



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

PROPAGACION DE NEUTRINOS EN UN
MEDIO EXTREMO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

ALBERTO BRAVO GARCIA



DIRECTOR DE TESIS: DR. SARMA SAHU



2004 FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Propagación de Neutrinos en un Medio Extremo"

realizado por Bravo García Alberto con número de cuenta 9850068-6

quién cubrió los créditos de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

Dr. Sarira Sahu

Propietario

Dr. Manuel Torres Labansat

Propietario

Dr. Abdel Pérez Lorenzana

Suplente

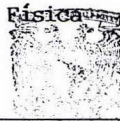
Dr. Luis Gustavo Cabral Rosetti

Suplente

Dr. Omar Miranda Romagnoli

Sarira Sahu
Manuel Torres
Abdel Pérez Lorenzana
Luis Gustavo Cabral Rosetti
Omar Miranda Romagnoli

Consejo Departamental de



Patricia Goldstein Menache

DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE

Coordinadora de Licenciatura

FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A mis papás

A mis hermanos Mónica y Armando

A Sebastián

A mis abuelitos

*por todo su amor, su apoyo y su comprensión
que siempre me han dado*

Resumen

La física de partículas forma una estructura básica para excursiones de gran alcance de la mente humana dentro de la estructura de la materia y del universo. Esto amplía el horizonte de nuestro conocimiento más allá, empujando el límite de energía y el de sensibilidad de los aceleradores de partículas. Pero aumentar el límite de energía y el de sensibilidad de los aceleradores depende de la tecnología moderna y esto no es siempre viable. Por otra parte, experimentos celestiales complementan los experimentos de aceleradores, siendo mucho más poderosos y profundos.

Hasta ahora la Astrofísica de partículas, que es la fusión de la física de partículas y la astrofísica, es uno de los campos más exitosos de los grupos multidisciplinarios en los que interactúa la física de partículas y le presenta a esta oportunidades extraordinarias. Argumentos y observaciones astrofísicas y cosmológicas se han convertido en parte de la metodología más común para obtener información de partículas elementales existentes o hipotéticas, sus interacciones y sus efectos observables.

Cuando una partícula se propaga dentro de un medio a temperatura y densidad finita, cambian sus propiedades respecto de los valores en vacío. Esto se aplica en particular a su masa efectiva o más bien a la relación de dispersión que gobierna su propagación como onda plana. Este cambio se puede calcular utilizando Teoría de Campo a Temperatura Finita, utilizando las reglas de Feynman que se usan para la propagación en el vacío, modificando sólo los propagadores para incluir los efectos del medio.

Las correcciones a temperatura finita tienen consecuencias importantes en los ambientes astrofísicos y cosmológicos, sobre todo el fenómeno de oscilaciones de neutrinos, el cual se tiene como posible solución al problema de los neutrinos solares y se aplica también como modelo a otros problemas como las bolas de fuego en las Explosiones de Rayos Gama (GRB), en supernovas y en el universo temprano.

En esta tesis se estudia la propagación de neutrinos dentro de ambientes con condiciones de temperatura y densidad altas por medio de la Teoría Térmica de Campo obteniendo las relaciones de dispersión para un neutrino de alta energía en estos medios, que interactúan débilmente con los neutrinos. Usando la Teoría Térmica de Campo a temperatura finita se calcula la autoenergía de los neutrinos y a partir de ésta, se calculan sus potenciales efectivos y sus relaciones de dispersión. Además se considera el efecto que tiene la materia para la oscilación de los neutrinos en diferentes medios. Por último, se consideran dos ejemplos que son las oscilaciones en el Universo Temprano y en las GRB.

Agradecimientos

Quiero agradecer a todos los que han hecho posible este trabajo de investigación, a todos los que de alguna forma me ayudaron a realizarlo ya que sin su ayuda no hubiera sido posible.

Primero quiero agradecer a mi director de tesis el Dr. Sarira Sahu quien me ha enseñado gran parte de lo que necesite para la tesis. También me ayudó a darle forma al trabajo y me mostró un

A mis sinodales: Dr. Luis Cabral, Dr. Abdel Perez, Dr. Omar Miranda y Dr. Manuel Torres, quienes me ayudaron mejorar el el trabajo escrito.

Al Dr. Alejandro Ayala quien me introdujo a este campo tan interesante de la física y de quien aprendí muchas de las cosas que están en esta tesis.

Al Dr. Alberto Guijosa quien aclaró muchas de mis dudas y de quien tome los apuntes que utilice en parte de la introducción.

Al Instituto de Ciencias Nucleares y al Instituto de Física de la UNAM que me permitieron hacer uso de sus instalaciones para realizar la investigación.

A Victor, Nayelli, Enrique, Andrea y Ricardo por todas las cosas que hemos pasado y por estar conmigo siempre.

A Andrea, Ricardo y Enrique que me han ayudado mucho tanto en la facultad como en la realización de la tesis y que han sido muy buenos amigos dispuestos siempre a ayudar.

A todos mis amigos de la facultad Eduardo, Julian, Octavio, Karen, Rogelio, Maribel, Vicente, Jose Luis, Hector, Carla, Mercedes y Emmanuel.

A Jorge que revisó cuidadosamente mi tesis e hizo comentarios muy valiosos para la versión final.

A Arumi sin quien nada de esto hubiera podido ser posible.

Muchas gracias a todos por que sin todos ustedes nada de esto habría sido posible.

Índice general

1. Introducción	3
2. Teoría de Campo a Temperatura Finita	10
2.1. Propagacion de partículas en un medio	12
2.2. Propagadores en la TCTF	13
3. Autoenergía del neutrino en un medio	17
3.1. Autoenergía	18
3.2. Cálculo de la Autoenergía	19
3.3. Potencial Efectivo	34
4. Oscilaciones de neutrinos	38
4.1. Oscilaciones de Neutrinos en Vacío	40
4.1.1. Oscilaciones entre dos tipos de neutrinos en vacío	43
4.2. Oscilaciones de Neutrinos en materia	44
4.2.1. Oscilaciones de dos tipos de neutrinos en la materia	45
5. Aplicaciones y Conclusiones	49
5.1. Explosiones de Rayos Gama	49
5.2. Universo Temprano	52
5.3. Notas Finales	54
A. Algebra de Dirac	55
B. Operadores de Proyección L y R	58

Capítulo 1

Introducción

Para responder la pregunta que se ha planteado el ser humano desde el principio de la civilización respecto a de qué está hecho el mundo, la física ha planteado varios modelos cada vez disminuyendo el tamaño de las partículas que se creen fundamentales hasta llegar a lo que ahora se conoce como el Modelo Estándar (ME) que es, hasta hoy, la descripción más exitosa de las física de partículas elementales y sus interacciones por las cuales se constituye todo el universo. Este modelo es hasta hoy la mejor formulación que unifica las interacciones electromagnéticas y débiles, es teóricamente consistente y se encuentra en acuerdo con los datos experimentales que involucran fenómenos de origen electrodébil. Para energías pequeñas comparadas con la escala electrodébil, el ME reproduce la Electrodinámica Cuántica (QED) así como el Modelo de Fermi, los cuales dan una buena descripción de las interacciones débiles y electromagnéticas a bajas energías. El ME es mínimo en el sentido de que contiene el número más pequeño de grados de libertad necesarios para describir correctamente todos los experimentos conocidos [66].

En el Modelo Estándar el universo está compuesto por 12 ladrillos básicos: los Fermiones con espín 1/2 y sujetos al principio de exclusión de Pauli. Éstos se dividen en dos grupos, 6 quarks y 6 leptones que se agrupan en 3 familias cada uno:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

para quarks, y

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

para leptones

Cada quark tiene índices de color e isospín mientras que los leptones sólo tienen índice de isospín. Además para todas estas partículas, existen sus correspondientes antipartículas.

Estos ladrillos básicos interactúan por medio de 4 fuerzas fundamentales asociadas a partículas (Bosones) con espín entero y que obedecen la estadística de Bose-Einstein. Estas fuerzas se describen en el Modelo Estándar (excepto la gravedad) y se asocia a cada una con una constante de acoplamiento adimensional que dice qué tanto interactúan las partículas debido a cada una de las fuerzas. Esta constante de acoplamiento es la que permite realizar una expansión perturbativa en los cálculos de la Teoría Cuántica de Campos para calcular los diferentes procesos que se dan entre las partículas.

El Modelo Estándar se basa en la suposición de la existencia de bosones vectoriales neutros y cargados que median las interacciones electromagnéticas y débiles [67]. Está escrito en el lenguaje de la Teoría Cuántica de Campos en la cual a cada partícula y a cada bosón se le asocia un campo. Para las partículas portadoras de fuerza (los bosones) esto se resume en la tabla siguiente:

Fuerza	Campo	Partícula
Electromagnética	$A_\mu(x) = (\varphi(x), \vec{A}(x))$	Fotón (γ)
Débil	$W^+(x), W^-(x), Z^0(x)$	W^+, W^-, Z
Fuerte	$G^{ab}(x)$	8 gluones
Gravitación	Métrica $g^{\mu\nu}$	gravitón.

Cada interacción está asociada a una simetría interna. El grupo de simetría del Modelo Estándar es $G_{ME} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, donde $SU(2)_L$ se refiere a que la física es invariante bajo rotaciones internas que mezclan u con d, c con s, ..., e con ν_e, \dots , τ con ν_τ . $SU(3)_C$ mezcla colores entre quarks del mismo sabor asociándose a la interacción fuerte, y $U(1)_Y$ se asocia a la interacción electromagnética. El subíndice C se refiere al color, el L a que los vectores base de la representación corresponden a multipletes de helicidad izquierda y Y denota la hipercarga débil [67]. Las matrices de rotación de estas simetrías (y por lo tanto las rotaciones) pueden variar de un punto a otro del espacio con lo que se tiene una simetría local, lo cual se llama una teoría de norma.

También en forma que sea localmente invariante de norma se introduce la interacción de bosones vectoriales y de los fermiones con campos escalares o Higgses. A través de esta interacción y por el mecanismo de rotura espontánea de la simetría, los leptones, quarks y bosones de norma adquieren masa sin que se vea afectada la

renormalización de la teoría.

La interacción débil está mediada por los bosones vectoriales W^+, W^-, Z que son unas de las partículas más masivas que se conocen, con masas del orden de 80 GeV y son inestables, por lo que en la naturaleza no existen como partículas reales y sólo se pueden producir en sistemas a muy altas energías. Por otra parte, que las partículas portadoras de la fuerza sean tan masivas indica que la simetría de norma local de la fuerza débil no es una simetría exacta de la naturaleza, ya que para que se tengan estas partículas con masas, se deben generar a través de un mecanismo de rompimiento de simetría y esto a su vez ocasiona que en algunas ocasiones la carga débil no se conserve. En este trabajo se empleará el sistema de unidades naturales en el cual $\hbar = c = 1$.

El Modelo Estándar identifica dos simetrías de norma locales para la fuerza electrodébil lo que da el origen a los dos bosones de norma W, Z que portan a la fuerza débil entre partículas y por lo tanto también se tienen dos tipos de cargas débiles, la carga débil isotrópica y la hipercarga débil.

Como se tienen dos tipos de Bosones, se puede interactuar débilmente de dos formas distintas, una que se llama de corriente cargada, donde el neutrino al emitir un bosón W se transforma en un leptón cargado de su mismo sabor (o también el proceso inverso) y el otro donde el neutrino emite (o absorbe) un bosón Z , sin que cambie de partícula el neutrino, y éste puede interactuar tanto con otros leptones (de cualquier sabor) como con quarks [1].

Para poder describir los procesos débiles se utiliza la teoría V-A (Vector-Vector Axial), que fue motivada por la violación de la paridad en el decaimiento del mesón K, donde las interacciones entre nucleones y leptones se describen por el lagrangiano

$$L_{V-A} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_p \gamma^\mu (1 - g_a \gamma_5) \psi_n \psi_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu \quad (1.3)$$

donde $g_a = -(1,2573 \pm 0,0028)$ es la constante de acoplamiento nucleón-vector axial caracterizada por la estructura del nucleón, y las ψ son las funciones de onda del protón, neutrón electrón y neutrino respectivamente.

Aquí, un neutrino se describe por medio de su función de estado ν_l donde $l=e, \mu, \tau$.

En esta teoría, se utilizan los operadores de proyección R (derecha) y L (izquierda) definidos como

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} (1 + \gamma_5), \\ L &= \frac{1}{2} (1 - \gamma_5), \end{aligned} \quad (1.4)$$

los cuales, al operar en las funciones de estado de los neutrinos, dan los estados izquierdos o derechos de espín ν_L ó ν_R . Algunas de las propiedades de estos operadores se enuncian en el apéndice B. En la naturaleza, sólo se pueden observar los estados izquierdos ya que sólo éstos interactúan por medio de interacciones débiles por lo que (ignorando la interacción gravitacional) se puede considerar que los neutrinos derechos no existen. En la Teoría V-A, se conserva el número leptónico de cada familia, lo cual se viola en el caso de las oscilaciones de neutrinos [2].

A bajas energías también se puede describir la interacción débil a través del Modelo de Fermi, el cual utiliza el Lagrangiano efectivo corriente-corriente de Fermi

$$L_W^{ef} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\mu^\dagger J^\mu \quad (1.5)$$

donde J_μ es la corriente débil cargada y G_F es la constante de Fermi. J_μ tiene la forma

$$J_\mu = \bar{\Phi}_e (1 - \gamma_5) \Phi_\nu \quad (1.6)$$

representando Φ_e y Φ_ν los campos del electrón y del neutrino del electrón respectivamente.

Por otra parte, la interacción electromagnética del electrón es expresada por

$$L_{em} = e J_\mu^{em} A^\mu \quad (1.7)$$

donde A^μ es el campo del fotón y

$$J_\mu^{em} = \bar{\Phi}_e \gamma_\mu \Phi_\nu \quad (1.8)$$

la corriente electromagnética.

Se pueden reordenar a ambas corrientes en términos de corrientes con propiedades de transformación definidas bajo el grupo de simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ obteniendo

$$\begin{aligned} J_\mu &= 2 \left(J_\mu^1 - i J_\mu^2 \right) \\ J_\mu^{em} &= J_\mu^0 - J_\mu^3 \end{aligned} \quad (1.9)$$

con J_μ^0 y J_μ^i ($i=1,2,3$) dadas por

$$\begin{aligned} J_\mu^0 &= \bar{\Phi} \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \Phi + \frac{1}{2} \bar{\Phi} \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \Phi \\ J_\mu^i &= \bar{\Phi} \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \frac{\tau^i}{2} \Phi, \end{aligned} \quad (1.10)$$

donde $\Phi = (\Phi_\nu, \Phi_e)$ y τ^i son los generadores del grupo $SU(2)_L$ en la representación fundamental. Las corrientes J_μ^0 y J_μ^i son identificadas con aquellas que corresponden

a las simetrías $U(1)_Y$ y $SU(2)_L$ respectivamente.

En esta teoría, los campos de norma y de materia son todos no masivos, mientras que en el mundo físico los fermiones y los bosones de norma que median las interacciones débiles son partículas con masa. Para darle masa a estas partículas en el M.E. electrodébil se utiliza el Mecanismo de Rotura Espontánea de la Simetría que rompe la simetría en la forma

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{em}. \quad (1.11)$$

Esto es posible ya que el escalar de Higgs tiene un valor de expectación del vacío distinto de cero y en este vacío solo el bosón de norma que se acopla a Q permanece sin masa [67].

