

00580



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

FACULTAD DE QUÍMICA

**EXTRUSOR PLASTIFICANTE:
ZONA DE BOMBEO NO ISOTÉRMICO.**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA QUÍMICA
(POLÍMEROS)

P R E S E N T A :
JULIO ENRIQUE REYES SÁENZ

ASESOR: DR. LUIS ÁNGEL LÓPEZ LATORRE.



MÉXICO, D. F.

2004



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

BIOL. FRANCISCO J. INCERA UGALDE.
Jefe de la Unidad de Administración del Posgrado.
Presente.

Me es grato informarle que el alumno JULIO ENRIQUE REYES SAENZ presentará próximamente su examen para obtener el grado de Maestría en Ingeniería Campo de Conocimiento Ingeniería Química Área Materiales Campo Disciplinario Polímeros (Clave 4039), con la tesis "EXTRUSOR PLASTIFICANTE: ZONA DE BOMBEO NO ISOTERMICO", ante el siguiente jurado:

Presidente:	Dr. Ángel Enrique Chávez Castellanos (FQ)
Vocal:	Dra. Lourdes Angélica Vega Acosta Montalbán (ESFyM)
Secretario:	Dr. Rafael Herrera Nájera (FQ)
Primer Suplente:	M. en I. Manuel Vázquez Islas (FQ)
Segundo Suplente:	Dr. Francisco López Serrano Ramos (FQ)

Sin otro particular de momento, aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, D. F., 12 de abril de 2004.

El Coordinador

DR. WILFRIDO RIVERA GOMEZ FRANCO

C.c.p. Integrantes del Jurado.
C.c.p. Departamento de Control Escolar de la Facultad de Química.
C.c.p. Interesado.
*ggm.

Dedicatoria

*A los que veo seguido y no tan seguido.
A los que están lejos y a los que se fueron pronto.
Pero sobre todo, a los que ya no veo.
A todos ellos que son mi familia.
Mil gracias.*

Agradecimientos.

Agradezco al Dr. Luis Ángel López Latorre por dirigir esta tesis, por su paciencia y el enriquecer con sus comentarios este trabajo así como proporcionarme una infinidad de conocimientos en este y otros temas; pero ante todo por su amistad.

Al Dr. Enrique Chávez que durante el transcurso de mi formación dentro y fuera de las aulas sus conocimientos y amistad fueron y seguirán siendo un gran apoyo; así como el enriquecer con sus comentarios este trabajo.

Al Dr. Herrera Nájera y al M. en Ing. Vázquez Islas que con sus conocimientos y comentarios me proporcionaron información valiosa para complementar esta tesis.

A la Dra. Lourdes Vega por sus revisiones y aportaciones a este trabajo.

Al Dr. Lauro Bucio Galindo, por permitirme un espacio de trabajo en el Instituto de Física al inicio de esta tesis.

A mis amigos de la Facultad de Química quienes me apoyaron durante la realización de este trabajo: Amadeo, Edtson, Eduardo L., Godinez, Quique, René, Rocío, Rosario, y a todas aquellas personas que no mencione anteriormente y de una manera indirecta me brindaron su apoyo.

A la que fue, es y seguirá siendo la máxima casa de estudios: "Universidad Nacional Autónoma de México".

Pero sobre todo a mi familia, gracias.

Índice General

Introducción	1
Capítulo I	
Antecedentes	2
1.1 Objetivos del trabajo	4
Capítulo II	
Elementos descriptivos	6
2.1 Geometría del extrusor	6
2.2 Campo de velocidades	6
2.3 Fusión	7
2.3.1 Desarrollo del flujo en un extrusor plastificante	7
2.3.2 Teorías de fusión	8
2.4 Ecuaciones de continuidad y transferencia de momentum	9
2.5 Transferencia de energía	10
2.6 Ecuación constitutiva	10
2.7 Suposiciones	12
Capítulo III	
Método numérico	15
Capítulo IV	
Planteamiento del problema	19
4.1 Solución exacta	27
Capítulo V	
Resultados y discusión	32
5.1 Propiedades fisicoquímicas del polímero	33
5.2 Variables geométricas	33
5.3 Efecto del parámetro α	33
5.4 Efecto de la velocidad	40
5.5 Efecto de la caída de presión	42
5.6 Efecto de la temperatura del barril	45
5.7 Validación del modelo numérico	48
5.8 Curva de flujo	50
5.9 Modelo isotérmico	53
Capítulo VI	
Conclusiones	57

Anexo

Anexo A	
A-1. Modelo isotérmico tipo Ellis	59
A-2. Condición particular $G=0.0$ (arrastre)	59
A-3. Caso A. ($-\infty < G < 0.0$), ($\psi < \frac{1}{2}$)	60
A-4. Caso B. (cierto valor negativo $< G < 0.0$), ($\psi < \frac{1}{2}$)	62
A-5. Caso C. ($\infty > G > 0.0$), ($\psi > \frac{1}{2}$)	63
A-6. Caso D. ($\infty > G > 0.0$), ($\psi > \frac{1}{2}$)	63
Anexo B	
B-1. Integración numérica	64
Anexo C	
Diagramas de flujo	67
Programa Caso II	69
Programa Caso I	74
Programa Solución Exacta	78
Programa Isotérmico	81
Anexo D	
Nomenclatura	83

* El orden que se muestra en los programas tiene la finalidad de mostrar el modelo principal.

Índice de gráficas, figuras y tablas

Número	Título	Página
Figuras		
1	Diagrama de un extrusor plastificante, mostrando las zonas de flujo.	2
2	Esquema del proceso de extrusión generalizado	3
3	Geometría de un extrusor con husillo.	6
4	Geometría del canal del husillo después de ser desenrollado.	7
5	Representación del husillo en forma de placas paralelas.	7
6	Esquema que muestra las zonas de flujo en un extrusor.	8
7	Mecanismo de fusión de Maddock.	8
8	Tres modelos del proceso de fusión: a)Maddock, b)Dekker y c)Klenk.	9
9	Representación de la viscosidad de un polímero.	11
10	Procedimiento del método de colocación.	17
11	Esquema de Tadmor para desarrollar la simulación de un proceso.	19
12	De ϕ vs ξ causadas por $\Delta P < 0.0$.	26
13	De ϕ vs ξ causadas por $\Delta P = 0.0$.	26
14	De ϕ vs ξ causadas por $\Delta P \geq 0.0$.	26
15	Esquema de simulación.	32
16	Diagrama de Flujo "Programa Principal: Caso I y II".	67
17	Diagrama de Flujo "Subrutinas: Caso I y II".	68
Tablas		
1	Propiedades del polímero fundido	33
2	Datos generados por las gráficas 1-10.	39
3	Comportamiento de G con la variación de V y ΔT .	41
4	Comportamiento del gasto con la ΔP para dos velocidades.	44
5	Comportamiento térmico cuando varía T_w .	46
6	Comportamiento del G vs ΔP para diferentes T_w .	48
7	Comparación entre los modelos presentados en las gráficas 19 y 20.	50
8	Comparación del modelo propuesto vs datos reportados en la literatura.	50
9	Datos generados por el programa para determinar las curvas de flujo a $\Delta P = 9000$ KPa.	53
10	Comparación entre el modelo isotérmico y no isotérmico de Ellis.	54
Gráficas		
1	Efecto de α : Perfil de velocidades para -20 MPa.	34
2	Efecto de α : Perfil de temperaturas para -20 MPa.	34
3	Efecto de α : Perfil de velocidades para -12 MPa.	35
4	Efecto de α : Perfil de temperaturas para -12 MPa.	35
5	Efecto de α : Perfil de velocidades para 0.0 MPa.	36
6	Efecto de α : Perfil de temperaturas para 0.0 MPa.	36

7	Efecto de α : Perfil de velocidades para 8 MPa.	37
8	Efecto de α : Perfil de temperaturas para 8 MPa.	37
9	Efecto de α : Perfil de velocidades para 17 MPa.	38
10	Efecto de α : Perfil de temperaturas para 17 MPa.	38
11	Comportamiento de varios perfiles de velocidad.	40
12	Comportamiento de varios perfiles de temperatura.	41
13	Flujo volumétrico vs caída de presión a diferentes velocidades.	42
14	Comportamiento del gasto másico vs caída de presión a diferentes velocidades.	43
15	Perfil de velocidades a diferentes T_w .	45
16	Perfil de temperaturas para diferentes T_w .	46
17	Comportamiento del flujo vs la caída de presión variando T_w .	47
18	Comportamiento del gasto vs la caída de presión variando T_w .	47
19	Comparación de los perfiles de velocidad entre el modelo propuesto y la solución exacta.	49
20	Comparación de los perfiles de temperatura entre el modelo propuesto y la solución exacta.	49
21	Comportamiento del esfuerzo de corte y el perfil de velocidades en el canal.	51
22	Viscosidad en el canal.	51
23	Comportamiento de τ vs $\dot{\gamma}$.	52
24	Representación del comportamiento del polímero.	52
25	Comparación entre el modelo isotérmico y el no isotérmico de Ellis.	55

Introducción.

La extrusión es uno de los procesos poliméricos de mayor importancia en la industria de los polímeros ya que se encuentra involucrada en alguna etapa de su procesamiento: como es la síntesis (reacción), el mezclado o bien la obtención de productos de consumo.

El describir cada una de estas zonas para optimizar o bien determinar el comportamiento del flujo del polímero en el extrusor es muy complejo y requiere la valoración de cada una de las variables y mecanismos involucrados en los modelos que se utilizan para definir sus propiedades fisicoquímicas o por el proceso mismo. Esto con el único fin de dar los argumentos necesarios para simplificar el problema inicial y generar una simulación numérica que defina en su mayoría cada uno de estos elementos.

Una de las propiedades físicas más importantes es la viscosidad que se puede representar por diversos modelos, sin embargo, con la finalidad de observar uno diferente a los comúnmente reportados en la literatura (ley de potencia y polinomial) se decide utilizar el de Ellis.

Aunado a ello se considera que el polímero se encuentra fundido a lo largo de todo el extrusor el cual tiene una profundidad constante y es no isotérmico.

Planteado el proceso se propone un método de cálculo de tipo colocación ortogonal, como los de Michelsen-Villadsen y Galerkin. Después de analizar ambos se obtuvo que el primero presenta problemas de convergencia con ecuaciones exponenciales y trigonométricas las cuales deben ser linealizadas, mientras que el segundo ya no requiere de la linealización razón por la cual se implementó al trabajo.

Con la finalidad de dar una herramienta que sea capaz de plantear un método de cálculo sencillo para predecir la capacidad de bombeo y los perfiles tanto de flujo del material como el de temperatura dentro del extrusor, y debido a que la única forma de resolver este problema es por medio de aproximaciones numéricas, la solución se presenta en un lenguaje de programación denominado FORTRAN 90/95.

El desarrollo del trabajo se encuentra dividido por seis capítulos y cuatro anexos. El primer capítulo presenta un enfoque general del extrusor y los objetivos. El segundo capítulo está enfocado a la descripción de las partes principales del extrusor y las suposiciones que se llevan a cabo para su solución. El capítulo tres muestra un esquema del proceso para implementar el método numérico al problema planteado. El capítulo cuatro está enfocado al desarrollo matemático del flujo en el extrusor. El capítulo cinco contiene la solución y el análisis de los perfiles que se generaron así como las variables de control involucradas y la validación del modelo. El capítulo seis contiene las conclusiones. En el primer anexo (A) se desarrolla el algoritmo para el modelo isotérmico de Ellis, el anexo (B) contiene el procedimiento para obtener los perfiles por medio de una solución numérica, en el anexo (C) se muestran los diagramas de flujo de los programas computacionales y se encuentran los lenguajes de programación y finalmente el anexo (D) contiene una breve nomenclatura.

Capítulo I

Antecedentes.

Desde que un individuo ingenioso descubrió que al colocar un listón metálico alrededor de la superficie lisa de un barril proporcionaba un extrusor de tornillo, ha existido siempre el problema de saber qué ocurre y cómo se puede predecir el comportamiento de éste.

Seguramente Arquímedes no pensó en el desafío tan serio que provocaría la construcción del tornillo que se utilizó para sacar el agua de los barcos.

El problema es más importante cuando consideramos que la mayor parte de todos los polímeros pasan por lo menos una vez por un extrusor desde el reactor de polimerización hasta obtener el producto deseado. Como McKelvey¹ claramente señala "more thermoplastics are converted into useful products by extrusion than by any other method".

Los materiales termoplásticos se extruden principalmente por medio de extrusores plastificantes de monohusillo como el mostrado en la figura 1.

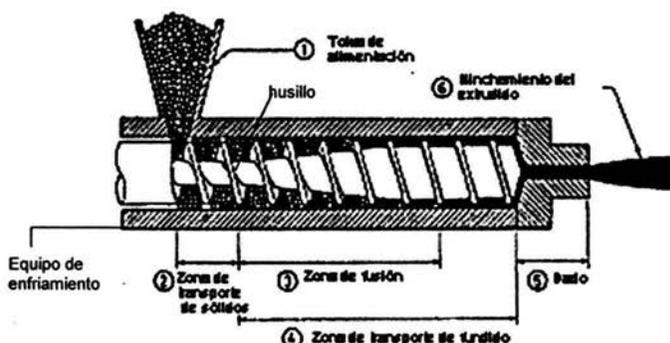


Figura 1. Diagrama de un extrusor plastificante que muestra las zonas de flujo².

El polímero sólido se introduce al extrusor a través de la tolva de alimentación aprovechando la influencia de la gravedad; el material sólido puede tener diversas formas: partículas pequeñas comprimidas ("pellets" en idioma inglés), hojuelas, polvo u otras formas. El material es transportado desde aquí hacia el interior del barril por medio del movimiento rotatorio del tornillo donde el polímero se funde, es homogeneizado y bombeado a través de un molde (o dado) a presiones y temperaturas elevadas (12MPa y 200°C son valores industriales usuales), con diámetros entre 25mm a 250mm y razones de longitud a diámetro (L/D) entre 20 a 36, con rangos de velocidades de rotación que van desde 20 a 150 revoluciones por minuto (RPM).

El transporte de las partículas de material (en estado sólido o estado líquido) es un proceso extraordinariamente complejo de describir porque el desplazamiento real de las partículas debería tomar en cuenta su movimiento helicoidal dentro de un canal cerrado que tiene al mismo tiempo la forma de una hélice. La dificultad

anterior reside en combinar la imagen de la situación física que se desea representar conjuntamente con la descripción matemática que tendría que ser en términos de coordenadas helicoidales. Sin olvidarse desde luego que, en alguna posición del tornillo desde su inicio hasta el final existe un cambio de fase del polímero, y esto originado por el aumento de temperatura a lo largo del barril, ya que para polímeros termoplásticos se debe sobrepasar una temperatura característica denominada temperatura de transición vítrea (T_g) para que las cadenas poliméricas empiecen a tener movilidad y posteriormente fluyan³.

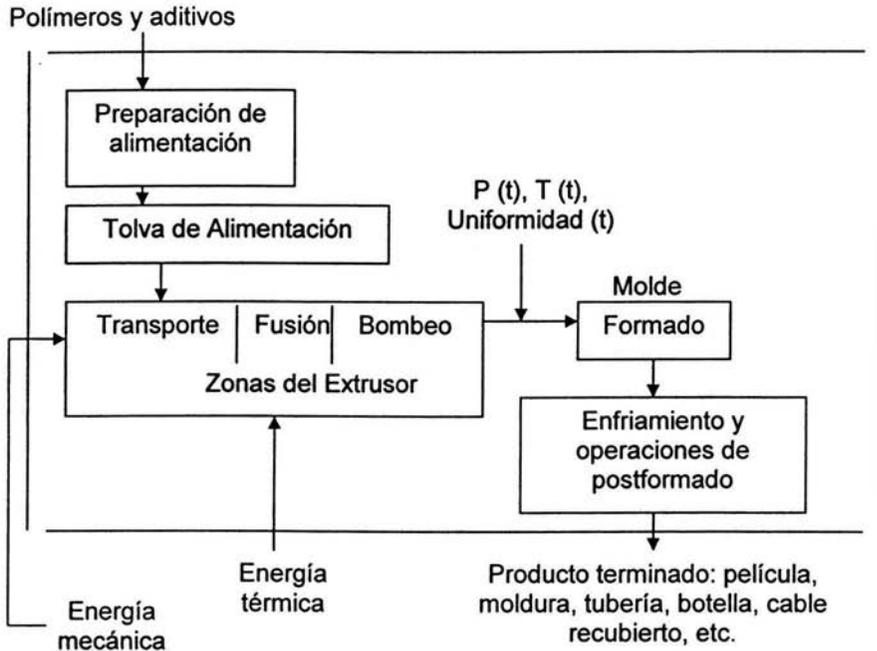


Figura 2. Esquema del proceso de extrusión generalizado.

La secuencia de transporte-fusión-bombeo (abreviado como TFB) ilustrada en la figura 2 es entonces lo suficientemente compleja como para aceptar la conveniencia de describir primero los aspectos cualitativos y cuantitativos que sean razonables para predecir el flujo de líquido antes de incluir el resto de las descripciones (preparación de alimentación, fig. 2).

En el sentido anterior se sabe que los balances de materia, movimiento y energía son las leyes que deben satisfacerse para el material en el proceso de extrusión, además de recurrir al uso de modelos reológicos ya que estos relacionan el tensor de esfuerzos \underline{T} y de velocidades de deformación $\dot{\underline{\gamma}}$ con las propiedades viscosas y elásticas del material. La ecuación de estado (comportamiento presión-

temperatura-densidad del fluido) no es necesaria en este caso porque durante el flujo de un polímero fundido la suposición de incompresibilidad es válida.

Las condiciones de operación usuales son tales que la densidad de líquido (alrededor de 1g/cm^3) prácticamente no se afecta aunque el intervalo de su viscosidad sea $10^3\text{-}10^5\text{ g/cms}$, como suele ocurrir con el procesamiento de diferentes clases de polietileno. Durante el flujo en estado líquido la viscosidad es la propiedad material más importante que se debe tener en cuenta, sobre todo porque en un material termoplástico fundido este se comporta en forma viscoelástica, para el que las descripciones matemáticas pueden ser muy complejas⁴.

En vista del comportamiento anterior se utiliza un modelo de viscosidad cuya aproximación sea razonable, como en los fluidos no newtonianos llamados puramente viscosos que tienen la forma:

$$\tau_{ij} = -\eta \dot{\gamma}_{ij} \quad (a)$$

siendo η la viscosidad no newtoniana.

En general la viscosidad para un fluido no newtoniano puramente viscoso puede representarse como:

$$\eta = \eta(P, T, C, \text{velocidad_de_deformación}) \quad (b)$$

con P como la presión, T la temperatura y C la concentración; o puede representarse también como⁵

$$\eta = \eta(P, T, C, \text{esfuerzo_cortante}) \quad (c)$$

Claramente (c) contrasta con la sencillez del líquido newtoniano incompresible para el que se reduce a

$$\mu = \mu(P, T, C) \quad (d)$$

Donde ahora μ es la viscosidad, y aunque (c) no describe un fluido viscoelástico es definitivamente una mejor opción que (d) para el flujo de interés.

Existen diversos modelos no newtonianos⁶, desde el más sencillo: el de ley de potencia, el cual, aunque es uno de los más utilizados básicamente por la simplicidad algebraica, y sólo contar con dos constantes ajustables (el índice de flujo y una viscosidad característica), presenta problemas al predecir una viscosidad infinita cuando la velocidad de deformación se aproxima a cero. Por lo que se propone el uso del modelo de Ellis que consta de tres parámetros y no presenta el inconveniente de la ley de potencia, ya que éste lo aproxima a un fluido newtoniano, mientras que a altas velocidades de deformación este modelo se maneja con un índice de flujo. Haciendo la comparación entre ambos se puede decir que es un poco más complicado algebraicamente y requiere la medición de un parámetro adicional. Sin embargo, estos datos se fijan sobre un rango más amplio de velocidad de deformación que la ley de potencia y no sufre los problemas cercanos a corte cero.

1.1 Objetivos del trabajo

(a) Desarrollar el algoritmo numérico de cálculo para la simulación del flujo de polímero fundido que permita cuantificar la capacidad de bombeo a régimen permanente de un extrusor plastificante.

(b) Comparar perfiles de velocidad y de temperatura así como de flujos másicos obtenidos con los cálculos del algoritmo desarrollados en "a" para dos modelos reológicos.

Referencias.

- 1 J. M. McKelvey, "Polymer Processing", New York, John Wiley and Sons, Inc., 1962, pp. 228
- 2 E. E. Agur, J. Vlachopoulos, "Numerical Simulation of a Single-Screw Plasticating Extruder", Polym. Eng. Sci., 22, 1084 (1982)
- 3 Julio Enrique Reyes Sáenz, "Determinación de Propiedades de Mezclas de Polímeros Acrílicos que Presentan Separación Controlada de Fases", Tesis de Licenciatura en Ing. Química, Fac. de Química, 2001, UNAM, pp. 7-12.
- 4 R. B. Byron, R. C. Armstrong, and O. Hassager, "Dynamics of Polymeric Liquids, Fluid Mechanics, volume 1", New York, John Wiley and Sons, 1977, pp. 205-256
- 5 Z. Tadmor, I. Klein, "Engineering Principles of Plasticating Extrusion", Robert E. Krieger Publishing Company, USA, 1978, p. 183
- 6 S. Middleman, "The Flow of High Polymers Continuum and Molecular Rheology", Interscience Publishers, New York, 1968, p. 246

Capítulo II

Elementos descriptivos.

2.1 Geometría del extrusor.

La geometría que se muestra en la siguiente figura será la misma que se utilizará en el análisis del modelo: altura(H), diámetro interno del barril(D_b), ancho del canal(W) expresado por la ecuación: $W = \pi D_b \text{sen}(\theta) - e$, ángulo de hélice(θ) que se mantendrá a 17.66° , claro entre la parte superior de la hélice y el barril(c), paso de la cuerda(e) y, finalmente el "pitch" o el recorrido axial de material requerido para completar una vuelta se encuentra relacionado por la ecuación: $\tan(\theta) = \frac{l}{\pi D_b}$ y

$$z = \frac{l}{\text{sen}(\theta)}$$

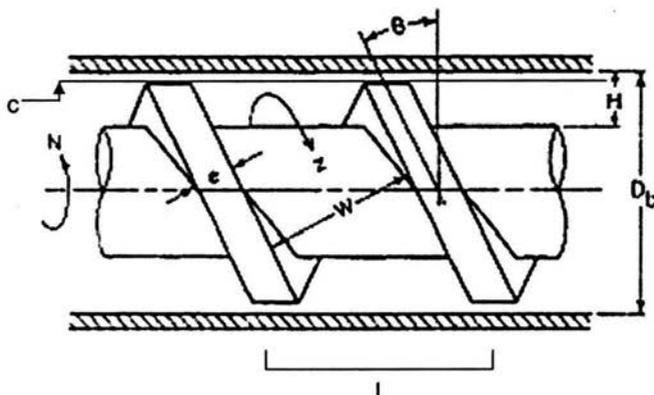


Figura 3. Geometría de un extrusor con husillo¹⁹

2.2 Campo de velocidades

Dada la geometría helicoidal del husillo y el flujo del polímero fundido en el canal, éste se vuelve muy complejo y es descrito por una "hélice dentro de otra hélice"^{20,14}. La forma de resolver este problema requiere varias simplificaciones, por lo tanto, es conveniente poner un sistema de coordenadas relativo a éste, aunque también uno puede tratar al barril como que está rotando sobre un husillo estacionario, un procedimiento válido porque las fuerzas de inercia, gravitacionales y centrífugas son despreciables en comparación con las fuerzas de presión y viscosas en el canal del husillo²¹. El método es desenrollar el husillo y tomarlo como rectilíneo (placas paralelas, figura 4), procedimiento válido ya que en la gran mayoría de los extrusores el canal del husillo es relativamente poco profundo en las regiones de flujo fundido.

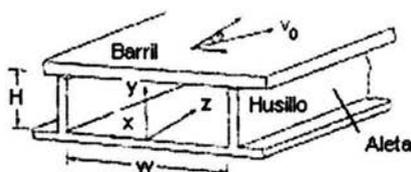


Figura 4. Geometría del canal del husillo después de ser desenrollado²¹.

Desde una vista superior se obtiene:

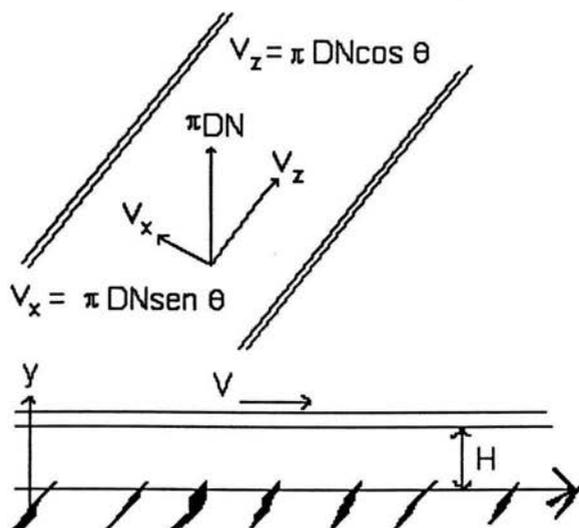


Figura 5. Representación del husillo en forma de placas paralelas.

Por lo tanto es evidente que v_x (figura 5) solamente produce circulación originada por las paredes verticales de la hélice que no dejan que el material fluya más allá de la distancia comprendida entre 0 y W , y será válido despreciar este término ya que no influirá para calcular el flujo másico al final del canal. Por lo que el campo de velocidades se puede expresar como: $\underline{v} = [0, 0, v_z(y)]$.

2.3 Fusión.

2.3.1 Desarrollo del flujo en un extrusor plastificante

Debido a que dentro del extrusor el polímero pasa por diferentes etapas (Figura 6.), se ha dividido en tres operaciones distintas o zonas funcionales^{2,3,4,5,10,11}.

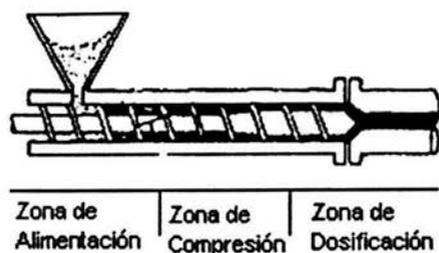


Figura 6. Esquema que muestra las zonas de flujo en un extrusor⁸

Las cuales se pueden nombrar como:

-zona de alimentación (o transporte de sólidos)

-zona de compresión (o de fusión)

-zona de dosificación (o transporte de fundido)

La zona de alimentación (que corresponde a la mayor profundidad del canal) transporta el sólido hacia adelante hasta las secciones más calientes del barril.

La zona de compresión, que es donde el sólido comienza a fundirse y los espacios entre las aletas disminuyen así como el del canal.

Y finalmente la zona de dosificación, que usualmente corresponde a las últimas vueltas del husillo, y donde el polímero está fundido homogéneamente.

2.3.2 Teorías de fusión.

El primer modelo matemático^{6,7} del proceso de fusión en un extrusor de monohusillo se basó en el mecanismo de fusión observado experimentalmente por Maddock (Figura 7.), y sucesivamente por Street, Tadmor, Vermeulen, Edmondson y Fenner⁶ en los que de acuerdo a sus observaciones, el polímero sin fundir es transportado por la acción de la base del husillo al canal del husillo como una cama sólida. El fundido fluye sobre la superficie del polímero sólido que es arrastrado y una parte de éste se ha observado que se colecta al lado de la aleta que empuja (alberca de fundido)⁵.

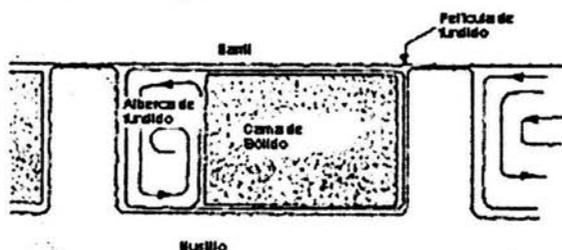


Figura 7. Mecanismo de fusión de Maddock⁵

Este mecanismo se observa cuando la temperatura del barril y el husillo exceden el punto de fusión del polímero, obteniendo una cama sólida rodeada por el fundido.

El mecanismo de Maddock (Figura 8a.) se caracteriza por la existencia de una alberca de fundido en contacto con la aleta de empuje del husillo (en el proceso de fundido, el espesor de la cama sólida decrece cuando la alberca fundida gradualmente llena la sección transversal del canal del husillo)^{12,8}.

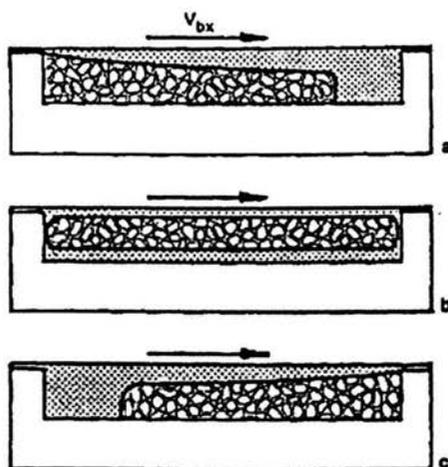


Figura 8. Tres modelos del proceso de fusión⁶: a)Maddock, b)Dekker y c)Klenk

Un segundo mecanismo (Figura 8b.) es aquel en el que la cama sólida permanece esencialmente en el centro del canal del husillo, originando que la alberca de fundido no se forme. Durante la fusión, la cama sólida disminuye en ambas direcciones, profundidad y espesor. Por lo que el fundido se acumula en una película que lo rodea. Este mecanismo es asociado con gradientes de presión apreciables en el fondo del canal.

Finalmente, un mecanismo (Figura 8c.) un poco diferente es el presentado por Meges y Klenk⁹, en el que la cama sólida se encuentra localizada en la aleta del husillo de empuje y la alberca de fundido en la aleta de arrastre, por lo que el mecanismo es al sentido inverso del presentado por Maddock.

Por lo tanto, es claro que al adicionar el fenómeno de fusión a las ecuaciones de balance el problema se convierte automáticamente en un estudio a dos fases, originando que este modelo se complique en gran medida y con ello su solución, razón por la cual no se tomarán en cuenta estos elementos.

