



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

*"EVALUACION DE CONFIABILIDAD DEL SISTEMA COMPUESTO  
DE TRANSMISION (ETESA) – GENERACION"*

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**P R E S E N T A**

**DENNIS FERNANDO JIMÉNEZ FIGUEROA**

**ASESOR DE TESIS: ING. RAFAEL GUERRERO CEPEDA**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por darme la vida y, con ella, la capacidad, la confianza y la perseverancia suficiente; para el desarrollo de este trabajo, sin El no hubiera sido posible.

A mi maestro y tutor, Ing. Rafael Guerrero Cepeda, por transmitirme los conocimientos indispensables para la elaboración de este proyecto, por su apoyo y guía.

A la Empresa de Transmisión Eléctrica S.A. por permitirme la oportunidad de afianzar mis conocimientos; sin este apoyo, alcanzar mis objetivos hubiera sido más difícil.

A los ingenieros, Gustavo Bayard y Ricardo Barranco, por el apoyo brindado; al ingeniero Marino Gaitán; su ayuda me permitió la entrada a la maestría.

Agradecimiento especial a mi padre Máximo (q.d.e.p.) y a mi madre Guillermina, ya que con su amor y dedicación, formaron un hombre de bien. A mi esposa Vielka y a mis hijas Denise y Paola; por su amor, apoyo y comprensión, las motivaron a esperar con paciencia al esposo y padre ausente. Ellas impulsan mi superación.

A mi colega y amigo, Ing. Mario Gámez, por su valioso apoyo y colaboración en la culminación de este trabajo.

Al Dr. Eduardo Arriola y al Ing. Rafael Cristerna, por sus revisiones y comentarios tan atinados.

Finalmente quiero agradecer a todas aquellas personas entre familiares, amigos y compañeros, que de alguna u otra forma, me brindaron su apoyo y cariño.

## **SECRETARIA DE RELACIONES EXTERIORES**

**ESTA TESIS ES PRODUCTO DE LOS ESTUDIOS REALIZADOS GRACIAS A UNA BECA OTORGADA POR EL GOBIERNO DE MÉXICO, A TRAVES DE LA SECRETARIA DE RELACIONES EXTERIORES.**



# ÍNDICE

	Página
<b>INTRODUCCIÓN:</b> .....	1
<b>CAPITULO 1: TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD</b> .....	5
1. DEFINICIONES .....	5
1.1 Concepto General	
1.2 La Función de Confiabilidad Técnica	
1.3 Clasificación de los Componentes	
1.4 Distribuciones de Probabilidad	
1.5 La Tasa de Transición	
1.6 Formas de las Funciones de Confiabilidad	
2. FUNCIÓN GENERAL DE CONFIABILIDAD .....	10
3. TIEMPO MEDIO DE FALLA .....	12
4. MODELO DE REDES SIMPLES .....	13
4.1 Sistemas Series	
4.2 Sistemas Paralelos	
5. MODELO DE SISTEMAS COMPLEJOS .....	19
5.1 Planteamiento de Probabilidad Condicional	
5.2 Método de los Grupos Mínimos de Corte	
6. PROCESOS CONTINUOS DE MARKOV.....	25
6.1 Concepto General de Modelado	
6.2 Técnicas de Ecuación Diferencial	
6.2.1 Probabilidades Dependientes del Tiempo	
6.2.2 Evaluando los límites de las Probabilidades de Estado	
7. MÉTODO DE SIMULACIÓN MONTE CARLO .....	31
7.1 Muestreo de Estado	
7.1 Generadores de Números Aleatorios	
7.2 Conversión de Variables Aleatorias	
7.3 Técnicas de Reducción de Variancia	
 <b>CAPITULO 2: CONFIABILIDAD DE LA GENERACIÓN</b> .....	 40
1. CAPACIDAD DE LA GENERACIÓN .....	40
2. MÉTODO DE PÉRDIDA DE CARGA (LOLP).....	43
2.1 Modelo de Generación	
2.2 Modelo de Carga	
2.3 Índices de Riesgo	
3. MÉTODO DE SIMULACIÓN MONTE CARLO .....	61
3.1 Modelo de Generación	
3.2 Modelo de Carga	
3.3 Índices de Riesgos	

**CAPITULO 3: CONFIABILIDAD DE SISTEMAS COMPUESTOS.....66**

1. CONCEPTOS .....	66
2. PLANTEAMIENTOS PARA EVALUAR CONFIABILIDAD .....	67
2.1 Criterio Determinístico	
2.2 Criterio Probabilístico	
3. PROPÓSITOS Y OBJETIVOS EN LA EVALUACIÓN DE CONFIABILIDAD.....	69
3.1 En el Planeamiento del Sistema	
3.2 En la Operación del Sistema	
4. CRITERIOS E ÍNDICES PROBABILÍSTICOS .....	72
4.1 Índices del Sistema	
4.2 Índices de los Puntos de Carga	
5. MÉTODOS DE EVALUACIÓN .....	74
5.1 Método Analítico	
5.2 Método de Simulación	
6. OBTENCIÓN DE DATOS DEL SISTEMA.....	75
6.1 Importancia de los Datos	
6.2 Recopilación de los Datos	
6.3 Categorización de las Salidas	
6.4 Procesamiento de los Datos	
7. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE FLUJOS DE CARGA.....	84
7.1 Técnicas de Solución	
7.2 Método de Newton Raphson	
7.3 Método Desacoplado Rápido	
7.4 Método Lineal (DC)	
7.5 Simulación Monte Carlo	
8. MÉTODOS DE CONFIABILIDAD PARA EVALUAR LA SUFICIENCIA.....	98
9. CARACTERÍSTICAS DE LOS PROGRAMAS DE CONFIABILIDAD .....	102

**CAPITULO 4: SISTEMA COMPUESTO ETESA - GENERADORES**

1. ANTECEDENTES .....	103
2. ¿QUÉ ES ETESA? .....	106
3. DATOS DEL SISTEMA.....	107
4. MODELO DEL SISTEMA .....	112
5. MÉTODO UTILIZADO .....	116
6. CÁLCULO DEL ÍNDICE DE RIESGO .....	117
7. ESTUDIO PROBABILÍSTICO DE LA RED DE ETESA .....	119

**CAPITULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....122**

1. CONCLUSIONES .....	122
2. RECOMENDACIONES .....	124

<b>ANEXOS:</b> .....	127
<b>A. TEORIA DE CONJUNTOS</b> .....	127
<b>B. TEORIA BÁSICA DE PROBABILIDAD</b> .....	134
B.1 DEFINICIÓN	
B.2 PERMUTACIONES Y COMBINACIONES	
B.2.1 Permutaciones	
B.2.2 Combinaciones	
B.3 INTERPRETACIONES DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD	
B.4 LEYES DE COMBINACIONES DE PROBABILIDAD	
B.5 CONCEPTOS DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD	
B.6 DISTRIBUCIÓN BINOMIAL	
B.7 DISTRIBUCIÓN POISSON	
B.8 DISTRIBUCIÓN NORMAL	
B.9 DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL	
B.10 DISTRIBUCIÓN GAMMA	
<b>C. TERMINOLOGÍA ASOCIADA CON LOS DATOS     DE EVENTOS</b> .....	158
<b>D. PROPUESTA DE CATEGORIZACIÓN DE     SALIDAS DE LT</b> .....	163
<b>E. CÁLCULOS DE FACTORES DE SENSIBILIDAD DE     LA RED</b> .....	166
<b>F. PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL INDICE LOLP</b> .....	174

## INTRODUCCION:

Un sistema de potencia cuando contiene generación, transmisión y distribución puede dividirse en tres niveles jerárquicos.

En este trabajo de investigación presentamos a la consideración de las personas interesadas, la evaluación realizada sobre la confiabilidad del segundo nivel jerárquico (HLII) del sistema de potencia, conocido también, como sistema global de potencia.

La tarea primordial, para el logro de dicho propósito, fue la de verificar si el sistema global de Panamá, con la incorporación de nuevas líneas de transmisión, podría satisfacer condiciones estáticas del sistema, es decir, garantizar que la red proporcione capacidad de transmisión adecuada, a fin de asegurar que la demanda pueda satisfacerse en cualquier instante futuro, obedeciendo los límites térmicos de dichas instalaciones. En ese sentido, se puso en práctica la teoría de la confiabilidad, definida por Billinton & Allan<sup>1</sup> como: "Una característica inherente y una medida específica de algún componente, dispositivo o sistema, el cual describe su habilidad para llevar a cabo su función. En términos de un Sistema Eléctrico de Potencia, la medida de la confiabilidad indica que también el sistema desarrolla su función básica de suministrar energía eléctrica a los consumidores".

La Empresa de Transmisión Eléctrica S.A. (ETESA), creada en 1998 como resultado de la modernización del sector eléctrico panameño, tiene entre sus responsabilidades principales, la transmisión, de manera segura y confiable, de toda la energía producida por las empresas generadoras localizadas en diferentes puntos del país y ponerla en los centros de carga. Para el cumplimiento de esta tarea, ETESA cuenta con una red principal de transmisión en un nivel de voltaje de 230KV, la cual está conformada por una línea aérea de transmisión de doble circuito que recorre el país de extremo a extremo, enlazándose a través de varias subestaciones. Además, ETESA cuenta con algunas líneas de sub-transmisión de 115KV.

Para satisfacer la creciente demanda de energía eléctrica y cumplir con las funciones para las cuales fue creada, ETESA, proyecta y contrata la construcción de otra línea de

---

<sup>1</sup> Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems" Pitman Books Limited (1983)

transmisión aérea de doble circuito en 230 KV, para poder transportar la energía proveniente de una nueva planta de generación que será construida al oeste de la capital panameña, ya que la línea actual tiene limitaciones en cuanto a capacidad, lo que la imposibilita para transportar toda la energía generada en esa parte del país.

ETESA, con esta nueva línea, pretende dar mayor confiabilidad a la red de transmisión, para así brindar un servicio confiable y seguro.

La utilización de la teoría de la confiabilidad, permite calcular índices de evaluación de "Suficiencia", característico de los sistemas compuestos de transmisión y generación; en el caso que nos ocupa, se estimo el índice de probabilidad de pérdida de carga (LOLP), el cual se explica con detalles en el 'capítulo 2', dicho índice proporciona una medida consistente y precisa de la confiabilidad del sistema compuesto de transmisión y generación. Con la que se pudo determinar la confiabilidad del sistema compuesto de ETESA-GENERADORES, tendiente a desarrollar la función para la cual fue creada, como una consecuencia de la entrada en servicio de las nuevas líneas de transmisión.

Para el desarrollo de un estudio de confiabilidad, es necesario contar con valores asociados a las tasas de salidas de los componentes y a la duración media de las mismas, utilizándose información del sistema, proveniente de la base de datos de la empresa.

Como el sistema compuesto de Panamá, depende de plantas hidráulicas, se estudiaron tres escenarios: escenario húmedo, escenario medio y escenario seco.

Para la construcción y simulación del modelo del sistema, se utilizo un método híbrido, el cual combina simulación Monte Carlo con planteamiento analítico. Con la simulación se obtuvo cada estado del sistema y con el planteamiento analítico, verificamos la suficiencia de ese estado.

El modelo de carga se logró, considerando datos cronológicos del último año. Se realizo un escalonamiento y agrupamiento de los mismos, con lo que se obtuvo la curva de duración de carga anual, donde utilizamos la demanda pico.

La metodología para el cálculo del índice de probabilidad de pérdida de carga se basó, en primera instancia, en el método desarrollado por Billinton & Li,<sup>1</sup> el cual, como señalamos anteriormente, utiliza simulación Monte Carlo conjuntamente con técnicas

---

<sup>1</sup> Billinton, R. ; Wenyan, L. 'Reliability Assesment of Electric Power System Using Monte Carlo Methods', Plenum Press, NY, 1994. 348paginas.

sencillas de análisis de sistemas de potencia, para la evaluación de “Suficiencia” de sistemas compuestos. El método de simulación Monte Carlo fue seleccionado para el cálculo de los índices de confiabilidad, por las ventajas que ofrece en cuanto a métodos analíticos, ya que permite condiciones detalladas de pre-contingencias, salidas o disparos de la generación y la transmisión, las prácticas de operación, cuando evaluamos sistemas complejos.

En la solución del modelo, se utilizó flujo de carga de corriente directa, con el fin de aprovechar su rapidez en la solución y facilidad al momento de calcular los factores de sensibilidad del sistema para análisis de contingencias.

Una vez resuelto el caso base, se procedió a calcular los factores de sensibilidad de la red, para cambios en la generación y para salidas de líneas de transmisión. Posteriormente, usando simulación Monte Carlo, seleccionamos un estado del sistema, el cual está conformado por el estatus del grupo de componentes que integran dicho estado. Cada estado de cada componente, es seleccionado a través de generación de números aleatorios, uniformemente distribuidos en el intervalo (0, 1), y comparado a la tasa de indisponibilidad de cada elemento, obtenida del banco de datos del sistema. Como se explica en los capítulos 1, 2 y 3, una vez obtenido un estado del sistema, se verifica si las instalaciones de generación y transmisión satisfacen la demanda del sistema. Si no es el caso, seleccionamos otro estado del sistema y actualizamos el índice de probabilidad de pérdida de carga. En caso contrario, si la generación satisface la carga, mediante técnicas de análisis de contingencias, comprobamos que no haya sobrecarga en las instalaciones de transmisión como resultado de cambio de generación o salidas de líneas de transmisión. De ser así, se selecciona un nuevo estado del sistema; de lo contrario, se actualiza el índice LOLP y procedemos a seleccionar otro estado del sistema. El estudio culmina cuando se alcanza el número de muestras requeridas o la precisión es la adecuada.

Una vez que obtenemos el índice de probabilidad de pérdida de carga para cada escenario, hacemos una media aritmética para estimar el valor del sistema.

La función de prueba para medir la probabilidad de pérdida de carga (LOLP), se basa en la siguiente ecuación:

$$E(x) = \sum F(x) \cdot \frac{n(s)}{N}$$

en donde:

$E(x)$  = valor estimado

$F(x)$  = función de prueba

$n(s)$  = número de veces que ocurre el estado

$N$  = números de intentos

$F(x) = 1$  si hay corte de carga

$F(x) = 0$  si no hay corte de carga.

Este método requiere la utilización de programas computacionales para la solución del problema de flujos de carga, de manera de identificar las deficiencias del sistema, así como también el cálculo de los índices de riesgo.

El tema de estudio es importante desde el punto de vista profesional, porque permite la incursión a las tres principales áreas de un sistema eléctrico de potencia que son: la planeación, la operación y el mantenimiento. Mediante el dominio de la herramienta de confiabilidad, podemos desempeñarnos eficientemente, ya que su uso proporciona información confiable y relevante del sistema, la que podemos utilizar para la detección de fallas y la determinación de sus consecuencias. Desde un punto de vista económico nos lleva a relacionar la calidad del sistema, con las inversiones de capital; a realizar mejores y más económicos diseños del sistema, así como a mejorar los conocimientos de la operación y comportamiento del mismo. Con todo esto, la empresa estará en condiciones de prestar un mejor servicio.

## CAPITULO 1: TEORIA DE LA CONFIABILIDAD

### 1. DEFINICIONES:

#### 1.1 Concepto General:

“La Confiabilidad es un concepto viejo y una disciplina nueva. Por años las cosas y las personas han sido llamadas confiables, si han cumplido con ciertas expectativas, y no confiables si no lo han hecho.

Los tipos de expectativas para juzgar la Confiabilidad se relacionan con el desempeño de alguna función u obligación. Así, la Confiabilidad de un dispositivo se considera alta si desempeña su función con éxito y, baja, si tiende a fallar en repetidas ocasiones”.<sup>1</sup>

#### 1.2 La función de la Confiabilidad Técnica:

En ingeniería, así como en física, los conceptos deben tener medidas numéricas. La definición clásica de Confiabilidad nos dice que, "es la probabilidad de que un componente o sistema funcione adecuadamente dentro de los límites preestablecidos, por un intervalo de tiempo y bajo condiciones de operación especificadas".<sup>2</sup>

#### 1.3 Clasificación de Componentes:

En confiabilidad los componentes pueden clasificarse en 3 grupos generales:

**1.3.1 Componentes no reparables:** Sólo son vistos hasta que fallen, debido a que no pueden ser reparados. La reparación es muy costosa o solamente es de interés su vida útil hasta la primera falla. Sus fallas son llamadas catastróficas.

---

<sup>1</sup> Bazosky, I. "Reliability Engineering an Practice", Editorial Prentice-Hall, Space Technology Series 1961.

<sup>2</sup> Bazosky, I. "Reliability Engineering an Practice", Editorial Prentice-Hall, Space Technology Series 1961.



**1.3.2 Componentes reparables:** Son aquellos reparados sólo hasta que fallen y por lo tanto su vida operativa consiste en períodos alternos de operación y reparación.

**1.3.3 Componentes ideales o con tiempo de reparación cero:** Es un grupo de componentes cuya vida útil es muy larga, sin fallas, que obliga al sistema completo a salir de operación. Pero cuando ocurre una falla se considera que el tiempo de reparación, comparado con el de operación, es prácticamente insignificante.

#### **1.4 Distribuciones de Probabilidad:**

Los parámetros que están asociados con el cálculo de Confiabilidad se describen mediante distribuciones de probabilidad.

Consecuentemente, los tiempos de la falla obedecen a una distribución de probabilidad que puede o no ser conocida y que describe la probabilidad que un componente dado falle dentro de cierto tiempo. En todos los casos prácticos, esta distribución de probabilidad no puede ser determinada por la geometría del componente, dispositivo o sistema, sino que debe ser determinada por pruebas o esquemas de recolección de datos estadísticos, asociados con la operación de los componentes, dispositivos o sistemas.

En el anexo B considero dos tipos de distribuciones: Distribuciones Discretas y Distribuciones Continuas. Las distribuciones discretas representan variables que sólo pueden asumir ciertos valores discretos; mientras que las distribuciones continuas, representan variables que pueden asumir un número infinito de valores, dentro de un rango finito.

La función de distribución acumulada se incrementa de cero a la unidad, así como la variable aleatoria incrementa de su valor más pequeño al más grande. Esta función crece en pasos discontinuos para variables aleatorias discretas y como una curva continua para variables aleatorias continuas.

En el cálculo de confiabilidad, la variable aleatoria es normalmente el tiempo. Si en el tiempo  $t$  igual a cero, el componente o sistema está operativo, entonces su probabilidad de falla en  $t = 0$  es cero. Cuando  $t$  tiende a infinito, la

probabilidad de falla del componente tiende a la unidad, debido a que el componente está expuesto a fallar por un período largo. Esta característica es equivalente a la función de distribución acumulada y es una medida de la probabilidad de falla, en función del tiempo. En confiabilidad, esta función es conocida como "Distribución de Falla Acumulada", designada como  $Q(t)$ .<sup>1</sup>

En muchos casos, es necesario evaluar la probabilidad de sobre vivencia del componente en el período dado. Este es el valor complementario de la probabilidad de falla y, por lo tanto, la función complementaria de la distribución de falla acumulada. En confiabilidad este complemento es conocido como "Función de Sobre vivencia" y es designada por  $R(t)$ .<sup>2</sup>

$$R(t) = 1 - Q(t) \quad (1.1)$$

En evaluación de confiabilidad, la derivada de la distribución de falla acumulada  $Q(t)$ , nos da una función equivalente a la función de densidad de probabilidad y es llamada "Función de Densidad de Falla"  $f(t)$ , donde tenemos que:

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (1.2)$$

$$Q(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (1.3)$$

y:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt \quad (1.4)$$

El área total bajo la curva de la función de densidad de falla debe ser igual a la unidad, de manera que la ecuación (1.4), puede ser escrita así:

<sup>1</sup> Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.

<sup>2</sup> Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (1.5)$$

En el caso de variables aleatorias discretas, las integrales de las ecuaciones (1.3) a (1.5) son reemplazadas por sumatorias. Una función de densidad de falla hipotética se muestra en la figura 1.1, en que los valores de  $Q(t)$  y  $R(t)$  son observables por las dos áreas.

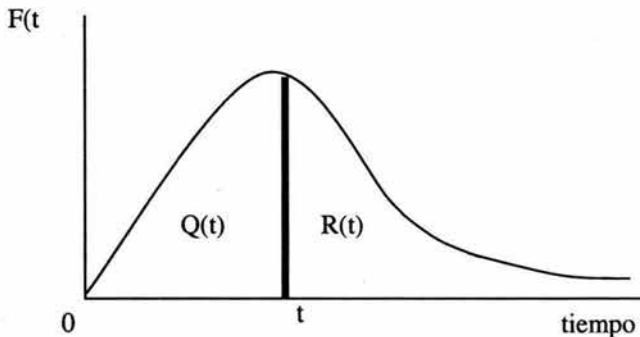


Fig. 1.1: Función de Densidad de Falla

### 1.5 Tasa de Transición:

El concepto básico de la tasa de transición es referido como tasa de falla y es asignada como  $\lambda(t)$ .

Esta es una medida de la tasa con que ocurre la falla. Sin embargo no se refiere al número de fallas que ocurren en un período dado, ya que depende del tamaño de la muestra considerada.

La tasa de riesgo es dependiente del número de fallas en un período dado y del número de componentes expuestos a la falla. Al evaluar la tasa de riesgo, el número de falla debe ser relacionado por unidad al número de componentes que están expuestos a la falla, dando la siguiente definición de  $\lambda(t)$ :

$$\lambda(t) = \frac{\text{número de fallas por unidad de tiempo}}{\text{número de componentes expuestos a la falla}} \quad (1.6)$$

### 1.6 Formas de las Funciones de Confiabilidad:

En confiabilidad, la curva de la tasa de falla, tiene una forma que es característica de algunos componentes físicos. Esta forma es muchas veces referidas como una curva tipo bañera y puede, generalmente, ser dividida en tres regiones. La región I es conocida como fase de mortalidad infantil, y puede ser debido a errores en la fabricación o defectos de diseño. La región II es conocida como el período de vida útil o fase de operación normal y es caracterizada por una tasa de falla constante. En esta región las fallas ocurren de manera aleatoria y es una región en que sólo la distribución exponencial es válida. La región III representa el desgaste o fase de fatiga y es caracterizada por un rápido incremento en la tasa de falla en el tiempo. Dos ejemplos particulares se representan en las figuras 1.2 y 1.3, para componentes electrónicos y equipos mecánicos, respectivamente. En estos dos ejemplos, que generalmente cubren los dos casos extremos, los componentes electrónicos son asociados usualmente con un período de vida útil largo, mientras que los equipos mecánicos son asociados a un breve período de vida útil.

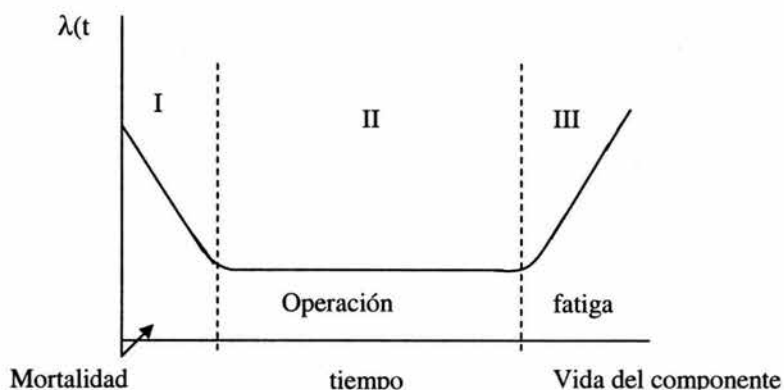


Fig. 1.2: Velocidad de falla de componentes electrónicos

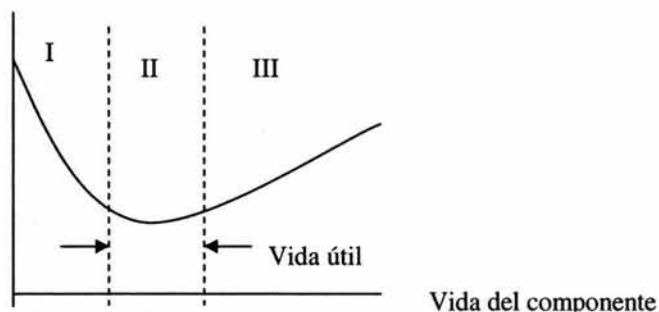


Fig. 1.3: Velocidad de falla para componentes mecánicos

## 2. FUNCIÓN GENERAL DE CONFIABILIDAD:

La expresión más conocida y quizás la más usada en Ingeniería de la Confiabilidad es la probabilidad de que un componente sobreviva a un período de tiempo dado, cuando ese componente tiene una tasa de falla constante.

La expresión  $R(t) = e^{-\lambda t}$  es el primer término de la expansión de Poisson [ver Anexo B]. Esta expresión puede ser derivada de una manera primordial y una que conduce a una apreciación fundamental de la función densidad de falla.

### La Función General de Confiabilidad:

Considere el caso en que un número fijo,  $N^0$ , de componentes idénticos son probados.<sup>1</sup>

$N_s(t)$  = número de componentes sobrevivientes en el período de tiempo  $t$ .

$N_f(t)$  = número de componentes fallado en el período de tiempo  $t$ .

De manera que:  $N_s(t) + N_f(t) = N^0$

En algún tiempo  $t$ , la función de confiabilidad  $R(t)$  es dada por:

<sup>1</sup> Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N^o} \quad (1.7)$$

$$R(t) = \frac{N^o - N_f(t)}{N^o}$$

$$R(t) = 1 - \frac{N_f(t)}{N^o} \quad (1.8)$$

Similarmente, la probabilidad de falla o distribución de falla acumulada  $Q(t)$  es dada por:

$$Q(t) = \frac{N_f(t)}{N^o} \quad (1.9)$$

De las ecuaciones (1.8) y (1.9), tenemos que:

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{1}{N^o} \cdot \frac{dN_f(t)}{dt} \quad (1.10)$$

Como  $dt \rightarrow 0$ , siguiendo la ecuación (1.2), tenemos que:

$$f(t) = \frac{1}{N^o} \cdot \frac{dN_f(t)}{dt}, \text{ es la densidad de falla instantánea } f(t) \quad (1.11)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -f(t)$$

Siendo que:

$$\lambda(t) = \text{tasa de transición instantánea}$$

La expresión general para la tasa de riesgo en el tiempo  $t$ , es dada por:

$$\lambda(t) = \frac{dN_f(t)}{dt} \cdot \frac{1}{N_s(t)} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{I}{N_s(t)} \cdot \frac{dN_f(t)}{dt} \\
 &= \frac{f(t)}{R(t)}
 \end{aligned}$$

El cual de las ecuaciones (1.2) nos da que:

$$\lambda(t) = -\frac{R(t)}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt} \quad (1.13)$$

$f(t)$  es la función densidad de falla,  $f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$

$$\int_0^t f(t) dt = \int_1^{R(t)} -dR(t) = 1 - R(t)$$

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

$$\int_1^{R(t)} \lambda(t) dt = -\int_1^{R(t)} \frac{dR(t)}{R(t)}$$

$$\int_0^t -\lambda(t) dt = \ln R(t)$$

$$R(t) = e^{\left[-\int_0^t \lambda(t) dt\right]} \quad (1.14)$$

Esta ecuación da la confiabilidad como una función del tiempo, donde el riesgo o tasa de falla es también función del tiempo.

Si  $\lambda$  es una constante y por lo tanto independiente del tiempo, tenemos que:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (1.15)$$

Este es el primer término de la expansión de Poisson [ver Anexo B].

### 3. TIEMPO MEDIO DE FALLA:

Si  $x$  es una variable aleatoria continua con una función de probabilidad de densidad  $f(x)$ , el valor esperado  $E(x)$  es dado por:

$E(x) = \int_0^{\infty} x \cdot f(x) dx$ , En algunos casos esta integral no converge. Sin embargo, en el caso de la función de densidad de falla en la vida útil tenemos:

$$E(t) = \int_0^{\infty} \lambda t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Integrando por partes:

$$\bar{\mu} = t$$

$$dv = \lambda e^{-\lambda t} dt$$

$$\begin{aligned} \int \bar{\mu} dv &= \bar{\mu} v - \int v d\mu \\ &= \left[ -t \cdot e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt \\ &= 0 + \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

$$E(t) = \frac{1}{\lambda}$$

El valor esperado es muchas veces designado como tiempo medio de falla (MTTF) y el período de vida útil es el recíproco de la velocidad de falla. Un término ligeramente diferente, el tiempo medio entre falla (MTBF), es muchas veces usado en el mismo sentido.

El MTBF es usado para indicar el ciclo de tiempo entre falla para sistemas que son reparables. El MTBF, por lo tanto, excede el MTTF por un pequeño margen atribuido al tiempo asociado con la reparación del componente. Es importante darse cuenta que el término tiempo medio de falla es normalmente aplicado sólo en el período de vida útil. Un componente puede ser condicionado a tener una vida media mucho menor que MTTF.

#### 4. MODELADO DE REDES SIMPLES:

Un sistema es representado como una red, en la cual sus componentes son conectados juntos en representaciones de redes series o paralelas.

La interrelación entre el sistema y su modelo de red, debe ser entendida, antes de considerar el uso de técnicas analíticas para evaluar la confiabilidad de estas redes.



El sistema actual y la red de confiabilidad utilizada, no necesariamente tienen la misma estructura topológica. La topología de la red de confiabilidad, puede cambiar cuando cambian los requerimientos del sistema físico, aunque la topología del sistema físico, permanezca igual <sup>1</sup>

#### 4.1 Sistemas en Serie:

“Desde un punto de vista de confiabilidad, decimos que un grupo de componentes están en serie, cuando todos deben de estar trabajando para que el sistema opere exitosamente, en cambio, sólo uno de ellos necesita fallar para que el sistema falle”<sup>2</sup>

Considerando dos componentes con confiabilidad  $R_1$  y  $R_2$ , conectados en serie, como mostrado en la figura 1.4.



Fig. 1.4-: Sistema de 2 Componentes en Serie

La confiabilidad del Sistema  $R_s$ , es dada por:

$$R_s = R_1 \cdot R_2 \quad (1.16)$$

Si tenemos  $n$  componentes en serie en el sistema, la ecuación anterior puede ser generalizada de manera a obtener la confiabilidad del sistema.

$$R_s = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n = \prod_{i=1}^n R_i \quad (1.17)$$

<sup>1</sup>Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.

<sup>2</sup> Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.

Esta ecuación es conocida como la regla del producto de la confiabilidad, desde que ésta establece que la confiabilidad de sistemas en serie, es el producto de las confiabilidades individuales de cada componente.

En algunas aplicaciones, es más ventajoso evaluar la probabilidad de falla del sistema, en vez de la probabilidad de éxito del mismo. El éxito y la falla del sistema son eventos complementarios y por lo tanto, para el sistema de dos componentes, la probabilidad de falla es dada por:

$$Q_s = 1 - R_s \quad (1.18)$$

$$= 1 - R_1 \cdot R_2$$

$$= 1 - (1 - Q_1)(1 - Q_2)$$

$$= Q_1 + Q_2 - Q_1 \cdot Q_2 \quad (1.19)$$

Para un sistema de  $n$  componentes, tenemos que:

$$Q_s = 1 - \prod_{i=1}^n R_i \quad (1.20)$$

**Ejemplo #1:** Un sistema formado de 10 componentes idénticos, de manera que todos deben estar trabajando para el éxito del mismo. ¿Cuál es la confiabilidad del sistema, si cada componente tiene una confiabilidad de 0.95?

De la ecuación (1.17), tenemos que:

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i = 0.95^{10} = 0.5987$$

De este resultado, podemos establecer tres conceptos importantes para la confiabilidad de sistemas en serie:

a) La confiabilidad del sistema es menor que la confiabilidad de algún componente particular, esto debido a la regla del producto y al hecho de que cada componente tiene una probabilidad menor que la unidad.

b) La confiabilidad del sistema decrece conforme incrementa el número de componentes en serie.

c) La confiabilidad del sistema decrece, si decrece la confiabilidad de los componentes.

Esto podemos observarlo en la siguiente figura.

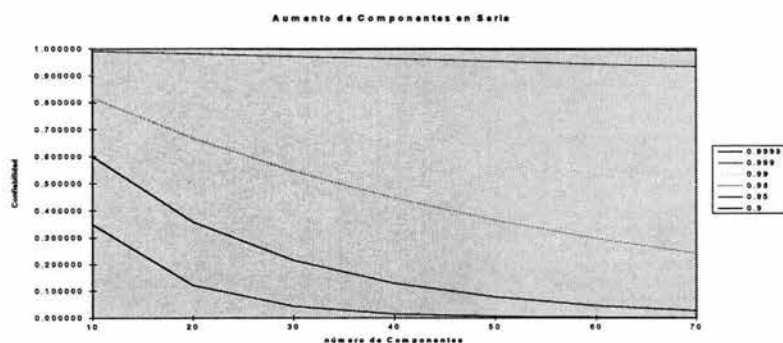


Fig. 1.5: Efecto del incremento en el número de componentes en serie

**Ejemplo #2:** Evalúe la confiabilidad de un sistema en serie de dos componentes idénticos, teniendo cada uno confiabilidad de 0.99. De la ecuación (1.19), tenemos que:

$$\begin{aligned}
 Q_s &= Q_1 + Q_2 - Q_1 \cdot Q_2 \\
 &= 0.01 + 0.01 - (0.01 \cdot 0.01) = 0.0199
 \end{aligned}$$

De la ecuación (1.18), tenemos que:

$$\begin{aligned}
 Q_s &= 1 - R_s \\
 &= 1 - (0.99 \cdot 0.99) = 0.0199
 \end{aligned}$$

En un sistema en serie con componentes operando dentro de su vida útil, la confiabilidad del sistema es dada por:

$$R_s = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i t}$$

Esta ecuación se mantiene para un sistema en que todos los componentes deben operar para el éxito del mismo.

#### 4.2 Sistemas Paralelos:

“Desde el punto de vista de confiabilidad, un grupo de componentes al estar en paralelo, sólo uno necesita estar trabajando para el éxito del sistema o todos necesitan fallar, para que falle el sistema”.<sup>1</sup>

Considerando un sistema paralelo de dos componentes, como en la figura 1.6.

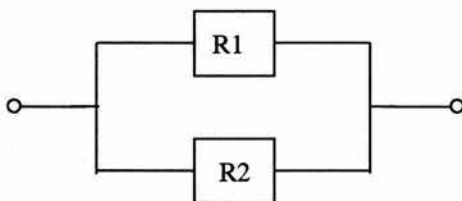


Fig. 1.6: Sistema Paralelo de 2 Componentes

La confiabilidad del sistema es dada por:

$$R_s = 1 - Q_1 \cdot Q_2 \quad (1.21)$$

$$R_s = 1 - (1 - R_1)(1 - R_2)$$

$$R_s = R_1 + R_2 - R_1 \cdot R_2 \quad (1.22)$$

<sup>1</sup> Billinton, Roy; Allan, R. “Reliability Evaluation of Engineering Systems”, Pitman Books Limited –1983.

Para un sistema de  $n$  componentes, tenemos que:

$$R_s = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i \quad (1.23)$$

Si el sistema es completamente redundante, tenemos que:

$$Q_s = Q_1 \cdot Q_2 \quad (1.24)$$

Para un sistema de  $n$  componentes:

$$Q_s = \prod_{i=1}^n Q_i \quad (1.25)$$

Esta ecuación es conocida como la regla del producto de la indisponibilidad de un sistema, operando en paralelo.

En el caso de los sistemas operando en paralelo podemos concluir lo siguiente:

- La confiabilidad aumenta, conforme aumenta el número de componentes operando en paralelo.
- Incrementando el número de componentes, incrementa el costo inicial, el volumen del sistema y el mantenimiento requerido.

**Ejemplo #3:** Un sistema compuesto de cuatro componentes en paralelo, con confiabilidad de 0.99, 0.95, 0.98, y 0.97. ¿Cuál es la confiabilidad del sistema?

De la ecuación (1.24), tenemos que:

$$Q_p = (1 - 0.99)(1 - 0.95)(1 - 0.98)(1 - 0.97) = 3 \times 10^{-7}$$

De la ecuación (1.23), tenemos que:

$$R_p = 0.9999997$$

**Ejemplo #4:** Un componente tiene confiabilidad de 0.8. Evalúe el efecto en la confiabilidad del sistema, debido al incremento del número de componentes en paralelo.

Al usar la ecuación (1.25), el valor de la confiabilidad del sistema se refleja en la tabla 1.1, para seis componentes en paralelo. Igualmente, se refleja el aumento en la confiabilidad, obtenida adicionando cada componente. Esto es conocido como incremento de la confiabilidad.

Tabla 1.1: Resultados de confiabilidad para el ejemplo #4

Número de Componentes	Confiabilidad del sistema $1 - Q_s$	Confiabilidad Incremental $\frac{\Delta_s}{1 - Q_s}$	% Comparativo de Confiabilidad $\frac{R_s - R_1}{R_1} \times 100$
1	0.800000	-----	-----
2	0.960000	0.160000	20.00
3	0.992000	0.032000	24.00
4	0.998400	0.006400	24.80
5	0.999680	0.001280	24.96
6	0.999936	0.000256	24.99

El % comparativo de confiabilidad es definido como la diferencia en confiabilidad sobre la confiabilidad de un sólo componente, expresado como porcentaje, basado en la confiabilidad de ese sólo componente.

$$\% \text{ Comparativo de Confiabilidad} = \frac{R_s - R_1}{R_1} \times 100$$

## 5. MODELADO DE SISTEMAS COMPLEJOS:

Las técnicas descritas en la sección anterior, son limitadas en su aplicación a sistemas y redes que tienen tipo de estructuras serie, paralelas o ambas. Algunos sistemas no tienen este tipo de estructura o tienen lógica operacional compleja, por lo que son necesarias técnicas adicionales para determinar la confiabilidad de tales sistemas. Un sistema típico que no tiene una estructura serie-paralela, es la red tipo puente (figura 1.7). Algunas de las técnicas que pueden usarse para la solución de este tipo de red, es el planteamiento de probabilidad condicional y análisis de conjuntos de corte mínimos.

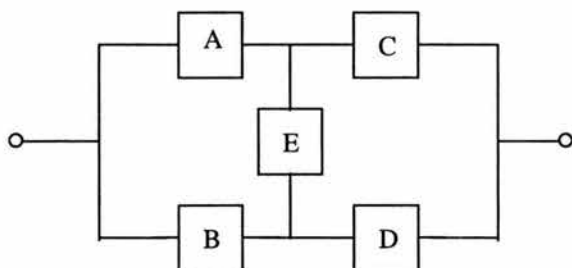


Fig. 1. 7: Red tipo Puente

### 5.1 Planteamiento de Probabilidad Condicional:

Este planteamiento puede utilizarse para evaluar la confiabilidad de un sistema complejo, reduciendo de forma secuencial el sistema en estructuras de subsistemas, conectados en serie-paralelo y recombinando posteriormente estos subsistemas, utilizando el concepto de probabilidad condicional [ver anexo A].

$$P(\text{éxito o falla del sistema}) = P(\text{éxito o falla del componente si } x \text{ es bueno}) * P(x \text{ es bueno}) \\ + P(\text{éxito o falla del componente si } x \text{ es malo}) * P(x \text{ es malo})$$

La figura 1.7, ilustra este planteamiento. El éxito requiere que al menos uno de los caminos AC, BC, AED y BEC, este perfecto. En este ejemplo, el mejor componente para seleccionar como x, es el componente E.

Luego, el sistema se subdivide en dos subsistemas: uno, considerando a E como bueno, de manera que no puede fallar y, otro, considerando a E como malo, expuesto siempre a fallar, (figura 1.8).

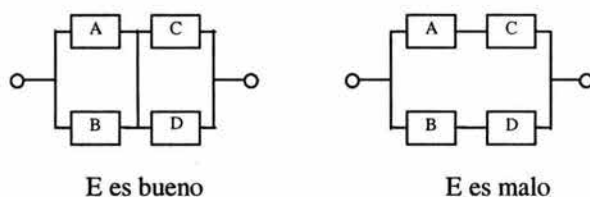


Fig.1.8: Subdivisión de la red tipo puente

La confiabilidad de todo el sistema será:

$$R_S = R_S(\text{si } E \text{ es bueno})R_E + R_S(\text{si } E \text{ es malo})Q_E$$

donde tenemos que:

$$\begin{aligned} R_S(\text{si } E \text{ es bueno}) &= R_{AB} \cdot R_{CD} \\ &= (1 - Q_A \cdot Q_B)(1 - Q_C \cdot Q_D) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_S(\text{si } E \text{ es malo}) &= 1 - Q_{AC} \cdot Q_{BD} \\ &= 1 - (1 - R_A \cdot R_C)(1 - R_B \cdot R_D) \end{aligned}$$

Por lo tanto, la confiabilidad del sistema es dada por:

$$R_S = (1 - Q_A \cdot Q_B)(1 - Q_C \cdot Q_D)R_E + (1 - (1 - R_A \cdot R_C)(1 - R_B \cdot R_D))Q_E$$

Si todos los componentes son iguales, tenemos que la confiabilidad del sistema es dada por:

$$R_S = 2R^2 + 2R^3 - 5R^4 + 2R^5 \quad (1.26)$$

## 5.2 Método del Conjunto de Cortes Mínimo:

El método del conjunto de cortes mínimo,<sup>1</sup> se considera una herramienta poderosa para evaluar la confiabilidad de un sistema y como base para diversos métodos de evaluación de redes, por dos razones:

<sup>1</sup> Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.



a- Puede ser fácilmente programado en una computadora digital para dar una solución rápida y eficiente de alguna red general.

b- El conjunto de cortes mínimo, está directamente relacionado con los modos de falla del sistema e identifican cuantitativamente las distintas maneras en que puede fallar.