Dentro de las partículas elementales del Modelo Estándar, los neutrinos son de las partículas más difíciles de observar debido a que interactúan con la materia sólo débilmente. Esto se debe a que un neutrino no posee carga eléctrica, ni carga de color, por lo que no sienten las interacciones fuerte ni electromagnética y, además, su masa es muy pequeña, del orden del eV (6 órdenes de magnitud menor que la del electrón) lo cual a su vez, les permite viajar a grandes velocidades.

Como las interacciones débiles son las que intervienen en los procesos de decaimiento y fusión de núcleos, y en estos procesos normalmente interviene la producción de pares electrón antineutrino o neutrino positrón, los lugares donde se dan estos procesos en gran escala, como en objetos astrofísicos, son objeto de estudio de la física de neutrinos como forma para explicar procesos dentro de estos objetos.

A partir de las mediciones del flujo de neutrinos provenientes del Sol en los años 60, la física de neutrinos ha recibido mucha atención debido a lo que se llama el problema de neutrinos solares, el flujo predicho de neutrinos electrónicos provenientes del Sol que debían llegar a la tierra era mayor del que se observaba experimentalmente.

La solución a este problema la propuso entre otros B. Pontecorvo [3], la oscilación de neutrinos tanto en vacío como en el Sol, donde el efecto de la materia puede aumentarlas [4]. Su idea era que los neutrinos se propagan como autoestados de masa definida (1,2,3), pero se detectan como autoestados de sabor (e, μ, τ), y si las masas m_1, m_2 y m_3 son ligeramente distintas, los autoestados de sabor son una mezcla de los autoestados de masa [5]. Esta solución hasta hace pocos años sólo era una posibilidad teórica, y fue hasta 1998 que el experimento japonés Super-Kamiokande dió indicios experimentales de que esto podría ocurrir en la naturaleza, confirmando a su vez que los neutrinos tienen masa.

Ya confirmado que los neutrinos pueden oscilar entre estados de sabor, esto puede también afectar procesos en otros objetos astrofísicos donde ya se habían comenzado a formular teorías basadas en las oscilaciones que, con la confirmación experimental de éstas, cobran mayor interés, ya no solo como una simple teoría, sino como una posibilidad real para describir estos fenómenos.

El 18 de junio del 2001, la colaboración SNO, formada por 113 científicos de Canadá, Estados Unidos e Inglaterra, dieron a conocer la primera evidencia experimental de que los neutrinos producidos en el corazón del Sol cambian de identidad en su viaje de 150 millones de kilómetros hasta la tierra [69],[70].

La física de las oscilaciones de neutrinos se ha utilizado para describir, entre otros, los procesos mediante los cuales una estrella masiva muere y se convierte en una estrella de neutrones. Mientras una estrella vive, obtiene su energía por medio de fusión, convirtiendo al hidrógeno en elementos más pesados. Cuando la materia que utiliza como combustible se ha convertido en hierro, el cual está ligado fuertemente, no puede liberar más energía de sus ligaduras nucleares, por lo que para crear elementos más pesados que el hierro se tiene que hacer por medio del proceso de captura rápida de neutrones [6]. Cuando la estrella masiva agota su combustible, las fuerzas que mantenían al núcleo desaparecen y éste se colapsa casi instantáneamente debido a la gravedad, alcanzando condiciones de temperatura y densidad muy grandes. En estas condiciones se crea una supernova, se producen grandes cantidades de neutrinos por medio del proceso de captura de electrones ($p + e^- \rightarrow n + \nu_e$) que se llevan la energía liberada por el colapso del núcleo. Una pequeña cantidad de estos neutrinos son absorbidos por el material que se cae hacia el núcleo compactándose. Esta materia se vuelve muy caliente y se expande, haciendo que la estrella explote emitiendo todo el material de las capas externas, quedando sólo un objeto pequeño muy denso llamado estrella de neutrones [7]. Esta estrella de neutrones emite neutrinos de los tres sabores con diferentes energías debido a que cada sabor de neutrino tiene una posibilidad distinta de intercambiar energía con la materia [6]. Los neutrinos juegan un papel crucial durante la fase de liberación de energía que sigue al colapso de una supernova ya que se llevan la mayor parte de la energía gravitacional inicial [8].

Otro lugar donde se estudian las oscilaciones de neutrinos es en el universo temprano (en la época de la nucleosíntesis) donde los neutrinos se propagaban en un baño térmico formado de partículas en equilibrio térmico. Debido a este fondo, los neutrinos se refractan y se modifica su patrón de oscilaciones, el cual resulta ser dominado por efectos térmicos debidos al fondo asimétrico [9,10].

Dentro de los objetos cosmológicos, las oscilaciones de neutrinos se utilizan para describir la física de las GRB's. Si los neutrinos oscilan de activos a estériles, una cantidad de energía suficiente para darle poder a una GRB (10^{52} ergs) se puede llevar fuera de la fuente para ser depositada en una región relativamente libre de

bariones. Ésto puede dar una solución al problema de la carga bariónica [11].

La tesis está dividida en 5 capítulos, el primero la introducción. En el capítulo 2 se dan los conceptos básicos de la Teoría de Campo a Temperatura Finita y se explica cómo se modifican los propagadores y la autoenergía en un medio. En el tercer capítulo, se habla de qué es la autoenergía y se calcula para el caso de un neutrino que se propaga en un medio y se calcula el potencial efectivo en este mismo caso. En el cuarto capítulo, se da una introducción a las oscilaciones de neutrinos, primero en vacío y luego en un medio. En el quinto capítulo, se utiliza lo calculado en el capítulo 3 para aplicarlo al caso de las oscilaciones de neutrinos en el Universo Temprano, en las GRB's y por último se dan las conclusiones.

Capítulo 2

Teoría de Campo a Temperatura Finita

El problema de la propagación de partículas elementales en un medio tiene una gran relevancia en varios campos de la física. Se utiliza en problemas como la sección eficaz para la emisión de partículas de una estrella, la propagación de fotones en un plasma y en los efectos de la materia en la oscilación de neutrinos[12].

Cuando una partícula se propaga en un medio, a temperatura y densidad finitas se modifican las propiedades de la partícula con respecto a las del vacío, en particular, se modifican su masa efectiva y sus relaciones de dispersión, las cuales gobiernan su propagación. Estos cambios se pueden representar en términos de un índice de refracción o de un potencial efectivo, basándose en la parte real de la autoenergía inducida por el medio [13-16]. Estos cambios se pueden calcular por medio del potencial efectivo para cada sabor de la partícula. En la Teoría de Campo a temperatura finita, el potencial efectivo puede ser calculado utilizando las contribuciones del medio a la autoenergía de la partícula que se propaga en el medio.

Usualmente cuando se considera al medio como un baño térmico, también se considera que las partículas se comportan como partículas libres. Las interacciones sólo son responsables del equilibrio termodinámico, y no contribuyen a la densidad de energía. Sin embargo, las partículas en el medio sienten potenciales efectivos debido a interacciones con otras partículas, que modifican sus relaciones de dispersión o introducen masas efectivas para las partículas [17].

El Formalismo de Tiempo Real (FTR) de la Teoría de Campo a Temperatura Finita (TCTF) a diferencia del Formalismo de Tiempo Imaginario, utiliza a las energías como variables reales. Existen al menos tres enfoques para este formalismo que son la formulación en integrales de trayectoria, el formalismo canónico y la dinámica de campos térmicos que son equivalentes, en los cuales se involucran funciones de Green ordenadas y anti-ordenadas temporalmente. En este formalismo,

el número de campos se duplica respecto a los de temperatura cero lo cual conduce a que los propagadores y las autoenergías sean matrices [18,19,20].

La Teoría de Campo a Temperatura Finita ó Teoría de Campo Estadística, es la unión de la Teoría Cuántica de Campo con la mecánica estadística. Esto se hizo ya que en la física de partículas se tienen problemas de muchos cuerpos como el desconfinamiento de la materia hadrónica a densidades de 1 fm^{-1} . La posibilidad de transiciones de fase en teorías de norma con simetrías espontáneamente rotas como la anterior son las responsables del aumento en el interés por la Teoría de Campo a Temperatura Finita desde los años 70.

La Teoría Cuántica de Campo describe el comportamiento de las partículas elementales y se utiliza para describir la dinámica de las partículas en procesos de colisión. Una idea fundamental en esta teoría es la de fluctuaciones cuánticas representadas perturbativamente por diagramas de Feynman. Por otra parte, la mecánica estadística se usa cuando se quiere estudiar problemas de muchas partículas y su idea principal es que:

Si un sistema en equilibrio térmico tiene muchos estados posibles no degenerados, la probabilidad de que el sistema tenga energía E_n es

$$P(E_n) = \frac{e^{-E_n/kT}}{\sum_n e^{-E_n/kT}} \quad (2.1)$$

donde la suma se realiza sobre todos los estados posibles del sistema.

Dentro de las distintas áreas en las cuales se utiliza a la TCTF como herramienta para el estudio de algunos sistemas físicos, se encuentran las teorías de restauración de simetría, en las que se considera que se puede reestablecer una simetría tanto global como local que está espontáneamente rota subiendo la temperatura. Otro problema es el de colisiones de iones pesados a altas energías donde se busca el plasma de quarks y gluones. Dentro de la astrofísica, los núcleos de estrellas de neutrones, supernovas y enanas blancas, entre otras, se forman de plasmas muy densos con densidades del orden de $10^6 - 10^{15} \text{ gr/cm}^3$. En las estrellas de neutrones se alcanzan densidades del orden de la del neutrón (10^{15}) por lo que se espera que los núcleos se traslapen y formen un plasma de quarks y gluones. Por otra parte, se necesita conocer el índice de refracción de los neutrinos que se propagan en materia para estudiar el mecanismo Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) de oscilaciones de neutrinos en un medio. En este último problema se tienen varios enfoques para estudiarlo, donde uno de los más idóneos es la TCTF [19].

2.1. Propagacion de partículas en un medio

Cuando una partícula se propaga en un baño térmico, las relaciones de dispersión cambian respecto a las del vacío. En el caso de la propagación de neutrinos en un medio, considerando la masa del neutrino cero, la ecuación de Dirac en vacío

$$\not{k}\Psi = 0 \quad (2.2)$$

cambia al agregarse el término de la autoenergía $\Sigma(k)$ por lo que la ecuación de Dirac en un medio queda como [14-19,21]

$$[\not{k} - \Sigma(k)]\Psi = 0 \quad (2.3)$$

Además el lagrangiano para un neutrino libre (izquierdo), que en vacío es

$$L_{vac} = \overline{\psi}_L(k) \not{k}\psi_L(k) \quad (2.4)$$

cambia a

$$L_{med} = \overline{\psi}_L(k)(\not{k} - \Sigma(k))\psi_L(k). \quad (2.5)$$

A su vez, la autoenergía en un medio cambia de la autoenergía en vacío ya que en el último ésta depende sólo del cuadrivector de momento de la partícula, mientras que en el medio se agrega una dependencia con la cuadrivelocidad del medio, es decir, en el vacío se tiene que

$$-\Re e \Sigma = a \not{k}, \quad (2.6)$$

mientras que para el medio se tiene

$$-\Re e \Sigma = a \not{k} + b \not{u}, \quad (2.7)$$

donde u es el cuadrivector unitario de velocidad del medio, el cual se considera en reposo ($u = (1, \vec{0})$) y las funciones a y b son funciones invariantes de Lorentz que dependen de k^2 .

Para calcular las interacciones en el vacío de los neutrinos, se utilizan las reglas de Feynman con los propagadores de fermiones y bosones. Al considerar la propagacion en un baño térmico formado por partículas y antipartículas en el formalismo de tiempo real de la Teoría de Campo, se utilizan las mismas reglas, sólo que los propagadores se modifican para tomar en cuenta los efectos del baño térmico [12].

En las siguientes secciones se calculan los propagadores y las reglas de Feynman que se utilizan en el siguiente capítulo.

2.2. Propagadores en la TCTF

Como ya se dijo, los propagadores en un medio se definen como matrices de 2×2

$$\Delta_F = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

para los bosones y

$$S_F = \begin{pmatrix} S_{F11} & S_{F12} \\ S_{F21} & S_{F22} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

para los fermiones. Para obtener explícitamente las componentes de los propagadores libres para el campo escalar complejo en el espacio de momentos, se hace una transformada de Fourier en la parte temporal, con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta_{11}(k) &= \frac{1}{k^2 - M_B^2 + i\epsilon} - 2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) \eta(k \cdot u), \\ \Delta_{22}(k) &= -\frac{1}{k^2 - M_B^2 - i\epsilon} - 2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) \eta(k \cdot u), \\ \Delta_{21}(k) &= -2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) [\eta(k \cdot u) + \theta(-k \cdot u)], \\ \Delta_{12}(k) &= -2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) [\eta(k \cdot u) + \theta(k \cdot u)], \end{aligned} \quad (2.10)$$

y

$$\begin{aligned} S_{F11}(k) &= (k + m) \left[\frac{1}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) \eta_f \right], \\ S_{F22}(k) &= (k + m) \left[-\frac{1}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) \eta_f \right], \\ S_{F12}(k) &= (k + m) 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) [\eta_f - \theta(-k \cdot u)], \\ S_{F21}(k) &= (k + m) 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) [\eta_f - \theta(k \cdot u)]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Aquí la función η se define (para fermiones y bosones) como

$$\eta_{F,B}(p \cdot u) = \theta(p \cdot u) f_{B,F}(p \cdot u) + \theta(-p \cdot u) f_{B,F}(-p \cdot u), \quad (2.12)$$

y la función f es la función de distribución de partículas que, para el caso de fermiones, está dada por

$$f_F = \frac{1}{e^x + 1}, \quad (2.13)$$

y en el caso de bosones

$$f_B = \frac{1}{e^x - 1}. \quad (2.14)$$

En las dos ecuaciones anteriores x se define como

$$x = \beta k \cdot u - \alpha, \quad (2.15)$$

α el potencial químico, β el inverso de la temperatura y θ la función escalón. Para las antipartículas se tienen relaciones similares f y \bar{f} , sólo que en este caso se cambia α por $-\alpha$ [12].

Si S'_F es el propagador exacto, se puede escribir en términos de matrices utilizando la matriz de autoenergía como

$$S'_F = S_F + S_F \Sigma S'_F, \quad (2.16)$$

donde S_F es el propagador libre.

Como los propagadores exactos no son independientes sino que cumplen las relaciones

$$\begin{aligned} [iS'_{F11}(K)]^* &= iS'_{F22}(K) \\ S'_{F11} + S'_{F22} &= S'_{F12} + S'_{F21} \\ S'_{F12} &= e^x S'_{F21}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

entonces se pueden escribir en términos de la matriz S'_F de la forma

$$S'_F = U_F \begin{pmatrix} S'_{F11} & 0 \\ 0 & \bar{S}'_{F22} \end{pmatrix} U_F, \quad (2.18)$$

Donde se tiene que

$$\bar{S}'_F \equiv \gamma^{0\dagger} S'^{\dagger}_F \gamma^0, \quad (2.19)$$

y U_F esta dada por

$$\begin{aligned} U_{11} &= U_{22} = \sqrt{1 - \eta_F}, \\ U_{12} &= \frac{-\eta_F + \theta(-k \cdot u)}{\sqrt{1 - \eta}}, \\ U_{21} &= \frac{-\eta_F + \theta(k \cdot u)}{\sqrt{1 - \eta}}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Para el caso de los bosones se tiene que cambiar η_B en lugar de $-\eta_F$.

