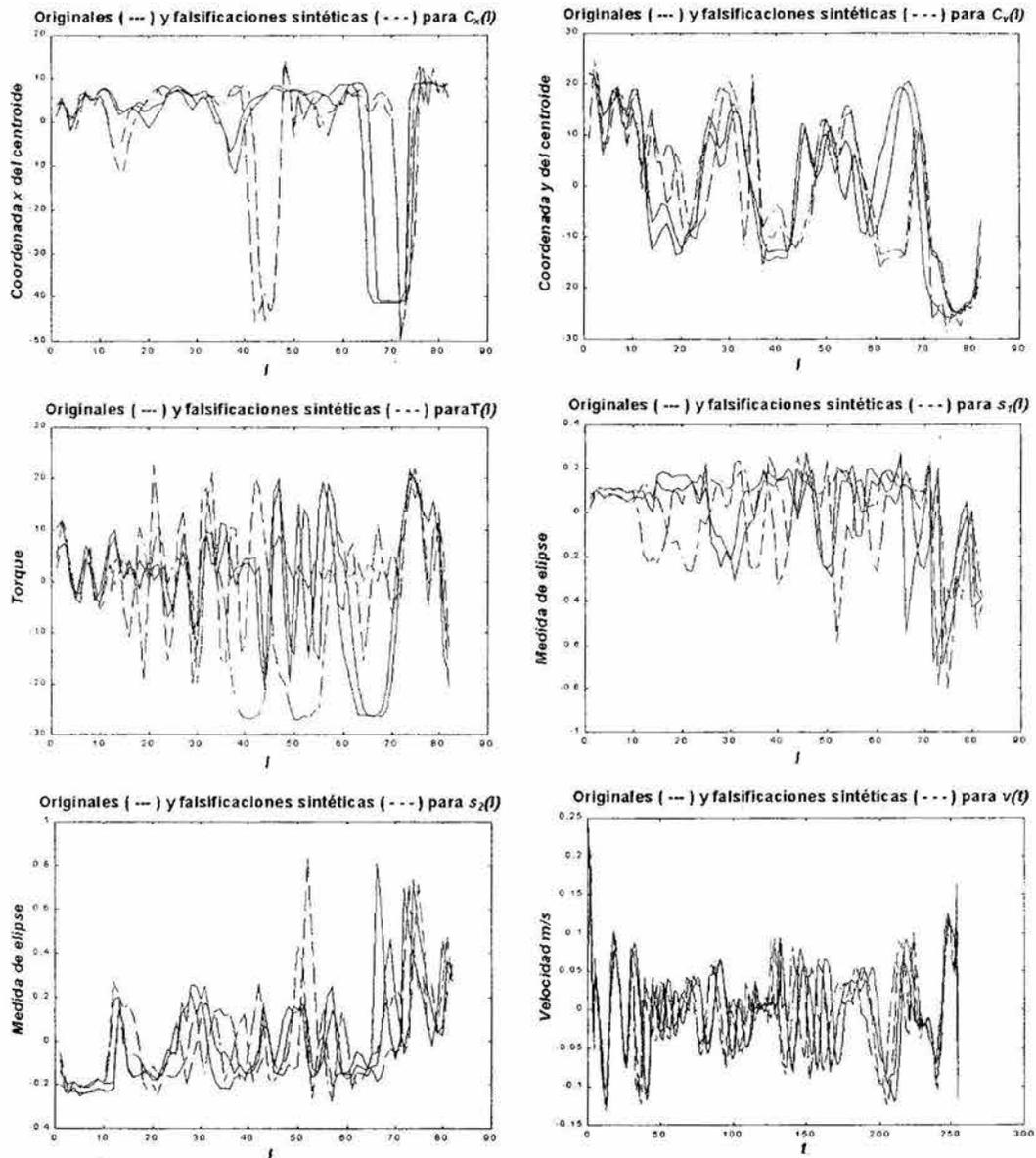


Figura 5.7: Ejemplos de conjuntos de falsificaciones sintéticas que completarán el conjunto de entrenamiento $Vistas_{\omega_1}$.

La figura 5.8 se interpreta de la siguiente manera. En cada subfigura se presentan dos gráficas, una punteada y una sólida; la punteada representa cada una de las distancias (intraclase) entre una función prototipo obtenida promediando las 16 funciones genuinas de muestra y las funciones de la clase $Vistas_{\omega_0}$ (genuinas de entrenamiento) mientras que la línea sólida representa las distancias (interclase) hacia los elementos de la clase $Vistas_{\omega_1}$ (falsificaciones de entrenamiento); el primer valor de la línea punteada corresponde con la distancia de Mahalanobis entre el prototipo de promedios y la primer función de la clase ω_0 , el segundo

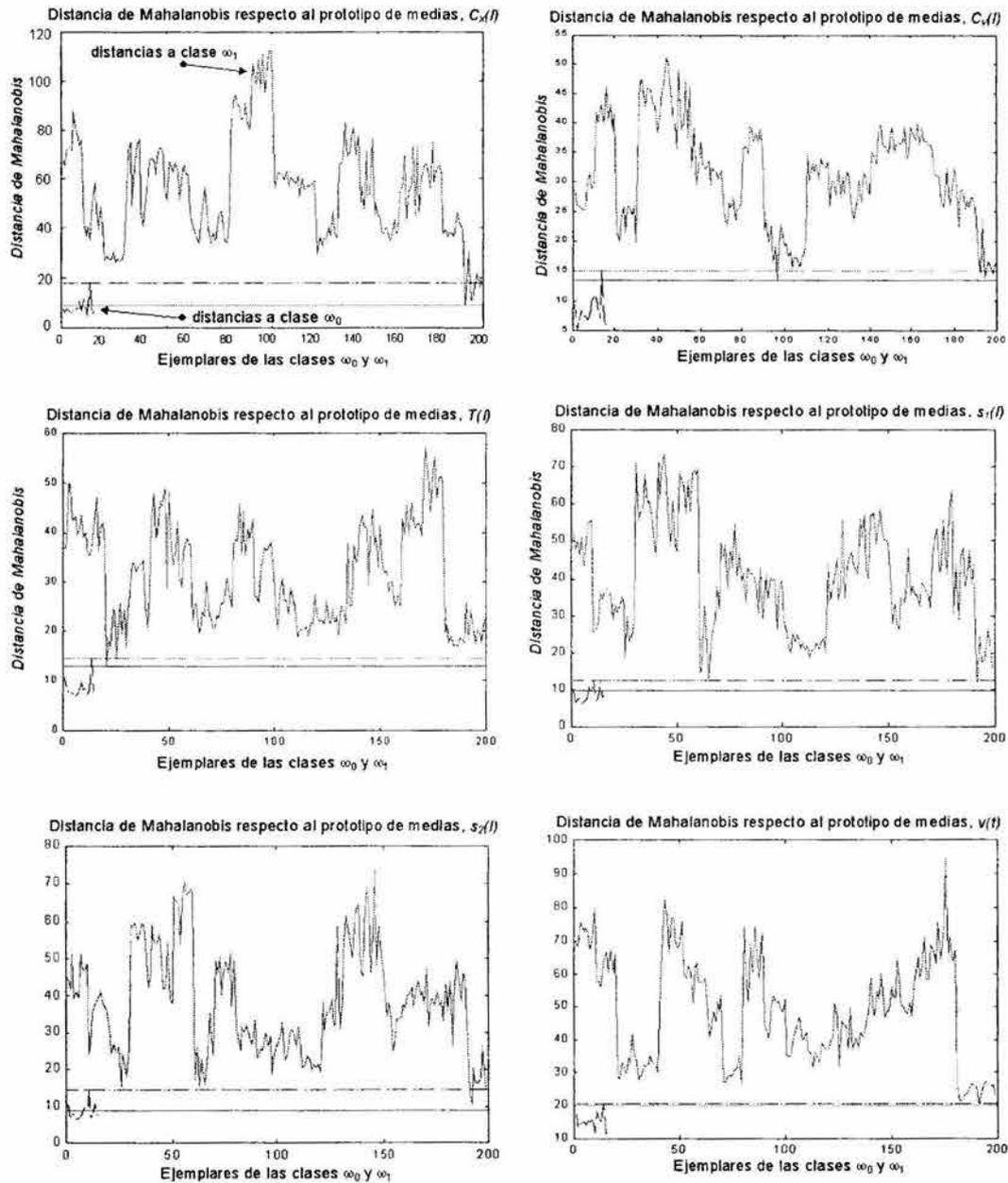


Figura 5.8: *Distancia de Mahalanobis* de la función prototipo formada con lo valores promedio con respecto a $Vistas_{\omega_0}$ (línea punteada) y $Vistas_{\omega_1}$ (línea sólida)

corresponde con la distancia de Mahalanobis entre el prototipo de promedios y la segunda función de la clase ω_0 , y así sucesivamente. Lo mismo vale para las distancias entre la función prototipo y las funciones en la clase ω_1 , para la línea punteada.

Nótese cómo la mayor distancia intraclass en todos los casos mostrados es mayor que la

mínima distancia interclase, con lo que en el contexto de un clasificador simple de umbral no sería claro cuál es la mejor decisión para fijar el umbral, pues en cualquier caso se presentarían errores de clasificación por el traslape de clases resultante.

Para comenzar con el proceso de optimización discreta, se toma como referencia el comportamiento de la convergencia del algoritmo genético, el cual se muestra en la figura 5.9. El número de iteraciones requeridas para la convergencia es de aproximadamente entre 35 y 40, siendo este último el valor impuesto al número máximo de iteraciones. En todas las subfiguras, la línea superior indica el *fitness* del individuo más apto, y la línea inferior indica el *fitness* promedio de la población. El término *fitness*, proviene del área de los algoritmos genéticos y se refiere a la aptitud de los *cromosomas* para dar la mejor solución al problema; el *fitness* de cada cromosoma se evalúa como se indicó en la sección 3.3, con la función de costo dada por la expresión 3.12.

Para todos los firmantes, el algoritmo genético encontró la mejor opción de modelo de función prototipo, sin embargo, dicho modelo no en todos los casos fue capaz de generar una “separación total” entre clases, pudiendo esto ser indicativo de que la característica en cuestión no es discriminante para el firmante en particular. Esta observación es importante, ya que establece un criterio para seleccionar características de manera individualizada. No obstante, la función prototipo será sujeta todavía al proceso de optimización biobjetivo, en el cual se puede encontrar un modelo de función prototipo que convierta a la característica en una característica discriminante.

En otros aspectos, el tiempo de cada iteración del algoritmo genético fluctúa entre los 2.5 y los 4.5 segundos, dependiendo de la carga computacional a que esté sujeto el microprocesador de la computadora. El tiempo total que toma el algoritmo genético es en promedio de 140 segundos por característica. Este tiempo se obtuvo con el algoritmo programado en Matlab, en una computadora personal Pentium IV, con 128 MB de RAM y corriendo a 1.4 GHz.

La figura 5.10 muestra básicamente los mismos conjuntos de distancias que la figura 5.8, pero ahora tomando como patrón o referencia la función prototipo modelada genéticamente. Sólo se presentan seis funciones ($C_x(l)$, $C_y(l)$, $T(l)$, $s_1(l)$, $s_2(l)$, $v(t)$). Obsérvese -en la mayoría de los casos-, cómo se ha incrementado el poder discriminante de las características al cambiar la forma de la función descriptiva, denotado este efecto por el hecho de que la línea continua se encuentra por arriba de la línea discontinua, esto es, la mínima distancia interclase es mayor que la máxima distancia intraclase. Se espera que este comportamiento se mantenga cuando se calculen las distancias de Mahalanobis con los ejemplares no vistos en el conjunto de entrenamiento. En cada una de las gráficas de la figura 5.10, los últimos diez valores de las distancias a la clase ω_1 son las distancias a las funciones características generadas algorítmicamente, las cuales han hecho el rol de “falsificaciones hábiles” para fines de entrenamiento. Obsérvese cómo tienden a representar las menores distancias interclase, como era de esperarse. Esto trae como consecuencia un rechazo inherente a las falsificaciones hábiles en la fase de verificación, pues la función prototipo ha *evolucionado* de tal forma que “desconoce” a funciones semejantes a ella, pero que cuenten con una morfología ligeramente distinta (cambios de fase y ruido aleatorio), como las que se generarán posiblemente por falsificadores entrenados al ir corrigiendo continuamente el trazo de la falsificación [Bra 93]. También que en ocasiones es más próxima a la función prototipo una función del conjunto

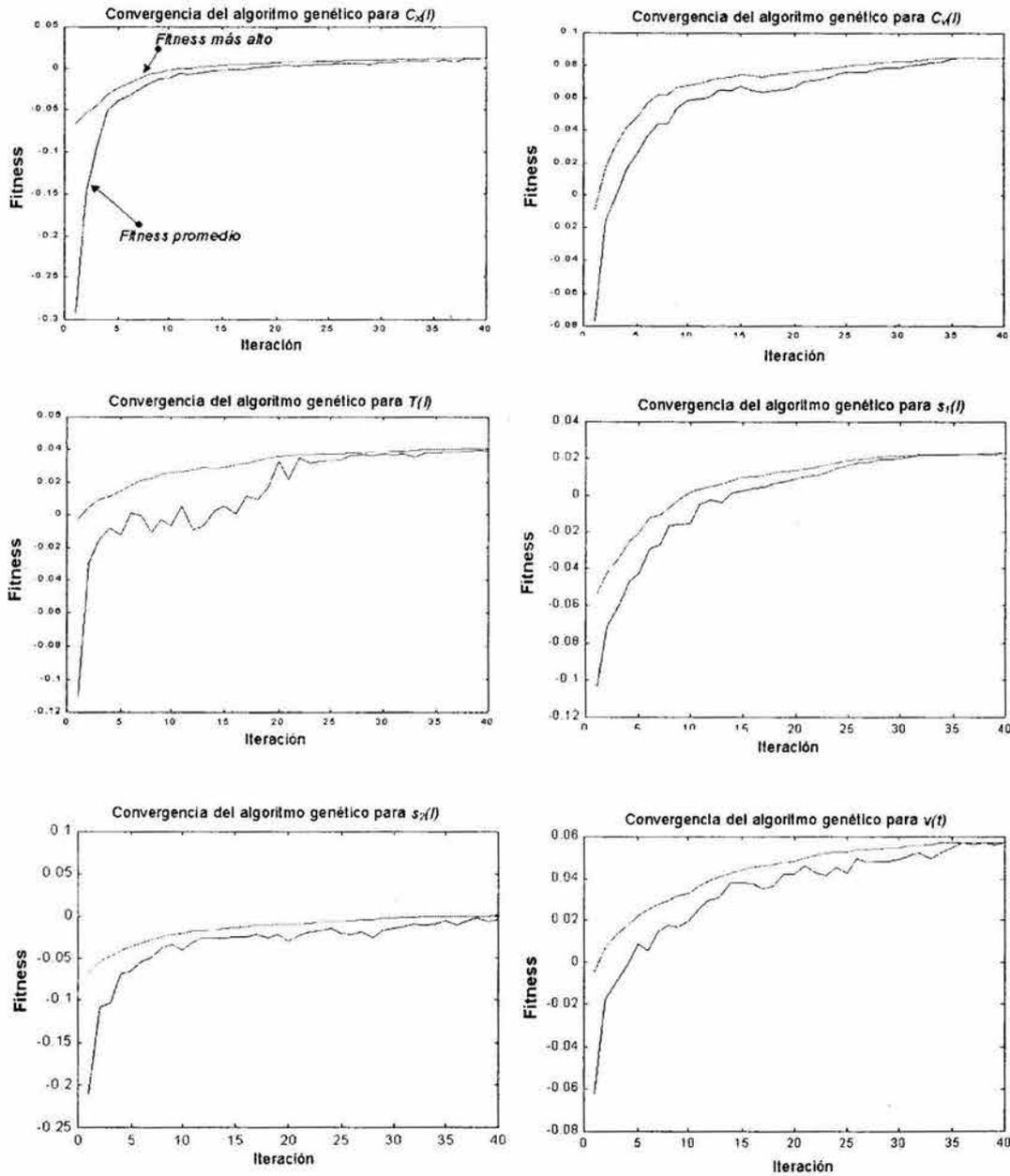


Figura 5.9: Convergencia mostrada por el algoritmo genético para la modelación de seis funciones prototipo.

de falsificaciones aleatorias.

Para apreciar la mejoría obtenida con el modelado óptimo, en la tabla 5.3, se hace un comparativo de distancias intraclase e interclase obtenidas para las funciones prototipo de promedios y las funciones prototipo modeladas genéticamente. Cabe recordar que son únicamente

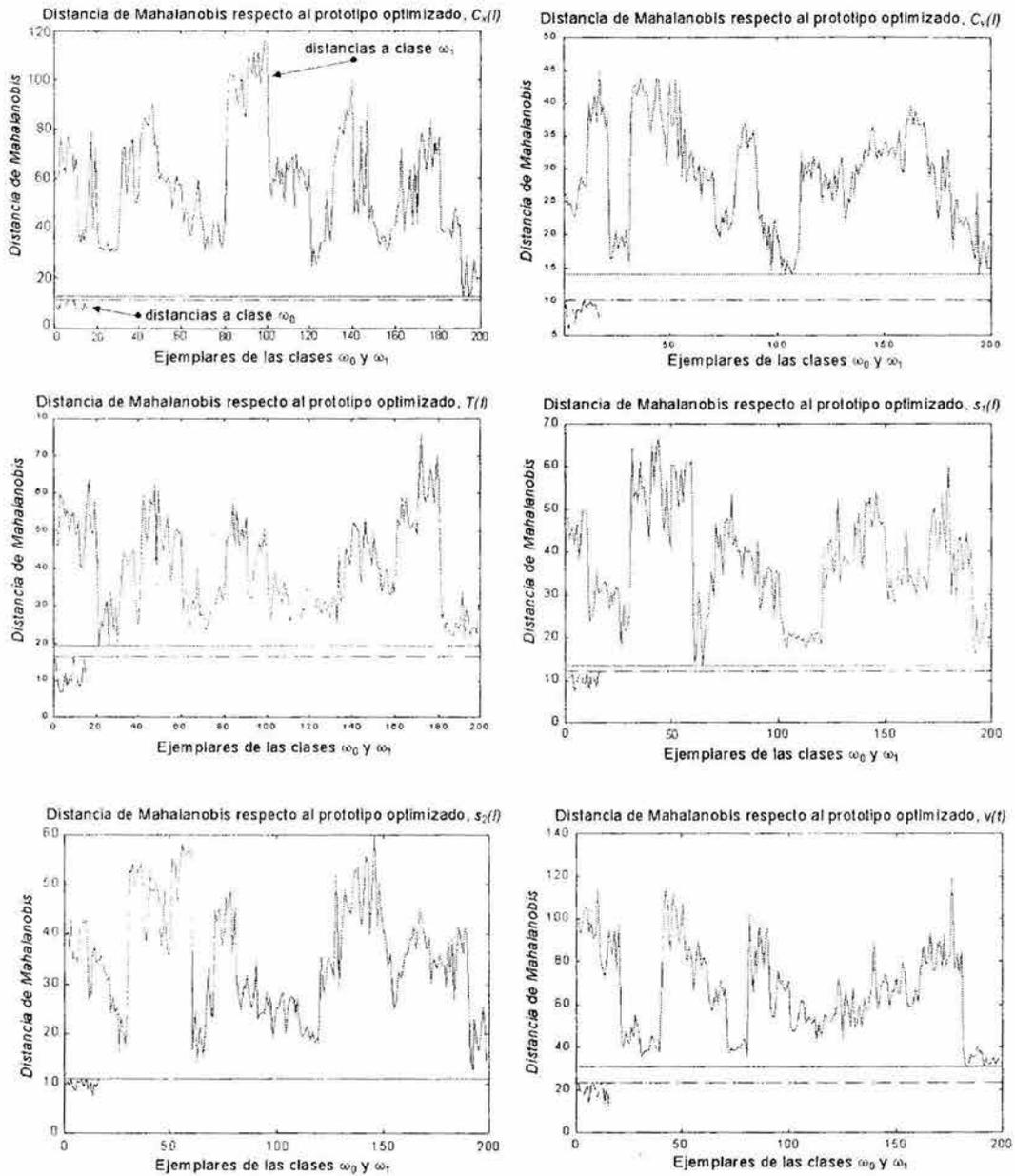


Figura 5.10: Distancia de Mahalanobis de la función prototipo modelada óptimamente con respecto a $Vistas_{w0}$ y $Vistas_{w1}$.

para el firmante MABM.

En la tabla 5.3 puede notarse, en primer lugar, que desde la perspectiva del modelo de valores promedio las características $V(t)$, $TOW(t)$ y todas las estáticas, existe un traslape de clases.

Tabla 5.3: Comparación de distancias intra e interclase para las dos funciones prototipo.

	Característica discriminante	Prototipo de promedios			Prototipo optimizado		
		Min Inter. - Máx Intra	Máx Intra clase	% de separación	Min Inter. - Máx Intra	Máx Intra Clase	% de separación
RITMO	$V(t)$	-0.6692	94.28	-0.709	6.82	120.004	5.68
	$TOW(t)$	-3.19	96.17	-3.31	10.13	217.52	4.65
	$BOW(t)$	16.95	90.23	18.78	35.53	136.1	26.10
	$P(t)$	8.37	38.82	21.56	8.9	130	6.84
	$dP(t)/dt$	12.12	62	19.54	19.45	82	23.7
FORMA	$C_x(l)$	-1.25	112.44	-1.17	1.43	116.27	1.22
	$C_y(l)$	-1.508	51.07	-2.95	3.82	45.04	8.48
	$T(l)$	-1.52	57.11	-2.66	3.06	75.62	4.04
	$s_1(l)$	-3.15	73.19	-4.30	1.54	67.05	2.29
	$s_2(l)$	-5.31	73.67	-7.20	-0.0017	59.85	-0.002

Después de realizar el proceso evolutivo, las funciones prototipo óptimas de las características propician una nítida separación de clases, excepto por $s_2(l)$. Se espera que las falsificaciones hábiles reales serán rechazadas, lo cual implica una mejora en los índices de aceptaciones falsas.

Como último punto para resaltar el beneficio del modelado óptimo de las características, asúmase que a partir de este punto se utilizara un clasificador simple de umbral como paso final de verificación, y que se van a determinar los índices FAR, FRR y EER, como funciones del umbral de aceptación/rechazo de firmas. Más todavía, se tomara en cuenta para el cálculo de estos índices sólo una característica por vez entre $C_x(l)$ y $T(l)$. La figura 5.11 muestra cuál sería el desempeño de tal sistema de verificación sobre la base de datos de entrenamiento. La subfigura 5.11.1 contiene un ejemplar original para muestra, la función de promedios y la función obtenida evolutivamente, para $C_x(l)$; la figura 5.11.2 contiene las funciones de consistencia de esta característica. La subfigura 5.11.3 muestra las curvas de FAR y FRR como función del umbral (eje de las abscisas). El punto de cruce de estas curvas es el valor de umbral para el que FAR y FRR son iguales. Cuando se usa el modelo óptimo (Fig. 5.11.3), la tasa EER es 0% con un umbral de 87.68. Al usar el modelo de valores promedio (Fig. 5.11.4) el umbral es de 91.47, con una tasa EER 3.67%. El caso se repite cuando se utiliza como característica única de clasificación $T(l)$, en el cual con el prototipo optimizado (Fig. 5.11.7) el umbral de 72.5 genera un EER de 0%, mientras que el prototipo de valores medios (Fig. 5.11.8) produce un EER de 2.66% a un umbral de 71.1. En algunos casos -no mostrados- estos umbrales de EER se disparan hasta valores de 20% a 30%, con reducciones hasta el 1.5 a 2%, con los modelos de medias y óptimo, respectivamente.

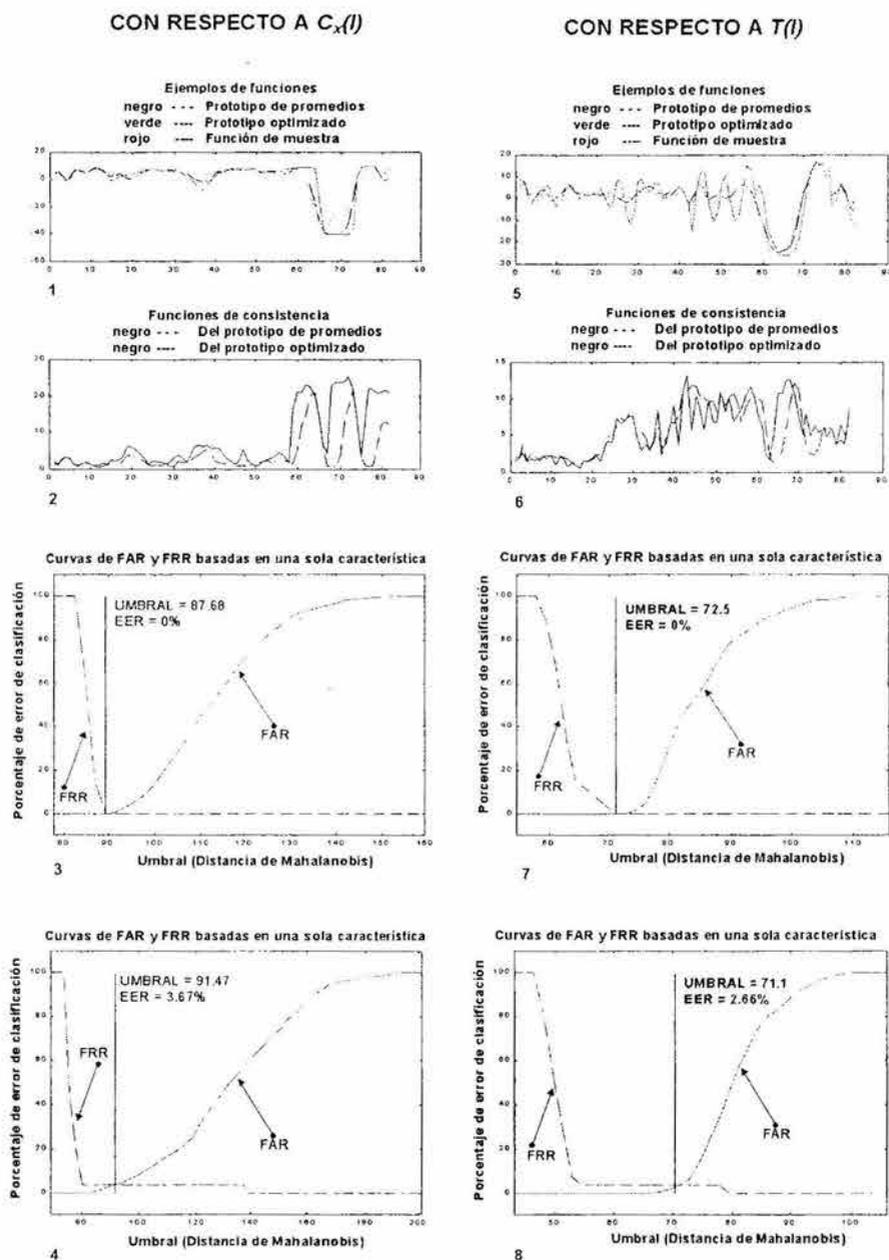


Figura 5.11: Comparativo de las EER basadas en una sola característica, para mostrar la eficacia de la optimización del prototipo de las funciones características.

5.3.2. Resultados de la optimización continua biobjetivo.

Como se estableció en la sección 3.3, las funciones prototipo de las características discriminantes obtenidas por optimización genética (f_{gen}) se utilizan como los valores que deben “acercarse” a una función (f_{ω_0}) por característica que teóricamente disminuirá la probabilidad de error de clasificación en el sentido de los rechazos falsos, mientras continúa “alejándose” (en el sentido de la distancia de Mahalanobis) del espécimen más cercano (f_{ω_1}) de las funciones contenidas en el conjunto $Vistas_{\omega_1}$.

La figura 5.12 muestra las funciones prototipo arrojadas por la optimización discreta y las respectivas f_{ω_0} 's. Recuérdese que las funciones f_{ω_0} disminuirán, de acuerdo con la *teoría de las pequeñas muestras*, la probabilidad de error de clasificación de las firmas genuinas. En cada subfigura, las líneas continuas representan a la función obtenida con el GA - f_{gen} -, mientras que las funciones de línea discontinua son las funciones f_{ω_0} respectivamente. La subfigura 5.12.6 muestra cuatro juegos de funciones f_{ω_0} y las obtenidas genéticamente correspondientes a los firmantes RMCG, LOAR, VUMS y MAZE. En todos los casos, apréciense las diferencias entre las f_{ω_0} 's y las respectivas f_{gen} . Entre ellas existe un número infinito de posibles funciones que pueden resolver el problema de optimización continuo, y dichas funciones constituyen el espacio continuo de búsqueda del método de gradiente de la sección 3.3, ecuaciones 3.31 y 3.32.

La figura 5.13 muestra las curvas de convergencia del proceso de optimización continua; en lo sucesivo, remitirse a la subfigura 5.13.1, siendo el comentario que se hará a continuación válido para el resto de ellas. El eje vertical indica las distancias de Mahalanobis. La curva superior es la distancia entre las funciones f_{ω_0} y f_{ω_1} . La curva del centro es el máximo de la distancia intraclase (ejemplar más lejano) con respecto a f_{gen} ; finalmente, la línea del fondo es la distancia entre f_{gen} y f_{ω_0} . En el instante 0, las distancias son las obtenidas en el último ciclo de optimización discreta. Al pasar al siguiente instante de cómputo y posteriores, las distancias “se mueven” en los sentidos que las curvas indican. El comportamiento esperado, es que la línea del fondo tienda a cero, la superior tienda a “crecer” y la central tienda probablemente a “bajar”. Es importante resaltar que la separación entre las clases *genuinas* y *falsas* es en todo momento representada por la diferencia entre la curva superior y la central. Entre más se separen durante el proceso, menor será la probabilidad de que una firma falsa sea clasificada en la clase genuina. Entre menor sea el valor $DM(f_{\omega_0}, f_{gen})$ -representado por la curva inferior-, menor será la probabilidad de que una firma genuina sea clasificada como falsa. Debido a esto, se considerará que el proceso de modelado de la función prototipo terminará cuando se encuentre el mínimo de $DM(f_{\omega_0}, f_{gen})$. En 5.13.1 se muestra con una flecha el sitio en que se encuentra el mínimo de $DM(f_{\omega_0}, f_{gen})$, y se permiten algunas iteraciones más para apreciar que efectivamente es un mínimo. Como ya se comentó, la interpretación es la misma para las otras subfiguras.

