



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
ACATLAN**

**CRECIMIENTO Y CONVERGENCIA ECONÓMICA  
PARA AMÉRICA LATINA 1960-1999**

**T E S I**  
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**  
**LICENCIADO EN ECONOMÍA**  
**P R E S E N T A**  
**HERNÁNDEZ MARTÍNEZ OSVALDO**



**ASESOR:**  
**MAESTRO LUIS QUINTANA ROMERO**

**Septiembre de 2004**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi Madre por su incansable ejemplo.

## AGRADECIMIENTOS

A mis tías y toda mi familia por su apoyo incondicional.

Al maestro Quintana Romero por su afecto y por haber sido mi  
director de tesis.

A Carlos Viáfara por su amistad y ayuda en la parte final de este  
trabajo

A Jorge Veizaga por la gran amistad que nos une

A Betty Manrique por su amistad y su ayuda en aquellos momentos  
tan difíciles

Y de manera muy especial a Hortensia por su apoyo y comprensión  
absoluta

## INDÍCE

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>CRECIMIENTO Y CONVERGENCIA: UN MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>6</b>
2.1	EL MODELO DE CRECIMIENTO NEOCLÁSICO: SOLOW-SWAN .....	6
2.2	LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN NEOCLÁSICA .....	8
2.2.1.1	Propiedades de la Función de Producción .....	10
2.3	LA POBLACIÓN .....	16
2.4	LA TECNOLOGÍA. UNA VARIABLE EXÓGENA .....	18
2.5	CONCLUSIONES DEL MODELO .....	20
2.6	INSUFICIENCIA DEL MODELO .....	24
2.7	EL MODELO AK .....	34
2.8	EL CONCEPTO DE CONVERGENCIA; SU FORMALIZACIÓN .....	40
2.9	CONVERGENCIA CONDICIONAL .....	43
<b>3</b>	<b>CRECIMIENTO Y CONVERGENCIA: UN ENFOQUE ECONOMÉTRICO</b> ....	<b>46</b>
3.1	MODELO DE ANÁLISIS .....	46
3.1.1	<i>Innovaciones en la región 1</i> .....	49
3.1.1.1	Los consumidores .....	53
3.1.2	<i>La región 2, imitadora</i> .....	56
3.2	CONTRASTES EMPÍRICOS Y TIPOS DE CONVERGENCIA .....	58
3.2.1	<i>Tipos de convergencia</i> .....	61
<b>4</b>	<b>EVIDENCIA EMPÍRICA PARA EL CASO DE AMÉRICA LATINA</b> .....	<b>72</b>
4.1	DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CRECIMIENTO Y CONVERGENCIA ABSOLUTA DE AMÉRICA LATINA .....	73
4.2	CONVERGENCIA ABSOLUTA PARA AMÉRICA LATINA (AL-7 1960-1999) .....	86
4.3	CONVERGENCIA CON SERIES DE TIEMPO .....	93
4.4	CONVERGENCIA ESTOCÁSTICA .....	97
4.4.1	<i>Análisis del correlograma de una serie</i> .....	99
4.4.2	<i>Pruebas de raíz unitaria</i> .....	100
4.4.3	<i>Análisis de las diferencias de los PIB per capita</i> s .....	103
4.4.4	<i>Estimación de la relación de cointegración</i> .....	106
4.5	CONVERGENCIA CÍCLICA .....	116
	CONTRASTE DE CONVERGENCIA CÍCLICA PARA EL CASO DE ARGENTINA, PERÚ Y AL .....	117
4.5.1	<i>Contraste de Convergencia Cíclica para el caso de México y EEUU</i> .....	121
<b>5</b>	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>124</b>
<b>6</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>127</b>
<b>7</b>	<b>ANEXO DE DATOS</b> .....	<b>132</b>

## 1 Introducción

El presente trabajo de tesis se centra en el estudio del crecimiento económico y la convergencia en el largo plazo, en un marco de apertura comercial y transferencia de tecnología en la región de América Latina durante los últimos 40 años (1960-1999). Para tal efecto se realizó una revisión teórica y empírica de los trabajos que se han realizado hasta el momento ligado a este tema.

El tema del crecimiento es vasto en la historia del pensamiento económico y siempre ha estado presente en el desarrollo de investigaciones pioneras; de pensadores de la talla de Adam Smith, David Ricardo, por mencionar los más importantes. Estos autores mostraron una preocupación al respecto e hicieron aportaciones fundamentales que guían en gran medida al pensamiento económico actual.

Recientemente, el tema del crecimiento económico ha cobrado gran interés teórico y empírico por parte de distinguidos investigadores formados en diferentes escuelas del pensamiento, (estructuralistas, nekeynesianos y los keynesianos, marxistas y neoclásicos). Particularmente los llamados neoclásicos, han centrado su análisis en los últimos años en el desenvolvimiento económico de las regiones, las disparidades de la renta y el fenómeno de la convergencia económica, que grosso modo se puede entender como, el acercamiento de las economías en el largo plazo, hacia el estado estacionario.

El tema del crecimiento y la convergencia económica abrió a la investigación teórica y empírica el debate desarrollado últimamente desde dos vertientes. Por un lado la controversia de las implicaciones teóricas que encierra el tema de la convergencia y por otro lado, las diferentes variables y técnicas econométricas pertinentes para el estudio de este fenómeno entre los diferentes actores de la economía mundial.

Entre los fundamentos teóricos, sobresalen dos temas de suma importancia que han sido cuestionados en los últimos años por diferentes investigaciones, me refiero a la relación existente entre apertura comercial, crecimiento y convergencia económica. Alrededor de esta última relación, siempre han concurrido grandes diferencias en el pensamiento económico, las cuales cobraron mayor preponderancia a raíz de los diferentes cambios que se han gestado en el ámbito global en los últimos cuarenta años, y principalmente en las dos últimas décadas.

En la actualidad los gobiernos del mundo se han sumado al discurso a favor de una mayor apertura comercial, con el propósito de beneficiarse de las bondades del comercio internacional que promueven un mayor flujo de inversión en capital físico y humano y una transferencia de tecnología de las economías líderes a las economías en desarrollo (World Bank, 2002). El Banco Mundial menciona este hecho como el elemento principal que originó el despegue en las economías asiáticas y el acercamiento entre éstas y las economías consideradas del primer mundo.

Para el caso de países y regiones subdesarrolladas o emergentes, como actualmente se le denomina a algunos países de América Latina entre las que se encuentran, Brasil, Chile y México, entre otros, el tema del crecimiento económico y la convergencia es fundamental, para evaluar cuáles han sido las repercusiones de estos cambios en el crecimiento de largo plazo de esta región.

Esta investigación persigue los siguientes objetivos. Primero, estudiar las diferentes posturas teóricas que se han desarrollado alrededor de la convergencia versus divergencia, que sirva como una introducción al problema de convergencia en América Latina, y como un marco teórico de la investigación. Segundo, conocer las diferentes técnicas econométricas desarrolladas para el estudio de la convergencia. Tercero, analizar cuál es la relación que existe en el largo plazo, entre el crecimiento económico y el proceso de convergencia en América Latina en los últimos 40 años. Cuarto, estudiar si el PIB per cápita de la región muestra

evidencia estadística a favor de la convergencia a través del comercio internacional de esta región con regiones innovadoras o creadoras de tecnología, bajo el supuesto de que ha una mayor relación comercial con el exterior, existe una difusión tecnológica, de países líderes en tecnología ha países atrasados, los cuales pueden aprovechar estos adelantos tecnológicos he incorporarlos a sus procesos productivos, y de esta forma cerrar la brecha entre economías líderes y atrasadas; o si por el contrario, la región de América Latina tiende hacia la divergencia de sus economías, en el caso de que no exista difusión tecnológica en la región, y por lo tanto, las economías de América Latina no se han capaces de cerrar la brecha entre ellas y las economías líderes.

La hipótesis de esta investigación es la siguiente: El desarrollo económico de América Latina en el largo plazo no muestra evidencias de un acercamiento de sus economías, ni formal ni estructural histórica, si no contrariamente existe un comportamiento de manera divergente al interior de la región, sin embargo, economías como México o Brasil por su alto comercio internacional con Estados Unidos puede suponerse que presenten evidencia estadística a favor de un acercamiento de tipo cíclico que es conectado por el lado de sus relaciones comerciales crecientes con este país.

La investigación se divide en cuatro capítulos. En el primer capítulo, se hace una exposición de los modelos básicos de crecimiento neoclásicos; en concreto, el modelo de Solow-Swan y el modelo AK de tecnología endógena, asimismo introducimos de manera teórica el concepto de convergencia absoluta, convergencia condicional, beta y sigma y las implicaciones teóricas de estos enfoques.

El segundo capítulo, tiene por objeto la exposición y el estudio del modelo teórico de análisis, así como de una revisión de los enfoques econométricos utilizados en el estudio de la convergencia económica y el planteamiento de la metodología

utilizada en esta investigación, además de presentar las diferentes interpretaciones de los contrastes que serán utilizados en el capítulo tres.

En el tercer capítulo, se presenta la aplicación empírica de los contrastes de convergencia. Al interior de la región de América Latina y supraregionalmente nos centramos en la relación de siete países de la región; Argentina, Brasil, Colombia, Chile, México, Perú y Venezuela, los cuales sobresalen en la región por un mayor intercambio comercial con el exterior. En este último enfoque utilizamos a EU como punto de comparación, ello nos servirá como plataforma para identificar relaciones de convergencia a nivel de países y determinar cuál es la correspondencia de estos en el largo plazo con respecto a Estados Unidos.

Finalmente, en el cuarto capítulo, se representan de manera breve, los resultados empíricos que arrojan la aplicación de las diferentes metodologías econométricas sobre la existencia de convergencia o de divergencia y el posible acercamiento cíclico de algunas economías de la región intraregionalmente y supraregionalmente a través de la comparación con los Estados Unidos.

## 2 Crecimiento y Convergencia: Un marco teórico

### 2.1 El modelo de Crecimiento neoclásico: Solow-Swan

Recientemente los grandes problemas de la economía (producción, distribución y crecimiento) son abordados por los economistas modernos a través de modelos. Estos modelos tratan de simplificar la realidad y aislar los fenómenos que se desea estudiar.

En este caso el modelo que se presenta a continuación muestra en esencia las siguientes características:

- Equilibrio general. Esto significa que la oferta y la demanda se igualan.
- En su estructura contempla a las familias, las cuales venden su fuerza de trabajo a las empresas y por ello reciben un ingreso. Por otro lado se encuentran las empresas, estas compran la fuerza de trabajo de las familias y las utilizan para crear productos que después venderán en los mercados. Y finalmente los mercados reúnen a las familias y a las empresas para la compraventa de mercancías y de trabajo.
- Por lo tanto, los precios se determinan en los mercados y de esta forma se igualan la oferta y la demanda de la economía.

El modelo fundamental para explicar el crecimiento, desde la perspectiva de la teoría neoclásica es el desarrollado por el economista Robert E. Solow en 1956 (quien fuese acreedor al premio Nobel de economía en el año 1987) y publicado originalmente con el título de *"Una contribución a la teoría del crecimiento económico"*<sup>1</sup>. Este modelo se ha utilizado tanto en el análisis macroeconómico y del crecimiento, además en los últimos años se ha aplicado en estudios de carácter regional y se han desarrollado numerosos trabajos empíricos basados en el concepto de convergencia económica; últimamente se ha utilizado en

---

<sup>1</sup> Este modelo es más conocido en la literatura teórica como el modelo Solow-Swan

numerosas ocasiones para el análisis del comportamiento del crecimiento de diferentes regiones a largo plazo.

Por lo anterior y con la finalidad de cubrir uno de los objetivos planteados por este trabajo, es pertinente conocer el modelo de Solow, por lo que a continuación hacemos una exposición breve del mismo. La versión de Solow que aquí detallamos fue retomada de Sala-i-Martin (2000) y sigue el mismo desarrollo de las ecuaciones presentadas por dicho autor.

Antes de comenzar con la descripción del modelo, es importante hacer notar que el modelo de Solow tiene como objetivo principal estudiar el papel de la relación existente entre los movimientos de la inversión física y el crecimiento económico, como lo menciona Sala-i-Martin (2000).

La descripción formal, la empezaremos introduciendo algunos conceptos básicos de macroeconomía y contabilidad nacional. Inicialmente nos encontramos con una economía donde el producto Interno bruto, (PIB) esta definido como, el valor de todos los bienes y servicios finales producidos en un país durante un periodo determinado y se puede expresar de la siguiente manera:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + NX_t \quad (1)$$

La ecuación anterior plantea, por un lado, la oferta de la economía ( $Y_t$ ) entendida como la cantidad de producción en el momento  $t$  que están dispuestas a ofrecer las empresas a un nivel dado de precios; por el otro lado, presenta los componentes de la demanda agregada, que se entiende como el nivel de producción en el que los mercados de bienes y los de dinero están simultáneamente en equilibrio a cada nivel de precios dado; que se divide como podemos ver en cuatro sectores, ( $C_t$ ,  $I_t$ ,  $G_t$ ,  $NX_t$ ) el consumo de las familias, la inversión, el gasto de gobierno y las exportaciones netas, respectivamente.

Los supuestos básicos del modelo son:

- La economía es cerrada y por lo tanto las exportaciones netas son iguales a cero.
- Si la economía es cerrada para los bienes también lo es para los capitales, es decir, no existe movimiento alguno de capitales.
- El gasto de gobierno es igual a cero

En consecuencia la identidad fundamental de la contabilidad nacional se reduce a la siguiente expresión.

$$Y = C + I \quad (2)$$

Donde

$Y$  = producto

$C$  = consumo

$I$  = Inversión

La ecuación anterior plantea que nuestra producción solo va hacer distribuida entre dos sectores de la demanda agregada, entre el consumo de las familias y la inversión que hacen las empresas.

Por el momento solo nos hemos concentrado en los componentes en los que se distribuye el producto, o en otras palabras solo hemos revisado el lado de la demanda de la economía por lo tanto ahora concentraremos nuestra atención del lado de la oferta, donde se encuentran los factores que generan el producto.

## **2.2 La Función de Producción Neoclásica**

Es común para este tipo de modelos, que se utilice una identidad matemática llamada función de producción para explicar como se mezclan los diferentes factores de la producción para crear diferentes niveles de producto.

---

<sup>2</sup> Nótese que hemos omitido los símbolos del tiempo con el propósito de hacer mas fácil nuestra exposición.

En este caso la función de producción trata de describir la relación que existe, entre los factores de producción; tierra, trabajo, capital, tecnología etc. Arnold Heeteje (1987) define a la función de producción de la siguiente manera:

"La función de producción refleja todas las técnicas de producción eficientes que existen en una época determinada. Esas técnicas constituyen un conjunto matemático de combinaciones posibles de los medios de producción, con vistas a obtener un máximo posible. La función de producción neoclásica es la ecuación que traduce las cantidades de medios de producción en una cantidad de producto obtenido"<sup>3</sup>.

Los factores de producción tomados en cuenta en el modelo de Solow, son el capital (**K**), el trabajo (**L**) y la tecnología (**A**); el capital comprende, las maquinas, herramientas, instalaciones, etc. con que cuenta la economía para producir algún bien. El trabajo es un factor importante en la producción de bienes y comprende el tiempo y la mano de obra empleada en la producción de cualquier bien o servicio. Por ultimo tenemos a la tecnología, para la producción es esencial ya que nos permite hacer más con la misma cantidad de fuerza de trabajo y capital, por ejemplo si se descubre una nueva forma de organización en el trabajo o nuevas maquinas que utilicen menos tiempo para producir, la incorporación de estas maquinas o de estas nuevas organizaciones aumentarán la producción.

Por el lado de la oferta de nuestra economía tenemos que esta relación matemáticamente se puede expresar de la siguiente manera.

$$Y_t = F(K_t, L_t, A) \quad (3)$$

---

<sup>3</sup> Arnold Heeteje. Economía y Progreso Técnico. Fondo de cultura económico. México 1987

### **Donde**

$Y_t$  = producto en el periodo  $t$

$K_t$  = capital en el periodo  $t$

$L_t$  = trabajo en el periodo  $t$

$A_t$  = tecnología en el periodo  $t$

De acuerdo a la ecuación (3), el producto está en función de los niveles del capital, de la fuerza de trabajo y de la tecnología. Es decir el capital  $K$ , el trabajo  $L$ , y la tecnología  $A$  hacen una combinación para producir  $Y$  bienes que, en este caso por razones de simplificación, supondremos que se produce únicamente un solo bien.

#### **2.2.1.1 Propiedades de la Función de Producción.**

- La función de producción presenta rendimientos constantes a escala. Esto significa que, si multiplicamos o aumentamos los factores de la producción, en la proporción constante  $\lambda$  la producción aumentará en la misma proporción.

$$\lambda Y_t = F(\lambda K_t, \lambda L_t, A) \quad (4)$$

### **Donde**

$Y$  = producto

$K$  = capital

$L$  = trabajo

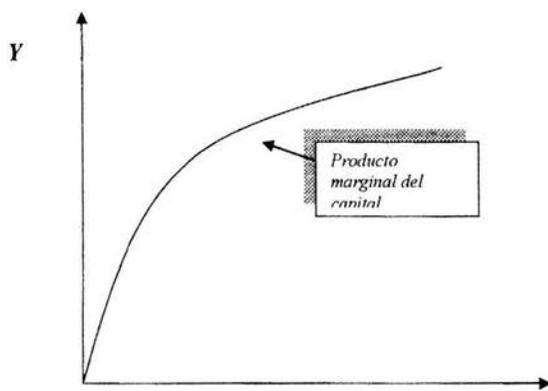
$A$  = tecnología

$\lambda$  = constante

- La segunda característica de la función de producción es, la relación que existe entre la producción y los productos marginales del capital ( $PMK$ ) y del trabajo. Cuando se consideran por separado, al tomar la primera derivada de la función de producción con respecto al capital (costo marginal del capital) debe mostrar incrementos positivos pero decrecientes:

$$PMK = F(K_t + 1) - f(K_t) \quad (5)$$

Esta situación se puede representar con ayuda del grafico 1; a medida que aumenta  $k$  la función de producción se hace mas plana, lo que indica que el producto marginal del capital es decreciente; esto quiere decir que al aumentar el capital cada incremento unitario genera menos producción que la anterior. Así mismo al aumentar el número de los trabajadores, su productividad disminuye con la incorporación de un trabajador adicional.



**Gráfico 1** Productividad marginal del capital

$K$

- La última propiedad que debe cumplir la función de producción se refiere a las llamadas condiciones de Inada. Estas exigen que la productividad marginal del capital se aproxime a cero cuando el capital tiende a infinito y que la productividad marginal del capital tienda a infinito cuando el capital se aproxima a cero:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = 0 \quad (6)$$

$$\lim_{K \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \infty \quad (7)$$

Condiciones análogas se sostienen para el trabajo<sup>4</sup>.

En el trabajo empírico es usual representar la función de producción como una función tipo Cobb-Douglas, donde:

$$Y_t = A t K^{\alpha} L^{1-\alpha} \quad (8)$$

**Donde**

$Y$  = producto

$K$  = capital

$L$  = trabajo

$A$  = tecnología

$\alpha$  = elasticidades del capital  $0 < \alpha < 1$

$1 - \alpha$  = elasticidad del trabajo

Los coeficientes  $\alpha$  y  $1 - \alpha$  no son más que elasticidades del capital y el trabajo respectivamente, la suma de ellas es igual a uno y representan los rendimientos a escala (las elasticidades sumaran uno siempre y cuando exista economías de escala).

- El Producto marginal del capital se puede definir como:

$$K = \alpha Y \quad (9)$$

- A su vez el producto marginal del trabajo se define como:

$$L = (1 - \alpha) Y \quad (10)$$

Retomando la identidad de las cuentas nacionales que planteamos al principio del capítulo:

$$Y = C + I \quad (11)$$

<sup>4</sup> Sala i Martín. Apuntes de crecimiento económico Antoni Bosch editor Pp.16. España 1999.

**Donde**

$Y = \text{producto}$

$C = \text{consumo}$

$I = \text{Inversión}$

El modelo supone que el gobierno no puede endeudarse y que el sector externo no existe o esta en equilibrio siempre, y adicionalmente recordemos que en nuestra economía las familias consumen una parte de su ingreso y lo demás lo ahorran.

La función del consumo esta dada por medio de la ecuación **(12)**, en la cual la  $s$  es la proporción del ingreso que no se consume y que por lo tanto se ahorra. En este caso consideraremos la tasa de ahorro como una constante, o lo que es lo mismo las familias de nuestro modelo independientemente que aumente su ingreso ellas siempre ahorrarán el mismo porcentaje de este.

$$C = (1 - s)Y \quad (12)$$

Si  $s$  es la tasa de ahorro entonces  $(1 - s)$  es la porción que se destina al consumo en la economía en todo el año, si esta expresión la multiplicamos por el ingreso, obtenemos la proporción que ocupa el consumo en el ingreso total, donde  $0 < s < 1$ .

Ahora si sustituimos la ecuación anterior **(12)** en la ecuación **(11)** obtenemos.

$$Y = (1 - s)Y + I \quad (13)$$

Reordenando términos, y despejando para  $Y$  encontramos que la inversión es igual ahorro en nuestra economía, cerrada y sin gobierno, porque el ahorro de las familias coincide con la inversión y por lo tanto el ahorro y el ingreso representa un porcentaje de la renta nacional.

$$I = sY \quad (14)$$

La inversión bruta es entendida siempre como el aumento de la cantidad física del capital, la cual tiene dos objetivos, primero, representa el aumento del stock de capital y el segundo es la inversión, que se realiza con el fin de cubrir el desgaste que sufre la maquinaria o en otras palabras lo que todos conocemos como depreciación. La depreciación, se entiende como una parte de la inversión que se destina a reponer el equipo ya usado y que esta en malas condiciones.

La relación que muestra como se distribuye la inversión en el tiempo la podemos representar de la siguiente manera:<sup>5</sup>

$$I_t = \dot{K} + \delta K_t \quad (15)$$

**Donde**

$I$  = Inversión en el periodo  $t$

$\dot{K}$  = Tasa de crecimiento del capital

$\delta$  = Depreciación

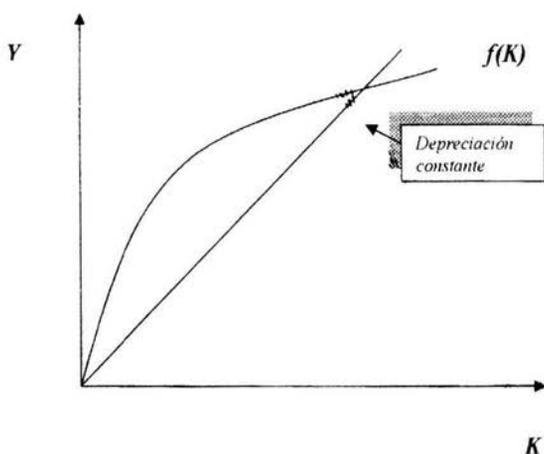
Por lo tanto la inversión bruta esta explicada por el aumento de la inversión neta, que es destinada a la compra de equipo nuevo  $\dot{K}$ , más la fracción de las maquinas que se deprecian a lo largo del tiempo o depreciación ( $\delta K_t$ ).

Ahora si sustituimos la ecuación (15) en la ecuación (13) obtenemos lo siguiente:

$$Y = (1 - s)Y + \dot{K} + \delta K_t \quad (16)$$

---

<sup>5</sup> Las variables con punto representan tasas de crecimiento



**Gráfico 2** Función de producción y tasa de depreciación constante

La ecuación (16) se representa en la grafica 2. La línea recta es la depreciación constante, y la curva es la función del capital, su forma se explica por el supuesto de rendimientos decrecientes del capital.

Despejando la  $\dot{K}$  de (16) y pasando todos lo términos hacia derecha, llegamos a la ecuación fundamental del modelo de Solow:

$$\dot{K} = sF(K_t, L_t, A_t) - \delta K_t \quad (17)$$

Esta ecuación es muy importante porque explica cuales son los determinantes básicos de la formación de capital en una economía y por lo tanto permite establecer el papel de la formación de capital físico en el crecimiento económico.

La ecuación (17) muestra claramente la relación que existe entre los factores de producción y el capital en el momento  $t$ . El crecimiento de capital esta relacionado positivamente con el aumento del ahorro, con el aumento del mismo capital y negativamente con la depreciación.

### 2.3 La población.

Para vincular la formación de capital con el problema del crecimiento es necesario considerar la evolución del ingreso per capita, lo cual incorpora al modelo el crecimiento poblacional

Para simplificar el modelo, se supone que la población es igual a  $L_t$ , que es igual al numero de trabajadores. Esto quiere decir que los trabajadores representan a la población total y que todos trabajan. Adicionalmente se considera que la población crece a una tasa constante  $n$ .

Si dividimos la ecuación (17) por la población  $L_t$ . Obtenemos la representación de todas las variables en términos per capita.

$$\frac{\dot{K}}{L_t} = s \frac{F(K_t, L_t, A_t)}{L_t} - \delta \frac{K_t}{L_t} \quad (18)$$

Para simplificar un poco las notaciones, desde este momento tomaremos letras minúsculas para los coeficientes per cápita. De esta forma la función de producción puede definirse como:

$$y = f(k, A) \quad (19)$$

**Donde**

$y$  = Ingreso per cápita

$k$  = Capital per capita

$A$  = Tecnología

Esto quiere decir que la producción, esta explicada por el crecimiento del capital y por la tecnología. Para comprobar esto dividiremos también la función de producción Cobb-Douglas entre  $L_t$ .

$$y = \frac{Y}{Lt} = \frac{A K^\alpha L^{1-\alpha}}{Lt} = A k^\alpha \quad (20)$$

Si utilizamos el supuesto de que la población crece a una tasa constante  $n$  obtenemos, despejando para  $k$  y sustituyendo en la ecuación (16).

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{Lt} - \frac{Lt}{Lt} \frac{Kt}{Lt} = \dot{k} - nkt \quad (21)$$

Factorizando obtenemos que.

$$\dot{k} = sf(kt, At) - \delta kt - nkt \quad (22)$$

$$\dot{k} = sf(kt, At) - (\delta + n)kt \quad (23)$$

Esta última ecuación, presenta la relación que existe entre el crecimiento del capital en términos per cápita y el resto de los factores de la producción. La relación existente muestra que el crecimiento del capital está afectado negativamente por la depreciación y el crecimiento poblacional. Esto significa que el crecimiento poblacional va a operar como un factor negativo en la evolución de la economía. De ahí se desprende que economías con un alto crecimiento poblacional tendrán menores tasas de inversión.

## 2.4 La tecnología. Una variable exógena

La tecnología se entiende en el modelo de Solow, como una constante y además exógena. Sala-i-Martin (2000) justifica este supuesto de la siguiente manera.

"Como nuestro objetivo ahora es analizar el papel de la inversión en capital como determinante de la tasa de crecimiento económico, será útil prescindir de todas las fuentes alternativas del crecimiento potencial..... será útil suponer que la tecnología no crece"<sup>6</sup>.

El modelo considera a la tecnología como:  $A$ . Matemáticamente lo podemos representar de la siguiente manera.

$$At = A \quad (24)$$

Sustituyendo (24) en la ecuación anterior (23) obtenemos la ecuación fundamental del modelo. Esta ecuación (25) resuelve tentativamente el objetivo planteado inicialmente. Observemos que tanto el aumento del ahorro y por lo tanto de la inversión aumenta el capital por persona, mientras que la depreciación y el crecimiento poblacional disminuye la tasa de crecimiento del capital por persona.

$$\dot{k} = sA k^\alpha t - (\delta + n) kt \quad (25)$$

---

<sup>6</sup> Existe gran controversia teórica sobre este punto, sin embargo recordemos que el modelo supone que todos los recursos están empleados, entonces no existe fuente alguna del surgimiento de los recursos tecnológicos. Este punto es tratado en el siguiente apartado.

### Donde

- $\dot{k}$  = Tasa de crecimiento del capital
- $s$  = Tasa de ahorro
- $k$  = Capital
- $\alpha$  = elasticidad del capital
- $\delta$  = Depreciación
- $n$  = Tasa de crecimiento de la población
- $t$  = Tiempo

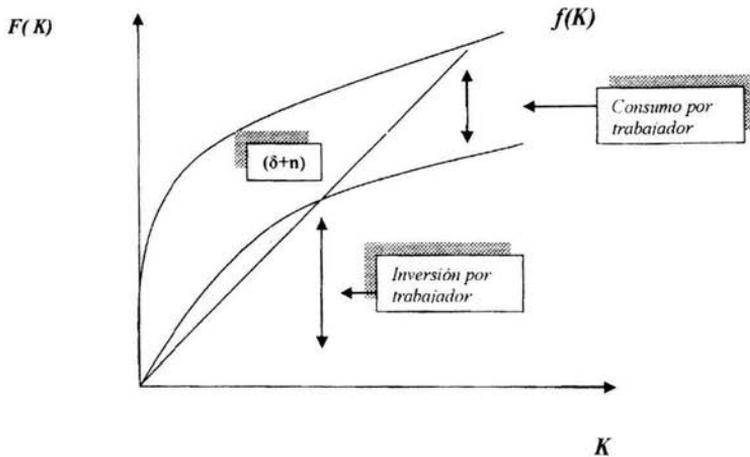
Los determinantes de la tasa de crecimiento los siguientes según Sala-i Martín (2000):<sup>7</sup> "el stock de capital por persona  $\dot{k}$  aumenta con la diferencia entre ahorro bruto de la economía  $sA k^\alpha$ , y el término  $(\delta + n)kt$ . Cuando aumenta la tasa de ahorro de la economía (que es igual a la inversión en una economía cerrada), la inversión agregada aumenta. Como la inversión sirve para aumentar la cantidad de maquinas, el stock de capital aumenta, por lo que el primer término  $sA k^\alpha$  es fácil de entender. El término  $\delta k$  también es de fácil comprensión: cuanto mayor es la fracción de las maquinas que se deprecia en un momento dado, menor es el aumento en el stock de capital por persona (y por esto el término  $\delta k$  aparece con un signo negativo). El término  $nk$  puede ser un poco más difícil de comprender pero es igualmente sencillo. Imaginemos por un instante que  $s = 0$ . El primer término de la derecha de (25) es igual a cero y la inversión es cero. La ecuación (25) nos dice que el stock de capital per capita disminuye por dos razones: La primera es que la fracción del capital se deteriora o se deprecia. La segunda razón por la que el stock de capital per capita decrece si no se invierte nada, es debido a que el número de personas aumenta. Esto es lo que refleja el término  $nk$ ".

---

<sup>7</sup> Sala i Martín. Apuntes de crecimiento económico Antoni Bosch editor. España 1999 Pp.21.

## 2.5 Conclusiones del Modelo

En efecto la ecuación fundamental del modelo de Solow revela que el aumento del capital esta relacionado con las diferencias entre dos funciones, la función de ahorro y la función de depreciación. El modelo se Solow que hemos revisado tiene fuertes implicaciones para la explicación del crecimiento entre países. Para dar cuenta de ello consideremos la grafica 3.



**Gráfico 3** Modelo de Solow

A primera vista, podemos observar que todas las curvas son funciones del capital y que decrecen con el tiempo, por las características intrínsecas que presenta la función de producción neoclásica (ley de los rendimientos decrecientes del capital). Y como ya habíamos supuesto, la curva de depreciación y el crecimiento poblacional son constantes y su grafica es una línea recta. La curva de ahorro, por sus características esta por debajo de la curva de  $f(k)$  ya que los valores que puede tomar la tasa de ahorro son  $0 < s < 1$ .