2.4 Ecuaciones de continuidad y transferencia de momentum.

En seguida se muestran las ecuaciones de continuidad y de momentum en función de τ_{ij} (para las componentes x y z)²⁸ que ayudarán a resolver el problema planteado:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (1)$$

Componente x

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x \quad (2a)$$

Componente z

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z \quad (2b)$$

2.5 Transferencia de energía.

Como se cuenta con un proceso no isotérmico, es necesario plantear la ecuación de energía de la siguiente forma²⁸:

$$\rho \hat{C}_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = - \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \left\{ \tau_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right\} - \left\{ \tau_{xy} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \tau_{xz} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right\} \quad (3)$$

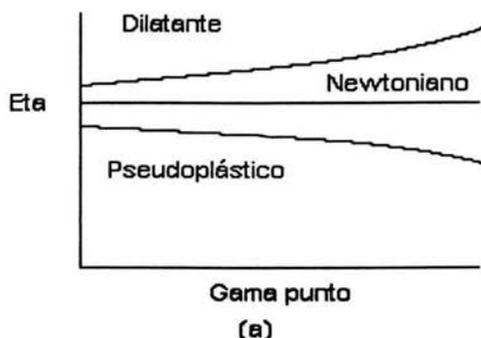
Con las componentes del vector flux de calor en coordenadas rectangulares:

$$\begin{aligned} q_x &= -k \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y &= -k \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z &= -k \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (i)$$

donde se puede observar que la conductividad térmica es constante y para un material isotrópico.

2.6 Ecuación constitutiva.

Los polímeros que se procesan en la industria se pueden dividir en fluidos newtonianos y no newtonianos dependiendo de su curva de flujo (figura 9). Aquellos polímeros en el que su comportamiento depende de la velocidad de deformación son denominados no newtonianos, ya sea que decrezca (pseudoplásticos) o incremente (dilatantes) su viscosidad¹⁵. Por lo tanto, la viscosidad es una de las propiedades físicas más importantes que deberán tomarse en cuenta al modelar el flujo del fluido para obtener los resultados deseados.



Eta: viscosidad; Gama punto: velocidad de deformación.
 Figura 9. Representación de la viscosidad de un polímero¹⁵.

En el caso particular del HDPE (polietileno alta densidad), se ha propuesto utilizar un modelo para la viscosidad tipo Ellis modificado, que tiene la siguiente forma:

$$\eta = \frac{\eta_0 \exp[-b(T - T_0)]}{1 + \left| \frac{\tau}{\alpha} \right|^q} \quad \text{Modelo de Ellis modificado} \quad (\text{ii})$$

Caso 1 $\alpha = \text{cte}$

Caso 2 $\alpha = A \exp(B(T - T_0))$

donde α es el parámetro que se manejará como una constante y en función de la temperatura (caso más general), η_0 , A, B, b y T_0 son constantes del modelo; las unidades serán para la T (temperatura) en K, τ (esfuerzo) en kPa y η (viscosidad) en kPas.

Debe observarse que el modelo aún sigue siendo muy sencillo ya que en su forma más general, debe ser función de los invariantes; sin embargo recordemos que la ecuación reológica general para fluidos newtonianos incompresibles puede escribirse como $\underline{T} = -\mu \underline{\Delta}$ con $\underline{\Delta}$ como el tensor velocidad de deformación, que

tiene elementos definidos por: $\Delta_{ij} = \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right]$, y que el coeficiente de la

viscosidad es independiente del estado de corte. La ecuación análoga $\underline{T} = -\eta \underline{\Delta}$ ha sido postulada para un fluido incompresible no newtoniano, con η como la viscosidad que se considera en función del estado de corte, que depende de los invariantes de $\underline{\Delta}$. Y estos escalares invariantes del tensor velocidad de deformación $\underline{\Delta}$ son definidos por las ecuaciones¹:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \sum_i \Delta_{ii} = 2(\nabla \cdot \mathbf{v}) \\
 I_2 &= \sum_i \sum_j (\Delta_{ij})^2 = (\underline{\Delta} \cdot \underline{\Delta}) \\
 I_3 &= \sum_i \sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk} \Delta_{i1} \Delta_{2j} \Delta_{3k} = \det \underline{\Delta}
 \end{aligned}
 \tag{iii}$$

Para fluidos incompresibles el primer invariante es cero por incompresibilidad. Entonces la viscosidad de un fluido incompresible no newtoniano depende sólo del 2do y 3er. invariantes. Y se demuestra que la viscosidad sólo es función del 2do. invariante de $\underline{\Delta}$ ya que el tercero se puede despreciar por tener un flujo unidimensional^{1,29}.

Por lo tanto el segundo invariante es:

$$I_2 = \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dy} \right)^2
 \tag{iv}$$

que en base a que se ha supuesto una sola dirección, la viscosidad solo depende del segundo término de I_2 .

2.7 Suposiciones.

Para el problema de flujo se realizan las siguientes consideraciones:

- el flujo es independiente del tiempo, completamente desarrollado y sólo se da en dirección longitudinal (eje z)
- se considera un fluido incompresible ($\rho = \text{cte}$) con conductividad térmica constante ($k = \text{cte}$) y no newtoniano (tipo Ellis)
- la zona de dosificación se extiende a lo largo de todo el husillo^{24,13}, y de esta forma se elimina el análisis del flujo de las otras zonas (fluido homogéneo)
- se desprecian efectos gravitacionales y se considera el gradiente de presión constante a lo largo del canal
- se considera que el husillo se puede desenrollar (Figura 4.) y de esta forma eliminar el problema helicoidal (Figura 3.)
- se supone un espacio entre el barril y el husillo muy pequeño en comparación a la longitud del barril, por lo que se desprecian efectos de curvatura (aproximación de lubricación)^{23,16,17,25}
- de igual forma se ha demostrado que para valores de $H/w < 0.1$ es válido suponer flujo entre placas paralelas²²
- se supone comportamiento no isotérmico (el husillo será adiabático mientras que la pared del barril se mantiene a una temperatura constante)^{26,27,16,18}
- el flujo es laminar y no existe deslizamiento en las paredes
- se considera que el husillo se mantiene fijo y el barril es el que se mueve
- el flux de calor sigue un comportamiento de acuerdo a la ley de Fourier (ec. i).

Referencias.

- 1 J. M. McKelvey, "Polymer Processing", Edit. John Wiley&Sons, New York, 1962, p. 409
- 2 E. Broyer, Z. Tadmor, "Solids Conveying in Screw Extruders Part I: Modified Isothermal Model", Polym. Eng. Sci.,12,12 (1972)
- 3 Z. Tadmor, E. Broyer, "Solids Conveying in Screw Extruders Part II: Non Isothermal Model", Polym. Eng. Sci.,12,378 (1972)
- 4 L. Kacir, Z. Tadmor, "Solids Conveying in Screw Extruders Part III: The Delay Zone", Polym. Eng. Sci.,12,387 (1972)
- 5 J. T. Lindt, "A Dynamic Melting Model For a Single-Screw Extruder", Polym. Eng. Sci.,16,284 (1976)
- 6 J. F. Ingen Housz, H. E. H. Meijer, "The Melting Performance of Single Screw Extruders", Polym. Eng. Sci.,21,352 (1981)
- 7 B. Elbirli, J. T. Lindt, S. R. Gottgetreu, S. M. Baba, "Mathematical Modeling of Melting of Polymers in a Single-Screw Extruder", Polym. Eng. Sci.,24,988 (1984)
- 8 J. T. Lindt, "Pressure Development in the Melting Zone of a Single-Screw Extruder", Polym. Eng. Sci.,21,1162 (1981)
- 9 A. P. D. Cox, J. G. Williams, D. P. Isherwood, "The Melting Behavior of a Low Density Polyethylene Powder in a Screw Extruder", Polym. Eng. Sci.,21,86 (1981)
- 10 Chris Rawendaal, "Polymer Extrusion", Edit. Hanser Publishers,USA, 1994, p. 568
- 11 S. Middleman, "Fundamentals of Polymer Processing", Edit. McGraw-Hill Book Company, USA,1977, p.525
- 12 L. F. Ramos de Valle, "Extrusión de Plásticos (Principios Básicos)", Edit. Limusa, México,1993, p.187
- 13 R. T. Fenner, "The Design of Large Hot Melt Extruders", Polym. ,16,298 (1975)
- 14 S. J. Kim, T. H. Kwon, "Accurate Determination of a Deformation Measure in the Screw Extrusion Process", Polym. Eng. Sci.,36,1454 (1996)
- 15 C. L. Tucker III, "Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing", Edit. Hanser Publishers, USA, 1989, p.623

- 16 Z. Tadmor, C. G. Gogos, "Principles of Polymer Processing", Edit. John Wiley and Sons, USA, 1979, p. 736
- 17 J. F. Agassant, P. Avenas, J. P. Sergent, P. Carreau, "Polymer Processing (Principles and Modeling)", Edit. Hanser, USA, 1991, p.475
- 18 Z. Tadmor, I. Klein, "Engineering Principles of Plasticating Extrusion", Edit. Robert E. Krieger Publishing Company, USA, 1978, p.183
- 19 E. E. Agur, J. Vlachopoulos, "Numerical Simulation of a Single-Screw Plasticating Extruder", Polym. Eng. Sci.,22,1084 (1982)
- 20 L. Erwin, F. Mokhtarian, "Analysis of Mixing in Modified Single Screw Extruders", Polym. Eng. Sci.,23,49 (1983)
- 21 R. V. Chirivella, Y. Jaluria, V. Sernas, M. Esseghir, "Extrusion of Non-Newtonian Fluids in a Single-Screw Extruder With Pressure Back Flow", Polym. Eng. Sci.,36,358 (1996)
- 22 G. Lidor, Z. Tadmor, "Theoretical Analysis of Residence Time Distribution Functions and Strain Distribution Functions in Plasticating Screw extruders", Polym. Eng. Sci.,16,450 (1976)
- 23 J. Shapiro, A. L. Halmos, J. R. A. Pearson, "Melting in Single Screw Extruders", Polym.,17,905 (1976)
- 24 H. H. Winter, "Temperature-Induced Pressure Gradient in the Clearance Between Screw Flight and Barrel of a Single Screw Extruder", Polym. Eng. Sci.,20,406 (1980)
- 25 J.R.A. Pearson, "Mechanical Principles of Polymer Melt Processing", Edit. Pergamon Press, England, 1966, p. 148
- 26 B. Elbirli, J. T. Lindt, "A Note on the Numerical Treatment of the Thermally Developing Flow in Screw Extruders", Polym. Eng. Sci.,24,482 (1984)
- 27 I. Bruker, C. Miaw, A. Hasson, G. Balch, "Numerical Analysis of the Temperature Profile in the Melt Conveying Section of a Single Screw Extruder: Comparison with Experimental Data", Polym. Eng. Sci.,27,504 (1987)
- 28 R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot, "Transport Phenomena", Edit. John Wiley & Sons, New York 1960, p.780
- 29 R. I. Tanner, "Non-Newtonian Fluid Parameter Estimation Using Conical Flows", Ind. Eng. Chem., Fundamentals, 5, 55 (1966)

Capítulo III

Método numérico

El método que se utilizó para el desarrollo de éste trabajo se basó en colocación ortogonal el cual se utiliza para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales¹.

El proceso numérico por el cual se logra la convergencia, es por medio de cálculos sucesivos y el uso de un gran número de puntos de colocación, los cuales son similares a puntos o nodos de malla en métodos de diferencias finitas.

El método de colocación ortogonal fue desarrollado por Villadsen y Stewart (1967), y es un caso especial del método de colocación y el método de residuos ponderados⁷. La solución se logra por medio de una serie de funciones conocidas; estas series de funciones son llamadas funciones prueba, las cuales son sustituidas dentro de la ecuación diferencial y el resultado es llamado el residual.

En este método la ecuación diferencial es requerida que se haga cero en una serie de puntos de malla o nodos, llamados puntos de colocación.

Supóngase el caso de colocación ortogonal por medio de polinomios de Jacobi para el problema de flujo de este trabajo:

De acuerdo a las ecuaciones de movimiento y energía se tiene:

$$\phi' = \frac{d\phi}{d\xi} = -\Gamma(m + G\xi)(1 + |m + G\xi|^q) \exp(\theta) \quad (\text{v})$$

con las condiciones de frontera de movimiento (CFM):

$$\phi(\xi = 0) = 0 \quad (\text{va})$$

$$\phi(\xi = 1) = 1 \quad (\text{vb})$$

Para la ecuación de energía:

$$\theta'' + \lambda (1 + |m + G\xi|^q)(m + G\xi)^2 \exp(\theta) = 0 \quad (\text{vi})$$

y las condiciones de frontera de energía (CFE):

$$\theta'(\xi = 0) = 0 \quad (\text{via})$$

$$\theta(\xi = 1) = \theta_w = b(T_w - T_0) \quad (\text{vib})$$

Ahora bien, el método de polinomios de Jacobi requiere que la parte exponencial sea linealizada, por lo que se realiza una expansión en series de Taylor de la siguiente forma:

$$\exp\theta = \exp\theta^* + \exp\theta^*(\theta - \theta^*) + \dots \quad (\text{vii})$$

con θ^* evaluada en un punto característico, por lo que sustituyendo en las ecuaciones de energía y movimiento se llega a:

$$\phi' = \frac{d\phi}{d\xi} = -\Gamma(m + G\xi)(1 + |m + G\xi|^q)(\exp\theta^* + \exp\theta^*(\theta - \theta^*)) \quad (\text{viii})$$

$$\theta'' + \lambda (1 + |m + G\xi|^q)(m + G\xi)^2 (\exp\theta^* + \exp\theta^*(\theta - \theta^*)) = 0 \quad (\text{ix})$$

Por lo tanto al aplicar el método de colocación se requiere que:

$$\theta'' = \sum_{i=1}^{N+2} B_{ji} \theta_i \quad \text{con } j=1,2,\dots,N+2 \quad (\text{x})$$

$$\theta' = \sum_{i=1}^{N+2} A_i \theta_i \quad (\text{xi})$$

$$\phi' = \sum_{i=1}^{N+2} A_i \phi_i \quad (\text{xii})$$

que al sustituir en (viii) y (ix) se demuestra:

$$\sum_{i=1}^{N+2} A_i \phi_i = -\Gamma(m + G\xi)(1 + \|m + G\xi\|^q)(\exp\theta^* + \exp\theta^*(\theta_2 - \theta^*)) \quad (\text{xiii})$$

con las condiciones de frontera: $\phi_1 = 0$ y $\phi_{N+2} = 1$, y para la ecuación de energía se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{N+2} B_{ji} \theta_i + \lambda (1 + \|m + G\xi\|^q)(m + G\xi)^2 (\exp\theta^* + \exp\theta^*(\theta_2 - \theta^*)) = 0 \quad (\text{xiv})$$

con la condición de frontera en el husillo igual a:

$$\sum_{i=1}^{N+2} A_i \theta_i = 0 \quad (\text{xv})$$

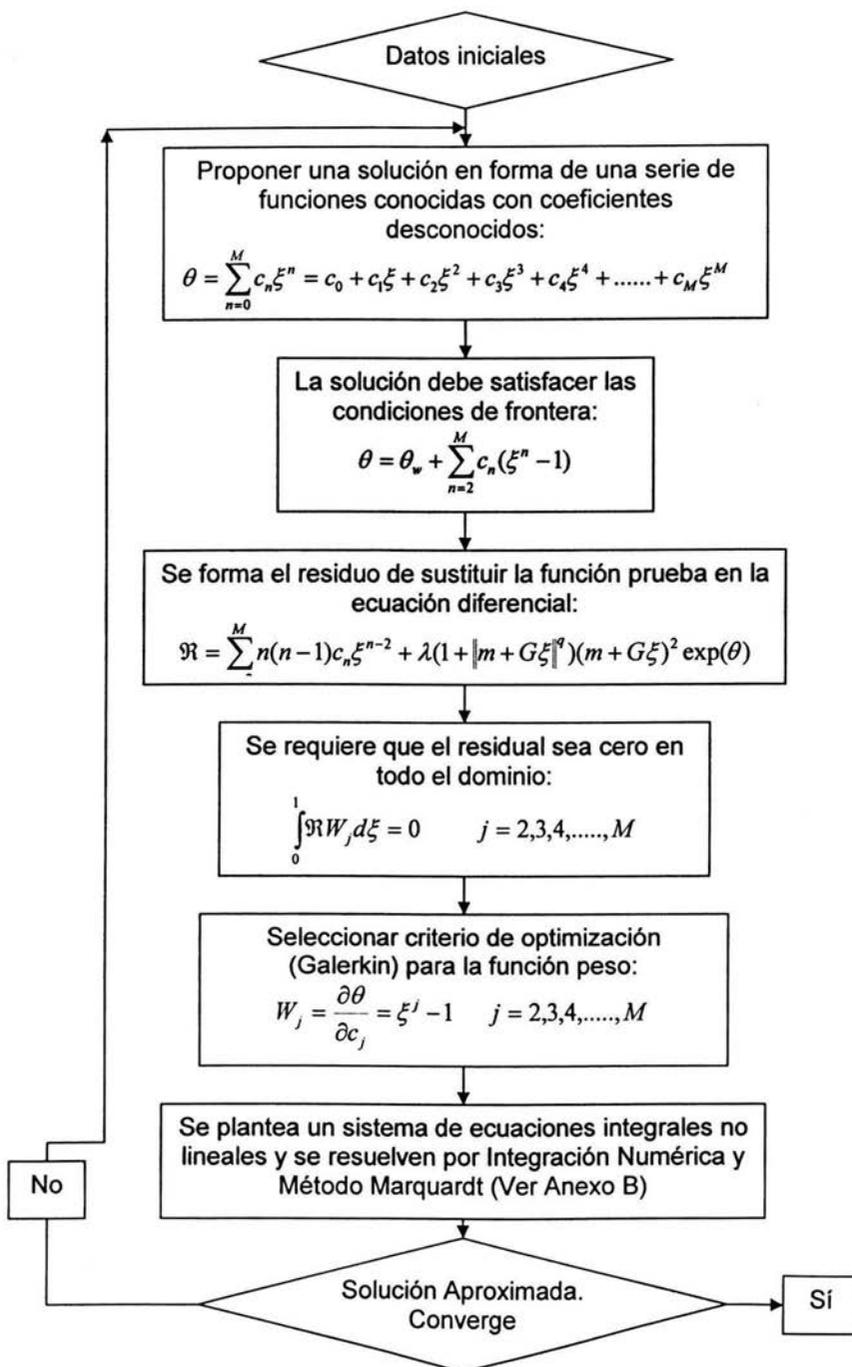
Por lo tanto despejando de la condición de frontera de energía la constante θ_1 (ecuación xv) y sustituyendo en la ecuación de energía (ecuación xiv), se obtiene junto con la ecuación de movimiento (ecuación xiii) un sistema de ecuaciones que se resuelven simultáneamente, recordando que

$$\theta_{N+2} = \theta_w \quad (\text{xvi})$$

Por lo que los términos B_{ji} y A_{ji} son los componentes de las matrices formadas por los polinomios de Jacobi que corresponden a las formas discretizadas de las derivadas correspondientes.

De este procedimiento se puede observar que el método de colocación ortogonal por polinomios de Jacobi requiere linealizar el término "exp θ " como se muestra en la ecuación (vii), por lo que será necesario un esquema de iteración dentro de otra iteración para ajustar esta expresión dentro de la solución iterativa de las ecuaciones de movimiento y energía (xiii) y (xiv) respectivamente, lo que se traduce en mayor tiempo de cálculo, mientras que por medio del método de Galerkin⁸ se evita la linealización disminuyendo el tiempo requerido; razón por la cual se implementará este método en el sistema de flujo y se muestra en el siguiente diagrama^{2,3,4,5,6}:

Figura 10. Procedimiento del método de colocación.



Referencias.

- 1 J. Villadsen and M. L. Michelsen, "Solution of Differential Equation Models by Polynomial Approximation", Edit. Prentice Hall, 1978, USA, p. 446
- 2 B. A. Finlayson, "Nonlinear Analysis in Chemical Engineering", Edit. McGraw-Hill, 1980, London, pp.73-215
- 3 J. E. Akin, "Finite Element Analysis for Undergraduates", Edit. Academic, 1986, London, p. 319
- 4 D. S. Burnett, "Finite Element Analysis", Edit. Addison-Wesley Publishing Company, 1987, USA, p. 844
- 5 O. T. Hanna and O. C. Sardall, "Computational Methods in Chemical Engineering", Edit. Prentice Hall International Series in the Physical and Chemical Engineering Sciences, 1995, USA, pp. 262-265
- 6 B. A. Finlayson, "Orthogonal Collocation in Chemical Reaction Engineering", Cat. Rev.-Sci. Eng.,10,69 (1974)
- 7 J. V. Villadsen and W. E. Stewart, "Solution of Boundary-Value Problems by Orthogonal Collocation", Commentary from Current Contents, 38,3979 (1981)
- 8 Z. Tadmor, C. G. Gogos, "Principles of Polymer Processing", Edit. John Wiley and Sons, 1979, USA, Chapter 16

Capítulo IV

Planteamiento del problema.

El procedimiento que se sigue para desarrollar el modelo matemático de éste trabajo se basa en el siguiente esquema de Tadmor¹:

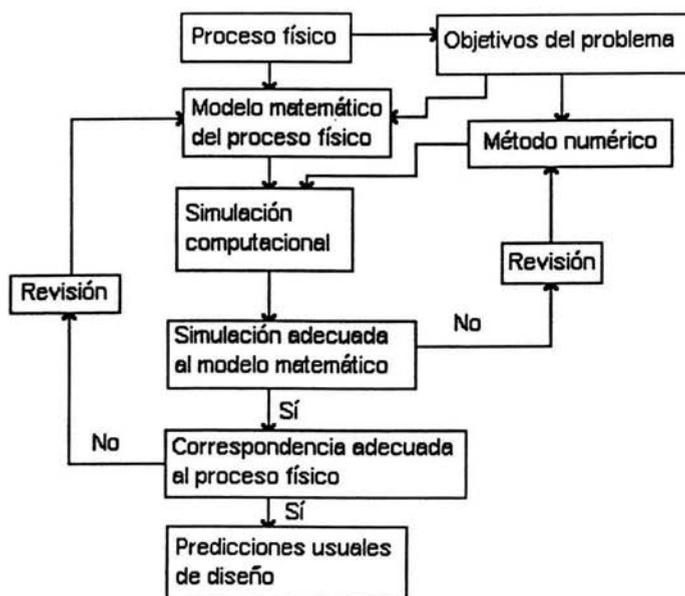


Figura 11. Esquema de Tadmor para desarrollar la simulación de un proceso¹

de acuerdo al capítulo anterior, el campo de velocidad se reduce a $\underline{v} = [0, 0, v_z(y)]$ ya que para flujo laminar unidimensional la transferencia de cantidad de movimiento sólo existe en la dirección "y" provocando el movimiento del fluido en la dirección z por lo que no hay efectos de frontera tanto en la dirección z (flujo completamente desarrollado) como en los extremos a lo largo de la dirección x (placas extremadamente anchas) es decir, a régimen independiente del tiempo, fluido incompresible y flujo completamente desarrollado, la ecuación de continuidad (1) se reduce a: $\frac{dv_z}{dz} = 0 \Rightarrow v_z \neq v_z(z)$ o bien $v_z = v_z(y)$.

y de acuerdo al vector de velocidad simplificado anteriormente, las componentes (x,y,z) de la ecuación de movimiento (2a,2b) son:

Nota: $v_z = v_z(y)$, debe leerse como v_z función de y

$$\begin{aligned}
 (4a) - \text{componente } _x & \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial x} \\
 (4b) - \text{componente } _y & \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y \\
 (4c) - \text{componente } _z & \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}
 \end{aligned}$$

de la ecuación 4b y las suposiciones del capítulo II se puede eliminar el término " ρg_y " y de (4c) se tiene $\tau_{yz} = \tau_{xy}$ que para un fluido puramente viscoso es⁵:

$$\tau_{yz} = -\eta \frac{dv_z}{dy} \quad (5)$$

siendo $\eta = \eta(\tau, T)$ de acuerdo a la ecuación (ii), y la diferencial total de presión "dp" se puede representar como:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (5a)$$

por lo que insertando las ecuaciones 4a y 4b en 5a y posteriormente despejando, se obtiene que:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz} \quad (5b)$$

que finalmente al insertar 4c en 5b se obtiene:

$$-\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = \frac{dp}{dz} \quad (5c)$$

por lo que si $\frac{dp}{dz} = \frac{dp}{dz}(z)$ entonces 5c indica que $-\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}$ también sería función de z pero por suposición de flujo unidireccional no lo es, de tal forma que 5c indica que $\frac{dp}{dz}$ sea una constante porque de otra forma el balance de fuerzas no satisface las suposiciones; por ello es que:

$$-\frac{dp}{dz} = -\left(\frac{p_0 - p_L}{0 - L}\right) = \frac{\Delta p}{L} \quad (5d)$$

siguiendo con la nomenclatura que se ha utilizado.

Al combinar las ecuaciones (5c) y (5d), se obtiene la ecuación diferencial ordinaria que gobernará el perfil de esfuerzos como sigue:

$$\frac{d\tau_{yz}}{dy} = \frac{\Delta p}{L} \quad (6)$$

con las condiciones de frontera 1 y 2 de movimiento (CFM):

$$\begin{aligned}
 v_z(y=0) &= 0 \\
 v_z(y=H) &= V
 \end{aligned} \quad (6a \text{ y } 6b)$$

Nota: $\eta = \eta(\tau, T)$ debe leerse como η función de τ y de T

$$\frac{dp}{dz} = \frac{dp}{dz}(z) \text{ debe leerse como } \frac{dp}{dz} \text{ función de } z$$

y al obtener la solución general de 6 se tiene:

$$\tau_{yz} = \frac{\Delta p}{L} y + M_1 \quad (7)$$

siendo M_1 la constante de integración, e insertando 5 en 7 se obtiene:

$$\frac{dv_z}{dy} = -\frac{1}{\eta} \left(\frac{\Delta p}{L} y + M_1 \right) \quad (8)$$

que posteriormente se sustituye el comportamiento para η (ecuación ii, caso 1), obteniendo:

$$\frac{dv_z}{dy} = -\left(\frac{1}{\eta_0} \right) \left[1 + \left\| \frac{\tau_{yz}}{\alpha} \right\|^q \right] \left(\frac{\Delta p}{L} y + M_1 \right) \exp[b(T - T_0)] \quad (9)$$

a la que se sustituye nuevamente 7 para obtener:

$$\frac{dv_z}{dy} = -\left(\frac{1}{\eta_0} \right) \left[1 + \left\| \left(\frac{\Delta p}{L} y + m \right) \right\|^q \right] \left(\frac{\Delta p}{L} y + m \right) \alpha \exp[b(T - T_0)] \quad (10)$$

en la que $m = \frac{M_1}{\alpha}$ es la primer constante de integración en forma adimensional.

Obsérvese que es preferible trabajar en términos adimensionales, ya que de esta forma se logra acotar el problema y las ecuaciones que resultan son más fáciles de trabajar gracias al agrupamiento de ciertas variables, con lo que las nuevas variables que se utilizarán son:

$$\xi = y/H \quad (11a)$$

$$\phi = v_z/V \quad (11b)$$

$$\theta = b(T - T_0) \quad (11c)$$

Para realizar el cambio de variable a las ecuaciones de movimiento y energía con el único fin de tenerlas en forma adimensional, se requiere derivar (11a, b y c):

$$\xi = y/H \quad \Rightarrow \quad \frac{d\xi}{dy} = \frac{1}{H} \quad (12a)$$

$$\phi = v_z/V \quad \Rightarrow \quad \frac{d\phi}{dv_z} = \frac{1}{V} \quad (12b)$$

$$\theta = b(T - T_0) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\theta}{b} + T_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{d\theta} = \frac{1}{b} \quad (12c)$$

por lo que sustituyendo (12a) en la ecuación (6), se llega a:

$$\frac{d\tau_{yz}}{H d\xi} = \frac{\Delta p}{L} \quad \Rightarrow \quad \int d\tau_{yz} = \int \frac{\Delta p}{L} H d\xi \quad \Rightarrow \quad \tau_{yz} = \frac{\Delta p}{L} H \xi + M_1 \quad (13a)$$

que multiplicando ambos lados por α , para llevarla a la forma del modelo de viscosidad que se planteó (ii caso 1), se obtiene la ecuación del esfuerzo en forma adimensional

$$\frac{\tau}{\alpha} = m + G\xi \quad (13b)$$

Con

$$G = \frac{H\Delta p}{\alpha L} \quad (13c)$$

y para obtener las ecuaciones de movimiento y energía en forma adimensional, se requiere el uso de la regla de la cadena como sigue:

$$\frac{dv_z}{dy} = \frac{d\xi}{dy} \frac{d\phi}{d\xi} \frac{dv_z}{d\phi} = \frac{V}{H} \frac{d\phi}{d\xi} = \frac{V}{H} \phi' \quad (14a)$$

$$\frac{dT}{dy} = \frac{d\xi}{dy} \frac{d\theta}{d\xi} \frac{dT}{d\theta} = \frac{1}{bH} \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{1}{bH} \theta' \quad (14b)$$

$$\frac{d^2T}{dy^2} = \frac{d\xi}{dy} \frac{d}{d\xi} \frac{dT}{d\xi} = \frac{1}{bH^2} \frac{d^2\theta}{d\xi^2} = \frac{1}{bH^2} \theta'' \quad (14c)$$

por lo que sustituyendo en (10) las ecuaciones (14a, 11a y 11c), se obtiene:

$$-\frac{V}{H} \phi' = \frac{(m + G\xi)\alpha \exp(\theta)}{\eta_0} (1 + |m + G\xi|^q) \quad (15a)$$

$$\phi' = -\Gamma(m + G\xi)(1 + |m + G\xi|^q) \exp(\theta) \quad (15b)$$

donde

$$\Gamma = \frac{H\alpha}{V\eta_0} \quad (15c)$$

con las condiciones de frontera de movimiento (CFM):

$$\phi(\xi = 0) = 0 \quad (16a)$$

$$\phi(\xi = 1) = 1 \quad (16b)$$

y la ecuación de energía (3), se simplifica de la siguiente manera después de todas las suposiciones realizadas en 2.7

$$0 = -\frac{dq_y}{dy} - \tau_{yz} \frac{dv_z}{dy} \quad (17)$$

por lo que el flux de calor será:

$$q_y = -k \frac{dT}{dy} \quad (18)$$

y sustituyendo (18 y 5) en (17):

$$0 = -\frac{d}{dy} \left(-k \frac{dT}{dy} \right) + \frac{(\tau_{yz})^2}{\eta} \quad (19)$$

con las condiciones de frontera de energía (CFE) en un inicio planteadas, una pared adiabática y la otra a la T de la pared³:

$$q_y(y=0) = 0 \quad (20a \text{ y } b)$$

$$T(y=H) = T_w$$

y en forma adimensional, se realiza el cambio de variable de la ecuación (14c y 13b), para obtener:

$$k \frac{d^2 T}{dy^2} = k \frac{1}{bH^2} \theta'' = -(m + G\xi)^2 \frac{\alpha^2 \exp(\theta)}{\eta_0} (1 + \|m + G\xi\|^q) \quad (21a)$$

donde

$$\theta'' = -(m + G\xi)^2 \frac{bH^2 \alpha^2 \exp(\theta)}{k\eta_0} (1 + \|m + G\xi\|^q) \quad (21b)$$

con

$$\lambda = \frac{b(H\alpha)^2}{k\eta_0} \quad (21c)$$

obteniendo finalmente:

$$\theta'' + \lambda (1 + \|m + G\xi\|^q)(m + G\xi)^2 \exp(\theta) = 0 \quad (22)$$

con las condiciones de frontera de energía (CFE):

$$\theta'(\xi = 0) = 0 \quad (22a)$$

$$\theta(\xi = 1) = \theta_w = b(T_w - T_0) \quad (22b)$$

Y finalmente para poder obtener el flujo volumétrico (Q), se obtiene integrando la componente z del vector velocidad, sobre la sección transversal de flujo, generando:

$$Q = \int_0^w \int_0^H v_z(y) dy dx \quad (23a)$$

$$Q = w \int_0^H v_z dy$$

y en forma adimensional, se sustituye (11a y 11b):

$$Q = w \int_0^H v_z dy \Rightarrow Q = w \int_0^H V H \phi d\xi \Rightarrow \frac{Q}{wVH} = \psi = \int_0^H \phi d\xi \quad (23b)$$

quedando finalmente

$$\psi = \int_0^1 \phi d\xi \quad (23c)$$

y para facilitar la solución se integra por partes (23c), obteniendo:

$$\psi = 1 - \int_0^1 \xi \frac{d\phi}{d\xi} d\xi \quad (24)$$

y es claro que para poder determinar el flujo, será necesario conocer primero el perfil de velocidades, por lo que sustituyendo (15b) en (24) se obtiene:

$$\psi = 1 + \Gamma \int_0^1 \xi (1 + \|m + G\xi\|^q)(m + G\xi) \exp(\theta) d\xi \quad (25)$$

por lo tanto para obtener el perfil de velocidades, se integra (15b), obteniendo:

$$\phi = -\Gamma \int_0^\xi (1 + \|m + G\xi\|^q)(m + G\xi) \exp(\theta) d\xi \quad (26)$$

donde se puede observar que (13b) genera una constante por determinar (m) la cual se puede obtener de (26) con las CFM y posteriormente igualar a cero para obtener:

$$f(m) = 1 + \Gamma \int_0^1 (1 + \|m + G\xi\|)(m + G\xi) \exp(\theta) d\xi \quad (27)$$

Recordemos que la funcionalidad de la temperatura sigue existiendo, por lo que será necesario plantear un método de solución para un sistema de ecuaciones no lineales con valores a la frontera; además se sigue contando con una segunda derivada en la temperatura, por lo que para resolver el sistema lo más conveniente es utilizar un método numérico en especial del tipo de residuo ponderado (colocación ortogonal) con un criterio de optimización (Galerkin)⁶, cuidando los problemas de convergencia.

