



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

---

FACULTAD DE QUIMICA

T R A F I C O

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

**Q U I M I C A**

P R E S E N T A

**LAURA DOMINGUEZ DUEÑAS**



EXAMENES PROFESIONALES  
FACULTAD DE QUIMICA



MEXICO, D.F.

2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Jurado Asignado**

Presidente	Prof. Manuel Vázquez Islas
Vocal	Prof. Celestino Montiel Maldonado
Secretario	Prof. Carlos Amador Bedolla
1er suplente	Prof. Fernando Barragán Aroche
2º suplente	Prof. Emilio Orgaz Baqué

## **Sitio donde se desarrolló el tema:**

Departamento de Física y Química Teórica Facultad de Química UNAM

Asesor del tema  
Dr. Carlos Amador Bedolla



---

Sustentante  
Laura Domínguez Dueñas



---

*Para mis padres, hermana y hermano*

Gracias a mis amigos y maestros, del Asunción, de la Facultad, de la UNAM, y de donde vengan... que me han hecho así de feliz.

*EL INSTANTE*

*¿Dónde estarán los siglos, dónde el sueño  
de espadas que los tártaros soñaron,  
dónde los fuertes muros que allanaron,  
dónde el Árbol de Adán y el otro Leño?*

*El presente está solo. La memoria  
erige el tiempo. Sucesión y engaño  
es la rutina del reloj. El año  
no es menos vano que la vana historia.*

*Entre el alba y la noche hay un abismo  
de agonías, de luces, de cuidados;  
el rostro que se mira en los gastados*

*espejos de la noche no es el mismo.  
El hoy fugaz es tenue y es eterno;  
otro Cielo no esperes, ni otro Infierno.*

*Jorge Luis Borges, 1964*

En especial gracias a las personas que tanto me han enseñado y me ayudan a ser cada día. Carlos y Agustín  
A mi familia y a la Facultad de Química

Agradezco a la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico (DGSCA). Por el tiempo de cómputo que nos brindaron en la supercomputadora Bakliz.

# Capítulo 1

## Presentación y Justificación

Queremos encontrar el motivo por el que se origina congestionamiento en las calles y contestar preguntas como ¿por qué todos los coches van andando y de repente se hace un cúmulo de tráfico sin haber un accidente o coche parado?, ¿para qué sirven las velocidades máximas permitidas?, ¿qué pasa si alguien se va cambiando constantemente de carril y cómo afecta esto a los demás?

Para esto vamos a estudiar los movimientos de los coches y el tipo de interacción que hay entre ellos; una vez estudiados los movimientos vamos a analizar cuáles son las condiciones más favorables para evitar tráfico y por tanto contaminación; vamos a encontrar los diferentes modos o patrones de tráfico, etcétera. Una vez que el sistema de tráfico vehicular esté bien descrito, podremos planear y proponer soluciones al grave problema de tráfico que enfrenta la Ciudad de México. ¡Je!

### 1.1. Modelos

Desde que somos pequeños trabajamos con modelos. Por ejemplo, uno de los biógrafos de Einstein, cuenta que el mismísimo Einstein a los cinco años era muy bueno construyendo modelos; modelos de edificios con cubos de madera y casitas de barajas de cartas. Por supuesto que no es una actividad muy científica pero a fin de cuentas, son modelos. Son trabajos que mucha gente hace desde pequeño. Tenemos otro tipo de modelos, por ejemplo el famoso modelo de coche a base de una lata de refresco con llantas de corcholata que seguramente han usado miles de niños. También hay otros modelos de coches mucho más sofisticados que incluyen motores eléctricos y controles remoto, o bien a los que uno se puede subir en las ferias de pueblo. Para no dejar sin mencionar a las niñas, nosotras hemos usado modelos de *bebés* con una infinidad de muñecas de muchos colores y tamaños, tenemos muñecas bien sofisticadas a las que hay que cortarles el pelo, darles de comer, dormir, etcétera.

Argumentamos con la imaginación de los niños: los modelos tienen el propósito de simular algo real que no se puede tener al alcance de la mano.

Hay sistemas físicos que se estudian con modelos dada su complejidad. En muchas ocasiones contienen entidades que no se pueden ver, o bien su existencia sólo se puede inferir. Por ejemplo un átomo que consiste de un núcleo con protones y neutrones rodeado de un sistema de electrones.

Otros sistemas químicos y físicos de interés para muchos científicos son extremadamente complejos o bien están formados de muchas partículas que interactúan entre sí por lo que es difícil estudiarlos. Una manera muy útil de comprender estos sistemas tan complejos, es construirlos, modelarlos físicamente —así como los cochecitos de los niños— y hacer una serie de experimentos controlados variando diferentes parámetros. La eficiencia del modelo depende del sistema experimental que se construya, además se pueden cometer diferentes errores como son los del observador o bien la precisión y exactitud de los aparatos con que se mide.

Otra desventaja de los modelos experimentales es que en ocasiones pueden ser muy caros o bien muy peligrosa su construcción, como es el caso de la ciencia nuclear.

Ante todos estos problemas a los que se enfrenta la ciencia experimental, surgió una alternativa muy atractiva: la construcción de modelos matemáticos que complementados con programas computacionales pueden producir resultados bastante fieles en sistemas difíciles de estudiar experimentalmente.

## 1.2. ¿Cómo le vamos a hacer?

Para estudiar el tráfico vehicular en una calle, podríamos ir a una avenida con una cámara de video y grabar diferentes condiciones, esperarnos ahí hasta que de repente se empiecen a formar congestionamientos, o bien, ir en busca de un coche parado a la mitad de la calle para ver cómo le tienen que hacer los que vienen atrás para rebasarlo. Estas mediciones resultan muy complicadas e imprecisas ya que no se puede tener un control preciso del número de coches que pasan, a qué velocidad van, cuántas veces se cambian de carril, a qué distancia van del coche de enfrente, etcétera. Además de que necesitaríamos muchísimo tiempo para encontrar las condiciones que queremos estudiar, por ejemplo, que todos los coches circulen a una cierta velocidad, que haya un cierto número de vehículos parados, un número fijo de vehículos, etcétera.

Otra manera de estudiar el sistema de tráfico vehicular es el experimental, habría que contratar a varios miles de choferes para que manejen como nosotros les digamos, rentar el periférico por unas horas y de este modo tener el control de más variables en nuestro sistema. Sin embargo esto resulta imposible ya que tomaría mucho tiempo y dinero además hay que tomar en cuenta que no se podrían analizar condiciones extremas ya que pondrían en riesgo a nuestros choferes.

Entonces lo que vamos a hacer para estudiar el sistema de tráfico vehicular es un modelo en la computadora: una simulación del tráfico vehicular de una



calle con sus coches y sus carriles. Cada coche tendrá su velocidad y su manera de circular según condiciones que nosotros impondremos. Condiciones que vamos a analizar, de manera que podamos tener un modelo lo más parecido a una calle real. Lo que estaremos analizando son posiciones, velocidades, distancias, modos de manejar, etcétera por lo que no necesitaremos marcas de coches, ni sus pesos, colores, tamaños, tipo de llantas y tampoco si usan gasolina magna o premium.

Las ventajas de las simulaciones (es decir el programa en la computadora que simula una calle) son muchas: podemos poner el número de coches que queramos estudiar, hacer las calles tan largas y anchas como queramos y fijar las velocidades máximas permitidas. Podemos analizar todos los movimientos de los vehículos desde la comodidad de una silla y un escritorio. Ciertamente es muy difícil encontrar un modelo que se adapte fielmente al sistema real pero algo se puede hacer y, como veremos, se obtienen resultados muy interesantes.

El problema del tráfico es internacional y encontrar las leyes que lo gobiernan es un asunto que se ha tratado de resolver desde hace 50 años; se han realizado miles de trabajos y publicaciones al respecto, dando origen a una gran variedad de modelos y métodos que van desde trabajos experimentales (se ponen a contar coches que pasan por un sitio), simulaciones en la computadora (como el nuestro), modelos analíticos, que tratan de resolver las ecuaciones de movimiento para cada uno de los vehículos, o bien, modelos estadísticos.

Nuestro trabajo es un modelo teórico analizado mediante una simulación en la computadora. Por lo que nos enfocaremos en este tipo de trabajos, es decir, simulaciones en computadora del tráfico vehicular usando “autómatas celulares” (mas adelante explicaré qué es un autómata celular). Entre los trabajos más importantes que analizan tráfico vehicular mediante simulaciones en una computadora se encuentra el modelo de Nagel-Schreckenberg, que enfoca y estudia el sistema de tráfico desde un punto de vista de *primer mundo*. Esto quiere decir que los choferes cumplen los reglamentos, las calles (en su mayoría) han sido planeadas al igual que los crecimientos demográficos, etcétera. Estos estudios dejan fuera las condiciones de la ciudad de México donde tenemos una gran cantidad de vehículos y no se cumplen los reglamentos establecidos, es decir, tenemos un modo de circular desordenado.

Una parte de esta tesis será el análisis del modelo de Nagel-Schreckenberg; después haremos la construcción de nuestro modelo y finalmente trataremos de aplicarlo a las condiciones de la ciudad de México, estudiaremos un caso particular que causa coraje: una fila en la que alguien rebase ventajosamente por el acotamiento para quedar en el primer lugar: ¿cuánto afecta esta conducta al tránsito ordenado?

### 1.3. ¿Dónde quedó la química?

Somos químicos, entendemos de átomos, moléculas, reacciones y equilibrios. La química es una ciencia muy amplia, una de sus principales ramas es

la fisicoquímica, que se encarga de estudiar los principios que gobiernan las propiedades y el comportamiento de los sistemas químicos. Un sistema químico puede estudiarse desde los puntos de vista microscópico o macroscópico. El punto de vista *microscópico* usa explícitamente el concepto de molécula, mientras que el *macroscópico* estudia propiedades de la materia a gran escala, sin necesitar explícitamente el concepto de molécula [11]. Podemos dividir la fisicoquímica en cuatro áreas principales: termodinámica, química cuántica, mecánica estadística y cinética.

La *termodinámica* es una ciencia macroscópica que trata las relaciones mutuas entre las propiedades de *equilibrio* de un sistema y los cambios en las propiedades de *equilibrio* en los procesos.

A lo largo de la carrera, nos dimos cuenta de que las moléculas, junto con los electrones y núcleos que las componen, no obedecen las leyes de la mecánica clásica; sus movimientos, están gobernados por las leyes de la mecánica cuántica. La *química cuántica* es la aplicación de la mecánica cuántica a la estructura atómica, los enlaces moleculares y la espectroscopía.

Las propiedades macroscópicas son consecuencia de lo que ocurre en el nivel molecular. Las dos partes, molecular y macroscópicas, se relacionan mediante una rama de la ciencia llamada *mecánica estadística*, que justifica las leyes de la termodinámica y permite calcular propiedades termodinámicas macroscópicas a partir de propiedades moleculares.

La *cinética* estudia la velocidad de cambio en diferentes procesos, por ejemplo en las reacciones químicas o la difusión.

¿Cómo podremos abordar el tema de tráfico con conceptos de química si no tenemos átomos y moléculas?

- Empecemos por describir el sistema de tráfico. Tenemos un sistema de *muchas partículas*; los problemas generales que aborda la química son sistemas también de *muchas partículas*, de hecho se tuvo que hacer el concepto de *mol*, un mol tiene  $6.02 \times 10^{23}$  partículas.
- La química por lo general trata sistemas en *equilibrio*, en el tráfico no podemos hablar de alcanzar un *equilibrio* debido a que no hay una reacción ni se puede asociar una constante. Tenemos un sistema *fuera del equilibrio* (como el caso de los sistemas biológicos). Una característica muy importante de los sistemas fuera del equilibrio es que no son sistemas cerrados, siempre habrá un intercambio de partículas o energía —como en el caso del tráfico, los coches entran y salen del sistema, de la calle—.

Estos sistemas fuera del equilibrio, tienen comportamientos complejos y generalmente no se pueden establecer sus propiedades generales con la descripción termodinámica, ni tampoco con la mecánica estadística clásica de sistemas cerrados. Por tanto utilizaremos una mezcla de conceptos de mecánica estadística, mecánica de fluidos y termodinámica para resolver nuestro problema.

- Podremos describir el sistema de tránsito vehicular e implementar formas de describir el *estado del sistema* —como en fisicoquímica se describen los estados de la materia—. Encontraremos transiciones de fase, o bien, crear diagramas de fase de tráfico según las diferentes condiciones que se verán a lo largo del trabajo.

Últimamente, los problemas que estudian los científicos resuelven problemas muy alejados de la vida real, es decir, la ciencia ya esta tan avanzada que los problemas sencillos y con significados relevantes para la vida cotidiana se han resuelto desde hace bastante tiempo, no dejándonos modo de participar o inventar nuevos métodos buscando resultados relevantes; en nuestro trabajo de investigación, buscamos un problema real de todos los días, un problema que nos hace invertir muchísimo tiempo y dinero. La pesadilla de la Ciudad de México, el tráfico. Nuestro trabajo empezó escuchando terribles historias y relatos sobre la vida en coche, largos y aburridos viajes de Xochimilco a Ciudad Universitaria, no se diga los que viven por Satélite, o bien la salida de cerro del agua en Ciudad Universitaria a las tres de la tarde. Inventos de inimaginables atajos tratando de esquivar un conglomerado de coches. ¿Tendrá solución este enjambre de automóviles?

# Capítulo 2

## Introducción

### 2.1. Análisis de tráfico

Como ya estuvimos platicando en la sección anterior, hacer mediciones o experimentos con tráfico resulta bastante complejo. Esto no quiere decir que no tengamos datos experimentales, sí los hay. De los más exactos y reales que encontramos son los representados en la gráfica 2.1 [1].

La gráfica muestra una relación del número de vehículos que pasan por un lugar en un tiempo determinado (flujo), con respecto al número de coches que circulan por la carretera (densidad u ocupación). Esta gráfica nos será de mucha utilidad ya que nos va a indicar nuestros modelos van por el camino correcto.

De la gráfica 2.1 se puede describir qué pasa en el flujo según el número de coches que circulen en la carretera. Cuando circulan pocos vehículos, existe una relación lineal entre el número de coches y el flujo, esto quiere decir que, entre más coches, más van pasando por un cierto lugar en un tiempo dado. Esta relación entre el flujo y la *densidad* de vehículos termina y en la gráfica se ve una discontinuidad en el flujo —como buenos químicos podríamos hablar de un *cambio de régimen* similar a los *cambios de fase* o bien de la existencia de *estados metaestables*—. Después de este *brinco* en la gráfica (a densidad de 18 %) —por llamarlo de algún modo—, la relación entre la densidad y el flujo se invierte, entre más coches circulen por la carretera menos pasan por el contador, es decir, se empiezan a formar congestionamientos. Aunque la tendencia de la gráfica 2.1 es clara, se puede ver la enorme gama de fluctuaciones, por lo que no se puede afirmar que el flujo sea función únicamente de la densidad; hay otras variables que también influyen e introducen ruido en la circulación. Más adelante describiré con lujo de detalles este tipo de gráficas de flujo contra densidad.

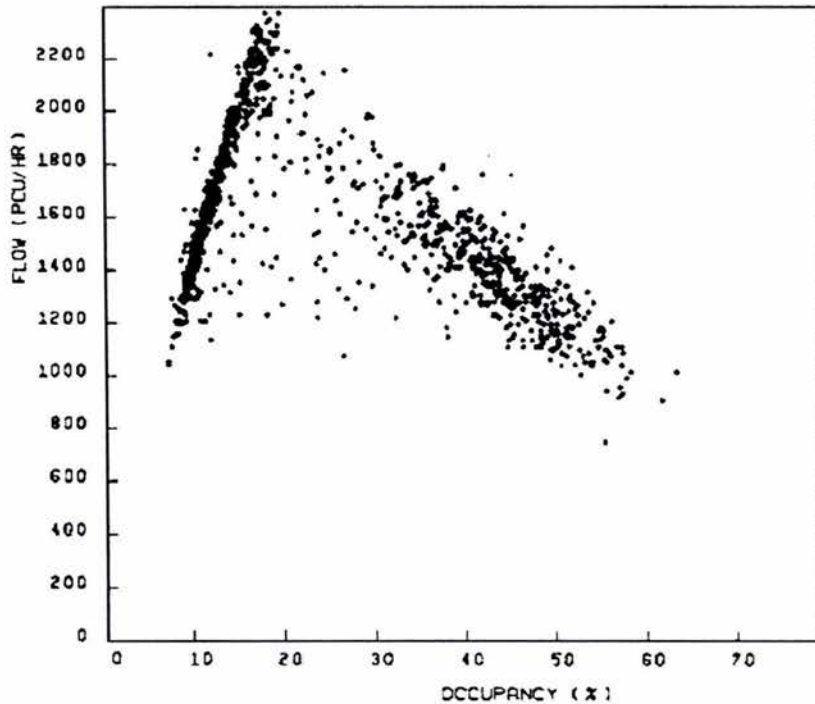


Figura 2.1: Flujo contra ocupación de la calle Queen Elizabeth en Ontario, Canadá (de Chowdury [1])

## 2.2. Historia de las teorías de tráfico

Los primeros estudios sobre congestiónamiento de tráfico fueron realizados por Lighthill y Whitham en 1955. Ellos hicieron el análisis macrosópico de tráfico basado en la teoría de dinámica de fluidos. Estudiaron congestiónamiento como una onda de choque, tratando el tráfico como un fluido compresible.

En 1970 Prigogine —Premio Nobel de química en 1977 y sus colaboradores presentaron el modelo de cinética de los gases basado en la ecuación de Boltzman. En 1961, Newell empezó a proponer modelos microscópicos de tráfico. En 1976 y 1978, Musha y Higchi estudiaron el *ruido* en el flujo, es decir, estudiaron la causa de la gran cantidad de fluctuaciones en el flujo. Actualmente el estudio microscópico de tráfico —usando simulaciones en computadora— iniciado por Nagel y Schreckenberg en 1992 es el modelo más utilizado.[16]

Los modelos de tráfico los dividen en cuatro grandes áreas según las bases y modos de enfrentar el problema [16]:

- Modelos microscópicos de seguimiento de coches (*Microscopic car-following models*)
- Modelos de autómatas celulares (*Cellular automata*)

- Modelos de teoría cinética de los gases (*Gas-kinetic models*)
- Modelos macroscópicos (*Macroscopic traffic models*)

## Modelos microscópicos de seguimiento de coches

El concepto microscópico se refiere a la escala de referencia. Esto se puede entender con el ejemplo de flujo de un fluido en una tubería. Podríamos analizar el sistema desde un punto de vista *microscópico*, es decir, estudiar el movimiento de cada molécula del fluido, o bien podríamos agrandar la escala y estudiar el sistema desde un punto de vista *macroscópico*, es decir, hablar de gotas y litros.

Lo mismo tenemos para el sistema de tráfico vehicular: podemos ver la circulación como un fluido formado por vehículos que no aparecen explícitamente en el sistema —*macroscópico*—, o enfocar la atención explícitamente para cada vehículo, representándolos como partículas —*microscópico*—, es decir, estudiar cada vehículo. Igual que para el sistema de una tubería, este tipo de estudios, donde se pone particular atención en las partículas para calcular propiedades macroscópicas, es lo que conocemos como *Mecánica Estadística*.

En los modelos microscópicos, cada vehículo está definido y tomado en cuenta; como es el caso de los modelos de seguimiento de coches —*car-following theories*— [5]. En este tipo de modelos, para cada coche se escriben ecuaciones de movimiento semejantes a las ecuaciones de Newton. La filosofía básica de la teoría de *seguimiento de coches* puede ser resumida por la siguiente ecuación:

$$[Respuesta]_n = k_n [Estimulos]_n \quad (2.1)$$

para cada vehículo  $n$ . Cada coche responde según el ambiente de tráfico en el que se encuentre. A la constante de proporcionalidad  $k_n$  se le llama *constante de sensibilidad*. La *respuesta* es una descripción de cómo se va a mover el vehículo según los *estímulos* que le da su entorno. Dentro de este tipo de modelos (*car-following theories*) se encuentra el modelo *follow-the-leader*, donde el estímulo de cada vehículo está dado por la diferencia de velocidades entre el vehículo y el que va enfrente. Cada coche se moverá a la misma velocidad del coche de enfrente, por tanto, las ecuaciones de movimiento serán:

$$\ddot{x}_n(t) = k_n [\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)] \quad (2.2)$$

Donde  $x$  es la posición,  $\dot{x}$  es la velocidad y  $\ddot{x}$  la aceleración. Y para obtener resultados más realistas  $k_n$  debe ser función de la velocidad y la distancia entre los vehículos,  $k_n = k_n(v_n, x_{n+1} - x_n)$ .

Otro modelo muy famoso que entra en esta categoría —creado por Newell en 1971— es el *optimal-velocity model* [6]. En este modelo, la aceleración está determinada por la diferencia entre la velocidad actual  $v_n(t)$  y la velocidad óptima  $V^{opt}(\Delta x_n)$  que depende de la distancia  $\Delta x_n$  al coche de enfrente.

Las ecuaciones de movimiento entonces quedan de la forma:

$$\ddot{x}_n(t) = k_n[V^{opt}(\Delta x_n) - v_n(t)] \quad (2.3)$$

## Modelos de Autómatas Celulares

Los autómatas celulares han sido usados para simular varios sistemas físicos debido a su gran simplicidad y facilidad para describir procesos estocásticos que son de gran interés para la Física Estadística [3]. Con este tipo de modelos se puede introducir cualquier tipo de factores en la simulación de tráfico, logrando representar más fielmente el sistema real.

En este modelo, cada partícula (vehículo) se mueve dentro de una malla. Para que se de el movimiento se imponen diferentes condiciones. Si el sitio de enfrente no se encuentra ocupado, si no excede la velocidad máxima permitida, etcétera. En estos modelos la velocidad toma un valor entero, dependiendo del número de cuadros de la malla que haya podido avanzar. Este modelo fue introducido por Nagel y Schreckenberg en 1992 y ha sido reconocido como el primer trabajo que ha logrado simular con mayor fidelidad el tráfico real. Más adelante describiré con detalle este modelo ya que es el utilizado en nuestro trabajo.

## Modelos de teoría cinética *Gas-kinetic models*

En este modelo surge la primera idea de estudiar tráfico usando *Mecánica Estadística*. El tráfico es tratado como un gas con interacciones entre partículas. Las interacciones fueron descritas por una ecuación dinámica en espacio fase, análoga a la ecuación de Boltzman en la teoría cinética de los gases. Esta teoría fué hecha por Prigogine y Herman en 1971 [16] [8].

## Modelos macroscópicos

Como ya describí, en los modelos macroscópicos no se distingue cada vehículo en particular. Por tanto se obtiene una descripción semejante a la que se utiliza en dinámica de fluidos en términos de densidades  $c(x, t)$  y flujos  $J(x, t)$ . El tráfico se ve como un fluido compresible formado por vehículos [16] [1]. La densidad y el flujo, estan relacionados por una ecuación de continuidad que para sistemas cerrados, toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

Donde  $J(x, t) = c(x, t)v(x, t)$  es el flujo de tráfico. Lighthill y Whithman suponen que la corriente de tráfico está determinada por el diagrama fundamental *flujo contra densidad*:  $J(x, t) = Q_0(c(x, t))$ . La ecuación no lineal describe la propagación de ondas y para agregar inestabilidades agregaron un término de difusión [7].

$$J(x, t) = Q_0(c(x, t)) - D \frac{\partial c(x, t)}{\partial x} \quad (2.5)$$

A pesar de la gran cantidad de modelos y estudios sobre tráfico vehicular, hasta la fecha no existe ningún modelo que pueda describir fielmente los fenómenos que se pueden encontrar en el sistema real.