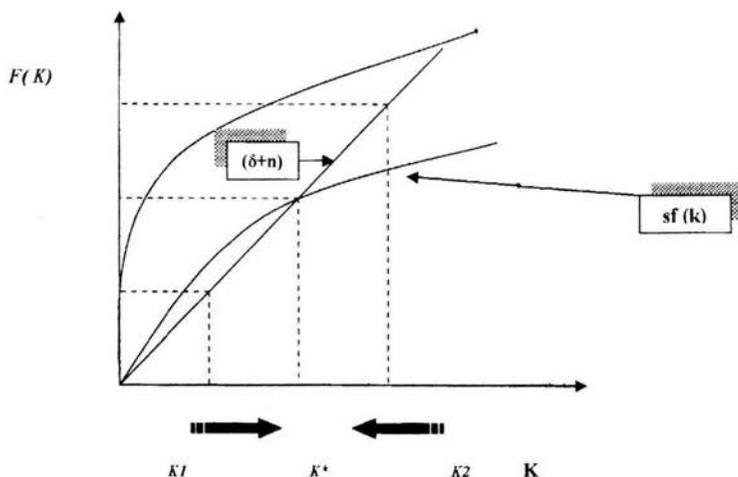
La función de ahorro o curva de ahorro, a su vez se relaciona con el crecimiento de la inversión y con el crecimiento del consumo, por ejemplo un incremento del ahorro aumentara la inversión, este incremento provoca un desplazamiento de la

curva de ahorro hacia arriba, sin embargo el incremento del ahorro tiene como consecuencia un decremento en el consumo y un aumento en el largo plazo del ingreso.

Por el lado de la función de depreciación, un aumento en la tasa de crecimiento de la población o un incremento en la tasa de depreciación (que son exógenos al modelo y constantes) provocan un desplazamiento de la curva de depreciación hacia arriba.

Si observamos cuidadosamente nos percatamos que hay un sólo punto donde se cruzan las curvas y este lo marcamos con  $k^*$ , en este punto la depreciación es igual a la tasa de ahorro, y se le conoce como el "**estado estacionario**", definido como el punto donde el crecimiento del stock de capital es igual a cero, pues las diferencias entre las funciones de ahorro y depreciaciones se cancelan, o lo que es lo mismo el ahorro existente en la economía es igual al crecimiento de la depreciación del capital, como en este caso el ahorro es igual a la inversión esto implicaría que el crecimiento de la inversión solo alcanza a cubrir el ritmo al cual se deprecian el stock de capital por persona y por lo tanto, no crece solo se mantiene. Esto significa que si una economía se encuentra en este punto, el capital se mantiene constante a una tasa de crecimiento.

Para que quede claro el concepto de estado estacionario observemos el gráfico 4



**Gráfico 4** El Estado Estacionario

La descripción del gráfico 4 según Mankiw es la siguiente <sup>8</sup>La figura representa gráficamente la inversión y la depreciación correspondientes a diferentes niveles del stock de capital  $k$ . Cuando más alto es el stock de capital mayor son las cantidades de producción y de inversión. Sin embargo, cuanto más alto es, mayor es también la depreciación<sup>9</sup>. Debido a esto si una economía está invirtiendo demasiado en el punto  $k2$  el aumento de la depreciación arrastra a la economía hacia el estado estacionario  $k^*$  en el sentido que marca la flecha de la derecha. Ahora si nos situamos en el punto  $k1$ , en ese punto estamos en un nivel inferior al  $k^*$  y el nivel de la inversión es superior a la depreciación y en este caso el nivel de inversión aumenta hasta llegar de nuevo a  $k^*$  al nivel de estado estacionario.

Finalmente el consumo por trabajador señalado en el gráfico lo determina el área que existe entre la función de producción y la función de depreciación.

<sup>8</sup> Mankiw N. G. Macroeconomía Antoni Bosch editor 3a edición. España 1999

En resumen el modelo de Solow trata de explicar el crecimiento económico a partir de la incidencia de los factores directos que afectan el crecimiento del capital el producto  $Y$ , el mismo capital  $K$ , trabajo  $L$  y con un carácter exógeno la tecnología  $A$ .

Como ya se había considerado el modelo de Solow-Swan trabaja con rendimientos decrecientes, lo que implica que si utilizamos cada vez mas de cualquier factor de producción, la utilidad que nos da la ultima unidad producida es menor. Lo cual hace que el producto crezca a un ritmo menor. En el largo plazo esperaríamos que llegara el momento en el cual la economía alcance un estado estacionario donde todas las variables crezcan a una misma tasa y la economía entra a un estado de maduración estable. De esta forma las economías que estén más lejos del estado estacionario tienden a crecer mas que las que se aproximan a el, lo cual quiere decir que los países de menor desarrollo crecerán más que los países con un desarrollo mayor y finalmente convergerán a largo plazo. Esto se conoce como la hipótesis de convergencia del modelo neoclásico y ha sido desarrollada y puesta a prueba empíricamente en los últimos años por teóricos como Sala-i-Martin (1992), Barro (1992) y Romer, Mankiw (1992) por nombrar algunos, este tipo de enfoque lo tratare con más detenimiento en la parte final.

Presentado de esta manera, se podría concluir precipitadamente, que hagan lo que hagan los gobiernos de los diferentes países del mundo están condenados tarde que temprano al estancamiento, además de suponer una cierta ventaja de los países pobres sobre los ricos, los cuales tenderían a crecer más y con mayor rapidez que los países poderosos, en el largo plazo. En consecuencia los países que en la actualidad son ricos tenderían a disminuir paulatinamente su crecimiento y estabilizarse al acercarse al estado estacionario y de esta manera en el largo plazo todas economías tiendan a un mismo nivel de vida. Sin embargo nada de esto ha sucedido y realmente esta muy lejos que pueda ser realidad. Por ejemplo Stiglitz afirma: lo siguiente:

"Con la perspectiva de unos quince años de investigación, ahora parece que la teoría desarrollada por Solow, es decir que la economía que converge suavemente hacia un crecimiento proporcional en el que las expectativas no juegan ninguna papel explicito es tan dudosa en este sentido como lo pudiera ser otras tantas teorías"<sup>9</sup>

Algunos trabajos teóricos como los de Mankiw,(1990) Romer (1986) y Lucas (1990) entre otros, han tratado de superar los aspectos críticos del modelo de Solow.

## 2.6 Insuficiencia del modelo

Hemos observado en el apartado anterior de manera introductoria. Cuales son las características de los movimientos de las funciones que componen la ecuación fundamental del modelo de Solow-Swan. Asimismo introducimos la idea de la economía convergente al estado estacionario. Sin embargo es de sumo interés el análisis mas de tallado de estos movimientos en el largo plazo y cuales pueden ser las políticas mas recomendables, dentro del marco de análisis del modelo Solow-Swan. Además de que nos ayudara; por un lado, ha identificar cual es el problema del modelo y por otro lado cual es el papel que juega la tecnología en este modelo.

Para observar el comportamiento de las tasas de crecimiento del capital en largo plazo es necesario hacer algunos cambios en la función de producción. En una función de producción Cobb-Douglas como la que presenta le modelo de Solow la tasa de crecimiento del PIB per capita es proporcional a la tasa de crecimiento del capital. De esta forma la tasa de crecimiento del ingreso per cápita es proporcional a la tasa de crecimiento del capital y a su vez la tasa de crecimiento del capital es proporcional a la tasa de crecimiento del consumo; por lo tanto para encontrar la

---

<sup>9</sup> J.E. Stiglitz, Recurrence of techniques in a dynamic economy , en J. A. Mirrles y N. Stern (edes) Models of economic growth, MacMillan, Londres,1973. pp.160

tasa de crecimiento a largo plazo del capital basta con dividir la ecuación fundamental del modelo (25) por  $k$ .

$$\frac{\dot{k}}{k} = s \frac{f(k, A)}{k} - (\delta + n)$$

Sustituyendo  $\frac{f(k, A)}{k} = Ak^{-(1-\alpha)}$

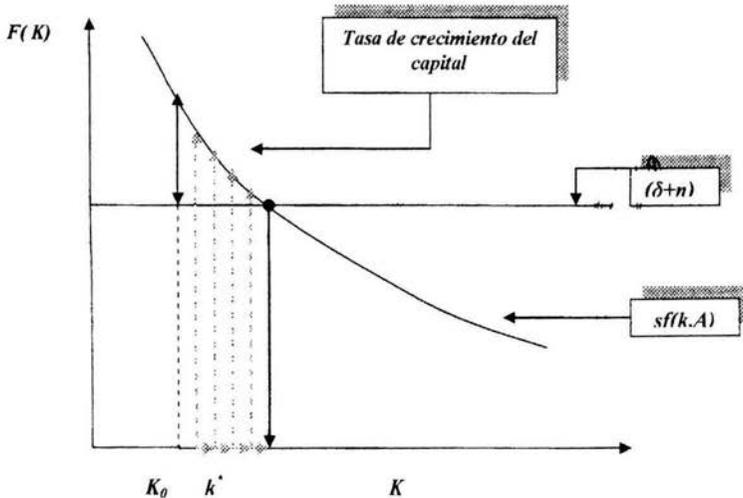
Tenemos que

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{-(1-\alpha)} - (\delta + n) \quad (26)$$

La ecuación anterior indica que la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo esta afectada por dos cuestiones. Por un lado los aumentos de la tasa de ahorro y la tecnología, la hacen crecer, o en otras palabras afectan positivamente el crecimiento de la tasa de capital. Por otro lado, los aumentos de la depreciación y la tasa de crecimiento poblacional afectan negativamente a la tasa de crecimiento del capital.

En el gráfico 5 están representadas las funciones de la ecuación de la tasa de crecimiento del capital a largo plazo. Recordemos que la tasa de crecimiento del capital es igual a la tasa de crecimiento del ingreso, por lo tanto observamos en la grafica que en  $K_0$  se encuentra la tasa de crecimiento inicial del capital y del ingreso. El área que se encuentra entre la curva de depreciación y la curva de ahorro representa la tasa de crecimiento del capital y por lo tanto la tasa de crecimiento del ingreso de la economía, observamos que esta área es cada vez menor con forme se acerca la economía a su estado estacionario  $k^*$ . Este fenómeno es explicado a través del supuesto de rendimientos decrecientes del

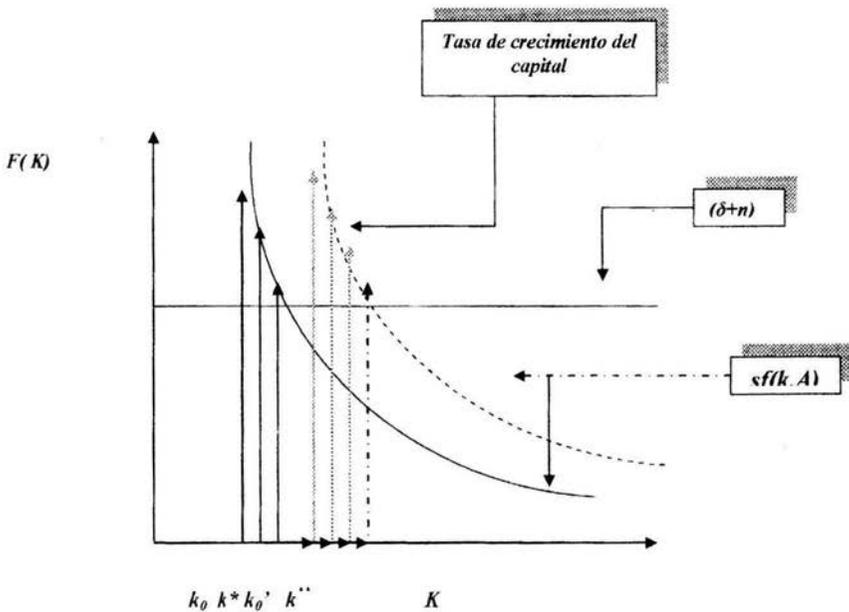
capital. Por lo tanto una economía que invierta una proporción constante de su ingreso, tal como hemos supuesto, en el largo plazo converge, a su estado estacionario y en consecuencia llegara el momento en donde dejara de crecer.



*Gráfico 5 Efecto en el crecimiento del capital en el largo plazo de una tasa de ahorro constante*

Sin embargo existen grandes esfuerzos de los gobiernos para incrementar su tasa de ahorro y de esta manera incrementar su inversión, con el propósito de hacer crecer su economía. Un incremento de la tasa de ahorro se ve reflejado por un desplazamiento de la curva de ahorro hacia la derecha alcanzando la economía un stock de capital más alto tal como lo muestra el gráfico 6. Observamos que en el corto plazo, un aumento de la tasa de ahorro y por lo tanto de la inversión provoca un incremento de la tasa de crecimiento del capital por lo que avanzamos de  $k^*$  hasta  $k_0'$  sin embargo en el largo plazo la ley de los rendimientos decrecientes del capital arrastra a la economía hacia  $k''$  a un nuevo estado estacionario donde la economía deja de crecer.

En el corto plazo la política de incrementar el ahorro y por lo tanto también la inversión podría ayudar a que la economía crezca, no obstante si tomamos en cuenta que el ahorro representa una proporción del ingreso de las familias, llegara el momento en que si aumentamos indefinidamente el ahorro con el fin de aumentar la inversión, la tasa de ahorro puede que llegue a cubrir todo el ingreso, sin dejar lugar al consumo. Este escenario sería imposible y aunque se pudiera alcanzar, los rendimientos decrecientes del capital incorporados en la función de producción de nuevo volverán a ocasionar que la economía converja a su estado estacionario.



*Gráfico 6 Efecto de un aumento en tasa de ahorro en la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo.*

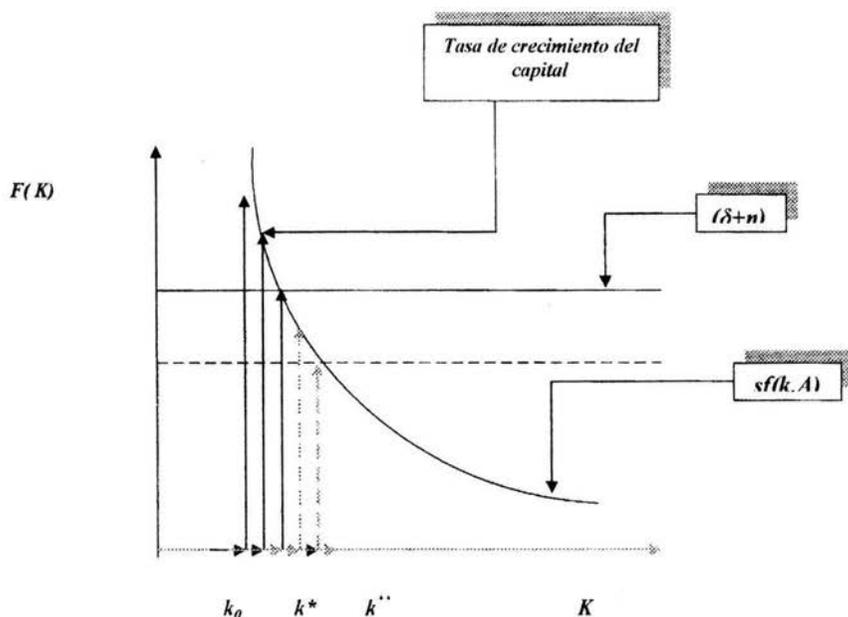
Ahora analizaremos el comportamiento de la curva de depreciación y la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo. Esta función depende de la tasa de depreciación y la tasa de crecimiento de la población. La tasa de crecimiento de la población es una variable exógena y constante y es bastante difícil incidir en el

comportamiento del desgaste de la maquinas, pero no así para la tasa de crecimiento poblacional. Aunque no es fácil tratar de cambiar su curso, tampoco es imposible, las políticas que inciden en el crecimiento de la población recientemente se ha presentado en los países en vías de desarrollo.

En el largo plazo la política de bajar la tasa de crecimiento de la población por diferentes métodos, repercutirá en el crecimiento del capital por persona tal como muestra el gráfico 7. En el corto plazo la curva de depreciación descenderá, esto permite que la economía crezca del punto  $k^*$  hasta el punto  $k^{**}$  donde la economía encontrara un nuevo estado estacionario.

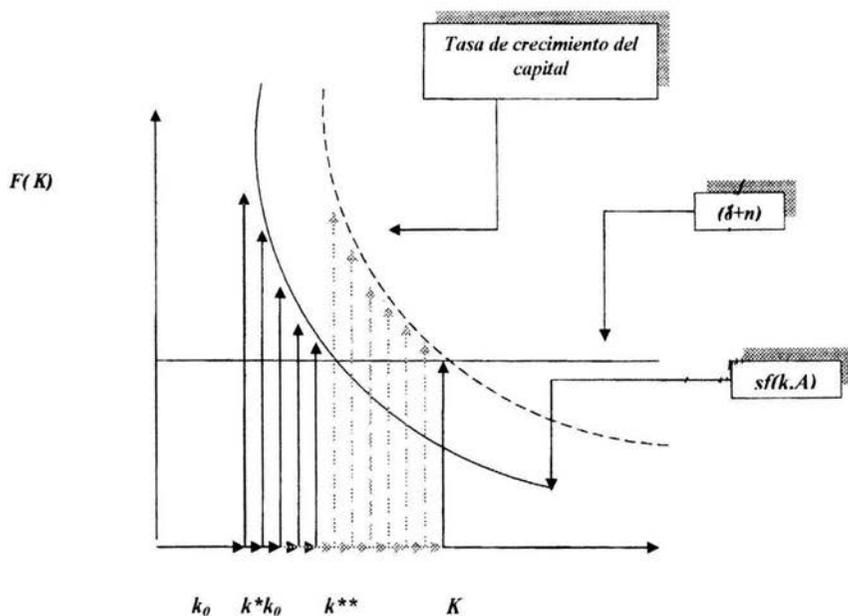
Por lo tanto una política que tenga el fin de hacer bajar la tasa de crecimiento poblacional tampoco ayudará mucho a incrementar la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo, pues esta solo traerá consecuencias benéficas momentáneamente, además tampoco podemos prolongar indefinidamente esta política por obvias razones.

Finalmente probaremos que es lo que sucede con la tasa de crecimiento del capital por persona a largo plazo, si se presentará un incremento del nivel tecnológico.



**Gráfico 7** Efecto de la disminución en la tasa de crecimiento de la población en la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo.

Observamos en el gráfico 8 el caso de que ocurriera un aumento en el nivel tecnológico en nuestra economía. De nuevo en el corto plazo se producirá un desplazamiento de nuestra curva de ahorro hacia la derecha, por lo tanto pasaremos en el largo plazo del estado estacionario  $k^*$  al  $k^{**}$  donde nos encontraremos con un nivel de capital más elevado. Es importante hacer notar que el crecimiento del nivel tecnológico puede ser parecido con el incremento del ahorro, pero existe entre los dos una gran diferencia. El nivel de ahorro no se puede incrementar sostenidamente; como hemos observado, incrementar el ahorro en el largo plazo, no ayudará mucho a cambiar el comportamiento de la tasa de crecimiento del capital, sin embargo no hay nada que impida que el progreso tecnológico se incremente sostenidamente, por lo tanto la única forma que encuentra el modelo de explicar la tasa de crecimiento de los países en el largo plazo es a través de incrementos constantes en el nivel tecnológico.



*Graficó 8 Efecto del aumento en el nivel Tecnológico y la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo*

El modelo de Solow no puede explicar el crecimiento a largo plazo si no es a través de incrementos en la tecnología, pues cualquier movimiento del ahorro o inversión acaba por disminuir la tasa de crecimiento del capital en el largo plazo, alcanzando el estado estacionario, adicionalmente, las políticas que pueden llevar a cabo los gobiernos para generar mayor ahorro y menores tasas de crecimiento de la población, no pueden ser prolongadas al infinito.

El problema del modelo y la tecnología, radica, en la ambigüedad del modelo, cuando trata de explicar su origen, tal parece que cayera del cielo, entonces la toma como un input que viene de fuera y producto del azar, sin explicar tampoco de donde surgen los recursos económicos, pues el modelo supone que todos los

recursos están empleados. Además tampoco señala las condiciones que se dan en el mercado para que se pueda generar.

El problema del modelo es estructural pues su función de producción no permite la incorporación de rendimientos positivos y constante del capital ni la incorporación de un crecimiento del nivel tecnológico como tal al considerar este constante y exógeno.

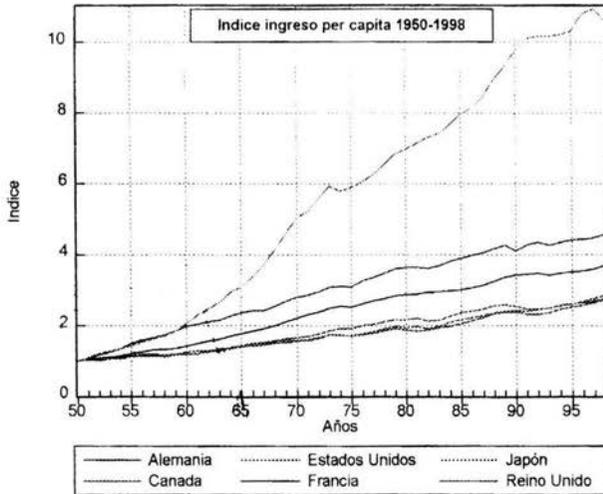
Si nos olvidamos un poco del problema que existe con la tecnología ¿por que en el largo plazo los países ricos no han detenido su crecimiento y no se ha visto un acercamiento de las economías mas pobres? La única respuesta que da Solow a la pregunta anterior es que es el factor que ha hecho que a lo largo del tiempo las economías de los países ricos no se detengan es la tecnología. Visto de esta forma el modelo explica muchas cosas, pero sin explicar el crecimiento realmente.

La tecnología no es constante en la realidad y si se observan las series estadísticas del mundo y se examina su historia, podemos concluir que una gran parte de los autores especialistas o no especialistas sobre el tema del crecimiento económico, coincidirían que el progreso tecnológico a impulsado los largos periodos de crecimiento de la economía mundial.

Por ejemplo, el gráfico 9 muestra el comportamiento del ingreso per. capita (1950-1998) entre algunos países industrializados. Hemos realizado un sencillo índice para simplificar la comparación con los datos proporcionados por Angus Maddison (2000); este índice toma como periodo inicial para el bloque de países 1950=1. Esta medida nos indica cuanto ha crecido el ingreso per capita de cada uno de estos países en comparación con el año inicial.

En primer lugar lo que se observa es que en general estos países han incrementando de manera sostenida su ingreso per capita en comparación con el nivel que contaban en 1950. De manera particular vemos que Alemania, por

ejemplo, fue hasta 1960 cuando doblo su ingreso per cápita en comparación con el nivel que presentaba en el periodo inicial (1950). De 1960 a 1971 Alemania volvió a incrementar su ingreso per capita considerablemente pero ahora tres veces más que el de 1950. Después de 13 años (1986) es cuando alcanza cuadruplicar su ingreso per capita, finalmente en el ultimo año (1998) cuenta con un ingreso per cápita cinco veces mayor al de 1950. Por otro lado Francia otro país europeo es hasta 1968 cuando duplica su ingreso per capita comparado con el de 1950 y en todo el periodo de análisis ha conseguido aumentarlo casi cuatro veces de 1950-1998. el ultimo de los países europeos del bloque, el Reino Unido, lo ha incrementado tres veces en todo el periodo de análisis. Este mismo comportamiento lo registra Canadá y Estados Unidos los cuales igualmente han conseguido incrementar tres veces su ingreso per capita. El caso más sorprendente es Japón, el cual de 1950 a 1998 ha logrado incrementar casi once veces su ingreso per capita. Esto significa que el ingreso per capita de Japón era de un dólar en 1950. Para el año de 1998 es de casi once dólares. Angus Maddison (2000) supone que el crecimiento de estos países y de la economía mundial esta impulsado en gran medida por la tecnología, pues esta tiene una relación estrecha por un lado, con el incremento del capital, y por otro lado, supone también que el ritmo del progreso técnico esta estrechamente relacionado con incremento de la productividad, pues seria lógico pensar que al incorporar mejores técnicas de producción estas repercutan en un incremento de la producción total y por lo tanto en un incremento de la producción por trabajador.



**Grafica 9** Fuente: elaboración propia con datos de Angus Maddison 2000

En la economía mundial actual, el progreso tecnológico esta presente y en años recientes, los gobiernos han tomado medidas para dirigir sus economías hacia fuera, y aprovechar las bondades del comercio exterior en un ambiente competitivo. Al competir sus empresas en el mercado exterior, están sujetas a fuertes presiones en el ámbito tecnológico y de reducción de costos. Es por eso que el modelo de Solow es limitado en el análisis de las economías modernas, pues no da la importancia que debiera al crecimiento del nivel tecnológico.

Diferentes teóricos, como Robert Barro (1990), han elaborado investigaciones sobre el tema de crecimiento, con base en la hipótesis de convergencia de Solow (convergencia absoluta) cubriendo el periodo posterior a la segunda guerra mundial. Estos trabajos no han podido comprobar de forma contundente la hipótesis de convergencia neoclásica.

Sin embargo algunos teóricos, como Romer, Sala-i-Martin y el mismo Barro desarrollaron alternativas, tratando de mejorar sus modelos y replanteando el modelo original de Solow creando así una nueva corriente del pensamiento neoclásico. Los modelos de esta nueva generación de pensadores tratan de incorporar la tecnología a la función de producción y de esta forma hacerla endógena. Estos modelos han sido llamados modelos de crecimiento endógenos o AK, además de que incorporan otras variables como las inversiones en capital humano, el papel del mercado externo y los impuestos del Estado entre otras.

## 2.7 El Modelo AK

Los modelos de crecimiento endógeno han sido desarrollados recientemente por un grupo de teóricos del crecimiento económico entre los que destaca Romer (1986). La característica fundamental de estos modelos es la incorporación de la tecnología como un factor endógeno de la economía, Miguel Ángel Galindo y Graciela Malgesini (1994) se expresan de la siguiente manera de los primeros trabajos en este campo:

“Las aportaciones... más significativas para lo que se entiende hoy en día como crecimiento económico endógeno, son los trabajos de Romer, (1986) en los que considera también al conocimiento y la capacitación como un factor de la producción más, afirma que gracias a la introducción de ese nuevo conocimiento se incrementa la productividad marginal del trabajo; además, de que el resto de las empresas pueden aprovechar ese nuevo conocimiento<sup>10</sup>”

Según Romer, el conocimiento y la tecnología endógena explicarían gran parte del crecimiento económico de los países y sus diferencias en las trayectorias de sus economías en el tiempo.

---

<sup>10</sup> Miguel Ángel Galindo Martín y Graciela Malgesini, Crecimiento económico principales teorías desde Keynes, Mc GrawHill España 1994, pp.104

A continuación se exponen los elementos de un modelo **AK** básico y sencillo. Para comenzar debemos recordar que en el modelo neoclásico de Solow no era posible incorporar la tecnología como endógena, por los diferentes supuestos que se realizaban sobre la función de producción, por lo tanto, los modelos AK abandonan la función de producción neoclásica y varios de sus supuestos.

La función de producción se supone lineal en el stock de capital, (K) y en la tecnología A:

$$Y_t = Akt \quad (27)$$

El trabajo es considerado como capital humano, es por eso que no aparece explícitamente, y se incorpora a los trabajadores en la variable **K**, se supone que los trabajadores también necesitan inversión para capacitarse y ser más productivos, son entonces una especie de capital.

Según Barro "El capital humano mide la influencia de la educación y la formación de la cualificaciones de los trabajadores, es decir la educación y la formación que altera la calidad de la población activa. Las fuerzas económicas que influyen en la acumulación de capital humano. Son en muchos aspectos generales a las que afectan el capital físico<sup>11</sup>".

Por lo consiguiente podemos incorporar al modelo esta nueva variable como capital humano, con el fin de incluir la educación y la formación junto con los edificios y las máquinas, dando un carácter más amplio e incorporando nuevos factores a la producción.

Con estas modificaciones, la función de producción cambia radicalmente y ya no cumple con los supuestos neoclásicos sus propiedades son ahora las siguientes:

---

<sup>11</sup> Robert J. Barro, Macroeconomía. Alianza universidad. Madrid 1990 pp.267

- Presenta rendimientos constantes a escala.
- No tienen rendimientos decrecientes, su segunda derivada no es negativa, es igual a cero, por lo tanto su función de producción, no crece ni decrece, es constante igual a cero.

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = A \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0 \quad (28)$$

- No satisface las condiciones de Inada, explicadas en la primera parte del capítulo

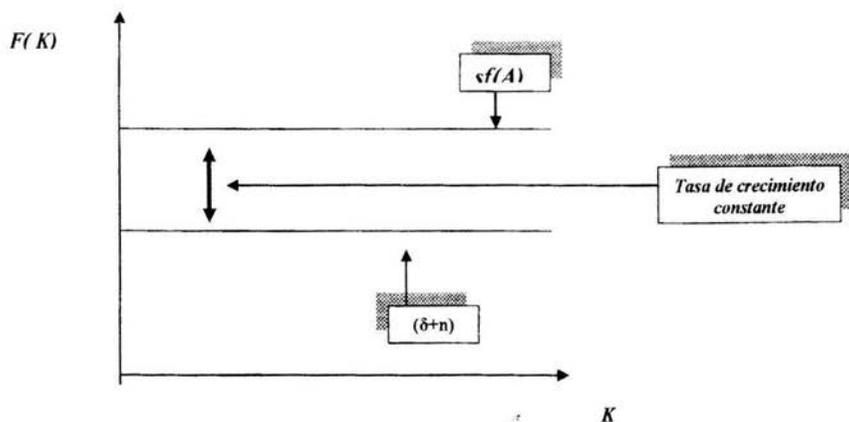
Si incorporamos la función de producción (27) en la ecuación básica de Solow, manteniendo todo lo demás en las mismas condiciones, obtenemos:

$$\dot{k} = skA - (\delta + n)kt \quad (29)$$

Y si ahora dividimos los dos lados de la ecuación entre  $k$  el resultado de esta división es.

$$\frac{\dot{k}}{k} = \gamma k = sA - (\delta + n) \quad (30)$$

En el gráfico 10 es posible comprender la ecuación anterior:



**Gráfico 10 modelo AK**

Al modificar la función de producción, la curva de ahorro muestra rendimientos constantes del capital y la gráfica de la función ya no es curva. Ahora es una línea recta, como se puede ver en el gráfico 10.

En términos prácticos, significa que un país que tenga el doble de capital obtendrá el doble de producción y si duplica el capital (maquinaria y equipo) éste duplicará los demás factores de la producción. Entonces es posible establecer que en el modelo **AK** sencillo, todos los países con una mayor composición de capital serán cada vez más eficientes y crecerán indefinidamente dejando atrás a los países que se encuentran imposibilitados para hacer esto o en una situación desventajosa.

Si volvemos otra vez al gráfico 10 parecería lógico pensar que esta representa a una economía con tasas de crecimiento positivas, y esto lo podemos observar por la relación que existe entre las dos rectas. La de arriba representa la función de ahorro  $sA$  y la de abajo la función de depreciación  $\delta + n$ . Podemos representar esta situación de la siguiente manera

$$\gamma k = \gamma^* = sA - (\delta + n) \quad (31)$$

**Donde**

$\gamma$  = tasa de crecimiento del capital

$\gamma^*$  = tasa de crecimiento per capita de la economía

Entonces si una economía consigue que su ahorro sea mayor que su depreciación y su tasa de crecimiento poblacional, obtendrá tasas de crecimiento positivas y constantes. Esta relación la podemos representar de la siguiente forma:  
 $sA > (\delta + n)$

De esta forma el modelo **AK** deja fuera la existencia de un posible estado estacionario como el propuesto por Solow y, por consiguiente, deja de lado la hipótesis de convergencia planteada. Sala-i-Martin (2000) caracteriza el papel del modelo de la siguiente manera.

