# Análisis Histórico de Textos

# De Geometría Analítica.

Unidad de los Ciclos Profesional y de Postgrado del CCH

(UACPYP- CCH) UNAM.

Presenta: Jesús Leobardo Rendón García.

Directora de Tesis: Asela Carlón Monroy.



2004

**Dedico esta tesis a mis padres:**

**Alicia García Valadez. y**

**Leobardo Rendón Camacho.**

**Y a mis hijos:**

**Arquímedes Rafael.**

**Andrés Leobardo.**

**Y especialmente a Jesús Mateo.**

## La Búsqueda.

**Cuando Creí haberme hallado,**

**Ya era otro.**

**Comprendo que soy eso....**

**Sólo una búsqueda de mi**

**Y no otra cosa.**

*Arfagathor Yautempa.*

## Agradecimientos.

A mi compañera **María de los Ángeles Ávila P.** Por su apoyo su compañía y la lectura detallada del trabajo.

**A Yolanda Domínguez González** Por la captura de la parte mas complicada de este trabajo.

**Al profesor Arturo Bazán Zurita,** por sus valiosos comentarios.

**A la Dra. Santa Soledad Rodríguez de Ita.** Por el apoyo en la consolidación de este trabajo.

**Al prof. Pedro López Escalante. (Perico)** quien comenzó con esta inquietud.

**A la Dra. Elfride Elsenburger W.** (que en paz descanse)

**A quienes leyeron este trabajo y lo enriquecieron con sus comentarios:**

**Dr. Sergio López Vázquez.**

**Mtro. Sergio Cruz Contreras.**

**Dr. Enrique Ruiz Velasco Sánchez.**

# ÍNDICE

# PRESENTACIÓN

# PRESENTACIÓN Y FUNDAMENTACIÓN.

El enfoque actual de los cursos de Geometría Analítica en las escuelas de educación media superior (bachillerato), se han analizado desde la estructuración de los programas y el contenido de los exámenes extraordinarios. En este análisis se presenta una paulatina algebraización y desgeometrización de los temas, dado que se tocan sólo algunos puntos específicos como ocurre con el tema de Cónicas, lo que significa una parcialización. En los programas y exámenes extraordinarios que se recopilaron, se encontró que, lo que se espera en la formación del estudiante es una destreza de clasificación e identificación más tendiente al manejo de contenidos algebraicos

De aquí las siguientes preguntas: ¿Será que el enfoque de Geometría Analítica siempre ha sido éste?. De no ser así, ¿Bajo qué criterios se escoge el temario y la bibliografía?, ¿Ocurrirá que si algún texto se pone de moda, es suficiente para proponerlo como libro de consulta?, ¿Cómo se rige el destino de la Geometría curricularmente?, ¿Será la moda enfocar a la Geometría Analítica como una materia de apoyo al Cálculo, aunque sepamos que esto nos llevará a una parcialización de su enfoque? y ¿Será lo adecuado para nuestros alumnos?

Debe tenerse presente que la Geometría Analítica es una materia con bastante contenido matemático, razón por la cual, su posición cronológica dentro del currículo en el bachillerato, ocupa la última parte de la sección que cursan los alumnos que no tendrán una formación hacia las ciencias exactas. Por lo anterior, surge una pregunta la cual quizá no intentaré responder, pero que considero importante tener presente: ¿Qué contenidos de Geometría Analítica deberán tomarse en cuenta?. Se debe considerar que si bien algunos alumnos cursarán materias como Cálculo Diferencial por dirigirse a las carreras del área de Física y Matemáticas, también, muchos de ellos se perfilarán hacía las áreas humanísticas y sociales. Ahora bien, por las características del público que cursa esta materia, considero que en Geometría Analítica debería proponerse una visión que abarque aspectos históricos, filosóficos y matemáticos relacionados con la materia .

Por lo anterior, creo que no basta con tener una clasificación algebraica de las cónicas, además es necesario, exhibir su método y su riqueza como materia de análisis que proporcionó a la sociedad una simplificación humanística y social de los contenidos de la matemática y de otras áreas.

Otro reto interesante es responder a las siguientes preguntas:

-¿Acaso la Geometría Analítica son sólo las secciones cónicas? y en caso de manejar sólo las cónicas; ¿Será que pueden manejarse únicamente sus contenidos si utilizamos coordenadas rectangulares?.

El tema a la enseñanza de la Geometría Analítica se encuentra actualmente en un debate interesante, ya que se muestran fuertes tendencias a supeditarla al Cálculo Diferencial, o bien, hay muestras de que se tiende a su simplificación y mecanización en el manejo de sus contenidos. Aun así, la Geometría Analítica se encuentra todavía dentro del sistema escolarizado, porque está claro que como rama de la Matemática es una rama que continua con vida, por que siguen buscándose con vigor algunas extensiones teóricas de ella, como son: La Geometría Proyectiva y la Geometría Algebraica entre otras.

## Por todo lo anterior el objetivo principal de este trabajo será:

- Analizar, por un lado, el cómo han evolucionado los libros de texto de Geometría Analítica en los distintos tiempos de la historia, pues esto podría proporcionarnos una visión de lo que ha ocurrido en los contenidos.

- Exhibir las modificaciones, recortes, agregados y enfoques que presentan los textos, también puede llevarnos a reflexionar sobre nuestra posición y enfoque respecto a esa materia.

- Realizar también, un análisis comparativo de la "evolución" de la Geometría Analítica porque esto me permitirá ver en qué medida se ha enriquecido la materia con los nuevos enfoques y apreciar en perspectiva los contenidos que han ido quedando de lado y por qué.

- Apreciar la manera en cómo se articulan los contenidos, para después buscar una mejor forma de presentarlos a los alumnos.

- Propiciar que todos los profesores que colaboran dentro de las diferentes escuelas del nivel medio superior, en la impartición de esta materia, se motiven y participen en la discusión del destino de la Geometría Analítica dentro del currículo, tomando como apoyo, las metodologías e instrumentos que se presentarán en este trabajo.

- Contar con un material que permita confrontar los contenidos de los libros de texto de la Geometría Analítica dentro del nivel bachillerato, a lo largo de los periodos que comprenden desde el final del siglo XIX hasta el siglo XX, para que los profesores tengan un compendio de bibliografía y estrategias didácticas que coadyuven a mejorar su práctica docente.

## La presentación será:

1) Motivación del tema de tesis, considerando los lineamientos que rigen a la materia en el currículum del bachillerato.

2) Herramienta de análisis e implementación de la misma dentro del trabajo a realizar, así como tipo de material que se pretende recopilar.

3) Sistematización de la Información y

4) Conclusiones y Observaciones.

# METODOLOGÍA

Analizaré una serie de textos (20 aproximadamente) entre los periodos que comprenden los periodos de finales del siglo XIX y el siglo XX. El análisis lo haré mediante una malla de recuperación de la información, que permitirá desglosar y sistematizar los contenidos de los diversos textos recopilados.

Estableceré los criterios de análisis en su momento, así como el tipo de contenidos sobre los cuales se prestará mayor atención.

En la primera etapa, seleccionaré los textos considerando aquellos que posean contenidos equivalentes a los que se manejan en los libros de texto del bachillerato en la actualidad.

En una etapa posterior, sistematizaré los contenidos de los textos analizados bajo los criterios que se establezcan para el uso de la malla. Los presentaré por temas y en orden cronológico.

Finalmente, estableceré las observaciones y conclusiones respecto al trabajo realizado.

## En este trabajo se analiza:

- ✓ ¿Cómo han evolucionado los contenidos de Geometría Analítica desde la fundación de las primeras escuelas de monjes en el continente americano.?

- ✓ ¿Qué ha ocurrido con los contenidos de la materia en el currículo del bachillerato en México, desde la fundación de la materia en el bachillerato.?

- ✓ ¿Cuáles han sido las modificaciones, recortes, agregados, enfoques, aplicaciones y apoyos, que se le han dado?

- ✓ ¿Qué destino le espera a la Geometría Analítica (dentro del currículo).?

## Producto de este trabajo será:

1- Dar una motivación que propicie la reflexión sobre el futuro del tema dentro del currículo del bachillerato, apoyándonos en los lineamientos que rigen la Geometría Analítica en el bachillerato.

2- Hacer una reflexión sobre las herramientas de análisis e implementación de su aplicación en el tipo de material que se pretende analizar.

3- Elaborar una sistematización de la información.

4- Presentar conclusiones y observaciones.

## Respecto de la elección bibliográfica:

a) ¿Qué libros se encuentran a mi alcance.?

b) ¿Están en mi propiedad o en la de mis amigos.?

c) ¿Están en una biblioteca a la cual es posible tener acceso.?

## Evolución del currículo de Geometría Analítica:

¿Influye esto en los contenidos de los textos?

¿Qué condiciones existen actualmente respecto a la disciplina en el currículo mundial?

¿ Ha habido evolución o no en los textos de la materia.?

¿Qué enfoque predomina la enseñanza de la Geometría Analítica?.

¿cuáles son las áreas de conocimiento que constituyen la materia?

Referente a los exámenes extraordinarios de Geometría Analítica ¿Cómo los puedo utilizar para comprender el enfoque que los docentes consideran?

# ALGUNAS ANÉCDOTAS HISTÓRICAS DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA.

Antes de la aparición de la Geometría Analítica de Descartes, teníamos un panorama en el que la religión dominaba la vida ideológica de los individuos, controlaba los materiales intelectuales realizados en la época y regulaba su producción. Varios genios de esa época murieron en la hoguera acusados de pactos con el demonio, cuando lo que transmitían era el resultado de sus investigaciones científicas. Otros en cambio, casi al momento de ser quemados públicamente se retractaron, como en el caso de Galileo. Básicamente los hallazgos de esos hombres contravenían la manera de ver de los filósofos y físicos de la antigüedad que sustentaban su física y su filosofía en Aristóteles y Ptolomeo.

Fue en la época del Renacimiento, con los trabajos de Astronomía de Copérnico y los hallazgos de Galileo que se logró una nueva perspectiva del mundo en el universo. De todos es conocida la anécdota en que Galileo se retractó en la hoguera de que el mundo se movía siguiendo una órbita elíptica alrededor del sol y que además giraba sobre su propio eje. Desde luego, esta manera diferente de ver el mundo tenía sustento en las cosas que ocurrían en el espacio, las cuales Galileo podía observar con la ayuda de los telescopios que él diseñaba. Sus observaciones contravenían a la Física imperante y al modelo heliocéntrico. Encontró que las trayectorias de los planetas no concordaban con el movimiento que teóricamente debían seguir los planetas, ya que al realizar las observaciones, éstas no coincidían con lo descrito por la teoría Ptoloméica.

La historia de la evolución de las observaciones de la naturaleza tuvo un desarrollo lento, pero ya en época de los griegos se tenía la demostración de que la tierra era redonda y además se conocía el valor del diámetro de ésta con una buena aproximación. Esta demostración se realizó de la siguiente manera: al medio día en el equinoccio de Primavera, se observó entre dos pozos que se encontraban a varios kilómetros de distancia entre sí que; mientras en uno llegaba la luz al fondo, en el otro no ocurría, deduciendo con ello, el diámetro de la tierra. Fue crucial para este cálculo observar la profundidad de la luz en el segundo pozo, ya que con ello se calculó el valor del radio de la tierra usando semejanza.

Pero no hay evidencia, de que los griegos hayan demostrado que la tierra tenía movimiento propio y que además, también girara alrededor del sol, suceso que hoy se conoce como movimiento de Rotación y Traslación de la tierra.

Sin embargo, si se tiene indicio que fueron los griegos quienes propusieron el modelo de movimiento de traslación de la tierra siguiendo una órbita circular. Pero dejaron de promoverla por la noción imperante de Ptolomeo. Desde entonces, la idea generalizada que se sostenía, fue que la tierra era plana y que ésta a su vez era el centro del universo, idea que también fue apoyada por la Santa Inquisición y que se impuso hasta la época del Renacimiento.

Entre los trabajos de los griegos se tienen algunos que contradecían la estructura lógica de la Matemática y de la Filosofía dominante de la escuela Clásica Griega. En este sentido se encuentran trabajos como los de Arquímedes, que abarcaban el terreno de la Matemática y particularmente el de la Geometría. Entre sus trabajos destacan, la cuadratura de la parábola y el arenario, en el que plantea la naturaleza del infinito. En el terreno de la Física trabajó sobre los principios de la palanca, la óptica y la flotación de los cuerpos entre otros. También están los trabajos de Apolonio de Perga que desarrolló un trabajo referente a las cónicas y en él, trata las propiedades de estas curvas y la forma en que se manejaban.

Se comenta en varios libros de Historia, que Apolonio manejaba un sistema de coordenadas, del cual, Descartes pudo basar su invención del Plano Coordenado. ***Apolonio*** también sostenía la idea de que la tierra se movía siguiendo una trayectoria circular en el espacio.

Todos estos trabajos además de la invención del lenguaje algebraico, correspondían a búsquedas para construir un simbolismo mediante el cual se pudieran expresar los fenómenos de la naturaleza. En estos trabajos siempre estaba presente la idea de describir; qué es este planeta en que vivimos y cuál es la relación que guarda con los planetas cercanos.

Es el renacimiento la época en la que se retoman los trabajos de muchos de los sabios que aparecían en la biblioteca de Alejandría y de los que además, quedaban algunas traducciones.

Los renacentistas retomaron los trabajos de los antiguos e incorporaron nuevas maneras de observar la composición de las Matemáticas. Es importante resaltar que los Árabes desarrollaron el Álgebra que convenía para favorecer sus actividades comerciales y por ellos, se deduce que el desarrollo de las Matemáticas es un trabajo que se logra con una participación colectiva y de diferentes culturas, lo que le da a su desarrollo, un carácter social. De manera que desde todas las latitudes del mundo, las diferentes culturas han fomentado su desarrollo, empujando a una visión más amplia del fenómeno que se desea describir, pero particularmente el de los eventos que ocurren en la naturaleza.

Como decía, la época del Renacimiento alimentó el modo de hacer nuevas Matemáticas, nueva Astronomía y, desde luego, nueva Filosofía. Cada una de estas líneas de razonamiento, empujándose siempre, contra las disposiciones de poder que imponía la Iglesia. En este trabajo nos abocaremos a describir cómo **la Matemática** se fue abriendo paso hasta lograr que nuevas ideas cobraran legitimidad.

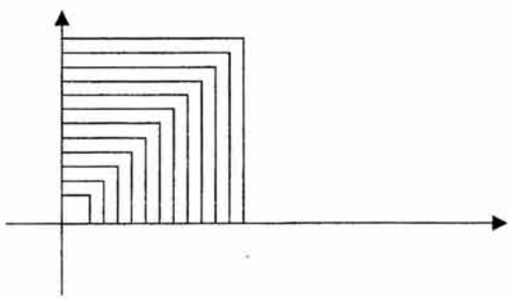
Uno de los precursores fue ***Arquímedes***, quien deseaba en toda su obra creadora describir mediante el lenguaje de la matemática los fenómenos de la naturaleza. Este gran hombre describió además de los ya mencionados, otros principios tales como: el volumen de los cuerpos, en la ya clásica anécdota que cuenta que al estarse bañando observó que al introducir un cuerpo en una tina, ésta desplazaba tanta agua como el volumen del cuerpo introducido en ella, y entonces gritó: ¡*EUREKA!*. Este principio lo descubrió porque quería comprobar si una corona que mandó hacer el rey que lo auspiciaba, contenía la cantidad de oro que él había dado para su construcción; ocurrió entonces que al comparar las densidades de una cantidad equivalente en oro que se le había proporcionado al artesano para la realización de la corona, ésta última, desplazaba menos agua que una cantidad equivalente a su peso en oro. De lo anterior, Arquímedes dedujo que la corona no poseía igual densidad que el oro dado por el rey para su construcción. También encontró el principio de la palanca, que popularizó el refrán aquél que reza: *"dadme un punto de apoyo y moveré el universo"*, encontrando con ello principios muy útiles para la Física.

Desde luego, los trabajos que sirven de colofón a la creación del instrumento matemático es el sistema de referencia que desarrolló Descartes.

Algunos historiadores han descrito que los romanos, utilizaban un sistema coordenado para realizar sus ataques en algún país lejano. Realizaban un mapa del terreno, lo dividían en pequeñas secciones cuadriculadas y después asignaban las secciones de su ejercito que atacarían cada una de las cuadriculas asignadas al mapa. Debe recordarse que Descartes, también era militar.

Otro personaje importante en el desarrollo de la Geometría Analítica fue Regiomontano, él desarrolló una manera particular de contemplar el lenguaje algebraico, ya que realizó trabajos en los que vinculó el álgebra con la geometría, por ejemplo: la deducción de la fórmula de los números cuadrados ( números elevados a la segunda potencia).

Consideremos cuadrados cuyas medidas de los lados van aumentando en uno sucesivamente, supóngase que tomamos el cuadrado de lado 3x3. Vemos que el área es 9. Ahora bien, para calcular el área del cuadrado de lado 4, si queremos usar el valor del cuadrado del lado 3, hacemos lo siguiente: (3x3) + 2(3+1) + 1 = 4 elevado a la segunda potencia. De esta forma vemos que podemos obtener la siguiente forma general: a2 + 2(a) + 1 = (a +1) elevado a la segunda potencia.



Vemos aquí entonces una relación entre ambas disciplinas. El describía la incógnita como la "**cosa**" en uno de los enunciados en los que describe geométricamente la ecuación cuadrática y escribe: ... " *llamémosle a uno de los lados la cosa y entonces* *resolvamos el problema por la regla de la cosa y el cuadrado, es decir por medio de una ecuación de segundo grado"...*

Estas aplicaciones del álgebra a la geometría fueron de vital importancia en el desarrollo de la disciplina que nos ocupa. Sin embargo fue necesario desarrollar más el lenguaje algebraico para poder establecer los sólidos cimientos de la Geometría Analítica. En este sentido el trabajo de Nicolás Chuquet fue importante ya que introdujo el uso de las potencias en los valores de las incógnitas y además usó la letra "x" para denotar la cosa de Regiomontano. También introdujo por primera vez un número negativo separado dentro de una ecuación, por decir algo; $2x+3=-4$.

Al mismo tiempo (Siglo XVI), los alemanes comenzaron a utilizar los signos de más (+) y menos (–) para las operaciones aritméticas de suma y resta, con lo cual el lenguaje necesario para el Álgebra se fue puliendo gradualmente.

Por su parte, el belga Simon Stevin empezó a utilizar un sistema de fracciones decimales, en vez de las sexagesimales que se usaban para las expresiones después del punto decimal. Con esto ofrecía aplicaciones de este sistema a la Astronomía, la Agricultura y el comercio, adelantándose con ello dos siglos a la adopción universal del Sistema Métrico Decimal.

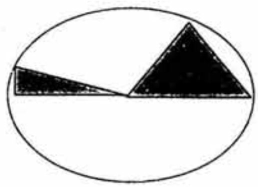
En el sentido de simplificar los cálculos aritméticos aparecen en este periodo los cálculos de logaritmos, en los que trabajó también, entre otros, Neiper. Alguno de los contemporáneos de él, es Jobst Bürgi , que proporcionó una tabla de senos y una de logaritmos.

De igual forma, el Álgebra se debe mucho a los científicos Italianos como son: Tartaglia, Cardano y Bombelli. La construcción de las soluciones de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, la lograron estos tres personajes. También debemos a ellos la aparición de los números complejos. Cabe destacar a modo de anécdota que el ambiente científico en Italia durante el Siglo XVI, era prácticamente público, los maestros del Álgebra lanzaban retos en los periódicos para ver quién podía resolver tal o cual ecuación de diversos grados y después en una arena intelectual, se debatían las soluciones alcanzadas, esto dio al desarrollo del Álgebra un soporte de creación social muy benéfico.

Entre estos hechos, se encontraron así, las soluciones a las ecuaciones de tercer y cuarto grado, hallazgos que deslumbraron a los matemáticos de la época. Del mismo modo, se encontró entre otras, la regla de la falsa posición y las soluciones generales de la ecuación de tercer grado, atendiendo a las particularidades de los coeficientes y manejando de una manera desinhibida las soluciones complejas, para las cuales se desarrolló una Aritmética especial.

Otro de los trabajos que sirven de preludio a la creación cartesiana son: los que realizó Galileo: Él desarrolló un método de exhaución en el que da aproximaciones muy finas a los valores de "pi", utilizando métodos infinitesimales para calcularlo.

Por su parte, Kepler escribe en esa época sus famosas leyes, mismas que describen detenidamente, que los planetas se mueven en el espacio siguiendo una órbita elíptica. Su ley más importante dice que en el espacio, los planetas se mueven siguiendo trayectorias elípticas y que, en tiempos iguales, los arcos de recorrido barren áreas iguales (tomando arcos de las trayectorias medidas desde el centro de la elipse).



Desde luego estos hallazgos aunque sutiles, iban encaminados en la dirección que deseaba Arquímedes; vincular la Matemática con los fenómenos de la naturaleza. Además, aquí se da un hecho sorprendente con relación a la ley de Kepler porque se establece por primera vez en la historia, el vínculo entre una creación de la abstracción humana como es la "Elipse", deducida de la intersección de un cono con un plano y con un fenómeno de la naturaleza.. Aunque es importante destacar aquí que, la idea de que las órbitas de los planetas eran circulares, también la tenían los griegos muchos años antes, recodemos que es el modelo propuesto por ·Apolonio. Ellos consideraban las cónicas (el nombre de cónicas lo determinaron los griegos) por un mero ejercicio de gimnasia mental, que realizaron al interceptar un cono con un plano. Sólo que ellos nunca lo comprobaron ni lo estudiaron en su vínculo con la naturaleza o los fenómenos que los rodeaban, razón por la cual únicamente se quedo en teoria. Esta fue la diferencia que representó en la historia de la ciencia, el salto que Arquímedes soñaba. En este mismo sentido podemos argumentar que, Galileo describía el tiro parabólico, hecho que es tan cotidiano en la vida de los hombres y que resultó del mismo modo, un nuevo contraste para las viejas creaciones y una nueva aportación para la aplicación de las cónicas. Mediante estos hallazgos de la conexión entre la creación abstracta de la matemática y la práctica fue apareciendo gradualmente lo que ahora es el Cálculo Infinitesimal, cuya indiscutible plataforma de arranque es la Geometría Analítica de René Descartes.

Con estas aplicaciones de la Física a las Matemáticas lo que apremiaba era el desarrollo de un lenguaje que permitiera destacar las nuevas formas de reconocer la construcción matemática y su vínculo con la realidad circundante. El genio de Descartes, al respecto, fue el que estableció que las formas generales de las cónicas se podían representar en un sistema coordenado, jugando éste, el papel de decodificador que nos permite traducir del lenguaje algebraico al lenguaje geométrico.

Si bien el vínculo entre las expresiones numéricas y geométricas se habían logrado de alguna forma en los trabajos de Euclides, sobre todo en el apartado de la teoría de los números, en la cual utiliza varios apoyos geométricos para dar solución a diversas problemáticas planteadas. Recordemos también que para los griegos los números eran segmentos de rectas, por lo que sólo podían ser positivos y las áreas sólo se podían representar mediante figuras geométricas. Lo cual introdujo un freno para la percepción tanto de los números como de su representación.

En cambio para Descartes esto cambiaba, los números podían ser tanto positivos como negativos y los números elevados a la segunda potencia podían ser también segmentos, además, él si tomó en cuenta los números complejos que se referían a las soluciones imaginarias de algunas ecuaciones de diversos grados.

Como vemos, mientras Euclides establece el vínculo entre los números y las figuras, de igual forma no contaba con un sistema de representación que fuera consistente, como lo es el sistema coordenado.

En el Siglo XVIII aparece el trabajo de Fermat que abordó el tema desde la perspectiva de los lugares geométricos. Esto lo logro gracias a la reconstrucción de la obra de los lugares planos de Apolonio. Como resultado de este trabajo Fermat obtuvo uno de los principios fundamentales de la Geometría Analítica:... "Siempre que en una ecuación final aparezcan dos cantidades incógnitas, tenemos un lugar geométrico, al descubrir el extremo de una de ellas una recta o una curva"®... Este hecho confirma que el uso de las coordenadas surge no de la necesidad o el interés de una aplicación práctica, sino de aplicar el álgebra renacentista a problemas geométricos de la antigüedad. A diferencia de Descartes, Fermat ponía el énfasis en la representación gráfica de la solución de las ecuaciones, en vez de la construcción geométrica de las raíces de éstas.

Fermat comienza su tratado con la ecuación lineal de la forma $Dx = By$. Las ecuaciones cuadráticas $a^2 \pm x^2 = by$ ; $x^2+y^2+2ax+2by=c^2$ ; $a^2-x^2=ky^2$ ; $a^2+x^2=ky^2$ están asociadas respectivamente a una parábola, una circunferencia, una elipse y una hipérbola. En los casos en los que las ecuaciones incluían mas de dos términos cuadráticos él realizaba rotación de ejes para reducir las ecuaciones a alguno de los casos anteriores. El Non Plus ultra de su trabajo lo culminó con la siguiente aseveración: ... "*Dado un número cualquiera de rectas, el lugar geométrico de un punto tal que la suma de los cuadrados*

® Tomado del Boyer: Historia de la matemática, Alianza Universidad Madrid, pp 437 *de los segmentos trazados desde dicho punto a las rectas dadas, formando con ellas ángulos dados, sea constante, es un lugar geométrico.*"[1] ...

Después de eso Fermat inventó un método para calcular los máximos y los mínimos de una ecuación utilizando para ello el concepto de límite. Después se abocó a la resolución de problemas de integración en los que aplicaba soluciones a través de series infinitas. Para calcular las áreas, introdujo una infinidad de rectángulos entre la curva y el eje de coordenadas y observó que reduciendo gradualmente la base de éstos, al final, coincidía la suma de sus áreas con la de la curva en cuestión.

De esta manera estos hombres de semejante ingenio sentaron las bases de la Matemática contemporánea y, sobre todo, lograron que la Matemática se pusiera en contacto con las ciencias aplicadas como es el caso de la Física Matemática, de la Física y de todas las restantes aplicaciones que desde el momento de la creación de esta disciplina surgieron. La indiscutible virtud de este método fue demostrar que diferentes ramas de la matemática se podían emparentar entre sí.

---

[1] Idem.

# El Sentido Escolar de la Geometría Analítica

En la escuela actual, la Geometría Analítica presenta un paulatino y profundo proceso de algebraización (observación que deduzco del análisis de los programas, contenidos y temáticas incluidos en exámenes extraordinarios del bachillerato.) y por consiguiente un proceso desgeometrizador.

El contenido tocado tiende a ser cada vez más parcial, no se tocan todos los temas que se proponen y algunos de ellos no alcanzan a abordarse. Esta tendencia de la Geometría Analítica " para desarrollar destrezas" se observa como una influencia de algunos textos de Geometría Analítica que andan de moda, como por ejemplo el Lheman que pone énfasis en el manejo algebraico y sobre todo la noción de funciones.

Aquí, es necesario hacer una importante **Observación**: Antes los libros de texto eran discusiones que los autores dirigían hacia el tema, hoy no importa qué tan profundo se aborde el tema, lo importante es presentar un texto que se venda. Cabe en este sentido la siguiente pregunta: ¿El texto conduce el destino de la Geometría Curricular, o el currículo define el destino del texto?. Lo que se observa es que el currículo se define en función de los textos. Ahora bien; ¿qué interesa del texto o libro?, ¿la impresión o la disertación (discusión) que presenta?, o ¿es más conveniente atender al hecho de que sea un recetario, un prontuario o un ente que tienda al adiestramiento?. Cabe señalar un vez más, que la Geometría Analítica por sus contenidos y su posición curricular es una materia que presenta dificultades (su índice de reprobación tan elevado es la muestra), por lo demás es una disciplina que resulta ser la última para aquellos alumnos que se dirigen a las ramas humanísticas y sociales, y resulta ser la primera con gran cantidad de conceptos y contenidos matemáticos para aquellos estudiantes que se dirigen a las ramas físico - matemáticas.

Dada esta posición estratégica dentro del currículo del bachillerato; ¿de qué forma deben abordarse sus contenidos?.

Debido a la diversidad de su público, debe tomarse en cuenta una visión totalizadora de la materia, exhibir su método y potencia como materia de análisis, su calidad de síntesis e integración de las diversas ramas matemáticas que la conforman y que están en su vecindario curricular. Ya que por un lado está después de Álgebra y de la Geometría Euclidiana y por otro, antes de Cálculo Diferencial y por otro, es la primer materia en la que el modelo de la reflexión analítica se manifiesta de manera más amplia y total. En ella aparece de igual forma lo que podríamos llamar el razonamiento analítico de las Matemáticas.

Del análisis anterior vienen las siguientes preguntas:

¿Qué es la Geometría Analítica? - ¿Acaso sólo secciones c6nicas?.

¿La caracteriza el uso de las coordenadas rectangulares?

¿Cuál es la verdadera vida de la Geometría Analítica?, ¿ La curricular, la que la caracteriza como un área de la matemática?

¿ Por qué supeditar la Geometría Analítica a cursos de cálculo diferencial e integral (Leithold)?

¿Por qué simplificar de modo siniestro sus contenidos. (No tendrá que ver en esto la cuestión curricular) al grado de hacer una caracterización algebraica de las cónicas?

Actualmente, algunos de los que se dedican a la impartición de esta materia, tienen una discusión respecto de la Geometría Analítica y muchas personas relacionadas con la docencia de las matemáticas, se preguntan si esta asignatura debe seguirse incluyendo en el currículo de la escuela media superior o no. Se evidencia que esta disciplina produce altos índices de reprobación, ello implica pagar por su enseñanza altos costos sociales, por lo que se hace necesaria la pregunta ¿será viable seguir pagando este costo y dejando sin carrera a muchas personas en aras de que esta materia continúe en el curriculum? En caso de tener que tomar partido acerca de la desaparición o permanencia de esta disciplina, es importante tener una visión amplia de lo que es la Geometría Analítica. Ese es justamente el propósito de este trabajo en cierta medida, aunque dicha discusión debe darse de la manera más amplia posible.

Si propugnamos por la permanencia de la disciplina en el mapa curricular, ésta debe mantenerse para que los alumnos desarrollen no sólo una, sino muchas otras habilidades.

En caso de pedir su desaparición, incurriremos en originar una deficiencia en los alumnos.

Para tener un encuadre más preciso del problema (se retomará algo de su **historia**) expongo lo siguiente:

En un principio me planteé el problema de saber a qué se debía el alto índice de reprobación en la materia de Geometría Analítica. Tratando de definir y delimitar el problema tuve que observar y estudiar las siguientes, como posibles causas del fenómeno:

1) ¿Qué características tiene la materia?

2) ¿Cuál es su ubicación espacial en el mapa curricular?

3) ¿Qué textos se recomiendan por parte de los maestros a los alumnos y cuáles utilizan ellos?

4) ¿Cuál ha sido la tendencia de enfoque en los cursos?

5) ¿Cómo son los exámenes que se aplican en la institución?

6) ¿Qué política puede adoptarse por parte de las autoridades para resolver el problema de conservar en el currículo una materia que propicia por sus características un alto índice de reprobación en las escuelas de educación media superior.?

7) ¿Qué alternativas pueden presentarse en un caso de alto índice de reprobación?. ¿Puede conservarse lo esencial de la materia y abaratar el costo social?

8) ¿Cómo puede un texto apoyar en el proceso de evaluación de un curso?

9) ¿Cómo puede auxiliar un texto dentro de un curso?

10) ¿ Puede un texto de manera autónoma presentar una alternativa a los alumnos?

11) ¿ Pueden los métodos automatizados apoyar la interpretación de los textos?

Bajo estas interrogantes comencé a indagar los hechos que pudieran arrojar luz sobre la problemática, recopilé exámenes de varias épocas de algunos planteles del nivel bachillerato y observé las características que tenían, así como el porcentaje de preguntas que correspondían al área de Geometría, cuántas correspondían al Álgebra y cuántas involucran Trigonometría.

Lo anterior se conecta con la interrogante marcada en el bloque anterior, a saber, ¿cuál es la característica de la materia?

Analizando el contenido de la materia, tenemos que es una de las primeras en la que se conjugan varias ramas de la matemática: geometría, álgebra, trigonometría y sistemas de coordenadas. Así que, dependiendo del enfoque que se le dé a la materia, es el contenido que se puede abarcar. Los exámenes analizados dejaron ver que hay una tendencia generalizada por parte de los profesores a la algebraización, sobre todo se dejan de lado los contenidos de geometría y trigonometría.