Este método no restringe la función de aproximación pero es claro que el más sencillo es uno de tipo polinomial como el que se muestra:

$$\theta = \sum_{n=0}^M c_n \xi^n = c_0 + c_1 \xi + c_2 \xi^2 + c_3 \xi^3 + c_4 \xi^4 + \dots + c_M \xi^M \quad (28a)$$

$$\theta' = c_1 + 2c_2 \xi + 3c_3 \xi^2 + 4c_4 \xi^3 + \dots + M c_M \xi^{M-1} = \sum_{n=1}^M n c_n \xi^{n-1} \quad (28b)$$

$$\theta'' = 2c_2 + 6c_3 \xi + 12c_4 \xi^2 + \dots + M(M-1)c_M \xi^{M-2} = \sum_{n=2}^M n(n-1)c_n \xi^{n-2} \quad (28c)$$

Por lo tanto sustituyendo (22a) en (28b) se obtiene que $c_1=0$, y de (22b) en (28a) $c_0 = \theta_w - c_2 - c_3 - \dots$, de aquí que (28a) se puede escribir como:

$$\theta = \theta_w + c_2(\xi^2 - 1) + c_3(\xi^3 - 1) + c_4(\xi^4 - 1) + \dots + c_M(\xi^M - 1) + \dots \quad (28d)$$

que es lo mismo que:

$$\theta = \theta_w + \sum_{n=2}^M c_n (\xi^n - 1) \quad (28e)$$

siendo el perfil de temperaturas⁴.

Siguiendo el método de Galerkin, los pesos W con los que él pondera son:

$$W_j = \frac{\partial \theta}{\partial c_j} = \xi^j - 1, \quad j = 2, 3, 4, \dots, M \quad (29)$$

El residuo \mathfrak{R} se genera de sustituir (28c) y (28e) en (22), obteniendo:

$$\mathfrak{R} = \sum_{n=2}^M n(n-1)c_n \xi^{n-2} + \lambda(1 + \|m + G\xi\|)(m + G\xi)^2 \exp(\theta) \quad (30)$$

Con un conjunto de ecuaciones simultáneas a resolver:

$$\int_0^1 \mathfrak{R} W_j d\xi = 0, \quad j = 2, 3, 4, \dots, M \quad (31)$$

más la ec. (27), que proporcionarán las constantes del perfil de temperatura (ec. 28e) y la constante de integración de la ecuación de esfuerzos (ec. 13b), para posteriormente obtener el perfil de velocidades (ec. 26) y el gasto volumétrico (ec. 25). Como parámetros adicionales, se puede calcular el esfuerzo de corte (ec. 13b) generado en el canal por efecto del movimiento del fluido, y con la ecuación 15b se puede determinar la velocidad de deformación, finalmente con estos

resultados y la ecuación (5), se puede determinar el comportamiento viscoso del material para las condiciones de operación que se manejen.

De acuerdo al capítulo II, se hace mención del modelo reológico que será utilizado (ec. ii) en la que se cuenta con dos casos particulares, el caso 1 que fue el desarrollo anterior y para el caso más general en el que el modelo de Ellis modificado tiene una dependencia aún mayor con la temperatura (ec. (ii) Caso 2) será desarrollado a continuación, sin embargo ya que el planteamiento del problema es muy similar al caso donde $\alpha = \text{cte.}$ (desarrollo anterior), se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\phi' = \frac{d\phi}{d\xi} = -\Gamma(m + G\xi)(1 + \|m + G\xi\|^q \exp(e\theta))\exp(\theta) \quad (32)$$

$$\theta'' + \lambda(1 + \|m + G\xi\|^q \exp(e\theta))(m + G\xi)^2 \exp(\theta) = 0 \quad (33)$$

que son la derivada de la velocidad y la segunda derivada de la temperatura consecutivamente, con $e = \frac{qB}{b}$, mientras que la ecuación que determinará la constante de integración (m), en este caso será:

$$f(m) = 1 + \Gamma \int_0^1 (1 + \|m + G\xi\|^q \exp(e\theta))(m + G\xi) \exp(\theta) d\xi \quad (34)$$

y para el gasto :

$$\psi = 1 + \Gamma \int_0^1 \xi (1 + \|m + G\xi\|^q \exp(e\theta))(m + G\xi) \exp(\theta) d\xi \quad (35)$$

y el perfil de velocidades, se obtiene como:

$$\phi = -\Gamma \int_0^\xi (1 + \|m + G\xi\|^q \exp(e\theta))(m + G\xi) \exp(\theta) d\xi \quad (36)$$

conservando el mismo método numérico se proponen nuevamente soluciones de tipo polinomial y se obtienen ecuaciones similares para los perfiles de temperatura, siendo ahora el caso de los residuos:

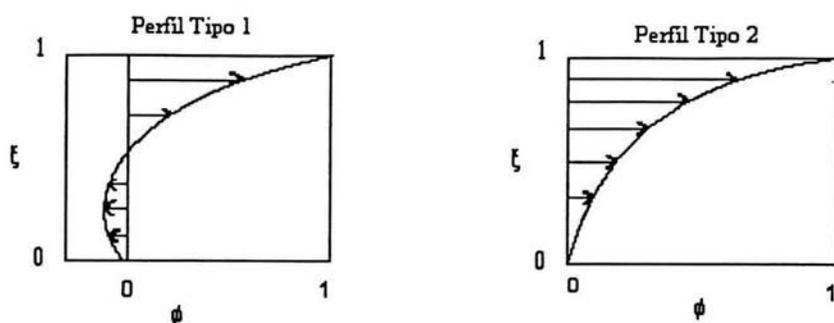
$$\mathfrak{R} = \sum_{n=2}^M n(n-1)c_n \xi^{n-2} + \lambda(1 + \|m + G\xi\|^q \exp(e\theta))(m + G\xi)^2 \exp(\theta) \quad (37)$$

y el conjunto de ecuaciones simultaneas a resolver:

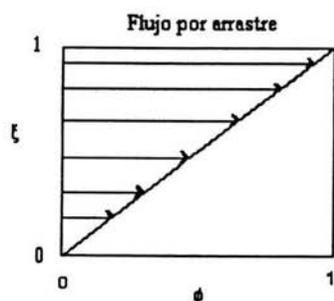
$$\int_0^1 \mathfrak{R} W_j d\xi = 0 \quad , \quad j = 2, 3, 4, \dots, M \quad (38)$$

más la ecuación (34), siguiendo el mismo procedimiento de solución que el caso anterior ($\alpha = \text{cte.}$).

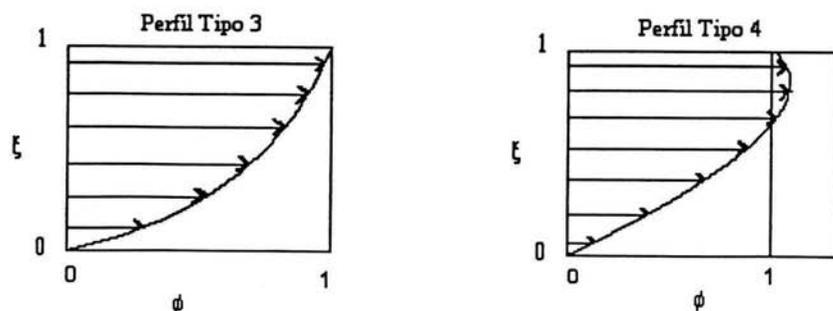
Debe entenderse que los perfiles de velocidades que se obtendrán dependerán en gran medida de la caída de presión (ecuación 10)², por lo que a ΔP negativos (también conocido como descarga cerrada, ya que la presión a la salida del extrusor es mayor que a la entrada) se generarán gráficos de las siguientes formas.

Figura 12. de ϕ vs ξ causadas por $\Delta P < 0.0$

Donde se aprecian dos perfiles de velocidades adimensionales en el canal, siendo el lado izquierdo para una $\Delta P \ll 0.0$, mientras que el lado derecho corresponde a una $\Delta P < 0.0$ (figura 12).

Figura 13. de ϕ vs ξ causadas por $\Delta P = 0.0$

Y por lo tanto para ΔP positivos se obtendrán:

Figura 14. de ϕ vs ξ causadas por $\Delta P \geq 0.0$

Generando gráficos en los que a medida que aumente la ΔP (al que se le conoce como flujo con descarga variable) se obtiene un máximo en el perfil de velocidades adimensional (tipo 4), no así cuando se tienen moderadas ΔP positivas, o bien cuando se tiene una $\Delta P=0.0$ que sería el caso de flujo por arrastre únicamente; obsérvese que cuando se tiene un fluido sin dependencia con la temperatura el perfil del lado izquierdo (tipo 3) es una línea recta de 45° (figura 13)^{7,8,9}, sin embargo una de las hipótesis que se puede plantear es generar un perfil tipo 3 originado por la dependencia de η con la temperatura, de ahí su curvatura.

También se puede deducir de estas gráficas que la integral de área representada por la zona de flechas es mayor en el caso con ΔP positivas, lo que indica mayor flujo volumétrico, una hipótesis más que deberá corroborarse¹⁰.

4.1 Solución exacta.

Como caso particular se plantea la solución exacta del modelo cuando la $\Delta P=0.0$ (flujo por arrastre), esto con la única finalidad de ver la variación que se obtiene entre ambos problemas (con el modelo resuelto por medio del método numérico y la solución exacta) bajo las mismas condiciones de operación; esto ayudará a corroborar la validez de resolver este problema por medio del método de Galerkin. Por lo tanto, partiendo de la ecuación (13b) y planteando que la $\Delta P=0.0$, que implica $G=0.0$ (de la ecuación 13c) de la siguiente forma:

$$\frac{\tau}{\alpha} = m \quad (39)$$

y para obtener la ecuación de energía se sigue el mismo desarrollo que en los casos anteriores, con la única variante de que:

$$\lambda^2 = \frac{b(H\alpha)^2}{k\eta_0} \quad (40)$$

por lo que se obtiene:

$$\theta_e'' + \lambda^2(1 + |m|^q)m^2 \exp(\theta_e) = 0 \quad (41)$$

Además, simplificando aún más (41), se puede tener que:

$$K = \lambda^2(1 + |m|^q)m^2 = cte \quad (42a)$$

de esta forma se llega a:

$$\theta_e'' = -K \exp(\theta_e) \quad (42b)$$

y con esto se tiene una visión más clara de la integración que se resolverá, por lo que multiplicando (42b) por θ_e' para llevarla a una ecuación conocida y poder integrarla:

$$\begin{aligned} \theta_e'' \theta_e' &= -K \theta_e' \exp(\theta_e) \\ \int \theta_e'' \theta_e' &= \frac{1}{2} (\theta_e')^2 \\ \int \theta_e' \exp(\theta_e) &= \exp(\theta_e) \end{aligned} \quad (43)$$

que al sustituir las integrales anteriores se obtiene:

$$\frac{1}{2}(\theta'_e)^2 = -K \exp(\theta_e) + cte \quad (44)$$

y arreglando y aplicando la CFE1 se demuestra:

$$\begin{aligned} (\theta'_e)^2 &= -2K \exp(\theta_e) + cte \\ CFE1: \theta'_e(\xi = 0) &= 0 \therefore \\ cte &= 2K \exp(\theta_e) \end{aligned} \quad (45)$$

que después de sustituir y realizar el álgebra correspondiente se llega a

$$(\theta'_e)^2 = 2K[\exp(\theta_e) - \exp(\theta_e)] \quad (46)$$

o bien

$$(\theta'_e)^2 = 2K \exp(\theta_e)[1 - \exp(\theta_e - \theta_e)] \quad (47)$$

y de (47) se puede realizar un cambio de variable como:

$$\cosh^2(u) = \exp(\theta_e - \theta_e) \quad (48)$$

donde al despejar "u" de la ecuación (48) podemos encontrar que:

$$\cosh(u) = (\exp(\theta_e - \theta_e))^{\frac{1}{2}} \quad (49a)$$

$$u = \operatorname{arccosh}(\exp(\theta_e - \theta_e)^{\frac{1}{2}}) \quad (49b)$$

que al derivar¹¹ con respecto a θ_e , encontramos:

$$\frac{du}{d\theta_e} = -\frac{1}{2} \frac{\exp(\theta_e - \theta_e)^{-\frac{1}{2}} \exp(\theta_e - \theta_e)}{\sqrt{(\exp(\theta_e - \theta_e)^{\frac{1}{2}})^2 - 1}} \quad (50a)$$

finalmente, reagrupando y elevando al cuadrado para obtener θ_e^2 , se obtiene:

$$\frac{du}{d\theta_e} = -\frac{1}{2} \frac{\exp(\theta_e - \theta_e)}{\exp(\theta_e - \theta_e)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\exp(\theta_e - \theta_e) - 1}} \quad (50b)$$

$$\left(\frac{du}{d\theta_e}\right)^2 = \frac{1}{4} \frac{\exp(\theta_e - \theta_e) \exp(\theta_e - \theta_e)}{(\exp(\theta_e - \theta_e)^{\frac{1}{2}})^2 (\sqrt{\exp(\theta_e - \theta_e) - 1})^2} \quad (50c)$$

$$\left(\frac{du}{d\theta_e}\right)^2 = \frac{1}{4} \frac{\exp(\theta_e - \theta_e)}{\exp(\theta_e - \theta_e) - 1} \quad (50d)$$

y posteriormente despejando $(\theta'_e)^2$ y sustituyendo en (47), se calcula:

$$\begin{aligned} (d\theta_e)^2 &= \frac{4}{1} \frac{(du)^2 (\exp(\theta_e - \theta_e) - 1)}{\exp(\theta_e - \theta_e)} \\ \frac{4(du)^2 (\exp(\theta_e - \theta_e) - 1)}{\exp(\theta_e - \theta_e)} &= 2K \exp(\theta_e) (1 - \exp(\theta_e - \theta_e)) \\ \exp(\theta_e - \theta_e) (1 - \exp(\theta_e - \theta_e)) &= (\exp(\theta_e - \theta_e) - \exp(\theta_e - \theta_e) \exp(\theta_e - \theta_e)) \quad (51) \\ \exp(\theta_e - \theta_e) (1 - \exp(\theta_e - \theta_e)) &= (\exp(\theta_e - \theta_e) - 1) \\ (du)^2 &= \frac{2}{4} \frac{K \exp(\theta_e) (\exp(\theta_e - \theta_e) - 1)}{(\exp(\theta_e - \theta_e) - 1)} \end{aligned}$$

y después de un poco de álgebra:

$$(du)^2 = \frac{K}{2} \exp(\theta_c) = 0.5K \exp(\theta_c) = cte \quad (52)$$

donde se despeja du de (52) y se sustituye (42a) de tal forma que quede:

$$\begin{aligned} du &= \sqrt{\frac{1}{2} K \exp(\theta_c)} = C \\ C &= \sqrt{\frac{1}{2} \lambda^2 m^2 (1 + |m|^q) \exp(\theta_c)} \\ C &= \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda m (1 + |m|^q)^{0.5} \exp(0.5\theta_c) \end{aligned} \quad (53)$$

e integrando (52) con respecto a ξ :

$$u = C\xi + c_2 \quad (54)$$

por lo que se sustituye (54) en (48) y, como se busca obtener el perfil de temperaturas se despeja θ_c de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \cosh^2(C\xi + c_2) &= \exp(\theta_c - \theta_e) \\ \ln[\cosh^2(C\xi + c_2)] &= \ln[\exp(\theta_c - \theta_e)] \\ \theta_e &= \theta_c - 2\ln[\cosh(C\xi + c_2)] \end{aligned} \quad (55)$$

recordando que:

$$[\cosh(C\xi + c_2)]^{-1} = \frac{1}{\cosh(C\xi + c_2)} = \operatorname{sech}(C\xi + c_2)$$

se puede llegar finalmente a:

$$\theta_e = \theta_c + 2\ln[\operatorname{sech}(C\xi + c_2)] \quad (56)$$

y derivando (56) se demuestra:

$$\theta_e' = \frac{2C[-\operatorname{sech}(C\xi + c_2) \tanh(C\xi + c_2)]}{\operatorname{sech}(C\xi + c_2)} \quad (57)$$

que arreglando:

$$\theta_e' = -2C \tanh(C\xi + c_2) \quad (58)$$

mientras que para determinar la constante de integración se utiliza la primera condición de frontera de energía (22a), resultando que ($c_2=0.0$), por lo tanto al sustituir en la ecuación (56) se puede obtener el perfil de temperaturas, y la CFE2 (22b) nos proporciona una función con la cual podemos determinar θ_c de la forma:

$$F(\theta_c) = \theta_c + 2\ln[\operatorname{sech}(C)] - \theta_w = 0 \quad (59)$$

y para el perfil de velocidades se tiene que $G=0.0$, por lo que sustituyendo (56) en (15b) e integrando se puede obtener la siguiente ecuación como:

$$\phi_e = M_2 - \frac{\Gamma}{C} (m)(1 + |m|^q) \exp(\theta_c) \tanh(C\xi) \quad (60)$$

y nuevamente para determinar la constante de integración M_2 de la ecuación (60) se hace uso de la CFM1(16a) y se obtiene que $M_2=0.0$; y con CFM2 (16b), se obtiene una ecuación en función de la constante m como:

$$f(m) = C + m\Gamma(1 + |m|^q) \exp(\theta_c) \tanh(C) = 0 \quad (61)$$

de donde con (59) y (61) se calculan las constantes (m y θ_c), teniendo en cuenta que se tendrá que resolver un sistema algebraico de ecuaciones no lineales. Finalmente para calcular el gasto volumétrico se sustituye (60) en (23c) de la forma:

$$\Psi_e = -\frac{\Gamma}{C}(m)(1 + |m|^q) \exp(\theta_c) \int_0^1 \tanh(C\xi) d\xi \quad (62)$$

y resolviendo la integral de (62), se llega a:

$$\Psi_e = -\frac{\Gamma}{C^2}(m)(1 + |m|^q) \exp(\theta_c) \ln(\cosh(C)) \quad (63)$$

y de acuerdo a (48) también se puede reescribir como:

$$\Psi_e = -\frac{\Gamma}{2C^2}(m)(1 + |m|^q)(\theta_c - \theta_w) \exp(\theta_c) \quad (64)$$

finalmente con los valores de ψ_e y ψ (ecuación 25) se puede calcular la variación (%Diferencia) entre ambos y de esta forma conocer la validez del método numérico y su planteamiento.

Referencias.

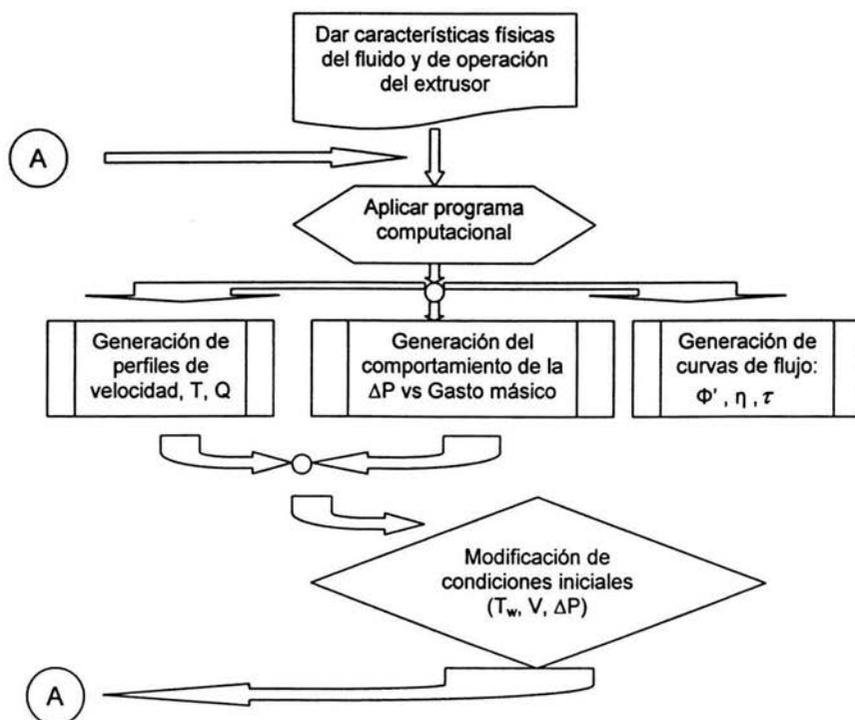
- 1 C. L. Tucker III, "Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing", Edit. Hanser Publishers, USA, 1989, p.623
- 2 H. A. A. Helmy, J. Parnaby, "Computer-Aided Optimal Melt Screw Design", Polym. Eng. Sci.,16,437 (1976)
- 3 B. Elbirli, J. T. Lindt, "A Note on the Numerical Treatment of the Thermally Developing Flow in Screw Extruders", Polym. Eng. Sci.,24,482 (1984)
- 4 I. Bruker, C. Miaw, A. Hasson, G. Balch, "Numerical Analysis of the Temperature Profile in the Melt Conveying Section of a Single Screw Extruder: Comparison with Experimental Data", Polym. Eng. Sci.,27,504 (1987)
- 5 R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot, "Transport Phenomena", Edit. John Wiley & Sons, New York 1960, p.780
- 6 M. H. R. Ghoreishy, M. R. Nouri, "Finite Element Analysis of Thermoplastic Melts Flow through the Metering and Die Regions of Single Screw Extruders", J. Appl. Polym. Sci.,74,676 (1999)
- 7 Chávez Guzmán José Luis, "Simulación de las Características de Operación para Extrusores Plastificantes con Husillos de Canal Constante y Variable: Zona de Dosificación", Tesis de Licenciatura en Ing. Química, Fac. de Química, UNAM, 1993, p.130
- 8 Pérez Xicohtencatl Marciano, "Modelado del Flujo de Termoplásticos Fundidos en Extrusores Plastificantes: Ecuaciones Newtonianas Generalizadas Unidimensionales", Tesis de Licenciatura en Ing. Química, Fac. de Química, UNAM, 1992, p.147
- 9 Pérez Guevara Fermín, "Modelado Unidimensional No Isotérmico del Proceso de Fusión en Extrusores Plastificantes", Tesis de Maestría en Ing. Química, Fac. de Química, UNAM, 1988, p.170
- 10 A. Lawal, D. M. Kalyon, "Nonisothermal Extrusion Flow of Viscoplastic Fluids With Wall Slip", Int. J. Heat Mass Transfer,40,3883 (1997)
- 11 W. A. Granville, P. F. Smith, W. R. Longley, "Cálculo Diferencial e Integral", Edit. Hispano-americana, México,1969, p.677

Capítulo V

Resultados y Discusión.

El procedimiento que se llevó a cabo para obtener los resultados se presenta en el siguiente esquema, donde se muestra la importancia que tiene el desarrollo del cálculo numérico realizado:

Figura 15. Esquema de simulación.



El esquema anterior permite resumir el programa computacional en las figuras 16 y 17 mostradas en el Anexo C. Presentando en este capítulo los resultados numéricos y su análisis para poder simular la situación física que interesa en particular.

5.1 Propiedades fisicoquímicas del polímero.

A continuación se muestran en la Tabla 1 cada una de las propiedades que se manejarán para el polímero.^{1,2,3,4}

Tabla 1. Propiedades del polímero fundido

Propiedad	Unidades
Temperatura de fusión (T_f)	403.15 K
Densidad del fundido (ρ_m)	777 kg/m ³
Conductividad térmica del fundido (k_m)	0.00035 kPam ² /Ks
<u>Viscosidad ($T_0 = T_{ref} = 443.15 \text{ K}$)¹¹:</u>	Validez: 443.15K $\leq T \leq$ 520.15K
α	45.35378 kPa (Caso I)
b (bb)*	0.016585745 /K
η_0	7.231281 kPas
A (cc)*	43.793 kPa
B (dd)*	0.00134 /K
q	1.731

* Nomenclatura que se utilizó para los programas computacionales

5.2 Variables geométricas.

Los parámetros que se tienen del extrusor son los siguientes:

Ancho (W)	0.053 m
Profundidad (H)	0.0044 m
Longitud (L)	1.0 m

5.3 Efecto del parámetro α .

Con los valores anteriores se procede a obtener los perfiles de velocidad y temperatura característicos en el extrusor plastificante que se muestran en las gráficas 1-10 por el efecto del parámetro α , para lo cual será necesario realizar un barrido de presiones considerando las mismas condiciones de operación en todos los casos; de esta forma no se tendrá ninguna variable adicional que pueda afectar la interpretación de los resultados. Por lo que las condiciones que se manejan son para ambos modelos (Caso 1 y 2):

$$\text{Temperatura del barril } (T_w) = 513.15 \text{ K}$$

$$\text{Velocidad de rotación } (V) = 0.1 \text{ m/s}$$

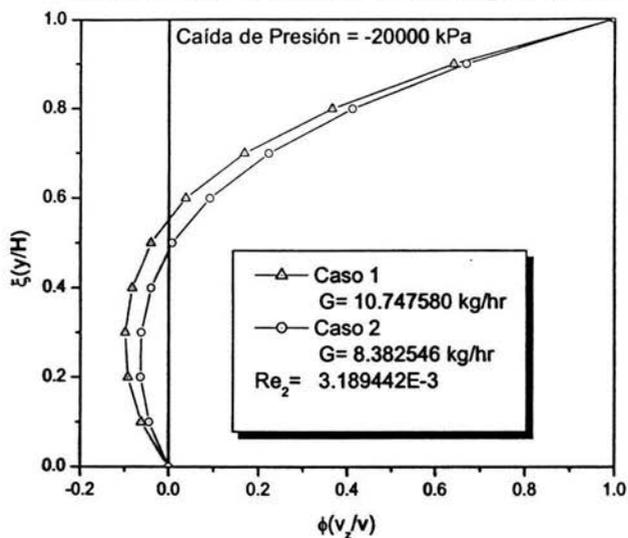
Debe hacerse la aclaración de que la velocidad de rotación longitudinal esta definida como²:

$$V = \pi DRPM \cos(\theta) * 60^{-1} \quad (65)$$

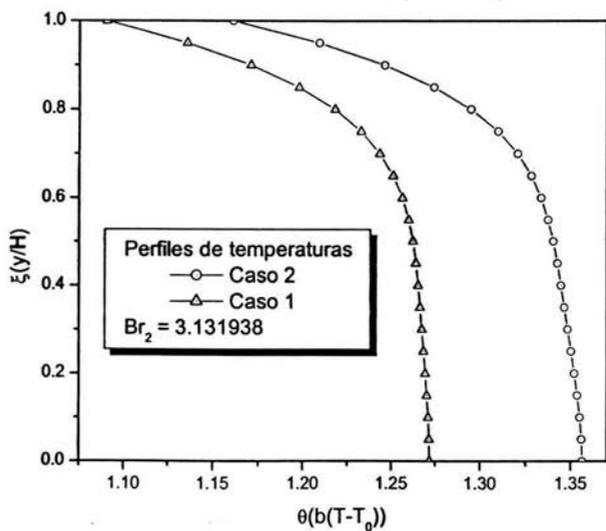
con θ como el ángulo de la hélice, y RPM el número de revoluciones por minuto del husillo, por lo que debe ser claro que cualquier variación en la velocidad implica necesariamente una variación en las RPM.