"Este modelo predice que no existe ningún tipo de relación entre la tasa de crecimiento de la economía y el nivel alcanzado por la renta nacional. Dicho de otro modo, no predice convergencia, ni condicional ni absoluta. Esto explica la atención que la literatura moderna sobre crecimiento ha prestado a la hipótesis de convergencia: se trata de uno de los rasgos que distinguen los nuevos modelos endógenos de los modelos neoclásicos tradicionales. En consecuencia es una forma de comprobar la validez empírica de los dos enfoques"<sup>12</sup>.

En realidad, los modelos de crecimiento **AK** endógenos no están muy lejos de explicar los cambios que en materia económico – social se gestan en el mundo moderno, al suponer que no existe un estado estacionario como el presentado por el modelo de Solow y Swan.

<sup>12</sup> Sala-i-Martin (2000) op. cit Pp. 54-55

Si observamos a nuestro alrededor, existen grandes cambios que se llevan a cabo día con día en el mundo, además de que muchos de estos cambios son gracias a la incorporación de tecnología que hace que todo ocurra más de prisa.

Suponer un estado estacionario y aceptarlo como lo propone el modelo de Solow, es igual a aceptar que no existe cambio alguno, que no existe innovación ni incentivos para aumentar la inversión. Theodore W. Shultz premio nobel en ciencias económicas en su libro titulado "Restablecimiento del equilibrio económico" aborda este problema además de mostrar la incongruencia sobre la idea de la existencia de un estado estacionario, con el siguiente ejemplo.

"Aquello que los agentes humanos hacen en una economía de equilibrio estacionario es estrictamente rutinario y repetitivo. No se requieren nuevas decisiones económicas no hay incentivos que alteren la rutina prevaleciente. Las actividades de producción y de consumo son repetitivas, las personas hacen aquello que sus antepasados hicieron a lo largo de su ciclo de vida. No hay razón ni incentivo alguno para buscar información adicional. Lo que se conoce de la experiencia del pasado es óptimo para distribuir los recursos disponibles de manera eficiente. El trabajo que se hace es repetitivo. No se necesitan nuevas habilidades. Lo racional bajo estas condiciones es continuar haciendo lo que se estaba haciendo".

El autor concluye con la crítica hacia los modelos económicos basados en la existencia de un estado estacionario de esta manera.

"Los modelos de crecimiento económico que omiten el proceso de renovación son inadecuados desde el punto de vista analítico. Un comportamiento económico de las personas bajo un estado económico estacionario y bajo condiciones de avance económico nos dice quien, en realidad, es el que establece el equilibrio. Al contar

esta historia es necesario ver con claridad la transición de una economía repetitiva a una en vías de modernización <sup>13a</sup>

## 2.8 El concepto de convergencia; su formalización

El concepto de convergencia económica esta basado en el supuesto de los rendimientos decrecientes del capital, propuesto por Solow Swan, La idea es que los países con mayor dotación de capital crecerán a un menor ritmo que los países que presentan un nivel inferior, es por eso que corroborar empíricamente el concepto de convergencia equivale a poner a prueba el planteamiento teórico neoclásico. Esto quiere decir que países como E.U.A, en el largo plazo crecerán a una velocidad inferior que países menos industrializados. Esta aseveración ha causado grandes controversias, y ha desatado un debate teórico que es de suma importancia para el desarrollo del pensamiento económico.

Como un primer paso para la explicación del concepto de convergencia económica, y el estudio empírico de su hipótesis, debemos tomar en cuenta que paralelamente se han desarrollado dos modalidades de convergencia; la convergencia sigma y la convergencia beta. Frecuentemente estas son utilizadas en trabajos empíricos que tratan de verificar, explicar y analizar el comportamiento de las disparidades de la renta entre países o entre regiones. La primera se refiere a la dispersión o variabilidad del ingreso, entre un grupo de países o dentro de una región, y trata de verificar si, a lo largo del tiempo, el nivel de renta entre un conjunto de miembros de una determinada región tiende a reducirse o por el contrario a incrementarse.

La convergencia beta, considera la relación inversa que existe entre la tasa de crecimiento del ingreso de un grupo de economías en el tiempo  $t$  y el nivel inicial de dichas economías en el periodo  $t-1$ .

---

<sup>13</sup> Theodore W. Shultz op.cit

La ecuación que nos permite medir la rapidez, con la cual una economía se acerca a su estado estacionario, la podemos derivar de la ecuación (25). Si dividimos los dos lados de la ecuación por  $k$  obtenemos lo siguiente.

$$\gamma k = \frac{\dot{k}}{k} = sA k^{-(1-\alpha)} - (\delta + n) \quad (32)$$

Esta nueva versión de la ecuación fundamental ya la habíamos presentado, sin embargo, cabe recordar que esta expresión indica que la tasa de crecimiento del capital per capita es igual a la diferencia entre las funciones de ahorro y la depreciación, cuanto mayor se ha la tasa de ahorro y la tecnología mayor será la tasa de crecimiento de la economía, en contraposición si aumenta la depreciación y la tasa de crecimiento poblacional la tasa de crecimiento de la economía será menor el crecimiento.

Derivando la ecuación (32) con respecto a  $k$  y linealizando encontramos.

$$\beta = -\frac{\partial \gamma k}{\partial \log(k)} = -(1-\alpha)sA k^{-(1-\alpha)} \quad (33)$$

Si definimos la velocidad de convergencia como, el cambio en la tasa de crecimiento, cuando el capital aumenta en un uno por ciento, entonces tenemos que la velocidad de convergencia esta definida por la siguiente expresión.

$$\beta = -\frac{\partial \gamma k}{\partial \log(k)} \quad (34)$$

**Donde**  $\beta$  = velocidad de convergencia

Sabemos que el estado estacionario se alcanza cuando  $sA k^{-(1-\alpha)}$  es igual a  $(\delta + n)$ .

$$\beta \equiv (1-\alpha)(\delta + n) \quad (35)$$

De esta manera, podemos decir que la tasa de crecimiento de una economía esta inversamente relacionada con el nivel de capital inicial<sup>14</sup>.

Si consideramos que la tasa de crecimiento de una economía  $i$  esta dada por la diferencia de año  $t-1$  y el año  $t$  tenemos lo siguiente:

$$\gamma_{i,t} = \log(y_{i,t}) - \log(y_{i,t-1}) \quad (36)$$

Entonces la expresión econométrica que simularía el crecimiento en una economía en el tiempo estará dada por la ecuación (37)

$$\log(y_{i,t}) - \log(y_{i,t-1}) = \alpha - \beta \log(y_{i,t-1}) + u_{i,t} \quad (37)$$

**Donde**

$\beta =$  constante positiva

$0 < \beta < 1$

$u_{i,t} =$  termino de perturbación

De lo cual se deduce que, un valor mayor de  $\beta$ , corresponde a una mayor velocidad de convergencia, entre un conjunto de economías o regiones.

La convergencia sigma, la podemos medir con tan solo tomar la dispersión del ingreso en sección cruzada entre regiones o economías. En este caso tomaremos la varianza muestral del logaritmo del ingreso.

---

<sup>14</sup> La ecuación que ha sido tomada por la literatura empírica en diversas ocasiones y que retomamos es la versión presentada por Sala-i-Martin Apuntes de crecimiento económico Antoni Bosch España 2000. Pp.44-45, 194-195.

Diversos autores han criticado la convergencia absoluta y alternativamente han desarrollado un nuevo concepto, llamado convergencia condicional o relativa, la cual supone que un conjunto de economías convergerá, si sus parámetros tecnológicos e institucionales son similares (convergencia condicional o relativa), es decir sí tiene el mismo estado estacionario.

## 2.9 Convergencia condicional

Desde el punto de vista de Mankiw, la convergencia, no es más que la idea de que las economías a largo plazo tiendan crecer a una misma tasa.

"Las economías convergerán o no dependiendo en primer lugar por los diferentes niveles en los que se encuentren variables como tasas de ahorro, inversión, nivel tecnológico etc. Por una lado, dos economías que parten del mismo estado estacionario y tienen stock de capital diferente es de esperarse que converjan. En cambio, si dos economías tienen estado estacionario diferente, debido a que tengan tasas de ahorro distintas, no se debe esperar que converjan"<sup>15</sup>.

En consecuencia los modelos endógenos tratan de considerar los factores que determinan la convergencia a diferentes niveles de estado estacionario.

El concepto de convergencia condicional radica, esencialmente en hacer a un lado el supuesto de que todas las economías son similares y condicionar los datos, y de esta manera analizar realmente cual es la velocidad de convergencia de las economías. Hay dos maneras de condicionar los datos y son las siguientes<sup>16</sup>.

1. Delimitar el número de muestras, a economías estructuralmente parecidas o regiones dentro de un mismo país

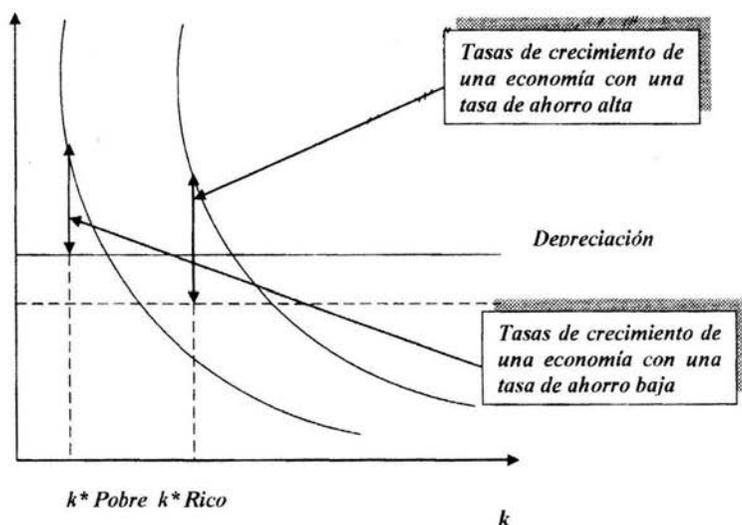
---

<sup>15</sup> Mankiw N. G. Macroeconomía Antoni Bosch editor 3a edición. España 1999

<sup>16</sup> Consultar Sala-i-Martin (2000)

2. Regresiones múltiples, con datos de sección cruzada, manteniendo cierto número de variables adicionales que traten de captar las diferencias estructurales.

En la grafica 11 se puede observar claramente la idea de la convergencia condicional o relativa. Por ejemplo si tenemos dos países A y B, con diferente nivel de tasa de ahorro y con diferente tasa de crecimiento de la población. El A con un nivel bajo de ahorro pero con mayor tasa de crecimiento de población, y el B con un nivel alto, y tasa de crecimiento de población baja.



**Graficó 11** Convergencia condicional

En el grafico 11 observamos que a diferentes tasa de ahorro y diferentes tasas de crecimiento de la población, tanto, su estado estacionario ( $k^*$  pobre,  $k^*$  rico) como su función de producción cambia. Por lo tanto a diferentes ( $k,A$   $k,B$ ) habrá diferentes estados estacionarios, con menor o mayor capital per capita.

Resumiendo, podemos hacer resaltar varias cuestiones de los modelos teóricos que analizamos.

En el modelo de Solow, el crecimiento en el corto plazo solo obedece a incrementos en la productividad factorial y, en el largo plazo, la única manera de crecimiento sostenido es a través del incremento de la tecnología.

Por otra parte los modelos AK permiten crecimiento sin límites del producto per capita, al permitir, rendimientos constantes en su función de producción, este hecho implicaría que la convergencia de los países, a largo plazo, puede no presentarse, además bajo este marco teórico, las acciones del gobierno como un determinante para el incremento de la tasa de crecimiento de la economía, pueden ser efectivas, en contraposición, en el modelo de Solow, las políticas económicas que puede aplicar el gobierno, prácticamente no son funcionales y no tienen ningún resultado en la tasa de crecimiento<sup>17</sup>.

---

<sup>17</sup> Ver Díaz-Bautista Los Determinantes del crecimiento económico. Comercio internacional, Convergencia y crecimiento. COLEF y P y V México 2003.

### 3 Crecimiento y Convergencia: un enfoque econométrico

Después de haber hecho una breve descripción de los modelos teóricos básicos de crecimiento endógeno y exógeno, pasamos a la exposición del modelo de análisis. En concreto este modelo está basado en los trabajos realizados por Robert Barro y Sala-i-Martin en su libro de *Economic Growth* (1995).

El desarrollo del modelo de análisis contempla. Por un lado, la idea de que en el largo plazo el crecimiento depende de las innovaciones y los descubrimientos de tecnología por economías líderes, y por otro, la idea de que estas innovaciones creadas en los bienes intermedios de una economía, pueden ser aprovechadas por los países pobres para cerrar la brecha de desigualdad entre economías líderes y seguidoras (copiadoras de tecnología). En este caso me permito hacer algunas modificaciones propuestas originalmente por Juncal Cuñado (2001). La única diferencia con el trabajo de Barro y Sala-i-Martin es el costo de imitar nuevos productos, de esta forma, el costo de imitar depende del volumen de importaciones, puerta de entrada de nuevos productos tecnológicamente más avanzados y no es constante. Así la entrada de nuevas innovaciones tecnológicas está dada por el grado de apertura de una economía, o en otras palabras, las innovaciones creadas en otros países o regiones son conocidas y adquiridas vía el comercio internacional entre dos economías.

#### 3.1 Modelo de Análisis

Inicialmente consideramos, para el análisis, dos países o regiones, indicados por  $i = 1, 2$ . Uno líder en tecnología y otro imitador de esa tecnología, la función de producción de la región líder está representada por la siguiente expresión.

$$Y_i = A_i * L_i^{1-\alpha} * \sum_{j=1}^{1-\alpha} (X_j)^\alpha \quad (1)$$

$$0 < \alpha < 1$$

**Donde**

$Y_i$  = Producto (PIB) de la región  $i$

$L_i$  = Trabajo en la región  $i$

$X_{ij}$  = Cantidad del bien intermedio del tipo  $j$  utilizado como insumo de la producción

$\Sigma N_j$  = Numero de tipos de bienes intermedios disponibles en la región  $i$

$A_i$  = Parámetro de productividad de la región  $i$

Sobre la ecuación **(1)** descansan los siguientes supuestos.

- Todos pueden tener accesos a la tecnología en el país o en la región  $i$
- La producción se da en un ambiente de competencia.
- Los productos de las dos regiones son similares.
- Las cantidades de trabajo incorporadas en las dos regiones son constantes.
- $0 < \alpha < 1$  economías de escala

En este tipo de modelos, el progreso tecnológico, produce un aumento en los tipos de bienes intermedios ( $N_i$ ). Este incremento es capaz de explicar el crecimiento a largo plazo, creando economías de escala dinámicas, las cuales aprovechan el progreso técnico producido para crear nuevas innovaciones.

Suponemos que su producto inicial es similar en ambas regiones, sin embargo esta relación no tiene que perpetuarse en el tiempo. Las variaciones que existen están dadas a través del parámetro que mide la tecnología y la productividad  $A_i$ , en el tiempo. Estas diferencias en el producto surgen por lo valores que puedan tomar  $N_i$ ,  $L_i$ , y  $X_{ij}$ .

La tecnología realmente representa variaciones del PIB entre los países, y estas diferencias surgen porque la tecnología afecta principalmente a los demás factores de la producción (la cantidad e intensidad del trabajo además de la cantidad de bienes intermedios disponibles que intervienen en la producción total). Este

supuesto no es del todo descabellado, por ejemplo. Daniel Cohen menciona lo siguiente:

“Cuando las distintas civilizaciones alcanzaron su apogeo no existían grandes diferencias en sus niveles de ingreso: Roma en el siglo I, los Califatos Árabes en el siglo X, China en el siglo XI, India en el siglo XVII y Europa en el siglo XVIII. Al comenzar la primera revolución industrial, la diferencia del ingreso por habitante entre ellos probablemente solo era inferior al 30%. Todo se altera con la revolución industrial que marca abruptamente una distancia considerable entre las naciones”<sup>18</sup>.

Este ejemplo plantea de forma clara, como la tecnología puede afectar el producto de los países, cerrando y abriendo las brechas en el tiempo. Algunos autores como Sala-i-Martin (1995), Robert Barro,(1995), Ángel de la Fuente (2001) etc. entre otros, coinciden que no solo la tecnología puede ocasionar estas fluctuaciones, sino también los efectos de las políticas públicas, las tasas de impuestos, capital humano etc. Aspectos que se supone están contenidos en el parámetro  $A_i$ .

Por otra parte se asume que el comercio es un aspecto clave para el modelo, pues es a través del mismo que van a tener lugar los intercambios de mercancías, y es también un potente medio de difusión de tecnología y de crecimiento (Angus Maddison 1986). El comercio entre las dos regiones se considera que está balanceado; esto significa que el producto  $Y_i$  es igual al total del gasto o en otras palabras las exportaciones netas son iguales a cero. Por otro lado este gasto se distribuye en consumo ( $C_i$ ), producción de bienes intermedios ( $X_{ij}$ ), y en investigación y desarrollo ( $R\&D$  por sus siglas en inglés).

---

<sup>18</sup> Daniel Cohen. Riqueza del mundo, pobreza de las naciones. México DF. 1998. Fondo de cultura económica. Pp.29

El consumo y la producción de bienes intermedios, son requeridos por cada unidad de producto. La invención de una nueva variedad de productos requiere una cantidad de inversión, la cual las denotaremos por  $\eta_i$  unidades de  $Y_i$ . De esta manera una nueva variedad de productos intermedios requiere de un determinado nivel de inversión, el se considera como constantes y como un porcentaje del producto. Por lo tanto también suponemos que la ganancia generada por el descubrimiento de nuevos tipos de productos es constante.

Uno de los supuestos centrales del modelo es el siguiente; la región **1** representará la región innovadora<sup>19</sup> es la cabeza tecnológica y. la región **2**, es la región que aprovecha, gracias al comercio internacional los avances tecnológicos de la región **1** y solo los copia.

De donde se puede plantear que:

$R_1$ : Innovadora

$R_2$ : Imitadora

El numero de bienes intermedios muestran un nivel inicial mayor en la región **1** creadora de innovaciones, que en la región **2** que solo se limita a copiar y, que sugiere que  $N1(0) > N2(0)$

### 3.1.1 Innovaciones en la región 1

El inventor de la región **1** ostenta un monopolio, considerando que gracias a su inventiva estará en posición de monopolizar la nueva tecnología, considerando

---

<sup>19</sup> Según Jiménez (1995) la innovación se puede interpretar: "como la proliferación de nuevos productos y la creación de novedades tecnológicas dentro del mercado mundial, esto es, los bienes son nuevos en la medida que en el mercado mundial no existan anteriormente.". Para una mayor explicación de este concepto véase por ejemplo Ramón Tirado Jiménez . *Un modelo de crecimiento endógeno e imitación tecnológica*. El colegio de México 1995 Pp. 196

que gracias a su inventiva<sup>20</sup> estará en posición de monopolizar ese bien en el región 1 y si el precio del bien intermedio  $j$  en la región 1 es  $P_{1j}$  entonces el beneficio del inventor en el tiempo está dado por la siguiente ecuación.

$$\pi_{1j} = (P_{1j} - 1) * X_{1j} \quad (2)$$

**Donde**

$\pi_{1j}$  = Beneficio monopólico del inventor

El número  $P_{1j} - 1$  dentro del paréntesis representa el costo marginal de producción del bien intermedio

El costo marginal del bien  $j$  en la producción total es igual a la derivada parcial de la función de producción (1) con respecto a  $X_{1j}$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial X_{1j}} = A_1 \alpha * L_1^{1-\alpha} * (X_{1j})^{\alpha-1} \quad (3)$$

Igualando el costo marginal del bien intermedio  $j$  al precio  $P_{1j}$  y despejando  $X_{1j}$  tenemos<sup>21</sup>:

<sup>20</sup> Según M. V. Posner (1961), el incentivo que influye para la innovación es el interés por los empresarios para crear un monopolio durante algún tiempo y así atraer nuevas ganancias. Otro punto de vista sobre este aspecto es desarrollado por Romer (1990), el cual coincide con el anterior, asegurando que el cambio tecnológico surge en gran medida, de las acciones intencionales realizadas por personas que responden a los incentivos del mercado.

<sup>21</sup>

El desarrollo matemático es el siguiente:

I- Función de producción :  $Y = A L^{1-\alpha} X^\alpha$

II- Derivando con respecto a  $X$  la función de producción:  $\frac{\partial Y}{\partial X} = \alpha A L^{1-\alpha} X^{\alpha-1}$

III- Igualando al precio:  $\alpha A L^{1-\alpha} X^{\alpha-1} = p$

$$X_{1j} = L_1 * (\alpha A_1 / P_{1j})^{1/(1-\alpha)} \quad (4)$$

La ecuación (4) muestra la función de demanda a la que están sujetos los productores del bien intermedio  $j$ .

Sustituyendo el resultado anterior en la ecuación (2) y maximizando  $\pi_{1j}$  con respecto al precio  $P_{1j}$  encontramos el precio de monopolio.

$$P_{1j} = P_1 = 1 / \alpha > 1 \quad (5)$$

Este precio de monopolio de la región 1 es igual para todos los bienes intermedios en el tiempo. Si igualamos este resultado con la ecuación (5) encontraremos la expresión que muestra la cantidad de bienes intermedios  $j$  producidos en la región innovadora 1. La cantidad de bienes intermedios es la misma para todos, porque asumimos desde un principio que la cantidad de trabajadores era constante.

$$X_{1j} = X_1 = L_1 * A_1^{1/(1-\alpha)} * \alpha^{2/(1-\alpha)} \quad (6)$$

Si sustituimos la cantidad de bienes  $X_1$  producidos, en la función de producción de la región innovadora 1 (ecuación (1)).

$$Y_1 = A_1^{1/(1-\alpha)} * \alpha^{2/(1-\alpha)} * L_1 N_1 \quad (7)$$

---

*W*- Despejando  $X$ : 1)  $P / X^{\alpha-1} = \alpha A L^{1-\alpha}$  2) multiplicando los dos lados por  $L^\alpha / P$  tenemos:  $L^\alpha X^{\alpha-1} = \alpha A L^{1-\alpha} / P$  3) subo  $X$  entonces:  $X^{-(\alpha-1)} = \alpha A L^{1-\alpha} / P$  4) Elvo los dos la dos, por  $L^{1-(\alpha-1)}$  entonces:  $X = (\alpha A L^{1-\alpha} / P)^{1/(1-\alpha)}$ , Paréntesis si multiplicamos los exponentes, tenemos que  $(1-(\alpha-1)) * (1-\alpha) = 1$  entonces  $L^1 = L$ . 5) Reordenando los términos, tenemos que:  $X = L (\alpha A / P)^{1/(1-\alpha)}$

La ecuación (7) muestra el nivel total de producción de la región innovadora en el tiempo. Al igual que en los modelos anteriores, si dividimos esta expresión por  $L_1$  que es el número de trabajadores, obtendremos la producción en términos per capita  $y_1 = Y_1/L_1$ <sup>22</sup>

La ecuación (8) muestra la función del producto per cápita de la región innovadora. Podemos distinguir que, según esta relación, la producción crecerá en el tiempo, gracias a los aumentos en la tecnología  $A_1$  (por el aumento en la productividad de los factores de la producción), y por el número de variedades de bienes intermedios  $N_1$  nuevos, incorporados a la producción. Entonces los aumentos en la variable  $N_1$ , permaneciendo constante  $A_1$ , aumentarán en el tiempo la producción por trabajador.

$$y_1 = A_1^{1/(1-\alpha)} * \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} * N_1 \quad (8)$$

la función del beneficio de tener el monopolio de la producción de los bienes intermedios para la región 1, viene dada, por la sustitución de la ecuación (5) que muestra el precio de monopolio y la ecuación (6) dentro de la ecuación (2), que muestra el beneficio de las ventas del bien intermedio inventado en el tiempo.

$$\pi_{1,j} = \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (A_1)^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} L_1 \quad (9)$$

El beneficio que le interesa al inventor y en general a todos, es el beneficio en términos reales, el valor presente de la inversión; el beneficio que puedo obtener por encima de la tasa de interés prevaleciente en el tiempo. Por ejemplo, cuando un inversionista está dispuesto a invertir en cierto proyecto, por lo general,

<sup>22</sup> Al igual que en el capítulo anterior denotamos a las variables per capita con letras minúsculas

compara los rendimientos de dicha inversión, con la tasa de interés de referencia vigente en el mercado (por ejemplo para el caso de México podrían ser los CETES a 28 días). De no hacer lo así, incurriría en grandes costos de oportunidad y pérdidas, ocasionadas por el bajo rendimiento de la suma desembolsada.

Este ejercicio es traer los beneficios futuros de esta inversión, hacia el presente descontando la tasa de interés actual.

Entonces el beneficio de la innovación *j-ésima* es igual  $\pi_{1j}/r_1$  donde  $r_1$  representa la tasa de interés de la región innovadora. Por la condición de libre entrada, este beneficio será igual al costo de innovación de un producto nuevo,  $\eta$ . Por esta condición se supone entonces que la tasa de interés en la región innovadora esta dada por la siguiente ecuación.

$$r_1 = (L_1 / \eta) * [(1 - \alpha / \alpha)] * (A_1)^{1/(1 - \alpha)} \alpha^{2/(1 - \alpha)} \quad (10)$$

### 3.1.1.1 Los consumidores

Los consumidores en la región **1** enfrentan una función de utilidad tipo Ramsey, como la siguiente.

$$U_t = \int_0^{\infty} \left( \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) e^{-\rho t} \quad (11)$$

**Donde**

$U_t$  = Utilidad

$c$  = consumo

$\rho$  = tasa preferencia temporal

$\theta$  = Mide el grado de concavidad y el deseo de suabisar el consumo a través del tiempo

Esta función de utilidad tiene una serie de supuestos muy peculiares que tomaremos en consideración de manera breve<sup>23</sup>.

- La utilidad de los individuos es la suma de sus funciones instantáneas de utilidad en el tiempo, entre el periodo 0 e infinito.
- Esta utilidad es descontada por la tasa de preferencia temporal  $\rho$ , también entre el periodo 0 e infinito.
- La función de utilidad  $U_t$  depende del beneficio (en otros textos como los de Sala-i-Martin (1999) es llamada como felicidad), que le reporta su propio consumo  $c_t$ , y también depende de el beneficio que alcancen futuras generaciones que vivirán en los periodos posteriores.
- La función de utilidad es cóncava, esto refleja que la gente prefiere tener un consumo que le proporcione una utilidad que sea mas o menos la misma en el tiempo. Es decir, esto es igual a tener una planeación del gasto en el tiempo y obtener una mayor utilidad de él. Por ejemplo, cualquier trabajador consume todo el ingreso de un mes en un solo día sin tomar en cuenta que su próxima paga será hasta el mes entrante.

Para una mejor comprensión de la función de utilidad tomaremos su forma mas

simple  $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$  y la graficamos en un plano<sup>24</sup>.

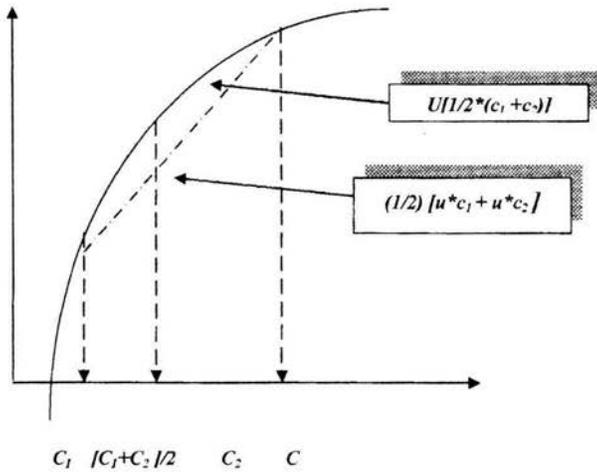
El grafico1 muestra el comportamiento de la función de utilidad convexa. Si las preferencias son como las descritas anteriormente entonces el parámetro  $\theta$  que mide el grado de concavidad, debe de ser positivo  $\theta > 0$  y mayor a cero, entonces,  $\theta$  mide la elasticidad marginal de la utilidad del consumidor (la elasticidad de

<sup>23</sup> Para una explicación más detallada de este tipo de funciones de utilidad, véase Sala-i-Martin apuntes de crecimiento económico (segunda parte, capítulo3), ed. Antoni Bosch. Barcelona 1999.

<sup>24</sup> Esta función también es conocida como función de elasticidad intemporal constante

sustitución de esta función de utilidad es igual  $1/\theta$ ). Si  $\theta = 1$  muestra el individuo que preferiría gastar todo su ingreso de su vida en el momento 1.

En el gráfico 1 se puede observar que el consumo en el momento 1 es menor que en el momento 2 y que conforme va consumiendo durante el tiempo la utilidad se comporta mas o menos igual, con forme nos movemos a lo largo de la función de utilidad.



**Gráfico 1.** Función de utilidad

Si optimizamos el consumo, como se hace usualmente en estos casos, encontramos que la tasa de crecimiento del consumo está determinada por la multiplicación de  $(1/\theta)$  la elasticidad de sustitución de la función de utilidad por la tasa de interés menos la tasa de preferencia temporal. La tasa de interés  $r_1$  es constante y la tasa de crecimiento del consumo también es constante.

$$\gamma_t = (1/\theta)(r_1 - \rho) \tag{12}$$

Sustituyendo (10) en (11) encontramos la función que expresa la tasa de crecimiento de la región innovadora en el tiempo, es la siguiente.

$$\gamma_1 = (1/\theta) \left[ (L_1/\eta) \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (A_1)^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho \right] \quad (13)$$

Por lo tanto todos los productos  $N_1$  crecen a una tasa constante  $\gamma_1$ , esta tasa de crecimiento se supone positiva siempre y cuando, se cumpla que la tasa de interés de la región 1 sea mayor a la tasa preferencial temporal.  $r_1 > \rho$

### 3.1.2 La región 2, imitadora

Para la región 2 supondremos que muestra la misma función de producción que la región innovadora, entonces esta definida como sigue

$$Y_2 = A_2 * L_2^{1-\alpha} * \sum_{j=1}^{1-\alpha} (X_2)^{\alpha} \quad (14)$$

Las variables están definidas como en el caso de la región 1, solo hay que tomar en cuenta que el número de productos intermedios iniciales son menores en la región 2 que en la región 1 ( $N_1(0) < N_2(0)$ ) condición que ya se había establecido.

El modelo de la región 2 es idéntico al expuesto anteriormente, es por eso que para fines de simplificación no retomaremos todo el desarrollo.

Como se había mencionado, al principio del capítulo esta región solo copiará no hará innovaciones.

El modelo de Barro (1995) debe ser modificado para hacerlo consistente con el supuesto de que el costo por imitar denotado por  $(\nu)$  es diferente al costo de innovación. En este caso la imitación de la región 2 dependerá del grado de

relación comercial de la economía y este será denotado por  $(v = v(M))$  El costo por imitar estará influido por el nivel de las importaciones, este aspecto ha sido muy discutido en diferentes textos de comercio internacional.<sup>25</sup> Siguiendo el trabajo de Juncal Cuñado(2001) la tasa de crecimiento en el tiempo, de la región imitadora estará determinada por la siguiente ecuación.

$$\gamma_2 = (1/\theta) \left[ (L_2/v(M)) \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (A_2)^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho \right] \quad (15)$$

Si observamos la ecuación anterior es idéntica a la de la región innovadora, solo que a ésta se le incorporaron las importaciones, por el hecho de que el comercio exterior es la puerta de entrada de las innovaciones y de la adaptación de estas innovaciones.