Creo que una secuencia adecuada, implicaría un curso de Geometría Euclidiana, para después abordarla con un sentido más analítico. Esto proporcionaría un alcance más amplio de la Geometría y buscaría dar una visión, de cómo evolucionó la materia a lo largo de la historia.

Para hacer un reconocimiento a la situación predominante en las escuelas de educación media superior, propongo una tabla de recuperación de la información que recupere la información que contienen los exámenes, describiendo en ella el número de preguntas que hacen para cada rama involucrada dentro de los conceptos de Geometría Analítica. Adelanto que, de lo observado, en una gran variedad de exámenes, se aprecia que la mayoría de los profesores de los diferentes planteles, tienden a evaluar básicamente la habilidad de tipo algebraico.

Otra pregunta que me surgió al estar analizando estos exámenes fue: ¿cuáles son las características de la materia de la Geometría Analítica? Y de ello obtuve la siguiente observación:

La Geometría Analítica dentro del currículo del bachillerato, arroja un alto índice de reprobación debido a que es una materia de corte integrador.*[*]

Para poder fundamentar esa observación me interesa mostrar, que hay una confluencia de disciplinas, en dicha materia de conocimiento. Una vez mostrado esto, se debe distinguir justamente este carácter de la Geometría analítica, porque es el que origina el alto índice de reprobación. Muy próximo a esto, está el interés por lograr que las

[*] "Corte integrado" aduce al hecho de que la geometría analítica es una materia en la que confluyen por primera vez (además en la currícula del bachillerato) varias disciplinas.

diferentes vertientes de la materia se expliciten en el currículo, se manejen por separado-aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, física- y luego repentinamente se expongan como un mezcolanza, que le de sentido, al momento de entrelazarlas para actuar armónicamente en lo que propiamente es la Geometría Analítica.

Por otro lado, ¿acaso no el Álgebra también resulta en este rublo una materia de corte integrador y lo mismo la Geometría?.

En el caso del Álgebra, sólo se usan los temas geométricos o de otra índole como pretexto, pero su discurso cae justamente dentro del terreno puramente algebraico. En tanto que la Geometría, sí salta de manera visible de una disciplina a otra, ya que muchas demostraciones se apoyan en el terreno aritmético y/o algebraico, baste recordar el apartado de los elementos referente al álgebra geométrica en el cual se da una justificación geométrica de la propiedad distributiva, el binomio al cuadrado entre otros, aunque todo este discurso solamente es un apoyo para demostración de algunas afirmaciones geométricas

El objeto del que habla el discurso geométrico es un ente geométrico, aunque la sintaxis que utiliza para ello sale del fuero de la geometría. He aquí una primera pauta para buscar un vínculo formal entre la Geometría y el Álgebra. Incluso algunas corrientes moderna de la enseñanza de la matemática, han propuesto que esto es una gran fuente didáctica, para aportar a los alumnos apoyos visuales a su percepción algebraica. Además de que el método axiomático presenta en ciernes el esquema del razonamiento y la justificación analítica.

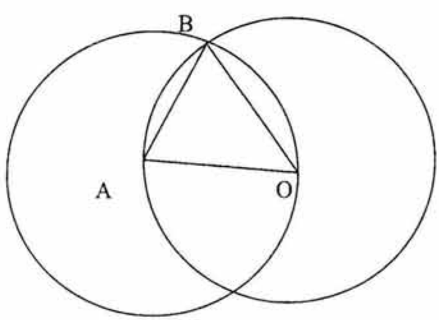
Para ejemplificar veamos el siguiente problema:

. Un borrego se amarró sobre el borde de un terreno circular empastado, la cuerda que se le colocó mide exactamente un radio del terreno.

¿Qué área de pasto se comerá el borrego si se sabe que el terreno tiene radio A?

Para resolver este problema podemos proceder como sigue,

Hay que saber cuál es el área encerrada entre la cuerda AB y el arco AB. ¿Cómo podemos hacer esto? Vemos que el triángulo ABO es un triángulo equilátero, por tanto el ángulo <AOB = 60° luego el segmento circular AOB=$(\pi A^2)/6$ a esto únicamente debemos restarle el área del triángulo AOB para hallar el área de la sección buscada




¿Qué área tiene el triángulo?

$$h^2 = A^2 - \frac{A^2}{4} = \frac{4A^2 - A^2}{4} = \frac{3A^2}{4}$$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{3A^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}A}{2}$$

*así..el..área..del..triángulo..sería*

$$A(\frac{\sqrt{3}A}{4}) = \frac{\sqrt{3}A^2}{4}$$

$$\therefore A^2(\frac{4\pi - 6\sqrt{3}}{24})$$

es el área de la figura formada por la cuerda AB y el arco AB

luego la región delimitada por el radio AO y las cuerdas AB y BO será: El área del triángulo equilátero y las regiones encerradas en la cuerda AB y el arco AB, la cuerda BO y el arco BO siendo estas últimas iguales y cada una vale:

$$A^2(\frac{4\pi - 6\sqrt{3}}{24})$$

El triángulo sabemos que tiene una área de

$$a(\Delta) = A^2(\frac{\sqrt{3}}{4})$$

Así el área sombreada valdrá

$$A^2(\frac{\sqrt{3}}{4}) + 2(A^2(\frac{4\pi - 6\sqrt{3}}{24}))$$

*.o..bien*

$$A^2(\frac{\sqrt{3}}{4}) + A^2(\frac{4\pi - 6\sqrt{3}}{12}) = A^2\frac{\sqrt{3}}{4} + A^2(\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{6})$$

*sacando..común..denominador.*

$$\frac{A^2 6\sqrt{3} + A^2(8\pi - 12\sqrt{3})}{24} = A^2\frac{8\pi + 6\sqrt{3} + -12\sqrt{3}}{24} = A^2\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{24}$$

Como esto es apenas el área sombreada en la figura, multiplicando esta cantidad por dos obtendremos el área requerida. Luego el área buscada será:

$$\frac{4\pi - 6\sqrt{3}}{24}$$

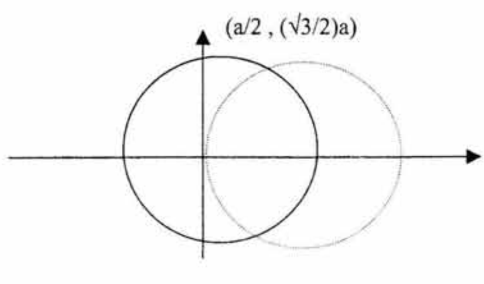
$$2(A^2(\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{24})) = A^2(\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{12})$$

Como se puede observar, en este ejemplo se emplearon una infinidad de conocimientos geométricos, aunque las soluciones fueron apareciendo con manipulación meramente algebraica.

**¿Cómo podríamos resolver este mismo problema utilizando conocimientos de Geometría Analítica?**

Supongamos un círculo de radio "a" con centro en el origen, y otro de radio "a" también pero con centro en (a,0)

Los puntos de corte de los círculos serán los siguientes:



(a/2 , - (√3/2)a)

$$h = a^2 - \frac{a^2}{4} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

¿Cuál es el área encerrada por la intersección de los dos círculos? Por geometría sintética sabemos que los puntos de intersección de las circunferencias son los puntos ( a/2,(√3/2) a ) y (a/2,-(√3/2) a)

¿Cómo podemos obtener esto analíticamente?

Primero debemos conocer cada una de las ecuaciones de las circunferencias:

Primero.- centro en el origen y radio a

$$\rho = (x, y) \in C \Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = a$$

*o..bien..si*

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 + y^2 - a^2 = 0$$

*segunda.: circulo..con..centro..en(a,0)...y..radio..a*

$$\rho = (x, y) \in C \Leftrightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-0)^2} = a$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2ax = 0$$

*igualando..las..ecuaciones..tendremos*

$$x^2 + y^2 - a^2 = x^2 + y^2 - 2ax$$

$$\therefore -a^2 = 2ax$$

$$\therefore x = \frac{a}{2}$$

*sustituyendo..este..valor..en..cualquiera..de..las..ecuaciones..tendremos :*

$$(\frac{a}{2})^2 + y^2 = a^2 \text{....despejando..tendremos}$$

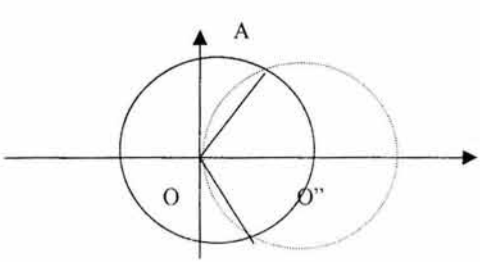
$$y = \sqrt{a^2 - (a/2)^2}$$

$$y = \sqrt{\frac{3}{4}a^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

*el..punto..de..corte..tendra..coordenadas*

$$(\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a)..y..(\frac{a}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}a)$$



B

Vemos de la figura que el arco comprendido entre AOB, en el círculo con centro en el origen, tiene un área de la tercera parte de la del círculo. Un arco análogo para el circulo con centro en (a,0) que abarcaría AO"B sería de la tercera parte del círculo.
Pero estaríamos repitiendo dos veces el área del rombo formado por los puntos, OABO" cuya área se puede calcular usando el área del triángulo, por determinantes.

Vemos aquí que la forma analítica evita al que esta resolviendo, las complicaciones que le demanda el conocimiento geométrico. Pero es necesario que se manejen en el proceso de enseñanza las dos vías, para que los alumnos adquieran mayor cultura de Geometría y de Álgebra.

# PRESENTACIÓN DE LA MALLA

# ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE EL LENGUAJE MATEMÁTICO

## Presentación de la malla

Para la interpretación del lenguaje algebraico se propone un inter-lingua o lengua común para el discurso filosófico y el "Universalismo" y se propone como un medio remoto el Esperanto.

Sin embargo, el lenguaje matemático que se ha venido desarrollando desde los griegos, creó un sentimiento de que más que una lengua universal, es un modo fuera del tiempo que no fenece; es una expresión construida más allá del mensaje en que es creado, sea este francés, inglés, alemán, ruso o griego.

Por ejemplo los elementos de Euclides forman el mismo reto generación tras generación y guardan el mensaje prístino, aunque ahora quizá, se cuente con la Geometría Analítica o el "cabrí"* para abordarlo. Además, el contenido de estos materiales, antes estaba reservado sólo para aquellos que tenían la posibilidad de imaginar y de intuir. La confrontación con el saber dicho una vez y resuelto en cada tiempo con múltiples herramientas, es el saber a un tiempo nuevo y el mismo.

* cabrí es un programa actual de computación

A diferencia del lenguaje matemático, tenemos que la matemática se reduce a una aplicación del ámbito del lenguaje técnico, no hay manera de hacer que las emociones, los amores y los mitos aparezcan desde ese lenguaje que, según algunos de sus creadores, es el lenguaje de la naturaleza.

Sin embargo rasgando en el deposito de los lenguajes originales encontramos que la matemática esta muy pegada al lenguaje de lo místico. Tanto los chinos como los mayas usaban las matemáticas para hacer predicciones divinas, para tener una explicación de los movimientos de los astros vinculándolos mediante el uso de la matemática a los acontecimientos en la faz de la tierra.

Algunos de los textos que se dedican a la explicación de los contextos socioculturales de la matemática, destacan que los números negativos, el cero y los arreglos matriciales, se utilizaban dos mil años antes de Cristo en China. Estos mismos conocimientos, en la cultura occidental, se fueron desarrollando en los últimos mil años (1000-2000 D.C). Inclusive en los años cincuenta de la centuria pasada se afinaban apenas detalles del álgebra matricial, sólo que en el álgebra de los chinos, la mediación era básicamente mística. Así que la búsqueda histórica de la matemática se apoya en la relación sociocultural que se desarrolla en la matemática. En el caso particular de la Geometría Analítica, se observa que dentro del contexto histórico se estaba construyendo un nuevo paradigma del universo; Copérnico y Galileo describían una teoría diferente al heliocentrismo y resaltaban que la tierra giraba sobre su propio eje y además giraba alrededor del sol. El Álgebra se desarrolló en Italia con Cardano, no obstante la Geometría se había desarrollado con Desarguez y, el tratamiento de las coordenadas estaba por desarrollarse. Pero las definiciones de la Geometría moderna estaban refiriéndose a las operaciones con segmentos de línea y las propiedades de las figuras geométricas. Un aspecto importante es el desarrollo de las coordenadas y las propiedades trigonométricas.

El aspecto sociocultural que envuelve al desarrollo de la Geometría Analítica se dio con la guía del racionalismo, bajo el principio de abolición de la monarquía. Descartes avanzó en la construcción de los sistemas de coordenadas, por un aspecto más bien referente al manejo militar de tiro parabólico y estrategias de guerra. Aunque al respecto, la historia señala también que los cartógrafos participaron en la construcción de los mapas de los continentes, que se referían a dar la latitud y la longitud de los puntos de un mapa. Es necesario aclarar que los trabajos del tema no son muy conocidos y por ello, es necesario hacer un trabajo de investigación al respecto, para encontrar la relación que hay entre estas dos ramas del conocimiento, a saber, el manejo de los sistemas coordenados cartesianos y los que se refieren a los aspectos de la cartografía.

Sin embargo es de apuntarse que los romanos, antes de cristo, ya cuadriculaban los terrenos de los lugares que iban a invadir, destinaban destacamentos a secciones bien ubicadas y de esa manera realizaban ataques mas certeros.

Como Descartes era militar, con seguridad era un conocedor de los sistemas de referencia que se usaban en los campos de batalla, esos que los romanos, usaban en sus invasiones a países extranjeros.

Es indiscutible que para tener un reconocimiento de los desarrollos conceptuales del hombre, fue necesario tener al lenguaje tanto escrito como matemático, como mediadores de ese proceso. Pero mientras el lenguaje oral y escrito estaba ligado a aspectos de regionalidad raza y cultura, el lenguaje matemática buscaba una expresión universal del pensamiento humano, más allá de la legua el pueblo y la cultura.

Desde este punto de vista, es justo el lenguaje matemático, el que proporcionan una expresión universalmente semántica, ya que permite que los sujetos de diferentes lenguas y culturas se manifiesten a través del razonamiento, aportando al mundo, las ideas que respecto a un problema o concepto tengan.

En el terreno psicológico, retomando esta línea de razonamiento, se antoja pensar que Piaget describió a través de la entrevista clínica, el proceso de razonamiento que los sujetos tienen, al momento de enfrentar un problema o adquirir un concepto matemático, de manera que los individuos tienen que expresar aquellos conceptos y razonamientos que ponen en juego para resolver un problema o lograr algún aprendizaje.

De este modo, aunque el lenguaje matemático no expresa todos los pormenores de la cultura del hombre, sí permite obtener un esquema de los mecanismos de razonamiento que utilizan para enfrentarse a los problemas. Pero, por otro lado, el hombre también tiene estructuras volitivas e inteligencia emocional que en definitiva, pueden interrumpir o impulsar la inteligencia racional en el siguiente sentido; cuando se tiene mucha presión sobre la ejecución de un problema y no se logra separar la exigencia del problema a resolver, del problema en sí, ello puede resultar contraproducente. En cambio, si se pueden establecer pequeñas metas que ayuden a ir consolidando el trabajo, igual será necesario, que estas etapas se vayan siguiendo una a una para que se cubran en su totalidad. De este modo el gran problema se ha derivado en varios pequeños. De igual forma, debe buscarse que las diferentes metas se combinen adecuadamente para obtener la solución del problema. En la historia de las matemáticas tenemos ejemplos de varios genios que atropellados emocionalmente por sus adversarios, dejaron sus conceptos y teorías ya concluidas, arrumbadas, hasta que algunos otros los reivindicaron. Tal es el caso de Hilbert, respecto al trabajo de George Cantor.

Entre el ser interior del individuo y el mundo fenoménico, está la palabra, el lenguaje, justo a través de él, se manifiesta el genio, la poética (como acto creativo, no como poema). En este sentido los trabajos de Piaget y Vigotsky interpusieron el lenguaje en las entrevistas con los sujetos con los que trabajaron. Se les presentaban problemas o situaciones que los sujetos debían resolver; después de enfrentar el problema o adquirir un concepto, se les preguntaba a los sujetos sobre lo que habían revisado o comprendido y en ese proceso, fue que se reconocieron los mecanismos de razonamiento. Y lo que ha resultado de una valía incalculable, sus estructuras, denominadas estadíos.

Los pequeños reconocen y estructuran el entorno. Ellos creen que muchos de los fenómenos observados son casualidades y cuando paulatinamente comprenden los mecanismos, pasan de ser casualidades, a formar parte del acervo racional. Después aparece la etapa pre-operatoria en la cual, comprenden algunas de las estructuras matemáticas elementales, reconocen de un grupo de objetos, aquellos que poseen una propiedad común, reconocen y estructuran el significado de algunos símbolos y la forma en que se estructuran los medios para manejarlos e interpretarlos.

Posteriormente se encontró la etapa de las operaciones concretas, de modo que los niños casí jóvenes, necesitan tener referentes concretos para poder seguir un razonamiento. En esta etapa, ellos recurren al razonamiento intermedio, utilizando algoritmos caseros que no son los formales pero que igualmente, resuelven las situaciones problemáticas que enfrentan. Utilizan algoritmos intermedios creados por ellos mismos para resolver las operaciones básicas; en geometría se usan objetos y materiales como palillos o recortes de papel para posteriormente arribar a los conceptos abstractos de la geometría.

Por último, se reconoció la etapa de las operaciones formales, en la cual los sujetos tienen las estructuras mentales completas y pueden arribar a los conceptos más elaborados; sin embargo, desde mi punto de vista, no es aquí donde se culmina la etapa de evolución de la conciencia humana. Creo que en los espacios creativos de este estadío del desarrollo, existen diferencias entre los sujetos. Pues algunos estudios muestran que las personas que han estudiado alguna profesión alcanzan un desarrollo más amplio de las capacidades racionales, que aquellos que trabajan en el campo y sólo desarrollan más bien el pragmatismo y la observación, lo que a lo largo de la vida les permite solucionar solo sus necesidades. Hay una diferencia en esta etapa, pero en el nivel de discurso de Piaget, lo único que desea apuntar es que el cerebro está maduro, para realizar operaciones matemáticas de las mas abstractas.

Cierta ocasión un herrero, para construir una escalera en una casa, realizó un modelo a escala de ésta y ubicó la posición en la cual iba a dejar la escalera, una vez construido el modelo, encontraba las dimensiones a escala de la escalera y entonces se abocaba a construirla. Nosotros sabemos que tenía que aplicar el teorema de Pitágoras. Como vemos el desconocimiento de esta teoría no le impedía al hombre realizar su labor. Otro hombre sacaba la medida del diámetro de un tubo de plástico, midiendo su perímetro y dividiendo entre tres, como vemos estaba haciendo una aproximación del valor de pi, lo cual le permitía tienen una aproximación buena del diámetro.

Por otro lado los profesionistas afinan su modelo de razonamiento hasta llegar a ser investigadores. Desde luego que en esta etapa la estructura del razonamiento es ya muy elaborada, y en este proceso se tiene que llegar a una de las formas más sutiles del saber y obtener conclusiones más allá de la apariencia. Como ocurrió con Copérnico y con Galileo. Ellos vieron que el modelo imperante del movimiento planetario, en realidad no funcionaba para describir los movimientos de los planetas y para hacer observaciones más exactas, construyeron aparatos potentes (los primeros telescopios) para hacer sus observaciones.

Este razonamiento, que va mas allá de la apariencia es la quinta esencia de las matemáticas, comprender la forma en la que están conectadas la derivada y la integral, emparentadas por el proceso al límite, es lo que fascina en los procesos de abstracción. Galileo mostró que la caída libre, el movimiento del péndulo, el descenso por una rampa de un móvil, conducían a la deducción del valor de la constante de la gravedad. Pero es justo, ver lo mismo en lo que aparentemente es diverso, la mayor aportación de la abstracción humana.

Desde luego que la formación de los individuos profesionistas en la actualidad, está basada en los conocimientos que adquieren en la escuela básica o primaria, casi siempre el uso de los algoritmos intermedios, los que ellos elaboran, en los que manifiestan su creatividad y sus modos de razonamiento, es vital para que cada individuo desarrolle los conceptos que los temas escolares le demandan. Sin embargo ello requiere por parte de los docentes una formación sólida en el terreno de las matemáticas y de la cultura en general. En contraste con esto, los programas de las escuelas para maestros, escasamente preparan a los profesores con los conocimientos más elementales. Además, se les dan grupos con una cantidad exagerada de alumnos. Se les piden que enseñen de cuatro a cinco asignaturas. De manera que lograr espacios creativos para que los maestros y los alumnos puedan expresar sus ideas y maneras de percibir el contenido matemático resulta prácticamente imposible.

Ello se vuelve acumulativo y cuando los alumnos llegan al bachillerato, la enseñanza tradicionalista es un aplastante monstruo que se ha convertido en la práctica común de los docentes.

De este modo, el viaje de los niños hacia una construcción creativa de las matemáticas se ve alterada en las bases de su formación y por ello, resulta prácticamente imposible que desarrollen sus habilidades de investigación, almenos en nuestro país.

Aquí quiero resaltar que Descartes se propuso la mecanización de la geometría, vía el uso del álgebra, él exponía, letras más letras menos, que prefería sacrificar el desarrollo de la imaginación, en aras de la mecanización segura que aportaba el álgebra.

Por otro lado, está claro que el desarrollo de las habilidades se alcanza y se refuerza toda vez que las habilidades de cada estadío se vean enriquecidas. Pero con esta reducción mecanicista que la geometría analítica plantea ya desde sus cimientos, lograr eso, esta difícil.

Las actividades profesionales por su lado, demandan desarrollar motricidades más finas como en el caso de los astronautas, los bailarines o los gimnastas. Los ingenieros y diseñadores deberán desarrollar su creatividad y una meta-percepción, ya que las máquinas que deben diseñar, para el ensamblando de una cadena de producción en serie, deben reemplazar al ensamblador obrero, y para ello el ingeniero debe tener un conocimiento profundo de la psicomotricidad requerida para la ejecución de alguna tarea. Y esta serie de demandas que las prácticas profesionales demandan, las escuelas, simple y sencillamente las eliminan, al fomentar el mecanicismo y el razonamiento autómata.

En la formación básica, mientras más creativa sea la actividad de los sujetos, mayores posibilidades de éxito tendrán en su vida profesional. Sin embargo, en las escuelas de los paises subdesarrollados los individuos no alcanzan los requerimientos promedio de manejo de contenido que requieren en los diferentes niveles educativos y ello, debido básicamente a las políticas educativas que buscan siempre ensanchar la diferencia entre las grandes masas de desposeídos y las elites de intelectuales al servicio del gran capital. Léase universidades públicas y privadas.

En el proceso de formación escolar, la matemática es un área en la que las materias del currículo, que se han visto en los niveles educativos previos, se estudian de manera aislada, no tienen nada aparentemente en común. Los alumnos aprenden Álgebra, Aritmética, Geometría, Trigonometría, con las diferentes ramas que en cada una de ellas se maneja, como son: medición, cuerpos sólidos, medidas de ángulos fracciones, notación decimal y científica, etc.

Por otro lado la Geometría Analítica se debería presentar como una síntesis de la matemática vista previamente en el curriculum. En ella todas las materias que se han abordado confluyen y forman un todo orgánico, se da un proceso de síntesis, tal como ocurrió en la formación histórica de esta disciplina.

Con esta materia los alumnos deberían ser capaces de representar el movimiento que describe un cuerpo al ser lanzado en un tiro parabólico o describir en el plano cartesiano la caída de un cuerpo. Como una representación super acabada de este proceso se encuentran las ecuaciones de la física matemática, con las cuales se explican fenómenos como la transportación del calor en una barra metálica, calentada por uno de sus extremos. Desde el plano de la física, la Geometría Analítica resultó ser de gran utilidad, de hecho permitió describir tanto fenómenos astronómicos, como eventos del medio físico circundante del hombre.

En términos del razonamiento unidireccional al que está acostumbrado un alumno en los niveles previos al del bachillerato, la Geometría Analítica aparece de pronto como una disciplina en la cual se debe llevar a cabo un razonamiento inductivo y deductivo, motivo por el cual, debe dar deducciones a las que no está acostumbrado. Es debido a ello que esta materia les causa severa dificultad en su manejo y aprendizaje.

Desde luego que las disciplinas son más claras si se describen desde los términos de las aplicaciones prácticas, que de ella se pueden hacer, en ese sentido modificar la manera en la que se entrelazan las materias de Física y Matemáticas, así como de la Química, puede resultar de mayor riqueza para los alumnos.

En el sentido antes descrito fue que se construyó el instrumento para recuperar la información contenida en los textos de Geometría Analítica. Los textos analizados son de diferentes épocas, tratan de hacer una descripción en la historia, de la evolución de la materia, abarcando; desde la aparición de la geometría de Descartes con su aplicación en las diferentes ramas de qué hacer humano, como por ejemplo; la construcción de relojes y la construcción de sistemas hidráulicos, los libros que usaban en los institutos politécnicos de Francia e Inglaterra. Como un dato curioso, después de la conquista, en México, los monjes jesuitas, hacían aplicaciones de vanguardia de la disciplina en los campos antes indicados. Al respecto es necesario hacer una investigación detallada de análisis en los archivos generales de la República para encontrar estos antecedentes y reencontrar el papel que los monjes jesuitas jugaron al respecto. Es decir es necesario realizar una historia de la matemática en México, en particular en mi caso una historia de la geometría analítica en el país.

El análisis se hace destacando aspectos que tienen que ver con la siguiente información de un texto: su identificación destacando autores, país de procedencia número de páginas formato, así como de sus contenidos, dándole prioridad a los que se refieren al tema de la línea recta, los ejercicios que propone, los ejemplos que maneja, las actividades de investigación.

Otro de los matices importantes del estudio, va en el sentido del tipo de problemas que se tocan en el texto, así como de las formas didácticas con las cuales se presenta a los usuarios. Las características didácticas de los textos, es otro aspecto importante, que se pone de manifiesto en el análisis de la obra. Este punto se apoya en el sentido de: si la obra resulta fácilmente interpretable o sí maneja ejemplos adecuados, aplicaciones e ilustraciones suficientes y deja actividades para complementar los contenidos revisados.

El recorrido histórico de los libros de texto se apoya en materiales que se utilizaron en diferentes tiempos como componentes para la enseñanza de la materia en diferentes países. Uno de los documentos se refiere a las actividades de los jesuitas en América Latina, los demás son de escuelas politécnicas y de institutos de marina y de guerra de diferentes países.

Debo destacar que se buscó presentar el análisis en la forma como evolucionaron los libros de texto. El interés no está centrado en la historia de la Geometría Analítica, ni en el contexto socio-cultural del autor. Me interesa analizar, cómo fueron cambiando los textos a lo largo de la Historia y del tiempo. Conocer cómo estaban conformados los diferentes textos. El propósito de esto es, que los docentes de la actualidad, puedan hacer uso de ellos en sus cursos.

Los aspectos que se analizan en los textos toman en cuenta los siguientes apartados:

- Datos generales de la obra.
- Manejo de contenidos.
- Apoyos al maestro.
- Apoyos al alumno.
- Ejercicios.

Considero que estos elementos, además de ser útiles para un docente en servicio, también nos habla de la forma en la que esta estructurada una obra, y en la que se percibía la enseñanza de la materia en cuestión en los diferentes países.

Este análisis nos deja conocer la forma en que varios autores de diferentes épocas han percibido esta materia.

La descripción histórica tiene una diversidad de enfoques, en este caso se prestará mayor atención a la evolución que fue teniendo el discurso de las escuelas en torno a la evolución de los textos de geometría analítica.

Desde luego que un análisis histórico, puede tomar una infinidad de dimensiones como las que ya apuntamos con anterioridad.

Tienen que ver los siguientes aspectos:

- ✓ ¿Cómo evolucionaron sus componentes a lo largo de la historia?
- ✓ ¿Cuál fue el contexto sociocultural de su autor?
- ✓ ¿Cómo han evolucionado los libros de texto desde la aparición del trabajo de Descartes?
- ✓ ¿Cómo ha influido en el desarrollo de otras ramas de la matemática como el Algebra geométrica, Geometría simpléctica, Teoría de juego, Cálculo Diferencial e Integral y las ecuaciones diferenciales?
- ✓ ¿Cuáles son sus principales aplicaciones en la vida cotidiana.?

De manera que podamos fijar nuestra atención a cualquiera de éstos rubros y todos resultan por lo demás interesantes.

Una revisión histórica en cualquiera de estos sentidos, tiene relación directa con la Hermenéutica, la ciencia de la interpretación.

En nuestro caso, la revisión de los textos, promueve aspectos particulares de la interpretación que deseamos hacer, la cual nos conduce a revisar la forma didáctica con la que se han diseñado los textos del análisis, pero no lo hacemos como un viaje a través de la historia, lo hacemos para analizar una serie de aspectos de nuestro interés, destacando aquellos rubros que puedan ser de nuestra utilidad, que podamos aplicar al salón de clases.

Es claro que mientras más aspectos de la Geometría Analítica revisemos, mayor conocimiento tendremos de ella, con lo cual podremos aportar datos de mayor riqueza a nuestros alumnos, en las clases. Pero aquí, como ya se dijo, prestaremos atención sólo a la forma en que se diseñaron los textos de esta materia. Lo que se busca con ello es recuperar aquellos contenidos que puedan ser útiles a los maestros en la actualidad.

De aquí se desprende que la hermenéutica, me permite centrar la atención en aspectos concretos de una disciplina, la interpretación que realizo de la materia, la llevo a cabo desde un bagaje cultural político y social desde el cual fui formado. Los aspectos que recupero de los materiales que reviso, tienen una finalidad determinada, mis propósitos, que son en este caso analizar los libros de la materia, para que los colegas los puedan conocer e incorporar en sus prácticas.

Reconocer la textura de un libro, su didáctica, la forma en la que esta estructurado, nos puede ayudar también, a valorar y reconocer la importancia de los libros que se escriben en la actualidad.

En el siguiente apartado se mostrará el instrumento diseñado para realizar el análisis de los textos recopilados. Si el lector puede notar, esta malla se puede aplicar a diferentes áreas de las matemáticas y del conocimiento en general, ello puede propiciar una práctica de reconocer la forma en la cual la humanidad realiza su práctica docente.

# MALLA PARA VACIADO DE DOCUMENTOS

Con la presente malla pretendemos hacer un análisis tanto de textos antiguos como contemporáneos de Geometría Analítica. El análisis de cada texto se propone desglosar las obras considerando los siguientes aspectos:

1.- Ficha técnica de la obra.

2.- Características, contenidos y métodos de cada capítulo.

3.- Disposición pedagógica de la obra:

a) cualidades del texto

b) la obra y los alumnos

c) la obra y los problemas.

El punto debe desglosar las características de cada capítulo para compararlos después puntualmente, por lo que sugiere que se aborden:

1.- Título.

2.- Autores.

3.- Biografía del autor (en caso de existir)

4.- Año de la edición.

5.- Idioma original de la edición

6.- Traducción de la obra.

7.- Otros tirajes.

8.- Disponibilidad.

9.- Número de páginas y formato (longitud).

10.- Características del texto y del contexto.

11.- Anexar fotocopia de la primera página y el índice.

12.- Anexar la fotocopia de al menos una página del cuerpo de la obra.

1.- Nombre del capítulo.

2.- Ubicación (tanto espacial como contextual) del capítulo dentro de la obra.

3.- Puntualización de los temas tocados.

4.- Campos matemáticos que cubre.

5.- Número y tipo de ejercicios:

i) Reforzamiento

ii) Vinculación

iii) Aplicación

a) Matemáticas

b) No matemáticas

6.- Tipo de ejercicios propuestos al lector

i) Refuerzo

ii) Complementación

iii) Aplicación

7.- Estructura del contenido (cuál es la secuencia de los temas).

8.- Porcentaje de escritura simbólica (aproximadamente).

9.- Aplicaciones de los conocimientos adquiridos dentro de disciplinas no matemáticas.

10.- Número promedio de ilustraciones por página.

11.- Qué contenidos matemáticos no específicos del tema se utilizan en el capítulo.

12.- Se utiliza alguna notación poco frecuente*

13.- Los conceptos introducidos por primera vez se presentan destacando su utilidad y aplicabilidad.

14.- No se prestan a ambigüedad los conocimientos presentados

## Características Generales.

1.- Hay alguna discusión que presenta la obra.