Se define como: "Un grupo de componentes del sistema, donde cuando todos fallan, causan la falla del sistema; pero cuando algún componente del sistema sigue funcionando, el sistema se mantiene operativo".<sup>1</sup>

Esto significa que todos los componentes de un conjunto de cortes mínimo, deben estar en estado de falla, para que el sistema falle.

En la figura 1.8, se identifican cuatro conjuntos de cortes mínimo. (AB), (CD), (AED), (BEC)

Asumiendo los mismos requerimientos que en el grupo anterior, tenemos que:

Tabla 1.2 : Conjuntos de Cortes Mínimos

# de Conjuntos de Corte	Componentes de Grupo de Corte
1	AB
2	CD
3	AED
4	BED

Para evaluar la confiabilidad del sistema, los conjuntos de cortes mínimos deben ser combinados. De la definición se desprende que todos los componentes de cada corte deben fallar para que el sistema falle. Por lo tanto, los componentes en los conjuntos de corte pueden ser combinados, usando los principios de los sistemas paralelos. Adicionalmente, el sistema fallará, si alguno de los conjuntos de cortes y, consecuentemente, cada corte estuviera en serie con todos los demás.

<sup>1</sup>Billinton, Roy; Allan, R. "Reliability Evaluation of Engineering Systems", Pitman Books Limited -1983.

Tomando como base la figura 1.7 y, aplicando el principio anteriormente descrito, se obtiene el diagrama de confiabilidad de la figura 1.9 y además, los conjuntos de cortes mínimos, representados en la tabla 1.2. Aunque estos grupos de corte están en serie, el concepto de sistemas en serie no puede ser utilizado, ya que un mismo componente puede aparecer en dos o más de los conjuntos de corte, así: el componente A aparece en el corte  $C_1$  y  $C_3$  de la figura 1.9. Entonces se aplica el concepto de unión y si el enésimo corte es designado como  $C_i$  y su probabilidad de ocurrencia es designada como  $P(C_i)$ , entonces la no confiabilidad del sistema es dada por:

$$Q_s = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \dots \cup C_i \cup \dots \cup C_n) \quad (1.27)$$

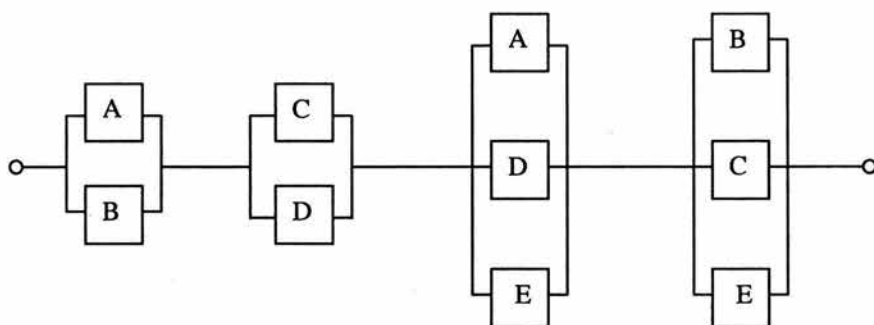


Figura 1.9: Coniuntos de Cortes Mínimos del ejemplo 1.6

**Ejemplo #5:** Evaluar la confiabilidad del sistema de la ecuación 1.27 y del diagrama de confiabilidad de la figura 1.9, tenemos que:

$$\begin{aligned} Q_s &= P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4) \\ &= P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4) - P(C_1 \cap C_2) - P(C_1 \cap C_3) \\ &\quad - P(C_1 \cap C_4) - P(C_2 \cap C_3) - P(C_2 \cap C_4) - P(C_3 \cap C_4) + \\ &\quad + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) + P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) + \\ &\quad + P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) - P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) \end{aligned}$$

donde tenemos que:

$$P(C_1) = Q_A Q_B$$

$$P(C_2) = Q_C Q_D$$

$$P(C_3) = Q_A Q_D Q_E$$

$$P(C_4) = Q_B Q_C Q_E$$

$$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1)P(C_2) = Q_A Q_B Q_C Q_D$$

$$P(C_1 \cap C_3) = P(C_1)P(C_3) = Q_A Q_B Q_D Q_E$$

$$P(C_1 \cap C_4) = P(C_1)P(C_4) = Q_A Q_B Q_C Q_E$$

$$P(C_2 \cap C_3) = P(C_2)P(C_3) = Q_A Q_C Q_D Q_E$$

$$P(C_2 \cap C_4) = P(C_2)P(C_4) = Q_B Q_C Q_D Q_E$$

$$P(C_3 \cap C_4) = P(C_3)P(C_4) = Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = P(C_1 \cap C_2 \cap C_4)$$

$$= P(C_1 \cap C_3 \cap C_4)$$

$$= P(C_2 \cap C_3 \cap C_4)$$

$$= P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E$$

Por lo tanto, sustituyendo valores tenemos que:

$$\begin{aligned} Q_S = & Q_A Q_B + Q_C Q_D + Q_A Q_D Q_E + Q_B Q_C Q_E - Q_A Q_B Q_C Q_D - Q_A Q_B Q_D Q_E \\ & - Q_A Q_B Q_C Q_E - Q_A Q_C Q_D Q_E - Q_B Q_C Q_D Q_E + 2Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E \end{aligned} \quad (1.28)$$

Esta ecuación es exacta; pero generalmente se hace una aproximación. La misma descarta todos los términos, excepto la sumatoria de las probabilidades de los conjuntos de corte.

$$Q_s = P(C_1) + P(C_2) + \dots + P(C_i) + P(C_n)$$

$$Q_s = \sum_{i=1}^n P(C_i) \quad (1.29)$$

Esta aproximación nos da el límite superior de la no confiabilidad del sistema e introduce errores muy pequeños, para muchas aplicaciones en sistemas de potencia, con esta aplicación tenemos que en nuestro ejemplo:

$$Q_s = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4)$$

$$Q_s = Q_A Q_B + Q_C Q_D + Q_A Q_D Q_E + Q_B Q_C Q_E \quad (1.30)$$

si todos los componentes son iguales, tenemos que:<sup>1</sup>

$$Q_s = 2Q^2 + 2Q^3 \quad (1.31)$$

## 6. PROCESOS CONTINUOS DE MARKOV:

Los problemas de confiabilidad de sistemas eléctricos de potencia están relacionados con sistemas que son discretos en el espacio y continuos en el tiempo, porque existen continuamente en uno de los estados del sistema, hasta que ocurre una transición pasando discretamente, al otro estado.

Estas técnicas parten del proceso estacionario de Markov, donde el sistema carece de memoria, es decir, los estados futuros de un proceso son independientes de todos los estados pasados, excepto aquel que le precede inmediatamente. Las características de falla y reparación de los componentes obedece a una distribución exponencial.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> La ecuación (1.31), puede ser utilizada en grandes sistemas de potencia, que tengan componentes con valores altos de disponibilidad, de manera que el error introducido en el calculo es pequeño.

<sup>2</sup> Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering Systems-Concepts and Techniques", second edition, Plenum Press, N.Y., 1992, 452 pag.

### 6.1. Concepto General de Modelado:

Consideremos el caso de un componente reparable cuando tiene una tasa de falla  $\lambda$  y una tasa de reparación  $\mu$ . El diagrama de transición de estado, para este componente, se refleja en la figura 1.10

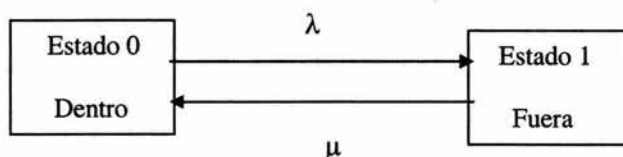


Figura 1.10: Sistema de un componente reparable

En donde definimos que:

$P_0(t)$  = la probabilidad de que el componente está operativo en el tiempo  $t$ .

$P_1(t)$  = la probabilidad de que el componente está fuera en el tiempo  $t$ .

$\lambda$  = tasa de falla

$\mu$  = tasa de reparación

La función de densidad de falla para un componente con una tasa constante de riesgo  $\lambda$ , se da como:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

La función de densidad, para los estados de operación y falla del sistema reflejados en la figura anterior, son:

$$f_0(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{y} \quad f_1(t) = \mu e^{-\mu t}, \quad \text{respectivamente.}$$

Los parámetros  $\lambda$  y  $\mu$  son referidos como las tasas de transición de estado, desde el momento que representan la tasa en que el sistema se mueve de un estado a otro.

$$\lambda = \frac{\text{Número de fallas de un componente en el periodo } t}{\text{Periodo total de tiempo en que el componente estaba en operación}} \quad (1.32a)$$

$$\mu = \frac{\text{Número de reparaciones de un componente en el periodo } t}{\text{Periodo total de tiempo en que el componente se reparaba}} \quad (1.32b)$$

Este concepto de tasas de transición, nos guía a la siguiente definición: “velocidad de transición, es igual al números de veces que ocurre una transición de un estado dado, dividido entre el tiempo transcurrido en este estado,”<sup>1</sup>

## 6.2 Técnicas de Ecuación Diferencial:

Es el método más riguroso para solucionar procesos similares considerando la probabilidad de ocurrencia de eventos en un intervalo de incremento de tiempo muy pequeño (dt).

Para mostrar la solución generalizada, dada por el método de la ecuación diferencial, consideramos el modelo mostrado en la figura 1.10. Si el sistema inicia en el estado operativo (0), la solución para este sistema es mostrada como:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (1.33)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (1.34)$$

<sup>1</sup>Billinton, R., and Allan, R., “Reliability Evaluation of Engineering Systems-Concepts and Techniques”, second edition, Plenum Press, N.Y., 1992, 452 págs.

Donde  $P_i(t)$ , es la probabilidad de residir en el estado  $i$ , en el tiempo  $t$ , y en donde tenemos que:

$$P_0(0) = 1 \quad \text{y} \quad P_1(0) = 0$$

### 6.2.1 Probabilidades Dependientes del Tiempo:

En el caso de procesos continuos de Markov, las transiciones de estado son representadas, usualmente, por tasas de transición de estados de operación ( $\lambda$ ) y tasa de transición de estado de falla ( $\mu$ ) (figura 1.10).

Debemos considerar un intervalo de incremento de tiempo  $dt$ , lo suficientemente pequeño, para que la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos en ese intervalo sea descartada.

Si la probabilidad de estar en el estado de operación después de este intervalo de tiempo  $(t + dt)$  es:

$$P(t + dt) = [\text{probab. estar operativo en el tiempo } t \text{ y no fallar en el tiempo } dt] \\ + [\text{probabilidad de estar fallado en el tiempo } t \text{ y ser reparado en el tiempo } dt]$$

De manera que:

$$P_0(t + dt) = P_0(t) (1 - \lambda dt) + P_1(t)(\mu dt) \quad (1.35)$$

$$P_1(t + dt) = P_1(t) (1 - \mu dt) + P_0(t)(\lambda dt) \quad (1.36)$$

de la ecuación 1.35, tenemos que:

$$\frac{P_0(t + dt) - P_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

como  $dt \rightarrow 0$ , tenemos que:

$$\frac{P_0(t + dt) - P_0(dt)}{dt} \Big|_{dt \rightarrow 0} = \frac{dP_0(t)}{dt} = P_0'(t)$$

así

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \quad (1.37a)$$

similarmente a la ecuación:

$$P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \quad (1.37b)$$

Al solucionar estas ecuaciones diferenciales y considerando condiciones iniciales, en la cual el sistema inicia en el estado de operación, tenemos que:

$$P_0(0) = 1 \quad \text{y} \quad P_1(0) = 0$$

La solución es:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (1.38a)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (1.38b)$$

Donde  $P_1(t)$  es la probabilidad de residir en el estado de falla en el tiempo  $t$ . Estos valores son conocidos como probabilidades de estado dependientes del tiempo.

### 6.2.2 Evaluando los Límites de las Probabilidades de Estado:

En el caso de un componente reparable representado por el diagrama de espacio-estado, (figura 1.10), el límite de la probabilidad puede ser evaluado por la ecuación 1.38, dejando que  $t$  tienda a infinito. Si definimos  $P_0$  y  $P_1$  para los estados de operación y falla, respectivamente, tenemos que:



$$P_0 = P_0(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (1.39a)$$

$$P_1 = P_1(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (1.39b)$$

Estas expresiones de límites de probabilidades de estados son aplicables independientemente, si el sistema inicia en el estado de operación o de falla.

Para una distribución exponencial, el tiempo medio de falla es dada por:

$$\text{MTTF} = m = \frac{1}{\lambda} \quad (1.40a)$$

Igualmente, el tiempo medio de reparación es dado por:

$$\text{MTTR} = r = \frac{1}{\mu} \quad (1.40b)$$

Sustituyendo las ecuaciones (40) dentro de las ecuaciones (39), tenemos que:

$$P_0 = \frac{m}{m+r} \quad (1.41a)$$

$$P_1 = \frac{r}{m+r} \quad (1.41b)$$

Los valores  $P_0$  y  $P_1$  son referidos como estado estable o límite de disponibilidad (A) e indisponibilidad (U) del sistema, respectivamente.

La disponibilidad dependiente del tiempo  $A(t)$  del sistema es dado por:

$$A(t) = P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

Este valor de  $A(t)$ , es la probabilidad de encontrarse en el estado de operación en algún tiempo  $t$  en el futuro, dado que el sistema inició en el estado de operación en el tiempo  $t = 0$ . Ésta es muy diferente a la función de sobrevivencia  $R(t)$ , que representa la probabilidad de permanecer en el

estado de operación como una función del tiempo. La relación entre  $A(t)$  y  $R(t)$  se refleja en la figura 1.11.

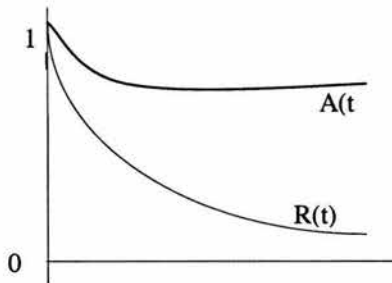


Figura 1.11: Variación de Confiabilidad y Disponibilidad dependiente

## 7. MÉTODO DE SIMULACION MONTE CARLO:

El método Monte Carlo se considero en un principio, como una técnica que utilizaba números aleatorios o seudo aleatorios para la solución del modelo del sistema en estudio. La técnica estimaba los índices de confiabilidad simulando el proceso actual y el comportamiento aleatorio del sistema, tratando el problema como una serie de experimentos reales, conducidos en el período de la simulación.<sup>1</sup>

El uso de esta técnica tomó fuerza con el desarrollo de los ordenadores, hoy día, es considerada como una técnica numérica universal, cuya mayor utilidad la encontramos en la solución de sistemas muy grandes o complejos para los cuales es difícil encontrar una solución con técnicas analíticas.

En sistemas eléctricos de potencia, la técnica Monte Carlo simula varios estados del sistema recreando, en cada muestra, todas las características del mismo (cargas,

<sup>1</sup> Rubinstein, R. Y., "Simulation and The Monte Carlo Method", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 págs.

condiciones climatológicas, disponibilidad de los componentes, comportamiento del sistema de protección, etc.) por medio de la extracción aleatoria de la distribución de la probabilidad relacionada. De esta manera, verificamos las condiciones de operación en cada uno de los estados del sistema, logrando estimar el valor del índice de riesgo seleccionado (por ejemplo en la evaluación de "Suficiencia" de sistemas compuestos de transmisión y generación, el índice es la probabilidad de pérdida de carga LOLP).

Existen tres diferentes planteamientos de simulación Monte Carlo, para evaluar la confiabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia: el planteamiento de muestreo de estado, el planteamiento de muestreo de duración de estado y el planteamiento de muestreo de transición del estado del sistema. En este trabajo, sólo abordaremos el planteamiento de muestreo de estado.

### 7.1 Muestreo de Estado:

El procedimiento de la técnica de muestreo consiste en seleccionar un estado del comportamiento del sistema, que depende de la combinación de estado de todos los componentes del mismo. Si asumimos, que cada elemento del sistema tiene dos estados (uno de falla y otro de servicio) y que cada evento es estadísticamente independiente, de modo que  $S_i$ , represente el estado del  $i$ -ésimo componente y  $FOR_i$  representa su probabilidad de salida, cada estado de los componentes puede ser simulado por un número aleatorio distribuido uniformemente en el intervalo (0, 1). Si este número aleatorio es menor que el valor de la tasa de salida forzada del equipo ( $FOR_i$ ), entonces el equipo no estará disponible para operar. De lo contrario, el equipo estará en servicio.<sup>1</sup>

$$S_i = \begin{cases} 0 & (\text{éxito del estado}) \text{ si } U_i \geq FOR_i \\ 1 & (\text{falla del estado}) \text{ si } 0 \leq U_i < FOR_i \end{cases} \quad (1.42)$$

El estado del sistema formado de  $m$  componentes es expresado por el vector  $S$ , donde tenemos que:

$$S = (S_1, \dots, S_i, \dots, S_m) \quad (1.44)$$

<sup>1</sup> Stoll, H. G., "least-Cost Electric Utility Planning", John Wiley & Sons, Inc. USA, 1989, 782 págs.

Si consideramos que cada estado del sistema tiene una probabilidad  $P(S)$  y una función de prueba  $F_N(S)$ , la expectativa matemática de la función de prueba, asociada a todos los estados del sistema es dada por:

$$E(F) = \sum_{S \in G} F_N(S) P_N(S) \quad (1.45)$$

donde  $G$ , es el grupo de estados del sistema.

Si sustituimos la frecuencia de muestras del estado  $S$ , por la probabilidad  $P(S)$ , tenemos que:

$$E(F) = \sum_{S \in G} F_N(S) \frac{n(S)}{N} \quad (1.46)$$

donde  $N$ , es el número total de muestras y  $n(S)$ , es el número de veces que ocurrió el estado  $S$ .  $F_N(S)$  se obtiene por métodos de análisis del sistema (flujos de carga).

A continuación algunas ventajas y desventajas del método:

**Ventajas:**

- a. El muestreo es relativamente simple. Sólo necesitamos generar números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo (0, 1). No es necesario simular funciones de distribución.
- b. Requiere de pocos datos de confiabilidad básicos. Sólo la probabilidad del estado del componente.
- c. El muestreo de estado puede ser generalizado para otros parámetros (carga, hidrología y estados del tiempo).

**Desventajas:**

- a. El tiempo de simulación es usualmente extensivo.
- b. No se puede utilizar para calcular índices de frecuencia.

## 7.2 Generadores de Números Aleatorios:

La técnica Monte Carlo depende del uso de números aleatorios, con variables aleatorias independientes, uniformemente distribuidas en el intervalo (0, 1). Esto es, la variable aleatoria puede tomar algún valor entre cero y la unidad, con igual probabilidad. Para que las sucesiones de números aleatorios generados por los métodos existentes, se consideren aceptables, deben satisfacer las siguientes condiciones.<sup>1</sup>

- a- Distribuciones uniformemente distribuidas en el intervalo (0,1).
- b- Estadísticamente independientes.
- c- Las sucesiones deben ser reproducibles.
- d- No deben ser repetidas dentro de una longitud determinada.
- e- Deben ser lo más rápido posible.
- f- Debe ocupar poco espacio de memoria.

Los números aleatorios se crean en computadoras digitales, usando algoritmos determinísticos, conocidos como generadores de números aleatorios. Los números generados, siguen las reglas matemáticas del algoritmo, donde no son números aleatorios verdaderos; por lo que se le denominan, números pseudo aleatorios. Actualmente, los algoritmos más populares utilizados para la generación de números aleatorios, son los generadores congruenciales; son tres métodos completamente determinísticos, ya que podemos determinar, previamente, cualquier número en la sucesión, debido a que los mismos utilizan una fórmula recursiva. Aquí, sólo se abordan dos métodos congruenciales: el multiplicativo y el mixto.

---

<sup>1</sup> Rubinstein, R. Y., "Simulation and The Monte Carlo Method", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 págs.

**a- Generador congruencial Multiplicativo:**

Este método se basa en la relación recursiva:

$$x_{i+1} = ax_i \pmod{m} \quad (1.47)$$

donde,  $a$  = multiplicador y  $m$  = módulo. Ambos deben ser enteros positivos y la notación del modulo significa que,  $x_{i+1}$  es el residuo cuando  $(ax_i)$  es dividido por  $m$ .

Dado un valor inicial  $x_0$ , la ecuación (1.47) genera una secuencia de números aleatorios que se encuentran en el intervalo  $(0, m)$ . La secuencia de números aleatorios en el intervalo  $(0, 1)$  se obtiene de:

$$U = \frac{x_i}{m} \quad (1.48)$$

Esta secuencia de números aleatorios es periódica. Cuando la secuencia del período iguala al valor de  $m$ , se dice que el generador de números aleatorios tiene un período completo.<sup>1</sup>

La selección de los parámetros  $m$  y  $a$ , influyen en las características estadísticas de los números aleatorios. Cuando estos dos parámetros se seleccionan apropiadamente, el valor inicial (semilla), tiene poca influencia en las características estadísticas de los números aleatorios. Una combinación satisfactoria sería:

$$a = 455\ 470\ 314$$

$$m = 2^{31} - 1 = 2\ 147\ 483\ 647$$

$$R_0 = \text{entero entre } 1 \text{ y } 2\ 147\ 833\ 646$$

**b- Generador Congruencial Mixto:**

Este método es parecido al anterior, donde la ecuación (1.47) quedaría de la siguiente forma:

---

Rubinstein, R. Y., "Simulation and The Monte Carlo Method", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 págs.

$$x_{i+1} = (ax_i + c) \pmod{m} \quad (1.49)$$

El nuevo parámetro  $c$ , es una constante entera no negativa, la cual es llamada de incremento.

Para que el generador congruencial mixto, tenga un período completo, se necesita satisfacer las siguientes condiciones.

- a-  $C$ , debe ser primo relativo a  $m$ .
- b-  $a \pmod{g} = 1$ , para cada factor primo  $g$  de  $m$ .
- c-  $a \pmod{4} = 1$ , si  $m$  es múltiplo de 4.

Conjuntos de resultados de pruebas estadísticas indican que los siguientes dos conjuntos de parámetros, dan buenos resultados estadísticos en los generadores de números aleatorios.

$$\begin{array}{lll} m = 2^{31}; & a = 314\ 159\ 269; & c = 453\ 806\ 245 \\ m = 2^{35}; & a = 5^{15}; & c = 1 \end{array}$$

### 7.3 Conversión de Variables Aleatorias:

Los números aleatorios uniformes, se usan directamente, en algunos tipos de problemas de simulación. En otros casos, necesitan convertirse dentro de otra distribución no uniforme, antes que se inicie el proceso de simulación.

Existen algunas técnicas para convertir números aleatorios uniformes dentro de distribuciones no uniformes. Aquí, sólo trataremos el método de la transformada inversa.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Rubinstein, R. Y., "Simulation and The Monte Carlo Method", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 págs.

### Método de la Transformada Inversa:

Este método sólo se utilizará, si la distribución puede invertirse analíticamente. En ese sentido es importante el análisis del caso en donde se convierten números aleatorios uniformemente distribuidos en distribuciones de probabilidad exponencial no uniformes.

**Distribución exponencial:** Si una variable exponencial  $T$ , tiene la función de densidad de probabilidad (f.d.p.):

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (1.50)$$

en donde  $\lambda > 0$  y  $t \geq 0$ .

$$U = F_T(T) = 1 - e^{-\lambda T} \quad (1.51)$$

$$T = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-U) \quad (1.52)$$

$F_T$  es la función de distribución de probabilidad acumulada y,  $U$ , es la variable aleatoria distribuida uniformemente sobre el intervalo  $(0, 1)$ . Desde que  $(1 - U)$  es distribuido de manera igual como lo es  $U$ , entonces tenemos que:

$$T = -\frac{1}{\lambda} \ln U \quad (1.53)$$

Como  $U$  puede ser deducido por métodos computacionales, representa un proceso sencillo, para generar la variable de interés.

La tabla 1.3, muestra la transformada inversa obtenida de las funciones de distribución más utilizadas.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Rubinstein, R. Y., "Simulation and The Monte Carlo Method", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 págs.



Tabla 1.3: Transformada Inversa

Distribución	Función de la Distribución De Probabilidad	Transformada Inversa
Exponencial	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$X = \frac{-1}{\lambda} \ln U$
Normal	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right)$	$X = [-2 \ln(U_1)]^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi U_2)$
Weibull	$f(x) = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right]$	$X = \alpha(-\ln U)^{\frac{1}{\beta}}$
Gamma	$f(x) = \frac{x^{\beta-1}}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} \exp\left(\frac{-x}{\alpha}\right)$	$X = -\alpha \ln \prod_{i=1}^n U_i$

#### 7.4 Técnicas de Reducción de Variancia:

Existen diferentes técnicas para reducir la dispersión asociada con las variaciones del parámetro en estudio. Todas las técnicas de reducción de variancia, necesitan información previa del sistema. Si no se conoce nada sobre el problema, no pueden utilizarse las técnicas de reducción de variancia. Por el contrario, si tenemos un conocimiento completo del problema, la variancia es igual a cero y no habrá necesidad para la simulación. La variancia debe obtenerse de algo, una manera de obtener información es, a través de una simulación cruda del proceso. Los resultados de esta simulación pueden utilizarse posteriormente, para definir las técnicas de reducción de variancia, las cuales refinarían y mejorarían la eficiencia de una segunda simulación.<sup>1</sup>

De las técnicas de reducción de variancia existente, en este trabajo sólo se abordan las siguientes:

<sup>1</sup> Rubinstein, R. Y., "Simulation and The Monte Carlo Method", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 págs.

- a- Muestreo Correlacionado:** es una de las técnicas más poderosa de reducción de variancia. Se utiliza cuando se calcula y compara un mismo índice de confiabilidad de dos propuestas diferentes de un sistema. Si la diferencia entre los dos resultados obtenidos es pequeña, comparada con los resultados individuales, la variancia de la diferencia será la suma de las variancias individuales en las dos simulaciones, que es usualmente significativa. Para reducir el efecto del muestreo aleatorio, es conveniente utilizar la misma secuencia de números aleatorios para ambos estudios, de tal manera de producir una correlación positivamente alta, entre los dos conjuntos de resultados, obteniendo una diferencia de variancia relativamente pequeña.
- b- Variantes de Control:** Técnica, también muy utilizada. La misma estima la diferencia entre el parámetro de interés y un valor obtenido de un modelo analítico, en vez de evaluar el parámetro directamente. El valor obtenido del parámetro analítico, se conoce como la variante de control para el parámetro simulado. La variante de control debe ser correlacionada con el parámetro y su valor esperado debe conocerse.

## CAPITULO II: CONFIABILIDAD DE LA GENERACIÓN

### 1. CAPACIDAD DE LA GENERACION:

La determinación de la cantidad de capacidad de generación, requerida para asegurar un suministro adecuado es un aspecto importante del planeamiento y operación de los SEP. El problema puede dividirse en dos áreas, conceptualmente diferentes, designadas como:

- a- **Capacidad de Operación:** Relaciona la evaluación, a corto plazo, de la capacidad actual requerida para satisfacer un nivel de carga dado.
- b- **Capacidad Estática (Instalada):** Relaciona la evaluación, a largo plazo, de los requerimientos del sistema.

El requerimiento estático puede considerarse, como la capacidad instalada que requiere planificarse y construirse con anticipación a los requerimientos del sistema. La reserva estática necesita ser suficiente para proveer el déficit de energía por mantenimiento de equipos de generación, salidas no programadas y requerimientos del crecimiento de carga en exceso del estimado. Una práctica común es medir la suficiencia, sobre los años, tanto de la capacidad planeada como de la capacidad instalada en términos de criterios determinísticos; por ejemplo, tenemos el criterio de "Porcentaje de Reserva". Una objeción, en cuanto al uso de este criterio, es la tendencia a comparar la suficiencia relativa de los requerimientos en la capacidad proporcionada por sistemas totalmente diferentes, sobre la base de la experiencia de las cargas pico, para el mismo período de tiempo en cada sistema. Esta práctica no es recomendable, ya que en sistemas diferentes, con la misma demanda en horario de punta, los requerimientos de capacidad para satisfacer criterios de confiabilidad son totalmente distintos.

Existe otro criterio determinístico más válido que el anterior, para evaluar la suficiencia de capacidad. En el mismo, la reserva necesaria debe ser igual a la capacidad de la unidad más grande, más un porcentaje fijo de la capacidad total del sistema. Con este criterio, se necesitan mayores requerimientos de reserva y la adición de grandes unidades al sistema. Esta característica es usualmente encontrada cuando se utilizan técnicas de probabilidad.

La diferencia fundamental entre capacidad estática y de operación está en el período de tiempo considerado. Hay, por lo tanto, diferencias básicas en los datos usados durante cada área de aplicación.

En los estudios para evaluar la confiabilidad de la capacidad de generación, dos técnicas analíticas son extensivamente utilizadas:

**a- El método de pérdida de carga (LOLP):**

Es el cálculo de la probabilidad de falla esperada, al servir la carga pico, en un período específico. Este cálculo incluye la naturaleza de la carga esperada y caracteriza, usualmente cada unidad de generación, por su capacidad máxima y la probabilidad de encontrarse en servicio, o sea, su disponibilidad.

**b- Técnicas de Frecuencia y Duración:**

Este método utiliza más datos sobre cada unidad de generación y los tiempos promedios de duración de disponibilidad e indisponibilidad. Permite, además, el cálculo de la probabilidad, de que el sistema sufra una salida de una cantidad dada con exactitud y la frecuencia esperada con la que ocurre este estado.

El planteamiento básico para evaluar la suficiencia de una configuración de generación particular, es fundamentalmente igual para cualquiera de las dos técnicas descritas. Esta consta de tres partes (figura 2.1).

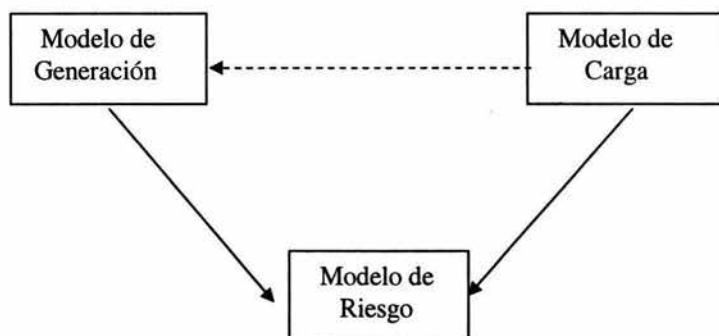


Figura 2.1: Diagrama Conceptual en la Evaluación de Confiabilidad de la Capacidad de Generación.

Los modelos de generación y de carga, se combinan para el desarrollo del modelo de riesgo apropiado. Los índices calculados no incluyen, normalmente, restricciones en la transmisión.

La representación del sistema, en un estudio convencional, se refleja en la figura 2.2.



Figura 2.2: Modelo del Sistema

Los índices calculados, en este caso, no reflejan deficiencias en algún punto de carga de un cliente particular, pero mide la suficiencia de todo el sistema de generación.

Para los propósitos de esta investigación, sólo se evaluó el índice de confiabilidad relacionado con la probabilidad de pérdida de carga del sistema.

## 2. MÉTODO DE PÉRDIDA DE CARGA (LOLP):

El parámetro básico de una unidad de generación, usado en la evaluación de la capacidad estática, corresponde a la probabilidad de encontrar la unidad en una condición de salida forzada en algún instante de tiempo futuro. Esta probabilidad se conoce como la indisponibilidad de la unidad e, históricamente, en aplicaciones de los SEP, es la tasa de salida forzada (FOR).

$$\text{Indisponibilidad (FOR)} = U = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{r}{r + m} = \frac{r}{T} = \frac{f}{\mu}$$

$$p^{\text{FOR}} = \frac{\sum \text{Tiempo en que la Unidad esta Fuera de Servicio}}{\sum \text{Tiempo en que la Unidad esta Fuera de Servicio} + \sum \text{Tiempo de Operación}} \quad (2.1)$$

$$\text{Disponibilidad} = A = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = \frac{m}{m + r} = \frac{m}{T} = \frac{f}{\lambda}$$

$$q = A = \frac{\sum \text{Tiempo en Operación}}{\sum \text{Tiempo Fuera de Servicio} + \sum \text{Tiempo en Operación}} \quad (2.2)$$

donde tenemos que:

$\lambda$  = tasa de falla esperada

$\mu$  = tasa de reparación esperada

$m$  = tiempo medio a la falla = MTTF =  $1/\lambda$

$r$  = tiempo medio de reparación = MTTR =  $1/\mu$

$m + r$  = tiempo medio entre fallas = MTBF =  $1/f$

$f$  = frecuencia en ciclos =  $1/T$

$T$  = período, tiempo en ciclos =  $1/f$

Las ecuaciones (2.1) y (2.2), están asociadas con el modelo simple de dos estados, (la figura 2.3). Este modelo se aplica, directamente, a una unidad de generación de base, la

cual puede estar, operando o fuera de servicio. Las salidas programadas se combinan, por separado.

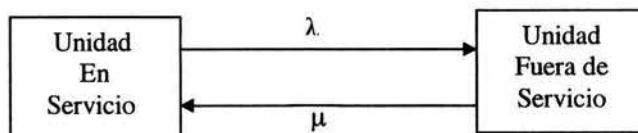


Figura 2.3: Modelo de dos Estados para una unidad base

## 2.1 Modelo de Generación:

El modelo de generación requerido en el método de pérdida de carga en ocasiones se conoce como tabla de probabilidad del déficit de capacidad. Es una simple serie de niveles de capacidad y las probabilidades asociadas de existir. Si todas las unidades del sistema son idénticas, la tabla de probabilidad puede fácilmente obtenerse usando la distribución Binomial (ver anexo B). En un sistema práctico, es poco probable que todas las unidades sean iguales, por lo tanto, la distribución Binomial tiene aplicaciones limitadas.

Las unidades pueden combinarse usando conceptos básicos de probabilidad. Este planteamiento recurre a una técnica recursiva simple, pero poderosa, en la cual las unidades se añaden en secuencia con el fin de producir el modelo final.<sup>1</sup>

Por ejemplo, si tenemos un sistema conformado por dos unidades de 3MW y una unidad de 5MW, con tasa de salida forzada de 0.02. Las dos unidades idénticas

<sup>1</sup>Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering Systems – Concepts and Techniques", second edition, Plenum Press, NY, 1992, 453 pags.

pueden combinarse para dar la tabla de probabilidad del déficit de capacidad, representada en la tabla 2.1. Aquí, utilizamos la distribución Binomial.

Tabla 2.1: Déficit de Capacidad de Dos unidades idénticas de 3MW

# de Estado	Capacidad fuera de servicio	Probabilidad
0	0 MW	0.9604
1	3 MW	0.0392
2	6 MW	0.0004

De la ecuación para la distribución Binomial [Ver Anexo B], tenemos que:

$$P_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \cdot p^r \cdot q^{n-r}$$

donde tenemos que:

$n$  = número de unidades

$p$  = probabilidad de que esté fuera la unidad =  $U=0.02$

$q$  = probabilidad que la unidad esté en operación =  $A=1-0.02=0.98$

**para el estado 0**, donde no hay déficit de capacidad, tenemos que:

$$P_0 = \frac{2!}{0!(2-0)!} (0.02)^0 (0.98)^2 = 0.9604$$

**para el estado 1**, donde tenemos una maquina fuera, o sea un déficit de 3MW, tenemos:

$$P_1 = \frac{2!}{1!(2-1)!} (0.02)^1 (0.98)^1 = 0.0392$$

**para el estado 2**, donde tenemos las dos maquinas fuera, déficit de 6MW, tenemos:

$$P_2 = \frac{2!}{2!(2-2)!} (0.02)^2 (0.98)^0 = 0.0004$$



Si adicionamos la tercera unidad de 5MW a la tabla anterior y considerando que la misma puede tomar dos estados, esta unidad puede estar en servicio con una probabilidad de 0.98, o puede estar fuera de servicio con probabilidad de 0.02.

Tabla 2.2: Unidad de 5MW en servicio

# de Estado	Capacidad fuera de servicio	Probabilidad
0	$0 + 0 = 0$ MW	$(0.9604)(0.98) = 0.941192$
1	$0 + 3 = 3$ MW	$(0.0392)(0.98) = 0.038416$
2	$0 + 6 = 6$ MW	$(0.0004)(0.98) = \underline{0.000392}$
		0.980000

Tabla 2.3: Unidad de 5MW fuera de servicio

# de Estado	Capacidad fuera de servicio	Probabilidad
0	$0 + 5 = 5$ MW	$(0.9604)(0.02) = 0.019208$
1	$5 + 3 = 8$ MW	$(0.0392)(0.02) = 0.000784$
2	$5 + 6 = 11$ MW	$(0.0004)(0.02) = \underline{0.000008}$
		0.020000

Las tablas 2.2 y 2.3, pueden combinarse y reordenarse para obtener la tabla 2.4. El valor de la probabilidad en la tabla indica, exactamente, la cantidad de capacidad que está fuera de servicio. Puede adicionarse una columna, la cual nos dará como resultado la probabilidad acumulada.

Tabla 2.4: Probabilidad de Déficit de Capacidad para un Sistema de tres Unidades

Número de Estado	Capacidad fuera de servicio en (MW)	Probabilidad Individual	Probabilidad Acumulada
0	0	0.941192	1.000000
1	3	0.038416	0.058808
2	5	0.019208	0.020392
3	6	0.000392	0.001184
4	8	0.000784	0.000792
5	11	<u>0.000008</u>	0.000008
		1.000000	

La probabilidad acumulada es la probabilidad de encontrar una cantidad de capacidad fuera de servicio igual o mayor que la cantidad indicada.

Los valores de probabilidad acumulada decrecen con el incremento en el déficit de capacidad.

En un sistema práctico, la probabilidad de tener una capacidad grande forzada fuera de servicio es, usualmente, muy pequeña debido a que esta condición requiere la salida de un número considerable de unidades en forma conjunta. Teóricamente, la tabla de probabilidad de déficit de capacidad incorpora toda la capacidad del sistema. La tabla puede ser truncada omitiendo todas las salidas de capacidad, para la cual la probabilidad acumulada sea menor a una cantidad específica.

En un sistema real, si el mismo posee una cantidad grande de unidades de diferentes capacidades, la tabla de probabilidad contiene cientos de niveles discretos de déficit de capacidad. Este número puede reducirse con la agrupación de las unidades de capacidades iguales, antes de combinar o por redondeo de la tabla a niveles discretos, después de la combinación.<sup>1</sup>

El proceso para redondear la tabla lo explico mediante el siguiente ejemplo: Las dos unidades de 3MW y una unidad de 5MW, fueron combinadas para formar el modelo de generación mostrada en la tabla 2.4. Esta tabla fue redondeada en incrementos de 5MW, conteniendo sólo magnitudes de 0, 5, 10, y 15MW. La tabla redondeada es obtenida como se muestra en la tabla 2.5.

La expresión general para este proceso de redondeo es la siguiente:

$$P(C_j) = \frac{C_k - C_i}{C_k - C_j} \cdot P(C_i)$$

$$P(C_k) = \frac{C_i - C_j}{C_k - C_j} \cdot P(C_i)$$

Para todos los estados  $i$ , cae entre los requeridos estados de redondeo  $j - k$ .

<sup>1</sup> Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering Systems – Concepts and Techniques", second edition, Plenum Press, NY, 1992, 453 pags.

Tabla 2.5: Proceso de Redondeo

Capacidad en Déficit (MW)	Probabilidad Individual
0	$0.941192 + 2/5(0.0384416) = 0.9565584$
5	$0.019208 + 3/5(0.038416) + 4/5(0.000392) + 2/5(0.000784) = 0.0428850$
10	$1/5(0.000392) + 3/5(0.000784) + 4/5(0.000008) = 0.0005552$
15	$1/5(0.000008) = \frac{0.0000016}{1.0000000}$

### Proceso de Redondeo:

El valor del redondeo para el déficit de 5MW lo obtenemos, sumando el valor de la probabilidad para 5MW de la tabla 2.4, más el redondeo de los déficit de capacidades entre 0 y 5MW. Para ello nos valemos de la ecuación asociada a  $P(C_k)$ , más la suma del redondeo de las capacidades entre 5 y 10MW, utilizando  $P(C_j)$ . Aceptando que  $k$  es el valor déficit redondeado, superior al valor que queremos redondear y  $j$  es el déficit redondeado inferior, al valor que queremos redondear

$$\begin{aligned}
 5\text{MW} \quad & 0.019208 + \frac{C_3 - C_0}{C_5 - C_0} \cdot P(C_3) + \frac{C_{10} - C_6}{C_{10} - C_5} \cdot P(C_6) + \frac{C_{10} - C_8}{C_{10} - C_5} \cdot P(C_8) \\
 & 0.019208 + \frac{3-0}{5-0} \cdot 0.038416 + \frac{10-6}{10-5} \cdot 0.000398 + \frac{10-8}{10-5} \cdot 0.000784 \\
 & 0.019208 + \frac{3}{5} \cdot 0.038416 + \frac{4}{5} \cdot 0.000398 + \frac{2}{5} \cdot 0.000784 \\
 & 0.019208 + 0.023050 + 0.000314 + 0.000314 = 0.0428850
 \end{aligned}$$

El uso de la tabla redondeada combinada con el modelo de carga, para calcular el índice de riesgo, introduce ciertas imprecisiones. Este error se debe al incremento del redondeo usado y a la pendiente de la curva característica de carga. El error disminuye con el incremento de la pendiente de la curva de carga. El

incremento del redondeo usado está relacionado con el tamaño y la composición del sistema. El primer estado de déficit de capacidad no-cero, debe ser mayor a la capacidad de la unidad más pequeña del sistema.

