



11126  
93

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTITLAN

“DISEÑO, OPERACIÓN Y PROTECCIÓN  
DE INSTALACIONES ELÉCTRICAS INDUSTRIALES.  
ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE VIBRACIONES MECÁNICAS DE UN  
SISTEMA RESORTE-MASA  
DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.”

TRABAJO DE SEMINARIO  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

JUAN CARLOS YAÑEZ RODRIGUEZ

ASESOR: M. en C. RICARDO JOAQUIN RAMÍREZ VERDEJA

CUAUTITLAN IZCALLI, ESTADO DE MÉXICO

2003

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN**  
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR  
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES



U. N. A. M.  
FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES-CUAUTITLAN



SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA

**DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO**  
DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLAN  
P R E S E N T E

ATN: Q. Ma. del Carmen García Mijares  
Jefe del Departamento de Exámenes  
Profesionales de la FES Cuautitlán

Con base en el art. 51 del Reglamento de Exámenes Profesionales de la FES-Cuautitlán, nos permitimos comunicar a usted que revisamos el Trabajo de Seminario:

Diseño, operación y protección de instalaciones eléctricas industriales.

Análisis computacional de vibraciones mecánicas de un sistema resorte-masa de dos grados de libertad.

que presenta el pasante: Juan Carlos Yáñez Rodríguez

con número de cuenta: 09851119-8 para obtener el título de :  
Ingeniero Mecánico Electricista

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXÁMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VISTO BUENO.

**ATENTAMENTE**  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 5 de Noviembre de 2003

**MODULO**

**PROFESOR**

**FIRMA**

I

M.I. Benjamin Contreras Santacruz

II

M.enC. Ricardo Joaquín Ramírez Verdeja

IV

Ing. José Gustavo Orozco Hernandez

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

9

*Agradecimientos.*

*A Dios:*

*Por todo lo que me has brindado en la vida.  
Gracias por estar siempre conmigo.*

*A mi Madre:*

*Por todo el apoyo que me has dado durante mis  
diferentes etapas académicas y enseñarme a ser mejor  
cada día.*

*Gracias mamá tu esfuerzo nunca fue en vano.*

*A mi Padre:*

*Por tus consejos, que me ayudaron a seguir el  
camino de la lucha y humildad.*

*A la UNAM:*

*Por dejarme ser un digno representante de la  
Máxima casa de Estudios.*

*Gracias, pondré tu nombre muy en alto.*

*A todos los que confiaron en mí:*

*Por darme su apoyo moral: a Joana por darme ese  
pequeño empujón para seguir adelante.*

*Gracias no los defraudé.*

*Juan Carlos*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## INDICE

	Pag.
<b>Capítulo 1. Introducción y conceptos básicos.....</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo.	
1.2. Metodología.	
1.3. Justificación.	
1.4. Breve historia de la vibración.	
1.5. Conceptos básicos.	
<b>Capítulo 2. Equipo experimental de vibraciones.....</b>	<b>12</b>
2.1. Descripción.	
2.2. Programa <i>Ejecutivo (Executive) ECP</i> .	
2.3. Programa <i>Dinámico (Dynamic) ECP</i> .	
2.4. Programa <i>Usuario (User) ECP</i> .	
2.5. Cálculo de la ganancia de Hardware ( $K_{inv}$ ).	
2.6. Función de transferencia del sistema.	
<b>Capítulo 3. Desarrollo computacional de señales para vibraciones mecánicas... 28</b>	
3.1. Señal forzada rampa.	
3.2. Simulación forzada rampa por Matlab.	
3.3. Señal forzada impulso.	
3.4. Simulación forzada impulso por Matlab.	
3.5. Análisis de la respuesta transitoria por Matlab	
<b>Capítulo 4. Desarrollo computacional con una señal forzada barrido senoidal...43</b>	
4.1. Señal forzada barrido senoidal	
4.2. Simulación forzada barrido senoidal por Matlab.	
<b>Capítulo 5. Cálculo de la resonancia del sistema.....</b>	<b>50</b>
5.1. Descripción.	
5.2. Modelo matemático.	
5.3. Trazas de Bode	
5.4. Análisis de resonancia por diagrama de Bode	
<b>Capítulo 6.-Conclusiones.....</b>	<b>55</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>58</b>
<b>Apéndice .....</b>	<b>59</b>

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Capitulo 1.**  
**Introducción**  
**y conceptos básicos.**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### **1.1 Objetivo.**

El trabajo pretende señalar las operaciones de un sistema doble masa resorte de dos grados de libertad.

### **1.2 Metodología.**

La simulación por cualquier método de las vibraciones representarán los resultados a obtener en una operación experimental.

### **1.3 Justificación.**

El conocer las vibraciones dará solución a problemas de índole industrial, fabricación de máquinas, operación de las mismas, etc. Reconociendo el tipo de señal que tenemos en un sistema, y por lo tanto, a futuro, su probable solución para reducir la misma.

### **1.4 Breve historia de la vibración.**

El hombre comenzó a estar interesado en la vibración desde los primeros instrumentos musicales, probablemente desde que silbatos o tambores, eran descubiertos. Desde entonces, el hombre ha aplicado ingeniosidad e investigaciones para el estudio del fenómeno de la vibración. Aunque ciertamente muchas normas definidas eran observadas en conexión con el arte de la música incluso en antiguos tiempos, para ellos y era una ciencia.

La música era sumamente desarrollada y era muy apreciada por los Chinos, Hindúes, Japoneses y los Egipcios a lo largo de 4000 años A.C. Cerca de 3000 años A.C., instrumentos de cuerda tales como arpas aparecieron dibujadas en las pirámides de Egipto.

Al observar el diario ascenso y descenso de las marcas, y escuchar el permanente zumbido de la maquinaria industrial, el hombre vive constantemente interesado y fascinado por el movimiento periódico. El balanceo de un árbol con el viento, el cabeceo, y los bandazos de un barco en el mar, y la rotación de un generador en sus cojinetes, conducen a variaciones cíclicas de la fuerza y desplazamiento. Estos movimientos, visibles al ojo o

perceptibles por el cuerpo, han desafiado al hombre desde el comienzo de el tiempo. El estudio de estas variaciones cíclicas o periódicas, constituye el estudio de la vibración, y es uno de los aspectos más importantes de la dinámica.

