



"Criterios de Estabilidad de Formación Durante la Perforación Bajo Balance"

## TESIS

Que para Obtener el Título de

# MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA

Presenta

# Edgar Lucien Ortega Rubio

Asesor: Dr. Daniel García Gavito

MÉXICO, D. F.

Agosto de 2004







Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# ESTA TESIS NO SALL PE LA BIBLIOTECA



Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional. NOMBRE: Edyar lucion Orloya Rhio

FECHA: 4 Ayosto 2004

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONÓMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

"Criterios de Estabilidad de Formación Durante la Perforación Bajo Balance"

# T E S I S QUE PARA OBTENER EL TÍTULO

# MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA

Presenta

# ING. EDGAR LUCIEN ORTEGA RUBIO

Asesor: Dr. Daniel García Gavito

MÉXICO, D. F.

Agosto de 2004



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

NIVERADAD NACIONAL AVENMA DE MEXICO

VOTOS APROBATORIOS

DR. WILFRIDO RIVERA GOMEZ FRANCO Coordinador del Programa de Posgrado en Ingeniería, U N A M Presente

Por este medio comunico a usted que he leído la tesis titulada: "CRITERIOS DE ESTABILIDAD DE FORMACION DURANTE LA PERFORACION BAJO BALANCE" para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERIA en el campo del conocimiento INGENIERIA PETROLERA Y GAS NATURAL, que presenta el alumno EDGAR LUCIEN ORTEGA RUBIO.

Al mismo tiempo me permito informarle mi decisión de otorgar o no el voto aprobatorio.

#### JURADO

VOTO APROBATORIO FECHA FIRMA Junio 10/2001 PRESIDENTE DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO (NO (SI o temo 10 VOCAL DR. DANIEL GARCIA GAVITO SI (NO SECRETARIO M EN I. JOAQUIN MENDIOLA SANCHEZ (NO)24 junic SUPLENTE DR. VICENTE CASARIEGO GONZALEZ (NO) 28-101 SUPLENTE M EN I. GERARDO REYES REZA (NO) (SI)

BJS\*jac.

A mi Dios. . . A mi familia. . .

A la Universidad Nacional Autónoma de Mexico, por hacerme partícipe en la multiplicación de la excelencia y la virtud del aprendizaje.

> Al Dr. Daniel García Gavito, quien siempre apoyó la causa, y mostró con gran entusiasmo el deseo de impartir sus enseñanzas.

> A mis profesores, quienes no declinan en el arduo y cotidiano deseo de instruir para forjar el conocimiento.

A mis amigos: Ing. Augusto César Plíego Díaz Ing. Teodoro Iván Guerrero Sarabia Ing. Javier Espinosa Rivera Por su compañerismo, apoyo y fraternidad.

### Dedicatoria

#### María . .

Sin duda el gran mérito en este día es para ti. . . que con tu insistente valor y energía inquebrantable, siempre has hecho los méritos suficientes para lograr que el espíritu cotidiano de la innovación, y deseo de triunfo que llevas en tu corazón invada el nuestro.

Es tu trabajo madre mía...

Con tus bendiciones me has regalado un gran tesoro,

tu cotidiano amor...

Al caminar por la vida, se cruzan momentos en los que se conocen personas que ayudan a forjar nuevas esperanzas, y sentimientos que apoyan cotidianamente mi divagante corazón...

Elizabeth. . .,

Gracias por ser artífice de este mérito que alegra el tiempo, y por tus valiosos sentimientos.

La sabiduría clama a voz en cuello; la inteligencia hace oír su voz. Yo, la sabiduría, habito con la inteligencia, y sé hallar los mejores consejos.

#### **PROVERBIOS 8, 1. 12**.

0		
Cont	eni	nn
COIII	CIII	uu

# Contenido

Agradecim	ientos	i
Contenido		ii
Lista de Fig	guras	iv
Lista de Ta	blas	v
Resumen		vi
Abstract		vii
Capítulo 1	Introducción	1
1.1 1.2 1.3	Problemática Objetivo Sinopsis	1 2 2
Capítulo 2	Fundamentos teóricos	3
2.1. 2.2. 2.3. 2.4. 2.5. 2.6.	Estabilidad Mecánica Resistencia a la Compresión Uniaxial y Módulos Elásticos Criterios de Falla de la Roca Solución Simplificada de la distribución de Esfuerzos Esfuerzos Totales 2.5.1 Isotropía de Esfuerzos Perforación Bajo Balance 2.6.1 Características 2.6.2 Presiones de Circulación	3 5 7 8 11 13 14 14 15
Capítulo 3	Teoría y Modelo de Estabilidad	17
3.1 3.2	Criterio de Isotropía de Esfuerzos – Formación Poroelástica Criterio de Anisotropía de Esfuerzos – Formación Poroelástica	17 20
Capítulo 4	Modelo de Flujo Multifásico	23
4.1	Modelos Mecanísticos	23
4.2	Modelo de Ansari, A.M., 1994.	23
	<ul> <li>4.2.1 Patrones de flujo</li> <li>4.2.1.1 Transición burbuja – bache</li> <li>4.2.1.2 Transición burbuja dispersa</li> <li>4.2.1.3 Transición a flujo anular</li> </ul>	23 24 25 26

UNAM-DEPFI

ii

0			
( on	ten	10	0
Con	LOI1	iu	0

Capítulo 5	Desarrollo de la Metodología de Estudio	28
5.1	Estabilidad Mecánica 5.1.1 Ventanas Operativas de estabilidad	28 28
	5.1.2 Ejemplo cuantitativo del procedimiento desarrollado 5.1.3 Resultados Obtenidos del Modelo de Estabilidad	29
5.2	Flujo Multifásico	30
	5.2.1 Modelo TUPAC MODIFICADO	34
5.2	5.2.2 Perfil de Presiones	35
5.3	Mecanismo de Evaluación para Obtener la Linea de Estabilidad Resultados de Anisotronía de Esfuerzos con la Línea de Estabilidad	36
5.5	Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo en el fluidos.	40
5.6	Efecto de la Geometría de Flujo con la Ventana de Estabilidad	46
5.7	Efecto de la RGL con los Parámetros de Estabilidad	49
CAPÍTULO	6 CONCLUSIONES	56
6.1	Conclusiones	56
6.2	Recomendaciones	57
Nomenclatu	ra	58
Bibliografía		62
Apéndice A	Isotropía de Esfuerzos - Formación Poroelástica Desarrollo de los casos de estabilidad según la magnitud de los esfuerzos principales.	64
Apéndice B	Anisotropía de Esfuerzos - Formación Poroelástica Desarrollo de los casos de estabilidad según la magnitud de los esfuerzos principales.	68
Apéndice C	Modelo Mecanístico de Ansari.	
	Determinación del Gradiente de Presión Total	72
Apéndice D	Identificación del régimen de flujo. Modelo Mecanístico de Ansari.	89
Apéndice E	Anisotropía de Esfuerzos Horizontales Variación del esfuerzo Horizontal Mínimo en la Obtención de las Ventanas de Estabilidad.	95
Apéndice F	Estudio Comparativo Gráfico para Condiciones de Falla.	
48.00	Teniendo en Cuenta Isotropía y Anisotropía de Esfuerzos Horizontales.	97
Apéndice G	Efecto del Ángulo de Falla en la Geometría de las Ventanas de Estabilidad. Anisotropía de Esfuerzos.	104

iii

UNAM-DEPFI

# Lista de Figuras

Figura 2.1. Agujero	8
Figura 2.2. Placa plana con orificio en el centro	8
Figura 2.3. Esfuerzos en la Cara del Pozo	9
Figura 2.4. Línea de falla	10
Figura 3.1. Relación de Esfuerzos Horizontales	20
Figura 4.1. Mapa de Regímenes de Flujo	24
Figura 5.1. Ventana Operativa de Estabilidad. Condiciones de Falla	30
Figura 5.2. Angulo de Falla	31
Figura 5.3. Efecto del Esfuerzo Horizontal Mínimo en el Círculo de Mohr	31
Figura 5.4. Efecto del Esfuerzo Horizontal Máximo en el Círculo de Mohr	31
Figura 5.5. Resultados obtenidos para la ventana de estabilidad considerando	
isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales	33
Figura 5.6. Interfase de la Entrada de Datos para el Modelo de Flujo	34
Figura 5.7. Interfase para la Salida de Resultados del Perfil de Presiones Calculado	
por el Modelo "TUPAC <sup>4</sup> " MODIFICADO	35
Figura 5.8. Interfase para la Salida de Resultados del Modelo de Flujo	36
Figura 5.9. Relación de la Ventana con la Línea de Estabilidad	38
Figura 5.10. Diagrama de Flujo para Mostrar la Metodología de Cálculo de Co mínimo	39
Figura 5.11. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite.	
Profundidad 6,000 pies.	40
Figura 5.12a. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por ∆p.	
Profundidad 10,000 pies.	41
Figura 5.12b. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite.	100
Profundidad 10,000 pies.	41
Figura 5.13a. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por $\Delta p$ .	
Profundidad 14,000 pies.	42
Figura 5.13b. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite.	10
Profundidad 14,000 pies.	42
Figura 5.14a. Efecto de la Profundidad para la Establidad de Pozo. Ajuste por $\Delta p$ .	12
Frorundidad 15,582 pies. Figure 5.14b. Efecto de la Drefundidad nora la Estabilidad de Daza. Aiuste nor Cesto de Aceita	43
Figura 5.146. Electo de la Florundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite.	12
Figura 5.15 Obtención de Comínimo de acuerdo a las ventanas y líneas de Estabilidad. Ajuste por An	45
Figura 5.15. Obtenetion de $C_0$ minimo de acuerdo a las ventanas y micas de Estabilidad. Ajuste por $\Delta p$ .	11
Figura 5.16 Pelagión de la Profundidad con C. mínima necessaria para la Estabilidad de Pozo	15
Figura 5.10. Relacion de la Profundidad con $C_0$ minima necesaria para la Establidad de Pozo Figura 5.17 Efacto Coomatría da Eluio. Caso A. P. C.v.D. (Derfil). Profundidad 14.000 pies	43
Figura 5.17 Electo Geometría de Flujo. Caso A, B, C y D (refili). Florandidad 14,000 pies.	4/
Caso A B C v D (Perfil) Profundidad 14 000 nies	48
Figura 5.10 Ventanas de Estabilidad Efecto Geometría 14.000 pies	48
Figura 20a Efecto BGL Variación de O., v O., Geometría B	50
Figura 20a. Electo RGL. Variación de $Q_{N2}$ y $Q_{salm}$ . Geometría B. Figura 20b. Efecto RGL. Variación de $Q_{N2}$ y $Q_{salm}$ . Geometría B.	51
Figura 200. Efecto RGL. Variación de $Q_{N2}$ , $Q_{salm}$ constante. Geometría B.	51
Figure 21c. Electo ROL. Variación de $Q_{salm}$ , $Q_{N2}$ constainte. Geometría D.	57
Figure 21b. Effecto RGL. Variación de $Q_{N2}$ y $Q_{salm}$ . Geometría D.	52
Figure 210. Electo KOL, variación de $Q_{N2}$ , $Q_{salm}$ constante. Geometría D.	52
Figura 21 C. Electo RGL, variación de $Q_{salm}$ , $Q_{N2}$ constante. Geometria D. Figura 22 Relación de Co de Registros y Co mínimo calculado según parámetros de	55
Fetabilidad Mecánica	55
Establidad Mecallica.	55

iv

.

# Lista de Tablas

Tabla 2.1-Propiedades mecánicas para diferentes tipos de roca	6
Tabla 2.2. Características de las Rocas	8
Tabla 3.1. Condiciones de falla de esfuerzo de corte en agujeros con pared impermeable.	
Isotropía de esfuerzos horizontales <sup>1</sup>	18
Tabla 3.2. Criterios de Falla de esfuerzo de Corte. Formación Poroelástica, relación $p_w/\sigma_v$ .	
Isotropía de esfuerzos horizontales	19
Tabla 3.3. Criterios de Falla de Esfuerzo de Corte. Formación Poroelástica.	
Anisotropía de Esfuerzos Horizontales	21
Tabla 3.4. Criterios de Falla de Esfuerzo de Corte. Formación Poroelástica, relación pw/ov.	
Anisotropía de Esfuerzos Horizontales.	22
Tabla 5.1. Gradientes de Esfuerzo Mínimo	28
Tabla 5.2. Datos de Entrada para la Construcción de las Ventanas Operativas	29
Tabla 5.3. Resultados de la simulación para el efecto Profundidad	40
Tabla 5.4. Relación de la Profundidad con Co mínima variando	
los gastos de bombeo de fluidos	45
Tabla 5.5. Geometrías de flujo por secciones para los cálculos de flujo.	46
Tabla 5.6. Estudio del Efecto de la Geometría de flujo.	47
Tabla 5.7. Estudio del Efecto de la Geometría de flujo para diferente Gasto de Bombeo de Fluidos.	47
Tabla 5.8. Efecto RGL vs. Co para diferentes Variaciones de Gastos. Caso Geometría B	49
Tabla 5.9. Efecto RGL vs. Co para diferentes Variaciones de Gastos. Caso Geometría D	50

۷

### Resumen

Se propone un modelo de estabilidad considerando anisotropía de esfuerzos horizontales acoplado a un análisis de sensibilidad de los parámetros relacionados con un modelo de flujo multifásico, lo que permite establecer una relación entre ellos y estudiar los problemas de inestabilidad en el pozo. Estos problemas son ocasionados por la concentración de esfuerzos en las paredes del agujero generados durante la perforación, usando la técnica de bajo balance. Se genera un mecanismo de control de imprevistos debidos al colapso del agujero por derrumbe, cerramientos y fricciones en el mismo. El modelo para el estudio consiste inicialmente en realizar los cálculos para la obtención de las ventanas operativas de estabilidad, basados en las propiedades geomecánicas de la roca y la presión de poro del yacimiento, las cuales han sido calculadas para varios valores de resistencia uniaxial a la compresión. Luego determinar los perfiles de presión calculados de manera descedente a través del espacio anular, y de acuerdo a la caída de presión en la cara de la formación perforada se definen los nodos solución. De esta forma se relacionan los valores de presión calculados con las ventanas de estabilidad y para éstos, se determinan los valores mínimos requeridos para la resistencia uniaxial a la compresión, variando este último hasta incluir el valor de presión dado dentro de la ventana de estabilidad y con el cuál los problemas de inestabilidad de la formación pueden ser controlados.

El modelo de estabilidad esta sustentado en la teoría de poroelasticidad de la geomecánica. Las ecuaciones para los criterios de estabilidad se obtienen para isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales, en el caso de anisotropía de esfuerzos horizontales, se muestra el desarrollo completo teniendo en cuenta la teoría de los esfuerzos totales alrededor del agujero. Estas ecuaciones se implementan en un algoritmo de cálculo para obtener la ventana de estabilidad. El modelo de flujo multifásico esta soportado en los mecanismos fundamentales que regulan su comportamiento, de acuerdo a ciertos patrones de flujo, que por medio de un algoritmo, calcula los perfiles de presión usando un modelo mecanístico. Los resultados obtenidos en cada caso se grafican buscando la relación final entre los parámetros de flujo y los parámetros geomecánicos.

Para llegar a este acoplamiento de modelos se estudiaron varios ejemplos: primeramente en geomecánica en donde se obtienen las ventanas de estabilidad, considerando las propiedades mecánicas de la roca para una profundidad determinada, y posteriormente se contemplan los ejemplos de flujo de fluidos para obtener los perfiles de presión, con base en las propiedades de los fluidos y los parámetros de bombeo; de tal forma que para una caída de presión considerada en el fondo, se obtiene un valor de presión en la cara de la formación perforada, la cual finalmente se relaciona con los criterios de estabilidad.

### Abstract

This research proposes a stability model considering anisotropic horizontal stresses according to a sensibility analysis of the related parameters to a multiphase flow model, which let us establish a relationship between them and assess borehole instability risks. The source of these problems is the stresses concentration at the walls of the borehole, generated during under balance drilling technique. This is a mechanism for risks control; originated by the collapse, enclosed or friction in the well bore. The model for this research tries to perform the necessary calculations to get stability operative Windows based on geomechanics properties and reservoir pore pressure and calculated to different values for uniaxial compressive strength. After finishing descending calculation of pressure profiles through annular space, and according to a drop pressure in the wall formation drilling, solution nodes are defined. In this way, calculated pressure values are related with stability windows and minimum values for uniaxial compression strength are determined; this last can vary to include the pressure value inside the stability window then formation instability skills can be controlled.

Stability model is based on the geomechanics poroelasticity theory. Equations for the stability criteria are obtained for isotropic and anisotropic horizontal stresses. For anisotropic horizontal stresses the whole development is showed taking into consideration the total stresses around borehole theory. These equations are implemented by a calculation algorithm to get the stability window. The multiphase flow model is based in the fundamentals mechanisms which govern its behavior, according to certain flow patterns which through an algorithm; pressure profiles are calculated by a mechanistic model. Obtained results in each phase are represented by charts in order to show the final relationship between flow and geomechanical parameters.

To achieve this models relation, several examples were analyzed: At the beginning in geomechanics in which stability windows are obtained considering rock mechanics properties in a defined depth and after that fluids flows examples are generated to obtain pressure profiles based on the fluids properties and pumping parameters. In this way, we obtain a pressure value in the formation wall that is drilling for a bottomhole drop pressure considered and which finally is related with the stability criteria.

### **Capítulo 1**

### Introducción

#### 1.1 Problemática

Conociendo los problemas de pegaduras de sartas y herramientas que se presentaron en los pozos de los Campos de petróleo, de Cusiana y Cupiagua, situados en el piedemonte llanero de Colombia, los cuales resultan del derrumbamiento de las paredes de la zona perforada durante el desarrollo de proyectos de perforación bajo balance. Nace la inquietud de establecer un estudio de los parámetros que permitan hacer un seguimiento del comportamiento de la formación durante la perforación con el uso de esta técnica, como mecanismo para detectar posibles problemas creados por la inestabilidad de la formación perforada, así como también establecer un seguimiento de las propiedades mecánicas de la formación, acompañadas del estudio de los parámetros de bombeo y flujo de fluidos, que relacionadas entre ellas, permitan realizar una evaluación preliminar al desarrollo del trabajo para controlar los problemas de pérdida de estabilidad, control del pozo, y no tener pérdidas de herramientas y equipo.

Existen publicaciones algunas de ellas referenciadas al final de este trabajo, relacionadas con el estudio de la estabilidad de pozos en los campos de Cusiana, Cupiagua, y otros pozos de otros campos; así como para la evaluación de los problemas de estabilidad de pozo mientras se perfora en determinados campos, y también de las prácticas para la conservación de las paredes del pozo. De la misma forma hay modelos que estudian los parámetros de estabilidad de manera independiente a la técnica de flujo de fluidos, o de perforación bajo balance (UBD, por sus siglas en ingles), modelos para la predicción de parámetros de yacimiento durante UBD, los cuales no son fáciles de implementar ya sea por ciertos parámetros requeridos, la dificultad para obtenerlos o porque son modelos que sencillamente no están disponibles. Lo que se pretende en la tesis es hacer un acoplamiento de la metodología de estudio para la estabilidad mecánica, considerando la teoría de poroelasticidad presentada por FJAER E., 1992, y desarrollada particularmente aquí para anisotropía de esfuerzos horizontales, con la teoría de flujo de fluidos usando el modelo mecanístico de Ansari, A.M., 1994, para el cálculo de los perfiles de presión, y con el perfil de comportamiento de afluencia del vacimiento al pozo mediante la curva compuesta de Vogel, J. V., 1968. Con esto se pretende ayudar a establecer pautas para la evaluación de la estabilidad del pozo y de los parámetros que incluye la técnica UBD para la perforación de pozos.

Se estudian los mecanismos de control y métodos para identificar las propiedades límites de la roca, y parámetros de bombeo y flujo de fluidos que garanticen la aplicación y operación óptima de la tecnología bajo balance, como soporte en la evaluación de nuevos proyectos de perforación de este tipo sin causar inestabilidad de la formación y bajo condiciones de flujo estables.

#### 1.2 Objetivo

El objetivo principal de esta tesis es establecer criterios que relacionen las propiedades límites de la roca y las condiciones dinámicas de presión, relacionados con los parámetros de flujo y sus efectos en fondo; como mecanismo de control de la inestabilidad de formación durante la perforación bajo balance.

#### Contribuciones

Académica: Desarrollo de ecuaciones que relacionen la presión de fondo para flujo multifásico y los límites máximo y mínimo de estabilidad determinados.

**Operativa**: Herramientas adicionales en el diseño y la ejecución de nuevos proyectos de perforación bajo balance en campos de petróleo.

#### 1.3 Sinopsis

En el capítulo 2 se presenta un epítome de los fundamentos teóricos de la estabilidad mecánica y de las propiedades que se tienen en cuenta en el estudio, los criterios iniciales de falla de roca, y también la teoría de la distribución de esfuerzos en un esquema general, luego se describen las características de la perforación bajo balance. En el capítulo 3 se desarrolla en detalle el modelo de estabilidad utilizado para el cálculo de las ventanas de estabilidad considerando isotropía y anisotropía de esfuerzos. Se plantea secuencialmente la obtención de los criterios utilizados mostrando de manera completa uno de ellos y los demás se presentan en los apéndices (A y B), este desarrollo contiene el respaldo de los nuevos criterios para anisotropía de esfuerzos horizontales, como uno de los principales aportes de este trabajo. Viene luego la descripción del modelo de flujo multifásico en el capítulo 4, mostrando de manera general el modelo mecanístico de Ansari, y los detalles matemáticos adicionales se presentan en el apéndice C. En el capítulo 5 se presenta la descripción de la metodología para la obtención de las ventanas operativas, junto con algunos ejemplos considerando isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales para la obtención de las ventanas de estabilidad así como los cálculos de flujo multifásico y la interrelación con la ventana operativa. También en este capítulo se hace un estudio de los efectos para la estabilidad de la profundidad del pozo, de la geometría de flujo, de la relación gas líquido del fluido bombeado. Finalmente se presenta en el apéndice D la identificación del régimen de flujo para el modelo mecanístico de Ansari, en el apéndice E un estudio comparativo grafico de las condiciones de falla para diferentes valores para la resistencia uniaxial a la compresión. En el apéndice F tenemos los resultados de los cálculos de ventanas de estabilidad para anisotropía de esfuerzos variando el esfuerzo horizontal mínimo, y en el apéndice G el efecto del ángulo de falla en las geometrías de las ventanas de estabilidad.

# Capítulo 2

### Fundamentos teóricos

#### 2.1 Estabilidad Mecánica

La inestabilidad es una consecuencia al removerse la roca del hueco cuando se está perforando. En su estado natural la roca se expone a esfuerzos compresivos insitu a determinada profundidad y esta bajo un equilibrio mecánico.

Luego de la perforación existe una redistribución de esfuerzos alrededor del agujero y los esfuerzos que estaban siendo soportados por la roca triturada ocasionaron una concentración de esfuerzos en las paredes del agujero.

Este problema tiene incidencia también en el ángulo de inclinación del pozo y su rumbo, el tipo de formación y la resistencia misma de la roca dentro del estado de esfuerzos a los que está sometida.

No controlar el incremento de los esfuerzos de la roca en la pared del pozo, o no tomarlo en cuenta, genera pegaduras en la tubería, colapso del agujero por derrumbe, cerramiento del agujero, fricciones. Es importante también tener en cuenta los puntos críticos de la formación y la inclinación, como factores determinantes para tomar decisiones sobre el programa de densidades del lodo a utilizar, el proyecto direccional apropiado y poder culminar el pozo.

Las cuencas sedimentarias están sometidas a esfuerzos compresivos, es decir cada punto ubicado dentro de las formaciones soporta un grupo de fuerzas sobre si mismo, el cual en conjunto, está en equilibrio con el sistema roca fluido. Los esfuerzos son representados en totalidad por un esfuerzo vertical o sobrecarga y dos esfuerzos horizontales perpendiculares entre si y a su vez normales al esfuerzo vertical. Es decir la roca se encuentra en equilibrio dentro del sistema y por lo tanto existe estabilidad mecánica en todos los puntos considerados en la perforación de un pozo, la roca alrededor del agujero soportará las cargas que soportaba la roca removida. El agujero entonces produce un incremento en los esfuerzos, es decir una concentración de esfuerzos en la roca alrededor del agujero.

Si el nuevo estado de esfuerzos rebasa la resistencia de la roca en algún punto, el agujero falla, por perderse la estabilidad mecánica y el equilibrio existente. Para evitar la falla normalmente, la presión en el interior del agujero es incrementada, aumentando la densidad del lodo de perforación con el fin de que la presión del lodo contrarreste la carga impuesta por los esfuerzos in – situ sobre las paredes del agujero. Pero en el fluido los tres esfuerzos son iguales y a lo mejor menores que alguno de los esfuerzos en la columna de roca original. Hay que decir que en UBD, el lodo no va a ejercer una fuerza directa sobre la cara de la formación, la cual estará fluyendo y por este hecho las condiciones de estabilidad

pueden presentar cambios de esfuerzos causando deformación de la roca, se puede producir falla compresiva, y causar colapso de las paredes del agujero.