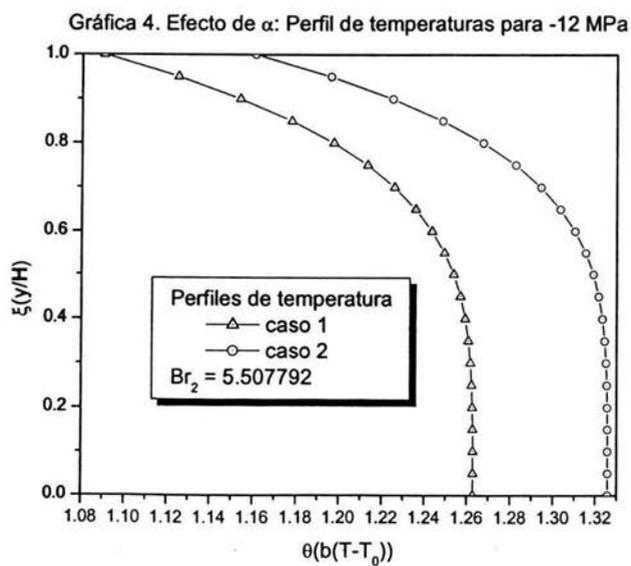
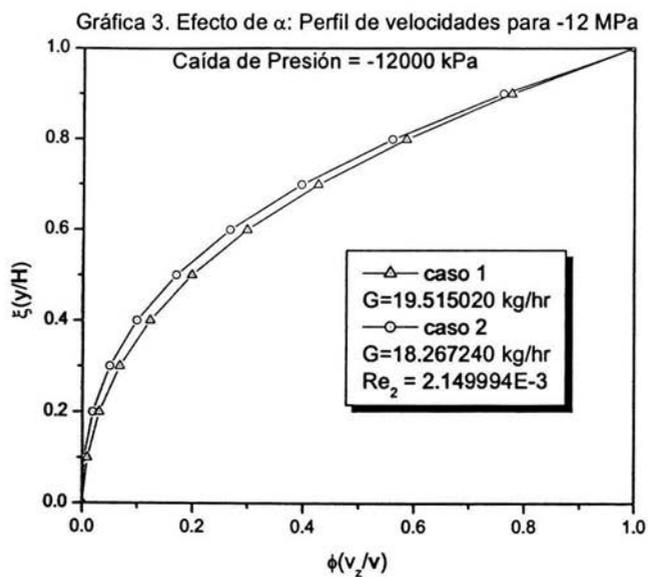
¹ Ver 2.6

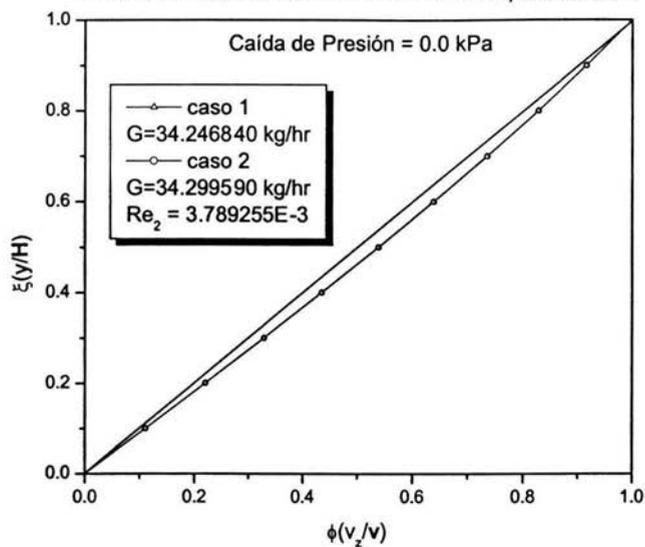
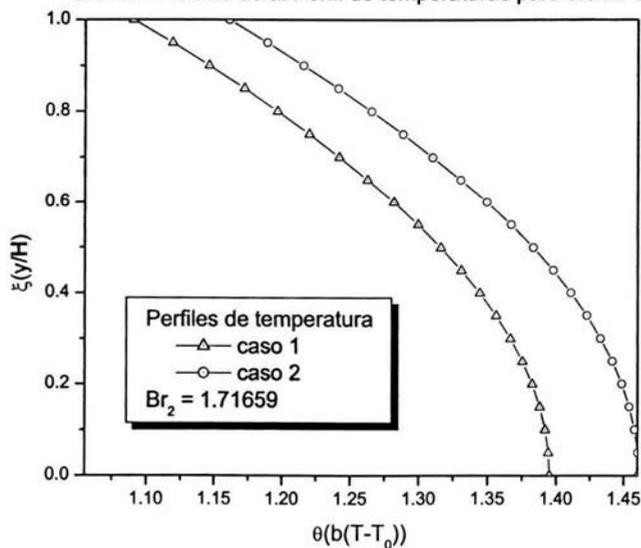
Gráfica 1. Efecto de α : Perfil de velocidades para -20 MPa

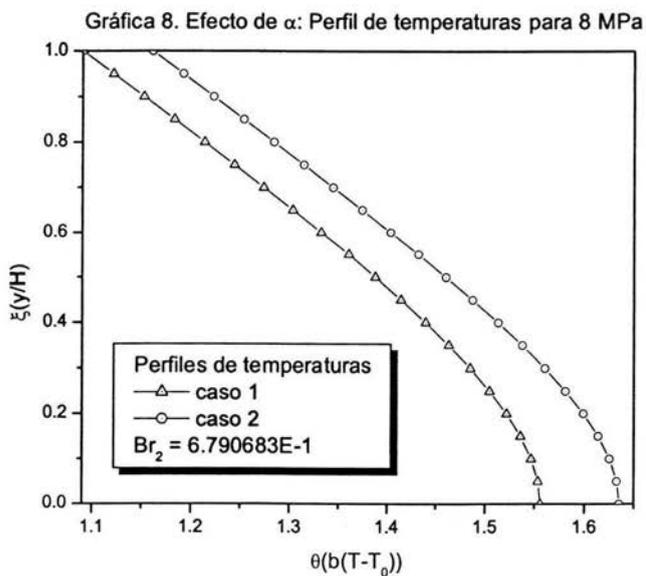
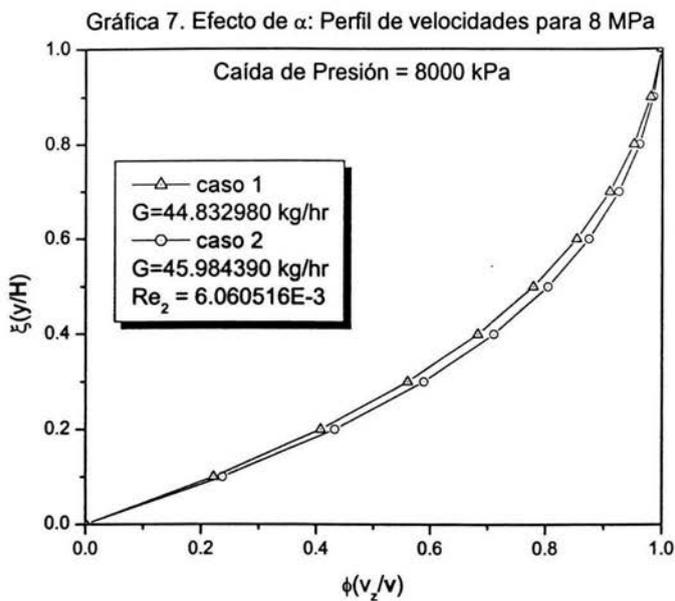


Gráfica 2. Efecto de α : Perfil de temperaturas para -20 MPa

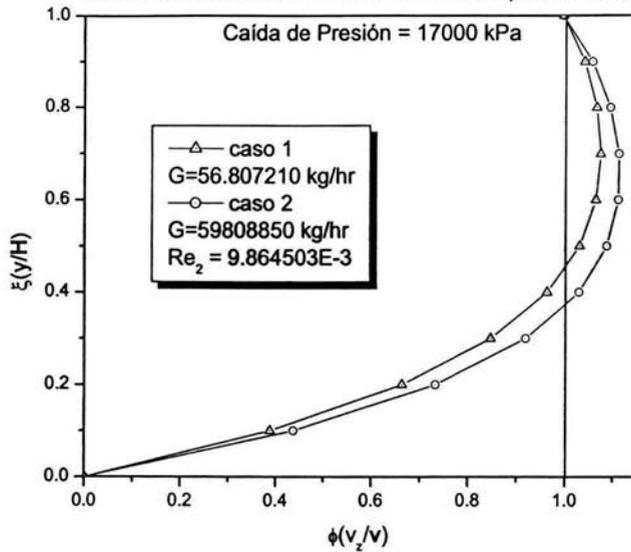




Gráfica 5. Efecto de α : Perfil de velocidades para 0.0 MPaGráfica 6. Efecto de α : Perfil de temperaturas para 0.0 MPa



Gráfica 9. Efecto de α : Perfil de velocidades para 17 MPa



Gráfica 10. Efecto de α : Perfil de temperaturas para 17 MPa

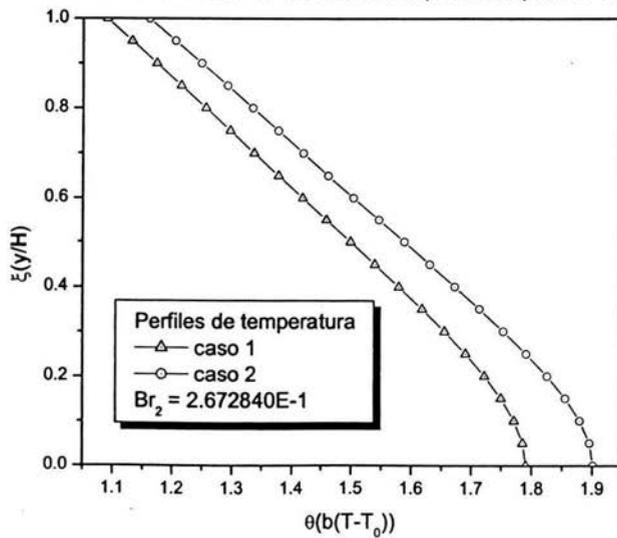


Tabla 2. Datos generados por las gráficas 1-10

ΔP kPa	Gasto Másico (kg/ Hr)		$(T_h - T_0)_{\max}$ (K)		Re*	Br**
	$\alpha = \text{cte}$	$\alpha = \text{variable}$	$\alpha = \text{cte}$	$\alpha = \text{variable}$	$\alpha = \text{variable}$	$\alpha = \text{variable}$
-20000	10.747	8.3825	81.64	81.77	3.189442E-3	3.131938
-12000	19.515	18.2672	81.06	79.93	2.14999E-3	5.507792
0	34.2468	34.2995	89.55	88.08	3.7892E-3	1.71659
8000	44.8329	45.9843	99.87	98.58	6.0605E-3	6.7906E-1
17000	56.8072	59.8072	114.93	114.62	9.8645E-3	2.67284E-1

*Número de Reynolds⁵ = Fuerzas inerciales/Fuerzas viscosas = $(\rho V^2/D)/(\eta_h V/D^2)$ (66)

**Número de Brinkman⁵ = Transp. dis. visc./Transp. cond. = $(\eta_h(V/D)^2)/(k(T_h-T_w)/D^2)$ (67)

h = husillo

w = barril

Se observa de la Tabla 2 que a una misma velocidad ($V = 0.1$ m/s) cuando se tienen caídas de presión negativas el gasto másico del fluido I es mayor que el del fluido II (α cte. y variable respectivamente), y con el aumento de la presión esto se invierte debido a que se incluye un término adicional ("exp(e θ ") observado en la ecuación 35 en comparación a la 25.

Además se observa cómo a una caída de presión igual a cero (gráfica 5) el perfil de velocidades presenta una ligera curvatura con respecto a una pendiente de 45° (que corresponde a un fluido isotérmico), donde el área que se encuentra entre ambas líneas es la cantidad de material que se desprecia si se supusiera comportamiento isotérmico.

El efecto de la ΔP sobre la diferencia de temperaturas se puede explicar de la siguiente manera: cuando se tienen ΔP muy negativas se observa en la última columna de la tabla 2 que para el número de Brinkman el transporte por conducción es muy pequeño, por lo tanto la fricción entre las capas del fluido será muy grande y por lo mismo se esperan diferencias de temperaturas originadas básicamente por este efecto. Cuando se tiene flujo por arrastre ($\Delta P=0.0$) el Br disminuye nuevamente mientras que el gradiente de temperaturas aumenta, observando en la gráfica 6 la desaparición del perfil plano que corresponde a un efecto viscoso apreciable.

Finalmente a $\Delta P>0.0$ los números de Br nuevamente disminuyen indicando que el efecto viscoso es despreciable en comparación con el transporte conductivo, donde los perfiles en estos casos son curvas muy extendidas y por lo tanto debe tenerse en cuenta que la temperatura de descomposición del material se encuentra cerca de 550K^{6,7}.

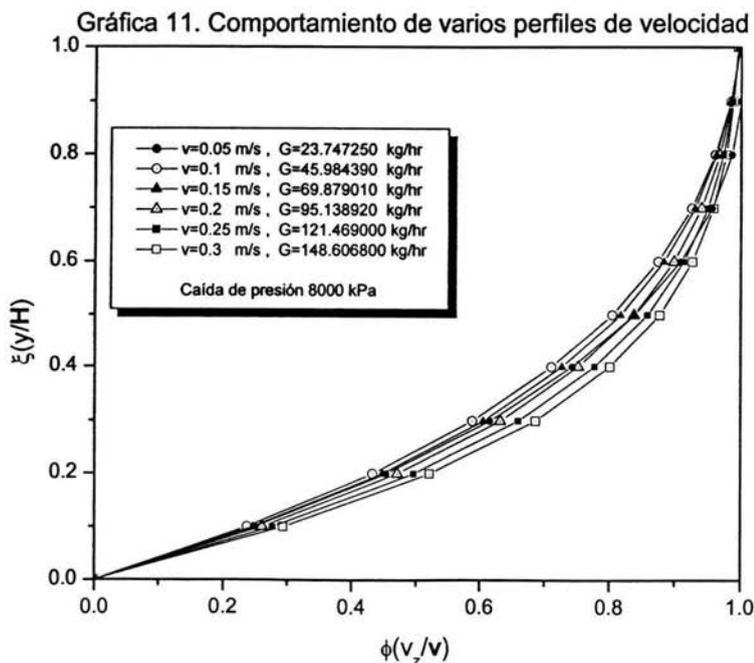
Por último el obtener Reynolds tan pequeños es un indicio de que los efectos inerciales son despreciables en comparación con las fuerzas viscosas⁸.

5.4 Efecto de la velocidad.

Una vez observado el comportamiento de ambos fluidos (Casos I y II) se determinan las condiciones de operación para el extrusor considerando únicamente el caso II, fijando una caída de presión y variando únicamente la velocidad.

De la gráfica 11 se observa que al aumentar la velocidad también lo hace el gasto y con ello la diferencia de temperaturas (gráfica 12), donde a una velocidad de 0.3 m/s se obtienen diferencias mayores a 100K; por lo que una vez que se ha observado la enorme sensibilidad que existe en la temperatura, lo más adecuado es que los cambios en ella sean lentos para conservar la estructura física del material e impedir que el polímero se degrade térmicamente, por lo cual se sugiere realizar el proceso a una velocidad de 0.1 m/s.

De la Tabla 3 el Br y la diferencia de temperaturas son un indicio del transporte conductivo generado por la velocidad que adquieren las capas del fluido por efecto del husillo.



Gráfica 12. Comportamiento de varios perfiles de temperatura

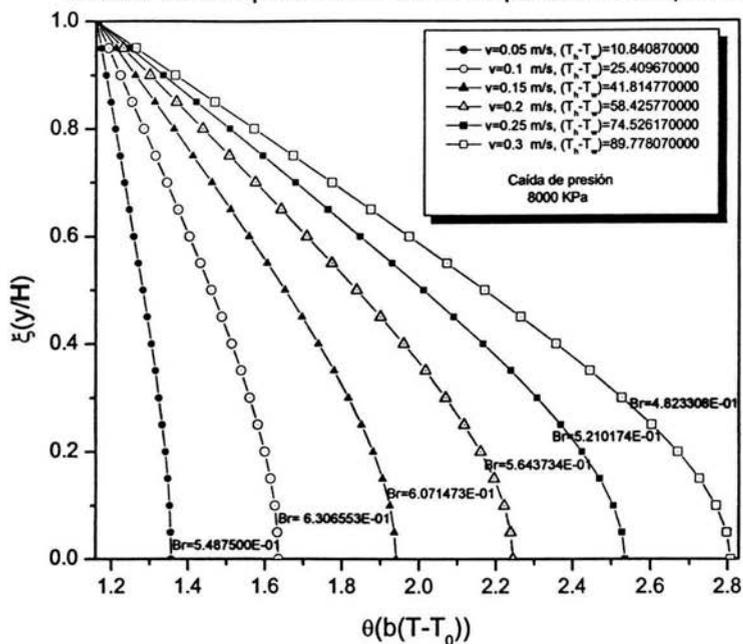


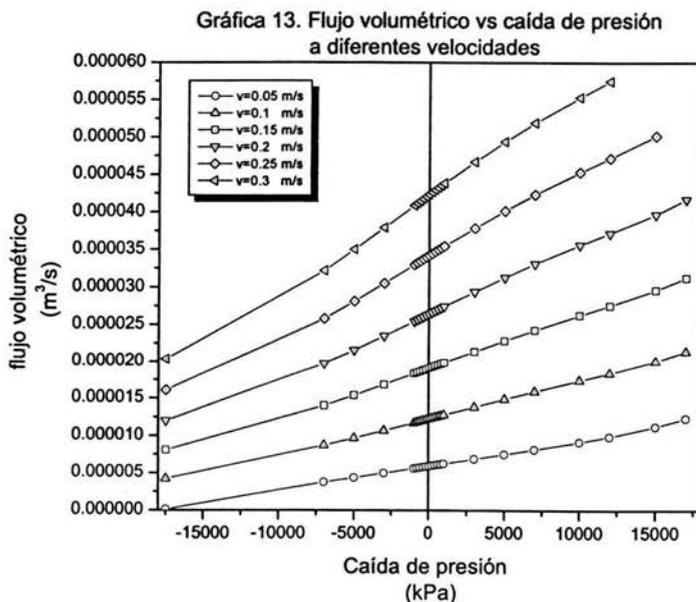
Tabla 3. Comportamiento de G con la variación de V y ΔT .

V (m/s)	G (kg/h)	$(T_h - T_w)$ K	Br
0.05	23.747	10.8408	5.4875E-1
0.1	45.984	25.4096	6.3065E-1
0.15	69.879	41.8147	6.0714E-1
0.2	95.148	58.4257	5.6437E-1
0.25	121.469	74.5261	5.2101E-1
0.3	148.606	89.7780	4.8233E-1

5.5 Efecto de la caída de presión.

En las gráficas 13 y 14 se presenta el flujo volumétrico y el gasto másico en función de la caída de presión para diferentes velocidades, en las que a medida que aumenta la presión también lo hace el flujo conservando la dependencia al aumentar la velocidad. Y se puede observar que el comportamiento de estas gráficas no son lineales como lo sería un flujo newtoniano⁹.

Cabe mencionar que en estas gráficas la ΔP queda limitada para varias velocidades debido al proceso computacional, ya que para $7000\text{kPa} > \Delta P > 7000\text{kPa}$ el número de pesos que requería la cuadratura gaussiana no era mayor a 6, y el grado del polinomio de la temperatura no era mayor a 3, generando resultados en tiempos muy cortos (del orden de segundos); mientras que a $\Delta P > 17000\text{kPa}$ el número de pesos aumenta a más de 12, y el grado del polinomio es mayor a 6, además de sobrepasar las 500000 iteraciones, por lo tanto el obtener resultados requiere cada vez de mayor memoria en la PC y de tiempo (aproximadamente del orden de 1-3 minutos); mientras que a $\Delta P < -17000\text{kPa}$ se complica aún más el proceso de cálculo requiriendo hasta 15 pesos con un orden de polinomio de 8 grado y un número de iteraciones del orden de 900000, y tiempos entre 3 y 5 minutos, razones por las cuales algunos datos no son reportados.



- Procesador Pentium III
- Velocidad 736 MHz
- 128 MB en RAM

Gráfica 14. Comportamiento del gasto másico vs caída de presión a diferentes velocidades

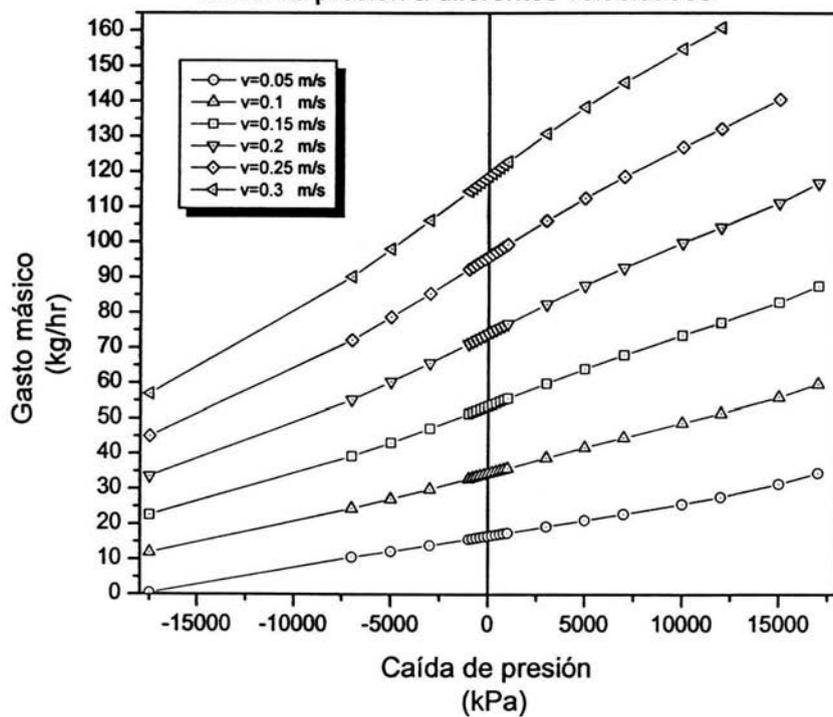
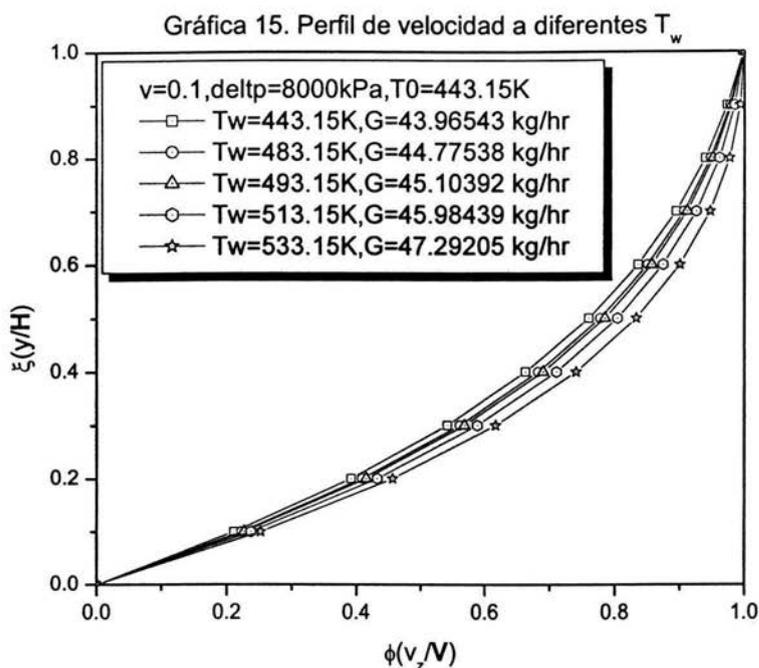


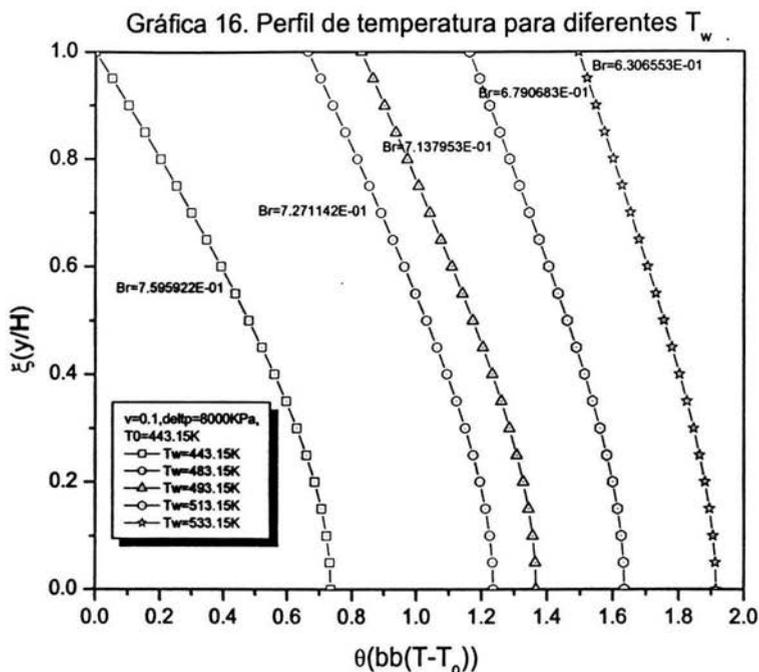
Tabla 4. Comportamiento del gasto con la ΔP para dos velocidades.

ΔP (kPa)	V=0.1 m/s		V=0.2 m/s	
	Q(m ³ /s)	G(kg/h)	Q(m ³ /s)	G(kg/h)
-17500	4.2367E-06	11.8510	1.19820E-05	33.5160
-7000	8.7096E-06	24.3625	1.97250E-05	55.1747
-5000	9.672E-06	27.0545	2.15541E-05	60.2911
-3000	1.0683E-05	29.8811	2.34740E-05	65.6615
-1000	1.173E-05	32.8103	2.54538E-05	71.1994
-800	1.1836E-05	33.1072	2.56537E-05	71.7584
-600	1.1942E-05	33.4046	2.58536E-05	72.3177
-400	1.2049E-05	33.7025	2.60537E-05	72.8775
-200	1.2155E-05	34.0008	2.62539E-05	73.4373
0	1.2262E-05	34.2995	2.64540E-05	73.9972
200	1.2369E-05	34.5986	2.66543E-05	74.5574
400	1.2476E-05	34.8979	2.68544E-05	75.1170
600	1.2583E-05	35.1974	2.70544E-05	75.6766
800	1.269E-05	35.4972	2.72543E-05	76.2357
1000	1.2798E-05	35.7970	2.74540E-05	76.7943
3000	1.3867E-05	38.7889	2.94305E-05	82.3230
5000	1.492E-05	41.7338	3.13404E-05	87.6652
7000	1.5942E-05	44.5926	3.31500E-05	92.7272
10000	1.7414E-05	48.7092	3.56561E-05	99.7371
12000	1.8392E-05	51.4471	3.72357E-05	104.1556
15000	2.0031E-05	56.0304	3.97437E-05	111.1711
17000	2.1382E-05	59.8088	4.17674E-05	116.8319

5.6 Efecto de la temperatura del barril.



La gráfica muestra los perfiles de velocidad para diferentes temperaturas en el barril, recordando que estas temperaturas no deberán exceder la temperatura de degradación del polímero lo cual se observa en la siguiente gráfica al momento de calcular los gradientes de las mismas.

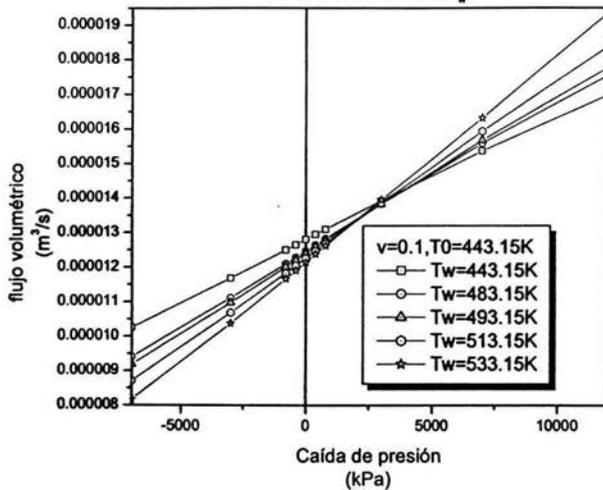
Tabla 5. Comportamiento térmico cuando varía T_w .

$(T_h - T_w)$ K	T_h K	T_w K	Br
44.319400918	487.469400000	443.15	7.595922E-01
34.500230000	517.650230000	483.15	7.271142E-01
32.387620000	525.537620000	493.15	7.137953E-01
28.589450000	541.739480000	513.15	6.790683E-01
25.409670000	558.559700000	533.15	6.306553E-01

De la Tabla 5 se observa que a T_w bajas la disipación viscosa del polímero es alta por la cercanía que existe entre la T_r del polímero y la del barril.

Y las gráficas para flujo y gasto son las siguientes:

Gráfica 17. Comportamiento del flujo vs la caída de presión variando T_w



Gráfica 18. Comportamiento del gasto vs la caída de presión variando T_w

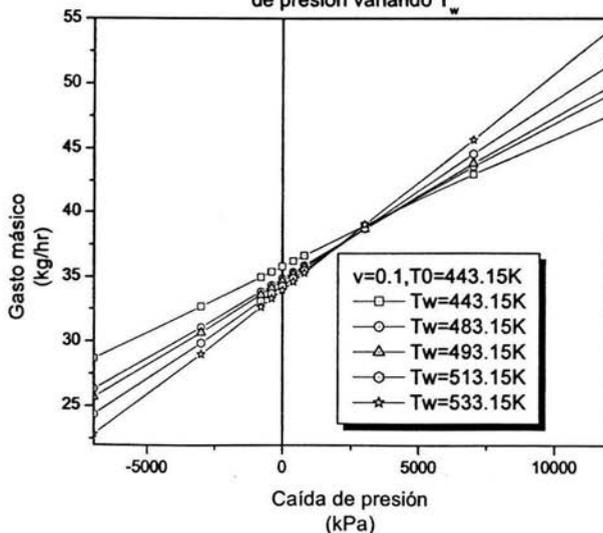


Tabla 6. Comportamiento del G vs ΔP para diferentes T_w .