Poniéndonos a pensar, efectivamente es demasiado ambicioso de nuestra parte el asumir que con alguna teoría podamos reproducir el tráfico real pues habría que tomar en cuenta aspectos como el temperamento humano y sus efectos en los diferentes hábitos de manejo. Un chofer es inteligente, puede pensar, tomar decisiones y aprender de experiencias. Así como el hecho de que las decisiones y acciones de los choferes pueden depender de aspectos personales, físicos y mentales. Ciertamente es un problema muy complejo para modelar; sin embargo, algunos fenómenos sí se pueden simular mediante una descripción probabilística estableciendo consecuencias de diferentes tipos o modos de manejo, es decir de interacción entre vehículos.



# Capítulo 3

## Fundamentos dinámicos

### 3.1. Autómata Celular

Los Autómatas Celulares (AC) son modelos hechos en una computadora que tienen como característica principal su autonomía. Es decir, se establecen las condiciones iniciales del sistema en cuestión, se define la dinámica que seguirá el sistema planteando todas las posibilidades de movimiento, de modo que el modelo se vuelva completamente autónomo, es decir que tenga una dinámica propia. En otras palabras uno establece las reglas y el sistema evoluciona según las condiciones impuestas.

Este tipo de modelos se utilizan para describir diferentes sistemas físicos. Por ejemplo para nuestro modelo de tráfico vehicular, ponemos el número de coches ubicados en una malla, ponemos las reglas de cómo se van a mover los coches según su entorno —coches vecinos, velocidad máxima permitida, velocidad de los coches vecinos, etcétera— y obtenemos un sistema con movimiento, es decir los coches se irán moviendo a lo largo de la calle. De este modo podemos calcular y cuantificar propiedades macroscópicas para caracterizar el sistema como flujo, densidad, grado de tráfico, etcétera.

Los sistemas de autómatas celulares están formados por *sitios* o *celdas* idénticas a lo largo de una malla, las celdas que pueden tener dos estados —ocupados o libres— por ejemplo, para el modelo de tráfico, una celda ocupada equivaldría a la presencia de un coche. Se pueden además hacer arreglos para describir las propiedades de la dinámica, es decir, del movimiento de dichas *células*. De nuevo ponemos el ejemplo de tráfico: al coche (que le corresponde una celda) le podemos definir su velocidad, aceleración, etcétera, según los diferentes fenómenos que nos interese estudiar. Estas celdas tienen conexiones locales entre sí, dando origen a una inteligencia artificial propia para cada sistema, según las condiciones que se le hayan impuesto.

Este tipo de modelos con ayuda de computadoras, han podido simular el comportamiento de varios sistemas reales como el flujo de fluidos, formación de galaxias o formación de diferentes patrones en la naturaleza.

El concepto de AC lo introdujo por primera vez John von Neuman en 1950 formulando una teoría abstracta de *máquinas con auto-reproducción*.

Nuestro modelo se considera un autómata celular ya que ponemos las condiciones iniciales, establecemos todos los tipos de interacción posible entre los vehículos, ponemos las reglas para que se muevan los coches y dejamos evolucionar el sistema cuantificando las propiedades de interés. Tiene discretizado el espacio, es decir, la resolución de nuestra malla es finita. Del mismo modo, el tiempo y la aceleración están discretizadas.

## 3.2. Relación flujo-densidad

El término “flujo”,  $J$ , lo vamos a definir como el número de vehículos que cruzan un sitio detector por unidad de tiempo. Este flujo depende en gran parte de la cantidad de vehículos que circulen en la calle, es decir de la ocupación de ésta. Por esto gran parte de nuestro trabajo consiste en evaluar cómo variará el flujo con la densidad  $c$  de vehículos (ocupación) y con su velocidad promedio  $V$ . Por ejemplo, con argumentos intuitivos, podemos esperar que mientras  $c$  —la ocupación— sea lo suficientemente pequeña, el flujo final será casi independiente de la ocupación ( $c$ ). A ocupaciones o densidades más altas los vehículos se deberán mover más lento para no chocar entre ellos así que esperamos que disminuya el flujo mientras se incrementa la densidad.

## 3.3. Parámetro de orden

Para poder hablar de transiciones y diagramas de fase en una simulación es necesario hablar del parámetro de orden.

El parámetro de orden es una propiedad cuantitativa que se puede medir o calcular, este toma un valor diferente en cada una de las fases del sistema lo cual nos sirve para identificar el tipo de fase o bien la posición de una interfase. Como ejemplo de parámetro de orden podemos ver la magnetización en el modelo de Ising, que tomará valores promedio entre  $+1$  o  $-1$ . Si graficamos la magnetización con respecto a la posición, encontraremos una interfase cuando se presenta un cambio en el parámetro de orden. En el caso de una transición líquido-gas, el parámetro de orden será esencialmente la densidad, o más precisamente la diferencia de densidades entre las dos fases. Podemos encontrar dos tipos de parámetros de orden según si la propiedad que se cuantifica es o no conservativa. Una variable que se conserva se refiere a que su integral en todo el espacio sea una constante, por ejemplo, en un sistema cerrado (donde no hay transferencia de masa) el número de átomos dentro del sistema se conserva. Con esta definición, para un parámetro de orden que se conserva su integral en todo el espacio será una constante. Por ejemplo, en una mezcla binaria de 2 líquidos (metanol y n-hexano), a concentraciones iguales y bajas temperaturas éstos no se van a mezclar totalmente, tendremos 2 fases: una formada mayormente por metanol con trazas de n-hexano y la otra formada por n-hexano con trazas de metanol. Si subimos

la temperatura del sistema a más de  $43^\circ$  tendremos una mezcla homogénea de ambos compuestos. En este sistema el parámetro de orden lo definimos como la diferencia de concentraciones ( $\phi = |\text{met}| - |\text{n-hex}|$ ) y sí se conserva porque la concentración total del sistema es constante.

Un ejemplo donde el parámetro de orden no se conserva es en una transición Ferromagnética/Paramagnética sin presencia de campos externos, donde la magnetización cambia de ser diferente de 0 a ser igual a 0 según la temperatura ya que se ordenan o desordenan los espines en una malla. El parámetro de orden en este caso lo definimos como la magnetización y no se conserva porque un conjunto de espines se convierten de una fase en otra. Lo mismo pasa en transiciones de fase donde un líquido se convierte en un vapor donde el parámetro de orden es la diferencia de densidades.

En general un parámetro de orden se va a conservar cuando la transición de fase se deba al cambio en arreglos de átomos; como surfactantes en solución, mezclas binarias de líquidos, aleaciones en sólidos, etc. Y para transiciones de fase que involucren cambios de estado, reacciones químicas, transiciones orden/desorden; donde una fase se convierte en la otra el parámetro de orden no se conserva.

De este modo, podemos crear el parámetro de orden de nuestro sistema que nos ayudará a describirlo con mayor facilidad.

El parámetro de orden que seguimos en el sistema de tráfico está basado en la velocidad de cada coche; no es un parámetro de orden que se conserve ya que como veremos está basado en la velocidad de los vehículos, si hacemos una integral en el espacio de todas las velocidades, no será una cantidad que tome el mismo valor en todos los pasos de la simulación. Nuestro parámetro de orden puede tomar tres valores: uno cuando el vehículo va a la velocidad máxima que se le permita circular  $v = v_{max}$ ,  $\phi = 1$ , cero cuando no va a la velocidad máxima pero sin que llegue a frenarse  $v_{max} > v > 0$ ,  $\phi = 0$ ; y menos uno cuando el vehículo está parado  $v = 0$ ,  $\phi = -1$ . Para calcular el parámetro de orden del sistema, calculamos el parámetro de orden de cada coche y promediamos en todo el espacio. Más adelante veremos la gran utilidad de nuestro parámetro de orden.

### 3.4. Tiempo y distancia libres

La *distancia libre* se refiere a la distancia que existe entre un vehículo y el que le sigue. Y el *tiempo libre* está definido como el intervalo de tiempo entre dos vehículos sucesivos. Por ejemplo se pone un detector y cuando pasa un vehículo se empieza a contar el tiempo y se para cuando pasa el siguiente vehículo. En la simulación este tiempo libre se puede cuantificar calculando la distancia entre los coches dividida entre la velocidad que llevan en un tiempo dado.

Haciendo la distribución de distancia y tiempo libres se puede caracterizar el flujo vehicular.

# Capítulo 4

## Modelos microscópicos

### 4.1. El modelo de Nagel-Schreckenberg (NaSch); *Autómatas Celulares*

Los autómatas celulares que describen tráfico vehicular discretizan diferentes variables como la posición, aceleración y tiempo. Se trabaja en una malla unidimensional donde cada posición o “celda” de la malla puede estar vacía u ocupada por algún vehículo en un momento dado.

Por ejemplo, en la figura 4.1, tenemos una malla de cuatro por uno ( $4 \times 1$ ) y la posición (1,1) esta ocupada por un vehículo. Tenemos una matriz de

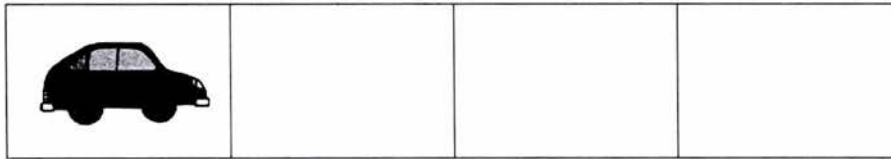


Figura 4.1: Malla

arreglos que definen el número de coche ( $N$ ), su posición ( $x$  y  $y$ ), velocidad ( $v$ ), distancia al vehículo de enfrente ( $d$ ), etcétera. La velocidad puede tomar valores desde 0 hasta  $v_{max}$ . La posición está definida por  $x$  que va desde uno que corresponde al inicio de la malla, celda #1, hasta  $L$  que será el fin de la malla. Este es un modelo para un solo carril por lo que la posición en  $y$  siempre será uno. Definimos otra variable que llamaremos  $d_n$  que indica el número de celdas que hay entre  $N_i$  y  $N_{i+1}$  es decir la distancia al coche de enfrente:  $x_{n+1} - x_n$  a un tiempo dado  $t$ .

Casi todos los modelos de tráfico de AC utilizan una celda para cada vehículo tomando en cuenta su tamaño y el espacio mínimo que se deja entre ellos (en total manejan 7.5m).

Una vez definida la malla, los vehículos y sus posiciones iniciales, se define una dinámica de movimiento, es decir, cómo le van a hacer los coches para moverse; se calculan las nuevas posiciones y para cada paso de tiempo  $t \rightarrow$

$t + 1$ , se calcula el nuevo estado del sistema, es decir se calculan las nuevas posiciones de los coches, definiendo su nuevo estado según el número de lugares que avanzó y los coches que tenga como vecinos.

En el modelo de Nagel y Schreckenberg (NaSch) se siguen cuatro reglas para definir la posición y condiciones del coche para el siguiente tiempo ( $t+1$ ). Si la primera no se ha favorecido ya sea por el entorno o probabilidad, se usa la siguiente regla para la definición del nuevo estado, es decir, intenta con el siguiente “paso”:

- Paso 1: Aceleración, si  $v_n < v_{max}$ , es decir, si la velocidad del vehículo es menor a la velocidad máxima, y el vehículo “cabe”, es decir, no chocará con el vehículo de enfrente  $v_n < d_n - 1$  el vehículo  $n$  puede incrementar su velocidad en una unidad  $v_n = v_n + 1$  con cierta probabilidad  $p$ . De modo que  $x_n(t + 1) = x_n(t) + v_n(t)\Delta t$  la nueva posición será la posición anterior sumada con la nueva velocidad multiplicada por la unidad de tiempo (equivale a un segundo por cada paso de la simulación). Con este paso se logra que los vehículos vayan acelerando cuando tengan espacio.
- Paso 2: Desaceleración debida a la presencia de otros vehículos, si la distancia al coche de enfrente es menor a la velocidad calculada en el inciso anterior (aceleración). Entonces la nueva velocidad del vehiculo estará dada por la distancia que tiene al coche de enfrente (entre el tiempo de un paso de simulación que equivale a un segundo). Si  $d_n \leq v_n$ ,  $v_n = d_n - 1$ ; entonces:  
 $v_n \rightarrow \min(v_n, d_n - 1)$ . Con este paso se logra que si el vehículo no puede acelerar debido a la presencia de otros vehículos, desacelere, de modo que quede atrás del vehículo de enfrente.
- Paso 3: Paso aleatorio. Si no incrementó la velocidad en el *paso 1*, el vehículo desacelerará con cierta probabilidad  $q$ ,  $v_n = v_n - 1$ . Con esto se pretende simular a una persona que no acelere aunque tenga espacio enfrente.
- Paso 4: Movimiento de vehículos. Cada vehículo se mueve de acuerdo a la posición calculada en los pasos anteriores. Ahora es como si hubiera pasado un segundo, y todos los vehículos se moverán según las nuevas posiciones establecidas.

A veces parece que estamos sumando posiciones con velocidades. En realidad lo que sucede es que tenemos tiempos unitarios. Sabemos que:

$$v = \frac{d}{t} \tag{4.1}$$

Entonces al tomar el tiempo de cada *paso* como unitario, podemos sumar la velocidad —que siempre esta dada en unidades de *paso* unitario— con la distancia. Cada *paso* equivale a un tiempo de simulación.

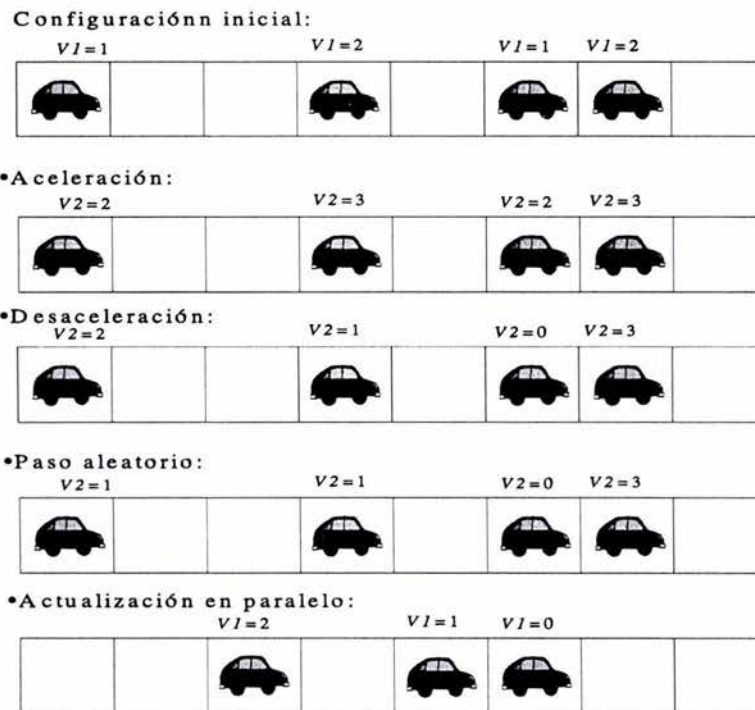


Figura 4.2: Dinámica de movimiento

En la figura 4.2 está esquematizada la dinámica de movimiento. En el dibujo seguí los pasos que lleva a cabo la computadora. El primero de los 5 cuadros, esquematiza el movimiento de *Aceleración* donde cada coche intentará aumentar su velocidad en una unidad ( $v_1 =$  velocidad al tiempo 1); de este modo, la siguiente posición (segundo cuadro) estará dada por la velocidad que traía cada vehículo más la unidad que está acelerando. Para algunos coches no será posible el movimiento ya que chocarían, entonces para los que no pudieron moverse tenemos el paso de *Desaceleración* —segundo cuadro del esquema—. En este paso los vehículos que no pudieron acelerar, se mueven a un lugar atrás del vehículo que tengan enfrente no importante qué distancia ni cuánto desaceleraron. Después sigue el paso *Aleatorio* —tercer cuadro del esquema—, que con cierta probabilidad ( $p$ ) algún vehículo disminuye su velocidad en una unidad. Una vez cumplidas las reglas y definido el siguiente estado para cada vehículo, como se representa en el cuarto cuadro del esquema, se actualizan las nuevas condiciones en “paralelo”, es decir, se mueven todos los vehículos al mismo tiempo.

Con este modelo hemos tratado de reproducir el modelo de Nagel y Schreckenberg “NaSch” que establece el hecho de que siguiendo este mínimo de reglas se reproduce el comportamiento básico del tráfico real. Este modelo no lo reprodujimos fielmente ya que tenemos otra idea para discretizar las variables, es decir, en el tipo de malla y también nuestra manera de cuantificar variables es distinta.

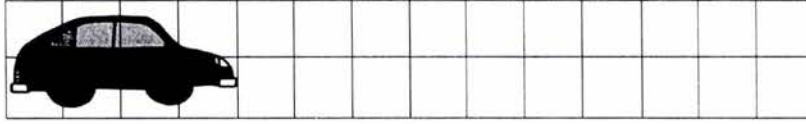


Figura 4.3: Malla discretizada a un metro

La diferencia principal entre el modelo que hicimos para nuestra simulación —modelo LaCa— con los modelos reportados en la literatura es la definición de la malla, nosotros discretizamos el espacio de metro en metro, por lo que no corresponde un coche a cada sitio de la malla sino más bien un coche va en cada cuatro metros como se muestra en la figura 4.3.

## 4.2. Nuestro modelo (LaCa)

El modelo *LaCa* es el que hicimos para mejorar el modelo de NaSch. Al igual que en el modelo de NaSch definimos una malla, donde cada sitio de la malla puede estar lleno o vacío por un cacho de coche, la discretización es como la de la figura 4.3. Una vez definida la malla y los vehículos se estableció la dinámica de movimiento:

- Paso 1: Si la distancia entre un vehículo y el de enfrente es menor de un metro, el coche no se moverá.  $d_n < 5$  ;  $x_n(t) = x_n(t + 1)$ .
- Paso 2: *Paso aleatorio*. El coche disminuirá su velocidad en una unidad con cierta probabilidad  $q$ ;  $v_n = v_{n-1}$ .
- Paso 3: *Aceleración*. Si la velocidad del coche es menor que la velocidad máxima permitida y si la distancia al coche de enfrente es mayor que 1.5 veces la nueva velocidad (la velocidad que traía más uno), entonces podrá aumentar la velocidad en una unidad con cierta probabilidad.  $v_n < v_{max}$ ;  $1.5 * d_n(t) > v_n(t) \rightarrow v_n = v_n + 1 \rightarrow x_n(t + 1) = x_n(t) + v_n(t)$ .
- Paso 4: *Movimiento*. Si las condiciones no se han favorecido, la velocidad estará dada por un promedio entre la velocidad del coche de enfrente y la distancia que exista entre ellos:  $v_n(t + 1) = (v_{n+1}(t)/2) + d_n/2$ ;  $x_n(t + 1) = x_n(t) + v_n(t + 1)$
- Paso 5: *Actualización*. Se actualizan las nuevas posiciones en paralelo.

El primer paso se estableció pensando en que la mayoría de los choferes dejan una distancia tanto frenados como avanzando, nosotros para mayor comodidad, eliminamos las probabilidades de aceleración y de frenado resumiéndolas en una sola probabilidad  $p$  que modifica a su vez las probabilidades de aceleración y de diferentes movimientos de forma similar. El tercer paso

es semejante al primer paso del modelo de NaSch, el vehículo acelerará si tiene espacio, solo que el espacio que debe tener enfrente para acelerar, no será suficiente con que “quepa” sino debe haber una vez y media la distancia al vehículo de enfrente. Si el vehículo no aceleró ni frenó, ya sea por probabilidad o por falta de espacio, se sigue con el cuarto paso que para establecer la nueva velocidad involucra la velocidad y la distancia a la que se encuentra del vehículo de enfrente. Finalmente como en el modelo de NaSch la actualización del sistema es en paralelo.

Otra diferencia con el modelo de NaSch es la discretización de la malla; al hacerlo de metro en metro, se puede tener menos discretizada la velocidad y la aceleración.

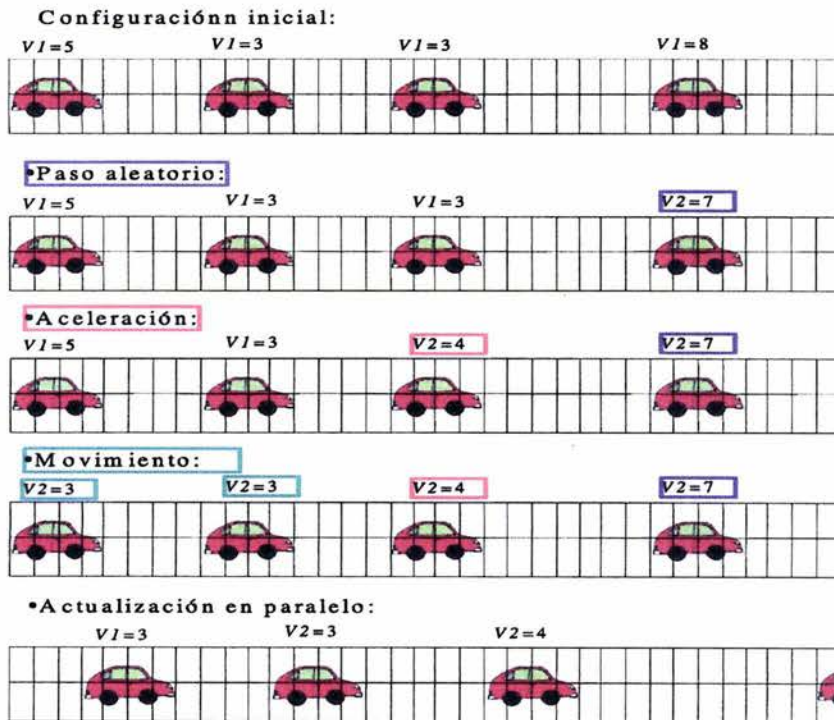


Figura 4.4: Malla discretizada a un metro

La dinámica esta representada gráficamente en el esquema 4.4. En este esquema se ve la discretización a un metro. El primer paso es el *aleatorio* (para ejemplificar el movimiento, seguiré los pasos que hace la computadora sólo una vez). El último vehículo fue el que por probabilidad va a desacelerar en una unidad; pasó de una velocidad inicial de ocho a siete (m/s). El único vehículo que puede acelerar es el tercero ya que, como se estableció en la dinámica, para que un vehículo pueda acelerar debe tener una y media vez la nueva velocidad que se le asignará: tenía una velocidad de cuatro y al multiplicarla por 1.5 nos da seis y la distancia que tiene al vehículo de enfrente es siete ( $d_n = 7$ ) por tanto la nueva velocidad será cuatro ( $3+1=4$ ), Finalmente los dos primeros vehículos se moverán con el paso de *movimiento*:



el primero tiene una distancia al vehículo de enfrente de 4 y el vehículo de enfrente lleva una velocidad de 3 por tanto se moverá con una velocidad de  $3.5 \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$ . Para el segundo vehículo las condiciones son las mismas por lo que termina con una velocidad de  $3 \text{ m/s}$ .