En caso de incrementar demasiado el peso del lodo se puede fracturar la formación por tensión y causar pérdida de circulación, modificando nuevamente la estabilidad mecánica del pozo. Se necesita un balance entre la densidad del lodo y la resistencia de las rocas en las paredes del pozo para prevenir el colapso del agujero y a la vez no originar una posible fractura. Cabe anotar que en el caso de UBD, se tendrá flujo hacia la superficie, por lo que en este caso particular deberá evitarse trabajar con lodos de alta densidad.

Es necesario conocer los esfuerzos (in-situ) a los que esta sometida la formación, y en el caso de bajo balance evitar cargas hidrostáticas sobre la roca. Buscando describir los fenómenos físicos presentes, surgen en el tiempo diferentes modelos y criterios entre los que se pueden nombrar:

- 1. Modelos matemáticos para el comportamiento de la roca con base en ecuaciones constitutivas.
- 2. Criterios de estado de falla de la roca.
- 3. Modelo lineal elástico. Bradley en 1979, estudia el efecto de la inclinación del agujero sobre el gradiente de fractura. Consideró que la formación alrededor del agujero podría ser representada por medio de un modelo de un sólido lineal elástico e isotrópico en una situación de deformación plana, la cual se presenta a lo largo del eje del agujero, 'no considera flujo de fluido hacia o desde la formación'.
- 4. La solución de Fairhurst, puede representar los esfuerzos alrededor del agujero.

Por la diferencia en el comportamiento de la roca, en tensión y en compresión, se establecen criterios de falla en la roca para lograr describir el fenómeno.

Según Bradley las rocas generalmente tienen uniones, fracturas o micro fracturas, que aunque no están cerradas pueden no siempre estar cementadas o débilmente cementadas, y la resistencia a la tensión a través de esas fracturas es usualmente mucho menor que la resistencia a la tensión de la roca misma, por lo que cuando el esfuerzo de fractura efectivo es menor o igual que cero se presenta falla por tensión.

La falla por compresión se debe a la magnitud de los esfuerzos y debido a que en algunos estudios se mostró que el esfuerzo principal intermedio, tenía cierto papel dentro del comportamiento de falla. Bradley consideró un criterio de falla a la compresión en el cual los tres esfuerzos principales tenían importancia.

Así que con el aumento de la presión de poro aumenta la tendencia hacia el colapso del agujero y el fracturamiento del mismo. También la dirección y el rumbo del pozo tienen una influencia significativa sobre la inestabilidad del agujero. Los gradientes de fractura necesitan por lo tanto corregirse por el efecto del ángulo de inclinación del agujero, debido a que disminuyen su valor en proporción directa al ángulo.

También se concluye, que la resistencia al colapso disminuye con la inclinación, por lo que a mayor ángulo del pozo, el peso del lodo podría necesitar un incremento.

En rocas sedimentarias, laminadas se demostró que un plano de debilidad puede provocar el colapso del pozo cuando los echados varían entre 10 y 40 grados, y se puede considerar también la tectónica de placas, para la dirección geográfica.

#### 2.2 Resistencia a la Compresión Uniaxial y Módulos Elásticos

La resistencia a la compresión uniaxial ( $C_o$ ) es el esfuerzo máximo que la roca soporta antes de llegar a fracturarse bajo la acción de un esfuerzo uniaxial. En un gráfico de esfuerzo-deformación resultado de una prueba uniaxial, conceptualmente la resistencia a la compresión uniaxial es el punto máximo que muestra dicha curva, al cual se le conoce como el punto de máximo esfuerzo.

La resistencia uniaxial a la compresión, está dentro de las relaciones usadas en la determinación de la estabilidad mecánica, y con la información de registros geofísicos como el de densidad de roca, tiempo de tránsito del sónico y datos de rayos gamma, se puede llegar a determinar su valor.

Se aplica la siguiente relación:

$$C_o = \frac{a^* (0.026)^* E}{C_b^* (10^6)} * (0.008^* V_{arc} + 0.0045 (1 - V_{arc})), \qquad (2.1)$$

$$a = \frac{2 * \cos \varphi}{1 - sen\varphi},\tag{2.2}$$

Donde:  $\varphi$  = ángulo de fricción interna, característico de la roca.

El volumen de arcilla será:

$$V_{arc} = \frac{GR - GR_1}{GR_2 - GR_1}.$$
 (2.3)

Donde: GR : lectura de rayos-gamma del registro en el intervalo de interés

GR<sub>1</sub> : lectura en zonas de lutita limpia

 $GR_2$ : lectura en zonas opuestas a lutitas La resistencia a tensión será:

$$T = \frac{C_o}{12}.$$
(2.4)

La Tabla 2.1 tomada de la Tesis del M. en I. GARCIA, V. C. E., 1992<sup>1</sup>, presenta valores referencia para la resistencia a la compresión y otras propiedades de las rocas.

		ESFUERZO			
		COMPRESIVO	MÓDULO DE	RELACION	RELACION
<b>TIPO DE ROCA</b>	DENSIDAD	UNIAXIAL	ELASTICIDAD	POISSON'S	FRACTURA
	(lb/p3)	(psi)	(psi*10)		
LUTITA	171.00	32900.00	10.20	0.26	1.90
LUTITA (Normal al	172.20	24700.00	11.00	0.25	0.80
plano de estratificación)					
LUTITA (paralelo al	173.30	29700.00	15.00	0.20	1.40
plano de estratificación)					
LUTITA KIMBERLEY	178.10	24300.00	11.30	0.47	0.70
LUTITA JEPPERSTOWN	177.20	17800.00	12.10	0.38	
CUARCITA	168.10	41000.00	11.90	0.15	4.10
ESTRATOS	172.80	43000.00	12.90	0.17	5.60
ARRECIFALES					
CUARCITA (Base montaña)	169.90	33700.00	12.10	0.20	3.00
CUARCITA PURA (Profundas)	169.40	35400.00	11.80	0.26	3.40
CUARCITA KIMBERLEY	164.80	57500.00	11.60	0.18	8.10
DOLOMITA	178.70	58500.00	14.10	0.36	8.40
PEDERNAL (Chert)	164.20	69000.00	12.20	0.26	18.50
DIABASA	182.90	64600.00	15.30	0.27	15.30
DIABASA(Ligeramente descompuesta)	173.10	35400.00	10.00	0.23	2.70
LAVA PORFIRITICA (Profundas)	176.60	60700.00	13.20	0.29	9.70
LAVA AMIGDALOIDE	172.60	37400.00	12.20	0.38	3.10

Tabla 2.1-Propiedades mecánicas para diferentes tipos de roca

Se definen ahora algunos de los parámetros de las propiedades mecánicas, las cuales se tendrán en cuenta mas adelante: ángulo de falla  $\beta$ , el cual da la orientación del plano de falla y puede variar entre 45° y 90° definido en función del ángulo de fricción interna, el cuál es el formado entre la línea de falla y la horizontal en el círculo de Mohr es decir  $\beta = \pi/4 + \phi/2$ ; la constante de Biot relaciona los módulos volumétricos de la estructura de la roca drenada (k<sub>fr</sub>) y de la matriz (K<sub>s</sub>) de tal forma que  $\alpha = 1 / (k_{fr}/K_s)$ , y si se considera que la matriz y el fluido son incompresibles  $\alpha = 1$ , como es considerado en la mecánica de suelos; la relación de Poisson es la que existe entre la deformación lateral y la deformación longitudinal que sufre una roca, que puede ser expresada en función de los módulos elásticos, llamados parámetros de lamé  $\lambda$  (deformación normal) y G (deformación de corte, llamado también módulo de rigidez) como  $\nu = \lambda/(2^*(\lambda+G))$ .

#### 2.3 Criterios de Falla de la Roca

- 1. Falla por compresión, caracterizada por un comportamiento de derrumbe o cierre del agujero (colapsamiento), en formaciones plásticas, o deslizamiento en las formaciones frágiles; provocando el atrapamiento de la tubería
- 2. Falla por tensión, se presenta en la formación al existir la tendencia en el comportamiento físico de separar la roca; provoca la pérdida de circulación

Estos criterios son los de Mohr-Coulomb<sup>2</sup> y Griffith<sup>2</sup>, los cuales son los más utilizados, y están representados por:

Mohr-Coulomb : Griffith :  

$$\sigma_1 = \frac{1 + sen\varphi}{1 - sen\varphi} \sigma_3 + Co ; \qquad (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = Co(\sigma_1 + \sigma_3). \qquad (2.5)$$

Ambas ecuaciones dependen de la resistencia a la compresión uniaxial (Co), y de los esfuerzos de compresión y confinamiento a los que esta sometida la roca de la formación.

La envolvente de la línea de falla la estudio Coulomb y concluye que la envolvente toca los círculos de falla de Mohr, de tal forma que se tiene la relación, para  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  esfuerzos principales

$$\sigma_1 = C_o + \sigma_3 * \tan^2 \beta \tag{2.6}$$

Para:

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}.$$
(2.7)

Donde:  $\beta = es el ángulo de inclinación de la normal al plano de falla.$  $<math>\phi = ángulo de fricción interna.$ 

En la Tabla 2.2, se muestran datos tomados de la Tesis del M.I. GARCIA, V. C. E., 1992., características del ángulo de fricción interna y resistencia a la compresión de algunas rocas.

DESCRIPCIÓN	POROSIDAD [%]	Co [MPa] .	[Psi]	φ [grad]
Arenisca Berea	18.2	27.2	3944	27.8
Arenisca Barrtlesville		8	1160	37.2
Arenisca Pottsville	14	14.9	2161	45.2
Arenisca Repetto	5.6	34.7	5032	32.1
Arcilla Muddy	4.7	38.4	5568	14.4
Arcilla Stockton		0.34	50	22
Arcillas Bentonítica	44	0.3	44	7.5
Marga Georgia	0.3	21.2	3074	25.3
Caliza Wolf Camp		23.6	3422	34.8
Caliza Indiana	19.4	6.72	975	42
Dolomía Hasmark	3.5	22.8	3306	35.5
Anhidrita Blaine		43.4	6293	29.4
Basalto Nevada	4.6	66.2	9600	31.0

Tabla 2.2. Características de las Rocas

### 2.4 Solución simplificada de la distribución de esfuerzos

Se supone:

- Roca continua, no existe porosidad.
- $\sigma_H$  máximo =  $\sigma_h$  mínimo (esfuerzos horizontales).
- La única dirección donde cambian los esfuerzos es la radial, es decir simetría radial.
- Ro>>>Ri

Donde:

- Coordenadas radiales
- Ver Fig. 2.1 y Fig. 2.2.
- En el fondo del pozo se tiene que,

$$\sigma_r = \sigma_h - (\sigma_h - p_w) \frac{R^2}{r^2}, \qquad (2.8)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R^2}{r^2}, \qquad (2.9)$$

Con,  $\sigma_z = \sigma_v$ . Sobrecarga (2.10)

pw	: Presión en la cara del pozo
Ri	: Radio interno
Ro	: Radio externo
R	: Radio del pozo
r	: Distancia radial





 $\sigma_r$  = Esfuerzo radial (presión sobre la cara del pozo)  $\sigma_{\theta}$  = Esfuerzo tangencial (tangencial)  $\sigma_z$  = Esfuerzo axial (sobrecarga)  $\sigma_h$  = Esfuerzo horizontal mínimo

 $\sigma_v =$  : Esfuerzo vertical

La relación de las variables de los esfuerzos y el efecto de los esfuerzos alrededor del pozo, se puede ver en la Figura 2.3a, Cuando se evalúan los esfuerzos en la cara del pozo r = R, se tiene que:

$$\sigma_r = p_w, \tag{2.11}$$

$$\sigma_{\theta} = 2\sigma_h - p_w. \tag{2.12}$$

Al perforar el estado de esfuerzos cambia, así que  $\sigma_r$  y  $\sigma_{\theta}$  (Figura 2.3b) son esfuerzos principales en la cara del pozo.



Suponiendo que  $\sigma_{\theta} > \sigma_z > \sigma_r$ , es decir  $\sigma_1 = \sigma_{\theta} y \sigma_3 = \sigma_r$ , del criterio de Mohr – Coulomb  $\sigma_1 = Co + \sigma_3 * \tan^2 \beta y$  para la cara del pozo (Figura 2.3c,d, Criterio Mohr-Coulomb en el plano de esfuerzos principales), se tiene que:

$$\sigma_{\theta} = C_{o} + \sigma_{r} * \tan^{2} \beta,$$

$$2* \sigma_{h} - p_{w} = C_{o} + \tan^{2} \beta * p_{w},$$
(2.13).

así:

9

$$p_{w} = \frac{2\sigma_{h} - C_{o}}{1 + \tan^{2} \beta}.$$
 (2.14).

Para esta presión hidrostática, se presenta colapso inferior. Esta relación da la presión hidrostática del lodo mínima para evitar que los esfuerzos principales produzcan colapso del pozo. Si la presión hidrostática operativa  $p_{wo}$ , es menor a  $p_w$  de la ecuación (2.14), existirá falla por compresión de la roca

0

De la envolvente de Mohr, Figura 2.4, se aprecia la línea de falla, de tal forma que si disminuye la densidad del lodo, disminuye la presión hidrostática y el esfuerzo tangencial aumentará, por que  $\sigma_{\theta}=2\sigma_{h}$ -p<sub>w</sub>. El colapso se asocia a dos límites, el inferior y el superior, de tal forma que si se genera una falla en la roca se tendrá:

En el colapso inferior

 $\sigma_1 = \sigma_{\theta}$ ,  $\sigma_3 = \sigma_r$ . En el colapso superior  $\sigma_1 = \sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta} = \sigma_3$ . Entonces, para el colapso superior, se cumple que  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_{\theta}$  y se obtendrá:

$\sigma_1 = \sigma_r = p_{w_i}$	(2.15)
$\sigma_3 = \sigma_{\theta} = 2\sigma_h - p_w$ .	(2.16)



Por lo que se puede escribir la siguiente expresión:

$$p_w = C_o + (2\sigma_h - p_w) * \tan^2 \beta,$$
 (2.17)

Agrupando y despejando, resulta la expresión para el colapso superior, según la cual la falla puede ocurrir en la pared del pozo si la presión del pozo se incrementa por encima de este valor.

$$p_{w} = \frac{C_{o} + 2\sigma_{h} \tan^{2} \beta}{1 + \tan^{2} \beta}$$
(2.18)

Existirá falla por tensión si  $\sigma_{\theta} \ge T_o$ , donde  $T_o$  es el esfuerzo de tensión del material, y se tendrá pérdida de fluido de perforación, es decir de lo obtenido anteriormente se puede decir que:

$$T_o = 2\sigma_h - p_w, \tag{2.19}$$

Así:

$$p_w = 2\sigma_h - T_o \,, \tag{2.20}$$

Del criterio de falla de Griffith, A.A., 1921<sup>2</sup>:

$$C_o = 8 T_o, \tag{2.21}$$

#### **2.5 Esfuerzos Totales**

De acuerdo con la teoría de Bradley, W.B., 1979, teniendo en cuenta el total de esfuerzos que actúan sobre una placa es equivalente al que se tendría en el pozo desde cualquier punto  $r_e$  hasta la cara del pozo  $r_w$ , y además por el principio de superposición se tienen las siguientes relaciones:

$$\sigma_{r} = \left(\frac{\sigma_{x}^{o} + \sigma_{y}^{o}}{2}\right) \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) + \left(\frac{\sigma_{x}^{o} - \sigma_{y}^{o}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 4\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) \cos 2\theta, \qquad (2.22)$$

$$+ \tau_{xy}^{o} \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 4\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) \sin 2\theta + p_{w}\frac{R^{2}}{r^{2}}$$

$$\sigma_{\theta} = \left(\frac{\sigma_{x}^{o} + \sigma_{y}^{o}}{2}\right) \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}}\right) - \left(\frac{\sigma_{x}^{o} - \sigma_{y}^{o}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}}\right) \cos 2\theta, \qquad (2.23)$$

$$- \tau_{xy}^{o} \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}}\right) \sin 2\theta - p_{w}\frac{R^{2}}{r^{2}}$$

$$\sigma_z = \sigma_z^o - \nu \left[ 2 \left( \sigma_x^o - \sigma_y^o \right) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta + 4\tau_{xy}^o \frac{R^2}{r^2} \operatorname{sen} 2\theta \right], \qquad (2.24)$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{\sigma_{x}^{o} + \sigma_{y}^{o}}{2}\right) \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 2\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) sen \ 2\theta + \tau_{xy}^{o} \left(1 - 3\frac{R^{4}}{r^{4}} - 2\frac{R^{2}}{r^{2}}\right) cos \ 2\theta,$$
(2.25)

$$\tau_{\theta z} = \left( -\tau^{o}_{xz} sen \theta + \tau^{o}_{yz} \cos \theta \right) \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right), \tag{2.26}$$

$$\tau_{rz} = \left(\tau^{o}_{xz}\cos\theta + \tau^{o}_{yz}sen\theta\right)\left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right).$$
(2.27)

donde:

 $\sigma_x^{o_x} y \sigma_y^{o_y}$  : Esfuerzos horizontales afuera del área de influencia del pozo.

$\tau_{ij}$ , $\tau_{ij}^{o}$	: Componentes de Esfuerzo de Corte
R	: Radio del pozo
r	: Distancia radial
θ	: Ángulo entre el esfuerzo máximo y el punto donde se evalúa el esfuerzo.

De los cosenos directores y para i = 0, se tienen las siguientes relaciones:

$$\begin{array}{ll} l_{xx}' = cos \ a, & l_{yx}' = 0 \ , & l_{zx}' = 0, \\ l_{xy}' = sen \ a, & l_{yy}' = cos \ a, & l_{zy}' = 0, \\ l_{xz}' = 0, & l_{yz}' = 0, & l_{zz}' = 1. \end{array}$$
(2.28)

El sistema de esfuerzos con estos resultados, esta dado por.

$$\sigma_{x}^{\circ} = (Cos a)^{2*} \sigma_{H} + (Sen a)^{2*} \sigma_{h}, \qquad \sigma_{xy}^{\circ} = Sen a^{*} Cos a^{*} \sigma_{h}, \sigma_{y}^{\circ} = (Cos a)^{2*} \sigma_{h}, \qquad \sigma_{yz}^{\circ} = 0, \qquad (2.29) \sigma_{z}^{\circ} = \sigma_{v}, \qquad \sigma_{zx}^{\circ} = 0.$$

De las ecuaciones para los esfuerzos totales, ecuación (2.22) a (2.27), evaluadas en la cara del pozo, es decir r = R, quedan las siguientes relaciones:

$$\sigma_r = p_w, \tag{2.30}$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x^{\circ} + \sigma_y^{\circ} - 2(\sigma_x^{\circ} - \sigma_y^{\circ})\cos 2\theta - 4\tau_{xy}^{\circ} * sen 2\theta - p_w^{\circ}, \qquad (2.31)$$

$$\sigma_{z} = \sigma_{z}^{\circ} - \nu \left[ 2 \left( \sigma_{x}^{\circ} - \sigma_{y}^{\circ} \right) \cos 2\theta - 4\tau_{xy}^{\circ} * sen 2\theta \right], \tag{2.32}$$

$$\tau_{r\theta} = 0, \tag{2.33}$$

$$\tau_{\theta z} = 2 \left( -\tau_{xz}^{\circ} * sen\theta + \tau_{yz}^{\circ} * \cos\theta \right), \tag{2.34}$$

$$\tau_{rz} = 0. \tag{2.35}$$

Tomando como referencia un pozo vertical, es decir i = 0, y de manera general considerando anisotropía de esfuerzos horizontales,  $\sigma_H > \sigma_h$ , adicionalmente el valor del ángulo a = 0. Se obtiene entonces de las relaciones mostradas en el sistema de ecuaciones (2.29) que:

$$\sigma_x^{\circ} = \sigma_H^{,} \tag{2.36}$$

$$\sigma_{y}^{\circ} = \sigma_{h},$$

$$\sigma_{z}^{\circ} = \sigma_{v},$$

$$\tau_{xy}^{\circ} = 0,$$

$$\tau_{yz}^{\circ} = 0,$$

$$\tau_{zx}^{\circ} = 0.$$

$$(2.36)$$

Llevando los resultados del sistema mostrado en (2.36) a las ecuaciones (2.30) a (2.35), se obtiene:

$$\sigma_r = p_w, \tag{2.37}$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{H} + \sigma_{h} - 2(\sigma_{H} - \sigma_{h})^{*} \cos 2\theta - p_{w}^{*}, \qquad (2.38)$$

$$\sigma_z = \sigma_v - 2\nu [(\sigma_H - \sigma_h) \cos 2\theta], \qquad (2.39)$$

$$\tau_{r\theta} = 0, \tag{2.40}$$

$$\tau_{\theta z} = 0, \tag{2.41}$$

$$\tau_{rz} = 0. \tag{2.42}$$

#### 2.5.1 Isotropía de esfuerzos

Considerando ahora esfuerzos horizontales isotrópicos, es decir  $\sigma_H = \sigma_h$ , se pueden escribir las ecuaciones (2.37) a (2.39) como sigue, de tal forma que se obtienen los esfuerzos principales a ser utilizados en los criterios de falla;

$$\sigma_r = p_w, \tag{2.43}$$

$$\sigma_{\theta} = 2\sigma_h - p_w, \tag{2.44}$$

$$\sigma_z = \sigma_v \cdot \tag{2.45}$$

La presión del fluido de perforación en el fondo del pozo (sección de hueco abierto), se mantiene intencionalmente por debajo de la presión de poro del fluido de la formación, con lo que existe la posibilidad de flujo de fluidos de la formación al pozo al ir perforando la sección permeable. Se dice que cuando la densidad equivalente del fluido de control se diseña de tal forma que sea menor que la presión de la formación que se quiere perforar, se puede hablar de procedimientos de perforación hidrostáticamente bajo balance con un flujo de fluido controlado.

Esta técnica no se puede aplicar en pozos donde las permeabilidades son altas y con formaciones poco consolidadas. En pozos de alta presión, con permeabilidad limitada las condiciones del pozo son mas estables y se puede usar la técnica bajo balance para prevenir pérdidas de circulación y fracturas causadas por sobre presiones, adicionalmente se pueden obtener máximos ritmos de penetración, mayores tiempos de vida para la barrena (broca), mejora la hidráulica, disminuir los costos en lodos y realizar con seguridad las operaciones de perforación.

La perforación bajo balance depende de los diseños de los pozos, configuración de los pozos, selección del fluido de perforación, hidráulica de perforación, limpieza del hueco, y de factores de seguridad, económicos y ambientales.

### 2.6.1 Características

Depende de cómo se genere, si es con aire, nitrógeno, o químicamente como puede ser con las espumas; también del control sobre la corrosión que quiere aplicar, la inestabilidad de formación, el modelo de los regímenes de flujo, análisis del yacimiento, características de los esfuerzos, y el control en superficie de presiones.

Adicional a lo dicho anteriormente, en pozos depresionados y no depresionados, se usa como una forma de disminuir el daño en las formaciones producidas por las técnicas convencionales de perforación, como mecanismo para hacer frente a las pérdidas de circulación, pegaduras debido a presiones diferenciales, mejorar la evaluación de la formación, incrementar la productividad del pozo, seguridad en las operaciones respecto a la perforación sobrebalance, reduce o elimina los requerimientos de estimulación primaria, es una buena opción con mejores ventajas en el control ambiental, se puede usar en formaciones con rocas duras, en la industria geotérmica donde son comunes las pérdidas de circulación.

La técnica involucra equipo y procedimientos especiales para el control del flujo de fluidos de la formación, como fluidos de perforación se pueden manejar un gas, un líquido, o las dos fases como mezcla que algunas veces puede ser llamado fluido aligerado el cual puede ser clasificado como niebla, espuma o líquido aireado, dependiendo de las fracciones en volumen de gas y líquido a las condiciones predominantes de presión y temperatura, o

como un fluido con menos densidad del usado convencionalmente, en algunos casos para fracciones de volumen de gas altas el fluido de perforación puede ser compresible. En ocasiones no es suficiente con manejar un fluido con una densidad menor al gradiente de presión del yacimiento, tal es el caso de las espumas donde las caídas de presión por fricción pueden ser altas, por lo que se necesitaría una presión de circulación mayor a la presión de poro, y no sería en este caso para vencer la componente hidrostática.