2.- Se destacan los objetivos perseguidos.

3.- Se marcan notas históricas y aplicaciones que motiven el estudio de la obra.

4.- Hay un libro de guía para el profesor.

5.- Es presentado el texto de manera clara. Los razonamientos y observaciones resultan claros y viables de implementar.

---

* Este término es muy relativo dado que aún en la actualidad las personas pueden utilizar la notación que mejor les parezca.

6.- La cohesión de los temas es fácil de seguir.

7.- De qué forma está escrita la obra.

i) Con rigor

ii) De manera intuitiva

8.- Se pueden desarrollar habilidades mediante el texto.

9- Plantea un vínculo con los problemas de su época

10.- Sugiere un modo de empleo del texto.

11.- Se presentan actividades por tema, aparecen éstas en una progresión por grado de dificultad, o algún otro tipo de caracterización.

12.- Se pueden retroalimentar los temas fácilmente.

13.- El libro está diseñado mediante

i) Plan de estudios.

ii) Una visión personal

14.- La obra esta presentada con un lenguaje accesible y sencillo.

15.- Permite el texto

i) El reforzamiento inductivo.

ii) El reforzamiento deductivo.

16.- ¿Quién utiliza la obra puede modificar sin grandes dificultades el orden de presentación del contenido?

1.- Se incita a los alumnos a:

i) Hacer fichas de trabajo

ii) Detectar los objetivos y superar las dificultades

iii) Complementar los temas

iv) Utilizar el índice alfabético

v) Realizar actividades con materiales concretos

2.- Se sugieren actividades de investigación.

3.- Se suscita la actividad interdisciplinaria.

4.- El texto trata de fomentar:

i) El trabajo individualizado

ii) El trabajo por grupos

iii) El trabajo complementario

5.- Se recurre a anécdotas históricas para introducir y motivar la presentación de los temas.

1.- Los problemas aparecen graduados por orden de dificultad

2.- Cómo están propuestos los ejercicios.

i) En el contexto

ii) Al margen

iii) Al final de cada capítulo

iv) En un capítulo especial

3.- Qué tipo de ejercicios se utilizan

i) De aplicación directa

ii) Abiertos

iii) De manipulación

iv) Para desarrollar destrezas

v) Para matematizar situaciones

4.- La redacción de los ejercicios puede generar dificultades.

5.- Los ejemplos resueltos aparecen:

i) Resaltados de alguna manera topográficamente en la impresión

ii) Destacan sólo un tipo particular de solución

Titulo.

Autores. Citado por

Publicación.

Copia de datos

Nombres de los evaluadores.

Evaluación sumaria.

Contenido

Organización

Materiales auxiliares de lectura.

Caracteres físicos

Consideraciones especiales

Ratificación posterior.

Razón de cada categoria I-VI usando una escala 1-5 (1= bajo valor

5= alto valor).

Contenido

A. Áreas básicas de estudio (los cuestionarios en esta sección se toman de la matemática básica, y de las áreas de estudio identificadas por la asociación nacional de supervisores de matemáticas en su papiro de posición sobre áreas básicas de matemáticas).

# I. Solución de problemas.

Estrategias de problemas y solución de problemas aparecen a lo largo del texto.

1. Aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas, situaciones realistas adecuadas para el nivel de los estudiantes que usan el texto.

2. Estimación y aproximación. Técnicas de verificación de resolventes de los resultados que se desarrollan y los estudiantes a los que están destinados.

3. Estimación y aproximación.

   Se desarrollan técnicas para estimar y aproximar

4. Habilidades computacionales adecuadas.

Se desarrollan habilidades de cálculo con números, fracciones y paréntesis dejando tareas complicadas con calculadora.

5. Geometría.

   Se presentan tareas geométricas, conceptos y propiedades.

6. Medidas.

   Se desarrollan técnicas de medición y actividades para encontrar distancias, áreas, capacidad, tiempo, temperatura y medida de ángulos en sistema métrico acostumbrado.

7. Lectura, interpretación y construcción de tablas, cartas y gráficas.

Las tareas son desarrolladas y las actividades presentadas para leer, interpretar y construir, tablas, cartas y gráficas.

8. Se utiliza la matemática para predecir.

Se desarrollan nociones de probabilidad y se utiliza la matemática para predecir

9. Cálculo de literales y calculadoras.

Una garantía de cálculo, uso y limitaciones se crea y el uso de la caa, como ayuda para formar cálculos.

B. Contenido especifico del curso. (Contenido especifico del curso para el cual se seleccionó el texto. Se usa por escuela o región la lista de contenidos del curso.)

## II. Organización del curso.

A. Desarrollo de la lección.

1. El texto permite una explicación matemática a través de una prueba espiral.

2. El contenido de cada capítulo refleja tópico central.

3. La secuencia por lección y por capítulo es lógica.

4. Se desarrolla algún concepto en el tiempo.

5. Hay movimiento de materiales experiencias manuales para pensamiento abstracto

6. El texto proporciona oportunidades para discutir ideas matemáticas que permitan al profesor verificar lo aprendido.

7. Se dan ejemplos que ayuden a los alumnos a comprender los conceptos.

8. Se sigue una escritura adecuada.

9. Se hacen provisiones con cada lección para diferencias individuales en la habilidad de estudiantes. El enriquecimiento de actividades son variados y creativos.

10. Actividades que involucran los alumnos.

## B. Ejercicios.

1. Hay suficientes ejercicios de dificultad variada para cada concepto desarrollado.

2. Hay ejercicios que llevan a los estudiantes a generalizar y aplicar el conocimiento a nuevas situaciones.

3. Hay balance entre tareas de refuerzo y aplicaciones.

4. Hay variedad de tipos de ejercicios. (Abiertos, cerrados, de opción múltiple ).

5. Se da un número suficiente de respuestas a los ejercicio.

C. Programa de evaluación del estudiante.

1. Se hace una buena evaluación, hay suficiente actividad por cada lección.

2. Hay textos de evaluación por capítulo.

3. Hay revisión de test a través del libro.

4. Hay test apropiados para evaluar el rango completo de habilidades en los alumnos.

5. Se dan procedimientos que ayuden a identificar las necesidades específicas de la instrucción.

# III. Materiales auxiliares.

Manual de profesores.

1. Esta bien indicada el manual del profesor.

2. La información del texto de matemáticas es claro y apropiado para cada lección indicada.

3. Las estrategias son probadas con diferencias de grupo e individuales, basadas en diagnósticos apropiados.

4. Hay desarrollo conceptual en cada lección que permita una buena interacción maestro-alumno.

5. Hay métodos probados para analizar ciertos errores básicos de los estudiantes.

6. Se dan directrices para el uso de cierto material de instrucción.

7. Se incluyen sugerencias para paréntesis involucrados.

A. Materiales suplementarios.

1. El programa del texto incorpora un balance de métodos formales de evaluación.

2. Se prueban la conveniencia de libros de trabajo.

3. Se da una prueba multimedia.

4. Van solución manual y respuestas se prueban.

## IV. Claridad.

A. Explicación y direcciones claras.

B. Los niveles de lectura son apropiados para el nivel a que se ha destinado.

C. Vocabulario matemático y símbolos se introducen a un nivel apropiado.

## V Características físicas.

A. Tiene el texto una apariencia atractiva, se distingue claramente como un texto de matemáticas.

B. La medida del texto es apropiada para entender su uso.

C. La medida de impresión y tipo para el grado y nivel del estudiante.

D. La guía de trabajo es apropiada, adecuada para el grado y nivel.

E. La estructura es balanceada respecto a las ideas, material impreso e ilustraciones.

F. El índice, tabla de contenidos y glosario facilitan el uso del texto.

G. Tiene el texto indicaciones claras y concisas.

H. La cobertura y forros son durables, la calidad del papel es buena.

## VI Consideraciones especiales.

### A. Gente, dato lenguaje.

1. Grupos minoritarios, mujeres y hombres se muestra sin estereotipos, mediante palabras, figuras e ilustraciones.

2. Datos acerca de la diversidad de la población, tales como empleos estadísticos, niveles de ingresos, distribución étnica y tipo de grupos se incorporan a los problemas.

3. Hay ausencia de lenguaje estereotipado, basados en hechos como la raza etnia, sexo, etc.

### B. Autores y publicidad.

1. Los autores tienen prestigio en el campo

2. Los servicios presentados son viables al público.

F. El índice, tabla de contenidos y glosario facilitan el uso del texto.

G. Tiene el texto indicaciones claras y concisas.

H. La cobertura y forros son durables, la calidad del papel es buena.

## VI Consideraciones especiales.

A. Gente, dato lenguaje.

1. Grupos minoritarios, mujeres y hombres se muestra sin estereotipos, mediante palabras, figuras e ilustraciones.

2. Datos acerca de la diversidad de la población, tales como empleos estadísticos, niveles de ingresos, distribución étnica y tipo de grupos se incorporan a los problemas.

3. Hay ausencia de lenguaje estereotipado, basados en hechos como la raza etnia, sexo, etc.

## B. Autores y publicidad.

1. Los autores tienen prestigio en el campo

2. Los servicios presentados son viables al público.

# Particularidades de la malla

La malla que aparece previamente, nos permite vaciar de manera sistemática los datos contenidos en los textos de Geometría Analítica a lo largo de las diferentes épocas. Estas comprenden desde mediados del siglo XIX hasta lo que va del presente. Por la dificultad de conseguirlas, salvo en contadas excepciones abordare libros de los siglos XVI y XVII. Se presentaran en un anexo las mallas consultadas, para la elaboración de la que aquí se utilizó. Se presentan para aquellos que estén interesados en aplicarla en algún trabajo posterior. Aparecerán con su formato e idiomas originales y al mismo tiempo se presentarán las traducciones al español para que se pueda utilizar. También haré un comentario de los datos que se incorporaron a cada malla prototipo en comparación con la que se tuvo acceso .

La malla está compuesta como se vió, de seis apartados, los cuales describimos a continuación:

I.- Ficha técnica de la obra.

II.- Características contenidos y métodos de exposición utilizados en cada capítulo.

III.- Características pedagógicas de la obra:

a).- Cualidades del texto.

b).- La obra y los alumnos.

c).- La obra y los problemas y ejercicios.

IV.- El texto y los alumnos.

V.- Los ejercicios y el texto.

VI.- Comentarios y observaciones del texto.

Es evidente que el primero de estos puntos es lo que denominamos una ficha técnica, se incorpora, por que es necesario saber del texto la información que lo identifica, para conocer sus cualidades tanto físicas como de conformación.

En el segundo apartado se busca hacer un desglose de los contenidos que aparecen en un capítulo o en varios Esto con la intención de reconocer la manera en que los contenidos, están estructurados. También es necesario que los profesores reconozcan cómo estos temas les pueden apoyar en la preparación de sus clases o en la solución de los problemas que enfrenta en su qué hacer cotidiano. De alguna manera es necesario aclarar que este material se puede usar como un prontuario de las fórmulas y ecuaciones de la materia.

Finalmente los apartados III, IV y V nos permiten hacer un reconocimiento de los aspectos pedagógicos de la obra, ya que se consideran en función de los paradigmas y corrientes de la pedagogía actual. Estos apartados permiten hacer un reconocimiento de la forma en la cual se concebían estos aspectos, en cada una de las diferentes épocas analizadas.

Un apartado especial los proporcionan los referentes a los problemas de los textos. En ellos los maestros pueden reconocer la tipografía de los problemas que se presentan en la obra y el vinculo que se buscaba generar entre el alumno y el texto. Este apartado se puede encaminar, a que los maestros hagan también un esfuerzo por identificar, los ejercicios que usan en los textos que les proporcionan a sus alumnos, para saber si están graduados, si tienen aplicaciones prácticas entre otras cosas.

En el entendido de que, los demás aspectos pedagógicos señalados también se pueden analizar y de que, mientras más de esos aspectos incluya su análisis, más rico será para el desarrollo de una clase.

A continuación se realizará una aplicación de la malla a varios textos, espero que el análisis sea del interés del lector.

# APLICACIONES DE LA MALLA

## -------------------------I.- DATOS GENERALES DE LA OBRA

1.- Título: Aplicaciones del álgebra ala geometría comprendiendo la Geometría Analítica de dos y tres dimensiones.

2.- Autor: **M.Bourdon**.

3.- El texto esta abocado a la comunidad politécnica de París así como a los nuevos programas de la enseñanza de liceos.

4.- Año de la 5ªedición: 1854.

5.- El libro originalmente fue impreso en Fencés.

6.- El libro no tiene hasta la fecha traducción .

7.-Otros tirajes: Hasta la fecha de la revisión no se habían realizado más tirajes

8.- No existe en el mercado.

9.- El libro consta de 546 pp. Posee un formato de 26cm por 19 cm, Tiene una pasta blanda.

10.- Biografía del autor: Comandante de la legión de honor, canciller honorario de la universidad, examinador decano de admisión a la escuela politécnica y miembro numerario de algunas sociedades.

11.- Fotocopia de alguna parte del libro: Aparecen adjuntas la primera página y la tabla de contenidos.

12.-En el texto los temas se tocaron en orden de dificultad Y está dividido en dos partes, la primera de geometría de dos dimensiones, la otra de tres dimensiones, la primera tiene nueve capítulos y la segunda tiene dos.

## II.- DATOS DE CONTENIDOS POR CAPITULO

1.- Nombre del capítulo: La recta.

2.- Es el primer capítulo de la obra.

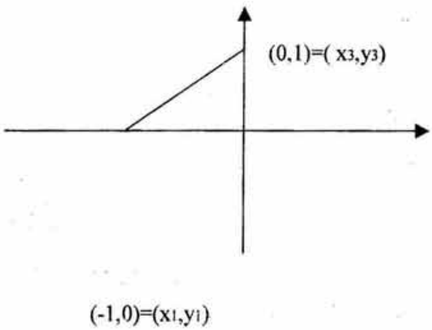
a).- Cómo ubicar un punto en el sistema coordenado.

b).- Deduce la fórmula de la distancia de dos puntos.

c).- como describir la posición de una recta en el plano.

3.- Los temas tocados son:

i) Hallar la ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados en los ejes coordenados los cuales pueden ser oblicuos o rectangulares.




ii).- Hallar la ecuación de una recta que pasa por un punto dado y es paralela a una recta dada, también se analiza la condición de paralelismo de dos rectas.

iii).- Dadas dos rectas hallar la ecuación del punto de intersección.

iv).- Hallar el ángulo formado por dos rectas cuyas ecuaciones están dadas en la forma pendiente ordenada al origen, trabaja con ejes rectangulares y oblicuos.

v).- Dado un punto fuera de una recta:

a) hallar una perpendicular del punto a la recta.

b) Hallar la distancia del punto a la recta.

Por un punto fuera de una recta, hallar una recta que pase por dicho punto y que forme con la recta una ángulo dado, solo resuelve el problema con ejes rectangulares.

**El circulo.**

I).- Establece la definición del círculo y construye la ecuación utilizando ecuaciones rectangulares y oblicuas.

ii). Ecuación de la circunferencia con centro en el origen de coordenadas.

iii).- Ecuación de la circunferencia con centro en el extremo de su diámetro.

iv).- Da una definición funcional de la línea recta, propone ejemplos que no están distinguidos topográficamente.

v).- mostrar que las medianas de una triángulo se cortan en el mismo punto.

vi).- Muestra que las alturas de un triángulo se cortan en el mismo punto.

vii).- Mostrar que las perpendiculares alzadas desde los puntos medios de los lados de un triángulo se encuentran en un punto.

viii).- Mostrar que los puntos de las proposiciones v,vi,vii se encuentran en una línea recta.

ix).- Mostrar que las bisectrices de los ángulos de un triángulo se encuentran en un mismo punto.

Preguntas respecto al círculo.

x).- Analiza las condiciones para que dos circunferencias no se intercepten.

CAPITULO II Ecuaciones de segundo grado y sistemas de ecuaciones.

i).- Transformación de coordenadas

ii).- Transformación de la ecuación dada en un sistema de referencia rectangular u oblicuo a un sistema de rectas paralelas.

iii).- Pasar de un sistema de ejes oblicuos a cualquier otro en el que el origen de coordenadas es distinto.

iv).- Hacer una transformación en la que los nuevos ejes son paralelos a los antiguos.

v).- Pasar de un sistema rectangular a uno oblicuo con la regla de transformación:

$$x = \frac{x'\operatorname{sen}(\theta-\alpha) - y'\cos(\theta-\alpha)}{\operatorname{sen}\theta} + a$$
$$y = \frac{x'\operatorname{sen}(\alpha) - y'\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}\theta} + b$$

casos tratados como variantes:

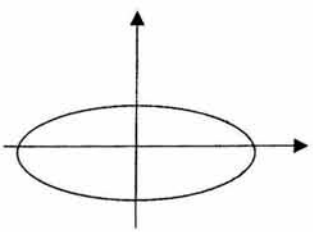
vi).- Pasar de un sistema oblicuo a uno rectangular cuando el origen de coordenadas permanece invariable.

vii).- En un mismo sistema de coordenadas intercambiar los ejes de coordenadas para ver las transformaciones que sufren las ecuaciones.

Capítulo III: **La elipse**

i).- Se establece la ecuación de la elipse con ejes conjugados.

ii).- Establece la condición de la ecuación de la curva mediante la definición de distancia F'M+ FM = 2ª, después establece la definición de eje mayor.



iii).- Da la definición de los diámetros de la elipse, diámetros conjugados, coordenadas suplementarias, relaciones entre diámetros conjugados.

iv).- Definición general de diámetro. Los diámetros de una elipse son líneas rectas, todos los diámetros de la elipse pasan por el centro de ésta.

v).- Diámetros conjugados: Tomados todos los diámetros que haya en una dirección especifica, tomamos luego los puntos medios de estos diámetros y la unión de esos puntos medios conformará un diámetro conjugado, con aquel que nos sirvió para tomar la dirección inicial.

vi).- Tangente que pasa por un punto dado de la curva.

vii).- Coeficientes angulares de la tangente a una elipse.

viii).- La tangente de una elipse referente a un sistema de ejes conjugados.

Capitulo IV.- **La hipérbola.**

i).- Establece las características analíticas que cubre la obra

ii).- Diámetros de la hipérbola.

- Diámetros conjugados
- Cuerdas suplementarias.
- Angulo entre dos cuerdas suplementarias.

- Tangente a la hipérbola y sus propiedades respecto a sus diámetros y a sus radios vectores.

- Ecuación de la subtangente.

- Ecuación de la normal y de la subnormal.

- Las asíntotas de la hipérbola.

Capítulo V. **La Parábola.**

i).- Propiedades de la parábola respecto a sus ejes principales.

ii).- Medida de un segmento parabólico.

iii).- Tangente de una parábola y sus propiedades respecto del radio vector.

iv).- Ecuación de la normal y la subnormal.

v).- Coeficientes angulares de la subtangente.

vi).- Diámetros de la parábola y ejes conjugados.

4.- Campos matemáticos que cubre la obra.

Geometría

Coordenadas

Determinantes

Análisis matemático elemental

Algebra

5..- Al final de cada sección aparece una serie de ejercicios graduados del más fácil al más difícil que permiten reforzar los contenidos abordados.

6.-Los ejercicios son complementarios a los contenidos.

7.- El contenido se estructura de lo más sencillo a los más difícil.

8.-El 45% del texto es escritura simbólica.

9.-__________

10.- El promedio de ilustraciones es 12/21

11.- Números irracionales y complejos, determinantes.

12.- La notación usada es la convencional.

13____________

14.- Los conceptos que se presentan están acomodados de manera clara y secuencial.

**PEDAGOGIA DE LA OBRA.**

1.- Hay una presentación en la que se destacan varias advertencias..

2.- Dentro del prólogo se destaca que el libro pretende iniciar a las personas en el tema.

3.- El contenido motiva el estudio de la obra

4.- No aparece libro guía para el profesor,. Pero se le dan sugerencias para utilizar el texto.

5.- La obra tiene un lenguaje claro y accesible.

6.- Los temas tienen una cohesión que facilita su seguimiento, además es una obra absolutamente didáctica.

7.- La obra esta escrita de manera que combina el rigor de las demostraciones y el razonamiento intuitivo, cosa que lo hace útil e interesante.

8.- La obra promueve el razonamiento deductivo.

9.- Aparecen problemas que vinculen el temario con la formación del lenguaje matemático.

10.- Hay una sugerencia para el modo de empleo.

11.- Si aparecen actividades por tema.

12.- Los temas se retroalimentan de manera continua y accesible.

13.- El libro esta diseñado apegándose a una visión personal del autor que resulta muy enriquecedora.

14.- El lenguaje utilizado resulta accesible y sencillo.

15.- Refuerza tanto el razonamiento inductivo como deductivo.

**EL TEXTO Y LOS ALUMNOS**.

1.- El texto incita a los alumnos a:

i) Hacer fichas de trabajo

ii) Complementar los temas

iii) Realizar discusiones deductivas.

2.- afirmativo

3.-__________

4.- El texto fomenta el trabajo complementario. Además que su redacción lo hace claro y ameno

5.- No hay notas pero la visión resulta interesante para abordar el tema.

**<u>LOS EJECICIOS Y EL TEXTO</u>.**

1.- Aparecen problemas en el cuerpo del capítulo.

2.- Los ejercicios aparecen por sección y capítulo.

3.- El orden presentado puede modificarse.

4.- No

5.- Se resaltan los ejercicios resuelto al nombrarlos como ejemplos. Se refuerza en ellos el contenido analizado previamente.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen destacados de manera muy intuitiva.

**COMENTARIOS GENERALES**.

La obra me parece muy didáctica, de modo que permite su utilización dentro de un curso de geometría analítica, toca temas como la ecuación de la recta por dos puntos utilizando determinantes.

## DATOS GENERALES DE LA OBRA

1.- Eléments d'algebre et de géometrie analytique.

2.- Autores: **H.Commissaire G.Cagnac.**

3.- Tipo de texto: Libro para candidatos a licenciatura y la agregación.

4.- Año de la edición: 1947 3a edición.

5.- Lenguaje original de la edición: Francés.

6.- Traducción de la obra: No hay.

7.- Otros tirajes: ler tiraje 1939

8.- Disponibilidad: No hay.

9.- Numero de páginas: 551 páginas, el índice viene al final.

1.- Elementos de álgebra: p p l - 227

2.- Elementos de geometría analítica: p.p. 231 - 245

11.- Biografía del autor: Carece.

Se anexa fotocopia de página y tabla de contenidos.

Nivel: Licenciatura y agregación.

12.- Características del texto: Viene en dos partes, una de álgebra y otra de geometría analítica.

## ANALISIS DE CONTENIDO POR CAPITULO

l.- Nombre del capitulo:

Coordenadas, producto de vectores, direcciones y ángulos homogeneidad

2.- Ubicación del capitulo en la obra: Es el primer tema del libro correspondiente a geometría analítica.

3.- Temas abarcados:

i) Definición de la s coordenadas cartesianas de un punto dentro de un plano.

ii) Definición de coordenadas cartesianas de un punto en el espacio.

iii) Condición para que dos vectores tengan la misma dirección.

iv) Condición para que varios vectores sean paralelos a un plano.

* Plano escalar. i) Definición. ii) Expresión analítica de producto escalar.

* Producto vectorial. i) Expresiones analíticas. ii) Aplicaciones de producto vectorial.

* Las direcciones y los ángulos dentro del plano. i) Coeficiente de dirección de una recta. ii) Determinación de una dirección orientada. iii) Angulo de una dirección orientada de una a otra en iv) Angulos de una pendiente uno respecto a otro en coordenadas rectangulares.

* Las direcciones y los ángulos en el espacio i) Coeficientes de dirección de una recta. ii) Determinación de una dirección orientada.

* Representación paramétrica de una recta y de un plano i) Primera representación paramétrica de una recta. iij Segunda representación paramétrica de una recta.

* Baricentro i) Segunda representación paramétrica de un plano.

* Homogeneidad de las relaciones geométricas.

4.- Campos cubiertos por la obra dentro del capítulo: Sólo abarca el plano y el espacio

5.- Número de ejercicios y ejemplos propuestos. El capítulo está escrito de una manera teórica y no se usan ejemplos con valores específicos. Al final aparece una serie de 16 ejercicios.

h.- Estructura del contenido: Comienza con definiciones en el plano, luego pasa a analizar conceptos en el espacio. Analiza la ecuación de la recta en el plano y en el espacio.

7.- Porcentaje de escritura simbólica: aproximadamente 20%

8.- Aplicaciones de los conocimientos de otras disciplinas: Sólo aparecen contenidos matemáticos.

9.- No. promedio de ilustraciones por página: 13J40= .325

10.- Utilización de temas de contenido matemático pero no específicos de geometría analítica.

Baricentro, determinantes, homogeneidad.

11.- Se utiliza notación no frecuente: Vectores.

12.- Integran los ejercicios el conocimiento previo

Es el primer capítulo.

13.- Los nuevos conceptos se presentan de manera amplia; no son ambiguos, cada concepto se trata de manera sucinta.

14.- El texto no se vincula con características no matemáticas.

Capítulo II Introducción al estudio de la geometría plana.

2.- Ubicación del capítulo: Es el segundo y lleva a la introducción de la materia.

3.- Puntualización de los temas tocados

Determinación de un punto dentro de un plano.

i) Coordenadas polares.

ii) * Representación analítica de una línea plana.

i) La ecuación de una línea plana. define la ecuación como F(x,y)=O

Ejemplos de la representación analítica de una recta.

**Libro II**

Elementos de geometría analítica.

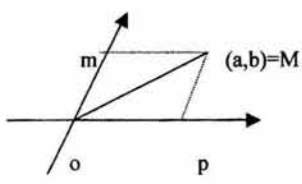
**Capitulo I**

Coordenadas productos de vectores, direcciones y ángulos. Homogeneidad

Coordenadas.

94. Definición de las coordenadas cartesianas de un punto dentro de un plano

Comienza manejando coordenadas oblicuas cartesianas para un punto (a,b). Un punto de coordenadas (a,b) se ubicará moviéndonos paralelamente a Los ejes de coordenadas.

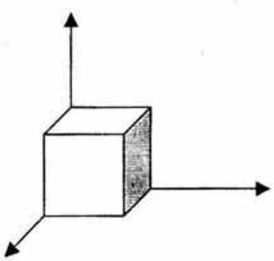


Llamaremos vector a la diagonal que se forma en el paralelogramo de lados (a,b) respectivamente de la figura op y pm que son dos vectores. Pueden medir el contorno del paralelogramo

- Se dirá que las coordenadas son rectangulares si los ejes son perpendiculares.
- * Diremos que (a,b) son los componentes escalares del vector M.

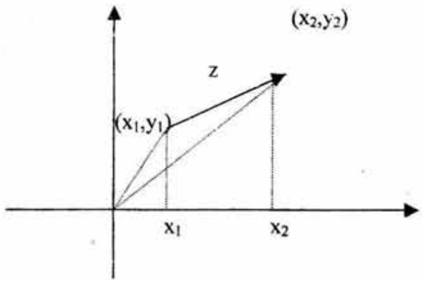
Definición de coordenadas cartesianas en el espacio. Análogamente como en el plano aquí definiremos un vector con tres componentes, construimos un paralelepípedo de lados (a,b, c) respectivamente.

om (que es la diagonal de dicho paralelepípedo) cuyas coordenadas son (a,b,c,) respectivamente.



*oa, ob,oc* son los componentes escalares de M.

Componentes escalares de un vector definido por las coordenadas del origen y de sus extremos.




El vector Z de coordenadas $(x_1,y_1)$ como origen; $(x_2,y_2)$ como coordenadas del final del vector.

Proyectamos el vector sobre el eje x, proyectamos el vector sobre el eje y, luego los componentes escolares del vector serán:

$a = x_2-x_1$

$b= y_2-y_1$ componentes escalares de Z, de donde se desprende la relación

$x_2 = a+x_1$

$y_2 = b+y_1$

son los componentes escalares del final del vector cuyas coordenadas del origen es $(x_1,y_1)$ y cuyas componentes escalares son (a,b).

**Vectores en el espacio.**

Los componentes escalares de un vector con coordenadas del origen $(x_1,y_1,z_1)$ y coordenadas del vector final $(x_2,y_2, z_2)$ serán:

$a=x_2-x_1$ $\quad$ $b=y_2-y_1$ $\quad$ $c=z_2-z_1$

por lo cual

$x_2= a+x_1$ $\quad$ $y_2= b+y_1$ $\quad$ $z_2= c+z_1$

Son las coordenadas del extremo del vector cuyas coordenadas del origen son $(x_1,y_1,z_1)$y cuyas componentes escalares son (a,b,c).

**Condiciones para que dos vectores tengan la misma dirección.**

Supongamos que un vector v'=(a,b) tiene componentes escalares a,b y que v=(a',b') tiene componentes escalares a' , b'. En consecuencia v' y v serán paralelas si v'= &v donde &=a'/a = b'/b de aquí podemos obtener ba'-ab'= 0 dentro del espacio.

a=a' &b=b' &c=c' y po lo tanto a/a'= b/b'= c/c'

Reciprcamente, las condiciones las podemos escribir como:

bc'-b'c=0

..ca'-c'a=0

ab'-a'b=0

la condición necesaria y suficiente para que esto ocurra es que el determinante

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{bmatrix}$$ sea de rango 1

**Condición para que tres vectores sean paralelos a un mismo plano.**

Teorema: Si tres vectores V;V';V" poseen componentes escalares

V=(a,b,c,)

V'=(a',b'c')

V''=(a",b",c") pertenecen a un sistema de ejes Oxyz. Pero los vectores son paralelos a un mismo plano será suficiente que;

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{bmatrix} = 0$$

Esta es la condición necesaria y suficiente para que el origen de coordenadas y los puntos H(a,b,c), H(a',b',c'), H(a'',b'',c'') estén dentro del mismo plano.

Producto escalar.

Definición: Llamaremos producto interior de dos vectores al producto de las medidas de esos vectores por el coseno de su ángulo.

Teorema: Si multiplicamos un vector por un número algebraico su producto escalar por otro vector se multiplicará por ese número.

Comparemos los productos escalares

(m v)v' contra v v' siendo m un número algebraico.

Consideremos dos casos.

1) m >0; ocurrirá que v;v' tendrán el mismo sentido. Por lo que sus productos escalares serán:

(m v) v' cos (v,v') ; v v' cos(v,v')

de donde se observa que su coseno es el mismo.

2) m <0; los vectores v, v' tienen sentido contrario.

(-mv) v' (-cos(v,v') ; v v' (cos(v,v'))

en ambos casos.

(m v) v' =m(v v')

Corolario I: Si multiplicamos cada vector por un número algebraico, su producto escalar multiplicará esos números: (m v) (m v') = m m' (v v')

Corolario II: Si dos vectores están contenidos en los dos ejes, el producto escalar se obtiene al multiplicar los valores algebraicos por el coseno del ángulo de las direcciones positivas de los ejes.

V= u v ; v'= u' v'

tendremos la igualdad algebraica:

v v' = (u u') v v'

o bien como

v v' = v v' cos (x'x , y'y)

* Consecuencia: Si un vector esta contenido en un eje, su producto escalar por un vector es el producto del valor algebraico del vector por el valor algebraico de la proyección del vector v' sobre el eje que contiene a v.

Distributibidad del producto escalar

El valor del producto escalar de P= u ($v_1+v_2+....+v_n$)

Será equivalente a la expresión:

$U(v_1+v_2+\ldots\ldots+v_n) = u\, v_1+u\, v_2+\ldots\ldots+u\, v_n$

Se orientan los vectores de modo que se multiplica v por las proyecciones de los vectores v; sobre el eje x.

Se presenta una generalización.

Aparece una aplicación.

Fórmula fundamental de la geometría algebraica.

99.- Expresiones analíticas del producto escalar.

Teorema: Si los vectores v, v'están en un plano con ejes xx';yy'

su producto escalar esta dado por la fórmula:

$v\,v' = a\,A' + b\,B'$

a,b son los componentes escalares de uno de los vectores respecto a los ejes y A',B' son las medidas algebraicas de las proyecciones ortogonales del otro vector sobre los ejes.

- Distancia de dos puntos:

$$A_1.A_2 = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+2(x_2-x_1)(y_2-y_1)\cos\theta}$$

donde tetha designa el ángulo entre los ejes.

Teorema: El producto escalar de dos vectores esta dado por la fórmula:

V v' = a A'+bB'+c C'

donde a,b,c son los componentes escalares de un vector respecto a tres ejes y A',B',C', las medidas algebraicas de las proyecciones ortogonales del otro respecto de los mismos ejes.

