



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DISEÑO Y CONSTRUCCION DEL ARREGLO DIPOLAR DE
GRAN AREA DEL RADIOTELESCOPIO DE CENTELLEO
INTERPLANETARIO EN COENEO, MICHOACAN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A :

JONATHAN FRANCISCO LEON TAVARES



CIUDAD UNIVERSITARIA, MEXICO, D.F.

2004



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

AGRADECIMIENTOS

- Este trabajo de investigación está eternamente agradecido con mi mamá Luz, mi hermana Dehydra, Paco, mi tía Nena, mi tío Carlos, Betza, Lil@, Sandra, Carmelita, Periquín, Israel; ya que su apoyo y comprensión fue y sigue siendo de mucha luz, incluso en aquellos días de guerra.
- También agradezco a todos los profesores que me apoyaron en mi formación, especialmente al profesor Arceo del C.C.H. por su motivación hacia el lenguaje de las matemáticas, al Ing. Mario Ibarra Pereyra por sus varias sesiones experimentales, al Dr. Rodolfo Neri Vela por enseñarme la vida de las antenas, a mi asesor M. en C. Armando Carrillo Vargas y un agradecimiento muy especial al M. en C. Ernesto Aguilar Rodríguez por su apoyo, camaradería y por ayudarme a tratar de comprender lo invisible.
- De igual modo agradezco a todos los integrantes del departamento de Física Espacial del Instituto de Geofísica de la UNAM: Américo, Xochitl, Gil, Yola, Julio, Vero, Cinthia, Mayolo, Carlitos y especialmente a Ernesto Andrade por todo su apoyo y enseñanza en mi estancia en Michoacán.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: León Tavares

Jonathan Francisco

FECHA: 14/enero/2004

FIRMA: 

A la memoria de mis abuelos: Carlos y Carmen

Indice General

1	Clima Espacial	1
1.1	Efectos de las Tormentas Geomagnéticas en la Tecnología	6
1.1.1	Sistemas de Distribución Eléctrica	6
1.1.2	Sistema de Tuberías	7
1.1.3	Sistemas GPS	9
1.1.4	Sistemas Satelitales	11
1.1.5	Sistemas de Comunicaciones por Cable	13
1.1.6	Propagación en la Ionosfera y Sistemas de Comunicación In- alámbrica	15
1.2	Técnica de Centelleo Interplanetario CIP	18
1.2.1	Propagación de Ondas Electromagnéticas en Plasmas	20
1.2.2	Elongación	24
1.2.3	Índice de Centelleo	26
1.3	Observatorios de Centelleo Interplanetario	26
1.3.1	Ooty Radio Telescope ORT	26
1.3.2	Solar Terrestrial Environment Laboratory STEL	29
1.3.3	European Incoherent Sactter Radar EISCAT	30
1.3.4	Radiotelescopio Prototipo en Teoloyucan	32
2	Ondas Electromagnéticas	35
2.1	Fuerza entre Cargas Puntuales y Ley de Coulomb	35
2.2	Densidad de Carga y Ecuación de Continuidad	35
2.3	Ley de Biot-Savart	36
2.4	Electromagnetismo y Campo Electromagnético	37
2.5	Interacciones de Materiales con Campos Electromagnéticos y Resumen de Fuentes Inducidas	38
2.5.1	Conducción	38
2.5.2	Polarización	39
2.5.3	Magnetización	39
2.6	Medios Isotrópicos	39
2.7	Condiciones de Frontera del Campo Electromagnético	40

2.8	Ecuaciones de Maxwell	40
2.9	Variación Periódica de los Campos en el Tiempo	42
2.10	Propagación de Ondas Planas Uniformes en el Espacio Libre	43
2.10.1	Velocidad de Fase	48
2.10.2	Longitud de Onda	49
2.10.3	Impedancia de la Onda	49
2.11	Propagación de Ondas Planas en un Medio con Pérdidas	51
2.12	Propagación de Ondas Planas en un Buen Conductor	53
2.13	Polarización de Onda	54
2.14	Energía y Potencia Electromagnética	56
3	Líneas de Transmisión	59
3.1	Propagación de la Onda en una Línea de Transmisión	61
3.2	Línea de Transmisión sin Pérdidas	62
3.3	Velocidad de Fase en una Línea de Transmisión	62
3.4	Línea de Transmisión sin Pérdidas Terminada en una Carga	63
3.5	Impedancia de Entrada de una Línea Terminada en una Carga	66
3.6	Impedancia de Entrada de una Línea Terminada en Corto Circuito	67
3.7	Impedancia de Entrada de una Línea Terminada en Circuito Abierto	67
3.8	Stubs	68
3.9	Carta de Smith	69
3.10	Matriz de Dispersión S	73
4	Antenas	75
4.1	Mecanismos de Radiación	75
4.2	Potenciales Vectorial y Escalar	79
4.3	Dipolo Infinitesimal	81
4.4	Patrón de Radiación	84
4.5	Directividad y Ganancia	87
4.6	Resistencia de Radiación e Impedancia de Entrada	89
4.7	Apertura Efectiva	90
4.8	Dipolo de Longitud Finita	90
4.9	Arreglos	95
4.9.1	Arreglo de Antenas Isotrópicas	96
4.9.2	Arreglo de Dipolos Infinitesimales	100
4.9.3	Arreglo Lineal de N Fuentes Puntuales	103
4.9.4	Arreglo Broadside	108
5	Diseño del Radiotelescopio	111
5.1	Frecuencia de Operación	111
5.2	Tamaño de la Antena	114

5.3	Configuración de la Antena	120
5.4	Descripción General del Arreglo Piloto	120
5.4.1	Estructura de la Antena y Dipolos	123
5.4.2	Plano de Tierra	125
5.4.3	Balun	128
5.4.4	Primera Etapa de Amplificación	130
5.4.5	Primer Nivel de Combinación	131
5.4.6	Segundo Nivel de Combinación	132
5.4.7	Segunda Etapa de Amplificación	132
5.4.8	Matriz de Butler	132
5.4.9	Receptor	142
6	Construcción del Radiotelescopio	149
6.1	Requerimientos en la Ubicación del Radiotelescopio	149
6.1.1	Condiciones Atmosféricas y Ambientales	149
6.1.2	Condiciones Geográficas	150
6.1.3	Ruido Electromagnético Ambiental	150
6.2	Radiomonitorio	154
6.3	Localización del Radiotelescopio	156
6.4	Construcción de la Estructura del Arreglo	157
6.5	Caracterización del Arreglo Piloto	159
6.5.1	Patrón de Radiación Teórico	159
6.5.2	Balun y Red de Acoplamiento	163
7	Conclusiones	175
	Apéndice [A]	
	Características de Otros Radiotelescopios	177

Indice de Figuras

1.1	Esbozo del campo magnético terrestre, en donde se muestra su forma dipolar, las líneas de campo que se localizan en los polos se dibujan “abiertas”, pero estrictamente estas líneas alcanzan a cerrarse en el infinito [Tomada de www.unc.edu]	2
1.2	Figura del sistema de coordenadas magnético	3
1.3	Registro de número de manchas solares desde 1600 hasta el inicio del año 2000, en donde se puede verificar los tres ciclos más intensos que han ocurrido [Tomada de www.spaceweather.com].	4
1.4	Predicciones para la actividad solar, en donde se puede notar que ésta tiende a alcanzar un mínimo aproximadamente para el año 2007, en donde iniciará el ciclo solar 24. [Tomada de www.science.nasa.gov].	5
1.5	Imagen tomada el 10 de octubre de 1971, en la línea espectral H-alfa por el Big Bear Solar Observatory, donde se muestra la erupción de material debido a una ráfaga cerca del limbo del Sol [Tomada de www.science.nasa.gov].	6
1.6	De acuerdo a la ley de Faraday un campo magnético variable en el tiempo inducirá una circulación de corriente, para este caso el campo magnético variable es el campo magnético terrestre debido a las alteraciones producidas por una tormenta magnética, así de esta manera se inducirá una corriente en las torres de alta tensión, provocando severos daños debido a la saturación del sistema eléctrico de distribución.	7
1.7	Daños ocurridos en transformadores del sistema de distribución eléctrica, a causa de las tormentas magnéticas, en donde se llegan a inducir corrientes del orden de algunos millones de amperes, logrando la destrucción del equipo [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002].	8
1.8	Sistema de protección catódica en tubería, utilizado para evitar corrosión en el ducto manteniendo una diferencia de potencial constante entre la coraza de la tubería y la tierra física. [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002].	9

- 1.9 La gráfica superior muestra las variaciones magnéticas registradas por el Observatorio Magnético de Ottawa, mientras que la gráfica inferior da cuenta de las variaciones registradas en la diferencia de potencial en un sistema de tuberías en Canadá, ambos registros fueron tomados al mismo tiempo [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002]. . . . 10
- 1.10 Algunos de los diferentes servicios que ofrece el sistema GPS ante una posible perturbación en el medio de transmisión, la cual interrumpirá el envío de información correcta entre el satélite y los diferentes usuarios del sistema. [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002]. . . . 11
- 1.11 Bosquejo de la magnetosfera terrestre en donde se logra ubicar la posición de los satélites de comunicaciones con respecto al material altamente energético que es expulsado desde el Sol [Tomada de www.istp.gsfc.nasa.gov]. 12
- 1.12 Se muestra la posible trayectoria de una partícula proveniente de algún evento explosivo del Sol y su interacción con un transistor JFET, usado en los sistemas de comunicación de satélites. se puede observar el desvío en la trayectoria de los portadores de carga a causa del bombardeo de este tipo de partículas, lo cual trae como consecuencia la producción de errores en la transmisión de información y comandos “fantasma”. [Tomada de www.istp.gsfc.nasa.gov]. . 13
- 1.13 En esta gráfica aparece la intensidad del flujo de partículas con respecto al tiempo, se observa que los bombardeos que sufren los satélites son de partículas de muy alta energía y aproximadamente durante un día, tal y como se indica en la escala de tiempo [Tomada de www.ips.gov.au] 14
- 1.14 Diagrama que muestra los componenetes básicos de un sistema de comunicación por cable, en donde hay que notar la referencia a tierra que tienen las fuentes que suministran el voltaje necesario para que pueda operar la electrónica de los receptores [Tomada de www.mpelectric.com]. 15
- 1.15 Reflexión de una onda, en donde la ionosfera y la tierra actúan como una guía de onda [Tomada de www.radio-electronics.com]. 16
- 1.16 La reflexión en las diferentes capas de la ionosfera está en función de la densidad de ionización de ésta, en la figura se muestra como la reflexión para ondas a diferentes frecuencias se da en diferentes capas de la ionosfera [Tomada de www.radio-electronics.com]. 18
- 1.17 Esquema que ejemplifica la técnica de centelleo interplanetario, de donde se puede observar que las señales provenientes de alguna fuente estelar recibidas por un radiotelescopio poseen una amplitud constante, siempre y cuando la línea de visión radiotelescopio-fuente, no contenga alguna perturbación en el medio [Tomada de Departamento de Física Espacial, UNAM]. 19
- 1.18 Ondas de radio iluminando una porción de viento solar. Imaginando que el viento solar consiste de una serie de “burbujas” de gran densidad alejándose del Sol, entonces las ondas de radio son difractadas por estas burbujas y producen el patrón de centelleo [Tomada de www.aber.ac.uk] 20

1.19	En esta figura se muestra el ángulo de elongación solar, el frente de onda plano que proviene de una fuente de radio estelar, y el patrón de difracción que se observa en la Tierra.	24
1.20	Determinación del centelleo normal para la fuente estelar de radio 3C237 como función de la elongación solar (ϵ) tomando un período de observaciones de 8 años. Como se puede observar el máximo de centelleo se da a una elongación de aproximadamente 25° para una frecuencia de observación de 81.5 MHz [Tomada de Readhead ,1978]	25
1.21	Los registros de centelleo mostrados arriba, fueron obtenidos por EISCAT (European Incoherent SCATer radar) en donde se muestra una situación similar a la descrita en el párrafo anterior, en donde la posibilidad de determinar la velocidad del viento solar es tangible usando la técnica de centelleo interplanetario [Tomada de www.aber.ac.uk].	27
1.22	Mapa de centelleo en una proyección Hammer-Aitoff, donde el plano de la eclíptica coincide con el plano del papel con el Sol en el centro, los puntos más claros indican un índice de centelleo alto, mientras que los puntos más oscuros indican una baja densidad de viento solar [Tomada de www.radio.astro.gla.ac.uk].	28
1.23	Radiotelescopio de Ooty, ubicado en las colinas de Nilgiri, construido desde 1970 y en la actualidad sigue en funcionamiento trabajando en conjunto con el GMRT (Giant Meterwavelength Radio Telescope) localizado cerca de Pune, India [Tomada de www.ncra.tifr.res.in].	29
1.24	Mapa en donde se localizan las cuatro estaciones del STEL, mostrando las distancias que las separan [Tomada de www.stelab.nagoya-u.ac.jp].	30
1.25	Imagen de la estación Fuji, de las 4 estaciones que forman STEL, esta estación cuenta con la mayor área efectiva [Tomada de www.stelab.nagoya-u.ac.jp].	31
1.26	Estación de Tromso [Tomada de www.eiscat.com].	32
1.27	Vista longitudinal en donde se pueden observar las 4 líneas de dipolos que conforman el prototipo y la caseta de control en donde se localizan los receptores y el hardware necesario para interpretar las observaciones [Tomada del Departamento de Física Espacial, UNAM].	33
1.28	Esquema en donde se muestran las etapas básicas en la electrónica del prototipo [Tomada del Departamento de Física Espacial, UNAM].	34
2.1	Se ilustra la interacción de las fuerzas inducidas entre dos alambres debido al transporte de corriente, el comportamiento de dichas fuerzas inducidas lo determina la ley de Biot-Savart [Tomada de Krauss].	37
2.2	Frente de onda de una onda plana que se propaga en la dirección positiva del eje z. Los ejes coordenados x,y se encuentran en el plano del frente de onda	44
2.3	Figura . Gráfica de la variación de $E_m^+ \cos(\omega t + \beta_0 z)$ como función de z para diferentes valores de tiempo t.	47

2.4	Variación senoidal de los campos eléctrico y magnético en una onda plana transversal, en donde se observa que el campo E y H, están en fase.	48
2.5	Atenuación exponencial de una onda electromagnética con variación temporal armónica, a lo largo de un medio con pérdidas.	52
2.6	Relación de fases entre las densidades de corriente, de donde se nota que hay un desfase entre ambos de 90 grados.	53
2.7	Diagrama de polarización para la suma de dos ondas polarizadas linealmente en cuadratura especial en $z = 0$: (a) polarización circular, $E(0, t) = E_{10}(\cos\omega t\vec{a}_x + \sin\omega t\vec{a}_y)$; (b) polarización lineal, $E(0, t) = (E_{10}\vec{a}_x + E_{20}\vec{a}_y)\cos\omega t$	57
2.8	Rotación de una onda electromagnética plana y su polarización elíptica en $z=0$, como función del tiempo.	58
3.1	Circuito equivalente de una sección infinitesimal de la línea de transmisión.	60
3.2	Onda de voltaje que se propaga a través de una línea de transmisión sin pérdidas, del generador hacia la carga.	64
3.3	Línea de longitud l que termina en una carga arbitraria en $z = 0$	66
3.4	Línea de transmisión terminada en corto circuito	67
3.5	Línea de transmisión terminada en circuito abierto.	68
3.6	Curvas típicas de la reactancia de entrada, normalizada con relación a Z_0 , de una línea de longitud l terminada en corto circuito para la línea continua y en circuito abierto para la línea punteada.	69
3.7	Circuitos equivalentes a las secciones de líneas de transmisión terminadas en circuito abierto y corto circuito	70
3.8	Círculos de resistencia normalizada r sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión.	71
3.9	Círculos de reactancia normalizada x , sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión.	72
3.10	Planos de referencia a la entrada y salida de algún dispositivo de microondas (guía de onda, amplificador, etc.), donde se consideran ondas incidentes y reflejadas en ambos planos.	73
4.1	Se muestran el generador, la línea de transmisión, antena y las líneas de campo eléctrico. [Tomada de Antenna Theory]	76
4.2	Líneas de campo eléctrico para una onda en el espacio libre radiada por una antena bicónica. [Tomada de Antenna Theory, 1982]	77
4.3	Formación de líneas de campo eléctrico para un dipolo corto [Tomada de Antenna Theory, 1982]	78
4.4	Representación geométrica del potencial vectorial A [Tomada de Collin]	81
4.5	Relación de ortogonalidad que mantienen los campos eléctrico y magnético con respecto a la dirección de propagación de la onda [Tomada de Collin]	83
4.6	Regiones de radiación de campo de una antena [Tomada de Antenna Theory]	85

4.7	(a) Lóbulos de radiación y anchos de haz para un patrón de radiación. (b) Gráfica lineal del patrón de radiación y sus lóbulos y anchos de haz asociados [Tomada de Antenna Theory]	86
4.8	patrón de radiación para un dipolo infinitesimal, en donde se observa el ancho del haz de media potencia (HPBW) [Tomada de Collins]	87
4.9	Definición geométrica del radian y esterradian [Tomada de Antenna Theory]	88
4.10	Antena conectada a una línea de transmisión para ser alimentada por un oscilador.	89
4.11	Onda plana incidiendo en la apertura de una antena [Tomada de Antenna Theory]	90
4.12	(a) Geometría para un dipolo de longitud finita y (b) aproximaciones de radiación para la región de campo lejano [Tomada de Antenna Theory]	91
4.13	Patrón de radiación para un dipolo delgado, para diferentes longitudes con distribución sinusoidal de corriente [Tomada de Antenna Theory]	93
4.14	Distribuciones de corriente a lo largo de una antena dipolar [Tomada de Antenna Theory]	95
4.15	Directividad y resistencia de radiación en función de la longitud del dipolo [Tomada de Antenna Theory]	96
4.16	arreglo de dos fuentes en fase	97
4.17	patrón de radiación arreglo de dos fuentes en fase	99
4.18	Arreglo de dos fuentes en antifase	100
4.19	Patrón de radiación de arreglo de dos fuentes en antifase.	101
4.20	Geometría de un arreglo de dos dipolos infinitesimales, posicionado a lo largo del eje z [Tomada de Antenna Theory]	102
4.21	En esta figura se muestra la multiplicación de patrones, en donde el patrón de radiación en la parte superior izquierda es el consecuente de un solo elemento que conforma al arreglo, mientras que el patrón a su derecha es el producido por un arreglo de dos elementos separados $\frac{\lambda}{4}$, produciendo como consecuencia el patrón de radiación total del arreglo mostrado en la parte inferior.	104
4.22	Geometría que muestra la radiación en el campo lejano de un arreglo de N fuentes, posicionadas a lo largo del eje z	104
4.23	Gráfica para la función sinc, de donde se observa que para un valor de $x = 1.3$, se tiene una amplitud de 0.7 aproximadamente	107
4.24	Patrón de radiación tridimensional para un arreglo que presenta radiación broadside, es decir, en dirección ortogonal al eje en el que residen los elementos radiadores	109
4.25	Factor del arreglo para 10 elementos espaciados uniformemente que presentan radiación broadside, de donde se nota que el máximo de radiación se tiene para $\pm 90^\circ$, con respecto al eje en el que están contenidos los elementos que conforman al arreglo.	110

5.1	Gráfica que muestra la relación entre el índice de centelleo y la elongación. .	114
5.2	Rango de frecuencias asignadas por la Secretaria de Comunicaciones y Transportes [Tomada de Diario Oficial de la Federación]	115
5.3	Señal que muestra la densidad de flujo mínimo detectable y la mínimas variaciones detectables	117
5.4	Dimensiones del arreglo.	118
5.5	Dimensiones del arreglo sugeridas por el diseño	119
5.6	Bosquejo de la forma de señal que se espera recibir por el arreglo para cuando las antenas funcionan en configuración de potencia total, es decir, el lóbulo detector apunta ortogonalmente al eje de los elementos radiadores que componen el arreglo.	120
5.7	Diagrama de bloques del arreglo piloto	122
5.8	Diagrama esquemático que indica las dimensiones y la manera en el ensamble de los dipolos	124
5.9	Diagrama esquemático que da cuenta de las dimensiones física de los componentes a ensamblar para construir las líneas de transmisión.	125
5.10	Se muestra las dimensiones de los postes que servirán de soporte a la antena y la forma en el tendido de los dipolos y las conexiones con la línea de transmisión [Tomada de].	126
5.11	Ilustración de la reflexión debida a la tierra física , de donde se observa que las reflexiones provenientes de la tierra dan la impresión de que hubiese una antena imagen que radiará por debajo de la tierra.	127
5.12	Patrón de radiación para un dipolo de una longitud de onda en donde se muestran sus lóbulos superior e inferior, que para los fines del diseño sólo interesa la radiación captada por el lóbulo superior ya que el lóbulo inferior estaría captando interferencias o radiación defasada debido a la reflexión por el plano de tierra física.	128
5.13	Factor del arreglo para una antena horizontal dispuesta a una altura h con respecto a un plano de tierra.	129
5.14	Circuitio eléctrico equivalente al funcionamiento del balun.	130
5.15	Patrón de radiación para un dipolo conectado a una línea de transmisión coaxial sin el uso de un balun, de donde se puede observar la deformación en su patrón de radiación [Tomada de ARRL, 1991].	131
5.16	Diagrama esquemático para la construcción de un balun de banda ancha. .	132
5.17	Fotografía que muestra la implementación del balun para acoplar la línea bifilar a la siguiente etapa de cable coaxial.	133
5.18	(5.18).Se muestra al amplificador de bajo nivel de ruido ZFL-500LN y sus especificaciones [Tomada de Handbook RF/IF, 1998]	134
5.19	(5.20) Combinador ZFSC-2-1W y sus especificaciones de operación [Tomada de Handbook RF/IF, 1998].	135

5.20	Acoplador direccional híbrido con retraso de 90° , en este diagrama se muestra sus puertos de entrada y salida, además de las trayectorias a seguir para la onda que incida en cada uno de los puertos de entrada	136
5.21	Matriz de Butler de 2 elementos, en donde se muestra la incidencia de un frente de onda en diferente dirección.	137
5.22	Matriz de Butler de 4 elementos, que formará 4 haces detectores independientes, para un arreglo de 4 elementos (para el caso de diseño cada elemento es una línea de 64 dipolos de longitud de onda completa).	139
5.23	Especificaciones de operación para el híbrido de cuadratura JH-119, con el cual se implementa la matriz de Butler del diseño	142
5.24	(5.22)Diagrama que muestra la configuración implementada para la matriz de Butler de 4 puertos que se utilizará en el arreglo prototipo, de igual modo se hace un breve bosquejo de las posiciones que tomarán los 4 haces detectores.	143
5.25	Receptor superheterodino construido y diseñado para trabajar a una frecuencia central de 138.65 MHz.	144
5.26	Fuente de ruido.	145
5.27	Diagrama a bloque de las partes constitutivas del receptor.	145
5.28	Circuito RF switch y las especificaciones técnicas de operación	146
5.29	El conjunto de componentes encerrados en la elipse corresponden al mezclador utilizado.	146
5.30	Se muestra el filtro pasobanda empleado en el receptor y de igual modo se pueden observar sus parámetros de operación.	147
5.31	Circuito amplificador FI con sus gráficas de operación.	147
5.32	Circuito detector de ley cuadrada, los valores de R y C proporcionan una constante de tiempo determinada.	148
5.33	Amplificador de video	148
5.34	Switch de video.	148
6.1	Temperatura de brillo de la atmósfera	152
6.2	Espectro del ruido generado por un relámpago	153
6.3	Niveles de ruido cosmico utilizando como antena receptora un dipolo de media longitud de onda.	154
6.4	Niveles de ruido promedio para diferente tipo de asentamientos humanos, usando una antena omnidireccional	155
6.5	Dimensiones físicas de la antena omnidireccional usada en el radiomonitorio y su patrón de radiación teórico.	156
6.6	Esquema que muestra las dimensiones para la antena Yagui-Uda empleada en el radiomonitorio, también se muestra su patrón de radiación en donde se exhiben sus propiedades direccionales.	157
6.7	Configuración de equipo y elementos detectores utilizados para la realización del radiomonitorio	158

6.8	Gráfica tomada con el analizador de espectros HP-8590-E, utilizando la antena omnidireccional en la localidad de Tulancingo, Hidalgo.	159
6.9	Espectro de potencia registrado en Charcas, San Luis Potosí. Donde se observa una interferencia repentina dentro del ancho de banda asignado . . .	160
6.10	Gráfica del nivel de ruido tomada en Coeneo, Michoacán. El nivel de ruido para esta localidad se mantiene constante y no se tienen interferencia dentro del ancho de banda asignado para la operación del radiotelescopio.	161
6.11	Localización geográfica del municipio de Coeneo en el Estado de Michoacán.	162
6.12	Levantamiento de la plataforma en donde se construye el Radiotelescopio .	163
6.13	Estructura de soporte sobre la cual se tenderán los dipolos y líneas de transmisión	164
6.14	Configuración de cajas donde serán colocados los amplificadores del primer nivel de amplificación.	165
6.15	Configuración de cajas donde se instalan los combinadores correspondientes al primero y segundo nivel de combinación.	166
6.16	En la figura se muestra la elaboración de los dipolos	167
6.17	Líneas de transmisión	168
6.18	Configuración final de la estructura del arreglo	169
6.19	Patrón de radiación teórico para el dipolo de 1 longitud de onda	170
6.20	Patrón de radiación teórico de una línea de 64 dipolos de 1 longitud de onda	171
6.21	Red de acoplamiento pasiva a implementar	172
6.22	Configuración del equipo utilizado en la medición de la sintonización de los dipolos del arreglo	173
6.23	Mediciones de sintonía en la línea 4 del arreglo prototipo	174

Indice de Tablas

4.1	Ancho del haz de media potencia para dipolos de diferente longitud . . .	94
5.1	Variación de ϵ_0 con respecto a la frecuencia	113
5.2	Relación de fuentes centelleantes para mapear el viento solar	115
5.3	Número total de dipolos requeridos para diferentes condiciones	118
5.4	Precisión en las mediciones del índice de centelleo en función de la longitud Este-Oeste del arreglo	118
5.5	Número de líneas de dipolos de onda completa, dadas las dimensiones del arreglo	119
6.1	Vóltmetro vectorial – HP 8508A & Refl./Trans.Test Set HP 87512A. Todos los valores estan en Ω	171
1	Especificaciones técnicas Del ORT.	177
2	Especificaciones técnicas para la estación Fuji del STEL.	178
3	Especificaciones técnicas para la estación Sugadaira del STEL.	178
4	Especificaciones técnicas para la estación Toyokawa del STEL.	178
5	Especificaciones técnicas para la estación Kiso del STEL.	179
6	Especificaciones técnicas para la estación transmisora Tromso de EISCAT.179	
7	Especificaciones técnicas para la estación receptora Tromso de EISCAT. 180	
8	Especificaciones técnicas para la estación Kiruna de EISCAT.	180
9	Especificaciones técnicas para la estación Sodankyla de EISCAT.	181
10	Especificaciones técnicas para el Radiotelescopio prototipo en Teoloyucán.181	

Capítulo 1

Clima Espacial

Al escuchar la palabra “clima” viene a la mente las variaciones que pueden suceder en el entorno atmosférico que nos rodea, las cuales están directamente vinculadas con el viento, ya que es el portador de las alteraciones en los sistemas de temperatura y presión de la Tierra, provocando diversos fenómenos climatológicos. En un contexto análogo, el significado de *clima espacial* se puede interpretar como las condiciones físicas que se suscitan en el espacio y que son dictadas por nuestra estrella más cercana: el Sol, siendo un indicador de éstas, el viento solar que transporta las características siempre cambiantes del Sol al medio interplanetario. El viento solar es un plasma proveniente de la corona solar que es la capa más externa del Sol, este material está casi totalmente ionizado, lo que implica que tenga una conductividad eléctrica muy alta y dos efectos muy notorios sobre el campo magnético:

- El viento solar al expandirse arrastra consigo al campo magnético de la corona, es decir, el campo magnético generado en el interior del Sol [Bravo,1991].
- Un plasma no permite la penetración de ningún campo magnético de origen externo [Bravo, 1991].

El patrón de campo magnético de la Tierra es en una primera aproximación similar al de un dipolo magnético, cuyo eje está en una dirección inclinada, formando un ángulo de 11° con respecto al eje de rotación de la Tierra. En cualquier lugar de la superficie terrestre el campo magnético se caracteriza por una dirección y una magnitud, la cual puede ser medida con magnetómetros. Frecuentemente, los parámetros medidos son la *declinación magnética* \mathbf{D} , la *intensidad horizontal* \mathbf{H} y la *intensidad vertical* \mathbf{Z} , ver figura 1.2.

La *intensidad total* del campo magnético, \mathbf{F} , es descrita por la componente horizontal, \mathbf{H} , la componente vertical \mathbf{Z} , y las componentes norte (\mathbf{X}), y Este (\mathbf{Y}), componentes de la intensidad horizontal. La intensidad del campo magnético está en el rango de 2500 - 6500 nT.

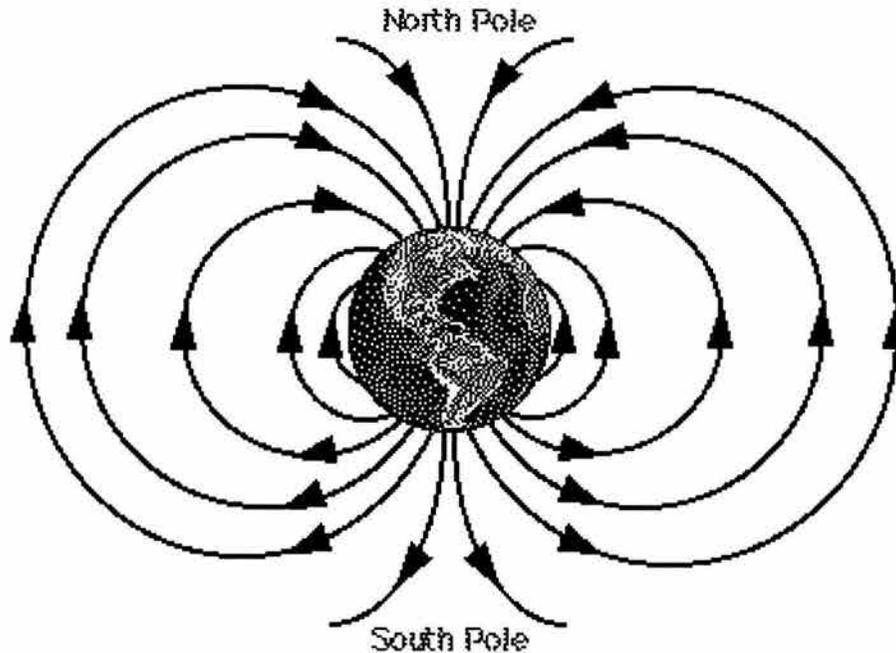


Figura 1.1: Esbozo del campo magnético terrestre, en donde se muestra su forma dipolar, las líneas de campo que se localizan en los polos se dibujan “abiertas”, pero estrictamente estas líneas alcanzan a cerrarse en el infinito [Tomada de www.unc.edu]

La declinación magnética D , es el ángulo entre el norte magnético y el norte verdadero. D es considerada positiva cuando el ángulo se mide al Este del norte verdadero y negativa cuando esta al Oeste.

El viento solar se extiende en el medio interplanetario barriendo y confinando a los campos magnéticos generados por algunos planetas del sistema solar, incluyendo la Tierra, en regiones llamadas magnetosferas. Las magnetosferas funcionan como una coraza magnética que impide la interacción directa del viento solar con los cuerpos planetarios, ya que causaría un gran daño que el viento solar penetrara en la Tierra, por la gran cantidad de energía que poseen las partículas que conforman el plasma solar.

El clima espacial es generado por el Sol y depende del ciclo solar, el cual tiene una duración de aproximadamente 11 años, pero puede variar en amplitud y duración. El ciclo solar se manifiesta con diversos fenómenos, pero el registro más antiguo usa la aparición de manchas en la superficie del Sol. Las manchas solares son regiones que tienen un campo magnético muy intenso, lo cual hace que estas zonas se observen más oscuras que la mayor parte del disco solar. Conforme el ciclo solar avanza del mínimo al máximo, las manchas comienzan a aumentar formando grupos que incluso pueden observarse desde la Tierra.

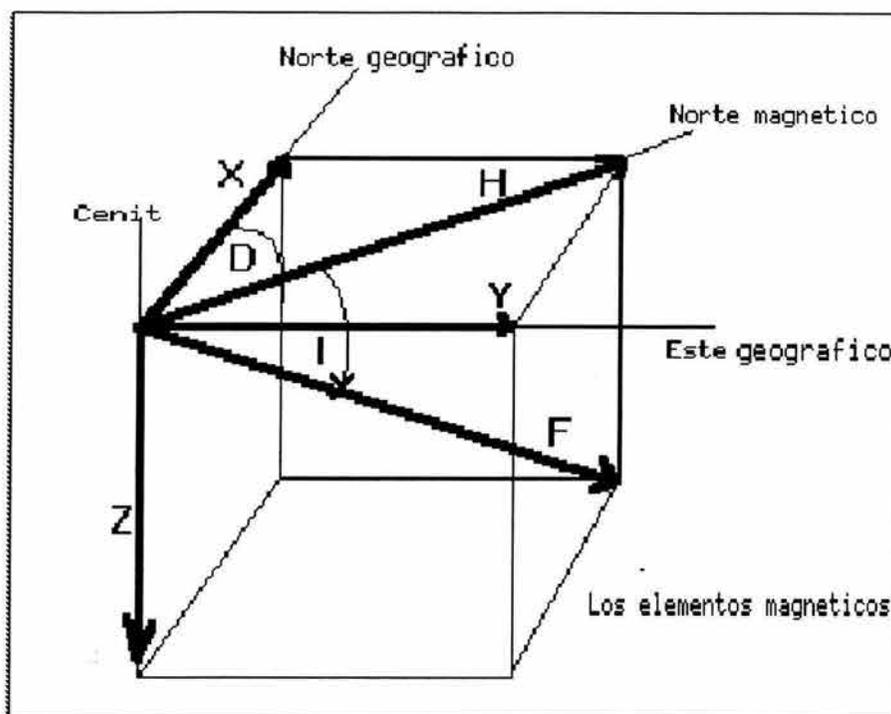


Figura 1.2: Figura del sistema de coordenadas magnético

El mayor número de manchas solares registrado en la historia ocurrió en el ciclo 19, durante el año 1957 se llegó a contar 201 manchas y ha sido el ciclo que más ha extendido su duración. Para 1979 ocurrió el máximo del ciclo solar 21, que ha sido el segundo más largo de la historia, en donde se llegaron a registrar 165 manchas. En 1989 ocurre el máximo del ciclo 22, que ha sido el tercer ciclo que más ha durado con 159 manchas presentes, ver figura 1.3.

En el año 2003 el Sol está descendiendo en actividad, y el máximo número de manchas fue de 160 para el año 2001, ocurriendo el máximo de este ciclo, teniendo un incremento de actividad para el año 2002. Según las predicciones, la actividad solar tendrá variaciones pero tendiendo hacia el mínimo de actividad tal y como se muestra en la figura 1.4.

Los eventos en el Sol más estudiados están relacionados con el clima espacial. Principalmente las ráfagas solares, que son explosiones de energía en un amplio espectro de energía, desde el visible, pasando por el radio-espectro, rayos X y hasta rayos γ . Esto es consecuencia de la energía almacenada por las líneas de campo magnético en las manchas solares, las cuales comienzan a torcerse y deformarse debido a la rotación diferencial del Sol [Apuntes Fis. Espacial].

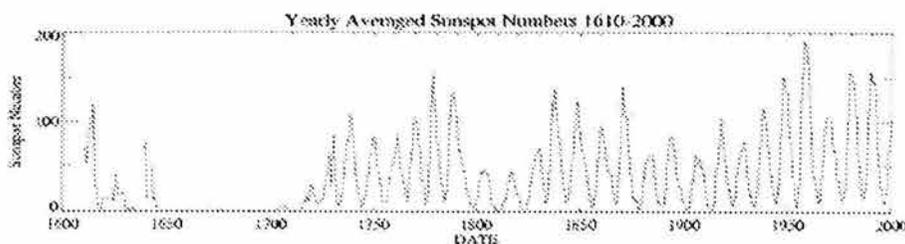


Figura 1.3: Registro de número de manchas solares desde 1600 hasta el inicio del año 2000, en donde se puede verificar los tres ciclos más intensos que han ocurrido [Tomada de www.spaceweather.com].

Si la complejidad del campo magnético es suficientemente grande, la energía puede ser liberada en un evento explosivo, es decir, una *ráfaga solar*. La ráfaga puede asociarse con la eyección de nubes de partículas cargadas en el viento solar; este tipo de eventos (o fenómenos) se conocen como *eyecciones de masa coronal*.

Los hoyos coronales son estructuras relacionadas con el clima espacial, éstos son regiones extremadamente grandes en la corona solar, presentando una temperatura y densidad reducida, en ellos las líneas del campo magnético aparecen abiertas en el medio interplanetario. Los hoyos coronales contribuyen con chorros de viento solar con alta velocidad. El viento solar lento presenta velocidades por debajo de los 400 km/s, es más denso y frío. Por otra parte el viento solar rápido presenta velocidades superiores a los 600 km/s, es caliente y más ténue. Cuando ocurre una eyección de masa coronal, puede ocurrir que la nube de plasma solar arrastre consigo líneas de campo magnético en dirección B_z sur, para conectarse con el campo magnético de la Tierra. Se necesita que la magnitud de la componente sur del campo magnético sea de aproximadamente 20γ , con una duración promedio de 3 horas [Carrillo, 1999].

Esta conexión conduce partículas del Sol dentro de la cavidad formada por la magnetósfera terrestre. Menos del 1% del viento solar penetra en la magnetosfera, y es suficiente para inducir millones de amperes en la atmósfera.

Algunas de éstas partículas se colisionarán con la magnetosfera y comenzarán a girar sobre las líneas del campo magnético terrestre. La zona más permeable para estas partículas es la cola magnetosférica y eventualmente entran por los polos Norte y Sur. Los iones contenidos en la eyección de masa coronal colisionarán con oxígeno y nitrógeno de la atmósfera baja ubicada aproximadamente entre los 65 y 320 kilómetros de la superficie terrestre, excitando eléctricamente al oxígeno y nitrógeno existente en esta capa de la atmósfera, emitiendo luz y dando lugar a un espectáculo de luces de inigualable belleza llamado: *aurora boreal*

Este tipo de aurora es denominada *aurora difusa* debido a que son estructuras pequeñas y cubren áreas largas. Hay otro tipo de auroras conocidas como: *auroras discretas*, las cuales muestran más estructura y varían rápidamente. Estas son creadas

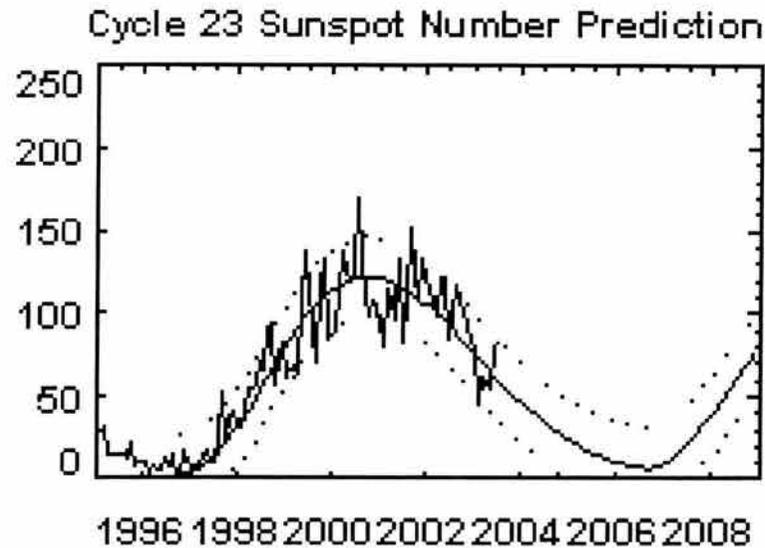


Figura 1.4: Predicciones para la actividad solar, en donde se puede notar que ésta tiende a alcanzar un mínimo aproximadamente para el año 2007, en donde iniciará el ciclo solar 24. [Tomada de www.science.nasa.gov].

por partículas aceleradas en las hojas de plasma y ocurren normalmente en la noche. Los vestigios de pueblos esquimales dan cuenta de estas luces danzantes del cielo, formando parte de sus mitos y leyendas. Estos despliegues de luces dinámicas y brillantes funcionan bajo el mismo principio de un tubo de rayos catódicos.

A latitudes muy bajas las partículas del viento solar no logran penetrar muy cerca de la Tierra, ya que son capturadas por las líneas de campo magnético terrestre, en donde giran y avanzan con un movimiento de ida y vuelta, dicho movimiento de cargas es propiamente una corriente eléctrica que inducirá un campo magnético que altera el sistema magnetosférico de la Tierra. A este fenómeno se le da el nombre de *tormentas geomagnéticas*.

Una vez que se conocen algunas de las características del viento solar y su influencia que tiene sobre la Tierra, se puede definir al clima espacial, como el estado de perturbación del viento solar en el medio interplanetario y el ambiente magnético que rodea a la Tierra. Así de este modo, el clima espacial tiene una influencia directa en diversos sistemas tecnológicos.

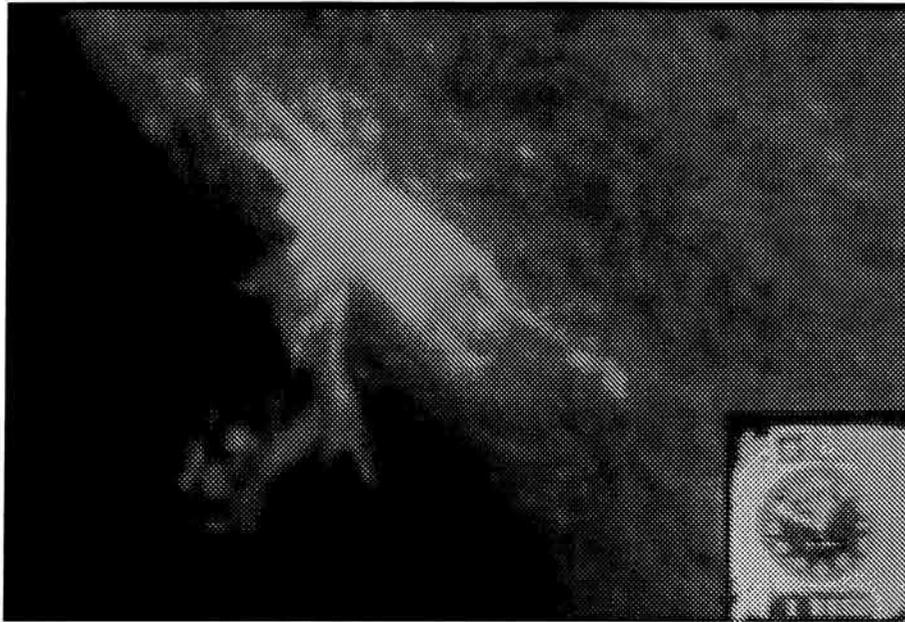


Figura 1.5: Imagen tomada el 10 de octubre de 1971, en la línea espectral H-alfa por el Big Bear Solar Observatory, donde se muestra la erupción de material debido a una ráfaga cerca del limbo del Sol [Tomada de www.science.nasa.gov].

1.1 Efectos de las Tormentas Geomagnéticas en la Tecnología

1.1.1 Sistemas de Distribución Eléctrica

La variación del campo magnético terrestre debida a una tormenta magnética, inducirá una circulación de corriente eléctrica en toda la atmósfera y el subsuelo. Estas corrientes inducidas fluyen desde la tierra hasta las subestaciones eléctricas y tienen una frecuencia muy baja comparada con las corrientes de AC con la que trabajan los transformadores. Propiamente una corriente inducida por tormenta magnética se puede considerar como una corriente de DC, con algunas pequeñas variaciones. Esto produce que al llegar estas corrientes a un devanado del transformador ocurra una extramagnetización, lo cual trae como consecuencia que los medios ciclos de magnetización de AC coincidan debido a la corriente de DC inducida, produciendo así la saturación del transformador.

Las altas corrientes inducidas en los devanados del transformador del orden de algunos millones de amperes, producirán un calentamiento en el embobinado que lo llevará a la destrucción. Durante la tormenta magnética del 13 de marzo de 1989 en la ciudad de Quebec, se tuvieron daños en el sistema eléctrico de aproximadamente

1.1. EFECTOS DE LAS TORMENTAS GEOMAGNÉTICAS EN LA TECNOLOGÍA 7

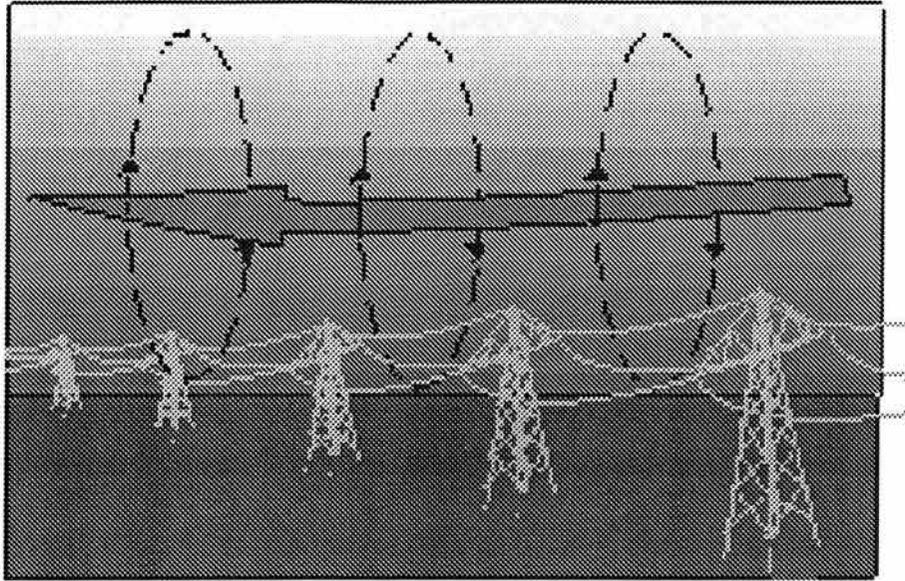


Figura 1.6: De acuerdo a la ley de Faraday un campo magnético variable en el tiempo inducirá una circulación de corriente, para este caso el campo magnético variable es el campo magnético terrestre debido a las alteraciones producidas por una tormenta magnética, así de esta manera se inducirá una corriente en las torres de alta tensión, provocando severos daños debido a la saturación del sistema eléctrico de distribución.

\$13.3 millones de dólares, en la misma tormenta fue dañado un transformador de una estación de generación nuclear localizada en Salem, New Jersey, teniendo su reparación un costo de 17 millones de dólares [Geological Survey of Canada, 2002].

1.1.2 Sistema de Tuberías

El daño en un sistema de tubería que transporta petróleo, gas o agua resulta muy costoso por los tramos tan grandes que se necesita para conformar una red de tuberías, pero sobre el costo económico está la dependencia de las vidas humanas con respecto al agua o los energéticos que transporten estos ductos. Estas redes de ductos pueden estar bajo la tierra, el mar o sobre la superficie, cualquier elemento que fluya dentro de las tuberías estará sometido a grandes presiones para lograr un desplazamiento a través de las largas distancias que deben cubrir las redes de tuberías.

Debido a que las diferentes tuberías están expuestas a medios distintos, como por ejemplo agua, sol, viento, etc. aparecerá la corrosión electroquímica en las paredes metálicas, la cual deteriora la resistencia de las paredes produciendo la ruptura de los ductos debido a la presión de los fluidos transportados. Para lograr la eliminación de la corrosión, se aplica un recubrimiento aislante en las paredes metálicas de los

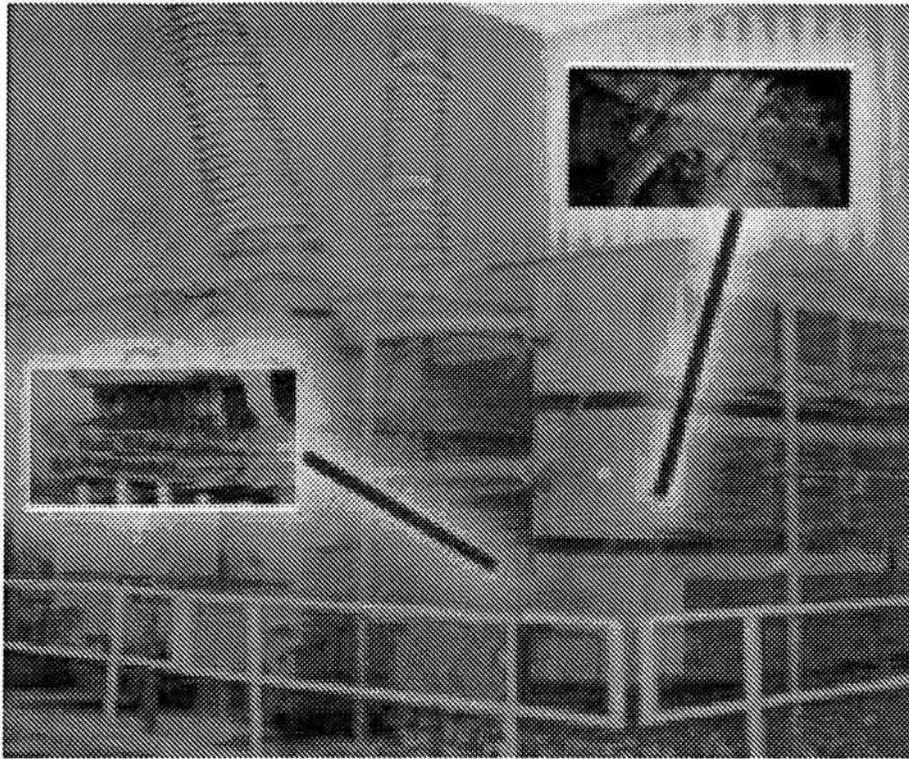


Figura 1.7: Daños ocurridos en transformadores del sistema de distribución eléctrica, a causa de las tormentas magnéticas, en donde se llegan a inducir corrientes del orden de algunos millones de amperes, logrando la destrucción del equipo [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002].

ductos y además se conectan dispositivos especiales llamados rectificadores catódicos de protección.

La idea de estos dispositivos es mantener una diferencia de potencial constante entre las paredes del ducto y su entorno, evitando la corrosión, este proceso se conoce como *protección catódica* y consiste en conectar una fuente de voltaje de DC al ducto, haciendo coincidir el polo negativo con las paredes del ducto y el polo positivo se conecta a su entorno, tal y como se muestra en la figura 1.8.

Las variaciones del campo magnético terrestre provocadas por una tormenta magnética, inducirán corrientes eléctricas intensas, que en el ramo de los ductos reciben el nombre de “corrientes telúricas”, causando que el nivel de voltaje entre el ducto y su entorno varíe, teniendo como consecuencia que el sistema anticorrosión opere en niveles de voltaje críticos, incrementando la posibilidad de corrosión y disminuyendo el tiempo de vida de los ductos por posibles facturas debidas a corrosión.

En las gráficas de la figura 1.9, se muestra la relación dependiente en el dominio del tiempo entre una tormenta magnética ocurrida del 6 al 7 de abril del 2000 (ver figura

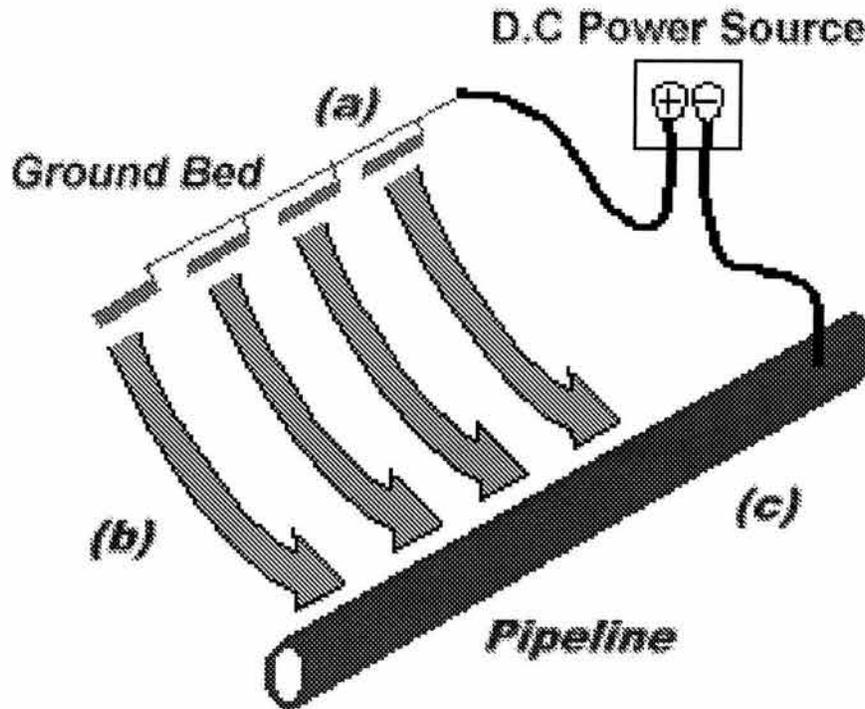


Figura 1.8: Sistema de protección catódica en tubería, utilizado para evitar corrosión en el ducto manteniendo una diferencia de potencial constante entre la coraza de la tubería y la tierra física. [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002].

1.4) y los niveles de voltaje en los que operó un sistema anticorrosión de protección catódica en Canadá. Se hace evidente los picos de voltaje inducidos por la tormenta magnética en el sistema de protección, teniendo como consecuencia el deterioro y el daño en los ductos.

1.1.3 Sistemas GPS

El sistema GPS (Global Positioning System) está conformado de una constelación de satélites, que proporcionan la ubicación de cualquier elemento que sea usuario de esta red satelital. Esto se logra de la siguiente manera: cuando un usuario desea saber su posición emite una señal electromagnética que es captada por los satélites de la constelación que se encuentren más cerca de su posición actual, dependiendo del retardo de la señal y la posición en la que se encuentren los satélites receptores, ubican al usuario con alta precisión en las coordenadas de ubicación.

Cuando ocurre una tormenta magnética algunas de las partículas de alta energía

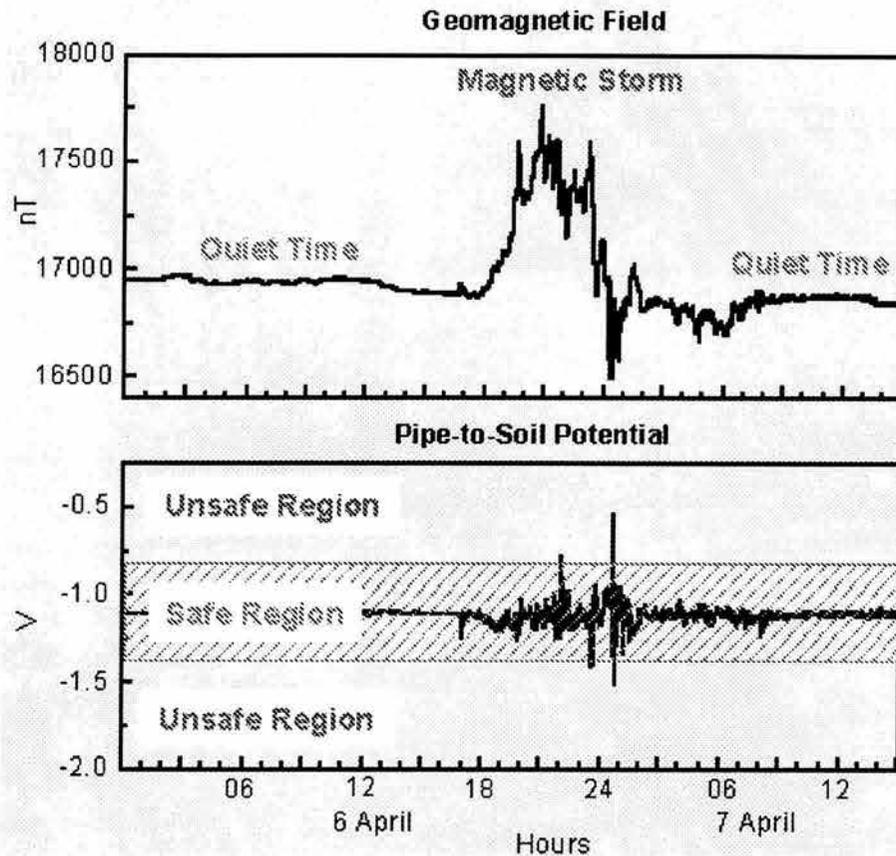


Figura 1.9: La gráfica superior muestra las variaciones magnéticas registradas por el Observatorio Magnético de Ottawa, mientras que la gráfica inferior da cuenta de las variaciones registradas en la diferencia de potencial en un sistema de tuberías en Canadá, ambos registros fueron tomados al mismo tiempo [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002].

provenientes del Sol que logran penetrar la magnetosfera terrestre, se depositan en la ionosfera, provocando perturbaciones y variaciones en su densidad. Entonces la señal electromagnética emitida por un usuario llegará con un retardo mayor al que hubiera tenido si la densidad de la ionosfera no hubiera variado en proporciones como las producidas por una tormenta magnética.

Este efecto en la ionosfera tiene como consecuencia que la constelación de satélites reciban la señal con diferentes retardos, estimando una posición con cierto rango de error que resulta de suma importancia para sistemas de navegación, aviación, de interés científico, etc., en donde se requiere de mediciones de alta precisión.

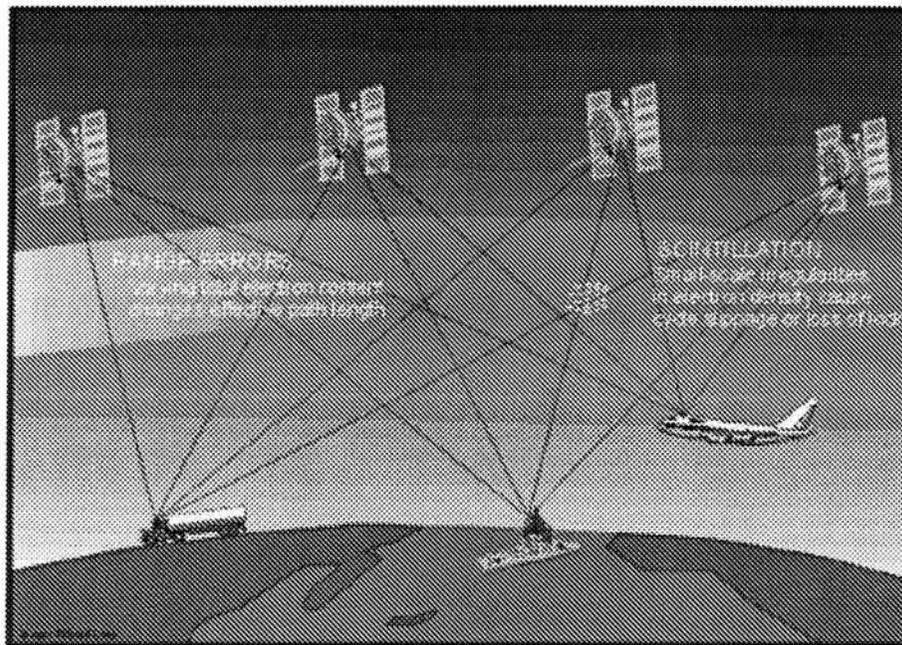


Figura 1.10: Algunos de los diferentes servicios que ofrece el sistema GPS ante una posible perturbación en el medio de transmisión, la cual interrumpirá el envío de información correcta entre el satélite y los diferentes usuarios del sistema. [Tomada de Programa Nacional de Geomagnetismo de Canadá, 2002].

1.1.4 Sistemas Satelitales

Las partículas de alta energía que son arrastradas por las eyecciones de masa coronal y que logran penetrar la magnetosfera pueden dañar a los satélites de comunicaciones ya que la mayoría de estos se encuentran orbitando dentro de esta coraza magnética, como indica la figura 1.11. Estos daños se pueden suscitar cuando algunas de estas partículas penetran el cuerpo del satélite, o indirectamente cuando el flujo de partículas induce campos en la estructura del satélite provocando descargas. Estos tipos de problemas en los satélites son perceptibles desde la Tierra cuando se tienen comandos fantasmas, daño en la electrónica, pérdida de control y algunas fallas más.

Cuando un ión con alta velocidad atraviesa algún dispositivo conformado por semiconductores, produce pares electrón-hueco que se pueden generar en regiones sensitivas del sistema electrónico, como celdas de memoria y entonces alteran la información o producen comandos fantasmas [Geological Survey of Canadá, 2002].

