



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"Determinación de Parámetros Físicos
de la Estrella RR de Lira RU Piscium"

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
F Í S I C O
P R E S E N T A :
GUSTAVO JUSTINO REYES MARTÍNEZ



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

DIRECTOR DE TESIS:
M. EN C. JOSÉ HERNÁNDEZ GILDO PEÑA SAINT MARTÍN



2004
FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Determinación de Parámetros Físicos de la Estrella RR de Lira RU Piscium"

realizado por Reyes Martínez Gustavo Justino

con número de cuenta 09251829-2 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

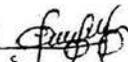
Director de Tesis
Propietario

M. en C. José Hermenegildo Peña Saint Martín

Propietario Dr. Roberto Ortega Martínez 

Propietario M. en C. Ignacio Campos Flores 

Suplente Dr. René Carrillo Moreno 

Suplente M. en C. Augusto Cabrera Manuel 

Consejo Departamental de Física


DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A Refugio y
Genoveva
Mis padres.

VOY A ENCADENAR LOS RECUERDOS, VOY A HACERLOS UNO SOLO.

Y RECORDAR

Agradecimientos:

El camino que he transitado no a sido fácil, y no es una queja, en este espacio-tiempo he tenido la fortuna de tener y conocer personas que siempre me animaron a continuar, entre ellos están mis padres de los que siempre e tenido su apoyo incondicional, a pesar de los pesares. Agradezco en particular a mi madre por haberme enseñado a sobrevivir en este mundo matraca, y por supuesto no olvido a mis hermanos y el apoyo que me han brindado, gracias.

De los amigos que conocí solo diré que todas son buenas personas: Gerardo y Alejandro con los que trabaje mucho tiempos, Héctor con el que las discusiones eran bastantes crudas como la realidad, Omar siempre dispuesto a ayudar, gracias por haberme donado la mitad de tu beca, que me fue de mucha ayuda, Moisés, José, Ismael, José Abarca,Luis, Alejandro Noguchi y a todos aquellos que ya no están.

Quiero agradecer asimismo a mi director de tesis M en C. José Peña por ser como es, a Juana Orta Martínez y Verónica Alemán Galindo de apoyo secretarial por su ayuda en cuestiones burocráticas.

Se me olvidaba además agradecer a todos aquellos que no me mataron por hacerme mas fuerte.

ÍNDICE

<i>ÍNDICE</i>	<i>I</i>
<i>Introducción</i>	<i>V</i>
<i>Capítulo 1</i>	<i>I</i>
<i>Estrellas variables</i>	<i>I</i>
1.1. ¿Qué es una estrella variable?	1
1.2 Breve historia de las estrellas variables	1
1.2.1 Descubrimiento fotográfico	3
1.2.2 Descubrimiento por el aspecto espectral	3
1.2.3 Método del parpadeo	4
1.2.4 Detectores de luz	4
1.2.5 Métodos fotométricos	4
1.2.6 Nomenclatura	4
1.3. Clasificación de estrellas variables	5
1.3.1 Clasificación de Pickering	6
1.3.2 Clasificación de Nijland	7
1.3.3 Clasificación de Guthnick	7
1.3.4 Clasificación de Graff	7
1.3.5 Clasificación de Ludendorff	8
1.3.6 Clasificación de Payne- Gaposchkin	8
1.3.7 Clasificación de Schneller	9
1.3.8 Clasificación de Cambel- Jacchia	9
1.3.9 Clasificación espectral.	10
1.4 Variables tipo cúmulo o variables RR Lira	12
1.5 Cefeidas variables	16
1.6 Estrellas beta del Can Mayor	17
1.7 Las estrellas W de la Virgen	18
1.8 Las estrellas RV del Toro	18
1.9 Variables de largo periodo	19
1.10 Variables eclipsantes	19

1.11 Variables Pulsantes	19
1.12 Variables intrínsecas	20
1.13. Relación periodo luminosidad	21
1.14. Relación periodo densidad media	22
Capítulo 2	25
<i>Condiciones físicas del equilibrio interno en las estrellas</i>	25
2.1 Equilibrio hidrostático	25
2.2 Distribución de la masa	28
2.3 Transporte de energía	29
2.4 Gradiente de temperatura	30
2.5 Pulsaciones	33
Capítulo 3	49
<i>Fotometría</i>	49
3.1 Fotometría visual	49
3.2 Fotometría fotográfica	50
3.3 Fotometría fotoeléctrica	51
3.4 Sistemas fotométricos	52
3.4.1 Sistemas de banda ancha	55
3.4.2 Sistema de banda intermedia	61
3.4.3 Sistema de banda angosta	64
Capítulo 4	67
<i>Estrella RU Piscium, observaciones, métodos de reducción y determinación de los parámetros físicos</i>	67
4.1 Estrella RU Piscium	67
4.2 Observaciones	70
4.2.1 Fotometría al sistema estándar	73
4.2.2 Desenrojecimiento	77
4.3 Parámetros físicos	78

4.4 Reducción de datos	79
4.4.1 Calculo de incertidumbres	84
Capítulo 5	89
Resultados	89
5.1 Resultados de la fotometría al sistema estándar	89
5.2 Parámetros físicos	94
5.3 Conclusiones	97
Apéndice de estrellas RR Lira	99
A.1. Características generales de las estrellas RR Lira	99
A.2. Estrellas RR Lira: parámetros y propiedades físicas principales	102
A.3. magnitud absoluta	104
A.4. Temperatura superficial	105
A.5. Composición química	106
A.6. Edad	109
A.7. Evolución estelar de las estrellas RR Lira	109
A.8. El cambio de periodo de las RR Lira	113
A.9. Estrellas RR Liras en la vecindad solar	117
A.10. Variables RRc de la vecindad solar	117
4.11 Estrellas RR Lira en la parte densa del disco y el halo galáctico	118
A.12. El enrojecimiento: Métodos de determinación	118
A.13. El método ΔS en las estrellas RR Lira	121
A.14. Diagramas O-C	123
A.15. El efecto Blazhko en las estrellas RR Lira	126
BIBLIOGRAFIA	133

Introducción

En el presente trabajo se determinaron los parámetros físicos de la estrella RU Piscium, una estrella pulsante que ha sido relativamente poco estudiada. La estrella fue observada en el año de 1995, los datos adquiridos durante su observación, aplicando la fotometría de Strömngren de banda intermedia, fueron a los que se les hizo la reducción para la determinación de los parámetros físicos de la estrella.

RU Piscium como ya comentamos es una estrella poco estudiada, se le a calculado su temperatura promedio en aproximadamente 6450K, y un periodo de aproximadamente 0.3903878, tal estrella sugieren algunos autores tales como Tremko (1964) presenta un posible efecto Blazhko, sin embargo hay controversias al respecto. RU Piscium es una estrella del tipo RRc de baja metalicidad, así la estrella RU Piscium es una estrella con características muy particulares que invitan a estudiarla.

En el primer capítulo se da una definición general de las estrellas variables, su historia, su clasificación, los tipos más relevantes de ellas, y se describen las relaciones que existen entre la luminosidad y el periodo y el periodo y la densidad media.

En el capítulo dos desarrollamos cinco cuestiones que son de suma importancia para la descripción del equilibrio interno en las estrellas: el equilibrio hidrostático, la distribución de la masa, el transporte de energía, el gradiente de temperatura, esto se asume bajo la consideración de una estrella en equilibrio, posteriormente se pasa, bajo pequeñas oscilaciones, al caso de estrellas pulsantes y de igual forma se analizan los casos para que existan las pulsaciones.

En el capítulo tres se describen los primeros desarrollos de la fotometría, las características principales de los sistemas fotométricos, banda ancha, banda intermedia y banda angosta.

En el capítulo cuatro se da una breve descripción de la estrella RU Piscium, de las observaciones y se desarrolla el método utilizado en la reducción de los datos para determinar los parámetros físicos que

Introducción

es el objetivo primordial del presente trabajo. En el capítulo cinco se reportan los resultados de la fonometría al sistema estándar, los parámetros físicos obtenidos y las conclusiones.

Capítulo 1

Estrellas variables

1.1. ¿Qué es una estrella variable?

Cuando se habla de estrellas variables pensamos naturalmente en aquellas estrellas que se caracterizan por variar en intensidad luminosa, es decir en magnitud. Tales cambios pueden ser, en algunas estrellas, muy pequeños, apenas perceptibles a simple vista, mientras que en otras el cambio de luminosidad puede llegar a muchas magnitudes, ya sea aumentando unas 10,000 veces, como es el caso de las llamadas novas, o bien disminuyendo en luminosidad a un diezmilésimo de su brillo inicial. La expresión estrella variable es usada para describir, a una estrella cuyo brillo no es constante. Pero esa descripción es un poco restringida; ya que las fluctuaciones en la luminosidad de una estrella conocida como su variación fotométrica, es usualmente acompañada por variaciones en otras cantidades físicas, las cuales pueden ser directamente medidas, tal como el tipo espectral, o deducidos indirectamente, tal como la temperatura efectiva.

1.2 Breve historia de las estrellas variables

Una de las primeras estrellas en las que se observó un cambio prominente, fue vista en 1572, y fue llamada la estrella de Ticho, ubicada en la constelación de Casiopea. Su cambio en brillo fue 10,000,000 de veces su brillo original.

Así, el primer caso comprobado de una estrella que varía periódicamente en brillo, es el de la estrella **Omicrón**, ubicada en la constelación de **Cetus** (La ballena) descubierta por David Fabricius en 1596, una estrella de tercera magnitud.

Para 1603 Bayer, ignoraba el suceso ocurrido 7 años atrás y catalogó la estrella como **Mira** en su atlas, fue hasta el año 1660 se descubrió que Mira tenía un cierto periodo regular de 11 meses.

Hasta 1667 no se había descubierto alguna otra estrella variable. Por esos años se observó que la estrella llamada Beta ubicada en la constelación de Perseo.

Siendo β de Perseo una estrella variable de distinto tipo que Mira, ya que su periodo de variación no excedía en 3 noches, pero en ocasiones menos de 3 noches. La estrella citada también se conoce como Algol. Un siglo después Goodrike fue el que interpretó las causas de las variaciones de la luz de β Perseo, lo cual se debía a un eclipse estelar, debido a que Algol es un sistema binario, así a las estrellas que presentan esta característica son denominadas variables **ALGOL**.

Tiempo después del descubrimiento de Algol, solo se observaron 2 estrellas variables más, estas fueron (χ) en la constelación del Cisne, descubierta por Kirch en 1686, y la denominada posteriormente R de la Hidra descubierta por Maradi en 1704, con una variación del tipo Mira, con periodos más largos, los cuales son de 13 meses y medio para χ y de 17 meses para R de la Hidra.

Entre los años 1780-1790 fueron descubiertas otras cuantas variables: R del León, variable de largo periodo semejante a Mira; β de Lira, la cual es una binaria eclipsante, Delta (δ) Cefeo y Eta(η) Águila, estas variables tienen un tipo de variación que no se conocía en ese entonces, con periodos de 5 a 7 días respectivamente; Sus amplitudes de comparación son relativamente pequeñas, alcanzando apenas una magnitud. Por lo tanto las estrellas que tienen las características de δ Cefeo se designan con el nombre de **Cefeidas**.

Para 1795 se descubrieron 3 clases de variables poco comunes: Alfa(α) Hércules, que es una estrella rojiza con fluctuaciones irregulares de amplitud pequeña, la cual fue descubierta por sir William Herschel; Una estrella localizada en la constelación Corona Boreal, R Corona Borealis; y otra en el escudo llamada R Scuti, la cual tiene una periodicidad semi-regular. Otro tipo es V de los Gemelos a veces designada SS del Cisne, descubierta a finales del siglo XIX, sin embargo el número de variables de tipo no es muy grande.

Con el advenimiento del telescopio se incrementa el número de variables descubiertas. Posteriormente, la introducción de la fotografía y el comparador de parpadeo al estudio de las estrellas variables dieron un gran impulso al descubrimiento de más variables. Estas técnicas engrosaron el catálogo de estrellas variables (GCVS), el cual listaba 10,912 estrellas en su primera edición de 1948 y en su tercera edición de 1968 listaba 20,437, alternativamente se realizaba un catálogo con variables sospechosas, Catalog of Stars of Suspected Variability (CSSV), el cual contenía 8,134 objetos.

1.2.1 Descubrimiento fotográfico

El descubrimiento fotográfico consiste en tomar dos placas en distintas noches y en la misma región del firmamento, el tiempo puede ser una semana, meses o años. El caso es que comparando estas placas se podía observar que objetos aparecían, cuales faltaban y aquellos que disminuían su brillo. En el caso de las estrellas variables, si una placa se hace positiva y estas se superponen, se encontrarían los cambios ocurridos, es decir al no coincidir dos imágenes se suponía que se estaba observando una variable.

1.2.2 Descubrimiento por el aspecto espectral

Algunas variables tales como las Novas o las que tienen largo periodo, son a veces descubiertas por el aspecto característico de sus líneas espectrales. Esto se consigue colocando un prisma frente al lente principal de un telescopio y la poca luz que incide sobre el prisma o la imagen de la estrella es transformada en bandas de emisión y/o de absorción, las cuales determinan la clase espectral a la que pertenecen.

1.2.3 Método del parpadeo

Para tal determinación se usaba la máquina llamada del parpadeo en la cual se colocaban las placas de la misma región con diferencia de meses o de años, por medio del ocular se analizaban las dos placas alternativamente y se determinaban los cambios ocurridos en brillo.

1.2.4 Detectores de luz

Los avances en la electrónica permitieron, a principios del siglo XX, construir instrumentos tales como la fotocelda o fotomultiplicador, en la cual los fotones inciden en una capa de un elemento adecuado, desprendiendo electrones. Esto crea una corriente eléctrica cuya potencia es proporcional a la suma de flujo de luz y la cual es grandemente amplificada por un aparato adecuado.

Un nuevo implemento es el sistema CCD (Charge-Coupled Device). El principio es el siguiente: el aparato contiene una serie de electrodos los cuales atrapan los electrones liberados por el impacto de los fotones en la placa de silicón. Después de la exposición, dejados los procedimientos electrónicos, los electrones, los cuales se tienen acumulados, se hacen deslizar para una lectura primaria, Esos, entonces, transmiten la información a la memoria de una computadora. Este aparato muy minimizado se puede acoplar a un fotocontador.

1.2.5 Métodos fotométricos

Si deseamos estudiar pequeñas variaciones de magnitud con un alto grado de precisión, debemos entonces emplear medios instrumentales para determinar las diferencias en magnitud; para esto es adecuado un fotómetro.

1.2.6 Nomenclatura

A algunas de las estrellas se les asignó el nombre de letras griegas, mientras que a otras, se les denomina con letras mayúsculas y, a otras mas, con simples números pero, cuando se descubrían

estrellas nuevas, fue necesario buscar una nomenclatura consistente. También para el caso de las estrellas que carecían de denominación previa. La nueva nomenclatura estaba basada en las letras del alfabeto, comenzando con R y hasta llegar a la Z. Conforme el orden como iban apareciendo en una constelación fija. A la letra correspondiente se le asignaba el mote de la forma genitiva del nombre de la constelación en donde se localiza la variable; algunos ejemplos son: R Hydrae; S Leonis, T Virginis, etc., pero cuando el número de estrellas encontradas en una constelación excedía a 9 se convino duplicar las letras. Como ejemplos tomemos los siguientes: RR, RS, RT, etc. RE enseguida SS, ST, SU, y como antes se continuo hasta la ZZ, pero si estas combinaciones no eran suficientes para algunas constelaciones que tuvieran muchas variables, se convino retroceder hasta las letras AA tomando las combinaciones de A o Z y así sucesivamente hasta QZ, dejando aun lado las combinaciones con la letra J. Además se convino para completar las letras un sistema de números. Así, por ejemplo, QZ indica la variable 334 en alguna constelación, la siguiente 335 precedida, por ejemplo, de la letra V, así V335 la cual se localiza en Ofiuco, es una cefeida de corto periodo. Esta clasificación la adoptó una comisión que se encargó de designar a aquellas estrellas que eran variables, la cual lleva el nombre de: Comisión de estrellas variables de la Astronomische Gesellschaft de Alemania. Pero no todos siguen estas reglas, por ejemplo, Harvard da su propio número de orden a cada una de las variables descubiertas en su laboratorio; Así se tiene que SS del Cisne, es H. V. 84, β Dorado es H. V.4010 etc. Como se observa, no existe una forma única para clasificar a las variables, en todo caso se tomaría la clasificación más general.

1.3. Clasificación de estrellas variables

En esta sección se hará un recorrido por las distintas clasificaciones de las estrellas variables que a través de los años se han hecho de ellas.

1.3.1 Clasificación de Pickering

En 1881 Pickering sugirió una clasificación que pronto se puso en boga. Propuso 5 grupos o clases:

CLASIFICACIÓN DE PICKERING
I. Novas
II. De Largo Periodo
III. Irregulares
IV. De Corto Periodo
V. De Tipo Algol.

Posteriormente la clase I se dividió en novae ordinarias y supernovas; las primeras se encuentran ordinariamente en nuestra galaxia y en las galaxias próximas; las últimas son excepcionalmente brillantes que se han observado, en su mayor parte, en las galaxias distantes.

Tiempo después Pickering dividió la clase II en tres grupos: **IIa**, las estrellas de tipo Mira; **IIb**, las estrellas de tipo U de los Gemelos o SS del Cisne y, **IIc**, las estrellas de tipo R de la corona Boreal. Pero conocimientos posteriores sugirieron que las clases **IIb** y **IIc** no debería haberse colocado en la clase de largo periodo, la única razón para hacerlo había sido el hecho de que sus demarcaciones, a partir del máximo o mínimo de luz normal, se producía a intervalos de tiempo mas bien largos que cortos.

La clase **III** irregulares, fue transformada en una especie de sitio de unión de todas las estrellas para las cuales no podía encontrarse regularidad alguna en el periodo. Esa clase se subdividió de muchas maneras por otros astrónomos. Varias estrellas que estaban en el grupo **III** con el tiempo se han colocado en otros grupos.

1.3.2 Clasificación de Nijland

Nijland estableció tres grupos generales:

I. Variación Regular	II. Variación semirregular	III. Variación Irregular
a. Algol	a. Mira	a. Novas
b. β Lira	b. U Gemelos	b. Otras variables irregulares (R de la corona Boreal y RX de Andrómeda)
c. ξ Gemelos	c. RV Toro y η Gemelos	
d. δ Cefeo		
e. RR Lira		
f. S Flecha		

1.3.3 Clasificación de Guthnick

Entre las clasificaciones propuestas esta la de Guthnick, el cual las clasificó de la siguiente manera:

I. Novas	V. Mira
II. R de la corona Boreal	VI. R de la flecha
III. U de los Gemelos	VII. δ de Cefeo y RR de Lira
IV. H de los Gemelos y R del Escudo	VIII. Eclipsantes

1.3.4 Clasificación de Graff

Graff clasificó a las variables, primero de acuerdo con el color para las de largo periodo y las irregulares, después en cefeidas y estrellas eclipsantes, según parece era de la opinión de que las novas no pertenecían a la secuencia. Sus clases fueron las siguientes:

I. Estrellas Rojas	II. Estrellas amarillas	III. Estrellas cefeidas	IV. Estrellas eclipsantes
a. Mira	a. U de los Gemelos	a. δ de Cefeo	a. Algol
b. M de Cefeo	b. R de la Corona Boreal	b. RR de Lira	b. β de Lira

1.3.5 Clasificación de Ludendorff

Una de las clasificaciones que se consideró en su tiempo la más completa es la propuesta por Ludendorff en 1928, es la siguiente:

I. Novas	VI. M de Cefeo
II. Semejantes a Novas	VII. RV del Toro
III. R de la Corona Boreal	VIII. Cefeidas de largo periodo
IV. U de los Gemelos	IX. Cefeidas de corto periodo
V. Mira	X. Eclipsantes

1.3.6 Clasificación de Payne- Gaposchkin

Cecilia Payne y S Gaposchkin han clasificado las variables en cuatro grupos principales, como sigue:

A. Variables geométricas, que incluyen las estrellas eclipsantes, y, elipsoidales, así como las estrellas oscurecidas por nebulosas, pero no incluidas en ellas.

B. Las estrellas intrínsecas o de la gran secuencia, que incluyen estrellas de largo periodo, semirregulares, cefeidas y de tipo cúmulo (conocidas en la actualidad como RR Lira), y las variables rojas irregulares.

C. Las variables cataclísmicas, que incluyen las estrellas Novas, SS del Cisne y R de la Corona Boreal.

D. Variables Intrínsecas o Nebulares, que son las envueltas en nebulosas

1.3.7 Clasificación de Schneller

Schneller en su catálogo de estrellas variables en 1938, lista los tipos que dividen las clases en varias subclases. Allí se encuentran **cefeidas**, **binarias eclipsantes**, de largo periodo, de tipo **U de lo Gemelos** y del tipo **Z de la Jirafa**, las del tipo **R de la corona boreal**, **novas** del tipo **RV del Toro**, del tipo regular y semirregular, de corto periodo y las de tipo desconocido. Las cefeidas han sido luego divididas en grupos caracterizados por δ de Cefeo, ζ de los Gemelos y RR de Lira.

1.3.8 Clasificación de Cambel- Jacchia

L. Cambel y L. Jacchia (1946) resumen todas las clasificaciones. En su clasificación el agrupamiento siguiente sería suficiente para incluir los tipos más importantes de estrellas variables, más o menos ordenado.

Clases Principales	Sub-clases	Ejemplos
Cefeidas	β Can Mayor Cúmulos Clásica Semi-Regular	β Cefeo RR Lira δ Cefeo RV Toro
Largo-Periodo	Me y Se Ne y Re	Mira Ceti y Camelopardalis R Leporis y Camelopardalis
Gigantes Rojas	Semi-Regular Regular	V Osa Mayor μ Cefeo
Novas	Super Ordinarias Recurrentes	S Andrómeda Hércules, 1934 RS Ophiuchi
Semejantes a Nova	Z Andrómeda U Géminis X Camelopardalis	AX Perseo SS Cignus RX Andromrda
Eclipsantes	Algol W Osa Mayor β Lira Elipsoidal	β Perseo RR Centauro u Hércules ζ Andrómeda
Erráticas	Velos Irregular Nebular R Corona Boreal Estrellas Be	RR Toro T Orión RY Sagitario Γ Casiopea

Tabla 1.1 resumen de clasificación de estrellas variables (Cambel, Jacchia)

1.3.9 Clasificación espectral.

Pickering y sus colaboradores establecieron la clasificación espectral de las estrellas, la cual hoy día sigue siendo usada, conocida como la clasificación de Harvard; como sigue:

W—O—B—A—F—G—K—M—S—C

En la siguiente tabla se muestra esta clasificación, en la cual puede ser visto que la temperatura va decreciendo de las estrellas W a las estrellas C. Como el número de estrellas que son observadas espectroscópicamente es enorme (más de 500,000 en total,) el método tiene que ser largo y utiliza subclases tales como BO, B1, B2,...B9.

Tipo	Características	Temperatura	Ejemplos
W	Helio ionizado en su Espectro de emisión Presenta carbón(WC) Y nitrógeno(WN)	50 000	V444 Cig8(WN5) CV Ser (WC7)
O	Helio neutro(H I) o ionizado En su espectro de absorción Además líneas de hidrógeno	35/20 000	ζ Pup(O5) δOri(O9.5)
B	Helio más débil, Hidrógeno (Serie de Balmer) fuerte	20/12000	εOri(B0) βOri(B8)
A	Líneas de Balmer dominantes: Algunas líneas ionizadas parti- cularmente calcio ionizado	12/8000	α Lyr(A0) α Aql(A7)
F	Calcio neutro y calcio ionizado Otras líneas metálicas	8/7000	α Per(F5) β Vir(F9)
G	Ca II dominante. Algunas li- neas metálicas	7/5000	Sol (G7) βAql(G8)
K	Ca II y líneas metálicas. Apare- cen bandas moleculares	5000/3500	σ Dra(K0) α Tau(K5)
M	Dominante Oxido de titanio(TiO) Otras bandas moleculares	3500/3000	αSco(M15) αHer(M5)
S	Dominante Oxido de Zirconio (ZrO)	3000	R Gem(S3) R And(S7)
C	Intensas bandas de moléculas de Carburos(CH,CN)	2500	19Psc(C6)

Tabla 1.2 muestra la clasificación espectral de Harvard

Más recientemente, subdivisiones intermedias tuvieron que ser introducidas tales como BO, BO.5, B1, B1.5,... y otras subdivisiones mas finas, La clasificación de Harvard no distingue enanas de gigantes; La clasificación más común usada hoy en día es la de Yerkes, conocido como el sistema MKK (Morgan, Keenan y Kellman).

La siguiente figura muestra el diagrama Hertzsprung-Russell. En este diagrama se ha graficado la magnitud absoluta visible M_V a lo largo del eje vertical y el tipo espectral a lo largo del eje horizontal: las líneas que muestra la figura representan la distribución de las estrellas en el sistema.

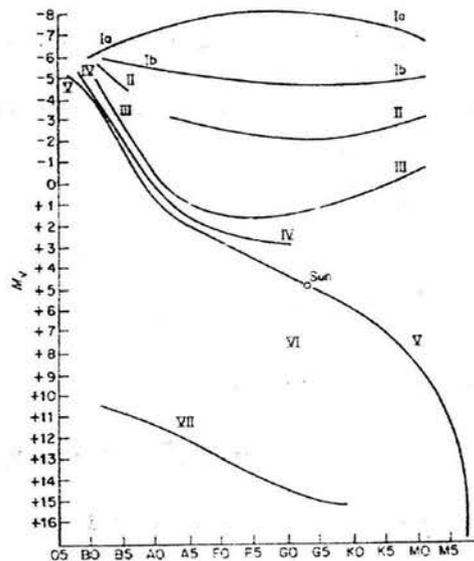


Figura 1.1 muestra la clasificación espectral en el sistema

Los números romanos indican las clases de luminosidad, Ia y Ib corresponden a dos grupos muy distintos de súper gigantes, I a gigantes brillantes, II a gigantes normales, III a sub-gigantes. La clase IV corresponde a sub-gigantes temporales, la clase V es la de mayor importancia llamada secuencia principal, la secuencia de enanas, las cuales incluyen la gran mayoría de las estrellas y se extiende de O hasta las enanas rojas. La clase VI es restringida a estrellas llamadas sub enanas. Finalmente la clase VII es la secuencia de las enanas blancas o estrellas degeneradas. Como se puede observar, las

estrellas W no aparecen en el diagrama, esas estrellas son sub luminosas y están localizadas en el extremo izquierdo debajo de la secuencia principal.

1.4 Variables tipo cúmulo o variables RR Lira

Estas estrellas alcanzan un máximo de luz dos veces por día, la mayoría con un periodo de 0.56 días. Ellas cumplen su ciclo regularmente año tras año y, además, no son visibles a simple vista. Sus movimientos son violentos, moviéndose rápidamente alrededor de nuestra galaxia con velocidades que fluctúan las 200 millas por segundo con ligeras variaciones en el movimiento, repitiéndose. Los fenómenos observados son causados por movimientos alternados hacia adentro y hacia afuera de la capa de la superficie de las estrellas, una especie de pulsación del volumen de la estrella como un todo.

Las estrellas RR Lira en algunos cúmulos globulares son de, prácticamente, la misma brillantez fotográficas y, generalmente, se cree que sus magnitudes absolutas son las mismas en todos los cúmulos semejantes. La generalización tuvo que ser extendida asumiendo que las estrellas RR Lira del campo galáctico, son todas de la misma brillantez. Ese rasgo distintivo hace de las estrellas RR Lira de gran valor en la medición del volumen del espacio que las contiene. Las estrellas RR Lira son encontradas solo en un dominio particular de la relación color-luminosidad, que parte de la rama horizontal del diagrama magnitud color para la población II cercana a la magnitud absoluta cero que abarca índices de color aproximadamente entre -0.2 y $+0.5$.

El grupo especial de estrellas RR Lira, aproximadamente a un kiloparsec del núcleo galáctico y, por lo tanto, actualmente dentro de la región nuclear, muestra una frecuencia máxima en aproximadamente -0.50 en el logaritmo del periodo.

Las estrellas RR de Lira se pueden clasificar en tres sub grupos:

I. RRa (semejante a RR Lira) caracterizadas por una amplitud cercana o más grande que 1^a magnitud, con un periodo de aproximadamente, 0.5 días, asimétricamente marcado.

II. RRb (semejante a RX Leo) la amplitud es menor que en el primer grupo (0.5 a 0.8 magnitudes); el periodo es más largo (alrededor de 0.7 días) el máximo es mas redondeado y marcadamente menos asimétrica su curva de luz.

III. RRc (semejante a RZ Cep) La curva de luz es casi sinusoidal, con un máximo redondeado, una amplitud próxima a 0.5 magnitudes y un periodo de aproximadamente 0.3 días; Aunque se considera que los tipos a y b no son del todo distintos ya que las variables con periodo de 0.4 a 0.5 días generalmente tienen una amplitud más grande que 1^a magnitud y una asimetría de entre 0.10 y 0.20, mientras que las estrellas con periodos de 0.7 a 0.8 días tienen una pequeña amplitud y una asimetría de 0.20 a 0.25, no se distingue la frontera entre los dos grupos, sino solo un cambio progresivo en la curva de luz. La distinción entre los dos grupos es debida a diferencias en sus propiedades físicas. Las estrellas RRc son un poco más azules y un poco más calientes que las de la clase RRab. De las características ya mencionadas y dependiendo del modo de oscilación que presenten se puede considerar a un cuarto tipo las llamadas RRd (ver apéndice)

A finales de 1980 unas 1900 estrellas RR Lira fueron descubiertas en 77 cúmulos globulares de nuestra galaxia (Suntzeff, Kinman, y Kraft 1991). Mas del 90% de variables en cúmulos globulares son estrellas RR Lira. El campo de ellas, se encuentra en el halo de la galaxia, en el disco grueso, y en el bulbo galáctico; Como la quinta parte de las estrellas variables listadas en el GCVS son RR Lira, y además son conocidas 7 RR Lira por cada Cefeida o W virgins.

Las RR Lira tienen una curva de luz que las caracteriza, como las mostradas en la figura 1.2

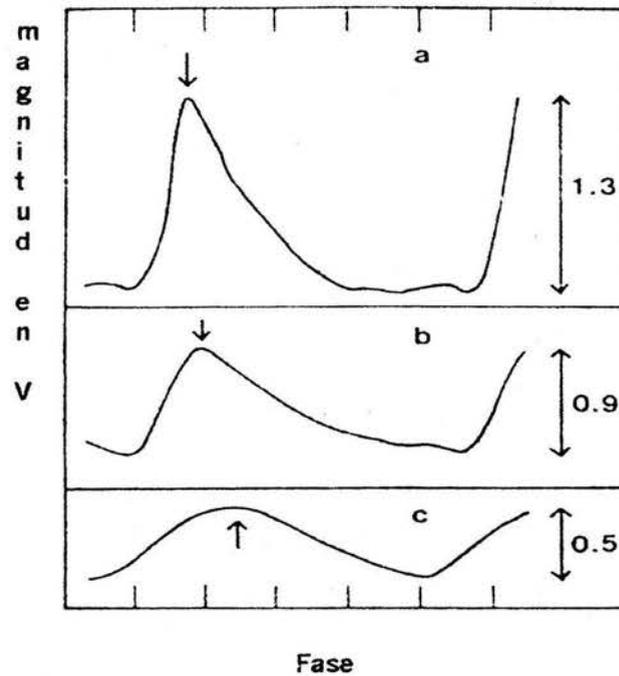


Figura 1.2 curvas de luz características de las RR Lira

Alrededor del 91% son del tipo RRab y solo 9% del tipo RRc. Esto, sin embargo, no refleja la procedencia de las variables de los tipos RRab y RRc en el campo galáctico. Las pequeñas amplitudes de las estrellas RRc, hace que este tipo de estrellas variables sea difícil de descubrir. Obviamente con el avance de las técnicas de observación esto ya no es tan complicado; a diferencia de las estrellas RRc, las estrellas RRab tienen amplitudes grandes y es más frecuente descubrirlas; El periodo de distribución de las estrellas RR Lira de ambos tipos se muestra en las figuras 1.3. (Novikova 1988).