Las ecuaciones **(14 y 15)** determinan la convergencia de estas regiones. Entonces tenemos que la región imitadora crecerá a una tasa mayor que la región líder siempre y cuando se cumpla la siguiente desigualdad.

$$v/\eta(M) < (L_2/L_1)(A_2/A_1) \quad (16)$$

Por lo tanto, la convergencia de los ingresos per. cápita de las dos economías esta determinada, por las importaciones que pueda realizar la economía imitadora. Si tomamos en cuenta las relaciones que existen entre las importaciones y el ingreso, es posible que, los cambios que se producen en un país sean transferidos a otro por la influencia generada por las innovaciones, y del comportamiento pro cíclico de estas. La demanda de importaciones de la región imitadora esta relacionada positivamente con el cambio cíclico del ingreso. Este cambio del nivel de importaciones o exportaciones entre las dos regiones se presenta de forma

<sup>25</sup> Véase por ejemplo, Oscar Bajo, Teorías del comercio internacional. Antoni Bosch, Barcelona 1991, el cual hace una explicación breve pero concisa de la transferencia de la tecnología entre países en el comercio intencional.

autónoma, esto quiere decir que esta influido, por la apertura comercial. Por lo tanto el nivel de exportaciones de la región innovadora deberá provocar un cambio de dirección de la actividad de la región imitadora<sup>26</sup>. Por lo tanto suponemos que en épocas de expansión del ciclo la diferencia entre el costo de innovación y el costo de imitación será mayor que en épocas de recesión, esto se debe según Schumpeter a lo siguiente.

“En el estado estable el empresario innovador esta dispuesto a correr el riesgo para aumentar sus ganancias he introducir una innovación, el éxito del innovador traerá aparejada una multitud de imitadores, quienes tratan de copiar esta afortunada innovación y el punto máximo del ciclo se caracteriza por un cese de los innovadores, en este sentido el proceso de recesión ha llegado, durante el cual las firmas y los productos nuevos y viejos compiten y donde no hay condiciones para introducir una nueva innovación sino hasta el proceso de inflexión que se caracteriza por el establecimiento de condiciones favorables para un nuevo estallido de innovaciones”<sup>27</sup>.

Entonces por la ecuación **(16)** podemos concluir que el acercamiento entre los niveles de producto per cápita podría seguir un comportamiento cíclico.

### **3.2 Contrastes empíricos y tipos de convergencia**

Antes de continuar con el desarrollo de la aplicación empírica, en este apartado, mostrare los diferentes tipos de medidas de convergencia, desarrolladas por diferentes teóricos (Barro, Sala-i-Martin, Dany T Quah, Juncal Cuñado, De la Fuente por mencionar algunos), los cuales tratan de medir la relación y el comportamiento de largo plazo del ingreso per. capita de una economía.

<sup>26</sup> Véase. Stanley Bober, Los ciclos y el crecimiento económico. Ed. Amorroutu Editores. Buenos Aires, Argentina, 1968.

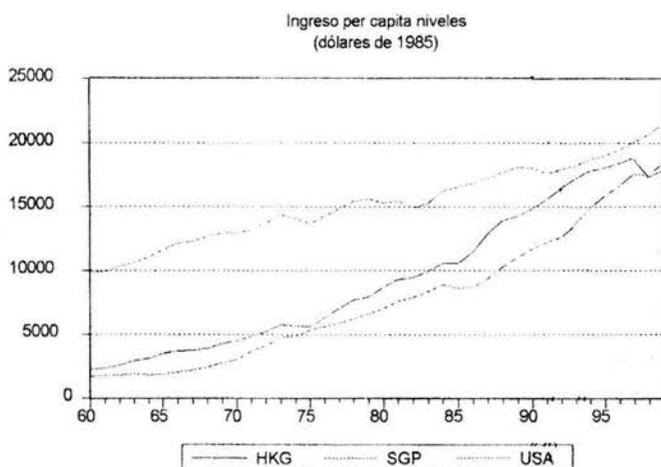
<sup>27</sup> Véase. Stanley Bober, Los ciclos y el crecimiento económico. Ed. Amorroutu Editores. Buenos Aires, Argentina, 1968. pp.197 -204

Primero es importante saber ¿por que estudiar el crecimiento económico entre los países?, y ¿por que la convergencia ha tomado en los últimos años, un auge, en lo que respecta a la investigación empírica sobre crecimiento económico?

La primera pregunta, se responde a partir de los diferentes textos de macroeconomía existentes, sin embargo, Durlauf, Dany T. Quah, (1998) nos ilustran de manera maravillosa resumiéndolo en tres cuestiones fundamentales. La primera tiene que ver con la importancia de conocer y entender la variedad y las fuentes de los parámetros de crecimiento entre los países y si persisten disparidades en el crecimiento agregado a través del tiempo. La segunda cuestión planteada es referente al gran desarrollo de las teorías económicas y los contrastes de sus diferentes hipótesis sobre el crecimiento económico y las posibilidades de su alcance, la ultima cuestión se refiere a la nueva oleada de análisis empírico, su importancia y la aplicación para la teoría.

Hace algunos años era imposible pensar que países de los llamados subdesarrollados pudieran alcanzar (converger) a los niveles de producto o ingreso per. cápita de los países desarrollados, sin embargo al transcurrir el tiempo hubo algunos que lo lograron hacer, como los llamados tigres asiáticos.

Solo como un ejemplo, en el gráfico 2 se muestra el producto per cápita en el tiempo de Hong Kong, Singapur y Estados Unidos, estos dos países han dado una lección al mundo, demostrando que alcanzar niveles de Ingreso de países como Estados Unidos es posible. Este hecho ha influido a la realización de un sin numero de investigaciones de tipo empírico y teórico que sobre el tema de convergencia se han realizado.



**Gráfico 2** PIB per capita en el tiempo de Hong kong Singapur y  
Estados Unidos

La pregunta ahora es ¿si este fenómeno se puede generalizar a otras economías, y cuales fueron realmente los determinantes del crecimiento de estos países? y ¿qué posición tiene cualquier economía con respecto a los años anteriores en el contexto internacional y cual es su tendencia a largo plazo?

El modelo de crecimiento de Solow Swan nos diría que este fenómeno se debe a que la tasa de rendimiento del capital, en países pobres es mayor a la de los países ricos. Sin embargo esta explicación a cargo de este modelo hace aun lado el libre movimiento de capital y del trabajo así como la difusión de tecnología que se presenta cuando una economía es abierta, además si la hipótesis de Solow fuera correcta, este fenómeno ya se hubiera propagado por las diferentes economías.

La apertura de las economías de Hong Kong y Singapur y el fenómeno de la convergencia, ha dado pauta para el desarrollo del concepto de convergencia condicional, como una posible respuesta a los huecos de la teoría económica

convencional y precisamente bajo este esquema de diversidad se han desarrollado diferentes conceptos y métodos para encontrar y medir este fenómeno.

### 3.2.1 Tipos de convergencia

Alrededor de todo el instrumental teórico revisado en el capítulo 1 y de los diseños alternativos que tratan de imponer sus diferentes puntos de vista con respecto al fenómeno de la convergencia y el crecimiento económico y atendiendo una de las cuestiones planteadas por Dany Quah y Durauf, se ha desarrollado también una poderosa herramienta de análisis econométrico y estadístico, que alimenta todavía mas el debate sobre la convergencia económica.

Dentro de esta discusión llevada al marco de la economía empírica podemos distinguir dos grandes divisiones referentes a la medición de la convergencia. La primera tiene que ver con las regresiones de corte transversal desarrolladas por Robert Barro(1990) y la segunda centrada en el análisis de series temporales, este enfoque representado por Quah, Berbard y Durlauf (1998). Esto ha surgido a raíz de las grandes diferencias observadas en los estudios empíricos que se han llevado acabo. En este apartado se expone de manera breve, los enfoques mas representativos además de sus inconveniencias que en el plano econométrico han sido puestas a la luz por diferentes autores (Quah D. Juncal Cuñado, Angel de la Fuente) para después pasar en el capítulo siguiente ha realizar el estudio de caso.

El enfoque que ha sido más utilizado en toda la literatura sobre convergencia económica, es el utilizado por Robert Barro y Sala-i-Martin en (1990) denominada como *convergencia beta absoluta* y *convergencia sigma*.

La convergencia beta, desarrollada bajo el modelo neoclásico de Solow (1956) se sustenta en una regresión por mínimos cuadrados ordinarios de corte transversal representada como sigue.

$$\log(y_{it}) - \log(y_{it-1}) = \alpha - \beta \log(y_{it-1}) + u_{it} \quad (17)$$

**Donde**

$\log(y_{it})$  = log aritmo del PIB per capita de la región  $i$  en el momento  $t$

$\alpha$  = ordenada al origen de la recta de regresión

$u_x$  = término de error

La ecuación (17) de suma sencillez relaciona la hipótesis del modelo de Solow (1956) y el camino al estado estacionario de una economía, donde la tasa de crecimiento entre dos periodos de la economía esta relacionada inversamente con la tasa de crecimiento inicial, bajo los supuestos de rendimientos decrecientes del capital y de tecnología homogénea, ósea que, esto plantea que las economías más pobres tendrán tasas de crecimiento mas elevadas gracias a que los rendimientos de la inversión son mayores en estas economías que en economías ricas, en el caso de que la única diferencia entre las economías sea la de sus stock iniciales de capital.

Sin embargo el modelo planteado por Solow (1956) y retomado por Barro y Sala-i-Martin (1990) encontró con una serie de obstáculos teóricos y empíricos. Estos obstáculos fueron salvados por los modelos de crecimiento endógeno que abandonaron la existencia de rendimientos decrecientes del capital a favor de incorporar rendimientos constantes o crecientes del capital y una definición más amplia del capital (capital humano, la tecnología, las innovaciones etc). Entonces la ecuación anterior fue transformada para captar los diferentes determinantes del estado estacionario de las economías y la convergencia absoluta pasó a una segunda posición dando lugar a la llamada convergencia condicional, que esta determinada por la siguiente ecuación.

$$\Delta y_{it} = \alpha - \beta \log(y_{it-1}) + \phi x_{it} + \dots \dots \dots u_{it} \quad (18)$$

### **Donde**

$\Delta y_{it}$  = *Crecimiento del producto per capita*

$x_{it}$  = *Variables condicionales del crecimiento*

Esta ecuación trata de incorporar las diferentes variables que pueden afectar el estado estacionario de las economías; Roberto Escurra menciona lo siguiente:

"Las implicaciones de estos modelos para la economía regional son inmediatos. En la medida en que un conjunto de regiones posea similares tasas de crecimiento de la población trabajadora, de ahorro y de depreciación, la renta por trabajador tiende a igualarse. En consecuencia, las regiones deben converger (convergencia absoluta). Ahora bien, si los parámetros determinantes del estado estacionario son distintos, el modelo neoclásico predice que cada región tendera a su propio estado nivel de equilibrio en el largo plazo (convergencia condicional). Es decir el estado estacionario puede variar de una región a otra reflejando las diferencias subyacentes en los fundamentos económicos<sup>28</sup>"

Otro concepto desarrollado por Robert Barro y Sala-i-Martin es la llamada convergencia sigma, la cual mide las disparidades regionales por habitante en el tiempo, y no es más que la desviación estándar del logaritmo del ingreso inicial en el tiempo. Estos tipos de convergencia están relacionados entre sí, Sala-i-Martin plantea en su libro de apuntes de crecimiento económico (2000) esta cuestión, la existencia de convergencia sigma es necesaria pero no indispensable para la existencia de la convergencia beta, esto quiere decir que en el camino hacia el estado estacionario puede que las disparidades en las tasas de crecimiento aumenten pero puede suceder que realmente todas las economías estén convergiendo al estado estacionario de forma absoluta o condicional.

---

<sup>28</sup> Roberto Escurra, *Convergencia y cambio estructural en la Unión Europea*. Departamento de economía de la universidad publica de Navarra. España junio 2000. Pp.7

Estos conceptos tanto la convergencia beta (absoluta y condicional) como la sigma, desde su aparición han generado una gran polémica por las diferencias encontradas a través de los estudios de caso que se han realizado a partir de su presentación por Robert Barro y Sala-i-Martin (1990) y pronto aparecieron los contrastes de técnicas, además de críticas a estos tipos de regresiones.

En 1992 Levine y Renelt pusieron a prueba las variables incorporadas a los análisis de convergencia absoluta y convergencia condicional utilizadas hasta ese momento en los trabajos empíricos realizados por sus mayores promotores (Robert Barro, Sala-i-Martin). Este experimento consistió en el llamado test de los límites extremos de Leamer, el cual pone a prueba la robustez de las variables. Ellos encontraron que la mayoría de las variables utilizadas en los análisis empíricos hasta ese momento no eran robustas, estos autores enfatizan que este problema implica consecuencias graves en la dependencia y en los niveles de significancia estadística de las variables.

La ecuación de convergencia absoluta tampoco se salvo de críticas y Jose E. Bosca y Rafael Doménech (1996) critican la ausencia de datos en la ecuación de convergencia absoluta y los problemas que puede acarrear esto al parámetro  $\beta$  estimado. Angel De la Fuente, afirma en un trabajo realizado en 1998, que las regresiones presentadas por Barro y Sala-i-Martin son una caracterización sumamente simple del proceso de convergencia y no son capaces de capturar adecuadamente las dinámicas de la distribución del ingreso regional en el largo plazo.

En 1993 Dany T. Quah (1992) uno de los que mas se opone a este método de regresión de sección cruzada y corte transversal crítica también el método utilizado para medir la convergencia sigma y afirma lo siguiente.

"La medida de convergencia sigma es el cambio temporal de la desviación estándar del ingreso per capita entre los países y no concluye a priori ninguna

información acerca de cual sea el modelo relevante de la economía. Es una medida burda de la convergencia porque la varianza esta contaminada por la varianza de los choques que afectan a la economía en cualquier momento del tiempo. Además, la desviación estándar es un parámetro singular que no capta algunos aspectos interesantes de la dinámica de la distribución<sup>29</sup>

Una segunda generación de estos métodos empíricos de convergencia trató de corregir estos problemas, y presentaron métodos alternativos como el del análisis de panel. Autores como Canova y Marcet (1995), Evans (1996), Islam (1995) Gerardo Esquivel (1999) y Cermeño (2001) entre otros han utilizado este método alterno.

El método de panel es muy sencillo, solo se necesita estimar una ecuación como la (19)

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \log y_{i,t-1} + \theta_i + \varepsilon_{it} \quad (19)$$

$i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$

**Donde**

$N$  = Las dimensiones de corte transversal

$T$  = tiempo

$y$  = Ingreso per capita

$\theta$  = variable que posiblemente explica la convergencia condicional

---

<sup>29</sup> Danny Quah, Galton "Fallacy and test of the convergence Hypotesis" London School of Econometrics CEPR, England 1992

Aquí analizamos un periodo compuesto de varios cortes transversales. Por ejemplo si quisiéramos estudiar la convergencia absoluta de los estados de la Republica mexicana para el periodo de 80 a 2000 con información quinquenal, tendríamos un panel con el PIB per. cápita de los 32 estados de la republica con cuatro cortes (80,85,90,95, 2000)

Sin embargo este otro método más recientemente utilizado no corrige muchas cosas de las carencias del anterior, además presenta nuevos problemas ya también muy documentados por Angel de la Fuente (1998) y Quah (1998).

Angel de la Fuente en un trabajo titulado *what kind of regional convergence?* (1998), pone de manifiesto los problemas presentados con los métodos de panel. Después de hacer una revisión de los trabajos más representativos, (Islam 1993, Caselli 1996, entre otros) encuentra que los coeficientes estimados a partir de este método son demasiado altos he inconsistentes además de presentar problemas de omisión de información entre las economías. Quah (1998) resalta una característica que podría ser la única rescatable para la aplicación de este tipo de método y hace una comparación de la regresión por panel y la regresión de corte transversal presentada por Barro y Sala. Danny T Quah argumenta que este tipo de método hace mas clara la interpretación entre las variables utilizadas en comparación con el método de Barro, lo malo es que el resultado de la regresión depende mucho de el numero de observaciones en el tiempo y el problema solo desaparece si el numero de observaciones fueran infinitas, sin embargo, es de todos conocido que en economía es muy difícil tener series largas y de una alta frecuencia.

Por ultimo las más recientes investigaciones que se han realizado con el fin de salvar todos estos obstáculos presentados con anterioridad, se han desarrollado bajo una nueva técnica econométrica basada en la cointegración y las raíces unitarias.

Este último enfoque es presentado en 1995 por Bernard y Durlauf, estos autores definen la convergencia como una convergencia de tipo estocástica o también llamada convergencia real de la siguiente manera. Dos regiones convergen en términos de una determinada variable si el pronóstico de estas variables a largo plazo se igualan, esta idea está representada por la siguiente ecuación.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(x_{i,t+k} - x_{j,t+k}) = 0 \quad (20)$$

**Donde**

$x$  = cualquier variable

$i, j$  = representan las regiones o países

Cuando el límite de  $K$  tiende a infinito las diferencias estimadas en el tiempo entre estas dos variables se igualan a cero. En otras palabras si  $x$  = **PIB per cápita de la economía  $i$  y de la economía  $j$**  esta relación se cumple, y estamos en posición de decir que las diferencias entre los ingresos per cápita de las dos economías disminuyen en el tiempo hasta llegar a cero (esto es el concepto de convergencia real) por lo tanto Bernard y Durlauf (1995) prueban la existencia de convergencia si ambas variables estuviesen cointegradas con un vector **[1,-1]**.

Este método logra salvar, problemas serios como la robustez en las variables y es capaz de capturar cambios a lo largo de la serie, además de no caer en regresiones espurias afectadas por la tendencia, sin embargo tienen un supuesto demasiado fuerte, sobre el cual se basa todo el análisis y es el supuesto sobre condiciones iniciales similares para las diferentes economías.

Anterior al trabajo realizado por Bernard y Durlauf (1995) ya varios autores como Hall (1992) planteaba el concepto de convergencia estocástica en el caso de series aleatorias, basado en que, la diferencia entre dos o más series debe hacerse arbitrariamente pequeña (también esto se podría dar si las dos series

convergen hacia una constante  $\alpha$ ) cuando  $t$  tiende a infinito, no necesariamente  $t$  debe aproximarse a cero.

$$E \{ \lim_{t \rightarrow \infty} (X - Y) \} = \alpha \quad (21)$$

Cuando la relación planteada por la ecuación (21) se cumple existe convergencia, este concepto es llamado convergencia en sentido débil. El autor (Hall 1992) continua y afirma que si las series  $(X, Y)$  son cointegradas de orden uno, la convergencia en sentido débil tan solo requerirá que la diferencia entre ellas sea de un orden de integrabilidad inferior es decir de orden cero y distingue tres puntos esenciales que deben de cumplir para que exista la convergencia en todo par de variables con una integración igual a uno.

1.  $X$   $Y$  están cointegradas
2. El vector de cointegración es  $(1, -1)$
3. La diferencia entre ambas variables forma una serie estocástica con media cero

Así que dependiendo del cumplimiento de las tres condiciones antes expuestas autores como Oxley y Greasley (1995) o los mismos Bernard y Durlauf (1996) pueden distinguir tres tipos de convergencia, la convergencia fuerte o largo plazo, el proceso de *Catching up*<sup>30</sup> y tendencias comunes entre las series temporales.

Por ejemplo si en un estudio se diera el cumplimiento de las tres condiciones lo interpretaríamos como una convergencia fuerte o largo plazo. (Este concepto supone existencia de cointegración determinística) por otro lado si no se cumpliera la condición 3 pero se cumplieran las otras dos lo interpretaríamos como *Catching*

---

<sup>30</sup> El concepto de *Catching up* tecnológico se refiere a la situación que se da entre dos economías una líder creadora de tecnología y otra seguidora, donde a lo largo del tiempo se produce un proceso de difusión de tecnología de las economías líderes hacia las seguidoras, que permite a estas últimas converger hacia tasas de crecimiento de economías desarrolladas

*up* cuya única condición es que exista cointegración estocástica. El último concepto referente a tendencias comunes se interpretara de este modo, si las condiciones 1 y 2 no se cumplen.

Carolino y Mills (1993) presentan otra técnica basada en las anteriores pero poniendo énfasis al fenómeno de *catching up* que se presenta en algunas economías del sureste de Asia y proponen que el acercamiento entre dos economías, presenta en el tiempo una tendencia lineal negativa, en este sentido la convergencia o proceso de *catching up* se asocia como un acercamiento gradual en los niveles de producto, de la siguiente manera.

$$y_{i,t} - y_{j,t} = \alpha - \gamma \cdot t + v_{i,j,t} \quad (22)$$

o

$$y_{i,t} = \alpha + \beta y_{j,t} - \gamma \cdot t + v_{i,j,t} \quad (23)$$

La consideración de estas ecuaciones tenemos que tomarla bajo ciertos supuestos ya conocidos como los siguientes,  $\beta = 1$  y los errores representados por  $v_{ijt}$  son estacionarios con media cero y varianza constante.  $t$  es igual a una tendencia determinística. La ecuación (22) la interpretaríamos de la siguiente manera, La diferencia del ingreso de dos economías ( $i, j$ ) se da de una forma gradual a través del tiempo y esta relacionado inversamente con el tiempo, en otras palabras si se cumple con los supuestos anteriores diríamos que la diferencias existentes entre los ingresos per capita dos economías se reducen en forma gradual a través del tiempo, en dado caso existiría convergencia entre estas dos economías y la velocidad de este acercamiento o *Catch up*, estaría determinado por el parámetro  $\gamma$  estimado. Esta técnica es sumamente interesante al incorporar la posibilidad de un acercamiento gradual al estudio de la convergencia, sin embargo esta técnica no contempla la situación de un acercamiento cíclico de dos economías: Frente ha esta situación el enfoque

anterior no sería capaz de detectar el acercamiento de estas economías por no presentarse de forma gradual si no a distintas velocidades o de forma cíclica. Juncal Cuñado (2001) muestra una nueva metodología que permite incorporar la posibilidad de un acercamiento de tipo cíclico y que se presenta a diferentes velocidades y además afectado con una tendencia.

Este nuevo enfoque, presenta una forma novedosa y a consideración propia, por un lado, logra salvar gran parte de los inconvenientes planteados anteriormente por las técnicas expuestas; por otro lado, la aplicación de estos contrastes de convergencia cíclica para el caso de América Latina (AL) no existen hasta el momento en la literatura empírica, por lo tanto la oportunidad que presenta, la aplicación y el análisis de este nuevo enfoque al caso de AL cobra suma importancia al trata de cubrir la ausencia de trabajos empíricos bajo este nuevo enfoque.

Además esta técnica trata de estudiar hasta que punto la convergencia o divergencia entre las economías puede estar afectada por una variable proxy al ciclo económico, como podría ser la variable obtenida del filtro de Hodrick-prescott, esto se puede expresar de la siguiente manera.

$$y_{i,t} - y_{j,t} = \delta^* ciclo_t + \eta_{ij,t} \quad (24)$$

o

$$y_{i,j} = \alpha + \beta y_{j,t} + \delta^* ciclo_t + \eta_{ij,t} \quad (25)$$

$$y_{i,j} = \alpha + (\beta + \delta^* ciclo_t) y_{j,t} + \eta_{ij,t}$$

A partir de la ecuación (24) podemos interpretar de la siguiente forma, con una  $\beta = 1$  podemos decir que la tasa de acercamiento o de *cachting up* es cíclico, esto quiere decir que el acercamiento entre la economía de las regiones (  $i,j$  ) se presenta ha diferentes velocidades dependiendo de los distintos periodos de recesión y expansión.

A si mismo se presenta para la ecuación (24) la posibilidad de una ecuación con intercepto y con tendencia, representada de la siguiente manera.

$$y_{i,t} - y_{j,t} = \alpha + \delta \cdot \text{ciclo}_t - \gamma \cdot t + \eta_{i,j,t} \quad (26)$$

o

$$y_{i,t} = \alpha + \beta y_{j,t} + \delta \cdot \text{ciclo}_t - \gamma \cdot t + \eta_{i,j,t} \quad (27)$$

En el caso de la ecuación (26) o (27) interpretaremos de la siguiente manera. Si se presenta una  $\beta = 1$  el acercamiento de las economías se produce de una forma cíclica y las diferencias del ingreso per capita se diluyen en el tiempo, en contraposición la ecuación (24) sin intercepto el acercamiento se produce de forma igualmente cíclica, pero en este caso las diferencias en el largo plazo no tienden a disminuir.

Finalmente después de la exposición del modelo de teórico de análisis y de los tipos de técnicas que hasta el momento han sido desarrolladas por diferentes investigaciones, pasare al siguiente capítulo a su aplicación de caso.

#### 4 Evidencia empírica para el caso de América Latina

En este apartado, se dará cuenta de la evidencia empírica del crecimiento y convergencia para América Latina, con base en los enfoques planteados en el capítulo anterior.

Con el fin de tener un análisis más detallado, inicialmente nos concentramos en el estudio del crecimiento del PIB per capita. Primero, en todos los países de la región para los que se puede disponer de datos, en una segunda instancia solo a siete países de América Latina (AL-7), que sin duda son los más representativos de la región y los cuales en las dos últimas décadas han llevado a cabo fuertes reformas económicas además de experimentar agudas crisis, que han repercutido en las tendencias de su crecimiento así como en la distribución del ingreso entre la región Latinoamericana; la muestra a la que hacemos referencia esta conformada por los siguientes países : Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México, Perú y Venezuela. Prestando atención especial a México, por ser este el país que a mostrado en los últimos veinte años un flujo constante de recursos (capital, migración, comercio exterior etc) a partir de la incorporación al GATT y posteriormente con la firma del tratado de Libre Comercio de América del Norte con Estados Unidos y Canadá. En este caso Estados Unidos es considerado como el principal generador de tecnología en América y la potencia económica en el mundo.

Los datos utilizados, son proporcionados por el Banco Mundial<sup>31</sup>; todas las variables están expresadas en dólares estadounidenses base 1995 =100 y en poder de paridad de compra, lo que nos permite evitar los problemas al utilizar distintos niveles de precios y diferentes tipos de cambio, no comparativos.

---

<sup>31</sup> Estos datos se encuentran disponibles en el CD WB. Development data 33 (2001)

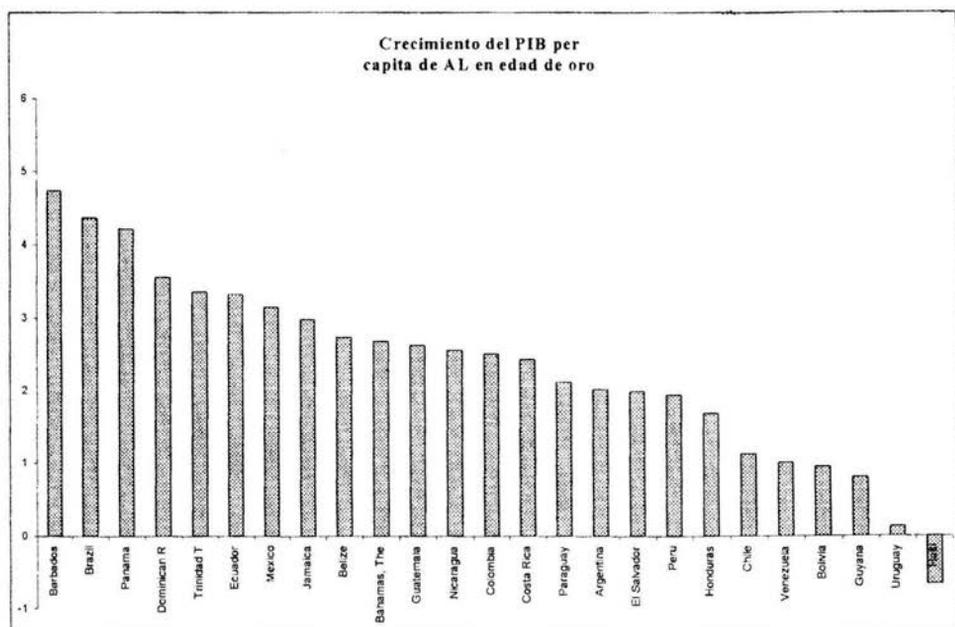
Antes de pasar al desarrollo empírico del modelo teórico presentado en el capítulo anterior, es conveniente hacer una exploración descriptiva e introductoria del análisis de convergencia del PIB per capita en la región de América Latina (AL-7). Por un lado, este análisis, proporcionara una visión general del comportamiento del crecimiento económico. Por otro lado, lo aprovecharemos para contrastar los diferentes enfoques sobre la existencia de convergencia (análisis de corte transversal y de serie de tiempo). Finalmente, mostraremos la evidencia empírica para el modelo teórico de análisis presentado en el capítulo anterior, concentrándonos en los dos tipos de convergencia más recientes; la convergencia estocástica (Bernard y Durlauf 1996) y el acercamiento cíclico (Juncal Cuñado 2001).

#### **4.1 Descripción del proceso de crecimiento y convergencia absoluta de América Latina**

Como introducción trataremos de complementar el análisis del crecimiento con otro ejercicio. Angus Maddison (1986, 1992, 2000) en diferentes estudios que ha realizado, analiza el desempeño en el largo plazo de diferentes regiones del mundo; Maddison (1986) menciona, que gracias al análisis del comportamiento de diferentes indicadores tales como: la tasa de crecimiento de la producción, producción por persona, acervo de capital, exportaciones, desempleo y precios, encontró al menos cuatro grandes fases del crecimiento de la economía mundial; la primera comprende de (1820-1913). La segunda se encuentra entre el periodo de (1913-1950) La tercera abarca de (1950-1973) y por ultimo la cuarta comienza en (1973 - .....) hasta nuestros días.

Dos de estas grandes etapas son las que abarca nuestro análisis en este trabajo, la primera es la llamada (Angus Maddison 1986) "*edad de oro del capitalismo*" y que va 1950-1973. Esta fase, la distinguen diferentes características muy peculiares, tales como. Una preocupación del gobierno sobre la ocupación plena, además de presentarse en el entorno económico mundial cierto grado de certidumbre en cuanto ha algunas variables financieras importantes (tipos de

cambio, tasas de interés y por lo tanto crédito). En lo que respecta a los mercados de trabajo, esta etapa se caracteriza por la existencia de un número importante de sindicatos fuertes y un clima social tranquilo. Los acuerdos en comercio internacional por lo general se limitan a las uniones aduaneras, y por ultimo, en el contexto internacional se puede encontrar una liberalización gradual y sustancial de los movimientos de fuerza de trabajo y capital. En el gráfico 1 mostramos el comportamiento del PIB per capita de AL en la llamada edad de oro del capitalismo.