Con frecuencia, los problemas de vibración son complicados. Es fácil comprender el movimiento de un péndulo simple, pero la trepidación y la oscilación irregular de las aeronaves, requirieron años de investigación y estudios exhaustivos antes de que se resolviera el problema en cualquiera de los sentidos de la palabra. Al comprenderse y controlarse los problemas, surgen otros problemas nuevos e inesperados. También con frecuencia estos se ocasionan por no más que pequeños cambios en los procedimientos de fabricación, leves errores en el maquinado, o el rediseño de partes de un sistema.

La mecánica de las vibraciones, como toda la rama de la mecánica, o mas generalmente, de la ciencia, procede por aproximaciones sucesivas en el estudio de los fenómenos naturales. El método consiste en destacar, de entre los factores que intervienen en el proceso estudiado, aquellos que influyen más decisivamente, en "idealizarlos" atribuyéndoles propiedades características bien definidas y exclusivas, y en descartar los otros factores, considerados de "segundo orden". En el presente caso, existen varios "niveles" de idealización que se pueden usar, y dan lugar a los distintos grandes capítulos de la mecánica de las vibraciones.

Así por ejemplo, si se analizan las oscilaciones de un automóvil sobre sus cuatro ruedas, tomando en cuenta la elasticidad de los resortes y la compresibilidad de los neumáticos, una posible aproximación consiste en desprestigiar la masa de los resortes; otra, que no hay amortiguación. En cada caso se obtienen modelos idealizados, cuyo movimiento suponemos que representa, bajo condiciones precisas, el comportamiento real de los objetos que pretenden sustituir.

Una de las idealizaciones más generales de la teoría de las vibraciones es la de los parámetros concentrados. Volviendo al ejemplo anterior, se observa que al desprestigiar la masa del resorte y al implicar que toda la masa del automóvil forma un solo bloque rígido, lo que se ha hecho en realidad es separar en características aisladas la masa y la elasticidad de los resortes. En el sistema mecánico la masa está entonces "concentrada" en el cuerpo del automóvil y la elasticidad esta "concentrada" en un resorte que une la masa a la rueda.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Las características mecánicas masa resorte amortiguador (a discutir mas adelante), se llaman genéricamente parámetros del sistema mecánico. Se puede pues decir que en la idealización anterior, los parámetros del sistema han sido concentrados, esto es aislados. Este como muchos otros ejemplos de vibración se pueden estudiar mas a detalle pero en este trabajo lo que se pretende es estudiar la respucsta de un sistema masa-resorte a diferentes señales de fuerza.

## 1.5 Conceptos básicos.

### Vibración.

Cualquier movimiento que se repite a si mismo después de un intervalo de tiempo es llamado vibración ú oscilación. La teoría de vibraciones trata con el estudio de movimientos oscilatorios de cuerpos y fuerzas asociados con ellos. El balanceo de un péndulo y el movimiento de una cuerda de instrumento musical son típicos ejemplos de vibración.

### Partes elementales de un sistema vibratorio.

Un sistema vibratorio, en general incluye medios para almacenar energía potencial (resorte o elasticidad), medios para almacenar energía cinética (masa o inercia) y medios por los que la energía se a gradualmente p erdida. La vibración de un sistema trata de la transferencia de su energía potencial a energía cinética y de energía cinética a energía potencial, alternadamente.

Si el sistema es amortiguado, alguna energía es disipada en cada ciclo de vibración y deberá de ser reemplazada por una fuente externa si un estado de vibración estable se desea mantener. Sin embargo, en la práctica, en el péndulo la magnitud de oscilación ( $\theta$ ) ó en un sistema masa resorte la deformación ( $x$ ) gradualmente decrecen y los sistemas al final se detienen debido a la resistencia (amortiguación) ofrecida por el medio que lo rodea. Esto significa que alguna energía es disipada en cada ciclo de vibración debido a la amortiguación del medio.

### Grados de libertad.

El concepto de grados de libertad en un sistema mecánico se definen como el número de coordenadas independientes, o el mínimo número de coordenadas, que se requieren para determinar completamente la posición de cada masa en cualquier instante de tiempo. Un punto de masa como su centro de gravedad, con movimiento cartesiano, en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$  requiere de tres grados de libertad, representando sus coordenadas de traslación del centro de gravedad del punto de la masa  $(x,y,z)$ . Si además se da rotación, se requieren también las coordenadas  $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$  sobre cada eje de coordenadas para poder describir la *localización y orientación* de la masa del cuerpo rígido en cualquier instante de tiempo. El sistema tipo masa-resorte de dos grados de libertad con excitación primaria mostrado en la fig.1.1 se describe completamente por dos coordenadas o posiciones lineales que intervienen en el sistema  $(x_1, x_2)$ . Para el análisis de este tipo de sistema se requiere conocer primeramente su modelo matemático, el cual se obtiene a partir de la segunda ley de Newton. Posteriormente se realizarán simulaciones en lazo abierto y se validarán los resultados obtenidos con un equipo experimental de la marca *Educational Control Products* (ECP) modelo 210/210a el cual se encuentra disponible en la *Sección de Mecatrónica del CINVESTAV-IPN*. El funcionamiento de dicho equipo se explicará a detalle en el próximo capítulo.

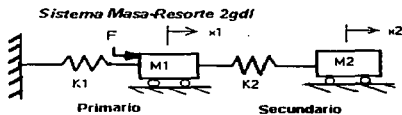


Figura 1.1. Sistema tipo masa-resorte de dos grados de libertad con excitación primaria.

### **Sistemas continuos y discretos.**

Un gran número de sistemas prácticos pueden ser descritos usando un número finito de grados de libertad (*gdl*), como sistemas masa resorte srie, eje empotrado con masas sometido a torsión, masas pendulares, todos con uno, dos, tres , etc. *gdl*. Algunos sistemas, especialmente aquellos que consideran miembros elásticos continuos, tienen un número infinito de grados de libertad. Considere una viga empotrada con una deflexión por su peso uniforme.