### **Algoritmo Recursivo para Construir el Modelo de Generación:**

El modelo de generación puede crearse usando un algoritmo sencillo, el que también, puede usarse para remover una unidad del modelo y, para una unidad varios estados, esto es, una unidad que pueda existir en uno o más estados parciales de déficit.<sup>1</sup>

#### **Caso #1: Sin estados de salidas Parciales:**

La probabilidad acumulada de un estado particular de pérdida de generación de X MW, después que una unidad de capacidad C MW y tasa de salida forzada U es adicionada se obtiene por:

$$P(X) = (1 - U) P'(X) + (U)P'(X-C) \quad (2.3)$$

Donde  $P'(X)$  y  $P(X)$  son las probabilidades acumuladas del estado de déficit de generación de X MW antes y después que la unidad es adicionada, respectivamente. La ecuación (2.3) la iniciamos, ajustando  $P'(X) = 1.0$  para  $X \leq 0$  y  $P'(X) = 0$ , para las otras condiciones.

La ecuación (2.3) es aplicada usando el sistema de la tabla 2.6. Cada unidad en la tabla 2.7 tiene una disponibilidad y una indisponibilidad de 0.98 y 0.02, ecuaciones (2.1) y (2.2), respectivamente.

---

<sup>1</sup> Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering Systems – Concepts and Techniques", second edition, Plenum Press, NY, 1992, 453 pags.

Tabla 2.6: Datos del sistema

Número de Unidades	Capacidad (MW)	Tasa de Falla (f/día)	Tasa de Reparación (r/día)
1	25	0.01	0.49
2	25	0.01	0.49
3	50	0.01	0.49

La probabilidad de déficit de capacidad del sistema secuencialmente se obtiene como sigue:

**Paso #1: Adición de la primera unidad**

$$P(0) = (1 - 0.02)(1.0) + (0.02)(1.0) = 1.0$$

$$P(25) = (1 - 0.02)(0) + (0.02)(1.0) = 0.2$$

**Paso #2: Adición de la segunda unidad**

$$P(0) = (1 - 0.02)(1.0) + (0.02)(1.0) = 1.0$$

$$P(25) = (1 - 0.02)(0.02) + (0.02)(1.0) = 0.0396$$

$$P(50) = (1 - 0.02)(0) + (0.02)(0.02) = 0.0004$$

**Paso #3: Adición de la tercera unidad**

$$P(0) = (1 - 0.02)(1.0) + (0.02)(1.0) = 1.0$$

$$P(25) = (1 - 0.02)(0.0396) + (0.02)(1.0) = 0.058808$$

$$P(50) = (1 - 0.02)(0.0004) + (0.02)(1.0) = 0.020392$$

$$P(75) = (1 - 0.02)(0) + (0.02)(0.0396) = 0.000792$$

$$P(100) = (1 - 0.02)(0) + (0.02)(0.0004) = 0.000008$$

**Caso #2: Incluyendo estados de salidas Parciales:**

La ecuación (2.3), puede modificarse para incluir representaciones de una unidad de varios estados.

$$P(X) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot P'(X - C_i) \quad (2.4)$$

donde tenemos que:

$n$  = número de estados de la unidad

$C_i$  = Déficit de generación del estado  $i$  para la unidad que se adiciona.

$p_i$  = probabilidad de la unidad en el estado  $i$  existente.

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Quando  $n = 2$ , la ecuación (2.4) se reduce a la ecuación (2.3). La ecuación (2.4) se resuelve usando la representación de la unidad de 50MW como se muestra en la tabla 2.7.

Si la unidad de dos estados de 50MW en el ejemplo previo, se reemplaza por la unidad de tres estados como se refleja en la tabla 2.7, el paso tres resulta así:

$$\begin{aligned} P(0) &= (0.96)(1.0) + (0.033)(1.0) + (0.007)(1.0) = 1.0 \\ P(20) &= (0.96)(0.0396) + (0.033)(1.0) + (0.007)(1.0) = 0.078016 \\ P(25) &= (0.96)(0.0396) + (0.033)(0.0396) + (0.007)(1.0) = 0.0463228 \\ P(45) &= (0.96)(0.0004) + (0.033)(0.0396) + (0.007)(1.0) = 0.0086908 \\ P(50) &= (0.96)(0.0004) + (0.033)(0.0004) + (0.007)(1.0) = 0.0073972 \\ P(70) &= (0.96)(0) + (0.033)(0.0004) + (0.007)(0.0396) = 0.0002904 \\ P(75) &= (0.96)(0) + (0.033)(0) + (0.007)(0.0396) = 0.0002772 \\ P(100) &= (0.96)(0) + (0.033)(0) + (0.007)(0.0396) = 0.0000028 \end{aligned}$$

Tabla 2.7: Unidad de 50MW - Representación de tres estados

Número de Estado	Capacidad fuera de servicio	Probabilidad
1	0 MW	0.96
2	20 MW	0.033
3	50 MW	0.007

**Caso #3: Removiendo una unidad:**

Las unidades de generación se programan, periódicamente, para rehabilitación y mantenimiento preventivo. Durante estas salidas programadas, la unidad está disponible para servicio, no para falla. Esto requiere un nuevo modelo que no incluya la unidad en déficit programada. Partiendo de las ecuaciones (2.2) y (2.3), podemos usarla en forma inversa, para encontrar la capacidad del modelo después que se ha removido una unidad.

$$P(X) = (1 - U)P'(X) + (U)P'(X - C) \quad (2.3)$$

$$P'(X) = \frac{P(X) - (U)P'(X - C)}{1 - U} \quad (2.5)$$

En la ecuación (2.5),  $P'(X - C) = 1.0$  para  $X \leq C$ . Para ilustrar este proceso utilizamos el ejemplo del caso 1. Se remueve la unidad de 50MW de la tabla de probabilidad de déficit de generación.

$$P(0) = (1.0) - (0.02)(1.0)/0.98 = 1.0$$

$$P(25) = (0.058808) - (0.02)(1.0)/0.98 = 0.0396$$

$$P(50) = (0.020392) - (0.02)(1.0)/0.98 = 0.0004$$

Este es el modelo de capacidad que se refleja en el paso #2. La ecuación para retirar una unidad multiestado la obtenemos de la ecuación (2.4)

$$P(X) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot P'(X - C_i) \quad (2.4)$$

$$P'(X) = \frac{P(X) - \sum_{i=1}^n p_i \cdot P'(X - C_i)}{p_i} \quad (2.6)$$

La aplicación de la ecuación (2.5), requiere que todos los estados de salida parcial y el estado de salida plena de la unidad al removerse, sean múltiplos del redondeo usado en la tabla de probabilidad de pérdida de generación.

## 2.2 Modelo de Carga:

El propósito del modelo de carga, es representar la tendencia horaria diaria, semanal, mensual y por temporada de la carga del sistema, a través del año. El modelo incluye variabilidad de la carga, debido a las condiciones del tiempo e incertidumbres en la previsión de la demanda, por condiciones económicas. La tendencia de la demanda (carga) es representada como la carga promedio en diferentes intervalos de tiempo basados en la historia. La variabilidad y previsión de la carga es representada como distribuciones de probabilidad.<sup>1</sup>

Hay un número posible de modelos de carga que pueden utilizarse; por lo tanto, pueden producirse un número de índices de riesgo. El modelo de carga más simple y el más usado es el que representa cada día, por su carga pico diaria. La misma puede arreglarse en orden descendente para formar un modelo de carga acumulativo, el cual es conocido como "curva de duración de carga". En este caso el área bajo la curva representa la energía requerida en el período dado.

La figura 2.4, muestra formas típicas de la curva de duración de carga, indicando la probabilidad de que se exceda un nivel de carga particular.

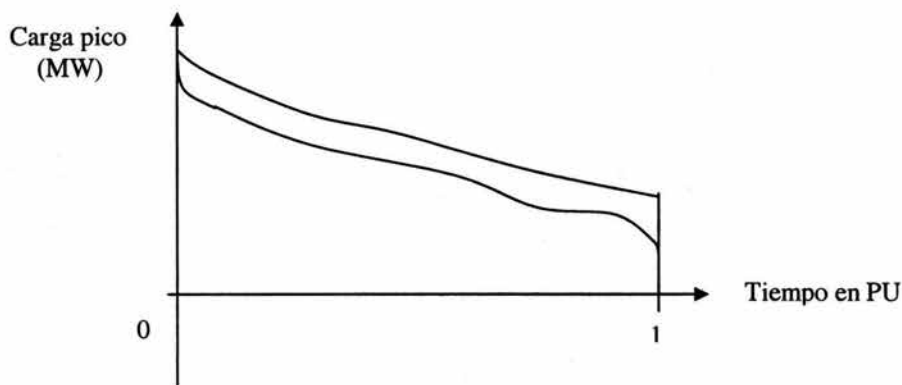


Figura 2.4: Curvas Típicas de Carga

<sup>1</sup> Endrenyi, J., "Reliability Modeling in Electric Power Systems", John Wiley & Sons, 1978.



## 2.3 Índices de Riesgos:

Para obtener los índices de riesgo de pérdida de carga, combinamos la tabla de probabilidad de déficit de generación, con la curva característica de carga del sistema. Las magnitudes están en días, si se utiliza la curva de variación de la carga pico y en horas, si utilizamos la curva de duración de carga.

Antes de proceder al cálculo de los índices de riesgos, es necesario aclarar que hay una diferencia marcada entre las expresiones "Déficit de Capacidad" y "Pérdida de Carga", la primera indica pérdida de generación, que puede resultar o no en pérdida de carga. Esta condición depende del margen de reserva de la capacidad de generación y del nivel de carga del sistema. Una "Pérdida de Carga", ocurrirá sólo cuando la capacidad de generación que permanece en servicio es excedida por el nivel de carga del sistema.

Cuando utilizamos la carga pico diaria en conjunto con la tabla de probabilidad de déficit de capacidad, obtenemos el número esperado de días en el período específico, en el cual la carga pico diaria excederá la capacidad disponible. El índice, en este caso, es designado como "pérdida de carga esperada" (LOLE).<sup>1</sup>

$$LOLE = \sum_{i=1}^n P_i \cdot (C_i - L_i) \text{ días/período} \quad (2.7)$$

donde tenemos que:

$C_i$  = capacidad disponible en el día  $i$ .

$L_i$  = Carga pico estimada en el día  $i$ .

$P_i(C_i - L_i)$  = Probabilidad de pérdida de carga en el día  $i$ .

Podemos ilustrar este proceso, usando el sistema de 100MW que se refleja en la tabla 2.7. Los datos de la carga para un período de 1 año se representan en la tabla 2.8.

<sup>1</sup> Billinton, R., Wenyuang, L., "Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods", Plenum Press, NY, 1994, 438 pags.

Tabla 2.8: Datos de la Carga usados para evaluar el LOLE

Carga pico diaria (MW)	57	52	46	41	34
Números de Ocurrencias	12	83	107	116	47

Usando la ecuación (2.7), página 54, tenemos que:

$$\begin{aligned}
 \text{LOLE} &= 12P(100-57)+83P(100-52)+107P(100-46)+116P(100-41)+47P(100-34) \\
 &= 12P(49) + 83P(48) + 107P(54) + 116P(59) + 47P(66) \\
 &= 12(0.020392)+83(0.020293)+107(0.000792)+116(0.000792)+47(0.000792) \\
 &= 2.15108 \text{ días/ años.}
 \end{aligned}$$

El mismo índice LOLE, se obtiene usando la curva de duración de carga. La figura 2.5, muestra la relación capacidad-carga típica del sistema, donde el modelo de carga se representa como una curva continua para un período de 365 días.

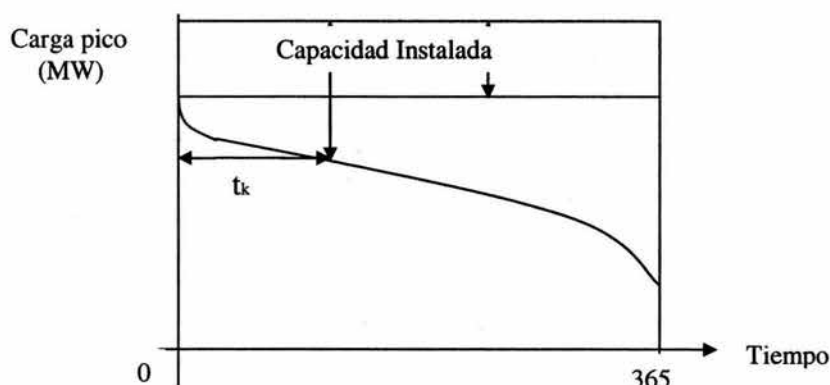


Figura 2.5: Relación entre Carga, Capacidad y Reserva

$Q_k$  = magnitud del k-ésimo déficit en la tabla de probabilidad de déficit de Generación.

$t_k$  = Número de unidades de tiempo en el intervalo de estudio que una magnitud de salida  $Q_k$ , resultaría en una pérdida de carga.

Una pérdida de generación particular contribuiría al LOLE del sistema, por una cantidad igual al producto de la probabilidad existente de la pérdida de generación particular y el número de unidades de tiempo en el intervalo de estudio, - produciendo pérdida de carga, si tal salida de generación existiera. Podemos notar, en la figura 2.5, que la pérdida de generación menor que la reserva, no contribuye al LOLE del sistema. Las pérdidas de capacidad superior a la reserva, dan como resultado la variación del número de las unidades de tiempo, durante la cual puede ocurrir pérdida de carga, de manera que:

$$\text{LOLE} = \sum_{k=1}^n p_k \cdot t_k \quad \text{unidades de tiempo} \quad (2.8)$$

$p_k$  = probabilidad individual de pérdida de capacidad  $O_k$ .

La ecuación (2.8), puede ser modificada al usar las probabilidades acumuladas de los estados.

$$\text{LOLE} = \sum_{k=1}^n (t_k - t_{k-1}) \cdot P_k = \sum_{k=1}^n T_k P_k \quad (2.9)$$

$P_k$  = Probabilidad de déficit acumulado para el estado de capacidad  $O_k$

$T_k$  = Incremento en el tiempo de corte.

El valor de LOLE, se da en días, si la característica de la carga en la figura 2.5, es la curva de duración de carga.

El período de estudio puede ser una semana, un mes o un año. La aplicación más simple es el uso de la curva en base anual.

Si no hubiera mantenimiento de las unidades, la tabla de probabilidades de déficit de capacidad sería válida por el período entero.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering Systems – Concepts and Techniques", second edition, Plenum Press, NY, 1992, 453 pags.

Cuando usamos una curva de duración de carga en una base anualizada, el LOLE esta en días/año. El recíproco de este valor en años por días, es muchas veces citado como índice de confiabilidad. El uso de este valor recíproco ha llevado muchas veces a confusión, particularmente entre personas que no están conscientes del verdadero significado. El resultado  $\frac{\text{LOLE}}{365}$  es simplemente una expectativa matemática de pérdida de carga en unidades de tiempo para el período en estudio, el cual indica el número promedio de días durante el cual se encontrará pérdida de carga.

#### Ejemplo :

Podemos ilustrar la aplicación de las ecuaciones (2.8) y (2.9) usando un ejemplo numérico simple.

Considere un sistema con cinco unidades de generación de 40 MW, donde una unidad tiene una tasa de salida forzada (FOR) de 0.01.

La probabilidad de Déficit de generación, para este sistema ,se ilustra en la tabla 2.9

**Tabla 2.9:** Modelo de generación para el sistema de 5 unidades

La capacidad instalada del sistema es de 200 MW

Número de Estado	Capacidad fuera de servicio en (MW)	probabilidad individual	Probabilidad Acumulada
0	0	0.950990	1.000000
1	40	0.048030	0.049010
2	80	0.000970	0.000980
3	120	<u>0.000010</u>	0.000010
		1.000000	

Como todas las unidades son iguales, para calcular las probabilidades individuales utilizamos la distribución Binomial, además desestimamos todos los valores de probabilidad menores que  $10^{-6}$ .

$$Pr = \frac{n!}{r!(n-r)!} \cdot q^r \cdot p^{n-r}$$

$$n = 5 \text{ unidades; } q = 0.01; \quad p = 1 - 0.01 = 0.99$$

Ninguna unidad fuera:

$$P_0 = 5! (0.01)^0 (0.99)^5 / 0!(5!) = 0.95099$$

Una unidad fuera:

$$P_1 = 5! (0.01)^1 (0.99)^4 / 1!(4!) = 0.048030$$

Dos unidades fuera:

$$P_2 = 5! (0.01)^2 (0.99)^3 / 2!(3!) = 0.000970$$

Tres unidades fuera:

$$P_3 = 5! (0.01)^3 (0.99)^2 / 3!(2!) = 0.000010$$

Cuatro unidades fuera:

$$P_4 = 5! (0.01)^4 (0.99)^1 / 4!(1!) = 0.00000005 < 10^{-6}$$

El modelo de carga del sistema se representa por la curva de duración de carga (figura 2.6). Se asume que la misma es Lineal, para simplificar los cálculos manuales, aunque esto es poco probable que en la práctica ocurra.

El período de estudio se considera de un año; y por lo tanto, el 100% sobre el eje de las abscisas corresponde a 365 días. La carga pico proyectada para el sistema es de 160MW, que corresponde a la condición de 100% en el eje de la ordenada. El LOLE puede encontrarse utilizando cualquiera de las dos probabilidades, la individual o la acumulada. Ilustramos ambos métodos mediante ejemplo. La tabla

2.10 nos muestra los cálculos, usando la ecuación (2.8) y los períodos  $t_k$  se representan en la figura 2.7. Los períodos  $t_k$  son obtenidos interpolando.

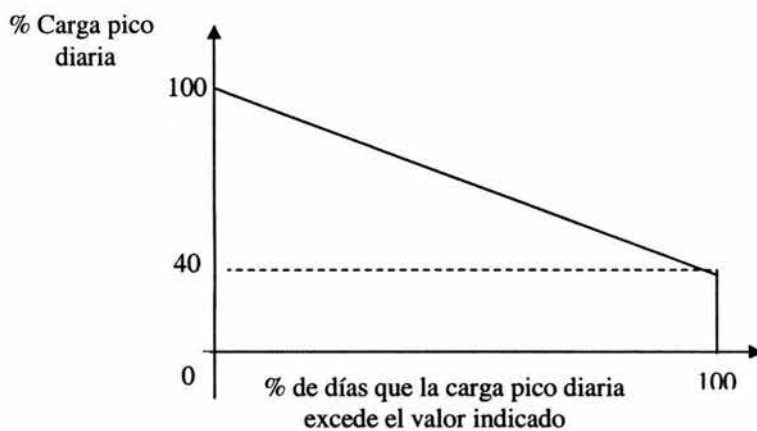


Figura 2.6: Curva de variación de la carga pico diaria

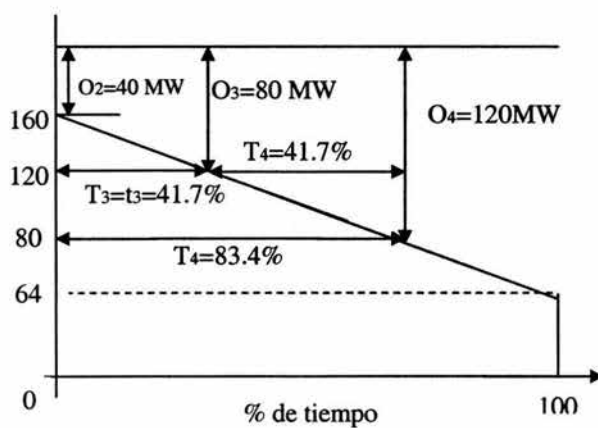


Figura 2.7: Período de tiempo durante el cual ocurre Pérdida de Carga

Tabla 2.10: LOLE usando probabilidades individuales

Capacidad fuera de Servicio en (MW)	Capacidad en Servicio (MW)	Probabilidad Individual	Tiempo Total $T_k$ (%)	LOLE
0	200	0.950990	0	-----
40	160	0.048030	0	-----
80	120	0.000970	41.7	0.0404907
120	80	<u>0.000010</u>	83.4	<u>0.0007506</u>
		1.000000		0.0412413

El LOLE es 0.0412413, considerando 365 días al año, este LOLE se convierte en:

$$0.0412413 * 365 / 100 = 0.150531 \text{ días}$$

un corte de 1 día cada 6.64 años

Si utilizamos los valores de probabilidad acumulada, las cantidades de tiempo usadas son el intervalo o incremento en el tiempo de corte, representado por  $T_k$  en la figura 2.7. El proceso se muestra en la tabla 2.11.

Tabla 2.11: LOLE usando probabilidades acumuladas

Capacidad fuera de Servicio en (MW)	Capacidad en Servicio en (MW)	Probabilidad Acumulada	Tiempo Total $t_k$ (%)	LOLE
0	200	1.000000	0	-----
40	160	0.049010	0	-----
80	120	0.000980	41.7	0.0408660
120	80	0.000010	41.7	<u>0.0003753</u>
				0.0412413

El LOLE obtenido (0.0412413) es idéntico al previamente calculado. Con cualquiera de los dos planteamientos obtenemos el mismo resultado.

### 3. Método de Simulación Monte Carlo:

La evaluación de suficiencia en el nivel jerárquico I (HLI), también puede realizarse por el método de simulación Monte Carlo. Este método, preferiblemente puede considerarse antes que un planteamiento analítico en situaciones que involucren, por ejemplo:

- a. Dependencia del tiempo o cuando se consideran problemas cronológicos
- b. Modelado del ciclo de operación de las unidades de pico.
- c. Distribuciones no exponenciales de la duración de estado de los componentes
- d. Cuando se requieren distribuciones de índices de confiabilidad
- e. Un grupo grande de estados en estudios de generación multiárea.

Dentro del Método Monte Carlo, existen varias técnicas para evaluar la suficiencia, aquí sólo abordaremos una, para modelar un sistema de generación de una sola área.

#### 3.1 Modelo de Generación:

Para simular el modelo de generación, planteamos la técnica de muestreo de estado basada en simulación Monte Carlo<sup>1</sup>. La evaluación de suficiencia del sistema de generación, depende de los estados posibles de capacidad de generación de las unidades. Un estado del sistema es una combinación aleatoria de todos los estados de las unidades de generación. El comportamiento de cada unidad, puede simularse por una secuencia de números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo (0, 1). En el caso de una representación de dos estados, para cada unidad,  $S_i$

---

<sup>1</sup>Billinton, R., Wenyuang, L., "Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods", Plenum Press, NY, 1994, 438 pags.



representa el estado actual de la  $i$ -ésima unidad y  $FOR_i$  su indisponibilidad. De la secuencia de números aleatorios, seleccionamos uno ( $U_i$ ) para la  $i$ -ésima unidad siendo que:

$$S_i = \begin{cases} 0 & (\text{estado de éxito}) \quad \text{si } U_i \geq FOR_i \\ 1 & (\text{estado de falla}) \quad 0 \leq U_i < FOR_i \end{cases}$$

Si quisiéramos simular los estados en que las unidades están generando por debajo de su capacidad nominal (salida parcial), tendríamos que:

$$S_i = \begin{cases} 0 & (\text{en servicio con salida no min al}) \quad \text{si } U_i \geq PSP_i + FOR_i \\ 1 & (\text{fuera de servicio}) \quad \text{si } PSP_i \leq U_i < PSP_i + FOR_i \\ 2 & (\text{salida parcial}) \quad \text{si } 0 \leq U_i < PSP_i \end{cases}$$

donde  $PSP_i$  es la probabilidad que la unidad este operando de forma parcial.

Al considerar la capacidad de generación disponible de cada unidad, conforme a su estado, podemos expresar el estado de capacidad de generación del sistema mediante el vector  $\{G_{ik}, i=1, \dots, m\}$ ; donde  $G_{ik}$  es la capacidad de la  $i$ -ésima unidad en el  $k$ -ésimo muestreo;  $m$  es el número de unidades.

La demanda no suministrada, debido al déficit de generación en el  $k$ -ésimo muestreo es dada por:

$$DNS_k = \text{máx} \left\{ 0, D - \sum_{i=1}^m G_{ik} \right\} \quad (2.10)$$

donde  $D$  es la carga del sistema.

La obtención de índices de confiabilidad anualizado se da por:

1- Demanda Esperada No Suministrada (DENS), dada en MW

$$DENS = \frac{\sum_{k=1}^N DNS_k}{N} \quad (2.11)$$

2- Expectativa de Pérdida de Energía (LOEE), dada en MWh/año

$$LOEE = \frac{\sum_{k=1}^N DNS_k * 8760}{N} \quad (2.12)$$

3- Expectativa de Pérdida de Carga (LOLE), dada en hr/año

$$LOLE = \frac{\sum_{k=1}^N I_k (DNS_k) * 8760}{N} \quad (2.13)$$

donde N, es el número de muestras y  $I_k$  es una variable indicando que:

$$I_k = \begin{cases} 0 & \text{si } DNS_k = 0 \\ 1 & \text{si } DNS_k \neq 0 \end{cases}$$

La variancia de la distribución, puede ser calculada de acuerdo a:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N [X_k - E(X)]^2 \quad (2.14)$$

donde  $E(X)$ , es el valor esperado de algún índice y  $X_k$  es el valor del índice en la k-énima muestra. El valor de N en la ecuación (2.14), significa el número de muestras.

### 3.2 Modelo de Carga:

Existen tres alternativas diferentes para modelar la curva anual de carga: muestreo de estado de la carga, el modelo de niveles múltiples y muestreo de los niveles de carga usando el modelo multinivel. Mencionaremos los dos primeros métodos, enfatizando en el segundo.<sup>1</sup>

**a. Modelo de muestreo de Estado:** se hace en términos de la curva cronológica de carga. Si consideramos que la carga horaria en un año tiene la misma probabilidad de ocurrencia, podemos seleccionar un estado de

<sup>1</sup> Billinton, R., Wenyuang, L., "Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods", Plenum Press, NY, 1994, 438 pags.

carga particular, a través de números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo (0, 1). Este estado de carga, junto con todos los estados de todas las unidades de generación, formarán una muestra del estado del sistema.

- b. Modelo Multinivel de la curva de Carga:** Cambiando la curva cronológica de carga con el fin de obtener la curva de duración de carga, con niveles de carga descendentes y aproximando la curva de duración de carga por un modelo multi-escalón, como lo muestra la figura 2.9, los índices de confiabilidad anual pueden obtenerse asignándoles pesos a los índices anualizados para cada nivel de carga, por la probabilidad del escalón de carga. Si asumimos que la curva de carga es dividida en  $NL$  escalones de nivel, y que el  $i$ -ésimo escalón incluye  $NI_i$  puntos de carga, la probabilidad del  $i$ -ésimo escalón de carga es:

$$P_i = \frac{NI_i}{8760} \quad (2.15)$$

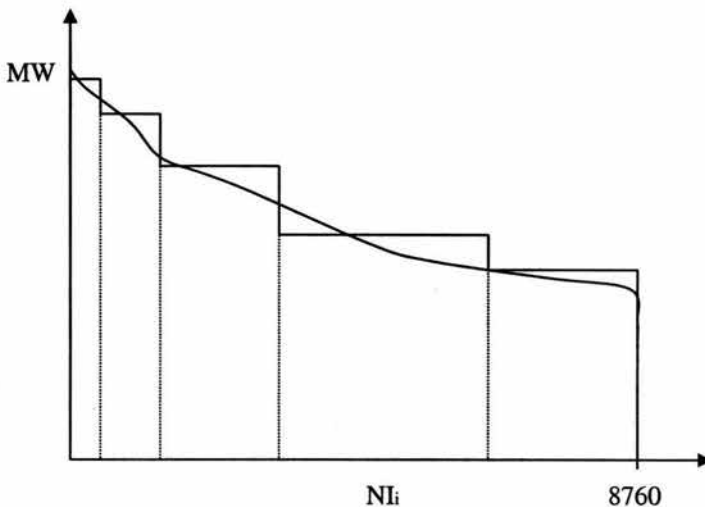


Figura 2.9: Modelo Multiescalón de la Curva de Duración de Carga

**3.3 Índice de Riesgos:** Los índices de confiabilidad anual, considerando el modelo multiescalón de la curva de duración de carga se obtienen de:

$$EDNS = \sum_{i=1}^{NL} EDNS_i * P_i \quad (2.16)$$

$$LOEE = \sum_{i=1}^{NL} LOEE_i * P_i \quad (2.17)$$

$$LOLE = \sum_{i=1}^{NL} LOLE_i * P_i \quad (2.18)$$

donde: EDNS<sub>i</sub>, LOEE<sub>i</sub>, y LOLE<sub>i</sub> son los índices anualizados para el enésimo escalón del nivel de carga.

## CAPITULO 3: CONFIABILIDAD DE SISTEMAS COMPUESTOS

### 1. CONCEPTOS:

La confiabilidad es una característica inherente y una medida específica de algún componente, dispositivo o sistema, el cual describe su habilidad para el desarrollo de su función. En términos de un sistema de potencia, la medida de confiabilidad indica, si el sistema cumple satisfactoriamente su función básica de suministrar energía eléctrica a los consumidores.<sup>1</sup>

Un SEP consiste de tres zonas funcionales básicas: generación, transmisión y distribución. Las mismas pueden ser combinadas para poder medir y evaluar su confiabilidad; por ello, se dividen en tres niveles jerárquicos como se muestra en la figura 3.1.

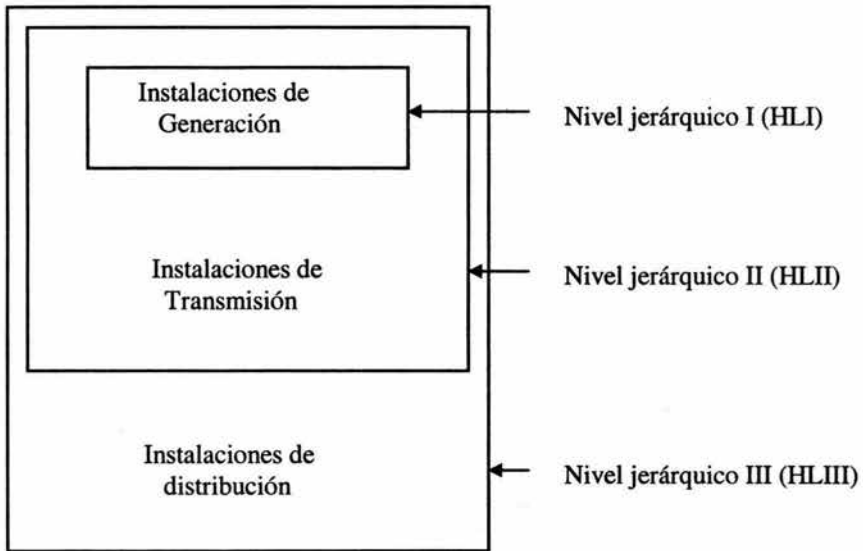


Figura # 3.1: Niveles Jerárquicos Para Evaluación de Confiabilidad

<sup>1</sup> Allan, R., Bhavaraju, M. P., Billinton, R., Fong, C. C., Pereira, M. V. F., Ringlee, R. J., Salvaderi, L., and Singh, C., "IEEE Tutorial Course Reliability Assessment of Composite Generation and Transmission Systems" 90 EHO 311-1- PWR, 1990.

El segundo nivel jerárquico (HLII) se le considera, como un sistema compuesto (generación y transmisión) o como un sistema global de potencia. El propósito de evaluar la confiabilidad del sistema de potencia en este nivel es el de estimar la habilidad del sistema para el desarrollo de su función básica, la cual es la de mover la energía proporcionada por el sistema de generación a los puntos globales de suministro (BPS).

La evaluación de confiabilidad de un sistema compuesto es muy compleja, porque debe considerar los efectos de confiabilidad integrados de generación y transmisión. Estas dos entidades no pueden analizarse separadamente en este nivel; hacerlo, originaría resultados y conclusiones engañosas. Estos sistemas compuestos tienen algunas complejidades inherentes; por lo tanto, para considerar las técnicas o criterios existentes, no existe consenso general.

## **2. PLANTEAMIENTOS PARA EVALUAR CONFIABILIDAD:**

### **2.1 Criterio Determinístico:**

El criterio determinístico se ha utilizado, tradicionalmente, para evaluar la confiabilidad de los sistemas eléctricos de potencia. En este planteamiento, se evalúa el desempeño del diseño del sistema seleccionado para algunos escenarios diferentes, con el propósito de presentar condiciones de operación que sean severas y creíbles. El sistema se considera aceptable, si es capaz de suministrar carga, bajo todos los escenarios considerados.

El planteamiento determinístico tiene algunas ventajas como son:

- Implementación directa.
- Fácil de entender.
- El juicio de la ingeniería sobre condiciones de operación severas y creíbles, es consistente con la percepción de una operación confiable del sistema en el pasado.

También es objeto de algunas limitaciones:

- Es difícil determinar el grado de no confiabilidad del sistema que cae bajo uno o más escenarios.
- Si dos diseños propuestos del sistema pasan sobre todos los escenarios, no se puede determinar cual de los dos tiene el mayor margen de seguridad.
- Puede guiar a diseños no económicos (sobre diseños).

## 2.2 Criterios Probabilísticos:

Se representan, explícitamente los aspectos estocásticos del problema. Por sus ventajas prácticas y conceptuales se han reconocido y promovido por décadas. Sin embargo, la transición del planteamiento determinístico al planteamiento probabilístico, se ha dado de una manera muy lenta debido, principalmente, a dificultades encontradas como las que se detallan a continuación.<sup>1</sup>

- a. Conceptos: dificultades asociadas con una definición clara de objetivos y propósitos en la evaluación de confiabilidad, como también en la selección de índices apropiados y criterios de falla.
- b. Dificultades en los Modelos: Asociadas con la elaboración de modelos matemáticos que describan los procesos de falla y reparación, los efectos de la carga y el tiempo, las acciones correctivas y la programación de generación en sistemas de potencia.
- c. Dificultades de Cómputo: Asociadas con la obtención de métodos de solución cuya precisión y eficiencia de cálculo se consideren aceptables.
- d. Obtención de Datos: Dificultades debido a la no disponibilidad de suficientes datos de fallas de los elementos del sistema.

---

<sup>1</sup> IEEE Working Group on Measurement Indices, "Bulk Systems Reliability – Measurement and Indices", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 4, #3, August 1981, pags. 829-835.

Actualmente, ninguno de estos inconvenientes es válido, debido a que muchas compañías cuentan con bases de datos, facilidades de cómputo y muchos de los ingenieros le han entrado de lleno al conocimiento de las técnicas probabilísticas. Por lo tanto, estas restricciones son artificiales.<sup>1</sup>

### 3. PROPOSITOS Y OBJETIVOS EN LA EVALUACION DE CONFIABILIDAD:

Antes de detallar los propósitos y usos de los estudios de confiabilidad de sistemas compuestos, debemos tener claro lo que se quiere lograr con el mismo. Una pregunta fundamental, antes de comenzar el estudio, es: ¿Qué parte de los dos aspectos de confiabilidad de sistemas compuestos queremos evaluar?<sup>2</sup>

- a. **Suficiencia:** "Es la habilidad del sistema de satisfacer la demanda de la carga en algún instante de tiempo, sin exceder la capacidad nominal de los componentes y los límites de voltajes". Aquí tratamos con el sistema desde un punto de vista de estado estable.
- b. **Seguridad:** "Es la habilidad del sistema de soportar el impacto de disturbios repentinos. En esta parte, nos referimos al sistema en estado transitorio."<sup>3</sup>

#### 3.1 En la Planeación del Sistema:

Los estudios de planeamiento de sistemas compuestos requieren una evaluación de costo de inversión, costo de operación y costo de falla. El costo de la confiabilidad del sistema está incluido en los costos de inversión y los de operación; mientras que el valor de la confiabilidad, en los costos de fallas. Lo último incluye los costos de

<sup>1</sup> Allan, R., Bhavaraju, M. P., Billinton, R., Fong, C. C., Pereira, M. V. F., Ringlee, R. J., Salvaderi, L., and Singh, C., "IEEE Tutorial Course Reliability Assessment of Composite Generation and Transmission Systems" 90 EHO 311-1- PWR, 1990.

<sup>2</sup> Endrenyi, J., Albrecht, P. F., Billinton, R., Marks, G. E., Reppen, N. D., Salvaderi, L., "Bulk Power System Reliability Assessment – Why and How, Part I: Why ?" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.PAS-101, #9, September 1982, pags. 3439-3445.

<sup>3</sup> IEEE Working Group on Measurement Indices, "Bulk Systems Reliability – Measurement and Indices", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 4, #3, August 1981, pags. 829-835.



interrupción, reparación, y generación no económica. La tarea del planificador es balancear los costos mencionados.

En el pasado, la expansión de los sistemas se desarrollaba con miras a satisfacer el crecimiento de la demanda. Las mismas se justificaban por las ganancias adicionales obtenidas o por la necesidad del servicio, en cada área. No se consideraban bajo criterios de confiabilidad.<sup>1</sup>

Hoy en día, la pregunta más frecuente que se hacen los que asumen la tasa de aumento y las entidades encargadas de regular los servicios de suministro de energía, cuando consideran una propuesta de mejoras al sistema, es: ¿cuál es el beneficio o costo para el consumidor, de los cambios resultantes en la confiabilidad?<sup>2</sup>

El planificador del sistema podrá aplicar diferentes técnicas para evaluar la confiabilidad, mediante una variedad de tareas, tales como:

- a. Determinar la tendencia en confiabilidad.
- b. Comparación de planes alternos del sistema.
- c. Desarrollar criterios de confiabilidad y normas de diseño.
- d. Evaluar el desempeño del sistema contra el criterio de confiabilidad.
- e. Seleccionar esquemas de barras apropiados de subestaciones.
- f. Identificar los puntos débiles del sistema.

En la utilización de programas de evaluación de confiabilidad, el planificador perseguirá los siguientes objetivos:

- a. El programa manejará el tamaño del sistema en estudio.
- b. El sistema y los modelos de carga serán suficientemente precisos, para el propósito del estudio.
- c. El equipo de cómputo mantendrá, dentro de los límites aceptables, el error en las cantidades de salidas.
- d. El cálculo debe ser rápido, de manera que garantice el tiempo de cómputo aceptablemente, bajo.

---

<sup>1</sup> En ETESA, hoy día, se han proyectan instalaciones considerando la necesidad del servicio y no criterios de confiabilidad.

<sup>2</sup> Task Force on Bulk Power System Reliability of the IEEE-PES Application of Probability Methods Subcommittee, "Bulk Power System Reliability Concepts and Applications" IEEE Transactions on Power System, vol 3, #1, February 1988.

### 3.2. En la Operación del Sistema:

La confiabilidad de sistemas compuestos, es importante tanto para el operador del sistema, como para el planificador. Sin embargo, cada uno utiliza medios diferentes para obtenerla, al igual que, los métodos aplicados y las dificultades involucradas. Por ejemplo, al evaluar la confiabilidad del sistema, el operador considera cada uno de los estados de operación probables; el planificador, se encarga de cada uno de los estados posibles (sistema como planificado). El operador realiza evaluaciones de riesgo a corto plazo; el planificador, a largo plazo. Adicionalmente, el operador necesita que los resultados se le proporcionen, rápidamente, para ejecutar una acción de inmediato.<sup>1</sup> Generalmente, el propósito de la evaluación de confiabilidad en la operación del sistema busca proporcionar asistencia en el ajuste y obtener tantas políticas de operación como sea posible, que conlleven a la prevención de disturbios serios en el sistema. Por ejemplo:

- a. Previsión de reserva rodante adecuada
- b. La asignación de mantenimiento preventivo.
- c. Periodo de venta y compra de energía a compañías interconectadas.

El uso de métodos de confiabilidad operacional, depende del intervalo de tiempo que se les aplica. El mismo se refiere a los diferentes períodos en el futuro donde se realizará la evaluación.

Se dividen:

#### Intervalo de Tiempo A:

Se refiere al momento presente, a pocas horas o pocos días dentro del futuro, de manera que los siguientes estudios entren dentro de la categoría:

- a. Utilización económica de capacidad de generación disponible
- b. Previsión de reserva rodante adecuada, para mantener el riesgo de falla del sistema por debajo de un nivel preestablecido.

---

<sup>1</sup> Task Force on Bulk Power System Reliability of the IEEE-PES Application of Probability Methods Subcommittee, "Bulk Power System Reliability Concepts and Applications" IEEE Transactions on Power System, vol 3, #1, February 1988.

- c. Evaluación de la cantidad de potencia que puede ser vendida o necesita ser comprada, para mejorar la operación económica o sustituir en emergencia.
- d. Seleccionar acciones correctivas en contingencias.

#### Intervalo de Tiempo B:

Se prolonga hasta un año en el futuro, y los respectivos estudios que se asocian a este intervalo son:

- a. No disponibilidad de energía hidráulica.
- b. Impacto de la incertidumbre en la proyección de energía hidráulica.
- c. Programación de compra y venta de energía.
- d. Evaluación de la capacidad de transferencia de energía.
- e. Evaluación de cambios de horarios en la demanda.
- f. Mantenimiento de componentes y horarios de reparación.