En este caso se tiene en cuenta la mezcla particular de nitrógeno (para incluir sus propiedades en los cálculos) y salmuera (que puede ser KCl) como fluido de perforación. El equipo de superficie esta conformado por el estrangulador para el control de la presión en la cabeza del pozo, el separador de arena para en control de sólidos, el separador de prueba para controlar y medir los fluidos de producción, en algunos casos se puede necesitar un separador atmosférico para garantizar que los fluidos a recircular (salmuera) estén completamente desgasificados en los tanques de almacenamiento, los cuales alimentaran alas bombas de transferencia de líquidos, el nitrógeno tendrá a su vez su bomba de transferencia y en su caso de ser necesario los equipos de generación, en todo caso los fluidos se mezclaran antes de llegar a la cabeza del pozo en la línea de inyección de fluidos. Para los datos necesarios de cálculo, se considera que se tiene la información medida mediante el uso del equipo adecuado para ello.

### 2.6.2 Presiones de Circulación

Para el cálculo de los perfiles de presión perforando con un fluido gasificado se hará referencia al flujo multifásico, en la parte líquida se tendrá la salmuera de inyección y el aceite que fluye de la formación; el gas de formación y el nitrógeno inyectado será la parte gaseosa del sistema. Los cálculos seguirán los modelos de patrones de flujo determinados entre las fases y en este caso calculados a partir de un modelo mecanístico, el cual tendrá en cuenta las pérdidas de presión por fricción que aumentaran con el incremento de las pérdidas de presión en el anular y el aumento de la presión de fondo. Esto comprime la fase gaseosa e incrementa la densidad del fluido de circulación en el fondo. Además se tendrá en cuenta que la presión en el fondo esta determinada principalmente por el gradiente hidrostático. Igualmente actúa un gradiente por aceleración del fluido a lo largo del anular relativamente pequeño y en este caso como en muchos en general se desprecia en el análisis del perfil de presión.

Para la perforación con fluidos gasificados se puede considerar una analogía de un pozo con sistema de bombeo neumático. Al mismo tiempo que los efectos sobre la presión de fondo, causados por los cortes de sólidos en el anular, son considerados menores y con seguridad pueden ser ignorados en el cálculo de esta presión. Ahora los mecanismos de cómo se realizarán los cálculos de presión serán presentados en el capítulo tres.

Es de notarse que la mezcla en el fondo, conformada por gas, aceite, nitrógeno y salmuera bajo condiciones de flujo multifásico, está sometida a cambios de presión al ir avanzando el perfil de flujo, por lo que el nitrógeno tiende a arrastrar aceite en sus burbujas, generando

un proceso de flujo composicional, este caso resulta complejo de simular y no se desarrollará en este trabajo, pero debe tenerse en cuenta para futuros trabajos, al igual que los efectos de los cambios de temperatura en el pozo.

### Capítulo 3

#### Teoría y Modelo de Estabilidad

#### 3.1 Criterio de Isotropía de Esfuerzos - Formación Poroelástica

Para describir mejor los efectos de la porosidad y permeabilidad de la formación, se tiene en cuenta la presión de poro  $(p_f)$  en el momento de aplicar los criterios de falla; esto se hace mediante la definición de los esfuerzos efectivos.

De este modo se tiene:

$$\sigma_p' = \sigma_p - \alpha * p_f' \tag{3.1}$$

Donde el subíndice p se refiere a cada uno de los esfuerzos principales en cada caso. El criterio de Mohr – Coulomb<sup>1</sup> se expresa en función de los medios efectivos, como:

$$\sigma_1 = C_{\rho} + \sigma_3' * \tan^2 \beta \,. \tag{3.2}$$

Expresando los esfuerzos principales efectivos de la ecuación (3.2) de la forma planteada por la ecuación (3.1) resulta:

$$\sigma_1 - \alpha * p_f = C_o + (\sigma_3 - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta$$
(3.3)

Con esta ecuación, teniendo en cuenta el orden de magnitud de los tres esfuerzos principales, de tal forma que  $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$ , y utilizando las ecuaciones obtenidas (2.43) a (2.50) para esfuerzos principales isotrópicos, se pueden desarrollar diferentes situaciones en donde las magnitudes de estos esfuerzos pueden cambiar en cada uno de los seis casos desarrollados. A continuación se presenta un primer caso (caso a), los demás se pueden ver en el apéndice (A), y los resultados de todos se presentan en la Tabla 3.1, (Fjaer E., 1992<sup>2</sup>).

### **Case a.** $\sigma_{\theta} \ge \sigma_z \ge \sigma_r$

Se puede ver que  $\sigma_1 = \sigma_\theta$  expresada por la ecuación (2.44), también se ve que  $\sigma_3 = \sigma_r$  y ésta expresada por la ecuación (2.43), llevando estas ecuaciones a la ecuación (3.3) y desarrollando se tiene:

$$2\sigma_h - p_w - \alpha * p_f = C_o + (p_w - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (3.4)$$

$$2\sigma_h - p_w - \alpha * p_f = C_o + p_w * \tan^2 \beta - \alpha * p_f * \tan^2 \beta, \qquad (3.5)$$

$$p_{w}^{*} \tan^{2} \beta + p_{w}^{} = 2\sigma_{h}^{} - \alpha^{*} p_{f}^{} - C_{o}^{} + \alpha^{*} p_{f}^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (3.6)$$

$$p_{w}^{*}(1 + \tan^{2}\beta) = 2\sigma_{h} + \alpha^{*} p_{f}^{*}(\tan^{2}\beta - 1) - C_{o}^{*}, \qquad (3.7)$$

Despejando para pw se tiene que;

$$p_{w} = \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} * \left\{ 2\sigma_{h} + \alpha * p_{f} * \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\},$$
(3.8)

Esta ecuación describe la trayectoria en línea recta del límite para que ocurra o no la falla en el pozo. En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (3.8), y ocurrirá falla si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;

$$p_{w} \leq \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} * \left\{ 2\sigma_{h} + \alpha * p_{f} * \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\}.$$
(3.9)

Tabla 3.1. Condiciones de falla de esfuerzo de corte en agujeros con pared impermeable. Isotropía de esfuerzos horizontales<sup>1</sup>.

Caso	$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	Ocurre falla en el pozo si:
а	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_z \geq \sigma_r$	$p_{w} \leq \frac{1}{\tan^{2} \beta + 1} \Big[ 2 * \sigma_{h} + \alpha * p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) - Co \Big]$
b	$\sigma_z \ge \sigma_\theta \ge \sigma_r$	$p_w \leq \frac{1}{\tan^2 \beta} \left[ \sigma_v - \alpha * p_f - Co \right] + \alpha * p_f$
с	$\sigma_z \ge \sigma_r \ge \sigma_\theta$	$p_{w} \geq 2 * \sigma_{h} - \frac{1}{\tan^{2} \beta} \left[ \sigma_{v} - \alpha * p_{f} - Co \right] - \alpha * p_{f}$
d	$\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_\theta$	$p_w \ge \frac{1}{\tan^2 \beta + 1} \Big[ 2 * \sigma_h * \tan^2 \beta - \alpha * p_f \Big( \tan^2 \beta - 1 \Big) + Co \Big]$
е	$\sigma_r \geq \sigma_{\theta} \geq \sigma_z$	$p_w \ge \sigma_v * \tan^2 \beta - \alpha * p_f (\tan^2 \beta - 1) + Co$
f	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_r \geq \sigma_z$	$p_w \le 2 * \sigma_h - \sigma_v * \tan^2 \beta + \alpha * p_f (\tan^2 \beta - 1) - Co$

La Tabla 3.1 se formó de los resultados obtenidos en cada caso de la relación de las magnitudes de los esfuerzos principales. La Tabla 3.2 presenta la relación de la densidad del lodo con la sobrecarga, en función de los parámetros relacionados también con la sobrecarga.

La falla por tensión puede ocurrir si la presión del pozo es lo suficientemente alta para que  $\sigma_{\theta}$  sea negativo, el criterio de falla por tensión en un material poroelástico esta dado por:

$$\sigma_3 - \alpha * P_f = -T_o$$
(3.10).

Al llevar la ecuación (2.16) a la ecuación (3.10) para  $\sigma_3 = \sigma_{\theta}$ , el criterio de falla por tensión será:

$$p_w = 2^* \sigma_h - \alpha^* p_f + To^{*}$$
(3.11).

Tabla 3.2.	Criterios de Falla de esfuerzo de Corte.	Formación	Poroelástica,	relación $p_w/\sigma_v$ .
Isotropía de esfuerzos horizontales.				

Caso	$\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$	Ocurre falla en el pozo si:
а	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_z \geq \sigma_r$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \leq \frac{1}{\tan^{2}\beta + 1} \left[ 2 * \frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}} + \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} (\tan^{2}\beta - 1) - \frac{Co}{\sigma_{v}} \right]$
b	$\sigma_z \ge \sigma_\theta \ge \sigma_r$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \leq \frac{1}{\tan^{2} \beta} \left[ 1 - \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} - \frac{Co}{\sigma_{v}} \right] + \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}}$
с	$\sigma_z \ge \sigma_r \ge \sigma_\theta$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \ge 2 * \frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}} - \frac{1}{\tan^{2} \beta} \left[ 1 - \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} - \frac{Co}{\sigma_{v}} \right] - \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}}$
d	$\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_\theta$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \ge \frac{1}{\tan^{2}\beta + 1} \left[ 2 * \frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}} * \tan^{2}\beta - \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} (\tan^{2}\beta - 1) + \frac{Co}{\sigma_{v}} \right]$
e	$\sigma_r \geq \sigma_{\theta} \geq \sigma_z$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \ge \tan^{2}\beta - \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} (\tan^{2}\beta - 1) + \frac{Co}{\sigma_{v}}$
f	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_r \geq \sigma_z$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \leq 2*\frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}} - \tan^{2}\beta + \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} (\tan^{2}\beta - 1) - \frac{Co}{\sigma_{v}}$

#### 3.2 Criterio de Anisotropía de esfuerzos - Formación Poroelástica

Incluyendo la presión de poro y considerando los criterios de Mohr – Coulomb, y la teoría de esfuerzos efectivos, se plantean seis casos en función de la relación de esfuerzos principales. A continuación se muestra el desarrollo del primer caso, los otros se pueden ver en el apéndice (B):

**Caso a.**  $\sigma_{\theta} \ge \sigma_z \ge \sigma_r$ 

Se expresa en este caso el esfuerzo principal mayor  $\sigma_{\theta}$  en función de  $\theta$ , que es el ángulo de posición del esfuerzo horizontal, ver Figura 2.1, así el criterio de falla se

cumple en la posición donde  $\sigma_{\theta}$  es el más grande, esto ocurre para  $\theta = 90^{\circ}$ , es decir:

 $Cos 2\theta = cos^{2} \theta - sen^{2} \theta,$  $Cos 2\theta = cos^{2} (90^{\circ}) - sen^{2} (90^{\circ}) = 0 - 1,$  $Cos 2\theta = -1.$  (3.12)

Ver que  $\sigma_1 = \sigma_{\theta}$  y esta expresada por la ecuación (2.38), también se ve que  $\sigma_3 = \sigma_r$ , y esta expresada por la ecuación (2.37), llevando éstas ecuaciones a la ecuación (3.3) y desarrollando se tiene:



Remplazando el resultado de (3.12) en (3.13) queda la siguiente expresión:

$$\sigma_{H} + \sigma_{h} - 2(\sigma_{H} - \sigma_{h})^{*}(-1) - \alpha^{*} p_{f} = C_{o} + p_{w} + p_{w}^{*} \tan^{2} \beta - \alpha^{*} p_{f}^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (3.14)$$

$$p_{w}(1+\tan^{2}\beta) = \alpha * p_{f} * \tan^{2}\beta - C_{o} + \sigma_{H} + \sigma_{h} + 2\sigma_{H} - 2\sigma_{h} - \alpha * p_{f}, (3.15)$$

$$p_{w} = \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} \left\{ 3 * \sigma_{H} - \sigma_{h} + \alpha * p_{f} \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\}, \quad (3.16)$$

Esta ecuación describe la trayectoria en línea recta del límite para que ocurra o no la falla en el pozo. En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (3.16), y ocurrirá falla si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;



$$p_{w} \leq \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} \left\{ 3 * \sigma_{H} - \sigma_{h} + \alpha * p_{f} \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\}.$$
(3.17)

Finalmente las expresiones obtenidas en cada caso se presentan en la Tabla 3.3 y en relación con la sobrecarga se presentan en la Tabla 3.4. (Es decir multiplicando ambos lados de la ecuación por  $1/\sigma_v$ ).

Tabla 3.3. Criterios de Falla de Esfuerzo de Corte. Formación Poroelástica. Anisotropía de Esfuerzos Horizontales.

Caso	$\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$	Ocurre falla en el pozo si:
а	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_z \geq \sigma_r$	$p_{w} \leq \frac{1}{\tan^{2}\beta + 1} \left[ 3 \ast \sigma_{H} - \sigma_{h} + \alpha \ast p_{f} \left( \tan^{2}\beta - 1 \right) - Co \right]$
b	$\sigma_z \ge \sigma_\theta \ge \sigma_r$	$p_{w} \leq \frac{1}{\tan^{2}\beta} \left[ \sigma_{v} + 2*\nu*(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha*p_{f} - Co \right] + \alpha*p_{f}$
c	$\sigma_z \ge \sigma_r \ge \sigma_\theta$	$p_{w} \geq 3*\sigma_{H} - \sigma_{h} - \frac{1}{\tan^{2}\beta} \Big[ 2*\nu*(\sigma_{H} - \sigma_{h}) + \sigma_{v} - \alpha*p_{f} - Co \Big] - \alpha*p_{f}$
d	$\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_\theta$	$p_{w} \geq \frac{1}{\tan^{2}\beta + 1} \Big[ (3*\sigma_{H} - \sigma_{h})*\tan^{2}\beta - \alpha*p_{f} (\tan^{2}\beta - 1) + Co \Big]$
е	$\sigma_r \geq \sigma_\theta \geq \sigma_z$	$p_{w} \geq \sigma_{v} * \tan^{2} \beta + 2 * v * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) + Co$
f	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_r \geq \sigma_z$	$p_{w} \leq 3^{*} \sigma_{H} - \sigma_{h} - \sigma_{v} * \tan^{2} \beta - 2^{*} v * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) * \tan^{2} \beta + \alpha^{*} p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) - Co$

Caso	$\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$	Ocurre falla en el pozo si:
а	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_z \geq \sigma_r$	$\frac{p_w}{\sigma_v} \le \frac{1}{\tan^2 \beta + 1} \left[ 3 * \frac{\sigma_H}{\sigma_v} - \frac{\sigma_h}{\sigma_v} + \alpha \frac{p_f}{\sigma_v} (\tan^2 \beta - 1) - \frac{Co}{\sigma_v} \right]$
b	$\sigma_z \geq \sigma_\theta \geq \sigma_r$	$\frac{p_w}{\sigma_v} \le \frac{1}{\tan^2 \beta} \left[ 1 + 2^* v * \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_v} - \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \right) - \alpha \frac{p_f}{\sigma_v} - \frac{Co}{\sigma_v} \right] + \alpha \frac{p_f}{\sigma_v}$
C	$\sigma_z \ge \sigma_r \ge \sigma_\theta$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \ge 3*\frac{\sigma_{H}}{\sigma_{v}} - \frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}} - \frac{1}{\tan^{2}\beta} \left[ 2*v*\left(\frac{\sigma_{H}}{\sigma_{v}} - \frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}}\right) + 1 - \alpha\frac{p_{f}}{\sigma_{v}} - \frac{Co}{\sigma_{v}} \right] - \alpha\frac{p_{f}}{\sigma_{v}}$
d.	$\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_\theta$	$\frac{p_{w}}{\sigma_{v}} \ge \frac{1}{\tan^{2}\beta + 1} \left[ \left( 3 * \frac{\sigma_{H}}{\sigma_{v}} - \frac{\sigma_{h}}{\sigma_{v}} \right) * \tan^{2}\beta - \alpha \frac{p_{f}}{\sigma_{v}} (\tan^{2}\beta - 1) + \frac{Co}{\sigma_{v}} \right]$
e	$\sigma_r \geq \sigma_{\theta} \geq \sigma_z$	$\frac{p_w}{\sigma_v} \ge \tan^2 \beta + 2^* v * \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_v} - \frac{\sigma_h}{\sigma_v}\right) * \tan^2 \beta - \alpha \frac{p_f}{\sigma_v} (\tan^2 \beta - 1) + \frac{Co}{\sigma_v}$
f	$\sigma_{\theta} \geq \sigma_r \geq \sigma_z$	$\frac{p_w}{\sigma_v} \le 3 * \frac{\sigma_H}{\sigma_v} - \frac{\sigma_h}{\sigma_v} - \tan^2 \beta - 2 * \nu * \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_v} - \frac{\sigma_h}{\sigma_v}\right) * \tan^2 \beta$
		$+ \alpha \frac{P_f}{\sigma_v} (\tan^2 \beta - 1) - \frac{Co}{\sigma_v}$

Tabla 3.4. Criterios de Falla de Esfuerzo de Corte. Formación Poroelástica, relación  $p_w/\sigma_{v.}$ Anisotropía de Esfuerzos Horizontales.

## **Capítulo 4**

### Modelo de Flujo Multifásico

A continuación se describe la metodología utilizada para los cálculos de flujo multifásico, basados en el modelo mecanístico de Ansari, A.M., 1994<sup>4, 5</sup>, tomado por la generalidad mostrada en el desarrollo matemático, y por ser el utilizado para la base del desarrollo de otros modelos. Se debe aclarar que el algoritmo de cálculo que se utilizo para simular el modelo mecanístico de Ansari fue tomado del programa "TUPAC", desarrollado en la tesis de licenciatura del Ing. Guerrero, S.T.I., Automatización de Correlaciones y Modelos Mecanísticos de Flujo Vertical Ascendente, Universidad Nacional Autónoma de México, 2003<sup>4</sup>.

#### 4.1 Modelos Mecanísticos

La creación de modelos mecanísticos para la predicción del perfil de presión, basados en los mecanismos fundamentales que regulan el comportamiento del flujo multifásico, de aplicación general, dan como resultado los modelos mecanísticos. Sobre la base de la existencia de patrones de flujo, con una hidrodinámica gobernada por mecanismos diferentes, al mismo tiempo que formulan la transición entre regímenes de flujo a partir de la física de cada uno de ellos.

Como modelos de flujo separado, las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía se aplican a cada una de las fases, incluyendo las interacciones entre las dos (ambas) y con las paredes de la tubería, adicionalmente es necesario tener en cuenta que además de la física del flujo, se involucran correlaciones empíricas en el cálculo de parámetros de flujo.

### 4.2 Modelo de Ansari<sup>4</sup>

El modelo mecanístico de Ansari, Sylvester, Sarica, Shoham y Brill<sup>5</sup>, fue publicado en 1994, y constituye un parte aguas en el análisis y modelado del comportamiento del flujo multifásico vertical ascendente; la propuesta está conformada por un conjunto de modelos mecanísticos para la predicción del régimen de flujo, y para el cálculo del colgamiento del líquido y caída de presión en los regímenes burbuja, bache y anular. La validez del modelo fue evaluada utilizando una base de datos con información de 1712 pozos, cubriendo una gran variedad de condiciones de campo.

#### 4.2.1 Patrones de flujo

Se distinguen 4 regímenes de flujo:
- Flujo burbuja.
- Flujo burbuja dispersa.
- Flujo bache.
- Flujo anular niebla.

## 4.2.1.1 Transición burbuja – bache

El primer criterio para la existencia del flujo burbuja está dado por el diámetro mínimo (de tubería) al cual éste puede existir:

$$dmin = 19.01 \cdot \left(\frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot \sigma_L}{\rho_L^2 \cdot g}\right)^{0.5}$$
(4.1)

Esto es, si el diámetro interno de la tubería de producción es menor que "*dmin*", entonces el flujo burbuja no puede existir, pues la aglomeración de burbujas en un espacio tan "reducido" favorece la coalescencia de éstas dando lugar a la formación de baches.



Figura 4.1. Mapa de Regímenes de Flujo<sup>4</sup>.

Ahora bien, una vez que se ha garantizado la posible existencia del flujo burbuja, la transición burbuja – bache (línea B, Figura 4.1) se presenta, como en el caso del modelo de

Hasan y Kabir<sup>6</sup>, cuando la fracción de vacío alcanza un valor de 0.25. A diferencia de estos últimos, Ansari parte de la definición de velocidad de resbalamiento (ecuación 4.2) y presenta como resultado lo siguiente:

$$v_S = \frac{v_{SG}}{\alpha_G} - \frac{v_{SL}}{1 - \alpha_G} \tag{4.2}$$

donde, al sustituir  $\alpha_G = 0.25$ , y luego de un arreglo algebraico se obtiene:

$$v_{SG} = 0.333 \cdot v_{SL} + 0.25 \cdot v_S \tag{4.3}$$

 $v_S$ , es la velocidad terminal de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo, determinada por Harmathy<sup>4</sup>:

$$v_S = 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$
(4.4)

#### 4.2.1.2 Transición a burbuja dispersa

La transición a burbuja dispersa (línea A, Figura 4.1), se define por la expresión:

$$2 \cdot \left(\frac{0.4 \cdot \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{f}{2 \cdot d}\right)^{0.4} \cdot (v_{SL} + v_{SG})^{1.2} = 0.725 + 4.15 \cdot \left(\frac{v_{SG}}{v_{SG} + v_{SL}}\right)^{0.5}$$
(4.5)

donde f, es el factor de fricción de Darcy calculado de acuerdo a las ecuaciones correspondientes al flujo burbuja dispersa.

El segundo criterio para la transición a burbuja dispersa se presenta cuando  $\alpha_G = 0.76$ . Debido a que la velocidad del líquido es elevada en este régimen de flujo, el resbalamiento entre las fases es despreciable, ( $\alpha_G = \lambda_G$ ), por lo que de la ecuación 4.2 se tiene:

$$v_S = \frac{v_{SG}}{\lambda_G} - \frac{v_{SL}}{1 - \lambda_G} = 0$$

así despejando se tiene:

$$v_{SG} = \left(\frac{\lambda_G}{1 - \lambda_G}\right) \cdot v_{SL} \tag{4.6}$$

Sustituyendo  $\lambda_G = 0.76$ , se obtiene el segundo criterio de transición (línea C, Figura 4.1):

$$v_{SG} = 3.17 \cdot v_{SL} \tag{4.7}$$

#### 4.2.1.3 Transición a flujo anular

La transición a flujo anular (línea D, Figura 4.1) es una de las más complejas, involucrando la estabilidad de la película de líquido; el colgamiento máximo de líquido para evitar el bloqueo del núcleo y la consecuente ocurrencia del flujo bache o agitado; y la velocidad mínima para mantener en suspensión a las gotas de líquido que viajan en el seno del gas (entrampamiento); para que el flujo anular exista se deben cumplir los siguientes tres criterios.

El primero, como en el modelo de Hasan y Kabir<sup>6</sup>, se expresa según la ecuación (4.7) y el cual corresponde a la velocidad superficial mínima de la fase gaseosa para mantener en suspensión las gotas de líquido en el núcleo. Si la velocidad superficial del gas a las condiciones actuales es menor que el lado derecho de la ecuación (4.7), entonces el flujo anular no se da; en caso contrario, se verifican los criterios siguientes.

$$v_{SG}^{*} = 3.1 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25}$$
(4.8)

El segundo criterio fue formulado por Barnea con base en la inestabilidad de la película de líquido, característica del flujo anular. Para que dicha estabilidad exista y no se presente el desplome de la película dando origen al flujo agitado o bache, se debe cumplir que:

$$Y_{M} = \left(\frac{2 - 1.5 \cdot H_{LF}}{H_{LF}^{3} \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF})}\right) \cdot X_{M}^{2}$$
(4.9)

donde  $H_{LF}$ , es la fracción del área transversal de tubería ocupada por la película de líquido (colgamiento de la película de líquido).

 $X_M$  y  $Y_M$  son los parámetros (adimensionales) de Lockhart y Martinelli, definidos como:

$$Y_{M} = \frac{(\rho_{L} - \rho_{G}) \cdot (g/g_{c})}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}}$$
(4.10)

$$X_{M} = \left( (1 - FE)^{2} \cdot \left(\frac{f_{F}}{f_{SL}}\right) \cdot \frac{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}} \right)^{0.5}$$
(4.11)

De consideraciones geométricas  $H_{LF}$ , en la ecuación (4.9), puede ser expresado en términos del espesor adimensional estable de la película como:

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta \operatorname{est} \cdot (1 - \delta \operatorname{est}) \tag{4.12}$$

debido a que  $H_{LF}$  (ó  $\delta$  est) no se conoce, se requiere de un proceso iterativo para determinarlo a partir de la ecuación (4.9). Para cumplir con el segundo criterio, el espesor de película actual debe ser menor que  $\delta$  est.