En la subfigura 5.13.1, característica $C_x(l)$ de MABM, la separación inicial entre la curva superior y la central indica que el algoritmo genético ya había logrado cierta banda de separación entre las clases *genuinas* y *falsas*; con el correr de la optimización, la curva inferior comienza a desplazarse “hacia cero”, mientras la superior tiende a “subir”, como se esperaba. La máxima distancia intraclase (curva central) también disminuye. En el punto de

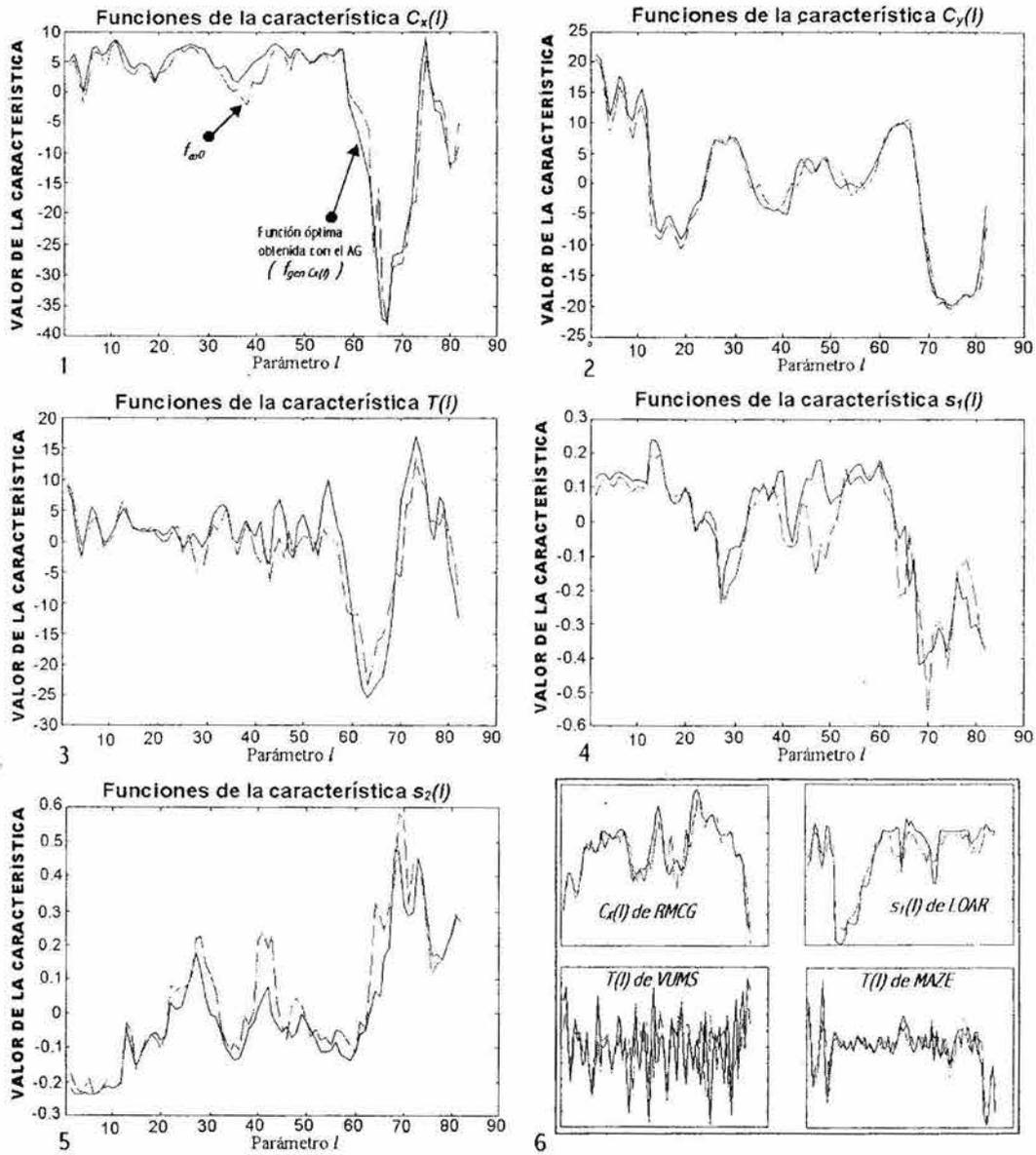


Figura 5.12: Funciones prototipo optimizadas discretamente para MABM y las respectivas f_{ω_0} 's, así como para RMCG, LOAR, VUMS y MAZE.

convergencia se habrán obtenido tres resultados importantes: a) f_{gen} , de ahora en adelante $f_{Cx(l)}$, se aproximó a f_{ω_0} , b) la diferencia entre la mínima distancia interclase y la máxima intraclase se hizo mayor, y c) la máxima distancia intraclase disminuyó. Con estos resultados, la función prototipo final habrá *aprendido* a discriminar falsificaciones simples y hábiles y a reconocer con “poca probabilidad de error” las características derivadas de firmas genuinas. En las subfiguras 5.13.2 a 5.13.5, las tendencias son las mismas. Casos interesantes se listan en la subfigura 5.13.6. Con RMCG y LOAR, las tendencias son básicamente las mismas;

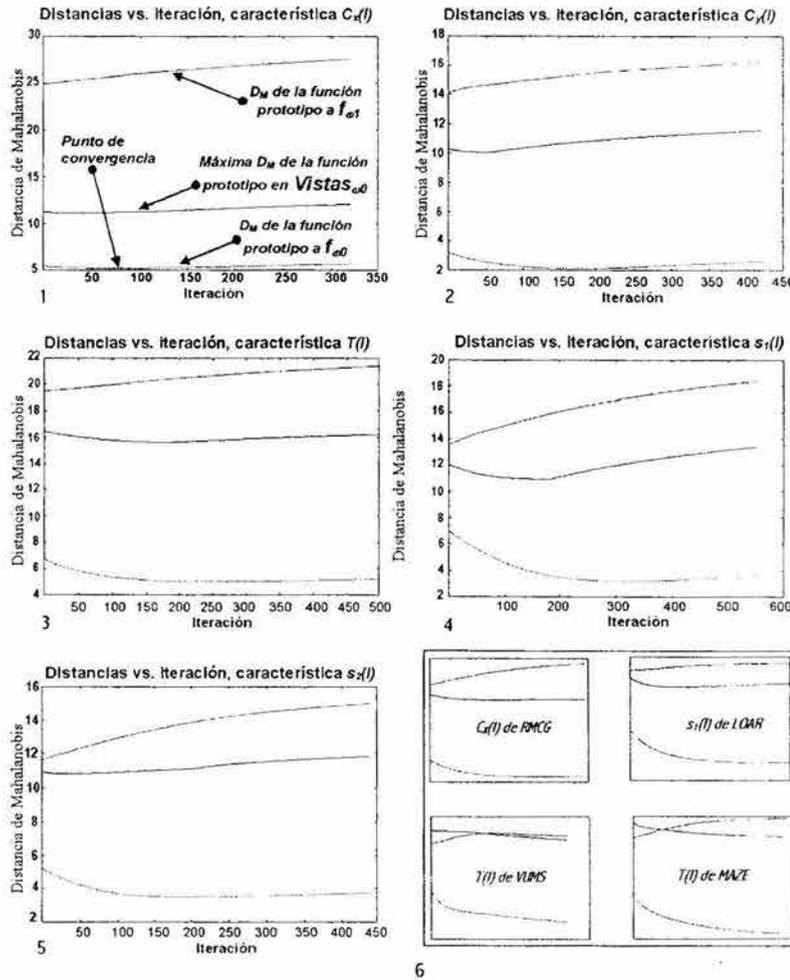


Figura 5.13: Curvas del proceso de optimización biobjetivo para MABM.

sin embargo, con $T(l)$ de VUMS y de MAZE, el proceso evolutivo -quizá por su naturaleza continua-, no encontró una forma de f_{gen} que separara las clases, pero el proceso de gradiente continuó escudriñando el espacio de soluciones y revirtió el resultado inicial obtenido por el AG, logrando separar las clases *genuinas* y *falsas*, y haciendo que f_{gen} se aproximara a $f_{\omega 0}$. En estos casos, puede observarse que se cumple el *biobjetivo* planteado. En algunos casos, el espacio de soluciones no permite una separación de clases, y la característica bajo estudio contiene poca información discriminante para el firmante, y quizá será descartada del conjunto de características discriminantes personalizadas.

Como nota importante, las matrices de varianza que ponderan a la distancia Euclídea para formar la distancia de Mahalanobis permanecen constantes, a diferencia de su comportamiento en el proceso evolutivo, en el cual en cada cromosoma se actualizaban los valores de dicha matriz.

5.4. Evaluación comparativa de las funciones prototipo óptimas en la arquitectura genérica de verificación de firmas

Dado que previo a esta sección ya se ha expuesto la extracción de características y su modelado óptimo, se procederá ahora a realizar una comparación del desempeño de las funciones prototipo óptimas contra prototipos formados con valores promedios y contra prototipos basados en las mínimas distancias intraclase, que son otras de las pocas maneras diferentes existentes en la literatura del tema para generar funciones prototipo, y que son descritas en la sección 2.4.

Desafortunadamente, a diferencia del reconocimiento de la escritura manual, del iris, OCR, etc., una comparación directa entre las diferentes técnicas de verificación de firmas es de poco valor, ya que no se cuenta con bases de datos públicas de firmas [Ohi 01], lo cual además implica que no es posible efectuar pruebas comparativas de desempeño en condiciones de igualdad con otras técnicas de verificación de firmas.

5.4.1. Objetivo y metodología de comparación.

El objetivo de realizar la presente comparación es demostrar que el modelado óptimo de características tiene un mejor desempeño que otras estrategias para construir la función prototipo. La comparación se realiza en el contexto de la arquitectura genérica, por lo que posteriormente en el capítulo 6 se retomarán los resultados que aquí se exponen para contrastar el desempeño obtenido contra el de la arquitectura digital forense.

Para fines de comparación del desempeño de las funciones prototipo óptimas contra otras metodologías de modelado de la función prototipo de las características, se realizaron cuatro experimentos de verificación sobre la base de datos descrita en la sección 5.1, con los nombres listados en la tabla 5.4.

La *arquitectura de prueba* es la mostrada en la figura 1.2, con un *clasificador de umbral*; ésta es la arquitectura genérica de los sistemas de verificación de firmas detectada en la literatura. Dicha metodología de comparación es adoptada ya que permite tasar el desempeño de solamente las funciones prototipo óptimas sin el resto de la arquitectura digital forense, y compararlo contra el de otras metodologías reportadas en el estado del arte, lo cual tiene una doble ventaja, a) permite comparar las funciones prototipo óptimas contra las otras técnicas mencionadas, b) permite distinguir en qué porcentaje contribuyen las funciones prototipo óptimas al éxito del sistema de verificación propuesto, y de qué porcentaje del éxito es responsable la arquitectura digital forense.

El *procedimiento de comparación* es el esquematizado en la figura 5.14. Observando dicha figura de izquierda a derecha, nos encontramos con la base de datos. Para cada firmante, se generan 60 funciones prototipo, como sigue:

- 10 funciones prototipo optimizadas, 5 de ritmo y 5 de forma

Tabla 5.4: Experimentos de comparación del desempeño de las funciones prototipo óptimas.

NOMBRE	MODELO DE LA FUNCIÓN PROTOTIPO
OPTI	La función prototipo es la función optimizada.
MED	La función prototipo es formada mediante valores promedios y desviación estándar.
MIN	Se selecciona como función prototipo la función con la menor distancia intraclase en el conjunto de entrenamiento.
3MIN	Se seleccionan como función prototipo las tres función con la menor distancia intraclase en el conjunto de entrenamiento.

- 10 funciones prototipo de promedios, 5 de ritmo y 5 de forma
- 10 funciones prototipo de distancia mínima, 5 de ritmo y 5 de forma
- 10 tríos de funciones prototipo de distancia mínima, 15 de ritmo y 15 de forma (3 funciones de referencia por característica).

Adicionalmente, se cuenta con 40 funciones de consistencia formadas por las desviaciones estándar de los conjuntos de entrenamiento.

En la figura 5.14, las funciones prototipo de las características derivadas de las firmas son contenidos en los cuatro cuadros que siguen a la base de datos. El clasificador de umbral es alimentado con:

1. Alguno de los conjuntos de las funciones prototipo -según el experimento elegido-

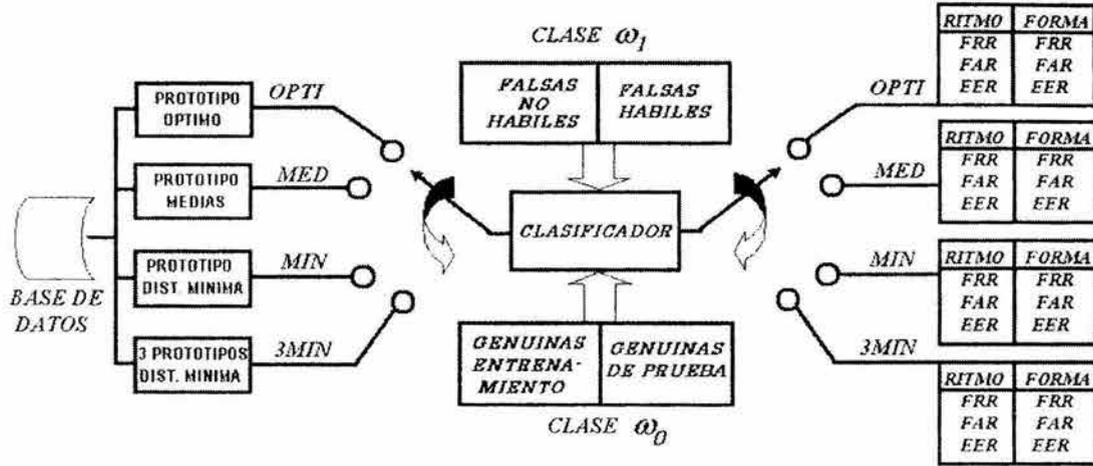


Figura 5.14: Procedimiento de comparación del desempeño de las funciones prototipo óptimas.

2. Conjunto f_{ω_0} para tasar la razón de rechazos falsos, o FRR, consistente del conjunto de entrenamiento más las firmas genuinas disponibles por firmante,
3. Conjunto f_{ω_1} para determinar la razón de aceptaciones falsas, o FAR, consistente de: a) 10 falsificaciones hábiles sintéticas, b) la cantidad disponible de falsificaciones hábiles reales por firmante, c) 616 falsificaciones aleatorias tomadas del resto de los firmantes.

El clasificador se basó en el promedio de la distancia de Mahalanobis entre las funciones prototipo y las funciones de las características de cada firma a ser probada. El ritmo y la forma se evaluaron por separado, por lo que se tuvieron dos medidas para la clasificación:

$$D_{forma} = (DM_{Cx(t)} + DM_{Cy(t)} + DM_T(t) + DM_{s_1(t)} + DM_{s_2(t)})/5 \quad (5.1)$$

$$D_{ritmo} = (DM_{vel(t)} + DM_{TOW(t)} + DM_{BOW(t)} + DM_{pre(t)} + DM_{dpr(t)})/5 \quad (5.2)$$

En el caso del experimento **3MIN**, para fines de comparación se tomó la más pequeña de las distancias entre la función de referencia y la de prueba.

El umbral de clasificación θ se hizo variable, desde 0 hasta la máxima distancia en el conjunto ω_1 ; la clasificación de las características de ritmo se efectuó basada en el criterio:

“ Si $D_{ritmo} < \theta$, la firma es genuina y falsa en caso contrario”,

y para las características de la forma o estáticas, el criterio fue:

“Si $D_{forma} < \theta$, la firma es genuina y falsa en caso contrario”.

Para determinar los índices FAR y FRR, se contabilizaron los errores de clasificación y cuando los porcentajes de clasificaciones erróneas de firmas genuinas y falsas fueron iguales, se recolectaron el valor de EER y el umbral.

5.5. Resultados de la evaluación de las cuatro estrategias para las funciones prototipo

Los resultados de la evaluación comparativa se muestran en las tablas 5.5 y 5.6; la tabla 5.5 muestra los errores por aceptaciones falsas y rechazos falsos para cada una de las cuatro estrategias para crear las funciones prototipo para el conjunto de características de la forma $[C_x(l), C_y(l), T(l), s_1(l), s_2(l)]$, mientras que la tabla 5.6 muestra los errores para el conjunto de características del ritmo $[vel(t), pre(t), dpr(t), TOW(t), BOW(t)]$.

La cantidad de pruebas sobre firmas genuinas fue de 852, mientras que las pruebas totales de falsificaciones fueron 24810; las tablas 5.5 y 5.6 se dividen verticalmente en dos regiones, la de aceptaciones falsas y la de rechazos falsos. Cada una de éstas a su vez se divide en cuatro regiones, una por cada estrategia de modelado de la función prototipo de las características, según la tabla 5.5. Para cada firmante se anotan los errores de clasificación en que incurrió en el clasificador de umbral cuando el porcentaje de aceptaciones falsas fue igual al porcentaje de rechazos falsos.

De la tabla 5.5, es evidente la mayor parte de los errores están concentrados en una minoría de los firmantes. En este caso, MEDG, MAZE, JBSJ, EACG. Para la tabla 5.6, los responsables del deterioro del desempeño del esquema de clasificación son (RAME, CADO, ALFR, VUMS, ARCH).

5.6. Análisis cuantitativo de la comparación

La tabla 5.7, muestra porcentualmente la relación entre los errores de clasificación por aceptaciones falsas y rechazos falsos, tomando como referencia de cien por ciento los errores generados con los modelos de valores promedio de las características.

De acuerdo con la tabla 5.7, renglón de FORMA, la arquitectura genérica de verificación arrojó como resultado que las funciones prototipo óptimas ocasionaron 72.5% menos rechazos falsos y 49.7% menos aceptaciones falsas en relación con los prototipos de valores promedios. Las funciones prototipo basadas en distancia mínima y las formadas con tres funciones prototipo de distancia mínima prácticamente doblan la tasa de errores con respecto a los prototipos de valores promedio.

En el renglón de RITMO, la arquitectura genérica de verificación arrojó como resultado que las funciones prototipo óptimas ocasionaron 35.3% menos rechazos falsos y 42.2% menos aceptaciones falsas en relación a los prototipos de valores promedios. Las funciones prototipo basadas en distancia mínima y las formadas con tres funciones prototipo de distancia mínima

Tabla 5.5: Errores de clasificación para las cuatro estrategias de modelado de la función prototipo, considerando sólo las características de la forma.

No	CLAVE	CANT		ACEPTACIONES FALSAS				RECHAZOS FALSOS			
		ω_0	ω_1	OPTI	MED	MIN	3MIN	OPTI	MED	MIN	3MIN
1	JMTM	27	658	0	4	0	0	0	0	0	0
2	CAVM	24	659	0	0	6	6	0	0	0	0
3	JGHV	10	650	0	0	0	0	0	0	0	0
4	JARL	27	664	5	5	11	9	0	0	0	1
5	MEDG	27	647	0	2	24	24	0	0	1	1
6	LOAR	26	648	0	0	0	0	0	0	0	0
7	JODG	27	626	0	2	3	4	0	0	0	0
8	MAZE	27	658	5	14	6	7	0	0	0	0
9	PPMP	26	659	4	7	6	6	0	0	0	0
10	DARD	27	659	2	5	4	2	0	1	0	0
11	MABM	16	657	0	0	7	7	0	0	0	0
12	ERPC	27	658	0	2	3	3	0	0	0	0
13	JJCL	27	647	0	0	0	0	0	0	0	0
14	ROMS	16	668	0	0	1	1	0	0	0	0
15	SEDE	27	648	0	0	1	1	0	0	0	0
16	LURM	16	663	0	7	25	26	0	0	1	0
17	JBSJ	27	659	12	26	78	74	1	2	7	7
18	RAME	27	646	3	6	5	5	0	1	0	0
19	JAFP	10	659	0	1	3	3	0	1	1	1
20	RMCG	26	659	3	3	6	5	0	0	0	0
21	LEAT	16	652	0	0	1	1	0	0	0	0
22	MAAM	27	637	0	0	0	0	0	0	0	0
23	CMCG	16	663	0	0	0	0	0	0	0	0
24	ALFR	24	637	0	0	0	0	0	0	0	0
25	EACG	27	647	18	21	23	24	1	1	1	1
26	CADO	27	659	0	1	1	0	0	0	0	0
27	AAHG	27	659	0	0	0	0	0	0	0	0
28	AAMR	27	659	5	11	5	4	0	0	0	0
29	NVPM	22	637	0	0	2	1	0	0	1	1
30	HUMM	6	640	0	0	0	0	0	0	0	0
31	JIOR	5	646	0	1	2	1	0	0	0	0
32	ALDV	5	640	0	0	0	0	0	0	0	0
33	RURL	26	648	0	0	0	0	0	0	0	0
34	VUMS	27	658	0	4	0	0	0	0	0	0
35	ALRO	24	659	0	0	6	6	0	0	0	0
36	SASB	10	650	0	0	0	0	0	0	0	0
37	CLDA	27	664	5	5	11	9	0	0	0	1
38	ARCH	27	647	0	2	24	24	0	0	1	1
	TOTAL	852	24810	91	181	371	344	3	8	18	18

en este caso generan más del doble de los errores que ocurrieron con los prototipo de valores promedio.

El error promedio de las características de ritmo y forma se encuentra en el renglón PRO-

Tabla 5.6: Errores de clasificación para las cuatro estrategias de modelado de la función prototipo, considerando sólo las características del ritmo.

No	CLAVE	CANT		ACEPTACIONES FALSAS				RECHAZOS FALSOS			
		ω_0	ω_1	OPTI	MED	MIN	3MIN	OPTI	MED	MIN	3MIN
1	JMTM	27	658	5	7	6	9	0	0	1	0
2	CAVM	24	659	3	26	82	81	0	1	3	3
3	JGHV	10	650	0	0	0	0	0	0	0	0
4	JARL	27	664	15	20	34	45	1	1	2	2
5	MEDG	27	647	0	0	0	0	0	0	0	0
6	LOAR	26	648	10	25	51	68	0	1	2	3
7	JODG	27	626	3	6	10	10	0	1	2	1
8	MAZE	27	658	14	25	0	3	1	1	0	0
9	PPMP	26	659	18	20	16	25	1	1	1	1
10	DARD	27	659	1	9	12	14	0	0	1	1
11	MABM	16	657	0	1	11	12	0	0	0	0
12	ERPC	27	658	8	19	25	25	1	1	1	1
13	JJCL	27	647	1	4	7	6	0	0	0	0
14	ROMS	16	668	1	0	9	12	0	0	2	2
15	SEDE	27	648	1	1	24	24	0	0	1	1
16	LURM	16	663	0	0	3	9	0	0	0	0
17	JBSJ	27	659	0	0	0	0	0	0	0	0
18	RAME	27	646	23	29	116	136	2	2	9	11
19	JAFP	10	659	2	2	8	6	0	0	1	1
20	RMCG	26	659	5	5	10	7	0	1	2	2
21	LEAT	16	652	0	0	0	0	0	0	0	0
22	MAAM	27	637	19	24	24	42	0	1	1	1
23	CMCG	16	663	0	0	0	0	0	0	0	0
24	ALFR	24	637	19	22	28	32	2	2	2	2
25	EACG	27	647	1	1	0	0	0	0	0	0
26	CADO	27	659	14	23	48	47	1	1	2	2
27	AAHG	27	659	0	0	0	1	0	0	0	0
28	AAMR	27	659	0	0	26	43	1	0	1	1
29	NVPM	22	637	2	3	4	3	0	0	0	0
30	HUMM	6	640	0	1	1	1	0	0	0	0
31	JIOR	5	646	4	4	8	6	0	0	0	0
32	ALDV	5	640	0	7	4	4	0	0	0	0
33	RURL	26	648	5	7	6	9	0	0	1	0
34	VUMS	27	658	3	26	82	81	0	1	3	3
35	ALRO	24	659	0	0	0	0	0	0	0	0
36	SASB	10	650	15	20	34	45	1	1	2	2
37	CLDA	27	664	0	0	0	0	0	0	0	0
38	ARCH	27	647	10	25	51	68	0	1	2	3
	TOTAL	852	24810	207	358	733	863	11	17	41	42

MEDIO de la tabla 5.7; la figura 5.15 muestra que en promedio, las funciones prototipo óptimas reducen en aproximadamente la mitad los errores de rechazos falsos con respecto a los prototipos de valores promedio, y a menos de la cuarta parte los rechazos falsos con

Tabla 5.7: Relación de aceptaciones y rechazos falsos medidos en la arquitectura genérica usando diversos modelos de las funciones prototipo.

		PORCENTAJE RELATIVO DE RECHAZOS FALSOS				PORCENTAJE RELATIVO DE ACEPTACIONES FALSAS			
		OPTI	MED	MIN	3MIN	OPTI	MED	MIN	3MIN
CARACTERISTICAS	DE LA FORMA	37.5%	100.0%	225.0%	225.0%	50.3%	100.0%	205.0%	190.1%
	DEL RITMO	64.7%	100.0%	241.2%	247.1%	57.8%	100.0%	204.7%	204.7%
PROMEDIO		51.1%	100.0%	233.1%	236.0%	54.0%	100.0%	204.9%	197.4%

respecto a los prototipos de distancia mínima y de tres funciones prototipo de distancia mínima.

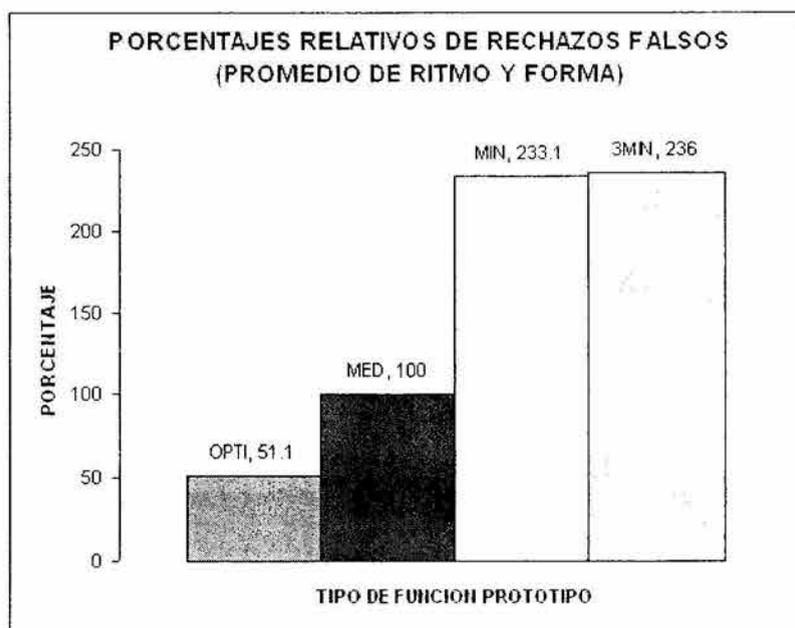


Figura 5.15: Comparación porcentual de rechazos falsos promediando los errores de clasificación de ritmo y forma, para los cuatro tipos de funciones prototipo.

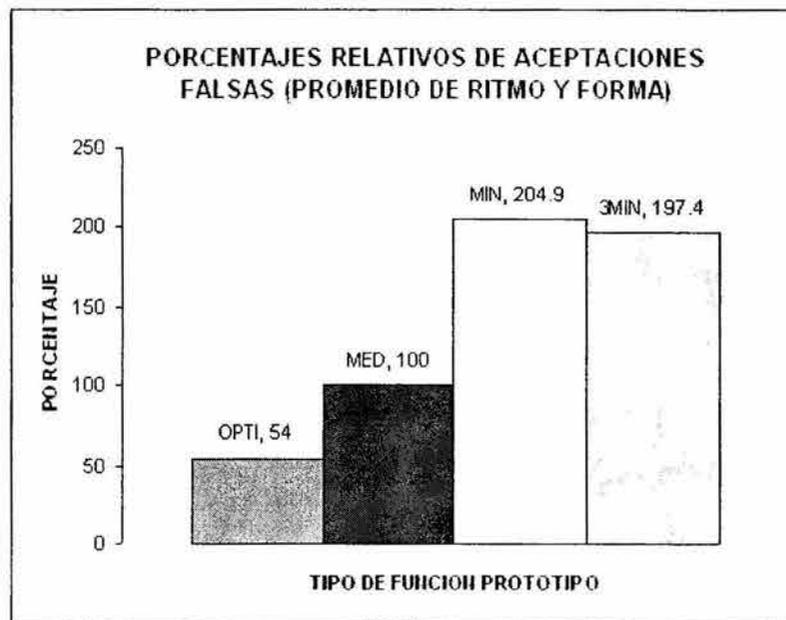


Figura 5.16: Comparación porcentual de aceptaciones falsas promediando los errores de clasificación de ritmo y forma, para los cuatro tipos de funciones prototipo.

En la figura 5.16, se muestran los porcentajes relativos de aceptaciones falsas al evaluar la arquitectura genérica utilizando los cuatro tipos de funciones prototipo. Una vez más, las funciones prototipo óptimas han aventajado sustancialmente en su desempeño a las otras estrategias para generar las funciones prototipo. Casualmente, la relación 1/2 a 1/4 de errores de clasificación con respecto a las otras aproximaciones se mantuvo casi constante.

5.7. Desempeño de la arquitectura genérica

En esta sección se calculan los índices de desempeño FAR y FRR de los experimentos comparativos, tomando como base la información de la tabla 5.7; dichos desempeños se muestran en la tabla 5.8. Una vez más, el mejor desempeño se obtuvo con las funciones prototipo óptimas, con el par (FAR FRR) igual a 0.6% 0.9%; tanto el prototipo de valores promedio como los de distancia mínima tienen índices de desempeño menos favorables. Las razones promedio de aceptaciones falsas y de rechazos falsos son muy bajas; sin embargo, hay que mirarles con cautela pues la gran mayoría de las falsificaciones son aleatorias. En el capítulo 6 se compararán los índices aquí obtenidos contra el desempeño que presentan las funciones prototipo óptimas cuando se utilizan en el entorno del verificador con aproximación digital forense. Para comparar el desempeño contra la arquitectura digital forense que se propone en este trabajo de investigación refiérase a la sección 6.7.

Tabla 5.8: Desempeño de la arquitectura genérica en términos de FAR y FRR, con los cuatro tipos de funciones prototipo.

		PORCENTAJE DE RECHAZOS FALSOS (FRR)				PORCENTAJE DE ACEPTACIONES FALSAS (FAR)			
		OPTI	MED	MIN	3MIN	OPTI	MED	MIN	3MIN
CARACTERÍSTICAS	DE LA FORMA	0.352%	0.939%	2.113%	2.113%	0.367%	0.730%	1.495%	1.387%
	DEL RITMO	1.291%	1.995%	4.812%	4.930%	0.834%	1.443%	2.954%	3.478%
PROMEDIO		0.905%	1.467%	3.462%	3.521%	0.600%	1.086%	2.224%	2.432%

5.8. Conclusiones

En este capítulo se presentaron aspectos importantes para la evaluación del sistema de verificación. En primer lugar, se presentaron detalladamente las fases de acopio de la base de datos, división de la base de datos para fines de entrenamiento y prueba de la *arquitectura genérica* (derivada del estado del arte) y de la *arquitectura digital forense* (propuesta en este trabajo de investigación), la extracción de características y el modelado óptimo de las funciones prototipo de las mismas. En cada etapa se presentaron gráficas en donde se aprecian los diversos aspectos relevantes a cada tema. Todos estos elementos servirán de base para el capítulo 6, en el cual se utilizan las funciones prototipo óptimas y se continúa desarrollando el proceso de verificación con la aproximación digital forense.

Posteriormente se midió el desempeño de la arquitectura genérica de verificación de firmas con el objetivo de tasar el desempeño del esquema de modelado óptimo de características propuesto en esta tesis para compararlo bajo igualdad de circunstancias -misma base de datos y arquitectura- contra otras alternativas de generación de la función prototipo encontradas como típicas en la literatura del tema: a) función prototipo formada con promedios, b) función prototipo dada por la función de mínima distancia intraclase en el conjunto de entrenamiento, y c) 3 funciones prototipo dadas por la mínima distancia intraclase en el conjunto de entrenamiento

Se determinó empíricamente que el uso de la optimización en la formación de las funciones prototipo mejoró sistemáticamente el desempeño de la arquitectura con respecto a los otros tres tipos de funciones prototipo, tanto en las aceptaciones falsas como en los rechazos falsos. La disminución simultánea en los índices FAR y FRR con respecto a los otros prototipos son indicadores del éxito de la introducción de las falsificaciones sintéticas hábiles, las muestras de escrituras generales (falsificaciones aleatorias) y de la función que minimiza teóricamente

la probabilidad de rechazos falsos (capítulo 3) en el planteamiento del problema biobjetivo del modelado de la función prototipo.

El buen desempeño logrado por el modelo de promedios es evidencia de por qué ha sido seleccionado recurrentemente en la literatura para formar las funciones prototipo; en este estudio comparativo, ocuparon el segundo lugar de desempeño. El tercer lugar lo ocupó la función prototipo de distancia mínima, y por último lugar se tuvo la metodología de las tres funciones prototipo. Fue encontrado que en el orden señalado, los errores se duplicaban al cambiar entre los distintos enfoques.

Algunas observaciones colaterales. Los errores de clasificación tienden a distribuirse casi igualmente entre todos los firmantes de la base de datos, pero existen algunos pocos firmantes “problemáticos” en los cuales se concentra la mayoría de los errores de clasificación. Esto confirma lo dicho en el capítulo 1, el cual dice que un buen desempeño global de los sistemas de verificación no garantiza un buen desempeño individual para cada firmante usuario del sistema [Nal 97].

En el capítulo 6 se evalúa el resto de la arquitectura digital forense con funciones prototipo óptimas, para comparar su desempeño con respecto a la arquitectura genérica; asimismo, se analizan las funciones prototipo óptimas en relación al efecto que tienen sobre la capacidad discriminante de las características cuando éstas son modeladas óptimamente.

Capítulo 6

Evaluación de la Arquitectura Digital Forense

En este capítulo se valida experimentalmente la arquitectura digital forense propuesta en el capítulo 4 de esta tesis para el sistema verificador de firmas manuscritas en línea, se analizan y comparan los resultados obtenidos contra los de la arquitectura genérica con el fin de determinar cuantitativamente la mejora en el desempeño del sistema al emular explícitamente los procedimientos de los examinadores humanos expertos de firmas en la arquitectura de procesamiento mediante técnicas de inteligencia artificial; también se analiza el efecto del modelado óptimo de las características sobre la capacidad discriminante de las mismas. Este capítulo está organizado como sigue. En la sección 6.1 se perfila el plan de evaluación de la arquitectura digital forense. Dado que las características fueron extraídas y sus funciones prototipo fueron generadas en el capítulo 5, en la sección 6.2 se describe el proceso de ponderación de las características discriminantes basadas en la separación interclase entre los conjuntos de entrenamiento de las firmas genuinas y las falsificaciones hábiles sintéticas, para asignar a cada una un peso específico por usuario, ya que no todas las características son igualmente discriminantes para todas las personas. En esta misma sección se muestra la construcción de los conjuntos de entrenamiento para los sistemas de inteligencia artificial que emulan la operación humana. En la sección 6.3 se dan muestras de los conjuntos de entrenamiento y de los resultados de los sistemas neurodifusos que calificaron el ritmo y la forma de las firmas cuestionadas. En 6.4, se expone la fase final del verificador digital forense con los resultados del combinador de calificaciones de ritmo y forma a cargo del balanceador difuso tipo Mamdani. El cálculo de FAR y FRR se describe en la sección 6.5, en la cual se evalúan dichos índices bajo cuatro condiciones de prueba diferentes. En 6.7 se evalúa la arquitectura digital forense cuando se tiene un usuario y un falsificador muy hábil de la firma de éste. En 6.7 se mide la diferencia de desempeño entre la arquitectura digital forense y la arquitectura genérica del estado del arte. En 6.8 se analizan los resultados y en 6.9 se ilustran los tiempos de operación de la arquitectura. Finalmente, en 6.10 se dan las conclusiones del capítulo.