#### Intervalo de Tiempo C:

Se extiende hasta el final del horizonte del tiempo de operación ( puede ser de 2 a 4 años). Los estudios que corresponden a este período son:

- a. Reprogramación de unidades.
- b. Contratos de combustibles.
- c. Revisión y evaluación de políticas de operación.

#### **4. CRITERIOS E ÍNDICE PROBABILÍSTICOS:**

El desempeño o medida de confiabilidad de sistemas son, generalmente, obtenidos por las compañías en la fase de operación. Algunas de las medidas de desempeño técnico en los sistemas globales de potencia son:

- a. Indisponibilidad del sistema.
- b. Energía no suministrada.

- c. Números de eventos.
- d. Números de horas de interrupción.
- e. Números de ocurrencias de voltajes más allá de los límites.
- f. Números de ocurrencias de frecuencia más allá de los límites.

Para comparar el desempeño estimado de un sistema con experiencias históricas de operación, se requiere que los índices estimados y el desempeño medido sean básicamente los mismos. Los modelos y las técnicas para estimar el desempeño del sistema habilita la evaluación de los índices arriba mencionados, además de otros.

El problema actual es que los índices estimados, usualmente, sólo se basan en el planteamiento de suficiencia, estado estable, mientras que los índices medidos del desempeño, en el planteamiento de suficiencia y seguridad, estado estable y estado transitorio respectivamente. De esta manera, se pueden calcular dos grupos de índices.

#### **4.1 Índices del Sistema:**

Son índices globales que representan el comportamiento de todo el sistema, de modo que pueden cuantificar la probabilidad de encontrar los disturbios en algún lugar del sistema; la energía no servida al sistema, etc.

- a. Índice de interrupción de energía del sistema compuesto (MWh/MW-año),  $BPECI = EENS/L$ .
- b. Índice de corte de energía del sistema (energía total esperada anual no suministrada por el sistema, dividida por la carga pico del sistema).

#### **4.2 Índices de Puntos de Carga:**

El problema principal de evaluar los índices de puntos de carga es ¿cómo localizar las deficiencias del sistema, ya que en los BSP debe ser interrumpido el suministro de energía de ser necesario. Un grupo típico de índices de punto de carga son listados a continuación:

- a. Probabilidad de corte de cargas – PLC.
- b. Frecuencia esperada de corte de carga – EFLC (occ./año).
- c. Número esperado de violaciones de voltaje
- d. Interrupción esperada de la carga – ELC (MW/año)
- e. Energía esperada no suministrada - ENNS (MWh/año)
- f. Duración esperada de interrupción de la carga – EDLC (h/año)

## 5. MÉTODOS DE EVALUACIÓN:

Hay dos maneras de evaluar la confiabilidad en sistemas de nivel jerárquicos II (HLII).<sup>1</sup>

### a- Método Analítico:

Mediante este método, se evalúan los índices de confiabilidad de un modelo usando soluciones matemáticas; por lo tanto, para un modelo y un grupo de datos de entradas dados, se produce una solución específica. El principal problema con este método es la frecuente necesidad de simplificar las aproximaciones y suposiciones; cuyos efectos son muchas veces desconocidos.

### b- Métodos de Simulación:

Se conoce como método de simulación Monte Carlo, el cual estima los índices simulando el proceso actual y el comportamiento aleatorio del sistema. Este método puede dividirse en dos categorías (ver capítulo 1):

- b.1 No secuencial: Considera cada intervalo de tiempo independientemente y, por lo tanto, no puede modelar correlaciones de tiempo o eventos secuenciales.

---

<sup>1</sup> IEEE Working Group on Measurement Indices, "Bulk Systems Reliability – Measurement and Indices", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 4, #3, August 1981, pags. 829-835.

b.2 Secuencial: Toma cada intervalo en orden cronológico (usualmente de una hora), lo que hace posible modelar las dependencias de tiempo entre variables claves. En los SEP, podemos elaborar modelos de recursos con límites de energía, como plantas hidráulicas, las cuales dependen del almacenamiento del agua en los reservorios.

Un problema inherente en toda técnica de simulación, es que no se da una solución específica; el resultado depende del número de experimentos, de los valores iniciales usados en el experimento y la secuencia de números aleatorios. Ambos métodos evalúan el estado de suficiencia del sistema.

Los dos métodos utilizan flujos de carga para identificar las deficiencias del sistema y evaluar el efecto de acciones correctivas.

La mayor diferencia entre los dos planteamientos está en el proceso de selección de estados y la manera de cómo son evaluados la probabilidad y otros índices de adecuación.

## **6. OBTENCIÓN DE DATOS DEL SISTEMA:**

Para iniciar la recopilación de datos del sistema. Se requiere, primero, tener claro o ya establecida la forma de cómo obtener estos datos del sistema y la manera de cómo los utilizaremos para alcanzar los objetivos preestablecidos.

Debido a que los índices de confiabilidad del componente son datos de entrada para los estudios de confiabilidad del sistema, se hace indispensable que los datos recopilados sean precisos, de manera que permitan modelar con exactitud los elementos que afectan la confiabilidad del sistema. Los datos deben reflejar los dos procesos principales involucrados, en el comportamiento del componente: su proceso de falla y su proceso de restablecimiento. En cada proceso, encontraremos diferentes factores asociados al mismo, la forma de

identificarlos, es determinando si tienen un impacto importante en las consideraciones propias de planeación y diseño de la compañía.<sup>1</sup>

### 6.1 Importancia de los Datos:

Los datos obtenidos se utilizan para la evaluación de:

- a- **Desempeño Histórico del Equipo:** Durante el proceso de evaluación del comportamiento pasado del equipo, buscamos identificar la cronología de los cambios en el desempeño del mismo, ayudando, de esta forma, a determinar áreas débiles que necesiten reforzarse; a establecer índices de salida que sirvan como guía de valores aceptables para evaluaciones futuras de confiabilidad del sistema; a comparar predicciones previas con experiencias actuales de operación.
- b- **Predicción del Comportamiento Futuro:** Se fundamenta, principalmente, en mirar el comportamiento futuro del sistema, en obtener los beneficios de los planes alternos de expansión del sistema, en observar los efectos en el sistema de diferentes políticas de operación y mantenimiento, en relacionar el valor de la confiabilidad con el costo-beneficio asociado a las diferentes alternativas.

### 6.2 Recopilación de los Datos:<sup>2</sup>

Los procesos de falla y reparación varían de un componente a otro, ya que es necesario incluir las funciones que el componente desarrolla, así como también los parámetros a que están sujetos. Por lo tanto, cada equipo está dividido en categorías (generación y transmisión). La diferencia principal entre estas dos categorías es: en generación las unidades se representan por los estados en que éstas residen y en transmisión, los equipos se representan por los eventos que puedan causar cambios de estados.

---

<sup>1</sup>Patton, A. D., "Determination and Analysis of Data for Reliability Studies", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, #1, January 1968, pags. 84-100.

<sup>2</sup>Allan, R., Bhavaraju, M. P., Billinton, R., Fong, C. C., Pereira, M. V. F., Ringlee, R. J., Salvaderi, L., and Singh, C., "IEEE Tutorial Course Reliability Assessment of Composite Generation and Transmission Systems" 90 EHO 311-1- PWR, 1990.

- a- Unidades de generación:** Se representan generalmente, por los estados en que las mismas residen. Cada estado puede monitorearse continuamente y su duración, fácilmente identificada. Los datos por recopilarse serían: las tasas de salidas forzadas y salidas programadas, las tasas de ocurrencia en que la unidad está generando de forma parcial y las salidas y duración de estados parciales.
- b- Elementos de transmisión:** Durante la recopilación de datos se consideran dos tipos: población de los componentes (características físicas de la población de las líneas de transmisión) y los datos de las salidas.
- b.1 **Características Físicas (datos determinísticos):** Tiene que ver con datos sobre la sección de línea y su longitud; sobre el número de terminales, voltaje de operación, capacidad, si dos o más circuitos están en estructura común o derecho de vía común, fecha de entrada en servicio o fecha de retiro de servicio. Además de los datos requeridos en programas de análisis de flujos de carga.
- b.2 **Datos de salidas de los equipos:** Se basan en reportes de interrupción obtenidos del campo. Los factores típicos reportados en el caso de un evento son:
- Clasificación de la salida: Si es forzada o programada.
  - Tipo de salida: Si la salida es Temporal, Transitoria o Permanente.
  - El componente que origina la salida.
  - Causa de la salida: debida a descarga, a falla del componente, otras.
  - Duración de la salida.
  - Tiempo de maniobras de interruptores.
  - Condiciones del tiempo.

Los datos de las salidas de las diferentes Instalaciones de transmisión que se obtienen del campo, deben clasificarse por categorías.



### 6.3 Categorización de Las Salidas:

El concepto básico utilizado en todos los estudios HLII, radica en que se selecciona un estado del sistema para la evaluación de su suficiencia; esto implica, tanto en el planteamiento analítico como el de simulación, que cada estado del sistema está compuesto por un número de componentes que están fuera al mismo tiempo. Las salidas evaluadas son combinaciones de salidas de generadores y salidas de líneas de transmisión. Estas salidas pueden deberse a fallas de los generadores y de las propias líneas de transmisión o, a fallas de otros componentes del sistema. Esta situación nos lleva a definir los conceptos siguientes:<sup>1</sup>

- a. **Salidas Independientes:** Son las más fáciles de considerar y los eventos sólo involucran a los propios componentes. Cuando existen dos o más salidas de este tipo al mismo tiempo, se les conoce como traslape o salidas independientes simultáneas, y pueden estar, geográficamente muy cercanas o muy distantes.
- b. **Salidas dependientes:** dependen de la concurrencia de dos o más salidas. Por ejemplo, la salida independiente de una línea de un doble circuito, seguida por el disparo del segundo circuito debido a sobrecarga. Este es un evento que podría guiarnos a problemas en cascada o de seguridad. Están, por lo general, eléctricamente muy cercanas.
- c. **Salidas de modo común:** Una salida de modo común, tiene una causa externa sencilla, pero con múltiples efectos, pero el efecto “aquí” no es consecuencia del efecto “allá”. Un ejemplo representativo es el colapso de una torre de transmisión que soporta dos circuitos de transmisión.

---

<sup>1</sup> IEEE Working Group on Measurement Indices, “Bulk System Reliability Measurement and Indices”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, #3, August 1981, pags. 829-835.

- d. **Salidas originadas en la estación:** Dos o más líneas de transmisión y unidades generadoras pueden estar fuera, simultáneamente, debido a una falla dentro de la estación de maniobra a la que están conectadas.
  
- e. **Efectos relacionados al clima:** Es evidente que el tiempo tiene mayor impacto, en el proceso de falla de las líneas aéreas, ya que causa grupos de fallas en los cortos períodos de condiciones desfavorables, por lo que se tiende a tratar este problema como un evento de modo común. Esta práctica es errónea, porque el proceso, por sí mismo, no se debe a una causa común y, además, no es una falla independiente.

En el anexo C, aparecen más definiciones relacionadas con la terminología asociada a los eventos de salida y en el anexo D, se presenta una tabla de códigos para categorizar los diferentes eventos de salidas.

#### **6.4 Procesamiento de los Datos:**

Este proceso, generalmente, se da en dos niveles diferentes. Primero, los datos de los diferentes componentes se obtienen del campo por la documentación detallada de la categorización de las fallas que ocurren y las respectivas duraciones de las salidas asociadas con las fallas. Segundo, estos datos se analizan, posteriormente, con el objetivo de crear índices estadísticos. Luego se actualizan, por las entradas subsiguientes de información nueva.

La calidad de los datos depende de dos factores importantes: que tan confiables son y que tan relevantes. La confianza está relacionada con la precisión y la autenticidad de los datos; la relevancia, con el procesamiento en sí de los datos, de la manera cómo se agruparon los mismos y del número de años de los datos almacenados.

Todos los métodos utilizados para el análisis de confiabilidad en los SEP'S, requieren que los valores esperados de las tasas de salidas de los componentes y la duración media de las mismas, se conozcan. En líneas de transmisión, cuando se trata de estimar las tasas de salidas futuras de los componentes, el problema es único, porque las mismas tienen un parámetro de escala por longitud; o si se prefiere por exposición. Este parámetro tiene una influencia importante sobre el desempeño de las líneas.<sup>1</sup>

Los parámetros que necesitan estimarse para las líneas de transmisión, en cuanto a los datos de las salidas recopiladas en campo son: a) tasa de salida forzada causa-transitoria, b) tasa de salida forzada causa-permanente, c) tasa de salida programada, d) duraciones medias de salida forzada causa-persistente.

Si nos interesa medir los niveles de desempeño de las líneas aéreas de transmisión para salidas por descargas atmosféricas, es recomendable que se subdividan las tasas de salidas forzada para cada categoría, las causadas y las no causadas por descargas.

Existen básicamente, dos formas para estimar las tasas de salida forzada y la tasa de duración de las líneas de transmisión. La técnica comúnmente utilizada, estima las salidas por Km-año, dividiendo el número de eventos de salidas observadas durante el periodo relacionado por el número de Km-año de exposición de la línea o conjuntos de líneas durante el período. La otra técnica utiliza la técnica de análisis de regresión Lineal (diagrama Scatter), para estimar las tasas de salidas futuras. Esta técnica tiene, sobre la primera algunas ventajas. A continuación las presentamos.<sup>2</sup>

- a. El diagrama Scatter proporciona una manera de verificar, visualmente, la homogeneidad del desempeño de las líneas, dentro de un grupo supuestamente homogéneo.

---

<sup>1</sup> Dalabelh, D. M., Jebri, Y. A. "Determination of Data for Reliability Analysis of Transmisión Systems", Conference Publication, #406, IEE, 1995.

<sup>2</sup> Patton, A. D., "Determination and Analysis of Data for Reliability Studies", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, #1, January 1968, pags. 84-100.

- b. El método de regresión Lineal no asume que las salidas por año son directamente, proporcional a la exposición de la línea.
- c. El método de regresión proporciona un medio de hacer confiables o creíbles las tasas de salidas de estas líneas.

El primer paso, en el proceso del método de regresión Lineal para estimar las tasas de salidas futuras es, separar las líneas de transmisión en grupos de acuerdo a sus características propias; como por ejemplo, la longitud, su voltaje, tipo de estructura, otras.

El segundo paso consiste en graficar el número de salidas, por año, de un tipo de línea dado contra los Km. de exposición de cada línea dentro del grupo como determinado. El resultado es el diagrama Scatter.

En el tercer paso determinamos la relación funcional entre la exposición de la línea y sus salidas por año. Aquí, utilizamos la técnica estadística de regresión Lineal, suponiendo que existe una relación Lineal entre la exposición de la línea y sus salidas por año. Podemos usar un modelo estadístico Lineal para relacionar ambas. La ecuación de regresión asociada se da por:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \quad (3.1)$$

donde  $\hat{Y}$  es el número estimado de salidas por año para una línea dada que tiene  $X$  Km. de exposición,  $b_0$  y  $b_1$  que representan la intercepción y la pendiente de la línea de regresión.

Al utilizar el método de mínimos cuadrado, podemos obtener  $b_0$  y  $b_1$  de los  $n$  puntos de datos para un grupo particular de líneas.

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \quad (3.2)$$

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - m \sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (3.3)$$

Cuando obtenemos el valor de la tasa de salida por año, para una exposición dada de la línea, mediante el uso de una línea de regresión en el diagrama Scatter, este valor es un estimado de la tasa de salida futura de la referida línea. La tasa de salida leída de la línea de regresión, puede considerarse como un estimado de la tasa de salida media anual futura o un estimado de la tasa de salida futura en un año particular. En cualquier caso, es saludable hacer algún señalamiento, de manera que podamos saber qué tan confiables son los estimados siguientes:

- a- Estimado de la tasa de salida media futura: Si el valor leído de la línea de regresión se interpreta como un estimado de la tasa de salida media anual futura, debemos definir un intervalo de confianza sobre la tasa estimada. Este intervalo restringido por los límites de confianza superior e inferior es tal, que hay 100 por ciento de confianza de que el intervalo contiene el valor verdadero, pero desconocido, de la tasa de salida media.
- b- Estimado de la tasa de salida futura para un año particular: Si el valor leído de la línea de regresión se interpreta como un estimado de la tasa de salida en algún año individual futuro, la confiabilidad del pronóstico puede estimarse considerando un intervalo de predicción alrededor de la tasa estimada. Este intervalo de predicción, restringido por los límites superior e inferior es tal, que  $\gamma$  es la probabilidad que el número de salidas observadas en un año futuro individual cae dentro del intervalo. El ancho de una confianza o intervalo de predicción es una medida de la confiabilidad del valor estimado de la tasa de salida; si este intervalo es estrecho, la confianza de que el estimado es cercano al valor correcto es alta; de otra forma, es muy posible que la

experiencia futura pudiera ser muy diferente al valor estimado. El ancho de los intervalos es dependiente del número de puntos de datos utilizados en el análisis de regresión. Así, los intervalos resultan más estrechos mientras más datos se utilicen en el análisis.

Las ecuaciones para estimar la variancia de la predicción de la tasa de salida para una línea de exposición  $X_0$  se sigue así:

Variancia de la tasa de salida media

$$S_{\mu/X_0}^2 = S_E^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n}} \right) \quad (3.4)$$

Variancia de la tasa de salida futura para un año individual:

$$S_{Y/X_0}^2 = S_E^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n}} \right) \quad (3.5)$$

donde tenemos que:

$$S_E^2 = \frac{1}{n-2} \left[ \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 * \frac{1}{n} \cdot m^2 \left[ \sum_{i=1}^n X_{ii}^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2 * \frac{1}{n} \right] \right] \quad (3.6)$$

Duración de las salidas:

La duración de la salida promedio  $r$ , para cada tipo de salida, puede ser estimada según:

$$r = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{n} \quad (3.7)$$

donde  $t_i$  es la longitud de la  $i$ -ésima duración de salida y  $n$ , es el número de las duraciones de salidas. La variancia de  $r$  puede ser estimada como:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i\right)^2}{n}}{n-1} \quad (3.8)$$

## 7. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE FLUJOS DE CARGA:

Hoy, el uso de herramientas digitales es de gran ayuda para los ingenieros encargados de los estudios de análisis de los SEP'S. Con ellas y con los métodos iterativos, podemos encontrar la solución al problema de los flujos de carga. Estos estudios de los flujos de carga tienen una gran variedad de aplicaciones; desde la previsión y expansión futura de los sistemas de potencia, hasta la determinación de las mejores condiciones de operación. Los eventos que pueden simularse van desde la condición de estado estable, hasta la simulación de disturbios en que el desarrollo de los sucesos no sea demasiado rápido.

El objetivo principal de la solución al problema de flujos de carga en sistema eléctricos de potencia, es determinar los flujos de potencia en cada línea, el nivel de voltaje y el ángulo de fase relativo en cada barra. Normalmente, la solución es representada para una sola fase, debido a que los SEP'S, usualmente, están balanceados.

La tabla #1, nos muestra los tres diferentes tipos de barras en la solución de flujos de cargas y las respectivas magnitudes asociadas a ellas.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Stagg, G. W., El-Abiad, A. H., "Computer Methods in Power Systems Analysis" Mc. Graw-Hill, Inc. USA, 1968, 427 pags.

**Tabla #1: Tipos de Barras y Magnitudes asociadas**

Tipo de Barra	Magnitudes Conocidas	Magnitudes Desconocidas
Barra PV	$P,  V $	$Q, \theta, I$
Barra PQ	$P, Q$	$ V , \theta, I$
Barra de Compensación	$ V , \theta$	$P, Q, I$

En las barras PV o nodos de control de voltaje, se especifican las potencias real y magnitud de voltaje que están asociadas a los generadores; en las barras PQ o nodos de carga, se especifican la potencia real y la potencia reactiva; en la barra de compensación o nodo suelto (slack), se especifica la magnitud del voltaje y su ángulo de fase. Este nodo es el encargado de compensar las pérdidas por transmisión en la red, una vez que obtenemos una solución final.

Para identificar las conexiones de la red, se le asignan un código a cada barra. El mismo especifica los terminales de las líneas de transmisión, los transformadores, los tipos de barras, localización de capacitores estáticos, reactores en derivación, otros.

El modelo matemático del problema de flujo de carga, resulta de un sistema algebraico de ecuaciones no Lineales. Las mismas se establecen usando cualquiera de estos dos conceptos: la barra de referencia o el anillo de referencia. Los coeficientes de las ecuaciones dependen de la selección de las variables independientes; esto es, voltajes y corrientes. Los métodos más recientes para la obtención de las ecuaciones no lineales utilizan el planteamiento de barra de referencia en la forma de admitancia para describir el sistema. Con este método se obtiene la matriz de admitancia de la red de una manera sencilla y puede ser modificada para cambios subsecuentes en el sistema, sin consumir mucho tiempo de cómputo.

La solución de las ecuaciones algebraicas que describen al sistema de potencia, están basadas en técnicas iterativas debido a su no Linealidad. La solución debe satisfacer las leyes de Kirchhoff, en donde cualquiera de estas leyes puede utilizarse como prueba para la convergencia de la solución.



Normalmente, se establecen límites en la solución del problema de flujos de cargas, tales como: límites de capacidad de generación de potencia reactiva, el rango de ajuste del tap del cambiador de derivaciones de transformadores de carga y el intercambio de potencia entre sistemas interconectados.

### Ecuaciones del sistema de potencia:<sup>1</sup>

La ecuación que describe el desempeño de la red de un sistema de potencia usando la barra de referencia en forma de impedancia es:

$$\hat{E}_{BUS} = Z_{BUS} \cdot \hat{I}_{BUS} \quad (3.9)$$

o en forma de admitancia es:

$$\hat{I}_{BUS} = Y_{BUS} \cdot \hat{E}_{BUS} \quad (3.10)$$

Las matrices de impedancia y admitancia de barras se forman atendiendo a la topología de la red y a sus elementos, generalmente se toma el nodo de tierra como referencia, pero no es la única opción. De esta manera, los elementos de las matrices incluyen los efectos de los componentes en derivación de tierra como: capacitores estáticos, reactores, carga de la línea y elementos en derivación de transformadores equivalentes. Cuando incluimos el nodo de tierra como nodo de referencia, los voltajes de barras en las ecuaciones de desempeño del sistema (3.9) y (3.10), se miden con respecto a tierra.

Si no incluimos la barra de tierra en la red, los elementos de las matrices de impedancia y admitancia de barra no incluyen los efectos de los componentes en derivación del sistema y una de las barras de la red, debe seleccionarse como nodo de referencia. En este caso los efectos de los componentes en derivación deben tratarse como fuentes de corrientes en las barras de la red, y los voltajes de barras en las ecuaciones de desempeño del sistema (3.9) y (3.10), se miden, en relación al nodo seleccionado como referencia.

### Ecuación de potencia S:

Las potencias real y reactiva en alguna barra  $p$  es dada por:

$$S_p = P_p - jQ_p = E_p^* \cdot I_p$$

<sup>1</sup> Stagg, G. W., El-Abiad, A. H., "Computer Methods in Power Systems Analysis" Mc. Graw-Hill, Inc. USA, 1968, 427 pags.

y la corriente es por:

$$I_p = \frac{P_p - jQ_p}{E_p^*} \quad (3.11)$$

donde tenemos que  $I_p$  es positivo cuando el flujo entra al sistema.

Si incluimos los componentes en derivación, al formular las ecuaciones del sistema, de manera que los efectos de estos componentes se incluyan dentro de los elementos de la matriz, la ecuación (3.11) es la corriente total en la barra. De lo contrario, la corriente total en la barra 'p' es dada por:

$$I_p = \frac{P_p - jQ_p}{E_p^*} - Y_p E_p$$

$Y_p$  es la admitancia total en derivación en el nodo y  $Y_p E_p$  es la corriente en derivación fluyendo de la barra p, a tierra.

### Ecuaciones de flujos de las líneas:

Después que se completa la solución iterativa de los voltajes de barra, podemos calcular los flujos de las líneas. La corriente en la línea que conecta la barra p, con la barra q, se da por:

$$i_{pq} = (E_p - E_q)Y_{pq} + E_p \frac{Y'_{pq}}{2}$$

$Y_{pq}$  = Admitancia de la línea

$Y'_{pq}$  = Admitancia total de carga de la línea

$E_p \frac{Y'_{pq}}{2}$  = Contribución de corriente en el bus p debido a la carga de la línea.

El flujo de potencia real y reactivo se obtiene por:

$$P_{pq} - jQ_{pq} = E_p^* \cdot i_{pq}$$

$$P_{pq} - jQ_{pq} = E_p^* (E_p - E_q) Y_{pq} + E_p^* E_p \frac{Y'_{pq}}{2} \quad (3.12)$$

en donde en la barra p, el flujo de potencia real de la barra p, a la barra q, es  $P_{pq}$  y la potencia reactiva, es  $Q_{pq}$ . Similarmente, el flujo de potencia en la barra q, de la barra q a la barra p es:

$$P_{qp} - jQ_{qp} = E_q^*(E_q - E_p)Y_{pq} + E_q^*E_q \frac{Y'_{pq}}{2} \quad (3.13)$$

la potencia perdida en la línea p-q es la suma algebraica de los flujos, determinados por las ecuaciones (3.12) y (3.13).

### 7.1 Técnicas de Solución:<sup>1</sup>

En sistemas eléctricos de potencia, existen diferentes métodos para la solución al problema de los flujos de carga. Los mismos difieren en velocidad de cálculo, precisión y requerimiento de memoria. En evaluación de confiabilidad de los SEP, los flujos de carga se repiten para cada estado que es examinado durante el proceso y la eficiencia de toda la evaluación, depende en gran parte, del algoritmo empleado en la solución del problema de flujos de potencia. Aquí sólo nos referiremos a dos métodos iterativos de solución: Newton-Raphson y Newton-Raphson (Desacoplado Rápido), utilizando ambos la matriz de admitancia de barra.

### 7.2 Método de Newton Raphson:

Cuando las ecuaciones se expresan en forma rectangular, tenemos que las potencias real y reactiva en términos del voltaje de barra, para una barra p, se da mediante:

$$S_p = P_p - jQ_p = E_p^* \cdot I_p \quad (3.14)$$

sustituyendo la ecuación de desempeño de la red (3.10) en (3.14), tenemos que:

$$S_p = P_p - jQ_p = E_p^* \cdot \sum_{q=1}^n Y_{pq} E_q \quad (3.15)$$

desde que  $E_p = e_p + jf_p$  y  $Y_{pq} = G_{pq} - jB_{pq}$ , la ecuación (3.14) resulta

$$P_p - jQ_p = (e_p - jf_p) \sum_{q=1}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q)$$

separando las partes real e imaginaria, tenemos que:

<sup>1</sup> Stagg, G. W., El-Abiad, A. H., "Computer Methods in Power Systems Analysis" Mc. Graw-Hill, Inc. USA, 1968, 427 pags.

$$P_p = \sum_{q=1}^n \{e_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \quad (3.16a)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n \{f_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \quad (3.16b)$$

En cada nodo de carga, estas dos ecuaciones (3.16) relacionan los valores de P y Q con los voltajes. En cambio en una barra de control de voltaje (PV), se especifica la potencia P, pero no la Q; por lo tanto, la segunda ecuación no puede seleccionarse adecuadamente como ocurre en el caso anterior (barra PQ).<sup>1</sup> En esta situación, seleccionamos la magnitud del voltaje fijo para la barra PV, en sustitución de la ecuación (3.16b), quedando como sigue:

$$V_{gen}^2 = e_{gen}^2 + f_{gen}^2 \quad (3.17)$$

Porque, precisamente, en este momento se establecen dos ecuaciones para cada barra de control de voltaje (PV).

$$P_p = \sum_{q=1}^n \{e_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \quad (3.18a)$$

$$|E_p|^2 = e_p^2 + f_p^2 \quad (3.18b)$$

Esta formulación da como resultado un conjunto simultáneo de ecuaciones no lineales; dos, para cada barra del sistema. Las potencias reales y reactivas  $P_p$  y  $Q_p$  son conocidas y los componentes reales e imaginario de voltaje  $e_p$  y  $f_p$  son desconocidos para todas las barras, excepto la barra suelta, donde se especifica el voltaje, el cual permanece fijo. Por lo tanto, tenemos  $2(n-1)$  ecuaciones que deben resolverse en la solución de flujo de carga.

<sup>1</sup> Stagg, G. W., El-Abiad, A. H., "Computer Methods in Power Systems Analysis" Mc. Graw-Hill, Inc. USA, 1968, 427 pags.

Este método requiere de la formación de un conjunto de ecuaciones lineales, expresando la relación entre los cambios de potencia real y reactiva y los componentes de voltajes en las barras.

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P_1 \\ \hline \dots \\ \hline \Delta P_{n-1} \\ \hline \Delta Q_1 \\ \hline \dots \\ \hline \Delta Q_{n-1} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta e_1 \\ \hline \dots \\ \hline \Delta e_{n-1} \\ \hline \Delta f_1 \\ \hline \dots \\ \hline \Delta f_{n-1} \\ \hline \end{array} \quad (3.19)$$

Donde la matriz de coeficiente de la ecuación (3.19) es la Jacobiana, y la  $n$ -ésima barra es la barra suelta. En forma matricial la ecuación (3.19) es:

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P \\ \hline \Delta Q \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta e \\ \hline \Delta f \\ \hline \end{array}$$

### Determinación de los elementos de la Jacobiana:

De la ecuación de la potencia real, tenemos que:

$$\begin{aligned} P_p &= e_p(e_p G_{pp} + f_p B_{pp}) + f_p(f_p G_{pp} - e_p B_{pp}) \\ &+ \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \{e_p(e_q G_{pq} + f_p B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \quad p = 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

diferenciando los elementos fuera de la diagonal de  $J_1$ , son:

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = e_p G_{pq} - f_p B_{pq} \quad q \neq p$$

y los elementos en la diagonal de  $J_1$ , son:

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = 2e_p G_{pp} + f_p B_{pp} - f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \quad (3.21)$$

la expresión para la corriente en el nodo  $p$ , se da por:

$$I_p = c_p + jd_p = (G_{pp} - jB_{pp})(e_p + jf_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q)$$

separando las partes real e imaginaria, tenemos que:

$$c_p = e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \quad (3.22a)$$

$$d_p = f_p G_{pp} - e_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \quad (3.22b)$$

simplificando los elementos de la diagonal de  $J_1$ , por la sustitución de  $c_p$  en la ecuación (3.21), obtenemos que:

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = e_p G_{pp} - f_p B_{pp} + c_p$$

de la ecuación (3.20), los elementos fuera de la diagonal de  $J_2$  se dan por:

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p B_{pp} + f_p G_{pq} \quad q \neq p$$

y los elementos de la diagonal J2, son:

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p B_{pp} + f_p G_{pp} + d_p$$

De la ecuación de la potencia reactiva, tenemos que:

$$Q_p = f_p(e_p G_{pp} + f_p B_{pp}) - e_p(f_p G_{pp} - e_p B_{pp}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \{f_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \quad p = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.23)$$

diferenciando, los elementos fuera de la diagonal de J3, son:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_q} = e_p B_{pq} + f_p G_{pq} \quad q \neq p$$

diferenciando (3.23) y sustituyendo la componente imaginaria ecuación (3.20), los elementos en la diagonal de J3, son:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = e_p B_{pp} + f_p G_{pp} - d_p$$

de la ecuación (3.18), los elementos fuera de la diagonal de J4, se dan por:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = -e_p G_{pq} + f_q B_{pq} \quad q \neq p$$

y los elementos en la diagonal J3 son:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = -e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + c_p$$

Dado un grupo inicial de voltajes de barras, las potencias real y reactiva se calculan de las ecuaciones (3.18). Los cambios en potencia se dan por la diferencia entre los valores programados y calculados.

$$\Delta P_p^k = P_p(\text{programado}) - P_p^k$$

$$\Delta Q_p^k = Q_p(\text{programado}) - Q_p^k \quad p = 1, 2, \dots, n-1$$

Los voltajes de barras estimados y las potencias calculadas se usan para calcular corrientes en las barras con el fin de evaluar los elementos de la Jacobiana. El grupo de ecuaciones lineales (3.19), pueden resolverse para  $\Delta e_p$  y  $\Delta f_p$   $p = 1, 2, \dots, n-1$ , por el método directo o el método iterativo. Luego, el nuevo estimado para los voltajes de barra es:

$$e_p^{k+1} = e_p^k + \Delta e_p^k$$

$$f_p^{k+1} = f_p^k + \Delta f_p^k$$

El proceso se repite hasta que  $\Delta P_p^k$  y  $\Delta Q_p^k$ , para todas las barras, estén dentro de la tolerancia específica.

El método de Newton-Raphson, puede aplicarse en la solución del problema de flujo de carga, expresando las ecuaciones en coordenadas polares.

$$E_p = |E_p| e^{j\delta_p} \quad \text{y} \quad Y_{pq} = |Y_{pq}| e^{-j\theta_{pq}}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.15), la potencia en la barra  $p$  se obtiene por:

$$P_p - jQ_p = \sum_{q=1}^n |E_p| |E_q| |Y_{pq}| e^{-j(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)}$$

desde que:  $e^{-j(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)} = \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) - j \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$

las potencias real e imaginaria se logran por:

$$P_p = \sum_{q=1}^n |E_p| |E_q| |Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n |E_p| |E_q| |Y_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$



Los elementos de la Jacobiana se calculan de estas ecuaciones y se dan como:

**Para J1:**

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = |E_p \cdot E_q \cdot Y_{pq}| \cdot \text{sen}(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |E_p \cdot E_q \cdot Y_{pq}| \cdot \text{sen}(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

**Para J2:**

$$\frac{\partial P_p}{\partial |E_q|} = |E_p \cdot Y_{pq}| \cdot \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial |E_p|} = 2 \cdot |E_p \cdot Y_{pq}| \cdot \cos \theta_{pq} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |E_q \cdot Y_{pq}| \cdot \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

**Para J3:**

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = -|E_p \cdot E_q \cdot Y_{pq}| \cdot \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |E_p \cdot E_q \cdot Y_{pq}| \cdot \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

**Para J4:**

$$\frac{\partial Q_p}{\partial |E_q|} = |E_p \cdot Y_{pq}| \cdot \text{sen}(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial |E_p|} = 2 \cdot |E_p \cdot Y_{pq}| \cdot \text{sen} \theta_{pq} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |E_q \cdot Y_{pq}| \cdot \text{sen}(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Las ecuaciones relacionan los cambios de potencia con las variaciones en magnitud y el ángulo de fase de los voltajes. De forma matricial tenemos que:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |E| \end{bmatrix}$$

### 7.3 Método Desacoplado Rápido:<sup>1</sup>

Es una variante del método de Newton – Raphson utilizada para la solución del problema de flujos de carga, tomando ventaja de la característica especial de las redes de transmisión en los SEP, donde se relacionan el flujo de MW/ángulo de voltajes y flujo de MVAR/magnitud de voltajes. En este método, se mejoraron la velocidad y la confiabilidad, mediante un proceso de inicio no iterativo.<sup>2</sup>

De la forma polar de la matriz Jacobiana, tenemos que:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta v / v \end{bmatrix}$$

En un sistema, la potencia real es menos sensible a los cambios de las magnitudes de los voltajes que a los cambios del ángulo de la tensión. Una aproximación nos llevaría a la eliminación de la matriz [N]. Del mismo modo, la potencia reactiva es más sensible a los cambios en la magnitud del voltaje que a los del ángulo de la tensión, pudiendo prescindir de la matriz [J], llevándonos a la siguiente simplificación:

$$\begin{aligned} [\Delta P] &= [H][\Delta \theta] \\ [\Delta Q] &= [L][\Delta v / v] \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Stott, B., Alsac, O., “Fast Decoupled Load Flow”, IEEE PES Summer Meeting & EHV/UHV Conference, Vancouver, B.C. Canada, July 15-20, 1973.

<sup>2</sup> Guerrero, R., “Notas de Flujo de Carga”, Operación y Control de la Generación, Postgrado de Ingeniería, UNAM, Noviembre 2000.

En sistemas de potencia, es necesario hacer las siguientes estimaciones:<sup>1</sup>

- a- Si la relación X/R es grande, la conductancia es despreciable con respecto a la admitancia total.
- b- La diferencia angular entre los voltajes de barras adyacentes es pequeño, porque:

$$\text{Sen}(\theta_p - \theta_q) \cong \theta_p - \theta_q$$

$$\text{Cos}(\theta_p - \theta_q) \cong 1.0$$

- c- La magnitud del voltaje es 1.0 en todas las barras.
- d- Los elementos en derivación pueden agruparse junto con la carga equivalente o con la corriente del generador.

### Proceso de Simplificación:<sup>2</sup>

Si aplicamos los conceptos anteriores a las ecuaciones tenemos que:

$$\text{Para } p \neq q \quad \frac{\partial P_p}{\partial \theta_q} = G_{pq} \cdot E_p \cdot E_q \text{ sen}(\theta_p - \theta_q) - B_{pq} \cdot E_p \cdot E_q \text{ cos}(\theta_p - \theta_q)$$

$$\cong -B_{pq} \cdot V_p \cdot V_q \cong -B_{pq} \overset{\Delta}{=} Y_{pq}^{\theta}$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial V_q} = G_{pq} \cdot V_q \cdot \text{sen}(\theta_p - \theta_q) - B_{pq} \cdot V_p \text{ cos}(\theta_p - \theta_q)$$

$$\cong -B_{pq} \cdot E_p \cong -B_{pq} \overset{\Delta}{=} Y_{pq}^E$$

$$\text{Para } p = q \quad \frac{\partial P_p}{\partial \theta_p} \overset{\Delta}{=} Y_{pp}^{\theta}$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial E_p} \overset{\Delta}{=} Y_{pp}^E$$

<sup>1</sup>Guerrero, R., "Notas de Flujo de Carga", Operación y Control de la Generación, Postgrado de Ingeniería, UNAM, Noviembre 2000

<sup>2</sup> Stagg, G. W., El-Abiad, A. H., "Computer Methods in Power Systems Analysis" Mc. Graw-Hill, Inc. USA, 1968, 427 pags.

Después de la simplificación tenemos que:

$$\begin{array}{c} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{array} = \begin{array}{ccc} Y_{22}^\theta & Y_{23}^\theta & Y_{24}^\theta \\ Y_{32}^\theta & Y_{33}^\theta & Y_{34}^\theta \\ Y_{42}^\theta & Y_{43}^\theta & Y_{44}^\theta \\ & & Y_{22}^E & Y_{23}^E \\ & & Y_{32}^E & Y_{33}^E \end{array} = \begin{array}{c} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{array}$$

Las matrices desacopladas son:

$$[\Delta P] = [Y^\theta][\Delta \theta]$$

$$[\Delta Q] = [Y^E][\Delta V]$$

#### 7.4 Método Lineal (DC):<sup>1</sup>

Durante los estados iniciales de un proceso de planeamiento o de un plan de expansión de un sistema eléctrico de potencia, es recomendable utilizar un modelo de flujo de carga que sea eficiente desde un punto de vista computacional. El modelo de flujo de carga DC o flujo de carga Lineal, usado constantemente, convierte el problema AC, que es no Lineal, a un simple análisis Lineal del problema. La ventaja de este planteamiento es su eficiencia, además de que permite utilizar técnicas de solución no iterativas para resolver el problema de flujo de carga. Este modelo se usa para obtener, de forma rápida, el flujo de potencia real del sistema modelado. El método no toma en cuenta el flujo de potencia reactiva, ni los cambios en las magnitudes de los voltajes en las barras; asumiendo que para la mayoría de los circuitos, las resistencias son pequeñas, comparadas con las reactancias. Además, la diferencia angular entre los

<sup>1</sup> Wood, A. J., Wollenberg, B. F., "Power Generation, Operation, and Control", John Wiley & Sons, NY, 1984, 444 pags.

voltajes de dos barras adyacentes es pequeña, de forma que el flujo de potencia entre la barra  $i$  y la barra  $j$  se da por:

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}}$$

donde  $\theta_i$  = ángulo de la barra  $i$

$\theta_j$  = ángulo en la barra  $j$

$X_{ij}$  = Reactancia entre las dos barras.

Por otra parte, la inyección de potencia dentro de una barra se obtiene por la suma de las potencias de todos los circuitos que llegan a dicha barra, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$P_i = \sum_{jy}^n P_{ij} = \sum_{jy}^n \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}}$$

## 8. MÉTODO DE CONFIABILIDAD PARA EVALUAR LA SUFICIENCIA:<sup>1</sup>

A continuación, un método basado en la técnica desarrollada por Billinton & Li. La misma consiste en un planteamiento híbrido que combina simulación Monte Carlo con técnicas básicas de análisis de sistemas de potencia. La simulación Monte Carlo es una técnica de muestreo de estado (ya desarrollado en el capítulo 1); mientras que el análisis de los sistemas de potencia se detalla en el anexo E. Este método sólo nos proporciona el número esperado de la probabilidad de corte de carga, que representa una aproximación del índice de frecuencia. Su ventaja más importante es la disminución de los tiempos de cálculos y de los requerimientos de memoria.

<sup>1</sup> Billinton, R., and Wenyuan, L., "Hybrid Approach for Reliability Evaluation of Composite generation and Transmission System using Monte Carlo Simulation and Enumeration Technique", IEEE proceedings-c, Vol. 138, #3, may 1991.