Antes de 1994 se sabía que los satélites podrían sufrir daños cuando partículas de alta energía eran emitidas desde el Sol durante algún evento explosivo. Sin embargo en enero de 1994, tres satélites geoestacionarios sufrieron fallas en el circuito de control de momento de giro. Los servicios fueron afectados por horas, y uno de los satélites no

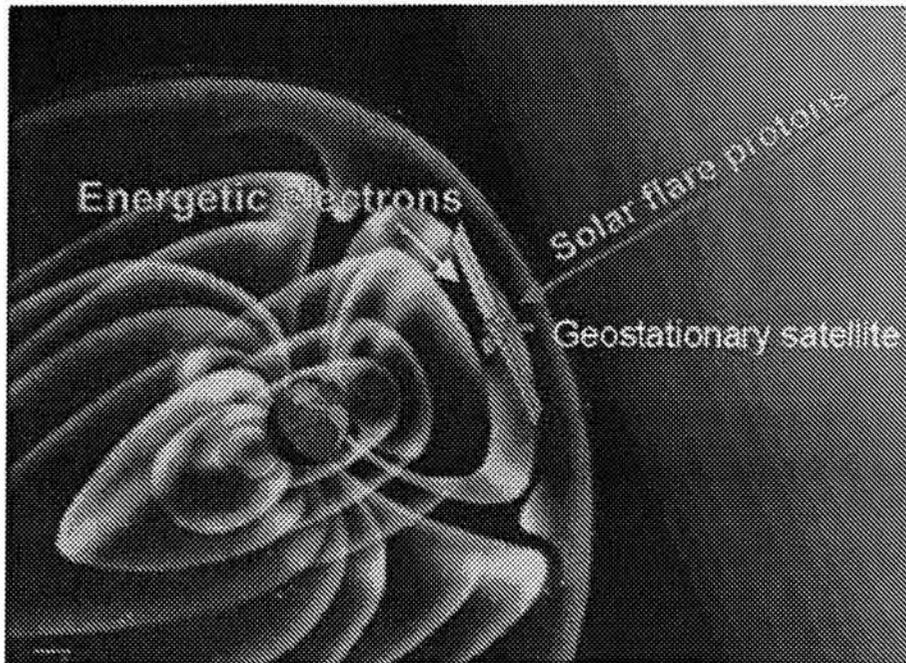


Figura 1.11: Bosquejo de la magnetosfera terrestre en donde se logra ubicar la posición de los satélites de comunicaciones con respecto al material altamente energético que es expulsado desde el Sol [Tomada de www.istp.gsfc.nasa.gov].

se pudo recuperar. Lo que desconcertó a las personas a cargo del control de las naves, es que no se dio aviso de que hubiera ocurrido algún evento explosivo solar. Entonces los daños se atribuyeron a un flujo continuo de partículas de larga duración durante un mínimo de manchas solares (ver figura 1.4). Lo que resulta importante en la predicción del daño a satélites es la intensidad de los electrones a los que están expuestos y el flujo integrado total de partículas [IPS Radio and Space Australian Services].

Otro tipo de daño a los satélites es debido a un fenómeno conocido en inglés como Deep Dielectric Charging, en donde los electrones de alta energía procedentes de alguna perturbación del viento solar penetran en la coraza del satélite y se comienzan a acumular en los materiales dieléctricos como en las tarjetas de los circuitos y en el dieléctrico de los cables coaxiales. La acumulación propicia que se acumule un campo eléctrico muy intenso, el cual al exceder la constante dieléctrica de rompimiento del material produce descargas repentinas, estas descargas dañaran el sistema, quemando componentes y destruyendo los semiconductores.

Como causa del flujo de iones en una tormenta magnética, estas partículas inducen campos electromagnéticos en la estructura del satélite, para el caso en que la energía de estas partículas sea del orden de los keV, sólo se logra una inducción de carga en la superficie del satélite provocando un calentamiento de la estructura y averías debidas

1.1. EFECTOS DE LAS TORMENTAS GEOMAGNÉTICAS EN LA TECNOLOGÍA13

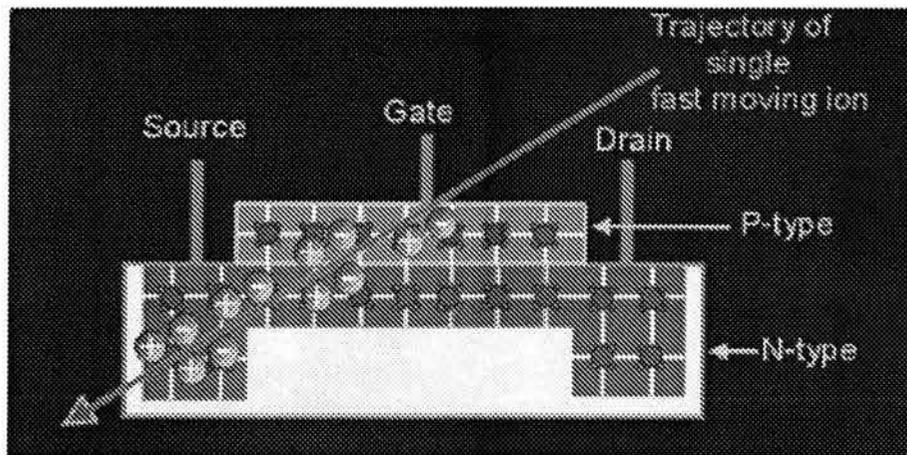


Figura 1.12: Se muestra la posible trayectoria de una partícula proveniente de algún evento explosivo del Sol y su interacción con un transistor JFET, usado en los sistemas de comunicación de satélites. se puede observar el desvío en la trayectoria de los portadores de carga a causa del bombardeo de este tipo de partículas, lo cual trae como consecuencia la producción de errores en la transmisión de información y comandos “fantasma”. [Tomada de www.istp.gsfc.nasa.gov].

a los arcos de descarga que se susciten.

Para partículas con energía del orden de los MeV, los riesgos que corre el satélite se incrementan debido a que las partículas de este orden de energía producirán descargas internas, provocando severas fallas y anomalías. En la figura 1.13 se muestra el registro de una tormenta magnética, en donde la intensidad de las partículas emitidas determina las fallas provocadas en un satélite.

1.1.5 Sistemas de Comunicaciones por Cable

Desde los inicios de la comunicación por telégrafo, los ingenieros telegrafistas se percataron de las perturbaciones ocasionadas en el sistema de comunicación debido a una aurora. Con el objetivo de proteger un mensaje de una posible pérdida de contenido, se ideó un sistema químico que hacía las veces de una memoria, es decir, las corrientes eléctricas provenientes del mensaje causan una reacción química, dejando un color particular en un papel de registro, el tipo de color y la intensidad daba cuenta del tipo de carácter transmitido.

Para la tormenta magnética del 19 de febrero de 1852, se tienen registros de la inducción de una corriente eléctrica muy intensa en los cables telegráficos, a tal grado que al querer captar los mensajes provenientes, en la memoria química se obtuvo un incendio en los papeles de registro.

En el siglo veinte las líneas de transmisión bifilar fueron reemplazadas por cable

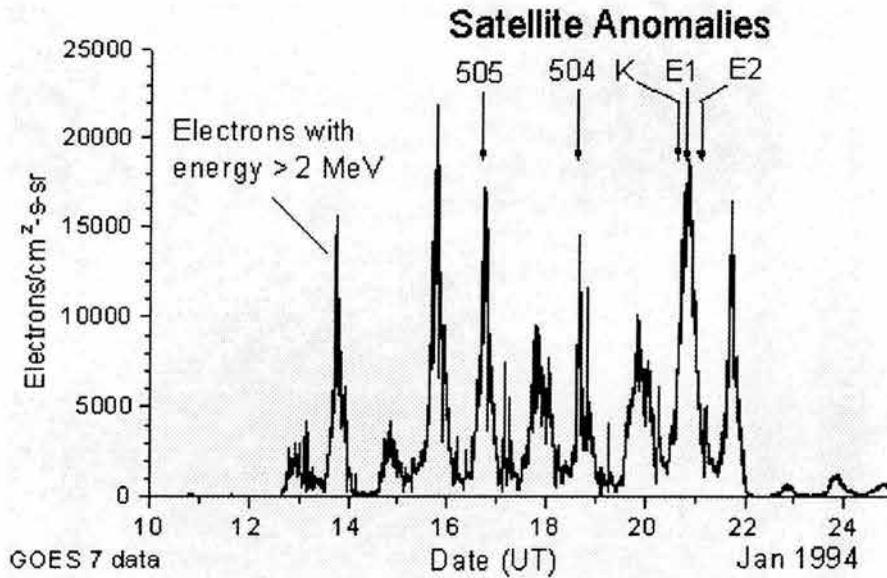


Figura 1.13: En esta gráfica aparece la intensidad del flujo de partículas con respecto al tiempo, se observa que los bombardeos que sufren los satélites son de partículas de muy alta energía y aproximadamente durante un día, tal y como se indica en la escala de tiempo [Tomada de www.ips.gov.au]

coaxial, obteniendo un mayor ancho de banda en las transmisiones. Durante el trayecto de la comunicación se deben instalar amplificadores para compensar las pérdidas en el cable, este sistema de amplificación está conectado en serie al conductor central, de esta manera todos los amplificadores requeridos tienen conectado un voltaje de alimentación de DC, con el cual se obtendrá un nivel de amplificación suficiente para que el mensaje llegue a la siguiente etapa de amplificación y el proceso vuelva a ocurrir hasta el destino final.

Cuando ocurre una variación en el campo geomagnético se induce una corriente intensa de DC que se puede sumar o restar con la corriente de alimentación para el funcionamiento de los amplificadores. Esta variación puede ocasionar la saturación, destrucción del amplificador o un nivel de amplificación que no sea suficiente para que el mensaje termine su recorrido. Del mismo modo las corrientes inducidas por tormentas geomagnéticas afectan las comunicaciones por cables continentales y submarinos.

Aunque las fibras ópticas son inmunes a la interferencia de campos electromagnéticos, se requieren amplificadores ópticos que necesitan de un nivel de voltaje de alimentación de DC para operar y de igual modo que para los sistemas de cable, los niveles de amplificación son dependientes del voltaje de DC suministrado, el cual puede estar expuesto a variaciones debido a perturbaciones del campo geomagnético [IPS Radio and Space Australian Services].

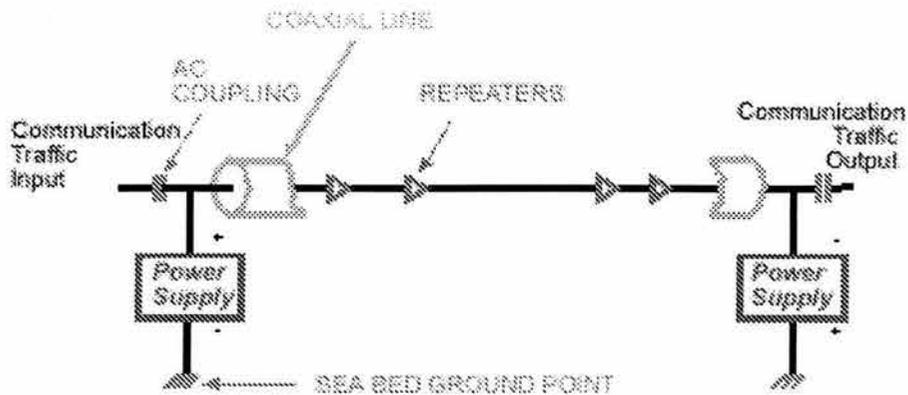


Figura 1.14: Diagrama que muestra los componentes básicos de un sistema de comunicación por cable, en donde hay que notar la referencia a tierra que tienen las fuentes que suministran el voltaje necesario para que pueda operar la electrónica de los receptores [Tomada de www.mpelectric.com].

1.1.6 Propagación en la Ionosfera y Sistemas de Comunicación Inalámbrica

En 1902, Heaviside y Kennelly postularon la existencia de una capa ionizada en la parte alta de la atmósfera, la cual tendría la función de espejo y lograría la reflexión de ondas electromagnéticas provenientes de los sistemas de radiotelegrafía llevados a cabo gracias al descubrimiento de la propagación de ondas de radio realizado por Marconi. Mediante experimentos realizados por Appleton y Barnett en 1925, se logra determinar la altura de la capa ionizada, llamándola: capa eléctrica e identificándola como capa E. Con la ayuda de más experimentos se logran encontrar capas superiores e inferiores a la capa E, denominándolas como capa D y F respectivamente. Posteriormente se encuentran diferencias marcadas dentro de la capa F, de donde se distinguen las capas F_1 y F_2 .

De acuerdo a estudios más profundos se ha llegado a la conclusión de que esta parte alta de la atmósfera no es un medio estratificado, sino que presenta variaciones en la densidad de ionización en función de la altura. La acción de ionización de la radiación del Sol en la parte alta de la atmósfera produce electrones libres. Alrededor de los 60 km, el número de estos electrones libres es suficiente para afectar la propagación de ondas electromagnéticas. Esta región ionizada de la atmósfera es lo que se conoce como ionosfera.

La radiación solar que pasa a través de la atmósfera es absorbida y causa ionización. La densidad de la atmósfera decrece con la altura, entonces al haber menos gas se tendrá una menor ionización, esto resulta en un pico en el nivel de ionización conocido como la ley de Chapman. En la parte alta de la atmósfera se tiene una variedad de gases y

la concentración de éstos varía diferentemente conforme la altura.

El proceso de ionización también es producido por partículas de alta energía emitidas por el Sol y el fondo cósmico. El porcentaje de ionización producido por los fenómenos antes mencionados es mucho menor que la ionización producida por la fotoionización solar. Sin embargo, en la noche cuando no hay proceso de fotoionización debido al Sol y en períodos de gran actividad solar, los niveles de ionización se deben principalmente al ingreso de partículas en altas y bajas latitudes. La densidad del plasma de la ionosfera es un balance entre la razón de los electrones libres que se producen y los electrones que se pierden ya sea por recombinación o difusión, todo esto depende de la altitud.

Si la frecuencia de la onda electromagnética es menor a la frecuencia de resonancia del plasma que conforma la ionosfera (ver sección 1.2.1), la razón entre frecuencias será mayor a uno y entonces la constante de propagación será imaginaria y la onda se atenuará de forma exponencial con la distancia, es decir, no habrá propagación. Para lograr la propagación a través de la ionosfera se necesita que la frecuencia de la onda electromagnética sea mayor a la frecuencia de resonancia del plasma para así obtener una razón de frecuencias menor a la unidad y obtener una constante de propagación real, lo que implicará propagación en el plasma ionosférico.

Para ondas que se encuentran en las bandas de frecuencias LF y VLF en donde su frecuencia es menor a la frecuencia de resonancia del plasma ionosférico, éste impedirá su propagación a través de él, funcionando como un espejo y aprovechando el efecto reflector que tiene la Tierra, se formará una guía de ondas, en donde la onda se propagará por medio de reflexiones, tal y como sucede en una fibra óptica.

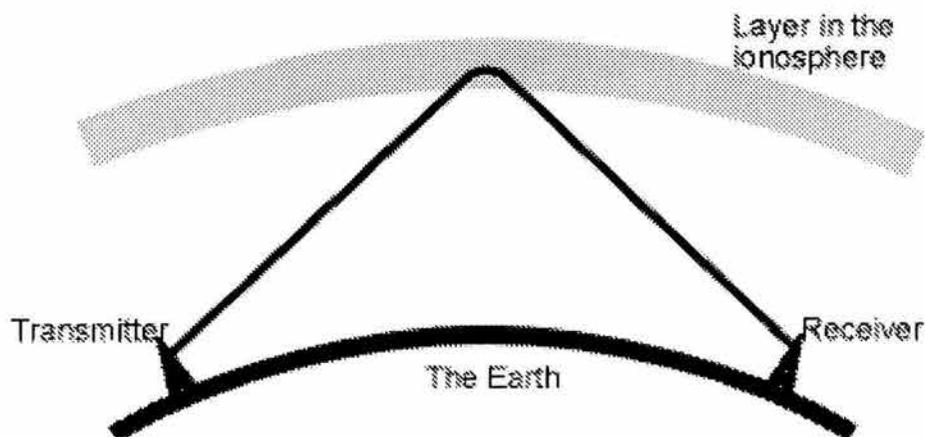


Figura 1.15: Reflexión de una onda, en donde la ionosfera y la tierra actúan como una guía de onda [Tomada de www.radio-electronics.com].

Sin embargo, para frecuencias mayores a la frecuencia de resonancia del plasma ionosférico, éstas penetrarán la ionosfera y se encontrarán con un cambio de densidad

1.1. EFECTOS DE LAS TORMENTAS GEOMAGNÉTICAS EN LA TECNOLOGÍA 17

inversamente proporcional a la altura, lo que implica un índice de refracción que varía en función inversa a la altura. A medida que la densidad de ionización aumenta, el índice de refracción disminuye, produciéndose la refracción de la onda, es decir, la curvatura de la trayectoria, hasta que la misma curvatura hace que la onda regrese, para esto se debe cumplir lo siguiente:

$$\text{sen } \theta_i = n \text{sen } \theta_r = n \text{sen } 90^\circ = n \quad (1.1)$$

donde n es el índice de refracción de la ionosfera, se sabe que el índice de refracción es la razón entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio y está dado por

$$n = \frac{c}{v_{\text{fase}}} = \frac{c}{\frac{\omega}{\beta}} = \frac{c}{\frac{\omega}{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon'}}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon'}} \quad (1.2)$$

la velocidad de fase de una onda electromagnética es la velocidad a la cual se mueve un punto en una onda manteniendo la misma fase. De la ecuación (1.2) se tiene

$$n = \sqrt{\epsilon'} \quad (1.3)$$

sustituyendo (1.3) en (1.1)

$$\text{sen } \theta_i = \sqrt{\epsilon'} = \sqrt{1 - \frac{f_p^2}{f^2}} \quad (1.4)$$

donde f_p es la frecuencia de resonancia del plasma ionosférico y f es la frecuencia de la onda electromagnética que interactuará con la ionosfera, utilizando la siguiente identidad trigonométrica

$$\text{sen } \theta_i = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_i} \quad (1.5)$$

sustituyendo (1.5) en (1.4), se tiene que

$$\cos \theta_i = \frac{f_p}{f} \quad (1.6)$$

la expresión anterior indica que el ángulo de incidencia necesario para lograr una comunicación a larga distancia usando a la ionosfera como reflector, está en función de la frecuencia del plasma que es función exclusivamente de la densidad de electrones.

Cuando ocurre una tormenta magnética, algunas partículas provenientes de una eyección de masa coronal logran penetrar la magnetosfera, en donde algunas se depositan en la ionosfera, provocando una variación en la densidad, entonces las predicciones referentes a la densidad de la ionosfera para el día y la noche, quedan impuestas por la actividad del Sol. Teniendo como consecuencia directa una variación en el ángulo de incidencia a la ionosfera para lograr la propagación de una onda electromagnética,

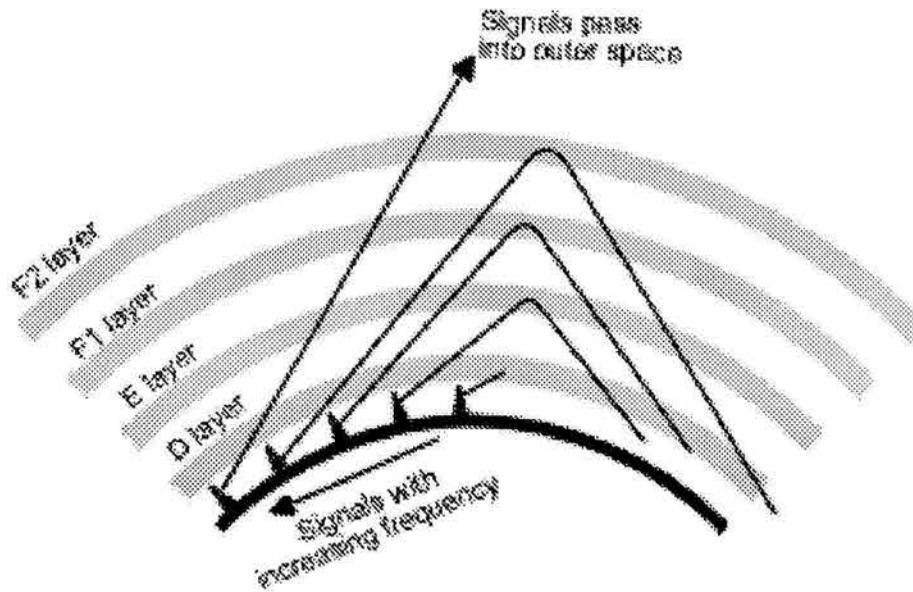


Figura 1.16: La reflexión en las diferentes capas de la ionosfera está en función de la densidad de ionización de ésta, en la figura se muestra como la reflexión para ondas a diferentes frecuencias se da en diferentes capas de la ionosfera [Tomada de www.radio-electronics.com].

de esta manera, sin un monitoreo o un sistema de alerta, las comunicaciones en las bandas HF, VHF, LF, y MF se verán afectadas ante la actividad solar.

El clima espacial tiene una influencia directa con efectos inducidos en diversos sistemas tecnológicos, de aquí la importancia de un monitoreo del medio interplanetario para obtener un pronóstico del clima espacial, con el cual se pueda prever posibles daños en nuestra tecnología.

1.2 Técnica de Centelleo Interplanetario CIP

En aquellas noches de meditación en algún lugar despejado se puede encontrar en la lejanía, algunas fuentes constantes de luz provenientes de comunidades cercanas. Habrá ocasiones en donde se observará un tintileo en dichas fuentes. Entonces se induce que entre el observador y la fuente de luz existe cierto medio con condiciones de temperatura y presión diferentes a las del viento común, lo cual trae como consecuencia el *centelleo* de la fuente.

Una vez hecha esta analogía, se puede transportar a dimensiones micro-magnéticas, en donde la fuente de luz proveniente de algún asentamiento humano, coincide con una fuente natural de radio como pueden ser: estrellas, galaxias, pulsares, cuasares, etc. La antena funciona como el observador y el medio con condiciones de temperatura y

presión diferentes a las del viento común, puede coincidir con algunas perturbaciones en el viento solar.

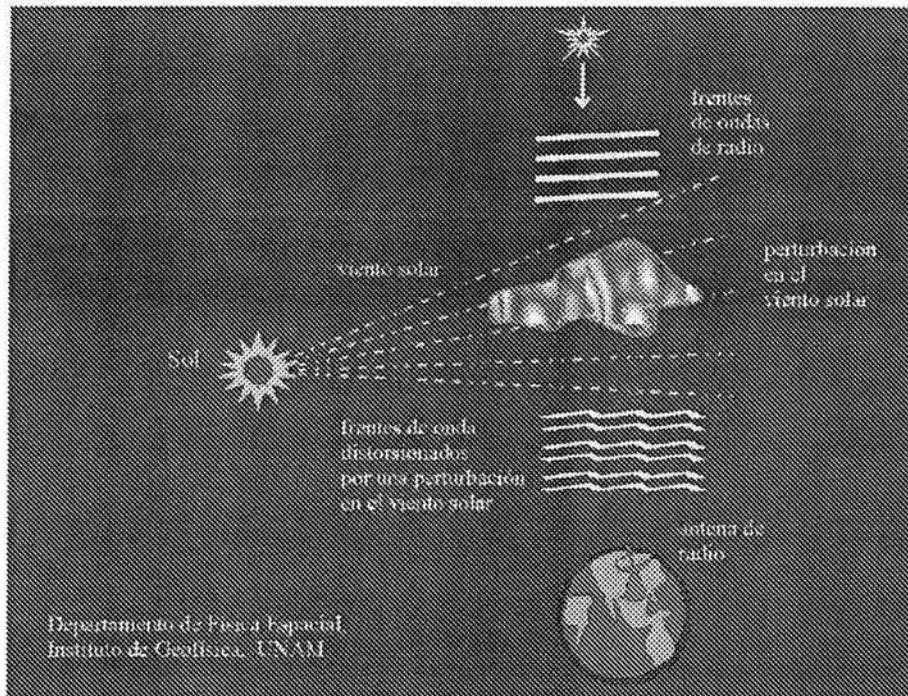


Figura 1.17: Esquema que ejemplifica la técnica de centelleo interplanetario, de donde se puede observar que las señales provenientes de alguna fuente estelar recibidas por un radiotelescopio poseen una amplitud constante, siempre y cuando la línea de visión radiotelescopio-fuente, no contenga alguna perturbación en el medio [Tomada de Departamento de Física Espacial, UNAM].

La fuente natural de radio emite frentes de onda planos que interactúan con el viento solar, el cual se puede imaginar formado por una serie de burbujas de gran densidad siendo expulsadas del Sol, como se esquematiza en la figura 1.18, entonces al propagarse los frentes de onda a través de este medio se formará un patrón de interferencia, que es el correspondiente al tintileo, ahora denominado *centelleo interplanetario*.

Las tormentas geomagnéticas ocurren cuando la Tierra se encuentra con una perturbación en el viento solar. Esto puede ocurrir en forma de una burbuja de plasma, o una región en donde la densidad y/o velocidad es mayor a la normal. Las fuentes de estas perturbaciones en el viento solar pueden ser eventos explosivos en el Sol que producen eyecciones de masa coronal, o corrientes colimadas de viento de alta velocidad de menor energía que los fenómenos que son emanados de hoyos coronales.

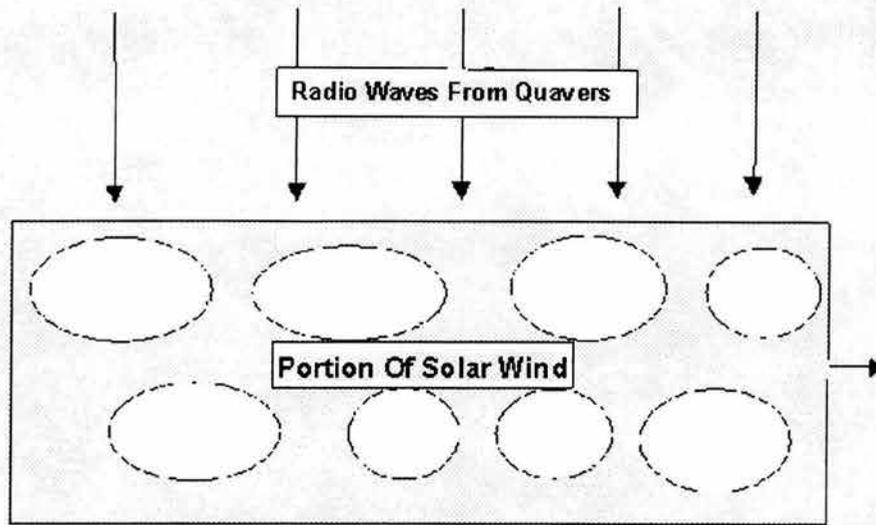


Figura 1.18: Ondas de radio iluminando una porción de viento solar. Imaginando que el viento solar consiste de una serie de “burbujas” de gran densidad alejándose del Sol, entonces las ondas de radio son difractadas por estas burbujas y producen el patrón de centelleo [Tomada de www.aber.ac.uk].

1.2.1 Propagación de Ondas Electromagnéticas en Plasmas

En un plasma existe muy poca restricción al movimiento de las cargas, y entonces se mantiene un estado de cuasineutralidad eléctrica aún en regiones muy pequeñas. Entonces cualquier acumulación de carga en el interior de un plasma será contrarrestada debido a la facilidad de movimiento que tienen las partículas, y entonces por fuerzas electrostáticas atractivas o repulsivas será cancelada, tratando de mantener siempre un estado de cuasineutralidad. Una de las principales características de la materia en estado de plasma es su capacidad de responder colectivamente a impulsos internos y externos. Los movimientos colectivos del plasma son consecuencia del gran alcance de las fuerzas electrostáticas que sienten las partículas cargadas que lo componen.

Cada ión y cada electrón en el interior de un plasma pueden sentir la influencia de muchas partículas a su alrededor, de manera que el comportamiento del plasma está determinado por interacciones colectivas y no solamente por la interacción entre dos partículas individuales.

Uno de los movimientos colectivos más rápidos e importantes dentro de un plasma es la oscilación de los electrones respecto a los iones. Estas oscilaciones se producen cuando se viola la cuasineutralidad del plasma y las fuerzas electrostáticas entran en acción como fuerza restauradora. Debido a que los iones son mucho más masivos que los electrones, casi no se mueven y la oscilación más notable es la de los electrones

[Bravo, 1990].

Cuando una onda electromagnética atraviesa un plasma, las cargas libres en él, principalmente los electrones, tienden a responder a esta oscilación. Pero las atracciones electrostáticas hacia los iones, que son la fuerza que genera la oscilación del plasma, tienden a impedir este acoplamiento entre los electrones y la onda electromagnética, es decir, impiden que en el medio se propague la perturbación.

Un modelo simplificado para modelar la propagación en plasmas, es el modelo de plasma frío, en el que se desprecia el movimiento de los electrones por causas térmicas. Un análisis más acorde con la realidad debe considerar la presencia de un campo magnético estático, de la misma manera que en la ionósfera existe el campo magnético terrestre, y en el viento solar existe el campo magnético del Sol.

Hay que considerar en primer lugar las fuerzas a las que se encuentra sometido un electrón inmerso en el campo electromagnético de una onda plana. Éste experimentará una fuerza debida al campo eléctrico y otra al campo magnético dadas por

$$|\vec{F}_e| = e|\vec{E}| = eE \quad (1.7)$$

$$|\vec{F}_m| = e|\vec{v} \times \vec{B}| = evB \sin\theta = ev \frac{\mu}{\eta} E \sin\theta = \frac{v}{c} |\vec{F}_e| \sin\theta \quad (1.8)$$

donde e es la carga del electrón, \vec{v} su velocidad y c la velocidad de la luz. Hay que notar que la fuerza experimentada por el electrón debida al campo magnético de la onda plana es despreciable frente a la fuerza producida por el campo eléctrico.

La ecuación del movimiento de un electrón en un plasma frío, en el que se propaga una onda plana y existe un campo magnético estático es

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \nu m\vec{v} - e \mu \vec{v} \times \vec{H}_0 \quad (1.9)$$

hay que notar que la ecuación anterior es la segunda ley de Newton, es decir, $\vec{F} = m\vec{a}$, donde se ha considerado también un término de pérdidas por colisión entre electrones, siendo ν la frecuencia de colisiones. La presencia del campo magnético estático dificulta el análisis, por lo que se omitirá este término, lo cual no significa que el efecto del campo magnético (terrestre o solar) sobre la propagación (ionosférica ó interplanetaria) sea despreciable. Suponiendo variaciones armónicas de la forma $e^{j\omega t}$, la ecuación (1.9) queda

$$mj\omega\vec{v} = -e\vec{E} - \nu m\vec{v} \quad (1.10)$$

resolviendo para \vec{v}

$$\vec{v} = \frac{-e\vec{E}}{m(\nu + j\omega)} \quad (1.11)$$

Si existe una densidad de N electrones/ m^3 se creará una densidad de corriente asociada al movimiento de los electrones

$$\vec{J} = -Ne\vec{v} \quad (1.12)$$

sustituyendo(1.11) en (1.12)

$$\vec{J} = \frac{Ne^2}{m(\nu + j\omega)} \vec{E} \quad (1.13)$$

a partir de la ecuación de Ampere-Maxwell

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon_0\vec{E} \quad (1.14)$$

sustituyendo (1.13) en (1.14)

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0\left(1 - j\frac{Ne^2}{\omega\epsilon_0m(\nu + j\omega)}\right)\vec{E} = j\omega\epsilon_0\hat{\epsilon}\vec{E} \quad (1.15)$$

entonces

$$\hat{\epsilon} = \left(1 - j\frac{Ne^2}{\omega\epsilon_0m(\nu + j\omega)}\right) \quad (1.16)$$

la permitividad compleja debida a la propagación de una onda plana en un medio con pérdidas está definida por

$$\hat{\epsilon} = \epsilon' - j\frac{\sigma}{\omega} \quad (1.17)$$

igualando (1.16) con (1.17) y resolviendo para ϵ' y σ

$$\epsilon' = 1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0(\nu^2 + \omega^2)} \quad (1.18)$$

$$\sigma = \frac{Ne^2\nu}{m(\nu^2 + \omega^2)} \quad (1.19)$$

En ausencia de colisiones entre iones ($\nu = 0$) las expresiones anteriores quedan

$$\epsilon' = 1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0\omega^2} = 1 - \frac{f_p^2}{f^2} \quad (1.20)$$

$$\sigma = 0 \quad (1.21)$$

Una onda plana que se propaga en un medio con pérdidas como lo es la ionósfera tiene una constante de propagación dada por $\beta = \sqrt{\mu_0\hat{\epsilon}} = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon'}$, donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío y ϵ' es la permitividad eléctrica del plasma en el que se propaga y de ecuación (1.4) está definida por

$$\epsilon' = 1 - \frac{f_p^2}{f^2} \quad (1.22)$$

f_p = frecuencia de resonancia del plasma = $\frac{N_e^2}{(2\pi)^2 m_e \epsilon_0} \simeq 9\sqrt{N_e}$.

N_e = número de electrones.

m_e = masa del electrón.

f = frecuencia de la onda electromagnética que se propaga en el plasma (ionósfera, viento solar, etc.)

Dentro de las dimensiones del medio interplanetario, las fuentes naturales de radio tienen un frente de onda plano, éstas se pueden expresar matemáticamente como sigue

$$E = E_0 e^{j\omega\beta} + E_0 e^{-j\omega\beta} \quad (1.23)$$

donde la constante de propagación de la onda electromagnética plana uniforme es

$$\beta = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon'} \quad (1.24)$$

sustituyendo (1.3) en (1.24), se tiene

$$\beta = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} n \quad (1.25)$$

el término $e^{j\omega\beta}$ indica la cantidad de cambio de fase que tiene la onda. La cuál sufrirá una perturbación en fase al encontrarse con una nube de viento solar con fluctuaciones en su densidad. De la ecuación (1.20), se tiene que el índice de refracción en un plasma está dado por

$$n = \sqrt{\epsilon'} \simeq 1 - \frac{Nr_e \lambda^2}{\pi} \quad (1.26)$$

donde r_e es el radio del electrón, entonces una nube de plasma con irregularidades en su densidad, presenta una fluctuación asociada al índice de refracción dada por

$$\Delta n = -\frac{r_e \lambda^2}{\pi} \Delta N \quad (1.27)$$

Entonces al propagarse una onda electromagnética plana en un plasma que presenta una fluctuación en su densidad y como consecuencia en su índice de refracción, su ecuación de onda estará dada por

$$E = E_0 e^{j\omega\Delta\beta} + E_0 e^{-j\omega\Delta\beta} \quad (1.28)$$

donde la irregularidad en la densidad del medio se verá reflejada en una fluctuación en el cambio de fase de la onda, dado por el término $e^{j\omega\Delta\beta}$, entonces, las ondas con la fase alterada se propagarán y generarán un patrón de interferencia que modulará el frente de onda en intensidad. La modulación de intensidad es fácil de entender si se considera que la interferencia presentará interacciones aleatorias de los frentes de onda tanto destructivas como constructivas [Hewish, 1964].

1.2.2 Elongación

El centelleo de una fuente de radio es función de la *elongación solar* ϵ , la cual se define como el ángulo entre el Sol, la Tierra y la fuente de radio, como se indica en la figura 1.19. Este ángulo presenta una variación de aproximadamente un grado por día debido al movimiento orbital de la Tierra.

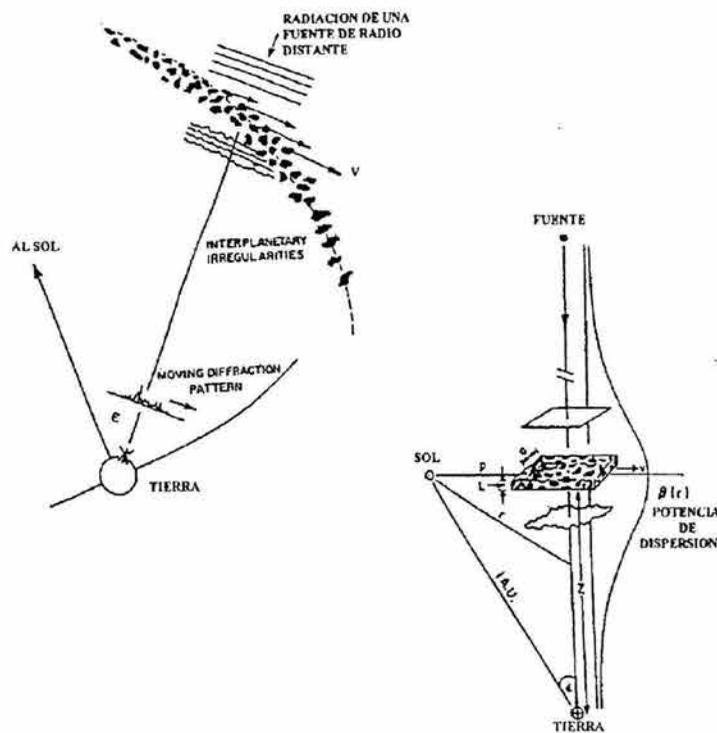


Figura 1.19: En esta figura se muestra el ángulo de elongación solar, el frente de onda plano que proviene de una fuente de radio estelar, y el patrón de difracción que se observa en la Tierra.

La fluctuación en la densidad del viento solar ΔN_e con respecto a la distancia del sol R , está relacionada como $\Delta N_e = \frac{1}{R^2}$. Esta disminución tan rápida en la densidad de partículas del plasma hace que a distancias cercanas a la línea de visión Tierra-Sol, se tenga una región efectiva de dispersión, con lo cual se logra un máximo de centelleo en regiones cercanas al Sol.

En la figura 1.20, se muestra la dependencia entre el centelleo y la elongación para la fuente de radio 3C237 a una frecuencia de observación de 81.5 MHz, en donde se obtiene un máximo alrededor de los 25° y se tiene un rápido decaimiento para elongaciones mayores.

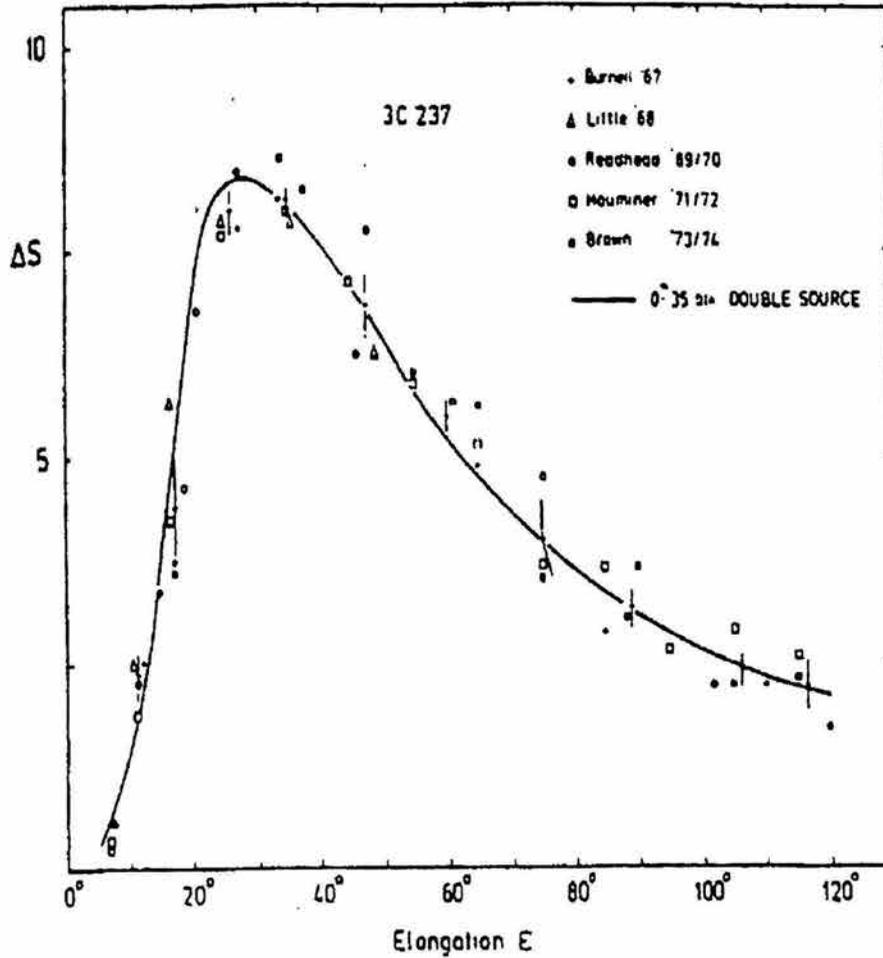


Figura 1.20: Determinación del centelleo normal para la fuente estelar de radio 3C237 como función de la elongación solar (ϵ) tomando un período de observaciones de 8 años. Como se puede observar el máximo de centelleo se da a una elongación de aproximadamente 25° para una frecuencia de observación de 81.5 MHz [Tomada de Readhead ,1978]

Las fuentes óptimas para presentar centelleo son aquellas cuyos diámetros son del orden de milisegundos de arco, debido a que de esta manera podrán iluminar las irregularidades en la densidad del plasma interplanetario [Carrillo,1999].

1.2.3 Índice de Centelleo

Los parámetros que proporcionarán información acerca del viento solar, obtenidos mediante la técnica del centelleo interplanetario son: Espectro de potencia, que da información sobre el espectro del número de onda de las fluctuaciones de densidad en el plasma en el régimen de microescala ($\geq 10^{-3}$) [Hewish, 1972; Cronyn, 1972; Coles, 1974; Harmon, 1975]. Una magnitud cuantitativa de la dispersión de las ondas electromagnéticas en el viento solar, es el *índice de centelleo*, es decir, el índice de centelleo da información sobre la magnitud de la turbulencia solar. Con la velocidad del patrón de difracción se puede estimar la velocidad del viento solar.

$$g = \frac{\Delta S_{obs}}{S_{prom}} \quad (1.29)$$

donde ΔS_{obs} es el centelleo observacional o flujo rms de la señal y S_{prom} es el centelleo promedio asociado a un viento solar quieto. La magnitud de g proporciona una estimación bastante confiable de la densidad media del plasma [Hewish, 1987].

Suponiendo que se puedan realizar dos observaciones para la misma fuente natural de radio, en dos diferentes sitios que sean paralelos al viento solar, los patrones de centelleo observados en cada lugar serán muy similares, tomando el tiempo de retraso entre los picos más prominentes y considerando la distancia entre los puntos en donde se realizaron los registros de centelleo se puede lograr una estimación de la velocidad del viento solar, cabe mencionar que ésta es sólo una técnica para encontrar este parámetro del viento solar y quizá sea la más ilustrativa, tal y como se muestra en la figura 1.21.

El centelleo revela fluctuaciones en la densidad del medio interplanetario, con lo cual se pueden producir mapas del cielo en donde se muestra las regiones en donde el viento solar es más denso. En la figura 1.22 se muestra un mapa de CIP de abril de 1994 tomado por el radiotelescopio de Cambridge en una proyección Hammer-Aitoff. El plano de la eclíptica coincide con el plano del papel con el Sol en el centro. El centelleo se expresa con el índice g en una escala logarítmica, en donde los colores más oscuros corresponden a un índice g bajo, lo que implica que en esa región la densidad del viento solar es muy pobre. Para las zonas de color más claro se tiene un índice g alto, con una densidad de viento solar grande.

1.3 Observatorios de Centelleo Interplanetario

1.3.1 Ooty Radio Telescope ORT

El gran Radiotelescopio de Ooty fue creado por radioastrónomos del TIFR (Tata Institute of Fundamental Research) en las colinas Nilgiri, en el sur de la India en 1970. El radiotelescopio es un cilindro parabólico con un eje de 530 m de largo y 30 m de

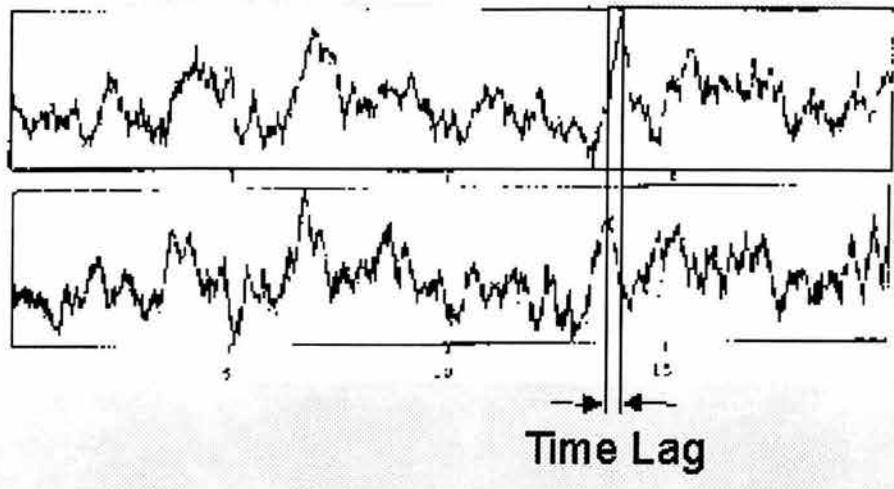


Figura 1.21: Los registros de centelleo mostrados arriba, fueron obtenidos por EISCAT (European Incoherent SCATer radar) en donde se muestra una situación similar a la descrita en el párrafo anterior, en donde la posibilidad de determinar la velocidad del viento solar es tangible usando la técnica de centelleo interplanetario [Tomada de www.aber.ac.uk].

ancho, operando a una frecuencia nominal de 326.5 MHz y un ancho de banda máximo de 15 MHz.

La superficie reflectora del telescopio está hecha de 1100 alambres de acero delgado dispuestos en forma paralela con respecto a la longitud del cilindro, siendo sostenidos por 24 soportes parabólicos. Un arreglo de 1056 dipolos de media onda en frente de un reflector de corneta de 90° forman la alimentación primaria del radiotelescopio.

El telescopio se construyó en una colina que tiene una pendiente de aproximadamente 11°, la misma longitud geográfica de Ooty. Esto hace que el eje longitudinal del radiotelescopio sea paralelo al eje de rotación de la Tierra. Una fuente celeste en el cielo puede ser seguida durante 10 horas, usando la rotación mecánica del cilindro parabólico en la dirección Este-Oeste. En la dirección sur-norte, el radiotelescopio puede seguir alguna fuente con ayuda de los dispositivos electrónicos, es decir, introduciendo un gradiente de retardo y fase adecuado en el arreglo de dipolos. Las especificaciones del ORT se muestran en el apéndice A.

El receptor del sistema del ORT fue mejorado con un amplificador de bajo ruido ($T_{amp} = 50^\circ K$) y un sistema de switches usando diodos y líneas microcinta, controlado por defasamiento siguiendo cada uno de los 1056 dipolos. Esta renovación se vio reflejada en la sensibilidad del sistema por un factor de dos. Adicionalmente el posicionamiento en declinación y el sistema de monitores se automatizó con la ayuda de computadoras para proporcionar una mejor estabilidad. Un nuevo oscilador local capaz de cambiar la fase con gran precisión ha hecho que el rango visible en declinación

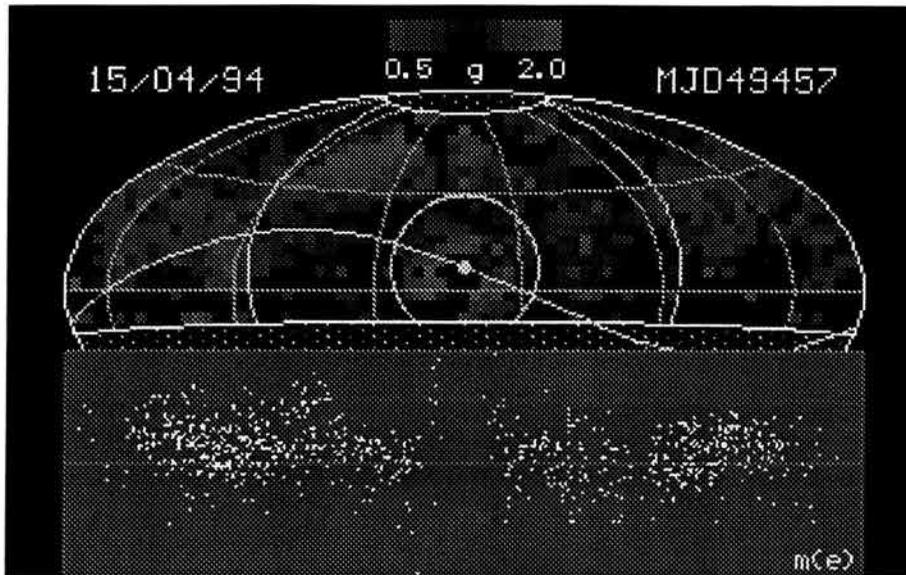


Figura 1.22: Mapa de centelleo en una proyección Hammer-Aitoff, donde el plano de la eclíptica coincide con el plano del papel con el Sol en el centro, los puntos más claros indican un índice de centelleo alto, mientras que los puntos más oscuros indican una baja densidad de viento solar [Tomada de www.radio.astro.gla.ac.uk].

del ORT haya aumentado. Este sistema cuenta con un direccionamiento electrónico y trabaja con declinaciones entre -60° y $+60^\circ$.

Las señales son recibidas en grupo de 48 dipolos para después ser sumadas vectorialmente y formar 22 grupos de salida, cada uno conocido como módulo. La señal de cada módulo se convierte a IF obteniendo la frecuencia central de 30 MHz con un ancho de banda de 15 MHz. La señal del oscilador local para bajar la frecuencia es transmitida a todos los módulos a través de cables de igual longitud desde una fuente común en el cuarto de recepción. El ancho del haz para cada módulo es de 2.3° Este-Oeste y 2.2° de declinación secante.

Las salidas de los 22 módulos del ORT son llevadas al cuarto de recepción para después procesarlas. Las 11 señales del norte y las 11 señales del sur están combinadas independientemente con retardos y compensaciones formando así, una red de haces detectores. Esta compensación para diferentes trayectorias geométricas entre los diferentes módulos genera 12 haces para la mitad norte del ORT y otros 12 para la mitad sur.

El radiotelescopio puede trabajar en modo de potencia total o en modo correlación. En el modo de potencia total, los 12 haces para el sur y el norte son sumados para generar un haz con un ancho de 2.3° Este-Oeste y $5.5'$ norte-sur. Para el modo de correlación, los haces del norte y el sur son multiplicados para generar 12 haces de

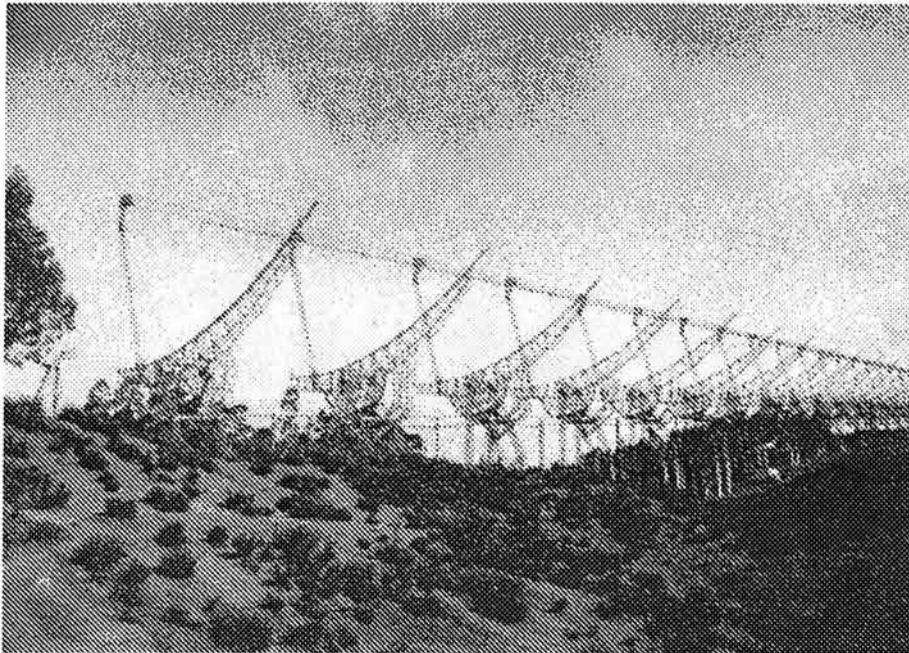


Figura 1.23: Radiotelescopio de Ooty, ubicado en las colinas de Nilgiri, construido desde 1970 y en la actualidad sigue en funcionamiento trabajando en conjunto con el GMRT (Giant Meterwavelength Radio Telescope) localizado cerca de Pune, India [Tomada de www.ncra.tifr.res.in].

correlación con un ancho de 2.3° Este-Oeste y $3.3'$ norte-sur. Entre haces adyacentes hay una separación de $3'$.

El Radio Telescopio de Ooty comenzó operaciones en 1970 y ha continuado trabajando hasta entonces y ha producido muchos resultados astronómicos importantes en radiogalaxias, cuasares, supernovas, pulsares, medio interestelar e interplanetario. Uno de los programas de observación más exitoso durante muchos años en Ooty fue determinar la estructura angular de cientos de radiogalaxias y cuasares mediante la técnica de la ocultación lunar. La aplicación de esta base de datos única a la observación cósmica proporciona una evidencia en contra de la teoría de estado de reposo del Universo y fortalece al modelo de Bing-Bang del Universo [Tata Institute for Fundamental Research, 2002]. El radiotelescopio es actualmente usado para estudio de pulsares, líneas de radio, recombinación y centelleo interplanetario.

1.3.2 Solar Terrestrial Environment Laboratory STEL

Con la finalidad de explorar y tratar de descifrar los diversos misterios en el viento solar, se construyó un radiotelescopio en la banda de frecuencias UHF, llamado STEL

(Solar Terrestrial Environmental Laboratory). Este radiotelescopio consiste de 4 arreglos de antenas las cuales están localizadas en Toyokawa, Fuji, Sugadaira y Kiso, todas en Japón.



Figura 1.24: Mapa en donde se localizan las cuatro estaciones del STEL, mostrando las distancias que las separan [Tomada de www.stelab.nagoya-u.ac.jp].

Cada arreglo de antenas está compuesto de 5 antenas reflectoras parabólicas cilíndricas que trabajan a la frecuencia central de 327 MHz, con un ancho de banda máximo de 100 MHz. El sistema de adquisición de datos tiene un tiempo de integración de 100 ms. Con respecto a los sistemas receptores para cada arreglo se estima la temperatura del sistema para cada una de las 4 estaciones, teniendo así una estimación de la sensibilidad para cada una de las 4 estaciones que conforman el STEL. Las especificaciones para cada arreglo están contenidas en el apéndice A.

1.3.3 European Incoherent Sactter Radar EISCAT

La asociación científica EISCAT es una organización internacional de investigación que es encargada del funcionamiento y análisis de información de un sistema de radares de investigación que trabajan con el principio de dispersión incoherente, una sonda

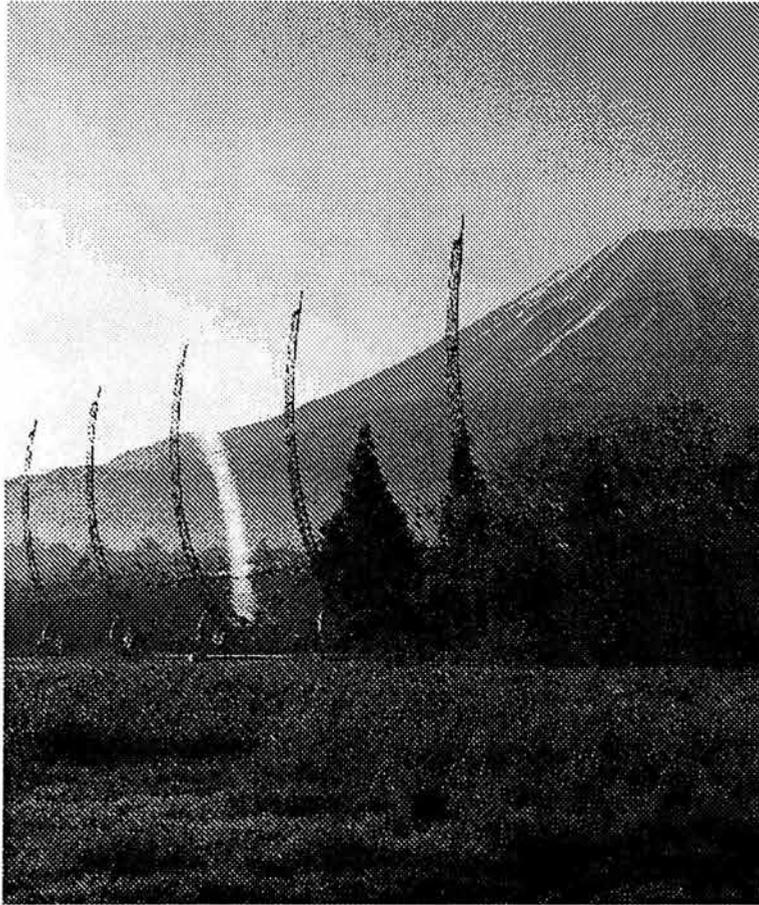


Figura 1.25: Imagen de la estación Fuji, de las 4 estaciones que forman STEL, esta estación cuenta con la mayor área efectiva [Tomada de www.stelab.nagoya-u.ac.jp].

ionosférica en el norte de Escandinavia. Este grupo de investigación está conformado por Noruega, Suecia, Finlandia, Japón, Francia, Reino Unido y Alemania.

Los radares de EISCAT están diseñados para funcionar usando la técnica de dispersión incoherente, por medio de la cual se puede estudiar la ionósfera de la Tierra y sus interacciones con la parte alta de la atmósfera, además se pueden lograr estudios de la magnetosfera terrestre y del medio interplanetario, obviamente del viento solar.

La dispersión *incoherente* es el resultado de la energía electromagnética radiada por uno de los radares y que es dispersada a causa de la fluctuación en la densidad de iones contenidos en el plasma ionosférico o interplanetario. Entonces, la potencia reflejada hacia los diferentes radares por este “espejo” de plasma proporciona información acerca de la temperatura, composición y velocidad del medio que ha provocado la dispersión de las señales del radar. La potencia total que retorna depende del número de electrones y da una estimación de la densidad. El radar transmisor de dispersión incoherente radía

potencias efectivas del orden de los Gigawatts, sin embargo las señales captadas en los radares receptores es del orden de los Picowatts.

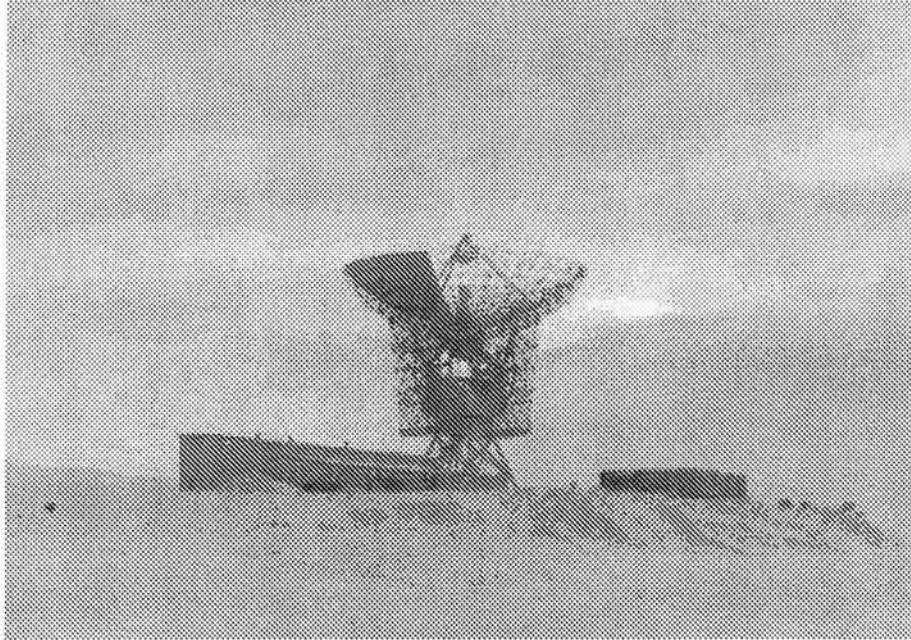


Figura 1.26: Estación de Tromso [Tomada de www.eiscat.com].

El sistema de radares EISCAT se compone de 4 radares situados en Tromso, Sodankyla y Kiruna. En la estación que se localiza cerca de la ciudad de Tromso en Noruega se tiene un sistema receptor funcionando en la banda de frecuencias UHF y el transmisor opera en la banda VHF, la radiación captada por las demás estaciones es proveniente de la estación Tromso. La sede de EISCAT se encuentra en Kiruna, Suecia.

Los radares pueden realizar mediciones cubriendo todas las altitudes a partir de los 50 km hasta más de los 2500 km. Estructuras más pequeñas que 200 m pueden ser resueltas y estudiadas en períodos de entre 10 minutos a tiempos inferiores a 1 segundo, dependiendo del fenómeno que se esté estudiando. Estas mediciones describen muchas de las características fundamentales de la ionósfera y de las capas altas de la atmósfera incluyendo los complejos efectos del Sol y su entorno.