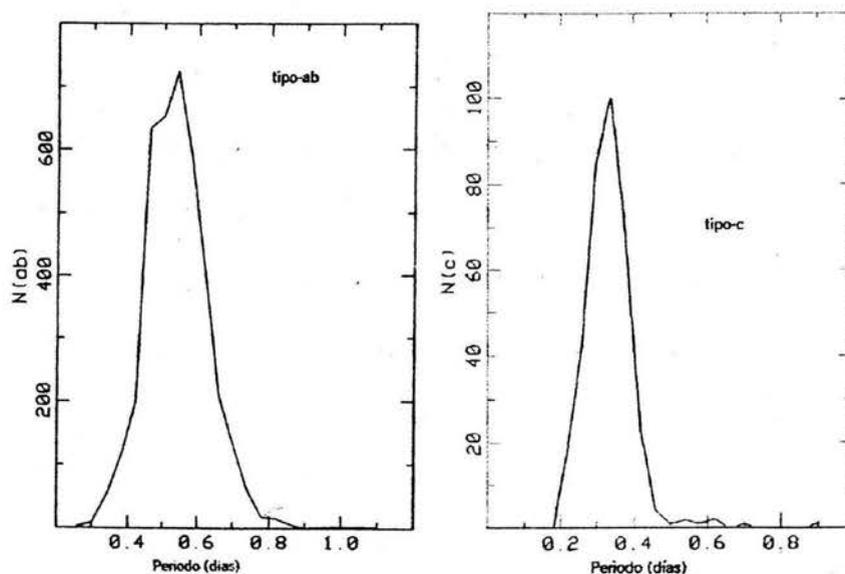


Figura 1.3. Histograma del periodo para el campo de las estrellas RRab-RRc en la galaxia, como se observa en las figuras, puede haber algunas estrellas RRab-RRc, de mayor o menor periodo, la mayoría de las RRab tienen periodos entre 0.3-0.9 días, y las RRc tienen periodos entre 0.18-0.5 días. De Novikova (1988)

Suntzeff (1991) estimó que la población de variables RR Lira en el halo de la galaxia entre 4 y 25kpc del centro galáctico es de alrededor de 8500.

El número de RR Liras en la galaxia incluyendo las que están en el bulbo galáctico y en la parte densa del disco, es substancialmente más grande.

En 1944 Baade anunció el descubrimiento de dos poblaciones estelares distintas: Las estrellas de población I en el disco y las estrellas de población II en el halo y el bulbo. A algunas estrellas de la galaxia incluidas la vasta mayoría de las encontradas en cúmulos globulares, en el halo y en el núcleo del bulbo de la vía Láctea son estrellas pobres en metal y, en principio, esto querría decir que las estrellas RR Lira deberían estar consignadas a la población II, por lo que Preston et al, (1959) demostraron que la clase de estrellas RR Lira incluían una combinación de tipos de poblaciones, Preston encontró que un 25% del campo de las RRab en la vecindad solar corresponden a una población vieja del disco galáctico.

Un gran número de estrellas RR Lira exhiben variaciones en su periodo y sus casos tienen que ser estudiados individualmente; tales variaciones son siempre pequeñas y parecen ser cíclicas, con periodos cíclicos que en algunos casos suman unos cientos de miles de días. Las estrellas RR Lira, pertenecen a la población II; en otras palabras, ellas se localizan en el núcleo galáctico en gran número, en el halo y en cúmulos globulares. Estas estrellas son las más viejas y menos masivas, se estima que su masa es menor que media masa solar. El catálogo GCVS lista aproximadamente 6000 localizados por todos lados de la galaxia. Las más típicas son la RR Lira que son el grupo más brillante, variando de una magnitud visual de 7.00 a una de 8.12 con un periodo de 13hr 36min o 0.56682326 días, y su curva de luz es muy simétrica, pero le toma 2hr 35min ascender hacia el máximo y el descenso le toma 11hr. La variación en luminosidad, como en todas las estrellas pulsantes, es acompañada por una insignificante variación en color, las variaciones en el espectro deberán ser notadas con el tipo espectral variando de A8 a F7.

1.5 Cefeidas variables

Sus periodos son 10 veces más largos, en promedio de alrededor de 6 días. Ellas exhiben pulsaciones similares en la superficie, pero sus movimientos a través del espacio, en comparación a las RR Lira, son muy lentos. El prototipo es δ Cefeo estrella observada a simple vista al norte de la constelación Cefeo. Aproximadamente 700 cefeidas se conocen en la galaxia, pero todas ellas caen dentro de dos grandes grupos:

En el primero están las **Cefeidas clásicas**, cuya típica estrella es δ Cefeo, y cuyas estrellas son de población I; en el catálogo general ellas están denotadas por C δ . También están las estrellas del tipo **W Virgins**, las cuales incluyen estrellas que pertenecen a la población II, y que son denotadas por CW.

Las cefeidas clásicas se encuentran en nuestra galaxia en una estrecha franja a ambos lados del disco. Esta tendencia a estar cerca del disco de la vía Láctea es más pronunciada para las estrellas con periodos más largos.

Las cefeidas tipo cúmulo, por otra parte muestran en su distribución un carácter más caprichoso se las encuentra prácticamente por todas partes en el cielo, con solo una leve concentración hacia el disco de la vía Láctea. En cuanto a sus movimientos, saltan en todas las direcciones posibles yendo a veces a velocidades altas. Es interesante comprobar que los cúmulos globulares, que son los sistemas estelares donde abundan tales variables, se comportan de manera semejante. Ellos presentan solo una leve concentración hacia el disco de la vía Láctea y poseen altas velocidades azarosas.

El comportamiento diferente de las cefeidas de corto y largo periodo, no es quizá sorprendente si tenemos en cuenta sus respectivas dimensiones. Una cefeida típica de corto periodo, como por ejemplo, RR Lira (hoy se sabe que las estrellas RR Lira son un tipo distinto de variables) tiene un diámetro 7 veces mayor que el sol mientras que una cefeida clásica de largo periodo, como ι Corona excede el diámetro del sol en no menos de 200 veces. Las cefeidas de largo periodo son, intrínsecamente, cuerpos muy brillantes.

1.6 Estrellas beta del Can Mayor

La familia de las cefeidas incluye a muchas estrellas tanto cercanas como lejanas. Un grupo de estrellas que está emparentado directamente con las cefeidas es el de las Estrellas Beta del Can Mayor, con intervalos de brillo extremadamente pequeños, que nunca excede un cuarto de magnitud y en la mayoría de los casos llegan solo a unos pocos centésimos de una magnitud; Algunas estrellas del grupo no presentan ninguna variación.

La característica principal de las estrellas beta del can mayor no es su variación de luz sino la variación de la velocidad aparente en la línea de la visual, revelada por un desplazamiento de las

líneas en los espectros. Las estrellas β del can mayor tienen todas ellas periodos muy cortos, desde 2.5hr hasta 8hrs, excepto ϵ de la Osa mayor, gama del Boyero y delta del águila. Las estrellas beta del can mayor son en su mayoría estrellas blancas azuladas de la clase espectral B.

1.7 Las estrellas W de la Virgen

Estas estrellas cuyo periodo es de 17 días, tienen el periodo, la amplitud, la clase espectral y la regularidad de la curva de luz propia de las cefeidas, pero a pesar de esto, tiene ciertas particularidades; aparecen en su espectro líneas de hidrógeno brillantes en su elevación al máximo.

En el cúmulo globular Omega del Centauro encontramos otra estrella, con un periodo de 15 días, cuya curva de luz es casi idéntica a la de W de la Virgen.

1.8 Las estrellas RV del Toro

El espectro de RV del Toro pertenece a la clase K y varía considerablemente del máximo al mínimo.

Las curvas de luz de las estrellas RV del Toro no poseen necesariamente todas las características que presenta su prototipo. Su característica principal común está en su espectro semejante a las cefeidas, además las estrellas RV del Toro se conforman de acuerdo con la relación periodo-espectro de las cefeidas.

Así, pues además de las estrellas pulsantes tenemos las variables rojas, estrellas explosivas, y las estrellas eclipsantes, todas ellas conforman el reino de las estrellas variables; de las cuales, en particular, estudiaremos a la estrella RU Piscium, una estrella pulsante, del tipo RR Lira.

1.9 Variables de largo periodo

De todas las clases las variables de largo periodo estas son las más numerosas y las más observadas. Ellas son, característicamente, rojas o amarillas, los periodos de tiempo son mucho más largos que los de las cefeidas; su valor típico es de 280 días. El rango de brillo es amplísimo, la típica estrella es cerca de 100 veces más brillante en el máximo como en el mínimo. El tipo de estrella es Mira Ceti también conocida como Omicrón Ceti. Ella es observable a simple vista cuando aumenta su brillo pero invisible cuando disminuye.

1.10 Variables eclipsantes

Una variable eclipsante es un sistema binario y puede casualmente ser distinguida de otros tipos por el hecho que esa permanece mas del tiempo en un brillo constante, es oscurecida temporalmente por otra estrella que esta girando en una pequeña orbita. Observaciones espectroscópicas confirmaron esa suposición de una forma notable; La luz decrece cuando la variable esta oculta en parte por su compañera, y el periodo de variación es solo el periodo orbital en el cual las dos estrellas dan vueltas alrededor de su eje común, su centro de masa. Las variables eclipsantes son, por lo tanto estrellas dobles, pero no todas las dobles parecen variables, sino solo aquellas cuyo plano ocasionalmente pasa muy cercano ala tierra. Sus en promedio alrededor de 3 días, Las variables eclipsantes son importantes a causa del tamaño, densidad y por el brillo de la superficie de las estrellas componentes.

1.11 Variables Pulsantes

El diagrafe H-R muestra una región de inestabilidad y en esa región se encuentran ubicadas grupos de estrellas pulsantes, blancas y amarillas, de los tipos espectrales A, F, o G, es decir, las cefeidas enanas, las estrellas delta Escuti; las estrellas RR Lira, las cefeidas clásicas y las estrellas W Virgins; Algunas otras ramas del diagrama H-R consiste de variables rojas y anaranjadas con

periodos más largos e incluye a las estrellas RV Tauri, las estrellas rojas regulares y semi-regulares, y las variables tipo Mira de largo periodo como se muestra en la figura 1.4

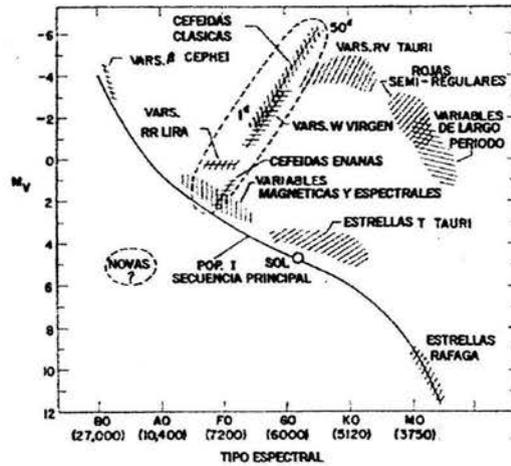


Figura 1.4 Tipos de estrellas pulsantes en el diagrama H-R

1.12 Variables intrínsecas

Las variables intrínsecas son aquellas cuyo cambio de brillantez es resultado de las variaciones físicas de un solo objeto. Algunas variables intrínsecas cambian de manera periódica y su comportamiento puede ser atribuido a algo similar a una pulsación física; sus cambios son usualmente pequeños y menos espectaculares que los de las variables explosivas, tal como las Novas, sin embargo, la distinción entre variables pulsantes y explosivas no es absoluta. En la siguiente tabla 1.3 se muestran algunas de las variables pulsantes de las cuales ya mencionamos algunas.

Tabla 1.3 estrellas variables pulsantes

VARIABLES PULSANTES

Estrellas RR Lira
Cefeidas Clásicas
Estrellas W de la Virgen
Estrellas RV Tauri
Estrellas SX Herculis
Estrellas roja semi-regular
Variables de largo periodo

1.13. Relación periodo luminosidad

Esta relación es importante para el estudio de las estrellas variables, en especial de las cefeidas, ya que, en variables como las cefeidas, la relación permanece constante y ello es aprovechado para utilizar como indicadores estándares de distancias a sistemas estelares lejanos.

La relación periodo luminosidad es la correspondencia entre el periodo de sus variaciones de brillo y sus magnitudes absolutas. Tal relación hizo posible medir la distancia a algún objeto cósmico en el cual existen cefeidas. Así, nosotros podemos relacionar la magnitud absoluta con la distancia como sigue:

$$m - M = 5 \log r (\text{pc}) - 5$$

Donde **M** es la magnitud absoluta de la estrella; **m** es la magnitud aparente de la estrella y **r** la distancia en parsecs a la estrella. La figura siguiente muestra la relación periodo luminosidad.

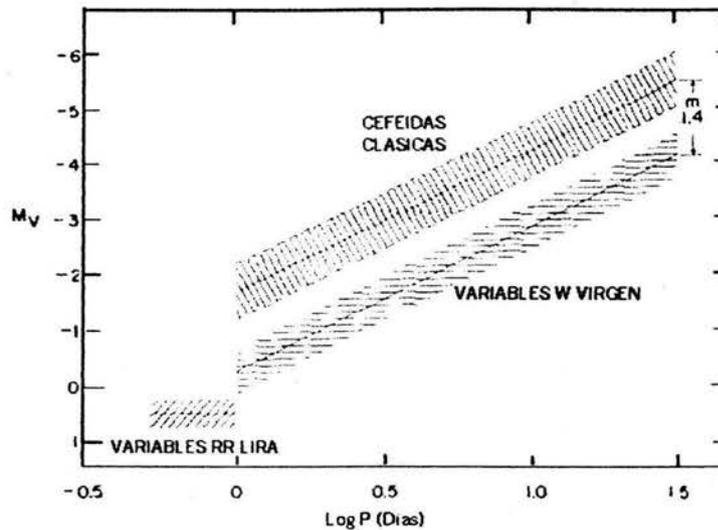


Fig. 1.3 muestra la relación periodo- luminosidad

1.14. Relación periodo densidad media

La relación periodo-densidad media es otra de las relaciones importantes en la teoría física de las estrellas. Nosotros podemos derivar la relación entre el periodo y la densidad media de una estrella pulsante de una consideración de la tercera ley de Kepler.¹ Cuando una estrella esta en su máximo tamaño y en ese estado (no hay presión suficiente) no es lo suficiente mente grande para que sus capas exteriores soporten su presión, ellas simplemente, caen hacia el interior bajo la influencia de la gravitación de la estrella. Así la materia en la superficie de semejante estrella esta temporalmente en caída libre hacia el centro de la estrella, como si esa fuera una orbita alrededor del centro de la estrella; el periodo de revolución de tal materia en su orbita hipotética es del mismo orden de magnitud que el periodo con el cual la estrella debe pulsar. Por la tercera ley de Kepler, su periodo P esta relacionado con la masa M de la estrella y el semieje mayor de la orbita, el cual es proporcional

¹ Los cuadrados de los periodos siderales de los planetas son directamente proporcionales a los cubos del semieje mayor de sus orbitas. En forma algebraica $P^2 = Ka^3$ donde P es el periodo, a es el semieje mayor de sus orbitas y K una constante numérica cuyo valor depende del sistema de unidades en que se mida, tomando unidades astronómicas su valor es $K=1$.

al radio R de la estrella, es relacionado por la ecuación: $(m_1 - m_2)P^2 = 4\pi^2/G(r_1 - r_2) = (m_1 + m_2)P^2 = (1)P^2 = P^2 = a^3$, en las unidades adecuadas $4\pi^2/G = 1$, donde $MP^2 \propto R^2$ y resolviendo para el periodo se tiene que $P \propto R^{3/2}/M^{1/2}$. Ahora la masa de la estrella es el producto de su volumen $4/3(\pi R^3)$ y su densidad media; por lo tanto $P \propto R^{3/2}/R^{3/2}\rho^{1/2}$, entonces tenemos que:

$$P\sqrt{\rho} = \text{Constante.}$$

La estrella no completa su orbita alrededor de su centro. Nosotros vemos que en una Cefeida por ejemplo, el radio cambia menos del 10%, por otro lado si en un punto en la superficie estelar puede completar tal orbita, esa debe tranquilamente, gastar más de su tiempo en la parte superficial de esa orbita; Así, la representación no es tan mala como podría parecer.

Capítulo 2

Condiciones físicas del equilibrio interno en las estrellas

Para la descripción de los interiores estelares son usadas y aplicadas las leyes de la física que describen el proceso. Así, se supone que las estrellas están en estado de equilibrio. Por supuesto es sabido que en las estrellas pulsantes tal equilibrio no sucede pero se pueden tratar a las pulsaciones como una perturbación al sistema en equilibrio. Para ello consideremos lo siguiente

2.1 Equilibrio hidrostático

Considérese una esfera masiva estática manteniéndose unida por la gravedad. Si un elemento de volumen de gas es mantenido mecánicamente en una cierta posición en una estrella y no es expulsado hacia afuera de la estrella por la presión, ni tampoco cae hacia el centro de la atracción gravitacional entonces la condición debe ser necesaria para que las fuerzas de presión y gravedad en un elemento de volumen sumen cero. Esta condición es llamada Equilibrio Hidrostático.

El equilibrio, en el caso de una nube esférica de gas como la ilustrada en la figura 2.1, nos conduce a una ecuación diferencial para el gradiente de presión.

Considérese el pequeño elemento de volumen cilíndrico con eje de longitud $d\mathbf{r}$ paralelo al radio vector en el punto \mathbf{r} y, una sección de área transversal igual a $d\mathbf{A}$, y sea dP el incremento de presión asociado con $d\mathbf{r}$. Entonces, la fuerza radial en ese elemento de volumen debida a la diferencia de presión es:

$$F_p = PdA - (P + dP) dA = -dPdA \quad (2.1)$$

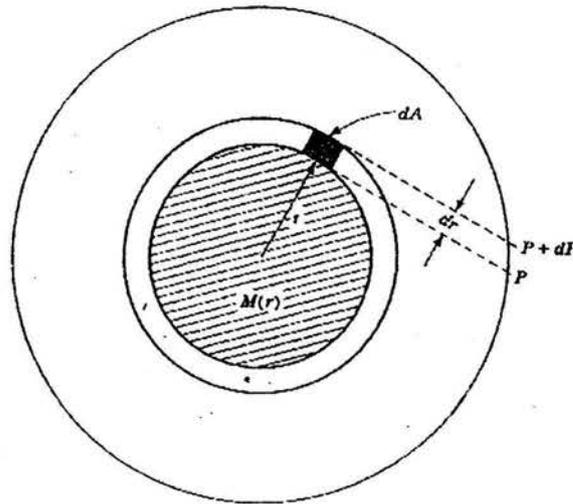


Figura 2.1 Rebanada frontal de una superficie esférica de material estelar, en donde se está tomando una cáscara supuesta esférica de dicho material.

Puesto que la presión debe de crecer en la dirección radial, la diferencial dP debe de ser negativa y la fuerza de presión puede entonces ser positiva. Si el elemento de volumen no es acelerado hacia arriba por F_P , entonces es necesario que sea exactamente cancelada por la fuerza central gravitacional en el elemento de volumen. Si dm es la masa del elemento de volumen y $M(r)$ es la masa interior a la superficie esférica de radio r , la fuerza gravitacional queda expresada entonces, de la siguiente manera;

$$F_G = -G \frac{M(r)dm}{r^2}$$

donde

(2.2)

$$M(r) = \int_0^r \rho(r)4\pi r^2 dr$$

Al escribir la ecuación se tiene que considerar claramente solo la simetría esférica del problema bajo las siguientes suposiciones:

1. Las leyes de la física que gobiernan el interior de una estrella son las mismas como se descubrieron aquí en la tierra.

2. La estrella es estable, es decir, no se hincha ni se colapsa. Mediante esto es que, en cada punto en la estrella, el material esta en equilibrio dinámico; todas las fuerzas actuando en algún elemento que es un pequeño volumen de su materia es balanceado, por lo que el elemento no sufre una aceleración neta.
3. La estrella esta en un estado térmico estable, es decir, que la razón con la que se produce la energía en el interior es exactamente igual a la razón en la cual es radiada desde la superficie por lo que el flujo de la energía del interior de la estrella hacia la superficie es lento, pero estable. Lo mismo acontece con la temperatura en cada punto de la estrella: permanece constante por muy largos periodos; si no fuera así, la energía se concentraría en alguna capa interna de la estrella, la temperatura se elevaría y finalmente se produciría una explosión.
4. La estrella es una esfera, aquí se considera que la estrella no esta rotando, dado que la rotación introduce un achatamiento en los polos y, por lo tanto, una desviación de la simetría esférica; con esto se asegura que cualquier distancia desde el centro de la estrella es la misma para cualesquiera dos puntos en la estrella, por lo que las cantidades con las que se debe tratar solo dependerán de la distancia r desde el centro.
5. El material dentro de una estrella, aun en su mismo centro, esta en un estado de gas perfecto. Obviamente esto es más que una suposición ya que dadas las condiciones en el interior de las estrellas, crea su propia función de estado.

Así, la masa del pequeño elemento de volumen es $\rho dA dr = dm$, entonces;

$$0 = F' + F'_G = -\frac{dP}{dr} - G \frac{\rho M(r)}{r^2} \quad (2.3) \text{ Este}$$

equilibrio de fuerzas junto con la definición de $M(r)$ constituyen una de las más importantes condiciones a ser satisfecha por las estructuras estelares estáticas. Solamente en condicione estáticas complejas son violadas estas condiciones; (Las estrellas pulsantes y las explosivas estarían en esas

condiciones). Pero un ajuste puede ser hecho, de tal forma que la fuerza inercial resultante del término de la aceleración debe estar añadida al equilibrio de la fuerza, entonces, la ecuación del equilibrio hidrostático; que satisfacen las estructuras estelares, es:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM(r)}{r^2} - \rho \frac{d^2r}{dt^2} \tag{2.4}$$

2.2 Distribución de la masa

Además, existe una segunda relación entre la masa, radio y la densidad. Considérese una estrella esférica simétrica y una cáscara de masa $dM(r)$ con anchura dr localizada a una distancia r del centro, como en la figura 2.2.

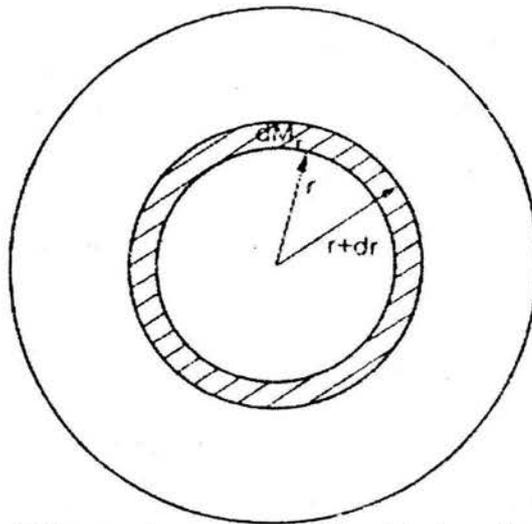


Figura 2.2 La masa de una cáscara esférica delgada es el producto de su volumen y su densidad (Distribución de la masa)

Asumiendo que la cáscara es lo suficientemente delgada (i.e. $dr \ll r$) el volumen de la cáscara es aproximadamente $dV = 4\pi r^2 dr$. Si la densidad del gas es ρ , la masa de la cáscara esta dada entonces por;

$$dM(r) = \rho(4\pi r^2 dr) \tag{2.5}$$

Rescribiendo la ecuación (2.5) se obtiene la ecuación de conservación de la masa, que toma la forma siguiente;

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (2.6)$$

Es la segunda de las ecuaciones fundamentales de la estructura estelar que nos expresa que la masa de una estrella debe cambiar con la distancia desde el centro de la estrella.

2.3 Transporte de energía

La tercera condición del equilibrio nos expresa la conservación de la energía. Se requiere que algo de la energía producida en la estrella tenga que ser transportada a la superficie y sea radiada fuera de la estrella.

Consideremos un cascaron esférico de espesor dr y cuya diferencial de masa es $dM(r)$ y radio r , como se muestra en la figura 2.3.

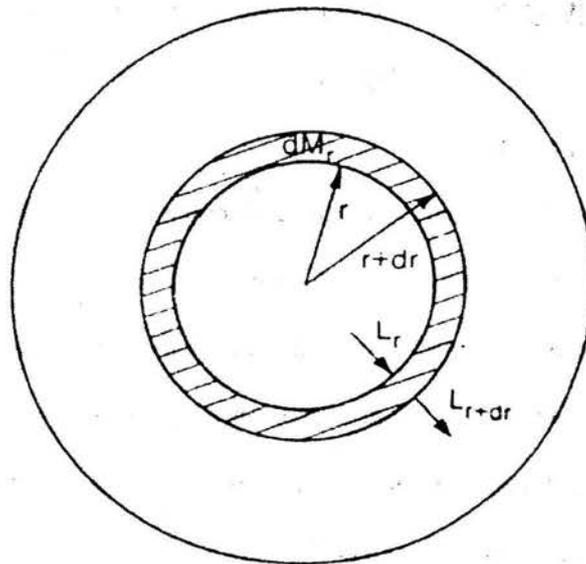


Figura 2.3 La energía que fluye fuera de una cáscara esférica es la suma de la energía que fluye en el interior de la cáscara y la energía generada dentro de la cáscara (transporte de energía)

Ahora, sea $L(r)$ el flujo de energía, es decir, la cantidad de energía que pasa a través de la superficie r por unidad de tiempo y masa, entonces,

$$dL(r) = L(r) + dr - L(r) = \epsilon dM(r) = 4\pi r^2 \rho \epsilon dr \quad (2.7)$$

De la cual se sigue que la ecuación de la energía es,

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad (2.8)$$

La velocidad a la que la energía es producida depende de la distancia al centro de la estrella; esencialmente toda la energía radiada por la estrella es producida en el centro que es denso y caliente. En otro estrato la producción de energía es despreciable y, entonces, $L(r)$ es al menos constante.

2.4 Gradiente de temperatura

La cuarta ecuación del equilibrio da la temperatura como una función del radio o el gradiente de temperatura dT/dr . La forma de la ecuación depende de cómo es transportada la energía: por **radiación, convección o conducción**. En el interior de las estrellas normales la conducción es muy eficiente puesto que los electrones que transportan la energía pueden atravesar solo una corta distancia y colisionar con otras partículas.

La conducción solo llega a ser importante en estrellas compactas como las enanas blancas y las estrellas de neutrones en donde la ruta libre de los electrones es muy grande. En estrellas normales el transporte de energía por conductividad puede ser dejado por el transporte radiactivo de energía. Los fotones emitidos en partes más calientes de la estrella son absorbidos en regiones más frías, las cuales ellos calientan. Las estrellas normales están en equilibrio radiativo cuando la energía liberada en el interior de la estrella es transportada enteramente hacia fuera por radiación.

El gradiente de temperatura esta relacionado al flujo de energía $L(r)$ de acuerdo con la ecuación;

$$\frac{dT}{dr} = \left(-\frac{3}{4ac} \right) \left(\frac{\kappa \rho}{T^3} \right) \left(\frac{L(r)}{4\pi r^2} \right) \quad (2.9)$$

Donde a es la constante de radiación, c , la velocidad de la luz, y ρ la densidad. El coeficiente de absorción de masa κ , da la cantidad de absorción por unidad de masa; sus valores dependen de la temperatura, densidad y, composición química. Si la transferencia radiactiva llega a ser ineficiente el valor absoluto del gradiente de energía radiactivo llega a ser muy grande. En ese caso se crean movimientos en el gas, que transportan la energía hacia fuera más eficientemente que la radiación. En ese movimiento convectivo el gas asciende entre las capas mas frías donde pierde su energía y desciende de nuevo. El elemento de gas ascendiendo y descendiendo mezcla el material estelar y la composición de las partes en convección de una estrella llega a ser homogénea. Así, la expresión para el gradiente de temperatura es;

$$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (2.10)$$

Donde P es la presión del gas y $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ el exponente adiabático es la razón de los calores específicos a presión y volumen constantes. Usando en esta parte los exponentes adiabáticos $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ se tiene que;

$$\frac{dP}{P} + \Gamma_1 \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{dP}{P} + \frac{\Gamma_2}{1 - \Gamma_2} \frac{dT}{T} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{dT}{T} + (\Gamma_3 - 1) \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.13)$$

Así la expresión para el gradiente de temperatura convectivo es;

$$\frac{dT}{dr} = \left\{ \frac{(\Gamma_2 - 1)}{\Gamma_2} \right\} \left(\frac{T}{P} \right) \left(\frac{dP}{dr} \right) \quad (2.14)$$

Donde; $\Gamma_2 = \frac{C_p}{C_v}$.

Los movimientos convectivos inician cuando el gradiente de temperatura radiativo, es más grande, en valor absoluto, que el gradiente adiabático, es decir, si el gradiente radiativo llega a ser muy grande entonces el gradiente convectivo llega a ser pequeño. De la ecuación (3) puede verse que un alto gradiente radiativo es esperado si la densidad de flujo de la energía o el coeficiente de absorción de masa, es grande. El gradiente de convección puede ser pequeño si el exponente adiabático se aproxima a uno.

Las ecuaciones (2.11), (2.13), y (2.14) se pueden escribir en términos de M con lo cual el parámetro es mas fácilmente observable, Entonces, se tiene que;

$$\frac{dr}{dM} = \frac{1}{4\pi r^2(M)\rho(M)} \quad (2.15)$$

$$\frac{d\rho}{dM} = -\frac{GM}{4\pi r^2(M)} \quad (2.16)$$

$$\frac{dL}{dM} = \varepsilon - T \frac{dS}{dT} \quad (2.17)$$

$$\frac{dr}{dM} = \left(\frac{-3}{4ac} \right) \left(\frac{\kappa}{T^3} \right) \left(\frac{L(M)}{16\pi^2 r^4} \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{dT}{dM} = \left(\frac{(\Gamma_2 - 1)}{\Gamma_2} \right) \left(\frac{T}{P} \right) \left(\frac{dP}{dM} \right) \quad (2.19)$$

El primer grupo es la representación de Lagrange y el segundo grupo la representación de Euler. Por supuesto estas ecuaciones son resueltas por métodos numéricos.

2.5 Pulsaciones

Aquí las fluctuaciones en luminosidad son causadas por una pulsación de la estrella. Eso es debido a la combinación de dos fuerzas: 1) la presión de radiación, la cual tiende a expandir a la estrella, y 2) la gravitación, la cual va al lado opuesto. Cuando la estrella está en su máximo diámetro, la presión de radiación está en su mínimo, la temperatura es baja y la velocidad de los gases es cero. La gravedad hace que la estrella se contraiga, la presión entonces se incrementa, como también lo hace la temperatura y la velocidad de los gases, en su mínimo diámetro, la presión puede hacer que la estrella se infle o se hinche; en otras palabras, la temperatura y la presión pueden entonces disminuir y cuando el máximo diámetro es alcanzado, a través de todo el proceso de las estrellas, y es obtenida una repetición muy regular del periodo. Así el fenómeno de pulsación afecta a muy diferentes tipos de estrellas.

La clase así de las llamadas variables pulsantes es, numéricamente la más grande. Incluye grupos de estrellas que son muy diferentes unas de las otras pero cuya variación en brillo es raíz del mismo proceso: de su alternada expansión y contracción.

Y como ya dijimos una estrella está sujeta a dos fuerzas opuestas: la presión de radiación, la cual tiende a expandirla, y la gravitacional, la cual tiende a colapsarla. En estrellas normales esas dos fuerzas se complementan una a la otra, es decir están en equilibrio, bajo ciertas condiciones de equilibrio sin embargo, la estrella alternadamente se expande y se contrae, las dos fuerzas toman su turno en el interior de la estrella llegando a ser predominante, cada una a la vez.

Las estrellas comienzan a contraerse muy lentamente y después más rápidamente, al mismo tiempo la estrella llega a ser más caliente y más brillante; cuando los radios alcanzan su mínimo, la temperatura y brillo están casi en su máximo. La velocidad radial, la cual fue positiva durante su periodo de contracción, ahora invertida cuando la nueva expansión de fase empieza; justo después de

eso, el brillo y la temperatura pasan a través del máximo y entonces comienza a decrecer y hay un pequeño tiempo de retraso entre cada uno de los fenómenos.

Físicamente una pulsación es una forma de oscilación, que se origina en un punto interno de la estrella y es transportada a su superficie, la oscilación puede ser producida en lo que es llamado el modo fundamental o en uno o más armónicos, dependiendo de la posición del punto de origen con respecto a la superficie. Las oscilaciones producidas en la estrella pueden ser mantenidas o desaparecer, es como si la estrella estuviera contenida en una clase de recipiente, cuya función es de almacenar el calor cuando la estrella está caliente y contraída, así como de ser capas de restaurarla progresivamente en estrellas frías y expandidas. Porque durante la fase de contracción, la energía liberada, semejante a un estrato de átomos ionizados, es usada en el interior y no el gas caliente. Ese estrato permanece más frío, que las capas circundantes sin ionizar, esas pueden así absorber más calor, durante la expansión, el calor es restaurado y también sus provisiones materiales adicionales de energía para ir manteniendo las pulsaciones.

En la misma estrella, pueden estar distintas capas ionizadas localizadas a diferentes profundidades. Si ese es el caso, esa puede tener distintos periodos de pulsación, y eso produce una compleja curva de luz; lo cual ocurre en todos los tipos de estrellas pulsantes.

Algunas de las características observadas de las estrellas RR Lira, durante el curso de una sola pulsación, conforme la estrella va teniendo cambios coincidentes en su temperatura efectiva y radio, es lo que se conoce como la variación cíclica en la velocidad radial, que demuestra más claramente que la estrella está, en efecto, pulsando. La luminosidad en la estrella es afectada por el cambio en el radio (R) y en la temperatura efectiva (T_{eff}). La amplitud de luz de una estrella RR Lira es una función fuertemente dependiente de la longitud de onda: la estrella es más azul en el máximo que en el mínimo y la amplitud en B (aproximadamente 4400Å), es superada en V (5500Å).

