UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ACATLÁN

"BÚSQUEDA TABÚ: MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA TIPO MOCHILA"

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y COMPUTACIÓN

P R E S E N T A :

NASHELI LÓPEZ BAUTISTA

ASESORA:
LIC. GUADALUPE DEL CARMEN RODRÍGUEZ MORENO

NAUCALPAN, EDO. DE MÉXICO, FEBRERO DE 2004

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
A C A T L Á N

"BÚSQUEDA TABÚ: MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA TIPO MOCHILA"

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y COMPUTACIÓN

P R E S E N T A :

NASHELI LÓPEZ BAUTISTA

ASESORA:
LIC. GUADALUPE DEL CARMEN RODRÍGUEZ MORENO

NAUCALPAN, EDO. DE MÉXICO, FEBRERO DE 2004

AGRADEZCO A DIOS, POR PERMITIRME DISFRUTAR DE LA VIDA Y LLEGAR A ESTE DIA PARA VER CULMINADA UNA META MAS

DEDICO ESTE TRABAJO A MIS PADRES, MOY Y MENA Y LES AGRADEZCO INFINITAMENTE TODO LO QUE ME HAN DADO, ESPECIALMENTE SU INMENSO AMOR Y CONFIANZA, LOS AMO PAPIS

A CATY, GRACIAS POR TODAS TUS PALABRAS Y CONSEJOS, PERO SOBRE TODO POR SER MI MEJOR HERMANA, TE AMO FRESA

PARA ARIS Y MARÍA, QUE DONDE QUIERA QUE ESTÉN SE QUE SIEMPRE NOS PROTEGEN Y NOS GUÍAN

A MI ASESORA Y AMIGA LUPIS, GRACIAS POR TODA TU AYUDA, SABES QUE SIEMPRE ESTARÉ CONTIGO
TE QUIERO MUCHO

A MAYRA, POR SER UNA BUENA AMIGA, GRACIAS POR TODOS LOS BUENOS MOMENTOS Y TU APOYO
TE QUIERO MUCHO

A MI S AMIGOS Y COMPAÑEROS DE TRABAJO JORGE LUIS, COCO, CHRIS, MAESTRA ARA, RUTHSI Y YOLITA, GRACIAS POR TODO SU APOYO

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO Y A MIS PROFESORES DE LA ENEP ACATLÁN POR DARME LA OPORTUNIDAD DE FORMARME PROFESIONALMENTE

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La aplicación de la investigación de operaciones tiene lugar en problemas que requieren de distribución y coordinación de diversas actividades, es tan grande su campo de estudio, que es útil en áreas como los procesos de producción, problemas de transporte, telecomunicaciones, análisis de inversiones, planeación financiera, entre otras. Dado que el campo de aplicación es más amplio día con día, los métodos existentes, específicamente para problemas de programación lineal y entera, muchas veces no son los adecuados para dar solución a problemas tan comunes con una gran complejidad, es por eso que se ve la necesidad de buscar nuevas herramientas que nos permitan dar solución a dichas aplicaciones.

Generalmente el desarrollo de la programación lineal se clasifica entre los avances científicos más importantes del siglo XX. En la actualidad se considera como una herramienta de uso común que ha cumplido con la finalidad de ahorrar cantidades considerables de dinero a muchas compañías, negocios, incluyendo empresas medianas alrededor de todo el mundo.

En muchos problemas prácticos, la solución de los modelos tienen sentido si las variables de decisión toman valores enteros. Con frecuencia es necesario asignar personas, maquinaria o vehículos para la realización de diversas actividades, de ahí la importancia de los modelos de programación entera.

Hoy en día se cuenta con diversos paquetes de software que permiten la obtención de soluciones de problemas de programación lineal y entera, con un ahorro considerable de tiempo, pero su funcionamiento se encuentra limitado por el tamaño del modelo. En la vida real, los modelos que deben ser resueltos, son de tamaño considerablemente grande, por lo que el uso de estos paquetes computacionales no resultan factibles.

A raíz de este inconveniente y con la finalidad de proporcionar alternativas de solución, surgen los métodos heurísticos, los cuales tienen como objetivo desarrollar soluciones aproximadas aceptables a modelos matemáticos complejos. El proceso de solución se basa en reglas empíricas o intuitivas que, cuando se aplican al modelo, proporcionan una o más soluciones. Estos procedimientos intentan a través de la búsqueda pasar de un punto de solución a otro, de manera que se mejore el objetivo del modelo.

El método Búsqueda Tabú, es un método heurístico de solución que a base de movimientos, nos permite encontrar la combinación adecuada para obtener una buena solución del problema en base al mejor movimiento admisible.

El objetivo del trabajo es ***dar a conocer el método de Búsqueda Tabú para la solución de problemas reales tipo mochila***, permitiendo así a cualquier persona apoyarse de este material como una referencia bibliográfica para futuras investigaciones y aplicaciones de diversa índole, de igual manera, proporcionarle una gran ayuda para poder entender la idea general del método.

El primer capítulo de este trabajo se enfoca básicamente en el estudio de la programación lineal entera, la formulación de problemas, los métodos de solución, como Ramificación y Acotamiento, el método de numeración implícita Aditivo de Balas, tanto para problemas de programación lineal enteros así como binarios. De igual manera se estudia el problema tipo Mochila y algunos de sus métodos de solución.

El segundo capitulo, se basa en la explicación y ejemplificación del método heurístico Búsqueda Tabú, todas sus implicaciones, el algoritmo a seguir para la solución de problemas, estrategias de oscilación, tipos de memoria, criterios de aspiración, así como la solución de un problema de asignación de procesos de manufactura resuelto a través de esta técnica.

Como capítulo final se presenta la aplicación de un problema real de la empresa Exel Global Logistics, líder mundial en servicios de consolidación y manejo global de carga, planteado un problema de tipo Mochila, que se resuelve haciendo uso del método heurístico Búsqueda Tabú.

CAPÍTULO 1

PROBLEMA TIPO MOCHILA

SABER COMO OTRAS PERSONAS SE COMPORTAN
REQUIERE INTELIGENCIA, PERO CONOCERME A MI MISMO REQUIERE SABIDURÍA

MANEJAR LA VIDA DE OTRAS PERSONAS
REQUIERE FORTALEZA , PERO MANEJAR MI PROPIA VIDA REQUIERE PODER VERDADERO ...

CAPÍTULO 1

PROBLEMA TIPO MOCHILA

El enfoque principal de un estudio de investigación de operaciones es la toma de decisiones, el resultado principal del análisis debe contener implicaciones directas ya que se aplica a problemas que tienen que ver con la coordinación y conducción de operaciones y actividades de una organización (no importando la naturaleza de ésta ya que es aplicable en diversas áreas como la industria, el gobierno, el sector salud, los negocios entre otras).

La investigación de operaciones se auxilia del método científico ya que el proceso empieza con la observación y formulación del problema, posteriormente se construye el modelo matemático que contenga la esencia del problema a resolver para así obtener conclusiones y soluciones de una forma iterativa. La optimización pretende encontrar la solución óptima del problema a estudiar, pero para esto es necesario establecer medidas de efectividad que tomen en cuenta las metas de la organización.

Los modelos matemáticos comprenden principalmente tres elementos básicos: las variables y parámetros de decisión, restricciones y funciones objetivo

1. *Variables y parámetros de decisión*: son las incógnitas que deben determinarse a través de la resolución del modelo. Los parámetros son los valores conocidos que relacionan las variables de decisión con las restricciones y la función objetivo, éstos pueden ser determinísticos (los parámetros se conocen con certeza) o estocásticos(cuando no se conocen con certeza).
2. *Restricciones*: son las limitaciones de diversos tipos, ya sean tecnológicas, económicas, entre otras, están representadas en el modelo matemático por las restricciones que se encargan de limitar las variables de decisión en un rango de valores factibles o posibles.
3. *Función objetivo*: define la medida de efectividad del sistema como una función matemática de las variables de decisión. Se dice que se ha obtenido una solución óptima del modelo cuando los valores de las variables de decisión producen el mejor valor de la función objetivo, sujeta a sus restricciones. Una mala o inapropiada formulación de la función objetivo conduce a una solución del problema de la misma índole.

1.1 PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal es una técnica de investigación de operaciones para la determinación de la asignación óptima de recursos escasos cuando la función objetivo y las restricciones son lineales. Es una manera eficiente de resolver dichos problemas cuando se debe hacer una elección de alternativas muy numerosas que no pueden evaluarse intuitivamente o por métodos convencionales.

Un modelo de programación lineal proporciona un método eficiente para determinar una decisión, estrategia o plan óptimo, elegido de un gran número de decisiones posibles. La decisión óptima es la que satisface un objetivo de administración de recursos, sujeto a varias restricciones, es decir, una decisión óptima es aquella que produzca la más alta o máxima utilidad o el más bajo o mínimo costo, dicha solución se expresa en valores reales.

Los requerimientos para construir un modelo de programación lineal son:

1. *Función objetivo*: debe haber un objetivo ó meta que se desea alcanzar, ya sea maximizar las utilidades, potencial de clientes esperados de una organización o minimizar sus costos, tiempos de espera, etc.
2. *Restricciones y decisiones*: deben existir líneas alternativas de acción o decisiones que permitan alcanzar nuestro objetivo principal o meta.
3. *Función objetivo y restricciones lineales*: contar con la habilidad de expresar las decisiones del problema, incorporándolas a la función objetivo y a las restricciones sobre decisiones usando únicamente ecuaciones o desigualdades lineales.

Un modelo de programación se puede representar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
&\text{Maximizar} \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
&\text{Sujeta a las restricciones} \\
&\quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \le b_1 \\
&\quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \le b_2 \\
&\qquad\qquad\qquad \vdots \\
&\quad a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \le b_m \\
&\qquad x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \ldots, x_n \ge 0
\end{aligned}$$

Modelo matemático de un Problema de Programación Lineal (PPL) a esto se le denomina ***modelo general*** para el problema de programación lineal.

La función que se esta maximizando $c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$ se llama ***función objetivo***. Las primeras *m* restricciones (aquellas con una función $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n$, que representa el uso del recurso *i*) algunas veces reciben el nombre de ***restricciones funcionales***. De la misma manera, las restricciones $x_j \geq 0$ se llaman ***restricciones de no negatividad***. Las variables x_j son las ***variables de decisión,*** las constantes de entrada a_{ij}, b_i y c_i pueden mencionarse como parámetros del modelo.

Los problemas de programación lineal se caracterizan por sus propiedades básicas como son la proporcionalidad, aditividad, divisibilidad, no negatividad, certeza y optimalidad.

1. *Proporcionalidad*: en un modelo de programación lineal, la función objetivo y cada una de las restricciones tienen que ser lineales, es decir, el indicador de eficiencia (utilidad o costo) en la función objetivo y la cantidad de cada recurso usado tienen que ser proporcionales al valor de cada variable de decisión considerada de manera individual.
2. *Aditividad*: en este tipo de modelos, es necesario que cada variable sea "aditiva" respecto a la utilidad (o costo) y a la cantidad de recursos usados, es decir, el total es igual a la suma de sus partes y que no hay efectos de interacción entre sus niveles de producción.

3. *Divisibilidad*: para muchos problemas es frecuente que en el caso de que las variables de decisión tomen un significado físico únicamente si se tienen valores enteros. Por lo tanto, otra limitante de la programación lineal es que para obtener una solución óptima los niveles fraccionarios de las variables de decisión tienen que ser descartados.
4. *No negatividad*: que los posibles valores de nuestras variables de decisión nunca sean negativos.
5. *Certeza:* se refiere a que todos los parámetros del modelo son constantes conocidas, en problemas reales esta suposición rara vez se satisface con precisión, por esta razón, es importante conducir un análisis de sensibilidad completo, después de hallar la solución con los valores supuestos de los parámetros, todo con el propósito de identificar los parámetros relativamente sensibles y así estimarlos con mayor precisión y seleccionar entonces una solución que siga siendo buena sobre los intervalos de valores probables de los parámetros sensibles.
6. *Optimalidad*: en un problema lineal, una solución de máxima utilidad o mínimo costo siempre ocurre en uno de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

Al momento de dar solución a un problema de programación lineal, podemos encontrar *soluciones factibles* y *soluciones óptimas*, las primeras son aquellas para las que se satisfacen todas las restricciones y las últimas son las que tienen el valor más favorable en la función objetivo y de igual manera se satisfacen las restricciones.

1.2 PROGRAMACIÓN ENTERA

Una limitación importante de los problemas de programación lineal que impide dar solución a otro tipo de aplicaciones es la característica de *divisibilidad* donde indica que los valores de las variables de decisión pueden tomar valores no enteros, y ya que en muchas aplicaciones el valor de las variables de decisión tienen "sentido" sólo si toman valores enteros, razón por la cual es necesario buscar alternativas de solución a este tipo de problemas. La programación entera les da solución y la representación matemática es la misma que la de un modelo de programación lineal con la restricción adicional de que el valor de todas las variables debe ser entero, pero si es necesario que sólo algunas sean enteras se trata de un problema mixto.

$$
\begin{array}{l}
\text{Maximizar} \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
\text{Sujeta a las restricciones} \\
\quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \le b_1 \\
\quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \le b_2 \\
\qquad \qquad \vdots \\
\quad a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \le b_m \\
\qquad x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \ldots, x_n \ge 0 \\
\qquad \qquad x_j \quad \text{es entero}
\end{array}
$$

Modelo matemático de un Problema de Programación Lineal Entero(PPLE)

1.3 Métodos de Solución

A continuación se presentarán algunos de los métodos de solución más utilizados para modelos de programación lineal como son el método de Ramificación y Acotamiento y el Aditivo de Balas.

1.3.1 Algoritmo de Ramificación y Acotamiento

Los métodos de ***Planos de Corte*** dan solución a Problemas de Programación Lineal Entera Pura, Mixta y Binaria resolviendo una secuencia ordenada de Problemas de Programación Lineal, que se obtienen relajando las restricciones (se quita la limitante de integridad) y añadiendo restricciones para excluir las soluciones no enteras.

Sin embargo el método de ***Ramificación y Acotamiento*** divide la región factible en segmentos de tal manera que la solución anterior del problema que no es entera queda excluida de la nueva región factible. Este proceso permite separar la región factible en subregiones complementarias. El procedimiento ***Ramificación y Acotamiento*** establece inicialmente una cota inferior y otra superior del valor óptimo de la función objetivo. El mecanismo de ramificación aumenta progresivamente el valor de la cota inferior y disminuye también progresivamente el valor de la cota superior. La diferencia entre estas cotas es una medida de la proximidad de la solución actual a la óptima, si ésta existe.

Al minimizar, se obtiene una cota inferior de la solución óptima relajando la condición de integridad del modelo original y resolviendo el problema resultante.

De manera análoga, el valor de la función objetivo del modelo entero original en la maximización es una cota superior de la solución óptima.

El método, redondea y acota variables enteras, resultantes de la solución de los problemas lineales correspondientes. A continuación se presenta el algoritmo de Ramificación y Acotamiento para Problemas de Programación Lineal Entera

Entrada. Un Problema de Programación Lineal Entera (en este caso se enfocará a problemas de maximización) que ha de resolverse.

Salida. Su solución o un mensaje indicando que no es factible o que no está acotado.

Paso 1. (iniciación). Se establece una cota inferior de la solución óptima. Se resuelve el Problema de Programación Lineal relajado.

Paso 2. (ramificación). Empleando la variable x_k que ha de ser entera y no lo es, se generan mediante ramificación dos subproblemas. Si el valor de la variable que ha de ser entera x_k es a.b , donde a y b son sus partes entera y fraccional respectivamente, los subproblemas de la ramificación son los siguientes. El primer modelo es el problema relajado inicial al que se le añade la restricción $x_k \leq a$; análogamente, el segundo modelo es el problema relajado inicial al que se le añade la restricción $x_k \geq a+1$. Estos problemas se colocan ordenadamente en una lista de problemas a procesar que son resueltos secuencialmente o en paralelo, de esta manera la técnica de ramificación propuesta cubre completamente el espacio de soluciones.

