

01161



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO



**“ANÁLISIS DE EFECTOS SÍSMICOS ORTOGONALES  
HORIZONTALES EN TERRENO BLANDO  
DE LA CIUDAD DE MÉXICO”**

Tesis que para obtener el grado de Doctor en Ingeniería ( Estructuras ) presenta:

**Jesús Valdés González**

Posgrado en Ingeniería

**Universidad Nacional Autónoma de México**

Director de Tesis: Dr. Mario Ordaz Schroeder

2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Resumen

En este trabajo se estudia el problema de la combinación de los efectos sísmicos debidos a la acción de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del terreno. El principal objetivo ha sido desarrollar un procedimiento de análisis basado en los métodos con técnicas de espectros de respuesta utilizados actualmente, que sea más confiable que los existentes, tales como: la regla SRSS (*regla de Rosenblueth*), la regla CQC3 y las reglas de combinación de porcentajes (100%+30% y 100%+40%). El planteamiento expuesto considera exclusivamente las características del suelo blando de la ciudad de México, de ahí que su aplicación se limite a este tipo de terreno.

Con base en técnicas espectrales (vibraciones aleatorias) se desarrollan algunas expresiones analíticas a partir de las cuales se calcula la forma en que deben combinarse los efectos sísmicos ortogonales horizontales con el propósito de estimar la máxima respuesta elástica bidireccional de que se trate. Ello, a partir de las máximas respuestas unidireccionales calculadas en forma independiente.

La principal hipótesis hecha en el desarrollo de dichas expresiones es la sustitución del espectro de amplitudes de Fourier correspondiente al movimiento del terreno mediante una función tipo "*delta de Dirac*" (espectro de perturbación armónica con duración infinita), la cual se concentra en la frecuencia correspondiente al periodo natural del sitio de terreno blando que se analiza.

A partir de los resultados del análisis elástico bidireccional paso a paso de distintos modelos estructurales en los cuales se utilizan diferentes registros sísmicos propios de terreno blando de la ciudad de México, se observa que el planteamiento desarrollado y expuesto en esta tesis resulta más confiable y preciso respecto a los procedimientos existentes, al menos para los casos estudiados. Por otra parte, se comprueba que las reglas actuales sólo consideran algunos casos particulares del total de situaciones que se presentan al tratar de combinar los efectos sísmicos ortogonales horizontales, las cuales si se pueden representar adecuadamente en su totalidad a partir del procedimiento desarrollado en este trabajo.

Por último, se realizan algunos análisis inelásticos bidireccionales paso a paso de modelos cuyas características dinámicas bajo un comportamiento elástico resultan críticas al tomar en cuenta su respuesta sísmica bidireccional. Se considera que dichos modelos se encuentran en la zona de terreno blando de la ciudad de México y se toma como respuesta bidireccional crítica y/o de interés la fuerza cortante basal. El principal propósito de estos análisis inelásticos es conocer la variación del efecto sísmico bidireccional en función del comportamiento inelástico de la estructura y del porcentaje utilizado en la combinación de los efectos sísmicos unidireccionales bajo el cual se haya diseñado la estructura.

Los resultados inelásticos muestran que el efecto sísmico bidireccional disminuye en la medida que se incrementa la demanda de ductilidad de los modelos estructurales analizados. También se observa que las estructuras más dañadas para demandas de ductilidad baja son las que se diseñan para un mayor porcentaje en la combinación de los efectos sísmicos unidireccionales, mientras que en los casos de ductilidad alta, las estructuras más dañadas son las que combinan un menor porcentaje.

Respecto a los resultados del daño estructural en los modelos analizados inelásticamente, se observa que este comportamiento tiene mayor relación con la condición de "*resonancia*" en la cual se encuentran los casos analizados, que en realidad con los efectos sísmicos ortogonales horizontales.

## Abstract

This work studies the problem of combining the seismic effects on structures caused by the action of two horizontal orthogonal components of the ground motion. The main objective has been to develop an analysis procedure supported on the usual response spectrum techniques methods, which were more reliable than those existing procedures such that the SRSS rule (*Rosenblueth rule*), the CQC3 rule and the 100%+30% or 40% rules. The procedure exposed takes into account exclusively the characteristics of ground motion in the soft soil of Mexico city. That is the reason which its application is limited to that kind of soil.

Trough spectral techniques (random vibrations) some analytical expressions were developed to combine both horizontal orthogonal seismic effects in order to estimate the maximum elastic bi-directional response. These expressions combine the maximums unidirectional responses calculated each one separately.

The most important hypothesis made in the development of these expressions was to represent the Fourier's spectrum for both orthogonal components of the ground motion by a Dirac's delta (harmonic perturbation spectrum), which is concentrated on the frequency related with the natural period of the soft soil analyzed.

Trough the fully bi-directional elastic "step by step" analysis of some structural models using earthquakes records of soft soil in Mexico city, it is observed that the procedure proposed in this thesis result more reliable and precise than the existing procedures (combination rules). More over, the existing procedures only represents some particular cases of many cases that could happen in the bi-directional seismic effects combination which ones could be correctly represented by the procedure developed in this work.

In addition, some fully bi-directional inelastic "step by step" analysis of structural models which dynamics characteristics are considered as critical considering their elastic bi-directional seismic response are made. The structures location is considered in Mexico city soft soil and the critical bi-directional seismic response is the base shear force. The main objective of these inelastic analysis is to know the bi-directional seismic effect variation in terms of the inelastic behavior and the unidirectional seismic effects combination percentage used in the structure design.

The inelastic results demonstrates how the bi-directional seismic effect decreases when the ductility demand of the structure increases. Also, it is observed how the structures with low ductility demand that result more damaged are those designed for a high unidirectional seismic effects combination percentage. In case of structures with high ductility demand, the structures more damaged are those designed for a low unidirectional seismic effects combination percentage. The damage results are more related with the "resonance" condition of the analyzed cases than with the bi-directional seismic effects.

---

# Contenido

<b>Capítulo 1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Presentación	1
1.2	Antecedentes	3
1.3	Problema que se estudia	5
1.4	Objetivos y alcances	11
1.5	Organización del trabajo	11
<b>Capítulo 2</b>	<b>Revisión Bibliográfica</b>	<b>13</b>
2.1	Ejes principales del movimiento (Clough y Penzien, 1993)	13
2.2	Respuesta a la acción simultánea de varios componentes del movimiento del terreno (Newmark y Rosenblueth, 1976)	14
2.3	Diseño aproximado para la acción simultánea de los distintos componentes del movimiento del terreno (Rosenblueth y Contreras, 1977)	17
2.4	Técnicas de espectro de respuesta para el diseño sísmico de tres componentes (Anagnostopoulos, 1981)	21
2.5	Efectos ortogonales en el análisis sísmico tridimensional (Wilson, Suharwardy y Habibullah, 1995)	23
2.6	Reemplazo de las reglas del 30%, 40% y SRSS utilizadas en el análisis sísmico de multicomponentes (Menun y Der Kiureghian, 1998)	26
2.7	Análisis de efectos sísmicos ortogonales horizontales (Valdés, 1999)	31
2.8	Variación de la coherencia del movimiento sísmico del terreno en frecuencias bajas y modelos para el Valle de México (Santa Cruz, Heredia-Zavoni y Harichandran, 1999)	35
2.9	Efectos de componentes horizontales de movimientos sísmicos de banda ancha en la respuesta estructural (Machicao, Zapata, Lázares y Heredia-Zavoni, 1999)	36
2.10	Respuesta crítica de las estructuras ante la excitación sísmica de multicomponentes (López, Chopra y Hernández, 2000)	37
2.11	Evaluación de las reglas de combinación para el cálculo de la máxima respuesta en el análisis sísmico de multicomponentes (López, Chopra y Hernández, 2001)	40
2.12	Respuesta a los componentes ortogonales del movimiento del terreno y análisis de las reglas de combinación de porcentajes (Heredia-Zavoni y Machicao-Barrionuevo, 2004)	43

<b>Capítulo 3</b>	<b>Solución General</b>	<b>45</b>
3.1	Tipos de respuesta	45
3.2	Variables en estudio	47
3.3	Orientación de los ejes de la estructura	47
3.4	Vibraciones aleatorias	50
3.5	Cálculo de las funciones $g_1(\omega)$ y $g_2(\omega)$	61
<b>Capítulo 4</b>	<b>Ejemplos de aplicación</b>	<b>63</b>
4.1	Ejemplo 1	64
4.1.1	Descripción del modelo	64
4.1.2	Solución del modelo	65
4.1.3	Selección de parámetros	72
4.1.4	Caso 1 (estación: SCT)	72
4.1.5	Caso 2 (estación: Central de abastos)	81
4.1.6	Caso 3 (estación: 11)	81
4.2	Ejemplo 2	84
4.3	Ejemplo 3	88
<b>Capítulo 5</b>	<b>Análisis Inelástico</b>	<b>93</b>
5.1	Respuesta sísmica bidireccional crítica o de diseño	93
5.2	Análisis inelástico bidireccional paso a paso	97
5.3	Análisis de resultados	102
<b>Capítulo 6</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>114</b>
6.1	Conclusiones	116
6.2	Recomendaciones	121
Agradecimientos		<b>124</b>
Referencias Bibliográficas		<b>125</b>

---

## Introducción

### 1.1 Presentación

El diseño sismorresistente de una estructura requiere del conocimiento cualitativo y cuantitativo de distintos aspectos relacionados con la estructura y con la sismicidad del sitio en estudio. Por lo que se refiere a la estructura, se debe identificar su comportamiento ante ciclos de carga y descarga; para ello es necesario contar con modelos que permitan valorar tanto los desplazamientos como las fuerzas que se generan en los distintos elementos que conforman el sistema estructural.

Por lo que respecta a la sismicidad del sitio, interesan en particular tres aspectos; el primero tiene que ver con la identificación de fuentes potenciales de temblores cuya ocurrencia pueda afectar el sitio donde se ubica la estructura. En este sentido es importante contar con modelos matemáticos que consideren aspectos que van desde los periodos de recurrencia con que se generan sismos de cierta magnitud, hasta las características del mecanismo de ruptura en lo que respecta a la forma de radiación de la energía en distintos tipos de ondas (Sánchez-Sesma, 1982).

El segundo aspecto de la sismicidad que interesa conocer se refiere a los denominados efectos de trayecto, los cuales comprenden el estudio de las trayectorias que siguen las ondas sísmicas desde el foco del temblor hasta el sitio donde se encuentra la estructura, así como el efecto que las distintas formaciones geológicas por las que atraviesan les producen. Al respecto se deben establecer modelos que permitan valorar los efectos de amplificación y atenuación que sufren estas ondas durante su trayecto.

Por último, sin que esto signifique que este tercer punto sea menos importante que los demás, están los denominados efectos de sitio, los cuales tienen que ver con el estudio del movimiento del terreno considerando las condiciones de topografía y estratigrafía propias del sitio donde se encuentra la estructura. Este aspecto resulta especialmente importante en casos como el de la ciudad de México donde se han observado importantes amplificaciones de las ondas sísmicas de cierto periodo, no sólo en terreno blando, sino incluso en terreno firme (Ordaz y Singh, 1992).

Una vez que se conocen y entienden los distintos aspectos de la sismicidad de un determinado sitio, y además se cuenta con modelos estructurales realistas, es posible plantear el diseño sismorresistente de una estructura en términos del riesgo al que razonablemente se considere pueda estar sometida. La gran cantidad de incertidumbres involucradas en los distintos modelos utilizados obliga a que el riesgo se valore en términos probabilistas. En general, el riesgo se define como el producto de tres variables: el costo del bien expuesto ( $C$ ), la vulnerabilidad del mismo ante la ocurrencia de un determinado evento sísmico ( $V$ ) y el peligro que prevalece en el sitio donde se ubique el bien ( $P$ ).

El peligro es propio de la región donde se analiza el riesgo y se puede cuantificar en términos de las distintas intensidades que un sismo con cierta probabilidad de ocurrencia generaría en dicha zona. La intensidad se refiere al conjunto de parámetros que caracterizan el movimiento del terreno en términos de los cuales se puede predecir la respuesta de un sistema estructural (Esteva, 1976), como podría ser la aceleración máxima del terreno o algún otro parámetro de este tipo.

A su vez, la vulnerabilidad de una estructura tiene que ver con su comportamiento ante la acción del movimiento del terreno que se presenta cuando ocurre un sismo. Se dice que una estructura es poco vulnerable a la acción de cierto sismo si ante las sollicitaciones que éste le impone presenta un buen comportamiento, es decir, que su respuesta medida en términos de esfuerzos y deformaciones o de nivel de daño es de baja intensidad. La vulnerabilidad depende de la estructuración y del diseño y detallado propiamente dicho de la estructura; es, por tanto, función de las características del sistema estructural.

En esta tesis "*Análisis de efectos sísmicos ortogonales horizontales en terreno blando de la ciudad de México*", se abordan dos temas relacionados tanto con el peligro como con la vulnerabilidad a que se encuentran sometidas las estructuras en este tipo de terreno de la ciudad de México. Por una parte se analiza la correlación o coherencia existente entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, la cual, de acuerdo con la definición de intensidad expresada en párrafos anteriores, se puede considerar como una medida de la intensidad de los sismos. El estudio de este tema trata de obtener un modelo realista a partir del cual se pueda estimar en forma más completa la sismicidad del sitio referido.

Además, se estudia la manera en que deben combinarse estos componentes del movimiento del suelo en el análisis y diseño sismorresistente de las estructuras; ello con el objetivo de estimar de manera más realista y confiable su respuesta ante la acción simultánea de ambos componentes. El propósito de abordar este tema es conocer qué tan vulnerable resulta una estructura ante la acción de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.

Los daños y pérdidas producidos por algunos temblores recientes en la ciudad de México y en diferentes partes del mundo reiteran la necesidad de disminuir, tanto el riesgo al que se encuentran sometidas algunas estructuras, como las incertidumbres que se tienen en su cuantificación. Por ello, es necesario revisar y mejorar algunos criterios de análisis y diseño sismorresistente planteados en los códigos y reglamentos actuales. Para lograr lo anterior, se deben reinterpretar y estudiar algunos de estos aspectos mediante herramientas analíticas más desarrolladas, además de incorporar un mayor número de datos sísmicos registrados que ayuden a entender en forma más completa el fenómeno que se estudia.

Bajo este criterio se presenta el desarrollo de los temas que se tratan en esta tesis.



## 1.2 Antecedentes

En términos generales, el movimiento del terreno se define por completo mediante dos cantidades vectoriales para cada instante de duración del temblor; una se refiere a una dislocación traslacional, mientras que la otra se asocia a una dislocación rotacional. Para fines prácticos se descomponen estos dos vectores en sus componentes ortogonales, con lo cual el número de componentes que definen el movimiento del terreno es de tres traslacionales y tres rotacionales, actuando en la dirección y alrededor de los ejes del sistema, respectivamente.

Bajo esta consideración resulta que el número de componentes del movimiento del terreno para los cuales se debe analizar en rigor toda estructura es de seis, teniéndose algunos casos especiales de estructuras con múltiples apoyos como los puentes y las líneas de conducción para las cuales este número se incrementa (Rosenblueth, 1977). Sin embargo, la contribución que proporcionan a la respuesta general de la estructura cada uno de estos componentes no resulta necesariamente significativa.

Se ha podido observar que el movimiento horizontal del terreno resulta más importante que el vertical, ya que son las fuerzas laterales producidas por la inercia las que imponen mayores sollicitaciones a las estructuras (Ordaz et al., 1995). En la práctica se acostumbra diseñar para los dos componentes horizontales y sólo en algunos casos donde se considera que la intensidad del componente vertical es similar a la de los horizontales, lo cual generalmente sucede en zonas cercanas al epicentro del temblor, se recomienda incluir este tercer componente en el diseño.

Los componentes rotacionales del movimiento del suelo no se pueden registrar mediante el uso de instrumentos convencionales (acelerógrafos o sismógrafos), por lo que en realidad no se ha valorado en forma directa su importancia. Sin embargo, se ha observado que sus efectos son despreciables en la mayoría de los casos, ya que su magnitud resulta muy baja en comparación a la de los efectos del mismo tipo ocasionados por los componentes de traslación.

Por lo que se refiere al peligro sísmico prevaleciente en el Valle de México, se sabe que en general está determinado por la ocurrencia de tres tipos de grandes temblores (Ordaz et al., 1995). El primer tipo, el cual es el más importante, se refiere a los sismos que se originan en la costa del Pacífico debido a la subducción de las placas de Cocos y Rivera debajo de la placa de Norteamérica. En esta zona es donde se han producido los dos terremotos más grandes que han ocurrido en México recientemente; el de Jalisco del 3 de junio de 1932 (M 8.2), y el de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 (M 8.1), el cual ocasionó enormes pérdidas y daños en la cd. de México.

Los otros dos tipos de temblores corresponden tanto a los sismos que ocurren en el continente a profundidades cercanas a 60 km (Oaxaca 1931, M 7.8, Orizaba 1973, M 7.3, Huajuapán de León 1980, M 7.0 y Tehuacán 1999, M 7.0); como los que se generan dentro de la placa continental ( $M < 7$ ), los cuales suelen ocasionar fuertes daños en la zona cercana al epicentro (Jalapa 1920, M 6.4 y Acambay 1912, M 7.0).

Se calcula que el 85% de la energía sísmica que se genera en México corresponde a los temblores de subducción (Lomnitz, 1994). Esto se ve reflejado en que los periodos de recurrencia para los grandes sismos de este tipo sean relativamente bajos (Singh et al., 1981).

Dadas estas condiciones, se espera que para un importante número de estructuras en la ciudad de México sea un evento de subducción el que contribuya en forma excepcional a determinar su máxima respuesta. Generalmente, la distancia epicentral de este tipo de temblores medida respecto a la ciudad de México es grande, por lo que se puede suponer que el componente vertical del movimiento del suelo es de baja intensidad en comparación con los componentes horizontales. Esto sugiere que las estructuras se deban diseñar únicamente para la acción de los dos componentes horizontales del movimiento del terreno.

Una característica importante que se manifiesta en la ciudad de México durante la ocurrencia de sismos de gran magnitud con epicentro en las costas del Pacífico, es lo severo de sus efectos en algunas estructuras localizadas principalmente en la zona del lago. Esto ocurre a pesar de que el epicentro de estos temblores se localiza a más de 250 km de distancia de la ciudad.

Las causas principales que explican este fenómeno son: a) las grandes amplificaciones locales de las ondas sísmicas debido a las características del suelo en dicha zona y b) su amplificación regional, la cual resulta mucho mayor que la esperada para esos intervalos de distancias epicentrales (Ordaz y Singh, 1992).

En síntesis, las características del movimiento del terreno en la zona del lago resultan mucho más desfavorables para las estructuras que las que se presentan en los otros dos tipos de terreno en que se ha clasificado el valle (terreno duro y terreno de transición). De ahí la importancia que tiene estudiar la respuesta de las estructuras asociada a este tipo de terreno en particular.

Una de las primeras etapas del diseño estructural es el análisis de un modelo de la estructura. El principal objetivo que se tiene en esta etapa es valorar, en forma cuantitativa y cualitativa, la respuesta que tendrá la estructura ante las sollicitaciones a las que se vea sometida durante su vida útil. Para fines prácticos, la respuesta estará expresada en términos de las fuerzas y las deformaciones que se presenten en los distintos elementos que conforman el sistema estructural que se analiza.

El acierto de esta etapa depende de qué tan razonable sea la predicción de la máxima sollicitación esperada para el lapso que se considere como vida útil de la estructura.

El cálculo de la respuesta del modelo se realiza con base en los métodos de la mecánica estructural, los cuales involucran los aspectos físicos y matemáticos del problema en cuestión. Las principales hipótesis simplificadoras que se hacen se refieren a modelos que describen el comportamiento de los materiales. En la actualidad, por lo general, se realiza un análisis en el cual se supone un comportamiento elástico de la estructura. Sin embargo, se acepta que ante excitaciones de intensidad alta la estructura incurra en una etapa de comportamiento inelástico, por lo que se admiten reducciones en las sollicitaciones sísmicas de diseño (ordenadas espectrales). En el caso de la ciudad de México, estas reducciones se definen a partir de un factor

$Q$ , el cual depende del tipo de estructuración y de los detalles de dimensionamiento que se hayan implementado en la estructura (RDF, 1987).

Como índice de la acción de diseño se emplea el coeficiente sísmico  $c$ , el cual se define como la fuerza cortante basal dividida entre el peso de la estructura. Este coeficiente es función del periodo del sistema dinámico a partir del cual se modela la estructura. La acción de diseño debe corresponder a la intensidad asociada a un determinado periodo de retorno que se obtenga mediante un procedimiento de optimización que tome en cuenta el costo de hacer más resistente a la estructura y las consecuencias de su posible falla (Newmark y Rosenblueth, 1976), (Esteva, 1980), (Meli, 1993).

Si se considera que se tiene un espectro de diseño óptimo a partir del cual se puede establecer el valor del coeficiente sísmico que corresponda, el trabajo de análisis consiste en calcular la respuesta de la estructura bajo esa acción de diseño. Los métodos propuestos en las distintas normas presentan un diverso nivel de refinamiento y se consideran divididos en dos grupos: los estáticos y los dinámicos. Por lo que se refiere a los métodos de tipo estático, se considera la acción de un conjunto de fuerzas laterales cuyo efecto estático se supone similar a la acción sísmica. En los dinámicos, se realiza una idealización de la estructura de acuerdo con un modelo que considera masas concentradas en cada nivel de la estructura, así como rigideces laterales de entrepiso y amortiguamientos, el cual da origen a un conjunto de ecuaciones del movimiento dinámico cuya solución permite evaluar la sollicitación en la estructura (Clough y Penzien, 1993). El método dinámico de mayor uso en la práctica es el modal espectral.

El RDF (RDF, 1987) recomienda este último método, aceptando que se analice en forma independiente la vibración de traslación en dos direcciones ortogonales sin considerar el efecto de torsión, el cual se calcula de manera independiente para posteriormente superponerlo. En dicha recomendación, el momento de torsión se calcula como el producto de la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad de diseño, la cual a su vez involucra tanto a la excentricidad accidental como a la nominal y un factor de incremento por efecto dinámico.

Otro método dinámico que se emplea en algunos casos importantes es el análisis paso a paso. En este método se realiza la integración directa de las ecuaciones del movimiento para un conjunto de acelerogramas representativos del sismo de diseño. Su principal problema radica en la obtención y selección de dichos acelerogramas.

### **1.3 Problema que se estudia**

Mediante la aplicación de cualquiera de los métodos de análisis descritos anteriormente, se calculan, por separado y de manera independiente, las máximas respuestas de la estructura para cada una de las dos direcciones ortogonales, las cuales se eligen en forma arbitraria aunque casi siempre coinciden con la orientación de los marcos o muros estructurales. Con objeto de tomar en cuenta la acción de los dos componentes horizontales del movimiento del terreno, se considera actuando de manera simultánea el valor de diseño de un componente más una fracción o porcentaje del valor de diseño del componente ortogonal. Esta

consideración resulta del hecho que se estima como poco probable que coincidan en un mismo instante las máximas respuestas de la estructura (valores de diseño) para más de un componente.

Al menos, esta es la hipótesis que se ha hecho en algunos reglamentos de diseño, los cuales recomiendan distintos valores para este porcentaje. Sin embargo, todas estas consideraciones parecen sustentarse únicamente en estudios teóricos probabilistas en los cuales no se han utilizado muchos datos, además de que se han hecho hipótesis simplificadoras que pueden afectar en forma importante los resultados.

La mayoría de los códigos de diseño recomiendan combinar las respuestas de los componentes horizontales del movimiento del suelo, ya sea mediante una regla de combinación de porcentajes, o con base en la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (*SRSS*), conocida como *regla de Rosenblueth*. Por convención, se utiliza la variable  $\alpha$  como el porcentaje referido. En la tabla 1.1 se muestra un resumen de las distintas especificaciones que algunos reglamentos hacen al respecto.

**Tabla 1.1** Especificaciones para la combinación de las respuestas de los componentes horizontales ortogonales del movimiento del suelo

REGLAMENTO	REGLA
RDF,1987	Regla de combinación de porcentajes con $\alpha=0.30$
UBC,1997	Regla SRSS, o en su caso una regla de combinación de porcentajes con $\alpha=0.30$
Especificaciones para el diseño de puentes del Departamento de Transporte de California (CALTRANS)	Regla de combinación de porcentajes con $\alpha=0.30$
ATC-32 Recomendaciones para el análisis y diseño de estructuras de puentes	Regla SRSS, o en su caso una regla de combinación de porcentajes con $\alpha=0.40$
Estándares para el análisis sísmico relacionado con la seguridad de estructuras nucleares del ASCE, versión 1986	Regla SRSS, o en su caso una regla de combinación de porcentajes con $\alpha=0.40$
Código de Chile para el diseño sísmico de edificios. (Arias, Husid y Monge, 1969)	$(SRSS + SUM)$ $\frac{\quad}{2}$ donde SUM es la suma de los valores absolutos de las máximas respuestas

Ninguna de estas reglas toma en cuenta de manera específica los dos tipos de respuesta (ortogonales o colineales) que en función de la orientación de los componentes de la respuesta se pueden tener. En el caso donde los componentes de la respuesta son ortogonales (por ejemplo, fuerza cortante en pernos de anclaje), la regla *SRSS* asume completa correlación cruzada entre ellos. Por su parte, las demás reglas, excepto la del

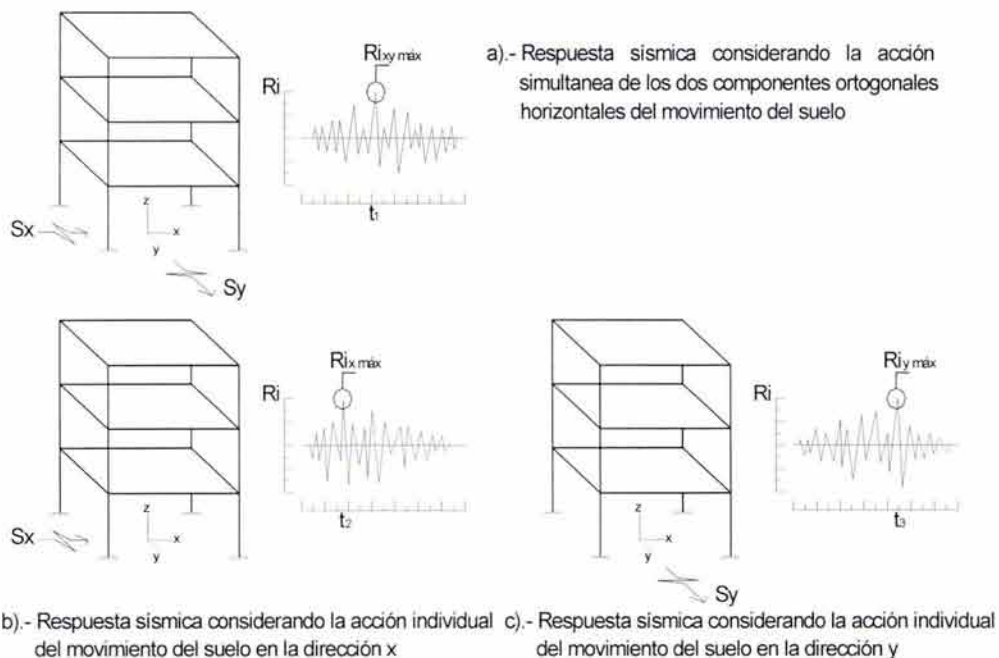
código chileno, consideran nula correlación en caso de que los componentes de la respuesta sean colineales (por ejemplo, momento de flexión alrededor de un mismo eje en traveses y columnas).

En el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) se utiliza una regla que combina el 100% de la respuesta máxima en una dirección con el 30% de la máxima respuesta en la dirección ortogonal; sin embargo, la simple observación de algunos registros obtenidos en la ciudad de México sugiere que la hipótesis de independencia entre ambos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno puede no ser realista, por lo que para ciertas estructuras con características dinámicas particulares esta regla subestimaría la máxima respuesta.

El problema que se presenta al utilizar los métodos de análisis con técnicas de espectro de respuesta, y el cual se estudia en este trabajo, es que éstos proporcionan la máxima respuesta considerando que la estructura vibra en una sola dirección. Sin embargo, al presentarse una vibración de tipo espacial y descomponerse en dos vibraciones ortogonales, la máxima respuesta de la estructura se debe a una combinación de ambos efectos actuando de manera simultánea, los cuales no necesariamente corresponden al que se obtiene del espectro de respuesta para cada dirección ortogonal.

De esta forma, considerar para fines de diseño la máxima respuesta en una dirección y un cierto porcentaje de la máxima respuesta en la dirección ortogonal no es un proceso riguroso del fenómeno que se presenta, pero sí resulta práctico (López, Chopra y Hernández, 2001) y (Heredia y Machicao, 2004).

En la figura 1.1 se muestra en forma de esquema el problema que se comenta.

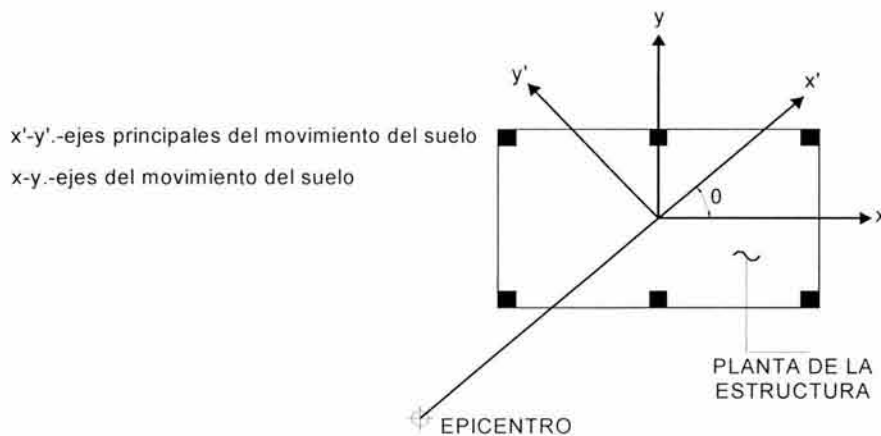


**Figura 1.1** Problema que representa la obtención de la respuesta sísmica considerando la acción simultánea de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo a partir de la acción individual de dichos componentes.

De acuerdo con la figura 1.1, el problema que se estudia consiste en determinar la manera en que deben combinarse las respuestas individuales  $R_{ixm\acute{a}x}$  y  $R_{iy m\acute{a}x}$  para obtener la respuesta total  $R_{ixym\acute{a}x}$ . Se trata de establecer una relación del siguiente tipo  $R_{ixym\acute{a}x} = f(R_{ixm\acute{a}x}, R_{iy m\acute{a}x})$ .

El otro problema que se estudia en esta tesis se refiere a la forma en que se modifica la respuesta de la estructura debido a la orientación que en particular se le asigne a los ejes del movimiento del suelo, la cual puede ser distinta de la que corresponde a los ejes principales (figura 1.2). Las direcciones principales de los ejes (mayor y menor) son aquellas para las cuales se presentan la máxima y la mínima correlación cruzada entre ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo (Clough y Penzien, 1993).

De esta forma, se pretende conocer la manera en que deben combinarse los efectos sísmicos ortogonales horizontales del movimiento del suelo tomando en cuenta una orientación crítica de los ejes del movimiento del suelo.



**Figura 1.2** Problema que representa la selección de una orientación en particular de los ejes del movimiento del suelo

Después de analizar algunas fallas que ocurrieron en edificios de la ciudad de México durante el temblor de 1985, se identificó un tipo de falla que puede tener relación directa con la acción simultánea de los componentes ortogonales de traslación del movimiento del suelo. Se trata de la falla por compresión en algunas columnas que se encontraban en la esquina de la planta de algunos edificios, o muy cercanas a ella, las cuales además formaban parte de marcos especialmente rígidos (marcos arriostrados, muros estructurales, etc.). El caso crítico se presentó cuando alguna columna formaba parte de este tipo de marcos en las dos direcciones ortogonales.

La falla se explica debido a que la columna está en la esquina de la planta o cerca de ella, por lo que el efecto de compresión debido al volteo del edificio resulta importante para las dos direcciones ortogonales, lo cual se combina con solicitaciones a flexión, cuyas magnitudes son también importantes en ambas direcciones ya que la columna forma parte de marcos estructurales que toman gran parte de la carga lateral inducida en cada dirección. De esta forma, se generan solicitaciones a flexión y compresión debidas a los

efectos sísmicos ortogonales horizontales que pudiesen no haber estado previstas en las especificaciones de diseño, las cuales no pudieron ser absorbidas por la sobrerresistencia propia de la columna sin que antes se produjera su falla por compresión.

Este razonamiento parece estar de acuerdo con algunos estudios de laboratorio en los cuales se han probado columnas de concreto reforzado (Li, Otani y Aoyama, 1987). En estos estudios se analizaron las condiciones de carga lateral axial y biaxial, observándose una mayor degradación de rigidez y resistencia en las columnas sometidas a carga lateral biaxial, que en aquellas sometidas a carga uniaxial. De igual forma se identificó que las columnas de esquina son las que presentan mayor daño ante deformaciones pequeñas en comparación a las demás columnas. Esto se debe al efecto biaxial de volteo de la estructura, el cual representa mayores sollicitaciones para las columnas ubicadas en las esquinas de la planta del edificio o cercanas a ellas.

Al igual que estas fallas, existen otras que pudiesen tener relación directa con la acción de los componentes ortogonales horizontales de traslación del movimiento del suelo, por ello, resulta importante cuantificar dichos efectos en forma más precisa y rigurosa. En la figura 1.3 se ilustra la falla en las columnas de esquina de un edificio durante el sismo de Imperial Valley en 1979 (Bertero, 1999).

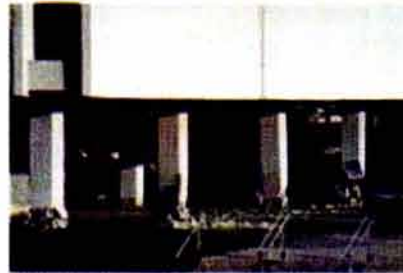
Recientemente se ha estudiado el efecto que tiene la pérdida de coherencia y el paso de las ondas sísmicas en la respuesta elástica a torsión de modelos elásticos de edificios con distintas relaciones de aspecto en planta (Heredia y Leyva, 2003), encontrándose que los elementos estructurales que resienten en mayor medida dicho efecto, son las columnas de esquina del primer nivel, en particular, de aquellos modelos con geometría en planta alargada y desplantados en terreno blando. Este efecto, en conjunto con algunos otros hasta ahora no identificados, además del correspondiente a la acción de los componentes ortogonales horizontales de traslación del movimiento del suelo, son los que probablemente originaron el tipo de fallas descritas en párrafos anteriores, en especial las del temblor de 1985 en la ciudad de México.

Bajo estas condiciones, se observa lo complejo que resulta entender en plenitud el comportamiento sísmico de una estructura, en particular, de aquellas ubicadas en terreno blando de la ciudad de México.



a) Edificio de Servicios del Condado de Imperial.

Durante el temblor de 1979 en Imperial Valley se desarrollaron simultáneamente fuerzas de inercia importantes en las dos direcciones principales (ilustradas en rojo). Como resultado, las columnas de esquina del edificio se sometieron a fuerzas axiales y cortantes de magnitud considerable, así como a momentos de flexión que provocaron su falla.



b) Vista de las columnas del primer nivel localizadas en la esquina este del edificio. Se observa un tipo de falla explosiva en el extremo inferior de las columnas.



c) Acercamiento de la falla en el extremo inferior de la columna localizada en la esquina sureste del edificio. La falla ocurrió en la zona de la columna donde no había un adecuado confinamiento del concreto, ni acero de refuerzo por cortante.

**Figura 1.3** Falla en las columnas de esquina de un edificio durante el sismo de Imperial Valley en 1979 producida por la acción simultánea de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo



## 1.4 Objetivos y alcances

Este trabajo se realizó con el objetivo de analizar mediante un procedimiento teórico y de simulación analítica, los efectos que se producen en las estructuras de la ciudad de México debidos a la combinación de los dos componentes ortogonales horizontales de traslación del movimiento del terreno. En particular, se analizan estructuras que se encuentran en terreno blando.

El análisis se hace con base en la determinación de un coeficiente denominado  $\gamma$ , el cual representa al cociente de la máxima respuesta considerando los efectos ortogonales horizontales actuando en forma simultánea, entre la máxima respuesta que se presente en alguna de las dos direcciones ortogonales calculada en forma individual.

Se tratan de cuantificar las implicaciones de considerar como independientes los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, hipótesis que se ha utilizado con el objetivo de simplificar el problema. Ello ha llevado a soluciones teóricas que para el caso de la ciudad de México no han sido comprobadas experimentalmente a partir de los datos sísmicos registrados en ese sitio.

El objetivo se centra en caracterizar el comportamiento de  $\gamma$  mediante un modelo matemático, el cual sea función de los parámetros propios de la estructura que se analiza, y que además considere las características particulares del movimiento del suelo blando de la ciudad de México.

Con base en la teoría de vibraciones aleatorias se ha podido obtener una solución analítica que corresponde a un modelo elástico de múltiples grados de libertad. Adicionalmente, se realizaron algunos análisis de tipo inelástico con el propósito de comparar los resultados y establecer un intervalo de aplicación para la solución elástica que se obtuvo. Las estructuras que se analizaron corresponden a estructuras de concreto reforzado representativas de edificios de oficinas de la ciudad de México. En estos análisis no se toma en cuenta el efecto de interacción con la cimentación.

De igual forma, es importante tener en cuenta que la parte analítica del estudio se realizó con registros sísmicos obtenidos en estaciones de la ciudad de México. Por lo que dadas las peculiaridades que presenta el movimiento del terreno en el Valle de México, en especial en terreno blando, es poco adecuado extrapolar los resultados obtenidos a otro tipo de terreno

## 1.5 Organización del trabajo

El trabajo está dividido en seis capítulos. En el capítulo 1 se presenta una introducción al problema que se analiza, para ello se definen sus principales características y se muestra la manera en que ha sido tratado el tema con el objeto de dar recomendaciones prácticas de diseño. Así mismo, se presentan los alcances y limitaciones del estudio que se realiza, además de definir los objetivos del trabajo y mostrar la manera en que está organizado.

En el capítulo 2 se presenta una revisión bibliográfica de distintos trabajos relacionados con los temas que se tratan en esta tesis.

En el capítulo 3 se presenta la solución analítica general de un modelo elástico de múltiples grados de libertad sometido a la acción simultánea de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo. Con base en técnicas espectrales y de vibraciones aleatorias se obtiene una expresión analítica a partir de la cual es posible establecer la forma en que deben combinarse los componentes horizontales del movimiento del terreno en los procedimientos de diseño basados en espectros de respuesta. Ello para los dos tipos de respuesta que se pueden presentar en una estructura (componentes colineales y ortogonales).

La solución analítica que se obtiene se refiere a las características de terreno blando de la ciudad de México, cuyo espectro de amplitudes de Fourier se idealiza en base a una delta de Dirac que se concentra en la frecuencia asociada al periodo del sitio que se analiza.

En el capítulo 4 se presentan algunos ejemplos de aplicación cuyos principales objetivos son: a) comparar los resultados de un análisis elástico bidireccional paso a paso respecto a los resultados que se obtienen al aplicar el procedimiento teórico desarrollado en el capítulo anterior, y b) mostrar en detalle la manera en que deben utilizarse las expresiones analíticas presentadas a lo largo de este trabajo al momento de analizar en forma práctica cualquier estructura convencional.

Se analiza tanto un modelo de tres grados de libertad (dos desplazamientos y un giro), así como una estructura de concreto reforzado de cuatro niveles. Los registros sísmicos que se estudian corresponden a distintos registros obtenidos en terreno blando de la ciudad de México.

En el capítulo 5 se estudia el comportamiento inelástico de dos modelos estructurales correspondientes a edificios típicos de concreto reforzado cuyas características dinámicas resultan críticas al tomar en cuenta la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento sísmico del terreno. Se considera que las dos estructuras se encuentran en la zona de terreno blando de la ciudad de México y se toma como respuesta bidireccional crítica y/o de interés la fuerza cortante basal.

El objetivo de estos análisis se centra en identificar las principales características del comportamiento inelástico de cada estructura asociadas a la forma en que se combinan los efectos sísmicos ortogonales horizontales en su diseño. Se utilizan tanto los criterios de combinación de efectos sísmicos ortogonales expuestos en los distintos reglamentos de diseño, como el procedimiento desarrollado y propuesto en esta tesis.

Por último, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones.

## Capítulo 2

---

# Revisión Bibliográfica

En este capítulo se presenta un breve resumen de los trabajos que se consultaron para conocer la manera en que se ha tratado el tema que se estudia en esta tesis. Se revisa la bibliografía clásica dentro de la ingeniería sísmica y estructural, además de algunos artículos.

El objetivo de este capítulo es conocer las principales hipótesis y suposiciones implícitas en las distintas soluciones que respecto a este problema se han planteado, las cuales rigen los criterios actuales de diseño estructural.

### 2.1 Ejes Principales del Movimiento (Clough y Penzien, 1993)

Si se consideran tres componentes ortogonales de la aceleración del terreno en un punto cualquiera,  $a_x(t)$ ,  $a_y(t)$  y  $a_z(t)$ , se puede generar una matriz  $\mu$  de covarianza de tamaño 3 x 3 en base a la siguiente relación.

$$\mu_{ij} = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} a_i(t) a_j(t) dt \quad i, j = x, y, z \quad (2.1)$$

donde  $t_d$  es la duración del movimiento. Los términos que aparecen en la diagonal de esta matriz representan la media cuadrática de la intensidad del movimiento en esa dirección, mientras que los elementos que están fuera de ella representan la correlación cruzada entre los distintos componentes.

Los componentes  $a_x(t)$ ,  $a_y(t)$  y  $a_z(t)$  se pueden transformar a un nuevo sistema de ejes ortogonales  $x'$ ,  $y'$  y  $z'$  obteniéndose los componentes del movimiento  $a_{x'}(t)$ ,  $a_{y'}(t)$  y  $a_{z'}(t)$ , para los cuales se puede generar de igual forma, una matriz de correlación  $\mu'$ . Esta matriz se relaciona con la matriz  $\mu$  en base a la transformación ortogonal dada por la siguiente expresión.

$$\mu' = A^T \mu A \quad (2.2)$$

donde  $A$  es la matriz de transformación ortogonal. Esta transformación resulta análoga a la matriz de transformación tridimensional de esfuerzos, de los ejes  $x, y, z$  a los ejes  $x', y', z'$ ; de ahí que también para la matriz de covarianza se pueda encontrar un sistema de ejes principales para los cuales dicha matriz sea diagonal, o al menos tienda a serlo. El procedimiento para encontrar la dirección de los ejes principales del movimiento, al igual que la de los ejes principales de esfuerzo, requiere la solución del mismo problema de eigenvalores.

Frecuentemente, la dirección del eje principal mayor del movimiento se orienta hacia el epicentro del temblor, con pequeñas variaciones, mientras que el eje menor se localiza a  $90^\circ$  del eje mayor. Como resultado, se obtiene para esta orientación en particular una correlación cruzada mínima entre ambos componentes del movimiento del terreno.

También se observa que la orientación de los ejes principales cambia durante el lapso de tiempo que dure el temblor, aunque, para la mayoría de los casos este cambio es pequeño.

Si se generan dos componentes ortogonales sintéticos del movimiento del terreno mediante el empleo de números aleatorios independientes, se estarán reproduciendo los componentes asociados a la dirección del epicentro y a la ortogonal a ésta, para las cuales la correlación cruzada es mínima. Si se transforman estos componentes a otro sistema de ejes ortogonales, entonces sí se presentará cierta correlación cruzada entre ambos, teniéndose la máxima en un sistema rotado  $45^\circ$  respecto a las direcciones principales. De cualquier forma, el valor numérico de la correlación cruzada resulta en la mayoría de los casos pequeño, comparado con las intensidades medias cuadráticas de los componentes del movimiento sin importar la orientación del sistema de ejes que se analice; ello, debido a que las intensidades medias cuadráticas de los componentes horizontales del movimiento no difieren mucho una de otra.

De acuerdo con lo anterior es poco realista utilizar componentes fuertemente correlacionados para representar el movimiento del terreno en un punto cualquiera.

En relación a este resumen, se ha podido observar con base en el análisis de algunos registros obtenidos en los distintos tipos de terreno de la ciudad de México, que la dirección del eje principal del movimiento del terreno puede diferir en forma importante de la dirección que apunta hacia el epicentro del temblor.

De esta forma, resulta que para fines de diseño de una estructura cualquiera es extremadamente difícil y complejo conocer con exactitud la orientación que tendrá el eje principal del movimiento del suelo ante la acción del sismo de diseño, más aún si se desconoce la orientación que tendrá la propia estructura.

## **2.2 Respuesta a la acción simultánea de varios componentes del movimiento del terreno ( Newmark y Rosenblueth, 1976)**

En una estructura con comportamiento elástico, cualquier respuesta que se quiera considerar es una función lineal (i.e., una superposición) de las respuestas a las distintas excitaciones que actúan en los grados de libertad de la base. Si se considera que las excitaciones se comportan como un proceso estacionario de tipo Gaussiano, entonces la respuesta total también será de ese tipo (en el caso de sistemas con comportamiento inelástico la respuesta no es gaussiana). Sin embargo, esto no es suficiente para calcular el valor esperado de la máxima respuesta, o algún otro parámetro de interés. Se requiere además, establecer la correlación entre los distintos componentes del movimiento del terreno.

Si se supone que la correlación tiende a cero, entonces el valor esperado de la máxima respuesta es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las máximas respuestas de cada componente. En casos donde exista considerable correlación entre los tres componentes de traslación, y entre estos, y los tres componentes de rotación del movimiento del suelo, sus efectos combinados se pueden tratar de modo tal que se consideren como no correlacionados. Ello sucede toda vez que exista una función de transferencia (respuesta a impulsos unitarios)  $\psi$  distinta para cada componente, la cual los afecte de modo tal que se evite toda posible correlación entre las distintas respuestas o efectos de cada uno de estos componentes del movimiento del suelo.

Bajo estas condiciones, consideremos que la respuesta total de la estructura  $q(t)$  se calcula con base en la siguiente expresión:

$$q(t) = \sum_k q_k(t) \quad (2.3)$$

donde  $q_k$  es la respuesta debida al  $k$  éximo grado de libertad de la base, tal que

$$q_k(t) = \int_0^t \ddot{x}_k(\tau) \psi_k(t-\tau) d\tau \quad (2.4)$$

donde  $x_k$  denota el movimiento del terreno para esa componente, y  $\psi_k$  es la correspondiente función de transferencia (función de respuesta a impulsos unitarios). Entonces, el valor esperado de la máxima respuesta total se calcula de la siguiente forma

$$Q^2 = \sum_k Q_k^2 \quad (2.5)$$

$$E(Q) = \sqrt{\sum_k [E(Q_k)]^2} \quad (2.6)$$

donde  $Q_k = \max_t |q_k(t)|$ , además de que  $Q$  y  $Q_k$  se asocian a la misma probabilidad de excedencia.