**8.1 Metodología Básica:** El grupo de estados  $G$  del sistema se divide en cuatro subgrupos, tal como se muestra a continuación:

$$G \left\{ \begin{array}{l} G1 \\ \overline{G1} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} G2 \\ \overline{G2} \end{array} \right\}$$

Donde  $G1$  es el estado normal y no hay cortes de carga;  $\overline{G1}$  es el subgrupo compuesto en estado de contingencia;  $G2$  es el subgrupo de estado en contingencia que no representan cortes de carga;  $\overline{G2}$  es el subgrupo compuesto de los estados en contingencias, los cuales representan cortes de carga.

Después de haber obtenido un estado del sistema por simulación Monte Carlo, debemos determinar si el estado es un estado normal ( $G1$ ), o si el estado es un estado de contingencia ( $\overline{G1}$ ). Si el estado del sistema es un estado de contingencia, utilizamos herramientas de análisis de sistema, para determinar si este estado cae dentro del estado  $G2$  (donde no tenemos corte de carga) o si el estado cae dentro del subgrupo ( $\overline{G2}$ ).

Si el estado del sistema es normal, entonces no tenemos corte de carga. Si es un estado de contingencia, existe la posibilidad del corte de carga. En sistemas reales de potencia, la posibilidad de corte de carga por contingencias de bajo nivel y la probabilidad de que ocurran contingencias de alto nivel, es poco probable. La mayoría de los estados de contingencias caen dentro del subgrupo  $G2$  y con tan sólo una minoría cayendo dentro del subgrupo  $\overline{G2}$ , es posible determinar mediante técnicas sencillas de análisis de sistemas de potencia, si el estado cae o no dentro del subgrupo  $G2$  (ver anexo E); cuando esto ocurre, no es necesario resolver las ecuaciones de flujos de carga. Una vez que determinamos que el estado del sistema cae en el subgrupo  $G2$ , este estado no contribuye con los índices y es posible proceder de inmediato a la próxima muestra de estado del sistema. Sólo se contribuye con el índice de

probabilidad de pérdida de carga, cuando los estados del sistema caen en el subgrupo  $\overline{G2}$ .

El análisis directo de posible corte de carga de los estados del sistema puede conducirse como:

**a- Contingencias de las Unidades de Generación:** Si asumimos que una barra generadora está compuesta por un grupo de  $N_i$  unidades, donde el límite superior de la potencia de salida se da por  $P_{ik}^*$  ( $k \in N_i$ ), potencia actual en el estado normal es  $P_{ik}$ . Cuando tenemos una unidad de generación en estado de contingencia,  $P_{ik}^*$  resulta ser  $P_{ik}''$  donde  $P_{ik}''$  es el límite parcial de salida de potencia para un generador en un estado parcial de operación y cero para un generador que está fuera de servicio. Si la capacidad de generación disponible por las otras unidades en cada barra de generación, puede compensar la capacidad de generación faltante en esta barra, debido al estado de contingencia de la unidad  $k$ ; entonces, tenemos que para todas las barras generadores:

$$\sum_{k \in N_i} (P_{ik}'' - P_{ik}) \geq 0 \quad (3.24)$$

Si el resultado de la contingencia de las unidades generadores para todas las barras es mayor a cero, entonces no hay corte de carga. De otra forma, es necesario examinar si las salidas de los componentes de transmisión causan sobrecarga en los elementos restantes del sistema. De no ser el caso, entonces no habrá corte de carga en el sistema y podemos pasar a la próxima muestra de estado del sistema. Si no se satisface la ecuación (3.24), el estado del sistema cae dentro del subgrupo  $\overline{G2}$  contribuyendo al índice de probabilidad de pérdida de carga. Una vez actualizado el índice, pasamos a seleccionar un nuevo estado del sistema.

**b- Salidas de Componentes de Transmisión:** El objetivo de este análisis es determinar los flujos en las líneas, después de ocurridas las salidas de una o más líneas de transmisión y determinar si no hay sobrecarga en las líneas restantes del

sistema. El mejor método y el más preciso es, reconstruir la matriz de admitancia de barra y calcular los flujos de carga del sistema para cada nuevo estado. Este procedimiento resulta inadecuado desde un punto de vista computacional; por lo tanto, los flujos de las líneas se obtienen de forma aproximada, utilizando la información del caso base y técnicas de análisis de contingencias, sin necesidad de resolver las ecuaciones de flujos de carga (ver anexo E).

Si la redistribución de los flujos de carga, debido a salidas de generación y/o de líneas de transmisión, no ocasionan sobrecarga en las líneas del sistema y se cumple la condición de la ecuación (3.24) para todas las barras generadoras, el estado de contingencia estará definido en el subgrupo  $G_2$ . En caso contrario, entonces el estado de contingencia estará en el subgrupo  $\overline{G_2}$ . Para hacer esta discriminación, es necesario calcular los flujos en las líneas, después que un generador y/o líneas de transmisión son removidos. Una de las maneras más sencillas de proporcionar un cálculo rápido de la sobrecarga, es el uso de factores de sensibilidad de la red. Estos factores nos muestran los cambios en los flujos de las líneas debidos a cambios en generación y transmisión ocurridos en la configuración de la red (ver anexo E). Los cálculos se derivan, utilizando el flujo de carga de corriente directa. Los factores de sensibilidad, básicamente son de dos tipos: factores de cambios de generación y factores de distribución de líneas.

Como se detalló en el capítulo 1, la expectativa matemática de la función de prueba, asociada a todos los estados del sistema, la obtenemos por la ecuación (1.45). Esta función de prueba  $F(S)$  asume un valor de 1 cuando tenemos pérdida de carga y un valor de cero cuando no tenemos pérdida de carga. El índice de probabilidad de pérdida de carga se logra mediante por la suma de la función de prueba en cada uno de los estados del sistema, dividido por el número total de muestras.

$$LOLP = E(F) = \frac{\sum_{S \in \overline{G}} F(S)}{N}$$



## 9. CARACTERÍSTICAS DE LOS PROGRAMAS DE CONFIABILIDAD:

Un algoritmo de confiabilidad, para evaluar la “suficiencia” en un sistema compuesto se determina, básicamente, siguiendo los siguientes pasos.

- a. Lecturas de datos asociados a la configuración del sistema, niveles de carga, condiciones hidrológicas (si son necesarias), parámetros de control (número máximo de muestras por escenarios y tolerancia para la convergencia, si utilizamos evaluación Monte Carlo).
- b. Se selecciona un escenario y un caso base.
- c. Se selecciona un estado del sistema; esto es, se define la disponibilidad de los equipos. En nuestro caso, la selección se realiza a través de muestreo Monte Carlo.
- d. Se verifica la “suficiencia” del estado seleccionado; siempre y cuando, si la configuración específica de generadores y líneas de transmisión, es capaz de suplir la demanda sin violar los límites de operación. Si es necesario, se toman acciones correctivas (reprogramación de generación, cambiadores de tap, corte de carga en cada barra, otras).
- e. Si la precisión del estimado es aceptable o se alcanza el número de muestreo preestablecido, se actualizan los índices de confiabilidad estimados (LOLP, EPNS, EENS, otros).

En la figura 3.2, presentada a continuación, mostramos un diagrama de flujo para nuestro programa de confiabilidad.

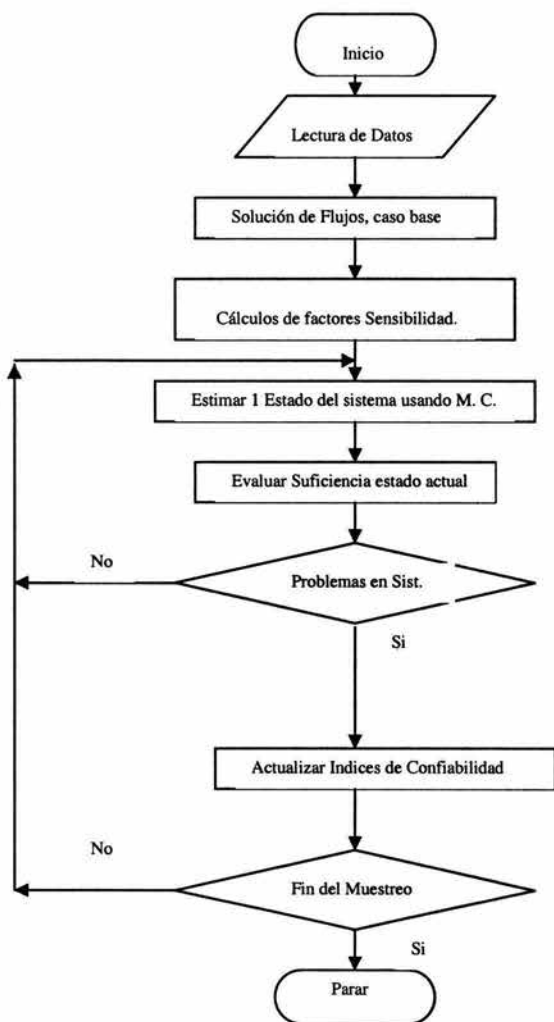


Figura #3.2: Diagrama de flujo para programa de confiabilidad

## **CAPITULO 4: SISTEMA COMPUESTO ETESA – GENERADORES**

### **1. ANTECEDENTES:**

A continuación, presentamos una breve reseña histórica de lo que ha sido el desarrollo de la electricidad en la República de Panamá, comenzando desde sus inicios con la creación de la primera compañía de suministro eléctrico en la ciudad de Panamá en el año de 1886, hasta la creación de la “Empresa de Transmisión Eléctrica S.A. – (ETESA)”, en 1998, como resultado de la modernización del sector eléctrico en la República de Panamá.

**1886:** Se crea en la ciudad de Panamá, la compañía “Panamá Electric Light Company”, con capital Norteamericano. Con la firma de un contrato por 15 años, se encargaría del suministro de energía eléctrica a una población alrededor de 38,148 habitantes. Su principal objetivo era la explotación del alumbrado en la ciudad y en el interior del país.

**1898:** Se crea la primera planta eléctrica de la ciudad de Colón, con el nombre de “Colon Electric Illuminating Company”, para la prestación del servicio eléctrico a 13,815 habitantes. El servicio de ambas compañías era reducido; el mismo de daba por un período de 11 horas: desde las 6:00 p.m., hasta las 5:00 a.m.

**1913:** Se firma un nuevo contrato con la “Panama Electric Company” por espacio de 25 años. Un año después, Henry Walls, gestiona con el Presidente de la República y el subsecretario de Fomento, Dr. Ramón M. Valdés y Ramón Vallarino respectivamente, un segundo contrato denominado “Concesión CATLIN”, el que concedía, a perpetuidad, la prestación del servicio eléctrico.

**1917:** Mediante acuerdo, la compañía “CATLIN” pasa a formar parte de la “Compañía Panameña de Fuerza y Luz”, la cual se comprometía a prestar el servicio de suministro de energía eléctrica a la ciudad de Panamá.

**1922:** La compañía “CATLIN” vende sus propiedades en Colón, a la Compañía Panameña de Fuerza y Luz

**1945:** En cumplimiento del contrato con el gobierno panameño, la Compañía Panameña de Fuerza y Luz, además de brindar el servicio de suministro de energía a las ciudades de Panamá y Colón, empieza con el suministro de energía a ciertas regiones del interior del país.

**1954:** El gobierno panameño crea el Servicio Cooperativo Interamericano de Fomento Económico (SCIFE), dependencia del Instituto de Fomento Económico. El objetivo del SCIFE era el de investigar y evaluar el potencial hidroeléctrico del país para, de esta manera, buscar solución a problemas de índole energético de aquel entonces.

**1955 – 1960:** Se contratan firmas consultoras, con el objetivo de elaborar recomendaciones para el aprovechamiento de los recursos hidráulicos y estudiar los problemas de electrificación de las provincias centrales.

**1961:** Se crea el Instituto de Recursos Hidráulicos y Electrificación (IRHE), mediante la Ley 37 del 31 de enero. Su objetivo era el de coordinar y expandir, de manera adecuada y confiable, el sistema eléctrico. El 16 de septiembre de ese mismo año, el IRHE se encarga de la operación y mantenimiento de las plantas e instalaciones eléctricas en las provincias centrales y otras regiones del país.

**1967:** Se inaugura el complejo de La Yeguada, central hidroeléctrica que se encargaría del suministro de energía para las provincias centrales.

**1968 – 1969:** El gobierno, a través del IRHE, completa la instalación de la primera, de tres unidades térmicas de 40 MW cada una, en la central de Bahía Las Minas. En el último año, mediante decreto de gabinete #235 del 30 de julio, el IRHE se constituye como una entidad estatal autónoma con patrimonio propio y capacidad de promover el desarrollo de la energía eléctrica en el país.

**1972:** El gobierno nacionaliza la “Compañía Panameña de Fuerza y Luz”, asumiendo el IRHE sus funciones.

**1976:** Entra en operación la Central Hidroeléctrica Ascanio Villalaz, con una capacidad instalada de 150 MW y construida, aproximadamente, con un costo de inversión de 105 millones de dólares. Ese mismo año se inaugura el Centro de Operación del Sistema Integrado (COPSI), cuya objetivo era la supervisión y control del sistema.

**1979:** Entran en operación, los complejos hidroeléctricos La Estrella – Los Valles, con una capacidad instalada total de 90 MW y un costo de inversión de 71 millones de dólares. También se da la integración del sistema interconectado nacional a través de una línea de transmisión de 230 KV de doble circuito, con una longitud aproximada de 400 Km., enlazando la subestación Mata de Nance en la ciudad de David y la subestación Panamá, ubicada en la ciudad de Panamá. El costo de inversión fue de 35 millones de dólares.

**1984:** Entra en operación la Central Hidroeléctrica Fortuna, con una capacidad instalada de 300 MW. La hidroeléctrica Fortuna cuenta con las unidades más grandes del sistema.

**1985:** Se enlaza el sistema interconectado nacional con Centroamérica, a través de Costa Rica, con una línea de transmisión de 230 KV, entre las subestaciones de Río Claro en Costa Rica y subestación Progreso, en Panamá.

**1986:** Se suscribe el acuerdo de intercambio de energía con la República de Honduras.

**1997:** Se aprueba la Ley 6 del 3 de febrero, por la cual se dicta el marco regulatorio para la modernización del sector eléctrico en la República de Panamá.

**1998:** Se crea la Empresa de Transmisión Eléctrica S.A. (ETESA), como resultado de la modernización del sector eléctrico.

## 2. ¿QUÉ ES ETESA?:

Como resultado de la modernización del sector eléctrico en Panamá, se crea la **Empresa de Transmisión Eléctrica S. A. (ETESA)**, mediante el Decreto Ley No. 10 de 26 de febrero de 1998.

Desde un punto de vista operativo, la conformación de ETESA es la siguiente:

**a. Centro Nacional de Despacho:** Es una dependencia de la empresa, encargada de la operación integrada del sistema interconectado nacional, cuyo objetivo por ley, es el de garantizar en cada momento, que la demanda sea satisfecha de manera confiable, segura y con calidad de servicio. Para alcanzar estos objetivos, el CND deberá hacer uso óptimo de los recursos de generación y transmisión disponible.

**b. Red de Transmisión:** Es el sistema de transmisión de energía eléctrica, constituido por las líneas de transmisión de alta tensión, subestaciones, transformadores de potencia, otros. La función de esta red es la de llevar la energía desde los puntos de generación, a los puntos de entrega de las compañías distribuidoras. En la figura 4.1, se puede apreciar la extensión de la red de transmisión de ETESA.

A continuación, detallamos algunas de las funciones desarrolladas por ETESA, para garantizar un suministro de energía confiable y seguro:

- Estudios de planeamiento de la expansión del sistema.
- Coordinación, supervisión, control y análisis de la operación del sistema.
- Determinar compra y venta de energía.
- Programación del mantenimiento de los diferentes equipos del sistema.



Figura 4.1: Mapa Físico de la Red del Sistema Interconectado Nacional <sup>1</sup>

### 3. DATOS DEL SISTEMA:

A continuación, presentamos los dos tipos de datos (determinísticos y estocásticos), obtenidos de la base de datos del sistema, tanto para las unidades de generación, como para los componentes de transmisión.

#### 3.1 Datos de los Generadores del Sistema:

Las tablas 4.1 y 4.2, que a continuación se presentan, muestran la capacidad instalada de los agentes generadores existente en el sistema y los respectivos índices de salidas.

<sup>1</sup> Obtenida de <http://www.etsa.com.pa> On-Line

**Tabla 4.1: Capacidad Instalada en el Sistema**

Empresa	Capacidad Instalada (MW)	Porcentaje
EGE – FORTUNA, S.A.	300.00	23.81
EGE – BAYANO, S.A.	190.00	15.08
EGE – CHIRIQUI, S.A.	210.00	16.67
EGE – LAS MINAS	304.80	24.19
COPESA	44.00	3.49
PACORA S.A.	60.00	4.76
P.E.P.	55.00	4.37
PANAM	96.00	7.62
<b>TOTAL</b>	<b>1259.80</b>	<b>100.00</b>

**Tabla 4.2: Datos de Confiabilidad de las unidades de generación:**

Nodo de Generación	Tamaño de la Unidad (MW)	Número de Unidades	Tasa de Salida Forzada
2	16.0	6	0.10
7	5.0	11	0.10
9	30.5	3	0.15
9	60.0	1	0.15
10	40.0	3	0.22
17	100.0	3	0.04
19	21.0	2	0.10
20	24.0	2	0.10
24	24.0	2	0.00
25	42.0	2	0.00
27	60.0	1	0.10
28	44.0	1	0.07
30	75.0	2	0.04



### 3.2 Datos de la Red de Transmisión:

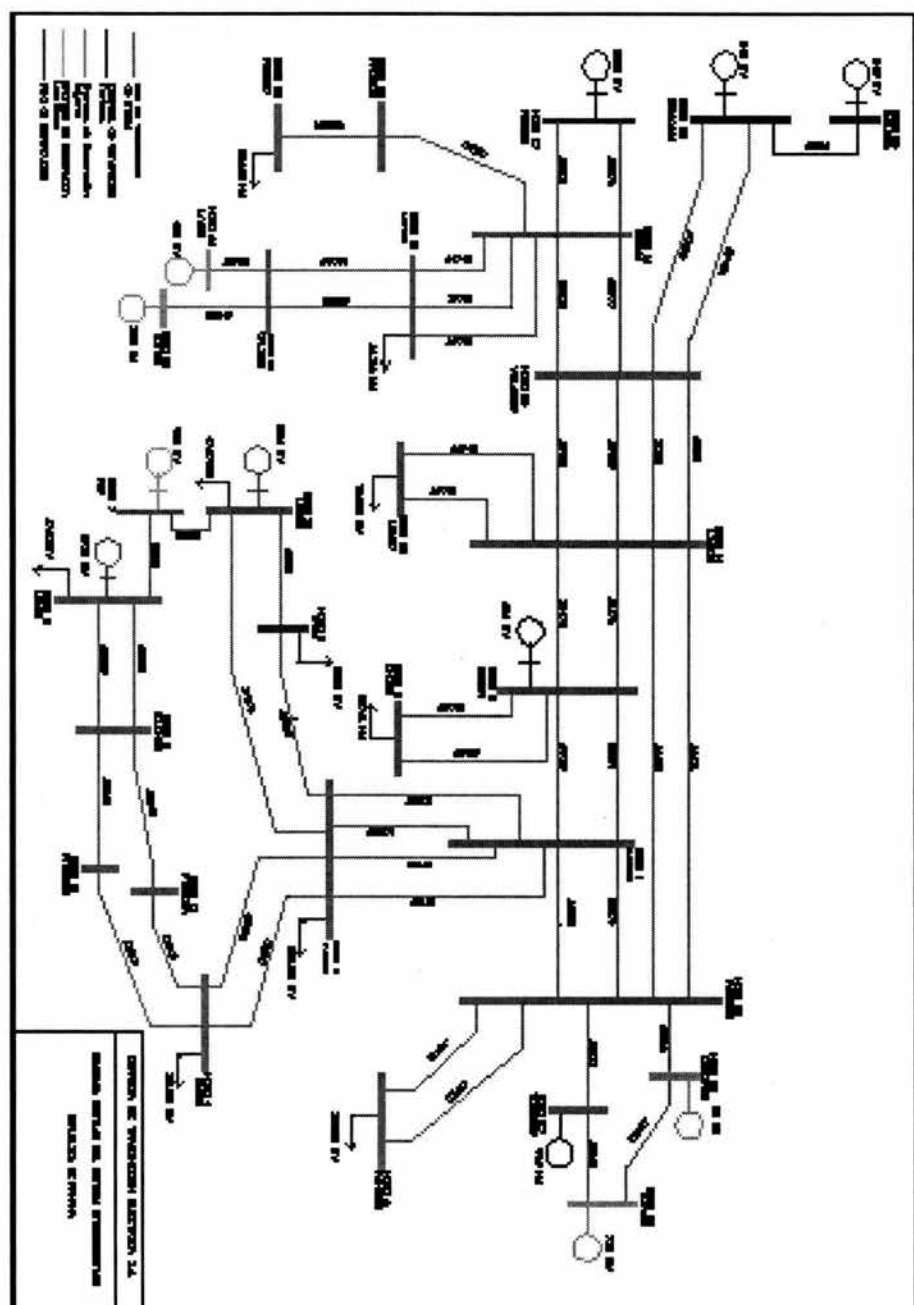
La red de transmisión consiste de 30 nodos, conectados por 55 elementos, entre líneas y transformadores, como se muestra en el diagrama unifilar de la figura 4.2. Las líneas de transmisión son de dos niveles de voltajes, 115 KV y 230 KV , Las barras 1, 2, 14, 16 y 29, son los nodos de enlace entre los niveles de 230/115 KV.

En la tabla 4.3, mostramos la información sobre la red de transmisión.

**Tabla 4.3:** Datos Determinísticos y estocásticos del sistema de transmisión

Equipo	Nodo-i	Nodo-j	XL	Kms Línea	Capacidad MVA	Años Operación	Tasa Salida
Línea 1	1	2	0.03500	39.0	192.0	25	.00797
Línea 2	1	2	0.03500	39.0	192.0	25	.00797
Trafo 1	1	3	0.05140	-----	175.0	-----	.00183
Trafo 2	1	3	0.05140	-----	175.0	-----	.00183
Trafo 3	1	3	0.02570	-----	350.0	-----	.00183
Trafo 4	1	3	0.02570	-----	350.0	-----	.00183
Trafo 5	2	5	0.13500	-----	50.0	-----	.00000
Trafo 6	2	5	0.13500	-----	56.0	-----	.00000
Línea 3	2	14	0.12470	139.0	192.0	25	.00797
Línea 4	2	14	0.12470	139.0	192.0	25	.00797
Línea 5	3	4	0.00260	0.8	92.8	23	.00342
Línea 6	3	4	0.00260	0.8	92.8	-----	.00342
Línea 7	3	8	0.07360	22.5	92.8	23	.00619
Línea 8	3	10	0.17670	54.0	92.8	23	.00619
Línea 9	4	12	0.09500		92.8		.00342
Línea 10	4	13	0.09500		92.8		.00342
Trafo 7	6	29	0.05400	-----	175.0	-----	.00000
Trafo 8	6	29	0.05400	-----	175.0	-----	.00000
Línea 11	7	9	0.00100				.00342
Línea 11	7	10	0.00100				.00342
Línea 13	8	10	0.10310	31.5	92.8	25	.00342
Línea 14	9	11	0.03280				.00342
Línea 15	9	11	0.03280				.00342
Línea 16	11	12	0.08660				.00342
Línea 17	11	13	0.08660				.00342
Trafo 9	14	15	0.13500	-----	78.5	-----	.00000
Trafo 10	14	15	0.13500	-----	78.5	-----	.00000

Línea 18	14	26	0.11395				.00571
Línea 19	14	26	0.11395				.00571
Línea 20	14	26	0.09429				.00797
Línea 21	14	26	0.09429				.00797
Línea 22	14	29	0.16631				.00571
Línea 23	14	29	0.16631				.00571
Línea 24	16	17	0.03370	37.5	192.0	23	.00797
Línea 25	16	17	0.03370	37.5	192.0	23	.00797
Trafo 11	16	18	0.14740	-----	78.0	----	.00183
Trafo 12	16	18	0.14740	-----	78.0	----	.00183
Trafo 13	16	18	0.14740	-----	78.0	----	.00183
Línea 26	16	22	0.05280	54.0	192.0	20	.00797
Línea 27	16	26	0.08075		192.0		.00797
Línea 28	16	26	0.08075		192.0		.00797
Línea 29	18	19	0.09530	25.0	92.8	20	.00342
Línea 30	18	19	0.09530	25.0	92.8	20	.00342
Línea 31	19	20	0.02040	5.8	92.8	20	.00342
Línea 32	19	21	0.00700	2.0	92.8	20	.00342
Trafo 14	22	23	0.13500	-----	56.0	----	.00000
Línea 33	24	25	0.00186				.00100
Línea 34	25	26	0.07458				.00100
Línea 35	25	26	0.07458				.00100
Línea 36	27	29	0.00933		185.6		.00797
Línea 37	27	30	0.05200		185.6		.00797
Línea 38	28	29	0.00933		185.6		.00797
Línea 49	28	30	0.05200		185.6		.00797



#### 4. MODELO DEL SISTEMA:

El modelo del sistema utiliza el método de flujo de carga DC, como ya se ha explicado en el capítulo 3, apartado 7.4. En el modelo de flujo de carga DC, las ecuaciones relacionan la potencia activa, con el ángulo de voltaje en cada barra. Se escogió este método, por los siguientes factores:

- a- Algunos de los índices importantes de confiabilidad son asociados con el corte de carga de potencia real, además, de que el cálculo de estos índices sólo requiere información relacionada con la potencia activa.
- b- Los cálculos de flujos de carga, en algunos sistemas prácticos, indican que la diferencia entre los resultados de flujos de carga DC y AC, es relativamente pequeña; diferencia ésta que se encuentra en el orden de 3 a 10 por ciento.
- c- En los modelos que utilizan como base el flujo de carga DC, la velocidad de los cálculos es mayor. Esto es ventajoso, debido que en la evaluación de suficiencia de un sistema compuesto, deben evaluarse una gran cantidad de estados del sistema, para garantizar precisión en los índices de probabilidad.

En la tabla 4.4, presentamos los flujos de carga de las líneas y de los nodos de generación, como resultado de la simulación del sistema para el caso base con el escenario promedio.

TABLA 4.4: SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE FLUJOS DE CARGA

## FLUJOS DE POTENCIA EN EL SISTEMA:

## POT ACTIVA

		BUS 1	P =	
LÍNEA 1	: DE BUS 1	A BUS 2	P = -.863290	
LÍNEA 2	: DE BUS 1	A BUS 2	P = -.863290	
TRAFO 1	: DE BUS 1	A BUS 3	P = .536046	
TRAFO 2	: DE BUS 1	A BUS 3	P = .536046	
TRAFO 3	: DE BUS 1	A BUS 3	P = 1.072093	
TRAFO 4	: DE BUS 1	A BUS 3	P = 1.072093	
LÍNEA 3	: DE BUS 1	A BUS29	P = -.744849	
LÍNEA 4	: DE BUS 1	A BUS29	P = -.744849	

		BUS 2	P =	
LÍNEA 1	: DE BUS 2	A BUS 1	P = .863290	
LÍNEA 2	: DE BUS 2	A BUS 1	P = .863290	
TRAFO 5	: DE BUS 2	A BUS 5	P = .243805	
TRAFO 6	: DE BUS 2	A BUS 5	P = .243805	
LÍNEA 5	: DE BUS 2	A BUS14	P = -.807095	
LÍNEA 6	: DE BUS 2	A BUS14	P = -.807095	

		BUS 3	P =	
TRAFO 1	: DE BUS 3	A BUS 1	P = -.536046	
TRAFO 2	: DE BUS 3	A BUS 1	P = -.536046	
TRAFO 3	: DE BUS 3	A BUS 1	P = -1.072093	
TRAFO 4	: DE BUS 3	A BUS 1	P = -1.072093	
LÍNEA 7	: DE BUS 3	A BUS 4	P = .230776	
LÍNEA 8	: DE BUS 3	A BUS 4	P = .230776	
LÍNEA 9	: DE BUS 3	A BUS 8	P = -.196540	
LÍNEA 10	: DE BUS 3	A BUS10	P = -.429054	

		BUS 4	P =	
LÍNEA 7	: DE BUS 4	A BUS 3	P = -.230776	
LÍNEA 8	: DE BUS 4	A BUS 3	P = -.230776	
LÍNEA 11	: DE BUS 4	A BUS12	P = -.359233	
LÍNEA 12	: DE BUS 4	A BUS13	P = -.359233	

		BUS 5	P =	
TRAFO 5	: DE BUS 5	A BUS 2	P = -.243805	
TRAFO 6	: DE BUS 5	A BUS 2	P = -.243805	

		BUS 6	P =	
TRAFO 7	: DE BUS 6	A BUS29	P = -.625525	
TRAFO 8	: DE BUS 6	A BUS29	P = -.625525	

		BUS 7	P =	
LÍNEA 13	: DE BUS 7	A BUS 9	P = -.152815	
LÍNEA 14	: DE BUS 7	A BUS10	P = .452814	

		BUS 8	P =	
LÍNEA 9	: DE BUS 8	A BUS 3	P = .196540	
LÍNEA 15	: DE BUS 8	A BUS10	P = -.595040	

		BUS 9	P =	
LÍNEA 13	: DE BUS 9	A BUS 7	P = .152815	
LÍNEA 16	: DE BUS 9	A BUS11	P = .359233	
LÍNEA 17	: DE BUS 9	A BUS11	P = .359233	

BUS10 P = .571280  
 LÍNEA 10 : DE BUS10 A BUS 3 P = .429054  
 LÍNEA 14 : DE BUS10 A BUS 7 P = -.452814  
 LÍNEA 15 : DE BUS10 A BUS 8 P = .595040

BUS11 P = .000000  
 LÍNEA 16 : DE BUS11 A BUS 9 P = -.359233  
 LÍNEA 17 : DE BUS11 A BUS 9 P = -.359233  
 LÍNEA 18 : DE BUS11 A BUS12 P = .359233  
 LÍNEA 19 : DE BUS11 A BUS13 P = .359233

BUS12 P = .000000  
 LÍNEA 11 : DE BUS12 A BUS 4 P = .359233  
 LÍNEA 18 : DE BUS12 A BUS11 P = -.359233

BUS13 P = .000000  
 LÍNEA 12 : DE BUS13 A BUS 4 P = .359233  
 LÍNEA 19 : DE BUS13 A BUS11 P = -.359233

BUS14 P = .000001  
 LÍNEA 5 : DE BUS14 A BUS 2 P = .807095  
 LÍNEA 6 : DE BUS14 A BUS 2 P = .807095  
 TRAFO 9 : DE BUS14 A BUS15 P = .369130  
 TRAFO 10 : DE BUS14 A BUS15 P = .369130  
 LÍNEA 20 : DE BUS14 A BUS26 P = -.863396  
 LÍNEA 21 : DE BUS14 A BUS26 P = -.863396  
 LÍNEA 22 : DE BUS14 A BUS26 P = -1.043419  
 LÍNEA 23 : DE BUS14 A BUS26 P = -1.043419  
 LÍNEA 24 : DE BUS14 A BUS29 P = .730591  
 LÍNEA 25 : DE BUS14 A BUS29 P = .730591

BUS15 P = -.738260  
 TRAFO 9 : DE BUS15 A BUS14 P = -.369130  
 TRAFO 10 : DE BUS15 A BUS14 P = -.369130

BUS16 P = -.000002  
 LÍNEA 26 : DE BUS16 A BUS17 P = -1.275001  
 LÍNEA 27 : DE BUS16 A BUS17 P = -1.275001  
 TRAFO 11 : DE BUS16 A BUS18 P = -.130770  
 TRAFO 12 : DE BUS16 A BUS18 P = -.130770  
 TRAFO 13 : DE BUS16 A BUS18 P = -.130770  
 LÍNEA 28 : DE BUS16 A BUS22 P = .216680  
 LÍNEA 29 : DE BUS16 A BUS26 P = 1.362815  
 LÍNEA 30 : DE BUS16 A BUS26 P = 1.362815

BUS17 P = 2.550002  
 LÍNEA 26 : DE BUS17 A BUS16 P = 1.275001  
 LÍNEA 27 : DE BUS17 A BUS16 P = 1.275001

BUS18 P = -.407690  
 TRAFO 11 : DE BUS18 A BUS16 P = .130770  
 TRAFO 12 : DE BUS18 A BUS16 P = .130770  
 TRAFO 13 : DE BUS18 A BUS16 P = .130770  
 LÍNEA 31 : DE BUS18 A BUS19 P = -.399999  
 LÍNEA 32 : DE BUS18 A BUS19 P = -.399999

BUS19 P = -.000003  
 LÍNEA 31 : DE BUS19 A BUS18 P = .399999  
 LÍNEA 32 : DE BUS19 A BUS18 P = .399999

LÍNEA 33	:	DE BUS19	A BUS20	P = -.380002
LÍNEA 34	:	DE BUS19	A BUS21	P = -.420000
			BUS20	P = .380002
LÍNEA 33	:	DE BUS20	A BUS19	P = .380002
			BUS21	P = .420000
LÍNEA 34	:	DE BUS21	A BUS19	P = .420000
			BUS22	P = .000000
LÍNEA 28	:	DE BUS22	A BUS16	P = -.216680
TRAFO 14	:	DE BUS22	A BUS23	P = .216680
			BUS23	P = -.216680
TRAFO 14	:	DE BUS23	A BUS22	P = -.216680
			BUS24	P = .248000
LÍNEA 35	:	DE BUS24	A BUS25	P = .248000
			BUS25	P = .840001
LÍNEA 35	:	DE BUS25	A BUS24	P = -.248000
LÍNEA 36	:	DE BUS25	A BUS26	P = .544001
LÍNEA 37	:	DE BUS25	A BUS26	P = .544001
			BUS26	P = .000001
LÍNEA 20	:	DE BUS26	A BUS14	P = .863396
LÍNEA 21	:	DE BUS26	A BUS14	P = .863396
LÍNEA 22	:	DE BUS26	A BUS14	P = 1.043419
LÍNEA 23	:	DE BUS26	A BUS14	P = 1.043419
LÍNEA 29	:	DE BUS26	A BUS16	P = -1.362815
LÍNEA 30	:	DE BUS26	A BUS16	P = -1.362815
LÍNEA 36	:	DE BUS26	A BUS25	P = -.544001
LÍNEA 37	:	DE BUS26	A BUS25	P = -.544001
			BUS27	P = .600000
LÍNEA 38	:	DE BUS27	A BUS29	P = .894144
LÍNEA 39	:	DE BUS27	A BUS30	P = -.294144
			BUS28	P = .000000
LÍNEA 40	:	DE BUS28	A BUS29	P = .385421
LÍNEA 41	:	DE BUS28	A BUS30	P = -.385421
			BUS29	P = .000000
LÍNEA 3	:	DE BUS29	A BUS 1	P = .744849
LÍNEA 4	:	DE BUS29	A BUS 1	P = .744849
TRAFO 7	:	DE BUS29	A BUS 6	P = .625525
TRAFO 8	:	DE BUS29	A BUS 6	P = .625525
LÍNEA 24	:	DE BUS29	A BUS14	P = -.730591
LÍNEA 25	:	DE BUS29	A BUS14	P = -.730591
LÍNEA 38	:	DE BUS29	A BUS27	P = -.894144
LÍNEA 40	:	DE BUS29	A BUS28	P = -.385421
			BUS30	P = .679565
LÍNEA 39	:	DE BUS30	A BUS27	P = .294144
LÍNEA 41	:	DE BUS30	A BUS28	P = .385421

## 5. MÉTODO UTILIZADO:

Como se explica con anterioridad, en el capítulo 3, la técnica utilizada combina planteamiento analítico con simulación Monte Carlo. Una vez obtenidos los resultados para el modelo Lineal del caso base, se procede a calcular los factores de sensibilidad de la red, para un cambio en la generación y para la salida de instalaciones de transmisión ( VER ANEXO E ).

### - Factores de sensibilidad para cambios en la generación (FSCG):

En esta parte, se calculan los factores de sensibilidad de la línea ( $\ell$ ), debido a un cambio de generación en la barra ( $i$ ) (ver anexo E). Podemos calcular estos factores, partiendo de la solución del flujo de carga DC; utilizando la ecuación (E.8), calculamos los  $\Delta\theta$ . Una vez obtenemos las variaciones de los ángulos en cada nodo, por el cambio en generación del nodo ( $i$ ), aplicamos la ecuación (E.9) para obtener el factor de sensibilidad, por cambio en la generación (FSCG).

### - Factores de sensibilidad por salidas de líneas (FSSL):

Se calculan de manera similar a los factores anteriores. Su función es la de determinar la posibilidad de la existencia de existir sobrecarga en las instalaciones de transmisión que permanecen en servicio, después que una línea de transmisión sale de operación. Aplicando la ecuación (E.17), calculamos los factores de sensibilidad. Una vez obtenidos los mismos se procede, mediante la ecuación (E.11) al cálculo de los flujos en las diferentes instalaciones de transmisión debida a la línea que sale de servicio.

Al obtenerse los factores de sensibilidad FSCG y FSSL, se pasa a generar números aleatorios de manera de seleccionar un estado del sistema, como lo definimos en el capítulo 1. Comparamos cada uno de los números aleatorios generados con las tasas de salidas de cada componente de la red, de forma tal que pueda obtenerse un estado del sistema. Para este estado se evalúa la "suficiencia" del sistema, esto es, verificamos



primero, si no hay sobrecarga en las instalaciones de transmisión por cambios en la generación (ecuación E.3); posteriormente, verificamos que no se den sobrecargas en las instalaciones de transmisión por pérdidas de líneas (ecuación E.17). Si éste es el caso, determinamos que si no hay pérdida de carga para el estado actual, el mismo no contribuye al índice de confiabilidad. En caso contrario, si hay pérdida de carga, el estado actual sí contribuye al índice de confiabilidad.

## 6- CÁLCULO DEL ÍNDICE DE RIESGO:

En el estudio de Suficiencia del sistema interconectado nacional, evaluamos para tres escenarios, la probabilidad de pérdida de carga (LOLP), que no es más que la probabilidad de falla, considerando la carga pico diaria del sistema. La medida se expresa en unidades de día/año. Para esto, hemos escogido una función de prueba denotada por  $F(x)$  en donde:

$$\begin{aligned} F(x) &= 1 && \text{si hay pérdida de carga para un estado } x \\ F(x) &= 0 && \text{si no hay pérdida de carga para un estado } x \end{aligned}$$

Como se explica en el capítulo 3, la probabilidad de pérdida de carga estaría definida por:

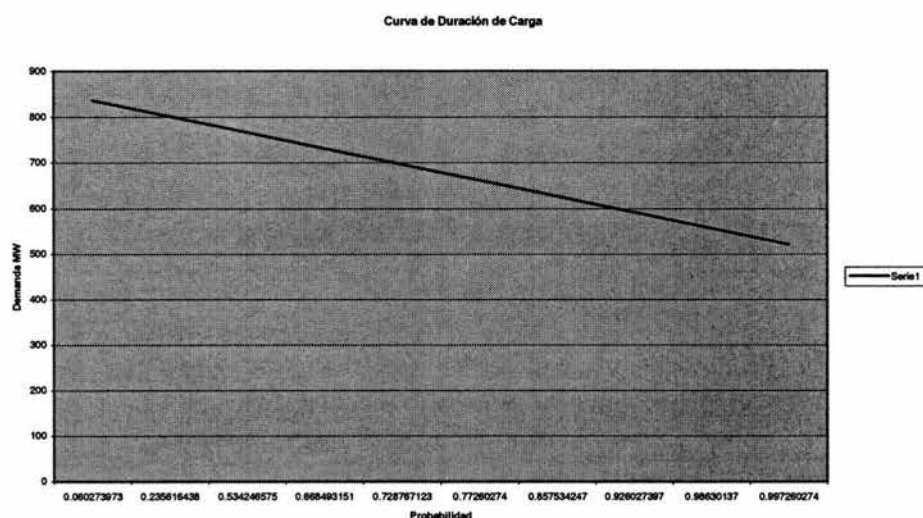
$$LOLP = \frac{1}{N} \sum_1^N F(X)$$

en donde:

$F(x)$  es la función de prueba

$N$  es el número de estados

La carga pico del sistema proviene de la base de datos de la empresa. Agrupamos y clasificamos los datos de la carga cronológica diaria y obtuvimos como resultado la curva de duración de carga como se ilustra a continuación:



Una vez calculada la probabilidad de pérdida de carga (LOLP) para cada escenario, se obtiene la media aritmética, y la que será la LOLP del sistema.

Presentamos a continuación el programa mediante el cual fue posible la realización de estas simulaciones,<sup>1</sup> además de los archivos<sup>2</sup> de datos de entrada para el sistema interconectado nacional de los diferentes escenarios durante el año 2004.

<sup>1</sup> El mismo fue posible gracias a la colaboración del Ing. Rafael Guerrero

<sup>2</sup> La generación de cada planta fue obtenida con la colaboración del Ing. Jorge Fisher, a través de simulaciones realizadas con el Software DSSP.

## 7- ESTUDIO PROBABILISTICO DE LA RED DE ETESA:<sup>1</sup>

En este estudio, se hizo un levantamiento de los datos de los eventos que involucran salidas de las instalaciones de transmisión, con duración igual o superior a 1 minuto. El mismo abarca un periodo de tiempo de 5 años, comprendido entre los años de 1998 a 2002.