Paso 3. (solución). Se resuelven los dos subproblemas generados

Paso 4. (actualización de cotas). Una vez resueltos los problemas, se analizan las soluciones utilizando las siguientes condiciones:

a) el valor óptimo de z no puede producir una mejor solución que la cota inferior actual, es decir, $Z \leq Z_{COTA}$, sin importar que la solución en Z sea entera.
b) el problema produce una solución entera factible mejor que la cota actual, por lo que $Z_{COTA} = Z$, en otras palabras $Z > Z_{COTA}$.
c) el problema no tiene solución factible
d) si es la primera solución entera encontrada, entonces $Z_{COTA} = Z$

entonces se procede a actualizar la cota si es que se cuenta con una mejor solución.

Paso 5. (poda). Únicamente se ramificará si $Z > Z_{COTA}$ o si aún la solución no es entera, por lo que se regresará al paso 2

Paso 6. (optimalidad). Si la lista de problemas a procesar no está vacía, se continúa con el paso 2 sino el procedimiento concluye y la solución óptima será Z_{COTA}.

El proceso de ramificación concluye por una de las siguientes razones:

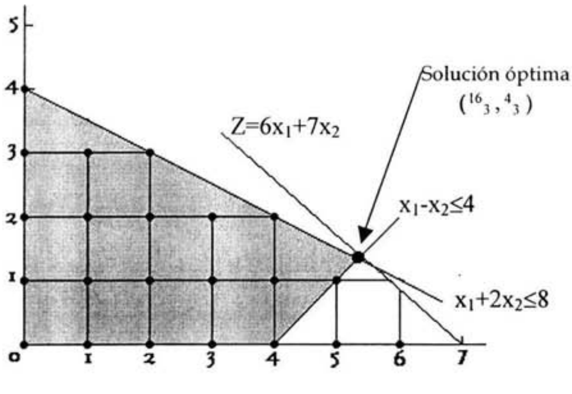
1. El problema considerado no es factible
2. El valor de Z no produce una mejor solución al problema
3. El problema produce una mejor solución en la función objetivo que la cota actual.

Ejemplo 1:

Dado el siguiente Problema de Programación Lineal Entera (PPLE)

$$
\begin{aligned}
&Max \quad Z = 6x_1 + 7x_2 \\
&s.a. \\
&\qquad x_1 + 2x_2 \leq 8 \\
&\qquad x_1 - x_2 \leq 4 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0 \\
&\qquad x_i \quad entero
\end{aligned}
$$

Al graficar la función objetivo y las dos restricciones podemos observar que la solución óptima lineal no es entera y está dada en el punto $({}^{16}{}_3, {}^4{}_3)$ con una Z= 41.33, para poder obtener una solución entera factible se hace uso del método de Ramificación y Acotamiento, a continuación se muestra la región factible de manera gráfica, la solución no entera factible así como los posibles puntos enteros factibles que den solución a dicho problema.



Representación Gráfica de la región factible y soluciones enteras del problema

Resolviendo el problema a través del método de Ramificación y Acotamiento obtenemos:

Paso 1 (iniciación): Se establece la cota superior e inferior con z = 41.33

Paso 2 (ramificación): Se procede a generar dos subproblemas agregando las nuevas restricciones al modelo relajado.

$$x_1 = {}^{16}/_{3} = 5.3$$
$$x_2 = {}^{4}/_{3} = 1.3$$
$$z = 41.33$$
$$x_1 \leq 5 \longleftarrow \qquad \longrightarrow x_1 \geq 6$$

Paso 3 (solución): Se obtiene la siguiente solución

$$x_1 = {}^{16}/_{3} = 5.3$$
$$x_2 = {}^{4}/_{3} = 1.3$$
$$z = 41.33$$
$$x_1 \leq 5 \longleftarrow \qquad \longrightarrow x_1 \geq 6$$
$$x_1 = 5$$
$$x_2 = 1.5$$
$$z = 40.5$$

No hay región factible
Ya no se ramifica

Paso 4 (actualización de cotas): como podemos observar en la ramificación de la izquierda obtuvimos una nueva solución en donde una de nuestras variables tiene asignado una valor entero por lo que procedemos a ramificar nuevamente sobre la variable que aún no es entera, generándose así otros dos subproblemas que se deben de resolver

$$x_1 = {}^{16}/_{3} = 5.3$$
$$x_2 = {}^{4}/_{3} = 1.3$$
$$z = 41.33$$
$$x_1 \leq 5 \longleftarrow \qquad \longrightarrow x_1 \geq 6$$

$x_1 = 5$

$x_2 = 1.5$ No hay región factible

$x_2 \le 1 \longleftarrow z = 40.5 \longrightarrow x_2 \ge 2$

Paso 5 (poda): en la ramificación de la derecha de la primera iteración, nuestro problema no tiene una región factible por lo que se termina de examinar es rama.

Paso 6 (optimalidad): como todavía nos resta una rama por analizar procedemos a resolver el siguiente subproblema, aplicando nuevamente el algoritmo hasta analizar todas las ramas y obtener la solución óptima o tal vez no exista una región factible.

$x_1 = {}^{16}/_3 = 5.3$

$x_2 = {}^{4}/_3 = 1.3$

$x_1 \le 5 \longleftarrow z = 41.33 \longrightarrow x_1 \ge 6$

$x_1 = 5$

$x_2 = 1.5$ No hay región factible

$x_2 \le 1 \longleftarrow z = 40.5 \longrightarrow x_2 \ge 2$

$x_1 = 5$	$x_1 = 4$
$x_2 = 1$	$x_2 = 2$
$z = 37$	$z = 38$
Solución Factible	Solución Optima = Z_{COTA}.

Figura 2.
Iteraciones del método de Ramificación y Acotamiento para el ejemplo 1

Una vez analizadas todas las ramas podemos ver que se ha obtenido una solución óptima entera para el problema planteado anteriormente: $x_1=4$, $x_2=2$ con $Z_{max}=38$.

1.3.2 Algoritmo de Ramificación y Acotamiento para Problemas Binarios

Como se mencionó anteriormente en los problemas de programación lineal, generalmente las variables tomaban valores reales. Sin embargo, en muchos casos algunas de las variables no son reales sino enteras, o incluso están más restringidas siendo binarias, es decir, que toman exclusivamente los valores 0 ó 1.

Una clase importante de problemas de programación entera son aquellos en los que las variables de decisión pueden tomar únicamente dos valores. Esta situación se puede modelar empleando variables que tomen valores ya sea de 0 ó 1. Cada valor se asocia a una de las posibilidades de una elección binaria:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si la decisión o el proyecto j esta seleccionado} \\ 0 & \text{si la decisión o el proyecto j no esta seleccionado} \end{cases}$$

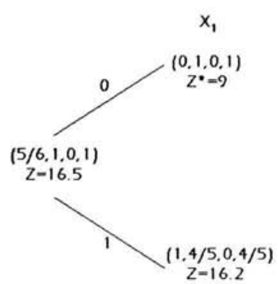
De igual manera que el algoritmo de ramificación y acotamiento para problemas de Programación Lineal enteros, el algoritmo para problemas binarios sigue la misma idea. A continuación se ilustrará el método con un ejemplo:

Dado el siguiente problema

$$\begin{aligned} &\textit{Maximizar} \quad Z = 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ &\textit{Sujeta a las restricciones} \\ &\qquad 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10 \\ &\qquad\qquad\qquad\quad x_3 + x_4 \leq 1 \\ &\qquad -x_1 \qquad + x_3 \qquad \leq 0 \\ &\qquad\quad -x_2 \qquad + x_4 \leq 0 \\ \\ &\qquad x_j \quad \textit{binaria} \quad \textit{para } j = 1,2,3,4 \end{aligned}$$

Se resuelve como un problema de Programación Lineal, obteniendo la siguiente solución : $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (^5/_6, 1, 0, 1)$ con una Z=16.5

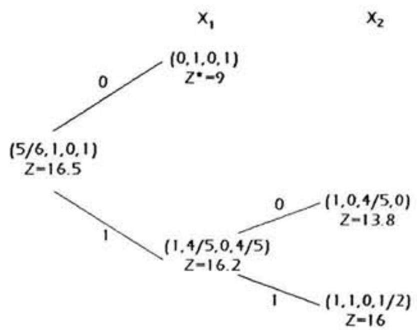
Como podemos observar, el valor asociado con la variable $x_1 = {}^5/_6$ no es binario, entonces ramificaremos sobre esta variable, generándose dos subproblemas con las siguientes soluciones:



Representación gráfica de los dos nuevos subproblemas

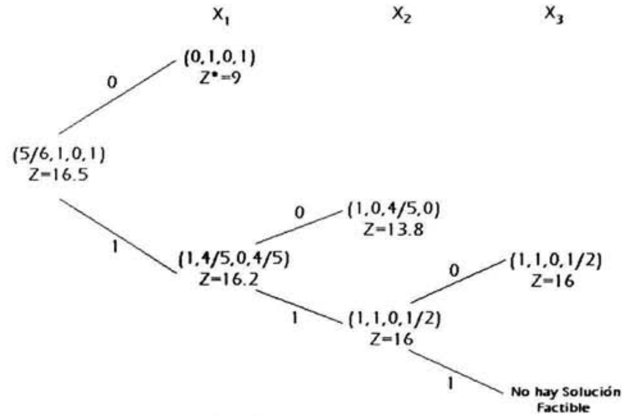
Es evidente que la rama con x_1=0 genera una solución binaria teniendo una Z=9, dicha solución se tomará como cota.

Se continúa con las ramificaciones respecto a la variable x_2, obteniendo la siguiente solución



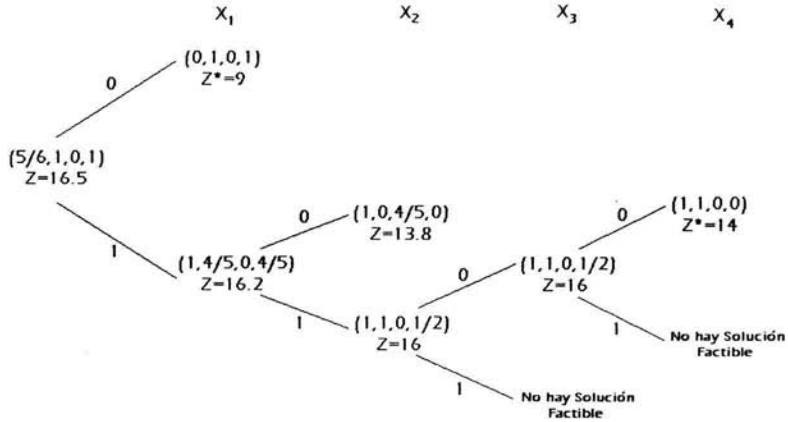
Representación gráfica de la siguiente ramificación

Se tienen dos nuevas soluciones para el problema por lo que se continúa investigando cada rama, teniendo los siguientes resultados



Representación gráfica de la tercera ramificación

Por último se analiza la última rama relacionada con la variable x_4, obteniendo la solución final de nuestro problema de programación lineal entero binario.



Representación gráfica de la solución final

Cabe hacer mención que conforme se van analizando las ramas, el número de variables es menor.

1.3.3 Método Aditivo de Balas para Problemas Binarios por Numeración Implícita

El problema a resolver es:

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

$$sujeto \quad a$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1,\ldots,m$$

$$x_j = 0 \text{ ó } 1 \quad j = 1,\ldots,n$$

Modelo matemático de un Problema de Programación Lineal Binario (PPLB)

Se supone que:

a) La función objetivo se minimiza. En el caso de que sea un problema de maximización, se realiza la conversión

b) Se requiere que $C_{ij} \geq 0$, en caso contrario, la variable X_j se sustituye por $\bar{X}_j$, donde $\bar{X}_j = 1 - X_j$

El algoritmo consta de los siguientes pasos:

Paso1, Se asigna la solución (0,0,0,...,0) para verificar su factibilidad, en caso de serlo, ésta será la solución óptima.

Paso 2, Se definen dos subconjuntos de solución:
$(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ solución parcial y $(x_1, x_2, \ldots, x_k, x_{k+1}, \ldots, x_n)$ el complemento de la solución.
Se selecciona una solución parcial $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ para realizar una partición y crear de esta manera dos nuevos conjuntos donde $X_{k+1} = 1$ y otro $X_{k+1} = 0$

Paso 3, si alguna de las restricciones cumple con la siguiente condición

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}x_j + \sum_{j=k+1}^{n}\{a_{ij} > 0\} \; < \; b_i \qquad i = \overline{1,m}$$

entonces, no existe solución factible y por lo tanto se detiene la ramificación, en caso contrario, se prosigue con el método

Paso 4, se calcula la cota para cada solución parcial de la siguiente manera

$$Z = \sum_{j=1}^{k} C_j X_j \qquad si \quad x_k = 1 \qquad ó \qquad Z = \sum_{j=1}^{k-1} C_j X_j + C_{k+1} \qquad si \quad x_k = 0$$

si $Z > Z_u$ y $Z \neq \infty$ ya no se continúa con la ramificación

Paso 5, se completa la solución haciendo $X_{k+1} = 1 - X_k$ y el resto de las variables igual a cero

Paso 6, si todas las restricciones cumplen ya con la solución completa

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}x_j + a_{i,k+1}(1 - x_k) \geq b_i \qquad i = \overline{1,m}$$

Z será una cota y si Z < Z_U entonces Z_U=Z por lo que se deja de analizar dicha rama.

Si no se cumplen todas las restricciones, la solución en no factible por lo que se debe de aplicar nuevamente el método. La solución óptima será Z_U.

A continuación se ejemplificará el método resolviendo el siguiente problema:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad Z = -4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 7x_5 + 7x_6 \\
&s.a. \\
&6x_1 - 4x_2 \qquad - 6x_4 \qquad - 2x_6 \geq 0 \\
&3x_1 + x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 8x_5 + 8x_6 \geq 17 \\
&-9x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 8x_6 \geq 15 \\
&\qquad x_i = 1 \text{ ó } 0 \qquad i = \widehat{1,6}
\end{aligned}
$$

como podemos observar, nuestra función objetivo es de minimización, pero los $C_{ij} \geq 0$ relacionado con la variable x_1 son menores que cero por lo que se procede a realizar el cambio de variable $x_1^{'} = 1 - x_1$, de igual manera se reorganizan los coeficientes de la función objetivo de manera ascendente.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad Z = 2x_3 + 4x_1^{'} + 6x_2 + 6x_4 + 7x_5 + 7x_6 - 4 \\
&s.a. \\
&-6x_1^{'} - 4x_2 \qquad - 6x_4 \qquad - 2x_6 \geq -6 \\
&-3x_1^{'} + x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 8x_5 + 8x_6 \geq 14 \\
&\ \ 9x_1^{'} + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 8x_6 \geq 24
\end{aligned}
$$

realizando nuestro cambio de variables se tiene el siguiente modelo, sobre el cual se aplicará el método Aditivo de Balas para problemas binarios

$$
\begin{aligned}
&Min \quad Z = 2y_1 + 4y_2 + 6y_3 + 6y_4 + 7y_5 + 7y_6 - 4 \\
&s.a. \\
&\qquad - 6y_2 - 4y_3 - 6y_4 \qquad - 2y_6 \geq -6 \\
&7y_1 - 3y_2 + y_3 + 7y_4 + 8y_5 + 8y_6 \geq 14 \\
&5y_1 + 9y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 8y_5 + 8y_6 \geq 24
\end{aligned}
$$

Iteración 1

Paso 1, se verifica que la solución (0,0,0,0,0,0) no sea factible para poder aplicar el método

Paso 2, se definen dos conjuntos de solución, asignando el valor de 0 y de 1 a la primera variable $y_1 = 0$ y $y_1 = 1$

Paso 3, se verifican las restricciones para ambos conjuntos

$y_1 = 0\begin{Bmatrix} 0 < -6 \\ 24 < 14 \\ 31 < 24 \end{Bmatrix}$, $y_1 = 1\begin{Bmatrix} 0 < -6 \\ 31 < 14 \\ 36 < 24 \end{Bmatrix}$ como podemos observar en ambos conjuntos no se cumplen las restricciones por lo que se continúa con el método

Paso 4, se calcula la cota para ambos conjuntos posibles de solución

Para (0,1) tenemos Z=0, para (1,0) tenemos Z=-2

Paso 5, se completa la solución, quedando de la siguiente manera

(0,1,0,0,0,0) y (1,0,0,0,0,0)

Paso 6, se verifican las restricciones, obteniéndose lo siguiente

$(0,1,0,0,0,0) = \begin{Bmatrix} -6 \geq -6 \\ -3 \geq 14 \\ 9 \geq 24 \end{Bmatrix}$, $(1,0,0,0,0,0) = \begin{Bmatrix} 0 \geq -6 \\ 7 \geq 14 \\ 5 \geq 24 \end{Bmatrix}$, como no se cumplen todas las restricciones, se continúa analizando por conjuntos.