Sin embargo, si las funciones  $\psi_k$  son tales que existe una considerable correlación entre las cantidades  $x_k(\tau) \psi_k(t-\tau)$ , dicho cálculo del valor esperado de la máxima respuesta total no es válido. Esta característica se aprecia particularmente cuando las funciones  $\psi_k$  son similares entre sí en dos direcciones ortogonales, ya que en estos casos se puede presentar un acoplamiento entre los correspondientes "modos" naturales de vibrar. Esto hace que la máxima respuesta total que se presente sea mucho mayor a la calculada despreciando esa correlación.

Un caso particular de este tipo de acoplamiento ocurre en aquellas estructuras cuyas características mecánicas y geométricas impiden establecer funciones  $\psi_k$  distintas entre sí, las cuales sean capaces de poner

fuera de fase a las respuestas de cada uno de los grados de libertad. Tal es el caso de estructuras con simetría radial como algunas torres o chimeneas.

En muchos problemas prácticos se presenta una fuerte correlación entre los distintos componentes del movimiento del terreno, especialmente cuando las componentes corresponden a desplazamientos paralelos de varios puntos de soporte, o rotación y traslación de bases largas (puentes y líneas de conducción). Partiendo de registros observados en este tipo de estructuras, se ha determinado que los componentes paralelos del movimiento en dos puntos distintos se pueden idealizar como uno mismo, excepto por un determinado tiempo de desfaseamiento entre ambos.

Cuando se sigue este procedimiento se puede utilizar una sola función de transferencia para ambas excitaciones, como si se tuviese una estructura con un solo grado de libertad en su base. De esta forma, la expresión

$$q(t) = \int_0^t [\ddot{x}_1(\tau)\psi_1(t-\tau) + \ddot{x}_1(\tau-t_{12})\psi_2(t-\tau)]d\tau \quad (2.7)$$

donde  $t_{12}$  es el tiempo de desfaseamiento, resulta equivalente a la expresión

$$q(t) = \int_{-t_{12}}^t \ddot{x}_1(\tau)\psi_{12}(t-\tau)d\tau \quad (2.8)$$

en la cual:

$$\psi_{12}(t) = \begin{cases} \psi_1(t) & \text{cuando } t < t_{12} \\ \psi_1(t) + \psi_2(t-t_{12}) & \text{cuando } t \geq t_{12} \end{cases}$$

Cualquier otro tipo de correlación entre varios componentes del movimiento del terreno debe ser tratado de manera similar. La principal dificultad radica en la escasa información que se tiene respecto a la correlación existente entre los componentes del movimiento del suelo. El diseño de estructuras importantes justifica la realización de distintos análisis asociados cada uno a determinados valores de correlación y probabilidad de ocurrencia entre los distintos componentes. De esta forma, con base en el conjunto de datos generados se pueden calcular funciones de probabilidad para las máximas respuestas totales, con lo cual se tendría mayor información que permita tomar una decisión respecto a la respuesta máxima que deba resistir la estructura que se diseña.

### 2.3 Diseño aproximado para la acción simultánea de los distintos componentes del movimiento del terreno (Rosenblueth y Contreras, 1977)

En el diseño estructural es importante tomar en cuenta la acción simultánea de los distintos componentes del movimiento del terreno, y no diseñar únicamente para que las estructuras resistan la envolvente de las acciones impuestas por estos componentes actuando individualmente. En el caso más simple se considera la acción de dos componentes horizontales de traslación del movimiento del terreno. Sin embargo, en estructuras cimentadas sobre terreno firme y ubicadas en zonas con altas intensidades sísmicas, el número de componentes significativos puede ser hasta de seis ( tres de traslación y tres de rotación). En estructuras con múltiples apoyos como los puentes y las líneas de conducción, este número resulta mucho mayor, debido a que las características del movimiento del terreno pueden variar en forma importante de un apoyo a otro de la estructura.

Primero se analiza la acción de dos componentes del movimiento del terreno a lo largo de los ejes  $X$  y  $Y$ , denotando a sus respectivas intensidades definidas de acuerdo al criterio expuesto por Housner, como  $S_x$  y  $S_y$ , tal que  $S_y \geq S_x$ .

Dicho criterio (Housner) define la intensidad del movimiento del terreno como el área bajo el espectro de pseudovelocidades en pies/seg. para periodos comprendidos entre 0.1 y 2.5 seg. considerando una relación de amortiguamiento de 0.2 (Rosenblueth, 1980).

Por otra parte, se sabe que  $E(S_x/S_y)$  es una función creciente de  $(S_x^2 + S_y^2)^{1/2}$ , donde  $E(.)$  denota valor esperado; y que además, para valores de  $(S_x^2 + S_y^2)^{1/2} > 4.5$  pies,  $E(S_x/S_y) > 0.9$ .

Si se toma en cuenta que de acuerdo a las intensidades registradas el valor de  $(S_x^2 + S_y^2)^{1/2} = 4.5$  pies, corresponde a una intensidad de 5 en la escala de Mercalli, entonces para la mayoría de los casos de interés  $E(S_x/S_y)$  será mayor a 0.9. Adicionalmente, se supone que la intensidad del movimiento horizontal del terreno es independiente de la dirección seleccionada para orientar los ejes ortogonales horizontales a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del suelo ( ejes  $X$  y  $Y$ ).

No obstante que la correlación existente entre los tres componentes de traslación del movimiento del suelo resulte pequeña para la mayoría de los casos, se pueden encontrar, para un tiempo de duración del temblor, tres direcciones ortogonales denominadas *direcciones principales* (Clough y Penzien, 1993), para las cuales la correlación entre sus componentes tiende a cero.

Debido a la consideración de que  $S_x \approx S_y$ , resulta que la varianza del componente de la aceleración en la dirección  $x$ , es similar a la varianza del componente en la dirección  $y$ . El asumir que el movimiento de traslación del terreno es el resultado de la superposición de tres movimientos ortogonales estadísticamente independientes, dos de los cuales son horizontales y tienen la misma varianza, es decir igual intensidad de Arias, implica que no existe correlación entre los componentes horizontales que se presenten a lo largo de cualquier par de direcciones ortogonales.

Bajo estas consideraciones, además de tener en cuenta que la aceleración del terreno es un proceso con media cero cuyas densidades de probabilidad se representan mediante funciones uniformes, se deduce que para tres instantes de tiempo  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$ , las componentes de la aceleración del terreno  $\ddot{x}(t_1)$ ,  $\ddot{y}(t_2)$ , y  $\ddot{z}(t_3)$  no están correlacionadas, con lo cual las componentes de la respuesta de un sistema estructural lineal ante estas excitaciones tampoco estarán correlacionadas.

Esta afirmación se formula a partir del análisis de la siguiente expresión

$$r_{xi}(t) = \int_0^t \ddot{x}(\tau) \psi_{xi}(t-\tau) d\tau \quad (2.9)$$

en la cual  $r_{xi}(t)$  =  $i$ -ésima respuesta estructural de interés ( fuerza en la sección de algún miembro, deflexión en determinado punto de la estructura, etc.) en el tiempo  $t$ , debido a la excitación  $\ddot{x}$ , y con una función de transferencia de la respuesta (función de respuesta a impulsos unitarios)  $\psi_{xi}$ .

El estado del sistema estructural en cualquier instante  $t$ , se define mediante una serie de respuestas  $r_i(t)$ ,  $i=1,2,\dots,n$  donde

$$r_i(t) = r_{oi} + r_{xi}(t) + r_{yi}(t) + r_{zi}(t) \quad (2.10)$$

siendo  $r_{oi}$  el valor de  $r_i$  debido a las cargas gravitacionales.

Si  $r_{xi}$ ,  $r_{yi}$  y  $r_{zi}$  no están correlacionadas, entonces la varianza de  $r_i(t)$  es igual a la suma de las correspondientes varianzas.

El estado del sistema se puede representar por medio del vector  $r(t) = \{r_i(t)\}$  en un espacio  $n$ -dimensional, en el cual cada coordenada cartesiana corresponde a uno de los valores de  $r_i$ , de modo que el punto que representa a  $E(r)$  se encuentra en  $r_o = \{r_{oi}\}$ , ello toda vez que  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ , y  $\ddot{z}$  son procesos con media cero. La raíz cuadrada de las covarianzas del vector  $r(t)$  define un elipsoide en ese espacio, con centro en  $r_o$ .

Si los acelerogramas del terreno son procesos Gaussianos, entonces las respuestas asociadas a cualquier probabilidad de excedencia son proporcionales a las correspondientes desviaciones estándar. Teniendo que las superficies que se forman al unir puntos de igual probabilidad de excedencia definen elipsoides concéntricos geoméricamente similares, cuyos ejes son iguales a la raíz de la suma de los cuadrados de las respuestas a cada uno de los componentes individuales.

Esta conclusión puede ser usada para resolver el problema planteado, ya que si el problema es de diseño, la solución demanda encontrar cierta superficie de falla (o estado de servicio) que quede por fuera, o a lo más tangente al elipsoide de respuesta asociado a la probabilidad de excedencia deseada. Mientras que si el problema es de análisis, se tendrá que encontrar el elipsoide de respuesta que en todo caso quede por dentro de la superficie de falla (o estado de servicio). De esta forma la probabilidad de excedencia se convierte en el parámetro a encontrar.



Llevar a cabo de manera rigurosa cualquiera de las dos opciones resulta excesivamente complicado. El procedimiento que se presenta es más simple y está basado en tales consideraciones.

A pesar de los razonamientos hechos, se sabe que existe cierto grado de correlación entre los componentes horizontales del movimiento respecto al vertical. Si ambas componentes excitan distintos modos naturales de vibración, cuyas frecuencias se encuentran lo suficientemente separadas, los cuadrados de las respuestas modales son aditivos, como ocurre en el caso de una sola componente bajo las mismas condiciones. En este caso las respuestas a los distintos componentes prácticamente no tienen correlación, sin importar la que pudiese existir entre los componentes del movimiento del suelo.

Si dos o tres componentes correlacionados excitan el mismo modo natural de vibración, se pueden calcular las respuestas modales combinando los efectos de estas componentes y tomando en consideración las correlaciones existentes. Un caso más complicado es cuando se excitan diferentes modos con frecuencias bastante cercanas entre sí; dicho caso no se considera en el procedimiento que se presenta.

En la mayoría de los casos de interés práctico donde se presente un importante grado de correlación entre las respuestas correspondientes a los distintos componentes de la excitación, dichas correlaciones se pueden incorporar en el análisis. De esta forma se tendrá un sistema estructural (subsistema o sección crítica) cuya respuesta a cargas gravitacionales y movimiento sísmico para una determinada probabilidad de excedencia queda definida en el espacio por un vector  $\mathbf{R}$ , el cual corresponde a un elipsoide con centro en  $\mathbf{R}_0$  y radio paralelo a las coordenadas, las cuales se definen como  $R_i = (\sum_{j=1}^m R_{ij}^2)^{1/2}$ , donde el subíndice  $i$  se refiere a cada una de las coordenadas del espacio de estado, y el subíndice  $j$  a cada uno de los  $m$  componentes del movimiento del suelo.

En síntesis, el procedimiento de diseño que se analiza consiste en remplazar el elipsoide de estado mediante un conjunto de  $2^n n!$  puntos calculados en base a la siguiente expresión.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{R}_i \quad (2.11)$$

En la cual los valores de  $\alpha$  son coeficientes,  $\mathbf{R}_i$  es la respuesta a la  $i$ -ésima componente del movimiento, y  $n$  el número de componentes del movimiento del suelo. Por simplicidad se supone que los valores de  $\alpha$  no dependen, ni de la estructura, ni de la excitación, si no que se calculan en base a la maximización de la utilidad. De esta forma dichos valores deberán calcularse en términos del error que se considere aceptable, el cual se define como el cociente de la magnitud del vector  $\mathbf{R}$  calculado en base a la expresión 2.11, entre la magnitud del vector "exacto". Además se supone que las superficies de falla son en todos los casos convexas.

Si la estructura responde a un solo componente del movimiento del terreno, entonces solo interesa el valor de  $\alpha_1$ , el cual si se toma como  $1$  representa un error de  $\theta$ .

Para el caso en que  $n=2$ , ambos valores son de interés. El máximo error del lado de la seguridad para una superficie de falla circular se obtiene cuando  $R_0=0$ ,  $\|R_1\|=\|R_2\|$ , y además  $R_1$  es perpendicular a  $R_2$ . Por lo que para  $\alpha_1=1$ ,  $\|R\|=\|R_1\|$ , mientras que en base a la ecs. 2.11,  $\|R\|=(R+\alpha_2^2)^{1/2}\|R_1\|$ .

A su vez, el máximo error del lado de la inseguridad para la misma superficie de falla se obtiene bajo las mismas condiciones anteriores, sólo que considerando colineales ambos vectores de respuesta. En cuyo caso, para  $\alpha_1=1$ ,  $\|R\|=\|R_1\|\sqrt{2}$ , y a su vez de acuerdo a la ecs. 2.11  $\|R\|=(1+\alpha_2)\|R_1\|$ . El valor de  $\alpha_2$  que satisface el criterio adoptado se encuentra igualando los errores máximos, tanto del lado de la seguridad como de la inseguridad. De esta forma se obtiene  $\alpha_2=0.336$  con un error máximo de 5.5%. En caso de que no se consideren iguales todos los valores de  $R_i$ , los errores que se obtienen asumiendo este valor de  $\alpha_2$  son todavía menores. Después de ensayar el mismo procedimiento para valores de  $n \geq 3$ , se observa que resulta adecuado utilizar en forma simplificada valores de  $\alpha_i=0.3$ , para  $i \geq 2$  en todo tipo de estructuras, excepto para torres y chimeneas, en cuyo caso se recomienda que  $\alpha_i=0.5$ .

El procedimiento que se ha descrito encuentra aplicación práctica de la siguiente forma:

1. Se calculan las respuestas de la estructura, tanto a cargas gravitacionales como para los  $n$  componentes del movimiento del terreno que se consideren significantes, para posteriormente arreglarlos en los vectores  $R = R_0$  y  $R_i$  respectivamente.
2. Se obtienen los vectores  $R = R_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i R_i$ , colocándoles signo positivo y negativo a los términos  $\alpha_i R_i$ , además de ordenar los valores de  $R_i$  en todas las posibles permutaciones y asignarle los valores señalados a los términos  $\alpha_i$ .

De esta forma se estaría obteniendo el elipsoide de estado o respuesta de manera simplificada, y dependiendo si el problema es de análisis o de diseño, se podría definir una superficie de estado segura o de falla.

El procedimiento que se ha presentado para combinar los efectos de varios componentes del movimiento del terreno, supone que sus efectos son procesos Gaussianos no correlacionados, o que en su caso dicha correlación se toma en cuenta al calcular las respuestas modales. Un procedimiento similar fue propuesto en 1975 por A.S.Velestos ( $\alpha_i=1/3$ , para  $i \geq 2$ ), y anteriormente N. M. Newmark propuso  $\alpha_i=0.4$  para  $i \geq 2$ . Todo ello ha servido de fundamento para distintos reglamentos, tanto en Estados Unidos como el del Distrito Federal en México.

## 2.4 Técnicas de espectro de respuesta para el diseño sísmico de tres componentes (Anagnostopoulos , 1981)

En este trabajo se revisaron ocho reglas de combinación modal espacial incluyendo las reglas de combinación de porcentajes que combinan el 100% de los componentes de la respuesta en una dirección, ya sea con el 30% o con el 40% del componente de la respuesta en la dirección ortogonal, así como la denominada *regla de Rosenblueth* (SRSS).

La revisión consistió en comparar los resultados que se obtuvieron para los análisis paso a paso de tres estructuras diferentes bajo un catálogo de 30 registros sísmicos reales de tres componentes cada uno, respecto a los obtenidos a partir de la aplicación de las reglas de combinación modal espacial antes comentadas. Las estructuras analizadas correspondieron a plataformas petroleras que pueden catalogarse como marcos espaciales arriostrados. Dos de ellas son típicas de las costas de California y la tercera del Golfo de México.

Los registros sísmicos utilizados fueron obtenidos en los estados de California, Washington y Montana en Estados Unidos, aunque también se analizaron un registro de Nicaragua y uno de la India. Dichos sitios de registro tienen condiciones de suelo que varían desde depósitos aluviales blandos hasta roca dura.

La comparación se realizó en términos estadísticos del error de la estimación (promedio, desviación estándar e histogramas de frecuencias).

Para cada tipo de respuesta analizado se calculó un error relativo:

$$e = \frac{Q_a - Q_{ex}}{Q_{ex}} \quad (2.12)$$

donde  $Q_a$  y  $Q_{ex}$  son los valores aproximados y exactos, respectivamente, de cualquier tipo de respuesta  $Q$ .  $Q_a$  se determina de acuerdo a la regla de combinación respectiva, y  $Q_{ex}$  de acuerdo al análisis elástico paso a paso correspondiente.

Algunos resultados de este trabajo se muestran en la tabla 2.1. En la parte superior de esta tabla se presentan los errores relativos promedio de 12 columnas de esquina, las cuales pertenecen a las tres estructuras analizadas bajo el catálogo de 30 acelerogramas sísmicos reales de tres componentes cada uno. Cada acelerograma se aplica dos veces por estructura, en la primera de ellas se hacen coincidir los ejes principales de la estructura con los componentes del registro sísmico, y en la segunda, se rotan horizontalmente dichos componentes del registro 90°. Los ejes principales de la estructura se eligen arbitrariamente. De esta forma, los resultados estadísticos comentados corresponden a una muestra de tamaño  $n=720$  valores.

La parte inferior de la tabla muestra los resultados (errores relativos medios) correspondientes a la columna de esquina más solicitada en cada estructura. En este caso el tamaño de la muestra es de  $n = 3 \times 60 = 180$ .

Las desviaciones estándar de los errores relativos calculados varían entre 0.20 a 0.27 para los resultados de la parte superior de la tabla, y entre 0.1 a 0.13 para los resultados de la parte inferior.

En general, se observa que al analizar los 12 miembros de las tres estructuras que se estudian (parte superior de la tabla), tanto la regla SRSS como la del 30% proporcionan errores relativos promedio muy bajos en lo que respecta al análisis de la carga axial y el momento flexionante por separado. Mientras que en caso de considerar el esfuerzo combinado de ambas solicitaciones, dichas reglas sobreestiman la respuesta en un 21% y 24% respectivamente.

A su vez, si se considera la columna de esquina más solicitada en la estructura (parte inferior de la tabla), se observa que ambas reglas proporcionan una respuesta inferior en 21% y 24% respectivamente, respecto a la calculada de acuerdo a los análisis paso a paso realizados. Sin embargo, en caso de considerar el esfuerzo combinado, ambas reglas sobreestiman la respuesta en 5% y 8.1%, respectivamente.

**Tabla 2.1** Error estadístico (%) para columnas de esquina

12 columnas de esquina (tres estructuras)

Regla de Combinación	Fuerza Axial	Momento Flexionante	Esfuerzo combinado
SRSS	-1.5	1.6	21.2
Regla del 30%	1.6	3.6	24.0
Regla del 40%	9.0	8.3	31.5

Columna de esquina más solicitada (tres estructuras)

Regla de Combinación	Fuerza Axial	Momento Flexionante	Esfuerzo combinado
SRSS	-21.1	-14.8	5
Regla del 30%	-18.6	-13.5	8.1
Regla del 40%	-12.7	-9.1	14.5

Los resultados de este estudio han encontrado aplicación en las recomendaciones que se hacen para el diseño de plataformas petroleras fuera de la costa (API-RP2A, 1993). Las cuales sugieren que el concepto de respuesta crítica de la estructura se puede obtener a partir de su análisis considerando únicamente dos posibles direcciones críticas de la excitación. Con lo cual se cubren prácticamente todas las columnas de esquina, generando dos posibles conjuntos de valores de diseño a partir de los cuales se puedan diseñar las mismas de acuerdo a los criterios de diseño por capacidad existentes.

Es importante tener en cuenta que una de las principales hipótesis hechas en el desarrollo de esta investigación (Anagnostopoulos, 1981), cuyo reporte se ha resumido, es la de un comportamiento elástico de las estructuras.

## 2.5 Efectos ortogonales en el análisis sísmico tridimensional (Wilson, Suharwardy y Habibullah, 1995)

Una estructura bien diseñada debe tener una capacidad independiente de la dirección del movimiento sísmico que se presente. En la actualidad existen ciertas reglas para combinar los efectos sísmicos ortogonales, por ejemplo, el UBC recomienda utilizar el 100 por ciento de la fuerza sísmica prescrita en una dirección y el 30 por ciento de la fuerza prescrita en la dirección perpendicular. Algunos otros códigos y organizaciones recomiendan utilizar el 40 por ciento.

Sin embargo, no se hace referencia alguna respecto a la dirección de los ejes principales sobre los cuales se apliquen dichas fuerzas cuando se analizan estructuras complejas ó irregulares.

Se puede considerar que el movimiento sísmico del terreno tiene una dirección principal, la cual no se conoce para la mayoría de las estructuras, ni tampoco se puede estimar para la mayoría de las regiones geográficas. Por lo cual, el criterio de diseño más razonable indica que las estructuras deben diseñarse para resistir un sismo de cierta magnitud en cualquier dirección posible. Además, existe la posibilidad de que ocurra un movimiento perpendicular a la dirección principal actuando de manera simultánea, el cual se puede considerar estadísticamente independiente respecto del principal.

Las estructuras deben resistir un movimiento sísmico mayor de magnitud  $S_1$  para todos los ángulos posibles  $\theta$ , y al mismo tiempo otro movimiento sísmico de magnitud  $S_2$  actuando a  $90^\circ$  de  $\theta$ . A continuación se demuestra que la resistencia de una estructura, que ha sido diseñada de acuerdo con alguna de las reglas de combinación de porcentajes, es función de la dirección de los ejes principales seleccionados, no ocurriendo lo mismo en caso de haber utilizado 100 por ciento en una dirección y 100 por ciento en la dirección perpendicular.

Considérese que debido a la aplicación de los espectros  $S_1$  y  $S_2$  actuando a un ángulo arbitrario  $\theta$  y  $\theta+90^\circ$  respectivamente, se produce una fuerza  $f$  (esfuerzo, deformación, etc.). Además de que:  $S_2 = aS_1$ , donde  $a$  es un número entre 0 y 1.

Sea  $f_0$  la fuerza debida a la aplicación de  $S_1$  a un ángulo de  $0^\circ$  y  $f_{90}$  la fuerza debida a la aplicación de  $S_2$  a un ángulo de  $90^\circ$ , de tal forma que la fuerza resultante  $f$  debida a la aplicación de  $S_1$  a un ángulo  $\theta$  resulta:

$$f_1 = [\pm f_0] \cos \theta + [\pm f_{90}] \sin \theta \quad (2.13)$$

A su vez, el espectro  $S_2 (=aS_1)$  aplicado a un ángulo  $\theta+90^\circ$  produce una fuerza adicional

$$f_2 = -a[\pm f_0] \sin \theta + a[\pm f_{90}] \cos \theta \quad (2.14)$$

Si se considera que  $f_1$  y  $f_2$  son estadísticamente independientes, entonces la fuerza resultante total es:

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \quad (2.15)$$

la cual en forma desarrollada se puede expresar de la siguiente forma

$$f^2 = f_0^2 \cos^2 \theta + f_{90}^2 \sin^2 \theta + [\pm f_0 f_{90}] \sin \theta \cos \theta + a^2 f_{90}^2 \cos^2 \theta + a^2 f_0^2 \sin^2 \theta - a^2 [\pm f_0 f_{90}] \sin \theta \cos \theta \quad (2.16)$$

Es importante notar que para valores de  $a=1$  (mismos espectros en ambas direcciones), el valor de  $f$  no es función de  $\theta$ , y la selección del sistema de ejes principales es arbitraria, resultando que

$$f = \sqrt{f_0^2 + f_{90}^2} \quad (2.17)$$

Esto demuestra que elegir una combinación de porcentajes de fuerzas sísmicas de 100% en una dirección y 100% en la otra, proporciona diseños con igual resistencia sin importar la orientación que se haya elegido para los ejes principales de la estructura. No ocurre lo mismo si  $a \neq 1$ , ya que para esas combinaciones, la fuerza  $f$  sí es función de  $\theta$ . En cuyo caso, tanto el valor máximo como mínimo de  $f$  se encuentran al evaluar la expresión

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \quad (2.18)$$

de donde el ángulo crítico resulta

$$\tan(2\theta_{cr}) = \frac{\pm 2f_0 f_{90}}{f_0^2 - f_{90}^2} \quad (2.19)$$

Se observa que el ángulo crítico no es función de  $a$ , si no que únicamente depende de las características de la estructura. Por otra parte, las fuerzas máximas y mínimas se pueden evaluar por medio de las expresiones 2.13 y 2.14 utilizando el ángulo crítico correspondiente. De esta forma, se observa que la fuerza máxima tampoco es función de  $a$ .

$$f_{MAX} = f_0 \cos \theta_{cr} + f_{90} \sin \theta_{cr} \quad (2.20)$$

El valor de la expresión (2.20) es el mismo que el de la (2.17), por lo cual no es necesario calcular el ángulo crítico para obtener la máxima fuerza de diseño. Si se considera adicionalmente el efecto de la componente vertical, el cual se supone estadísticamente independiente a las horizontales, el valor de la fuerza máxima de diseño se puede evaluar de la siguiente forma:

$$f = \sqrt{f_0^2 + f_{90}^2 + f_z^2} \quad (2.21)$$

Se observa que el diseño de miembros utilizando las reglas de combinación de porcentajes (100/30 o 100/40) para tomar en cuenta los efectos ortogonales depende de la orientación del sistema de referencia seleccionado. Mientras que el método alternativo (SRSS), el cual utiliza la combinación del 100 por ciento en ambas direcciones, produce fuerzas que no son función de la orientación seleccionada. No obstante que el error introducido en las fuerzas de diseño al utilizar ambas reglas de combinación de porcentajes (100/30 ó 100/40) se considera pequeño, se recomienda utilizar el denominado método SRSS en vez de ellos.

Respecto al artículo que se acaba de resumir existen dos comentarios. El primero de ellos (Reed y Kennedy, 1996 ) menciona que el empleo del método SRSS resulta adecuado, siempre que las respuestas de que se trate sean colineales, y la estructura o el componente que se analice no tenga simetría respecto a los ejes. Porque en cualquier otro caso su uso es excesivamente conservador, debido a que supone que los máximos de cada una de las respuestas ocurren en el mismo instante, lo cual es poco probable. Basándose en literatura previa ( ASCE, 1986 ) se hace ver que para los otros casos, el empleo de la regla de combinación de porcentajes 100-40-40 es adecuada, obteniéndose incluso resultados cada vez más conservadores conforme aumenta el número de componentes.

El segundo comentario (López y Torres, 1996 ), se hace con referencia a la expresión ( 2.19 ), la cual se deduce a partir de las expresiones ( 2.13 ) y ( 2.14 ). Se dice que esta expresión (2.19) es estrictamente válida, sólo cuando la respuesta dinámica tiene lugar en un solo modo de vibrar, donde las componentes del movimiento del terreno ( $S_1 \cos \theta$  y  $S_1 \sen \theta$ ) actúan a lo largo del eje principal de la estructura estando completamente correlacionadas. Si se supone que las dos componentes no correlacionadas de la aceleración del suelo son descritas por medio de dos espectros de respuesta ( $S_1$  y  $S_2$ ), además de considerar la correlación de las respuestas modales, el ángulo crítico que define las direcciones de las máximas y mínimas respuestas dinámicas, está dado por

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2 \sum_i \sum_j C_{ij} [f_{90,i}^2 f_{0,j}^2 - f_{0,i}^1 f_{90,j}^1]}{(f_{90}^1)^2 + (f_0^2)^2 - (f_0^1)^2 - (f_{90}^2)^2} \right\} \quad (2.22)$$

donde  $f_0^1$  y  $f_{90}^1$  son las máximas respuestas dinámicas probables cuando el espectro  $S_1$  actúa a un ángulo de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente,  $f_0^2$  y  $f_{90}^2$  son las máximas respuestas dinámicas probables cuando el espectro  $S_2$  actúa a un ángulo de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente,  $f_{0,i}^1$ ,  $f_{90,i}^1$ ,  $f_{0,j}^2$ ,  $f_{90,j}^2$  son las máximas respuestas modales correspondientes en el modo vibracional  $i$  ( o  $j$  ), y  $C_{ij}$  son los coeficientes de correlación modal. La sumas son para todos los modos de vibración de la estructura. Se puede ver que los ángulos críticos son función tanto del sistema estructural como de la excitación misma.

Si se considera el caso del artículo al cual se refiere este comentario ( $S_2 = aS_1$ , en el cual  $a$  es un número entre 0 y 1), la expresión (2.22) se simplifica de la siguiente forma:

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2 \sum_i \sum_j C_{ij} f_{0,i} f_{90,j}}{(f_0)^2 - (f_{90})^2} \right\} \quad (2.23)$$

donde  $f_0$  y  $f_{90}$  son las máximas respuestas dinámicas probables cuando el espectro  $S_j$  actúa a un ángulo de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente, y  $f_{0,i}$  y  $f_{90,j}$  son las máximas respuestas modales asociadas a los modos  $i$  y  $j$  respectivamente.

Como se puede ver la ecs. (2.23) difiere de la ecs. (2.19) que presenta E.L. Wilson et al.; sin embargo, si sólo se considera un solo modo en el término de la doble sumatoria de la ecs. (2.23), los ángulos críticos que se calculan son iguales a los que se obtienen a partir de la expresión (2.19).

## 2.6 Reemplazo de las reglas del 30%, 40% y SRSS utilizadas en el análisis sísmico de multicomponentes (Menun y Der Kiureghian, 1998)

En el análisis y diseño de estructuras sometidas a excitaciones sísmicas se deben considerar los distintos componentes del movimiento del terreno. Generalmente, la magnitud de la respuesta para cada uno de estos componentes se obtiene por medio de un método de respuesta espectral, en el cual se analizan en forma independiente las respuestas modales correspondientes a los distintos componentes para posteriormente combinarlas y obtener la respuesta total. Las reglas a partir de las cuales se combinan las respuestas modales ocasionadas por la acción de un solo componente del movimiento del terreno han sido estudiadas ampliamente (Der Kiureghian, 1981; Wilson et al., 1981). En el caso de la excitación de varios componentes, las contribuciones de los componentes individuales deben combinarse de alguna forma para estimar la respuesta total. Sin embargo, la mayoría de los procedimientos descritos en los actuales códigos de diseño que tratan este problema carecen de bases sólidas, ya que en general no consideran en forma adecuada la correlación existente entre los distintos componentes del movimiento del suelo.

La regla que aquí se presenta fue desarrollada por Smeby y Der Kiureghian (1985), y es una extensión de la regla CQC la cual se utiliza comúnmente para combinar las respuestas modales de un solo componente de la excitación, por ello se denomina "CQC3". Se demuestra que las reglas actuales en uso son casos especiales de la regla CQC3 cuando se hacen ciertas simplificaciones, referentes tanto a la naturaleza del movimiento del suelo, así como de la respuesta estructural. Sin embargo, dichas simplificaciones no siempre resultan válidas, por lo que se propone la regla CQC3 como una regla general que permita resolver el problema de combinar las respuestas de los distintos componentes del movimiento del suelo.

Se sabe que existe una orientación de los ejes ortogonales en que se descompone el movimiento horizontal del terreno para la cual prácticamente no existe correlación entre estos componentes (Clough y Penzien, 1993). Denominándose al sistema de ejes con esta orientación, ejes principales. Sin embargo, los ejes principales correspondientes al sismo de diseño de una estructura en particular no se conocen, por lo que es prudente diseñarla para el peor caso, el cual se presenta cuando se orientan los ejes principales de modo tal que se provoque la máxima respuesta. Se observa que a diferencia de las demás reglas, la regla CQC3 proporciona una forma fácil para evaluar el ángulo crítico, así como las máximas respuestas.



La mayoría de los códigos de diseño recomiendan combinar las respuestas de los distintos componentes del movimiento del suelo, ya sea mediante una regla de combinación de porcentajes, o por medio de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). La edición de 1997 del UBC especifica que se debe utilizar la regla SRSS, o en su caso una regla de combinación del 30%. Las especificaciones para el diseño de puentes del Departamento de Transporte de California (Caltrans), únicamente especifican la regla de combinación del 30%. Los estándares para el análisis sísmico relacionado con la seguridad de estructuras nucleares del ASCE en su versión de 1986, especifican la regla SRSS, o en forma alternativa una regla de combinación que utiliza el 40%. Por último, el ATC-32 ha recomendado recientemente la utilización de la regla del 40%, o de la SRSS para el análisis y diseño de estructuras de puentes. Todas estas reglas no consideran la correlación entre los componentes del movimiento del terreno.

De acuerdo a la regla SRSS la máxima respuesta total se calcula a partir de la siguiente expresión

$$R = \left( R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 \right)^{1/2} \quad (2.24)$$

donde  $R_1, R_2$  y  $R_3$  son las máximas respuestas para cada uno de los componentes de traslación del movimiento del terreno. La principal consideración que se hace en esta expresión, es que las tres respuestas son estadísticamente independientes, lo cual sucedería en caso de que la orientación de los ejes de la estructura coincidiera con las direcciones principales del movimiento del suelo. En la práctica, generalmente la dirección de los componentes del movimiento del suelo se hace coincidir con la dirección de los ejes de la estructura la cual necesariamente no coincide con la dirección de los ejes principales del movimiento, por lo cual se espera que exista cierta correlación entre los componentes de la excitación. De cualquier forma es factible orientar los ejes de la estructura de modo que coincidan con las direcciones principales del movimiento del suelo, para la cual estos componentes son estadísticamente independientes. La regla CQC3 que aquí se analiza se fundamenta en esta última consideración.

Las reglas de combinación de porcentajes tienen su origen en los trabajos realizados por Newmark (1975) y por Rosenblueth y Contreras (1977). Estas reglas aproximan la respuesta total  $R$ , como la suma del 100% de la respuesta que se tiene para el componente del movimiento del suelo en una dirección, más un porcentaje,  $\alpha$  de las respuestas que resultan de las excitaciones en las otras dos direcciones. La combinación que resulta más crítica es la que se utiliza para diseñar. Los casos que se deben analizar son los siguientes.

$$R = R_1 + \alpha R_2 + \alpha R_3 \quad (2.25a)$$

$$R = \alpha R_1 + R_2 + \alpha R_3 \quad (2.25b)$$

$$R = \alpha R_1 + \alpha R_2 + R_3 \quad (2.25c)$$

Con base en un proceso de maximización de la utilidad, Rosenblueth y Contreras proponen  $\alpha=30\%$ . Por su parte, Newmark sugiere  $\alpha=40\%$ .

En ninguno de los códigos de diseño donde se especifica la utilización de una regla de combinación de porcentajes se menciona como debe combinarse la respuesta del componente vertical de la excitación con las respuestas de los componentes horizontales.

El problema de combinar los efectos de distintos componentes de la excitación está relacionado con dos sistemas de ejes. Uno se asocia a las direcciones principales del movimiento del suelo, y el otro queda definido por el modelo de la estructura. Si se considera que el tercer eje de los dos sistemas es vertical, entonces la orientación relativa de los dos sistemas se define de acuerdo a un ángulo  $\theta$ .

Se supone que la excitación está dada en términos de un espectro de respuesta asociado a la dirección principal del temblor. Las ordenadas espectrales para el modo  $i$  de la estructura se denotan como  $S_{1i}$  para el eje principal mayor,  $S_{2i}$  para el eje principal intermedio y  $S_{3i}$  para el eje principal menor.

En la práctica los espectros de respuesta de diseño en las dos direcciones horizontales son proporcionales, de modo que el cociente de sus ordenadas es una constante para todas las frecuencias modales.

$$S_{2i} = \gamma S_{1i} \quad (2.26)$$

donde  $0 \leq \gamma \leq 1$  es una constante. Existen algunas reglas en las cuales se consideran distintas formas espectrales para los componentes horizontales (Smeby y Der Kiureghian, 1985; López y Torres, 1996), sin embargo, su uso en la práctica es poco común.

Smeby y Der Kiureghian (1985) desarrollaron a partir de la teoría de vibraciones aleatorias una regla para combinar las respuestas de distintos componentes de la excitación la cual toma en cuenta la correlación existente entre las respuestas modales, así como entre los componentes del movimiento del terreno. La expresión a partir de la cual se calcula es la siguiente:

$$R = \left[ \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} a_{ki} a_{kj} S_{ki} S_{kj} - (1 - \gamma^2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} (a_{1i} a_{1j} - a_{2i} a_{2j}) S_{1i} S_{1j} \sin^2 \theta + 2(1 - \gamma^2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} a_{1i} a_{2j} S_{1i} S_{1j} \sin \theta \cos \theta \right] \quad (2.27)$$

donde  $n$  denota al número de modos de la estructura,  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre las respuestas de los modos  $i$  y  $j$ , y  $a_{ij}$  es el factor de participación efectiva asociado al componente  $k$  de la excitación y al modo  $i$ . Por su parte,  $\gamma$  y  $\theta$  son las variables definidas anteriormente.

El coeficiente  $\rho_{ij}$  es el mismo que se utiliza en la regla CQC (Der Kiureghian, 1981; Wilson et al., 1981); y es función tanto de las frecuencias modales como de las relaciones de amortiguamiento. El factor  $a_{ki}$  es función de las propiedades de la estructura y del tipo específico de respuesta que interese (Smeby y Der

Kiureghian, 1985). De acuerdo a la práctica común, este factor está definido respecto a los ejes de la estructura los cuales en este caso son distintos de los ejes de la excitación.

Si se define

$$R_k^2 = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{ki} a_{kj} S_{ki} S_{kj} \quad (2.28a)$$

$$R_{kl} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{ki} a_{lj} S_{ki} S_{lj} \quad (2.28b)$$

Entonces, con base en las definiciones anteriores,  $R_k$  representa la contribución a la respuesta de la estructura del  $k$ -ésimo componente del movimiento del terreno si éste estuviera actuando a lo largo del  $k$ -ésimo eje de la estructura. La ecu. (2.28a) es la regla convencional CQC utilizada en la práctica.  $R_{kl}$  representa un término cruzado entre las contribuciones a la respuesta de los  $k$ -ésimo y  $l$ -ésimo componentes del movimiento del terreno, si éstos actuaran a lo largo de los ejes  $k$ -ésimo y  $l$ -ésimo de la estructura, respectivamente. Ello se desprende de la correlación existente entre los componentes del movimiento del terreno que actúan en los ejes de la estructura. Se observa que  $R_{kl} = R_{lk}$  y  $R_{kk} = R_k^2$ . Nótese que  $R_{kl}$  involucra a los mismos términos que aparecen en las definiciones de las respuestas ordinarias  $R_k$  y  $R_l$ .

Utilizando estas definiciones en la ecu. (2.27), se obtiene la siguiente expresión

$$R = \left[ \left( R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 \right) - \left( 1 - \gamma^2 \right) \left( R_1^2 - \frac{1}{\gamma^2} R_2^2 \right) \sin^2 \theta + 2 \left( \frac{1 - \gamma^2}{\gamma} \right) R_{12} \sin \theta \cos \theta \right]^{1/2} \quad (2.29)$$

Esta ecuación es la denominada regla CQC3. El primer término de la expresión, el cual es idéntico a la regla SRSS, se refiere al caso en el cual los componentes principales del movimiento del terreno coinciden con los ejes de la estructura, i.e., si  $\theta = 0$ . Los dos términos restantes toman en cuenta el hecho de que las direcciones principales no coincidan con los ejes de la estructura, así como la correlación existente entre los componentes del movimiento del terreno.

En la práctica  $\theta$  no se conoce, por lo que se debe diseñar para aquel valor de  $\theta$  que arroje la máxima respuesta. De esta forma, si se deriva e iguala a 0 la expresión (2.29), se encuentra la orientación crítica de los ejes principales del movimiento del terreno con respecto a los ejes de la estructura, la cual es

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{\frac{2}{\gamma} R_{12}}{R_1^2 - \frac{1}{\gamma^2} R_2^2} \right] \quad (2.30)$$

La ecs. (2.30) tiene dos raíces entre 0 y  $\pi$  radianes, una de las cuales proporciona la orientación para la que se tiene la máxima respuesta. Se puede demostrar que  $\theta_{cr}$  es independiente del cociente  $\gamma$  entre los dos componentes horizontales. Sea  $\tilde{R}_2^2 = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{2i} a_{2j} S_{1i} S_{1j}$  y  $\tilde{R}_{12} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{1i} a_{2j} S_{1i} S_{1j}$ . Se observa que estas definiciones corresponden a los valores de  $R_2$  y  $R_{12}$  en caso de que el cociente  $\gamma$  fuese igual a 1. Nótese que  $R_2 = \gamma \tilde{R}_2$  y que  $R_{12} = \gamma \tilde{R}_{12}$ , por lo que si se sustituyen estos valores en las expresiones (2.29) y (2.30), resulta

$$R = \left[ (R_1^2 + \gamma^2 \tilde{R}_2^2 + R_3^2) - (1 - \gamma^2) (R_1^2 - \tilde{R}_2^2) \sin^2 \theta + 2(1 - \gamma^2) \tilde{R}_{12} \sin \theta \cos \theta \right]^{1/2} \quad (2.31)$$

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2\tilde{R}_{12}}{R_1^2 - \tilde{R}_2^2} \right] \quad (2.32)$$

Por lo tanto,  $\theta_{cr}$  se obtiene a partir de la ecs. (2.32) independientemente del valor de  $\gamma$ , utilizando la ordenada espectral  $S_{1j}$  a lo largo de ambos ejes horizontales de la estructura.

Si los ejes principales del movimiento del terreno coinciden con los ejes de la estructura, siendo la dirección 1 la del eje mayor, i.e., si  $\theta = 0$ , la ecuación 2.29 se reduce a la forma de la ecuación 2.24, la cual corresponde a la regla SRSS. Lo mismo sucede cuando las intensidades de los componentes horizontales del movimiento del suelo son iguales, i.e., cuando  $\gamma = 1$ . De esta forma se observa que la regla SRSS sólo resulta adecuada en caso de satisfacer alguna de estas dos condiciones.

Las reglas del 30% y 40% pueden verse como una simplificación de la regla SRSS. Supóngase que la contribución a la respuesta de interés por parte de la carga que actúa a lo largo del eje de la estructura 1, es mayor que la contribución de una carga igual actuando a lo largo del eje 2, i.e.,  $\tilde{R}_2 \leq R_1$ . Entonces, si se define  $R_2 = \gamma \tilde{R}_2 = \gamma b R_1$ , donde  $0 \leq b \leq 1$ , y se desprecia la contribución  $R_3$  del componente vertical, se obtiene a partir de la ecuación 2.24 lo siguiente

$$R = R_1 (1 + \gamma^2 b^2)^{1/2} \quad (2.33)$$

Clough y Penzien (1993), examinaron la diferencia entre la ecuación (2.33) y la regla del 30%

$$R = R_1 + 0.30 \tilde{R}_2 = R_1 (1 + 0.3b) \quad (2.34)$$

para  $\gamma = 0.85$ , ellos muestran que la regla del 30% es una aproximación lineal conservadora de la expresión (2.34) con una diferencia máxima de aproximadamente 5%. Sin embargo, esta comparación sólo es válida en caso de que no exista correlación entre los componentes del movimiento del terreno, además de que la intensidad del componente más débil sea del 85% respecto al más intenso. Por lo general, estas condiciones no

no se cumplen y el error asociado a la regla del 30% puede ser mayor. La regla del 40% es un caso similar a la del 30%.

En referencia al artículo que se acaba de resumir, y con base en algunos cálculos que se han realizado en este trabajo los cuales se presentan en capítulos posteriores, se ha podido observar que a pesar de que la correlación entre los componentes de la excitación sea cero, se presenta cierto grado de correlación entre los componentes de la respuesta, el cual depende de las características dinámicas de la estructura en las direcciones ortogonales que se analicen, así como del tipo de respuesta que se estudia. Por ello, resulta inadecuado suponer que en caso de que los ejes de la estructura coincidan con los ejes principales del movimiento del terreno, las respuestas que se obtengan no estarán correlacionadas, la cual es una de las principales hipótesis que se han hecho al desarrollar la regla CQC3.

## **2.7 Análisis de efectos sísmicos ortogonales horizontales (Valdés, 1999)**

En este trabajo se analizó la respuesta de un modelo estructural de dos grados de libertad con comportamiento elástico, con base en un conjunto de datos acelerográficos registrados en distintos tipos de terreno de la ciudad de México y de la costa del Pacífico mexicano. De igual forma, se probaron algunas señales de tipo armónico y de ruido blanco. El modelo consiste de una losa infinitamente rígida apoyada sobre cuatro columnas sin excentricidad entre los centros de masa y rigidez, con lo cual los dos grados de libertad corresponden a los desplazamientos laterales de la estructura en las dos direcciones ortogonales.

La respuesta del modelo se asoció a dos variables,  $\alpha$  y  $\gamma$ . La variable  $\alpha$  aparece referida en los reglamentos como el porcentaje de la máxima respuesta que se debe considerar actuando en una dirección, mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%. A su vez,  $\gamma$ , representa el cociente de la máxima respuesta considerando los efectos ortogonales actuando en forma simultánea, entre la máxima respuesta que se presente en alguna de las dos direcciones ortogonales calculada de manera individual.

El estudio se centró en identificar el comportamiento de ambas variables considerando el efecto de las características de distintos sismos registrados en una misma estación, así como el efecto de las características de los distintos tipos de terreno a partir de los registros de un mismo sismo en distintas estaciones. También se estudió la influencia de la orientación de los ejes de la estructura.

Se analizaron dos tipos de respuesta, una se refiere al esfuerzo por flexión bidireccional en las columnas, en cuyo caso ambos componentes de la respuesta son colineales; la otra respuesta que se estudia corresponde al esfuerzo cortante en las columnas, para la cual, sus componentes son ortogonales.

Con base en la teoría de vibraciones aleatorias se obtuvo la solución analítica del modelo analizado en términos de  $\gamma$ . Ello permitió desarrollar dos modelos asociados a las características de terreno blando y duro de la ciudad de México, a partir de los cuales es posible valorar, en función de los periodos de traslación de la estructura en ambas direcciones ortogonales, además del periodo del sitio para el caso de terreno blando, la forma en que deben combinarse las máximas respuestas ortogonales horizontales.