El tercer criterio, para determinar el máximo colgamiento de líquido sin que el flujo bache ocurra, está dado por:

$$\left(H_{LF} + \lambda_{LC} \cdot \frac{A_C}{A_T}\right) = 0.12 \tag{4.13}$$

donde  $\lambda_{LC}$  es la fracción volumétrica del líquido que viaja en forma de pequeñas gotas en la fase gaseosa, respecto al volumen ocupado por el núcleo (gas y líquido entrampado);  $A_C$ , es el área de la sección transversal de tubería ocupada por este último. Si el colgamiento "global", definido por el lado izquierdo de la ecuación (4.13) es mayor que 0.12, entonces el flujo es bache; en caso contrario, el flujo es anular (siempre y cuando se haya cumplido el segundo criterio).

De lo anterior, se puede observar que las ecuaciones que definen los criterios para las diferentes transiciones entre regímenes de flujo son bastante complejas y requieren la aplicación de técnicas numéricas para su resolución, en especial en la transición a flujo anular. Precisamente, en este aspecto numérico es donde los modelos mecanísticos fallan, pues son frecuentes los problemas de convergencia hacia las soluciones.

La descripción de la secuencia en la determinación del gradiente de presión total en cada patrón de flujo se muestra en el apéndice (C), y para la identificación del régimen de flujo se muestra el apéndice  $(D^4)$ , como complemento al modelo de flujo bifásico utilizado.

# **Capítulo 5**

## Desarrollo de la Metodología de Estudio

#### 5.1 Estabilidad Mecánica

De acuerdo con la teoría de Estabilidad desarrollada en los capítulos dos y tres, y tomando los resultados de la Tabla 3.2 y la Tabla 3.4, se sigue de aquí la implementación de un algoritmo, que permite calcular a partir de los datos de profundidad y propiedades mecánicas de la roca, las ventanas de estabilidad, considerando en su respectivo caso isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales. Para el Gradiente de  $\sigma_h$  utilizado se toma un valor de 0.473 psi/pie<sup>15</sup> de tal manera que se tiene la siguiente tabla.

Profundidad (pies)	σ <sub>h</sub> (psig)
15,582.55	7,370
14,000	6,622
10,000	4,730
6,000	2,838

Tabla 5.1. Gradientes de Esfuerzo Mínimo.

#### 5.1.1 Ventanas Operativas de Estabilidad

Para calcular las ventanas operativas se hace con base en los resultados de la Tabla 3.2 y la Tabla 3.4, estas presentan cada uno de los criterios de falla de esfuerzo, considerando isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales, los cuales plantean las magnitudes de los esfuerzos principales (tangencial, radial y vertical). Cada caso genera una serie de puntos de coordenadas ( $\sigma_h / \sigma_v$ ,  $p_w / \sigma_v$ ) para isotropía de esfuerzos horizontales y ( $\sigma_H / \sigma_v$ ,  $p_w / \sigma_v$ ) para anisotropía de esfuerzos horizontales, los cuales representan una línea recta y sus puntos de corte definen de acuerdo al orden considerado una área poligonal que se llamará ventana de estabilidad. De acuerdo al orden en magnitud de los esfuerzos principales, las líneas definen diferentes zonas de falla dentro de la ventana de estabilidad, como la zona fractura, la zona de colapso, colapso inferior, colapso superior, la zona 1 y zona 2 de estabilidad descritas estas dos últimas mas adelante. Todos los criterios usados están en función de los esfuerzos horizontales en cada caso, el esfuerzo vertical (sobrecarga), la profundidad, la resistencia uniaxial a la compresión, el ángulo de falla, la presión de poro, la constante de Biot y la relación de Poisson.

El área poligonal (ventana de estabilidad), presenta los límites estables con respecto a la falla por corte para la pared de un pozo, como una función de los esfuerzos principales. Para isotropía de esfuerzos horizontales, se calcula a partir de los valores mínimo y máximo del esfuerzo horizontal y del esfuerzo vertical, que de acuerdo al gradiente utilizado de

# Falta página N° 29

## 5.1.3 Resultados Obtenidos del modelo de Estabilidad

Las ventanas operativas que se obtuvieron permiten ver una geometría diferente en los casos de isotropía comparados con los de anisotropía de esfuerzos horizontales, de acuerdo al comportamiento en la cara del pozo. La línea correspondiente a  $p_w/\sigma_v = 1$ , establece el límite cuando la presión de fondo es igual a la sobrecarga, con la que se definen dos zonas; la zona uno debajo de esta línea, y la zona dos por encima de esta línea, ver Figura 5.1. La probabilidad de ubicar en la zona uno es factible, cuando la presión de fondo a la profundidad de estudio, es menor a la sobrecarga, caso mas frecuente. Es bueno aclarar, que el desplazamiento y ubicación dentro de esta zona uno va a depender de la magnitud de los esfuerzos principales, es decir de la sobrecarga y de los esfuerzos horizontales. Así como su tamaño y orientación dependerán de la profundidad y del valor de la resistencia uniaxial a la compresión de la roca, entre otras propiedades geomecánicas.



Figura 5.1. Ventana Operativa de Estabilidad. Condiciones de Falla. Los casos de la letra a hasta la f, son los resultados de los cálculos realizados utilizando las relaciones obtenidas en el capítulo 3, de acuerdo a la distribución de esfuerzos principales.

Los resultados obtenidos de las ventanas operacionales, presentaron inicialmente problemas de convergencia debido a la relación directa con el ángulo de falla, relacionado directamente con el ángulo de fricción interna, que como se puede ver en la figura 5.2, al aumentar el valor del ángulo de falla, aumenta la pendiente de la envolvente de falla, y con ello se detecta la sensibilidad y el cuidado que se debe tener en el valor de este parámetro.



Luego de varios cálculos realizados se confirma que los resultados son más sensibles al ángulo de falla que a la resistencia uniaxial a la compresión, debido a que las ecuaciones obtenidas para la relación  $p_w/\sigma_v$ , presentan mayor dependencia directa con la tangente del ángulo de falla que con la resistencia uniaxial a la compresión, esto primeramente se detectó para los cálculos realizados considerando isotropía de esfuerzos horizontales.

Para anisotropía de esfuerzos, ya teniendo en cuenta las observaciones descritas, se empieza variando el esfuerzo horizontal mínimo de un valor fijo. e incrementándolo un delta  $\sigma_h$ , para un esfuerzo horizontal máximo constante pero, no se obtienen bue resultados para las ventanas de estabilidad. Se puede decir la causa que de este comportamiento, se debe a que a partir de un  $\sigma_3 = \sigma_h$ , si aumenta este valor para un  $\sigma_1 = \sigma_H$  fijo, el círculo de Mohr



disminuirá en diámetro (Figura 5.3), lo que no permitirá cruzar la envolvente de falla para las condiciones dadas. Algu casos que se obtuvieron se presentan en el apéndice (E).

Se cambia el procedimiento para lograr geometrías de las ventanas las operacionales, manteniendo constante  $\sigma_3 = \sigma_h$ , se varía  $\sigma_1 = \sigma_H$  desde un valor fijo mas un incremento de  $\sigma_{\rm H}$ , es claro de la Figura 5.4, que el círculo de Mohr aumentará de tal forma que cruza la envolvente de falla y por lo tanto la representación geométrica de la ventana de estabilidad se obtiene así para varios valores de C<sub>o</sub> y  $\beta$ .



Obtenidas las ventanas de estabilidad para isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales. Se puede ver que existe cierta tendencia a conservarse la forma del área de la ventana pero no de su tamaño ni orientación. Es notable que las líneas que representan los casos de distribución de esfuerzos principales b y e, son completamente horizontales para los diferentes valores de  $C_o$  utilizados en el cálculo teniendo en cuenta isotropía de esfuerzos horizontales, solo que se van separando al ir aumentando este valor. En cambio, si se tiene anisotropía de esfuerzos horizontales, estas líneas correspondientes a los casos b y e, tienen cierta pendiente positiva la cual tiende a conservarse y de la misma forma se separan al ir aumentando el valor de  $C_o$ .

Se observa claramente que el tamaño del área de la zona uno, región en donde se define la mayor posibilidad de estar bajo condiciones estables; varía siendo mayor cuando se considera isotropía de esfuerzos horizontales. Adicionalmente se nota que por la separación de los pares de líneas para los casos: a - d, b - e, c - f, a medida que aumenta Co, y de acuerdo a valores predeterminados de los esfuerzos horizontales, llega a un valor en el cuál el polígono se abre en la zona 2, situación que se da en primero en el caso de anisotropía de esfuerzos con los mismos valores de C<sub>o</sub>. No se quiere decir con esto que la ventana de estabilidad sea interrumpida, esto refleja que la región estable aumenta en tamaño. Esta última y las anteriores observaciones se pueden ver en la Figura 5.5 a y b, y en el apéndice (F) donde se muestran los resultados para diferentes valores de Co considerando isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales.

El efecto del ángulo de falla se puede ver en el apéndice (G), donde se presentan algu cálculos obtenidos para valores del ángulo de falla ( $\beta$ ), relacionado a C<sub>o</sub>, mostrando que para pequeños cambios de  $\beta$ , se generan grandes cambios en la geometría de la ventana de estabilidad.

#### 5.2 Flujo Multifásico

Si se considera el caso práctico en el cual el objetivo es perforar un pozo hasta cierta profundidad, para llegar a este se tendrán puntos a diferentes profundidades, y a los que se quiere hacer un análisis de estabilidad. Se tiene una configuración de sarta de perforación (ensamble de fondo dado), es decir los diferentes diámetros para las secciones de tubería con los que se puede obtener un diámetro equivalente a lo largo del anular y de manera descendente. Se conocen las condiciones de bombeo de fluidos que llegan al fondo del pozo en la cara de la formación perforada (Gastos de nitrógeno y salmuera), propiedades del aceite, gas, salmuera, la relación gas aceite del yacimiento y se maneja un gradiente de temperatura de superficie a fondo de manera lineal. Con esto están dadas las condiciones para realizar el cálculo del perfil de presión hasta el fondo del pozo el cual se verá mas adelante. En este caso la metodología permite establecer un vínculo con el estudio de la estabilidad ( $p_w/\sigma_v$ ), para condiciones dadas de las propiedades mecánicas



Figura 5.5, a y b. Resultados obtenidos para la ventana de estabilidad considerando isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales.

de la roca, el cual lo se puede establecer utilizando las ecuaciones para la obtención de las ventanas de estabilidad.

# 5.2.1 Modelo TUPAC MODIFICADO

En el capítulo 4, se describió el modelo mecanístico de Ansari, y el los apéndices (C y D) se presenta la forma como se van a realizar los cálculos matemáticos para llegar a obtener el perfil de presión en fondo. La Figura 5.6 presenta la interfase de entrada de datos necesarios para los cálculos inter, y los parámetros necesarios como gastos de bombeo de salmuera, nitrógeno, gastos de flujo de aceite y gas de la formación como función de la relación gas aceite, propiedades de los fluidos (densidades relativas), la descripción del número y diámetros de las secciones para obtener en el anular los diferentes diámetros equivalentes a determinadas profundidades (estado mecánico del pozo), presión en la cabeza del pozo, la cual es el reflejo de los cambios en el estrangulador, y gradiente de temperatura lineal; teniendo en cuenta las modificaciones realizadas al "Tupac<sup>23</sup>" original, y las cuales se hicieron buscando obtener un perfil de presiones de acuerdo a la necesidad del estudio. La Figura 5.7 muestra la salida de datos que inicialmente se obtuvo al inicio de la modificación, posteriormente se realizan las adecuaciones necesarias para el estudio, como es el perfil de presiones de fondo con determinado número de cálculos para el aceite producido y un delta de este para hacer el decremento en los gastos de producción, la salida de datos de esta modificación se presenta en la Figura 5.8, que se retoma mas adelante.

	MÓDI	ULO DE " <i>TUPAC</i> DATOS DE ENT	° <sup>4</sup> '' MODIFICA RADA	ADO	
ens. °API	37.5	Gioist (bad)	800		0
ens. Rel. Aceite	0.837	(Spd)	5,040		1
lens. Rel. Gas	0.8	Gur(setd)	300.000	Qgf (scfd)	960,000
ens. Rel. Agua	1.03	RGL (scfd/bpd)	250	WOR (stb/stb)	6.30
GAf (scft/stb)	1,200				Constant of the Alberta
úmero de registros	(Descripc	5	en descenden	e)	
	Diám Int	Dife Ent	Bugggidad	Different Elevation	A CONTRACTOR OF THE OWNER.
Prof. Desarrollada	Diam. Int.	Diam. Ext.	Rugosidad	Diam. Equiv.	Long. Tramo
Prof. Desarrollada (pies)	(pg)	(pg)	(pg)	(pg)	Long. Tramo (pies)
Prof. Desarrollada (pies) 5,000	(pg) 3.5	01am. Ext. (pg) 9.625	(pg) 0.0006	(pg) 6.125	Long. Tramo (pies) 5000
Prof. Desarrollada (pies) 5,000 8,500 13,711	01am. Int. (pg) 3.5 3.5 3.5	9,625 7,625 6,75	(pg) 0.0006 0.0006 0.0006	(pg) 6,125 4,125 3,25	Long. Tramo (pies) 5000 3500 5211
Prof. Desarrollada (pies) 5,000 8,500 13,711 13,891	(pg) 3.5 3.5 3.5 3.5 4.5	01am. Ext. (pg) 9.625 7.625 6.75 6.75	(pg) 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006	(pg) 6,125 4,125 3,25 2,25	Long. Tramo (pies) 5000 3500 5211 180
Prof. Desarrollada (pies) 5,000 8,500 13,711 13,891 14,000	(pg) 3.5 3.5 3.5 4.5 4.75	Diam. Ext. (pg) 9.625 7.625 6.75 6.75 6.75 6.75	(pg) 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006	(pg) 6.125 4.125 3.25 2.25 2	Long. Tramo (pies) 5000 3500 5211 180 109
Prof. Desarrollada (pies) 5,000 8,600 13,711 13,891 14,000 entido del cálculo	Dram. mt. (pg) 3.5 3.5 3.5 3.5 4.5 4.75	Diam. Ext. (pg) 9.625 7.625 6.75 6.75 6.75 6.75 8.75 Pwh (psia)	Rugosidad (pg) 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006	(pg) 6.125 4.125 3.25 2.25 2 T wh (°F)	Long. Tramo (pies) 5000 3500 5211 180 109 80
Prof. Desarrollada (pies) 5,000 8,500 13,711 13,891 14,000 entido del cálculo	Diam. int. (pg) 3.5 3.5 3.5 3.5 4.5 4.75	Diam. Ext. (pg) 9.625 7.625 6.75 6.75 6.75 6.75 8.75 Pwh (psia)	Rugosidad (pg) 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006 0.0006 500	(Pg) 6.125 4.125 3.25 2.25 2 T wh (°F) T wf (°F)	Long. Tramo (pies) 5000 3500 5211 180 109 80 150

Figura 5.6. Interfase de la Entrada de Datos para el Modelo de Flujo.



Figura 5.7. Interfase para la Salida de Resultados del Perfil de Presiones Calculado por el Modelo "TUPAC<sup>4</sup>" MODIFICADO.

## 5.2.2 Perfil de Presiones

Para este se seleccionó un modelo mecanístico, el cual permite a partir de los mecanismos fundamentales que regulan el comportamiento del flujo, calcular los gradientes de presión hidrostático, por fricción y el total correspondiente; considerando los patrones de flujo: burbuja, burbuja dispersa, bache (desarrollado, en desarrollo), y anular. Lo que permite obtener finalmente el perfil de presión con profundidad a lo largo del pozo en el anular y otras propiedades del flujo, en función de los gastos y propiedades de flujo de fluidos. Luego de esto se plantea la forma de obtener este valor de presión de fondo para varios gastos de aceite, y buscar la manera de relacionar con la curva del índice de comportamiento de flujo y de esta manera determinar para el  $\Delta p$  requerido, el valor correspondiente de presión y gasto de aceite, se requiere para este caso de una prueba de pozo para conocer un punto y relacionar la IPR, que en este caso se hace teóricamente para un gasto dado de acuerdo a un  $\Delta p$  en la cara del pozo considerado, pero esta anotación se debe tener en cuenta en caso de considerarse un yacimiento en particular. Finalmente de esta manera se obtienen los datos para (Qo, pw), los cuales se van a relacionar con el estudio de estabilidad.

La interfase de salida de resultados para los perfiles de (Q<sub>o</sub>, p<sub>w</sub>), calculados se muestra en la Figura 5.8, en donde se presentan las condiciones iniciales para la simulación y los resultados del perfil de gasto de aceite contra presión de fondo, relación agua aceite, relación gas líquido(relativo al gasto de salmuera) y gasto de flujo de gas, la primera gráfica muestra el primer perfil obtenido y la segunda lo que representa es la relación del perfil de presión de fondo contra gasto de producción de aceite dado para unas condiciones de bombeo de nitrógeno y salmuera, con el índice de productividad utilizando la curva compuesta de Vogel, J. V., 1968. Es importante aclarar que el modelo de flujo multifásico "TUPAC", contiene los módulos adicionales para calcular las propiedades PVT de los fluidos, y los cuales se utilizaron sin modificarlos.



Figura 5.8. Interfase para la Salida de Resultados del Modelo de Flujo. También describe como se verá mas adelante el Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Δp. Profundidad 6,000 pies

#### 5.3 Mecanismo de Evaluación para Obtener la Línea de Estabilidad

Obtenida la ventana operacional de acuerdo con los parámetros geomecánicos, y de la relación planteada para  $p_w/\sigma_v$ , con el valor de  $\sigma_v$  conocido para el pozo de estudio, se procede con la metodología para el cálculo de las presiones de fondo pw, incluyendo parámetros relacionados con flujo multifásico.

El valor calculado para  $p_w$  se utilizará en los cálculos de la "Línea de Estabilidad", construida a partir de los valores de  $p_w$  y  $\sigma_h$  ó  $\sigma_H$  en cada caso con un valor de  $\sigma_v$  establecido, esto permite determinar la ubicación de los valores relacionados para  $p_w/\sigma_v$  en la figura que describe la ventana de estabilidad mecánica.

Para un valor de  $p_w$ , y de  $\sigma_v$ , esta línea define una serie de puntos correspondientes para la relación  $\sigma_h/\sigma_v$  ó  $\sigma_H/\sigma_v$  en el eje de las abscisas, los cuales van a determinar un criterio adicional de manejo de la estabilidad; dependiendo de los valores de  $p_w$ ,  $\sigma_h$  y  $\sigma_H$  en el pozo, el cuál determina si se está o no ubicado dentro de la ventana de estabilidad, de acuerdo a los parámetros geomecánicos y las condiciones de flujo.

Con el modelo mecanístico tomado para los cálculos de flujo multifásico, se pueden manejar parámetros como geometrías de la sarta de perforación, gastos de bombeo tanto de nitrógeno (gas), de KCl o de Diessel (líquido), Relación Gas Aceite para el yacimiento. De esta forma se puede hacer un estudio de las condiciones de operación y la estabilidad del pozo bajo los parámetros geomecánicos establecidos.

#### 5.4 Resultados de Anisotropía de Esfuerzos con la Línea de Estabilidad

Se puede anotar que para una línea de estabilidad, que representa una p<sub>w</sub> obtenida como resultado del estudio de determinados parámetros de flujo bajo ciertas condiciones de superficie, la ventana de estabilidad de pozo (Figura 5.9), varía al aumentar C<sub>o</sub> y con ello se acerca cada vez mas a la región de estabilidad (zona uno) hasta hacer contacto con ella, llega un momento a partir del cuál la zona uno de estabilidad contiene los puntos ( $p_w/\sigma_v$ ,  $\sigma_H/\sigma_v$ ) que se tengan en la cara del pozo, los cuales si están determinados completamente, ayudarán a concluir si bajo las condiciones de operación que se tienen se está dentro de la zona de pozo estable y con esto decidir si se deben cambiar las condiciones de flujo para ajustar la estabilidad del pozo, o de otra manera si definitivamente no se cumple con los requisitos de estabilidad bajo las condiciones de flujo dadas en el estudio.

Considerando ahora que se tiene determinada la ventana de estabilidad, obtenida a partir de los parámetros geomecánicos, para una profundidad y valores de esfuerzos principales determinados. Para esta profundidad y de acuerdo al determinado número y diámetros de secciones para un arreglo de tubería de perforación, considerando flujo en el anular, unas condiciones de bombeo de nitrógeno, bombeo de salmuera, y una relación gas aceite que da el influjo de gas y aceite al pozo, se puede establecer un perfil de presión de tal forma que determine la presión de fondo p<sub>w</sub> para la profundidad dada.

De esta manera variando los parámetros hasta ahora descritos se puede hacer un estudio considerando: varias profundidades con un arreglo de secciones y diámetros de tubería de perforación, varios arreglos de secciones y diámetros de tubería de perforación a una

profundidad dada y para varios gastos de líquido considerando una relación de gas aceite dada. Lo anterior con el fin de buscar relaciones entre estos casos que estén relacionando la estabilidad mecánica con el flujo de fluidos, es decir en la búsqueda de la relación entre ventanas y líneas de estabilidad y con ello de aquellos parámetros que aquí se involucren.



Figura 5.9. Relación de la Ventana con la Línea de Estabilidad.

Esta relación permitirá elegir el valor para la resistencia uniaxial a la compresión, de tal forma que la zona 1 de la ventana de estabilidad antes descrita, se va acercando a la línea de estabilidad al ir aumentando el valor de resistencia a la compresión. A partir de aquí se puede decir que para valores mayores de resistencia a la compresión se está en la región estable de tal forma que es posible desarrollar la perforación bajo balance (ver Figura 5.10).



Figura 5.10. Diagrama de Flujo para Mostrar la Metodologia de Calculo de C<sub>o</sub>minimo.

# 5.5 Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo en el flujo de fluidos.

Se consideran para el estudio tres profundidades y para cada una se construyen los perfiles antes descritos, con un punto ( $Q_o$ ,  $p_w$ ) del perfil se construye la curva IPR, al no tener un punto de aforo. Este punto se escoge de acuerdo a la caída de presión en la cara de la formación ( $\Delta p$ ) que se quiere considerar y en dado caso para el que sea necesario. Este ajuste se puede hacer o por diferencia de presión ( $\Delta p$ ), o por valor de gasto de aceite determinado, de esta forma se tendrá la solución para los parámetros medidos y posteriormente se llevan los valores de  $p_w$  a las ventanas de estabilidad. Los resultados se muestran en las Figuras (5.8, 5.11, 5.12a, b, 5.13a, b, y 5.14a, b.) para las diferentes profundidades utilizando los dos métodos de ajuste, y se resumen en la Tabla 5.3, donde se puede ver que existe un cambio con la profundidad para el valor de C<sub>o</sub> mínimo necesario para tener condiciones estables.

Tabla 5.3. Resultados de la simulación para el efecto Profundidad

	Prof (pies)	p <sub>yac</sub> (psi)	Q <sub>salm</sub> (bpd)	Q <sub>N2</sub> (scfd)	Qoist (bpd)	Qo (bpd)	p <sub>w</sub> (psi)	p <sub>w</sub> /σv []	\p (psi)	C <sub>omin</sub> (psi)	p <sub>wh</sub> (psi)
Ajuste por \p	6,000	2,790	5,040	400,000	15,000	3,600	2,290	0.3817	500	4,250	190
Figuras a	10,000	4,650	5,040	400,000	15,000	10,650	4,146	0.4146	504	6,500	190
	14,000	6,510	5,040	400,000	15,000	8,400	6,006	0.4290	504	8,900	190
	15,582	7,245	5,040	400,000	15,000	8,925	6,742	0.4327	503	9,800	190
Ajuste por Qo	6,000	2,790	5,040	400,000	15,000	6,000	2,704	0.4507	86	3,700	190
Figuras b	10,000	4,650	5,040	400,000	15,000	6,000	3,460	0.3460	1,190	7,700	190
	14,000	6,510	5,040	400,000	15,000	6,000	5,458	0.3899	1,052	9,600	190
	15,582	7,245	5,040	400,000	15,000	6,000	6,053	0.3885	1,192	10,800	190



Figura 5.11. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite. Profundidad 6,000 pies.



Figura 5.12a. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por  $\Delta p$ . Profundidad 10,000 pies.



Figura 5.12b. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite. Profundidad 10,000 pies.



Figura 5.13a. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por  $\Delta p$ . Profundidad 14,000 pies.



Figura 5.13b. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite Profundidad 14,000 pies.



Figura 5.14a. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por  $\Delta p$ . Profundidad 15,582 pies.



Figura 5.14b. Efecto de la Profundidad para la Estabilidad de Pozo. Ajuste por Gasto de Aceite. Profundidad 15,582 pies.