6.1. Estrategia de evaluación

La evaluación del desempeño del sistema se realizó con los conjuntos de entrenamiento y prueba definidos en la tabla 5.2. El proceso de evaluación se lista en las tablas 6.1 y 6.2. El proceso de evaluación se efectuó considerando dos posibilidades para los índices FAR y FRR, lo cual separó la evaluación en varias partes. Como en muchos estudios publicados en el estado del arte, en una primera modalidad de evaluación se probó el sistema únicamente con las firmas que sirvieron para entrenarlo, lo que da lugar al término de firmas *vistas* y su contraparte, firmas no *vistas* en el conjunto de entrenamiento. En este primer caso, se espera que no existan firmas falsas aceptadas ni genuinas rechazadas, por lo que los índices deberán ser idealmente cero. Así, se definen la *razón de aceptaciones falsas con firmas vistas en el conjunto de entrenamiento* como $FAR_{Vistas \omega 1}$, y la *razón de rechazos falsos con firmas vistas en el conjunto de entrenamiento* como $FAR_{Vistas \omega 0}$. Cuando el sistema fue probado con todas las firmas del conjunto de prueba, los índices respectivos son definidos como $FAR_{No vistas \omega 1}$ y $FAR_{No vistas \omega 0}$. Estos últimos son los que establecen el mayor compromiso al verificador, y deben tender a cero. Otros experimentos fueron conducidos y se describen adelante.

6.2. Ponderación de las características discriminantes

Como ya se ha detectado en la literatura y se ha explicitado en la sección 4.6, las funciones que se presumen discriminantes no presentan la misma capacidad discriminante para todas las personas, y esto es tomado en cuenta en la arquitectura del verificador digital forense, siendo además una actitud de los verificadores expertos al enfrentarse a firmantes que enfatizan en su escritura el aspecto estático o el dinámico sobre el otro. La *unidad graduadora*, figura 4.2, tiene por objeto cuantificar y asignar un índice porcentual ponderante a cada característica; de esta forma, las características menos discriminantes se tomarán menos en cuenta en el clasificador mientras que las más discriminantes tendrán más peso en el proceso de decisión. Como se explicó en la sección 4.6, se calcularon primeramente los factores de ponderación por firmante por grupo de características: W_s son los factores de ponderación de las características estáticas y W_d son los factores de ponderación de las características dinámicas. En este caso se presentan a continuación para el firmante MABM, y se utilizarán para calificar las firmas del mismo.

$$\begin{aligned} W_s(MABM) &= [w_{Cx} \quad w_{Cy} \quad w_T \quad w_{s1} \quad w_{s2}] \\ &= [0,3399 \quad 0,2370 \quad 0,1148 \quad 0,1459 \quad 0,1625] \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} W_d(MABM) &= [w_v \quad w_{TOW} \quad w_{BOW} \quad w_p \quad w_{dp/dt}] \\ &= [0,7607 \quad 0 \quad 0,2393 \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \quad (6.2)$$

Notoriamente, para MABM la envolvente superior, la presión y su derivada, no son características con suficiente capacidad discriminante, y la unidad graduadora las ha descartado. Calculados los vectores ponderantes, se obtuvo una calificación por característica basada en

Tabla 6.1: Algoritmo del proceso de evaluación del desempeño.

ALGORITMO DE EVALUACION DEL DESEMPEÑO**FASE 1: Definición e inicialización de variables**

No.	Nombre	Significado
1	$Vistas_{\omega 0}$	Firmas genuinas vistas por el SVAF en el conjunto de entrenamiento.
2	$No\ vistas_{\omega 0}$	Firmas genuinas no vistas por el SVAF en el conjunto de entrenamiento.
3	$Vistas_{\omega 1}$	Falsificaciones vistas por el SVAF en el conjunto de entrenamiento
4	$No\ vistas_{\omega 1}$	Falsificaciones no vistas por el SVAF en el conjunto de entrenamiento
5	$FAR_{Vistas\ \omega 1}$	Razón de aceptaciones falsas sobre firmas vistas en el conjunto de entrenamiento
6	$FAR_{No\ vistas\ \omega 1}$	Razón de aceptaciones falsas sobre firmas no vistas en el conjunto de entrenamiento
7	$FRR_{Vistas\ \omega 0}$	Razón de rechazos falsos sobre firmas vistas en el conjunto de entrenamiento
8	$FRR_{No\ vistas\ \omega 0}$	Razón de rechazos falsos sobre firmas no vistas en el conjunto de entrenamiento
9	$E_{Vistas\ \omega 1}$	Contador de errores de clasificación de firmas falsas vistas en el conjunto de entrenamiento, consideradas por el sistema como genuinas.
10	$E_{No\ vistas\ \omega 1}$	Contador de errores de clasificación de firmas falsas no vistas en el conjunto de entrenamiento, consideradas por el sistema como genuinas.
11	$E_{Vistas\ \omega 0}$	Contador de errores de clasificación de firmas genuinas vistas en el conjunto de entrenamiento, consideradas por el sistema como falsas.
12	$E_{No\ vistas\ \omega 0}$	Contador de errores de clasificación de firmas genuinas no vistas en el conjunto de entrenamiento, consideradas por el sistema como falsas.

FASE 2: Entrenamiento. Para cada firmante en la base de datos, hacer...

- a) Obtener el conjunto de entrenamiento de la clase $\omega 0$, primera parte de la tabla 5.2.
- b) Obtener el conjunto de entrenamiento de la clase $\omega 1$, primera parte de la tabla 5.2.
- c) Formar las funciones prototipo óptimas, según se describió en el capítulo 3.
- d) Entrenar el SVAF con las funciones discriminantes de ritmo y forma, según capítulo 4.

Tabla 6.2: Continuación del algoritmo del proceso de evaluación del desempeño.

CONTINUACIÓN DEL ALGORITMO DE EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO

FASE 3: Verificación. Para cada firmante en la base de datos, hacer...

- a) Ampliar el conjunto de especímenes de la clase ω_0 para generar el conjunto de prueba de la clase genuina.
 - b) Ampliar el conjunto de especímenes de la clase ω_1 para generar el conjunto de prueba de la clase falsa.
 - c) Extraer las funciones características de ritmo y forma de las firmas de las clases ω_0 y ω_1
 - d) Calcular los errores de ritmo y forma, con respecto a las funciones prototipo optimizadas, de cada una de las firmas del conjunto de prueba de la clase ω_0 . Clasificar las firmas. Por cada firma *vista* en el conjunto de entrenamiento y mal clasificada, hacer $E_{Vistas \omega_0} = E_{Vistas \omega_0} + 1$; por cada firma *no vista* en el conjunto de entrenamiento y mal clasificada, hacer $E_{No vistas \omega_0} = E_{No vistas \omega_0} + 1$.
 - e) Calcular los errores de ritmo y forma, con respecto a las funciones prototipo optimizadas, de cada una de las firmas del conjunto de prueba de la clase ω_1 . Clasificar las firmas. Por cada firma *vista* en el conjunto de entrenamiento y mal clasificada, hacer $E_{Vistas \omega_1} = E_{Vistas \omega_1} + 1$; por cada firma *no vista* en el conjunto de entrenamiento y mal clasificada, hacer $E_{No vistas \omega_1} = E_{No vistas \omega_1} + 1$.
-

FASE 4: Cálculo del desempeño Para toda la base de datos, calcular FAR y FRR.

$$\begin{aligned}
 FAR_{Vistas \omega_1} &= E_{Vistas \omega_1} / \text{cardinalidad}(\omega_1) \\
 FAR_{No vistas \omega_1} &= E_{No vistas \omega_1} / \text{cardinalidad}(\omega_1) \\
 FAR_{Vistas \omega_0} &= E_{Vistas \omega_0} / \text{cardinalidad}(\omega_0) \\
 FAR_{No vistas \omega_0} &= E_{No vistas \omega_0} / \text{cardinalidad}(\omega_0)
 \end{aligned}$$

el error o diferencia con respecto a la función prototipo correspondiente usando la expresión 4.12; como ejemplo, para las características de la firma 1 de MABM, se obtuvieron las

calificaciones:

$$\begin{aligned} C_{s(1)} &= [C_{Cx} \quad C_{Cy} \quad C_T \quad C_{s1} \quad C_{s2}]^T \\ &= [0,9200 \quad 0,87955 \quad 0,9111 \quad 0,6725 \quad 0,8590]^T \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} C_{d(1)} &= [C_v \quad C_{TOW} \quad C_{BOW} \quad C_p \quad C_{dp/dt}]^T \\ &= [0,8736 \quad 0,9743 \quad 0,9938 \quad 0,7595 \quad 0,8252]^T \end{aligned} \quad (6.4)$$

En el siguiente paso se calificaron el RITMO (c_s) y la FORMA (c_d), en el rango de 0 a 1, según las expresiones 4.15 y 4.16, quedando como sigue, para la primer firma genuina de MABM:

$$\begin{aligned} c_s &= W_s \times C_{s(1)} = \\ [0.3399 \quad 0.2370 \quad 0.1148 \quad 0.1459 \quad 0.1625] &\times [0,9200 \quad 0,8795 \quad 0,9111 \quad 0,6725 \quad 0,8590]^T = \\ \Sigma[0,3127 \quad 0,2084 \quad 0,1045 \quad 0,0980 \quad 0,1395] &= 0,8634 \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} c_d &= W_d^T \times C_{d(1)} = \\ [0.7607 \quad 0 \quad 0.2393 \quad 0 \quad 0] &\times [0,8736 \quad 0,9743 \quad 0,9938 \quad 0,7595 \quad 0,8252]^T = \\ \Sigma[0,6645 \quad 0 \quad 0,2378 \quad 0 \quad 0] &= 0,9024 \end{aligned} \quad (6.6)$$

El resultado 6.5 indica que la estática o diseño de la firma 1 de MABM tiene una calificación con respecto a la función prototipo de 86.34%; la expresión 6.6 indica que respecto a la dinámica, dicha firma tiene una calificación de 90.24%.

La tabla 6.3 resume los resultados relacionados con todas las firmas en el conjunto de entrenamiento $Vistas_{\omega_0}$ y cuatro resultados de $Vistas_{\omega_1}$, consignando los errores o desviaciones de diseño (o forma) con respecto al comportamiento de las funciones prototipo en los diversos ejemplares de la firma. La séptima columna contiene la calificación obtenida por la forma o representación pictórica de cada firma y, por último, el valor de pertenencia a la clase de firmas *genuinas* o a la clase de firmas *falsas*. En las últimas cuatro filas de la tabla 6.3 se encuentran los errores de diseño encontrados en firmas no genuinas, que se utilizarán como información de entrada al clasificador; como se verá más adelante, esta información se convertirá en el conjunto de entrenamiento para el clasificador. De los resultados de esta tabla 6.3 puede observarse que firmas auténticas reciben una calificación promedio de 87.39%, para MABM; la tabla 6.4 contiene la misma información que la 6.3, pero para los factores del ritmo. En el aprendizaje se utilizan todos los elementos del conjunto $Vistas_{\omega_1}$, aunque se listan solamente cuatro en la tabla 6.3.

La figura 6.1 permite visualizar las calificaciones de ritmo y diseño a lo largo de los conjuntos $Vistas_{\omega_0}$ y $Vistas_{\omega_1}$. Los primeros 16 valores corresponden a las calificaciones de firmas genuinas, los últimos 10 a las calificaciones de falsificaciones hábiles sintéticas y el área central a calificaciones de falsificaciones aleatorias.

En la figura 6.1 se observa cómo las firmas genuinas en el conjunto de entrenamiento reciben una calificación alta, tendiendo a ser unitaria. Las falsificaciones simples son rechazadas casi

Tabla 6.3: Errores de forma, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características estáticas, por firmante, para entrenamiento.

Firma No.	Errores en la forma de la firma cuestionada					Calif. c_s	Pertenencia	
	ε_{Cx}	ε_{Cy}	ε_T	ε_{s1}	ε_{s2}		ω_0	ω_1
1	12.8416	10.5951	15.3662	10.2012	15.5882	0.8634	1	0
2	9.6758	7.784	9.113	9.2494	12.2567	0.88	1	0
3	12.1502	6.95	7.6724	11.0677	9.3493	0.8769	1	0
4	11.5898	10.5292	8.8244	9.1512	11.7373	0.8739	1	0
5	9.889	9.9261	11.9372	9.6256	12.7735	0.8739	1	0
6	12.0326	9.9013	8.641	9.5172	10.9561	0.8741	1	0
7	7.4406	7.608	10.6287	10.8333	13.184	0.8785	1	0
8	9.5241	8.715	11.1456	10.4104	12.1265	0.8754	1	0
9	12.2767	9.7558	15.6556	10.1467	15.8229	0.8653	1	0
10	6.9212	10.5014	12.3113	10.3298	14.4627	0.874	1	0
11	8.0677	11.3969	8.9377	10.9579	12.6795	0.8726	1	0
12	9.5576	11.4	9.1785	10.7313	10.9621	0.8724	1	0
13	5.0071	9.0089	9.9707	9.5788	9.741	0.8858	1	0
14	12.8771	11.2926	15.6624	11.253	13.7815	0.8613	1	0
15	7.238	8.264	11.5967	10.2768	14.5672	0.8774	1	0
16	9.2361	7.0343	10.9967	10.1572	13.3015	0.878	1	0

En adelante, calificaciones tomadas del conjunto de firmas "falsas" $Vistas_{\omega_1}$.

1	35.1107	48.2159	43.0754	36.0447	39.6975	0	0	1
2	54.4245	42.9094	56.0607	30.686	49.1358	0	0	1
3	57.488	52.8746	63.9651	31.4791	47.6845	0	0	1
4	46.6695	43.6084	50.9878	33.375	56.5232	0	0	1

Tabla 6.4: Errores de ritmo, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características dinámicas, por firmante, para entrenamiento.

Firma No.	Errores en el ritmo de la firma cuestionada					Calif. c_d	Pertenencia	
	ε_V	ε_{TOW}	ε_{BOW}	ε_p	$\varepsilon_{dp/dt}$		ω_0	ω_1
1	19.2218	12.2009	31.2975	19.0664	26.1272	0.9024	1	0
2	18.2658	9.8979	31.6451	14.1308	19.9509	0.9049	1	0
3	21.0074	8.091	30.892	19.0373	21.387	0.8978	1	0
4	18.4131	5.9937	19.2728	18.922	20.8703	0.9058	1	0
5	20.8847	9.1746	38.3324	17.7384	25.5064	0.8973	1	0
6	15.1522	7.794	33.2703	16.9384	19.7403	0.9129	1	0
7	23.282	21.3368	84.5155	16.4393	26.1436	0.8573	1	0
8	21.9594	5.9097	15.052	16.4029	18.9487	0.8969	1	0
9	20.2641	13.1595	33.3706	17.1197	19.0046	0.8994	1	0
10	18.9414	8.7003	24.5713	19.0471	21.1363	0.9038	1	0
11	23.2892	21.6475	84.5135	15.9424	21.325	0.8573	1	0
12	21.6047	10.0948	21.6377	19.0272	24.8285	0.8972	1	0
13	20.3799	8.2482	31.4354	17.7028	24.7198	0.8993	1	0
14	23.2635	7.4925	8.7415	17.7603	25.2688	0.8942	1	0
15	14.0066	6.6627	8.1077	14.8356	26.1307	0.9185	1	0
16	15.5362	5.6809	10.0475	16.8301	23.0427	0.9143	1	0

En adelante, calificaciones tomadas del conjunto de firmas "falsas" $Vistas_{\omega_1}$.

1	81.669	53.9049	438.8072	21.8596	30.6436	0	0	1
2	86.3071	55.9221	442.3848	25.8844	31.9301	0	0	1
3	82.9191	54.2731	414.6161	20.5179	29.5703	0	0	1
4	78.3703	57.7222	440.1804	22.908	36.1341	0	0	1

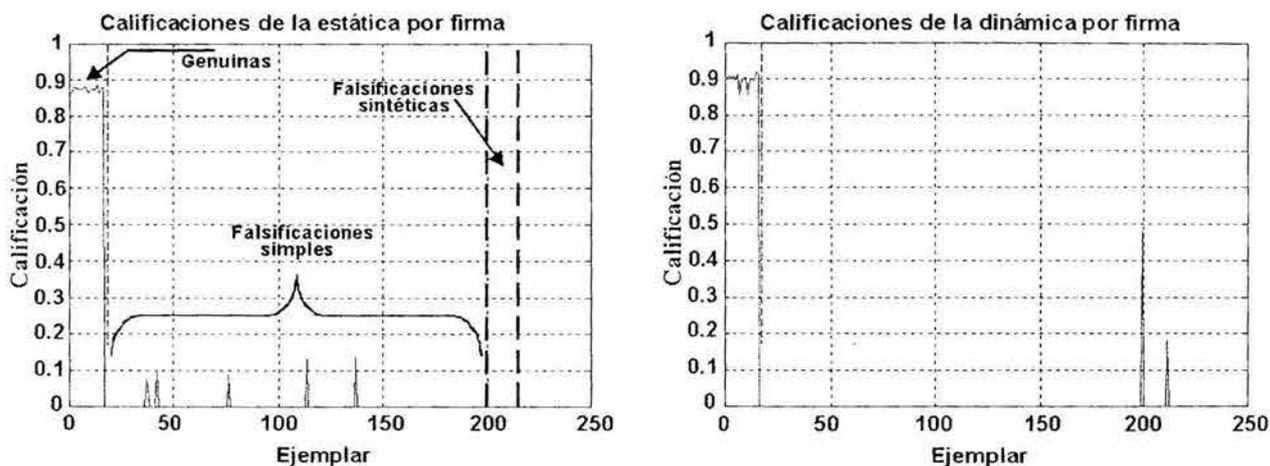


Figura 6.1: Calificaciones del ritmo y la forma de las firmas en los conjuntos de entrenamiento $Vistas_{\omega_0}$ y $Vistas_{\omega_1}$.

totalmente; por último, dos falsificaciones hábiles sintéticas reciben en la dinámica calificaciones relativamente altas, de 0.48 y 0.18, siendo altas en relación con las falsificaciones aleatorias. Este resultado era de esperarse, y en algunos firmantes es más acusado.

6.3. Entrenamiento de los clasificadores neurodifusos *Takagi-Hayashi*

Como se ha reiterado, la arquitectura del verificador está orientada a seguir el proceso que sigue un verificador forense o verificador experto humano de firmas manuscritas: en primer lugar, la observación de un conjunto de ejemplares originales de una firma le indican las variaciones y los hábitos naturales de una persona al firmar; a partir de este punto, el verificador tiene que crear en su mente un modelo de referencia contra el cual comparar las nuevas firmas, conocidas como *firmas cuestionadas*. Al presentarse una firma cuestionada, los elementos discriminantes son detectados y si es posible “medidos” y se juzga sobre la autenticidad de la firma, principalmente sobre la base de las diferencias entre la referencia y la firma cuestionada. En muchas ocasiones el ser humano realiza concurrentemente el aprendizaje, la observación y la comparación [Sly 97].

De acuerdo con lo expuesto en la sección 4.7, se utilizó un sistema neurodifuso para generalizar el proceso de calificación. La idea de usar sistemas de razonamiento difuso implementados con redes neuronales es incrustar en el sistema de verificación un razonamiento con aprendizaje semejante al del verificador experto humano, aprovechando las capacidades de generalización de las redes neuronales de retropropagación. Como se estableció en la sección 4.7, el ritmo y el diseño de la firma deben aprenderse en dos sistemas NND-FR diferentes por firmante. El sistema neurodifuso de los elementos de diseño $NND - FR_{forma}$ fue entrenado

con el contenido de la tabla 6.3, incluyendo por supuesto todos los elementos del conjunto $Vistas_{\omega_1}$. Las siguientes expresiones esquematizan la asignación de pares de entrenamiento entrada/salida para las redes neuronales del $NND - FR_{forma}$:

$NND - FR_{forma}$

ENTRADAS	/	SALIDAS	
$[\varepsilon_{Cx} \ \varepsilon_{Cy} \ \varepsilon_T \ \varepsilon_{s1} \ \varepsilon_{s2}] \rightarrow$	NN_{mem}	\leftarrow Pertenencia [1 ó 0]	(6.7)
$[\varepsilon_{Cx} \ \varepsilon_{Cy} \ \varepsilon_T \ \varepsilon_{s1} \ \varepsilon_{s2}] \rightarrow$	NN_1	\leftarrow cluster o Regla 1	(6.8)
$[\varepsilon_{Cx} \ \varepsilon_{Cy} \ \varepsilon_T \ \varepsilon_{s1} \ \varepsilon_{s2}] \rightarrow$	NN_2	\leftarrow cluster o Regla 2	(6.9)
$[\varepsilon_{Cx} \ \varepsilon_{Cy} \ \varepsilon_T \ \varepsilon_{s1} \ \varepsilon_{s2}] \rightarrow$	NN_3	\leftarrow cluster o Regla 3	(6.10)
$[\varepsilon_{Cx} \ \varepsilon_{Cy} \ \varepsilon_T \ \varepsilon_{s1} \ \varepsilon_{s2}] \rightarrow$	NN_4	\leftarrow cluster o Regla 4	(6.11)
$[\varepsilon_{Cx} \ \varepsilon_{Cy} \ \varepsilon_T \ \varepsilon_{s1} \ \varepsilon_{s2}] \rightarrow$	NN_5	\leftarrow cluster o Regla 5	(6.12)

En donde las redes neuronales NN_1 a NN_5 se entrenaron con datos agrupados obtenidos mediante *clustering* usando el algoritmo fuzzy c-means; el $NND - FR_{ritmo}$, se entrenó de acuerdo al siguiente esquema:

$NND - FR_{ritmo}$

ENTRADAS	/	SALIDAS	
$[\varepsilon_v \ \varepsilon_{TOW} \ \varepsilon_{BOW} \ \varepsilon_p \ \varepsilon_{dp/dt}] \rightarrow$	NN_{mem}	\leftarrow Pertenencia [1 ó 0]	(6.13)
$[\varepsilon_v \ \varepsilon_{TOW} \ \varepsilon_{BOW} \ \varepsilon_p \ \varepsilon_{dp/dt}] \rightarrow$	NN_1	\leftarrow cluster o Regla 1	(6.14)
$[\varepsilon_v \ \varepsilon_{TOW} \ \varepsilon_{BOW} \ \varepsilon_p \ \varepsilon_{dp/dt}] \rightarrow$	NN_2	\leftarrow cluster o Regla 2	(6.15)
$[\varepsilon_v \ \varepsilon_{TOW} \ \varepsilon_{BOW} \ \varepsilon_p \ \varepsilon_{dp/dt}] \rightarrow$	NN_3	\leftarrow cluster o Regla 3	(6.16)
$[\varepsilon_v \ \varepsilon_{TOW} \ \varepsilon_{BOW} \ \varepsilon_p \ \varepsilon_{dp/dt}] \rightarrow$	NN_4	\leftarrow cluster o Regla 4	(6.17)
$[\varepsilon_v \ \varepsilon_{TOW} \ \varepsilon_{BOW} \ \varepsilon_p \ \varepsilon_{dp/dt}] \rightarrow$	NN_5	\leftarrow cluster o Regla 5	(6.18)

en donde las entradas y salidas son las especificadas en la tabla 6.4. Los subíndices en las calificaciones indican "s", de la estática de la firma, sinónimo de diseño o forma y, "d", de la dinámica, sinónimo del ritmo. Cada firmante cuenta con su propio par de sistemas NND-FR. La generación de reglas a través del agrupamiento de datos ocasiona que se particione el hiperespacio de entrada en cinco regiones. Una región contendrá a todos los ejemplares de la clase *genuinas*, y el resto de las falsificaciones, de todos los tipos, se distribuyen en cuatro clases.

Debido a la gran cantidad de datos en los conjuntos de entrenamiento, tanto para NN_{mem} como para NN_s , se optó por una arquitectura inicial de red de cuatro capas, con cinco entradas y una salida para los errores de diseño, y con cinco entradas y una salida para los errores de ritmo. La estructura de las capas ocultas se ajustó de acuerdo con la convergencia observada durante el entrenamiento, pero como base de partida se tomó el criterio de dar a la primera capa oculta más del doble de neuronas que las de la capa de entrada, y a la

segunda capa oculta se asignó una cantidad igual o ligeramente menor que la primera. Como consecuencia, los tamaños iniciales utilizados en la arquitectura fueron 5, 28, 26, 1.

La selección de la arquitectura de cuatro capas obedeció a que la de tres capas presentaba problemas para converger. La tolerancia permitida al error final fue de 10^{-2} en la red NN_{mem} y 10^{-2} en las redes NN_s . Las redes neuronales NN_{mem} tomaron tiempos de entrenamiento en el rango de 35 a 45 minutos, mientras que cada red NN_s se entrenó en tiempos que fueron de 40-70 segundos. El entrenamiento de las redes neuronales se realizó para cada firmante y los resultados de la salida de los sistemas NND-FR de forma y ritmo se muestran en las tablas 6.5 y 6.6, respectivamente, para el firmante MABM. Nótese que se listan las calificaciones de las firmas de otros firmantes - CAVM, JODG, DARD, MEDG- a título de falsificaciones aleatorias o escrituras generales (subtabla 6.5.2), de falsificaciones sintéticas (subtabla 6.5.3) y de casos hipotéticos en los que los errores son semejantes a los que reporta el firmante genuino (subtabla 6.5.4), pero que tienen una forma atípica, esto es, el valor "promedio" de los errores puede ser semejante, pero los valores individuales tienen una "forma de onda" distinta a la que exhiben los errores de firmas genuinas. Estas últimas son selecciones de "errores genuinos", pero en orden diferente al que se presentan normalmente, se intercambiaron los errores como sigue: $[C_x C_y T s_1 s_2]_{ENTRADA A LA RED} = [T C_x C_y s_2 s_1]$. De manera similar se intercambian los errores en la subtabla 6.6.4, la cual se refiere a los errores de ritmo.

En los renglones 1 a 16 de la tabla 6.5 se listan los casos de firmas genuinas, y las calificaciones difieren ligeramente de las de entrenamiento, debido al error permisible. El sistema NND-FR califica con valores muy pequeños las posibles falsificaciones aleatorias, como se ve en la subtabla 6.5.2. Las firmas hábiles sintéticas reciben calificaciones bajas, lo que implica que las funciones prototipo se alejaron lo suficiente de ellas como para rechazarlas en el contexto del rasgo principal de diseño. Al intercambiar los valores de error se simula un falsificador que de alguna manera puede generar una firma cuyas características tengan rangos de error semejantes a los del firmante original, pero que no corresponden dichos errores con la forma típica con que ocurren los errores en firmas genuinas. En este caso, se observa que la red neuronal da calificaciones relativamente altas, pero lo suficientemente bajas para ser rechazadas en la verificación final con el sistema difuso. Lo dicho para la tabla 6.5 es básicamente cierto y notorio para la tabla 6.6.

Por lo dicho en los párrafos previos respecto a las tablas 6.5 y 6.6, puede decirse que se cumplieron las metas de diseño planteadas en la fase teórica de esta investigación en el conjunto de entrenamiento, ya que las firmas genuinas obtuvieron calificaciones altas, las falsificaciones aleatorias y las hábiles sintéticas recibieron calificaciones prácticamente cero. Este tipo de resultados deberán repetirse razonablemente en el conjunto de ejemplares no vistos durante la etapa de aprendizaje.

En la siguiente sección se calcula la verificación final, basada en el sistema difuso de dos entradas que ya se ha previsto para tal efecto, descrito en la sección 4.7, subsección del balanceador difuso.

Es importante apuntar al hecho de que si las redes neuronales no convergen, el clasificador resultante puede tener problemas para clasificar correctamente las firmas genuinas, incrementando la razón de rechazos falsos. Debe asegurarse la convergencia de las redes neuronales para garantizar el éxito del clasificador, lo cual implica que podría ser necesario correr más

Tabla 6.5: Errores de forma, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características estáticas, por firmante, para entrenamiento.

Firma No.	Errores en la forma de la firma cuestionada					Calif.	Pertenencia	
	ε_{Cx}	ε_{Cy}	ε_T	ε_{s1}	ε_{s2}	c_s	ω_0	ω_1
1	12.8416	10.5951	15.3662	10.2012	15.5882	0.8527	1	0
2	9.6758	7.784	9.113	9.2494	12.2567	0.878	1	0
3	12.1502	6.95	7.6724	11.0677	9.3493	0.8723	1	0
4	11.5898	10.5292	8.8244	9.1512	11.7373	0.872	1	0
5	9.889	9.9261	11.9372	9.6256	12.7735	0.8761	1	0
6	12.0326	9.9013	8.641	9.5172	10.9561	0.8729	1	0
7	7.4406	7.608	10.6287	10.8333	13.184	0.8806	1	0
8	9.5241	8.715	11.1456	10.4104	12.1265	0.8768	1	0
9	12.2767	9.7558	15.6556	10.1467	15.8229	0.8528	1	0
10	6.9212	10.5014	12.3113	10.3298	14.4627	0.8746	1	0
11	8.0677	11.3969	8.9377	10.9579	12.6795	0.8768	1	0
12	9.5576	11.4	9.1785	10.7313	10.9621	0.8739	1	0
13	5.0071	9.0089	9.9707	9.5788	9.741	0.8824	1	0
14	12.8771	11.2926	15.6624	11.253	13.7815	0.8499	1	0
15	7.238	8.264	11.5967	10.2768	14.5672	0.8765	1	0
16	9.2361	7.0343	10.9967	10.1572	13.3015	0.8763	1	0

6.5.2 Calificaciones de firmas aleatorias (parte de $Vistas_{\omega_1}$.)

1 CAVM	36.8634	40.8806	40.0073	25.1471	28.939	0.0068	0	1
2 JODG	77.4273	41.893	62.3993	56.9081	65.252	0.0027	0	1
3 DARD	50.5368	27.0167	29.4014	46.9261	50.1238	-0.0002	0	1
4 MEDG	37.2414	20.2397	21.3554	25.6764	38.6927	0.0093	0	1

6.5.3 Calificaciones de firmas hábiles (FH) sintéticas (parte de $Vistas_{\omega_1}$.)

1 FH ₁	41.1296	30.4109	26.756	29.4346	42.6294	-0.0005	0	1
2 FH ₂	45.0512	21.8337	28.4388	41.6955	55.9968	-0.0016	0	1
3 FH ₃	40.0631	30.5064	24.2256	28.1632	29.0144	0.0003	0	1
4 FH ₄	40.0951	30.1649	26.112	42.3598	44.2283	0.0001	0	1

6.5.4 Calificaciones de firmas originales (FO) con las posiciones de los errores alteradas

1 FO ₁	10.5951	15.3662	12.8416	15.5882	10.2012	0.4643	0	1
2 FO ₂	7.784	9.113	9.6758	12.2567	9.2494	0.3857	0	1
3 FO ₃	6.95	7.6724	12.1502	9.3493	11.0677	0.4012	0	1
4 FO ₄	10.5292	8.8244	11.5898	11.7373	9.1512	0.3037	0	1

Tabla 6.6: Errores de ritmo, calificación y pertenencia de los ejemplares de todas las características estáticas, por firmante, para entrenamiento.