Los datos de las instalaciones de transmisión fueron evaluados por nivel de voltajes y extensión en Km. de los circuitos involucrados en el estudio.

El objetivo principal fue calcular la tasa de falla ( $\lambda$ ), la indisponibilidad media (**I**), la frecuencia (**F**) y la duración media (**D**), con que ocurren las salidas de la red de transmisión.

La tabla 4.5, nos presenta los datos de la población de las líneas de transmisión de ETESA, por nivel de voltaje y longitud de kilómetros de exposición para el periodo considerado. En 230 KV, la variación en el numero de circuitos y el numero de terminales, sin representar variación en la cantidad total de Km. de exposición, se debe a que algunos circuitos se seccionaron al momento de intercalar nuevas subestaciones. En 115 KV, en el 2000, se retira una línea de servicio y al final del 2001, entra en operación una nueva subestación, seccionando una línea existente.

**Tabla 4.5: Población de líneas de transmisión analizadas por nivel de voltaje**

AÑO	230 KV				115 KV			
	S/E	CIRCUITOS	TERMINALES	Km.	S/E	CIRCUITOS	TERMINALES	Km.
1998	5	11	18	1033.8	4	10	12	306
1999	5	11	18	1033.8	4	10	12	306
2000	5	11	18	1033.8	4	9	10	276
2001	6	13	22	1033.8	4	9	10	276
2002	6	14	22	1033.8	4	10	12	279.4
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>60</b>	<b>98</b>	<b>5169</b>	<b>20</b>	<b>46</b>	<b>60</b>	<b>1443.4</b>

La tabla 4.6, nos presenta datos específicos de las salidas forzadas ocurridas en la red de transmisión de ETESA, para cada nivel de voltaje, en el periodo de estudio.

<sup>1</sup> Schilling, M.,Th., Abdo, R., Lima, D., "Índices de Desempeño Probabilístico de Líneas de Transmisión", GLT/029, XVI SNPTEE, Campinas, SP, Brasil, Octubre 2001, 6 pags.

**Tabla 4.6: Salidas forzadas con duración mayor a 1 minuto en LT de ETESA ( causas primarias, secundaria, operativas y externas).**

Volt. KV	Extensión Km.- año	Numero de contingencias por año						Duración anual acumulada (h)						F 1/(100km.año)	D (h)	I (%)
		1998	1999	2000	2001	2002	Total	1998	1999	2000	2001	2002	Total			
230	5169.00	12	18	9	15	6	60	9.27	4.15	17.7	2.73	3.68	37.58	1.160766106	0.6263	0.0083
115	1443.4	25	12	23	18	19	97	30.9	0.35	7.93	16.4	1.90	57.48	6.720243869	0.5926	0.0455

Siendo que:

**Extensión en Km.-año:** Es obtenida de la tabla 4.4, el cual representa la suma total de la longitud de todos los circuitos para los años en estudio.

**Contingencia por año:** Registra el numero de salidas en cada año por nivel de voltaje.

**Duración anual acumulada:** Es la duración en horas de todas las contingencias ocurridas en cada año.

**La frecuencia (F):** Se calcula por la división de la suma total del numero de contingencias, por la extensión, multiplicada por 100.

$$F = \frac{\sum \text{Contingencias por año}}{\sum \text{Km} - \text{año}} * 100$$

**Duración Media (D):** Es dada por la relación entre la duración anual acumulada y el numero de contingencias por año.

**La indisponibilidad media (I):** Es el producto de la frecuencia , dada en 1/(100Km.- año), por la duración media, dividida por 8760 horas. Luego de obtenido, el resultado, se multiplica por 100, de manera a obtener una indisponibilidad en valor porcentual.

**La Tasa de Falla (λ):** Es obtenida de forma aproximada por la ecuación (1), si consideramos que el periodo estadístico de observación es un año de 8760 horas.

$$\lambda = \frac{8760 * F}{8760(100\% - I)} * 100 \quad (1)$$

en nuestro caso, la tabla 4.6, nos muestra el valor de la tasa de falla ( $\lambda$ ) para los diferentes niveles de voltaje.

Tabla 4.6: Valores de  $\lambda$ , para niveles de voltaje de 230, 115KV.

<b>Voltaje (KV)</b>	<b>Frecuencia 1/(100Km.-año)</b>	<b>Indisponibilidad (%)</b>	<b>Tasa de Falla (año)<sup>-1</sup></b>
230	1.160766106	0.0083	1.160766106
115	6.720243869	0.0455	6.723302972

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES:

### 1. Conclusiones:

El objetivo de este proyecto, no es crear una nueva metodología para el calculo de índices de confiabilidad de sistemas compuestos de generación y transmisión, mas bien es, que todo el personal técnico de ETESA, independiente de su área de trabajo pueda conocer, dominar y aplicar las diferentes herramientas, existentes hoy día, para calcular estos índices. De manera que en el diseño, operación y mantenimiento de nuestro sistema, no utilicemos las viejas practicas determinísticas o de necesidad de servicio, sino técnicas adecuadas y efectivas de evaluación.

Del estudio probabilístico del desempeño de la red de ETESA, y observando la tabla 4.6 del capitulo anterior, concluimos que la tasa de falla, para la red de 230KV, es igual a la frecuencia media de ocurrencia, debido a que la indisponibilidad de la red para este nivel de tensión es casi nula. Indicando con esto, que el tiempo de exposición en la cual la falla puede ocurrir es prácticamente igual al periodo en estudio, en cambio para la red de 115KV, vemos que la tasa de falla es ligeramente superior a la frecuencia media de ocurrencia, debido a que el tiempo de exposición en que puede ocurrir la falla es algo menor que el tiempo total de observación. En cuanto a la frecuencia de ocurrencia, la tabla 4.5 del capitulo anterior, nos dice que en 230KV, tenemos 1.16 fallas por cada 100Km.-año y en 115Kv, se tiene 6.72 fallas por cada 100Km.-año. La duración media para el nivel de voltaje de 230KV es de 0.626h y para el nivel de 115KV es de 0.593h.

Presentamos a continuación los resultados obtenidos, del calculo del índice de probabilidad de perdida de carga (LOLP), con una herramienta digital no comercial, realizada con mucho esfuerzo debido a nuestra limitación en el área de la programación. Considero que en esta materia, obtuvimos logros importantes. Lo mas fácil hubiera sido usar un programa comercial ya elaborado por otros y aprender a manejarlo, y perderme la oportunidad de poder conocer y admirar todo el trabajo de varios años de esfuerzo y dedicación que muchos investigadores de diferentes campos del conocimiento ponen a nuestro alcance.

La resolución № JD-920 del 24 de julio de 1998. (Anexo A - literal 3.1.1), faculta al Ente Regulador de los Servicios Públicos de la República de Panamá, para que determine el criterio de confiabilidad del sistema principal de Transmisión, el cual se define por la probabilidad de pérdida de carga (LOLP), que debe ser igual o menor a 2 días por año.

$$LOLP \leq \frac{2}{365} = 0.55\%$$

De los resultados obtenidos de las simulaciones para los tres escenarios seleccionados del sistema, tenemos que la probabilidad de pérdida de carga promedio de estos escenarios, considerando transmisión y generación, se encuentra por debajo de los requerimientos del ente regulador. Estos resultados pueden observarse en las gráficas 1 y 2.

LOLP (escenario húmedo) = 0.200%

LOLP (escenario promedio) = 0.033%

LOLP (escenario seco) = 0.000%

LOLP (promedio) = 0.078%

1 día por cada 12.8205 años.

Conforme a los resultados obtenidos, concluimos lo siguiente:

a- La red de transmisión de ETESA, con las nuevas instalaciones de transmisión, garantiza una transferencia de energía confiable hacia los puntos de consumo. Por lo tanto; con esta expansión, ETESA eleva sus estándares de confiabilidad y seguridad de su red.

b- Al observar los resultados, se puede determinar que el punto débil del sistema es la capacidad de generación, ya que la misma depende, en casi un 50%, de plantas hidráulicas. Por ello, cada vez que tengamos disminución en la capacidad de agua disponible, el sistema se verá afectado lo que aumentará los índices de pérdida de carga. Los resultados no reflejan esta situación debido a que la

generación obtenida para los diferentes escenarios contempla un manejo eficiente de agua y sólo consideramos las horas donde ocurre la demanda máxima.

c- Según los datos asociados a las salidas forzadas de cada planta generadora y según los resultados de las simulaciones, observamos que las plantas térmicas tienen mayor probabilidad de encontrarse fuera de servicio que las plantas hidráulicas; éstas son confiables.

## **2- Recomendaciones:**

En la recopilación de datos de los eventos que ocurren en el sistema, observamos que existen en la actualidad, varias unidades administrativas que mantienen diferentes bases de datos. No existe una unidad encargada de realizar la unión y adecuación de la información recopilada. Es por esto que proponemos en el anexo D, un formulario de registro de fallas, para que en el caso que se cree una unidad administrativa encargada de ver esto, la misma cuente con una herramienta, que le permita obtener la cantidad de información estrictamente necesaria para realizar un buen estudio sobre indicadores de confiabilidad del sistema. Es necesario además, que el personal encargado de manejar esta base de datos, pueda categorizar los mismos de acuerdo a criterios bien definidos, para esto anexamos, junto con el formulario de registro de eventos una clasificación de las causas comunes de las fallas que se dan en un sistema eléctrico, garantizando que los resultados de los estudios futuros, tengan mayor relevancia.

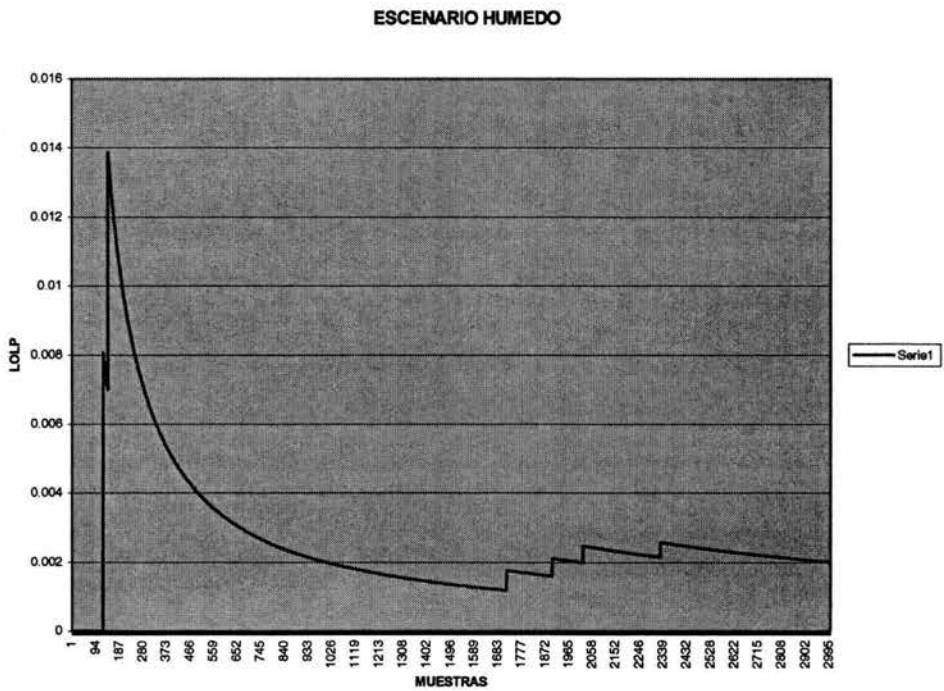
Una manera de obtener resultados más precisos y consistentes, en procura de ofrecer un mayor grado de consistencia en la toma de decisiones para la expansión del sistema es, mejorando la técnica utilizada, a través de la inclusión de reprogramación de la generación y del uso de programación Lineal para optimizar los cortes de carga en cada barra de la red. Además de introducir índices económicos referentes al sistema.

La solución de flujo de carga AC, podría utilizarse si quisiéramos realizar un estudio más detallado del sistema, tomando en consideración tanto las restricciones de los niveles de voltajes en cada barra del sistema; como las pérdidas en la red.



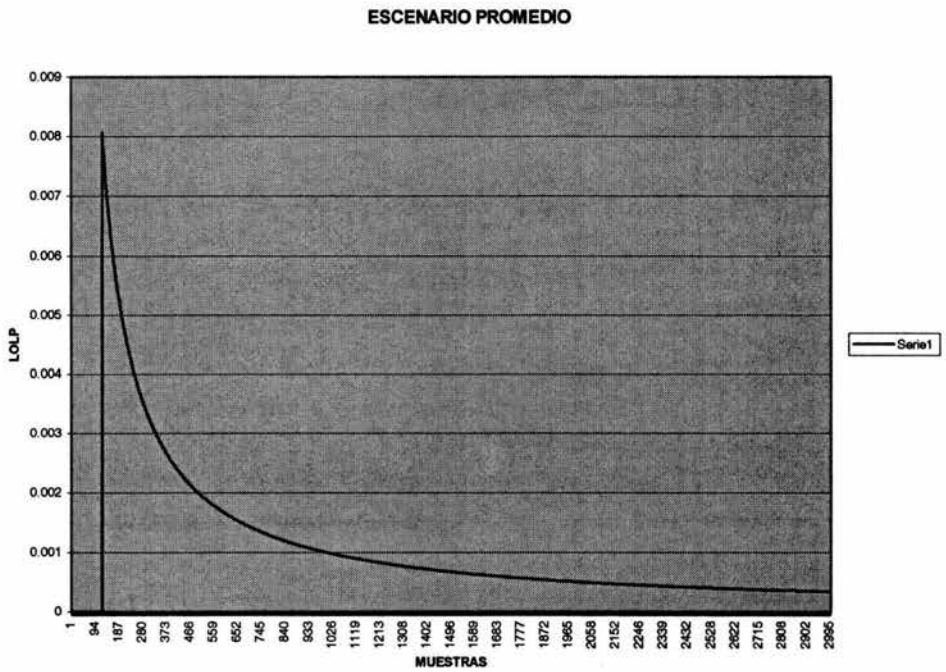
## GRAFICAS DE RESULTADOS:

### ESCENARIO HUMEDO



**Grafica #1: LOLP para Escenario Húmedo**

## ESCENARIO PROMEDIO



**Grafica #2: LOLP para Escenario Promedio**

## ANEXO A: TEORÍA DE CONJUNTOS:

### 1- CONJUNTOS:

Un conjunto es una lista, colección o clase de objetos bien definidos. Estos objetos se llaman elementos o miembros del conjunto.

Notación: Es usual denotar los conjuntos por letras mayúsculas.

$$A, B, X, Y, \dots$$

Los elementos de los conjuntos se representan por letras minúsculas

$$a, b, x, y, \dots$$

La forma tabular de un conjunto, se representa por la enumeración efectiva de sus elementos, Por ejemplo, si,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son elementos de un conjunto A, se acostumbra denotarlo así:

$$A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

y si  $x$  es elemento de A, se denota:  $x \in A$ .

### 2- FORMA CONSTRUCTIVA DE CONJUNTOS:

Al definir un conjunto, enunciando las propiedades que deben tener sus elementos, como por ejemplo el conjunto B, que es el conjunto de todas los números pares, entonces se emplea una letra, por lo general  $x$ , para representar un elemento cualquiera y se escribe:

$$B = \{x / x \text{ es par}\}$$

De modo que leemos “B es el conjunto de los números  $x$  tal que  $x$  es par”. La barra vertical “/” se lee, “tal que”.

### 3- CLASES DE CONJUNTOS:

A continuación, presentamos una clasificación de los diferentes conjuntos:

a- **Conjuntos finitos e infinitos:** Un conjunto puede tener un número finito o infinito de elementos.

b- **Igualdad de conjuntos:** Dos conjuntos son iguales, si ambos conjuntos tienen los mismos elementos, es decir, cada elemento perteneciente al conjunto A, también forma parte del conjunto B y viceversa. Esta igualdad es representada así:

$$A = B$$

c- **Conjunto Vacío:** Un conjunto vacío, es aquel que carece de elementos. Generalmente, se le llama conjunto nulo y se representa con el símbolo:

$$C = \{0\}$$

d- **Conjuntos Disjuntos:** Si dos conjuntos A y B no tienen elementos comunes, es decir, si ningún elemento de A está en B y si ningún elemento de B está en A, entonces se dice que A y B son conjuntos disjuntos.

### 4- SUBCONJUNTOS:

Si todo elemento de un conjunto A, es también elemento de un conjunto B, se dice que A es subconjunto de B. O sea, A es subconjunto de B si  $x \in A$ , lo que implica que  $x \in B$ . Esta relación se denota, escribiendo  $A \subset B$  y se lee, "A está contenido en B". Si A no es subconjunto de B; es decir, si  $A \not\subset B$ , entonces hay por lo menos un elemento de A que no es elemento de B.

## 5- DIAGRAMAS DE VENN:

Las relaciones entre conjuntos se pueden ilustrar de manera sencilla mediante los llamados diagramas de Venn - Euler o de Venn, simplemente. Representa un conjunto con una área plana, por lo general, delimitada por un círculo.

Ejemplo: supongamos que  $A \subset B$  y  $A \neq B$ . Entonces A y B se describen con uno de los diagramas:

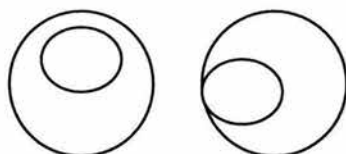


Figura A.1: Diagramas de Venn

### a- Unión de conjuntos

La unión de los conjuntos A y B da como resultado el conjunto de todos los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B; incluso ambos. La unión de A y B se denota:

$A \cup B$  y se lee, "A unión B"

En el diagrama de Venn de la figura (A.2),  $A \cup B$  aparece rayado



Figura A.2: A unión B

La unión de A y B, también puede definirse así:

$$A \cup B = \{x / x \in A \text{ ó } x \in B\}$$

### b- Intersección de conjuntos:

La intersección de los conjuntos A y B, es el conjunto de los elementos que son comunes a A y B, se representa así:

$$A \cap B$$

que se lee, “A intersección B “

En el diagrama de Venn de la figura A.3, aparece rayada  $A \cap B$ , que representa el área común a ambos conjuntos (A y B).

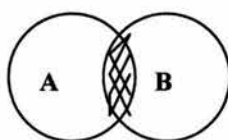


Figura A.3:  $A \cap B$

La intersección de A y B puede definirse de esta otra forma:

$$A \cap B = \{x / x \in A \text{ ó } x \in B\}$$

### c- Diferencia de conjuntos

La diferencia de los conjuntos A y B es el conjunto de elementos que pertenecen a A, pero no a B. La diferencia de A y B se denota:

$$A - B$$

Y se lee, “A diferencia B” o simplemente “A menos B”. En el diagrama de Venn de la figura A.4, se observa rayada A-B, que es el área de A, que no es parte de B.

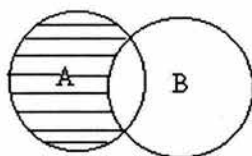


Figura A.4: A menos B

La diferencia de A y B, puede definirse también así:

$$A - B = \{x / x \in A, x \notin B\}$$

Un conjunto es una colección de entidades, generalmente sin orden o secuencia. Un conjunto puede tener un número finito o infinito de miembros, o no tener ninguno. Si  $x_1, \dots, x_n$  son miembros o elementos de un conjunto A, se denota:

$$A = \{x_1, \dots, x_n\}$$

y si  $x$  es elemento de A, lo denotamos,  $x \in A$ .

La relación entre dos o más conjuntos depende de si tienen elementos comunes o no. Para dos conjuntos, A y B, existen las siguientes posibilidades:

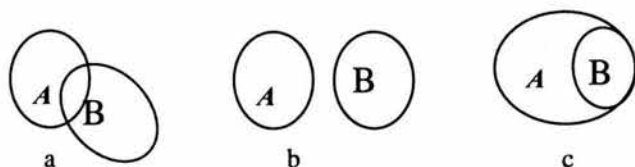


Figura A.5: Relación entre Conjuntos

## 6- RELACIÓN ENTRE CONJUNTOS:

- a) Si el conjunto A y B, tienen elementos comunes; pero si además, hay elementos en uno, que no se encuentran en el otro conjunto y viceversa, la relación entre ellos es de intersección. El diagrama (a), de la figura A.5 ilustra esta relación.
- b) Cuando, tanto el conjunto A como el B no tienen elementos comunes, se les denomina mutuamente, exclusivos, o disjuntos. El diagrama de Venn (b) de la figura A.5, representa dicha relación.
- c) Si decimos que el conjunto A, contiene al B, significa que cada miembro de B, también es miembro de A; no obstante, A puede tener elementos que no están contenidos en B. En consecuencia, el conjunto B, es un subconjunto de A. La notación usada es:  $B \subset A$ . Esta relación se ilustra en el diagrama de (c) de la figura A5.



**7- OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS:**

- a) La unión de conjuntos da como resultado, un conjunto que contiene todos los elementos de los conjuntos considerados. Se denota así:  $A \cup B$ .
- b) La intersección de dos conjuntos se representa, mediante un conjunto que contiene los elementos comunes a ambos. La intersección de A y B se denota: por  $A \cap B$ . Es importante acotar que si A y B son disjuntos,  $A \cap B = \emptyset$ .
- c) La diferencia entre dos conjuntos (A y B) es un conjunto en que los elementos de A no están en B, la misma se denota:  $A - B$ .
- d) Definimos S, como el conjunto de todos los elementos de interés, en una situación dada, de manera que cada otro conjunto es un subconjunto de S. El complemento del conjunto A, es un conjunto B, integrados por todos los elementos que no están en A. Por lo tanto,  $B = S - A$  ó  $A \cup B = S$ , y  $A \cap B = \emptyset$ .

## ANEXO B: TEORÍA BÁSICA DE PROBABILIDAD:

### 1. DEFINICIÓN:

Científicamente hablando, la palabra probabilidad significa "Medida de Cambio"; es decir, define cualitativamente la probabilidad de que ocurra un evento o eventos. Matemáticamente hablando, la probabilidad es un índice numérico que puede variar de cero, que define una imposibilidad absoluta y la unidad, la cual define una certeza absoluta.

De la siguiente figura podemos observar la escala de probabilidad.

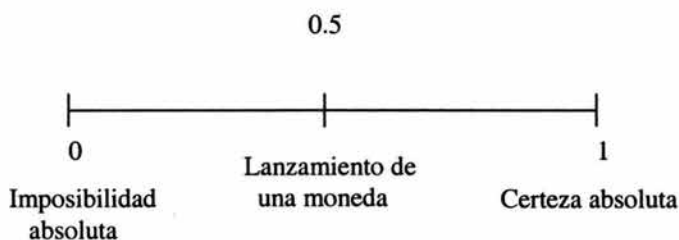


Figura # 1: Escala de Probabilidad

De la definición de probabilidad, se puede asumir que pocos eventos se asocian con los valores extremos de la escala de probabilidad.<sup>1</sup>

### Definición clásica de probabilidad:

Un planteamiento general, es el de separar del grupo completo de resultados, igualmente probables, del subgrupo de resultados favorables. La probabilidad de resultados favorables se obtiene por:

<sup>1</sup> Feller, W., "An introduction to Probability and Its Applications", Vol. 1, John Wiley, 1968

$$P(\text{resultados favorables}) = \frac{\text{Números de resultados Favorables}}{\text{Números de resultados posibles}} \quad (\text{B.1})$$

En muchos problemas de probabilidad, el número de resultados posibles puede ser dividirse en dos conjuntos: éxito y falla.

Si consideramos que:

$s$  = número de maneras en que el éxito puede ocurrir.

$f$  = número de maneras en que la falla puede ocurrir.

Entonces, la probabilidad de resultados favorables (éxito) en una prueba es:

$$P(\text{éxito}) = p = \frac{s}{s + f}$$

La probabilidad de falla en una prueba es:

$$P(\text{falla}) = q = \frac{f}{s + f}$$

La suma de ambas probabilidades debe ser igual a la unidad.

$$p + q = 1.0$$

El éxito y la falla representan situaciones mutuamente exclusivas, ya que si una ocurre la otra no puede ocurrir. También, resultan complementarias, porque el éxito existirá si la falla no existe y viceversa.

Ejemplo 1:

Considere una moneda y la probabilidad de conseguir, en su lanzamiento, una corona o una cara. En este ejemplo, la manera como pueden ocurrir el éxito o la falla, son iguales ( $s = f = 1$ ). Por lo tanto, la probabilidad de obtener en un lanzamiento una cara o una corona es:

$$P(\text{éxito}) = p = \frac{1.0}{1.0 + 1.0} = 0.5$$

$$P(\text{falla}) = q = \frac{1.0}{1.0 + 1.0} = 0.5$$

Esta situación se representa, en la figura 1 de la Escala de Probabilidad, como 0.5.

## 2. PERMUTACIONES Y COMBINACIONES:

La evaluación de la probabilidad, usando el concepto clásico, puede manejarse con mayor facilidad en algunos problemas, por el uso de los conceptos de permutaciones y combinaciones. Esto se refiere al número de maneras en que los componentes pueden arreglarse o combinarse juntos; las permutaciones relacionan el orden del arreglo, mientras que las combinaciones no lo hacen.

### 2.1 Permutaciones:

Las permutaciones pueden definirse por la siguiente ecuación:

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{B.2})$$

donde tenemos que:

$nPr$  = al número de permutaciones de  $n$  elementos diferentes.

Cuando todos los elementos se usan en el arreglo,  $r$  es igual a  $n$ . Cuando  $0! = 1$ , tenemos que:

$$nPn = n!$$

En algunos ejemplos y problemas que involucran permutaciones, es aplicable la ecuación (B.2) porque elimina la necesidad de enumerar todos los estados involucrados. Sin embargo, su aplicación no es universal y debe tenerse cuidado en su uso.<sup>1</sup> Por lo general, puede aplicarse cuando se satisfacen las tres reglas siguientes:

- a- Todos los elementos son diferentes.
- b- No hay imposición de restricción sobre la posición de algún elemento.
- c- Ningún elemento puede utilizarse más de una vez.

<sup>1</sup>Feller, W., "An introduction to Probability and Its Applications", Vol. 1, John Wiley, 1968

## 2.2 Combinaciones:

El número de combinaciones de  $n$  elementos diferentes, es el número de diferentes selecciones de  $r$  elementos, sin estimar el orden de cada uno o el arreglo de los elementos en el grupo".<sup>1</sup> Por lo tanto, para valores dados de  $n$  y  $r$ , el número de combinaciones debe ser menor que, o igual al número de permutaciones. El número de combinaciones de  $r$  elementos se designa:  ${}_n C_r$ .

El número de combinaciones de  $r$  itens de  $n$  itens lo designamos:

$${}_n C_r = \frac{nPr}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{B.3})$$

## 3. INTERPRETACIONES DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD:

En la Ingeniería, la interpretación de la probabilidad de éxito o de falla, no puede ser determinada por la geometría del componente, como en el caso de una moneda, un dado, una ruleta, un juego de carta. En este caso particular, se hace necesario la obtención de evidencia experimental, para la determinación de las probabilidades. En algunos casos, como por ejemplo, en pequeños dispositivos, tales como componentes electrónicos, la información se obtiene por la repetición de un número grande de pruebas de esos componentes. Con dispositivos grandes y caros, como por ejemplo: subestaciones, redes de transmisión, generadores, transformadores, otros, no es posible o práctico probar tales componentes para la destrucción. En este caso, se utilizan dos métodos alternos:<sup>2</sup>

- a- El dispositivo o sistema se subdivide en uno o más niveles jerárquicos, de manera que los índices de probabilidad para el nivel más bajo en jerarquía, son los que se obtienen más fácilmente. La probabilidad de falla del dispositivo completo se deduce, utilizando técnicas de evaluación de confiabilidad del sistema.

<sup>1</sup>Feller, W., "An introduction to Probability and Its Applications", Vol. 1, John Wiley, 1968

<sup>2</sup>Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering systems – Concepts and techniques", Second edition, Plenum Press, NY, 1994, 348 pags.

b- Los datos requeridos no se establecen de un proceso de pruebas especiales, sino que provienen de la experiencia de la operación actual.

El concepto puramente matemático de probabilidad puede ser enlazarse con un concepto empírico, por la evidencia de la regularidad del comportamiento en experimentos repetidos o continuos. Esto nos conduce a una interpretación de frecuencia de probabilidad.

Si  $n$  es el número de veces que se repite un experimento y ' $f$ ' es el número de ocurrencias de un evento particular, entonces:

$$P(\text{de la ocurrencia del evento particular}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{f}{n} \right) \quad (\text{B.4})$$

donde esta ecuación representa una medida de la frecuencia relativa del resultado, comparado con el experimento.

Existe, también, correspondencia entre la probabilidad estadística y la experiencia, para todos los casos donde se conoce la probabilidad del evento y la geometría del sistema. La frecuencia o planteamiento empírico es extremadamente útil en el análisis de sistemas físicos que poseen regularidad estadísticas tales como ciertos tipos de fallas de equipos, expectativas de vida de equipos, defectos de fabricación del producto, otros. Si no hay evidencia de regularidad estadística, entonces la teoría de la probabilidad no puede aplicarse.

Un ejemplo de importancia particular, en la evaluación de la confiabilidad de sistemas de potencia, es la de encontrar la probabilidad de existencia de la salida de operación de un equipo, tal como si fuera una unidad generadora. Si la unidad pasó a través de su período de comisionado inicial, y no entra al período de fatiga, puede considerársele dentro de lo que se conoce como período de vida útil. Las fallas en los equipos ocurren de forma aleatoria y, por lo tanto, con regularidad estadística.

La mejor estimación de probabilidad de encontrar, fuera de servicio, a la unidad en un tiempo futuro, se conoce como la tasa de salida forzada (F.O.R.).

$$(\text{F.O.R.}) = \frac{\text{Tiempo de falla}}{\text{tiempo expuesto a la salida forzada}} \quad (\text{B.5})$$

donde:

tiempo de falla = al tiempo en que el equipo está indisponible.

tiempo expuesto a la salida forzada = al tiempo de salida forzada + el tiempo de operación.

#### 4. LEYES PARA LA COMBINACIÓN DE PROBABILIDADES:

##### 4.1- Eventos Independientes:

Dos eventos se dicen ser **independientes**, si la ocurrencia de uno no afecta la probabilidad de ocurrencia del otro.

##### 4.2- Eventos Mutuamente exclusivos:

Dos eventos se dicen ser **mutuamente exclusivos**, si no pueden ocurrir, ambos, al mismo tiempo (éxito o falla).

##### 4.3- Eventos Simultáneos:

La probabilidad de la ocurrencia simultánea de dos o más eventos independientes, es el producto de las respectivas probabilidades de los eventos. Usando notación de la teoría de conjuntos,  $P(A \cap B)$ , es la probabilidad de la ocurrencia de ambos eventos A y B. Si A y B son eventos independientes, tenemos que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

##### 4.4- Eventos Complementarios:

Si dos o más eventos son mutuamente exclusivos, entonces la probabilidad de ocurrencia de alguno de los eventos es la suma de las probabilidades de los eventos respectivos. Usando notación de teoría de conjuntos,  $P(A \cup B)$ , es la probabilidad de la ocurrencia de A o de B o de ambos. Si A y B son mutuamente exclusivos, entonces ambos no pueden ocurrir al mismo tiempo y:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

##### 4.5- Ocurrencia de uno de dos eventos:

Si dos eventos son independientes, pero no mutuamente exclusivos, entonces la probabilidad de la ocurrencia de cualquiera de los dos o de ambos es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

Si los dos eventos son mutuamente exclusivos, entonces la probabilidad de su ocurrencia simultánea,  $P(A) \cdot P(B)$ , es naturalmente cero y  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

#### 4.6- Eventos Condicionales:

Cuando se imponen condiciones extras a una cierta porción de la población de eventos, la probabilidad asociada con la sub-población de eventos se llama probabilidad condicional.

La probabilidad de la ocurrencia simultánea de dos eventos, es igual al producto de la probabilidad del primer evento y la probabilidad condicional del segundo evento, determinado bajo la suposición de que el primer evento haya ocurrido.

La probabilidad de A, dado B, es escrita, usualmente, así:  $P(A|B)$ , donde la barra vertical se lee, "dada".

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Si A y B son eventos independientes, entonces:

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A|B) = P(A)$$

#### 4.7- Aplicación de Probabilidad Condicional:

Si la ocurrencia de un evento A, depende de la ocurrencia de un número de eventos  $B_i$ , que son mutuamente exclusivos, tenemos que:

$$P(A) = \sum_{i=1}^j P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

De esta ecuación, podemos deducir los siguientes conjuntos de ecuaciones, para cada  $B_i$ .



$$P(A \cap B_1) = P(A | B_1) \cdot P(B_1)$$

$$P(A \cap B_2) = P(A | B_2) \cdot P(B_2)$$

.

.

.

$$P(A \cap B_i) = P(A | B_i) \cdot P(B_i)$$

.

.

.

$$P(A \cap B_n) = P(A | B_n) \cdot P(B_n)$$

O cuando se combinan:

$$\sum_{i=1}^n P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) \cdot P(B_i)$$

donde tenemos que:

$$\sum_{i=1}^n P(A \cap B_i) \cdot P(B_i) = P(A)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B) \cdot P(B_i) \quad (\text{B.6})$$

Esta ecuación tiene algunos usos, en evaluación de confiabilidad.

## 5- CONCEPTOS DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD:

### 5.1. Variables Aleatorias:

Si queremos evaluar la confiabilidad de un sistema de potencia, requerimos del conocimiento acerca del comportamiento del mismo, para la aplicación de la teoría de la probabilidad. Para esto necesitamos instituir un esquema que nos lleve a la obtención de datos del sistema o bien desarrollar una serie de experimentos. Esta recopilación empírica de datos, resulta improbable que nos guíe a un simple, preciso y conocido valor de probabilidad, ni a la frecuencia de ocurrencia de un evento, ni a un simple

resultado de una serie de eventos. Por lo contrario, es más probable que emerja, todo el rango de valores o resultados.

En consecuencia, la teoría de la probabilidad puede aplicarse a la ocurrencia de estos valores o eventos. Es esencial que los mismos ocurran por casualidad, es decir, de forma aleatoria en el tiempo, el espacio, o en ambos. El parámetro del evento, cuando se mide (tasa de falla de un componente, duración del tiempo de reparación, valor de un resistor, la resistencia mecánica de un componente) es, por lo tanto, una variable que varía de manera aleatoria en tiempo y/o espacio. Puede definirse como una variable aleatoria o como una variable continua.

La variable aleatoria discreta es aquella que puede tener sólo un número discreto de estados o números contables de valores.

La variable aleatoria continua es aquella que puede tener un número infinito de valores. Esto no significa que el rango debe extenderse de  $-\infty$  a  $+\infty$ , sino que sólo hay un número infinito de posibilidades del valor. Por ejemplo, si una corriente eléctrica puede tener algún valor entre 5A. y 10A., pero no otras, esta es una variable aleatoria continua.<sup>1</sup>

## 5.2- Funciones de densidad y distribución:

Los datos obtenidos empíricamente, ya sea por experimentación o por el uso de un esquema de adquisición de datos, deben analizarse y evaluarse para que éstas tengan validez. Esto puede hacerse hecho usando funciones de densidad de probabilidad y funciones de distribución de probabilidad. Cuando la probabilidad se deduce a partir de los datos obtenidos, usando el concepto de probabilidad de frecuencia relativa, como lo describe la ecuación (B.4), los resultados de las gráficas se conocen como la función de densidad de probabilidad. Cuando se incluyen todas las posibles salidas del espacio muestral, se deduce que la sumatoria de las probabilidades debe ser igual a la unidad.

$$\sum_{i=1}^n P(x_i) = 1 \quad (\text{B.7})$$

<sup>1</sup>Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering systems – Concepts and techniques", Second edition, Plenum Press, NY, 1994, 348 pags.

donde:

$x_i$ , representa el resultado  $i$

Un método para la presentación de este mismo grupo de datos, es usar la función de distribución de probabilidad. Esta se obtiene, ordenando de forma descendente (ascendente), los valores de la variable aleatoria y comenzando con la probabilidad de ocurrencia más pequeño (grande), se suman las probabilidades de ocurrencia de cada valor hasta que todos los valores sean acumulados.

En el caso de una variable aleatoria discreta, la función de distribución se obtiene de la sumatoria; o sea, por integración numérica de la función densidad. De manera similar, la función densidad de probabilidad  $f(x)$ , puede deducirse por la diferenciación de la función distribución de probabilidad  $F(x)$  de una variable aleatoria continua.

$$f(x) = dF(x)/dx \quad (\text{B.8})$$

$$F(x) = \int f(x)dx \quad (\text{B.9})$$

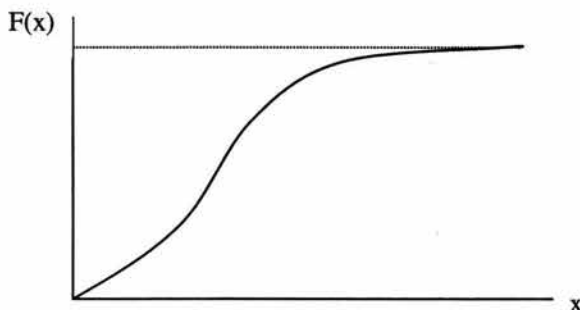


Figura B.2a Probabilidad Acumulada  $F(x)$

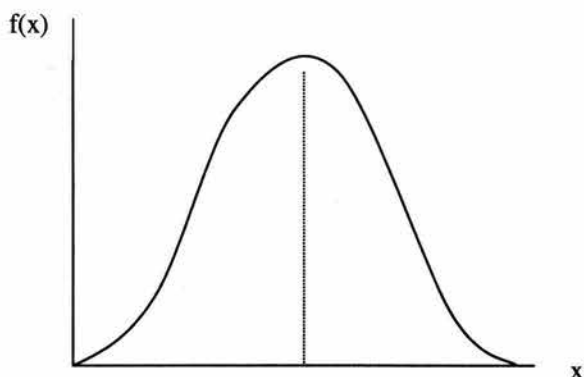


Figura B.2b: Función de Densidad de Probabilidad

Figura B.2: Variable aleatoria continua

### 5.3- Expectativa Matemática:

En la práctica, resulta útil describir el comportamiento aleatorio de un sistema o de un conjunto de datos, por uno o más parámetros, en vez o además de una distribución. Esto es particularmente cierto en el caso de la evaluación de la confiabilidad de sistemas eléctricos de Potencia. Esta descripción paramétrica, puede alcanzarse mediante el uso de números conocidos matemáticamente, como los momentos de una distribución.

El momento más importante es el valor esperado, que es referido también como el valor promedio o la población media. En la teoría, se le define como el primer momento de la distribución.

El valor esperado  $E(x)$  de una variable discreta " $x$ ", teniendo " $n$ " resultados " $x_i$ " cada uno con una probabilidad de ocurrencia  $p_i$  se da por:

$$E(x) = \sum x_i p_i$$

donde

$$\sum p_i = 1.0$$

En el caso de variable aleatoria continua, la ecuación anterior puede modificarse, de una sumatoria, a una integración y obtendremos:

$$E(x) = \int x f(x) dx \quad (\text{B.10})$$

donde

$$\int f(x) dx = 1.0$$

#### 5.4- Variancia y Desviación Normal:

Aunque el valor esperado es, probablemente, el parámetro de la distribución más importante en la evaluación de confiabilidad, la forma básica de la distribución se pierde cuando sólo se deduce este parámetro. La cantidad de dispersión de una distribución, se mide por el segundo momento central de la distribución, lo que se conoce como la variancia  $V(x)$ .<sup>1</sup>

En general el k-ésimo momento central de una distribución se define como:

$$M_k = E[x - E(x)]^k$$

por lo tanto, 
$$V(x) = E[x - E(x)]^2 \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} &= E[x^2 - 2xE(x) + E^2(x)] \\ &= E(x^2) - 2E(x)E(x) + E^2(x) \\ &= E(x^2) - E^2(x) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Esta derivación, requiere tener algún conocimiento de las propiedades de valores esperados.

Estas ecuaciones guían hacia el uso de dos métodos cuando se requiere evaluar la variancia :

$$V(x) = \sum (x_i - E(x))^2 p_i$$

$$V(x) = \sum x_i^2 p_i - E^2(x)$$

<sup>1</sup>Billinton, R., and Allan, R., "Reliability Evaluation of Engineering systems – Concepts and techniques", Second edition, Plenum Press, NY, 1994, 348 pags.

El mismo principio se aplica en el caso de variables aleatorias continuas, requiriendo que en las ecuaciones (B.11) y (B.12), las sumatorias se reemplacen por la integración, para seguir el principio de la ecuación (B.10).

En la práctica, el valor de la variancia no se usa frecuentemente; en su reemplazo, comúnmente se utiliza su raíz cuadrada positiva, conocida por la desviación normal y se denota:

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

## 6.- DISTRIBUCION BINOMIAL:<sup>1</sup>

La distribución binomial puede representarse mediante la expresión general:

$$(p + q)^n$$

Consideremos que la experiencia aleatoria consiste en llevar a cabo  $n$  pruebas independientes, donde podríamos obtener dos posibles resultados con probabilidades de ocurrir. En las  $n$  pruebas de tal experimento, la distribución de las dos clases de resultados posibles es discreta y de tipo binomial.

Si consideramos  $n$  pruebas, cada una teniendo una probabilidad de éxito " $p$ ", y probabilidad de fracaso " $q$ ", en donde  $q = 1 - p$ .