Dado que la viga tiene un número infinito de puntos de masa, necesitamos entonces un número infinito de coordenadas para especificar su configuración flexionada. El número infinito de coordenadas define su curva elástica flexionada. Entonces la viga empotrada tiene un número infinito de *gdl*. La mayoría de los sistemas estructurales y máquinas tienen miembros (elásticos) deformables y entonces tienen un número infinito de *gdl*. Los sistemas que tienen un número finito de *gdl* son llamados discretos o de parámetros concentrados, y aquellos con un número infinito de *gdl* son llamados continuos o distribuidos. La mayoría de las veces, los sistemas continuos son aproximados como sistemas discretos y las soluciones se obtienen de un modo simple. Aunque el tratamiento de un sistema como continuo da resultados exactos, los métodos de análisis útiles para tratar con sistemas continuos son limitados a una muy estrecha selección de problemas, tales como vigas uniformes, barras delgadas, y placas delgadas. Por esto, la mayoría de los sistemas prácticos son estudiados tratándolos como masas, resortes y amortiguadores agrupados finitos. En general, resultados más exactos se obtienen incrementando el número de masas, resortes y amortiguadores, esto es, incrementando el número de grados de libertad.

### **Sistemas lineales.**

Un sistema se considera lineal si se le aplica el principio de superposición. Este principio establece que la respuesta producida por la aplicación simultanea de dos funciones de entradas diferentes, es la suma de las dos respuestas individuales. Este principio permite desarrollar soluciones complicadas para la ecuación diferencial lineal a partir de soluciones simples. Si en una investigación experimental de un sistema dinámico

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

son proporcionales la causa y el efecto, lo cual implica que se aplica el principio de superposición, el sistema se considera lineal. Pero en la práctica los sistemas lineales no existen. Los sistemas lineales se trabajan mediante modelos idealizados que permiten simplificar el análisis y el diseño de los sistemas de control, es decir, el sistema real se aproxima hasta donde sea conveniente para los propósitos de análisis y síntesis del controlador. Aunque en ocasiones esto no es suficiente, haciendo necesario el uso de modelos no lineales y el análisis y síntesis de controladores no lineales.

#### **Sistemas no lineales.**

La característica más importante de los sistemas no lineales es que no es aplicable el principio de superposición. Un estudio cuidadoso de los sistemas físicos indica que aun los denominados "sistemas lineales" son realmente lineales solamente en restringidos rangos de operación.

Por ejemplo la salida de un componente puede saturarse para niveles elevados de señal de entrada a las cuales el componente no es sensible, como lo es un amortiguador en la práctica, que pueden ser lineales para operaciones de baja velocidad, pero volverse no lineales en velocidades altas y la fuerza de amortiguación volverse proporcional al cuadrado de la velocidad de funcionamiento (no linealidad cuadrática). Una vez que se ha aproximado un sistema no lineal con un modelo matemático lineal, se puede utilizar un cierto número de herramientas lineales para su análisis y diseño. Muchas veces el estudio de las perturbaciones, incertidumbres o características no lineales en un sistema se realiza con el objeto de proporcionar un control más robusto del sistema, es decir que pueda trabajar ante perturbaciones o incertidumbres.

#### **Vibración forzada.**

Si un sistema esta sujeto a una fuerza externa (en cada momento repitiéndose un tipo de fuerza.), el resultado de esta vibración es una vibración forzada. La vibración que produce las máquinas como las diesel son un ejemplo de vibración forzada.

Si la frecuencia de la fuerza externa coincide con una de las frecuencias naturales de el sistema, es la condición para que la resonancia ocurra, y el sistema sufra una larga oscilación peligrosa.

Las fallas que se producen son semejantes tanto en estructuras como edificios, puentes, turbinas, y aeroplanos y esto debido a que se produce resonancia.

### **Análisis de la vibración.**

Un sistema vibratorio es un sistema dinámico por el cuál las variables tales como la excitación (entrada) y las respuestas (salida) son dependientes del tiempo. Las respuestas de un sistema vibratorio generalmente dependen de las condiciones iniciales tanto como de las excitaciones externas. La mayoría de los sistemas vibratorios son muy complejos, y es imposible considerar todos los detalles para un análisis matemático. Únicamente las condiciones más importantes son consideradas en el análisis para predecir la conducta del sistema bajo condiciones de entrada especificada. A menudo, la conducta completa del sistema puede ser determinada considerando al menos un modelo simple del sistema físico complejo.

1.- *Modelo Matemático.* El propósito de el modelo matemático es para representar todas las características importantes de el sistema con el propósito de ver todas las ecuaciones matemáticas y analíticas que lo gobiernan. El modelo matemático debe incluir suficientes detalles para ser capaz de describir el sistema en términos de ecuaciones sin llegar a ser demasiados complejas. El modelo matemático puede ser lineal o no lineal, dependiendo de su comportamiento de los componentes del sistema.

Los modelos lineales dan rápidamente soluciones y son simples para resolver; en cambio, los modelos no lineales algunas veces revelan con certeza características de el sistema que no pueden ser predecidos usando modelos lineales. Es cuando el estudio de la ingeniería da prioridad a la necesidad de modelos matemáticos en sistemas vibratorios.

Algunas veces el modelo matemático es gradualmente perfeccionado para obtener resultados mas claros.

En el siguiente capítulo veremos el modelo matemático que representa al equipo experimental que utilizamos para nuestros análisis físicos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2.- *Derivación de ecuaciones que gobiernan a un sistema físico.* Una vez que nuestro modelo matemático es precisado, utilizaremos los principios de dinámica y las ecuaciones que la derivan para describir la vibración de el sistema. Las ecuaciones de movimiento pueden ser derivadas por un dibujo de diagrama de cuerpo libre de todas las masas involucradas. El diagrama de cuerpo libre de una masa puede ser obtenido por el aislamiento de las masas e indicando las fuerzas aplicadas externamente, las fuerzas reactivas, y las fuerzas de inercia. Las ecuaciones de movimiento de un sistema vibratorio son usualmente en la forma de un grupo de ordinarias ecuaciones diferenciales para un sistema discreto y ecuaciones diferenciales parciales para un sistema continuo. Las ecuaciones pueden ser lineales o no lineales dependiendo de la conducta de los componentes del sistema. Varias aproximaciones son comúnmente usados para derivar las ecuaciones que la gobiernan. Entre ellas son la segunda ley de Newton del movimiento, los principios de d'Alembert', y los principios de la conservación de la energía.