Iteración 2

- Conjuntos posibles de solución (1,0) y (1,1)

- Verificación de restricciones $(y_1, y_2) = (1,0)\begin{Bmatrix} 0 < -6 \\ 31 < 14 \\ 27 < 24 \end{Bmatrix}$, $(y_1, y_2) = (1,1)\begin{Bmatrix} -6 < -6 \\ 28 < 14 \\ 36 < 24 \end{Bmatrix}$

  ninguno de los conjunto cumple con las restricciones.

- Cálculo de las cotas, se completa la solución y se verifican restricciones

Para (1,0,1,0,0,0) tenemos Z=4, para (1,1,0,0,0,0) tenemos Z=2, al comparar las restricciones obtenemos

$(1,0,1,0,0,0) = \begin{Bmatrix} -4 \geq -6 \\ 8 \geq 14 \\ 9 \geq 24 \end{Bmatrix}$, $(1,1,0,0,0,0) = \begin{Bmatrix} -6 \geq -6 \\ 4 \geq 14 \\ 14 \geq 24 \end{Bmatrix}$, ninguno de los conjuntos posibles de solución cumplen con todas las restricciones, por lo que se continúa con el método.

Iteración 3

- Conjuntos posibles de solución (1,1,0) y (1,1,1)
- Verificación de restricciones $(y_1, y_2, y_3) = (1,1,0)\begin{Bmatrix} -6 < -6 \\ 28 < 14 \\ 32 < 24 \end{Bmatrix}$,

  $(y_1, y_2, y_3) = (1,1,1)\begin{Bmatrix} -10 < -6 \\ 28 < 14 \\ 36 < 24 \end{Bmatrix}$ podemos observar que la desigualdad –10<-6 se cumple por lo que esa rama ya no se continúa ramificando

- Cálculo de las cotas, se completa la solución y se verifican restricciones

Para (1,1,0,1,0) tenemos Z=8, al comparar las restricciones obtenemos

$(1,1,0,1,0,0) = \begin{Bmatrix} -12 \geq -6 \\ 11 \geq 14 \\ 16 \geq 24 \end{Bmatrix}$, el conjunto posible de solución no cumple con todas las restricciones, por lo que se continúa con el método.

Iteración 4

Se analizan los conjuntos (0,0) y (0,1), de donde se concluye que la rama (0,0) no se seguirá analizando.

Iteración 5

Se analizan los conjuntos (0,1,0) y (0,1,1), de donde se concluye que la rama (0,1,1) no se debe seguir analizando.

Iteración 6

Se analizan los conjunto (0,1,0,0) y (0,1,0,1), de donde se concluye que en ambas ramas no se continuará ramificando.

Iteración 7

Se analizan los conjuntos (1,0,0) y (1,0,1), de donde se concluye que en la rama (1,0,0) no será necesario seguir analizándola.

Iteración 8

Se analizan los conjuntos (1,0,1,0) y (1,0,1,1), de donde se concluye que la rama (1,0,1,1) ya no se ramificará.

Iteración 9

Se analizan los conjuntos (1,0,1,0,0) y (1,0,1,0,1), de sonde se concluye que la rama (1,0,1,0,0) ya no se analizará

Iteración 10

Se analizan los conjuntos (1,0,1,0,1,0) y (1,0,1,0,1,1), de donde se concluye que la rama (1,0,1,0,1,0) ya no se analizará, de igual manera se encuentra la primera cota con un valor de Z=18.

Iteración 11

Se analizan los conjuntos (1,1,0,0) y (1,1,0,1), de donde se concluye que la rama (1,1,0,1) ya no ramificará.

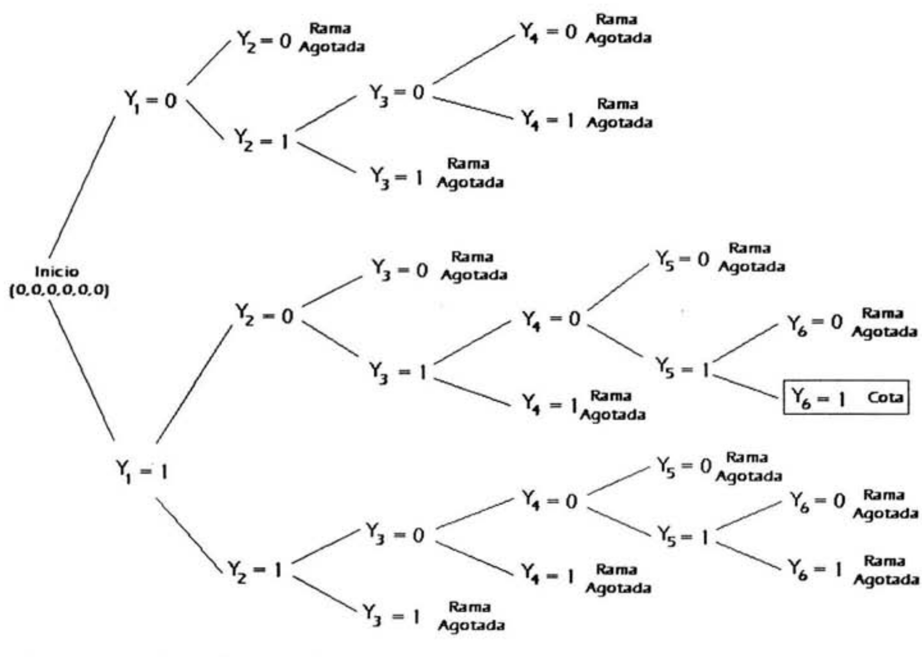
Iteración 12

Se analizan los conjuntos (1,1,0,0,0) y (1,1,0,0,1), de donde se concluye que la rama (1,1,0,0,0) ya no se analizará.

Iteración 13

Se analizan los con conjuntos (1,1,0,0,1,0) y (1,1,0,0,1,1), de donde se concluye que en ambas no se continuará con el análisis, por lo tanto el método se ha concluido y nuestra solución ha sido encontrada.

A continuación se muestra el árbol de decisión de dicho problema, con la finalidad de ilustrar todo el proceso.



Representación Gráfica del árbol de decisión obtenido a través del método Aditivo de Balas para problemas binarios

Como podemos observar se ha obtenido la solución de nuestro problema siendo ésta (1,0,1,0,1,1) con una Z=18, pero no debemos olvidar que al inicio del problema, nuestro modelo no cumplía con todos los requisitos para poder aplicarle el método por lo que se realizó un cambio de variable, entonces, es necesario regresar al modelo inicial para obtener nuestra solución real.

Tenemos que $y_1 = x_3,\ y_2 = x_1,\ y_3 = x_2,\ y_4 = x_4,\ y_5 = x_5$ y $y_6 = x_6$, entonces nuestra solución quedaría de la siguiente manera $(x_3, x_1^{'}, x_2, x_4, x_5, x_6) =$ (1,0,1,0,1,1), ordenando nuestras variables tenemos $(x_1^{'}, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) =$ (0,1,1,0,1,1) con una Z=18, pero realizamos el cambio de variable $x_1^{'} = 1 - x_1$, por lo que nuestra solución real es Z=22.

1.4 Problema Tipo Mochila

Un problema clásico en el que se trata con variables de tipo binario es el problema del tipo mochila. Un ejemplo clásico sobre este tipo de problemas generalmente se ilustra haciendo alusión a un excursionista que debe preparar su mochila antes de salir de campamento. Tomando en cuenta que se tiene un conjunto de objetos de utilidad para el excursionista, pero que él sólo puede llevar un número limitado de éstos.

El problema consiste en elegir un subconjunto de objetos de forma tal que se maximice la utilidad de éstos para el excursionista, pero sin rebasar la capacidad de su mochila.

Este problema consta de los siguientes elementos

1 Datos

n :número de objetos

a_j : peso del objeto j

c_j : utilidad del objeto j

b : la capacidad máxima de la mochila (del excursionista)

2 Variables

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si el objeto j esta seleccionado} \\ 0 & \text{si el objeto j no esta seleccionado} \end{cases}$$

3 Restricciones

La capacidad máxima de la mochila no ha de excederse (se cuenta con una sola restricción):

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b$$

4 Función a maximizar

El objetivo de este problema es maximizar la utilidad, ésta se puede expresar como

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Considérese el siguiente ejemplo:

Un pequeño establecimiento está considerando la posibilidad de utilizar 50 pies^2 de espacio en refrigeradores para la exhibición de refrescos. Las exhibiciones requieren distintos espacios y deben ser permanentes. El dueño del establecimiento requiere maximizar sus ingresos pero sin sobrepasar los 50 pies^2 disponibles.

Producto i	Tipo de Refresco	Ingreso	Espacio Requerido
1	Pepsi Cola	$100	17 pies²
2	Jarritos	$75	15 pies²
3	Mirinda	$115	20 pies²
4	Boing	$50	15 pies²
5	Coca Cola	$135	20 pies²

Formulando nuestro problema de programación lineal entero binario, tenemos el siguiente modelo:

$$Max \quad Z = 100x_1 + 75x_2 + 115x_3 + 50x_4 + 135x_5$$

$$s.a.$$

$$17x_1 + 15x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 20x_5 \leq 50$$

$$x_i \geq 0 \quad y \quad x_i \leq 1, \qquad i = \overline{1,5}$$

es necesario reorganizar los coeficientes de nuestra función objetivo de manera descendente y realizar los cambios de variable pertinentes, con lo que se obtiene el siguiente modelo, sobre el cual se aplicarán los métodos aditivo de balas y ramificación y acotamiento para obtener la solución que nos maximice los ingresos y que no sobrepase el área destinada para la exhibición de los refrescos

$$Max \quad Z = 135y_1 + 100y_2 + 115y_3 + 75y_4 + 50y_5$$

$$s.a.$$

$$20y_1 + 17y_2 + 20y_3 + 15y_4 + 15y_5 \leq 50$$

$$x_i \geq 0 \quad y \quad x_i \leq 1, \qquad i = \overline{1,5}$$

1.4.1 Aplicación del Método Aditivo de Balas al Problema Tipo Mochila

Cabe mencionar que para poder aplicar el método aditivo de balas el modelo matemático del problema de programación lineal binario no necesariamente debe tener la forma

$$\begin{aligned} &Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \\ &sujeto \quad a \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1, \ldots, m \\ &\quad x_j = 0 \text{ ó } 1 \quad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

también puede aplicarse el método a problemas de maximización (como es el caso de nuestro ejemplo) y con restricciones de $\leq$, únicamente se debe de realizar los cambios pertinentes, con respecto a la solución inicial y al momento de evaluar nuestras restricciones con la solución propuesta. Una vez aclarado lo anterior procederemos a dar solución a nuestro ejemplo.

Iteración 1

Paso 1, se verifica que la solución (1,1,1,1,1) no sea factible para poder aplicar el método, como podemos observar no cumple con la restricción ya que 87 pies^2 sobrepasa el límite de los 50 pies^2 disponibles.

Paso 2, se definen dos conjuntos de solución, asignando el valor de 0 y de 1 a la primera variable $y_1 = 0$ y $y_1 = 1$

Paso 3, se verifica la restricción para ambos conjuntos

$y_1 = 0\{67 \leq 50\}$, $y_1 = 1\{70 \leq 50\}$ como podemos observar en ambos conjuntos no se cumplen las restricciones por lo que se continúa con el método

Paso 4, se calcula la cota para ambos conjuntos posibles de solución
Para (0,1) tenemos Z=340, para (1,0) tenemos Z=-375

Paso 5, se completa la solución, quedando de la siguiente manera
(0,1,1,1,1) y (1,0,1,1,1)

Iteración 2

Se analizan los conjuntos (0,0) y (0,1), de donde se concluye que la rama (0,0) es una cota con Z=240 y la rama (0,1) no se continúa analizando, aunque es una cota, no se toma el valor de Z=225 ya que se busca el mayor ingreso.

Iteración 3

Se analizan los conjuntos (1,0) y (1,1), de donde se concluye que se debe seguir investigando ambas ramas.

Iteración 4

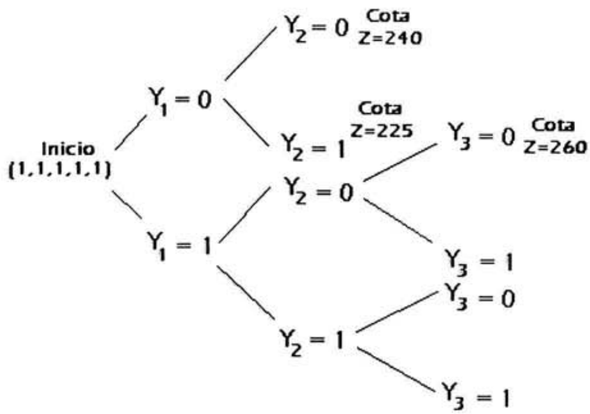
Se analizan los conjuntos (1,0,0) y (1,0,1), de donde se concluye que la rama (1,0,0) es nuestra nueva cota ya que nos proporciona un ingreso mayor de Z=260

Iteración 5

Se analizan los conjuntos (1,1,0) y (1,1,1), pero podemos observar que si se continúa con la ramificación, esta no nos llevará a una mejor solución, por lo que se detiene la ramificación.

Como podemos observar nuestra mejor solución esta dada por (1,0,0,1,1) con un ingreso de Z=260.

A continuación se muestra el árbol de decisión de este problema.



Representación Gráfica del árbol de decisión obtenido a través del método Aditivo de Balas para problemas binarios tipo mochila

Se ha obtenido la solución de nuestro problema siendo ésta (1,0,0,1,1) con una Z=260, pero no debemos olvidar que al inicio del problema, nuestro modelo fue modificado, entonces, es necesario regresar al modelo inicial para obtener nuestra solución real.

Tenemos que $y_1 = x_5, y_2 = x_1, y_3 = x_3, y_4 = x_2,$ y $y_5 = x_4$, entonces nuestra solución quedaría de la siguiente manera $(x_5, x_1, x_3, x_2, x_4)$= (1,0,0,1,1), ordenando nuestras variables tenemos $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$= (0,1,0,1,1) con una Z=260, es decir, que se deben de exhibir los refrescos Jarritos, Boing y Coca Cola con lo que se abarcan los 50 pies^2 disponibles obteniéndose un ingreso de $260.

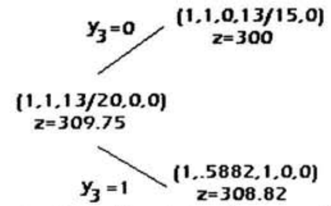
1.4.2 Aplicación del Método Ramificación y Acotamiento al Problema Tipo Mochila

A continuación se resolverá el problema anterior a través del método de Ramificación y Acotamiento con la finalidad de reafirmar los métodos estudiados.