Producto Vectorial.

Producto exterior vectorial.- Dados dos vectores v v' con direcciones diferentes, le llamaremos producto exterior o vectorial a un vector & donde el origen es un punto cualquiera o. La dirección perpendicular al plano de los vectores La medida del producto será:

. v v' sen (v,v')

Si los vectores son paralelos a alguno es nulo, su producto vectorial es nulo. Denotaremos el producto vectorial como:

$v \wedge v'$

Teorema: Si multiplicamos un producto vectorial por un número el producto vectorial se multiplica por ese número.

$(mv) \wedge v' = m(v \wedge v')$

Corolario I.- Si los vectores aparecen cada uno multiplicado por un número algebraico entonces el producto exterior será multiplicado por los números algebraicos.

$(mv) \wedge (m v') = m m'(v \; v')$

<u>Expresiones Analíticas.</u>

$v \wedge v' = k\,(xy'-yx')\,\mathrm{sen}\theta$

Si los ejes son rectangulares sean $\pi/2 = l$, nos quedara:

$v \wedge v' = k\,(xy'-yx')$

Vectores cualesquiera.

$v \wedge v' = i\,(yz'-zy') + j\,(zx - xz') + k\,(xy'-yx')$

<u>Aplicaciones del producto vectorial.</u>

1.- Orientaciones del ángulo de un plano.

2.- Area de un triángulo.

Producto Mixto.

Un producto mixto es el producto escalar de un cierto vector por un producto vectorial.

$v(v' \wedge v'')$ donde $v = (x,y,z)$ $v' = (x',y',z')$ $v'' = (x'',y'',z'')$

el producto se escribirá como:

$x\,(y'z'' - z'y'') + y\,(z'x'' - x'z'') + z\,(x'y'' - y'z'')$

o bien como:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix}$$

este producto mixto y los productos

$v'(v'' \wedge v)$ ; $v''(v \wedge v')$ se consideran como los mismos.

Aplicaciones del producto mixto.

1.- Orientación de un tetraedro.

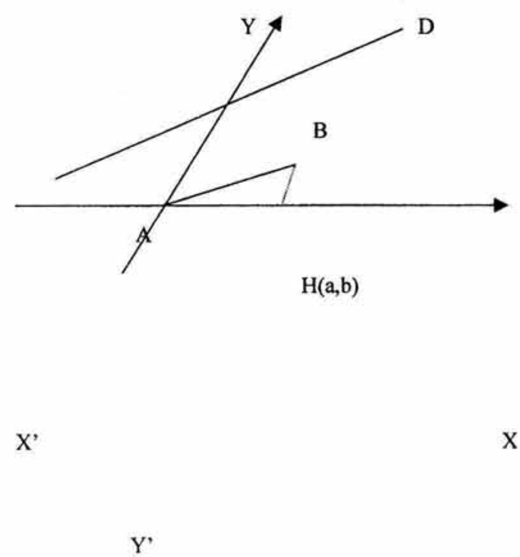
2.- Volumen de un tetraedro.

Las direcciones y los productos mixtos dentro de un plano.

104.- Coeficientes de dirección de una recta.

Llamaremos coeficientes de dirección de una recta D a las coordenadas (a,b) de un punto } { de la paralela a D que pasa por el origen.

Son los componentes escalares de un vector contenido en la recta.



Así H(a,b) da la dirección de la recta D

Si a=0 D es paralela al eje Y

Si b=0 D es paralela al eje X

Condición de paralelismo: dos rectas D,D' son paralelas si

$ab'-a'b=0 \quad a'/a = b'/b$

Definición: Si una recta posee coeficientes de dirección a;b la razón m= θ se denomina el coeficiente angular de la recta.

Llamemos A a la recta paralela a D que a por el origen.

Determinación de una dirección orientada. (parámetros directores) Definición: Llamaremos parámetros directores de una dirección orientada X' X, las coordenadas de un punto K que pasa por el origen y que es equivalente a un vector unitario contenido en el eje X.

Definición ángulos directores

Definición cosenos directores.

Aparecen dos problemas resueltos en los que se involucran los resultados previos.

106: Angulos de una dirección orientada respecto a otra en coordenadas rectangulares.

$$\cos(v,v') = \frac{aa'+bb'}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

$$\text{sen}(v,v') = \frac{aa'-bb'}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

Angulo de una recta respecto a otra en coordenadas rectangulares.

$$tan(D,D') = \frac{ab'+a'b}{aa'+bb'}$$

$$tan(D,D') = \frac{m'-m}{1+mm'}$$

Primera representación paramétrica de una recta y de un plano.

$x=x_0+ap$ $y=y_0+bp$ $z=z_0+cp$

Representación paramétrica de un plano

$x= x_0+pa+p'a'$

$y= y_0+pb+p'b'$

$z= z_0+pc+p'c'$

Segunda representación paramétrica de una recta.

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda} \ldots\ldots\ldots y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda}$$

Baricentro.

Segunda representación paramétrica de un plano.

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2 + \mu x_3}{1+\lambda+\mu} \ldots\ldots\ldots y = \frac{y_1 + \lambda y_2 + \mu y_3}{1+\lambda+\mu}$$

$$z = \frac{z_1 + \lambda z_2 + \mu z_3}{1+\lambda+\mu}$$

Homogeneidad de las relaciones geométricas.

Ejercicios del capítulo.

Capítulo II Introducción al estudio de la Geometría Plana.

Determinación de un punto en un plano.

Coordenadas polares.

$$x = r\cos\varphi$$
$$y = r\,\mathrm{sen}\,\varphi$$
$$r = \varepsilon\sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$
$$\mathrm{sen}\,\theta = \frac{y}{r}$$
$$\varepsilon = \pm 1$$

Representación analítica de una línea en un plano.

114 Ecuación de una línea plana. Supongamos que dentro de un plano podemos formar una línea plana mediante la ecuación F(x,y)=0

la ecuación característica de una línea en un plano es la condición necesaria y suficiente para que el punto M de coordenadas (x,y) pertenezca a esa línea. Primeros ejemplos de representación analítica de un plano.

1.- Si M ε X => y=0

2.- Si MεY => $X=0$

3.- Bisectriz del primer cuadrante y el tercero

x=y

4.- Bisectriz del segundo y cuarto cuadrante

y=-x

5.- Rectas paralelas a los ejes

a) paralela al eje y

$x=a$

b) paralela al eje X

$y=b$

6.- Recta definida por un punto y el origen

$bx-ay=0 \qquad x/a=y/b$

7.- Condición para que tres puntos estén alineados.

$$\begin{bmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 \end{bmatrix}=0$$

$o....bien$

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}=0$$

8.- Línea definida por dos puntos .

Para que M(x,y) este alineada con la linea que pasa por

$A_1(x_1,y_1)$; $A_2(x_2,y_2)$ será suficiente que esten alineadoa ($A_1$ $A_2$ y M)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Recta definida por un punto y su pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \ldots\ldots \therefore y - y_1 = m(x - x_1)$$

Curvas.

Circulo: Definiremos al circulo por las coordenadas de un centro y un radio

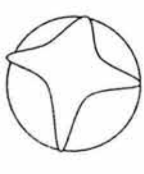
Elipse e Hipérbola, definidas como los lugares geométricos de los puntos de un plano en que la suma y la diferencia de distancias a dos puntos fijos del plano son iguales a una longitud dada. * Curvas generadas por un punto en un círculo que rueda sin resbalar sobre un círculo o una recta.

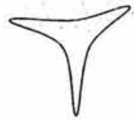
1.- Cicloide

2.- Cardioide

3.- Hipocicloide

4. Astroide





**PEDAGOGIA DE LA OBRA.**

1.- Hay una presentación en la que se destacan varias advertencias..

2.- Dentro del prólogo se destaca que el libro pretende iniciar a las personas en el tema.

3.- El contenido motiva el estudio de la obra

4.- No aparece libro guía para el profesor,. Pero se le dan sugerencias para utilizar el texto.

5.- La obra tiene un lenguaje claro y accesible.

6.- Los temas tienen una cohesión que facilita su seguimiento, además es una obra absolutamente didáctica.

7.- La obra esta escrita de manera que combina el rigor de las demostraciones y el razonamiento intuitivo, cosa que lo hace útil e interesante.

8.- La obra promueve el razonamiento deductivo.

9.- Aparecen problemas que vinculen el temario con la formación del lenguaje matemático.

10.- Hay una sugerencia para el modo de empleo.

11.- Si aparecen actividades por tema.

12.- Los temas se retroalimentan de manera continua y accesible.

13.- El libro esta diseñado apegándose a una visión personal del autor que resulta muy enriquecedora.

14.- El lenguaje utilizado resulta accesible y sencillo.

15.- Refuerza tanto el razonamiento inductivo como deductivo.

**EL TEXTO Y LOS ALUMNOS.**

1.- El texto incita a los alumnos a:

i) Hacer fichas de trabajo

ii) Complementar los temas

iii) Realizar discusiones deductivas.

2.- afirmativo

3.-__________

4.- El texto fomenta el trabajo complementario. Además que su redacción lo hace claro y ameno

5.- No hay notas pero la visión resulta interesante para abordar el tema.

**LOS EJECICIOS Y EL TEXTO.**

1.- Aparecen problemas en el cuerpo del capítulo.

2.- Los ejercicios aparecen por sección y capítulo.

3.- El orden presentado puede modificarse.

4.- No

5.- Se resaltan los ejercicios resuelto al nombrarlos como ejemplos. Se refuerza en ellos el contenido analizado previamente.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen destacados de manera muy intuitiva.

**COMENTARIOS GENERALES.**

La obra me parece muy didáctica, de modo que permite su utilización dentro de un curso de geometría analítica, toca temas como la ecuación de la recta por dos puntos utilizando determinantes.

## I DATOS GENERALES DE LA OBRA

1.- Geometría analítica

2.-**Charles H Lehmann**.

3.- Es un texto utilizado en el bachillerato.

4.- Reimpresión 1963

5.- La edición original apareció en ingles bajo el título ANALITYC GEOMETRI.

6.- Traducción al español por; Ing. Rafael García Díaz

Revisión de la traducción Marcelo Santalo Sors

7.- Existen más tirajes aunque se desconocen las fechas de reimpresión.

8.- Es un libro disponible en las librerias.

9.- Tiene 494 pp y su formato es de 23cm por 16cm.

10.- ______

11.- ______

12.- En el prólogo se dice que es un libro que pretende un uso didáctico.

El texto está dividido en dos partes la geometría analítica del plano y la del espacio.

## II.- DATOS DE CONTENIDO POR CAPITULO

El capítulo que abordaremos será el tercero, la línea recta, le preceden los siguientes capítulos:

CAPITULO PRIMERO: Sistemas de coordenadas

1.-Introducción

2.- Segmento rectilíneo dirigido

3.- Sistema coordenado lineal

4.- Sistema coordenado en el plano.

5.- Carácter de la geometría analítica.

6.- Distancia entre dos puntos dados.

7.- División de un segmento en una razón dada

8.- Pendiente de una recta

9.- Significado de la frase "Condición necesaria y suficiente"

10.- Angulo de dos rectas

11.- Demostración de teoremas geométricos con el método analítico.

12.- Resumen de fórmulas.

CAPITULO SEGUNDO: GRAFICA DE UNA ECUACION Y LUGARES GEOMETRICOS.

13.- Dos problemas fundamentales de geometría analítica.

14.- Primer problema fundamental: Gráfica de una ecuación.

15.- Intersección con los ejes.

16.- Simetría.

17.- Extensión de una curva.

18.- Asíntotas

19.- Construcción de curvas.

20.- Ecuaciones factoriales

21.- Intersección de curvas.

22.- Segundo problema fundamental.

23.- Ecuación de un lugar geométrico.

LA LINEA RECTA: capítulo tercero de la obra, a continuación hacemos una puntualización de los temas abordados.

24.- Introducción se comenzará por analizar la ecuación de la línea recta que es la más simple de las ecuaciones analíticas.

25.- Definición de la línea recta: La línea recta es la distancia más corta entre dos puntos.

- La línea recta es el lugar geométrico de los puntos, tales que tomados dos puntos distintos cualesquiera p1,p2 del lugar el valor de la pendiente

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} .... x_1 \neq x_2$$

esto resulta siempre una constante.

26.- Ecuación de la recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada. $y - y_1 = m(x - x_1)$

27.- Otras formas de la ecuación de la recta

a).- Ecuación dada la pendiente y la ordenada al origen  y = mx + b

b).- Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1) ..... x_1 \neq x_2$$

c).- Ecuación simétrica de la recta.

x/a + y/b = 1

28.- Forma general de la recta  ax + by + c = 0

29.- Discución de la forma general

$$x + \frac{b}{a} y + \frac{c}{a} = 0$$

30.- Posiciones relativas de dos rectas:

Dadas dos rectas  ax + by + c = 0...... .(1)

$$A'x + b'y + c' = 0 \;...(2)$$

Vamos a ver cuando dos rectas son

a) paralelas

b) perpendiculares

c) coinciden

d) se cortan en un solo punto.

Veamos como se dan estas condiciones;

a).-Si la pendiente de (1) es $-a/b$ con $b/=0$, si la pendiente de (2) es $-a'/b'$ con $b'/=0$ una condición necesaria y suficiente para que las rectas sean paralelas es:

$$-a/b = -a'/b' \quad \text{o sea } a/a' = b/b'$$

b).- para que dos rectas sean perpendiculares es condición necesaria y suficiente que:

$$(-a/b)(-a'/b') = -1 \text{ o equivalentemente que } aa' + bb' = 0$$

c).- Dos rectas serán coincidentes si tienen igual pendiente y un punto en común

$$-c/a = -c'/a' \quad \text{luego la condición será } a/a' = b/b' = c/c'$$

d).- Intersección en un solo punto.

$$A/a' /= b/b' \text{ ó } ab' - a'b /= 0$$

31.- Forma normal de la ecuación de la recta

$$m = \frac{-\cos\omega}{\operatorname{sen}\omega}$$
$$x\cos\omega + y\operatorname{sen}\omega - \rho = 0$$

32.- Reducción de la forma general a la forma normal.

$$a+by+c=0$$
$$\cos\omega=\kappa.a$$
$$\operatorname{sen}\omega=\kappa.b$$
$$-\rho=\kappa.c$$
$$forma.normal$$
$$\frac{ax}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{by}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{c}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}=0$$

33- Aplicación de la forma normal

a).- distancia de un punto a una recta

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

b).- Determinación de las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos suplementarios formados por dos rectas que se cortan

$$\frac{ax+by+c}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{a'x+b'y+c'}{\pm\sqrt{a'^2+b'^2}}$$
$$\frac{ax+by+c}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}=-\frac{a'x+b'y+c'}{\pm\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

34.- Area de un triángulo

$$k=1/3\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{vmatrix}$$
$$donde..(x_1,y_1)..(x_2,y_2)..(x_3,y_3)..son.los.vértices.del.triángulo$$

35.- Ecuación de la recta que pasa por dos puntos en forma de determinante

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

36.- Familias de líneas rectas: $y = mx + k$ familia de rectas paralelas a una recta dada.

$A_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$ familia de rectas que pasan por el punto de intersección de dos rectas dadas

---

4.- Los campos matemáticos que cubre la obra son de geometría analítica fundamentalmente.

5.- Los ejercicios son de reforzamiento y vinculación , de aplicación matemática y tiene 159 ejercicios

6.- Aparecen de los tres tipos.

7.- Los ejercicios aprecen en orden ascendente respecto a la complejidad.

8.- Hay un 20% de escritura simbólica

9.- ________

10.- La proporción de imágenes es 27/42

11.- Coordenadas polares Geometría sintética

12.- la notación es la usual

13.- No se destaca la utilidad de la disciplina aunque si en algunos casos aplicabilidad.

14.- Los temas se presentan escuetamente dejando de lado muchos casos interesantes.

**III PEDAGOGIA DE LA OBRA**

1.- En el prólogo se destaca la intensión de la obra

2.- no

3.- no

4.- no

5.- En pocas ocasiones

6.- Sí aunque con deficiencia.

7.- Utiliza rigor en el lenguaje y el tratamiento, ya que para resaltar los temas importantes utiliza la palabra teorema.

8.- ------------

9.- __________

10.- no

11.- Solo aparecen ejercicios

12.- Sí

13.- El autor expone una visión personal de la disciplina que es la que impera.

14.- Sí aunque poco

15.- Ambos

16.- Sí

## IV EL TEXTO Y LOS ALUMNOS

1.- Promueve que los alumnos complementen los temas y que utilicen el índice alfabético.

2.- no

3.- no

4.- promueve el trabajo individualizado

5.- no

## V LOS EJERCICIOS Y EL TEXTO

1.- Los problemas aparecen graduados por orden de dificultad

2.- Los ejercicios aparecen al final de cada tema y hay una sección de ellos al final del capítulo.

3.- Los ejercicios son de aplicación de los conceptos abordados y de manipulación.

4.- En algunos casos la modificación del orden en que aparecen los ejercicios puede causar dificultades.

5.- Los ejemplos resueltos aparecen diferenciados en el texto con un tipo de letra diferente.

## VI COMENTARIOS Y OBSERVACIONES DE LA OBRA

El texto aparece como un diccionario de geometría analítica, su presentación deja de lado la motivación por lo que puede propiciar que el lector pierda interés en ella.

**I DATOS GENERALES DE LA OBRA**

1.- Complements Dálgebre et Noyions de Geométrie Analytique (a lusage des éléves se destinant aux amthématiques speciales es de jeunes fillles visant a lágregation).

2.- **A. Macé de Lépinay**.

3.- Es un texto dirigido a un público con un buen manejo de álgebra y trigonometría.

4.- Año de la edición . No aparece especificado

5.- La edición original apareció en francés.

6.- No existe traducción al español.

7.- Existen más tirajes por lo menos, dos ediciones previas.

8.- Es un libro que no esta disponible en las librerias.

9.- Tiene 482 pp y su formato es de 22cm por 15cm.

10.- El autor es profesor de escuelas de guerra de la legión francesa.

11.- Se anexa índice y tabla de contenidos así como una hoja del cuerpo de la obra

12.- En el prólogo se dice que es un libro que pretende un uso practico para militares.

**II.- DATOS DE CONTENIDO POR CAPITULO**

Anteceden el capítulo de la línea recta los siguientes capítulos:

CAPITULO I: De la continuidad

CAPITULO II Las derivadas

CAPÍTULO III Variación de funciones

CAPITULO IV Las proyecciones

CAPITULO V Las coordenadas.

1.- Coordenadas rectangulares

2.- Transformación de coordenadas

3.- Clasificación de líneas planas.

Ejercicios sobre el capítulo V

CAPITULO VI DE LA LINEA RECTA

- Significación de la ecuación de primer grado con dos variables: toda ecuación de primer grado con dos variables x ,y tiene la forma $Ax + by + c = 0$ donde a :b no son nulos al mismo tiempo.

- PRIMER CASO: Supongamos que alguno de los coeficientes es nulo.

  $Ax + c = 0$ $x = -c / a$ ó $x + c/a = 0$ si $-c / a = a'$

  Entonces $x - a' = 0$ por lo que tendremos una ecuación paralela al eje de las y.

  Supongamos que a=0 entonces la ecuación será de la forma $y - b = 0$ que será una recta paralela al eje de las X.

- SEGUNDO CASO: Supongamos que el coeficiente C es nulo y que a ; b no lo son, entonces la ecuación tendrá la forma $ax + by = 0$

  De la que despejando podemos obtener $y = - a/b$

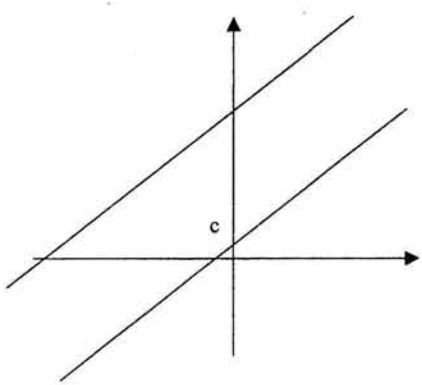
  Si consideramos $m = - a/b$ por lo que la ecuación será $y = mx$ que corresponde a una recta que pasa por el origen de coordenadas.

¿ qué ocurre si $m > 0$? X ;y deben tener el mismo signo y entonces la recta debe pasar necesariamente por el primer y el tercer cuadrante. Bajo la condicion de que c=0 diremos que un punto esta en la recta cuando $y/x = m$

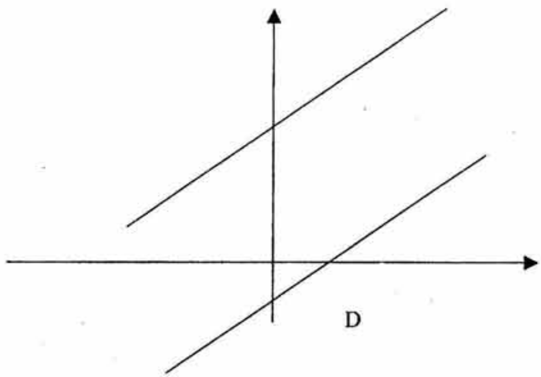
- TERCER CASO: Supongamos que cualquiera de los coeficientes a, b, c se anula cuando b/=0 si dividimos toda la ecuación por b tendremos:

  $-a / b = m \qquad -c / b = p$

  m;p son dos cantidades conocidas positivas o negativas , así que la ecuación $Ax + by + c = 0$ tendrá la forma $y = mx + p$ supongamos que $N=(x_1,y_1)$ es un punto de la recta, sustituyendo las coordenadas del punto en la ecuación se tendrá $y_1 = mx_1$ como $y=mx_1 + p$ entonces $y=y_1 + p$ de modo que nuestra recta es una recta paralela que ocupa una ordenada igual a p.




P >0

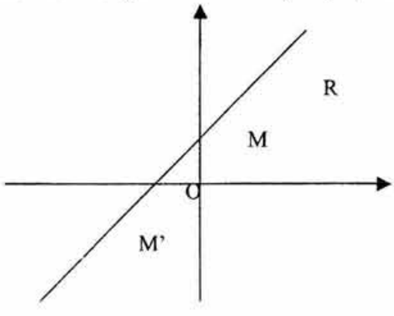



P<0

Resumiendo la ecuación ax +by + c=0 donde a; b; c son cantidades dadas indeependientes de x; y representan una línea recta.

Llamaremos ángulo direccional al que se forma entre el eje de las X y la recta que pasa por el origen.

Llamaremos valor del coeficiente angular x = Om cos( ox , or)= Om sen (Ox,or)



R'

$X'=0m' \cos(ox, or')$

$Y'=oM' \cos(oy, or')= oM' \operatorname{sen}(ox, oR')$

$$Y'/x' = m = tg\ (Ox,OR')$$

Cuando el sistema es rectangular el coeficiente angular corresponde a la tangente trigonométrica del ángulo.

- DIVERSAS FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA.

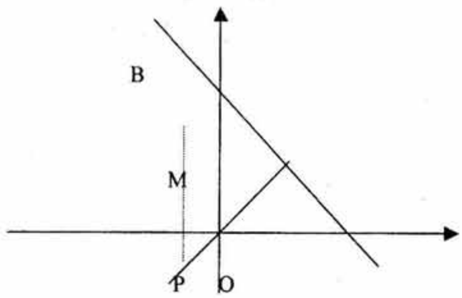
  Identificaremos en principio la ecuación general de la recta $ax + by + c=0$

  Abscisa al origen $y=0$ entonces $y= -c / a$

  Si $x=0$ entonces $y= -c/ b$

  Simétrica: $x/a + y/b =1$

  Ecuación de la recta en función de esta y el ángulo que forma la perpendicular a ella por el origen.




xcosα+ysenα-p=0

OH=P

PM= ysenα

OP=x cosα

PO+ PM+ MH=OH

- ECUACION DE UA RECTA EN FUNCION DE LAS COORDENADAS DE UN PÙNTO Y LOS PARAMETROS QUE FIJAN SU DIRECCION

$$
\begin{aligned}
&x - x_0 = \rho\cos\alpha \\
&y - y_0 = \rho\,\mathrm{sen}\,\alpha \\
&\frac{x - x_0}{\cos\alpha} = \frac{y - y_0}{\mathrm{sen}\,\alpha} = \rho \\
&\therefore \frac{x - x_0}{\cos\alpha} = \frac{y - y_0}{\mathrm{sen}\,\alpha}
\end{aligned}
$$

- Ecuación punto pendiente: y-y' = m(x-x')
- Ecuación dados dos puntos m= (y''-y')/(x''-x') por lo tanto

  (x-x')/(x''-x') = (y-y')/(y''-y')

Condición para que tres puntos estén alineados.

Sean los puntos (x',y') (x'',y'') (x''',y''')

La condición para que estén alineados es

(y''-y')/(x''-x') = (y'''-y') /(x'''/x')

- Expresión de las coordenadas de un punto M cualquiera de una recta en función de las coordenadas de dos puntos de las rectas

$$
\begin{aligned}
&x = \frac{m'x' + m''x''}{m' + m''} \\
&y = \frac{m'y' + m''y''}{m' + m''} \\
&\frac{m'm}{mm''} = \frac{m''}{m'} \\
&mm'' = x'' - x \\
&m'm = x - x'
\end{aligned}
$$

- Intersección de dos rectas: si ab'-ba'/=0 entonces

$$x = \frac{bc'-cb'}{ab'-ba'}$$
$$y = \frac{ca'-ac'}{ab'-ba'}$$
$$si.....ab'-ba' = 0 \Rightarrow$$
$$x = \frac{by+c}{a}$$

- Ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de dos rectas dadas y que es paralela a una tercer recta dada.

$$\frac{ax+by+c}{ab''-ba''} = \frac{a'x+b'y+c'}{a'b''-b'a''}$$
$$vienen.a\lg unas.aplicaciones$$
$$distancia.de.un.punto.a.una.recta$$
$$\delta = \frac{\pm ax'+by'+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- separación del plano en dos regiones de signos contrarios por la recta

  Tangentes y asíntotas

  Variación del coeficiente angular de la tangente

  Asíntotas no paralelas al eje de las y

  Ejercicios del capítulo

__________------------------______________---------

4.- Los campos matemáticos que cubre la obra son de geometría analítica fundamentalmente. Pero también toca temas de física

5.- Los ejercicios son de reforzamiento y vinculación , de aplicación matemática y tiene 300 ejercicios muchos de ellos muy interesantes.

6.- Aparecen de los tres tipos.

7.- Los ejercicios aprecen en orden ascendente respecto a la complejidad.

8.- Hay un 20% de escritura simbólica

9.- Tiene aplicaciones a la física y a la estadística.

10.- La proporción de imágenes es 43/42

11.- toca familias de rectas y de circunferencias.

12.- Los conceptos introducidos por primera vez se resaltan en el texto.

13.- No se destaca la utilidad de la disciplina aunque si en algunos casos aplicabilidad.

14.- Los temas no se prestan a ambugüedad.

**III PEDAGOGIA DE LA OBRA**

1.- En el prólogo se destaca la intensión de la obra

2.- no

3.- Cada tema tiene una presentación

4.- no

5.- Sí

6.- Sí .

7.- Utiliza rigor en el lenguaje y el tratamiento.

8.- Sí

9.- Sí

10.- no

11.- Solo aparecen ejercicios

12.- Sí

13.- El autor expone una visión personal de la disciplina que es la que impera.

14.- Sí

15.- Fomenta ambos tipos de razonamiento tanto el inductivo como el deductivo.

## IV EL TEXTO Y LOS ALUMNOS

1.- Promueve que los alumnos complementen los temas y que utilicen el índice alfabético y la realización de fichas.

2.- Sí

3.- Sí

4.- promueve el trabajo individualizado

5.- no

## V LOS EJERCICIOS Y EL TEXTO

1.- Los problemas aparecen graduados por orden de dificultad

2.- Los ejercicios aparecen al final de cada tema y hay una sección de ellos al final del capítulo.

3.- Los ejercicios son de aplicación de los conceptos abordados y de manipulación.

4.- Los problemas son de aplicación , repetición y complementación.

5.- No.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen diferenciados en el texto con un tipo de letra diferente.

## VI COMENTARIOS Y OBSERVACIONES DE LA OBRA

El texto aparece como un diccionario de geometría analítica, su presentación deja de lado la motivación por lo que puede propiciar que el lector pierda interés en ella.

## DATOS GENERALES DE LA OBRA

1.- Título: Geometría Analítica.

2.- Autores: **H.B.Philips** (instituto tecnológico de Masachusets)

3.- Tipo de textoEs un curso introductorio de geometría analítica para ingenieros.

4.- Año de la edición: 1943 (Uthea) reimpresión 1956.

5.- Lenguaje original de la edición: Inglés.

6.- Traducción de la obra: Al castellano por Teodoro J.Ramírez.

7.- Otros tirajes: ler tiraje 1956.

8.- Disponibilidad: No hay.

9.- Numero de páginas: 228, El formato es de12 cm de ancho por 20cm de largo.

10.- Está dividido en 11 capítulos, el primero es sobre elementos de álgebra.

11.- Biografía del autor: Carece.

Se anexa fotocopia de 1ªpágina y tabla de contenidos.

Nivel: Licenciatura.

12.- Características del texto: La presentación es igual a la de los libros contemporáneos, a diferencia de los libros de los otros siglos los ejercicios se incorporan al final de cada capítulo, además solo utiliza coordenadas rectangulares.

## ANALISIS DE CONTENIDO POR CAPITULO

I.- Nombre del capitulo:

Línea recta y circunferencia.

2.- Ubicación del capitulo en la obra: Es el tercer capítulo del libro, le anteceden:

I.-Principios algebraícos.

II.- Coordenadas rectángulares.

3.- Temas abordados:

i) Ecuación de una recta:

Define la pendiente de una recta apoyándose en el teorema de Pitágoras y aplicando la definición de la tangente de un ángulo. En seguida da la definición de la ecuación punto y pendiente de una recta.

$y-y_1=m(x-x_1)$

Posteriormente da la ecuación de la recta $y=mx+b$ donde define a "b" como la ordenada al origen y "m" como la pendiente de la recta.

Proporciona cuatro ejemplos en los que encuentra el ángulo de inclinación de la recta respecto al eje x, en los ejemplos pide hallar la ecuación vía:

Punto pendiente.

Dados dos puntos.

Que pasa por un punto y es ortogonal a otra recta.

Dada la ecuación hallar el valor de la pendiente.

El tema se trata en escasas dos páginas lo cual resulta ser muy poco.

ii) Ecuación de primer grado.

Retoma la ecuación punto pendiente de la recta, la forma general, así como la expresión en la que despeja "y" para obtener la pendiente y la ordenada al origen, afirma que toca ecuación de primer grado representa una recta, en este caso había que tener presente la expresión de la hipérbola x (y)=1 en la que la ecuación es de primer grado en ambas variables sin que la ecuación sea una línea recta. Después utiliza ejemplos que no apoya con gráficas para su desarrollo. Después aparece una serie de 27 ejercicios. La extensión de esta sección no es muy amplia.

iii) La expresión Ax+By+C

Da una breve explicaciòn de la igualdad y luego le pide al lector que siga el ejemplo, plantea la inecuación x+y-1>0.

Después pone un ejemplo de un sistema de tres inecuaciones, lo cual desarrolla en tres cuartillas.

Aparece como una subsección; distancia de un punto a una recta, para realizar ese cálculo establece la fórmula siguiente:

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

que es la distancia del punto P(x,y) a la recta con ecuación Ax+By+C=0, luego aparece una serie de 15 ejercicios.

iv) Ecuación de la circunferencia.

Utiliza la definición de distancia entre dos puntos y deduce de ello la ecuación de una circunferencia, trabaja algunos ejemplos.

v).-Circunferencia determinada por tres condiciones

Pone algunos ejemplos, este tema no es muy tocado por los textos actuales, aparece una sección con 26 ejercicios.

Termina el capítulo.

4.- Coloca temas de trigonometría, geometría y álgebra, aunque todos en muy poco espacio, lo que da la sensación de ser muy sintético.

5.-Aparecen 81 ejercicios en el capítulo, una serie para cada sección y cada una de ellas abocada al tema correspondiente. Los ejercicios son en gran medida de reforzamiento y ejercitación, aunque utiliza algunos de lugares geométricos que más bien son de desarrollo de la imaginación.

6.- Los ejemplos que utiliza son para complementar la teoría, dado que con ellos toca temas que no ha tocado antes, mientras que otros los usa para reforzamiento.

7.- Los temas aparecen secuenciados aunque están tocados superficialmente y al final existe mucho traslape.