Para una estrella RR Lira, longitudes de onda en el espectro visible, caen cerca del punto máximo de la función de Planck, y flujos están dados por $F = \sigma T^4$ o en términos de la luminosidad $L = 4\pi R^2 T^4$. Para el filtro V las longitudes de onda están situadas en la distribución de Raleigh-Jeans, en el extremo inferior de la función de Planck, y tienen escalas de flujo hasta $R^2 T^{1.6}$ (Jameson 1986), como una consecuencia de esas escalas, los cambios en luminosidad en los filtros B y V principalmente, reflejan los cambios en la temperatura efectiva de la estrella durante el ciclo de pulsación, mientras que la amplitud infrarroja es más dependiente de los cambios en los radios de las estrellas. Para algunas estrellas RR Lira la fotometría multicolor se obtiene en un ciclo completo de luz. Por otra parte, una estrella típica RRab, podría tener una temperatura efectiva de 7500K, en su máximo visual de luz, decayendo a 6100K en su mínimo de luz. Sin embargo, no todas las estrellas muestran el mismo rango de variación en la temperatura superficial, tales diferencias son significativas de estrella a estrella, especialmente cerca del máximo de luz; Como una regla, las estrellas RRc tienen temperaturas efectivas más altas, en el máximo o en el mínimo de luz, que las estrellas RRab. Así, la posición más fría en la zona de inestabilidad es ocupada por las variables RRab mientras que la posición más caliente de la zona de inestabilidad, es poblada por las variables RRc.

La línea espectral de una estrella RR Lira también sufre un cambio cíclico durante el ciclo de la pulsación. La clasificación espectral de esas variables fue complicada por su extenso rango en abundancia de metales. La temperatura efectiva es la principal determinación del tipo espectral entre las estrellas de población I, la variación en abundancia de Hidrógeno en la fotosfera de las estrellas RR Liras varía de estrella a estrella siendo menor para elementos pesados. Así, si se busca definir un tipo espectral para una estrella RR Lira, que refleje principalmente la temperatura efectiva; se tendría que el tipo espectral, basado en las fuertes líneas de hidrógeno de Balmer, es mejor que uno basado sobre líneas de metales, tal y como se muestra en la figura 2.4. que ilustra los cambios en el tipo espectral del hidrogeno a través del ciclo de luz para estrellas típicas RRab y RRc.

A causa de que las variables RRab, pueden mostrar líneas de emisión durante su acrecentamiento de luz, y a causa de que la gravedad efectiva en su superficie cambia rápidamente durante el acrecentamiento, se debe ser muy cuidadoso al interpretar el tipo espectral en esa fase.

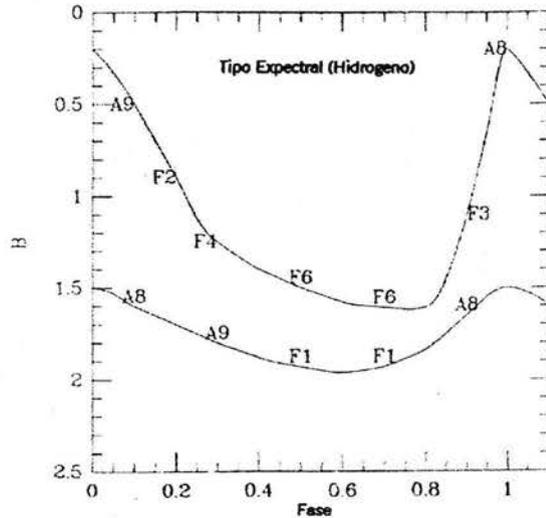


Figura 2.4 la relación entre las curvas de luz y la línea de hidrógeno de Balmer para el tipo espectral RRab (curva superior) y una RRc (curva inferior). Una típica RRab tiene casi una línea del tipo espectral A7 O a8 en el máximo de luz y F5 O F6 en el mínimo de luz. Una RRc puede también tener una línea de hidrógeno del tipo espectral A7 o A8 en el máximo.

Tal emisión, junto con el doblamiento de algunas líneas espectrales en cierta fase durante el acrecentamiento de luz, es un fuerte indicador de que las ondas de choque están presentes en las atmósferas de esas estrellas.

Agust Ritter en el año de 1873 sugirió que algunas estrellas podrían ser variables a causa de pulsaciones radiales. El cálculo una relación, la cual lleva su nombre, para periodos de pulsación lentos de una estrella homogénea. Tal relación es la siguiente:

$$P\sqrt{\rho} = Q$$

Donde P es el periodo, ρ es la densidad de la estrella, y Q es una constante usualmente llamada la constante de pulsación. Tal ecuación se conoce también como ecuación de pulsación. Si P es medida en días, y ρ en unidades de densidad media solar, entonces Q es típicamente 0.04 para estrellas RR

Lira del tipo ab. Sin embargo, fue Eddington quien comenzó a dar los fundamentos matemáticos de la teoría de pulsación radial. Lo que Eddington concluyó fue un mecanismo que debía suponer a una estrella RR Lira o a una cefeida como una máquina termodinámica agregando calor en la parte de altas temperaturas del ciclo de pulsación, y liberando el calor en la parte de baja temperatura. Llevándose a cabo esto, la estrella debe tener una “válvula” que regule el flujo de energía, pero hoy en día se sabe, no obstante, que las cefeidas y las RR Lira, tienen una fuerte concentración de masa en su centro y que el fenómeno de Pulsación es restringido. La cubierta alrededor del centro contiene solo un pequeño porcentaje de masa. Las pulsaciones de las variables, esencialmente, no tienen efectos directos sobre las condiciones internas en el interior. La razón de la generación de energía es constante sobre el ciclo de la pulsación, por tanto es en la cubierta donde debe ser buscado el mecanismo “válvula”.

Eddington, contempló un segundo tipo de válvula:

Supongamos que del cilindro de la máquina escapa calor, y que este es el apropiado, es decir se realiza adecuadamente, pero una fuente constante de calor se incrementa durante la compresión, y disminuye durante la expansión. Esta es la primera alternativa considerada, pero tal alternativa nos llevaría a resultados semejantes si uno mismo varía la fuga, parando la fuga durante la compresión e incrementándola durante la expansión. Aplicando tal método, se debe tener a la estrella más caliente o a más alta temperatura, cuando comprimimos que cuando expandimos; En otras palabras la opacidad debe incrementarse con la compresión.

La opacidad de una región de una estrella puede ser aclarada por la opacidad media de Rosseland, (κ), la dependencia de la temperatura, y la densidad de la opacidad media de Rosseland puede ser descrita por la relación:

$$\kappa = \kappa_0 \rho^n T^{-s}$$

Donde κ_0 es una constante, ρ es la densidad, y T es la temperatura. Para el gas en la cubierta estelar, donde no es importante que los elementos estén sufriendo ionización, n es aproximadamente 1, y s alrededor de 3.5. Como T se incrementa, la opacidad decrece, y el escape de la energía debe, por lo tanto, incrementarse durante la compresión, y el gas no puede servir como la válvula de Eddington. Sin embargo, en una región donde un elemento abundante está siendo ionizado, puede llegar a ser pequeña o aun negativa, con el eventual resultado de que el gas puede hacerse más opaco casi en la máxima compresión (King y Cox 1968). El mecanismo de válvulas es lo que hoy conocemos como el mecanismo- κ .

Hay una segunda vía en la cual las zonas de ionización en una estrella RR Lira puede actuar produciendo las válvulas de Eddington. La energía que ordinariamente debe ir incrementando la temperatura del gas puede ir, en lugar de ello, ionizando material. Las capas por lo tanto tienden a absorber calor durante la compresión, dirigiendo una presión máxima que aparece después como volumen mínimo y por lo tanto proporciona un propulsor (fuerza) para las pulsaciones (King y Cox 1968) ese efecto fue llamado el mecanismo- γ .

Se creyó que la zona donde el helio está siendo doblemente ionizado jugaba un importante rol en la conducción de las pulsaciones, para las estrellas RR Lira pero la zona donde el hidrógeno es ionizado también es importante (Christy 1966). La temperatura del helio en la segunda zona de ionización es de 3×10^4 a 6×10^4 K, mientras que en la zona de ionización del hidrógeno ocurre a temperaturas menores que 3×10^4 K. Esas temperaturas se encuentran en capas muy altas de una estrella RR Lira, igualando la temperatura en el borde a la segunda zona de ionización del helio, sucediendo a radios de más del 90%, desde el centro de la estrella a la superficie.

En suma a los mecanismos κ y γ , es posible que haya otros mecanismos que contribuyan a provocar la pulsación. Pero no todo acaba aquí: veamos la segunda parte del problema. Se sabe que las estrellas RR Lira, según se observó, ocupan una región específica en el diagrama H-R. Las

estrellas de la rama horizontal, calientes o frías, no presentan pulsaciones en la superficie. Cualquier teoría que pretenda describir las pulsaciones de las RR Liras, no solo debe explicar porque las estrellas que se localizan dentro de la zona de inestabilidad pulsan, sino además, debe explicar porque las estrellas que están fuera de esta zona no lo hacen. Se piensa que las estrellas de la rama horizontal, que son más frías que las que se localizan en el borde rojo no presentan pulsaciones, a causa de que el impulso inicial de convección rompe el mecanismo de la pulsación. La localización de la orilla caliente (azul) en la zona de inestabilidad es más fácil de calcular porque la capa de las estrellas que se encuentra a esa temperatura puede ser descrita más fácilmente por modelos en los cuales la radiación es el medio dominante del transporte de energía. Se tienen pulsaciones en el borde rojo a causa de la segunda zona de ionización del helio siendo también altas en la atmósfera de la estrella, la densidad del material en la parte superior de la atmósfera de la estrella es baja para la zona de ionización, detiene el flujo efectivo de la energía y sirve como una válvula la cual dirige las pulsaciones. En algún tiempo se creyó que los modelos puramente radiativos eran suficientes para predecir la localización en el borde azul, de las estrellas RR Lira en la zona de inestabilidad, pero cálculos hechos por Stellingwerf en 1984, sugirieron que la convección puede también jugar algún rol en la determinación de la localización del borde azul. Entretanto tanto transitamos a describir los modos de pulsación de las estrellas RR Lira.

Martin Schwarzschild (1940) arguyó que las estrellas RRab en el cúmulo globular M3 estaban pulsando en el modo fundamental, mientras que las estrellas RRc pulsan en el primer modo armónico. Así, una variable RRc tiene un nodo pulsacional en su interior y debe tener una pequeña constante de pulsación Q , no así las estrellas RRab de igual densidad. Para una RR Lira típica, la teoría de pulsación estelar predice que, el primer armónico del periodo de pulsación es de, aproximadamente de $\frac{3}{4}$ partes. Como se observó en la parte de arriba, las variables RRc, tenían temperaturas medias más altas en su superficie a que las RRab. Si se dividieran las líneas de temperatura efectiva entre las

pulsaciones de las RRab y las RRc, se encontraría que sería la misma para todo cúmulo globular. Sin embargo, esto es aun una cuestión de controversia. Por lo menos en algunos cúmulos pudo existir una zona de temperatura en la cual en los dos subtipos de estrellas existe pulsación.

En algún tiempo se sugirió que algunas estrellas RR Lira podrían estar pulsando en el segundo armónico. Sin embargo, la existencia de pulsadores en el segundo modo armónico debe de ser aun firmemente establecida. Una cantidad de estrellas RR Lira, muestran el comportamiento de los modos combinados pulsando, simultáneamente, en el primer armónico y en el modo fundamental, las estrellas con esa pulsación de modo doble de las estrellas RR Lira, son conocidas como estrellas RRd, y tienen razones de periodos del primer modo armónico al modo fundamental de alrededor de 0.74 a 0.75. Algunas RRab muestran modulaciones del ciclo primario de luz, en una escala de 10 o algunos cientos de días, y tal fenómeno es conocido como el efecto Blazhko, las estrellas RR Liras son unas de las estrellas en las cuales existe un ciclo secundario de ese tipo.

Como ya dijimos el fenómeno de la pulsación es uno de los mas intrincados y lo presentan las estrellas pulsantes, como las variables RR Lira y las cefeidas, que sufren una variación periódica, no sinusoidal. Tales variaciones no van a representar evolución nuclear y, en efecto, el tiempo medio del observable es generalmente constante. Esas cantidades medias son una función de la masa, composición y estado de evolución nuclear y estas pueden cambiar, en escalas de tiempo apropiadas, a la evolución nuclear del centro de la estrella pulsante.

Imagine que un elemento de gas en el interior de una estrella puede ser aislado y estudiado; su estado termodinámico podrá ser alterado en la pulsación. La primera ley de la termodinámica requiere que el calor absorbido en un pequeño cambio sea igual a la suma en ascensión a la energía interna y al trabajo hecho por el elemento de gas en los alrededores:

$$dQ = du + dw \quad (2.20)$$

Si el elemento de masa es analizado a través de un ciclo completo, el valor de la energía interna U retorna a su valor inicial, así que el trabajo hecho durante el ciclo es:

$$W = + \oint dQ \quad (2.21)$$

El elemento hace trabajo positivo en los alrededores, es decir, fuerza oscilaciones solo si esa absorbió una cantidad neta de calor. La vía en la cual la absorción debe ser realizada para ser efectiva es dictada por la segunda ley de la termodinámica por lo que el gas retorna a su estado inicial al final del ciclo, y la entropía debe, además, haber regresado a su valor inicial expresada como:

$$\oint dS = 0 = \oint \frac{dQ}{T} \quad (2.22)$$

La ecuación demanda que en un proceso cíclico el calor que es absorbido debe de estar dispuesto de reserva. El intercambio de calor será moderado por $1/T$. Si, por ejemplo, la pulsación fuera isotérmica se deberá tener inmediatamente que: $\oint dQ = 0$ y no se podrá hacer trabajo. Supóngase que nosotros observamos el ciclo progresando en el tiempo y representamos la ganancia de calor por $dQ(t)$ y la variación de la temperatura del ciclo por $T = T_0 + \Delta T(t)$, donde $\Delta T(t)$ es una pequeña modulación cíclica de temperatura. Entonces de la ecuación (2.22) se tiene que

$$0 = \oint \frac{dQ(t)}{T_0 + \Delta T(t)} \approx \oint \frac{dQ}{T_0} \left(1 - \frac{\Delta T}{T_0} \right) \quad (2.23)$$

De esta se sigue que:

$$W = \oint dQ \approx \oint \frac{\Delta T}{T_0} dQ \quad (2.24)$$

De este resultado tenemos el principio físico: si se hace trabajo positivo en los alrededores el calor debe ser absorbido mientras que, temporalmente, la temperatura es alta y vuelve a emitir cuando la temperatura decae ya que las estrellas enteras están oscilando y porque algunas porciones de la estrella pueden absorber trabajo. La estrella entera puede forzar la oscilación si;

$$W = \int_M \oint \frac{\Delta T}{T_0(M)} dQ(M) dM > 0 \quad (2.25)$$

Donde la integral cíclica es sobre cada uno de los elementos de masa y la integral de masa es sobre la estrella entera.

El problema de la pulsación puede analizarse de la siguiente manera: en el análisis de la estabilidad, cuando se tienen las ecuaciones de movimiento linealizadas, se asume que existe una configuración en equilibrio y las oscilaciones de amplitud infinitesimal, alrededor de esa configuración, son estudiadas. Para pequeñas amplitudes todas las ecuaciones son lineales en los valores de equilibrio de las perturbaciones de las variables. Esas amplitudes infinitesimales deben una y otra crecer en el tiempo; en tal caso se asume su existencia, o extinguirse en el tiempo, en cuyo caso el equilibrio es estable. Las amplitudes pueden identificar los modos de inestabilidad pero la solución linealizada llega a ser inválida cuando las amplitudes llegan a ser demasiado grandes; aunque la solución completa del problema de la pulsación requiere del análisis de las ecuaciones no lineales debemos introducir el análisis lineal porque este clarifica algunos importantes rasgos de estabilidad.

Considere r , P , T , y L funciones dependientes de M y sea r_0 , P_0 , T_0 , y L_0 los valores de un modelo estelar en equilibrio. El procedimiento es considerar pequeñas perturbaciones de las variables para observar si ellas crecen o decrecen, hecho esto definimos un cambio fraccional infinitesimal de esas variables como r' , p' , t' , y l' y consideramos esas como función del tiempo. Específicamente:

$$r(M, t) = r_0(M) [1 + r'(M, t)] \quad (2.26)$$

$$P(M, t) = P_0(M) [1 + p'(M, t)] \quad (2.27)$$

$$T(M, t) = T_0(M) [1 + t'(M, t)] \quad (2.28)$$

$$L(M, t) = L_0(M) [1 + l'(M, t)] \quad (2.29)$$

Las ecuaciones de la estructura estelar se desarrollan a primer orden de esos incrementos. La ecuación radial de movimiento por ejemplo;

$$\frac{\partial P}{\partial M} = -\frac{1}{4\pi r^2} \left(\frac{GM}{r^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \right) \quad (2.30)$$

Se transforma en;

$$\frac{\partial P_0(1+p')}{\partial M} = -\frac{1}{4\pi r_0^2(1+r')^2} \left[\frac{GM}{r_0^2(1+r')^2} + \frac{\partial^2 r_0(1+r')}{\partial t^2} \right] \quad (2.31)$$

La expresión a primer orden de ese incremento da;

$$\frac{\partial P_0}{\partial M} + \frac{dP_0 p'}{\partial M} = -\frac{(1-2r')}{4\pi r_0^2} \left[\frac{GM(1-2r')}{r_0^2} + r_0 \frac{\partial^2 r'}{\partial t^2} \right] \quad (2.32)$$

Esto porque el modelo inicial está en equilibrio, es decir;

$$\partial P_0 / \partial M = - [1/4\pi r_0^2] (GM/r_0^2) \quad (2.33)$$

Con la ayuda de las ecuaciones (2.31) y (2.32) se reduce a;

$$-\frac{GM}{4\pi r_0^2} p' + P_0 \frac{\partial p'}{\partial M} = \frac{4r'GM}{4\pi r_0^4} - \frac{1}{4\pi r_0} \frac{\partial^2 r'}{\partial t^2} \quad (2.34)$$

O, en forma, alternativa;

$$\frac{dp'}{dM} = \frac{1}{4\pi r_0 P_0} \left[\sigma_0^2 (4r' + p') - \frac{\partial^2 r'}{\partial t^2} \right] \quad (2.35)$$

en donde se define $\sigma_0^2 = \frac{GM}{r_0^3}$

De manera similar se puede mostrar que la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial r}{\partial M} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.36)$$

Se transforma cuando es linealizada en;

$$\frac{\partial r'}{\partial M} = -\frac{1}{4\pi r_0^3 \rho_0} (3r' + \alpha p' \delta') \quad (2.37)$$

Donde los módulos del volumen son definidos como; $\alpha = \frac{P}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T$ y $\delta = \frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P$

De la ecuación de difusión de radiación se tiene que;

$$L = -G \frac{4\pi^2 a c r^4 T^3}{3\kappa} \frac{\partial T}{\partial M} \quad (2.38)$$

Al linealizarla se transforma en;

$$\frac{\partial l'}{\partial M} = \frac{1}{T_0} \frac{\partial T_0}{\partial M} \left[l' - 4r' + \kappa_p P' + (\kappa_T - 4) l' \right] \quad (2.39)$$

Donde las derivadas logarítmicas de la opacidad son definidas como:

$\kappa_p = \frac{P}{\kappa} \left(\frac{\partial \kappa}{\partial P} \right)_T = \kappa_T = \frac{T}{\kappa} \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T} \right)_T$, y la ecuación linealizada de la energía es la siguiente;

$$\frac{\partial l'}{\partial M} = - \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P_0 \right] \left[\frac{\alpha}{\rho_0 L_0} \right] \left(C \frac{dt'}{dt} - \frac{dp'}{dt} \right) \quad (2.40)$$

Con parámetro de estado expresado en la forma; $C = C_p \frac{\rho_0}{\alpha \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P_0 \right]}$. Donde C esta relacionado

con el segundo exponente adiabático y con esto esta completo el conjunto de ecuaciones linealizadas.

De las ecuaciones, 2.35, 2.37, 2.39, y 2.40 junto con las definiciones de los parámetros de estado

auxiliares se debe averiguar la estabilidad del modelo en equilibrio. El análisis de estabilidad de ese

conjunto de cuatro ecuaciones para una estrella completa es, sin embargo, complicado ya que todos

los coeficientes de las perturbaciones son función de la coordenada M. La estabilidad de las estrellas

depende del análisis de estabilidad de cada elemento de masa y ellos de todo el conjunto completo.

Pero los fundamentos de la física pueden ser observados tomando un modelo simplificado que

consista de una sola zona delgada. Si la zona es lo suficientemente delgada los coeficientes en las ecuaciones linealizadas pueden ser considerados constantes en todas partes de la zona, esto es, la ecuación de estabilidad de la estrella es remplazada con la ecuación de estabilidad de una zona delgada. Una vez que la zona a sido definida la estrella puede ser considerada como una sucesión de zonas delgadas de estabilidad diferente.

Si las fluctuaciones son consideradas constantes en todas las capas delgadas se tiene que,

$$\frac{\partial r'}{\partial M} = \frac{\partial p'}{\partial M} = \frac{\partial t'}{\partial M} = 0 \quad (2.41)$$

Si la misma consideración se hiciera para l' se perdería la esencia de la física de la maquina térmica, a causas de que la interacción a ser estudiada es la modulación del flujo de fotones por su interacción con un sistema mecánico. Permitamos que el flujo de la parte inferior de la frontera de la cáscara sea l'_L y que la parte superior de la frontera sea l'_U , entonces, para la cáscara delgada se puede tomar;

$$l' = \frac{l'_U + l'_L}{2} \quad \frac{\partial l'}{\partial M} = \frac{l'_U - l'_L}{m} \quad (2.42)$$

Analizando la más simple de las cáscaras con miras a los efectos físicos, por lo que el flujo en la parte inferior de la frontera es constante, es decir, $l'_L = 0$. Así de (2.42) se tiene que;

$$\frac{\partial l'}{\partial M} \approx \frac{2l'}{m} \quad (2.43)$$

Cuando esas ecuaciones son aplicadas a las ecuaciones linealizadas se obtiene un conjunto de cuatro ecuaciones.

$$\frac{\partial^2 r'}{\partial t^2} = \sigma_0^2 (4r' + p') \quad (2.44)$$

$$3r' + \alpha p' - \delta t' = 0 \quad (2.45)$$

$$l' = 4r' + \kappa_p p' + (\kappa_T - 4)t' = 0 \quad (2.46)$$

$$C \frac{\partial t'}{\partial t} - \frac{\partial p'}{\partial t} = -K \sigma_0 l' \quad (2.47)$$

Donde el parámetro K está definido como; $K = \frac{2L_0 \rho_0}{m \sigma_0 \alpha \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right]}$, de las ecuaciones 2.44, 2.45,

2.46 y, 2.47, se obtiene por eliminación y diferenciación una ecuación de tercer orden, que expresaremos como sigue;

$$\frac{\partial^3 r'}{\partial t^3} + K \sigma_0 A \frac{\partial^2 r'}{\partial t^2} + \sigma_0^2 B \frac{\partial r'}{\partial t} + K \sigma_0^3 D r' = 0 \quad (2.48)$$

Cuyos coeficientes son;

$$A = -\frac{\alpha(\kappa_T - 4) + \delta \kappa_T}{\alpha C - \delta}$$

$$B = \frac{3C - 4(\alpha C - \delta)}{\alpha C - \delta}$$

$$D = \frac{(4\alpha - 3)(\kappa_T - 4) + 4\delta(\kappa_P + 1)}{\alpha C - \delta}$$

Asimismo, se tienen las siguientes ecuaciones para un gas parcialmente ionizado;

$$\Gamma_1 = \frac{C}{\alpha C - \delta} \quad (2.49)$$

$$\Gamma_2 = \frac{C}{C - 1} \quad (2.50)$$

$$\Gamma_3 - 1 = \frac{1}{\alpha C - 5} \quad (2.51)$$

El análisis de la estabilidad puede llevarse a cabo, asumiendo que las fluctuaciones tienen dependencia exponencial con el tiempo, es decir, $r'(t) = \xi e^{st}$ de la cual se obtiene una ecuación cúbica para S como sigue;

$$S^3 + K\sigma_0 AS^2 + \sigma_0^2 BS + K\sigma_0^3 D = 0 \quad (2.52)$$

Se pueden considerar las oscilaciones adiabáticas por la forma como fueron establecidas las ecuaciones, que demandan que $dQ = 0$ lo que es equivalente a $C \frac{dt}{dt} - \frac{dp}{dt} = 0$. Esto es por las ecuaciones 2.44, 2.45, 2.46 y, 2.47. Tomando $\mathbf{K} = \mathbf{0}$, de lo cual se sigue que la ecuación(2.52) se transforma en cuadrática, cuyas soluciones son; $S_{ad} = \pm i\sqrt{B\sigma_0} = \pm i\sqrt{3\Gamma_1 - 4\sigma_0}$,

Así, el caso $\Gamma_1 > \frac{4}{3}$ permite oscilaciones adiabáticas sinusoidales que se amortiguan relativamente rápido, pero si se considera la solución completa ella no contara para el fenómeno de la variabilidad aparentemente es el caso cuando $\Gamma_1 < \frac{4}{3}$ produce una perturbación exponencial creciente, es decir, inestabilidad.

Para que el caso no adiabático ($\mathbf{K} = \mathbf{0}$) sea estable se tiene que las tres raíces de la ecuación cúbica deben tener partes reales negativas, que sucede sí;

$$\sigma_0^2 B > 0 \qquad K\sigma_0^3 D > 0 \qquad K\sigma_0^3 (AB - D) > 0$$

La primera condición simplemente nos asegura estabilidad dinámica; para nuestros fines debe ser suficiente asumir que las primeras dos condiciones se satisfacen y se examina la tercera. De la ecuación (2.48) se tiene que la zona es estable sí;

$$\frac{4}{C} - \left(\frac{\kappa_T}{C} + \kappa_P \right) - \frac{4}{3\Gamma_1} > 0 \quad (2.53)$$

El análisis de la ecuación (2.53) muestra los efectos físicos que contribuyen al estado de estabilidad de la zona. El primer término no siempre contribuye a la estabilidad porque es positivo. Por otro lado

tenemos que la cantidad $C = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2 - 1}$ llega a ser muy grande cuando Γ_2 se aproxima a la unidad, que

acontece en las zonas de ionización, ese efecto es llamado el mecanismo Γ . La razón física que hay detrás de la presencia del término de estabilización es la tendencia del gas a perder calor por radiación cuando la temperatura asciende y, a ganar calor cuando la temperatura desciende, precisamente el mecanismo opuesto de las pulsaciones provocadas.

El segundo término nos dice el camino en el cual la opacidad varía durante la pulsación. Los valores positivos de κ_T y κ_P deben implicar que la opacidad crece en contracción, la cual debe trasladar más energía desde el flujo de radiación produciendo también trabajo mecánico.

El efecto desestabilizador para valores positivos de κ_T y κ_P es llamado el mecanismo κ por Kippenhahn y Baker. En las regiones internas se aplica la opacidad de Kramer la cual es de la forma

$\rho T^{-3.5}$ donde $\Gamma_2 = \frac{5}{3}$ y el mecanismo κ es estabilizador por que $-\left(\frac{\kappa_P}{C} + \kappa_T\right) = +\frac{4}{5}$, este hecho

contribuye a la estabilidad de las pulsaciones del interior estelar. En las zonas de ionización los valores más grandes de C reducen la importancia de κ_T , puesto que κ_P es siempre positivo, allí están también las regiones donde κ es positivo, pero todos esos rangos desestabilizantes son relacionados a las zonas de mayor ionización.

El tercer término siempre está desestabilizando y refleja la geometría esférica de la estrella. La estabilidad total de la zona está, por supuesto, determinada por la suma de los tres términos, por lo que la estabilidad total de la estrella depende de los efectos acumulativos en todas las zonas.

Capítulo 3

Fotometría

Hace menos de cincuenta años, las placas fotográficas eran el único detector panorámico de gran campo. Con el telescopio cámara Oschin Schmidt de 1,2 m de Monte Palomar fue realizado un registro fotográfico del cielo completo con exposiciones de una hora hasta la magnitud 21. Hoy, con una cámara astronómica utilizando un CCD, se puede realizar la misma tarea con el mismo tiempo de exposición, con un telescopio de 20 cm y con mayor precisión fotométrica.

La fotometría de estrellas es de fundamental importancia para la Astronomía; ofrece una medida directa de la energía liberada por una estrella a diferentes longitudes de onda; permite establecer los límites para los modelos de estructura estelar. Además del color de las estrellas, ofrece información sobre la temperatura de la estrella y permite estudiar al polvo y al gas interestelar. Con la fotometría podemos determinar la distancia y el tamaño de una estrella. Por otro lado, el diagrama Hertzsprung--Russell (H-R) está basado precisamente en la fotometría y, además, en la espectroscopía y es la clave para comprender la evolución estelar.

3.1 Fotometría visual

La fotometría visual comienza hace más de 2000 años, en los tiempos de Hiparco de Nicea, el cual clasificó a más 1000 estrellas ordenándolas por su brillo en *magnitudes* de la 1 a la 6 de la más brillante a la más débil. En el año 180 de nuestra era, Claudius Ptolomeo extendió el trabajo de Hiparco, creando “el Almagesto”, primer tratado de fotometría estelar. En 1856, Nolan R. Pogson detecta que una estrella de 1° magnitud produce cerca de 100 veces el flujo de luz de una de 6° magnitud confirmando el descubrimiento de Herschel. Pogson decidió redefinir el sistema de

magnitudes: una diferencia de 5 magnitudes es exactamente un factor de 100 en el flujo de luz. Para una diferencia de una magnitud, la razón de cambio en el flujo de luz es 2,512. En tal Sistema de magnitudes, para una diferencia de 2 magnitudes, el cambio en el flujo de luz es $(10)^{2/5}$, para 3 es $(10)^{3/5}$, o sea:

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(10^{2/5}\right)^{m_2 - m_1} \quad (3.1)$$

Donde F_1 , F_2 , m_1 , m_2 son los flujos y las magnitudes de dos estrellas respectivamente. Luego:

$$\log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = \frac{2}{5}(m_2 - m_1) \quad (3.2)$$

O lo que es lo mismo:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \quad (3.3)$$

Que es la expresión para la Ley de Pogson.

3.2 Fotometría fotográfica

La fotografía fue aplicada rápidamente a la fotometría por Bond y otros en Harvard en la década de 1850. La densidad y el tamaño de la imagen se ligaban con el brillo de la estrella. El pico de sensibilidad de las emulsiones fotográficas básicas está en el azul. Por lo tanto, estas magnitudes son llamadas azules (*blue*) o fotográficas. La magnitud desconocida de una estrella puede ser determinada, por comparación, con estrellas estándares. Las estrellas más brillantes no son siempre visibles por lo que se definió un grupo de estrellas estándar cercas del polo norte celeste: Secuencia Polar Norte.

3.3 Fotometría fotoeléctrica

Joel Stebbins y F. C. Brown fueron los primeros en usar la célula de selenio con fines astronómicos, a principios del siglo XX en EE.UU. En 1911 se inventa la celda fotoeléctrica, a partir de la publicación de Einstein sobre el efecto fotoeléctrico. El principio fundamental es la conversión de luz en una corriente eléctrica donde fotones producen electrones. Whitford introduce el amplificador electrónico a la Astronomía. A finales de la década de 1920 y durante la década 1930 aparecen los filtros de banda ancha. Casi al concluir la década de 1930 se inventa la celda electrónica multiplicadora o fotomultiplicadora. Las figuras 3.1 y 3.2 muestran los esquemas típicos de un fotómetro.