**Grafico 1** Tasa anualizada del Crecimiento del PIB per. capita de AL  
1960-1973 (dólares constantes 1995)  
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

En este gráfico se observa claramente cual era la situación de AL en este periodo en lo que respecta al crecimiento de su PIB per capita. En esta etapa AL experimento un crecimiento del producto por persona de al menos 2.4% anual promedio. Además observamos que, 24 de los 25 países de la muestra,

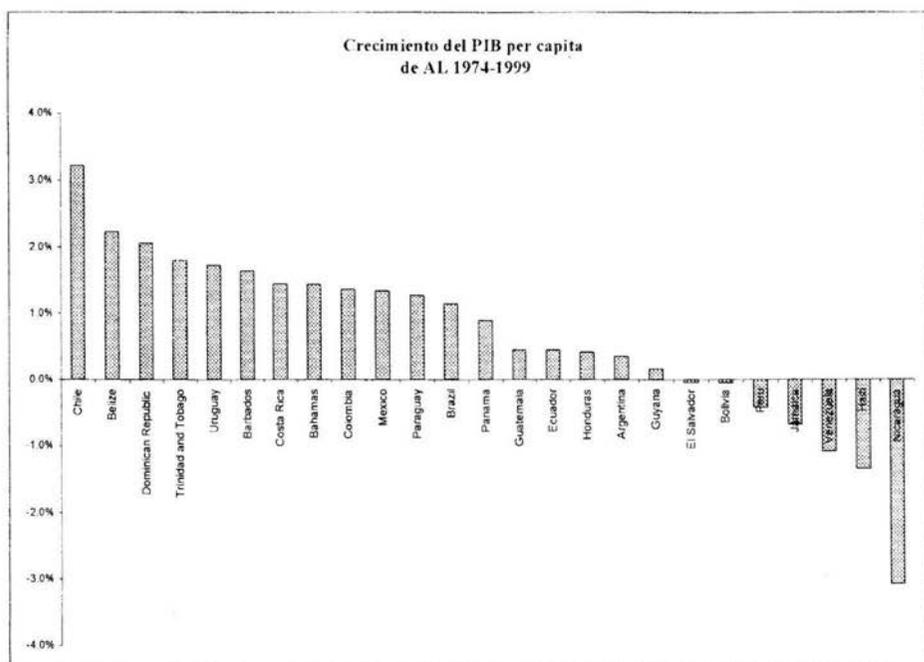
presentaron tasas de crecimiento positivas; si ordenamos sus tasas de crecimiento de mayor a menor, economías como Brasil, México, Chile, Argentina y Venezuela se ubican en las posiciones (2, 7, 20, 16,21) respectivamente. En el cuadro 1 se muestra esta relación.

Cuadro 1				
Crecimiento del producto interno bruto per. capita de América Latina 1960-1973				
Posición	Países	1960	1973	Crecimiento edad de oro
1	Barbados	2924	5588	4.7%
2	Brasil	1742	3167	4.4%
3	Panamá	1463	2605	4.2%
4	Dominicana Republica	683	1114	3.6%
5	Trinidad y Tobago	1891	3002	3.4%
6	Ecuador	777	1227	3.3%
7	México	1639	2528	3.1%
8	Jamaica	1398	2108	3.0%
9	Belice	977	1425	2.7%
10	Bahamas	7842	11347	2.7%
11	Guatemala	928	1334	2.6%
12	Nicaragua	656	934	2.6%
13	Colombia	1104	1561	2.5%
14	Costa Rica	1935	2708	2.4%
15	Paraguay	890	1193	2.1%
16	Argentina	5423	7167	2.0%
17	El Salvador	1310	1726	2.0%

Continúa en la página siguiente.

Cuadro 1 (Continuación) Crecimiento del producto interno bruto per. capita de América Latina 1960-1973				
Posición	Países	1960	1973	Crecimiento edad de oro
18	Perú	1873	2451	1.9%
19	Honduras	513	648	1.7%
20	Chile	1968	2301	1.1%
21	Venezuela	3720	4281	1.0%
22	Bolivia	827	943	0.9%
23	Guyana	677	757	0.8%
24	Uruguay	3873	3943	0.1%
25	Haití	547	498	-0.7%
	América Latina	47580	66556	2.4%
Fuente elaboración propia con datos del World Bank				

La segunda fase que abarca también nuestro estudio es la llamada (Maddison, 1986) "*fase de objetivos borrosos*" que va de nuestros días hasta 1974 la cual, se caracteriza por: la preocupación de los gobiernos por el control de los precios, dejando de lado el interés que antes existía por lograr la ocupación plena. En el plano financiero, se observa que existe un cambio radical, al abandonar por parte de los gobiernos la política de tipo de cambio fijo y adoptar un sistema de tipo de cambio flotante, esta situación tuvo una importante repercusión al generarse una gran incertidumbre en las tasas de interés y consecuencias en el otorgamiento de los créditos internacionales. La tendencia al libre comercio y al libre movimiento de capitales se intensifica pero se restringe el libre movimiento de fuerza de trabajo, mientras, los mercados de trabajo muestran un decrecimiento constante. En el gráfico 2 se muestran las tasas de crecimiento del PIB per capita de AL en esta fase.



**Gráfico 2** Tasa anualizada del Crecimiento del PIB per. capita de AL  
1974-1999 (dólares constantes 1995)

Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

En este periodo solo 18 de los 25 países de AL reportaron un crecimiento en su producto per capita; además en este periodo, el crecimiento del PIB per. capita de la región sólo fue de 1% promedio anual, comparado con el crecimiento en la edad de oro que fue de 2.4%; esto significa una caída del 1.4%. Estos cambios, ocurridos en el plano de las políticas aplicadas por los diferentes gobiernos también tuvieron repercusiones en el crecimiento de los países y en la posición del "ranking" que habíamos realizado para la edad de oro. Esta nueva fase, como se puede observar en el cuadro 2, actuó de manera diferenciada, pero en general el crecimiento de las economías de la región se puede catalogar de medio a bajo. Los cambios en la posición de los países en la edad de oro con relación a su

posición se comporta de la siguiente manera: Chile pasó de ocupar el lugar 20 a ocupar el primer lugar en lo que respecta al crecimiento de PIB per capita, mientras que Brasil de ocupar el segundo lugar en la edad de oro ahora se encuentra en el lugar 12, México uno de los países que ha llevado las reformas económicas más profundas descendió tres lugares del lugar número siete al 10, Argentina descendió una posición al ubicarse en el lugar 17 de los 25 países. En lo que respecta a los países que registraron tasas de crecimiento negativas y nulas destacan los siguientes: Bolivia de tener un crecimiento cerca del 1% anual en la edad de oro, en esta nueva fase no creció; Venezuela es el caso más dramático, con una caída del -1.1%, mientras que en la edad de oro sólo estaba ligeramente por debajo de Chile. Perú, en la edad de oro, registraba un crecimiento cercano al 2% en esta nueva etapa registra una caída de su PIB per capita de - 4%.

En conclusión, la evidencia empírica de esta primera exploración, nos muestra un comportamiento diferenciado de las tasas de crecimiento del producto por persona en AL, como expresión de las repercusiones que a nivel regional han tenido las políticas llevadas a cabo en materia comercial, financiera y gubernamental en los últimos años.

Posición	Países	1974	1999	Crecimiento de la Fase de objetivos borrosos
1	Chile	2320	5121	3.2%
2	Belize	1595	2768	2.2%
3	Dominican Republic	1151	1916	2.1%
4	Trinidad and Tobago	3164	4936	1.8%
5	Uruguay	4056	6208	1.7%

Continúa página siguiente

Cuadro 2  
(continuación)

Crecimiento del producto interno bruto per. capita de América Latina 1974-1999

Posición	Países	1974	1999	Crecimiento de la Fase de objetivos borrosos
6	Barbados	5302	7963	1.6%
7	Costa Rica	2792	3994	1.4%
8	Bahamas	9242	13214	1.4%
9	Colombia	1613	2261	1.4%
10	México	2594	3613	1.3%
11	Paraguay	1258	1727	1.3%
12	Brasil	3373	4479	1.1%
13	Panamá	2599	3246	0.9%
14	Guatemala	1381	1545	0.4%
15	Ecuador	1269	1419	0.4%
16	Honduras	621	689	0.4%
17	Argentina	7439	8100	0.3%
18	Guyana	811	843	0.2%
19	El Salvador	1772	1752	0.0%
20	Bolivia	967	956	0.0%
21	Perú	2604	2346	-0.4%
22	Jamaica	2001	1691	-0.7%
23	Venezuela	4219	3213	-1.1%
24	Haití	521	371	-1.3%
25	Nicaragua	1033	472	-3.1%
	América Latina	65697	84843	1.03%

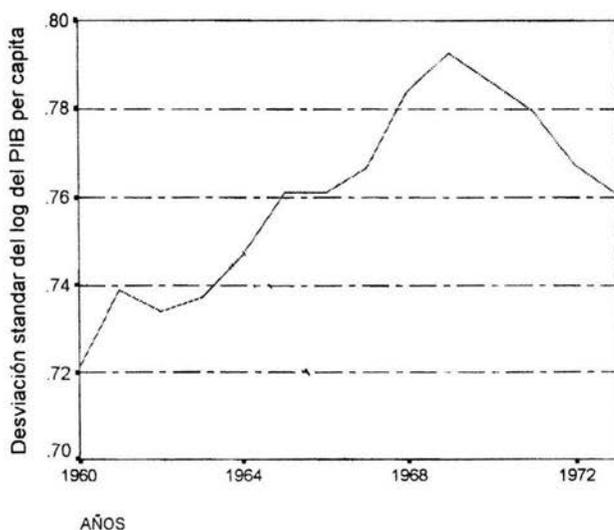
Fuente: elaboración propia con datos del World Bank

Una vez contemplado el plano regional y ubicado algunas características de la región pasaremos a las medidas más utilizadas en los trabajos de convergencia; en este tipo de estudios la medida más intuitiva sobre el concepto de convergencia, es la llamada *convergencia sigma* que proporciona la variabilidad que ha mostrado el proceso de crecimiento en el tiempo<sup>32</sup>, esta técnica resume el

<sup>32</sup> Esta medida, es la que proporciona Robert Barro y Sala-i-Martin en su trabajo pionero sobre estas cuestiones titulado Economic Growth and convergence across the United States. NBER working paper #3419 ,agosto de 1990

comportamiento de la desviación estándar del logaritmo del PIB per. capita en los últimos cuarenta años.

Adicionalmente, para completar el análisis inicial sobre la convergencia sigma, se utiliza un diagrama dispersión conocido como (Angel de la Fuente 1998) "diagrama de convergencia beta" éste, relaciona la tasa de crecimiento anual entre dos periodos ( $t_0$ ,  $t_1$ ) y el logaritmo del periodo inicial, que representa el nivel de crecimiento en ( $t_0$ ); y resume muy bien la correspondencia descrita por la ecuación fundamental del modelo de Solow (Sala-i-Martin 2000). Si el diagrama presentara una relación inversa entre las dos variables, existiría evidencia, a favor de la llamada "sigma convergencia". Para terminar este primer análisis interregional, resulta interesante revisar los resultados que arrojan estas dos últimas técnicas en los periodos antes mencionados.

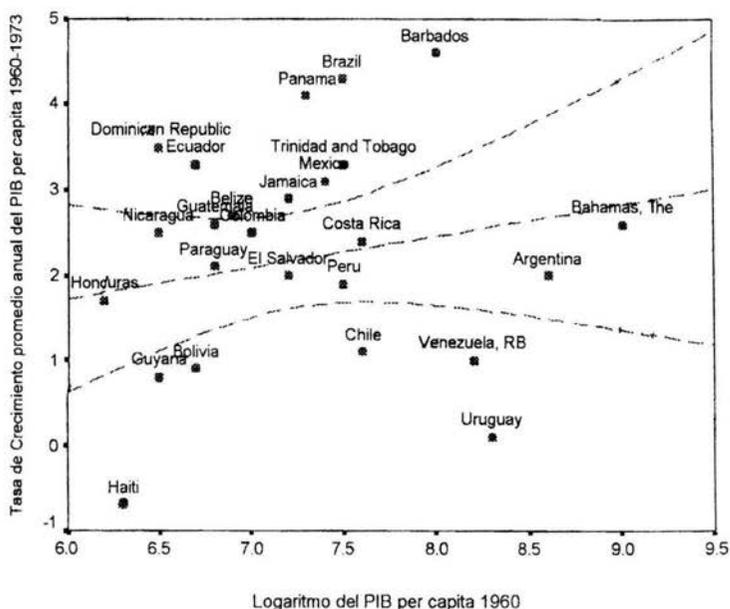


**Graficó 3** Dispersión del PIB per capita entre 25 países de AL (edad de oro) Fuente: elaboración propia con datos del World Bank

El graficó 3 permite analizar las disparidades interregionales del PIB per capita en el tiempo para la llamada *edad de oro* en AL. Lo primero que podemos observar

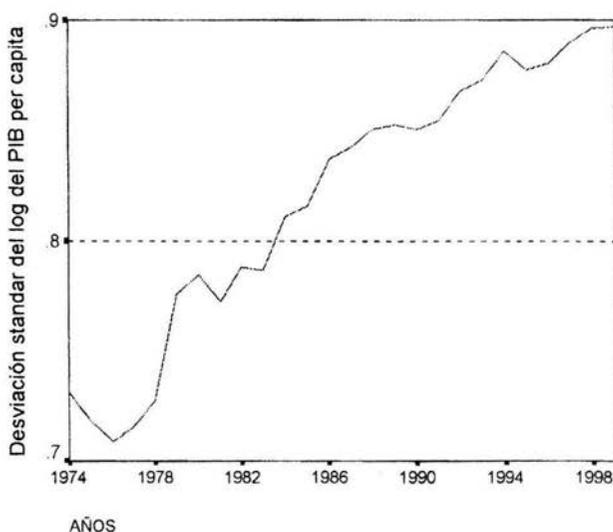
en el gráfico 3, es que la dispersión del logaritmo del PIB per capita aumenta, al paso del tiempo y, la tendencia que muestra la serie en esta etapa dista mucho de mostrar disminución alguna; esta situación se observa hasta el año de 1969 donde la desviación estándar del crecimiento del PIB per. capita, interregional tiene un cambio de tendencia. Antes de este punto, Angus Maddison (1992) menciona que en América Latina y en general en todo el mundo, existía un compromiso del gobierno por impulsar políticas orientadas a la planeación además de existir una mayor intervención del Estado en la economía, sin embargo destaca que en América Latina en este tiempo también, existían aspectos que hasta la fecha han persistido, tales como la desigualdad del ingreso y la inflación. Por otra parte, el comportamiento de la dispersión del PIB per. capita interregional, no muestra evidencia alguna para afirmar una convergencia sigma, en cambio si refleja la heterogeneidad del crecimiento en América Latina (1960-1973) considerando que en este periodo AL alcanzó un grado de desarrollo mayor, comparado con la siguiente etapa llamada de los *objetivos borrosos*; la bonanza del crecimiento de la posguerra generado principalmente por un aumento de la demanda de importaciones latinoamericanas por parte de los países de la OCDE (Angus Maddison 1992), y por el aumento de los términos de intercambio, como señala Agustín Cueva (1977) que sucedió en los dos últimos años de este periodo, en los cuales la región muestra una recuperación económica, principalmente por el crecimiento de los Estados Unidos, y por las políticas de los gobiernos internos, podríamos concluir que estas circunstancias no fueron suficientes ni tuvieron gran impacto en la disminución de las disparidades de crecimiento de la región.

En lo que respecta al diagrama de convergencia beta, éste se presenta en el gráfico 4, en el se relaciona la tasa de crecimiento anual per. capita de AL entre 1960-1973 y el logaritmo del ingreso per capita inicial 1960.



**Gráfico 4** Convergencia Beta interregional, entre 25 países de AL (edad de oro) Fuente: elaboración propia con datos del World Bank

Como se puede observar en el gráfico 4, no existe una correlación negativa entre estas dos variables, lo cual significa que no existe evidencia empírica, a favor de la convergencia beta; en cambio se muestra una relación positiva, en el sentido de una divergencia del crecimiento del PIB per capita de estas economías. Aunque la correlación no sea del todo significativa por la gran dispersión de los datos, reflejada en una alta heterogeneidad de las tasas de crecimiento indica que en este periodo lejos de que los países pobres alcanzaran a los países relativamente ricos en la región, estos aprovecharon diferencialmente las oportunidades económicas que se presentaron en esta etapa de alto crecimiento económico mundial.



**Gráfico 5** Convergencia sigma, entre 25 países de AL (1974-1999)  
Fuente: elaboración propia con datos del World Bank

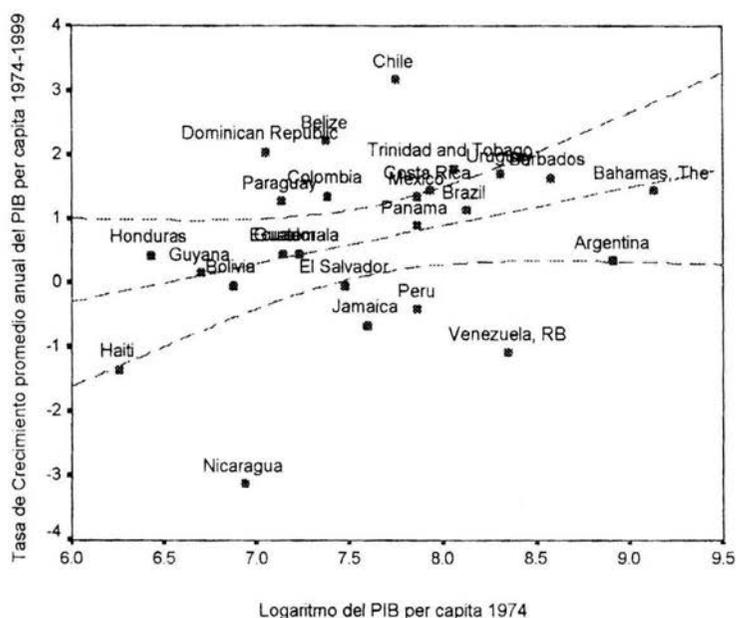
La siguiente etapa que nos ocupa es la de los *objetivos borrosos*. Al igual que para la etapa de *la edad de oro*, calcularemos la convergencia sigma y el diagrama de convergencia beta. En el gráfico 5 se muestra la dispersión del PIB per. capita de AL (1974-1999).

Como podemos observar en el gráfico 5, existe una tendencia más acentuada a la disparidad de las tasas de crecimiento del PIB per capita comparada con *la edad de oro* en AL. Además los valores que presenta la dispersión del logaritmo del PIB son mayores y cercanos a la unidad, esta gran volatilidad de las tasas de crecimiento puede tener origen en las características económicas de esta etapa del crecimiento mundial. La *fase de los objetivos borrosos* es la más contemporánea, Angus Maddison (1996) destaca que existieron dos hechos en la economía mundial que hizo cambiar las antiguas políticas que llevaban acabo los

gobiernos de los países industrializados, estos hechos fueron los siguientes: El rompimiento de los acuerdos de Breton Woods por parte de los Estados Unidos y los golpes que sufrieron los países importadores de petróleo por parte de la OPEP. El primer hecho ocasiono en la economía mundial un ambiente de incertidumbre y de gran volatilidad en los mercados financieros; con la adopción de tipos de cambio flexibles las políticas que antes existían por parte de los gobiernos de la OCDE con la finalidad de aumentar sostenidamente su demanda agregada de la economía tuvo que dar un giro de 360° y las políticas económicas que antes centraban sus objetivos en la estimulación del crecimiento y del empleo, por medio de expansiones en el gasto de gobierno, se cambiaron por el control de la inflación para alcanzar el pleno empleo. El segundo hecho ocasiono una secuela inflacionaria en los países industrializados importadores de petróleo, pues éstos vieron incrementados los precios de los productos de consumo internos y los de sus importaciones que en su mayoría eran materias primas principalmente petróleo. Estas dos eventualidades ocasionaron una depresión de la demanda a nivel mundial que sin duda afecto el crecimiento de América Latina.

En este contexto se desenvolvía la región Latinoamericana a principios de los ochenta. Los gobiernos de la región reaccionaron de diferente forma a estos cambios mundiales, que afectaban desde dos frentes a la región Latinoamericana; por un lado, la volatilidad de los tipos de cambio y la desregulación en general del sistema monetario internacional, lo cual redujo el flujo de capitales a la región, y elevo las tasas de interés reales internacionales. Por otro lado, el aumento de los precios del petróleo por parte de la OPEP, beneficio a algunos países de la región (México, Colombia y Venezuela por mencionar algunos) mientras que otros como Brasil, un importador de petróleo, experimentó una reducción de su economía por debajo de su potencial. Como consecuencia de estas situaciones, en 1982 se presento la crisis mas profunda de América Latina, la llamada crisis de la deuda, la cual se ve reflejada en el gráfico 5 con un ligero quiebre de la tendencia. Mas recientemente, la gran volatilidad de los capitales internacionales y su libre flujo, además de una apertura comercial y una política orientada a la venta de empresas

publicas casi generalizada en la región ocasionó en México, a mediados de la última década (1994) una crisis financiera sin precedentes, crisis que también se ve reflejada con un repunte de las disparidades.



**Gráfico 6** Convergencia Beta interregional, entre 25 países de AL (1974-1999) Fuente: elaboración propia con datos del World Bank

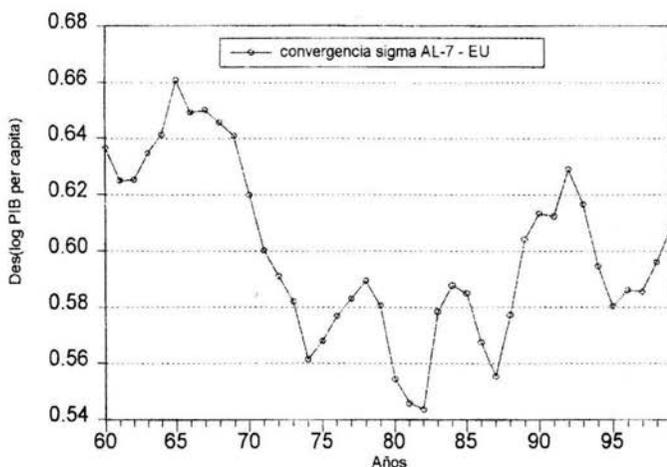
El gráfico 6 muestra el diagrama de la convergencia beta para el periodo (1974-1999). Al igual que en la edad de oro el gráfico 6 de dispersión correspondiente, no muestra una relación negativa entre la tasa de crecimiento anual y el logaritmo del PIB per cápita de 1974. Existe una mayor dispersión de los datos y una tendencia a la divergencia de las tasas de crecimiento de AL a largo plazo, además de que un número más grande de países se ubica en el cuadrante de crecimiento negativo y por debajo del crecimiento medio de la región.

Como conclusión preliminar, podemos decir, que en ninguna de estas dos grandes etapas del crecimiento mundial, AL muestra evidencia a favor de la convergencia en el largo plazo, pero se puede observar que en la última etapa las políticas gubernamentales y el entorno internacional, han pronunciado la tendencia hacia la divergencia de las economías de la región.

El ejercicio anterior, puede representar evidencia a favor de los modelos de crecimiento endógeno que no predicen convergencia en el largo plazo. En el próximo apartado contrastamos el concepto de convergencia absoluta pero ahora para todo el periodo analizado, además introduciremos una variable dummy que nos permitirá diferenciar los países AL-7.

#### **4.2 Convergencia absoluta para América Latina (AL-7 1960-1999)**

Una de las justificaciones de la teoría del comercio internacional para sugerir abrir los mercados, tanto a la inversión como a las mercancías, es sin duda la concepción acerca de su repercusión positiva en el crecimiento económico de los países. Este postulado afirma que, el mercado internacional, permitirá una cierta especialización de las economías y una mejor asignación de los recursos disponibles, además de un aprovechamiento de los recursos económicos (inversiones en capital y de cartera) por parte de las economías en desarrollo. Esto traerá como consecuencia, altas tasas de crecimiento de estos últimos y, finalmente un acercamiento entre los niveles de ingreso de las personas de los países pobres y países ricos. Para ejemplificar que ha sucedido con el comportamiento de las diferencias entre estos actores (AL-7 y EU), presentamos en el gráfico 7 la convergencia sigma para los siete países seleccionados de América Latina (representados por AL-7) y Estados Unidos de Norte América de 1960 -1999.



**Graficó 7 Convergencia sigma entre AL-7 y EU**  
*Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank*

En el graficó 7 se puede observar que la dispersión del ingreso per. capita entre estos países tiene un fuerte descenso a partir de los años sesenta hasta 1980 y es en 1982 donde la tendencia cambio significativamente. Cabe mencionar que, en los años (1965-1982) donde se observa una fuerte tendencia hacia la convergencia sigma, los países de la región se desarrollaban en un marco proteccionista con características, tales como un comercio internacional restringido, altos apoyos del gobierno a las empresas nacionales de alto crecimiento económico, elevada participación del gobierno en la economía y por lo tanto una gran inversión estatal, como lo pudimos comprobar en la primera parte de este capitulo.

A partir de 1982 se presenta el periodo más critico en la historia económica de América Latina, conocido como la crisis de la deuda, en la cual los países de la región se caracterizaban por un crecimiento bajo y una inflación galopante, finalmente estos desequilibrios hundirían a América Latina en un letargo, caracterizado entre otras cosas por un bajo crecimiento, que se prolongo

aproximadamente 10 años<sup>33</sup>; es en este periodo donde la convergencia sigma se comporta de una manera creciente y alcanza su punto máximo entre 1990 y 1992 para volver a caer entre 1994 y 1995 sin embargo para 1996 y 1997 la tendencia se torna de nuevo creciente hasta el final del periodo de análisis.

En resumen, el gráfico 7 revela que no existe evidencia suficiente como para asegurar la existencia de convergencia sigma entre los países AL-7 y Estados Unidos, sin embargo los datos arrojan que, en los últimos cuarenta años, existe una reducción de la dispersión de los ingresos alrededor de 4% (pasando de un coeficiente en 1960 del orden de .063 a 1999 a un nivel de .60) además es claro que los últimos veinte años a partir de la crisis de la deuda que se sufrió en América Latina, su crecimiento ha estado marcado por una gran variabilidad y la evidencia empírica muestra hasta el momento que esta lejos de disminuir en el largo plazo.

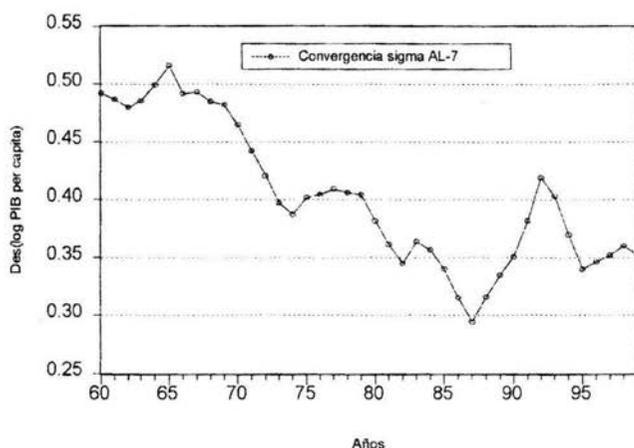
El gráfico 8 muestra la convergencia sigma interregional de AL-7. En este gráfico podemos observar, inicialmente una tendencia a la disminución de las disparidades del ingreso (esta tendencia no esta libre de fluctuaciones presentadas en los años de, 1974 1982 y 1995), que se detiene hasta 1986 donde esta tendencia se invierte. Es en este periodo de 1986 coincidente con el comienzo de la apertura de las economías de AL-7 y su incorporación de muchas de ellas al GATT.

La ultima década, estuvo marcada con una creciente dispersión de los ingresos per capita entre los países AL-7. Sin duda el proceso de convergencia es afectado por la desregulación económica (financiera, privatizaciones de empresas públicas etc.) vivida en estos años. Sin embargo, esta tendencia creciente cambia su curso entre 1992 y 1994.

---

<sup>33</sup> Véase Agustín Cueva "El desarrollo del capitalismo en América Latina" editorial. Siglo veintiuno XXI 18ª edición México DF 2002

Finalmente, observamos que al interior de la región AL-7 la dispersión de las tasas de crecimiento, experimentaron una reducción más marcada, presentándose una reducción del indicador en un 28% en el periodo de 40 años. Sin embargo no existe evidencia suficiente para asegurar un tipo de convergencia sigma, debido a que en los últimos años, se observa una etapa de muchos sobresaltos, probablemente afectados por las recientes crisis financieras presentadas a finales de los años noventa, por ejemplo la crisis que presentara México en 1994 y principios de 1995, que ya también ha sido comentada.



**Graficó 8** *Convergencia sigma al interregional de los países AL-7*

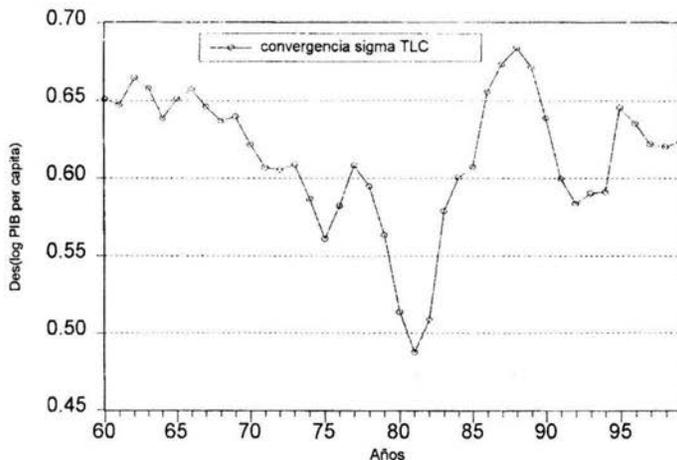
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

Es interesante conocer que ha sucedido con las economías que forman el Tratado de Libre Comercio (Estados Unidos de Norte América, Canadá y México), para saber cual a sido el papel del comercio internacional y las reformas económicas llevadas acabo por México en el proceso de integración de sus mercados.

En el gráfico 9, se muestra la convergencia sigma para el grupo de economías que forman el tratado de libre comercio.

Como se puede observar durante 1970 y 1980 se presenta una ligera tendencia a disminuir la disparidad entre estas economías, sin embargo para 1982 los niveles de disparidad se proyectan y en 1985-1987 es donde se presenta la mayor disparidad, por arriba de 1960, para después caer para el año 1992 pero sin alcanzar los niveles registrados en 1970 -1980.

Finalmente, podemos concluir que no se encuentra evidencia suficiente para una convergencia sigma entre las economías que forman el TLC, además de mostrar evidencias a favor de los impactos positivos de la integración de los mercados (financieros, comerciales) de estas economías, pues sus efectos (transferencia de recursos financieros, de mano obra y tecnológicos) no han tenido una gran relevancia en la reducción de las disparidades en los últimos cuarenta años. Sin mencionar que la época mas inestable se presento en las ultimas dos décadas, precisamente cuando se están aplicando las medidas económicas necesarias para formar lo que hoy conocemos, como TLC, sin dejar de lado que fue en este periodo, cuando México aplico un sin numero de reformas desregulatorias en diferentes ámbitos, como el comercial y el financiero.



**Graficó 9** *convergencia sigma países que forman el TLC*  
 Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

Para finalizar la evidencia empírica de las nociones básicas de convergencia para AL, terminamos este apartado con la estimación de la convergencia absoluta, para el periodo 1960-1999 interregional de AL calculada con la metodología propuesta por Barro y Sala-i-Martin (1990).

Para realizar este método, tomamos una muestra de 20 países de los 25 contemplados inicialmente<sup>34</sup>, pues no para todos los países de la muestra se cuenta con la información necesaria.

<sup>34</sup> La muestra esta conformada por los siguientes países: Argentina, , Belice, Bolivia, Brasil, Colombia, Costa Rica, Chile, Dominicana Republica, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Guyana, Haití, Honduras, Jamaica, México, Nicaragua, Paraguay, Perú, Uruguay, Venezuela.