En este caso se mantuvieron constantes los parámetros de bombeo, se ve que la  $\Delta p$  en el frente de la formación varía en el caso de ajuste por gasto de aceite. Las diferentes  $p_w$  obtenidas se llevan a las ventanas de estabilidad considerando anisotropía de esfuerzos horizontales. De esta forma para cada valor de  $p_w$  a determinada profundidad, se encuentra un valor para Co mínima, es decir el valor para el cuál la ventana de estabilidad en la zona uno hace contacto con la línea de estabilidad en cada caso. En cada caso para cada profundidad este valor se muestra en la Figura (5.15), para el caso de ajuste por caída de presión. La representación es la misma en el caso de ajuste por gasto con valores diferentes en cada caso para C<sub>o</sub> los cuales se plasman en la Tabla 5.3. Se debe tener en cuenta que el comportamiento de la ventana de estabilidad (el desplazamiento y los cambios en a geometría del polígono), depende de las propiedades mecánicas de la roca y los esfuerzos principales.



Figura 5.15. Obtención de Co mínimo de acuerdo a las ventanas y líneas de Estabilidad. Ajuste por Δp. Profundidades en pies: 6,000; 10,000; 14,000 y 15,582.

De los valores de  $p_w y C_o$  que se muestran en la Tabla 5.3, se puede decir entonces que a mayor profundidad se tendrá mayor  $p_w$ , y por otro lado para mayor profundidad la  $C_o$  mínima necesaria será mayor. De esta misma tabla se toman los valores de profundidad contra  $C_o$  mínima del ajuste por caída de presión ( $\Delta p$ ) en el frente de la formación perforada, para hacer un perfil representado en la Figura 5.16, siendo éste el caso I denotado en la figura. De éste caso se puede decir que a mayor profundidad el valor de  $C_o$ 

mínima necesaria para tener estabilidad en el pozo será mayor. Ahora, para lograr hacer una comparación: a determinada profundidad, con una geometría de flujo del anular dada, a diferentes gastos de bombeo de salmuera y nitrógeno; de la relación entre la profundidad y la C<sub>o</sub> mínima necesaria para la estabilidad del pozo. Se hacen ciertos cálculos y se reúnen los resultados notados como caso II en la Tabla 5.4, junto con los del caso I explicado anteriormente y los cuáles también se incluyen en la Figura 5.16.

-			105 5	dotos de o	onnoco	ic mulu	03			
Caso	Prof (pies)	Q <sub>salm</sub> (bpd)	Q <sub>N2</sub> (scfd)	Qoist (bpd)	Qo (bpd)	p <sub>w</sub> (psi)	p <sub>w</sub> /σ,	\p (psi)	C <sub>o min</sub> (psi)	RGL (scft/bpd)
I	14,000	5,040	400,000	15,000	8,400	6,007	0.4291	504	8,900	1,579
п	14,000	2,880	700,000	15,000	10,800	5,870	0.4193	640	9,060	3,618
I	6,000	5,040	400,000	15,000	3,600	2,290	0.3817	500	4,250	722
п	6,000	2,880	700,000	15,000	5,250	2,045	0.3408	745	4,590	1,884

 Tabla 5.4. Relación de la Profundidad con Comúnima variando los gastos de bombeo de fluidos





Se nota que para una misma profundidad, al variar los gastos de bombeo de fluidos de tal forma de la relación gas líquido del fluido inyectado aumente, la  $p_w$  disminuye y la  $C_o$  mínima aumenta. También se observa que para una menor profundidad se hacen más notorias las variaciones para la Co mínima necesaria, tal que al disminuir la  $p_w$  mayor será el valor de  $C_o$  mínima.

#### 5.6 Efecto de la Geometría de Flujo del anular con la Ventana de Estabilidad

Bajo la misma metodología utilizada en el efecto profundidad descrita anteriormente para la construcción de las curvas de flujo de fluidos, ahora se estudia para una misma profundidad, el efecto del número y diámetro de secciones en la tubería. Se consideran tres casos con un área de flujo en el anular y diámetros equivalentes diferentes, como se muestra en la Tabla 5.5, que se usarán para las corridas en el "TUPAC" MODIFICADO y que bajo ciertos parámetros de gastos de bombeo se tienen los resultados de la Tabla 5.6.

Se ve de las Tablas (5.6 y 5.7) obtenidas para las cuatro configuraciones de flujo, pero con diferentes gastos de bombeo de fluidos que la  $p_w$  presenta cambios que dependen de que tan restringida sea el área transversal al flujo y la longitud en la que se desarrolle. Es decir para una menor área transversal al flujo, mayor es la restricción y mayores son las pérdidas de presión por fricción. Con esto también se puede decir que para una mayor presión de fondo se necesitará que la C<sub>o</sub> sea menor, bajo los mismos parámetros de gastos de bombeo de fluidos y presión en la cabeza del pozo.

Los resultados del cálculo de los perfiles se pueden ver en las Figuras (5.17 y 5.18), que encierran los dos casos estudiados para gastos de bombeo y presión en el cabezal de pozo diferentes. Aquí se muestran los cuatro perfiles de presión de fondo y los parámetros de cálculo de propiedades de fluidos solo para el caso de la geometría A, ya que estos no cambian en las otras y se pueden ver en la Tabla 5.5. Para mostrar el C<sub>o</sub> mínimo se presenta la Figura (5.19) en la cuál la línea de estabilidad empieza a estar en contacto con la zona uno de estabilidad para cierto valor en cada caso y que se presenta también en la Tabla 5.6. Para los valores de la Tabla 5.7 la representación de los polígo y la línea de estabilidad es similar por estar a la misma profundidad.

CASO	Prof. Desarrollada	Diám. Int.	Diám. Ext.	Rugosidad	Diám. Equiv.	Long, Framo	Capacidad Vol.	Capacidad
	(pies)	(pg)	(pg)	(pg)	(pg)	(pies)	Anular (bbl pic)	(bbls). I ramo
	2500	4.5	11.75	0.0006	7.25	2500	0.1144	286
GEO	7500	4.5	9.625	0.0006	5.125	5000	0.0703	352
A	13364	4.5	8.5	0.0006	4	5864	0.0505	296
SECC	13711	5	8.5	0.0006	3.5	347	0.0459	16
6	13891	6.25	8.5	0.0006	2.25	180	0.0322	6
2 1	14000	6.5	8.5	0.0006	2	109	0.0291	3
							TOTAL	959
	5000	3.5	9.625	0.0006	6.125	5000	0.0781	390
GEO	8500	3.5	7.625	0.0006	4.125	3500	0.0446	156
В	13711	3.5	6.75	0.0006	3.25	5211	0.0324	169
SECC	13891	4.5	6.75	0.0006	2.25	180	0.0246	4
5	14000	4.75	6.75	0.0006	2	109	0.0223	2
							TOTAL	722
GEO	9000	3.5	9.625	0.0006	6.125	9000	0.0781	703
С	12400	3.5	7.625	0.0006	4.125	3400	0.0446	152
SECC	13711	3.5	5.875	0.0006	2.375	1311	0.0216	28
4	14000	3.875	5.875	0.0006	2	289	0.0189	5
1.							TOTAL	888
GEO	600	3.5	9.625	0.0006	6.125	600	0.0781	47
D	12918	3.5	7.625	0.0006	4.125	12318	0.0446	549
SECC	14000	3.5	5.5	0.0006	2.000	1082	0.0175	19
3							TOTAL	615

Tabla 5.5. Geometrías de flujo por secciones para los cálculos de flujo.

Prof (	pies)	14,000		Pyac (psi)	6,510	]				
CASO	Q <sub>salm</sub> (bpm)	Q <sub>salm</sub> (bpd)	Q <sub>N2</sub> (scfd)	Q <sub>nist</sub> (bpd)	Q <sub>o</sub> (bpd)	p <sub>w</sub> (psi)	p <sub>w</sub> /σ <sub>x</sub>	∆p (psi)	C <sub>n</sub> (psi)	p <sub>wh</sub> (psi)
A	3.5	5,040	400,000	15,000	-	5964 NA.	-	-	-	190
В	3.5	5,040	400,000	15,000	13,650	5,659	0.4042	851	9,500	190
С	3.5	5,040	400,000	15,000	12,150	5,743	0.4102	767	9,300	190
D	3.5	5,040	400,000	15,000	8,250	5,968	0.4263	542	8,900	190

Tabla 5.6. Estudio del Efecto de la Geometría de flujo.

 Tabla 5.7. Estudio del Efecto de la Geometría de flujo para diferente Gasto de Bombeo de Fluidos.

Prof (j	pies)	14,000		Pyac (psi)	6,510					
CASO	Q <sub>salm</sub> (bpm)	Q <sub>salm</sub> (bpd)	Q <sub>N2</sub> (scfd)	Q <sub>oist</sub> (bpd)	Q <sub>o</sub> (bpd)	p <sub>w</sub> (psi)	p <sub>w</sub> /σ <sub>v</sub>	∆p (psi)	C <sub>o</sub> (psi)	p <sub>wh</sub> (psi)
A	4.5	6,480	350,000	20,000	14,000	5,590	0.3993	920	9,500	350
В	4.5	6,480	350,000	20,000	10,000	5,879	0.4199	631	9,100	350
С	4.5	6,480	350,000	20,000	8,200	5,980	0.4271	530	8,900	350
D	4.5	6,480	350,000	20,000	4,600	6,160	0.4400	350	8,700	350



Figura 5.17. Efecto Geometría de Flujo. Caso A, B, C y D (Perfil). Profundidad 14,000 pies.



Figura 5.18 Efecto Geometría de Flujo para diferente gasto de bombeo de fluidos. Caso A, B, C y D (Perfil). Profundidad 14,000 pies.



Figura 5.19 Ventanas de Estabilidad. Efecto Geometría. 14,000 pies.

#### 5.7 Efecto de la RGL del Fluido Bombeado con los Parámetros de Estabilidad

Para ver el efecto de RGL del fluido bombeado, se hicieron varios cálculos considerando en primer lugar que varía el gasto de nitrógeno y el de salmuera, luego se varió el gasto de nitrógeno conservando el gasto de salmuera constante y por último se varía el gasto de salmuera para un gasto de nitrógeno constante. En cada caso considerado se hicieron cuatro cálculos para ver el comportamiento de la pw y la Co mínima. Adicionalmente se hicieron los cálculos para dos geometrías en primer lugar se consideró el caso B de la Tabla 5.5, y luego para buscar comparar con la geometría usada en el estudio del efecto profundidad se utilizó la geometría del caso D para 14,000 pies. Se consideraron también los mismos parámetros utilizados en la obtención de la curva IPR, esperando poder tener igual punto de referencia.

El cálculo de la RGL se hizo en referencia al gasto de salmuera de la siguiente forma:

$$RGL = \frac{\left(Q_{gf} + Q_{N2}\right)}{Q_{salm}},\tag{5.1}$$

$$Qgf = RGAf * Q_{oist}, \qquad (5.2)$$

$$RGL = \frac{\left(RGAf * Q_{oist} + Q_{N2}\right)}{Q_{salm}}, \cdots RGL = f(Q_{oist}).$$
(5.3)

Los resultados obtenidos de acuerdo a esta metodología se presentan en las Tabla 5.8, datos tomados de las Figuras (5.20a, 5.20b, y 5.20c), y la Tabla 5.9 con datos tomados de las Figuras (5.21a, 5.21b, y 5.21c).

Tabla 5.8. Efecto RGL vs. Co para diferentes Variaciones de Gastos. Caso Geometría B.

Prof (pies)	14,000		Pyac	r (psi)	6,510								
		CASO	Q <sub>salm</sub> (bpm)	Q <sub>stim</sub> (bpd)	$Q_{N2}$ (setd)	Q <sub>oist</sub> (bpd)	Q <sub>o</sub> (bpd)	$\mathbf{p}_{\mathbf{s}}$ (psi)	pw/σx []	Ap (psi)	Co (psi)	RGL (sett hpd)	p <sub>wh</sub> (psi)
VARIAN	DO	1	3.5	5,040	400,000	20,000	13,600	5,650	0.4036	860	9,400	2,508	190
NITRÓGE	NO Y	2	3	4,320	300,000	20,000	14,400	5,620	0.4014	890	9,400	3,070	190
SALMUE	ERA	3	2.5	3,600	215,000	20,000	15,000	5,545	0.3961	965	9,600	3,810	190
		4	2	2,880	700,000	20,000	16,200	5,526	0.3947	984	9,600	5,306	150
VARIAN	DO	1	4	5,760	700,000	20,000	13,000	5,743	0.4102	767	9,200	2,153	200
NITRÓGI	ENO	2	4	5,760	900,000	20,000	13,000	5,735	0.4096	775	9,200	2,187	200
SALMUER	A cte	3	4	5,760	1,200,000	20,000	13,000	5,718	0.4084	792	9,400	2,240	200
		4	4	5,760	1,400,000	20,000	13,000	5,712	0.4080	798	9,400	2,274	200
VARIAN	DO	1	2	2,880	1,200,000	20,000	-	-		-	-		200
SALMUE	ERA	2	3	4,320	1,200,000	20,000	14,400	5,611	0.4008	899	9,400	3,278	200
N <sub>2</sub> cte	ē	3	4	5,760	1,200,000	20,000	13,000	5,719	0.4085	791	9,400	2,240	200
		4	5	7,200	1,200,000	20,000	11,400	5,802	0.4144	708	9,200	1,592	200

Prof (pies)	14,000		Pyac	(pst)	6,510								
		CASO	Q <sub>satin</sub> (bpm)	Q <sub>silin</sub> (bpd)	$Q_{N_{2}}$ (sefd)	Q <sub>olst</sub> (bpd)	Q <sub>o</sub> (bpd)	p <sub>u</sub> (psi)	рw/σх []	\p (psi)	Co (psi)	RGL (seft/bpd)	P <sub>wb</sub> (psi)
VARIAND	o	1	3.5	5,040	400,000	15,000	8,400	6,006	0.4290	504	8,900	1,579	190
NITRÓGEN	γ	2	3	4,320	300,000	15,000	9,150	5,948	0.4249	562	9,000	1,975	190
SALMUER	Α -	3	2.5	3,600	215,000	15,000	9,900	5,889	0.4206	621	9,050	2,535	190
		4	2	2,880	700,000	15,000	10,800	5,870	0.4193	640	9,060	3,618	190
VARIAND	o	1	4	5,760	700,000	15,000	8,400	5,980	0.4271	530	8,800	1,639	190
NITRÓGEN	ю	2	4	5,760	900,000	15,000	8,400	5,964	0.4260	546	9,000	1,679	190
SALMUERA	cte	3	4	5,760	1,200,000	15,000	8,550	5,985	0.4275	525	8,800	1,765	190
		4	4	5,760	1,400,000	15,000	8,550	5,972	0.4266	538	9,000	1,805	190
VARIAND	o	1	2	2,880	1,200,000	15,000	4	927 1	-	-	-	-	190
SALMUER	А	2	3	4,320	1,200,000	15,000	9,300	5,930	0.4236	580	9,000	2,215	190
N <sub>2</sub> cte		3	4	5,760	1,200,000	15,000	7,650	6,003	0.4288	507	8,800	1,404	190
		4	5	7,200	1,200,000	15,000	6,000	6,114	0.4367	396	8,600	917	190

# Tabla 5.9. Efecto RGL vs. C<sub>o</sub> para diferentes Variaciones de Gastos. Caso Geometría D. Prof (pis) 14,000 Pyac (ps) 6,510



Figura 20a. Efecto RGL. Variación de Q<sub>N2</sub> y Q<sub>salm</sub>. Geometría B.







Figura 20c. Efecto RGL. Variación de Qsalm, QN2 constante. Geometría B.



Figura 21a. Efecto RGL. Variación de Q<sub>N2</sub> y Q<sub>salm</sub>. Geometría D.



Figura 21b. Efecto RGL. Variación de Q<sub>N2</sub>, Q<sub>salm</sub> constante. Geometría D.



Figura 21c. Efecto RGL. Variación de Qsalm, QN2 constante. Geometría D.

Comparando los resultados obtenidos de Tablas 5.8 con 5.9, se puede ver una variación de presión de fondo que se debe directamente al cambio de geometría utilizada en cada caso pues los parámetros de fluidos son los mismos. Se nota que el caso D genera más pérdidas de presión que el caso B, lo que reafirma que la mayor restricción en el área transversal al flujo y la longitud de esta representa mayores pérdidas por fricción.

Para los dos casos estudiados en geometría revisando los valores de pw y  $C_o$ , se nota que para una mayor pw el valor de  $C_o$  mínimo necesario es menor, y que para una menor presión de fondo se necesitará una mayor  $C_o$ . Se sigue a esto que para un valor mayor de RGL del fluido inyectado la pw es menor, de la misma forma que para una menor RGL para el fluido inyectado la pw será mayor, así se tiene:

$$para < RGL < p_w > C_o$$
$$para < RGL > p_w < C_o$$

Se puede decir también que una vez determinada la ventana de estabilidad, los cambios para C<sub>o</sub> por cambios de RGL no son mayores si se controla la  $\Delta p$  en la cara de la formación de tal forma que p<sub>w</sub> no tenga variaciones drásticas, lo que esta relacionado también con el poder conservar la p<sub>wh</sub> constante, además se puede decir que la variable determinante del proceso y a controlar es la presión de fondo.

De las Figuras (5.20 y 5.21) se ve que se generan mayores cambios en las presiones de fondo cuando se varía el gasto de salmuera para el gasto de nitrógeno constante, lo cual tiene que ver con la densidad en fondo de la mezcla, de manera diferente sucede cuando se varía el gasto de nitrógeno cuando el gasto de salmuera permanece constante, en este caso al aumentar el gasto de nitrógeno el valor de presión de fondo converge al mismo valor de esta forma los valores de C<sub>o</sub> mínimos no tienen grandes cambios. Finalmente cuando existen cambios simultáneos de los gastos de nitrógeno y salmuera, si la tendencia de los dos gastos es a disminuir se produce un efecto de tal forma que para gastos de aceite bajos la presión de fondo tiende a un mismo valor, pero si se aumenta el gasto de nitrógeno disminuyendo notablemente el gasto de salmuera se produce una caída uniforme de presión en toda la curva del perfil de bombeo y por ende se necesitaría un valor de C<sub>o</sub> mayor.

También se incluyen los resultados del efecto profundidad dentro de un registro de resistencia uniaxial a la compresión para un pozo ejemplo, calculada según la metodología MecPro. Esto se muestra en la Figura (5.22), donde se incluyen los casos ejemplo I y II, utilizados para el cálculo de  $C_0$  y referidos en la Tabla 5.4. Constatando que para RGL del fluido inyectado mayores, se requerirá un valor de Co mínimo mayor para el uso de la técnica de bajo balance. Con esto se pueden visualizar los intervalos en los cuáles se puede utilizar o no la técnica de bajo balance, de acuerdo a si cumplen o no con los requerimientos calculados para la resistencia uniaxial a la compresión mínima necesaria para tener estabilidad de pozo.





# CONCLUSIONES

#### 6.1 Conclusiones

- Se desarrolló un modelo para el estudio de la estabilidad mecánica de pozos perforados bajo balance considerando las propiedades geomecánicas de la roca y anisotropía de esfuerzos horizontales. El modelo incluyó el acoplamiento del cálculo mecánico con la determinación de las presiones de fondo, asociadas con el flujo bifásico característico de esta técnica de perforación. A través del modelo de estabilidad se logró determinar la resistencia uniaxial a la compresión mínima necesaria para evitar problemas por inestabilidad del pozo perforado.
- 2. Se generalizó la obtención de la ventana de estabilidad considerando anisotropía de esfuerzos horizontales, con lo que se definió de mejor forma las zonas y límites de estabilidad. Se observó también que la resistencia uniaxial a la compresión mínima es determinante en la definición de los límites de las zonas estables demarcadas por esta ventana; al mismo tiempo que existe una relación directa con la profundidad de estudio, la presión de poro, la sobrecarga y las propiedades geomecánicas de la roca.
- 3. Los efectos de la geometría del espacio anular y la relación gas líquido del fluido inyectado no afectan considerablemente el cálculo de la resistencia a la compresión mínima necesaria para aplicar la técnica bajo balance, debido a que los cambios en las magnitudes de las presiones en el fondo del pozo no son suficientemente grandes para modificar considerablemente el cálculo de este parámetro, utilizado como criterio de estabilidad. Sin embargo, el efecto de la profundidad sí es determinante por los grandes cambios de presión en el fondo que resultan asociados con el flujo bifásico.

#### 6.2 Recomendaciones

- Un modelo acoplado de la geomecánica y el flujo multifásico se debería implementar en un simulador, incluyendo así el comportamiento de las propiedades mecánicas de la roca y de los fluidos, los cuales interfieren en las variables de evaluación de proyectos de perforación usando la técnica de bajo balance. Lo anterior buscando tener resultados que integren los dos comportamientos y que ayuden a concluir finalmente, cuáles deberían ser las magnitudes de las variables principales de estabilidad de pozo bajo condiciones de flujo.
- 2. Por la naturaleza de la mezcla estudiada y las variaciones de presión a las que está sometida, el nitrógeno tiende a arrastrar aceite generando un proceso de flujo composicional que junto con los efectos de temperatura, deben tenerse presentes en el desarrollo del simulador. Esto se justifica cuando se busca la optimización de los procesos que generen tales efectos y que permitan agregar más variables al proceso y mejores resultados en los estudios.
- 3. Se propone que la metodología planteada se utilice en la evaluación de proyectos de perforación bajo balance, considerando la estabilidad mecánica y el flujo multifásico; con el fin de saber si los parámetros operativos cumplen con los requerimientos de estabilidad en el pozo a perforar.
- 4. El estudio de la relación de la geomecánica con el flujo multifásico, es parte integral en el proceso de evaluación de proyectos de perforación usando la técnica de UBD, ya que ayudará a entender y a predecir fenómenos de inestabilidad en la formación.
- 5. La metodología de estudio desarrollada, bien podría ser aplicada a las técnicas de perforación convencionales, permitiendo un control de la presión de fondo de acuerdo a las propiedades geomecánicas de la roca y la selección adecuada para la densidad del lodo utilizado; logrando un mejor control sobre las paredes del agujero perforado y disminuyendo los problemas por inestabilidad.

# Nomenclatura

# Geomecánica

$C_{b}$	Módulo de Compresibilidad (GPa) <sup>-1</sup> .
Co	Resistencia a la Compresión Uniaxial (lb/pg <sup>2</sup> ).
C <sub>oe</sub>	Resistencia a la Compresión Uniaxial Mínima (lb/pg <sup>2</sup> ).
D	Profundidad de estudio (pies).
Ε	Módulo de Young ( GPa).
GR	Lectura de rayos-gamma del registro en el intervalo de interés.
GR <sub>1</sub>	Lectura en zonas de lutita limpia.
GR <sub>2</sub>	Lectura en zonas opuestas a lutitas.
K	Módulo Volumétrico (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\mathbf{k}_{\mathbf{fr}}$	módulos volumétricos de la estructura de la roca drenada (lb/pg <sup>2</sup> ).
Ks	módulos volumétricos de la matriz (lb/pg <sup>2</sup> ).
$l_{x,}l_{y,}l_{z}$	Cosenos directores.
$\mathbf{p}_{\mathbf{f}}$	Presión de poro $(lb/pg^2)$ .
<b>p</b> <sub>w</sub>	Presión en la cara del pozo (lb/pg <sup>2</sup> ).
R	Distancia radial (pulg).
r	Radio interno (pulg).
T, T <sub>o</sub>	Esfuerzo de Tensión (lb/pg <sup>2</sup> ).
$V_{\text{arc}}$	Volumen de Arcilla.
α	Constante de Biot (Adim).
β	Ángulo de falla (grad).
$\sigma_{\theta}$	Esfuerzo tangencial (tangencial) (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma_1$	Esfuerzo de compresión mínimo (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma_2$	Esfuerzo de compresión intermedio (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma_3$	Esfuerzo de compresión máximo (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma_{h}$	Esfuerzo horizontal mínimo (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma_{\rm H}$	Esfuerzo horizontal mínimo (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma^{o}_{x}, \sigma^{o}_{y}$	Esfuerzos horizontales afuera del área de influencia del pozo.
$\sigma_r$	Esfuerzo radial (presión sobre la cara del pozo) (lb/pg <sup>2</sup> ).
σν	Esfuerzo vertical (lb/pg <sup>2</sup> ).
$\sigma_{z}$	Esfuerzo axial (sobrecarga) (lb/pg <sup>2</sup> ).
φ	Ángulo de fricción interna.
θ	Ángulo entre el esfuerzo máximo y el punto donde estamos evaluando el esfuerzo.

 $\tau_{ij}\,,\tau_{ij}{}^{o}~$  Componentes de Esfuerzo de Corte.