3.- *Solución de ecuaciones que gobiernan al sistema.* Las ecuaciones del movimiento deberán ser resueltas para encontrar la respuesta de el sistema de vibración. Dependiendo de la naturaleza de el problema, podemos usar una de las siguientes técnicas para encontrar la solución: métodos estándares de solución de ecuaciones diferenciales. El método de transformada de Laplace, matrices, y métodos numéricos. Si las ecuaciones que representan al sistema son no lineales, ellas pueden rara vez ser resueltas en forma detallada. Además la solución de ecuaciones diferenciales parciales son lejanas de suponer que esas son ecuaciones diferenciales ordinarias. Los métodos numéricos implicando la computadora pueden ser usados para resolver la ecuaciones.

4.- *Interpretación de los resultados.* La solución de las ecuaciones del sistema dan solución a desplazamientos, velocidades, y aceleraciones de varias de las masas del sistema. Estos resultados deberán ser interpretados de manera física.

### **Vibración lineal y no lineal.**

Si todos los componentes básicos de un sistema vibratorio resorte, masa, amortiguador-, se comportan linealmente, la vibración resultante se denomina como *vibración lineal*. Por otro lado, si cualquiera de esos componentes se comportan no lineal, la vibración es llamada *vibración no lineal*. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan la conducta de sistemas vibratorios lineales y no lineales, son lineales y no lineales respectivamente.

Si la vibración es lineal, el principio de superposición se mantiene, y las técnicas matemáticas de análisis están bien planteadas. Para vibración no lineal, el principio de superposición no es válido y las técnicas de análisis son un poco menos conocidas. Debido a que todos los sistemas vibratorios tienden a comportarse no linealmente con incrementos de amplitud de oscilación, un mejor conocimiento de la vibración no lineal será deseable al tratar con sistemas vibratorios prácticos.

### **Modelos matemáticos de sistemas físicos.**

Muchos sistemas dinámicos ya sean mecánicos, térmicos, económicos, biológicos, etc., pueden ser caracterizados por ecuaciones diferenciales. Se puede obtener la respuesta de un sistema dinámico a una entrada (o función excitadora) si se resuelven estas ecuaciones diferenciales. Para obtenerlas se utilizan las leyes físicas que gobiernan un sistema particular, por ejemplo las leyes de Newton para sistemas mecánicos. La descripción matemática de las características dinámicas de un sistema se denomina modelo matemático.

Por ejemplo, en problemas del sistema, frecuentemente es ventajoso usar un juego de ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, para lo que usaremos ecuaciones función de transferencia. Por otra parte, para el análisis de respuesta a transitorios o el análisis de respuesta en frecuencia de sistemas lineales con una entrada y una salida invariantes con el tiempo se usa el dominio de la frecuencia compleja, como se hace en el control convencional.

Al obtener un modelo matemático razonablemente simplificado, a menudo resulta necesario ignorar ciertas propiedades físicas inherentes al sistema. En particular si se pretende obtener tal modelo en el que se emplean ecuaciones diferenciales, siempre es necesario ignorar ciertas no linealidades y ciertas ecuaciones en derivadas parciales que pueden estar presentes en el sistema dinámico. Si los efectos que estas propiedades ignoradas tienen sobre la respuesta son pequeños se obtendrá un buen acuerdo entre los resultados del análisis de un modelo matemático y los resultados del estudio experimental del sistema físico.

### Funciones de transferencia.

En la teoría de control muy frecuentemente se utilizan funciones de transferencia para caracterizar las relaciones de entrada-salida de sistemas lineales invariantes con el tiempo. Esta función de transferencia está definida como la relación de la transformada de Laplace de la salida (función respuesta) a la transformada de Laplace de la entrada (función excitadora o de referencia) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero. Si proponemos un sistema lineal de entrada y salida únicas, con la siguiente ecuación

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) = b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dr(t)}{dt} + b_m r(t) \quad (1.1)$$

Si transformamos por Laplace y obtenemos la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (1.2)$$

diferencial de orden  $n$  y de coeficientes constantes:

Debe aclararse que la función de transferencia no está definida para sistemas no lineales aunque pueden aproximarse linealmente con funciones de transferencia para tipos particulares de no linealidades, que son seccionalmente lineales. La respuesta temporal se obtiene calculando la transformada de Laplace inversa.



# **Capítulo 2. Equipo experimental de vibraciones (ECP).**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.1.- Descripción .

Este sistema está diseñado para proporcionar la comprensión de principios de señales de vibraciones a través de demostraciones manuales y experimentación, consistiendo de una planta electromecánica y un amplio complemento de software y hardware para control. La interfase del usuario con el sistema es a través del sistema operativo *Windows® versión 95<sup>TM</sup>, 98 & NT* el cual apoya un amplio rango de especificaciones del controlador, generación de trayectorias, adquisición de datos y características de graficación, a la vez se dispone de información de manejo de nivel avanzado.

Este aparato electromecánico (Modelo 210a.), [3] Fig.2.1 acepta hasta 16 configuraciones dinámicas distintas lo que permite trabajar con sistemas de hasta 3 grados de libertad (*gdl*).

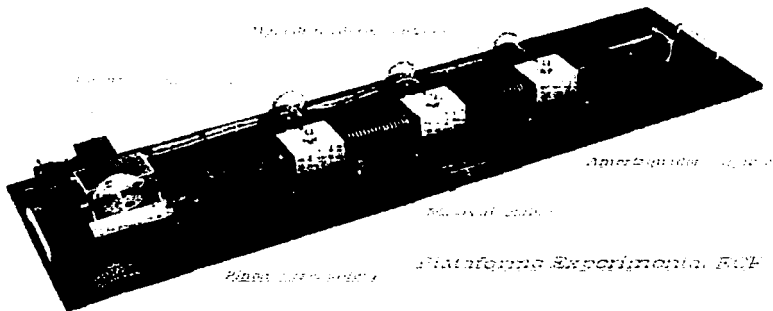


Figura 2.1.-Plataforma experimental ECP (Educational Control Products)

Este sistema de control experimental está compuesto de tres sub-sistemas mostrados en la Figura.2.2. El primero es un aparato electromecánico rectilíneo, su actuador y sensores. El diseño caracteriza a un servomotor de corriente directa (*DC*) sin escobillas, un impulsor de precisión de cremallera y piñón, decodificadores ópticos de alta resolución (*4000 pulsos/rev.* con una resolución efectiva en los carros de masas de *16.000 cuentas/revolución* de la polea, equivalentes a *1604 cuentas/cm* de traslación del carro) y un tipo de sistema reconfigurable de carros con masa ajustable (*0.5 y 0.25 kg ± 5gr*), resortes lineales (*175, 400 y 800 N/m*) y un amortiguador variable (tipo pistón neumático con apertura de válvula regulable).