### 4.3. Dos carriles

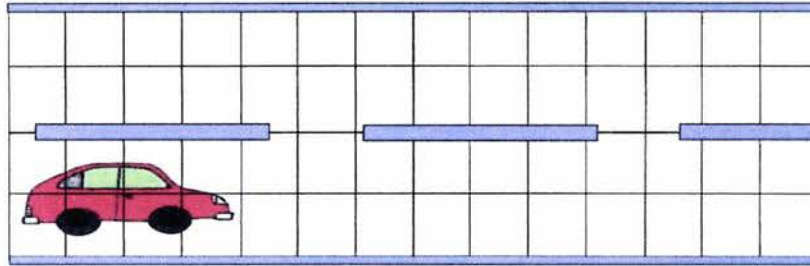


Figura 4.5: Malla de dos carriles

En el modelo de dos carriles la dinámica es similar a la de un solo carril: se crea la malla, se establece la forma de movimiento con sus condiciones a la frontera y dejamos correr la simulación. La principal diferencia entre el modelo de uno y dos carriles es la malla, que queda como se muestra en la figura 4.5. El otro detalle importante es el paso de *cambio de carril*, el cual (como en la vida real) no es muy sencillo, hay que evaluar quién viene atrás y a cuánto viene, si hay espacio adelante, y si en realidad conviene o no cambiarse de carril, en fin.

La dinámica propuesta en el modelo *LaCa* es como sigue:

- *Acelerar*. Si hay espacio para aumentar la velocidad, lo va a hacer, con las mismas medidas que tiene el paso de *acelerar* para el modelo *LaCa* de un solo carril.
- *Frenado aleatorio*. Con el fin de crear ruido en el sistema habrá vehículos que frenen de modo aleatorio —igual que para el caso de un solo carril—.
- *Cambio de carril*. Si el vehículo no aceleró, ya sea por las condiciones o la probabilidad, podrá cambiarse de carril con cierta probabilidad.
- *Movimiento* Donde la velocidad estará dada por un promedio entre la velocidad del coche de enfrente y la distancia que exista entre ellos.
- *Actualización* Se actualizan las nuevas posiciones en paralelo.

El paso extra es el cambio de carril. Este cambio de carril está dado por los siguientes pasos:

1. Encuentra el carril vecino, al cual se quiere cambiar de carril.
2. Evalúa a qué velocidad va el coche de enfrente, para ver si le conviene el cambio de carril.
3. Calcula a qué velocidad va el coche de atrás, para ver si tiene chance de pasar.
4. Ve que otro coche no se vaya a cambiar de carril.
5. Con cierta probabilidad el cambio es aceptado.

Para el modelo de *NaSch* también implementamos el segundo carril, la dinámica es semejante a la del modelo *LaCa* implementando las restricciones respectivas de la dinámica original de *NaSch*. Para no redundar sobre resultados semejantes, no voy a describir las simulaciones del segundo carril para este modelo.

#### 4.4. Dos carriles de vehículos con personalidades designadas

Implementamos una dinámica diferente para los dos carriles. Hasta ahora hemos hablado de probabilidades aleatorias, es decir, a cualquier vehículo le puede tocar ser *lento* en un paso de tiempo, sin embargo no creemos que esto suceda en la vida real. Tenemos la idea de que los conductores manejan todo el tiempo con un estilo en particular, lo que nos llevó a designar *modos de manejo* desde un inicio de la dinámica. Creamos cuatro diferentes *personalidades*: el *normal*, el *lento*, el que se va *cambiando* de carril y los *gandallas*. Al inicio y con cierta probabilidad se designan *personalidades* a los vehículos y cada *personalidad* de vehículo tendrá una dinámica distinta que conservará durante toda su trayectoria.

Vamos a comparar esta forma de *personalidades designadas* con la dinámica de *probabilidades aleatorias* que comúnmente se maneja en los modelos de tráfico vehicular.

La nueva dinámica esta representada en el diagrama 4.6 —no voy a ahondar sobre cada paso pues ya los expliqué en secciones anteriores—

- *Los normales* siguen la dinámica del modelo *LaCa* de dos carriles, las probabilidades de frenado son muy muy chicas o bien igual a cero.
- *Los lentos* son los que frenarán en algunas ocasiones, con una probabilidad establecida.
- *Los cambiadores* tienen una dinámica igual a la de los *normales* pero tendrán una probabilidad más alta de cambiarse de carril.

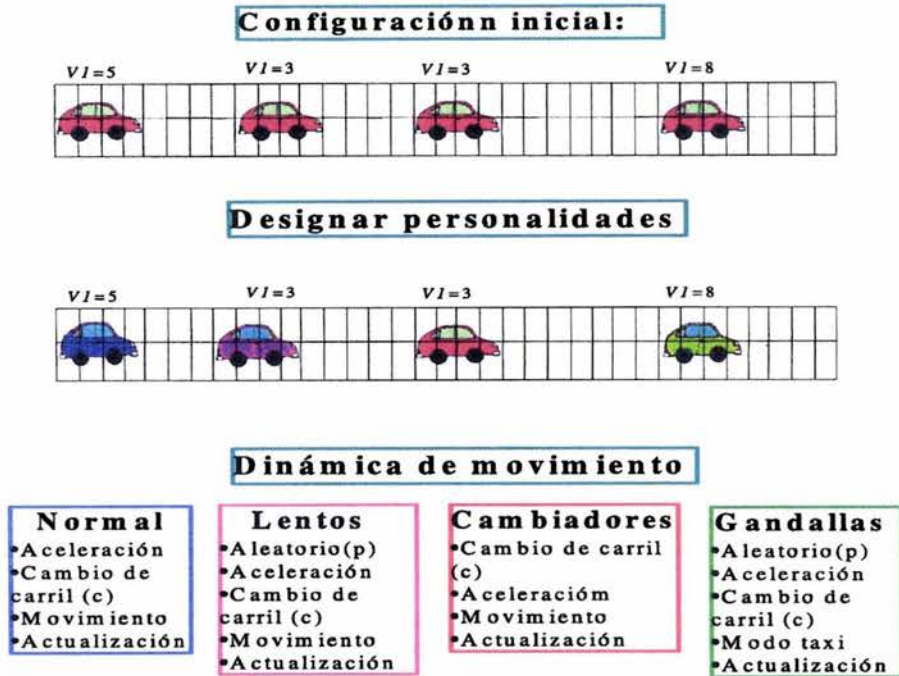


Figura 4.6: Dinámica de tráfico con personalidades designadas

- *Los Gandallas* se le van pegando a los vehículos de enfrente, algo así como lo que hacen algunos taxistas en la Ciudad de México.

## 4.5. Condiciones a la frontera

Ya se describió en las secciones anteriores la designación de los vehículos, los arreglos de velocidad y la dinámica de movimiento, lo que nos falta es ver qué pasa con los coches una vez que van avanzando y llegan al límite de la malla, ¿desaparecen? ¿cómo le hacemos para mantener una densidad constante de vehículos a lo largo de toda la malla?

Para solucionar estos problemas se establecieron *condiciones periódicas* de frontera. Esto quiere decir que lo que sale por el final de la malla entra por el inicio, con esta condiciones se mantiene un número constante de vehículos conservando las condiciones del sistema. Simula un circuito cerrado como se muestra en la figura 4.7, como un verdadero periférico.

## 4.6. Variables que encontramos en el sistema

Con los programas vamos a calcular el *Flujo*, es decir, el número de vehículos que pasan por un punto en un cierto tiempo, otros cálculos interesantes son los histograma de distribución de velocidades y de tiempo libre, es decir,

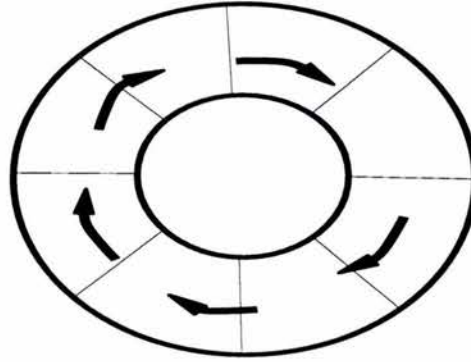


Figura 4.7: Esquema de las condiciones a la frontera

el tiempo que le llevaría a un vehículo  $N_1$  alcanzar al vehículo de enfrente  $N_2$  a la velocidad que tiene en un tiempo dado.

Para los diferentes programas, los cálculos van a variar según diferentes parámetros que se establezcan, por ejemplo, la velocidad máxima permitida con la que los coches pueden circular está directamente relacionada con el flujo y con los diferentes modos de congestión, entonces haremos un estudio detallado de qué pasa cuando variamos la velocidad máxima permitida, también será interesante ver qué pasa cuando (en el caso de dos carriles) cada carril tiene diferente velocidad máxima.

Otros parámetros que se pueden variar son los valores de  $p$  y  $q$  que llevan al porcentaje de vehículos que aceleran o desaceleran cuando “pueden”, alias el número de *lentos*, ¿qué tanto se afecta el flujo al variar los valores de  $p$  y  $q$ , del número de *lentos*?

También es importante ver qué pasa con las condiciones iniciales: si se parte de un sistema ordenado, donde todos los vehículos están repartidos uniformemente en toda la carretera o bien, si los repartimos aleatoriamente en toda la carretera o finalmente si partimos de una distribución inicial que llamamos de *semáforo*, es decir, que todos estén parados haciendo fila y empiecen a avanzar uno por uno.

Estas variables son determinantes para todos los modelos que estudiamos. Existen además otros parámetros específicos para cada programa, por ejemplo, en el caso de los modelos *LaCa* hay que establecer a qué distancia ve un coche la velocidad de coche de enfrente; para el caso de los modelos de dos carriles hay que definir la proporción de coches que se cambian de carril, o bien ¿cuál es la distancia máxima con la que se pueden acercar los vehículos? o ¿qué tanto aceleran cuando les toca acelerar?

En resumen, vamos a variar los siguientes parámetros:

- Para un solo carril, tenemos el modelo NaSch y el LaCa. Para cada modelo vamos a variar la velocidad máxima permitida y el número de torpes, pudiendo analizar el efecto que generan estas variables en cada sistema. Además con el modelo *LaCa* haremos un estudio sobre las condiciones iniciales que se pueden usar en el sistema.

- Para los dos carriles, también tenemos el modelo *NaSch* y el *LaCa*. Como ya los habremos comparado, vamos a trabajar básicamente con el modelo *LaCa* analizando lo que sucede con la variación de la velocidad máxima permitida, el número de lentos y la probabilidad de cambios de carril.
- Para los dos carriles con personalidades designadas, tenemos sólo para el modelo *LaCa* un estudio variando las proporciones de cada uno de los vehículos designados.

## 4.7. Tipo de resultados

Como ya se comentó, para todos los modelos hay diferentes variables y un montón de análisis que se pueden hacer, sin embargo vamos a tener un modo general para analizar los resultados. En esta sección se van a describir todas las gráficas que realizamos para poder llegar a un análisis de resultados.

### Gráficas de flujo contra ocupación

Podemos contar cuántos coches pasan en cierto tiempo por un lugar; a esta cantidad le denominamos Flujo ( $J$ ).

El flujo varía según diferentes condiciones, por ejemplo en un circuito cerrado si todos los coches van muy rápido el flujo será de una magnitud, es decir, pasarán un cierto número de coches por un lugar en cierto tiempo y si la misma cantidad de coches van mucho más despacio —en el mismo tiempo— el flujo será menor, es decir, pasarán menos coches por el mismo lugar. Estos resultados se vuelven más interesantes al ver cómo varía el flujo, con las mismas condiciones pero aumentando el número de coches, es decir, cómo irá variando el flujo con respecto al número de vehículos.

Este número de coches lo cuantificamos en porcentaje de ocupación (%), es decir, qué tanto de la calle esta ocupada; por ejemplo, si los coches estuvieran pegados defensa con defensa en toda la calle, la ocupación sería del 100%. De este modo podemos calcular —con la medida de los coches y la medida de la calle— cuál es el porcentaje de ocupación (%).

Finalmente graficamos Flujo ( $J$ ) contra Ocupación (%); de este tipo de gráficas obtendremos la mayoría de nuestras conclusiones, analizando qué tanto se mueve esta gráfica variando diferentes condiciones, por ejemplo, qué pasa al variar la velocidad máxima permitida o las condiciones iniciales.

Un esquema de este tipo de gráficas, es la que se muestra en la figura 4.8, donde se puede ver que en un principio la densidad es tan chica que al aumentar el número de vehículos el flujo crece linealmente, entre más coches hay, más pasan por un punto en un tiempo; finalmente llega un momento en el que los vehículos ya no pueden circular libremente, sino que van interactuando entre ellos, dando origen a un decremento en el flujo conforme aumenta

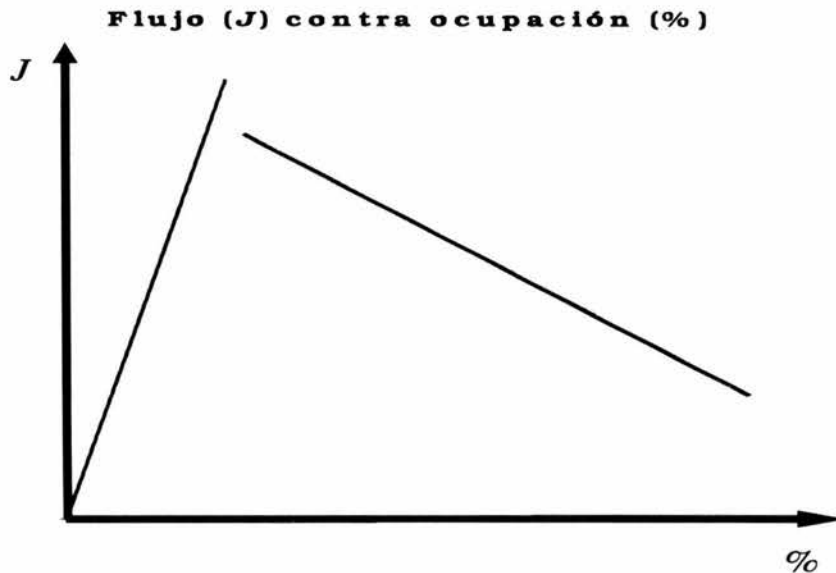


Figura 4.8: Gráfica de flujo (J) contra ocupación

la densidad. Más adelante se explicarán con detalle para cada simulación los resultados de este tipo de gráficas.

### Tipos de movimiento y el parámetro de orden

El parámetro de orden es una magnitud que inventamos para medir qué tan congestionada esta la calle, es decir, cuánto tráfico hay; toma valores de  $-1$  para zonas totalmente congestionadas y  $+1$  para cero congestionamiento. Este parámetro de orden o nivel de congestionamiento esta relacionado con la velocidad de los coches, entre menor sea la velocidad, menor será el valor del parámetro de orden. Por ejemplo si todos los coches estan parados, el nivel de congestionamiento es muy alto entonces el parámetro de orden es  $-1$ .

Con ayuda del parámetro de orden, se encontraron tres diferentes tipos de flujo que se podrán identificar para clasificar el estado del sistema en estados cero congestionados (*flujo libre*), un poco congestionados (*avanza*) y muy congestionados (*para y avanza*).

Cuando hay pocos coches (menos del quince por ciento de ocupación) caben en toda la carretera sin tener que interactuar entre ellos, no se van viendo y pueden ir a la velocidad máxima permitida. Con este sistema, el flujo crece conforme aumenta el número de coches —pasan más coches por un sitio en un tiempo—. Esto se da sólo para densidades pequeñas. A este tipo de flujo le llamamos *flujo libre*; la densidad, o bien el número de coches es tan chico que no llegan a interactuar entre ellos y por lo tanto, entre más coches, mayor será el número de estos que pasen por un contador.

### Parámetro de orden contra ocupación (%)

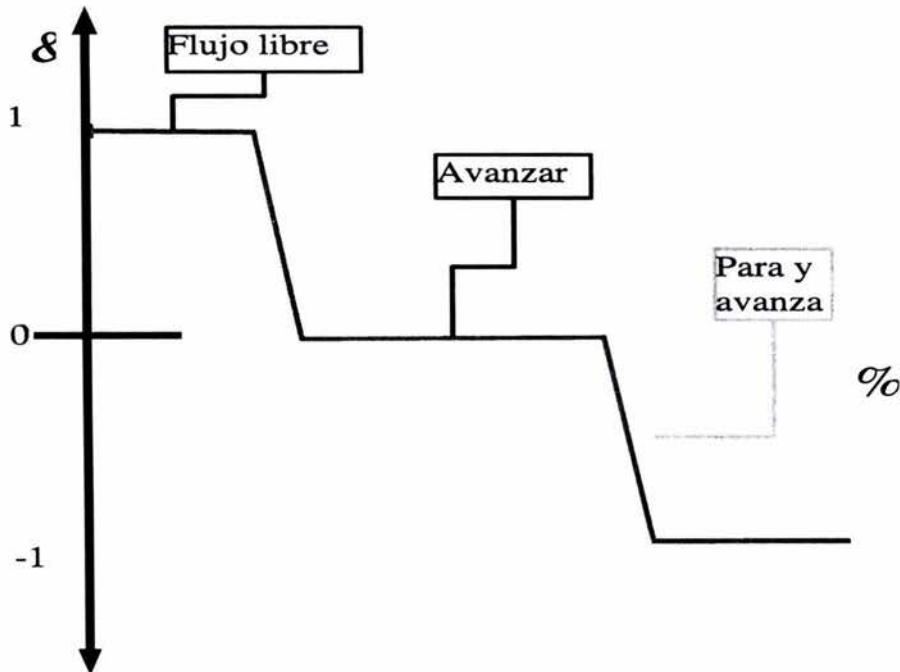


Figura 4.9: Gráfica de parámetro de orden contra ocupación

A densidades más altas el *flujo libre* desaparece ya que empieza a existir interacción entre vehículos, ahora el flujo ya no crece conforme se aumenta el número de vehículos sino más bien hay un descenso del flujo conforme aumenta la densidad. Los vehículos ya no pueden moverse a la velocidad máxima permitida, van viendo coches enfrente sin poder acelerar.

Suponemos la existencia de dos tipos de movimiento una vez que tenemos una densidad lo suficientemente grande como para que exista la interacción entre vehículos, es decir cuando la pendiente del flujo es negativa. El primer tipo de movimiento se da cuando un vehículo lleva una velocidad alta y se para completamente al encontrar otro vehículo. El segundo tipo de movimiento que suponemos se da cuando el vehículo no se para completamente, sigue avanzando pero a una velocidad menor que la máxima.

Al tipo de flujo donde los coches van avanzando sin detenerse pero sin circular a la velocidad máxima debido a la presencia de otros vehículos le llamamos *avanza*, el flujo decrece al aumentar el número de coches.

El caso límite del flujo tipo *avanza* es cuando hay un exceso de coches, el porcentaje de ocupación (%) es muy alto, por tanto los coches se empiezan a detener. Como cuando el periférico está llenísimo y se avanza un poco, luego se detiene el movimiento para volver a avanzar posteriormente. A este tipo de flujo le denominamos *para y avanza*. Con este tipo de movimiento, el flujo (de la misma manera que en el *avanza*) va decreciendo conforme aumenta la densidad de vehículos, hasta que llega un momento en el que la ocupación es

tan alta que el flujo es cero.

El parámetro de orden, nos sirve para identificar el tipo de movimiento que se presenta en la calle ya que, en la gráfica de flujo es imposible identificar las fases. En la figura 4.8 se puede ver la gráfica de flujo contra densidad, cómo al principio el flujo aumenta conforme aumenta el número de coches, a esta zona es a la que llamamos *flujo libre*, los coches no interaccionan entre sí y pueden ir a la velocidad máxima permitida. Aproximadamente a 20 % de ocupación el flujo comienza a decrecer, al principio el flujo es razonablemente grande, tenemos un sistema medio congestionado, este flujo va decreciendo hasta que llega a cero. Con la gráfica de flujo no se puede diferenciar la zona del movimiento tipo *avanza del para y avanza*. En cambio, si vemos la gráfica del parámetro de orden, se pueden diferenciar perfectamente los tres grados de tráfico y entonces describir el estado del sistema.

### Histogramas de distancia y tiempo libres

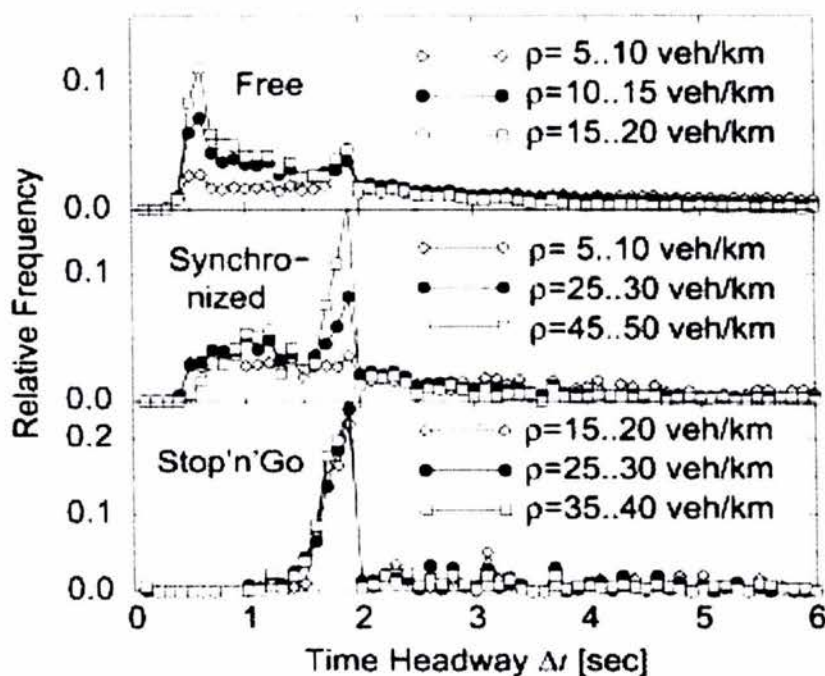


Figura 4.10: Gráfica de tiempos libres (tomada de Chowdhury et al [1])

El histograma de distancia libre corresponde a hacer una gráfica de frecuencias de distancia entre vehículos, entonces, para cada vehículo se cuentan los lugares que hay entre éste y el de enfrente luego se hace el histograma. Los resultados que se obtienen son como el que se muestra en la figura 4.10. Con este tipo de gráficas también podríamos identificar los grados de tráfico, sin



embargo resulta mucho más impreciso y complicado de analizar que usando el parámetro de orden, sin embargo de vez en cuando los utilizaremos para analizar detalles de las simulaciones.

Del mismo modo, el histograma de tiempo libre, corresponde a una gráfica de frecuencias de tiempo libre, alias el tiempo que le llevaría un vehículo  $N$  alcanzar al vehículo  $N + 1$  a la velocidad que lleva en determinado tiempo. Este tiempo libre se calcula con la fórmula básica de  $t = d/v$ , finalmente se hace una gráfica de frecuencia de tiempos libres.

### Posición contra tiempo

Unas gráficas muy bonitas, son las de posición —de todos los coches— contra tiempo. Este tipo de gráficas son muy útiles para identificar zonas de congestiónamiento —*jams* o *tráfico*—, por ejemplo en la figura 4.11 se pueden identificar las zonas muy congestionadas y otras no tanto, se ven las líneas de trayectoria de diferentes vehículos. Este tipo de gráficas no son de mucha utilidad ya que utilizan muchísima memoria y no son muy eficientes para analizar cuantitativamente el sistema y obtener conclusiones, aunque encierran un gran contenido de información.