Cuadro 3  
 Convergencia absoluta de América Latina 1960-1990  
 (Regresiones tipo Barro)

Variables	Coefficiente Beta	Error estándar	prob. t	Medidas de ajuste del modelo
Constante	0.057263	0.016787	0.0046	R <sup>2</sup> (.6023)
Log(PIB-1960)	-0.005747	0.002204	0.0217	Adj R <sup>2</sup> (.4799)
Dummy (AL7)	0.008018	0.003426	0.0359	prob.(F.Estadístico) ( 0.01223 )
DurbinWatson	2.22			

Nota  
 Numero de observaciones 20  
**Log (PIB-1960)**. Corresponde al logaritmo del PIB per capita de 1960  
**Variable Dummy (AL7)**. Variable Dummy para los Países de AL-7  
**Fuente:** Elaboración propia con datos del World Bank

Los resultados de la regresión de mínimos cuadrados (**MCO**), muestra una velocidad de acercamiento de las economías de América Latina del orden de -0.005747 el valor alcanzado por la beta del logaritmo del PIB per capita, se puede leer de la siguiente manera; en cada periodo se cierra la brecha en estas economías en un -0.005%, la existencia de convergencia beta se puede sostener debido al signo negativo de la beta. Adicionalmente, vemos que la variable Dummy AL7, que se ha incorporado a nuestro modelo, con la finalidad de distinguir a nuestros países denominados AL-7, es significativa y además presenta un coeficiente positivo lo que refleja que estas economías han crecido mas que el resto de la región, por lo tanto podemos decir que estos tienden en largo plazo a presentar divergencia en sus tasas de crecimiento con respecto al resto de la muestra o que estos mismos países posiblemente forman dentro de la misma muestra un "club" de convergencia.

Estas estimaciones al ser sólo dos cortes en el tiempo durante cuarenta años, no recoge la historia de toda la serie y deja a un lado, eventos fundamentales como por ejemplo, la crisis generalizada que se vivió en la región en los años de 1980

en la cual se implementaron reformas económicas estructurales de tipo ortodoxo y heterodoxo que provocaron entre otras cosas, diferentes reacciones sobre las variables macroeconómicas de los países de América Latina y por lo tanto en los parámetros de crecimiento del PIB per capita<sup>35</sup>. Adicionalmente hemos observado como el cambio en las políticas de gobierno pueden influir en el camino y en la velocidad hacia la convergencia o divergencia de los países. debido a estas limitaciones es necesario ampliar el análisis de convergencia considerando el estudios de las series de tiempo.

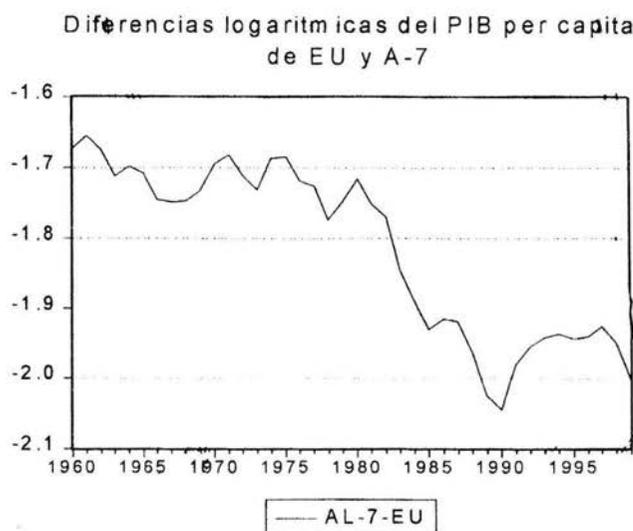
### 4.3 Convergencia con series de tiempo

Consideramos que el método más conveniente para medir la convergencia entre los países, es el que ha sido desarrollado en los últimos años y que ha sido expuesto en el capítulo anterior. Por conveniencia práctica desde este momento solo nos concentraremos al análisis de AL-7 y EE.UU.

En principio, este método recoge las diferencias en las tasas de crecimiento del PIB per. capita entre las regiones o países, en el tiempo. Esta técnica esta sustentada en el concepto de convergencia estocástica introducido por Bernard y Durlauf (1996). Estas diferencias son presentadas en el gráfico 10, en el cual se puede observar que el promedio de los países de (AL-7) y Estados unidos (EU) desde 1965 experimentan un aumento de las diferencias logarítmicas de su producto per capita. Este comportamiento ocurre a diferentes velocidades en el tiempo. Además es claro que, la relación entre los productos per. capita de EU y AL-7 aumentan de forma más pronunciada a partir de la década de los ochentas; mientras que en la década de los noventas, cambia la tenencia de las diferencias del PIB per capita entre EU y AL-7, pero es un proceso sumamente débil que se revierte para los finales de los años noventas.

---

<sup>35</sup> Para profundizar en el tema de las reformas llevadas acabo en los años de 1980 y en sus efectos sobre el crecimiento de los principales países de la región de América Latina, véase Jaime Ros, "La edad de plomo del desarrollo latinoamericano", Lecturas del FCE 77 México DF 1993



**Grafico 11** Diferencias logarítmicas del PIB per capita AL-7 y el promedio

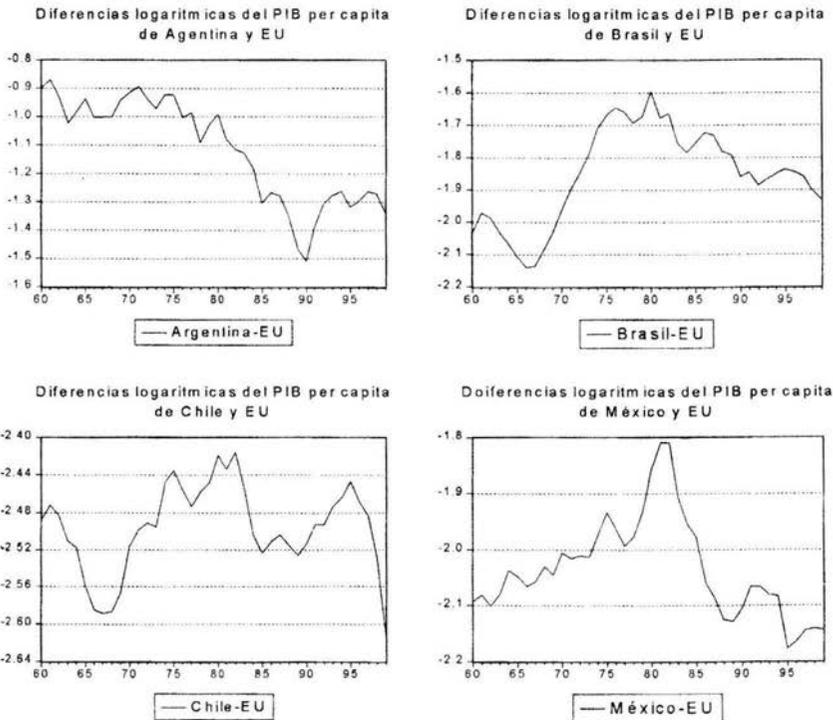
Fuente: Elaboración propia con del World Bank

Adicionalmente consideramos que es importante conocer este mismo proceso pero ahora contrastado con respecto a las diferencias que se dan al interior de AL-7, entre el promedio y los países más destacados de la región que son Argentina, Brasil, Chile y México.

El grafico 11 deja claro la gran diversidad de respuestas que han tenido las crisis y las políticas correctivas implementadas a través de los últimos 40 años, los diferentes resultados obtenidos, son de esperarse si tomamos en cuenta las diferencias estructurales que existen entre los países, por ejemplo, podemos observar que hay una tendencia a reducir las diferencias del PIB per capita en relación al promedio de AL hasta principios de los noventa. En los cuatro países, las diferencias en su producto per. capita con respecto al promedio de la región tienden a cero, en el periodo 1960-1990. sin embargo es a partir de principios de los noventa cuando la tendencia cambia su dirección.

En conclusión podemos decir que se encuentra evidencia suficiente para asegurar que a partir de los años noventa hay una tendencia a diferir más del promedio. En esta divergencia, con excepción de Argentina, los demás países muestran una tendencia a crecer menos que el promedio de AL.

El gráfico 12 ejemplifica el enfoque anterior pero ahora la comparación se realiza con EU. Este enfoque lo ejecutamos con el afán de encontrar tendencias hacia la disminución de los diferenciales del ingreso de los países, en este caso seguidores (AL-7) y el país líder (EU), no hemos incluido a todos AL-7 para fines de comparación con el ejercicio anterior.



**Gráfico 12** Diferencias logarítmicas del PIB per capita de EU- algunos países de AL-7

Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

Con excepción de Argentina, los países experimentan una tendencia a disminuir sus diferencias del PIB per capita con respecto a EU en los primeros 20 años (60-80), previo a la crisis de la deuda en América Latina, Brasil, Chile y México tendían fuertemente a cero el valor mínimo, destacando México como el que más cerró la brecha de las diferencias, en este primer periodo. Argentina se comporta de manera muy diferente con respecto a los otros tres países, mostrando una tendencia divergente en las diferencias del PIB per capita y una relación casi idéntica a la presentada anteriormente con respecto al promedio de AL-7. Adicionalmente se puede observar que en el año 1995 México presentó el valor más grande de sus diferencias. Adicionalmente se observa que antes de la crisis de 1982 la tendencia hacia la convergencia era mucho más fuerte entre EEUU y México que en los otros casos, y es después de la crisis de 1982 cuando la tendencia hacia la convergencia cambia a favor de la divergencia de su PIB per capita.

Antes de pasar a los contrastes de convergencia de series de tiempo, es importante recordar, el concepto de convergencia que menciona Javier Fernández Macho (1997) que hace referencia precisamente, al análisis de los diferenciales de las series de las variables económicas entre un país líder o desarrollado y países subdesarrollados, con el fin de encontrar cualidades estadísticas en ellas que nos lleven a conclusiones interesantes. Para Javier Fernández Macho (1997) el concepto de convergencia y el concepto de cointegración estadístico están sumamente ligados; pues si la convergencia implica que dos series presenten cierto equilibrio en el largo plazo, el concepto de cointegración de dos series es ideal para este tipo de enfoques, además de que este enfoque nos ayuda incluso a encontrar más de una relación de convergencia, observándose así varios países alineados en convergencia.

#### 4.4 Convergencia estocástica

Conforme a la noción de convergencia estocástica planteada en el capítulo anterior tenemos que; la convergencia estocástica se presenta en dos países o regiones siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones.

- i.  $X$  e  $Y$  estén cointegradas
- ii. El vector de cointegración es  $(1-1)$
- iii. La diferencia entre ambas es una variable estocástica con media nula  $I(0)$

El primer paso es conocer el grado de integración de las series, para después contrastar las pruebas usuales de raíces unitarias.

Es habitual hacer una exploración de las series graficadas contra el tiempo, para una primera valoración de su estacionariedad<sup>36</sup> y determinar también sus tendencias.

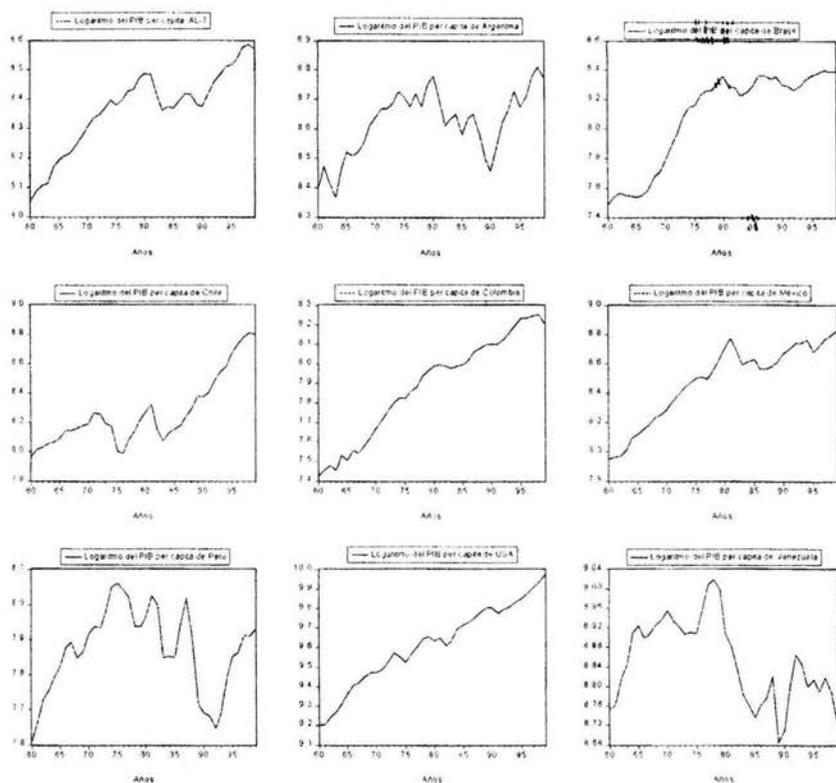
---

<sup>36</sup> En sentido estricto una serie es estacionaria cuando muestra momentos de primer y segundo orden finitos y que no varían en función del tiempo, es decir su distribución de probabilidad no depende del tiempo. J. Suriñach M. Artís, E. Lopez A. Sansó (1995)

El estudio de la estacionariedad de las series temporales según Ramón Mahía (1999) resulta clave en la práctica moderna de la econometría por los siguientes motivos.

1. La detección de la no estacionariedad resulta estadísticamente fundamental, ya que la misma afecta de forma decisiva al uso correcto de muchas de las distribuciones en las etapas de contraste y validación de modelos econométricos; en este sentido no debe olvidarse que gran parte de los supuestos de la econometría están contruidos asumiendo estacionariedad en las series o muestras
2. la no estacionariedad de las variables puede guiar los resultados de las estimaciones, provocando la obtención de regresiones espurias.
3. el análisis de la estacionariedad de una serie es básico como etapa previa en el análisis de cointegración

A continuación mostramos las series utilizadas para este análisis, correspondientes a los logaritmos del PIB per capita 1960-1999 (dólares 1995=100) de los siete países de América Latina y Estados Unidos.



**Gráfico 13** Logaritmo del PIB per capita vs. Tiempo

Fuente: elaboración propia Con datos del world bank

Como podemos observar ninguna de las series del PIB per capita (graficó 13) muestra signos de ser estacionarias, además de presentar tendencias determinísticas y estocásticas, por lo que tanto, la media y la varianza son

funciones del tiempo.<sup>37</sup> Entonces podríamos clasificarlas como no estacionarias a simple vista. Sin embargo este procedimiento es demasiado subjetivo, razón por la cual a continuación se muestra otro enfoque para la determinación de la estacionariedad de una serie.

#### **4.4.1 Análisis del correlograma de una serie**

El análisis del correlograma de una serie aunque es muy limitado, también es utilizado como un método indicativo de la estacionariedad y para determinar de forma preliminar el orden de integración.

Los correlogramas se encuentran en el anexo de datos, tanto para los países AL-7 como para EE.UU. Como se puede apreciar en los correlogramas de las serie del PIB per capita de los países, todas las series presentan una caída de las autocorrelaciones muy suavemente, no de forma exponencial como se presentaría un correlograma de una serie estacionaria, por otra parte en todos los casos las series presentan un coeficiente de autocorrelación parcial (PAC) cercano a la unidad y significativo, este tipo de patrón es indicativo de series no estacionarias (presentan una raíz unitaria), por lo tanto podemos afirmar que tenemos evidencia grafica de que el conjunto de series presentadas pueden ser modeladas con un proceso autorregresivo.

Sin embargo, el correlograma no es una prueba formal para detectar la estacionariedad de una serie, además este instrumento es susceptible a cambios estructurales o a la presencia de alta variabilidad de una serie.

---

<sup>37</sup> Para un explicación amplia de los conceptos de tendencia estocástica y determinística, remítase a J. Suriñach M. Artís, E. Lopez A. Sansó "Análisis económico regional nociones básicas de la teoría de la cointegración" Antoni Bosch Editor. Barcelona 1995. Francis Diebold "Elementos de Pronósticos" Thomson Editores. México 1999. Domodar N. Gujarati "Econometría" Mc Graw Hill. Colombia 1997

Finalmente utilizaremos los test de raíces unitarias, en particular el Dickey-Fuller ampliado (ADF) y los contrastes no paramétricos de Phillips y Perron, para determinar de forma más contundente la no estacionariedad de las variables y su grado de integración.

#### 4.4.2 Pruebas de raíz unitaria

Los test de ADF propuestos por Dickey-Fuller (1981) plantean dos tipos de hipótesis sobre la existencia de raíces unitarias en una serie. La hipótesis nula ( $H_0 = \text{raíz unitaria}^{38}$ ) considera la existencia de raíz unitaria, contra la hipótesis alternativa ( $H_1 = \text{no existe raíz unitaria}$ ) en la cual se plantea la no existencia de raíz unitaria para una serie. Los valores críticos han sido calculados por Dickey y Fuller y se conoce como el estadístico tau ( $t$ ). Si el valor calculado es más negativo que los valores críticos de DF o los tabulados por Mackinnon, entonces se rechaza la hipótesis de que la serie de tiempo presenta raíz unitaria (por lo tanto es estacionaria), si por el contrario, este es menos negativo que el valor crítico, la serie es no estacionaria y presenta raíz unitaria.

Otra prueba usualmente aplicada para detectar la estacionariedad en una serie es la prueba propuesta por Phillips y Perron (PP) (1988) para el contraste de raíces unitarias. Esta prueba es una corrección no paramétrica de la prueba ADF. El contraste de las hipótesis son similares a las del ADF, entonces tenemos que al encontrar un valor calculado menos negativo, al valor crítico tabulado en las tablas de Mackinnon no podemos rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria y si por el contrario es más negativo el valor calculado al crítico tendremos una serie estacionaria.

---

<sup>38</sup> En econometría una serie de tiempo que tiene raíz unitaria se conoce como caminata aleatoria. Una caminata aleatoria es un ejemplo de una serie no estacionaria. Véase Domodar N. Gujarati, Econometría. Colombia (1997) capítulo 21

Los siguientes cuadros muestran la aplicación de ADF y de Phillips y Perron para las series del PIB per capita de la muestra de países, y para el promedio de AL-7 en niveles.

Cuadro 4						
Prueba de raíces unitarias Log(PIB per. capita) series en niveles		ADF Calculado			PP Calculado	
Países	Valor calculado			Valor calculado		
	ADF Tendencia y Constante	ADF con Constante	ADF restringido	PP Tendencia y Constante	PP con Constante	PP restringido
AL-7	-2.182280	-1.555795		-1.889973	-1.543887	
Argentina	-1.945476	-1.631699		-1.948628	-1.602532	
Brasil	-0.480282	-2.161964		-0.931393	-1.796359	
Chile	-0.683505	-1.711159		-0.344675	-1.701236	
Colombia	-0.824101	0.980707		-1.000839	0.980707	
México	-1.520501	-2.283885		-1.590147	-2.159676	
Perú	-2.777712	-2.773732*		-2.397206	-2.396644	
Estados Unidos (EE.UU)	-4.090207**	-0.867305		-2.295268	-1.239564	
Venezuela	-2.239721	-0.764908		-2.220432	-0.836470	
Nota: Valores tabulados(Sig)	ADF,Tendencia y constante	ADF constante	ADF restringido	PP Tendencia y constante	PP constante	PP restringido
1%	-4.219126	-3.615588	-2.627238	-4.211868	-3.610453	-2.625606
5%	-3.533083	-2.941145	-1.949856	-3.529758	-2.938987	-1.949609
10%	-3.198312	-2.609066	-1.611469	-3.196411	-2.607932	-1.611593
Nota: (*) (**)(***) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%,5% y 1%						
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank						

Con base en las pruebas ADF y PP podemos observar que en ninguno de los casos, rechazamos la hipótesis nula de raíz unitaria por lo tanto nos encontramos con series no estacionarias<sup>39</sup>.

<sup>39</sup> Para el caso de EE.UU si se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% con el modelo que contiene tendencia y intercepto, sin embargo, no sucede lo mismo al aplicar la prueba PP por lo tanto al existir contradicción entre las pruebas, podemos concluir que no es estacionaria. Perú es otro caso, por las mismas razones que el de EE.UU concluimos que la serie no es estacionaria

De acuerdo con L. Suriñach M. Artis (1995) Domodar Gujarati (1997) las series no estacionarias que presentan tendencias estocásticas y determinísticas, que afectan la media y la varianza en el tiempo, al aumentar la muestra, pueden presentar media y varianza constante tras la diferenciación de dicha serie. A las variables que siguen un comportamiento similar a este se les denomina además de integradas, estacionarias por diferenciación. Por lo tanto si una serie después de su diferenciación muestra media y varianza constante y resulta ser estacionaria se dice que la serie es integrada de grado  $I(1)$ . En forma general si una serie requiere de  $(d)$  diferencias para presentar estacionariedad, esta serie será integrada de grado  $d$  o  $I(d)$ .

Para los fines de política económica, conocer el orden de integración de una serie es sumamente importante, para determinar de que manera los efectos (shocks) exógenos pueden influir en el comportamiento de esa serie. Por lo tanto si una serie es integrada de orden cero  $I(0)$  los shocks pasados se diluyen en el tiempo conforme aumenta la serie o lo que es lo mismo una serie integrada de orden cero tiene memoria limitada y con facilidad regresara al valor de equilibrio. Por otro lado una serie integrada de orden uno  $I(1)$  (raíz unitaria) los shock pasados tienen efectos permanentes en las variables a lo largo del tiempo y conforme aumente la serie. Estos efectos son causados por la presencia de raíz unitaria que ocasiona que la serie presente una memoria ilimitada. Por lo tanto los shocks pasados que logran desviar la serie de su valor de equilibrio afectan el valor presente y futuro de la variable.

Con el fin de conocer, por un lado, el grado de integración de las variables utilizadas y por otro lado, seguir con el análisis de cointegración y convergencia de las series, aplicamos los test ADF y el PP (Philips Perron) para los mismos periodos, pero con la series en primeras diferencias.

Cuadro 5

Prueba de raíces unitarias LN(PIB per. capita) primeras diferencias						
		ADF Calculado			PP Calculado	
Países		Valores calculados			Valores calculados	
AL-7		-4.820613*** <sup>N</sup>			-4.820613*** <sup>N</sup>	
Argentina		-5.435353*** <sup>N</sup>			-5.435353*** <sup>N</sup>	
Brasil		-3.192051*** <sup>N</sup>			-3.098833*** <sup>N</sup>	
Chile		-1.924782* <sup>N</sup>			-1.670065* <sup>N</sup>	
Colombia		-4.345534*** <sup>C</sup>			-4.345534*** <sup>N</sup>	
México		-4.559266*** <sup>C</sup>			-4.559266*** <sup>C</sup>	
Perú		-4.180486*** <sup>N</sup>			-4.233258*** <sup>C</sup>	
Estados Unidos (EE.UU)		-4.913296*** <sup>C</sup>			-5.002051*** <sup>C</sup>	
Venezuela		-5.358714*** <sup>N</sup>			-5.358714*** <sup>N</sup>	
Nota: Valores tabulados(Sig)	ADF,Tendencia y constante	ADF constante	ADF restringido	PP Tendencia y constante	PP constante	PP restringido
1%	-4.219126	-3.615588	-2.627238	-4.219126	-3.615588	-2.627238
5%	-3.533083	-2.941145	-1.949856	-3.533083	-2.941145	-1.949856
10%	-3.198312	-2.609066	-1.611469	-3.198312	-2.609066	-1.611469
Nota: (*) (**)(***) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%,5% y 1% TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia N= indica que el modelo estimado es restringido Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank						

Los cuadros anteriores muestran que las variables sin excepción, son integradas de orden  $I(1)$  al rebasar el valor calculado al valor crítico tabulado por MacKinnon.

Antes de aplicar las pruebas de cointegración para estas series, también es necesario saber cual es el grado de integración de la diferencia entre ellas y con esto conocer si existe evidencia estadística a favor del fenómeno de *catch up*.

#### 4.4.3 Análisis de las diferencias de los PIB per capita

La existencia de fenómeno de *Catch up* según Bernard y Durlauf (1996) se puede dar cuando la diferencia logarítmica entre los productos per.cápita de dos países o dos regiones es estacionaria o integrada de orden cero en palabras de los autores;

"dos países tienden a converger, si la diferencia entre ellos es estable". Si las condiciones iniciales son insignificantes; la estabilidad implica que la diferencia entre las series sea estacionaria, esto supone que el vector de cointegración entre las dos series es de orden **(1-1)**

A continuación se aplican los contrastes habituales de raíces unitarias para la diferencia del PIB per capita de las economías de la muestra, con el fin de obtener información sobre la existencia de *Catch up* para el conjunto de AL-7 y EEUU.

Cuadro 6						
Pruebas de raíces unitarias para las diferencias logarítmicas del PIB per. capita de AL7 y EU						
Países		ADF			PP	
AL-7		-2.365346 <sup>TC</sup>			-2.031919 <sup>TC</sup>	
Argentina		-2.023243 <sup>TC</sup>			-2.110979 <sup>TC</sup>	
Brasil		-1.722031 <sup>C</sup>			-0.990087 <sup>TC</sup>	
Chile		-2.049902 <sup>C</sup>			-1.427960 <sup>TC</sup>	
Colombia		-0.263306 <sup>N</sup>			-1.047135 <sup>TCI</sup>	
México		-1.713003 <sup>C</sup>			-1.416551 <sup>TCI</sup>	
Perú		-2.847060 <sup>TC</sup>			-2.252606 <sup>TC</sup>	
Venezuela		-2.276035 <sup>TC</sup>			-2.285000 <sup>TC</sup>	
Nota: Valores tabulados(Sig)	ADF, Tendencia y constante	ADF constante	ADF restringido	PP Tendencia y constante	PP constante	PP restringido
1%	-4.219126	-3.615588	-2.627238	-4.211868	-3.610453	-2.625606
5%	-3.533083	-2.941145	-1.949856	-3.529758	-2.938987	-1.949609
10%	-3.198312	-2.609066	-1.611469	-3.196411	-2.607932	-1.611593
Nota: (*) (**)(***) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%,5% y 1%						
TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante						
C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia						
N= indica que el modelo estimado es restringido						
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank						

En el cuadro 6 se muestran, los resultados de las pruebas de raíz unitaria a las diferencias logarítmicas del PIB per capita, donde se puede comprobar que no existe evidencia estadística para suponer la existencia del fenómeno de *Catch up* tal como lo describimos anteriormente, al comprobarse que para ninguna de las diferencias, tanto para el promedio de la región, como para los países de forma individual<sup>40</sup>; no se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria. Esto quiere decir que la serie formada con las diferencias entre el PIB per capita de los países no es integrada de orden cero (estacionaria) y no podemos suponer que el vector de cointegración entre ellas sea **(1-1)**.

Cuadro 7		
Pruebas de raíces unitarias para la diferencias logarítmicas del PIB per. capita entre los países y el promedio de AL-7		
AL-7	ADF	PP
Países	Valores calculados	Valores calculados
Argentina	-2.569800 <sup>TC</sup>	-2.519174 <sup>TC</sup>
Brasil	-1.384099 <sup>N</sup>	-1.690785 <sup>N</sup>
Chile	-1.529183 <sup>N</sup>	-1.529183 <sup>N</sup>
Colombia	-0.806395 <sup>N</sup>	-0.933456 <sup>TC</sup>
México	-1.897299 <sup>*N</sup>	-1.897299 <sup>*N</sup>
Perú	-3.341568 <sup>+TC</sup>	-2.687629 <sup>TC</sup>
Venezuela	-2.683502 <sup>TC</sup>	-2.711878 <sup>TC</sup>

Nota: (\*) (\*\*)(\*\*\*) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%,5% y 1%  
 TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante  
 C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia  
 N= indica que el modelo estimado es restringido  
 Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

<sup>40</sup> Cabe mencionar que para los casos de Perú y Venezuela la prueba ADF rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria al 10% sin embargo al aplicar el contraste no paramétrico y hacer una observación del correlograma de la serie concluimos que no es estacionaria, es por eso que también para estos casos se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria.

Los cálculos para AL (cuadro 7) tampoco arroja evidencia contundente del fenómeno de convergencia de tipo *Catch up* al interior de AL-7 en los últimos cuarenta años, al no poder rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria a las diferencias de los PIB per capita de los países de AL-7 y por su puesto no podemos suponer que el vector de cointegración entre las dos series sea **(1-1)** con excepción del caso de México y el promedio de AL-7 que muestra al 10% de confianza, evidencia estadística del fenómeno de *Catch up*, si este fuera el caso quedara claro con el siguiente ejercicio.

Finalmente estimaremos la relación de cointegración entre las series del PIB per capita, para saber si existe evidencia estadística alguna entre los países de AL-7 y EU a favor de la cointegración de las variables.

#### **4.4.4 Estimación de la relación de cointegración**

Como es habitual en este tipo de trabajos se procede a la estimación propuesta por Engel y Granger (1987), esta sugiere que en una primera etapa se estime la relación de cointegración llamada regresión estática por **(MCO)** y en una segunda instancia se prueban los contrastes de raíz unitaria ADF para los residuos de la regresión estática. Además, complementaremos este enfoque con el propuesto por Phillips y Outlaris (1990) contrastando la prueba PP a los residuos. Si las variables no son cointegradas los residuos de la regresión estática, presentaran raíz unitaria o lo que es lo mismo no serán integrados de orden cero **I(0)** de no existir relación de cointegración de las variables utilizadas en la regresión estática esta debe interpretarse como una relación de tipo espurio<sup>41</sup>.

---

<sup>41</sup> Cabe mencionar que los valores críticos de las pruebas ADF aplicados al análisis de integración de una serie, no son los mismos para el caso de cointegración, esto es debido a que los residuos proporcionados por la regresión estática de cointegración presentan una baja varianza. Los valores críticos son los tabulados para regresión de cointegración y se pueden encontrar en Wojciech W. Charemza y Derek F. "Deadman. New Directions in econometric practice". ed. Edward Elgar Publishing. Inc. Great Britain 1997. (ver anexo)

Primero probaremos la existencia de relación de cointegración para los países de América Latina AL-7 contra el promedio de esta misma.

Cuadro 8		
Pruebas ADF y PP para los residuos de la regresión estática de cointegración de AL-7		
Países	ADF	PP
AL-7	Valores calculados	Valores calculados
Argentina	-2.271864 <sup>N</sup>	-2.203908 <sup>N</sup>
Brasil	-1.818297 <sup>N</sup>	-1.403280 <sup>C</sup>
Chile	-1.385467 <sup>C</sup>	-1.385467 <sup>C</sup>
Colombia	-0.761441 <sup>N</sup>	-1.013967 <sup>TC</sup>
México	-2.338770 <sup>N</sup>	-1.923997 <sup>N</sup>
Perú	-2.507151 <sup>N</sup>	-2.083111 <sup>N</sup>
Venezuela	-2.153871 <sup>TC</sup>	-2.154061 <sup>TC</sup>
Nota: (*) (**)(***) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%,5% y 1% TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia N= indica que el modelo estimado es restringido Valores críticos de la tabla ADF de cointegración Charemza (1997) Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank		

El cuadro 8 muestra que en ninguna de las relaciones presentadas arriba existe evidencia de cointegración y se puede interpretar que no existe evidencia estadística a favor de la convergencia entre los países de América Latina. Adicionalmente como no representan relación estable a largo plazo sus diferencias seguirán aumentando alejándose cada vez más. Además para el caso de México y Perú, al no ser estacionarios los residuos de la regresión de cointegración entre AL-7 no podemos confirmar la posibilidad de *catch up* para este caso.