1.3.4 Radiotelescopio Prototipo en Teoloyucan

En 1992 comienza el desarrollo de actividades para la construcción del arreglo prototipo para detectar centelleo interplanetario en México. El Radiotelescopio es un proyecto concebido en el Instituto de Geofísica de la UNAM, dicho prototipo se comienza a

construir en el campo 3 de la FES Cuautitlán, pero después se trasladó a los terrenos de la estación geomagnética de Teoloyucan, Estado. de México.

El prototipo es un arreglo de antenas dipolares de gran área con características similares al radiotelescopio de Cambridge [Purvis, 1987], pero implementando varias mejoras como son el empleo de tecnología moderna, una frecuencia de operación superior a la de Cambridge (81.5 MHz) y la ubicación del radiotelescopio en una latitud geográfica más baja, lo cual permite observar otras fuentes de radio.

El prototipo es un arreglo planar en donde el elemento básico es un dipolo de onda completa el cual es alimentado a una línea bifilar de cobre desnudo del mismo calibre del alambre del que están hechos los dipolos. Cada sección básica del prototipo consta de 16 dipolos, teniendo 16 secciones básicas para así formar 4 líneas E-O con 64 dipolos cada una, las características del arreglo se muestran en el apéndice A.

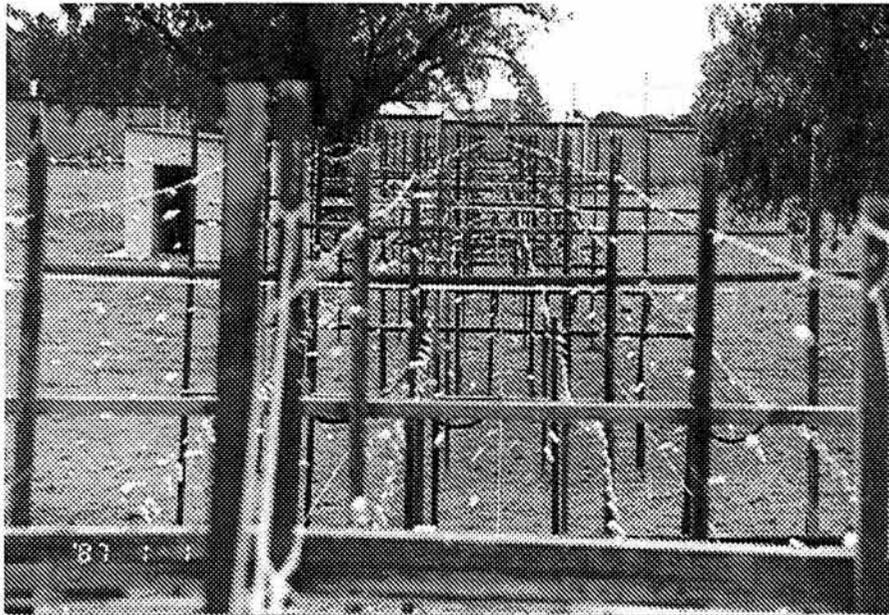


Figura 1.27: Vista longitudinal en donde se pueden observar las 4 líneas de dipolos que conforman el prototipo y la caseta de control en donde se localizan los receptores y el hardware necesario para interpretar las observaciones [Tomada del Departamento de Física Espacial, UNAM].

Hay un amplificador para cada sección básica, es decir, las señales que son captadas por 16 antenas se transmiten a través de la línea de transmisión para posteriormente ser amplificadas por un amplificador de bajo ruido, una vez que las señales han pasado por la etapa de amplificación, las señales de dos secciones básicas se suman vectorialmente mediante un combinador de potencia, posteriormente las señales vuelven a ser amplificadas y pasan a una matriz de Butler.

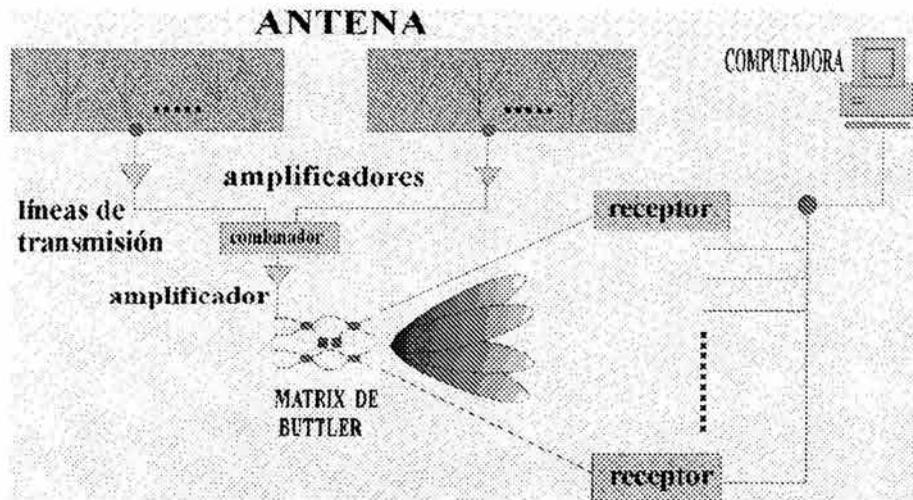


Figura 1.28: Esquema en donde se muestran las etapas básicas en la electrónica del prototipo [Tomada del Departamento de Física Espacial, UNAM].

Las señales que salen de la matriz de Butler sufren una excitación de igual magnitud pero con una diferencia de fase, para después llegar a los receptores en donde se procesarán para ser interpretadas mediante alguna fase visual.

Capítulo 2

Ondas Electromagnéticas

2.1 Fuerza entre Cargas Puntuales y Ley de Coulomb

La ley de Coulomb establece que la fuerza \vec{F} entre dos cargas puntuales es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa

$$\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r} \quad (2.1)$$

La fuerza es atractiva cuando las cargas son de signo opuesto y se tiene una fuerza repulsiva para cargas con signos iguales, así la dirección de ésta fuerza estará dada por la dirección del vector unitario \vec{r} que une las cargas.

En el sistema internacional de unidades $K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ donde ϵ es la permitividad del medio en el que están situadas las cargas.

Ahora se puede definir el campo eléctrico \vec{E} en un punto, como la fuerza que actúa sobre la unidad de carga en ese punto. Si q_2 es una carga positiva de prueba y según la definición anterior

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} = K \frac{q_1}{4\pi\epsilon r^2} \vec{r} \quad (2.2)$$

2.2 Densidad de Carga y Ecuación de Continuidad

La carga eléctrica en movimiento constituye una corriente eléctrica y cualquier medio portador de corriente es un conductor [Krauss, 1986]. Suponiendo que la carga eléctrica pueda estar distribuida de manera continua a través de una región, se puede definir el valor de la densidad de carga ρ en un punto P , como la carga Δq en un elemento de volumen pequeño ΔV dividida entre el volumen, tomando el límite de ésta razón cuando el volumen tiende a cero alrededor del punto P , se expresa

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \quad (2.3)$$

La densidad de corriente en cualquier punto de una superficie conductora se representa por el vector \vec{J} con dirección a lo largo de la línea de fuerza que pasa por el punto y de magnitud proporcional a la carga que atraviesa la unidad de superficie.

El flujo del vector \vec{J} a través de una superficie S, será

$$I = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (2.4)$$

entonces el flujo que sale de la superficie corresponderá una disminución de carga encerrada en la superficie S por unidad de tiempo, teniendo entonces

$$\int_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = - \int_v \frac{\delta \rho}{\delta t} dv \quad (2.5)$$

usando el Teorema de la divergencia en (2.4), se tiene

$$\int_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = - \int_v \nabla \cdot \vec{J} dv \quad (2.6)$$

ahora igualando (2.5) en (2.6)

$$\int_v \nabla \cdot \vec{J} dv = - \int_v \frac{\delta \rho}{\delta t} dv$$

$$\int_v (\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\delta \rho}{\delta t}) dv = 0 \quad (2.7)$$

Para que la ecuación (2.7) se cumpla, se necesita que:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\delta \rho}{\delta t} = 0 \quad (2.8)$$

ésta es la ecuación de continuidad o conservación de la carga y dice que la razón a la cual cambia la densidad de carga ρ , es igual a la divergencia del flujo por unidad de área. Esto en otras palabras, es equivalente a decir que si no hay “fuentes” o “drenajes” que permitan un flujo de corriente, entonces la cantidad de carga permanece constante.

2.3 Ley de Biot-Savart

Cuando dos conductores transportan corriente, experimentan una fuerza atractiva o repulsiva igual que dos cargas puntuales, este efecto se esquematiza en la figura 2.1, la dirección de la fuerza dependerá de la dirección con la que fluya la corriente en cada conductor y se expresa matemáticamente como sigue,

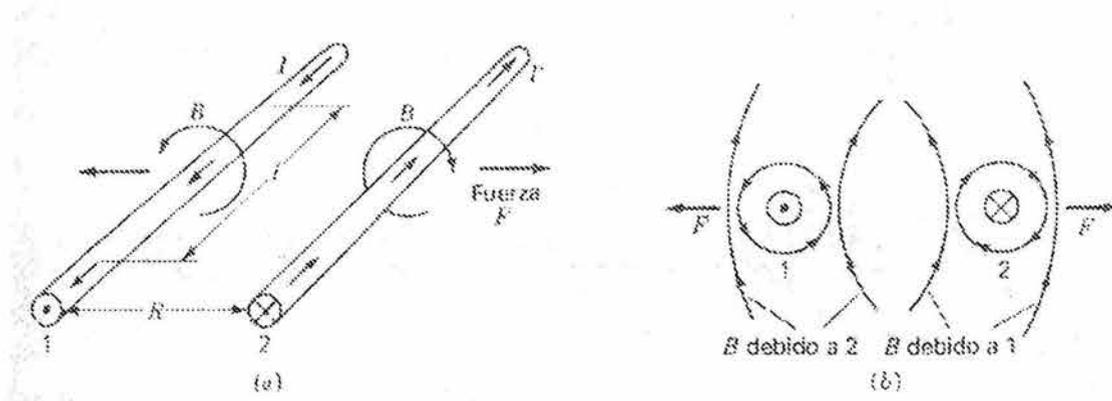


Figura 2.1: Se ilustra la interacción de las fuerzas inducidas entre dos alambres debido al transporte de corriente, el comportamiento de dichas fuerzas inducidas lo determina la ley de Biot-Savart [Tomada de Krauss].

$$\vec{F}_{ab} = I_b \oint_b d\vec{l}_b \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} I_a \oint_a \frac{d\vec{l}_a \times \vec{r}_l}{|r|^2} \right) = I_b \oint_b d\vec{l}_b \times \vec{B}_a \quad (2.9)$$

donde \vec{F}_{ab} es la fuerza que actúa sobre la corriente I_b ;
 I_a, I_b son las corrientes transportadas por los conductores a y b;
 $d\vec{l}_a, d\vec{l}_b$ son los diferenciales de longitud de los alambres que transportan las corrientes a y b;
 \vec{r}_l es un vector unitario con dirección de $d\vec{l}_a$ hacia $d\vec{l}_b$;
 r es la distancia entre los dos elementos $d\vec{l}_a$ hacia $d\vec{l}_b$.
 De la ecuación (2.9) se tiene,

$$\vec{B}_a = \frac{\mu_0}{4\pi} I_a \oint_a \frac{d\vec{l}_a \times \vec{r}_l}{|r|^2} \quad (2.10)$$

entonces se puede definir el vector de la inducción del campo magnético \vec{B}_a el cual aparece debido a la existencia de la corriente I_a . El vector \vec{r}_l es un vector unitario que tiene dirección desde el elemento $d\vec{l}_a$ de la corriente I_a que es la fuente de campo magnético, hacia el punto donde se está calculando \vec{B}_a

2.4 Electromagnetismo y Campo Electromagnético

La energía del fenómeno electromagnético no solo reside en los cuerpos electrificados sino que también en el espacio que rodea a estos cuerpos. Éste espacio es lo que se

conoce como campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} , hay que notar que su notación es la de un vector y esto se debe a que un campo es una región en donde actúan fuerzas.

La intensidad de campo eléctrico \vec{E} se define como la fuerza por unidad de carga, es decir, la cantidad de energía que transfiere el campo a una partícula cargada, y puede ser producido por partículas cargadas en movimiento o estacionarias. Además la fuerza ejercida es a lo largo de la línea que une las dos cargas y es independiente del movimiento de la partícula cargada.

Una carga móvil constituye una corriente eléctrica y genera una región en la que actúan fuerzas sobre un imán, la fuerza siempre es perpendicular a la dirección de la velocidad de la carga. Entonces el vector \vec{B} es la inducción magnética que aparece debido a la existencia de la corriente.

Entonces los vectores que caracterizan completamente el campo electromagnético son:

- \vec{E} campo eléctrico.
- \vec{D} inducción eléctrica.
- \vec{H} campo magnético.
- \vec{B} inducción magnética.

En el vacío estos vectores están relacionados por un factor constante

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (2.11)$$

donde $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ [F/m] y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m].

2.5 Interacciones de Materiales con Campos Electromagnéticos y Resumen de Fuentes Inducidas

Las interacciones de materiales con campos electromagnéticos están caracterizadas en términos de la conducción, polarización y magnetización.

2.5.1 Conducción

La carga eléctrica en movimiento debido a la influencia de un campo eléctrico externo aplicado constituye una corriente eléctrica y cualquier medio portador de corriente es un conductor. De esta interacción resulta que la densidad de corriente está dada por

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.12)$$

donde σ es la conductividad, y \vec{E} es el campo externo aplicado. La conductividad es una característica propia del medio que indica la facilidad que tienen las cargas para moverse en dicho medio.

2.5.2 Polarización

Aunque no haya migración de carga, cuando se coloca un dieléctrico en un campo eléctrico ocurre un ligero desplazamiento de las cargas positivas y negativas de los átomos o moléculas del dieléctrico, de manera que se comportan como si fuesen dipolos muy pequeños [Krauss, 1986]. Entonces la inducción eléctrica queda:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e \quad (2.13)$$

donde $\vec{P}_e = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ es el vector de polarización eléctrica.

2.5.3 Magnetización

Los dipolos magnéticos $\vec{m} = Id\vec{s}$ están orientados en la dirección de una intensidad de campo magnético \vec{H} externamente aplicado. La corriente de magnetización es $\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}$, donde $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ es la magnetización (momento magnético dipolar por unidad de volumen) que resulta de esta interacción. Entonces la densidad de flujo magnético está dada por

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.14)$$

2.6 Medios Isotrópicos

Un medio en donde las propiedades físicas alrededor de un punto son iguales en todas las direcciones, se conoce como medio isotrópico y para este tipo de medios \vec{D} y \vec{E} son paralelos al igual que \vec{B} y \vec{H}

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.15)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.16)$$

ϵ y μ están definidas por:

$$\mu = \mu_r \mu_0 = (1 + \chi_m) \mu_0$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = (1 + \chi_e) \epsilon_0$$

donde μ_r y ϵ_r se denominan permeabilidad magnética relativa y permitividad eléctrica relativa respectivamente, cada una está en función de la susceptibilidad magnética y la susceptibilidad eléctrica que son propiedades características del medio con el que interactúan los campos electromagnéticos.

Hay que notar que para el vacío $\chi_m = \chi_e = 0$, entonces $\mu_r = \epsilon_r = 1$.

2.7 Condiciones de Frontera del Campo Electromagnético

En la frontera o límite entre dos medios diferentes, pueden ocurrir cambios abruptos de ϵ y μ , por lo tanto es lógico esperar discontinuidades de los campos en dichas superficies, por eso se derivan relaciones matemáticas que describan las propiedades transicionales de estos campos a través de una interfase entre dos medios. Llamando \vec{E}_1 , \vec{D}_1 , \vec{B}_1 y

<i>Condiciones de Frontera para el Campo Eléctrico</i>	<i>Condiciones de Frontera para el Campo Magnético</i>
$\vec{n} \cdot (\vec{D}_{1n} - \vec{D}_{2n}) = \rho_s$	$\vec{n} \cdot (\vec{B}_{1n} - \vec{B}_{2n}) = 0$
$\vec{n} \times (\vec{E}_{1t} - \vec{E}_{2t}) = 0$	$\vec{n} \times (\vec{H}_{1t} - \vec{H}_{2t}) = \vec{J}_s$

\vec{H}_1 a los campos que están en el medio 1 y de igual manera \vec{E}_2 , \vec{D}_2 , \vec{B}_2 y \vec{H}_2 a los campos que están en el medio 2, y donde \vec{n} es un vector unitario normal a la interfase y dirigido de la región 2 a la región 1. Para los campos eléctrico y magnético se obtienen las relaciones de condiciones de frontera separadas, para las componentes tangencial y normal.

Las componentes tangenciales del campo eléctrico son las mismas en ambos lados de una frontera entre dieléctricos, mientras que la componente normal de la inducción eléctrica cambia en una frontera cargada entre dos dieléctricos en una cantidad igual a la densidad superficial de carga.

La componente normal del campo magnético es continua a través de la frontera entre dos medios y el cambio en la componente tangencial de la inducción magnética a través de una frontera es igual en magnitud a la densidad superficial de corriente en la frontera.

Para el caso en el que uno de los medios sea un conductor perfecto, todos los campos dentro de él serán nulos y por lo tanto $\vec{E}_{1t} = 0$, $\vec{D}_{1n} = \rho_s$, $\vec{B}_{1n} = 0$, $\vec{H}_{1t} = \vec{J}_s$.

2.8 Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell consisten en cuatro expresiones: una deducida a partir de la ley de Ampere, una deducida a partir de la ley de Faraday y dos encontradas a partir de la ley de Gauss, dichas ecuaciones son relaciones matemáticas generales entre los campos magnético y eléctrico, y sus fuentes de corriente y cargas eléctricas respectivamente. Estas ecuaciones junto con las relaciones de frontera, relación de continuidad, relaciones de fuerzas y las relaciones constituyentes entre \vec{E} y \vec{D} , y entre

$\vec{\mathbf{B}}$ y $\vec{\mathbf{H}}$, forman las herramientas básicas para el análisis de la mayor parte del fenómeno electromagnético.

	<i>Forma Integral</i>	<i>Forma Diferencial</i>
<i>Ley de Gauss del Campo Eléctrico</i>	$\oint_s \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_v \rho_v dv$	$\nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho_v$
<i>Ley de Gauss del Campo Magnético</i>	$\oint_s \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$	$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$
<i>Ley de Faraday</i>	$\oint_c \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$	$\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$
<i>Ley de Ampere</i>	$\oint_c \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \int_s \vec{\mathbf{J}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \frac{d}{dt} \int_s \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$	$\nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t}$

La ley de Gauss para el campo eléctrico indica que las fuentes o sumideros de campo eléctrico son las cargas.

La ley de Gauss para el campo magnético expresa la continuidad de las líneas de campo magnético, es decir, las líneas de campo magnético siempre son cerradas, lo cual indica la no existencia de monopolos magnéticos.

La ley de Faraday indica que la variación en el tiempo de la densidad del flujo de $\vec{\mathbf{B}}$ a través de un contorno cerrado c , induce una fuerza electromotriz en dicho contorno cerrado, es decir, induce una circulación del campo eléctrico a lo largo del contorno cerrado c . La variación del flujo de $\vec{\mathbf{B}}$ se puede deber a la variación del mismo flujo de $\vec{\mathbf{B}}$ o por el movimiento o deformación del contorno cerrado en el tiempo. La fuerza electromotriz inducida tiene una dirección tal que se opone al cambio temporal de la densidad de flujo magnético que la generó, este fenómeno se conoce como la Ley de Lenz.

La ley de Ampere-Maxwell expresa que la circulación del campo magnético a lo largo de un contorno cerrado c que encierra el área s , es proporcional al flujo de la densidad de corriente a través de dicha superficie más la variación en el tiempo del flujo de campo eléctrico a través de la misma superficie encerrada por el contorno c , lo cual se conoce como *corriente de desplazamiento* y fue Maxwell quien sugirió este segundo término sobre bases puramente matemáticas, que sin este término el resto de

las ecuaciones son inconsistentes con la ley de conservación de la carga .

La acumulación de la carga sobre las placas de un capacitor y el campo eléctrico asociado entre las placas son las responsables de cerrar el circuito y efectivamente lograr que la corriente circule. Las cargas no atraviesan el espacio entre las placas y esta es la razón por la que se le considera a la corriente de desplazamiento una corriente virtual.

Maxwell expresa matemáticamente en su famoso grupo de ecuaciones que:

- Las líneas de fuerza eléctrica son creadas por cargas eléctricas o por campos magnéticos que varían en el tiempo.
- Las líneas de campo magnético son creadas por corrientes (cargas eléctricas en movimiento) o por campos eléctricos que varían en el tiempo.

Las cuatro ecuaciones de Maxwell muestran la relación y acoplamiento que presentan los campos eléctrico y magnético (leyes de Faraday y Ampere) y por lo tanto estas cuatro ecuaciones deben resolverse simultáneamente. Generar las soluciones de las ecuaciones de Maxwell en su forma integral presenta dificultad, por lo que es preferible hacerlo en su forma diferencial.

Las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial son ecuaciones diferenciales para los vectores del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ y campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$, debido a que estos campos en cualquier punto en el espacio y para cualquier instante de tiempo pueden relacionarse a los campos de los puntos cercanos en el espacio y tiempo.

Quizá y la corriente de desplazamiento que es la contribución realizada por Maxwell a este conjunto de ecuaciones, no tenga sentido en un circuito cerrado, pero para un circuito abierto tiene sentido y es lo que le da vida a la radio, televisión, señales de radar, luz, rayos x y toda la energía electromagnética a varias frecuencias propagándose en el espacio.

2.9 Variación Periódica de los Campos en el Tiempo

Si se asumen que las variaciones en el tiempo de los campos son de la forma $e^{j\omega t}$, esto ayuda a reducir las funciones de campo de espacio y tiempo a funciones de espacio solamente. Considerando las fuentes de corriente y carga $\vec{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)$ y $\rho(\mathbf{r}, t)$, las cuales son, en general, funciones del espacio \mathbf{r} y del tiempo t . Asumiendo que estas fuentes tienen una variación compleja en el tiempo $e^{j\omega t}$, entonces $\vec{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)$ puede ser reemplazada por $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$, y $\rho(\mathbf{r}, t)$ por $\hat{\rho}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$. Debido a la linealidad de las ecuaciones de Maxwell, los campos eléctrico y magnético resultantes en estado estacionario están dados por $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ y $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$. Sustituyendo estas expresiones de campo y fuente en las ecuaciones de Maxwell, se obtiene

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \epsilon_0(\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}))e^{j\omega t} &= \hat{\rho}e^{j\omega t} \\ \nabla \cdot (\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}) &= 0 \\ \nabla \times (\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}) &= -j\omega(\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}) \\ \nabla \times \left(\frac{\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}}{\mu_0} \right) &= \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + j\omega\epsilon_0(\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{j\omega t})\end{aligned}$$

Eliminando el factor $e^{j\omega t}$, se obtienen las ecuaciones de Maxwell armónicas en el tiempo en términos de los campos vectoriales y fuentes complejas (fasores), es decir

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})) = \hat{\rho} \quad (2.17)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.18)$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = -j\omega\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) \quad (2.19)$$

$$\nabla \times \frac{\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})}{\mu_0} = \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) + j\omega\epsilon_0\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \quad (2.20)$$

Las formas en tiempo-real pueden ser obtenidas multiplicando las formas complejas de los campos por $e^{j\omega t}$ y tomando la parte real del resultado. Por lo tanto,

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \Re e(\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{j\omega t})$$

$$\vec{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \Re e(\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})e^{j\omega t})$$

2.10 Propagación de Ondas Planas Uniformes en el Espacio Libre

En una onda plana la magnitud y la fase de los campos eléctrico y magnético asociados con esta onda son iguales en todos los puntos de un plano cualquiera, para el cual z es constante. Para ondas planas uniformes, la variación de los campos en el frente de onda plano es igual a cero, asumiendo que la onda plana se propaga en la dirección z , y que los ejes x e y se encuentran en el plano de los frentes de onda, se tiene que

$$\frac{\partial}{\partial x}(\hat{\mathbf{E}}, \hat{\mathbf{B}}) = \frac{\partial}{\partial y}(\hat{\mathbf{E}}, \hat{\mathbf{B}}) = 0$$

La onda plana considerada se propagará en el espacio libre, lo que significa que el medio de propagación es libre de cualquier distribución de carga o corriente externa y no contiene cualquier material que provoque distribuciones de carga o corriente inducidas, es decir, $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\rho} = 0$. Esta consideración significa que las fuentes de estos campos se

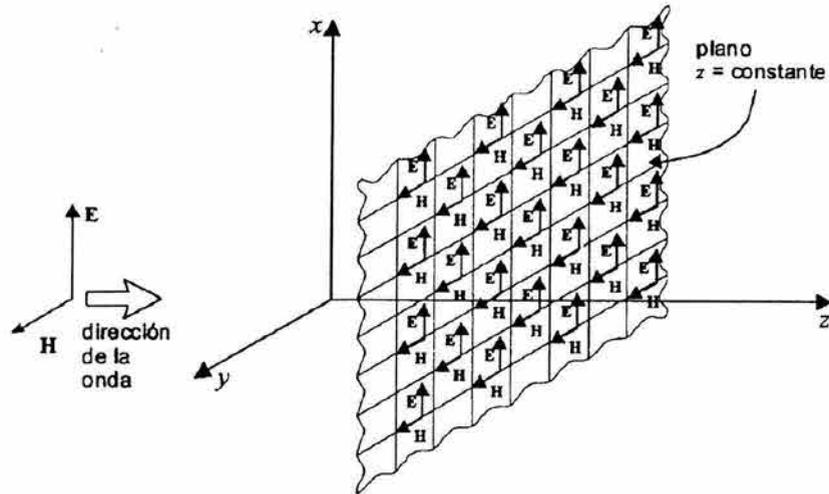


Figura 2.2: Frente de onda de una onda plana que se propaga en la dirección positiva del eje z . Los ejes coordenados x, y se encuentran en el plano del frente de onda .

encuentran fuera de la región de propagación considerada y no importa cómo fueron generados estos campos.

Con estas consideraciones, las ecuaciones de Maxwell se reducen a

$$\nabla \cdot \epsilon_0 \hat{\mathbf{E}} = 0 \quad (2.21)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} = 0 \quad (2.22)$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}} = -j\omega \hat{\mathbf{B}} \quad (2.23)$$

$$\nabla \times \frac{\hat{\mathbf{B}}}{\mu_0} = j\omega \epsilon_0 \hat{\mathbf{E}} \quad (2.24)$$

desarrollando la ecuación (2.23),

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \hat{E}_x & \hat{E}_y & \hat{E}_z \end{vmatrix} = -j\omega (\hat{B}_x \mathbf{a}_x + \hat{B}_y \mathbf{a}_y + \hat{B}_z \mathbf{a}_z)$$

Igualando las componentes \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y y \mathbf{a}_z en ambos lados de la ecuación, se obtiene

2.10. PROPAGACIÓN DE ONDAS PLANAS UNIFORMES EN EL ESPACIO LIBRE 45

$$-\frac{\partial \hat{E}_y}{\partial z} = -j\omega \hat{B}_x \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \hat{E}_x}{\partial z} = -j\omega \hat{B}_y \quad (2.26)$$

$$0 = -j\omega \hat{B}_z \quad (2.27)$$

Similarmente, desarrollando la ecuación (2.24),

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \hat{B}_x & \hat{B}_y & \hat{B}_z \end{vmatrix} = j\omega\epsilon_0\mu_0(\hat{E}_x\mathbf{a}_x + \hat{E}_y\mathbf{a}_y + \hat{E}_z\mathbf{a}_z)$$

Igualando las componentes \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y y \mathbf{a}_z en ambos lados de la ecuación, se obtiene

$$-\frac{\partial \hat{B}_y}{\partial z} = j\omega\epsilon_0\mu_0\hat{E}_x \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \hat{B}_x}{\partial z} = j\omega\epsilon_0\mu_0\hat{E}_y \quad (2.29)$$

$$0 = j\omega\epsilon_0\mu_0\hat{E}_z \quad (2.30)$$

De las ecuaciones (2.27) y (2.30) se observa que $\hat{B}_z = \hat{E}_z = 0$. Por lo que, en la onda plana uniforme no existen componentes de campo eléctrico o magnético a lo largo de la dirección z de propagación.

\hat{B}_x y \hat{E}_y están relacionados uno con otro. En la ecuación (2.29), \hat{B}_x actúa como una fuente para generar a \hat{E}_y , y \hat{E}_y en la ecuación (2.25) actúa como una fuente para generar a \hat{B}_x . Existe una relación similar entre \hat{B}_y y \hat{E}_x . Sin perder generalidad, se considera la presencia solamente del par (\hat{E}_x, \hat{B}_y) y por lo tanto se hace \hat{E}_y y \hat{B}_x iguales a cero. Las propiedades de propagación, en el caso general, cuando se tienen ambos pares de los campos, pueden ser descritas usando la *superposición*

Diferenciando la ecuación (2.26) con respecto a z y sustituyendo $\frac{\partial \hat{B}_y}{\partial z}$ de la ecuación (2.28), se obtiene la siguiente ecuación diferencial de segundo orden para la componente \hat{E}_x del campo eléctrico,

$$\frac{\partial^2 \hat{E}_x}{\partial z^2} = -j\omega \frac{\partial \hat{B}_y}{\partial z} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \hat{E}_x$$

o bien

$$\frac{\partial^2 \widehat{E}_x}{\partial z^2} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \widehat{E}_x = 0 \quad (2.31)$$

que es la ecuación escalar de onda para la componente \widehat{E}_x para el campo eléctrico. Para campos uniformes, \widehat{E}_x es una función solamente de z y por lo tanto la derivada parcial puede ser reemplazada por la derivada ordinaria.

$$\frac{d^2 \widehat{E}_x}{dz^2} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \widehat{E}_x = 0 \quad (2.32)$$

La solución general de la ecuación (2.32) puede ser expresada en la forma

$$\widehat{E}_x = \widehat{E}_m^+ e^{-j\beta_0 z} + \widehat{E}_m^- e^{j\beta_0 z} \quad (2.33)$$

donde \widehat{E}_m^+ y \widehat{E}_m^- son constantes complejas. La cantidad de cambio en fase $e^{-j\beta_0 z}$ depende del valor de β_0 ; por lo tanto esta constante es llamada *constante de propagación* $\beta_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. El primer término del lado derecho de la ecuación (2.33) representa una onda viajando en la dirección positiva del eje z , mientras que el segundo término: $e^{j\beta_0 z}$, representa una onda viajando a lo largo de la dirección negativa del eje z .

La forma en tiempo-real de \widehat{E}_x de la solución de la ecuación de onda es,

$$E_x(z, t) = \text{Re}(\widehat{E}_x e^{j\omega t})$$

$$E_x(z, t) = \text{Re} \left[\widehat{E}_m^+ e^{j(\omega t - \beta_0 z)} + \widehat{E}_m^- e^{j(\omega t + \beta_0 z)} \right]$$

por lo tanto

$$E_x(z, t) = \underbrace{\widehat{E}_m^+ \cos(\omega t - \beta_0 z)}_{\text{Onda viajando en } +z} + \underbrace{\widehat{E}_m^- \cos(\omega t + \beta_0 z)}_{\text{Onda viajando en } -z} \quad (2.34)$$

Entonces la ecuación (2.34) representa la solución general de la ecuación de onda, y cualquier componente de la solución (por ejemplo, $E_x = E_m^+ \cos(\omega t - \beta_0 z)$ para una onda viajando en la dirección positiva de z) puede existir individualmente sin tener que estar presente la otra onda que viaja en sentido contrario, en la figura 2.3 se grafica la solución a la ecuación de onda obtenida, para diferentes instantes de tiempo.

Para obtener la expresión temporal de propagación para el campo magnético, hay que partir de la ecuación (2.23)

$$\nabla \times \widehat{\mathbf{E}} = -j\omega \widehat{\mathbf{B}} = -j\omega \mu \widehat{\mathbf{H}}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \widehat{E}_x & \widehat{E}_y & \widehat{E}_z \end{vmatrix} = -j\omega \mu (\widehat{H}_x \mathbf{a}_x + \widehat{H}_y \mathbf{a}_y + \widehat{H}_z \mathbf{a}_z)$$

2.10. PROPAGACIÓN DE ONDAS PLANAS UNIFORMES EN EL ESPACIO LIBRE 47

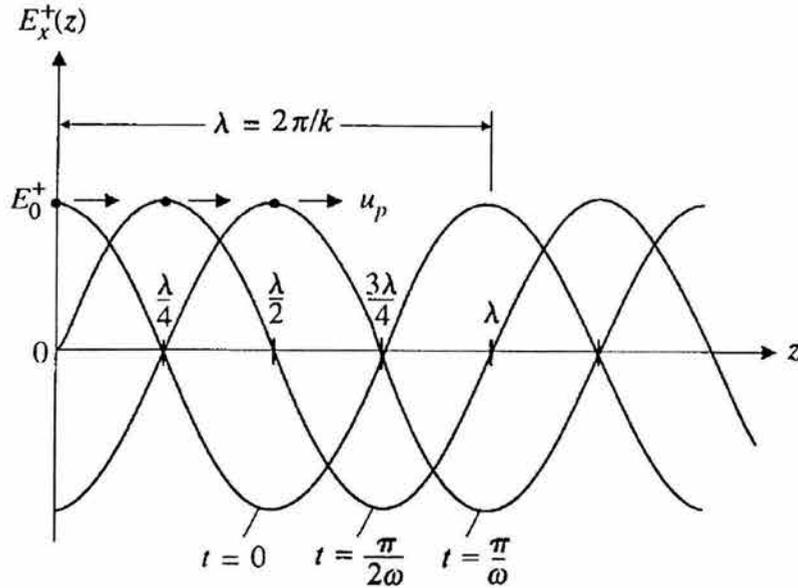


Figura 2.3: Gráfica de la variación de $E_m^+ \cos(\omega t + \beta_0 z)$ como función de z para diferentes valores de tiempo t .

recordando que se ha considerado una onda plana que solo tiene componente \hat{E}_x y que tiene dirección de propagación en $+z$, se obtiene

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \hat{E}_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -j\omega\mu(\hat{H}_x\mathbf{a}_x + \hat{H}_y\mathbf{a}_y + \hat{H}_z\mathbf{a}_z)$$

desarrollando el producto cruz e igualando componentes, queda

$$\hat{H} = \hat{H}_y = \frac{-1}{j\omega\mu} \frac{\partial \hat{E}_x}{\partial z} \mathbf{a}_y \quad (2.35)$$

sustituyendo la ecuación (2.33), que es la expresión de propagación para el campo eléctrico en la ecuación (2.35),

$$\begin{aligned} \hat{H}_y &= \frac{-1}{j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial z} (\hat{E}_m^+ e^{-j\beta_0 z} + \hat{E}_m^- e^{j\beta_0 z}) \mathbf{a}_y \\ \hat{H}_y &= \frac{\beta_0}{\omega\mu_0} (\hat{E}_m^+ e^{-j\beta_0 z} + \hat{E}_m^- e^{j\beta_0 z}) \mathbf{a}_y \end{aligned} \quad (2.36)$$

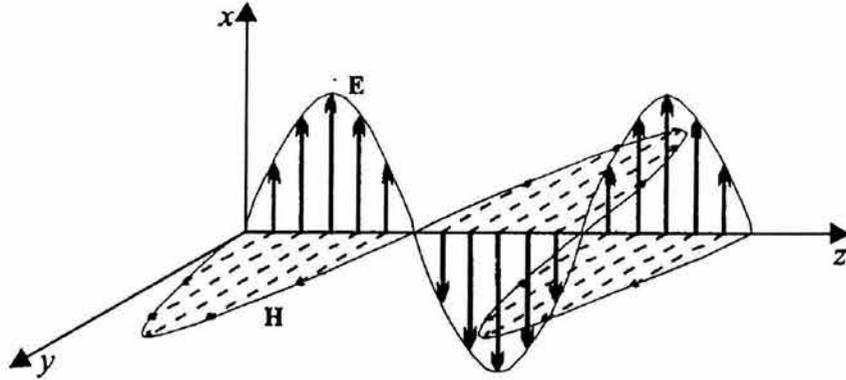


Figura 2.4: Variación senoidal de los campos eléctrico y magnético en una onda plana transversal, en donde se observa que el campo E y H, están en fase.

La forma en tiempo-real de \widehat{H}_y de la solución de la ecuación de onda es,

$$\begin{aligned}
 H_y(z, t) &= \text{Re}(\widehat{H}_y e^{j\omega t}) \\
 H_y(z, t) &= \frac{\beta_0}{\omega\mu_0} \text{Re} \left[\widehat{E}_m^+ e^{j(\omega t - \beta_0 z)} + \widehat{E}_m^- e^{j(\omega t + \beta_0 z)} \right] \\
 H_y(z, t) &= \frac{\beta_0}{\omega\mu_0} \underbrace{\widehat{E}_m^+ \cos(\omega t - \beta_0 z)}_{\text{Onda viajando en } +z} + \underbrace{\widehat{E}_m^- \cos(\omega t + \beta_0 z)}_{\text{Onda viajando en } -z} \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

Con base en lo anterior, los campos eléctrico y magnético asociados con una onda plana uniforme propagándose en el vacío $\vec{E} = \widehat{E}_x \mathbf{a}_x$ y $\vec{H} = \widehat{H}_y \mathbf{a}_y$ son mutuamente perpendiculares y además son perpendiculares a la dirección de propagación. Entonces en planos paralelos con valores diferentes de z , los campos \vec{E} y \vec{H} aumentarán o disminuirán de acuerdo con la periodicidad de la onda, pero seguirán siendo iguales en todos los puntos de cada nuevo plano en cuestión. De las expresiones temporales, para los campos \vec{E} y \vec{H} , se puede deducir que están en fase, debido a que alcanzan sus valores máximos al mismo tiempo, esto se muestra en la figura 2.4.

2.10.1 Velocidad de Fase

La velocidad de fase es la velocidad con la cual se desplazan los máximos de la onda. El obtener el máximo de la onda, es matemáticamente equivalente a hacer que el argumento del coseno de la expresión temporal para la propagación de la onda $E_x = E_m^+ \cos(\omega t - \beta z)$ sea igual a cero, es decir, $\omega t - \beta z_{max} = 0$, entonces

$$z_{max} = \frac{\omega t}{\beta}$$

$$\frac{dz_{max}}{dt} = v_{fase} = \frac{\omega}{\beta} \quad \left[\frac{m}{s} \right] \quad (2.38)$$

Para una onda propagándose en el espacio libre $\beta = \beta_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, por lo que,

$$v_{fase} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = c, \quad \text{velocidad de la luz} \quad (2.39)$$

Entonces de la expresión anterior se puede deducir que la luz es una onda electromagnética y que cualquier onda electromagnética que se propague en el vacío viajará a la velocidad de la luz.

2.10.2 Longitud de Onda

La distancia z que debe recorrer la onda para que la fase cambie 2π radianes, es decir, un ciclo completo es llamada *longitud de onda* λ y de la expresión temporal para la propagación del campo eléctrico se tiene,

$$(\omega t - \beta z_0) - (\omega t - \beta(z_0 + \lambda)) = 2\pi$$

$$\beta\lambda = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{v_{fase}}{f} \quad (2.40)$$

Para una onda propagándose en el espacio libre, la longitud de onda es,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta_0} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{c}{f} \quad (2.41)$$

2.10.3 Impedancia de la Onda

El campo magnético se puede obtener al sustituir la expresión compleja de campo eléctrico dada por la ecuación (2.33), en la ecuación (2.26). Por lo que, para una onda viajando en la dirección positiva de z , se tiene

$$\frac{\partial(E_m^+ e^{-j\beta_0 z})}{\partial z} = -j\omega \hat{B}_y$$

$$(-j\beta_0)E_m^+ e^{-j\beta_0 z} = -j\omega \hat{B}_y$$

o bien

$$\hat{B}_y = \frac{\beta_0}{\omega} E_m^+ e^{-j\beta_0 z} = \frac{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{\omega} E_m^+ e^{-j\beta_0 z} = \frac{E_m^+}{c} e^{-j\beta_0 z}$$

por lo tanto,

$$\hat{B}_y = \frac{\hat{E}_x}{c} \quad (2.42)$$

donde $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \approx 3 \times 10^8$ m/s, que es la velocidad de la luz en el vacío o el aire. La ecuación (2.42) establece simplemente que, para una onda viajando en el espacio libre a lo largo de la dirección positiva de z , la razón entre el campo eléctrico \hat{E}_x y el campo magnético \hat{B}_y es real e igual a c , la velocidad de la luz en el espacio libre. La razón real es importante debido a que, simplemente enfatiza que los campos eléctrico y magnético asociados con una onda plana propagándose en el espacio libre están en fase.

Para una onda viajando a lo largo de la dirección negativa de z , la razón entre \hat{E}_x y \hat{B}_y está dada mediante la ecuación (2.26) por,

$$\frac{\partial(E_m^- e^{j\beta_0 z})}{\partial z} = -j\omega \hat{B}_y$$

$$\therefore \hat{B}_y = -\frac{E_m^-}{c} e^{j\beta_0 z} = -\frac{\hat{E}_x}{c}$$

La razón entre \hat{E}_x y \hat{B}_y es por lo tanto, aún igual a c , y el signo negativo simplemente enfatiza el hecho de que cada \hat{E}_x tiene cambio de dirección de $(+\mathbf{a}_x)$ a $(-\mathbf{a}_x)$ o \hat{B}_y debe cambiar su dirección de $(+\mathbf{a}_y)$ a $(-\mathbf{a}_y)$. En otras palabras, si bien, un campo eléctrico en la dirección (\mathbf{a}_x) y un campo magnético en la dirección (\mathbf{a}_y) son adecuados para acompañar una onda que viaja en la dirección positiva z , tanto $\hat{E}_x(-\mathbf{a}_x)$ y $\hat{B}_y(\mathbf{a}_y)$, o $\hat{E}_x(\mathbf{a}_x)$ y $\hat{B}_y(-\mathbf{a}_y)$ son adecuados para acompañar una onda propagándose en la dirección negativa de z . En todos los casos, la razón entre el campo eléctrico y el magnético es igual a la velocidad de la luz c en el espacio libre.

La relación entre los campos eléctrico y magnético está expresada en términos de las intensidades de campo eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{H} . En el sistema de unidades MKS, E está dado en V/m y las unidades de H son A/m. La razón E/H es, por lo tanto, $V/A = \text{ohms}$. La razón de E/H tiene las unidades de ohms y es conocida como la impedancia de onda intrínseca η . Considerando solo la onda que viaja en la dirección $+z$, de las ecuaciones (2.33) y (2.36), se obtiene la impedancia de onda intrínseca,

$$\eta = \frac{|\hat{E}^+|}{|\hat{H}^+|} = \frac{|\hat{E}_x^+|}{|\hat{H}_y^+|} = \frac{\hat{E}_m^+ e^{-j\beta z}}{\frac{\beta}{\omega \mu} \hat{E}_m^+ e^{-j\beta z}}$$

$$\eta = \frac{\omega \mu}{\beta} = \frac{\omega \mu}{\omega \sqrt{\mu \epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad (2.43)$$

la impedancia de onda intrínseca η_0 del espacio libre es,

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 120\pi = 377 \Omega \quad (2.44)$$

Entonces η indica el tipo de la relación que existe entre las intensidades de los campos eléctrico y magnético, para el caso del espacio libre η_0 es real, y entonces las intensidades de los campos eléctrico y magnético están en fase.

2.11 Propagación de Ondas Planas en un Medio con Pérdidas

Un medio con pérdidas es un medio disipativo, es decir que $\sigma \neq 0$, entonces la densidad de corriente de conducción \vec{J} no se cancela quedando la ecuación de Ampere-Maxwell como sigue

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\vec{D} = \sigma\vec{E} + j\omega\epsilon\vec{E} = j\omega\hat{\epsilon}\vec{E}$$

donde $\hat{\epsilon} = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega}$ se denomina permitividad compleja, siguiendo el procedimiento realizado para encontrar la ecuación de onda en un medio sin pérdidas se llega a la siguiente ecuación de onda para un un medio con pérdidas

$$\nabla^2\vec{E} + \gamma^2\omega^2\mu\hat{\epsilon}\vec{E} = 0 \quad (2.45)$$

donde la constante de propagación γ es un número complejo y se puede expresar como

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\hat{\epsilon}} = j\omega\sqrt{\mu\left(\epsilon + \frac{\sigma}{j\omega}\right)} = j\omega\sqrt{\mu\epsilon\left(1 + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon}\right)} \quad (2.46)$$

en donde la parte real, α indica la atenuación que sufre la onda conforme se propaga a través del medio y β , que es la parte imaginaria indica la rapidez de cambio de fase de la onda conforme se propaga.

La solución de la ecuación de onda, considerando una onda plana y uniforme, que se propaga en dirección z , da la expresión que indica la propagación de la onda en el medio

$$E_x(z, t) = \hat{E}_m^+ e^{-\gamma z} + \hat{E}_m^- e^{\gamma z} \quad (2.47)$$

y cuya forma en tiempo real se muestra enseguida

$$E_x(z, t) = \hat{E}_m^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta_0 z) + \hat{E}_m^- e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta_0 z) \quad (2.48)$$

en donde el término $e^{-\alpha z}$ expresa la atenuación exponencial de la onda a través del medio y dado que $\sigma \neq 0$, entonces habrá cargas libres que produzcan una corriente

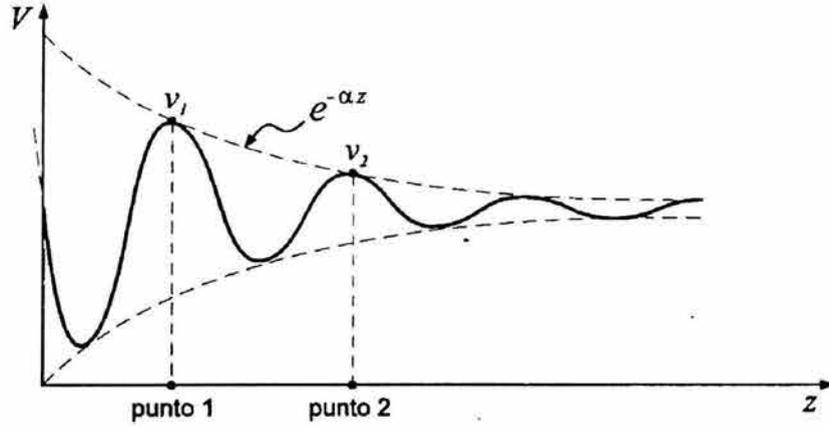


Figura 2.5: Atenuación exponencial de una onda electromagnética con variación temporal armónica, a lo largo de un medio con pérdidas.

debido al campo eléctrico de la onda, esta corriente hará que la potencia de la onda caliente el material y disipe energía, teniendo entonces un factor de atenuación, una descripción gráfica de este fenómeno se muestra en la figura 2.5.

La expresión para el campo magnético se expresa a continuación,

$$\widehat{H}_y = \frac{-1}{j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial z} (\widehat{E}^+ e^{-\gamma z} + \widehat{E}^- e^{\gamma z}) \mathbf{a}_y$$

$$\widehat{H}_y = \frac{\gamma}{j\omega\mu} (\widehat{E}^+ e^{-\gamma z} - \widehat{E}^- e^{\gamma z}) \mathbf{a}_y \quad (2.49)$$

Considerando solo la onda que viaja en la dirección $+z$, de las ecuaciones (2.47) y (2.49), se tiene

$$\eta = \frac{|\widehat{E}^+|}{|\widehat{H}^+|} = \frac{|\widehat{E}_x^+|}{|\widehat{H}_y^+|} = \frac{\widehat{E}_m^+ e^{-\gamma z}}{\frac{\gamma}{j\omega\mu} \widehat{E}_m^+ e^{-\gamma z}}$$

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{j\omega\sqrt{\mu(\epsilon + \frac{\sigma}{j\omega})}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon + \frac{\sigma}{j\omega}}} \quad (2.50)$$

el término $\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}$ de la ecuación (2.50) se denomina *tangente de pérdidas* o factor de disipación,

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{j\omega\epsilon} \quad (2.51)$$

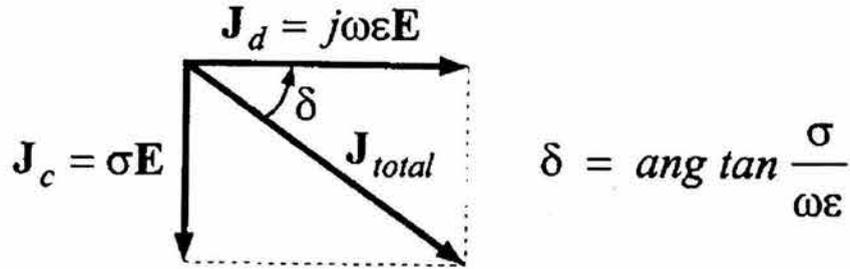


Figura 2.6: Relación de fases entre las densidades de corriente, de donde se nota que hay un desfase entre ambos de 90 grados.

Realizando la razón entre la densidad de corriente de conducción \vec{J}_c y la densidad de corriente de desplazamiento \vec{J}_d

$$\frac{\vec{J}_c}{\vec{J}_d} = \frac{\sigma}{j\omega\epsilon} \quad (2.52)$$

se observa que los dos vectores de densidad de corriente tienen la misma dirección, pero están 90° fuera de fase con respecto al tiempo (ver figura 2.6), de donde δ se puede interpretar como el ángulo con el cual la densidad de corriente de desplazamiento adelanta a la densidad total de corriente, que es igual a la suma vectorial de \vec{J}_c y \vec{J}_d [Neri,1999]. Si un material presenta una tangente de pérdidas $\tan \delta = 1 \times 10^{-3}$, esto indica que la corriente de desplazamiento es 1000 veces mayor que la corriente de conductividad.

Para cuando el medio es un dieléctrico con pérdidas muy bajas se tiene que $\frac{\sigma}{j\omega\epsilon} \ll 1$, entonces las ecuaciones (2.45) y (2.50) quedan

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{1}{2}\sigma\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} + j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad (2.53)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2.54)$$

2.12 Propagación de Ondas Planas en un Buen Conductor

Un buen conductor es un medio en el cual $\sigma \rightarrow \infty$, lo que implica que el término $\frac{\sigma}{j\omega\epsilon} \gg 1$, entonces la permitividad compleja queda

$$\hat{\epsilon} = -j \frac{\sigma}{\omega} \quad (2.55)$$

de la solución a la ecuación de onda se tiene que la constante de propagación queda

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\hat{\epsilon}} = j\omega\sqrt{\mu(-j\frac{\sigma}{\omega})} = \sqrt{\frac{(j\omega)^2\mu\sigma}{j\omega}} = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{j}\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

donde

$$j = \sqrt{-1} = e^{j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sqrt{j} = \sqrt{-1} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$$

entonces, la constante de propagación para un buen conductor es

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \quad (2.56)$$

se nota que $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$, el inverso de α ó β se conoce como *profundidad de penetración* δ y se expresa matemáticamente como sigue,

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (2.57)$$

δ es la distancia a lo largo de la cual la amplitud de la onda electromagnética decae e veces, esto implica, que en un buen conductor el campo electromagnético solo puede existir en la superficie ya que el factor de atenuación $e^{-\alpha z}$ es muy grande debido a que $\sigma \rightarrow \infty$ y para frecuencias altas ω es grande.

Para un buen conductor se tiene que la *impedancia de onda* es

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{j\omega\mu}{(1+j)} \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (2.58)$$

debido a que la relación de los campos eléctrico y magnético para una onda plana uniforme que se propaga en dirección $+z$, está dado por $E_x = \eta H_y$, se observa que para un medio buen conductor se tiene que el campo magnético está atrasado $\frac{\pi}{4}$ con relación al campo eléctrico, entonces se tiene que en un medio buen conductor los campos \vec{E} y \vec{H} están defasados.

2.13 Polarización de Onda

Cuando se habla de la *polarización* de una onda plana se refiere a la descripción del comportamiento variable con el tiempo del vector intensidad de campo eléctrico en

un punto determinado del espacio. Considerar la superposición de dos ondas electromagnéticas de la misma frecuencia y polarizadas linealmente, una con polarización lineal \vec{x} y con magnitud \widehat{E}_1 , la otra con polarización lineal \vec{y} y con magnitud \widehat{E}_2 ; donde \widehat{E}_1 y \widehat{E}_2 pueden ser complejas, esto es $\widehat{E}_1 = |\widehat{E}_1|e^{ja}$, $\widehat{E}_2 = |\widehat{E}_2|e^{jb}$, donde a y b son los ángulos de fase. Además hay que considerar que ambas están moviéndose en dirección $+z$.

Suponiendo la superposición de las dos ondas, entonces se tiene que el campo eléctrico total es,

$$\widehat{\mathbf{E}} = \widehat{E}_1 e^{-j\beta z} \vec{x} + \widehat{E}_2 e^{-j\beta z} \vec{y}$$

cuando $\widehat{E}_1 \neq 0$ y $\widehat{E}_2 = 0$, se tiene una onda plana de polarizada linealmente en la dirección del eje \vec{x} , ahora si $\widehat{E}_2 \neq 0$ y $\widehat{E}_1 = 0$, se tiene una onda plana polarizada linealmente en la dirección del eje \vec{y} . Ahora, para cuando \widehat{E}_1 y \widehat{E}_2 son números reales y diferentes de cero se tiene una onda plana de polarización lineal que forma un ángulo $\phi = \text{ang tan} \left(\frac{E_1}{E_2} \right)$ con el eje x como se muestra en la figura 2.7 (b).

Si se tiene que $\widehat{E}_1 = -j\widehat{E}_2$ y $E_1 = E_2 = E_0$, donde E_0 es un número real, entonces

$$\widehat{\mathbf{E}} = \widehat{E}_1 e^{-j\beta z} \vec{x} - j\widehat{E}_2 e^{-j\beta z} \vec{y} = E_0(\vec{x} - j\vec{y})e^{-j\beta z} \quad (2.59)$$

la expresión temporal para el campo eléctrico total será

$$\vec{\mathbf{E}}(z, t) = E_0(\cos(\omega t - \beta z) \vec{x} + \cos(\omega t - \beta z - \pi/2) \vec{y})$$

haciendo $z = 0$

$$\vec{\mathbf{E}}(0, t) = E_0(\cos(\omega t) \vec{x} + \text{sen}(\omega t - \beta) \vec{y})$$

y entonces el ángulo entre el vector de campo eléctrico y el eje \vec{x} es:

$$\phi = \text{ang tan} \frac{\text{sen}\omega t}{\text{cos}\omega t} = \omega t$$

Así de esta manera el vector campo eléctrico está girando con una velocidad angular constante ω y entonces la ecuación (2.59) describe a una onda plana de polarización circular derecha, mientras que la ecuación $\widehat{\mathbf{E}} = E_0(\vec{x} + j\vec{y})e^{-j\beta z}$ expresa una onda plana con polarización circular izquierda. Esto quiere decir que si las magnitudes del campo eléctrico son iguales pero defasadas $\pi/2$, entonces se tendrá una polarización circular, en la figura 2.7 (a) se muestra este tipo de polarización.

Para cuando $E_1 \neq E_2$ y entre las componentes del campo eléctrico hay una diferencia de fase diferente de $n\pi/2$, se tiene como resultado una polarización elíptica como se muestra en la figura 2.8 .

2.14 Energía y Potencia Electromagnética

Un análisis de las ecuaciones de Maxwell nos dice que los campos \vec{E} y \vec{H} son mutuamente perpendiculares, las ondas electromagnéticas son por lo tanto ondas transversales, en las cuales las oscilaciones ocurren perpendicularmente a la dirección de propagación. Cualquier fuente de energía electromagnética produce campos electromagnéticos los cuales pueden almacenar energía electromagnética. La energía electromagnética de la fuente, entrega potencia electromagnética que puede transformarse en calor, debido a las pérdidas del medio en el que se propaga la onda electromagnética o simplemente transmitirse en el espacio.

Se puede demostrar que para un volumen limitado por una superficie S y campos electromagnéticos con variación periódica en el tiempo se cumple que:

$$-\frac{1}{2} \int_v (\vec{E} \cdot \vec{J}_s) dv = \frac{1}{2} \oint_s \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{d}s + \frac{\sigma}{2} \int_v |\vec{E}|^2 dv + j\frac{\omega}{2} \int_v (\mu |\vec{H}|^2 - \epsilon |\vec{E}|^2) dv \quad (2.60)$$

La ecuación (2.60) es el teorema de Poynting y se tiene que:

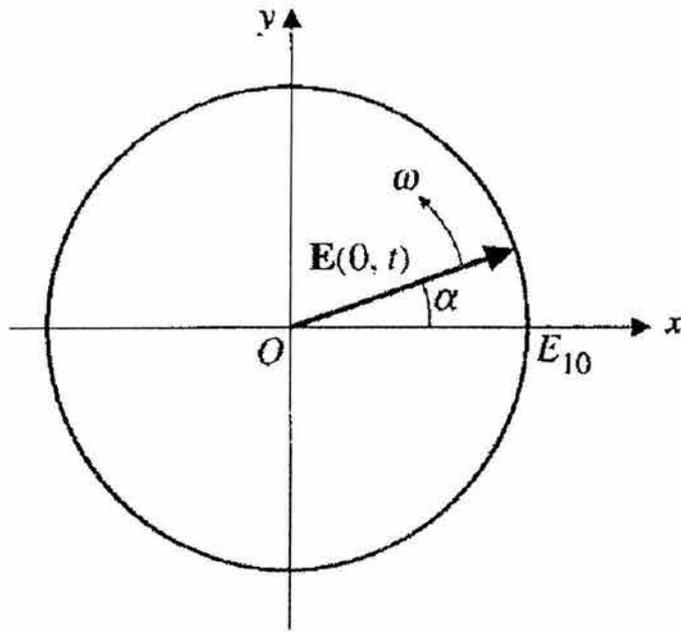
- $\frac{1}{2} \int_v (\vec{E} \cdot \vec{J}_s) dv$ es el valor promedio de la potencia entregada por la fuente \vec{J}_s
- $\frac{1}{2} \oint_s \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{d}s = \frac{1}{2} \oint_s \vec{S} \cdot \vec{d}s$ es el valor promedio de potencia que sale del volumen.

El vector \vec{P} se llama vector de Poynting y expresa la densidad de potencia en unidades de potencia por área y apunta hacia la dirección de propagación de la onda específicamente

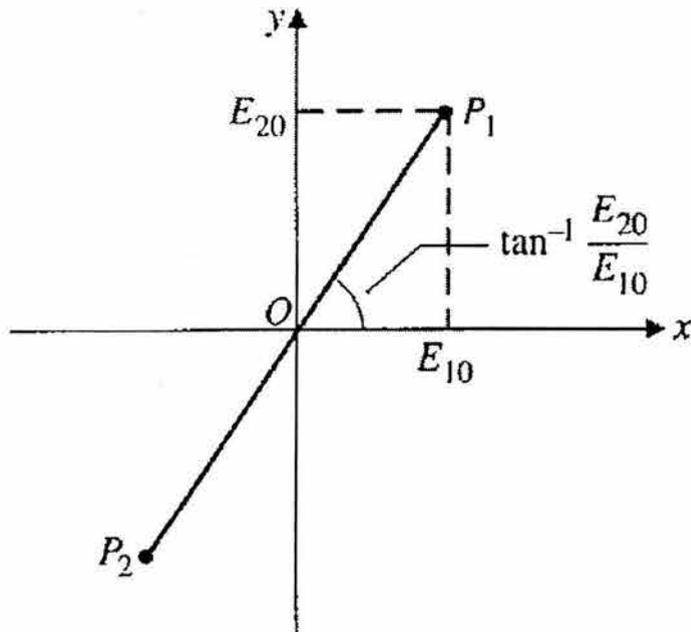
$$\vec{P} = \frac{1}{2} \oint_s \vec{S} \cdot \vec{d}s = \frac{1}{2} \oint_s \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{d}s \quad (2.61)$$

la magnitud de \vec{P} es el producto de las magnitudes de \vec{E} y \vec{H} y sus unidades son $[\frac{W}{m^2}]$.

- $\frac{\sigma}{2} \int_v |\vec{E}|^2 dv$ es el valor promedio de la potencia absorbida y que es transformada en calor.
- $j\frac{\omega}{2} \int_v (\mu |\vec{H}|^2 - \epsilon |\vec{E}|^2) dv$ es la energía electromagnética almacenada en el volumen multiplicada por $2j\omega$.