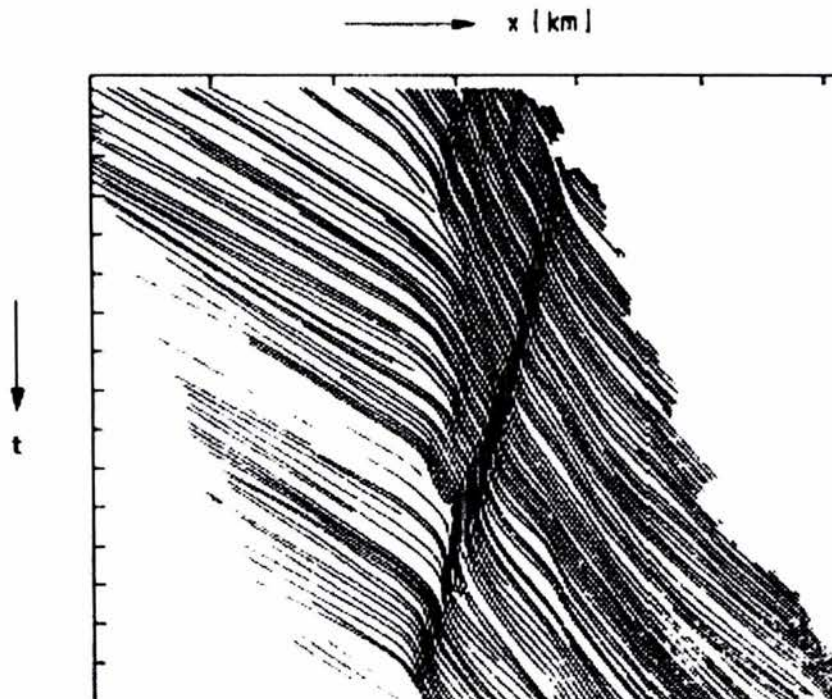


Figura 4.11: Gráfica de posición contra tiempo, D. Chowdhury et al. Physics Reports (2000).

# Capítulo 5

## Mapa de ruta y Resultados

En este capítulo vamos a describir los resultados de todas las simulaciones. Para no confundirnos entre la gran cantidad de resultados, hicimos unos cuadros de trabajo (5.1 y 5.2) donde se esquematiza el número de simulación y las variables que se trabajan, de modo que sea fácil identificar la simulación a que nos referimos a la hora de explicar los resultados.

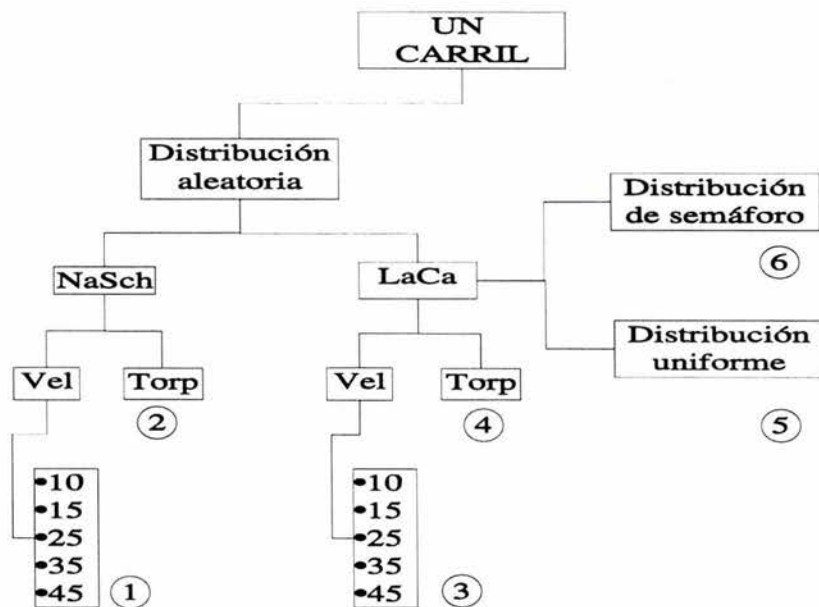


Figura 5.1: Cuadro de trabajo para un carril

### Un carril

De la simulación uno a la seis, tenemos los modelos de un sólo carril. Los dos programas que se estudiaron para este carril, son las simulaciones con



dinámica de movimiento tipo *NaSch* (Nagel y Schreckenberg) y la simulación con la dinámica que nosotros hicimos a la que llamamos modelo *LaCa*.

Estas primeras simulaciones tienen la intención de revisar y comparar nuestro modelo con el de *NaSch*, por tanto, vamos a variar diferentes parámetros con el fin de comparar resultados y evaluar nuestro modelo. Vamos a variar la velocidad máxima permitida y el número de *lentos*; además haremos un estudio localizado de las diferencias en los resultados obtenidos según la distribución inicial de los vehículos.

Empezamos con el modelo de *NaSch* para el cual tenemos como resultado las dos primeras simulaciones (1) y (2):

- Un carril con la dinámica del modelo de *NaSch* con una distribución inicial aleatoria variando las velocidades máximas permitidas.
- Un carril, también con la dinámica del modelo de *NaSch*, igual con una distribución inicial aleatoria y variando el número de torpes .

Para nuestro modelo (*LaCa*), tenemos de las simulaciones tres a la seis. La simulación tres (3) y cuatro (4), son semejantes a las dos primeras de *NaSch*, donde se varía la velocidad máxima permitida y el número de torpes. Además analizamos para nuestro modelo qué pasa con las diferentes distribuciones iniciales —simulación cinco (5) y seis (6)—.

- Un carril con la dinámica del modelo *LaCa* iniciando con una distribución aleatoria y variando la velocidad máxima permitida.
- Un carril con la dinámica del modelo *LaCa* iniciando con una distribución aleatoria y variando el número de torpes.
- Un carril con la dinámica del modelo *LaCa* iniciando con una distribución uniforme.
- Un carril con la dinámica del modelo *LaCa* iniciando con una distribución de semáforo.

## Dos carriles

En las simulaciones de dos carriles, tenemos una sola corrida para el modelo de *NaSch*: la número 15.

Para nuestro modelo, tenemos las dos dinámicas principales: la primera (como ya describí en el capítulo anterior) es semejante a las simulaciones de un sólo carril, donde manejamos puros casos y eventos aleatorios. La novedad de la segunda dinámica es que ahora trabajamos con personalidades definidas.

Con la primera dinámica —de eventos aleatorios— tenemos la simulación nueve (9), donde analizamos el flujo según la proporción de torpes. En la simulación ocho (8), estudiamos la diferencia del flujo según las velocidades máximas permitidas, con la novedad de que ahora se puede establecer una velocidad máxima diferente para cada carril, simulación siete (7).



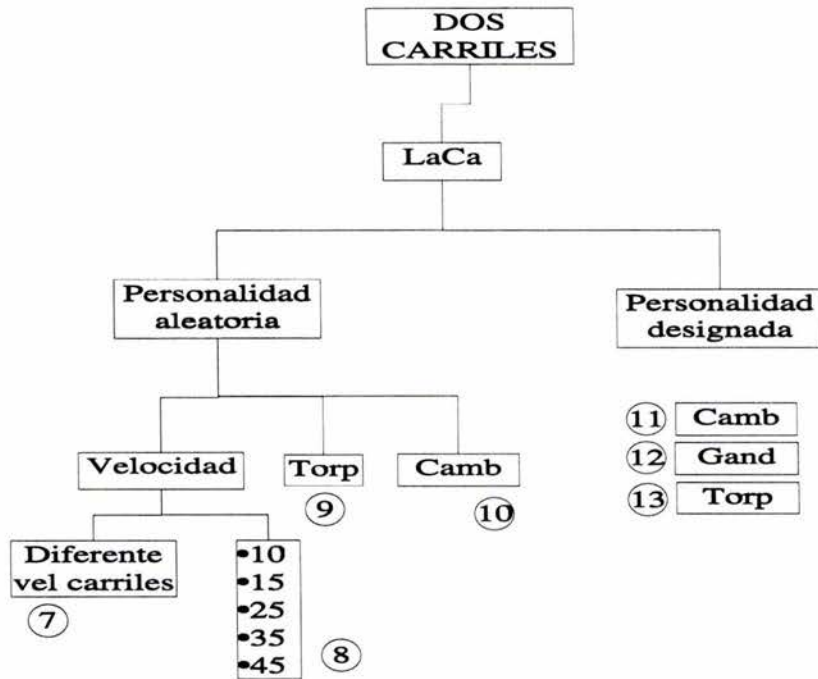


Figura 5.2: Cuadro de trabajo para dos carriles

En la segunda dinámica —con personalidades designadas— tenemos la serie de resultados 11, 12, 13 y 14, que corresponden a cambiadores, gandallas, normales y torpes designados respectivamente.

- Dos carriles, con la dinámica del modelo LaCa variando la velocidad máxima entre entre los dos carriles.
- Dos carriles con la dinámica del modelo LaCa variando la velocidad máxima general para los dos carriles.
- Dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa variando la proporción de torpes.
- Dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa variando la proporción de cambiadores de carril.
- Dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa de personalidades designadas variando la proporción de cambiadores de carril.
- Dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa de personalidades designadas variando la proporción de gandallas designados.
- Dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa de personalidades designadas sin extremos de ningún tipo, alias, mayoría de normales.



- Dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa de personalidades designadas variando la proporción de torpes.

## 5.1. Un carril usando la dinámica del modelo de NaSch con distribución aleatoria y variación de velocidades

En la introducción se encuentra la gráfica 2.1 donde se representan un promedio de mediciones experimentales de flujo y densidad; estos datos se obtuvieron de la vía Queen Elizabeth en Ontario (Canadá). Desde esta gráfica se puede analizar la variación general del flujo con respecto a la densidad de vehículos. Entre los resultados más importantes tenemos los siguientes: para densidades bajas, hay una relación lineal del flujo con respecto a la densidad. Esta relación lineal tiene un límite, en el cual se invierte el comportamiento: al aumentar la densidad el flujo decrece. Una vez conocidos algunos resultados experimentales, esperamos que de nuestros modelos, obtengamos un comportamiento similar en el flujo.

Tenemos entonces un carril con la dinámica del modelo de NaSch. La distribución inicial de los vehículos es aleatoria y trabajamos para velocidades de 10, 15, 25, 35 y 45 m/s. Obtuvimos la gráfica 5.3.

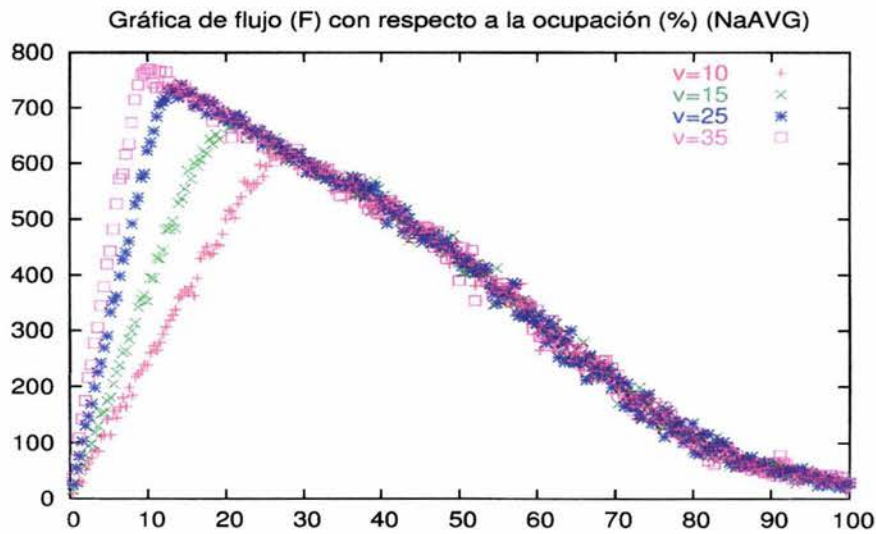


Figura 5.3: Flujo contra densidad

Es reconfortante ver que en nuestras simulaciones efectivamente el flujo aumenta linealmente conforme aumenta la ocupación —para densidades pequeñas— y que este crecimiento lineal termine, para invertirse y entonces el flujo decaiga al aumentar la densidad, como en las mediciones experimentales



(ver gráfica 2.1). Una vez confirmado que nuestro modelo funciona analizamos con detalle los diferentes resultados con las herramientas que tenemos —descritas en el capítulo anterior—.

Al crecimiento lineal del flujo conforme se aumenta la densidad, le llamamos *flujo libre*. Analizando con más detalle este tipo movimiento, se puede ver que para densidades en las que el crecimiento del flujo es lineal, los vehículos se pueden mover libremente y por tanto, entre más coches, mayor es el flujo —recordamos que el flujo es el número de coches que pasan por un punto en cierto tiempo—.

Con este tipo de movimiento, que llamamos *flujo libre*, casi no hay interacciones entre los vehículos; es el modo más eficiente y seguro para circular. A una cierta densidad, los vehículos ya no caben sin interactuar ni estorbarse, así que conforme se va aumentando la densidad más se van estorbando y es cuando el flujo decae bruscamente; terminan estas condiciones ideales de *flujo libre* y empieza el congestionamiento.

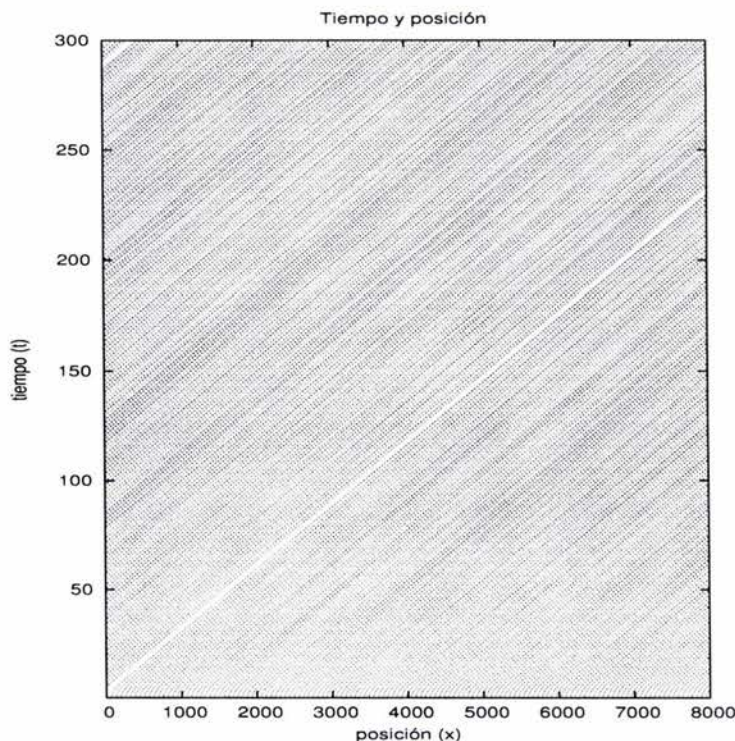


Figura 5.4: Gráfica de posición para diferentes tiempos en zonas de circulación tipo *flujo libre*.

Como ya expliqué, se van a encontrar dos tipos de congestionamiento, el primero cuando los coches van cerca, pero siguen avanzando de manera fluida, a este tipo de movimiento le llamamos *avanza*. El segundo tipo de congestionamiento, se da cuando la densidad es lo suficientemente alta de modo que los coches no pueden fluir continuamente, sino más bien se van parando y avanzando en intervalos cortos de tiempo; a este tipo de flujo



le designamos *para y avanza*. En la gráfica de flujo contra ocupación no se pueden identificar estos detalles, es por eso que (como se especificó en la sección anterior), se realizaron otro tipo de gráficas y análisis como el del *parámetro de orden*.

Otra gráfica que se puede estudiar es la de tiempo y posición (figura 5.4), en la cual graficamos la posición a lo largo de la carretera de cada coche en el eje  $x$  y el tiempo en el eje  $y$ . En condiciones ideales, cuando hay movimiento tipo *flujo libre*, se ven rectas bien definidas ya que los vehículos van avanzando uniformemente sin congestionarse.

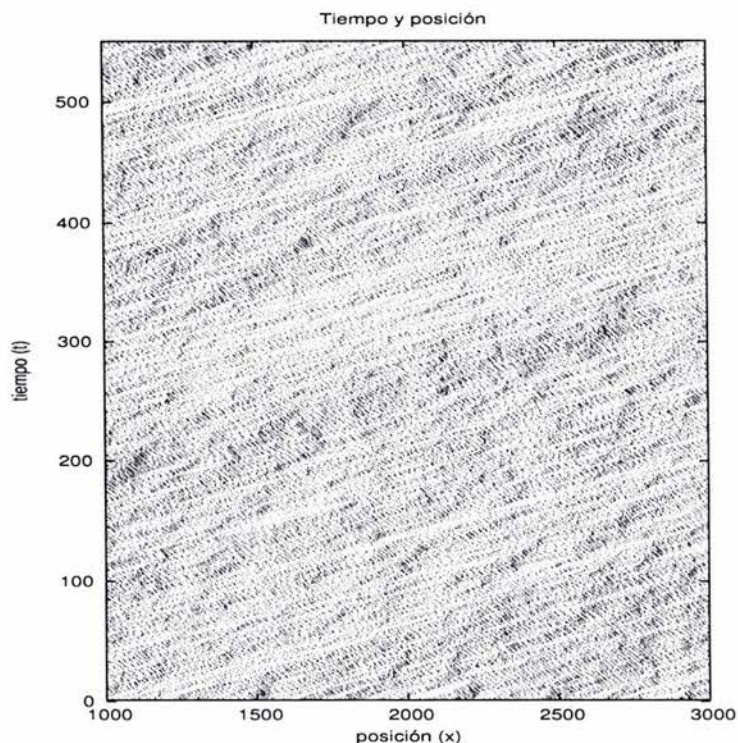


Figura 5.5: Gráfica de posición en zonas de circulación tipo *avanza*.

En cambio, para el flujo tipo *avanzar* (figura 5.5), se alcanzan a ver zonas congestionadas que son las zonas más oscuras de la gráfica de la figura 5.5. La gráfica que parecía lisa (figura 5.4), ahora aparece con diferentes zonas más oscuras que indican congestionamiento, ya que los vehículos se van deteniendo en ciertas zonas de la malla.

Finalmente a lo que íbamos: ¿qué pasa si se varía la velocidad máxima permitida de circulación? Como se puede ver en la gráfica de la figura 5.3, para distintas velocidades máximas la gráfica cambia. La pendiente del crecimiento del flujo con respecto a la densidad, se va haciendo menor mientras disminuya la velocidad máxima. Este comportamiento es explicable, entre menor sea la velocidad máxima permitida, menos vehículos pasarán por un cierto lugar en cierto tiempo.

Sin embargo, como la velocidad es menor, los vehículos necesitarán menos



espacio para seguir moviéndose en el modo *flujo libre*, así que el rango de densidades para las que este tipo de movimiento predomina se vuelve más grande.

En la gráfica 5.3 se ve que para una velocidad de 35 m/s, que equivale a 97 Km/h, las densidades a las que se tiene el flujo ideal —el más seguro y eficiente— deben ser menores del 10% y para velocidades de 10 m/s (27 Km/h) el rango de *flujo libre* aumenta hasta densidades de un 25%. Así que las “condiciones ideales” son difíciles de lograr en la circulación real, sería ridículo establecer velocidades máximas de 25 Km/h en un periférico con el fin de garantizar “seguridad” de los choferes, prevenir accidentes y eliminar congestión —sin tomar en cuenta que las velocidades máximas permitidas no le importan a casi nadie—. Así que en la Ciudad de México en muy pocas ocasiones encontraremos este tipo de flujo, en cambio en carreteras no muy transitadas seguramente encontraremos este tipo de densidades. En la gráfica 5.3 tenemos simulaciones para:

- 45 m/s (162 Km/h)
- 35 m/s (126 Km/h)
- 25 m/s (90 Km/h)
- 15 m/s (54 Km/h)
- 10 m/s (36 Km/h)

En la gráfica se puede ver el efecto sobre la velocidad máxima permitida en la diferencia de pendientes del *flujo libre* al variar la velocidad máxima permitida.

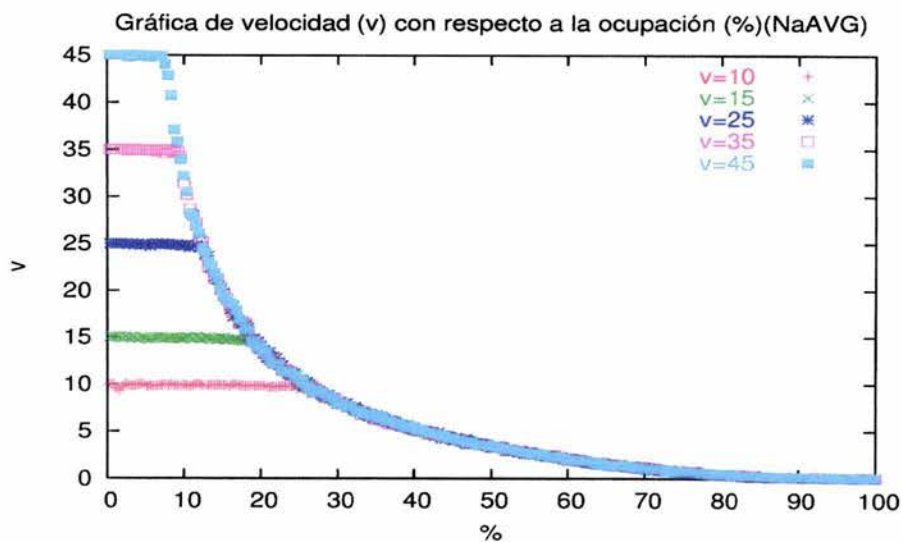


Figura 5.6: Velocidad promedio contra densidad





Resalta a simple vista que la pendiente de caída del flujo con respecto a la densidad es la misma para todas las velocidades máximas simuladas.

Con estos resultados podemos estimar que para la serie de velocidad máxima de 35 m/s y una densidad de 25 % la velocidad promedio de los vehículos, está en 10 m/s, lento, ¿no?, esta estimación se hace viendo que el sistema con vehículos que van a 10 m/s como velocidad máxima y densidades de 25 % le corresponde el mismo flujo que los que podrían ir a 35 m/s, pero a densidades de 25 % les resulta imposible.

En la gráfica 5.6 tenemos la variación de la velocidad promedio de los vehículos con respecto a la densidad donde se ve cómo la velocidad promedio después del flujo libre disminuye y la velocidad será la misma. Aunque se ponga un límite de velocidad mucho más alto, nadie podrá ir más rápido.

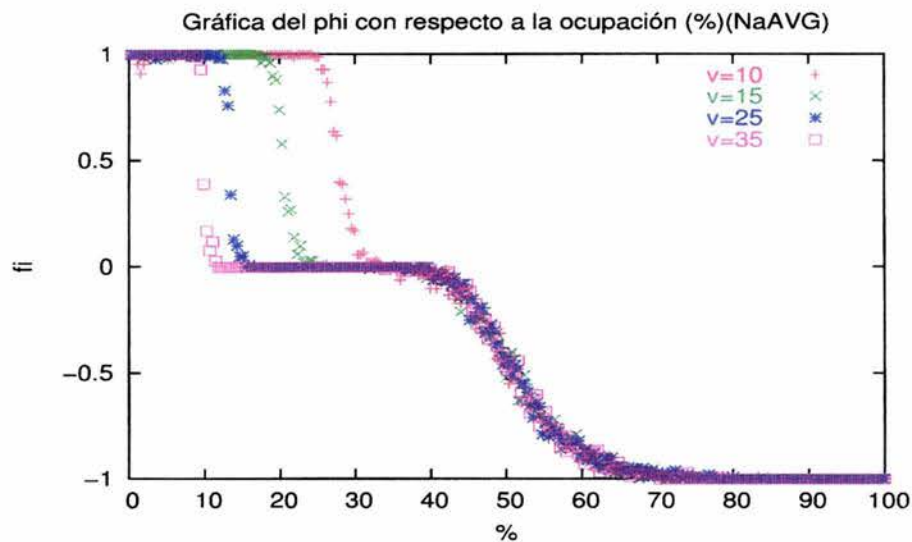


Figura 5.7: Parámetro de orden contra densidad

En esta gráfica, todavía no se puede identificar el movimiento *avanza* del *para y avanza*, así que tenemos cálculos del parámetro de orden de donde obtuvimos la gráfica 5.7.