ν

## Flujo Multifásico

- $A_L$  Área de la sección transversal de tubería ocupada por la fase líquida, (pie).
- $A_T$  Área transversal de tubería, (pie).
- $A_C$  Área de la sección transversal de tubería ocupada por gas y líquido entrampado, (pie)
- $d_{HF}$  Diámetro hidráulico de la película de líquido, (pie).
- d Diámetro interno de la tubería, [pie].
- D ó Prof Profundidad de estudio (pies).

Dens. Densidad

FE Entrampamiento, [adim].

- $f_{SC}$  Factor de fricción en la interfase, [adim].
- f Factor de fricción, [adim].

 $g_c$  Factor de conversión (32.2 lbm-pie/ lbf seg<sup>2</sup>)

g Constante de la aceleración gravitacional (32.2 pie/seg<sup>2</sup>).

 $H_{LF}$  Colgamiento de la película de líquido, [adim].

- $L_{LS}$  Longitud del bache de líquido, (pie).
- L Longitud ( o profundidad), (pie)].
- $L_T$  Longitud (o profundidad) total del pozo, (pie).

 $L_{BT}$  Longitud de la burbuja de Taylor, (pie).

 $L_C$  Longitud del frente de burbuja, (pie).

NRe<sub>L</sub> Número de Reynolds en la interfase, [adim].

 $NRe_F$  Número de Reynolds en la película, [adim].

NRe Número de Reynolds, [adim].

P Presión, (lb/pg<sup>2</sup> abs).

- $p_w$  Presión en el fondo del pozo (lb/pg<sup>2</sup> abs).
- $P_{wh}$  Presión en el Cabezal de Pozo (lb/pg<sup>2</sup> abs).
- $p_{yac}$  Presión en el yacimiento (lb/pg<sup>2</sup> abs).
- $q_o$  Gasto volumétrico de aceite @ c.s., (bl/día).
- Qgf Gasto de Gas Fluyendo (scf/día)
- Q<sub>N2</sub> Gasto de Nitrógeno (scf/día).
- Q<sub>o</sub> Gasto solución de aceite (bl/día).
- Qoist Gasto de aceite inicial (bl/día).
- Q<sub>salm</sub> Gasto de salmuera (bl/min) ó (bl/día).
- RGAf Relación Gas Aceite Fluyendo (scft/sbl)
- RGL Relación Gas Líquido (scft/bl/día).
- R Relación gas aceite, (pie<sup>3</sup> g @c.s./blo @c.s.).
- Twf Temperatura en el fondo del pozo (°F)
- Twh Temperatura en el cabezal de Pozo (°F)
- $W_G$  Gasto másico de la fase gaseosa, (lbm/seg).
- $W_L$  Gasto másico de la fase líquida, (lbm/seg).
- W<sub>M</sub> Gasto másico total, (lbm/seg).
- WOR Relación agua aceite, (blw@c.s./blo@c.s).
- $\alpha_G$  Fracción de vacío, [adim].
- $\alpha_L$  Colgamiento, [adim].
- $\alpha_{LBT}$  Colgamiento del líquido en la zona de la burbuja de Taylor, [adim].
- $\alpha_{GBT}$  [adim] Fracción de vacío en la zona de la burbuja de Taylor, [adim].
- $\alpha_{GLS}$  [adim] Fracción de vacío en la zona del bache, [adim].
- $\alpha_{LLS}$  Colgamiento del líquido en la zona del bache, [adim].
- $\gamma_o$  Densidad relativa del aceite @ c.s. (agua = 1.0)
- $\gamma_w$  Densidad relativa del agua @ c.s. (agua = 1.0)
- $\gamma_g$  Densidad relativa del gas producido @ c.s. (aire = 1.0)
- $\delta$  Espesor adimensional de la película de líquido, [adim].
- $\lambda_G$  Fracción volumétrica de entrada de la fase gaseosa.
- $\lambda_L$  Fracción volumétrica de entrada de la fase líquida.
- $\lambda_{LC}$  Fracción volumétrica de entrada del líquido entrampado.
- $\mu_G$  Viscosidad de la fase gaseosa, (cp).
- $\mu_L$  Viscosidad de la fase líquida, (cp).
- $\mu_M$  Viscosidad de la mezcla, (cp).
- $v_M$  Velocidad de la mezcla, [pie/seg].
- $v_F$  Velocidad de la película, (pie/seg).
- $v_S$  Velocidad de resbalamiento, (pie/seg).
- $v_{LLS}$  Velocidad del gas en el cuerpo del bache, (pie/seg).
- $v_{GBT}$  Velocidad del gas en la burbuja de Taylor, (pie/seg).
- $v_{LBT}$  Velocidad del líquido en la burbuja de Taylor, (pie/seg).
- $v_C$  Velocidad insitu del núcleo, (pie/seg).
- $v_{SG}$  Velocidad superficial de la fase gaseosa, (pie/seg).
- $v_{SL}$  Velocidad superficial de la fase líquida, (pie/seg).
- v<sub>SC</sub> Velocidad superficial del núcleo, (pie/seg).
- $v_{BT}$  Velocidad de ascenso de la burbuja de Tayor, (pie/seg).
- $v_{GLS}$  Velocidad del gas en el cuerpo del bache, (pie/seg).
- $\rho_G$  Densidad de la fase gaseosa, (lbm/pie<sup>3</sup>).
- $\rho_L$  Densidad de la fase líquida, (lbm/pie<sup>3</sup>).
- $\rho_{MSR}$  Densidad de la mezcla sin resbalamiento, (lbm/pie<sup>3</sup>).
- $\rho_M$  Densidad de la mezcla, (lbm/pie<sup>3</sup>).

$\rho_{LS}$	Densidad del bache, (lbm/pie <sup>3</sup> ).
$\rho_C$	Densidad del núcleo de gas, (lbm/pie <sup>3</sup> ).
$\sigma_{od}$	Tensión superficial del aceite muerto, (lbm/seg <sup>2</sup> ).
$\sigma_o$	Tensión superficial del aceite vivo, (lbm/seg <sup>2</sup> ).
$\sigma_w$	Tensión superficial del agua, (lbm/seg <sup>2</sup> ).
$\sigma_L$	Tensión superficial del líquido, (lbm/seg <sup>2</sup> ).
$ au_F$	Esfuerzo de corte en la película, (lbm/pie/seg <sup>2</sup> ).
τ	Esfuerzo de corte, (lbm/pie/seg <sup>2</sup> ).
$\Delta \mathbf{p}$	Caída de presión en la cara de la formación (lb/pg <sup>2</sup> ).
∆рс	Incremento para el cálculo del perfil presión (lb/pg <sup>2</sup> ).
°API	Grados API del Aceite (°API)

# BIBLIOGRAFÍA

- 1. García Valenzuela Carlos Etzael, "Estabilidad Mecánica de Pozos Direccionales y Horizontales," Tesis, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1992.
- Fjaer E., Holt R. M., Horsrud P., Raaen A. M. y Risnes R.: Petroleum Related Rock Mechanics, Elsevier Science Publishing Company Inc., New York (1992).
- Gas Research Institute: "Underbalanced Drilling Manual", Chicago Illinois, GRI Reference No. GRI-97/0236, 1997.
- Guerrero Sarabia Teodoro Iván, "Automatización de Correlaciones y Modelos Mecanísticos de Flujo Multifásico Vertical Ascendente," Tesis, Ingeniería Petrolera, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2003.
- Ansari, A.M., Sylvester, N.D., Sarica, C., Shoham, O., y Brill, J.P.: "A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores," artículo SPE Production & Facilities, Mayo, 1994, pag. 143 – 151.
- 6. Hasan, A.R. y Kabir, C.S.: "A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Wells," artículo SPE Production & Facilities, Mayo, 1988, pag 263 272.
- 7. Bourgoyne A. T. Jr., Millheim K. K., Chenevert M. E., y Young F. S. Jr.: *Applied Drilling engineering*, Society of Petroleum Engineers, Richardson, Texas (1991).
- 8. Jaeger J. C., Cook N. G. W.: *Fundamentals of Rock Mechanics*, chapman and hall ltd and scince paper backs, (1969).
- McLean, M. R. y Addis, M. A.: "WellboreStability Analysis: A Review of Current Methods of Analysis and Their Field Application," artículo IADC/SPE 19941 presentado en 1990, IADC/SPE Drilling Conference held in Houston, Texas, Febrero 27 – Marzo 2, 1990.
- Last, N.C., Plumb, R.A., Harkness, R.M., Charlez, P., Alsen, J. y McLean, M.R.: "An Integrated Approach to Evaluating and Managing Wellbore Instability in the Cusiana Field, Colombia, South America," artículo SPE 30464 presentado en SPE Anual Technical Conference & Exhibition held in Dallas, U.S.A., 22-25 de Octubre, 1995.
- 11. Last, N.C., y McLean, M.R.: "Assessing the Impact of Trajectory on Wells Drilled in an Overthrust Region," artículo SPE 30465 presentado en SPE Anual Technical Conference & Exhibition held in Dallas, U.S.A., 22-25 de Octubre, 1995.
- Jones, J. F. y Barree, R. D.: "Mechanical Stability Analysis from Drilling Data Alone," artículo SPE 36443 presentado en el 71 st Annual Tecnical Conference realizada en Denver, Colorado, U. S. A., 6 – 9 Octubre, 1996.
- Gil, I. and Roegiers, J. C.: "Borehole Desing: Stability Considerations," artículo SPE/ISRM 78182 presentado en SPE/ISRM Rock Mechanics Conference held in Irving, Texas, 20 – 23 October, 2002.
- Jones, J. F. and Barree, R. D.: "Mechanical Stability Analysis from Drilling Data Alone," artículo SPE 36443 presented at the 71 st Annual Tecnical Conference and Exhibition held in Denver, Colorado, U. S. A., 6 – 9 October, 1996.
- Maclovio, Y.M., y Martín, V.J.: "Tecominoacán 408: First Underbalance Drilling Application in México," artículo SPE 35320 presentado en Intl Petroleum Conference & Exhibition of México. Realizada en Villahermosa, Mexico, 5-7 Marzo, 1996.

- Rojas, Y., Vieira, p., Borrell, M., Blanco, J., Ford, M., Nieto, L., López, G., y Atencio, B.: "Field Aplication of Near-Balanced Drilling Using Aqueous Foams in Western Venezuela," artículo IADC/SPE 74449 presentado en el IADC/SPE Drilling Conference relizada en Dallas, Texas, 26-28 Febrero, 2002.
- Pavón Preve Jose Manuel, "Estabilidad Mecánica de Pozos en Lutitas," Tesis, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1995.
- McLellan, P. y Hawkes, C.: "Borehole Stability Analysis for Underbalanced Drilling," artículo Journal of Canadian Petroleum Technology, Volumen 40, No 5 Mayo 2001.
- Addis, M. A., Last N. C. y Yassir N. A.: "Estimation of Horizontal Stresses at Depth in Faulted Regions and their Relationship to Pore Pressure Variations," artículo SPE Formation Evaluation, Marzo 1996, pag. 11 – 18.
- Hawkes, C. D., Smith, S. P. y McLellan, P. J.: "Coupled Modeling of Borehole Instability and Multiphase Flow for Underbalanced Drilling," artículo IADC/SPE 74447 presentado en 2002, IADC/SPE Drilling Conference held in Houston, Texas, Febrero 26 – 28, 2002.
- 21. CHARLEZ P. A.: Rock Mechanisc. Volume 2. Petroleum Aplications. Éditions Technip, Paris, 1997.
- 22. Hernandez, C. I., Roca-R., L., Bitzberger, P.,: "Evaluación de los Problemas de Estabilidad del Agujero durante la Perforación de Pozos en el Campo EK Balam, Región Marina," artículo AIPM XXXII Comgreso Nacional Tampico 94'.
- Addis, T., Last, N., Boulter, D., Roca-Ramisa, L., Plumb, D.: "The Quest for Borehole Stability in the Cusiana Field, Colombia," artículo Drilling, April/July, 1993, pag. 34 – 43.
- Biswas, D., Suryanarayana, P.V., Frink, P.J., Rahman, S.: "An Improve Model to Predict Reservoir Characteristics During Underbalanced Drilling," artículo SPE 84176, Presentado en Annual Technical and Exhibition held in Denver, Colorado, U.S.A., 5 8 de Octubre, 2003.
- ACUÑA R.A., GARAICOCHEA P.F., LIMON H.T.: Flujo Multifásico en Tuberías, Instituto Mexicano del Petróleo, Subdirección de Explotación, Publicación No. 76 BM/204, División de Producción, 1976.
- 26. Brown, K. E.: "The Techmology of Artificial Lift Methods." Volume 1. PennWell Publishing Company., Tulsa, Oklahoma, U.S.A. 1997.
- Vogel, J. V.: "Inflow Performance Relationship for solution Gas Drive Wells," artículo J. Pet. Tech., Enero, 1968, pag. 83-93.
- Beggs, H. D.: "Production Optimization. Using NODAL<sup>TM</sup> Analysis." OGCI Publications. Oil & Gas Consultants International Inc., Tulsa, Oklahoma, U. S. A. 1991.
- 29. Brill, J. P. and Mukherjee, H.: "Multiphase Flow in Wells." Society of Petroleum Engineers Inc., Richardson, Texas, U. S. A. 1999.

## Isotropía de Esfuerzos - Formación Poroelástica Desarrollo de los casos de estabilidad según la magnitud de los esfuerzos principales.

## **Caso a.** $\sigma_{\theta} \geq \sigma_{\tau} \geq \sigma_{r}$

Podemos ver que  $\sigma_1 = \sigma_{\theta}$  y esta expresada por la ecuación (2.33), también vemos que  $\sigma_3 = \sigma_r$  y esta expresada por la ecuación (2.32), llevando estas ecuaciones a la ecuación (3.3) y desarrollando tenemos:

$$2\sigma_h - p_w - \alpha * p_f = C_o + (p_w - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (A.1)$$

$$2\sigma_h - p_w - \alpha * p_f = C_o + p_w * \tan^2 \beta - \alpha * p_f * \tan^2 \beta, \qquad (A.2)$$

$$p_{w}^{*} \tan^{2} \beta + p_{w} = 2\sigma_{h} - \alpha^{*} p_{f} - C_{o} + \alpha^{*} p_{f}^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (A.3)$$

$$p_{w}^{*}(1 + \tan^{2}\beta) = 2\sigma_{h} + \alpha^{*}p_{f}^{*}(\tan^{2}\beta - 1) - C_{o}^{*}, \qquad (A.4)$$

Despejando nos queda;

$$p_{w} = \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} * \left\{ 2\sigma_{h} + \alpha * p_{f} * \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\}^{*}$$
(A.5)

Esta ecuación describe la trayectoria en línea recta del límite para que ocurra o no la falla en el pozo. En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (A.5), y ocurrirá falla si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;

$$p_{w} \leq \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} * \left\{ 2\sigma_{h} + \alpha * p_{f} * \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\}.$$
(A.6)

**Caso b.**  $\sigma_r \geq \sigma_{\theta} \geq \sigma_r$ 

Para  $\sigma_1 = \sigma_z \ y \ \sigma_3 = \sigma_r$ , de las ecuaciones (2.32) y (2.34) en (3.3) se tiene:

$$\sigma_{v} - \alpha * p_{f} = C_{o} + (p_{w} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta, \qquad (A.7)$$

$$\sigma_v - \alpha^* p_f = C_o + p_w^* \tan^2 \beta - \alpha^* p_f^* \tan^2 \beta, \qquad (A.8)$$

$$p_w * \tan^2 \beta = \sigma_v + \alpha * p_f * \tan^2 \beta - \alpha * p_f - C_o,$$
(A.9)

$$p_{w} = \frac{1}{\tan^{2} \beta} * \left\{ \sigma_{v} + \alpha * p_{f} * \left( \tan^{2} \beta - 1 \right) - C_{o} \right\},$$
(A.10)

$$p_{w} = \frac{1}{\tan^{2} \beta} * \{ \sigma_{v} - \alpha * p_{f} - C_{o} \} + \alpha * p_{f},$$
(A.11)

En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (A.11), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;

$$p_{w} \leq \frac{1}{\tan^{2} \beta} * \{ \sigma_{v} - \alpha * p_{f} - C_{o} \} + \alpha * p_{f}, \qquad (A.12)$$

Caso c.

 $\sigma_z \geq \sigma_r \geq \sigma_{\theta}$ 

Para  $\sigma_1 = \sigma_z \, y \, \sigma_3 = \sigma_\theta$  de las ecuaciones (2.33) y (2.34) en (3.3) se tiene:

$$\sigma_{v} - \alpha^{*} p_{f} = C_{o} + (2\sigma_{h} - p_{w})^{*} \tan^{2} \beta - \alpha^{*} p_{f}^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (A.13)$$

$$\sigma_{v} - \alpha * p_{f} = C_{o} + 2\sigma_{h} * \tan^{2}\beta - p_{w} * \tan^{2}\beta - \alpha * p_{f} * \tan^{2}\beta, \qquad (A.14)$$

$$p_w * \tan^2 \beta = \alpha * p_f - \sigma_v + C_o + (2\sigma_h - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (A.15)$$

$$p_{w} = \frac{1}{\tan^{2} \beta} * \left\{ \alpha * p_{f} - \sigma_{v} + C_{o} \right\} + 2\sigma_{h} - \alpha * p_{f}, \qquad (A.16)$$

$$p_{w} = 2\sigma_{h} - \frac{1}{\tan^{2}\beta} * \{\sigma_{v} - \alpha * p_{f} - C_{o}\} - \alpha * p_{f}, \qquad (A.17)$$

Para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser menor al valor calculado por la ecuación (A.17), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es mayor o igual a este valor calculado, entonces;

$$p_{w} \ge 2\sigma_{h} - \frac{1}{\tan^{2}\beta} * \left\{ \sigma_{v} - \alpha * p_{f} - C_{o} \right\} - \alpha * p_{f}.$$
(A.18)

Caso d.

Para  $\sigma_1 = \sigma_r \,^{\text{y}} \sigma_3 = \sigma_{\theta}$  de las ecuaciones (2.32) y (2.33) en (3.3) se tiene:

 $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_\theta$ 

$$p_{w} - \alpha * p_{f} = C_{o} + (2\sigma_{h} - p_{w} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta,$$
 (A.19)

$$p_{w} - \alpha * p_{f} = C_{o} + 2\sigma_{h} * \tan^{2}\beta - p_{w} * \tan^{2}\beta - \alpha * p_{f} * \tan^{2}\beta, \qquad (A.20)$$

$$p_{w} + p_{w}^{*} \tan^{2} \beta = C_{o} + 2\sigma_{h}^{*} \tan^{2} \beta - \alpha^{*} p_{f}^{*} \tan^{2} \beta + \alpha^{*} p_{f}^{*}, \qquad (A.21)$$

$$p_w(1+\tan^2\beta) = C_o + 2\sigma_h * \tan^2\beta - \alpha * p_f * (\tan^2\beta - 1), \qquad (A.22)$$

$$p_{w} = \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} * \left\{ C_{o} + 2\sigma_{h} * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} * (\tan^{2} \beta - 1) \right\}^{*}$$
(A.23)

Para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser menor al valor calculado por la ecuación (A.23), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es mayor o igual a este valor calculado, entonces;

$$p_{w} \ge \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} * \left\{ C_{o} + 2\sigma_{h} * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} * (\tan^{2} \beta - 1) \right\}.$$
(A.24)

Caso e.

 $\sigma_r \geq \sigma_{\theta} \geq \sigma_z$ 

Para  $\sigma_1 = \sigma_r y \sigma_3 = \sigma_z$  de las ecuaciones (2.32) y (2.34) en (3.3) se tiene:

$$p_w - \alpha * p_f = Co + (\sigma_v - \alpha p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (A.25)$$

$$p_w = Co + \sigma_v * \tan^2 \beta - \alpha * p_f * \tan^2 \beta + \alpha * p_f, \qquad (A.26)$$

$$p_{w} = \sigma_{v} * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) + Co , \qquad (A.27)$$

Para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser menor al valor calculado por la ecuación (A.27), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es mayor o igual a este valor calculado, entonces;

$$p_{w} \ge \sigma_{v} * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) + Co. \qquad (A.28)$$

Caso f.  $\sigma_{\theta} \geq \sigma_r \geq \sigma_z$ 

Para  $\sigma_1 = \sigma_\theta y \sigma_3 = \sigma_z$  de las ecuaciones (2.33) y (2.34) en (3.3) se tiene:

$$2\sigma_h - p_w - \alpha * p_f = C_o + (\sigma_v - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (A.29)$$

$$p_{w} = 2\sigma_{h} - \alpha * p_{f} \left( 1 - \tan^{2} \beta \right) - \sigma_{v} * \tan^{2} \beta - C_{o}, \qquad (A.30)$$

$$p_{w} = 2*\sigma_{h} - \sigma_{v}*\tan^{2}\beta + \alpha*p_{f}(\tan^{2}\beta - 1) - Co, \qquad (A.31)$$

En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (A.31), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;

$$p_{w} \leq 2 * \sigma_{h} - \sigma_{v} * \tan^{2} \beta + \alpha * p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) - Co.$$
(A.32)

Los resultados obtenidos en cada caso para las relaciones de las magnitudes de los esfuerzos principales son presentados en la Tabla 3.1.

## **Apéndice B**

## Anisotropía de Esfuerzos - Formación Poroelástica Desarrollo de los casos de estabilidad según la magnitud de los esfuerzos principales.