El segundo subsistema es la unidad de controlador de tiempo real el cual contiene el procesador de señales digitales (*DSP*) basado en un controlador de tiempo real, interfases servo/actuador, servo-amplificador y fuentes de potencia auxiliar. El controlador también interpreta comandos de trayectorias y apoya funciones tales como adquisición de datos, generación de trayectorias y verifica la seguridad y buen funcionamiento del sistema. Una compuerta lógica realiza la conmutación del motor y decodifica los pulsos del decodificador óptico. Dos convertidores digital a analógico (*DAC's*) ayudan para la medición de señales analógicas en tiempo real. El valor mínimo del tiempo de muestreo es de *0.00084 s.* También mencionaremos que el *DSP* funciona en un ambiente de multitareas prioritarias con asignación de frecuencia para *c/u.*

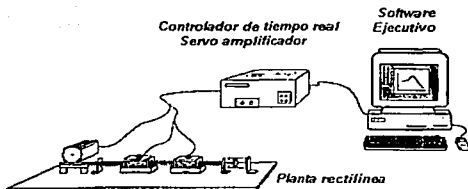


Figura 2.2.- Sistema de control experimental con tres subsistemas.

El tercer subsistema es la paquetería del programa *Ejecutivo (Executive)* el cual corre en una computadora personal en *MS-DOS* y se ejecuta en ambiente *Windows® versión 95,98&NT*. Este programa tiene la siguiente barra de menús: Archivo (File), Instalar (Setup), Comandos (Command), Datos (Data), Graficar (Plotting) y Utilidades (Utility). El menú Archivo contiene las siguientes opciones a extraer: Instalar carga (Load setting), Salvar lo actual (Save setting), Numeración actual (About) y Salida del programa (Exit). El menú Instalar tiene las opciones: Algoritmos de control (Control algorithm), Unidades a usar (User units) y Comunicaciones (Communications). El menú Comandos tiene las siguientes opciones a extraer: Configuración de trayectorias (Trajectory Configuration) y Ejecutar (Execute). El menú de Datos contiene: Adquisición de datos seleccionados (Setup data acquisition), Guardar datos (Upload data) y Exportar datos creados (Export raw data). El menú de Utilidades tiene: Configurar *DAC's* auxiliares (Configure auxiliary *DAC's*), cambio de posición (Jog position), reinicializar en cero (Zero position), Controlador de relevo (Reset controller), Refasear motor (Rephase motor).

El programa de conducción por menús es la interfase del usuario con el sistema y apoya para la especificación de funciones de conducción, definición de modelos de entrada, adquisición de datos, graficación, sistemas de comandos de ejecución y más. Se puede mencionar que los sistemas de control que apoya el paquete son de diferentes topologías, incluyendo la arquitectura abierta para la programación de algoritmos definidos por el usuario.

Este tercer sub-sistema está dividido en tres programas de aplicación directa, los cuales son el *Ejecutivo (Executive)*, *Dinámico (Dynamic)* y el *Usuario (User written)*.

## **2.2.- Programa *Ejecutivo*. ECP.**

Este software es la interfase del usuario con el sistema. Es un menú conducido en ambiente *Windows* y se comunica con el procesador (*DSP*) de señal digital del *ECP* basado en el controlador de tiempo real. Su función primaria es bajar varios parámetros (ganancias)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

del algoritmo de control, especificar trayectorias de comandos, seleccionar datos que van a ser adquiridos y especificar como los datos podrán ser graficados.

En suma, varios arreglos de funciones útiles desde salvar la configuración actual del *Ejecutivo* hasta la especificación de salidas analógicas en los convertidores digital-analógico que están incluidos en los diferentes menús. Como interfaz gráfica del *ECP* despliega los valores reales de las variables a considerar en cualquier configuración del sistema masa-resorte-amortiguador. Los estados de estas variables se muestran en la figura 2.3 en donde con el uso del botón de *abortar* se inhabilita la aplicación del voltaje al servoamplificador para suspender la aplicación de la fuerza del motor.

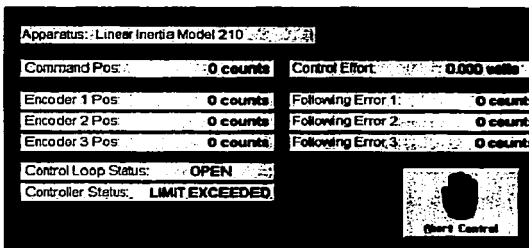


Figura 2.3.- Interfaz gráfica de características y datos reales de la planta experimental *ECP*.

Por su importancia y dentro del proceso primario para implementar acciones en la plataforma experimental, seleccionamos del menú Instalar la opción de Algoritmo de control, el cual permite la entrada de varias estructuras de control predefinidas y valores de parámetros de control (ganancias) en el controlador de tiempo real, ver Fig.2.4. Según esta figura, el programa nos especifica que podemos trabajar en tiempo continuo o en tiempo discreto, con periodos de muestreo en múltiplos de  $0.00084$  segundos. Los siguientes son los algoritmos de control predefinidos en el *ECP*, ya sea en tiempo continuo o tiempo discreto:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- Control Proporcional-Integral-Derivativo.*PID*.
- Control Proporcional-Integral con retroalimentación de velocidad.
- Control *PID*+Filtro notch.
- Trayectoria dinámica directa.
- Trayectoria dinámica Prefiltro/Retorno.
- Retroalimentación de Estado.
- Forma general.