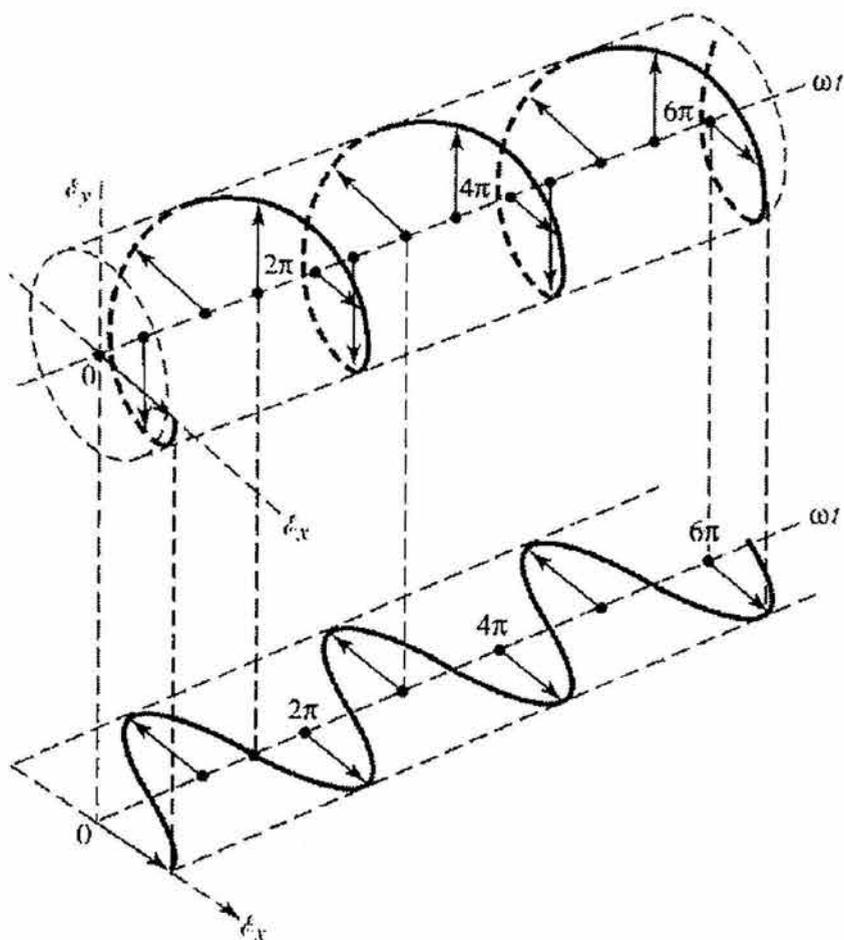


(a)

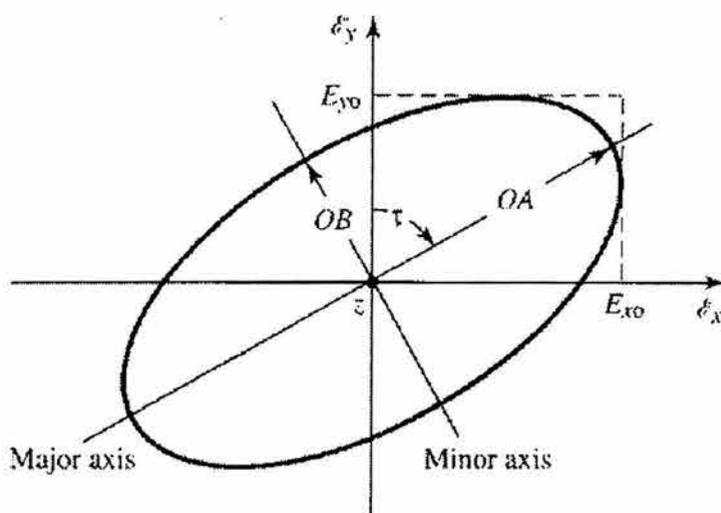


(b)

Figura 2.7: Diagrama de polarización para la suma de dos ondas polarizadas linealmente en cuadratura especial en $z = 0$: (a) polarización circular, $E(0, t) = E_{10}(\cos\omega t\vec{a}_x + \sin\omega t\vec{a}_y)$; (b) polarización lineal, $E(0, t) = (E_{10}\vec{a}_x + E_{20}\vec{a}_y)\cos\omega t$.



(a) Rotation of wave



(b) Polarization ellipse

Figura 2.8: Rotación de una onda electromagnética plana y su polarización elíptica en $z=0$, como función del tiempo.

Capítulo 3

Líneas de Transmisión

Para analizar una línea de transmisión se puede emplear la teoría general de circuitos, entonces la línea puede ser representada como una red de parámetros distribuidos los cuales son su inductancia L , capacitancia C , resistencia R y conductividad G . Estos parámetros pueden calcularse si se conoce la frecuencia de operación y geometría de la línea de transmisión, en conjunto con algunos conceptos de teoría electromagnética.

Las características físicas de la línea no son perfectas, es decir, la línea presenta resistencia al paso de corriente y por lo tanto se generan pérdidas de potencia, de igual modo el dieléctrico que existe entre los conductores presenta cierta conducción de modo que pueden ocurrir fugas o arcos eléctricos entre ellos. Por este motivo en la representación de una línea de transmisión usando parámetros distribuidos, se considera una resistencia en serie y una conductancia en paralelo. La capacitancia es función de las dimensiones físicas y de la geometría de la línea, mientras que la inductancia es función de la corriente.

Una línea de transmisión frecuentemente puede ser representada como una línea de dos alambres paralelos, en donde una sección infinitesimal de la línea de longitud Δz , puede ser representada como un circuito eléctrico como en la figura 3.1.

En la figura los elementos R' , L' , G' y C' son:

- R' es la resistencia en serie por unidad de longitud [$\frac{\text{Ohms}}{\text{metro}}$]
- L' es la inductancia en serie por unidad de longitud [$\frac{\text{Henrys}}{\text{metro}}$]
- G' es la conductancia en paralelo por unidad de longitud [Siemens]
- C' es la capacitancia en paralelo por unidad de longitud [$\frac{\text{Farads}}{\text{metro}}$]

Aplicando la ley de Kirchhoff para voltajes al circuito anterior, la cual enuncia que la suma de las caídas de voltaje en una malla cerrada es cero, entonces se puede obtener la siguiente ecuación :

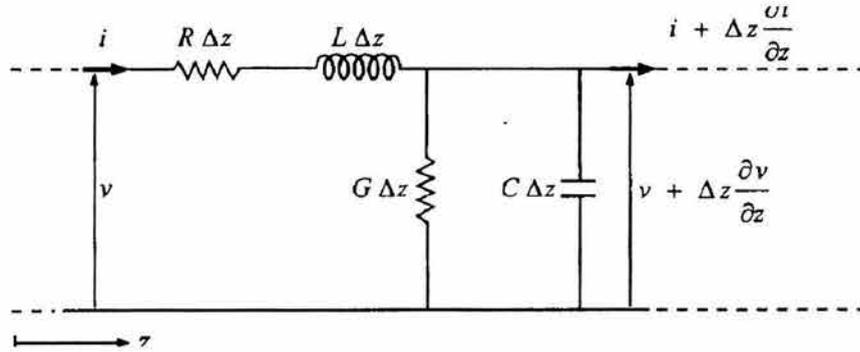


Figura 3.1: Circuito equivalente de una sección infinitesimal de la línea de transmisión.

$$v(z, t) - R' \Delta z i(z, t) - L' \Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) = 0$$

reagrupando términos, se tiene

$$\frac{v(z + \Delta z, t) - v(z, t)}{\Delta z} = R' i(z, t) - L' \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

y haciendo que $\Delta z \rightarrow 0$

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -R' i(z, t) - L' \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

esta ecuación se conoce como la primera ecuación del telégrafo. Ahora aplicando la ley de Kirchhoff para corrientes, la cual expresa que la suma algebraica de corrientes que entran y salen de un nodo es cero, entonces del circuito de la figura 3.1, se tiene

$$i(z, t) - G' \Delta z v(z + \Delta z, t) - C' \Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) = 0$$

reagrupando términos, se tiene

$$\frac{i(z + \Delta z, t) - i(z, t)}{\Delta z} = -G' v(z + \Delta z, t) - C' \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t}$$

y haciendo que $\Delta z \rightarrow 0$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -G' v(z, t) - C' \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \quad (3.2)$$

esta ecuación se conoce como la segunda ecuación del telégrafo. Para voltajes y corrientes con variación periódica en el tiempo, las ecuaciones (3.1) y (3.2) se pueden simplificar como sigue;

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R' + j\omega L')I(z) \quad (3.3)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G' + j\omega C')V(z) \quad (3.4)$$

3.1 Propagación de la Onda en una Línea de Transmisión

Resolviendo el sistema que forman las ecuaciones (3.3) y (3.4), se tiene

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (3.6)$$

que son las ecuaciones de onda para $V(z)$ e $I(z)$ respectivamente y se tiene una constante compleja de propagación $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$. La solución para las ecuaciones (3.5) y (3.6) son las ecuaciones de onda progresivas

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z} \quad (3.7)$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z} \quad (3.8)$$

donde V_0^\pm e I_0^\pm son constantes y el término $e^{-\gamma z}$ indica la propagación de la onda en la dirección $+z$, mientras que el término $e^{\gamma z}$ indica la propagación de la onda en la dirección $-z$ de la ecuación (3.3) se tiene que

$$I(z) = -\frac{1}{R' + j\omega L'} \frac{dV(z)}{dz} \quad (3.9)$$

ahora sustituyendo (3.7) en (3.9) se obtiene

$$I(z) = \frac{\gamma}{R' + j\omega L'} [V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{\gamma z}] \quad (3.10)$$

ya que la impedancia característica es la razón entre voltaje y corriente de la onda directa, hay que considerar solo las componentes de onda directa de (3.7) y (3.10)

$$Z_0 = \frac{V(z)^D}{I(z)^D} = \frac{V_0^+ e^{-\gamma z}}{\frac{\gamma}{R' + j\omega L'} V_0^+ e^{-\gamma z}} = \frac{R' + j\omega L'}{\gamma} = \frac{R' + j\omega L'}{\sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad (3.11)$$

Ahora la ecuación (3.8) se puede reescribir como

$$I(z) = \frac{V_{0+}}{Z_0} e^{-\gamma z} + \frac{V_{0-}}{Z_0} e^{\gamma z} \quad (3.12)$$

3.2 Línea de Transmisión sin Pérdidas

Para una línea de transmisión sin pérdidas se tiene que $R'=G'=0$ y $\alpha = 0$, entonces la constante de propagación es imaginaria, como indica la siguiente ecuación

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{L'C'} \quad (3.13)$$

entonces, su impedancia característica queda

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (3.14)$$

hay que notar que Z_0 es un número real, lo que indica que las ondas progresivas de voltaje y corriente dadas por

$$V(z) = V_{0+} e^{-j\beta z} + V_{0-} e^{j\beta z} \quad (3.15)$$

$$I(z) = \frac{V_{0+}}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_{0-}}{Z_0} e^{j\beta z} \quad (3.16)$$

están en fase.

3.3 Velocidad de Fase en una Línea de Transmisión

Considerando una línea sin pérdidas, es decir, que su constante de propagación es puramente imaginaria, se tiene un parámetro que da información acerca de la propagación de una onda en la línea, este parámetro es la velocidad de fase, la cual se define como:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} \quad [m/s] \quad (3.17)$$

Suponiendo que se propaga una onda en dirección $+z$, a través de la línea de transmisión de longitud física l , y además el dieléctrico que separa a los conductores es aire, se puede considerar que la velocidad de la onda es igual a la de la luz en el espacio libre, pero si el medio tiene una constante dieléctrica relativa ϵ_r mayor que la unidad, entonces la onda se propaga con una velocidad menor que la de la luz

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

3.4. LÍNEA DE TRANSMISIÓN SIN PÉRDIDAS TERMINADA EN UNA CARGA 63

Al disminuir la velocidad de propagación, entonces la longitud de onda también se reduce, como si la onda fuese comprimida a lo largo del eje z y esta longitud de onda modificada, queda entonces

$$\lambda_{medio} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\lambda_0 f}{f\sqrt{\epsilon_r}}$$
$$\lambda_{medio} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.18)$$

donde λ_0 es la longitud de onda en el espacio libre a la misma frecuencia. Entonces la velocidad de fase se puede expresar como:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda_{medio}}} = \lambda_{medio} f = \frac{\lambda_0 f}{\sqrt{\epsilon_r}}$$
$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.19)$$

y se puede interpretar como la velocidad con la que se mueve un punto, que define la localización de una fase constante determinada, es decir, es la velocidad a la que se mueve en la dirección $+z$ un punto imaginario en el que la fase es constante, como se muestra en la figura 3.2.

El tiempo que tarda en recorrer un punto imaginario de la onda con fase constante, la distancia l entre el generador y la carga es

$$t = \frac{l}{v_p} = \frac{\beta l}{\omega} \quad (3.20)$$

a este tiempo se le conoce como *tiempo de retardo* en la línea.

3.4 Línea de Transmisión sin Pérdidas Terminada en una Carga

En la línea de transmisión existe una onda directa generada por la fuente localizada en $z < 0$, entonces la razón de voltaje corriente para esta onda es Z_0 , pero en $z = 0$ la razón voltaje corriente debe ser igual a Z_L , por lo tanto debe de existir una onda reflejada para satisfacer ambas condiciones. Entonces la onda de voltaje total es la suma de la onda de voltaje directa y reflejada

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{j\beta z}$$

de igual modo para la onda de corriente, se tiene que

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{j\beta z}$$

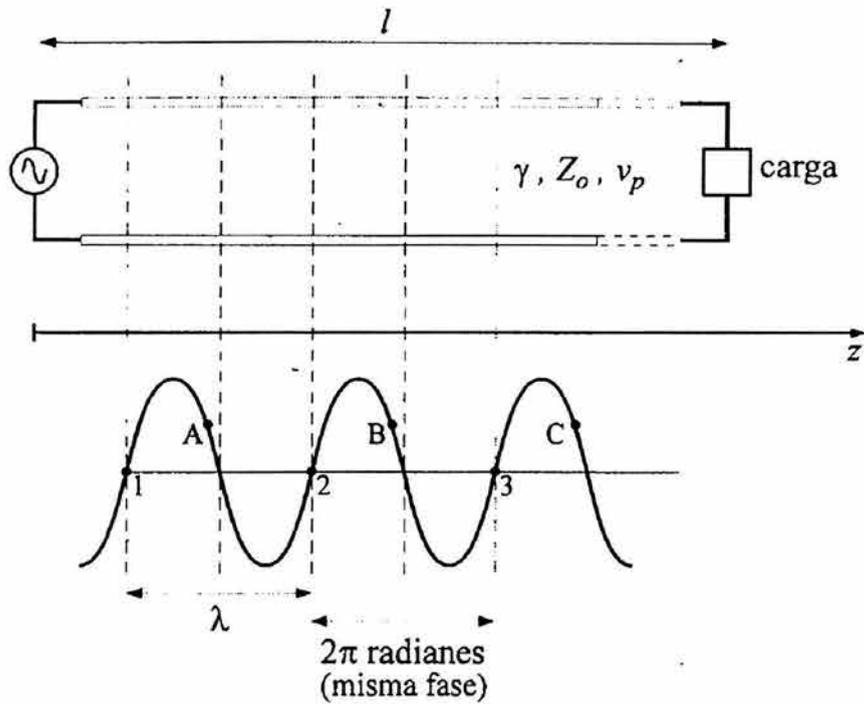


Figura 3.2: Onda de voltaje que se propaga a través de una línea de transmisión sin pérdidas, del generador hacia la carga.

para $z = 0$, la razón voltaje corriente tendrá que ser Z_L

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0$$

resolviendo para V_0^-

$$V_0^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V_0^+$$

tomando la razón entre la magnitud de onda reflejada y onda directa se define entonces:

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \text{coeficiente de reflexión} \quad (3.21)$$

Así el voltaje y la corriente en la línea se pueden expresar en términos del coeficiente de reflexión como sigue

$$V(z) = V_0^+ [e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}] \quad (3.22)$$

3.4. LÍNEA DE TRANSMISIÓN SIN PÉRDIDAS TERMINADA EN UNA CARGA 65

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}] \quad (3.23)$$

Para obtener el flujo de potencia promedio en la línea de transmisión se utiliza la siguiente expresión

$$P = \frac{1}{2} \Re[V(z)I^*(z)] = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} \Re[1 - \Gamma^* e^{-2j\beta z} + \Gamma e^{-2j\beta z} - |\Gamma|^2]$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma|^2) = \underbrace{\frac{|V_0^+|^2}{2Z_0}}_{\text{Potencia de onda directa}} - \underbrace{\frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} |\Gamma|^2}_{\text{Potencia de onda reflejada}} \quad (3.24)$$

Cuando Z_L es igual a Z_0 , se dice que la línea de transmisión está acoplada y entonces $\Gamma = 0$, y de la ecuación (3.24) se puede inducir que la potencia máxima posible se entrega a la carga. Para cuando $\Gamma = 1$ de la ecuación (3.24), se observa que la potencia entregada a la carga es cero. Entonces la potencia máxima que se puede entregar a la carga esta dada por la siguiente expresión

$$P_{max} = P_{ondadirecta} = \frac{1}{2} \frac{V_0^{+2}}{Z_0} \quad (3.25)$$

Cuando la carga está acoplada a la línea de transmisión, la magnitud del voltaje en la línea es constante e igual a $|V_0^+|$, para cuando la línea no esta acoplada, de la ecuación (3.22) se tiene que

$$V(z) = |V_0^+|(1 + |\Gamma|e^{2j\beta z}) = |V_0^+|(1 + |\Gamma|e^{-2j\beta l}) \quad (3.26)$$

donde $l = -z$ es la distancia de la carga al punto en donde se quiere evaluar la onda de voltaje. Entonces se puede obtener el valor máximo y mínimo del voltaje en la línea y de acuerdo a la ecuación (3.26) sería

$$V_{max} = |V_0^+|(1 + |\Gamma|) \quad (3.27)$$

$$V_{min} = |V_0^+|(1 - |\Gamma|) \quad (3.28)$$

Ahora, la razón entre V_{max} y V_{min} en la línea se conoce como la *razón de onda estacionaria SWR (standing wave ratio)*

$$SWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad \text{Razon de onda estacionaria} \quad (3.29)$$

donde el SWR es un número positivo $1 \leq SWR \leq \infty$, que mide el grado de desacoplamiento de la línea, para cuando la línea esta acoplada se tiene que $|\Gamma| = 0$ y de la ecuación (3.29) se tiene un $SWR = 1$, para cuando la línea esta desacoplada $|\Gamma| = 1$ y $SWR \rightarrow \infty$.

3.5 Impedancia de Entrada de una Línea Terminada en una Carga

De acuerdo a la figura 3.3, se tiene que $Z_{entrada}(l) = \frac{V(l)}{I(l)}$ donde $l = -z$, y de acuerdo a las ecuaciones (3.27) y (3.28), la impedancia de entrada de una línea de transmisión se puede expresar como

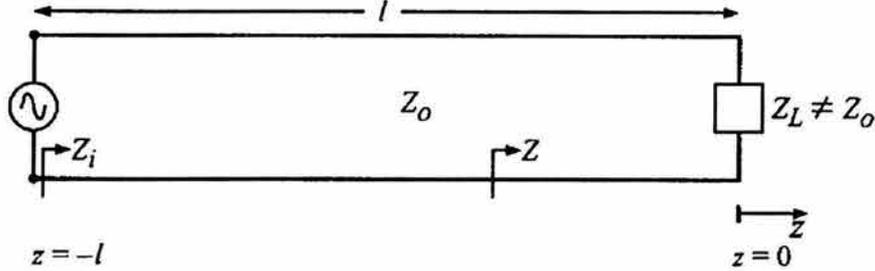


Figura 3.3: Línea de longitud l que termina en una carga arbitraria en $z = 0$.

$$Z_{entrada}(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = \frac{V_0^+(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l})}{\frac{V_0^+}{Z_0}(e^{j\beta l} - \Gamma e^{-j\beta l})} = Z_0 \frac{(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l})}{(e^{j\beta l} - \Gamma e^{-j\beta l})} = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta l}} \quad (3.30)$$

de igual modo se puede definir el coeficiente de reflexión Γ para cualquier punto de la línea como sigue

$$\Gamma(z) = \frac{V_0^- e^{j\beta z}}{V_0^+ e^{-j\beta z}} = |\Gamma| e^{j2\beta z} \quad (3.31)$$

sustituyendo la ecuación (3.26) en (3.31) y desarrollando los términos complejos se llega a la siguiente expresión

$$\begin{aligned} Z_{entrada}(l) &= Z_0 \frac{(e^{j\beta l} + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-j\beta l})}{(e^{j\beta l} - \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-j\beta l})} = Z_0 \frac{[(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} + (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}]}{[(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} - (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}]} \\ Z_{entrada}(l) &= Z_0 \frac{Z_L(e^{j\beta l} + e^{-j\beta l}) + Z_0(e^{j\beta l} - e^{-j\beta l})}{Z_L(e^{j\beta l} - e^{-j\beta l}) + Z_0(e^{j\beta l} + e^{-j\beta l})} \\ Z_{entrada}(l) &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)} \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.6 Impedancia de Entrada de una Línea Terminada en Corto Circuito

Para una línea de transmisión que terminada en corto circuito, como se muestra en la figura 3.4, se tiene que $Z_L = 0$ y de la expresión (3.21), se tiene que el coeficiente de reflexión es $\Gamma = -1$ y entonces las expresiones para las ondas de voltaje y corriente quedan

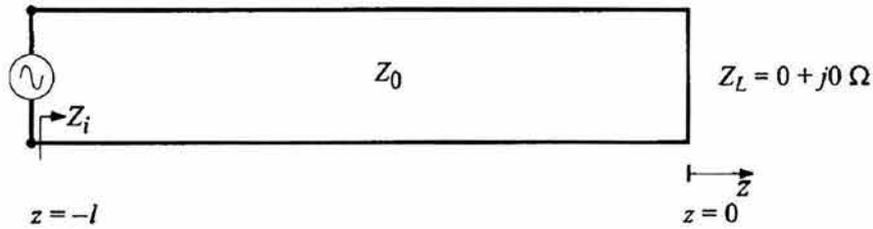


Figura 3.4: Línea de transmisión terminada en corto circuito .

$$V(l) = V_0^+(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) = V_0^+(e^{j\beta l} - e^{-j\beta l}) = 2jV_0^+ \text{sen}(\beta l) \quad (3.33)$$

$$I(l) = \frac{V_0^+}{Z_0}(e^{j\beta l} - \Gamma e^{-j\beta l}) = \frac{V_0^+}{Z_0}(e^{j\beta l} + e^{-j\beta l}) = 2\frac{V_0^+}{Z_0} \text{cos}(\beta l) \quad (3.34)$$

$$Z(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = jZ_0 \text{tan}(\beta l) \quad (3.35)$$

así de esta manera, la impedancia de entrada es sólo imaginaria, esto se debe a que como la terminación de la línea es un corto, éste no absorbe potencia y por lo tanto su impedancia es sólo reactiva.

3.7 Impedancia de Entrada de una Línea Terminada en Circuito Abierto

En la figura 3.5 se muestra una línea de transmisión terminada en circuito abierto, en donde, $Z_L \rightarrow \infty$ y se tiene que $\Gamma = 1$, entonces las expresiones para las ondas de voltaje y corriente quedan

$$V(l) = V_0^+(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) = V_0^+(e^{j\beta l} + e^{-j\beta l}) = 2V_0^+ \text{cos}(\beta l) \quad (3.36)$$

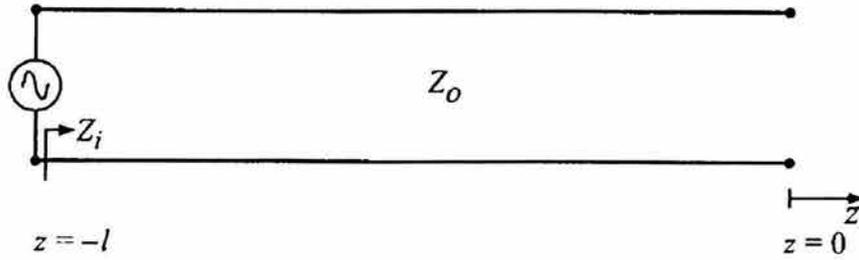


Figura 3.5: Línea de transmisión terminada en circuito abierto.

$$I(l) = \frac{V_{0+}}{Z_0}(e^{j\beta l} - \Gamma e^{-j\beta l}) = \frac{V_{0+}}{Z_0}(e^{j\beta l} - e^{-j\beta l}) = -2j \frac{V_{0+}}{Z_0} \text{sen}(\beta l) \quad (3.37)$$

$$Z(l) = \frac{V(l)}{I(l)} = -j Z_0 \cot(\beta l) \quad (3.38)$$

entonces la impedancia de entrada es solo imaginaria, esto se debe a que como la terminación de la línea es un circuito abierto, no absorbe potencia y por lo tanto su impedancia es reactiva de igual modo que para la línea que termina en corto circuito.

3.8 Stubs

Una línea terminada en circuito abierto o corto circuito, no transmite potencia a la carga y por esta razón, estrictamente no se puede decir que se trata de una línea de transmisión y entonces toman el nombre de *stubs*. Sin embargo, el hecho de que una línea con una longitud apropiada tenga una reactancia inductiva, hace posible sustituir la línea por una bobina de un circuito ordinario. Del mismo modo, si se tiene otra línea de longitud apropiada que tenga una reactancia capacitiva, entonces, esta puede ser sustituida por un capacitor. Y es que en altas frecuencias es difícil fabricar elementos de circuitos con parámetros concentrados. Las gráficas de la reactancia de entrada normalizada con relación a Z_0 , de una línea de longitud l terminada en corto circuito y en circuito abierto se muestran en la figura 3.6 .

Las secciones de línea usadas como elementos de circuito son usualmente de $\frac{\lambda}{4}$ o menores. Cuando una sección de la línea es usada como una reactancia (ver figura 3.7), la cantidad de reactancia es determinada por las características de impedancia y longitud eléctrica de la línea [ARRL,1991]. Entonces el tipo de reactancia exhibida a la entrada de las terminales depende de si la línea termina en circuito abierto o cerrado.

En el caso de que la línea no tenga pérdidas, la reactancia inductiva de un stub

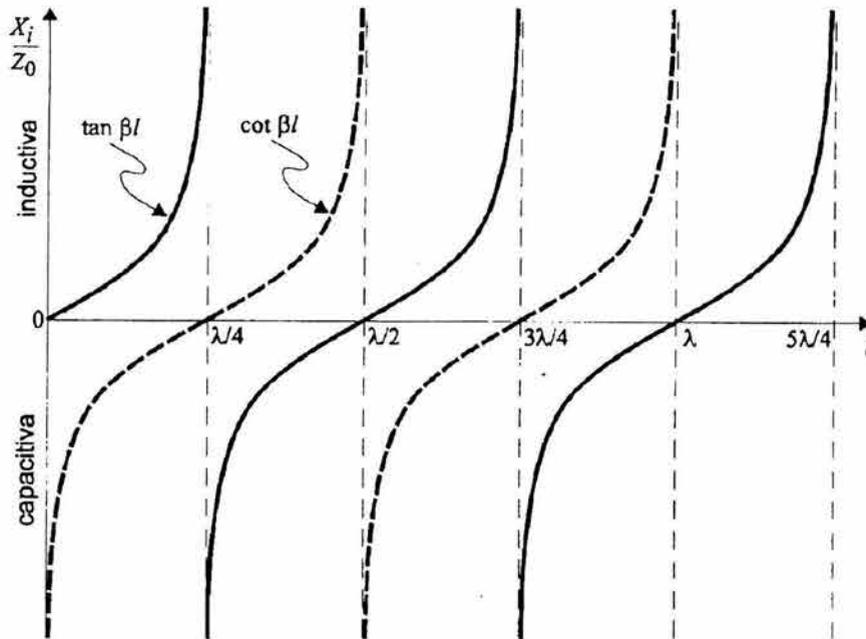


Figura 3.6: Curvas típicas de la reactancia de entrada, normalizada con relación a Z_0 , de una línea de longitud l terminada en corto circuito para la línea continua y en circuito abierto para la línea punteada.

cerrado de longitud menor a $\frac{\lambda}{4}$ es

$$X_L = Z_0 \tan l$$

la reactancia capacitiva de un stub abierto sin pérdidas de longitud menor a $\frac{\lambda}{4}$ es

$$X_C = Z_0 \cot l$$

Las líneas cuya longitud es un múltiplo exacto de $\frac{\lambda}{4}$ tienen propiedades de circuitos resonantes. Con un stub abierto, la impedancia de entrada actúa como un circuito resonante en serie. Para un stub cerrado la línea simula un circuito resonante paralelo.

El factor Q del circuito resonante es muy alto si la línea no tiene pérdidas por radiación. En líneas de alambre desnudo en donde el aire es el aislante y donde el espaciamiento entre los conductores es muy pequeño en términos de longitudes de onda, esto se puede lograr relativamente fácil [ARRL,1991].

3.9 Carta de Smith

La carta de Smith es un método gráfico para el análisis de líneas de transmisión, este método utiliza el plano complejo del coeficiente de reflexión Γ en el cual se ubican

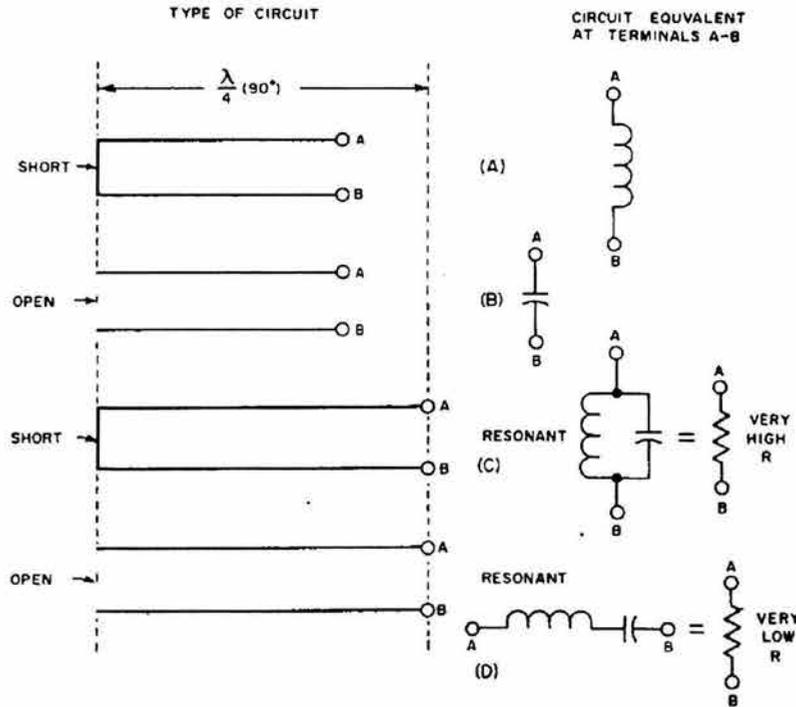


Figura 3.7: Circuitos equivalentes a las secciones de líneas de transmisión terminadas en circuito abierto y corto circuito .

resistencias y reactancias normalizadas con respecto a la impedancia característica de la línea, Z_0 . La utilidad real de la carta de Smith es el poder convertir los coeficientes de reflexión a las impedancias normalizadas correspondientes. Se tiene que la impedancia vista a lo largo de una línea sin pérdidas en dirección hacia la carga es

$$Z_z = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V_z^+ + V_z^-}{V_z^+ - V_z^-} Z_0 \quad (3.39)$$

normalizando esta carga

$$\hat{z} = \frac{Z_z}{Z_0} = \frac{V_z^+ + V_z^-}{V_z^+ - V_z^-} = \frac{1 + V_z^-/V_z^+}{1 - V_z^-/V_z^+} = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = \frac{1 + |\Gamma|e^{j2\beta z}}{1 - |\Gamma|e^{j2\beta z}} \quad (3.40)$$

sustituyendo $\hat{z} = r + jx$, y $\Gamma(z) = \Gamma_r + j\Gamma_i$, la ecuación anterior se transforma en

$$r + jx = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r + j\Gamma_i}$$

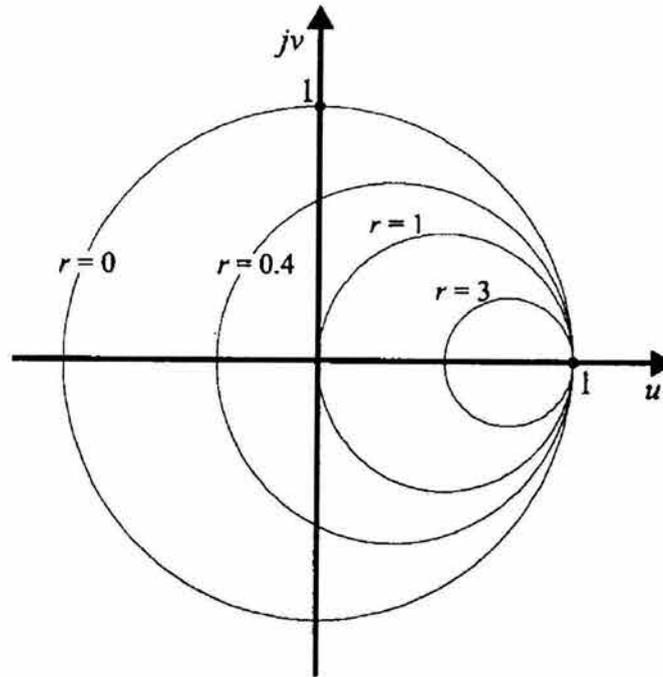


Figura 3.8: Círculos de resistencia normalizada r sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión.

desarrollando los términos se llega a la siguiente expresión

$$r + jx = \frac{(1 + 2j\Gamma_i - \Gamma_i^2) - \Gamma_r^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} = \frac{(1 - \Gamma_i^2 - \Gamma_r^2) + 2j\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (3.41)$$

separando las partes real e imaginaria de la ecuación (3.41), se tiene

$$r = \frac{1 - \Gamma_i^2 - \Gamma_r^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

las dos ecuaciones se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \frac{1}{(1+r)^2} \quad (3.42)$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} \quad (3.43)$$

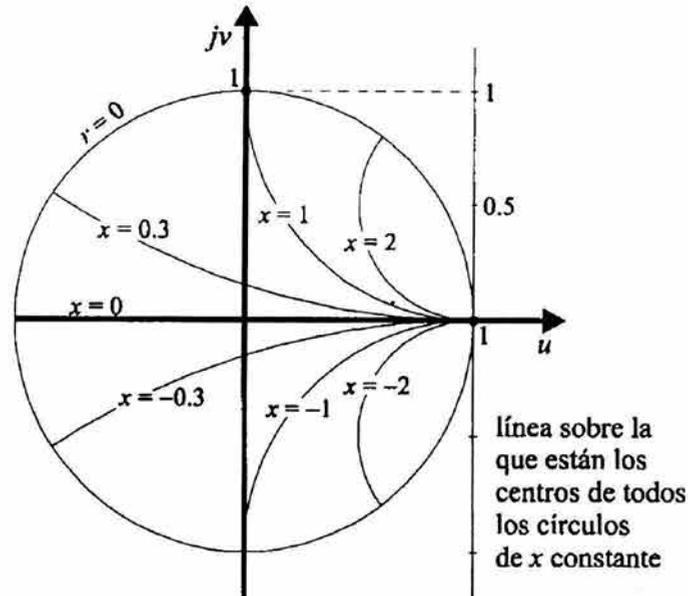


Figura 3.9: Círculos de reactancia normalizada x , sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión.

La ecuación (3.42) representa una familia de círculo de r constante sobre el plano complejo $\Gamma_r + j \Gamma_i$. El centro de cada círculo está en $[\frac{r}{1+r}, 0]$ y su radio es $\frac{1}{(1+r)}$, los centros de todos los círculos de resistencias están ubicados en el eje horizontal $\Gamma_i = 0$, esta familia de círculos está graficada en la figura 3.8 . Para la ecuación (3.43) se tiene una familia de círculos en el mismo plano con x constante y el centro de cada círculo está en $[1, \frac{1}{x}]$ y su radio es $\frac{1}{x}$ como se muestra en la figura 3.9, entonces los centros de todos los círculos de reactancias están ubicados fuera de la carta de Smith.

Si la reactancia normalizada es positiva, su círculo queda arriba del eje Γ_r , si es negativa, queda abajo. También se puede usar la carta de Smith para encontrar la impedancia de entrada de una línea de transmisión, usando la siguiente ecuación.

$$Z_{entrada}(l) = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta l}}$$

Una vez que se ha localizado en la carta de Smith el coeficiente de reflexión debido a una carga \hat{z} , se puede encontrar la impedancia de entrada de la línea de transmisión de longitud l , girando en sentido de las manecillas del reloj, un ángulo $2\beta l$, en donde el centro de rotación será el centro de la carta, esto se debe a que la parte real de la impedancia en cualquier punto de la línea es constante. La carta de Smith está

calibrada en longitudes eléctricas, estas escalas aparecen alrededor de la carta y cubren un rango de 0 a 0.5 longitudes de onda

3.10 Matriz de Dispersión S

En altas frecuencias es incómodo y casi imposible medir impedancias, mientras que es relativamente sencillo medir voltajes de onda directa y reflejada. Considérese la figura 3.10, en donde la magnitud de onda reflejada V_1^- , dependerá de las magnitudes V_1^+ y V_2^+ de las ondas incidentes, afectadas por un coeficiente S_{ij} , de modo que este sistema de dos puertos se puede escribir con la siguiente ecuación lineal

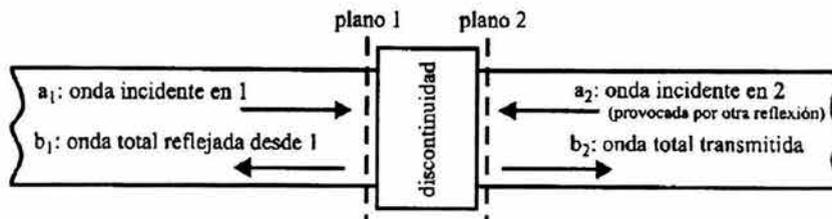


Figura 3.10: Planos de referencia a la entrada y salida de algún dispositivo de microondas (guía de onda, amplificador, etc.), donde se consideran ondas incidentes y reflejadas en ambos planos.

$$V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+ \quad (3.44)$$

de igual modo se puede escribir

$$V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+ \quad (3.45)$$

las dos ecuaciones anteriores pueden reescribirse en forma matricial como sigue:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix}}_{\text{ondas reflejadas}} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de dispersion}} = \underbrace{\begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix}}_{\text{ondas incidentes}} \quad (3.46)$$

donde a los parámetros S_{ij} se les denomina parámetros de dispersión y la matriz que contiene a estos se le conoce como *matriz de dispersión* $[S]$, la cual vincula los voltajes de onda reflejada con voltajes de onda incidente.

Para obtener S_{11} , se acopla la entrada 2, teniendo como consecuencia que $V_2^+ = 0$, sustituyendo la consideración anterior en la ecuación (3.44) se tiene

$$V_1^- = S_{11}V_1^+$$

de donde

$$S_{11} = \frac{V_1^-}{V_1^+} \quad (3.47)$$

donde S_{11} es el *coeficiente de reflexión* en el puerto 1 cuando el puerto 2 está acoplado. Se puede obtener S_{21} acoplando la entrada 2 y entonces $V_2^+ = 0$, lo cual trae como consecuencia en la ecuación (3.45) que,

$$V_2^- = S_{21}V_1^+$$

despejando S_{21} , se logra obtener

$$S_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+} \quad (3.48)$$

donde S_{21} es el *coeficiente de transmisión* del puerto 1 al puerto 2.

Ahora considérese un sistema de n puertos, del cual se desprende la siguiente relación matricial

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_n^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_n^+ \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

los elementos de la diagonal principal de la matriz de dispersión son coeficientes de reflexión y los demás elementos son coeficientes de transmisión.

$$S_{ii} = \frac{V_i^-}{V_i^+}$$

S_{ii} , es el coeficiente de reflexión en i cuando todos los puertos están acoplados, excepto i .

$$S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+}$$

S_{ij} , es el coeficiente de transmisión del puerto j al puerto i , cuando todas las entradas están acopladas excepto i .

Cuando $S_{ij} = S_{ji}$, entonces se tiene que el dispositivo que presenta esta propiedad es un dispositivo recíproco, es decir, no contiene elementos no recíprocos como transistores, diodos, etc. Sólo contiene elementos pasivos como resistencias, capacitores e inductores.

Los elementos de la matriz se pueden obtener por medición. Esto se logra conectando un generador acoplado a uno de los n puertos, con los demás puertos conectados a cargas acopladas, y así alternadamente, los coeficientes de reflexión y de transmisión que se midan en los distintos puertos serán los elementos de la matriz.

La matriz de dispersión, junto con sus propiedades, es una herramienta matemática muy útil para analizar redes de microondas en cascada, así como para diseñar filtros, equalizadores, amplificadores y otros dispositivos.

Capítulo 4

Antenas

Si los electrones en un alambre presentan un movimiento de ida y vuelta a lo largo del mismo, entonces estos electrones serán acelerados y la teoría de Maxwell predice que como consecuencia de la aceleración de cargas se radiará energía. Esto es, el alambre emite ondas electromagnéticas al espacio, las cuales viajarán alejándose de la fuente a la velocidad de la luz. Los electrones pueden ser acelerados si se conecta un generador de voltaje alterno al centro de dicho alambre, y se cambiará la distribución de carga en el alambre.

El generador de voltaje alterno se puede conectar como se indica en la figura 4.1, conforme la separación se aproxima más al orden de una longitud de onda o más, la onda tiene que ser radiada, de manera que la línea abierta actúa como antena que lanza una onda al espacio libre. Las corrientes en la línea de transmisión fluyen hacia la antena y terminan ahí, pero los campos asociados con ellas prosiguen. Para ser más explícito, la región de transición entre una onda guiada y una onda en el espacio libre es una antena.

Una antena es un dispositivo de transición, o transductor entre una onda guiada y una onda en el espacio libre o viceversa. También se puede entender como un dispositivo que sirve de enlace o acoplamiento entre un circuito y el espacio.

4.1 Mecanismos de Radiación

Las líneas de campo eléctrico comienzan en cargas positivas y terminan en cargas negativas. También pueden iniciar en cargas positivas y terminar en el infinito, empezar en el infinito y terminar en cargas negativas, o formar bucles cerrados en donde no empezarán ni terminarán en alguna carga [Balanis, 1982].

Las líneas de campo eléctrico se dibujan entre los dos conductores para mostrar la distribución de carga. Si la fuente de voltaje tiene variación sinusoidal, se espera que el campo eléctrico entre los conductores también sea sinusoidal con un período igual al del generador. Cuando los campos eléctrico y magnético presentan una variación en el

tiempo, entre los conductores se generarán ondas electromagnéticas que viajarán en la línea de transmisión, como se muestra en la figura 4.1(a).

Las ondas electromagnéticas entran a la antena y tienen asociadas a ellas cargas y sus corrientes correspondientes. Si se quita parte de la estructura de la antena como en la figura 4.1(b), se conectarán las terminaciones abiertas de las líneas de campo eléctrico y se formarán ondas en el espacio libre.

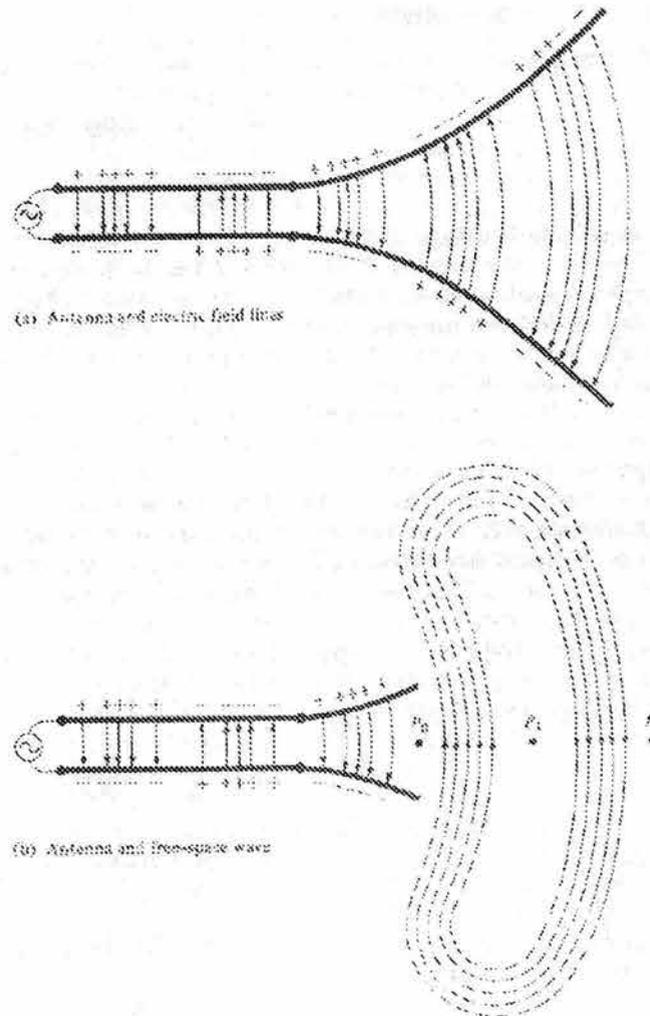


Figura 4.1: Se muestran el generador, la línea de transmisión, antena y las líneas de campo eléctrico. [Tomada de Antenna Theory] .

Si la perturbación eléctrica inicial que genera las ondas electromagnéticas que viajan en la línea de transmisión es de corta duración, éstas llegarán a la antena y serán

radiadas como ondas electromagnéticas que se propagan en el espacio libre, aunque la fuente ya haya dejado de existir. Si la perturbación eléctrica continúa, se seguirán generando ondas electromagnéticas las cuales continuamente seguirán su viaje unas detrás de otras. Esto se muestra en la figura 4.2.

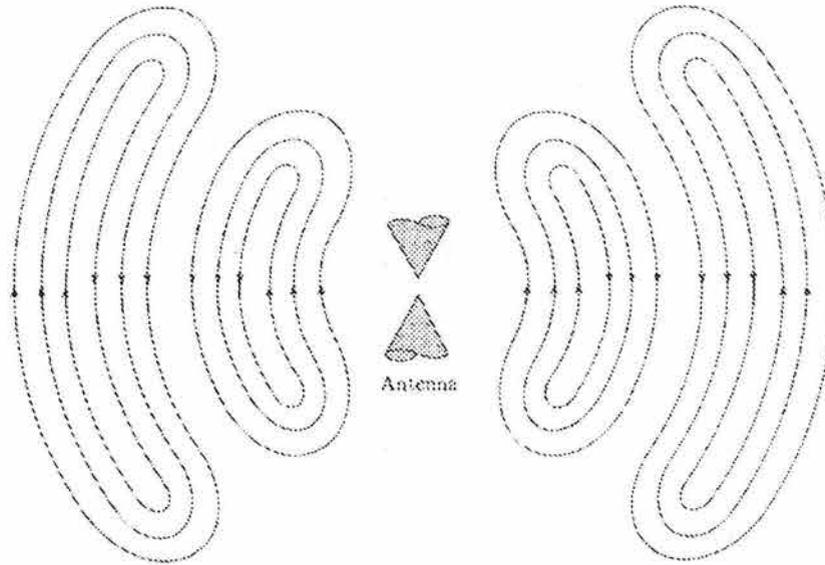


Figura 4.2: Líneas de campo eléctrico para una onda en el espacio libre radiada por una antena bicónica. [Tomada de Antenna Theory,1982] .

Cuando las ondas electromagnéticas están en las líneas de transmisión o en la antena, su existencia está asociada con la presencia de cargas en el interior de los conductores. Para cuando las ondas son radiadas, se forman bucles y no hay cargas que estén asociadas con su existencia y propagación. Las cargas eléctricas son requeridas para excitar los campos electromagnéticos, pero no son necesarias para que se propaguen.

En la figura 4.3(a), se muestra las líneas de campo eléctrico radiadas de los brazos de un dipolo alimentado en el centro, durante el primer cuarto del período de la corriente del generador, que será fuente de ondas electromagnéticas en la línea de transmisión y que tiene una variación temporal sinusoidal. Entonces las líneas habrán viajado una distancia $\frac{\lambda}{4}$ alejándose de la antena, para ejemplificar, en la figura solo se han generado 3 líneas.

Durante el siguiente cuarto de período las líneas viajan una distancia $\frac{\lambda}{4}$ adicional y la densidad de carga en los conductores comienza a disminuir. Esto puede pensarse como si se hubieran introducido cargas contrarias al final del primer período, neutralizando las cargas en los conductores. Las líneas de fuerza creadas por las cargas contrarias son también 3 y viajan una distancia $\frac{\lambda}{4}$, tal y como se muestra en la figura 4.3 (b).

Entonces se tienen 3 líneas de fuerza apuntando en una dirección entre $\frac{\lambda}{4}$ y $\frac{\lambda}{2}$ de distancia a la antena y se tienen otras 3 líneas de fuerza apuntando en dirección contraria a las anteriormente mencionadas a una distancia de la antena que va de 0 a $\frac{\lambda}{4}$. Como ya no hay carga en la antena, entonces las líneas de fuerza se ven forzadas a soltarse del conductor y unirse para formar bucles cerrados. Esto se muestra en la figura 4.3(c). Después de la segunda mitad del período, el mismo proceso ocurre pero en dirección contraria y después el proceso descrito al principio se repite y así se continúa sucesivamente

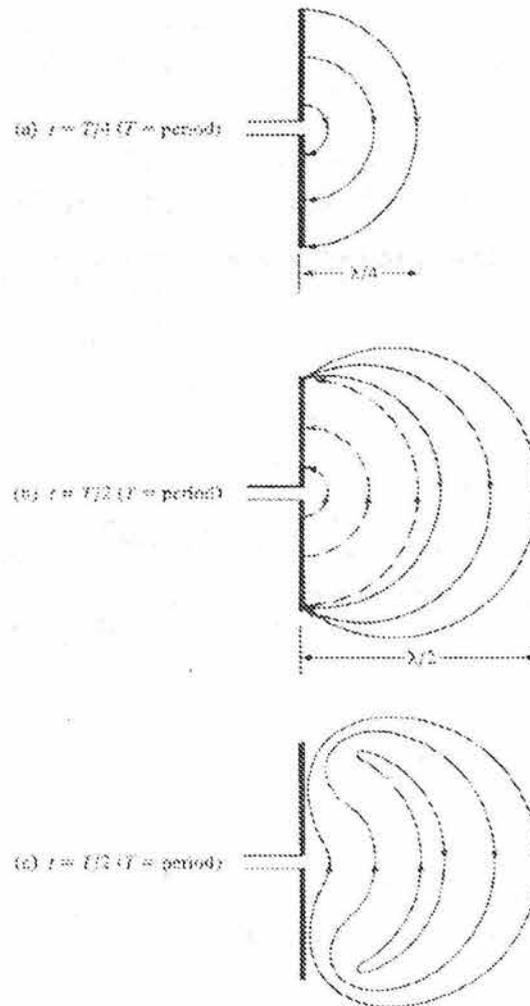


Figura 4.3: Formación de líneas de campo eléctrico para un dipolo corto [Tomada de Antenna Theory, 1982] .

4.2 Potenciales Vectorial y Escalar

Partiendo de la ley de Faraday, ecuación (2.23)

$$\begin{aligned}\nabla \times \hat{\mathbf{E}} &= -j\omega\hat{\mathbf{B}} = -j\omega\mu_0\hat{\mathbf{H}} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{E}} + j\omega\vec{\mathbf{B}} &= 0\end{aligned}$$

y tomando el rotacional en cada uno de los miembros, se tiene

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{\mathbf{H}} \quad (4.1)$$

y de la ley de Ampere-Maxwell,

$$\nabla \times \hat{\mathbf{H}} = j\omega\epsilon_0\hat{\mathbf{E}} + \hat{\mathbf{J}} \quad (4.2)$$

sustituyendo (4.2) en (4.1), se tiene

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0 (j\omega\epsilon_0\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{J}}) = \omega^2\mu_0\epsilon_0\vec{\mathbf{E}} - j\omega\mu_0\vec{\mathbf{J}}$$

donde $\beta_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, entonces

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = \beta^2\vec{\mathbf{E}} - j\omega\mu_0\vec{\mathbf{J}} \quad (4.3)$$

Esta ecuación debe ser resuelta para encontrar el campo eléctrico en términos de una fuente de corriente $\vec{\mathbf{J}}$, para esto es necesario introducir el potencial vectorial $\vec{\mathbf{A}}$ y el potencial escalar ϕ .

Como la divergencia de $\vec{\mathbf{B}}$ es cero ($\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$), $\vec{\mathbf{B}}$ se puede expresar como

$$\vec{\mathbf{B}} = \nabla \times \vec{\mathbf{A}} \quad (4.4)$$

entonces

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{\mathbf{A}}) = 0$$

donde $\vec{\mathbf{A}}$ es denominado *potencial vectorial*. Usando (4.4) en (2.23)

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{\mathbf{E}} + j\omega\nabla \times \vec{\mathbf{A}} &= 0 \\ \nabla \times (\vec{\mathbf{E}} + j\omega\vec{\mathbf{A}}) &= 0\end{aligned} \quad (4.5)$$

cualquier función cuyo rotacional sea cero, puede ser expresada como el gradiente de una función escalar, entonces se puede asumir que

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}} + j\omega\vec{\mathbf{A}} &= -\nabla\phi \\ \vec{\mathbf{E}} &= -\nabla\phi - j\omega\vec{\mathbf{A}}\end{aligned} \quad (4.6)$$

tomando el rotacional de (4.4)

$$\nabla \times \vec{\mathbf{B}} = \nabla \times \mu_0 \vec{\mathbf{H}} = \nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{A}} \quad (4.7)$$

sustituyendo (4.6) en (4.2)

$$\nabla \times \mu_0 \vec{\mathbf{H}} = j\omega\mu_0\epsilon_0 \vec{\mathbf{E}} + \mu_0 \vec{\mathbf{J}} = j\omega\mu_0\epsilon_0(-\nabla\phi - j\omega\vec{\mathbf{A}}) + \mu_0 \vec{\mathbf{J}} \quad (4.8)$$

sustituyendo (4.8) en (4.7)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{A}} = \omega^2\mu_0\epsilon_0 \vec{\mathbf{A}} - j\omega\mu_0\epsilon_0 \nabla\phi + \mu_0 \vec{\mathbf{J}}$$

usando la identidad $\nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{A}} = \nabla\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} - \nabla^2 \vec{\mathbf{A}}$ y desarrollando los términos, se tiene

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{A}} + \beta_0^2 \vec{\mathbf{A}} = -\mu_0 \vec{\mathbf{J}} + \nabla(\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} + j\omega\mu_0\epsilon_0\phi) \quad (4.9)$$

Hasta ahora solo se ha definido el rotacional de $\vec{\mathbf{A}}$, entonces para simplificar la ecuación de $\vec{\mathbf{A}}$, se puede especificar su divergencia como sigue

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} = -j\omega\mu_0\epsilon_0\phi \quad (4.10)$$

la cual es conocida como la *condición de Lorentz*. Ahora la ecuación (4.9) es una ecuación de Helmholtz no homogénea

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{A}} + \beta_0^2 \vec{\mathbf{A}} = -\mu_0 \vec{\mathbf{J}} \quad (4.11)$$

De la condición de Lorentz se tiene que

$$\phi = \frac{\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}}}{j\omega\mu_0\epsilon_0} \quad (4.12)$$

sustituyendo (4.12) en (4.6), se obtendrá la siguiente expresión para el campo eléctrico total en función del potencial vectorial $\vec{\mathbf{A}}$

$$\vec{\mathbf{E}} = -\nabla\phi - j\omega\vec{\mathbf{A}} = -\frac{\nabla\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}}}{j\omega\mu_0\epsilon_0} - j\omega\vec{\mathbf{A}} \quad \text{Campo Electrico Total} \quad (4.13)$$

El potencial vectorial $\vec{\mathbf{A}}$ en un punto debido a una distribución de corriente es igual a la relación $\frac{\vec{\mathbf{J}}}{r}$ integrada en el volumen ocupado por la distribución de corriente, donde $\vec{\mathbf{J}}$ es la densidad de corriente en cada elemento de volumen tipo dV y r es la distancia de cada elemento de volumen al punto P, donde se está evaluando A

$$\vec{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\mathbf{J}}}{r} dV \quad (4.14)$$

$\vec{\mathbf{A}}$ no tiene significado físico, su utilidad radica como paso matemático para calcular el campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$.

4.3 Dipolo Infinitesimal

Un dipolo infinitesimal es un conductor lineal infinitesimal, una antena lineal puede ser considerada como si estuviese conformada por muchos dipolos cortos conectados en serie. Por esta razón es importante conocer las propiedades del dipolo infinitesimal para posteriormente determinar las propiedades de dipolos más largos o conductores de forma más compleja.

Hay que considerar un dipolo cuya longitud l sea muy pequeña comparada con la longitud de onda, $l \ll \lambda$ y cuyo diámetro d comparado con su longitud sea muy pequeño ($d \ll l$). El dipolo puede ser alimentado por un generador conectado con una línea de transmisión la cuál se supone sin pérdidas y por lo tanto quedará fuera del análisis. Colocando al dipolo infinitesimal en un sistema de coordenadas esféricas y haciendo coincidir la longitud del dipolo con el eje z como se muestra en la figura 4.4, se procede a encontrar los campos en cualquier punto alrededor del dipolo incluso a distancias mayores que λ , suponiendo que el medio que lo rodea es el vacío.

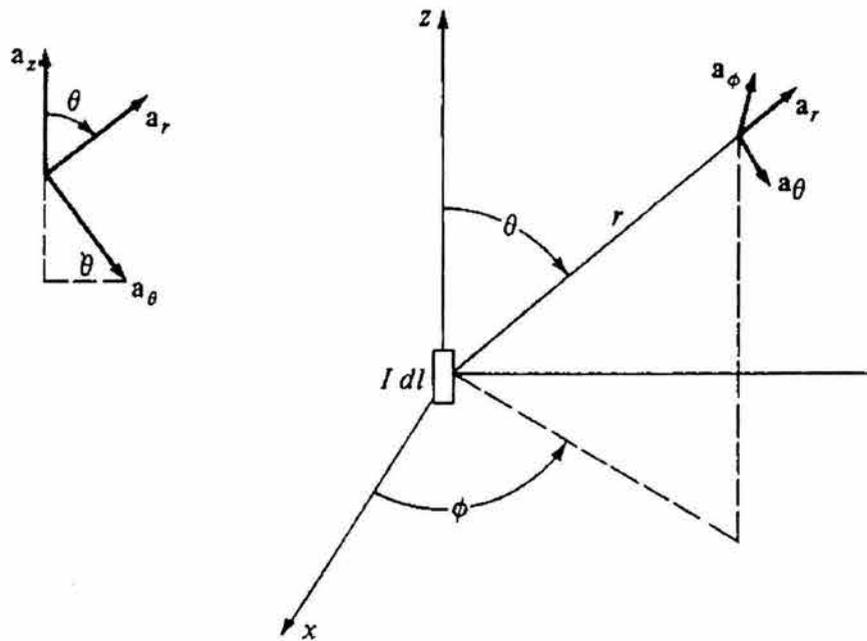


Figura 4.4: Representación geométrica del potencial vectorial A [Tomada de Collin].