Para el caso de terreno blando, dicho modelo se basa en la caracterización del espectro de amplitudes de Fourier mediante un espectro concentrado en una sola frecuencia asociada al periodo del sitio, el cual corresponde a una excitación de tipo armónica. A su vez, la amplitud de la coherencia vale 0.4 ( $|\varphi(\omega)|=0.4$ ) y se considera constante para todo el intervalo de frecuencias que se analiza. Por su parte, el valor de la parte real de la coherencia para el cual se alcanza el mejor ajuste del modelo respecto al promedio de los resultados que se obtienen para los datos acelerográficos que se estudian, es de cero ( $r=0$ ).

La expresión a partir de la cual se obtiene  $\gamma$  para el caso de terreno blando y en el cual se considera que los componentes de la respuesta son ortogonales, es la siguiente:

$$\gamma^4 = 1 + \frac{C^4}{\beta^4} \left( \frac{\left( \beta_x^2 - 2 + \frac{1}{\beta_x^2} + 4\xi^2 \right)^2}{\left( \beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2 \right)^2} \right) \pm \frac{-0.32C^2}{\beta^4} \quad (2.35)$$

$$\left( \frac{-1 + 2\beta_x^2 - \beta_x^4 + 4\xi^2\beta_x^2 + \frac{2}{\beta_y^2} - 4\beta^2 + 2\beta_x^2\beta^2 - 16\beta^2\xi^2 - \frac{1}{\beta_y^4} + \frac{2\beta^2}{\beta_y^2} - \beta^4 + 4\xi^2\frac{\beta^2}{\beta_y^2} + \frac{4\xi^2}{\beta_y^2} + 4\xi^2\beta^2\beta_x^2 - 16\xi^4\beta^2 + 16\xi^2\beta - 16\xi^2\beta\beta_x^2 - \frac{16\xi^2\beta}{\beta_y^2} + 16\xi^2\beta^3}{\left( \beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2 \right)^2} \right)$$

donde:  $C=b_y/b_x$ ,  $b_x$  y  $b_y$  son constantes que transforman el desplazamiento lateral de la estructura en el tipo de respuesta que se calcule,  $\beta=T_y/T_x$ ,  $T_y$  y  $T_x$  son los periodos de traslación de la estructura en la dirección correspondiente,  $\beta_x=T_y/T_x$ ,  $\beta_y=T_y/T_y$ ,  $T_s$  es el periodo del sitio de terreno blando que se analice, y  $\xi$  la fracción del amortiguamiento crítico la cual se considera igual en ambas direcciones.

Si los componentes de la respuesta son colineales,  $\gamma$  se calcula de la siguiente forma:

$$\gamma^2 = 1 + \frac{C^2}{\beta^2} \left( \frac{\beta_x^2 - 2 + \frac{1}{\beta_x^2} + 4\xi^2}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \pm \frac{-1.6C\xi}{\beta^2} \left( \frac{\frac{\beta}{\beta_y} + \beta\beta_x - \frac{1}{\beta_y} - \beta_x}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \quad (2.36)$$

Para el caso de terreno duro y transición se caracteriza al espectro de amplitudes de Fourier en base a un modelo de espectro plano. La expresión a partir de la cual se calcula  $\gamma$  es la siguiente:

$$\begin{aligned}
\gamma^2 = & 1 + C^2 \frac{\Omega_x^3}{\Omega_y^3} \pm 2C\Omega_x^2 \left( -\pi \Omega_x^2 \sqrt{1-\xi^2} + \pi \Omega_y^2 \sqrt{1-\xi^2} - 2\Omega_y^2 \arctan \left( \frac{1}{2} \frac{-1+2\xi^2}{\xi \sqrt{1-\xi^2}} \right) \right) \sqrt{1-\xi^2} + \\
& 2\Omega_x^2 \arctan \left( \frac{1}{2} \frac{-1+2\xi^2}{\xi \sqrt{1-\xi^2}} \right) \sqrt{1-\xi^2} - 8 \ln(\Omega_x) \Omega_y \xi \Omega_x + 8 \ln(\Omega_x) \Omega_y \xi^3 \Omega_x + 8 \ln(\Omega_y) \Omega_y \xi \Omega_x - \\
& 8 \ln(\Omega_y) \Omega_y \xi^3 \Omega_x \xi / \left( \Omega_y (-1+\xi^2) \left( 4\Omega_x^2 \Omega_y \xi^2 + 4\Omega_x \Omega_y^2 \xi^2 + \Omega_x^3 - \Omega_x^2 \Omega_y - \Omega_x \Omega_y^2 + \Omega_y^3 \right) \right) \pi \quad (2.37)
\end{aligned}$$

donde:  $\Omega_x = 2\pi T_x$  y  $\Omega_y = 2\pi T_y$ .

Esta expresión corresponde al caso en que los componentes de la respuesta son colineales y considera que  $|\varphi(\omega)| = 0.4$  y  $r=0$ .

Las principales conclusiones de este trabajo, son las siguientes:

1. El grado de correlación que determina la manera en que deben combinarse los efectos sísmicos ortogonales horizontales se asocia a los componentes de la respuesta misma, y no a los componentes del movimiento del suelo. Se tienen casos en que sin importar que la correlación de los componentes del movimiento del terreno sea baja, las características dinámicas de la estructura modifican dicha condición, y hacen que la correlación entre los componentes de la respuesta sea mayor, lo cual representa que el porcentaje de la máxima respuesta que deba combinarse con la máxima respuesta de la dirección ortogonal sea más alto.

Del mismo modo puede suceder que un alto grado de correlación entre los componentes del movimiento del suelo se vea modificado por las características dinámicas de la estructura, de tal forma que la correlación que resulta entre los componentes de la respuesta que se estudia sea menor que la de la excitación, en cuyo caso la sollicitación debida a la combinación de los efectos sísmicos ortogonales resulta menor.

2. Los valores tanto de  $\alpha$  como de  $\gamma$  dependen: del par de periodos de traslación de la estructura, de las características dinámicas del sitio en estudio asociadas a un sismo en particular, del tipo de respuesta de interés, de las fracciones de amortiguamiento crítico en ambas direcciones ortogonales, y de la orientación de los ejes de la estructura.

3. Con base en los resultados del estudio paramétrico sobre el modelo analítico simplificado, se observa que en una gran cantidad de estructuras el valor de  $\alpha$  se encuentra por arriba de los valores que se utilizan en la actualidad con fines de diseño, y que en el caso de la ciudad de México es de 0.3. La variación en el valor de  $\alpha$  que se puede alcanzar al analizar dos estructuras distintas es muy alto.

Por lo cual, se considera que las reglas que combinan los efectos sísmicos ortogonales de acuerdo a un porcentaje fijo, resultan en general poco realistas.

4. Si la solución del modelo se plantea en el dominio de la frecuencia, entonces, los valores tanto de  $\alpha$  como de  $\gamma$  dependen: del espectro de amplitudes de Fourier correspondiente al sismo de que se trate registrado en el

sitio a donde se refieran los resultados del estudio, de la coherencia entre los componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno, y de las funciones de transferencia del movimiento del suelo al desplazamiento lateral de la estructura, las cuales son función de las características dinámicas de la estructura.

5. Se observa que las reglas actuales de combinación de efectos sísmicos con base en un porcentaje fijo, cuyo valor es de 30% o 40%, sólo toman en cuenta explícitamente el caso en el cual ambos componentes de la respuesta son iguales, además de que consideran nula correlación entre ellos.

Por su parte, las regla SRSS la cual combina con base en la raíz cuadrada de la suma de los componentes de la respuesta al cuadrado, equivale a considerar completa correlación entre los componentes de la respuesta, en caso de que estos sean ortogonales.

6. Se puede considerar que la coherencia entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo es un parámetro que presenta un comportamiento estocástico extremadamente complejo y difícil de caracterizar, al menos para el número de eventos analizados en este trabajo. Sin embargo, se puede considerar que el promedio de la amplitud de la coherencia al analizar un solo sismo registrado en distintas estaciones tiende a 0.4 sin importar la frecuencia que se analice, tanto en terreno blando como duro.

De igual forma se observa que el promedio de la parte real de la coherencia tiende a cero en la situación que se analizan distintos sismos registrados en una misma estación. Esto sucede para todas las frecuencias analizadas y en los dos tipos de terreno.

7. En general, los resultados que se obtienen a partir de las soluciones del modelo analítico en el dominio de la frecuencia se pueden considerar como una buena aproximación del promedio que se obtiene para los datos acelerográficos que se utilizaron en el estudio. Sin embargo, resulta mucho mejor el ajuste que proporciona la solución del modelo para terreno blando, que la que se obtiene para el modelo de terreno duro.

8. Se observa que los resultados obtenidos a partir de la solución analítica para terreno blando, son similares al promedio del caso en que se estudia el registro SCT 19/Sep/85, en el cual se analiza la rotación de los ejes de la estructura. Por lo cual, en caso de comparar los valores promedio no se comete un error grave al ignorar la variable que representa la orientación de los ejes de la estructura a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del terreno.

Se propone un procedimiento de análisis que permite combinar los efectos sísmicos ortogonales horizontales de la siguiente forma:

1. Se determina el periodo de traslación de la estructura en ambas direcciones ortogonales, así como el tipo de terreno sobre el cual se encuentre la estructura que se analiza.
2. Si el terreno es blando, se determina el periodo fundamental del sitio  $T_s$ .



3. Se calcula la respuesta máxima de la estructura considerando la acción individual del sismo en ambas direcciones ortogonales, con base en el espectro de respuesta que se utilice para diseño.

4. Se determina el tipo de respuesta que se analiza, si sus componentes son ortogonales se utiliza la expresión 2.35 para el caso de terreno blando, si son colineales se utilizan las expresiones 2.37 y 2.36 para terreno duro y blando respectivamente. En todos los casos, la constante  $C$  se puede evaluar a partir de los desplazamientos laterales de la estructura y de la respuesta individual en cada dirección ortogonal.

5. Se establece cual de las dos respuestas ortogonales individuales es máxima, la cual a su vez se multiplica por  $\gamma$  con lo que se obtiene la máxima sollicitación para la cual debe diseñarse el elemento de la estructura que se analiza.

6. En forma alterna se puede calcular el valor de  $\alpha$  a partir de la siguientes ecuaciones.

Para el caso en que los componentes de la respuesta son colineales

$$\alpha = \frac{\gamma R_2 - R_1}{R_2} \quad (2.38)$$

en caso de que sean ortogonales

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\gamma R_2)^2 - R_1^2}{R_1}} \quad (2.39)$$

donde:  $R_1$  y  $R_2$  representan las respuestas de la estructura que se obtienen al considerar la acción individual del sismo en ambas direcciones ortogonales. Se deben analizar las dos combinaciones posibles de  $R_1$  y  $R_2$  para obtener el valor de  $\alpha$  que proporcione la mayor respuesta, esto representa asignar en una caso la respuesta en  $x$  a  $R_1$  y la respuesta en  $y$  a  $R_2$ , para posteriormente analizar el caso en que la respuesta en  $y$  corresponde a  $R_1$  y la respuesta en  $x$  a  $R_2$ .

7. A partir de este valor de  $\alpha$  se pueden combinar los efectos sísmicos ortogonales de acuerdo a los procedimientos convencionales que se utilizan actualmente.

## **2.8 Variación de la coherencia del movimiento sísmico del terreno en frecuencias bajas y modelos para el Valle de México (Santa Cruz, Heredia-Zavoni y Harichandran, 1999)**

En este trabajo se estudian los espectros de coherencia del movimiento sísmico en frecuencias bajas, y se discute la aplicabilidad de algunos modelos existentes para representar la coherencia del movimiento sísmico en el Valle de México. Se analizaron registros de la ciudad de México y de la estación experimental de Chiba en las direcciones radial y transversal. (direcciones principales). Se observa que la estimación de la coherencia en frecuencias bajas tiene poca varianza debido a la larga duración de los temblores. Se comparan los espectros estimados con las funciones de coherencia propuestas por diversos autores.

En realidad, este estudio tuvo como principal objetivo analizar la variación de la coherencia entre los mismos componentes a distintas distancias de registro, sin embargo, también se analizó la coherencia entre los componentes radial y transversal para una misma estación.

Al respecto, se calcularon para cada estación los espectros de coherencia entre las componentes radial y transversal. En el caso de la ciudad de México se analizaron los registros del temblor del 25 de abril de 1989 ( $M_s=6.9$ ), mientras que para la región de Chiba se estudiaron los registros de un temblor ocurrido el 24 de junio de 1986 ( $M_s=6.5$ ). En la estimación de los espectros se utilizó una ventana Hamming con anchos  $b=0.2$  Hz para el sismo mexicano y  $b=1$  Hz para el sismo de Chiba. Los resultados indican que la coherencia entre componentes radial y transversal es muy baja y constante en los intervalos de frecuencia considerados. El límite superior del intervalo de confianza de 95% para el valor absoluto de la coherencia cuando el valor real o teórico es nulo es 0.26 en el caso de México, y 0.1 en Chiba. Ello indica que la coherencia entre componentes en una estación es cercana a los niveles de ruido.

## **2.9 Efectos de componentes horizontales de movimientos sísmicos de banda ancha en la respuesta estructural (Machicao, Zapata, Lázares y Heredia-Zavoni, 1999)**

En este trabajo se analizan los efectos de las componentes horizontales del movimiento sísmico del terreno en la respuesta estructural. Se estudiaron sistemas lineales (elásticos) de un nivel asimétricos en sus dos direcciones principales. Las excitaciones se modelaron como ruido blanco despreciando la correlación entre las componentes horizontales. Se deducen algunas expresiones para el cálculo de la varianza de los desplazamientos y el giro del sistema estructural en la dirección de los grados de libertad, además de las correspondientes covarianzas. Con base en la teoría de vibraciones aleatorias se calcularon las respuestas máximas esperadas mediante el uso de factores pico. Se llevaron a cabo algunos estudios paramétricos de la relación entre fuerzas cortantes máximas en elementos resistentes producto de la combinación de componentes horizontales de excitación y de las respectivas fuerzas que resultan de incidencias en una sola dirección. Las variables que se analizaron fueron: la relación de aspecto de la planta, la excentricidad nominal del sistema y la relación entre las frecuencias desacopladas en traslación y torsión. Únicamente se analizó el caso en que ambas frecuencias desacopladas de traslación son iguales.

Los resultados mostraron cómo los efectos de bidireccionalidad de la excitación dependen de manera significativa de propiedades del sistema tales como la relación de frecuencias desacopladas de rotación y traslación, el periodo, y la relación de aspecto de la planta del edificio. En general, se observa que los efectos de bidireccionalidad son más importantes en el caso de estructuras torsionalmente flexibles. Sin embargo, tales efectos pueden ser significativos inclusive en estructuras torsionalmente rígidas con un alto grado de asimetría nominal. Se aprecia que el aporte de ambas componentes puede traducirse en incrementos de respuesta del orden de 50%.

Por último, recomienda realizar más estudios donde se consideren diferentes modelos de densidad espectral del movimiento sísmico del terreno, diferentes grados de correlación entre componentes de excitación, y diferentes relaciones de periodo de traslación desacopladas.

## 2.10 Respuesta crítica de las estructuras ante la excitación sísmica de multicomponentes (López, Chopra y Hernández, 2000)

En este trabajo se desarrolla una expresión analítica que permite calcular la máxima respuesta (respuesta crítica) para los dos componentes principales horizontales del movimiento del terreno actuando a lo largo de cualquier ángulo de incidencia respecto a los ejes de la estructura.

Se considera que la excitación sísmica de una estructura se define con base en los espectros de diseño asociados a las direcciones principales del movimiento del suelo, de tal forma que  $A(T_n)$  es el espectro de pseudo-aceleraciones correspondiente al eje principal mayor,  $\gamma A(T_n)$  el espectro correspondiente al eje principal intermedio y  $A_z(T_n)$  el correspondiente al eje principal menor; donde:  $T_n$  es el periodo natural de vibración de un sistema de un solo grado de libertad, y  $\gamma$  un coeficiente que puede valer desde 0 hasta 1.

Bajo este criterio, se supone que los componentes de la aceleración del terreno asociados a los ejes principales ( $1, 2$  y  $z$ ) no están correlacionados, sin embargo, si se definen a lo largo de cualquier otro sistema de ejes coordenados, como podría ser el  $x, y$  y  $z$  (ejes de la estructura) entonces sí se presenta cierta correlación entre dichos componentes. De esta forma, se considera que  $\theta$  el cual se define como el ángulo de incidencia del movimiento del terreno representa la orientación del eje principal mayor del temblor respecto al eje de la estructura  $x$ .

La respuesta pico de una estructura debida a la acción de un solo componente del movimiento del terreno aplicado a lo largo de alguno de los ejes de la estructura se evalúa comúnmente a partir del método de respuesta espectral. Tomando en consideración la correlación entre los componentes del movimiento del terreno mencionada anteriormente, estas respuestas individuales se combinan por medio de la regla CQC3 para obtener el valor de la respuesta pico promedio  $r(\theta)$  de la respuesta total, donde  $r$  es una respuesta específica que puede expresarse como una función lineal de los desplazamientos nodales de la estructura.

$$r(\theta) = \left\{ r_x^2 + (\gamma r_y)^2 \right\} \cos^2 \theta + \left\{ (\gamma r_x)^2 + r_y^2 \right\} \sin^2 \theta + 2(1 - \gamma^2) r_{xy} \sin \theta \cos \theta + r_z^2 \quad (2.40)$$

donde  $r_x$  y  $r_y$  son los valores pico promedio de la respuesta  $r$  debidos a la acción de un solo componente del movimiento del suelo definido por el espectro  $A(T_n)$  aplicado primero a lo largo del eje  $x$  y después a lo largo del eje  $y$ ; y  $r_z$  es el valor pico promedio de  $r$  debido al componente vertical del movimiento del suelo. La respuesta pico,  $r_k$  ( $k=x,y,z$ ), a estos componentes individuales del movimiento del suelo esta dada por la regla de combinación CQC3 de la siguiente forma:

$$r_k = \left\{ \sum_i \sum_j \rho_{ij} r_{ki} r_{kj} \right\}^{1/2} \quad (2.41)$$

donde  $r_{ki}$  es la respuesta pico debida a el  $i$ -ésimo modo natural de vibración, y  $\rho_{ij}$  el coeficiente de correlación

modal para los modos  $i$  y  $j$ . El término  $r_{xy}$  en la ecuación ( 2.40 ) es un término cruzado de las respuestas modales que contribuye a  $r_x$  y a  $r_y$

$$r_{xy} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} r_{xi} r_{yj} \quad ( 2.42 )$$

Si los componentes principales del movimiento del terreno se aplican en la dirección de los ejes de la estructura , tal que,  $\theta=0^\circ$  cuando se aplica el eje principal mayor en la dirección  $x$ , y  $\theta=90^\circ$  cuando se aplica en la dirección del eje  $y$ , resulta entonces que:

$$r(\theta = 0^\circ) = \{r_x^2 + (\gamma r_y)^2 + r_z^2\}^{1/2}, \quad r(\theta = 90^\circ) = \{(\gamma r_x)^2 + r_y^2 + r_z^2\}^{1/2} \quad ( 2.43 )$$

Estas ecuaciones representan la combinación SRSS de las respuestas a los componentes individuales del movimiento del terreno. La máxima de estas dos respuestas se define como la respuesta SRSS,  $r_{SRSS}$ .

Por otro lado, se define un coeficiente de correlación  $\alpha$  para las respuestas  $r_x$  y  $r_y$ , de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{r_{xy}}{r_x r_y} \quad ( 2.44 )$$

el cual se define para valores de  $r_x$  y  $r_y$ , distintos de 0. Para cualquier estructura y para cualquier forma espectral, el intervalo de variación de  $\alpha$  va de  $-1$  a  $1$ .

El ángulo crítico que proporciona la máxima respuesta  $r_{cr}$ , se obtiene al diferenciar la ecs. 2.40 e igualarla a cero para despejar a partir de dicha relación el valor crítico de  $\theta$ , de esta forma resulta que:

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2r_{xy}}{r_x^2 - r_y^2} \right] \quad ( 2.45 )$$

La ecuación anterior proporciona dos valores de  $\theta$  los cuales corresponden a la máxima y a la mínima respuesta. Se observa que el ángulo crítico no depende del coeficiente  $\gamma$ , ni del componente vertical del movimiento del suelo.

La ecuación 2.45 puede escribirse en términos de dos parámetros adimensionales  $\alpha$  y  $\beta$ , tal que:

$$\tan(2\theta_{cr}) = \frac{2\alpha\beta}{1-\beta^2} \quad ( 2.46 )$$

donde  $\alpha$  se define en base a la ecuación 2.44, y  $\beta$  es un parámetro positivo que se define como el cociente de las respuestas  $r_y$  y  $r_x$ .

$$\beta = \frac{r_y}{r_x} \quad (2.47)$$

Se observa que  $\theta_{cr}=0^\circ$  en caso de que  $\alpha$  o  $\beta$  sean cero.

En forma explícita se puede obtener una expresión a partir de la cual se pueda evaluar la respuesta crítica de la estructura, esto se logra la sustituir en la ecuación 2.40 el valor de  $\theta_{cr}$  obtenido a partir de la ecuación 2.45. De esta forma resulta que:

$$r_{cr} = r_{max} = \left\{ \left(1 + \gamma^2\right) \left(\frac{r_x^2 + r_y^2}{2}\right) + \left(1 - \gamma^2\right) \sqrt{\left(\frac{r_x^2 - r_y^2}{2}\right)^2 + r_{xy}^2 + r_z^2} \right\}^{1/2} \quad (2.48)$$

El cociente de la respuesta crítica debida exclusivamente al movimiento horizontal del terreno ( $r_z=0$ ) y la respuesta SRSS, esta dado de la siguiente forma:

$$\frac{r_{cr}}{r_{SRSS}} = \left\{ \frac{\left(1 + \gamma^2\right) \left(1 + \beta^2\right) / 2 + \left(1 - \gamma^2\right) \sqrt{\left(1 - \beta^2\right) / 2)^2 + (\alpha\beta)^2}}{1 + (\gamma\beta)^2 \text{ ó } \gamma^2 + \beta^2} \right\} \quad (2.49)$$

Se observa que el denominador tiene dos expresiones alternativas, la primera es válida si  $r(\theta=0^\circ) \geq r(\theta=90^\circ)$ , lo cual implica que  $r_x \geq r_y$ , o que  $\beta \leq 1$ ; la segunda se aplica, si  $r(\theta=0^\circ) < r(\theta=90^\circ)$ , lo que implica que  $r_x < r_y$  o que  $\beta > 1$ . Se puede demostrar que el valor de  $r_{cr}/r_{SRSS}$  es idéntico para los valores de  $\beta$  y de  $1/\beta$ .

Adicionalmente, se observa que la variación de la respuesta crítica se encuentra comprendida en el siguiente intervalo

$$r_{SRSS} \leq r_{cr} \leq r_{SRSS} \sqrt{\frac{2}{1 + \gamma^2}} \quad (2.50)$$

## 2.11 Evaluación de las reglas de combinación para el cálculo de la máxima respuesta en el análisis sísmico de multicomponentes (López, Chopra y Hernández, 2001)

En este artículo se evalúan las reglas de combinación de respuestas individuales pico a partir de las cuales se obtiene la máxima respuesta bidireccional de la estructura. Para ello, se calcula el valor de la respuesta estimada  $r_e$  que corresponde a la acción de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo a partir de dichas reglas de combinación de multicomponentes, el cual se compara con la respuesta crítica  $r_{cr}$  obtenida a partir de la regla CQC3 (Menun y Der Kiureghian, 1998). La principal característica de la regla CQC3 es que toma en cuenta la dirección de los ejes principales del movimiento del suelo respecto a los ejes de la estructura, y de esta forma proporciona la máxima respuesta para todos los posibles ángulos de incidencia.

Las reglas de combinación de multicomponentes que se evalúan son las siguientes:

### 1.- Regla simplificada SRSS

De acuerdo a esta regla la respuesta combinada se obtiene de la siguiente forma:

$$r_e = (r_x^2 + r_y^2)^{1/2} \quad (2.51)$$

donde  $r_x$  y  $r_y$  son los valores pico de la respuesta debidos a la acción individual de alguno de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo actuando en la dirección  $x$  o  $y$ .

### 2.-Regla del 30%

Esta regla fue desarrollada por Rosenblueth y Contreras en 1977 y considera que ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo son procesos no correlacionados de tipo Gaussiano de igual intensidad. La ecuación a partir de la cual se evalúa la máxima respuesta bidireccional es la siguiente:

$$r_e = \text{máximo de } \{0.3r_x + r_y; r_x + 0.3r_y\} \quad (2.52)$$

### 3.-Regla del 40%

Propuesta originalmente por Newmark, esta regla al igual que la anterior asume igual intensidad para ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, y es generalmente más conservadora que las demás

$$r_e = \text{máximo de } \{0.4r_x + r_y; r_x + 0.4r_y\} \quad (2.53)$$

### 4.-Regla SRSS

Esta regla determina la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas individuales

considerando distintas intensidades para los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, los cuales se consideran como no correlacionados.

$$r_e = \text{máximo de } \left\{ \sqrt{r_x^2 + (\gamma r_y)^2}; \sqrt{(\gamma r_x)^2 + r_y^2} \right\} \quad (2.54)$$

Por su parte, la respuesta crítica  $r_{cr}$  que se define como la máxima de las respuestas  $r(\theta)$  para todos los posibles ángulos de incidencia sísmica  $\theta$ , está dada a partir de la denominada regla CQC3 con base en la siguiente ecuación:

$$r_{cr} = \left\{ (1 + \gamma^2) \left( \frac{r_x^2 + r_y^2}{2} \right) + (1 - \gamma^2) \sqrt{\left( \frac{r_x^2 - r_y^2}{2} \right)^2 + r_{xy}^2} \right\}^{1/2} \quad (2.55)$$

en la cuál  $\gamma < 1$  es el cociente de ambas intensidades espectrales correspondientes a los ejes principales del movimiento del suelo (mayor y menor). Por su parte,  $r_{xy}$  es un término cruzado de las respuestas modales que contribuyen a  $r_x$  y  $r_y$ .

$$r_{xy} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} r_{xi} r_{yj} \quad (2.56)$$

$\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación modal para los modos  $i$  y  $j$ .

Se puede observar que la ecuación ( 2.51 ) es un caso especial de la regla CQC3 (ecs. 2.55), la cual corresponde al caso en el cual  $\gamma=1$ .

En la primera parte del trabajo, la comparación entre las reglas de combinación que se analizan se realiza en términos de dos parámetros adimensionales . Uno de ellos corresponde al cociente  $\beta$  de las respuestas  $r_y$  y  $r_x$ .

$$\beta = \frac{r_y}{r_x} \quad (2.57)$$

El otro parámetro se refiere al coeficiente de correlación  $\alpha$  para las respuestas  $r_y$  y  $r_x$ .

$$\alpha = \frac{r_{xy}}{r_x r_y} \quad (2.58)$$

en ambos casos se considera que  $r_x \neq 0$  y  $r_y \neq 0$

Dichos parámetros dependen de las propiedades de la estructura y del espectro de diseño. De cualquier forma,  $\alpha$  se ubica en el intervalo que va de -1 a 1 y su valor depende del cociente de los periodos de vibración de los dos modos que contribuyan de manera más importante en la respuesta estructural al movimiento sísmico aplicado en la dirección  $x$  y  $y$  respectivamente. A su vez,  $\beta$  es un número positivo cuyo rango se ubica de 0 a  $\infty$ .

De esta forma se compara la respuesta estimada a partir de alguna de las cuatro reglas de combinación descritas anteriormente  $r_e$ , respecto al valor crítico  $r_{cr}$ , obtenido de acuerdo a la regla CQC3 (ecs.2.55 y 2.56). Dicha comparación se realiza en términos del cociente  $r_e/r_{cr}$ , el cuál resulta válido para cualquier estructura o espectro sísmico de diseño y únicamente depende de los tres parámetros adimensionales  $\alpha$ ,  $\beta$ , y  $\gamma$ .

Aunque el parámetro  $\beta$  resulta no acotado, su rango se restringe a valores que van de 0 a 1, ya que el cociente  $r_e/r_{cr}$  para valores de  $\beta$  y de  $1/\beta$  tienen igual valor.

A su vez se considera que el parámetro  $\gamma$  se encuentra comprendido en el intervalo que va de 0.5 a 0.85.

Los resultados que se obtienen en esta parte del estudio muestran que el cociente de  $r_e/r_{cr}$  se ubica en el intervalo comprendido entre 1 y 1.265 en caso de realizar la estimación de  $r_e$  a partir de la regla *simplificada SRSS*. A su vez, en caso de utilizar la regla *SRSS* dicho intervalo va desde 0.79 hasta 1.00. Por lo que respecta a las dos reglas del 30% y del 40%, los intervalos dentro de los cuales se ubica el cociente  $r_e/r_{cr}$  van de 0.92 a 1.16 y de 0.99 a 1.25 respectivamente.

En la segunda parte del estudio se realiza el análisis paramétrico de dos modelos estructurales de un solo nivel, los cuales corresponden a modelos con y sin excentricidad entre los centros de masa y rigidez respectivamente. En ambos casos, el estudio se realiza para distintos valores del cociente  $T_x/T_y$  donde  $T_x$  y  $T_y$  son los periodos de traslación lateral del modelo, a su vez, la respuesta que se analiza corresponde tanto a la carga axial como a la fuerza cortante que se presenta en una de las cuatro columnas que definen al modelo. Se considera un valor de  $\gamma=0.65$ .

Adicionalmente, en el caso del modelo asimétrico (con excentricidad) se analizan distintos niveles de excentricidad.

Las principales resultados que se obtienen a partir de este análisis paramétrico del modelo sin excentricidad de un solo nivel, muestran como la respuesta crítica se incrementa cuando los periodos de vibración de los dos modos que contribuyen en mayor medida a la respuesta en  $x$  y  $y$  se acercan entre sí (dicha condición no es tomada en consideración por ninguna de las cuatro reglas de combinación analizadas). De igual forma, se observa que la respuesta crítica  $r_{cr}$  es sobreestimada en la mayoría de los casos por la regla del 40% para los distintos valores de  $T_x/T_y$  analizados, por su parte, la regla *SRSS* subestima la respuesta en la mayoría de los casos. La mayor sobrestimación y subestimación que se alcanza es de 17% y 16% respectivamente.



Por su parte, la regla del 30% puede sobreestimar hasta en un 10% o subestimar hasta un 8% la respuesta crítica. La regla simplificada SRSS siempre sobreestima la respuesta crítica, con una máxima sobreestimación de 18%.

En el caso del modelo excéntrico, los resultados son similares a los comentados en el párrafo anterior en relación al modelo sin excentricidad.

Adicionalmente a estos dos modelos estructurales se analizan dos edificios de varios niveles.

Del análisis de un edificio de acero de 20 niveles con planta simétrica diseñado de acuerdo al UBC en su versión de 1994, se demuestra que todas las reglas de combinación de multicomponentes predicen resultados en más o menos un 10% respecto a la respuesta crítica. De cualquier forma, se espera que esta variación sea de mayor importancia en casos que se analicen edificios con planta simétrica cuyos periodos de traslación lateral  $T_x$  y  $T_y$  se aproximen entre sí.

En el caso del análisis de un edificio de concreto reforzado de 9 niveles con planta asimétrica, se observa que dependiendo del tipo de respuesta, la respuesta crítica es sobreestimada de un 4% a un 17% en caso de utilizar la regla del 40%, del 3% al 9% en caso de utilizar la regla del 30%, y de 0% a 16% al emplear la regla simplificada SRSS. Por su parte, la regla SRSS subestima la respuesta de un 0% a un 1%.

En general, se concluye que aunque los errores que se observan al utilizar las distintas reglas de combinación de multicomponentes analizadas en este estudio son bajos en comparación a muchas otras aproximaciones inherentes al diseño estructural, pueden ser eliminados en caso de utilizar la regla CQC3.

## **2.12 Respuesta a los componentes ortogonales del movimiento del terreno y análisis de las reglas de combinación de porcentajes (Heredia-Zavoni y Machicao-Barrionuevo, 2004)**

En este trabajo se estudia el efecto de los componentes ortogonales horizontales de traslación del movimiento del suelo en la respuesta lineal de sistemas con distintos niveles de rigidez a torsión (rígidos y flexibles). El modelo estructural que se estudia corresponde a un sistema de un solo nivel, asimétrico en planta y con dos ejes de resistencia lateral ortogonales entre sí, a lo largo de los cuales se aplica la acción de los componentes ortogonales horizontales no correlacionados (direcciones principales) del movimiento del suelo. Las funciones de densidad espectral de la aceleración del suelo se modelan en base a datos registrados en terreno blando y duro de la ciudad de México.

Las principales conclusiones de este trabajo, son las siguientes:

1. El efecto de los componentes ortogonales en la respuesta estructural varía en forma diferente en función del periodo natural de traslación, dependiendo si el sistema es torsionalmente rígido o flexible. Para sistemas torsionalmente flexibles en suelo firme, el efecto de los componentes ortogonales es mayor conforme el periodo natural del sistema se hace corto; a su vez, para sistemas torsionalmente rígidos, el efecto de los componentes ortogonales es mayor para sistemas con periodos naturales de traslación largos.

2. Para sistemas con poca asimetría (excentricidad nominal de 5%) el máximo incremento de la respuesta debida a la acción de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, es de aproximadamente 245% para sistemas torsionalmente flexibles y de 210% para sistemas torsionalmente rígidos en terreno blando. En el caso de terreno duro, el máximo incremento de la respuesta es de aproximadamente 230% para sistemas torsionalmente flexibles y de 70% para sistemas torsionalmente rígidos. En general, se puede esperar que el incremento de la respuesta debido a la acción de los componentes ortogonales horizontales sea mayor para sistemas con un más alto grado de excentricidad.

3. El efecto de los componentes ortogonales depende en forma importante de las condiciones de suelo. Para ambos tipos de sistemas (torsionalmente rígidos ó flexibles), el incremento de la respuesta debido a la acción de los componentes ortogonales puede ser mayor para suelo duro que para suelo blando, o viceversa, dependiendo del periodo natural del sistema.

4. Las reglas de combinación de porcentajes (100%+30% y 100%+40%) pueden especificar fuerzas de diseño menores a las producidas debido a la acción dinámica de los componentes ortogonales del movimiento sísmico del terreno; pero también, en algunos casos, pueden especificar fuerzas de diseño demasiado conservadoras. Aún cuando las reglas de combinación de porcentajes son relativamente fáciles de aplicar en la práctica profesional, éstas no toman en cuenta que los efectos en la respuesta de las estructuras debidos a la acción de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, dependen en forma importante de las propiedades de la estructura y de las condiciones del suelo.

5. No existe una diferencia importante en el cálculo de la respuesta dinámica a la acción de los componentes ortogonales cuando se utilizan diferentes reglas de combinación de porcentajes. Una comparación hecha entre las reglas 100%+30% y 100%+40%, respecto a una combinación de 100%+10%, muestra que debido a la magnitud relativa de la respuesta para cada componente del movimiento del suelo, la diferencia en la respuesta calculada usando tales reglas de combinación es de menos de 5%.

# Capítulo 3

---

## Solución General

En este capítulo se presenta la solución general del problema que representa la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales, la cual permite conocer la manera en que deben combinarse dichos efectos con el objeto de calcular cualquier tipo de respuesta estructural. Se analiza un modelo con comportamiento elástico de múltiples grados de libertad. Las características del terreno que se estudia corresponden a las de terreno blando de la ciudad de México.

El planteamiento que se sigue se fundamenta en los métodos de análisis dinámico con técnicas de espectros de respuesta que se utilizan actualmente. Se considera que la aplicación de dichos métodos es confiable.

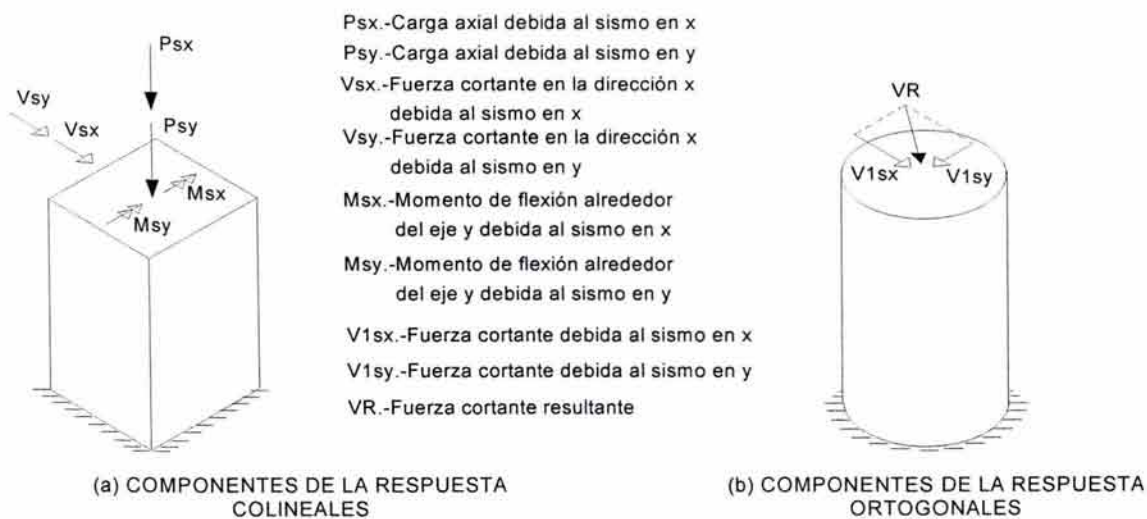
Las expresiones analíticas que se desarrollan a lo largo de este capítulo, las cuales permiten combinar dichos efectos sísmicos en términos de parámetros propios tanto de la estructura como del sitio donde se encuentre, surgen de un análisis en el dominio de la frecuencia que se presenta a continuación.

### 3.1 Tipos de respuesta

De acuerdo con la orientación de sus componentes, se distinguen dos tipos de respuesta. En uno de ellos ambos componentes son colineales, mientras que en el otro son ortogonales. Se entiende por componente de la respuesta, la fuerza, esfuerzo o desplazamiento que se presenta debido a la acción del sismo en una sola dirección, la cual puede ser  $x$  o  $y$ .

Como ejemplos de tipos de respuesta cuyos componentes son colineales, están: la fuerza axial en columnas, el momento flexionante alrededor de un mismo eje en traveses y columnas, la fuerza axial en arriostramientos, tensores, cables y tornillos de anclaje, la deflexión vertical u horizontal en traveses, el desplazamiento de nodos en una misma dirección, el momento de torsión en traveses y columnas, etc. Por lo que se refiere a las respuestas cuyos componentes son ortogonales, se tienen las siguientes: la fuerza cortante en columnas circulares, la fuerza cortante en tornillos y pernos de anclaje, los desplazamientos absolutos de nodos, la fuerza cortante del entrepiso, etc.

En la figura 3.1 se muestran algunos ejemplos que ilustran ambos tipos de respuesta. En la columna rectangular se presentan como casos de componentes colineales, la carga axial, la fuerza cortante en una dirección y el momento flexionante alrededor de un mismo eje. A su vez, en la columna circular se observa el caso donde la fuerza cortante resultante se debe a la acción de dos fuerzas independientes y ortogonales, producidas cada una de ellas por la acción del sismo en determinada dirección ( $x$  o  $y$ ).



**Figura 3.1** Tipos de respuesta

Existen algunos casos en los cuales cierto elemento estructural se diseña con base en una combinación de distintas respuestas; por ejemplo, la interacción entre carga axial y flexión en el caso de columnas. Bajo tal circunstancia se recomienda seleccionar como respuesta de diseño alguna que tome en consideración ambas respuestas. En este caso en particular podría utilizarse el esfuerzo normal en la columna que se produce debido a la acción tanto de la carga axial como del momento flexionante en ambas direcciones ortogonales, para lo cual debería ser esta respuesta en específico (esfuerzo normal debido a la acción conjunta de la carga axial y el momento flexionante) la que se estudiara en el análisis de la estructura. Sin embargo, la mayoría de los programas convencionales de análisis arrojan resultados en términos de fuerzas (elementos mecánicos), lo cual hace poco práctico y limita este planteamiento. En la parte final del trabajo se presenta un procedimiento de análisis de efectos sísmicos bidireccionales basado en las técnicas de análisis y diseño usuales o convencionales, el cual se espera permita resolver en forma práctica distintos problemas como el que se acaba de comentar.

Las respuestas resultantes o de diseño (fuerzas o desplazamientos) que consideran la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo en un instante cualquiera  $t$ , se obtienen a partir de las siguientes expresiones. En el caso donde ambos componentes de la respuesta son ortogonales

$$R_{xy}(t) = \sqrt{R_x^2(t) + R_y^2(t)} \quad (3.1)$$

mientras que para el caso donde ambos componentes son colineales

$$R_{xy}(t) = R_x(t) + R_y(t) \quad (3.2)$$

$R_x(t)$  es el componente de la respuesta que se analiza debido a la acción del sismo en la dirección  $x$  en el instante  $t$ , y  $R_y(t)$  el componente debido a la acción del sismo en  $y$ .

### 3.2 Variables en estudio

Se estudia el comportamiento de dos variables. Una es el cociente  $\gamma$ , el cual relaciona la máxima respuesta considerando la acción simultánea de los dos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo,  $R_{XY}(t)_{\max}$ , con la máxima respuesta calculada de acuerdo con el criterio de espectro de respuesta considerando la acción del sismo en una sola dirección,  $r_i$  (Valdés, 1999).

$$\gamma = \frac{R_{XY}(t)_{\max}}{r_i} \quad (3.3)$$

El cálculo de  $r_i$  involucra dos posibilidades, una para cada dirección ortogonal de la estructura. El valor de  $r_i$  que se utiliza en el cálculo de  $\gamma$  se asocia al máximo de ambas respuestas, es decir

$$r_i = \text{Max}\{r_{iSX}, r_{iSY}\} \quad (3.4)$$

donde  $r_{iSX}$  y  $r_{iSY}$  son las máximas respuestas que corresponden a la acción del sismo en una sola dirección,  $x$  o  $y$  respectivamente.

La otra variable que se analiza es  $\alpha$ , la cual se define de la siguiente forma:

$$\alpha = \text{Min}\{\alpha_1, \alpha_2\} \quad (3.5)$$

donde:

$$\alpha_1 = \frac{R_{XY}(t)_{\max} - r_{iSX}}{r_{iSY}} \quad \alpha_2 = \frac{R_{XY}(t)_{\max} - r_{iSY}}{r_{iSX}}$$

$\text{Min}\{.\}$  denota la mínima de las cantidades indicadas.

El coeficiente  $\alpha$  permite establecer una comparación directa entre los criterios actuales que se siguen para combinar los efectos sísmicos ortogonales con los resultados que se obtienen en este trabajo. Ya que este factor es el que especifican algunos reglamentos como el porcentaje de la máxima respuesta que se considera actuando en una dirección mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%.

### 3.3 Orientación de los ejes de la estructura

Si se considera que los ejes de la estructura a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del suelo no necesariamente están orientados de forma tal que se produzca la máxima respuesta, entonces, se deberá tomar en cuenta esta condición al momento de formular algún procedimiento de combinación de efectos sísmicos ortogonales.

El problema tiene que ver con que es imposible establecer la orientación que tendrá la estructura en relación a la incidencia de las ondas sísmicas que produzca el sismo bajo el cual se diseñe. Por ello, es

razonable considerar que la estructura está orientada en la dirección para la cual se obtiene su máxima respuesta (orientación crítica), y de esta forma cubrir todas las demás posibles orientaciones para las cuales se tendrían necesariamente respuestas menores a las utilizadas en su diseño.

En la figura 3.2 se observa la influencia que tiene la orientación de los ejes a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del terreno (ejes de la estructura) en los espectros de amplitudes de Fourier calculados a partir de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo. La orientación que se toma como referencia es la N-S y E-O para ambos componentes. El ángulo  $\theta$  representa el giro o rotación de los ejes a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del suelo medida a partir de la orientación antes señalada.

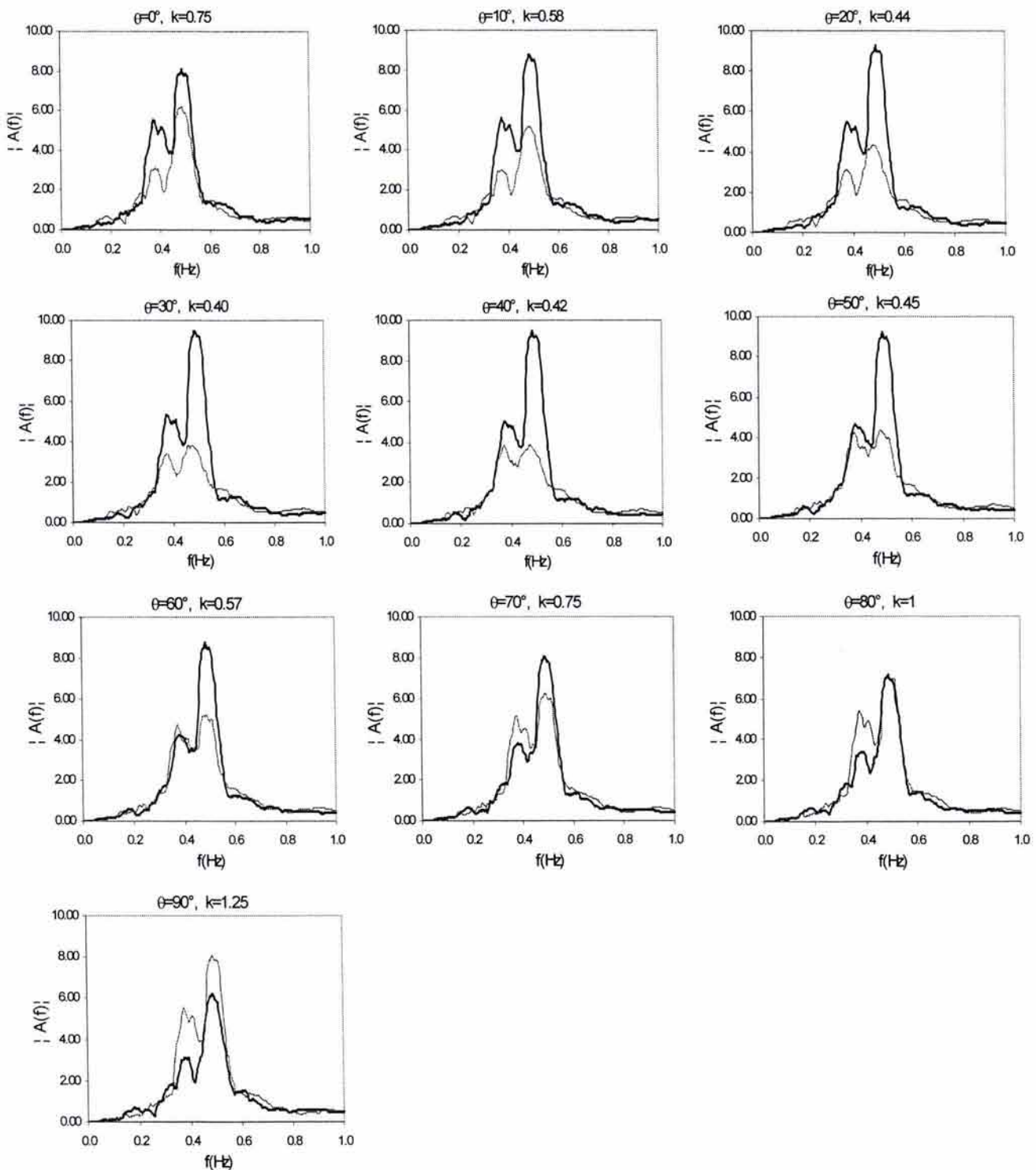
El registro sísmico que se analiza corresponde al temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en terreno blando de la ciudad de México (estación SCT,  $T_s=2.00$  s).