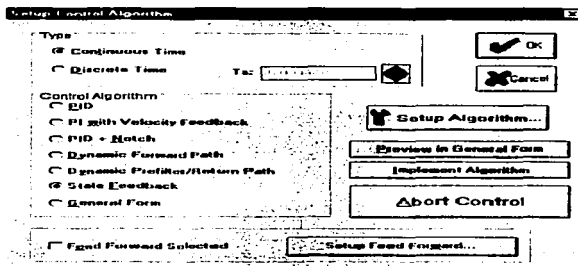


Figura 2.4.- Caja de diálogo para instalar algoritmos de control.

Instalados en esta ventana de diálogo, con el botón de *Implementar Algoritmo* caracterizamos las ganancias de la configuración seleccionada. El botón de *Previo en Forma General* abre una ventana de diálogo que permite al usuario observar en forma general como se encuentra configurada la ley de control, la distribución de los parámetros del controlador y la especificación de las señales de retroalimentación de los sensores decodificadores ópticos.

Preparada la ley de control, se configuran las trayectorias de referencia para trabajar en el equipo, mostradas predefinidas en una ventana de diálogo, las cuales son las siguientes:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- Impulso,
- Escalón,
- Rampa,
- Parábola,
- Cúbica,
- Senoidal,
- Barrido senoidal,
- Definida por el usuario.

Con el botón Instalar (Setup) se le dan características de tiempo, frecuencia, número de repeticiones y magnitud a la referencia seleccionada.

En el mismo menú Instalar (Setup) se seleccionan las unidades de trabajo, siendo las siguientes:

- |                                       |               |
|---------------------------------------|---------------|
| • Cuentas (Equivalentes a 1/1604 cm), | • Milímetros, |
| • Pulgadas,                           | • Grados,     |
| • Centímetros,                        | • Radianes.   |

Una vez ejecutada la operación sobre la plataforma experimental, se procederá a graficar los resultados con las variables seleccionadas tanto en tiempo real como al término de la ejecución del experimento controlado, tal como se muestra en la Fig.2.5 donde en la ventana de diálogo se pueden seleccionar las variables con los botones presentados.

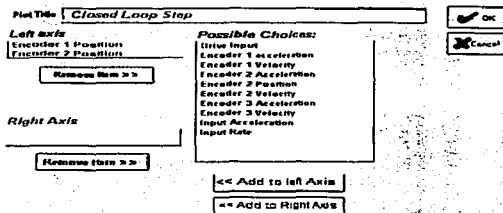


Figura 2.5.- Caja de diálogo para adquisición de datos a instalarse.

### 2.3.- Programa Dinámico. ECP.

La interfase gráfica del programa *Dinámico* es muy parecida a la del Programa *Ejecutivo*, y su principal característica es que analiza al sistema en forma dinámica y en lazo abierto. Se inicia con la misma barra de menús del Ejecutivo. Presentando en su pantalla de antecedentes (Background screen) los mismos datos durante la operación del sistema cuando otros menús y cajas de diálogo son activos. Exhibe datos de tiempo real, estado del sistema y un botón para desactivar el control.

Para activar funciones se pasa al menú *Instalar* y seleccionamos *Función de control* (Driving Function) el cual provee varias estructuras de funciones y valores de parámetros en el controlador de tiempo real. La Fig.2.6 muestra esta caja de diálogo, seleccionandose entonces con un factor de escala para aplicarse al sistema físico actual. Con el botón para activar la función de control, se obtiene la caja de diálogo en la cual se selecciona o propone la configuración por usarse, al igual que se asignan por el usuario las magnitudes



de los parámetros. Si los datos de los parámetros están correctos, al igual que la configuración se oprime el botón *OK*, y se regresa a la ventana de función de control en donde se activa (*Enable*) o no (*Disable*) la función deseada. Posteriormente, la configuración de trayectorias, las unidades de trabajo, la graficación de las salidas y entradas al sistema son similares al procedimiento seguido en el programa Ejecutivo.

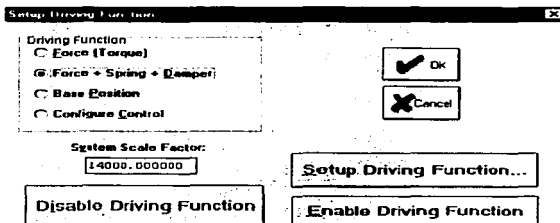


Figura 2.6. Caja de diálogo para instalar funciones manejables.

#### 2.4.-Programa Usuario. ECP.

Este programa permite al usuario escribir sus propios programas de control, y deberá de ser usado junto con el manual principal del *ECP*, para los varios sistemas experimentales en los que el programa Ejecutivo del *ECP* describió. La única diferencia entre ellos es en la opción de la caja de diálogo del Algoritmo de Control, ya que el programa *Usuario* no da acceso a opciones regulares utilizadas en el programa Ejecutivo. En cambio, aparece un ambiente para edición de texto en la pantalla para que el usuario introduzca estructuras de control escritas con lenguaje de alto nivel el cual tiene una sintaxis de programación parecida a "C". Los códigos del Algoritmo de control pueden entonces ser implementados en tiempo-real usando el controlador de tiempo-real del *ECP*. En este programa se trabaja con un período de muestreo necesario para el funcionamiento

del algoritmo de control, el cual debe ser igual al periodo utilizado en el algoritmo (Fig.2.7), mostrándose la ventana de programación de algoritmos definidos por el usuario.

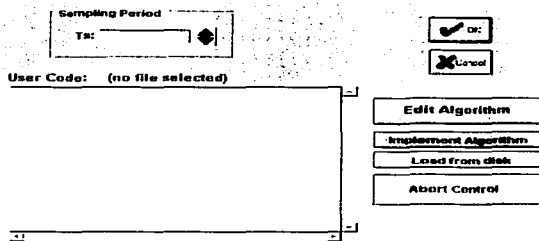
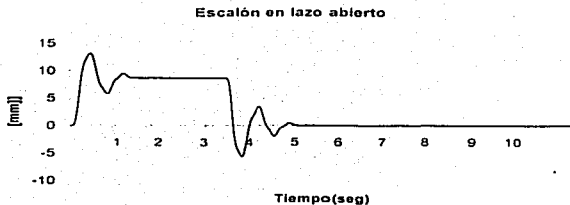


Figura 2.7.- Caja de diálogo para instalar algoritmos de control.