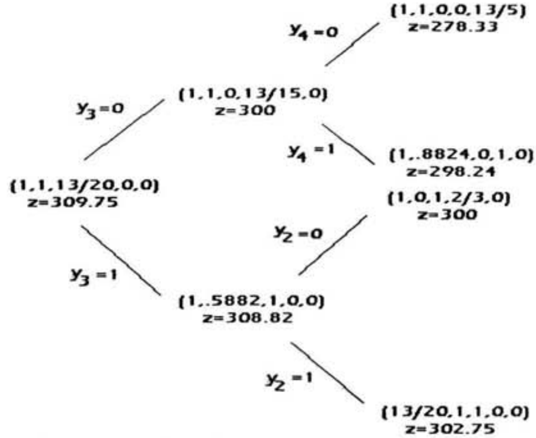
Al resolver nuestro problema :

$$
\begin{aligned}
&Max \quad Z = 135y_1 + 100y_2 + 115y_3 + 75y_4 + 50y_5 \\
&s.a. \\
&\qquad 20y_1 + 17y_2 + 20y_3 + 15y_4 + 15y_5 \le 50 \\
&\qquad\quad x_i \ge 0 \quad y \quad x_i \le 1, \qquad i = \overline{1,5}
\end{aligned}
$$

Obtenemos la solución inicial: $(1,1,{}^{13}\!/_{20},0,0)$ con una Z=309.75, el primer paso es realizar la ramificación sobre la variable que no es binaria, es decir, sobre y_3, generándose dos nuevos problemas el primero con $y_3 = 0$ y el segundo con $y_3 = 1$, donde se obtiene el siguiente árbol:

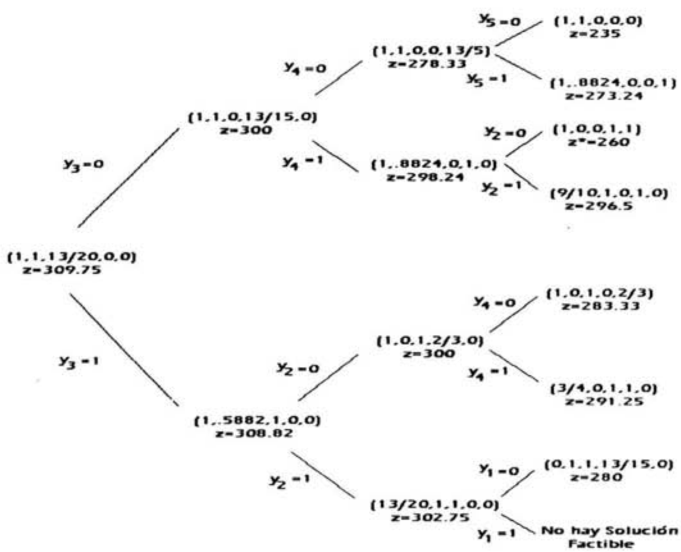


Representación gráfica de la primera ramificación se procede con la ramificación de las variables y_4 y y_2, generándose el árbol siguiente:



Representación gráfica de la segunda ramificación

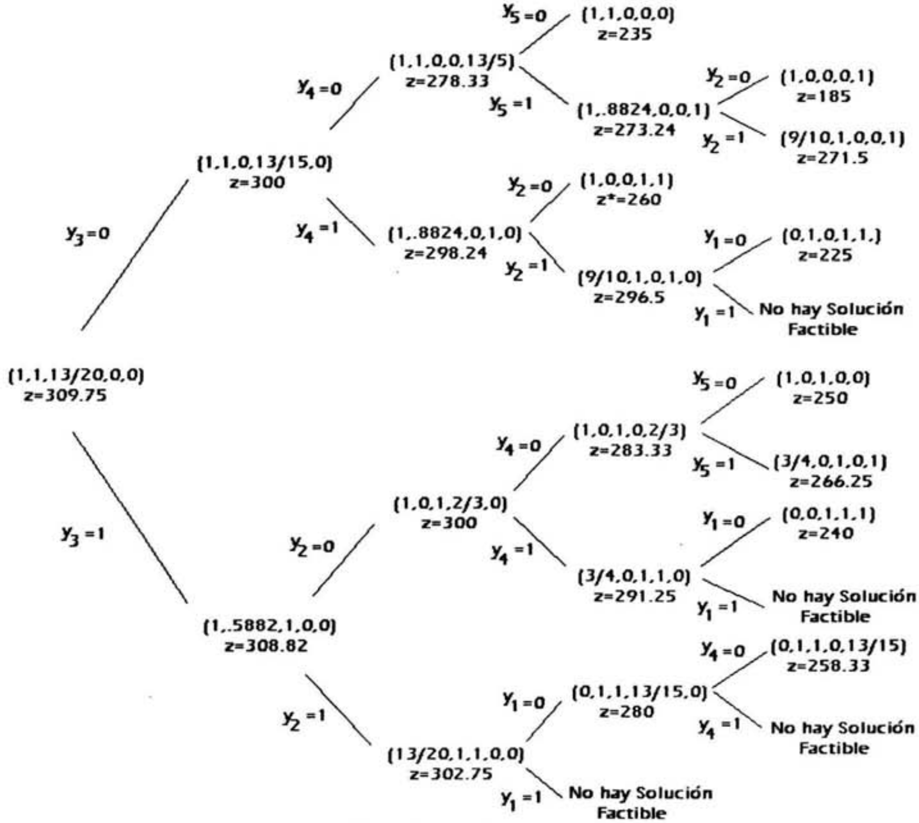
continuamos con la tercera ramificación obteniéndose los siguientes resultados:



Representación gráfica de la tercera ramificación

Como podemos observar tenemos dos cotas una con la solución $(1,1,0,0,0)$ con una Z=235 y la otra solución $(1,0,0,1,1)$ con una Z*=260, que es nuestra cota actual, por lo que la rama que nos proporciona la solución ya no es necesario seguir examinándola ya que es una cota menor a nuestra cota actual.

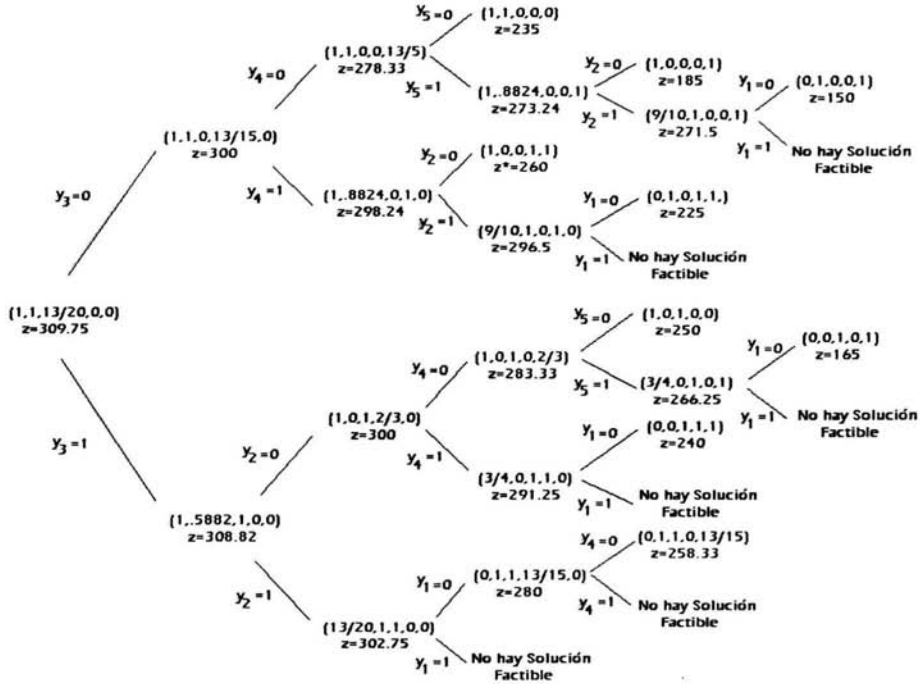
Prosiguiendo con el método obtenemos nuestra cuarta ramificación:



Representación gráfica de la cuarta ramificación

En esta iteración obtenemos varias cotas, pero ninguna de éstas nos brinda una mejora en la función objetivo por lo que se dejan de analizar.

Finalmente con nuestra última ramificación obtenemos nuestro resultado final:



Representación gráfica de la solución final

En nuestra última ramificación podemos determinar que nuestra solución óptima para este problema es $(1,0,0,1,1)$ con una $Z^*=260$, la cual ya se sabía de antemano, dado que se resolvió el mismo problema a través del método aditivo de balas.

1.5 Comparativo entre los métodos Aditivo de Balas y ramificación y Acotamiento

	Aditivo de Balas	Ramificación y Acotamiento
Número de Variables	5	5
Número de Restricciones	1	1
Número de Ramas Analizadas	10	28

Se puede apreciar a simple vista, que al resolver el mismo problema tanto por el método aditivo de balas como por ramificación y acotamiento, el primer método nos brinda la solución óptima en un número menor de ramificaciones, por lo que se recomienda aplicar dicho método para problemas relativamente pequeños.

En la vida real nos podemos encontrara con diversos tipos de problemas de optimización donde la solución necesariamente debe ser entera o más aun debe ser binaria, para que los resultados o valores que adopten nuestras variables tengan razón de ser o un significado válido.

En el presente capítulo se presentaron diversos métodos para solucionar problemas de programación lineal enteros como el método de ramificación y acotamiento y su versión para problemas binarios, de igual manera se presentó el método por numeración implícita, aditivo de balas para resolver problemas de programación lineal binarios y del tipo mochila, estos últimos se caracterizan por tener únicamente una restricción que se debe de cumplir para maximizar la utilidad.

De igual manera se realizó una comparación entre ambos métodos de solución, pudiendo observar que el método por numeración implícita, aditivo de balas, nos brindó la solución óptima en un número considerablemente menor de iteraciones.

CAPÍTULO 2

MÉTODO BÚSQUEDA TABÚ

... SI ESTOY CONTENTO CON LO QUE TENGO PUEDO VIVIR CON SIMPLICIDAD Y GOZAR AL MISMO TIEMPO LA PROSPERIDAD Y EL TIEMPO LIBRE

SI MIS METAS SON CLARAS, PUEDO ALCANZARLAS SIN NERVIOSISMO ...

CAPÍTULO 2

MÉTODO BÚSQUEDA TABÚ

Para problemas más complejos donde la solución óptima no es tan fácil de encontrar, y las técnicas tradicionales no son tan eficientes, ya que se cuenta con un gran número de posibles soluciones que tienen que ser evaluadas, de igual forma y a raíz del inconveniente de no poder obtener una solución óptima en un tiempo de ejecución razonablemente corto (refiriéndonos por tiempo de ejecución, el que toma un programa de computadora en ejecutarse y arrojar una solución) surgen los métodos heurísticos.

Históricamente, los métodos para resolver problemas de optimización global se han clasificado en determinísticos y estocásticos. Los métodos estocásticos evalúan la función objetivo en puntos elegidos al azar o de manera estocástica, dentro de la región factible. Los métodos determinísticos no involucran elementos aleatorios.

Los métodos heurísticos de aproximación se han ido desarrollando cada día más y más, a diferencia de los métodos convencionales, los heurísticos no garantizan encontrar una solución óptima, sino producen una solución lo suficientemente buena o cercana a la óptima, dicha solución se encontrara dentro de un entorno de búsqueda y también dentro de un rango de tolerancia con respecto a la solución óptima, es decir, será tomada como una pequeña desviación de la solución óptima.

Cabe mencionar que la optimización global tiene como objetivo encontrar de manera absoluta el mejor conjunto de parámetros que optimicen la función objetivo. Muchas veces podemos encontrar soluciones óptimas locales mas no globales. En consecuencia, los problemas de optimización global generalmente son más difíciles de resolver de manera exacta.

Los métodos para problemas de optimización global pueden ser clasificados basándonos en las propiedades del problema y en el tipo de garantías que nos brinda el método para la solución final, es decir, que tan factible es utilizar un método específico para cada tipo de problema.

Un óptimo global es la mejor solución (mayor o menor, según sea el caso) de todas las soluciones factibles. Por otra parte, un óptimo local es la mejor solución comparada sólo con soluciones factibles que se encuentran cercanas.

2.1 Técnicas de Búsqueda

La aplicación de técnicas de búsqueda permiten encontrar soluciones, las cuales satisfagan un criterio predefinido. En general las técnicas de búsqueda operan como técnicas de mejoramiento iterativo, tratando de encontrar un máximo global de la función objetivo dentro de un espacio de solución.

Entre los distintos métodos y técnicas heurísticas de resolución de problemas combinatorios surge, en un intento de dotar de *inteligencia* a los algoritmos de búsqueda local, el algoritmo Búsqueda Tabú (*Tabú Search*) [Glover y Laguna, 1985]

2.2 Método Búsqueda Tabú

La filosofía de la Búsqueda Tabú es la de manejar y explotar una colección de principios para resolver problemas de manera inteligente. Uno de los elementos fundamentales de la Búsqueda Tabú es el uso de la memoria flexible, desde el punto de vista de la Búsqueda Tabú, la memoria flexible envuelve el proceso dual de crear y explotar estructuras para tomar ventaja mediante combinar actividades de adquisición, evaluación y mejoramiento de la información de manera histórica.

En términos generales el método Búsqueda Tabú puede definirse como de la siguiente manera :

Se desea moverse paso a paso desde una solución factible inicial de un problema de optimización combinatoria hacia una solución que proporcione el valor mínimo de la función objetivo C. Para esto se puede representar a cada solución por medio de un punto s (en algún espacio) y se define una vecindad $N(s)$ de cada punto s.

El paso básico del procedimiento consiste en empezar desde un punto factible s y generar un conjunto de soluciones en $N(s)$; entonces se escoge al mejor vecino generado s^* y se posiciona en ese nuevo punto ya sea que $C(s^*)$ tenga o no mejor valor que $C(s)$.

Hasta este punto se está cercando a las técnicas de mejoramiento local a excepción del hecho de que se puede mover a una solución peor s^* desde s.

La característica importante de la Búsqueda Tabú es precisamente la construcción de una lista tabú *T* de movimientos: aquellos movimientos que no son permitidos (movimientos tabú) en la presente iteración. La razón de esta lista es la de excluir los movimientos que nos pueden regresar a algún punto de una iteración anterior. Ahora bien, un movimiento permanece como tabú sólo durante un cierto número de iteraciones, de forma que se tiene que *T* es una lista cíclica donde para cada movimiento $s \rightarrow s^*$ el movimiento opuesto $s^* \rightarrow s$ se adiciona al final de *T* donde el movimiento más viejo en *T* se elimina.

Las condiciones tabú tienen la meta de prevenir ciclos e inducir la exploración de nuevas regiones. La necesidad del significado de eliminar ciclos se debe a que, al moverse desde un óptimo local, una elección irrestricta de movimientos (persiguiendo aquellos con evaluaciones altas) permite igualmente regresarse al mismo óptimo local.

La eliminación de ciclos no es la última meta en el proceso de búsqueda. En algunos, una buena trayectoria de búsqueda resultará al revisar una solución encontrada antes. El objetivo de manera amplia es el de continuar estimulando el descubrimiento de nuevas soluciones que permite dicha eliminación a lo que se le llama criterio de aspiración.

De tal manera, las restricciones tabú y el criterio de aspiración de la Búsqueda Tabú, juega un papel dual en la restricción y guía del proceso de búsqueda. Las restricciones tabú, permiten que un movimiento se observe como admisible si no se aplican, mientras que el criterio de aspiración permite que un movimiento se observe como admisible si se satisface.

La Búsqueda Tabú en una forma simple descubre dos de sus elementos claves: la de restringir la búsqueda mediante la clasificación de ciertos movimientos como prohibidos (es decir, Tabú) y el de liberar la búsqueda mediante una función de memoria de término corto que proporciona una estrategia de olvido.

Existen tres aspectos que merecen énfasis:

1. El uso de T proporciona la búsqueda restringida de elementos de la aproximación y por lo tanto las soluciones generadas dependen críticamente de la composición de T y de la manera como se actualiza.
2. El método no hace referencia a la condición de optimalidad local, excepto implícitamente cuando un óptimo local mejora sobre la mejor solución encontrada previamente.
3. En cada paso se elige al mejor movimiento

para problemas grandes, donde las vecindades pueden tener muchos elementos, o para problemas donde esos elementos son muy costosos para examinar, es de importancia el aislar a un subconjunto de la vecindad, y examinar este conjunto en vez de la vecindad completa. Esto puede realizarse a pasos permitiendo al subconjunto de candidatos expanderse si los niveles de aspiración no se encuentran.