Escribiendo

$$S'_F = \frac{1}{k - m - \Sigma} \quad (2.21)$$

se tiene que

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} &= \Sigma - (\Sigma - \bar{\Sigma})\eta_F \\ \Sigma_{22} &= -\bar{\Sigma} - (\Sigma - \bar{\Sigma})\eta_F \\ \Sigma_{12} &= (\Sigma - \bar{\Sigma}) [\eta_F - \theta(-k \cdot u)] \\ \Sigma_{21} &= (\Sigma - \bar{\Sigma}) [\eta_F - \theta(k \cdot u)] \end{aligned} \quad (2.22)$$

Aquí la barra sobre Σ tiene el mismo significado que en Ec. (2.19).

De la Ec. (2.22) se tiene que

$$\Re e \Sigma = \Re e \Sigma_{11} \quad (2.23)$$

y

$$\Im m \Sigma = \frac{\Sigma_{12}}{2i [\eta_F - \theta(-k \cdot u)]} = \frac{\epsilon(k \cdot u) \Sigma_{12}}{2i f_F(x)}, \quad (2.24)$$

donde

$$\epsilon(k \cdot u) = \theta(k \cdot u) - \theta(-k \cdot u). \quad (2.25)$$

Para el caso del propagador de bosones vectoriales se utiliza la norma unitaria con lo que se puede hacer el cambio

$$\Delta'_{\mu\nu} \rightarrow \Delta_{\mu\nu} \equiv \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}}{k^2 + i\epsilon}. \quad (2.26)$$

obteniendo una expresión similar a la de la Ec. (2.20) para éstos. De ésta se obtienen (en forma similar al caso del propagador fermiónico) las expresiones para las componentes de la matriz de autoenergías para fotones ($\pi^{\mu\nu}$) y de éstas, a su vez, se obtienen las ecuaciones

$$\begin{aligned} \Re e \pi^{\mu\nu} &= \Re e \pi_{11}^{\mu\nu}, \\ \Im m \pi^{\mu\nu} &= \frac{i \pi_{12}^{\mu\nu} \epsilon(k \cdot u)}{2f_B(x)}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

La norma unitaria se utiliza para el propagador de bosones vectoriales ya que con esta norma se eliminan términos que corresponden a grados de libertad que no son físicos, quedando solo los estados físicos del Higgs y del bosón de norma masivo [68].

Cuando se habla de la parte real o imaginaria de las autoenergías, ya sea para la del fotón o la de un fermión, se dice esto pensando en que la parte real es la parte que se dispersa en el medio, mientras que la parte imaginaria es la parte que es absorbida [12,15,19,21].

Capítulo 3

Autoenergía del neutrino en un medio

Para los neutrinos que se propagan en un medio, las pequeñas contribuciones a sus relaciones de dispersión son importantes, si se considera la propagación de una onda que contiene distintos estados de sabor o polarización (si se considera la existencia de neutrinos derechos). Por ejemplo, si el medio tiene distintos índices de refracción para estados de sabor distintos, se asume que una diferencia de masa de los estados en vacío puede compensarse, llevando a una degeneración, lo cual se estudia en los neutrinos solares. Además los efectos de refracción de los neutrinos, pueden aumentar una degeneración en el vacío, suprimiendo oscilaciones que de otra forma aparecerían [14].

Otro efecto de la materia en la propagación de neutrinos es la precesión del espín del neutrino, el cual puede ser estimulado no sólo por interacciones electromagnéticas, sino también débiles, lo cual siempre sucede en el caso de neutrinos con estado inicial de polarización distinta a la longitudinal. Además este efecto de precesión origina, en ambos casos, una emisión de radiación electromagnética de los neutrinos propagándose en la materia, con propiedades como fuertes haces de radiación enfocados, un rápido aumento de la radiación total al aumentar la energía del neutrino o la densidad de la materia y la posibilidad de emitir fotones con energías del orden de los rayos gama, lo que los hacen de gran importancia en el estudio de ambientes astrofísicos diversos como los cuasares, las explosiones de rayos gama y el plasma denso del universo temprano [15].

En este capítulo se calcula la autoenergía de un neutrino propagándose en un medio compuesto por fermiones y sus antipartículas, y con esa autoenergía se obtiene la relación de dispersión para los neutrinos. El cálculo se realiza utilizando el formalismo de tiempo real de la TCTF.

3.1. Autoenergía

Cuando una partícula se propaga, puede interactuar tanto con el medio en el que se esté propagando como con ella misma. Esto provoca un cambio en la dirección de propagación de la partícula, o que decaiga en otras partículas.

La autoenergía de una partícula propagándose en el vacío es la interacción con ella misma, es decir, la partícula al irse propagando en el vacío, emite un bosón virtual en un punto el cual va a ser reabsorbido más adelante por la partícula [22].

La autoenergía depende del medio en el que se esté propagando la partícula. Es una de las cantidades más importantes dentro de la TCTF, la cual se considera como un propagador de una sola partícula y se utiliza para calcular las relaciones de dispersión de la partícula en un medio, así como para calcular su potencial efectivo entre otras cantidades. Se define en el formalismo de tiempo real de la Teoría Cuántica de Campo a Temperatura Finita a partir de los propagadores que son matrices complejas de 2×2 por lo que, en general, la autoenergía es también una matriz de 2×2 , pero sólo una de sus componentes es independiente por lo que, a partir de la componente Σ_{11} , se pueden calcular los otros valores y además

$$\Re\Sigma = \Re\Sigma_{11}. \quad (3.1)$$

La matriz es, en general, compleja donde la parte real de la autoenergía es la relacionada con la propagación de la partícula y la parte imaginaria es la que se relaciona con la absorción de la partícula en el medio [19].

En el caso de los neutrinos, la contribución al orden más bajo de la autoenergía se puede calcular por medio de los intercambios a un lazo de los bosones vectoriales W y Z . Existen tres tipos de diagramas a un lazo para la autoenergía de los neutrinos, uno para el intercambio con el bosón W y dos para el bosón Z . En el primero, se intercambia el bosón, cambiando al neutrino en el leptón cargado de su sabor. En los otros dos diagramas, la interacción es de corriente neutra por lo que al emitir el bosón, el neutrino se mantiene propagando, sólo cambiando su momento.

3.2. Cálculo de la Autoenergía

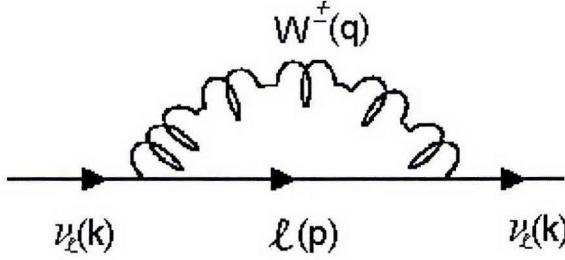


Figura 3.1: Diagrama de la autoenergía del neutrino a un lazo para corriente cargada.

Considerando un neutrino que se propaga a través de un medio, se tiene a primer orden, los tres diagramas, uno para el intercambio con el W^\pm y dos para el intercambio con un bosón Z , que se muestran en las Fig. (3.1) y Fig. (3.2), el primero, diagrama para intercambio con un bosón W y los otros dos para intercambio con un bosón Z .

Además, en general, en las interacciones débiles, se tienen dos vértices que se muestran en las Fig. (3.3) y (3.4), cada uno asociado a un bosón, dados por las siguientes ecuaciones:

Para el bosón W^\pm

$$-\frac{ig_W}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1-\gamma_5), \quad (3.2)$$

y para el bosón Z

$$-\frac{ig_Z}{2}\gamma_\mu(C_V^f - C_A^f\gamma_5). \quad (3.3)$$

Para un neutrino propagándose en un medio se tienen los siguientes propagadores

$$S_{F11}(p) = (\not{p} + m_f) \left(\frac{1}{(p^2 - m_f^2)} + i\Gamma_f(p) \right), \quad (3.4)$$

para el propagador de fermiones y

$$D_{\mu\nu}^{11}(q) = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_B^2} \right) \left(\frac{1}{(q^2 - M_B^2)} - i\Gamma_B(q) \right) \quad (3.5)$$

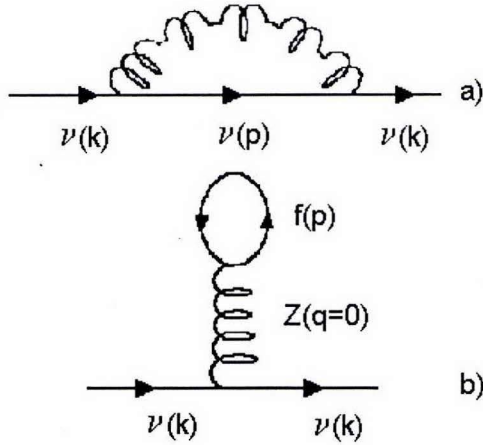


Figura 3.2: Diagramas de la autoenergía del neutrino a un lazo para corriente neutra.

para el de bosones vectoriales, donde $B = W^\pm, Z^0$ y se usa la norma unitaria.

$$\begin{aligned} \Gamma_f(p) &= 2\pi\delta(p^2 - m_f^2)\eta_f(p \cdot u), \\ \Gamma_B(q) &= 2\pi\delta(q^2 - M_B^2)\eta_B(q \cdot u), \\ q &= k - p \end{aligned} \quad (3.6)$$

y $u = (1, \vec{0})$ es el cuadvectores de velocidad del medio que se considera en reposo por lo que sólo la parte temporal es distinta de cero. El medio se considera formado por protones, electrones, neutrones, neutrinos y sus correspondientes antipartículas. Sólo se toma la componente 11 de los propagadores ya que, como se dijo antes, la parte de la autoenergía que nos interesa es la parte real y según la Ec. (3.1), ésta puede ser calculada con la componente 11 de la autoenergía y, por lo mismo, con las componentes 11 de los propagadores. Considerando $M_B^2 \gg q^2$ tenemos

$$D_{\mu\nu}^{11}(q) = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_B^2} \right) \left[-\frac{1}{M_B^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{q^2}{M_B^2}\right)} - 2\pi i \delta(q^2 - M_B^2) \eta_B(q \cdot u) \right]. \quad (3.7)$$

Para calcular la propagación, se puede cortar cada diagrama en dos partes. Si se corta el propagador bosónico, se tiene que crear un bosón W real ó que éste ya exista en el medio, pero como las masas de los bosones vectoriales W^\pm y Z^0 son muy grandes (del

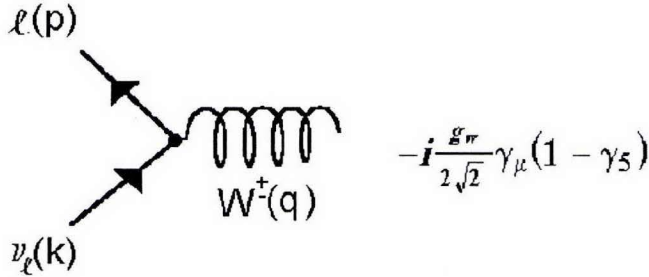


Figura 3.3: Vértice de corriente cargada.

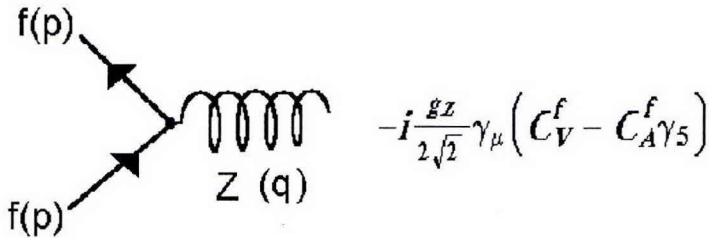


Figura 3.4: Vértice de corriente neutra.

orden de 100 GeV), no existen libres en el medio, por lo que no se considera el término proporcional a

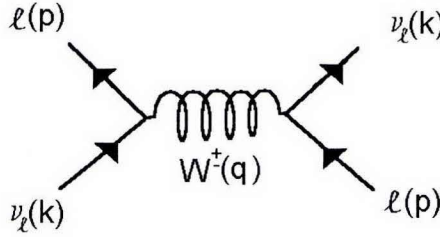
$$\delta(q^2 - M_B^2), \quad (3.8)$$

sólo se considera la parte del propagador en vacío que en la norma unitaria es

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}^{11}(q) &= -\left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_B^2}\right) \frac{1}{M_B^2} \left(1 - \frac{q^2}{M_B^2}\right)^{-1} \\ &\cong \frac{1}{M_B^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_B^2}\right) \left(1 + \frac{q^2}{M_B^2}\right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Haciendo una expansión en M_B tomando hasta el orden $1/M_B^4$

$$D_{\mu\nu}^{11}(q) = \frac{1}{M_B^2} \left[g_{\mu\nu} + \frac{1}{M_B^2} (g_{\mu\nu} q^2 - q_\mu q_\nu) \right]. \quad (3.10)$$

Figura 3.5: Diagrama para intercambio con un bosón W .

El segundo caso es que se corte el propagador fermiónico, con lo que se crean electrones o neutrinos, los cuales sí existen en el medio, y sólo se emite un bosón virtual que hace que interaccionen los electrones con los neutrinos. Esto es lo que se va a calcular para los dos diagramas a un lazo, quedando el diagrama de Feynman que se muestra en la Fig. (3.5) para el caso del bosón W .

Calculando el diagrama de la Fig. (3.5), donde se intercambia un boson W^\pm con momento q , se tiene que

$$\begin{aligned} -i\Sigma_{11}(k) &= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(-\frac{ig_W}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right) iS_{11}(p) \left(-\frac{ig_W}{2\sqrt{2}} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) \right) iD_{11}^{\mu\nu}(q) \\ &= \frac{g_W^2}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R \gamma_\mu S_{11}(p) \gamma_\nu D_{11}^{\mu\nu}(q) L. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Aquí se utiliza la propiedad de anticonmutación de γ_μ y γ_5 por lo que

$$\gamma_\mu (1 - \gamma_5) = (1 + \gamma_5) \gamma_\mu, \quad (3.12)$$

y, además, se utiliza la relación para los operadores de proyección L y R. En la autoenergía se tiene que tomar la integral sobre el cuadvivector p ya que éste puede tomar cualquier valor posible mientras que el momento k sí se conoce.

Calculando el término dentro de la integral

$$\begin{aligned} \gamma_\mu S_{11}(p) \gamma_\nu D_{11}^{\mu\nu}(q) &= \gamma_\mu (\not{p} + m_f) \left(\frac{1}{p^2 - m_f^2} + i\Gamma_f(p) \right) \gamma_\nu \frac{1}{M_W^2} \left(g^{\mu\nu} + \frac{1}{M_W^2} Q^{\mu\nu} \right) \\ &= \frac{1}{M_W^2} \gamma_\mu (\not{p} + m_f) \left(\gamma^\mu + \frac{1}{M_W^2} \gamma_\nu Q^{\mu\nu} \right) \left(\frac{1}{p^2 - m_f^2} + i\Gamma_f(p) \right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde se define

$$Q_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu. \quad (3.14)$$

Como ya se dijo, la autoenergía va a ser un número complejo, del cual la parte real describe la propagación de las partículas en el medio mientras que la parte imaginaria es la que describe la absorción o la razón de decaimiento de las partículas en el medio. Por esto, en el caso de este trabajo, la que nos interesa es la parte real de Σ_{11} . Para la parte real de la autoenergía, el término que va a contribuir es

$$\frac{1}{M_W^2} \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \left(\gamma^\mu + \frac{1}{M_W^2} \gamma_\nu Q^{\mu\nu} \right) i\Gamma_f(p) \quad (3.15)$$

donde $i\Gamma_f(p)$ es la parte que da la contribución debido a que existen electrones libres en el medio.