### 2.5.-Cálculo de la Ganancia de Hardware ( $K_{HW}$ ).

Al usar la manipulación por computadora con la plataforma experimental *ECP*, se usará el controlador de tiempo real, por lo que se deberán de estimar las ganancias de operación. De acuerdo a la configuración del sistema (resortes y masas) a utilizar, se definirá la llamada Ganancia de Hardware. Esta ganancia definirá el mejor funcionamiento del sistema en tiempo real, y variará cuando cambie la configuración del sistema, por lo que demandará diferente cantidad de fuerza al servomotor en forma de voltaje.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**Figura 2.8.-** Respuesta a un escalón en lazo abierto alimentado a la masa 2.

El cálculo de esta ganancia se implementará en el *ECP* dándose en la alimentación de la señal los siguientes datos: Tamaño del escalón =  $0.5 \text{ Volt}$ ; tiempo de duración =  $5000 \text{ ms}$ . con una repetición de la señal. Se usará lazo abierto y tiempo real. Para este caso se verificará la deformación  $x_2$  del resorte  $K_2$ . Con estos datos se obtiene una deformación en el equipo experimental de  $9 \text{ mm}$  (ver Fig.2.8). Si el tamaño del escalón es de  $1 \text{ Volt}$ , al igual la deformación experimental es de  $16 \text{ mm}$ .

La variación de la deformación  $x_2(s)$  con respecto a la fuerza aplicada  $U(s)$  será proporcional a su función de transferencia de la deformación parcial. La constante de proporcionalidad se define como  $(\delta)$  para cuando  $s=0$  (estado estable). Lo anterior se propone en la siguiente expresión analítica:

$$G(s) = \frac{x_2(s)}{U(s)} = \frac{10^{-12}s^2 + 218.42}{s^4 + 1023.4s^3 + 87364} \times \delta; \text{ y si } s = 0 \text{ la ganancia estática es:}$$

$$x_{2SS}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{218.42}{87364} \times \delta \text{ en lazo abierto; Despejando } \delta, \text{ y si } x_{2SS}(s) = 9mm :$$

$$\delta = \frac{0.009m \times 87364 \frac{N}{V}}{0.5 \text{ Volt} \times 218.42} = 7.1996 \frac{N}{V} \text{ y para } x_{2SS}(s) = 16mm \therefore \delta = 6.3998 \frac{N}{V}$$

El promedio de los dos anteriores será igual a :  $\delta = 6.7997 \frac{N}{V}$

La llamada ganancia de Hardware  $K_{HW}$  de el sistema es, según información del ECP, resultado del producto:

$$K_{HW} = K_c K_a K_i K_{mp} K_{ep} K_e K_s$$

De donde:

$K_c$  ganancia del DAC = 10 V/32768 cuentas del DAC

$K_a$  ganancia de Servo-Amp. = 2 amp/V

$K_i$  constante del par del Servo Motor = 0.1 N-m/amp.

$K_{mp}$  inverso del paso radial del piñón del motor = 26.25 m<sup>-1</sup>

$K_e$  ganancia del encoder = 16,000 pulsos/2π radianes

$K_{ep}$  inverso del paso radial del piñón del encoder = 62.99 m<sup>-1</sup>

$K_s$  ganancia del Software del controlador = 32 (cuentas de controlador/encoder)).

Del cual  $K_a K_i K_{mp} = 6.7997 \text{ N/V}$  por lo que:

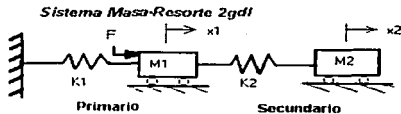
$$K_{HW} = (10/32768) 6.7997 (16000/2\pi) 62.99 (32) = 10055.73 (\text{kg} \cdot \text{cuentas controlador/cuentas del DAC/s}^2)$$

**NOTA:** El valor de la señal de enviada al servomotor se suministra en Volts. El factor de conversión para obtener la fuerza proporcionada por el servomotor al mecanismo piñón-cremallera en Newtons [N] es igual a 3.75 N/volt.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.6 Función de transferencia del sistema.

Obtención de la función de transferencia del sistema.



**Figura 2.9** Representación del sistema masa resorte de dos grados de libertad

Primario

$M_{c1}$  = Masa del carro 1

$M_{c1}$  = 0.839 kg

$M_{w1}$  = Masa de los bloques

$M_{w1}$  = 0.495 × 2 = 0.99 kg

$M_1$  = 1.829 kg

Secundario (absorbedor).

$M_{c2}$  = 0.586 kg

$M_{w2}$  = 0.495 × 2 = 0.99 kg

$M_2$  = 1.576 kg

Considerando el sistema para el cuál la fuerza de alimentación será  $F_{sen}(wt)$ , con lo cuál las ecuaciones que lo definen son:

$$M_2 x_2 + K_2 (x_2 - x_1) = F_{sen} \omega t = F(t) \quad (2.1)$$

$$M_1 x_1 + K_1 x_1 = K_2 (x_2 - x_1) \quad (2.2)$$

Evaluamos las salidas de los sistemas  $x_1$  y  $x_2$ .

$$x_2 + \frac{K_2}{M_2} (x_2 - x_1) = \frac{1F(t)}{M_2}$$

$$s^2 x_2(s) + \frac{K_2}{M_2} x_2(s) - \frac{K_2}{M_2} x_1(s) = \frac{F(s)}{M_2}$$

Sustituyendo  $x_1(s)$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$s_2 x_2(s) + \frac{k_2}{M_2} x_2(s) - \frac{k_2}{M_2} \left[ \frac{K_2}{M_1} x_2(s) \right] = \frac{F(s)}{M_2}$$

$$x_2(s) \left[ (s^2 + \frac{K_1 + K_2}{M_1})(s^2 + \frac{K_2}{M_2}) - \frac{K_2^2}{M_1 M_2} \right] = \frac{F(s)}{M_2} \left[ s^2 + \frac{K_1 + K_2}{M_1} \right]$$