A continuación presentaremos este mismo enfoque pero comparado con EE.UU. la justificación la encontramos en el marco teórico y en las reformas que algunos países han emprendido. Por ejemplo, el Banco Mundial en su libro titulado (*“globalización crecimiento y pobreza”* 2002) estima que en estos países la producción de productos manufacturados aumentó, de menos de un cuarto de las exportaciones en 1980 a más del 80% en 1998, además destaca la actuación de Chile como uno de los mayores receptores de inversión extranjera directa.

Cuadro 9  
Pruebas ADF y PP para los residuos de la regresión estática  
de cointegración de AL-7 y EEUU.

Países	ADF	PP
Argentina	-2.003521 <sup>N</sup>	-2.062301 <sup>N</sup>
Brasil	-0.668290 <sup>C</sup>	-1.163513 <sup>C</sup>
Chile	-2.118116 <sup>N</sup>	-1.639162 <sup>N</sup>
Colombia	-1.584776 <sup>N</sup>	-1.272216 <sup>N</sup>
México	-1.984005 <sup>N</sup>	-1.712561 <sup>C</sup>
Perú	-2.735606 <sup>NI</sup>	-2.354517 <sup>NI</sup>
Venezuela	-2.224080 <sup>N</sup>	-2.224080 <sup>N</sup>

Nota: (\*) (\*\*)(\*\*\*) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 1%,5% y 10%  
TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante  
C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia  
N= indica que el modelo estimado es restringido  
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

El cuadro 9 muestra que no se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria en los residuales de la regresión de cointegración. Sin embargo los resultados de las regresiones de cointegración podrían estar contaminadas por la presencia de rupturas e inestabilidad en los parámetros, para probar esta posibilidad se pone en practica la estimación de las pruebas cusum y cusumQ .

Las pruebas para la estabilidad y cambio estructural han rechazado el contraste de estabilidad de los parámetros en todos los casos, para las regresiones de AL-7 y para los contrastes aplicados para EEUU. tras rechazar la estabilidad se han aplicado el contraste de Gregory y Hansen (1996) el cual combina cointegración con cambio estructural, utilizando una variable dummy para capturar la inestabilidad de la serie y en algunos casos sea incluido una variable de tendencia temporal. Según Gregory y Hansen el modelo que incluye una dummy sin tendencia, supone que existe desplazamiento en la relación de cointegración y el segundo supone un desplazamiento del nivel introduciendo una tendencia temporal.

Cuadro 10			
Pruebas ADF y PP para los residuos de la regresión estática de cointegración con cambio estructural de AL-7			
Países	ADF	PP	Periodo del cambio
AL-7	Valores calculados	Valores calculados	
Argentina	-4.682586*** <sup>N</sup>	-3.558324** <sup>N</sup>	1987-1993
Brasil	-2.478094** <sup>N</sup>	-2.635844 <sup>N</sup>	1980-1994
Chile	-0.588803 <sup>TC</sup>	-0.838366 <sup>TC</sup>	1988-1995
Colombia	-2.288276** <sup>N</sup>	-2.304579 <sup>N</sup>	1973-1981
México	-2.783549** <sup>N</sup>	-2.870729 <sup>N</sup>	1973-1986
Perú	-3.387762*** <sup>N</sup>	-3.424745** <sup>N</sup>	1989-1994
Venezuela	-2.500988** <sup>N</sup>	-2.498465 <sup>N</sup>	1973-1982

Nota: (\*) (\*\*)(\*\*\*) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10% 5% 1%  
TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante  
C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia  
N= indica que el modelo estimado es restringido  
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

El contraste de cointegración con cambio estructural para el interior de AL-7 muestra que para el caso de Argentina y Perú podemos rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria para el primer caso al 1% (ADF) y al 5% (PP) y para el segundo al

5% (ADF) y 5% (PP)<sup>42</sup>, esto se puede interpretar como la existencia de una relación de cointegración entre estos países y el promedio de AL-7 y posiblemente una relación de convergencia entre ellos.

Para constatar lo anterior, a continuación se muestra la aplicación del contraste de Johansen para las relaciones de cointegración.

La metodología de Johansen provee de un marco analítico mas complejo que el contraste de cointegración por la vía bietapica de Granger, además el método de Johansen, según J. Suriñach et. al. (1995), Tiene una serie de ventajas, como son el contrastar simultáneamente el orden de cointegración entre ellas; estimar todos los vectores de cointegración, sin imponer a priori que únicamente hay uno; y no verse afectado por la endogeneidad de las variables implicadas en la regresión de cointegración y su metodología evita los sesgos que se encuentran al hacer endógenas todas las variables en el modelo.

De manera muy general la prueba de Johansen, corresponde a un test de multiplicador de Lagrange basado en el rango de la matriz  $\pi = -\Phi(1)$  en un modelo de vectores autoregresivos (VAR).

La hipótesis nula que maneja la prueba es sobre el rango de la matriz  $\pi$  esta supone que el rango de la matriz  $\pi$  es  $= h$  por lo tanto.

$$H_0: \text{rango}(\pi) = h \qquad H_1: \text{rango}(\pi) = n$$

---

<sup>42</sup> Nótese que la prueba de ADF para todos los casos se puede rechazar la hipótesis nula. Esto se debe a que esta prueba es muy sensible a cambios en la regresión de cointegración, es por eso que solo acataremos el rechazo de la hipótesis nula cuando ambas (ADF y PP) pruebas sean significativas.

Donde  $h$  representa el número de vectores de cointegración. Bajo la hipótesis alternativa, el rango de  $\pi$  es  $n$ . Ello sólo puede ocurrir si las variables contenidas en el vector son  $I(0)$ .

Rechazamos  $H_0$  a favor de la  $H_1$  si el estadístico calculado supera el valor crítico tabulado por Johansen.

En la prueba se puede considerar la existencia de componentes determinísticos como la tendencia y el intercepto para evaluar la existencia de cointegración. Por lo tanto ofrece cinco modelos.

1. El modelo mas simple en el cual no existen componentes determinísticos
2. Se considera la existencia de un intercepto en la relación de cointegración.
3. Se considera una tendencia determinística en los niveles de las series.
4. En este modelo se considera la existencia de una tendencia en la relación de cointegración.
5. Es el modelo mas complejo o que tiene el menor numero de restricciones, pues considera incluso una tendencia cuadrática en los niveles de la serie.

El cuadro 11 presenta la aplicación de la prueba de Johansen para Argentina y el promedio de AL-7.

Cuadro 11				
Contraste de cointegración de Johansen				
Argentina y AL-7				
Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized		Trace	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None *	0.347023	22.76843	19.96	24.60
At most 1	0.186365	7.424758	9.24	12.97
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level				
Trace test indicates no cointegration at the 1% level				
Hypothesized		Max-Eigen	5 Percent	1 Percent

Cuadro 11				
(continuación)				
Contraste de cointegración de Johansen Argentina y AL-7				
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None	0.347023	15.34367	15.67	20.20
At most 1	0.186365	7.424758	9.24	12.97
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Max-eigenvalue test indicates no cointegration at both 5% and 1% levels				
Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b'S11*b=I):				
ARG	AL71	C		
-5.607841	3.920576	15.21662		
14.66949	-3.746270	-98.40237		
Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):				
D(ARG)	0.002356	-0.021771		
D(AL71)	-0.007214	-0.011519		
1 Cointegrating Equation(s):				
		Log likelihood	165.7982	
Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)				
ARG	AL71	C		
1.000000	-0.699124	-2.713454		
(0.27383)	(2.27041)			
Fuente: elaboración propia con datos del World Bank				

El contraste de Johansen encuentra una relación de cointegración de las series al 95% de confianza; para el caso de Argentina y el promedio de AL-7 suponiendo que no existe ninguna tendencia determinística en los datos, sin intercepto ni tendencia en el VAR con (1,3) rezagos en los datos. La aplicación de la prueba de Johansen para el caso de Perú y AL-7 la recoge el cuadro 12.

Cuadro 12				
Contraste de cointegración de Johansen Perú y AL-7				
Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized		Trace	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None **	0.480779	25.97343	19.96	24.60
At most 1	0.063923	2.378080	9.24	12.97

Cuadro 12				
(Continuación)				
Contraste de cointegración de Johansen				
Perú y AL-7				
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels				
Hypothesized		Max-Eigen	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None **	0.480779	23.59535	15.67	20.20
At most 1	0.063923	2.378080	9.24	12.97
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels				
Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b*S11*b=I):				
PER	AL7	C		
-5.723316	-3.136757	70.83721		
8.385931	1.343282	-75.13557		
Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):				
D(PER)	0.005158	-0.012701		
D(AL7)	0.017836	-0.002844		
1 Cointegrating Equation(s):		Log likelihood	151.4951	
Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)				
PER	AL7	C		
1.000000	0.548066	-12.37695		
	(0.27352)	(2.22456)		
Fuente: elaboración propia con datos del World Bank				

Para el caso de Perú y AL-7 la prueba de Johansen encuentra una relación de cointegración en las series con una confianza del 99%, suponiendo que no existe ninguna tendencia determinística en los datos y sin intercepto y ni tendencia en el VAR con (2,3) rezagos en los datos.

La cointegración de las series, la podemos interpretar como, la existencia de convergencia estocástica entre Argentina, Perú y el promedio de AL-7, dada la existencia de una relación lineal de equilibrio entre ellas y por lo tanto una tendencia común. Sin embargo al no cumplir con la condiciones *ii* y *iii* propuestas

por Bernard y Durlauf esto significa que ambas series no convergen en el tiempo sino que son proporcionales y presentan por lo tanto, tendencias comunes.

Para el caso de la convergencia de AL-7 y EE.UU. con cambio estructural se encuentra en el cuadro 13. Los resultados muestran que posiblemente exista una relación de cointegración, entre México y EE.UU.

Cuadro 13			
Pruebas ADF y PP para los residuos de la regresión estática de cointegración con cambio estructural de EU			
Países	ADF	PP	Periodo del cambio
AL-7	Valores calculados	Valores calculados	
Argentina	-2.247069 <sup>**N</sup>	-2.256512 <sup>N</sup>	19875-1985
Brasil	-2.673972 <sup>***N</sup>	-2.673972 <sup>N</sup>	1964-1969
Chile	-3.179602 <sup>***N</sup>	-2.463942 <sup>N</sup>	1973-1985
Colombia	-1.803477 <sup>*N</sup>	-2.051467 <sup>N</sup>	1971-1985
México	-3.103601 <sup>***N</sup>	-3.262298 <sup>*N</sup>	1971-1986
Perú	-2.766662 <sup>***N</sup>	-2.222650 <sup>N</sup>	1977-1983
			1988-1994
Venezuela	-3.038236 <sup>***N</sup>	-2.990682 <sup>N</sup>	1972-1983

Nota: (\*) (\*\*)(\*\*\*) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10% 5% 1%  
 TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante  
 C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia  
 N= indica que el modelo estimado es restringido  
 Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

Al igual que en el caso anterior aplicaremos el contraste de Johansen para esta relación, con el fin de determinar si realmente podemos concluir con la existencia de cointegración entre ellas.

A continuación se muestra la aplicación de la prueba de Johansen para el caso de México y EU.

Cuadro 14				
Contraste de cointegración de Johansen México y EU				
Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized		Trace	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None *	0.266365	14.01602	12.53	16.31
At most 1	0.086721	3.175003	3.84	6.51
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level				
Trace test indicates no cointegration at the 1% level				
Hypothesized		Max-Eigen	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None	0.266365	10.84102	11.44	15.69
At most 1	0.086721	3.175003	3.84	6.51
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Max-eigenvalue test indicates no cointegration at both 5% and 1% levels				

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b*S11*b=I):
--

MEX	EU
-3.663281	3.204358
-14.13679	11.28755

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):
---

D(MEX)	-0.001051	0.009278
D(EU)	0.010194	0.001199

1 Cointegrating Equation(s):	Log likelihood	164.0073
------------------------------	----------------	----------

Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)
---

MEX	EU			
1.000000	-0.874724			
	(0.02403)			

Fuete: Elaboración propia con datos del World Bank
--

El cuadro 14 muestra que para el caso de México y EU existe evidencia estadística a favor de una relación de cointegración al 95% de confianza respectivamente; suponiendo, en el modelo de estimación que no existe ninguna tendencia determinística en los datos, sin intercepto y sin tendencia en el VAR y con (1,4) rezagos.

Sin embargo al igual que en el ejercicio anterior al no poder suponer que el vector de cointegración es  $(I-I)$  no existe la posibilidad de *Catch up*. Solo podemos suponer la existencia de una relación estable entre las series al presentarse solo una tendencia común.

En el apartado siguiente exponemos la aplicación de convergencia cíclica para los casos anteriores donde se pudo constatar alguna relación de cointegración con el objetivo de conocer si esta relación, probablemente estable entre las economías pueda moverse de forma cíclica y no gradual como proponen los contrastes anteriores.

#### **4.5 Convergencia cíclica**

Sabemos que el enfoque de convergencia estocástica propuesto por Bernard y Dulauf (1996) tiene un supuesto demasiado fuerte al considerar que las condiciones de arranque de las dos economías analizadas son similares. Por lo tanto aplicaremos el enfoque de convergencia cíclica propuesto por Juncal Cuñado para conocer hasta que punto el proceso de convergencia, por una lado, de la economía Argentina y peruana y el promedio de AL-7 y por otro lado, la relación de la economía mexicana y de los Estados Unidos, puede ser explicada por una variable proxy al ciclo económico.

De esta manera, tal como fue expuesto en el capítulo anterior relajamos los parámetros de la relación de cointegración y permitimos que la velocidad de este acercamiento o convergencia dependa de la fase cíclica en la que se encuentre la economía.

Solo para recordar, el modelo de cointegración al incorporar una variable proxy al ciclo, sin tendencia determinística, se podrá interpretar como un acercamiento de forma cíclica, pero sin evidencia para suponer que las diferencias en largo plazo entre las economías sigan disminuyendo.

El segundo modelo, incorpora además de la variable proxy al ciclo económico una tendencia determinística. El resultado de este modelo se puede interpretar como un cercamiento cíclico, pero se esperaría que las diferencias disminuyan a través del tiempo.

Al igual que antes, supondremos la existencia de una relación de cointegración cuando los residuos de la regresión de convergencia cíclica produzcan una variable estacionaria.

La variable construida proxy al ciclo económico de AL-7 y EE.UU se obtuvo, aplicando el filtro de Hodorick-Prescott obteniendo así la tendencia de la serie; una vez obtenida la tendencia se le ha restado al crecimiento de la serie original para obtener de esta forma la variable ciclo. Este procedimiento ha sido aplicado a las diferencias del logaritmo del producto per capita de las variables mencionadas anteriormente.

### **Contraste de Convergencia cíclica para el caso de Argentina, Perú y AL-7**

El modelo seleccionado para el caso de Argentina ha sido el que incorpora ciclo y tendencia al resultar estadísticamente significativa la tendencia al incorporar esta variable en el modelo.

El cuadro 15 recoge los resultados de la regresión de convergencia cíclica.

Cuadro 15				
Regresión de convergencia con tendencia y ciclo económico Argentina y AL-7				
Variable dependiente diferencia logaritmica del PIB per capita de Argentina y AL-7				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Ciclo AL-7	-0.566143	0.201521	-2.809349	0.0081
Tendencia	-0.004642	0.000413	-11.24470	0.0000
Dummy	-0.066262	0.009689	-6.838680	0.0000
Constante	4.023941	0.370139	10.87144	0.0000
R2		0.821179	DW	1.319070

Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

El cuadro 16 muestra la aplicación de ADF a los residuos de la regresión de cointegración.

Cuadro 16					
Contraste ADF y PP con cambio estructural a los residuos de la regresión de convergencia cíclica Argentina y AL-7					
ADF				PP	
-4.500576***N				-4.322015***N	
Nota: Valores tabulados(Sig)	ADF,Tendencia y constante	ADF constante	ADF restringido	PP additive outlier $\lambda = .3$	
1%	4.11	2.78	2.67	$\alpha = 0.01$	4.25
5%	3.34	2.0	1.99	$\alpha = 0.05$	3.51
10%	2.97	1.61	5.14	$\alpha = 0.10$	3.14

Nota: (\*) (\*\*)(\*\*\*) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%,5% y 1%  
 $\lambda$ =porcentaje de los datos de la serie que muestran un cambio estructural  
 TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante  
 C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia  
 N= indica que el modelo estimado es restringido  
 Valores de la ADF y PP de cointegración . Charemza (1997)  
 Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

Los residuos obtenidos son estacionarios al 99% de confianza al rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria; además se ha realizado la prueba cusum y cusumQ para corroborar la estabilidad de los parámetros, y se ha incluido como

anteriormente se había realizado, una variable Dummy en la regresión para captar las rupturas que presenta la serie de las diferencias del PIB per capita de Argentina y AL-7.

De acuerdo con Juncal cuñado y la idea de convergencia cíclica, las diferencias entre Argentina y el promedio AL-7 se comportan de manera cíclica y podemos suponer que en el largo plazo estas tiendan a disminuir.

Los resultados de la regresión se podrían interpretar de la siguiente manera; la variable proxy al ciclo como la tendencia son significativas, además el signo de la variable ciclo muestra una relación inversa entre las diferencias y el comportamiento de la variable proxy al ciclo económico, adicional a esto conocemos que la relación entre el PIB per capita de Argentina y el PIB per capita de AL-7 al ser cointegradas las dos series muestra una relación estable en el tiempo.

Ahora es el turno de conocer cual es el resultado de esta misma técnica con Perú y el promedio de AL-7. El modelo seleccionado para el caso de Perú ha sido el que incorpora ciclo y tendencia, al resultar estadísticamente significativa la tendencia al incorporar esta variable en el modelo. Los resultados de la regresión se encuentran en el cuadro 17

Cuadro 17				
Regresión de convergencia con tendencia y ciclo económico Perú y AL-7				
Variable dependiente diferencia logarítmica del PIB per capita de Perú y AL-7				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Ciclo AL-7	-0.471298	0.275637	-1.709852	0.0961
Tendencia	-0.003779	0.000577	-6.546586	0.0000
Dummy	-0.039418	0.013237	-2.977958	0.0052
Constante	0.792972	0.013476	58.84424	0.0000
R2		0.666689	DW	0.601270
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank				

A continuación en el cuadro 18 se muestra las pruebas realizadas a los residuos de la relación anterior.

Cuadro 18					
Contraste ADF y PP con cambio estructural a los residuos de la regresión de convergencia cíclica Perú y AL-7					
ADF				PP	
-2.442801*** <sup>N</sup>				-2.389837 <sup>N</sup>	
Nota: Valores tabulados(Sig)	ADF, Tendencia y constante	ADF constante	ADF restringido	PP additive outlier $\lambda = .5$	
1%	4.11	2.78	2.67	$\alpha = 0.01$	4.29
5%	3.34	2.0	1.99	$\alpha = 0.05$	3.56
10%	2.97	1.61	5.14	$\alpha = 0.10$	3.21
Nota: (*) (**)(***) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10% 5% 1% $\lambda$ =porcentaje de los datos de la serie que muestran un cambio estructural TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia N= indica que el modelo estimado es restringido Valores críticos de cointegración charemza (1997) Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank					

Los residuos obtenidos no son estacionarios al no poder rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria; además sea realizado la prueba cusum y cusumQ para corroborar

la estabilidad de los parámetros, sea incluido en la regresión una variable Dummy para captar las rupturas que presenta la serie de las diferencias del PIB per capita de Perú y AL-7.

A la luz de estos resultados, concluimos que para el caso de Perú y AL-7 no se pudo encontrar evidencia estadística suficiente para asegurar que estas economías se estén aproximando cíclicamente, sólo se pudo comprobar una cierta tendencia común. Finalmente en el apartado siguiente se aplica este mismo enfoque para México y EEUU.

#### 4.5.1 Contraste de Convergencia Cíclica para el caso de México y EEUU

El modelo seleccionado para este caso es el que incorpora solo la variable ciclo al no ser estadísticamente significativa la tendencia. El cuadro 19 recoge los resultados de la relación de cointegración.

Cuadro 19				
Regresión de convergencia con tendencia y Ciclo económico México y EEUU.				
Variable dependiente diferencia logarítmica del PIB per capita De México y EU				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Constante	2.083513	0.010086	206.5654	0.0000
Ciclo de EEUU	1.051509	0.433446	2.425927	0.0204
Dummy	-0.153767	0.017472	-8.800794	0.0000
R2	0.696543	DW	0.765465	
Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank				

En esta regresión al igual que las anteriores se han aplicado pruebas Cusum y CusumQ para verificar la hipótesis de estabilidad. Al rechazar la hipótesis de estabilidad se ha reformulado el modelo incorporando una variable dummy a la

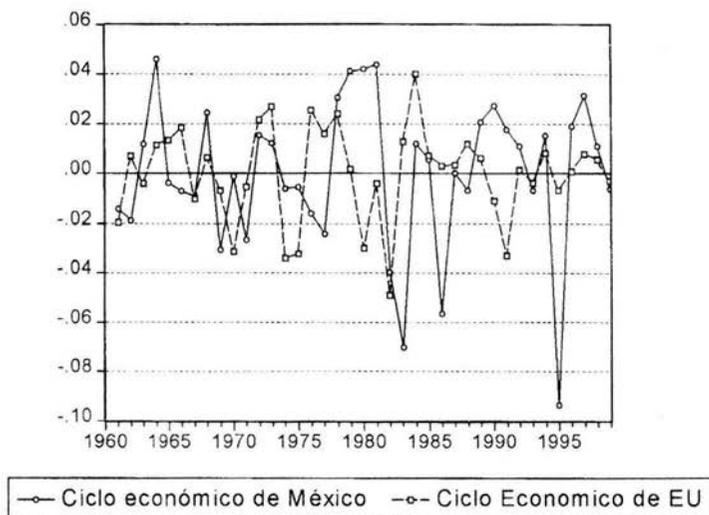
regresión. En el siguiente cuadro se muestran las pruebas para los residuales de la regresión.

Cuadro 20 Contraste ADF y PP con cambio estructural a los residuos de la regresión de convergencia cíclica México y EEUU					
ADF			PP		
-3.474884*** <sup>TC</sup>			-3.315879*** <sup>TC</sup>		
Nota: Valores tabulados(Sig)	ADF,Tendencia y constante	ADF constante	ADF restringido	PP additive outlier $\lambda = .3$	
1%	4.11	2.78	2.67	$\alpha = 0.01$	4.25
5%	3.34	2.0	1.99	$\alpha = 0.05$	3.51
10%	2.97	1.61	5.14	$\alpha = 0.10$	3.14
Nota: (*) (**)(***) indica que se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 10% 5% 1% TC =indica que el modelo estimado contiene tendencia y constante C= indica que el modelo estimado solo contiene tendencia N= indica que el modelo estimado es restringido Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank					

De acuerdo con el concepto de convergencia cíclica, el acercamiento entre el PIB de México y EE.UU se comportan de manera cíclica, sin embargo no existe evidencia como para suponer que las diferencias en el largo plazo disminuyan.

Respecto a los resultados de la regresión, la variable dependiente de la regresión es una variable construida por la diferencia de los productos per capita de las dos economías. En primer lugar la variable proxy al ciclo económico de EE.UU es estadísticamente significativa, lo que indica el efecto del ciclo económico con respecto a las diferencias del PIB per capita. Para finalizar, concluiremos con la grafica de los ciclos económicos de estas dos economías, ello el fin de observar como se ha dado esta relación.

### Ciclo económico de Estados Unidos y México 1960-1999



**Graficó 14** Ciclo económico de EU y México

Fuente: Elaboración propia con datos del World Bank

Como se puede observar, en el graficó 14 hasta 1980 la relación que existía entre estas dos economías era prácticamente contraria, con algunos periodos coincidentes, cuando la economía de EE.UU. crecía la economía mexicana decrecía, en otras palabras cuando la economía de EE.UU. estaba en un punto cumbre, México tendía hacia el valle, sin embargo en la ultima década la relación de estas dos economías se ha hecho más estrecha y ha terminado con una sincronización. Sin embargo, los movimientos cíclicos de la economía de Estados Unidos son mas moderados que los de México; estos resultados coinciden con los trabajos de Alberto Torres García y Oscar Vela Treviño (mayo 2002 documentos de investigación del Banco de México No. 2002-06) en los cuales, se ha encontrado que a partir de la liberalización comercial se puede observar una sincronización de los ciclos económicos entre estas dos economías.

## 5 Conclusiones

Después de nuestro análisis podemos extraer las siguientes conclusiones.

- 1- Se demostró que no existe evidencia empírica suficiente a favor de la presencia de un acercamiento gradual (convergencia estocástica) al interior de la región de AL-7 en los últimos cuarenta años, así como también la presencia de este fenómeno tampoco pudo ser comprobado al hacer la comparación con la economía de Estados Unidos y México. Sin embargo encontramos tendencias comunes al interior de la región para Perú y el promedio de AL-7; además se corrobora la existencia de convergencia cíclica para el caso de la economía Argentina, con respecto al promedio de AL-7. Por otro lado, entre México y Estados Unidos se encontró un acercamiento de tipo cíclico de sus economías, sin embargo tal sincronización del crecimiento de su producto per cápita no es lo suficientemente fuerte para esperar un acercamiento y por lo tanto una disminución de sus diferencias en el largo plazo, por el contrario, el crecimiento del PIB per capita de los dos países se espera que, en el largo plazo aumente sus diferencias, agravadas por las diferentes etapas donde se encuentre el ciclo del país líder.
- 2- En los dos casos la presencia de *Catch up* se ha desechado al no encontrar evidencia empírica suficiente como para sostener, que las diferencias en el tiempo entre las economías de AL-7 y EU disminuyan y sigan un comportamiento estable. Sin embargo, al no mostrar evidencia de cointegración los shocks pasados o futuros que puedan influir en las series son determinantes para el comportamiento de las economías.
- 3- Adicionalmente se ha analizado de forma introductoria la posible existencia de convergencia sigma, la cual no se pudo corroborar al interior de AL-7, ni haciendo la comparación con EU, mostrando disímiles comportamientos de las economías, explicados posiblemente por las diferencias endémicas estructurales, reflejadas por sus diferentes respuestas a las crisis y ajustes

económicos llevados a cabo en el periodo de análisis. Además, se observa una gran diversidad y una alta variabilidad en los últimos cuarenta años del crecimiento económico, intensificándose de forma mas acentuada en los últimos veinte años, cuando son llevadas a la practica las reformas de carácter neoliberal en las economías de América Latina, como respuesta a la crisis de la deuda en los años de 1980. La evidencia que arrojo la convergencia beta absoluta al interior de las economías de AL-7 para el periodo de 1960-1999 es del orden del 0.005% haciendo una diferenciación las economías seleccionadas AL-7 las cuales mostraron un crecimiento mayor que el promedio en este periodo, posible evidencia de la existencia de un club de convergencia entre ellas.

- 4- La evidencia empírica de nuestro modelo teórico muestra que, al relajar la relación de convergencia entre las economías que presentaron una posible relación de cointegración y considerando un acercamiento cíclico entre ellas, bajo el supuesto de que el grado de acceso a la tecnología de los países mas adelantados a los mas atrasados depende del grado de relación comercial, se pudo comprobar que ello se cumple para caso de México, el cual tienen un importante comercio exterior con EU. Por lo tanto, si suponemos que las importaciones se comportan de manera cíclica no hay por que pensar en un acercamiento gradual entre las economías, siempre y cuando la relación comercial entre ellas se comporte de manera distinta en distintas fases del ciclo económico. Por esta razón se ha permitido que la relación de cointegración varié con forme a la posición del ciclo económico de la economía mas avanzada, obteniendo de esta manera evidencia empírica a favor de la existencia de un acercamiento de forma cíclica, el cual se presenta de diferente forma en los casos anteriores.
- 5- Para el caso de AL-7 y Argentina, se demuestra empíricamente la existencia de un acercamiento cíclico pero con tendencia a la disminución de sus diferencias, las cuales tienden a ser mas pequeñas con mayor intensidad en las fases expansivas del ciclo económico y en fases

recesivas estas diferencias seguirán disminuyendo aunque con una tendencia menor. Para el caso de Perú solo se pudo comprobar la existencia de tendencias comunes entre esta economía y el promedio de AL-7, y no pudimos corroborar la existencia de convergencia cíclica, como tal

- 6- Para el caso de Estados Unidos y México la existencia de un acercamiento cíclico de estas economías también está presente, sin embargo en comparación con el caso Argentina, estas dos economías no muestran signos de que las diferencias entre ellas disminuyan en el largo plazo de manera cíclica, si no por el contrario las diferencias entre ellas se comportaran de manera diferente al caso anterior sin existir evidencia de que el acercamiento pueda seguir disminuyendo con el tiempo. La relación que presentan en el largo plazo se presenta de la siguiente forma. En fases expansivas del ciclo económico, las diferencias entre ellas tienden a disminuir y por el contrario en fases recesivas la brecha existente entre ellas se volverá a abrir dependiendo del periodo y profundidad del ciclo económico. Esta relación señala que, bajo nuestro marco teórico la apertura comercial de estos dos países, lo que ha ocurrido es una sincronización de los ciclos económicos. Sin embargo, contrario a lo que dicta la teoría clásica del comercio internacional, México como economía seguidora no ha podido consolidar a partir de su relación comercial con EE.UU., la transferencia de recursos tecnológicos que le permitan experimentar un acercamiento o convergencia a la economía líder.

## 6 Bibliografía

Álvarez de Toledo Pablo, Rojo Jaime, Toribio Álvaro, Usabiaga Carlos (1995). "Convergencia: un análisis conjunto de los sectores. Aplicación al caso de las regiones españolas". FEDEA (Fundación de Estudios de Economía Aplicada) Documento de trabajo. España.

Andrew Harvey (2002). "Trends, Cycles and convergence". Banco central de Chile. Documentos de trabajo No 155. Chile.

Angel de la Fuente (1998). "Algunas técnicas para el análisis de la convergencia con un aplicación a las regiones españolas". Fondo europeo de desarrollo regional. Documento de trabajo. España.

Angus Maddison (1986). "Las fases del desarrollo capitalista. Una historia económica cuantitativa." Ed. El colegio de México/ Fondo de cultura económica. México.

Angus Maddison (2001). "The World economy. A millennial perspective". Ed. OECD. France.

Arroyo, Francisco (2001). "Dinámicas del PIB de las entidades Federativas de México, 1980-1999". en "Comercio Exterior" volumen 51, número 7. México.

Bajo, Oscar (1991). "Teorías del Comercio Internacional". Ed. Antoni Bosch. España.

Banco Mundial (2002). "Globalización, Crecimiento y Pobreza. Construyendo una Economía Mundial Incluyente". Ed. Alfaomega. México.

Barro J Robert y Sala-i-Martin Xavier (1995). "Economic growth". Ed. McGraw Hill. EU.

Barro J. Robert, Sala-i-Martin Xavier (1990). "Economic growth and convergence across the United States". National Bureau of economic research working paper 3419. EU.

Barro J. Robert, Sala-i-Martin Xavier (1995). "Technological diffusion convergence and growth". National Bureau of economic research working paper 5151. EU.

Borondo Arribas Carlos Et al (1999). "Convergencia cíclica dentro de la UE el caso de España". Universidad de Valladolid. Facultad de CC. Económicas. Documento de trabajo. España.

CEPAL (2001). "Una Década de Luces y Sombras. América Latina y el Caribe en los años noventa. Ed. Alfaomega. México.

Cermeño Rodolfo (2001). "Decrecimiento y convergencia de los estados mexicanos: Un análisis con modelos de panel". Centro de Investigación y docencia económicas (CIDE). Documento de trabajo 137. México.