La parte real de la autoenergía es

$$Re\Sigma(k) = -\frac{g_W^2}{2M_W^2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \left(\gamma^\mu + \frac{1}{M_W^2} \gamma_\nu Q^{\mu\nu} \right) \Gamma_f(p) L. \quad (3.16)$$

Calculando los términos dentro de la integral y utilizando las propiedades de las matrices gama dadas en el Apéndice A, se tiene que

$$\gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma^\mu = -2(\not{p} - 2m_e), \quad (3.17)$$

y

$$\gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma_\nu Q^{\mu\nu} = -2q^2(\not{p} - 2m_e) - \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma_\nu q^\mu q^\nu. \quad (3.18)$$

Entonces

$$\begin{aligned} Re\Sigma(k) &= \frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^3} \delta(p^2 - m_e^2) \eta_f(p \cdot u) \times \\ &\times R \left[(\not{p} - 2m_e) + \frac{1}{M_W^2} \left\{ q^2(\not{p} - 2m_e) + \frac{q^\mu q^\nu}{2} \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma_\nu \right\} \right] L. \end{aligned} \quad (3.19)$$

De las propiedades de la función Delta se tiene que

$$\delta(p^2 - m_e^2) = \frac{1}{2|E|} \{ \delta(p_0 - E) + \delta(p_0 + E) \}. \quad (3.20)$$

Utilizando la función delta e integrando respecto a p_0 , se tiene una parte que está en función de los electrones (para $p_0 = E$) y otra que es para los positrones ($p_0 = -E$), por lo que tenemos que cambiar en esta segunda parte \vec{p} por $-\vec{p}$, por lo que \not{p} va a $-\not{p}$ y $q = k - p$ cambia a $\bar{q} = k + p$, así se tiene

$$\begin{aligned} Re\Sigma(k) &= \frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} dp_0 \frac{1}{2|E|} \times \\ &\times (\delta(p_0 - E) + \delta(p_0 + E)) (\theta(p \cdot u) f_F(p \cdot u) + \theta(-p \cdot u) f_F(-p \cdot u)) \\ &\times R \left[(\not{p} - 2m_e) + \frac{1}{M_W^2} \left\{ q^2 (\not{p} - 2m_e) + \frac{q^\mu q^\nu}{2} \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma_\nu \right\} \right] L \\ &= \frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2|E|} \left\{ R [(\not{p} - 2m_e) f_F(E) - (\not{p} + 2m_e) \bar{f}_F(E)] L + \right. \\ &+ \frac{1}{M_W^2} R \left[\left(q^2 (\not{p} - 2m_e) + \frac{q^\mu q^\nu}{2} \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma_\nu \right) f_F(E) - \right. \\ &\left. \left. - \left(\bar{q}^2 (\not{p} + 2m_e) + \frac{\bar{q}^\mu \bar{q}^\nu}{2} \gamma_\mu (\not{p} - m_e) \gamma_\nu \right) \bar{f}_F(E) \right] L \right\}. \quad (3.21) \end{aligned}$$

Se define $Re\Sigma(k) = R\tilde{\Sigma}(k)L = X$ donde

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}(k) &= \frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2|E|} \left[(\not{p} - 2m_e) f_F(E) - (\not{p} + 2m_e) \bar{f}_F(E) \right. \\ &+ \frac{1}{M_W^2} \left[\left\{ q^2 (\not{p} - 2m_e) + \frac{q^\mu q^\nu}{2} \gamma_\mu (\not{p} + m_e) \gamma_\nu \right\} f_F(E) \right. \\ &\left. \left. - \left\{ \bar{q}^2 (\not{p} + 2m_e) + \frac{\bar{q}^\mu \bar{q}^\nu}{2} \gamma_\mu (\not{p} - m_e) \gamma_\nu \right\} \bar{f}_F(E) \right] \right]. \quad (3.22) \end{aligned}$$

Escribiendo la autoenergía en términos de funciones invariantes de Lorentz (ver Ec. (2.7))

$$-\tilde{\Sigma} = a_W k + b_W \not{x} \quad (3.23)$$

tenemos que

$$T_k \equiv -\frac{1}{4} Tr[kX] = a_W k^2 + b_W k_0, \quad (3.24)$$

y

$$T_u \equiv -\frac{1}{4}Tr[\mu X] = a_W k_0 + b_W. \quad (3.25)$$

De aquí se obtiene

$$a_W = \frac{k_0 T_u - T_k}{\bar{k}^2}, \quad (3.26)$$

y

$$b_W = T_u - a_W k_0. \quad (3.27)$$

Ahora calculando T_k se tiene

$$\begin{aligned} T_k = & -\frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2|E|} \left[k \cdot p (f_F(E) - \bar{f}_F(E)) + \frac{1}{2M_W^2} (q^2(k \cdot p) f_F - \bar{q}^2(k \cdot p) \bar{f}_F(E)) \right. \\ & \left. + \frac{1}{M_W^2} ((k \cdot q)(p \cdot q) f_F(E) - (k \cdot \bar{q})(p \cdot \bar{q}) \bar{f}_F(E)) \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Obteniendo los productos de los términos dentro de la integral y tomando $p^2 = m_e^2$ y al neutrino sin masa, T_k queda como

$$\begin{aligned} T_k = & -\frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2|E|} \left[k \cdot p \left(1 + \frac{3}{2M_W^2} m_e^2 \right) (f_F(E) - \bar{f}_F(E)) \right. \\ & \left. - \frac{2}{M_W^2} (p \cdot k)^2 (f_F(E) + \bar{f}_F(E)) \right]. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Pasando a coordenadas esféricas y realizando las integrales para θ y ϕ

$$\begin{aligned} T_k = & -\frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{p^2 dp}{(2\pi)^2} \left[k_0 \left(1 + \frac{3m_e^2}{2M_W^2} \right) (f_F(E) - \bar{f}_F(E)) \right. \\ & \left. - \frac{2k_0^2}{M_W^2} \frac{(4E^2 - m_e^2)}{3E} (f_F(E) + \bar{f}_F(E)) \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

entonces

$$\begin{aligned} T_k = & -\frac{g_W^2}{2M_W^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[k_0 \left(1 + \frac{3m_e^2}{2M_W^2} \right) (f_F(E) - \bar{f}_F(E)) \right. \\ & \left. - \frac{2k_0^2}{M_W^2} \frac{(4E^2 - m_e^2)}{3E} (f_F(E) + \bar{f}_F(E)) \right]. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Como se tiene un sistema de neutrinos y no se puede describir a cada uno por separado midiendo la energía de cada uno, escribimos a la energía de los neutrinos k_0 como su energía promedio en el medio $k_0 = \langle E_\nu \rangle$. Podemos escribir a T_k en término de los números de densidad de electrones y positrones dados en general para los fermiones como

$$g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_F(p \cdot u) = N_f \quad (3.32)$$

y

$$g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \bar{f}_F(p \cdot u) = \bar{N}_f \quad (3.33)$$

donde el número de grados de libertad g es 1 para neutrinos y 2 para los demás fermiones. Esto es así ya que los neutrinos sólo tienen helicidad izquierda, mientras que los demás fermiones tienen tanto izquierda como derecha.

Entonces

$$\begin{aligned} T_k = & -\frac{g_W^2}{4M_W^2} \left[\langle E_\nu \rangle \left(1 + \frac{3m_e^2}{2M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) - \frac{8}{3M_W^2} \langle E_\nu \rangle^2 \langle E_e \rangle (N_e + \bar{N}_e) \right. \\ & \left. + \frac{2m_e^2}{3M_W^2} \frac{\langle E_\nu \rangle^2}{\langle E_e \rangle} (N_e + \bar{N}_e) \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde se asume que la energía promedio en el medio del positrón $\langle \bar{E}_e \rangle$ es la misma que la del electrón $\langle E_e \rangle$ y la del neutrino $\langle E_\nu \rangle$ igual que la del antineutrino $\langle \bar{E}_\nu \rangle$.

Ahora calculando T_u de la misma forma se tiene que

$$\begin{aligned} T_u = & -\frac{g_W^2}{M_W^2} \int \frac{p^2 dp}{(2\pi)^2} \left[(f_F(E) - \bar{f}_F(E)) + \frac{1}{M_W^2} \left(\frac{3}{2} m_e^2 + k_0^2 \right) (f_F(E) - \bar{f}_F(E)) \right. \\ & \left. - \frac{1}{M_W^2} \left(2Ek_0 + \frac{m_e^2 k_0}{E} \right) (f_F(E) + \bar{f}_F(E)) \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

por lo que

$$\begin{aligned} T_u = & -\frac{g_W^2}{4M_W^2} \left[\left(1 + \frac{3m_e^2}{2M_W^2} + \frac{\langle E_\nu \rangle^2}{M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) \right. \\ & \left. - \left(\frac{2\langle E_\nu \rangle \langle E_e \rangle}{M_W^2} + \frac{m_e^2 \langle E_\nu \rangle}{M_W^2 \langle E_e \rangle} \right) (N_e + \bar{N}_e) \right]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

f	C_V	C_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	$-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W$	$-\frac{1}{2}$
u, c, t	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\text{sen}^2\theta_W$	$+\frac{1}{2}$
d, s, b	$-\frac{1}{2} + \frac{42}{3}\text{sen}^2\theta_W$	$-\frac{1}{2}$
protón	$\frac{1}{2} - 2\text{sen}^2\theta_W$	$+\frac{1}{2}$
neutrón	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$,

Ahora utilizando las siguientes definiciones

$$\Phi_1 = \langle E_e \rangle (N_e + \bar{N}_e) \quad (3.37)$$

y

$$\Phi_2 = \frac{1}{\langle E_e \rangle} (N_e + \bar{N}_e) \quad (3.38)$$

se calculan a_W y b_W , obteniendo

$$a_W = -\frac{g_W^2}{4M_W^2} \left[\frac{\langle E_\nu \rangle}{M_W^2} (N_e - \bar{N}_e) + \frac{2}{3} \frac{\Phi_1}{M_W^2} - \frac{5}{3} \frac{m_e^2}{M_W^2} \Phi_2 \right] \quad (3.39)$$

y

$$b_W = -\frac{g_W^2}{4M_W^2} \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} \right) (N_e - \bar{N}_e) - \frac{8}{3} \frac{\langle E_\nu \rangle}{M_W^2} \Phi_1 + \frac{2}{3} \frac{m_e^2 \langle E_\nu \rangle}{M_W^2} \Phi_2 \right]. \quad (3.40)$$

Para el acoplamiento con el bosón Z se tiene el vértice dado por la Ec. (3.3), donde los acoplamientos vectorial C_V y axial C_A están dados por [22]

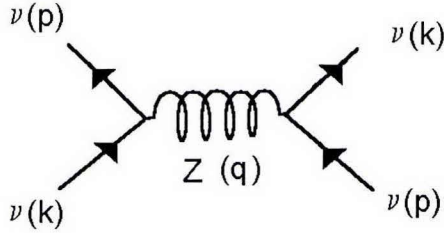


Figura 3.6: Diagrama cortado para intercambio con un bosón Z.

por lo que la autoenergía para este diagrama a un lazo (que se muestra en la Fig. (3.2a) es

$$-i\Sigma_{11}(k) = \frac{g_Z^2}{4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} R\gamma_\mu S_{11}(p)\gamma_\nu D_{11}^{\mu\nu}(q)L. \quad (3.41)$$

Otra vez, como el bosón Z no existe libre en el medio, la parte proporcional dada en la Ec. (3.8) no se considera. El diagrama se corta como se muestra en la Fig. (3.6). Haciendo los cálculos de la misma forma que para el intercambio de W y haciendo las mismas consideraciones para el neutrino, se tiene que

$$T_k = -\frac{g_Z^2}{4M_Z^2} \left[\langle E_\nu \rangle (N_\nu - \bar{N}_\nu) - \frac{8}{3M_Z^2} \langle E_\nu^3 \rangle (N_\nu + \bar{N}_\nu) \right] \quad (3.42)$$

y

$$T_u = -\frac{g_Z^2}{4M_Z^2} \left[\left(1 + \frac{\langle E_\nu^2 \rangle}{M_Z^2} \right) (N_\nu - \bar{N}_\nu) - \frac{2\langle E_\nu^2 \rangle}{M_Z^2} (N_\nu + \bar{N}_\nu) \right]. \quad (3.43)$$

Como se tienen las mismas relaciones para a_Z y b_Z que para a_W y b_W (Ecs.(3.26) y (3.27)), entonces ahora

$$a_Z = -\frac{g_Z^2}{4M_Z^2} \left[\frac{\langle E_\nu \rangle}{M_Z^2} (N_\nu - \bar{N}_\nu) + \frac{2\langle E_\nu \rangle}{M_Z^2} (N_\nu + \bar{N}_\nu) \right] \quad (3.44)$$

y

$$b_Z = -\frac{g_Z^2}{4M_Z^2} \left[(N_\nu - \bar{N}_\nu) - \frac{8\langle E_\nu^2 \rangle}{3M_Z^2} (N_\nu + \bar{N}_\nu) \right]. \quad (3.45)$$

Para la contribución del segundo diagrama del intercambio con el bosón Z (Fig. (3.2b)), se tiene que el bosón Z tiene momento $q=0$, por lo que la autoenergía es

$$\begin{aligned}
 -i\Sigma_{11}(k) &= \frac{-ig_Z \gamma^\mu (1-\gamma_5)}{2} iD_{\mu\nu}(q=0) \times \\
 &\times \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} (-1) \text{Tr} \left[\frac{-ig_Z}{2} \gamma^\nu (C_V^f - C_A^f \gamma^5) iS_f(p) \right] \\
 &= -\left(\frac{ig_Z}{2}\right)^2 \frac{R\gamma_\nu}{M_Z^2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\gamma^\nu (C_V^f - C_A^f \gamma^5) (\not{p} + m) \right] \times \\
 &\times 2\pi i \delta(p^2 - m_f^2) \eta_e(p \cdot u).
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

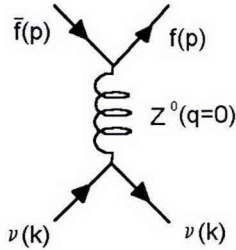


Figura 3.7: Diagrama de renacuajo cortado.

Aquí se toma la traza dentro de la integral multiplicada por un menos uno, como dicen las reglas de Feynman en el caso de lazos de fermiones cerrados. Este diagrama se corta como se muestra en la Fig. (3.7), donde un neutrino emite un bosón Z con momento cero y sigue su camino, mientras que el bosón se aniquila formando un par fermión- antifermión.