8.- Aplicaciones de los conocimientos de otras disciplinas: Sólo aparecen contenidos matemáticos, del cual el 20% es escritura simbólica. Introduce inecuaciones aunque jamás explica sobre posibles usos en otras disciplinas.

9.- Nº. promedio de ilustraciones por página: 11/17= .6470

10.- Utilización de temas de contenido matemático pero no específicos de geometría analítica: Inecuaciones

Baricentro, determinantes, homogeneidad.

11.- Se utiliza notación no frecuente: No

12.- Integran los ejercicios el conocimiento previo: sí en su totalidad.

13.- Los nuevos conceptos se presentan de manera amplia: Muchos temas aunque se presentan por primera vez no se desarrollan de manera amplia, también su ejemplificación es deficiente, en cambio se propone una gran serie de ejercicios para reforzar el concepto presentado.

14.- El texto no se vincula con características no matemáticas: Los capítulos dejan mucho sin explicar y esto hace que el texto sea muy ambiguo.

**Capítulo IV Ecuaciones de segundo grado.**

1.- Ecuaciones de segundo grado.

2.- Ubicación del capítulo: Es el cuarto.

3.- Puntualización de los temas tocados.

i) Elipse.

Establece una definición de elipse poco común: si una circunferencia se deforma de tal manera que las distancias de todos sus puntos a un diámetro fijo varíen en la misma razón, la curva resultante será una elipse.

$$\frac{MP}{MP_1} = K \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_1 = x \ldots y_1 = Mp_1 = \frac{MP}{k} = \frac{y}{k}$$

$$la.ecuación.de.la.circunferencia.se.transforma.en:$$

$$x_1^2 + y_1^2 = a^2 \Rightarrow x^2 + \frac{y^2}{k^2} = a^2 \therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

que es la ecuación de la elipse. (esta deformación se llevó a cabo manteniendo fijo el eje x), establece la definición de centro eje menor y eje mayor, todo desarrollando la percepción intuitiva.

ii).- Elipse en diversas posiciones.

Dada la ecuación de la elipse cuyo centro tiene coordenadas (h,k) y sus ejes son los ejes de coordenadas.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$luego.la.ecuación.de.la.elipse.con.ejes.arbitrarios.es.$$

$$ax_1 + y_1 = k_1$$

$$x_2 - by_2 = 0$$

$$\therefore \frac{(ax_1 + y_1 - k_1)^2}{h} + \frac{(x-2y)^2}{k} = 1$$

después aparece una serie de doce ejercicios.

iii).-La parábola.

Establece la definición clásica de la parábola, caracteriza de modo intuitivo cuando una parábola se abre hacia abajo, hacia arriba , hacia la derecha o la izquierda y luego cuando su eje es cualquier recta, en la sección aparecen trece ejercicios.

iv).- La hipérbola.

Da la siguiente definición. La hiperbola es el lugar geométrico de los puntos para los cuales el producto de sus distancias a dos rectas dadas es una constante.

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

hiperbola con centro en (h,k) y ejes paralelos a los ejes coordenados

$$\frac{(y-k)^2}{b^2}-\frac{(x-h)^2}{a^2}=1..estacon..eje.transversal.paralelo.a.OY$$
$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1..esta.con.eje.transversal.paralelo.a.OX$$

v).- Hipérbola equilátera.

La pendiente de las asíntotas de una hipérbola son (+-) b/a de donde siguen una serie de ejemplos, para terminar con una serie de ocho problemas.

vi).- Ecuación de segundo grado.

Ecuaciones reductibles. Si una ecuación es reductible a una expresión como:

$(a_1x+b_1y+c_1)\ (a_2x+b_2y+c_2)=0$

Entonces el lugar geométrico de la ecuación original era dos rectas que se cortan en un punto (esto casí no se toca en los textos).

vii).- Ecuaciones irreductibles.

a).-La elipse con ejes $a_1x+b_1y+c_1=0$ ; $a_2x+b_2y+c_2=0$ la cual tiene por ecuación

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)^2+\frac{1}{b^2}\left(\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)^2=1$$

b).- si una parábola tiene eje $a_1x+b_1y+c_1=0$ y directriz $a_2x+b_2y+c_2=0$

$$\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)^2=a\left(\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\pm\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)^2$$

c) si las asíntotas de una hipérbola son

$a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

entonces su ecuación será

$$\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)^2\left(\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\pm\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right)^2=cte.$$

después aparecen una serie de ejercicios y finalmente una serie con lugares geométricos, el cual también posee una sección de ejercicios.

4.- La obra toca en el capítulo la temática de las cónicas.

5.-Hay en el capítulo, 64 ejerciciios varios de los cuales son de reforzamiento y otros de vínculación.

6.-los ejercicios propuestos son de complementación y refuerzo.

7.- Los temas se presentan de un modo ortodoxo.

8.- El 25% de la escritura es simbólica.

9.- No

10.-Hay 22 ilustraciones en 23 páginas

11.-Ninguno

12.- No

13.-No, aunque se presentan enfoques no muy usuales.

14.- No mucho.

**PEDAGOGIA DE LA OBRA.**

1.- El libro se presenta como una alternativa para los alumnos que no tendrán formación matemática tengan alguna alternativa para no profundizar en este tema, y este enfoque se vuelve el espíritu rector del libro.

2.- No se marca objetivo alguno.

3.-No presenta motivación para el estudio de la materia, sin previo aviso se adentra en el manejo del álgebra.

4.- No aparece libro guia para el profesor.

5.- Muchos de los temas presentados no poseen mucha claridad dado que se introducen conceptos nuevos en espacios muy restringidos y los razonamientos que para reforzar esos conceptos aparecen son muy escasos.

6.- La cohesión es adecuada, la extensión produce una confusión en los temas, y se desdibujan en el texto los límites de los temas.

7.- La obra esta escrita con rigor matemático, aunque se promueve el razonamiento intuitivo, cosa que lo hace útil e interesante.

8.- La obra promueve el razonamiento deductivo.

9.- Aparecen problemas que vinculen el temario con la formación del lenguaje matemático.

10.- Hay una sugerencia para el modo de empleo.

11.- Si aparecen actividades por tema.

12.- Los temas se retroalimentan de manera continua y accesible.

13.- El libro esta diseñado apegándose a una visión personal del autor que resulta muy enriquecedora.

14.- El lenguaje utilizado resulta accesible y sencillo.

15.- Refuerza tanto el razonamiento inductivo como deductivo.

**EL TEXTO Y LOS ALUMNOS.**

1.- El texto incita a los alumnos a:

i) Hacer fichas de trabajo

ii) Complementar los temas

iii) Realizar discusiones deductivas.

2.- No se sugieren actividades de investigación.

3.-_____no_____

4.- El texto fomenta el trabajo individualizado. Además que su redacción lo hace claro y ameno

5.- No hay notas pero la visión resulta interesante para abordar el tema.

## LOS EJECICIOS Y EL TEXTO.

1.- Aparecen problemas en el cuerpo del capítulo graduados por orden de dificultad.

2.- Los ejercicios aparecen al final de cada sección y capítulo.

3.- El orden presentado puede modificarse.

4.- Los ejercicios propuestos son de manipulación.

5.- Los ejercicios están claramente resaltados.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen destacados con negrillas.

## COMENTARIOS GENERALES.

La obra me parece muy suscinta, de modo que permite su utilización dentro de un curso de geometría analítica, toca temas como la ecuación de la recta por dos puntos utilizando determinantes.

## -------------------------- I.- DATOS GENERALES DE LA OBRA

1.- Título: Geometría Analítica.

2.- Autor: **Manuel Ramírez**

3.- Tipo de texto: Es un texto dirigido a estudiantes de preparatoria y tiene el objeto de apoyarlos en sus cursos, aunque para las fechas en las que se escribió el texto la materia no aparecía en el currículo.

4.- Año de la edición: 1886

5.- El libro originalmente fue impreso en Español.

6.- Desconozco si tiene traducción al idioma ingles.

7.-Otros tirajes: Hasta la fecha de la revisión no se habían realizado más tirajes

8.-Es un libro que solo se encuentra en bibliotecas, dado que es muy antiguo

9.- El libro consta de 678 pp. Posee un formato de 15cm por 10cm Tiene una pasta blanda.

10.- Biografía del autor: El autor es ingeniero aunque no aparece la especialidad en la que se preparo.

11.- Fotocopia de alguna parte del libro: Aparecen adjuntos el índice, y la fotocopia de una página.

12.-En el texto los temas se tocaron en orden de dificultad e incluso aparece una advertencia en el manejo en el que aparecen los temas.

## II.- DATOS DE CONTENIDOS POR CAPITULO

1.- Nombre del capítulo: Geometría Analítica Plana.

Geometría Analítica General.

Capítulo primero

El punto. En este capítulo se refiere a parejas coordenadas de puntos y establece la noción de distancia entre puntos.

2.- Coordenadas polares

Establece el sistema de transformación usual

$$x = z\cos\varphi$$
$$y = z\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

Establece la relación para transformar coordenadas polares en coordenadas rectangulares.

$$\cot\varphi = \frac{x}{y} .... \tan\varphi = \frac{x}{y} .... \cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} ... \operatorname{sen}\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\sec\varphi = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x} ..... \csc\varphi = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x} ...... z = \sqrt{x^2+y^2}$$

3.- Los temas tocados son: Habla después de algunas curvas polares y de transposición de ejes, distancia entre puntos en coordenadas polares.

4.-Los temas se basan centralmente en contenidos matemáticos y los ejemplos utilizados sirven únicamente para reforzar los contenidos analizados.

5.- Aparecen ejercicios al final de cada capítulo, siete en el tercero dos en el penúltimo y cinco al final, en total hay catorce ejercicios en el capítulo, los cuales aparecen más bien como ejercicios de reforzamiento.

6.- Los problemas propuestos al lector son de refuerzo.

7.- La secuencia se maneja desde el punto de vista rectangular hasta transposición de ejes considerando las transformaciones de coordenadas rectangulares y polares.

8.- La escritura simbólica se maneja de forma extensa, aunque esta marcada con tipografía en negritas, en promedio el 20% de esa escritura es simbólica.

9.- Ninguno

10.- El material carece de ilustraciones en el contexto lo cual lo hace muy poco atractivo al lector contemporáneo, hay que considerar que en la época era la usanza de las ediciones.

11.- Ninguno

12.- No

13.- Sólo se presentan para que los alumnos se familiaricen con la disciplina.

14.- Los conocimientos son claros aunque se desarrollan de una manera muy sucinta.

## CAPITULO II La línea Recta

Comienza con la ecuación general de la línea recta analiza por separado los casos en los que los dos coeficientes A, B de la ecuación general son cero.

Propone una fórmula para saber cuál es el ángulo de inclinación de la línea recta con respecto al eje X. Para ello parte de la relación trigonométrica.

$$\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}(\beta-\alpha)}$$

Para después de cinco situaciones problema del tema de trigonometría para con ello llegar a la ecuación:

$$tan(\alpha - \frac{1}{2}\beta) = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} tan \frac{1}{2}\beta$$

de la cual asegura que se puede llegar a conocer el valor de "a" (todo el desarrollo se realiza sin apoyos gráficos) maneja los ejes oblicuos y el concepto de ordenada al origen para que una vez que se conoce el ángulo de inclinación y la ordenada al origen puede conocer la ecuación de la recta mediante la relación

$$y = \lfloor tan(\alpha) \rfloor x + b$$

El parágrafo cuenta con cinco problemas

b) Ecuación polar de la recta: Establece la ecuación polar de la recta haciendo una sustitución en ax + by +c = 0 o en su equivalente y = ax + b utilizando para ello las siguientes transformaciones

$$\begin{aligned}
& y = z\,\mathrm{sen}\,\varphi, ....x = z\cos\varphi....dedonde...se..tiene \\
& z\,\mathrm{sen}\,\varphi = a(z\cos\varphi) + b \\
& \therefore z\,\mathrm{sen}\,\varphi - az\cos\varphi = b \\
& z(\mathrm{sen}\,\varphi - a\cos\varphi) = b \\
& \therefore z = \frac{b}{\mathrm{sen}\,\varphi - a\cos\varphi}
\end{aligned}$$

que es la ecuación polar de la recta.

En caso de que la recta pase por el polo la ecuación será Tg Y = a y en caso de que la recta sea paralela al eje polar será Cos Y =0 de donde

$$z = \frac{b}{\operatorname{sen}\varphi}$$

También realiza la operación inversa, para ello parte de la ecuación polar

$$z = \frac{b}{\operatorname{sen}\varphi - a\cos\varphi}$$

Hacemos las siguientes sustituciones para escribirla en su forma general:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}......\operatorname{sen}\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.....\cos\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$lo..cual..sustituyendose..en..la..forma..polar..dará$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{b}{\frac{y - ax}{\sqrt{x^2 + y^2}}} = \frac{b\sqrt{x^2 + y^2}}{y - ax}$$

$$1 = \frac{b}{y - ax}.......y - ax = b.....y = ax + b$$

dada la ecuación polar de la recta, propone las condiciones de minimalidad para z; sustituyendo en la ecuación polar el valor

$$a = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\therefore z = \frac{b\cos\varphi}{\operatorname{sen}(\varphi - a)}$$

$$lo..cual..ocurre.. \Leftrightarrow$$

$$\operatorname{sen}(\varphi - \alpha) = 1$$

$$\therefore \varphi - \alpha = \frac{\pi}{2}...ie..\varphi = 90° + \alpha$$

que es la condición de minimalidad de z. Al no tener apoyo visual el problema de comprensión se agudiza aunque los razonamientos son fáciles de seguir

3).-Además maneja las siguientes ecuaciones de la recta

i).-Ecuación de la recta que pasa por un punto.

ii).- Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

iii).-Las coordenadas de la intersección de dos rectas.

iv).- Hallar el ángulo entre dos rectas conociendo sus ecuaciones.

v).- Dado un punto y una recta bajar del punto una perpendicular a la recta y hallar la longitud de la perpendicular.

vi).- Dada una recta y un punto trazar por el punto una recta que forme con la recta dada un ángulo conocido.

vii).- Dadas las ecuaciones de dos rectas, hallar la ecuación de la bisectriz del ángulo que forman.

viii).- Conocer las condiciones de tres rectas para que se intercepten en un punto, ofrece un procedimiento en el que no usa determinantes, para ello usa primero el punto de intersección de dos de las rectas, después analiza si la tercera confluye en ese punto.

ix).- Establece la condición que deben satisfacer tres puntos para saber si confluyen en una línea recta.

x).- Analiza sistemas de rectas por los diferentes métodos de solución.

4.- Trigonometría, geometría, coordenadas álgebra.

5.- En promedio utilizó 20 ejemplos para reforzar los conocimientos adquiridos.

6.- Se utilizan ejemplos para reforzar los conceptos analizados en total se utilizan 15 en todo el capítulo.

7.- Salta mucho de un tema a otro aunque toca los temas de manera interesante.

8.- En el texto aproximadamente el 30% es escritura simbólica.

9.- No

10.- No realiza ninguna propuesta.

11.- Ninguno.

12.- No

13.- No

.14.- No

**PEDAGOGIA DE LA OBRA.**

1.- Hay una presentación en la que se destacan varias advertencias..

2.- Dentro del prólogo se destaca que el libro pretende iniciar a las personas en el tema.

3.- El contenido motiva el estudio de la obra

4.- No aparece libro guía para el profesor,. Pero se le dan sugerencias para utilizar el texto.

5.- La obra tiene un lenguaje claro y accesible.

6.- Los temas tienen una cohesión que facilita su seguimiento, además es una obra absolutamente didáctica.

7.- La obra esta escrita de manera que combina el rigor de las demostraciones y el razonamiento intuitivo, cosa que lo hace útil e interesante.

8.- La obra promueve el razonamiento deductivo.

9.- Aparecen problemas que vinculen el temario con la formación del lenguaje matemático.

10.- Hay una sugerencia para el modo de empleo.

11.- Si aparecen actividades por tema.

12.- Los temas se retroalimentan de manera continua y accesible.

13.- El libro esta diseñado apegándose a una visión personal del autor que resulta muy enriquecedora.

14.- El lenguaje utilizado resulta accesible y sencillo.

15.- Refuerza tanto el razonamiento inductivo como deductivo.

**EL TEXTO Y LOS ALUMNOS.**

1.- El texto incita a los alumnos a:

i) Hacer fichas de trabajo

ii) Complementar los temas

iii) Realizar discusiones deductivas.

2.- afirmativo

3.-__________

4.- El texto fomenta el trabajo complementario. Además que su redacción lo hace claro y ameno

5.- No hay notas pero la visión resulta interesante para abordar el tema.

**LOS EJECICIOS Y EL TEXTO.**

1.- Aparecen problemas en el cuerpo del capítulo.

2.- Los ejercicios aparecen por sección y capítulo.

3.- El orden presentado puede modificarse.

4.- No

5.- Se resaltan los ejercicios resuelto al nombrarlos como ejemplos. Se refuerza en ellos el contenido analizado previamente.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen destacados de manera muy intuitiva.

## COMENTARIOS GENERALES.

La obra me parece muy didáctica, de modo que permite su utilización dentro de un curso de geometría analítica, toca temas como la ecuación de la recta por dos puntos utilizando determinantes.

**I DATOS GENERALES DE LA OBRA**

1.- Analitic Geometry

2.- **Douglas F Riddle**.

3.- Es un texto dirigido a un público con un buen manejo de álgebra y trigonometría.

4.- Año de la edición 1982

5.- La edición original apareció en ingles bajo el título ANALITYC GEOMETRI.

6.- No existe traducción al español.

7.- Existen más tirajes en 1972 y 1977.

8.- Es un libro disponible en las librerías.

9.- Tiene 404 pp y su formato es de 24cm por 19cm.

10.- El autor es profesor de la universidad de San José

11.- Se anexa índice y tabla de contenidos así como una hoja del cuerpo de la obra

12.- En el prólogo se dice que es un libro que pretende un uso didáctico.

**II.- DATOS DE CONTENIDO POR CAPITULO**

CAPITULO PRIMERO: Geometría analítica plana

1.-El plano Cartesiano

2.- Fórmula de distancia

3.- Fórmula para la división de un segmento

4.- Inclinación y pendiente.

5.- Líneas paralelas y perpendiculares.

6.- Angulo entre dos rectas.

7.- Gráficas y Puntos de intersección

8.- Ecuación de un lugar geométrico

CAPITULO SEGUNDO: Vectores en el plano.

1.- Segmentos de línea dirigidos y vectores.

2.- Producto interno.

3.- Aplicación de vectores.

CAPITULO III LA LINEA RECTA: capítulo tercero de la obra, a continuación hacemos una puntualización de los temas abordados.

1.- Forma punto pendiente y dos puntos de la recta

TEOREMA Una recta que contiene al punto $(x_1,y_1)$.y posee pendiente m tendrá por ecuación $y-y_1=m(x-x_1)$ y una línea que pasa por los puntos (x1,y1) (x2,y2) tendrá por ecuación:

$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$ después de esto aparecen dos ejemplos y luego una serie de 37 ejercicios.

2.- Formas intersección y pendiente intersección de la recta:

una recta con pendiente m y ordenada al origen b tiene por ecuación y = mx + b

- una línea recta con intersecciones de los ejes no nulos e iguales con a;b tiene como ecuación $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ aparecen a continuación dos ejemplos

- Toda línea recta se puede representar con una ecuación de la forma ax + by + c =0 aparecen a continuación dos ejemplos y una serie de 45 problemas.

3.- Distancia de un punto a una recta

la distancia del punto $(x_1,y_1)$ a la recta ax + by + c = 0 está dado por:

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

después aparecen algunas pruebas para esta proposición, una se hace con vectores mientras que otra se da con perpendicularidad.

Aparecen dos ejemplos.

Clasifica las regiones en que una recta divide al plano y observa que signo tiene cada región respecto de la recta. Con ello identifica la desigualdad que se resuelve al sustituir uno de los puntos en una de las regiones del plano. Luego aparece un ejemplo y una serie de 36 ejercicios.

4.- Familias de líneas

caracteriza las familias de rectas en términos de sus pendientes

a).- ( $y = mx + b$ / $m;b \in \Re$) representa una familia de rectas no verticales

b).- ( $x=k$ / $k\in\Re$) es una familia de líneas verticales

c).- ( $y-2 = m(x-1)$ / $m\in\Re$ ) es una familia de rectas que pasan por (1,2)

d).- ( $2x + 3y - 6 + k ( 4x - y + 2.) = 0$ / $k\in\Re$ ) es una familia de rectas que pasan por el punto de intersección de las rectas $2x + 3y - 6 = 0$ ; $4x - y + 2 = 0$

aparecen cuatro ejemplos y luego una serie de 43 ejercicios.

5.- Encontrando una línea con datos empíricos

Propone una situación parecida a la regresión lineal y presenta varios ejemplos para que se ejemplifiquen las reglas que propone, después de lo cual aparece una serie de 12 ejercicios. Luego propone una serie de 18 ejercicios al final del capítulo.

## CAPITULO CUARTO EL CIRCULO

i).- La forma estándar para una ecuación del círculo.

Comienza con la siguiente definición.

Definición: Un círculo es el conjunto de todos los puntos en el plano cuya distancia a un punto fijo es la misma.

Un círculo con centro (h,k) y radio r tiene por ecuación $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Después pone un ejemplo.

Todo círculo se puede representar en forma general como:

$Ax^2 + by^2 + dx + ey + f = 0$ a/=0 aparecen tres ejemplos y una serie de ejercicios.

ii).- Condiciones para determinar un círculo.

Establece que solo se requieren tres ecuaciones para determinar la ecuación del círculo. Aparecen 4 ejemplos y 27 ejercicios.

iii).- Familias de círculos.

Supongamos dos círculos

$$ax^2 + by^2 + dx + ey + f = 0$$
$$a'x^2 + b'y^2 + d'x + e'y + f' = 0$$
$$que.se.\text{int}\,er\sec tan.en..p_1, p_2$$
$$consideremos.la.familia$$
$$M = \{ax^2 + by^2 + dx + ey + f + k(a'x^2 + b'y^2 + d'x + e'y + f) / k \in \Re\}$$

así se obtienen los miembros de la familia que pasan por $P_1$, $p_2$

Después aparecen 2 ejemplos y una serie de 29 ejercicios.

Para finalizar el capítulo coloca una serie de 18 problemas.

## CAPITULO V SECCIONES CONICAS

i).- Introducción: Habla de la ecuación general de segundo grado

$Ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$

Describe a las cónicas como la intersección de un plano con un cono circular recto.

ii).- La parábola

Definición: La parábola es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz, la cual no contiene al foco.

Un punto (x , y) está sobre la parábola con foco (c,0) y directriz x=-c si y solo si satisface la ecuación $y^2 = 4cx$

Luego tiene cuatro ejemplos y 32 ejercicios.

iii).- LA Elipse.

Una elipse es el conjunto de todos los puntos (x ,y) tales que las sumas de las distancias de ese punto a dos puntos fijos llamados focos es una constante.

Con base en la definición establece la ecuación $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ donde $b^2=a^2-c^2$

Un punto (x ,y) está sobre la elipse con vértices (0 ,+-a) y focos (0 , +-c) si satisface la

ecuación $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Aparecen luego cuatro ejemplos y una serie de 27 ejercicios.

iv).- La Hipérbola.

Una hipérbola es el conjunto de los puntos (x ,y) del plano tales que la diferencia positiva entre dicho punto y un par de puntos fijos distintos llamados focos es una constante fija.

Con esta definición logra deducir la ecuación de la cónica

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ y es tal que $b^2= c^2- a^2$

esta hipérbola tiene vértices (0 ,+-a) y focos en (0 ,+-c) y diremos que un punto está en la curva si y solo sí satisface dicha ecuación.

Aparecen tres ejemplos y 34 problemas.

v).- Reflexiones sobre las propiedades de las cónicas.

Da algunas de las propiedades de reflexión de las cónicas

a).- La luz reflejada desde el foco de una parábola se proyecta a lo largo de una línea paralela al eje de la parábola.

b).- La luz emitida en línea recta sobre una recta paralela al eje de la parábola llegará al foco.

c).- La luz emitida en uno de los focos de la elipse al reflejarse en esta llegara al otro foco.

d).- Un rayo de luz emitido en un foco de la hipérbola se refleja en el otro foco

Un rayo emitido entre las dos ramas de la hipérbola también llegara a los focos.

De esto pone dos ejemplos y seis ejercicios.

vi).- Las Cónicas y el Cono Circular recto.

Deduce algunas de las ecuaciones de las cónicas en función de los cortes de un plano con el cono

4.- Los campos matemáticos que cubre la obra son de geometría analítica fundamentalmente. Pero también toca temas de física

5.- Los ejercicios son de reforzamiento y vinculación , de aplicación matemática y tiene 300 ejercicios muchos de ellos muy interesantes.

6.- Aparecen de los tres tipos.

7.- Los ejercicios aparecen en orden ascendente respecto a la complejidad.

8.- Hay un 20% de escritura simbólica

9.- Tiene aplicaciones a la física y a la estadística.

10.- La proporción de imágenes es 43/42

11.- toca familias de rectas y de circunferencias.

12.- Los conceptos introducidos por primera vez se resaltan en el texto.

13.- No se destaca la utilidad de la disciplina aunque si en algunos casos aplicabilidad.

14.- Los temas no se prestan a ambigüedad.

## III PEDAGOGIA DE LA OBRA

1.- En el prólogo se destaca la intención de la obra

2.- no

3.- Cada tema tiene una presentación

4.- no

5.- Sí

6.- Sí .

7.- Utiliza rigor en el lenguaje y el tratamiento.

8.- Sí

9.- Sí

10.- no

11.- Solo aparecen ejercicios

12.- Sí

13.- El autor expone una visión personal de la disciplina que es la que impera.

14.- Sí

15.- Fomenta ambos tipos de razonamiento tanto el inductivo como el deductivo.

## IV EL TEXTO Y LOS ALUMNOS

1.- Promueve que los alumnos complementen los temas y que utilicen el índice alfabético y la realización de fichas.

2.- Sí

3.- Sí

4.- promueve el trabajo individualizado

5.- no

## V LOS EJERCICIOS Y EL TEXTO

1.- Los problemas aparecen graduados por orden de dificultad

2.- Los ejercicios aparecen al final de cada tema y hay una sección de ellos al final del capítulo.

3.- Los ejercicios son de aplicación de los conceptos abordados y de manipulación.

4.- Los problemas son de aplicación , repetición y complementación.

5.- No.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen diferenciados en el texto con un tipo de letra diferente.

## VI COMENTARIOS Y OBSERVACIONES DE LA OBRA

El texto aparece como un diccionario de geometría analítica, su presentación deja de lado la motivación por lo que puede propiciar que el lector pierda interés en ella.

## ------------------------- I.- DATOS GENERALES DE LA OBRA

1.- Título: Geometría Analítica.(Apuntes)

2.- Autor: **Francisco Zubieta Rossy**

**Ramón Cortez B. Et all.**

3.- Tipo de texto: Está dirigido a los alumnos del bachillerato.

4.- Año de la edición: 1969

5.- El libro originalmente fue impreso en Español.

6.- El libro no tiene hasta la fecha traducción .

7.-Otros tirajes: Hasta la fecha de la revisión no se habían realizado más tirajes

8.-

9.- El libro consta de 144 pp.

Posee un formato de 23cm por 17cm

Tiene una pasta blanda.

10.- Biografía del autor: El profesor Francisco Zubieta R. es catedrático de la facultad de ciencias de la UNAM y trabaja básicamente en historia de las matemáticas, lógica y teoría de conjuntos.

11.- Fotocopia de alguna parte del libro: Aparecen adjuntas la primera página y la tabla de contenidos.

12.-En el texto los temas se tocaron en orden de dificultad e incluso aparece una advertencia en el manejo en el que aparecen los temas.

## II.- DATOS DE CONTENIDOS POR CAPITULO

1.- Nombre del capítulo: La línea recta.

2.- Es el segundo capítulo de la obra. Aparece después de los capítulos:

I.- Nociones fundamentales

a).- Números reales e imaginarios

b).- Puntos en el plano

c).- Ejes rectangulares

d).- Distancia de dos puntos

e).- Bisección de un segmento de recta

f).- Área del triángulo

g).- Curva de una ecuación

h).- Ecuación de una curva

i).- Ecuaciones de los ejes

j).- Intersección de las curvas

k).- Puntos imaginarios

l).- Simetrías de una curva

m).- Significado de las identidades y las desigualdades

o).- Objeto de la geometría analítica * apéndice de la obra. Empleo de los determinantes

p).- Determinantes de segundo y tercer orden

q).- Resolución de ecuaciones por determinantes

r).- Area del triángulo

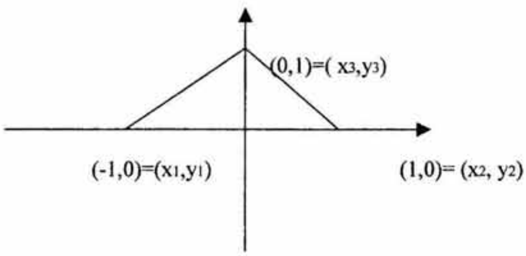
s).- Condición para que tres puntos estén alineados

t).- Ecuación de la recta por dos puntos del plano

u).- Condición para que tres rectas sean concurrentes

3.- Los temas tocados son:

Previo al inicio aparece la fórmula para calcular el área del triángulo



$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}[(-1)(-1) - 0 + 1] = \frac{2}{2} = 1$$

De esta forma se deduce el siguiente hecho. Sí tres puntos están alineados entonces su determinante debe valer cero, lo cual equivaldría a decir que nuestro triángulo no tiene altura.

De este hecho se deduce que la condición necesaria y suficiente para que un punto de coordenadas (x,y) este en la recta que pasa por los puntos A=(x1,y1) B=(x2,y2) es que

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

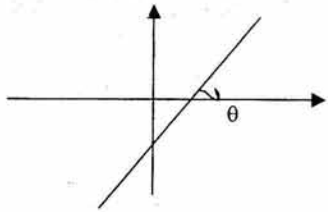
en caso de que dicho punto no cumpla con esta condición diremos que no pertenece a la recta.

CAPITULO II La línea Recta

Una línea recta debe verificar una ecuación de primer grado en las dos variables (x,y) y en caso que un punto arbitrario (x*,y*)este en la recta entonces debe verificar dicha ecuación

Pendiente de una recta.

$M = tag\theta$




1) $\theta$ varía de 0° a 180°

2) si $m>0$ entonces $\theta$ es agudo

y si $\theta$ es agudo entonces $m>0$

3)-si $m<0$ entonces $\theta$ es obtuso

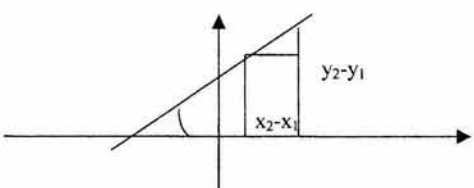
y si $\theta$ es obtuso entonces $m<0$

4).- Si $\theta=\pi/2$ entonces $tg\theta$ no existe

Sí $(x_1,y_1)$ $(x_2,y_2)$ están en una recta entonces la pendiente de ésta se calcula como:

$$M = tag\theta = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

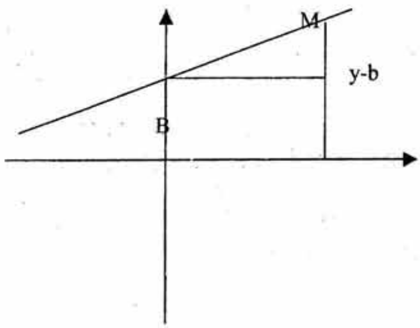
Esta fórmula no se aplica cuando $x_1=x_2$



17.- Ecuación de la línea recta: En la figura la recta BM esta definida por el punto B=(a,b) y el punto M=(x,y) que es un punto cualquiera de la recta, distinto del B. Por ello podemos escribir

$$m = \frac{y-b}{x} \text{....de..donde}$$

$$y = mx + b$$




Observaciones:

1).- m se denomina en ocasiones coeficiente angular

2).- b se denomina ordenada al origen

18.- Casos particulares de la ecuación pendiente ordenada al origen.

a).- si una recta pasa por el origen entonces b=0

b).-Si la recta es paralela al eje de las X entonces m=0 y la ecuación tendrá la forma

y=b

c).- Si $b=0$ ; $m=0$ la recta coincidirá con el eje Y, en caso de que la recta sea paralela al eje Y entonces su ecuación será del tipo $x=b$.