El parámetro de orden —como ya se explicó con detalle en la sección anterior— está basado en velocidades promedio, hicimos distinciones entre velocidad igual a velocidad máxima (que le corresponde valor de uno), velocidad menor que velocidad máxima pero mayor que cero (donde el parámetro de orden toma valores de cero) y velocidad igual a cero (que le corresponde valor de menos uno). Con este parámetro de orden, se pueden diferenciar los tres diferentes tipos de movimiento, que por el momento, nos servirá para afirmar que variando la velocidad máxima permitida, lo que varía es el rango de densidades para los cuales tenemos *flujo libre*, pero para densidades más altas no habrá diferencia en la transición de *avanza* y *para y avanza* y el flujo es semejante.



## 5.2. Un carril con la dinámica del modelo de NaSch y distribución aleatoria con la variación del número de *lentos*

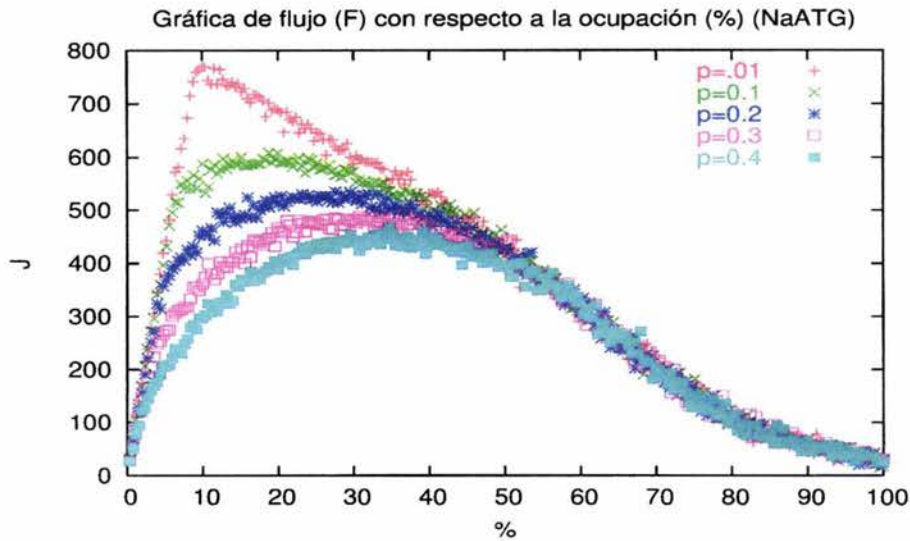


Figura 5.8: Gráfica de flujo y densidad variando la proporción de “lentos” aleatorios para el modelo usando la dinámica de NaSch y una distribución inicial aleatoria.

Como se especificó al describir la dinámica de los modelos, un parámetro que se puede variar, es el número de personas que no aceleren a pesar de que tengan espacio, sino más bien van a disminuir su velocidad en una unidad, ya sea por precaución o distracción. Con esto tratamos de involucrar factores “humanos”. Los choferes en la circulación real no son perfectos, no todos manejamos del mismo modo ni con la misma precaución.

En la simulación metemos estos factores humanos variando el parámetro  $p$  que involucra un factor de frenado de forma aleatoria (como se especificó en la descripción de los modelos). Para las simulaciones anteriores, se fijó la  $p$  con un valor de uno tratando de evitar el ruido en los resultados y analizar las gráficas fácilmente. Ahora, al variar este parámetro se crea ruido en el sistema y cambia un poco la gráfica.

En la gráfica 5.8 tenemos los resultados de simulaciones con diferentes valores de  $p$ , que van de 0.01, 0.1, 0.2 y 0.3. Se puede ver que el flujo va disminuyendo de manera considerable, sobre todo para densidades menores del 30% a la hora de aumentar el número de lentos.

Tenemos una sección de flujo libre, que con la presencia de *lentos* o *torpes*, va disminuyendo hasta desaparecer a valores de  $p$  de 0.4.

El flujo total también disminuye de manera impresionante, aún con una pequeñísima proporción de *torpes*.



Después del 40 % de ocupación, para cualquier valor de  $p$ , el flujo se convierte en un “mazacote” de congestionamiento; la diferencia en el flujo con “torpes” y sin ellos, ya no es muy notable.

Otro detalle que es importante observar es la aparición de fluctuaciones —el ruido— que se vuelven más notorias al incrementar el valor de  $p$ , aunque no se compara con las fluctuaciones del flujo de datos experimentales (gráfica 2.1).

Lo que se puede concluir inmediatamente, es que con un bajo porcentaje de choferes *lentos* o *torpes* para manejar el flujo se afecta considerablemente, y el rango de densidades para las que domina el *flujo libre* disminuye.

### 5.3. Un carril con la dinámica del modelo *LaCa* y distribución inicial aleatoria variando la velocidad máxima permitida.

Las siguientes simulaciones ya son usando la dinámica del modelo que inventamos, al que le llamamos *LaCa*.

En esta simulaciones tenemos una calle de un solo carril y la distribución inicial sigue siendo aleatoria. Vamos a estudiar qué pasa cuando se varía la velocidad máxima permitida, como lo hicimos para el modelo de *NaSch*.

La gráfica se parece a la que obtuvimos del modelo de *NaSch*, tenemos un *flujo libre* —el flujo que va creciendo linealmente al aumentar la densidad— hasta el punto de saturación, donde se invierte la relación —al aumentar la densidad disminuye el flujo—. Aproximadamente a un 80 % de densidad el flujo se vuelve cero —congestionamiento total—.

Las gráficas del parámetro de orden y de velocidad promedio, son muy semejantes a las de *NaSch* por tanto, así que lo interesante será la comparación entre los dos modelos.

Empezamos con la comparación del flujo, que en el modelo *LaCa*, más o menos sigue la misma tendencia que en el modelo de *NaSch* aunque en este último, el flujo libre claramente termina antes en nuestro modelo. Después viene el descenso del flujo con un cambio de pendiente en 40 % de ocupación, cosa que no sucede en el modelo de *NaSch*. En nuestro modelo, el flujo se vuelve cero aproximadamente al 80 %.

Con el parámetro de orden se puede identificar el tipo de movimiento de los vehículos. Para nuestro modelo, el *flujo libre* termina un poco antes que para el modelo de *NaSch*, no es muy importante la diferencia. Sin embargo en nuestro modelo la velocidad promedio de los vehículos no tiene valores de cero hasta 65 % de ocupación, donde empieza el movimiento tipo *para y avanza*. En cambio, en el modelo de *NaSch*, el flujo tipo *avanzar* termina muy pronto, a densidad de 30 % de ocupación.

Esta diferencia es importante, ya que como se analizó en un principio, el modelo de *NaSch* no creemos que reproduzca muy fielmente el tráfico real,



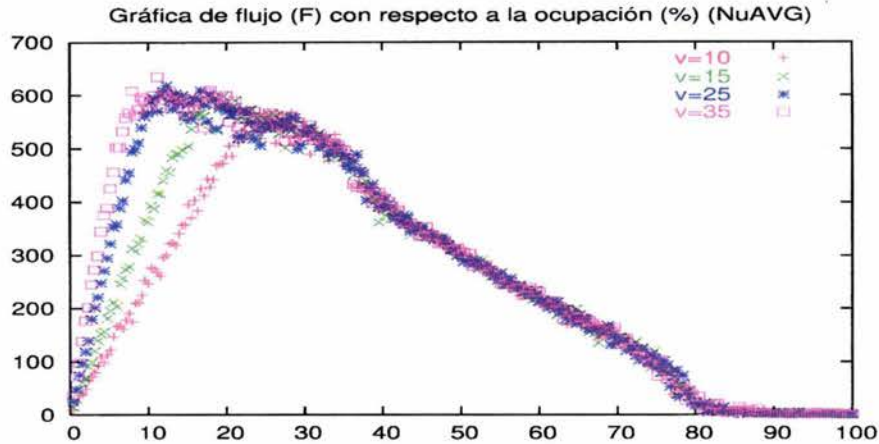


Figura 5.9: Gráfica de flujo y densidad variando la velocidad máxima permitida usando la dinámica del modelo LaCa y una distribución inicial aleatoria.

ya que origina un sobreaceleramiento para llegar a frenarse justo atrasito del coche de enfrente, sin poder moverse en el siguiente paso debido a la cercanía del vehículo de enfrente, ocasionando que la velocidad de algunos autos sea cero y disminuya el promedio.

Nosotros adoptamos este tipo de movimiento (el que se obtiene del modelo NaSch) nombrandolo tipo “taxista” o un tipo de *gandalla*. Estos vehículos van moviéndose bruscamente. Más adelante identificaremos qué pasa con este tipo de movimiento mezclado con el movimiento que llamamos *normal* en una dinámica tipo *LaCa*.

Otra gráfica que hay que revisar es la comparación de la velocidad promedio en ambos modelos. Como vimos anteriormente la velocidad promedio va disminuyendo, ahora hay que ver si los dos modelos siguen una tendencia semejante. Para eso hicimos la gráfica 5.10 donde sorprendentemente se ve que las velocidades promedio van muy parecidas a pesar de que en el modelo NaSch la velocidad de algunos vehículos toma valores de cero a densidades no muy altas.

En la gráfica 5.11 tenemos el logaritmo de la velocidad promedio con respecto a la ocupación. Con el fin de encontrar con qué forma desciende la velocidad promedio al aumentar la densidad. Analizando la gráfica 5.11 encontramos que el decremento de la velocidad va como:  $\ln v$  vs %;

$$\ln v = m \% + b;$$

$$v = A \exp m \%$$

dada la recta que se obtiene de la gráfica.



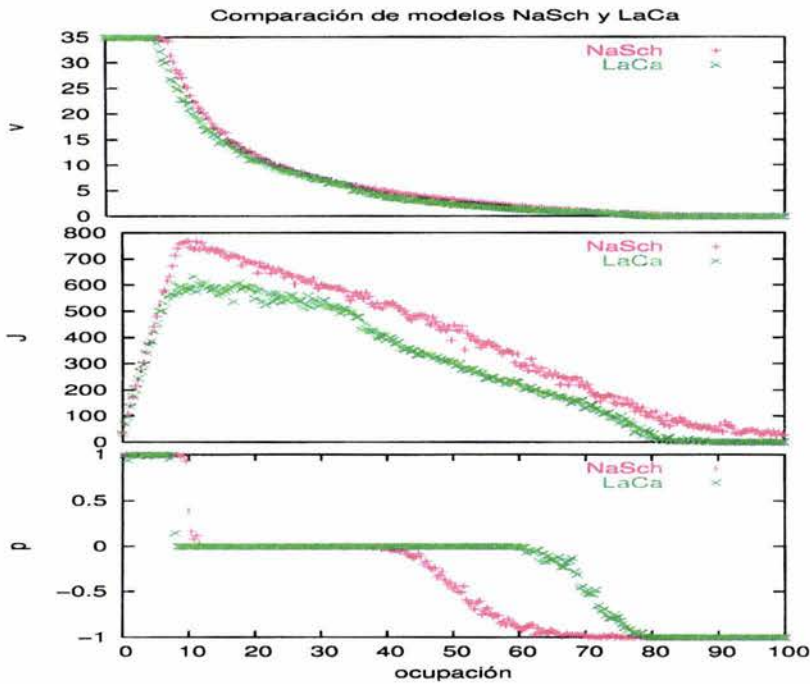


Figura 5.10: Comparación del flujo, parámetro de orden y velocidad promedio para el modelo NaSch y el LaCa con distribuciones iniciales aleatorias y velocidad máxima de 35 m/s.

#### 5.4. Un carril que sigue la dinámica del modelo *LaCa* con distribución inicial aleatoria variando el número de torpes.

Al variar el número de torpes, encontramos el mismo comportamiento que sigue el modelo de NaSch: según la proporción de *lentos*, el flujo cae bruscamente. Sí encontramos unas pequeñas diferencias; la principal es la desaparición del flujo libre a proporciones altas de lentos. Por ejemplo, con un valor de  $p$  de 0.4, alias el 40% de lentos, no se ve el crecimiento lineal del flujo con respecto a la densidad —como se puede ver en la gráfica 5.12—. Esto es explicable: la velocidad de los *normales* —en el modelo LaCa— esta relacionada con la velocidad del vehículo de enfrente; estos “normales” no podrán avanzar si el de enfrente no avanza. Entonces, si da la casualidad de que el coche de enfrente sea lento, (cosa que es muy altamente probable debida su proporción) el *normal* tampoco podrá avanzar, generando una cadena de *lentos*. En cambio, el modelo de NaSch —que no toma en cuenta la velocidad del vehículo de enfrente, sino el espacio entre ellos— el vehículo que va atrás de un *lento*, podrá seguir avanzando, dejando ver una zona de flujo libre aún a proporciones altas de torpes, como se ve en la gráfica 5.8.



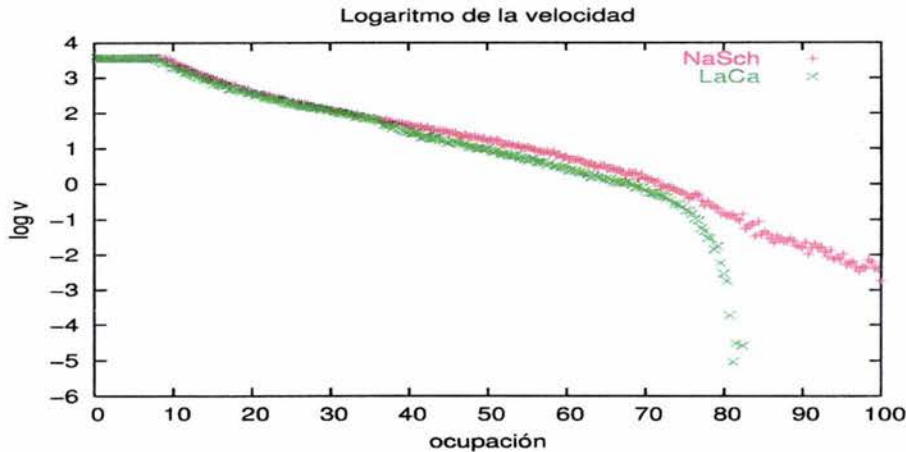


Figura 5.11: Gráfica de logaritmo de la velocidad promedio contra densidad.

## 5.5. Condiciones iniciales

### 5.5.1. Uniformemente distribuida

¿Por qué insisto tanto en la *distribucion inicial aleatoria*? Lo que pasa es que hay una diferencia importante en los resultados según las condiciones iniciales con las que se empiece una simulación. Vamos a analizar qué ocurre con el flujo según tres diferentes condiciones iniciales: la primera será la que hemos utilizado hasta ahorita, que es la aleatoria, en donde los coches son distribuidos en toda la malla de manera aleatoria; se genera un número aleatorio y en base a este número se asigna una posición. Otra condición inicial es la que llamamos uniformemente distribuida, que consiste en que los coches son acomodados a lo largo de la carretera —la malla— igualmente espaciados unos de otros. Finalmente veremos qué ocurre con la distribución inicial de *semáforo* de donde los coches parten de una fila igualmente espaciados pero pegados uno tras del otro.

Por ejemplo, tenemos el caso de un sólo carril usando la dinámica del modelo LaCa con distribución inicial uniforme. También se varió la velocidad máxima permitida para ejemplificar más la diferencia entre las distribuciones iniciales. Obtuvimos la gráfica 5.13.

Al comparar la distribución inicial uniforme con la aleatoria, obtuvimos la gráfica 5.13

Los resultados son semejantes —siguen la misma tendencia— pero aparecen unos patrones *raros*. Son patrones uniformes en el flujo que se conservan para todas las velocidades.

Dejando a un lado los patrones, sobresale una diferencia: para densidades chicas resulta que da lo mismo en el flujo tener una distribución uniforme que aleatoria, los resultados en el flujo son semejantes. La diferencia empieza después de la inversión de la gráfica, donde empieza el flujo tipo *avanza*, donde resulta más eficiente establecer un orden en la distribución, esto es explica-



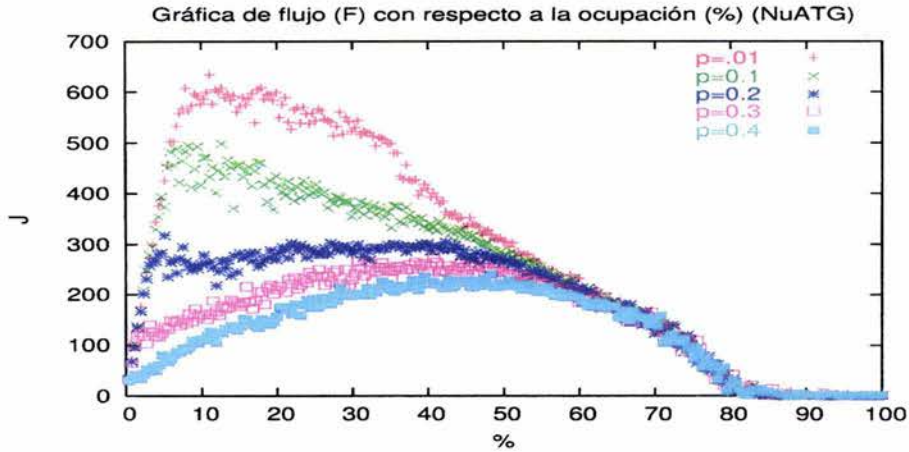


Figura 5.12: Gráfica de flujo contra densidad con la variación de porcentaje de “lentos” para la dinámica de nuestro modelo y una distribución inicial aleatoria.

### Uniformemente distribuidos



### Distribución inicial de semáforo



### Distribución inicial aleatoria



ble, pues un sistema ordenado muchas veces resulta más eficiente, ya que los vehículos no se estorban tanto. Sin embargo a densidades mucho más altas, es más eficiente la distribución desordenada y lo explicamos de la siguiente manera: con una distribución desordenada habrá zonas con diferentes densidades, donde se favorecerá el movimiento y habrá flujo, en otras zonas va a predominar el super congestionamiento. Los congestionamientos —como se ve en las gráficas de posición como función del tiempo— se van moviendo a lo largo de toda la circulación por tanto a densidades altas y una distribución inicial aleatoria, seguirá existiendo movimiento y por tanto flujo.

A densidades mayores de 65% en distribución inicial uniforme el flujo es cero, esto es causa de la dinámica de movimiento, ya que se establece que a una distancia de un metro los coches ya no se moverán. Resulta mucho más real la distribución inicial aleatoria, nunca vemos coches igualmente espaciados en una carretera. Un detalle técnico: A densidades del 70%, tratar de acomodar los vehículos en la malla de un modo aleatorio resulta lento e ineficiente ya que hay que buscarle sitios vacíos y acomodar todos los coches en la malla, por eso varias simulaciones están cortadas antes de alcanzar el



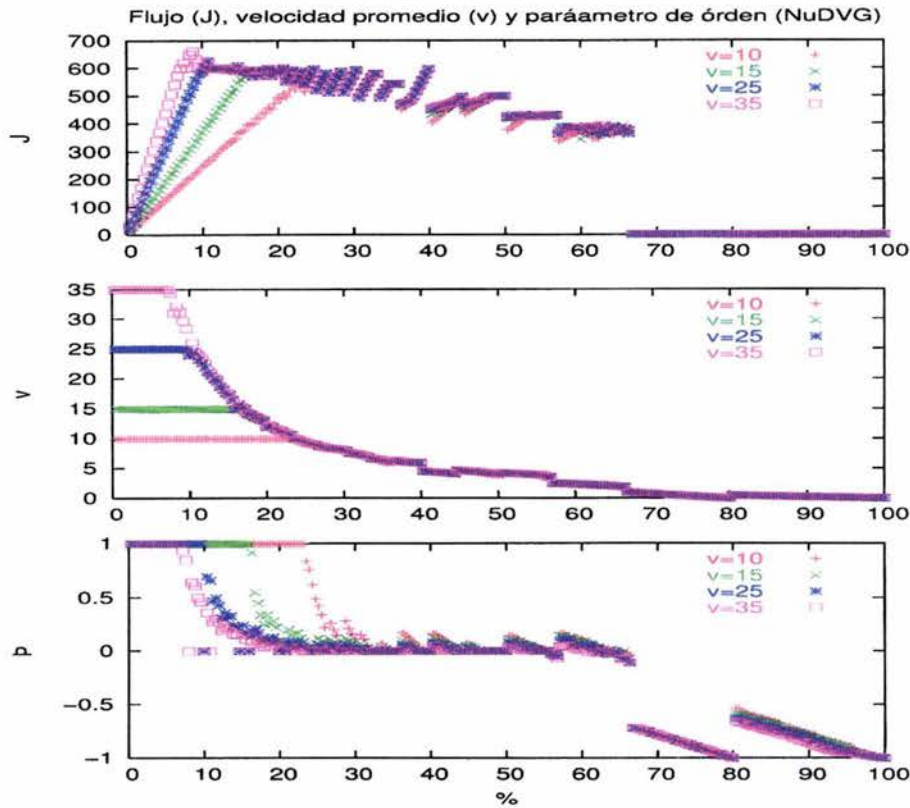


Figura 5.13: Flujo, velocidad promedio y parámetro de orden respecto a la densidad con la variación de la velocidad máxima permitida usando una distribución inicial uniforme del modelo LaCa

cien por ciento de ocupación.

Tratando de averiguar de dónde salen los patrones que se ven en la gráfica, vamos a realizar la gráfica de velocidad como función de la ocupación, ¿será que tampoco tiene un movimiento continuo? Y los resultados parecen estar correctos, la velocidad disminuye de manera continua conforme se aumenta el número de vehículos. En el parámetro de orden (figura 5.13) también podemos ver saltos no esperados.

Estas gráficas discontinuas, se ven para cualquier velocidad máxima permitida, suponemos son causa de la simetría que se crea en el sistema. Para confirmar esta suposición lo que se hizo fue hacer diferentes tamaños de sistema. Hasta el momento hemos trabajado únicamente con mallas de 10,000 sitios. Se hizo una simulación con un tamaño de malla de 10,033 sitios y otra con 5,941 sitios y obtuvimos los siguientes resultados.

En la gráfica 5.15 se puede ver que para cualquier tamaño de malla, siguen existiendo patrones en la gráfica aunque se encuentren en diferentes posiciones. Escogí esos tamaños de malla pensando en números primos, de forma que se pudiera romper simetría, pero esto no sucede. Y en realidad no tendría por qué suceder ya que tenemos condiciones periódicas de frontera.