La Búsqueda Tabú tiene un gran número de aplicaciones en la Planeación y Asignación, Telecomunicaciones, Computación en Paralelo, Transportación, Rutas y Diseño de Redes de Trabajo, Optimización de Estructuras, de Gráficas, Redes Neuronales y Aprendizaje, Optimización Continua y Estocástica, Manufactura, Análisis Financiero, Técnicas especializadas y Soluciones Generales para problemas Cero-Uno, entre otras.

Con el fin de describir diversos aspectos de la Búsqueda Tabú, se presenta el siguiente ejemplo de un problema de asignación y calendarización de procesos de manufactura.

EJEMPLO:

Se tiene un problema de calendarización de una máquina con costos de penalización por retraso y costos de actualización ambos de tipo lineal.

En el tiempo cero, *N* trabajos llegan a una máquina de capacidad contínua. Cada trabajo $i = (i = 1,2,\ldots N)$ requiere de t_i unidades de tiempo en la máquina y tiene una penalización de retraso por cada unidad de tiempo de p_i a partir del tiempo cero; s_{ij} es el costo de actualización de calendarizar el trabajo *j* inmediatamente después del trabajo *i*. dos trabajos falsos 0 y *N+1*, se incluyen en cada calendario, donde $t_0 = t_{N+1} = 0$ y $p_0 = p_{N+1} = 0$. Los costos $s_{0,j}$ y $s_{i,N+1}$ se consideran como los costos de la puesta inicial u}y de limpieza respectivamente. Un calendario tiene la siguiente forma:

$$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \ldots, \pi(N), N+1),$$

donde $\pi(i)$ es el índice del trabajo en la posición *i* del calendario. El objetivo es el de minimizar la suma de los costos de actualización y de retraso para los trabajos. En términos matemáticos, se desea:

$$Minimizar \quad F(\pi) = D(\pi) + S(\pi)$$

donde:

$$D(\pi) = \sum_{i=1}^{N} d_{\pi(i)} p_{\pi(i)}$$

$$S(\pi) = s_{0,\pi(1)} + \sum_{i=1}^{N-1} s_{\pi(i),\pi(i+1)} + s_{\pi(N),N+1}$$

$$d_{\pi(i)} = \sum_{j=1}^{i-1} t_{\pi(j)} \qquad i = 2,\ldots,N \quad y \quad d_{\pi(1)} = 0$$

La selección preliminar de la clase de movimientos a tomarse dentro de la Búsqueda Tabú consiste en el cambio común por pares es decir, se intercambia la posición de dos trabajos para transformar en calendario a otro. Supóngase que dado un calendario el trabajo $\pi(i)$ precede, pero no necesariamente es adyacente al trabajo $\pi(j)$. Un movimiento de intercambio es un rearreglo de los trabajos $\pi(i)$ y $\pi(j)$ de forma tal que el trabajo $\pi(i)$ se mueve a la posición *j* y el trabajo $\pi(j)$ se mueve a la posición *i*. El valor del movimiento es la diferencia entre el valor de la función objetivo después del movimiento, $F(\pi)$, y el valor de la función objetivo antes del movimiento, $F(\pi)$, es decir:

$$valor\_movimiento = F(\bar{\pi}) - F(\pi)$$

Los valores de movimiento por lo general proporcionan una base fundamental parar evaluar la calidad de un movimiento, aunque otros criterios también son importantes.

Dada la solución inicial de nuestro problema, el método realiza movimientos hasta que un tiempo de computadora *(tiempo_limite)* específico transcurre. El movimiento que se realiza en cierta iteración se encuentra mediante revisar el valor de movimiento de todos los movimientos candidatos para la solución actual. Un movimiento se considera que es un candidato si los trabajos a intercambiarse están dentro de una distancia específica (número de posiciones). Dado que se está minimizando, el mejor movimiento se selecciona del conjunto de movimientos admisibles. Un movimiento es admisible si es no tabú o si su estatus tabú puede eliminarse por medio del criterio de aspiración. El mejor movimiento entonces se realiza y la estructura de datos tabú se actualiza.

El proceso fundamental mediante el que la Búsqueda Tabú busca trascender la optimalidad local es el de introducir un mecanismo para hacer ciertos movimientos prohibidos.

En la solución del problema de calendarización de trabajos, la preocupación principal es el de crear un estado tabú que prevenga que algún movimiento se invierta bajo el término de la memoria a corto plazo, la cual se escoge para que el problema tenga un número específico de movimientos futuros.

En otras palabras, la memoria a corto plazo de la Búsqueda Tabú constituye una forma de exploración agresiva que busca realizar el mejor movimiento posible, sujeto a requerir elecciones posibles para satisfacer ciertas restricciones. Esas restricciones están diseñadas para prevenir el regresar o repetir cierto número de veces de ciertos movimientos mediante la ejecución de atributos seleccionados de esos movimientos prohibidos (tabú).

La siguiente tabla, presenta la forma de elección del mejor movimiento admisible, esto es, dado un movimiento que es candidato, se elige al mejor de todos ellos considerando de que si es tabú debe satisfacer el criterio de aspiración. Existen varias formas para crear las restricciones tabú, a continuación se muestra una lista de posibles atributos de un intercambio de los trabajos $\pi(j)$ y $\pi(j)$ donde $j > i$, y que corresponde a restricciones que pueden imponerse para prevenir movimientos inversos.

1. $(\pi(i),\pi(j),i,j)$	Impide cualquier movimiento que resulte en un calendario donde el trabajo $\pi(i)$ ocupe la posición i y el trabajo $\pi(j)$ ocupe la posición j
2. $(\pi(i),i,\pi(j),j)$	Impide cualquier movimiento que resulte en un calendario donde cualquiera de los trabajos ya sea $\pi(i)$ ocupe la posición i o el trabajo $\pi(j)$ ocupe la posición j
3. $(\pi(i))$	Impide a $\pi(i)$ regresarse a la posición i
4. $(\pi(i),i)$	Impide a $\pi(i)$ regresar a una posición k con $k \leq i$
5. $\pi(i)$	Impide a $\pi(i)$ moverse
6. $(\pi(i),\pi(j))$	Impide a $\pi(i)$ y a $\pi(j)$ moverse

Restricciones tabú y atributos para movimientos de intercambio

Otra manera de identificar atributos de un movimiento de intercambio es el de introducir información adicional, mediante no sólo hacer referencia de los elementos intercambiados, sino también de las posiciones ocupadas por esos elementos en el momento de su cambio. Se puede observar que las primeras restricciones van de menor a mayor en cuanto a que son restrictivas, pero esto no se puede afirmar de manera uniforme. Ahora bien, no existe una forma que se pueda decir que es la mejor, esto sólo se puede realizar mediante pruebas. En ocasiones es importante asegurar que las condiciones puedan manejar los procesos de solución de manera eficaz desde la vecindad actual.

La meta principal de las restricciones tabú es el permitir al método ir a puntos más allá de la optimalidad local mientras se permita la realización de movimientos de alta calidad en cada paso al mismo tiempo de que exista una negociación balanceada con respecto al esfuerzo computacional al examinar muestras muy grandes, por lo que, en ocasiones es deseable incrementar el porcentaje de movimientos posibles para que reciban una clasificación tabú.

Así mismo, se requiere de una estructura de datos para guardar el seguimiento de los movimientos que son clasificados como tabú y para liberar aquellos movimientos de su condición tabú cuando su pertenencia en la memoria de corto plazo expire.

El método inicia con una solución heurística factible inicial, la cual se guarda como la mejor encontrada.

La función del mejor movimiento, es aquella que identifica a un movimiento para el cual el valor del movimiento es el más pequeño. El dominio de la función es el conjunto de todos los movimientos admisibles. El mejor movimiento no tiene que ser necesariamente uno que mejore. Primero, cada uno de los movimientos de la lista de candidatos se evalúa en turno.

Conforme la búsqueda progresa, la forma de la evaluación empleada por la Búsqueda Tabú llega a ser más adaptativa, incorporando referencias concernientes para la intensificación y la diversificación regional de búsqueda.

La esencia del método depende de cómo el registro de la historia *H* se define y se utiliza, y de cómo los candidatos y la función de evaluación se determinan.

Revisar el estatus tabú es el primer paso. Si el movimiento no es tabú, es inmediatamente aceptado como admisible; de otra forma, el criterio de aspiración de una oportunidad para eliminar el estatus tabú, proporcionando al movimiento una segunda oportunidad para clasificar como admisible.

En algunos casos, si las restricciones tabú y el criterio de aspiración son suficientemente limitados, ninguno de los movimientos posibles, serán clasificados como admisibles. Un movimiento menos admisible se salva para manipular tal posibilidad y se elige si no emergen alternativas admisibles.

La longitud de la lista tabú es un parámetro, que si es demasiado pequeño provocará caer en un ciclo, pero si es demasiado grande, restringirá bastante la búsqueda para poder investigar dentro del espacio de valores de la función objetivo.

Ahora bien, en este ejemplo se considerará el criterio dos de la tabla de restricciones tabú y atributos para movimientos de intercambio

$(\pi(i), i, \pi(j), j)$ que impide cualquier movimiento que resulte en un calendario donde cualquiera de los trabajos ya sea a $\pi(i)$ ocupe la posición i o el trabajo $\pi(j)$ ocupe la posición j, además se tienen las siguientes condiciones:

Trabajo i	Duración t_i	Penalización p_i	Radios t_i/p_i	Orden Natural
1	3	700	.004286	$\pi(5)$
2	4	800	.005	$\pi(4)$
3	1	100	.01	$\pi(3)$
4	4	300	.0133	$\pi(2)$
5	5	200	.025	$\pi(1)$

Costos de Penalización y Actualización

s_{ij} MATRIZ DE ACTUALIZACIÓN DE COSTOS						
i/j	1	2	3	4	5	6
0	1100	600	1200	2000	1400	∞
1	∞	1300	700	1200	1100	1000
2	900	∞	1100	1300	600	1200
3	900	1000	∞	2000	700	1500
4	1000	700	800	∞	600	1200
5	1400	1300	1200	1300	∞	900

Costos de Actualización

Para iniciar el proceso de Búsqueda Tabú en nuestro problema de calendarización de trabajos, se considera:

$$\begin{cases} \text{Punto Inicial: } \pi_0 = (0,5,4,3,2,1,6) \\ F(\pi_0) = 26600 \\ \text{longitud tabú} = 7 \\ \text{Distancia máxima} = 1 \end{cases}$$

A continuación se presentan las iteraciones en donde se indica el número de proceso, los calendarios generados y los correspondientes valores de la función objetivo, así como el análisis del calendario propuesta para saber si es un movimiento tabú y al mejor movimiento admisible para continuar con el proceso.

También se examinan las vecindades completas, se realizan las evaluaciones de los cambios de los pares hacia delante a una distancia de uno. Entonces el mejor cambio se realiza, en este caso el que minimice la función objetivo y no sea movimiento tabú o en el caso de que lo sea para que pueda admitirse debe satisfacer el criterio de aspiración si la función objetivo mejora sobre todos los valores anteriormente encontrados.

La matriz tabú se construye al inicio del procedimiento, donde las filas de la matriz representan las posiciones y las columnas a los trabajos y se actualiza en cada iteración durante la fase de mejoramiento del algoritmo. Si un elemento (i,j) pertenece a esta matriz en una iteración dada, no se le permite realizar el cambio del trabajo i a la posición j, y se actualiza en cada iteración. Es posible vencer la restricción tabú en el caso de que se satisfaga el criterio de aspiración.

La matriz de frecuencia es la que lleva la historia del procedimiento y es la que se utiliza para la formación de la función de memoria a largo plazo, la cual permite la diversificación de la búsqueda, es decir, es posible el dirigir la búsqueda más cercana o más lejana de las regiones exploradas.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
0	(0,5,4,3,2,1,6)	26600		*
1	(0,4,5,3,2,1,6)	26200		*
	(0,5,3,4,2,1,6)	27300		
	(0,5,4,2,3,1,6)	26200		
	(0,5,4,3,1,2,6)	26700		

MATRIZ TABÚ				
0	0	0	0	7
0	0	0	7	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

MATRIZ DE FRECUENCIAS				
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Como podemos observar existen dos movimientos admisibles que proporcionan los mejores valores de la función objetivo, por lo que se puede escoger cualquiera de los dos, en este caso se elige el primero, es decir, el movimiento que nos proporcionan el calendario $\pi = (0,4,5,3,2,1,6)$ como punto inicial para la siguiente iteración.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
1	(0,4,5,3,2,1,6)	26200		*
2	(0,5,4,3,2,1,6)	26600	1	
	(0,4,3,5,2,1.6)	25900		*
	(0,4,5,2,3,1,6)	26000		
	(0,4,5,3,1,2,6)	26300		

MATRIZ TABÚ
0 0 0 0 6
0 0 0 6 7
0 0 7 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0

MATRIZ DE FRECUENCIAS
0 0 0 1 0
0 0 1 0 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0

Como se mencionó al principio del problema se considerará el criterio dos de la tabla de restricciones tabú y atributos para movimientos de intercambio $(\pi(i), i, \pi(j), j)$ que impide cualquier movimiento que resulte en un calendario donde cualquiera de los trabajos ya sea que $\pi(i)$ ocupe la posición i o el trabajo $\pi(j)$ ocupe la posición j, en esta iteración podemos observar que el movimiento $\pi = (0,5,4,3,2,1,6)$ es un movimiento Tabú, ya que en nuestra Matriz Tabú el trabajo cinco ya se encontraba registrado en la posición uno, al igual que el trabajo cuatro en la posición dos.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
2	(0,4,3,5,2,1.6)	25900		*
3	(0,3,4,5,2,1,6)	26100	1	
	(0,4,5,3,2,1.6)	26200	1	
	(0,4,3,2,5,1,6)	22800		*
	(0,4,3,5,1,2,6)	26200		

MATRIZ TABÚ
0 0 0 0 5
0 0 0 5 6
0 0 6 0 7
0 7 0 0 0
0 0 0 0 0

MATRIZ DE FRECUENCIAS
0 0 0 1 0
0 0 1 0 1
0 1 0 0 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0

En este caso el movimiento que nos proporciona el calendario $\pi = (0,4,3,2,5,1,6)$ es el movimiento que toma el valor objetivo más pequeño en la vecindad por lo que, se toma como punto inicial para la siguiente iteración.

Nuevamente podemos observar en nuestra Matriz Tabú que los movimientos $\pi = (0,3,4,5,2,1,6)$ y $\pi = (0,4,5,3,2,1,6)$ son movimientos tabú ya que en el primer caso el trabajo cuatro ya estaba registrado en la posición dos y en el segundo caso el trabajo cinco ya se encontraba registrado en la posición dos y el trabajo tres en la posición tres.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
3	(0,4,3,2,5,1,6)	22800		*
4	(0,3,4,2,5,1,6)	22800	1	
	(0,4,2,3,5,1.6)	22500	1	
	(0,4,3,5,2,1,6)	25900	1	
	(0,4,3,2,1,5,6)	19800		*

MATRIZ TABÚ				
0	0	0	0	4
0	0	0	4	5
0	0	5	0	6
0	6	0	0	7
7	0	0	0	0

MATRIZ DE FRECUENCIAS				
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	0	0	0	1

En esta iteración el único movimiento admisible es el que proporciona el calendario $\pi = (0,4,3,2,1,5,6)$ con un valor objetivo de 19800

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
4	(0,4,3,2,1,5,6)	19800		*
5	(0,3,4,2,1,5,6)	19800	1	
	(0,4,2,3,1,4.6)	19400	1	
	(0,4,3,1,2,5,6)	19200	1	*
	(0,4,3,2,5,1,6)	22800	1	

MATRIZ TABÚ
0 0 0 0 3
0 0 0 3 4
0 7 4 0 5
7 5 0 0 6
6 0 0 0 0

MATRIZ DE FRECUENCIAS
0 0 0 1 0
0 0 1 0 1
1 1 0 0 1
1 1 0 0 1
0 0 0 0 1

Como podemos observar particularmente en esta iteración todos nuestros movimientos son tabú pero específicamente 2 de ellos $\pi = (0,4,2,3,1,5,6)$ y $\pi = (0,4,3,1,2,5,6)$ satisfacen el criterio de aspiración por lo que se toma como punto inicial para la siguiente iteración el calendario con valor más pequeño en la vecindad.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
5	(0,4,3,1,2,5,6)	19200		*
6	(0,3,4,1,2,5,6)	19600	1	
	(0,4,1,3,2,5.6)	18500	1	*
	(0,4,3,2,1,5,6)	19800	1	
	(0,4,3,1,5,2,6)	23200	1	

MATRIZ TABÚ				
0	0	0	0	2
0	0	7	2	3
7	6	3	0	4
6	4	0	0	5
5	0	0	0	0

MATRIZ DE FRECUENCIAS				
0	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1
1	1	0	0	1
0	0	0	0	1

En esta iteración podemos observar que nuestro movimiento $\pi = (0,4,1,3,2,5,6)$ es el que nos proporciona el valor más pequeño en la vecindad y aunque es un movimiento tabú, por el criterio de aspiración, se selecciona como punto inicial para la siguiente iteración.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
6	(0,4,1,3,2,5,6)	18500		*
7	(0,1,4,3,2,5,6)	16000	1	*
	(0,4,3,1,2,5,6)	19200	1	
	(0,4,1,2,3,5,6)	18900	1	
	(0,4,1,3,5,2,6)	22400	1	

MATRIZ TABÚ				
0	0	0	7	1
7	0	6	1	2
6	5	2	0	3
5	3	0	0	4
4	0	0	0	0

MATRIZ DE FRECUENCIAS				
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	0	1
0	0	0	0	1

En esta iteración nuestro calendario queda de la siguiente manera $\pi = (0,1,4,3,2,5,6)$, siendo éste nuestro mejor movimiento no importando que sea un movimiento tabú ya que cumple nuestro criterio de aspiración.