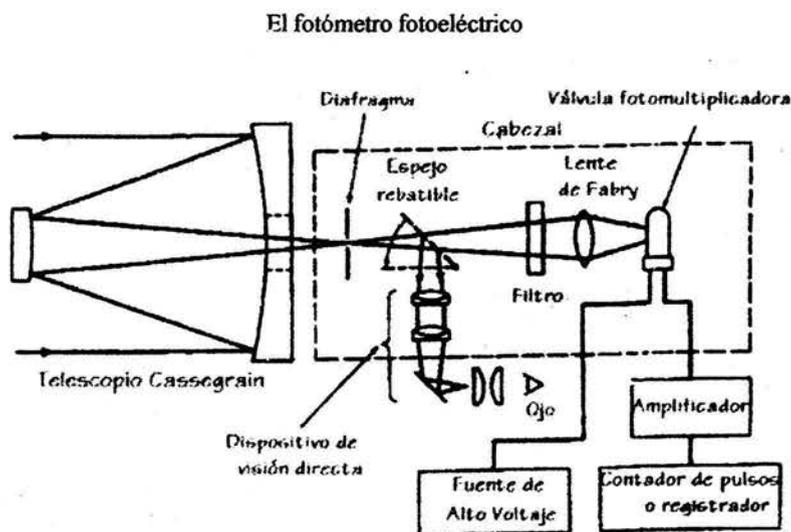


Figura 3.1 Esquema de un fotómetro fotoeléctrico típico basado en una válvula fotomultiplicadora

El fotómetro fotoeléctrico

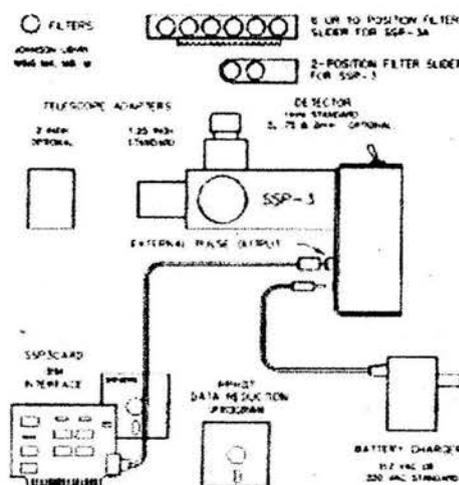


FIGURE 1 SSP-3 PHOTOMETER SYSTEM

Figura 3.2 esquema de un fotómetro fotoeléctrico con un detector de estado sólido

3.4 Sistemas fotométricos

El objetivo básico de la fotometría astronómica es el de medir el flujo de luz de un objeto celeste, por lo que se necesita únicamente colocar un detector de luz en el foco de un telescopio. El problema surge cuando distintos observadores usan distintos detectores de luz y distintos telescopios y tratan de comparar sus datos. Mas aun, los observadores que podrían estar observando la misma estrella en exactamente el mismo tiempo, sus medidas podrían no ser necesariamente las mismas. Esas diferencias son debidas a la diferente respuesta espectral del telescopio y detector. El primer paso a la uniformidad del conjunto de datos podría ser que todos los observadores tuvieran que usar la misma clase de detector, así se podría aislar y medir ciertas porciones del espectro el cual contiene rasgos distintivos que indican las condiciones físicas de la estrella. Esto puede ser realizado usando un detector con una amplia respuesta espectral, con regiones aisladas de espectros individuales, es decir, por filtros que transmiten solamente un limitado intervalo de longitud de onda al detector. Cada observador debe igualar el detector y los filtros, tan estrechamente como sea posible, a un sistema común, pero por otro lado no es posible que se manufacturen detectores de luz y filtros idénticos, por

lo que un tercer componente es necesario, el cual es, las llamadas estrellas estándares. Así las mismas observaciones de estrellas no variables de magnitudes y colores conocidos permiten, a cada observador, determinar sus propios coeficientes de las siguientes ecuaciones:

$$M_\lambda = m_{\lambda_0} + \beta_\lambda C + \gamma_\lambda \quad (3.4)$$

$$C = \delta C_0 + \gamma_c \quad (3.5)$$

Donde M_λ , es la magnitud estandarizada y C , es el índice de color estándar de la estrella, β_λ y γ_λ son los coeficientes de color y el punto cero constantes del instrumento, C es el índice de color estandarizado, C_0 es el índice de color observado el cual debe de ser corregido por la extinción atmosférica, además δ es un coeficiente de color y γ_c es el punto cero. Estos coeficientes y las constantes del punto cero son determinados por cada sistema fotométrico, por la observación de estrellas estándares.

Entonces, es posible medir algunas estrellas desconocidas y usar las ecuaciones para transformar los resultados a un sistema fotométrico común.

En la siguiente ecuación, que puede describir las diferencias observadas por distintos observadores,

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha_1^2 I_1(\lambda) T_i(\lambda, d_1) T_a(\lambda, d_1) T_t(\lambda) T_f(\lambda) r(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha_2^2 I_2(\lambda) T_i(\lambda, d_2) T_a(\lambda, d_2) T_t(\lambda) T_f(\lambda) r(\lambda) d\lambda} \quad (3.6)$$

Con $I_i(\lambda)$, que representa la intensidad de radiación de la estrella i , (con $i = 1, 2$) por unidad de longitud de onda, α_i , el diámetro aparente de la estrella, la cual se supone esférica y emite radiación isotrópica, $T_i(\lambda, d_i)$ la fracción de radiación transmitida por el polvo interestelar en la dirección d_i , $T_a(\lambda, d_i)$ la fracción de radiación transmitida por la atmósfera, $T_t(\lambda)$ la fracción de radiación transmitida por óptica del telescopio, $T_f(\lambda)$ la fracción de radiación transmitida por el filtro colocado frente al receptor, y $r(\lambda)$ la función de respuesta del receptor, se supone dependiente de λ .

Sin embargo, cuando se observa el espectro de una fotosfera estelar se nota que en él existe una discontinuidad la cual está alrededor de 3650\AA , y es llamada la discontinuidad de Balmer, la cual se muestra en la figura 3.3.

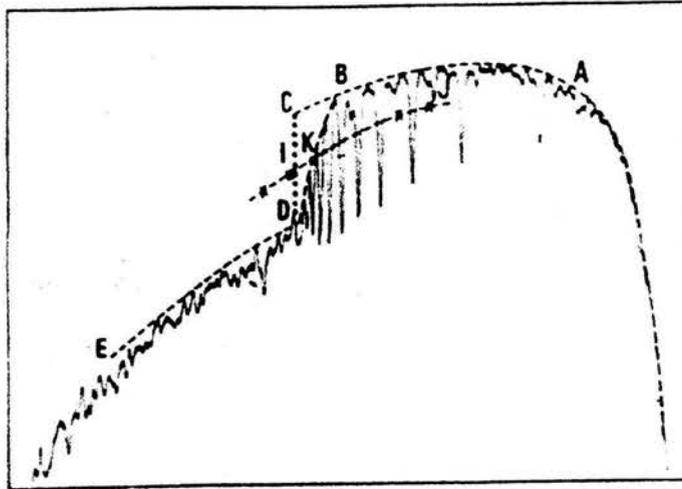


Figura 3.3

Un sistema fotométrico se define por un conjunto de estrellas (que se denominan *estándares* de ese sistema) a cada una de las cuales se les asigna una o varias magnitudes si el sistema posee muchos filtros, un conjunto de filtros, un detector (válvula fotomultiplicadora o CCD), un telescopio (generalmente reflector, para evitar dependencias de la sensibilidad con la longitud de onda), un sitio de observación (altura sobre el nivel del mar). Las ventajas de los sistemas fotométricos sobre la espectrografía, consisten en lo siguiente, se pueden medir estrellas más débiles que en los espectros obtenidos con un prisma objetivo con el mismo grado de precisión. La fotometría brinda datos cuantitativos, mientras que la espectroscopia (de prisma objetivo) sólo brinda estimaciones de la temperatura, luminosidad y metalicidad. La fotometría provee el valor de la absorción y se puede usar en regiones de muchas estrellas (por ejemplo, en la Vía Láctea) sin problemas, mientras que en el

prisma objetivo los espectros aparecen superpuestos. No es necesario un buen "seeing" ni una buena óptica para una buena fotometría.

Así, un sistema fotométrico está definido si especificamos el detector, los filtros y el conjunto de estrellas estándares. Los sistemas fotométricos pueden ser divididos en tres categorías aproximadas basados en los intervalos de longitud de onda transmitida por los filtros; A continuación vemos tres tipos de sistemas fotométricos.

Tabla de sistemas fotométricos	
Banda ancha	$\lambda > 400 \text{ \AA}$
Banda intermedia	$90 \text{ \AA} < \lambda < 400 \text{ \AA}$
Banda angosta	$\lambda < 90 \text{ \AA}$

3.4.1 Sistemas de banda ancha

El sistema **UBV** fue definido y establecido por **H. L. Johnson** y **W. W. Morgan**. En 1951 ellos deseaban establecer un sistema fotométrico que pudiera someter el resultado comparable a las magnitudes azul y amarilla del sistema internacional, teniendo un tercer color para mejor discriminación de los atributos estelares y estrechamente vinculados al sistema de clasificación espectral **Morgan-Keenan (M-K)**.

El sistema **UBV** fue desarrollado alrededor del tubo fotomultiplicador **RCA 1P21** y tres filtros de banda ancha que dan una magnitud **visual (V)**, una magnitud **azul (B)**, y una magnitud **ultravioleta (U)**.

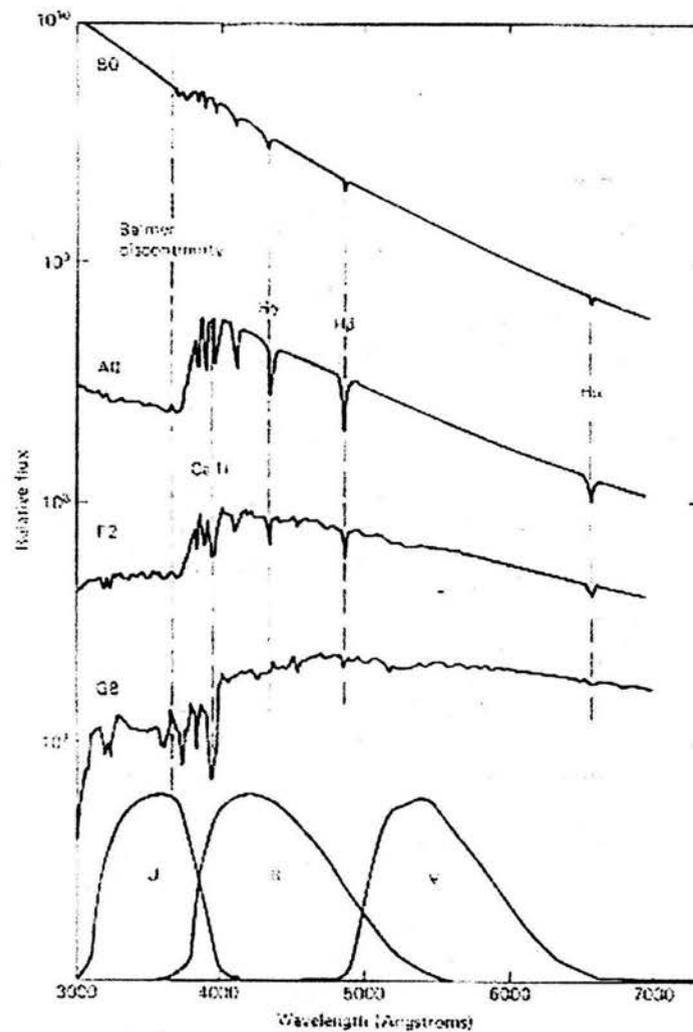
El filtro V es amarillo con un pico de transmisión de alrededor de 5500Å. Este filtro fue seleccionado de tal forma que la magnitud de V es, por lo menos, idéntica a la magnitud fotovisual del sistema internacional; el límite ya indicado por la longitud de onda, está determinado por la respuesta del IP21, y no del filtro; el filtro azul (B), está centrado alrededor de 4300Å, pero tiene algo de transmisión sobre la mayor parte del rango de sensibilidad del IP21. La magnitud B corresponde con las magnitudes fotográficas del azul. Este filtro en la actualidad consiste de dos filtros: un filtro azul y un filtro bloqueador ultravioleta. Ese último filtro previene que la magnitud B sea afectada por la discontinuidad de Balmer. El filtro U es centrado en 3500Å y tiene dos problemas, ese filtro tiene una fuga en el rojo, es decir transmite algo de luz en el infrarrojo; Esa luz roja debe estar bloqueada por un segundo filtro, o debe de estar medido y restado de la medición de U. El segundo problema es que la corta longitud de onda del límite ya indicado no es fija para el filtro o el fotomultiplicador, esto es por la transmisión ultravioleta de la atmósfera de la tierra que es función de la latitud de los observatorios, y puede estar variando dependiendo de las condiciones atmosféricas. Así, en el sistema UBV no están totalmente definidos los filtros.

Las estrellas estándar del sistema UBV fueron medidas por el fotómetro de Johnson sin ninguna transformación. Es decir, excepto por una constante aditiva, el sistema UBV es el sistema instrumental de este fotómetro; el punto cero de los indicadores de color, (B-V) y (U-B), son definidos por seis estrellas AO V. El indicador promedio de esas estrellas está definido para que sean cero de tal forma que $(B-V) = (U-B) = 0$.

Ahora veamos la relación existente entre el sistema M-K y el sistema UBV.

En la figura 3.4 se observa que las líneas de hidrógeno dominan temporalmente los tipos espectrales. El espacio entre esas líneas llega a ser más cerrado y hasta más cerrado en el límite de Balmer, ellas se combinan y la absorción llega a ser continua por lo que en el límite de Balmer (3647\AA), hay una bien marcada absorción en el nivel continuo lo que ya hemos mencionado como la discontinuidad de Balmer.

Figura 3.4 Espectro de algunas estrellas de la secuencia principal



Así mismo se muestra que el filtro U esta menos montado en esa discontinuidad, por lo que el índice de color (U-B) es sensible a la intensidad de la discontinuidad, que es una función del tipo espectral.

Notemos que la longitud de onda efectiva de la observación a través del filtro, depende de la intensidad de la discontinuidad de Balmer. Si la discontinuidad es fuerte, poca luz se está recibiendo, menos de 3647Å. La luz medida a través del filtro U es la que pasa a través de la parte del filtro que permite el paso de la luz roja, menor que 3647Å. Así nosotros estamos efectivamente observando en una longitud de onda que es más grande que la media del filtro.

Por otro lado, una estrella tiene una discontinuidad muy débil si suministra luz fuertemente la cual cruza el pasa bandas del filtro aproximadamente por igual; entonces la longitud de onda efectiva de observación está casi en el centro del pasa bandas. Una importante consecuencia de este efecto es que el coeficiente de extinción atmosférica a segundo orden para (U-B) tiene un complicado comportamiento con el tipo espectral.

El aspecto más importante del sistema UBV es su vínculo con el sistema de clasificación espectral M-K ya que dijimos que los puntos cero para los índices de color fueron definidos por las estrellas clasificadas como AO V. Esto asigna los colores del sistema UBV relacionados directamente, con el espectral M-K y la temperatura. Esto se aplica a estrellas que no están siendo observadas a causa del polvo y gas interestelar; ese polvo y el gas absorben selectivamente más la luz azul que la roja, lo que ocasiona que una estrella parezca más roja de lo que en realidad es.

Johnson y Morgan establecieron la relación entre los índices de color y la magnitud absoluta en dos pasos: La cantidad de cambio de color producida por el polvo es llamada el exceso de color, y es denotada como $E(B-V)$ y $E(U-B)$, y la línea de enrojecimiento está dada por;

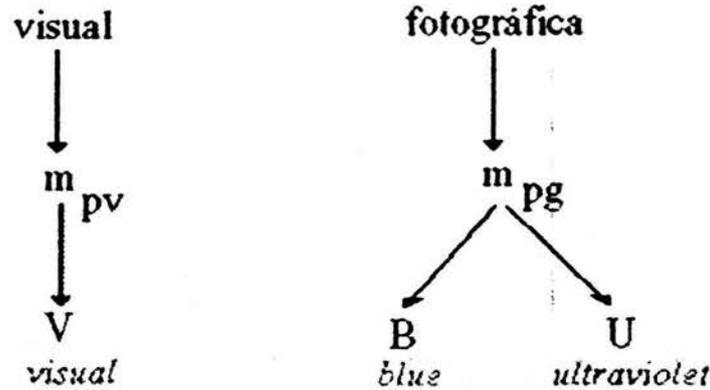
$$\frac{E(U-B)}{E(B-V)} \approx 0.72 - 0.05(B-V) \quad (3.7)$$

Para algún tipo de estrellas tempranas (B-V), es aproximadamente cero; el segundo término es muy

pequeño y entonces;

$$\frac{E(U-B)}{E(B-V)} \approx 0.72$$

Por supuesto no es válido para algún otro tipo de estrellas más tardías que A0. La siguiente gráfica muestra la magnitud determinada para el sistema.



Johnson dividió la magnitud azul de las placas fotográficas en B y U para separar el salto de Balmer. De esta manera, dicha discontinuidad está presente sólo en U. En el sistema UBV se definen mediante los siguientes valores para los índices de color:

$$B-V = U-B = 0 \text{ para estrellas A0 V}$$

$$B-V = U-B = 1 \text{ para estrellas K0 V}$$

En el sistema UBV el enrojecimiento, por efecto de la absorción interestelar debido al polvo y gas, las estrellas presentan colores más rojos que aquellas de un mismo tipo espectral. Este efecto puede visualizarse en el diagrama color-color (U-B versus B-V) como un desplazamiento de las estrellas según una línea, llamada de enrojecimiento, como se muestra en la figura 3.5

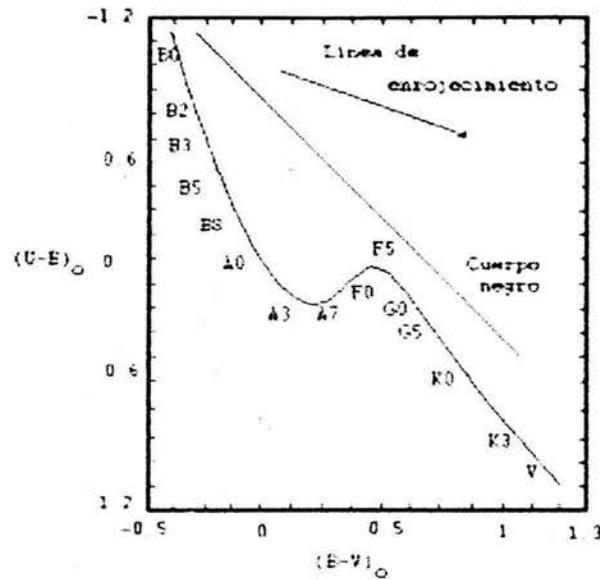


Figura 3.5 Muestra las líneas del enrojecimiento

En la década de 1950, Johnson hizo una extensión agregando dos filtros más al sistema UBV, el R (rojo) y el I (infrarrojo), caracterizados por:

$$R: \lambda_e = 7000 \text{ \AA}, \Delta\lambda = 680 \text{ \AA}$$

$$I: \lambda_e = 9000 \text{ \AA}, \Delta\lambda = 2400 \text{ \AA}$$

En el diagrama V-I versus B-V, el enrojecimiento de las estrellas sigue una línea determinada si $R = 3$. Pero si la ley de enrojecimiento fuere otra (por ejemplo, $R = 4$ ó 5), la línea será diferente, como se muestra en la figura 3.6.

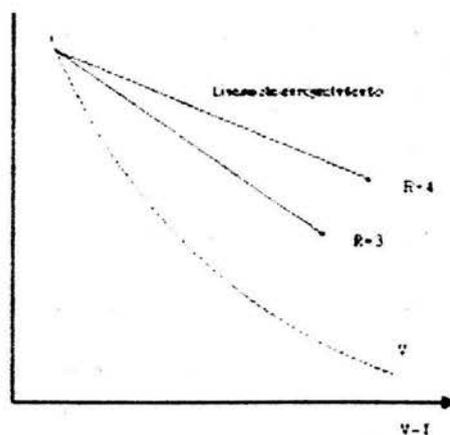


Figura 3.6 Tendencia del enrojecimiento dependiente de R

3.4.2 Sistema de banda intermedia

El sistema *uvby* (debido a Strömgen y Crawford), comprende 4 bandas: $\Delta\lambda$ Ancho completo en media transmisión, filtros, longitudes de onda centrales, y el ancho de banda de los cuatro filtros.

Tabla 3.2 Sistema de banda intermedia

Filtros	Longitudes de onda centrales	Ancho completo en media transmisión
<i>u</i>	$\lambda_e = 3500 \text{ \AA}$	$\Delta\lambda = 340 \text{ \AA}$
<i>v</i>	$\lambda_e = 4110 \text{ \AA}$	$\Delta\lambda = 200 \text{ \AA}$
<i>b</i>	$\lambda_e = 4670 \text{ \AA}$	$\Delta\lambda = 160 \text{ \AA}$
<i>y</i>	$\lambda_e = 5470 \text{ \AA}$	$\Delta\lambda = 240 \text{ \AA}$

El sistema de Strömgen es un sistema de banda intermedia. A diferencia del sistema UBV, el sistema de Strömgen, esta casi totalmente definido por un sistema de filtros. El *y* (amarillo) iguala a la magnitud visual, y corresponde con las magnitudes de V. El filtro *y* no muestra fuertes líneas

espectrales en estrellas tipo tempranas; el límite del rojo está establecido por el filtro y no por el detector, como en el caso del sistema UBV. El filtro *b* azul está centrado alrededor de 300\AA (del rojo del filtro del sistema UBV), reduce los efectos de la línea general. Para estrellas del tipo espectral más tardío en donde las líneas de absorción de metales llegan a ser muy fuertes, un filtro que está centrado en una región de longitud de onda, donde tales líneas están transmitiendo comúnmente menos flujo del que deberían si las líneas estuvieran ausentes. Este efecto inclusivo es un indicador de temperatura, que llega a ser fuerte en otros tipos espectrales. Para alcanzar una clara medida de su fuerza, es necesario medir el flujo estelar en una región relativamente libre de bloqueo y compararlo en una región, donde el bloqueo es fuerte. Para estrellas de tipo tempranas, los filtros *b* e *y* están libres de bloqueo, en los tipos de estrellas más recientes, los dos filtros están afectados casi igual. El filtro violeta *v* está centrado en una región de fuerte bloqueo, pero a menor longitud de la región donde las líneas de hidrógeno comienzan a agruparse, justamente casi en el límite de Balmer. El filtro ultravioleta mide ambos bloqueos y la discontinuidad de Balmer, a diferencia del filtro U en el sistema UBV, el filtro *v* está completamente a un lado de las longitudes de onda corta, en la discontinuidad de Balmer; No obstante el filtro está centrado lo bastante lejos del límite atmosférico, casi a 300\AA , así que el sitio observado no juega un rol importante para definir la longitud de onda de la región observada. Por lo tanto, el sistema está casi definido por los filtros y son insensibles al detector usado. En este sistema no aparecen los efectos esenciales debido a los filtros de banda ancha. Así, en este sistema no están los términos de color a segundo orden en la corrección de extinción, o las ecuaciones de transformación, esto es una simplificación, comparada con el método UBV. Los índices de color en el sistema de Strömberg son cantidades muy útiles, ya que el filtro *b* e *y*, están relativamente libres de bloqueo, el índice $(b-y)$ es un buen indicador de color y de temperatura efectiva. Un índice de color es, esencialmente, la bajada o declive del continuo; En ausencia de bloqueo, la bajada del continuo debe de ser aproximadamente constante, y $(b-y)$ aproximadamente igual a $(v-b)$, ya que $(v-b)$ es afectado por el bloqueo, la diferencia entre esos

dos índices indica la fuerza de bloqueo, por lo tanto el índice de un metal, m_1 , puede ser definido como:

$$m_1 = (v-b) - (b-y)$$

Al determinar ahora la bajada continua que fue afectada por la discontinuidad de Balmer, el índice C_1 , es definido como:

$$C_1 = (u-v) - (u-b)$$

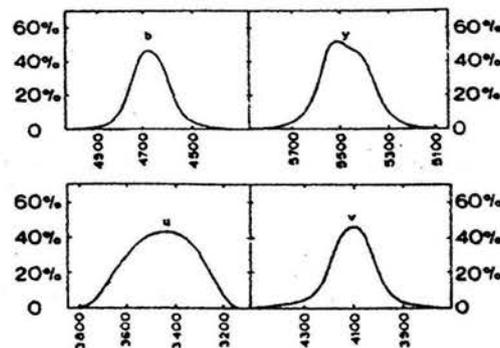
Esos índices miden la discontinuidad de Balmer. El filtro v contiene solo el efecto de bloqueo, el cual es aproximadamente, la mitad de intensa como en el filtro u ; Además se nota que C_1 puede ser reescrito como:

$$C_1 = (u - 2v - b)$$

La sustracción del término $2v$ esencialmente cancela el bloqueo, dejando a un lado los efectos de la discontinuidad de Balmer. En suma, el método de Strömrgren provee una magnitud visual, una medida de la temperatura efectiva, una medida de la intensidad de las líneas metálicas, y una medida de la discontinuidad de Balmer. Esta definido por los filtros, es independiente del detector, y no requiere de términos de segundo orden en la extinción o ecuación de transformación.

La figura 3.8 muestra las curvas de transmisión para cada uno de los filtros del sistema de Strömrgren.

Figura 3.8 Curva de transmisión para los filtros uvby



La figura 3.9 flujo vs. Longitud de onda muestra la posición de absorción de los filtros uvby.

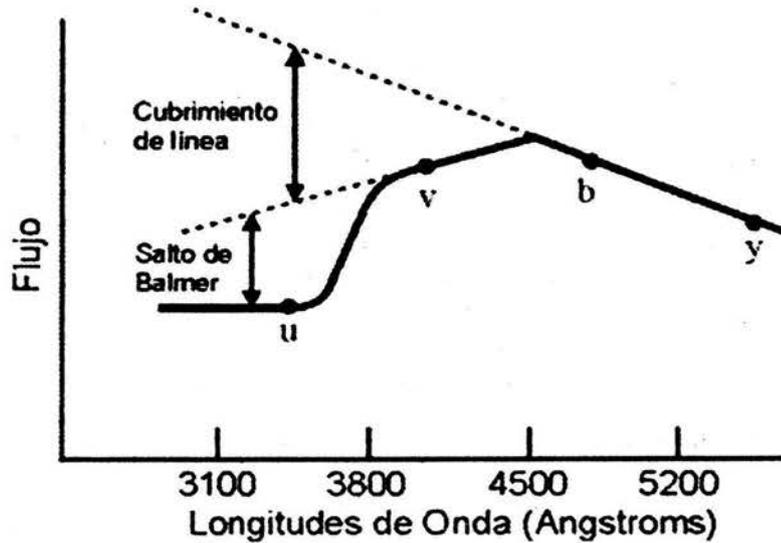


Figura 3.9 posición de los filtros uvby

3.4.3 Sistema de banda angosta

El sistema β de banda estrecha se utiliza para estudiar la intensidad de la línea $H\beta$ de absorción, que se encuentra en los 4861 Å, para estrellas en reposo respecto del observador. El sistema está definido por dos filtros interferenciales centrados en la línea, uno de $\Delta\lambda = 30$ Å y otro de $\Delta\lambda = 150$ Å, así que en ese sistema un filtro de interferencia estrecha, que es centrado en la línea $H\beta$ es usado, en estrellas tipo tempranas, es una intensa línea de absorción. La cantidad de flujo de luz que pasa por el filtro es excesivamente dependiente de la intensidad de la línea. La intensidad de $H\beta$ es un indicador de la luminosidad en estrellas del tipo espectral O a A, y un indicador de temperaturas en los tipos A a G. Este sistema actualmente requiere de dos filtros, dado que una pequeña cantidad de flujo detectado puede significar una fuerte línea de absorción $H\beta$, o simplemente una estrella tenue. Así, un segundo

filtro más ancho del continuo adyacente es usado. El radio de las medidas a través de los dos filtros, indica la intensidad de $H\beta$, con respecto al continuo.

Obviamente la fotometría de banda angosta requiere de un telescopio grande, ya que solo se transmite una muy pequeña fracción de luz de la estrella. Además, nos da información espectral específica de alguna estrella en observación. Sin embargo, el uso de este sistema esta limitado solo a estrellas brillantes. Así pues, uniendo el sistema de banda intermedia, y el sistema de banda estrecha tenemos lo que se conoce como el Sistema *ubvy- β* . Tal sistema fue aplicado a la estrella RU Piscium que es nuestro objeto de estudio, y a la cual se le determinaran sus parámetros físicos mediante esta fotometría.

La figura 3.10 muestra la respuesta de los filtros de banda angosta.

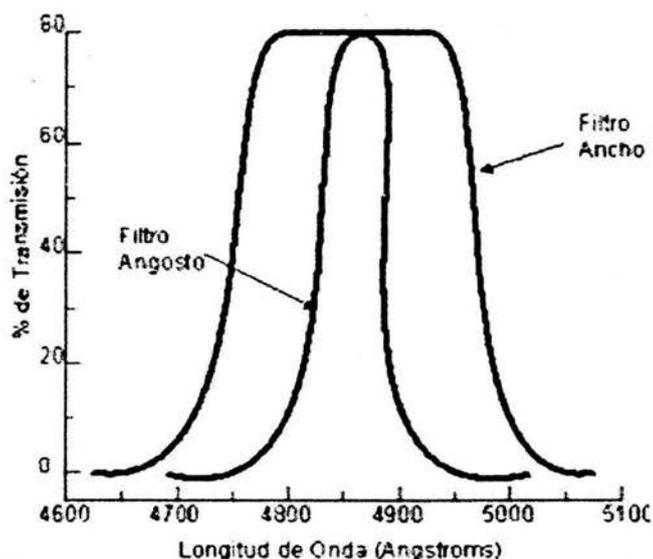


Figura 4.9 respuesta de los filtros del sistema de banda estrecha

Como hemos visto que la fotometría fotoeléctrica es más compleja que la estimación visual. Los resultados esperados al aplicar la fotometría fotoeléctrica, son más eficientes para estudios en tiempos breves sobre variables de poca amplitud.

Capítulo 4

Estrella RU Piscium, observaciones, métodos de reducción y determinación de los parámetros físicos

4.1 Estrella RU Piscium

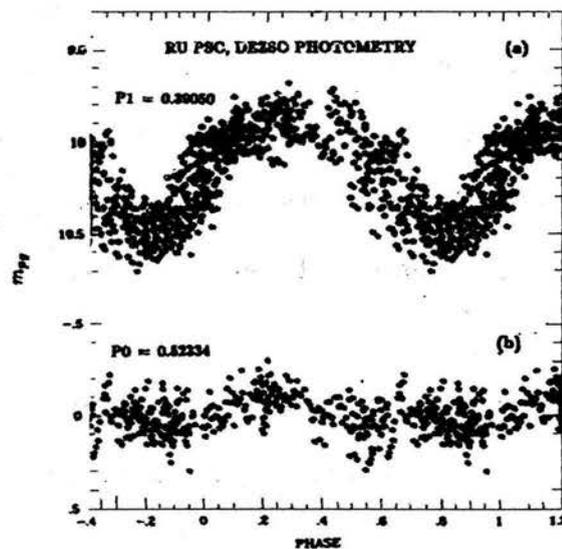
El descubridor de RU Piscium como una estrella RR Lira fue H Leavitt (1923), y desde entonces a sido estudiada por distintos observadores. El estudio de RU Piscium es importante porque ella corresponde a la clase RRc y, estas estrellas están caracterizadas por cambios en su amplitud y periodo no bien explicados.

Deszo (1945) hizo 759 observaciones del año 1936-1940, y del análisis de esos datos y de los de Detre (1934) de 1931-1933, Deszo concluyó que RU Piscium sufrió cambios regulares en su periodo, siendo la periodicidad de ese periodo de aproximadamente 1080^d . Tales periodos estuvieron en el rango de $0^d.39019$, a $0^d.39059$, notando cambios en la forma y la cantidad de dispersión en la curva de luz.

Tremko (1964) hizo 4603 observaciones de RU Piscium durante 52 noches de 1961 a 1964, citando una precisión de aproximadamente $0^m.01$, sugiriendo la presencia de una oscilación secundaria de $28^d.8$ en la amplitud y el periodo.

En 1965 Paczynski de su análisis fotométrico dio una muy bien definida curva de luz en tres noches de observación. Variaciones peculiares de brillo fueron también encontradas por Mahra y Sinvhall en 1975, cuyas observaciones de RU Piscium fueron hechas de 1965 a 1968. Ellos concluyeron que el periodo de RU Piscium se va incrementando en una razón (en promedio) de $\sim 1.02 \times 10^{-6}$ días por cada 1000 ciclos, o $0.95 \frac{\text{días}}{\text{Maño}}$. El periodo encontrado por ellos para tres conjuntos de sus datos fue, 0.390385, 0.390257, y 0.390385.

La figura 4.1 muestra la curva de luz de RU Piscium encontrada por Deszo, la cual presenta una dispersión vista por Deszo de aproximadamente $0^m.4$, y que es parecida a la sufrida por las estrellas tipo RRd. En el análisis de la fotometría de Deszo (1945) Oliveira y Nemeç, usan todos los datos de la fotometría de Deszo (1936 a 1940, JD28426 a JD30328), investigada sobre el intervalo de periodos, de $0^d.389$ a $0^d.392$. Esta búsqueda del periodo sugiere que el periodo primario fue de $0^d.39050$ para esa época. Un segundo periodo fue buscado en el intervalo 0.525 a 0.527, dando un posible periodo secundario de $P_0=0.52334$, dando una razón de periodos de $\frac{P_1}{P_0} = 0^d.746$ un número típico para la razón de periodo de las estrellas RRd.



La figura 4.1 (a). Curva de luz para el periodo $0^d.39050$.
 La dispersión a la mitad de la curva de luz sugiere que RU Psc
 esta cambiando su periodo o tiene un periodo secundario
 de la clase vista en las estrellas RRd;
 (b) Curva de luz graficada con el posible periodo secundario
 $P_0 = 0^d.52334$. Ese periodo es solo marginalmente significativo,
 y casi no es real.