Firma No.	Errores en la forma de la firma cuestionada					Calif. c_d	Pertenencia	
	ε_V	ε_{TOW}	ε_{BOW}	ε_p	$\varepsilon_{dp/dt}$		ω_0	ω_1
1	19.2218	12.2009	31.2975	19.0664	26.1272	0.9024	1	0
2	18.2658	9.8979	31.6451	14.1308	19.9509	0.9049	1	0
3	21.0074	8.091	30.892	19.0373	21.387	0.8978	1	0
4	18.4131	5.9937	19.2728	18.922	20.8703	0.9058	1	0
5	20.8847	9.1746	38.3324	17.7384	25.5064	0.8973	1	0
6	15.1522	7.794	33.2703	16.9384	19.7403	0.9129	1	0
7	23.282	21.3368	84.5155	16.4393	26.1436	0.8573	1	0
8	21.9594	5.9097	15.052	16.4029	18.9487	0.8969	1	0
9	20.2641	13.1595	33.3706	17.1197	19.0046	0.8994	1	0
10	18.9414	8.7003	24.5713	19.0471	21.1363	0.9038	1	0
11	23.2892	21.6475	84.5135	15.9424	21.325	0.8573	1	0
12	21.6047	10.0948	21.6377	19.0272	24.8285	0.8972	1	0
13	20.3799	8.2482	31.4354	17.7028	24.7198	0.8993	1	0
14	23.2635	7.4925	8.7415	17.7603	25.2688	0.8942	1	0
15	14.0066	6.6627	8.1077	14.8356	26.1307	0.9185	1	0
16	15.5362	5.6809	10.0475	16.8301	23.0427	0.9143	1	0

6.6.2 Calificaciones de firmas aleatorias (parte de $Vistas_{\omega_1}$.)

1 CAVM	78.3721	58.1307	462.061	27.8603	43.4096	-0.0032	0	1
2 JODG	37.1495	123.6124	412.529	44.9377	173.922	0.0016	0	1
3 DARD	94.6459	51.762	358.827	16.5341	22.7685	-0.0012	0	1
4 MEDG	47.9485	55.3867	437.09	26.3397	27.7412	0.0043	0	1

6.6.3 Calificaciones de firmas hábiles (FH) sintéticas (parte de $Vistas_{\omega_1}$.)

1 FH1	34.6358	65.6442	110.205	17.3711	37.4206	0.0015	0	1
2 FH2	34.7843	73.8462	154.564	18.1663	32.6802	0.0021	0	1
3 FH3	35.942	71.7379	120.317	18.2513	31.7682	-0.0033	0	1
4 FH4	39.0299	73.3041	146.285	18.9977	30.2308	0.0018	0	1

6.6.4 Calificaciones de firmas originales (FO) con las posiciones de los errores alteradas

1 FO1	12.2009	31.2975	19.2218	26.1272	19.0664	0.1003	0	1
2 FO2	9.8979	31.6451	18.2658	19.9509	14.1308	0.2887	0	1
3 FO3	8.091	30.892	21.0074	21.387	19.0373	0.2012	0	1
4 FO4	5.9937	19.2728	18.4131	20.8703	18.922	0.1947	0	1

de una vez la fase de entrenamiento del clasificador por firmante. Es importante apuntar al hecho de que si las redes neuronales no convergen, el clasificador resultante puede tener problemas para clasificar correctamente las firmas genuinas, incrementando la razón de rechazos falsos. Debe asegurarse la convergencia de las redes neuronales para garantizar el éxito del clasificador, lo cual implica que podría ser necesario correr más de una vez la fase de entrenamiento del clasificador por firmante.

6.4. Veredicto final mediante lógica difusa: el balanceador difuso

La etapa final de la arquitectura de verificación consiste en combinar las calificaciones de la estática (c_s) y de la dinámica (c_d) mediante un sistema difuso tipo *Mandani*, de *dos entradas-una salida* [Tso 97], según se especificó en la sección 4.7, subsección *balanceador difuso*. Los detalles fueron dados en dicha sección y aquí se muestran y discuten algunos resultados obtenidos al evaluar el verificador con los conjuntos de datos vistos y no vistos por el clasificador durante el entrenamiento. Como se recordará, a la salida del balanceador difuso se obtiene una calificación final en el rango de 0 a 100 %, la cual indica el grado de certidumbre con que la firma puede considerarse auténtica o, complementariamente, falsa (sección 4.7). Las figuras 6.2 a 6.4 muestran gráficamente los resultados de verificación para los firmantes MABM, LURM y CMCG; las subfiguras 1 y 2 muestran las calificaciones otorgadas por los sistemas de razonamiento NND-FR, mientras que la subfigura 3 muestra el resultado del balanceador difuso. A cada posición en el eje de las abscisas le corresponde un ejemplar de prueba y la calificación que recibió se encuentra en el eje de las ordenadas, en el lado izquierdo. En el eje de las ordenadas del lado derecho se encuentra el nivel de certidumbre con que la firma es calificada como genuina, dividido en cuatro niveles.

En la figura 6.2.1, el total de ejemplares es de 394. De ellos, los primeros 206 corresponden a los conjuntos de entrenamiento $Vistas_{\omega_0}$ y $Vistas_{\omega_1}$. Los primeros dieciséis son los ejemplares genuinos; los siguientes 190 son los ejemplares de falsificaciones aleatorias, dando 206. A partir del ejemplar 207 corren las falsificaciones aleatorias no vistas en el conjunto de entrenamiento, parte de $No vistas_{\omega_1}$. A partir de 347 comienzan las falsificaciones hábiles, llegando hasta 367 en este firmante (únicamente 21 falsificaciones hábiles se capturaron para MABM), complemento de $No vistas_{\omega_1}$. De 368 a 394 se encuentran 27 ejemplares genuinos, incluyendo los del conjunto de entrenamiento. En los conjuntos de entrenamiento, tanto el ritmo (figura 6.2.1) como la forma (figura 6.2.2) muestran una clara separación de clases. Las firmas genuinas son calificadas con valores mayores a 0.9, mientras que las falsificaciones aleatorias tienen valores alrededor de 0, y solamente una llega a aproximadamente 0.25. Las pequeñas oscilaciones se deben a la tolerancia dada a la red neuronal durante el proceso de aprendizaje. La parte importante viene en el poder predictivo del sistema, el cual se muestra en los conjuntos de datos no vistos, a partir de la Posición 207. Ante escrituras generales no vistas en el conjunto de entrenamiento, el sistema exhibe un alto rechazo. En esta región las oscilaciones son mayores debido a que se responde a entradas desconocidas para la red neuronal. En la región de las falsificaciones hábiles, se puede observar que las calificaciones

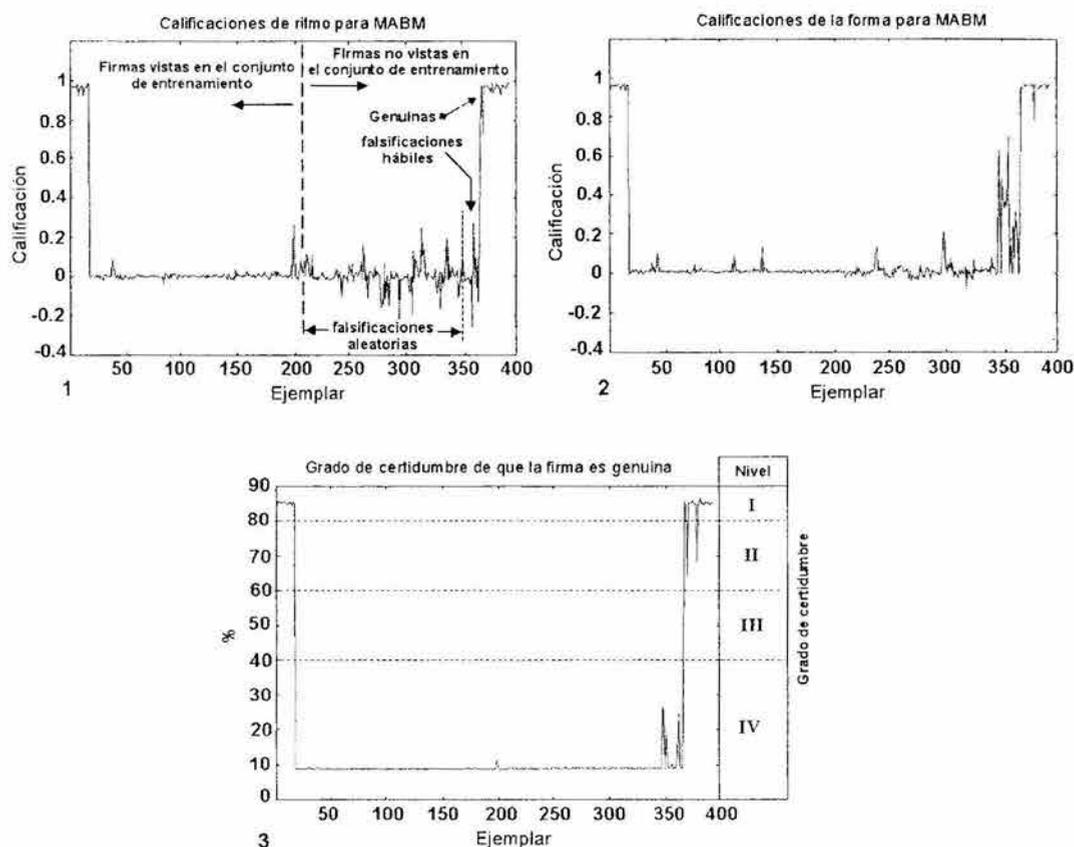


Figura 6.2: Resultados parciales de verificación del firmante MABM.

son mayores que en la región de firmas falsas aleatorias. Un punto importante a remarcar es que las calificaciones de la forma de falsificaciones hábiles son mayores que las de ritmo, evidenciando que es siempre más fácil para un falsificador reproducir la representación pictórica de la firma de su víctima que la dinámica de la misma, la cual desconoce en muchas ocasiones. Respecto a las firmas genuinas no vistas en el conjunto de entrenamiento, puede verse en el ritmo (subfigura 6.2.1) que una llega a aproximadamente 0.8 y en la forma otra llega también a ese valor, siendo las más bajas calificaciones de entre las firmas genuinas. El sistema difuso de combinación o balance de ritmo/forma es capaz de discriminar fácilmente las firmas genuinas de las falsas. La relativa calificación alta de las firmas falsas en la forma es rebajada al contrastarse con el hecho de que la calificación del ritmo es baja. Las firmas genuinas más mal calificadas llegan a niveles de certidumbre superiores al 65 %, mientras que la mayoría oscila alrededor del 85 %. Con esto, 25 firmas genuinas (incluyendo el conjunto de entrenamiento) se califican como *genuinas más allá de cualquier duda razonable*, y de 2 de ellas el sistema establece que es altamente probable que sean genuinas.

En resumen, todas son calificadas como genuinas. Adicionalmente, existe para este firmante un "colchón" de aproximadamente 38 % de separación entre las clases *genuinas* y *falsas*. El

número total de firmas no vistas clasificadas para MABM fue de 11 genuinas, 21 falsificaciones hábiles y 140 falsificaciones aleatorias, lo que constituye un ejercicio de clasificación de 172 firmas sin errores. La cantidad de verificaciones por firmante no es fija, ya que aunque en su mayoría cuentan con el mismo número de firmas de prueba, en algunos casos dicho número varía. Hay que resaltar que se realizaron más verificaciones con firmas aleatorias, pero no se muestran en las gráficas para mantener la claridad de las gráficas sin agrandarlas demasiado.

En la figura 6.3, se muestran los resultados de clasificación del firmante LURM. Básicamente, las observaciones realizadas para MABM son válidas para LURM, con la diferencia de que las falsificaciones hábiles fueron 33. El total de firmas de prueba en la figura fue de 184 (140 aleatorias, 33 hábiles, 11 genuinas). Las firmas hábiles también son bien rechazadas; las firmas genuinas son aceptadas como tales.

Por último, los resultados de verificación para CMCG se muestran en la figura 6.4. Para este firmante, las características discriminantes de la forma fueron solamente $C_x(l)$ y $C_y(l)$, y eso se refleja en la calificación de la forma con una mayor calificación de las firmas falsas aleatorias. Sin embargo, el efecto final en el balanceador difuso es básicamente el mismo: las

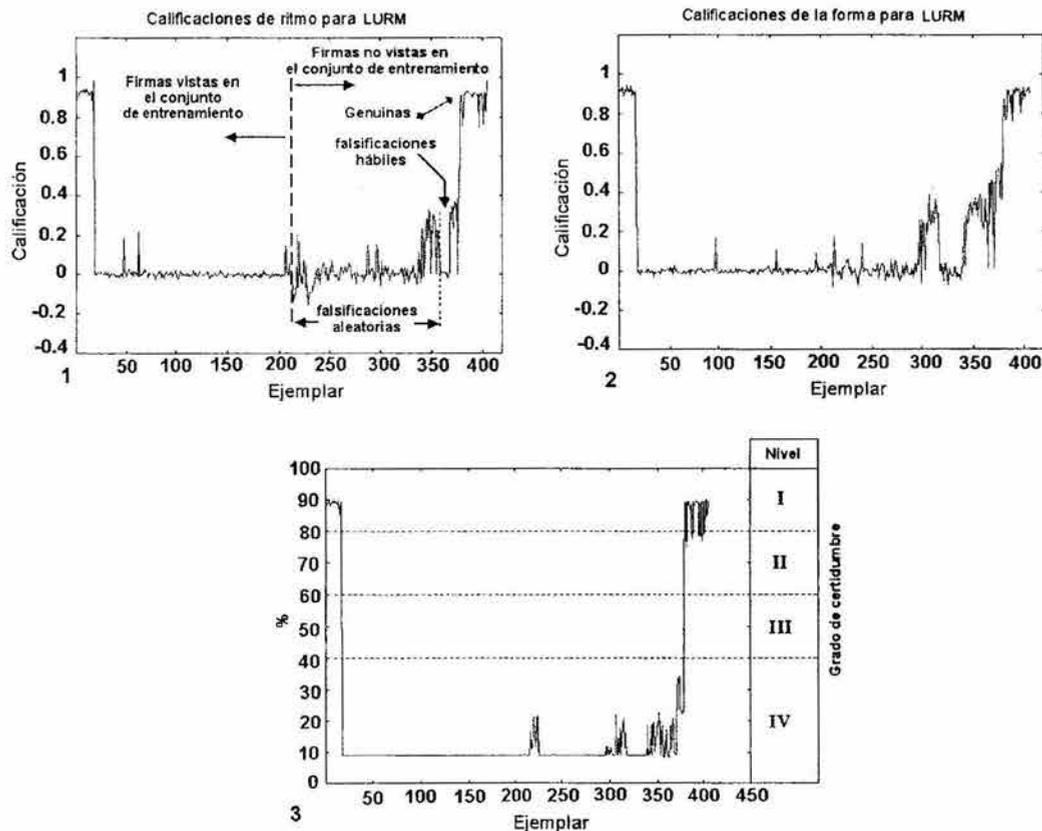


Figura 6.3: Resultados parciales de verificación del firmante LURM.

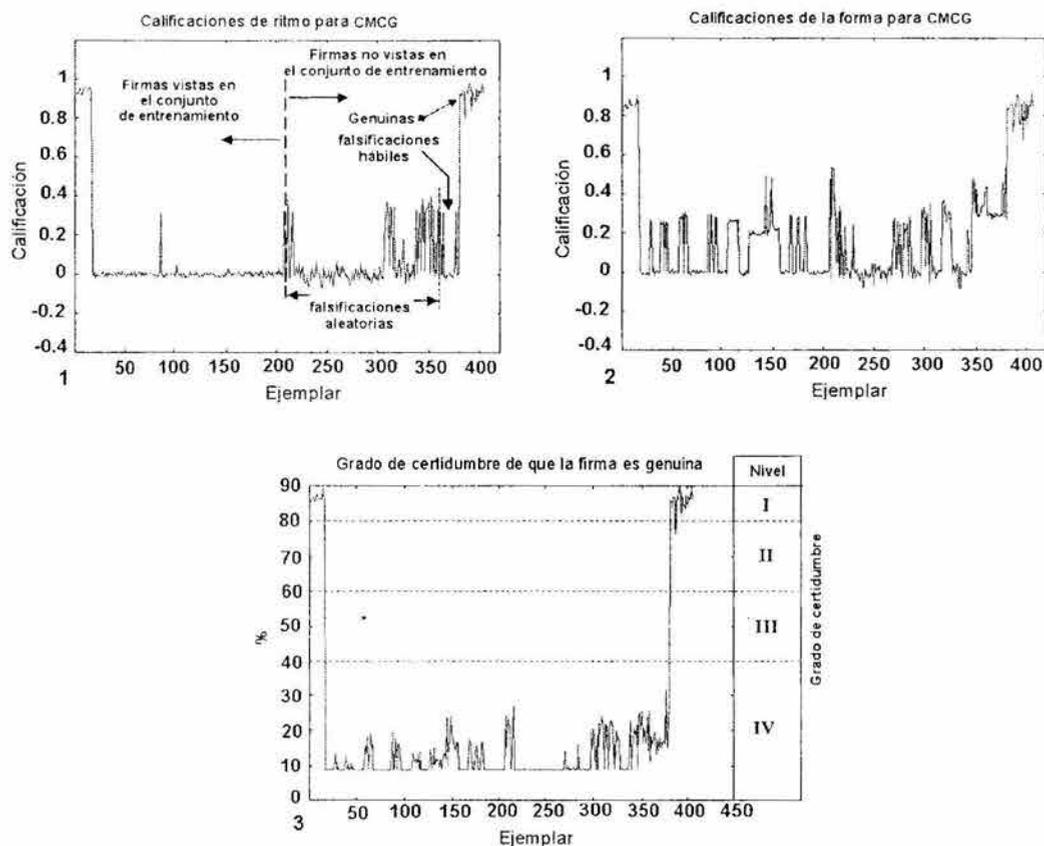


Figura 6.4: Resultados parciales de verificación del firmante CMCG.

falsificaciones se encuentran por debajo del 30% (*definitivamente falsas*) y la mayoría de las genuinas se clasifican como *genuinas más allá de cualquier duda razonable*.

Los resultados generales del experimento de verificación se resumen en la tabla 6.7. Se realizó la verificación sobre el conjunto de entrenamiento y sobre el conjunto de prueba. Parecería ocioso realizar la verificación sobre el conjunto de entrenamiento, pero en algunos artículos publicados se exhiben errores de clasificación aun en dicho conjunto, por lo que es importante apuntar que en esta arquitectura dichos errores son cero. Si todos los firmantes hubieran donado 27 firmas y se les hubieran realizado 33 intentos de verificación, entonces se tendría un total de pruebas de verificación por persona de 676, por 38 personas, se tendría un gran total de 25688 verificaciones de acuerdo a la tabla 5.2, en la cual se indica la división de la base de datos en conjuntos de entrenamiento y de prueba. Sin embargo, al no ser el caso, la cantidad total de verificaciones se ve disminuida, según se verá en el cálculo de índices FAR y FRR de la siguiente sección.

Tabla 6.7: Resumen de resultados finales de verificación para todos los firmantes.

Núm.	Firmante	Conjunto <i>Vistas</i>			Conjunto <i>No vistas</i>			Errores de clasif.	
		ω_0	ω_1 A ¹	ω_1 S ²	ω_0	ω_1 A	ω_1 H ³	Acept. Fals.	Rech. falsos
1	JMTM	16	190	10	11	426	33	0	0
2	CAVM	16	190	10	11	426	22	0	1
3	JGHV	16	190	10	11	426	33	0	0
4	JARL	16	190	10	11	426	33	0	0
5	MEDG	16	190	10	10	426	33	1	0
6	LOAR	16	190	10	11	426	33	0	0
7	JODG	16	190	10	11	426	33	0	0
8	MAZE	16	190	10	8	426	33	0	0
9	PPMP	5	190	10	6	426	0	0	0
10	DARD	16	190	10	11	426	38	0	0
11	MABM	16	190	10	11	426	21	0	0
12	ERPC	16	190	10	10	426	22	0	0
13	JJCL	16	190	10	11	426	0	0	0
14	ROMS	16	190	10	11	426	32	0	0
15	SEDE	16	190	10	10	426	33	0	0
16	LURM	16	190	10	11	426	33	0	0
17	JBSJ	5	190	10	6	426	22	1	0
18	RAME	16	190	10	11	426	32	1	0
19	JAFP	16	190	10	11	426	21	0	0
20	RMCG	5	190	10	6	426	33	0	0
21	LEAT	16	200	10	11	416	22	0	0
22	MAAM	5	200	10	0	420	33	0	0
23	CMCG	16	200	10	11	416	33	0	0
24	ALFR	16	200	10	11	416	20	0	0
25	EACG	5	200	10	5	416	33	0	0
26	CADO	16	200	10	10	416	33	1	0
27	AAHG	10	200	10	6	416	22	0	0
28	AAMR	16	200	10	11	416	11	0	0
29	NVPM	10	200	10	6	420	33	0	0
30	HUMM	16	200	10	8	416	11	0	0
31	JIOR	16	200	10	11	416	22	1	0
32	ALDV	16	200	10	11	416	33	0	0
33	RURL	16	200	10	11	416	33	0	0
34	VUMS	16	200	10	11	416	33	0	0
35	ALRO	16	200	10	6	416	11	0	0
36	SASB	5	200	10	1	430	0	0	0
37	CLDA	5	200	10	6	436	0	0	0
38	ARCH	5	200	10	5	430	0	0	0
	SUMA	508	7400	380	340	16064	923	5	1

Nota: Falsificaciones: 1) "A" Aleatorias. 2) "S" Sintéticas. 3) "H" Hábiles.

6.5. Cálculo de *FAR* y *FRR* en la base de datos

CASO 1. El cálculo de las razones de aceptación falsas y de los rechazos falsos se analizará en función de diferentes escenarios. En el primero de ellos, el cálculo se efectúa solamente considerando el conjunto de entrenamiento. De la evidencia aportada por las figuras 6.2, 6.3 y 6.4, es claro que no existen errores en el conjunto de entrenamiento para los firmantes MABM, LURM y CMCG, respectivamente. Este resultado se repite para el resto de los firmantes, por lo que en esta primera aproximación,

$$\text{CASO 1. } \mathbf{FAR = 0\%, FRR = 0\%, EER = 0\%}$$

El índice global de aciertos de clasificación es del 100 %.

CASO 2. Como segundo escenario, considérese el caso en que únicamente se verifica en base a firmas genuinas no vistas en el conjunto de entrenamiento (*No vistas* _{ω_0}) y una parte de *No vistas* _{ω_1} , sólo aquella que contiene falsificaciones hábiles. Este sería el caso quizá más significativo, ya que representa los dos retos más difíciles de superar para cualquier sistema de verificación de firmas. Según la tabla 6.7, el número de firmas genuinas no vistas en el conjunto de entrenamiento es de 340, sección *No vistas*, columna ω_0 . De estas firmas, el firmante CAVM tuvo un rechazo falso, por lo que el total de rechazos falsos fue de uno. El porcentaje de rechazos falsos es $1 \times 100 / 340 = 0.29\%$; por otro lado, las aceptaciones falsas fueron solamente del tipo hábiles -en las que el falsificador fue entrenado en el ritmo y la forma por su propia "víctima"- y se presentaron en los firmantes MEDG, JBSJ, RAME, CADO, JIOR, lo cual suma cinco errores en 923 verificaciones, lo que da un porcentaje de aceptaciones falsas de $5 \times 100 / 923 = 0.54\%$; la tasa de error igual es aproximadamente el promedio de ambos errores, pudiendo acercarse a 0.41 %, y como consecuencia

$$\text{CASO 2. } \mathbf{FAR = 0.54\%, FRR = 0.29\%, EER = 0.41\%}$$

siendo los valores máximos que pueden calcularse para los índices de desempeño del sistema, mismos que se encuentran por debajo del 0.6 %. El porcentaje total de aciertos de verificación en estas circunstancias es de $(1263-6) \times 100 / 1263 = 99.52\%$.

CASO 3. Una tercera alternativa consistirá en agregar al caso anterior las falsificaciones aleatorias no vistas en el conjunto de entrenamiento; esta prueba es importante porque implica la capacidad del sistema para rechazar intentos burdos de falsificación, los cuales también se presentan en la vida real. Se agregaron, en total y de acuerdo a la tabla 6.7, 16064 falsificaciones aleatorias repartidas entre todos los firmantes. Ninguna falsificación aleatoria obtuvo una clasificación de genuina a ningún nivel. En estas condiciones, el porcentaje de aceptaciones falsas se obtiene de $5 \times 100 / (16064 + 923) = 0.029\%$, conservándose el porcentaje de rechazos falsos, por lo que se puede establecer en esta situación, lo siguiente

$$\text{CASO 3. } \mathbf{FAR = 0.029\%, FRR = 0.29\%}$$

con un porcentaje total de aciertos de verificación de $(17327-6) \times 100 / 17327 = 99.97\%$. Este sería un escenario común en el cual se tiene todo tipo de falsificaciones reales, tanto hábiles como burdas.

CASO 4. En un cuarto escenario, considérese en el ejercicio de verificación tanto al conjunto de prueba como al de entrenamiento; en este caso no aumentó el número de errores. Esta situación es importante desde el punto de vista del diseño del clasificador, ya que existirán casos de clasificadores en los que la clasificación pudiera fallar en algunos ejemplares del conjunto de entrenamiento. El porcentaje de aceptaciones falsas estará en función del número total de falsificaciones de todo tipo que se presenten al verificador, las cuales serán, según la tabla 6.7, 7400 aleatorias y 380 hábiles sintéticas de entrenamiento, más 16064 aleatorias de prueba y 923 hábiles de prueba, sumando la cantidad de 24767, sin incremento en las aceptaciones falsas, por lo que el porcentaje de aceptaciones falsas es $5 \times 100 / 24767 = 0.02\%$; el porcentaje de rechazos falsos se considera con 508 firmas genuinas en el conjunto de entrenamiento más 340 en el conjunto de prueba, dando un total de 848 firmas genuinas; incurriéndose en solamente un error de verificación de firmas genuinas, el porcentaje de rechazos falsos es de $1 \times 100 / 848 = 0.12\%$, por lo que se establece como

$$\text{CASO 4. } \underline{FAR = 0.02\%, FRR = 0.12\%}$$

con un porcentaje de verificaciones correctas de $(25615-6) \times 100 / 25615 = 99.98\%$, o un error de 0.02%.

CASO 5. Este caso tiene que ver con condiciones de operación realistas. De los cuatro casos anteriores, los más impactantes (caso 1 y caso 4) serían los menos reales, ya que involucran al conjunto de entrenamiento como parte del conjunto de prueba. Sin embargo, el más demandante sería el caso 3, ya que en el entorno de una aplicación real se encontrarían los tipos de falsificaciones potenciales usados para calcular los errores de clasificación en dicho caso, si bien quizá las proporciones serían distintas. Recuérdese que esta valoración es estrictamente sobre la base de datos capturada y, de hecho, los resultados variarán en otra base de datos, máxime si tal base es más extensa. En general, resultaría válido -para abarcar el peor caso y el caso "más real"- promediar los resultados obtenidos en los casos 2 y 3, para arribar a unos índices de desempeño promedio, como sigue

$$\text{PROMEDIO. } \underline{FAR = 0.28\%, FRR = 0.29\%}$$

con un porcentaje de aciertos totales del orden del 99.72%. Una vez más, estos índices pudieran ser mejores o peores, dependiendo de la forma en que se realice el experimento de verificación. Por ejemplo, pudieran incluirse TODAS las firmas de todos los firmantes como aleatorias o "burdas" para cada firmante, lo cual -de no producirse errores de clasificación en esta nueva porción agregada al conjunto de prueba- se disminuirá el porcentaje de aceptaciones falsas.

La tabla 6.8, resume los resultados expuestos en esta sección. Se resalta el caso 5 como un promedio entre los casos 2 -peor caso, pero que difícilmente ocurrirá en la realidad- y el 3, que sería el quizá más factible de ocurrir en la realidad.

Tabla 6.8: Resumen de desempeño bajo diferentes condiciones del conjunto de prueba.

CASO	% FAR	% FRR	%Clasificación Correcta
1	0	0	100
2	0.54	0.29	99.52
3	0.029	0.29	99.97
4	0.02	0.12	99.98
5	0.28	0.29	99.72

6.6. Evaluación en el contexto de un usuario y un falsificador muy hábil

Un nivel adicional de prueba al algoritmo de verificación desarrollado en esta investigación se presenta ahora, probándolo en el contexto de sólo un firmante en la base de datos y un falsificador hábil, con el objeto de que se midan a cabalidad sus cualidades discriminantes. Para este experimento se ha seleccionado un usuario con un estilo de firmado medianamente elaborado, de firma clara y cuya secuencia de trazado es fácil de deducir en el sistema de escritura occidental (de izquierda a derecha); el falsificador comparte con el firmante una caligrafía semejante, y ha ensayado intencionalmente para los propósitos de esta prueba durante el periodo de un mes; además, se le han aportado los detalles de la secuencia y temporización de la firma a falsificar. La figura 6.5 muestra 16 ejemplares genuinos de la firma original, y que fueron tomados para construir las funciones prototipo óptimas de las características del firmante. La figura 6.6 muestra firmas genuinas mezcladas con falsificaciones, ambos tipos de firmas para el conjunto de prueba.

En la figura 6.6, el conjunto de firmas genuinas está dado por las firmas 1, 3, 6, 7, 9, 12, 13 y 15, mientras que el resto son falsificaciones. En total se tomaron 100 firmas genuinas y 100 falsificaciones hábiles, por lo que el experimento tiene una resolución de 1% para los índices de desempeño FAR y FRR.



Figura 6.5: Muestrario de firmas para formar las funciones prototipo óptimas.

6.6.1. Generación de las funciones prototipo óptimas.

En esta fase se realizó la modelado óptimo de las características utilizando para tal fin el conjunto de firmas de la figura 6.5 como clase ω_0 y como ejemplares negativos o clase ω_1 los mismos usados en la evaluación comparativa presentada en el capítulo 5, tabla 5.2. En



Figura 6.6: Conjunto de algunas de las firmas de prueba. ¿Cuáles son falsas?.

general, todas las características resultaron discriminantes a cero errores de clasificación ante escrituras generales; ante características sintetizadas para emular características de falsificaciones el torque, la presión y la derivada de presión no resultaron discriminantes, pero al final del proceso de generación de las funciones prototipo de las características se logró que todas fueran discriminantes.

6.6.2. Ponderación de las características discriminantes.

Como se recordará, las características deben ser ponderadas en función de su capacidad discriminante para contribuir proporcionalmente a dicha propiedad a la calificación del ritmo y la forma de firmas cuestionadas. En este caso particular, las ponderaciones resultantes fueron las dadas por las expresiones 6.19 y 6.20:

$$\begin{aligned} W_s &= [w_{C_x} \quad w_{C_y} \quad w_T \quad w_{s_1} \quad w_{s_2}] \\ &= [0,2153 \quad 0,1195 \quad 0,0590 \quad 0,2947 \quad 0,3115] \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} W_d &= [w_v \quad w_{TOW} \quad w_{BOW} \quad w_p \quad w_{dp/dt}] \\ &= [0,2640 \quad 0,3797 \quad 0,2447 \quad 0,0397 \quad 0,0718] \end{aligned} \quad (6.20)$$

de donde las característica más discriminantes de la estática o aspecto visual son las medidas de clipse $s_2(l)$, $s_1(l)$ y $C_x(l)$, en ese orden. Las más discriminantes de este firmante para su dinámica de firmado son la envolvente superior de la escritura (TOW), la velocidad (v) y la envolvente inferior de la escritura (BOW), en ese orden.

6.6.3. Entrenamiento de los sistemas NN-DFR.

Las redes neuronales que conforman los sistemas neurodifusos de calificación de ritmo y forma fueron entrenadas con los datos correspondientes según las expresiones 6.7 a 6.18, sección 6.3. Como era de esperarse, se generaron 6 redes neuronales para calificar los errores de ritmo y 6 redes neuronales más para calificar los errores de diseño.

6.6.4. Resultados de la verificación e indicadores FAR y FRR.

En esta subsección se calculan los índices de desempeño en base a los resultados de verificación. Para dicho efecto, obsérvese la figura 6.7; cada subfigura se interpreta como sigue. Cada punto del eje de las abscisas corresponde a una firma y se grafican en el orden en que fueron capturadas, esto es, el primer punto corresponde con la primer firma, el segundo con la segunda, y así sucesivamente. Las primeras cien entradas a la gráfica en el eje horizontal corresponden con las cien falsificaciones hábiles de prueba, y las entradas del ciento uno al doscientos son las firmas genuinas del conjunto de prueba. El eje de las ordenadas representa la calificación que tiene dicha firma, ya sea en el ritmo (subfigura 6.7.1), la forma (subfigura 6.7.2) o en el grado de certidumbre de que la firma es genuina (subfigura 6.7.3).

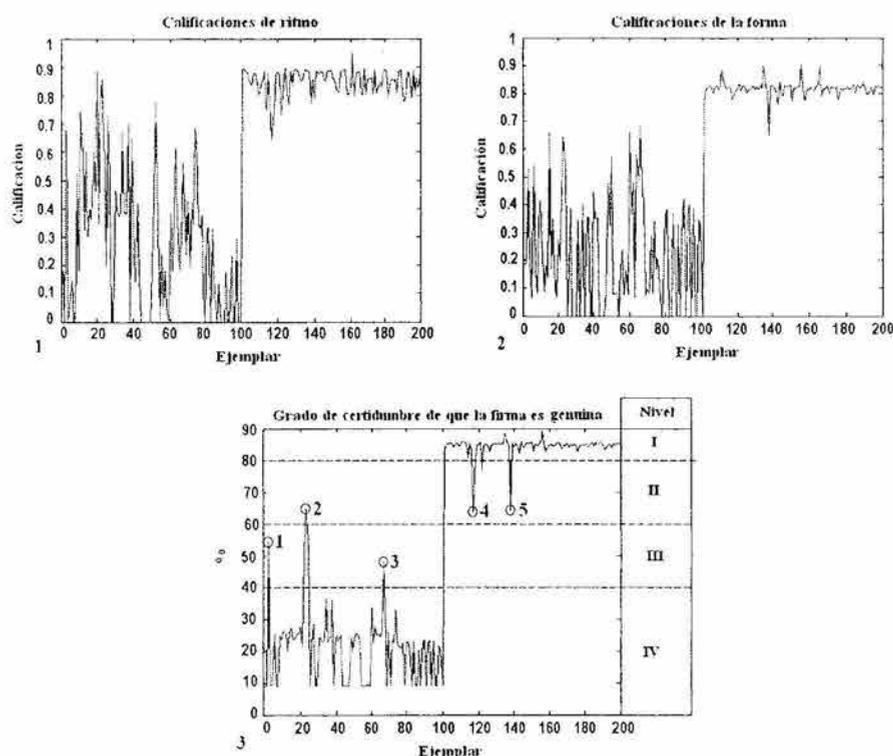
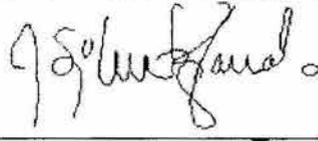
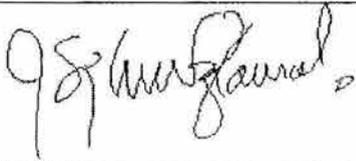


Figura 6.7: Calificaciones de ritmo, de la forma y grado de certidumbre de genuinidad de las firmas del conjunto de prueba.