19.- Ecuación General de Primer Grado.

Toda ecuación de la forma $Ax+By+C=0$ representa una línea recta.

Veamos algunos casos:

i).-Si $A\neq 0$ ; $B=0$ la ecuación de la recta será:

$Ax+C=0$ de donde $x= -C/A$

Que es la ecuación de una recta paralela al eje Y.

ii).- Si $A\neq 0$ y $B\neq 0$ la ecuación nos dará:

$y= (-A/B)\,x - (C/B)$

sin olvidar que la ecuación pendiente ordenada al origen era $y=mx+b$

Toma las coordenadas de un punto $(x_1,y_1)$ y la resta de la ecuación pendiente ordenada la origen y de ella obtiene la ecuación punto y pendiente.

$y-y_1=m\,(x-x_1)$ que es la ecuación de todas las rectas que pasan por el punto $(x_1,y_1)$

21.- Ecuación de la Recta dados dos puntos

Si dos puntos dados $P_1,P_2$ tienen igual abscisa $x_1=x_2=h$ la recta definida por ellos será paralela al eje de las Y por lo que su ecuación tendrá la forma $x=b$

2.- Supongamos que $P_1$ ; $P_2$ tienen abscisa distinta

Como $p_1=(x_1,y_1)$ esta en la recta entonces

$y-y_1=m(x-x_1)$

como p1 ;p2 están en la recta entonces

$$m = \tan\alpha = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{...sustituyendo..esto..en..la..ecuación..anterior}$$

$$y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1) \text{..de.donde.se.deduce.la.ecuación.en.forma.simétrico.de.la.recta}$$

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{....por.lo.que.la.ecuación.se.puede.escribir.como}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

22).- Caso particular de la ecuación Punto Pendiente.

Si una Recta AB pasa por los puntos de coordenadas A=(a,0) B=(0,b)

Entonces su pendiente tiene la forma m= - a/b

Sustituyendo esto en la ecuación y=mx+b tendremos:

Y= (-b/a)x + b

Ó y + a/b x = b dividiendo la ecuación por b tendremos

Y/b + x/a = 1 que es la primera forma normal de la recta donde a ;b son la abscisa y la ordenada al origen respectivamente.

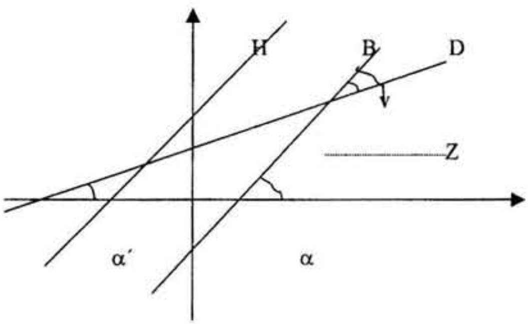
23).- Angulo de dos Rectas

Sean dos rectas AB ; CD que se cortan en un punto H formando un ángulo v, nos podemos fijar por tanto también en su suplemento 180°-v.

Por H trazamos HZ paralela a OX para ver que

$$v = \alpha - \alpha'$$

$$tanv = \frac{tan\alpha - tan\alpha_1}{1 + tan\alpha tan\alpha_1} \ldots.(i)$$




Si las rectas tienen ecuaciones

Y= mx + b

Y¨= m´x + b´

Donde

M= tanα

M' = tanα'

Por tanto

$$tanv = \frac{m-m'}{1+mm'}.......(iv)$$

$$si..las..ecuaciones..de..la..recta..son$$

$$Ax + By + C = 0$$

$$A'x + B'y + C' = 0$$

$$\Rightarrow ..tan\alpha = \frac{-A}{B}.....tan\alpha' = \frac{-A'}{B'}$$

$$\therefore ...tanv = \frac{A'B - AB'}{BB' + AA'}.....(VI,a)$$

Si tanv>0 se obtuvo el ángulo agudo

Si tanv<0 se obtuvo el ángulo obtuso.

24).- Formas de la Ecuación de la Recta.

I.- Forma general $Ax + By + C = 0$

II.- Forma Usual $y = mx + b$

III.- Primera Forma Normal $x/a + y/b = 1$

IV.- Segunda Forma Normal $x\cos\varphi + y\operatorname{sen}\varphi = p$

De la forma general de la recta se puede pasar a cualquiera de las otras formas de la recta

i).- De la forma general a la forma usual

si $B \neq 0$ se pasa de I a II

ii).- Si A;B;C≠0 la ecuación uno será Ax +By = -C

por lo que Ax/-C + By/-C = 1

así que x/ (-C/A) + y/(-C/B) = 1

de donde se desprende que x/a + y/b = 1

ecuación en la que a = -C/A  b = -C/B

iii).- Como A; B no pueden ser simultáneamente cero podemos dividir los términos de I entre

$$\pm\sqrt{A^2+B^2}\ldots\textit{para..obtener}$$

$$\frac{Ax}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{By}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{-C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

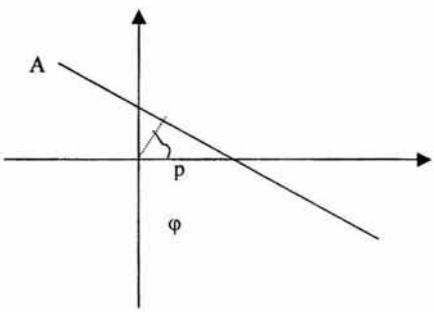
$$\textit{o..sea}\ldots x\cos\varphi+y\operatorname{sen}\varphi=\rho$$

*de..donde*

$$\cos\varphi=\frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$\operatorname{sen}\varphi=\frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$\rho=\frac{-C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$




B

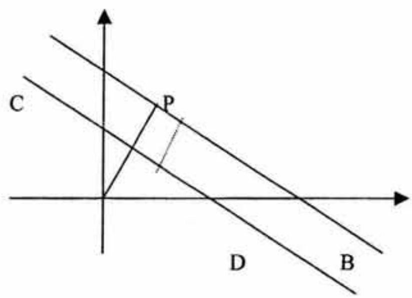
De la figura deducimos las siguientes relaciones

$$\frac{\rho}{a} = \cos\varphi ..... \therefore .. \frac{1}{a} = \frac{\cos\varphi}{\rho}$$
$$\frac{\rho}{b} = \operatorname{sen}\varphi ..... \therefore .. \frac{1}{b} = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\rho}$$
*luego*
$$\frac{x\cos\varphi}{\rho} + \frac{y\operatorname{sen}\varphi}{\rho} = 1$$
$$\therefore ... x\cos\varphi + y\operatorname{sen}\varphi = \rho$$
*es. la. segunda.. forma.. normal.*

25).- Distancia de un punto a una recta.

Sea Q=($x_1$,$y_1$) el punto dado y AB la recta. Sea la ecuación de AB

$$x\cos\varphi + y\operatorname{sen}\varphi = \rho$$
*Por.. Q. trazamos.. CD.. paralela. con.. AB*
*la. ecuación. de.. CD. será*
$$x\cos\varphi + y\operatorname{sen}\varphi = \rho - d$$
$$como... Q = (x_1, y_1) \in .CD.. \Rightarrow$$
$$x_1\cos\varphi + y_1\operatorname{sen}\varphi = \rho - d$$
$$\therefore -d = x_1\cos\varphi + y_1\operatorname{sen}\varphi - \rho$$




Para continuar con la discusión considera los siguientes casos

1:-Si la recta dada tiene la forma usual  y= mx+b  entonces

$$\cos\varphi = \frac{-m}{\pm\sqrt{1+m^2}}$$
$$\operatorname{sen}\varphi = \frac{1}{\pm\sqrt{1+m^2}}$$
$$\rho = \frac{b}{\pm\sqrt{1+m^2}}$$
$$sustituyendo..en..VIII$$
$$d = \frac{y_1 - mx_1 - b}{\pm\sqrt{1+m^2}}$$

2.- si la recta tiene ecuación general Ax+By+C=0

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

3.- Finalmente si la recta tiene la forma de la primera ecuación normal de la recta

x/a + y/b = 1

$$\cos\varphi = \rho / a$$
$$\operatorname{sen}\varphi = \rho / b$$
$$\rho = \frac{ab}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}$$
$$\therefore..d = \frac{ab}{\pm\sqrt{a^2+b^2}}..(\frac{x_1}{a} + \frac{y_1}{b} - 1)$$

26.- Encontrar las bisectrices de los ángulos de dos rectas con sus ecuaciones conocidas

$$\frac{Ax+By+C}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{A'x+B'y+C'}{\sqrt{A'^2+B'^2}}$$

27.- Familias de rectas.

Se pueden tener varias familias dependiendo de las condiciones que se pidan.

4.- Campos matemáticos que cubre la obra.

Geometría

Coordenadas

Determinantes

Análisis matemático elemental

Álgebra

5..- Al final de cada sección aparece una serie de ejercicios graduados del más fácil al más difícil que permiten reforzar los contenidos abordados.

6.-Los ejercicios son complementarios a los contenidos.

7.- El contenido se estructura de lo más sencillo a los más difícil.

8.-El 40% del texto es escritura simbólica.

9.-__________

10.- El promedio de ilustraciones es 12/21

11.- Números irracionales y complejos, determinantes.

12.- La notación usada es la convencional.

13____________

14.- Los conceptos que se presentan están acomodados de manera clara y secuencial.

**<u>PEDAGOGIA DE LA OBRA.</u>**

1.- Hay una presentación en la que se destacan varias advertencias..

2.- Dentro del prólogo se destaca que el libro pretende iniciar a las personas en el tema.

3.- El contenido motiva el estudio de la obra

4.- No aparece libro guía para el profesor,. Pero se le dan sugerencias para utilizar el texto.

5.- La obra tiene un lenguaje claro y accesible.

6.- Los temas tienen una cohesión que facilita su seguimiento, además es una obra absolutamente didáctica.

7.- La obra esta escrita de manera que combina el rigor de las demostraciones y el razonamiento intuitivo, cosa que lo hace útil e interesante.

8.- La obra promueve el razonamiento deductivo.

9.- Aparecen problemas que vinculen el temario con la formación del lenguaje matemático.

10.- Hay una sugerencia para el modo de empleo.

11.- Si aparecen actividades por tema.

12.- Los temas se retroalimentan de manera continua y accesible.

13.- El libro esta diseñado apegándose a una visión personal del autor que resulta muy enriquecedora.

14.- El lenguaje utilizado resulta accesible y sencillo.

15.- Refuerza tanto el razonamiento inductivo como deductivo.

**EL TEXTO Y LOS ALUMNOS**.

1.- El texto incita a los alumnos a:

i) Hacer fichas de trabajo

ii) Complementar los temas

iii) Realizar discusiones deductivas.

2.- afirmativo

3.-__________

4.- El texto fomenta el trabajo complementario. Además que su redacción lo hace claro y ameno

5.- No hay notas pero la visión resulta interesante para abordar el tema.

**LOS EJECICIOS Y EL TEXTO**.

1.- Aparecen problemas en el cuerpo del capítulo.

2.- Los ejercicios aparecen por sección y capítulo.

3.- El orden presentado puede modificarse.

4.- No

5.- Se resaltan los ejercicios resuelto al nombrarlos como ejemplos. Se refuerza en ellos el contenido analizado previamente.

6.- Los ejemplos resueltos aparecen destacados de manera muy intuitiva.

## COMENTARIOS GENERALES.

La obra me parece muy didáctica, de modo que permite su utilización dentro de un curso de geometría analítica, toca temas como la ecuación de la recta por dos puntos utilizando determinantes.

# PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA CON FÍSICA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

# PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA ANALITICA

Una de las cosas que se dejan ver en el análisis de los materiales es que las actividades que en ellos se proponen tienden a fomentar el manejo algebraico de las cónicas, desde luego que eso es importante, y lo queme parece interesante es ofrecer alternativas de enseñanza de esta materia de tal modo que los docentes tengan idea de las actividades que se pueden desarrollar donde se fomente el uso de las cónicas en las artes o en actividades cotidianas o en otras ramas del conocimiento. Por ello me permito sugerir algunas actividades que pueden despertar el interés en los alumnos. Espero que con esto los maestros tengan algunos referentes para que desde luego, puedan realizar sus propias actividades.

## *ACTIVIDAD I: Elaboración de sellos:*

Para la elaboración de estos materiales se necesitan lo siguiente:

1.-Conos de unicel y/o plastilina o cucuruchos para agua ( seis a siete por lo menos).

2.- Pintura de agua de diferentes colores.

3.- Papel de cartulina o de cartoncillo en rollo que nos permita elaborar murales o exposiciones de nuestros trabajos.

4.- Un compás o en su defecto un clavo.

5.- Un foco colocado sobre una base de madera que nos sirva para ponerle la cartulina que decoremos como pantalla.

6.- Una aguja de tejer para poder ensartar dos conos en ella.

## Actividades:

I. Los alumnos preparan pintura de agua en un bote o charola, para después poder sellar sobre la cartulina.

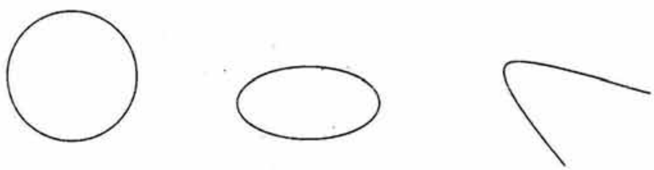
II. Los alumnos tomarán sus conos de unicel para realizar los siguientes cortes:

- Realizan un corte paralelo a la base del cono. Podemos preguntarle antes que se realice el corte, cuál es la figura que se obtendrá al separar las dos partes donde se realizó el corte.
- Un corte oblicuo respecto a la base. Preguntamos también cuales son las figuras que podrán estampar nuestros sellos.
- Se les pide que realicen un corte perpendicular a la base del cono y se les pregunta por la forma qué estampara el sello.

Con las secciones resultantes, en la parte superior del cono, haremos en cada caso nuestros sellos para imprimir en la cartulina. Podremos hacer en un primer momento una exposición de lo que imprime cada sello. Posteriormente podemos hacer combinaciones de los sellos para que de esta forma se puedan tener creaciones más estéticas.

A los sellos sencillos les haremos perforaciones con el clavo o con la punta del compás, para que se tenga percepción de las perforaciones. Después de haber perforado los contornos, se colocará como pantalla, el foco que hemos dispuesto previamente y con la luz que éste emita podremos observar las imágenes de las diferentes cónicas y de algunas de nuestras creaciones estéticas.

Es necesario aclarar a los alumnos que de las diferentes cónicas, la hipérbola requiere hacer el corte sobre un cono de dos mantos para que de esa forma, las dos ramas de la figura puedan percibirse. Una sugerencia para lograr esto es, ensartando las secciones cortadas en una varilla de suficiente tamaño para que los dos conos sobre los cuales hagamos los cortes, puedan quedar incluidos y posteriormente hacer el sello de esta figura.



Después de esto les pedimos a los alumnos que busquen una relación entre la inclinación del corte y la figura que se obtiene para el sello. Luego les pedimos que perforen el contorno de las figuras que los sellos marcaron. También podremos marcar los contornos de algunas de las figuras que se tienen como expresión estética y en las que necesariamente se tienen combinaciones de las cónicas que se obtuvieron con los sellos.

Consecutivamente al picado de los contornos, les pedimos que hagan una pantalla para lámpara que se usará sobre el foco que tenemos, para que se puedan ver contra luz, los diferentes elementos trazados. Para complementar esta actividad será necesario que los elementos que se observen en la pantalla de nuestra lámpara se dibujen en la libreta. En ese momento, conviene hacer un paréntesis histórico donde se apunte el hacho de que; como cada una de las figuras se obtuvo después de realizar cortes en el cono se denominan entonces, cónicas y que se descubrieron desde la antigüedad y que los matemáticos mas famosos de diferentes épocas, las abordaron en sus trabajos. Aquí, podemos nombrar a Arquímedes de Siracusa, Apolonio de Pérgamo y Pappo de Alejandria entre algunos de los más connotados griegos. Posteriores a ellos hay una serie de trabajos que se pueden reconocer en la introducción histórica y que el interesado puede profundizar en la bibliografía que se presenta al final del trabajo.

## **ACTIVIDAD II** *La impresión de las cónicas en papel.*

Materiales:

1.- Cámara fotográfica y/o video cámara.

2.- Arco y flecha con punta incendiable.

3.- Cordel, algunos metros.

4.- Por lo menos un par de estacas.

5.- Rampa en forma de tobogán

6.- Pelota de béisbol.

7.- Kerosene petróleo o diesel.

## Actividades.

I. A) En un espacio suficientemente amplio y en el que podamos realizar una práctica de tiro por la noche, alrededor de las siete u ocho, impregnaremos la punta de la flecha con diesel y le prendemos fuego, previamente tenemos la cámara fotográfica lista para tomar una impresión del lanzamiento, para ello será necesario que la cámara este ajustada a una velocidad baja, para que pueda captar los detalles del lanzamiento, una vez que la cámara este lista se ejecuta el lanzamiento de la flecha y se toma la impresión.

B) Otra manera de obtener la parábola e s tomar nuestra rampa de lanzamiento que quizá se pueda obtener en el laboratorio de Física. Para realizar la práctica impregnamos de diesel la pelota de béisbol y la lanzamos sobre la rampa. Aquí es necesario también que la cámara fotográfica o la de video estén bien enfocadas. Después de los preparativos incendiamos la bola, la lanzamos por la rampa y tomamos la sesión de video y/o fotografía. Se les pedirá a los alumnos que hagan una exposición de sus videos y que se compare con la figura cónica que más se parece. El resultado debe coincidir en este caso con la parábola.

II.- La Elipse.

a) Tomamos nuestro cordel y le amarramos una estaca en cada uno de sus extremos. Clavamos las estacas cuidando que el cordel no quede completamente tenso, de hacho será necesario que quede una holgura suficiente para que podamos formar un triángulo en caso de que pongamos una tercera estaca en el cordel.

Clavamos nuestras estacas a una distancia menor, que la que se pueda obtener con nuestras estacas. Con una tercera estaca trazamos manteniendo siempre tensa la cuerda, la figura que resulte, la remarcamos con nuestro gís y después se les pregunta a los alumnos la figura que se refleja en nuestra pantalla y si se parece a la figura obtenida.

III.- La hipérbola.

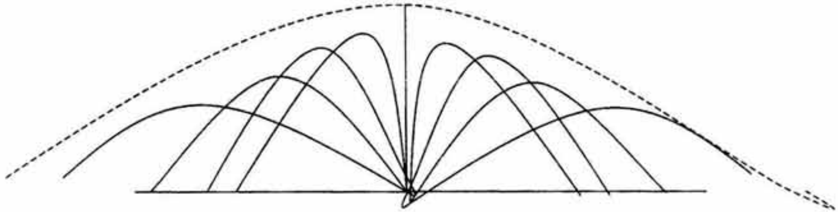
Cómo podemos trazar una hipérbola de manera que se utilice una forma de realizar un mecanismo sencillo.

IV.- El círculo

Es necesario que los alumnos tracen círculos con cuerdas o con compás. Quizá sea bueno que los alumnos realicen el siguiente experimento: atan a una cuerda en uno de sus extremos un clavo y en el otro un lápiz, se les pide que enrollen el hilo en el clavo manteniendo en clavo fijo. Después se les pide que vayan desenrollando el hilo, al mismo tiempo que se mantiene tenso, se va escribiendo sobre el papel con el lápiz. Les preguntamos por la figura que se obtendrá después de realizar el trazo y lo que deben concluir es que el resultado será una espiral.

## *Algunas propiedades de las cónicas.*

La curva de seguridad en la guerra se usa para desplazarse por encima de las filas enemigas, con la certeza de que no serán alcanzadas sus aeronaves por un proyectil de la artillería enemiga. Como se observó en la practica de tiro parabólico, al lanzar un misil, la trayectoria que éste sigue es la de una parábola. Desde luego que con una arma de fuego el poder máximo que tendrá un cañón está dado en la posición de lanzamiento vertical. Después de esa posición las parábolas de lanzamiento irán alcanzando menores alturas, de forma que podremos movernos por encima de la curva de seguridad con confianza. Una observación importante de la curva de seguridad para lanza misiles, es que la curva de seguridad al igual que las trayectorias de los misiles será una parábola.



En nuestra figura la curva de seguridad aparece con la línea punteada. Y para los aeroplanos de la compañía es muy importante desplazarse sobre la línea de seguridad.

El personaje que descubrió esta propiedad fue Torriceli discípulo de Galileo. La familia de parábolas con el sistema de referencias dado es: $y = k(1+c^2)\ x^2 + cx$ donde k es una constante inversamente proporcional a la velocidad inicial del proyectil. "C", es el parámetro de la familia que varía con el ángulo de tiro $c = tg\alpha$. La parábola de seguridad tiene vértice en el punto más alto de las parábolas posibles y el foco está en el punto común de todas las parábolas, que en este caso sería la posición de nuestro cañón de disparo. Otra propiedad interesante de nuestra curva de seguridad es que la tangente a ésta en el punto más alto, es la directriz de todos los miembros de la familia de parábolas.

## ACTIVIDAD III

Esta actividad va en el sentido de conectar las cónicas más al sentido en el que las pensó Leibnis. Desde luego que estas actividades son para que los alumnos tengan una visión más completa de ellas y ejerciten el sistema de coordenadas.

La idea es partir de problemas y situaciones de la cotidianidad de los alumnos y que a su vez, también nos permitan conectarnos con aspectos de la Geometría Analítica o del cálculo diferencial.

1.-Primero veamos esta situación: Considerar todos los rectángulos de perímetro 20 cuyos lados sean números enteros y en los cuales el largo sea el doble del ancho ¿cuál de esos rectángulos alcanzará el área máxima?

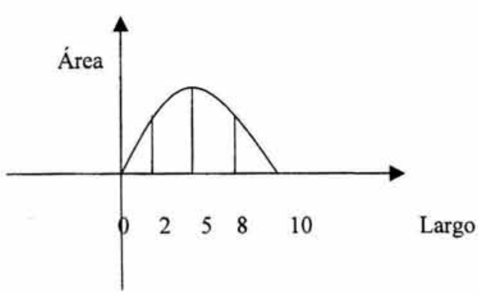
Sean X el largo y Y en ancho de lo cual se desprende que X= 2Y después como el área del rectángulo se calcula como el producto de sus dimensiones tendremos que P= 2X + 2Y de donde por la primera relación que se obtuvo tendremos: 20= 2X + 2Y después de despejar esto se obtendrá $Y = ((20 - 2X)/2)$ Después el valor del área será:

$A = X(Y) = X((20 - 2X)/2) = 10X - X^2$ la cual es la función del área

De lo anterior tendremos las siguientes tablas:

| Y.- Ancho | X.-Largo | A= Área |
|---|---|---|
| 9 | 1 | 9 |
| 8 | 2 | 16 |
| 7 | 3 | 21 |
| 6 | 4 | 24 |
| 5 | 5 | 25 |
| 4 | 6 | 24 |
| 3 | 7 | 21 |
| 2 | 8 | 16 |
| 1 | 9 | 9 |
| 0 | 10 | 0 |

En este caso estaríamos refiriéndonos a una ecuación cuadrática que representa una parábola que se abre hacia abajo. Esto lo sabemos porque el termino cuadrático es negativo. Veamos como queda la gráfica de dicha ecuación.



Tanto en la tabla como en la gráfica obtendremos que el punto más alto de la gráfica se obtiene en el valor $X = 5$ en cuyo caso el valor del área es 25.

Ahora hagamos el análisis de esta situación utilizando el Cálculo Diferencial, a saber usando el criterio de la primera y la segunda derivada.

Vemos que la función del área: $A = 10X - X^2$

De donde si hacemos la derivada obtendremos: $A' = 10 - 2X$ la cual valdrá cero cuando $X = 5$ lo cual puede verse haciendo un simple despeje.

Para saber cual es el valor del ancho correspondiente se sustituye este valor del largo y se obtendrá; $y = 5$.

Por último para saber si este valor es un máximo o un mínimo se aplica el criterio de la segunda derivada de donde se obtendrá: $A'' = -2$ por lo que, según este criterio, ese valor corresponde a un máximo y eso lo podemos corroborar en la figura.

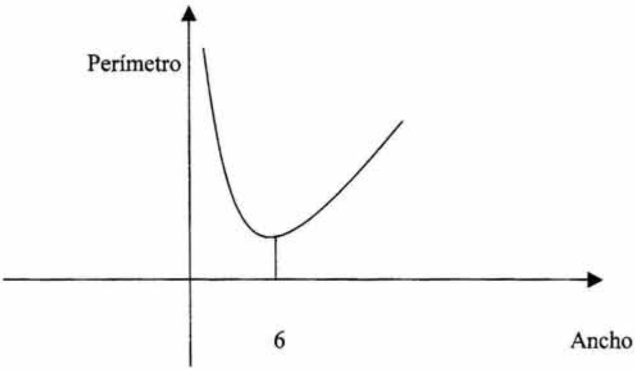
2.- Vamos a considerar ahora la siguiente situación:

Un rectángulo en el que el lado es el doble del ancho y su área permanece constante: Consideremos todos los rectángulos cuya área es 36cm. Cómo varían el ancho con el perímetro

Veamos la siguiente tabla que nos permitirá revisar la gráfica

| Perímetro | Largo | Ancho | Área = 36 |
|---|---|---|---|
| 74 | 36 | 1 | 36 |
| 40 | 18 | 2 | 36 |
| 30 | 12 | 3 | 36 |
| 26 | 9 | 4 | 36 |
| 24 | 6 | 6 | 36 |
| 25 | 4.5 | 8 | 36 |
| 26 | 4 | 9 | 36 |
| 27.2 | 3.6 | 10 | 36 |
| 28.54 | 3.2727 | 11 | 36 |
| 30 | 3 | 12 | 36 |
| 31.54 | 2.77 | 13 | 36 |
| 40 | 2 | 18 | 36 |
| 74 | 1 | 36 | 36 |
| 81.8 | .9 | 40 | 36 |

Esta tabla nos servirá para establecer la relación entre los elementos que se propusieron al principio y que son el perímetro con alguna de las dimensiones. La gráfica de la tabla se muestra a continuación:




$P = 2\,L + 2\,H$ luego $L\,(H) = 36$ por lo tanto $L = 36/H$ de donde obtendremos la expresión $P = 2\,(36/H) + 2\,H$ por lo tanto $P = 72/H + 2\,H$ por lo cual el experimento varia como una hipérbola

## Algunos comentarios sobre los libros analizados.

De verdad que es un viaje impresionante el de la historia. Hablar de las cosas pasadas desde la perspectiva de un interés en particular me da la impresión de incurrir en una falta de respeto hacia los autores de las diferentes disciplinas. En el caso de Descartes, es claro que esto se percibe todavía con mayor fuerza debido a que su influencia y su obra creadora, no se restringe a una sola disciplina.

Sin embargo, son justamente estas dimensiones de influencia las que pueden desatar a un autor determinado. Y las ideas se verán enriquecidas en el sentido que nosotros las respetemos haciendo un reconocimiento de su evolución desde la época en que fueron creada.

El trabajo de Descartes motivo la creación de una serie de campos del conocimiento en los que se destacaba el apartado matemático de la Geometría Analítica, pero debemos recordar que esto es un comentario preliminar a su obra filosófica. Ésta fue mas fuerte en cuanto a la orientación ejercida en otras ramas del conocimiento; cuyos enfoques se ven influenciados en el sentido de los derroteros que habrían de tomar esas disciplinas científicas y filosóficas que vendrán después de la obra cartesiana.

Sin embargo y adicionalmente a esto, es necesario conocer si Descartes en lo que se refiere a la Geometría Analítica, se interesaba en saber cuáles eran las influencias didácticas que esta asignatura tendría y cuáles fue el sentido y la intención que tuvo su discurso del método para fundamentar el racionalismo con una forma diferente de ver el universo y la naturaleza humana. Desde luego que esto es mas bien un apartado que corresponde al terreno de la biografía; sin embargo creo que de no hacerlo se incurre en una grave falta de justicia hacia los diferentes autores y particularmente hacia Descartes.

Pero si buscamos la dimensión de la geometría, hallaremos que su desarrollo e influencia hacia otras ramas de la matemática, ha sido enorme, de tal manera que el tratado de recuperación y exposición, redimensionaría la importancia que esta obra tiene en la ciencia en general.

Por marcar solo algunos de los campos que se vieron alterados por el trabajo de la geometría tenemos a la óptica, la biología y desde luego la geometría que desde la época de Euclides había permanecido inalterada. Esto, refiriéndonos a la forma de ver la geometría, ya que la tradición Euclidiana que aun esta presente en la escuela de nivel básico es ésta. Ello nos hace percibir una influencia, en muchos de los casos, dañina, debido a que se deforma la mente y la percepción del niño cuando se considera a la geometría como algo plano.

Cuando el entorno y las necesidades de percepción del niño están denotadas en dos dimensiones y, posteriormente, cuando a los niños se les quiere enseñar la geometría de la tercera dimensión se presentan grandes dificultades de aprendizaje debido a la deformación que la escuela impone, enfrentar los reajustes, en la mayoría de los casos se pospone hasta los niveles de licenciatura y en el mejor de los casos hacia finales del bachillerato. Cuando esto ocurre, los niños pasan grandes dificultades para lograr los aprendizajes, debido a que se les ha insistido en que la percepción geométrica es plana, es decir bidimensional.

Entre los hallazgos más importantes de la Geometría Analítica de Descartes esta el hecho de haber roto con uno de los grandes paradigmas. Y visto así, a la luz de la interpretación histórica, es un salto epistemológico que rompía con el límite perceptivo impuesto por la Geometría griega, básicamente es el hecho de haber homogeneizado las magnitudes en una sola dimensión. Ya que para los griegos un número al cuadrado representaba el área de una figura plana, mientras que para Descartes seguía siendo un segmento de línea, como lo era el número para los griegos.

Este problema lo planteó Viete. En cambio para Descartes el producto de dos magnitudes lineales, es también una magnitud lineal y ello nos proporciona el cambio en la perspectiva de la geometría. Lo anterior hace referencia en el anexo "C" donde se muestra esta inconexión entre la Geometría griega y la Analítica.

Uno de los aspectos que resultan importantes también en el trabajo de Descartes, en el aspecto de la matemática, es que consideraba las curvas en el plano. como lugares geométricos generados mediante movimientos continuos de algunas figuras u objetos en el plano. Esta parte adoptada por Hipias en la época de los griegos, es retomada por Descartes en su trabajo. Desde luego que las matemáticas que se tienen que considerar son las de la época en al que Descartes escribió la geometría.

En el apartado de las matemáticas la Geometría Analítica desató una de las revoluciones mas espectaculares. Después de su aparición, Newton y Leibnis pudieron escribir su material del Cálculo Diferencial y, con ello, se pudo describir matemáticamente el movimiento. Desde luego que Descartes tenía más intereses militares que matemáticos al escribir su geometría, además estaba contraponiendo el racionalismo a la metafísica como método de interpretación del mundo amén de que no era ni físico ni matemático consumado.

Sin embargo ello no le impidió percibir que las trayectorias descritas mediante su Geometría iniciaban la descripción de fenómenos físicos y, por otro lado, se llegaba así al lenguaje universal para comprender la naturaleza. Conjuntamente para estas fechas la antigua tradición de ser al mismo tiempo filosofo matemático y físico (pensemos en su tratado de la óptica), pesaba mucho en sus pretensiones creativas. Sin embargo para lograr el desarrollo del Cálculo aún eran necesarios varios ejercicios de síntesis para posteriormente arribar a la aplicación en la Mecánica Celeste de Newton. Esa hazaña sólo podía ser abordada por un especialista en Física que contara con una herramienta tan poderosa como la Geometría Analítica.

Todo esto fue posible debido a la ruptura con el **paradigma del cambio de dimensión** logrado por Descartes, asignar términos cuadráticos mediante longitudes y después el hecho de asociar longitudes a términos cuadráticos permitió el cambio de enfoque, aspecto que proporcionó un gran avance en la creación de la Geometría Analítica.

En los textos que se analizaron se deja entrever la idea de que la Geometría Analítica debió desarrollarse de manera independiente dentro de las Matemáticas, y se presenta sin jamás dar aplicaciones, sin tratar por ningún motivo de resolver problemas prácticos. Lo anterior se debió quizá al desconocimiento que los autores tenían de esto. Entre otras cosas los autores querían resolver problemas de tipo escolar, buscando solo el ejercicio que mostraran la importancia de la disciplina y olvidando aquellas situaciones de tipo práctico. El trazado de las cónicas según el método de Papus el cual busca el trazado de éstas, mediante la descripción de haces armónicos ya estaba resuelto cuando Descartes escribió su obra. Lo que hace Descartes es agregar el componente unívoco entre la Geometría y el Álgebra, descubriendo de esta manera que la interpretación del Álgebra dentro del campo geométrico, lo cual devino en una de las cosas más enriquecedoras dentro del terreno matemático.