La parte real esta dada por

$$\begin{aligned}
 Re\Sigma(k) &= \frac{g_Z^2}{4M_Z^2} R\gamma_\nu \int \frac{d^4p}{(2\pi)^3} \delta(p^2 - m_f^2) \eta_e(p \cdot u) Tr \left[\gamma^\nu (C_V^f - C_A^f \gamma^5) (\not{p} + m) \right] \\
 &= \frac{g_Z^2}{4M_Z^2} R\gamma_\nu \int \frac{d^4p}{(2\pi)^3} \delta(p^2 - m_f^2) \eta_e(p \cdot u) (2C_V^f p^\mu) \\
 &= \frac{g_Z^2}{4M_Z^2} R\gamma_\nu \int \frac{d^4p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} \{ \delta(p_0 - E) \delta(p_0 + E) \} \{ \theta(p \cdot u) f_F(p \cdot u) \\
 &+ \theta(-p \cdot u) f_F(-p \cdot u) \} (2C_V^f p^\mu) \tag{3.47}
 \end{aligned}$$

Haciendo la integral respecto a p_0 , la parte real de la autoenergía queda como

$$Re\Sigma(k) = \frac{g_Z^2}{4M_Z^2} R \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} C_V^f \not{p} [f(E) - \bar{f}(E)]. \tag{3.48}$$

Ahora la energía

$$E = \sqrt{\vec{p}^2 + m_f^2} \tag{3.49}$$

es la energía del fermión que se crea del intercambio con el Z .

Escribiendo otra vez

$$-Re\tilde{\Sigma}(k) = a \not{k} + b \not{\mu} \tag{3.50}$$

ahora con $Re\Sigma = RRe\tilde{\Sigma}$ y utilizando las mismas definiciones para T_k y T_u se tiene que

$$\begin{aligned}
 T_k &= \frac{1}{4} \left[-\frac{g_Z^2}{M_Z^2} 4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} C_V^f p \cdot k [f(E) - \bar{f}(E)] \right] \\
 &= -\frac{g_Z^2}{2M_Z^2} \frac{C_V^f k_0}{g} (N_f - \bar{N}_f) \tag{3.51}
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
 T_u &= \frac{1}{4} \left[-\frac{g_Z^2}{M_Z^2} 4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} C_V^f E [f(E) - \bar{f}(E)] \right] \\
 &= -\frac{g_Z^2}{2M_Z^2} C_V^f (N_f - \bar{N}_f). \tag{3.52}
 \end{aligned}$$

Volviendo a utilizar las relaciones para a y b y la aproximación de que la masa del neutrino es cero ($k_0 = |\vec{k}|$) entonces

$$a_{z_i} = 0 \quad (3.53)$$

y

$$b_{z_i} = T_a^t = -\frac{g_Z^2}{2M_Z^2} \sum_f \frac{C_V^f}{g} (N_f - \bar{N}_f). \quad (3.54)$$

Escribiendo en términos de la constante de acoplamiento de Fermi G_F donde $G_F = 1.16639 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$, se tienen las siguientes relaciones

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos^2 \theta_W, \quad (3.55)$$

$$\frac{g_W^2}{4M_W^2} = \sqrt{2} G_F \quad (3.56)$$

y

$$\frac{g_Z^2}{4M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \sqrt{2} G_F. \quad (3.57)$$

Sustituyendo, se tiene para el acoplamiento con el bosón W que

$$a_W = -\sqrt{2} G_F \left[\frac{\langle E_\nu \rangle}{M_W^2} (N_e - \bar{N}_e) + \frac{2\Phi_1}{3M_W^2} - \frac{5m_e^2 \Phi_2}{3M_W^2} \right] \quad (3.58)$$

y

$$b_W = -\sqrt{2} G_F \left[\left(1 + \frac{3m_e^2}{2M_W^2} (N_e - \bar{N}_e) \right) - \frac{8\langle E_\nu \rangle}{3M_W^2} \Phi_1 + \frac{2m_e^2 \langle E_\nu \rangle}{3M_W^2} \right]. \quad (3.59)$$

Para el acoplamiento con el bosón Z , las relaciones son

$$a_Z = -\sqrt{2} G_F \left[\frac{\langle E_\nu \rangle}{M_Z^2} (N_\nu - \bar{N}_\nu) + \frac{2\langle E_\nu \rangle}{3M_Z^2} (N_\nu + \bar{N}_\nu) \right] \quad (3.60)$$

y

$$b_Z = -\sqrt{2} G_F \left[(N_\nu - \bar{N}_\nu) - \frac{8\langle E_\nu \rangle}{3M_Z^2} (N_\nu + \bar{N}_\nu) \right]. \quad (3.61)$$

Ahora, para el segundo diagrama del acoplamiento Z se tiene

$$b_{z_i} = -\frac{g_Z^2}{2M_Z^2 \cos^2 \theta_w} \sum_f \frac{C_V^f}{g} (N_f - \bar{N}_f) \quad (3.62)$$

por lo que

$$b_{Z_t}^e = -\sqrt{2}G_F \left(-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_w \right) (N_e - \bar{N}_e) \quad (3.63)$$

$$b_{Z_t}^\nu = -\sqrt{2}G_F \sum_\nu (N_\nu - \bar{N}_\nu), \quad (3.64)$$

$$b_{Z_t}^p = -\sqrt{2}G_F \left(\frac{1}{2} - 2\text{sen}^2\theta_w \right) (N_p - \bar{N}_p) \quad (3.65)$$

y

$$b_{Z_t}^n = \frac{\sqrt{2}G_F}{2} (N_n - \bar{N}_n). \quad (3.66)$$

Para materia formada por neutrinos, electrones, neutrones, protones y sus antipartículas se tiene

$$\begin{aligned} b_{Z_t}^{mat} = & -\sqrt{2}G_F \left[\left(-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_w \right) (N_e - \bar{N}_e) + \right. \\ & + \left(\frac{1}{2} - 2\text{sen}^2\theta_w \right) (N_p - \bar{N}_p) - \frac{1}{2} (N_n - \bar{N}_n) + \\ & \left. + (N_{\nu_e} - \bar{N}_{\nu_e}) + (N_{\nu_\mu} - \bar{N}_{\nu_\mu}) + (N_{\nu_\tau} - \bar{N}_{\nu_\tau}) \right]. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Para que la materia permanezca neutral

$$N_p - \bar{N}_p = N_e - \bar{N}_e \quad (3.68)$$

por lo que

$$b_{Z_t}^{mat} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (N_n - \bar{N}_n) - \sqrt{2}G_F \sum_\nu (N_\nu - \bar{N}_\nu). \quad (3.69)$$

Definiendo la asimetría L_a de una partícula a como

$$L_a = \frac{N_a - \bar{N}_a}{N_\gamma}, \quad (3.70)$$

donde la densidad de fotones se puede calcular dando

$$N_\gamma = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{e^{\beta p_0} - 1} \right] = \frac{2}{\pi^2} \xi(3) T^3. \quad (3.71)$$

Si suponemos que la energía promedio de las partículas es igual a la de sus correspondientes antipartículas, es decir,

$$\langle E_a \rangle = \langle \bar{E}_a \rangle \quad (3.72)$$

entonces se puede calcular la energía promedio de los electrones como

$$\langle E_e \rangle = \frac{2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_e(E) E}{2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_e(E)} = \frac{2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_e(E) E}{N_e}. \quad (3.73)$$

Para calcular N_e , se consideran a los electrones como un gas relativista ($T \gg m_e$), entonces

$$N_e = \frac{3}{2\pi^2} \xi(3) T^3 \quad (3.74)$$

y

$$2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_e(E) E = \frac{21}{4\pi^2} T^4 \xi(4) \quad (3.75)$$

por lo que

$$\langle E_e \rangle = \frac{7 \xi(4)}{2 \xi(3)} T. \quad (3.76)$$

Si ahora se aproxima

$$\langle E_e \rangle N_e + \langle \bar{E}_e \rangle \bar{N}_e \simeq 2 \langle E_e \rangle N_e, \quad (3.77)$$

se pueden reescribir las Ecs. (3.59), (3.61), y (3.67) como

$$a_W = -\frac{\sqrt{2} G_F N_\gamma}{M_W^2} \left[\frac{7 \xi(4)}{2 \xi(3)} T (1 + L_e) - \frac{5 \xi(3)}{7 \xi(4)} \frac{m_e^2}{T} \right], \quad (3.78)$$

y

$$b_W = -\sqrt{2} G_F N_\gamma \left(\left(1 + \frac{3 m_e^2}{2 M_W^2} \right) L_e - \left(\frac{7 \xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 + \frac{m_e^2}{M_W^2} \right), \quad (3.79)$$

$$a_Z = -\frac{\sqrt{2}G_F}{M_Z^2} \frac{7\xi(4)}{2\xi(3)} (1 + L_{\nu_e}) T, \quad (3.80)$$

$$b_Z = -\sqrt{2}G_F N_\gamma \left[L_\nu - 2 \left(\frac{7\xi(4)}{2\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_Z} \right)^2 \right] \quad (3.81)$$

y

$$b_t^{mat} = -\sqrt{2}G_F N_\gamma \left[\left(-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W \right) (L_e - L_p) - \frac{1}{2} L_n + L_{\nu_e} + L_{\nu_{mu}} + L_{\nu_{tau}} \right] \quad (3.82)$$

Volviendo a pedir que el medio sea neutro ($L_e = L_p$), entonces

$$b_{zt}^{mat} = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[\frac{L_n}{2} - (L_{\nu_e} + L_{\nu_\mu} + L_{\nu_\tau}) \right]. \quad (3.83)$$

3.3. Potencial Efectivo

En la TCTF se puede definir al potencial efectivo de una partícula que se propaga en un medio a través de la relación de dispersión

$$\det(\not{k} - m - \Sigma) = 0. \quad (3.84)$$

Definiendo

$$V \equiv \not{k} - \Sigma \quad (3.85)$$

y suponiendo que la masa de la partícula es cero [10],

$$V_\mu = (1 + a)k_\mu + bu_\mu \quad (3.86)$$

De la Ec. (3.84), la relación de dispersión queda dada por

$$V^2 = V_\mu V^\mu = 0, \quad (3.87)$$

entonces

$$(1 + a)^2 k^2 + b^2 + 2(1 + a)bk \cdot u = 0 \quad (3.88)$$

lo cual da

$$(1 + a)^2 k_0^2 + b^2 + 2(1 + a)bk_0 = (1 + a)^2 \vec{k}^2, \quad (3.89)$$

por lo que

$$k_0 \mp |\vec{k}| = \frac{-b}{1+a} \quad (3.90)$$

y tomando la solución para energía positiva

$$k_0 - |\vec{k}| = \frac{-b}{1+a}. \quad (3.91)$$

Comparando las Ecs. (3.58) y (3.59) se puede ver que $b \gg a$ por lo que se puede despreciar la contribución de a con lo que

$$k_0 - |\vec{k}| \simeq -b. \quad (3.92)$$

El potencial efectivo se puede definir en la TCTF como la parte real de la relación de dispersión de la partícula en el medio menos la energía cinética en el vacío, entonces

$$V_{eff} = -b. \quad (3.93)$$

A partir del potencial efectivo se puede calcular el índice de refracción del que se hablará en el capítulo siguiente utilizando la definición

$$n = \frac{k}{w(k)} \quad (3.94)$$

con lo que se obtiene

$$n - 1 = -\frac{V_{eff}}{k}. \quad (3.95)$$

Como el potencial efectivo está dado por la Ec. (3.93), si se considera un medio que está formado por protones, electrones, neutrones y neutrinos, pero con una temperatura menor que la masa del muón, entonces los neutrinos muónicos y tauónicos sólo pueden interactuar por medio de corriente neutra, ya que para que interactuaran por corriente cargada, el medio debería tener la temperatura suficiente para que se crearan partículas μ y τ .

Se puede entonces calcular el potencial efectivo de cada sabor de neutrino utilizando las Ecs. (3.79), (3.81) y (3.82). Para un neutrino electrónico

$$V_{\nu_e} = -(b_W + b_Z + b_{Z_t}) \quad (3.96)$$

y para los otros sabores

$$V_{\nu_a} = -(b_Z + b_{Z_t}) \quad (3.97)$$

donde $a = \mu, \tau$.

Entonces se tiene que

$$V_{\nu_e} \simeq \sqrt{2}G_F N_\gamma \left\{ \left(\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W \right) L_e - \left(1 + \frac{1}{2}\text{cos}^2\theta_W \right) \left(7\frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 + 2L_{\nu_e} + L_{\nu_\mu} + L_{\nu_\tau} + \left(\frac{1}{2} - 2\text{sen}^2\theta_W \right) L_p - \frac{1}{2}L_n \right\}. \quad (3.98)$$

Definiendo

$$\widehat{L}_e \equiv \left(\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W \right) L_e + \left(\frac{1}{2} - 2\text{sen}^2\theta_W \right) L_p - \frac{1}{2}L_n + 2L_{\nu_e} + L_{\nu_\mu} + L_{\nu_\tau}, \quad (3.99)$$

$$\widehat{L}_\mu \equiv \left(-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W \right) (L_e + L_p) + \frac{1}{2}L_n + L_{\nu_e} + 2L_{\nu_\mu} + L_{\nu_\tau}, \quad (3.100)$$

y

$$\widehat{L}_\tau \equiv \left(-\frac{1}{2} + 2\text{sen}^2\theta_W \right) (L_e + L_p) + \frac{1}{2}L_n + L_{\nu_e} + L_{\nu_\mu} + 2L_{\nu_\tau}, \quad (3.101)$$

entonces

$$V_{\nu_e} = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[\widehat{L}_e - \left(1 + \frac{1}{2}\text{cos}^2\theta_W \right) \left(7\frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 \right]^2, \quad (3.102)$$

$$V_{\nu_\mu} = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[\widehat{L}_\mu - \frac{1}{2} \left(7\frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 \text{cos}^2\theta_W \right] \quad (3.103)$$

y

$$V_{\nu_\tau} = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[\widehat{L}_\tau - \frac{1}{2} \left(7\frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 \text{cos}^2\theta_W \right]. \quad (3.104)$$

Estos potenciales efectivos van a ser útiles en el siguiente capítulo para obtener las probabilidades de transición entre sabores de neutrinos donde, dependiendo de las condiciones del medio, se tendrá un aumento o una disminución de las oscilaciones.

Capítulo 4

Oscilaciones de neutrinos

Durante los últimos años, la física de oscilaciones de neutrinos ha recibido gran atención. Se ha resuelto el enigma de los neutrinos solares, es decir, el déficit de neutrinos provenientes del sol iniciado en los años 60 cuando R. Davis midió el flujo de neutrinos electrónicos solares que llegaban a la tierra. Utilizando la reacción con el ^{37}Cl donde se midieron flujos menores a los calculados teóricamente. Los experimentos modernos parecen haber comprobado la oscilación de neutrinos, y han medido varios de los parámetros de mezcla, además de que se han encontrado varios problemas de astrofísica donde se pueden proponer las oscilaciones como una solución a ellos, por lo que su estudio y entendimiento teórico es importante para el desarrollo de este campo [24,25].

Los experimentos de neutrinos solares, los producidos en aceleradores así como los atmosféricos muestran evidencias a favor de las oscilaciones. De las observaciones del KamLand se ha establecido la solución llamada MSW con ángulo de mezcla grande (LMA) para el problema de los neutrinos solares [26]. De los experimentos de corriente neutra del SNO, así como de la evidencia de desaparición de antineutrinos en un haz de antineutrinos electrónicos de KamLand, se tienen evidencias de la oscilación y mezcla de neutrinos, lo cual descarta o deja sólo como efectos secundarios cualquier otra solución al problema de los neutrinos solares [27,28]. Las mediciones del SNO del flujo total de los tres tipos de neutrinos juntos dan valores iguales a los esperados teóricamente, confirmando las oscilaciones [29].