Si se define a la variable  $k$  como el cociente entre las amplitudes de Fourier calculadas a partir de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo correspondientes a una misma frecuencia, se observa, en caso de analizar la frecuencia que se asocia al primer modo de vibrar del sitio al cual se refieren los resultados ( $f=0.5$  Hz), que dicha variable toma valores que van desde  $k=0.4$  para  $\theta=35^\circ$  aproximadamente, hasta  $k=1$  para  $\theta=80^\circ$ .

Asimismo, se observa que la rotación entre ambas orientaciones críticas es de  $45^\circ$  aproximadamente, las cuales corresponden a las condiciones bajo las que se presentan la máxima y la mínima correlación cruzada, respectivamente, entre ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo (direcciones principales). Así entonces, un valor de  $k=1$  corresponde al caso de máxima correlación, mientras que un valor de  $k=0.4$  corresponde a la condición de mínima correlación (casi nula).

Dichas correlaciones cruzadas corresponden a las calculadas a partir de la historia en el tiempo de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, que en este caso se asocian al temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación SCT.

Desde el punto de vista de la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales, las máximas respuestas de la estructura se obtienen para una orientación en la cual se garantice la máxima correlación cruzada entre ambos componentes del movimiento del suelo, la cual se asocia a  $k=1$ . Por ello, se considera que para fines de diseño debe utilizarse un valor de  $k=1$  sin importar la orientación que en particular presenten los ejes principales de la estructura a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del terreno.



**Figura 3.2** Variación del espectro de amplitudes de Fourier en función de la orientación de los ejes ortogonales horizontales a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del suelo (ejes de la estructura). La línea gruesa corresponde al espectro en la dirección x y la delgada al espectro en la dirección y.

### 3.4 Vibraciones aleatorias

Si se considera que una estructura tiene un comportamiento elástico, entonces, cualquier respuesta que se quiera calcular será función de las respuestas a los distintos desplazamientos y giros que se presenten en los grados de libertad de su base (Newmark y Rosenblueth, 1960).

Así resulta que bajo un criterio espectral (en el dominio de la frecuencia) la respuesta de interés considerando la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo denominada  $R_{xy}(\omega)$ , podrá calcularse de la siguiente forma.

En caso de que sus componentes sean colineales

$$R_{xy}(\omega) = g_1(\omega)x_s(\omega) + g_2(\omega)y_s(\omega) \quad (3.6a)$$

si son ortogonales

$$R_{xy}(\omega) = \sqrt{g_1^2(\omega)x_s^2(\omega) + g_2^2(\omega)y_s^2(\omega)} \quad (3.6b)$$

donde  $g_1(\omega)$  y  $g_2(\omega)$  son funciones deterministas y reales que dependen de ciertas características de la estructura tales como: rigidez, amortiguamiento, geometría, distribución de masas, etc., así como de la respuesta que en particular se calcule. A su vez,  $x_s(\omega)$  y  $y_s(\omega)$  son las transformadas de Fourier correspondientes a los componentes ortogonales horizontales de la aceleración del suelo en las direcciones indicadas.

El desarrollo analítico de  $g_1(\omega)$  y  $g_2(\omega)$  resulta complicado y difícil de obtener. Sin embargo, una vez que se ensamblan las matrices de rigidez, masa, y amortiguamiento de la estructura que se analiza, ambas funciones resultan fáciles de evaluar numéricamente. En párrafos posteriores se trata en detalle este tema.

En general,  $R_{xy}(\omega)$  resulta un número complejo o imaginario cuya amplitud al cuadrado se define como

$$|R_{xy}(\omega)|^2 = R_{xy}(\omega) R_{xy}^*(\omega) \quad (3.7)$$

donde el símbolo \* denota al conjugado de un número complejo.

De esta forma, la amplitud al cuadrado de ambos tipos de respuesta se calcula de la siguiente manera:

Para el caso donde los componentes son colineales

$$|R_{xy}(\omega)|^2 = g_1^2(\omega)|x_s(\omega)|^2 + g_2^2(\omega)|y_s(\omega)|^2 + 2g_1(\omega)g_2(\omega)|x_s(\omega)||y_s(\omega)|\text{real}[\varphi(\omega)] \quad (3.8a)$$



si son ortogonales, entonces

$$|R_{xy}(\omega)|^4 = g_1^4(\omega)|x_s(\omega)|^4 + g_2^4(\omega)|y_s(\omega)|^4 + 2g_1^2(\omega)g_2^2(\omega)|x_s(\omega)|^2|y_s(\omega)|^2 \text{real}^2[\varphi(\omega)] \quad (3.8b)$$

donde  $\varphi(\omega)$  es la coherencia entre los componentes ortogonales horizontales de la aceleración del suelo.

La mayoría de los estudios referentes a la coherencia entre distintos componentes del movimiento del suelo tratan acerca de los componentes en una misma dirección para dos puntos distantes entre sí (Harichandran y Vanmarcke, 1984), (Harichandran, 1991), (Der Kiureghian, 1996). Sin embargo, la coherencia que interesa en este caso corresponde a la que se establece entre ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo registrados en un mismo punto, en cuyo caso se ha observado que los valores que puede llegar a tomar la amplitud de la coherencia suavizada son bajos, y se considera que van desde 0.4 hasta 0.6 aproximadamente, (Santa Cruz, Heredia-Zavoni y Harichandran, 1999), (Santa Cruz, 1999) y (Valdés, 1999).

Con la idea de simplificar las expresiones que hasta ahora se han definido, se consideran dos condiciones especiales.

1.- El espectro de amplitudes de Fourier correspondiente a cada componente ortogonal horizontal del movimiento del terreno se representa en base a una delta de Dirac, la cual se concentra en la frecuencia  $\omega_s$ , donde  $\omega_s$  es la frecuencia que se asocia al periodo natural del sitio de terreno blando que se analiza.

En la figura 3.3 se muestran algunos espectros de amplitudes de Fourier que corresponden a registros obtenidos en los tres distintos tipos de terreno en que se ha clasificado el valle de México (terreno blando (SC y CD), terreno duro (CU) y terreno de transición (Viveros)). La principal diferencia que se observa entre los distintos espectros es su forma. Por una parte se aprecia que los espectros registrados en la estación SC (zona de terreno blando) tienen un reducido número de frecuencias agrupadas alrededor de la frecuencia que corresponde al periodo del suelo en ese sitio, cuya amplitud resulta mucho mayor respecto a las demás ("espectro picado"). Mientras que los espectros correspondientes tanto a la estación de Viveros, como de CU, tienen un mayor número de frecuencias cuya amplitud se mantiene en un rango similar, es decir, son más uniformes.

Dadas estas características, las cuales prevalecen en general para los distintos sitios correspondientes a un mismo tipo de terreno y para los distintos sismos que ahí se han registrado, se propone un modelo que caracteriza el espectro de amplitudes en terreno blando mediante una delta de Dirac. Dicho modelo se define de la siguiente forma (figura 3.4).

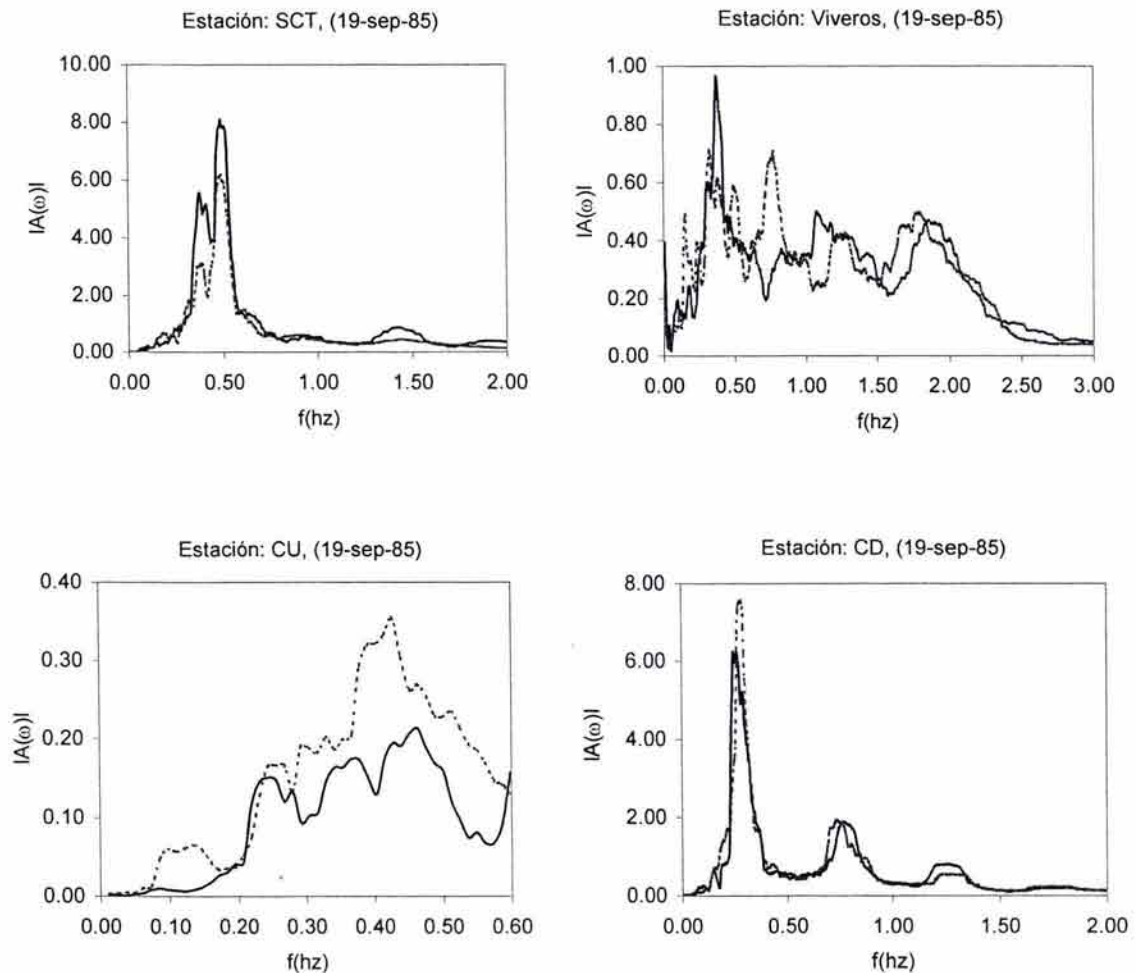
$$|A(\omega)| = \begin{cases} \infty, & \text{para } \omega = \omega_s \\ 0, & \text{para cualquier otro valor de } \omega \end{cases} \quad (3.9)$$

donde  $\omega_s$  es la frecuencia que corresponde al periodo natural del sitio que se analiza.

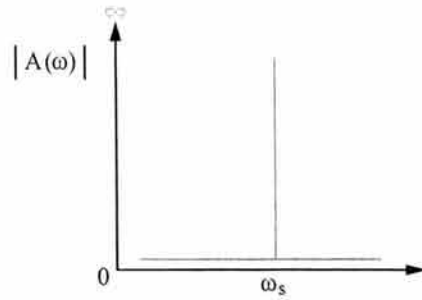
2.- La segunda condición tiene que ver con que los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo se caracterizan en base a dos señales cuyos espectros de amplitudes de Fourier tienen la misma forma (delta de Dirac), pero cuyas amplitudes no necesariamente se consideran iguales. Es decir, se establece que:

$$k = \frac{|y_s(\omega)|}{|x_s(\omega)|} \quad (3.10)$$

donde  $k$  es el cociente entre amplitudes de Fourier definido en párrafos anteriores, cuyo valor se ubica entre 0.4 y 1.0. Esta condición toma en cuenta todas las posibles orientaciones de los ejes de la estructura a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del suelo.



**Figura 3.3** Espectros de amplitudes de Fourier con abscisas en frecuencias de la excitación en hz (con línea continua el componente EW y con discontinua el NS). En cada gráfica se indica la estación y el sismo a los cuales pertenece el registro que se estudia.



**Figura 3.4** Representación esquemática del modelo que caracteriza al espectro de amplitudes de Fourier en base a una delta de Dirac concentrada en  $\omega_s$ .

Para los cálculos que se realizan en este trabajo no importa el valor de la amplitud, sino únicamente la forma del espectro. Esto se debe a que la respuesta que se estudia corresponde a una relación entre los componentes de la respuesta, y no al cálculo de respuestas máximas absolutas.

Bajo estas condiciones la expresión 3.8a que permite calcular la respuesta de la estructura para el caso donde ambos componentes de la respuesta son colineales, se simplifica y toma la siguiente forma:

$$|R_{xy}(\omega_s)|^2 = g_1^2(\omega_s) + k^2 g_2^2(\omega_s) + 2k g_1(\omega_s) g_2(\omega_s) \text{real}[\varphi(\omega_s)] \quad (3.11a)$$

a su vez, la ecs. 3.8b (componentes ortogonales) puede volverse a escribir de la siguiente manera:

$$|R_{xy}(\omega_s)|^4 = g_1^4(\omega_s) + k^4 g_2^4(\omega_s) + 2k^2 g_1^2(\omega_s) g_2^2(\omega_s) \text{real}^2[\varphi(\omega_s)] \quad (3.11b)$$

donde  $\omega_s$  es la frecuencia circular de vibración correspondiente al sitio de que se trate. Dicha frecuencia corresponde al punto donde se concentran en su totalidad las amplitudes en el modelo del espectro de Fourier que se utiliza, la cual representa a su vez la frecuencia que se asocia a la perturbación armónica que se utiliza para sustituir el movimiento del terreno.

De acuerdo con la teoría de vibraciones aleatorias, el valor esperado de la máxima respuesta al cuadrado considerando la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo se puede calcular de la siguiente manera

$$E(R_{xy \max}^2) = \frac{F_p}{2\pi T_s} \int_{-\infty}^{\infty} |R_{xy}(\omega)|^2 d\omega \quad (3.12)$$

donde  $F_p$  es el denominado factor pico y  $T_s$  la duración de la fase intensa del movimiento del suelo.

En este caso en particular, al haber una sola frecuencia ( $\omega_s$ ) para la cual la respuesta es distinta de cero no es necesario integrar la función que señala la ecuación anterior, basta con sustituir el valor de  $R_{xy}(\omega)$ .

De esta forma, resulta que para el caso donde ambos componentes de la respuesta son colineales

$$E(R_{xy \max}^2) = \frac{F_p \left( g_1^2(\omega_s) + k^2 g_2^2(\omega_s) + 2k g_1(\omega_s) g_2(\omega_s) \text{real}[\varphi(\omega_s)] \right)}{2\pi\Gamma_s} \quad (3.13a)$$

a su vez, si son ortogonales

$$E(R_{xy \max}^4) = \frac{F_p \left( g_1^4(\omega_s) + k^4 g_2^4(\omega_s) + 2k^2 g_1^2(\omega_s) g_2^2(\omega_s) \text{real}^2[\varphi(\omega_s)] \right)}{2\pi\Gamma_s} \quad (3.13b)$$

Por otra parte, si sólo se considera la acción de un solo componente del movimiento del suelo, entonces la respuesta que se analiza podrá calcularse de acuerdo a las siguientes expresiones

Para la acción del sismo en la dirección  $x$

$$R_x(\omega) = g_1(\omega) X_s(\omega) \quad (3.14a)$$

mientras que para la acción del sismo en  $y$

$$R_y(\omega) = g_2(\omega) Y_s(\omega) \quad (3.14b)$$

De esta forma resulta que el valor esperado de la máxima respuesta al cuadrado debida a la acción individual de alguno de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo en la dirección  $x$  o  $y$  podrá calcularse a partir de las siguientes relaciones:

$$E(R_{x \max}^2) = \frac{F_{px} g_1^2(\omega_s)}{2\pi\Gamma_{sx}} \quad (3.15a)$$

$$E(R_{y \max}^2) = \frac{F_{py} k^2 g_2^2(\omega_s)}{2\pi\Gamma_{sy}} \quad (3.15b)$$

donde  $T_{sx}$  y  $T_{sy}$  son las duraciones de la fase intensa del movimiento del suelo en cada dirección ortogonal, y  $F_{px}$  y  $F_{py}$  sus respectivos valores pico.

Bajo estas condiciones resulta que el cociente  $\gamma$  podrá calcularse a partir de las siguientes expresiones.

Para el caso donde los componentes de la respuesta son colineales

$$\gamma_c = \frac{F_1 \sqrt{E(R_{xy \max}^2)}}{F_2 \sqrt{E(R_{x \max}^2)}} = \frac{E(R_{xy \max})}{E(R_{x \max})} \quad (3.16a)$$

$$\gamma_c = \frac{F_1}{F_2} \sqrt{\frac{F_p \left( g_1^2(\omega_s) + k^2 g_2^2(\omega_s) + 2k g_1(\omega_s) g_2(\omega_s) \text{rea}[\varphi(\omega_s)] \right)}{2\pi T_s}}{\frac{F_{px} g_1^2(\omega_s)}{2\pi T_{sx}}}$$

a su vez, si los componentes de la respuesta son ortogonales, entonces:

$$\gamma_o = \frac{F_1 \sqrt[4]{E(R_{xy \max}^4)}}{F_2 \sqrt[4]{E(R_{x \max}^4)}} = \frac{E(R_{xy \max})}{E(R_{x \max})} \quad (3.16b)$$

$$\gamma_o = \frac{F_1}{F_2} \sqrt[4]{\frac{F_p \left( g_1^4(\omega_s) + k^4 g_2^4(\omega_s) + 2k^2 g_1^2(\omega_s) g_2^2(\omega_s) \text{real}^2[\varphi(\omega_s)] \right)}{2\pi T_s}}{\frac{F_{px} g_1^4(\omega_s)}{2\pi T_{sx}}}$$

donde  $F_1$  y  $F_2$  son funciones que dependen de la función de probabilidad de la respuesta correspondiente. Dichas funciones transforman para el caso de los componentes colineales de la respuesta, a la raíz cuadrada del valor esperado de la máxima respuesta elevada al cuadrado, en el valor esperado de la máxima respuesta. Por su parte, en el caso de los componentes ortogonales transforman a la raíz cuarta del valor esperado de la máxima respuesta elevada a la cuarta, en su respectivo valor esperado.

En el planteamiento de las expresiones que a continuación se presentan, se considera que el cociente  $F_1/F_2 = 1$ .

Si además se considera que la duración de la fase intensa del movimiento del suelo y los factores pico son iguales, tanto en los casos donde se toma en cuenta la acción individual de alguno de los componentes del movimiento del suelo (denominador), como donde se toma en cuenta la acción simultánea de ambos componentes (numerador), entonces el factor  $\gamma$  definido en párrafos anteriores podrá calcularse de la siguiente forma:

Si los componentes de la respuesta son colineales

$$\gamma_c = \pm \sqrt{1 + \beta^2 + 2\beta \text{real}[\varphi(\omega_s)]} \quad (3.17a)$$

Si los componentes de la respuesta son ortogonales

$$\gamma_o = \pm \sqrt[4]{1 + \beta^4 + 2\beta^2 \text{real}^2[\varphi(\omega_s)]} \quad (3.17b)$$

donde

$$\beta = \frac{k g_2(\omega_s)}{g_1(\omega_s)} \quad (3.18a)$$

en caso de que el componente de la respuesta debido a la acción del sismo en  $x$  resulte mayor que el componente correspondiente al sismo en  $y$ .

A su vez, si el componente de la respuesta debido a la acción del sismo en  $y$  resulta mayor que el debido al sismo en  $x$ , entonces:

$$\beta = \frac{g_1(\omega_s)}{k g_2(\omega_s)} \quad (3.18b)$$

Esta condición para el cálculo de  $\beta$  resulta debido a que en el cociente  $\gamma$  se toma como denominador el valor esperado de la respuesta individual que resulta mayor. Por ello, deberá multiplicarse a  $\gamma$  por la mayor de las respuestas individuales (la cual puede ser la debida a la acción del sismo en la dirección  $x$  o en la dirección  $y$ ) para de esta forma obtener la máxima respuesta considerando la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.

Por otra parte, el signo  $\pm$  que aparece en las raíces de las ecuaciones 3.17a y 3.17b toma en cuenta la posible ocurrencia del sismo en uno u otro sentido. De esta forma, deberán calcularse las máximas respuestas debidas a efectos bidireccionales en base a las dos raíces que resulten para  $\gamma$ .

Si se considera que la máxima respuesta de la estructura bajo la acción individual de alguno de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo ocurre para el término que aparece en el denominador del cociente  $\beta$ , entonces esta variable puede tomar valores comprendidos entre  $-1 \leq \beta \leq 1$ .

Al momento de analizar una estructura es indispensable considerar la acción de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo actuando en uno u otro sentido (+ o -). Por ello deben analizarse las cuatro posibles combinaciones de signo que se tendrían para ambos componentes (sismo en  $x$  y sismo en  $y$ ). Este aspecto involucra manejar cada componente de la respuesta con dos posibles signos (positivo o negativo), lo cual representa dos posibilidades de signo para  $\beta$ .

De la misma manera que en el caso de  $\gamma$  deben analizarse ambos signos de  $\beta$ .

Nótese que en el caso donde los componentes de la respuestas son colineales, el valor de  $\gamma$  que se calcula para  $\beta$  no es el mismo que resulta para  $-\beta$ . Sin embargo, para fines de diseño sólo interesa la máxima respuesta, la cual se presenta para el valor positivo de  $\beta$  (figura 3.5).

En síntesis, para cada tipo de respuesta se deben considerar en el análisis las dos posibilidades de signo en  $\beta$ , lo cual en general representa dos valores distintos de  $\gamma$ , cada uno de los cuales a su vez debe considerarse positivo y negativo. De esta forma se cubren las cuatro posibles combinaciones de sentido en la aplicación de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.

El caso crítico en la combinación de los efectos sísmicos ortogonales que resulta al considerar las distintas posibles orientaciones de los ejes a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del terreno (ejes de la estructura), se obtiene al maximizar las ecuaciones 3.17a y 3.17b en términos de  $k$ , la cual aparece dentro de la variable  $\beta$ . Así resulta que la condición crítica se presenta cuando  $k=1$ .

Este resultado parece evidente, ya que este valor de  $k=1$  representa la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.

En las figuras 3.5 y 3.6 se observa la variación de  $\gamma$  en función de  $\beta$  para distintos valores de la parte real de la coherencia cuando se analiza la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo ( $k=1$ ). La figura 3.5 corresponde a la condición en la cual los componentes de la respuesta son colineales, mientras que la figura 3.6 se refiere a la condición de componentes ortogonales.

Por lo que se refiere al comportamiento de  $\gamma$  cuando los componentes de la respuesta son colineales (figura 3.5), se observa lo siguiente:

a).- Se puede apreciar que su comportamiento no es simétrico respecto a un valor de  $\beta=0$ . Sin embargo, se observa que indistintamente del valor de la parte real de la coherencia los máximos valores de  $\gamma$  se presentan para valores positivos de  $\beta$ .

b).- En este tipo de respuesta (componentes colineales) se tienen valores de  $\gamma$  menores que uno. Esto significa que bajo ciertas combinaciones de signo en la aplicación de las excitaciones en ambas direcciones  $x$  y  $y$ , el efecto combinado puede resultar favorable en la respuesta estructural que se analice. Sin embargo, si el objetivo es encontrar la máxima sollicitación, se observa que siempre existe la posibilidad de que  $\gamma$  sea mayor o igual que uno. Por lo tanto, para fines de diseño deberá considerarse a  $\gamma \geq 1$ , asignándole los dos posibles signos, positivo o negativo de la raíz.

c).- El valor de  $\gamma$  crece en la medida que  $\beta$  tiende a 1, y a su vez, disminuye cuando  $\beta$  tiende a  $-1$ .

d).- También se observa que entre mayor es el valor de la parte real de la coherencia mayores son los valores de  $\gamma$ .

e).- La máxima diferencia en el valor de  $\gamma$  para valores positivos de  $\beta$  se presenta cuando  $\beta=1$  y la parte real de la coherencia vale uno o cero. Dicha diferencia va desde  $\gamma=2$  hasta  $\gamma=1.4142$ .

f).- Si se consideran valores negativos de  $\beta$ , entonces la máxima diferencia en el cálculo de  $\gamma$  se presenta cuando  $\beta=-1$ , y de igual forma la parte real de la coherencia vale uno o cero. En este caso la diferencia va desde  $\gamma=0$  hasta  $\gamma=1.4142$ .

Por su parte, en la gráfica que presenta el comportamiento de  $\gamma$  para el caso donde los componentes de la respuesta son ortogonales (figura 3.6), se observa lo siguiente:

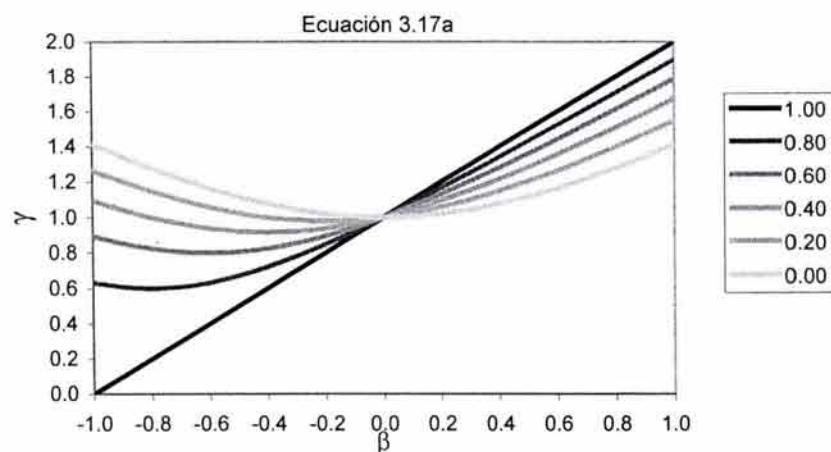
a).- El comportamiento de  $\gamma$  es simétrico respecto al valor de  $\beta=0$ . Para fines de diseño solo interesa el valor positivo de  $\beta$ .

b).-El valor de  $\gamma$  crece en la medida que  $\beta$  tiende a 1 o  $-1$ .

c).-De igual forma que en el caso de los componentes colineales, a mayor valor de la parte real de la coherencia mayores valores de  $\gamma$ .

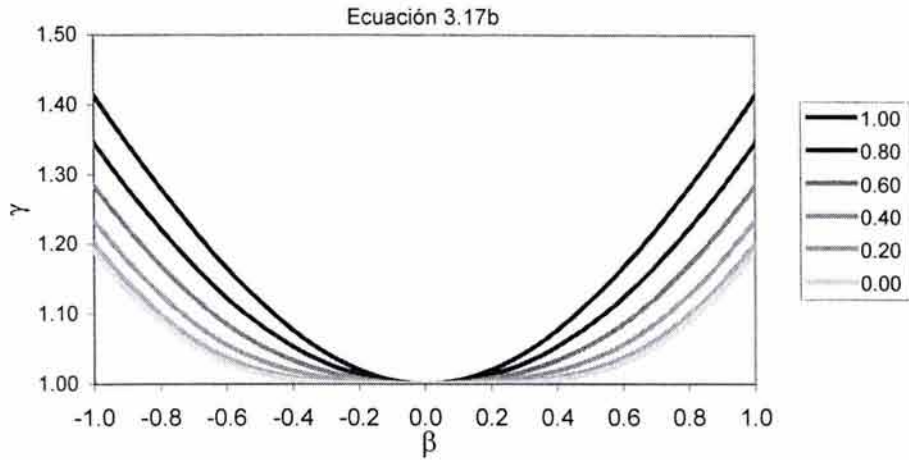
d).- En este tipo de respuesta resalta el hecho de que en ningún caso  $\gamma$  es menor que uno. Esto quiere decir que bajo ninguna condición resulta favorable la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.

e).- La máxima diferencia en el calculo de  $\gamma$  se presenta cuando  $\beta$  vale 1 o  $-1$  y la parte real de la coherencia vale uno o cero. En este caso la diferencia va desde  $\gamma=1.4142$  hasta  $\gamma=1.1892$ .



**Figura 3.5** Variación de  $\gamma$  en función de  $\beta$  para el caso en el cual los componentes de la respuesta son colineales. Los valores de la parte real de la coherencia que se analizan son: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.00. Se analiza la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo ( $k=1$ ).





**Figura 3.6** Variación de  $\gamma$  en función de  $\beta$  para el caso en el cual los componentes de la respuesta son ortogonales. Los valores de la parte real de la coherencia que se analizan son: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.00. Se analiza la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo ( $k=1$ ).

Si se comparan ambas gráficas (figuras 3.5 y 3.6), se observa que los mayores valores de  $\gamma$  ocurren bajo la condición en la cual los componentes de la respuesta son colineales (figura 3.5).

En caso de que se quiera emplear una regla de combinación de porcentajes que considere el 100% del componente de la respuesta ocasionado por la acción del sismo en  $x$  y un determinado porcentaje  $\alpha$  (ecs. 3.5) del componente de la respuesta ocasionado por la acción del sismo en  $y$ , entonces  $\alpha$  podrá calcularse a partir de las siguientes relaciones

Si los componentes de la respuesta son colineales

$$\alpha_c = \frac{\pm \sqrt{1 + \beta^2 + 2\beta \text{real}[\varphi(\omega_s)]} - 1}{\beta} \quad (3.19a)$$

Si los componentes de la respuesta son ortogonales

$$\alpha_o = \pm \sqrt{\frac{\pm \sqrt{1 + \beta^4 + 2\beta^2 \text{real}^2[\varphi(\omega_s)]} - 1}{\beta^2}} \quad (3.19b)$$

En las figuras 3.7 y 3.8 se observa la variación de  $\alpha$  en función de  $\beta$  para distintos valores de la parte real de la coherencia. La figura 3.7 corresponde a la condición en la cual los componentes de la respuesta son colineales, mientras que la figura 3.8 se refiere a la condición de componentes ortogonales. Del mismo modo que en el caso de  $\gamma$  se analiza el caso crítico en el cual  $k=1$  (máxima correlación cruzada).

Se observa que el valor de  $\alpha$  crece en la medida que  $\beta$  tiende a 1 para el caso de componentes colineales, y a 1 o  $-1$  para el caso de componentes ortogonales. De igual forma se aprecia un incremento de  $\alpha$  conforme aumenta el valor de la parte real de la coherencia. Sin embargo, en el caso donde los componentes de la respuesta son colineales el incremento de  $\alpha$  en función de  $\beta$  resulta prácticamente nulo conforme la parte real de la coherencia tiende a uno.

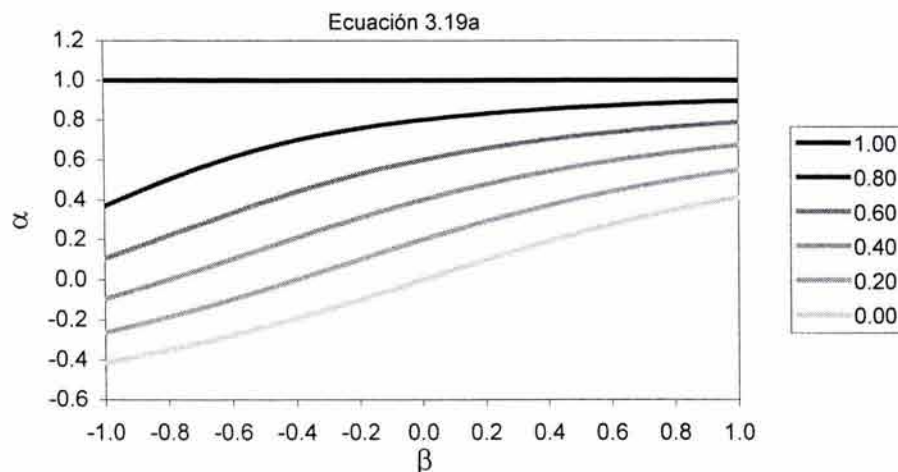
Se observa por ejemplo que la gráfica correspondiente al valor de la parte real de la coherencia igual a uno, es prácticamente una línea recta horizontal.

Si los componentes de la respuesta son colineales (ecuación 3.19a) y sólo se consideran valores positivos de  $\beta$ , entonces la máxima diferencia en el valor calculado de  $\alpha$  se presenta cuando  $\beta$  tiende a cero y la parte real de la coherencia vale uno o cero. Dicha diferencia va desde  $\alpha=1.00$  hasta  $\alpha=0$ .

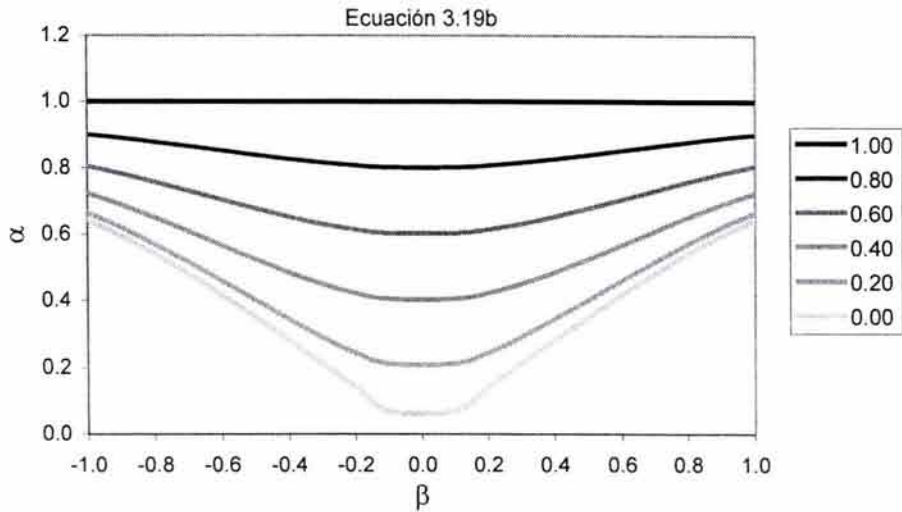
El comportamiento en el caso donde ambos componentes de la respuesta son ortogonales (ecs. 3.19b) es similar al descrito en el párrafo anterior para el caso de componentes colineales.

Por otra parte, se observa que los mayores valores de  $\alpha$  ocurren bajo la condición en la cual los componentes de la respuesta son colineales.

Los cálculos que se han presentado respecto de  $\alpha$  corresponden al caso donde se considera la acción del 100% del mayor de los componentes de la respuesta debido a la acción individual del sismo en una dirección, y cierto porcentaje  $\alpha$  del componente que se debe a la acción del sismo en la dirección ortogonal.



**Figura 3.7** Variación de  $\alpha$  en función de  $\beta$  para el caso en el cual los componentes de la respuesta son colineales. Los valores de la parte real de la coherencia que se analizan son: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.00. Se analiza la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo ( $k=1$ ).



**Figura 3.8** Variación de  $\alpha$  en función de  $\beta$  para el caso en el cual los componentes de la respuesta son ortogonales. Los valores de la parte real de la coherencia que se analizan son: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.00. Se analiza la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo ( $k=1$ ).

### 3.5 Cálculo de las funciones $g_1(\omega)$ y $g_2(\omega)$

De acuerdo a las expresiones 3.15a y 3.15b, el cociente entre las máximas respuestas considerando la acción individual del sismo en una u otra dirección estaría dado de la siguiente forma

$$\frac{E(R_{x \max})}{E(R_{y \max})} = \frac{F_X \left( \sqrt{E(R_{x \max}^2)} \right)}{F_Y \left( \sqrt{E(R_{y \max}^2)} \right)} = \frac{F_X}{F_Y} \sqrt{\frac{F_{px} g_1^2(\omega_s)}{2\pi T_{sx}} \frac{2\pi T_{sy}}{F_{py} k^2 g_2^2(\omega_s)}}} \quad (3.20)$$

donde  $F_X$  y  $F_Y$  son funciones que transforman la raíz cuadrada del valor esperado de la máxima respuesta cuadrada en el valor esperado de la máxima respuesta.

Si del mismo modo que en el cálculo de  $\gamma$  se considera que tanto los factores pico, como las duraciones de la fase intensa del movimiento del suelo son iguales en el numerador y en el denominador, además de que  $F_X/F_Y=1$ , resulta entonces que:

$$\frac{E(R_{x \max})}{E(R_{y \max})} = \frac{g_1(\omega_s)}{g_2(\omega_s) k} = \beta \quad (3.21)$$

De esta forma se observa que el cálculo de  $\beta$  corresponde al cálculo del cociente entre las máximas respuestas debidas a la acción individual del sismo en la dirección  $x$  o  $y$ . Esta conclusión resulta importante, ya que dichas respuestas individuales máximas pueden calcularse con base en las técnicas de espectros de

respuesta que comúnmente se utilizan, al aplicar el respectivo espectro de respuesta en forma individual para la dirección de análisis que corresponda.

Con ello resulta más práctico evaluar en forma numérica a  $\beta$  que tratar de formular expresiones analíticas para las funciones  $g_1(\omega_k)$  y  $g_2(\omega_k)$ ; más aún, si se toma en cuenta que dichas funciones son distintas para cada tipo de respuesta que se analice (fuerza cortante en una columna, deformación en algún punto de una trabe, fuerza cortante de entrepiso, etc). Por su parte, en caso de seguir el procedimiento numérico que se comenta, dichas respuestas máximas corresponden a los distintos resultados que se obtienen directamente del análisis de la estructura a partir del espectro o espectros de respuesta que se utilicen para su diseño.

# Capítulo 4

---

## Ejemplos de aplicación

En este capítulo se presentan tres ejemplos de aplicación. En el primero de ellos se analiza un modelo estructural de tres grados de libertad (dos desplazamientos laterales y un giro). El objetivo de este ejercicio es comparar los resultados que se obtienen en base al planteamiento teórico desarrollado en esta tesis, respecto a los que resultan de un análisis elástico paso a paso que combina en forma simultánea la acción de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del terreno. En el análisis paso a paso se utilizan distintos registros sísmicos obtenidos en diferentes estaciones de terreno blando de la ciudad de México. La respuesta que se estudia corresponde a la fuerza cortante en alguno de los marcos estructurales.

En el segundo ejemplo se ilustra la manera en que podrá ser aplicado el procedimiento de análisis desarrollado en este trabajo en el diseño práctico de una estructura convencional. En este caso el objetivo es mostrar en detalle la manera en que deben utilizarse las expresiones analíticas presentadas a lo largo del capítulo anterior al momento de analizar en forma práctica cualquier estructura. Para ello se parte de los resultados que arrojan los métodos de análisis dinámico modal espectral que especifican los distintos reglamentos de diseño, para posteriormente combinarlos y obtener las máximas respuestas que se tendrían al considerar la acción simultánea de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo. Se analiza una estructura de concreto reforzado de cuatro niveles la cual presenta cierta irregularidad en elevación.

Por último, en el tercer ejemplo se analiza el mismo modelo estructural del ejemplo anterior, al cual se le modifican ciertos parámetros estructurales con la idea de reproducir condiciones más severas en su comportamiento (resonancia). El objetivo de este ejercicio al igual que en el primer ejemplo es comparar los resultados de un análisis elástico bidireccional paso a paso respecto a los resultados que se obtienen al aplicar el procedimiento de solución teórica que se desarrolla en esta tesis. Las respuestas que se estudian en este caso corresponden al esfuerzo normal en una columna de esquina y la fuerza cortante del primer entepiso. El registro sísmico que se utiliza corresponde al temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación SCT.

## 4.1 EJEMPLO 1

### 4.1.1 Descripción del modelo

Se analiza un modelo de tres grados de libertad que corresponde a un sistema estructural de un solo nivel formado por un diafragma rígido apoyado sobre ejes de resistencia lateral perpendiculares entre sí. El modelo presenta cierta asimetría entre los centros de rigidez y de masa con lo cual los tres grados de libertad analizados corresponden a dos desplazamientos laterales y un giro.

La estructura se somete a movimientos sísmicos los cuales se descomponen a lo largo de los ejes de traslación  $x$  y  $y$ . Se considera un comportamiento elástico lineal.

En la figura 4.1 se muestra el modelo idealizado.

La ecuación de equilibrio dinámico para la estructura que se analiza se puede escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$[M][\ddot{X}(t)] + [C][\dot{X}(t)] + [K][X(t)] = [F] \quad (4.1)$$

donde:

$$[X(t)] = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} \quad [F] = -m \begin{bmatrix} x_s(t) \\ y_s(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad [M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \quad J = \frac{(a^2 + b^2)}{12} m = m \rho^2$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & e_y K_x \\ 0 & K_y & -e_x K_y \\ e_y K_x & -e_x K_y & \frac{a^2}{4} K_y + \frac{b^2}{4} K_x \end{bmatrix}$$

Siendo  $K_x$  y  $K_y$  la rigidez lateral del modelo en la direcciones indicadas,  $e_x$  y  $e_y$  la excentricidad en cada dirección,  $a$  y  $b$  las dimensiones en planta del modelo,  $m$  la masa traslacional, y  $X_s(t)$  y  $Y_s(t)$  los componentes de la excitación.

El amortiguamiento corresponde a una combinación lineal de las matrices de masas  $[M]$  y rigidez  $[K]$  (amortiguamiento de Rayleigh), tal que:

$$[C] = \gamma[M] + \delta[K] \quad (4.2)$$

Reagrupando términos y definiendo nuevas variables, la matriz de rigidez se puede volver a escribir de la siguiente forma

$$[K] = K_x \begin{bmatrix} 1 & 0 & B_y a r \\ 0 & \lambda & B_x \lambda a \\ B_y a r & B_x \lambda a & \frac{1}{4} a^2 (\lambda + r^2) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

donde:

$$\lambda = \frac{K_y}{K_x}, \quad r = \frac{b}{a}, \quad B_y = \frac{e_y}{a r}, \quad \text{y} \quad B_x = \frac{e_x}{a}$$

Se observa que la respuesta del modelo depende de las variables  $a, \lambda, r, B_x, B_y, K_x$  y  $m$ , además de los componentes de la excitación  $x_s(t)$  y  $y_s(t)$ .

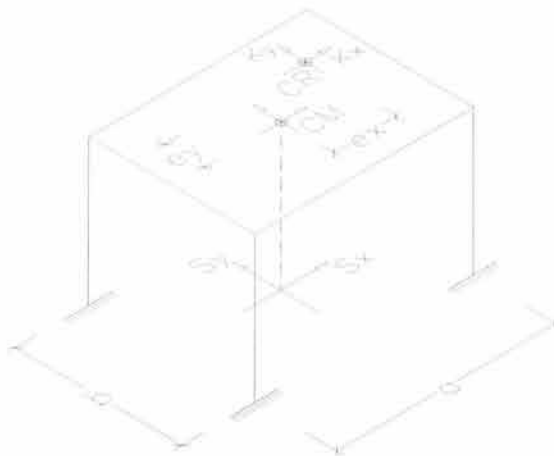


Figura 4.1 Modelo matemático propuesto

#### 4.1.2 Solución del modelo

Resolviendo el problema de valores y vectores característicos a partir de la relación  $[K] - \omega^2[M] = 0$  se obtienen las frecuencias y formas modales del modelo analizado para la condición de vibración libre sin amortiguamiento. El cálculo de las frecuencias de vibrar involucra la solución de la siguiente ecuación

$$A\omega^6 + B\omega^4 + C\omega^2 + D = 0 \quad (4.4)$$

donde:

$$\begin{aligned}
 A &= -\rho^2 \\
 B &= K_x \rho^2 \left( 1 + \lambda + \frac{a^2 \lambda}{4 \rho^2} + \frac{a^2 r^2}{4 \rho^2} \right) \\
 C &= K_x^2 \lambda \left( -\rho^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 r^2}{4 \lambda} - \frac{\lambda a^2}{4} - \frac{a^2 r^2}{4} + B_x^2 a^2 \lambda + \frac{B_y^2 a^2 r^2}{\lambda} \right) \\
 D &= \frac{K_x^3 \lambda^2 a^2}{4} \left( 1 + \frac{r^2}{\lambda} - 4 B_x^2 - \frac{4 B_y^2 r^2}{\lambda} \right)
 \end{aligned}$$

cuya solución resulta:

$$\begin{aligned}
 \omega_1^2 &= \frac{E^{1/3}}{6 A} + \frac{2}{3} \left( \frac{-3 C A + B^2}{A E^{1/3}} \right) - \frac{B}{3 A} \\
 \omega_2^2 &= -\frac{E^{1/3}}{12 A} - \frac{1}{3} \left( \frac{-3 C A + B^2}{A E^{1/3}} \right) - \frac{B}{3 A} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \left( \frac{E^{1/3}}{6 A} - \frac{2}{3} \left[ \frac{-3 C A + B^2}{A E^{1/3}} \right] \right) i \\
 \omega_3^2 &= -\frac{E^{1/3}}{12 A} - \frac{1}{3} \left( \frac{-3 C A + B^2}{A E^{1/3}} \right) - \frac{B}{3 A} - \frac{1}{2} \sqrt{3} \left( \frac{E^{1/3}}{6 A} - \frac{2}{3} \left[ \frac{-3 C A + B^2}{A E^{1/3}} \right] \right) i
 \end{aligned}$$

$$E = 36 C B A - 108 D A^2 - 8 B^3 + 12 \sqrt{3} \sqrt{4 C^3 A - C^2 B^2 - 18 C B A D + 27 D^2 A^2 + 4 D B^3} A$$

En las expresiones anteriores,  $\omega_i$  es la frecuencia de vibración libre del modelo correspondiente al  $i$ -ésimo modo.

Los modos de vibrar definidos a partir del vector  $Z_i$  se calculan al resolver el sistema homogéneo de ecuaciones que resulta de la siguiente relación:

$$[K] Z_i = \omega_i^2 [M] Z_i \quad (4.5)$$

De esta forma el  $i$ -ésimo vector modal se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$Z_i = \begin{pmatrix} u_i = \frac{-K_x B_y a r}{K_x - \omega_i^2 m} \\ v_i = \frac{K_x B_x \lambda a}{K_x \lambda - \omega_i^2 m} \\ \theta_i = 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

donde  $u_i$  y  $v_i$  son los componentes del desplazamiento de la masa en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente, los cuales corresponden al  $i$ -ésimo modo. A su vez,  $\theta_i$  representa el giro de la masa rotacional.