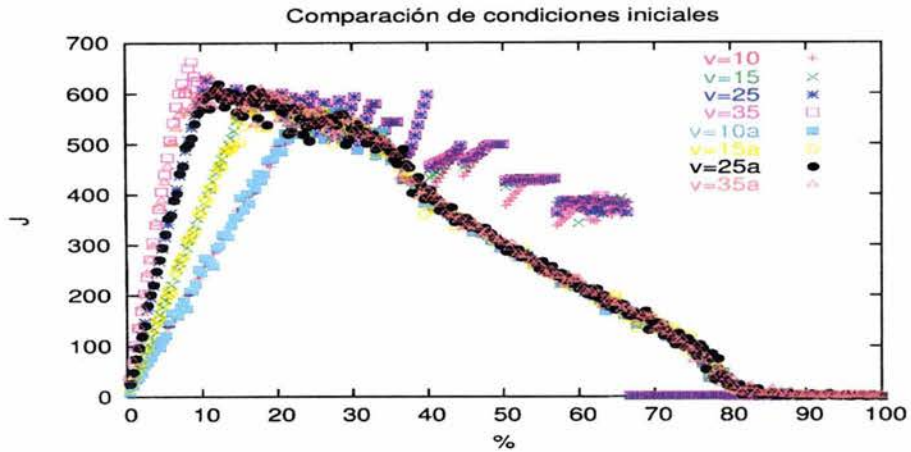


Figura 5.14: Flujo contra densidad para una distribución inicial uniforme a lo largo de la malla

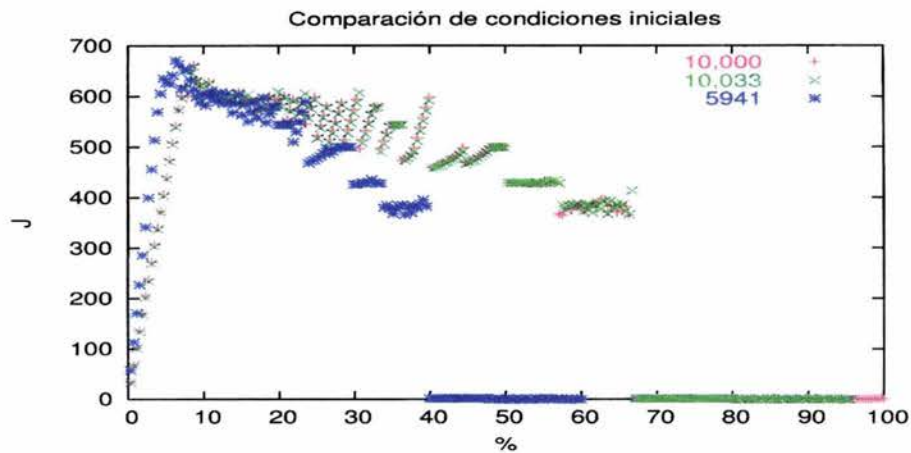


Figura 5.15: Flujo para diferente tamaño de malla.

Donde claramente se rompen, en cierta forma, estos patrones es al poner *torpes*. Como se puede ver en la gráfica 5.16. Aunque en realidad se sigue viendo rara la gráfica.

### 5.5.2. Distribución inicial de semáforo

Otra distribución inicial con la que se puede iniciar una simulación es la que llamamos de *semáforo*. Esta distribución es la que comúnmente se obtiene en un semáforo: una fila de coches, pegados uno con otro de modo que tengan que avanzar uno por uno al ponerse el verde —siga—. Lo interesante en este tipo de condición inicial es que tiene un límite. En esta simulación, al tener condiciones periódicas, lo que en realidad estamos simulando es el hecho de que haya semáforos igualmente espaciados a partir de donde empieza la fila.



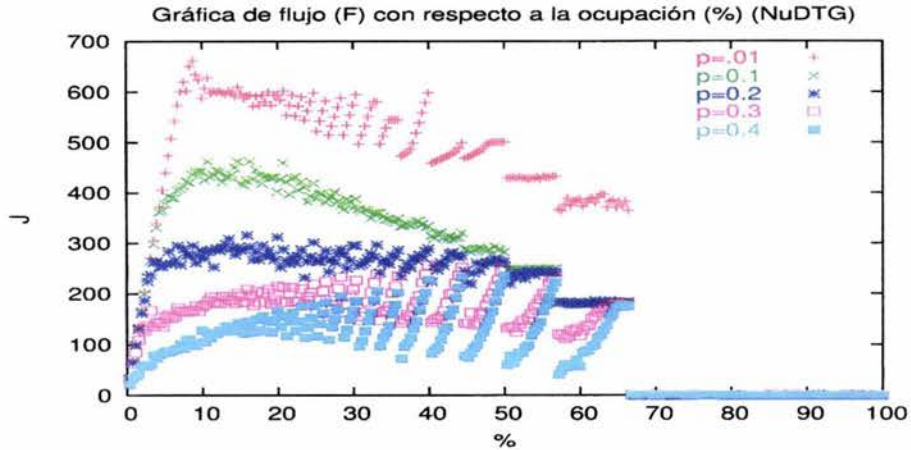


Figura 5.16: Uniformemente distribuidos variando el número de *torpes*.

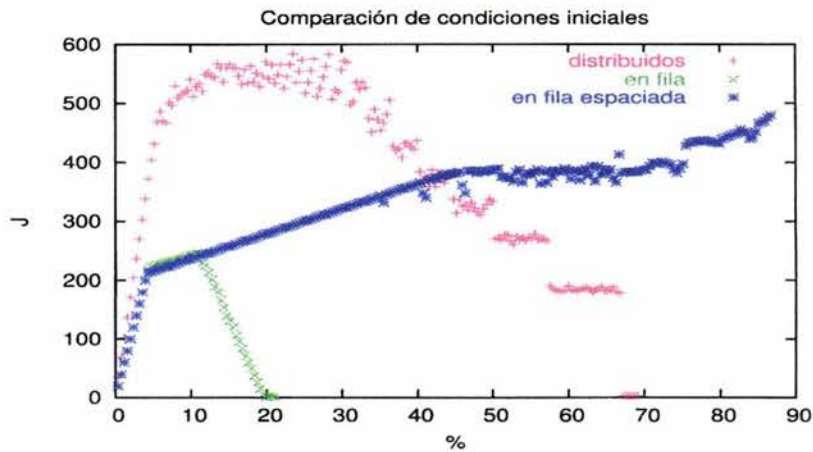


Figura 5.17: Flujo para distribución inicial de *semáforo*.

En la gráfica 5.17 tenemos en rojo el flujo de una simulación uniformemente distribuida, en verde tenemos el resultado de una simulación que parte de una distribución inicial de semáforo de donde los vehículos no pueden avanzar si no ha avanzado el vehículo de enfrente (punteada en verde). Se puede ver que en la zona de flujo libre la pendiente de la gráfica es menor para las condiciones iniciales de semáforo, esto debido a que los vehículos van tardando mucho más en avanzar ya que va saliendo uno por uno. En 5% de ocupación, la pendiente tiene un cambio brusco. Lo que sucedió en este momento fue que el primer coche que salió alcanza a la fila del semáforo de enfrente. Esto sucede pero da tiempo de que se vuelvan a separar y seguir avanzando aunque más lento. Finalmente a una densidad del 15% no da tiempo de que todos los coches avancen y se quedan atorados en el semáforo.

La curva punteada en azul es la simulación que parte de una distribución igual de semáforo pero los vehículos dejan espacio entre ellos y el que va



enfrente, de modo que pueden avanzar al mismo tiempo que el de enfrente; se ve que sí es relevante la diferencia. En esta simulación, sigue creciendo el flujo conforme se aumenta la densidad porque va como un cúmulo moviéndose, no es muy real porque siempre existirá algo de ruido que rompa esta simetría pero se esquematiza muy bien lo que se quiere mostrar en esta simulación: en un semáforo, lo ideal sería dejar espacio y no pegársele al coche de enfrente, aunque en esta ciudad es algo difícil de lograr porque seguramente alguien se meterá enfrente de uno.

## 5.6. Doble carril

### 5.6.1. Personalidades aleatorias

#### Variación de velocidades para personalidades aleatorias

Ahora tenemos dos carriles, igual podemos construir la dinámica del modelo NaSch y el LaCa para este nuevo sistema, ya que básicamente lo novedoso es el paso extra de cambio de carril. Los resultados son muy semejantes para uno y dos carriles así que vamos a exponer únicamente los resultados que obtuvimos para la dinámica de nuestro modelo.

Hicimos simulaciones iguales a las del modelo de un sólo carril para la dinámica del modelo *LaCa* y obtuvimos los resultados de la gráfica 5.18. En estas simulaciones variamos la velocidad máxima permitida.

Encontramos el mismo comportamiento del flujo en los casos de un sólo carril: al aumentar la velocidad máxima permitida, la pendiente de la gráfica de flujo con respecto a la densidad —en la zona de *flujo libre*—, va aumentando, hasta llegar al límite donde la pendiente de la curva se invierte y el flujo decrece conforme aumenta la densidad.

Esta semejanza entre los dos modelos era esperada, el parámetro de orden y la velocidad máxima permitida, parecen tener el mismo comportamiento. Así que, mejor vamos a comparar directamente ambos modelos (gráfica 5.19) para una velocidad máxima permitida.

Ya viendo la gráfica 5.19 no se ven tan iguales, tenemos ligeras diferencias (hay que aclarar que ambas simulaciones tienen una probabilidad de *lentos* igual a cero).

Una diferencia evidente, es que a bajas densidades —hablo de entre 9 y 20% de ocupación— el flujo en un carril es considerablemente mayor, es decir, es preferible tener un sólo carril. El hecho de que un vehículo se cambie de carril, perjudica al vehículo a quien se le metió, ya que tendrá que tomar precauciones para ver la velocidad del nuevo vehículo que lleva enfrente, además como la velocidad de cada vehículo depende de la distancia al coche de enfrente y al meterse, otro vehículo tendrá que frenar. Esto se puede comprobar en la gráfica de velocidad promedio, ya que en el modelo de dos carriles, disminuye más rápido la velocidad que en el modelo de un sólo carril. En el parámetro de orden, también podemos encontrar los mismos



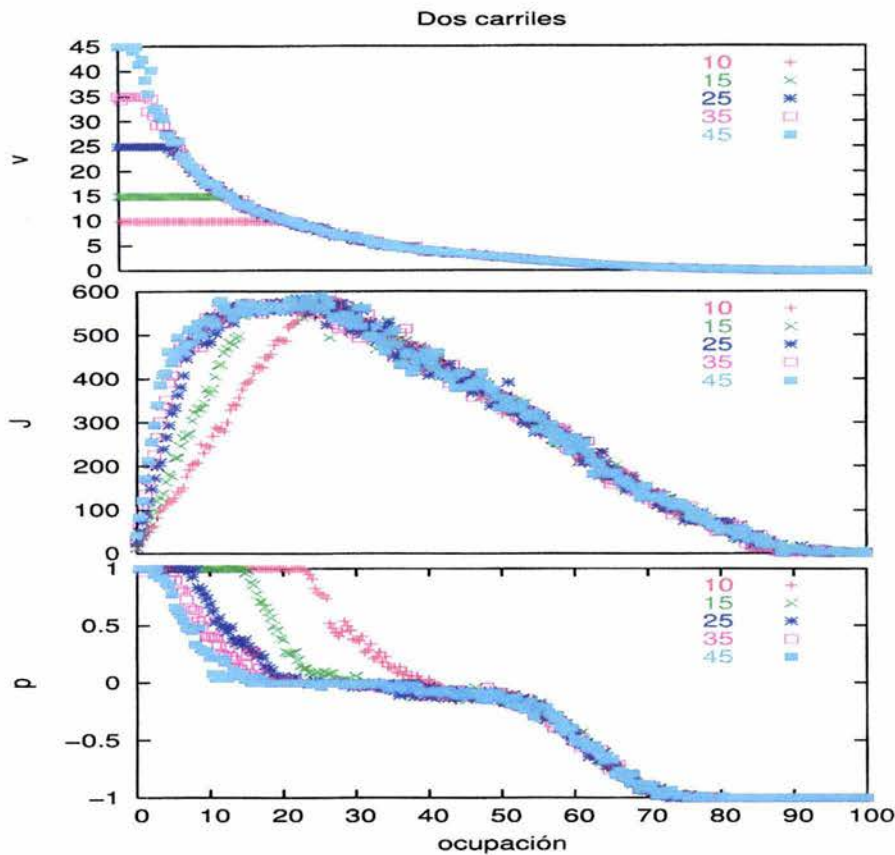


Figura 5.18: Velocidad promedio, flujo y parámetro de orden para el modelo de dos carriles. Con la variación de la velocidad máxima de circulación.

resultados, el flujo libre termina antes para el sistema de dos carriles sin embargo termina menos bruscamente que para el sistema de un sólo carril. La diferencia importante esta en la transición del flujo tipo *avanzar* y el *para y avanza*. En el modelo de dos carriles el flujo tipo *avanzar* termina antes, sin embargo se puede observar que para densidades muy muy altas sigue habiendo flujo (en los dos carriles), en cambio para un carril ya no hay flujo.

Podemos establecer, de manera general, que el flujo mejora con un segundo carril, a densidades mayores de 30% y no mucho. Ya que la gente que se va cambiando de carril todo el tiempo mete ruido en el sistema.

La probabilidad de cambio de carril en las simulaciones anteriores fue de 30%, es decir, si un vehículo no puede acelerar entonces tratará de cambiarse de carril para acelerar con una probabilidad del 30%.

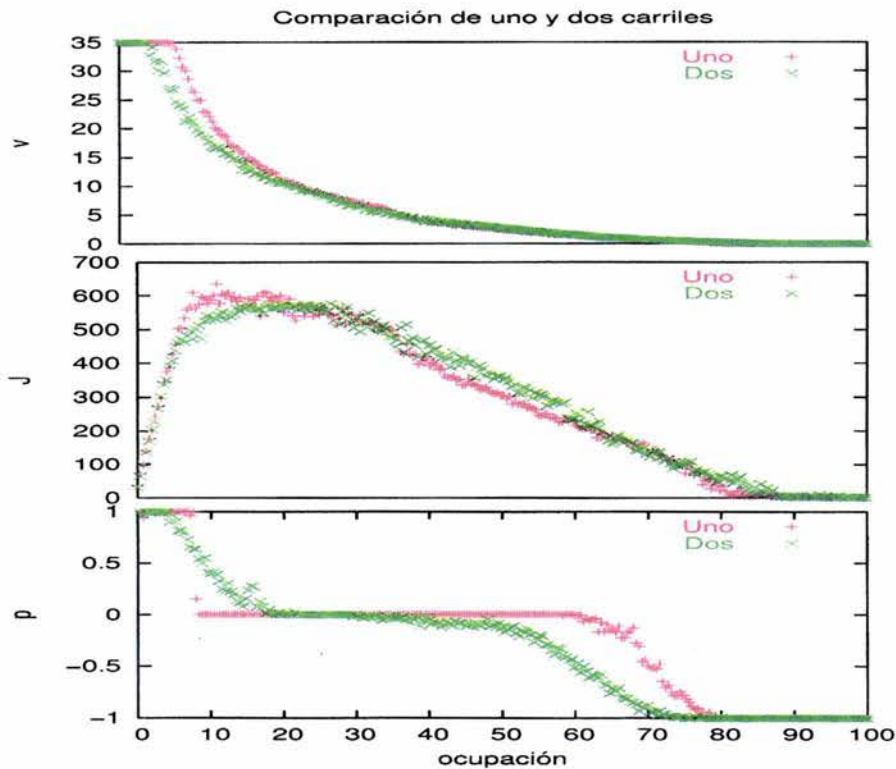


Figura 5.19: Comparación de velocidad promedio, flujo y parámetro de orden entre el modelo de un sólo carril y el modelo de dos carriles. Para una velocidad máxima de 35.

### Diferente velocidad entre carriles

Otra novedad que se puede tener en estos dos carriles es imponer una velocidad máxima permitida diferente a cada carril.

Por ejemplo, un caso: un carril con velocidad máxima de 35 y el otro con velocidad máxima de 15. Veamos qué sucede.

En realidad, esta diferencia entre carriles afecta poco a la curva de flujo, ya que para altas densidades, no importa la velocidad máxima que se imponga ya que habrá tantos vehículos que no podrán circular nada rápido. Al comparar las tres gráficas, se puede ver a qué velocidad van los vehículos según la densidad, es impresionante como desciende la velocidad.

A muy bajas densidades (zona de puro flujo libre) no cambia la gráfica, ya que todos los vehículos se van por el carril de alta velocidad. En cambio, para densidades entre 2% y 12%, se puede ver (de la gráfica 5.20) que disminuye bastante el flujo, esto se debe a que los vehículos que van en el carril de baja velocidad, se cambian al carril de alta velocidad con una velocidad menor que la del resto de los vehículos que van en dicho carril, por tanto los frenará.

Entonces no conviene establecer diferentes velocidades máximas a los ca-



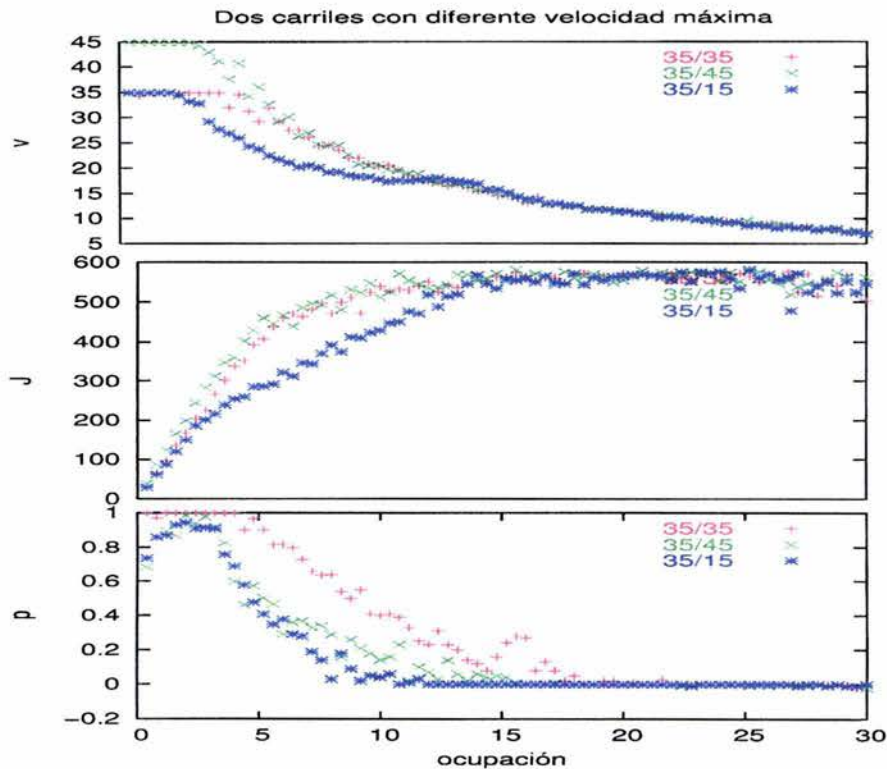


Figura 5.20: Velocidad promedio, flujo y parámetro de orden para velocidades máximas diferentes entre carriles: 35/35, 35/15, 35/45.

riles en condiciones semejantes a nuestro sistema. De hecho en México no se tiene muy claro lo que significan los límites de velocidad, ya que aunque tienen el fin de aumentar el rango de *flujo libre*, no se toman en cuenta.

### Variación de torpes para personalidades aleatorias

Al variar el números de torpes en el modelo de dos carriles usando la dinámica del modelo LaCa, se puede ver en la gráfica 5.21 una disminución en el flujo semejante a los resultados que obtuvimos en la simulación de un solo caril.

### Variación de cambios de carril

En esta simulación variamos el número de cambios de carril, esto es que analizamos cómo cambian las propiedades del sistema al variar la probabilidad de que un coche haga un cambio de carril. Para esto graficamos en la figura 5.22 el la velocidad promedio, el flujo y el parámetro de orden con respecto a la densidad. En la gráfica se puede ver que no hay diferencia al variar el número de cambios de carril en las propiedades del sistema.



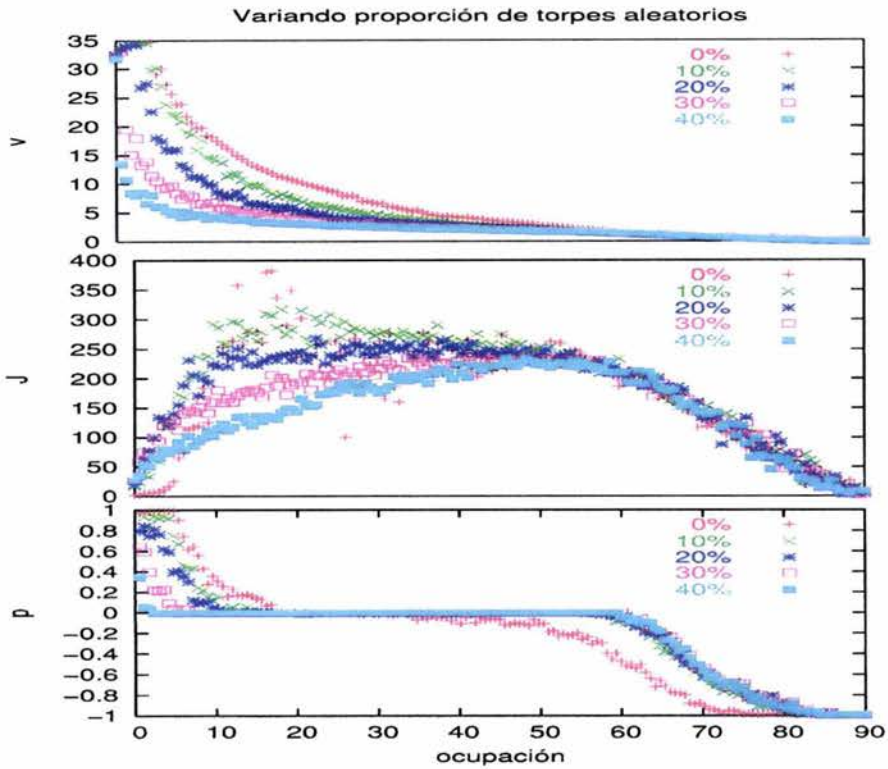


Figura 5.21: Gráfica de velocidad promedio, flujo y parámetro de orden con respecto a la densidad cambiando la proporción de vehículos torpes.

Esto es razonable porque los dos carriles son semejantes y las probabilidades de cambio de izquierda a la derecha y viceversa son las mismas, la velocidad máximas permitida en ambos carriles también son la misma, entonces los dos carriles terminan casi con el mismo número de vehículos, con la misma velocidad final promedio, entonces los dos carriles se van a comportar semejante y que si un vehículo se cambia al otro carril con propiedades semejantes no hará diferencia.

Como vimos en secciones anteriores, sí hay diferencia en los cambios de carril al establecer, por ejemplo, una velocidad máxima permitida diferente en ambos carriles. O bien si la probabilidad de cambiarse de carril de izquierda a derecha o de derecha a izquierda es diferente.

**Mezcla de dinámicas tipo *NaSch* y *LaCa*: *gandallas* y *normales*.**

Definimos el tipo de manejar *gandalla*; estos vehículos van pegados al coche de enfrente sin guardar distancia. Como es el resultado de la dinámica del modelo de *NaSch*, mezclamos los dos modos de manejar: el tipo *NaSch* y el tipo *LaCa*. Con esto queremos simular que un coche vaya pegado al vehículo que va enfrente y con así ver si combiene circular de este modo.