La tendencia general en los libros de texto de la materia, anteriores al siglo 1900, es colocar al final del texto las imágenes a las que hacen referencia las demostraciones de la Geometría analítica en el cuerpo de la obra. Esto explica por qué, en las escuelas donde esta materia se impartía se le da mayor preponderancia al aspecto algebraico que al aspecto geométrico. Lo que conlleva al rompimiento de la bi-direccionalidad entre las dos interpretaciones de esta materia; la geométrica y la algebraica

La intención de la geometría analítica era lograr que fuera indistinto describir el aspecto geométrico o el algebraico de una expresión. De alguna manera el manejo de los aspectos geométricos no fue desarrollado a la par que los algebraicos, los cuales daban mayor posibilidad de impartir la materia. En cambio al incorporar los aspectos geométricos se introducía mayor complejidad al razonamiento, por los requerimientos de imaginación espacial e intuición geométrica

. Por ello era prudente prescindir del aparato geométrico dentro de las actividades docentes, y resultaba mas fácil propiciar la mecanización mediante el uso del álgebra.

Es importante notar que de las propiedades que se destacan dentro de los cursos, a la que se recurre con mayor frecuencia son las relacionadas con el enfoque algebraico. Esto proporciona a los docentes, la posibilidad de tener una mejor conducción de un curso de

Geometría Analítica, les facilita un mayor espacio para el control de las demostraciones matemáticas requeridas, así como mayor facilidad en los registros de tareas. Apelar a las demostraciones de la geometría, en cambio, haría mas engorrosa la enseñanza en el sentido de que los alumnos requerirían mayor tiempo de aprendizaje para lograr una profundización de los conceptos enseñados.

Es claro que los profesores serían los primeros en requerir mayor cantidad de tiempo para preparar clases y arribar al tema. Una de las cosas de que adolecen los diferentes textos analizados, es la nula aplicación de los conceptos revisados a campo alguno del conocimiento. Más aún no hay conexión con las demás áreas de la misma matemática. Con ello se corre el riesgo de reducir la materia a un simple viaje didáctico hacia la mecanización, sin mucho que tocar dentro del terreno de la matemática y de la ingeniería.

Se debe notar que las tendencias marcadas aquí promueven a una visión parcializada de la disciplina y se desperdician una gran cantidad de recursos que pueden hacer mucho mas interesante la materia.

Algunos de los textos encontrados en la investigación mencionan que después de la conquista de la Nueva España, en Europa no se hacia ciencia y era mas bien en América donde los jesuitas y los franciscanos estaban aplicando la matemática producida por Descartes a diferentes ramas de la Ingeniería.

Seguramente, con una investigación al respecto se podría develar en qué forma era aplicada esta rama del conocimiento en la solución de los problemas que se presentaban en la época de la colonia en la ciudad de México y con ello se podría diversificar el sentido que los cursos o los tópicos de esta materia revisten en la actualidad.

Por otro lado se observó que varios de los materiales encontrados correspondían a escuelas militares o politécnicas de París e Inglaterra, motivo por el cual se esperaría que los materiales tuvieran una utilidad práctica. Sólo en alguno de los materiales se encontraron indicios del uso de algunas de las máquinas de torno, que mediante movimiento continuo, podían generar un elipsoide.

Nunca se mencionaron las propiedades físicas de las figuras tridimensionales generadas mediante movimientos alrededor de un eje como pueden ser los paraboloides, hiperboloides o elipsoides, ni su utilidad en ramas del conocimiento alguno.

Algunos de los textos analizados tenían hojas en blanco al final del texto por lo cual se podía seguir el discurso de algún maestro en cuanto a los apuntes que podía llevar en su clase, tal es el caso de un libro del autor Manuel Ramírez. Este material corresponde a un profesor de la Preparatoria Nacional de principios de siglo, que mencionaba en sus comentarios las dificultades que iban apareciendo en su clase, los temas que debía ir reforzando y las tareas que iba dejando. Estos comentarios son muy importantes en cuanto a los alcances que nos permite tener, si queremos analizar el qué hacer docente de los maestros de otras épocas. Comprender los programas y los objetivos de la enseñanza en las escuelas de entonces y adentramos de forma mas cercana al ambiente escolar de otros tiempos.

Este libro particular me hace sentir la necesidad de destacar este hecho, por la importancia histórica que reviste. Desde luego que me gustaría proponer a los editores de los libros escolares, que anexen en la parte final de los materiales hojas en blanco para que los maestros puedan agregar sus comentarios, de los derroteros que va sufriendo durante uno o varios periodos escolares, ya que ello nos permitiría tener vislumbres de los currículo ocultos dentro del aula, tanto hoy como en investigaciones que se realicen despues.

Dentro de los campos analizados en la malla, uno de los que revistió mayor interés fue el referente a los problemas. Ya que mediante la forma en la cual los diferentes autores los organizaban, se daba un sentido al discurso del texto y al destinatario para el que se había pensado la obra.

La malla se aplicó básicamente a los temas de la recta, pues analizar las demás temáticas hubiera hecho muy extenso el análisis. Sin embargo, es interesante notar que a finales del siglo XIX así como a comienzos del XX proliferaron los enfoques matriciales, en los que se utilizaban vectores y tensores en la descripción de los conceptos de la Geometría Analítica, como es el caso del texto de H. Comisaire y G. Cagñac.

Además de tocar enfoques vectoriales, realizan desarrollos extensos de geometría analítica de tres dimensiones, y con ello me da la impresión de que consideraban estos temas como puntos de profundización de la materia. Es necesario comentar que Copérnico descubrió que los movimientos de los planetas a lo largo de sus órbitas eran elípticos y no existía entonces la Geometría Analítica; ningún texto considera estos hechos y ello empobrece el contenido y la riqueza de los textos de la materia. Recuperar las formas usadas por él para resolver su problema y lograr sus deducciones podría resultar un elemento didáctico de vital importancia.

Enunciados tan simples como el hecho del tiro parabólico, la curva de seguridad en los disparos de cañones, situación que aunque nos parezca obvia no aparece registrada dentro del razonamiento de los antiguos griegos, quienes consideraban a las cónicas como un producto de la actividad intelectual, mas que como entidades derivadas de algo práctico, ellos las consideraban como cortes del cono, mediante un plano con diferentes inclinaciones. Sin embargo Hipias como mencionamos antes, consideraba el problema de describir mecánicamente las curvas, pero esta preocupación no fue de uso generalizado. Desde luego que tanto el tiro parabólico como la trayectoria de los planetas, extendió el sistema de aplicación de los lugares geométricos y las descripciones de las cónicas rebaso los reducidos límites de los cortes de los conos por el plano, según lo descubrieron los griegos.

A mi entender, después de revisar la historia de la evolución de la materia y la manera en la cual los textos usados para su enseñanza, han cambiado, desde la aparición de la geometría de Descartes, se nos muestra un recorrido de los derroteros que va tomando está materia. Desde luego que el ejercicio hermenéutico desarrollado, ciñe mi análisis a los libros que surgieron como textos y que han servido de materiales en cursos escolarizados de diferentes épocas y en diferentes escuelas y países; describiendo el efecto que se provocaba con ellos, en la enseñanza y el currículo.

Considero oportuno mencionar que en la bibliografía aparece el texto de Carlos Álvarez, maestro de la facultad de ciencias, quien junto con su colaborador se preocupo por analizar la influencia que tuvo el trabajo de Descartes en la ciencia del siglo XVII. En el primer ensayo el mismo Carlos Álvarez muestra como la lectura de Descartes, de los Elementos de Euclides, sirvió para que éste desarrollara su geometría analítica. En otro de los ensayos encontramos la interpretación metafísica de la geometría de Descartes. Otro que me parece interesante trata del organismo como máquina, a saber, Descartes y las explicaciones Biológicas.

Uno de los que me parece también interesante es el que se refiere a la caída de los cuerpos; en él se busca establecer la relación entre la Geometría y la Física. En el centro de esto esta el intento de describir el movimiento de los cuerpos en los fenómenos físicos. Esto se ve redondeado con la dificultad que presentaba para él, dominar el sistema de la física ya muy diversificada para sus días, sin embargo es justo en esa parte donde su trabajo cobra importancia y donde textos como el de Carlos Álvarez arroja algunas luces a las que es necesario prestar atención para redimensionar el trabajo de Descartes.

Vemos pues que el trabajo de hermenéutica tiene diferentes facetas, cada investigador centra su atención en elementos de la historia que llaman su atención. Desde luego que mientras mayor cantidad de investigaciones tengamos al respecto, más amplia será la mirada y mayores elementos se pueden tener del fenómeno en cuestión. Sin embargo es de resaltar que mientras en otras ramas del conocimiento el análisis histórico se refleja en el objeto de su análisis, en función de sus conceptos y de su modo de vivir y su cultura, el lenguaje de las matemáticas en cambio casi no sufre alteraciones.

Por ejemplo, en la actualidad en el nivel básico se imparte la enseñanza de la Geometría Euclidiana, esa materia se ensaña con los preceptos que los geómetras griegos construyeron. De forma que al leer los libros de geometría escolar de la actualidad estamos evocando el trabajo de los matemáticos de la antigüedad, prácticamente sin moficaciones. Pero esta materia se estudia en los demás niveles escolares, de modo que el discurso matemático no cambia mucho, tiene un carácter mas universal, sus conceptos y contenidos se preservan inmutables.

Sin embargo en las matemáticas se cumple la premisa hermenéutica de que el interprete se vuelca sobre el objeto histórico, llevando en su interpretación todo el bagaje cultural de su época, desatendiendo los factores históricos que le dieron sentido y fuerza a una herramienta matemática determinada. Cometiendo con así, un atropello a la intención de los creadores. Por ejemplo, hay evidencias históricas de que los chinos manejaban varios siglos antes de Cristo los números negativos y resolvían matricialmente sistemas de ecuaciones, y aunque no tenían un símbolo para denotar al cero dejaban un espacio vacio para denotar ausencia de cantidad. Si uno va a la historia y encuentra esto, se preguntará inmediatamente, en realidad el cero es una invención de los Mayas o los Hindúes. O puede cuestionarse si en efecto, las soluciones matriciales de los sistema de ecuaciones, se pusieron en boga hasta el siglo XIX, al no voltear a la historia podemos cometer la injusticia de no aceptar la cantidad de años que los chinos se adelantaron al manejo de estos métodos.

Haciendo honor a la justicia, este mismo trabajo, voltea de forma hermenéutica en su análisis y sólo se tocan aquellos aspectos de las obras revisadas que son de interés para la docencia de la materia.

Lo que nos muestra el análisis histórico es que impera un desconocimiento de la cultura de la evolución de las matemáticas.

Encontramos que la respuesta a los paradigmas están en los enfoques con los que se desarrollo cada invención; tanto los Chinos como los Mayas tenían una percepción religiosa sobre los conceptos e instrumentos matemáticos, los cuales hasta la fecha no han sido muy estudiados. Sin embargo cuando lo analizamos desde la evolución que ha sufrido la matemática occidental, vemos que esos recursos, los conocimientos históricos, están subempleados en el terreno de la enseñanza de la matemática en la actualidad. Por ejemplo, la aritmética de los mayas puede propiciar una enseñanza más didáctica de los diferentes sistemas de numeración.

No obstante vemos que se generan ideas paralelas en oriente y occidente, mientras unos hacían un uso religioso de esos conceptos, en occidente se atendía solamente al aspecto racional. Aunque al realizar una hermenéutica de esas invenciones, vemos que resulta de gran utilidad para la matemática contemporánea por que se puede usar en el plano de la enseñaza.

Esta mirada histórica es de utilidad bajo la premisa de que de alguna manera, al desarrollarla, tenemos la película de la evolución de la matemática de principio a fin y podemos saber qué papel puede jugar cada uno de esos pasajes de la historia en la evolución de las matemáticas, permitiéndonos usarla en la enseñanza y la investigación.

Por otro lado tenemos que de los sistemas de comunicación que ha desarrollado el hombre, la simbología y el lenguaje de la matemática es de los mas estables y por ello una interpretación histórica de esos elementos puede resultar muy similar en diferentes épocas de la historia. Sin embargo de nueva cuenta como destaca Carlos Álvarez en su libro Descartes y la ciencia del siglo XVII, la versión de los elementos que tenía Descartes en sus manos, seguramente bajo algunos matices, influyó en la visión del filosofo y matemático.

Otra de las formas de enfocar la evolución de la historia de la geometría analítica la vemos en e trabajo de la Dra. Verónica Hoyos quien destaca en su trabajo de tesis de licenciatura "El correlato del trabajo tanto de Descartes como el de Fermat". En la página 51 de su trabajo la doctora Hoyos muestra en una tabla, las diferencias entre las aproximaciones de los dos autores, destacando que Descartes está preocupado por describir el movimiento y describir las curvas como lugares geométricos, así como de establecer herramientas que expandían el análisis de curvas a todo el plano cartesiano en tanto que Fermat se restringió únicamente al primer cuadrante de dicho plano. En este trabajo la autora centra su atención en el momento del surgimiento de la geometría analítica y la analiza desde dentro sin considerar ningún elemento externo.

Es claro que con estos ejemplos, tanto el trabajo de Álvarez como el de Hoyos y el que su servidor presenta, la intención hermenéutica presenta un panorama de las dimensiones que puede tomar la interpretación histórica. Es pertinente por tanto reiterar, que mientras mayor cantidad de elementos de análisis histórico se tengan respecto de una disciplina, se contara con mayores elementos para realizar propuestas de enseñanza y eso hará actividades mas ricas que poseerán, mayor cantidad de elementos didácticos.

A este respecto Jaques Derrida establece que mientras mayores elementos históricos tengamos de la evolución de una rama del conocimiento humano, estaremos en posibilidades de establecer una manera diferente de enfocar su desarrollo.

Esto es, la historia ha marcado según los derroteros de los momentos históricos una evolución para algún concepto determinado. Sin embargo al conocer la evolución histórica de una materia podemos hacer propuestas de enseñanza diferentes donde se presente un curso alternativo para su enseñanza, ello permitirá ofrecer actividades de aprendizaje mas calibradas, donde se puedan exponer situaciones de aprendizaje que le permitan al alumno adquirir los conceptos usados por otros pueblos en la antigüedad, y los podrá utilizar para lograr un aprendizaje más contextual izado.

En cuadrando el desarrollo de los sistemas de coordenadas, diremos que se manejaban desde la época de los romanos, sus tácticas de guerra involucraban cuadricular imaginariamente el terreno donde se llevaría a cabo un ataque, para colocar destacamentos en las diferentes parcelación que del terreno se hacían. Por otro lado desde la época de los griegos se manejaban las multiplicaciones de segmentos usando el teorema de Diofanto, en este apartado se tiene que el producto de segmentos es un segmento.

Copérnico dedujo que el movimiento planetario se regia por movimientos elípticos. En los materiales que cite previamente se destacan aspectos de la geometría analítica, que le dan mayor riqueza en su comprensión para saber el nivel de influencia que jugó en el desarrollo de las diferentes ramas del conocimiento y que desde luego, mientras más se pongan en juego mayor beneficio se tendrá.

Como vemos todos estos comentarios ya desatan el interés, imaginemos su uso dentro del salón, desde luego que fomentaría actividades atractivas y enriquecedoras tanto para los maestros como para los alumnos.

Un apartado importante que no se ha destacado en los trabajos mencionados, es el referente a la aplicabilidad y la utilidad que los conceptos involucrados tienen en la ingeniería y la técnica de la actualidad. Muestra de ello se tiene en el material de Artobolevski de la editorial Mir referente a los mecanismos de la técnica moderna. En ese material encontramos mecanismos capaces de generar las curvas cónicas así como las curvas trascendentes.

Esto ha cobrado particular importancia en la construcción de grúas que se utilizan como monta cargas en la construcción de edificios y en general en las grúas que se utilizan para la ingeniería, tanto en la construcción de puentes como de obras civiles. Otro de los libros que destacan mecanismos en este sentido es el de Dobrovolski referente a los elementos de máquinas. En él se utilizan conocimientos de geometría para resolver el diseño de alguna piezas requeridas para el funcionamiento de máquinas y mecanismos.

En este apartado quiero destacar que la escuela y su enseñanza no se preocupan por recuperar las utilidades de los conocimientos que se les presentan a los alumnos y desde mi particular punto de vista esto no permite darle un mayor atractivo a la enseñanza de nuestra materia.

Considerar en las aulas el uso social del conocimiento, que es un aspecto motivacional y por tanto didáctico, que es muy importante incluir en las actividades que se desarrollan dentro del salón de clases.

Con esto tenemos un espectro bastante amplio que nos lleva a considerar el análisis histórico, como una herramienta poderosa que nos permite reenfocar nuestro que hacer, para lograr una comprensión profunda de nuestro objeto de trabajo y para abrir varias dimensiones que lo pueden enriquecer. Por último, deseo enfatizar en que es necesario que el profesor debe volverse investigador de la disciplina que imparte y una vez realizada su investigación, tiene que diseñar actividades de enseñanza donde se recupere el fruto de su investigación, para redimensionar su práctica docente.Buscando con ello, ofrecer mejores alternativas de enseñanza.

Desde luego que para enriquecer esto, es necesario seguir puntualmente las actividades que ofrece a sus alumnos corregirlas o modificarlas ya que esto, marca un segundo momento del proceso de investigación lo que hace de la cotidianidad un reto y un atractivo para redignificar la docencia.

# CONCLUSIONES

# CONCLUSIONES

Con el análisis histórico de los libros de texto de Geometría Analítica, se hizo un recorrido por el amplio mundo de las expresiones que esta materia fue tomando en diferentes épocas de su construcción, aquellas que la humanidad empleó en desarrollarla hasta llegar al momento en que ésta, queda contenida como una asignatura del currículum escolar. En la presentación, se mostraron algunos datos históricos que influyeron en su surgimiento, en otro momento del análisis se presta atención a la necesidad de reconocer cómo evolucionó como disciplina; hasta arribar y formar parte de los programas actuales de estudio del bachillerato. Desde luego, no es menos apasionante el hecho de la misma historia que involucra la evolución de la Geometría Analítica en sí misma, desde el momento en que los griegos hicieron referencia a las secciones cónicas.

Así, este amplio espectro que abarca la aparición de las cónicas hasta el surgimiento propiamente de la materia con los trabajos de Descartes y de Leibnis, nos permite tener un panorama general de lo que es la materia en cuestión, y de las historias que la Geometría Analítica ha ido entretejiendo.

Como resultado de la evolución conceptual de la Geometría Analítica y de la revisión de la forma en que esta se dio, los textos que surgieron a raíz de que apareció la Geometría de Descartes, es importante aclarar que la materia es de vital importancia. No en su contenido matemático visto como un simple cumulo de fórmulas que se deben mecanizar, sino tomando en cuenta el papel que jugó en el momento de servir como cimiento del actual edificio de la matemática. Debe quedar claro que la Geometría Analítica proporcionó el lenguaje para el desarrollo de otro lenguaje analítico más evolucionado que es el Cálculo Diferencial así como el Integral y que con ello, se abrió paso el lenguaje del mundo de la naturaleza instrumentado desde el lenguaje de la Física.

Esta revisión retrospectiva de la materia nos permite además recuperar un elemento que la visión del matemático no permitía percibir al momento de comenzar el presente trabajo de investigación. Este elemento insiste en darnos cuenta de que analizar la historia de una disciplina, nos puede arrojar varias historias y estas diferentes historias nos proporcionan un enriquecimiento en la comprensión de la disciplina, la cual podemos capitalizar tanto investigadores como docentes.

Por un lado podemos contar la historia de cómo surgió la materia, de cómo cada uno de los diferentes actores relacionados con ella, asistió en su construcción y su presentación como un todo terminado, por otro lado, una vez que la materia se instituyó dentro de las escuelas, aparecen datos curiosos como el hecho de reconocer que en los textos utilizados para su enseñanza, se presentaban diseños de máquinas que permitían con un accionar mecánico, generar las diferentes cónicas. En la actualidad en un centro de artesanía de México se cuenta con un torno que puede producir elipsoides de madera, por ello es necesario tener en cuenta dichas máquinas, ya que son un vestigio de la época en que se producían las cónicas con movimientos circulares continuos, generadas por estos mecanismos.

Desde luego que un hecho muy interesante que nos debe llamar la atención, es la implicación que en el terreno de la percepción filosófica del mundo, se alcanzó con la aparición del racionalismo, del cual, la geometría es solo un apartado, recordemos que uno de sus pensamientos ya famoso es el precepto *" pienso luego existo".* Esta percepción del mundo impulsada por Descartes, propulso una revolución en el pensamiento de la humanidad. En este sentido y dado el arreglo curricular que se da en el bachillerato para la materia, es necesario que se les presente a los alumnos esta parte filosófica del contexto, en el que dicha materia surge. Esto es necesario para que los estudiantes perciban con claridad las facetas en que surgió la materia, con lo cual ésta se redimensionaría su evolución, presentándola como un esfuerzo cultural por parte de la humanidad, para explicarse el mundo y sus fenómenos, eso permitiría presentarla dentro de un contexto social, que le dé un sentido más próximo al alumno, ya que la mayoría de las veces al presentarle la materia como algo acabado, esta se percibe como algo que realizaron los dioses, intocable, perfecta inmutable, desatendiendo el penoso esfuerzo que la humanidad realizó para lograr conquistarla, así el alumno podría comprender, el elemento primordial que la constituyo.

Desde luego que los principios históricos que se presentaron en la aparición de la materia, implican, estos cuatro elementos de la historia que es necesario tener presentes, a saber, las historias que intervienen en el desarrollo de la materia; su evolución desde la antigüedad, su contexto social en el momento del surgimiento, su ascensión al curriculum y el impacto que tuvo en las demás áreas del conocimiento matemático y científico. Como ya mencionamos, estas historias tendrían que atender a la manera en la que la Geometría Analítica evolucionó desde los primeros trabajos de los griegos hasta la presentación de los trabajos de Descartes, para luego prestar atención, a la manera en la que la materia se incluyo en la escuela y como fue enseñada en las diferentes épocas, después de su aparición como materia escolar. La incorporación de las implicaciones filosóficas y epistemológicas que produjo la materia, en el desarrollo de las ciencias y en todas las áreas de las matemáticas y la física, se vuelven un epílogo necesario y urgente.

Enfocar las ramas de la matemática desde esta perspectiva, podría tener una utilidad importante para la didáctica contemporánea, ya que los alumnos reconocerían con facilidad la gran cantidad de esfuerzo, que la evolución de este tipo de pensamiento ha implicado.

Todo lo anterior nos permite proponer para su enseñanza, estos cuatro elementos, con el fin de que los alumnos perciban la naturaleza cultural de las matemáticas, despegándola de su estigma de herramienta tediosa en la que solamente hay que aprender algunas reglas y en la que no hay nada que aprender ni que estudiar, más que los aspectos mínimos para lograr su acreditación para después pasar a ser una de las materias olvidadas en el acervo de los estudiantes. Por ello me permito hacer una propuesta para abordar la enseñanza de la materia, de modo que los alumnos que ya no sigan el estudio de las matemáticas, tengan un panorama cabal de lo que ocurre con esta rama de las matemáticas. Bien se puede prestar a un estudio en el que la síntesis del esfuerzo humano se vio coronado por lo que se puede llamar la reina de las matemáticas. La coloco en esta categoría, porque se trata de la materia que en el plano de lo abstracto logró conjuntar diferentes ramas de las matemáticas como hemos expuesto en la introducción; el Álgebra, la Geometría, la Cartografía y la trigonometría, que tiene una de sus expresiones acabadas en el sistema de referencia del plano cartesiano.

Con este primer ejercicio de síntesis en las matemáticas se inaugura el modelo de la matemática que permitirá el avance más sorprendente, hasta el grado de promover percepciones del universo más creativas y acordes del modelo del universo, como son el modelo de Newton y posteriormente el de Einstein. Dichos modelos hacen una representación del universo más evolucionada que la Ptoloméica. Desde luego que hablar de la Geometría Analítica implica hablar después del Cálculo Diferencial y las ecuaciones diferenciales. Aspectos más sublimes de este proceso de síntesis, que se manifiestan en la actualidad, en ramas de aplicación de la matemática como la Economía Matemática y la investigación de operaciones, la astronomía, la ingeniería en general y las ciencias. En estas disciplinas se tiene una síntesis en las que confluyen ramas de la matemática como la Teoría de Redes, la Programación Lineal y las diferentes ramas de las matemáticas, el Álgebra Lineal, Cálculo Diferencial, Ecuaciones Diferenciales y en diferencias y desde luego, el análisis matemático.

En la Geometría Analítica se estreno esa capacidad de síntesis que se ha generalizado hasta el grado de conformar los ordenadores electrónicos y el boom que se genera con esos aparatos hoy en día. Desde luego se debe mencionar al respecto los programas de computo que se han creado para la enseñanza de la geometría como son el Geómetra y el Cabrí con los cuales se puede proporcionar una ayuda intuitiva para el aprendizaje de la Geometría Analítica. De hecho podríamos armar un curriculum con esta forma de enfocar la disciplina, los medios electrónicos y la paquetería que se usa.

Antes de pasar a realizar la propuesta, me permito mencionar que al revisar los textos descritos antes, aparecieron una gran cantidad de hechos de particular interés, mencionare primero que los libros hasta principios del siglo XX ponían las imágenes en un anexo, jamás en el texto donde se exponían los contenidos.

En su presentación algunos de los libros expresaban la intención con la que se habían creado para una escuela específica y los propósitos que con su diseño se perseguían. Muchos materiales incluían aspectos de la geometría analítica tridimensional, resaltando por sobre todo el uso de los vectores y las matrices.

El texto de Bourdon de 1854 muestra una serie de gráficas como un anexo del libro, dejando la exposición algebraica para el cuerpo de la obra. Este diseño concuerda con el espíritu que Descartes le quería dar a su obra, la mecanización algebraica por sobre todo, como un método auto contenido.

El libro de Manuel Ramírez de 1886, incluye por parte de un maestro que lo usó notas de clase y sugerencias para los alumnos, que nos dan una idea de cómo se pensaba el curriculum en esas fechas, además de que desde luego, algunas notas olvidadas en el interior de los libros nos dejan ver pasajes de la historia de la cultura y la escuela de aquellas épocas.

El libro de Macé de Lepinay incorpora ya los gráficos en el cuerpo del discurso, aportando con ello un aspecto de actualidad de su texto, la fecha de edición de este libro aunque no se especifica es de finales de los 1800 o principios de los 1900.

Aunque podemos seguir de esta forma es necesario destacar que la riqueza contenida en un libro antiguo es incuestionable, es una ventana que nos abre la posibilidad de voltear al pasado.

**Reitero los comentarios que anote en el apartado anterior:**

Un apartado importante que no se ha destacado en los trabajos mencionados es el referente a la aplicabilidad y la utilidad que los conceptos involucrados tienen en la ingeniería y la técnica de la actualidad. Muestra de ello se tiene en el material de Artobolevski de la editorial Mir referente a los mecanismos de la técnica moderna. En ese material encontramos mecanismos capaces de generar las curvas cónicas así como las curvas trascendentes. Esto ha cobrado particular importancia en la construcción de grúas que se utilizan como monta cargas en la construcción de edificios y en general en las grúas que se utilizan para la ingeniería, tanto en la construcción de puentes como de obras civiles. Otro de los libros que destacan mecanismos en este sentido es el de Dobrovolski referente a los elementos de máquinas. En él se utilizan conocimientos de geometría para resolver el diseño de alguna piezas requeridas para el funcionamiento de máquinas y mecanismos.

**Por ello es importante destacar que la escuela y su enseñanza no se preocupan por recuperar las utilidades de los conocimientos que se les presentan a los alumnos y desde mi particular punto de vista esto no permite darle un mayor atractivo a la enseñanza de nuestra materia.**
**El maestro debe reconocer, cuando el alumno le pregunta y eso para qué sirve, un elemento de su práctica que es necesario incorporar como parte de la práctica del maestro, debe buscar aquellas actividades donde se usa en la realidad, aquellos conceptos que enseña**
**Esto involucra el uso social del conocimiento, que es un aspecto motivacional y por tanto didáctico y que es muy importante incluir en las actividades que se desarrollan dentro del salón de clases.**

Con esto tenemos un espectro bastante amplio que nos lleva a considerar el análisis histórico, como una herramienta poderosa que nos permite reenfocar nuestro que hacer, para lograr una comprensión profunda de nuestro objeto de trabajo y para abrir varias dimensiones que lo pueden enriquecer. Por último, deseo enfatizar en que es necesario que el profesor debe volverse investigador de la disciplina que imparte y una vez realizada su investigación, tiene que diseñar actividades de enseñanza donde se recupere el fruto de su investigación para redimensionar su práctica docente  y con ello, ofrecer mejores alternativas de enseñanza.

**Desde luego que para enriquecer esto, es necesario seguir puntualmente las actividades que ofrece a sus alumnos corregirlas o modificarlas ya que esto, marca un segundo momento del proceso de investigación lo que hace de la cotidianidad un reto y un atractivo.**

Sin pretender hacer de esto un credo, considerarlo puede resultar en algo que nos da mayores posibilidades de lograr una práctica interesante, profesional y atractiva.

# ANEXOS

# Anexo A

# Algunos Comentarios sobre textos Jesuitas.

A continuación transcribo algunas citas bibliográficas de un manual acerca de historia de la ciencia que me proporcionó la Lic. Luz Ma. Mendoza, bibliotecóloga de la Biblioteca Nacional.

Primer Congreso Mexicano de Historia de la Ciencia y de la Tecnología. ( 27-30 de septiembre de 1988). Exposición bibliográfica de la ciencia mexicana siglos XVI-XX. Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Investigaciones bibliográficas. ( Biblioteca y Hemeroteca Nacionales ). Presidente: Dr. Enrique Beltrán. Secretario Ejecutivo: Dr. Juan José Saldaña.

Transcripciones. Rodríguez, Diego, Fray 1596-1668 Tratado de la ecuaciones. Fábrica y uso de la tabla algebraica discursiva. Por el P.F. Diego Rodríguez Mercedo. De México. Floreció a mediados del siglo XVII 22cm., 157 f.s. XVII. Procedencia: Fondo reservado de la Biblioteca Nacional de México.

Toco al monje mercenario Diego Rodríguez iniciar la cátedra de matemáticas en la real y pontificia universidad en 1638, dentro de los cursos de la facultad de medicina.

En un estudio sobre su obra Trabulse señala que por su conducto se difundieron por esta colonia ultramarina los más recientes hallazgos de la ciencia europea en el campo de la astronomía y las matemáticas, y que su labor marcada con un espíritu de modernidad, contrastaba con la situación lastimosa en que se encontraban los estudios científicos en España en esos mismos años. El presente manuscrito forma parte de la voluminosa obra que Fray Diego Rodríguez dedicó a la ciencia matemática; en él explica la solución de ecuaciones (igualaciones) de segundo, tercer y cuarto grado.

Bartoloche, José Ignacio. 1739-1790 Lecciones matemáticas que en la real universidad de México distaba. Impreso en la impresora de la Biblioteca Nacional de México. 1769 46pág. 1 lam. 19.5cm. Procedencia: Fondo reservado de la Biblioteca Nacional de México. El guanajuatense José Ignacio Bartoloche y Díaz de Posadas, realizó destacados trabajos en el campo de la medicina, la química, las matemáticas y la astronomía. Fungiendo en 1768 como sustituto de Joaquín Velázquez de León en la cátedra de astrología y matemáticas. Bartoloche intentó la publicación de una serie de cuadernos de matemáticas en los que se tratarían sucesivamente los siguientes temas: Método matemático, aritmética completa, geometría mecánica, arquitectura militar o ciencia de ingenieros y otros. Sin embargo, al frustrarse el plan original apareció únicamente el primer cuaderno dedicado al método matemático. Convencido de que el método era de la mayor importancia en los trabajos científicos, Bartoloche se esforzó por explicar en sus lecciones matemáticas " Todos los términos que no debe ignorar un principiante", produciendo así un interesante texto.