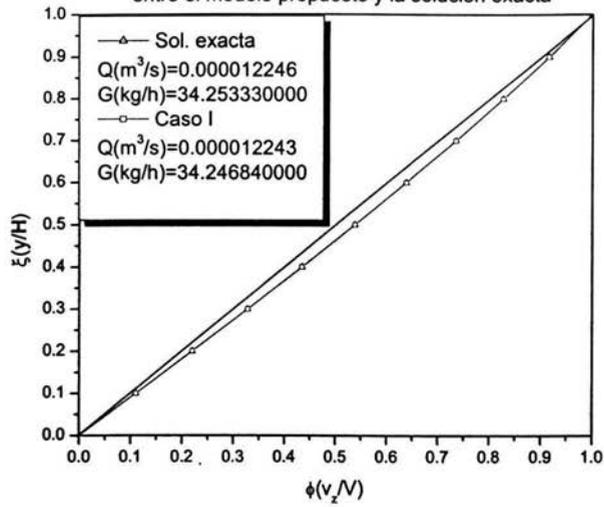
ΔP (kPa)	$T_w=483$ K		$T_w=493$ K		$T_w=513$ K	
	Q (m ³ /s)	G (kg/h)	Q (m ³ /s)	G (kg/h)	Q (m ³ /s)	G (kg/h)
-7000.00000	9.405E-06	26.30967	9.183E-06	25.68910	8.709E-06	24.36259
-3000.00000	1.111E-05	31.08822	1.097E-05	30.69131	1.068E-05	29.88113
-800.00000	1.210E-05	33.85619	1.201E-05	33.59915	1.183E-05	33.10722
-400.00000	1.228E-05	34.36521	1.220E-05	34.13459	1.204E-05	33.70256
0.00000	1.246E-05	34.87532	1.239E-05	34.67123	1.226E-05	34.29959
400.00000	1.265E-05	35.38608	1.258E-05	35.20873	1.247E-05	34.89797
800.00000	1.283E-05	35.89728	1.277E-05	35.74679	1.269E-05	35.49726
3000.00000	1.383E-05	38.69905	1.383E-05	38.69744	1.386E-05	38.78893
7000.00000	1.559E-05	43.61080	1.568E-05	43.87441	1.594E-05	44.59262
12000.00000	1.756E-05	49.13173	1.778E-05	49.74634	1.839E-05	51.44715

De las gráficas 17 y 18 se observa un punto en el que converge la caída de presión con el gasto másico (alrededor de 3000kPa) originado por la fuerte dependencia con la temperatura y la no linealidad del modelo de flujo (ecuación 25). También se tiene que a $\Delta P < 0.0$ cuando la temperatura del barril aumenta el gasto disminuye.

5.7 Validación del modelo numérico.

Uno de los planteamientos al realizar un modelo computacional y posteriormente simularlo es la incertidumbre que se tiene para reproducir datos experimentales, por lo que se decidió presentar los siguientes perfiles (gráficas 19 y 20).

Gráfica 19. Comparación de los perfiles de velocidad entre el modelo propuesto y la solución exacta



Gráfica 20. Comparación de los perfiles de temperatura entre el modelo propuesto y la solución exacta

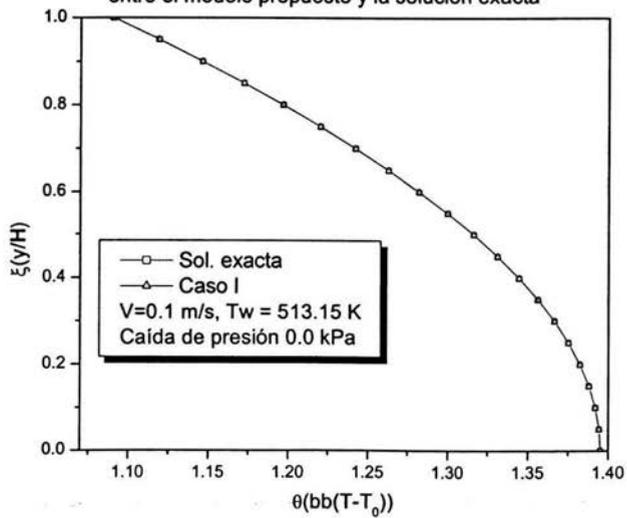


Tabla 7. Comparación entre los modelos presentados en las gráficas 19 y 20.

$G_{sol. exacta}$	$G_{Caso I}$	$Q_{sol. exacta}$	$Q_{Caso I}$	%Diferencia _G	%Diferencia _Q
34.25333	34.24684	0.000012246	0.000012243	0.01895	0.02450

Con el % de la diferencia que se calcula de la siguiente manera:

$$\%Diferencia = \left| \frac{Sol.exacta - CasoI}{Sol.exacta} \right| \times 100\% \quad (68)$$

Que muestra una diferencia menor al 1% que indica que el método de solución es adecuado. Sin embargo aún queda la incertidumbre de la validez de los datos que se generen, por lo que se decide comparar con datos experimentales reportados en la literatura y de los cuales se puede extraer la información necesaria para simularlos con este programa y que se reportan en la Tabla 8.

Tabla 8. Comparación del modelo propuesto vs datos reportados en la literatura⁴.

V_z (m/seg)	G (kg/h)		ΔP (kPa)	%Diferencia**
	Reportados	Simulados		
0.1583	30.4	33.59	-6750	10.493
	29.5	30.93	-13640	4.847
	29.0	28.28	-20810	2.482
0.2375	47.2	53.91	-6650	14.216
	45.4	49.82	-13720	9.735
	44.0	45.78	-20950	4.045
0.3167	64.5	75.76	-6960	17.457
	62.6	70.69	-13500	12.923
	60.8	65.13	-20810	7.121

⁴Valores reportados en la literatura

** El % de la diferencia se calcula en este caso como sigue:

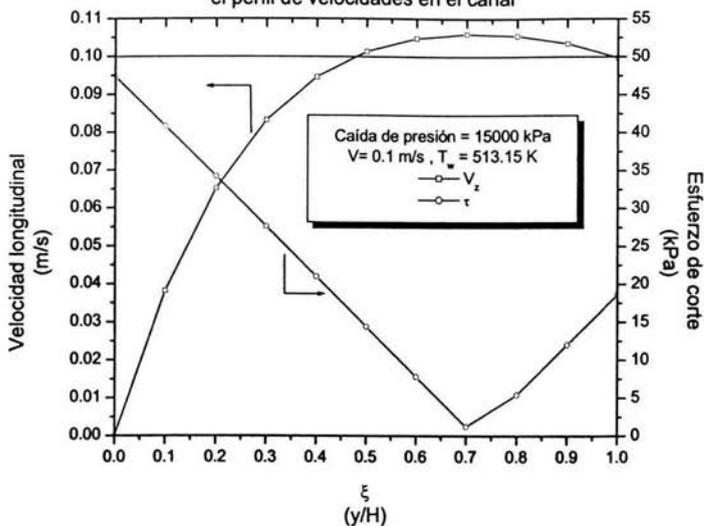
$$\%Diferencia = \left| \frac{Re portados - Simulados}{Re portados} \right| \times 100\% \quad (68a)$$

Y con estos datos se puede corroborar que el modelo reológico propuesto y el método de cálculo generan resultados confiables (alrededor del 15%).

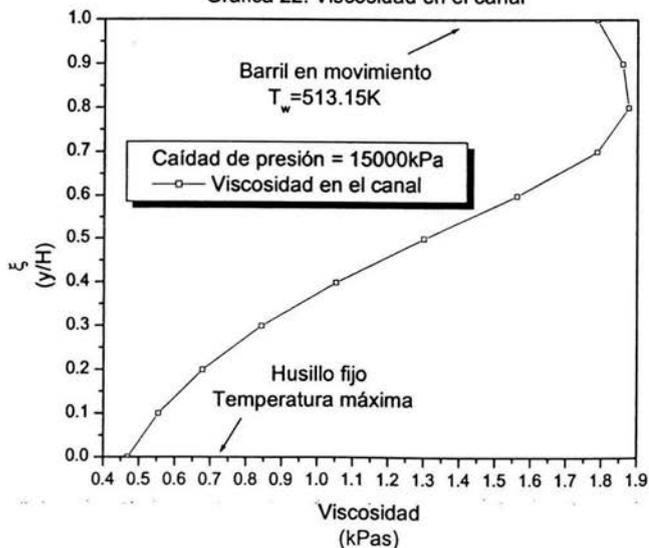
5.8 Curva de flujo.

Finalmente se deja abierta la posibilidad para desarrollar las curvas de flujo del polímero (esto es η , τ y velocidad de deformación) en las que para determinar τ se utiliza la ecuación 7, y con la ecuación 9 que corresponde a la velocidad de deformación se utiliza en la ecuación 5 con la que finalmente se determina la viscosidad en el extrusor para generar las siguientes gráficas:

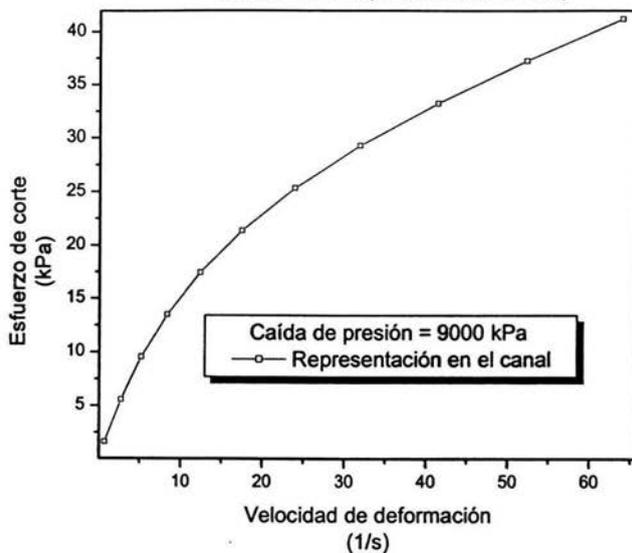
Gráfica 21. Comportamiento del esfuerzo de corte y el perfil de velocidades en el canal



Gráfica 22. Viscosidad en el canal



Gráfica 23. Comportamiento de τ vs $\dot{\gamma}$



Gráfica 24. Representación del comportamiento del polímero

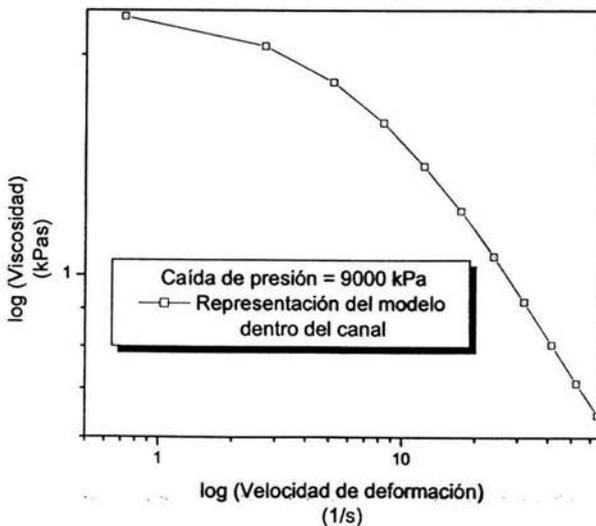


Tabla 9. Datos generados por el programa para determinar las curvas de flujo a $\Delta P = 9000$ kPa.

Posición	Viscosidad kPas	Esfuerzo kPa	Velocidad de deformación 1/s
0.0 husillo	0.64412790	41.22609	64.00296
0.1	0.71239400	37.26609	52.31107
0.2	0.80382140	33.30609	41.43469
0.3	0.91933260	29.34609	31.92108
0.4	1.05957800	25.38609	23.95868
0.5	1.22439700	21.42609	17.49929
0.6	1.41218400	17.46609	12.36814
0.7	1.61908200	13.50609	8.34182
0.8	1.83791200	9.546092	5.193988
0.9	2.05667600	5.586092	2.716078
1.0 barril	2.25576300	1.626092	0.7208612

En la gráfica 21 se observa cómo el esfuerzo máximo se genera donde la velocidad es mínima y esto ocurre en la base del husillo, mientras que el esfuerzo mínimo se encuentra en la velocidad máxima ocasionado por las fuerzas que se ejercen sobre las moléculas para fluir, por lo tanto si el husillo no se mueve existe mayor fricción para que fluyan las capas del fluido y el esfuerzo aplicado será mayor.

La gráfica 22 muestra el comportamiento de la viscosidad en el canal, y de esta forma se pueden observar las zonas donde el polímero requiere mayor esfuerzo para fluir, observando que la viscosidad del polímero es menor sobre el husillo ya que se tiene la mayor temperatura, y conforme se acerca a la pared del barril la temperatura disminuye y la viscosidad aumenta. A pesar de que la viscosidad en la pared del husillo sea mínima la velocidad no es máxima ya que la superficie del husillo está fija. Mientras que la pared del barril se encuentra en movimiento originando que las placas inferiores se muevan con ella (flujo laminar) hasta el punto donde este efecto se pierde. Por lo que se puede observar que los perfiles deben su forma en gran parte a la placa en movimiento y a la caída de presión.

Finalmente las gráficas 23 y 24 muestran el comportamiento del polímero para una caída de presión de 9 MPa de las que se puede deducir que se cuenta con un polímero pseudoplástico^{10,5}, y de la tabla 9 se demuestra que se tiene una disminución en la viscosidad con el incremento de la velocidad de deformación, hecho de gran importancia si se desea la caracterización reológica del polímero.

5.9 Modelo isotérmico.

Como una aportación del trabajo y para mostrar la importancia del efecto térmico, se deciden dar algunos valores de gastos máscicos los cuales se obtuvieron suponiendo un modelo de flujo isotérmico¹¹ y con ello ver las variaciones con el modelo propuesto por éste trabajo.

¹¹Ver Anexo A

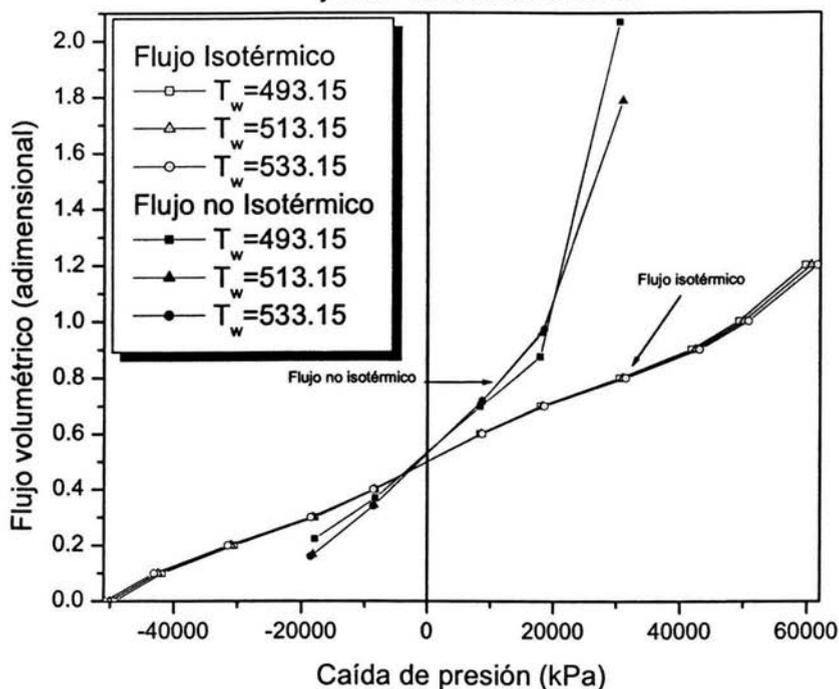
Tabla 10. Comparación entre el modelo isotérmico y no isotérmico de Ellis.

Temperatura (K)	ΔP (kPa)	ψ Isotérmico (Adimensional)	ψ No-Isot. ^{Caso II} (Adimensional)	%Diferencia
$T_w = 493.15$	-49315.79	0	-	-
	-41799.12	0.1	-	-
	-30470.24	0.2	-	-
	-17888.5	0.3	0.2234	34.2882722
	-8351.42	0.4	0.3696	8.22510823
	8351.42	0.6	0.6979	14.0277977
	17888.55	0.7	0.8742	19.9267902
	30470.06	0.8	2.068	61.3152805
	41799.12	0.9	-	-
	49315.79	1	-	-
59680.93	1.2	-	-	
$T_w = 513.15K$	-50071.8	0	-	-
	-42436.62	0.1	-	-
	-30972.48	0.2	-	-
	-18213.65	0.3	0.1674	79.2114695
	-8505.19	0.4	0.3439	16.3128817
	8504.96	0.6	0.7155	16.1425577
	18213.66	0.7	0.9592	27.0225188
	30972.32	0.8	1.7873	55.2397471
	42436.6	0.9	-	-
	50071.8	1	-	-
60615.85	1.2	-	-	
$T_w = 533.15K$	-50837.84	0	-	-
	-43082.48	0.1	-	-
	-31481.88	0.2	-	-
	-18544.48	0.3	0.1606	86.7995019
	-8661.81	0.4	0.34093	17.3261373
	8661.6	0.6	0.7188	16.5275459
	18544.48	0.7	0.972	27.9835391
	31481.75	0.8	-	-
	43082.49	0.9	-	-
	50837.85	1	-	-
61563.85	1.2	-	-	

* Siendo el % de la diferencia igual a:

$$\%Diferencia = \left| \frac{NoIsotérmico - Isotérmico}{NoIsotérmico} \right| \times 100\% \quad (68b)$$

Gráfica 25. Comparación entre los modelos isotérmico y el no isotérmico de Ellis.



La gráfica muestra que para ciertas caídas de presión no se puede obtener el flujo no isotérmico debido a que se obtendrían valores muy grandes o demasiado pequeños (gráfica 25) generando una diferencia porcentual significativa (Tabla 10).

Referencias.

- 1 E. M. Mount III, J. G. Watson III, C. I. Chung, "Analytical Melting Model for Extrusion: Melting Rate of Fully compacted Solid Polymers", Polym. Eng. Sci.,22,729 (1982)
- 2 E. E. Agur, J. Vlachopoulos, "Numerical Simulation of a Single-Screw Plasticating Extruder", Polym. Eng. Sci.,22,1084 (1982)
- 3 B. Elbirli, J. T. Lindt, S. R. Gottgetreu, S. M. Baba, "Mathematical Modeling of Melting of Polymers in Barrier-Screw Extruders", Polym. Eng. Sci.,23,86 (1983)
- 4 C. D. Han, K. Y. Lee and N. C. Wheeler, "An Experimental Study on Plasticating Single-Screw Extrusion", Polym. Eng. Sci.,30,1557 (1990)
- 5 R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot, "Transport Phenomena", Edit. John Wiley & Sons, New York 1960, p.780
- 6 E. Baer, "Engineering Design for Plastics", Edit. SPE, New York, 1964, p.418
- 7 I. I. Rubin, "Handbook of Plastic Materials and Technology", Edit. John Wiley and Sons Inc., New York, 1990, pp. 339-347
- 8 R. V. Chirivella, Y. Jaluria, V. Sernas and M. Essegir, "Extrusion of Non-Newtonian Fluids in a Single-Screw Extruder With Pressure Back Flow", Polym. Eng. Sci.,36,358 (1996)
- 9 Chávez Guzmán José Luis, "Simulación de las Características de Operación para Extrusores Plastificantes con Husillos de Canal Constante y Variable: Zona de Dosificación", Tesis de Licenciatura en Ing. Química, Fac. de Química, UNAM, 1993, p. 130
- 10 C. L. Tucker III, "Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing", Edit. Hanser Publishers, USA, 1989, p. 623
- 11 Datos proporcionados por el Dr. Luis Ángel López Latorre.

Capítulo VI

Conclusiones.

A pesar de que el trabajo solamente involucra la simulación de una de las etapas de un extrusor plastificante, los análisis y discusiones presentados en el Capítulo V proporcionan la seguridad de predecir el comportamiento que debe ocurrir en la zona de bombeo.

Es claro que esta región es primordial para conocer la capacidad de producción con la misma importancia que radica en la descripción también particular de la zona de fusión.

Por lo que con el trabajo desarrollado es fácil intuir que el proceso de simulación de la fusión que ocurre en estos extrusores es mucho más complicado.

Los elementos considerados que resultan del presente desarrollo pueden separarse en los siguientes puntos:

1. Los perfiles de velocidad y temperatura que se obtuvieron para ambos modelos (Caso I y II), son los característicos cuando se tiene flujo entre placas paralelas con la superficie en movimiento y su comportamiento térmico adiabático en la placa inferior
2. El variar la velocidad manteniendo la ΔP constante, muestra el incremento en el gasto másico que se puede generar, originando de igual manera que la temperatura incremente lo suficiente con la posible degradación del polímero así como el aumento en los gastos económicos en cuanto a equipos de enfriamiento
3. El obtener gráficos en los que se mantiene la velocidad constante y se varía la ΔP , es una forma de ver la capacidad máxima de material que se puede procesar, o bien, cuales son los requerimientos necesarios para obtener las mayores cantidades de material procesable; de lo cual se puede decir que a mayor ΔP también será mayor el material procesable
4. En cuanto a la temperatura en el barril, se determinó que al aumentar ésta también lo hace el gasto másico; además al observar su comportamiento con la ΔP , se observó que a bajas ΔP y T_w el gasto aumentaba, mientras que a altas ΔP se tiene un efecto contrario; adicionalmente se observa que existe una ΔP para la cual la T_w no influye ya que se mantiene el mismo gasto másico
5. El corroborar que el método numérico que se utilizó y su solución son adecuados, se basó en obtener la solución exacta que corresponde a una $\Delta P=0.0kPa$ que muestra perfiles similares con diferencias porcentuales menores al 1%
6. El determinar si el modelo propuesto era adecuado, fue por medio de una comparación contra datos reportados en la literatura obteniendo diferencias porcentuales menores al 20% a pesar de todas las simplificaciones realizadas
7. El generar las curvas de flujo tiene como único fin mostrar la gran versatilidad del programa computacional, ya que el obtener el comportamiento del esfuerzo con el perfil de velocidades dentro del canal, así como el perfil de viscosidades, además de ser muy ilustrativos, son un primer paso para determinar la potencia requerida del extrusor

8. Por medio de las gráficas de la velocidad de deformación con el esfuerzo y la viscosidad, se concluye que se tiene un polímero pseudoplástico

9. De igual forma que se determinó la validez del modelo para el proceso, se intentó dar una aproximación a un modelo isotérmico que siguiera el comportamiento de Ellis, del cual se puede concluir que las variaciones son muy grandes, por lo que industrialmente no se recomienda realizar esta suposición

10. En cuanto al desarrollo teórico de los modelos, estos se presentan de una forma sencilla en la que se aprecia una inevitable y clara necesidad de aplicar matemáticas no lineales, las cuales son difíciles de manejar por diversos métodos numéricos, sin embargo, el uso del método de Galerkin proporciona datos confiables

11. Para el usuario el programa computacional es muy sencillo, y se realizó en forma estructurada para poder efectuar todos los cambios pertinentes que este requiera. Debe mencionarse que el tiempo de espera para dar lectura a resultados se incrementa con el aumento de la IΔPII, además de incrementarse el grado del polinomio de la temperatura.

Anexo

A-1. Modelo Isotérmico tipo Ellis

En capítulos anteriores se analizó el comportamiento y desarrollo para dos modelos de flujo de Ellis no isotérmicos, sin embargo aún existe una pregunta: ¿qué ocurre con el modelo isotérmico para este proceso?, y para responder a ella se decidió realizar el desarrollo matemático del mismo y proponer algunos ejemplos con el fin de comparar los resultados finales y ver la validez del modelo no isotérmico; por lo tanto, partiendo de las mismas suposiciones que en el capítulo II con la variante de tener un proceso isotérmico, se procede de la siguiente manera:

El campo de velocidades seguirá siendo el mismo, por lo que el esfuerzo es diferente de cero, y la curva de flujo se puede formar a partir de la ecuación de viscosidad, como:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \left| \frac{\tau}{A \exp(B(T_w - T_0))} \right|^q} \exp(-b(T_w - T_0)) \quad (69)$$

con todas las variables que muestra como constantes.

Por lo que procediendo como en la ecuación 8, se obtiene el perfil de velocidades adimensional:

$$\phi' = \frac{d\phi}{d\xi} = -\Gamma(m + G\xi)(1 + |m + G\xi|^q) \quad (70)$$

con las mismas variables adimensionales que en el capítulo III, y conservando las condiciones de frontera de movimiento representadas en 16a y b, mientras que el gasto volumétrico se puede obtener a partir de la ecuación 23c, y a partir de ella, se pueden plantear los diferentes casos que pueden ocurrir debido a la variación en la caída de presión representada adimensionalmente por la variable G, en la que, debido al término absoluto que aparece en las ecuaciones, se procede a tomar casos aislados de su comportamiento.

A-2. Condición particular.

G=0.0 (arrastre)

Partiendo de la ecuación 70 y considerando la caída de presión igual a cero se obtiene que:

$$\phi' = -\Gamma m(1 + |m|^q) = cte \quad (71)$$

y se integra para tener:

$$\phi = M_2 - \Gamma m(1 + |m|^q)\xi \quad (72)$$

con M_2 como la constante de integración. Y para determinar su valor, se logra por medio de las condiciones de frontera con las que se llega a $M_2=0.0$, y con la segunda condición de frontera se determina que:

$$-\Gamma m(1 + |m|^q) = cte = 1 \quad (73)$$

por lo que "m" tiene que ser menor que cero para cumplir la igualdad.

Finalmente sustituyendo M_2 y la ecuación 73 en 72, se obtiene que el perfil de velocidades adimensional es:

$$\phi = \xi \quad (74)$$

Indicando que su gráfica será una línea recta de 45°, la cual se ha mencionado anteriormente.

Para determinar el gasto se introduce la ecuación 74 en 23c, y después de integrar, se obtiene que:

$$\psi = 1/2 \quad (75)$$

Con la necesidad de plantear diferentes condiciones para G y m, de tal forma que se tienen los siguientes apartados:

A-3. Caso A.

$(-\infty < G < 0.0)$, $(\psi \ll 1/2)$

Lo que requiere necesariamente que $\Delta P < 0.0$, y como se ha demostrado anteriormente se presentará un mínimo en el canal, por lo que es recomendable hacer la sustitución de $m = -G\xi^*$, convirtiendo la constante de integración "m" en la nueva constante de integración ξ^* y de esta forma separar el perfil de velocidades en dos partes:

Contribución inferior para $\xi \in [0, \xi^*]$, de la cual sustituyendo el nuevo valor de m, se puede obtener que:

$$m + G\xi = -G\xi^* + G\xi \quad (76)$$

Que posteriormente se introduce en la ecuación 70 para obtener:

$$\phi_i' = -\Gamma(-G(\xi^* - \xi))(1 + |G(\xi^* - \xi)|^q) \quad (77a)$$

$$\phi_i' = \Gamma G((\xi^* - \xi) + |G|^q(\xi^* - \xi)^{q+1}) \quad (77b)$$

integrando 77b, se obtiene que:

$$\phi_i = \Gamma G \left[\xi^* \xi - \frac{\xi^2}{2} \right] + \Gamma G |G|^q \left[-\frac{(\xi^* - \xi)^{q+2}}{q+2} \right] + C \quad (78)$$

introduciendo la condición de frontera $\phi_i(\xi = 0) = 0$, se llega a:

$$0 = \Gamma G \left\{ 0 + |G|^q \left[-\left(\frac{\xi^*}{q+2} \right)^{q+2} \right] \right\} + C \quad (79a)$$

por lo tanto, despejando la constante C y sustituyendo en 78, se obtiene:

$$\phi_i = \Gamma G \left[\frac{2\xi^* \xi - \xi^2}{2} \right] + \frac{\Gamma G |G|^q}{q+2} \left[(\xi^*)^{q+2} - (\xi^* - \xi)^{q+2} \right] \quad (80)$$

y como

$$2\xi^* \xi - \xi^2 = (\xi^*)^2 - (\xi^* - \xi)^2 \quad (80a)$$

se puede sustituir en 80 y reorganizar de la siguiente forma:

$$\phi_i = \frac{1}{2} \Gamma G \left[(\xi^*)^2 - (\xi^* - \xi)^2 + \frac{2|G|^\eta}{q+2} \left((\xi^*)^{q+2} - (\xi^* - \xi)^{q+2} \right) \right] \quad (81)$$

y si ahora se toma $\xi = \xi^*$ para contemplar la condición de frontera para la parte inferior, se obtiene:

$$\phi_i = \frac{1}{2} \Gamma G \left[(\xi^*)^2 + \frac{2|G|^\eta}{q+2} \left((\xi^*)^{q+2} \right) \right] \quad (82)$$

mientras que la contribución superior se obtiene con las condiciones en $\xi \in [\xi^*, 1]$, por lo que nuevamente partiendo de la ecuación 70 y haciendo uso de 76, se puede obtener:

$$\phi'_s = -\Gamma \left[1 + |G(-\xi^* + \xi)|^q \right] (G(-\xi^* + \xi)) \quad (83a)$$

que después de arreglar, se llega a:

$$\phi'_s = -\Gamma G \left[(-\xi^* + \xi) + |G|^\eta \left((-\xi^* + \xi)^{q+1} \right) \right] \quad (83b)$$

que finalmente al integrar con $\phi_s(\xi = 1) = 1$ y posteriormente agrupar términos, se comprueba que:

$$\phi_s = 1 + \frac{1}{2} \Gamma G \left\{ (1 - \xi^*)^2 - (\xi - \xi^*)^2 + \frac{2|G|^\eta}{q+2} \left[(1 - \xi^*)^{q+2} - (\xi - \xi^*)^{q+2} \right] \right\} \quad (84a)$$

y que en $\xi = \xi^*$ debe cumplirse que:

$$\phi_s = 1 + \frac{1}{2} \Gamma G \left\{ (1 - \xi^*)^2 + \frac{2|G|^\eta}{q+2} \left[(1 - \xi^*)^{q+2} \right] \right\} \quad (84b)$$

y ya que en $\phi_i(\xi = \xi^*) \equiv \phi_s(\xi = \xi^*)$, entonces se puede obtener:

$$2 + \Gamma G \left\{ (1 - \xi^*)^2 - (\xi^*)^2 + \frac{2|G|^\eta}{q+2} \left[(1 - \xi^*)^{q+2} - (\xi^*)^{q+2} \right] \right\} = 0 \quad (85)$$

mientras que el flujo volumétrico adimensional deberá ser la suma de ambas contribuciones de la siguiente manera:

$$\psi = \int_0^1 \phi d\xi = \int_0^{\xi^*} \phi_i d\xi + \int_{\xi^*}^1 \phi_s d\xi \quad (86)$$

por lo que la suma de ambas integrales genera la siguiente ecuación:

$$\psi = 1 - \xi^* + \frac{1}{3} \Gamma G \left\{ (\xi^*)^3 + (1 - \xi^*)^3 + \frac{3|G|^\eta}{q+3} \left[(\xi^*)^{q+3} + (1 - \xi^*)^{q+3} \right] \right\} \quad (87)$$

que es la ecuación para determinar el flujo volumétrico adimensional por ambas contribuciones. Por lo tanto, recordemos que se realiza este planteamiento con el único fin de observar las variaciones en los flujos máscicos originados por la caída de presión, por lo que de antemano se propone conocer el flujo y de esta forma determinar con las ecuaciones 85 y 87 la caída de presión para ciertas

condiciones de operación, con lo que se puede observar que se tendrá un sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas, en este caso: G, ξ^* .