Recuérdese que para la verificación final, las calificaciones de ritmo y forma que están en el rango de 0 a 1, se transforman al rango de 0 a 100% para el grado de certidumbre de que la firma es genuina. Si se recuerda que una firma es considerada como muy probablemente genuina si el grado certidumbre cae entre el 60 y el 80 por ciento, entonces -y con referencia a la subfigura 6.7.3-, existen 4 casos que caen en ese intervalo, de los cuales tres se han etiquetado con los identificadores 2, 4 y 5. De ellos, la firma 2 es un error de clasificación de una firma falsa y contribuye a aumentar la razón de aceptaciones falsas. Las firmas etiquetadas como 4 y 5 no son errores de clasificación, pero representan los peores casos de las firmas genuinas. En la región de grado certidumbre número II se encuentran dos falsificaciones, etiquetadas como 1 y 3. No representan errores de clasificación, ya que el sistema los cataloga de falsificaciones muy hábiles, pero no las reconoce como firmas genuinas. El resto de las firmas falsas y el resto de las firmas genuinas se clasifican como falsificaciones y genuinas respectivamente, de manera definitiva, y sin lugar a dudas, por lo que no contribuyen a aumentar los índices de error. La tabla 6.9, muestra el aspecto, las calificaciones de ritmo y forma y el grado de certidumbre (GDC) de las firmas etiquetadas de 1 a 5.

Respecto a la tabla 6.9, consideremos el aspecto de cada firma. La firma 1 tiene una calificación de forma de 0.53, sus trazos iniciales son parecidos a aquellos vistos en el conjunto de entrenamiento, sin embargo, en su región central se nota la ausencia de trazos en forma

Tabla 6.9: Detalles pictórico y numérico de las firmas 1 a 5 de la figura 6.7

Comentario	No.	Aspecto	Calificación/Grado de Certidumbre (GDC)		
			de ritmo	de forma	GDC (%)
Detectada como falsificación hábil	1		0.68	0.53	54.73
Contribuye a FAR	2		0.85	0.64	64.88
Detectada como falsificación hábil	3		0.55	0.47	48.05
Firmas genuinas con calificación baja; no contribuyen a FRR	4		0.64	0.77	63.92
	5		0.77	0.64	64.03

de ondas. La firma 2 tiene una calificación 0.64 en la forma, y se puede constatar a simple vista su similitud con respecto al conjunto de firmas genuinas de entrenamiento. Aunado a la relativamente alta calificación de la forma, la alta calificación de ritmo trajo como consecuencia que el verificador la considerara como una firma con una muy alta probabilidad de ser genuina.

Las firmas 3, 4 y 5, al igual que la 1, no implican errores de clasificación, pero sí representan los peores casos en esta evaluación. En cuanto a la firma 3, se pueden considerar diferencias importantes en el segundo trazo  y la porción central (como en la primera firma) .

Por otro lado, las firmas 4 y 5 muestran errores en el penúltimo trazo; estas firmas, como se dijo, no representan errores de verificación, pero sí son los peores casos. En particular se puede llamar la atención a sobre cómo es dicho trazo en firmas genuinas: , y cómo se presentó en las firmas 4  y 5 . En las partes medias de dichos trazos se observa que existen dos ondas en forma de "u", mientras que en los originales de entrenamiento solamente se registra una. Este hecho fue penalizado por el verificador, pero dado que el

aspecto global es bastante bueno por ser de hecho firmas genuinas, no las clasificó como falsificaciones.

La tabla 6.9 es auxiliar para calcular los índices FAR y FRR; en primer lugar, el único error de clasificación cometido fue el de la firma etiquetada 2, que es una firma falsa clasificada como genuina bajo el esquema de grado de certidumbre de que la firma sea genuina. Por lo tanto, el índice de aceptaciones falsas o FAR es de 1%. El índice de rechazos falsos o FRR es 0%. Estos resultados se resumen en la tabla 6.10.

Con la evaluación presentada en esta subsección se puede valorar el comportamiento de rechazo a falsificaciones hábiles, dado que a diferencia de las evaluaciones previas, se usó una cantidad aceptable de firmas de prueba para un único firmante.

6.7. Comparación de desempeño entre la *arquitectura digital forense* y la *arquitectura genérica del estado del arte*

En el capítulo 5 se persiguió como objetivo el comparar el desempeño de únicamente las funciones prototipo óptimas contra otras técnicas de conformación de la función prototipo de las características. La evaluación comparativa se efectuó usando la arquitectura genérica de los verificadores automáticos de firmas manuscritas, en el contexto del **CASO 4** de la sección anterior. Como al momento ya se han determinado los índices de desempeño de la arquitectura digital forense, es posible determinar si existe valor agregado aportado por la integración de los procesos de verificación de expertos humanos en la arquitectura de verificación, que es otro de los ingredientes aportados en este trabajo. Para tal efecto, en la tabla 6.8 se escriben los índices de desempeño de las dos arquitecturas, tomándose el mejor caso de la arquitectura genérica del capítulo 5, tabla 5.8.

Como se ve en la tabla 6.11, la mejora en el desempeño obtenido es impresionante, ya que se registraron reducciones de un orden de magnitud en las tasas de error. Numéricamente hablando, aunque esto pueda variar al cambiar la base de datos u otros factores, se tiene la

Tabla 6.10: Comparación de índices FAR y FRR con respecto al modelado de las funciones prototipo de las características calculadas con valores promedio.

Aproximación	% ACEPTACIONES FALSAS <i>FAR</i>	% RECHAZOS FALSOS <i>FRR</i>
Modelado óptimo	1	0

Tabla 6.11: Comparación de índices FAR y FRR con respecto al modelado de las funciones prototipo de las características calculadas con valores promedio.

ARQUITECTURA	% ACEPTACIONES FALSAS (<i>FAR</i>)	% RECHAZOS FALSOS (<i>FRR</i>)
Arquitectura digital forense	0.02	0.12
Arquitectura genérica	0.60	1.80

reducción de **30 veces en la tasa de error de aceptaciones falsas**, y de **15 veces en la de rechazos falsos**. En nuestra opinión, estas condiciones justifican la inclusión de los diversos elementos que se propusieron en esta tesis para la arquitectura de verificación de firmas. En este punto se aprecia el valor agregado de la inclusión de las técnicas razonamiento difuso [Tso 97] de *Takagi-Hayashi* y de lógica difusa [Tso 97] de *Mamdani*, en la fase de verificación para implementar el razonamiento heurístico humano del verificador forense.

6.8. Análisis de los resultados

En las secciones previas se han mostrado resultados relacionados con cada bloque de la arquitectura del verificador, y en particular en la sección 6.5 se calcularon los índices de desempeño FAR, FRR y EER para varias situaciones y en 6.7 se comparó ventajosamente el desempeño de la arquitectura digital forense con respecto a otra que no tiene incorporada la filosofía del verificador experto humano. Dada la cantidad y naturaleza de los especímenes en la base de datos, estos resultados sobrepasan a la gran mayoría de los publicados en el estado del arte. Sin embargo, más allá de los índices finales de verificación es importante valorar puntualmente las contribuciones de los elementos individuales que integran el proceso de verificación para lograr el nivel de éxito alcanzado, y en particular visualizar claramente: a) el impacto del modelado y/o representación óptima de las funciones prototipo de las características en su capacidad discriminante, b) la contribución de la unidad graduadora, c) los sistemas neurodifusos de razonamiento del ritmo y la forma, y d) el balanceador difuso de ritmo/forma.

6.8.1. Impacto del modelado óptimo de las características y mejora de la capacidad discriminante de las características.

A continuación se analiza el aporte de las funciones prototipo óptimas al éxito global del verificador desde la perspectiva de la capacidad discriminante de las características que se modelaron con dicha aproximación. En primer lugar, considérese la gráfica de la figura 6.8. En ella se muestra cuántas características de la forma (barra inferior) y cuántas del ritmo (barra superior) resultaron discriminantes a cero errores de clasificación por firmante. Cero errores de clasificación significa que en el conjunto de entrenamiento de esa característica no existe traslape de clases, como se ve en la figura 5.10, para $C_y(l)$. Este criterio riguroso garantiza una nítida separación de clases. La capacidad discriminante puede juzgarse también con errores de clasificación mayores que cero, pero el porcentaje de aceptaciones falsas se incrementaría.

De la figura 6.8 se puede desprender que las características estáticas han resultado más discriminantes para esta base de datos que las dinámicas, ya que para la mayoría de los firmantes se cuentan 5 de ellas. Las características dinámicas han contribuido menos a la discriminación de clases, sin embargo, como se apreció en la figura 6.4, constituye un contrapeso cuando la cantidad de características discriminantes de la forma son pocas, del orden de dos. Esta compensación también se presenta en sentido opuesto, esto es, cuando se tienen pocas

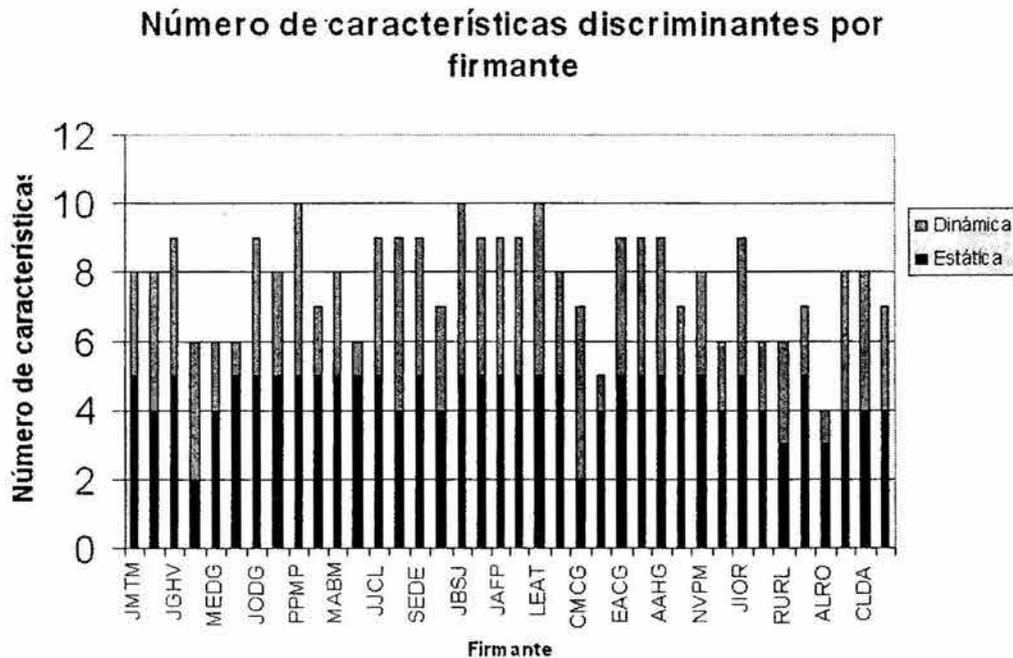


Figura 6.8: Gráfica de distribución de características discriminantes por firmante.

características discriminantes de la dinámica para un firmante, las estáticas disminuyen la probabilidad de que una firma falsa sea clasificada como genuina. En condiciones ideales, cada característica debería ser seleccionada como discriminante una vez por firmante. Siendo 38 firmantes, cada característica debería aparecer idealmente 38 veces como discriminante. Así, la cantidad de veces que aparece cada característica como discriminante denota su eficiencia como tal.

La figura 6.9, muestra en qué porcentaje de los 38 firmantes cada característica resultó efectiva para separar las clases de firmas *genuinas* y *falsas* en todo el conjunto de entrenamiento a cero errores de clasificación. Las características más discriminantes fueron las estáticas, de ellas las coordenadas en x y y del centroide a lo largo de la firma tienen el mayor porcentaje: 97.36%. Las medidas de elipse 1 y 2 le siguen, con un porcentaje de 89.47%; sigue el torque con un porcentaje de 73.68%. Les siguen las características del ritmo. En primer término se distinguen la velocidad y el patrón base (o envolvente temporizada) de la escritura, con un 71.05%. Los siguientes son la presión como función del tiempo con 65.78%, el patrón tope de escritura con 60.52% y las variaciones de la presión como función del tiempo, con 57.89%.

En este punto es claro que, en la dinámica, es casi igualmente discriminante el patrón de base de escritura que la velocidad, por lo que esta característica, la base de la escritura -ver sección 4.4.1-, propuesta originalmente en este trabajo, resultó un valioso auxiliar para la verificación de firmas. Recuérdese que, según sección 4.4.1, el patrón de base de escritura

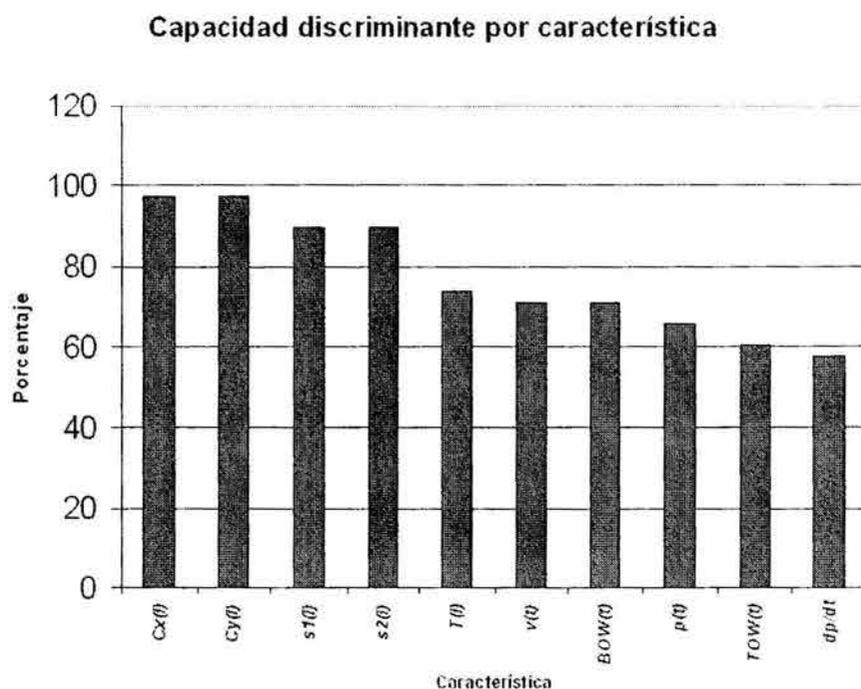


Figura 6.9: Capacidad discriminante por característica.

propuesto es una variante del patrón de base de escritura simple (figuras 4.4 y 4.5.). Un ejemplo de la apariencia gráfica del patrón de base de escritura temporizado se muestra en la figura 5.4.

El patrón tope de escritura tuvo un desempeño ligeramente menor, pero también es considerablemente adecuado. A pesar de que la presión absoluta $p(t)$ y sus variaciones a lo largo de la firma dp/dt se consideran discriminantes en la literatura, al menos en esta base de datos, resultaron regulares. En todo caso, sus apariciones como características discriminantes los acreditan con porcentajes mayores al 65 % y 55 %, respectivamente.

La función que modela y representa el *comportamiento promedio* de las características discriminantes convencionalmente se representa mediante un modelo estadístico de valores promedio. Esta es la noción que se ha desafiado en este trabajo de investigación; para verificar la mejoría que aportan los modelos o funciones prototipo optimizadas con respecto a esta representación convencional, se muestra en la gráfica de la figura 6.10, la proporción de firmantes para los que cada característica se vuelve discriminante en tres niveles de modelado: a) estadístico convencional, b) óptimo discreto (sólo GA), c) óptimo continuo, y también el porcentaje de firmantes para los que la característica no es discriminante en absoluto. En la figura 6.10, nótese que la característica $C_x(l)$ es tan discriminante por sí sola, que su modelo de promedios simples la hace discriminante para 31 firmantes. Las características menos discriminantes con el modelo de promedios lo son la presión absoluta y su derivada. Esto se puede deber, quizá, a defectos en el dispositivo de captura de la presión. Sin embargo, tales “defectos” son absorbidos por el modelo óptimo. Si se retirara del algoritmo de verificación el modelado óptimo de las funciones prototipo se tendría la situación de la figura 6.11, para la capacidad discriminante de cada característica, lo cual es una situación menos ventajosa que la que muestra la figura 6.9.

Las diferencias en los porcentajes de la capacidad discriminante se reflejarán en los resultados de verificación de un modo negativo, incrementando los valores de FAR y FRR. Esto puede constatarse si se observa la figura 6.12, en la cual se observa el reacomodo -respecto a la figura 6.9- de la cantidad de funciones discriminantes por firmante al usar modelo de valores promedio por característica. Con el uso de funciones prototipo optimizadas, el promedio de funciones discriminantes por persona es de aproximadamente 8, mientras que al dejar de aplicar el proceso de optimización el promedio se reduce a aproximadamente 4, implicando una reducción del 50 %. Adicionalmente, en 13 casos solamente es discriminante el ritmo o la forma, por lo que no se puede realizar un balance ritmo/forma. Por otro lado, para ALRO, resulta que no existiría un esquema de separación de clases en el sentido de cero errores. No implica esto necesariamente que no se puede hacer verificación sobre ese firmante, cosa que efectivamente se realizó en el capítulo 6. Alternativamente, para solventar el problema de que para un firmante la cantidad de características que resulten discriminantes sean muy pocas, se puede aplicar *PCA* (*principal component analysis*) ([The 99], [Góm 93]), y determinar estadísticamente las 3 ó 4 características con el mejor poder discriminante y utilizarlas para verificación. Para el firmante ALRO -que estaría en ese caso- se reportarían algunos errores de clasificación y por lo tanto un incremento en FAR, en FRR o en ambos.

Respecto a la función que *minimiza* el riesgo de clasificaciones erróneas de las firmas genuinas, $f_{\omega 0}$, puede considerarse que la elección de cómo conformarla ha dado buenos resultados,

en virtud de que solamente se registró un error de rechazos falsos. Sin embargo, para calcular f_{ω_0} podría recurrirse a otros métodos predictivos. Adicionalmente, un alineamiento entre la función prototipo y las funciones de firmas cuestionadas podría efectuarse como preprocesamiento con el objetivo de hacer comparaciones locales más precisas, aunque el tiempo de cómputo se incrementaría y el porcentaje marginal de mejora quizá no sería significativo, pues en el peor caso los índices FAR y FRR que se obtuvieron fueron de aproximadamente 0.24 % y 0.59 %, respectivamente. De alguna manera, si se omitiera la firma que causó la aparición de los errores, el sistema habría alcanzado en la base de datos un FRR de 0 %. Sería irrealista reportar ese resultado.

Otro aspecto original presentado en este trabajo en relación al modelado óptimo de las características, fue el darle al sistema de modelado ejemplos negativos sintéticos próximos a las falsificaciones hábiles en el conjunto de entrenamiento, con lo cual el error de clasificación debido a aceptaciones falsas fue también bastante bajo. Esto fue inspirado en el hecho de que los verificadores expertos no sólo deben conocer el comportamiento promedio de las características de la firma, sino que deben anticipar la forma en que los errores pueden aparecer, por ejemplo, en forma de variaciones ligeras en el trazo sobre el papel debido a indecisiones o imprecisiones del falsificador. Este conocimiento se le indujo al sistema con el recurso de las falsificaciones hábiles sintéticas. Aunque se omiten los gráficos demostrativos por causa de espacio, en las evaluaciones se apreció que si se incluía solamente falsificaciones aleatorias en el conjunto de entrenamiento, las calificaciones de las falsificaciones hábiles reales aumentaban, disminuyendo la separación entre clases.

Algo que no se ha mencionado hasta este punto es que se hicieron pruebas en las que se utilizaba como función prototipo la de promedios, y como función de consistencia la obtenida con el algoritmo genético, teniendo como resultado que la separación interclase aumentaba,

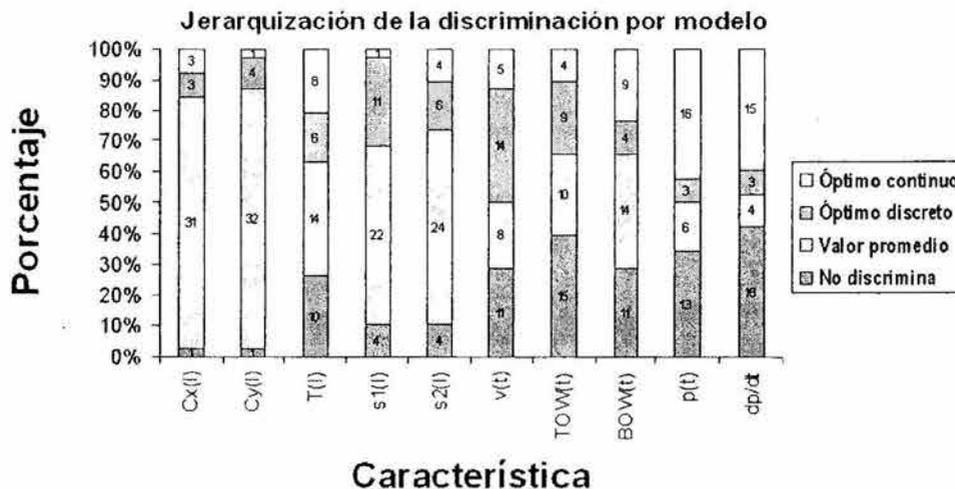


Figura 6.10: Jerarquía de la capacidad discriminante de los modelos óptimos vs. modelo de promedios.

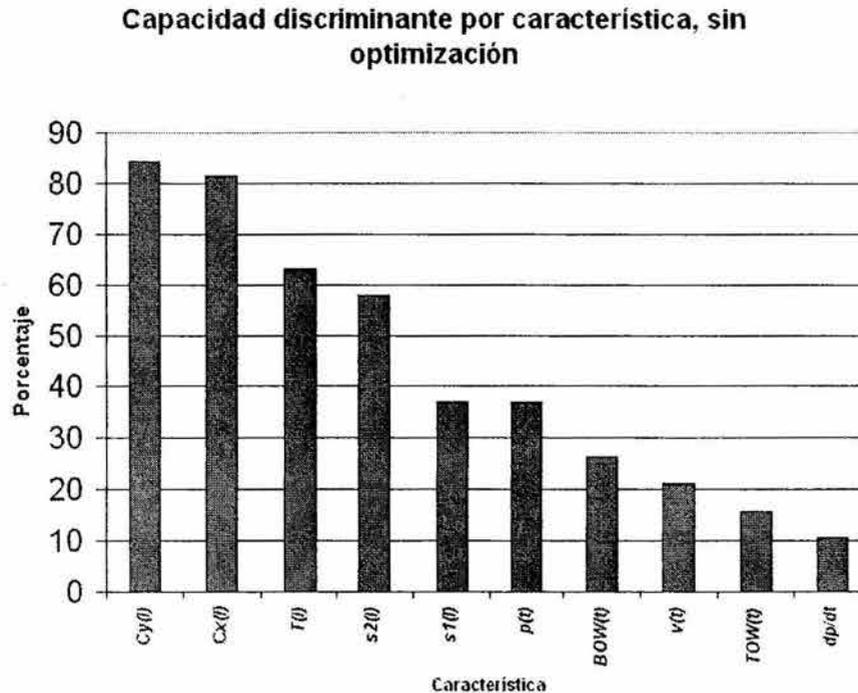


Figura 6.11: Capacidad discriminante de las características al no utilizar los prototipos optimizados.

de lo cual se deduce que es importante tanto la función prototipo como la de consistencia para el resultado esperado de verificación.

6.8.2. Impacto de las partes constituyentes de la arquitectura: la unidad graduadora.

La unidad graduadora tuvo como objetivo establecer un índice de capacidad discriminante para cada característica y calificar los ejemplares de entrenamiento concordantemente. Es evidente de las figuras 6.2, 6.3 y 6.4, que dicha unidad explotó apropiadamente la separación interclase ya obtenida en el modelado de las funciones prototipo. Esta unidad utiliza funciones lineales a trazos para calificar cada característica. Esta técnica podría cambiarse o combinarse con, por ejemplo, una función logística tipo z (como la usada para definir funciones de membresía en lógica difusa, [Tso 97]) con parámetros dependientes del comportamiento probabilístico de las diferencias de las funciones de firmas en el conjunto de entrenamiento con respecto a sus respectivos prototipos.

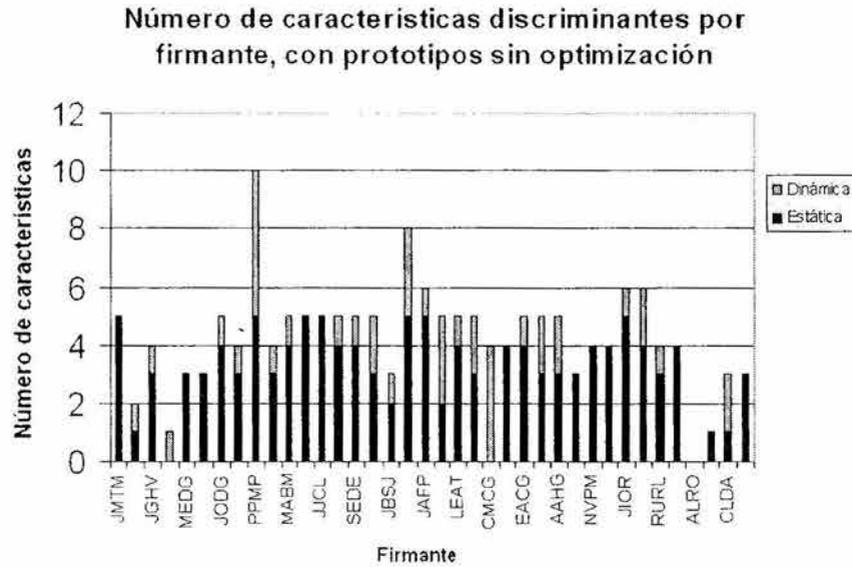


Figura 6.12: Gráfica de distribución de características discriminantes por firmante al usar modelo tradicional de valores promedio.

6.8.3. Impacto de las partes constituyentes de la arquitectura: razonamiento difuso.

La técnica de razonamiento difuso basado en redes neuronales (NND-FR) fue seleccionada para imitar el razonamiento humano basado en las diferencias de cada característica respecto a su referencia. Una vez entrenado el sistema NND-FR, el uso de la unidad graduadora y los factores de ponderación no son necesarios. En la fase de verificación, este aspecto es muy importante, y a la postre convierte a los sistemas NND-FR en sistemas predictivos, en los cuales el conocimiento de los hábitos de escritura del firmante ha sido interconstruido durante el entrenamiento. Es importante resaltar que, en su forma original, la técnica *Takagi-Hayashi* prevé reducir la cantidad de variables de entrada basada en una eliminación tipo *backward*. Esta reducción resultó innecesaria en las evaluaciones, ya que el conjunto de características discriminantes ya había sido moldeado para una clasificación óptima, en lo que podría llamarse un proceso de eliminación *forward* por la optimización. Esta es una ventaja importante respecto a la técnica original, ya que en el caso de eliminación *backward* una o más variables son eliminadas después de entrenar todas las redes neuronales del sistema, por lo que el tiempo de cómputo consumido en su etapa de entrenamiento puede llegar a ser grande e impredecible.

Otro aspecto a resaltar en la realización práctica es alrededor del hecho de que si las redes neuronales no llegaban a converger en su entrenamiento, se podían generar graves errores de clasificación, sobre todo en los rechazos falsos. Por esta razón, es muy recomendable que el sistema de *software* de implementación asegure -mediante las corridas de entrenamiento

neuronal que sean necesarias- la convergencia. Los datos de entrada fueron normalizados en el rango de 0 a 5, correspondiendo a 5 el valor de la máxima distancia interclase.

El mapeo del espacio de entradas/salidas en cinco reglas resultó apropiado, en virtud del número reducido de errores de clasificación. Otro detalle observado en esta etapa fue que el *cluster* de la clase *genuinas* debe estar bien definido y todos sus elementos contenidos en él, por lo que el agrupamiento o *clustering* de datos se realizó sólo entre los elementos de entrenamiento de la clase falsas.

El papel de la red neuronal NN_{mem} resultó determinante, ya que al ponderar o darle un peso a cada regla, cuando cualquiera de éstas se disparaba -especialmente en las que se disparaba indebidamente la calificación de ritmo o forma de una característica de firma falsa- NN_{mem} se encargaba de ponerle un tope, por lo que difícilmente llegaba a valer más de 30% ó 35% el grado de certidumbre de genuinidad de las falsificaciones, aun las hábiles.

Como puede observarse, cada parte de la arquitectura contribuyó en cierta medida -quizá pequeña- al éxito del verificador y, la integración de sus fortalezas individuales trajo como consecuencia el alto desempeño del sistema verificador.

6.8.4. Impacto de las partes constituyentes de la arquitectura: el balanceador difuso.

La última etapa de la evaluación estuvo a cargo del balanceador difuso. Su arquitectura simple y su conjunto de reglas fueron suficientes para generar veredictos apropiados en más del 99% de los casos que le fueron presentados. No obstante, es importante comentar que mejores resultados para los firmantes en los que se generaron los errores de clasificación podrían obtenerse si se cambia, por ejemplo, el conjunto de reglas. En este punto, explicitar la experiencia real de un verificador experto humano podría ser interesante, aunque tales verificadores no se encuentran al alcance en el entorno académico nacional. Otro aspecto que podría mejorar y quizá reducir los errores de clasificación a 0% en esta base de datos es el que cada firmante tenga su propio sistema balanceador, y no sea un balanceador de uso general para todos los firmantes.

6.9. Métricas de tiempo asociadas al verificador

El alto desempeño del algoritmo verificador tiene un costo temporal asociado, como cualquier otra técnica de verificación. Como es sabido, las técnicas de naturaleza iterativa tienden a tener altos costos computacionales. Sin embargo, al paso del tiempo este aspecto va perdiendo su aspecto negativo, ya que se dispone cada vez de tecnologías electrónicas más rápidas que dan soporte a sistemas de cómputo igualmente más veloces. Adicionalmente, las tecnologías de redes de computadoras, paralelismo y distribución de tareas, hacen que lo que para una computadora o estación de trabajo única es una tarea demandante se convierta en una tarea de bajo costo para una serie de computadoras conectadas en red. Durante los trabajos de evaluación del verificador se tomaron medidas de tiempo asociadas a cada etapa de la

arquitectura. Resultados de peor caso de tiempo de proceso de la fase de enrolamiento de un firmante se ilustran en la subtabla 6.12a, como fueron medidos en la base de datos. En la subtabla 6.12b se encuentran los tiempos asociados a la fase de verificación. Los cálculos fueron efectuados en una computadora personal con tecnología Intel Pentium IV, a 1.4 GHz, con 128MB de memoria RAM. El ambiente de cálculo fue MATLAB.

La extracción de características puede tomar de entre 6 a 42 segundos, ya que las firmas suelen tener diferente número de datos crudos entre firmantes. El modelado óptimo de las funciones prototipo toma un tiempo relativamente largo, aunque no prohibitivo. Dicho tiempo puede reducirse utilizando un algoritmo genético con menor tiempo de convergencia. Como puede verse en la tabla 6.12a, el tiempo de proceso más largo está asociado al entrenamiento de las redes neuronales NN_{mem} de ritmo y forma del clasificador. Las redes neuronales correspondientes a los clusters del conjunto de entrenamiento se entrenan en tiempos mucho más pequeños porque la cantidad de datos es menor y de naturaleza menos compleja. El resto de los procesos se efectúa en tiempos relativamente pequeños. El tiempo típico total, para un firmante, tomado por la

Tabla 6.12: Tiempos de proceso asociados al verificador.

6.12a FASE DE ENROLAMIENTO	
<i>PROCESO</i>	<i>TIEMPO</i> (segundos)
Extracción de características	42.000
Modelado óptimo de las funciones prototipo	3024.150
Generación conjuntos de entrenamiento (unidad graduadora)	0.395
Entrenamiento del clasificador	4920.000
TOTAL	7986.545
6.12b FASE DE VERIFICACION	
Extracción de características	42.000
Calificación de ritmo y forma (NND-FR)	1.232
Veredicto mediante lógica difusa	0.423
TOTAL	43.655

fase de verificación es de
43.655 segundos.

Como consecuencia, aun en sistemas de cómputo compuestos por una única computadora personal, de regular desempeño, es posible llevar el verificador a aplicaciones de tiempo real.

6.10. Conclusiones

En este capítulo se evaluó el desempeño de la *arquitectura digital forense* de verificación de firmas manuscritas con modelado óptimo de características. Bajo diferentes condiciones de prueba sobre la base de datos se obtuvieron altos desempeños, todos en el orden del 99 % de clasificaciones correctas.