Cohen, Daniel (1998). "Riqueza del Mundo pobreza de las naciones". Ed. Fondo de Cultura Económica. México.

Cueva, Agustín (2002). "El Desarrollo del Capitalismo en América Latina". Ed. Siglo XXI. 18ª edición. México.

De Ferranti, David. Et al (2002). "De los recursos naturales a la economía del conocimiento. Comercio y Calidad del Empleo". Ed. Banco Mundial. EU.

De la Fuente Angel (2001). "Regional convergence in Spain: 1969-1995". FEDEA (Fundación de Estudios de Economía Aplicada) Documento de trabajo. España.

De la Fuente, Angel (1998). "What kind of Regional Convergence". Facultad de Estudios de Economía Aplicada. Documento de Trabajo. España.

De la Fuente, Angel (2000). "Convergence across countries and regions: theory and empirics". Universidad Autónoma de Barcelona. Documento de Trabajo. España.

Dixit, A. (1987). "La teoría del crecimiento equilibrado". Ed, Fondo de Cultura Económica. México.

Domodar N. Gujarati (1997). "Econometría". Ed. McGraw Hill. Colombia.

Durlauf, Steven y Quah, Danny (1998). "The new Empirics of Economic Growth". Center for Economic Performance. Discussion Paper, N. 384. EU.

Ezcurra, Roberto (2001). "Convergencia y Cambio Estructural en la Unión Europea". Universidad Pública de Navarra. Documento de Trabajo. España.

Francis Diebold (1999). "Elementos de pronósticos". Ed. International Thomson editores. Mexico.

Francisco Rosende (2000). "Teoría del Crecimiento Económico: Un Debate Inconcluso". Pontificia universidad católica de Chile. Documento de trabajo No 193. Chile.

Guisan M. Carmen (2002). "Causalidad y cointegración en los modelos econométricos: Aplicaciones a los países de la OCDE y limitaciones de los tests de cointegración". Universidad de Santiago de Compostela. Documento de trabajo No 61. España.

Juncal Cuñado (2001). "Convergencia real o acercamiento cíclico? España y la Unión Europea". FEDEA (Fundación de Estudios de Economía Aplicada) Documento de trabajo. España.

M.V. Posner (1961). "International trade and technical change". Oxford Economic paper, vol. 13.

Mahía, Ramón (2000). "Revisión de los Procedimientos de Análisis de la Estacionariedad de las Series Temporales". Universidad Autónoma de Barcelona. Documento de Trabajo. España.

Mancha, Tomás (2001). "Convergencia económica e integración. La experiencia de Europa y América Latina". Ed. Pirámide. España.

Olloqui, Irene (2002). "Convergencia en Precios en las Provincias Españolas". En "Tribuna de Economía" número 797. España.

Quah, Danny (1993). "Galton's fallacy and test of the convergence hypothesis". The Scandinavian Journal of economics.

Ros, Jaime (comp.) (1993) "La edad de plomo del desarrollo latinoamericano" Lecturas del Trimestre Económico, número 77. Ed. Fondo de Cultura Económica. México.

Sala-i-Martin, Xavier (2000). "Apuntes de Crecimiento Económico". Ed. Antoni Bosch. España.

Stallings, Barbara y Peres, Wilson (2000). "Crecimiento, Empleo y Equidad. El impacto de las reformas económicas en América Latina y el Caribe". Ed. Fondo de Cultura Económica, CEPAL. Chile.

Surriñach, Jordi. Et al (1995).. "Análisis Económico Regional. Nociones Básicas de la Teoría de la Cointegración". Ed, Antoni Bosch. España.

Wojciech W. Charemza y Derek F. (1997). "Deadman. New Directions in econometric practice". Ed. Edward Elgar Publishing. Inc. Great Britain.

## 7 Anexo de datos

Correlogramas de las series y datos del PIB per capita en dólares 1995=100 de AL-7 y EU 1960-1999

Correlograma del LOG(PIB per capita) de AL-7							
Sample: 1960 1999							
Included observations: 40							
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.888	0.888	33.936	0.000	
		2	0.756	-0.149	59.214	0.000	
		3	0.628	-0.055	77.054	0.000	
		4	0.513	-0.015	89.358	0.000	
		5	0.421	0.027	97.874	0.000	
		6	0.332	-0.071	103.32	0.000	
		7	0.244	-0.061	106.35	0.000	
		8	0.152	-0.082	107.57	0.000	
		9	0.082	0.034	107.93	0.000	
		10	0.039	0.050	108.01	0.000	
		11	0.007	-0.025	108.02	0.000	
		12	-0.021	-0.031	108.04	0.000	
		13	-0.042	0.007	108.16	0.000	
		14	-0.051	0.038	108.32	0.000	
		15	-0.036	0.075	108.41	0.000	
		16	-0.030	-0.077	108.47	0.000	
		17	-0.018	0.029	108.49	0.000	
		18	-0.017	-0.044	108.52	0.000	
		19	-0.039	-0.094	108.64	0.000	
		20	-0.046	0.059	108.82	0.000	

Fuente : Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) de USA

Sample: 1960 1999

Included observations: 40

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat
. . .	. . .	1	0.899	0.899	34.843
. . .	. . .	2	0.797	-0.061	62.945
. . .	. . .	3	0.705	-0.003	85.541
. . .	. . .	4	0.621	-0.018	103.52
. . .	. . .	5	0.545	-0.002	117.80
. . .	. . .	6	0.478	-0.006	129.09
. . .	. . .	7	0.421	0.014	138.13
. . .	. . .	8	0.364	-0.038	145.10
. . .	. . .	9	0.313	-0.005	150.42
. . .	. . .	10	0.257	-0.062	154.11
. . .	. . .	11	0.194	-0.070	156.30
. . .	. . .	12	0.133	-0.041	157.36
. . .	. . .	13	0.081	-0.002	157.77
. . .	. . .	14	0.040	0.004	157.87
. . .	. . .	15	-0.007	-0.070	157.87
. . .	. . .	16	-0.061	-0.092	158.13
. . .	. . .	17	-0.097	0.043	158.82
. . .	. . .	18	-0.120	0.021	159.92
. . .	. . .	19	-0.144	-0.040	161.58
. . .	. . .	20	-0.167	-0.022	163.92

Fuente : Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) de Argentina

Sample: 1960 1999

Included observations: 40

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.814	0.814	28.562	0.000
		2	0.620	-0.128	45.544	0.000
		3	0.475	0.030	55.785	0.000
		4	0.323	-0.129	60.662	0.000
		5	0.201	-0.006	62.604	0.000
		6	0.081	-0.115	62.928	0.000
		7	-0.050	-0.127	63.057	0.000
		8	-0.194	-0.183	65.029	0.000
		9	-0.284	0.004	69.385	0.000
		10	-0.287	0.109	73.984	0.000
		11	-0.291	-0.070	78.886	0.000
		12	-0.273	0.028	83.354	0.000
		13	-0.261	-0.089	87.601	0.000
		14	-0.246	0.003	91.505	0.000
		15	-0.206	-0.011	94.361	0.000
		16	-0.191	-0.132	96.905	0.000
		17	-0.141	0.057	98.355	0.000
		18	-0.042	0.159	98.489	0.000
		19	-0.001	-0.100	98.489	0.000
		20	0.025	-0.006	98.541	0.000

Fuente : Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) de Brasil

Sample: 1960 1999

Included observations: 40

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.935	0.935	37.682	0.000
		2	0.865	-0.075	70.786	0.000
		3	0.788	-0.096	98.969	0.000
		4	0.702	-0.108	121.96	0.000
		5	0.611	-0.083	139.89	0.000
		6	0.516	-0.082	153.07	0.000
		7	0.420	-0.067	162.06	0.000
		8	0.326	-0.046	167.65	0.000
		9	0.238	-0.014	170.73	0.000
		10	0.150	-0.076	172.00	0.000
		11	0.068	-0.030	172.27	0.000
		12	-0.001	0.020	172.27	0.000
		13	-0.062	-0.007	172.51	0.000
		14	-0.108	0.039	173.26	0.000
		15	-0.140	0.033	174.58	0.000
		16	-0.169	-0.047	176.57	0.000
		17	-0.186	0.016	179.09	0.000
		18	-0.206	-0.094	182.32	0.000
		19	-0.227	-0.083	186.45	0.000
		20	-0.247	-0.052	191.58	0.000

Fuente : Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) de Chile							
Sample: 1960 1999							
Included observations: 40							
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.880	0.880	33.374	0.000	
		2	0.737	-0.169	57.371	0.000	
		3	0.596	-0.062	73.486	0.000	
		4	0.467	-0.035	83.663	0.000	
		5	0.364	0.021	90.024	0.000	
		6	0.293	0.049	94.265	0.000	
		7	0.239	-0.004	97.178	0.000	
		8	0.178	-0.095	98.834	0.000	
		9	0.115	-0.041	99.551	0.000	
		10	0.054	-0.034	99.715	0.000	
		11	-0.011	-0.067	99.723	0.000	
		12	-0.043	0.099	99.831	0.000	
		13	-0.056	0.000	100.03	0.000	
		14	-0.058	-0.002	100.25	0.000	
		15	-0.048	0.028	100.40	0.000	
		16	-0.062	-0.125	100.67	0.000	
		17	-0.069	0.053	101.02	0.000	
		18	-0.086	-0.047	101.58	0.000	
		19	-0.144	-0.219	103.23	0.000	
		20	-0.176	0.102	105.84	0.000	

Fuente : Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) de Colombia

Sample: 1960 1999

Included observations: 40

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.908	0.908	35.554	0.000
		2	0.798	-0.156	63.714	0.000
		3	0.686	-0.060	85.097	0.000
		4	0.581	-0.030	100.83	0.000
		5	0.485	-0.016	112.10	0.000
		6	0.399	-0.014	119.97	0.000
		7	0.325	-0.003	125.35	0.000
		8	0.252	-0.063	128.68	0.000
		9	0.186	-0.016	130.56	0.000
		10	0.128	-0.013	131.48	0.000
		11	0.068	-0.071	131.75	0.000
		12	0.028	0.063	131.80	0.000
		13	-0.005	-0.024	131.80	0.000
		14	-0.037	-0.042	131.89	0.000
		15	-0.060	0.011	132.14	0.000
		16	-0.091	-0.083	132.72	0.000
		17	-0.109	0.042	133.59	0.000
		18	-0.135	-0.078	134.97	0.000
		19	-0.183	-0.177	137.64	0.000
		20	-0.218	0.053	141.64	0.000

Fuente: Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) México

Sample: 1960 1999

Included observations: 40

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.910	0.910	35.661	0.000
		2	0.811	-0.096	64.760	0.000
		3	0.714	-0.045	87.907	0.000
		4	0.627	0.002	106.24	0.000
		5	0.554	0.028	120.98	0.000
		6	0.471	-0.115	131.96	0.000
		7	0.393	-0.024	139.81	0.000
		8	0.315	-0.046	145.01	0.000
		9	0.246	-0.003	148.30	0.000
		10	0.178	-0.070	150.07	0.000
		11	0.117	-0.006	150.86	0.000
		12	0.068	0.015	151.14	0.000
		13	0.025	-0.022	151.18	0.000
		14	-0.016	-0.038	151.20	0.000
		15	-0.056	-0.035	151.41	0.000
		16	-0.088	0.009	151.95	0.000
		17	-0.116	-0.036	152.93	0.000
		18	-0.164	-0.164	154.99	0.000
		19	-0.216	-0.065	158.71	0.000
		20	-0.245	0.082	163.77	0.000

Fuente: Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) Perú						
Sample: 1960 1999						
Included observations: 40						
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
. . . . .	. . . . .	1	0.824	0.824	29.263	0.000
. . . . .	. . . . .	2	0.575	-0.326	43.865	0.000
. . . . .	. . . . .	3	0.364	0.017	49.889	0.000
. . . . .	. . . . .	4	0.208	-0.029	51.902	0.000
. . . . .	. . . . .	5	0.137	0.119	52.807	0.000
. . . . .	. . . . .	6	0.084	-0.112	53.158	0.000
. . . . .	. . . . .	7	0.043	0.020	53.252	0.000
. . . . .	. . . . .	8	-0.022	-0.146	53.277	0.000
. . . . .	. . . . .	9	-0.106	-0.057	53.891	0.000
. . . . .	. . . . .	10	-0.170	-0.034	55.517	0.000
. . . . .	. . . . .	11	-0.234	-0.114	58.696	0.000
. . . . .	. . . . .	12	-0.283	-0.065	63.487	0.000
. . . . .	. . . . .	13	-0.332	-0.138	70.340	0.000
. . . . .	. . . . .	14	-0.383	-0.097	79.826	0.000
. . . . .	. . . . .	15	-0.382	0.042	89.617	0.000
. . . . .	. . . . .	16	-0.377	-0.148	99.557	0.000
. . . . .	. . . . .	17	-0.357	-0.023	108.86	0.000
. . . . .	. . . . .	18	-0.329	-0.088	117.11	0.000
. . . . .	. . . . .	19	-0.292	0.015	123.91	0.000
. . . . .	. . . . .	20	-0.216	0.037	127.81	0.000

Fuente: Elaboración propia

Correlograma del LOG(PIB per capita) Venezuela

Sample: 1960 1999

Included observations: 40

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
. . . . .	. . . . .	1	0.861	0.861	31.901	0.000
. . . . .	. . . . .	2	0.757	0.064	57.251	0.000
. . . . .	. . . . .	3	0.674	0.036	77.895	0.000
. . . . .	. . . . .	4	0.586	-0.052	93.898	0.000
. . . . .	. . . . .	5	0.509	-0.004	106.36	0.000
. . . . .	. . . . .	6	0.399	-0.175	114.22	0.000
. . . . .	. . . . .	7	0.295	-0.073	118.66	0.000
. . . . .	. . . . .	8	0.228	0.049	121.39	0.000
. . . . .	. . . . .	9	0.195	0.115	123.45	0.000
. . . . .	. . . . .	10	0.108	-0.212	124.10	0.000
. . . . .	. . . . .	11	-0.003	-0.190	124.10	0.000
. . . . .	. . . . .	12	-0.059	0.081	124.31	0.000
. . . . .	. . . . .	13	-0.108	-0.004	125.04	0.000
. . . . .	. . . . .	14	-0.148	-0.051	126.46	0.000
. . . . .	. . . . .	15	-0.233	-0.211	130.11	0.000
. . . . .	. . . . .	16	-0.315	-0.053	137.07	0.000
. . . . .	. . . . .	17	-0.387	-0.137	148.00	0.000
. . . . .	. . . . .	18	-0.420	-0.021	161.49	0.000
. . . . .	. . . . .	19	-0.436	0.044	176.72	0.000
. . . . .	. . . . .	20	-0.429	0.212	192.20	0.000

Fuente: Elaboración propia

PIB per. capita de AL-7 y EU  
en dólares estadounidenses 1995=100

Años	AL-7	Argentina	Brasil	EU	Colombia	Chile	México	Perú	Venezuela
1960	2496	5423	1742	13279	1104	1968	1639	1873	1873
1961	2559	5614	1864	13382	1130	1998	1669	1954	1954
1962	2598	5476	1903	13859	1157	2051	1694	2057	2057
1963	2565	5108	1863	14203	1154	2125	1775	2073	2073
1964	2709	5546	1872	14789	1193	2131	1926	2147	2147
1965	2794	6048	1875	15423	1192	2092	1988	2189	2189
1966	2821	5925	1900	16153	1218	2251	2044	2306	2306
1967	2856	6029	1941	16413	1233	2284	2096	2327	2327
1968	2953	6230	2108	16932	1275	2321	2221	2271	2271
1969	3045	6731	2256	17214	1322	2355	2225	2293	2293
1970	3132	6830	2394	17052	1377	2360	2295	2359	2359
1971	3224	7095	2600	17322	1424	2526	2307	2390	2390
1972	3263	7089	2845	18068	1497	2462	2419	2391	2391
1973	3351	7167	3167	18929	1561	2301	2528	2451	2451
1974	3452	7439	3373	18646	1613	2320	2594	2604	2604
1975	3413	7318	3465	18397	1612	2024	2662	2619	2619
1976	3449	7058	3715	19237	1650	2061	2701	2599	2599
1977	3548	7434	3794	19928	1680	2207	2716	2539	2539
1978	3530	6994	3825	20805	1781	2336	2881	2479	2479
1979	3694	7596	3989	21232	1835	2501	3080	2554	2554
1980	3774	7793	4255	20981	1868	2665	3282	2566	2566
1981	3696	7239	3978	21285	1868	2749	3486	2683	2683
1982	3520	6777	3915	20657	1845	2428	3386	2603	2603
1983	3378	6933	3703	21355	1835	2300	3174	2242	2242
1984	3436	6980	3818	22708	1857	2445	3219	2305	2305
1985	3393	6354	4041	23374	1875	2577	3235	2318	2318
1986	3528	6753	4280	23951	1945	2678	3051	2495	2495
1987	3604	6849	4352	24545	2008	2808	3046	2639	2639
1988	3556	6579	4270	25337	2049	2963	3024	2361	2361
1989	3431	6003	4335	25980	2078	3221	3091	2045	2045
1990	3386	5782	4080	26160	2119	3283	3187	1903	1903

Fuente: World bank

PIB per. capita de AL-7 y EU  
en dólares estadounidenses 1995=100  
Continuación

Años	AL-7	Argentina	Brasil	EU	Colombia	Chile	México	Perú	Venezuela
1991	3553	6429	4067	25751	2128	3485	3260	1909	3590
1992	3715	7102	3984	26234	2168	3848	3317	1867	3720
1993	3817	7422	4118	26610	2241	4050	3321	1822	3645
1994	3944	7750	4299	27343	2326	4212	3406	2132	3482
1995	3971	7429	4419	27713	2399	4589	3140	2277	3543
1996	4070	7739	4482	28341	2403	4858	3251	2293	3462
1997	4263	8261	4565	29231	2439	5145	3421	2405	3607
1998	4293	8474	4501	30135	2404	5247	3540	2354	3531
1999	4162	8100	4479	30845	2261	5121	3613	2346	3213

Fuente: World Bank

PIB per. capita del resto de América Latina  
en dólares estadounidenses 1995=100

Años	Bahamas	Barbados	Belize	Bolivia	Costa Rica	Dominican R	Ecuador	El Salvador	Guatemala
1960	7842	2924	977	827	1935	683	777	1310	928
1961	8311	3137	990	825	1838	645	766	1317	940
1962	8807	3408	1002	852	1910	730	778	1431	946
1963	9353	3222	1015	887	1923	753	785	1448	1007
1964	9947	3370	1031	909	1925	778	821	1533	1025
1965	10510	3741	1050	938	2030	659	822	1562	1041
1966	10989	3878	1072	977	2101	725	817	1616	1068
1967	11565	4276	1098	1020	2130	726	848	1642	1082
1968	12060	4557	1153	875	2218	706	856	1633	1145
1969	12582	4883	1190	882	2255	761	850	1631	1166
1970	11385	5329	1226	856	2347	874	879	1625	1199
1971	11371	5515	1257	877	2436	943	907	1637	1230
1972	10727	5546	1368	906	2571	1013	1018	1689	1284
1973	11347	5588	1425	943	2708	1114	1227	1726	1334
1974	9242	5302	1595	967	2792	1151	1269	1772	1381
1975	7707	5489	1624	1006	2778	1180	1301	1779	1371
1976	7939	5467	1589	1042	2851	1229	1381	1823	1435

PIB per. capita del resto de América Latina  
en dólares estadounidenses 1995=100  
Continuación

Años	Bahamas	Barbados	Belize	Bolivia	Costa Rica	Dominican R	Ecuador	El Salvador	Guatemala
1977	8490	5690	1652	1059	3015	1258	1429	1899	1508
1978	9500	6019	1735	1068	3107	1255	1481	1955	1545
1979	11693	6518	1815	1044	3162	1281	1516	1837	1579
1980	12215	6755	2036	1012	3090	1327	1547	1596	1598
1981	10881	6517	2009	993	2931	1349	1564	1413	1568
1982	11345	6169	1951	931	2637	1340	1540	1313	1475
1983	11491	6158	1872	876	2634	1370	1457	1326	1401
1984	12832	6342	1850	863	2765	1344	1479	1336	1373
1985	13278	6364	1822	832	2709	1327	1504	1333	1330
1986	13288	6951	1856	794	2784	1345	1512	1314	1299
1987	13456	7008	2012	797	2842	1447	1387	1323	1312
1988	13486	7417	2141	802	2867	1446	1496	1346	1330
1989	13520	7746	2359	814	2957	1484	1465	1338	1349
1990	13360	7330	2543	832	2992	1368	1475	1378	1358
1991	12838	7061	2566	855	2990	1353	1515	1401	1372
1992	12414	6659	2731	849	3188	1433	1534	1477	1401
1993	12436	6686	2743	864	3317	1448	1531	1553	1418
1994	12244	6931	2717	883	3408	1482	1563	1612	1437
1995	12076	7037	2732	902	3475	1526	1565	1676	1469
1996	12352	7161	2715	920	3420	1608	1564	1669	1473
1997	12539	7605	2726	943	3549	1709	1584	1704	1497
1998	12696	7895	2742	972	3765	1802	1560	1727	1531
1999	13214	7963	2768	956	3994	1916	1419	1752	1545

Fuente: World Bank

PIB per. capita del resto de América Latina  
en dólares estadounidenses 1995=100  
Continuación

Años	Guyana	Haiti	Honduras	Jamaica	Nicaragua	Panamá	Paraguay	Trinidad T	Uruguay
1960	677	547	513	1398	656	1463	890	1891	3873
1961	689	514	505	1415	682	1573	930	2117	3920
1962	679	553	516	1410	738	1656	920	2149	3809
1963	581	529	516	1431	786	1744	933	2250	3770
1964	632	508	526	1516	845	1770	945	2399	3818
1965	683	510	555	1613	893	1876	971	2386	3818
1966	703	504	568	1645	893	1959	950	2446	3894
1967	717	476	585	1647	925	2065	1015	2510	3717
1968	710	476	606	1712	908	2145	1022	2647	3754
1969	747	481	593	1770	935	2262	1039	2760	3944
1970	768	471	597	1951	917	2339	1064	2762	4013
1971	784	503	603	1984	917	2495	1095	2675	3989
1972	752	501	619	2273	907	2539	1139	2998	3933
1973	757	498	648	2108	934	2605	1193	3002	3943
1974	811	521	621	2001	1033	2599	1258	3164	4056
1975	875	500	614	1968	999	2572	1301	3300	4292
1976	883	534	657	1819	1018	2547	1352	3637	4436
1977	855	528	701	1757	1069	2512	1453	3763	4474
1978	834	544	745	1749	955	2689	1565	4174	4686
1979	813	574	754	1698	681	2743	1688	4413	4948
1980	820	607	733	1578	690	2709	1878	4614	5205
1981	825	580	728	1597	704	2893	1978	4710	5253
1982	709	550	695	1589	676	2984	1850	5146	4710
1983	654	545	667	1596	685	2791	1743	4787	4199
1984	616	536	675	1555	655	2809	1745	4997	4125
1985	627	527	681	1464	611	2887	1760	4729	4157
1986	621	517	665	1472	590	2930	1707	4527	4500
1987	626	503	684	1577	572	2819	1725	4287	4832

**PIB per. capita del resto de América Latina**  
**en dólares estadounidenses 1995=100**  
**Continuación**

Años	Guyana	Haiti	Honduras	Jamaica	Nicaragua	Panamá	Paraguay	Trinidad T	Uruguay
1988	603	497	694	1618	490	2393	1778	4096	4875
1989	573	492	702	1714	471	2382	1823	4045	4902
1990	555	502	682	1787	460	2523	1822	4094	4870
1991	583	493	684	1784	445	2708	1813	4165	5010
1992	623	420	701	1794	434	2874	1794	4064	5370
1993	668	401	723	1803	419	2975	1819	3976	5472
1994	719	360	693	1822	421	3006	1827	4090	5828
1995	749	368	700	1817	427	3005	1867	4223	5702
1996	802	369	706	1783	436	3040	1843	4356	5975
1997	845	366	721	1736	446	3123	1842	4465	6222
1998	824	370	722	1712	452	3206	1787	4651	6461
1999	843	371	689	1691	472	3246	1727	4936	6208

Fuente: World Bank

**Dickey-Fuller and Augmented Dickey-Fuller integration test; critical values (minus sign omitted), 1% level of significance**

**Perron additive outlier integration test  
Critical values (minus sig omitted)**

n	A		B		C		D	
	lower	upper	lower	upper	lower	upper	lower	upper
15	2.79	2.68	3.28	3.15	4.76	4.54	3.62	3.41
20	2.74	2.62	3.08	2.94	4.56	4.34	3.58	3.36
25	2.71	2.60	2.96	2.88	4.41	4.19	3.55	3.34
30	2.70	2.58	2.88	2.74	4.29	4.07	3.54	3.33
40	2.67	2.56	2.78	2.64	4.11	3.90	3.52	3.31
50	2.66	2.55	2.72	2.59	3.98	3.77	3.52	3.31
75	2.65	2.53	2.64	2.50	3.74	3.55	3.52	3.30
100	2.64	2.52	2.60	2.46	3.62	3.41	3.52	3.30
125	2.64	2.52	2.57	2.44	3.52	3.31	3.52	3.31
150	2.64	2.52	2.55	2.42	3.45	3.29	3.52	3.31
175	2.63	2.52	2.54	2.40	3.38	3.17	3.52	3.31
200	2.63	2.52	2.53	2.39	3.33	3.11	3.53	3.31
225	2.63	2.52	2.52	2.39	3.28	3.07	3.53	3.32
250	2.63	2.52	2.52	2.38	3.25	3.03	3.53	3.32
275	2.63	2.52	2.51	2.37	3.21	3.00	3.53	3.32
300	2.63	2.52	2.50	2.37	3.18	2.96	3.53	3.32
325	2.63	2.52	2.50	2.36	3.15	2.94	3.54	3.32
350	2.63	2.52	2.50	2.36	3.13	2.91	3.54	3.33
375	2.63	2.52	2.49	2.36	3.11	2.89	3.54	3.33
400	2.63	2.52	2.49	2.35	3.09	2.87	3.54	3.33
425	2.63	2.52	2.49	2.35	3.07	2.85	3.54	3.33
450	2.63	2.52	2.49	2.35	3.05	2.83	3.54	3.33
475	2.63	2.52	2.48	2.35	3.03	2.81	3.54	3.33
500	2.63	2.52	2.48	2.35	3.02	2.80	3.55	3.33

key:  
 column A: test equation without intercept  
 column B: test equation with intercept  
 column C: test equation with intercept and trend  
 column D : test equation with quarterly seasonals

Dickey-Fuller and Augmented Dickey-Fuller integration test; critical values (minus sign omitted), 5% level of significance											
Perron additive outlier integration test											
Critical values (minus sig omitted)											
n	A		B		C		D				
	lower	upper	lower	upper	lower	upper	lower	upper			
15	2.01	1.94	2.31	2.22	3.69	3.55	2.72	2.60			
20	2.00	1.93	2.18	2.10	3.63	3.49	2.76	2.64			
25	2.00	1.92	2.11	2.02	3.55	3.41	2.79	2.67			
30	1.99	1.92	2.06	1.97	3.47	3.33	2.80	2.68			
40	1.99	1.92	2.00	1.91	3.34	3.20	2.83	2.71			
50	1.99	1.91	1.96	1.87	3.24	3.10	2.84	2.72			
75	1.98	1.91	1.90	1.81	3.05	2.90	2.86	2.74			
100	1.98	1.91	1.87	1.78	2.91	2.77	2.87	2.75			
125	1.98	1.91	1.85	1.76	2.82	2.67	2.88	2.76			
150	1.98	1.91	1.83	1.75	2.74	2.60	2.89	2.77			
175	1.98	1.91	1.82	1.74	2.67	2.53	2.89	2.77			
200	1.98	1.91	1.81	1.73	2.62	2.48	2.90	2.78			
225	1.98	1.91	1.81	1.72	2.57	2.43	2.90	2.78			
250	1.98	1.91	1.80	1.72	2.53	2.39	2.90	2.78			
275	1.98	1.91	1.80	1.71	2.50	2.36	2.90	2.79			
300	1.98	1.91	1.79	1.71	2.47	2.32	2.91	2.79			
325	1.98	1.91	1.78	1.71	2.44	2.30	2.91	2.79			
350	1.98	1.91	1.78	1.70	2.41	2.27	2.91	2.79			
375	1.98	1.91	1.78	1.70	2.39	2.25	2.91	2.79			
400	1.98	1.91	1.77	1.69	2.36	2.22	2.91	2.79			
425	1.98	1.91	1.77	1.69	2.34	2.20	2.91	2.79			
450	1.98	1.91	1.77	1.69	2.32	2.18	2.91	2.79			
475	1.98	1.90	1.77	1.68	2.31	2.16	2.92	2.79			
500	1.98	1.90	1.77	1.68	2.29	2.15	2.92	2.80			

key:  
 column A: test equation without intercept  
 column B: test equation with intercept  
 column C: test equation with intercept and trend  
 column D : test equation with quarterly seasonals

Dickey-Fuller and Augmented Dickey-Fuller integration test; critical values (minus sign omitted), 10% level of significance											
Perron additive outlier integration test											
Critical values (minus sig omitted)											
n	A		B		C		D				
	lower	upper	lower	upper	lower	upper	lower	upper			
15	1.64	1.57	1.85	1.78	3.24	3.11	2.31	2.23			
20	1.64	1.58	1.76	1.69	3.21	3.09	2.38	2.30			
25	1.65	1.58	1.70	1.63	3.15	3.03	2.43	2.34			
30	1.65	1.58	1.66	1.59	3.09	2.97	2.45	2.37			
40	1.65	1.58	1.61	1.54	2.97	2.85	2.49	2.41			
50	1.65	1.58	1.57	1.51	2.87	2.75	2.51	2.43			
75	1.65	1.58	1.52	1.46	2.68	2.56	2.54	2.46			
100	1.65	1.58	1.49	1.43	2.55	2.43	2.56	2.48			
125	1.65	1.58	1.48	1.41	2.45	2.33	2.57	2.48			
150	1.65	1.58	1.46	1.39	2.38	2.25	2.57	2.49			
175	1.65	1.58	1.45	1.38	2.31	2.19	2.58	2.50			
200	1.65	1.58	1.44	1.37	2.26	2.13	2.58	2.50			
225	1.65	1.58	1.43	1.36	2.21	2.09	2.59	2.50			
250	1.65	1.58	1.43	1.36	2.17	2.05	2.59	2.51			
275	1.65	1.58	1.42	1.35	2.13	2.01	2.59	2.51			
300	1.65	1.58	1.42	1.35	2.10	1.98	2.59	2.51			
325	1.65	1.58	1.42	1.34	2.07	1.95	2.59	2.51			
350	1.65	1.58	1.41	1.34	2.04	1.92	2.59	2.51			
375	1.65	1.58	1.41	1.33	2.02	1.89	2.60	2.51			
400	1.65	1.58	1.40	1.33	1.99	1.87	2.60	2.52			
425	1.65	1.58	1.40	1.33	1.97	1.85	2.60	2.52			
450	1.65	1.58	1.40	1.33	1.95	1.83	2.60	2.52			
475	1.65	1.58	1.40	1.33	1.93	1.81	2.60	2.52			
500	1.65	1.58	1.39	1.33	1.91	1.79	2.60	2.52			

key: column A: test equation without intercept  
column B: test equation with intercept  
column C: test equation with intercept and trend  
column D : test equation with quarterly seasonals