Como ya se dijo en el capítulo anterior, las oscilaciones de neutrinos propagándose en la materia se modifican de las del vacío, ya que las interacciones varían según el sabor. Por ejemplo, los neutrinos electrónicos interactúan por medio de corriente cargada con electrones del medio así como con corriente neutra con los demás fermiones del medio, mientras que los otros sabores sólo interactúan por medio de corriente neutra con la materia. Debido a esto, aunque el ángulo de mezcla sea muy pequeño, la probabilidad de que atraviese una resonancia es grande [30].

Como un ejemplo de esto último, está una estrella con masa mayor que ocho veces la masa del Sol que, al final de su vida, al haber acumulado un núcleo de hierro de aproximadamente 1.5 veces la masa del Sol, se colapsa en milisegundos convirtiéndose en una estrella protón-neutrón. En ésta, la emisión de neutrinos drena su energía y al mismo tiempo calienta la región detrás de la onda de choque. En una primera aproximación, la estrella emite neutrinos de todos los sabores. Las diferencias más importantes que dependen del sabor para las oscilaciones son las interacciones con la materia [31].

En todos estos casos, con los resultados experimentales, el fenómeno de las oscilaciones de neutrinos es la mayor evidencia de que existe física más allá del Modelo Estándar [32]

B. Pontecorvo fue el primero en proponer las oscilaciones de neutrinos, formulando las condiciones necesarias para que éstas existieran [62], [63]:

1) El número leptónico de familia que se conserva por la interacción débil común, se viola por una interacción adicional entre neutrinos.

2) Las masas de los neutrinos son distintas de cero.

Estas condiciones son equivalentes a decir que, en el Lagrangiano total, existe un término de masa del neutrino no diagonal en el sabor del neutrino.

Debido al carácter de interferencia de las oscilaciones de neutrinos, el estudio de este fenómeno es el método más sensible para buscar las pequeñas diferencias en el cuadrado de las masas de neutrinos.

Las oscilaciones de neutrinos se basan en las suposiciones de que la interacción de neutrinos con otras partículas se describe por la interacción electrodébil del Modelo Estándar descritas por los lagrangianos

$$\begin{aligned} L_I^{CC} &= -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_\alpha^{CC}W^\alpha + h.c. \\ L_I^{NC} &= -\frac{g}{2\cos\theta_w}j_\alpha^{NC}Z^\alpha + h.c. \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde g es la constante de acoplamiento de $SU(2)_L$, θ_w el ángulo débil, W^α y Z^α los campos de los bosones vectoriales y las corrientes leptónicas cargada y neutra, las cuales están dadas por [3]

$$j_\alpha^{CC} = 2 \sum_l \bar{\nu}_{lL} \gamma_\alpha l_L$$

$$j_{\alpha}^{NC} = 2 \sum_l \bar{\nu}_{lL} \gamma_{\alpha} \nu_{lL} \quad (4.2)$$

Además se asume que existen exactamente tres sabores de neutrinos en la naturaleza.

4.1. Oscilaciones de Neutrinos en Vacío

Los neutrinos son las partículas que actúan en los procesos débiles. Para determinar los estados de éstos, se considera un decaimiento

$$a \rightarrow b + l^+ + \nu_l. \quad (4.3)$$

Si existe mezcla de neutrinos, el estado de las partículas finales está dado por

$$|f\rangle = \sum_i |b\rangle |l^+\rangle |\nu_i\rangle \langle il^+b | S | a \rangle \quad (4.4)$$

donde $|\nu_i\rangle$ es el estado del neutrino con momento \vec{p} y energía

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}; \quad (p^2 \gg m_i^2). \quad (4.5)$$

Suponiendo que las diferencias de los cuadrados de las masas de los neutrinos son muy pequeñas

$$\langle il^+b | S | a \rangle \simeq U_{li}^* \langle \nu_l l^+ b | S | a \rangle_{SM} \quad (4.6)$$

donde $\langle \nu_l l^+ b | S | a \rangle_{SM}$ es el elemento de matriz del proceso calculado bajo la suposición de que todos los neutrinos tienen la misma masa. De aquí se obtiene el estado normalizado del neutrino para un determinado sabor [33,34]

$$|\nu_l\rangle = \sum_i U_{li}^* |\nu_i\rangle. \quad (4.7)$$

Por esto, en el caso de la mezcla de campos de neutrinos con pequeñas diferencias del cuadrado de sus masas, el estado de un neutrino de un cierto sabor es una superposición coherente de los estados de neutrinos con masas definidas.

A un tiempo t el estado del neutrino es [33]

$$|\nu_l\rangle_t = e^{-iH_0 t} |\nu_l\rangle = \sum_i U_{li}^* e^{-iH_0 t} |i\rangle, \quad (4.8)$$

donde H_0 es el hamiltoniano de la partícula libre.

$$|\nu_l\rangle_t = \sum_r A(\nu_l \rightarrow \nu_r) |\nu_r\rangle, \quad (4.9)$$

y [33]

$$A(\nu_l \rightarrow \nu_r) = \langle \nu_r | e^{-iH_0 t} |\nu_l\rangle = \sum_i U_{ri} e^{-iH_0 t} U_{li}^* \quad (4.10)$$

es la amplitud de la transición $\nu_l \rightarrow \nu_r$ al tiempo t , con D la matriz diagonal

$$D_{i,j} = \delta_{i,j} e^{-iE_i t}. \quad (4.11)$$

y δ una fase.

De lo anterior, la probabilidad de transición está dada por

$$P(\nu_l \rightarrow \nu_r) = \left| \delta_{rl} + \sum_{i \geq 2} U_{ri} U_{li}^* \left(e^{-i\Delta m_{i1}^2 \frac{L}{2E}} \right) \right|^2, \quad (4.12)$$

donde $L \simeq t$ es la distancia entre la fuente de neutrinos y el detector, E es la energía del neutrino y $\Delta m_{i1}^2 = m_i^2 - m_1^2$.

De aquí se puede ver que las probabilidades de transición dependen de $\frac{L}{E}$ y que se pueden observar si, al menos para un valor de i , se cumple la condición

$$\Delta m_{i1}^2 \frac{L}{E} \geq 1. \quad (4.13)$$

En general, la matriz unitaria de mezcla de $n \times n$ se caracteriza por medio de $n(n-1)/2$ ángulos y $n(n+1)/2$ fases por lo que, para el caso de la matriz de 3×3 , se tienen 3 ángulos y una fase [35].

Para la primer columna se pueden escoger los valores de la matriz como

$$U_{e1} = \sqrt{1 - |U_{e3}|^2} \cos \theta_{12}; U_{e2} = \sqrt{1 - |U_{e3}|^2} \text{sen} \theta_{12}; U_{e3} = \text{sen} \theta_{13} e^{-i\delta}. \quad (4.14)$$

De aquí se tiene entonces que

$$|\nu_e\rangle = \sqrt{1 - |U_{e3}|^2} |\nu_{12}\rangle + U_{e3} |\nu_3\rangle, \quad (4.15)$$

donde

$$|\nu_{12}\rangle = \cos \theta_{12} |\nu_1\rangle + \text{sen} \theta_{12} |\nu_2\rangle. \quad (4.16)$$

Similarmente, para el caso de $l = \mu, \tau$ se puede escribir:

$$|\nu_\mu\rangle = \cos \theta_{23} |\nu_{12}^\perp\rangle + \text{sen} \theta_{23} |\nu_e^\perp\rangle \quad (4.17)$$

y

$$|\nu_\tau\rangle = -\text{sen} \theta_{23} |\nu_{12}^\perp\rangle + \cos \theta_{23} |\nu_e^\perp\rangle, \quad (4.18)$$

donde

$$|\nu_{12}^\perp\rangle = -\text{sen} \theta_{12} |\nu_1\rangle + \cos \theta_{12} |\nu_2\rangle \quad (4.19)$$

y

$$|\nu_e^\perp\rangle = -U_{e3}^* |\nu_{12}\rangle + \sqrt{1 - |U_{e3}|^2} |\nu_3\rangle. \quad (4.20)$$

Si los ν_i son campos de Majorana, la matriz de mezcla de Majorana se puede escribir de la forma

$$U^M = U^D S(l), \quad (4.21)$$

donde U^D es la matriz de mezcla de Dirac y $S(\alpha)$ es la matriz de fases dada por

$$S_{ik}(l) = e^{i(l_i - l)} \delta_{ik}, \quad (4.22)$$

por lo que las amplitudes de transición para neutrinos de Majorana y de Dirac son iguales, lo que implica que las oscilaciones de neutrinos no permiten distinguir entre los tipos de neutrinos.

4.1.1. Oscilaciones entre dos tipos de neutrinos en vacío

Para el caso de oscilaciones entre mas de 2 sabores las fórmulas se vuelven complicadas, pero se simplifican fuertemente en el caso de que las masas de los neutrinos estén bien separadas una de otra (hipótesis de jerarquía de masas), es decir,

$$|m_i^2 - m_j^2| \ll |m_i^2 - m_k^2| \quad (4.23)$$

para $i, j \neq k$ ya que en este caso L/E se incrementa desde cero haciendo que el término de la exponencial de la Ec. (4.12) se haga cero, dando solo las oscilaciones principales. Si se considera el caso de las oscilaciones entre dos tipos de neutrinos se tiene la probabilidad de transición

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = \left| \delta_{\alpha\alpha} + U_{\alpha 2} U_{\alpha 2}^* \left(e^{-i\Delta m^2 \frac{L}{2E}} + 1 \right) \right|^2 \quad (4.24)$$

donde

$$\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2. \quad (4.25)$$

En este caso, se puede escoger que la matriz de mezcla de 2×2 sea real y se tenga un solo ángulo de mezcla θ , entonces

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

lo cual implica que

$$\begin{aligned} \nu_\alpha &= \nu_1 \cos\theta + \nu_2 \text{sen}\theta \\ \nu_{\alpha'} &= -\nu_1 \text{sen}\theta + \nu_2 \cos\theta \end{aligned} \quad (4.27)$$

por lo que la probabilidad queda como

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) &= \frac{1}{2} \text{sen}^2 2\theta \left(1 - \cos \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \\ &= \frac{1}{2} \text{sen}^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{L}{L_0} \right). \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde L_0 , la longitud de oscilación en el vacío, está dada por

$$L_0 = 4\pi \frac{E}{\Delta m^2}. \quad (4.29)$$

Al usar L_0 , se pueden tener condiciones simples para calcular si es posible que se observen las oscilaciones ó no. Por ejemplo, para $\text{sen}^2 2\theta$ suficientemente grande, para que existan oscilaciones se tiene que cumplir que $L \leq L_0$ ya que de otra forma las oscilaciones no van a tener tiempo de evolucionar y por lo tanto no se observarán [34].

4.2. Oscilaciones de Neutrinos en materia

Si los neutrinos atraviesan el Sol, la Tierra, una Supernova, etc., la materia puede alterar la mezcla de neutrinos y las probabilidades de transición entre distintos sabores de neutrinos. Aun si todos los neutrinos tuvieran masa cero, pueden existir oscilaciones al atravesar materia debido a una dispersión coherente de los neutrinos del electrón que interaccionan con los electrones que existen en la materia por medio de corriente cargada. El índice de refracción de una partícula con momento p está dado por la fórmula clásica [36]

$$n = 1 + \frac{2\pi}{p^2} f(0)\rho \quad (4.30)$$

donde ρ es el número de densidad de la materia y $f(0)$ es la amplitud para la dispersión elástica en la dirección del movimiento. El segundo término en la ecuación anterior se debe a la dispersión coherente de la partícula en la materia.

En el caso de los neutrinos, la amplitud del proceso de dispersión del neutrino electrónico con el electrón es distinta a las amplitudes de los procesos de dispersión de los neutrinos muónicos ó tauónicos con los electrones ya que el primer proceso tiene contribuciones tanto del intercambio de bosones W^\pm como del Z^0 , mientras que los demás procesos sólo tienen contribuciones debido al intercambio del Z^0 . Por esto, los índices de refracción de ν_e y $\nu_{\mu,\tau}$ son diferentes. Si los neutrinos se mezclan, la diferencia entre los índices de refracción lleva a efectos importantes en las transiciones de neutrinos en la materia.

En la base de sabor, la ecuación de evolución de un neutrino con momento p que pasa a través de la materia tiene la forma general

$$i \frac{\partial a_\alpha(t)}{\partial t} = \sum_{\alpha'} (H_0 + H_I)_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'}(t). \quad (4.31)$$

Aquí H_0 es el hamiltoniano libre, H_I es el hamiltoniano efectivo de la interac-

ción del neutrino con la materia y $a_\alpha(t)$ es la amplitud de probabilidad de encontrar ν_α al tiempo t . Se tiene

$$(H_0)_{\alpha\alpha'} = \langle \alpha | H_0 | \alpha' \rangle = \sum_i U_{\alpha i} E_i U_{\alpha' i}^* \quad (4.32)$$

donde U es la matriz de mezcla de neutrinos en vacío y

$$E_i \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}. \quad (4.33)$$

Debido a que todos los sabores tienen la misma interacción de corriente neutra, la parte de ésta en el hamiltoniano efectivo es proporcional a la matriz unitaria, por lo que se puede excluir de la ecuación de evolución a través de una transformación de fase de la función $a(t)$, por lo que sólo se tiene que tomar en cuenta la interacción de corriente cargada entre e y ν_e con lo que se tiene

$$(H_I)_{ee} = \langle \nu_e^{mat} | \frac{G_F}{\sqrt{2}} 2\bar{\nu}_{eL}\gamma^\alpha \nu_{eL} \bar{e}\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) e | \nu_e^{mat} \rangle \simeq \sqrt{2} G_F \rho_e, \quad (4.34)$$

donde $|\nu_e^{mat}\rangle$ es el vector de estado de un neutrino con cuadrimomento p dentro de la materia y ρ_e es el número de densidad del electrón.

4.2.1. Oscilaciones de dos tipos de neutrinos en la materia

Considerando la oscilación entre dos sabores se tiene la matriz de mezcla

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

donde θ es el ángulo de mezcla en el vacío. El hamiltoniano efectivo total de neutrinos en la materia con momento p está dado por

$$H = \frac{1}{4p} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + A & \Delta m^2 \text{sen} 2\theta \\ \Delta m^2 \text{sen} 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta - A \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

donde se define

$$\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 \quad (4.37)$$

y

$$A = 2\sqrt{2}G_F\rho_e p. \quad (4.38)$$

El hamiltoniano efectivo se puede diagonalizar utilizando la matriz de mezcla en materia como

$$H = U^m E^m U^{m+} \quad (4.39)$$

donde E_i^m son los autovalores del hamiltoniano dados por

$$E_{1,2}^m = \mp \frac{1}{4p} \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2} \quad (4.40)$$

y θ^m está dado por

$$\tan 2\theta^m = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m^2 \cos 2\theta - A}. \quad (4.41)$$

Si se considera el caso más simple, que es cuando la densidad de electrones es constante, tanto el ángulo de mezcla como la longitud de oscilación son muy distintos de sus valores en vacío. Si además se supone que se satisface la condición

$$\Delta m^2 \cos 2\theta = A, \quad (4.42)$$

se tiene que la mezcla es máxima ($\theta^m = \frac{\pi}{4}$) independientemente del valor del ángulo de mezcla en vacío. En este caso, la longitud de oscilación en materia es

$$L_0^m = \frac{L_0}{\sin 2\theta} \quad (4.43)$$

donde L_0 es la longitud de oscilación en vacío.