Ellos concluyen que las evidencias del periodo secundario son débiles y, por lo tanto, no creen que ese periodo sea real.

Para los datos de Tremko de 1961 a 1963 (JD37513 a JD38268), ellos obtienen un periodo estimado de $P_1 = 0.390318$, el cual es ~ 0.0002 mas corto, que el derivado de la fotometría de Deszo (1936-1940). En la figura 4.2 ellos grafican el periodo encontrado; en los paneles se muestran las curvas de luz que obtuvieron de los datos de los años 1961, 1962, y 1961-63. Las graficas les sugieren que el periodo $P_1 = 0.390318$, es el periodo mas apropiado para la época de 1961, pero no para la época de 1962, otra cuestión que discuten es si RU Piscium presenta efecto Blazhko, lo cual en opinión de Szeidl y Tremko es evidente, pero no así para M. Jerzykiewicz, siendo controversial la variabilidad Blazhko de RU Piscium. J. H. Peña, y R. Peniche en 1988 adquirieron datos fotométricos de la estrella en tres observatorios diferentes, Calar Alto, Sierra Nevada en España y en San Pedro Mártir en México, y obtuvieron las frecuencias 2.562045, 7.714769, y 5.082183 c/d.

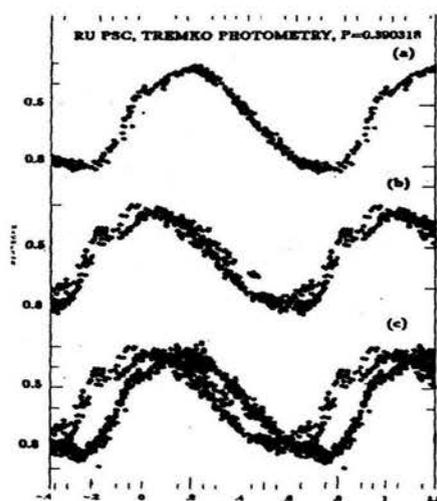


Figura 4.2 Curva de luz graficada con $P_1 = 0^d.390318$. (a)-para Los datos de JD37612 (1961); (B)-para los datos de 1962 (JD37948. a JD38059); (c)-para la fotometría combinada de JD38268 (1961-63)

La tabla 4.1 muestra los periodos obtenidos por, Oliveira y Nemec, L Dezso, H. S. Mahra, y, S., Sinvhal, B. Paczynski, J. Tremko y, J. H. Peña et al.

Tabla 4.1

Autores	año	Método usado	Noche de observación	Número de observaciones	JD	Periodos		
						P ₁		P ₀
Oliveira y Nemeç	1936-1940 1961 1963	fotometría	9	1100	28424-29576 37513-37998 38246-38258	0.390504 0.390318 0.390421		
L. Deszo	1945	fotometría fotográfica		759	28426-30328	0.39019		0.39059
J. Tremko	1964	fotocelctricas	52	4603				
B.Paczynski	1965	fotometría	3					
H.S. Marha, y S. Simvhal	1966 1967 1968				39055-39472 39771-39855 40143-40157	0.390385 0.390257 0.390385		
Peña. et. al	1988	fotometría	?	?	?	0.390313	0.129621	0.196766

4.2 Observaciones

Las observaciones fotométricas se realizaron en el Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir, B.C durante la temporada que va del 13 al 21 de septiembre de 1995, como se muestra en la tabla 4.2

La tabla 4.2 muestra la temporada de observación

Fecha (Septiembre)	Fotometría	Telescopio	Filtro	Objeto
13	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
14	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
15	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
16	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
17	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
18	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
19	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
20	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc
21	Absoluta	1.5 metros	uvby- β	RU Psc

Las observaciones que analicé fueron realizadas por José H. Peña y Rosario Peniche, que utilizaron el telescopio de 1.5m de diámetro, con el fotómetro danés acoplado; este fotómetro permite medir, simultáneamente, en las cuatro bandas del sistema de banda intermedia o sistema de Strögren y en las bandas N y W del sistema H β de Crawford. En el reporte de Poul E. Nissen, (1988) se describe con detalle el fotómetro Danés. Los componentes básicos del fotómetro son los siguientes: diafragmas, espejos, oculares, lentes (acromática y de Fabry), rejilla, filtros, tubos foto multiplicadores y un sistema de conteo.

La función de los diafragmas es limitar la luz incidente que es vista por el detector mientras pasa la luz del objeto elegido, el cual tiene un diámetro de 1' de arco, y es colocado en el plano focal del telescopio.

El arreglo de los espejos, la retícula y el ocular permiten ver un campo grande y centrar la estrella sobre la retícula. Cuando el espejo se saca de la trayectoria óptica, la luz del objeto elegido se puede pasar a través del diafragma, mientras que las lentes de Fabry tienen dos funciones (1) minimizar el

movimiento de la imagen estelar sobre el fotocátodo a pesar del movimiento inevitable de la imagen estelar primaria debido a la turbulencia atmosférica y al guiado imperfecto, (2) también convierte la imagen puntual primaria en una imagen que cubre gran parte del fotocátodo, produciendo una imagen de la medida adecuada sobre el fotocátodo.

La rejilla descompone el haz en diferentes longitudes de onda, mientras que el filtro restringe el intervalo de longitudes de onda del sistema a una longitud de interés particular.

Los tubos fotomultiplicadores son los detectores donde los fotones inciden liberando electrones en forma de cascada, cuya salida consiste de una serie de pulsos, finalmente el sistema de conteo es el mecanismo que registra los pulsos de salida para su medición.

Sus componentes son listados como sigue:

1. Placa giratoria con tres posiciones (cerrada, abierta, y filtro de densidad neutra con transmisión del 10% = 2.5 mag.).
2. Despolarizador que puede ser insertado entre el haz de luz de H β .
3. Diafragmas de entrada sobre una rueda giratoria, que solo dejan pasar la luz seleccionada.
4. Espejos que reflejan la luz a la sección H β , si se insertan en el haz.
5. Lentes acromáticos, f/6, longitud focal de 402mm, coliman el haz, y lo envían a la rejilla de difracción.
6. Rejilla de 1200 líneas/mm, descompone el haz de luz, seleccionando las distintas longitudes de onda a observar.
7. Unidad de apertura en el plano focal de las lentes acromáticas, la dispersión es de aproximadamente 20 Å, permitiendo el paso de 4 intervalos de longitudes de onda que corresponden a los anchos espectrales de las bandas uvby.
8. Espejos que reflejan la luz que pasa por la unidad de apertura hacia los filtros de interferencia.
9. Filtros de densidad neutra con una transmisión de aproximadamente 50% en los canales v y b.

10. Lentes de Fabry y filtros de interferencia óptica que definen las bandas espectrales que pasan por los canales, estos son usados como lentes auxiliares para proyectar la imagen del objetivo sobre el detector.

11. Fotomultiplicadores tipo EMI 9789QA con fotocátodos de metal alcalino, que es la capa sensible a la luz donde los fotones inciden liberando electrones.

Para localizar a una estrella RR Lira se busca en el catalogo general de estrellas variables de kurkakin (1971, 1990) en el cual se encuentran todas las estrellas variables conocidas, o sospechosas de variabilidad, al ubicar la estrella en el catálogo se buscan sus coordenadas, y se realiza un mapa del cielo con la región apropiada, la cual facilita su localización con el telescopio. Conociendo la denominación de la estrella también se pueden conocer otros datos de interés, que se pueden encontrar en la base de datos de la universidad de Estrasburgo, llamada "simbad", la cual da las diferentes denominaciones de la estrella para varios catálogos (sv*, gcrv, gsc, etc.).

4.2.1 Fotometría al sistema estándar

Para realizar fotometría al sistema estándar se seleccionan de una lista dada en Olsen, (1982) o del Astronomical almanac, un conjunto de estrellas estándares. La selección de estas estrellas esta en relación con el tipo de estrella que queremos analizar fotométricamente. Con la ayuda de las estrellas estándares, se determinarán la magnitud y los colores estándares, ya que la magnitud que se obtendrá dependerá de la instrumentación usada para hacer las mediciones, a las cuales se les conoce como magnitudes instrumentales, y se calculan con la formula.

$$m_{ins} = -2.5 \log(c)$$

Donde c representa el promedio de las cuentas después de que se promediaron y restaron las cuentas del cielo, (tal y como serán realizadas por la rutina de programas NABAPHOT, que será hecha en el apartado de reducción de datos) el subíndice (ins) nos indica que la magnitud debe ser tomada para cada filtro, a saber u, v, b, y .

La extinción atmosférica se corrige de la siguiente forma:

$$m_0 = m_{ins} - KX.$$

En donde m_0 es la magnitud o color fuera de la atmósfera, m_{ins} es la magnitud o color instrumental, K el coeficiente de extinción atmosférica, cuyas unidades están dadas en magnitudes por unidad de masa de aire, y X es la masa de aire atravesada.

Con las magnitudes instrumentales ya determinadas, se podrán calcular los índices de color, los cuales son: $(b-y), (v-b)$,

$m1 = (b-v) - (b-y)$, da una medida del bloqueo por líneas y,

$c1 = (u-v) - (v-b)$, una medida de la discontinuidad de Balmer.

El bloqueo en u es aproximadamente dos veces el bloqueo en v . Los parámetros, $(b-y), m1, c1$, no son independientes de los efectos de la extinción estelar, esa puede ser corregida usando las siguientes relaciones:

$$[c1] = c1 - 0.20(b-y)$$

$$[m1] = m1 + 0.18(b-y)$$

Sabiendo que las relaciones entre los excesos de color son:

$$E(c1) = 0.20E(b-y),$$

$$E(m1) = -0.18E(b-y)$$

Donde los coeficientes 0.20, y -0.18 fueron determinados suponiendo que la extinción estelar sigue una ley estándar. El índice $c1$ corregido para la extinción estelar es $c_0 = c1 - E(c1) = c1 - 0.20E(b-y)$, pero $E(b-y) = (b-y) - (b-y)_0$, así que

$$c_0 = c_1 - 0.20(b-y) + 0.20(b-y)_0,$$

$$c_0 - 0.20(b-y)_0 = [c_1] = c_1 - 0.20(b-y).$$

Tomando en cuenta que $c_0 - 0.20(b-y)_0$ contiene solo cantidades intrínsecas, y que $[c_1]$ permanece como indicador de la discontinuidad de Balmer.

Otro asunto de interés es el tiempo, la manera de medirlo para un cierto evento astronómico dependerá en esencia del sistema de referencia en el que se encuentre localizado el observador, y del movimiento de tal sistema. Existen varias formas de determinar el tiempo, aquí solo mencionaremos algunas de ellas. Consideremos el día solar aparente, que consta de dos travesías sucesivas del Sol por el meridiano, el cual varía durante el año y por lo tanto depende de tres factores: 1) la rotación de la tierra, 2) la oblicuidad de la eclíptica, y 3) de la velocidad de traslación de la tierra alrededor del Sol, (Arne, 1982).

TIEMPO SIDERAL (TS). Se define como el ángulo horario del punto vernal. Un día sidereal es el intervalo de tiempo entre dos culminaciones superiores sucesivas del punto vernal. Se puede utilizar cualquier estrella para medir el tiempo sidereal. Los días siderales son 3m 56s más cortos que los días solares. "365.2422 días solares = 366.2422 días siderales 1 día solar medio = 1.002738 días siderales. 1 día sidereal = 0.997270 días solares medios.

Dos formas de medirlo se dan a continuación:

1. Partiendo de la hora angular (HA), que podemos escribir como hora angular (HA) = tiempo sidereal local (TSL) – ascensión recta (AR), de lo anterior definimos al tiempo sidereal como:

$$ST = AR + HA$$

Las cantidades observadas en el telescopio cuando se determina la variación de la luz de una estrella variable intrínseca o geométrica son la intensidad de la luz, y el tiempo Geocéntrico de la observación. De las dos cantidades, el tiempo es el mas precisamente determinado. El tiempo registrado en un observatorio dado, es primero convertido a tiempo estándar de Greenwich, o tiempo

universal (TU), es decir el tiempo local en el cual un observador en Greenwich puede observar un objeto celeste. Después las Horas Minutos y Segundos son convertidos en partes decimales de un día. El día en sí mismo es denotado por un número el Día Juliano (DJ): "Sucesión consecutiva de días propuesta por Escaligero en el siglo XVI y retomada por el astrónomo John F. Herschel en 1849.

"Los días julianos comenzaron a contabilizarse al mediodía del 1 de Enero del 4713 AC (01/01/-4712). El comienzo del conteo es convencional y es el origen de un gran periodo de 7980 años, que es el producto de tres periodos menores:

"JD(01/01/-4712) = 0, JD(01/01/2001) = 2451910, "JD(01/01/2001) = 2451910.5. Los días julianos comenzaron a calcularse a partir del mediodía para que el cambio de fecha (la media noche) cayera en el mismo día juliano.

"ALGORITMO PARA CALCULAR EL DIA JULIANO: $Y = 2001$, $M = 12$, $D = 31$ $F = Y$, si $M \leq 3$ $G = M$, si $M \leq 3$ $Y-1$, si $M = 1,2$ $M+12$, si $M = 1,2$, $A = 2 - \text{INT}(F/100) + \text{INT}(F/400)$ $\text{JD} = \text{INT}(365.25 * F) + \text{INT}(30.6001 * (G+1)) + D + A + 1720994.5$.

Los tiempos observados son Geocéntricos, ya que las observaciones fueron hechas en algún sitio en la tierra. Los tiempos Geocéntricos tienen que ser transformados a tiempos Heliocéntricos, es decir referirse al tiempo de observación al sol. Tal consideración es necesaria debido a que la velocidad de la luz es finita, y no llega al mismo tiempo al sol que a la tierra y tarda en llegar a la tierra aproximadamente 500 segundos antes o después de llegar al sol, dependiendo de la época del año, de la longitud celeste del sol, de la distancia de la tierra al sol, de la inclinación de la eclíptica y de la posición de la estrella. Una vez que esa transformación es lograda, las observaciones hechas en diferentes períodos de un año pueden ser comparadas.

Binnendijk (1960), da la relación para la corrección heliocéntrica para el tiempo de observación (Landolt, Blondeau, 1972), que utilizamos y que describimos de la siguiente forma:

$$\text{Corr. Hel.} = -0^d.0057755[(R\cos\phi)(\cos\alpha \cos\delta) + (R\sin\phi)(\sin\epsilon \sin\delta + \cos\epsilon \cos\delta \sin\alpha)].$$

Donde R es la distancia de la tierra al sol en una fecha dada, ϕ es la longitud celeste del sol, para una fecha determinada, α es la ascensión recta de la estrella, y δ su declinación por lo que ϵ es la inclinación de la eclíptica ($\epsilon = 23^{\circ}27'$).

4.2.2 Desenrojecimiento

El procedimiento para determinar el enrojecimiento y los valores desenrojados a partir de los índices fotométricos ya han sido realizados tomando en consideración los criterios de Nissen (1988), los cuales se basan en el estudio de cúmulos abiertos, aplicando la fotometría de Strömberg siguiendo la calibración estándar de Crawford. Para el desenrojecimiento de los índices de color, y las magnitudes se usan las siguientes ecuaciones (Crawford y Mandwewala, 1976) de las cuales se calcula el enrojecimiento sufrido por el índice $(b-y)$, el cual se escribe como $E(b-y)$, y también los índices de color c_0 y m_0 desenrojados.

$$E(b-y) = (b-y) - (b-y)_0$$

$$c_0 = c_1 - 0.25 E(b-y)$$

$$m_0 = m_1 + 0.3 E(b-y)$$

Con $(b-y)$, m_1 y c_1 , los índices de color observados, además se necesita calcular mediante otra ecuación el valor de $(b-y)_0$, del tipo espectral de la estrella. Crawford (1975, 1979) para estrellas del tipo espectral A-F derivó las ecuaciones siguientes:

Para las estrellas del tipo F ($2.59 < \beta \leq 2.72$)

$$(b-y)_0 = K + 1.11\Delta\beta + 2.7\Delta\beta^2 - 0.05\delta c_0 - (0.1 + 3.6\Delta\beta) \delta m_0$$

Donde $\Delta\beta = 2.72 - \beta$, $K = 0.218$, $\delta m_0 = m_{1\text{hiadas}}(\beta) - m_0$, y $\delta c_0 = c_0 - c_{1\text{est}}(\beta)$, así tenemos que $m_{1\text{hiadas}}$ es la relación que existe entre m_1 y β para el cúmulo de las Híadas.

Para las estrellas de tipo espectral A ($2.72 < \beta < 2.88$)

$$(b-y)_0 = 2.946 - 1.00 \beta - 0.1 \delta c_0.$$

Hay diversas formas de determinar la magnitud absoluta, por ejemplo: McNamara (1997) propone una relación que depende de la metalicidad, la cual es:

$$M_V = 0.287 \left[\frac{F_e}{H} \right] + 0.964$$

Sin embargo evaluaciones más recientes de M_V , para las estrellas RR Lira fueron desarrolladas por otros. Mc Namara (2001) reporta $M_V = 0.30 \left[\frac{F_e}{H} \right] + 0.92$, la cual esta basada principalmente en los

resultados derivados de cúmulos globulares mientras que Carreta (2000) da $M_V(RR) = 0.18 \left[\frac{F_e}{H} \right] + 1.5) + 0.73$ y

Gratton (1997): $M_V(RR) = 0.22 \left(\left[\frac{F_e}{H} \right] + 1.5 \right) + 0.43$,

Groenewegen y Salaris (1999): $M_V = 0.18 \left[\frac{F_e}{H} \right] + 0.77$.

Todas estas vías de determinar la magnitud absoluta están basadas en la paralaje de Hipparcos, y la metalicidad se puede calcular considerando:

$$\Delta S = 10(\text{Sp}(H) - \text{Sp}(K))$$

De las clases espectrales $\text{Sp}(H)$ y $\text{Sp}(K)$, las cuales se asignan a las líneas $H\gamma$ y Ca II respectivamente. Para el caso de RU Psc $\Delta S = 7$ (Hemenway, 1975, R. B Willis, 1972), y de las relaciones dadas en el apéndice A.12, tenemos las siguientes metalicidades:

Butler: $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.35$, Blanco: $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.28$, Suntzeff: $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.514$

4.3 Parámetros físicos

La determinación de la temperatura efectiva, y la gravedad superficial de la estrella será determinada mediante los índices de color promedio que se determinaran en la siguiente sección. Los

valores desrojados $(b-y)_0$, y c_0 de la estrella son usados para obtener la temperatura efectiva (T_{eff}), y el logaritmo de la gravedad ($\log g$) empleando el modelo teórico de mallas de Lester, Gray, y Kurucz, que consiste en modelos teóricos para diversas metalicidades, que arrojan la temperatura efectiva, el logaritmo de la gravedad, y los índices de color desrojados, para dichas metalicidades. Entonces, si nosotros determinamos la metalicidad de la estrella de interés buscamos la tabla a la que corresponde ese dato, y graficamos los índices c_0 vs. $(b-y)_0$ de la tabla, y de la estrella, ubicaremos de la tabla a que temperatura efectiva y gravedad corresponde nuestra estrella y así habremos determinado los parámetros físicos deseados. Otros parámetros de interés son el modulo de distancia el cual se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$DM = V - M_V$$

Y la distancia a un objeto celeste viene dada por,

$$m-M = 5 \log \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right), \text{ implica que } r = 10^{\left(\frac{m-M}{5} \right)} (10)$$

4.4 Reducción de datos

Los pasos para la reducción de los datos, se pueden ejemplificar considerando, los datos obtenidos en la noche del 19, al 20 de septiembre de 1995. La reducción de los datos requiere de la aplicación de varios programas, que se incluyen en el paquete entero llamado NABAPHOT, los cuales mencionamos a continuación, SORTER, TACONVU Y TACONVB, ATMOS, TRANS, GRAFICA2, CONS, REDU, JUNTA, SEPARA, Y PROM.

Antes de iniciar la rutina de reducción, primero se creo un archivo, el cual nombramos OBJETOS, que contiene las estrellas estándares marcadas con el número 1 (sin filtro neutro), las estrellas problema, marcadas con el número (0) (sin filtro neutro), la marca (2) le corresponde a las estrellas estándares (con filtro neutro), la marca (4) le corresponde a las estrellas problema (con filtro neutro),

entonces ahora si estamos listos para arrancar con la reducción de los datos, iniciaremos aplicando, SORTER-TACONVU-ATMOS-TRANS-ORIGIN 5.0, y TRANS-CONS-REDU, y posteriormente, SORTER-TACONVB-ATMOS-TRANS-ORIGIN Y TRANS-CONS-REDU.

La tabla 4.3 muestra el formato del archivo objetos

Indice	Nombre	α	Δ	Fotometría					Comentario
				V	(b-y)	m1	c1	β	
1	STBS9107	04.39. 5	+34.38.1	6.12	.412	.170	.317	2.592	G2V 1995

La tabla 4.3 es un ejemplo de la estrella estándar STBS9107, la cual tiene las coordenadas siguientes:

$\alpha = 4\text{hr } 39\text{m } 5\text{s}$, $\delta = 34^\circ 38' 1''$, cuyos valores estándar son $V = 6.12$, $b-y = 0.412$,

$m1 = 0.170$, $c1 = 0.317$, y $\beta = 2.592$

SORTER: el archivo de entrada es sep1995, que contiene los datos crudos, (raw), tal y como son adquiridos de las observaciones fotométricas, el programa separa las observaciones uvby, y $H\beta$ en dos archivos de salida el primero, UDATA, contiene las observaciones uvby, y el segundo BDATA, contiene las observaciones $H\beta$.

TACONVU: el programa usa el archivo UDATA y BDATA creado por SORTER. El archivo de salida se le asigna un nombre por ejemplo Sep19tcu, lo que a hecho el programa es calcular el promedio de las integraciones de la estrella y el cielo; y subtrae el cielo, además de hacer las correcciones por tiempo muerto. Las lecturas promedio en cada uno de los filtros, se transformaran a magnitudes y colores instrumentales, y se corregirán los efectos de la extinción, la tabla 4.4 muestra algunos elementos del archivo Sep19tcu.

Tabla 4.4. Una muestra de la salida de TACONVU

I	ID	TS	AR	DEC	<u>		<v>	<y>	fecha
		hh mm ss	hh mm ss	gg mm ss					
2	STBS8729	22 57 15	+20 44 42	223914	25773.11	26995.94	11605.70	27219.70	19 09 95
2	STBS8799	23 07 17	+21 07 12	224208	25856.07	27020.52	8836.89	16603.49	19 09 95
0	RUPSC	01 14 13	+24 24 00	224604	2879.85	4165.66	1419.70	3122.36	19 09 95
0	CRUPSC	01 14 13	+24 24 00	224934	171.87	185.16	77.95	193.46	19 09 95

ATMOS: Este programa usa como entrada el archivo creado por TACONVU, Sep19tcu y de salida obtenemos el archivo, nombrado Sep19atu es decir el programa a calculado magnitudes y colores instrumentales, además corrige por extinción atmosférica, el programa también corrige las observaciones de los efectos del filtro neutro para las estrellas que se observaron a través del filtro por ser muy brillantes los datos de esos cálculos aparecen en el archivo de salida Sep19atu, una selección de estos datos se muestra en la tabla 4.5.

Tabla 4.5. Una muestra de la salida de ATMOS

I	ID	V	b-y	ml	cl	TS			fecha
						Hh	mm	ss	
1	ST209858	-11.532	0.820	-1.904	0.895	22	34	51	19 09 95
2	STBS8729	-13.813	0.897	-1.861	0.888	22	39	14	19 09 95
2	STBS8799	-13.276	0.656	-1.917	1.183	22	42	08	19 09 95
0	RUPSC	- 8.888	0.790	-2.092	1.442	22	46	04	19 09 95
0	CRUPSC	- 5.867	0.922	-1.993	0.894	22	49	34	19 09 95

TRANS: El programa localiza a las estrellas estándares confinadas en el archivo Sep19atu, tales valores son instrumentales, en el archivo objetos el programa localiza las estándares, y cuyos valores son los de la literatura, siendo Sep19atu y Objetos los archivos de entrada del programa. El archivo de salida, que nombraremos Sep19tru, contiene a todas las estrellas estándares con sus valores de la literatura e instrumentales, tal archivo será empleado por el programa CONS, el cual calculara las constantes de transformación al sistema estándar, los datos de Sep19tru son mostrados en la tabla 4.6.

Tabla 4.6. Una muestra de la salida de TRANS

ID	valores de la literatura				valores instrumentales				TS			fecha
	V	b-y	ml	cl	V	b-y	ml	cl	Hh	mm	ss	
ST188755	8.280	0.096	0.208	1.006	-10.969	0.565	-1.853	1.593	2	29	04	190995
ST191672	8.010	0.351	0.142	0.336	-11.243	0.818	-1.924	0.900	2	31	56	190995
ST209858	7.770	0.360	0.157	0.345	-11.532	0.820	-1.904	0.895	2	34	51	190995
STBS8729	5.490	0.416	0.232	0.364	-13.813	0.897	-1.861	0.888	2	39	14	190995
STBS8799	5.970	0.184	0.136	0.687	-13.276	0.656	-1.917	1.183	2	42	08	190995
STBS413	5.380	0.256	0.148	0.485	-13.871	0.748	-1.959	1.020	3	23	33	190995
STBS8729	5.490	0.416	0.232	0.364	-13.827	0.866	-1.805	0.865	3	38	55	190995
STBS8799	5.970	0.184	0.136	0.687	-13.289	0.655	-1.929	1.200	3	40	48	190995
STBS413	5.380	0.256	0.148	0.485	-13.922	0.699	-1.854	0.969	0	33	10	190995

Otros archivos de salida que nos escribe el programa son VPL, BYPL, MIPL, y CIPL, respectivamente para y , $b-y$, $m1$, y $c1$, en el caso de haber trabajado con los filtros $H\beta$, tendríamos un archivo nombrado VPL, los archivos anteriores no se usaron por que no aplicamos el programa GRAFICAS2.

GRAFICAS: Para graficar el archivo anterior se uso el paquete de graficación ORIGIN 5.0, exportamos a este programa de graficación el archivo Sep19tru, los datos contenidos en el se despliegan en la pantalla en forma de lista, en ocho columnas, de izquierda a derecha las primeras cuatro columnas representan los valores de la literatura de v , $b-y$, $m1$, y $c1$, y los siguientes son los valores instrumentales, v , $b-y$, $m1$, y $c1$, de estos datos se obtienen cuatro graficas: v contra v , $b-y$ contra $b-y$, $m1$ contra $m1$, y $c1$ contra $c1$, a estas graficas se les ajusta una recta y se quitan los valores disparados de cada una de ellas, posteriormente se les aplica una regresión lineal la cual nos mostrara los parámetros del ajuste. Los datos anómalos deben de eliminarse del archivo sep19Tru.

CONS: el programa usa los valores de la literatura e instrumentales contenidos en el archivo Sep19tru, y ajusta a cada uno de los parámetros, v , $b-y$, $m1$, y $c1$, una ecuación, de la forma:

$$V_{std} = A + y_{ins} + B(b - y)_{ins}$$

$$(b - y)_{std} = C + D(b - y)_{ins}$$

$$m1_{std} = E + Fm1_{ins} + J(b - y)_{ins}$$

$$c1_{std} = G + Hc1_{ins} + I(b - y)_{ins}$$

$$H\beta_{std} = K + LH\beta_{ins}$$

Donde los subíndices (ins) indica los valores instrumentales, (std) los valores estándar y las letras A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, y L son las constantes de transformación al sistema estándar calculadas de estas ecuaciones. El archivo de salida creado por CONS se llama SALE, el cual contiene los valores de las constantes de transformación, la desviación estándar del promedio de las diferencias entre los

valores calculados para estrellas estándar mediante las anteriores ecuaciones, y el número de puntos empleado en el ajuste, la tabla 4.7 muestra los resultados obtenidos.

Tablas 4.7. Una muestra de la salida de CONS. Coeficientes según las ecuaciones definidas por Olsen (1983)

A	B	C	D	E	F	J	G	H	I	K	L
19.2494	.0378	-.4572	.9897	.2993	.1650	.2446	.0286	.7596	-.3899	2.8212	1.4127

ID	V	b-y	m1	c1	TS	Fecha
ST192744	0.02595	-0.00126	-0.03156	-0.03493	1 49 42	190995
ST199835	0.03450	-0.00123	0.02467	0.02520	1 52 26	190995
ST200841	-0.00105	-0.01816	-0.00654	0.02006	1 55 05	190995
ST201193	0.02103	-0.00147	-0.03120	-0.00299	1 59 58	190995
ST207608	-0.01514	-0.00369	-0.02166	-0.00507	2 05 18	190995
ST211796	-0.01326	0.01317	0.02661	-0.01484	2 19 06	190995
ST212029	-0.02460	-0.02103	0.00000	0.00000	2 21 41	190995
ST188755	-0.02174	-0.00598	0.00000	-0.01459	2 29 04	190995

DEVIACIONES STANDARD: 0.02358 0.01812 0.02682 0.01886

NUMERO DE PUNTOS EN LA ECUACION PARA V, b-y, m1, c1

NV= 10 N(b-y)= 18 N(m1)= 14 N(c1)= 14

H β

.00000	.00119
-.00446	.00425
-.00842	.00120
.00398	-.00337
.00000	-.00421
.00574	-.01398
-.01189	.00681
-.00280	-.01124
.00640	-.00164
-.00164	.00817
-.00729	-.00305
.01099	-.00624
-.00624	.00709
.00709	.01241
.00000	.01206
.00119	-.00207

DEVIACION STANDARD .00729

NUMERO DE PUNTOS EN LA

ECUACIONES PARA H-BETA

NH-BETA= 29

REDU: Este es el ultimo de los programas que aplicamos en la rutina de reducción, el programa toma lectura de las magnitudes y colores fuera de la atmósfera, a este programa se le introducen las constantes de transformación, transformando todo al sistema estándar, el resultado es un archivo nombrado Sep19redu, por supuesto que también se obtiene un archivo, llamado, Sep19redb, estos archivos se refieren a, v b-y, m1, y c1, y también para H β , los datos obtenidos son los resultados finales del proceso de reducción, estos datos se observan en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Una muestra de la salida de REDU

I	ID	V	b-y	ml	cl	TS	fecha
1	ST191672	8.039	0.353	0.156	0.384	223156	190995
1	ST209858	7.750	0.355	0.169	0.379	223451	190995
2	STBS8729	5.475	0.433	0.204	0.368	223914	190995
2	STBS8799	5.994	0.189	0.144	0.653	224208	190995
0	RUPSC	10.392	0.325	0.044	0.883	224604	190995
0	CRUPSC	13.423	0.458	0.121	0.372	224934	190995

4.4.1 Cálculo de incertidumbres

La evaluación de las incertidumbres se calcula de dos fuentes:

- 1) Error intrínseco de la estrella, y
- 2) Incertidumbres debidas a las transformaciones al sistema estándar y que incluyen los errores observacionales, las condiciones climáticas y la bondad de las estrellas consideradas como estándares.

En el primer caso, las medidas de la estrella se realizaron tomando como base la tabla 4.9 de una muestra de las observaciones.

I	Nom.	T int.	Tiempo sideral	V	b-y	ml	cl	fecha
1	RUPSC	10	224441	2408	369	81	810	190995
0	RUPSC	10	224543	31185	41694	14384	31878	190995
0	RUPSC	10	224554	30883	42071	14190	31705	190995
0	RUPSC	10	224604	31222	42015	14174	31881	190995
0	RUPSC	10	224614	31201	42160	14312	32470	190995
0	RUPSC	10	224625	31502	42121	14323	32203	190995
1	RUPSC	10	225902	2670	434	91	748	190995
0	RUPSC	10	230003	32686	42904	15068	32558	190995
0	RUPSC	10	230014	33005	42764	15456	32636	190995
0	RUPSC	10	230025	32873	43081	15104	32319	190995
1	RUPSC	10	232557	2540	374	71	690	190995
0	RUPSC	10	232653	33325	42337	14433	32121	190995
0	RUPSC	10	232704	32767	42230	14457	31688	190995
0	RUPSC	10	232715	33056	42403	14396	31919	190995
0	RUPSC	10	232725	33477	42572	14379	31653	190995
0	RUPSC	10	232735	33048	42512	14616	31607	190995

Tabla 4.9 muestra de las observaciones fotométricas. Donde I es el identificador, Nom. El nombre de la estrella y, T int. El tiempo de integración.

Aquí el error se calcula determinando el número de cuentas. El error está dado por la relación $\frac{\sqrt{N}}{N}$ y es, en consecuencia, una función tanto del color de la estrella como de su magnitud aparente o el flujo que recibimos de ella. A este valor se le resta el flujo neto del cielo que se encuentra indicado por el índice 1 en la primera columna; el índice 0 indica que se ha observado una estrella. El segundo programa de reducción, TACONVU o TACONVB calcula el valor promedio de la estrella y resta el cielo, por lo tanto hemos calculado el error de la estrella de la tabla 4.9 y se presenta en las columnas separadas en la tabla 4.10 para cada filtro, en primer lugar, las cuentas netas para cada filtro y, en segundo lugar, el cociente $\frac{\sqrt{N}}{N}$. es evidente que la incertidumbre es función del flujo, es decir de la magnitud aparente de la estrella, la incertidumbre es pues, en general de unas cuantas milésimas.