La probabilidad, exactamente, de  $r$  éxito en  $r$  pruebas es  $p^r$  de:

la probabilidad de 1 éxito en 1 prueba es " $p$ "

la probabilidad de 2 éxitos en 2 pruebas es  $p^2$

la probabilidad de  $r$  éxito en  $r$  pruebas es  $p^r$

La probabilidad de  $(n - r)$  fallas en  $(n - r)$  pruebas es:

$$q^{n-r} = (1 - p)^{n-r}$$

El número de veces que, exactamente,  $r$  éxitos y  $(n - r)$  fallas pueden ocurrir en  $n$  pruebas es  $nCr$ , en donde:

$$nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

<sup>1</sup> Podemos aplicar la distribución binomial, cuando la probabilidad de los estados corresponden a sistemas que contienen componentes idénticos.

La probabilidad de, exactamente,  $r$  éxito en  $n$  pruebas es:

$$\begin{aligned} \text{Pr} &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \cdot p^r \cdot q^{n-r} \\ &= {}_n C_r p^r q^{n-r} \end{aligned}$$

este es el término  $r^{\text{th}}$  de la expansión binomial  $(p + q)^n$

$$(p + q)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r \cdot p^r \cdot q^{n-r} = 1$$

Para que en un experimento pueda aplicarse la distribución binomial, se necesita cumplir con cuatro propiedades:

- a- Tener un número fijo de pruebas.
- b- Cada prueba debe resultar en un éxito o falla.
- c- Todas las pruebas deben tener probabilidades idénticas de éxito.
- e- Todas las pruebas deben ser independientes.

El valor medio de una variable aleatoria, distribuida binomialmente, es igual al producto de la probabilidad de la ocurrencia y el número de pruebas.

$$E(x) = \sum_{i=1}^n X_i \cdot p_i$$

En el caso de una función de probabilidad continua, la sumatoria se reemplaza por una integral, sobre el rango de la distribución.

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} X \cdot f(x) dx$$

La distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta. El valor esperado se da por:

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{x=0}^n \frac{x \cdot n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \\ E(x) &= \sum_{x=1}^n \frac{n \cdot (n-1)!}{(x-1)!(n-x)!} p^x q^{n-x} \end{aligned}$$

## 7. DISTRIBUCIÓN DE POISSON:

La distribución de Poisson representa, la probabilidad de que ocurra un evento aislado, un número específico de veces, en un intervalo de tiempo o espacio dado. Cuando la velocidad de ocurrencia en un tiempo o espacio continuo es fijo, la ocurrencia de los eventos debe ser afectada solamente por casualidad.

Una forma característica de la distribución de Poisson es el hecho de que sólo puede contarse la ocurrencia de un evento, la no ocurrencia, no lo es.

Por ejemplo, tenemos:

- número de fallas en un sistema
- número de rayos en un período
- número de llamadas telefónicas en un período.

En algunos libros de estadística para ingeniería, la distribución de Poisson la derivan como una aproximación de la distribución Binomial; para este respecto, es muy útil. Debe apreciarse, sin embargo, que la distribución de Poisson es una distribución importante por su propio sentido, y no, justo como una aproximación.

### 7.1-Aproximación de la distribución de Poisson:

En  $n$  pruebas, la probabilidad de que un evento suceda,  $r$  veces, se da por:

$$P_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r q^{n-r}$$

si  $n$  es grande, comparado con  $r$ , tenemos que:

$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n-r)!} &= n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) \\ &\approx n^r \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$P_r = \frac{n^r}{r!} p^r q^{n-r}$$

si  $p$  y  $r$  son muy pequeños, comparados con  $n$ , tenemos que:

$$q^{n-r} \approx (1-p)^n$$



de manera que:

$$P_r = \frac{(np)^r}{r!} (1-p)^n$$

$$P_r = \frac{(np)^r}{r!} \left[ 1 - np + \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} (-p)^2 + \dots \right]$$

si n es grande, tenemos que  $n(n-1) \approx n^2$

$$P_r = \frac{(np)^r}{r!} \left[ 1 - np + \frac{(np)}{r!} (-p)^2 + \dots \right]$$

$$P_r = \frac{(np)^r}{r!} e^{-np}$$

$P_r$ , es la probabilidad de que r suceda en n pruebas, cuando el número esperado de éxito es (np).

De la derivación expuesta arriba, se puede colegir que la distribución de Poisson es una buena aproximación, cuando el número de pruebas es grande y el factor de probabilidad es pequeño.

El número que se espera o el medio de ocurrencias de algún evento, en un período de tiempo dado o en un número dado de pruebas, se expresa como (np). Si el período considerado es continuo y el número promedio de ocurrencias se expresa en unidades tiempo, entonces el número promedio de fallas, puede ser designado como  $\lambda t$ .

Donde:  $\lambda$  = tasa promedio de falla - fallas por unidad de tiempo.

t = tiempo.

la expresión:  $P_r = \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t}$

Nos da la probabilidad de r fallas, en el período de tiempo t.

Los términos que dan probabilidades de dos o más fallas requieren, urgentemente reemplazo. El término importante en esta expansión, es la probabilidad de cero fallas en el tiempo t. Esto es, la confiabilidad del componente como función del tiempo.

$$P(0) = e^{-\lambda t}$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

En esta expresión,  $\lambda$  es constante.

### 7.2-Derivación de la distribución de Poisson:

La distribución de Poisson, puede derivarse de manera más fundamental, sin la utilización de la distribución Binomial, considerando que  $\lambda dt$ , es la probabilidad de falla en el intervalo de tiempo  $(t, t+dt)$  de longitud  $dt$ .

#### a- Cero fallas:

Si  $P_x(t)$ , es la probabilidad de falla que ocurren  $x$  cantidades de veces en el intervalo  $(0, t)$ , tenemos que la probabilidad de cero falla en el intervalo  $(0, t+dt)$ , es igual a la probabilidad de cero falla en el intervalo  $(0, t)$  veces la probabilidad de cero falla en el intervalo  $(t, t+dt)$ .

$$P_o(t + dt) = P_o(t)(1 - \lambda dt)$$

asumiendo que son eventos independientes

$$\frac{P_o(t + dt) - P_o(t)}{dt} = -\lambda P_o(t)$$

como  $dt \rightarrow 0$ , esto representa un incremento muy pequeño;

$$\frac{dP_o(t)}{dt} = -\lambda t + C$$

el cual, por integración, tenemos que :

$$\ln P_o(t) = -\lambda t + C$$

en  $t = 0$  el componente se conoce por estar operando. Por lo tanto, en  $t = 0$ ,  $P_o(0)=1$ ,  $\ln P_o(t)=0$  y  $C=0$ , dando que:

$$P_o(t) = e^{-\lambda t}$$

Este es el primer término de la distribución de Poisson y de la probabilidad de que ocurran cero fallas en un período de tiempo  $t$ .

**b- Fallas Múltiples:**

Si  $P_x(t)$  se define como la probabilidad de  $x$  ocurrencia de falla en el intervalo  $(0,t)$ , entonces

$$\begin{aligned} P_x(t + dt) = & P_x(t) [P(\text{cero fallas en } t,t+dt)] \\ & + P_{x-1}(t) [P(\text{una falla en } t,t+dt)] \\ & + P_{x-2}(t) [P(\text{dos fallas en } t,t+dt)] + \dots + \\ & + P_0(t) [P(x \text{ fallas en } t,t+dt)] \end{aligned}$$

Cuando se asume que el intervalo  $dt$  es lo suficientemente pequeño, de modo que la probabilidad de que ocurran más de una falla en este intervalo es despreciable,

$$\begin{aligned} P_x(t + dt) = & P_x(t) [P(\text{cero fallas en } t,t+dt)] \\ & + P_{x-1}(t) [P(\text{una falla en } t,t+dt)] \\ = & P_x(t) (1-\lambda dt) + P_{x-1}(t)(\lambda dt) \\ = & P_x(t) - \lambda dt [P_x(t) - P_{x-1}(t)] \end{aligned}$$

del cual tenemos que:

$$P_x(t) = (\lambda t)^x e^{-\lambda t} / x!$$

Esta ecuación, da la expresión completa para la distribución de Poisson.

Un punto importante de reconocer, en la aplicación de esta ecuación, es que la misma reconoce y cuenta las fallas, pero no incluye el tiempo tomado para el reemplazo o reparación el componente. El término en la expresión, da las probabilidades de dos o más fallas, asumiendo un reemplazo instantáneo.

Cuando el tiempo promedio de reparación, no pueda desestimarse, la ecuación, no puede utilizarse.

**c-Valor esperado de la distribución:**

El valor esperado de la distribución se logra por:

$$E(x) = \sum x P_x$$

Donde, para la distribución de Poisson,  $x$  es el número de fallas y  $P_x$  es la probabilidad de  $x$  fallas, en un período de tiempo de interés.

$$\begin{aligned}
 E(x) &= \sum x (\lambda t)^x e^{-\lambda t} / x! \\
 &= \sum x (\lambda t)^x e^{-\lambda t} / x!, \text{ desde que el término para } x=0 \text{ es cero,} \\
 &= \lambda t \sum (\lambda t)^{x-1} e^{-\lambda t} / (x-1)!
 \end{aligned}$$

$$E(x) = \lambda t$$

y desde que la sumatoria de todas las probabilidades para todas las  $x$ , debe ser igual a la unidad. Por lo tanto:

$$P(x) = \mu^x e^{-\mu} / x!$$

para  $\mu$  definido como el valor esperado  $E(x)$ .

## 8. DISTRIBUCIÓN NORMAL:

La distribución normal de probabilidad, es la distribución más importante en el campo de la estadística y de la probabilidad. La curva normal, es simétrica alrededor de su valor medio y el grado de dispersión alrededor del límite central, se mide por la desviación estándar. Esta distribución se aplica a una gran variedad de cantidades que varían de algún valor medio o central, dentro de un sistema fijo.

La curva de distribución normal de frecuencia para una variable  $x$ , aleatoria y continua, se dice distribuida y expresada normalmente, como:

$$Y = \frac{n}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

donde tenemos que:

$\mu$  = valor medio de  $x$

$\sigma$  = desviación estándar de  $x$

$n$  = número de observaciones de  $x$ .

Si dividimos la ecuación por  $n$ , da la curva normalizada:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{B.13})$$

Esta curva se conoce como la curva de distribución normal de probabilidad o función de densidad normal. La misma representa la probabilidad de ocurrencia de todos los posibles valores de la variable aleatoria  $x$ , donde el área bajo la curva es igual a la unidad.

$$1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

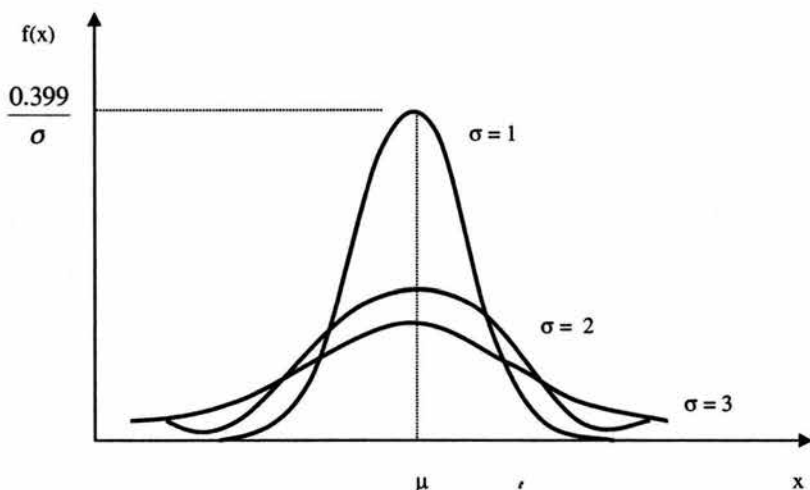


Figura B.3: Función de distribución normal, para diferentes valores de  $\sigma$

Si hacemos la siguiente sustitución en (B.8.1):

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (\text{B.14})$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{Z^2}{2}\right]} \quad (\text{B.15})$$

En la ecuación (B.15), la nueva variable aleatoria será  $Z$ . El valor medio es cero y la desviación normal es la unidad. Esta sustitución crea una curva normalizada en que todas las desviaciones de la variable aleatoria alrededor del valor medio, se expresan en término de  $Z$ .

## 9. DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL:

La distribución exponencial es, probablemente, la distribución más conocida y las más utilizada en la Evaluación de Confiabilidad de Sistemas. El factor más importante que permite la utilización de esta distribución, es que la tasa de falla sea constante y definirla como  $\lambda$ . En la práctica, la distribución exponencial se usa, intensamente, en el análisis de sistemas reparables.

La probabilidad de que un componente sobreviva por un tiempo  $t$ , si la tasa de falla es constante, se da por:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

la función de densidad de falla es:

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

por lo tanto, tenemos que:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

como se muestra en la figura B.4

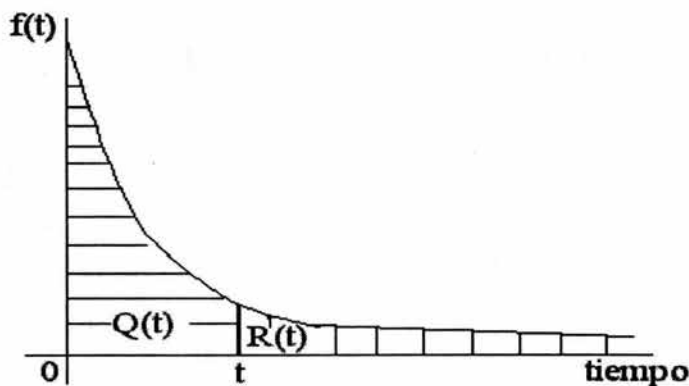


Figura B.4: Función de densidad exponencial

### Valor Medio y Desviación estándar:

El valor esperado de una variable aleatoria continua, que tenga un rango de  $(0, \infty)$ , se da por:

$$E(x) = \int x f(x) dx$$

En el caso de la función de densidad de falla de la distribución exponencial, ésta se convierte en:

$$\begin{aligned} E(x) &= \int t f(t) dt \\ &= \lambda t e^{-\lambda t} dt \end{aligned}$$

Esto puede integrarse por parte, de manera que similarmente, la desviación estándar  $\sigma$ , de la distribución exponencial, puede encontrarse por la ecuación:

$$\sigma^2 = \int t^2 \lambda e^{-\lambda t} dt - E^2(t)$$

al integrar por partes, tenemos que:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= [-t^2 e^{-\lambda t}] - \int -2te^{-\lambda t} dt - E^2(t) \\ &= 0 + (2/\lambda) \int \lambda t e^{-\lambda t} dt - E^2(t) \\ &= 0 + (2/\lambda) (1/\lambda) - (1/\lambda^2) \\ \sigma &= 1/\lambda \end{aligned}$$

El valor esperado y la desviación estándar de una distribución exponencial son iguales.

En evaluación de Confiabilidad, este valor esperado se designa, muchas veces como tiempo medio a la falla MTTF y el período de vida útil, es el recíproco de la tasa de falla. Un término, ligeramente diferente, es el tiempo medio entre falla MTBF, muchas veces utilizado en el mismo sentido.

El MTBF se usa para indicar el ciclo de tiempo entre fallas, para sistemas que son reparables. El MTBF, por lo tanto, excede el MTTF por un pequeño margen atribuido al tiempo asociado con la reparación del componente. Es importante reconocer que el término tiempo medio a la falla se aplica normalmente, sólo en el período de vida útil del componente.

## 10. DISTRIBUCIÓN GAMA:

La distribución gama es una distribución de dos parámetros; uno, de forma ( $\beta$ ) y el otro, de escala ( $\alpha$ ). Mediante la variación de los dos, se puede obtener un rango amplio de datos experimentales.

La función de densidad de falla se define como:

$$f(t) = t^{\beta-1} e^{-t/\alpha} / \alpha^{\beta} \Gamma(\beta)$$

donde  $t \geq 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  y  $\Gamma(\beta)$  es una función gamma definida por la ecuación:

$$\Gamma(\gamma) = \int_0^{\infty} t^{\gamma-1} e^{-t} dt$$

Al comparar las ecuaciones representativas de la función Weibull y de la función gamma, puede observarse que hay un grado de similitud, entre estas dos distribuciones.

La función de confiabilidad se da por:

$$R(t) = \int_t^{\infty} t^{\beta-1} e^{-t/\alpha} dt / \alpha^{\beta} \Gamma(\beta)$$

y la distribución de falla acumulativa es:

$$Q(t) = \int_0^t t^{\beta-1} e^{-t/\alpha} dt / \alpha^{\beta} \Gamma(\beta)$$

Si se hacen las siguientes sustituciones:

$$Z = t / \alpha \text{ y } \alpha dZ = dt, \text{ tenemos que}$$

$$Q(t) = \int_0^Z Z^{\beta-1} e^{-Z} dZ / \Gamma(\beta)$$

Existen dos casos particulares de la función gamma: cuando  $\beta=1$  y cuando  $\beta$  es un entero.

**a- En el caso  $\beta=1$** , la ecuación se reduce a:

$$f(t) = e^{-t/\alpha} / \alpha$$

Este caso es, nuevamente, idéntico a la distribución exponencial, cuando  $\alpha=1/\lambda$  de manera que  $\alpha$  es igual a MTTF.

**b- En el caso de que  $\beta$  es un entero**, la función gamma puede expresarse por:

$$f(t) = t^{\beta-1} e^{-t/\alpha} / \alpha^{\beta} (\beta-1)!$$



Tanto el valor esperado como la desviación estándar de una distribución gamma, son:

$$E(t) = \alpha\beta$$

$$\sigma^2 = \alpha^2\beta$$

Las características típicas que pueden obtenerse, usando la distribución gamma son:

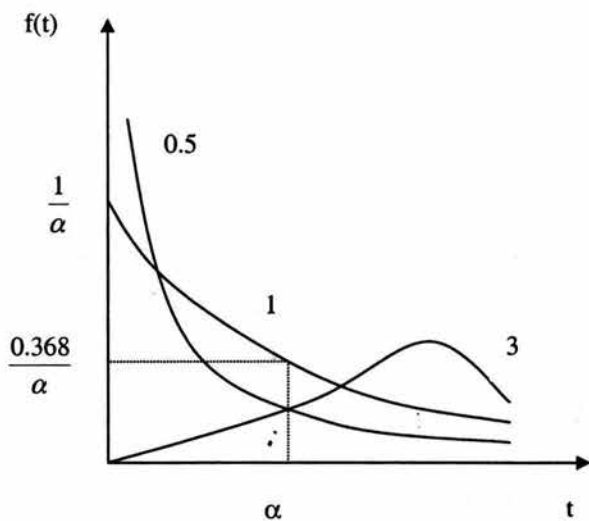


Figura B.5: Función de densidad de falla

## ANEXO C: TERMINOLOGIA ASOCIADA A LOS DATOS DE SALIDAS

A continuación, detallo la terminología utilizada en la categorización de los eventos de salida de los componentes, en los sistemas eléctricos de potencia.<sup>1</sup>

**Disponibilidad:** Intervalo de tiempo en el período de estudio en que un componente esta en servicio.

**Equipo Terminal Común:** Equipos que conforman un mismo terminal.

**Equipo Fallado:** Es la inhabilidad de un equipo para desarrollar su función o funciones.

**Instalaciones Relacionadas con la Línea:** Son todas las instalaciones o equipos que conforman una línea de transmisión, tales como los conductores, hilo de guarda, cadenas de aisladores, estructuras, otros.

**Instalaciones Relacionadas con el Terminal:** Son las instalaciones localizadas en la subestación o la terminación de la línea, la cual soporta la operación de la línea y proporciona una función de enlace entre la línea y otras terminaciones de líneas en la misma subestación. Esto es: Barras, Interruptores, TC'S, TP'S, Relevadores, otros.

**Falla:** Es alguna condición de cortocircuito o circuito abierto, que no le permite a un equipo desarrollar su función.

**Km.-Año:** Es el producto de la longitud de la línea en kilómetro y el tiempo de exposición de la línea en año.

**Km. – Estación:** Es el producto de la longitud de la línea en Km. y el tiempo de exposición en la estación.

---

<sup>1</sup> Patton, A., D., "Determination and Analysis of Data for Reliability Studies", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, #1, January 1968, pags. 84-100.

**MTTF:** Tiempo medio a la falla; es la duración dentro del ciclo de tiempo durante el cual la instalación desarrolla su función.

$$MTTF = \frac{\textit{Tiempo Total en Servicio}}{\textit{Número de fallas}}$$

**MTTR:** Tiempo medio a reparación; es la duración dentro del ciclo de tiempo, durante el cual la instalación prohíbe la realización de su función.

$$MTTR = \frac{\textit{Tiempo Total Fuera de Servicio}}{\textit{Número de Fallas}}$$

**Salida:** Estado de una instalación, el cual prohíbe el desarrollo de su función.

**Salidas Asociadas:** Son salidas primarias y secundarias, secuencialmente, por naturaleza, donde la salida primaria es causada por un evento independiente y la salida secundaria resulta de alguna falla o deficiencia, como resultado de la falla primaria.

**Salidas en Cascada:** Pérdida sucesiva de componentes del sistema, no controlada.

**Salidas por Fallas:** Es una salida de algún componente o instalación que resulta de condiciones de falla; se clasifica, como salida forzada.

**Salidas sin Fallas:** Se aplica a un equipo, que sin haber fallado, sale de servicio debido a ciertas condiciones del sistema o a la ocurrencia de otra salida o evento; se clasifica como salida forzada.

**Salidas Forzadas:** Es una salida, debido a condiciones de emergencia de algún equipo, lo que requiere que el mismo salga de servicio, ya sea por maniobra, o automáticamente.

**Salida Forzada Independiente:** Es una salida que resulta por una sola causa, y no es consecuencia de ninguna otra salida o de otra instalación.

**Salida Independiente por Falla:** Son salidas por fallas que pueden ocurrir de manera casual. Pueden ocurrir, exclusivamente, de algún otro disturbio o salida en el sistema; pueden formar parte de una secuencia de salidas múltiples. Cuando forman parte de una secuencia múltiple, es la primera salida en la secuencia.

**Salidas Independientes Sin Falla:** Ocurren de manera casual, sin que haya una falla presente en el equipo; pueden generarse como resultado de algún otro disturbio o salida en el sistema; pueden formar parte de una secuencia de salidas múltiples. Cuando forman parte de una secuencia múltiple, es la primera salida en la secuencia; ejemplo: falsos disparos, o trabajadores en alguna subestación, disparan inadvertidamente una línea.

**Salida Momentánea:** Salida cuya duración es despreciable, menor a un minuto, de manera que el componente afectado puede restaurarse en servicio, por una operación de recierre automático o por el reemplazo de algún fusible.

**Salida de Modo Común:** Es una salida que resulta de una sola causa, en la cual la salida de la línea no es una consecuencia directa de otros eventos de salidas de líneas. Pueden clasificarse en tres tipos: Torre Común, Vía Común y Terminal Común.

**Salidas Planeadas:** Son salidas programadas que resultan cuando una instalación es puesta fuera de servicio, deliberadamente, en un período de tiempo seleccionado, para propósitos de construcción, reparación o mantenimiento.

**Salida Primaria:** Circuito donde tiene origen el evento.

**Salidas Relacionadas:** Salidas múltiples de equipos de transferencia de potencia o instalaciones de transmisión las cuales están, directamente relacionadas, unas con las otras; ya sea de forma eléctrica o física.

**Salidas Relacionadas con Líneas:** Son salidas, provenientes de fallas de alguna instalación relacionada con la línea.

**Salidas Relacionadas con Terminales:** Salidas, resultado de fallas de alguna instalación relacionada con el terminal.

**Salida Secundaria:** Es una salida en la cual, el inicio del incidente resulta en la salida de la línea o equipo de transferencia de potencia, sólo como resultado de la ocurrencia de la salida de otra línea de transmisión o equipo de transferencia de potencia, involucrado en el mismo evento de salida.

**Salida Sostenida:** Es una salida forzada cuya duración no puede descartarse y debe ser mayor a un minuto. Requiere que el equipo afectado se repare o reemplace antes que éste regrese a operación.

**Sección-año:** Es el producto del número de secciones de línea y su tiempo de exposición en años.

**Sección-estación:** Es el producto del número de secciones de línea y su tiempo de exposición en la estación.

**Terminal-año:** Es el producto del número de terminales de una línea y su tiempo de exposición en la estación.

**Terminal- estación:** Es el producto del número de terminales de una línea y su tiempo de exposición en la estación.

**Tiempo de exposición:** Es la suma de la duración total en servicio y la duración total fuera de servicio, dentro del período de estudio.

**Torre Común:** Una torre con dos o más circuitos.

**Vía Común:** Dos o más circuitos en estructuras separadas, utilizando el mismo derecho de vía.

**Valor Esperado:** Valor promedio para alguna variable aleatoria sobre un número indefinido de muestras.

## ANEXO D: PROPUESTA DE CATEGORIZACIÓN DE SALIDAS DE LT.

Después de realizar el análisis de dos bases de datos en dos unidades administrativas de ETESA, consideramos oportuno proponer una categorización de las salidas de las instalaciones por fallas. La misma se basa en el estudio realizado por El Grupo de Trabajo sobre Estadísticas de Salidas de Líneas de IEEE<sup>1</sup>, el cual nos proporciona una clasificación para cada salida de algún circuito en un evento dado, según: a) tipo de salida; b) la relación de la salida particular con su causa de inicio; c) si el circuito fue parcial o completamente removido de servicio; d) si el inicio del problema involucra equipo de la línea o equipo del terminal; e) los medios por el cual el circuito fue restaurado; f) el tipo de falla; g) la posible causa de la falla; h) el efecto de la salida en el sistema o componentes. En la tabla, presentamos la categorización completa de las salidas.

Además, se propone un formulario de registro de falla, para la recolección de datos que involucren salidas de instalaciones de transmisión. El mismo contiene la cantidad de campos necesarios para realizar futuros estudios sobre el desempeño probabilístico de las instalaciones de transmisión.

**Tabla #1. : Categorización de las Salidas de los Componentes.**

Clasificación	Causa probable de la salida			Efectos
Tipo de salida	Defecto del equipo	Interferencia Externa	Ambiental	Salidas en Cascada
Automática	Línea Transmisión	Interferencia Externa	Ambiental	Perdida Generación
Forzada Manual	Conductor	Animal	Descarga atmosférica	Perdida Banco
Planeada	Estructura	Pájaros	Tiempo	Perdida Carga
	Hilo de Guarda	Grúa	Lluvia	Inestabilidad
Salidas Múltiples	Aislamiento	Algún objeto	Viento Fuerte	Perdida de Interconexión
Primaria	Cable	Avión	Huracanes	Sobrecarga
Secundaria Directa	Terminal/Subestacion	Árbol	Tormentas	Daño en LT

<sup>1</sup> Data Analysis Task Force, Working Group on Statistics of line Outages, "An IEEE Survey of U.S. and Canadian Overhead Transmission Outages at 230KV and Above", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, #1, January, 1994, pags. 21-39.

Secundaria Indirecta	Pararrayos	Vehículo	Tornados	Daño en Equipo
Terminal Común	Interruptores	Otra Línea	Contaminación	Desligue Carga
Vía Común	Banco Capacitores		Humo	Apagón Parcial
Torre Común	Esquema Protección		Salitre	Perdida otras LT.
Modo Común	Barra		Caída Pájaro	Sin Efecto
	Alimentación DC.			
<b>Grado de la Salida</b>	Transformador	<b>Condición Sistema</b>	Industrial	
Completo	Reactor	Sobrecarga	Agricultura	
Parcial	Desconocida	Oscilación	Terremoto	
		Perdida Sincronismo	Quema	
<b>Tipo de Problema</b>		Sobrevoltaje	Inundaciones	
Automática		Perdida Generación		
Relacionado Línea	<b>Elemento Humano</b>	Mala operación rele	<b>Salidas Planeadas.</b>	
Relacionado Terminal	Error Humano	Bajo Voltaje	No especifica	
Desconocida	Mal ajuste de rele	Operación Pararrayo	Construcción	
	Mala Instalación	Baja frecuencia	Mantenimiento LT.	
<b>Tipo Restauración</b>	Error de diseño	Inestabilidad	Mantenimiento Equipo	
Automática	Mantenimiento		Prueba, Inspección	
Manual/Superv.	Construcción		Pedido Externo	
Reparación	Vandalismo / sabotaje		Condición Sistema	
Desconocida	Error de Operación		Operación rutina	
<b>Tipo de Falla</b>		<b>Otros</b>		
Sin falla		Misceláneos		
Monofásica a tierra		Desconocido		
Bifásica				
Bifásica a tierra				
Trifásica				
Trifásica a tierra				
Fase abierta				
Desconocida				



## GERENCIA DE OPERACIÓN Y MANTENIMIENTO

### Formulario De Registro De Eventos

Elaborado por: DENNIS JIMENEZ

Fecha: 27/05/2004

FECHA: 10/05/2002

EVENTO: 35

LINEA: 230-5

VOLTAJE: 230KV

HORA INICIO: 11:05

HORA FINAL: 11:15

DURACIÓN: 0:10

TIPO DE FALLA: A-N

RECIERRE:

CLASIFICACION: TERMINAL-COMUN

RELACIONADA: TERMINAL

CAUSA PROBABLE: DESCARGA

CONSECUENCIA: CASCADA

OBSERVACIONES:

## ANEXO E: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA RED<sup>1</sup>

**1- Factores de Cambios de Generación:** Se designan como  $a_{\ell i}$  y representan la sensibilidad del flujo en la línea  $\ell$  a un cambio de generación en la barra  $i$ . Como  $a_{\ell i}$  se da por:

$$a_{\ell i} = \frac{\Delta f_{\ell}}{\Delta P_i} \quad (\text{E.1})$$

donde:  $\ell$  = índice de la línea;  $i$  = índice de la barra

$\Delta f_{\ell}$  = cambio de MW del flujo de potencia en la línea  $\ell$  cuando ocurre

un cambio de generación,  $\Delta P_i$ , en la barra  $i$ .

$\Delta P_i$  = Cambio de generación en la barra  $i$ .

En la definición, asumimos que el cambio de generación  $\Delta P_i$ , es compensado por un cambio opuesto de generación en la barra de referencia, porque todos los demás generadores permanecen fijos. Por lo tanto, si un generador estaba generando  $P_i^o$  MW y sale de servicio por alguna contingencia,  $\Delta P_i$  puede representarse como:

$$\Delta P_i = -P_i^o \quad (\text{E.2})$$

Los nuevos flujos de potencia en cada línea de la red pueden calcularse usando un grupo de factores " $a_{\ell i}$ " predeterminados.

$$\hat{f}_{\ell} = f_{\ell}^o + a_{\ell i} \cdot \Delta P_i \quad \text{para } \ell = 1, 2, \dots, L \quad (\text{E.3})$$

donde  $\hat{f}_{\ell}$  = flujo en la línea  $\ell$  después que falla el generador en la barra  $i$ .

$f_{\ell}^o$  = flujo de la línea antes de la falla (como en el caso base).

<sup>1</sup> Wood, A., J., Wollenberg, B. F., "Power Generation, Operation and Control", John Wiley & Sons, NY, 1984, 444pags.

Los cambios simultáneos, en diferentes barras de generación, pueden calcularse usando superposición, debido a que los factores de sensibilidad, para cambios de generación, son estimaciones Lineales de los cambios de flujo, con cambios de potencia en una barra.

Cuando la acción de compensación se da por medio de los gobernadores de las unidades restantes conectadas al sistema, éstos asumen la generación perdida en proporción de su capacidad máxima. Dado que la proporción que tomaría la unidad  $j$  ( $j \neq i$ ) sería:

$$\gamma_{ji} = \frac{P_j^{m\acute{a}x}}{\sum_{k \neq i} P_k^{m\acute{a}x}} \quad (\text{E.4})$$

donde  $P_k^{m\acute{a}x}$  = Capacidad máxima en MW para el generador  $k$

$\gamma_{ji}$  = factor de proporcionalidad, por el cual la unidad  $j$  asume parte de la generación cuando la unidad  $i$ , falla.

Las estimaciones para los flujos en la línea  $\ell$ , bajo esta suposición se da por:

$$\hat{f} = f_\ell^o + \sum_{j \neq i} a_{\ell j} \gamma_{ji} \Delta P_i \quad (\text{E.5})$$

Cuando consideramos que la compensación de la generación perdida, es asumida por la barra suelta, los factores de cambio de generación pueden calcularse partiendo de la solución del flujo de carga DC. El método nos presenta que:

$$\delta = [x] \cdot P \quad (\text{E.6})$$

Como el modelo de flujo de carga DC es lineal, podemos calcular las perturbaciones sobre un grupo dado de condiciones del sistema, utilizando el mismo modelo. De manera tal, que si estamos interesados en los cambios de los ángulos de fase en las barras  $\Delta\theta$ , por cambios en las inyecciones de potencia en las barras  $\Delta P$ , podemos utilizar la siguiente ecuación:

$$\Delta\theta = [x] \cdot \Delta P \quad (\text{E.7})$$

En la ecuación (E.6), se asume que la potencia en la barra suelta es igual a la suma de las inyecciones de todas las otras barras. Igualmente, la perturbación de la barra suelta, (ecuación E.7), resulta de la suma de todas las perturbaciones, en las demás barras.

Si deseamos calcular los factores de sensibilidad de cambio de potencia para falla del generador en la barra  $i$ , debemos ajustar la perturbación en la barra  $i$  a, +1 y la perturbación de todas las demás barras a cero, excepto la barra suelta. En consecuencia, los cambios en los ángulos de fase de la barra pueden resolverse usando el cambio matricial de la siguiente ecuación:

$$\Delta\theta = [x] \begin{vmatrix} +1 \\ -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{fila } i \\ \text{fila de referencia (barra suelta)} \end{matrix} \quad (\text{E.8})$$

El vector de las perturbaciones de inyección de potencia en la barra, (ecuación E.8), representa la situación producida cuando se hace un incremento de 1 p.u. de potencia, en la barra  $i$ , y la misma es compensada por una disminución de potencia de 1 p.u., en la barra suelta. Por ello, que en la (ecuación E.8), los  $\Delta\theta$ 'S son iguales a las derivadas de los ángulos de barra, con respecto a un cambio en la inyección de potencia en la barra  $i$ . Los factores de sensibilidad requeridos son [27]:

$$a_{\ell} = \frac{1}{X_{\ell}} \left( \frac{d\theta_n}{dP_i} - \frac{d\theta_m}{dP_i} \right) = \frac{1}{X_{\ell}} (X_n - X_m) \quad (\text{E.9})$$

donde  $X_n = \frac{d\theta_n}{dP_i}$  = n-énimo elemento del vector  $\Delta\theta$  en la ecuación (E.8)

$X_m = \frac{d\theta_m}{dP_i}$  = m-énimo elemento del vector  $\Delta\theta$  en la ecuación (E.8)

$X_{\ell}$  = reactancia de la línea  $\ell$  (entre los nodos n - m).

**2- Factores de Distribución de las Líneas:** Se usan de manera similar a los factores anteriores y sólo se aplican para probar si se presentan sobrecarga en las líneas que permanecen en servicio, cuando cierta línea de transmisión sale de servicio. Este factor se define por:

$$d_{\ell,k} = \frac{\Delta f_{\ell}}{f_k^{\circ}} \quad (\text{E.10})$$

donde:  $d_{\ell,k}$  = factor de distribución de salida de línea cuando la línea  $\ell$  es monitoreada, después de una salida de la línea k.

$\Delta f_{\ell}$  = Cambio en MW del flujo de la línea.

$f_k^{\circ}$  = Flujo de la línea k, antes de su salida (caso base).

Si conocemos la potencia en la línea  $\ell$  y la línea k, el flujo en la línea  $\ell$  con la línea k fuera de servicio, puede determinarse usando los factores "d".

$$\hat{f}_{\ell} = f_{\ell}^{\circ} + d_{\ell,k} \cdot f_k^{\circ} \quad (\text{E.11})$$

donde  $f_{\ell}^{\circ}, f_k^{\circ}$  = Son los flujos en las líneas  $\ell$  y k del caso base.

$\hat{f}_{\ell}$  = Flujo de la línea  $\ell$  con la línea k fuera de servicio.

Las salidas de líneas pueden modelarse adicionando dos inyecciones de potencia al sistema; es decir, una inyección en cada extremo de la línea que será retirada de servicio. Supongamos que abrimos los interruptores asociados a la línea k, que enlaza las barras n y m, como se muestra en la figura E.1-b. Cuando los interruptores están abiertos, no hay flujos de potencia a través de la línea k, y la misma permanece aislada del resto del sistema. En la figura E.1-c, los interruptores de la línea k se presentan cerrados, pero se han agregado inyecciones  $\Delta P_n$  y  $\Delta P_m$  a las barras n y m, respectivamente. Si  $\Delta P_n = \hat{P}_{nm}$ , donde  $\hat{P}_{nm}$  es igual al flujo de potencia en la línea k, y si  $\Delta P_m = -\hat{P}_{nm}$ , no tendremos flujos en la línea aunque los interruptores permanezcan cerrados. La línea k, está desconectada del sistema.

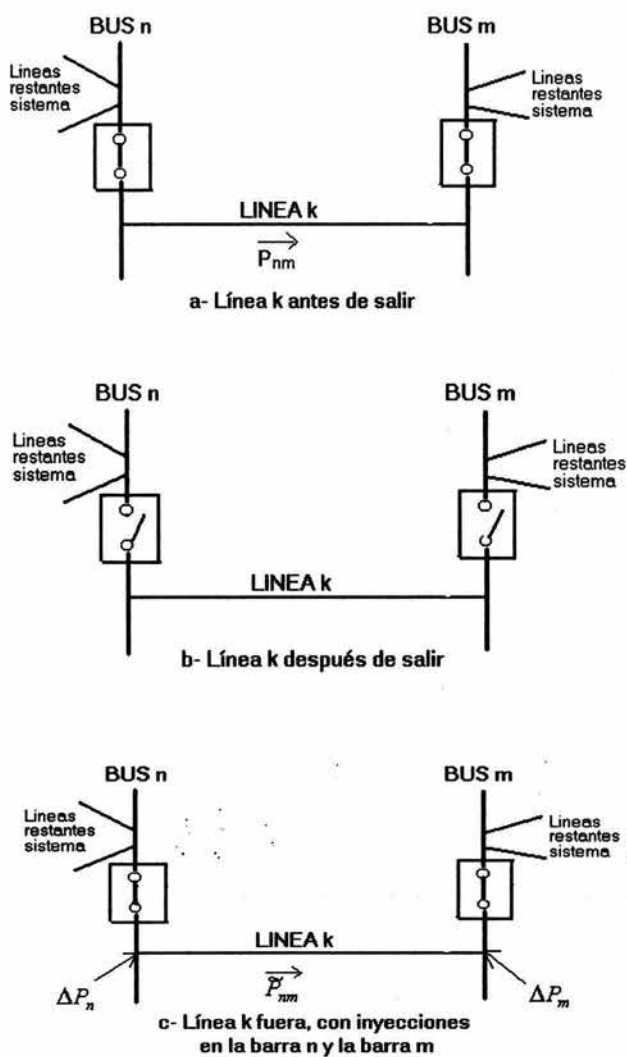


Fig. E-1 : Modelando la salida de línea usando inyecciones.

Utilizando la ecuación (E.7), la cual relaciona  $\Delta\theta$  y  $\Delta P$ , tenemos que:

$$\Delta\theta = [X]\Delta P$$

donde:

$$\Delta P = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_n \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_m \end{bmatrix}$$

De este modo, tenemos:

$$\Delta\theta_n = X_{nn}\Delta P_n + X_{nm}\Delta P_m \quad (\text{E.12a})$$

$$\Delta\theta_m = X_{mn}\Delta P_n + X_{mm}\Delta P_m \quad (\text{E.12b})$$

Definiendo los términos de las ecuaciones:

$\theta_n, \theta_m, P_{nm}$  existen antes de la salida de la línea k,  $P_{nm}$  es el flujo en la línea k, que enlaza los nodos n y m.

$\Delta\theta_n, \Delta\theta_m, \Delta P_{nm}$  son los cambios de incrementos en las cantidades, resultantes de la salida de la línea k.

$\tilde{\theta}_n, \tilde{\theta}_m, \tilde{P}_{nm}$  existen después de que ocurre la salida de la línea k.