Bajo las condiciones de prueba que se delinearon en este capítulo, puede apreciarse que existe un incremento en la capacidad discriminante de las características a cero errores de clasificación cuando se les compara con el típico modelo de prototipo creado con valores promedio; dicho incremento varía en el rango de 14 % a casi un 200 %, dependiendo de la característica misma.

El ejercicio de probar con un solo firmante, con 100 firmas genuinas y con 100 falsificaciones hábiles, arrojó resultados que, aunque interesantes, deben tomarse con la debida cautela, porque, como se ya se ha mencionado, los resultados de un usuario registrado en el sistema no necesariamente se repiten para cualquier otro nuevo usuario. Sin embargo, evidentemente, ante una circunstancia demandante como la que se presentó en este experimento, el algoritmo de verificación presentado en esta investigación demostró que puede obtener desempeños altos ante un incremento en la cantidad verificaciones, tanto de firmas genuinas como de falsificaciones, manteniendo desempeños en FAR y FRR de 1 % y 0 %, respectivamente.

Al comparar la *arquitectura digital forense* contra la *arquitectura genérica* del estado del arte, se demostró numéricamente que existe una mejora promedio de 22 veces menos errores de clasificación, por lo que los elementos tales como la unidad graduadora, los sistemas NND-FR de calificación de ritmo y forma y el balanceador difuso aportan valor agregado al algoritmo de verificación propuesto.

En cuanto a los tiempos de operación del verificador, si bien son relativamente grandes, es también cierto que pueden reducirse notablemente si se aplican algoritmos más rápidos, por ejemplo, en el caso del algoritmo genético, de las redes neuronales o en la extracción de características. Asimismo, dichos tiempos se pueden reducir al utilizar computadoras más veloces que la que se utilizó para las evaluaciones, ya que actualmente se dispone de computadoras al menos 3 veces más rápidas. Si se distribuye el algoritmo global de verificación en redes de computadoras, los tiempos de verificación se reducirán aun más. En conclusión, es factible llevar el algoritmo a nivel de sistema en tiempo real.

Capítulo 7

Conclusiones generales

7.1. Conclusiones generales

El trabajo realizado reflejó resultados positivos, quizá espectaculares. El papel jugado por el concepto de *modelado óptimo de las características* fue sobresaliente ya que, según se demostró, fue el responsable de proporcionar mejores cualidades de discriminación para algunos firmantes, y ello trajo como consecuencia directa una clara y correcta clasificación de la gran mayoría de los especímenes de la base de datos. Este concepto, en el contexto del *reconocimiento de patrones*, es diferente a la selección de variables (*variable selection*) y a la generación óptima de características (*optimal feature generation*), por lo que agrega un nuevo concepto a este campo, tanto replanteando la representación o modelado de las funciones prototipo de las características descriptivas como por la forma en que resuelve dicho planteamiento, si bien lo hace a través de herramientas convencionales de optimización. Esta nueva noción desafía al concepto clásico de formar funciones prototipo a partir de valores promedio y de distancias mínimas (tipo $K - nn$, por ejemplo), aunque no se aparta del todo, ya que está demostrado que el mejor estimador del valor futuro de una variable aleatoria es precisamente el promedio de la media muestral. Pero no sólo es un concepto nuevo en el campo del reconocimiento de patrones, sino que tampoco tiene antecedentes en el campo de la verificación automática de firmas manuscritas. Resulta interesante que otro concepto producto de este trabajo de tesis, la envolventes superior e inferior de la firma temporizadas, fueran tan discriminantes como lo es la velocidad de firmado, por lo que se está agregando un par de características discriminantes de ritmo al estado del arte de la verificación de firmas. En el proceso de generar las funciones prototipo óptimas, el uso de las falsificaciones sintéticas y la función que reduce la probabilidad de error de clasificación contribuyeron al buen desempeño del verificador. Es la integración de estas pequeñas contribuciones la clave del éxito del verificador.

Los conceptos de la verificación forense fueron determinantes para que emergiera el concepto de modelado óptimo de las funciones prototipo, y corresponde a la tarea de formar un modelo de comportamiento medio o central de los hábitos del firmante lo que lo inspiró. A pesar del éxito obtenido, tanto la idea central como la forma de resolverlo son perfectibles. Técnicas como las redes Bayesianas (BN), modelos ocultos de Markov (HMM), redes

neuronales recurrentes o *TDNN*, u otras, podrían integrarse para modelar, por ejemplo, los valores puntuales de la función X_m , que minimiza la probabilidad error de clasificación de firmas genuinas. La modelación óptima puede extrapolarse a otros casos de reconocimiento de patrones, por ejemplo, para clasificar el conjunto de datos IRIS, o el X80 [Jai 89].

De manera global, la arquitectura del verificador efectivamente emuló el comportamiento del verificador forense, y las características discriminantes escogidas de entre las reportadas en el estado del arte resultaron suficientes para llegar a la tasa de error preestablecida como meta. Estas características fueron grandemente beneficiadas por el trabajo de modelación óptima, pues su poder discriminante fue potencializado. El sistema de verificación podría verse adicionalmente como un selector de características, pues al sustituir o agregar características éstas serán probadas y su capacidad discriminante medida por el sistema.

Uno de los elementos para emular el juicio humano y que contribuyó también significativamente a los porcentajes de verificación mostrados fueron los sistemas NND-FR, que seleccionamos de entre muchos otros por su buen desempeño prediciendo la *demanda química de oxígeno* de la Bahía de Osaka, Japón [Tso 97]. En términos generales, el sistema NND-FR se comportó como el *cerebro del verificador*, al asignar una calificación o juicio al ritmo y la forma basado en las diferencias medidas con respecto a los hábitos del firmante. El balanceador difuso es otro elemento que se toma de la teoría de verificación forense, ya que ésta establece que debe balancearse con un criterio complejo las semejanzas/diferencias de ritmo y forma de las firmas cuestionadas, esto es, combinarlas. Es una buena opción complementar esta idea incluyendo un par de entradas al sistema difuso de decisión en las que se tome en cuenta el número y naturaleza de las características discriminantes, y personalizar un sistema *ANFIS*, *Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System* [Tso 97], por firmante como balanceador final.

Respecto a los tiempos de ejecución de las etapas de entrenamiento y de verificación, utilizando cómputo paralelo o arquitecturas de *hardware* para procesamiento numérico podrán reducirse.

7.2. Desempeño de los modelos óptimos de las características frente a otras metodologías de construcción de las funciones prototipo

Para tasar la eficacia del modelado óptimo de las características frente a otras metodologías típicas de conformación de las funciones prototipo, se realizó un experimento en el que en la etapa de la construcción de las funciones prototipo se usaron cuatro aproximaciones: modelado óptimo, modelo de valores promedio, modelo de distancia mínima y modelo de 3 funciones con distancia intraclass mínima. Ver capítulo cinco. Para efectuar la verificación se tomó como parámetro de decisión el promedio de las distancias de Mahalanobis de las características de la firma cuestionada con respecto a sus funciones de referencia o modelos, y el clasificador usado fue uno de tipo umbral simple. La arquitectura de prueba se encuentra en la figura 5.14. Las pruebas se realizaron usando las más de 1700 firmas con que se cuenta

en la base de datos. Los resultados de este experimento indican que la arquitectura genérica es capaz de cometer aproximadamente un promedio de 50% menos errores de clasificación cuando utiliza funciones prototipo óptimas que cuando utiliza el prototipo de valores promedio; cuando la arquitectura genérica se probó usando el prototipo de distancia mínima y el de 3 funciones con distancia intraclass mínima los errores se cuadruplicaron. Con lo anterior, quedó demostrado que a pesar de usarse en un esquema de verificación muy simple, las funciones prototipo óptimas de las características sobrepasan el desempeño de otras metodologías típicas para la construcción de las funciones de referencia. La conclusión al respecto es: **el clasificador de umbral simple comete 50% menos errores de clasificación si se aplican funciones prototipo óptimas para modelar las características, en comparación con el modelo de valores promedio.**

7.3. Desempeño de la arquitectura digital forense

Al ejecutar el algoritmo de la arquitectura digital forense sobre la base de datos recolectada para ese fin (1762 firmas entre genuinas y falsificaciones hábiles), se obtuvieron excelentes resultados, mismos que, guardadas las debidas precauciones, pueden considerarse altamente exitosos. La tasas de error obtenidas ante firmas falsas no vistas en el conjunto de entrenamiento fueron de porcentaje de aceptaciones falsas de 0.54% en 340 verificaciones, y un porcentaje de rechazos falsos de 0.29% en 923 falsificaciones hábiles distribuidas en 38 usuarios. En una prueba que incluyó falsificaciones hábiles, falsificaciones simples y firmas genuinas, en la cual se efectuaron 17327 verificaciones se lograron índices de aceptaciones falsas de 0.029% y de rechazos falsos 0.29%. La conclusión es: **la arquitectura digital forense con modelado óptimo de las características, alcanza tasas tan bajas de FAR y FRR como 0.28% y 0.29%, en promedio, respectivamente, en bases de datos que incluyen falsificaciones entrenadas.**

7.4. Desempeño del algoritmo de verificación de firmas en el contexto de un único firmante y un falsificador muy hábil

Para probar el algoritmo de verificación propuesto en este trabajo de investigación ante falsificaciones hábiles, se registró en el sistema un único usuario y su falsificador; el falsificador y el sujeto registrado en el sistema comparten una caligrafía semejante y el falsificador ha sido preparado para reproducir la firma del usuario entrenándola durante un mes; y además se ha pasado a una cantidad de cien firmas por cada uno de ellos para fines de verificación. De esta forma, el total de verificaciones en este experimento fue de 200; el cálculo de FAR y FRR se realizó sobre 100 firmas cada uno, obteniéndose únicamente un error de clasificación de una firma falsa y cero errores de clasificación de las firmas genuinas, por lo que el FAR y el FRR quedaron en el orden del 1% y 0%, dando en promedio 0.5%. Desde la perspectiva de desempeño global, en este experimento se tuvo un porcentaje de verificaciones correctas de

99.5%; por lo tanto, una conclusión factible derivada de este hecho es: **ante falsificaciones muy hábiles, en las cuales el falsificador cuenta con el mismo estilo de escritura que el usuario, los índices FAR y FRR se mantienen bajos.**

7.5. Visión del trabajo futuro

Es adecuado comentar que las tasas de error pueden ser modificadas sin cambiar el algoritmo global pues, según pudimos constatar en el proceso de evaluación, el algoritmo genético y el método de gradiente utilizado no generan las mismas funciones para dos ejecuciones sucesivas con los mismos datos, debido a la naturaleza estocástica inherente al algoritmo genético. Asimismo, al ser inicializados los pesos de conexión entre neuronas con valores aleatorios en las redes neuronales de los NND-FR, corridas adicionales generarán variaciones en los resultados finales de verificación.

El trabajo futuro es siempre motivado por la perspectiva de mejorar, o la amenaza de empeorar por alguna causa previsible. En el caso de este trabajo de tesis, si quitásemos las seis firmas que ocasionaron los errores de la base de datos, los índices FAR y FRR serían cero. Lo opuesto también puede ocurrir: aumentando la cantidad de firmas de prueba es probable que aumenten los índices de error. Por esta causa, como mejoras realizables en un futuro podemos incluir:

1. Crear nuevas características discriminantes, de ritmo o forma, que contengan la información del tipo de la utilizada por verificadores expertos,
2. Modificar las funciones de costo para la optimización discreta y la continua biobjetivo, y quizá agregar más objetivos a esta última,
3. Recodificar *software* para disminuir tiempos de ejecución,
4. Personalizar el sistema difuso de balance ritmo/forma por firmante,
5. Incluir en el sistema difuso la información de cuántas y cuáles características son discriminantes.
6. Ampliar la técnica del modelado de las funciones prototipo al espectro de la verificación fuera de línea.

También, a manera de trabajo futuro, puede incrementarse el número de entradas al sistema difuso para incorporar información sobre la cantidad de funciones discriminantes de ritmo o forma que fueron significativas por usuario, para minimizar el efecto negativo que se presenta cuando únicamente dos características o menos resultan discriminantes para un usuario, como ocurrió con CMCG (figura 6.8) en cuanto a la forma. Incluso pueden beneficiarse los casos de entre 3 y 4 características discriminantes. En este punto, un esquema de entrenamiento, quizá ANFIS podría sustituir al sistema difuso. Así, una etapa más de entrenamiento -y por lo tanto más tiempo de cómputo- quedaría integrada al verificador. La ventaja: disminución

asintótica de los índices FAR/FRR/EER. ANFIS también explotaría la nitidez de separación de clases obtenida mediante la modelación óptima de las funciones prototipo.

La técnica de modelado de las funciones prototipo puede extrapolarse a otro tipo de problemas, por ejemplo, al análisis de señales cardiacas, epilépticas, problemas de visión computacional, etc., ya que es un marco general de mejora de los sistemas de clasificación, partiendo del hecho de que las variables y las características discriminantes han sido previamente seleccionadas.

Como comentario final, parafraseamos al Dr. Nalwa [Nal 97], del cual se tomó prestada la técnica de representación de la forma de las firmas, quien ha dicho: “al final, la verificación automática de firmas manuscritas permanece como un arte”, lo cual refleja que este activo campo de investigación seguirá siendo objeto de estudio por muchos años ya que aun falta enfrentar todas sus teorías y tecnologías al campo de la realidad a gran escala.

Apéndice A

La verificación experta de firmas manuscritas

Como se mencionó previamente, uno de los ejes conceptuales de la arquitectura del verificador automático es el procedimiento que sigue un verificador experto humano para clasificar una firma sospechosa como genuina o falsa, por lo que en este apéndice se describe precisamente una técnica de verificación experta realizada por humanos, también llamada *enfoque forense*, la cual ha sido consolidada por su autor [Sly 95] ante cortes judiciales mediante años de práctica, y que además ha formalizado científicamente. La definición y algunas ideas básicas de la verificación se dan en la sección A.1; en la sección A.2 se describen los elementos de comparación entre firmas, de los cuales el examinador forense debe extraer el comportamiento “promedio” o de los hábitos de escritura del firmante. La sección A.3 está dedicada a explicar los tipos de falsificaciones comunes en firmas y cómo detectarlas basándose en los elementos de comparación de la sección A.2; la sección A.4 explica los niveles de certidumbre en los que una firma se clasifica como falsificación o genuina. Finalmente, algunas conclusiones son dadas en la sección A.5.

A.1. Definición de la examinación forense de firmas

La examinación forense de firmas manuscritas, es una rama de la ciencia forense que tiene entre sus objetivos la verificación de firmas manuscritas. Como puede verse, en esta actividad se trata de resolver el mismo problema de la verificación automática de firmas. La verificación de firmas realizada por personas especialistas es un área de trabajo con muchos años de desarrollo. Las personas que se dedican a esta actividad son conocidos como *examinadores expertos de documentos*, y en los Estados Unidos de Norteamérica están agrupados por la *Association of Forensic Document Examiners*. Su trabajo generalmente es solicitado para solucionar disputas legales en las cuales existe duda sobre la legitimidad de una firma.

Para fines de verificación de la firma, los examinadores expertos deben coleccionar un cierto número de ejemplares de una firma; este conjunto se coloca en un muestrario y el tener-

los simultáneamente a la vista les permite hacer observaciones para identificar los hábitos “promedio” o “más frecuentes” en la ejecución de la firma.

La fuerza del hábito es el principal protagonista del acto de firmar. Esta es la premisa principal y que da pie a la factibilidad de verificación, ya automática o no, de firmas. Una vez que una persona comienza a firmar, “el hábito dicta los intrincados movimientos de la pluma. La mano se mueve *siguiendo* un patrón personalizado de ritmo de escritura al ir formando los caracteres. La velocidad de la pluma, las proporciones de cada movimiento, y las sutiles variaciones de la presión de la pluma son balanceadas sin esfuerzo consciente al irse formando los diseños de la firma”, [Sly 95]; al finalizarse la ejecución de una firma, quedará plasmado en el papel no solamente su diseño o imagen, sino las características señaladas por Slyter [Sly 95] y reproducidas en la oración anterior.

Una vez detectadas las características descriptivas de la firma, el examinador forense considera que debe existir un balance entre la *dinámica* de la firma y el aspecto o *forma* de la misma, y que ambos son derivados de los hábitos personalizados del firmante, desarrollados éstos por años de ejercicio de la repetitiva acción de estampar su firma. Es importante notar que no únicamente las características de la dinámica o las del diseño son suficientes -por separado- para juzgar la autenticidad de la firma. Se requiere que ambos tipos de características sean consideradas en conjunto, en un balance complejo, complementario, de modo que dicha integración sea la base de la verificación.

A.2. Elementos o rasgos de comparación en la *verificación forense*

Los rasgos de comparación de que se vale el examinador forense son divididos en dos grupos. El primer grupo se identifica con el ritmo con que una persona firma. El ritmo aglutina los elementos dinámicos del firmado, tiene que ver con las fuerzas o peso de la mano, velocidades con que la punta de la pluma se desplaza sobre y encima del papel, y las presiones que ejerce la pluma sobre la superficie del papel, todos en sus respectivas direcciones. El ritmo es, entonces, una descripción de los movimientos de la mano al generar la firma. En contraparte, la forma del diseño de la firma, o simplemente *forma*, es el resultado gráfico de la integración de los elementos de ritmo sobre el papel; es la representación visual de lo que finalmente conoceremos como firma.

Los elementos de ritmo (aspectos dinámicos) y la forma (estáticos) de una firma son tomados en cuenta en una relación que debe tener un balance (balance RITMO/FORMA) más o menos uniforme por firmante. Si, a juicio del verificador, el balance sobrepasa determinado umbral crítico, entonces es posible que la firma sea falsa, lo que puede deberse a fallas en el ritmo o en la forma, o en ambos. El ritmo involucra los aspectos más sutiles del hábito de firmar y es el aspecto más difícil de imitar. En la firma de cada persona, los elementos del ritmo se moverán dentro de un cierto rango de variaciones normales y, como se mencionó previamente, el análisis de autenticidad requiere que se colecten suficientes firmas como para determinar dicho rango *normal* de variación de los hábitos del firmante.

Los diversos elementos que conforman el ritmo y la forma se muestran en el esquema de la figura A.1, [Sly 95]. De izquierda a derecha, por columnas, encontramos los rasgos elementales; tales rasgos se agrupan como se indica en la figura para formar rasgos secundarios los cuales, a su vez, conforman rasgos primarios. Finalmente, el elemento crítico de decisión es el balance ritmo/forma. De este elemento crítico el examinador experto hace su decisión de autenticidad.

A continuación se describen los rasgos que componen los elementos secundarios y la manera de “leerlos” en una imagen firma.

A.2.1. Velocidad.

A partir de una percepción netamente visual de la firma, parece difícil explicar cómo se puede extraer la información de velocidad; no obstante, existen signos indicativos de la velocidad:

- Marcas y trazos pluma o desvanecientes. Las marcas, son “puntos” que se crean cuando la pluma se mueve rápida y abruptamente en trazos de “entrada” y “salida”, o

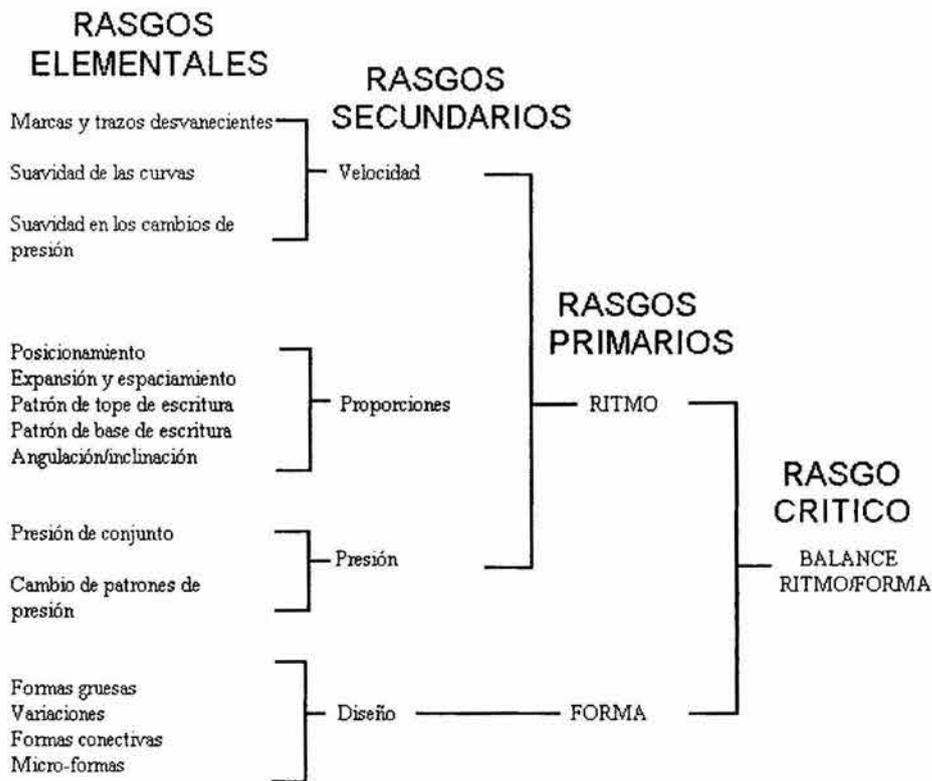


Figura A.1: Elementos de comparación para el análisis forense de firmas manuscritas.

sea, cuando se posiciona la pluma sobre el papel o se retira del mismo, fuertemente. Los trazos en forma de *pluma* (pluma de ave) desvanecientes o crecientes, son producidos cuando la presión con que se escribe suavemente se incrementa cuando la pluma es traída a la superficie del papel, o cuando los trazos se atenúan suavemente al llegar a su fin.

- **Suavidad de las curvas (smoothness).** La presencia de curvas de cualquier longitud en la firma de una persona es otro indicador de la velocidad. Los trazos con curvas grandes son indicadores de baja velocidad, mientras que los casi rectos son de alta velocidad. Producir trazos a muy baja velocidad ocasiona una línea dispareja, con bordes. Al mover la pluma más rápido, la línea se hace más pareja. Líneas curvas y suavizadas indican una firma que se hizo de manera natural.
- **Suavidad en los cambios de presión.** El grado de presión ejercido por el firmante sobre el papel es también indicativo de la velocidad y es evidenciado por la anchura y densidad de la línea escrita. En los trazos ascendentes y descendentes la mayoría de las personas cambian la presión con que firman. Los patrones de presión son también generados por hábito y son difíciles de imitar. Cambios suaves en la presión de la pluma indican una velocidad normal de escritura. La falta de una modulación adecuada de la presión ocasiona que la firma luzca “plana” y sin vida.

La figura A.2 muestra el aspecto visual de los rasgos elementales de la velocidad.

ELEMENTOS DEL RASGO SECUNDARIO “VELOCIDAD”

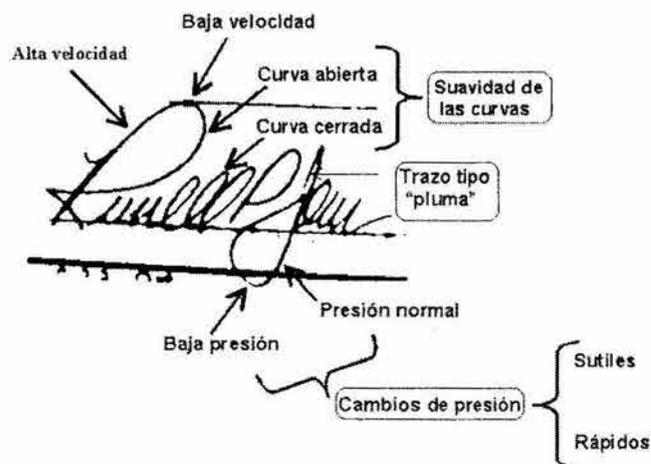


Figura A.2: Visualización de la velocidad en una firma; adaptado de [Sly 95].

A.2.2. Proporciones.

Los elementos de la proporción examinan la dirección y distancia de cada movimiento de la pluma. Se encuentran entre los más consistentes como descriptores de la firma. Se explican a continuación y la forma en que se obtienen observando una firma se muestran en la figura A.3.

- **Posicionamiento.** Se refiere a la posición con que se acostumbra a firmar con respecto a una línea impresa en un formato.
- **Expansión y espaciamiento.** Se refiere a los tamaños relativos entre los componentes de la firma, tanto a los espaciamientos entre letras como entre nombres. Existe una relación habitual entre el ancho de cada carácter y el espacio permitido entre letras. La expansión y el espaciamiento, como se ve, también son dictados por el hábito. Los espacios en blanco también se consideran parte de la firma. En este rubro también se cuenta el tamaño relativo de los componentes con respecto al tamaño de toda la firma.
- **Patrón de tope de escritura.** Las dimensiones verticales de la escritura se pueden dividir en 3 zonas. La zona media es el área a lo largo de la línea base de escritura, la cual está definida por la altura de las letras minúsculas. Generalmente son letras que no cuentan con trazos descendentes largos, tales como las vocales, o las consonantes *m*, *n* o *c*. El patrón de la zona media y la zona superior pueden verse marcando el punto de parada de todos los trazos ascendentes formando una *envolvente* que, si se marca en varios ejemplares de una firma, se notará el patrón existente.
- **Patrón de base de escritura.** Los trazos descendentes son aquellos en los que la pluma se mueve hacia abajo, o sobrepasa, la línea base de escritura. Las extensiones de algunas letras, tales como *f*, *g*, *j*, *p*, *q*, *y* y *z*, pasan por debajo de la línea base de escritura. El grado con que esto ocurre es, una vez más, dictado por el hábito. Una

ELEMENTOS DEL RASGO SECUNDARIO "PROPORCIONES"

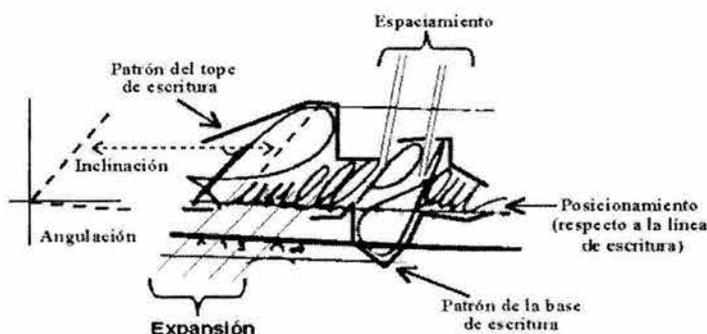


Figura A.3: Visualización de las proporciones en una firma; adaptado de [Sly 95].

envolvente, como en el caso anterior, trazada en varias firmas, pone de manifiesto el patrón formado en la base de la firma.

- **Angulación/inclinación.** El ángulo en que la pluma se mueve está determinado por el hábito, y por lo tanto, la angulación de la firma y las inclinaciones de los elementos individuales de la misma son consecuencia de movimientos inconscientes e individualizados. El ángulo de los trazos ascendentes determina el eje o inclinación de la letra. Se dice que la firma estará inclinada a la derecha cuando su inclinación sea de veinte grados o más a la derecha de la vertical; muy pocas personas inclinan su escritura a la izquierda. Aunque la inclinación de la firma pueda ser común, las variaciones en la inclinación de los trazos ascendentes y las variaciones de angulación en los trazos descendentes son muy complejos y difíciles de imitar.

A.2.3. Presión.

El grado de presión puesto en la pluma y la modulación de esa presión son elementos inconscientes de los hábitos de escritura. Algunas personas ponen poca presión sobre el papel, mientras otras casi lo destruyen. Imitar la presión con que se firma es bastante difícil. Los elementos de la presión son:

- **Presión de conjunto.** Se refiere al aspecto general de densidad que puede presentar la firma. Entre más densa se hacen trazos más anchos, indicando una mayor presión.
- **Modulación de la presión.** Imitar la modulación de la presión conforme se va ejecutando la firma es bastante difícil, ya que es en general un acto inconsciente. Al variar la presión se crean cambios sutiles en la densidad y anchura de la línea de la pluma. Muchas falsificaciones aparecen planas y sin vida debido a la falta de una modulación de la presión.

En la figura A.4 se muestra cómo se visualiza la presión de conjunto. En este caso, se observan dos firmas escritas a diferente nivel de presión. La presión en este caso se manifiesta en la densidad de la línea de escritura. La modulación de la presión a lo largo de la línea de escritura se pone de manifiesto en la figura A.2.

A.2.4. Diseño.

Los elementos previamente analizados son los que tienen que ver con la dinámica de la firma. Los elementos o rasgos de la forma tienen que ver, como se indica en la figura A.1, con el diseño de la firma, con los arreglos que el firmante hace para exhibir o mostrar su nombre, para adornarlo o para darle presentación. La lista siguiente comprende los elementos de la imagen firma.



Figura A.4: Visualización de los elementos de la presión; adaptado de [Sly 95]

- **Formas gruesas.** Los diseños usados para letras, o conjunto de letras, hechos en un conjunto gráfico (trazo entre la bajada y subida de la pluma en el papel). Entre mayor sea el conjunto gráfico, más complejo es el conjunto de hábitos involucrados en su creación.
- **Formas conectivas.** Diseño de trazos que unen dos letras consecutivas.
- **Variaciones.** Diferentes diseños usados para la misma letra, que usualmente ocurren cuando se usa la misma letra en diferentes porciones de la firma.
- **Microformas.** Los más sutiles aspectos del manejo de la pluma, tales como ondulaciones de trazos o levantamientos de pluma casi invisibles. Estos elementos son usualmente visibles bajo condiciones de amplificación.

Todos los elementos señalados pueden y deben ser analizados por el examinador experto a nivel únicamente visual y, sin embargo, los rasgos del ritmo y la forma quedan claramente identificados y definidos para éste. Una vez que los hábitos de escritura del firmante han sido capturados y *modelados* por el examinador experto humano. A partir de un suficiente número de ejemplares de una firma, su tarea es encontrar el comportamiento "promedio" o "más común" o "más probable", mismo que debería aparecer en el siguiente ejemplar de una firma ejecutada por el mismo individuo. Este proceso no es subjetivo y es susceptible de ser trasladado al ámbito de la verificación computarizada de firmas manuscritas, con escaneadores o tabletas digitalizadoras y *software* sustituyendo al examinador forense.

A.3. Naturaleza de las falsificaciones en firmas

"Una firma se clasifica como genuina cuando el balance de los elementos de ritmo y forma se encuentra dentro de los límites de variación normal observados en el conjunto de firmas genuinas. El desafío para el falsificador es producir de alguna manera los intrincados conjuntos de formas de la firma genuina, al tiempo que reproduce las delicadezas del ritmo. Algunas

firmas poseen un desafío mayor al falsificador que otras. El grado de habilidad requerido por el falsificador depende de la complejidad de la firma de su víctima y el grado en que varían las firmas genuinas”, [Sly 95].

Existen dos clases principales de falsificaciones, a saber las calcadas, transferidas o copiadas de un ejemplar genuino al momento de ejecutarse y las que son simuladas, o “ejecutadas desde la memoria”, sin atención a un patrón visual. En el caso de las falsificaciones transferidas la falsificación muestra formas cercanamente correctas, pero carecen del ritmo y el flujo de la pluma visto en las firmas genuinas. Los errores de ritmo son indicadores de una falsificación calcada. Cuando la falsificación calcada es de mala calidad, se observará que la pluma es levantada de la superficie del papel en sitios poco comunes para ello, como en medio de una curva, por ejemplo, debido a que el falsificador debió suspender el trazo para observar el patrón que estaba copiando. El retoque y parcheo del trazo también es común en este tipo de falsificaciones. En general, este tipo de falsificaciones fallará en mostrar una velocidad natural.

Otra manera de detectar una falsificación calcada o transferida, es cuando dos firmas coinciden exactamente. En este caso, una es una copia calcada de la otra; sin embargo, pueden encontrarse casos en que una persona presenta tales hábitos de ritmo de firmado que son capaces de coincidir casi exactamente.

Si los ejemplares de la firma a imitar muestran escasas habilidades de escritura, como lo es en ciertos estratos sociales o en casos de enfermedades, de modo que el rango normal de variaciones muestra velocidad irregular de la pluma, alzamientos de la misma en varios puntos y retoques, entonces es difícil determinar cuando ha sido falsificada por transferencia. En estos casos, el examen de las microfomas puede resolver la cuestión. En el caso de ciertas enfermedades, las falsificaciones calcadas podrían mostrar un movimiento de pluma más suave y controlado que el visto en el conjunto de entrenamiento. Las personas que sufren temblor de manos son aparentemente más fácilmente victimables que las personas sanas; sin embargo, el temblor genuino es tan difícil de imitar como los movimientos genuinos. En estos casos, el examinador debe trabajar sobre un número mayor de especímenes para formarse la noción de las variaciones naturales del firmante.

La segunda clase de falsificaciones son *simulaciones*, o simulaciones a mano alzada o libre. Existen tres tipos de tales falsificaciones:

- cuando el falsificador trata de imitar los ritmos de escritura de la víctima,
- el falsificador trata de imitar la forma o diseño de la firma, y
- la falsificación simple, cuando no se trata de imitar la firma verdadera de la víctima.