Tabla 4.10

Cuentas netas		$\frac{\sqrt{N}}{N}$
V	4653943	0.0004
(b-y)	1034868	0.0009
M1	1343283	0.0008
C1	464765	0.0014
β	994602	0.0010

Caso 2) de las incertidumbres debido a las transformaciones al sistema estándar y que incluye los errores observacionales, las condiciones climáticas y la bondad de las estrellas consideradas como estándares el resultado lo calculamos directamente de la comparación de las estrellas estándares en

magnitud instrumental con los valores reportados en la literatura. Aquí el valor lo obtenemos directamente del programa de reducción CONS que calcula los valores antes dichos. Dado que ahora estamos comparando ya no filtros sino índices de color, los valores están reportados en v , $b-y$, m_1 , y c_1 . Valores análogos se encuentran para $H\beta$.

Estas serían las incertidumbres reales debidas a la transformación, las condiciones climáticas, las posibles fallas en el equipo y la posibilidad de que algunas estrellas reportadas como constantes no lo sean.

Las incertidumbres en la temperatura dependerán del método para la determinación de ellas y será, fundamentalmente, dependiente de las incertidumbres en los índices de color. De los errores reportados puede verse que, dadas ambas incertidumbres, el de mayor relevancia es el caso 2) y por lo tanto, esta será considerada la más importante. Ahora bien dadas las incertidumbres en los índices de color, la propagación de errores se traduce como: $E(b-y)$ que en programa numérico se calculo como

$$EBY = BY - BY_0 \text{ es decir } \delta E(b-y) = \Delta(b-y)$$

Análogamente los errores de c_0 y m_0 que en el programa están definidos por $TM_0 = SM_1 + 0.3*EBY$ y $C_{10} = C_1 - 0.2*EBY$, serán

$$\delta m_0 = \Delta m_1 + 0.3\delta E(b-y)$$

$$\delta c_0 = \Delta c_1 + 0.2 \delta E(b-y)$$

La magnitud desrojecida esta calculada como $V_0 = V - 4,3*EBY$, es decir

$$\delta V_0 = \Delta V - 4.3 \delta E(b-y)$$

Ahora $VM = V_{MIN} - 9*DC_0$ es $\delta VM = \Delta V + 9 \Delta c_1$ por lo que, entonces la incertidumbre en el módulo de distancia estará dada a partir de su definición:

$$DM = V_0 - VM \text{ por } \delta dm = \delta V_0 + \delta VM.$$

Como ya mencionamos las incertidumbres en la temperatura dependerá del método para la determinación de ella y será, fundamentalmente, dependiente de las incertidumbres en los índices de

color. El método a utilizar para determinar la temperatura y la gravedad superficial será el modelo de mallas de Lester Ggray y Kurucz, dependiendo del error Δc_1 , que obtengamos, se proporcionará un valor muy preciso de la temperatura, el cual podría ser menor debido a la interpolación para ajustar la posición en la malla.

Capítulo 5

Resultados

5.1 Resultados de la fotometría al sistema estándar

Consideremos lo siguiente, para variables periódicas se pueden también buscar variaciones en la fase sobre el intervalo requerido, para un conjunto completo de observaciones multicolor.

La fase de una estrella variable indica cual parte del ciclo de esa variación esta en algún instante t , consideremos la siguiente relación:

$$I \bullet \Phi = \frac{(t + s - E_0)}{P}$$

Donde I es un entero desde la época E_0 y P es el periodo de variación, y s es una corrección luz-tiempo o corrección heliocéntrica del tiempo de las observaciones. Para estrellas pulsantes se refiere al máximo de la curva de luz. Las tres variables están en unidades de días, con t y E_0 expresadas numéricamente en días y decimales julianos, por lo que, el mínimo de fase, $\Delta\Phi$, que corresponde al intervalo de tiempo Δt , es:

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta t}{P}$$

La variación de luz relativamente rápida, que para una estrella RR Lira es del orden de horas.

Tomamos como base las efemérides de Kholopov y sea el periodo, que ellos reportan $\pi = 0.390385$, y el tiempo $T_0 = 244013.4027$, de un máximo centrado en cero. Ahora para un tiempo de máximo de nuestros datos $T = 244499.93$, da una diferencia de tiempo de $T - T_0 = 486.53$ encontramos, al graficar los índices V , $b-y$, $m1$, $c1$, obtenidos en la reducción, contra Φ , la fase, que el máximo en la curva periódica esta desfasado en 8 días. Para ajustar al máximo, que no coincide con la fase cero, sé varia el periodo. Esto nos conduce a un nuevo periodo tal que ajuste el máximo a cero el cual es numéricamente igual a $\pi = 0.3903878$ d o la diferencia de los periodos es $\delta\pi = 2.8 \times 10^{-6}$ d.

Dado el nuevo periodo, y como las gráficas de color, principalmente b-y muestran una gran dispersión debido al ruido de uno de los fototubos, se construyeron mas gráficas calculadas promediando los valores en intervalos de fase de 0.1. De lo anterior se construye la tabla 5.1 que muestra el intervalo de fase tomado, la magnitud y los índices de color b-y, m1, c1 y beta.

Tabla 5.1

Fase	V	b-y	m1	c1	H β
0.0	10.00	0.207	0.080	1.100	2.721
1.0	9.95	0.207	-.020	1.100	2.720
0.9	10.07	0.215	0.080	1.051	2.718
0.8	10.25	0.240	0.140	0.952	2.680
0.7	10.39	0.260	0.266	0.851	2.656
0.6	10.45	0.275	0.165	0.751	2.644
0.5	10.40	0.270	0.152	0.800	2.642
0.4	10.33	0.257	0.120	0.851	2.649
0.3	10.24	0.242	0.156	0.925	2.668
0.2	10.10	0.225	0.165	1.000	2.693
0.1	10.04	0.215	0.155	1.075	2.715

A partir de esta tabla, se han calculado, mediante el programa basado en la calibración de Nissen, el enrojecimiento $E(b-y)$, los índices, b-y, m_0 , c_0 , H β , v_0 . Se calculo también el promedio de la metalicidad [Fe/H], así como su desviación estándar. Estos se presentan en la Tabla. 5.2

phase	E(b-y)	(b-y)	m ₀	c ₀	Hβ	V ₀	[Fe/H]
0.0	0.033	0.174	0.09	1.093	2.721	9.86	
0.1	0.018	0.197	0.16	1.071	2.715	9.96	-0.105
0.2	0.001	0.224	0.165	1	2.693	10.1	0.037
0.3	-0.011	0.253	0.153	0.927	2.668	10.29	-0.118
0.4	-0.009	0.266	0.117	0.853	2.649	10.37	-0.591
0.5	-0.016	0.286	0.147	0.803	2.642	10.47	-0.274
0.6	-0.016	0.291	0.16	0.754	2.644	10.52	-0.119
0.7	-0.043	0.303	0.253	0.86	2.656	10.58	
0.8	0.005	0.235	0.141	0.951	2.68	10.23	-0.258
0.9	0.028	0.187	0.088	1.045	2.718	9.95	-1.211
1.0	0.032	0.175	-0.01	1.094	2.72	9.81	
Media	-0.019	0.2798	0.166	0.8394	2.6518	10.446	-0.2755
Desv. Std	0.0138	0.0201	0.0513	0.065	0.0105	0.1163	0.2227

Tabla 5.2

En el capítulo 4 se determinaron los coeficientes de transformación al sistema estándar, los cuales se muestran en la Tabla 4.7; así, las ecuaciones de transformación al sistema estándar las podemos escribir de la siguiente forma:

$$V_{std} = 19.2494 + y_{ins} - 0.0378 (b-y)_{ins}$$

$$(b-y)_{std} = -0.4572 - 0.9897 (b-y)_{ins}$$

$$m_{l_{std}} = 0.2993 + 0.1650 m_{l_{ins}} + 0.2446 (b-y)_{ins}$$

$$c_{l_{std}} = 0.0286 + 0.7596 c_{l_{ins}} + -0.3899 (b-y)_{ins}$$

$$H\beta_{std} = 2.8212 - 1.4127 H\beta_{ins}$$

Las constantes de las ecuaciones se determinaron con el programa CONS, capítulo 4 tabla 4.7, dicha tabla también muestra las incertidumbres para la transformación de los índices de color, los cuales escribimos como sigue: $\delta v = 0.02358$, $\delta(b-y) = 0.01812$, $\delta m_l = 0.02682$, $\delta c_l = 0.01886$ $\delta \beta = 0.00729$; Tales valores son función de la magnitud de la estrella. Así los valores medios que finalmente se encontraron de la fotometría de RU Piscium para intervalos de fase de 0.3 a 0.7 son:

Tabla 5.3. Muestra los índices de color

<V>	<b-y>	<m1>	<c1>	<Hβ>
10.446±0.1163	0.2798±0.0201	0.166±0.0513	0.8394±0.0105	2.6518±0.0105

Si a los datos de la tabla 4.6 del capítulo 4, le aplicamos una regresión lineal, de valores instrumentales contra literatura, obtenemos los siguientes ajustes:

Modelo de Regresión lineal ($Y = A + B * X$) de los índices V, b-y, m1, y c1, de la literatura vs. Instrumental. Para los datos del archivo Sep19tru.

V_{lit} vs. V_{inst}

Parámetro	Valor	Error		
A	-19.27946	0.04593		
B	1.00123	0.0065		
R	SD	N	P	
0.99958	0.03727	22	<0.0001	

$(b-y)_{lit}$ vs. $(b-y)_{inst}$

Parámetro	Valor	Error		
A	0.48066	0.00988		
B	0.95673	0.03257		
R	SD	N	P	
0.98917	0.0165	21	<0.0001	

m_{lit} vs. m_{inst}

Parámetro	Valor	Error		
A	-2.08568	0.00852		
B	1.16808	0.05005		
R	SD	N	P	
0.99005	0.00715	13	<0.0001	

 c_{lit} vs. c_{inst}

Parámetro	Valor	Error		
A	0.52875	0.02072		
B	1.02878	0.03258		
R	SD	N	P	
0.98915	0.04438	24	<0.0001	

Como se puede apreciar, los coeficientes de correlación R son muy cercanos a 1, quizás excepto para b-y y c_l pero, en general, los valores instrumentales siguen una relación lineal con los de la literatura de tal forma que los valores de los coeficientes de transformación obtenidos son confiables para la determinación de los parámetros de RU PSC, los que serán reportados en la siguiente sección.

Enseguida se muestran las graficas de los índices de color instrumentales vs literatura:

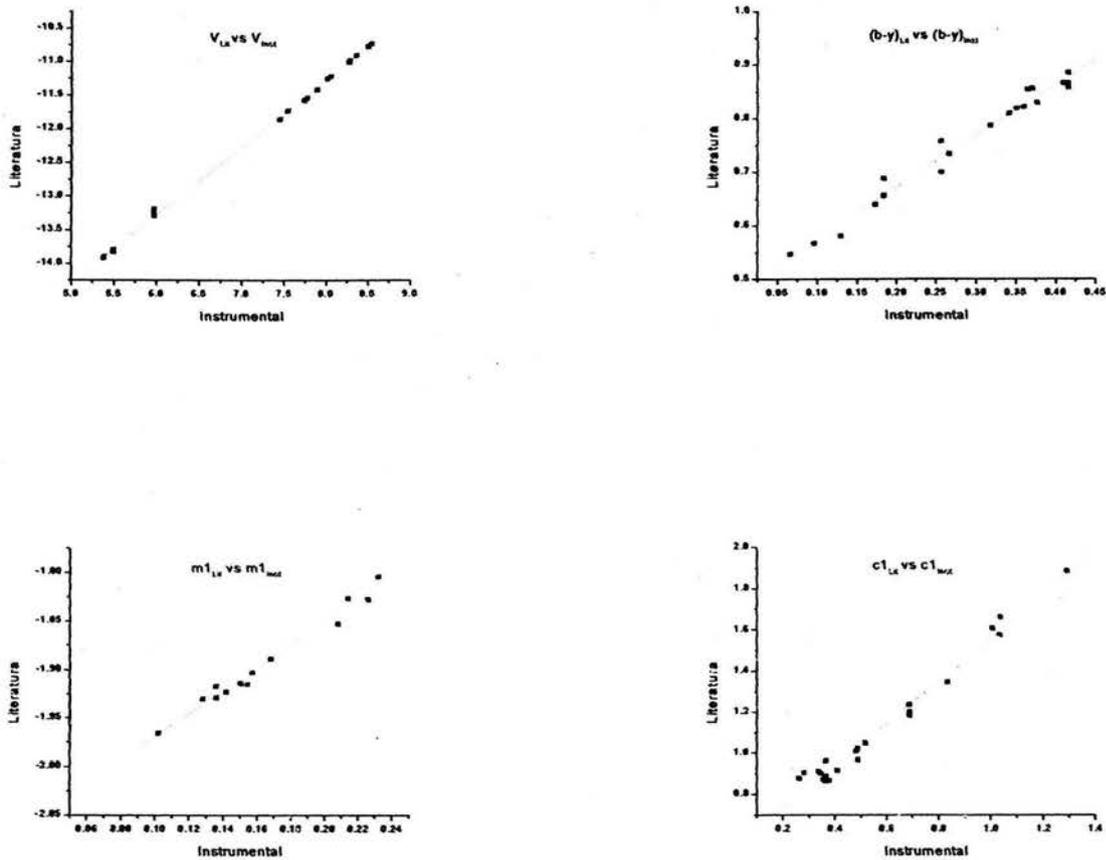


Figura 5.1. Graficas de los índices de color de la literatura contra los instrumentales

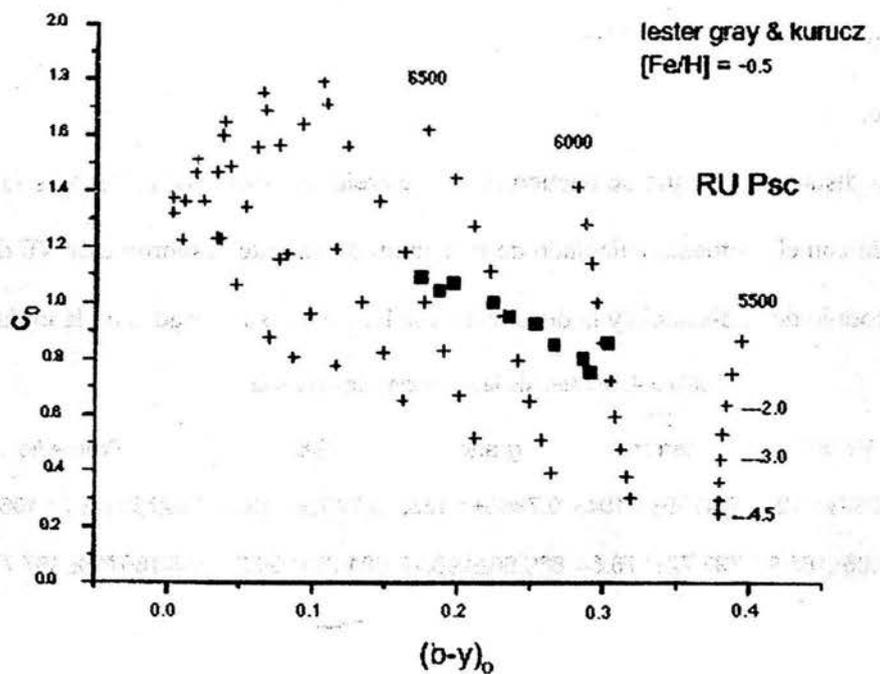
5.2 Parámetros físicos

La determinación de la temperatura efectiva y de la gravedad superficial puede obtenerse de los índices de color intrínsecos promedios, presentados en la tabla anterior una vez que se halla determinado con precisión su valor de metalicidad.

Los valores de la salida de Nissen, para las fases alrededor del tiempo de mínimo son $0.3 < \Phi < 0.7$ se han determinado y presentado en la tabla 5.2. Se calculo además, el valor de la metalicidad [Fe/H]

promedio en estas fases. El valor determinado fue de -0.2755 ± 0.2227 . sin embargo, el índice $\Delta S = 7$, de Hemenway (1975) y Willis. R. B (1972) nos arroja un valor de metalicidad, según la relación empírica de Butler reportada en el apéndice, de -1.35 , con Blanco -1.28 sin embargo, no debemos olvidar que el índice ΔS conlleva un error mayor que la determinación fotométrica, mucho mas precisa.

Los valores desenrojecidos $(b-y)_0$ y c_0 son usados para obtener el T_{eff} , y $\log g$ empleando esos índices en los modelos teóricos de Lester, Gray y Kurucz (1986), cuyos esquemas son mostrados en la **Figura 5.2**.



En donde se encontró que los índices $(b-y)_0$, y c_0 describen una curva cíclica de la T_{eff} entre los límites de $[5900\text{K y } 7000\text{K}]$, por lo que podemos asociarle una temperatura efectiva a la estrella de $\langle T_{\text{eff}} \rangle = 6450\text{K} \pm 778\text{K}$ y el $\log g$ entre $[2 \text{ y } 3]$, así le podemos asignar un valor a la gravedad

superficial de $\langle \log g \rangle = 2.5 \pm 0.7$. Como RU Piscium es una estrella RR de Lira, existen otras dos posibilidades de determina T_{eff} , dadas por McNamara (1997), las cuales son:

$$\langle T_{\text{eff}} \rangle = -1039 \log P + 6467: \quad \langle T_{\text{eff}} \rangle = 6891.4354\text{K}$$

$$\langle T_{\text{eff}} \rangle = 108 [\text{Fe}/\text{H}] + 6874: \quad \langle T_{\text{eff}} \rangle = 6844.246\text{K}$$

y la magnitud absoluta M_v se obtiene de las relaciones proporcionadas por McNamara (1997) McNamara (2001), Carreta (2000) Gratton (1997) Groenewegen y Salaris (1999) reportadas anteriormente en el capitulo 5 son:

$$\text{McN97: } M_v = 0.8849,$$

$$\text{McN01: } M_v = 0.8374,$$

$$\text{Carreta: } M_v = 0.9504,$$

$$\text{Gratton: } M_v = 0.7033,$$

$$\text{G\&S: } M_v = 0.7236.$$

Para determinar la distancia a la que se encuentra esta estrella de nosotros, utilizamos la magnitud absoluta encontrada con el promedio calculado de la magnitud aparente desrojecida V_0 de la Tabla 5.2. Con esto, el modulo de la distancia y la distancia tiene los valores mostrados en la tabla 5.4.

Tabla 5.4. Módulo de la distancia y la distancia

McN97	McN01	dm carreta	gratton	G&S	Promedio
9.5611±1.112	9.6087±1.1268	9.4956±1.1043	9.7466±1.1335	9.7256±1.1311	9.6275017±1.11967845
816.98±181.72	835.08±185.97	792.72±176.54	889.86±198.17	881.29±196.26	843.185718±187.777682

Las incertidumbres se calcularon a partir de $\delta dm = \delta V_0 + \delta VM$ y $DST = 10^{**}((DM/5.)+1.)$.

La tabla 5.5 muestra un resumen de los parámetros físicos que se determinaron en el presente trabajo para RU Piscium.

Tabla 5.5. Parámetros físicos para la estrella RU Piscium

Autores	Fecha	$\langle E(b-y) \rangle$	$\langle [F/H] \rangle$	$\langle \text{Log } g \rangle$	$\langle T_{\text{eff}} \rangle$
Petersen,	1996		-1.84		
E.Kemper	1982		-1.65		6710
Actual trabajo	2003	0.019 ± 0.0138	-0.2755 ± 0.2227	2.5 ± 0.7	$6450\text{K} \pm 778\text{K}$

5.3 Conclusiones

RU Piscium es una estrella de tipo c, (McNamara 1977), su periodo lo hemos determinado en 0.3903878 d. Su estudio es importante ya que ella pertenece a la clase RRc, las cuales se caracterizan por cambios en sus amplitudes y periodos; los cambios se dan a una razón de aproximadamente 1.02×10^{-6} días por 1000 ciclos, o 0.95 días/Mega año. En el presente trabajo la corrección del periodo nos condujo a 0.3903878. Hemos encontrado que la temperatura superficial de RU Piscium nos indica que es mas caliente que el sol (6450K), con esto y sabiendo que es una estrella de baja metalicidad (además se caracteriza por estar fuera de la secuencia principal como lo indica el log g determinado) dada su posición en el diagrama H-R su tiempo de vida será de alrededor de unos mil millones de años.

El presente trabajo, es una aportación importante por los mejores datos tanto por la fotometría multicolor que no existía, como por el análisis llevado a cabo, al estudio de RU Piscium, ya que es una estrella poco estudiada, y necesitaba ser analizada con detalle.

A futuro será necesario determinar con precisión su metalicidad debido a los valores discordantes encontrados. Un análisis espectral de alta resolución ayudaría a dilucidar esta importante cuestión.

Apéndice de estrellas RR Lira

A.1. Características generales de las estrellas RR Lira

Las estrellas RR Lira son pulsadores radiales, cuyos periodos están en el rango de 0.2 a 1 día; sus metalicidades son del valor del Sol a unos cientos de veces menores. Su espectro muestra evidencia de ondas de choque, siendo propagadas hacia el exterior a través de su atmósfera una vez por ciclo. Las estrellas RRab tienen relativamente grandes amplitudes de luz (amplitudes visuales de aproximadamente una magnitud son comunes en este tipo de estrellas) y curvas de luz asimétricas (una empinada rama ascendente). Se piensa que esas estrellas están pulsando en el modo fundamental.

Las estrellas RRc tienen bajas amplitudes de luz (quizás alrededor de $0^m.5$) y más próxima a una curva de luz sinusoidal. Se cree que ellas están pulsando en su primer armónico

Los periodos de las variables RRab están principalmente en el intervalo de 0.4 a 1.0 días y los periodos de las variables RRc en un intervalo alrededor de 0.2 a 0.5 días. En un cúmulo globular dado las amplitudes de las variables RRab decrecen conforme uno va a variables de más corto periodo. Como en el caso de las Cefeidas clásicas, algunas estrellas RR Lira muestran variaciones en la forma y amplitud de su curva de luz de ciclo a ciclo debido a la excitación simultánea de dos periodos, los dos periodos los cuales están pulsando a un mismo tiempo son el fundamental y el primer armónico.

En la literatura, a las estrellas RR Lira de modo doble son frecuentemente llamadas estrellas RRd aunque el GCVS se refiere a ellas como variables RRd. La razón del primer armónico al periodo fundamental es de alrededor de 0.746. Un triple modo de las RR Lyrae es conocido (AC Andrómeda): Esa está pulsando en el primer y segundo armónico así como en el fundamental. Las RR Lira no tienen, sin embargo, que ser identificadas pulsando solo en el segundo armónico.

La causa aun no es entendida y los periodos de modulación están generalmente en el rango de 20 a 200 días y el efecto en la curva de luz puede ser bastante marcado, por ejemplo, en las mismas RR Lira la amplitud visual de las estrellas varían aproximadamente en $0^m.3$ sobre el ciclo Blazhko y la forma de la curva de luz cambia. Para algunas variables el efecto Blazhko mismo es modulado a tiempo de escala grande. En el caso de las RR Lira el periodo terciario es aproximadamente de 3.8 a 4.8 años.

En el diagrama H-R las RR Lira caen en la región de rama horizontal. Una etapa de evolución estelar la cual primero se pensó ocurría entre unas estrellas y segundo ascendía de la rama de las gigantes. Además de estar en nuestra propia galaxia, las RR Lyrae fueron detectadas en distintos sistemas extragalácticos, incluyendo las nubes magallánicas, la galaxia de Andrómeda, y diversas galaxias enanas del grupo local. Las estrellas RR Lira tienen una importancia potencial como indicadores de distancias, especialmente en los sistemas estelares viejos (por ejemplo las galaxias esferoidales enanas o la región del bulbo o parte central de nuestra galaxia) en las cuales no hay Cefeidas clásicas que usar para determinar distancias. Por otro lado, hay buena evidencia de que las magnitudes absolutas de las RR Lira dependen de su metalicidad; el rango de sus magnitudes visuales absolutas va de aproximadamente +1.0 para estrellas con metalicidades iguales que las del sol a alrededor de +0.5 para estrellas con metalicidades de un centésimo la del Sol.

Las estrellas RR Lira son variables pulsantes, con variaciones cortas y rápidas del periodo de luz. Las observaciones muestran que las variables RR Lira pueden tener periodos de 56min a 40hrs. Las curvas de luz de los tipos a y b, no son muy diferentes una de la otra. Un prolongado mínimo es mostrado por un rápido incremento en brillantez, la escarpada rama se eleva, aproximadamente en un décimo del periodo completo, el brillo alcanza su máximo, y entonces desciende gradualmente, hasta alcanzar nuevamente el siguiente mínimo. Las estrellas de los subtipos a y b, difieren principalmente

en la duración de la ascensión de la rama: Para estrellas del subtipo a la ascensión de la rama es más empinada que para las estrellas del subtipo b.

Estrellas del subtipo c muestran una variación en la curva de luz casi simétrica no tan distinta a una curva seno. La amplitud variación-luz de esas estrellas es, substancialmente, menor que para las estrellas de los subtipos a y b.

La curva de luz es caracterizada a una cierta extensión por su inclinación definida como la razón

$$\frac{m - M}{P} = \varepsilon$$

Donde M es el tiempo del máximo, m el tiempo del mínimo precedente, y P es el periodo de variación-luz. Para estrellas del subtipo a, la inclinación es cercana a 0.1, para el subtipo b es de 0.3, y para el subtipo c de 0.4 a 0.5. Sin embargo, algunos de los objetos descubiertos posteriormente a esta subdivisión, no caen dentro de alguno de los tres tipos, las cuales son reconocidas como estrellas RR Lira de periodo ultracorto. Sus brillos fluctúan en un modo mas complejo, la curva de luz no es estable ya que crece y decrece, y a pesar de ello, las variaciones son también periódicas con un gran periodo secundario.

Las variables RR Lira están también restringidas según la dirección de periodos largos. Si el periodo de variación luz esta cerrado a $1^d.5$, la estrella esta generalmente clasificada como una cefeida clásica, sin embargo, se puede mostrar que los periodos de algunas estrellas RR Lira típicas son tan largos como los periodos de las cefeidas clásicas, aunque en todos los aspectos ellas conservan las características distintivas de estrellas variables RR Lira, pero no es clara la frontera que separa a las estrellas RR Lira de las Cefeidas clásicas.

A.2. Estrellas RR Lira: parámetros y propiedades físicas principales

La propiedad más singular de las estrellas RR Lira es, sin duda, la variación periódica de su magnitud. Tal variación de luz es acompañada por fluctuaciones del tipo espectral e índice de color, sincronizadas con variaciones de brillo: En el máximo la estrella es más azul que en el mínimo. Ambos fenómenos están correlacionados con cambios en la velocidad radial. La curva periódica de las variaciones de la velocidad radial, es similar en todo a la curva de variación de luz. Tales efectos son aplicables a las estrellas RR Lira y se extienden de igual forma a las Cefeidas clásicas. Por otro lado, si las velocidades radiales son interpretadas desde el punto de vista de la teoría de pulsaciones, como velocidades de retroceso y aproximación de la capa contraria, entonces tenemos que la velocidad radial viene dada por la relación:

$$V_r = \frac{dR}{dt}$$

Donde R es el radio de la capa contraria; la integración de la curva de velocidad radial debe claramente dar una grafica de los radios estelares como función del tiempo. Entonces los tiempos cuando,

$$V_0 = \frac{V_{r\max} + V_{r\min}}{2}$$

Corresponden a los tiempos máximos de compresión y expansión de la estrella. La compresión máxima es observada cuando la velocidad V_r pasa a través de V_0 mientras las diferencias $V_r + V_0$ cambian de positiva a negativa.

Usando la corrección bolométrica, la magnitud visual estelar m_v puede ser convertida a la magnitud Bolométrica $m_b = m_v + BC$.

Sea R el radio de la fotosfera y T su temperatura, la superficie estelar esta dada por $4\pi R^2$ y la energía radiada cada segundo por unidad de superficie es σT^4 , entonces la luminosidad bolométrica de las estrellas es expresada por la relación:

$$L_b = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Por lo tanto:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$$

$$\frac{L_1}{L_2} = 2.512^{m_{b_2} - m_{b_1}}$$

De tal forma que

$$m_{b_2} - m_{b_1} = 5 \log \frac{R_1}{R_2} + 10 \log \frac{T_1}{T_2}$$

Si T es identificado con la temperatura, la cual es determinada del índice de color conocido, el radio de la estrella puede ser calculado de la expresión anterior. Ese argumento sin embargo, envuelve cierta simplificación bajo las siguientes suposiciones:

- 1). El índice de color es asumido para determinar la temperatura estelar. Sin embargo, eso no es del todo así, ya que el índice de color es afectado por la absorción interestelar la cual origina enrojecimiento de la estrella. Tal efecto es complicado de tal forma que no se toma en consideración; además, el índice de color puede estar intrínsecamente alterado por líneas espectrales en absorción (y también líneas de emisión y bandas en el espectro de las variables). Además, se puede ver que la temperatura registrada por la expresión teórica es grandemente afectada.
- 2). Las correcciones Bolométricas son conocidas solo para estrellas que no varían
- 3). El radio de la fotosfera no es necesariamente igual al radio de la capa contraria, y nuestra formula da los radios de la fotosfera, mientras que los radios de las capas contrarias son determinados por la integración de la curva de velocidad radial. Los cálculos, tomando en cuenta los tres aspectos anteriores, no nos llevan a un resultado concluyente en esa etapa, y si teníamos alguna duda de tal

circunstancia, los siguientes hechos lo confirman: para un caso particular, cuando los dos índices de color U-B y B-V son conocidos, se podrá graficar el diagrama correspondiente en el plano (U-B, B-V.) El estado instantáneo de una estrella es entonces determinado por un punto en ese diagrama, cuando la magnitud y el índice de color cambian, el punto representado se mueve trazando una línea cerrada durante un ciclo completo, teniendo allí una correspondencia unívaleada entre U-B y B-V, todos los puntos deben permanecer en una línea en orden. Las observaciones, sin embargo, nos dirigen enteramente a un resultado diferente: El diagrama representa una compleja línea cerrada, un “ovalo” característico. Esos puntos cambian sustancialmente, en la distribución de la energía en el espectro durante cada ciclo.

A.3. magnitud absoluta

Las estrellas RR Lira están pulsando radialmente pero, sin embargo, no son inestables. Si se les comparase con las novas o alguna supernova, ellas presentan oscilaciones alrededor del equilibrio las cuales no causan ningún cambio significativo. Con la técnica de la paralaje trigonométrica, podemos obtener sus distancias y, subsecuentemente, la magnitud absoluta. Por otro lado existen formas indirectas para determinar tales parámetros, tres de esas aproximaciones son las siguientes:

1. Paralaje Estadístico.
2. Soluciones Baade-Wesselink.
3. La determinación por varios métodos de las distancias a sistemas, los cuales contienen RR Lira calibrados independientemente (Cefeidas, relación periodo-luminosidad, ajuste de secuencia principal, membresía, cúmulos) etc.

El valor $\langle M_V \rangle = +0.6 \pm 0.2$, es una determinación para estrellas RR Lira pobre en metal las cuales están generalmente entre +0.4 y +0.8. Sin embargo, no todas las estrellas RR Lira pueden compartir la misma magnitud absoluta. Hay evidencia que las estrellas RR Lira ricas en metal son menos

luminosas que las RR Lira pobres en metal; el tamaño de esa diferencia de luminosidad es materia de controversia, pero puede estimarse en algunas décimas de una magnitud, difiriendo por un factor de 10 en abundancia de elementos pesados.