Algo que debe mencionarse es que ξ^* debe ser menor que 0.5 pero mayor que cero, y esto para que cumpla con la igualdad que representa la ecuación 85, ya que de otra forma se puede caer en una incongruencia, además de facilitar el método numérico que se utiliza acotando el sistema a un intervalo cerrado.

A-4. Caso B.

(cierto valor negativo $<G<0.0$), ($\psi < \frac{1}{2}$)

Partiendo nuevamente de la ecuación 70 y recordando el perfil tipo II que se origina por medio de estas caídas de presión, es claro observar que se debe cumplir que los gradientes de velocidad deberán ser siempre positivos, por lo que se tendrá que: $(m + G\xi) < 0.0$ para cualquier valor que tome $\xi \in [0,1]$. Sin embargo, para poder trabajar de una manera más sencilla, se procede a realizar un cambio de variable de la siguiente forma:

$$u = -(m + G\xi) \Rightarrow du = -Gd\xi \therefore d\xi = -\frac{1}{G} du \quad (88)$$

por lo que sustituyendo en 70 se obtiene:

$$d\phi = -\frac{\Gamma}{G}(u + u^{q+1})du \quad (89)$$

que al integrar con las condiciones de frontera: $\phi(\xi = 0) = \phi(u = -m) = 0.0$ y $\phi(\xi = 1) = \phi(u = -(m + G)) = 1$, se llega a:

$$\frac{\Gamma}{2G} \left[(-m)^2 - [-(m + G)]^2 + \frac{2}{q+2} \left[(-m)^{q+2} - [-(m + G)]^{q+2} \right] \right] - 1 = 0 \quad (90)$$

y para determinar el flujo volumétrico adimensional, la ecuación 23c se transforma a:

$$\psi = \int_0^1 \phi d\xi = -\frac{1}{G} \int_{-m}^{-(m+G)} \phi du \quad (91)$$

por lo tanto se demuestra que:

$$\psi = -\frac{1}{G} \left(\frac{\Gamma}{2G} \right) \left\{ (-m)^2 u - \frac{u^3}{3} + \frac{2}{q+2} \left[(-m)^{q+2} u - \frac{u^{q+3}}{q+3} \right] \right\}_{-m}^{-(m+G)} \quad (92a)$$

que finalmente después de agrupar y simplificar términos se obtiene:

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2G^2} \left\{ mG^2 + \frac{1}{3}G^3 + \frac{2}{q+2} \left[-(-m)^{q+2}G - \frac{1}{q+3} [-(m+G)]^{q+3} - (-m)^{q+3} \right] \right\} \quad (92b)$$

que nuevamente se observa de 90 y 92b que se tiene un sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas, las cuales en este caso serán m y G .

A-5. Caso C.

$(\infty > G > 0.0)$, $(\psi > 1/2)$

Caso similar al B, con la variante de que sólo se consideran perfiles de velocidad en los que $\phi'(\xi) \geq 0.0$ para $\xi \in [0,1]$. Por lo tanto, se puede escribir la ecuación 70 como:

$$\phi' = \frac{d\phi}{d\xi} = \Gamma(-(m + G\xi))(1 + \|m + G\xi\|^q) \quad (93)$$

donde ahora $-(m + G\xi) > 0.0$, siendo en este caso $m < -G\xi$, y siguiendo el mismo procedimiento que en B se realiza el mismo cambio de variable: $u = -(m + G\xi)$, por lo que las ecuaciones que se obtendrán serán las mismas, con la variante de que se tendrán caídas de presión positivas equivalente a decir que $G > 0.0$.

A-6. Caso D.

$(\infty > G \gg 0.0)$, $(\psi \gg 1/2)$

De igual forma que en el caso A se plantea cambiar la constante de integración por ξ^* , por lo que nuevamente $m = -G\xi^*$ con la diferencia de que G será positiva, sin embargo las ecuaciones desarrolladas en A seguirán siendo las mismas. Además recordemos que el proponer un intervalo cerrado para la nueva constante de integración es muy útil, siendo entonces $\xi^* > 0.5$, ya que se contará con un máximo.

B-1 Integración Numérica

La solución del sistema de ecuaciones que se obtiene con (34) y (38) en base al método de Galerkin, proporcionará las c_n incógnitas más la constante m con ξ siendo la variable de integración. Se puede observar que las ecuaciones que se obtienen son no lineales y por lo tanto no son integrales directas, por lo que se sugiere utilizar integración numérica (cuadratura Gaussiana)¹ de la siguiente forma:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{(b-a)}{2} \sum_{i=0}^n w_i f\left(\frac{z_i(b-a) + b+a}{2}\right) \quad (\text{xvii})$$

donde w_i son los pesos, y z_i son factores que utiliza el método de Gauss-Legendre.

De esta forma se transforma el sistema no lineal con la variable de integración ξ , a uno donde la variable de integración se elimina por este método de cuadratura. Finalmente para el método de solución se plantea nuevamente el sistema de ecuaciones simultáneas no lineales y se resuelven en base al método numérico de Marquardt² por medio de un programa computacional en FORTRAN 77 llamado BSOLVE* que es acoplado a un programa principal desarrollado en Fortran 90/95³.

Una vez que se obtuvieron las constantes: c_n y m , se generan los perfiles de temperatura con (28e), y posteriormente el perfil de velocidades así como el gasto volumétrico que se calcula siguiendo el mismo procedimiento de la cuadratura gaussiana, esto se repite para los dos casos I y II.

Ya que la cuadratura gaussiana requiere proponer un número de pesos para aproximar coherentemente la ecuación resultante y Galerkin propone el grado del polinomio con que se aproxima la solución del problema, se parte en un inicio de suponer un grado de polinomio a un número de pesos dado para la cuadratura y evaluar el gasto volumétrico, esto sucesivamente hasta que la variación en el gasto volumétrico anterior con uno posterior no sea apreciable (variación del orden de 1×10^{-7}). Una vez que se tiene el grado del polinomio, se comienza a variar el número de pesos para la cuadratura comparando nuevamente los gastos, hasta que finalmente se encuentra el número de pesos necesarios.

En el caso de la solución exacta, básicamente se incorporan las ecuaciones (61) y (59) al programa BSOLVE, y la solución son las variables para determinar los perfiles de temperatura y velocidad (ecs. 55 y 60 respectivamente), y el gasto volumétrico con (64). Algo similar se tiene en el modelo isotérmico donde las ecuaciones que se incorporan son 85 y 87 para los casos A y D, y las ecuaciones 90 y 92b para los casos B y C, teniendo mucho cuidado en estos últimos cuatro casos, donde los valores iniciales para la simulación por la subrutina BSOLVE, son muy sensibles con el valor del flujo que se requiera.

* Ver Anexo C

Referencias.

1 Carnahan, Luther and Wilkes, "Applied Numerical Methods", Edit. John Wiley and Sons Inc., New York 1969, p. 604

2 E. J. Henley and E. M. Rosen, "Material and Energy Balance Computations", Edit. John Wiley and Sons Inc. , New York 1969, p. 577

3 S. J. Chapman, "Introduction to Fortran 90/95", Edit. Mc. Graw Hill, New York 1998, p. 555

Diagramas de flujo:

- Programa principal
- Subrutinas del programa

Programas:

- Caso II
- Caso I
- Solución Exacta
- Isotérmico

Figura 16. Diagrama de flujo "Programa Principal: Casos I y II"

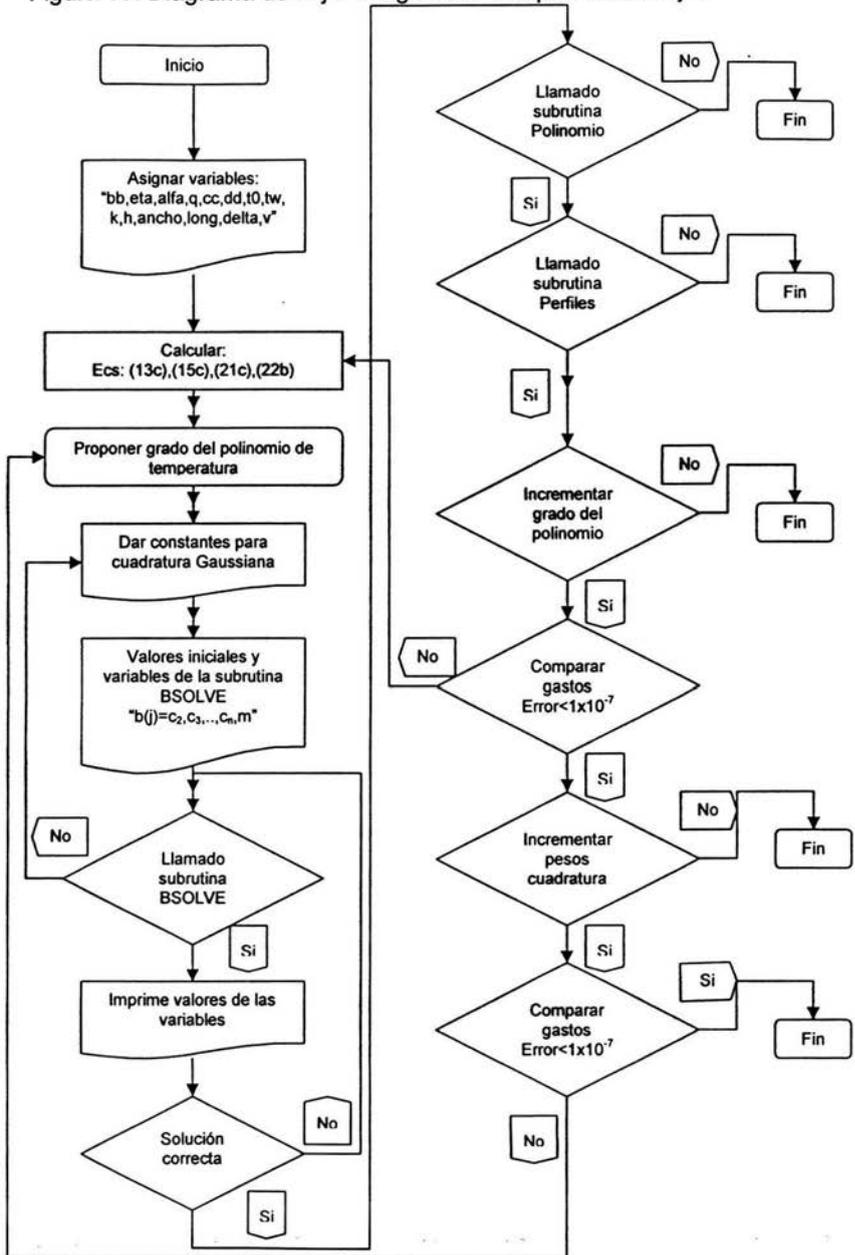
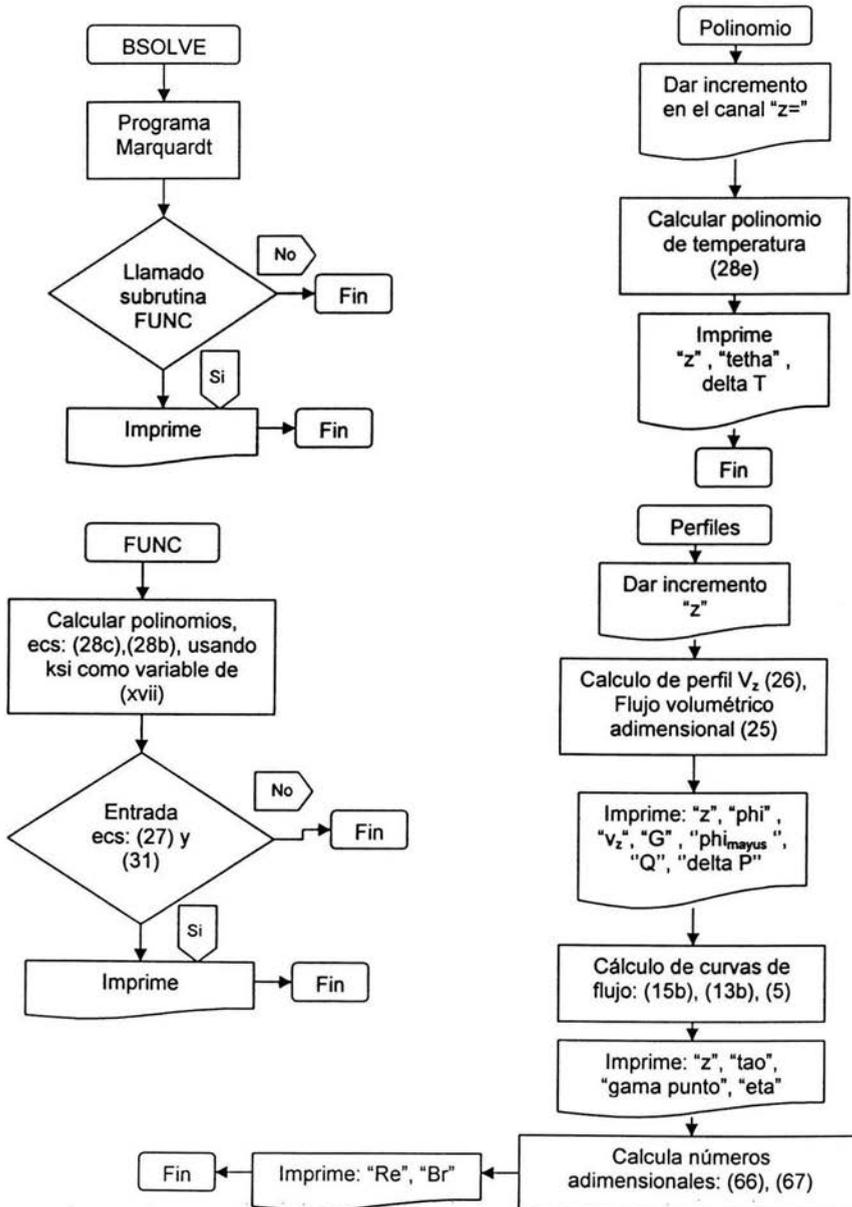


Figura 17. Diagrama de flujo "Subrutinas: Caso I y II"



```

!!!! program extrusion a alfa variable

program SOLVE

implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)

external fntx

character (len=30)::filename,datosperfileavelocidad,
  & datostemperatura,datos
integer,parameter::M=6
integer,parameter::imax=16
integer,parameter::M0=M+2
dimension w(max),z(max),s1k(max),p(M*M+M),a(M,M+2),ac(M,M+2),
  & theta(50),sumatheta(50),sumap01(M,max),sumaexp(M,max),
  & ww(M,max),sumar(M,max), b(M),z(M),y(M),bv(M),bmin(M),bmax(M),
  & thetat(50),pvel(20),gvol(20),vel(max),volum(max),velocid(max),
  & volumet(max),gama(50),gamal(50),esfuerzo(50),esfuerz01(50),
  & viscosidad(50),viscosidad1(50)

common suplim,sigma,bajlim,ambda,thetaw,g,q,rel

open(6,file='datos.dat')
!constantes de la ecuación de viscosidad
bb=0.016585745 !1/C o 1/K
eta=7.231281 !KPa
cc=43.793 !KPa
dd=0.00134 !1/C o 1/K
q=1.731 !adimensional
ee=q*dd/bb !adimensional
t0=413.15 !temperatura de inicio K
tw=483.15 !513.15 !temperatura en la superficie del barril K
constk=0.00035 !conductividad térmica KPa mm/(K seg) 0.35W/mC
densidad=777. !del fundido Kg/m^3m^3
!parametros de extrusor
h=0.0044 !m
ancho=0.053 !m
ongitud=1. !m
deltap=8000. !KPa (-70 a 70 MPa)
v=0.1 !m/s P1*D^3*RM*cos(Theta)
!ecuaciones adimensionales
g=(h*deltap)/(ongitud*cc)
write(6,*)'g=',g
ambda=(bb*(cc*h)**2)/(constk*eta)
write(6,*)'ambda=',ambda
sigma=(h*cc)/(v*eta)
write(6,*)'sigma=',sigma
thetaw=bb*(tw-t0)

!!llamar al archivo de las z(i) y las w(i), QGL, para
!!integración numérica

filename='glq16.dat'

open(unit=3,file=filename)

```

69

```

do i=1, max
  read(3,*) z(i),w(i)
  write(*,4010)1, z(i),w(i)
!4010 format(' z(',i2,')=',ES25.12,' w(',i2,')=',ES25.12)
end do
close(unit=3)

!constantes de la cuadratura gaussiana

suplim=1.
bajlim=0.
rel=(suplim-bajlim)/2.

!!unión con la subrutina ya establecida del libro

fv=0.
kd=M
kk=M
n=M

write(6,*)'valores iniciales'

do 10 j=1,kk
  y(j)=0.
  b(j)=0.5

  write(6,*)'x(',j,')=',b(j)

  bv(j)=1.
  bmin(j)=-100.
  10 bmax(j)=100.
  ic=0
  icon=kk
  fno=0.
  fla=0.
  tau=0.
  eps=0.
  phmin=0.

C _____ Estoy poniendo otroformato _____

100 call bsolve (kk,b,n,s,y,ph,fno,fla,tau,eps,phmin,ic,icon,fv,
  & dv, bv,bmin,bmax,p,fntx,deriv,kd,a,ac,gamm,
  & max,M,w,
  & s1k,z,sumap01,sumaexp,ww,sumar,ee)

write(6,*)'iter',fv,'incognitas',icon
do j=1,kk
  write(6,*)'x(',j,')=',b(j)
  write(6,*)'ec(',j,')=',z(j)
end do
write(6,*)'error=',ph

C _____ !corrregir formato!!!!!!!!!!!!!!

if (fv .le. 90000.) go to 1
write(6,*)'num. iter. Maximas'
stop
1 if (icon .ne. 0.) go to 2

```

```

write(6,*)'convergencia adecuada'
go to 7
2 if (icon.gt. 0.) go to 7
if (icon.ne. -1.) go to 3
write(6,*)'imposible mejorar convergencia'
stop
3 if (icon.ne. -2.) go to 4
write(6,*)'existen más incógnitas que funciones'
stop
4 if (icon.ne. -3.) go to 5
write(6,*)'ceró variables totales'
stop
5 if (icon.ne. -4.) go to 6
write(6,*) 'convergencia adecuada'
stop
6 write(6,*)'imposible que suceda'
stop
7 if (icon.ne. 0.) go to 100

call polinomio(b,zeta,theta,sumatheta,
& max,M,ee,thetat,bb)

call perfiles(max,sik,zz,w,b,theta,sa,ab,M,
& v,ancho,h,densidad,thetat,pvel,gvol,vel,volum,velocid,
& volumet,gtotal,sa,psi,cc,k,viscosidnwt,deltap,ongitud,gama,eta,qn,
& gamal,esfuerzo,esfuerzol,viscosidad,viscosidadl,bb,Re,Br,constk)

write(*,*)'m=',b(1)      !!!!constante m de las ecuaciones

close(6)
end
!-----
subroutine bsolve (kk,b,nn,z,y,ph,fno,fla,tau,eps,
& phmin,i,icon,fv,dv,bv,bmin,bmax,p,func,deriv,kd,a,ac,gamm,
& max,M,w,
& sik,zz,sumapol,sumaexp,ww,sumar,ee)
!!!!!!metodo para resolver n ecuacionescon n incognitas!!!!!!!!!!!!!!
implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)

dimension b(M),z(M),y(M),fv(M),dv(M),bv(M),bmin(M),bmax(M)
DIMENSION p(M),a(kd,M-1),ac(kd,M-1)

k=kk
n=nn
kp1=k+1
kp2=kp1+1
kb1=k*n
kb12=kb1+k
kzi=kb12+k
if (fno.le. 0.) fno=10.0
if (fla.le. 0.) fla=0.01
if (tau.le. 0.) tau=0.001
if (eps.le. 0.) eps=0.00002
if (phmin.le. 0.) phmin=0.
120 kb=0

```

```

130 do 140 i1=1,k
140 if (bw(i1).ne. 0.) kb=kb+1
if (kb.gt. 0) go to 170
162 icon=3
163 go to 2120
170 if (n.ge. kb) go to 500
180 icon=2
190 go to 2120
500 i1=1
530 if (i.gt. 0) go to 1530
550 do 540 j1=1,k
j3=kb1+j1
p(j3)=b(j1)
j3=kb12+j1
560 p(j3)=dabs(b(j1))+1.0E-02
go to 1030
590 if (phmin.gt. ph.and. i.gt. 1) go to 625
do 620 j1=1,k
n1=(j1-1)*n
if (bw(j1))601,620,605
601 call deriv (k,b,n,z,p(n1+1),fv,dv,j1,jtest)
if (jtest.ne. -1) go to 620
bw(j1)=1.0
605 do 606 j2=1,k
j3=kb1+j2
606 p(j3)=b(j2)
j3=kb1+j1
j4=kb12+j1
den=0.001*dmax1(p(j4),dabs(p(j3)))
if (p(j3)+den.le. bmax(j1)) go to 55
p(j3)=p(j3)-den
den=den
go to 56
55 p(j3)=p(j3)+den
56 call fnTX (k,p(kb1+1),n,p(n1+1),fv,
& max,M,w,
& sik,zz,sumapol,sumaexp,ww,sumar,ee)
do 610 j2=1,n
jb=j2+n1
610 p(jb)=(p(jb)-z(j2))/den
620 continue
625 do 725 j1=1,k
n1=(j1-1)*n
a(j1,kp1)=0.
if (bw(j1)) 630,692,630
630 do 640 j2=1,n
n2=n1+j2
640 a(j1,kp1)=a(j1,kp1)+p(n2)*(y(j2)-z(j2))
650 do 680 j2=1,k
660 a(j1,j2)=0.
665 n2=(j2-1)*n
670 do 680 j3=1,n
672 n3=n1+j3
674 n4=n2+j3
680 a(j1,j2)=a(j1,j2)+p(n3)*p(n4)
if (a(j1,j1).gt. 1.E-20) go to 725
692 do 694 j2=1,kp1
694 a(j1,j2)=0.
695 a(j1,j1)=1.0
725 continue

```

```

gn=0.
do 729 j1=1,k
729 gn=gn+a(j1,kp1)**2
do 726 j1=1,k
726 a(j1,kp2)=dsqrt(a(j1,j1))
do 727 j1=1,k
a(j1,kp1)=a(j1,kp1)/a(j1,kp2)
do 727 j2=1,k
727 a(j1,j2)=a(j1,j2)/(a(j1,kp2)*a(j2,kp2))
730 fl=fla/fno
go to 810
800 fl=fno*fl
810 do 840 j1=1,k
820 do 830 j2=1,kp1
830 ac(j1,j2)=a(j1,j2)
840 ac(j1,j1)=ac(j1,j1)+fl
do 930 l1=1,k
l2=l1+1
do 910 l3=12,kp1
910 ac(l1,l3)=ac(l1,l3)/ac(l1,l1)
do 930 l3=1,k
if (l1-l3) 920,930,920
920 do 925 l4=12,kp1
925 ac(l3,l4)=ac(l3,l4)-ac(l1,l4)*ac(l3,l1)
930 continue
dn=0.
dg=0.
do 1028 j1=1,k
ac(j1,kp2)=ac(j1,kp1)/a(j1,kp2)
j2=kb1+j1
p(j2)=dmax1(bmin(j1),dmin1(bmax(j1),b(j1)+ac(j1,kp2)))
dg=dg+ac(j1,kp2)*a(j1,kp1)*a(j1,kp2)
dn=dn+ac(j1,kp2)*ac(j1,kp2)
1028 ac(j1,kp2)=p(j2)-b(j1)
cosg=dg/dsqrt(dn*gn)
jgam=0
if (cosg) 1100,1110,1110
1100 jgam=2
cosg=-cosg
1110 continue
cosg=dmin1(cosg,1.0)
gam=arccos(cosg)*180./(3.14159265)
if (jgam .gt. 0) gam=180.-gam
1030 call func (k,p(kb1+1),n,p(kzi+1),fv,
& max,M,w,
& sik,zs,sumapol,sumaexp,vw,sumar,ee)
1500 phi=0.
do 1520 j1=1,n
j2=kzi+j1
1520 phi=phi+(p(j2)-y(j1))**2
if (phi .lt. 1.E-10) go to 3000
if (i .gt. 0) go to 1540
1521 icon=k
go to 2110
1540 if (phi .ge. ph) go to 1530
1200 icon=0
do 1220 j1=1,k
j2=kb1+j1
1220 if (dabs(ac(j1,kp2))/(tau+dabs(p(j2))) .gt. eps) icon=icon+1

```

```

if (icon .eq. 0) go to 1400
if (fl .gt. 1.0 .and. gamm .gt. 90.0) icon=-1
go to 2105
1400 if (fl .gt. 1.0 .and. gamm .le. 45.0) icon=-4
go to 2105
1530 if (i1-2) 1531,1531,2310
1531 i1=i1+1
go to (530,590,800),i1
2310 if (fl .lt. 1.0E+8) go to 800
1320 icon=-1
2105 fla=fl
do 2091 j2=1,k
j3=kb1+j2
2091 b(j2)=p(j3)
2110 do 2050 j2=1,n
j3=kzi+j2
2050 x(j2)=p(j3)
ph=phi
i=i+1
2120 return
3000 icon=0
go to 2105
end

C
subroutine fnk(kk,b,nn,z,fv,
& max,M,w,
& sik,zs,sumapol,sumaexp,vw,sumar,ee)
implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)
dimension sik(max),b(M),z(M),zs(max),sumapol(M,max),
& sumaexp(M,max),vw(M,max),sumar(M,max),w(max)
common suplim,sigma,oinflm,ambda,thetaw,g,q,r,el
fv=fv+1.
!entrada del polinomio de theta y la derivada del mismo
do i=1, max
sik(i)=(zs(i)*(suplim-oinflm)+suplim+oinflm)/2.
sumapol(i,1)=0.
sumaexp(i,1)=0.
do nnn=2,M
sumapol(nnn,i)=nnn*(nnn-1)*b(nnn)*sik(i)**(nnn-2)
sumapol(nnn,i)=sumapol(nnn-1,i)+sumapol(nnn,i)
sumaexp(nnn,i)=b(nnn)*(sik(i)**(nnn)-1.)
sumaexp(nnn,i)=sumaexp(nnn-1,i)+sumaexp(nnn,i)
vw(nnn,i)=sik(i)**(nnn)-1.
end do
sumapol(M,i)=sumapol(nnn-1,i)
sumaexp(M,i)=sumaexp(nnn-1,i)
end do
!acaba la entrada de polinomio
!entrada de las ecuaciones a resolver

```

```

do nnn=2,M
sumar(nnn,0)=0.
sumafm=0.
do i=1,max
sik(i)=(zz(i)*(suplim-oinflim)+suplim+oinflim)/2.
sumafm_1=w(i)*((1.+dexp(ee*(thetaw+sumaexp(M,i)))*(dabs(b(1)+
& g*aik(i)**q)**(b(1)+
& g*aik(i))*dexp(thetaw+sumaexp(M,i)))
sumar(nnn,i)={sumapol(M,i)+ambda*(1.+dexp(ee*(thetaw+
& sumaexp(M,i)))*(dabs(b(1)+
& g*aik(i)**q))*(b(1)+g*aik(i))**2*dexp(thetaw+
& sumaexp(M,i)))*w(nnn,i)*w(i)

sumar(nnn,i)=sumar(nnn,i-1)+sumar(nnn,i)
sumafm=sumafm+sumafm_1

end do
z(nnn)=sumar(nnn,max)*rel
end do
z(1)=1.+sumafm*sigma*rel
!aquí acaba la entrada de las ecuaciones
return
end

```

C Parte de lasubrutina BSOLVE

```

function arcos(z)
implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)
x=z
key=0
if (x .lt. [-1.]) x=-1.
if (x .gt. 1.) x=1.
if (x .ge. [-1.] .and. x .lt. 0.) key=1
if (x .lt. 0.) x=dabs(x)
if (x .eq. 0.) go to 10
arcos=datan(dsqrt(1.-x*x)/x)
if (key .eq. 1) arcos=3.14159265-arcos
go to 999
10 arcos=1.5707963
999 CONTINUE

```

C Polinomio temperatura

```

subroutine polinomio(b,zeta,theta,sumatheta,
& max,M,ee,thetat,bb)
implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)
dimension theta(50),b(M),sumatheta(50),thetat(50)
common suplim,sigma,oinflim,ambda,thetaw,g,q,rel
zeta=-0.05
open(5,file='datotemperatura.dat')
write(5,42)

```

72

```

42 format('          posicion',          theta',
&          (7-T0)'/,/)
do i=1,21
zeta=zeta+0.05
theta(i)=0.
thetat(i)=0.
do nnn=2,M
sumatheta(i)=b(nnn)*((zeta**nnn)-1.)
theta(i)=theta(i)+sumatheta(i)
thetat(i)=thetat(i)+sumatheta(i)
end do
theta(i)=thetaw+theta(i)
thetat(i)=ee*(thetaw+thetat(i))
write(5,43)zeta,theta(i),theta(i)/bb
43 format(3ES25.6)
end do
close(5)
return
end

```

C Polinomio para perfiles

```

subroutine perfiles(max,sik,zz,w,b,theta,ss,db,M,
& w,ancho,h,densidad,thetat,pvel,gvol,vel,volum,velocid,
& svolum,tgotal,ss,psi,cc,k,viscosidnvt,delt,ongitud,gama,eta,qn,
& gamal,esfuerzo,esfuerzol,viscosidad,viscosidadl,bb,Re,Br,constk)

```

```

implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)

```

```

dimension sik(max),b(M),zz(max),w(max),theta(50),thetat(50),
& pvel(20),gvol(20),vel(max),volum(max),velocid(max),volumet(max),
& gamal(50),gamal(50),esfuerzo(50),esfuerzol(50),viscosidad(50),
& viscosidadl(50)
common suplim,sigma,oinflim,ambda,thetaw,g,q,rel

```

```

sb=0.
sa=-0.1
gvol(1)=0.
pvel(0)=0.
ss=0.
open(15,file='datosperfilesvelocidad.dat')
write(15,44)

```

```

44 format('/',,
&          velocidad',/,/,
&          0.0',,
&          0.0',,

```

```

do j=1,19,2
vel(0)=0.
volum(0)=0.
sb=sb+0.1
sa=sa+0.1
do i=1,max

```

```

sik(i)=(zz(i)*(sb-sa)+sb+sa)/2.