Como se muestra en la figura 4.4, $\vec{J} = J_z \hat{a}_z$ y en este caso $\vec{A} = A_z \hat{a}_z$, además suponiendo una corriente con variación armónica se tiene que la expresión para el

potencial vectorial es

$$\vec{\mathbf{A}} = \mu_0 I dl \frac{e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} \hat{\mathbf{a}}_z \quad (4.15)$$

el potencial vectorial es entonces, una onda esférica propagándose hacia afuera con una amplitud que decrece inversamente proporcional a la distancia, Las superficies de fase constante o tiempo de retraso constante son esferas de radio r centradas en la fuente. La velocidad de fase de la onda es la velocidad de la luz

Ahora se puede encontrar el campo electromagnético usando la función para el potencial vectorial. Esta evaluación es mejor si se realiza en coordenadas esféricas, así que primero hay que expresar $\vec{\mathbf{A}}$ en términos de coordenadas esféricas, de la figura 4.4 se tiene;

$$\hat{\mathbf{a}}_z = \cos\theta \hat{\mathbf{a}}_r - \sin\theta \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

entonces la ecuación (4.15) se puede reescribir como sigue

$$\vec{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r} (\cos\theta \hat{\mathbf{a}}_r - \sin\theta \hat{\mathbf{a}}_\theta) \quad (4.16)$$

ahora sutituyendo (4.16) en (4.4)

$$\vec{\mathbf{B}} = \nabla \times \vec{\mathbf{A}}$$

$$\vec{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{\mathbf{A}}$$

$$\vec{\mathbf{H}} = \frac{I dl}{4\pi} \sin\theta \left(\frac{j\beta_0}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-j\beta_0 r} \hat{\mathbf{a}}_\phi \quad (4.17)$$

ahora para encontrar la expresión para el campo eléctrico hay que sustituir (4.16) en (4.13)

$$\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\nabla \nabla \cdot \vec{\mathbf{A}}}{j\omega \mu_0 \epsilon_0} - j\omega \vec{\mathbf{A}}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{j\eta_0 I dl}{2\pi \beta_0} \cos\theta \left(\frac{j\beta_0}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) e^{-j\beta_0 r} \hat{\mathbf{a}}_r + \frac{j\eta_0 I dl}{4\pi \beta_0} \sin\theta \left(-\frac{\beta_0^2}{r} + \frac{j\beta_0}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) e^{-j\beta_0 r} \hat{\mathbf{a}}_\theta \quad (4.18)$$

Cuando r es muy grande comparado con la longitud de onda λ , los únicos términos que importan son aquellos que varían como $\frac{1}{r}$. Estos términos forman la zona de *campo lejano* o *zona de radiación* y son

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{j\eta_0 \beta_0 I dl}{4\pi} e^{-j\beta_0 r} \sin\theta \frac{1}{r} \hat{\mathbf{a}}_\theta \quad (4.19)$$

$$\vec{\mathbf{H}} = \frac{j\beta_0 I dl}{4\pi} e^{-j\beta_0 r} \sin\theta \frac{1}{r} \hat{\mathbf{a}}_\phi \quad (4.20)$$

Hay que notar que en el campo lejano, el campo de radiación tiene sólo componentes transversales, esto es, $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{H}}$ son perpendiculares entre sí y ambos perpendiculares al

radiovector r , esta relación de ortogonalidad se ilustra en la figura 4.5. La razón $\frac{E_\theta}{H_\phi}$ es la impedancia intrínseca $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ del espacio libre. Esto es una característica general del campo de radiación de cualquier antena. En forma vectorial, se tiene que el campo de radiación en el campo lejano satisface las siguientes relaciones

$$\vec{E} = \eta_0 \hat{a}_r \times \vec{H}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta_0} \hat{a}_r \times \vec{E}$$

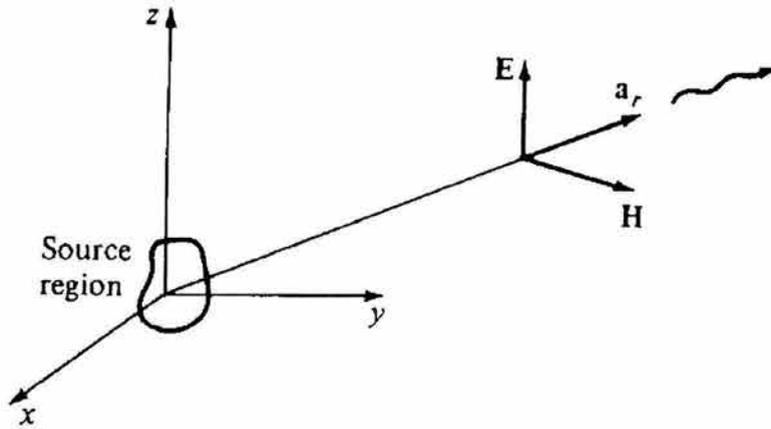


Figura 4.5: Relación de ortogonalidad que mantienen los campos eléctrico y magnético con respecto a la dirección de propagación de la onda [Tomada de Collin] .

De modo que E_θ y H_ϕ varían como $\text{sen}\theta$. Entonces el campo radiado no tiene una simetría esférica cuando se propaga alejándose, tal y como se encontró para el vector potencial. Esto es también una característica general de todos los campos de radiación, los campos de radiación electromagnética nunca tienen una simetría completamente esférica [Collin, 1985].

El vector de Poynting será:

$$\frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* = H^* \eta_0 (dl)^2 \beta_0^2 \text{sen}^2 \theta \frac{1}{32\pi^2 r^2} \quad (4.21)$$

real y está dirigido radialmente hacia afuera y la potencia radiada por unidad de área disminuye como $\frac{1}{r^2}$.

Examinando los términos de \vec{E} y \vec{H} que varían como $\frac{1}{r^2}$ y $\frac{1}{r^3}$, éstos son importantes únicamente cuando $r < \lambda$ y conforman la zona denominada *campo cercano* y es donde

el campo es reactivo a causa de que el vector de Poynting es puro imaginario, lo que implica potencia reactiva, en vez de potencia real radiada, ver figura 4.6 para una descripción de las zonas de radiación de una antena. Si $\beta_0 r$ es muy pequeño, el término $e^{-j\beta_0 r}$ tiende a la unidad quedando las expresiones para $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{H}}$ como sigue

$$\vec{\mathbf{H}} = \frac{I dl}{4\pi} \frac{\text{sen}\theta}{r^2} \widehat{\mathbf{a}}_\phi \quad (4.22)$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{I dl \eta_0}{4\pi} \frac{\text{cos}\theta}{r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta_0 r}\right) \widehat{\mathbf{a}}_r + \frac{I dl \eta_0}{4\pi} \frac{\text{sen}\theta}{r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta_0 r}\right) \widehat{\mathbf{a}}_\theta$$

para $\beta_0 r \ll 1$ se puede reemplazar $1 + \frac{1}{j\beta_0 r}$ por $\frac{1}{j\beta_0 r}$. La carga en los extremos del dipolo infinitesimal tiene una variación periódica de modo que $j\omega Q = I$, entonces

$$\frac{I \eta_0}{j\beta_0} = \frac{j\omega Q \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}{j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

entonces la expresión para el campo eléctrico en el campo cercano queda

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{Q dl}{4\pi} \left(\frac{2\text{cos}\theta}{r^3} \widehat{\mathbf{a}}_r + \frac{\text{sen}\theta}{r^3} \widehat{\mathbf{a}}_\theta \right) \quad (4.23)$$

las ecuaciones (4.22) y (4.23) son expresiones para una distribución de campo estática en un pequeño alambre que transporta corriente y para un dipolo eléctrico.

Aunque el campo cercano no contribuye a la potencia radiada, representa una acumulación de energía eléctrica y magnética en el espacio inmediato que rodea a la antena y contribuye a la parte reactiva de la impedancia que se observa en las terminales de la antena. A excepción de cálculos de impedancia, la zona del campo cercano no es de interés.

4.4 Patrón de Radiación

La distribución relativa de potencia radiada en función de la dirección en el espacio es el patrón de radiación de una antena, ésta es una representación de las propiedades de radiación de la antena como función de sus coordenadas espaciales, ver figura 4.7. En algunos casos, el patrón de radiación es determinado en la región de campo lejano y es representado como función de coordenadas direccionales. Las propiedades de radiación incluyen intensidad de radiación de campo, fase o polarización [Balanis].

Una traza de la potencia recibida a un radio constante es llamado patrón de potencia, mientras que una gráfica de las variaciones espaciales del campo eléctrico o magnético con un radio constante es llamado patrón de campo.

Como se argumentó anteriormente para el dipolo infinitesimal, el patrón de radiación varía conforme $\text{sen}^2\theta$, es común realizar trazas del patrón de radiación para

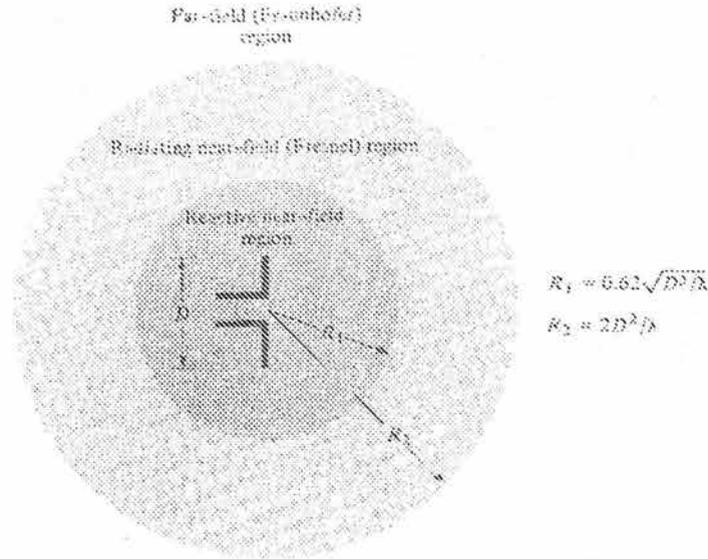


Figura 4.6: Regiones de radiación de campo de una antena [Tomada de Antenna Theory].

encontrar las características de radiación en cada plano. Las dos vistas más importantes son aquellos planos en donde se encuentran contenidos los valores máximos para \vec{E} y \vec{H} , ver figura 4.8.

El ancho del haz de media potencia (HPBW) de una antena se localiza sobre un patrón de campo en el plano E y H, el ángulo entre los puntos en donde se radia la mitad de la potencia máxima es el ancho del haz de media potencia. Para un dipolo infinitesimal como se muestra en la figura 4.8 el HPBW es de 90° , mientras que en el plano H no se puede encontrar el ancho del haz ya que el patrón para este plano es circular.

En 3 dimensiones se usa la unidad esterradián y es igual al ángulo sólido de una esfera de radio r que es subtendido, con vértice en el centro de la esfera por un área esférica igual a la superficie que tendría un cuadrado de lado r , en la figura 4.9 se muestra la geometría asociada a esta unidad.

La densidad de potencia asociada con los campos electromagnéticos de una antena en el campo lejano es real y se conoce como *densidad de radiación*. En términos generales, si $\hat{\mathbf{a}}_r$ es el vector unitario normal a la superficie de una esfera imaginaria que rodea a la antena, es decir $\hat{\mathbf{a}}_r = \vec{n}$, y si se integra la densidad de potencia que atraviesa por toda la esfera, entonces se tendrá el total de la potencia radiada por la antena:

$$P_r = \oint_S S_{rad} \cdot dA = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{2} \Re[\vec{E} \times \vec{H}^*] \cdot dA$$

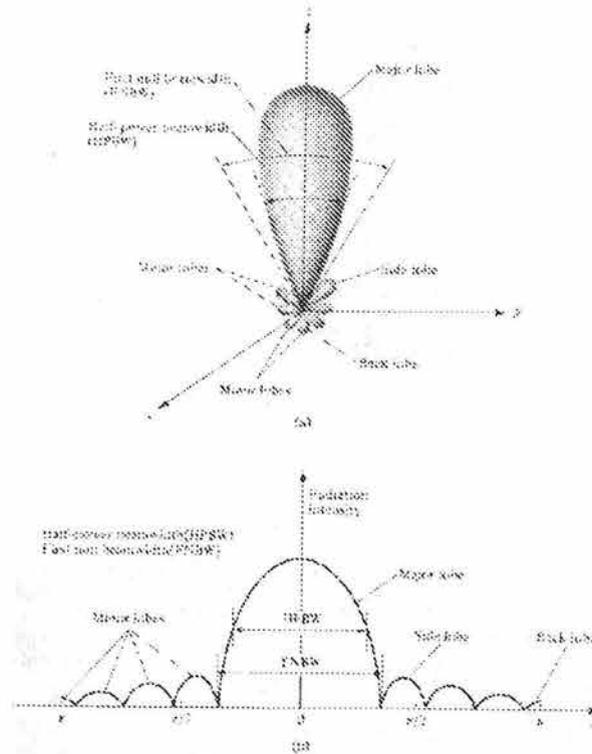


Figura 4.7: (a) Lóbulos de radiación y anchos de haz para un patrón de radiación. (b) Gráfica lineal del patrón de radiación y sus lóbulos y anchos de haz asociados [Tomada de Antenna Theory] .

La potencia radiada promedio por una antena se puede escribir como

$$P_{prom} = \frac{P_r}{4\pi} \quad (4.24)$$

La *intensidad de radiación* en una dirección dada es la potencia radiada de una antena por unidad de ángulo sólido, es decir,

$$dP_r = \frac{1}{2} Re(\vec{E} \times \vec{H}^*) dA$$

donde $dA = r^2 d\Omega$

$$dP_r = \frac{1}{2} Re(\vec{E} \times \vec{H}^*) r^2 d\Omega$$

$$\frac{dP_r}{d\Omega} = \frac{1}{2} Re(\vec{E} \times \vec{H}^*) r^2$$

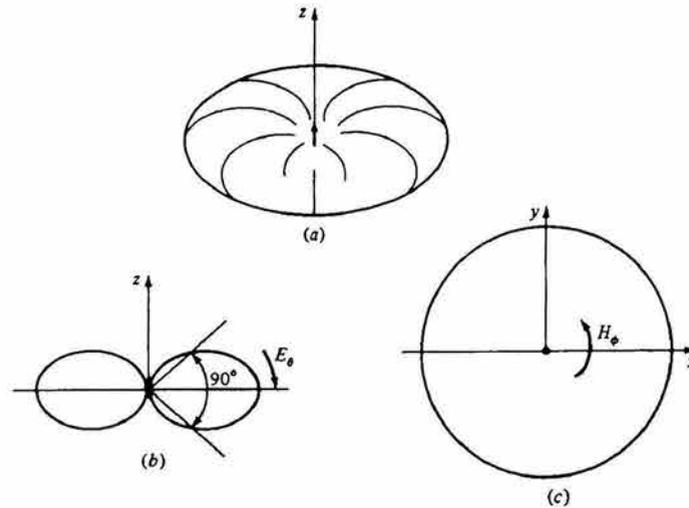


Figura 4.8: patrón de radiación para un dipolo infinitesimal, en donde se observa el ancho del haz de media potencia (HPBW) [Tomada de Collins].

La intensidad de radiación es un parámetro del campo lejano, el cual se obtiene de multiplicar la densidad de radiación por el cuadrado de la distancia.

$$\frac{dP_r}{d\Omega} = r^2 S_{rad} \quad (4.25)$$

4.5 Directividad y Ganancia

Una antena no radía uniformemente en todas las direcciones. La variación de la intensidad de campo con respecto a la dirección en el espacio es descrita por la función de *directividad*. En otras palabras, la directividad es una medición que describe únicamente las propiedades direccionales de la antena, y por lo tanto es controlada solo por el patrón de radiación.

Todas las antenas, incluso las más simples exhiben efectos directivos en los que la intensidad de radiación no es la misma en todas las direcciones de la antena. Esta propiedad de radiar más fuerte en algunas direcciones que en otras, es lo que se conoce como directividad.

La directividad se expresa matemáticamente como sigue:

$$D(\theta, \phi) = \frac{\text{potencia radiada por unidad de ángulo sólido}}{\text{potencia promedio radiada por unidad de ángulo sólido}}$$

$$D(\theta, \phi) = \frac{\frac{dP_r}{d\Omega}}{\frac{P_r}{4\pi}} = 4\pi \frac{\frac{dP_r}{d\Omega}}{P_r} \quad (4.26)$$

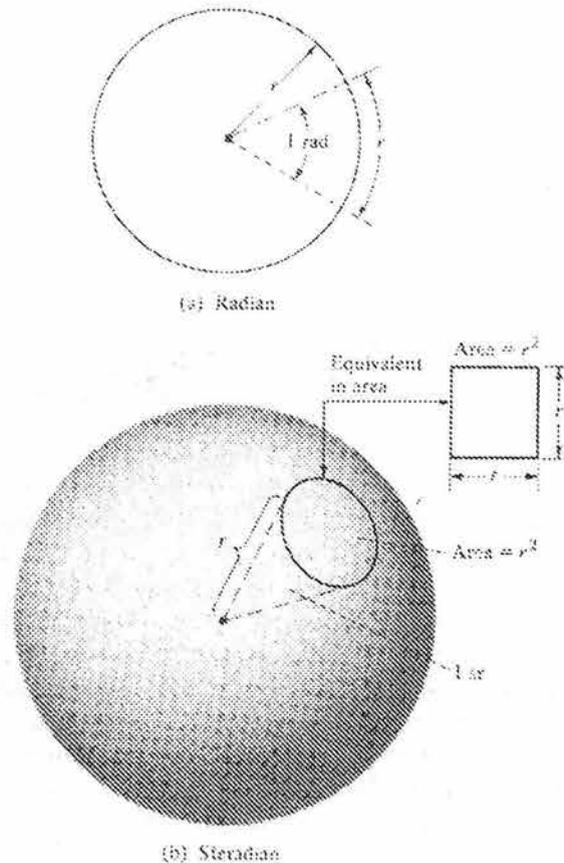


Figura 4.9: Definición geométrica del radian y esterradian [Tomada de Antenna Theory] .

La *ganancia* de una antena está relacionada con la directividad, debido a que la directividad está basada en los picos del patrón de radiación, no considera las pérdidas de potencia que pudieran ocurrir en la antena. Para determinar la ganancia, las pérdidas deben ser sustraídas de la potencia aplicada a la antena. La diferencia entre la potencia radiada y la potencia suministrada a la entrada de la antena, esta dada por un factor llamado eficiencia

$$P_r = \eta P_{in}$$

donde η es la eficiencia, P_{in} es la potencia total de entrada y P_r es la potencia total radiada. Entonces la ganancia de una antena se define como:

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{\text{potencia radiada por unidad de ángulo sólido}}{\text{potencia total de entrada}}$$

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{dP_r}{d\Omega P_{in}} = \eta D(\theta, \phi) \quad (4.27)$$

4.6 Resistencia de Radiación e Impedancia de Entrada

La resistencia de radiación de una antena, es aquella resistencia equivalente que disiparía la misma cantidad de potencia que la potencia radiada por la antena cuando la corriente en la resistencia es igual a la corriente de entrada en las terminales de la antena.

$$P_r = \frac{1}{2} I^2 R_{\text{radiación}} = P_{\text{disipada}}$$

de donde

$$R_{\text{radiación}} = 2 \frac{P_r}{I^2} \quad (4.28)$$

Considérese la figura 4.10, en donde una antena conectada a una línea de transmisión puede ser considerada como un dispositivo eléctrico con una entrada y se puede definir la impedancia de entrada de la antena como:

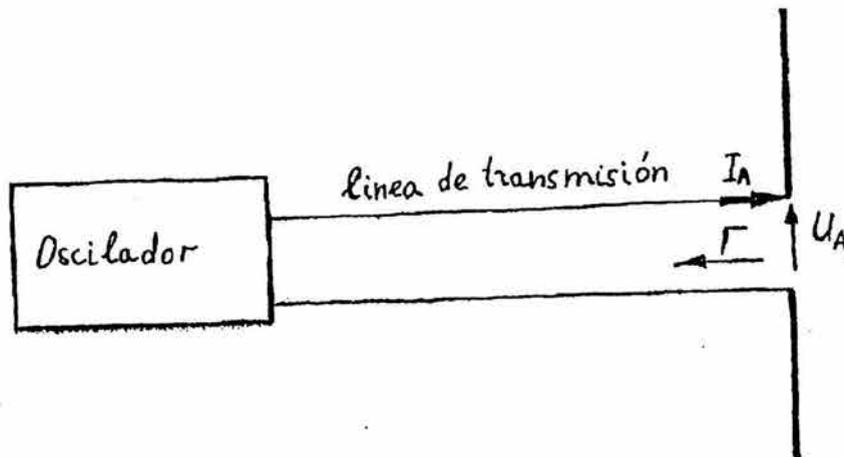


Figura 4.10: Antena conectada a una línea de transmisión para ser alimentada por un oscilador.

$$Z_A = \frac{V_a}{I_a} = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = R_A + jX_A \quad (4.29)$$

donde V_a e I_a son el voltaje y la corriente en las terminales de la antena, Z_0 es la impedancia característica de la línea, Γ el coeficiente de reflexión, R_A es la parte real de la impedancia de entrada de la antena, X_A es la parte reactiva de la impedancia de la antena. de donde se puede observar que para que la mayor parte de la energía del generador sea radiada por la antena, Z_A debe ser igual a Z_0 .

4.7 Apertura Efectiva

Una antena en modo de recepción tiene como objetivo asimilar ondas electromagnéticas y extraer su potencia como se muestra en la figura 4.11 . Para cada antena se forma un área de colección de energía electromagnética conocida como *apertura efectiva* ó *área efectiva* y esta definida como la razón de la potencia entregada a la carga y la densidad de potencia incidente, la cual se expresa como

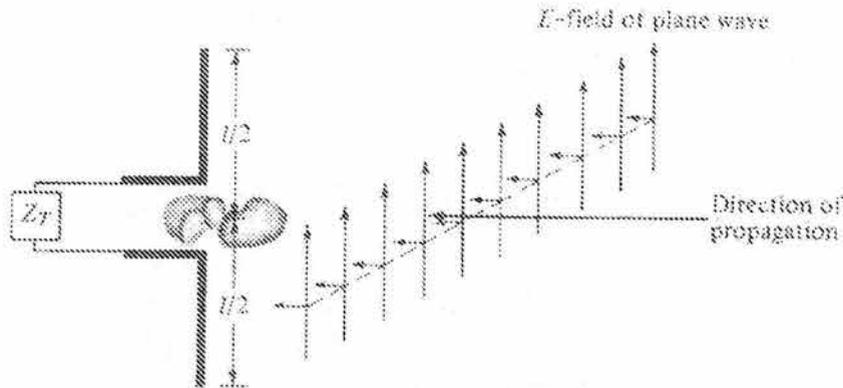


Figura 4.11: Onda plana incidiendo en la apertura de una antena [Tomada de Antenna Theory] .

$$A_e = \frac{P_T}{W_i} = \frac{|I_T|^2 R_T}{2 W_i} \quad (4.30)$$

donde

A_e = apertura efectiva (m^2)

P_T = potencia entregada a la carga (W)

W_i = densidad de potencia de la onda incidente ($\frac{W}{m^2}$)

4.8 Dipolo de Longitud Finita

La distribución de corriente para un dipolo delgado como el de la figura 4.12, puede ser descrita como

$$I(x', y', z') = \begin{cases} I_0 \text{sen} [\beta_0 (\frac{l}{2} - z')] \widehat{\mathbf{a}}_z & 0 \leq z' \leq \frac{l}{2} \\ I_0 \text{sen} [\beta_0 (\frac{l}{2} + z')] \widehat{\mathbf{a}}_z & -\frac{l}{2} \leq z' \leq 0 \end{cases}$$

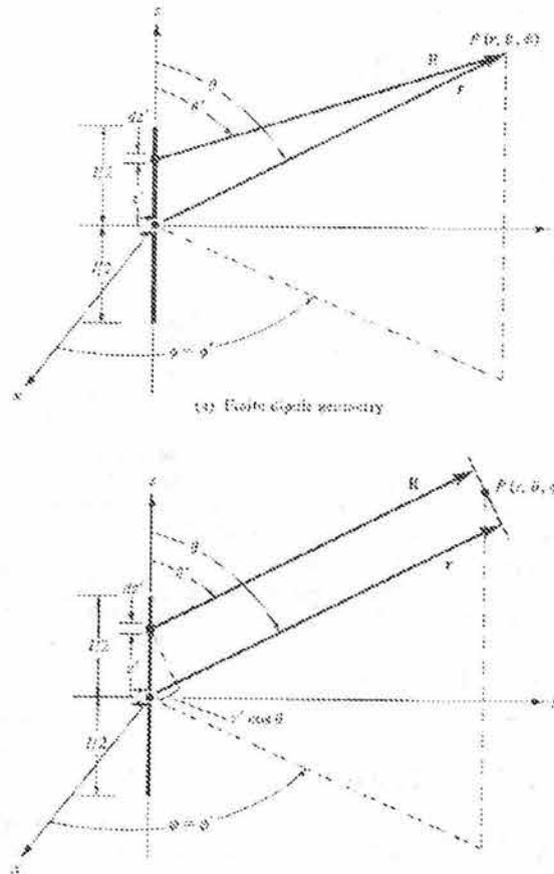


Figura 4.12: (a) Geometría para un dipolo de longitud finita y (b) aproximaciones de radiación para la región de campo lejano [Tomada de Antenna Theory] .

ésta distribución asume que el dipolo es alimentado en el centro y que la corriente se anula en los extremos. El dipolo se divide en dipolos infinitesimales de longitud $\Delta z'$, conforme el número de subdivisiones se incrementa, la longitud de cada dipolo infinitesimal se aproxima a dz' . Para un dipolo infinitesimal de longitud dz' , posicionado a lo largo del eje z , el campo eléctrico y magnético en el campo lejano son:

$$dE_{\theta} = j\eta_0\beta_0 I_e(x', y', z') \text{sen}\theta \frac{e^{-j\beta_0 R}}{4\pi R} dz' \quad (4.31)$$

$$dH_{\phi} = j\beta_0 I_e(x', y', z') \text{sen}\theta \frac{e^{-j\beta_0 R}}{4\pi R} dz' \quad (4.32)$$

considerando la radiación en el campo lejano, como se muestra en la 4.12(b), entonces

se tiene que $R = r - z' \cos \theta$ y la expresión para el campo eléctrico queda

$$dE_{\theta} = j\eta_0\beta_0 I_e(x', y', z') \operatorname{sen}\theta \frac{e^{-j\beta_0(r-z'\cos\theta)}}{4\pi R} dz'$$

$$dE_{\theta} = j\eta_0\beta_0 I_e(x', y', z') \operatorname{sen}\theta \frac{e^{-j\beta_0 r}}{4\pi R} e^{j\beta_0 z' \cos\theta} dz' \quad (4.33)$$

integrando las contribuciones de todos los elementos infinitesimales

$$E_{\theta} = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} dE_{\theta} = j\eta_0\beta_0 \frac{e^{-j\beta_0 r}}{4\pi R} \operatorname{sen}\theta \left\{ \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I_e(x', y', z') e^{j\beta_0 z' \cos\theta} dz' \right\} \quad (4.34)$$

para la distribución de corriente $I(x', y', z')$, la ecuación anterior queda

$$E_{\theta} = j\eta_0 I_0 \beta \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi R} \operatorname{sen}\theta \left\{ \int_{-\frac{l}{2}}^0 \operatorname{sen} [\beta_0 (\frac{l}{2} - z')] e^{j\beta_0 z' \cos\theta} dz' + \int_0^{+\frac{l}{2}} \operatorname{sen} [\beta_0 (\frac{l}{2} + z')] e^{j\beta_0 z' \cos\theta} dz' \right\} \quad (4.35)$$

después de algunas manipulaciones matemáticas

$$E_{\theta} = j\eta_0 \frac{I_0 e^{-j\beta_0 r}}{2\pi r} \left\{ \frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\operatorname{sen}\theta} \right\} \quad (4.36)$$

$$H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{\eta_0} = j \frac{I_0 e^{-j\beta_0 r}}{2\pi r} \left\{ \frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\operatorname{sen}\theta} \right\} \quad (4.37)$$

La magnitud del vector de Poynting o la potencia radiada por el dipolo es

$$S_{rad} = \frac{1}{2} \Re[\vec{E} \times \vec{H}^*]$$

$$S_{rad} = \frac{1}{2\eta_0} |E_{\theta}|^2 \hat{\mathbf{a}}_z = \eta_0 \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left\{ \frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\operatorname{sen}\theta} \right\}^2 \quad (4.38)$$

y la *intensidad de radiación* será

$$\frac{dP_r}{d\Omega} = r^2 S_{rad} = \eta_0 \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left\{ \frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\operatorname{sen}\theta} \right\}^2 \quad (4.39)$$

- En la figura 4.13 se muestran los patrones de radiación normalizados para dipolos con diferente longitud y se muestra su HPBW en la tabla (4.1). Conforme la longitud del dipolo aumenta a más de una λ , el número de lóbulos secundarios comienza a incrementarse. La distribución de corriente para los dipolos se muestra en la figura 4.14 .

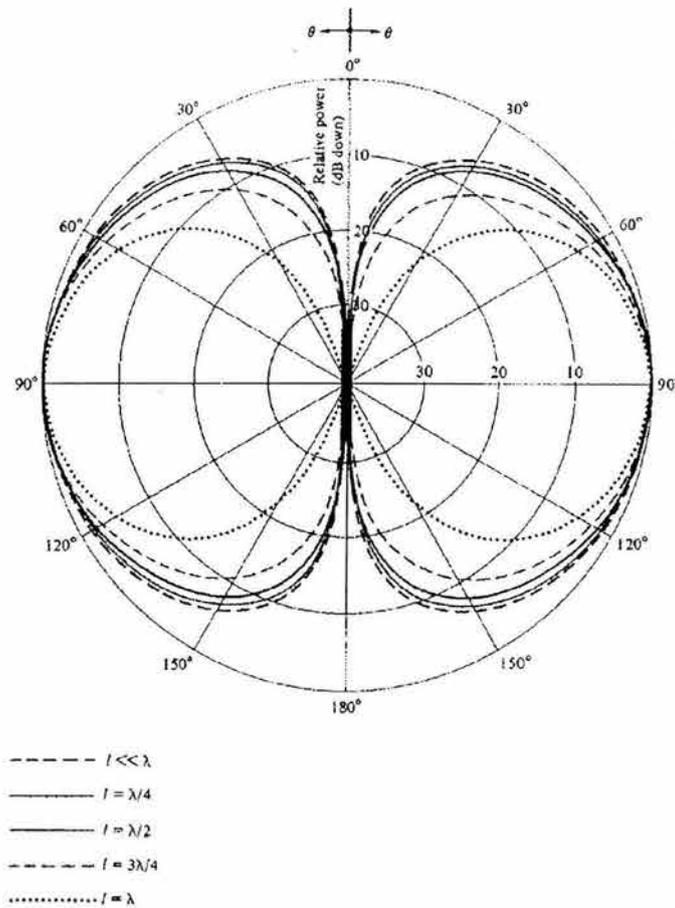


Figura 4.13: Patrón de radiación para un dipolo delgado, para diferentes longitudes con distribución sinusoidal de corriente [Tomada de Antenna Theory] .

Para encontrar la *potencia total radiada*, el vector de Poynting se integra sobre una superficie de radio r

$$P_r = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_{rad} \cdot dA = \eta_0 \frac{|I_0|^2}{4\pi} \int_0^\pi \left\{ \frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\sin\theta} \right\}^2$$

resolviendo esta integral se puede obtener la *resistencia de radiación* para el dipolo, expresándola como

$$R_r = \frac{2P_r}{|I_0|^2} \quad (4.40)$$

El patrón de radiación de un dipolo se vuelve más direccional conforme su longitud se incrementa. Cuando la longitud del dipolo es grande comparada con la longitud de onda, el número de lóbulos se incrementa y la antena pierde sus propiedades direccionales

longitud de dipolo	ancho del haz a 3dB
$l \ll \lambda$	90°
$l = \frac{\lambda}{4}$	87°
$l = \frac{\lambda}{2}$	78°
$l = \frac{3\lambda}{4}$	64°
$l = \lambda$	47.8°

Tabla 4.1: Ancho del haz de media potencia para dipolos de diferente longitud

[Balanis, 1982]. La directividad esta definida matemáticamente como

$$D = 4\pi \frac{F(\theta, \phi)_{max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \text{sen}\theta \, d\theta d\phi}$$

donde $F(\theta, \phi)$ está relacionado con la intensidad de radiación $\frac{dP_r}{d\Omega}$ como

$$\frac{dP_r}{d\Omega} = U_0 F(\theta, \phi)$$

para un dipolo de longitud l

$$F(\theta, \phi) = F(\theta) = \left\{ \frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\text{sen}\theta} \right\}^2$$

donde $U_0 = \eta_0 \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2}$, entonces debido a que la función para el patrón de radiación no es función de ϕ , se reduce a

$$D = 4\pi \frac{F(\theta)_{max}}{\int_0^\pi F(\theta) \text{sen}\theta \, d\theta d\phi}$$

donde $F(\theta)_{max}$ varía y depende de la longitud del dipolo, en la figura 4.15 se muestra los valores de directividad para dipolos con diferentes longitudes.

La potencia de entrada en las terminales es igual a la potencia que se tiene cuando la corriente es máxima suponiendo que la antena no tiene pérdidas

$$\frac{|I_{in}|^2}{2} R_{in} = \frac{|I_0|^2}{2} R_r$$

donde

R_{in} = Resistencia a la entrada de las terminales

R_r = Resistencia de radiación en el máximo de corriente

I_0 = corriente máxima

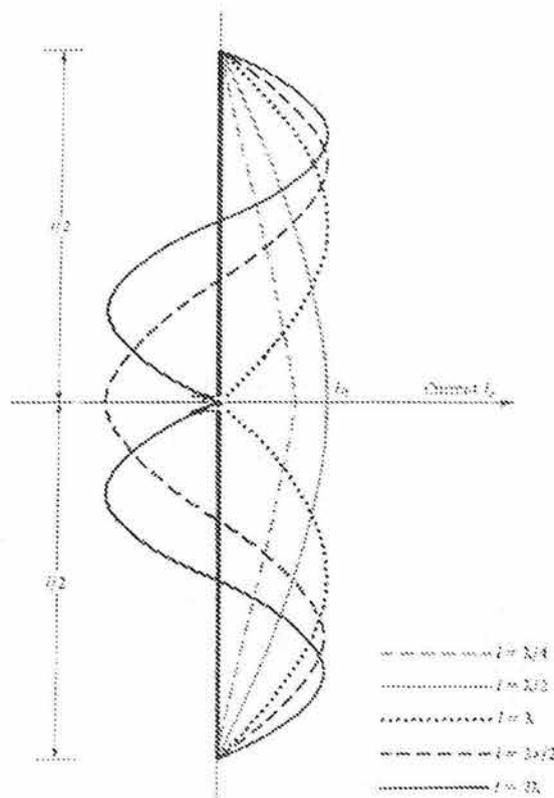


Figura 4.14: Distribuciones de corriente a lo largo de una antena dipolar [Tomada de Antenna Theory] .

I_{in} = corriente a la entrada de las terminales de la antena

Para un dipolo de longitud l , I_{in} se relaciona con I_0 de la siguiente forma

$$I_{in} = I_0 \text{sen}\left(\frac{\beta_0 l}{2}\right)$$

y entonces la *resistencia de entrada del dipolo* es

$$R_{in} = \frac{R_r}{\text{sen}^2\left(\frac{\beta_0 l}{2}\right)} \quad (4.41)$$

4.9 Arreglos

En muchas aplicaciones es necesario diseñar antenas muy directivas, con altas ganancias para lograr captar o emitir radiación desde y hacia lugares muy distantes. Esto se

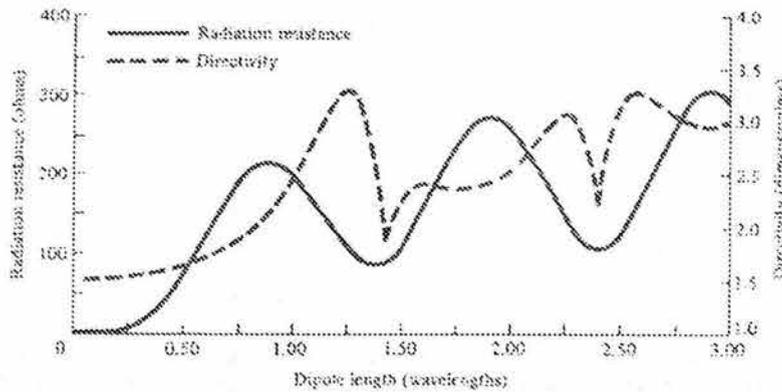


Figura 4.15: Directividad y resistencia de radiación en función de la longitud del dipolo [Tomada de Antenna Theory].

puede realizar incrementando el tamaño eléctrico de la antena. Entonces es necesario ensamblar varios elementos de radiación en una configuración eléctrica y geométrica, ésta nueva antena formada por multielementos es lo que se conoce como *arreglo*. Los elementos de un arreglo pueden ser iguales, aunque no es necesario pero es más conveniente, simple y práctico.

El campo total del arreglo es la suma de los campos radiados por cada elemento individual. Para crear patrones directivos es necesario que los campos de los elementos del arreglo interfieran constructivamente, es decir, que se sumen en la dirección deseada y que interfieran destructivamente o se cancelen en el espacio restante, en un arreglo hay factores importantes que se deben tomar en consideración

- Configuración geométrica del arreglo (lineal, rectangular, circular, etc.).
- Distancia entre los elementos.
- Excitación en amplitud de los elementos individuales.
- Excitación en fase de cada elemento
- Patrón de radiación de cada elemento

4.9.1 Arreglo de Antenas Isotrópicas

Una antena *isotrópica* se define como una antena hipotética que radía con la misma intensidad en todas direcciones. Una fuente puntual es un ejemplo de este tipo de radiador. Aunque este tipo de antena no es físicamente realizable, se toma como referencia para expresar propiedades directivas de antenas prácticas.

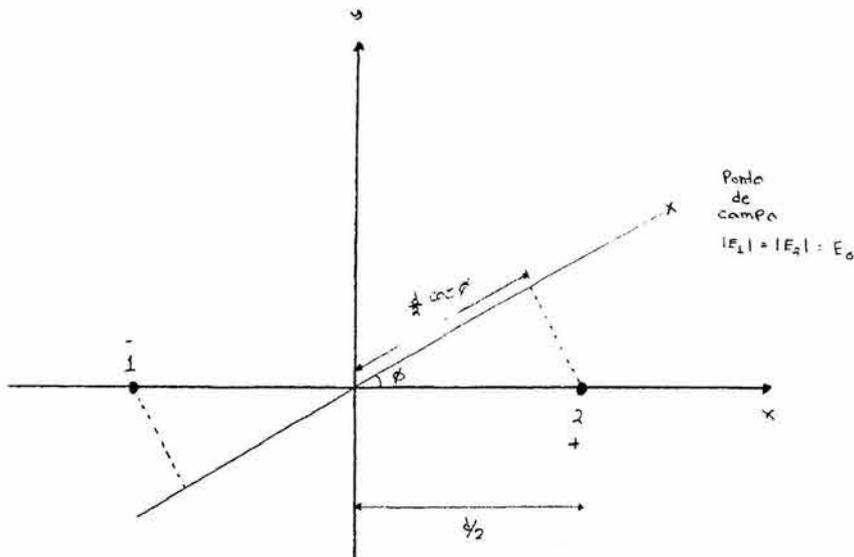


Figura 4.16: arreglo de dos fuentes en fase .

La forma más sencilla para formar un arreglo, es colocar los elementos en línea, considérese un arreglo formado por dos antenas isotrópicas colocadas en el eje x como se ve en la figura 4.16. El campo total radiado por los dos elementos será la suma de los campos de cada uno

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

considerando que las dos antenas tienen *misma amplitud de alimentación*, es decir,

$$E_0 = |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

de la geometría de la figura, la diferencia de fase de una onda con respecto a un elemento imaginario colocado en el origen, está dado por el término $d \cos \theta$. Mientras que la diferencia en la *excitación inicial de fase* de cada elemento está dada por δ . Teniendo como consecuencia que la fase de una onda radiada por cada elemento que conforma el arreglo está en función de la geometría del arreglo y de la excitación inicial en fase.

$$\psi = d \cos \theta + \delta$$

como ψ debe estar en radianes y d es una dimensión geométrica que tiene unidades de longitud, entonces se multiplica d por la constante de propagación de la onda β y se obtiene a d en radianes, tal y como se muestra en seguida

$$d_{rad} = d \beta = d \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)$$

entonces la fase de las ondas radiadas en función de la separación de cada elemento que conforma el arreglo y la excitación inicial de fase es:

$$\psi = \beta d \cos \theta + \delta \quad (4.42)$$

Suponiendo que las antenas tienen la *misma excitación en fase*, entonces $\delta = 0$ y el campo total se puede expresar como sigue

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0 e^{j\frac{\psi}{2}} + E_0 e^{-j\frac{\psi}{2}} \quad (4.43)$$

donde $E_0 e^{j\frac{\psi}{2}}$ es el campo radiado por la antena 2 en el punto P que está localizado en el campo lejano, la onda radiada por la antena 2 llegará con un adelanto de fase de $+\frac{\psi}{2}$ debido a su posición con respecto al origen del sistema de referencia. Y $E_0 e^{-j\frac{\psi}{2}}$ es el campo radiado por la antena 1 y en el punto P la onda radiada por la antena 1 llegará con un retraso de fase de $-\frac{\psi}{2}$ debido a su posición con respecto al origen del sistema de referencia.

La ecuación (4.43) se puede reescribir como sigue

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{2}{2} E_0 (e^{j\frac{\psi}{2}} + e^{-j\frac{\psi}{2}})$$

$$\vec{\mathbf{E}} = 2E_0 \left(\frac{e^{j\frac{\psi}{2}} + e^{-j\frac{\psi}{2}}}{2} \right)$$

por identidad trigonométrica $\left(\frac{e^{j\frac{\psi}{2}} + e^{-j\frac{\psi}{2}}}{2} \right) = \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)$, entonces

$$\vec{\mathbf{E}} = 2E_0 \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad (4.44)$$

Ahora, para dibujar el patrón de radiación se normaliza el campo total dado por la expresión (4.44), teniendo entonces

$$\vec{\mathbf{E}} = \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)$$

usando la consideración de que la excitación de fase inicial es la misma para las dos antenas ($\delta = 0$), se tiene

$$\vec{\mathbf{E}} = \cos\left(\frac{\beta d \cos \theta}{2}\right) \quad (4.45)$$

suponiendo que la separación d entre las antenas isotrópicas sea $\frac{\lambda}{4}$

$$\psi = \beta d \cos \theta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{4}\right) \cos \theta = \frac{\pi}{2} \cos \theta$$

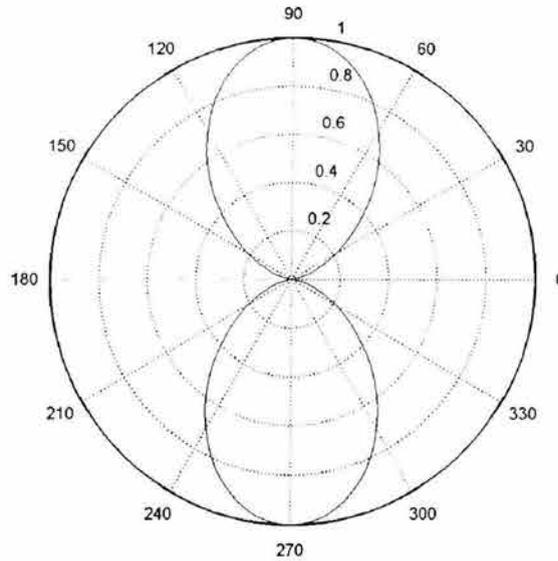


Figura 4.17: patrón de radiación arreglo de dos fuentes en fase .

entonces el campo total normalizado radiado por dos fuentes puntuales separadas $\frac{\lambda}{4}$, alimentadas con la misma amplitud y fase es

$$\vec{E} = \cos\left(\frac{\pi}{4} \cos\theta\right) \quad (4.46)$$

de la ecuación (4.46) se obtiene el patrón de radiación que se muestra en la figura 4.17.

Ahora cuando se tiene un arreglo de dos fuentes isotrópicas alimentadas con la misma amplitud pero en antifase, es decir, para un tiempo t_0 la onda radiada por la antena 2 de la figura 4.18, alcanzará un máximo, mientras que la onda que se radia desde la antena 1 presentará un mínimo. La ecuación para el campo total en un punto P del campo lejano se puede expresar como

$$|\vec{E}| = E_0(e^{j\frac{\psi}{2}} - e^{-j\frac{\psi}{2}})$$

donde $\psi = \beta d \cos\theta$

$$|\vec{E}| = 2jE_0 \left(\frac{e^{j\frac{\psi}{2}} - e^{-j\frac{\psi}{2}}}{2j} \right)$$

$$|\vec{E}| = 2jE_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad (4.47)$$

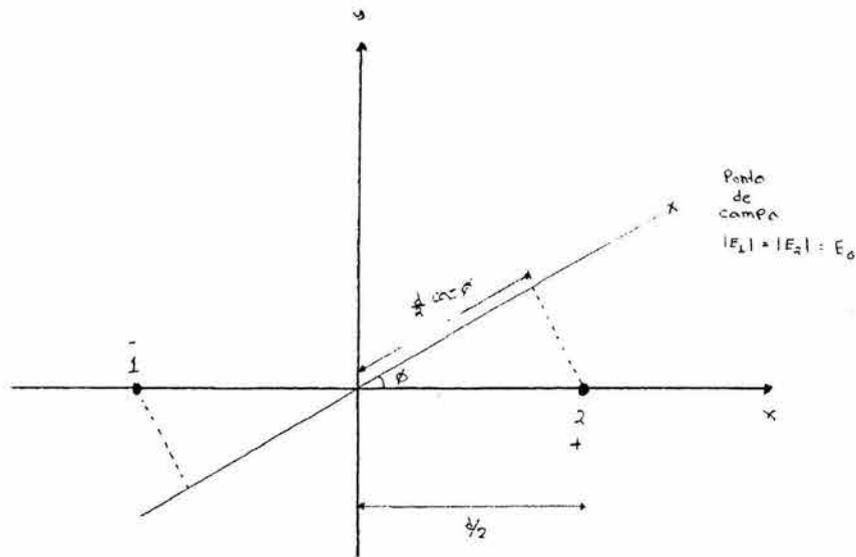


Figura 4.18: Arreglo de dos fuentes en antifase .

obteniendo la magnitud normalizada del campo total para dibujar el patrón de radiación se llega a

$$|\vec{E}| = \text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)$$

suponiendo que las dos fuentes están separadas $\frac{\lambda}{2}$

$$\psi = \beta d \cos\theta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{2}\right) \cos\theta = \pi \cos\theta$$

entonces el campo total normalizado radiado por dos fuentes puntuales alimentadas con la misma amplitud y en antifase es

$$\vec{E} = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right) \quad (4.48)$$

de la ecuación (4.48) se obtiene el patrón de radiación que se muestra en la figura 4.19

4.9.2 Arreglo de Dipolos Infinitesimales

De la ecuación (4.19) se tiene que el campo radiado por un dipolo infinitesimal colocado a lo largo del eje z , en el campo lejano es

$$\vec{E} = \frac{j\eta_0\beta_0 I dl}{4\pi} e^{-j\beta_0 r} \text{sen}\theta \frac{1}{r} \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

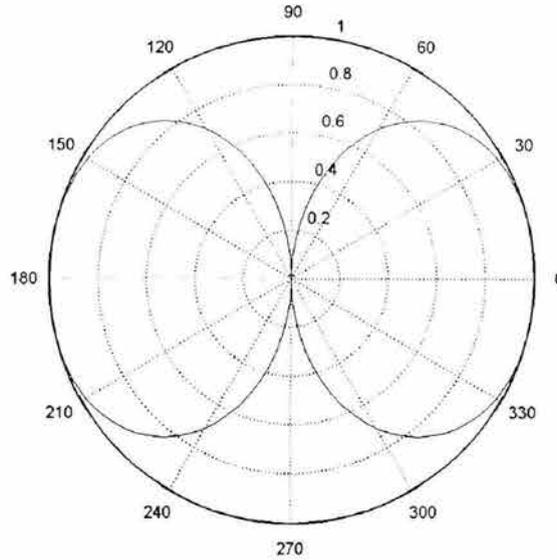


Figura 4.19: Patrón de radiación de arreglo de dos fuentes en antifase.

pero si ahora el dipolo se coloca sobre el eje z pero en dirección y tal y como muestra la figura 4.20, el campo será entonces

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{j\eta_0\beta_0 I dl}{4\pi} e^{-j\beta_0 r} \cos\theta \frac{1}{r} \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

en donde las propiedades de radiación sólo han cambiado por cuestiones de orientación del elemento radiador pero lo que hay que notar es que los lóbulos de radiación siguen siendo ortogonales a la longitud del dipolo. Ahora, en la figura 4.20, se muestra un arreglo formado por dipolos infinitesimales separados y colocados en la dirección yz , entonces el campo radiado por los 2 elementos será la suma de los campos de cada uno teniendo que el campo total radiado es

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \frac{j\eta_0\beta_0 I dl}{4\pi} \left\{ e^{-j(\beta_0 r_1 + \delta_1)} |\cos\theta_1| \frac{1}{r_1} + e^{-j(\beta_0 r_2 + \delta_2)} |\cos\theta_2| \frac{1}{r_2} \right\} \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

para este caso se ha considerado que ambos dipolos tienen la misma amplitud de alimentación y la misma fase de excitación inicial, lo cual indica que $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, de la figura 4.20(b) en el campo lejano se tiene que

$$\begin{aligned} \theta_1 &\simeq \theta_2 = \theta \\ r_1 &\simeq r - \frac{d}{2} \cos\theta \end{aligned}$$

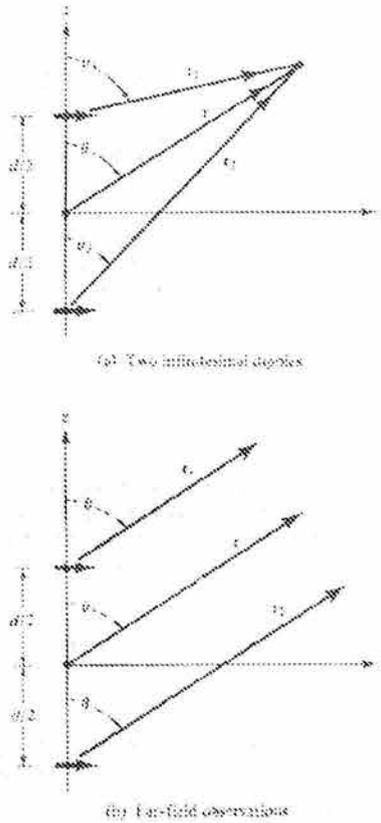


Figura 4.20: Geometría de un arreglo de dos dipolos infinitesimales, posicionado a lo largo del eje z [Tomada de Antenna Theory].

$$r_2 \simeq r + \frac{d}{2} \cos\theta$$

$$r_1 \simeq r_2 \simeq r$$

ahora usando las consideraciones anteriores para el campo lejano y el cambio de variable $\frac{\alpha}{2} = \delta$, entonces la ecuación para el campo eléctrico total queda

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \frac{j\eta_0\beta_0 I d l e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} \left\{ e^{j\left\{\frac{d}{2}\cos\theta + \frac{\alpha}{2}\right\}} \cos\theta + e^{-j\left\{\frac{d}{2}\cos\theta + \frac{\alpha}{2}\right\}} \cos\theta \right\} \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

la distancia entre los elementos debe de ser expresada en radianes, así que

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \frac{j\eta_0\beta_0 I d l e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} |\cos\theta| \left\{ e^{j\left\{\frac{d\beta_0 \cos\theta + \alpha}{2}\right\}} + e^{-j\left\{\frac{d\beta_0 \cos\theta + \alpha}{2}\right\}} \right\} \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \frac{j\eta_0\beta_0 I d l e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} |\cos\theta| 2 \left\{ \frac{e^{j\left\{\frac{d\beta_0 \cos\theta + \alpha}{2}\right\}} + e^{-j\left\{\frac{d\beta_0 \cos\theta + \alpha}{2}\right\}}}{2} \right\} \hat{\mathbf{a}}_\theta$$

$$\vec{\mathbf{E}}_t = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \frac{j\eta_0\beta_0 I d l e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} |\cos\theta| 2 \cos\left\{\frac{d\beta_0 \cos\theta + \alpha}{2}\right\}$$

haciendo $d\beta_0 \cos\theta + \alpha = \psi$ se tiene que

$$\vec{\mathbf{E}}_t = \frac{j\eta_0\beta_0 I d l e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} |\cos\theta| 2 \cos\left\{\frac{\psi}{2}\right\} \quad (4.49)$$

el término $2\cos\left\{\frac{\psi}{2}\right\}$ es el que se obtuvo en la ecuación (4.44) para el campo radiado por dos fuentes isotropicas con la misma amplitud de alimentación y la misma excitación de fase inicial, y este término se conoce como *factor del arreglo* y el término $\frac{j\eta_0\beta_0 I d l e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} |\cos\theta|$ es el campo radiado por un dipolo infinitesimal colocado en el origen. Entonces el campo eléctrico radiado por un arreglo de dos elementos idénticos, en el campo lejano, es igual al producto del campo de un elemento en un punto de referencia que usualmente es el origen y el factor del arreglo.

$$\vec{\mathbf{E}}_t = \vec{\mathbf{E}}_{\text{elemento radiador en el origen}} \times \text{factor del arreglo (FA)}$$

Esto es válido para arreglos con cualquier número de elementos que no necesariamente tengan magnitudes o fases iguales. El FA no depende de las características direccionales de los elementos de radiación que lo componen, así que el FA para cualquier arreglo con cualquier tipo de elementos idénticos se puede obtener considerando cada elemento como si fuese una fuente isotrópica [Balanis,1982].

Suponiendo que en un arreglo de dos dipolos infinitesimales hay una diferencia de fase entre los dipolos de $\alpha = -\frac{\pi}{2}$, entonces $\delta = \frac{\alpha}{2} = -\frac{\pi}{4}$ y hay una separación entre ellos de $\frac{\lambda}{4}$, entonces de la ecuación (4.49), el campo normalizado esta dado por

$$\mathbf{E}_t = |\cos\theta| \cos\left\{\frac{\frac{\lambda}{4} \frac{2\pi}{\lambda} \cos\theta - \frac{\pi}{2}}{4}\right\} = |\cos\theta| \cos\left\{\frac{\pi}{4}(\cos\theta - 1)\right\}$$

el campo se cancela cuando

$$\mathbf{E}_t = |\cos\theta| \cos\left\{\frac{\frac{\lambda}{4} \frac{2\pi}{\lambda} \cos\theta - \frac{\pi}{2}}{4}\right\} = |\cos\theta| \cos\left\{\frac{\pi}{4}(\cos\theta - 1)\right\} |_{\theta=\theta_n}$$

por el término $|\cos\theta| = 0$ para cuando $\theta_n = \pm 90^\circ$ y $\left\{\frac{\pi}{4}(\cos\theta - 1)\right\} = 0$ para cuando $\theta_n = 180^\circ$, el patrón de radiación para el campo total de arreglo se muestra en la figura 4.21 .

4.9.3 Arreglo Lineal de N Fuentes Puntuales

Considérese la figura 4.22 y asumiendo que los N elementos que componen el arreglo son radiadores isotrópicos que radían 1 V/m con respecto a un punto en el campo

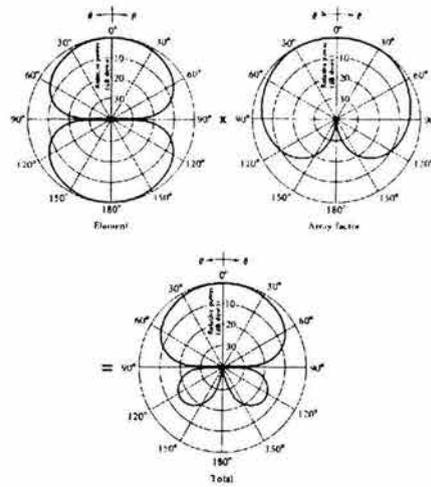


Figura 4.21: En esta figura se muestra la multiplicación de patrones, en donde el patrón de radiación en la parte superior izquierda es el consecuente de un solo elemento que conforma al arreglo, mientras que el patrón a su derecha es el producido por un arreglo de dos elementos separados $\frac{\lambda}{4}$, produciendo como consecuencia el patrón de radiación total del arreglo mostrado en la parte inferior.

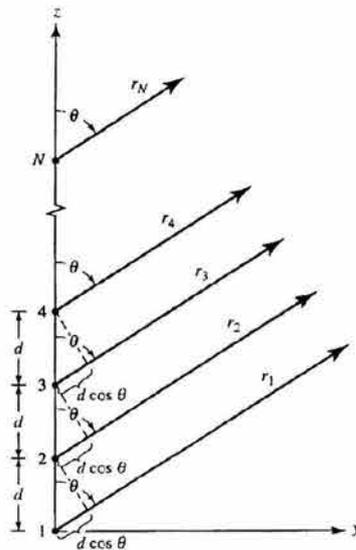


Figura 4.22: Geometría que muestra la radiación en el campo lejano de un arreglo de N fuentes, posicionadas a lo largo del eje z .

lejano, el mismo espaciamiento, la misma excitación en fase y existe un defasamiento progresivo entre fuentes adyacentes, es decir, que existe el mismo defasamiento entre fuentes adyacentes, entonces la diferencia de fase entre cada fuente puntual es

$$\psi = \beta d \cos \theta + \delta$$

El factor del arreglo para las N fuentes isotrópicas mostradas en la figura 4.22 es el campo total radiado por cada elemento radiador que conforma el arreglo, entonces,

$$\mathbf{E} = FA = 1 + e^{j\psi} + e^{2j\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi} \quad (4.50)$$

esto puede ser expresado mediante una sumatoria como sigue

$$FA = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi} \quad (4.51)$$

multiplicando ambos miembros de la ecuación (4.50) por $e^{j\psi}$

$$e^{j\psi} FA = e^{j\psi} + e^{2j\psi} + e^{3j\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi} \quad (4.52)$$

restando (4.51) de (4.52)

$$\begin{aligned} FA(e^{j\psi} - 1) &= -1 + e^{jN\psi} \\ FA &= \frac{e^{jN\psi} - 1}{e^{j\psi} - 1} = e^{j\frac{(N-1)}{2}\psi} \left\{ \frac{e^{j(\frac{N}{2})\psi} - e^{-j(\frac{N}{2})\psi}}{e^{j(\frac{1}{2})\psi} - e^{-j(\frac{1}{2})\psi}} \right\} \\ FA &= e^{j\frac{(N-1)}{2}\psi} \left\{ \frac{\text{sen}(\frac{N}{2}\psi)}{\text{sen}(\frac{1}{2}\psi)} \right\} \end{aligned}$$

si el punto de referencia es el centro físico del arreglo, entonces

$$FA = \frac{\text{sen}(\frac{N}{2}\psi)}{\text{sen}(\frac{\psi}{2})} \quad (4.53)$$

para valores pequeños de ψ , FA se puede aproximar como

$$FA \simeq \frac{\text{sen}(\frac{N}{2}\psi)}{\frac{\psi}{2}} \quad (4.54)$$

el máximo valor que puede tomar FA es N, entonces normalizando

$$FA_N = \frac{1}{N} \left\{ \frac{\text{sen}(\frac{N}{2}\psi)}{\frac{\psi}{2}} \right\} \quad (4.55)$$

por identidad trigonométrica, la ecuación (4.54) se puede expresar como sigue

$$FA = \frac{\text{sen}(\frac{N}{2}\psi)}{\frac{N}{2}\psi} \quad (4.56)$$

Para encontrar los ángulos para los cuales el FA es nulo y por lo tanto las direcciones en donde no existe radiación, se tiene de (4.54) que

$$\text{sen}(\frac{N}{2}\psi) = 0 \Rightarrow \frac{N}{2}\psi = \pm n\pi$$

$$\psi = \frac{2}{N}(\pm n\pi)$$

$$\beta d \cos\theta_n + \delta = \frac{2}{N}(\pm n\pi)$$

$$\cos\theta_n = \frac{1}{\beta d}(-\delta \pm \frac{2n}{N}\pi) = \frac{\lambda}{2\pi d}(-\delta \pm \frac{2n}{N}\pi)$$

$$\theta_n = \cos^{-1} \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d}(-\delta \pm \frac{2n}{N}\pi) \right\} \quad n = 1, 2, 3... \quad n \neq N, 2N, 3N...$$

el valor de n determina el orden de los mínimos, para que el FA sea cero, entonces el argumento de \cos^{-1} no debe exceder la unidad. El número de mínimos que pueden existir será función de la separación de los elementos y de la diferencia en la fase de excitación.

Los valores máximos para FA ocurren cuando de la ecuación (4.53)

$$\text{sen}(\frac{\psi}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{\psi}{2} = \pm m\pi$$

$$\beta d \cos\theta_m + \delta = \pm 2m\pi$$

$$\cos\theta_m = \frac{1}{\beta d}(-\delta \pm 2m\pi) = \frac{\lambda}{2\pi d}(-\delta \pm 2m\pi)$$

$$\theta_m = \cos^{-1} \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d}(-\delta \pm 2m\pi) \right\} \quad m = 0, 1, 2, 3...$$

cuando $\psi = 0$ se logra el mayor máximo del FA y ocurre cuando $m=0$,

$$\theta_m = \cos^{-1} \left\{ \frac{\lambda\delta}{2\pi d} \right\}$$

y resulta ser el máximo de lóbulo principal.