En general, para los problemas en los que se estudia la oscilación de neutrinos en materia, la densidad de electrones no es constante, por lo que la ecuación general de evolución es

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = H^m(t) a(t) \quad (4.44)$$

que se puede resolver utilizando la función

$$a(t) = c(t) a(t) \quad (4.45)$$

por lo que, si se supone que la función de densidad depende muy débilmente de t (aproximación adiabática), se tiene la solución a la ecuación de evolución dada por

$$a(t) = e^{-i \int_{t_0}^t E^m(t) dt} a(t_0) \quad (4.46)$$

por lo que

$$a(t) = U^m(t) e^{-i \int_{t_0}^t E^m(t) dt} U^{m+}(t_0) a(t_0) \quad (4.47)$$

y, por lo tanto, la amplitud de transición en un intervalo de tiempo $(t - t_0)$ está dada por [37]

$$A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = \sum_i U_{\alpha i}^m(t) e^{-i \int_{t_0}^t E^m(t) dt} U_{\alpha i}^{m*}(t_0). \quad (4.48)$$

En el caso de neutrinos propagándose en un baño térmico, donde las interacciones son a través de un potencial efectivo, se puede escribir la ecuación de evolución de los neutrinos como

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_a \\ \nu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V - \Delta \cos 2\theta & \frac{\Delta}{2} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta}{2} \sin 2\theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_a \\ \nu_b \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

donde a puede ser un neutrino activo y b estéril o activo. V es la diferencia de potenciales efectivos, θ el ángulo de mezcla, y Δ se define como

$$\Delta = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E_\nu} \quad (4.50)$$

donde E_ν es la energía de los neutrinos.

La probabilidad de conversión de un neutrino de sabor a a uno de sabor b es entonces

$$P_{a \rightarrow b}(t) = \frac{\Delta^2 \text{sen}^2 2\theta}{(V - \Delta \cos 2\theta)^2 + \Delta^2 \text{sen}^2 2\theta} \text{sen}^2 \left(\frac{(V - \Delta \cos 2\theta)^2 + \Delta^2 \text{sen}^2 2\theta}{2} \right). \quad (4.51)$$

De esta ecuación se puede deducir que, para que exista una resonancia, se tiene que cumplir la condición

$$V = \Delta \cos 2\theta \quad (4.52)$$

y de otra forma las oscilaciones pueden ser suprimidas.

También se puede calcular la longitud de la oscilación dada por [36]

$$L_{osc} = L_0 \left(\cos^2 2\theta \left(1 - \frac{V}{\Delta \cos 2\theta} \right)^2 + \text{sen}^2 2\theta \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.53)$$

donde L_0 es la longitud de la oscilación en el vacío dada por la Ec.(4.29).

Capítulo 5

Aplicaciones y Conclusiones

Para el problema de las oscilaciones de neutrinos en materia, la cantidad importante es la diferencia de potenciales efectivos de distintos sabores donde, debido a que las interacciones cargadas sólo contribuyen en el caso de los neutrinos electrónicos, se tiene que $V_{\nu_e} - V_{\nu_\mu}$ y $V_{\nu_e} - V_{\nu_\tau}$ son distintas de cero y proporcionales a la diferencia de electrones con positrones del medio.

Aplicando esto a los casos específicos de las bolas de fuego de las GRB's y el Universo Temprano, y usando los resultados de las Ecs. (3.96) y (3.97), se puede calcular el potencial efectivo para la oscilación de neutrinos electrónicos a muónicos donde se tiene que

$$V = V_{\nu_e} - V_{\nu_\alpha} = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[L_e + L_{\nu_e} - L_{\nu_\alpha} - \left(7 \frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 \right] \quad (5.1)$$

A partir de esta diferencia de potenciales, se van a calcular las probabilidades de oscilación de un sabor al otro, utilizando la Ec.(4.51).

5.1. Explosiones de Rayos Gama

Las GRB's son explosiones cortas, no térmicas de fotones de baja energía (100keV- 1MeV) que liberan alrededor de $10^{51} - 10^{53}$ ergs haciéndolas por unos segundos los objetos más luminosos del universo combinado, lo que refleja sus condiciones extremas [38].

Un modelo que se utiliza para explicar la estructura temporal de las explosiones y la naturaleza no térmica del espectro, llamado bola de fuego, dice que la liberación de grandes cantidades de rayos gama dentro de una región compacta con un radio de aproximadamente 100 km crea una bola de fuego opaca formada de fotones y leptones debido al proceso $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$.

Además de los pares electrón-positrón y los fotones, las bolas de fuego pueden contener algunos bariones, tanto del progenitor como del medio que la rodea, lo cual afectará la expansión de la bola de fuego.

Los electrones asociados con la materia pueden aumentar la opacidad, por tanto, retardar el proceso de emisión de radiación y los bariones pueden ser acelerados junto con las bolas de fuego y convertir parte de la energía de radiación en energía cinética de bulto. Sin considerar esto, la carga bariónica tiene que ser muy pequeña, de otra forma, la expansión de la bola de fuego será Newtoniana, lo cual es inconsistente con las observaciones presentes.

Se ha sugerido una solución al problema de la carga bariónica que supone que la oscilación de neutrinos muónicos a neutrinos estériles tiene una longitud de oscilación comparable al ancho de la región bariónica con lo que los neutrinos, al entrar en esta región, cambian a estériles y se convierten de nuevo en neutrinos muónicos a la salida. Los neutrinos estériles, que son inertes no, interactúan con el barión. A la salida, estos neutrinos se aniquilan y forman la llamada bola de fuego.

El inconveniente de esta idea es que se necesita un tipo especial de motor central para generar sobre todo neutrinos del tipo muónico y, obviamente, no hay razón obligatoria por la cual el motor central produzca sólo neutrinos del tipo muónico. Además, no está claro por qué los neutrinos muónicos oscilarían a neutrinos estériles y no a otros sabores. El efecto de la materia también ha sido considerado para oscilaciones de neutrinos en este contexto. La evolución de las bolas de fuego puras (sin bariones) también ha sido estudiada.

Las observaciones sugieren que el motor central debe ser compacto. Los candidatos principales son las fusiones de estrellas de neutrones con estrellas de neutrones (NS-NS), binarios de hoyos negros con estrellas de neutrones (BH-NS), modelos de colapso de hipernovas que involucran un progenitor estelar masivo [39,40].

En todos estos modelos, la energía gravitacional es liberada en mayor parte de la forma nn, radiación gravitacional y una pequeña fracción ($\sim 10^{-3}$) es responsable de dar poder a los GRB. Se generan neutrinos de 10-30 MeV debido al colapso estelar o evento de fusión que dispara la explosión. Puede ser debido a procesos de bremsstrahlung nucleónico $NN \rightarrow NN\nu\bar{\nu}$ y $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ que se produzcan neutrinos muónicos y tauónicos durante el proceso de fusión y su flujo será muy pequeño. Muchos o la mayoría de los motores centrales propuestos para los GRBs tienen objetos compactos que son, por ellos mismos, altamente neutronizados o son acompañados de flujos intensos de neutrinos. Las interacciones débiles inducidas por estos neutrinos pueden resultar en un número significativo de conversiones de protones a neutrones, especialmente si la transformación resonante del sabor del

neutrino ocurre y esto puede afectar la producción de neutrinos de ultra alta energía [41,42].

Efectos finitos de temperatura en procesos elementales son muy importantes desde el punto de vista de la cosmología y la astrofísica, ya que éstos son los lugares donde se forma la materia en extremo, por ejemplo: los progenitores de los GRBs son muy densos y compactos, la temperatura de la bola de fuego es alta comparada a la masa del electrón y esto afectará las propiedades de las partículas dentro de este baño térmico y también afectará las interacciones entre éstas.

Considerando el potencial efectivo de un neutrino que se propaga a través de una bola de fuego, la cual se considera como un plasma caliente formado de pares electrón-positrón, fotones y bariones a temperaturas de 3 a 10 MeV y con un tamaño de aproximadamente 100 km, se tiene que la Ec. (5.1) se puede reescribir como

$$V = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[L_e - \left(7 \frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 \right]. \quad (5.2)$$

Esto dice que el contenido bariónico de la bola de fuego no va a contribuir al potencial efectivo, por lo que no van a afectar las oscilaciones entre sabores de neutrinos.

Si se considera un antineutrino propagándose, el potencial efectivo sólo va a cambiar de signo, lo cual hace que la condición de resonancia Ec.(4.52) no se pueda satisfacer. En el caso de un neutrino electrónico oscilando a uno muónico, se tienen dos casos:

1.- Si $L_e < 7(\xi(4)T/\xi(3)M_W)^2$ entonces $V < 0$ por lo que no se cumple la condición para que exista una resonancia.

2.- Si $L_e > 7(\xi(4)T/\xi(3)M_W)^2$ entonces $V > 0$ por lo que puede existir una resonancia. Para que esto ocurra se tiene que, para los parámetros $T=3\text{MeV}$, $\text{sen}2\theta \sim 0.8$ y $m_2^2 - m_1^2$ se necesita un valor de $L_e > 5.6 \times 10^{-8}$.

5.2. Universo Temprano

El universo se describe usualmente como un gas de partículas caliente y diluido cerca de un equilibrio termodinámico. En la época temprana, las especies de partículas en el baño térmico iban saliendo del equilibrio una tras otra, al ir disminuyendo la temperatura. En el caso de los neutrinos, éstos fueron saliendo del equilibrio a temperaturas del orden de 1 MeV, lo cual tiene importancia en la evolución del universo, ya que esta temperatura es cercana a la temperatura de recalentamiento de fotones por la aniquilación de electrones con positrones ($T \leq m_e$) y de la temperatura de exclusión de la razón n/p (0.7 MeV), de la cual dependen sensiblemente la síntesis de elementos ligeros. Esta última también depende de las tasas de interacciones débiles y de la tasa de expansión del universo. Ambas están influenciadas por la temperatura de desacoplamiento de los neutrinos.

Si los electrones se desacoplan antes de que se dé la transferencia de entropía con electrones, positrones y fotones, su temperatura será menor que la de las otras partículas en equilibrio. Por el contrario, si no se han desacoplado completamente cuando comienza la transferencia de entropía, pueden entonces compartir parte de ésta con lo que su temperatura sería mayor. Cualquier cambio pequeño en la temperatura de los neutrinos, modifica su distribución estadística, con lo que afecta tanto las tasas de interacciones débiles que mantienen el equilibrio entre neutrones y protones, como a la tasa de expansión del universo debido al cambio de la contribución de la densidad de energía de los neutrinos a la densidad total de energía. El efecto total es el de modificar la temperatura de desacoplamiento de n/p y por lo tanto su abundancia cuando comienza la nucleosíntesis.

El equilibrio termodinámico de los neutrinos se mantiene mediante las interacciones con las demás partículas del baño térmico. Mientras su tasa de interacción Γ sea mayor que la tasa de expansión del universo H , los neutrinos permanecerán en equilibrio térmico y químico. Cuando Γ se vuelve menor que H , debido a la disminución de la temperatura del baño térmico y por lo tanto al aumento de la distancia entre partículas, los neutrinos comienzan a salir del equilibrio, evolucionando de forma distinta del resto de las partículas. [18,43].

Al irse enfriando el universo temprano, la tasa de interacción de neutrinos cae por debajo de la tasa de expansión del universo a una temperatura de algunos MeV. Los (anti)neutrinos μ y τ , sólo interactúan por corriente neutra (ya que sus masas son del orden de 106 y 1777 MeV), por lo que se desacoplan primero a una temperatura de 5 MeV, mientras que los (anti)neutrinos electrónicos se desacoplan a temperaturas de 3 MeV. A 1 MeV de temperatura, se aniquilan los electrones con los positrones y los nucleones se desacoplan del equilibrio con los neutrinos a temperaturas del orden de 0.7 MeV. Como los neutrinos electrónicos se desacoplan después de los otros sabores, éstos se calientan a una temperatura un

poco mayor debido a la aniquilación de e^+e^- . Esto genera una diferencia entre las densidades de los tres sabores de neutrinos que, debido a conversiones resonantes entre los sabores, se intercambian, afectando la nucleosíntesis. Para que esto tenga efecto, se debe llevar a cabo a una temperatura a la que ya se haya generado la diferencia (3 MeV) pero antes de que los neutrinos se desacoplen del equilibrio (0.7 MeV).

En el medio del universo temprano, las densidades de partículas y antipartículas (asimetría del plasma, η) se espera que hayan sido iguales hasta un orden de 10^{-10} , que es la razón barión fotón que existe ahora. De este parámetro η depende el índice de refracción de neutrinos en el plasma [44]. A este nivel, los efectos de orden más alto en G_F pueden ser relevantes ya que $G_F T^2 \approx 10^{-10}$ para $T \approx 3\text{MeV}$. Ejemplos de estos efectos son cambios en la dirección de dispersión del neutrino, dispersión entre fotones y neutrinos y correcciones a las dispersiones electrón-neutrino y neutrino-neutrino [45].

Los procesos en el universo temprano, que involucran a neutrinos, pueden ser modificados debido a las oscilaciones, las cuales tienen los siguientes efectos: dar equilibrio a otras partículas ligeras, modificar el número de densidad de neutrinos, cambiar el espectro de energía y afectar la asimetría neutrino-antineutrino. La asimetría generada por medio de oscilaciones puede suprimir nuevas oscilaciones disminuyendo las contricciones de la nucleosíntesis cosmológica [46].

En la época en que el universo temprano se encontraba a temperaturas menores que las de la transición de fase quark-hadrón (200MeV), la composición del plasma se encontraba dominada por (anti)neutrinos, (anti)electrones, nucleones y fotones, similar a las condiciones de las supernovas. Además se cree que el universo temprano era casi simétrico bajo CP, por lo que las aportaciones de orden más alto contribuyen al índice de refracción de forma importante [14].

Además, no se puede despreciar la aniquilación o la dispersión de neutrinos en el medio, lo cual rompe la coherencia del neutrino que se está propagando. La oscilación de neutrinos en el plasma modifica las propiedades del plasma, en particular su índice de refracción lo que, a su vez, influencia las oscilaciones, por lo que el problema se vuelve altamente no lineal. Una característica importante del índice de refracción es que contiene términos proporcionales a la asimetría de la carga del plasma [47].

Considerando a la época del universo temprano cuando la temperatura se encontraba en el rango

$$m_e \leq T \leq m_\mu, \quad (5.3)$$

antes de la nucleosíntesis, se puede utilizar el potencial

$$V = V_{\nu_e} - V_{\nu_a} = \sqrt{2}G_F N_\gamma \left[L_e + L_{\nu_e} - L_{\nu_a} - \left(7 \frac{\xi(4)}{\xi(3)} \right)^2 \left(\frac{T}{M_W} \right)^2 \right]. \quad (5.4)$$

Si se considera que las asimetrías de los neutrinos del electrón y del muón eran iguales, suponiendo que los parámetros de la oscilación de neutrinos están en el rango de la solución MSW de LMA para el problema de neutrinos solares [48], se reduce al caso de las GRB's, obteniendo una condición semejante a la Ec. (4.52) para que exista una resonancia en las oscilaciones de neutrinos en el Universo Temprano. En el caso que $L_e \ll 10^{-9}$, como se sugiere para el universo temprano, entonces, no va a existir una resonancia en las oscilaciones.