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
7	(0,1,4,3,2,5,6)	16000		*
8	(0,4,1,3,2,5,6)	18500	1	
	(0,1,3,4,2,5.6)	16300	1	
	(0,1,4,2,3,5,6)	15700	1	*
	(0,1,4,3,5,2,6)	19900	1	

MATRIZ TABÚ
0 0 0 6 0
6 0 5 0 1
5 4 7 0 2
4 7 0 0 3
3 0 0 0 0

MATRIZ DE FRECUENCIAS
1 0 0 1 0
1 0 1 1 1
1 2 1 0 1
1 1 1 0 1
0 0 0 0 1

Podemos ver que nuestro calendario queda de la siguiente manera $\pi = (0,1,4,2,3,5,6)$, y será el punto de inicio para la siguiente iteración

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
8	(0,1,4,2,3,5,6)	15700		*
9	(0,4,1,2,3,5,6)	16500	1	
	(0,1,2,4,3,5.6)	14100	1	*
	(0,1,4,3,2,5,6)	16000	1	
	(0,1,4,2,5,3,6)	16600	1	

MATRIZ TABÚ
0 0 0 5 0
5 0 4 7 0
4 7 6 0 1
3 6 0 0 2
2 0 0 0 0

MATRIZ DE FRECUENCIAS
1 0 0 1 0
1 1 1 1 1
1 2 1 1 1
1 1 1 0 1
0 0 0 0 1

En esta iteración nuestro calendario queda de la siguiente manera $\pi = (0,1,2,4,3,5,6)$, y será el punto de inicio para la siguiente iteración

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
9	(0,1,2,4,3,5,6)	14100		*
10	(0,2,1,4,3,5,6)	13500	1	*
	(0,1,4,2,3,5,6)	15700	1	
	(0,1,2,3,4,5,6)	14900	1	
	(0,1,2,4,5,3,6)	14600	1	

MATRIZ TABÚ				
7	0	0	4	0
4	7	3	6	0
3	6	5	0	0
2	5	0	0	1
1	0	0	0	0

MATRIZ DE FRECUENCIAS				
1	1	0	1	0
2	1	1	1	1
1	2	1	1	1
1	1	1	0	1
0	0	0	0	1

Finalmente obtenemos la solución de nuestro problema con el movimiento $\pi = (0,2,1,4,3,5,6)$ y realizamos una iteración más para ver con claridad que ya no existe otro movimientos que mejore nuestra función objetivo

ITERACIÓN	$\pi = (0, \pi(1), \pi(2), \pi(3), \pi(4), \pi(5), 6)$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
10	(0,2,1,4,3,5,6)	13500		***
11	(0,1,2,4,3,5,6)	14100	1	
	(0,2,4,1,3,5,6)	15500	1	
	(0,2,1,3,4,5,6)	14000	1	
	(0,2,1,4,5,3,6)	14700		

MATRIZ TABÚ				
6	0	0	3	0
3	6	2	5	0
2	5	4	0	0
1	4	7	0	0
0	0	0	0	7

MATRIZ DE FRECUENCIAS				
1	1	0	1	0
2	1	1	1	1
1	2	1	1	1
1	1	1	0	2
0	0	1	0	1

Como podemos observar ya no tenemos movimientos admisibles, ni tampoco alguno que cumpla con el criterio aspiración, por lo que concluimos la aplicación del método, obteniendo así la solución final dada por el siguiente calendario $\pi = (0,2,1,4,3,5,6)$.

En general, si en alguna iteración ya no existen puntos admisibles y no se ha satisfecho el criterio de paro, se tendría que utilizar las funciones de memoria de término intermedio (intensificación) y de término largo (diversificación).

El contador de frecuencia muestra la distribución de los movimientos a través de las iteraciones. Se utiliza ese contador para diversificar la búsqueda, investigando dentro de nuevas regiones. Esta influencia de diversificación se restringe para operarse sólo en ocasiones particulares. En este caso, donde ningún movimiento de mejora admisible existe. El uso de la información de la frecuencia se utiliza por lo general para penalizar movimientos que no mejoran mediante el asignar una penalización grande a los pares intercambiados con mayor frecuencia provocando que con esto se pierda lo atractivo de tales intercambios.

En suma, las frecuencias definidas sobre diferentes subconjuntos de soluciones anteriores, particularmente subconjuntos de soluciones élites, consistentes de óptimos locales de alta calidad encontrados en varios puntos en el proceso de solución, proporcionan las estrategias complementarias de intensificación.

Una aproximación que está cercanamente unida a los orígenes de la Búsqueda Tabú y que proporciona un interjuego efectivo entre la intensificación y la diversificación es la *estrategia de oscilación.*

2.3 Estrategias de Oscilación

La estrategia de oscilación opera mediante el movimiento hasta llegar a una frontera, representada por la factibilidad o un estado de construcción que normalmente puede representarse por un punto donde el método puede parar. En vez de parar, la definición de vecindad se extiende o el criterio de evaluación para seleccionar movimientos se modifica, para permitir que se pueda cruzar esa frontera. La aproximación se realiza para llevar a cabo una investigación más allá de la frontera y se regresa al punto. En este punto la frontera de nuevo se aproxima y se cruza, esta vez desde la dirección opuesta, procediendo a un nuevo punto en turno. El proceso de aproximar y cruzar la frontera respectivamente desde diversas direcciones crea una forma de oscilación que es la que le da el nombre a la estrategia. El control sobre esta oscilación se establece mediante el generar evaluaciones y reglas de movimientos modificadas, dependiendo de la región en la cual se está actualmente navegando y de la dirección de la búsqueda.

Un ejemplo simple de esta aproximación ocurre para el problema de la mochila multidimensional donde los valores de las variables cero-uno se cambian de 0 a 1 hasta alcanzar la frontera de factibilidad. El método entonces continúa dentro de la región no factible utilizando el mismo tipo de cambios, pero con un evaluador modificado. Después de un número seleccionado de pasos, la dirección se invierte mediante el cambio de las variables de 1 a 0. El criterio de evaluación se maneja para mejorar y varía de acuerdo a cuando el movimiento es de más a menos infactible o de menos a más infactible y se acompañan mediante restricciones asociadas sobre cambios admisibles para los valores de las variables.

Para incorporar la estrategia de oscilación, no necesariamente se tiene que definir en términos de factibilidad, sino que puede definirse donde la búsqueda parece gravitar. La oscilación consiste en forzar la búsqueda a movimientos fuera de esta región y el permitir regresar a la región, ofreciendo de esta manera una forma efectiva para eliminar estancamientos menos óptimos en las búsquedas normales.

2.4 MEMORIA DE TÉRMINO INTERMEDIO Y LARGO

El método de Búsqueda Tabú empieza con una solución factible y en el proceso de ejecución, el procedimiento actualiza a los arreglos y elementos de la función memoria. Dicho proceso se repite hasta que el criterio de terminación se cumple.

En el método de Búsqueda Tabú, el mejor movimiento que se realizaba en cada iteración se especifica como el movimiento admisible con el menor calor en la función objetivo. Sin embargo, esta estrategia no garantiza que el movimiento seleccionado permita la búsqueda en la dirección de la solución óptima, por lo que, se requiere de técnicas que nos permitan integrar las estrategias de intensificación y diversificación de manera efectiva, basándonos sobre las funciones de memoria de término intermedio y largo de la Búsqueda Tabú.

La memoria de término intermedio opera para registrar y comparar características de las mejores soluciones generadas durante un periodo particular de búsqueda. Las características que son comunes o que competen a la mayoría de esas soluciones se toman como atributo regional. El método procura nuevas soluciones que tengan esas características regionales.

La función de memoria de término largo, emplea principios que son inversos a los de la función de término intermedio. La memoria de término largo se utiliza para producir un punto inicial de búsqueda en una nueva región, penalizando las características que la memoria de término intermedio encuentra y que prevalecen en la región actual de la búsqueda.

2.5 Intensificación y Diversificación

Estas fases del método son muy importantes para escapar de óptimos locales, a continuación se explica de manera amplia en lo que consiste cada una de ellas.

La fase de intensificación proporciona una forma simple para enfocar la búsqueda alrededor de la mejor solución que se ha encontrado hasta el momento

La diversificación se restringe para operarse sólo en ocasiones particulares. Se seleccionan las ocasiones donde no exista ningún movimiento de mejora admisible. Por lo general, se utiliza la información de la matriz de frecuencia para penalizar a los movimientos que no mejoran la búsqueda mediante la asignación de penalizaciones grandes a intercambios de pares con mayores contadores de frecuencia.

2.6 CRITERIOS DE ASPIRACIÓN

Los criterios de aspiración se introducen en la Búsqueda Tabú para determinar cuando las restricciones tabú pueden sobrellevarse para remover una clasificación tabú que de otra manera se aplicará a un movimiento. El uso apropiado de tales criterios puede ser muy importante para que un modelo de Búsqueda Tabú alcance sus mejores niveles de realización.

Como observamos en el ejemplo anterior, nuestro criterio de aspiración para que un movimiento tabú fuera nuestro mejor movimiento, bastaba con que el valor del movimiento tabú al ser evaluado en la función objetivo fuera menor que el de la iteración anterior, es decir, que presentara un mejora.

[Glover y Laguna, 1993], consideran que las aspiraciones son de dos clases: *aspiraciones de movimientos y aspiraciones de atributos*. Se trata de una aspiración de movimiento, cuando se satisface ésta y se revoca la clasificación tabú del movimiento. Una aspiración de atributo es aquella que se satisface cuando se revoca el estatus de tabú del atributo. En éste último caso el movimiento puede o no cambiar su clasificación tabú, todo depende de si la restricción tabú puede activarse o permanecer como clasificación tabú, por lo que se pueden tener los siguientes criterios de aspiración:

1. *Aspiración por Default:* si todos los movimientos posibles son clasificados como tabú, entonces el movimiento "menos tabú" se selecciona
2. *Aspiración por Objetivo:* una aspiración de movimiento se satisface, permitiendo que un movimiento x sea un candidato para seleccionarse si $F(x) <$ mejor costo
3. *Aspiración por Dirección de Búsqueda:* un atributo de aspiración e se satisface si la dirección en e proporciona un mejoramiento y el actual movimiento es un movimiento de mejora.

Como pudimos ver, el método Búsqueda Tabú puede ser aplicado en cualquier tipo de problemas de optimización combinatoria (en este caso fue un problema de asignación y calendarización de procesos de manufactura). Respecto al tamaño de nuestra lista tabú, no debe ser muy pequeña ya que provoca caer en ciclos y de igual manera no debe ser tan grande ya que restringe sumamente la búsqueda del espacio de los valores de la función.

El hacer uso de las restricciones tabú, permite que un movimiento sea admisible si no se encuentra clasificado como tabú, sin embargo el criterio de aspiración nos permite que un movimiento que se encuentre clasificado como tabú pueda ser utilizado como el mejor movimiento ya que se cumple con dicho criterio; pero no podemos olvidar que el uso de criterios para los niveles de aspiración nos otorga la posibilidad de métodos mucho más eficientes en lo que a las soluciones de problemas comunes se refiere.

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN REAL DEL PROBLEMA TIPO MOCHILA

... SI ESTOY EN PAZ CONMIGO MISMO,
NO GASTARÉ MI FUERZA VITAL EN CONFLICTOS

SI HE APRENDIDO A DEJAR IR,
NO NECESITO TEMER EL MORIR

LAO- TSE

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN REAL DEL PROBLEMA TIPO MOCHILA

En este capítulo se presentará la aplicación de un problema real tipo mochila resuelto a través del método heurístico Búsqueda Tabú presentado anteriormente.

En la mayoría de los campos de investigación, existe una gran diferencia entre la teoría y la práctica. En los métodos de programación entera, ésta diferencia es sumamente amplia, muchas veces la convergencia de los métodos puede ser muy lenta, y para fines prácticos el método no resulta útil, esto se puede representar como gran inversión de tiempo, dada ésta situación, se ve la necesidad de aplicar técnicas o métodos heurísticos, de ahí la naturaleza de éstos.

3.1 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

En todo proceso de análisis matemático, existe una metodología a seguir con la finalidad de llevar un orden adecuado de los procesos implicados.

Básicamente la metodología de investigación de operaciones esta conformada por los siguientes pasos

1. Definición del problema de interés y recopilación de la información
2. Formulación de un modelo matemático que represente el problema

3. Desarrollo de un procedimiento para derivar una solución al problema a partir del modelo
4. Prueba del modelo y mejoramiento según sea el caso
5. Implantación y puesta en marcha del modelo

3.1.1 Definición del Problema y Recopilación de Información

En la práctica, la mayoría de los problemas a resolver se encuentran descritos de manera vaga, por lo que el primer paso que se debe realizar es analizar el problema para poder definirlo de la manera adecuada. Esto incluye definir los objetivos, las restricciones sobre lo que se puede realizar, los cursos de acción posibles, los límites de tiempo para la toma de decisiones, entre otros.

El proceso de definición del problema es decisivo ya que afectará de manera significativa las conclusiones del estudio.

De igual manera, cuando se trata de organizaciones lucrativas, un enfoque posible para no caer en el problema de suboptimización es utilizar la *maximización de las ganancias a largo plazo* como un objetivo único.

Es común que en la recopilación de datos se puede invertir demasiado tiempo, ya que se necesita realizar un análisis minucioso de éstos para lograr un rendimiento exacto del problema.

3.1.2 Formulación de un Modelo Matemático

Una vez definido el problema, la siguiente etapa consiste en la formulación de manera conveniente para el análisis. Los modelos matemáticos pueden ser representaciones idealizadas, pero que son representadas en términos de símbolos y expresiones matemáticas. El modelo matemático de algún problema relacionado con la industria, es el sistema de ecuaciones y expresiones matemáticas que describen la esencia del problema, es decir, la función objetivo, variables de decisión, restricciones y parámetros.

Al desarrollar un modelo, es conveniente iniciar con una versión sencilla y poco a poco ir evolucionando hacia modelos más complicados que reflejen mejor la complejidad de problema.

3.1.3 Obtención de una Solución a Partir del Modelo

Una vez formulado el modelo matemático para el problema en cuestión, la siguiente etapa consiste en desarrollar un procedimiento para obtener una solución a partir del este modelo. Se puede hacer uso de algoritmos de investigación de operaciones auxiliándonos de una computadora y empleando algún software disponible.

Generalmente se busca una solución óptima, para esto se lleva a cabo un análisis de las soluciones obtenidas, las cuales son aproximaciones, cada vez mejores.