## **Caso b.** $\sigma_z \ge \sigma_\theta \ge \sigma_r$

Para  $\sigma_1 = \sigma_z \ y \ \sigma_3 = \sigma_r$ , de las ecuaciones (2.39) y (2.37) en (3.3) se tiene:

$$\sigma_v - 2\nu \{ (\sigma_H - \sigma_h)^* \cos 2\theta \} - \alpha^* p_f = C_o + (p_w - \alpha^* p_f)^* \tan^2 \beta, \quad (B.1)$$

Con la relación de (2.11) tenemos:

$$\sigma_{v} - 2\nu \{ (\sigma_{H} - \sigma_{h})^{*} (-1) \} - \alpha^{*} p_{f} = C_{o} + (p_{w} - \alpha^{*} p_{f})^{*} \tan^{2} \beta,$$
(B.2)

$$\sigma_{v} + 2\nu(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha^{*} p_{f} = C_{o} + p_{w}^{*} \tan^{2} \beta - \alpha^{*} p_{f}^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (B.3)$$

$$p_w^* \tan^2 \beta = \sigma_v + 2\nu (\sigma_H - \sigma_h) - \alpha^* p_f + \alpha^* p_f^* \tan^2 \beta - C_o^{\prime}, \tag{B.4}$$

$$p_{w} = \frac{1}{\tan^{2} \beta} \left\{ \sigma_{v} + 2\nu (\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha * p_{f} - C_{o} \right\} + \alpha * p_{f}, \qquad (B.5)$$

En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (B.5), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;

$$p_{w} \leq \frac{1}{\tan^{2} \beta} \left\{ \sigma_{v} + 2\nu (\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha * p_{f} - C_{o} \right\} + \alpha * p_{f}.$$
(B.6)

Caso c.

$$\sigma_z \geq \sigma_r \geq \sigma_{\theta}$$

Para  $\sigma_1 = \sigma_z$  y  $\sigma_3 = \sigma_\theta$  de las ecuaciones (2.39) y (2.38) en (3.3), y con Cos  $2\theta = -1$  se tiene:

$$\sigma_{v} + 2\nu(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha * p_{f} = C_{o} + (\sigma_{H} + \sigma_{h} + 2(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - p_{w} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2}\beta,$$
(B.7)

$$\sigma_{v} + 2\nu(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha^{*} p_{f} = C_{o} + (3\sigma_{H} - \sigma_{h} - p_{w} - \alpha^{*} p_{f})^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (B.8)$$

$$\sigma_{v} + 2\nu(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha^{*} p_{f} = C_{o} + (3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \alpha^{*} p_{f})^{*} \tan^{2} \beta - p_{w}^{*} \tan^{2} \beta, \qquad (B.9)$$

$$p_{w} = 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \frac{1}{\tan^{2}\beta} * \left\{ 2\nu(\sigma_{H} - \sigma_{h}) + \sigma_{v} - \alpha * p_{f} - C_{o} \right\} - \alpha * p_{f}, \qquad (B.10)$$

Para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser menor al valor calculado por la ecuación (B.10), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es mayor o igual a este valor calculado, entonces;

$$p_{w} \ge 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \frac{1}{\tan^{2} \beta} * \left\{ 2\nu (\sigma_{H} - \sigma_{h}) + \sigma_{v} - \alpha * p_{f} - C_{o} \right\} - \alpha * p_{f}.$$
(B.11)

Caso d.

$$\sigma_r \ge \sigma_z \ge \sigma_\theta$$

Para  $\sigma_1 = \sigma_r \, y \, \sigma_3 = \sigma_\theta$  de las ecuaciones (2.37) y (2.38) en (3.3) y con Cos  $2\theta = -1$  se tiene:

$$p_{w} - \alpha * p_{f} = C_{o} + (\sigma_{H} + \sigma_{h} + 2(\sigma_{H} - \sigma_{h}) - p_{w} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta, \quad (B.12)$$

$$p_{w} - \alpha * p_{f} = C_{o} + (3\sigma_{H} - \sigma_{h} - p_{w} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta, \qquad (B.13)$$

$$p_{w} - \alpha * p_{f} = C_{o} + (3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta - p_{w} * \tan^{2} \beta, \qquad (B.14)$$

$$p_{w}(1 + \tan^{2} \beta) = C_{o} + (3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta + \alpha * p_{f}, \qquad (B.15)$$

$$p_{w} = \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} \left\{ \alpha * p_{f} + C_{o} + \left( 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \alpha * p_{f} \right) * \tan^{2} \beta \right\},$$
(B.16)

 $\sigma_r \geq \sigma_{\theta} \geq \sigma_z$ 

$$p_{w} = \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} \left\{ (3\sigma_{H} - \sigma_{h})^{*} \tan^{2} \beta - \alpha^{*} p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) + C_{o} \right\},$$
(B.17)

Para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser menor al valor calculado por la ecuación (B.17), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es mayor o igual a este valor calculado, entonces;

$$p_{w} \ge \frac{1}{1 + \tan^{2} \beta} \left\{ (3\sigma_{H} - \sigma_{h})^{*} \tan^{2} \beta - \alpha^{*} p_{f} (\tan^{2} \beta - 1) + C_{o} \right\}.$$
(B.18)

#### Caso e.

Para  $\sigma_1 = \sigma_r \,^{\text{y}} \sigma_3 = \sigma_z$  de las ecuaciones (2.37) y (2.39) en (3.3) y con Cos  $2\theta = -1$  se tiene:

$$p_{w} - \alpha * p_{f} = C_{o} + (\sigma_{v} + 2v * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha * p_{f}) * \tan^{2} \beta, \qquad (B.19)$$

$$p_{w} = \left(\sigma_{v} + 2\nu * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha * p_{f}\right) * \tan^{2} \beta + \alpha * p_{f} + C_{o}, \qquad (B.20)$$

$$p_{w} = \sigma_{v} * \tan^{2} \beta + 2v * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} * (\tan^{2} \beta - 1) + C_{o},$$
(B.21)

Para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser menor al valor calculado por la ecuación (B.21), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es mayor o igual a este valor calculado, entonces;

$$p_{w} \ge \sigma_{v} * \tan^{2} \beta + 2\nu * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) * \tan^{2} \beta - \alpha * p_{f} * (\tan^{2} \beta - 1) + C_{o}.$$
(B.22)

Caso f.  $\sigma_{\theta} \geq \sigma_r \geq \sigma_z$ 

Para  $\sigma_1 = \sigma_{\theta}$  y  $\sigma_3 = \sigma_z$  de las ecuaciones (2.38) y (2.39) en (3.3) y con Cos  $2\theta = -1$  se tiene:

$$\sigma_H + \sigma_h + 2(\sigma_H - \sigma_h) - p_w - \alpha * p_f = C_o + (\sigma_v + 2\nu * (\sigma_H - \sigma_h) - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (B.23)$$

$$3\sigma_H - \sigma_h - p_w - \alpha * p_f = C_o + (\sigma_v + 2\nu * (\sigma_H - \sigma_h) - \alpha * p_f) * \tan^2 \beta, \qquad (B.24)$$

$$p_{w} = 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \alpha * p_{f} - \{\sigma_{v} + 2v * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) - \alpha * p_{f}\} * \tan^{2} \beta - C_{o}, \qquad (B.25)$$

$$p_{w} = 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \sigma_{v} * \tan^{2} \beta - 2v * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) * \tan^{2} \beta + \alpha * p_{f} * (\tan^{2} \beta - 1) - C_{o}, \qquad (B.26)$$

En este caso para estar dentro de la zona de estabilidad la  $p_w$  tiene que ser mayor al valor calculado por la ecuación (B.26), y ocurrirá falla en el pozo si el valor es menor o igual a este valor calculado, es decir;

$$p_{w} \leq 3\sigma_{H} - \sigma_{h} - \sigma_{v} * \tan^{2} \beta - 2\nu * (\sigma_{H} - \sigma_{h}) * \tan^{2} \beta + \alpha * p_{f} * (\tan^{2} \beta - 1) - C_{o}.$$
(B.26)

Los resultados obtenidos en cada caso para las relaciones de las magnitudes de los esfuerzos principales son presentados en la Tabla 3.3.

#### Modelo Mecanístico de Ansari Determinación del gradiente de presión total en cada patrón de flujo.

#### Determinación del gradiente de presión

#### Flujo burbuja

#### Gradiente hidrostático

La velocidad de resbalamiento entre las fases,  $v_S$ , considerando un régimen de flujo turbulento, se expresa como

$$v_S = \frac{v_{SG}}{(1 - \alpha_L)} - 1.2 \cdot v_M \cdot$$
(C1)

Ahora bien,  $v_S$  se calcula mediante la modificación de Zuber y Hench a la ecuación de Harmathy (3.1.14) para la velocidad terminal de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo:

$$v_S = 1.53 \cdot \left(\frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2}\right)^{0.25} \cdot \alpha_L^{0.5}, \qquad (C2)$$

por lo tanto, sustituyendo (3.2.13) en (3.2.12) :

$$1.53 \cdot \left(\frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2}\right)^{0.25} \cdot \alpha_L^{0.5} = \frac{v_{SG}}{(1 - \alpha_L)} - 1.2 \cdot v_M.$$
(C3)

Esta ecuación puede transformarse, luego de un arreglo algebraico, en una ecuación cúbica en  $\alpha_L^{0.5}$ , que puede ser resuelta algebraicamente mediante el método de Cardano; de las tres raíces resultantes, tomar la mayor positiva (menor que 1).

Una vez obtenido el colgamiento del líquido, la densidad de la mezcla se calcula a partir de  $\rho_M = \rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)$ , y el gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, con (C3).

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} \cdot \tag{C4}$$

#### • Gradiente por fricción

El factor de fricción requerido,  $f_M$ , se calcula con las ecuaciones de Colebrook – White; el número de Reynolds que deberá utilizarse para tal efecto se define como:

$$NRe = 1488 \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M \cdot d}{\mu_M}, \tag{C5}$$

donde :

$$\mu_M = \mu_L \cdot \alpha_L + \mu_G \cdot (1 - \alpha_L). \tag{C6}$$

El gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se determina con la ecuación:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fricción} = f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \,. \tag{C7}$$

#### • Gradiente de presión total

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg $^2$  / pie, se obtiene de la ecuación :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \left[\rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)\right] \cdot \frac{g}{g_c} + f \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}.$$
 (C8)

#### Flujo burbuja dispersa

Debido a la uniformidad en la distribución de las burbujas en el seno de la fase líquida, y a que el resbalamiento entre las fases es despreciable, el flujo burbuja dispersa puede ser tratado como flujo homogéneo.

#### Gradiente hidrostático

$$\lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_M},\tag{C9}$$

y

$$\rho_{MSR} = \rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot (1 - \lambda_L). \tag{C10}$$

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c} \cdot$$
(C11)

### • Gradiente por fricción

Para el cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , el número de Reynolds correspondiente es:

$$NRe = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M \cdot d}{\mu_{MSR}}, \qquad (C12)$$

donde la viscosidad de la mezcla se calcula como:

$$\mu_{MSR} = \mu_L \cdot \lambda_L + \mu_G \cdot (1 - \lambda_L), \tag{C13}$$

y el gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, como :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fricción} = f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot$$
(C14)

#### • Gradiente de presión total

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg  $^2$  / pie, es:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot$$
(C15)

#### ♦ Flujo bache

Ansari y coautores formulan el modelo para el flujo bache a partir de los estudios de Fernández, Sylvester, y McQuillan y Whalley. Para caracterizar al flujo bache, consideran dos casos: flujo bache en desarrollo y flujo bache desarrollado, (Figura. C1).

Para el estudio de estos tipos de flujo se consideran celdas o unidades bache, conformadas por el cuerpo del bache y la burbuja de Taylor asociada. Debido a los diferentes mecanismos que gobiernan el flujo de cada uno de ellos, se estudian de manera separada.



Figura. C1. Esquemas del Flujo Bache.

#### Modelo para el flujo bache desarrollado

Para una unidad de bache totalmente desarrollado, del balance másico global para la fase gaseosa y líquida, se tiene:

$$v_{SG} = \psi \cdot v_{GBT} \cdot (1 - \alpha_{LBT}) + (1 - \psi) \cdot v_{GLS} \cdot (1 - \alpha_{LLS}), \qquad (C16)$$

$$\mathbf{v}_{SL} = (1 - \psi) \cdot \mathbf{v}_{LLS} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{LLS} - \psi \cdot \mathbf{v}_{LBT} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{LBT}, \qquad (C17)$$

donde :

$$\psi = \frac{L_{BT}}{L_{SU}}.$$
 (C18)

Del balance de masa para el líquido y gas del bache a la burbuja de Taylor:

$$(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS} = (v_{BT} - (-v_{LBT})) \cdot \alpha_{LBT}, \qquad (C19)$$

$$(v_{BT} - v_{GLS}) \cdot (1 - \alpha_{LLS}) = (v_{BT} - v_{GBT}) \cdot (1 - \alpha_{LBT}).$$
(C20)

La velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor se calcula a partir de :

$$v_{BT} = 1.2 \cdot v_M + 0.35 \cdot \left(\frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot d}{\rho_L}\right)^{0.5}.$$
 (C21)

en tanto que la velocidad de las burbujas de gas en el seno del bache como:

$$v_{GLS} = v_{LLS} + 1.53 \cdot \left(\frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2}\right)^{0.25} \cdot \alpha_{LLS}^{0.5}.$$
(C22)

La velocidad de la película descendente puede correlacionarse con el espesor de película mediante la correlación de Brotz :

$$v_{LBT} = \sqrt{196.7 \cdot g \cdot \delta_L} , \qquad (C23)$$

donde  $\delta_L$  es el espesor (constante) de la película de líquido para el flujo bache desarrollado; este parámetro se expresa en términos de la fracción de vacío en la región de la burbuja de Taylor, de tal manera que:

$$v_{LBT} = 9.916 \cdot \left( g \cdot d \cdot \left( 1 - \sqrt{\alpha_{GBT}} \right) \right)^{0.5}.$$
(C24)

La fracción de vacío en la región del bache de líquido puede obtenerse a partir de la siguiente correlación:

$$\alpha_{GLS} = \frac{0.3048 \cdot v_{SG}}{0.425 + 0.8077 \cdot v_M} \cdot$$
(C25)

Las ecuaciones (C16 ó C17), (C18) a (C22), (C24) y (C25) pueden ser resultas iterativamente para obtener las siguientes 8 incógnitas que definen el modelo para el flujo bache desarrollado:

$$\beta$$
,  $\alpha_{LBT}$ ,  $\alpha_{GLS}$ ,  $\nu_{GBT}$ ,  $\nu_{LBT}$ ,  $\nu_{GLS}$ ,  $\nu_{LLS}$  y  $\nu_{BT}$ 

Vo y Shoham mostraron que las 8 ecuaciones resultantes se pueden combinar algebraicamente dando lugar a la siguiente expresión:

$$\left(9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}}\right)^{0.5} \cdot \alpha_{LBT} - \nu_{BT} \cdot (1 - \alpha_{LBT}) + \Omega = 0, \quad (C26)$$

donde

$$\Omega = \alpha_{GLS} \cdot v_{BT} + (1 - \alpha_{GLS}) \cdot \left[ v_M - \alpha_{GLS} \cdot \left( 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \cdot (1 - \alpha_{GLS})^{0.5} \right) \right].$$
(C27)

Con  $v_{TB}$  y  $\alpha_{GLS}$ , dados respectivamente por las ecuaciones (C21) y (C25),  $\Omega$ , puede ser obtenida de la ecuación (C27); entonces la ecuación (C26) se utiliza iterativamente para calcular el valor de  $\alpha_{LBT}$ . Definiendo el lado izquierdo de la ecuación (C26) como  $\Phi(\alpha_{LBT})$ , entonces:

$$\Phi(\alpha_{LBT}) = (9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d}) \cdot (1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}})^{0.5} \cdot \alpha_{LBT} - \nu_{BT} \cdot (1 - \alpha_{LBT}) + \Omega.$$
(C28)

Derivando la expresión anterior respecto a  $\alpha_{LBT}$ 

$$\Phi'(\alpha_{LBT}) = v_{BT} + \left(9.916\sqrt{g \cdot d}\right) \cdot \left( \left(1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}}\right)^{0.5} + \frac{0.25 \cdot \alpha_{LBT}}{\sqrt{\left(1 - \alpha_{LBT}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}}\right)}} \right) \cdot (C29)$$

 $\alpha_{LBT}$ , la raíz de la ecuación (C26), se determina entonces mediante el método de Newton Raphson :

$$\alpha_{LBT \ j+1} = \alpha_{LBT \ j} - \frac{\Phi(\alpha_{LBT \ j})}{\Phi(\alpha_{LBT \ j})}.$$
 (C30)

El procedimiento paso a paso para obtener todas las variables involucradas es el siguiente :

- 1. Calcular  $v_{BT}$  y  $\alpha_{GLS}$  de las ecuaciones (C21) y (C25).
- 2. Mediante las ecuaciones (C27) a (C30) encontrar  $\alpha_{LBT}$ . Como primera suposición tomar  $\alpha_{LBT} = 0.15$
- 3. Resolver la ecuación (C24) para  $v_{LBT}$ ; ( $\alpha_{GLS} = 1 \alpha_{LBT}$ ).
- 4. Resolver la ecuación (C19) para  $v_{LLS}$ ; ( $\alpha_{LLS} = 1 \alpha_{GLS}$ ).
- 5. Resolver la ecuación (C22) para v GLS.
- 6. Resolver la ecuación (C20) para v GBT.
- 7. Resolver la ecuación (C16) ó (C17) para  $\beta$
- 8. Asumiendo que  $L_{LS} = 30 d$ , calcular  $L_{SU}$  y  $L_{BT}$ , a partir de la definición de  $\beta$  (C18).

#### Modelo de flujo bache en desarrollo

El criterio para determinar la existencia del flujo bache en desarrollo está basado en la comparación de la longitud actual del frente de la burbuja de Taylor, con la longitud total de la misma, calculada bajo los criterios del flujo bache desarrollado.

La longitud del frente se calcula como

$$L_C = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left( v_{BT} + \frac{v_{NGBT}}{\alpha_{NLBT}} \cdot (1 - \alpha_{NLBT}) - \frac{v_M}{\alpha_{NLBT}} \right)^2.$$
(C31)

donde  $v_{NGBT}$  y  $\alpha_{NLBT}$ , son la velocidad del gas y el colgamiento del líquido en la región de la burbuja de Taylor, respectivamente, calculados para el espesor de película de Nusselt dado por:

$$\delta_N = \left(\frac{0.75 \cdot d}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \cdot \left(\frac{\mu_L}{1488}\right) \cdot \nu_{NGBT} \cdot (1 - \alpha_{NLBT})\right)^{1/3}.$$
 (C32)

De la geometría del flujo de la película,  $\alpha_{NLBT}$  puede expresarse en términos de  $\delta_N$  como :

$$\alpha_{NLBT} = 1 - \left(1 - \frac{2 \cdot \delta_N}{d}\right)^2.$$
(C33)

Para determinar  $v_{NGBT}$ , el ritmo de flujo neto de  $\delta_N$  puede utilizarse de tal manera que :

$$v_{NGBT} = v_{BT} - (v_{BT} - v_{GLS}) \cdot \frac{(1 - \alpha_{LLS})}{(1 - \alpha_{NLBT})}.$$
 (C34)

en donde  $\alpha_{LLS}$ ,  $v_{BT}$  y  $v_{GLS}$ , se obtienen suponiendo la existencia del flujo bache desarrollado, como se estudió en la sección anterior.

El procedimiento para obtener  $L_C$ , se realiza iterativamente como sigue:

De la ecuación (C32) se tiene:

$$\delta_N^3 - C \cdot (v_{NGBT} \cdot (1 - \alpha_{NLBT})) = 0, \qquad (C35)$$

donde

$$C = \frac{0.75 \cdot d}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \cdot \left(\frac{\mu_L}{1488}\right).$$
(C36)

Definiendo la función  $\Phi(\delta_N)$  como :

$$\Phi(\delta_N) = \delta_N^3 - C \cdot (v_{NGBT} \cdot (1 - \alpha_{NLBT})), \qquad (C37)$$

cuya derivada, a partir de (3.2.39) y (3.2.40), luego de simplificar términos, es:

$$\Phi'(\delta_N) = 3 \cdot \delta_N^2 + \frac{4 \cdot C}{d} \cdot v_{NGBT} \cdot \sqrt{1 - \alpha_{NLBT}} \cdot$$
(C38)

Aplicando el método de Newton Raphson

$$\delta_{Nj+1} = \delta_{Nj} - \frac{\Phi(\delta_{Nj})}{\Phi'(\delta_{Nj})}.$$
(C39)

Como primera suposición tomar :  $\delta_N = 0.25 \cdot d$ . Debe observarse que tanto  $\nu_{NGBT}$  como  $\alpha_{NLBT}$  dependen de  $\delta_N$ , por lo cual deben calcularse nuevamente en cada nueva iteración (C33) y (C34).

Si 
$$\left| \frac{\delta_{Nj+1} - \delta_{Nj}}{\delta_{Nj}} \right| > 0.001$$
 (C40)

entonces tomar el valor calculado como el supuesto y repetir el procedimiento.

Finalmente,  $L_C$  se calcula directamente de la ecuación (C31).

La longitud del bache de líquido puede tomarse para fines prácticos como

$$L_{LS} = 30 \cdot d \,. \tag{C41}$$

Por otra parte, la longitud de la burbuja de Taylor es

$$L_{BT} = L_{LS} \cdot \left(\frac{\beta}{1-\beta}\right). \tag{C42}$$

de la comparación de  $L_C$  y  $L_{BT}$ , se tiene que si  $L_C \ge L_{BT}$  entonces el flujo es bache en desarrollo, en cuyo caso es necesario calcular nuevos valores para la longitud de la burbuja de Taylor,  $L_{BT}^{*}$ , así como para el colgamiento del líquido,  $\alpha_{LBT}^{*}$  en dicha sección.

 $L_{BT}^{*}$ , puede obtenerse a partir del volumen de la burbuja de Taylor,  $\forall_{BT}^{*}$ :

$$\forall_{BT}^{*} = \int_{0}^{L_{BT}^{*}} (L) dL \cdot$$
(C43)

donde  $A_{BT}^{*}(L)$ , es la función que define al área transversal de la burbuja de Taylor, y que puede expresarse en términos de velocidades como:

$$A_{BT}^{*}(L) = \left(1 - \frac{(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L}}\right) \cdot A_{T}^{*}$$
(C44)

por otra parte,  $\forall_{BT}^{*}$ , se expresa en términos de la geometría del flujo como:

$$\forall_{BT}^{*} = v_{SG} \cdot A_{T} \cdot \left(\frac{L_{BT}^{*} + L_{LS}}{v_{BT}}\right) - v_{GLS} \cdot A_{T} \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \cdot \frac{L_{LS}}{v_{BT}} \cdot$$
(C45)

Sustituyendo (C44) y (C45) en (C43):

$$v_{SG} \cdot A_T \cdot \left( \frac{L_{BT}^* + L_{LS}}{v_{BT}} \right) - v_{GLS} \cdot A_T \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \cdot \frac{L_{LS}}{v_{BT}} =$$

 $\int_{0}^{L_{BT}^{*}} \left(1 - \frac{\left(v_{BT} - v_{LLS}\right) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L}}\right) \cdot A_T \, dL \, \cdot \tag{C46}$ 

Efectuando la integral de la ecuación (C46) y después de un arreglo algebraico, se obtiene la siguiente ecuación cuadrática en  $L_{BT}^{*}$ .

$$\left(L_{BT}^{*}\right)^{2} + \left(\frac{2 \cdot a \cdot c - b^{2}}{a^{2}}\right) \cdot L_{BT}^{*} + \left(\frac{c}{a}\right)^{2} = 0, \qquad (C47)$$

donde

$$a = \frac{v_{SG}}{v_{BT}} - 1, \tag{C48}$$

$$b = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot g}} \cdot \left( v_{BT} - v_{LLS} \right) \cdot \alpha_{LLS}, \qquad (C49)$$

$$c = \left[v_{SG} - v_{GLS} \cdot (1 - \alpha_{LLS})\right] \cdot \frac{L_{LS}}{v_{BT}} \cdot$$
(C50)

Obteniendo  $L_{BT}^{*}$ , el valor medio de  $\alpha_{LBT}^{*}$  se calcula como:

$$\alpha_{LBT}^{*} = \frac{1}{L_{BT}^{*}} \cdot \int_{0}^{L_{BT}} \frac{(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L}} \cdot dL, \qquad (C51)$$

de donde:

$$\alpha_{LBT}^{*} = \frac{2 \cdot (v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L_{BT}^{*}}}$$
(C52)

Además,

$$\beta^* = \frac{L_{BT}^*}{L_{BT}^* + L_{LS}}.$$
 (C53)

#### • Gradiente de presión para el modelo de bache desarrollado

Gradiente hidrostático en lb / pie<sup>2</sup> / pie:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \left[ \left(1 - \beta\right) \cdot \rho_{LS} + \beta \cdot \rho_{G} \right] \cdot \frac{g}{g_{c}},$$
(C54)

donde :

$$\rho_{LS} = \rho_L \cdot \alpha_{LLS} + \rho_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}). \tag{C55}$$

Gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta) \cdot$$
(C56)

El número de Reynolds asociado al cálculo de  $f_{LS}$ , se define como:

$$NRe_{LS} = 1488 \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M \cdot d}{\mu_{LS}}, \tag{C57}$$

con

$$\mu_{LS} = \mu_L \cdot \alpha_{LLS} + \mu_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}). \tag{C58}$$

El gradiente de presión total, despreciando el gradiente por aceleración, en lb / pg $^2$  / pie, finalmente se calcula como :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \left[\left(1-\beta\right) \cdot \rho_{LS} + \beta \cdot \rho_{G}\right] \cdot \frac{g}{g_{c}} + f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_{M}^{2}}{2 \cdot g_{c} \cdot d} \cdot \left(1-\beta\right) \cdot (C59)$$

#### • Gradiente de presión para el modelo de bache en desarrollo

El gradiente hidrostático en lb / pie<sup>2</sup> / pie :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \left[\left(1 - \beta^*\right) \cdot \rho_{LS} + \beta^* \cdot \rho_{BT}\right] \cdot \frac{g}{g_c}, \tag{C60}$$

donde

$$\rho_{LS} = \rho_{LS} \cdot \alpha_{LLS} + \rho_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}), \tag{C61}$$

$$\rho_{BT} = \rho_L \cdot \alpha_{LBT}^* + \rho_G \cdot \left(1 - \alpha_{LBT}^*\right). \tag{C62}$$

El gradiente por fricción, lb / pie<sup>2</sup> / pie :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot \nu_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left(1 - \beta^*\right).$$
(C63)

El número de Reynolds asociado al cálculo de  $f_{LS}$ , se define como

$$NRe_{LS} = 1488 \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M \cdot d}{\mu_{LS}}, \qquad (C64)$$

$$\mu_{LS} = \mu_L \cdot \alpha_{LLS} + \mu_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}).$$
(C65)

El gradiente total en lb / pg  $^2$  / pie :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \left[\left(1 - \beta^*\right) \cdot \rho_{LS} + \beta^* \cdot \rho_{BT}\right] \cdot \frac{g}{g_c} + f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left(1 - \beta^*\right) \cdot$$
(C66)

#### ♦ Flujo anular

De acuerdo a la Figura C2, en que se muestra un esquema del flujo anular, aplicando la ecuación de conservación de momento al núcleo (gas y líquido entrampado) y a la película de líquido, como se indicó en el capítulo 1, se tiene que, en unidades consistentes:

$$A_C \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{núcleo} - \tau_i \cdot S_i - \rho_C \cdot A_C \cdot \frac{g}{g_c} = 0 \cdot$$
(C67)

$$A_F \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{pelicula} + \tau_i \cdot S_i - \tau_F \cdot S_F - \rho_L \cdot A_F \cdot \frac{g}{g_c} = 0 \cdot$$
(C68)



Figura C2. Esquema de Flujo Anular.