La aplicación de la expresión 4.6 implica que el denominador tanto de  $u_i$  como de  $v_i$  sean distintos de cero, esto se satisface siempre que el periodo desacoplado de traslación en alguna dirección ( $T_x$  o  $T_y$ ) sea distinto de los periodos correspondientes a cada uno de los tres modos de vibrar del sistema, lo cual significa que existe acoplamiento entre los tres modos.

En un instante de tiempo dado tanto los desplazamientos como el giro de la masa del sistema se pueden expresar como la suma de los desplazamientos o giros debidos a la participación de cada uno de los modos naturales, es decir :

$$x_j(t) = \sum_i \phi_i(t) c_i z_{ji} \quad (4.7)$$

donde:  $x_j(t)$  es el componente del desplazamiento de la masa en la dirección correspondiente, o en su caso el giro en el instante  $t$ ,  $c_i$  el coeficiente de participación que define la escala a la que interviene el modo  $i$  en el movimiento,  $z_{ji}$  la amplitud, ya sea del componente del desplazamiento de la masa en la dirección correspondiente o del giro en el modo  $i$ , y  $\phi_i(t)$  la respuesta de un sistema de un grado de libertad de igual periodo que el modo  $i$  sometido a la acción del movimiento del terreno.

El coeficiente de participación  $c_i$  se calcula de la siguiente forma

$$c_i = \frac{Z_i^T M R}{Z_i^T M Z_i} \quad (4.8)$$

donde  $R$  es un vector que contiene *unos* en los lugares correspondientes a los grados de libertad orientados en la dirección que esta actuando el sismo, y *ceros* en los demás lugares. El superíndice  $T$  denota la traspuesta del vector.

De esta forma, el coeficiente de participación modal está dado a partir de las siguientes relaciones:

Para el caso en el cual se analiza el sismo en la dirección  $x$

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad c_i = \frac{u_i}{u_i^2 + v_i^2 + \rho^2 \theta_i^2} \quad (4.9)$$

por su parte, si se analiza la condición de sismo en la dirección  $y$

$$R = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad c_i = \frac{v_i}{u_i^2 + v_i^2 + \rho^2} \quad (4.10)$$

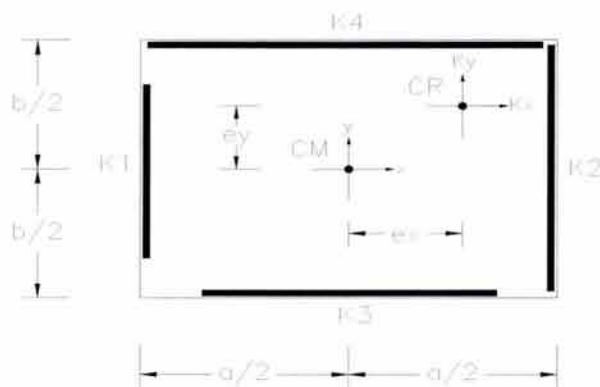
Una vez calculadas las denominadas frecuencias modales, a partir de las cuales se establecen las formas y los coeficientes de participación de acuerdo con las expresiones antes definidas, la respuesta del modelo asociada al  $j$ -ésimo modo se obtiene con base en la expresión:

$$U_j(t) = \frac{c_j A_j(t)}{\omega_j^2} Z_j \quad (4.11)$$

donde  $U_j(t)$  es un vector cuyos dos primeros elementos definen los componentes del desplazamiento de la masa del modelo en las direcciones  $x$  y  $y$ , mientras que su tercer elemento define el giro o rotación de la masa. Esta respuesta se calcula para cada instante de tiempo que se analice. A su vez,  $A_j(t)$  es la señal de la excitación expresada en términos del componente de la aceleración del movimiento del suelo en la dirección correspondiente.

En síntesis, la respuesta del modelo se obtiene a partir de la suma de las respuestas individuales correspondientes a cada uno de los modos, las cuales se calculan para cada instante de tiempo (análisis paso a paso). La respuesta se obtiene por separado para las condiciones de sismo en  $x$  y sismo en  $y$ , posteriormente se sobreponen. Tanto la fuerza cortante en las direcciones  $x$  y  $y$ , como el momento de torsión se obtienen multiplicando la matriz de rigidez  $K$  por el vector de desplazamientos  $X(t)$ .

Las fuerzas así obtenidas se consideran actuando en el centro de masas del modelo analizado.



**Figura 4.2** Geometría en planta del modelo que se estudia

La rigidez individual de cada marco se calcula a partir de los parámetros definidos anteriormente con base en las siguientes expresiones:

$$K_2 = (B_x + 0.5) K_x \lambda \quad (4.12a)$$

$$K_1 = K_x \lambda - K_2 \quad (4.12b)$$

$$K_4 = (B_y + 0.5) K_x \quad (4.12c)$$

$$K_3 = K_x - K_4 \quad (4.12d)$$

La respuesta de interés es la fuerza cortante que se genera en cada uno de los marcos por efecto de la acción combinada en forma simultánea de los componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno. Esta fuerza es producto tanto del desplazamiento relativo de la masa en la dirección paralela a la orientación del marco (cortante directo), como del momento de torsión (cortante por torsión). La expresión con la cual se calcula la fuerza cortante en el marco  $i$  durante el instante  $t$  es la siguiente:

Para los marcos orientados en la dirección  $x$  ( $i=3$  y  $4$ )

$$V_i(t) = \frac{K_i V_x(t)}{K_x} + \left( \frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} \right) (MT(t) + V_x(t)B_y r a - V_y(t)B_x a) \quad (4.13 a)$$

Para los marcos orientados en la dirección  $y$  ( $i=1$  y  $2$ )

$$V_i(t) = \frac{K_i V_y(t)}{K_x \lambda} + \left( \frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} \right) (MT(t) + V_x(t)B_y r a - V_y(t)B_x a) \quad (4.13 b)$$

donde  $K_i$  es la rigidez individual del marco,  $V_{x,y}(t)$  la fuerza cortante en la dirección correspondiente que actúa en el centro masas debido a la acción simultánea del sismo en  $x$  y  $y$ ,  $MT(t)$  el momento de torsión que actúa en el centro de masas debido a la acción simultánea del sismo en  $x$  y  $y$ , y  $d_{iT}$  la distancia del marco  $i$  al centro de rigidez del modelo medida en forma perpendicular a su orientación. Las expresiones a partir de las cuales se calculan estas distancias son las siguientes:

$$d_{1T} = -a \left( \frac{1}{2} + B_x \right) \quad (4.14 a)$$

$$d_{2T} = a \left( \frac{1}{2} - B_x \right) \quad (4.14 b)$$

$$d_{3T} = r a \left( \frac{1}{2} + B_y \right) \quad (4.14 c)$$

$$d_{4T} = -r a \left( \frac{1}{2} - B_y \right) \quad (4.14 d)$$

Con lo cual los factores de distribución que transforman la torsión en fuerza cortante se calculan de la siguiente forma

$$\frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} = - \frac{\lambda(-1 + 2B_x)(2B_x + 1)}{a(4\lambda B_x^2 - \lambda + 4r^2 B_y^2 - r^2)} \quad (4.15 a)$$

$$\frac{K_2 d_{2T}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} = \frac{\lambda(-1+2B_x)(2B_x+1)}{a(4\lambda B_x^2 - \lambda + 4r^2 B_y^2 - r^2)} \quad (4.15b)$$

$$\frac{K_3 d_{31T}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} = \frac{r(-1+2B_y)(2B_y+1)}{a(4\lambda B_x^2 - \lambda + 4r^2 B_y^2 - r^2)} \quad (4.15c)$$

$$\frac{K_4 d_{4T}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} = -\frac{r(-1+2B_y)(2B_y+1)}{a(4\lambda B_x^2 - \lambda + 4r^2 B_y^2 - r^2)} \quad (4.15d)$$

Se estudia el comportamiento del cociente  $\gamma$ , el cual relaciona los máximos cortantes en cada marco considerando la acción simultánea de los dos componentes del movimiento del suelo, con el máximo cortante que se genera en el marco calculado de acuerdo al criterio de espectro de respuesta considerando el sismo en una sola dirección,  $x$  o  $y$  (Valdés, 1999). Para este ejemplo en particular, se calcula de la siguiente forma:

$$\gamma = \frac{V_i(t)_{max}}{v_i} \quad (4.16)$$

donde  $V_i(t)_{max}$  es el máximo cortante en el marco  $i$  calculado de acuerdo a la expresión 4.13 para todo el tiempo de duración del temblor, y  $v_i$  el máximo cortante que se calcula al analizar la estructura considerando la acción del sismo únicamente en una de las dos direcciones ortogonales de acuerdo al espectro de respuesta correspondiente. Las expresiones con las cuales se calcula  $v_i$  son las siguientes:

$$v_i = \text{Max} \{v_{isx}, v_{isy}\} \quad (4.17)$$

donde:

Para los marcos 1 y 2 ( $i=1,2$ )

$$v_{isx} = VY_{sx} \frac{K_i}{K_x \lambda} + \left( \frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} \right) (VX_{sx} B_y r a - VY_{sx} B_x a)$$

$$v_{isy} = VY_{sy} \frac{K_i}{K_x \lambda} + \left( \frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} \right) (VX_{sy} B_y r a - VY_{sy} B_x a)$$

y para los marcos 3 y 4 ( $i=3,4$ )

$$v_{iSX} = VX_{SX} \frac{K_i}{K_x} + \left( \frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} \right) (VX_{SX} B_y r a - VY_{SX} B_x a)$$

$$v_{iSY} = VX_{SY} \frac{K_i}{K_x} + \left( \frac{K_i d_{iT}}{\sum_{j=1}^4 K_j d_{jT}^2} \right) (VX_{SY} B_y r a - VY_{SY} B_x a)$$

$\text{Max}\{.\}$  denota el máximo valor absoluto de las cantidades indicadas,  $v_{iSX}$  es el cortante en el marco  $i$  debido a la acción del sismo en la dirección  $x$ ,  $v_{iSY}$  el cortante en el marco  $i$  debido a la acción del sismo en la dirección  $y$ ,  $VX_{SX}$  y  $VX_{SY}$  las fuerzas cortantes que actúan en la dirección  $x$  aplicadas en el centro de masas del modelo debido a la acción del sismo en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente,  $VY_{SX}$  y  $VY_{SY}$  las fuerzas cortantes que actúan en la dirección  $y$  aplicadas en el centro de masas del modelo debido a la acción del sismo en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.

Se deben analizar todas las posibles combinaciones de signo para dichas fuerzas cortantes, obteniendo la que resulte más desfavorable (máximo cortante en el marco que se analiza). Tanto  $VX_{SX,SY}$  como  $VY_{SX,SY}$  se calculan leyendo en el espectro de respuesta correspondiente la ordenada asociada a la frecuencia de cada uno de los dos primeros modos de vibrar del modelo que se analiza.

Este último aspecto es importante de comentar, ya que en la práctica lo que comúnmente se hace es utilizar las frecuencias asociadas a la rigidez lateral de la estructura despreciando la flexibilidad a torsión, y aunque para estructuras convencionales esta diferencia es mínima, si el espectro que se está leyendo presenta un pico en determinada frecuencia el error que se tiene al leer la frecuencia próxima puede ser considerable.

La mayoría de los códigos de construcción (RDF, 1993), (NBCC, 1995) y (UBC, 1991) definen la excentricidad de diseño  $e_d$  en función de los coeficientes  $\alpha^*$ ,  $\delta^*$  y  $\beta$  de la siguiente forma:

$$e_{d1} = \alpha^* e_s + \beta b^* = \alpha^* e_s + e_a \quad (4.18 a)$$

$$e_{d2} = \delta^* e_s - \beta b^* = \delta^* e_s - e_a \quad (4.18 b)$$

donde  $e_s$  es la distancia entre el centro de cortante y el centro de rigidez (excentricidad nominal),  $\beta$  un coeficiente que toma en cuenta la incertidumbre en la localización de los centros de masas y rigidez el cual permite estimar la excentricidad accidental  $e_a$ ,  $b^*$  la dimensión en planta del edificio en la dirección que se mide la excentricidad,  $\alpha^*$  un coeficiente que intenta compensar la amplificación dinámica del momento de torsión, y  $\delta^*$  otro coeficiente que especifica la porción de la torsión que induce cortante negativo el cual se puede reducir en el diseño de los elementos resistentes que se encuentren del lado rígido. Dependiendo del código de que se trate  $\alpha^*$ , toma los valores de 1 ó 1.5, mientras que  $\delta^*$  vale 0, 0.5 ó 1. Por su parte,  $\beta$  toma los valores de 0.05 ó 0.1.

En los cálculos que aquí se presentan se considera que la excentricidad de diseño  $e_d$  es igual a la excentricidad nominal  $e_s$ , es decir que  $\alpha^*=1$ ,  $\delta^*=1$  y  $\beta=0$ .

#### 4.1.3 Selección de parámetros

Se tienen siete parámetros que definen por completo el modelo estructural que se analiza. Estos son:  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $a$ ,  $r$ ,  $\lambda$ ,  $m$  y  $K_x$ . Sin embargo, se puede considerar que la rigidez de traslación del modelo en una dirección es directamente proporcional a la longitud de la planta en esa misma dirección (Housner y Outinen, 1958) es decir que  $\lambda=r$ , con lo cual el número de parámetros se reduce a seis.

Esta consideración resulta especialmente válida en caso de que los elementos que proporcionan la rigidez lateral del edificio sean muros, cuya longitud se espera sea proporcional a la longitud de la planta en la dirección que estén orientados.

Se consideran tres tipos de modelos representativos de los edificios que usualmente se diseñan

$$\text{Modelo A.} \quad \lambda = r = \frac{b}{a} = \frac{1}{2}; \quad B_x = 0.20; \quad 0 \leq B_y \leq 0.5$$

$$\text{Modelo B.} \quad \lambda = r = \frac{b}{a} = \frac{1}{5}; \quad B_x = 0.35; \quad 0 \leq B_y \leq 0.5$$

$$\text{Modelo C.} \quad \lambda = r = \frac{b}{a} = 1; \quad B_x = 0.00; \quad 0 \leq B_y \leq 0.5$$

Un valor de  $B_{x,y}=0$  significa que el centro de masa coincide con el centro de rigidez, es decir que no hay excentricidad. A su vez, un valor de  $B_{x,y}=0.5$  representa el caso de máxima excentricidad posible, la cual se presenta cuando uno de los dos ejes de resistencia lateral del modelo en determinada dirección tiene una rigidez lateral infinita comparada con la del otro eje la cual se considera nula.

#### 4.1.4 Caso 1 (estación: SCT).

En el primer caso se analizan los registros del temblor del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s=8.1$ ) obtenidos en la estación de terreno blando SCT ( $T_s=2.00$  s) del valle de México en sus componentes E-O y N-S, los cuales se consideran actuando en las direcciones del modelo  $x$  y  $y$ , respectivamente. Se estudian los tres modelos que se han definido para los cuales se considera que  $K_x=9.8696$  t/m, es decir  $T_x=2.00$  s.  $\zeta=0.05$  (fracción del amortiguamiento crítico). Además se supone que tanto  $m$  (t/m/s<sup>2</sup>) como  $a$  (m) son unitarias.

El objetivo del ejercicio es valorar los resultados que se obtienen al aplicar las fórmulas definidas a lo largo del capítulo anterior. Para ello se realiza un análisis elástico paso a paso considerando la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, cuyos resultados son los valores que se tratan de estimar a partir del procedimiento descrito en párrafos anteriores. Posteriormente se comparan las estimaciones hechas tanto con la regla SRSS como con la regla de combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  y la regla CQC3 (Menun y Der Kiureghian, 1998; López, Chopra y Hernández, 2000 y 2001), respecto a las que se obtienen a partir del cálculo de  $\gamma$ .

Con el objeto de tomar en cuenta las distintas posibilidades de signo con que se pueden presentar las excitaciones en las direcciones  $x$  y  $y$ , se realizan cuatro análisis en cada caso. De esta forma se consideran las cuatro posibles combinaciones de signo ( $++$ ,  $+-$ ,  $-+$ ,  $--$ ) para el par de acelerogramas que se estudian.

La respuesta que se estudia corresponde a la fuerza cortante en alguno de los marcos de la estructura. En el modelo  $A$  se analiza el marco 4, en el modelo  $B$  el marco 1 y en el  $C$  el marco 2.

A continuación se presenta el cálculo de la máxima respuesta considerando la acción simultánea de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, a partir de los resultados que arroja un análisis dinámico paso a paso para la acción individual del sismo en las direcciones  $x$  y  $y$ .

Se analiza la fuerza cortante en el marco 1 del modelo estructural  $B$  ( $\lambda=r=0.2$ ,  $B_x=0.35$ ) para un valor de  $B_y=0.0527$ .

La importancia de analizar este caso en particular se debe a que, como podrá observarse en los resultados que se obtienen, la diferencia que resulta al aplicar los distintos planteamientos que se estudian es significativa. Además de que permite mostrar con claridad la secuencia de cálculo en el procedimiento de análisis que se sigue.

Como resultado del análisis dinámico unidireccional se obtienen los siguientes valores de la fuerza cortante que actúa en el marco 1 del modelo estructural que se estudia (modelo  $B$ ).

**Tabla 4.1** Resultados del análisis dinámico unidireccional en términos de la fuerza cortante en el marco 1 del modelo estructural B

Sismo en $x$	Sismo en $-x$	Sismo en $y$	Sismo en $-y$
-0.604 t	0.604 t	0.602 t	-0.602 t

A su vez, los resultados que se obtienen a partir del análisis paso a paso bidireccional son los siguientes:

**Tabla 4.2** Resultados de los análisis paso a paso bidireccionales en términos de la fuerza cortante en el marco 1 del modelo estructural B

Sismo en $x$ y $y$	Sismo en $x$ y $-y$	Sismo en $-x$ y $y$	Sismo en $-x$ y $-y$
1.02 t	0.757 t	-0.757 t	-1.02 t

El objetivo es combinar los resultados de la tabla 4.1 con la idea de llegar a los que aparecen en la tabla 4.2. Para fines de diseño el valor que interesa es:  $V = \pm 1.02$  t, el cual ocurre bajo la condición en que ambos componentes del movimiento del terreno tienen el mismo signo.

De acuerdo con el método  $SRSS$  la máxima fuerza cortante que se produciría en el marco que se analiza debido a la acción combinada de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo sería:

$$V_{MAX\_SRSS} = \sqrt{(0.604)^2 + (0.602)^2} = 0.8527 \text{ t}$$

A su vez, si se emplea el método de combinación de porcentajes para un valor de  $\alpha=0.30$  entonces la máxima fuerza cortante resulta:

$$V_{MAX, \alpha=0.30} = 0.604 + (0.3)(0.602) = 0.7846 \text{ t}$$

Por su parte, la regla de combinación modal para sistemas elásticos denominada CQC3 (Smeby y Der Kiureghian, 1985; Menun y Der Kiureghian, 1998), la cual considera explícitamente la correlación entre las respuestas modales y entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, permite calcular la respuesta sísmica bidireccional de la estructura en función del ángulo de incidencia del temblor.

Con el propósito de simplificar su aplicación, se ha desarrollado una fórmula que permite evaluar directamente la respuesta crítica de la estructura ( $r_{cr}$ ) sin necesidad de calcular explícitamente el ángulo crítico de incidencia del temblor (López, Chopra y Hernández, 2000 y 2001). Para los propósitos de este trabajo, la regla CQC3 será evaluada a partir de su fórmula simplificada, la cual es la siguiente:

$$r_{cr} = r_x \left[ \left(1+k^2\right) \left(\frac{1+\beta^2}{2}\right) + (1-k^2) \sqrt{\left(\frac{1-\beta^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{r_{xy}}{r_x r_y}\right)^2 \beta^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.19)$$

donde:  $k$  es el cociente entre los espectros de respuesta que se consideran actuando en las direcciones  $x$  y  $y$ ,  $\beta = r_y/r_x$ ,  $r_x$  y  $r_y$  son las respuestas unidireccionales en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.  $r_{xy}$  es la covarianza entre las respuestas  $r_x$  y  $r_y$ , la cual se calcula de la siguiente forma:

$$r_{xy} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} r_{xi} r_{yj} \quad (4.20)$$

donde:

$$r_k = \left( \sum_i \sum_j \rho_{ij} r_{ki} r_{kj} \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad k = x, y \quad (4.21)$$

$\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación modal entre los modos  $i$  y  $j$ .

Si se analiza el intervalo que contiene a todos los valores de la respuesta crítica calculada a partir de la regla CQC3 ( $r_{cr}$ ), para todos los posibles valores de  $\beta$ ,  $k$  y  $r_{xy}/r_x r_y$ , resulta que:

$$r_x \leq r_{cr} \leq \sqrt{2} r_x \quad (4.22)$$

Lo cual en términos de  $\gamma$  representa un intervalo de variación de 1 a  $\sqrt{2}$ .



Se observa que el máximo valor de la respuesta crítica bidireccional que se puede calcular a partir de la expresión 4.19 (regla *CQC3*) corresponde a la que se obtiene mediante la regla *SRSS*. De esta forma, resulta que en ningún caso la regla *CQC3* proporcionará una respuesta mayor a la que se determine con la regla *SRSS*. En este caso particular, la máxima fuerza cortante que se puede obtener aplicando la regla *CQC3* se obtiene al considerar un valor de  $k=1$ ,  $\beta=0.602/0.604=0.9966$  y  $r_x/r_y=1$ , de donde resulta:

$$V_{CQC3} = \left( \sqrt{1 + (0.9966)^2} \right) (0.604) = 0.8527 \text{ t}$$

En el primer caso (*SRSS*) el error que se tiene en la predicción de la máxima respuesta es de 19.60%, en el segundo ( $\alpha=0.30$ ) el error es de 30% y en el tercer caso (*CQC3*) el error es el mismo que para la regla *SRSS*. En todos los casos se subestima la respuesta que se analiza.

Bajo el criterio que se ha presentado en el capítulo anterior, el cual involucra a la variable  $\gamma$ , el cálculo de la máxima respuesta debida a la acción combinada de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo se realizaría de la siguiente forma:

Primero se calcula el cociente entre las respuestas individuales, en este caso

$$\beta_1 = \frac{0.602}{0.604} = 0.9966, \quad \text{y} \quad \beta_2 = -0.9966$$

Para fines de diseño sólo interesa el valor positivo de  $\beta$ . Sin embargo, con el propósito de mostrar lo completo que puede resultar el planteamiento utilizado también se calcula el valor de  $\gamma$  para  $\beta_2$ .

Debido a que los componentes de la respuesta son colineales la expresión que debe utilizarse es la que se define en la ecuación 3.17a. De esta forma para un valor de la parte real de la coherencia de 0.4 (Valdés, 1999) los resultados que se obtienen son los siguientes:

$$\gamma_1 = 1.6704$$

$$\gamma_2 = 1.09$$

A su vez, la máxima fuerza cortante en el marco 1 del modelo B que resulta al considerar la acción combinada de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo se obtiene al multiplicar a  $\gamma$  por la máxima respuesta individual calculada a partir de los análisis dinámicos unidireccionales, así resulta que:

$$V_{\gamma_1} = 1.6704 (0.604) = 1.009 \text{ t}$$

$$V_{\gamma_2} = 1.09 (0.604) = 0.658 \text{ t}$$

En este caso el error que se tiene en la estimación de la máxima respuesta es de prácticamente 1%. El valor de  $V_{\gamma_2}$  corresponde a la máxima respuesta que se tendría al considerar la otra posible combinación de signos de los componentes del movimiento del suelo.

La importancia de tomar en cuenta las dos raíces de la ecuación que define a  $\gamma$ , representa considerar a la fuerza cortante actuando en uno u otro sentido. Esto tiene repercusión por ejemplo, en el cálculo de la carga axial que se genera en las columnas del marco que se analiza; en cuyo caso deben considerarse ambos signos de la raíz, ya que uno representa una carga axial en tensión y el otro una carga axial en compresión, lo cual si es relevante en el comportamiento y diseño de la columna.

El valor de la parte real de la coherencia que se utiliza en los cálculos anteriores surge de los resultados que se han obtenido en algunas investigaciones previas a esta tesis (Valdés, 1999). Dichos resultados muestran como la coherencia entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del terreno es muy baja, y se considera que su amplitud tiende a 0.4 sin importar la frecuencia que se analice.

Si en lugar de realizar el cálculo en base a  $\gamma$ , se quisiera utilizar una regla de combinación de porcentajes, entonces debe calcularse  $\alpha$  en base a la ecuación 3.19a, en cuyo caso resulta

$$\alpha=0.6727$$

Por lo que la máxima respuesta se tendría que calcular de la siguiente forma

$$V_{\alpha=0.6727} = 0.604 + (0.6727)(0.602) = 1.009 \text{ t}$$

Como puede observarse, la aplicación de la ecuación 3.17a que se realiza en términos de  $\gamma$  es análoga a la aplicación de la ecuación 3.19a, la cual está en términos de  $\alpha$ .

A continuación se presentan los resultados paramétricos de los tres modelos estructurales que se estudian en este ejemplo.

En todos los casos el valor de la parte real de la coherencia se obtuvo en base a un proceso de minimización del error total. Este procedimiento consiste en determinar el valor de la parte real de la coherencia para el cual la suma de los logaritmos al cuadrado de los cocientes de los resultados del análisis paso a paso entre la respuesta analítica calculada de acuerdo a  $\gamma$  es mínima. En dicho cálculo se consideran los resultados que se obtienen para todos los valores de  $B_j$  que se analizan.

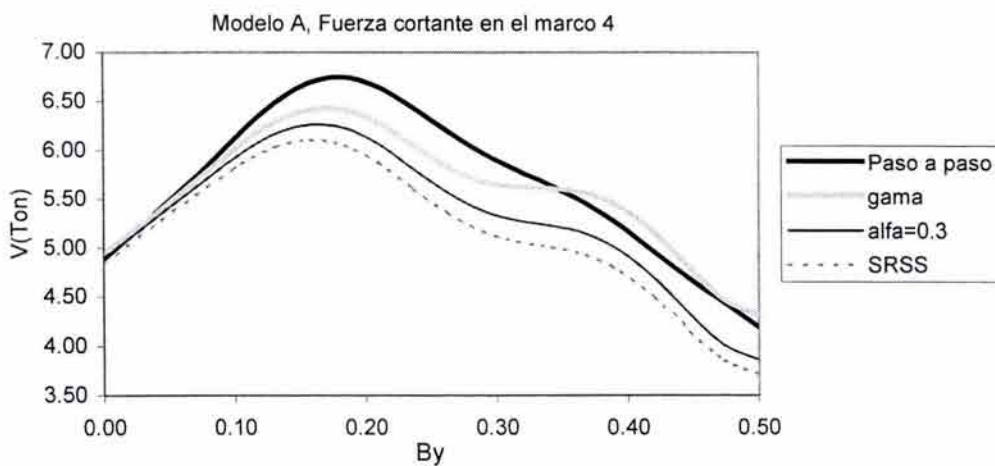
De esta forma se obtiene un valor de la parte real de la coherencia de 0.5 para el modelo estructural A, 0.4 para el modelo B y 1.00 para el modelo C.

La forma más rigurosa en que pudo haberse obtenido la parte real de la coherencia, es a partir de su cálculo directo en base a las historias del movimiento del suelo disponibles (acelerogramas ortogonales horizontales correspondientes al temblor analizado). En realidad este parámetro (parte real de la coherencia) no depende de las características de la estructura que se analiza, ya que sólo es función de las características del terreno en el cual se encuentre la estructura, así como del temblor que se considere. Por ello tendría que ser el mismo en los tres casos analizados.

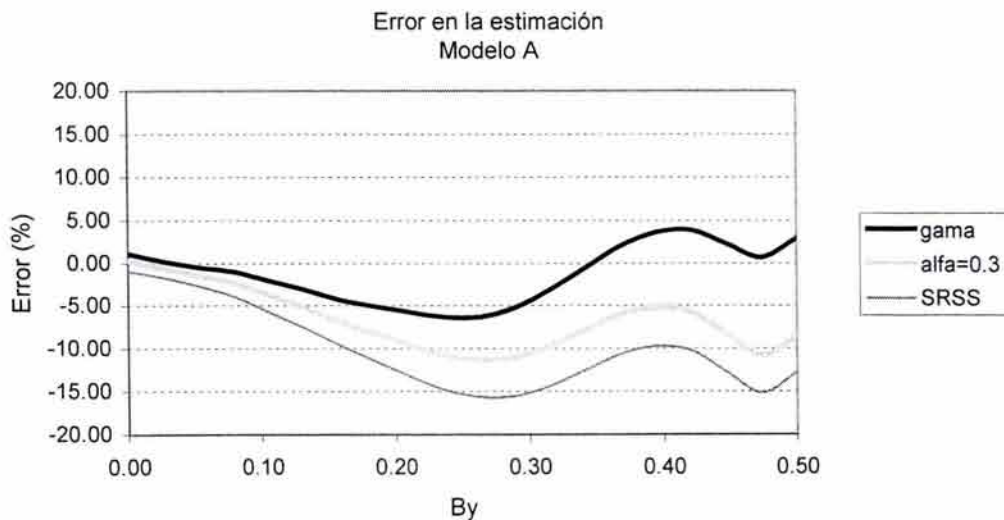
De cualquier forma es importante destacar que la diferencia observada para el modelo C en caso de utilizar un valor de la parte real de la coherencia de 0.5 respecto al utilizado de 1.00 es mínima, por lo que

para fines prácticos bien podría utilizarse dicho valor. De esta forma se observa que de haberse calculado la parte real de la coherencia en forma rigurosa tal como se describe en el párrafo anterior, su valor oscilaría entre 0.4 y 0.6 (Valdés 1999), el cuál estaría muy cercano a los que se han calculado en base al proceso de minimización del error que se ha realizado [menos para el caso en que es igual a 1].

En las figuras 4.3a y 4.3b se muestran los resultados que se obtienen para el modelo estructural A. Se presentan tanto las fuerzas cortantes calculadas para el marco que se analiza (*marco 4*) considerando la acción combinada de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, así como los errores en las estimaciones que se han hecho tanto con las reglas actuales en uso, como con el planteamiento que aquí se ha desarrollado.



**Figura 4.3a** Fuerza cortante en el marco 4 del modelo estructural A considerando la acción combinada de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.



**Figura 4.3b** Error en las estimaciones de la máxima fuerza cortante para el marco 4 del modelo estructural A.

En la figura 4.3a se observa como las reglas SRSS y la de combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  predicen valores menores a los que se obtienen de los análisis paso a paso realizados. Esta diferencia resulta importante para valores de  $B_y$  mayores a 0.1. A su vez, los resultados que se obtienen a partir de  $\gamma$  tienen un comportamiento que se acerca en mayor medida a los del análisis paso a paso.

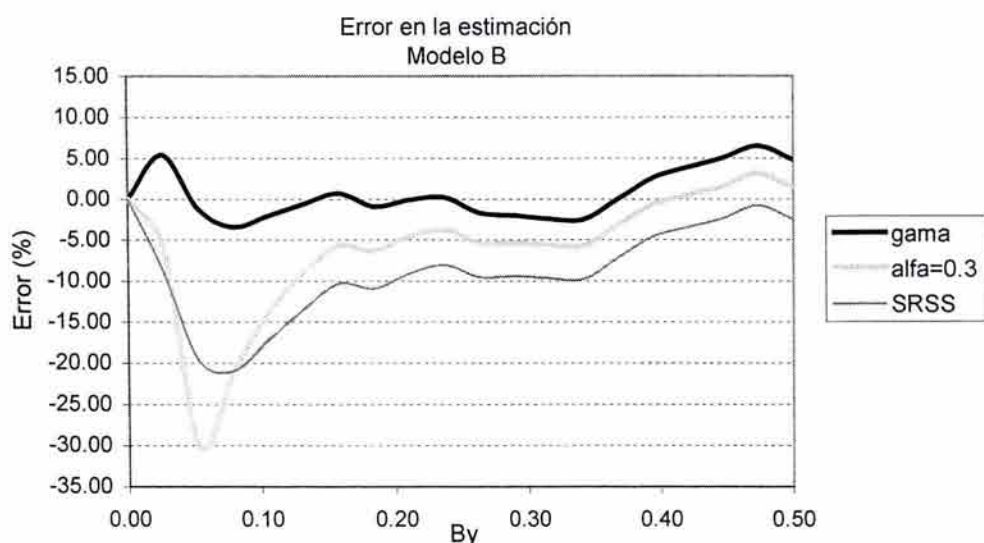
En la figura 4.3b se puede observar cómo el error en la estimación para el caso donde se emplea el procedimiento de  $\gamma$  se mantiene prácticamente menor a 5% para todos los valores de  $B_y$ . En cambio el método SRSS arroja un error máximo de 15% mientras que el de la combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  muestra un error máximo de 10%.

En el caso de  $\gamma$  el error no siempre resulta negativo, lo cual indica que no siempre se subestima la máxima respuesta. Los otros dos métodos siempre subestiman la respuesta.

En la figura 4.4 se muestran los errores en las estimaciones de la máxima fuerza cortante para el marco 1 del modelo estructural B. En este caso se aprecia un error mayor en las estimaciones hechas a partir del método SRSS y el de la combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  respecto a los que se tienen para el modelo estructural A. Se observa cómo este error puede llegar hasta 30% para el método de combinación de porcentajes y hasta 20% para el método SRSS. En todos los casos se subestima la máxima respuesta.

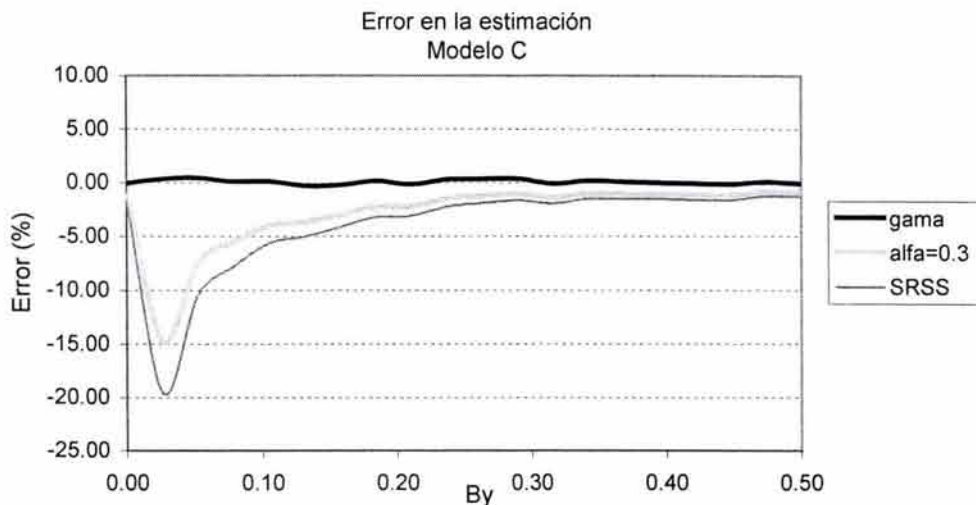
Por su parte el método de  $\gamma$  presenta un comportamiento similar al del modelo A, ya que su error se mantiene inferior a 5% en prácticamente todos los casos. De igual forma que en el caso anterior el error que proporciona  $\gamma$  no siempre resulta con signo negativo.

En este caso se observa que los mayores errores en la estimación se presentan para un valor de  $B_y=0.0527$ , situación en la cual las frecuencias modales del modelo que se analiza son:  $\omega_1=1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2=2.78 \text{ rad/s}$  y  $\omega_3=3.14 \text{ rad/s}$ .



**Figura 4.4** Error en las estimaciones de la máxima fuerza cortante para el marco 1 del modelo estructural B.

Por último en la figura 4.5 se presentan los resultados que se obtienen para el modelo C. En este caso resulta de interés observar que el error en la estimación de la máxima respuesta que se hace a partir de  $\gamma$  es prácticamente cero en todos los casos. En cambio con los otros métodos el error puede llegar hasta 20%.



**Figura 4.5** Error en las estimaciones de la máxima fuerza cortante para el marco 2 del modelo estructural C.

Por lo que respecta a los errores que se obtienen al aplicar la regla *CQC3* en la estimación de la máxima fuerza cortante bidireccional del marco que se analiza en los distintos modelos estructurales que se han estudiado, resulta que en todos los casos el mínimo error que se puede alcanzar corresponde al que se obtiene para la regla *SRSS*. Ello, a partir de un procedimiento de minimización de dicho error en función de los distintos parámetros ( $k$  y  $r_{xy}/r_x r_y$ ) a partir de los cuales se define la regla *CQC3* (ecuación 4.19).

En este caso, los valores de estas variables que minimizan el error de la estimación, son los siguientes:  $k=1$  para cualquier valor de  $r_{xy}/r_x r_y$  y  $r_{xy}/r_x r_y = 1$  para cualquier valor de  $k$ .

En la figura 4.6 se presentan los periodos modales de los tres modelos estructurales que se analizan. En la gráfica que corresponde al modelo C se observa cómo los periodos correspondientes a los dos primeros modos de vibrar se mantienen prácticamente iguales al periodo del suelo para valores de  $B_y$  menores a 0.15, lo cual representa una condición de doble resonancia.

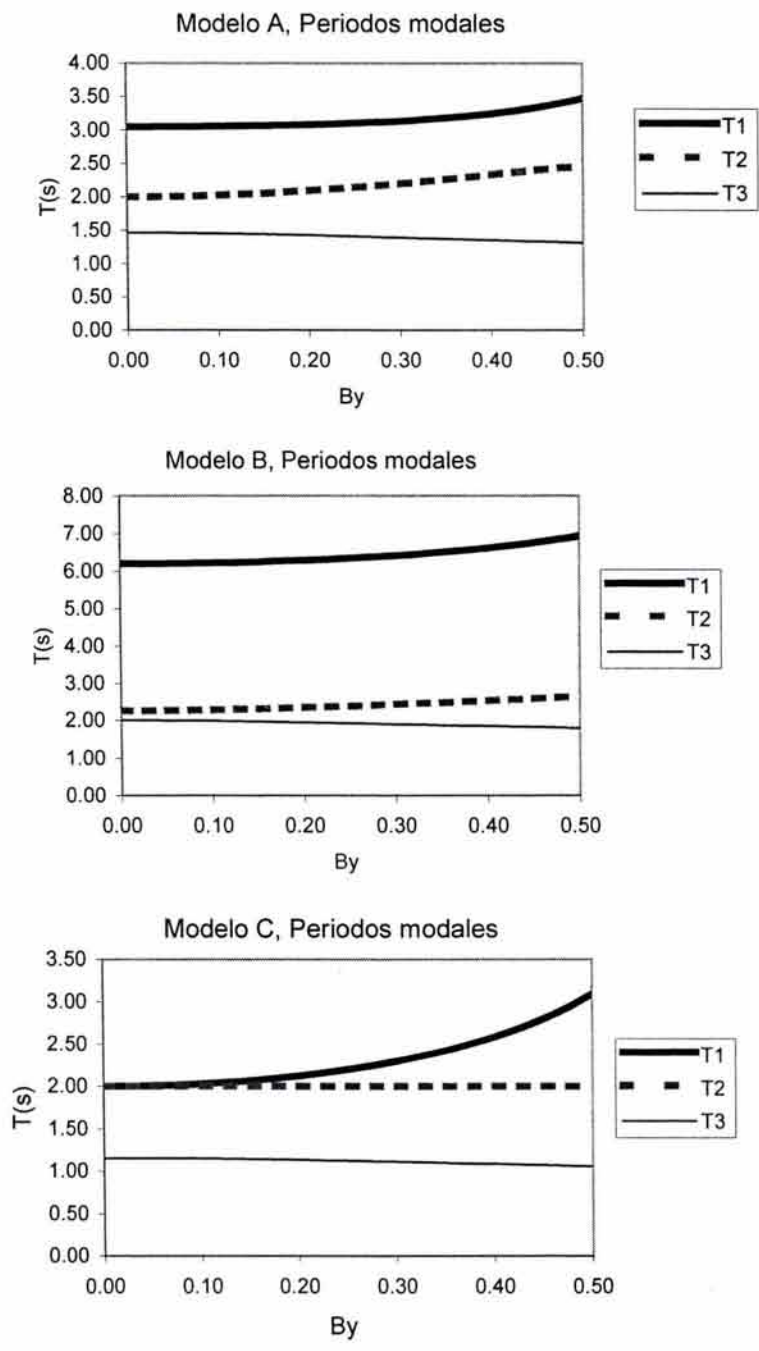


Figura 4.6 Periodos modales de los tres modelos estructurales que se analizan.

#### 4.1.5 Caso 2 (estación: CENTRAL DE ABASTOS)

En el segundo caso se analizan los registros del temblor del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s=8.1$ ) obtenidos en la estación de terreno blando de la Central de Abastos ( $T_s=4.00$  s), la cual se ubica en el valle de México. Se estudia el modelo  $C$  para el cual se consideran dos valores del periodo desacoplado de traslación en la dirección  $x$ , los cuales son  $T_x=2.00$  s y  $T_x=4.00$  s respectivamente. Los demás parámetros estructurales son los mismos que en el caso anterior (estación SCT).

En la figura 4.7 se muestran los errores en las estimaciones de la fuerza cortante del marco 2 para dicho modelo respecto a los resultados del análisis elástico paso a paso bidireccional. Se observa que los resultados son muy similares a los que se obtienen en el caso anterior (estación SCT).

En este caso los valores de la parte real de la coherencia que minimizan el error al tomar en cuenta todos los valores de  $B_y$ , son de 0.7 para el caso en el cual  $T_x=2.00$  s y 0.6 para  $T_x=4.00$  s. Sin embargo, de igual forma que en el caso anterior, un valor de la parte real de la coherencia de 0.5 representa un error máximo del 5% en la estimación hecha a partir del cálculo de  $\gamma$ , el cual se considera aceptable si se toma en cuenta que dicho error es sensiblemente menor a los que se obtienen al utilizar alguno de los otros dos métodos que se analizan.

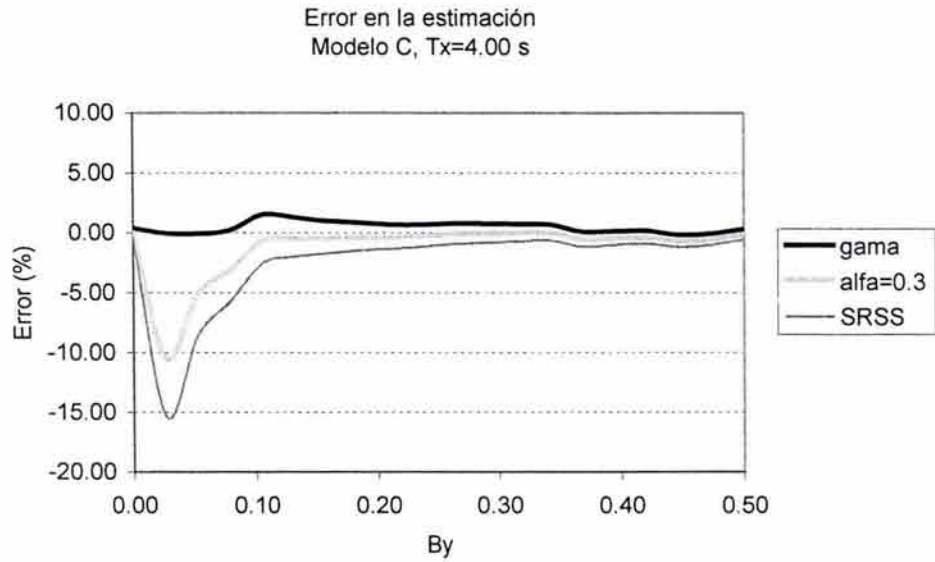
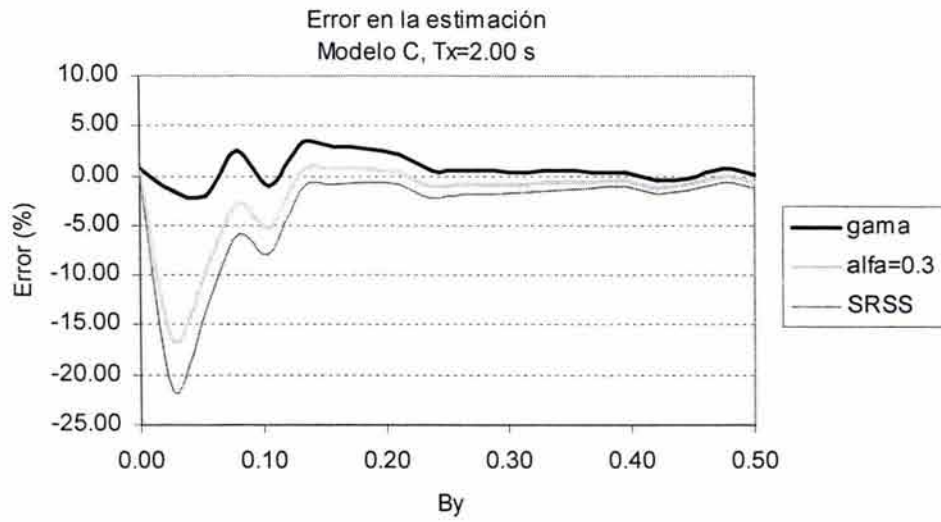
#### 4.1.6 Caso 3 (estación: 11)

En el tercer caso se analizan los registros que corresponden al temblor del 25 de abril de 1989 ( $M$  6.9) obtenidos en la estación de terreno blando de la ciudad de México identificada como número 11, para la cual se puede considerar un periodo fundamental del sitio de  $T_s=4.3$  s. El modelo que se analiza es el mismo que en el caso anterior (modelo  $C$ ,  $T_x=2.00$  s y  $T_x=4.00$  s).

En la figura 4.8 se muestran los errores en las estimaciones de la fuerza cortante del marco 2 para el modelo que se estudia (modelo  $C$ ) respecto a los resultados del análisis elástico paso a paso bidireccional. Los resultados que se obtienen pueden considerarse similares a los que se obtienen en los dos casos anteriores (estaciones SCT y Central de Abastos).