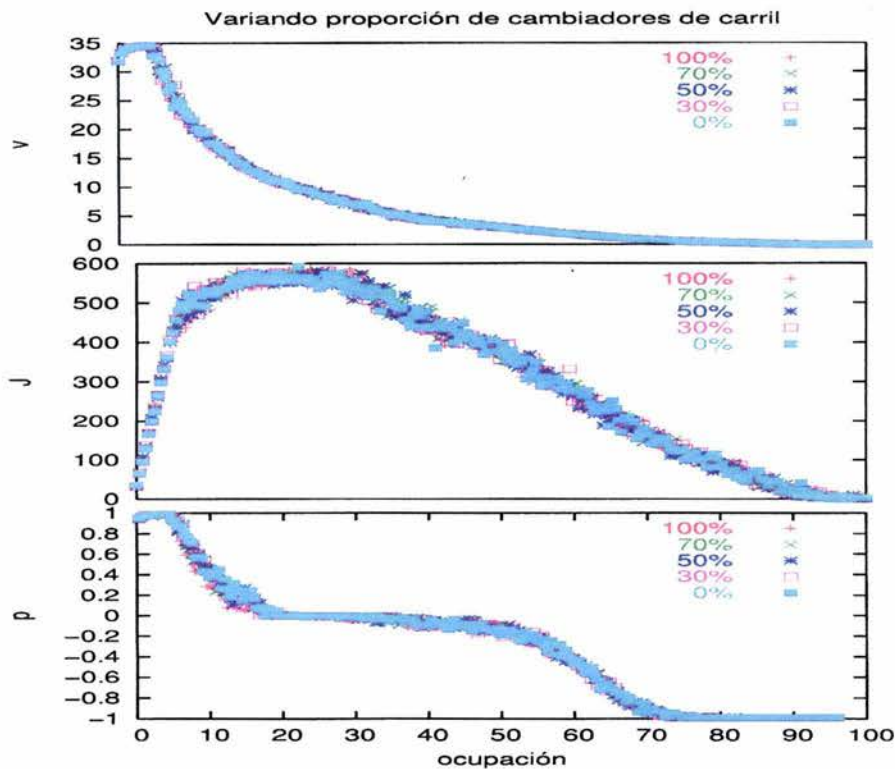


Figura 5.22: Gráfica de velocidad promedio, flujo y parámetro de orden con respecto a la densidad cambiando el número de cambios de carril.

El hecho de que un vehículo se le pegue al que va enfrente es una decisión aleatoria; veremos qué pasa con esta mezcla aleatoria de dinámicas. En la figura 5.23 están resultados parecidos a los que obtuvimos al comparar el modelo NaSch con el LaCa. Tenemos que con 95% de gandallas —esto es que el cinco por ciento de los movimientos siguen la dinámica del modelo NaSch— el flujo resultante es más tiene una magnitud mayor comparado con el del modelo LaCa —que llamamos *normal*—, esto ya lo sabíamos desde la primer serie de resultados, también encontramos que a densidades mayores de 60% es más conveniente la dinámica del modelo NaSch ya que irán los coches más pegados y cabrán circulando mejor. El modelo LaCa siempre va por debajo del modelo NaSch. Así fuimos disminuyendo el número de vehículos que siguen el modelos *gandalla* hasta tener casi puros *normales*.

Hacemos este análisis porque en la siguiente sección vamos a implementar los modos de manejar designados y como todos sabemos, no falta en la vida real algún chofer que siga este tipo de manejo.



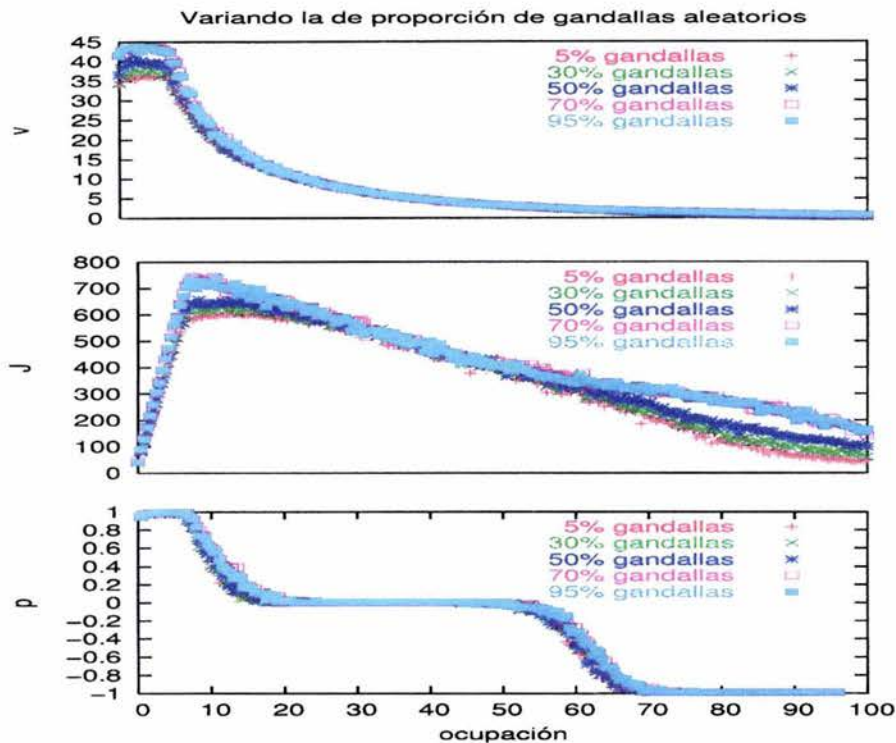


Figura 5.23: Gráfica de velocidad promedio, flujo y parámetro de orden con respecto a la densidad variando el número de movimientos *gandallas* aleatoriamente

### 5.6.2. Personalidades designadas

Tratando de simular el tráfico real, pensamos que en realidad se maneja con un modo bien definido durante toda la trayectoria, es decir, uno maneja con el mismo estilo todo el tiempo. En base a esto hicimos el nuevo modelo de tránsito donde se asignan personalidades a los vehículos (como ya se describió en el capítulo anterior).

Para analizar el comportamiento de este nuevo modelo variamos las proporciones del número de coches con personalidades designadas y obtuvimos la siguiente serie de resultados:

#### Numero de coches cambiadores

En esta serie queremos analizar qué pasa cuando mucha gente se va cambiando de carril, ¿afectará al flujo? así que tenemos como base los coches “normales”. Estos normales tienen una baja proporción de cambios de carril, no son torpes y siguen la dinámica del modelo LaCa. Al mismo tiempo, pondemos vehículos que primero intentarán cambiarse de carril, iremos va-

riando la proporción de estos vehículos para ver su efecto. Los resultados se presentan en la gráfica 5.24. Tenemos los mismos resultados que obtuvimos

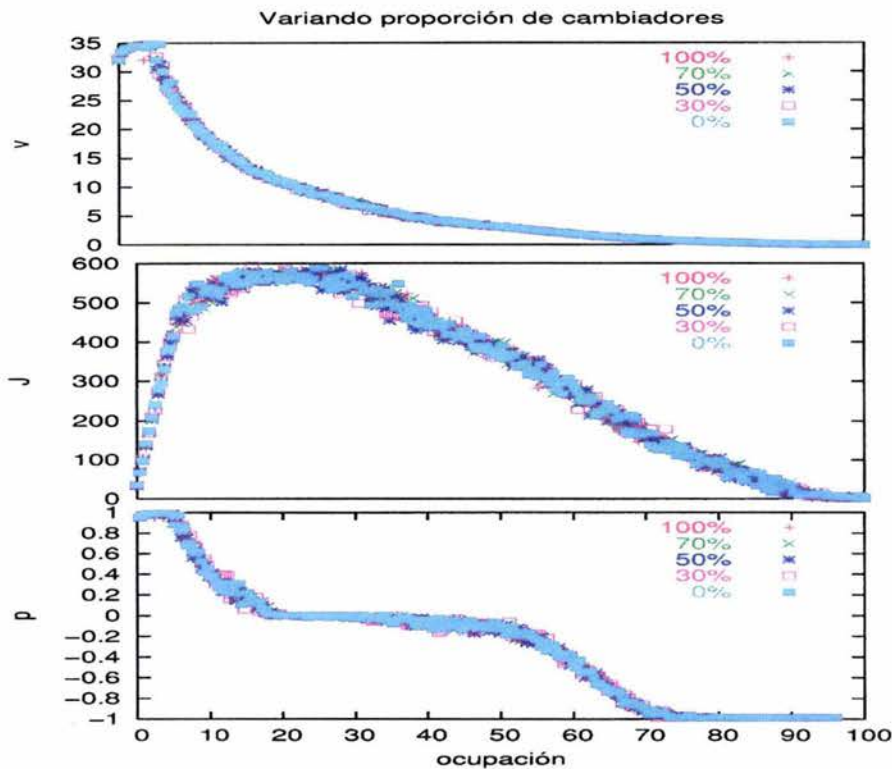


Figura 5.24: Variación de proporción de coches cambiadores de carril.

en el programa de personalidades aleatorias: los cambios de carril —siempre y cuando no haya diferencia de velocidad máxima entre carriles— no afectan al flujo, como se puede ver en la siguiente gráfica, que es bastante aburrida porque para cualquier proporción de cambiadores de carril el flujo, parámetro de orden y velocidad promedio tenemos los mismos resultados.

### Numero de gandallas

Del mismo modo que en la simulación anterior definimos un tipo de manejar que llamamos *gandalla*. Estos vehículos van pegados al coche de enfrente sin guardar distancia a pesar de no ver a qué velocidad va. Esto recuerda al modelo de NaSch, es lo mismo, hemos mezclado dos modos de manejar: el tipo NaSch y el tipo LaCa para ver si conviene que los coches vayan circulando pegados unos a otros. —además sabemos que esto es imposible y muy peligroso de hacer en la vida real, pero en una simulación es fácil y además estamos seguros de que ningún coche va a chocar—. Tenemos una comparación (gráfica 5.25) donde se ve que el modo NaSch de vehículos designados

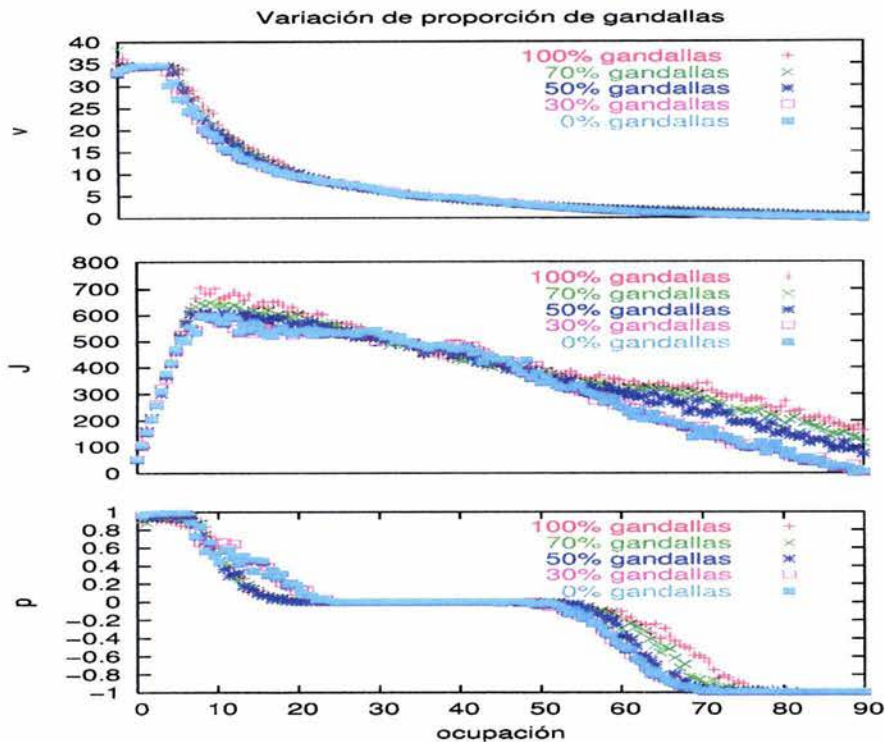


Figura 5.25: Variación de la proporción de gandallas (dmdt).

—cuando ponemos 95 % de gandallas— tiene un flujo más bajo en general que el que se obtiene con el modelo LaCa —5 % de gandallas— excepto a densidades de 40 %. Lo interesante se da en el parámetro de orden, donde se puede ver que con el modelo *gandalla*, el flujo libre cae de forma más moderada que en el modelo de *normal*. En cambio a densidades más altas la transición *avanza y para y avanza* se da a menor densidad en el modelo *gandalla*.

Entonces tenemos que el efecto final de los *gandllas* designados —que antes con el modelo aleatorio beneficiaban la circulación— perjudican en general la circulación normal. Entonces o todos seamos *gandallas* o bien que ninguno lo sea.

### Numero de torpes

Los torpes, tanto en uno y dos carriles, habían sido aleatorios. Esto quiere decir que de repente a algún vehículo se le ocurría ser torpe en un momento dado. Ahora lo que tenemos son torpes designados, esto le da una ventaja al resto de la circulación ya que será más fácil rebasarlos. No pasará que un vehículo rebese viendo que del otro lado van más rápido y que justo al carril donde se pasó se genere un torpe aleatorio frente a el, o bien, tampo-

co le pasará que él mismo se vuelva torpe durante unos instantes. Veamos qué pasa con este nuevo modelo. Los resultados son semejantes a los resulta-

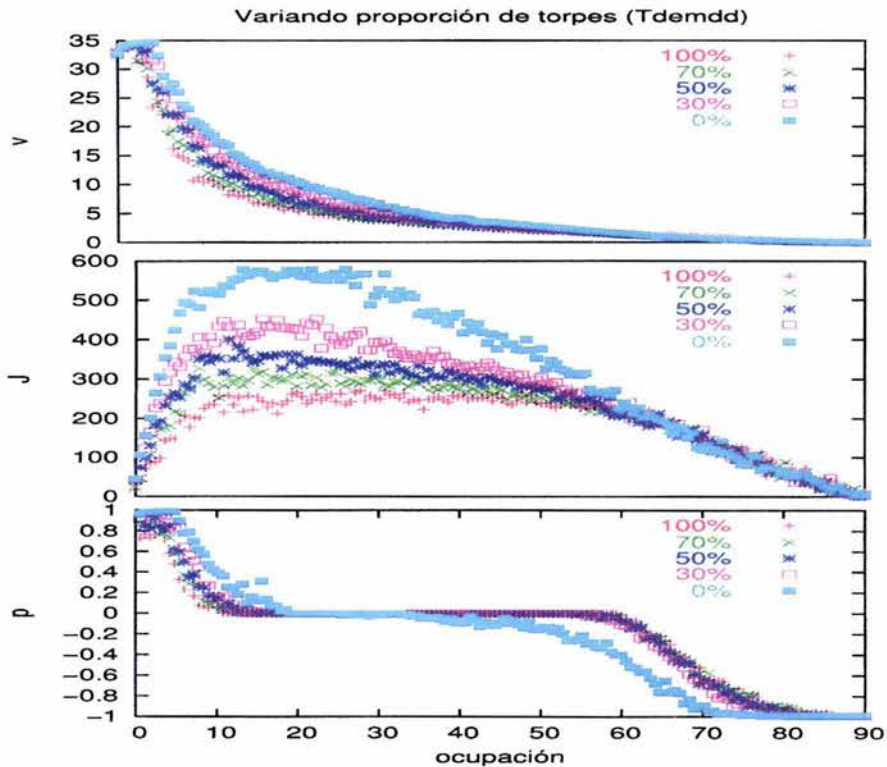


Figura 5.26: Variación de proporción de torpes designados.

dos que obtuvimos de la simulación con torpes aleatorios: conforme aumenta la proporción de torpes, disminuye el flujo. Sin embargo, los resultados son mucho menos drásticos. Con los torpes aleatorios, aún siendo muy poquitos torpes, se afectaba la circulación de manera importante. Estos resultados no eran muy reales, ya que con muy pocos torpes, casi no se podía circular. Los resultados con esta simulación de vehículos designados son mucho más fieles a la realidad, ahora con algunos torpes, el resto de la circulación los puede rebasar y seguir avanzando. Como se puede ver en la gráfica 5.26.

Entre 50 y 70 % de torpes sigue habiendo flujo, en cambio con estas proporciones en el programa de torpes aleatorios, el flujo sería ridículo. (para recordar, ver gráfica 5.12).

### La mezcla final

La última simulación fue la mezcla de los diferentes tipos de manejar: unos *gandallas*, *torpes*, *cambiadores* y el resto de *normales*.

Aleatoriamente fueron designadas las personalidades de los vehículos y

distribuidos a lo largo de la malla. Obtuvimos los resultados de la gráfica 5.27.

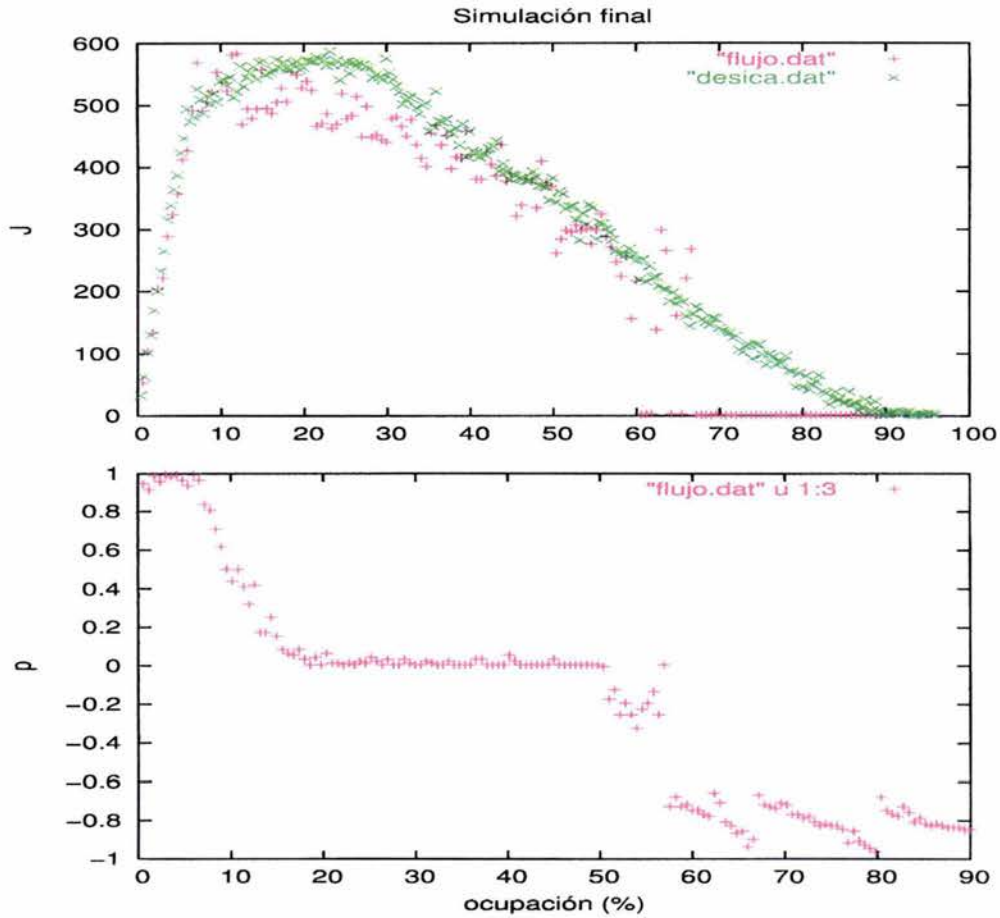


Figura 5.27: Mezcla de todas las personalidades.

Encontramos lo que esperábamos, hay mucho más ruido que en las simulaciones que estábamos manejando, sin embargo la tendencia es similar: primero encontramos una dependencia lineal del flujo y la densidad, obteniendo la zona que llamamos *flujo libre*; después tenemos un descenso en el flujo conforme aumenta la densidad a lo que llamamos zonas *congestionadas*. Con esta simulación tenemos una aproximación mucho más cercana a la gráfica 2.1 donde se encuentran los datos experimentales.

Al mismo tiempo, en la gráfica 5.27 tenemos el resultado de una simulación de puros normales —en verde—, con el fin de hacer una comparación final. Al hacer la comparación, resulta sorprendente que ahora el cambio de pendiente de la gráfica es mucho más brusco, se ve claramente el punto de inflexión, como lo que encontramos en los datos experimentales.

Con esta última simulación podemos afirmar que nuestros resultados son bastante próximos a los datos experimentales.



## Capítulo 6



# Un problema de todos los días

Casi todas las personas nos hemos visto en la necesidad de hacer una *cola*, ya sea para pasar por algún sitio —como la puerta del cine o la entrada del metro— para comprar algo o bien cuando se van a escoger horarios en la Facultad de Química. En fin, hay que hacer muchas filas. Y ¿A poco no da coraje cuando alguien se mete?

En el tránsito vehicular también habrá que hacer filas como en las casetas de cobro, la reducción de carriles o bien habrá que formarse para dar una vuelta a la izquierda sobre una calle de doble sentido.

Con todas estas filas que hay que hacer, resulta muy tentador usar el acotamiento para rebasar a todos los que van ordenadamente formados, alias *meterse*. Como a la hora de dar la vuelta a la izquierda sobre Insurgentes, si uno se va por el segundo o tercer carril, podrá agandallarles a todos los que van formados —congestionando este segundo o tercer carril ya que no estaba destinado para dar la vuelta— ¿a poco no da coraje cuando esto sucede?

En esta última parte de la tesis vamos a estudiar qué pasa con los vehículos que toman los acotamientos para rebasar: cuánto afectan a la circulación y cuánto salen ganando.

Este modo de análisis recuerda problemas que plantea la *Teoría de juegos* en donde se analizan comportamientos estratégicos de los participantes, es decir, se tiene en cuenta la influencia conjunta sobre el resultado propio y ajeno de las decisiones propias y ajenas.

El ejemplo perfecto es el conocido *dilema del prisionero*. Éste trata de dos delincuentes detenidos y encerrados de manera que no puedan comunicarse entre ellos. El juez sospecha que han participado en el robo de un banco, cuya pena es de cuarenta años de cárcel, lo malo es que no tiene pruebas. Estos dos mismos delincuentes también fueron acusados de portar armas, cuyo castigo es de diez años de carcel y de esto si existen pruebas. El juez promete a cada uno de ellos reducir su condena a la mitad si da las pruebas para culpar a su compañero del robo del banco.

Entonces los prisioneros tienen dos alternativas:

- Delatar al otro

- No delatar al otro

Y las consecuencias de las dos alternativas se convierten en tres al tomar en cuenta las decisiones de su compañero.

- Si los dos delatan, cada uno tendrá veinticinco años de cárcel ya que tendrán su condena dividida a la mitad —por los dos delitos—.
- Si uno delata y el otro no delata, el que delata tendrá cinco años de cárcel —la condena por las armas a la mitad— y su compañero —a quien acusó no acusándolo a él—, tendrá que pagar cincuenta años de cárcel —la condena completa por los dos delitos—.
- Si ninguno de los dos delata, ambos tendrán únicamente diez años de cárcel.

Así que lo más conveniente para ellos sería que ninguno de los dos delate, pero el riesgo de no delatar no depende únicamente de una sola persona, ya que si el otro sí lo delata, él llevará el castigo mayor. Por tanto uno pensaría que lo más conveniente sería delatar, siempre y cuando el otro también delate porque de lo contrario, su compañero —siéndole fiel— llevará el peor castigo.

Fríamente, lo más barato para un sólo delincuente, sería delatar al compañero si tuviera la certeza de que el otro, no lo va a delatar a él. ¿Pensarán en sus compañeros?