```

```

velocid(i)=w(i)*((1.+dexp((thetat(j)+thetat(j+1)+thetat(j+2))/3.))
& (dabs(b(1)+g*aik(i)**q)**(b(1)+g*aik(i))*dexp((thetat(j) +
& theta(j+1)+theta(j+2))/3.))*(sb-sa)/2.

```

```

volumet(i)=w(i)*sik(i)*((1.+dexp((thetat(j)+thetat(j+1) +
& theta(j+2))/3.))*(dabs(b(1)+g*aik(i)**q)**(b(1)+g*aik(i)))*

```

```

& dexp((theta(j)+theta(j+1)+theta(j+2))/3.))* (sb-sa)/2.
vel(i)=velocid(i)+vel(i-1)
volum(i)=volumet(i)+volum(i-1)
end do
ss=ss+1.
pvel(ss)=-sigma*vel(max)+pvel(ss-1.)
gvol(ss-1.)=-sigma*volum(max)+gvol(ss)
write(15,2)sb, pvel(ss), pvel(ss)*v
2 format(3E20.6)
end do
write(15,3)
3 format(//,' flujo volumetrico', ' flujo volumetrico
4', ' gasto másico')
write(15,5)
5 format(' (adimensional)', ' (m3/s)', '
& (kg/hr)', //)
&
gtotal=1.+gvol(11)
write(15,4)gtotal, gtotal*v*ancho*h, gtotal*v*ancho*h
&3600.*densidad
4 format(3E20.6)
write(15,8)
8 format(//,' (PO-PL)', //, '
& (KPa)', //)
write(15,7)deltP
7 format(ES20.6)
C calculo de esfuerzos, viscosidad, gama punto
open(8, file='cnewton.dat')
write(8,15)
15 format(' posicion', ' esfuerzo(i)', '
& gama(i)', ' viscosidad(i)', //)
psi=0.
k=1
do i=1,11
gama(i)=sigma*((1.+dexp(theta(k)))*(dabs(b(1)+g*psi)**q))
& (b(1)+g*psi)*dexp(theta(k))**v/h
& gama(i)=dlog(dabs(gama(i))) !este seria el mismo
esfuerzo(i)={(b(1)+g*psi)*cc} !este seria el mismo
esfuerzo1(i)=dlog(dabs(esfuerzo(i))) !este seria el mismo
viscosidad(i)=dabs(esfuerzo(i))/gama(i) !este seria el mismo
viscosidad1(i)=dlog(dabs(viscosidad(i))) !este seria el mismo
write(8,14)psi,esfuerzo(i),gama(i),viscosidad(i) !este seria el mismo
14 format(4E20.6) !este seria el mismo
psi=psi+0.1
k=k+2
end do
write(8,21)
21 format(//,' Reynolds', ' Brinkman', //)
Re=(densidad*(v**2)/ancho)/(viscosidad(1)*v/ancho**2)
Br=(viscosidad(1)*(v/ancho)**2)/
& ((constk*((theta(1)-theta(21))/bb))/ancho**2)

```

```

write(8,23)Re/1000,Br
23 format(2E20.6)
write(8,16)
16 format(//,' posicion', '
& ln(esfuerzo(i))', ' ln(gama(i))', '
& ln(viscosidad(i))', //)
psi=0.1
do i=1,11
psi=psi+0.1
write(8,12)psi,esfuerzo1(i),gama1(i),viscosidad1(i)
12 format(4E20.6)
end do
close(15)
close(8)
return
end

```

```

****
!segunda revision con el acoplamiento de todas las ecu.
program extrusion a alfa constante

program SOLVE

implicit real*(a-h,w-z)
implicit integer*(i-m)

external fnta

character(len=20)::filename,datosperfilesvelocidad,
4 datos=temperatura,datos,seccion,componenon
integer,parameter::max=4
integer,parameter::N=1000000
dimension w(max),s1(max),s1k(max),p(N*(M+1)),a(M,M+2),ac(M,M+2),
4 theta(10),sumaTheta(10),sumapol(M,max),sumasmp(M,max),
4 w(M,max),sumar(M,max),b(10),s(10),r(M),br(M),lmin(M),lmax(M),
4 pvel(20),gvel(20),vel(max),volum(max),velocid(max),volumet(max),
4 gane(10),gane1(10),esFuerso(10),esFuerso1(10),viscosidad(10),
4 viscosidad1(10)
common suplia,sigma,bajlia,ambda,thetaa,g,q,rsl

open(4,file='datos.dat')
!constantes de la ecuaciónde viscosidad
hh=0.0151778 !1/C a 1/C
ata=7.01324 !KPa
alfe=45.35378 !KPa
q=1.7455842 !adimensional
l=0.44315 !temperature de inicio K
l=0.1115 !temperature en la superficie del barril K
const=0.00035 !conductividad térmica KPa mm/(K seg) 0.35W/mC
densidad=777. !del fundido Kg/m^3
!parametros de la extrusion
h=0.004 !m
anch=0.053 !m
angitud=1. !m
delip=0.0 !KPa [-70 a 70]
w=1 !0.4 !m/s R1D'R2M'cos(Theta)
!ecuaciones adimensionales
g=h*delip/(angitud*alfa)
write(4,'')g'

```

file://E:\DOCU...-I\que\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

icon=kk
fno=0
file=0
tau=0
eps=0
pmin=0

C
Estoy poniendo otro formato
100 call solve (kk,b,h,s,y,ph,fno,ta,tau,eps,pmin,ic,icon,Fv,
4 dr,br,lmin,lmax,p,fnta,deriv,hd,a,ac,gamm,
4 max,M,w,
4 s1k,s2,sumapol,sumasmp,ww,sumar)

write(6,'')iter',Fv,'incognitas',icon
do j=1,kk
write(6,'')s1(',j,')=',s1(j)
write(6,'')s2(',j,')=',s2(j)
end do
write(6,'')error',ph

C
!corregir formato!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

if (Fv.le.50000.0) go to 1
write(6,'')num. iter. maximas'
stop
1 if (icon.ne.0.) go to 2
write(6,'')convergencia adecuada'
go to 7
2 if (icon.gt.0.) go to 7
if (icon.ne.-1.) go to 3
write(6,'')imposible mejorar convergencia'
stop
3 if (icon.ne.-2.) go to 4
write(6,'')existen más incógnitas que funciones'
stop
4 if (icon.ne.-3.) go to 5
write(6,'')ceros variables totales'
stop
5 if (icon.ne.-4.) go to 6
write(6,'')convergencia adecuada'
stop
6 write(6,'')imposible que suceda'

```

file://E:\DOCU...-I\que\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

ambda=(bb*(alfa*h)**2)/(const*eta)
write(4,'')ambda',ambda
sigma=(h*beta)/(r*eta)
write(4,'')sigma',sigma
theta=bb*(tau-t0)

!llamar al archivo de los s1(i) y las w(i). QOL para
!la integración numérica
filename='g1g1.dat'

open(unit=3,file=filename)
do i=1,max
read(3,'') s1(i),w(i)
! write('')s1(i),s1(i),w(i)
!010 format('s1',i2,',',s1,'=',s25.12,' w',i2,',',w,'=',s25.12)
end do
close(unit=3)

!constantes de la cuadratura gaussiana
suplia=1
bajlia=0
rel=(suplia-bajlia)/2

!!!llamada con la subrutina ya establecida del libro

fno=0
h=0
l=0
m=0

write(4,'')valores iniciales'
do i=1,kk
y(i)=0
s(i)=0.5
write(4,'')s1',j,')=',s1(j)
end do
br(i)=1
lmin(i)=100.
lmax(i)=100.
l=0

```

file://E:\DOCU...-I\que\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

stop
7 if (icon.ne.0.) go to 100
call polimnia(b,sets,theta,sumtheta,
4 max,M,bb)

call perfiles(lmax,s1k,s2,w,b,theta,ss,eb,M,
4v,ambda,h,densidad,gvel,gvel1,volum,velocid,volumet,gtotal,ss,
4const,s1k,h,viscosidad,delip,angitud,gamm,esFuerso,
4esFuerso1,viscosidad,viscosidad1,bb,const,ss,ss)

else(4)
end
C-----
subroutine solve (kk,b,h,s,y,ph,fno,ta,tau,eps,
4 pmin,ic,icon,Fv,dr,br,lmin,lmax,p,fnta,deriv,hd,a,ac,gamm,
4 max,M,w,
4 s1k,s2,sumapol,sumasmp,ww,sumar)
!!!!!!llamada para resolver n ecuaciones por n incógnitas!!!!!!!!!!!!
implicit real*(a-h,w-z)
implicit integer*(i-m)

dimension b(M),s(M),y(M),FV(M),dr(M),br(M),lmin(M),lmax(M)
DIMENSION p(M),a(M,M+1),ac(M,M+1)

h=kk
m=0
l=1
l2=lg+1
l3=l+2
l4=l+3
l5=l+4
if (fno.le.0.) fno=0.0
if (ta.le.0.) ta=0.01
if (tau.le.0.) tau=0.001
if (eps.le.0.) eps=0.00001
if (pmin.le.0.) pmin=0.

100 m=0
110 do i=1,1,k
140 if (br(i).ne.0.) l=br+1
if (th.gt.0) go to 170

```

file://E:\DOCU...-I\que\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

142 icon=1
143 go to 2120
170 if (n.ge. kb) go to 500
180 icon=2
190 go to 2120
500 i=1
130 if (i.gt. 0) go to 1930
550 de 540 j1=1,k
j2=tbl1+1
p(j2)=b(j2)
j3=tbl2+1
540 p(j3)=daba(b(j3))+1.0E-02
go to 1930
590 if (pmax.gt. ph.and. i.gt. 1) go to 425
de 420 j1=1,k
n1=(j1-1)*n
if (b(j1)) 401,420,405
401 call dmatv (k,b,n,s,p(n1+1),fv,dv,j1,txax)
if (txax.ne. (-1)) go to 420
bv(j1)=0
405 de 808 j1=1,k
j3=tbl1+j2
406 p(j3)=b(j3)
j3=tbl1+j1
j4=tbl2+j1
den=0.001*max1(p(j4),daba(p(j3)))
if (p(j3)den.lt. bmax(j1)) go to 55
p(j3)=p(j3)/den
den=den
go to 56
55 p(j3)=p(j3)+den
54 call tvtv (k,p,tbl1+1,n,p(n1+1),fv,
& max,M,w,
& nk,tx,sumap1,sumexp,wv,sumar)
de 410 j1=1,n
j3=j2+n1
410 p(j3)=p(j3)+i(j2)/den
420 continue
425 de 725 j1=1,k
n1=(j1-1)*n
a(j1,npj)=0.
if (bv(j1)) 430,492,430
430 de 440 j2=1,n

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

n2=n1+2
440 a(j1,npj)=a(j1,npj)+p(n2)*i(y(j2)-a(j2))
460 de 480 j2=1,k
460 a(j1,j2)=0.
443 n2=(j2-1)*n
470 de 480 j3=1,n
473 n3=n1+j1
474 n4=n2+j3
480 a(j1,j3)=a(j1,j3)+p(n3)*p(n4)
if (a(j1,j3).gt. 1.0E-02) go to 728
490 de 494 j3=1,npj
494 a(j1,j3)=0.
495 a(j1,j1)=1.0
725 continue
qnd=
de 729 j1=1,k
729 contemp=a(j1,npj)+*g
de 726 j1=1,k
726 a(j1,npj)=dqgr(a(j1,j1))
de 727 j1=1,k
a(j1,npj)=a(j1,npj)/a(j1,npj)
de 727 j1=1,k
727 a(j1,j2)=a(j1,j2)/(a(j1,npj)*a(j1,npj))
730 f1=214/fms
go to 810
800 f1=2ba*f1
810 de 840 j1=1,k
810 de 830 j2=1,npj
830 ae(j1,j2)=a(j1,j2)
840 ae(j1,j1)=ae(j1,j1)+f1
de 830 i=1,k
i3=i+1
de 810 i=1,npj
910 ae(i1,i3)=ae(i1,i3)/ae(i1,i1)
de 930 i=1,k
if (i1>1) 920,930,920
920 de 925 i=1,2,npj
925 ae(i1,i4)=ae(i1,i4)-ae(i1,i4)*ae(i1,i1)
930 continue
d=0.
dps=
de 1008 j1=1,k
ae(j1,npj)=ae(j1,npj)/a(j1,npj)
j3=tbl1+j1

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

p(j2)=max1(bmin(j2),dmin(bmax(j2),b(j1)+a(j1,npj)))
dq=dq+ae(j1,npj)*a(j1,npj)+i(j1,npj)
dn=dn+ae(j1,npj)*ac(j1,npj)
1028 ac(j1,npj)=p(j2)-b(j1)
coag=dy/dqgr(dn*gn)
jgam=0
if (coag)1100,1110,1110
1100 jgam=2
coag=coag
1110 continue
coag=dmin(coag,1.0)
gamraco=(coag)*180./(3.14159245)
if (jgam.gt. 0) gam=180.-gam
1030 call Func (k,p,tbl1+1,n,p(k+1),fv,
& max,M,w,
& nk,tx,sumap1,sumexp,wv,sumar)
1500 phi=0
de 1520 j1=1,n
j2=k+1+j1
1520 phi=phi+(p(j2)-y(j1))**2
if (phi.lt. 1.E-10) go to 3000
if (i.gt. 0) go to 1540
1521 icon=k
go to 2110
1540 if (phi.ge. phi) go to 1530
1200 icon=0
de 1220 j1=1,k
j2=tbl1+j1
1220 if (daba(ae(j1,npj))/(tau*daba(p(j2)))-gt. eps) icon=icon+1
if (icon.ge. 0) go to 1460
if (f1.gt. 1.0.and. gam.gt. 90.0) icon=1
go to 2105
1400 if (f1.gt. 1.0.and. gam.lt. 45.0) icon=-4
go to 2105
1530 if (i1>1) 1531,1531,2110
1531 i1=i+1
go to (930,930,800),i1
2110 if (i1.lt. 1.0E-8) go to 800
1320 icon=1
2105 f1=f1
de 2091 j2=1,k
j3=tbl1+j2
2091 b(j3)=p(j3)

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

2110 de 2050 j1=1,n
j3=k+1+j1
a(j3)=p(j3)
d=1+1
2120 return
2000 icon=0
go to 2105
end
IC
subroutine fin(k,b,nv,s,fv,
& max,M,w,
& nk,tx,sumap1,sumexp,wv,sumar)
implicit real*8(a-h,o-s)
implicit integer*(l-n)
dimension nk(max),b(nv),s(nv),a(nv,max),sumap1(nv,max),
& sumexp(nv,max),wv(nv,max),sumar(nv,max),w(max)
common supln,sigma,oinfln,smbda,thetav,q,r,el
fv=fv+1.
!control del polinomio de theta y derivadas del mismo
de l=1, max
a(l)=a(l)**(supln-oinfln)+supln*oinfln/fz.
sumap1(l)=0.
sumexp(l)=0.
de nnn=2,n
sumap1(nnn,l)=sumar(nnn-1,l)*b(nnn)+a(l)**(nnn-2)
sumap1(nnn,l)=sumap1(nnn-1,l)+sumap1(nnn,l)
sumexp(nnn,l)=b(nnn)*sumexp(nnn-1,l)
sumexp(nnn,l)=sumexp(nnn-1,l)+sumexp(nnn,l)
wv(nnn,l)=w(l)**(nnn-1)
end de
sumap1(nv,l)=sumap1(nnn-1,l)
sumexp(nv,l)=sumexp(nnn-1,l)
end de

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-1\Temp\correccionados_for.htm

25/08/2004

```

!acaba la entrada de polinomio
!entrada de las ecuaciones a resolver
do nnn=2,M
suma(nnn,0)=0.
suma(nnn,0)
do i=1,max
a(i)=(i*(i+1)*supla-sinfla)*supla+sinfla/2.
suma(nnn,i)=(i*(i+1)*daba(b(i))*q**a(i)**q*(b(i)+
a(i)))*dexp(theta+sumaexp(nnn,i))
suma(nnn,i)=(i*(i+1)*supa1(M,i)*lambda*(i+1)*daba(b(i)+
q**a(i)**q*(b(i))*q**a(i)**q**2*dexp(theta+
sumaexp(nnn,i)))*w(nnn,i)**i)
suma(nnn,i)=suma(nnn,i-1)+suma(nnn,i)
suma(nnn,i)=suma(nnn,i)
suma(nnn,i)=suma(nnn,i)
end do
i(nnn)=suma(nnn,max)*rel
end do
i(i)=1.-suma(nnn,i)*rel
!aquí acaba la entrada de las ecuaciones
return
end

```

```

!aquí acaba la entrada de las ecuaciones
return
end

```

```

return
end

```

```

C Parte de la subrutina B001V
Function arcos(i)
Implicit real*(8-b,h,s-1)
Implicit integer*(4-i-n)
x=a
key=0
IF (A .LT. (-1.)) X=-1.
IF (A .GT. 1.) X=1.
IF (A .EQ. (-1.) .AND. X .LT. 0.) key=1
IF (A .LT. 0.) X=dabs(a)
IF (A .EQ. 0.) go to 10
arcos=atan(dexp(i-(x**2)/a))
IF (key .EQ. 1) arcos=3.14159265-arcos
go to 999
10 arcos=1.5707963

```

file://E:\DOCUMENTS-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\correccionesdos_for.htm

25/08/2004

```

999 CONTINUE
end
C Polinomio temperatura
subroutine polinomio(b,sets,theta,s,smetheta,
a max,M,bb)
Implicit real*(8-b,h,s-1)
Implicit integer*(4-i-n)
Dimension theta(50),b(M),smetheta(50)
Common supla,sigma,sinfla,smda,theta,w,q,rel
sets=-0.05
open(1,fil='datotemperature.dat')
write(5,42)
42 format(' (7-90)',/,' position', ' theta',
a do i=1,51
setsmeta=0.05
theta(i)=0.
do nnn=2,M
smetheta(i)=b(nnn)**(sets*nnn-1.)
theta(i)=theta(i)+smetheta(i)
end do
theta(i)=theta+theta(i)
write(5,43)sets,theta(i),theta(i)/bb
43 format(2E25.6)
end do
close(1)
return
end
C Polinomio para perfiles
subroutine perfiles(max,aik,rs,w,b,theta,sa,sh,M,
sv,sho,sh,densidad,pvel,vel,volum,viscosid,volumet,gtotal,sa,
spai,alfa,b,viscosidmax,delt,p,anglud,gama,gama1,esfuerzo,
seefuerzo,viscosidad,viscosidad1,bb,comact,se,St)
Implicit real*(8-b,h,s-1)
Implicit integer*(4-i-n)

```

file://E:\DOCUMENTS-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\correccionesdos_for.htm

25/08/2004

```

Dimension aik(max),b(M),z(max),wmax,theta(50),pvel(20),
a gvel(20),vel(max),volum(max),velocid(max),volumet(max),
a gama(50),gama1(50),esfuerzo(50),seefuerzo(50),viscosidad(50),
a viscosidad1(50)
Common supla,sigma,sinfla,smda,theta,w,q,rel
sb=0.
sa=-0.1
gvel(1)=0.
pvel(1)=0.
sa=0.
open(1,fil='datosperfilesviscosidad.dat')
write(15,44)
44 format('/',/,' position', ' phi',
a 0.0',/,' 0.0',
a 0.0')
do j=1,19,2
vel(1)=0.
volum(1)=0.
sb=ab+0.1
sa=sa+0.1
do i=1,max
a(i)=(i*(i+1)*(sb-sa)+brsa)/2.
velocid(i)=i*(i+1)*daba(b(i))*q**a(i)**q*(b(i)+a(i))
dexp((theta(i))+theta(j+1)+theta(j+2))/3.)*(sb-sa)/2.
volumet(i)=i*(i+1)*a(i)**i*(i+1)*daba(b(i))*q**a(i)**q*(b(i)+
a(i))**i*dexp((theta(i))+theta(j+1)+theta(j+2))/3.)*(sb-sa)/2.
vel(i)=velocid(i)*w(i-1)
volum(i)=volumet(i)+volum(i-1)
end do
sa=sa+1.
pvel(sa)=-sigma*vel(max)*pvel(sa-1)
gvel(sa)=1+sigma*volum(max)*gvel(sa)
write(15,2)ab, pvel(sa),
2 format(2E20.6)

```

file://E:\DOCUMENTS-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\correccionesdos_for.htm

25/08/2004

```

end do
write(15,3)
3 format('/',/,' flujo volumetrico', ' flujo volumetrico
a', ' gasto máxico',
a write(15,5)
5 format('/',/,' [dimensional]', ' (m^3/s)',
a (kg/m^3)/,/)
a gtotal=1.+gvel(11)
write(15,4)gtotal, gtotal*"ancho", gtotal*"ancho"
a"3000.*densidad
4 format(2E20.6)
write(15,6)
6 format('/',/,'
a (KPa)',/,' (90-Pl)',/,'
a write(15,7)delt
7 format(2E20.6)
C calculo de esfuerzos,viscosidad,gama punto
open(2,fil='cometas.dat')
write(5,18)
18 format(' position', ' esfuerzo(i)', '
a gama(i)', ' viscosidad(i)',/)
pai=0.
bi=1
do i=1,11
gama(i)=sigma*(i*(i+1)*daba(b(i))*q**pai**q*(b(i)+q**pai)
a dexp(theta(i)))*w/i)
gama1(i)=dlog(daba(gama(i)))
esfuerzo(i)=((b(i)+q**pai)*alfa)
esfuerzo1(i)=dlog(daba(esfuerzo(i)))
viscosidad(i)=((sefuerzo(i))/gama(i))
viscosidad1(i)=dlog(daba(viscosidad(i)))
write(8,14)pai,esfuerzo(1),gama(1),viscosidad(1)
14 format(2E20.6)
pai=pai+0.1

```

file://E:\DOCUMENTS-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\correccionesdos_for.htm

25/08/2004

```

n=n+2
end do

write(#,21)
21 format(//, ' Reynolds', ' Bringham', /)
Re=(densidad*(v**2)/ancho)/(viscosidad(1)*v/ancho**2)
Re=viscosidad(1)*v/ancho**2//
4 ((cosack*((theta(1)-theta(2))/bb))/ancho**2)
write(#,23)Re/1000,Re
23 format(##20.6)

write(#,14)
16 format(//, ' position', '
sin(esFuera(1)) ', ' ln(gama(1))', ' ln(viscosidad(1))', /)

pai=0.1
do j=1,11
pai=pai+0.1
write(#,12)pai,esFuera(1),gama(1),viscosidad(1)
12 format(##20.6)
end do

close(13)
close(8)

return
end
```

```

**** 'solución del problema a @p=0, solución exacta
program extrusion a alfa constante

program SOLVE

implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)

external fcn

character(len=30)::datosfiles=velocidad,
data=temperatura,datos.componenon
integer,parameter::m=2
integer,parameter::n=100000
dimension p(m*m*m*m),a(m,m*2),ac(m,m*2),b(m),z(m),y(m),bv(m),
4 bmin(m),bmax(m),sik(50),theta(50),velocid(50)

common sigma,ambda,thetas,q

open(4,file='datos.dat')
'constantes de la ecuación viscosidad
bb=0.0133778 '1/C a 1/K
eta=7.03124 'Pa.s
alfa=45.33778 'KPa
q=1.7455842 'adimensional
l0=443.15 'temperatura de inicio K
l=812.15 'temperatura en la superficie del berri K
const=0.0035 'conductividad térmica W/m/(K seg) 0.35W/mC
densidad=777. 'del fundido Kg/m^3
'parámetros de extrusor
b=0.004 'a
anch=0.051 'a
ongitud='.m
deltp='.mPa (-70 a 70)
v=0.1 '0.6 'm/s P1'D'3M's(Theta)
'ecuaciones adimensionales
q=(b*deltp)/(ongitud*alfa)
write(6,*)'q=',q
ambda=exp((b*b*(alfa*b)**2)/(const*eta))
write(6,*)'ambda=',ambda
sigma=(b*alfa)/(v**eta)
write(6,*)'sigma=',sigma

```

file://E:\DOCUMENTE-I\Iquique\CONFIG-1\Temp\caiddepereo_for.htm

25/08/2004

```

thetas=bb*(v-o)

!!TITULO con la subrutina ya establecida del libro

f=0.
b=0.
bmin=
bmax=
m=

write(6,*)'valores iniciales'

do 10 j=1,k
j(j)=0.
b(j)=-12.5 '1-12.2 hasta -12, de la solución
write(6,*)'a',j,'='',b(j)

bv(j)=1.
bmin(j)=-100.
10 bmax(j)=100.

icon=
icon=kb
f=0.
f=0.
tau=0.
sigma=0.
P1=0.

C 'Estoy poniendo otro formato

100 call bsolve (k,b,h,m,s,y,ph,fno,fla,tau,eps,bmin,ic,icon,fv,
4 dv,bv,bmin,bmax,p,dta,deriv,hd,e,ac,gam,
4 M)

write(6,*)'iter',fv,'incogmitas',icon
do j=1,kk
write(6,*)'a',j,'='',b(j)
write(6,*)'m',j,'='',s(j)
end do
write(6,*)'error=',ph

C 'conregistra formato!!!!!!!!!!!!!!

```

file://E:\DOCUMENTE-I\Iquique\CONFIG-1\Temp\caiddepereo_for.htm

25/08/2004

```

if (fv .le. 500000.) go to 1
write(6,*)'num. iter. maximas'
stop
1 if (icon .ne. 0.) go to 2
write(6,*)'convergencia adecuada'
go to 7
2 if (icon .gt. 0.) go to 7
if (icon .ne. -1.) go to 3
write(6,*)'imposible mejorar convergencia'
stop
3 if (icon .ne. -2.) go to 4
write(6,*)'existen más incógnitas que funciones'
stop
4 if (icon .ne. -3.) go to 5
write(6,*)'ceros variables totales'
stop
5 if (icon .ne. -4.) go to 6
write(6,*)'convergencia adecuada'
stop
6 write(6,*)'imposible que suceda'
stop
7 if (icon .ne. 0.) go to 100

call polinomio(C,b,sets,theta,sik,M,bb)
call perfiles(velocid,b,C,sik,M,v,qtota,viscosidnew,h,
4 deltp,anch,ongitud,densidad)

close(6)
end

subroutine bsolve (k,b,h,m,s,y,ph,fno,fla,tau,eps,
4 bmin,ic,icon,fv,dv,bv,bmin,bmax,p,func,deriv,hd,e,ac,gam,
4 M)
****metodo para resolver n ecuaciones por m incognitas!!!!!!!!!!!!!!
implicit real*8(a-h,o-z)
implicit integer*4(i-n)

dimension b(m),z(m),y(m),fv(m),dv(m),bv(m),bmin(m),bmax(m)
DIMENSION p(m),s(hd,m-1),ac(hd,m-1)

```

78

file://E:\DOCUMENTE-I\Iquique\CONFIG-1\Temp\caiddepereo_for.htm

25/08/2004