5.3. Notas Finales

Utilizando el formalismo de Tiempo Real de la Teoría de Campo a Temperatura Finita se calculó la corrección de orden $1/M_B^4$ a la autoenergía de un neutrino que se propaga dentro de un baño térmico formado por fermiones y antifermiones con condiciones de temperatura y presión altas.

A partir de la autoenergía, se calculó el potencial efectivo que experimenta cada sabor de neutrino que se propaga en el medio y la diferencia de potencial entre dos sabores de neutrinos.

Utilizando la ecuación para la probabilidad de encontrar a un neutrino, que al tiempo cero era electrónico, como un neutrino muónico, se encontró una condición para que exista una resonancia en la oscilación. Se vió que en el caso de los anti-neutrinos esta condición no se puede satisfacer para ninguno de los medios estudiados.

Para el caso de neutrinos que se propagan a través de la bola de fuego, éstos pueden tener una resonancia en la oscilación de un sabor a otro dependiendo de la temperatura y la asimetría del electrón en la bola de fuego.

En el universo temprano se observó que la condición para que exista una resonancia depende tanto de la asimetría de los neutrinos electrónicos como de los neutrinos muónicos o tauónicos según sea el caso. Además, si se consideran estas dos asimetrías iguales, se reduce al caso de las GRB's ya que las características de ambos escenarios (temperatura y densidad) son muy parecidas. Si se considera que para el universo temprano $L_e \ll 10^{-9}$, entonces no va a existir una resonancia, por lo que las oscilaciones no se van a incrementar debido al efecto de la materia.

Apéndice A

Algebra de Dirac

A partir de la Ecuación de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0, \quad (\text{A.1})$$

una ecuación de onda relativista diferencial de primer orden, se definen los coeficientes numéricos γ^μ , los cuales deben cumplir la relación

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{A.2})$$

para que se satisfaga la ecuación de Klein-Gordon. Esta relación define cuatro objetos que anticonmutan entre sí, con

$$(\gamma^0)^2 = 1 \quad (\text{A.3})$$

$$(\gamma^k)^2 = -1, \quad (\text{A.4})$$

por lo que no pueden ser números. Se representan por matrices llamadas Matrices de Dirac ó Matrices Gama. Tomando la traza de ambos lados de la Ec. (A.2), se puede ver que

$$\text{Tr}\gamma^\mu = 0, \quad (\text{A.5})$$

lo cual implica que las matrices no pueden ser de dimensión impar ni de dimensión 2, por lo que la dimensión debe ser al menos 4. Estas matrices de dimensión 4 se pueden definir a partir de las Matrices de Pauli σ_i de 2×2 , utilizando las matrices

$$\alpha^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

que cumplen con las relaciones

$$(\alpha^k)^2 = \beta^2 = 1 \quad (\text{A.7})$$

$$\{\alpha^k, \beta\} = 0. \quad (\text{A.8})$$

De aquí, se pueden definir a las Matrices Gama como

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) = (\beta, \beta \vec{\alpha}). \quad (\text{A.9})$$

Estas cumplen las siguientes propiedades:

$$\gamma^0 = (\gamma^0)^\dagger \quad (\text{A.10})$$

$$\gamma^i = -(\gamma^i)^\dagger \quad (\text{A.11})$$

$$(\gamma^0)^2 = 1 \quad (\text{A.12})$$

$$(\gamma^i)^2 = -1. \quad (\text{A.13})$$

Además se utilizan los siguientes productos de estas matrices

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{A.14})$$

y

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (\text{A.15})$$

con lo que se obtiene una base para las matrices de 4×4 [64],[65].

La matriz γ^5 es hermitiana, con cuadrado 1 y anticonmuta con las otras matrices gama, es decir, cumple

$$(\gamma_5)^\dagger = \gamma_5 \quad (\text{A.16})$$

$$(\gamma_5)^2 = 1 \quad (\text{A.17})$$

$$\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0. \quad (\text{A.18})$$

A partir de las definiciones Ecs. (A.9) y (A.14) y utilizando la métrica

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

se pueden probar las siguientes propiedades para las Matrices Gama:

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4 \quad (\text{A.20})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\mu = 4 \quad \not{a} \not{b} + \not{b} \not{a} = 2a \cdot b \quad (\text{A.21})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \quad \gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2 \not{a} \quad (\text{A.22})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda} \quad \gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4a \cdot b \quad (\text{A.23})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\nu \quad \gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = - \not{c} \not{b} \not{a} \quad (\text{A.24})$$

donde para un cuadvivector a^μ cualquiera se define la matriz 4×4 \not{a} como:

$$\not{a} \equiv a^\mu \gamma_\mu \quad (\text{A.25})$$

Si se calcula la traza de estos productos se tiene que, para un número impar de matrices multiplicadas, su traza es cero. Además se tienen las siguientes relaciones:

$$\text{Tr}(1) = 4 \quad (\text{A.26})$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad (\text{A.27})$$

$$\text{Tr}(\not{a} \not{b}) = 4a \cdot b \quad (\text{A.28})$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}) \quad (\text{A.29})$$

$$\text{Tr}(\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4(a \cdot bc \cdot d - a \cdot cb \cdot d + a \cdot db \cdot c). \quad (\text{A.30})$$

Como las matrices γ^5 son el producto de un número par de matrices, entonces la traza del producto de γ^5 con un número impar de Matrices Gama es cero y además:

$$\text{Tr}(\gamma^5) = 0 \quad (\text{A.31})$$

$$\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\text{Tr}(\gamma^5 \not{a} \not{b}) = 0 \quad (\text{A.33})$$

$$\text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \quad (\text{A.34})$$

$$\text{Tr}(\gamma^5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma \quad (\text{A.35})$$

donde

$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$ es -1 si $\mu\nu\lambda\sigma$ es una permutación par de 0123, 1 si es una permutación par de 0123 y 0 si dos índices son iguales, y además [22]

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\kappa\tau} = -2(\delta_\kappa^\lambda \delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda \delta_\kappa^\sigma). \quad (\text{A.36})$$

Apéndice B

Operadores de Proyección L y R

Los operadores L y R definidos como

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad (\text{B.1})$$

y

$$R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad (\text{B.2})$$

son operadores de proyección que al actuar sobre una función de estado de una partícula, dan el estado izquierdo o derecho de espín de la partícula. Por ser operadores de proyección cumplen las relaciones

$$L^2 = L \quad (\text{B.3})$$

y

$$R^2 = R. \quad (\text{B.4})$$

Además de la definición se pueden probar las siguientes propiedades:

$$L + R = 1, \quad (\text{B.5})$$

$$R - L = \gamma_5 \quad (\text{B.6})$$

y

$$RL = LR = 0. \quad (\text{B.7})$$

De las propiedades de la matriz γ_5 dadas en el apéndice A, se pueden ver que se cumplen las relaciones

$$\gamma_5 L = -L \quad (\text{B.8})$$

y

$$\gamma_5 R = R. \quad (\text{B.9})$$

Como las matrices gama anticonmutan con la γ_5 , se tiene que

$$R\gamma^\mu = \gamma^\mu L \quad (\text{B.10})$$

y

$$L\gamma^\mu = \gamma^\mu R. \quad (\text{B.11})$$

Bibliografía

- [1] R. Salansky, S. Raby, T. Goldman y G. Garvey, *Los Alamos Science* 25, 28 (1997).
- [2] C. Kim y A. Pevsner, *Neutrinos in Physics and Astrophysics*, Hardwood academic publisher (1993).
- [3] S.M. Bilenky, J. Hosek y S.T. Petcov, *Phys. Lett. B* 94, 495 (1980).
- [4] O.G. Miranda, C. Peña-Garay, T.I. Rashba, V.B. Semikoz y J.W.F. Valle, hep-ph/0005259 (2000).
- [5] C. Waltham, physics/0303116 (2003).
- [6] U. Solis, J.C. D'Olivo y L.G. Cabral-Rosetti, hep-ph/0302015 (2003).
- [7] M. Herant y colab. *Los Alamos Science* 25, 164 (1997).
- [8] J. Margueron, J. Navarro, N. Van Giaiay y W. Jiang, nucl-th/0110026 (2001).
- [9] K. Enqvist, K. Kainulainen y J. Maalampi, *Nucl. Phys. B* 349, 754 (1991).
- [10] R. Barbieri y A. Dolgov, *Nucl. Phys. B* 349, 743 (1991).
- [11] W. Kluniak, *Astrophys. Journ. Lett.* 508, L29 (1998).
- [12] J. F. Nieves, *Phys. Rev. D* 42, 4123 (1990).
- [13] R. Horvat, hep-ph/9704365 (1997).
- [14] D. Nötzold y G. Raffelt, *Nucl. Phys. B* 307, 924 (1988).
- [15] A. Studenikin hep-ph/0306280 (2003).
- [16] E. S. Tututi, M. Torres y J. C. D'Olivo, *Phys. Rev. D* 66 043001 (2002), hep-th/0209006.
- [17] J. C. D'Olivo, J. F. Nieves y M. Torres, *Phys. Rev. D* 46, 1172 (1992).
- [18] N. Fornengo, C.W. Kim y J. Song, hep-ph/9702324 (1997).
- [19] N.P. Lamdsman y Ch. G. van Weert, *Phys. Rep.* 145 No. 3 y 4, 141 (1987).

- [20] J. F. Nieves, *Phys. Rev D* 40, 866 (1989).
- [21] E. S. Tututi, *Algunas consideraciones acerca de la invariancia de norma a temperatura finita*, Tesis de Doctorado, UNAM (1997).
- [22] D.J. Griffiths, *Introduction to elementary particles*, J. Wiley & sons (1987)
- [23] Q. R. Ahmad y colab. *Phys. Rev. Lett.* 87, 071301 (2001), nucl-ex/0106015 (2001).
- [24] Q. R. Ahmad y colab. *Phys. Rev. Lett.* 87, 071302 (2001), nucl-ex/0204008 (2002).
- [25] H. Minakata, H. Nunokawa y S. Parke, hep-ph/0306221 (2003).
- [26] M. Blasone, P. Jizba y G. Vitiello, hep-ph/0308009 (2003).
- [27] S. Dev y S. Kumar, hep-ph/0308054 (2003).
- [28] P. Aliani, V. Antonelli, R. Ferrari, M. Picariello, y E. Torrente-Lujan, hep-ph/0211062 (2002).
- [29] P. Langacker S. T. Petcov G. Steigman y S. Toshev, *Nucl. Phys B* 282, 589 (1987).
- [30] M. T. Keil, astro-ph/0308228 (2003).
- [31] A. Studenikin, hep-ph/0306280 (2003).
- [32] S.M. Bilenky y S. T. Petcov, *Rev. of Mod. Phys.*, Vol. 59, 671 (1987).
- [33] M. Fukugita, A. Suzuki *Physics and astrophysics of neutrinos*, Springer (1994).
- [34] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. D* 17, 2369 (1978).
- [35] W. M. Alberico, S. M. Bilenky, hep-ph/0306239 (2003).
- [36] T. Piran, *Phys. Rep.* 333-334, 529 (2000).
- [37] T. Piran *Phys. Rep.* 314, 575 (1999).
- [38] P. Meszaroz, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 80, 63 (2000).
- [39] R. Volkas y Y. Wong, *Astropart. Phys* 13, 21 (2000).
- [40] J.N. Bahcall y E. Waxman, *Phys. Lett. B* 556, 1 (2003).
- [41] S. Sahu, *Phys. Rev. D* 56 4378 (1997).
- [42] A.D. Dolgov, hep-ph/0102125 (2001).

- [43] T. K. Tuo y J. Pantaleone, *Rev. of Mod. Phys.* 61, 937 (1989).
- [44] D. Kirilova y M. Chizhov, hep-ph/0102114 (2001).
- [45] A.D. Dolgov, S. H. Hansen, S. Pastor y D.V. Semikoz, hep-ph/9910444 (1999).
- [46] A.D. Dolgov, S.H. Hansen, S. Pastor, S.T. Petcov, G.G. Raffelt y D.V. Semikoz, *Nucl. Phys. B* 632, 363 (2002), hep-ph/0201287 (2002).
- [47] K. Huang, *Quantum Field Theory*, John Wiley and Sons, inc. (1998).
- [48] L.G. Cabral-Rosetti, *Rev. Mex. Fís.* 48 (4), 366 (2002)
- [49] Sarira Sahu and Vishnu M. Bannur *Phys. Rev. D* 61, 023003 (2000), hep-ph/9806427.
- [50] Sarira Sahu, *Mod. Phys. Lett A* 41, 1287 (1999)
- [51] J. Barranco, O.G. Miranda, T.I. Rashba, V.B. Semikoz y J.W.F. Valle, *Phys. Rev. D* 66, 093009 (2002).
- [52] R.J. Furnstahl y B.D. Serot, *Phys. Rev. C* 44, 2141 (1991).
- [53] R. Kobes, *Phys. Rev. D* 42, 562 (1990).
- [54] J.Gluza y M. Zralek, *Phys. Rev. D* 45, 1693 (1992).
- [55] R.J. Furnstahl y B. D. Serot, *Phys. Rev. C* 44,2141 (1991).
- [56] P. M. Fishbane y S. G. Gasiorowicz, *Phys. Rev. D* 64, 113017 (2001)
- [57] A. Grigoriev, A. Lobanov y A. Studenikin, hep-ph/0202276 (2002).
- [58] J. Margueron, J. Navarro, N. van Giai y W. Jiang, nucl-th/0110026 (2001).
- [59] P. Langacker, S. T. Petcov, G. Steigman y S. Tsshev, *Nucl. Phys. B* 282, 589 (1987).
- [60] R. Barbieri y A. Dolgov, *Nucl. Phys B* 349, 743 (1991).
- [61] K. Enqvist, K. Kainulainen y J. Maalampi, *Nucl. Phys. B* 349, 754 (1991).
- [62] B. Pontecorvo *Sov.Phys.JETP* 7, 172 (1958), *Zh.Eksp.Teor.Fiz.* 34, 247 (1957).
- [63] B. Pontecorvo *Sov.Phys.JETP* 26, 984 (1968), *Zh.Eksp.Teor.Fiz.* 53, 1717 (1967).
- [64] Huang K., *Quantum Field Theory.- From Operators to Path Integrals*, John Wiley & Sons, INC., Canada, 1998.
- [65] Manzur Martines A., *Neutrinos Masivos: Oscilaciones en el Vacío*, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, U.N.A.M., México, 2002.

- [66] L.G. Cabral Rosetti, *Rev. Mex. Fís.* 48 (2), 155 (2002)
- [67] L.G. Cabral Rosetti, *Tratamiento Analítico para las Oscilaciones de Tres Neutrinos en Materia*, Tesis de Maestría, UNAM (1994).
- [68] Ta-Pei Cheng, Ling-Fong Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, Oxford University Press, E.U.A., 1984
- [69] J.C. D'Olivo, L.G. Cabral-Rosetti, *El Sol y la Danza de los Neutrinos*, Revista el Faro, Boletín informativo de la Coordinación de la Investigación Científica de la UNAM, Cd. Universitaria, Septiembre 6 de 2001, Año 1, número 6, pag. 12.
- [70] Q. R. Ahmad et. al (SNO Collaboration), nucl-ex/0106015, *Phys. Rev. Lett.* 87, 071301 (2001).