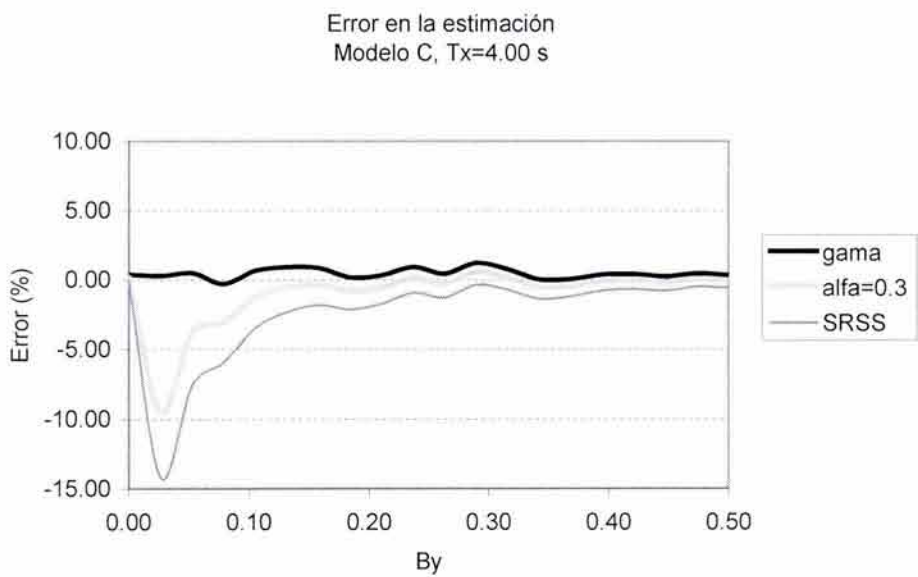
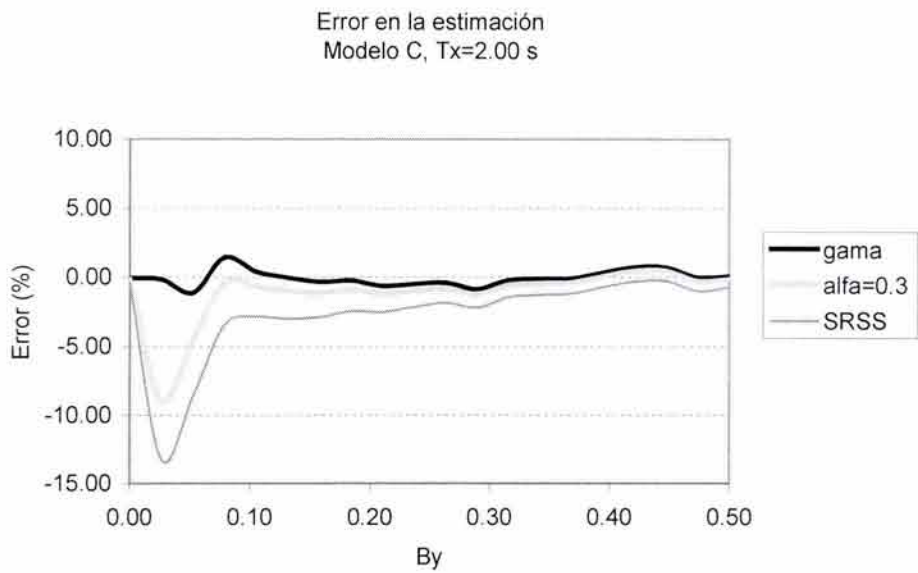
En este caso los valores de la parte real de la coherencia que minimizan el error al tomar en cuenta todos los valores de  $B_y$ , son de 0.4 para el caso en el cual  $T_x=2.00$  s, y 0.5 para  $T_x=4.00$  s.

Al haberse analizado estos tres casos se puede observar que los resultados son similares en todos ellos, lo cual hace ver que el procedimiento desarrollado en esta tesis es aplicable a cualquier sitio de terreno blando de la ciudad de México, sin importar, ni el periodo fundamental de vibrar, ni el espectro de Fourier que correspondan en particular a dicho sitio (Figura 3.3).



**Figura 4.7** Error en las estimaciones de la máxima fuerza cortante para el marco 2 del modelo estructural C en el caso donde se analizan los registros sísmicos de la central de abastos ( $T_s=4.00$  s).





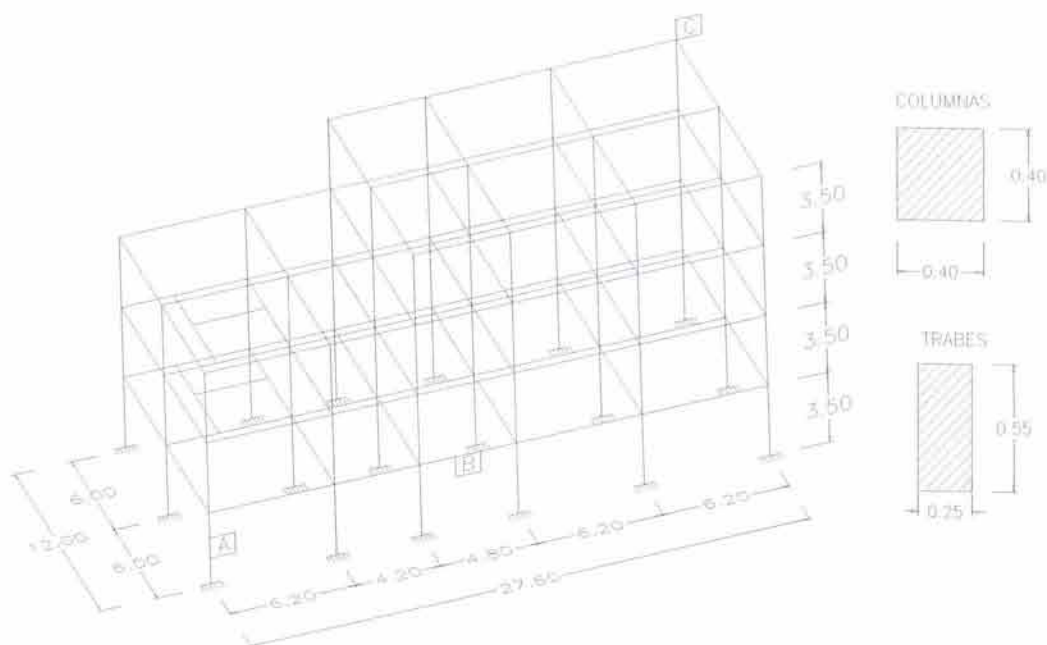
**Figura 4.8** Error en las estimaciones de la máxima fuerza cortante para el marco 2 del modelo estructural C en el caso donde se analizan los registros sísmicos de la estación 11 ( $T_s=4.3$  s).

## 4.2 EJEMPLO 2

El segundo ejemplo sirve para mostrar la aplicación de las expresiones desarrolladas a lo largo del capítulo anterior. Se trata de mostrar un enfoque práctico que sirva en el análisis de estructuras usuales o convencionales.

El ejercicio se refiere al análisis de una estructura de concreto reforzado de cuatro niveles desplantada en terreno blando de la ciudad de México. El objetivo consiste en determinar los elementos mecánicos de diseño que resultan una vez que se han combinado los efectos sísmicos ortogonales horizontales. Se supone que ambos componentes horizontales del movimiento del suelo tienen el mismo espectro de respuesta elástico el cual corresponde al espectro para terreno tipo III que proporciona el reglamento del Distrito Federal (RDF,1993). Todos los modos de vibrar tienen una fracción del amortiguamiento crítico del 5%.

Las dimensiones en planta de la estructura son de 12.00 m en la dirección  $x$  y de 27.60 m en la dirección  $y$ . En la figura 4.9 se muestra la geometría del modelo estructural que se analiza.



**Figura 4.9** Estructura del edificio que se analiza

La idea de utilizar el espectro de diseño proporcionado por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal es únicamente con el objeto de mostrar la manera en que este procedimiento de análisis podría ser incorporado en los criterios de diseño establecidos en los distintos reglamentos. Sin embargo, se sabe que su implementación involucra la redefinición o en su caso revisión de algunas condiciones bajo las cuales han sido elaborados dichos reglamentos.

Se analizan dos elementos estructurales, una columna  $A$  en su extremo inferior y una trabe  $B$  en su extremo inicial (extremo derecho). Además se analiza el desplazamiento lateral de la estructura (nodo  $C$ ).

El análisis dinámico modal espectral de la estructura para la acción individual de los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo se realizó mediante el programa RAM Advanse V4.0.1. En dicho análisis se considera un diafragma infinitamente rígido en su plano para cada entrepiso de la estructura por lo cual el modelo que se analiza tiene 12 grados de libertad. El método de combinación modal utilizado es el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS).

En la tabla 4.3 se muestran los resultados que se obtienen a partir del análisis dinámico modal espectral considerando la acción individual de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo para la columna A. El eje local vertical de los elementos que se analizan corresponde al eje 2-2, a su vez el eje local horizontal se identifica como eje 3-3.

El análisis individual o por separado de los elementos mecánicos que actúan sobre una columna carece de sentido práctico al momento de diseñarla. Sin embargo, se utiliza en este ejemplo únicamente con el propósito de mostrar el procedimiento de cálculo de los efectos sísmicos ortogonales. En el siguiente ejemplo se analiza un tipo de respuesta que toma en cuenta de mejor manera la interacción entre la carga axial y el momento flexionante en las dos direcciones.

**Tabla 4.3** Resultados del análisis dinámico modal espectral para la columna A

Estado de carga	M33 (t-m)	V2 (t)	M22 (t-m)	V3 (t)	Carga Axial (t)	Torsión (t-m)
Sismo en x	-39.635	-17.383	-1.739	0.77	26.448	0.00233
Sismo en -x	39.635	17.383	1.739	-0.77	-26.448	-0.00233
Sismo en y	10.536	4.568	-28.615	12.539	-24.19	-0.04963
Sismo en -y	-10.536	-4.568	28.615	-12.539	24.19	0.04963

En el análisis de la columna A se buscan obtener la carga axial, la fuerza cortante en ambas direcciones y el momento flexionante alrededor de los dos ejes. Las tres respuestas tienen componentes colineales por lo que debe utilizarse la ecuación 3.17a si el cálculo quiere hacerse en términos de  $\gamma$ , o en su caso la ecuación 3.19a si el cálculo se realiza en términos de  $\alpha$ .

La forma en que se evalúa  $\beta$  para los cinco casos de interés es la siguiente:

Carga axial :

$$\beta = \frac{24.19}{26.44} = 0.9146$$

V3 :

$$\beta = \frac{0.77}{12.539} = 0.0614$$

V2 :

$$\beta = \frac{4.568}{17.383} = 0.2627$$

M22 :

$$\beta = \frac{1.739}{28.615} = 0.0607$$

M33 :

$$\beta = \frac{10.536}{39.635} = 0.2607$$

En el cálculo de las máximas respuestas sólo interesa el valor positivo de  $\beta$ .

En la tabla 4.4 se presentan los valores correspondientes a las máximas respuestas considerando los efectos sísmicos ortogonales horizontales que resultan al aplicar la ecuación 3.17a para un valor de la parte real de la coherencia de 0.4. De igual forma se muestran los resultados obtenidos a partir de las distintas reglas de combinación de porcentajes que se utilizan actualmente.

**Tabla 4.4** Máximas respuestas considerando los efectos sísmicos ortogonales horizontales para la columna A

Respuesta	Ecuación 3.17 <sup>a</sup>	$\alpha=0.3$	SRSS
Carga axial (t)	$\pm 42.38$	$\pm 33.70$	$\pm 35.84$
V3 (t)	$\pm 12.86$	$\pm 12.77$	$\pm 12.56$
V2 (t)	$\pm 19.66$	$\pm 18.75$	$\pm 17.97$
M33 (t-m)	$\pm 44.90$	$\pm 42.79$	$\pm 41.01$
M22 (t-m)	$\pm 29.35$	$\pm 29.13$	$\pm 28.66$

Se observa que la máxima diferencia en los valores calculados se presenta para la carga axial. En este caso la diferencia es de 18.25% para el método SRSS y de casi 26% para el método de  $\alpha=0.3$ , ambos respecto a la carga axial calculada a partir de la ecuación 3.17a. En los casos de V2 y M33 la diferencia es de 10%, mientras que en las otras dos respuestas (M22 y V3) los resultados son prácticamente iguales para los tres métodos.

En todas las respuestas los máximos valores se obtienen a partir de la ecuación 3.17a.

El signo  $\pm$  que aparece en los valores calculados surge de considerar ambas raíces de la ecuación que define a  $\gamma$  (ecs 3.17a). Para fines de diseño deberán considerarse las dos condiciones.

El análisis de la trabe B es análogo al de la columna A. En la tabla 4.5 se muestran los resultados del análisis dinámico modal espectral y en la tabla 4.6 las máximas respuestas calculadas a partir de los distintos métodos que consideran los efectos sísmicos ortogonales horizontales. De nueva cuenta se considera que la parte real de la coherencia vale 0.4.

**Tabla 4.5** Resultados del análisis dinámico modal espectral para la trabe B

Estado de carga	M33 (t-m)	V2 (t)	Torsión (t-m)
Sismo en x	35.979	15.31	-0.00133
Sismo en -x	-35.979	-15.31	0.00133
Sismo en y	-10.05	-4.278	0.00257
Sismo en -y	10.05	4.278	-0.00257

**Tabla 4.6** Máximas respuestas considerando los efectos sísmicos ortogonales horizontales para la trabe B

Respuesta	Ecuación 3.17a	$\alpha=0.3$	SRSS
V2 (t)	$\pm 17.46$	$\pm 16.59$	$\pm 15.89$
M33 (t-m)	$\pm 41.04$	$\pm 38.99$	$\pm 37.35$

En este caso se observa una diferencia de 10% para el método SRSS y de 5% para el método de  $\alpha=0.3$ , respecto a los valores que resultan al aplicar la ecuación 3.17a.

Por último, en el análisis del desplazamiento lateral de la estructura el cual se mide en función del desplazamiento del nodo señalado, se presenta el caso donde los componentes de la respuesta son ortogonales. Por ello deberán utilizarse las ecuaciones 3.17b o 3.19b al momento de calcular los máximos desplazamientos que se presenten bajo la acción de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo.

En la tabla 4.7 se muestran los desplazamientos calculados a partir del análisis dinámico modal espectral considerando la acción individual de los componentes del movimiento del suelo.

En los análisis unidireccionales que se realizan se desprecian los desplazamientos en la dirección perpendicular a la del análisis, los cuales resultan de muy baja magnitud.

En este caso

$$\beta = \frac{7.519}{12.10} = 0.6214$$

Si se sustituye este valor en la ecuación 3.17b y se considera que la parte real de la coherencia es 0.4, entonces resulta que  $\gamma=1.062$ . De esta forma la máxima respuesta considerando la acción combinada de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo se obtiene a partir de la multiplicación de  $\gamma$  por el mayor de los componentes de la respuesta . En este caso:

$$\text{Desplazamiento máximo} = 1.062 ( 12.10 ) = 12.85 \text{ cm}$$

Bajo este criterio de análisis la dirección del desplazamiento no corresponde a x o y en particular.

En la tabla 4.8 se presenta un resumen de los resultados que se obtienen al aplicar los distintos métodos que se analizan.

**Tabla 4.7** Desplazamientos del nodo C obtenidos en base al análisis dinámico modal espectral

Estado de carga	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)
Sismo en x	7.519	0.1523	-0.055
Sismo en -x	-7.519	-0.1523	0.055
Sismo en y	2.10	12.10	0.08
Sismo en -y	-2.10	-12.10	-0.08

**Tabla 4.8** Resumen de resultados para el análisis del desplazamiento horizontal del nodo C

Respuesta	Ecuación 3.17b	$\alpha=0.3$	SRSS
Desplazamiento horizontal (cm)	12.85	12.30	14.24

Las diferencias que se tiene en los desplazamientos calculados con los métodos *SRSS* y el de la combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$ , respecto a los calculados a partir de la ecuación 3.17b son de 10% y 5% respectivamente. En este caso el método *SRSS* predice un valor mayor al calculado de acuerdo a los otros dos criterios.

Los cálculos que se han presentado en este ejemplo únicamente sirven para mostrar la metodología del procedimiento de análisis que se propone, ya que las comparaciones hechas respecto a los demás métodos pueden resultar arbitrarias.

Sin embargo, se piensa que las expresiones desarrolladas en este trabajo pueden ser de utilidad en la evaluación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales, ya que éstas modelan en forma más realista, clara y completa el fenómeno que se analiza en comparación con las actuales reglas en uso.

De cualquier forma gran parte del éxito en su aplicación dependerá de un estudio de confiabilidad que permita calibrar, en términos de la maximización de la utilidad, los valores y criterios adoptados en su desarrollo.

### 4.3 EJEMPLO 3

En este tercer ejemplo se analiza el mismo modelo estructural del ejemplo anterior, al cual se le modifican ciertos parámetros estructurales con la idea de reproducir condiciones más severas en su comportamiento (resonancia). El objetivo de este ejercicio al igual que en el primer ejemplo es comparar los resultados de un análisis elástico bidireccional paso a paso respecto a los resultados que se obtienen al aplicar el procedimiento de solución teórica que se desarrolla en esta tesis. Las respuestas que se estudian en este caso corresponden al esfuerzo normal en una columna de esquina identificada como *A* (figura 4.9) y la fuerza cortante del primer entrepiso. El registro sísmico que se utiliza es el del temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación *SCT*.

El parámetro estructural que se modifica es el módulo de elasticidad del concreto, con lo cual los periodos correspondientes a los cinco primeros modos de vibrar son:  $T_1=2.00$  s,  $T_2=1.93$  s,  $T_3=1.63$  s,  $T_4=0.73$  s, y  $T_5= 0.274$  s. De esta forma, se observa que el periodo correspondiente al primer modo resulta muy similar al del sitio de donde se obtienen los acelerogramas que se analizan (*SCT*), lográndose de esta forma reproducir la condición de resonancia que se considera una de las más severas situaciones que puede enfrentar una estructura.

La primera respuesta que se analiza corresponde al esfuerzo normal máximo (Esfuerzo 1) que se produce en alguna de las cuatro esquinas de la base de la columna *A* (figura 4.9), el cual se debe tanto a la carga axial como a los esfuerzos normales producidos por la acción bidireccional del momento flexionante. En este caso el tipo de respuesta que se analiza es colineal por lo que deberán utilizarse las expresiones 3.17a o

3.19a dependiendo si el cálculo se realiza en términos de  $\gamma$  o de  $\alpha$ . La variable  $\beta$  se calcula a partir de las expresiones 3.18a o 3.18b de acuerdo a lo ya expuesto en los ejemplos anteriores.

En la tabla 4.9 se resumen los resultados que se obtienen tanto a partir del análisis bidireccional simultáneo paso a paso (Sismo en  $x$  y  $y$ ), como los que resultan de la excitación unidireccional de la estructura mediante los métodos con técnicas de espectros de respuesta que se utilizan actualmente. Así mismo, se muestran los errores de las estimaciones que se obtienen al momento de tratar de tomar en cuenta los efectos sísmicos ortogonales horizontales, ya sea mediante el método de combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$ , el método SRSS, o el que resulta de aplicar el procedimiento desarrollado en esta tesis el cual involucra el cálculo de  $\gamma$ .

En este caso el valor de la parte real de la coherencia se determino en base al cálculo riguroso hecho a partir de ambas historias del movimiento del terreno en el tiempo (acelerogramas ortogonales horizontales correspondientes al temblor analizado).

**Tabla 4.9** Resumen de resultados para el análisis del esfuerzo normal máximo en la base de la columna A.

		Carga Axial (kg)	Mx (kg-m)	My (kg-m)	Esfuerzo1 (kg/m <sup>2</sup> )
<b>ESTADOS DE CARGA</b>	Sismo en $x$ y $y$	103483.40	50168.40	70140.00	11578556.30
	Sismo en $x$	51731.00	1272.40	57288.20	5795580.43
	Sismo en $y$	55330.00	49003.00	14636.00	6071139.60
<b>ECS. 3.18</b>	$\beta$	0.935	0.026	0.255	0.954
<b>Parámetros de análisis</b>	K	1	1	1	1
	Parte real de la coherencia	0.6	0.6	0.6	0.6
<b>ECS. 3.17a</b>	$\gamma_c$	1.73	1.01	1.17	1.74
<b>Error de la estimación en %</b>	Para $\gamma_c$	-7.45	-0.78	-4.33	- 8.32
	Para $\alpha=0.3$	-31.53	-1.56	-12.06	- 32.55
	Para SRSS	-26.80	-2.29	-15.70	- 27.51

Se observa que en el caso del esfuerzo normal que se analiza (Esfuerzo 1), el error que se tiene en su estimación a partir de la regla de combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  es de -32.55% el cual se considera excesivo. De igual forma, el error que resulta al utilizar el método SRSS que es de -27.51% es muy alto. Sin embargo, se puede observar que en caso de utilizar el procedimiento de combinación de efectos sísmicos ortogonales a partir de  $\gamma$  el error que se tiene es de -8.32%, el cual resulta bajo si se compara con los demás métodos ya comentados. El signo negativo en el error indica que se subestima la máxima respuesta.

Por lo que se refiere a las demás respuestas (carga axial y momentos flexionantes por separado), cuya estimación carece de sentido práctico pero que sin embargo permite valorar los distintos procedimientos de combinación de efectos sísmicos ortogonales, se observa que los errores en el cálculo de la carga axial son del mismo orden que los del esfuerzo normal. A su vez, en el cálculo de  $M_x$  los errores que arrojan los tres métodos son muy bajos (menores al 2.3%). Por su parte, en el cálculo de  $M_y$  el máximo error se obtiene al

utilizar el método SRSS que es de 15.70%, y el menor que es de 4.33% resulta al aplicar el procedimiento que involucra el cálculo de  $\gamma$ .

De igual forma que en el ejemplo 1, los menores errores que proporciona la regla CQC3 en la estimación de las distintas respuestas que se resumen en la tabla 4.9, corresponden a los de la regla SRSS.

En todos los casos el mínimo error se obtiene al utilizar el procedimiento de combinación de efectos sísmicos ortogonales que se desarrolla en esta tesis.

En este ejemplo a diferencia de los dos anteriores, el registro sísmico se rotó un determinado ángulo con lo cual se alcanzó la condición de máxima correlación cruzada entre los componentes del movimiento del suelo, por lo que se considera  $k=1$ . Además, se analizó la estructura tanto para la acción del componente 1 del movimiento del suelo en la dirección  $x$  de la estructura y el 2 en la dirección  $y$ , como para la acción del componente 2 en la dirección  $x$  y el componente 1 en la dirección  $y$ . En cada caso se analizaron las cuatro posibles combinaciones de sentido en la aplicación de la excitación.

Por lo que se refiere al análisis de la fuerza cortante en la base de la estructura, el análisis paso a paso se realizó de tal forma que para cada instante de tiempo se calculó una fuerza cortante resultante a partir de la raíz cuadrada de la suma de las fuerzas cortantes en las direcciones  $x$  y  $y$  elevadas al cuadrado. De esta forma al considerar la duración total del movimiento del terreno se obtiene una fuerza cortante resultante máxima en la base de la estructura de

$$VR_{xy \max} = 1014.81 \text{ t}$$

A su vez, del análisis unidireccional el cual se basa en los métodos con técnicas de espectros de respuesta, los resultados que se obtienen en términos de la fuerza cortante máxima en cada dirección son:

Para la acción individual del sismo en  $x$

$$V_{x \max} = 799.13 \text{ t}$$

Para la acción individual del sismo en  $y$

$$V_{y \max} = 708.53 \text{ t}$$

En ambos casos (sismo en  $x$  y sismo en  $y$ ), también se genera una fuerza cortante en la dirección ortogonal a la de análisis, sin embargo su valor resulta tan bajo que puede despreciarse.

Con base en estos resultados el cociente  $\beta$  se evalúa a partir de la expresión 3.18 de la siguiente forma:

$$\beta = \frac{708.53}{799.13} = 0.8866$$



En este caso los componentes de la respuesta son ortogonales por lo que en el cálculo de  $\gamma$  debe utilizarse la ecuación 3.17b, de esta forma considerando un valor de la parte real de la coherencia de 0.6 resulta que:

$$\gamma_o = \pm \sqrt[4]{1 + \beta^4 + 2\beta^2 \text{real}^2[\phi(\omega_s)]} = \pm \sqrt[4]{1 + 0.8866^4 + 2(0.8866)^2(0.6)^2} = 1.2156$$

Bajo este criterio la máxima fuerza cortante resultante considerando la acción bidireccional de los componentes del movimiento del terreno se obtiene multiplicando al mayor de los componentes de la respuesta (que en este caso resulta  $V_{x\text{máx}}$ ) por  $\gamma$ , es decir

$$VR_{xy\gamma} = 1.2156 (799.13) = 971.45 \text{ t}$$

Se observa que el error en la estimación respecto al valor obtenido en el análisis paso a paso ( $VR_{xy\text{max}} = 1014.81 \text{ t}$ ) es de  $-4.27\%$ .

Si la estimación se realiza a partir de la regla de combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  se tiene que

$$VR_{xy\alpha} = \sqrt{(799.13)^2 + (0.3(708.53))^2} = 826.91 \text{ Ton}$$

con lo que el error resulta de  $-18.51\%$ , el cual se considera alto.

Por su parte, en caso de haber utilizado el método SRSS se tiene que

$$VR_{xy\text{SRSS}} = \sqrt{(799.13)^2 + (708.53)^2} = 1067.99 \text{ Ton}$$

En cuyo caso el error de la estimación es del mismo orden que para  $\gamma$  (5%), solo que al ser positivo sobreestima la respuesta.

En caso de aplicar la regla *CQC3* (ecuación 4.19) minimizando el error que se obtiene en la estimación del máximo cortante basal bidireccional, en términos de las variables  $k$  y  $r_{xy}/r_x r_y$ , resulta que existen distintos pares de valores para dichas variables ( $k=0.875$  y  $r_{xy}/r_x r_y=0$ , por ejemplo), las cuales proporcionan un error de 0% en la estimación.

Con base en todos los resultados obtenidos en este capítulo, y tomando como referencia algunos de otros trabajos (Heredia-Zavoni y Machicao-Barrionuevo, 2004), se puede observar que los actuales métodos de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales no toman en cuenta en forma explícita, completa y rigurosa, el hecho de que la respuesta bidireccional de las estructuras depende en forma importante de las características propias de la estructura que se analice, del tipo de suelo y del tipo de respuesta de que se trate (componentes ortogonales y colineales). De ahí que las fuerzas de diseño calculadas a partir de dichos métodos o procedimientos puedan resultar inferiores a las que en realidad se presentan, como sucedió en la gran mayoría de los casos analizados. Aunque también pueden existir algunos casos en los cuales se sobreestime la respuesta sísmica bidireccional.

En general, se observa que el método de análisis propuesto en esta tesis, el cual se basa en el cálculo de  $\gamma$  (alternativamente  $\alpha$ ), es el que garantiza los mínimos errores en las estimaciones hechas al considerar los diferentes tipos de respuesta que se han analizado. Además, de que este método sí considera en forma explícita las distintas variables involucradas en la respuesta sísmica bidireccional de las estructuras (características estructurales, tipo de respuesta y características del suelo).

# Capítulo 5

---

## Análisis Inelástico

En este capítulo se estudia el comportamiento inelástico de dos modelos estructurales cuyas características dinámicas resultan críticas al tomar en cuenta la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento sísmico del terreno. Se considera que las dos estructuras, las cuales corresponden a edificios típicos de concreto reforzado, se encuentran en la zona de terreno blando de la ciudad de México. Por su parte, la combinación de efectos sísmicos ortogonales se realiza en términos de la fuerza cortante basal.

El objetivo de estos análisis se centra en la identificación de las principales características del comportamiento inelástico de cada estructura asociadas a la forma en que se combinan los efectos sísmicos ortogonales horizontales en su diseño. Por una parte se analiza el caso en el cual la combinación de estos efectos se hace en base a una regla de combinación de porcentajes para  $\alpha=0.3$  (RDF, 1993), y por otra, el caso en el cual dicho porcentaje se calcula de acuerdo al procedimiento desarrollado en este trabajo (ecs. 3.17b, 3.18 y 3.19b). De esta forma se obtienen dos diseños distintos para cada estructura, cada uno de los cuales se analiza paso a paso inelásticamente para la acción sísmica bidireccional simultánea correspondiente al temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en terreno blando de la ciudad de México (estación SCT,  $T_s=2.00$  s).

Las principales variables que se estudian en cada caso corresponden a los máximos desplazamientos de cada nivel, las máximas distorsiones relativas de entrepiso, las demandas de ductilidad, el comportamiento histerético, el daño global de la estructura, y el costo inicial de cada diseño. De esta forma se establece una comparación directa entre los distintos procedimientos de análisis y combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales que se estudian, con lo cual es posible identificar las ventajas y desventajas de cada uno de ellos al tomar en cuenta el comportamiento inelástico en que incursionan las estructuras ante solicitaciones últimas o de diseño.

### 5.1 Respuesta sísmica bidireccional crítica o de diseño

De acuerdo con lo expuesto en capítulos anteriores se observa que las máximas respuestas debidas a efectos bidireccionales que resultan de interés al momento de diseñar cualquier tipo de estructura, ocurren en instantes distintos a lo largo de la duración del temblor. Las máximas respuestas pueden ser: la fuerza cortante, el momento flexionante y/o la carga axial correspondientes a cierta sección en una determinada trabe o columna del edificio, la fuerza cortante o la distorsión de un entrepiso en particular, la deflexión en cierto punto de una viga, etc.

Por ejemplo, si se considera el comportamiento de una estructura hiperestática a la cual se le permite incurrir en una etapa de comportamiento inelástico, se podrá observar que en el instante en que se presenta el máximo esfuerzo normal debido a la flexión bidireccional y a la carga axial en una determinada sección de cierta columna del edificio, el resto de las columnas y en general de los elementos estructurales presentan esfuerzos inferiores a los máximos que podrían alcanzar cada uno de ellos. Esto favorece una redistribución

de esfuerzos en toda la estructura, lo que en forma práctica permite diseñar a los distintos elementos estructurales para resistir una solicitación inferior a la máxima calculada bajo un criterio elástico.

En la medida que se permita a la estructura una mayor incursión en la etapa inelástica de comportamiento, mayor será la reducción que se pueda hacer en las solicitaciones máximas o de diseño calculadas a partir de un análisis elástico. Este criterio ya es tomado en cuenta en los distintos reglamentos de diseño, los cuales aceptan que ante excitaciones de intensidad alta, los materiales incurran en una etapa de comportamiento inelástico por lo que admiten reducciones en las ordenadas espectrales de diseño. En el caso de la ciudad de México estas reducciones se realizan en base a un factor  $Q$ , el cual depende del tipo de estructuración y de los detalles de dimensionamiento que se hayan implementado en la estructura (RDF,1993).

Si se considera que este procedimiento de reducción de las fuerzas elásticas refleja en forma "precisa" el comportamiento inelástico de la estructura, entonces el diseño de sus distintos elementos debería realizarse con todo rigor para la máxima solicitación bidireccional que corresponda en particular al tipo de respuesta que se analice para cada elemento, la cual se puede calcular a partir del procedimiento desarrollado en este trabajo. Hay que tomar en cuenta que para ello debería considerarse la respuesta de la estructura ya reducida en base al factor  $Q$ .

De esta forma resulta, por ejemplo, que el diseño de una columna del primer nivel de cierto edificio demandaría una combinación de porcentajes distinta en comparación a otra columna del mismo nivel, o a una trabe del siguiente nivel, etc. Este trabajo parece excesivo ya que involucra combinar los efectos sísmicos ortogonales en forma individual, tanto para cada tipo de respuesta (fuerza cortante, carga axial, momento flexionante, deflexiones o deformaciones, etc.) como para cada elemento estructural. De cualquier modo, aún cuando los actuales programas de cómputo comerciales no permiten hacer este tipo de combinación, basta una ligera modificación en sus algoritmos de cálculo para implementar un procedimiento como el que se desarrolla y describe en este trabajo.

Sin embargo, dicho procedimiento de reducción de la respuesta elástica en base al factor de comportamiento sísmico  $Q$  para estimar la respuesta inelástica de la estructura es aproximado, por lo cual difícilmente puede tomar en cuenta todas las características tanto de la estructura como de la excitación que afectan y determinan su comportamiento inelástico real. De esta forma, el procedimiento de análisis y combinación de efectos sísmicos ortogonales que se proponga para fines de diseño práctico debe considerar esta incertidumbre en la redistribución de los esfuerzos entre los distintos elementos estructurales al momento en que la estructura se comporte inelásticamente.

Los criterios actuales de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales, tales como la regla de combinación de porcentajes (100%+30% y 100%+40%), así como la regla SRSS, equivalen a realizar la combinación de las respuestas sísmicas bidireccionales en términos de los máximos cortantes basales calculados por separado en cada dirección ortogonal. La principal ventaja que ofrece esta condición tiene que ver con que el cortante basal es la más general o global de las formas en que se puede medir la respuesta de la estructura, por lo que no es posible plantear una redistribución de esfuerzos en términos del cortante basal como tal. De esta forma se evita la controversia que existe en la estimación de dicha redistribución de esfuerzos.

Por todo ello, y considerando el carácter “aproximado” de los distintos procedimientos involucrados en los métodos de análisis y diseño sísmico de estructuras basados en técnicas de espectros de respuesta que se utilizan actualmente, se recomienda que para fines prácticos la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales se realice en términos del cortante basal, y de acuerdo a un procedimiento de combinación de porcentajes en el cual dicho porcentaje se calcule por medio del procedimiento que se desarrolla y expone en los capítulos 3 y 4 de este trabajo (ecs. 3.17b, 3.18 y 3.19b).

Si se utiliza la regla *SRSS* para combinar los efectos sísmicos ortogonales en términos del cortante basal, y en general a partir de cualquier respuesta de tipo “ortogonal”, el tiempo de fase relativo entre los componentes de la respuesta en cada dirección ortogonal se pierde, lo que equivale a considerar que ambos máximos ocurren en el mismo instante. Esta condición propicia diseños sumamente conservadores que bajo un criterio de diseño óptimo no son recomendables (Reed y Kennedy, 1996).

Por tal motivo no se recomienda el empleo de la regla *SRSS* para combinar respuestas de tipo “ortogonal”. Sin embargo, en el caso de respuestas “colineales” la utilización de dicha regla equivale a considerar que en un instante dado actúa el 100% del componente de la respuesta debido a la acción del sismo en una dirección, mientras que el otro componente generado por la acción del sismo en la dirección ortogonal actúa en un porcentaje  $\alpha$ . Este porcentaje se puede calcular a partir de la siguiente ecuación.

$$\alpha = \frac{\sqrt{1 + \beta^2} - 1}{\beta} \quad (5.1)$$

donde  $\beta$  es el cociente entre ambos componentes de la respuesta el cual se definió en el capítulo 3 de este trabajo. Se observa que la ecs. 5.1 es análoga a la ecs. 3.19a en caso de considerar que la parte real de la coherencia vale cero.

Por ello, se deduce que la regla *SRSS* considera nula correlación entre los componentes de la respuesta en caso de que estos sean de tipo colineal, y a su vez, supone completa correlación en el caso de respuestas de tipo ortogonal.

Con objeto de establecer las características dinámicas del tipo de estructura para la cual la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales resulta crítica en caso de calcular el cortante basal bidireccional, se realizó un estudio paramétrico de un modelo tridimensional de dos grados de libertad. Las variables que se estudian corresponden a los periodos desacoplados de traslación en cada dirección ortogonal.

En la figura 5.1 se muestran los errores (en porcentaje) en la estimación del máximo cortante basal bidireccional calculado de acuerdo con la regla de combinación de porcentajes 100%+30%, respecto al que se obtiene del análisis elástico bidireccional paso a paso del modelo que se estudia. El sismo que se analiza es el del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s=8.1$ ) registrado en la estación SCT de la ciudad de México.

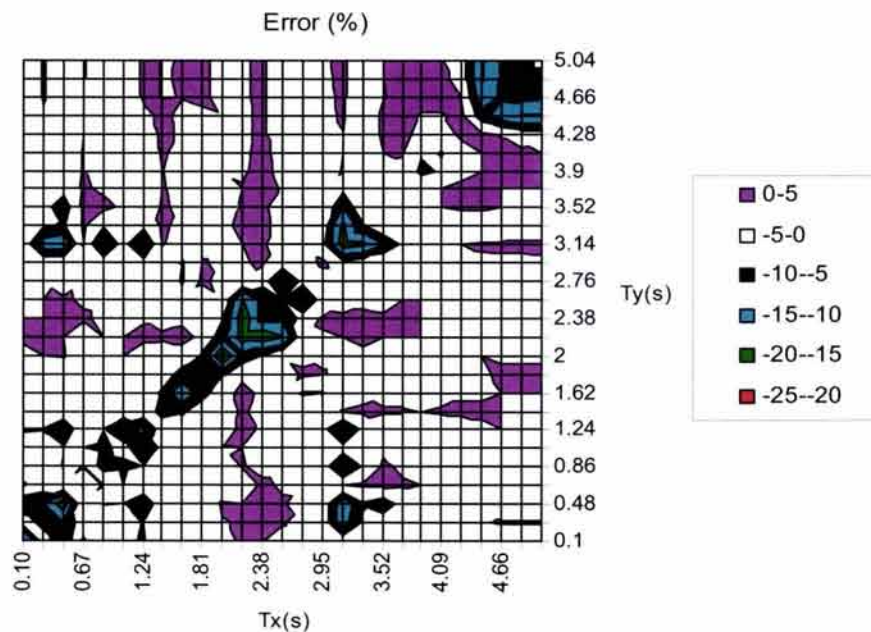
Un error con signo negativo indica que el cortante basal calculado a partir de la regla 100%+30% resulta menor al que se presenta en el análisis bidireccional paso a paso. Se puede observar que el promedio del error obtenido para todo el conjunto de pares de periodos de traslación que se analizan es de -2.03%,

mientras que los máximos y mínimos errores son de  $-21.94\%$  y  $1.20\%$  respectivamente. El máximo error ( $-21.94\%$ ) se presenta en forma única para valores de  $T_x=T_y=2.00$  s, por lo cual se considera que el caso crítico para este registro sísmico en particular ocurre cuando ambos periodos fundamentales de traslación del edificio tienden al periodo del sitio ( $T_s=2.00$  s). Bajo esta consideración se establecen las características dinámicas de los modelos estructurales que serán analizados inelásticamente.

El haber obtenido un error promedio en la estimación hecha a partir de la regla  $100\%+30\%$  tan bajo ( $-2.03\%$ ) al considerar todo el conjunto de pares de periodos de traslación analizados, da confianza respecto a su utilización. Sin embargo, se han identificado algunas estructuras para las cuales dicha regla resulta "insegura", lo cual justifica la utilización de algún procedimiento de cálculo más riguroso que logre identificar tales casos. Una alternativa podría ser el método de combinación que se desarrolla y expone en este trabajo.

Se observa que en caso de estimar el máximo cortante basal bidireccional a partir del conjunto de expresiones desarrolladas en capítulos anteriores (ecs. 3.17b, 3.18 y 3.19b), el máximo error que se obtiene es de  $-7.8\%$  y se presenta en el mismo caso crítico ( $T_x=T_y=2.00$  s), por su parte, el promedio general resulta de  $0.44\%$ . Todo esto considerando un valor de la parte real de  $\varphi(\omega_s)=0.6$ .

De igual forma se analizó la señal correspondiente al mismo temblor pero registrada en la estación de "Central de abastos" ( $T_s=4.00$  s), en cuyo caso el máximo error que se obtiene al utilizar la regla  $100\%+30\%$  es de  $-25.19\%$  y se presenta para la condición en que  $T_x=4.28$  s y  $T_y=1.43$  s. Este resultado muestra que la situación crítica no siempre ocurre para la condición en que ambos periodos de traslación se aproximan al del sitio. Por su parte, el promedio del error que resulta al considerar todos los pares de periodos de traslación analizados es de  $-2.3\%$ .



**Figura 5.1** Error en la estimación del máximo cortante basal bidireccional calculado a partir de la regla  $100\%+30\%$  respecto al que se obtiene del análisis bidireccional paso a paso del modelo de dos grados de libertad que se estudia. Se analiza el registro sísmico del 19 de septiembre de 1985 obtenido en la estación SCT.

## 5.2 Análisis inelástico bidireccional paso a paso

Con base en los resultados ya comentados respecto a las características estructurales que determinan la condición crítica en la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales al momento de analizar el cortante basal bidireccional, se proponen dos modelos estructurales representativos de edificios típicos de concreto reforzado cuyo destino de uso es el de oficinas. La geometría en planta de ambos modelos es la misma y se puede observar en las figs. 5.2 y 5.3, por lo que respecta a su elevación el modelo 1 tiene 15 niveles con una altura total de 55 m, mientras que el modelo 2 tiene 18 niveles con una altura total de 65.50 m. La principal característica de ambos modelos tiene que ver con que el periodo de traslación correspondiente a sus dos primeros modos de vibrar se considera prácticamente de 2.00 s, lo cual trata de representar la condición crítica expuesta en párrafos anteriores para el sitio SCT.

Tanto su geometría en planta como en elevación, así como las dimensiones de sus elementos estructurales (trabes y columnas) se determinan bajo la condición de hacer coincidir el periodo fundamental de vibración traslacional de la estructura en ambas direcciones ortogonales con el del sitio, que en este caso corresponde al de la estación SCT ( $T_s=2.00$  s).

Por simplicidad se seleccionan modelos estructurales en los cuales los efectos de torsión son casi nulos. Sin embargo, al centrar el estudio en la combinación de las fuerzas cortantes basales unidireccionales, la condición crítica se relaciona más con las características dinámicas de la estructura bajo las cuales ambos periodos fundamentales de traslación coinciden con el del sitio (para el caso SCT), que en sus condiciones particulares de excentricidad.

Al respecto pueden existir dos estructuras cuyo comportamiento bidireccional ante los efectos de la fuerza cortante basal sea análogo, sin importar que una de ellas presente torsión y la otra no, lo cual ocurriría si para esas combinaciones particulares de periodos desacoplados ortogonales de traslación y excentricidades en  $x$  y  $y$ , ambos periodos fundamentales de vibración traslacional se aproximan al del sitio (caso SCT).

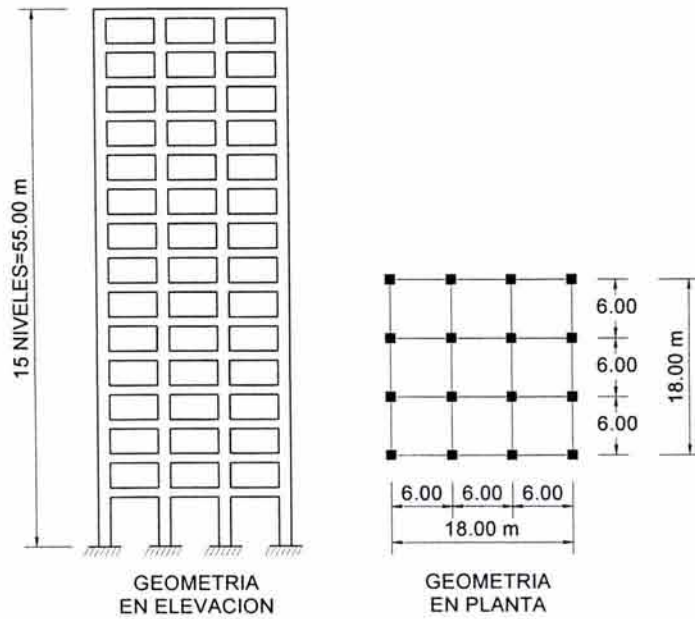
En el planteamiento de esta investigación se considera que el problema de la torsión sísmica es tratado en forma adecuada por los distintos procedimientos de cálculo que al respecto se han desarrollado, los cuales aparecen especificados en las distintas normas de diseño.

El principal objetivo de estos análisis que se presentan es valorar las implicaciones que tiene en el comportamiento inelástico de las estructuras el realizar la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales de acuerdo a una regla en particular, ello, tomando en cuenta las distintas condiciones que se involucran en la mayoría de los diseños prácticos, tales como: la estandarización de secciones y armados en los distintos elementos estructurales, el suministro de mayores cantidades de acero a las estrictamente necesarias, etc.

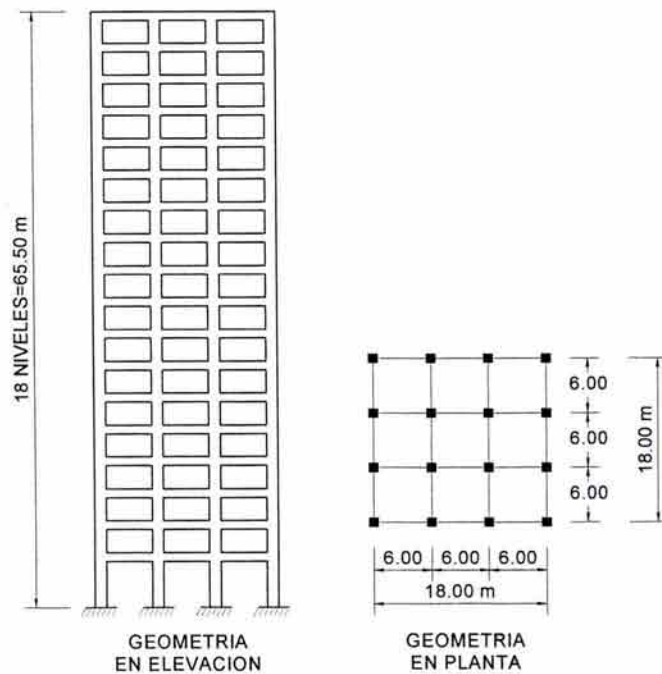
Tanto el análisis elástico de los diferentes modelos estructurales que da origen a los distintos diseños que posteriormente se analizan en forma inelástica, como el diseño mismo de los distintos elementos estructurales se realizó con base en el programa de cálculo RAM Advanse, V4.0.1. Este programa idealiza la estructura de acuerdo al criterio de diafragma infinitamente rígido lo que implica considerar tres grados de libertad por nivel (dos desplazamientos ortogonales y un giro). De esta forma el modelo estructural del

edificio 1 posee 45 grados de libertad, mientras que el edificio dos tiene 54 grados de libertad. A su vez, el diseño de las traves y columnas se realiza con base en el reglamento ACI 318-1989.

El método de combinación modal que se utiliza es el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS).



**Figura 5.2** Modelo estructural del edificio 1



**Figura 5.3** Modelo estructural del edificio 2



La respuesta individual de la estructura que corresponde a la acción del sismo en la dirección de cada uno de sus ejes principales ( $x$  y  $y$ ) se calcula con base en un método de análisis modal espectral en el cual se considera la acción individual del componente ortogonal horizontal del movimiento del suelo en esa dirección. En todos los casos dichos espectros de respuesta se calculan a partir del temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación SCT en las direcciones ortogonales que garantizan la máxima correlación cruzada entre dichos componentes del movimiento del suelo. Para lograr esta condición, los componentes N-S y E-O del registro original se rotan un ángulo de casi  $80^\circ$  ( $k=1$ , figura 3.2).