A.4. Temperatura superficial

Como se indica en la figura A.1 el tipo de estrellas RR Lira es confinado a límites bien definidos en el diagrama H-R, y esos límites son definidos por las observaciones de las estrellas RR Lira en el campo general de la galaxia y en los cúmulos globulares. El valor promedio de la temperatura efectiva y la gravedad superficial, son usualmente calculados de la aplicación de modelos de atmósferas estelares, eso, sin embargo no da una representación perfecta de estrellas reales y varios errores sistemáticos pueden ocurrir en el proceso, por ejemplo las estrellas RR Lira mas calientes (del tipo RRc), aparecen teniendo una temperatura efectiva media, casi de 7400K, y las estrellas RR Lira mas frías del tipo RRab, con una temperatura efectiva media de

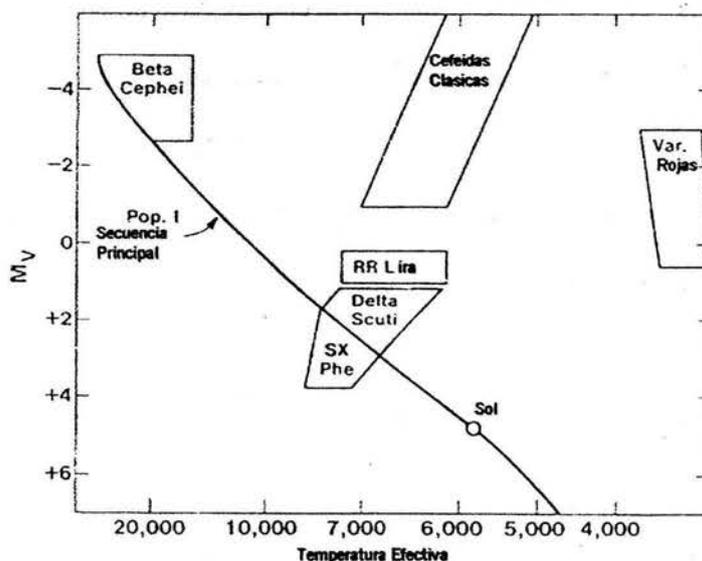


Figura A.1. Localización aproximada en el diagrama H-R de las estrellas RR Lira, y de algunas otras bien definidas clases de variables

6100K, sin embargo esos límites están sujetos a alguna incertidumbre. Se pueden encontrar en la literatura mas reciente temperaturas efectivas tanto para estrellas calientes como para las más frías, las cuales difieren en por lo menos 300K de los valores dados arriba, pero también existe la posibilidad que esos valores sean altos en un margen de 100 a 200K. La franja de temperatura de las RR Lira son las de la zona de inestabilidad, alrededor de 1300K, esta quizás sujeta a menos incertidumbre; similares incertidumbres afectan los valores derivados de la gravedad

A.5. Composición química

Cuando uno mide la composición química de la luz proveniente de una estrella con fotometría multicolor, o por el análisis de sus líneas espectrales, lo que realmente se esta midiendo es la superficie de la estrella, es decir, la fotosfera. En el caso de estrellas de relativamente baja masa, tales como las que llegan a ser la RR Lira, la nucleosíntesis de cantidades significantes de elementos mas pesados que el carbono y el oxígeno, no se cuenta con ellos durante el tiempo de vida de la estrella; Así, midiendo la abundancia de elementos pesados en la atmósfera de una estrella RR Lira, se cree que refleja la abundancia de elementos pesados en las nubes de gas interestelar de la cual la estrella es formada; esa es una de sus propiedades, que hacen que las estrellas RR Lira dejen una pista útil de su historia química. Las estrellas RR Lira son observadas y se diferencian considerablemente en composición química, particularmente en su abundancia en la fotosfera de elementos mas pesados que el helio. Como anotamos arriba, algunas estrellas RR Lira pertenecen a la población vieja del disco de la galaxia, y algunas de ellas, pero no todas, son encontradas en el bulbo galáctico, y son solo modestamente deficientes en elementos pesados comparadas con el sol; algunas pueden ser tan ricas en metales como el sol y otras quizás, iguales.

Por otro lado las RR Lira encontradas en el halo galáctico pueden ser muy insuficientes en elementos pesados. Al caracterizar la abundancia de elementos pesados sobre todas las estrellas, frecuentemente se emplea la notación: $[Fe/H]$.

En esta notación, la razón de hierro a hidrógeno en la fotosfera de una estrella es relacionada a la razón hierro-hidrógeno en otra estrella, usualmente el sol, y escribimos esa relación de la siguiente forma:

$$[Fe/H] = \log\left(\frac{\text{Hierro}}{\text{Hidrogeno}}\right) - \log\left(\frac{\text{Hierro}}{\text{Hidrogeno}}\right)_\odot$$

En tal notación algunas de las estrellas RR Lira son ricas en metales, aunque habitualmente algo menor, que, $[Fe/H] = 0.0$. Sin embargo, las estrellas RR Liras pobres en metal son de

$[Fe/H] = -2.5$, así las RR Lira son deficientes en hierro por un factor de aproximadamente 300. Por

supuesto este factor es relativo al sol. La notación $[Fe/H]$, es útil pero se debe de recordar que es solo una simplificación, ya que la abundancia de todos los elementos pudo no variar, y un número no es en realidad suficiente para describir la abundancia de los elementos mas pesados que el helio.

Los valores de la metalicidad $[Fe/H]$, de las estrellas RRab y RRc de la vecindad solar son graficados como una función del período, como se muestra en las figuras A.2.

Las estrellas RR Lira las cuales pertenecen a la población general del disco, tienen metalicidades de $[Fe/H] > -1.0$, mientras que las estrellas que se localizan en la parte externa del halo de la galaxia

tienen metalicidades en el rango de $-1.0 > [Fe/H] > -2.5$,

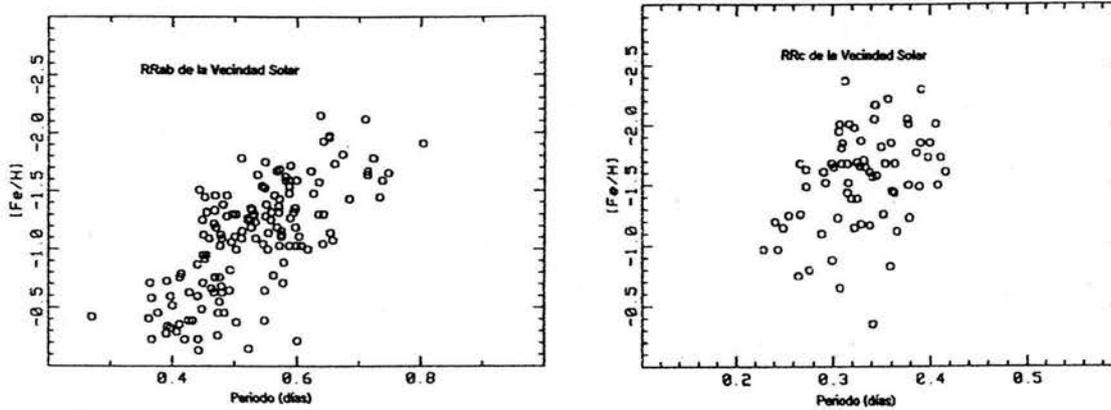


Figura A.2. La relación entre $\left[\frac{F_e}{H} \right]$, y el periodo para el campo de las estrellas RRab y RRc en la vecindad solar. Se muestra la exigencia de una correlación general entre el periodo y la metalicidad, con la mayoría de las estrellas RRab ricas en metal que tienden a tener periodos más cortos

Con un promedio en metalicidad de aproximadamente $\left[\frac{F_e}{H} \right] = -1.6$; La abundancia en metales, o metalicidad, también puede ser expresada en términos de ΔS , un parámetro espectroscópico usado por Preston (1959), el cual está basado, sin embargo, sobre observaciones de las líneas de Balmer y las líneas K de calcio. La abundancia de helio debe ser también considerada, por ser importante en la determinación del curso de evolución de las estrellas RR Lira y, por supuesto, de sus propiedades pulsacionales. La teoría nos dice que las pequeñas diferencias relativas de abundancia de helio, no pueden ser medidas espectroscópicamente con precisión, pero que son útiles para hacer comparaciones con lo que predice la teoría. Usando métodos indirectos puede ser calculada la abundancia de helio, por ejemplo, con el método R: que se puede describir si el número de estrellas en la rama horizontal y el número de estrellas observadas en la rama de las gigantes rojas, en cúmulos globulares, es comparado. Iben (1968) demostró que la razón de ese número depende de la abundancia de helio en el cúmulo, tales determinaciones indican que esas estrellas, que están

evolucionando y que llegan a ser variables RR Lira, tienen una abundancia inicial de helio, en cantidad de 20-30% de su masa total, con un valor cercano del 23%, como más probable.

A.6. Edad

La determinación de la edad para cúmulos globulares, que contienen estrellas RR Lira, nos proporciona, desde hace mucho tiempo, la ayuda necesaria para este fin. Sin embargo, no hay un punto de acuerdo en las edades de los cúmulos globulares; para un mismo cúmulo sus edades difieren por algunos Giga años dependiendo de que método es empleado para determinar sus edades: Diagramas color-magnitud, suposiciones sobre composiciones químicas, o isócronas teóricas. Valores de 14-17 giga años, para cúmulos globulares del halo de la galaxia son, quizás, típicos.

A.7. Evolución estelar de las estrellas RR Lira

Las estrellas RR Lira son estrellas de baja masa en un estado de evolución en el que están quemando helio en el núcleo. Tal circunstancia, las coloca en la rama horizontal del diagrama H-R, como se muestra en la figura A.3.

No todas las estrellas de la rama horizontal son RR Lira, sino solo aquellas que caen dentro de una muy bien definida zona de inestabilidad, con una luminosidad de casi $40L_{\odot}$ y que son pulsacionalmente inestables. El borde azul y rojo de la banda de inestabilidad esta situado cerca de $(B-V)_0 = 0.18$ y 0.40 , y como se mencionó arriba, estos límites corresponden a una temperatura efectiva de alrededor de $7400K$ y $4600K$.

Frecuentemente se tiende a usar una notación paramétrica para la composición química de las estrellas y tal parametrización es representada por las siguientes letras, **X**, **Y**, y **Z**, que expresan la abundancia fraccional de masa del Hidrógeno, Helio, y elementos mas pesados que el helio. Por ejemplo, para el Sol la abundancia de elementos pesados **Z**, es de alrededor de 0.02.

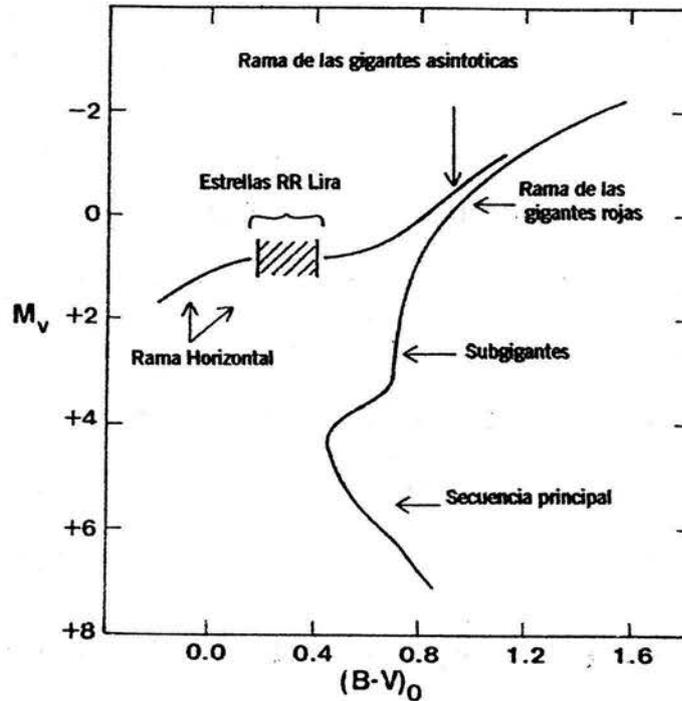


Figura A.3. Un esquema color-magnitud para un típico cúmulo globular. Las principales secuencias son marcadas. Las RR Lira son estrellas de la rama horizontal, las cuales están localizadas donde la zona de inestabilidad intercepta a la rama horizontal

Por otra parte, el amplio rango de valores de la metalicidad, $\left[\frac{F_e}{H} \right]$, observadas entre las estrellas RR Lira corresponde a $Z = 10^{-4}$, a alrededor de 10^{-2} . Como otras tantas estrellas de baja masa, las progenitoras de las estrellas RR Lira usan la mayor parte de su tiempo de vida en la secuencia principal, produciendo energía, mediante la fusión del Hidrogeno en su núcleo transformándose en helio. Después de un largo periodo de tiempo, aproximadamente alrededor de 15 giga años, el núcleo de hidrógeno es consumido, y la estrella asciende a la rama de las gigantes rojas. En esa etapa sigue quemando hidrógeno, transformándolo en helio. El hidrógeno esta concentrado en una cáscara que rodea el núcleo de helio, las temperaturas en el núcleo de helio; no son lo suficientemente altas como para empezar a fusionar los átomos de helio y con ello formar elementos mas pesados. Así el núcleo,

hasta cierto punto inerte, se colapsa tal como si fuera un electrón degenerado. Sin embargo, hay otro caso que debe ser considerado: en el extremo superior de la rama de las gigantes rojas, las temperaturas en el núcleo de la estrella llegan a ser lo bastante altas, de tal forma que se inicia la fusión del helio con el proceso llamado destello del helio (flash de helio), empezando el quemado del helio dentro del núcleo de electrones degenerados. Por el proceso llamado triple Alfa, se remueve el núcleo de degeneración, y la estrella pasa a la rama horizontal de edad cero (ZAHB); En la etapa del quemado del helio, si la estrella cae dentro de los límites de la zona de inestabilidad en el diagrama H-R, ella pulsará como una estrella RR Lira. Ella es una gigante en ese punto, con un radio de 4-6 veces el del Sol, siendo sus radios y luminosidades más reducidas de lo que fueron en la punta de la rama de las gigantes rojas.

La localización de una estrella en la ZAHB depende de su masa total, de su masa en el núcleo, y de su composición química. Se cree que todas las estrellas de un solo cúmulo globular empezaron fuera de la secuencia principal, con una composición química aproximadamente similar. Además, cuando tales estrellas alcanzan la ZAHB, se esperaría tuvieran similar masa en el núcleo; así, en la teoría de evolución canónica, la secuencia de color a lo largo de la rama horizontal, implica una secuencia de masa entre las estrellas de la rama horizontal, tal como se muestra en la figura A.4.

A causa de que el tiempo de permanencia en la rama horizontal es corto comparado con la edad del cúmulo de estrellas (las cuales se encuentran un tiempo en la rama horizontal). Se cree que tendrían aproximadamente masa idénticas en secuencia principal, la dispersión del color entre las estrellas de la rama horizontal implica que diferentes estrellas de la rama horizontal tuvieron que

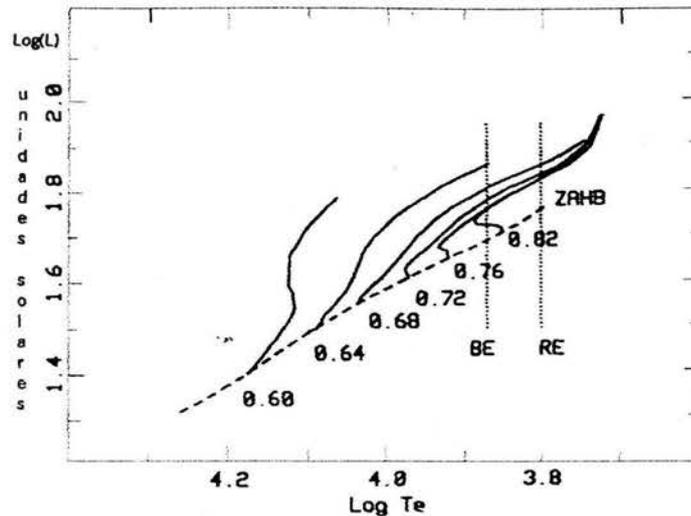


Figura A.4. Trazas evolutivas de las estrellas en la rama horizontal, las líneas punteadas verticales indican aproximadamente la frontera de altas y bajas temperaturas de las RR Lira en la zona de inestabilidad. Las masas de las estrellas en la ZAHB están indicadas en unidades solares

experimentar diferentes cantidades de pérdidas de masa antes de haber alcanzado la ZAHB, siendo la cantidad típica menos de $0.1M_{\odot}$. Sin embargo, la determinación de las masas de las RR Lira de las isócronas teóricas tales como las de la figura 4.5, es complicada por la razón de que no todas las estrellas RR Lira son estrellas ZAHB; algunas pudieron haber evolucionado dentro de la zona de inestabilidad desde la posición ZAHB, fuera de la zona de las RR Lira. Sin embargo, la evolución de las masas cercanas a $0.7M_{\odot}$ son típicamente obtenidas para variables RR Lira.

El proceso evolutivo de las masas es especialmente importante porque; aunque masas de estrellas en sistemas binarios apropiados, pueden ser directamente medidos, alguna estrella RR Lira no tiene por que ser descubiertas en un sistema binario apropiado para la determinación de su masa o las masas no están uniformemente distribuidas en todas las RR Lira. A pesar de todo, nosotros podemos llamar a la etapa en la rama horizontal la fase de quemado del núcleo de helio. Una estrella de rama horizontal realmente tiene dos fuentes de producción de energía nuclear: el helio en el núcleo es fusionado y se transforma en carbono y oxígeno, pero el hidrógeno también se está fusionando, en

una cáscara alrededor del núcleo el cual se está transformando en helio. Eventualmente, después de aproximadamente 10^8 años, el helio del núcleo es agotado. Cuando este núcleo se está agotando, la estrella abandona la rama horizontal, dilatándose y, pasado algún tiempo se enfría ascendiendo a la rama asintótica de las gigantes rojas. En ese estado saca energía del quemado de dos cáscaras una de hidrógeno y la otra de helio. Finalmente, la gigante roja asintótica ha gastado su combustible nuclear, y su temperatura nunca llega a ser lo bastante alta para que los elementos más pesados en su núcleo, carbono y oxígeno, empiecen a fusionarse. Probablemente después expulse su cubierta gaseosa externa como una nebulosa planetaria. Posteriormente la estrella continuará brillando débilmente como una enana blanca, sin reacciones nucleares, ni energía. La enana blanca gradualmente radia su energía interna en forma de calor, a una razón muy baja, que provoca una muy baja luminosidad. Hasta aquí hemos visto algunas características de la evolución estelar, ahora pasemos a describir los mecanismos de pulsación de las estrellas RR Lira.

A.8. El cambio de periodo de las RR Lira

El aspecto de una estrella RR Lira, que puede ser determinado con la más alta exactitud, es el periodo de la pulsación. Con un modesto número de observaciones, el periodo puede ser encontrado en una parte en un millón o aun en 10 millones. Como una consecuencia de ello, pequeños cambios en el periodo de pulsación en una estrella RR Lira, tienen el potencial de revelar cambios en la estructura de la estrella, por lo que la pulsación puede ser detectada en alguna otra cantidad medible.

El periodo es relacionado a la estructura de la estrella por la ecuación de pulsación:

$$P\sqrt{\rho} = Q$$

A masas fijas, el cambio del periodo es, por lo tanto, relacionado al cambio del radio por:

$$P^{-1}\left(\frac{dP}{dt}\right) = 1.5R^{-1}\left(\frac{dR}{dt}\right)$$

Las teorías que se originaron en los años 60's, desarrollaron modelos razonablemente específicos que describían la evolución de las estrellas en la rama horizontal a través del diagrama H-R (Iben y Rood 1970; Sweigart y Gross 1976). Un resultado de esos modelos fue la predicción del cambio del periodo esperado en las estrellas RR Lira a causa de su evolución. Los detalles de esos cambios de su evolución predichos dependen de ciertos aspectos característicos de las estrellas que están siendo modeladas, y que incluyen la masa y la composición química de la estrella y, en cierto grado, también de la computadora usada para realizar los cálculos. Sin embargo, los dos tipos básicos de trazas evolutivas notadas por Sweigart y Renzini (1979) ilustran la principal expectativa de la teoría evolutiva. El primer camino típico de las estrellas pobres en metal inicialmente cercano a 0.3 muestra siempre una lenta evolución hacia el azul desde la posición de edad cero en la rama horizontal, seguida por una evolución más rápida al rojo, ligeramente a más alta luminosidad. Si las estrellas de la rama horizontal están ubicadas dentro de la zona de inestabilidad, por la duración de ese proceso de evolución, los cambios resultantes del periodo pueden ser similares a los mostrados en la figura A.5. El breve, pero bien marcado periodo, decrece después de 100 millones de años, y es asociado con un rápido resultado del núcleo convectivo debido a una inestabilidad de su distribución de helio. Inestabilidades de ese tipo pueden ocurrir mas de una vez al final del tiempo de vida de las estrellas en la rama horizontal pero eso no es cierto si esas inestabilidades, algunas veces llamadas pulsos, están presentes en la naturaleza o si son usados en los cálculos de la estructura interna de las estrellas durante su fase de evolución (Sweigart 1991).

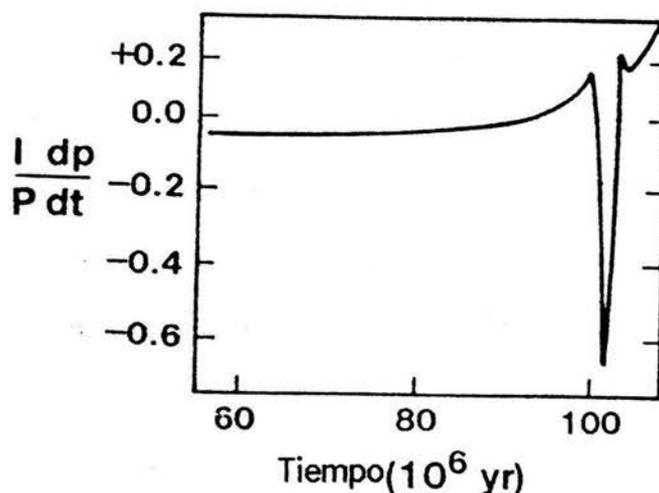


Figura A.5. Cambio teórico del periodo por millón de años
 $P^{-1} dp/dt$ es una función del tiempo de vida en la rama horizontal
 para una RR Lira con $Y = 0.3$, $Z = 0.001$, y $M = 0.7M_{\odot}$.

El segundo tipo de trazas evolutivas es típico de las estrellas de la rama horizontal pobres en metal, con una baja abundancia inicial de helio de casi $Y = 0.2$. Tal estrella evoluciona hacia el rojo desde su comienzo, y así no se espera que padezca el largo intervalo de lentos cambios de periodo, seguido por un más largo incremento en el periodo, como las estrellas de la rama horizontal casi al final de su tiempo de vida. Como en el primer caso, ese intervalo de periodo se incrementa, pero puede ser interrumpido por un corto tiempo de inestabilidad en el periodo debido a los pulsos. El tiempo total de vida en la rama horizontal es de aproximadamente 100 millones de años. En muchos casos las estrellas fuera de la zona de inestabilidad pueden pasar mucho tiempo en la rama horizontal, por lo que el cambio del periodo de las estrellas RR Lira puede decirnos solo una parte de la historia de su evolución.

Esos cálculos de evolución nos guían, sin embargo, a dos predicciones: en primer lugar, en la mayor parte de las estrellas de la rama horizontal se espera que estén, en la relativamente lenta y temprana etapa de evolución de edad-cero de la rama horizontal, con la consecuencia que, si ellas son

estrellas RR Lira, los cambios en sus periodos pueden ser pequeños, $\left| \frac{dP}{dt} \right| < 0.025$ días por millón de años. Solo en los relativamente estados finales de sus vidas en la rama horizontal, cuando ellas están moviéndose a la zona roja en el diagrama H-R, podrían ser esperados cambios grandes en el periodo y eso debería estar incrementando el periodo. En segundo lugar, la razón de evolución en el cambio del periodo es esencialmente constante, se altera lentamente sobre el espacio de 100 años. (Horace A. Smith, RR Lyrae Stars)

Sandage en 1982 encontró que, en general, las estrellas RR Lira en cúmulos globulares pobres en metal tenían periodos más largos que las que se localizaban en cúmulos globulares ricos en metal, cuando estas son comparables en temperaturas efectivas y amplitudes. Sandage encontró la magnitud de ese efecto aproximadamente como:

$$\frac{\Delta(\log p)}{\Delta \left[\frac{F_e}{H} \right]} = -0.12$$

Se observó un cambio de la misma clase para las estrellas en el campo general de la galaxia (Sandage 1982b, Lub 1987; Sandage 1990b.)

La naturaleza de cambio de periodo esta íntimamente emparentado con la existencia de los grupos Oosterhoff entre los cúmulos globulares y con la cuestión de si todos los cúmulos globulares tienen la misma edad. Sin embargo, no desarrollaremos aquí este tópico por estar fuera de nuestro tema central. Por otro lado, tenemos que en general hay concordancia lo que indica que el cambio de periodo en las estrellas RR Lira pobres en metal son más luminosas que las ricas en metal; sin embargo, hay desacuerdo de un factor de dos en el tamaño del efecto.

A.9. Estrellas RR Liras en la vecindad solar

Al reconocimiento del campo de las estrellas RR Liras se sigue que ellas deben ser fácilmente identificables como iluminadores estándares, los cuales tienen en sí mismos, la historia y estructura de la galaxia. Sin embargo, esta identificación se dio hasta 1944 con Baade en sus estudios de poblaciones estelares. Así, el encontrar estrellas RR Lira en cúmulos globulares y en el halo de la galaxia indicaba que ellas pertenecían a la población II de Baade. Sin embargo, otras observaciones sugirieron que no se puede asumir que todas las RR Liras pertenecieron a la población II, ya que esto sería una sobre simplificación.

A.10. Variables RRc de la vecindad solar

El estudio original de Preston fue concentrado principalmente sobre variables RRab. Kemper (1982) extendió el estudio de ΔS a una muestra de variables RRc de magnitudes mayores a 14. La correlación entre la metalicidad y el periodo para el campo de las RRc es mostrada en la figura 4.5; las RRc carecen de un marcado componente rico en metal, a diferencia de las RRab. Eso es observado continuamente en alguna dirección entre los cúmulos globulares de estrellas. Kemper también determinó las temperaturas efectivas para las estrellas RRc basándose en las líneas fuertes de Balmer H β . Comparando tales resultados con los de Mc Donald's para estrellas RRab, Kemper concluyó que podría existir en la zona de inestabilidad una zona de temperatura de aproximadamente 600K, en la cual los dos subtipos de variables, RRab, y RRc, coexisten, y no es claro si esa zona fue identificada con las zonas de histéresis predicho por algunos modelos de pulsaciones para las RR Liras.

Con una calibración de la temperatura efectiva derivada de los modelos de atmósferas estelares de Kurucz (1979), Kemper encontró que las estrellas RRc más calientes tienen una temperatura efectiva cercana a 6300K. Tales límites son de alrededor de 200K más altos que los que Sandage encontró

para cúmulos globulares, y sin embargo, a causa de los diferentes métodos de calibración empleados, las diferencias no son lo suficientemente grandes para significar una diferencia real entre las fronteras de RR Liras en la zona de inestabilidad. Además, también encontró que la anchura de la zona de inestabilidad no influye a cambios significativos en las estrellas de diferente metalicidad.

4.11 Estrellas RR Lira en la parte densa del disco y el halo galáctico

En 1980 la representación de los tipos de población estelar fue nuevamente modificada con la introducción del concepto de población de “disco denso” (ver por ejemplo, Gilmore King y Van der Kruit 1990). Algunas estrellas que se incorporaron al disco denso bajo tal esquema deberían corresponder a otra población, la del disco o población intermedia II. Está caracterizada por estrellas viejas las cuales siempre tienen una escala exponencial elevada desde el plano galáctico, de alrededor de 1kpc y una velocidad de rotación de aproximadamente 200km/s, retardándose de la rotación solar por un porcentaje de 20-30km/s. El rango de las metalicidades de las estrellas del “disco denso” es de aproximadamente la solar a moderadamente estrellas pobres en metal (Beer y Sommer-Larsen 1993) y solo un porcentaje de las estrellas parecidas al Sol pertenecen al disco denso. Algunas pertenecen a una población de disco delgado; la población del disco denso está, como su nombre lo dice, relativamente más lejos del plano galáctico. Las estrellas RR Lira ricas en metal, al parecer, pertenecen a la población del disco grueso y, si consideramos el estudio de Layden 1993, en el cual incluyó a estrellas del norte y del sur, se aclararían mas todos estos aspectos.

A.12. El enrojecimiento: Métodos de determinación

La determinación del exceso de color, usualmente $E(B-V)$, de la fotometría multicolor es un prerequisite necesario para la determinación de parámetros físicos de las variables RR Lira. Esa

determinación puede ser probada de diferentes maneras, para las RR Liras de alta latitud galáctica, una ley de cosecante de enrojecimiento puede ser empleada, por ejemplo la de Blanco (1982):

$$E(B-V) = 0.032 \operatorname{cosec}(b) - 0.015$$

La ley de cosecante relaciona rompimientos hacia abajo. Sin embargo, a latitudes galácticas bajas y aun a latitudes galácticas relativamente altas tal ley puede, en ocasiones, introducir errores significantes. La alternativa de determinar el enrojecimiento de una estrella RR Lira, de la comparación de la determinación del enrojecimiento de estrellas no variables de la vecindad, puede ser una útil aproximación, aunque también tiene sus limitaciones. En suma, a cuanta incertidumbre son inherentes en el proceso de determinación del enrojecimiento las estrellas no variables, los parches de enrojecimiento estelar son una fuente de error, particularmente a latitudes galácticas bajas, a más de 10° del plano galáctico de la distribución galáctica HI. Tales mapas proveen una indicación mas adecuada de la irregularidad del enrojecimiento interestelar al compararlo con la ley de la cosecante (Burstein y Heiles 1982). Debe ser mencionado que en los mapas Burstein y Heiles el enrojecimiento en ambos polos galácticos es cero mientras que la ley de la cosecante de Blanco asume un enrojecimiento polar de $E(B-V) = 0.02$.

Además de los métodos generales descritos, el enrojecimiento de las RR Liras, puede ser derivado de la fotometría de las mismas estrellas RR Lira. Sturch en 1966 investigó la determinación del enrojecimiento de estrellas RRab con la fotometría de banda ancha UBV. Siguiendo sus estudios anteriores él encontró que cerca del mínimo de luz, en el intervalo de fase $0.5 \leq \Phi \leq 0.8$ después del máximo de luz, el color corrección-barrera de línea y el color corrección-enrojecimiento, $\langle B-V \rangle_{c,0}$, fue una función solo del periodo. Así, del color (B-V) observó el periodo y una medida de la metalicidad, para posteriormente determinar el exceso de color.

Sturch adoptó un índice fotométrico de barrera ultravioleta $\delta(U-B)$, como indicador fundamental de metalicidad, el cual fue definido por la relación:

$$\delta(U-B) = (U-B) - [-0.35 + 0.72(B-V)]$$

Donde los valores $(U-B)$, y $(B-V)$, son observados en el mínimo de luz. Se asume un enrojecimiento inicial de $\frac{E(U-B)}{E(B-V)} = 0.72$. El índice $\delta(U-B)$ es un buen indicador de la metalicidad de las estrellas

RRab, pero no es un indicador tan preciso como lo es ΔS . Blanco, en 1992, reinvestigó la aproximación de Sturch del enrojecimiento, usando ΔS como el indicador de metalicidad y mejorando las condiciones de la barrera de Sturch. Blanco obtuvo:

$$E(B-V) = \langle B-V \rangle_{\neq(0.5-0.8)} + 0.0122\Delta S - 0.00045(\Delta S)^2 - 0.185P - 0.356$$

Donde $\langle B-V \rangle_{\neq(0.5-0.8)}$, es el color medio observado en el intervalo de fase 0.5-0.8 y P es el periodo.

Blanco notó que una limitación sobre la precisión de enrojecimientos derivada de esa manera podría ser la inconsistencia de las curvas de color de las RR Liras. Curvas de luz muy precisas de estrellas sospechosas de mostrar el efecto Blazhko sugirieron que $\langle B-V \rangle_{\neq(0.5-0.8)}$ podría cambiar de ciclo a ciclo en el intervalo de magnitudes de 0.01-0.02.

Blanco también revaluó métodos similares de determinación del enrojecimiento en los sistemas fotométricos de Walraven y Strömgren basados, respectivamente, en la fotometría de Lub (1977, 1979), Epstein (1969, 1973). Lub sugirió, que el uso del periodo en la derivación del enrojecimiento podría ser objeto a investigar. La determinación del enrojecimiento con la ayuda de la fotometría de las líneas $H\beta$ de Balmer (Jones's 1973) Lub (1987) y notó que ese índice esta esencialmente libre de enrojecimiento y solo depende, ligeramente, de la barrera de línea; asimismo notó que el método $H\beta$ puede ser aplicado a las variables RRc, a diferencia del método de Sturch. Sperauskas (1987),

también describió un método para la obtención del enrojecimiento de las estrellas RR Liras, de las observaciones en el sistema fotométrico Vilnius.

A.13. El método ΔS en las estrellas RR Lira

Examinando el espectro azul de baja resolución, 430Å/mm en H γ , Preston confirma rápidamente que para espectrogramas de algunas RR Lira, el criterio de clasificación espectral MK dió resultados discordantes cuando se aplica a diferentes líneas espectrales. Como Struve lo notó, el tipo espectral determinado de las líneas espectrales de Balmer del hidrógeno fue obtenido después usando la determinación del tipo espectral de las líneas K del CaII en 3933Å. Es decir las líneas K fueron generalmente más débiles de las esperadas en la base de la clasificación espectral de las líneas de Balmer. Esa diferencia es la base del índice ΔS de Preston.