De la ecuación (4.56) se nota que si se realiza el cambio de variable $x = \frac{N}{2}\psi$ el FA queda,

$$FA = \frac{\text{sen}x}{x}$$

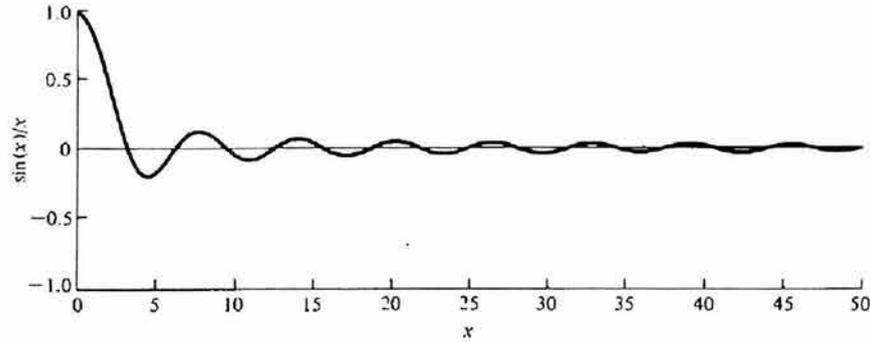


Figura 4.23: Gráfica para la función sinc, de donde se observa que para un valor de $x = 1.3$, se tiene una amplitud de 0.7 aproximadamente .

ahora el FA está descrito por una función sinc mostrada en la figura 4.23, de donde se observa que para $x \pm 1.391$ la función toma el valor $\frac{A_m \alpha x}{\sqrt{2}}$, lo cual en términos de potencia indica que para esta x , se tiene la mitad de la potencia total radiada o recibida, o en otras palabras, es el punto que está a -3dB por debajo de la amplitud máxima de la función. Ahora el punto de -3 dB para el FA ocurre cuando

$$x = \frac{N}{2}\psi = \frac{N}{2}(\beta d \cos\theta_m + \delta) = \pm 1.391$$

$$\cos\theta_m = \frac{\lambda}{2\pi d} \left(-\delta \pm \frac{2.782}{N} \right)$$

$$\theta_m = \cos^{-1} \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d} \left(-\delta \pm \frac{2.782}{N} \right) \right\} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Para un FA simétrico el ancho del haz de media potencia es

$$\theta_{HPBW} = 2|\theta_m - \theta_{-3dB}|$$

El segundo máximo del FA, o el máximo de los lóbulos secundarios ocurre cuando el numerador de (4.56) toma su valor máximo

$$\text{sen}\left(\frac{N\psi}{2}\right) = \text{sen}\left[\frac{N}{2}(\beta d \cos\theta_s + \delta)\right] \simeq \pm 1$$

resolviendo para θ

$$\theta_s \simeq \frac{\pi}{2} - \text{sen}^{-1} \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d} \left(-\delta \pm \frac{2s+1}{N} \right) \right\} \quad s = 1, 2, 3, \dots$$

para $d \gg \lambda$

$$\theta_s \simeq \frac{\pi}{2} - \frac{\lambda}{2\pi d} \left\{ -\delta \pm \frac{2s+1}{N} \right\} \quad s = 1, 2, 3, \dots$$

el máximo para los lóbulos menores se obtiene cuando

$$\begin{aligned} \frac{N}{2}\psi &= \frac{N}{2}\psi(\beta d \cos\theta_r + \delta) \simeq \pm \frac{3\pi}{2} \\ \theta_r &= \cos^{-1} \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d} \left(-\delta \pm \frac{3\pi}{N} \right) \right\} \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

sustituyendo θ_r en (4.56), se tiene

$$FA_N = \frac{\text{sen}\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\frac{N}{2}\psi} \Big|_{\theta=\theta_s} = \frac{2}{3\pi} = 0.212$$

$$FA_{N_{dB}} = 20 \log_{10} \left(\frac{2}{3\pi} \right) = -13.46 \text{ dB}$$

lo cual indica que el máximo del menor de los lóbulos del factor del arreglo está 13.46 dB por debajo del máximo del lóbulo principal, es decir, que la intensidad del lóbulo mayor es 22.2 veces mayor al máximo del lóbulo menor.

4.9.4 Arreglo Broadside

En algunas aplicaciones es deseable tener la máxima radiación de un arreglo dirigida normalmente al eje del arreglo, entonces, se necesita que el campo de uno de los elementos que conforman el arreglo y el FA sean máximos para $\theta = 90^\circ$. Esto dependerá del tipo de radiadores que se utilicen en el arreglo, de su separación y de la excitación individual para cada radiador. El máximo de FA ocurre cuando

$$\psi = \beta d \cos\theta_m + \delta = 0$$

pero la restricción de que el máximo sea a $\theta = 90^\circ$ hace que

$$\psi = \beta d \cos\theta_m + \delta \Big|_{\theta=90^\circ} = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta = 0$$

entonces, para que un arreglo presente un máximo de radiación a 90° o dicho de otra manera, ortogonalmente al eje del arreglo, es necesario que todos los elementos tengan la misma fase y amplitud de excitación. La separación entre los elementos puede ser de cualquier valor, excepto valores que sean múltiplos enteros de la longitud de onda ($d \neq n\lambda$ $n = 1, 2, 3, \dots$) ya que si $d = n\lambda$

$$\psi = \beta d \cos\theta_m + \delta \Big|_{\delta=0, d=n\lambda} = 2\pi n \cos\theta \Big|_{\theta=0^\circ, 180^\circ} = \pm 2n\pi$$

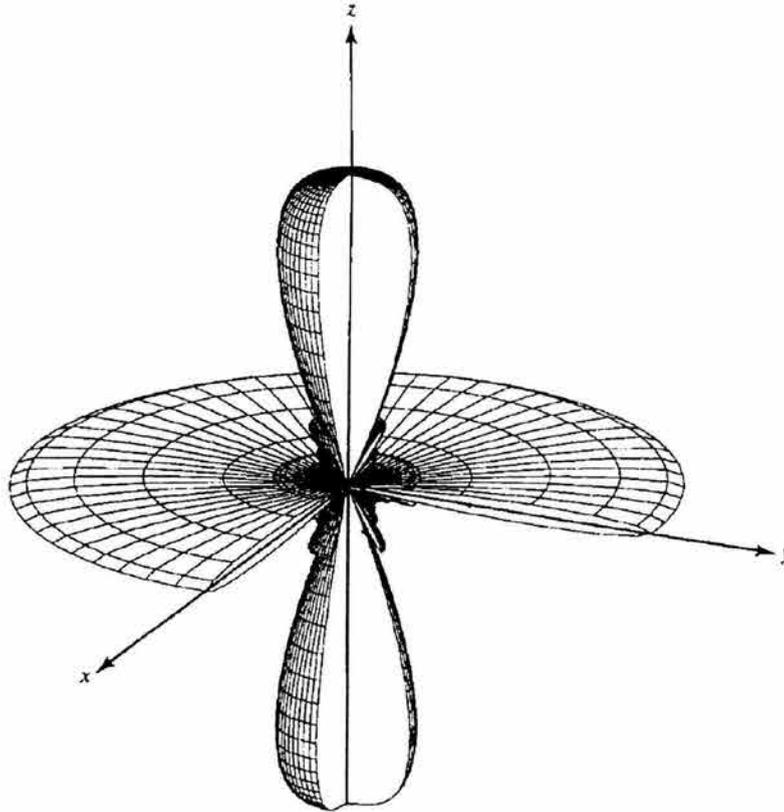


Figura 4.24: Patrón de radiación tridimensional para un arreglo que presenta radiación broadside, es decir, en dirección ortogonal al eje en el que residen los elementos radiadores .

para cuando $\psi = \pm 2\pi n$ se tiene un máximo en el factor del arreglo dirigido a lo largo del eje del arreglo, ver figura 4.24 en donde se muestra el patrón de radiación tridimensional de un arreglo broadside.

En la figura 4.25 se muestra el patrón del FA de un arreglo uniforme de 10 elementos (fuentes isotrópicas) con $\delta = 0$ y $d = \frac{\lambda}{4}$, en donde el único máximo ocurre en $\theta = 90^\circ$ (dirección broadside). También se muestra el patrón del FA para el mismo arreglo para cuando $d = \lambda$, en donde hay un máximo en $\theta = 90^\circ$ y se tiene adicionalmente dos máximos dirigidos a $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 180^\circ$

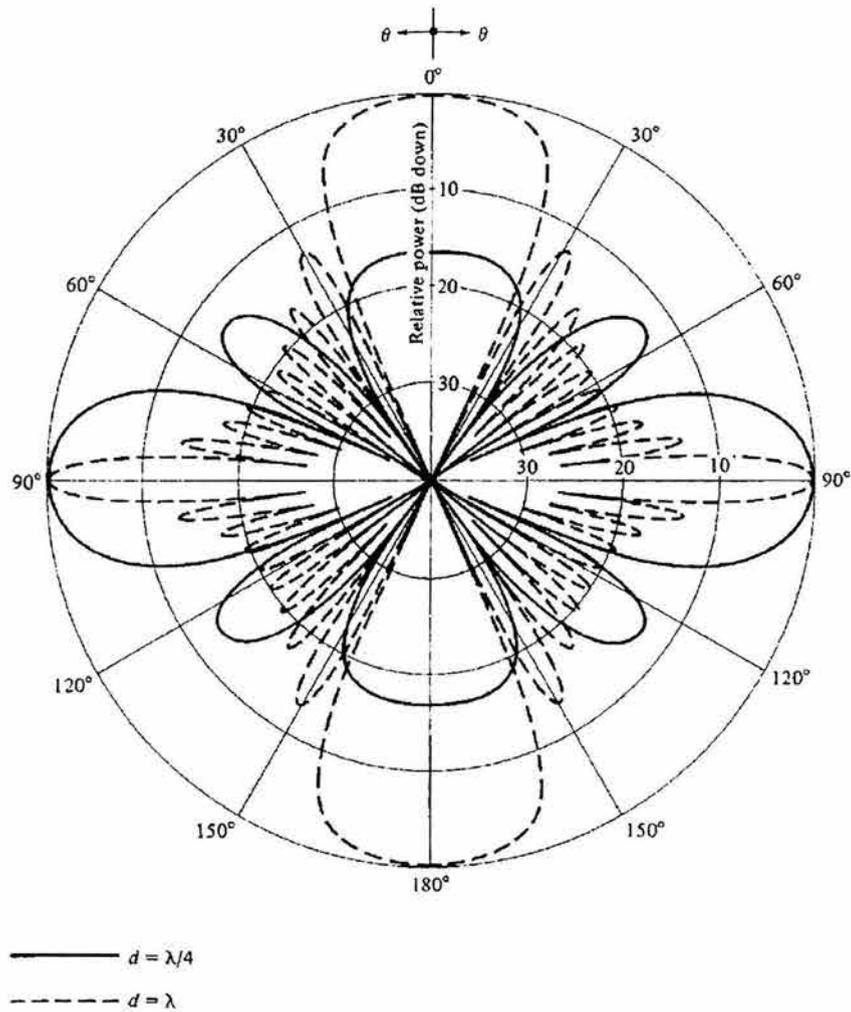


Figura 4.25: Factor del arreglo para 10 elementos espaciados uniformemente que presentan radiación broadside, de donde se nota que el máximo de radiación se tiene para $\pm 90^\circ$, con respecto al eje en el que están contenidos los elementos que conforman al arreglo.

Capítulo 5

Diseño del Radiotelescopio

El centelleo interplanetario de fuentes de radio celestes, es un método de monitoreo de perturbaciones en el medio interplanetario, que puede desarrollarse desde la Tierra. Esto consiste en el movimiento del patrón de difracción producido en la Tierra por una fuente de radio de diámetro pequeño.

El índice de centelleo, $g = \frac{\Delta S}{S}$ donde ΔS es la densidad de flujo rms del centelleo y S es la densidad total de flujo, depende de la potencia dispersada por el medio a lo largo de la línea de visión de la fuente de radio; perturbaciones en el medio interplanetario aparecen como valores de g muy altos o muy bajos comparados con los valores usualmente encontrados [Gapper, 1982].

El arreglo dipolar de Cambridge fue capaz de detectar las nubes de plasma turbulento alejándose del Sol y seguirlas a distancias más allá de la órbita de la Tierra. Haciendo diariamente observaciones de una red de 900 fuentes de radio celestes [Gapper, 1982], se detectaron perturbaciones 5 días antes de que llegarán a la Tierra.

Un mapeo completo del plasma interplanetario necesita de un radiotelescopio muy sensitivo, es decir, que sea capaz de detectar flujos de potencia del orden de decenas de Janskys ($1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}$), provenientes de fuentes de radio muy distantes, y que opere en longitudes de onda métricas. En vista de las consecuencias de las tormentas magnéticas, es deseable obtener diariamente mapas de centelleo interplanetario.

5.1 Frecuencia de Operación

La opción para la frecuencia de operación de un radiotelescopio está limitada por los anchos de banda reservados, especialmente para radioastronomía por acuerdo internacional. La operación fuera de estas bandas es imposible debido al tráfico de radio ya existente y que causaría severas interferencias a radioseñales de fuentes estelares.

Por eso se debe de elegir un sitio suficientemente lejos de fuentes de interferencia en la banda VHF, debido a actividades humanas. La sensibilidad de un radiotelescopio para detectar centelleo interplanetario esta dada por:

$$\Delta S_{min} = K \frac{kT_N}{\eta A} \left(\frac{\Delta f_1 \Delta f_2}{\Delta f_H^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.1)$$

donde

- ΔS_{min} es la mínima densidad de flujo rms detectable por el sistema
- K es una constante del sistema aproximadamente de la unidad
- k es la constante de Boltzman = $1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$
- T_n es la temperatura de ruido del sistema
- ηA es el área efectiva de colección
- Δf_H^2 , ancho de banda de alta frecuencia
- Δf_1 , ancho de banda de postdetección
- Δf_2 , ancho de banda del centellómetro

Realmente lo que interesa es medir el índice de centelleo $g = \frac{\Delta S}{S}$, donde S es la densidad de flujo total de la fuente de radio, de (5.1) se tiene que:

$$g_{min} \sim T_n \eta A^{-1} S^{-1}$$

la temperatura de ruido del sistema T_n , en la banda VHF está definida por la radiación galáctica de fondo y varía en función de la frecuencia como:

$$T_n \sim f^{-2.55}$$

El área efectiva del radiotelescopio es proporcional a su área geométrica, si ésta es cubierta por un número fijo de dipolos entonces se tiene la siguiente relación con la frecuencia

$$\eta A \sim f^{-2}$$

de otro modo ηA es independiente de la frecuencia. La densidad de flujo de una fuente de radio típica varía como;

$$S \sim f^{-0.75}$$

También hay que tomar en consideración que las propiedades de dispersión del medio interplanetario varían con la frecuencia, así que en dimensiones pequeñas, las mediciones de centelleo varían inversamente con la frecuencia, es decir,

$$g \sim f^{-0.75}$$

juntando las condiciones anteriores se tiene que:

- para un área fija

$$g_{min} \sim (f^{-2.55})(f^{0.75})(f^1) = f^{0.8}$$

- para un número fijo de dipolos

$$g_{min} \sim (f^{-2.55})(f^{-2})(f^{0.75})(f^1) = f^{1.2}$$

la mejor opción es la segunda y aunque indica que se debe elegir como frecuencia de operación la más baja posible para maximizar la sensibilidad a los centelleos, hay algunos otros factores como los siguientes:

- El centelleo ionosférico se incrementa rápidamente cuando decrece la frecuencia hasta que la ionosfera se vuelve opaca aproximadamente a los 10 MHz.
- El índice de centelleo se incrementa cuando decrece la elongación ϵ (el ángulo entre las líneas de vista de la Tierra al Sol y de la Tierra a la fuente de radio), aunque se satura cuando la dispersión es muy grande, es decir, cuando el viento solar se mapea muy cerca del Sol (ver figura 5.1) y decrece a cero. Así la frecuencia que se elija determina que tan cerca del Sol, se puede mapear el viento solar.
- La probabilidad de interferencia debido a fuentes de ruido humano se incrementa cuando la frecuencia decrece.

frecuencia f [MHz]	ángulo de elongación ϵ [o]
38	60
81.5	35
151	20

Tabla 5.1: Variación de ϵ_0 con respecto a la frecuencia

Entonces un rango de frecuencias óptimo para que el radiotelescopio opere es de 81.5 MHz a 151 MHz. Así de esta manera se realizaron gestiones ante la Secretaria de Comunicaciones y Transportes (SCT) para que fuera asignada una frecuencia de trabajo dentro de una banda protegida para estudios científicos (Espacio-Tierra) y además que estuviera dentro del rango de frecuencias sugerido por el diseño. Finalmente la banda de frecuencias asignada al proyecto fue de 138.1 MHz a 140.1 MHz, teniendo como

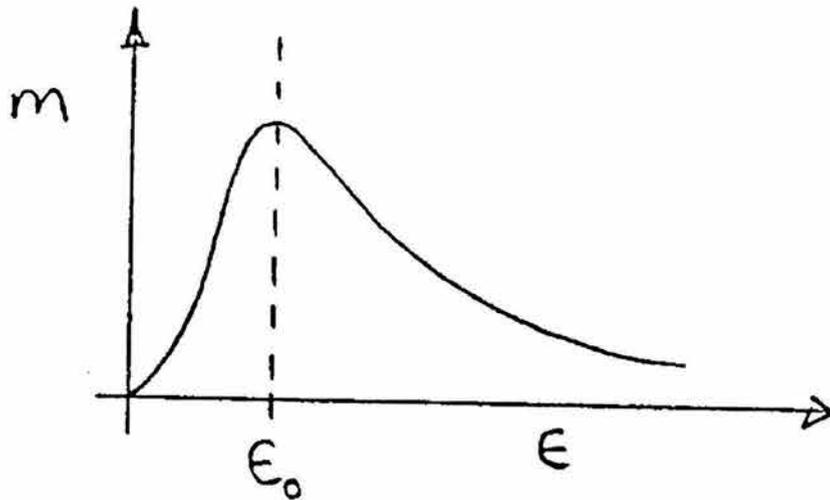


Figura 5.1: Gráfica que muestra la relación entre el índice de centelleo y la elongación.

frecuencia central 139.65 MHz. Las bandas de radiofrecuencias asignadas a diferentes servicios se muestran en la figura 5.2.

La banda dentro de la cual operará el radiotelescopio se ubica en la región 2 (Espacio-Tierra) que inicia en 138 MHz y termina en 142.6 MHz, dentro de esta banda están los sistemas fijos y móviles de radiolocalización e investigación espacial.

5.2 Tamaño de la Antena

El tamaño de la antena determina el número total de fuentes que pueden ser usadas para mapear el plasma interplanetario, de ecuación (5.1), entre más grande sea la antena, será más sensitiva a los centelleos y un gran número de fuentes podrán ser detectadas.

La experiencia con Cambridge muestra que el mínimo de fuentes que se necesitan para mapear el viento solar en 7 esteroradianes de cielo visible es de 500. Este número determina las dimensiones mínimas de un arreglo de radio para detectar centelleo. Esto se puede lograr al construir un arreglo similar al de Cambridge, pero con la mitad de tamaño que el original, es decir, de aproximadamente $10\,000\text{ m}^2$.

En la tabla [5.2] se muestra la cantidad de fuentes de radio estelares centelleantes en el cielo según el requerimiento mínimo absoluto, el mínimo para trabajar y el requerimiento ideal

Se tiene que la sensibilidad o el mínimo flujo detectable de un radiotelescopio esta

ATRIBUCIÓN A LOS SERVICIOS				
INTERNACIONAL		MÉXICO		
REGION 1	REGION 2	REGION 3		NOTAS
137.825 - 138 (espacio tierra) tierra) S5.209	OPERACIONES ESPACIALES (espacio- tierra) METEOROLOGÍA POR SATELITE INVESTIGACIÓN ESPACIAL (espacio- Fijo Móvil por Satélite (espacio - tierra) S5.208 ^a Móvil salvo móvil aeronáutico (R) S5.204 S5.205 S5.206 S5.207 S5.208			
138 -143.6 MÓVIL AERONAUTICO (OR) S5.210 S5.211 S5.212 S5.214	138 - 143.6 FIJO MOVIL RADIOLOCALI- ZACION Investigación Espacial (espacio - Tierra)	138 - 143.6 FIJO MOVIL Investigación espacial (espacio - tierra) S5.207 S5.213	138 - 144 FIJO MOVIL TERRESTRE	MEX84 MEX85 MEX88 A

Figura 5.2: Rango de frecuencias asignadas por la Secretaria de Comunicaciones y Transportes [Tomada de Diario Oficial de la Federación] .

Tipo de rejilla	Número de fuentes centelleantes por esteroradian
mínima absoluta	71
mínima para trabajar	142
ideal	286

Tabla 5.2: Relación de fuentes centelleantes para mapear el viento solar

dado por [Krauss, 1966]:

$$\Delta S_{min} = 2k \frac{\Delta T_{min}}{A_{ef}} \tag{5.2}$$

donde

ΔT_{min} = Mínima temperatura de ruido detectable por el receptor.

k = Constante de Boltzman = $1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{J}{\circ K} \right]$.

A_{ef} = Área física del radiotelescopio multiplicada por su eficiencia de apertura η .

para un receptor tipo Dicke, ΔT_{min} está dada por

$$\Delta T_{min} = 2 \frac{T_{sys}}{\sqrt{\Delta v_{HF} t_{LF}}} \tag{5.3}$$

donde

T_{sys} = Temperatura de ruido del sistema por cada receptor.

$\Delta\nu_{HF}$ = ancho de banda de pre-detección.

t_{LF} = tiempo de integración de pos-detección.

Usando las siguientes consideraciones:

- Temperatura de ruido del sistema $T_{sys} = 2000^\circ K$.
- ancho de banda de predetección $\Delta\nu_{HF} = 1.7 \text{ kHz}$
- tiempo de integración de postdetección $t_{LF} = 0.2 \text{ seg}$
- Una apertura cubierta totalmente por líneas de dipolos orientadas en la dirección Este-Oeste, espaciadas entre ellas $\frac{\lambda}{2}$, tiene una eficiencia de apertura $\eta = 0.8$ [Duffett-Smith].

se tiene

$$\Delta T_{min} = 214.27^\circ K. \quad (5.4)$$

sustituyendo en (5.2)

$$\Delta S_{min} = 2 \left(1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{J}{^\circ K} \right] \right) \frac{214.27^\circ K}{(0.8)(10000m^2)}$$

$$\Delta S_{min} = 7.4 \text{ Jy} \quad (5.5)$$

donde $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$. Entonces las fuentes de radio que tengan una densidad de potencia de flujo mayor o igual a 7.4 Jy , podrán ser captadas por el radiotelescopio en configuración de potencia total.

La sensibilidad de un centellómetro a los centelleos [Duffet-Smith, 1976] esta dado por (5.1) y de las consideraciones con respecto a las condiciones de operación del receptor se obtiene

$$\Delta S_{min} = 2.5 \text{ Jy} \quad (5.6)$$

lo cual indica que la mínima densidad de flujo rms de centelleo detectable por el centellómetro del arreglo es de 7.4 Jy , es decir, las mínimas variaciones detectadas en la potencia promedio de una fuente de ruido serán de 2.5 Jy , un bosquejo de la mínima densidad de flujo rms detectable y de las mínimas variaciones detectables se muestra den la figura 5.3.

Si las dimensiones del arreglo son a y b (ver figura 5.4), entonces

$$\eta A = 0.8ab$$

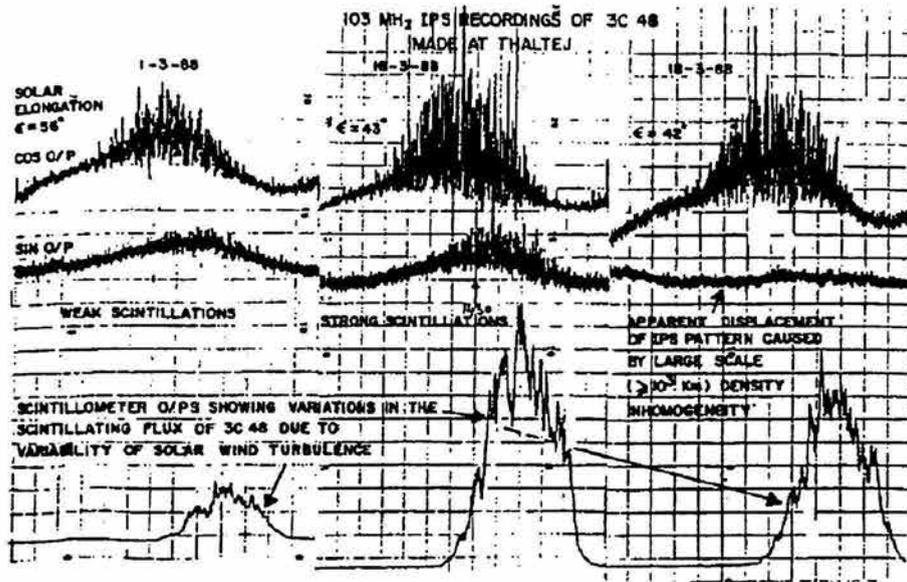


Figura 5.3: Señal que muestra la densidad de flujo mínimo detectable y la mínimas variaciones detectables .

El número de líneas en dirección Este-Oeste

$$R_{E-O} = \frac{b}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{2b}{\lambda}$$

El número dipolos de onda completa por línea

$$D_{1WL} = \frac{a}{\lambda}$$

Por lo tanto: El número total de dipolos es

$$N = \left(\frac{2b}{\lambda}\right)\left(\frac{a}{\lambda}\right) = \frac{2ab}{\lambda^2} = \frac{2(\eta A)}{0.8\lambda^2} \quad (5.7)$$

El número total de dipolos requerido para diferentes condiciones se muestra en la tabla [5.3]

La dimensión máxima permitible en la dirección E-O es determinada por la precisión con la cual se realizan las mediciones de índice de centelleo. El tiempo que dura el paso de una fuente de radio a través del lóbulo de la antena es

$$t \sim \left(\frac{\lambda}{a}\right) \left(\frac{13751}{\cos\delta}\right) [seg] \quad (5.8)$$

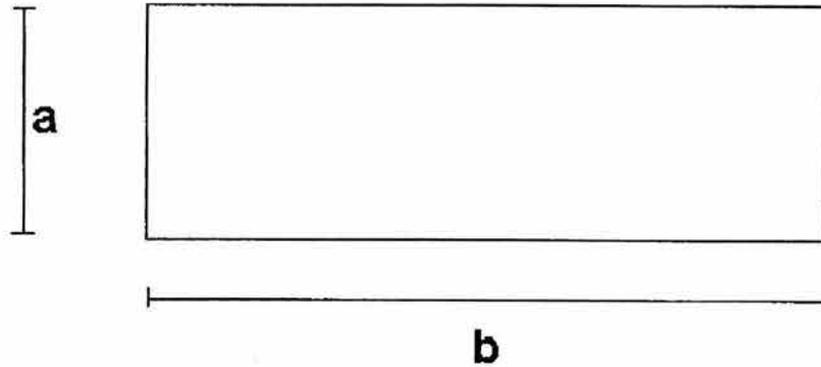


Figura 5.4: Dimensiones del arreglo.

	Número total de dipolos	cercano a 2^p
mínimo absoluto	2564	2048
mínimo para trabajar	3727	4096
ideal	5876	4096

Tabla 5.3: Número total de dipolos requeridos para diferentes condiciones

donde δ es la declinación de la fuente. En este tiempo, hay alrededor de $\frac{t}{2}$ centelleos individuales (el ancho de banda del espectro temporal de potencia de los centelleos comienza alrededor de 0.5 Hz) así que la precisión de las mediciones es $\sim \sqrt{\frac{2}{t}}$. Esto se muestra en la tabla [5.4] para una fuente con $\delta = +20^\circ$

a	tiempo de paso de una fuente	número de centelleos	precisión
128λ	114 s	57	13
64λ	229 s	114	9
32λ	457 s	228	7

Tabla 5.4: Precisión en las mediciones del índice de centelleo en función de la longitud Este-Oeste del arreglo

Si se toman mediciones con un error que no exceda el 10 %, entonces se necesita que la dimensión Este-Oeste sea menor o igual a 64λ . Haciendo la dimensión Este-Oeste más pequeña que 64λ , se requeriría un mayor número de líneas y por lo tanto aumentaría la complejidad y el costo del arreglo. Entonces se adopta que la longitud de la dimensión a (Este-Oeste) sea de 64λ .

Una vez que se ha determinado la longitud para a , de la ecuación (5.7) y de la tabla

[5.3], se obtiene la tabla [5.5] para la posible dimensión del lado b (dirección Norte-Sur) de la antena

	a Este-Oeste	b Norte-Sur	número de líneas
mínimo absoluto	64λ	16λ	32
mínimo para trabajar	64λ	32λ	64
ideal	64λ	32λ	64

Tabla 5.5: Número de líneas de dipolos de onda completa, dadas las dimensiones del arreglo

De la tabla [5.5] las dimensiones físicas finales en el diseño del arreglo, son de 64λ en la dirección Este-Oeste y de 32λ en la dirección Norte-Sur. La antena consistirá de 64 líneas de 64 dipolos de onda completa, cuya longitud de acuerdo a la frecuencia sugerida en el diseño y otorgada por la Secretaria de Comunicaciones es de $\lambda = 2.14 \text{ m}$, teniendo una separación de $\frac{\lambda}{2}$ entre líneas adyacentes. Así de este modo el arreglo cubrirá un área física de 9400 m^2 , tal y como se muestra en la figura 5.5.

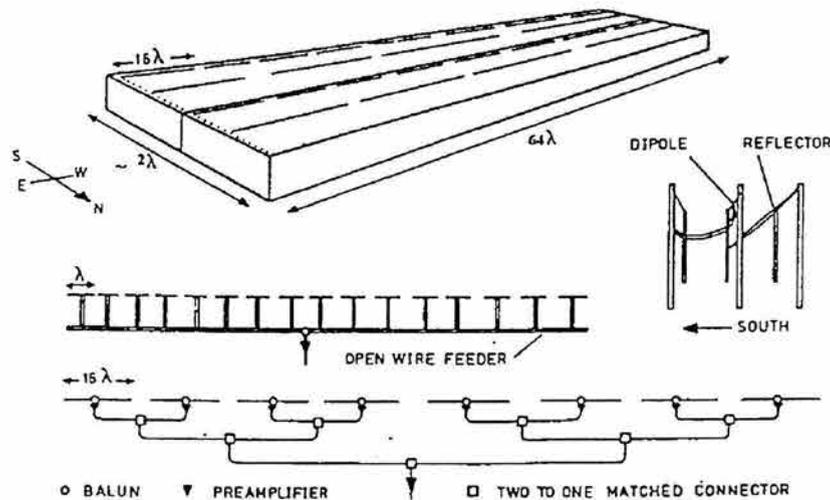


Figura 5.5: Dimensiones del arreglo sugeridas por el diseño .

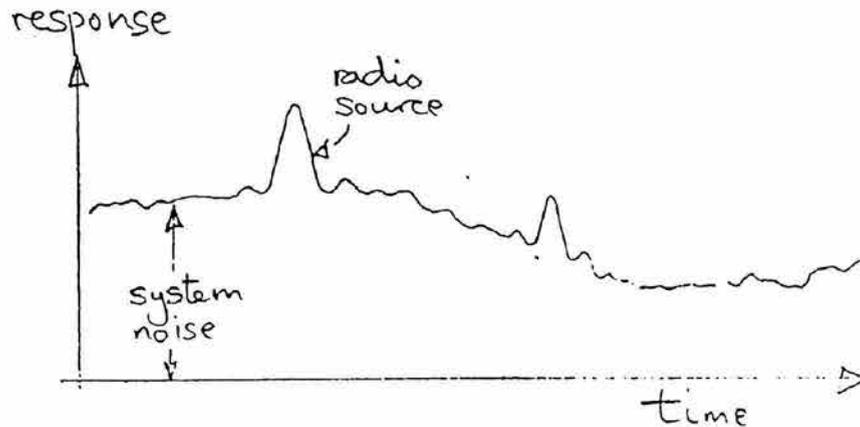


Figura 5.6: Bosquejo de la forma de señal que se espera recibir por el arreglo para cuando las antenas funcionan en configuración de potencia total, es decir, el lóbulo detector apunta ortogonalmente al eje de los elementos radiadores que componen el arreglo.

5.3 Configuración de la Antena

La antena trabajará en configuración de potencia total, en donde todos los elementos de cada una de las 64 líneas de dipolos que conforman la antena son conectados como una sola unidad y toda la potencia recibida se mide directamente. La salida del radiotelescopio como función del tiempo de muestra en la figura 5.6 .

La respuesta a la fuente de radio se ve sobrepuesta a ligeros cambios o deflexiones propios del ruido del sistema. Estas deflexiones son mayores que las asociadas a las fuentes de radio y cambian con las variaciones de temperatura.

Como en las investigaciones de centelleo interplanetario sólo son importantes las fluctuaciones de potencia de las fuentes de radio, se puede colocar un filtro externo para eliminar las pequeñas fluctuaciones de la señal.

La ventaja principal de este modo de operación es el poder duplicar la sensibilidad para el centelleo con requerimientos mínimos en el equipo receptor.

5.4 Descripción General del Arreglo Piloto

Debido al gran tamaño sugerido por el diseño para la operación del radiotelescopio es conveniente iniciar operaciones con un arreglo piloto, es decir, con una pequeña parte de la antena total para así realizar una construcción y funcionamiento del sistema en un tiempo relativamente corto dentro del cual se pueda recabar información y experiencia acerca de las propiedades y funcionamiento de las antenas, dispositivos y equipo

utilizado.

Las líneas Este-Oeste (E-O) se conforman de 64 dipolos y están divididas en 4 unidades básicas de 16 dipolos cada una, conectados a la línea de transmisión de manera que se encuentran polarizados horizontalmente en la dirección E-O. El arreglo total se constituye de 256 unidades básicas con un total de 4096 dipolos de longitud de onda completa.

El arreglo piloto consta de 4 líneas E-O, espaciadas $\frac{\lambda}{2}$ una de otra. Teniendo un total de 16 unidades básicas con un total de 256 dipolos de longitud de onda completa. El área efectiva de la antena del arreglo piloto será

$$\eta A = 0.8ab = 0.8(64\lambda)(2\lambda) = 469 m^2$$

con ésta área se obtiene una sensibilidad dada por la ecuación (5.1) de

$$(\Delta S)_{min} = 157.6 Jy$$

En el hemisferio norte esta sensibilidad es suficiente para detectar fluctuaciones en las señales provenientes del Sol y centelleo en aproximadamente 5 fuentes de radio [Krauss, 1966]. El arreglo piloto tiene como objetivo probar:

- La resistencia mecánica del diseño a las condiciones climáticas.
- El nivel de interferencia en un períodos largo de tiempo.
- La operación adecuada del arreglo de dipolos, la matriz de Butler, los receptores en configuración de potencia total.
- Obtener mejores condiciones de operación a las obtenidas en el arreglo prototipo en Teoloyucán
- El nivel de centelleo ionosférico

Así de este modo el arreglo piloto proporcionará experiencia y los técnicos y estudiantes encargados aprenderemos como continuar con la construcción del gran arreglo final. A continuación se describe brevemente y de manera muy general la operación de este arreglo piloto.

Una vez que la señal es captada por los dipolos y viaja a través de la línea de transmisión bifilar, cada unidad básica de detección se acopla a la siguiente etapa en donde la línea de transmisión es un cable coaxial, por medio de un balun.

Posteriormente la señal en el cable coaxial proveniente de cada sección básica es amplificada para compensar las pérdidas de la señal de RF debido a posibles ineficiencias en el balun o atenuación en el cable coaxial. Después la señal entra a un combinador en donde es combinada con la señal de la sección básica adyacente previamente amplificada.

Después del proceso de combinación por cada línea E-O se tienen dos señales independientes, las cuales pasan por un segundo nivel de combinación para así obtener una sola señal por cada línea E-O.

Si las señales totales de cada línea E-O son combinadas con diferentes incrementos de fase, el haz de cada línea apuntará hacia diferentes declinaciones. La matriz de Butler es un dispositivo formado por acopladores híbridos de 3 dB que funcionan como dispositivos cambiadores de fase de la señal recibida [J.P. Shelton y Hsiao J.K., 1979].

Así cada señal proveniente de cada línea E-O, se amplifica para entrar a una matriz de Butler en donde se combinarán la señales de cada una de las 4 líneas del arreglo piloto en 4 modos diferentes para producir 4 lóbulos cubriendo un rango de declinaciones disponible para la antenna.

Esto es análogo al algoritmo de la transformada de Fourier usado en las computadoras. Si se usa un espaciamiento de $\frac{\lambda}{2}$ entre las líneas los lóbulos laterales se atenúan en el patrón de radiación de la antenna y no es necesario observar todos los lóbulos.

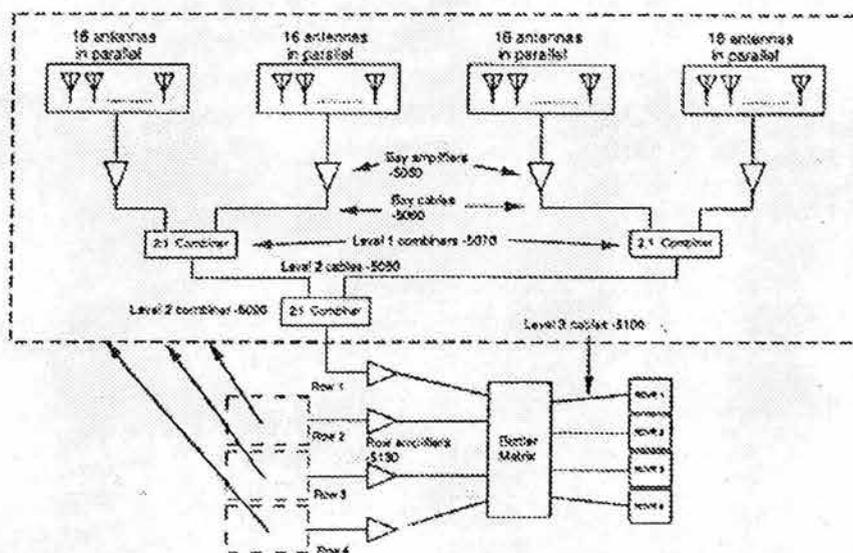


Figura 5.7: Diagrama de bloques del arreglo piloto .

Una vez que las señales salen de la matriz de Butler, llegan a los receptores (uno por cada línea E-O), los cuales trabajan a una frecuencia central de 139.65 MHz y un ancho de banda de 1.5 MHz ahí la señal pasa por el siguiente proceso:

- Conmutación de la señal de RF
- Mezcla de la señal de RF con la señal del oscilador local cuya frecuencia es

de 139.65 MHz, obteniendo a la salida del mezclador una señal de frecuencia intermedia de 10.7 MHz.

- Filtrado de la mezcla con un filtro pasobanda de 8.9 a 12.7 MHz, para obtener una señal de frecuencia intermedia FI y así poder procesarla.
- Amplificación de la señal de FI a través de tres amplificadores de frecuencia intermedia con una ganancia característica de 60 dB.
- Detección de la señal de FI
- Amplificación y filtrado con un arreglo de amplificadores operacionales.
- La última etapa consiste de un circuito integrador, una vez que la señal ha sido integrada pasa a través de un circuito buffer que permite acoplar la impedancia del receptor a un sistema de registro analógico digital.

Ahora se conoce el proceso que sufre la señal captada por el arreglo, para poder traducir el radio-lenguaje de las estrellas en gráficas que nos permitan comprender el estado del medio interplanetario, en las siguientes secciones se describe con mayor detalle cada sección del tránsito que recorre la señal después de que es captada por los dipolos del arreglo.

5.4.1 Estructura de la Antena y Dipolos

Considerando que el radiotelescopio está diseñado como un instrumento para observar únicamente fuentes de radio en tránsito sobre el meridiano local, con una polarización de las unidades detectoras en la dirección E-O, se requiere que la orientación geográfica del arreglo esté en un rango de precisión del orden de segundos de grado. Una vez orientado el norte geográfico hay que nivelar horizontalmente la superficie del terreno y orientar un área de 9400 m^2 , donde se alojarán las 64 líneas de dipolos de longitud de onda completa en dirección E-O. Dentro de ésta superficie, el arreglo piloto solo ocupa 4 líneas E-O cubriendo un área de aproximadamente 590 m^2 .

En caso de obtener una orientación incorrecta del norte geográfico e instalar la antena con esta orientación, los haces del arreglo no se desplegarán sobre el meridiano local y algunas fuentes se captarán antes o después de su tránsito por el meridiano local, generándose un problema de seguimiento e identificación de las fuentes de radio detectadas.

Ahora prosigue el levantamiento de la estructura que sostendrá a las 64 líneas E-O de 64 dipolos de longitud de onda completa. Dicha estructura consta de 64 filas de 17 postes de madera tratada para condiciones extremas de temperatura y presión, las dimensiones de los postes son: 7.62 cm por cada lado y 3 m de altura, manteniendo una separación constante entre postes adyacentes de 8.25 m en dirección E-O y una

separación en dirección N-S de 97.4 cm. Los postes son enterrados a una profundidad de 60 cm sobre el nivel de piso. Hay que recordar que en la estructura descrita en el párrafo anterior se encuentra contenida la estructura del arreglo piloto .

El elemento básico de detección del arreglo es un dipolo de longitud de onda completa que de acuerdo a la frecuencia asignada por la SCT tiene una longitud de 2.14 m, fabricado con alambre desnudo de cobre del 14/AGW cuyo diámetro es 1.63 mm. Cada dipolo es conectado en paralelo a una línea de transmisión bifiliar construída del mismo tipo de material que el dipolo, la conexión entre el dipolo y la línea de transmisión se realiza mediante una línea de transmisión bifiliar de longitud de 1λ , dipolo y línea de transmisión de 1λ se muestran en la figura 5.8 .

Para mantener paralelos los conductores de cobre a una distancia de 2.5 cm en toda la línea de transmisión bifiliar es necesario usar aislantes de plástico implementados con tubos de PVC de 2 cm de diámetro, ver figura 5.9 . Estos tubos deben ser distribuídos cada 30 cm aproximadamente, para así mantener constante la impedancia a lo largo de toda la línea de transmisión.

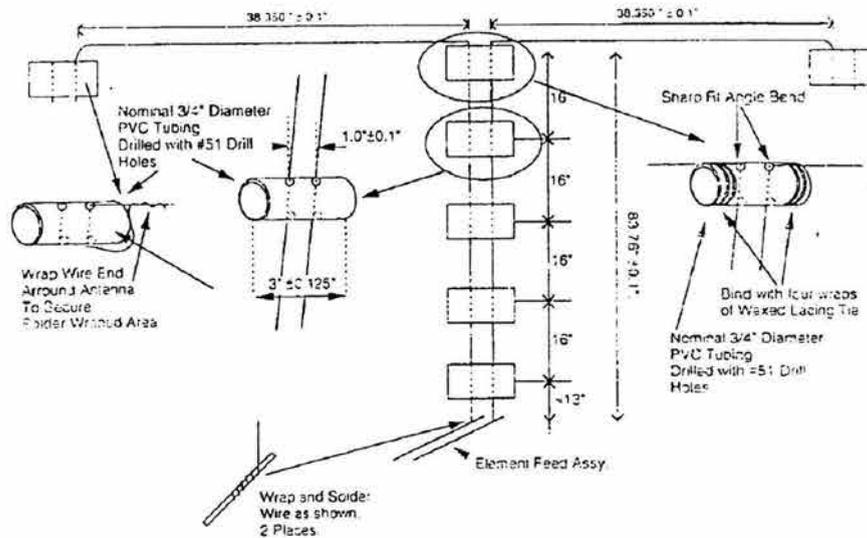


Figura 5.8: Diagrama esquemático que indica las dimensiones y la manera en el ensamble de los dipolos .

Una vez que la estructura de soporte se ha concluido, se procede a tender los dipolos como se muestra en la figura 5.10, en donde se muestran los detalles del tendido de un grupo de 4 dipolos de los 64 que conforman las filas del arreglo. Cada uno de los dipolos se une por sus extremos al siguiente dipolo a través de aislantes de plástico, implementados con un tubo de PVC de 2 cm de diámetro.

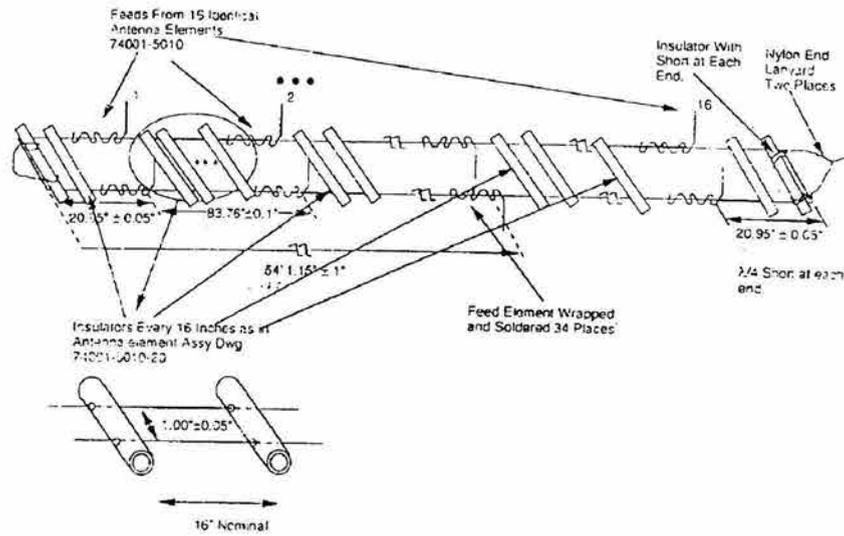


Figura 5.9: Diagrama esquemático que da cuenta de las dimensiones física de los componentes a ensamblar para construir las líneas de transmisión.

La elevación de los dipolos se mantiene constante a través de una cuerda de nylon que se coloca a 2.30 m sobre el nivel de piso y se sujeta por los postes colocados en la estructura de soporte o en su caso de un armazón de concreto al final de cada fila, ver figura 5.10.

La línea de alimentación bifilar va sujeta a los postes a una altura de 1.20 m sobre el nivel de piso. En la figura 5.10, se muestran las características del tendido de los dipolos y de las líneas de transmisión con respecto a la estructura soporte.

5.4.2 Plano de Tierra

Considerando un dipolo horizontal como se muestra en en la figura 5.11, el campo eléctrico recibido tiene una contribución de la radiación directa a la antena y de la radiación reflejada en la tierra a un ángulo θ . La radiación reflejada adquiere un retardo en la fase de propagación equivalente a que si ésta fuese recibida en la antena imagen en la tierra. Si el campo radiado por la antena en el espacio libre es

$$E = f(\theta) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r}$$

el campo total obtenido al considerar el campo reflejado será

$$E = f(\theta) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} (1 + \rho e^{j\alpha - j2\beta_0 h \sin\theta}) \quad (5.9)$$

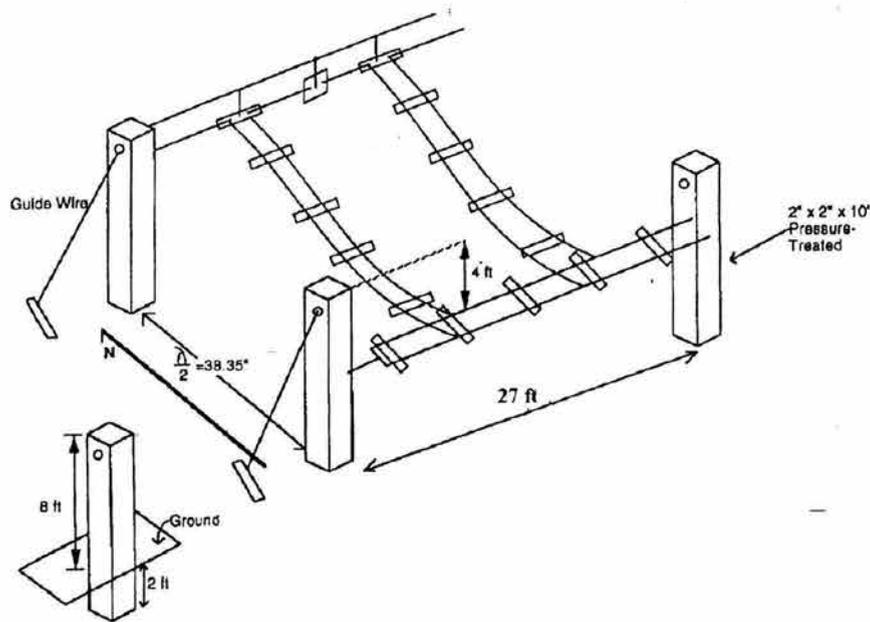


Figura 5.10: Se muestra las dimensiones de los postes que servirán de soporte a la antena y la forma en el tendido de los dipolos y las conexiones con la línea de transmisión [Tomada de].

donde $\rho e^{j\alpha}$ es el coeficiente de reflexión en la tierra y $2h \text{sen}\theta$ es la distancia extra en la propagación de la onda cuando el dipolo está a una altura h . Esta expresión se debe considerar como en la teoría de arreglos, donde el arreglo lo componen el dipolo y su imagen en la tierra, así el factor del arreglo es

$$F(\theta) = 1 + \rho e^{j\alpha - j2\beta_0 h \text{sen}\theta} \quad (5.10)$$

El coeficiente de reflexión depende de la conductividad de la tierra, el ángulo θ y la dirección de polarización del campo eléctrico. Asumiendo a la tierra como una superficie conductora perfecta, se tiene que $\rho = 1$ y $\alpha = \pi$, para polarización horizontal de los dipolos y $\alpha = 0$ para una polarización vertical. Con estas consideraciones ideales el factor del arreglo para un dipolo con polarización horizontal es:

$$|F(\theta)| = 2|\text{sen}(\beta_0 h \text{sen}\theta)| \quad (5.11)$$

Para un dipolo horizontal, las ondas electromagnéticas reflejadas están fuera de fase con las que logran incidir directamente al dipolo, como se muestra en la figura 5.11; esto es, la corriente imagen en la tierra está fuera de fase con respecto a la corriente en la antena, para el rango de ángulos de interés prácticos la ecuación (5.11) se reduce a

$$|F(\theta)| = 2|\text{sen}(\beta_0 h \theta)| \quad (5.12)$$

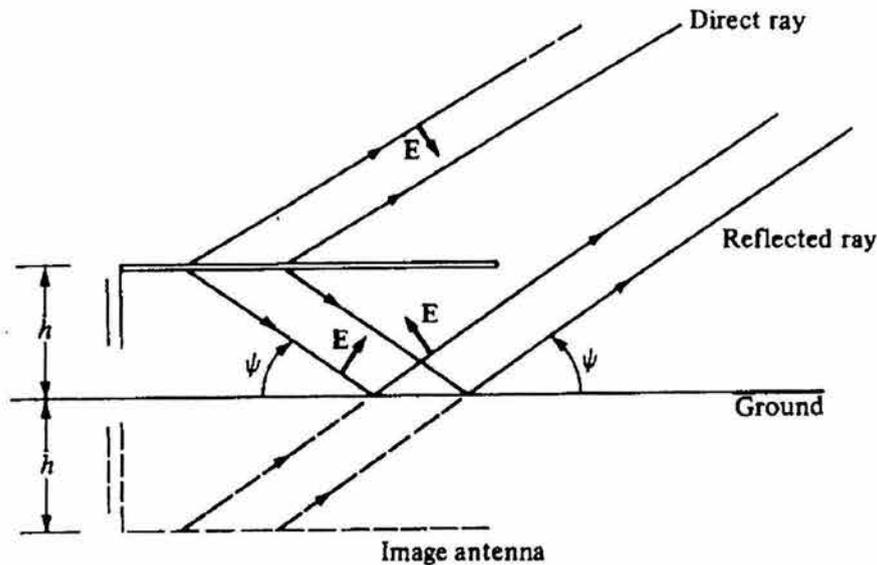


Figura 5.11: Ilustración de la reflexión debida a la tierra física, de donde se observa que las reflexiones provenientes de la tierra dan la impresión de que hubiese una antena imagen que radiará por debajo de la tierra.

Para examinar las variaciones del campo total en función de la altura del dipolo con respecto al nivel de tierra, el factor del arreglo es mostrado en la figura 5.13, para diferentes valores de h (distancia del dipolo al nivel de tierra).

Se requiere que las líneas de dipolos capten el máximo de ondas electromagnéticas provenientes de las fuentes de radio celestes, así que el patrón de radiación de los dipolos que conforman el arreglo debe estar siempre apuntando hacia el cenith, por lo que hay que modificar el patrón de radiación del dipolo de modo que la dirección de máxima recepción sea ortogonal al dipolo y apunte hacia el cielo.

Entonces hay que eliminar el lóbulo inferior del dipolo (ver figura 5.12), ya que de otro modo éste serviría para captar interferencias debida a radiocomunicaciones o ruido ambiental, lo que restaría sensibilidad a la antena.

Entonces, de la figura 5.13, se deduce que la altura adecuada a la cual los dipolos de onda completa deben de estar con respecto a un plano de tierra es $\frac{\lambda}{4}$, logrando suprimir el lóbulo inferior del dipolo y modificando el patrón de radiación para concentrar la mayor potencia del haz detector en dirección al cenith.

El plano de tierra en el arreglo piloto se puede simular con una malla de alambre cuya separación entre alambres adyacentes (S) sea 20 cm, para lograr $S \leq \frac{\lambda}{10}$, de modo que la onda electromagnética “vea” a esta malla como un plano reflector, así de esta manera se implementa un plano de tierra con una conductividad “perfecta”, condición

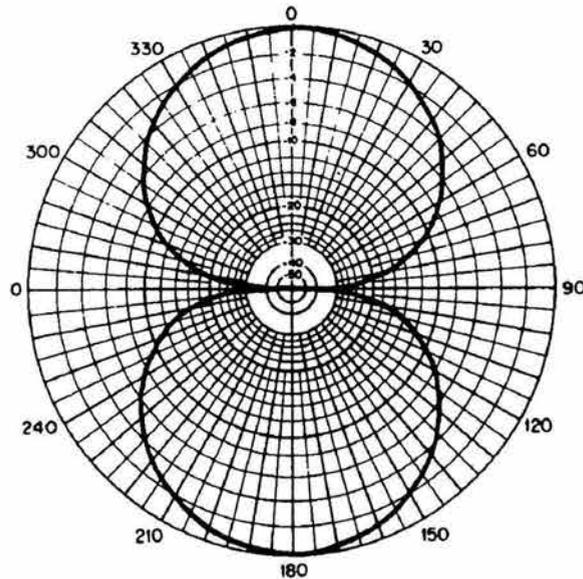


Figura 5.12: Patrón de radiación para un dipolo de una longitud de onda en donde se muestran sus lóbulos superior e inferior, que para los fines del diseño sólo interesa la radiación captada por el lóbulo superior ya que el lóbulo inferior estaría captando interferencias o radiación defasada debido a la reflexión por el plano de tierra física.

necesaria para utilizar la ecuación (5.11).

5.4.3 Balun

Un balun es un dispositivo usado para acoplar un sistema balanceado a un sistema desbalanceado. Un dipolo alimentado por una línea de transmisión bifilar está balanceado con respecto a la tierra, si los dos brazos del dipolo tienen la misma orientación y colocación con respecto a la tierra.

En el modo balanceado las dos mitades del dipolo están a los potenciales V y $-V$ con respecto a la tierra. Si el dipolo es conectado a una línea de transmisión coaxial, la cual es un sistema desbalanceado, entonces el conductor exterior y uno de los brazos del dipolo estarán a diferentes niveles de potencial con respecto a la tierra en comparación con el centro de la línea coaxial y el otro brazo del dipolo.

Debido a que los conductores interno y externo del cable coaxial no están acoplados al dipolo del mismo modo que una línea de transmisión bifilar. Esto trae como consecuencia un flujo neto de corriente hacia la tierra a través de la superficie del conductor exterior del cable coaxial.

Esto se muestra en la figura 5.14, donde se indica también su equivalente eléctrico.

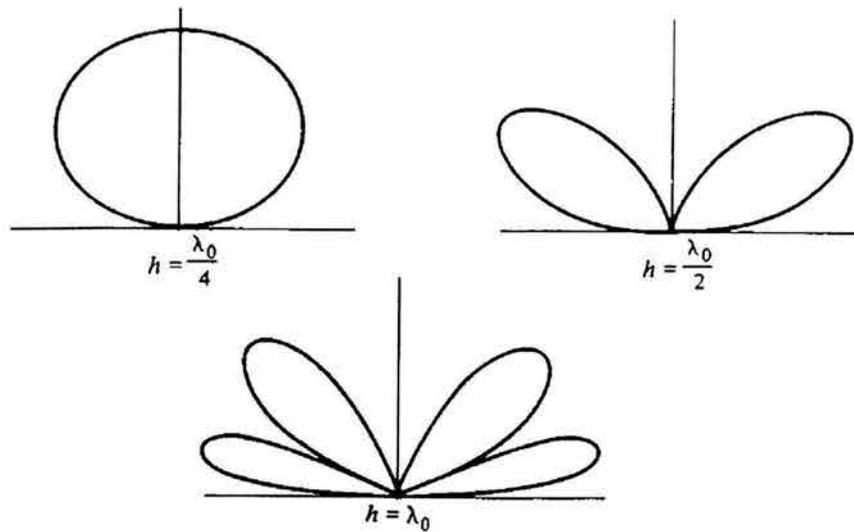


Figura 5.13: Factor del arreglo para una antena horizontal dispuesta a una altura h con respecto a un plano de tierra. .

La cantidad de flujo de corriente I_3 en la superficie exterior del conductor externo de la línea coaxial está determinada por la impedancia Z_g desde el conductor exterior a la tierra.

El resultado es que las corrientes que son excitadas en la superficie del conductor exterior de la línea coaxial y la corriente en los brazos del dipolo no será la misma. La radiación proveniente de la corriente en el exterior de la línea coaxial interfiere con la radiación del dipolo, lo cual modifica el patrón de radiación, tal efecto se muestra en la figura 5.15.

El cambio en el patrón de radiación no es fácilmente predecible, y la modificación de la impedancia de entrada de la antena a causa de las corrientes desbalanceadas trae consigo efectos indeseables. De la figura 5.14, si Z_g se hace muy grande, I_3 se puede reducir significativamente. Los dispositivos que se usan para balancear sistemas desbalanceados inherentemente, cancelando o bloqueando la corriente exterior son conocidos como *baluns*.

Así una vez que se conoce la importancia del balanceo entre una línea bifilar y una línea coaxial, es necesario utilizar un balun. Un centro de ferrita tiene una tendencia a mantener un alto nivel de impedancia en un ancho de banda amplio. Entonces se opta por utilizar un balun con una bobina de núcleo de ferrita, el cual acoplará las dos líneas, el balun con núcleo de ferrita proporciona una alta impedancia con lo que se logra eliminar casi en su totalidad la corriente parásita en la superficie exterior del conductor externo del cable coaxial.

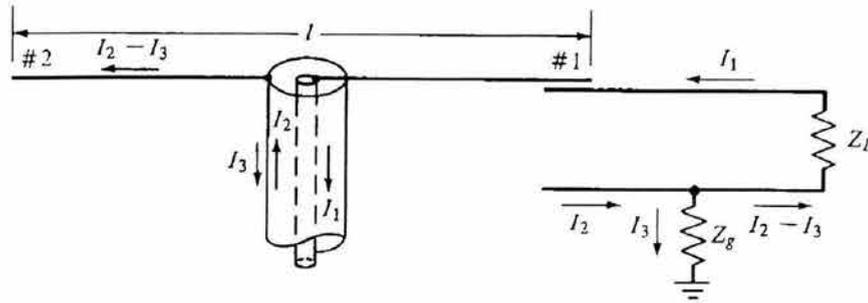


Figura 5.14: Circuito eléctrico equivalente al funcionamiento del balun.

Un diagrama del balun implementado se muestra en la figura 5.16, así se logra balancear al cable coaxial, evitando que se genere una corriente en su conductor exterior, la cual pueda modificar el patrón de radiación.

Un diagrama de la implementación del balun se muestra en la figura 5.17, el centro del balun, es un núcleo de ferrita de geometría toroidal con una permeabilidad magnética relativa $\mu_r = 250$, con un diámetro interno $d_1 = 19.3mm$, diámetro externo $d_2 = 31.9mm$ de grosor $h = 9.7mm$.

5.4.4 Primera Etapa de Amplificación

Una vez que la señal ha sido transferida al cable coaxial entonces ahora tiene que pasar por el primer nivel de amplificación ya que estas señales cuando son captadas por los dipolos llegan muy atenuadas debido al trayecto de miles de kilómetros que han tenido que recorrer y los obstáculos dispersores con las que se han encontrado como por ejemplo la atmósfera y la ionosfera.

Los amplificadores utilizados son el modelo ZFL-500LN de Mini-Circuits, son amplificadores de bajo ruido y tienen un ancho de banda de 0.05 - 500 MHz. Cada amplificador se polariza con +15 V de dc, consumiendo 60 mA de corriente para operar. A su entrada y salida se tienen conectores tipo SMA. De igual modo los amplificadores mantienen la estabilidad de la fase de la señal que se ha de amplificar, con una variación de $\pm 1.5^\circ$, esto es una característica importante ya que las fases de las señales captadas es de suma importancia para cuando entran a la matriz de Butler.

Entonces por cada línea E-O del arreglo piloto se tienen 4 amplificadores para el primer nivel de amplificación. La figura 5.18 muestra el amplificador ZFL-500LN y características de operación a una temperatura de 25° .