Considerando al núcleo como una mezcla homogénea conformada por la fase gaseosa y el líquido que viaja en su seno en forma de "pequeñas gotas", la densidad del mismo,  $\rho_C$ , puede calcularse como:

$$\rho_C = \rho_L \cdot \lambda_{LC} + \rho_G \cdot (1 - \lambda_{LC}). \tag{C69}$$

donde

 $\lambda_{LC}$ , es la fracción areal (o volumétrica) del líquido en el núcleo, respecto al área transversal de tubería (o volumen, respectivamente) ocupado por éste.

Es decir,

$$\lambda_{LC} = \frac{Area transversal ocupada por el líquido entrampado en el núcleo}{Area transversal ocupada por el núcleo}$$

Ahora bien, definiendo FE como la fracción de líquido entrampado en el núcleo :

 $FE = \frac{Volumen de líquido entrampado en el núcleo}{Vol. de líquido en la película + Vol. entrampado en el núcleo}$ 

se tiene que

$$\lambda_{LC} = \frac{FE \cdot v_{SL}}{FE \cdot v_{SL} + v_{SG}},\tag{C70}$$

FE se obtiene mediante la correlación de Wallis :

$$FE = 1 - \exp(-0.125 \cdot (v_{critica} - 1.5)),$$
(C71)

donde

$$v_{critica} = 10,000 \cdot \frac{v_{SG}}{\sigma_L} \cdot \left(\frac{\mu_G}{1488}\right) \cdot \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{0.5}.$$
 (C72)

De acuerdo a lo estudiado en el capítulo 1, se tiene para el esfuerzo de corte en la película:

$$\tau_F = f_F \cdot \frac{\rho_L \cdot v_F^2}{8 \cdot g_c} \cdot$$
(C73)

El número de Reynolds requerido para el cálculo del factor de fricción en la película,  $f_F$ , se define como:

$$NRe_F = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_F \cdot d_{HF}}{\mu_L}, \qquad (C74)$$

donde para el diámetro hidráulico de la película,  $d_{HF}$ , de la Figura C2, se tiene que:

$$d_{HF} = 4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot d, \qquad (C75)$$

mientras que su velocidad es :

$$v_F = \frac{q_L@c.f \cdot (1 - FE)}{A_F} = \frac{v_{SL} \cdot (1 - FE)}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta)}, \quad (C76)$$

Sustituyendo en (C76) en (C73):

$$\tau_F = \frac{f_F}{8 \cdot g_c} \cdot (1 - FE)^2 \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\nu_{SL}}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta)}\right)^2, \tag{C77}$$

que puede expresarse como :

$$\tau_F = \frac{d}{4} \cdot \frac{(1 - FE)^2}{(4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta))^2} \cdot \frac{f_F}{f_{SL}} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}, \qquad (C78)$$

donde :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} = f_{SL} \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}.$$
 (C79)

El número de Reynolds asociado es:

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L}.$$
 (C80)

Por otra parte, para la interfase:

$$\tau_i = f_i \cdot \frac{\rho_C \cdot v_C^2}{8 \cdot g_c}.$$
 (C81)

 $v_C$ , la velocidad promedio del núcleo es:

$$v_C = \frac{v_{SC}}{(1 - 2 \cdot \delta)^2},$$
 (C82)

en la que,  $v_{SC}$ , su velocidad superficial, se determina como:

$$v_{SC} = FE \cdot v_{SL} + v_{SG}. \tag{C83}$$

En cuanto al factor de fricción en la interfase,  $f_i$ , se tiene :

$$f_i = f_{SC} \cdot Z_M, \tag{C84}$$

donde  $f_{SC}$ , es el factor de fricción superficial del núcleo; el número de Reynolds requerido para obtenerlo es :

$$NRe_{SC} = 1488 \cdot \frac{\rho_C \cdot v_{SC} \cdot d}{\mu_C}, \qquad (C85)$$

$$\mu_C = \mu_L \cdot \lambda_{LC} + \mu_G \cdot (1 - \lambda_{LC}). \tag{C86}$$

Por otra parte,  $Z_M$  es un factor de correlación entre el factor de fricción en la interfase y el espesor adimensional de la película de líquido. Ansari y coautores retomaron la correlación de Wallis para el cálculo de  $Z_M$  cuando el entrampamiento es superior al 90%, y la correlación de Whalley y Hewitt en los casos restantes.

Dichas correlaciones son:

Si 
$$FE > 0.9$$
:  
 $Z_M = 1 + 300 \cdot \delta$ . (C87)

Si  $FE \leq 0.9$ 

$$Z_M = 1 + 24 \cdot \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/3} \cdot \delta \,. \tag{C88}$$

Combinando (C82), (C83) y (C84) en (C81):

$$\tau_i = \frac{d}{4} \cdot \frac{Z_M}{\left(1 - 2 \cdot \delta\right)^4} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC},\tag{C89}$$

donde:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} = f_{SC} \cdot \frac{\rho_C \cdot v_{SC}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}.$$
 (C90)

Sustituyendo los términos correspondientes en las ecuaciones (C67) y (C68), y luego de algunas operaciones algebraicas:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{micleo} = \frac{Z_M}{\left(1 - 2 \cdot \delta\right)^5} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} + \rho_C \cdot \frac{g}{g_c} \cdot \tag{C91}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{dP}{dL} \end{pmatrix}_{pelicula} = \frac{(1 - FE)^2}{(4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta))^3} \cdot \left(\frac{f_F}{f_{SL}}\right) \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} - \frac{Z_M}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot (1 - 2 \cdot \delta)^3} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} + \rho_L \cdot \frac{g}{g_c} \cdot$$
(C92)

En las expresiones anteriores, todos los gradientes de presión están expresados en lb / pie $^2$  / pie.

Considerando que:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{núcleo} = \left(\frac{dP}{dL}\right)_{película},\tag{C93}$$

de (C91) y (C92) se tiene que:

$$\frac{Z_M}{4\cdot\delta\cdot(1-\delta)\cdot(1-2\cdot\delta)^5}\cdot\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} - (\rho_L - \rho_C)\cdot\frac{g}{g_c} - \frac{(1-FE)^2}{(4\cdot\delta\cdot(1-\delta))^3}\cdot\left(\frac{f_F}{f_{SL}}\right)\cdot\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} = 0$$
(C94)

De las ecuaciones anteriores se observa que la incógnita básica es el espesor adimensional de la película de líquido,  $\delta$ . Expresando la ecuación (C94) en términos de los parámetros de Lockhart y Martinelli,  $X_M$  y  $Y_M$ :

$$Y_M - \frac{Z_M}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot (1 - 2 \cdot \delta \cdot)^5} + \frac{X_M^2}{(4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta))^3} = 0,$$
(C95)

donde:

$$Y_{M} = \frac{(\rho_{L} - \rho_{C}) \cdot (g/g_{c})}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}},$$
(C96)

$$X_M^2 = (1 - FE)^2 \cdot \frac{f_F}{f_{SL}} \cdot \frac{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}}.$$
 (C97)

El procedimiento para resolver la ecuación (C95), para  $\delta$ , se describe en el apéndice (D), (pasos 3 -12, 14 -15).

Una vez calculado  $\delta$ , el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, se calcula a partir de las ecuaciones (C98)  $\delta$  (C99):

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Total} = \Phi_C \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} + \rho_C \cdot \frac{g}{g_c}, \qquad (C98)$$

o bien,

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Total} = \Phi_F \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} + \rho_L \cdot \frac{g}{g_c}, \qquad (C99)$$

donde:

$$\Phi_C = \frac{Z_M}{\left(1 - 2 \cdot \delta\right)^5},\tag{C100}$$

$$\Phi_F = \frac{\Phi_C - Y_M}{X_M^2}.$$
 (C101)

### Identificación del Régimen de Flujo Modelo Mecanístico de Ansari

#### Algoritmo para la identificación de regímenes de flujo.

La identificación de los regímenes de flujo se lleva a cabo mediante ensayo y error; se supone la existencia de determinado régimen y se evalúan los criterios correspondientes; si éstos no se cumplen se supone uno diferente y se repite el proceso hasta que se cumplan los criterios requeridos en cada caso.

1. Calcular

$$LIM_1 = 3.1 \cdot \left(\frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2}\right)^{0.25}$$

- Si U<sub>SG</sub> < LIM<sub>1</sub>, no es posible la existencia del flujo anular por lo que se procede a evaluar otros regímenes. Pasar el número 17.
- 3. Cálculo del entrampamiento, FE

$$v_{critica} = 10,000 \cdot \left(\frac{v_{SG}}{\sigma_L}\right) \cdot \left(\frac{\mu_G}{1488}\right) \cdot \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{0.5}$$
$$FE = 1 - \exp\left(-0.125 \cdot \left(v_{critica} - 1.5\right)\right)$$

donde *FE*, está restringido a  $0 \le FE \le 1$ 

$$4. v_{SC} = FE \cdot v_{SL} + v_{SG}$$

5. 
$$\lambda_{LC} = \frac{FE \cdot v_{SL}}{v_{SC}}$$

6. Si FE = 1 entonces  $\delta act cal = \delta min cal = 0$ . Pasar al número 15.

7. 
$$\rho_{CSR} = \rho_L \cdot \lambda_{LC} + \rho_G \cdot (1 - \lambda_{LC})$$

- 8.  $\mu_{CSR} = \mu_L \cdot \lambda_{LC} + \mu_G \cdot (1 \lambda_{LC})$
- 9. Calcular el gradiente por fricción para el núcleo (gas y líquido entrampado). El factor de fricción del núcleo de gas,  $f_{SC}$ , se obtiene con base en la rugosidad de la tubería y el número de Reynolds definido por:

 $NRe_{SC} = 1488 \cdot \frac{\rho_{CSR} \cdot v_{SC} \cdot d}{\mu_{CSR}}$  $\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} = f_{SC} \cdot \frac{\rho_{CSR} \cdot v_{SC}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$ 

10. Calcular el gradiente por fricción para el líquido. El número de Reynolds que debe utilizarse para calcular el factor de fricción superficial del líquido,  $f_{SL}$ :

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L}$$
$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} = f_{SL} \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

11. Calcular el gradiente por fricción en la interfase. El factor de fricción en la interfase gas-líquido,  $f_F$ , se obtiene con base en el siguiente número de Reynolds:

$$NRe_F = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot (1 - FE) \cdot d}{\mu_L}$$

12. Calcular los parámetros de Lockhart-Martinelli.

$$Y_{M} = \frac{(\rho_{L} - \rho_{G}) \cdot (g/g_{c})}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}} \qquad \qquad X_{M}^{2} = B \cdot \frac{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}}$$

donde

$$B = \left(1 - FE\right)^2 \cdot \frac{f_F}{f_{SL}}$$

13. Calcular el espesor estable adimensional de la película de líquido,  $\delta est$ .  $H_{LF} = 4 \cdot \delta est_j \cdot (1 - \delta est)$ 

$$H_{LF}' = 4 \cdot (1 - 2 \cdot \delta \operatorname{est})$$

$$\Phi(\delta \operatorname{est}) = Y_M \cdot H_{LF}^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF}) + (1.5 \cdot H_{LF} - 2) \cdot X_M^2$$

$$\Phi'(\delta \operatorname{est}) = H_{LF}' \cdot \left[ 3 \cdot Y_M \cdot H_{LF}^2 \cdot (1 - 2 \cdot H_{LF}) + 1.5 \cdot X_M^2 \right]$$

Aplicando el método de Newton Raphson:

$$\delta \operatorname{est}_{j+1} = \delta \operatorname{est}_j - \frac{\Phi(\delta \operatorname{est}_j)}{\Phi'(\delta \operatorname{est}_j)}$$

Como primera suposición tomar  $\delta \operatorname{est}_{j=1} = 0.4$ .

Si 
$$\left| \frac{\delta \operatorname{est}_{j+1} - \delta \operatorname{est}_j}{\delta \operatorname{est}_j} \right| \ge 0.01$$

entonces se repite el procedimiento.

14. Calcular el espesor actual adimensional de película,  $\delta$  *act*. Si *FE* > 0.9 entonces :

$$Z_M = 1 + 300 \cdot \delta \ act$$
$$Z_M' = 300$$

Si FE < 0.9 entonces :

$$Z_{M} = 1 + 24 \cdot \left(\frac{\rho_{L}}{\rho_{G}}\right)^{1/3} \cdot \delta \text{ act}$$

$$Z_{M}' = 24 \cdot \left(\frac{\rho_{L}}{\rho_{G}}\right)^{1/3}$$

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta \text{ act} \cdot (1 - \delta \text{ act} )$$

$$H_{LF}' = 4 \cdot (1 - 2 \cdot \delta \text{ act} )$$

$$\Phi(\delta \text{ act}) = Y_{M} - \frac{Z_{M}}{H_{LF} \cdot (1 - H_{LF})^{2.5}} + \frac{X_{M}^{2}}{H_{LF}^{3}}$$

$$\Phi'(\delta \text{ act}) = \frac{Z_{M} \cdot H_{LF}'}{H_{LF}^{2} \cdot (1 - H_{LF})^{2.5}} - \frac{Z_{M}'}{H_{LF} \cdot (1 - H_{LF})^{2.5}}$$

$$- \frac{2.5 \cdot Z_{M} \cdot H_{LF}'}{H_{LF} \cdot (1 - H_{LF})^{3.5}} - \frac{3 \cdot X_{M}^{2} \cdot H_{LF}'}{H_{LF}^{4}}$$

Aplicando el método de Newton Raphson:

$$\delta \operatorname{act}_{j+1} = \delta \operatorname{act}_{j} - \frac{\Phi(\delta \operatorname{act}_{j})}{\Phi'(\delta \operatorname{act}_{j})}$$

Como primera suposición tomar  $\delta act_{j=1} = 0.4$ 

Si 
$$\left| \frac{\delta \operatorname{act}_{j+1} - \delta \operatorname{act}_j}{\delta \operatorname{act}_j} \right| \ge 0.01$$

entonces se repite el procedimiento.

15. Calcular el colgamiento total de líquido,  $\alpha_L$ , a las condiciones actuales.

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta \operatorname{act} \cdot (1 - \delta \operatorname{act})$$
$$\alpha_L = H_{LF} + \lambda_{LC} \cdot (1 - H_{LF})$$

- 16. Evaluar criterios para existencia de flujo anular.
- Si  $\delta act \leq \delta est$  y  $\alpha_L < 0.12$ ,

entonces el régimen es flujo anular.

Terminar identificación de régimen de flujo.

17. Calcular la velocidad superficial del gas (*LIM*<sub>2</sub>) en que se satisfacen la ecuación (3.2.5) y la condición  $\alpha_G = 0.76$ 

Como primera suposición tomar  $v_{M sup} = 10$  pie / seg

$$\rho_{MSR} = 0.24 \cdot \rho_L + 0.76 \cdot \rho_G$$
$$\mu_{MSR} = 0.24 \cdot \mu_L + 0.76 \cdot \mu_G$$
$$NRe_M = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M \sup \cdot d}{\mu_{MSR}}$$

Calcular el factor de fricción de la mezcla,  $f_M$ , con base en  $NRe_M$ 

$$CTE_{1} = 2 \cdot \left(\frac{0.4 \cdot \sigma_{L}}{(\rho_{L} - \rho_{G}) \cdot g}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\rho_{L}}{\sigma_{L}}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot d}\right)^{0.4} \cdot (f_{M})^{0.4}$$
$$CTE_{2} = 0.725 + 4.15 \cdot \sqrt{0.76}$$
$$\Phi\left(v_{M} \sup\right) = CTE_{1} \cdot v_{M} \sup^{1.2} - CTE_{2}$$
$$\Phi'\left(v_{M} \sup\right) = 1.2 \cdot CTE_{1} \cdot v_{M} \sup^{0.2}$$

$$v_{M \ cal} = v_{M \ sup} - \frac{\Phi(v_{M \ sup})}{\Phi'(v_{M \ sup})}$$

Si  $\frac{v_M \sup - v_M cal}{v_M \sup} > 0.01$ 

entonces  $v_{M sup} = v_{M cal}$ , y repetir procedimiento.

Finalmente  $LIM_2 = 0.76 \cdot v_M cal$ 

- 18. Si  $v_{SG} < LIM_2$  entonces pasar al número 21.
- 19. Calcular  $LIM_3 = \frac{v_{SG}}{3.17}$
- 20. Si  $v_{SL} \ge LIM_3$  entonces el régimen es flujo burbuja dispersa.

En caso contrario el régimen es flujo bache.

Terminar identificación de régimen de flujo.

21. Calcular la velocidad de la mezcla en la transición a burbuja dispersa (línea A, figura. III.2.1).

Como primera suposición tomar  $v_{M sup} = 10$  pie / seg.

$$\lambda_L = \frac{v_M \sup - v_{SG}}{v_M \sup}$$

$$\rho_{MSR} = \lambda_L \cdot \rho_L + (1 - \lambda_L) \cdot \rho_G$$

$$\mu_{MSR} = \lambda_L \cdot \mu_L + (1 - \lambda_L) \cdot \mu_G$$

$$NRe_M = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M \sup \cdot d}{\mu_{MSR}}$$

Calcular el factor de fricción de la mezcla,  $f_M$ , con base en  $NRe_M$ 

$$CTE_{3} = 2 \cdot \left(\frac{0.4 \cdot \sigma_{L}}{(\rho_{L} - \rho_{G}) \cdot g}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\rho_{L}}{\sigma_{L}}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot d}\right)^{0.4} \cdot (f_{M})^{0.4}$$
$$\Phi\left(v_{M \ sup}\right) = CTE_{3} \cdot v_{M \ sup}^{1.7} - 0.725 \cdot v_{M \ sup}^{0.5} - 4.15 \cdot v_{SG}^{0.5}$$

93

$$\Phi'(v_{M sup}) = 1.7 \cdot CTE_3 \cdot v_{M sup} \stackrel{0.7}{-} 0.3625 \cdot v_{M sup} \stackrel{-0.5}{-} v_{M cal} = v_{M sup} - \frac{\Phi(v_{M sup})}{\Phi'(v_{M sup})}$$

Si  $\left| \frac{v_{M sup} - v_{M cal}}{v_{M sup}} \right| > 0.01$  entonces  $v_{M sup} = v_{M cal}$ , y repetir procedimiento.

22. Si  $v_{SL} + v_{SG} > v_{M cal}$ , entonces el régimen es flujo burbuja dispersa.

Terminar identificación de régimen de flujo.

- 23. Calcular  $v_S = 1.53 \cdot \left(\frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L \rho_G)}{\rho_L^2}\right)^{0.25}$
- 24.  $LIM_4 = 0.333 \cdot v_{SL} + 0.25 \cdot v_S$
- 25. Si  $v_{SG} \ge LIM_4$  entonces el régimen es flujo bache.

Terminar identificación de régimen de flujo.

- 26. Calcular  $_{dmin} = 19.01 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot (\rho_L \rho_G)}{\rho_L^2 \cdot g} \right)^{0.5}$
- 27. Si  $d \le dmin$ , entonces el régimen es flujo bache, en caso contrario es flujo burbuja.

Termina algoritmo de identificación de regímenes de flujo.

## **Apéndice E**

## Anisotropía de Esfuerzos Horizontales Variación del Esfuerzo Horizontal Mínimo en la Obtención de las Ventanas de Estabilidad

Podemos ver en la Figura E1. algunos casos de los que se obtuvieron durante los cálculos hechos para obtener la ventana de estabilidad, pero no se llegaba a tener un buen resultado, debido a que al variar el esfuerzo mínimo, de manera decreciente se aleja de la línea de falla. La Figura E2, muestra el detalle la interfase de entrada y salida de resultados, para la metodología aplicada, en este caso no se muestran todos los datos para las columnas de cada uno de los casos en su orden de magnitud de esfuerzos principales.



Figura E1. Resultados Parciales de Ventana de estabilidad Variando el Esfuerzo Horizontal Mínimo


96

## Apéndice F

## Estudio Comparativo Gráfico para Condiciones de Falla. Teniendo en Cuenta Isotropía y Anisotropía de Esfuerzos Horizontales.

Nota: Las unidades de los grupos de relaciones  $(p_w / \sigma_v) y (\sigma_h / \sigma_v) y (\sigma_H / \sigma_v)$ , son adimensionales.

Los Datos de entrada que se utilizaron, se muestran a continuación para los casos de isotropía y anisotropía de esfuerzos horizontales para una misma profundidad de 15,582 pies, se notara que la variación en el caso de isotropía es solo del esfuerzo horizontal, mientras que para el caso de anisotropía, para el esfuerzo horizontal mínimo constante estamos variando el esfuerzo horizontal máximo, desde el valor inicial igual y no menor que el mínimo. En los ejemplos mostrados a continuación se varía la resistencia uniaxial a la compresión. Se puede notar que la zona uno en las ventanas varía de acuerdo a los valores que estemos utilizando para cada uno de los casos, de los esfuerzos horizontales y la resistencia uniaxial a la compresión.

	VALORES
PROFUNDIDAD, D [pies]	15,582.55
Resistencia Uniaxial a la Compresión Co [psi]	2,000
ANGULO DE INCLINACION DE LA NORMAL AL PLANO DE FALLA, β [grad]	51
PRESION DE PORO, Pf [psi], PARA UN GRADIENTE DE 0.465 psi/pie	7245.89
LÍMITE INFERIOR DE ESFUERZO	2000
HORIZONTAL Oh [psi/pie]	
LIMITE SUPERIOR DE	
ESFUERZO HORIZONTAL OTh	25000
Delta oh [psi]	20
ESFUERZO VERTICAL OV [psi]	15,582.55
COSTANTE DE BIOT a []	1
Pp/Ov []	0.47
Co/ov	0.13

DATOS	VALORES
PROFUNDIDAD, D [pies]	15,582.55
Resistencia Uniaxial a la Compresión Co [psi]	5,000.00
ANGULO DE INCLINACION DE LA NORMAL AL PLANO DE FALLA, β [grad]	51.00
PRESION DE PORO, Pf [psi], PARA	7,245.89
Limite Inferior para el ESFUERZO HORIZONTAL MINO <sub>H</sub> (psi)	7,370.55
Limite Superior para el ESFUERZO HORIZONTAL MAX O <sub>H</sub> [psi]	25,000.00
Delta de Esfuerzo Horizontal $\sigma_{H}$	20.00
ESFUERZO HORIZONTAL MINIMO σh [psi]	7,370.55
ESFUERZO VERTICAL OV [psi]	15,582.55
COSTANTE DE BIOT, α [ ]	1.00
RELACIÓN DE POISSON, U [ ]	0.23
CRITERIO DE FALLA PARA ANISOTR ESFUERZOS VENTANA OPERACIONAL	OPIA DE



CONDICIONES DE FALLA PARA UN POZO FORMACIÓN POROELÁSTICA. ANISOTROPÍA DE ESFUERZOS, Co 100 psi, ß 51 grad



CONDICIONES DE FALLA PARA UN POZO



CONDICIONES DE FALLA PARA UN POZO FORMACIÓN POROELÁSTICA. ANISOTROPÍA DE ESFUERZOS, Co 500 psi,  $\beta$  51 grad





CONDICIONES DE FALLA PARA UN POZO FORMACIÓN POROELÁSTICA. ANISOTROPÍA DE ESFUERZOS,





CONDICIONES DE FALLA PARA UN POZO FORMACIÓN POROELÁSTICA. ANISOTROPÍA DE ESFUERZOS, C. 7,500 psi,  $\beta$  51 grad



UNAM-DEPFI



Caso a



\_\_\_ Caso d

-Caso e

Caso c

Caso b

UNAM-DEPFI

Caso f

## **Apéndice G**

## Efecto del Ángulo de Falla en la Geometría de las Ventanas de Estabilidad Anisotropía de Esfuerzos Horizontales

Para estudiar en efecto del ángulo de falla, en la construcción poligonal de la ventana de estabilidad, bajo condiciones de esfuerzos horizontales anisotrópicos, se toma en cuenta la interfase de la Figura G1, la cual incluye las propiedades mecánicas de la roca y las magnitudes de los esfuerzos horizontales, así como del vertical para una profundidad dad, en particular se aclara que se hace para una resistencia uniaxial a la compresión, pero variando el ángulo de falla (indirectamente el ángulo de fricción interna), según la Tabla G1, con esto se busca mirar el efecto del aumento en el ángulo, que se puede ver en las Figuras (G2 y G3)en las cuales se ve el efecto paulatino en la ventana de estabilidad, podría pensarse que a medida que el ángulo de falla aumenta sería válido hablar de un cono de estabilidad, por la geometría que va tomando la ventana, efecto que se observó también para 10,000 pies, pero con cierta rotación del cono respecto a vértice de congruencia, y de igual manera al cambiar la resistencia uniaxial a la compresión, con un polígono mas amplio.



Figura G1. Interfase de Entrada y Salida de Datos