Las dos transcripciones anteriores tienen algunas puntualizaciones que resultan relevantes para mi trabajo, aunque quizá difíciles. La obra está diseñada en función de la importancia que tenía el autor en su época, sin embargo, reconstruir la ambientación y biografía del autor dada la gama de nacionalidades que tomamos en nuestra selección sería un trabajo muy laborioso. Las transcripciones son conocida como: bibliografías comentadas que pueden resultar en cierto momento más importantes que la misma obra en sí.

Observaciones:

El presente trabajo abre una gama impresionante de posibilidades de estudio a nivel histórico de la evolución de una disciplina en general, aunque en particular, de las disciplinas científicas. Analizamos aquí, la evolución histórica de textos de geometría analítica. Este análisis puede tomar un sinfín de vertientes que sería innumerable y requeriría para su desarrollo una gran cantidad de trabajo. Podemos analizar la evolución de los libros de geometría analítica en Francia que fue en el país donde surgió. Analizar el matiz que tomó la geometría analítica dentro de otros piases, ver la influencia que tuvo esta disciplina con los avances tecnológicos. Averiguar cómo y de qué manera fue introduciéndose esa disciplina específicamente en México, bajo qué influencia penetró en el país. Cómo llegó la geometría analítica a Latino América en relación a los países dominantes en diversas épocas, qué papel a jugado en la enseñanza dicha disciplina. Cómo se plantea la enseñanza de la geometría analítica bajo los sistemas capitalistas y socialistas. En fin, un sin número de cuestiones que para el presente trabajo sería en definitiva imposible de abordar. ¿Desde el principio de la conquista apareció la geometría analítica como tal en *el país* dominado?.

- La lista No. 1 aparece como textos que están directamente a mi disposición

- La lista No. 2 son textos que están en la Biblioteca Nacional y la del Palacio de Minería.

Existen libros muy antiguos que inicialmente están a disposición en el fondo de reserva de la Biblioteca Nacional (antigua facultad de medicina), dirigirse al respecto con el Sr. Octavio Gordillo. Tel. 5 12 65 01. A dicho acervo s6lo pueden ocurrir los investigadores.

Los materiales en orden cronológico son:

Serie 1

1.- Legons de Geometrie Analytique 1834

2.- Aplicatios de L'Algebre a la Geometrie. 1854

3.- Geometría Analítica. 1886

4.- Geometría Analítica 1927

5.- Cours de matematiques speciales I.- éléments d'algebre et de géometrie analítique. 1947

6.- Geometría Analítica tLehmann) 1963

7.- Geometría Analítica ( F. Zubieta) 1969

8.- Geometría Analítica ( Torres ) 1972

9.- El cálculo con Geometría Analítica. 1968-1972

10.- Geometría Analítica (Carbonell). 1973

11.- Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica (Swokowski). 1981

12.- Geometría Analítica ( C.C.H. Ote.) 1983

13.- Temas de Geometría ( C.C.H ote.) 1984

14.- Geometría Analítica para principiantes. ¿C.CvHJ ote.) 1985

15.- Cálculo con Geometría Analítica (Johnson,Wolk) 1985

16.- Geometría Analítica (Steen) 1985

Bibliografía existente acerca del tema de geometría analítica en el acervo de la Biblioteca Nacional. Información presentada por orden cronológico.

1.- Geometría Analítica del Espacio. Colocación: 516 BRIL.a 1842

2.- Geometría Analítica. Autor: Oidio Enrico D. Colocación: 516 OVI. g. 1843

3.- Geometría Analítica Autor: Manuel Ramírez Colocación: 516 RAM.m 1886

4.- Geometría Analítica Autor: P. Henry Boyarol Colocación: 516 PHI.g. 1888

5.- Geometría Analítica Autor: Rey Pastor Colocación: 516 REY.g. 1888

6.- Geometría Analítica. Autor: Rees Paul Klein Colocación: 516.3 REE.g. 1902

7.- Geometría Analítica. Autor: Randolph John Adam. Colocación: 517 RAN.c. 1904

8.- Geometría Analítica del Espacio.

Autor: Albert Abraham Adrian

Colocación: 516.3 ALB.s.

1905

9.- Geometría Analítica. Autor: Protter Murray H. Colocación: 515 15 PRO.c. 1907

10.- Geometría Analítica. Autor: Sudenbeag Abraham. Colocación: 516.57 SEI.c. 1916

Esta bibliografía está en el tercer piso de la Biblioteca Nacional Circuito Exterior C.U , ubicada en el Conjunto Cultural Universitario, a un costado de la sala de conciertos Nezahualcóyotl

Los presentes textos están ubicados físicamente en la Biblioteca del Palacio de Minería # Aparecen acomodados según su orden cronológico.

1.- Essais Sur L6ingsenement en general et sur celvi des mathématiques en particular. Autor: --------Colocación: QAM L33

2.- Essai de Geometrie Analytique: apliqueé aux courben et aux sur-faces. Autor: Biot Colocación: QA 551 Bb6 1834

3.- Elemets de Geometry Analitíque, redigets conformement au pro-gramme d'admisión á 1'ecole polytecnique et á 1'ecole normale superióre. Autor: Sonnet; Hippolyte. Colocación: QA 551 563 1863

Aunque en definitiva analizar textos de una época con respecto a los de otra, siendo ambos de un contenido científico, sólo puede hacerse de manera comparada, creo que hay que prestar atención a las cuestiones antropológicas e históricas.

¿Cómo puede hacerse para reconstruir los contenidos de una época desde los textos que se poseen?

Debiera pedirse a los usuarios de un texto que haga anotaciones en el material que utiliza, para que las personas que lo utilicen después tengan referencias de la época en que se utilizó el texto.

# ANEXO B

## Contenidos de Exámenes Extraordinarios.

Plantel Oriente 1978 Matemática IV Anexo B Examen I con 22 reactivos.

Temas que se abordan: - Distancia entre dos puntos. - Cálculo de distancias. - Punto medio de un segmento. - Ecuación de una circunferencia. (p.5) ¿ A:(3,7) B:(-4 5) son extremos de sus diámetros? - Pendiente de una recta. - Pendiente de una recta perpendicular a una recta dada - Ecuación de la recta dados dos puntos (p.40). - Ecuación punto pendiente. - Hallar la pendiente de una recta dada su ecuación. - Hallar la ordenada al origen de una recta dada. - Hallar la ecuación de una recta que pasa por un punto dado y es ortogonal

cta dada (p.14).

- Hallar el centro y el radio de una circunferencia dado su centro y su radio.
- El centro y un punto por donde pasa (circulo).
- Puntos de diámetros At3,8); B(-4,6).
- Parábola. dar ecuación con vértice y foco.
- Dar la ecuación de la directriz dada la ecuación de la Parábola. - hallar vértice y foco de la parábola con ecuación. - Hallar lado recto y directriz. dada la ecuación.

plantel Oriente 1979 Examen II con 20 reactivos.

Temas que se abordan: Distancia entre dos puntos. Hallar el área de un triángulo recto dados sus vértices. Punto medio a) identificar la fórmula b) hacer cálculos. Pendiente a) identificar la fórmula de la pendiente b) definición de rectas ortogonales. c) cálculos con pregunta inexacta.

AC-3,4) B=(10,y) m=7 ¿cuánto vale vy? d) dada la ecuación general hallar la pendiente. e) dar la ecuación de una recta paralela a una recta dada ortogonal a una recta dada. f) dar la ecuación dados dos puntos. Circunferencia fr 15,r 17)

a) hallar el centro dada la ecuación b) hallar la ecuación dado el centro y pudiendo calcular su radio. c) intersección de una recta con una circunferencia.

Parábola (r 18 - r 20) a) halar la ecuación con foco y directriz b) hallar la longitud del lado recto dada la ecuación. c) hallar la ecuación dado vértice y foco.

Plantel Oriente 1980

Examen III con 18 reactivos

Temas que se abordan: Hallar coordenadas de un punto en una figura, información confusa. Distancia entre dos puntos. Punto medio. Pendiente de una recta dados dos puntos. La ecuación dado un punto y la pendiente. Dar la pendiente y la ordenada al origen dada la ecuación. Hallar ecuación de la recta dados dos puntos. Dar la ecuación de una recta que pasa por un punto y es ortogonal a una recta de la cual se da su ecuación. Circunferencia. a) dar la ecuación dado su centro y un punto b) hallar centro y radio dada la ecuación. c) dar la ecuación dado el diámetro. Parábola. a) dados vértice y foco hallar la ecuación. b) dados el vértice y un punto hallar la ecuación c) dados el vértice y la ecuación de su directriz hallar la ecuación.

Plantel Oriente Diciembre 1980

Examen IV con 14 reactivos.

Temas que se abordan:

- Recta a) dados los vértices de un triángulo, hallar su clase, área. b) dado centro y extremo hallar el otro extremo de una diámetro (distrae la noción de circulo). c) hallar la ecuación dado un punto y la pendiente. d) dar la ordenada al origen dada la ecuación. e) hallar la pendiente dada la ecuación. f) la ecuación de la mediatriz a un segmento con extremos dados tiene ecuación?. g) hallar la ecuación de una recta que pasa por un punto y forma un ángulo de 45° con una recta de la cual se da la ecuación.
- Circunferencia a) dar la ecuación conociendo el centro y la ecuación de una tangente. b) hallar el centro y el radio dada la ecuación. c) hallar los puntos de intersección de una recta dada y de una circunferencia dada.
- Parábola a) hallar la ecuación dado el centro, el eje y un punto de la parábola. b) hallar la ecuación dado el vértice y el foco. c) dar la ecuación dado un punto, el eje y el vértice.

Plantel Oriente (sin fecha)

Examen V con 17 reactivos

Temas que se abordan: Puntos y rectas a) dadas las coordenadas de tres puntos hallar la distancia entre dos de ellas. b) la pendiente de el segmento anterior es: c) la tangente del triángulo en vértice dado es: dj hallar 21 punto medio de un segmento. e) ecuación de la recta dados dos puntos. f) ecuación dado un punto y la pendiente g) ecuación de una recta que pasa por un punto dado y que es ortogonal a una recta de la cual se da la ecuación. h) análogo al caso anterior pero con paralelismo. - Circunferencia. a) hallar la ecuación dado el centro y el radio ( 2 reactivos ) b) hallar la ecuación dado el centro y un punto en ella. c) dada la ecuación, hallar centro y radio. - Parábola. a) dar la ecuación teniendo vértice y directriz b) hallar la ecuación teniendo vértice y foco. c) dada la ecuación hallar vértice y foco.

Plantel Oriente Agosto 1982 Examen Vl con 20 reactivos.

Temas que se abordan: - Identificar el lugar donde se halla una curva dada. - Hallar el otro extremo de un segmento cuyo un extremo y punto medio están **dados.** - Encontrar la pendiente dados dos puntos de una recta. - Se dan dos pares de puntos y se pide ver que ángulo forman ellas. - Dar la ecuación teniendo un punto y pudiendo calcular la pendiente. - Hallar la pendiente dada la ecuación. - Hallar la ecuación dada su pendiente y su ordenada al origen. - Hallar el punto de intersección de dos rectas. - Circunferencia. a) hallar la ecuación dado el radio y el centro. b) hallar la ecuación dado el centro y un punto. c) dada la ecuación de una circunferencia, hallar centro y radio. - Parábola a) detectar la ubicación de ésta. b) hallar su foco dada la ecuación. c) dado el foco y la directriz, hallar la ecuación. e) dada la ecuación hallar vértice y foco.

Plantel Oriente Septiembre 1982 Examen VII con 17 reactivos.

Temas que se abordan: - Puntos y rectas. a) dados dos puntos vértices opuestos de un cuadrado, hallar su área. b) hallar el centro y el radio dado un punto y dos rectas tangentes.

c) hallar las coordenadas de un punto que divide a un segmento dado en una razón dada. d) dado el punto medio de un segmento y uno de sus extremos, hallar el otro extremo e) dados los tres puntos de un triángulo hallar; las coordenadas de los puntos medios de los lados, la longitud de la mediana. f) cómo son las pendientes de dos rectas. g) el ángulo agudo entre las rectas es. h) dado un punto y una recta ortogonal a la que se busca hallar la ecuación de esta. i) hallar el punto de intersección de dos rectas dadas sus ecuaciones. j) distancia de un punto a una recta - Circunferencia. a) dada la ecuación de una circunferencia hallar su centro y su radio. b) dados el centro y un punto hallar la ecuación de una circunferencia. - Parábola.

a) dado la orientación, el vértice y el lado recto, hallar la ecuación .

b) hallar las coordenadas de vértice y foco dada la ecuación

Plantel Oriente (sin fecha)

Examen VIII con 20 reactivos.

Temas que se abordan:

- Puntos y rectas. a) se dan tres vértices se piden cálculos respecto a ellos, punto medio, área dei triángulo, mediatriz, mediana, se da un punto y una distancia.
- Circunferencia. a) hallar la ecuación dado el centro y pudiendo calcular el radio. b) dada la ecuación de la circunferencia calcular el centro y el radio.
- Parábola. a) dada la ecuación de una parábola hallar las coordenadas de su vértice, foco, lado recto, ecuación del eje. b) dado vértice y foco hallar la ecuación de la parábola. c) dado el foco y la ecuación de la directriz, hallar la ecuación de la parábola.

Plantel Oriente Febrero 1983

Examen IX con 20 reactivos.

Temas que se abordan:

- Puntos y rectas. a) localización de regiones en cuadrantes. b) vértices de triángulo determinar su tipo, hallar la posición de un punto dado el extremo de un segmento y su punto medio . c) dados dos puntos hallar la ecuación de la recta y su ordenada al origen ¿qué ángulo se forma entre dos rectas?. d) hallar la ecuación pudiendo calcular un punto y la pendiente.

- Circunferencia. a) calcular centro y recta tangente.

* dados tres puntos hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por ellos.

* dada la ecuación hallar centro y radio.

- Parábola. a) dado vértice y directriz hallar la ecuación b) dada la ecuación hallar el foco.

Plantel Oriente Octubre 1983

Examen X con 20 reactivos

Temas que abordan:

- Puntos y líneas. a) distancia entre puntos. b) hallar el punto medio. c) hallar la pendiente dados dos puntos. d) dada la pendiente hallar el ángulo de inclinación. e) dados dos puntos hallar la ecuación.

- Circunferencia. a) dar centro y radio centro y puntos dos puntos.

- Parábola a) vértice y foco. vértice y eje.

Plantel Oriente Diciembre 1983 Examen XI con 18 reactivos.

Temas que abordan: - Puntos y líneas. a) perímetro de triángulo. b) extremo y punto medio. c) puntos de trisección. d) punto y abscisa al origen. e) ecuación de la mediatriz dado un segmento. - Circunlínea. a) hallar centro, forma ordinaria pendiente de la recta tangente. - parabólica. a) dado vértice y foco ¿cuál es la ecuación? b) longitud del lado recto. c) dada directriz y foco ¿ cuál es la parábola?.

Plantel Oriente Enero i984

Examen XII con 15 reactivos.

Temas que abordan:

- Puntos y líneas. a) dado el segmento hallar el punto de ;trisección b) pendiente ordenada al origen. c) punto y pendiente. d) punto y recta perpendicular.
- Circun. línea. a) centro y radio. b) ecuación ¿cuál es el centro y cuál es el radio? c) centro y línea tangente ¿cuál es la ecuación?. d) intersección, línea, circunferencia.
- Parábola a) punto y eje focal. b) vértice y foco. c) directriz y foco.

**Plantel Sur 1988**

Examen 13 con 7 reactivos.

Temas que abordan:

- Hallar la pendiente dados dos puntos. a) dada sólo la pendiente de una recta hallas las pendientes de una recta ortogonal y de una recta paralela a ella. b) hallar la distancia entre dos puntos. c) dados dos puntos hallar la ecuación de una recta que los contenga y luego ecuaciones que sean ortogonales y otras paralelas a dicha ecuación.
- Circulo. a) dado el radio r y el centro, hallar la ecuación del círculo. b? dada la ecuación del círculo hallar el centro y el radio. c) trazar la gráfica de curvas cuadráticas.

I Resuelva:

a)

b)

II Hallar un valor para x v uno para y de modo que se satisfaga la ecuación.

a)

b) el sistema de ecuaciones

III Dados los valores x=8, y=6 hallar:

a) una ecuación lineal para que la satisfagan los valores establecidos. b) un sistema de ecuaciones.

IV a) Marca con líneas punteadas las bisectrices del siguiente triángulo.

b) marca con líneas punteadas las alturas del siguiente triángulo.

Resuelva correctamente el ejercicio I Tanto inciso a como inciso b Para el ejercicio 2 resuelve correctamente el inciso a y concluye que son valores arios lo que se satisface. Para el inciso b se realizan correctamente, sólo se comete un error de signo.

III No se resuelve.

IS Se resuelve mal.

* No se sabe si es un examen extraordinario, pero me parece incompleto.

La geometría analítica como una materia de corte integrador.

Análisis de textos: Pre-requisitos; ejercicios, evolución y perfeccionamiento de coordenadas.

¿Qué se va a analizar en los textos? ¿ Por qué se analizaron los textos? ¿Qué se abordó? ¿ Qué se ha incorporado ? ¿ Qué ha permanecido?

La matemática; su método y su contenido. Kolmogorov Rectas. Parábolas.

Rolando Garcia Osiris Evolución de la geometría analítica. .Mat. teacher Debe morir la geometría analítica.

a) Establecer el problema motivación enunciado b) Describir la estructura de su producto final. c) Describir las actividades y metodología. d) Calendario.

1.- ¿Cuál es la esencia de la geometría analítica? 2.- ¿Qué es lo que se ve de geometría analítica en el bachillerato del C.C.H.? 3.- ¿Podemos plantear la geometría analítica de modo que corrija posibles errores que aparezcan en su enseñanza? 4.- ¿ De qué manera con base a los objetivos del C.C.H. con base a las dificultades que haya en el curso, y en función de la esencia de la geometría analítica, podemos hacer una propuesta que apoye a los objetivos de la institución modificando la interacción en el salón de clase.? 5.- Dentro del contexto del bachillerato cómo puede explicarse la posición actual y cómo puede corregirse para apoyar los principios del C.C.H.

1.- ¿ Cuál es la esencia de la geometría analítica?

La geometría analítica desde el momento de su aparición, conjuga como quizá lo habían hecho otras disciplinas, varios contenidos matemáticos, solo que la geometría analítica permite una socialización mayor de los temas matemáticos, conectando todos los conocimientos producto de la intuición matemática con problemas de la física, la química y otras áreas. Además dentro de la misma matemática se permitieron avances desarrollando el cálculo integral y diferencial, así como el análisis matemático. Y estas técnicas nuevamente vuelven a aplicarse en nuevas ramas, la astronomía, la química, etc.

Luego en gran parte estas nuevas técnicas que aparecen pueden ser utilizadas por gentes que no son especialistas en el área matemática.

La geometría analítica permitió hacer una conexión entre la matemática y algunas aplicaciones, Seguramente antes de la aparición de la geometría analítica, había aplicaciones, solo que los personajes que se dedicaban a la solución de éstos, eran genios de la talla de Arquímedes, Ptolomeo y personajes por el estilo. La geometría analítica en cambio es una herramienta mediante la cual personas que no son grandes geómetras o físicos, pueden plantearse problemas y resolverlos. Así la geometría analítica encierra un método que socializa la matemática, abre un camino factible para muchos entre la realidad o los problemas reales y Los contenidos matemáticos.

2.- ¿Qué contenidos de Geometría Analítica se contemplan en el bachillerato del C.C.H ?

Según estudios realizados por algunos profesores a los contenidos que se ven en el C.C.H. acerca de geometría analítica, se concluye que en lo que termina un curso de esta materia es en el manejo del álgebra, identificación de la cónica a la que representa una ecuación determinada. Puede en este punto surgir la pregunta ¿Y acaso ello es malo?, con base a esta pregunta podemos pasar a la siguiente pregunta de la lista, o aquí habría que puntualizar los contenidos.

3.- Podemos plantear la geometría analítica de modo que corrija posibles errores en su enfoque.

Aquí pasamos al enfoque institucional y sus expectativas respecto al tipo de alumnos que piensa preparar el bachillerato del C.C.H., vemos que pretende formar alumnos con capacidad crítica y capaces de recrear el conocimiento. Así si el alumno únicamente se le enseña a identificar fórmulas, ¿puede con ello tener una actitud critica frente a posibles problemas que se le presenten y recrear el conocimiento en general y de la matemática en particular?. Justamente en esta pregunta es donde cabe hacer la siguiente afirmación: La geometría analítica no es un formulario que sirva únicamente para identificar y clasificar. La geometría analítica sintetiza y ordena bajo su asignatura una serie de conocimientos y proporciona un método para analizar algunos contenidos matemáticos,

Así pues considero importante dar una propuesta que destaque este carácter de la geometría analítica.

# Anexo C

**Primera aproximación de la malla.**

- Ordenarla por orden cronológico en dos listas.

Los míos.

Los de la biblioteca (marcando colocación y biblioteca en la que se encuentra disponible).

Una vez que tenemos sistematizada la información bibliográfica, se hace necesaria hacerse las siguientes preguntas ¿cómo?, ¿qué? Y ¿para qué? Analizar dicho material.

Tratando de analizar el cómo destacaremos uno de los materiales que se no facilitaron para analizar los materiales que dispusimos, uno de esos materiales es la malla AVANT PROPOS.

Analicemos la forma en que dicha malla está conformada ya que consta de dos partes.

Primera:

**1 - Situación rápida de la obra.**

1.1 Prefacio y propuesta de avances.

A) el público observa fundamentalmente materias y niveles.

B) contenido.

- hay una presentación

- sugieren como emplear el libro

- se precisan los objetivos

1.2 El texto esta organizado

- Por temas

- Con progresión lineal

1.3 Tipo de ejercicio

- Tipo dentro del curso

- Ejercicios al margen

- Ejercicios al final del capítulo

- Ejercicios agrupados en un capitulo especial

1.4 Codificación de los ejercicios

. Ejercicios graduados por dificultad

. Otra codificación

**2.- Facilidades de empleo**

2.1 Se facilita el empleo para usted, se apresta a la utilización en tu enseñanza

- . Impresión general, utilización
- . Se permiten las progresiones
- . Se permiten las progresiones por temas
- . Marca la utilización diferenciada por niveles

2.2 Facilidad de empleo por el alumno

. Impresión general

2.3 Utilidad del libro en la clase

a) qué del texto utilizas tú y tus alumnos.

b) qué fallas presenta cuando los alumnos la utilizan

**3.- Claridad**

3 1 Claridad en la forma

3.1.1 Son claros los apoyos visuales utilizados

3.1.2 Símbolo y término matemático.

3.1.3 Lenguaje no matemático

. Lenguaje utilizado para los alumnos.

3.2 Claridad de observación y razonamientos.

A) los planes que se pretenden son claros.

B) los planes que se pretenden son precisos.

**4.- Convicción rigor**

4.1 El nivel de rigor aparece

- . elevado
- . satisfactorio

- . insuficiente

4 2 Una parte importante falla.

4.3 Desde su punto de vista los autores optan por:

- . Lenguaje simple
- el rigor de enunciados
- . Claridad de objetivos o la organización rigurosa.

**5 - Cohesión interna de la obra.**

5.1 Las nociones nuevas se acompañan de una revisión de los conocimientos previos.

5.2 Los conceptos presentados optan por

- Ir del caso general al particular
- Ir del caso particular al general

5.3 Los temas se integran al contenido de la obra

5 4 Realiza su material.

**6.- Ejercicios y problemas.**

6.1 Si el manual propone #os ejercicios graduados por dificultad se puede adaptar esta graduación.

6.2 Tipo de ejercicio.

6.3 El lenguaje de los enunciados puede presentar un obstáculo a la solución de Los ejercicios.

6.4 De los ejercicios resueltos, el manual los presenta:

- Con letra diferente
- Un modelo único de repetición.

**Segunda parte.**

**7.- Aptitudes para desarrollar las capacidades.**

7.1 El manual incita al alumno a:

. Tener fichas personales, formar objetivos, planes de estudio, resultados esenciales, depurar las dificultades.

7.2 El manual sugiere actividades de investigación al margen del programa.

7.3 Se establece un desarrollo de métodos de investigación para los niveles.

7.4 El manual suscita una apertura mayor de espíritu.

7.5 El manual facilita

- El trabajo individual
- El trabajo por grupos
- El trabajo complementario.

7.6 El manual es útil para experimentar en los niveles.

7.7 EL manual incita a variar los modos de expresión.

7.8 Incita al alumno a cuestionar diversos hechos.

7.9 Incita a distinguir conjetura y demostración.

**8.- El manual y los problemas contemporáneos.**

La primera parte es sobre la obra únicamente, la segunda es sobre la didáctica de la obra. En cualquiera de los dos casos solo se atienden los rasgos generales.

Objetivos Inmediatos.

Afinar presentación y delimitación.

Caracterizar el papel que jugaría el trabajo en la discusión referente a la muerte de la geometría analítica.

Para qué analizar textos de geometría analítica.

- Ubicar la materia.
- Analizar su evolución.
- Confrontar las obras en la historia.
- Buscar el mejor libro de texto.

Aclarar la evolución curricular.

**Una de las mallas AVANT PROPOS.**

Consta de dos partes.

Primera:

1 - Situación rápida de la obra.

1.1 Prefacio y propuesta de avances.

A) el público observa fundamentalmente materias y niveles.

B) contenido.

- hay una presentación

- sugieren como emplear el libro

- se precisan los objetivos

1.2 El texto esta organizado

- Por temas

- Con progresión lineal

1.3 Tipo de ejercicio

- Tipo dentro del curso

- Ejercicios al margen

- Ejercicios al final del capítulo

- Ejercicios agrupados en un capitulo especial

1.4 Codificación de los ejercicios

. Ejercicios graduados por dificultad

Otra codificación

2.- Facilidades de empleo

2.1 Se facilita el empleo para usted, se apresta a la utilización en tu enseñanza

. Impresión general, utilización

. Se permiten las progresiones

. Se permiten las progresiones por temas

. Marca la utilización diferenciada por niveles

2.2 Facilidad de empleo por el alumno

. Impresión general

2.3 Utilidad del libro en la clase

a) qué del texto utilizas tú y tus alumnos.

B) qué fallas presenta al utilizarla los alumnos.

3.- Claridad

3 1 Claridad en la forma

3.1.1 Son claros los apoyos visuales utilizados

3.1.2 Símbolo y término matemático.

3.1.3 Lenguaje no matemático

. lenguaje utilizado para los alumnos.

3.2 Claridad de observación y razonamientos.

A) los planes que se pretenden son claros.

B) los planes que se pretenden son precisos.

4.- Convicción rigor

4.1 El nivel de rigor aparece

. elevado

. satisfactorio

. insuficiente

4 2 Una parte importante falla.

4.3 Desde su punto de vista los autores optan por:

. Lenguaje simple

el rigor de enunciados

. Claridad de objetivos o la organización rigurosa.

5 - Cohesión interna de la obra.

5.1 Las nociones nuevas se acompañan de una revisión de los conocimientos previos.

5.2 Los conceptos presentados optan por

Ir del caso general al particular

. Ir del caso particular al general

5.3 Los temas se integran al contenido de la obra

5 4 Realiza su material.

6.- Ejercicios y problemas.

6.1 Si el manual propone #os ejercicios graduados por dificultad se puede adaptar esta graduación.

6.2 Tipo de ejercicio.

6.3 El lenguaje de los enunciados puede presentar un obstáculo

a la solución de Los ejercicios.

6.4 De los ejercicios resueltos, el manual los presenta:

- Con letra diferente

- Un modelo único de repetición.

Segunda parte.

7.- Aptitudes para desarrollar las capacidades.

7.1 El manual incita al alumno a:

. Tener fichas personales, formar objetivos, planes de estudio, resultados esenciales, cernir las dificultades.

7.2 El manual sugiere actividades de investigación al margen

del programa.

7.3 Se establece un desarrollo de métodos de investigación para

los niveles.

7.4 El manual suscita una apertura mayor de espíritu.

7.5 El manual facilita

El trabajo individual

. El trabajo por grupos

. El trabajo complementario.

7.6 El manual es útil para experimentar en los niveles.

7.7 EL manual incita a variar los modos de expresión.

7.8 Incita al alumno a cuestionar diversos hechos.

7.9 Incita a distinguir conjetura y demostración.

8.- El manual y los problemas contemporáneos.

La primera parte es sobre la obra puramente, la segunda es sobre la didáctica de la obra.

Todo enmarcado con rasgos generales.

Objetivos Inmediatos.

Afinar presentación y delimitación.

Caracterizar el papel que jugaría el W.C. en la discusión de la muerte de la geometría analítica.

Para qué analizar textos de geometría analítica.

. Ubicar la materia.

.Analizar su evolución.

.Confrontar las obras en la historia.

.Buscar el mejor libro de texto.

.Aclarar la evolución curricular.

Falta página

N° 249

# Bibliografía:


1.- Chartier Roger El mundo como Representación, ed Gedisa, Barcelona 1995.

2.- Beuchot Mauricio y Blanco Ricardo, Hermenéutica, Psicoanálisis y Literatura. Ed UNAM, México 1990

3.- Steiner George, Después de Babel, ed. Fondo de Cultura Económica, Lengua y estudios Literarios, México 1998.

4.- Piaget Jean y García Rolando: Psicogénesis e historia de la ciencia, ed Siglo Veintiuno Editores, México 1984.

5.- Fraisse Paul y Piaget Jean, Historia y Método de la Psicología experimental, ed Paidos, Barcelona 1982.

6.- Freud Sigmund, Psicoanálisis del Arte, Alianza Editorial, México 1984.

7.- Bergmann Gustav, Filosofía de la Ciencia, Editorial Tecnos Madrid, Madrid 1971.

8.- Courant Richard y Robbins Herbert, Qué es la Matemática, ed Aguilar, Madrid 1979.

9.- Bernal D. Jhon, La Ciencia en Nuestro Tiempo, Ed. Nueva Imagen UNAM, México 1979.

10.- Bourbaki Nicloas, Elementos de Historia de la Matemática, ed. Alianza Universidad, Madrid 1976.

11.- Struik Dirk Jan, Historia Concisa de las Matemáticas, ed. Instituto Politecnico Nacional. México, 1978.

12.- Aleksandrov A.D, Kolmogorov A.N. La Matemática su Contenido, Métodos y Significado, ed. Alianza Universidad, Madrid 1976.

13.- Lakatos Imre, Matemáticas, Ciencia y Epistemología, ed. Alianza Universidad, Madrid 1987.

14.- Ribnikov K., Historia de las Matemáticas, ed, Mir, Moscu 1987.

15.- Bell E.T, Historia de Las Matemáticas, ed. Fondo de Cultura Económica, México 1985.

16.- Dauler Wilson Margaret, Descartes, ed UNAM, México 1990.

17.- Rey Pastor J. y Babini José, Historia de la Matemática vol, I y II, ed. Gedisa, Barcelona 1997.

19.- Collette Jean Paul, Historia de las Matemáticas, ed. Siglo Veintiuno Editores, México 1985.

20.- Descartes Rene, Spinoza, Reglas de la Dirección de la Mente, Discurso del Método, Meditaciones sobre Filisofía Primaria, Objeciones a las Meditaciones, La Geometría,... Etica. Ed. Enciclopedia Británica, Chicago 1952.

21.- Jun Thomas. S, La Revolución Copernicaca Vol, I , ed. Folio, Barcelona 1999.

22.- Yánez Manuel, Copérnico, ed Edimat Libros, Grandes Biografías, Madrid 2002.

23.- Hoyos Aguilar Verónica, Algunos de los problemas y teoremas vinculados con los orígenes de la Geometría Analítica. Ed. UNAM, Tesis de Licenciatura en matemáticas, México 1997.

24.- Derrida Jaques, Aporias, ed. Paídos Studio, Barcelona 1998.

25.- Derrida Jaques, La desconstrucción de las fronteras de la filosofía, ed. Paidos, Barcelona 2001.

26.- Álvarez Carlos y Martínez Rafael, Descartes y la ciencia del siglo XVII, ed. Siglo Veintiuno Editores y UNAM. México 2000.

27.- Boyer Carl B.. Historia de la Matemática, ed.Alianza Universidadtextos, Madrid 1984.

28.- Boyer Carl B., Histoty of Analytic Geometry, ed. Scripta Mathematica, New York 1956.

29.- Rogers William, Hermeneútica, ed. Gedisa, Barcelona 1998.

30.- Euclides, Elementos de Geometría, ed UNAM, México 1992. Traducción, Juan David García Bacca.