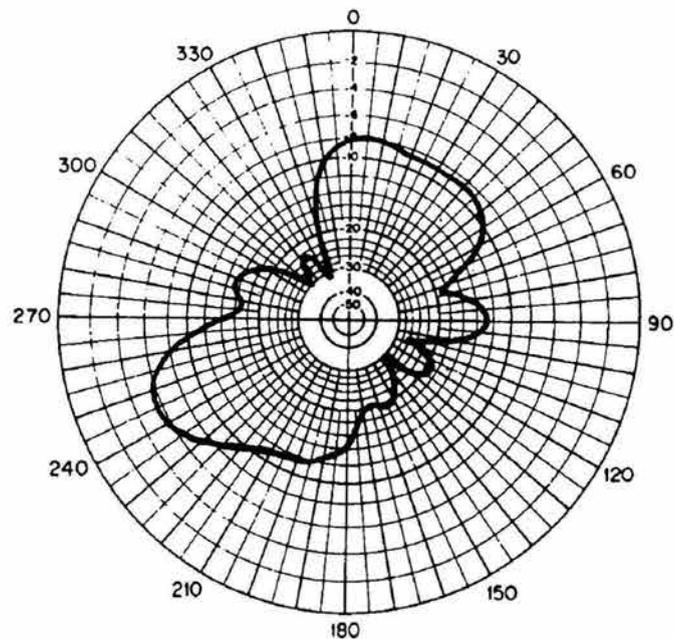


Figura 5.15: Patrón de radiación para un dipolo conectado a una línea de transmisión coaxial sin el uso de un balun, de donde se puede observar la deformación en su patrón de radiación [Tomada de ARRL, 1991].

5.4.5 Primer Nivel de Combinación

Un combinador es un dispositivo pasivo que realiza la suma de dos señales de igual o diferente frecuencia y fase. A la salida entrega la suma vectorial de ambas señales, el circuito combinador encargado de realizar esta tarea es un combinador de Mini-Circuit modelo ZFSC-2-1W, sus características de operación se muestran en la figura 5.19.

La señal de salida de este circuito combinador tiene las siguientes características:

- Igual amplitud que las señales que ingresaron en los puertos de entrada.
- La relación de fase entre las señales de entrada y la de salida es de 0° .
- Aislamiento entre los puertos de entrada.

Este combinador puede presentar una pérdida de inserción que varía de acuerdo a la amplitud y fase de las señales a combinar. Si las señales de dos unidades básicas que se vayan a combinar son iguales en amplitud y fase, la pérdida de inserción es cero. Si estas señales están 180° fuera de fase la pérdida de inserción es infinita. Para señales de frecuencia diferente, la pérdida de inserción es de 3 dB [Handbook RF/IF, 1997].

Como se muestra en la figura 5.7, las señales de dos unidades básicas se combinan usando un combinador como el descrito anteriormente.

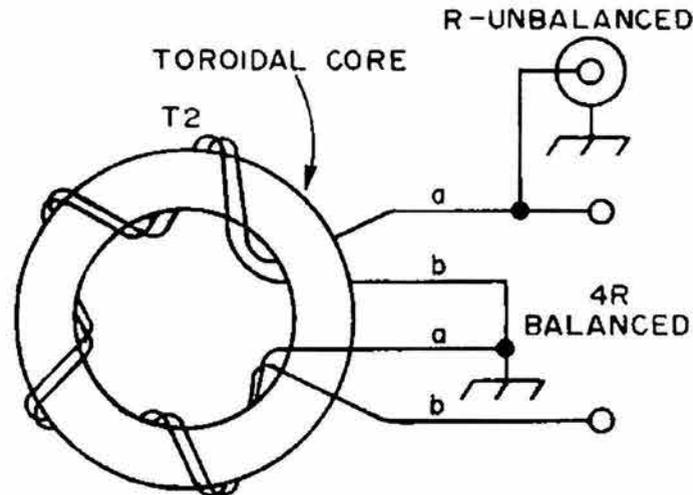


Figura 5.16: Diagrama esquemático para la construcción de un balun de banda ancha.

5.4.6 Segundo Nivel de Combinación

Después del primer nivel de combinación, sólo se tienen dos señales independientes por línea E-O, cada una de las señales fue obtenida del proceso de combinación de las dos unidades básicas del lado Este y del lado Oeste. Ahora estas dos señales se combinan a la mitad de la línea E-O, mediante un circuito combinador del mismo tipo que en el primer nivel de combinación (ZFSC-2-1W de Mini-Circuits), ahora las ondas de radio captadas por los 64 dipolos de cada línea han pasado por dos niveles de combinación para así, obtener una sola señal por línea E-O (ver figura 5.7).

5.4.7 Segunda Etapa de Amplificación

En el segundo nivel de amplificación de la señal se utilizan los mismos amplificadores utilizados en la primera etapa de amplificación. Esta etapa de la señal tiene como objetivo que la señal obtenida por cada línea tenga un nivel de potencia adecuado para poder ingresar a la siguiente etapa que es la matriz de Butler (ver figura 5.7).

5.4.8 Matriz de Butler

Para que el haz de la antena (arreglo lineal de 64 dipolos de longitud de onda completa en dirección E-O) pueda hacer un seguimiento de fuentes de radio, se necesita aplicar métodos de barrido mecánico ó electrónico. La inclinación del haz principal en deter-

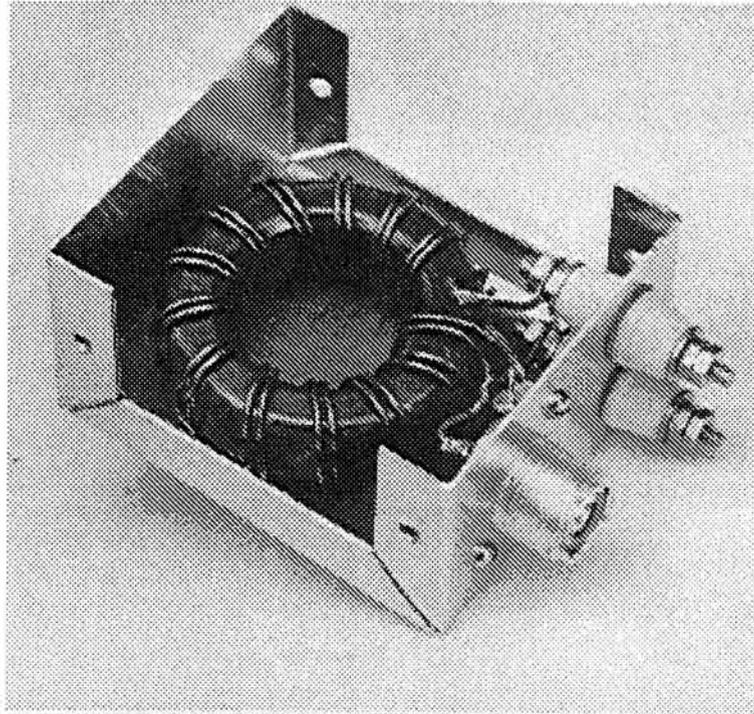


Figura 5.17: Fotografía que muestra la implementación del balun para acoplar la línea bifilar a la siguiente etapa de cable coaxial.

minada dirección sin mover mecánicamente la apertura del arreglo es llamado barrido electrónico. El barrido en frecuencia [Begovich, 1966] y barrido en fase [Komer, 1966], están comprendidos en el barrido electrónico.

El barrido mecánico se tiene cuando el lóbulo principal de la antena es declinado por el movimiento mecánico de la apertura de la antena, es decir, para orientar el lóbulo principal en otra dirección que no sea la que proporciona la configuración de potencia total, habrá que orientar la antena en la declinación deseada. El barrido mecánico es lento y está limitado por el tamaño y peso del antena. Así de este modo el barrido mecánico no es una opción realizable para orientar el lóbulo del arreglo lineal de 64 dipolos de longitud de onda completa.

Un arreglo lineal de N elementos tiene su lóbulo principal en la dirección broadside (perpendicular al eje del arreglo) si a cada elemento radiador que conforma el arreglo se le alimenta con una señal coherente, es decir, que tenga la misma amplitud y fase que la de los demás.

Pero si de alguna forma, las corrientes en cada antena tienen amplitudes uniformes y una diferencia de fase constante entre antenas adyacentes, entonces se produce un lóbulo con un determinado ángulo en el espacio. Entonces el lóbulo principal del

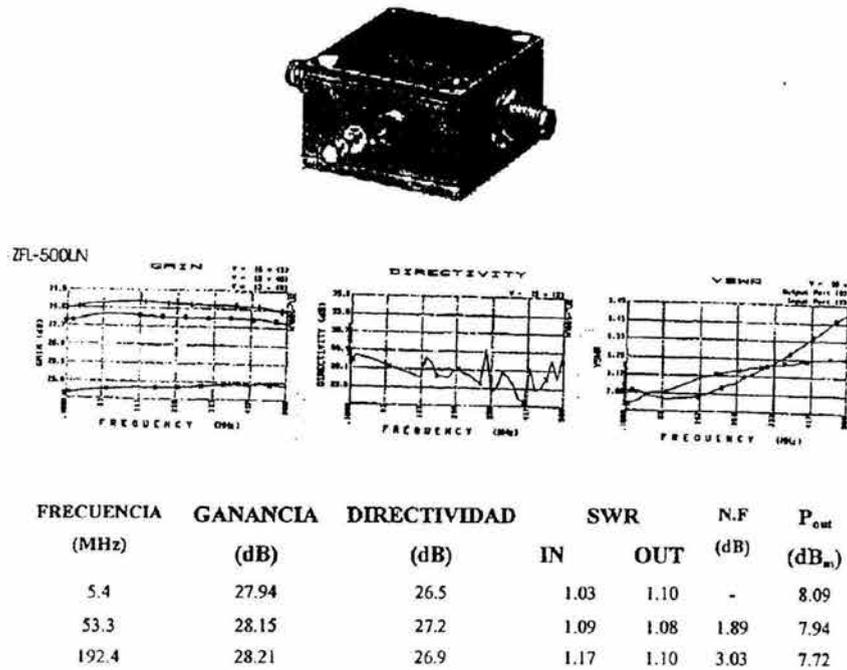


Figura 5.18: (5.18). Se muestra al amplificador de bajo nivel de ruido ZFL-500LN y sus especificaciones [Tomada de Handbook RF/IF, 1998]

arreglo puede ser declinado a cualquier lado de la posición broadside al producir un defasamiento progresivo en las corrientes inducidas por el frente de onda que llegue al arreglo. Esto se puede lograr controlando las fases de las corrientes en las antenas mediante un sistema de alimentación compuesto por cambiadores de fase.

Los sistemas de alimentación para barrido en fase se componen de cambiadores de fase electromecánicos o electrónicos, los cuales controlan las fases de cada corriente en las antenas que componen el arreglo, produciendo un cambio de fase progresivo entre las corrientes inducidas en las antenas que componen el arreglo y así formar un haz declinado a una dirección requerida.

El control de fase de las corrientes en las antenas se obtienen al variar la longitud física de la trayectoria de la línea de radiofrecuencia que tiene que recorrer la onda que llega al arreglo, en el caso de cambiadores de fase electromecánicos, mientras que para cambiadores de fase electrónicos, los cambios de fase se obtienen al cambiar las corrientes o voltajes los cuales exhiben cambios en alguna característica particular como las líneas de RF. Las ferritas y los diodos semiconductores son cambiadores de fase electrónicos.

La matriz de Butler para N elementos de radiación tiene N puertos de entrada y N de

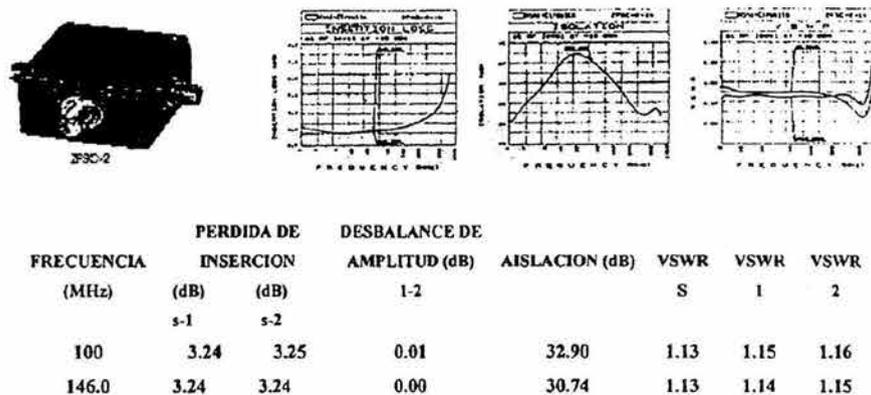


Figura 5.19: (5.20) Combinador ZFSC-2-1W y sus especificaciones de operación [Tomada de Handbook RF/IF, 1998].

salida. Una excitación aplicada a cualquier puerto de entrada produce una iluminación uniforme en todos los puertos de salida pero con una diferencia constante de fase progresiva entre ellos, formando un frente de onda de radiación en cierta dirección en el espacio.

La máxima eficiencia de un arreglo requiere que la red de alimentación de la matriz de Butler no tenga pérdidas y una red de alimentación sin pérdidas es solo posible cuando la iluminación del arreglo es uniforme para todos los puertos [Shelton y Kelleher, 1961].

Los componentes básicos de una matriz de Butler son acopladores direccionales híbridos de 3dB (en la figura 5.20 se muestra el diagrama esquemático de un acoplador híbrido direccional) y cambiadores de fase fijos. Los cambiadores de fase fijos se insertan en la red de alimentación de la matriz de Butler, así de esta manera se tiene un retardo de fase constante entre cada elemento del frente de onda radiado o recibido.

Suponiendo que un frente de onda proveniente de una fuente de radio distante induce corrientes en las antenas de la figura 5.21(a), en donde la corriente en la antena 2 esta defasada -90° con respecto a la corriente en la antena 1, esto se debe a que como se muestra en la figura, el frente de onda plano llega primero a la antena 1 e induce la corriente I_1 , después de un tiempo t , el frente de onda alcanza la antena 2 e induce la corriente I_2 , la cual obviamente está retrasada con respecto a I_1 , esto se puede expresar como sigue:

$$I_1 = A_1 e^{j(0)} \quad (5.13)$$

$$I_2 = A_2 e^{j(\frac{\pi}{2})} \quad (5.14)$$

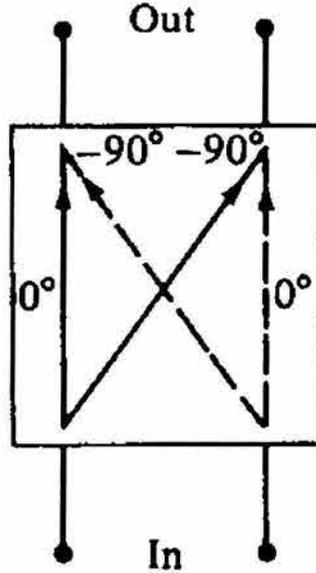


Figura 5.20: Acoplador direccional híbrido con retraso de 90° , en este diagrama se muestra sus puertos de entrada y salida, además de las trayectorias a seguir para la onda que incida en cada uno de los puertos de entrada .

donde $A_1 = A_2 = A$, así la corriente a la salida del puerto 1' es

$$I'_1 = I_1 + I_2 e^{j(\frac{\pi}{2})} = A_1 e^{j(0)} + A_2 e^{j(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2})} = A_1 e^{j(0)} + A_2 e^{j\pi} \quad (5.15)$$

$$I'_1 = A[\cos(0) + j\sin(0) + \cos(\pi) + j\sin(\pi)] = A(1 - 1) = 0 \quad (5.16)$$

En el puerto 1' se suman la corriente que llega a la antena 1 y la corriente de la antena 2 después de pasar por el acoplador direccional híbrido y haber adquirido un retardo de fase extra de 90° , ahora la corriente I_2 esta retrasada 180° con respecto a la corriente I_1 , entonces al llegar ambas corrientes al nodo del puerto 1', se cancelan y por lo tanto no aparece alguna corriente en el puerto 1', como lo indica la ecuación (5.16). Mientras que la corriente en el puerto 2' está dada por

$$I'_2 = I_1 e^{j(\frac{\pi}{2})} + I_2 = A_1 e^{j(\frac{\pi}{2})} + A_2 e^{j(\frac{\pi}{2})} \quad (5.17)$$

$$I'_2 = (A_1 + A_2) e^{j(\frac{\pi}{2})} = 2A e^{j(\frac{\pi}{2})} \quad (5.18)$$

la corriente I_1 después de pasar por el acoplador direccional híbrido adquiere un retardo en la fase de 90° , ahora ambas corrientes I_1 e I_2 tienen un retardo en la fase de 90° ,

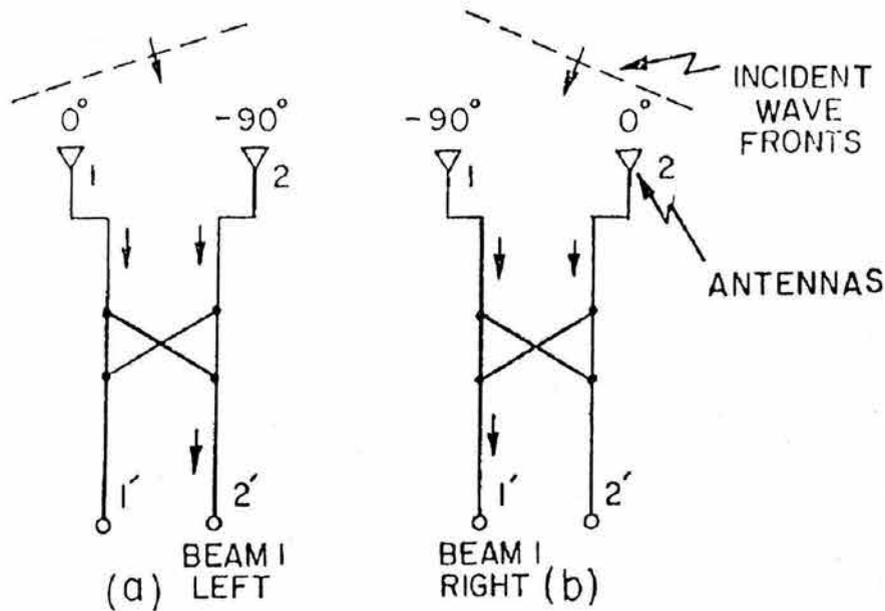


Figura 5.21: Matriz de Butler de 2 elementos, en donde se muestra la incidencia de un frente de onda en diferente dirección.

como se expresa en la ecuación (5.17). Las corrientes en el puerto 2' tienen el mismo retraso en la fase, dicho de otro modo, están en fase y se sumarán de modo que toda la energía recibida en las dos antenas llega al puerto 2', como lo indica la ecuación (5.18). Así se forma un "lóbulo hacia la izquierda" que es la dirección en la que incide el frente de onda y toda la radiación captada por este lóbulo aparece a la salida del puerto 2'.

Del mismo modo, cuando un frente de onda incide de lado derecho a la normal del arreglo como se muestra en la 5.21(b) y suponiendo que excite corrientes en las antenas 1 y 2 de igual amplitud pero con fases de -90° y 0° respectivamente, haciendo el mismo análisis realizado para un frente de onda que incide de lado izquierdo a la normal del arreglo, se llega a la conclusión de que toda la energía recibida por las dos antenas aparece en el puerto 1' y entonces se forma un "lóbulo derecho" y toda la radiación captada por este lóbulo aparece a la salida del puerto 1'.

El arreglo de dos antenas conectadas a un acoplador híbrido direccional como se muestra en la figura 5.21, es una matriz de Butler de 2 puertos que forma 2 haces independientes, los cuales están declinados en direcciones opuestas con respecto a la normal del arreglo. Aquellos frentes de onda que incidan en el arreglo, induciendo corrientes en cada una de las antenas con diferencias de fase de $\pm 90^\circ$ ó $\pm 270^\circ$ serán recibidos totalmente en uno de los puertos de la matriz de Butler, sin importar que el patrón de radiación del arreglo no apunte hacia las direcciones de donde provengan

dichos frentes de onda, ya que con la matriz de Butler se formarán dos lóbulos que apuntarán en dichas direcciones y toda la radiación proveniente de esos frentes de onda será canalizada hacia uno de los dos puertos de la matriz.

Para el arreglo piloto es necesario utilizar una matriz de Butler de 4 puertos para producir 4 haces independientes, se tiene que considerar cada línea E-O de 64 dipolos como una antena, la cual forma parte de un arreglo de 4 antenas.

Algunas características importantes en la formación de haces múltiples con una matriz de Butler son [Delaney,1962] :

- Número de haces

El arreglo de N elementos forma N haces simultáneos e independientes, el número de elementos en el arreglo debe ser un entero a la potencia de 2

$$N = P^2 \quad (5.19)$$

- Número de acopladores híbridos direccionales

$$\text{No. acopladores híbridos direccionales} = \frac{N}{2}(\log_2 N) \quad (5.20)$$

- Número de cambiadores de fase

$$\text{No. cambiadores de fase} = \frac{N}{2}(\log_2 N - 1) \quad (5.21)$$

La red de alimentación para formar simultáneamente haces múltiples es teóricamente sin pérdidas, pero prácticamente presenta valores pequeños de pérdida de inserción.

De (5.19) se tiene que el número de haces que se formarán con el arreglo piloto tiene que ser $N = 4$, es decir, que cada línea E-O se considera como una antena que conforma un arreglo de 4 antenas. Y en efecto, el número de elementos en el arreglo $N = 4$ es un entero ($P=2$) a la potencia de dos ($4 = P^2 = 2^2$).

Ahora el número de acopladores híbridos direccionales que se requiere para una matriz de Butler de 4 haces, de ecuación (5.20)

$$\text{No. acopladores híbridos direccionales} = \frac{N}{2}(\log_2 N) = \frac{4}{2}(\log_2(4)) = 2(2) = 4$$

de ecuación (5.21) se tiene que para la matriz de Butler del arreglo piloto se requieren:

$$\text{No. cambiadores de fase} = \frac{N}{2}(\log_2(N - 1)) = \frac{4}{2}(\log_2(4) - 1) = 2(1) = 2$$

Los acopladores híbridos 1 y 2 conectan a las antenas 1 y 3, 2 y 4 (ver figura 5.22). Considerando un frente de onda que incida a la derecha o izquierda a la normal del

arreglo, éste induce corrientes en cada una de las antenas, de igual amplitud y con una diferencia de fase constante entre antenas adyacentes.

Los acopladores direccionales híbridos de la primera etapa canalizan las corrientes de las antenas para que aparezcan en una de las salidas de los dos híbridos. Entonces la señal aparece en cualquiera de los 2 canales, cada canal tiene 2 terminales.

Los 2 cambiadores de fase requeridos deben ser de 45° y tienen que conectarse entre la primera y la segunda etapa de acopladores híbridos para hacer que la diferencia de fase entre las corrientes a la entrada de la segunda etapa de híbridos sea un múltiplo impar de 90° para así canalizar las corrientes a uno de los 4 canales, cada canal de salida es un lóbulo independiente. Así se forman 4 haces simultáneos en 4 puertos aislados. Un diagrama esquemático de la matriz de Butler requerida para el arreglo piloto se muestra en la figura 5.22 .

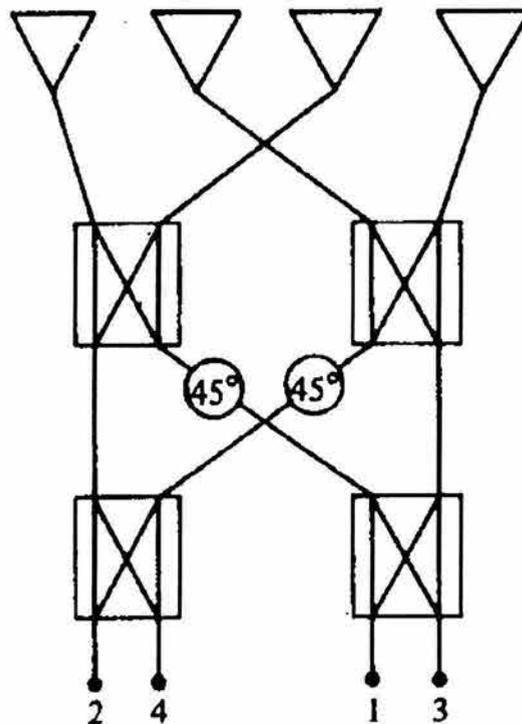


Figura 5.22: Matriz de Butler de 4 elementos, que formará 4 haces detectores independientes, para un arreglo de 4 elementos (para el caso de diseño cada elemento es una línea de 64 dipolos de longitud de onda completa).

El primer haz declinado con respecto a la normal del arreglo se obtiene cuando

las corrientes inducidas por el frente de onda en las antenas 1 y 3, 2 y 4, tienen una diferencia de fase de $\pm 90^\circ$, el segundo haz con respecto a la normal se obtiene cuando entre las corrientes inducidas en las antenas 1 y 3, 2 y 4 hay una diferencia de fase de $\pm 270^\circ$.

Esto se debe a que la diferencia de fase entre las corrientes de las antenas aplicadas a los híbridos debe ser un múltiplo impar de 90° , entonces para obtener el número de haz P a partir de la normal al arreglo, se tiene que la condición para la diferencia de fase entre antena es

$$\left(\frac{N}{2} - 1\right)\delta - (N - 1)\delta = P\frac{\pi}{2} \quad (5.22)$$

resolviendo para δ se tiene

$$\delta = -\frac{P\pi}{N} \quad (5.23)$$

donde $P = \pm 1, \pm 3$. Los valores positivos y negativos de P indican si el haz está a la izquierda o a la derecha de la normal del arreglo

El defasamiento queda entonces:

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta - \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta - \frac{P\pi}{N} \quad (5.24)$$

sustituyendo en ecuación (4.53), el patrón de radiación del arreglo piloto usando la matriz de butler de 4 puertos es

$$E = \frac{\text{sen}\frac{N\psi}{2}}{\text{sen}\frac{\psi}{2}} = \frac{\text{sen}N\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta - \frac{P\pi}{2N}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta - \frac{P\pi}{2N}\right)} \quad (5.25)$$

La posición del máximo del haz ocurre en una dirección de campo eléctrico máximo. Cuando $\psi = 0$ la ecuación (5.25) se indetermina y los máximos del haz ocurren cuando el numerador y el denominador se hacen cero

$$\text{sen}\left(\frac{\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta - \frac{P\pi}{2N}\right) = 0 \quad (5.26)$$

para que (5.26) se cumpla el argumento de la función seno debe ser

$$\left(\frac{\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta - \frac{P\pi}{2N}\right) = q\pi$$

resolviendo para θ_{max} , se tiene

$$\theta_{max} = \cos^{-1}\left[\left(Nq + \frac{P}{2}\right) \frac{\lambda}{Nd}\right] \quad (5.27)$$

donde q es cualquier entero, cuando $q = 0$, se tiene el máximo para el lóbulo principal, para valores de q diferentes a cero se obtiene la posición de los máximos de los lóbulos laterales.

Para el arreglo piloto se tiene que $N = 4$ y la separación entre elementos del arreglo (líneas E-O) d , es de $\frac{\lambda}{2}$ con lo cual se reducen significativamente los lóbulos laterales [Duffet-Smith, 1982], con lo cual en la ecuación (5.27) se considera $q = 0$, ya que solo interesa la posición de los máximos de los lóbulos principales formados por la matriz de Butler.

Los primeros lóbulos a la derecha e izquierda de la normal al arreglo se tienen cuando $P = \pm 1$, cuyos máximos de radiación están dados por la ecuación (5.27)

$$\theta_{max} = \cos^{-1} \left[\left(Nq + \frac{P}{2} \right) \frac{\lambda}{Nd} \right] = \cos^{-1} \left[\left((4)(0) + \frac{\pm 1}{2} \right) \frac{\lambda}{(4)\frac{\lambda}{2}} \right] = \cos^{-1} \left(\pm \frac{1}{4} \right) = \pm 75^\circ \quad (5.28)$$

los segundos lóbulos a la derecha e izquierda de la normal al arreglo se obtienen cuando $P = \pm 3$, usando la ecuación (5.27) se pueden localizar

$$\theta_{max} = \cos^{-1} \left[\left(Nq + \frac{P}{2} \right) \frac{\lambda}{Nd} \right] = \cos^{-1} \left[\left((4)(0) + \frac{\pm 3}{2} \right) \frac{\lambda}{(4)\frac{\lambda}{2}} \right] = \cos^{-1} \left(\pm \frac{3}{4} \right) = \pm 41.4^\circ \quad (5.29)$$

Ya que la matriz de Butler diseñada consta de 4 elementos, entonces solo se formarán 4 haces independientes y de las ecuaciones anteriores se puede observar que son simétricos con respecto a la normal al arreglo. Teniendo los dos primeros haces a $\pm 75^\circ$ y el segundo par de haces a $\pm 41.4^\circ$, estos ángulos se miden tomando como 0° al eje del arreglo.

El sector de cobertura en la matriz de Butler es la cobertura angular de los haces múltiples simultáneos. La cobertura está dada por el ángulo entre los picos de los haces extremo derecho e izquierdo. De acuerdo a la ecuación (5.29) los haces extremos están a $\pm 41.4^\circ$, entonces el ángulo entre la posición de estos haces extremos es

$$\theta' = 82.8^\circ \quad (5.30)$$

donde θ' es el sector de cobertura de un patrón de haces simétricos con respecto a la normal al arreglo.

La longitud a la que está México es de aproximadamente $+20^\circ N$ sin utilizar una matriz de Butler, el haz formado por el arreglo piloto apuntaría hacia el cenith y solo podrían ser captadas las fuentes de radio que tuvieran un tránsito en la declinación de $+20^\circ N$, pero ahora usando la matriz de Butler de 4 puertos que proporciona según la ecuación (5.30) una cobertura de aproximadamente 83° , entonces se podrán observar fuentes de radio en un rango de declinaciones $+61^\circ N \leq \delta \leq -21^\circ S$.

En la implementación física de la matriz de Butler se utilizan acopladores híbridos direccionales de 3dB modelo JH-119 de la marca MACOM, con un ancho de banda de operación de 80 MHz - 160 MHz, cuyas especificaciones se muestran en la figura 5.23.

Los cambiadores de fase de 45° se obtienen al hacer que las corrientes que salen de la primera etapa de acopladores híbridos recorran una trayectoria de $\frac{\lambda}{4}$, entonces dos

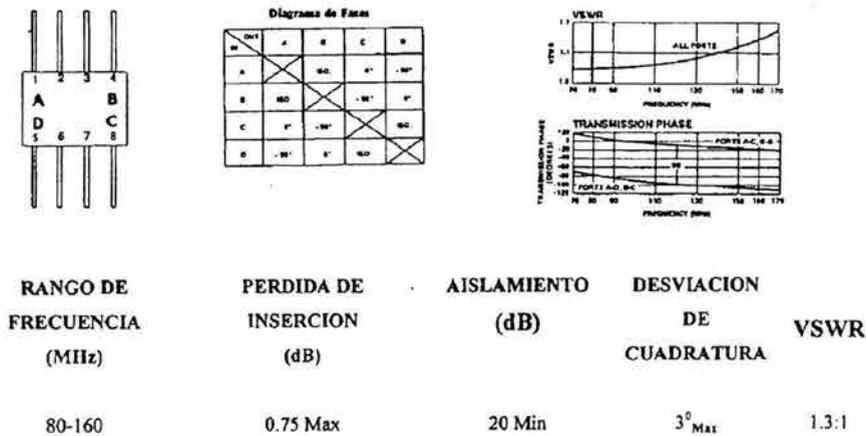


Figura 5.23: Especificaciones de operación para el híbrido de cuadratura JH-119, con el cual se implementa la matriz de Butler del diseño

de las líneas que interconectan la primera etapa de acopladores híbridos y la segunda etapa son cables coaxiales con una longitud física de 53.5 cm ($\frac{\lambda}{4}$), el diagrama de implementación de la matriz de Butler de 4 puertos se muestra en la figura 5.24.

5.4.9 Receptor

La función del receptor de un radiotelescopio es detectar y medir las emisiones de radio de fuentes celestes. En la mayoría de los casos las emisiones consisten de radiación incoherente cuyas propiedades estadísticas no difieren del ruido originado en el receptor o de la radiación de fondo que recibe la antena. El nivel de potencia de la señal en el receptor de un radiotelescopio es usualmente muy pequeño, del orden de 10^{-15} a 10^{-20} W. La potencia de ruido ambiental es mucho más grande, así que una alta sensibilidad y estabilidad son requerimientos importantes para un receptor.

Los receptores para radiotelescopio son básicamente similares en su construcción a los receptores usados en otras ramas de la ingeniería de radio frecuencias. El tipo más común es el receptor superheterodino, en los receptores superheterodinos la sección después del mezclador es la misma para todas las frecuencias.

Los amplificadores de RF/IF tienen grandes variaciones en la ganancia debido a variaciones en la regulación de los voltajes que los alimentan [Krauss, 1986]. El efecto de las variaciones en la ganancia puede reducirse si la entrada del receptor es continuamente conmutada entre la antena y una fuente de ruido, a una frecuencia alta de modo que la ganancia no tenga tiempo de cambiar durante un ciclo de conmutación. Una imagen del receptor superheterodino conmutado implementado se muestra en la

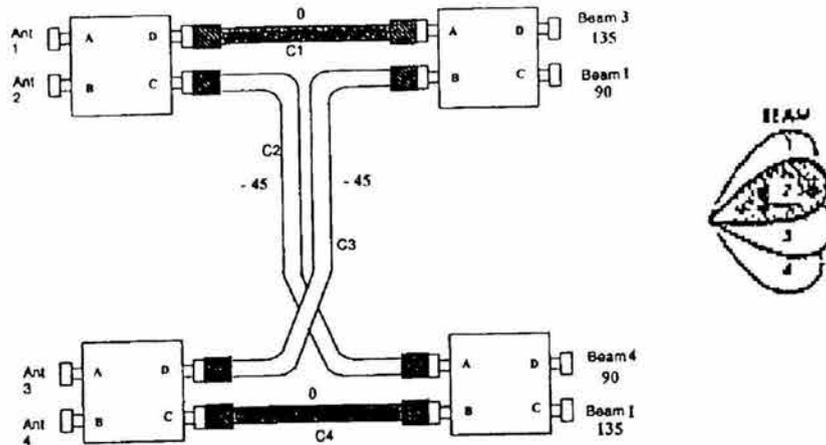


Figura 5.24: (5.22) Diagrama que muestra la configuración implementada para la matriz de Butler de 4 puertos que se utilizará en el arreglo prototipo, de igual modo se hace un breve bosquejo de las posiciones que tomarán los 4 haces detectores.

figura 5.25 una diagrama a bloques del receptor se muestra en la figura 5.27.

La fuente de ruido se implementa con un circuito NC501, que genera ruido blanco con una potencia espectral gaussiana de 31 dB en un ancho de banda de 0.2 a 500 MHz. El nivel de potencia de ruido puede ajustarse a 3 niveles de ganancia como se muestra en la figura 5.26.

La señal de la fuente de ruido es conmutada con la señal de RF que es captada por la antena, cada medio ciclo de la frecuencia de sincronización de 1 kHz, que es generada por un circuito de reloj implementado con un circuito TTL 555.

El switch que se muestra en la figura 5.27, tiene que permitir el flujo de la señal de la antena y de la fuente de ruido cada 1 ms, es decir, el receptor permanece conectado a la antena 0.5 ms, para después conmutar y conectar al receptor a la fuente de ruido 0.5 ms, teniendo de esta manera un proceso de conmutación que reduce considerablemente las fluctuaciones de ganancia en los amplificadores del receptor.

En la implementación del switch, se utiliza el circuito ZYSW-2050DR de la marca Mini-Circuits, que es un conmutador de simple polo y doble tiro con una impedancia de 50Ω . Puede alcanzar una alta velocidad de conmutación, se alimenta con $\pm 5 \text{ V}$, sus características y curvas de operación se muestran en la figura 5.28.

La siguiente etapa es un mezclador donde la señal captada por la antena y que ha sido modulada en amplitud por el RF switch, se mezcla con la señal de un oscilador local a una frecuencia f_{OL} . Así se produce una señal de salida en una frecuencia intermedia (FI), la potencia de la señal de FI es directamente proporcional a la potencia de la señal

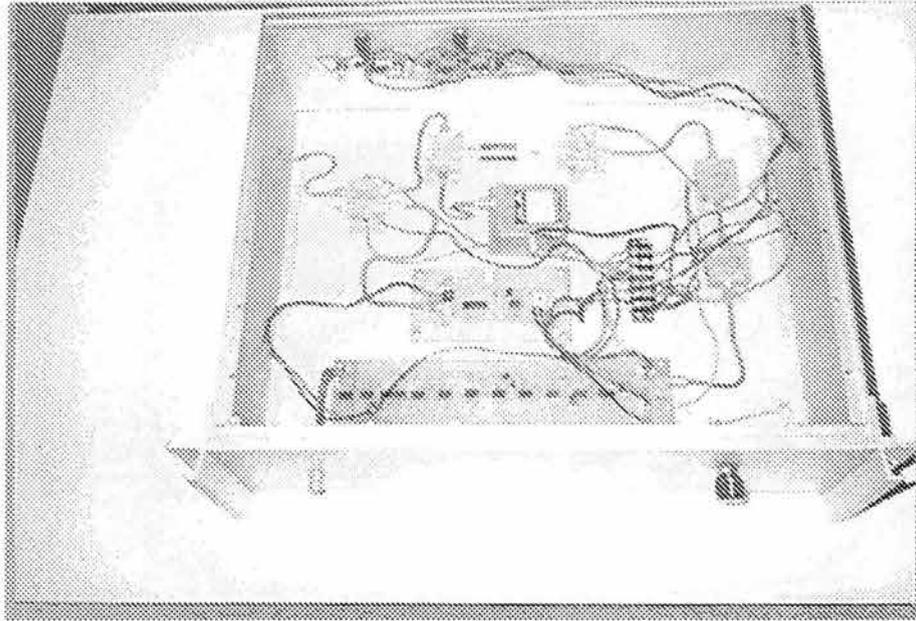


Figura 5.25: Receptor superheterodino construido y diseñado para trabajar a una frecuencia central de 138.65 MHz.

de RF. El circuito mezclador empleado es un ZFW-1W de la marca Mini-Circuits, se muestra en la figura 5.29. Este circuito puede mezclar señales cuya razón de frecuencias ($\frac{O_L}{R_F}$) cumplan con el rango $10 \leq \frac{O_L}{R_F} \leq 750$. El oscilador es de la marca Vectrón, su frecuencia de oscilación está calibrada a 139.65 MHz, para una operación estable de $0^\circ C$ a $70^\circ C$.

Un mezclador es un sistema no lineal, porque a la salida aparecen componentes espectrales diferentes a las de la entrada. El mezclador genera distorsión para generar componentes y obtener estas mediante un proceso de filtrado. Para recuperar solamente la señal de FI, se usa un filtro paso-banda, donde se eliminan señales en frecuencias no deseadas. El modelo del filtro empleado es BP-10.7 de la marca Mini-Circuits, que es un filtro a una frecuencia central de 10.7 MHz, con un ancho de banda a -3 dB de 8.9 a 12.7 MHz, sus características de operación se muestran en la figura 5.30.

La señal de FI es entonces amplificada, con una ganancia del orden de 60 a 90 dB. La mayor parte de ganancia en un receptor superheterodino se obtiene en esta etapa de amplificación de FI, en donde se determina el ancho de banda de predetección del receptor, que es un factor importante en la sensibilidad de un radiotelescopio.

El bloque amplificador de FI lo conforman 3 circuitos amplificadores de alta ganancia y banda estrecha, el primero es un ZFL100G de la marca Mini-Circuits de ganancia típica de 20 dB, seguido de un arreglo en cascada de dos amplificadores ZFL 500 con ganancia de 18 dB. Así de esta manera la señal de FI adquiere una ganancia de aprox-

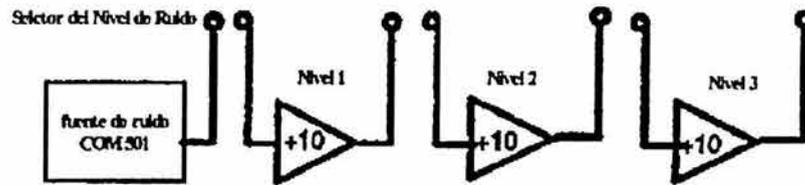


Figura 5.26: Fuente de ruido.

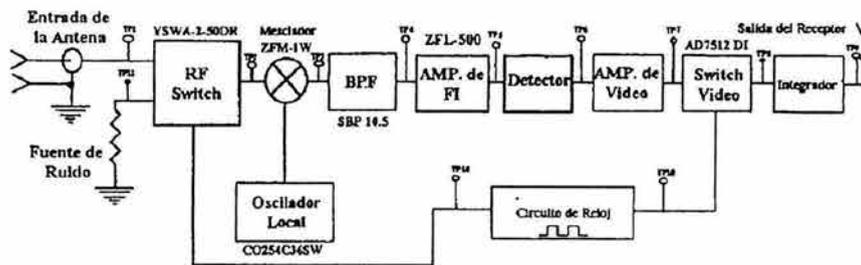


Figura 5.27: Diagrama a bloque de las partes constitutivas del receptor.

inadadamente 60 dB. Los amplificadores requieren de una alimentación de + 15 V y tienen un ancho de banda de operación de 0.05 a 500 MHz, sus curvas de operación se muestran en la figura 5.31 .

El circuito detector para el receptor , es un circuito detector de ley cuadrada y se muestra en la figura 5.32 . Básicamente, el diodo y el circuito RC en paralelo forman un detector de fluctuaciones en los picos de la señal. Cuando la señal de FI polariza al diodo en dirección adecuada, éste permite el flujo de la señal y carga al capacitor, cuando el nivel de señal de FI disminuye, el diodo se cierra y el capacitor descarga el voltaje del pico de la señal de FI en la resistencia. Logrando así una detección de los máximos de la señal de FI en una señal de dc, la cual se puede manipular más fácilmente.

El circuito RC en paralelo del circuito de la figura 5.32, tiene una constante de tiempo dada por los valores de R y C, esta constante de tiempo indica que tan rápido se puede cargar y descargar el capacitor para así convertir las variaciones en la amplitud de la señal de FI en voltajes de dc.

La señal de FI que se tiene antes del diodo detector, tiene una potencia que es proporcional al cuadrado de la amplitud de las ondas electromagnéticas incidentes, mediante el detector se obtiene un voltaje eficaz o rms de dc, entonces el nivel de la

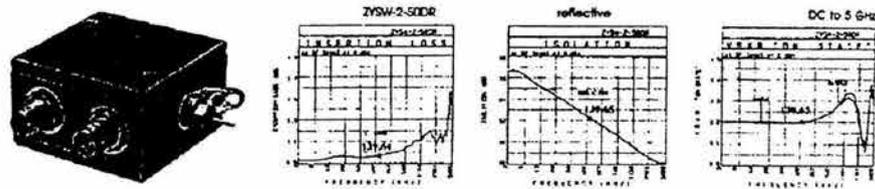


Figura 5.28: Circuito RF switch y las especificaciones técnicas de operación .

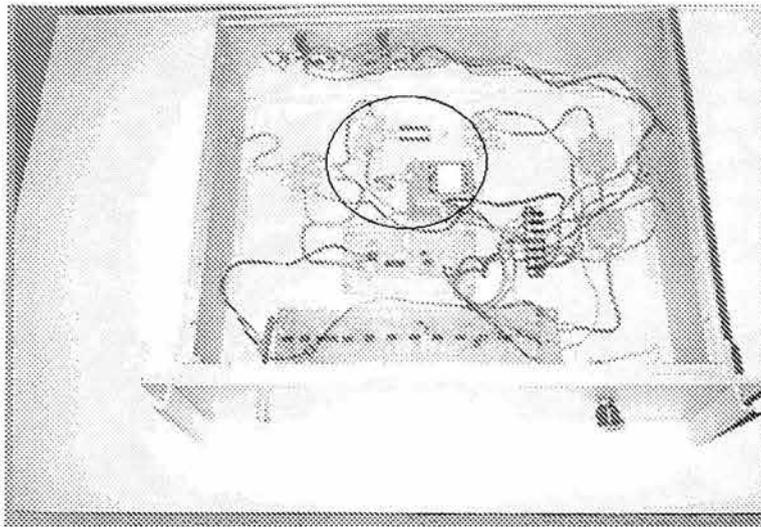


Figura 5.29: El conjunto de componentes encerrados en la elipse corresponden al mezclador utilizado.

señal de salida es proporcional a la potencia de entrada al detector.

En la implementación del circuito detector se utiliza un diodo 1N 4150 (ver figura 5.32), el cual no debe recibir voltajes mayores a 0.2 V para mantener su respuesta lineal. La constante de tiempo del circuito RC la dan las resistencias de $1\text{M}\Omega$ y el capacitor de 1200 pF .

La sección del receptor que está antes del detector es usualmente llamada la parte de alta frecuencia del receptor o la sección de predetección. La sección que sigue del detector es llamada parte de baja frecuencia o sección de posdetección.

Cuando la señal se encuentra a la salida del detector, es amplificada mediante un amplificador de video. El amplificador consta de un arreglo de amplificadores operacionales en etapas. En donde, la señal es invertida usando un seguidor, para luego filtrarse con cierta ganancia y ser nuevamente filtrada; posteriormente se amplifica 20 veces (cociente de resistencias) y es filtrada nuevamente para volver a amplificarse 20

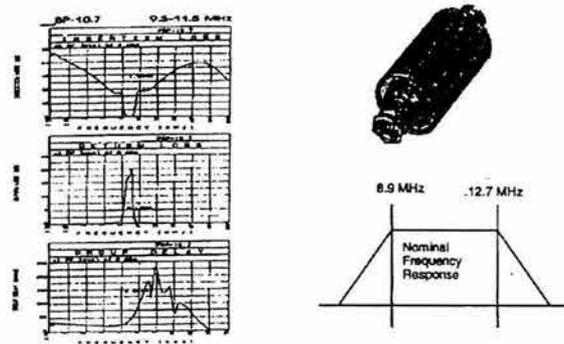


Figura 5.30: Se muestra el filtro pasobanda empleado en el receptor y de igual modo se pueden observar sus parámetros de operación.

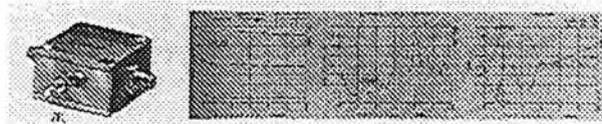


Figura 5.31: Circuito amplificador FI con sus gráficas de operación.

veces. La figura 5.33, muestra el diagrama esquemático del amplificador de video.

Ahora la señal pasa a un switch controlado por una tarjeta de reloj que regula la conmutación del trabajo de switcheo a 1 kHz. El switch consta de un seguidor que lleva la señal a un circuito integrado y de allí a un amplificador. En este switch se realiza la conmutación de la señal y la tarjeta de reloj controla la velocidad de conmutación. La figura 5.34 muestra el diagrama del switch de video.

El integrador del switch de video, integra la potencia de la señal observada para un lapso de tiempo del orden de algunos segundos y se conoce como *constante de integración*. Si el período de integración es muy corto, a la salida se tendrá un ruido excesivo, un período largo causa un suavamiento excesivo de la señal y pérdida de información. La salida del circuito integrador es de voltaje negativo, para esto se utiliza un amplificador operacional en configuración de inversor de ganancia unitaria, en donde se invierte la señal manteniendo constante el voltaje de dc. Este voltaje está listo para ser enviado a un registro analógico o a un convertidor analógico/digital para un sistema de adquisición de datos digitales.

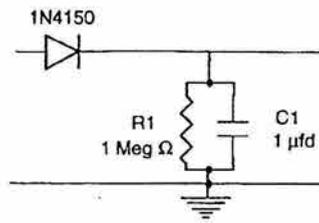


Figura 5.32: Circuito detector de ley cuadrada, los valores de R y C proporcionan una constante de tiempo determinada.

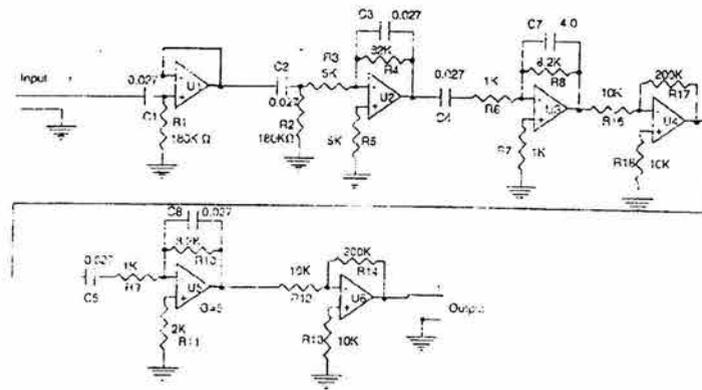


Figura 5.33: Amplificador de video

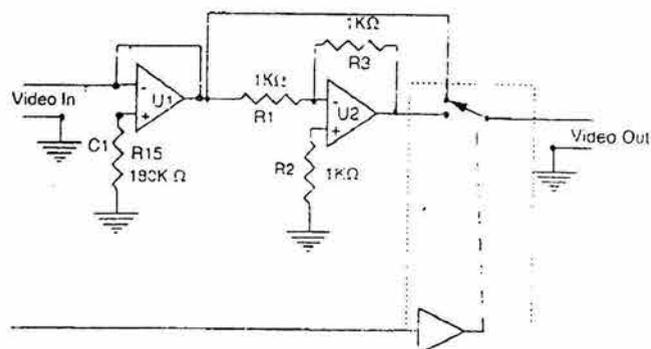


Figura 5.34: Switch de video.

Capítulo 6

Construcción del Radiotelescopio

6.1 Requerimientos en la Ubicación del Radiotelescopio

Existen muchos factores externos para la implementación estructural, eléctrica y electrónica de un radiotelescopio. Los tres factores principales en la elección de un lugar para la construcción de un radiotelescopio son:

- Condiciones atmosféricas y ambientales.
- Sitio geográfico de instalación.
- Ruido electromagnético ambiental.

Debido a que México no participa rigurosamente en los acuerdos internacionales para proteger las bandas del espectro electromagnético reservadas para investigación espacial, el principal limitante en la elección de un lugar para el radiotelescopio es el ruido electromagnético, ya que de otro modo, la información proporcionada por el instrumento será confusa y errónea.

6.1.1 Condiciones Atmosféricas y Ambientales

El sitio en el que ha de instalarse el radiotelescopio debe ser un lugar sin condiciones climáticas extremas, es decir, evitar locaciones con tormentas eléctricas, tornados, lluvias intensas, nevadas, cuya intensidad y periodicidad cataloguen al sitio como zona de alto riesgo. Los tornados, lluvias y nevadas, tienen efectos adversos sobre las estructuras de los radiotelescopios ya que éstas se ven degradadas. Las altas temperaturas y la alta concentración de humedad, traen como consecuencia el mal funcionamiento en la electrónica asociada al sistema de recepción.

Tomando como referencia la Ciudad de México, los estados del Norte son muy cálidos y las altas temperaturas implican una operación irregular de los sistemas electrónicos, mientras que en los estados del Sur, el porcentaje de humedad es muy alto, el cual es resentido por la estructura metálica de las antenas y el funcionamiento de los dispositivos electrónicos dentro de un rango de operación adecuado.

Así de este modo los estados más cercanos a la Ciudad de México son los mejores prospectos para la localización del radiotelescopio debido a sus características templadas y la cercanía a los centros de estudio e investigación más importantes del país.

6.1.2 Condiciones Geográficas

Para el arreglo, el campo de visión es sobre el meridiano local, por lo que se requiere que en la dirección Norte-Sur, el campo de visión sea el mayor posible. Es por esto que el radiotelescopio no debe estar cerca de altas montañas, ni el terreno donde se construya debe tener una pendiente pronunciada, ya que se requiere una orientación en dirección Este-Oeste lo más precisa posible, para que el haz detector en configuración de potencia total apunte hacia el cenith.

6.1.3 Ruido Electromagnético Ambiental

En la planificación de un radiotelescopio es fundamental contemplar la relación señal a ruido en el receptor. La potencia de la señal depende, entre otros factores, de las pérdidas que se hayan producido en la propagación. La potencia del ruido en el receptor tiene dos componentes: una externa y otra interna. Las fuentes de ruido internas son la propia antena, en el caso que tenga pérdidas, más el ruido añadido por todos los elementos que forman al receptor.

El ruido externo es debido a la emisión radioeléctrica de otras fuentes de radio distintas a las que se desean recibir. Los fenómenos de emisión radioeléctrica son de distinta naturaleza y pueden agruparse de la siguiente manera:

- Ruido térmico.
- Emisión radioeléctrica de la tierra.
- Ruido de origen atmosférico debido a las descargas eléctricas (rayos, relámpagos, etc.), generalmente llamados parásitos atmosféricos.
- Fuentes de ruido extraterrestres, como es el ruido galáctico debido a la radiación en la banda de radiofrecuencia proveniente de las estrellas que forman la galaxia, radiación de origen solar y ruido cósmico de fondo.
- Ruido de origen humano e industrial.

A las fuentes de ruido se les caracteriza por su temperatura de brillo T_b medida en grados Kelvin ($^{\circ}K$). La temperatura de brillo de una fuente es una medida de la potencia radiada en una banda de frecuencias y es igual a la temperatura física del cuerpo negro que emite la misma potencia en esta banda, y en general tiene características direccionales.

Por muchos años, el ruido térmico en la primera etapa de un receptor de radiofrecuencias fue usualmente el principal factor limitante en la sensibilidad de un radiotelescopio. Avances recientes en el desarrollo de amplificadores de bajo ruido han reducido a muy bajos niveles el ruido térmico de los amplificadores de radiofrecuencias. La radiación de asentamientos humanos cercanos, de la tierra y del cielo son ahora los factores que más deben considerarse en la elección de un lugar para la construcción de un radiotelescopio.

La atmósfera presenta una atenuación en función de la frecuencia a la cual está asociada la generación de ruido térmico, si se supone un trayecto a través de la atmósfera con atenuación específica γ [$\frac{dB}{km}$], con un espesor de la atmósfera H [km] y ángulo con respecto a la horizontal de ψ [$^{\circ}$], para un modelo de tierra plana la atenuación total es:

$$L = \gamma \frac{H}{\text{sen}\psi} \quad [dB]$$

la temperatura de brillo observada, debida a la atenuación atmosférica es

$$T_b(\psi) = T_m(1 - 10^{-\frac{L}{10}})$$

donde T_m es la temperatura física de la atmósfera.

La temperatura de brillo de la atmósfera es mayor a las frecuencias de fuerte absorción molecular. En la figura 6.1, se representa la temperatura de brillo de la atmósfera en función de la frecuencia para distintos ángulos de elevación. Esta temperatura de brillo puede incrementarse si la atenuación aumenta por causa de lluvia.

En cuanto a la emisión radioeléctrica de la superficie de la tierra depende de su temperatura física, de la rugosidad y del tipo de terreno. A efectos prácticos se puede considerar el valor de $290^{\circ}K$ como un valor razonable para la mayoría de los casos.

La actividad eléctrica en la atmósfera produce descargas que originan radiación radioeléctrica en un amplio espectro de frecuencias con un decaimiento inversamente proporcional a la frecuencia. Este hecho unido a la existencia de la ionosfera que favorece la propagación a grandes distancias de estos parásitos en las bandas VLF y LF, provoca que los parásitos atmosféricos sean especialmente perturbadores a bajas frecuencias.

Un ejemplo de una descarga atmosférica que se propaga en la ionosfera se muestra en la figura 6.2. El ruido originado por el relámpago estuvo acompañado de numerosas descargas durante aproximadamente un segundo. El ancho de banda de la energía producida en el relámpago fue modificada por la trayectoria de propagación en la

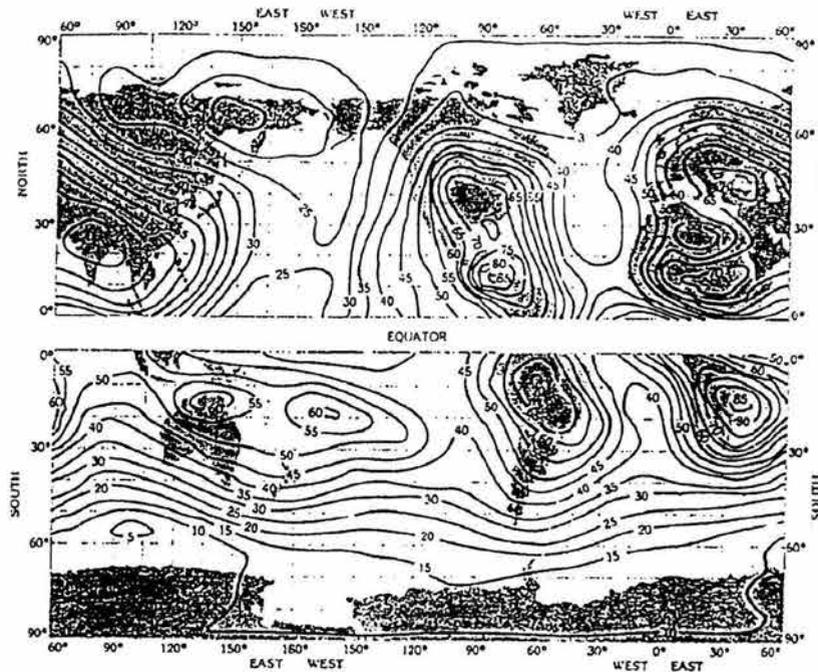


Figura 6.1: Temperatura de brillo de la atmósfera .

ionosfera, así que solo una parte de la descarga se pudo detectar en un receptor colocado a 2000 km de la tormenta. La máxima y mínima frecuencia que se propagaron en la ionosfera se muestran en la figura 6.2 .

La potencia de ruido debido a la actividad eléctrica de la atmósfera presenta variaciones estacionales y espaciales, a frecuencias superiores a 30 MHz, la ionosfera es prácticamente transparente por lo que la temperatura de brillo decrece notablemente y tan sólo es importante el efecto de las perturbaciones próximas

Las fuentes de ruido cósmico están externas a la atmósfera de la Tierra, las principales fuentes de ruido cósmico son el Sol, la Vía Láctea y fuentes de radio discretas. Las actividades en Radioastronomía han identificado un gran número de fuentes de ruido cósmico. El ruido de las fuentes de radio debe penetrar la atmósfera de la Tierra y alcanzar las antenas localizadas en la superficie de la Tierra.

La absorción ionosférica, limita la recepción de ruido cósmico a frecuencias por debajo de los 20 MHz, mientras que el proceso de absorción molecular limita la recepción extraterrestre a frecuencias mayores a 10 GHz. Los satélites reciben a una altura de aproximadamente 1000 km de la superficie de la Tierra y ahí no encuentran estas limitaciones en la recepción.

En la figura 6.3 se muestra el nivel de ruido cósmico en decibeles, relativo a una temperatura de ruido de $290^{\circ}K$ usando un dipolo de $\frac{\lambda}{2}$.

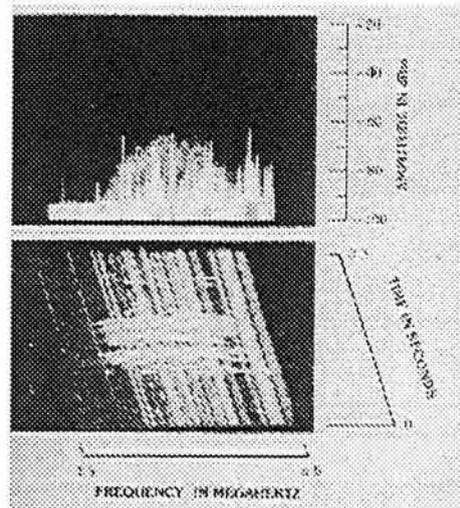


Figura 6.2: Espectro del ruido generado por un relámpago .

El ruido debido a actividades humanas frecuentemente limita el funcionamiento de los receptores de un radiotelescopio, las señales indeseables que serán ruido para el radiotelescopio son debidas a las comunicaciones móviles, recepción de televisión, radio transmisores, radares, líneas de distribución eléctrica y otros dispositivos eléctricos en hogares y centros de trabajo.

Las fuentes de ruido que afectan el funcionamiento de receptores en bajas frecuencias generalmente no producen ruido que afecte a los sistemas de altas frecuencias y viceversa. La amplitud de una fuente de ruido decrece conforme a la distancia, la magnitud del ruido en un receptor depende de parámetros espaciales, variaciones temporales de la fuente de ruido, propiedades direccionales de los elementos radiadores del ruido, y las propiedades direccionales de la antena receptora.

Los niveles promedio de ruido humano son más altos en áreas urbanas y suburbanas que en áreas rurales, a causa del gran número de fuentes de ruido en zonas de gran densidad poblacional. La figura 6.4, muestra los valores de la potencia de ruido promedio en áreas urbanas y suburbanas, de donde se puede observar que las radioseñales porcedentes de fuentes galácticas tienen un nivel mucho menor que el nivel de ruido humano. En zonas remotas, el ruido humano puede ser extremadamente bajo y el ruido de fondo está determinado por el ruido natural, que es el ruido atmosférico por debajo de los 20 MHz y ruido cósmico por arriba de los 20 MHz. En general los niveles de ruido humano decrecen cuando se incrementa la frecuencia, aunque para una fuente específica no puede cumplir esta regla.