Preston clasificó cada uno de los espectrogramas para obtener dos índices para cada estrella RR Lira: Sp(H), el tipo espectral basado en la fuerza de las líneas de Balmer del hidrógeno y Sp(K), el tipo espectral basado en las líneas del calcio. Cada tipo espectral fue medido a una décima de una clase espectral. El índice ΔS fue entonces definido como:

$$\Delta S = 10[Sp(H) - Sp(K)]$$

A causa de que tal índice varía algo durante el ciclo de luz de una estrella RR Lira, Preston tomó el índice ΔS estándar encontrando cuando la estrella es observada en el mínimo de luz. Un espectrograma obtenido en el mínimo de luz el cual da clasificaciones de Sp(H) = F5, y Sp(K) = A5 y debía, por lo tanto, indicar una estrella con un valor de ΔS de 10, mientras que los valores de Sp(K), igualado a F2, querría decir que el valor para ΔS deberían de ser 3

Se determinó que algunas variables RRab, casi en el mínimo tenían valores de Sp(H), casi F5 o F6, como se muestra en la figura, 4.10, mientras los valores de Sp(K), difirieron ampliamente de estrellas a estrella, significando un amplio rango en los índices; ΔS ; Preston asimismo encontró que algunas estrellas RR Lira dentro del rango de 3kpc desde el Sol, tienen valores de ΔS entre 0 y 10.

Preston interpretó sus índices ΔS como un indicador de la abundancia de metal. Esa interpretación fue después confirmada por el análisis de espectros de alta resolución de las estrellas RR Lira (Preston 1961b, Buther 1975), y por el análisis del modelo espectral estelar (Manduca 1981). La

relación $\Delta S - \left[\frac{F_e}{H} \right]$ que aparece en la literatura, tiene algunas diferencias en detalles, Butler (1975)

obtuvo:

$$\left[\frac{F_e}{H} \right] = -0.23 - 0.16\Delta S$$

V. Blanco (1992), usando el análisis de espectros de alta resolución, y revaluando las medidas para ΔS para las estrellas calibradas, obtuvo:

$$\left[\frac{F_e}{H} \right] = -0.02(\pm 0.34) - 0.18 \pm (0.05)\Delta S$$

Un resultado similar al de Butler, pero ligeramente mas rica en metal, para el mas bajo valor de ΔS . Las escalas de Butler y Blanco, sin embargo, no son independientes.

La calibración de Suntzeff (1991) esta basada en la escala de metalicidad adoptada para cúmulos globulares, hecha por Zinn y West (1984), y Zinn (1985a), tal calibración es:

$$\left[\frac{F_e}{H} \right] = -0.408 - 0.158\Delta S$$

es de aproximadamente 0.2 mas pobre en metal que la escala de Butler. Las tres calibraciones son mas discrepantes para estrellas RR Lira, estando en el rango de $0 \leq \Delta S \leq 2$. Un aspecto importante

de esas calibraciones de los índices, ΔS es que la abundancia de, $\left[\frac{F_e}{H} \right]$ es referida de las líneas fuertes del calcio, líneas K.

A.14. Diagramas O-C

La principal herramienta en la determinación de los cambios de periodo para las estrellas RR Lira es el diagrama O-C. El diagrama O-C es una grafica, que muestra los tiempos observados del máximo de luz (O), menos el calculado de acuerdo a un evento (ephemeris) (C) tomado como una función del tiempo. Algunas veces la misma información es presentada en un diagrama de fase en lugar de un clásico diagrama O-C. En ese caso, se usa un evento para calcular la fase del tiempo observado del máximo de luz o más bien, los valores de O-C son entonces graficados como función del tiempo. Ocasionalmente, algún punto confiable en la curva de luz, otro en el máximo tal como una magnitud fija en la rama ascendente es empleado.

El diagrama O-C con cambio en el periodo no mensurable es una línea recta. Si el periodo de la estrella es correcto y si el periodo correcto puede ser dispersado alrededor de una línea recta horizontal tomando puntos en el diagrama O-C, el tamaño de la dispersión es un indicador de la precisión de los tiempos observados del mínimo o del término corto de inestabilidad de la curva de luz. Si el periodo de la estrella es constante, pero si el periodo tomado es largo o corto, la línea recta puede inclinarse hacia arriba o hacia abajo, los detalles se muestran en la figura A.6.

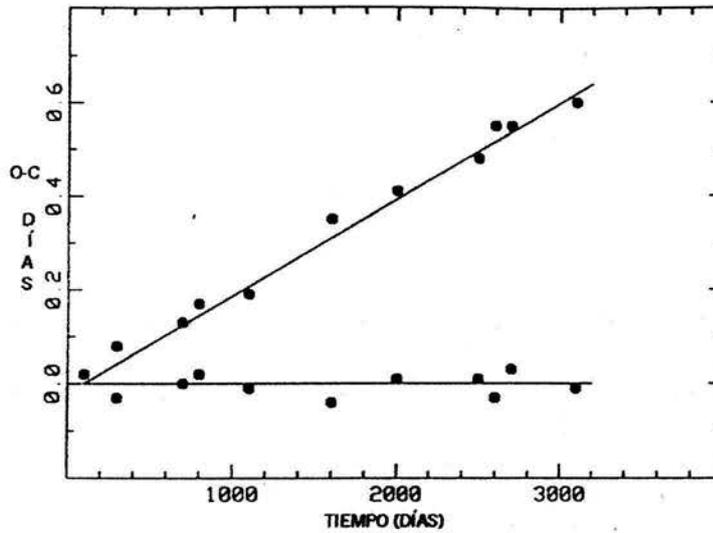


Figura A.6. Diagramas O-C para variables con periodo constante. La línea horizontal en $O-C = 0.0$ se obtiene si el periodo es constante si se adoptaron la época inicial y el periodo correcto del máximo de luz. La línea inclinada resulta si se adopta un corto periodo en el calculo de los tiempos máximos de luz.

Si el periodo de la estrellas esta cambiando lentamente a una razón constante, (es decir $P(t) = P_0 + \beta t$ donde β es pequeño), en una buena aproximación el diagrama puede ser representado por una parábola, como el mostrado en la figura A.7.

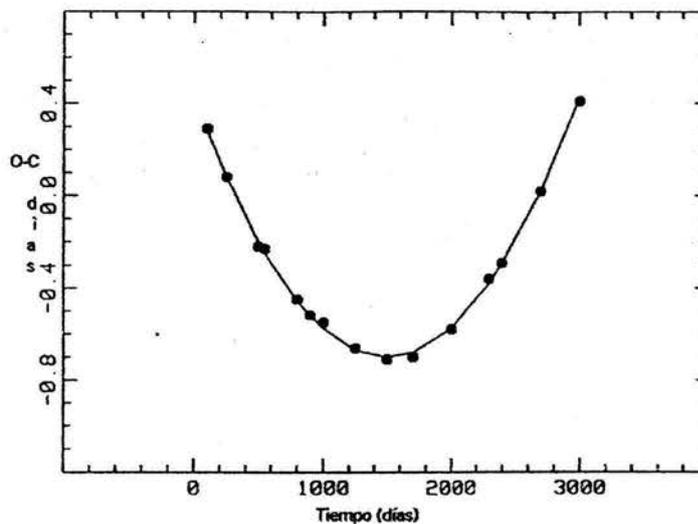


Figura A.7. Si el periodo de una variable esta cambiando a una razón constante relativamente baja, el resultado del diagrama O-C es casi una parábola, como se muestra para un periodo creciente.

Se debe notar que a fin de interpretar un diagrama O-C correctamente, es necesario conocer como algunos ciclos tuvieron que haber pasado entre dos máximos observados; eso no es siempre fácil de determinar si hubiera intervalos grandes en los registros observacionales, y si el periodo de la estrella hubiera cambiado significativamente.

Las variaciones aleatorias en la longitud de ciclos individuales, alrededor de una constante media, pueden también, en principio, acumularse dando la impresión de un espurio cambio en periodo. Ese es un problema importante en la determinación del cambio del periodo para variables Mira (Lloyd 1992) Afortunadamente ese es un problema menor para las variables RR Lira, donde algunos miles de ciclos son observados, y donde el carácter de los diagramas O-C excluye semejantes ruidos de ciclo a ciclo. Tal ruido es el mayor contribuyente a desviaciones desde cero en el diagrama O-C. La naturaleza estadística del cambio del periodo en las RR Lira fue estudiada por Balazs-Detre y Detre (1965)

En algunos casos los cambios evolutivos pueden ser pequeños o detectados después de unos cientos de años. En ese caso el diagrama O-C debe presentar esencialmente una línea, recta mas sin embargo, en otras estrellas, especialmente las que están evolucionando a la zona roja, hacia el final de su tiempo de vida en la rama horizontal, el periodo de evolución cambia un tiempo aun pequeño, y debería de ser lo suficientemente grande para ser detectado. En tal caso el diagrama O-C, debe estar perfectamente bien representado por una curva parabólica, la cual debe indicar una lenta razón de incremento del periodo. Algunas estrellas podrían estar presas en el núcleo del intervalo de inestabilidad, y pueden mostrar incrementos de periodos o decremento, mucho más grandes que,

$$\frac{dP}{dt} = 0.025 \text{ días por un millón de años, pero tales casos, si ellos ocurren, deben ser raros.}$$

A.15. El efecto Blazhko en las estrellas RR Lira

Las curvas de luz en algunas estrellas RR Lira se repite exactamente o casi exactamente de ciclo a ciclo, otras no lo hacen pero en lugar de ello tienen curvas de luz las cuales están cambiando de forma significativamente, en una relativamente corta escala de tiempo. Para alguna de esas estrellas, los cambios en la curva de luz aparecen siendo irregulares pero en algunas ocasiones la variabilidad de la curva de luz puede ser atribuida a la presencia de una segunda periodicidad. Las variables RR Lira, las cuales exhiben periodicidades secundarias pueden ser divididas en dos grupos principales: Las así llamadas estrellas RRd, las cuales muestran una combinación de los modos de pulsación radial, el fundamental y el primer armónico, y las estrellas las cuales muestran el efecto Blazhko clásico.

A principios del siglo XX, el profesor S.N. Blazhko, estudio cuidadosamente las variables, las cuales, L. P. Tserasskaya descubrió en el observatorio de Moscú; Las variables que estudio Blazhko fueron, XZ Cigni y RW Dragón, investigadas con todo detalle. Él encontró una cierta inestabilidad en ellas, y en su curva de luz fueron encontrados cambios regulares y periódicos. Posteriormente esos fenómenos fueron observados también para las RR Lira; ese efecto, en esencia, expresa lo siguiente: Si la variable tiene un periodo de variación de luz constante, todo máximo observado puede ser descrito por la ecuación

$$M_E = M_0 + PE$$

Donde M_E es el tiempo (efeméride) del máximo, M_0 , es el tiempo (efeméride) del máximo inicial o del inicio del máximo (cero), P es el periodo, y E es un entero, frecuentemente llamado la época, aunque un nombre mas apropiado podría ser simplemente el número o el índice del máximo observado, M y P son encontrados de las observaciones. El tiempo de duración (efeméride), es entonces calculado usando la relación: Las diferencias entre el máximo calculado y el observado son conocidas como las correcciones de los tiempos (efemérides) y son generalmente designados con las siguientes letras, O-C. La corrección O-C es el resultado de errores de observación, también de varios

procesos los cuales se desarrollan en la estrella. El estudio de los residuos O-C, es de gran importancia en la teoría de variables.

Los astrónomos generalmente dibujan una grafica de O-C vs. E, la cual provee una indicación de la constancia del periodo de la estrella. Para algunas estrellas, esa grafica es dibujada en varios segmentos lineales. En ese caso, el periodo de variación- luz cambia discontinuamente, en saltos, y uno puede encontrar la magnitud del salto, y el tiempo exacto cuando el periodo cambia. En otros casos, la grafica O-C es continua, y gradualmente se incrementa con el tiempo. La curva algunas veces es parecida a una parábola; eso implica que el periodo de variación de luz es proporcional al tiempo, y una "formula parabólica" con un termino cuadrático tiene que ser usada para calcular los tiempos de máxima magnitud

$$M_E = M_0 + PE + aE^2$$

Algunas veces la variación del periodo es irregular y la grafica O-C tiene una forma extraña.

Blazhko fue el primero en mostrar que algunas estrellas RR Lira revelan variaciones periódicas en los residuos O-C. Esas variaciones son también dibujadas gráficamente: El periodo del efecto Π es entonces encontrado y finalmente los observadores tratan de reducir la curva O-C de desigualdad a un periodo común. Los periodos Π son también algunas veces vistos muchísimo entre anchos límites.

El resultado es que el máximo periódicamente se retarda (sufre un retraso) detrás o precede el tiempo del máximo, calculado de la relación lineal. La desviación puede algunas veces llegar a una hora para periodos de 24hrs, el efecto puede ser descrito por la ecuación:

$$M = M_0 + PE + a \text{sen} \{ (2\pi / \Pi) E + \varphi \}$$

Blazhko también descubrió otra cara del efecto: la desviación del máximo fue encontrada por estar acompañada de cambios sustanciales en la curva de luz. La amplitud del máximo, la inclinación abrupta y, la pendiente de la rama cambia. Algunos objetos revelan una modificación del efecto Blazhko, la posición del máximo difícilmente cambia, pero la forma de la curva de luz y su amplitud

cambia considerablemente, como es el caso de RZ Lira. Algunos autores trataron de interpretarlo como una superposición de dos oscilaciones independientes, como una forma de interferencia. Desafortunadamente ese efecto es mucho mas complejo y no es tratado con esa simple interpretación.(V.P.Tsesevich, RR Lirae Stars).

La diferencia en la curva de luz de las RR Lira en dos puntos, en sus 41 días de ciclo, es ilustrada en la figura A.8.

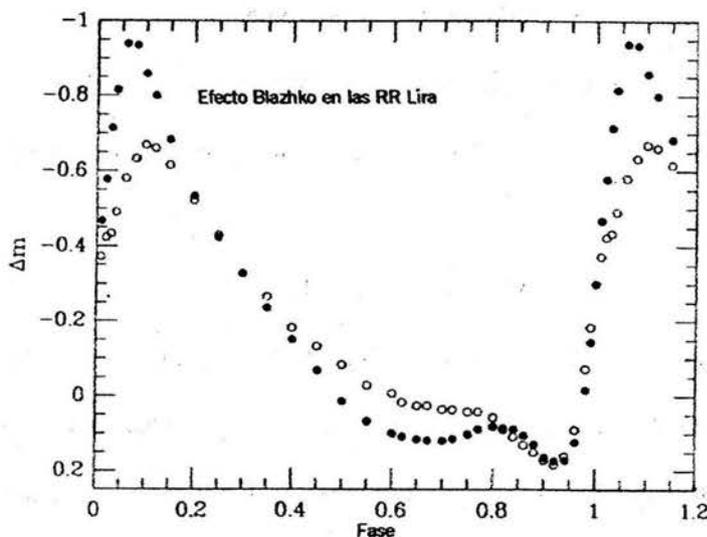


Figura A.8. Curva de luz en dos diferentes puntos de una RR Lira en los 41 días del ciclo Blazhko. Walraven (1949).

Notar que la diferencia en brillo en el máximo de luz es mas pronunciado que en el mínimo. Tal efecto es frecuentemente, pero no siempre, el caso del efecto Blazhko en las estrellas. El cambio en la forma de la curva de luz usualmente resulta en un cambio periódico en el tiempo del máximo de luz, así que el efecto Blazhko es evidente en el diagrama O-C para tiempos de máximo.

Los periodos Blazhko están bien establecidos para alrededor de 40 RR Liras en el campo general galáctico, y la existencia del fenómeno fue sospechada en algún otro campo de estrellas menos observadas. Se cree, además, que el efecto Blazhko también ocurre en las estrellas RR Lira dentro de

los cúmulos globulares, aun cuando para algunas variables en cúmulos fue determinada la longitud del ciclo secundario.

La variabilidad de la curva de luz puede ser menos pronunciada y más difícil para identificar en las RRc; las bajas amplitudes de las RRc es probablemente atribuido enteramente a tal tendencia, aunque esto no sería cierto, si se encuentra alguna estrella RRc que exhibe el efecto Blazhko clásico. La existencia de la periodicidad secundaria, fue cuestionada por Méndez de Oliveira y Nemeč (1988) por lo menos en tres estrellas entre las cuales estaba RU Psc.

Szeidl (1976) encontró que entre 15 y 90 estrellas RRab muy bien observadas (Fitch, 1966) son conocidas por mostrar el efecto Blazhko, sugiriendo que 14-20% de las RRab del campo puede exhibir el fenómeno. Similarmente de aproximadamente 150 estrellas RR Liras brillantes cuyos eventos son reportados por Firmaniuk et al. (1988), alrededor de 20% son variables conocidas, y sospechosas de presentar el efecto Blazhko. A 42 campos de RRab observados por Kinman et al (1984), 16% definitivamente y 12% probablemente manifestaron dispersión mas alta de lo esperado en la curva de luz, que el error observacional; algunas de esas estrellas probablemente presentan el efecto Blazhko. Una pronunciada característica del efecto Blazhko es su irregularidad. En al menos algunas instancias, el comportamiento de la estrella no se repite precisamente como en todos los ciclos Blazhko. En algunas estrellas como las RR Lira, el efecto Blazhko casi desaparece en algunos años, pero es muy fuerte en otros.

Stellinwerf (1967), en un análisis de estrellas RR Lira multiperiodicas, listó seis mecanismos los cuales podrían crear el efecto Blazhko:

- 1 - Efecto de resonancia en modos radiales
- 2 - Resonancia involucrando modos no radiales (Ledoux 1951; Cox 1993)
- 3 - desintegración o rompimiento de modos radiales causados por efectos no adiabáticos (Ledoux 1963)

4 – Efectos de marea en sistemas binarios (Fitch 1967)

5 – Efectos oblicuos de giro de hélice (Balazs-Detre 1959; Preston 1964)

6 – Ciclos de efectos magnéticos (Detre y Szeidl 1964)

La mayoría de las especulaciones estuvo concentrada en dos posibilidades, las cuales son: (1) que el efecto Blazhko es la consecuencia de algún tipo de mezcla de los modos pulsación Peniche et al y (2) que el efecto Blazhko esta relacionado a ciclos magnéticos en las estrellas, quizás unido con rotación. Las evidencias pueden ser acompañadas de otras hipótesis, pero ambas tienen debilidades y ninguna puede aun ser establecida definitivamente. La idea de que el efecto Blazhko representó alguna clase de interferencia entre el modo de pulsación primario, usualmente el fundamental y otro modo, ya es un asunto viejo, pero los esfuerzos de los ensayos anteriores que establecieron esas evidencias e hipótesis fueron un éxito (Kluyver 1936). Es claro de las observaciones que el efecto Blazhko no puede ser aplicado como una superposición lineal de dos pulsaciones. Si el efecto Blazhko es un resultado de interferencia modal, las dos oscilaciones deben combinarse en un modo no lineal. Tsevevich (1975) pensó que esa interferencia era mas claramente representada en las curvas de velocidad radial de las estrellas con efecto Blazhko, que en las curvas de luz; el propuso que el periodo Blazhko fuera considerado como un periodo de modulación, en ese caso, si P_B es el ciclo Blazhko, y P_1 es el periodo de pulsación primaria, entonces el periodo de oscilación de perturbación, P_2 esta dado por: $\frac{1}{P_B} = \frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1}$, asumiendo que P_1 es el mas largo de los dos, ya que el periodo Blazhko es igual a diez del periodo de pulsación primario, el periodo de pulsación debe de ser casi igual al periodo de pulsación primario, por lo tanto distinto al de las estrellas RR Lira, el efecto Blazhko en las estrellas no puede ser explicado por la combinación de los modos radiales fundamental y el primer armónico, el cual debe producir una razón de periodo de aproximadamente 3/4.

La hipótesis del efecto Blazhko es alguna clase de mezcla modal, no menos encontrada indirectamente del sustento en las distribuciones en el periodo de cúmulos globulares de estrellas RR Liras, las cuales tienen curvas de luz variables. Smith (1981) y Nemeč (1985b) mostraron que diferentes cúmulos y en la galaxia enana esferoidal Draco, tales estrellas tienden, si ellas son estrellas RRc, a surgir casi al final del periodo largo de distribución de las variables RRc. Por ejemplo, en M15, eso es al menos visible a causa de la curva de luz de las estrellas RRc, las cuales son realmente estrellas RRd, mostrando una mezcla de los modos fundamental y del primer armónico. Una relacionada, pero opuesta tendencia es ver entre las estrellas RRab, a las curvas de luz variable que tienden a tener periodos más cortos y que están contenidos entre las variables RRab como un todo. Es tentador pensar que esas estrellas también deban reflejar alguna mezcla de los modos de pulsación pero esto, sin embargo, no puede ser. Smith (1981) sugirió que el efecto Blazhko en el campo general de las estrellas RR Lira fue en parte ineficiente en variables de largo periodo, un resultado confirmado por Gloria (1990). Szeidl (1988) expresa que no hay, incuestionablemente, estrellas con el efecto Blazhko con periodos más grandes que 0.7 días entre el campo de las estrellas RR Lira.

Moskalik (1986) encontró que bajo ciertas condiciones, no existía solución de equilibrio estable en la amplitud de estabilidad de las estrellas RR Lira de 2:1 de resonancia, entre el modo fundamental radial y el tercer armónico amortiguado, con el resultado que la amplitud sufre una modulación periódica imitando el comportamiento del efecto Blazhko. Moskalik, sugirió que allí podría existir una conexión entre el efecto Blazhko clásico y las variables RRd. Él propuso que, a causa de la resonancia 2:1 bajo la amplitud del modo fundamental, podría afectar a la estabilidad no lineal del primer modo armónico. La misma resonancia que produce el efecto Blazhko podría, bajo circunstancias ligeramente diferentes, repercutir en pulsación RRd. Si esto es así, podría ser razonable esperar que las estrellas RRd y el efecto Blazhko, debieran ocurrir en casi la misma posición en el diagrama H-R, y en valores similares del periodo fundamental.

En los 80's se puso especial atención a las estrellas RRc. Sandage, Katem, y Sandage, (1981), en un extenso estudio de estrellas RR Lira en el cúmulo globular M15 notaron un abrupto incremento en la dispersión en las curvas de luz de las estrellas RRc de periodo mas largo, tal y como se muestra en la figura A.9. Las amplitudes de tales estrellas fueron vistas cambiando en una escala de tiempo corto por lo que el intervalo de periodo para el efecto fue pequeño $0.390 < P < 0.429$ días y, a causa de eso, ocurre una transición en el periodo entre las estrellas RRc y RRab. Sandage, Katem y Sandage, sugirieron que el fenómeno fue debido, a la composición de los modos, fundamental y primer armónico.

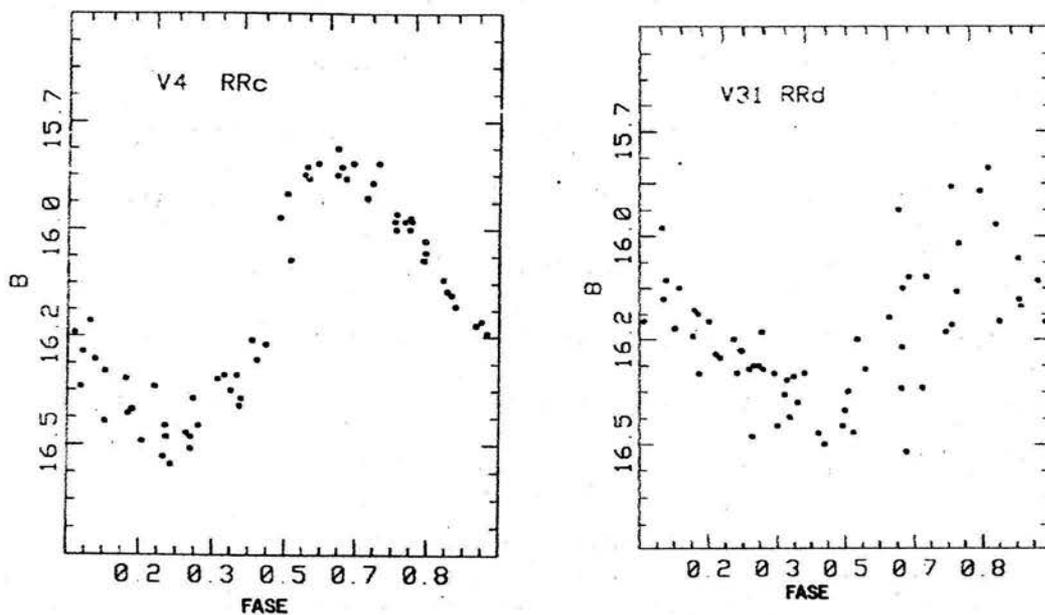


Figura. A.9.

Las estrellas de M15, y AQ Leonis, por ejemplo, muestran una combinación de los modos de pulsación radial, el fundamental y el primer armónico, como ellos lo habían sugerido. Nemec lo llamó el modo doble de las estrellas RR Lira, del tipo RRd. Las variables RRd tomaron particular importancia, a causa de su modo natural doble, proporcionando una oportunidad de determinar su masa, independientemente de teorías de la evolución estelar.

BIBLIOGRAFIA

Arne A. Henden, Ronald. H. Kaitchuck, *Astronomical Photometry*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1988, 392pp.

Buldin Edwin, *an introduction to astronomical Photometry*, Cambridge University Inglaterra, 1993, 272pp

Campbell, León, Jacchia, Luigi, *Historia de las Estrellas variables*, tr. Werner Schiller, ed. pleamar, S R. L. Buenos Aires, 1946, pp.-225

Cox, Jhon P, Giuli, R Thomas, *PRINCIPLES OF ESTELAR ESTRUCTURE: Application to stars*, vol. 2, 1968, by GORDON AND BREACH, Science publishers, Inc. 150 fifth Avenue, New York, N. Y. 100111.

Cox, Jhon p, Giuli R Thomas: Voll.

Clayton, Donald. D. *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, University of Chicago press, edition 1983, 607pp.

Carl J. Hausen, Steven d. Kawaler; *Stellar Interiors: Physical principles Structure and evolution* 1ed 1994, Springer Verlag, New York, 433 pp

Davis. G Cecil, 1999, *PASP*, **111**, 196-202.

Detre, Laslo *Non-periodic Phenomena in variable stars*, Dordrecht: Reidel, 1969, 490pp

Edwin Budding, *an introduction to astronomical photometry*. Cambridge, University, press, 1ed, 1993, 272pp.

European meeting of the American association of variable stars observers, *Variable Stars RESEARCH*, Cambridge University, 1990, 329pp.

Fehren Bach, Ch, *Spectral classification and multicolor photometry*, Dordrecht, Holland, Reidel, 1973, 314pp.

Ferni. J D, *Variable STARS IN GLOBULAR CLUSTERS and related systems*, Dordrecht, Holland: Reidel, 1973, 234pp

Golay, M, *Introduction to astronomical photometry*, Boston, Reidel 1974.

BIBLIOGRAFIA

- Glasby John Stephen, *The Nebular Variables*, 1er, ed, London, Sidwick and Jackson, 1971, pp-213
- Gaposchkin Cecilia Helena Payne. *Variable Stars and Galactic Structure*. University of London, 1954, pp-116
- García Jaime Rubén, *Estrellas Variables*, Madrid Sirius, 1990, 144pp.
- George. O. Abell, *Exploration of Universe*, tercer edicion, Holt, Rinehart and Winston, 738pp.
- Glosby John Stephen. *The Variable Stars Observer's Handbook*; London, Sidgwick and Jakson, 1971, pp 213.
- Gronbech. B, Olsen. H. E, *Astron. Astrophys. Suppl.* 1976, 26, 155-176.
- Horace A Smith, *RR Lyrae Stars* Cambridge, university press 1995 1ed 156pp
- Horrmeister, Curro, *Variable Stars*, Berlin, Springer, 1985, 328pp
- Hebig, George h Ed, *Non-stable Stars*, Cambridge University, 1957, 199pp.
- Henden, Arne, A, *astronomical photometry*, Richmond, Virginia, Willmann-Bell, 1990,394pp
- Hall Douglas. S, *Photoelectric Photometry of variable stars*, Richmond Virginia, William-Bell, 1988, 252pp.
- Hobart. M. A, Rodríguez. E, Peña, J. H, Rolland. E, Peniche. R, de la Cruz. C, López de Coca. P, 1988, ASP Conference Series, Vol. 135
- Heck. A. *Astron. & Astrophys.* 1975, 42, 131-133.
- Hemenway. K. Mary, *Ap. J*, 1975, Vol. 80(3).
- Hemenway. K. Mary, *Ap. J*, 1975, Vol. 80(3).
- Kippenhan, Rudolf, Weiger, Alfred; *Stellar Structure and evolution* 3ed 1994, Springer- Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Kukarkin, *Erforschung der Struktur und entwicklung der Sterne auf der grund lage des studiums Veräderlicher sterne/ ubers aus die russichen von Fritz bartels*; Berlin, akademie Verlag, 1954, 133pp
- Kukarkin, *list of Variable Stars*; Moscow 1970
- Kukarkin, *THE SECOND CATALOGUE OF SUSPECTED VARIABLE STARS, CONTAINING information about 3069 variable Stars which were not named until 1965 and about 835dubious variability*, Moscow 1965, 279pp.

BIBLIOGRAFIA

Kemper, Edward, 1982, *Aston. J.* 87(10).

Landolt. U Arlo, Blondeu. L Karen, *PASP*, 1972, Vol. 84(71).

Lloyd Motz and Jefferson Hane Weaver, *The Unfolding Universe A Stellar Journey*, ed, Plenum Press. New York and London, 1989, 389pp.

Levy David H, *Observing Variable Stars: A guide for the beginner*, Cambridge university, 1989, 198pp.

Petit, Michel, *Variable Stars*, tr, W.J., Duffin, English edition 1987, sl, John Wiley and Sons Ltd, pp-254

Titulo original, *Les etoiles Variables*, Masson, Paris 1982

Merrill, Paul Willard, *The Nature of Variable Stars*, 1er, ed. New YORK, Macmillan, 1938., pp-134

Merrill Paul Willard, *Spectra of long periode Variable Stars*, Chicago University 1940, 107pp

W. Schlosser. T.Schmidt-Kaler. E. F. Milone; *Challenges of Astronomy, Hands-on experiments for the sky and laboratory*, 1991 spring verlag New York inc. 236pp.

Wood, Frank Bradshaws; *Photoelectric astronomy for amateurs; primer edition*, The Macmillan company, New York, 1963;#ix. 223pp.

Rosseland, Svein; *The Pulsation theory of Variable Stars*, Oxford, University Press 1949, 152pp, New York, Dover 1964, 152pp.

Stromeier, Walter; *Variable Stars*, Oxford, Pergamon, Ed A J Meadows, 1972, 279pp.

Motz Llyod, Duveen, Annetta; *Essential of Astronomy*, Columbia university press, New York and London, 1966, 712pp.

Sterken Chr, Manfroid, Kluver *Astronomical Photometry A Guide* Academic Publishers dordrecht. 1992, 272pp

Sterken, Christian and Jaschek Carlos; *light curves of variable stars*, Cambridge university press, great Britain 1976, 229pp

Tsesevich Vladimir Platonovich; *RR Lyrae Stars*, Israel program for scientific traslations, Jerusalem 1970, 2ed 359pp traducido por Z Lerman

Unsöld, Albrecht, Baschek Bodo, *The New Cosmos An introduction to Astronomy and Astrophysics*, ISBN 3-540-67877-8, 5ED, Springer Verlag Berlin, Heidelberg New York. Traduccion de William d, Brewer

BIBLIOGRAFIA

Strohmeier, Walter; *Variables Stars*, Oxford, Pergamon, 1972, 279pp

Sherwood, *Variable stars and stellar evolution*, Edited by Vikie, Sherwood and Lukas plaut, Dordrecht, Holland: D Reidel, 1975, 614pp.

Photoelectric photometry of variable stars: A practical guide for smaller observatory, Richmond, Virginia, 1988. 252pp.

Scouil Charles E, *The aavso: Variable Stars Atlas*, CAMBRIDG Massachusetts, 1990, 205pp.

Sterken. C, Jaschek. C *light curves of variable stars: a pictorial atlas*, New York Cambridge University, 1996, 229pp.

Laden, K, *Ed especial classification and multicolor photometry*, London, union 1966,383pp

Warner, Brian, *High speed astronomical photometry*, Cambridge, University, 1988, 291pp

McNamara, D, H, 1977, *PASP*. 89,61-64

McNamara. D. H. 1999, *PASP*. 111,489-493

Peterson, Ruth. C, Carney, Bruce. W, Latham David. W, 1996, *Ap. J.* 465, L47-L50.

Willis. R. B, *notes from observatories*, 1972, Vol. 92, 14.

Nissen. E. Poul, 1987, *Astron. J.* 93(3)

Lester. B. John, Gray. O Richard, Kurucz. L. Robert, 1986, *As. J. Supplement Series*, 61, 509-529.

Simon. R. Norman, Teays. J. Terry, *Ap. J.* 1982, 261, 586-594.

de Oliveira Méndez. C, Nemeč, M, J, *PASP*, 1988, 100, 217-223.

Nissen. E. P, *Astron, Astrophys.* 1988, 199, 146-160.

Schuster J.W, Nissen. E. P, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 1988, 73, 225-241.