El modelo 1 se diseña para un factor de comportamiento sísmico  $Q=4$ , mientras que los diseños del modelo 2 se realizan para un valor de  $Q=2$ . Se observa que el modelo 2 demanda secciones de traveses y columnas más robustas que el modelo 1 dado que la disminución de las fuerzas calculadas elásticamente es de la mitad respecto a la reducción hecha en el modelo 1, por ello, es necesaria una mayor altura del modelo 2 que garantice iguales periodos de traslación para ambos modelos.

A su vez, cada modelo se diseña dos veces, una de acuerdo a la regla de combinación de porcentajes  $100\%+30\%$  (RDF,1993), y otra de acuerdo a una combinación de  $100\%+\alpha\%$  donde  $\alpha$  es un porcentaje que se calcula de acuerdo a lo expuesto en el capítulo 3 de este trabajo (ecs. 3.19b y 3.18).

Dadas las características tanto de los modelos estructurales como del movimiento del terreno que se presentan en los casos que se estudian, ambas fuerzas cortantes basales calculadas en forma independientemente para cada dirección ortogonal de la estructura resultan prácticamente iguales, por lo cual  $\beta=1$  en todos los casos.

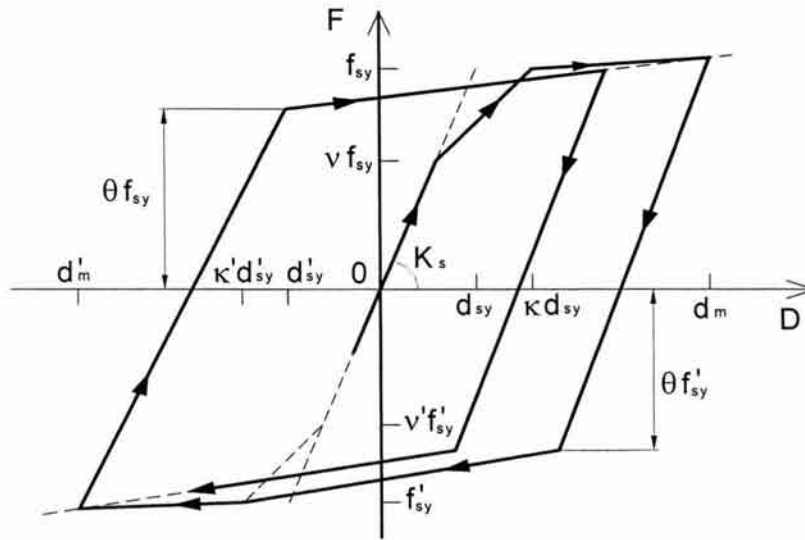
De esta forma si se sustituye en la ecs. 3.19b un valor de la parte real de la coherencia  $\varphi=0.5$  resulta que  $\alpha=0.7623$ , lo cual en forma práctica equivale a considerar actuando el 75% de la máxima respuesta (cortante basal) debida a la acción del sismo en una dirección mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%.

Los análisis que se presentan a continuación corresponden a un modelo estructural en particular (1 o 2), y a un diseño propio ( $\alpha=0.3$  o  $\alpha=0.75$ ).

El análisis inelástico se realiza con el programa CANNY-E (Kang-Ning Li, 1996) el cual toma en cuenta la interacción entre la carga axial y los momentos de flexión alrededor de ambos ejes ( $x$  y  $y$ ) bajo un comportamiento inelástico paso a paso. Este tipo de análisis se realiza a partir de un modelo denominado de "resortes múltiples" el cual discretiza las secciones transversales de las columnas en sus extremos mediante varios resortes con características propias del material que representan (acero de refuerzo o concreto).

Para representar el comportamiento del acero de refuerzo (resortes de acero), se utiliza un modelo histerético trilineal que toma en cuenta la degradación de rigidez aún antes de que empiece el comportamiento inelástico del material. Dicho modelo se define a partir de los parámetros  $f_{sy}$ ,  $d_{sy}$ ,  $f_{sy}$ ,  $\nu$ ,  $\kappa$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  y  $\theta$ , donde:  $f_{sy}=\sigma_y \cdot A_s$ , es la fuerza de fluencia en tensión ( $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia y  $A_s$  el área de acero),  $d_{sy} = (\sigma_y/E_s) \cdot nL_0$ , es el desplazamiento de fluencia en tensión ( $E_s$  es el módulo de elasticidad y  $nL_0$  la longitud de la zona plástica),  $f_{sy}$  la fuerza de fluencia en compresión,  $\nu$  y  $\kappa$ , parámetros a partir de los cuales se definen los puntos

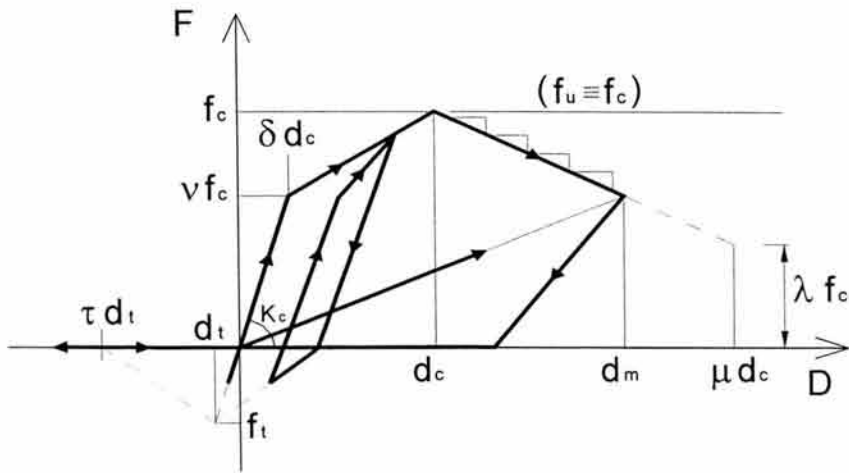
donde cambia de pendiente la curva,  $\alpha$  un factor para dirigir la descarga antes de la fluencia,  $\gamma$  un parámetro que toma en cuenta la degradación de rigidez en la etapa de descarga,  $\beta$  un factor que define la rigidez en la etapa de fluencia y  $\theta$  un factor a partir del cual se define el punto donde termina la descarga. En este caso, los valores asignados a dichos parámetros fueron los siguientes:  $\sigma_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_s=2100000$ ,  $\nu=0.5$ ,  $\kappa=1.714$ ,  $\alpha=0$ ,  $\gamma=0.2$ ,  $\beta=0.01$  y  $\theta=0.75$ . Los cuales se tomaron de las recomendaciones del manual técnico del programa (Kang-Ning Li, 1996). En la figura 5.4 se muestra la representación gráfica de este modelo.



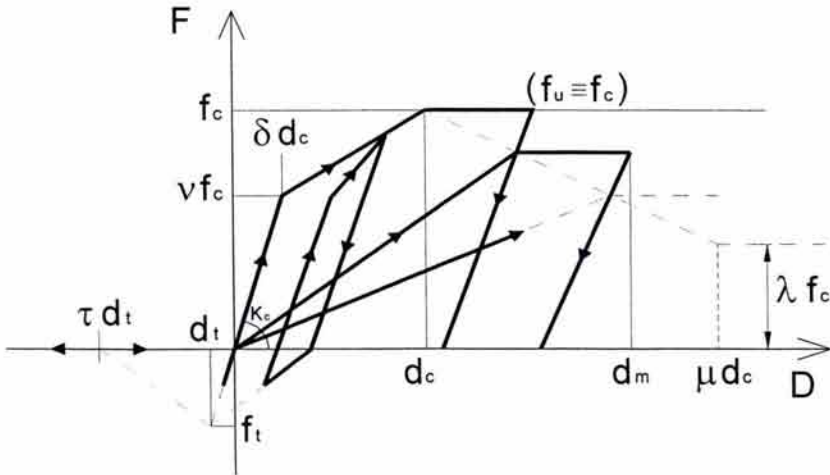
**Figura 5.4** Modelo histérico del acero

En el caso de los resortes de concreto, se utiliza un modelo histérico multilíneal que considera la degradación de rigidez y resistencia, y al igual que el utilizado en el caso del acero, permite reducir la rigidez antes de alcanzar la máxima resistencia  $f_c$ . En este modelo, la degradación de resistencia puede ocurrir de un ciclo de carga a otro (figura 5.5a), o en su caso, dentro de un mismo ciclo de carga a partir de que se ha alcanzado la máxima resistencia en compresión (figura 5.5b). Con el propósito de tomar en cuenta la contribución del confinamiento (refuerzo transversal) en la resistencia del concreto, se considera un incremento del 10% en la resistencia del concreto confinado respecto al de recubrimiento.

El modelo histérico del concreto se define a partir de los parámetros  $f_c$ ,  $d_c$ ,  $f_t$ ,  $\nu$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ , donde:  $f_c = \sigma_c \cdot A_c$ , es la fuerza resistente máxima en compresión ( $\sigma_c$  es el esfuerzo resistente y  $A_c$  el área de concreto del resorte),  $d_c = \kappa \cdot \epsilon_B \cdot nL_0$ , es el desplazamiento asociado a la máxima fuerza resistente en compresión ( $\kappa=1-(L_0/D-1)/(L_0/D)$ ,  $L_0$  es la longitud de la columna,  $D$  el peralte efectivo de la sección,  $\epsilon_B$  es la deformación unitaria asociada a la resistencia  $f_c$  y  $nL_0$  la longitud de la zona plástica),  $f_t$  la resistencia en tensión,  $\nu$  y  $\delta$  parámetros que definen el punto donde el resorte reduce su rigidez antes de alcanzar la etapa inelástica,  $\lambda$  y  $\mu$  parámetros que definen el punto último ( $f_u$ ,  $d_u$ ),  $f_u = \lambda \cdot f_c$ ,  $d_u = \mu \cdot d_c$ ,  $\alpha$  un factor para dirigir la descarga antes de la fluencia y  $\gamma$  el factor de degradación de rigidez en la etapa de descarga. En este caso, los valores asignados a dichos parámetros fueron los siguientes (Kang-Ning Li, 1996):  $\sigma_c=250 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\epsilon_B=0.002$ ,  $n=0.1$ ,  $f_t=0.1f_c$ ,  $\nu=0.5$ ,  $\delta=0.25$ ,  $\lambda=1$  y  $\mu=0$  para el concreto confinado,  $\lambda=0$  y  $\mu=2$  para el concreto de recubrimiento,  $\alpha=0.5$  y  $\gamma=0.4$ . En la figura 5.5 se muestra la representación gráfica de este modelo.



(a) Degradación de resistencia suavizada en un mismo ciclo de carga



(b) Degradación de resistencia de un ciclo de carga a otro

**Figura 5.5** Modelo histerético del concreto

Por su parte, el comportamiento de las traveses se modela a partir de la gráfica momento – curvatura que corresponde a cada una de sus secciones transversales extremas, la cual se calcula a partir de modelos similares a los descritos anteriormente (figuras 5.4 y 5.5).

De esta forma, el análisis que se hace toma en cuenta el comportamiento inelástico tridimensional de la estructura bajo la acción simultánea de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento sísmico del terreno.

### 5.3 Análisis de resultados

En las figs. 5.6 y 5.7 se presentan las gráficas que corresponden a los máximos desplazamientos inelásticos bidireccionales de cada nivel para los modelos 1 y 2 respectivamente. En los dos casos se observa que ambos diseños ( $\alpha=0.3$  y  $\alpha=0.75$ ) presentan un comportamiento muy parecido. Esto hace ver que bajo las condiciones que prevalecen en los análisis que se realizan en este trabajo, el cálculo de los máximos desplazamientos inelásticos de cada nivel prácticamente no se relaciona con la combinación de porcentajes de efectos sísmicos ortogonales horizontales que se utilice en el diseño de la estructura.

En las figs. 5.8 y 5.9 se muestran las gráficas que corresponden a las máximas distorsiones inelásticas bidireccionales de entrepiso para los modelos que se analizan. Al igual que en el caso de los desplazamientos de cada nivel, se observa que el comportamiento de ambos diseños ( $\alpha=0.3$  y  $\alpha=0.75$ ) es muy parecido en cada modelo. Sin embargo, en la fig. 5.8 que corresponde al modelo 1 ( $Q=4$ ) se observa una diferencia de casi el 20% en la distorsión del entrepiso 11-12 calculada para el diseño en el cual  $\alpha=0.3$ , respecto a la que se obtiene para  $\alpha=0.75$  la cual resulta menor.

Esta diferencia parece tener mayor relación con los criterios de homogenización en los armados de las columnas y trabes que se siguieron en cada diseño, que en la regla utilizada para combinar los efectos sísmicos ortogonales horizontales.

En las figs. 5.10 y 5.11 se presentan las gráficas que corresponden a las máximas distorsiones inelásticas de entrepiso en cada dirección ortogonal ( $x$  o  $y$ ), así como a las distorsiones expresadas como porcentajes de la máxima distorsión de entrepiso en esa dirección ( $x$  o  $y$ ) que se presentaron en el momento en que ocurría la máxima distorsión en la otra dirección ortogonal. En estas gráficas la distorsión de entrepiso se representa como porcentaje del desplazamiento relativo del entrepiso dividido entre su altura ( $\%/H_i$ ).

Al respecto de estas gráficas (figs. 5.10 y 5.11) se observa que en ambos modelos las distorsiones de entrepiso en cada dirección ortogonal presentan un comportamiento muy similar al de las distorsiones bidireccionales que se comentan en párrafos anteriores (figs. 5.8 y 5.9).

Por lo que se refiere a las distorsiones de entrepiso (expresadas como porcentajes de las máximas distorsiones en esa dirección) que se presentaron en el instante en que ocurría la máxima distorsión en la otra dirección ortogonal, se observa que en el modelo 1 ( $Q=4$ ) estos porcentajes van desde el 20% en los primeros entrepisos hasta 80% en el entrepiso 11-12. Para este modelo en particular, la mayor diferencia que se observa en función del factor  $\alpha$  utilizado en el diseño de la estructura ocurre en la dirección  $y$ , en cuyo caso para el diseño con  $\alpha=0.3$  la distorsión que se presenta en  $y$  expresada como porcentaje de la máxima distorsión en esa misma dirección que corresponde al instante en que se presenta la máxima distorsión en  $x$  es de 20%, y para el diseño con  $\alpha=0.75$  es de 75%.

Para el modelo 2 ( $Q=2$ ) se observa que las máximas distorsiones de entrepiso en cada dirección ortogonal ocurren casi en el mismo instante sin importar el factor  $\alpha$  utilizado en el diseño correspondiente. En las gráficas (fig. 5.11) se puede observar que en el instante en que ocurre la máxima distorsión de entrepiso en la dirección  $y$ , se presenta una distorsión en la dirección  $x$  de aproximadamente el 90% de la máxima

distorsión en esa dirección. Para la otra dirección ortogonal dicho porcentaje es prácticamente del 100%. Este comportamiento prevalece en todos los entrepisos del edificio.

Los resultados anteriores muestran que los efectos sísmicos ortogonales horizontales son más críticos en la medida que la estructura tiende a comportarse elásticamente (valores bajos de  $Q$ ). Por el contrario, dichos efectos disminuyen si la estructura se comporta en forma más clara de manera inelástica (valores altos de  $Q$ ). Ambas condiciones resultan independientes del factor  $\alpha$  utilizado en el diseño.

En la fig. 5.12 se muestran las gráficas en las que se observa el comportamiento histerético del modelo 1 ( $Q=4$ ) para ambos diseños ( $\alpha=0.3$  y  $\alpha=0.75$ ). En general se aprecia un comportamiento muy parecido en los dos casos. Sin embargo, el diseño para  $\alpha=0.3$  presenta un máximo desplazamiento mayor al que se tiene para  $\alpha=0.75$ . Dicha diferencia es de aproximadamente 15%.

Por su parte la fig. 5.13 muestra las gráficas que corresponden al comportamiento histerético del modelo 2 ( $Q=2$ ). De igual forma se observa que las características generales en el comportamiento de ambos diseños ( $\alpha=0.3$  y  $\alpha=0.74$ ) son muy parecidas entre sí. En este caso no existe alguna diferencia importante en los máximos desplazamientos de cada diseño.

Por lo que se refiere a la cuantificación del daño que presenta cada diseño después de haber sido sometido a la excitación sísmica que se estudia, éste se midió en forma indirecta a partir de los cambios en el periodo fundamental de vibración y de rigidez lateral de traslación que registró cada estructura en determinada dirección de análisis ( $x$  o  $y$ ). En la tabla 5.1 se presenta un resumen de estos resultados en términos de los periodos de vibración.  $T_i$  corresponde al periodo del primer modo de vibrar de la estructura en la dirección  $x$  en el instante en que inicia su análisis, y  $T_f$  el periodo que se obtiene al término del análisis.

**Tabla 5.1** Periodos de las estructuras antes y después del análisis inelástico

Modelo	Diseño	Periodo inicial $T_i$ (s)	Perido final $T_f$ (s)	Diferencia de periodos en %
1 ( $Q=4$ )	$\alpha=0.30$	2.08	2.18	4.80%
1 ( $Q=4$ )	$\alpha=0.75$	2.05	2.10	2.43%
2 ( $Q=2$ )	$\alpha=0.30$	2.00	2.05	2.50%
2 ( $Q=2$ )	$\alpha=0.75$	2.01	2.09	3.71%

En forma general, la rigidez lateral de traslación de un oscilador con un grado de libertad se calcula con base en la siguiente relación:

$$K = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 m \quad (5.2)$$

donde  $K$  es la rigidez lateral de traslación en la dirección  $x$  o  $y$ ,  $T$  su correspondiente periodo de vibrar en esa dirección, y  $m$  la masa que se acelera.

Con base en esta expresión se puede estimar en forma aproximada la disminución de rigidez que experimentan los distintos modelos estructurales que se analizan. En la tabla 5.2 se presentan estos resultados.

**Tabla 5.2** Disminución de la rigidez debida al comportamiento inelástico del modelo estructural

Modelo	Diseño	Disminución de la rigidez
1 (Q=4)	$\alpha=0.30$	9.80%
1 (Q=4)	$\alpha=0.75$	4.90%
2 (Q=2)	$\alpha=0.30$	2.04%
2 (Q=2)	$\alpha=0.75$	7.89%

Se observa que para el modelo 1 (Q=4), el diseño con  $\alpha=0.75$  presenta un menor daño en comparación al diseño para  $\alpha=0.3$ . La disminución de la rigidez que se presenta en el diseño para  $\alpha=0.3$  es del doble de la que ocurre en el diseño con  $\alpha=0.75$ . Estos resultados tienen justificación en la medida que al estar este modelo sometido a una importante demanda de ductilidad (Q=4), será aquella estructura que posea mayor cantidad de acero de refuerzo la que resulte menos dañada, lo cual no necesariamente tiene que ver con los efectos sísmicos ortogonales horizontales en particular. Es decir que aún cuando la excitación fuera unidireccional, en la medida que la estructura tenga un mayor refuerzo (acero de refuerzo), su comportamiento en lo que se refiere a disminución de la rigidez (daño estructural) será mejor.

Por lo que se refiere al modelo 2 (Q=2) se observa que el mayor daño estructural se presenta para el diseño con  $\alpha=0.75$ , en cuyo caso la disminución de rigidez resulta mayor de la que se presenta para el diseño con  $\alpha=0.3$ . Se estima que el daño para el diseño con  $\alpha=0.75$  es de prácticamente cuatro veces respecto al que ocurre para  $\alpha=0.3$ .

De esta forma, como se ha podido ver y analizar en párrafos anteriores parece que los efectos sísmicos ortogonales horizontales tienden a ser menos desfavorables en la medida que la estructura se comporta inelásticamente; sin embargo, al suministrar una mayor cantidad de acero en aquellos casos donde se diseñe para una demanda de ductilidad alta, su comportamiento será mejor aún cuando dicha demanda de refuerzo no se deba exclusivamente a los efectos sísmicos ortogonales horizontales.

Por otra parte, en el caso donde se diseña para una demanda de ductilidad moderada (Q=2), se pudo apreciar de acuerdo a las gráficas de la figura 5.11 que los efectos sísmicos ortogonales horizontales que se consideraban como críticos bajo un comportamiento elástico de la estructura, seguían siéndolo para ese nivel de incursión en la etapa inelástica; sin embargo, el daño que se aprecia en el diseño para  $\alpha=0.75$  resulta mayor del que se obtiene para  $\alpha=0.3$ .

En la figura 5.14 se presentan las gráficas donde se observa la variación del periodo fundamental de vibración del modelo 2 (Q=2), en función de la duración del temblor. En ellas se observa como el diseño para  $\alpha=0.3$  empieza a experimentar daño estructural en forma anticipada ( $t < 40$  s) respecto al diseño para  $\alpha=0.75$ . Esta situación favorece que dicho diseño se aleje de la condición de resonancia en forma más rápida de lo que

lo hace el diseño para  $\alpha=0.75$ . De tal forma que cuando se presenta la parte más intensa del temblor ( $t=60$  s aproximadamente), el diseño para  $\alpha=0.3$  ya se encuentra en una condición de comportamiento estructural más favorable, debido a que se ha alejado en mayor medida de la resonancia en comparación al otro diseño ( $\alpha=0.75$ ). Esta situación explica porque el diseño que tiene mayor refuerzo ( $\alpha=0.75$ ) resulta más afectado o con mayor daño estructural al término del temblor, en comparación al que se presenta en el diseño "débil" ( $\alpha=0.30$ ).

Por su parte, en la figura 5.15 se presentan el mismo tipo de gráficas descritas anteriormente (variación del periodo) correspondientes al modelo 1 ( $Q=4$ ). En este caso se observa un comportamiento contrario al del modelo 2, ya que bajo estas condiciones el diseño para  $\alpha=0.75$  es el que empieza a experimentar mayor daño en forma anticipada respecto al diseño para  $\alpha=0.3$ . Esto le permite a este diseño ( $\alpha=0.75$ ) enfrentar la parte más intensa del temblor bajo una condición más favorable, ya que se encuentra alejado en mayor medida de la resonancia, lo cual justifica que sea el que resulte con menor daño al finalizar el temblor.

Por lo que se refiere al costo que representa diseñar la estructura de los modelos que se analizan respecto a un porcentaje  $\alpha$  en particular, resulta que el costo de la superestructura (columnas, traveses y losas) del modelo 1 ( $Q=4$ ) diseñado para un valor de  $\alpha=0.75$  se incrementa un 7.5% respecto al diseño para  $\alpha=0.3$ . En el caso del modelo 2 ( $Q=2$ ) dicho incremento es de 6.2%.

Si se toma en cuenta que el costo de la superestructura para este tipo de edificios (oficinas de interés medio o alto) ubicados en la zona de terreno blando de la ciudad de México representa hasta un 35% del costo total de la construcción (García Jarque, 2003), resulta entonces que el incremento en el costo total del edificio en función del porcentaje  $\alpha$  utilizado en su diseño representaría aproximadamente un 3.5%.

Bajo esta consideración se justifica diseñar las estructuras para un porcentaje  $\alpha$  mayor a 0.3 en aquellos casos donde esto resulte favorable en su comportamiento. Lo cual sucede cuando se diseña para valores altos de  $Q$ .

Es importante tener en cuenta que al haberse analizado modelos estructurales en los cuales los efectos de torsión sísmica resultan casi nulos, la única repercusión que tiene en su diseño el utilizar uno u otro valor de  $\alpha$  está en el armado de las columnas. Por ello, los valores de incrementos en costo que se comentan en párrafos anteriores seguramente serán mayores en aquellas estructuras en las cuales la torsión haga que los efectos sísmicos ortogonales horizontales se involucren en el diseño de las traveses, lo cual no sucede en los casos que se han estudiado.

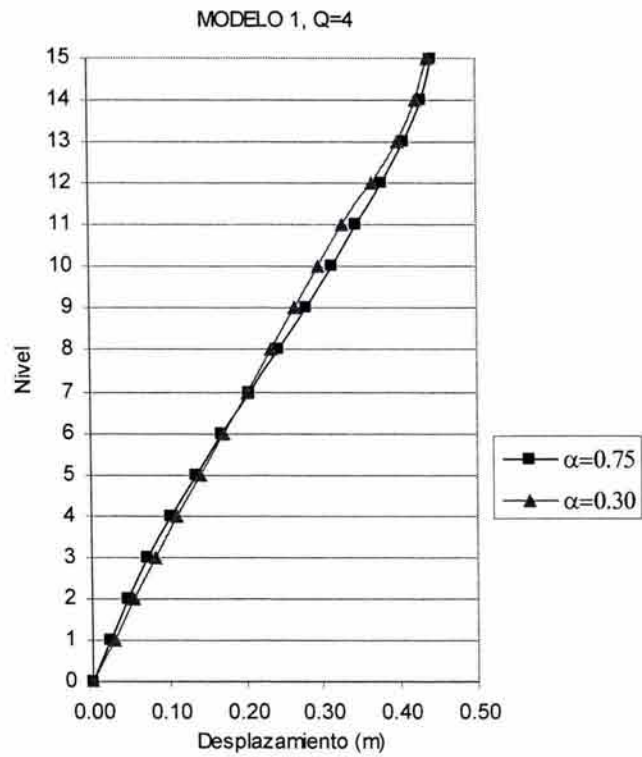


Figura 5.6 Máximos desplazamientos inelásticos bidireccionales de cada nivel para el modelo 1

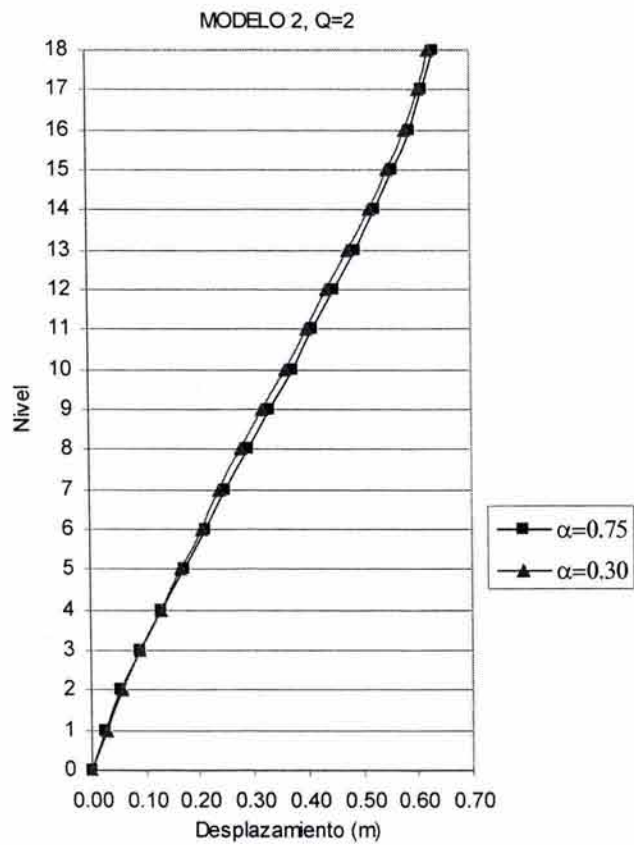


Figura 5.7 Máximos desplazamientos inelásticos bidireccionales de cada nivel para el modelo 2



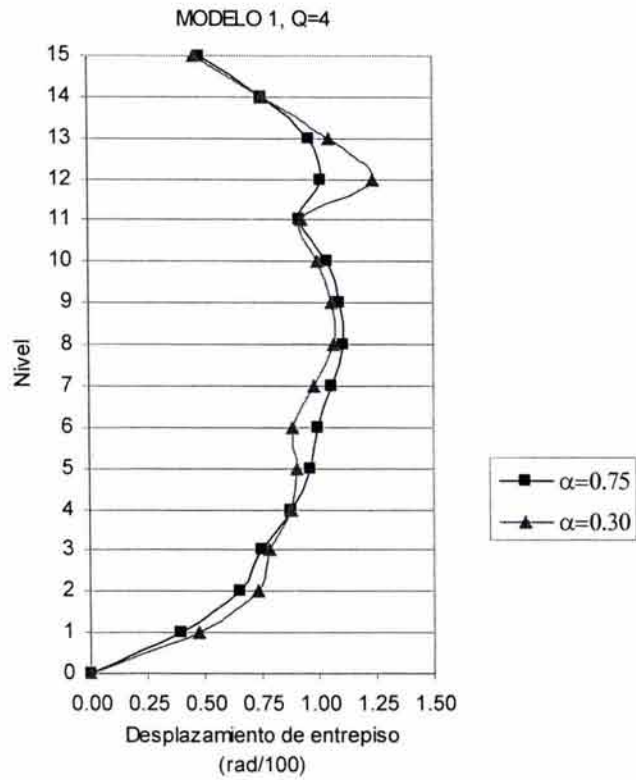


Figura 5.8 Máximas distorsiones inelásticas bidireccionales de entrepiso para el modelo 1

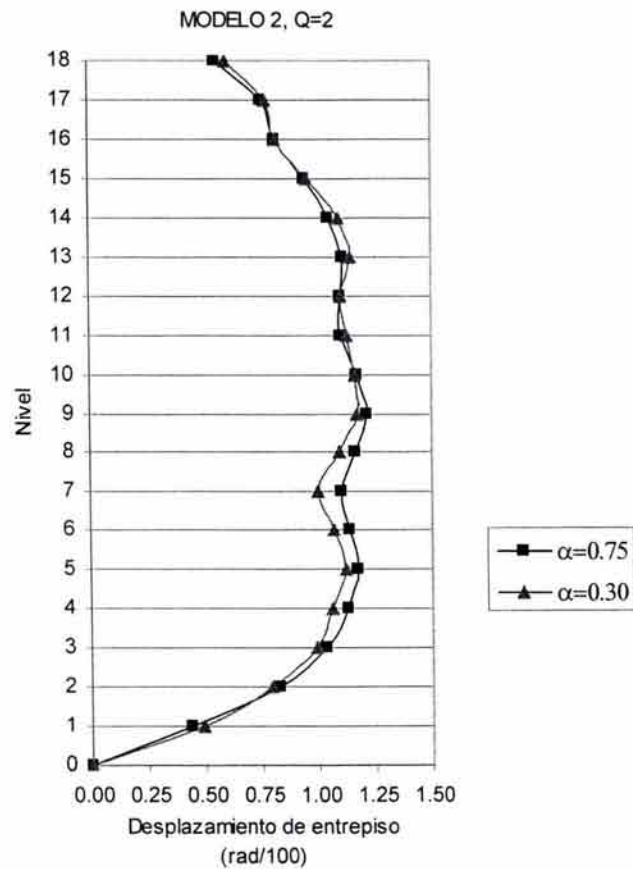


Figura 5.9 Máximas distorsiones inelásticas bidireccionales de entrepiso para el modelo 2

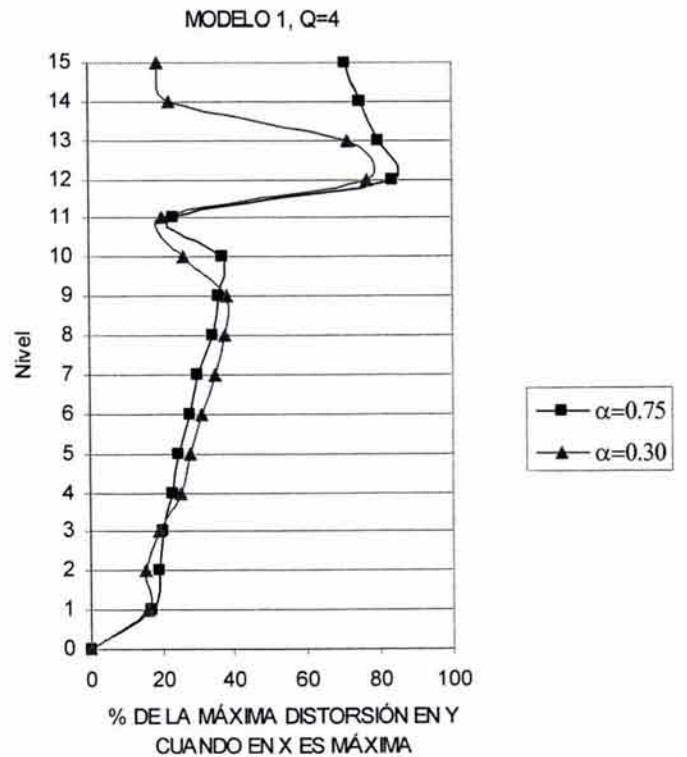
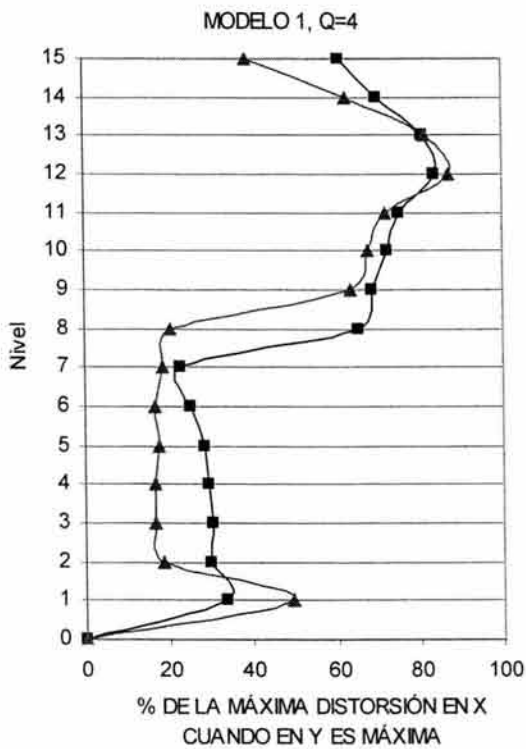
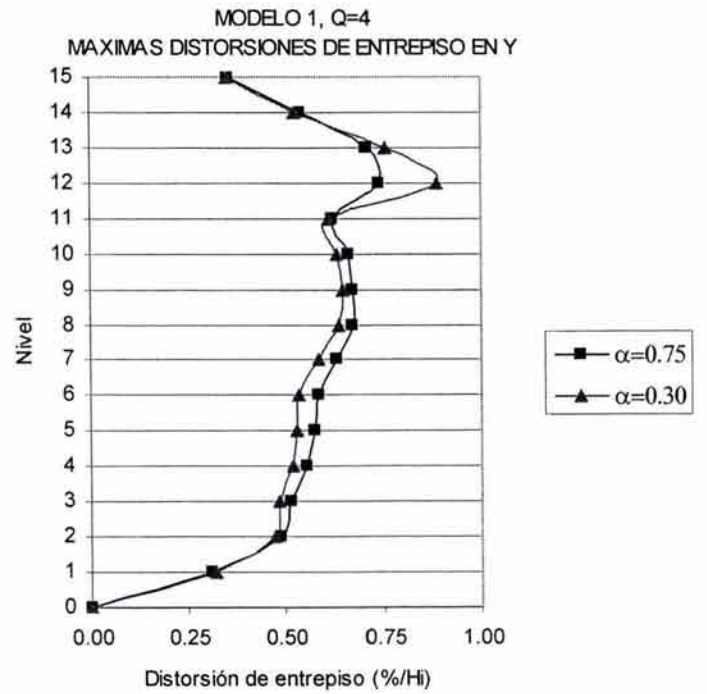
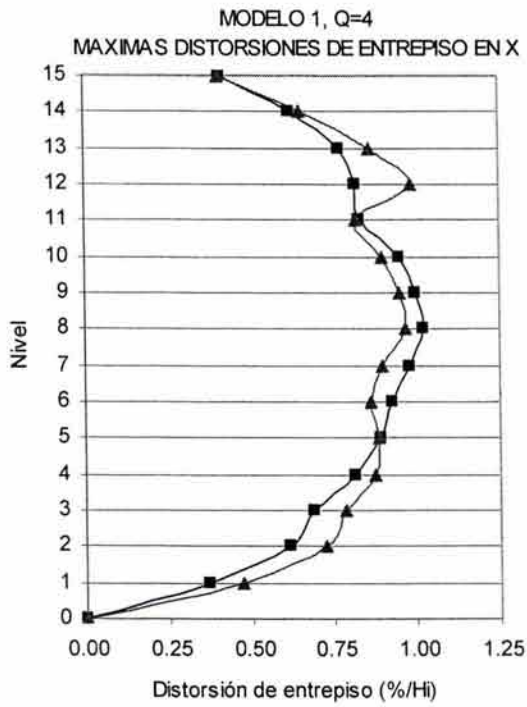


Figura 5.10 Máximas distorsiones inelásticas de entrepiso en cada dirección para el modelo 1

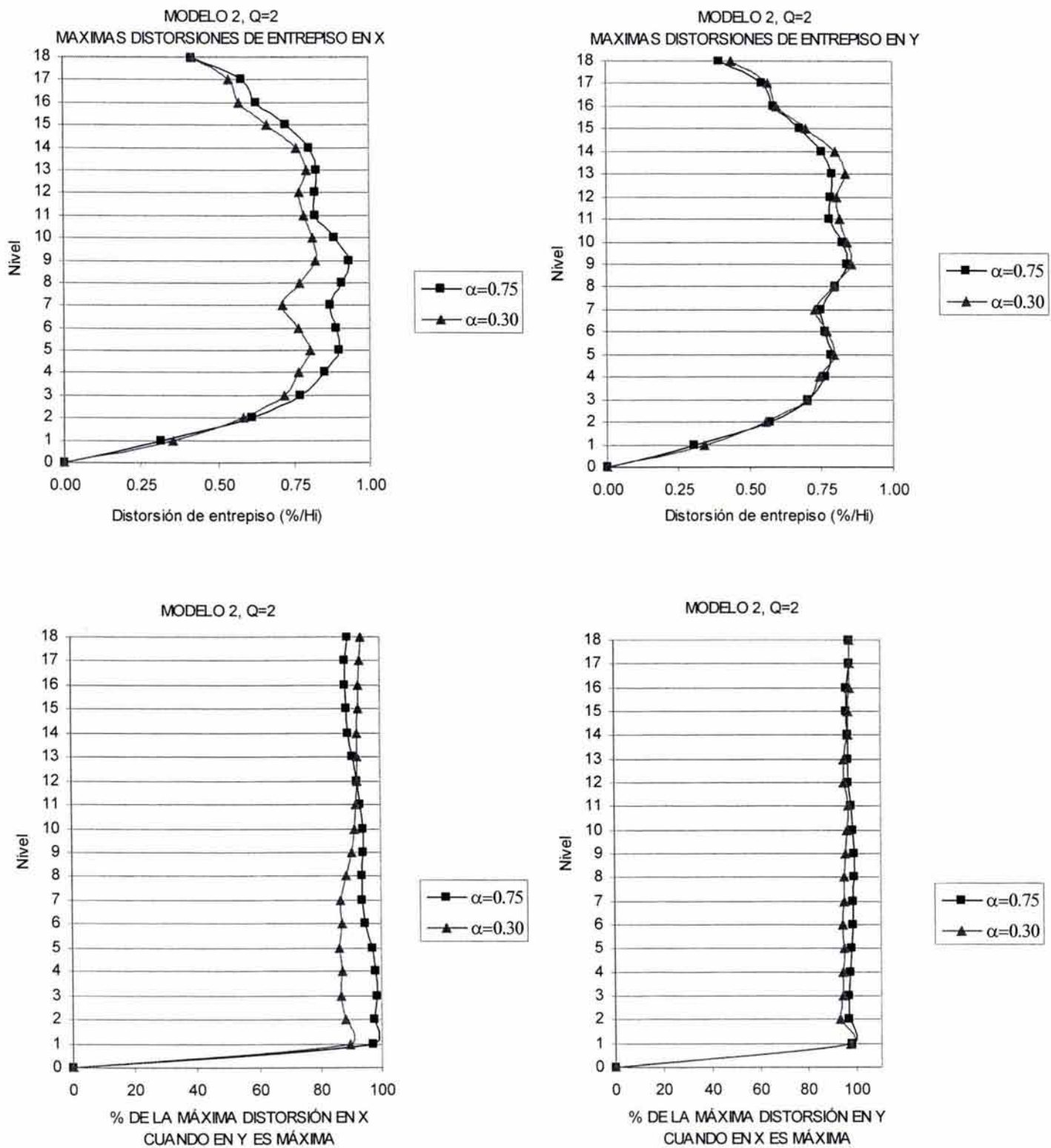
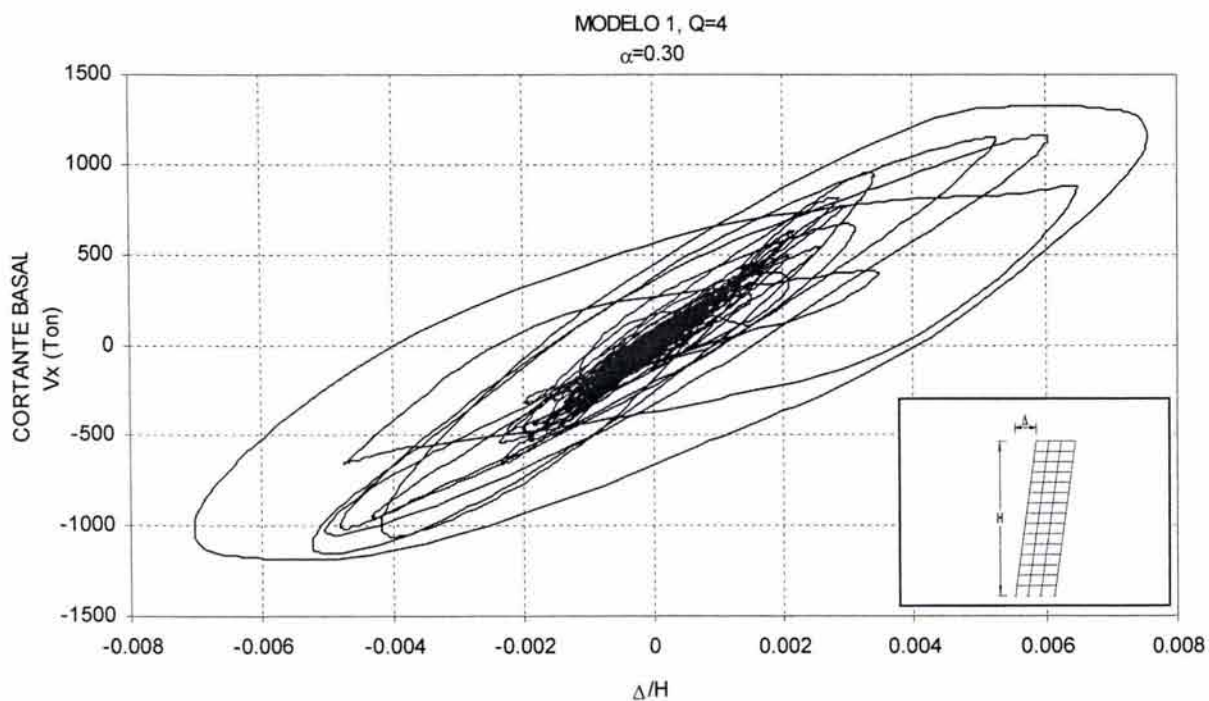
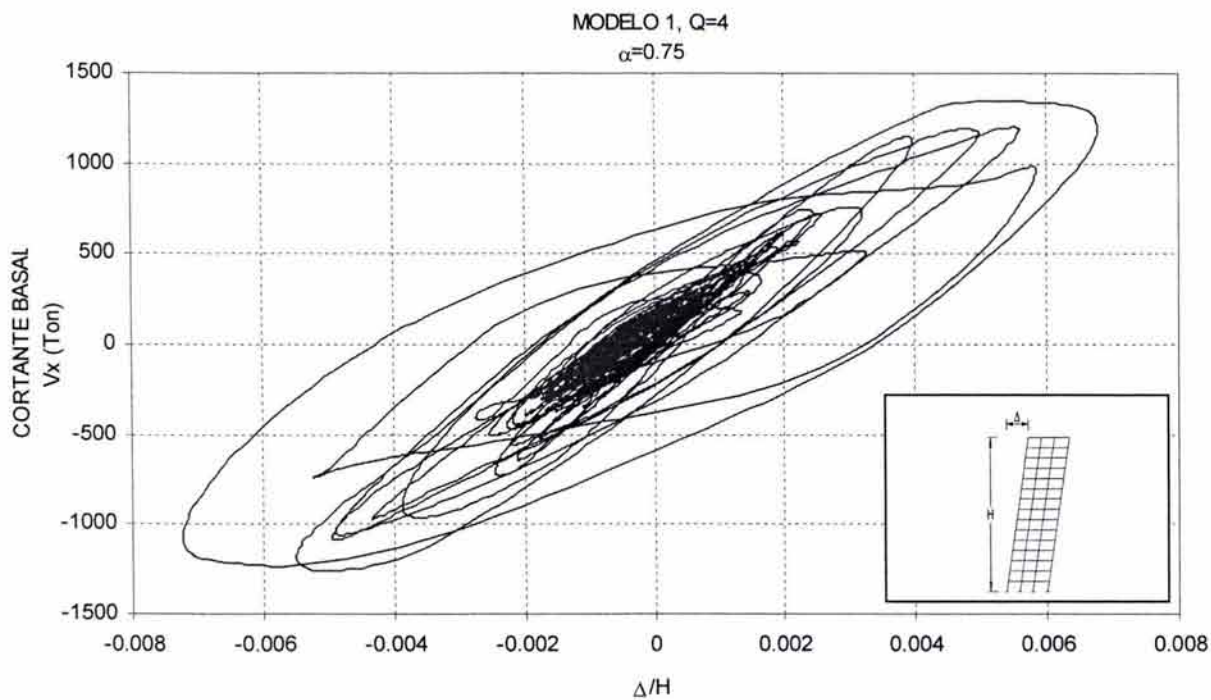
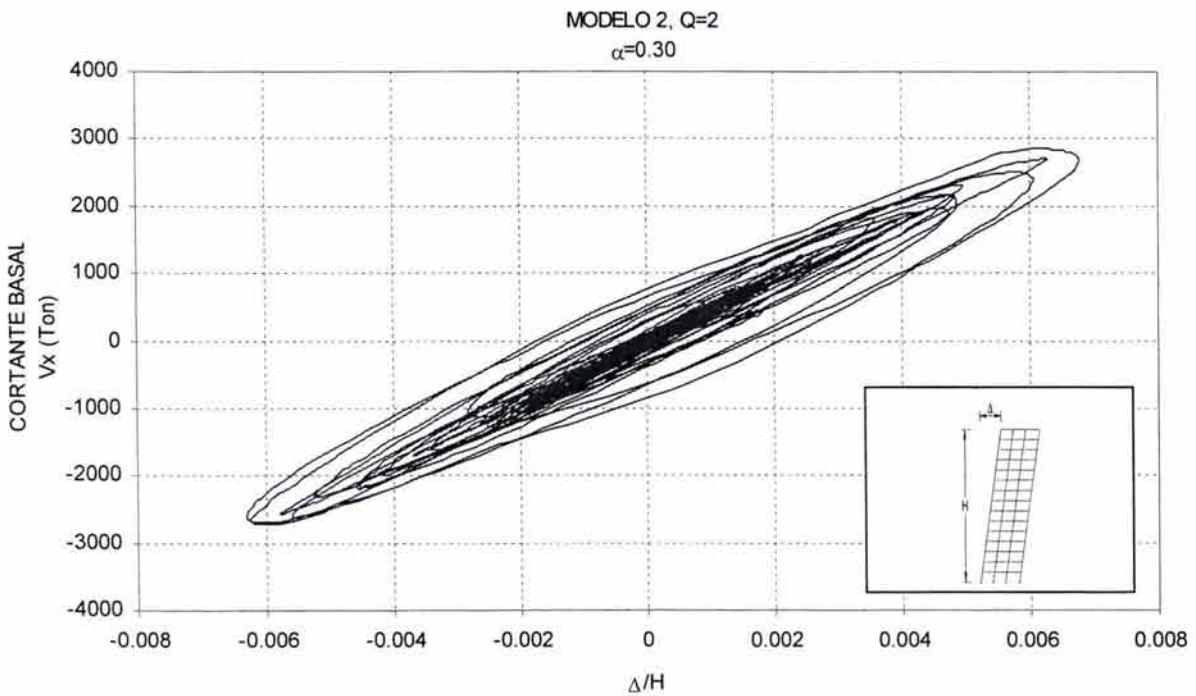
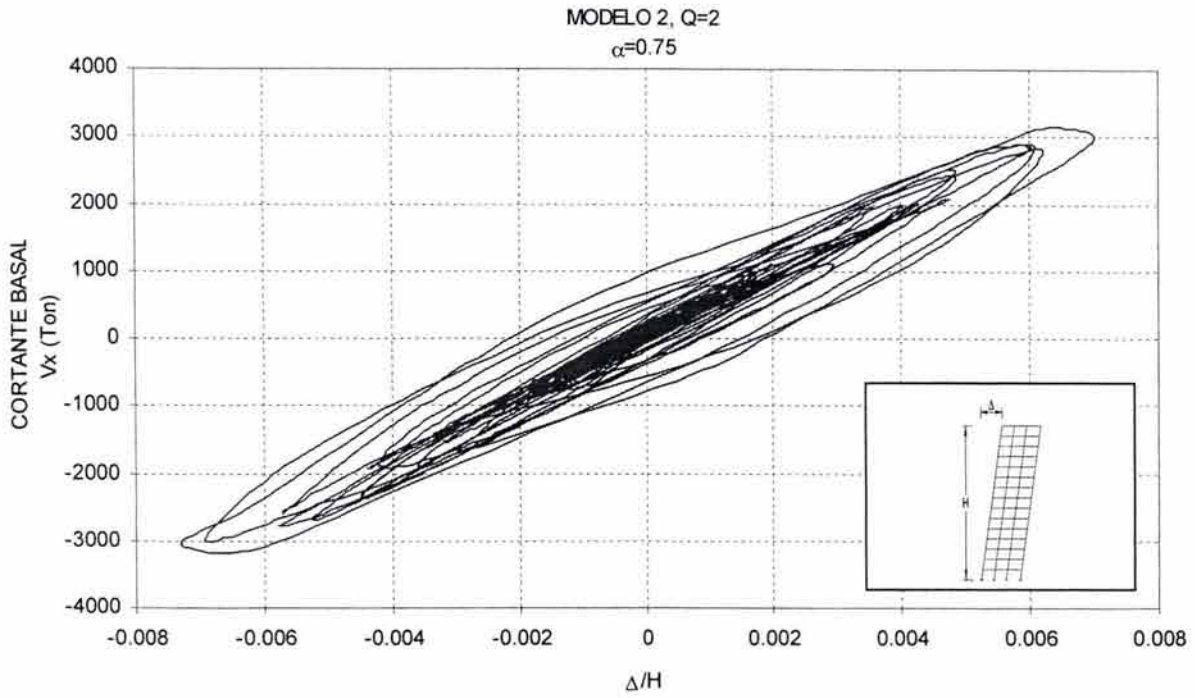