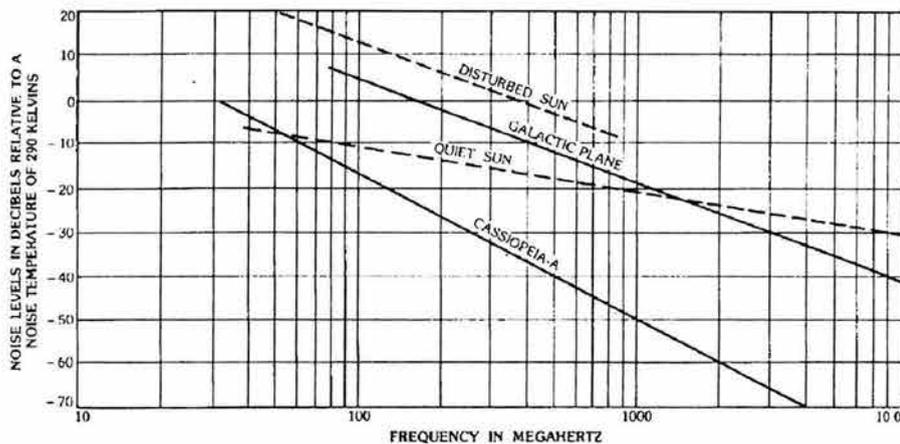


Figura 6.3: Niveles de ruido cósmico utilizando como antena receptora un dipolo de media longitud de onda.

6.2 Radiomonitorreo

Las fuentes de ruido antes mencionadas constituyen en ciertos casos la señal útil que desea medirse. Así, en radioastronomía es justamente la radiación estelar la que se desea conocer, entonces en la elección de un lugar adecuado para la construcción de un radiotelescopio es de suma importancia conocer el ruido ambiental.

Una condición necesaria para la localización de un radiotelescopio es que los niveles de ruido sean muy bajos para poder captar la potencia de las señales provenientes de las fuentes de radio estelares cuyos niveles de potencia son muy bajos.

La frecuencia a la que trabajará el Radiotelescopio de Centelleo Interplanetario es 139.65 MHz con un ancho de banda de 1.5 MHz, a estas frecuencias el único tipo de ruido que puede tener niveles considerables y que afectan la recepción de señales de fuentes de radio estelares, es el ruido debido a actividades humanas.

Así de este modo se decidió realizar un radiomonitorreo dentro de la banda de frecuencia asignada por la SCT, en varios puntos de la República Mexicana, que estuviesen alejados de zonas urbanas para que el funcionamiento del radiotelescopio no estuviera afectado por interferencias y ruido excesivo.

En el radiomonitorreo se utilizaron como elementos detectores:

- Antena omnidireccional para obtener una visión integral del ruido en el entorno a muestrear, las dimensiones físicas y el patrón de radiación de la antena se muestran en la figura 6.5 .
- Antena Yagui-Uda para localizar la posición de las posibles fuentes de ruido, en la figura 6.6 , se muestran sus propiedades direccionales y dimensiones.

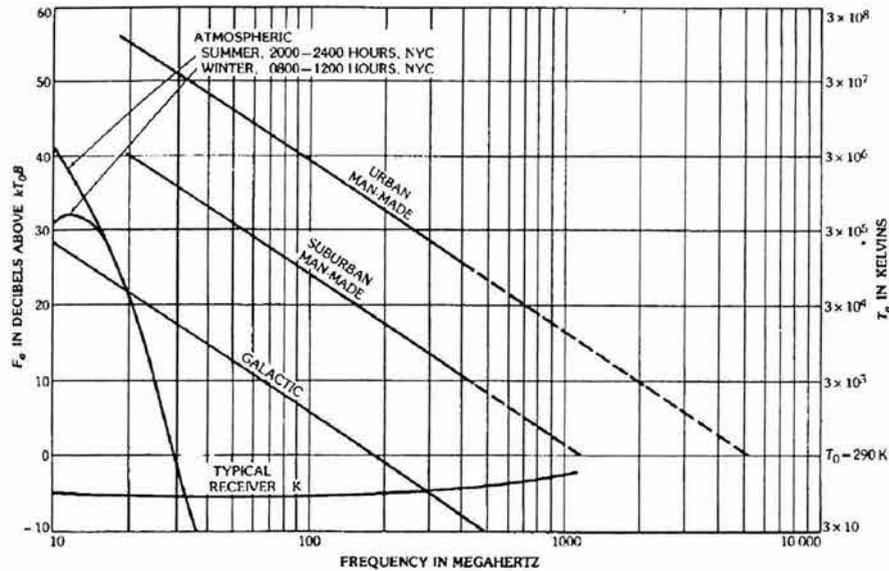


Figura 6.4: Niveles de ruido promedio para diferente tipo de asentamientos humanos, usando una antena omnidireccional .

Ambas antenas fueron construídas para operar a una frecuencia óptima de 139.65 MHz. Como receptor se utiliza un analizador de espectros HP-8596E. Un diagrama esquemático de la disposición de los elementos para realizar el monitoreo de ruido se muestra en la figura 6.7, todas las conexiones se realizan usando conectores tipo N y el cable coaxial es un RG58.

De acuerdo a las condiciones climáticas y geográficas requeridas para la construcción del arreglo y después de un estudio de diversas locaciones en la República Mexicana, se decidió realizar radiomonitoreos en Charcas, San Luis Potosí; Hidalgo y en Coeneo, Michoacán. Las figuras 6.8, 6.9 y 6.10 son los registros típicos medidos con el analizador de espectros en el radiomonitoreo, usando como elemento detector la antena omnidireccional. Del análisis de las pruebas de ruido se detecta que el nivel de ruido en Hidalgo es considerable con respecto a Charcas y Coeneo. En Charcas los monitoreos muestran un ruido ambiental muy bajo pero con interferencias espontáneas dentro del ancho de banda reservado para la operación del radiotelescopio. De este modo y como muestran las lecturas de ruido, debido el bajo nivel de ruido ambiental y la ausencia de interferencias en el rango de frecuencias de operación, hacen que la mejor opción sea Coeneo.

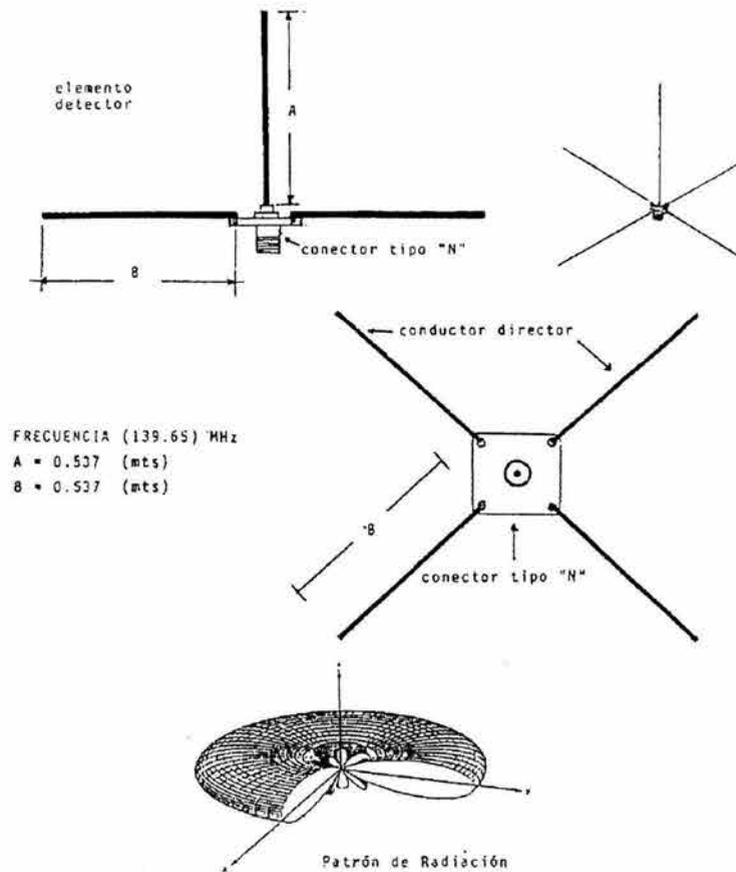


Figura 6.5: Dimensiones físicas de la antena omnidireccional usada en el radiomonitorio y su patrón de radiación teórico.

6.3 Localización del Radiotelescopio

De acuerdo a los resultados obtenidos del radiomonitorio, la construcción del radiotelescopio se hace en Coeneo, Michoacán. Coeneo se localiza al norte del Estado de Michoacán, en las coordenadas $19^{\circ}48'$ de latitud Norte y $101^{\circ}35'$ de longitud Oeste, a una altura de 2040 metros sobre el nivel del mar. Limita al Norte con los municipios de Huaniqueo y Villa Jiménez, al Este con Morelia, al Sur con Quiroga y Erongarícuaro y al Oeste con Zacapu. Su distancia a la capital del Estado es 80 km, lo que asegura que está suficientemente alejado de industrias y asentamientos humanos de gran densidad.

La superficie de Coeneo es de 393.16 km^2 y representa el 0.66 por ciento de la superficie del Estado. Su relieve lo constituye el sistema volcánico, al que corresponde la Sierra de Comanja. Su clima es templado con lluvias en verano. Tiene una precipitación pluvial anual de 791.4 mm y temperaturas que oscilan de 4.8°C a 26°C .

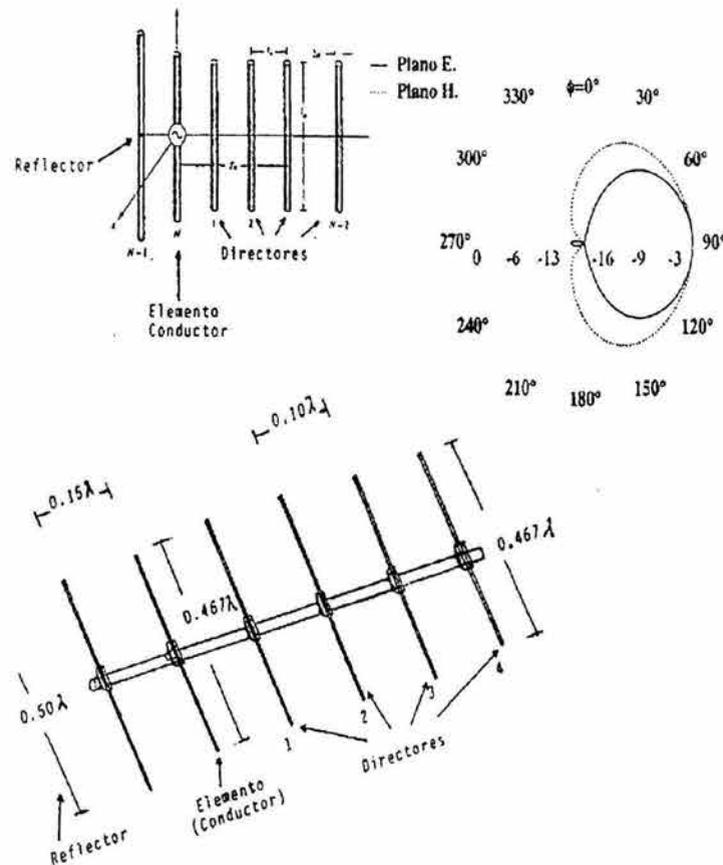


Figura 6.6: Esquema que muestra las dimensiones para la antena Yagui-Uda empleada en el radiomonitorio, también se muestra su patrón de radiación en donde se exhiben sus propiedades direccionales.

Es una comunidad de actividad agrícola en donde los principales cultivos son lenteja, maíz y trigo. La actividad ganadera y forestal se tiene en menor proporción.

6.4 Construcción de la Estructura del Arreglo

En junio de 1999 se realizaron varias reuniones con el entonces presidente municipal de Coeneo, Michoacán y con miembros de la comunidad ejidal General Félix Ireta, con el propósito de presentarles el proyecto del radiotelescopio y solicitar la donación de un terreno para construir el arreglo. Después de varias pláticas la comunidad acordó donar a la UNAM un terreno de aproximadamente 3.5 hectáreas para la construcción

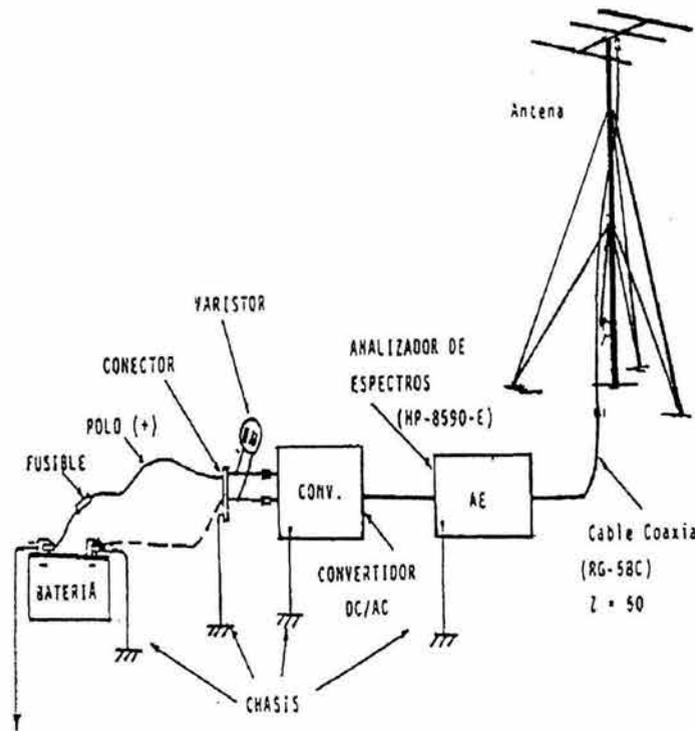


Figura 6.7: Configuración de equipo y elementos detectores utilizados para la realización del radiomonitorio .

del radiotelescopio.

Una vez que se realizan los trámites legales para concretar la donación del terreno a la UNAM, se procede a realizar estudios topográficos del sitio y una vez localizados con precisión los cuatro puntos cardinales se continúa con el acondicionamiento del terreno a las condiciones requeridas por el diseño del radiotelescopio; la nivelación del terreno y el levantamiento de una plataforma de terraplen de 50 cm de alto con una superficie de aproximadamente $10000m^2$, proporcionan los cimientos sobre los cuales descansará la estructura de postes del arreglo dipolar, ver figura 6.12.

La construcción de la estructura de soporte de la antena consta de 1200 postes de 3 metros cada uno, impermeabilizados y colocados posteriormente a lo largo de 64 líneas que cubren el área de la antena, lo cual se realiza con sumo cuidado para obtener una orientación Este-Oeste y Norte-Sur, lo más precisa posible, ver figura 6.13.

Al mismo tiempo se introduce el sistema de tubería, que albergará al cableado correspondiente a cada unidad básica de la antena, requerido para que la señal recorra el proceso descrito en el capítulo 3, ver figura 6.14.

Posteriormente el ensamblaje, colocación y alineación de los dipolos que conforman

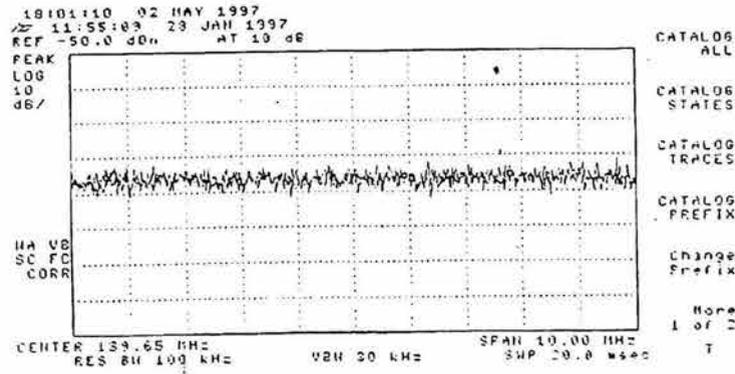


Figura 6.8: Gráfica tomada con el analizador de espectros HP-8590-E, utilizando la antena omnidireccional en la localidad de Tulancingo, Hidalgo.

al arreglo, se realiza en conjunto con las líneas de transmisión que transportarán las señales captadas por las secciones básicas de dipolos, ver figuras 6.16 y 6.17 .

Una vez que se tiene terminada la estructura del arreglo piloto, con dipolos y red de tuberías se continúa trabajando en el avance de la estructura del arreglo total, mientras que se comienza a calibrar las características del arreglo piloto.

6.5 Caracterización del Arreglo Piloto

6.5.1 Patrón de Radiación Teórico

La expresión que describe las propiedades del campo eléctrico radiado por un dipolo de longitud finita , según la ecuación (4.36), puede expresarse como sigue,

$$E_{\theta} = j\eta_0 I_0 \frac{e^{-j\beta_0 r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\frac{\beta_0 l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta_0 l}{2})}{\sin\theta} \right] \quad (6.1)$$

para un dipolo de longitud de onda completa $l = \lambda$, se tiene la siguiente expresión que describe sus características radiativas,

$$E_{\theta} = j\eta_0 I_0 \frac{e^{-j\beta_0 r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\pi \cos\theta) - \cos(\pi)}{\sin\theta} \right] \quad (6.2)$$

Para el dipolo de longitud de onda completa, el vector de Poynting promedio puede expresarse como sigue,

$$\vec{S}_{\text{prom}} = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E} \times \vec{H}^*] = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{a}_{\theta} E_{\theta} \times \vec{a}_{\phi} H_{\theta}] = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{a}_{\theta} E_{\theta} \times \vec{a}_{\phi} \frac{E_{\theta}^*}{\eta_0} \right] \quad (6.3)$$

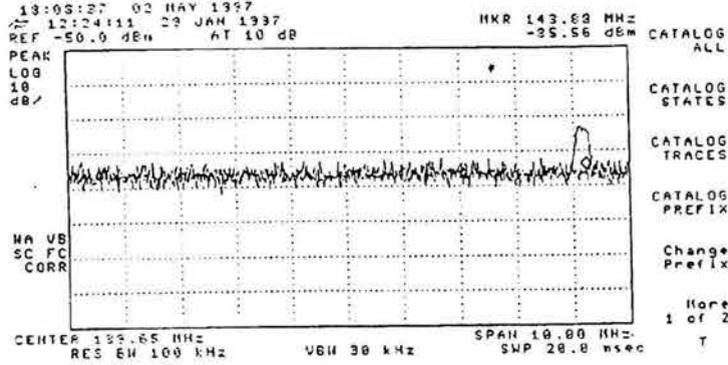


Figura 6.9: Espectro de potencia registrado en Charcas, San Luis Potosí. Donde se observa una interferencia repentina dentro del ancho de banda asignado .

$$\vec{S}_{prom} = \vec{a}_r S_{prom} = \vec{a}_r \frac{1}{2\eta_0} |E_\theta|^2 = \vec{a}_r \frac{\eta_0 |I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos(\pi \cos\theta) - \cos(\pi)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (6.4)$$

entonces, la intensidad de radiación de un dipolo de longitud de onda completa queda,

$$U = r^2 S_{prom} = \frac{\eta_0 |I_0|^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos(\pi \cos\theta) - \cos(\pi)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (6.5)$$

normalizando se tiene,

$$U_{norm} = \left[\frac{\cos(\pi \cos\theta) - \cos(\pi)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (6.6)$$

Al graficar la intensidad de radiación normalizada, dada por la ecuación anterior se obtiene el patrón de radiación de un dipolo de longitud de onda completa, el cual se muestra en la figura 6.19.

Ahora considerando una línea Este-Oeste del arreglo piloto que está compuesta de 64 dipolos de longitud de onda completa y considerando cada elemento dipolar como una fuente isotrópica, entonces la separación entre cada una es $d = \lambda$. Se tiene que el factor de un arreglo de N fuentes isotrópicas está descrito por la ecuación (4.55)

$$FA = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\Psi\right)}{\frac{N}{2}\Psi} \quad (6.7)$$

donde $\Psi = \beta d \cos\theta + \delta$, suponiendo que no existe un defasamiento progresivo entre las corrientes inducidas en las antenas que conforman al arreglo, es decir, $\delta = 0$, entonces

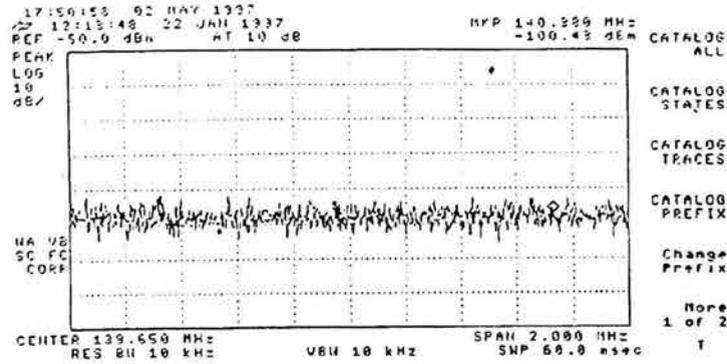


Figura 6.10: Gráfica del nivel de ruido tomada en Coeneo, Michoacán. El nivel de ruido para esta localidad se mantiene constante y no se tienen interferencia dentro del ancho de banda asignado para la operación del radiotelescopio.

de la ecuación (4.55), el factor del arreglo para $N = 64$ elementos radiadores dispuestos de manera adyacente manteniendo una separación constante de 1λ , esta dado por

$$FA = \frac{\text{sen}\left(\frac{64}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\lambda\cos\theta\right)\right)}{\frac{64}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\lambda\cos\theta\right)} \quad (6.8)$$

$$FA = \frac{\text{sen}(64\pi\cos\theta)}{64\pi\cos\theta} \quad (6.9)$$

para cuando $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 180^\circ$, el factor del arreglo se anula, teniendo entonces las direcciones en las cuales se obtiene la mínima radiación del arreglo, para $\theta = 90^\circ$ y $\theta = 270^\circ$, la intensidad del factor del arreglo es máxima, siendo entonces que el arreglo presenta una radiación tipo broadside, es decir, sus máximos de radiación se tienen en la dirección ortogonal al eje del arreglo.

La ecuación anterior tiene la forma de una función sinc $\frac{\text{sen}x}{x}$, donde $x = 64\pi\cos\theta$, la mitad de la potencia total de esta función se obtiene cuando $x = \pm 1.391$, o sea

$$x = 64\pi\cos\theta = \pm 1.391$$

$$\cos\theta = \pm \frac{1.391}{64\pi}$$

encontrando el ángulo en el cual se recibe la mitad de la potencia máxima recibida, se tiene

$$\theta_h = \cos^{-1}\left(\pm \frac{1.391}{64\pi}\right) = 89.6^\circ \quad (6.10)$$

entonces el ancho del haz de media potencia se obtiene mediante la siguiente expresión

$$\theta_{HPBW} = 2|\theta_{max} - \theta_h| = 2|90^\circ - 89.6^\circ| = 0.8^\circ \quad (6.11)$$



Figura 6.11: Localización geográfica del municipio de Coeneo en el Estado de Michoacán.

La modificación en el patrón de radiación del arreglo de 64 dipolos de longitud de onda completa que introduce la pantalla reflectora, está descrita por la siguiente ecuación.

$$F(\theta) = 2|\text{sen}(\beta_0 h \text{sen}\theta)|$$

donde h es la distancia entre la pantalla reflectora y el arreglo de antenas, que para el caso que se está analizando $h = \frac{\lambda}{4}$, teniendo entonces

$$F(\theta) = 2|\text{sen}\left(\frac{2\pi \text{lambda}}{\lambda} \frac{1}{4} \text{sen}\theta\right)|$$

$$F(\theta) = 2|\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \text{sen}\theta\right)| \quad (6.12)$$

Las propiedades direccionales que producirá la pantalla reflectora en la intensidad de radiación del arreglo se muestra en la figura 5.13, para diferentes alturas con respecto al plano de tierra.

Así de esta manera el patrón de radiación total de cada línea E-O estará afectado por el tipo de elemento radiador, que en este caso es un dipolo de longitud de onda completa, el número de elementos radiadores $N = 64$ y la manera en que están dispuestos, finalmente el efecto que produce la pantalla reflectora. Por teoría de arreglos los patrones de radiación de los tres factores enunciados anteriormente se multiplican para tener así un patrón de radiación cuya aproximación teórica se muestra en la figura 6.20.

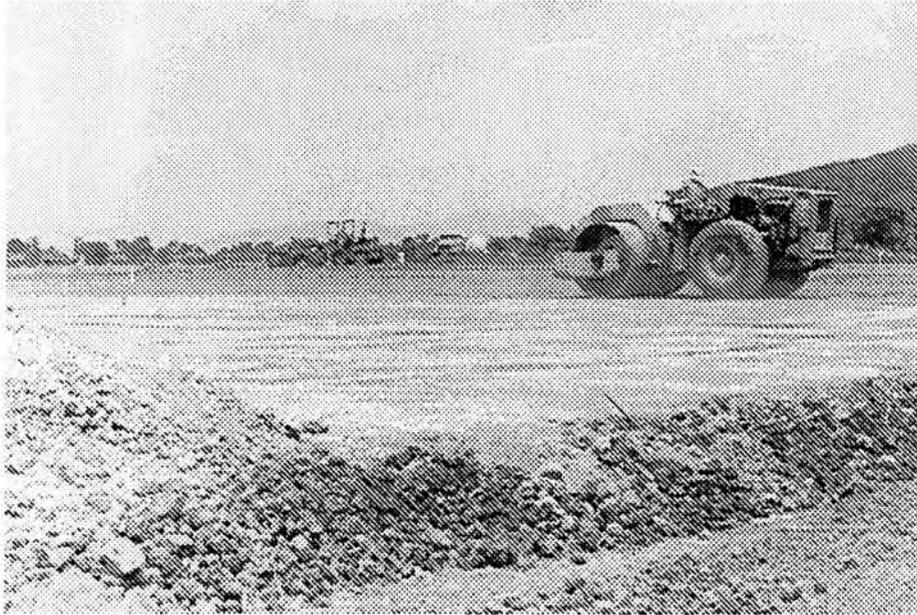


Figura 6.12: Levantamiento de la plataforma en donde se construye el Radiotelescopio

6.5.2 Balun y Red de Acoplamiento

El arreglo piloto consta de 4 líneas Este-Oeste, cada una con 64 dipolo de onda completa, conectados en paralelo a una línea de transmisión bifilar de 1λ de longitud de las mismas características que la línea de transmisión principal. Los dipolos fueron ensamblados para tener una sintonía a 139.65 MHz, una vez que se conectan a la línea de transmisión, las mediciones muestran que la sintonización de los dipolos se recorre a 107 MHz.

Las irregularidades en la longitud y ensamblado de la línea de 1λ que conecta al dipolo con la línea de transmisión que recolecta las señales de los 16 dipolos de una sección básica, son las causantes de que en el puerto al que se conecta el balun, se tenga una impedancia real promedio de 40Ω más una impedancia reactiva, en vez de tener únicamente una impedancia real cercana a 50Ω . Esto trae como consecuencia un mal acoplamiento y un recorrimiento en la banda de sintonía deseada.

Para regresar la sintonía de los dipolos a 138 MHz, existen dos alternativas a realizar en el puerto al que irá conectado el balun (mitad de la línea de transmisión principal).

- Estimar la longitud exacta de la línea de transmisión de 1λ
- Incorporar un arreglo de reactancias en la entrada del balun para lograr la sintonización a 138 MHz y eliminar las reactancias indeseadas



Figura 6.13: Estructura de soporte sobre la cual se tenderán los dipolos y líneas de transmisión

Como el arreglo piloto para esta etapa ya se encuentra ensamblado, la primera opción implicaría desoldar los dipolos y rectificar medidas con mucha precisión, lo cual no es efectivo y demanda muchas horas de trabajo. Así de esta manera se opta por la implementación de una red de acoplamiento pasiva que se instale a la entrada del balun.

Usando un voltmetro vectorial (HP 8508A) y un generador de RF (Rhode-Schwarz) se obtienen las mediciones de la impedancia del dipolo en el punto de interfase entre la línea de 1λ y la línea de transmisión de cada sección básica. La figura 6.22 muestra el equipo requerido y la forma en que son conectados los instrumentos para obtener los valores de \mathbf{R} y \mathbf{X} que se muestran en la tabla siguiente

El promedio de estas mediciones es la impedancia típica de los dipolos conectados a la línea de transmisión en el puerto del balun, hay que recordar que cada unidad básica debe exhibir propiedades simétricas, debido a su naturaleza de diseño y construcción. Como se puede verificar en la tabla anterior, los dipolos más la línea muestran reactivancias capacitivas en cualquier puerto del balun, una inductancia en serie podría ser visto como una solución fácil, pero no lo es, ya que la parte real de la impedancia en el puerto de balun aún sigue estando lejos de $50\ \Omega$, lo cual no asegura una transferencia eficiente de la potencia recibida por los dipolos. El diseño de la red de acoplamiento se decide principalmente por la localización de la \mathbf{R} y \mathbf{X} que exhiben los 8 dipolos más las líneas de transmisión de 1λ en una carta de Smith.

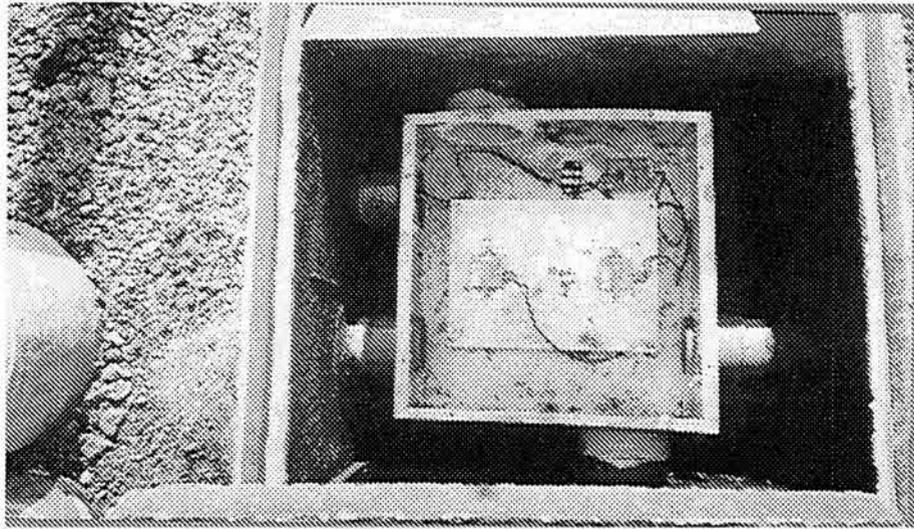


Figura 6.14: Configuración de cajas donde serán colocados los amplificadores del primer nivel de amplificación.

La impedancia medida con los instrumentos y su modificación puede ser graficada en una carta de Smith, donde es sugerida una red de acoplamiento formada por una inductancia en serie y una capacitancia en paralelo [UHF AND VHF ARRL]. Si a la impedancia de los dipolos + línea de transmisión Z_{dp} se le agrega una inductancia L en serie, la impedancia entonces se modifica y se puede expresar ahora como,

$$\begin{aligned} Z_s &= Z_{dp} + Z_L \\ &= Z_{dp} + 2\pi f \cdot L_1 \end{aligned} \quad (6.13)$$

como se muestra en la figura 6.21, Z_s y la capacitancia están en paralelo; Z_0 es la impedancia deseada en el puerto del balun, normalizando con respecto a 50Ω , se tiene $Z_0 = 1 + j0$. Por propiedades de admitancias se puede escribir,

$$Y_s + Y_C = Y_0 \quad (6.14)$$

donde,

$$\begin{aligned} Y_C &= \frac{1}{Z_C} \\ &= \frac{1}{2\pi f \cdot C_1} \end{aligned} \quad (6.15)$$

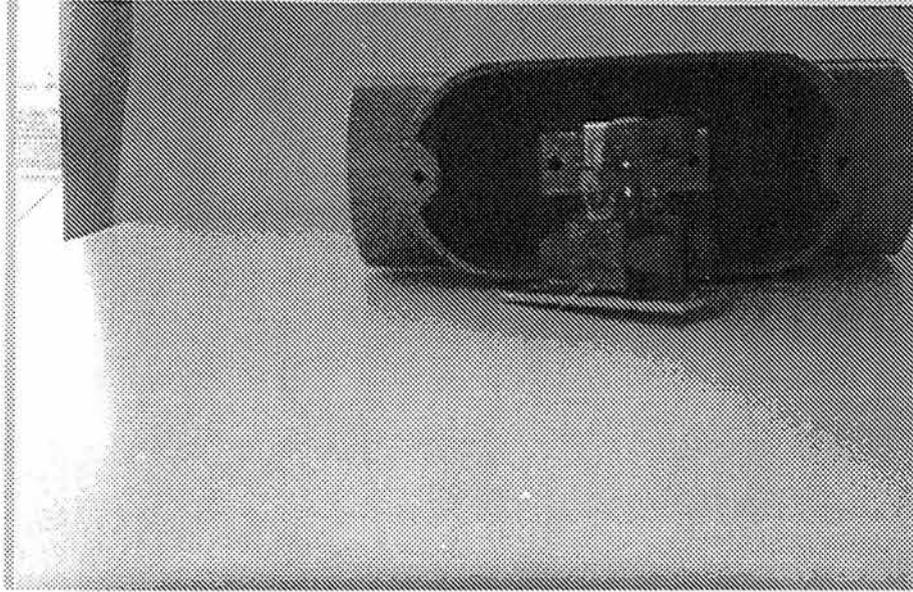


Figura 6.15: Configuración de cajas donde se instalan los combinadores correspondientes al primero y segundo nivel de combinación.

debido a que la impedancia del dipolo + línea de transmisión Z_{dp} medida presenta una reactancia capacitiva, entonces, $Z_{dp} = R_d - jX_d$, teniendo

$$Z_s = Z_{dp} + Z_L = R_d - jX_d + 2\pi fL = R_d + j(t - X_d) \quad (6.16)$$

donde $t = 2\pi fL$, ahora Y_s se puede expresar como sigue

$$\begin{aligned} Y_s &= \frac{1}{R_d + j(t - X_d)} \\ &= \frac{R_d - j(t - X_d)}{R_d^2 + (t - X_d)^2} \\ &= \frac{1}{N} \cdot [R_d - j(t - X_d)] \end{aligned} \quad (6.17)$$

teniendo entonces,

$$N = R_d^2 + X_d^2 - 2X_d t + t^2 \quad (6.18)$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (6.14), se tiene

$$\frac{1}{N} \cdot [R_d - j(t - X_d)] + \frac{j}{s} = 1.0 + 0j, \quad (6.19)$$

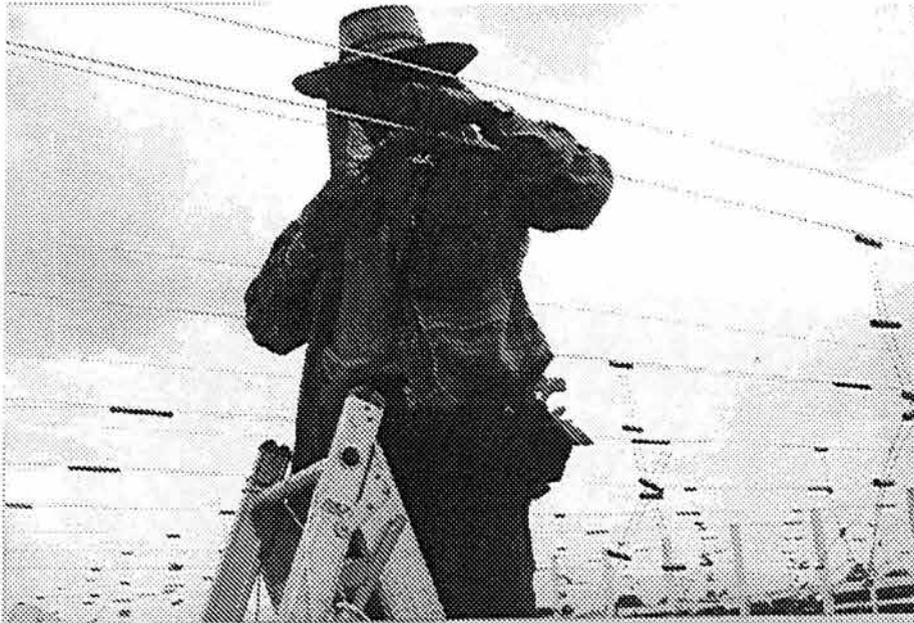


Figura 6.16: En la figura se muestra la elaboración de los dipolos

donde s es la reactancia del capacitor C_1 , ,

$$s = \frac{1}{2\pi f \cdot C_1} \quad (6.20)$$

Igualando las partes reales de la ecuación (6.19),

$$N = R_d \quad (6.21)$$

i.e.,

$$R_d^2 + X_d^2 - 2X_d t + t^2 - R_d = 0 \quad (6.22)$$

arreglando los términos, la ecuación anterior queda ,

$$t^2 - 2X_d t + R_d^2 + X_d^2 - R_d = 0 \quad (6.23)$$

la expresión (6.23) es una ecuación cuadrática que puede resolverse fácilmente, las dos raíces de t obtenidas, deben ser examinadas en conjunto con los siguientes resultados.

Ahora igualando las partes imaginarias de la ecuación (6.19)

$$\frac{(X_d - t)}{N} + \frac{1}{s} = 0 \quad (6.24)$$



Figura 6.17: Líneas de transmisión

i.e.,

$$\begin{aligned} s(X_d - t) + R_d^2 + X_d^2 - 2X_d t + t^2 &= 0 \\ t^2 - t(s + 2X_d) + R_d^2 + X_d^2 + sX_d &= 0 \end{aligned} \quad (6.25)$$

de la ecuación (6.23), se tiene que,

$$t^2 - 2X_d t + R_d^2 + X_d^2 = R_d \quad (6.26)$$

la ecuación (6.25) se reduce a

$$\begin{aligned} -st + sX_d + R_d &= 0 \\ s &= \frac{R_d}{t - X_d} \end{aligned} \quad (6.27)$$

Si la ecuación (6.23) tiene raíces reales, entonces se puede encontrar un valor para s usando la ecuación (6.27) y así encontrar los valores de L y C requeridos por le red de acoplamiento. Pero en el caso en el que la ecuación (6.23) no tenga raíces reales, el cálculo resulta diferente, hay que obligar a que de la ecuación (6.25) se extraigan raíces



Figura 6.18: Configuración final de la estructura del arreglo

reales, para esto se debe cumplir la siguiente desigualdad

$$(s + x_d)^2 > 4(R_d^2 + X_d^2 + sX_d) \quad (6.28)$$

de tal modo que se fija un valor de s para obtener una solución real de t .

De la tabla anterior, se tiene que los valores promedio para las 24 mediciones son: $R = 42.3\Omega$ y $X = -1.906\Omega$, obteniendo los valores normalizados a una impedancia de 50Ω , $R_d = 0.846$ $X_d = 0.038$, sustituyendo estos valores en la ecuación (6.23)

$$t^2 - 0.07624t - 0.12883 = 0$$

esta ecuación no tiene raíces reales, la alternativa es encontrar las raíces de (6.25) usando la desigualdad (6.28)

$$(s + 0.076)^2 > 0.152s + 2.868$$

para que la desigualdad se cumpla, $s > 1.63$, ahora se necesita resolver (6.25) para encontrar un t y después sustituir el s propuesto y la t encontrada en (6.14), si el valor de Y_0 encontrado con estos valores está lejos de ser uno, entonces se propone otra s que cumpla con la desigualdad y se repite el procedimiento hasta obtener $Y_0 = 1$. Algunas iteraciones se muestran en la siguiente tabla

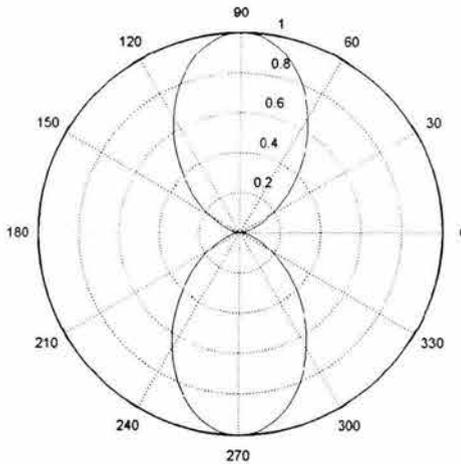


Figura 6.19: Patrón de radiación teórico para el dipolo de 1 longitud de onda

s	t	Y_0
1.694	0.84397	0.6197
1.70	0.80574	0.6483
1.90	0.55593	0.8599
2.10	0.46620	0.9410
2.30	0.40916	0.9913

Como se muestra en la tabla anterior se elige $s = 2.3$, con lo cual $t = 0.4092$ y entonces se obtiene que $L = 23.6$ nH y $C = 10$ pF. Una vez implementada esta red de acoplamiento se necesitaba probar su eficiencia en la sintonización de los dipolos del arreglo, en la figura 6.22, se muestra la configuración y el equipo requerido en estas mediciones

Después de procesar la información obtenida en las mediciones se obtiene la gráfica de la figura 6.23, donde muestra como se recorre la frecuencia de sintonización de los dipolos de una línea

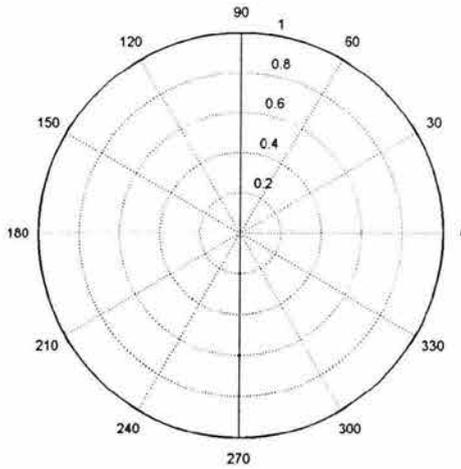


Figura 6.20: Patrón de radiación teórico de una línea de 64 dipolos de 1 longitud de onda

Dipole Row	Balun-1		Balun-2		Balun-3		Balun-4	
	R	X	R	X	R	X	R	X
1	44.2	-2.40	43.4	-2.84	43.8	-0.12	42.9	-1.30
2	44.1	-2.35	43.2	-2.63	42.3	-1.43	44.9	-0.92
3	42.5	-2.05	42.8	-3.72	42.7	-1.64	42.1	-1.39
4	41.2	-2.45	41.6	-3.25	41.6	-1.99	41.3	-1.55
5	42.0	-2.68	42.0	-4.10	41.0	-0.95	41.8	-0.69
6	40.5	-2.28	41.0	-2.20	40.6	-0.51	41.7	-0.30

Tabla 6.1: Vóltmetro vectorial – HP 8508A & Refl./Trans.Test Set HP 87512A. Todos los valores estan en Ω

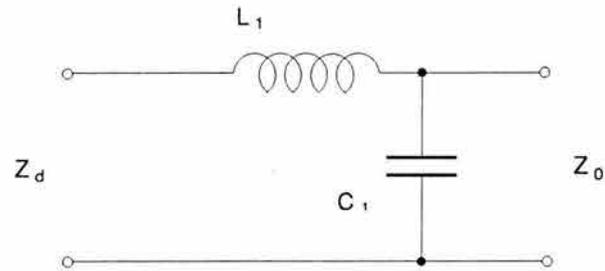


Fig. 1 Matching Network .

Figura 6.21: Red de acoplamiento pasiva a implementar

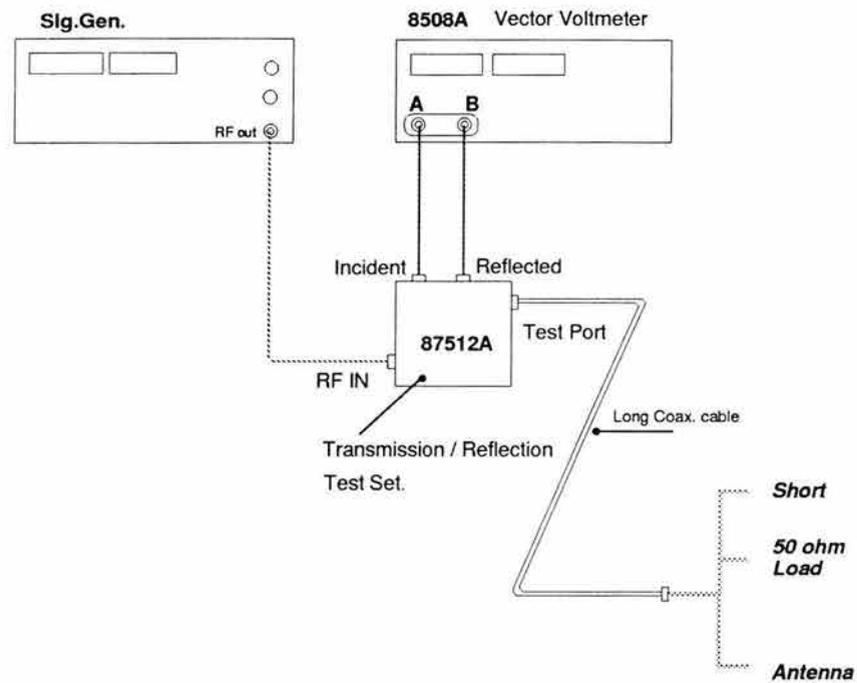


Fig. A1 [MxA/TR/2k2 - 02]

Figura 6.22: Configuración del equipo utilizado en la medición de la sintonización de los dipolos del arreglo

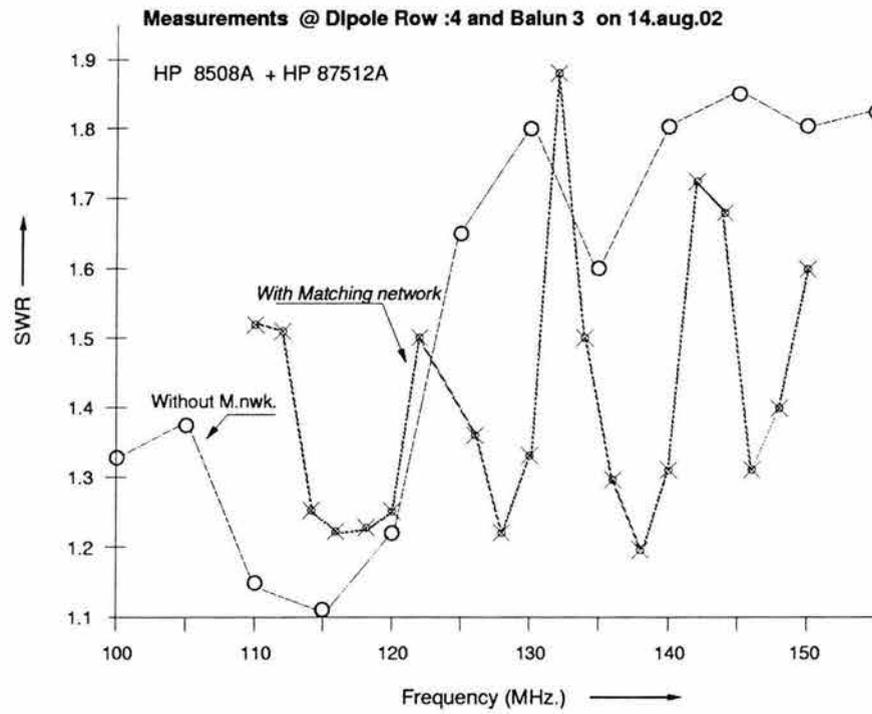


Fig. 1 [MxA/TR/2k2 - 02]

Figura 6.23: Mediciones de sintonía en la línea 4 del arreglo prototipo

Capítulo 7

Conclusiones

Del radiomonitorio realizado en el verano de 1999 en Coeneo, Michoacán y en el cual fuí colaborador, se tomó la decisión de instalar las instalaciones del Observatorio de Centelleo Interplanetario en aquella localidad debido al muy bajo nivel de ruido y la ausencia de interferencias repentinas, además de contar con una coraza natural contra interferencias de las ciudades más cercanas, gracias a las cordilleras que rodean el valle en donde se construye el radiotelescopio. La elaboración de la estructura de madera que soportaría a la antena fue cuidadosamente tratada, aún con mayor detalle y precisión se realiza el ensamble de los dipolos y líneas de transmisión, procurando cumplir un rango de error no mayor al 5%, ya que éste exceso en las dimensiones del arreglo dipolar tiene un efecto aditivo por cada línea, el cual puede llegar a ser comparable con la longitud de onda a la cual opera la antena, lo cual traería como consecuencia efectos radiativos en las antenas no deseables.

Del diseño del arreglo dipolar se tiene una sensibilidad para el arreglo total de 7.4 Jy, entonces las fuentes de radio que tengan una densidad de potencia de flujo mayor o igual a 7.4 Jy, podrán ser captadas por el radiotelescopio, la lista de fuentes de radio para mapear el viento estelar no son catalogadas en este trabajo, dicha tarea es fundamental para conocer las posiciones y la cobertura que habrán de cubrir los lóbulos detectores del arreglo utilizando la matriz de Butler.

Con respecto a las propiedades radiativas espaciales de la antena, se obtuvo un ancho de media potencia del lóbulo principal teórico para cada línea de dipolos de aproximadamente 0.8° , propiedad que permitirá resolver fuentes de radio con tamaño angular mayor o igual a 0.8° . Obteniendo así de esta manera un mejor mapeo del cielo, logrando un rastreo eficiente de las perturbaciones en el medio interplanetario.

Con respecto a la red de acoplamiento implementada para las 4 líneas de dipolos que conforman el arreglo piloto, es necesario mencionar que el circuito implementado se encuentra sometido a prueba de acuerdo al desempeño que se obtenga en la recepción de radioseñales, en caso de que opere adecuadamente, habrá que realizar el mismo proceso descrito en este trabajo, pero ahora considerando las 64 líneas. La estructura

dipolar del radiotelescopio ya se encuentra totalmente finalizada, dando paso a las siguientes etapas en la construcción del radiotelescopio.

Hay que notar que la crónica del diseño y la construcción del arreglo dipolar no termina en este trabajo, ya que una vez que se ha construido la estructura requerida por el diseño y se han sintonizado las antenas del arreglo ahora se requiere de la construcción del receptor y de una matriz de Butler de 64 puertos. La elaboración del radiotelescopio se está realizando en colaboración con científicos y técnicos del TIFR (Tata Institute of Fundamental Research) de la India. Así de esta manera mediante pláticas del departamento de Física Espacial del Instituto de Geofísica y la contraparte colaboradora, se ha llegado al acuerdo de que la mejor opción sería la construcción de un receptor y matriz de Butler digitales utilizando FPGAs (Field Programable Gate Arrays) lo cual implica una filosofía de cómputo reconfigurable.

Los FPGAs (circuitos lógicos programables) son una excelente alternativa para desarrollar sistemas digitales de alto desempeño. Su uso se ha extendido a la industria de las telecomunicaciones, sistemas avanzados de cómputo, industria manufacturera, además de ser ampliamente usados en proyectos de investigación y desarrollo tecnológico. Con los FPGAs es posible implementar sistemas complejos especializados para resolver problemas específicos, logrando un desempeño muy superior al que ofrecen los sistemas convencionales basados en procesadores o en DSPs.

De esta manera con el diseño y construcción del receptor digital usando FPGAs y con el principio de cómputo reconfigurable, la estructura dipolar se pone a disposición de algunas otras líneas de investigación que no necesariamente sean centelleo interplanetario, con lo cual el radiotelescopio de Michoacán puede llegar a convertirse en un instrumento multidisciplinario.

Con la realización de este trabajo pude aclarar algunas de mis dudas que por varios años me habían perseguido, quizá y lo mas emocionante fue tratar de comprender y detectar lo invisible, lo inalcanzable. Pero a su vez se generaron en mi muchas interrogantes, aún más de las que motivaron éste trabajo, con lo cual me doy cuenta que las dudas implican libertad y que cuando un hombre deja de dudar es porque ha dejado de ser libre.

Apéndice [A]

Características de Otros Radiotelescopios

RadioTelescopio de Ooty ORT	
Frecuencia de operación	326.5 MHz
Ancho de Banda	15 MHz
Alimentación	dipolos de media onda
Reflector	cilíndrico parabólico
Dimensiones de apertura	30 m x 530 m
Apertura física	1600 m^2
Sensibilidad	2.65 K/Jy
Rango de declinación	-60° - +60°
Rango de hora angular	-4h - 5.5 h
Montaje	ecuatorial
Razón de movimiento	grados/minuto

Tabla 1: Especificaciones técnicas Del ORT.

Estación Fuji	
Longitud	138° E 36' 42"
Latitud	35° N 25' 36"
Altitud	1020 m
Apertura física	100 m E-O, 20 m N-S
Apertura efectiva	1500 m ²
Polarización	lineal- horizontal
Temperatura del sistema	151° K

Tabla 2: Especificaciones técnicas para la estación Fuji del STEL.

Estación Sugadaira	
Longitud	138° E 19' 16"
Latitud	36° N 31' 12"
Altitud	1280 m
Apertura física	100 m E-O, 20 m N-S
Apertura efectiva	1100 m ²
Polarización	lineal- horizontal
Temperatura del sistema	229° K

Tabla 3: Especificaciones técnicas para la estación Sugadaira del STEL.

Estación Toyokawa	
Longitud	137° E 22' 9"
Latitud	34° N 50' 5"
Altitud	16 m
Apertura física	100 m E-O, 20 m N-S
Apertura efectiva	1013 m ²
Polarización	lineal- horizontal
Temperatura del sistema	334° K

Tabla 4: Especificaciones técnicas para la estación Toyokawa del STEL.

Estación Kiso	
Longitud	137° E 37' 49"
Latitud	35° N 47' 34"
Altitud	1110 m
Apertura física	74 m E-O, 27 m N-S
Apertura efectiva	1100 m ²
Polarización	lineal- horizontal
Temperatura del sistema	229° K

Tabla 5: Especificaciones técnicas para la estación Kiso del STEL.

Estación Tromso (<i>transmisor</i>)	
Longitud	19° 14' E
Latitud	69° 35' N
Altitud	86.28 m
Banda	VHF
Frecuencia central	224 MHz
Ancho de banda	8 MHz
Número de canales	8
Receptor	analógico/digital
Temperatura del sistema	229 – 350° K
Antena	cilíndrica parabólica
Superficie	40 x 120 m
Sistema de alimentación	descentrado
Ganancia	48.1 dBi
Polarización	circular
Figura de mérito del sistema	30 MWm ² /K

Tabla 6: Especificaciones técnicas para la estación transmisora Tromso de EISCAT.

Estación Tromso (<i>receptor</i>)	
Longitud	19° 14' <i>E</i>
Latitud	69° 35' <i>N</i>
Altitud	86.28 m
Banda	UHF
Frecuencia central	931 MHz
Ancho de banda	8 MHz
Número de canales	8
Receptor	analógico/digital
Temperatura del sistema	90 – 110° <i>K</i>
Antena	parabólica
Diámetro	32 m
Sistema de alimentación	Cassegrain
Ganancia	48.1 dBi
Polarización	circular
Figura de mérito del sistema	8 MWm ² /K

Tabla 7: Especificaciones técnicas para la estación receptora Tromso de EISCAT.

Estación Kiruna	
Longitud	20° 26' <i>E</i>
Latitud	67° 52' <i>N</i>
Altitud	417.62 m
Banda	UHF
Frecuencia central	931 MHz
Ancho de banda	8 MHz
Número de canales	8
Receptor	analógico/digital
Temperatura del sistema	30 – 35° <i>K</i>
Antena	parabólica
Diámetro	32 m
Sistema de alimentación	Cassegrain
Ganancia	48.1 dBi
Polarización	cualquiera

Tabla 8: Especificaciones técnicas para la estación Kiruna de EISCAT.

Estación Sodankyla	
Longitud	26° 38' <i>E</i>
Latitud	67° 22' <i>N</i>
Altitud	197.03 m
Banda	UHF
Frecuencia central	931 MHz
Ancho de banda	8 MHz
Número de canales	8
Receptor	analógico/digital
Temperatura del sistema	30 – 35° <i>K</i>
Antena	parabólica
Diámetro	32 m
Sistema de alimentación	Cassegrain
Ganancia	48.1 dBi
Polarización	cualquiera

Tabla 9: Especificaciones técnicas para la estación Sodankyla de EISCAT.

Radiotelescopio prototipo de Teoloyucan	
Frecuencia centralde operación	139.65 MHz
Ancho de banda	1.5 MHz
Elemento básico	dipolo de onda completa
Número de elementos	256
Número de líneas	4
Número de receptores	4
Número de matrices de Butler	1 de 4 puertos

Tabla 10: Especificaciones técnicas para el Radiotelescopio prototipo en Teoloyucán.

Bibliografía

- [1] Aguilar Rodríguez E., "Arreglos para Radiotelescopía", Tesis de licenciatura, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM, 1997.
- [2] Balanis C. A., "Antenna Theory - Analysis and Design", John Wiley, 1982.
- [3] Begovich, N.A., "Frequency scanning Microwave Scanning antennas" Cap. 2, Vol. 3, pp.135-214, Academic Press, N.Y., 1966.
- [4] Bravo, S., "Encuentro con una Estrella", Fondo de Cultura Económica, 1987.
- [5] Bravo, S., "Plasmas en todas partes", Fondo de Cultura Económica, 1993.
- [6] Carrillo V. A., "Estudio del Viento Solar por medio de (CIP) y el arreglo de Gran Área en México", tesis de maestría, Instituto de Geofísica, UNAM, 1998.
- [7] Carrillo V.A., Guerrero C.M., Andrade M.E., "El radiotelescopio Prototipo para detectar el CIP de fuentes estelares de radio en México", Comunicación Técnica del Insituto de Geofísica, UNAM, 1996.
- [8] Carrillo V.A., Guerrero C.M., Andrade M.E., "Tormentas Magnéticas", Unidades Teóricas, UNAM, 1999.
- [9] Cheng, "Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería", Pearson, 1991.
- [10] Collin E.R., "Antennas and Radiowave Propagation", international student, McGraw-Hill, 1987.
- [11] Duffet-Smith P.J., "The S. Georgia (IPS) Array", Mullard Radio Astronomy Observatory, Cambridge, 1970
- [12] Gapper, G.R., Hewish, A., Purvis, A. & Duffet-Smith, P.J., 1982. Nature, 296,633.
- [13] Delaney, W.P., "An RF Multiple Beam Forming Technique", IRE Trans. on Milit. electronics, Vol. Mil-6, pp. 179-186, 1962.

- [14] Guerrero, M, Carrillo, V. A., Andrade, M. E., "Fuentes de Radio Cómicas que se observan con el Radiotelescopio de CIP en México, Comunicación técnica Instituto de Geofísica, UNAM, 1997.
- [15] Hagen John B, "Radio Frequency Electronics", National Astronomy and Ionosphere Center, Cornell University, Cambridge University Press, 1996.
- [16] Hayt William H., "Engineering electromagnetics", Prentice Hall, 1989.
- [17] Hewish and Burnell S.F., "Fine Structure in Radio Sources at Metre Wavelengths", Mon. Not. R. Astr. Soc. 150, 141-147, June, 1970.
- [18] Iskander Magdy F., "Electromagnetics Fields & Waves", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1992.
- [19] Jansky K. G., "Electrical Disturbances Apparently of Extraterrestrial Origin", Proc. IRE, vol. 21, no.10, p.1387, October 1933.
- [20] Krauss J. D., "Electromagnetics", Mc Graw Hill, 1976.
- [21] Krauss J. D., "Antennas", Mc Graw Hill, 1982.
- [22] Krauss J. D., "Radio astronomy", Mc Graw Hill, 1986.
- [23] Krauss J. D., "Radio astronomy", Mc Graw Hill, 1986.
- [24] Krauss J. D., "Radio Telescopes", Sci. American, vol. 192, p.36, March 1955.
- [25] Kummer, W. H., "Feeding and Phase Scanning", Microwave Scanning Antennas, Cap. 1, vol. 3, pp.1-129, Academic Press, N.Y., 1966.
- [26] Mini-Circuits, "RF/IF Designers Handbook", 1992.
- [27] Redhead A.C.S., Mon. Not. Royal Astro Society, 155, 185, 1971.
- [28] Redhead A.C.S. y Hewish a., Mon. Not. Royal Astro Society, 78, 1, 1974.
- [29] Shelton J.P. y Hasiao J.K. "Reflective Butler Matrices", IEEE Transaction on antennas and propagation, AP27, No. 5, 1979.
- [30] Skolnik Merrill I., "Introduction to Radar Systems", Mc Graw Hill, 1990.
- [31] Skolnik Merrill I. "Radar Handbook", Mc Graw Hill, 1990.
- [32] Skylab, Boletín bimestral, Departamento de Física Espacial, IGEF-UNAM.
- [33] Spencer R. C., "Antennas for Radio Astronomy", U.S. Air Force, Cambridge Research Center Repr. TR55-101, April, 1955.

- [34] Stutzman Warren L. and Thiele Gary A., "Antenna Theory and Design", Wiley, 1981.
- [35] The ARRL UHF/VHF microwave, "Experiment's Manual, Antennas Components and Design", American Radio Relay League, 1990.
- [36] The ARRL UHF/VHF microwave, "Antenna Book", American Radio Relay League, 1992.