Una solución inicial puede utilizarse para sugerir mejoras al modelo, a sus datos de entrada y quizá al procedimiento de solución. Se obtiene una nueva solución y el ciclo se repite. Este proceso continúa hasta que las mejoras a las soluciones sean demasiado pequeñas.

3.1.4 Prueba del Modelo

Se puede realizar la analogía entre el desarrollo de un modelo matemático grande con un programa de computación de la misma magnitud. Cuando se tiene la primera versión de nuestro programa, es inevitable que contenga varios errores, debe ser probado de manera exhaustiva para encontrar y corregir todas aquellas fallas. De igual manera, un modelo matemático grande puede contener demasiados errores, por lo que es necesario probarlo, con la finalidad de detectar y corregir aquellas fallas. A este proceso de prueba y mejoramiento de un modelo matemático para incrementar su validez se conoce como **validación del modelo.**

3.1.5 Implantación del Modelo

Una vez desarrollado un sistema para aplicar el modelo, la última etapa es la implantación y puesta en marcha, la cual es considerada crítica ya que es aquí donde se verán reflejados los beneficios del estudio previo, por lo que es de suma importancia que las soluciones del modelo se traduzcan con exactitud en un procedimiento operativo, y así poder corregir cualquier error que se presente en el momento.

3.2 Aplicación Real

Con la finalidad de recalcar la utilidad del método Búsqueda Tabú para solucionar problemas de tipo mochila, a continuación se presenta un problema real que se resuelve haciendo uso de dicha técnica heurística.

3.2.1 Giro de la Empresa

Exel Global Logistics es un líder mundial en servicios de consolidación y manejo global de carga. Exel de México es uno de los principales actores en el mercado mexicano ofreciendo todo tipo de servicios desde carga aérea hasta contenedores marítimos, incluyendo consolidación, transporte a través de la frontera por carretera y despachos aduanales.

Exel Contract Logistics inció operaciones en Junio de 1992 con la apertura del almacén de pañales de Procter and Gamble al norte de la ciudad de México. Nuestra relación con Procter and Gamble creció rápidamente para hoy incluir el manejo de su Bodega Maestra de distribución "MDC" y una red de 5 centros regionales de distribución.

Exel tiene una fuerte presencia en México, representada por sus más de 3000 empleados distribuidos a través del territorio nacional en las ciudades y puertos más importantes así como en puntos estratégicos de la frontera con los Estados Unidos. Exel puede ofrecer una amplia gama de servicios logísticos que van desde el movimiento de carga internacional hasta la distribución local incluyendo almacenaje y desaduanamiento de carga. De igual forma podemos ofrecer servicios tan especializados como el manejo de inventario, la realización de kits, manejo de devoluciones y otras actividades de valor agregado. De igual manera, Exel tiene una fuerte presencia en todos los sectores claves en los que se enfoca a nivel mundial, especialmente en los sectores de Tecnología, Químico, Consumo, Salud y Automotriz.

Operando en 38 localidades y contando con más de 200,000 metros cuadrados de almacenes propios, es fácil dilucidar que Exel es un jugador clave en el campo de la logística en el país. Contamos con operaciones en todos los puertos y ciudades importantes así como también en todos los puntos importantes en el cruce de la frontera con los Estados Unidos. Exel posee gran experiencia en el manejo de tráfico NAFTA contando con una división especializada en la región.

Con la amplitud de su cobertura en el país Exel es una de las pocas empresas que puede ofrecer soluciones logísticas integradas en todo el territorio Mexicano.

3.2.2 Carga y Transporte

Carga Aérea

Un elemento base de nuestros servicios de movimiento de carga es nuestra capacidad para transportarla por vía aérea en cualquier momento y a cualquier destino. Nuestros clientes se benefician de la infraestructura global que nos permite mover la mercancía con seguridad y al costo más competitivo. Nuestro sistema de rastreo y seguimiento permite a nuestros clientes visibilidad del total de sus envíos desde la recolección en origen hasta la entrega en la puerta del consignatario. Nuestras oficinas localizadas en los principales aeropuertos nos permiten ofrecer el mejor servicio en el manejo de carga tanto de importación como de exportación así como transporte aéreo local.

Carga Marítima

Exel Global Logistics de México está presente en los dos principales puertos de México: Veracruz para carga proveniente del océano Atlántico y Manzanillo en la costa del Pacífico. Nuestra presencia en el puerto asegura respuestas ágiles así como la activa participación física de nuestro personal en el movimiento de carga marítima.

TRANSPORTE TERRESTRE

Norte y Centroamérica incluyendo servicio consolidado (LTL) y caja completa (FTL). Exel cuenta con convenios con los principales transportistas, asegurando disponibilidad y variedad de equipo, incluyendo aquel de características especiales de acuerdo con sus necesidades ofreciendo tarifas y tiempos en tránsito competitivos así como rapidez en el rastreo de cada embarque.

Exel tiene los recursos tanto en Estados Unidos como en México para ofrecer transporte terrestre a través de la frontera incluyendo servicio aduanal integrado en la frontera norte (despacho aduanal mexicano, americano y cruce). También contamos con oficinas y bodegas propias en Laredo, TX para un eficiente despacho de mercancías tanto de importación como exportación.

3.2.3 SECTORES INDUSTRIALES Y CLIENTES SELECTOS

CONSUMO

Exel ayuda a los fabricantes de bienes de consumo a estilizar sus operaciones y penetrar nuevos mercados proveyendo diseños de cadenas de abastecimiento, administración de operaciones y servicios de transporte integrado y distribución. Administramos grandes operaciones de distribución y ofrecemos una gran variedad de servicios de valor agregado, incluyendo empaques y manejo de carga multimodal. Exel trabaja con 18 de los mayores fabricantes de bienes de consumo.

AUTOMOTRIZ

Las soluciones innovadoras de Exel ayudan a los fabricantes a contar con una cadena de suministros más eficiente. Exel ha sido pionera en el área del manejo de parques de proveedores, concepto que maneja en la actualidad para muchos clientes del sector automotriz a nivel mundial. Este tipo de solución asegura la entrega a tiempo y a bajo costo de los componentes a ser utilizados en la línea de producción. Exel trabaja con más de 60 clientes en la industria automotriz a nivel mundial.

QUÍMICO-INDUSTRIAL

Exel provee administración integral de la cadena de abastecimiento, logística in-situ, administración de la distribución, manejo de carga y transporte a los fabricantes de este sector. Estas soluciones reducen costos, mejoran los tiempos de entrega y alcanzan niveles constantes de atención al consumidor. Exel es parte del "American Chemical Council's Responsible Care Program" Exel trabaja con 15 de los mayores 20 fabricantes de químicos a nivel mundial.

SALUD

Exel provee una gama impresionante de soluciones dedicadas a satisfacer las necesidades y requerimientos de esta industria tan regulada y con tan grande potencial de crecimiento. Estas soluciones incluyen centros logísticos dedicados, integrados de ser necesario con el manejo internacional de la carga. Las necesidades de este sector requieren a veces de servicios como control de temperatura en el almacenamiento y distribución, manejo seguro de órdenes de compra y rastreo por número de lote, los cuales ofrecemos sin problemas. Exel trabaja con 19 de las mayores 20 compañías globales de salud.

TECNOLOGÍA

Exel responde a las necesidades del sector productor de tecnología desarrollando servicios que reducen los tiempos de ciclo y mejoran el rendimiento. Estos servicios incluyen parque de proveedores, kitting, sub-ensambles y configuración, distribución integrada y transporte, y distribución de partes. Muchas soluciones incluyen la integración de servicios de carga global con capacidades integradas de rastreo y localización. Exel trabaja con las 20 primeras compañías globales de tecnología.

MINORISTAS

Exel provee soluciones para minoristas que buscan mejorar las satisfacción de sus consumidores, enfocar sus activos a sus actividades principales y penetrar nuevos mercados o expandirse en sus mercados actuales a través de nuevos canales de distribución. Nuestros servicios incluyen manejo de carga mundial de importación, desconsolidación de carga, transporte y distribución, logística interna de las tiendas, comercio electrónico y servicios premium de distribución. Exel trabaja con 13 de las primeras 14 compañías minoristas a nivel mundial.

3.2.4 SERVICIOS OFRECIDOS POR LA EMPRESA

- Manejo de Inventario
- Servicios de Valor Agregado
- Manejo de Carga
- Centros de Distribución
- Reverse Logistics
- Análisis de Redes
- Entregas Justo A Tiempo (Just In Time)
- Parque de Proveedores

3.3 METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

Basándonos en la metodología de la investigación de operaciones, presentada anteriormente, se procederá a analizar el problema, realizar la recopilación de información, formulación del modelo, obtención de la solución y prueba del modelo propuesto para su futura implantación.

3.3.1 Necesidades de la Empresa y Análisis de la Problemática

Debido a la gran presencia e importancia que tiene la empresa tanto a nivel nacional como mundial, se ven en la necesidad de que todos los procesos que llevan a cabo, se desarrollen de la manera adecuada y haciendo uso de las herramientas de vanguardia, por lo que uno de sus objetivos es estar siempre al día.

En este aspecto, la empresa a través de un encargado del área de logística presentó la inquietud referente a la búsqueda de nuevos métodos de solución para la asignación de carga de los diversos embarques diarios que deben de ser entregados en todo el país; situación por la cual se presentó el método de Búsqueda Tabú (en su versión para solucionar problemas de tipo mochila), como una posible alternativa para la designación de los embarques, con la finalidad de que todos los clientes queden satisfechos, en el entendido de que los pedidos se atenderán y serán entregados *justo a tiempo*, es decir, hacer entrega de la mercancía en primer lugar a aquellos clientes con un monto de facturación mayor, pero teniendo en cuenta la limitante relacionada a la disponibilidad de los diferentes medios de transporte y carga, así como la entrega de la mercancía en los tiempos y fechas especificados.

3.3.2 Recopilación de la Información para la Solución del Problema

La información proporcionada por la empresa es de grandes magnitudes (estamos hablando de aproximadamente 19,000 pedidos al mes), lo cual implica dar solución a diversos problemas de tamaño considerablemente grandes, por lo que es necesario recurrir a técnicas heurísticas que proporcionan buenas soluciones a este tipo de problemas.

De la información presentada, se seleccionaron únicamente los siguientes 15 pedidos locales (área metropolitana), para mostrar la eficiencia del método. Puede parecer que al involucrar 15 variables en un problema de tipo mochila se hace referencia a un modelo pequeño, pero la realidad es otra, ya que dicho problema puede tener 2^{15} posibles soluciones, es decir, 32,768 combinaciones, más aún, si se trata de 19,000 pedidos mensuales, las soluciones de nuestro modelo serían $2^{19,000}$, una cantidad inimaginable y por lo tanto, dar solución a modelos de este tipo se podría pensar que es una tarea imposible.

ORDEN	UNIDAD	DIVISION	CAJAS	PESO TOTAL Kg.	ZONA	ZONA PRIMARIA
1080825570	CMTA 7.0 TON	HPC	179	553.00	LOCAL	LOCAL
1080825995	CMTA 7.0 TON	HPC	177	466.00	LOCAL	LOCAL
1080828798	CMTA 7.0 TON	HPC	165	288.00	LOCAL	LOCAL
1080835859	CMTA 7.0 TON	HPC	158	902.00	LOCAL	LOCAL
1080836876	CMTA 7.0 TON	HPC	231	496.00	LOCAL	LOCAL
1080845584	CMTA 7.0 TON	HPC	331	948.00	LOCAL	LOCAL
1080848512	CMTA 7.0 TON	HPC	155	783.00	LOCAL	LOCAL
1080848517	CMTA 7.0 TON	HPC	306	687.00	LOCAL	LOCAL
1080850719	CMTA 7.0 TON	HPC	169	52.00	LOCAL	LOCAL
1080850966	CMTA 7.0 TON	HPC	322	900.00	LOCAL	LOCAL
1080851055	CMTA 7.0 TON	HPC	300	804.00	LOCAL	LOCAL
1080851070	CMTA 7.0 TON	HPC	422	983.00	LOCAL	LOCAL
1201148011	CMTA 7.0 TON	FOODS	200	194.00	LOCAL	LOCAL
1201148016	CMTA 7.0 TON	FOODS	177	157.00	LOCAL	LOCAL
1201148030	CMTA 7.0 TON	FOODS	233	248.00	LOCAL	LOCAL

ORDEN	ZONA SECUNDARIA	ESTATUS	NOMBRE DE CONSIGNA	FACTURACION	
1080825570	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	228.00
1080825995	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	BOD COMEX CUAUTITLAN IZCALLI	$	125.00
1080828798	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	CARREFOUR CRUCE DE ANDEN	$	155.00
1080835859	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	BOD COMEX LOPEZ PORTILLO	$	270.00
1080836876	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	236.00
1080845584	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	BOD. GIGANTE C.IZCALLI	$	525.00
1080848512	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	293.00
1080848517	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	300.00
1080850719	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	182.00
1080850966	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	345.00
1080851055	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	SUPERAMA CRUCE DE ANDEN	$	340.00
1080851070	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	WALMART CRUCE DE ANDEN	$	365.00
1201148011	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	BOD COMEX CUAUTITLAN IZCALLI	$	127.00
1201148016	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	BOD COMEX LOPEZ PORTILLO	$	126.00
1201148030	CUAUTITLAN IZCALLI	Facturado	BOD COMEX TLALNEPANTLA	$	204.00

TABLA DE EMBARQUE DE PEDIDOS LOCALES, DICIEMBRE 2003

ORDEN	NUMERO DE CAJAS	PESO TOTAL Kg.	FACTURACIÓN
1080845584	331	948.00	$525.00
1080851070	422	983.00	$365.00
1080850966	322	900.00	$345.00
1080851055	300	804.00	$340.00
1080848517	306	687.00	$300.00
1080848512	155	783.00	$293.00
1080835859	158	902.00	$270.00
1080836876	231	496.00	$236.00
1080825570	179	553.00	$228.00
1201148030	233	248.00	$204.00
1080850719	169	52.00	$182.00
1080828798	165	288.00	$155.00
1201148011	200	194.00	$127.00
1201148016	177	157.00	$126.00
1080825995	177	466.00	$125.00

Número de Embarques ordenada por monto de facturación

Los pedidos se ordenaron con respecto al monto de facturación, con la finalidad de que al momento de aplicar el método, nuestra solución óptima sea encontrada mucho más rápido y en un número menor de iteraciones.

3.3.3 Planteamiento del Problema Tipo Mochila para el Método Búsqueda Tabú

Este tipo de problemas de optimización entera puede presentarse de dos maneras distintas. En el primer caso se cuenta con un espacio o superficie con determinado volumen, capacidad o área, el cual debe ser llenado con objetos de valor y volumen o capacidad especificados. El problema consiste en llenar ese espacio con el conjunto de objetos más valiosos o útiles, sin exceder los límites físicos de dicho espacio. El segundo caso consiste en dividir un objeto en varias porciones de distinto valor o utilidad.

El problema a resolver consiste en encontrara la división de mayor valor o utilidad.

El problema en cuestión tiene la siguiente forma

$$Max \quad Z = \sum_{i=1}^{n} v_i X_i$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^{n} k_i X_i \leq K$$

$$X_i \geq 0, \quad entero, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

donde

$$v_i = es\ el\ valor\ del\ objeto\ i, i = 1,2,\ldots,n$$
$$k_i = es\ la\ capacidad\ o\ volumen\ de\ objeto\ i, i = 1,2,\ldots,n$$
$$K = es\ la\ capacidad\ o\ volumen\ del\ espacio$$

cuando $X_i, i = 1,2,\ldots,n$ es una variable continua (no entera), el problema anterior se convierte en un problema de programación lineal. Este problema puede ser resuelto de diferentes maneras, todo dependiendo del tamaño de n (número de objetos). Para n pequeña, la programación dinámica, resulta ser una buena técnica adecuada. Para n mayor las técnicas heurísticas son más adecuadas.

Los modelos de tipo mochila suelen resolver problemas de diversa índole como inversiones, confiabilidad de redes, problemas de determinación del tamaño de flota de vehículos, entre otros.