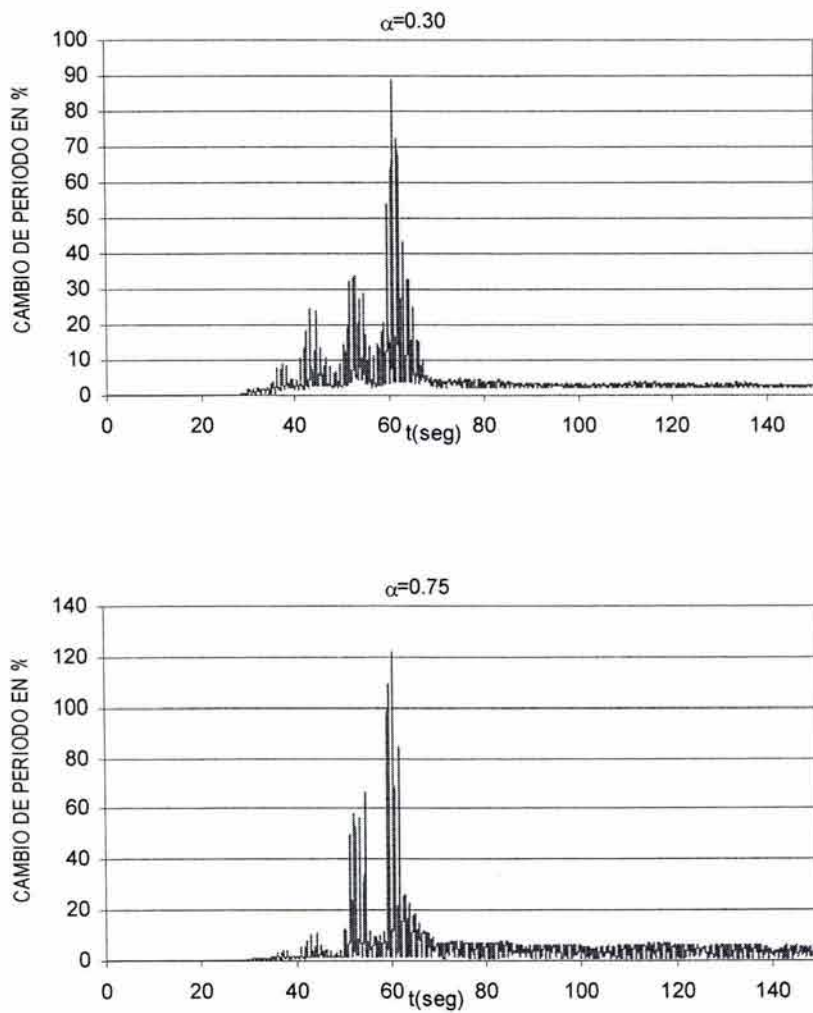
Figura 5.11 Máximas distorsiones inelásticas de entripiso en cada dirección para el modelo 2



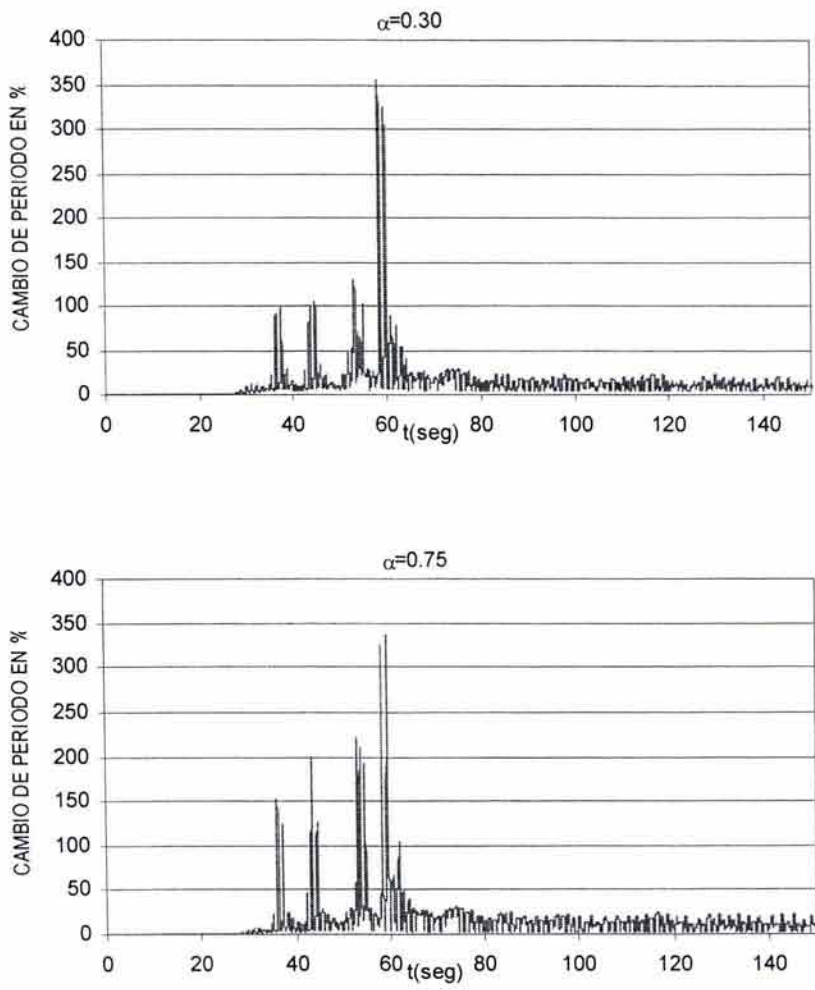
**Figura 5.12** Comportamiento histerético del modelo 1 (Q=4) calculado a partir del desplazamiento del último nivel dividido entre la altura del edificio y la fuerza cortante basal.



**Figura 5.13** Comportamiento histerético del modelo 2 (Q=2) calculado a partir del desplazamiento del último nivel dividido entre la altura del edificio y la fuerza cortante basal.



**Figura 5.14** Variación del periodo fundamental de vibrar del modelo 2 ( $Q=2$ ) a lo largo de toda la duración del temblor.



**Figura 5.15** Variación del periodo fundamental de vibrar del modelo 1 (Q=4) a lo largo de toda la duración del temblor.

## Capítulo 6

---

### Conclusiones y Recomendaciones

En este trabajo se ha estudiado el problema de la combinación de los efectos sísmicos debidos a la acción de los dos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo. El principal objetivo ha sido desarrollar un procedimiento de análisis basado en los métodos con técnicas de espectros de respuesta que se utilizan actualmente, que sea más confiable que los existentes tales como la regla *SRSS* y la regla *100%+30%* (o *100%+40%*). El planteamiento expuesto considera en forma exclusiva las características del movimiento del suelo en terreno blando de la ciudad de México, de ahí que su aplicación se limite a este tipo de terreno.

Los distintos tipos de respuesta bidireccional de las estructuras se asociaron a dos variables,  $\alpha$  y  $\gamma$ . Donde  $\alpha$  representa el porcentaje de la máxima respuesta que se debe considerar actuando en una dirección mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%. A su vez,  $\gamma$  se refiere al cociente de la máxima respuesta bidireccional considerando la acción simultánea de ambos componentes del movimiento del suelo, entre la máxima respuesta unidireccional de alguna de las dos direcciones ortogonales. Para fines de diseño se desarrollaron dos procedimientos de análisis basados en ambas variables, los cuales resultan análogos.

El principal logro ha sido desarrollar una solución analítica para ambas variables ( $\alpha$  y  $\gamma$ ), a partir de la cual fue posible proponer un procedimiento de análisis de efectos sísmicos ortogonales, el cual estima en forma más precisa respecto a las demás reglas de combinación (*SRSS*, *100%+30%* y *100%+40%*), la máxima respuesta elástica bidireccional de que se trate. Existen algunos casos críticos (doble resonancia en el caso *SCT*) para los cuales el procedimiento de análisis propuesto resulta mucho más confiable que los demás. En la tabla 6.1 se resumen los errores en las estimaciones que se observaron al aplicar, tanto las reglas existentes como la regla desarrollada y propuesta en este trabajo, ello en función de los distintos tipo de respuesta y modelos estructurales que se analizaron (capítulo 4).

En todos los casos los valores “exactos” o “precisos” que se trataron de estimar a partir de las distintas reglas analizadas, corresponden a los resultados de un análisis elástico bidireccional “paso a paso” de algún modelo estructural en particular.

Un error con signo negativo indica que la respuesta estimada a partir de la regla de combinación utilizada, es menor respecto a la que se obtiene del análisis elástico bidireccional “paso a paso”.



**Tabla 5.1** Errores en las estimaciones de las máximas respuestas elásticas bidireccionales calculadas a partir de las distintas reglas de combinación de efectos sísmicos ortogonales, respecto a los resultados de distintos análisis bidireccionales "paso a paso".

Regla propuesta	Regla 100%+30%	Regla SRSS	Tipo de respuesta y modelo estructural
-8.30 %	-32.50 %	-27.50 %	Esfuerzo normal en una columna de esquina de un edificio de cuatro niveles (Ejemplo 3, capítulo 4)
-5.00 %	-18.50 %	5.00 %	Fuerza cortante basal en un edificio de cuatro niveles (Ejemplo 3, capítulo 4)
-1.00 %	- 30.00 %	-20.00 %	Fuerza cortante en un marco estructural de un modelo de tres grados de libertad (dos desplazamientos laterales y un giro). (Ejemplo 1, caso 1, capítulo 4)

La solución analítica que se comenta se obtuvo en base a un procedimiento que parte de los conceptos expuestos en la teoría de vibraciones aleatorias, para lo cual se hicieron las siguientes suposiciones:

- a).- Se consideró un solo tipo de espectro de amplitudes de Fourier para ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, el cual se representó en base a una delta de Dirac concentrada en  $\omega_s$ , donde  $\omega_s$  es la frecuencia asociada al periodo del sitio de terreno blando de la ciudad de México que se analice. La amplitud del espectro que actúa en una dirección se considera como  $k$  veces la amplitud del espectro que actúa en la dirección ortogonal, donde el valor de  $k$  depende de la orientación de los ejes a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del suelo (ejes de la estructura) y su valor se ubica entre 0.4 y 1.0. El caso crítico corresponde al de máxima correlación entre dichos componentes, en cuya condición ambos espectros de Fourier tienen la misma amplitud ( $k=1$ ).
- b).- Se supone que la duración de la fase intensa del movimiento del suelo y los factores pico son los mismos tanto para el movimiento unidireccional del suelo, como para el bidireccional.
- c).- Se considera para el caso donde los componentes de la respuesta son colineales, que la raíz cuadrada del valor esperado de la máxima respuesta cuadrática es igual al valor esperado de la máxima respuesta. Mientras que para el caso donde los componentes son ortogonales, se supone que la raíz cuarta del valor esperado de la máxima respuesta elevada a la cuarta es igual al valor esperado de la máxima respuesta.

De acuerdo a los resultados que se han obtenido al aplicar los procedimientos de análisis sísmico bidireccional desarrollados en este trabajo en la solución de algunos ejemplos, se puede decir que dichas hipótesis resultan adecuadas toda vez que los errores alcanzados resultan en la mayoría de los casos pequeños, además de que siempre son menores a los que arrojan los procedimientos de análisis usuales o convencionales (regla SRSS, regla CQC3 y regla 100%+30%).

Las reglas de combinación desarrolladas tanto para  $\alpha$  como para  $\gamma$  presentan una forma algebraica sencilla que depende únicamente de dos variables. Una de estas variables corresponde a la parte real de la

coherencia calculada a partir de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo, la cual se puede considerar igual a 0.6 para todos los sitios de terreno blando que sean de interés. Se elige 0.6, ya que este valor representa el promedio aritmético de los valores obtenidos bajo un criterio de minimización del error total en el estudio paramétrico del capítulo 4 (Ejemplo 1).

A su vez, la otra variable denominada  $\beta$ , se refiere al cociente entre ambos componentes de la respuesta que se analice calculados a partir de la excitación unidireccional de la estructura en base a un espectro de respuesta en particular aplicado en la dirección  $x$  y  $y$  respectivamente. En todos los casos se considera que el denominador de dicho cociente corresponde al mayor de ambos componentes, ya sea  $x$  o  $y$ .

## 6.1 Conclusiones

En síntesis, las principales conclusiones de este trabajo son las siguientes:

1.- En la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales debe tenerse en cuenta que de acuerdo a la orientación de sus componentes existen dos tipos de respuesta. En una de ellas ambos componentes son colineales, mientras que en la otra son ortogonales. Se entiende por componente de la respuesta, la fuerza, esfuerzo o desplazamiento que se presenta debido a la acción del sismo en una sola dirección, la cual puede ser  $x$  o  $y$ . De acuerdo a esto, resulta que para cada tipo de respuesta se tiene en particular una forma distinta de combinar los efectos sísmicos ortogonales, lo cual no ha sido tomado en cuenta por las actuales reglas en uso, las cuales no distinguen entre estos dos tipos de respuesta (*SRSS*,  $100\%+30\%$ ,  $100\%+40\%$  y *CQC3*).

Como ejemplos de tipos de respuesta cuyos componentes son colineales están: la fuerza axial en columnas, el momento flexionante alrededor de un mismo eje en traveses y columnas, la fuerza axial en arriostramientos, tensores, cables y tornillos de anclaje, la deflexión vertical u horizontal en traveses, el desplazamiento de nodos en una misma dirección, el momento de torsión en traveses y columnas, etc. Por lo que se refiere a las respuestas cuyos componentes son ortogonales, se tienen las siguientes: la fuerza cortante en columnas circulares, la fuerza cortante en tornillos y pernos de anclaje, los desplazamientos absolutos de nodos, la fuerza cortante del entrepiso, etc.

2.- Las actuales reglas de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales corresponden a casos extremos y particulares de las distintas condiciones que se pueden alcanzar al analizar el problema que representa la combinación de este tipo de efectos. Por ejemplo, si se analiza el caso en el cual los componentes de la respuesta son ortogonales, entonces la regla *SRSS* corresponde a la condición en que se considera completa correlación entre ambos componentes de la respuesta (parte real de la coherencia=1), lo cual en general puede considerarse como extremadamente conservador. A su vez, si se analiza el caso donde los componentes de la respuesta son colineales, entonces dicha regla asume nula correlación entre los componentes del movimiento del suelo (parte real de la coherencia=0), lo cual, en contraparte, resulta poco confiable en algunos casos.

Por su parte, la regla de combinación de porcentajes que considera la acción del 100% del componente del movimiento del terreno en una dirección, y cierto porcentaje que puede ser 30% o 40% en la

dirección ortogonal, representa la condición en la cual los componentes de la respuesta son colineales y con una magnitud similar entre ambos, cuyo cociente va desde  $\beta=0.65$  para el caso en que se combina el 30%, hasta  $\beta=1$  cuando se utiliza el 40% (41.42%). Esto, si se considera nula correlación entre los componentes del movimiento del suelo (parte real de la coherencia=0).

Aplicar alguna de estas reglas de combinación de porcentajes al tipo de respuesta donde ambos componentes son ortogonales, equivale a representar la condición en la cual el cociente entre dichos componentes vale  $\beta=0.42$  para el porcentaje de 30% y  $\beta=0.60$  para el porcentaje de 40%. De nueva cuenta se asume nula correlación entre los componentes del movimiento del suelo.

Por otra parte, se observa que el máximo valor de la respuesta crítica bidireccional que se puede calcular a partir de la regla *CQC3* (ecuación 4.19) corresponde a la que se obtiene mediante la regla *SRSS*. Por ello, su aplicación en forma confiable para el caso donde se analizan componentes colineales de la respuesta se limita de igual forma que la regla *SRSS* a pocos casos de los que en realidad se presentan. Sin embargo, su uso en el caso donde los componentes de la respuesta son ortogonales puede resultar razonablemente confiable, siempre y cuando se seleccionen de manera adecuada los parámetros involucrados en su definición, lo cual en general es complicado.

Todos estos casos particulares descritos anteriormente pueden representarse en forma adecuada a partir de la regla de combinación propuesta en esta tesis, y sólo representarían algunos de los muchos casos que pueden llegar ocurrir, los cuales sí pueden ser estimados de manera más confiable y práctica en su totalidad a partir de las expresiones desarrolladas y propuestas en esta tesis.

3.- El procedimiento de análisis desarrollado en este trabajo puede ser llevado a la práctica en forma relativamente fácil a partir de ciertas modificaciones en los algoritmos de cálculo de los distintos programas de análisis y diseño existentes (SAP, Staad, Ram Advanse, etc.), lo cual simplemente involucraría realizar la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales en forma particular para cada tipo de respuesta, y para cada sección transversal del elemento estructural resistente que se analice. Ello con base en las expresiones 3.17, 3.18 y 3.19 que se presentan en el capítulo 3.

4.- Debido a lo “aproximado” de los distintos procedimientos involucrados en el análisis sísmico de estructuras con base en técnicas de espectro de respuesta que se utilizan actualmente, y para los cuales fue desarrollado el procedimiento que se presenta en este trabajo, tales como: la definición del espectro de diseño, el efecto de la torsión sísmica, y en particular la reducción de las fuerzas elásticas en base al denominado factor de comportamiento sísmico  $Q$  por medio del cual se intenta simular un análisis inelástico de la estructura, parece demasiado conservador combinar los efectos sísmicos ortogonales horizontales en el nivel que se plantea en párrafos anteriores. Es decir para cada tipo de respuesta, y para cada sección transversal del elemento estructural que se analice. Por ello, se recomienda bajo tales circunstancias realizar la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales a nivel de la fuerza cortante basal (componentes ortogonales), calculando esta combinación de fuerzas cortantes basales unidireccionales en  $x$  y  $y$  de acuerdo al procedimiento expuesto en este trabajo.

Es importante tener en cuenta que en caso de que los demás procedimientos involucrados en el análisis sísmico con técnicas de espectros de respuesta que se han descrito como “aproximados” en el párrafo anterior fuesen en realidad “exactos”, tendría entonces que aplicarse el procedimiento de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales con todo rigor, es decir de acuerdo a lo expuesto en la conclusión 3.

5.- Del análisis de distintos modelos elásticos de dos grados de libertad (dos desplazamientos laterales) en los que se estudió la fuerza cortante basal bidireccional, se observa que en general la regla de combinación de efectos sísmicos ortogonales  $100\%+30\%$  arroja buenos resultados. Ello al comparar las estimaciones hechas con esta regla respecto a los resultados que se obtienen de distintos análisis elásticos bidireccionales “paso a paso” en los cuales se estudian distintas combinaciones de pares de periodos de traslación ortogonal, cada una de las cuales representa una estructura en particular. Así resulta que el error promedio para todas estas combinaciones de periodos es de  $-2.30\%$  y  $-2.03\%$  para los casos de SCT y Central de Abastos, respectivamente. A su vez, el error promedio que resulta al aplicar el conjunto de expresiones desarrolladas en este trabajo (ecs. 3.17, 3.18 y 3.19) para el caso de SCT es de  $0.44\%$ .

Un error con signo negativo indica que el cortante basal bidireccional calculado a partir de la regla de combinación de que se trate resulta menor al que se presenta en el análisis elástico bidireccional “paso a paso”.

Sin embargo, se han identificado algunas combinaciones de pares de periodos ortogonales de traslación (estructuras en particular) para las cuales los errores que arroja la regla  $100\%+30\%$  en la estimación del cortante basal son importantes. Por ejemplo, en el caso de SCT la combinación de periodos  $T_x=T_y=2.00$  s (doble resonancia) involucra un error de  $-21.94\%$ , mientras que para esa misma combinación de periodos el error que arroja la estimación hecha de acuerdo al procedimiento que se desarrolla en la tesis es de  $-7.80\%$ . Por su parte, el máximo error que arroja la regla  $100\%+30\%$  en el caso de la Central de Abastos es de  $-25.19\%$  y se presenta para la condición en que  $T_x=4.28$  s y  $T_y=1.43$  s. Este resultado muestra que la situación crítica no siempre ocurre para la condición en que ambos periodos de traslación se aproximan al del sitio.

En todos los casos se considera que la parte real de la coherencia es  $\varphi=0.6$ .

A partir de estos resultados se puede observar que la aplicación del procedimiento de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales que se desarrolla y presenta en esta tesis arroja resultados más confiables para el caso de terreno blando de la ciudad de México, en comparación a los que se obtienen al aplicar las actuales reglas en uso ( $100\%+30\%$ ).

Nótese que en caso de aplicar la regla *SRSS* para estimar el cortante basal bidireccional, los valores que se obtienen de dichas estimaciones siempre resultan mayores a los del análisis elástico bidireccional “paso a paso”, lo cual puede considerarse extremadamente conservador.

6.- En relación a la orientación de los ejes de la estructura a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del terreno, se han podido identificar en términos de los espectros de amplitudes de Fourier

calculados a partir de ambos componentes ortogonales horizontales, aquellas orientaciones que pueden considerarse como críticas (direcciones principales). De esta forma, si se analiza la variable  $k$  que se define como el cociente entre las amplitudes de Fourier calculadas a partir de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo correspondientes a una misma frecuencia, se observa que en función de la orientación particular de los ejes de la estructura, dicha variable toma valores que van desde  $k=0.4$  hasta  $k=1$  (figura 3.2).

Así resulta que la orientación asociada a un valor de  $k=1$  corresponde a la orientación para la cual la correlación cruzada entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo es máxima, mientras que un valor de  $k=0.4$  representa la condición de mínima correlación (casi nula). La rotación entre ambas orientaciones críticas es de  $45^\circ$ .

La condición más desfavorable al momento de combinar los efectos sísmicos ortogonales horizontales se da para una orientación en la cual  $k=1$  (máxima correlación cruzada).

7.- Del análisis inelástico de los modelos estructurales que se estudiaron en el capítulo 5, los cuales corresponden a edificios típicos de concreto reforzado, se puede decir que en el caso de estructuras formadas por marcos orientados en dos direcciones ortogonales, los elementos que resultan ser más vulnerables a la acción de ambos componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo son las columnas, y en particular las que se ubican en las esquinas de la planta del edificio o cercanas a ellas. En caso de analizar una estructura en la cual los efectos de la torsión sísmica son de baja magnitud, entonces el diseño de las trabes puede realizarse únicamente para la acción unidireccional del movimiento del suelo.

8.- Del análisis de distintos modelos inelásticos cuyo comportamiento en la etapa elástica impone condiciones críticas en la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales al momento de analizar la fuerza cortante basal (doble resonancia en el caso SCT), se concluye que tanto los máximos desplazamientos inelásticos de cada nivel, como las máximas distorsiones inelásticas de entrepiso, prácticamente no se relacionan con la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales que se utilice en el diseño de la estructura.

Así mismo, se observa que los efectos sísmicos ortogonales horizontales son más críticos en la medida que la estructura tiende a comportarse elásticamente (valores bajos de  $Q$ ). Por el contrario, dichos efectos disminuyen si la estructura se comporta en forma más clara de manera inelástica (valores altos de  $Q$ ).

Ambas condiciones resultan independientes del factor  $\alpha$  utilizado en el diseño de la estructura.

Sin embargo, se observa que al suministrar una mayor cantidad de acero de refuerzo (valores altos de  $\alpha$ ) en aquellos casos donde se diseña para una demanda de ductilidad alta (Modelo 1,  $Q=4$ ), el comportamiento de la estructura es mejor, aún cuando dicha demanda de refuerzo no se debe exclusivamente a los efectos sísmicos ortogonales horizontales.

Por otra parte, en los casos donde se diseña para una demanda de ductilidad baja (Modelo 2,  $Q=2$ ), se observa que en la medida que se suministra una menor cantidad de acero de refuerzo a la estructura

( $\alpha=0.3$ ), ésta resulta con menos daño al finalizar el temblor, en comparación al caso en el cual se diseña para un valor más alto de  $\alpha$  ( $\alpha=0.75$ ). Esto resulta paradójico, ya que es en estos casos (demandas de ductilidad baja), en los cuales la estructura sigue manifestando en su comportamiento inelástico una vulnerabilidad ante los efectos sísmicos ortogonales horizontales tan importante como la que tenía en su etapa elástica, lo cual podría hacer pensar que entre más resistente fuese el diseño de la estructura, mejor debería ser su comportamiento.

Esto se explica en la medida que se observa como la estructura diseñada para  $\alpha=0.30$  empieza a experimentar daño estructural en forma anticipada durante la ocurrencia del temblor (figura 5.12), respecto al otro diseño ( $\alpha=0.75$ ). Esta situación favorece que la estructura con  $\alpha=0.30$  se aleje de la condición de resonancia en forma más rápida de lo que lo hace el diseño para  $\alpha=0.75$ . De tal forma que cuando se presenta la parte más intensa del temblor, el diseño “débil” ( $\alpha=0.3$ ) ya se encuentra en una condición de comportamiento estructural más favorable, debido a que se ha alejado en mayor medida de la resonancia en comparación al diseño “fuerte” ( $\alpha=0.75$ ).

Por lo que se refiere al comportamiento histerético se observa una mayor deformación de la estructura en la medida que se diseña para valores altos de  $Q$  ( $Q=4$ ). En cuyo caso la selección de un valor de  $\alpha$  en particular si influye en su comportamiento. A medida que se utilicen valores más grandes de  $\alpha$  en el diseño de la estructura, se limitan sus deformaciones. Por su parte, si se diseña para valores bajos de  $Q$  ( $Q=2$ ), la selección de  $\alpha$  prácticamente no altera el comportamiento histerético de la estructura de un diseño a otro.

9.- Si se analiza un edificio cuyo comportamiento elástico ante la acción de los efectos sísmicos ortogonales horizontales resulta crítico para el sitio SCT al realizar la combinación de estos efectos en términos de la fuerza cortante basal, resulta que la combinación de porcentajes que debe utilizarse en su diseño de acuerdo al procedimiento expuesto en este trabajo es del 100% del cortante basal en una dirección más el 75% del cortante basal en la dirección ortogonal.

Sin embargo, si se compara el incremento en el costo inicial de la estructura que tendría este diseño en comparación al diseño realizado a partir de la regla 100%+30%, resulta que solo es de 7.5% en caso de diseñar para un factor  $Q=4$ , y de 6.2% si el diseño se realiza para  $Q=2$ .

Más aún, si se toma en cuenta que el costo de la superestructura para el tipo de edificios que se estudian en este trabajo (oficinas de interés medio o alto, ubicados en la zona de terreno blando de la ciudad de México) representa hasta un 35% del costo total de la construcción, resulta entonces que el incremento en el costo total del edificio en función del porcentaje  $\alpha$  utilizado en su diseño representaría aproximadamente un 3.5%.

Bajo esta consideración se justifica diseñar las estructuras para un porcentaje  $\alpha$  mayor a 0.3 en aquellos casos donde se mejore su comportamiento estructural, lo cual ocurre en diseños con alta demanda de ductilidad ( $Q=4$ ).

## 6.2 Recomendaciones

El trabajo de investigación que se documenta en esta tesis ha tomado en cuenta la mayoría de las variables involucradas en el problema que representa la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales en terreno blando de la ciudad de México. Sin embargo, como en las demás investigaciones que se hacen, existe cierta incertidumbre en la validez de los resultados que se obtienen.

En este caso en particular, la mayor incertidumbre se presenta en la parte donde se estudia el comportamiento inelástico bidireccional de las estructuras. Por ello, se sugiere que en futuras investigaciones relacionadas con el tema se estudien algunos de los siguientes aspectos.

- 1.- El comportamiento inelástico bidireccional de estructuras en las cuales los efectos de torsión sísmica sean importantes.
- 2.- El comportamiento inelástico bidireccional de aquellas estructuras para las cuales bajo un comportamiento elástico no se tiene una condición crítica en lo que se refiere a la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales. Al respecto, interesa conocer si el comportamiento inelástico de este tipo de estructuras modifica de alguna manera su poca vulnerabilidad ante la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales que presentan en la etapa elástica de su comportamiento.
- 3.- Analizar el efecto que tiene la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales en el comportamiento inelástico bidireccional de las estructuras considerando otro tipo de respuesta distinta al cortante basal. Por ejemplo, plantear dicha combinación en términos de la distorsión de entrepiso, la carga axial o el momento flexionante en columnas, etc.

Un caso que resulta de gran interés es aquel en el cual la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales se realiza para cada tipo de respuesta, y para cada sección transversal del elemento estructural resistente que se analice. Lo cual representa aplicar con todo rigor el procedimiento de combinación de efectos sísmicos que se propone en esta tesis.

- 4.- Con la idea de conocer de manera más clara el impacto económico que representa diseñar una estructura con base en determinado porcentaje  $\alpha$  en particular, se sugiere la realización de estudios en los cuales se analice con más detalle el costo inicial que representa el construir la estructura de ese edificio en base al diseño seleccionado.

Al respecto interesa analizar el costo de estructuras en las cuales se involucre en la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales, no solo el diseño de las columnas, si no también el diseño de las trabes, lo cual sucede en aquellas estructuras que son vulnerables a torsión sísmica.

Del mismo modo se contempla estudiar el costo que representa el hacer más resistente a una estructura en particular (costo inicial vs costo de reparación), con el objeto de plantear un criterio de diseño

óptimo que tome en cuenta no sólo la combinación de efectos sísmicos ortogonales, si no que también involucre los demás procedimientos relacionados con el análisis sísmico de las estructuras.

Así mismo, de manera general, resulta de interés desarrollar soluciones analíticas y, en su caso, estudios paramétricos como los que se han presentado en este trabajo referentes a otro tipo de terreno (terreno duro y terreno de transición), además de considerar distintas distancias epicentrales.

Con base en los resultados que se han obtenido, y teniendo en cuenta las limitaciones que involucran tanto el procedimiento de combinación de efectos sísmicos que se desarrolla y expone en esta tesis, como los demás procedimientos relacionados con el análisis sísmico de estructuras mediante técnicas de espectros de respuesta bajo los cuales se diseñan la mayoría de las estructuras actualmente, se propone el siguiente procedimiento para llevar a cabo la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales en terreno blando de la ciudad de México.

Paso 1.- Con base en los métodos espectrales de diseño sísmico elástico que se conocen y utilizan en la actualidad, tales como: el método estático, el método dinámico modal espectral, o en su caso el análisis elástico “paso a paso”, se calculan las fuerzas cortantes basales unidireccionales para ambas direcciones ortogonales  $V_x$  y  $V_y$ . Las cuales se deben reducir en base al factor Q que se utilice en el diseño.

Paso 2.- A partir de la expresión 3.18 se calcula el factor  $\beta$  de la siguiente forma:

$$\beta = \text{Minimo} \left\{ \beta = \frac{V_x}{V_y}, \beta = \frac{V_y}{V_x} \right\} \quad (6.1)$$

Paso 3.- De acuerdo a la expresión 3.19b se calcula el porcentaje  $\alpha$  que deberá considerarse actuando en una dirección mientras que en la dirección ortogonal se considera actuando al 100% del sismo. Considérese un valor de la parte real de  $\phi(\omega_s) = 0.6$  para la mayoría de sitios de terreno blando en la ciudad de México.

$$\alpha = \pm \sqrt{\frac{\pm \sqrt{1 + \beta^4 + 2\beta^2(0.6)^2} - 1}{\beta^2}} \quad (6.2)$$

Se analizan las cuatro posibles combinaciones de signo y se elige el mayor valor absoluto de  $\alpha$ .

Paso 4.- Se formulan las distintas combinaciones de carga considerando la acción del 100% del sismo en una dirección, y un porcentaje  $\alpha$  en la dirección ortogonal. Si las combinaciones se realizan en términos de los elementos mecánicos que actúan en los elementos resistentes de la estructura, entonces se deberán reducir dichas acciones en base al factor Q.



$$\text{Comb .1} = FC (\pm s_x \pm \alpha s_y)$$

$$\text{Comb .2} = FC (\pm \alpha s_x \pm s_y)$$

donde  $FC=1.1$  (RDF,1993). Se deben considerar las cuatro posibles combinaciones de signo en cada combinación.

Las combinaciones se formulan en términos de la respuesta que se quiera calcular (fuerzas o deformaciones).

En la medida que los demás procedimientos de análisis involucrados en el diseño sismorresistente, tales como: la definición de los espectros de respuesta para diseño, la cuantificación de los efectos debidos a la torsión sísmica, la reducción de las fuerzas elásticas en base al denominado factor de comportamiento sísmico  $Q$  (RDF,1993), el cálculo explícito de la sobrerresistencia de la estructura, los factores de carga  $FC$ , etc., se mejoren (refinen algunos de ellos) y exista congruencia en la aplicación conjunta de todos, el método de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales en terreno blando de la ciudad de México que se desarrolla y presenta en esta tesis podrá aplicarse en forma completa y rigurosa.

Esto también tiene que ver con la manera en que actualmente se trata de tomar en cuenta los distintos aspectos relacionados con la respuesta y el comportamiento sísmico de las estructuras, ya que existen algunos casos, en los cuales determinado factor que se supone se refiere a un aspecto en particular de la respuesta y el comportamiento sísmico de la estructura que se analiza, también tiene que ver con otro aspecto distinto, el cual no tiene relación directa con éste. Por ejemplo, tomar en cuenta la sobrerresistencia de las estructuras a partir de reducciones en las ordenadas espectrales de diseño, o por otra parte, involucrar diversos aspectos en los factores de carga utilizados para combinar las acciones sísmicas. Al respecto, surge la duda de si los factores de carga recomendados en los distintos reglamentos de diseño para combinar las acciones sísmicas con las cargas gravitacionales, ya consideran, por ejemplo, la probabilidad de ocurrencia conjunta de las máximas intensidades, tanto de las cargas gravitacionales, como de las acciones sísmicas bidireccionales.

Como estos casos, existen algunos más que dificultan la adopción de nuevos procedimientos de análisis y diseño sísmico, ya que no se sabe por completo, si dichos aspectos ya han sido tomados en cuenta de manera indirecta a partir de alguno de los otros procedimientos involucrados en las recomendaciones de análisis y diseño que marcan los reglamentos. Por ello, es importante tratar de aclarar al máximo, en la medida de lo posible, los distintos procedimientos de análisis y diseño sísmico utilizados actualmente, esto, con el propósito de saber en que medida se toman en cuenta los distintos aspectos involucrados en la respuesta sísmica de las estructuras.

Aplicar en forma completa y rigurosa el método de combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales en terreno blando de la ciudad de México que se desarrolla y presenta en esta tesis, implica realizar la combinación de efectos sísmicos ortogonales horizontales en forma particular para cada tipo de respuesta, y para cada sección transversal del elemento estructural resistente que se analice. Ello con base en las expresiones 3.17, 3.18 y 3.19 que se presentan en el capítulo 3 de este trabajo.

---

## Agradecimientos

Se agradece el interés y dedicación de Mario Ordaz al dirigir esta tesis. Su contribución en mi formación profesional ha sido, particularmente, valiosa e importante.

Asimismo se agradecen las observaciones, comentarios y sugerencias de Luis Esteva, Roberto Meli, Sonia Ruiz, Sergio Alcocer, Jaime de la Colina y Ernesto Heredia Zavoni gracias a las cuales fue posible mejorar el contenido del trabajo.

Se agradece al CONACYT la beca otorgada para la realización de este trabajo.

---

## Referencias Bibliográficas

- Abrahamson, N. A. (1992), "Generation of spatially incoherent strong motion time histories". Proceedings, 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 10, Barcelona, España, 845-850.
- Anagnostopoulos, S.A. (1981), "Response spectrum techniques for three component earthquake design". Earthquake Engineering and Structural Dynamics; 9: 459-476.
- API-RP2A, (1993), "Recommended Practice for Planning , Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms - (WS and LRFD Versions)". American Petroleum Institute: Washington D.C.
- Arias, A., Husid, R. y J. Monge, (1969), "Comments on the new Chilean seismic code for buildings", Proceedings IV World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, B5, 41-52.
- ASCE Working Group on Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures. (1986), "Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures and Commentary on Standard for Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures", American Society of Civil Engineers, New York, 91 p.
- Associate Committee on the Nation Building Code (1995), "National Building Code of Canada", National Research Council of Canada, Ottawa, Ontario.
- Bertero, V. (1999), "Earthquake Engineering". National Information Service for Earthquake Engineering (NISEE), University of California, Berkeley.
- California Department of Transportation (Caltrans). (1990), "Bridge Design Specifications".
- Clough, R. W. y J. Penzien, (1993 ). "Dynamics of structures", Segunda Edición, McGraw Hill, Inc., New York., 738 p.
- Departamento del Distrito Federal (1993), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", México, D.F.
- Departamento del Distrito Federal. (1987). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo., Gaceta Oficial del Departamento del D.F. 21 pp.
- Der Kiureghian, A. (1996), "A coherency model for spatially varying ground motion". Earthquake Engrg. and Struct. Dynamics, 25, pp. 99-111.
- Der Kiureghian, A. (1981). "A response spectrum method for random vibration analysis of MFD systems ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, p. 419-435.
- Esteva, L. (1976), "Seismicity", cap 6, Seismic risk and engineering decisions, C Lomnitz y E Rosenblueth, eds, Elsevier Scientific Pub Co, Amsterdam.
- Esteva, L. (1980), "Design General", cap. 3 del libro Design of Earthquake Resistant Structures. editado por E. Rosenblueth, Pentech Press, Londres, Inglaterra.
- García Jarque, F. (2003), Comunicación personal.
- Hao, H. (1989), Report No UCB/EERC 89/06, "Effects of spatial variation of ground motions on large multiply supported structures", University of California, Berkeley.

- Harichandran, R. S. y E. Vanmarcke. (1984) "Space time variation of earthquake ground motion." Reporte de Investigación R84-12, Department of civil engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- Harichandran, R.S. (1991) "Estimating the spatial variation of earthquake ground motion from dense array recordings." *Structural Safety*, 10, 213-233.
- Heredia-Zavoni E. y A. Leyva. (2003) "Torsional response of symmetric buildings to incoherent and phase-delayed earthquake ground motion". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 32: 1021-1038.
- Heredia-Zavoni E. y R. Machicao-Barrionuevo. (2004) "Response to orthogonal components of ground motion and assessment of percentage combination rules". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 33: 271-284.
- Hindy, A., Novak, M. (1980) "Pipeline response to random ground motion", *Journal of the Engrg. Mech. Div., ASCE*, Vol. 106, EM2, 339-360.
- Housner, G.W., y H. Outinen (1958). "The effect of torsional oscillations on earthquake stresses". *Bulletin of the Seismological Society of America*. Vol.48, pp.221-229.
- International Conference of Building Officials (ICBO), 1997, "1997 Uniform Building Code". Volume 2, *Structural Engineering Design Provisions*, Whittier, CA, 492 p.
- International Conference of Building Officials (1991), "Uniform Building Code", Whittier, CA.
- Li, K.-N., Otani, S. y H. Aoyama (1987). "Reinforced Concrete Column under Varying Axial Load and Bi-Direction Horizontal Load Reversals", *Pacific Conference on Earthquake Engineering*, Wellington, New Zeland.
- Lomnitz, C. (1994). "Los sismos desastres tecnológicos, Inestabilidad del Sistema Naturaleza Sociedad", *Revista Ingeniería Civil* 297, Editada por El Colegio de Ingenieros Civiles de México A.C., México.
- López, O.A. y R. Torres, (1996). "Discussion of : A Clarification of the Orthogonal Effects in a Three-Dimensional Seismic Analysis by E. L. Wilson, I. Suharwardy, y A. Habibullah", *Earthquake Spectra*. Vol. 12, No.2., 12: 357-361.
- López, O.A., Chopra, A.K. y J.J.Hernández, (2000). "Critical response of structures to multicomponent earthquake excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; Vol. 29, No. 12: 1759-1778.
- López, O.A., Chopra, A.K. y J.J.Hernández, (2001). "Evaluation of combination rules for maximum response calculation in multicomponent seismic análisis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; Vol. 30, No. 9: 1379-1398.
- Luco, J. E., and Wong, H. L. (1986). "Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion". *Earthquake Engrg. and Struct. Dynamics*, 14, pp. 891-908.
- Machicao, R., Zapata, A., Lázares, F. y E. Heredia-Zavoni, (1999) "Efectos de componentes horizontales de movimientos sísmicos de banda ancha en la respuesta estructural", *Memorias del XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Vol. 1, Morelia Michoacán, México, 358-367.
- Meli, R. (1993). "Diseño Estructural", Limusa Noriega Editores, México, D.F.
- Menun, Charles y Armen Der Kiureghian, (1998). "A replacement for the 30%, 40% and SRSS rules for multicomponent seismic analysis", *Earthquake Spectra*. Vol.14, No.1., 153-163.

Newmark, N.M., (1975). "Seismic design criteria for structures and facilities, Trans-Alaska pipeline system", Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Institute, p. 94-103.

Newmark, N.M. y E. Rosenblueth, (1976). "Fundamentos de ingeniería sísmica", Diana, México, D.F.

Ordaz, M., Sánchez-Sesma, F.J. y S.K. Singh, (1995). "La respuesta sísmica del Valle de México (Observaciones y Modelos)", Revista Ingeniería Civil 317, Editada por El Colegio de Ingenieros Civiles de México A.C., México.

Ordaz, M. y S.K. Singh (1992). "Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico city ", Bull.Seism.Soc.Am., 82, pp. 24-43.

Reed, J.W. y R. P. Kennedy, (1996). "Discussion of : A Clarification of the Orthogonal Effects in a Three-Dimensional Seismic Analysis by E. L. Wilson, I. Suharwardy, y A. Habibullah", Earthquake Spectra. Vol. 12, No.2 ., 11: 353-356.

Rosenblueth, E. y H. Contreras, (1977). "Approximate Design for Multicomponent Earthquakes", Journal of the Engineering Mechanics Division. Vol. 103, No. EM5, pp. 881-893.

Rosenblueth, E., (1980). "Design of earthquake resistant structures" , Pentech Press Ltd., Londres, Inglaterra.

Sánchez-Sesma, F.J. (1982). "Modelos de fuentes sísmicas", Instituto de Ingeniería, UNAM, 51, México, D.F.

Santa Cruz, S., Heredia-Zavoni, E., y Harichandran, R.S. (1999) "Variación de la coherencia del movimiento sísmico del terreno en frecuencias bajas y modelos para el Valle de México", Memorias del XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Vol. 1, Morelia Michoacán, México, 197-206.

Santa Cruz, S. C. (1999) "Simulación condicional de campos aleatorios: aplicaciones al movimiento sísmico del terreno", Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.

Smeby, W. y A. Der Kiureghian, (1985). "Modal combination rules for multicomponent earthquake excitation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 13, p. 1-12.

Valdés, J. (1999) "Análisis de efectos sísmicos ortogonales horizontales", Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.

Wilson, E. L., Suharwardy, I. y A. Habibullah, (1995). "A Clarification of the Orthogonal Effects in a Three-Dimensional Seismic Analysis", Earthquake Spectra. Vol. 11, No.4 ., 7: 659-666.

Wilson, E.L., Der Kiureghian, A. y E.P. Bayo, (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, p. 187-194.