El último caso se encuentra cuando el falsificador no tiene a la vista una firma modelo que imitar. En estos casos, el falsificador escribe la firma con un ritmo natural, tratando de arreglar un estilo disfrazado. Este puede ser el caso del uso de nuevas tarjetas de crédito, cuando el usuario escribe una firma arreglada -distinta a la suya- en el pagaré bancario, para posteriormente negar haber recibido la tarjeta y por lo tanto liberándose del pago de lo adquirido.

En los casos en que el falsificador trata de simular la firma de otra persona en público, es probable que el flujo del movimiento sea natural, pero exhibirá errores de ritmo y más seguramente de la forma. En la mayoría de las falsificaciones simuladas el falsificador estará satisfecho con reproducir el aspecto pictórico de la firma. En tales casos, es adecuado poner mayor atención a la apariencia de las letras mayúsculas y a cualesquier adornos que a los detalles de las microformas.

En los casos en que el falsificador pone énfasis en la forma, la firma carece de una velocidad natural. Tales falsificaciones poseen muchas de las características de las firmas transferidas o calcadas.

Existen tres tipos de firmas que presentan facilidad de imitación aun para falsificadores de mediana habilidad. Para estos casos, difícilmente cualquier examinador humano podría distinguir una firma genuina de una falsificación hábil. Algunas personas ponen gran énfasis en el ritmo o en las formas, y su firma carece del balance complejo ritmo/forma, por lo que son fácilmente imitables; si la pluma se mueve rápido probablemente es casi seguro que no existirá complejidad en el movimiento. Por otro lado, si la pluma es movida cuidadosamente para hacer formas con movimientos lentos y un ritmo poco individualizado, la firma es también fácilmente imitable. En conclusión, firmantes que hacen demasiado énfasis en el ritmo o la forma son fáciles víctimas de los falsificadores. El tercer grupo de firmantes que puede ser presa fácil es el de los que son muy descuidados o de muy poca habilidad para escribir.

A.4. Niveles de certidumbre al analizar una firma

En la técnica de análisis forense descrita hasta este punto no se ha tocado el tema del veredicto final. Una clasificación en una de dos posibles clases con etiquetas “genuina” y “falsa” debe realizarse basada en la hipótesis $Q = K$, que quiere decir que se busca demostrar que la firma cuestionada (Q , *questioned*) es “igual” que un modelo de firma conocida (K , *known*). Esta hipótesis puede ser soportada o contradicha, según se avanza en el análisis de las evidencias. La certidumbre con que se puede afirmar que la hipótesis se cumple es dividida en cuatro zonas, llamadas *niveles de certidumbre*. Estos son:

Nivel I: Q es igual a K , más allá de cualquier duda razonable.

Nivel II: Es altamente probable que $Q = K$.

Nivel III: Inconclusivo (o inconclusivo, con similitudes notadas).

Nivel IV: Es demostrablemente claro que Q no es igual que K .

Criterios para una opinión de nivel I. En este nivel, y en opinión del examinador experto, la firma cuestionada fue realizada por el firmante genuino, más allá de cualquier duda razonable. Esta opinión se alcanza si los siguientes criterios son satisfechos:

- La firma cuestionada presenta una combinación de ritmo y forma que el examinador considera únicos.
- La colección de ejemplares provee una base para la definición del rango normal de variaciones intrapersonales de los hábitos de escritura del firmante.

- Los hábitos vistos en los materiales cuestionados y los originales se aproximan mucho entre sí, sin diferencias significativas.

En algunos casos se cumplen los criterios para una opinión de nivel I; en algunos otros casos no, y dicha opinión no puede sustentarse.

Criterios para una opinión limitada, o de nivel II. Esta opinión significa que es altamente probable que quien escribió los ejemplares de referencia y la firma cuestionada sean la misma persona; sin embargo, es una opinión limitada, y se debe a que quizá existieron circunstancias negativas para el proceso de verificación que el examinador no pudo superar. Este nivel de certidumbre implica que la hipótesis "Q=K" no pudo ser probada extensivamente, debido a alguna de las siguientes causas:

- La firma cuestionada es incompleta o demasiado bien realizada.
- Los ejemplares genuinos muestran variaciones normales demasiado grandes, o bien cuentan con demasiado énfasis en el ritmo o la forma, con caracteres simples.
- No se logró coleccionar una cantidad suficiente de ejemplares genuinos como para definir las variaciones normales en los elementos de ritmo/forma del firmante genuino.

Por lo tanto, se puede llegar a una opinión limitada basado en la calidad o cantidad de ejemplares tanto genuinos como falsos adquiridos. Numéricamente -si se requiere ponerse en esos términos- se puede considerar que una opinión limitada corresponde a un rango del 60% al 90% de certidumbre de que la persona que emitió la firma cuestionada es la misma que realizó los ejemplares originales.

Criterios para una opinión no concluyente, o de nivel III. Este nivel se presenta cuando no es posible, por alguna causa, probar extensivamente la hipótesis $Q = K$. Las circunstancias que pueden llevar a este tipo de conclusión son:

- La escritura no presenta una cantidad suficiente de identificadores para soportar una examinación extensiva, lo cual ocurre cuando hay poco material cuestionado, o cuando la firma es demasiado pequeña o consta sólo de iniciales.
- Los casos en que las variaciones naturales del firmante no pueden ser establecidas, debido a ejemplares genuinos intencionalmente arreglados.
- Los casos en que los ejemplares muestran que los hábitos de escritura son demasiado simples o varían tanto que es fácilmente imitable.

Cuando una firma cuestionada muestra combinaciones de hábitos también presentes en los ejemplares genuinos, pero los materiales disponibles al examinador no son suficientes para soportar una examinación exhaustiva, el examinador debe reportar una opinión no concluyente, con similitudes notadas. Esto puede subsanarse cuando se tengan a la mano más materiales.

Como puede verse, una firma puede clasificarse como genuina o falsa, pero eventualmente también es “inclasificable”.

Criterios para una opinión no concluyente, o de nivel IV. Esta opinión se emite cuando se ha realizado una examinación extensiva y se concluyó que la firma cuestionada no fue realizada por la misma persona que ejecutó el conjunto de los ejemplares de firmas genuinas. Los criterios de esta opinión son derivados de:

- La escritura cuestionada muestra hábitos de escritura notablemente diferentes de los observados en un conjunto razonable de ejemplares.
- No existe una razón o una explicación convincente que explique el origen de esas diferencias.

Los métodos expuestos permiten al examinador forense o experto hacer la comparación con un alto grado de objetividad. El método científico habrá sido aplicado al proceso de verificación al final del proceso, ya que los ejemplares cuestionados (Q) y conocidos (K) habrán sido etiquetados para identificación, las hipótesis y axiomas se habrán establecido, los umbrales de significancia para las diferencias se habrán definido (elemental, secundario, primario y crítico) y, finalmente, el criterio para alcanzar una clasificación también se habría declarado.

A.5. Conclusiones

La técnica para la verificación de firmas manuscrita se realiza a través de la observación de las imágenes de la firma, en su forma pictórica. Las características en que se basa el examinador forense son de dos tipos: estáticas -de la forma o diseño de la firma- y dinámicas, que tienen que ver con el ritmo con el que cada persona firma. Al paso del tiempo, en el acto de firmar se van creando intrincados hábitos altamente personalizados y generalmente difíciles de reproducir, con un balance complejo *ritmo/forma* y único por individuo. No obstante, cuando una firma tiene algún o algunos elementos del ritmo o forma sobre enfatizados es posible que resulte fácil de imitar. Es interesante notar cómo el grosor, los puntos o marcas, la suavidad o lentitud con que cambian la velocidad, la presión, etc., sirven para inferir las características o elementos de juicio, y no precisamente el examinador forense requiere de equipo para tener una idea de cómo evolucionan tales elementos a lo largo de la firma. Es importante también notar que en el pensamiento del examinador forense experimentado se crea un “modelo” que describe a la firma, y en tal descripción los hábitos “promedio”, los hábitos “más frecuentes”, o quizá los “más probables de ocurrir” a juicio del examinador son los que definen su concepto de comportamiento y variaciones normales de los hábitos de escritura del firmante. Este “modelo”, así como algunas equivalencias de los rasgos de ritmo y forma podrían implementarse en una arquitectura automatizada para emular el método de verificación forense.

El proceso de verificación forense ha alcanzado extremos de madurez tales que pueden abordarse desde una perspectiva científica; los rasgos o indicadores en que se basa el examinador

forense pueden identificarse con las *características* o *features* en el lenguaje del reconocimiento de patrones, y derivarse de las variables básicas o “información cruda” que proveen las tabletas digitalizadoras modernas.

Dado que en este enfoque las firmas se encuentran estampadas en papel, y que el examen de las mismas se realiza por una persona, podemos inferir que la verificación es del tipo “fuera de línea”, esto es, no cuenta con medición directa de las variables del ritmo, lo que obliga al examinador a deducirlas a partir de ciertos rasgos de la imagen de la firma. Las coincidencias entre la verificación forense y la verificación automática de firmas las encontramos en que:

1. Deben obtenerse varios ejemplares de una firma.
2. Se consideran varias características distintivas para la verificación.
3. Al final del proceso, se emite un veredicto de autenticidad.

Las diferencias se encuentran en cómo se miden las variables, en cómo se extraen las características y en cómo se juzga la autenticidad de la firma.

Apéndice B

Extracción de *características de forma* en firmas

Como se ve en el **apéndice A**, para analizar firmas el verificador forense se basa en rasgos relacionados con el ritmo de firmado y la forma de la firma, y dado que hemos adoptado el *enfoque forense* en nuestro sistema automático de verificación de firmas, debemos representar en las características el aspecto pictórico de la firma, el cual incluye las formas gruesas, las variaciones de un carácter en una misma firma, las formas conectivas y las microformas, [Sly 95].

En la literatura se ha establecido que los sistemas de verificación de firmas basados en *funciones* reportan mejores desempeños que aquéllos que modelan la firma paramétricamente, ya que en estas últimas algunas características importantes quedan enmascaradas u ocultas, y no contribuyen a diferenciar entre falsificaciones y firmas genuinas [Nal 97], [Pla 00]. Por otro lado, dado que esta investigación no está orientada a la extracción de características, se ha tomado de la literatura un conjunto de *funciones* que se constituyen en características pseudoestáticas de la forma y que presentan invarianza con respecto a rotaciones y cambio de escala, describiendo localmente las propiedades geométricas de la firma a lo largo de la misma, y por tanto dando una descripción que es sensible a las variaciones locales de la misma. En este apéndice se describe dicho conjunto de funciones, el cual fue propuesto por Nalwa en [Nal 97] para la verificación en línea de firmas manuscritas; estas funciones primitivas son de carácter principalmente geométrico.

En la sección B.1 se define el concepto de descriptores de forma. En la sección B.2 se hace la descripción de los conceptos clave para el cálculo de las funciones propuestas por Nalwa. En la sección B.3 se presenta el algoritmo de cálculo de dichas funciones. La sección B.4 está dedicada a mostrar un ejemplo preparado para observar la relación que existe ante deformaciones intencionales de la firma que pudieran implicar falsificación y la manera en que las funciones responden a tales deformaciones. Los resultados se discuten en la misma sección, a la vez que se dan las conclusiones sobre esta técnica de representación de la forma de la firma.

B.1. Descriptores de forma

Uno de los pilares de la verificación automática de firmas es el conjunto de transformaciones que se realizan sobre la imagen de la firma para obtener los *descriptores de forma* [Sab 95], [Sab 96]. El objetivo de un descriptor de forma es representar el diseño geométrico y por lo tanto visual de la firma, abstrayendo, de manera consistente entre instancias de una firma, algún aspecto o característica de la estructura de la misma, a nivel grueso o fino. Los descriptores de forma pueden ser explícitos o implícitos. En el primer caso, las características son representadas por los valores mismos que las componen, por ejemplo, la posición de la punta de la pluma sobre el papel respecto al tiempo $x(t)$, $y(t)$, en un caso especial en que las variables medidas por las tabletas digitalizadoras son a la vez tomadas como características discriminantes. En el segundo caso, las funciones son representadas por algún parámetro o bien son una función formal o heurística relacionada a la característica misma. Se han obtenido descriptores de forma difusos, como en el caso del código de sombra extendido difuso [Sim 97].

El enfoque de las funciones descriptivas propuestas por Nalwa [Nal 97] es explícito, ya que, como se verá, codifica en cinco señales una descripción directa y concisa de la firma que permite detectar *errores* o diferencias entre instancias de una firma y su referencia, a diferencia de otras aproximaciones, en las cuales las operaciones que se aplican a la imagen digital o a las funciones temporales de la firma generan resultados que si bien están relacionados con la firma no codifican de manera directa alguna de sus propiedades, como la inclinación, la duración o la presión instantánea, que puedan ser base de un juicio lingüístico explícito de la firma, de manera que se pudiera decir “esta firma es falsa, ya que, en su parte central, presenta diferencias con respecto a su firma de referencia”. Esto último no es un requisito indispensable en los sistemas de automáticos de verificación de firmas, pero es deseable si se quiere tener un *sistema explicativo*, que sea capaz de indicar qué rasgos de una firma bajo verificación tienen tal variación que pudiera tratarse de una falsificación. Si se cuenta con un sistema explicativo se pueden manipular fácil y predeciblemente las tasas de error de aceptaciones falsas y rechazos falsos mediante el ajuste de la sensibilidad del sistema de verificación respecto a determinadas características. Un ejemplo de un caso no explicativo se da en [Mat 95]; allí, Matsuura caracteriza la firma mediante la respuesta al impulso de un *filtro de FIR*, la cual es una representación implícita, ya que los coeficientes de la respuesta al impulso *modelan la firma*; sin embargo, no puede decirse a partir de dichos coeficientes qué diferencia específica entre una firma y su referencia ocasiona que una firma se declare como una falsificación.

B.2. Conceptos clave para la determinación de los factores de forma

Los descriptores de forma o diseño han surgido desde los inicios de los sistemas de verificación automática de firmas. La cantidad y tipo de descriptores varían de una fuente a otra [Bar 89], y no existe un conjunto de descriptores superior a todos los demás en todos los

aspectos. Todos tienen sus fuerzas y debilidades. En esta sección se describirá un conjunto de descriptores de forma que tienen la particularidad de poder aplicarse en un entorno automatizado de verificación de firmas y que, desde el punto de vista forense tal como se vió en el *apéndice A*, permitirían claramente explicar por qué una firma se clasifica como verdadera o falsa y el grado de certeza de la afirmación.

B.2.1. Parametrización en función de la longitud normalizada de la firma.

A fin de derivar las funciones características, en esta subsección se asume que la firma ha sido digitalizada en tiempo de ejecución y se dispone tanto de los vectores $x(t)$ e $y(t)$ como de una imagen digital binaria $I(x, y)$, sobre los cuales se realizarán las operaciones que darán lugar a las funciones características. Aquí, $x(t)$ e $y(t)$ son la coordenada en x e y de la punta de la pluma sobre el papel al trazarse la firma, como función del tiempo. Desde el punto de vista de variables y características que se discutió en el capítulo uno, estos datos “en bruto” son las variables de entrada al sistema de verificación.

El primer concepto a revisar es la parametrización de la firma a lo largo de su longitud normalizada l en el intervalo $[0, 1]$. La parametrización de una curva es la creación de un mapeo uno-a-uno de un subconjunto de la línea real sobre la curva [Nal 97]. La línea real que parametriza la curva provee un índice o parámetro por el cual podemos localizar convenientemente cualquier punto sobre la curva. Una vez que se ha parametrizado la curva se pueden describir varias de sus propiedades, como la orientación, como función del parámetro [Nal 97]. Uno de los parámetros más usados para parametrizar una curva es el tiempo (t). En este caso, la elección del parámetro recae en la longitud de arco normalizada, que es la distancia que recorre la pluma sobre la superficie al realizarse la firma, y será l .

a) Ventana de cálculo deslizable.

Las funciones discriminantes a utilizar se obtendrán a lo largo de la longitud de arco de la firma, l . Las características de la firma se derivarán del centro de masa, el torque y los momentos de inercia de la firma calculados sobre una ventana que se deslizará sobre la longitud de la firma teniendo como coordenadas de referencia un par de ejes que se moverán al mismo tiempo que la ventana. El tamaño de la ventana de cálculo es crítico, pues incide directamente en la detección de detalles que pudieran determinar si una firma es falsa o genuina. Si la ventana es grande, se promedia el efecto del ruido, pero también se promedian las discrepancias entre firmas verdaderas y falsas, haciendo difícil distinguir firmas falsas de genuinas, y viceversa. Con el objeto de resaltar el área central de la ventana computacional, se propone una ponderación *gaussiana* centrada en la propia ventana computacional. La expresión analítica para la función de ponderación gaussiana es [Nal 97]:

$$g(\lambda) = \frac{e^{-\lambda^2/(2\sigma^2)}}{\int_{-L}^{+L} e^{-\gamma^2/(2\sigma^2)} d\gamma}, \quad -L \leq \lambda \leq +L \quad (\text{B.1})$$

En donde σ vale aproximadamente $L/2$ y $g(\lambda) = 0$ fuera del rango de L , que es la mitad

de la longitud de la ventana computacional. Se propone que L sea de unas fracciones de la longitud de “un carácter” de la firma.

b) Centro de masa.

Asumiendo que la firma posee una unidad de masa por unidad de longitud, se calculan las coordenadas del centro de masa en el segmento $[-L, +L]$, por:

$$\bar{x}(l) = \int_{-L}^{+L} g(\lambda)x(l + \lambda)d\lambda \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{y}(l) = \int_{-L}^{+L} g(\lambda)y(l + \lambda)d\lambda \quad (\text{B.3})$$

en donde $(x(l),y(l))$ son las coordenadas del centro de masa a lo largo de la longitud de la firma. Los centros de masa variando a lo largo de la longitud normalizada de la firma proveen una descripción de la forma geométrica de la firma. Véase la figura B.1a.

c) Torque.

El torque T ejercido por un vector v , que está localizado en la posición p con respecto a un punto alrededor del cual se mide es $T = v * p$. El torque depende tanto de la posición como de la orientación de la curva y su magnitud alrededor de un punto es el doble del área barrida por el vector v . El torque cambia de signo si el vector recorre la curva en un sentido o en otro, pero su magnitud es constante. Los errores de ejecución de la escritura de un falsificador pueden detectarse por este medio, al realizar uno o más trazos en sentidos opuestos a como el firmante original lo hace. Para aplicar el concepto de torque a la verificación de firmas, hay que asumir que la firma se descompone en una serie de vectores infinitesimales, cada vector con magnitud igual a su longitud y con dirección apuntando a la dirección del movimiento de la pluma [Nal 97]. La ecuación B.4 es una expresión de torque adaptada a la firma manuscrita en condiciones de parametrización de arco normalizada.

$$T(l) = g(\lambda)(y(l + \lambda)dx(l + \lambda) - x(l + \lambda)dy(l + \lambda)) \quad (\text{B.4})$$

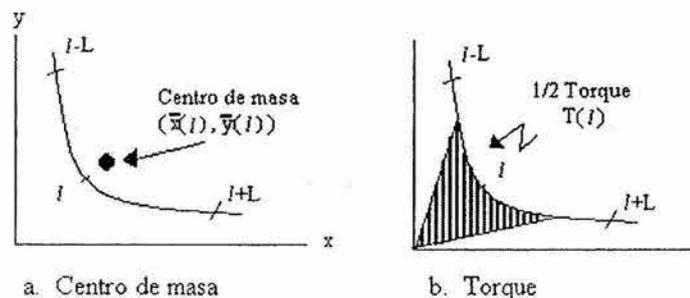


Figura B.1: Centro de masa y Torque medidos en un segmento de longitud $2L$.

Un valor positivo de $T(l)$ indica un barrido neto del vector v sobre el segmento $[-L + L]$ en sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras que un valor negativo indica un barrido en el sentido de las manecillas del reloj. El torque nos da una descripción dependiente de la orientación y la posición de la firma. Véase la figura B.1b.

d) Momentos de inercia.

Los momentos de segundo orden m_{20} , m_{02} , m_{11} se combinan en dos expresiones $-s_1(l)$ y $s_2(l)$ que se presentan en las ecuaciones B.5 y B.6, cuya derivación puede encontrarse en [Nal 97]:

$$s_1(l) = a \frac{\overline{x^2(l)y^2(l)} - \overline{xy^2(l)}}{[\overline{x^2(l)} + \overline{y^2(l)}]^2} + b \frac{2\overline{xy(l)}}{\sqrt{[\overline{x^2(l)} - \overline{y^2(l)}]^2 + 4\overline{xy^2(l)}}} \tag{B.5}$$

$$s_2(l) = a \frac{\overline{x^2(l)y^2(l)} - \overline{xy^2(l)}}{[\overline{x^2(l)} + \overline{y^2(l)}]^2} - b \frac{2\overline{xy(l)}}{\sqrt{[\overline{x^2(l)} - \overline{y^2(l)}]^2 + 4\overline{xy^2(l)}}} \tag{B.6}$$

En donde a y b son ponderaciones positivas. Estas ecuaciones nos dan una representación robusta dependiente de la orientación y de la curvatura de la forma de la firma. La figura B.2 muestra la elipse de curvatura que corresponde a un segmento curvo.

e) Marco móvil de coordenadas y saturación.

Se ha tratado ya el tema de la ventana computacional o ventana de cálculo deslizante. El

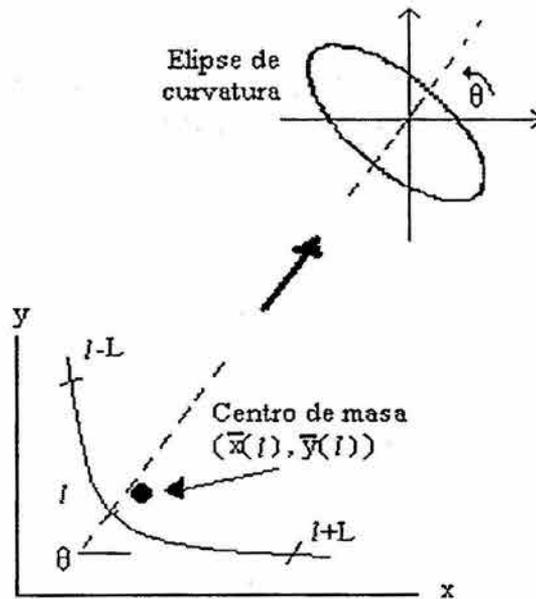


Figura B.2: Elipse de curvatura relacionada con $s_1(l)$ y $s_2(l)$.@@

cálculo de los centroides, del torque y de los momentos de segundo orden se realizan en el intervalo de $[-L + L]$, pero su punto de referencia de coordenadas $(0,0)$ aún no se ha definido. Las coordenadas del centro de masa y el torque dependen del marco coordenado de referencia, mientras que las medidas de la curvatura de elipse $s_1(l)$ y $s_2(l)$ no. Para definir el cuadro coordenado de referencia especificaremos una ventana que se conocerá como *ventana de marco de referencia*. Esta ventana se moverá al mismo tiempo que la ventana computacional, detrás de ella. Las coordenadas de los centroides de masa de la ventana de referencia serán el origen del cuadro coordenado que se utilizará para calcular las funciones descriptivas de forma dentro de la ventana computacional. Los ejes de referencia estarán alineados globalmente con los ejes de máxima y mínima inercia de la firma. La figura B.3 muestra el concepto de ventana de marco de referencia unida a la ventana computacional. En línea punteada puede verse el avance de las ventanas sobre la longitud de la firma.

Hasta el momento se ha asumido que las ventanas se moverán sobre segmentos continuos de la firma. Sin embargo, es muy probable que la firma cuente con discontinuidades. Cuando esto ocurre, las medidas de las funciones pueden presentar valores anormalmente grandes en la vecindad de esas discontinuidades cuando la separación es grande. Para prevenir la ocurrencia de grandes magnitudes en los centros de masa y el torque, las medidas se normalizan mediante una función de saturación que permita limitar sus valores máximos. La ecuación B.7 relaciona las medidas sin saturar y saturadas para los centros de masa y el torque.

$$m_{sat} = m_0 \tanh \left[\frac{m_{unsat}}{m_0} \right] \quad (B.7)$$

en donde m_{unsat} es la medida original no saturada y m_{sat} es la misma medida saturada; m_0 es positivo e individualmente seleccionado para cada función discriminante.

B.3. Algoritmo para calcular las funciones de forma

Con el conjunto de conceptos descritos en la sección B.2, Nalwa [Nal 97] propone un algoritmo para generar las funciones descriptivas de forma, que serán vectores que contienen secuencias



Figura B.3: Concepto de marco coordenado de referencia y ventana computacional.

de los centros de masa, los torques, $s_1(l)$ y $s_2(l)$, a lo largo de la firma. El primer paso del algoritmo es la *normalización*, que hace que el algoritmo sea independiente de la orientación y aspecto de la firma. El algoritmo es inherentemente independiente del tamaño y posición de la firma. El segundo paso es la *descripción*, que genera las cinco funciones características de una firma. Veamos cada uno en detalle.

A. Normalización.

- Ajustar un polígono al conjunto de muestras ordenadas capturadas en línea.
- Calcular los ejes de máxima y mínima inercia de la firma a través del centro de masa global, y rotar la firma para normalizar la orientación de los ejes.
- Calcular el aspecto de la firma (relación ancho/alto) y escalar la firma horizontal o verticalmente.

B. Descripción.

- Parametrizar la firma sobre su longitud l , medida a lo largo del polígono ajustado y normalizado como una fracción de la longitud total.
- Calcular *un* cuadro coordenado móvil.
- En el cuadro coordenado medir, como función de l y dentro de la ventana computacional, las cinco funciones señaladas: coordenadas del centro de masa, el torque y las medidas de la elipse de curvatura.
- Saturar las funciones y normalizar cada función para que tenga una media igual a cero.

B.3.1. Observaciones sobre la propuesta de Nalwa.

Este es un momento propicio para hacer unas observaciones importantes que tienen que ver con la implementación de las técnicas y el algoritmo señalados por Nalwa. En orden, tenemos:

- La ponderación gaussiana propuesta para la ventana computacional está bien definida.
- El tamaño de las ventanas de cómputo y de marco coordenado, es definido vagamente.
- Para algunos parámetros importantes, tales como m_0 de la ecuación B.7 así como a y b de las ecuaciones B.5 y B.6 son todavía menos definidos.

Esta circunstancia permite cierta flexibilidad para el cálculo de las funciones bajo el riesgo de que los resultados que se obtengan no sean adecuados.

B.4. Análisis del comportamiento de las funciones descriptivas

En esta sección se indica cómo se efectúa el cálculo de las funciones características según la técnica y algoritmo descritos en las secciones B.2 y B.3.

B.4.1. Implementación.

Los pasos del algoritmo se implementan utilizando ecuaciones de uso común en el procesamiento de imágenes digitales, la gran mayoría obtenidas tanto del artículo del propio Nalwa como de [Góm 93]. Los detalles de la implementación de cada paso del algoritmo se listan a continuación, dándose las observaciones pertinentes.

a. Normalización: *Ajuste a un polígono.*

Este paso se realiza con la técnica interpolante de trazador de segundo grado [Cha 97]. Independientemente del número de muestras que forman la firma original, se hace un remuestreo espacial para dejarla en 256 puntos.

b. Normalización: *Rotación de los ejes de la firma.*

Se utiliza la expresión siguiente para calcular el ángulo global de la imagen digital [Nal 97], [Góm 93]:

$$\phi(l) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right] \quad (\text{B.8})$$

en donde μ_{11} , μ_{20} y μ_{02} , son funciones de los momentos de orden 2 de la imagen de la firma [Góm 93]. En seguida se calcula el centroide de la imagen digital, pues se va a rotar la imagen tomándolo como punto de referencia. El procedimiento aplicado está dado por:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= m_{10}/m_{00} \\ \bar{y} &= m_{01}/m_{00} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

con m_{10} , m_{01} y m_{00} , siendo los momentos de orden 1 y 0 de la imagen digital. La rotación se hace aplicando una transformación a través de la matriz de rotación sobre el eje z de la imagen digital tomando como pivote el centroide de la misma. La transformación está dada en forma vectorial por:

$$I_r = (I - [\bar{x} \ \bar{y}]^T) * \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

I_r es la imagen digital rotada, en la cual algunos elementos son negativos y racionales, los cuales deben redondearse y desplazarse para formar la imagen digital normalizada

$$I_n = I_r + \left[\begin{array}{c} \text{abs}(\text{mín}_x(I_r) + k) \\ \text{abs}(\text{mín}_y(I_r) + k) \end{array} \right] \quad (\text{B.11})$$

en donde $k \geq 1$.

c. Normalización: *Razón de aspecto y escalamiento.*

Se mide la razón de aspecto como

$$R = \frac{\text{máx}_x(I_n)}{\text{máx}_y(I_n)} \quad (\text{B.12})$$

y se escala la imagen para que tenga una dimensión máxima de la coordenada x de 256 y la dimensión en y se ajusta concordantemente.

d. Descripción: *Parametrización.*

La parametrización a lo largo de la longitud de arco de la curva que representa la firma se efectúa considerando que cada paso de cálculo se realiza cada Δl , donde $\Delta l = 1/256$.

e. Descripción: *Cálculo de un marco móvil.*

El marco móvil de referencia puede proponerse de cualquier valor que sea aproximadamente una fracción de un carácter. En este caso se propone una longitud de ventana para el cuadro de referencia de 18 unidades y una ventana computacional de tamaño 10.

f. Descripción: *Cálculo de las funciones características.*

El cálculo de las funciones involucra el llenado de dos *buffers* de datos, uno que contiene para cada paso un subconjunto de 18 de los 256 datos (ventana de marco de referencia) y otro que contiene 10 datos (ventana computacional). Las coordenadas del centro de masa de la ventana del marco de referencia sirven cada vez como origen del eje coordenado respecto al cual se miden el centro de masa, torque y elipse de curvatura del conjunto de datos en la ventana computacional. En primer lugar se calcula el centro de masa de la ventana de referencia, usando las ecuaciones B.9. Con esa información se calcula el centro de masa de la ventana computacional, generándose las primeras dos funciones $x(l)$ e $y(l)$. La ecuación B.4, del torque, se evalúa numéricamente como la diferencia entre integrales de x con respecto a y y de y con respecto a x . Finalmente, el conjunto de ecuaciones B.5 y B.6 se evalúan como una combinación de momentos de orden 2 [Góm 93] sobre la imagen digital. Después de cada paso de cálculo de todas las funciones, los resultados son almacenados en un vector de 256×5 , en donde cada renglón es un paso de Δl . Este proceso se repite desde $l = \Delta l$, hasta $l = 1$, con $l = l + \Delta l$ por cada paso de cálculo.

g. Descripción: *Saturación y normalización a media cero.*

Se saturan $x(l)$, $y(l)$ y $T(l)$ usando la ecuación B.7. $s_1(l)$ y $s_2(l)$ no se saturan. Finalmente,

se les resta el valor promedio a lo largo de los valores resultantes (82 valores por función) a cada columna, generando una matriz cuya media en cada columna es cero.

En la secuencia de a a g se calculan los elementos de una matriz que contiene descriptores de forma que están relacionados con la forma geométrica (centros de masa), que dependen de la orientación -sentido en que se ejecuta la firma- y posición (torques), así como de la orientación y la curvatura de la firma (elipses de curvatura). Además, la matriz de estas funciones características es insensible a la posición y tamaño originales de la firma.

B.4.2. Valoración de las funciones descriptivas de forma.

Según la conclusión de la subsección anterior, las funciones propuestas por Nalwa [Nal 97] son descriptores de forma potentes, ya que permitirían detectar errores en al menos la forma geométrica, orientación de los trazos, posición relativa de sus partes componentes y la curvatura de una firma. Conjuntando todos estos factores podemos hacer un juicio del diseño de la firma. En la técnica forense de verificación de firmas, el diseño de la firma cuenta subjetivamente hasta en un 50% en el veredicto acerca de la autenticidad de la misma. El otro 50% lo aporta la dinámica de la firma. El balance complejo ritmo/forma es el principal elemento de juicio [Sly 95].

Para valorar el comportamiento de estas funciones como descriptores de forma, y justificar su selección en este trabajo de investigación, se comparará el aspecto que adoptan con respecto al conjunto de variaciones que se describen en la tabla B.1.

La figura B.4 es un muestrario de firmas, en el cual cada firma es etiquetada para identificar las variaciones de la tabla B.1. Los recuadros en cada firma indican la región en que el cambio

Tabla B.1: Definición de defectos inducidos en las firmas para evaluar el comportamiento de las funciones características.