De la misma forma analizaremos el tráfico, viendo qué sucede con el modo particular de manejar que llamamos *gandallas*. Éstos circulan por el acotamiento o por un segundo carril para rebasar y avanzar ventajosamente sin ver qué pasa con el resto de la circulación. Veremos qué tanto más avanzan ellos y cuánto perjudican al resto.

## 6.1. Primeras simulaciones con acotamiento

Tenemos vehículos con personalidades designadas. Para hacer el análisis más sencillo solo pondremos *normales* y *gandallas*. Los normales siguen la dinámica del modelo LaCa (planteada en las secciones anteriores), los *gandallas* (en este caso), siguen una dinámica igual a la de los normales pero podrán rebasar por un tercer carril que se acaba. Por ejemplo: una carretera con mucho tráfico; entonces alguien decide circular por el acotamiento y podrá hacerlo hasta que no haya algún impedimento —un coche descompuesto— donde tendrá que *meterse* para regresar a la circulación normal.

Los resultados que obtuvimos dependen de diferentes parámetros, entre los principales tenemos el porcentaje de los *gandallas*, también influye el tamaño del acotamiento. Veremos también, cómo se da el congestionamiento en las diferentes zonas del acotamiento: antes de que el *gandalla* tenga que regresar a la circulación normal, donde regresa a la circulación normal y después de que ya regresó a la circulación normal.



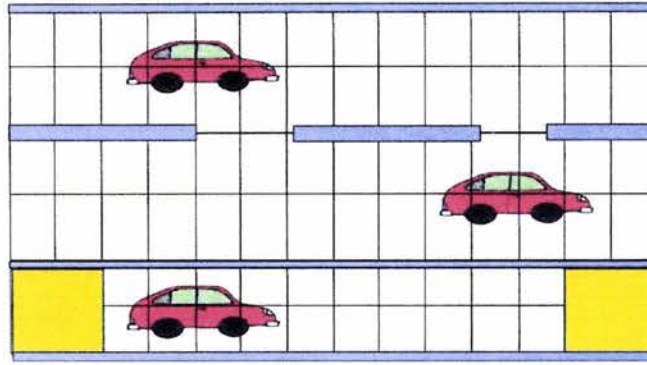


Figura 6.1: Esquema de acotamiento para rebasar



## 6.2. Hipótesis

Tenemos la idea de que los *gandallas* siempre salen ganando. Y además de salir ganando perjudican de manera considerable a la circulación normal.

## 6.3. Método

Para poder contestar la hipótesis planteada, vamos a hacer la simulación del acotamiento. En este acotamiento, un tercer carril, solo podrán pasar una cantidad de vehículos limitados a los cuales llamaremos *gandallas*.

Se usará la dinámica básica del modelo LaCa; velocidad máxima de 35 para los vehículos normales y de 45 para los *gandallas* —ya que son los que supuestamente llevan prisa—; no habrá torpes para facilitar los cálculos. Tenemos nuevos parámetros a establecer: ¿de qué tamaño ponemos el acotamiento?, ¿con cuántos *gandallas* hay que trabajar?

Lo principal en esta sección será variar el tamaño del acotamiento y el número de *gandallas*. Utilizaremos unas gráficas nuevas, de *flujo normalizado* contra *densidad* para analizar qué tanto avanzan los normales con respecto a los torpes.

El *flujo normalizado* será medido como el número de vehículos que pasan por un punto en un momento dado dividido entre el número de vehículos con características similares (*gandallas* o *normales*). En este tipo de gráficas, no esperamos una relación lineal, como era el caso de la zona de flujo libre, sino más bien esperamos valores constantes de flujo hasta el punto de inflexión —donde empieza el congestionamiento— a partir del cual esperamos un descenso en el flujo conforme se aumente la densidad.

Con este tipo de gráficas podremos comparar el flujo de *gandallas* con el flujo de los *normales*, y de este modo estimar qué tanto más avanzan unos con respecto a los otros.

Otra gráfica interesante será la de tiempo contra posición, donde vamos a resaltar —en diferentes colores— posiciones de un *gandalla* y de un *normal*.



Con estas gráficas, se verá claramente qué tanto más avanza un modo de manejar con respecto al otro, además, viendo el inverso de la pendiente de las curvas creadas por las diferentes posiciones, podremos estimar velocidades y analizar movimientos.



## 6.4. Resultados particulares

### 6.4.1. ¿Qué pasa con la proporción de *gandallas*?

La primera gráfica que vamos a analizar es la que hemos estado manejando: flujo contra densidad; en esta ocasión comparamos el porcentaje de *gandallas* (6.2).

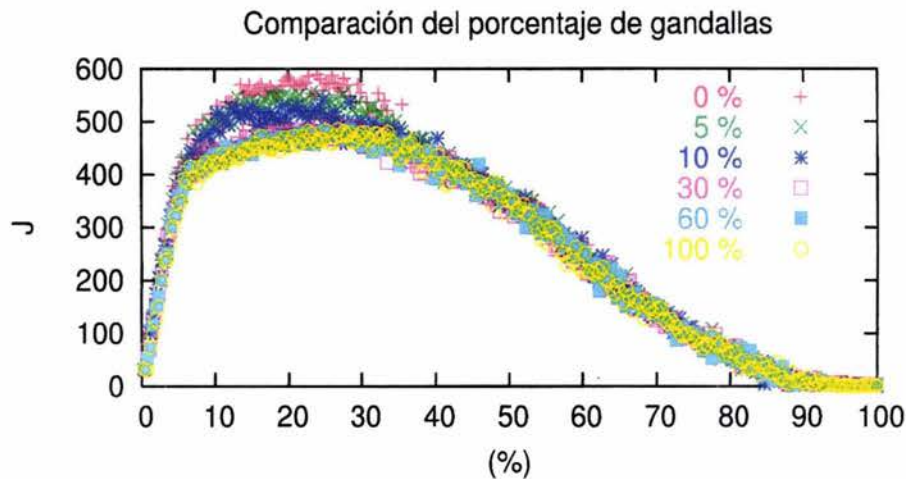


Figura 6.2: Gráfica de flujo con respecto a la densidad variando el número de *gandallas*

Como supusimos en nuestra hipótesis, el flujo decrece al meter *gandallas*, sobre todo entre 10 y 40% de ocupación. Los *gandallas* no ayudan a la circulación a pesar de que pueden circular más rápido y tienen un carril para ellos solos. Esta simulación fue hecha para un acotamiento de 5000 lugares —la mitad de la carretera— por tanto, podemos considerarlo como un caso extremo, en realidad pensamos que sería ventajoso tener un acotamiento de semejante magnitud, pero como se puede ver no es así. Un *gandalla* perjudica en general a la circulación ordenada.

Sería muy desconsiderado ver que este tipo de manejar afecta tanto a la circulación y aun así seguirlo haciendo si no es que se obtiene una ventaja considerable, así que hay que ver qué tanto más avanzaron estos *gandallas*.

Veamos la gráfica de flujo normalizado (figura 6.3) para 10% de *gandallas*: Tenemos en rojo el flujo de los normales sin presencia de *gandallas*; en verde, el flujo normalizado de los normales en presencia de 10% de *gandallas* y en azul el flujo del 10% de *gandallas*. Con esta gráfica podemos ver que

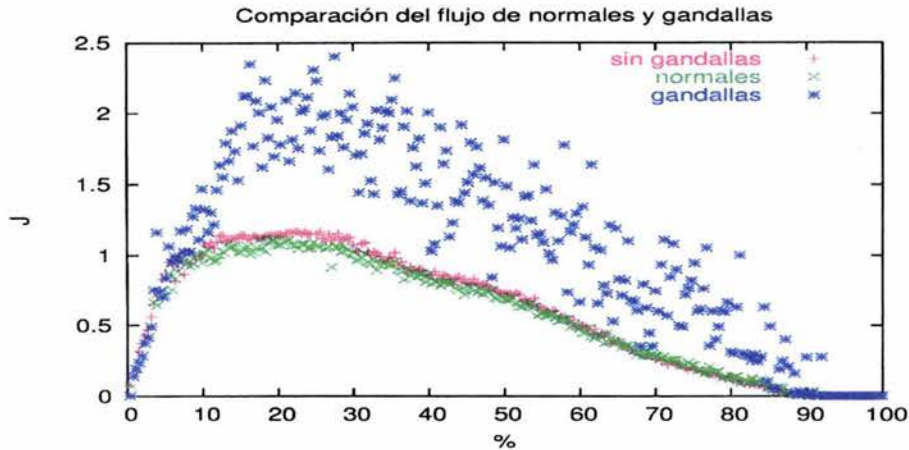


Figura 6.3: Comparamos el flujo de los normales en un ambiente que tiene 10% de gandallas con el flujo de los gandallas. En esta gráfica se midió el flujo únicamente en la zona del acotamiento para amplificar el efecto.

efectivamente conviene ser gandalla e irse por el acotamiento. y mientras mayor sea la densidad, menos salen ganando los gandallas pero de todas maneras ganan.

Ahora, si comparamos las curvas con la de los normales sin presencia de gandallas se puede ver que a densidades menores de 60% afecta considerablemente la presencia de gandallas en el flujo de los normales. Sin embargo luego de un 70% se igualan y hasta podríamos decir que en unos momentos mejora el flujo la presencia de estos *gandallas* —para el caso de 10% de *gandallas* y un acotamiento de 5000 lugares—.

¿Qué pasa con esta gráfica al aumentar al número de *gandallas*?

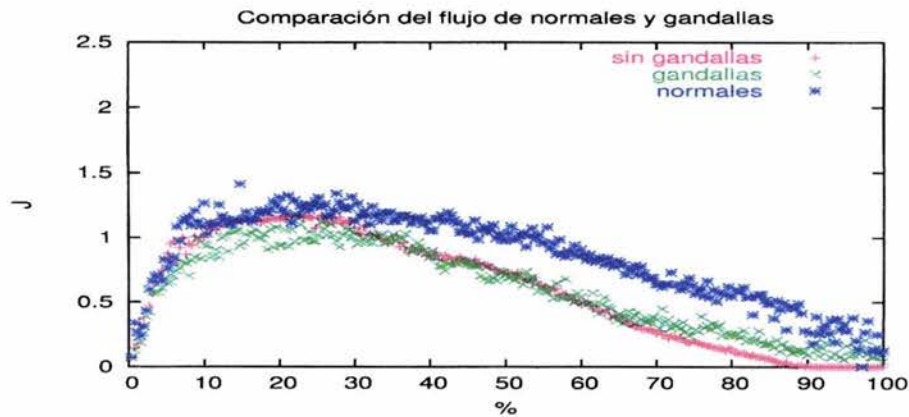


Figura 6.4: Comparamos el flujo de los normales en un ambiente que tiene 60% de gandallas con el flujo de los gandallas. En esta gráfica se midió el flujo únicamente en la zona del acotamiento para amplificar el efecto.

Los efectos cambian, ahora no conviene tanto ser *gandalla* porque se va



saturando también el acotamiento y menos rápido podrán ir los que se vayan por éste. Sin embargo, resalta el hecho de que; los normales también ganen! o sea que conviene que unos se vayan por el acotamiento. Bueno, este es el caso de que tengamos un magni acotamiento, de la mitad de la calle completa. En realidad, los acotamientos no son tan grandes así que veremos qué pasa al variar el tamaño del acotamiento.

### 6.4.2. ¿Qué pasa con el tamaño del acotamiento?

#### Acotamiento de 500 metros

Ahora hicimos un acotamiento de 500 lugares (metros).

En la simulación del acotamiento de 5000 metros, hicimos la gráfica de flujo contra densidad 6.5 para diferente número de *gandallas* y como se puede ver en la figura, los resultados son muy parecidos a los observados en la sección anterior, conforme aumenta la proporción de vehículos que manejan de modo *gandalla* el flujo disminuye.

Si enfocamos la atención del flujo en la zona del acotamiento, podemos ver la diferencia entre ser y no ser *gandalla*, podemos ver que en promedio los *gandallas* avanzan más que los *normales* sin embargo en algunas ocasiones estos *gandallas* terminan perdiendo. Si regresamos al acotamiento de 5000 metros vemos que con un acotamiento de tal tamaño, los *gandallas* nunca salían perdiendo.

Finalmente tenemos el flujo comparado de *normales* y *gandallas* durante todo el trayecto, no viendo únicamente la zona del acotamiento, y tenemos que ahora sí, en promedio casi siempre salen ganando los *gandallas* aunque hay veces que esto no sucede.

## 6.5. Conclusiones Particulares

Como en el caso del *dilema del prisionero* tenemos ventajas y desventajas en usar acotamientos para rebasar. El flujo final se afecta cuando hay conductores que rebasan por el acotamiento, entre más vehículos se vayan por el acotamiento, más perjudican a la circulación normal y además van a poder rebasar más lento. Cuando el acotamiento es muy grande, los vehículos que rebasen por el acotamiento siempre van a ganar en cambio, si el acotamiento es más chico en algunas ocasiones saldrán perdiendo.

Los “costos” de rebasar por el acotamiento son caros para el resto de la circulación pues casi siempre saldrán perdiendo, en pocas ocasiones verán el beneficio de que algún vehículo circule por el acotamiento como si fuera un tercer carril. Entonces tenemos cada vehículo tiene dos posibilidades

- No irse por el acotamiento
- Rebasar por el acotamiento



Y las consecuencias de rebasar por el acotamiento

- Si todos se van por el acotamiento todos salen perdiendo
- Si el acotamiento resulta ser muy chico hay igual de probabilidades de ganar que de perder
- Lo más probable es que perjudique a la circulación que va decentemente en su carril.

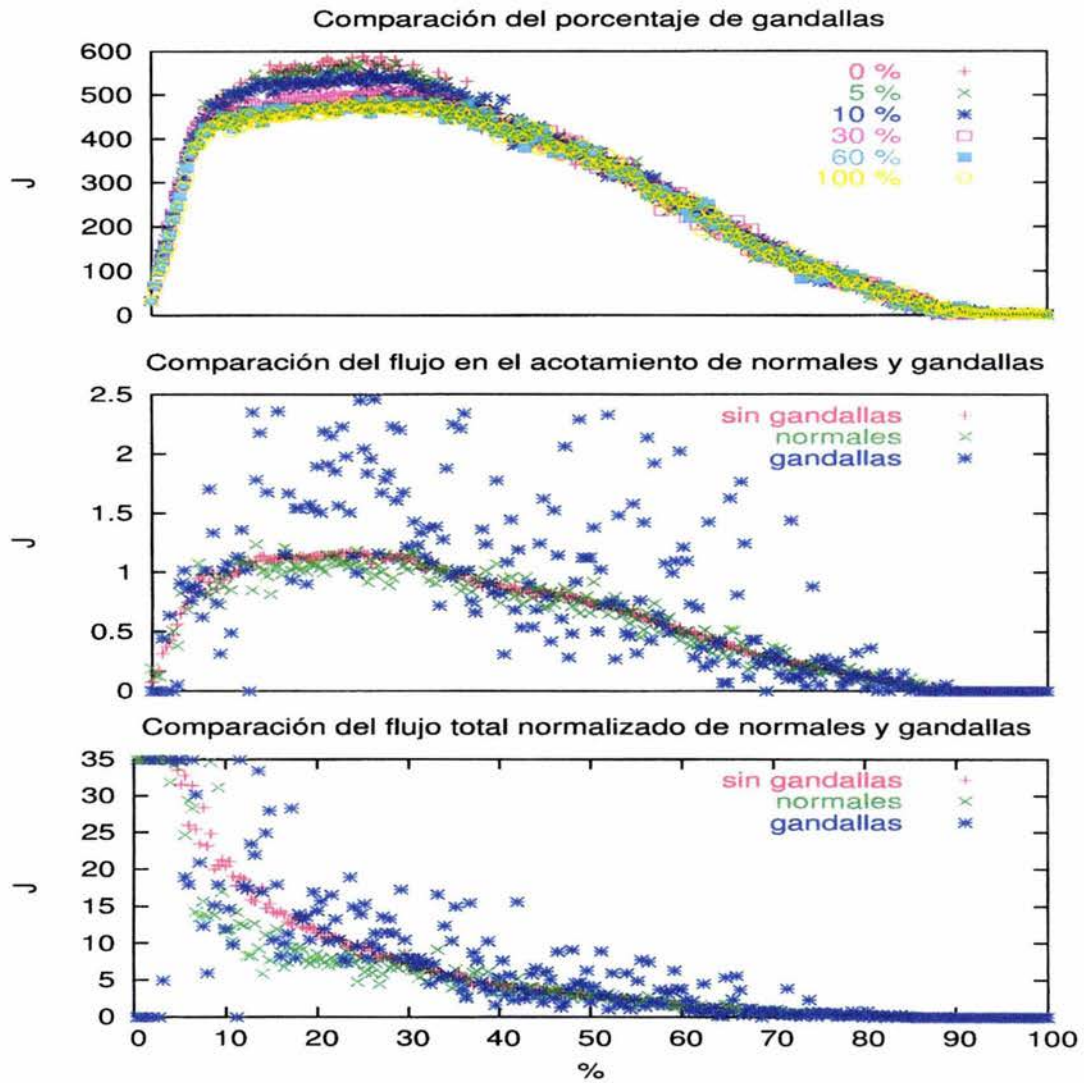


Figura 6.5: A. Gráfica de flujo con respecto a la densidad para un acotamiento de 500 metros y diferente proporción de vehículos *gandallas*.(dqg-fp5pg) B. Gráfica de flujo con respecto a la densidad con 60% de vehículos *gandallas*. En esta gráfica se midió el flujo únicamente en la zona del acotamiento para amplificar el efecto.(dqg-fp5pgen). C. Gráfica de flujo con respecto a la densidad con 60% de vehículos *gandallas*. El flujo fué medido durante todo el circuito.(dqg-fp5pgen)

# Capítulo 7

## Resumen y conclusiones

Tenemos un modelo de tráfico vehicular que simula en gran medida el tráfico real. Con este modelo, pudimos comparar y evaluar diferentes medidas de agilización vehicular para obtener muchos resultados y conclusiones, descritos en el capítulo anterior. Ahora resumimos y enfatizamos los resultados más relevantes:

- *El flujo libre termina a muy bajas densidades.* Según la velocidad máxima permitida, se observa la zona de *flujo libre*. En este tipo de flujo, encontramos el modo más seguro de circular, sin tráfico ni congestión. A estas densidades de coches, la probabilidad de que sucedan accidentes es muy baja y se puede considerar al coche como un medio de transporte eficiente y seguro. Sin embargo la densidad a la cual este *flujo libre* desaparece, es muy chica (entre 15 y 18%). Por tanto, es absurdo imaginar una ciudad sin tráfico con la cantidad de vehículos que tenemos. Busquemos otro medio de transporte.
- *Los vehículos lentos entorpecen de modo significativo la circulación.* No basta que en condiciones ideales (sin distraídos ni lentos), la circulación sea tan lenta a densidades medias-altas de vehículos, sino que además, cualquier perturbación a dichas densidades, es causa de desastres en la circulación; por ejemplo, vehículos *lentos* o choferes *distraídos*.
- *La eficiencia del segundo carril.* Como estudiamos en el capítulo cinco, dos carriles no son más eficientes que un solo carril. Con esto queremos decir que es más eficiente —para el transporte— hacer dos calles separadas de un solo carril a una calle de dos carriles. Bueno, hay que aclarar que no estamos pensando en vehículos descompuestos, pero sí en calles enormes como aquellas de 5 carriles. Convendría más hacer dos un poco separadas que pudieran distribuir la concentración de vehículos en una misma calle, aunque sí sale más costoso.
- *Las velocidades máximas distintas en cada carril de una calle son una mala idea,* ya que alentan el flujo del carril de alta velocidad, esto es para circuitos sin entradas ni salidas de vehículos.

- *Distribuciones iniciales* Cuando iniciamos con una distribución inicial de vehículos uniformemente distribuida a lo largo de la malla, obtenemos patrones que son causa de la simetría del sistema. En una distribución inicial de *semáforo* es mucho más eficiente dejar espacio al vehículo de enfrente para agilizar la circulación.
- *El parámetro de orden* que creamos basado en las velocidades promedio de los vehículos, nos fue de mucha utilidad para poder describir y encontrar los diferentes estados del sistema.
- *Con nuestro modelo de vehículos designados*, obtuvimos una simulación más fiel al tráfico real, ya que como pudimos ver, los vehículos lentos no perjudican tanto la circulación y se pueden establecer diferentes modos de manejar.
- *En la simulación del acotamiento*, obtuvimos buenos resultados, pudimos comprobar que efectivamente los coches que circulan por los acotamientos para rebasar casi siempre salen ganando —dependiendo de las condiciones— y perjudican bastante a la circulación normal.

## 7.1. Lo que sigue

El tráfico, es un problema de todos los días, formas de modelarlo y problemas que hay que modelar son muchos. Entre los detalles interesantes están las entradas y salidas de vehículos al *periférico* que seguramente a la hora de hacer un circuito de alta velocidad hay que estudiar perfectamente las conveniencias del orden en que están puestas las entradas y las salidas. Hay que ver qué pasa con el tráfico en un sistema como este.

Otro problema interesante es el cruce de calles y semáforos, que también se puede modelar como lo hicimos para el circuito cerrado, y de este modo se podrían estudiar semáforos inteligentes para ver su eficiencia antes de aplicarlos a la circulación real.

También hay problemas más sencillos como son los topes o reductores de velocidad.

Y finalmente, se pueden simular carreteras completas, como por ejemplo la vía México-Toluca, hay que estudiar como se da la reducción de velocidades debido a curvas, y así poder entender el tráfico que se causa en diferentes zonas de diferentes carreteras.

# Bibliografía

- [1] D. Chowdhury, et al. *Statistical Physics of vehicular traffic and some related systems*, Physics Reports 329, 199-329 (2000)
- [2] Schadschneider, A. *Statistical Physics of Traffic Flow*, Physica A285, 101 (2000)
- [3] S. Wolfram, *A New Kind of Science*, Canadá, Canadá (2002)
- [4] M. M. Woolfson, et al. *An introduction to Computer Simulation*, Oxford University Press, United States (1999)
- [5] R. Herman and K. Gardá, *Sci. Am.* 209(6), 35 (1963)
- [6] M. Bando, K.Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugyyama, *Phys. Rev. E* 51, 1035 (1995); *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* 11, 202 (1994)
- [7] M.J. Lighthill and G.B. Whitham, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 229, 281 (1955)
- [8] I. Prigogine and R. Herman, *Kinetic Theory of Vehicular Traffic* Elsevier, Amsterdam (1971)
- [9] J.P. Rennard, *Introduction to Cellular automata* (2000)
- [10] D. Helbing, *Traffic and related self-driven many-particle systems*, Reviews of modern physics, volume 73 (2001)
- [11] I. Levine, *Fisico Química*, McGraw-Hill, 3a edición (1991)
- [12] G. Castellan, *Fisicoquímica*, Addison Wesley Longman (1987) K. Nagel, *Particle Hopping Models and Traffic Flow Theory*,(in preparation) (1996)
- [13] K. Nagel, M. Schreckenberg, *Physical Modelling of Traffic with Stochastic Cellular Automata*
- [14] H. K. Lee, et al. *Macroscopic traffic models from microscopic car-following models*. Physical Review E, 64, 056126 (2001)



- [15] D. Chowdhury, et al. *A cellular-automata model of flow in ant-trails: non-monotonic variation of speed with density.* J. Phys. A35, L573 (2002)
- [16] T. Nagatani, *The physics of traffic jams* Reports on Progress in Physics. 65, 1331-1386 (2002)
- [17] D. Helbing, *Empirical traffic data and their implications for traffic modeling* Cond-mat 9806062 (1998)