```

b=h
m=
n=
n1=
n2=
n3=
n4=
n5=
n6=
n7=
n8=
n9=
n10=
n11=
n12=
n13=
n14=
n15=
n16=
n17=
n18=
n19=
n20=
n21=
n22=
n23=
n24=
n25=
n26=
n27=
n28=
n29=
n30=
n31=
n32=
n33=
n34=
n35=
n36=
n37=
n38=
n39=
n40=
n41=
n42=
n43=
n44=
n45=
n46=
n47=
n48=
n49=
n50=
n51=
n52=
n53=
n54=
n55=
n56=
n57=
n58=
n59=
n60=
n61=
n62=
n63=
n64=
n65=
n66=
n67=
n68=
n69=
n70=
n71=
n72=
n73=
n74=
n75=
n76=
n77=
n78=
n79=
n80=
n81=
n82=
n83=
n84=
n85=
n86=
n87=
n88=
n89=
n90=
n91=
n92=
n93=
n94=
n95=
n96=
n97=
n98=
n99=
n100=
n101=
n102=
n103=
n104=
n105=
n106=
n107=
n108=
n109=
n110=
n111=
n112=
n113=
n114=
n115=
n116=
n117=
n118=
n119=
n120=
n121=
n122=
n123=
n124=
n125=
n126=
n127=
n128=
n129=
n130=
n131=
n132=
n133=
n134=
n135=
n136=
n137=
n138=
n139=
n140=
n141=
n142=
n143=
n144=
n145=
n146=
n147=
n148=
n149=
n150=
n151=
n152=
n153=
n154=
n155=
n156=
n157=
n158=
n159=
n160=
n161=
n162=
n163=
n164=
n165=
n166=
n167=
n168=
n169=
n170=
n171=
n172=
n173=
n174=
n175=
n176=
n177=
n178=
n179=
n180=
n181=
n182=
n183=
n184=
n185=
n186=
n187=
n188=
n189=
n190=
n191=
n192=
n193=
n194=
n195=
n196=
n197=
n198=
n199=
n200=
n201=
n202=
n203=
n204=
n205=
n206=
n207=
n208=
n209=
n210=
n211=
n212=
n213=
n214=
n215=
n216=
n217=
n218=
n219=
n220=
n221=
n222=
n223=
n224=
n225=
n226=
n227=
n228=
n229=
n230=
n231=
n232=
n233=
n234=
n235=
n236=
n237=
n238=
n239=
n240=
n241=
n242=
n243=
n244=
n245=
n246=
n247=
n248=
n249=
n250=
n251=
n252=
n253=
n254=
n255=
n256=
n257=
n258=
n259=
n260=
n261=
n262=
n263=
n264=
n265=
n266=
n267=
n268=
n269=
n270=
n271=
n272=
n273=
n274=
n275=
n276=
n277=
n278=
n279=
n280=
n281=
n282=
n283=
n284=
n285=
n286=
n287=
n288=
n289=
n290=
n291=
n292=
n293=
n294=
n295=
n296=
n297=
n298=
n299=
n300=
n301=
n302=
n303=
n304=
n305=
n306=
n307=
n308=
n309=
n310=
n311=
n312=
n313=
n314=
n315=
n316=
n317=
n318=
n319=
n320=
n321=
n322=
n323=
n324=
n325=
n326=
n327=
n328=
n329=
n330=
n331=
n332=
n333=
n334=
n335=
n336=
n337=
n338=
n339=
n340=
n341=
n342=
n343=
n344=
n345=
n346=
n347=
n348=
n349=
n350=
n351=
n352=
n353=
n354=
n355=
n356=
n357=
n358=
n359=
n360=
n361=
n362=
n363=
n364=
n365=
n366=
n367=
n368=
n369=
n370=
n371=
n372=
n373=
n374=
n375=
n376=
n377=
n378=
n379=
n380=
n381=
n382=
n383=
n384=
n385=
n386=
n387=
n388=
n389=
n390=
n391=
n392=
n393=
n394=
n395=
n396=
n397=
n398=
n399=
n400=
n401=
n402=
n403=
n404=
n405=
n406=
n407=
n408=
n409=
n410=
n411=
n412=
n413=
n414=
n415=
n416=
n417=
n418=
n419=
n420=
n421=
n422=
n423=
n424=
n425=
n426=
n427=
n428=
n429=
n430=
n431=
n432=
n433=
n434=
n435=
n436=
n437=
n438=
n439=
n440=
n441=
n442=
n443=
n444=
n445=
n446=
n447=
n448=
n449=
n450=
n451=
n452=
n453=
n454=
n455=
n456=
n457=
n458=
n459=
n460=
n461=
n462=
n463=
n464=
n465=
n466=
n467=
n468=
n469=
n470=
n471=
n472=
n473=
n474=
n475=
n476=
n477=
n478=
n479=
n480=
n481=
n482=
n483=
n484=
n485=
n486=
n487=
n488=
n489=
n490=
n491=
n492=
n493=
n494=
n495=
n496=
n497=
n498=
n499=
n500=
n501=
n502=
n503=
n504=
n505=
n506=
n507=
n508=
n509=
n510=
n511=
n512=
n513=
n514=
n515=
n516=
n517=
n518=
n519=
n520=
n521=
n522=
n523=
n524=
n525=
n526=
n527=
n528=
n529=
n530=
n531=
n532=
n533=
n534=
n535=
n536=
n537=
n538=
n539=
n540=
n541=
n542=
n543=
n544=
n545=
n546=
n547=
n548=
n549=
n550=
n551=
n552=
n553=
n554=
n555=
n556=
n557=
n558=
n559=
n560=
n561=
n562=
n563=
n564=
n565=
n566=
n567=
n568=
n569=
n570=
n571=
n572=
n573=
n574=
n575=
n576=
n577=
n578=
n579=
n580=
n581=
n582=
n583=
n584=
n585=
n586=
n587=
n588=
n589=
n590=
n591=
n592=
n593=
n594=
n595=
n596=
n597=
n598=
n599=
n600=
n601=
n602=
n603=
n604=
n605=
n606=
n607=
n608=
n609=
n610=
n611=
n612=
n613=
n614=
n615=
n616=
n617=
n618=
n619=
n620=
n621=
n622=
n623=
n624=
n625=
n626=
n627=
n628=
n629=
n630=
n631=
n632=
n633=
n634=
n635=
n636=
n637=
n638=
n639=
n640=
n641=
n642=
n643=
n644=
n645=
n646=
n647=
n648=
n649=
n650=
n651=
n652=
n653=
n654=
n655=
n656=
n657=
n658=
n659=
n660=
n661=
n662=
n663=
n664=
n665=
n666=
n667=
n668=
n669=
n670=
n671=
n672=
n673=
n674=
n675=
n676=
n677=
n678=
n679=
n680=
n681=
n682=
n683=
n684=
n685=
n686=
n687=
n688=
n689=
n690=
n691=
n692=
n693=
n694=
n695=
n696=
n697=
n698=
n699=
n700=
n701=
n702=
n703=
n704=
n705=
n706=
n707=
n708=
n709=
n710=
n711=
n712=
n713=
n714=
n715=
n716=
n717=
n718=
n719=
n720=
n721=
n722=
n723=
n724=
n725=
n726=
n727=
n728=
n729=
n730=
n731=
n732=
n733=
n734=
n735=
n736=
n737=
n738=
n739=
n740=
n741=
n742=
n743=
n744=
n745=
n746=
n747=
n748=
n749=
n750=
n751=
n752=
n753=
n754=
n755=
n756=
n757=
n758=
n759=
n760=
n761=
n762=
n763=
n764=
n765=
n766=
n767=
n768=
n769=
n770=
n771=
n772=
n773=
n774=
n775=
n776=
n777=
n778=
n779=
n780=
n781=
n782=
n783=
n784=
n785=
n786=
n787=
n788=
n789=
n790=
n791=
n792=
n793=
n794=
n795=
n796=
n797=
n798=
n799=
n800=
n801=
n802=
n803=
n804=
n805=
n806=
n807=
n808=
n809=
n810=
n811=
n812=
n813=
n814=
n815=
n816=
n817=
n818=
n819=
n820=
n821=
n822=
n823=
n824=
n825=
n826=
n827=
n828=
n829=
n830=
n831=
n832=
n833=
n834=
n835=
n836=
n837=
n838=
n839=
n840=
n841=
n842=
n843=
n844=
n845=
n846=
n847=
n848=
n849=
n850=
n851=
n852=
n853=
n854=
n855=
n856=
n857=
n858=
n859=
n860=
n861=
n862=
n863=
n864=
n865=
n866=
n867=
n868=
n869=
n870=
n871=
n872=
n873=
n874=
n875=
n876=
n877=
n878=
n879=
n880=
n881=
n882=
n883=
n884=
n885=
n886=
n887=
n888=
n889=
n890=
n891=
n892=
n893=
n894=
n895=
n896=
n897=
n898=
n899=
n900=
n901=
n902=
n903=
n904=
n905=
n906=
n907=
n908=
n909=
n910=
n911=
n912=
n913=
n914=
n915=
n916=
n917=
n918=
n919=
n920=
n921=
n922=
n923=
n924=
n925=
n926=
n927=
n928=
n929=
n930=
n931=
n932=
n933=
n934=
n935=
n936=
n937=
n938=
n939=
n940=
n941=
n942=
n943=
n944=
n945=
n946=
n947=
n948=
n949=
n950=
n951=
n952=
n953=
n954=
n955=
n956=
n957=
n958=
n959=
n960=
n961=
n962=
n963=
n964=
n965=
n966=
n967=
n968=
n969=
n970=
n971=
n972=
n973=
n974=
n975=
n976=
n977=
n978=
n979=
n980=
n981=
n982=
n983=
n984=
n985=
n986=
n987=
n988=
n989=
n990=
n991=
n992=
n993=
n994=
n995=
n996=
n997=
n998=
n999=
n1000=

```

file://E:\DOCUMENTE-I\Iquique\CONFIG-1\Temp\caiddepereo_for.htm

25/08/2004

```

14 p[12]=den .le. hmax[11] go to 35
p[13]=p[12]-den
den=den
go to 14
35 p[13]=p[13]+den
36 call FNFK (k,p[13],n,n,p[13],lv,
  4 M)
do 410 j=1,n
j=j+1
410 p[13]=p[13]-j[12]/den
420 continue
425 do 425 j=1,k
n1=(j-1)*n
a[1],n1=0
if (lv[11]) 430,432,430
430 do 440 j=1,n
n2=n1+j
440 a[1],n2=a[1],n1+p[n2]*y[12]-x[12]
450 do 460 j=1,k
460 a[1],j1=0
465 n2=(j-1)*n
470 do 480 j=1,n
472 n3=n1+j
474 n4=n2+j
480 a[1],j2=a[1],j2+p[n3]*y[n4]
if (a[1],j1 .gt. 1.E-20) go to 725
492 do 494 j=1,lp1
494 a[1],j2=0
495 a[1],j3=1.0
725 continue
goto
do 727 j=1,k
729 p[1]=p[1],n1**2
do 730 j=1,k
734 a[1],n2=degtr(a[1],j1)
do 737 j=1,k
a[1],n3=a[1],n1/a[1],n2
do 737 j=1,k
737 a[1],j2=a[1],j2/a[1],n3*(j2,lp2)
730 f1=f1ar/fo
go to 810
800 f1=f1ar*f1
810 do 840 j=1,k
820 do 830 j=1,lp1

```

file://E:\DOCUMENTS-I\quique\CONFIG-IT\Temp\caiddepocro_for.htm

25/08/2004

```

830 do 811 j=1,lp1
840 do 811 j=1,lp1+1
do 820 j=1,k
820 j1=j
do 810 j=1,lp1
do 811 j=1,lp1/oe(11,11)
do 830 j1=1,k
if (11-13) 900,900,900
900 do 920 j=1,lp1
920 do 112,14)=oe(12,14)-oe(11,14)*oe(12,11)
930 continue
d=0
dpr=
do 1000 j=1,k
a[1],n1)=a[1],n1/a[1],n1
j=j+1
p[13]=d+d*(d*(a[1],d*(a[1],n1)+a[1],n1))
d=d+d*(a[1],n1)*a[1],n1
do 1020 j=1,lp1
1020 a[1],n1)=a[1],n1+p[n1]*y[1],n1
d=d+d*(a[1],n1)
j=j+1
if (d>=1100,1110,1110)
1100 j=j+1
d=d+d*(a[1],n1)
1110 continue
d=d+d*(a[1],n1)
d=d+d*(a[1],n1)
if (j>=n .gt. 0) goto 100-goto
1030 call FINE (k,p[13],n,n,p[13],lv,
  4 M)
1500 phi=0
do 1520 j=1,k
j=j+1
1520 phi=phi+p[13]-y[13]**2
if (phi .lt. 1.E-10) go to 2000
if ( .gt. 0) go to 1500
1521 continue
go to 2110
1540 if (phi .gt. phi) go to 1530
1500 goto 0
do 1220 j=1,k
j=j+1

```

file://E:\DOCUMENTS-I\quique\CONFIG-IT\Temp\caiddepocro_for.htm

25/08/2004

```

1220 if (dabs(ac[1],lp2))/(tau*dabs(p[12])) .gt. eps) icon=icon+1
if (icon .eq. 0) go to 1400
if (EL .gt. 1.0 .and. gamma .gt. 90.0) icon=1
go to 2100
1400 if (EL .gt. 1.0 .and. gamma .le. 45.0) icon =-4
go to 2100
1530 if (11-13) 1531,1531,2110
1531 11=11+4
go to 1530,150,800,11
2110 if (EL .lt. 1.0E+0) go to 800
1320 icon=1
2100 f1=0
do 2091 j=1,k
j=j+1
2091 b[12]=p[12]
2110 do 2090 j=1,n
j=j+1
2090 f[12]=p[12]
j=j+1
2120 return
3000 icon=0
go to 2100
end

```

```

IC
subroutine Fnta(k,b,nn,x,lv,
  4 M)

```

```

  implicit real*(a-h,o-s)
  implicit integer*(1-n)
  dimension b(n),x(n)
  common sigma,ambda,thetas,q

```

```

  f=0
  lentrede de las ecuaciones a resolver

```

```

  x(1)=b[1]+2.*log(1.+dosh(0.5**((2.**0.5)**ambda*b[1]))*(1.+
  dabs(b[2])**q)**(0.5))*exp(0.5*b[1]))-thetas

```

file://E:\DOCUMENTS-I\quique\CONFIG-IT\Temp\caiddepocro_for.htm

25/08/2004

```

  x(2)=0.5*(x(1)**(0.5)**ambda*b[2]**((1.+dabs(b[2]))**q)**(0.5))
  + dexp(0.5*b[3])*b[3]*log(1.+dosh(0.5**((2.**0.5)**ambda*b[1]))*(1.+
  dabs(b[2])**q)**(0.5))*exp(0.5*b[1])
  + dexp(0.5*b[4])

```

```

  laqui acaba la entrada de las ecuaciones

```

```

  return
end
C
function solve(C)
  implicit real*(a-h,o-s)
  implicit integer*(1-n)
  n=
  hay=0
  if (n .lt. (-1)) n=-1
  if (n .gt. 1) n=1
  if (n .gt. (-1) .and. n .lt. 0.) hay=1
  if (n .lt. 0.) n=dabs(n)
  if (n .eq. 0.) go to 10
  a=arcosh(dexp(1.-n**2)/n)
  if (hay .eq. 1) a=acos(3.14159265-arcos
  go to 999
  10 a=asin(1/97962)
  999 CONTINUE
end
C
  sublinea temperatura
subroutine phi_linea(C,b,sets,theta,slk,N,bb)
  implicit real*(a-h,o-s)
  implicit integer*(1-n)
  dimension theta(50),b(N),slk(50)
  common sigma,ambda,thetas,q
  do 0=0,(12.**0.5)**ambda*b[2]**((1.+dabs(b[2]))**q)**(0.5))
  write(*,*)b[1]
  write(*,*)thetas
  write(*,*)0

```

file://E:\DOCUMENTS-I\quique\CONFIG-IT\Temp\caiddepocro_for.htm

25/08/2004

```

1  write(*,*)dlog(C)
   zeta=0.05
   open(5,file='datotemperature.dat')
   write(5,42)
2  format('      (T-T0)',//)  posicion', '      theta', '
   do i=1,21
   zeta=zeta+0.05
   theta(i)=b(i)+2.*dlog(1./dcosh(C*zeta))
   write(5,43)zeta,theta(i),theta(i)/b0
3  format('E225.4)
   end do
   close(5)
   return
end

C      Polinomio para perfiles
subroutine perfiles(velocid,B,C,sik,M,v,gtotal,viccoaidnew,h,
  x  delta, ancho, conglud, densidad)
   implicit real*(8-h,e-s)
   implicit integer*(1-n)
   dimension sik(50),b(M),velocid(50)
   common sigma,smbda,thetav,q

   open(13,file='datosperfilesvelocidad.dat')
   open(10,file='compuNewton.dat')

   write(15,44)
44  format(//,'      posicion  ', '      phi', '
      velocidad')
   c=0.5*(2.1**(0.5))*smbda*b(2)*(1.+dabs(b(2))**q)**(0.5)
   x  *exp(0.5*b(1))
   sik(0)=-0.1
   do i=1,11
   sik(i)=sik(i-1)+0.1
   velocid(i)=-b(2)*sigma/C*(1.+dabs(b(2))**q)*exp(b(1))
   x  dTanh(C*sik(i))

```

```

   write(15,2)sik(i),  velocid(i),  velocid(i)*v
2  format('E220.4)
   end do
   gtotal=(-sigma*b(2)/(2.*C**2))*(1.+dabs(b(2))**q)*b(1)
   x  -thetav*exp(b(1))
   write(15,3)
3  format(//,'      flujo volumetrico', '      flujo volumetrico
      s', '      gasto masico')
   write(15,9)
5  format('      (dimensional)', '      (m^3/s)', '
      (kg/hr)', //)
   write(15,4)gtotal,  gtotal*v*ancho*h,  gtotal*v*ancho*h
4  format('E220.6)
   write(15,4)
6  format(//,'      (PO-PL)',//)
   write(15,7)delta
7  format('E220.4)

   close(10)
   close(13)
   return
end

```

```

metodo RESOLVE para fluido isoteramico de Ellis
*****
program SOLVE

implicit real*8(a-h,o-s)
implicit integer*4(i-n)

external fntx

character(len=30)::datospezfilesvelocidad,
datoscompueta,datos,compuetaon
integer,parameter::m=2
integer,parameter::mpm=2
dimension p(m)(m)(m),a(m,M+2),ac(m,M+2),b(m),z(m),y(m),dv(m),
4 bmin(m),bmax(m),a1x(50),cheta(50),velocid(50))

common sigma,smbda,thetav,q

open(6,file='datos.dat')
!constantes de la ecuacion de viscosidad
bb=0.014585745 !1/C o 1/K
eta=7.22129!dexp(-0.014585745*(tw-t0)) !KPa
q=1.731 !adimensional
t0=44.15 !temperatura de inicio K
tw=53.15 !temperatura en la superficie del barril
a1x=43.793!dexp(0.00134*(tw-t0)) !KPa
consta=0.00035 !conductividad térmica KPa mm/K seg) 0.15W/mC
denad=0.775 !del fundido KPa*mm
!parametros del extrusor
m=0.004 m
anchob=0.053 m
ogitud=1. m
fluj=0.7
delig=0. !KPa (-70 a 70)
v=0.7 !0.6 !m/s P1*D^3*RM*cos(Theta)
sigma=(v*a1x)/(v*eta)
write(6,*)sigma=.sigma
thetav=bb*(tw-t0)

! !unión con la subrutina ya establecida del libro

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

f=0.
b=0.
z=0.
v=0.

write(6,*)'valores iniciales'

do 10 j=1,kk
y(j)=0.
b(j)=0.6 !para flujo menor a 0.4 usar=0.3, levas ecc
!para flujo de 0.4 a 0.8 usar=0.6 2das ecc
!para flujo mayor a 0.8 usar=0.6 1levas ecc

write(6,*)'a1',j,'l=',b(j)

bv(j)=0.1
bmin(j)=100.
10 bmax(j)=100.
l=0.
lcom=0.
fno=0.
fl=0.
ta=0.
opa=0.
pmin=0.

C ..... Etey poniendo otroformato
100 call resolve (kk,b,n,s,y,ph,fno,fl,ta,opa,pmin,ac,com,
4 dv, dv,bmin,bmax,p,fntx,deriv,hd,s,ac,gama,
4 M,fluj)

write(6,*)'iter',fv,'incognitas',icon
do 30 j=1,kk
write(6,*)'a1',j,'l=',b(j)
write(6,*)'del',j,'l=',s(j)
end do
write(6,*)'azero'=.ph

deltap=0.2!(ogitud*a1x)/h
write(6,*)'deltap(KPa)',deltap
write(6,*)'Theta1'=.tw

C ..... !con registro formato!!!!!!!!!!!!!!

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

if (fv .le. 500000.) go to 1
write(6,*)'num. iter. maximas'
stop
1 if (lcom .ne. 0.) go to 2
write(6,*)'convergencia adecuada'
go to 7
2 if (lcom .gt. 0.) go to 7
if (lcom .ne. -1.) go to 3
write(6,*)'imposible mejorar convergencia'
stop
3 if (lcom .ne. -2.) go to 4
write(6,*)'existen más incógnitas que funciones'
stop
4 if (lcom .ne. -3.) go to 5
write(6,*)'cero variables totales'
stop
5 if (lcom .ne. -4.) go to 6
write(6,*)'convergencia adecuada'
stop
6 write(6,*)'imposible que suceda'
stop
7 if (lcom .ne. 0.) go to 100

close(6)
end

!-----
subroutine resolve (kk,b,n,s,y,ph,fno,fl,ta,opa,
4 M,fluj)
C .....
! metodo para resolver n ecuaciones por n incognitas!!!!!!!!!!!!!!
implicit real*8(a-h,o-s)
implicit integer*4(i-n)

dimension b(m),s(m),y(m),fv(m),dv(m),b(m),bmin(m),bmax(m)
DIMENSION p(m),a1x(m+1),ac(m,M+1))

k=kk
n=n
kp1=k+1
kp2=kp1+1

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

bmin=m
bmax=bmin+k
k1=bmin+k
if (fno .le. 0.) fno=10.0
if (fla .le. 0.) fl=0.01
if (fva .le. 0.) ta=0.001
if (opa .le. 0.) opa=0.0002
if (pmin .le. 0.) pmin=0.

150 m=0
150 do 100 i=1,k
160 if (bv(i) .ne. 0.) kb=bv+1
if (lch .gt. 0) go to 170
162 lcom=0
163 go to 210
170 if (n .gt. kb) go to 500
180 go to 210
500 l=1
530 if (i .gt. 0) go to 1530
550 do 540 j=1,k
j1=bmin+1
p(j)=b(j)
j2=bmin+2
360 p(j)=bmin+(j1)+1.0E-02
pp to 1030
590 if (pmin .gt. ph .and. i .gt. 1) go to 625
do 620 j=1,k
n1=(j-1)*m
if (bv(j1)0.01,620,605
601 call deriv (k,b,n,s,p(n1+1),fv,dv,j1,ta)

if (jcom .ne. (-1)) go to 620
bv(j1)=0
605 do 600 j=1,k
j3=bmin+1
606 p(j3)=b(j3)
j3=bmin+1
j4=bmin+2
d=0.001*dmax1(p(j4),d)
if (p(j3)-den .le. bmax(j3)) go to 55
p(j3)=p(j3)-den
den=d
go to 54
55 p(j3)=p(j3)+den

```

file://E:\DOCUMENTE-I\lquique\CONFIG-IT\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

56 call fcn (k,p(kb1+1),n,p(n+1),fv,
  & M,flujos)
do 410 j=1,n
  3bw2=1
410 p(jb)=ip(jb)-i(j2))/den
420 continue
425 do 725 j=1,k
  n1=j-1*n
  a(j),kp1=0
  if (bw(j)) 630,652,630
430 do 640 j2=1,n
  n2=n1+j2
  640 a(j),kp1=a(j),kp1+p(n2)*y(j2)-a(j2))
  650 do 480 j2=1,k
  660 a(j),kp1=0
  665 n2=j2-1*n
  670 do 680 j3=1,n
  672 n3=n1+j3
  674 n4=n2+j3
  680 a(j),j2=a(j),j2+p(n3)*p(n4)
  if (a(j),j2) .gt. 1.E-20) go to 725
  692 do 694 j2=1,kp1
  694 a(j),j2=0
  695 a(j),j1=a(j),0
  725 continue
  gmo=0
  do 729 j1=1,k
  729 gmo=gmo+(j),kp1**2
  do 728 j1=1,k
  724 a(j),kp2=dsqrt(a(j),j1))
  do 727 j1=1,k
  a(j),kp1=a(j),kp1/a(j),kp2)
  do 727 j2=1,k
  727 a(j),j2=a(j),j2/a(j),kp1*a(j),kp2)
  730 fl=fl/rno
  go to 810
  800 fl=fl/rf1
  810 do 840 j1=1,k
  820 do 830 j2=1,kp1
  830 ac(j),j2=a(j),j2
  840 ac(j),j1=a(j),j1+fl
  do 930 j1=1,k
  j2=1+k
  do 910 j2=12,kp1

```

file://E:\DOCUMENTE-1\lquique\CONFIG-1\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

910 ac(j),j2=ac(j),j2/ac(j),j2)
do 930 j2=1,k
  if (j2-j1) 920,930,920
920 do 928 j2=12,kp1
928 ac(j),j2=ac(j),j2-ac(j),j2)*ac(j),j2)
930 continue
  dno=0
  do 1020 j1=1,k
  ac(j),kp2=ac(j),kp1/a(j),kp2)
  j2=nb1+j1
  p(j2)=dabs(dmin(j1),dmin(dmax(j1),b(j1)+ac(j),kp2)))
  do 940 ac(j),kp1=a(j),kp1)
  940 ac(j),kp2=ac(j),kp2)
  1020 ac(j),kp2=ip(j2)-b(j1)
  coep=ds/dsqrt(dn*gn)
  jgam=0
  if (coep)1100,1110,1110
  1100 jgam=0
  coep=coep
  1110 continue
  coep=dmin(coep,1.0)
  gmo=gmo+(coep)*150./(1.4159265)
  if (jgam .gt. 0) gmo=100.-gmo
  & M,flujos)
1030 call fcn (k,p(kb1+1),n,p(kz+1),fv,
  & M,flujos)
1500 phi=0
  do 1520 j1=1,n
  1500 phi=0
  1520 phi=phi+p(j2)-y(j1)**2
  if (phi .lt. 1.E-10) go to 3000
  if (j1 .gt. 0) go to 1540
  1531 icon=0
  go to 2110
  1540 if (phi .ge. phi) go to 1530
  1200 icon=0
  do 1230 j1=1,k
  j2=nb1+j1
  1220 if (dabs(ac(j),kp2))/(tau+dabs(p(j2))) .gt. eps) icon=icon+1
  if (icon .eq. 0) go to 1600
  if (fl .gt. 1.0 .and. gmo .gt. 90.0) icon=1
  go to 2103
  1400 if (fl .gt. 1.0 .and. gmo .le. 45.0) icon =-4

```

file://E:\DOCUMENTE-1\lquique\CONFIG-1\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

go to 2105
1530 if (i1-i2) 1531,1531,2310
1531 i1=i1+1
go to 1530,1500,800,i1
2310 if (i2 .lt. 1.0E+08) go to 800
1320 icon=0
2105 fl=fl
do 2091 j2=1,k
  j3=kx1+j2
  2091 b(j2)=p(j3)
  2110 do 2030 j2=1,n
  j3=kx1+j2
  2050 a(j2)=p(j3)
  ph=phi
  i=1
  2120 return
  3000 icon=0
  go to 2105
end
10
subroutine fcn(kk,b,nn,s,fv,
  & M,flujos)
  implicit real*(8),(s-h,n-s)
  implicit integer*(4),(1-n)
  dimension b(n),(M)
  common sigma,asbs,thetas,q
  fv=fv+1
  !entrada de las ecuaciones a resolver
  ! Ecuaciones para G<=0 y flujo <0.5
  ! Ecuaciones validas desgal forma para G>>0 y flujo >0.7
  !
  ! z1)=2.*sigma*b(2)*((1.-b(1))**2)-(b(1))**2)+
  ! & (2.-*dabs(b(2))**q)*((1.-b(1))***(q+2))-b(1)***(q+2))-((q+2))-1.
  !
  ! z2)=1.-flujos-b(1)*sigma*b(2)/3.*((1.-b(1))**3+b(1))**3+
  ! & ((3.*dabs(b(2))**q)/(q+3))*((1.-b(1))***(q+3))+b(1)***(q+3))-1.

```

82

file://E:\DOCUMENTE-1\lquique\CONFIG-1\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

```

! aqui seaban esas ecuaciones.
! Ecuaciones para intervalos de G=0 para flujo <0.5
! validas tambien para G=0 para flujo >0.5
  z1)=(sigma*(2.*b(2))*((1.-b(1))**2)-(b(1))**2)+((q+2))-1.
  z2)=1.-flujos-(sigma*(2.*b(2))**3)+b(2)-1.*(q+3))*((1.-b(1))**3)+
  & ((q+2.-b(1))***(q+3)))
! aqui seabe laentrada de las ecuaciones
  return
end
C
function arcos(a)
  !parte de la subrutina BSOLVE
  implicit real*(8),(s-h,n-s)
  implicit integer*(4),(1-n)
  nva
  hny=0
  if (n .lt. (-1.)) n=-1.
  if (n .gt. 1.) n=1.
  if (n .gt. (-1.) .and. n .lt. 0.) hny=1
  if (n .lt. 0.) n=dabs(n)
  if (n .eq. 0.) go to 10
  arcos=datan(dsqrt(1.-n*n)/n)
  if (hny .eq. 1) arcos=3.14159265-arcos
  go to 999
  10 arcos=1.5707963
  999 CONTINUE
end

```

file://E:\DOCUMENTE-1\lquique\CONFIG-1\Temp\metodoscaente2_for.htm

25/08/2004

Nomenclatura.

HDPE:	Polietileno alta densidad
PC:	Computadora personal
G:	Gasto másico (kg/hr) = $Q \cdot \rho_f$
Q:	Flujo volumétrico (m ³ /s) = $\psi \cdot V \cdot H \cdot w$
V:	Velocidad de rotación (m/s), ecuación 65
H:	Profundidad del canal (m)
w:	Ancho del canal (m)
D:	Diámetro del canal (m)
T _w :	Temperatura en la pared del barril (K)
T _g :	Temperatura de transición vítrea (K)
b:	Constante del modelo reológico de Ellis (1/T)
q:	Constante del modelo reológico de Ellis
A:	Constante del modelo reológico de Ellis, Caso II (kPa)
T:	Temperatura en el canal (K)
T ₀ :	Temperatura de referencia (K)
I ₂ :	Segundo Invariante, ecuación iv
V _x :	Velocidad en la dirección x (m/s)
V _y :	Velocidad en la dirección y (m/s)
V _z :	Velocidad en la dirección z (m/s)
t:	tiempo (s)
L:	Longitud (m)
q _i :	Flux de energía en la dirección i, ecuación i
k:	Conductividad térmica del fundido (kPam ² /Ks)
m:	Variable adimensional de la ecuación de momentum, ec. 13b
M ₁ :	Constante de integración de la ecuación de momentum
G:	Variable adimensional de presión, ecuación 13c
f(m):	Ecuación para determinar la variable "m", ecuación 27
c _n :	Constantes del polinomio de temperatura
W _j :	Pesos con los que pondera Galerkin, ecuación 29
e:	Variable adimensional de temperatura, ecuación 33
K:	Variable para la solución exacta, ecuación 42a
u:	Variable utilizada para la solución exacta, ecuación 49b
C:	Variable de agrupamiento en la solución exacta, ecuación 53
F(θ _c):	Ecuación para determinar la variable θ _c , ecuación 59
T _f :	Temperatura de fusión (K)
RPM:	Revoluciones por minuto (1/min)
Re:	Número de Reynolds, ecuación 66
Br:	Número de Brinkman, ecuación 67
w _i :	Pesos de Gauss-Legendre, ecuación xvii
z _i :	Factores de Gauss-Legendre, ecuación xvii

Letras griegas

ρ_f :	Densidad del fundido (kg/m^3)
ψ :	Flujo volumétrico adimensional, ecuación 25
Π :	Número pi
τ :	Esfuerzo cortante (kPa), ecuación 5
μ :	Viscosidad newtoniana (kPas)
$\dot{\gamma}$:	Velocidad de deformación (1/s), ecuación 10
η :	Viscosidad no newtoniana (kPas)
η_0 :	Constante del modelo reológico de Ellis (kPas)
α :	Constante del modelo reológico de Ellis, Caso I (kPa)
ΔP :	Caída de presión (kPa) = $P_0 - P_L$
\mathbf{v} :	Vector velocidad (m/s)
ξ :	Variable adimensional de posición, ecuación 12a
ϕ :	Variable adimensional de velocidad, ecuación 12b
θ :	Variable adimensional de temperatura, ecuación 12c
$\dot{\phi}$:	Velocidad de deformación adimensional, ecuación 15b
Γ :	Variable adimensional de viscosidad, ecuación 15c
λ :	Variable adimensional de temperatura, ecuación 21c
θ_w :	Variable adimensional de temperatura en la pared, ecuación 22b
\mathfrak{R} :	Residuos de Galerkin, ecuación 30

Subíndices

e:	Referido a la solución exacta
h:	Referido al husillo
i:	Inferior
s:	Superior
f:	fundido