Defecto número	Descripción
1	Firma normal. Modelo de referencia. (MR)
2	"Letra" faltante, al inicio (FI)
3	"Letra" faltante, en el centro (FC)
4	"Letra" faltante, al final (FF)
5	"Letras" adicionales, en el centro (AC)
6	Inclinada a la izquierda (II)
7	Inclinada a la derecha (ID)
8	Errores de secuencia de trazado (ET)

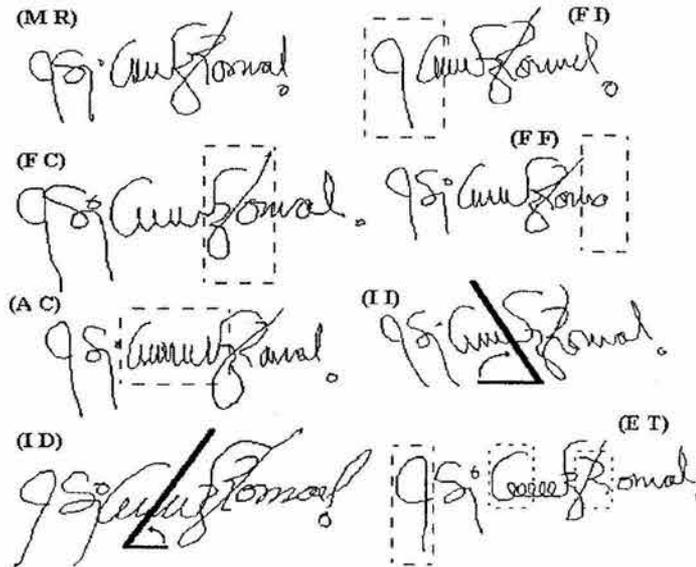


Figura B.4: Defectos en firmas, que podrían indicar falsificación.

se ha efectuado.

En el caso de la firma con error de trazado, los trazos entre cuadros indican que se realizaron en orden inverso al que se efectúan normalmente en la escritura de la firma. Para observar el impacto de cada modificación en las funciones descriptivas de forma, cada firma es procesada según la técnica definida en las secciones B.2 y B.3. Para tal efecto, se agruparán los grupos de variaciones en 3 subconjuntos: $a:\{FI,FC,FF,AC\}$, $b:\{II, ID\}$, $c:\{ET\}$. El subconjunto a se refiere a omisiones y agregados en el deletreo de la firma. El subconjunto b considera variaciones en la inclinación de la firma y, finalmente, el subconjunto c está relacionado con los errores en el sentido en que algunos trazos son realizados.

Para el análisis del comportamiento se observó cómo se conformaron las funciones ante el subconjunto a . La figura B.5 muestra las cinco funciones en condiciones de normalidad - renglón 1- y las anomalías del subconjunto a , en las cuales puede incurrir un imitador de la firma de referencia. Se puede apreciar, comparando detenidamente las funciones MR (normales) y FI (carácter faltante al inicio) que aproximadamente entre 0.2 y 0.28 en FI falta un segmento que sí aparece en MR. Esto se observa en las 5 funciones; un examen igual en todas las demás indica claras diferencias en la conformación de las funciones en correspondencia con la ausencia o exceso de trazos mostrados en la figura B.4. Sin embargo, de forma visual no es posible determinar cuál de las funciones detecta mejor las diferencias. La tabla 2 muestra en cuatro niveles qué función resultó, en este ejercicio, más sensible a la variación inducida en la firma, siendo 4 el mayor nivel de sensibilidad. Esta aproximación está basada en la medida de distancia *DTW* [Pla 90], y la tabla B.2 se llenó cuantizando en 4 niveles las distancias entre MR como referencia y FI, FC, FF, etc., como la secuencia de prueba. La comparación se hace global, sin intento de determinar localmente las diferencias.

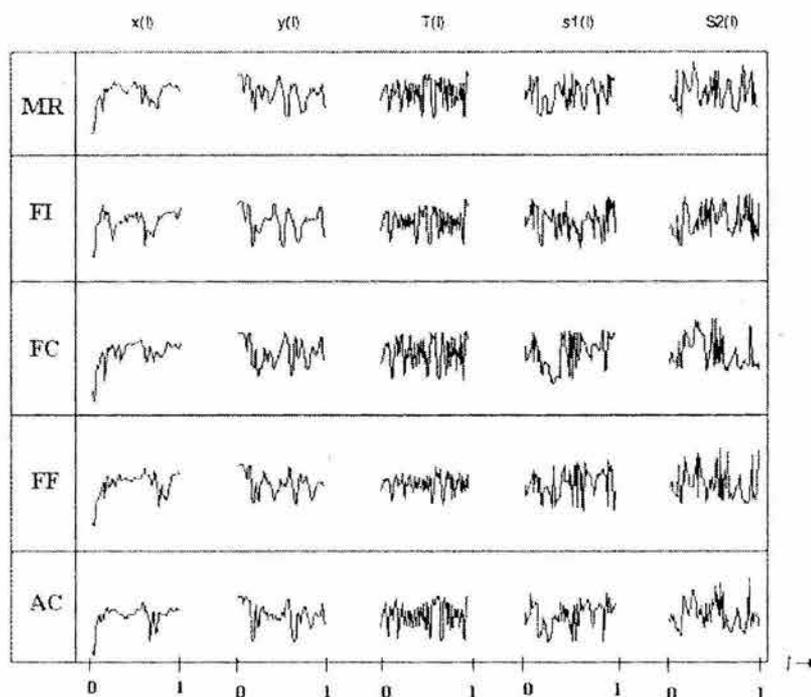


Figura B.5: Aspecto de las funciones características comparando las extraídas de una firma “normal” y cuatro firmas con “defectos”.

Es de esperarse que bajo un esquema adecuado de segmentación la detección local mejorará el desempeño dado por la detección global.

Unas cuantas observaciones pueden establecerse ahora. De acuerdo a la tabla B.2, las funciones más sensibles a errores de cualquier tipo son $s_1(l)$ y $s_2(l)$; es probable que esta conclusión sea circunstancial, pues se dirigió este experimento sobre una sola firma y, no obstante, en [Nal 97] se observa un efecto parecido en la figura 15. Al agregar letras adicionales al centro, la primitiva más discriminante fue el torque $T(l)$. En cuanto a detección, el torque tuvo un desempeño de regular a bueno en todos los subconjuntos; la coordenada $y(l)$ del centro de masa resultó con mejor desempeño que el de $x(l)$, pudiendo deberse, entre otras cosas, a que los rangos dinámicos de la abscisa fueron normalizados a un valor único, mientras que los de la ordenada solamente fueron escalados concordantemente.

B.5. Conclusiones

Las funciones características desarrolladas en esta sección constituyen un conjunto de representaciones de la firma que son capaces de reflejar los cambios locales de una firma, con ciertas propiedades de invarianza, a la vez que son insensibles a la escala e inclinación con que se realizan las firmas.

Tabla B.2: Niveles de sensibilidad de las funciones a las variaciones de la firma.

Error	$x(l)$	$y(l)$	$T(l)$	$s_1(l)$	$s_2(l)$
FI	1	2	2	3	3
FC	1	2	2	2	2
FF	1	2	2	3	3
AC	1	1	3	2	2
II	2	3	3	3	3
ID	1	3	2	3	3
ET	2	3	3	4	4

Para implementar el cálculo de dichas funciones se requieren operaciones típicas del procesamiento de imágenes, tales como el cálculo de momentos de inercia y rotación. Las funciones características demostraron ser sensibles a variaciones intencionalmente inducidas a la forma en un conjunto de firmas de prueba, lo cual llevó a su adopción en esta investigación.

Nalwa deja a la experimentación la determinación de algunos parámetros, como a , b y m_0 , en las ecuaciones B.5, B.6 y B.7, lo cual da cierto grado de libertad al calcular las funciones características.

Al aplicar el ajuste de trazador de segundo grado, la cardinalidad de las variables se hace constante, quedando todas ellas de longitud 256. Dado el uso de la ventana deslizante la cardinalidad de las funciones características es mucho menor, y con los parámetros de ventana seleccionados en este trabajo quedó en 82.

Como una conclusión general, se puede afirmar que el conjunto de funciones pseudoestáticas analizadas es un buen candidato para convertirse en la base de un sistema automatizado de verificación de firmas y, de hecho, es el conjunto seleccionado para esta investigación. Si bien podría no ser el mejor de todos los existentes y reportados en la literatura, sí es una aproximación que habilita a un sistema para ser *explicativo* (en los términos de la sección B.1) con lo cual el conocimiento de un experto forense puede incrustarse en el sistema de verificación para mejorar su desempeño en un sentido específico, por ejemplo, disminuir alguna de las tasas de error FAR, FFR o EER.

Apéndice C

Glosario de términos

Términos en español.

Algoritmo genético Técnica de optimización que imita el proceso de evolución natural. Aplica ciertos operadores a una población de soluciones del problema a resolver, de tal modo que una nueva población es “mejorada” con respecto a la previa, de acuerdo a un criterio funcional J .

Característica En reconocimiento de patrones, es un rasgo distintivo de una clase o colección de objetos. En general, las *características* se calculan transformando matemática y/o algorítmicamente las *variables*.

Convertidor análogo-digital Circuito integrado electrónico capaz de transformar biunívocamente una magnitud de voltaje a un conjunto de N dígitos binarios (0,1); en el sistema numérico binario, dichos dígitos equivalen a la amplitud del voltaje convertido.

Falsificación aleatoria Llamada así la firma original de una persona que se hace pasar por la firma de otra, para efectos de evaluar el desempeño de un SVAF.

Falsificación hábil Es una falsificación realizada por una persona que conoce la apariencia y en algunas ocasiones la secuencia de trazado de la firma que ha de imitar.

Falsificación simple Es una firma realizada por un falsificador no hábil que no cuenta con la información de la firma que ha de imitar.

Razón de aceptaciones falsas Es el porcentaje de firmas falsas aceptadas como genuinas respecto al total de experimentos de verificación realizados sobre una base de datos de firmas manuscritas. También conocido error *tipo II*. Es una medida del desempeño de un SVAF.

Razón de error igual Es el valor en el cual los porcentajes de aceptaciones falsas y de rechazos falsos son numéricamente iguales.

Razón de rechazos falsos Es el porcentaje de firmas genuinas rechazadas como tales respecto al total de experimentos de verificación realizados sobre una base de datos. También conocido como error *tipo I*.

Segmentación Respecto a firmas manuscritas, es el proceso de dividir en *segmentos* la imagen de la firma, o bien las variables, características o *funciones* que la representan. La segmentación se usa cuando la aproximación de verificación se basa en comparaciones locales o regionales de la firma.

Sistema de verificación automática de firmas Sistema compuesto por elementos de *hardware* y *software*, capaz de adquirir firmas manuscritas y verificar su autenticidad, ambas acciones realizadas de manera automatizada y electrónicamente.

Variable Cualquier cantidad física medible de un objeto o proceso, y que no puede ser descompuesta en partes constituyentes.

Verificación automática de firmas Verificación de firmas manuscritas realizada de manera automática, a diferencia de la que se realiza por verificadores expertos humanos.

Verificación de firmas manuscritas Acto de verificar la firma manuscrita de una persona para determinar si efectivamente dicha persona la realizó.

Verificación forense de firmas Rama de la ciencias forenses orientada a la autenticación de firmas manuscritas. La verificación es efectuada por seres humanos.

Verificador experto humano Persona dedicada a la autenticación de firmas manuscritas utilizando procedimientos científicos. Es sinónimo de *verificador forense*.

Términos en inglés.

Benchmarking Utilizado para denotar comparaciones de desempeño de sistemas diferentes pero orientados a un mismo fin, bajo condiciones de referencia universalmente aceptadas, con el fin de establecer relaciones de desempeño entre dichos sistemas.

Equal error rate, EER Razón de error igual.

Feature Característica.

False rejection rate, FRR Razón de rechazos falsos.

False acceptance rate, FAR Razón de aceptaciones falsas.

Random forgery Falsificación aleatoria.

Simple forgery Falsificación simple.

Skilled forgery Falsificación hábil.

Genetic Algorithm Algoritmo genético.

Forensic verification of signatures Verificación forense de firmas.

Human expert examiner Verificador experto humano.

Bibliografía

- [All 98] Allgrove, C. C., Fairhurst, M. C. "The Optimisation issues in dynamic and static signature verification". Europa, IEE. IEE Third European Workshop on Handwriting Analysis and Recognition. Pp. 1-5/6. 1998.
- [All 01] Allgrove, C. C., Fairhurst, M. C. "Majority voting for improved signature verification". Proceedings of the IEE Colloquium on Visual Biometrics. Proceedings of the IEE Colloquium on Visual Biometrics. London, UK. 2001.
- [Amm 90] Ammar, M. "Performance of parametric and reference pattern based features in static signature verification: a comparative study". IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 1990. 1990 IJCNN.
- [Amm 88] Ammar, M., Yoshida, Y., and Fukumura, T. "Description of signature images and its application to their classification". Rome, Italy. IEEE Proceedings of the 9th. International Conference on Pattern Recognition, Pp. 23-26. 1988.
- [Bai 98] Bai-Ling, Z., Min-Yue, F., and Hong, Y. "Handwritten signature verification based on neural 'gas' based vector quantization". Jain, A. K., Venkatesh, S., and Lovell, B. C. Proceedings. Fourteenth International Conference on Pattern Recognition, Pp. 1862-1864. 1998.
- [Bar 89] Baron, R. and Plamondon, R. "Acceleration measurement with an instrumented pen for signature verification and handwriting analysis". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 38[6], Pp. 1132-1138. 1989.
- [Bev 70] Beveridge, G. S. G. and Schechter, R. S., "Optimization: Theory and Practice". Primera Edición ed. Auckland: McGraw-Hill, pp. 1-773. 1970.
- [Bra 93] Brault, J.-J. and Plamondon, R. "A complexity measure of handwritten curves: modeling of dynamic signature forgery". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 23[2], 400-413. 1993.
- [Bru 88] Bruyne, P. d. "Piezo-Electric Film as a sensor element in signature verification". IEEE Proceedings of the 6th International Symposium on Electrets. Pp. 229-233. 1988.
- [Bru 88-1] Bruyne, P. d. "Dynamic signature verification using your own pen". Carnahan, CA. IEEE Proceedings of the 1988 International Carnahan Conference on Security Technology, 1988. Crime Countermeasures. Pp. 5-8. 1988.

- [Bru 85] Bruyne, P. d. and Forre, R. "Signature Verification using Holistic Measures". *Computer Security* 4, Pp. 309-315. 1985.
- [Cha 93] Chang, H., Wang, J., and Suen, H. "Dynamic Handwritten Chinese Signature Verification". *Proceedings Second International Conference on Document Analysis and Recognition*. Pp. 258-261. 1993.
- [Cha 99] C.-Chapra, S., P.-Canale, R. *Métodos Numéricos para Ingenieros*. Tercera Edición. McGraw-Hill Interamericana editores, S.A. de C.V. México. 1999.
- [Che 98] Cheng, N.-J., Wen, C.-J., Yau, H.-F., and Liu, T.-S. "Handwritten Chinese Signature Verification based on Attributed String Matching of Stroke Linkage Order". *Proceedings of the 32nd Annual 1998 International Conference on Security Technology*. Pp. 238-243. 1998.
- [Dch 97] "Signature verification using shape descriptors and multiple neural networks". *Proceeding of the IEEE Region 10 Annual Conference. Speech and Image Technologies for Computing and Telecommunications. TENCON '97*. Pp. 415-418. U.S.A 1997.
- [Die 99] Die Lecce, V., Dimauro G., Guerreiro, A., Impedovo, S., Pirlo G., Salzo A., Sarcinella, L. "Selection of reference signatures for automatic signature verification". *Proceedings of the Fifth International Conference on Document Analysis and Recognition, ICDAR '99*. Pp. 597-600. 1999.
- [Dol 98] Dolfing, J., *Handwriting recognition and verification. A hidden Markov approach*. PhD Thesis. Eindhoven University of Technology, 1998.
- [Dro 94] Drouhard, J.-P., Sabourin, R., and Godbout, M. "Evaluation of a training method and of various rejection criteria for a neural network classifier used for off-line signature verification". *IEEE World Congress on Computational Intelligence 1994, IEEE International Conference on Neural Networks*. Pp. 4294-4299. 1994.
- [Dro 95] Drouhard, J.-P., Sabourin, R., and Godbout, M. "A comparative Study of the k Nearest Neighbour, Threshold and Neural Network Classifiers for Handwritten Signature Verification Using an Enhanced Directional PDF". *Proceedings of the Third International Conference on Document Analysis and Recognition, 1995. ICDAR '95*. Pp. 807-810. 1995.
- [Fai 94] Fairhurst, M. C. "Automatic signature verification: making it work". *IEE The Institution of Electrical Engineers. IEEE/IEE Electronic Library on line*. Pp. 3/1 - 3/7. 1994.
- [Far 72] Farag, R. F. and Chien, Y. T "On-line Signature Verification". *Proceedings International Conference on Online Interactive Computing*. London, Eng., Brunel University. Pp. 403. 1972.
- [Fas 01] Fasquel, J.-B., Stolz, C., and Bruynooghe, M. "Real-time verification of handwritten signatures using a hybrid opto-electronical method". *Proceedings of the 2nd International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis, 2001. ISPA 2001*. Pula, Croatia. Pp. 552-557. 2001.

- [Gou 99] Gouvêa-R., J. N. and Vasconcelos, G. C. "Off-line Signature Verification Using an Autoassociator Cascade-Correlation Architecture". Proceedings of the Fifth International Conference on Document Analysis and Recognition, 1999.ICDAR '99. Pp. 2882-2886. 1999.
- [Góm 93] Gómez-Allende, D. M., *Reconocimiento de formas y visión artificial*, 2da. ed. U.S.A. Addison-Wesley Iberoamericana, S.A., 1993.
- [Gri 00] Gries, F. D., "On-line signature verification". MsC Thesis. Michigan State University, 2000.
- [Gru 97] Gupta, G. K. and Joyce, R. C. "A study of Some Pen Motion Features in Dynamic Handwritten Signature Verification". 1997. North Queensland, Computer Science Dept, James Cook University of North Queensland.
- [Guy 98] Guyón,I., Makhoul,J., Schwartz,R. and Vapnik,U. "What size test set gives good error rate estimates?". IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 2, No. 1. Pp. 52-64. N.Y. U.S.A. 1998.
- [Ham 95] Hamilton, D. J., Whelan, J., McLaren, A., MacIntyre, I., and Tizzard, A. "Low cost dynamic signature verification system". European Convention on Security and Detection. Pp. 202-206. 1995.
- [Han 99] Han, C.-C., Chang, P.-C., Hsu, C.-C., and Jeng, B.-S. "An on-line signature verification system using multi-template matching approaches". Proceedings of the Fifth International Conference on Document Analysis and Recognition, 1999.ICDAR '99. Pp. 477-480. 1999.
- [Han 00] Hangai, S., Yamanaka, S., and Hamamoto, T. "On-Line Signature Verification based on altitude and direction of pen movement". IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 2000. ICME 2000. Pp. 489-492. 2000.
- [Han 00-1] Hangai, S., Yamanaka, S., and Hamamoto, T. "Writer verification using altitude and direction of pen movement". Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition, 2000. Barcelona, Spain. Pp. 479-482. 2000.
- [Han 01] Hanmandlu, M.,Murali M., K.-R., and Chakraborty, S. "Fuzzy Modeling Based Signature Verification System". IEEE. Proceedings of the ICDAR 2001. Pp. 110-114. 2001.
- [Has 91] Hastie, T., Kishon, E., Clark, M., and Fan, J. "A model for signature verification". Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. "Decision Aiding for Complex Systems". Pp. 191-196. 1991.
- [Her 99] Herbst, B. and Coetzer, H. "On an Offline signature verification system". Proceedings of the Fifth International Conference on Document Analysis and Recognition, 1999. ICDAR '99.

- [Her 77] Herbst, N. M. and Liu, C. N. "Automatic Signature Verification based on Accelerometry". IBM. Pp. 245-253. 1977. IBM J Res. Dev. Report.
- [Hes 97] Hesketh, G. B. "COUNTERMATCH: a neural network approach to automatic signature verification". IEE Colloquium on Neural Networks for Industrial Applications (Digest No. 1997/014). Pp. 2-1-2/2. London, UK.1977.
- [Ho 01] Ho, K. K., Schroder H., Leedharn, G. " Codebooks for signature verification and handwriting recognition". Proceedings of the Seventh International Conference on Intelligent Information Systems, Australian and New Zealand 2001.
- [Hua 00] Huang, K. and Yan, H. "Signature verification using Fractal Transformation". IEEE Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition, 2000. Pp. 851-854. 2000.
- [Jai 89] Jain, A. K. *Algorithms for clustering data*, 1st. Ed. Advanced Reference Series. Prentice Hall. Englewood Cliffs, N.J. U.S.A. 1989.
- [Jus 01] Justino, E. J. R., Bortolozzi, F., and Sabourin, R. "Off-line signature verification using HMM for random, simple and skilled forgeries". Proceedings of the Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition, 2001. Pp. 1031-1034. Seattle, WA, USA. 2001.
- [Jus 00] Justino, E. J. R., Yacoubi, E., Bortolozzi, F., and Sabourin, R. "An off-line signature verification system using hidden Markov model and cross-validation". Río de J., Brasil, IEEE. Proceedings XIII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing. Pp. 105-112. 2000.
- [Kas 97] Kashi, R. S., Hu, J., Nelson, W. L., and Turin, W. "On-line Handwritten Verification using Hidden Markov Model Features". Proceedings of the Fourth International Conference on Document Analysis and Recognition 1997. ICDAR 1997.
- [Kir 01] Kiran, G. V., Srinivasa, R., Rao Kunte, and Samuel, S. "On-line signature verification system using probabilistic feature modelling". Sixth International Symposium on Signal Processing and its Applications, 2001. Pp. 355-358. Kuala, Lumpur. Malaysia.
- [Kom 99] Komiya, Y., Matsumoto, T. "On-line pen input signature verification PPI (pen-Position/pen-Pressure/pen-Inclination)". IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99.
- [Lee 96] Lee, L. L. and Lizárraga, M.-G. "An Off-Line Method for Human Signature Verification". Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition. Pp. 195-198. 1996.
- [Lej 01] Lejtman, D. Z. and George, S. E. "On-line handwritten signature verification using wavelets and back-propagation neural networks". Proceedings of the Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition 2001. Seattle, WA. USA.

- [Lor 84] Lorette, G. "On-line Handwritten Signature Recognition based on Data Analysis and Clustering". Proceedings of the 7th International Conference on Pattern Recognition. Pp. 1284-1287. Montreal, Can. 1984.
- [Mar 96] Martens, R. and Claesen, L. "On-line signature verification by dynamic time-warping". Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition. Pp. 38-42. 1996.
- [Mar 97] Martens, R. and Claesen, L. "Dynamic Programming Optimisation for On-line Signature Verification". Proceedings of the Fourth International Conference on Document Analysis and Recognition. Pp. 653-656. 1997.
- [Mar 98] Martínez-R., J. C. and Alcántara-S., R. "Application of time-frequency methods for off-line signature characterization". IASTED/ACTA Press. Proceedings of the IASTED International Conference on Signal and Image Processing (SIP '98). Pp. 241-245. 1998. Las Vegas, NV.
- [Mar 99] Martínez-R., J. C. and Alcántara-S., R. "A low cost system for signature recognition". Proceedings of the 42nd Midwest Symposium on Circuits and Systems. IEEE Circuits and Systems Society. Pp. 100-104. 1999. Las Cruces, N.M.
- [Mar 03] Martínez-R., J. C. and Alcántara-S., R. "On-line signature verification based on optimal feature representation and neural-network-driven fuzzy reasoning". Book of Abstracts and CD of the International Conference on Advances in Infrastructure for e-business, e-Education, e-Science, e-Medicine and Mobile Technologies on the Internet. SSGRR 2003w. Pp. XI. Intelligent Systems. 2003. L'aquila, Italy.
- [Mar 03-1] Martínez-R., J. C. and Alcántara-S., R. "Optimal Prototype Functions of Features for On-line Signature Verification". Proceedings of the 11th Conference of the International Graphonomics Society. IGS2003 "Connecting Sciences Using Graphonomic Research". Pp. 220-223. 2003. Scottsdale, AZ. EUA.
- [Mat 95] Matsuura, T. and Okamura, S. "On FIR filter for signature verification". Proceedings of the IEEE 38th. Midwest Symposium on Circuits and Systems. Pp. 366-369. 1995.
- [Min 00] Mingming, M., Wijesoma, W. S. "Automatic on-line signature verification based on Multiple Models". Proceedings of the IEEE/IAFE/INFORMS Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering. 2000 (CIFEr). Pp. 30-33. 2000.
- [Miz 99] Mizukami, Y., Yoshimura, M., Yoshimura, I., and Miike, H. "An off-line signature verification system using a extracted displacement function". IEEE Proceedings of the Fifth International Conference on Document Analysis and Recognition 1999, ICDAR 1999. Pp. 757-760. 1999.
- [Moh 94] Mohankrishnan, N., Paulik, M. J., and Khalil, M. "Impact of Forgeries on the Performance of an On-Line Model-Based Signature Verification". Proceedings of the 37th Midwest Symposium on Circuits and Systems. I. 1994. Pp. 1403-1407. 1994.

- [Moh 99] Mohankrishnan, N., Wan-Suck, L., and Paulik, M. J. "A performance evaluation of a new signature verification algorithm using realistic forgeries". Proceedings of the International Conference on Image Processing, ICIP 99. Pp. 575-579.1999.
- [Mun 99] Munich, M. E. and Perona, P. "Continuous dynamic time warping for translational-invariant curve alignment with applications to signature verification". Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, 1999. Pp. 108-115. 1999.
- [Mur 95] Murshed, N. A., Bortolozzi, F., and Sabourin, R. "Off-Line Signature Verification Using Fuzzy ARTMAP Neural Network". Proceedings of the Third International Conference on Document Analysis and Recognition 1995, ICDAR '95. Pp. 2179-2184. 1995.
- [Mur 95-1] Murshed, N. A., Bortolozzi, F., and Sabourin, R. "Off-line Signature Verification, Without a Priori Knowledge of Class ω_2 . A new approach". Proceedings of the Third International Conference on Document Analysis and Recognition 1995, ICDAR '95. Pp. 191-196. 1995.
- [Nat 04] National Semiconductor Corp., <http://www.national.com/pf/AD/ADC0804.html>.
- [Nal 97] Nalwa, V. S. "Automatic On-line Signature Verification". Proceedings of the IEEE. Pp. 215-239. 1997.
- [Nel 91] Nelson, W. and Kishon, E. "Use of Dynamic Features for Signature Verification. Charlottesville". Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Pp. 201-205. 1991.
- [Ohi 01] Ohishi, T., Komiya, Y., Morita, H., and Matsumoto, T. "Pen-input on-line signature verification with position, pressure, inclination trajectories". Proceedings of the 15th International Symposium on Parallel and Distributed Processing, Pp. 1757-1763. 2001. San Francisco, CA.
- [Par 85] Parks, J. R., Carr, D. R., and Fox, P. F. "Apparatus for Signature Verification". USA Patent. 1985.
- [Pau 94] Paulik, M. J., Mohankrishnan, N., and Nikiforuk, M. "A Time Varying Autoregressive Model for Signature Verification". Proceedings of the 37th Midwest Symposium on Circuits and Systems, 1994. Pp. 1395-1398.1994.
- [Pen 91] Pender, D. A., *Neural Networks and Handwritten Signature Verification*. PhD Thesis. Stanford University, California, 1991.
- [Pla 88] Plamondon, R. and Parizeau, M. "Signature verification from position, velocity and acceleration signals: a comparative study". Proceedings of the 9th International Conference on Pattern Recognition. Pp. 260-265. 1988.
- [Pla 89-1] Plamondon, R. and Lorette, G. "On-Line Signature verification: how many countries are in the race?". Proceedings of the 1989 International Carnahan Conference on Security Technology. Pp. 183-191. 1989.

- [Pla 89-2] Plamondon, R. and Maarse, F. J. "An evaluation of motor models of handwriting". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Pp. 1060-1072. 1989.
- [Pla 90] Plamondon, R. and Parizeau, M. "A comparative analysis of regional correlation, dynamic time warping, and skeletal tree matching for signature verification". IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Pp. 710-717. 1990.
- [Pla 00] Plamondon, R. and Shihari, S. N., "Online and off-line handwriting recognition: a comprehensive survey". IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 1, Pp. 63-84, Jan. 2000 .
- [Rig 98] Rigoll, G. and Kosmala, A. "A systematic comparison between on-line and off-line methods for signature verification with Hidden Markov Models". Proceedings of the International Conference on Image Processing, 1998. ICIP 98. Pp. 1755-1757. 1998.
- [Sab 94] Sabourin, R. and Genest, G. "An extended-shadow-code based approach for off-line signature verification. I. Evaluation of the bar mask definition". Pattern Recognition, 1994. Vol. 2.- Proceedings of the 12th. IAPR International Conference on Computer Vision and Image Processing. Pp. 450-453.
- [Sab 95] Sabourin, R. and Genest, G. "An extended-shadow-code based approach for off-line signature verification II. Evaluation of several multi-classifier combination strategies". Proceedings of the International Conference on Document Analysis and Recognition. Pp. 197-201. 1995.
- [Sab 96] Sabourin, R., Genest, G., and Preteux, F. "Pattern spectrum as a local shape factor for off-line signature verification". 3[1ra.], 43-48. 1996. USA, IEEE. Proceedings of the 13th. International Conference on Pattern Recognition, 1996. 25-8-1996.
- [Sak 01] Sakamoto, D., Morita, H., Ohishi, T., Komiya, Y., and Matsumoto, T. "On-line signature verification algorithm incorporating pen position, pen pressure and pen inclination trajectories". Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Pp. 993-996. 7-5-2001. Salt Lake City, UT.
- [Siu 94] Siu-Cheung, H., Wee-Chong, T. "The design of an intelligent signature processing system for banking environment". TENCON '94. Proceedings of the IEEE Region 10's Ninth Annual International Conference. Theme: Frontiers of Computer Technology. Pp. 976-980. 1994. U.S.A.
- [Sly 95] Slyter, S. A., *Forensic Signature Examination*, 1st. ed. Springfield, Illinois. Charles C Thomas, 1995, pp. 1-117.
- [Spi 00] Spiegel, M. R. *Estadística*. 2da. Edición. McGraw-Hill. Serie Schaum. México, D.F. 2000.
- [Ste 75] Sternberg, J. "Automated Signature Verification using Handwritten Pressure". WESCON Technical Papers, P. 31. 1975. Los Angeles, Cal. U.S.A.

- [Tan 01] Tanabe, K., Yoshihara, M., Kameya, S., Mori, S., Omata, S., and Ito, T. "Automatic signature verification based on the dynamic feature of pressure". Proceedings of the Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition. Pp. 1045-1049. 2001. Seattle, WA, USA, IEEE.
- [The 99] Theodoridis, S. and Koutroumbas, K., *Pattern Recognition*, 1st ed. San Diego, Cal. Academic Press, 1999.
- [Tso 97] Tsoukalas, L. H. and Uhrig R.E., *Fuzzy and Neural Approaches in Engineering*, 1st ed. New York. John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [Val 99] Vallverdú-Bayés, F., Rodríguez-Fonollosa, J. A., Moreno-Bilbao, A., Mariño-Acebal, J. B. *Tratamiento Digital de la señal. Una introducción experimental*. 2da. Edición. Ediciones UPC. España. 1999.
- [Wal 98] Walpole, R. E. and H.-Myers, R. *Probabilidad y Estadística*. 4ta. Edición. McGraw-Hill. México, D.F. 1988.
- [Wan 98] Wan-Suck, L., Mohankrishnan, N., and Paulik, M. J. "Improved segmentation through dynamic time warping for signature verification using a neural network classifier". IEEE. Proceedings of the International Conference on Image Processing, 1998. ICIP 98. Pp. 929-933. 1998.
- [Wen 96] Wen, Ch.-J, Jeng, B.S., and Yau, H.-F. "Tremor detection of handwritten Chinese signatures based on multiresolution decomposition using wavelet transforms". Electronics Letters, Vol. 32, No. 3, Pp. 204-206. N.Y. U.S.A.
- [Wij 00] Wijesoma, W. S., Mingming, M., and Sung, E. "Selecting optimal personalized features for on-line signature verification using GA". IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Pp. 2740-2745. 2000.
- [Wir 97] Wirtz, B. "Average prototypes for stroke-based signature verification". Proceedings of the Fourth International Conference on Document Analysis and Recognition, 1997. Pp. 268-272. 1997.
- [Wu 97] Wu, Q.-Z., Jou, I.-C., and Lee, S.-Y. "On-line signature verification using LPC cepstrum and neural networks". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics . Pp. 148-153. 1997.
- [Yas 93] Yasunaga, M., Masuda, N., Yagyu, M., Asai, M., Shibata, K., Ooyama, M., Yamada, M., Sakaguchi, T., and Hashimoto, J. "A self-learning digital neural network using wafer-scale LSI". IEEE Journal of Solid-State Circuits. Pp. 106-114. 1993.
- [Yin 93] Yingyong, Q. and Hunt, B. R. "Verification of handwritten signature images by multiresolution wavelets analysis". Conference Record of the twenty-seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers 1993. Pp. 6-10. 1993. Asilomar.

-
- [Zho 95] Zhou, R. W., Quek, C. A. "Pscudo Outer Product based Fuzzy Neural Network". IEEE. Proceedings of the International Conference on Neural Networks 1995. Pp. 957-962. 1995.
- [Zho 96] Zhou, R. W., Quek, C. "An automatic Fuzzy Neural Network Driven Signature Verification System". Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 1996. Pp. 1034-1039. 1996.