El criterio para modelar la salida de la línea, requiere que las inyecciones de los incrementos en las potencias:  $\Delta P_n$  y  $\Delta P_m$ , sean iguales al flujo de potencia en la línea que está fuera de servicio. Si la reactancia de la línea se da por  $x_k$ , tenemos que,

$$\tilde{P}_{nm} = \Delta P_n = -\Delta P_m \quad (\text{E.13})$$

$$\text{donde } P_{nm} = \frac{1}{x_k} (\tilde{\theta}_n - \tilde{\theta}_m)$$

Cuando se sustituye la ecuación (E.13) en las ecuaciones (E.12), tenemos:

$$\Delta\theta_n = (X_{nn} - X_{nm})\Delta P_n$$

$$\Delta\theta_m = (X_{mm} - X_{nm})\Delta P_m$$

$$\tilde{\theta}_n = \theta_n + \Delta\theta_n$$

$$\tilde{\theta}_m = \theta_m + \Delta\theta_m$$

$$\text{donde } P_{nm} = \frac{1}{x_k} (\tilde{\theta}_n - \tilde{\theta}_m) = P_{nm} + \frac{1}{x_k} (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})\Delta P_n$$

Cuando se usa el hecho de que  $P_{nm}$  se ajusta a  $\Delta P_n$ , tenemos que:

$$\Delta P_n = \left[ \frac{1}{1 - \frac{1}{x_k} (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})} \right] P_{nm}$$

El factor  $\delta$ , se define como la relación entre la variación del ángulo  $\theta$ , y la potencia original  $P_{nm}$  que fluye en la línea  $nm$  ( $k$ ), antes que la misma salga fuera de servicio.

$$\delta_{i,nm} = \frac{\Delta\theta_i}{P_{nm}} \quad (\text{E.14})$$

Si ninguna de las barras  $n$  o  $m$ , es la barra de referencia; las dos inyecciones  $\Delta P_n$  y  $\Delta P_m$ , son impuestas en las barras  $n$  y  $m$ , respectivamente. De esta forma, se da un cambio en el ángulo de fase en la barra  $i$ , igual a:

$$\Delta\theta_i = X_{in} \cdot \Delta P_n + X_{im} \cdot \Delta P_m$$

Al utilizar la relación entre  $\Delta P_n$  y  $\Delta P_m$ , el factor  $\delta$  resultante se da por:

$$\delta_{i,nm} = \frac{(X_{in} - X_{im})X_k}{X_k - (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})} \quad (\text{E.15})$$



Si cualquiera de los nodos n o m, es el nodo de referencia, sólo hacemos una inyección. El factor resultante se da, entonces, por:

$$\delta_{i, nm} = \frac{X_{in} \cdot x_k}{(X_{nm} - X_{nn})} \quad \text{para } m = \text{referencia}$$

$$\delta_{i, nm} = \frac{-X_{im} \cdot x_k}{(X_{nm} - X_{mm})} \quad \text{para } n = \text{referencia}$$

Si la barra i, es la propia barra de referencia, tenemos que  $\delta_{i, nm} = 0$ ; pues, el ángulo de la referencia es constante.

$$d_{i, k} = \frac{\Delta f_i}{f_k^o} = \frac{1}{x_i} (\delta_{i, nm} - \delta_{j, nm}) \quad (\text{E.16})$$

Si ninguna de las barras i y j, es la barra de referencia, tenemos que:

$$d_{i, k} = \frac{\frac{x_k}{x} (X_{in} - X_{jn} - X_{im} + X_{jm})}{x_k - (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})} \quad (\text{E.17})$$

donde X es la matriz de Impedancia de Barra (Z bus).

Con la ayuda de computadores digitales, podemos realizar estudios de análisis de contingencias, usando los procesos de las salidas de las líneas y generadores, y calculando los factores de sensibilidad para cambios en la red.

## ANEXO F: PROGRAMA PARA EL CALCULO DEL INDICE LOLP

```

C      PROGRAMA DE EVALUACIÓN DE CONFIABILIDAD
C      USANDO MÉTODO HÍBRIDO QUE COMBINA SOLUCION DE FLUJO DE CARGA
C      DE CORRIENTE DIRECTA, Y SIMULACIÓN MONTE CARLO.
C      UNAM/DEPFI
C      Prof. Rafael Guerrero Cepeda
C      Alumno: Dennis Fernando Jiménez

COMMON B,C,D,E,F,G

REAL          FIXP(30)
REAL          PGMAX(30)
REAL          PB(30)
REAL          FORG(30)
REAL          PG(30)
REAL          THETA(30)
REAL          P(30,30)
REAL          E(30)
REAL          F(30)
REAL          C(30)
REAL          D(30)
REAL          B(30,30)
REAL          G(30,30)
REAL          YTH(30,30)
REAL          PLMAX(60)
REAL          FORL(60)
REAL          FSCG(30,60)
REAL          FSSL(60,60)
REAL          LOLP
REAL          PL(60)

C
INTEGER       NRAM,N,NC,NUM1,NUM,NTIPO,NCOM,IGEN,NN,NS,NR,NODO,NG
INTEGER       PGCOST

COMPLEX       ZBUS(30,30)
COMPLEX       Y(30,30)
COMPLEX       Z(30,30)
COMPLEX       IMPCIR
COMPLEX       YCOMP

C
CHARACTER*10  EQUIPO, NNODO,NNODO1

COMMON/C1/NRAM,N,NC,IGEN,NG
COMMON/C2/NODO(60,2), IMPCIR(60,2)
COMMON/C3/EQUIPO(60)
COMMON/C4/PGCOST(30)
COMMON/C5/PGMAX
COMMON/C6/FORG
COMMON/C7/FIXP1
COMMON/C8/FIXP,PG
COMMON/C9/PLMAX
COMMON/C10/FORL

```

```

COMMON/C11/YCOMP(60)
COMMON/C12/NNODO1(30)
COMMON/C13/NNODO(60)
COMMON/C14/NUM1(30)
COMMON/C15/NUM(30)
COMMON/C16/NTIPO(30)
COMMON/C17/NCOM(30)
COMMON/C18/NF1,NF2

```

```

NF1=8
NF2=9

```

```

C --- CONTENIDO INICIAL DE Z & ZBUS
DO 101 I=1,N
DO 101 J=1,N
Z(I,J)=(0.0,0.0)
Y(I,J)=(0.0,0.0)
ZBUS(I,J)=(0.0,0.0)
101 CONTINÚE
C
C --- LEEMOS LOS DATOS DE ENTRADA DEL SISTEMA
C
CALL INPUT

```

```

C
C --- IMPRIMIMOS EL ENCABEZADO

WRITE(NF2,5)
WRITE(*,5)

```

```

C --- CREA LA MATRIZ Y(BUS)

DO 17 IB=1,NRAM

I= NODO(IB,1)
J= NODO(IB,2)
Z(I,J)= IMPCIR(IB,1)
Z(J,I)=Z(I,J)
Y(I,J)=Y(I,J) + (1.0,0.0)/Z(I,J)
Y(J,I)=Y(I,J)
Y(I,I)=Y(I,I) + (-1.0,0.0)/Z(I,J)
Y(J,J)=Y(J,J) + (-1.0,0.0)/Z(I,J)

```

```

17 CONTINÚE
C
C --- IMPRIMIR LA MATRIZ Y(BUS)

WRITE(NF2,20)
WRITE(*,20)

WRITE(NF2,21)((Y(I,J),J=1,N),I=1,N)

```

```

WRITE( *,21) ((Y(I,J),J=1,N),I=1,N)

C   CÁLCULO DE LOS VALORES DE CONDUCTANCIA Y SUSCEPTANCIA
DO 106 I=1,N
DO 106 J=1,N
G(I,J)=REAL(Y(I,J))
105 B(I,J)=AIMAG(Y(I,J))
106 CONTINÚE

C   INVERTIMOS LA MATRIZ Y(BUS)
C   COLOCAMOS LOS VALORES DE YBUS A ZBUS
DO 107 I=1,N
DO 107 J=1,N
ZBUS(I,J)=Y(I,J)
107 CONTINÚE

C
C   LLAMAMOS LA SUBROUTINA PARA INVERTIR LA MATRIZ Y(BUS)

CALL IMATC(N,ZBUS)

C   IMPRIMIMOS LA MATRIZ ZBUS

WRITE(NF2,25)
WRITE( *,25)

WRITE(NF2,26) ((ZBUS(I,J),J=1,N-1),I=1,N-1)
WRITE( *,26) ((ZBUS(I,J),J=1,N-1),I=1,N-1)

C --- VALORES INICIALES DEL SISTEMA

C   CÁLCULO DE LOS FACTORES DE SENSIBILIDAD DE LA RED
C   FACTORES DE SENSIBILIDAD POR CAMBIO EN LA GENERACIÓN (FSCG)

DO 108 L=1,NRAM-1
DO 108 M=1,N-1
IF (NTIPO(M) .EQ. 2) THEN
NS=NODO(L,1)
NR=NODO(L,2)
FSCG(L,M)=(AIMAG(ZBUS(NS,M))-AIMAG(ZBUS(NR,M)))/AIMAG(
1      IMPCIR(L,1))
ELSE
FSCG(L,M)=0.0
END IF
108 CONTINÚE

C   IMPRIMIMOS LA MATRIZ DE LOS FACTORES DE SENSIBILIDAD (FSCG)
C
WRITE(NF2,115)
WRITE( *,115)
WRITE(NF2,120) ((FSCG(L,M),M=1,N-1),L=1,NRAM-1)

```

```

WRITE( *,120) ((FSCG(L,M),M=1,N-1),L=1,NRAM-1)
C
C FACTORES DE SENSIBILIDAD POR SALIDAS DE L/T (FSSL)
CALL FASEL(NRAM,N,FSSL,IMPCIR,ZBUS,NODO)
C
C IMPRIMIMOS LA MATRIZ DE LOS FACTORES DE SENSIBILIDAD (FSSL)
WRITE(NF2,125)
WRITE( *,125)
WRITE(NF2,130) ((FSSL(L,M),M=1,NRAM),L=1,NRAM)
WRITE( *,130) ((FSSL(L,M),M=1,NRAM),L=1,NRAM)
C
C CONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ FACTORIZADA YTH
K=1
DO 1035 I=1,N-1
DO 1034 J=1,N-1
IF(I.EQ.J)GOTO 1033
YTH(I,J)=-CABS(Y(I,J))
GOTO 1034
1033 YTH(I,I)=0.
C
DO 2032 KK=1,N
IF(I.EQ.KK)GOTO 2032
YTH(I,I)=YTH(I,I)+CABS(Y(I,KK))
2032 CONTINUE
1034 CONTINUE
1035 CONTINUE
WRITE(NF2,200)
WRITE( *,200)
WRITE(NF2,2001) ((YTH(I,J),J=1,N-1),I=1,N-1)
WRITE( *,2001) ((YTH(I,J),J=1,N-1),I=1,N-1)
C
CALL FACTOR(N-1,YTH)
C --- EN ESTE PUNTO(YTH) ESTA EN LA FORMA FACTORIZADA
C
THETA(N)=0.0
CALL SOLVE(N-1,YTH,FXP)
DO 1011 I=1,N-1
THETA(I)=THETA(I)+FXP(I)
1011 CONTINUE
C
C CÁLCULO DE LOS FLUJOS ENTRE NODOS
DO 1135 I=1,N
DO 1136 J=1,N
IF(I.EQ.J)GOTO 1136

```

```
P(I,J) = CABS( Y(I,J) ) * (THETA(I) - THETA(J))
```

```
1136 CONTINÚE
```

```
1135 CONTINÚE
```

```
C CÁLULO DE LA POTENCIA EN LA BARRA SLACK
```

```
DO 1235 I=1,N
```

```
DO 1236 J=1,N
```

```
PB(I)=PB(I) + P(I,J)
```

```
1236 CONTINUE
```

```
1235 CONTINUE
```

```
C CÁLULO DE LOS FLUJOS EN LAS LÍNEAS
```

```
DO 1237 K=1,NRAM
```

```
I=NODO(K,1)
```

```
J=NODO(K,2)
```

```
PL(K)=CABS((THETA(I)-THETA(J))/IMPCIR(K,1))
```

```
1237 CONTINÚE
```

```
C --- GENERAMOS NÚMEROS ALEATORIOS Y CALCULAMOS LA PROBABILIDAD
```

```
C DE PÉRDIDA DE CARGA LOLP
```

```
CALL Gnapec1(FSSL,FSCG,PL,LOLP,PB)
```

```
C IMPRIMIMOS EL VALOR DE LA PROBABILIDAD DE PÉRDIDA DE CARGA (LOLP)
```

```
C --- PREPERANDO PARA SALIR
```

```
C
```

```
5 FORMAT(1X, '---UNAM/DEPFI/MAESTRIA EN INGENIERIA ELÉCTRICA',/,
```

```
1 1X, '---MÉTODO LINERIZADO DC:',/,
```

```
1 1X, '---SOLUCIÓN DE FLUJOS DE CARGA:',/)
```

```
20 FORMAT(/10X,18HMATRIZ DE BARRA Y:)
```

```
21 FORMAT(10X,2F12.7,2F12.7,2F12.7,2X,2F12.7
```

```
1,2F12.7,2X,2F12.7)
```

```
25 FORMAT(/10X,18HMATRIZ DE BARRA Z:)
```

```
26 FORMAT(10X,2F12.7,2F12.7,2F12.7,2X,2F12.7
```

```
1,2F12.7,2X,2F12.7)
```

```
115 FORMAT(/25X, 'MATRIZ FSCG:')
```

```
120 FORMAT(/10X,F12.7,F12.7,2X,F12.7,F12.7)
```

```
125 FORMAT(/25X, 'MATRIZ FSSL:')
```

```
130 FORMAT(/10X,F12.7,F12.7,2X,F12.7,F12.7)

200 FORMAT(/10X,15HMATRIZ THETA-Y:)
2001 FORMAT(/10X,5F13.7)

WRITE(*,3102)
WRITE(NF2,3102)
3102 FORMAT(/,5X,'FLUJOS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS:')
WRITE(*,3104)
WRITE(NF2,3104)
3104 FORMAT(/,33X,'POT ACTIVA',/)
DO 3210 I=1,N
WRITE(*,3111)I,PB(I)
WRITE(NF2,3111)I,PB(I)
3111 FORMAT(5X,'BUS',I2,13X,'P =',2X,F12.6)
DO 3211 J=1,N
IF(P(I,J).EQ.0.0)GOTO 3211
WRITE(*,3110)I,J,P(I,J)
WRITE(NF2,3110)I,J,P(I,J)
3110 FORMAT(5X,'DE BUS',I2,2X,'A BUS',I2,4X,'P =',2X,F12.6)
3211 CONTINÚE
3210 CONTINÚE

WRITE(NF2,3500)
WRITE(*,3500)
WRITE(NF2,3501)LOLP
WRITE(*,3501)LOLP

3500 FORMAT(/10X,'---PROBABILIDAD DE PÉRDIDA DE CARGA:',/)
3501 FORMAT(30X,E12.6)

CLOSE(UNIT=NF2)
CLOSE(UNIT=NF1)
777 STOP
END
```

```

C --- UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
C FACULTAD DE INGENIERIA
C MAESTRÍA EN INGENIERIA ELÉCTRICA
C ALUMNO: DENNIS FERNANDO JIMENEZ

```

```

SUBROUTINE INPUT

```

```

C
C

```

```

REAL FIXP1, FIXP, PGMAX, FORG, FORL, PLMAX, PG, LOLP
INTEGER NRAM, N, NC, NTIPO, NUM1, NUM, NCOM, NODO, IGEN, PGCOST, NG

```

```

C

```

```

COMPLEX IMPCIR, YCOMP
CHARACTER*10 EQUIPO, NNODO1, NNODO

```

```

C
C

```

```

COMMON/C1/NRAM, N, NC, IGEN, NG
COMMON/C2/NODO(60, 2), IMPCIR(60, 2)
COMMON/C3/EQUIPO(60)
COMMON/C4/PGCOST(30)
COMMON/C5/PGMAX(30)
COMMON/C6/FORG(30)
COMMON/C7/FIXP1(30)
COMMON/C8/FIXP(30), PG(30)
COMMON/C9/PLMAX(60)
COMMON/C10/FORL(60)
COMMON/C11/YCOMP(60)
COMMON/C12/NNODO1(60)
COMMON/C13/NNODO(60)
COMMON/C14/NUM1(30)
COMMON/C15/NUM(30)
COMMON/C16/NTIPO(30)
COMMON/C17/NCOM(30)
COMMON/C18/NF1, NF2

```

```

C
C

```

```

C --- CREAMOS LOS ARCHIVOS DE ENTRADA Y SALIDA

```

```

CHARACTER*12 FLINN, FLOUT

```

```

NF1=8

```

```

NF2=9

```

```

WRITE(*, 4000)

```

```

4000 FORMAT(1X, 'DAME EL ARCHIVO DE DATOS:', $)

```

```

READ(*, '(A12)') FLINN

```

```

OPEN(UNIT=NF1, FILE=FLINN, STATUS='OLD', IOSTAT=INDX)

```

```

IF (INDX.NE.0) WRITE(*, 4001) FLINN

```

```

4001 FORMAT(2X, '---ERROR AL ABRIR:', A12)

```

```

IF (INDX.NE.0) STOP

```

```

WRITE(*, 5000)

```

```

5000 FORMAT(1X, 'DAME EL ARCHIVO DE SALIDA:', $)

```

```

READ(*, '(A12)') FLOUT

```

```

OPEN(UNIT=NF2, FILE=FLOUT, STATUS='NEW', IOSTAT=INDX)

```

```

IF (INDX.NE.0) WRITE(*, 5001) FLOUT

```

```

5001 FORMAT(2X, '---ERROR AL ABRIR:', A12)

```



```

      IF (INDX.NE.0) STOP

C --- LEEMOS EL NUMERO DE NODOS DEL SISTEMA, LOS NOMBRES DE CADA NODO,
C    EL TIPO DE CADA NODO, LAS POTENCIAS REALES Y MAXIMA DE CADA BARRA;
C --- TASA DE SALIDA FORZADA DE CADA UNIDAD GENERADORA.

      READ (NF1,14) N
14  FORMAT (//, I3, //)
      DO 25 I=1, N
      READ (NF1,16) NNODO1 (I), NUM1 (I), NTIPO (I), FIXP (I), PGMAX (I), FORG (I),
1    PGCOST (I)
16  FORMAT (1X, A8, 2I5, 2F9.4, F8.6, I3)
25  CONTINÚE

C --- LECTURA DEL NOMBRE DEL SISTEMA Y NÚMEROS DE RAMALES DEL CIRCUITO

      READ (NF1,10) NRAM
10  FORMAT (//, I3, //)

C --- LECTURA DE LOS DATOS DE CONECTIVIDAD Y PARÁMETROS

      DO 5 I=1, NRAM
      READ (NF1,12) EQUIPO (I), NODO (I,1), NODO (I,2), IMPCIR (I,1),
1    IMPCIR (I,2), PLMAX (I), FORL (I)
12  FORMAT (1X, A8, 2I5, 2F9.5, F4.1, F7.4, F9.4, F8.6)
5   CONTINÚE

C --- LEEMOS LOS NODOS DE COMPENSACIÓN

      READ (NF1,18) NC
18  FORMAT (//, I3, //)
      IF (NC .EQ. 0) GOTO 33
      DO 30 I=1, NC
      READ (NF1,22) NCOM (I), YCOMP (I)
22  FORMAT (1X, I3, F3.1, F8.3)
      J=NCOM (I)
      IF (J .NE. I) THEN
      YCOMP (J)=YCOMP (I)
      YCOMP (I)=0.0
      END IF
30  CONTINÚE

33  RETURN
      END

```

```

C --- NEWTON-RAPSHON RUTINA FACTOR
C PROF. RAFAEL GUERRERO C.
C DEFFI/UNAM
C SUBROUTINE FACTOR(K,AI)
C
C DIMENSIÓN      AI(30,30)
C
C DO 11 I=1,K
C   AT      =1./AI(I,I)
C   AI(I,I)=AT
C   IF(I.EQ.K)GOTO 11
C   IJ      =I+1
C   DO 10 J=IJ,K
C     TEMP  =AI(I,J)*AT
C     AI(I,J)=TEMP
C   DO 10 L=IJ,K
C     AI(L,J)=AI(L,J)-AI(L,I)*TEMP
C 10 CONTINÚE
C 11 CONTINÚE
C
C RETURN
C END

```

```

C --- NEWTON-RAPSHON RUTINA SOLVE
C PROF. RAFAEL GUERRERO C.
C DEFFI/UNAM
C SUBROUTINE SOLVE(N,A,B)
C
C DIMENSIÓN      A(30,30)
C DIMENSIÓN      B(30)
C --- FORWARD PASS
C B(1)  =A(1,1)*B(1)
C DO 20 I=2,N
C   IJ   =I-1
C   BT   =B(I)
C   DO 10 J=1,IJ
C 10 BT  =BT-A(I,J)*B(J)
C 20 B(I) =BT*A(I,I)
C
C --- BACKWARD PASS
C N1    =N+1
C DO 40 II=2,N
C   I    =N1-II
C   BT   =B(I)
C   IJ   =I+1
C   DO 30 J=IJ,N
C 30 BT  =BT-A(I,J)*B(J)
C 40 B(I) =BT
C
C RETURN
C END

```

C LA SUBROUTINA FASEL CALCULA LOS VALORES DE LOS FACTORES DE  
 SENSIBILIDAD PARA SALIDAS DE LAS INSTALACIONES DE TRANSMISIÓN EN EL  
 SISTEMA

C  
 C  
 C

SUBROUTINE FASEL (NR, NUMN, AA, IPC, ZB, ND)  
 DIMENSIÓN AA(60, 60), IPC(60, 2), ZB(30, 30), ND(60, 2)

COMPLEX IPC, ZB  
 INTEGER ND  
 REAL AA

DO 5 II=1, NUMN  
 DO 5 JJ=1, NUMN  
 ZB(II, JJ) = -ZB(II, JJ)  
 5 CONTINÚE

C

DO 10 L=1, NR  
 DO 10 K=1, NR

I= ND(L, 1)  
 J= ND(L, 2)  
 N= ND(K, 1)  
 M= ND(K, 2)

IF(L .EQ. K) THEN

AA(L, K) = 0.0

ELSE

AA(L, K) = (AIMAG(IPC(K, 1)) \* (AIMAG(ZB(I, N)) - AIMAG(ZB(J, N)) -  
 1 AIMAG(ZB(I, M)) + AIMAG(ZB(J, M))) / AIMAG(IPC(L, 1))) /  
 2 (AIMAG(IPC(K, 1)) - (AIMAG(ZB(N, N)) + AIMAG(ZB(M, M)) -  
 3 2 \* (AIMAG(ZB(N, M)))))

END IF

10 CONTINÚE

RETURN  
 END

```

SUBROUTINE IMATC(NN,A)
C
DIMENSION A(30,30)
COMPLEX HA,HB,A
C
C ---
DO 1 L=1,NN-1
DO 2 I=1,NN-1
IF(I.EQ.L) GO TO 2
II=MAX0(I,L)
LL=MIN0(I,L)
DO 5 J=1,I
IF(J.EQ.L) GO TO 5
JJ=MIN0(J,L)
LLL=MAX0(J,L)
HA=A(II,LL)*A(LLL,JJ)
HB=CABS(HA)
HC=REAL(HB)
IF(ABS(HC).LT.1.E-10) GO TO 5
A(I,J)=A(I,J)-A(II,LL)*A(LLL,JJ)/A(L,L)
5 CONTINÚE
2 CONTINÚE
DO 3 I=1,NN-1
IF(I.EQ.L) GO TO 3
II=MIN0(L,I)
LL=MAX0(L,I)
A(LL,II)=-A(LL,II)/A(L,L)
3 CONTINÚE
1 A(L,L)=-1./A(L,L)
DO 4 I=1,NN-1
DO 4 J=1,I
4 A(I,J)=-A(I,J)
C
DO 6 I=1,NN-1
DO 6 J=1,NN-1
IF(I.EQ.J)GOTO 6
A(I,J)=A(J,I)
6 CONTINÚE
C
DO 7 I=1,NN
DO 7 J=1,NN
IF(I.EQ.NN.OR.J.EQ.NN)THEN
A(I,J)=0.0
ELSE
A(I,J)=A(I,J)
END IF
7 CONTINÚE
RETURN
END

```

```

C   ESTA SUBROUTINA GENERA NÚMEROS ALEATORIOS, LOS COMPARA CON LOS
C   DATOS DE SALIDAS FORZADA DE CADA ELEMENTO DEL SISTEMA Y HACE
C   UNA SELECCIÓN DE UN ESTADO DEL SISTEMA; ADEMÁS, VERIFICA QUE
C   PARA CADA ESTADO SE CUPLAN TODAS LAS RESTRICCIONES DE OPERACIÓN
C   Y CALCULA EL ÍNDICE DE LA PROBABILIDAD DE PÉRDIDA DE CARGA (LOLP)
C   DEL SISTEMA COMPUESTO DE TRANSMISIÓN Y GENERACIÓN

```

```

C   GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

```

```

SUBROUTINE Gnapec1 (FSL, FSG, PL, PPC, PB)

```

```

DIMENSIÓN R(100000), Seed(1), KG(30), KL(30), FL(60), DELTAP(30),
1          FSL(60,60), FSG(30,60), FLOW(60), PL(60), PB(30)
INTEGER   Seed, KG, KL, KR, NS, FX, SUMA, NRAM
REAL      R, FL, DELTAP, SUMAPOT, FSL, FSG, PPC, TOTAL, RESI, FLOW, PL, PB

```

```

COMMON/C1/NRAM, N, NC, IGEN, NG
COMMON/C2/NODO(60,2), IMPCIR(60,2)
COMMON/C3/EQUIPO(60)
COMMON/C4/PGCOST(30)
COMMON/C5/PGMAX(30)
COMMON/C6/FORG(30)
COMMON/C7/FIXP1(30)
COMMON/C8/FIXP(30), PG(30)
COMMON/C9/PLMAX(30)
COMMON/C10/FORL(30)
COMMON/C11/YCOMP(60)
COMMON/C12/NNODO1(30)
COMMON/C13/NNODO(60)
COMMON/C14/NUM1(30)
COMMON/C15/NUM(30)
COMMON/C16/NTIPO(30)
COMMON/C17/NCOM(30)
COMMON/C18/NF1, NF2

```

```

C   VALOR INICIAL
Seed=12345678

```

```

CALL RANDOM_SEED(PUT=Seed)
CALL RANDOM_NUMBER(R)
PRINT '(10E14.7)', R

```

```

C   COMPARAMOS CADA NUMERO ALEATORIO GENERADO CON LA TASA DE SALIDA
C   FORZADA (FOR) DE CADA ELEMENTO DEL SISTEMA.

```

```

KG = 0
KL = 0
KR = 1
NS = 1

```

```

160 KSG= 0
    KSL= 0

```

```

C   ASIGNAMOS LOS FLUJOS EN CADA LÍNEA
    DO 3 I=1,NRAM
      FL(I)=PL(I)
      FLOW(I)=FL(I)
3   CONTINÚE

    SUMAPOT=0.0

    DO 5 J=1,N-1

      IF (NTIPO(J) .NE. 2)GOTO 5

      IF (R(KR) .LT. FORG(J))THEN
        PG(J)=0.0
        KG(J)=KG(J)+1
        KSG=KSG+1
      ELSE
        PG(J)=PGMAX(J)
      END IF

      KR=KR+1

5   CONTINÚE

    DO 10 L=1,NRAM
      IF (R(KR) .LT. FORL(L))THEN

        KL(L)=KL(L)+1
        KSL=KSL+1
        FLOW(L)=0.0

      ELSE
      END IF

      KR=KR+1

10  CONTINÚE

    IF (NS .EQ. 365)GOTO 100

    IF (KSG .EQ. 0) GOTO 110

C   EVALUAMOS LA SUFICIENCIA DEL ESTADO DEL SISTEMA
C   LA SUMATORIA DE LA POTENCIA MÁXIMA DE CADA MÁQUINA MENOS SU
C   POTENCIA BASE DEBE SER IGUAL O MAYOR A CERO, PARA QUE NO HAYA
C   CORTE DE CARGA EN EL SISTEMA

    DO 12 M=1,N
      IF (NTIPO(M) .EQ. 2)THEN
        SUMAPOT=SUMAPOT + (PG(M) - PB(M))
      ELSE
      END IF
12  CONTINÚE

```

```
IF (SUMAPOT .LT. 0) GOTO 115

DO 15 I=1,N

IF (NTIPO(I) .NE. 2)GOTO 15
IF (PG(I) .NE. 0) GOTO 15

DO 20 L=1,NRAM
DELTAP(I) = - PB(I)
FL(L)=FL(L)+FSG(L,I)*DELTAP(I)

IF (FL(L) .GT. PLMAX(L)) THEN
ELSE IF (FL(L) .GE. -PLMAX(L)) THEN

ELSE
GOTO 115

END IF
20 CONTINÚE
15 CONTINÚE

110 IF (KSL .EQ. 0)GOTO 130

DO 30 L=1,NRAM
DO 40 K=1,NRAM
IF (L .EQ. K)GOTO 40
IF (FLOW(K) .NE. 0)GOTO 40
FL(L)=FL(L) + FSL(L,K)*PL(K)
IF (FL(L) .GT. PLMAX(L)) THEN
ELSE IF (FL(L) .GE. -PLMAX(L)) THEN

GOTO 40
ELSE
GOTO 115
END IF

40 CONTINÚE
30 CONTINÚE
GOTO 130

115 FX = 1

GOTO 150

130 FX = 0

150 SUMA =SUMA + FX
NS =NS+1

GOTO 160

100 TOTAL=SUMA
RESI=NS
PPC =TOTAL/RESI
```

RETURN  
END

ARCHIVOS DE ENTRADA DE DATOS PARA EL SISTEMA DE ETESA-GENERADORES

NÚMEROS DE NODOS EN EL SISTEMA

30

NODO	NUM	TIPO	POTENC	POTMAX	FOR	\$
NODO 1	1	1	0.000	0.000		
NODO 2	2	2	60.000	96.000	0.100000	
NODO 3	3	1	-338.032	0.000		
NODO 4	4	1	-118.002	0.000		
NODO 5	5	1	-48.761	0.000		
NODO 6	6	1	-125.105	0.000		
NODO 7	7	2	30.000	50.000	0.100000	
NODO 8	8	1	-39.850	0.000		
NODO 9	9	2	87.128	113.000	0.03375	
NODO 10	10	2	57.128	83.000	0.010648	
NODO 11	11	1	0.000	0.000		
NODO 12	12	1	0.000	0.000		
NODO 13	13	1	0.000	0.000		
NODO 14	14	1	0.000	0.000		
NODO 15	15	1	-73.826	0.000		
NODO 16	16	1	0.000	0.000		
NODO 17	17	2	255.000	300.000	0.04	
NODO 18	18	1	-40.769	0.000		
NODO 19	19	1	0.000	0.000		
NODO 20	20	2	38.000	48.000	0.010000	
NODO 21	21	2	42.000	42.000	0.010000	
NODO 22	22	1	0.000	0.000		
NODO 23	23	1	-21.668	0.000		
NODO 24	24	2	24.800	50.000	0.001000	
NODO 25	25	2	84.000	100.000	0.001000	
NODO 26	26	1	0.000	0.000		
NODO 27	27	2	60.000	60.000	0.100000	
NODO 28	28	2	0.000	42.000	0.070000	
NODO 29	29	1	0.000	0.000		
NODO 30	30	3	0.000	0.000		

DATOS DEL SISTEMA

NÚMEROS DE RAMALES DEL SISTEMA

53

EQUIPO	NODi	NODj	IMPED.	SERIE	B/2	PLMAX	FORL
LÍNEA 1	1	2	0.00000	0.03500	0.0 0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 2	1	2	0.00000	0.03500	0.0 0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 3	1	3	0.00000	0.05140	0.0 0.0300	172.000	0.001830
LÍNEA 4	1	3	0.00000	0.05140	0.0 0.0200	172.000	0.001830
LÍNEA 5	1	3	0.00000	0.02570	0.0 0.0200	343.000	0.001830
LÍNEA 6	1	3	0.00000	0.02570	0.0 0.0300	343.000	0.001830
LÍNEA 7	2	5	0.00000	0.13500	0.0 0.0200	48.000	0.000000
LÍNEA 8	2	5	0.00000	0.13500	0.0 0.0200	48.000	0.000000
LÍNEA 9	2	14	0.00000	0.12470	0.0 0.0300	173.500	0.007970



LÍNEA 10	2	14	0.00000	0.12470	0.0	0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 11	3	4	0.00000	0.00260	0.0	0.0200	81.570	0.003420
LÍNEA 12	3	4	0.00000	0.00260	0.0	0.0300	81.570	0.003420
LÍNEA 13	3	8	0.00000	0.07360	0.0	0.0200	81.570	0.006190
LÍNEA 14	3	10	0.00000	0.17670	0.0	0.0200	81.570	0.006190
LÍNEA 15	4	12	0.00000	0.09500	0.0	0.0300	55.570	0.003420
LÍNEA 16	4	13	0.00000	0.09500	0.0	0.0200	55.570	0.003420
LÍNEA 17	6	29	0.00000	0.05400	0.0	0.0200	172.000	0.000000
LÍNEA 18	6	29	0.00000	0.05400	0.0	0.0300	172.000	0.000000
LÍNEA 19	7	9	0.00000	0.00100	0.0	0.0200	135.000	0.003420
LÍNEA 20	7	10	0.00000	0.00100	0.0	0.0200	135.000	0.003420
LÍNEA 21	8	10	0.00000	0.10310	0.0	0.0300	81.570	0.003420
LÍNEA 22	9	11	0.00000	0.03280	0.0	0.0200	135.000	0.003420
LÍNEA 23	9	11	0.00000	0.03280	0.0	0.0200	135.000	0.003420
LÍNEA 24	11	12	0.00000	0.08660	0.0	0.0300	55.570	0.003420
LÍNEA 25	11	13	0.00000	0.08660	0.0	0.0200	55.570	0.003420
LÍNEA 26	14	15	0.00000	0.14740	0.0	0.0200	67.000	0.000000
LÍNEA 27	14	15	0.00000	0.14740	0.0	0.0300	67.000	0.000000
LÍNEA 28	14	26	0.00000	0.11395	0.0	0.0200	173.000	0.005710
LÍNEA 29	14	26	0.00000	0.11395	0.0	0.0200	173.000	0.005710
LÍNEA 30	14	26	0.00000	0.09429	0.0	0.0300	202.570	0.007970
LÍNEA 31	14	26	0.00000	0.09429	0.0	0.0200	202.570	0.007970
LÍNEA 32	14	29	0.00000	0.16631	0.0	0.0200	202.570	0.005710
LÍNEA 33	14	29	0.00000	0.16631	0.0	0.0300	202.570	0.005710
LÍNEA 34	16	17	0.00000	0.03370	0.0	0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 35	16	17	0.00000	0.03370	0.0	0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 36	16	18	0.00000	0.14740	0.0	0.0300	67.000	0.001830
LÍNEA 37	16	18	0.00000	0.14740	0.0	0.0200	67.000	0.001830
LÍNEA 38	16	18	0.00000	0.14740	0.0	0.0200	67.000	0.001830
LÍNEA 39	16	22	0.00000	0.05280	0.0	0.0300	173.500	0.007970
LÍNEA 40	16	26	0.00000	0.08075	0.0	0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 41	16	26	0.00000	0.08075	0.0	0.0200	173.500	0.007970
LÍNEA 42	18	19	0.00000	0.09530	0.0	0.0300	81.570	0.003420
LÍNEA 43	18	19	0.00000	0.09530	0.0	0.0200	81.570	0.003420
LÍNEA 44	19	20	0.00000	0.02040	0.0	0.0200	81.570	0.003420
LÍNEA 45	19	21	0.00000	0.00700	0.0	0.0300	81.570	0.003420
LÍNEA 46	22	23	0.00000	0.13500	0.0	0.0200	48.000	0.000000
LÍNEA 47	24	25	0.00000	0.00186	0.0	0.0200	173.500	0.001000
LÍNEA 48	25	26	0.00000	0.07458	0.0	0.0300	173.500	0.001000
LÍNEA 49	25	26	0.00000	0.07458	0.0	0.0200	173.500	0.001000
LÍNEA 50	27	29	0.00000	0.00933	0.0	0.0200	167.440	0.007970
LÍNEA 51	27	30	0.00000	0.05200	0.0	0.0300	167.440	0.007970
LÍNEA 52	28	29	0.00000	0.00933	0.0	0.0200	167.440	0.007970
LÍNEA 53	28	30	0.00000	0.05200	0.0	0.0200	167.440	0.007970

## NÚMEROS DE NODOS DE COMPENSACIÓN

0

1233.18765.321

NODO COMP

## BIBLIOGRAFÍA

1. Allan, R., Bhavaraju, M. P., Billinton, R., Endrenyi, J., Marks, G. E., “ **IEEE Tutorial Course Power System Reliability Evaluation**” 82 EHO 195-8-PWR, 1982.
2. Allan, R., Bhavaraju, M. P., Billinton, R., Fong, C. C., Pereira, M. V. F., Ringlee, R. J., Salvaderi, L., and Singh, C., “**IEEE Tutorial Course Reliability Assessment of Composite Generation and Transmission Systems**” 90 EHO 311-1-PWR, 1990.
3. Billinton, R, and Allan, R., “**Power System Reliability and Its Assessment, Part 1, Background and generating capacity**”, power engineering Journal (July 1992).
4. Billinton, R, and Allan, R., ‘**Power System Reliability and Its Assessment, Part 2, Composite generation and transmission systems**’, power engineering Journal (November 1992).
5. Billinton, Roy; Allan, R. “**Reliability Evaluation of Engineering Systems**”, Pitman Books Limited (1983)
6. Billinton, R., Allan, R., “**Reliability Evaluation of Power System**”, Plenum Press, New York (1990).
7. Billinton, R., and Allan, R., “ **Reliability Evaluation of Engineering Systems – Concepts and Techniques**”, second edition, Plenum Press, NY, 1992, 453 pags.
8. Billinton, R., Ringlee, J. R., Wood, Allen “**Power System Reliability Calculations**” MIT Press (1978).
9. Billinton, R. and Wenyuan, L., “**Composite System Reliability Assessment using a Monte Carlo Approach**”.
10. Billinton, R., and Wenyuan, L., “**Hybrid Approach for Reliability Evaluation of Composite Generation and Transmission System using Monte Carlo Simulation and Enumeration Technique**”, IEE Proceedings-c, vol. 138, #3, May 1991.
11. Billinton, R., Wenyuan, L. “**Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods**”, Plenum Press, NY, 1994, 348 pags.

12. Dalabelh, D. M., Jebiril, Y. A. "**Determination of data for Reliability Analysis of Transmission Systems**", Conference Publication, # 406, IEE, 1995.
13. Data Analysis Task Force, Working Group on Statistics of line Outages, "**An IEEE Survey of U.S. and Canadian Overhead Transmission Outages at 230KV and Above**", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, #1, January, 1994, pags. 21-39.
14. Endrenyi, J., Albrecht, P. F., Billinton, R., Marks, G. E., Reppen, N. D., Salvaderi, L., "**Bulk Power System Reliability Assessment – Why and How? Part 1: Why?**", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, #9, September 1982, pags. 3439-3445.
15. Endrenyi, J., Albrecht, P. F., Billinton, R., Marks, G. E., Reppen, N. D., Salvaderi, L., "**Bulk Power System Reliability Assessment – Why and How? Part 2: How?**", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, #9, September 1982, pags. 3446-3456.
16. Endrenyi, J., "**Reliability Modeling in Electric Power Systems**", John Wiley and Sons (1978).
17. Feller, W., "**An Introduction to Probability and Its Applications**", Vol.1, John Wiley (1968).
18. Guerrero, R., "**Notas de Flujos de Carga**", Operación y Control de la Generación, Postgrado de Ingeniería, UNAM, Noviembre de 2000.
19. Henley, E. J, and Kumamoto, H. "**Probabilistic Risk Assessment**", IEEE Press, New York (1992).
20. Bazorky, I., "**Reliability Engineering and Practice**", Editorral Prentice – Hall Space technology Series 1961.
21. IEEE Working Group on Measurement Indices, "**Bulk System Reliability – Measurement and Indices**", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 4, #3, August 1981, pags. 829- 835.
22. M. V. F. Pereira and Neal J. Balu, "**Composite Generation/ Transmission Reliability Evaluation**", Proceedings IEEE Vol. 80-4, April 1992, pags. 470-491.

23. Noferi, P. L., Saladeri, L., "**Monte Carlo Methods for Systems Reliability Evaluations in Transmission or Generation Planning**", Proceedings, 1975 Annual Reliability and Maintainability Symposium, Washington, 1975.
24. Patton, A. D., "**Determination and Analysis of Data for Reliability Studies**", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, #1, January 1968, pags. 84-100.
25. Rubinstein, R. Y., "**Simulation and The Monte Carlo Method**", John Wiley and Sons, NY, 1981, 278 pags.
26. Schilling, M. Th., Do Coutto Filho, M. B., Leite da Silva, A. M., Billinton, R., and Allan, R., "**An Integrated Approach to Power System Reliability Assessment**", Electrical Power & Energy Systems, Vol. 17, #6, 1995, pags. 381-390.
27. Stagg, G. W., El-Abiad, A. H., "**Computer Methods in Power Systems Analysis**" Mc.Graw-Hill, Inc. USA, 1968, 427 pags.
28. Stoll, H. G., "**Least-Cost Electric Utility Planning**", John Wiley & Sons, Inc. USA, 1989, 782 pags.
29. Task Force on Bulk Power System Reliability of the IEEE-PES Application of Probability Methods Subcommittee, "**Bulk Power System Reliability Concepts and Applications**", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, #1, February 1988.
30. The Transmission Reliability Task Force of the Mid-Continent Area Power Pool, "**MAPP Bulk Transmission Outage Data Collection and Analysis**", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, #1, January 1984, pags. 213-221.
31. Thuesen, H. G., Fabricky, W. J., Thuesen, G. J., "**Ingeniería Económica**" Traducción de la primera edición en ingles por Betancourt, A. L., Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A., México, 1986, 592 pags.
32. Wood, A. J., Wollenberg, B. F., "**Power Generation, Operation and Control**", John Wiley & Sons, NY, 1984, 444 pags.
33. Schilling, M.,Th., Abdo, R., Lima, D., "**Índices de Desempeño Probabilístico de Líneas de Transmisión**", GLT/029, XVI SNPTEE, Campinas, SP, Brasil, Octubre 2001, 6 pags.