3.3.4 Aplicación del Método Búsqueda Tabú a un Problema Real

En base a la selección de las ordenes, se aplicará el método de Búsqueda Tabú a un problema real tipo mochila.

La formulación general del problema aplicando Búsqueda de Tabú queda de la siguiente manera:

$$Max \quad Z = \sum_{i=1}^{n} v_i X_i$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^{n} k_i X_i \leq K$$
$$X_i = 0 \text{ ó } 1; \quad i = 1,2,\ldots,n$$

donde
$v_i, k_i \ (i = 1,2,\ldots,n)$ *y* K *son números enteros*

La función objetivo maximiza el producto o valor de los objetos para la mochila.

La primer restricción limita a la mochila para que no sea llenada más allá de su propia capacidad.

La segunda restricción determina la configuración del vector de solución x.

Como se mencionó anteriormente, la información se ordeno de manera descendente sobre el monto de facturación, con la finalidad de obtener de manera más rápida la solución óptima y de igual manera aplicar un número menor de iteraciones del método.

El modelo se plantea de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Max \quad Z = {} & 525x_1 + 365x_2 345x_3 + 340x_4 + 300x_5 + 293x_6 + 270x_7 + 236x_8 + 228x_9 + 204x_{10} \\ & 182x_{11} + 155x_{12} + 127x_{13} + 126x_{14} + 125x_{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & 948x_1 + 983x_2 + 900x_3 + 804x_4 + 687x_5 + 783x_6 + 902x_7 + 496x_8 + 553x_9 + 248x_{10} \\ & 52x_{11} + 288x_{12} + 194x_{13} + 157x_{14} + 466x_{15} \leq 7000 \\ & x_i = 1 \text{ ó } 0 \quad para\ i = \widehat{1,5} \end{aligned}$$

La función objetivo se maximiza ya que se desea atender a la brevedad posible el pedido con el valor de factura más alto, nuestra restricción es la capacidad de carga del camión, la cual no debe sobrepasar de las 7 toneladas. Los coeficientes de la restricción estén expresados en el mismo sistema de medición, es decir, en kilogramos.

Una vez que se tiene planteado nuestro modelo se procede a darle solución, cabe mencionar, que se hizo uso de un herramienta computacional, en específico del lenguaje de programación Turbo C++ versión 3.0, copyright 1992, para programar parte del método con la finalidad de que tanto la evaluación de la función objetivo, de las restricciones y los diversos movimientos permisibles se realizaran lo más rápido posible teniendo un ahorro de tiempo considerable.

El primer paso es proponer una solución inicial para iniciar nuestros movimientos.

SOLUCIÓN INICIAL 1

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
0	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	0		•
1	(0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	365		
	(1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	870		
	(1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	1230		
	(1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	1535		
	(1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	1868		
	(1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0)	2145		
	(1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0)	2404		
	(1,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0)	2666		
	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	2878		•

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
1	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	2878		•
2	(1,0,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	2513		
	(0,1,0,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	2008		
	(0,0,1,0,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	1648		
	(0,0,0,1,0,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	1343		
	(0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	1010		
	(0,0,0,0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0)	733		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0)	474		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0)	204		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0)	432		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)	228		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0)	383		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,1,0,0)	537		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0)	691		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,1,0,1)	817		

Como se puede observar en la segunda iteración no hay ningún movimiento calificado como Mejor Admisible por lo que nuestra solución óptima local para la solución inicial 1 es (1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0) con una función objetivo de 2878.

Ahora bien, se aplicará el método con otra solución inicial con la finalidad de evitar la optimalidad local.

SOLUCIÓN INICIAL 2

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
0	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	125		•
1	(0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	490		
	(1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	995		
	(1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	1355		
	(1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	1660		
	(1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	1993		
	(1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,1)	2270		
	(1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	2529		•

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
1	(1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	2529		•
2	(1,0,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	2164		
	(0,1,0,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	1659		
	(0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	1299		
	(0,0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	994		
	(0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	661		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	361		
	(0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	631		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,1)	395		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,1)	599		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,1)	805		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1)	982		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,1,0,1,0,1)	1136		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,1,1,0,1,1)	1290		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,1,1,1,1,1)	1417		

Nuevamente se puede observar que en la segunda iteración no hay ningún movimiento calificado como Mejor Admisible por lo que nuestra solución óptima local para solución inicial 2 es (1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1) con una función objetivo de 2529, la cual es menor que la solución inicial 1.

Continuamos aplicando el método a la solución inicial 3.

SOLUCIÓN INICIAL 3

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
0	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	361		•
1	(0,1,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	726		
	(1,0,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	1231		
	(1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	1591		
	(1,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	1896		
	(1,1,1,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	2229		
	(1,1,1,1,1,0,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	2506		
	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	2799		
	(1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,1)	2563		•
	(1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,0,0,0,0,1)	2767		

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
1	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	2799		•
2	(1,0,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	2434		
	(0,1,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	1929		
	(0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	1569		
	(0,0,0,1,0,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	1264		
	(0,0,0,0,1,0,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	931		
	(0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	654		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,1)	395		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)	125		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1)	329		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,0,1)	535		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,0,0,1)	712		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,1,0,1)	866		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,1,1)	1020		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1)	1147		

Con dicha solución se obtiene una nueva combinación de movimientos, los cuales nos brindan una función objetivo de 2799, la cual sigue siendo un óptimo local, por lo que para la siguiente iteración, nuestra solución inicial se basara en la solución inicial 1, que nos da una función objetivo de 2878.

SOLUCIÓN INICIAL 4

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
0	(0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	671		•
1	(0,1,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	1036		
	(1,0,1,0,0,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	1541		
	(1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	1901		
	(1,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	2206		
	(1,1,1,1,0,1,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	2539		
	(1,1,1,1,1,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	2816		
	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	3109		•
	(1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,1,0,1,1,0)	2873		
	(1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,0)	3077		

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
1	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	3109		•
2	(1,0,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	2744		
	(0,1,0,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	2239		
	(0,0,1,0,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	1879		
	(0,0,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	1574		
	(0,0,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	1241		
	(0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,1,0,1,1,0)	964		
	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,1,0,1,1,0)	705		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,0)	435		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,1,0)	639		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,1,1,0)	867		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,1,0)	685		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,1,1,0)	840		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,1,0,0)	714		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,0,0,0)	587		

Como podemos ver, los movimientos de esta solución inicial ofrecen una mejora en la función objetivo por lo que nuestro mejor movimiento admisible es (1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0) con una función objetivo de 3109 además de que la capacidad del camión no se ha rebasado y se encuentra en 6906 kilogramos.

Se continuará analizando una solución más con la finalidad de verificar si ésta solución es la óptima global o quizá se pueda encontrar otra combinación de movimientos que mejoren la función objetivo y de igual manera se aproveche al máximo la capacidad del camión.

SOLUCIÓN INICIAL 5

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
0	(0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,1,1,1,0)	826		•
1	(0,1,0,0,0,0,0,1,0,0,1,1,1,1,0)	1191		
	(1,0,1,0,0,0,0,1,0,0,1,1,1,1,0)	1696		
	(1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,1,1,1,1,0)	2056		
	(1,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,1,1,0)	2361		
	(1,1,1,1,0,1,0,1,0,0,1,1,1,1,0)	2694		
	(1,1,1,1,1,0,1,1,0,0,1,1,1,1,0)	2971		
	(1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	3232		•
	(1,1,1,1,1,1,1,0,1,1,0,0,0,0,0)	2870		

ITERACIÓN	$\pi = (\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	TABU=1	MEJOR Admisible
1	(1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	3232		•
2	(1,0,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	2867		
	(0,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	2362		
	(0,0,1,0,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	2002		
	(0,0,0,1,0,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	1697		
	(0,0,0,0,1,0,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	1364		
	(0,0,0,0,0,1,0,0,0,1,1,1,1,1,0)	1087		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0)	794		
	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,0)	1022		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0)	1258		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,1,1,1,0)	1076		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,0,1,1,0)	899		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,0,1,0)	745		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0)	591		
	(0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0)	464		

Se puede observar que esta combinación de movimientos es la solución óptima global de nuestro problema ya que el vector (1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0) maximiza la función objetivo en 3232, así como la capacidad del camión utilizada es de 6946 kilogramos de los 7000 disponibles.

3.4 Interpretación de la Solución

Nuestra solución se puede interpretar como la elección de las siguientes ordenes de embarque:

ORDEN	CONSIGNA	NUMERO DE CAJAS	PESO TOTAL Kg.	FACTURACIÓN
1080845584	BODEGA GIGANTE C. IZCALLI	331	948.00	$525.00
1080851070	WALMART	422	983.00	$365.00
1080850966	SUPERAMA	322	900.00	$345.00
1080851055	SUPERAMA	300	804.00	$340.00
1080848517	SUPERAMA	306	687.00	$300.00
1080848512	SUPERAMA	155	783.00	$293.00
1080835859	BODEGA COMEX	158	902.00	$270.00
1201148030	BODEGA COMEX	233	248.00	$204.00
1080850719	SUPERAMA	169	52.00	$182.00
1080828798	CARREFOUR	165	288.00	$155.00
1201148011	BODEGA COMEX	200	194.00	$127.00
1201148016	BODEGA COMEX	177	157.00	$126.00

Obteniéndose una facturación de $3232, así mismo, la capacidad utilizada del camión es de 6946 kilogramos de los 7000 disponibles.

3.5 Análisis Comparativo de las Soluciones

Solución	$\pi=(\pi(1),\pi(2),\pi(3),\pi(4),\pi(5),\pi(6),\pi(7),\pi(8),\pi(9),\pi(10),\pi(11),\pi(12),\pi(13),\pi(14),\pi(15))$	$F(\pi)$	Iteraciones
1	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0)	2878	2
2	(1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,1)	2529	2
3	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,1)	2799	2
4	(1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,1,1,0)	3109	2
5	(1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0)	3232	2

Se puede observar que todas las soluciones obtenidas del modelo se obtuvieron al aplicar únicamente dos iteraciones del método, esto se debe a que los coeficientes de nuestra función objetivo fueron ordenados de manera descendente con la finalidad de dar prioridad a las ordenes de embarque con un monto de facturación mayor, dicho orden beneficia al momento de elegir los movimientos adecuados que maximizan la función objetivo y se obtiene la mejor solución en un número menor de iteraciones con un ahorro de tiempo, recursos computacionales y económicos

3.6 Propuesta para la Empresa

Una vez resuelto el problema, se presentaron los resultados a el área de logística de la empresa, se explicó la metodología de solución, los beneficios que conlleva el aplicar el método Búsqueda Tabú a problemas de gran magnitud como los que ellos trabajan.

Cabe mencionar, que la idea de utilizar alternativas de solución como son los métodos heurísticos, les pareció atractiva, ya que se puede apreciar la efectividad del método Búsqueda Tabú al ser aplicado a modelo grandes y por lo tanto les brinda una alternativa de solución a sus ordenes de embarque.

Actualmente se encuentra en proceso de programación el método Búsqueda Tabú, para su prueba y posible implantación en la empresa, como una herramienta más de solución a sus necesidades.

Con esta aplicación se puede concluir que el uso del método Búsqueda Tabú puede ser aplicado en diversas áreas de investigación de operaciones, finanzas, telecomunicaciones, y de igual manera, se ha satisfecho el objetivo del trabajo al presentar una alternativa de solución para los problemas reales de tipo mochila.

CONCLUSIONES

Como se observó en el desarrollo de este trabajo, las técnicas o métodos de solución para problemas de optimización combinatoria son útiles hasta cierto punto, pero para problemas más complejos, existen diversas técnicas heurística, en específico se presentó el método de Búsqueda Tabú para dar solución tanto a un problema de asignación de procesos de manufactura como una aplicación real del tipo Mochila .

Se estudiaron diversos métodos para dar solución a problemas de programación lineal enteros, binarios y específicamente para el tipo mochila, como se pudo observar en los ejemplos iniciales, se trataban de modelos sumamente pequeños que podían ser resueltos sin ninguna dificultad a través de métodos convencionales, inclusive auxiliándonos de software de propósito específico para resolver problemas de investigación de operaciones; pero al manejar modelos más grandes (entiéndase por grandes, aquellos modelos donde se manipulan 10 o más variables), se aprecia que la complejidad y la forma de manejar los datos no es tan sencilla.

Los métodos de solución presentados en el capítulo uno, no son recomendables para resolver problemas como los de la aplicación real, donde se manejo un modelo con 15 variables de decisión, ya que tanto en el método de Ramificación y Acotamiento como el Aditivo de Balas, se tendrían que realizar demasiadas iteraciones para poder encontrar la solución óptima, sin embargo al hacer uso del método Búsqueda Tabú, se resolvió el modelo con 5 soluciones iniciales diferentes y se realizaron únicamente 2 iteraciones del método para cada una de éstas. De ahí la importancia y relevancia del método para dar solución a problemas de magnitud grande. Cabe aclarar que la obtención de la solución óptima del problema, fue rápida, ya que desde el planteamiento del problema se organizaron los coeficientes de la función objetivo de manera descendente, lo que ocasionó que los movimientos permisibles se encontraran con mayor rapidez.

Como sabemos, la investigación de operaciones se auxilia de las herramientas computacionales para dar solución a los modelos y ya que el modelo real contaba con 15 variables de decisión, lo cual se interpreta como 32,768 combinaciones posibles de soluciones, se programó parte del método con la finalidad de agilizar la evaluación de la función objetivo, así como de la restricción y de esta manera poder encontrar el mejor movimiento admisible mucho más rápido.

Actualmente, la empresa Exel Global Logistics, se encuentra desarrollando el software para poner a prueba el método y de esta forma analizar las ventajas y beneficios que le brinda.

El método de Búsqueda Tabú se puede considerar como una técnica nueva, ya que se desarrolló en el año de 1985 por Fred Glover y Manuel

Laguna. Actualmente existen diversas investigaciones sobre la aplicación del método en varias áreas de estudio, por citar un ejemplo:

La ***Universidad de Santiago de Chile***, a través de la Facultad de Ingeniería y el Departamento de Ingeniería Informática, así como la ***Universidad de Concepción en Chile***, a través de la Facultad de Ingeniería y el Departamento de Ingeniería Industrial, desarrollaron una investigación sobre ***"Resolución de problemas combinatoriales mediante la Búsqueda Tabú"***, donde se presenta el comportamiento del algoritmo en problemas de optimización combinatoria; específicamente para el problema 0/1 de la Mochila Multidimensional.

Hemos visto que el método de Búsqueda Tabú es sumamente útil para dar solución a problemas de tipo mochila por lo que podemos concluir que el objetivo de este trabajo fue alcanzado dado que se presentó una alternativa de solución para problemas de optimización combinatoria, donde se ha verificado la factibilidad de hacer uso del método así como la facilidad y conveniencia de aplicarlo. De igual manera, el trabajo cumple con el propósito de fungir como referencia bibliográfica para aquellas personas interesadas en el tema, ya que la mayoría de la bibliografía con que se cuenta sobre este tópico es escasa y se encuentra en idioma inglés.

BIBLIOGRAFÍA

- Glover, Fred y Laguna, Manuel
  Tabu Search
  Kluwer Academic Publisers, Estados Unidos 1997

- Taha, Hamdy A.
  Investigación de Operaciones
  Pearson Educación, México1997

- Hillier, Frederick S. y Lieberman, Gerald J.
  Introducción a la Investigación de Operaciones
  McGraw Hill, México1997

- Prawda, Juan
  Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones
  Limusa, México1987

- Moskowitz, Herbert y Wright, Gordon P.
  Investigación de Operaciones
  Prentice All, México 1987

- McKeown, Davis
  Modelos Cuantitativos para Administración
  Grupo Editorial Iberoamérica, México 1986

- Genet an Tabu Search for Combinatorial Optimization Problems, 1999
  http://www.citeseer.nj.nec.com/cache/papers2/cs/219

- Heuristic and Meta-Hueristic Algoritms applied to C&P problems, 2001
  http://www.circuits.cf.ac.uk/Hopper.algos.htm

- Tabu Search for dynamic routing communications network design, 2000
  http://citeseer.nj.nec.com/cache/papers2/cs/5796