Despejando  $x_2(s)$

$$x_2(s) = \frac{\frac{1}{M_2} \left( s^2 + \frac{K_1 + K_2}{M_1} \right) F(s)}{\left( s^2 + \frac{K_1 + K_2}{M_1} \right) \left( s^2 + \frac{K_2}{M_2} \right) - \frac{K_2^2}{M_2 M_1}}$$

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{M_2} \left( \frac{M_1 S^2 + K_1 + K_2}{M_1} \right)}{\left( \frac{M_1 S^2 + K_1 + K_2}{M_1} \right) \left( \frac{M_2 S^2 + K_2}{M_2} \right) - \frac{K_2^2}{M_2 M_1}}$$

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{M_1 S^2 + K_1 + K_2}{(M_1 S^2 + K_1 + K_2)(M_2 S^2 + K_2) - K_2^2} \quad (2.2.1)$$

Simplificando la función de transferencia queda:

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{M_1 S^2 + K_1 + K_2}{M_1 M_2 S^4 + M_1 K_2 S^2 + M_2 K_1 S^2 + K_1 K_2 + M_2 K_2 S^2 + K_2^2 - K_2^2} \quad (2.3)$$

Ahora evaluamos para  $x_1(s)$ .

$$x + \frac{k_1}{M_1} x_1 = \frac{K_2}{M_1} (x_2 - x_1)$$

$$S^2 X_1(s) + \frac{K_1}{M_1} X_1(s) = \frac{K_2}{M_1} [X_2(s) - X_1(s)]$$

$$S^2 X_1(s) + \frac{K_1}{M_1} X_1(s) + \frac{K_2}{M_1} X_1(s) = \frac{K_2}{M_1} X_2(s)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$X_1(s) \left[ S^2 + \frac{K_1}{M_1} + \frac{K_2}{M_1} \right] = \frac{K_2}{M_1} X_2(s)$$

$$X_1(s) = \frac{M_1 K_2 X_2(s)}{S^2 + \frac{K_1 + K_2}{M_1}} \quad (2.3.1)$$

Sustituyendo  $X_2(s)$  tenemos:

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{\frac{K_2}{M_1}}{\left( S^2 + \frac{K_1 + K_2}{M_1} \right)} \left[ \frac{M_1 S^2 + K_1 + K_2}{(M_1 S^2 + K_1 + K_2)(M_2 S^2 + K_2)} - K_2^2 \right]$$

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{K_2 (M_1 S^2 + K_1 + K_2)}{(M_1 S^2 + K_1 + K_2)(M_2 S^2 + K_2) - K_2^2}$$

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{K_2}{(M_1 S^2 + K_1 + K_2)(M_2 S^2 + K_2) - K_2^2}$$

Simplificando nos queda para la salida de  $X_2(S)$ .

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{M_1 S^2 + K_1 + K_2}{M_1 M_2 S^2 + (M_1 K_2 + M_2 K_1 + M_2 K_2) S^2 + K_1 K_2} \quad (2.4)$$

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{K_2}{(M_1 M_2 S^2 + M_1 K_2 S^2 + M_2 K_1 S^2 + K_1 K_2 + M_2 K_2 S^2 + K_2^2)}$$

Para la salida  $X_1(s)$ .

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{K_2}{M_1 M_2 S^2 + (M_1 K_2 + M_2 K_1 + M_2 K_2) S^2 + K_1 K_2 + K_2^2} \quad (2.5)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Datos:

$$K_1=400 \text{ N/m}$$

$$K_2=800 \text{ N/m}$$

$$M_1M_2=2.882$$

$$M_2K_1=630.4$$

$$K_1+K_2= 1200 \text{ N/m}$$

$$K_1K_2=320000$$

$$M_1K_2+M_2K_1+M_2K_2= 3354.4$$

$$M_1K_2=1463.2$$

$$M_2K_2= 1260.8$$

$$K^2= 640000$$

Sustituyendo datos en las funciones de transferencia nos queda:

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{1.829S^2 + 1200}{2.882S^4 + 3354.4S^2 + 320000} \quad (2.6)$$

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{800}{2.882S^4 + 3354.4S^2 + 960000} \quad (2.7)$$

Esta dos últimas funciones de transferencia son las que representan al sistema y serán de gran utilidad para los siguientes capítulos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**Capítulo 3.  
Desarrollo  
computacional de  
señales para vibraciones  
mecánicas.**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.1 Desarrollo computacional con una señal forzada rampa en un sistema masa-resorte de dos grados de libertad.

**Objetivo:** Este desarrollo computacional llevará al estudiante a conocer ciertas funciones generales del equipo Dinámico Resorte-Masa (ECP) de vibraciones mecánicas, aplicando una función forzada rampa.

**Introducción.** Siguiendo las instrucciones, el usuario implementará una función forzada, maniobrando el sistema a través de varias trayectorias, adquiriendo datos y graficándolos.

Indicación 1: Sin energía eléctrica en el Controlador (de tiempo real) introduzca el programa Ejecutivo Dinámico ECP (tipo ECPDYN). Se deberá ver la pantalla de antecedentes. Ahora alimente energía eléctrica al Controlador, presionando el botón negro. Introduzca el menú Archivo (File), escoja Instalación de carga (Load Setting) y seleccione el archivo default.cfg. Este archivo de configuración es alimentado en el disco de distribución y ha sido copiado dentro del Directorio ECP por ahora. De hecho debió de haber sido cargado automáticamente dentro del Programa Ejecutivo para iniciar operaciones (arrancar). Este archivo particular default.cfg, contiene los parámetros de la función controladora y otras trayectorias, recolección de datos, parámetros de graficación específicamente salvados para la actividad determinada. Si se tiene incertidumbre sobre parámetros o comandos incorrectos, se deberá recargar el archivo default y todos los parámetros tomarán su valor inicial.

Este archivo ha sido creado para operar con dos masas de bronce (250 grs c/u) en cada carro, el resorte menos rígido (400 N/m) conectado entre la placa base y la primera masa, y el resorte mas rígido (800 N/m) entre la primera y segunda masa. En este tipo de configuración se tiene que desconectar el amortiguador.

Indicación 2: Introduzca el menú Instalar (setup) y seleccione Instalar funciones controladoras (Setup driving functions). Deberá ser fuerza + resorte + amortiguador (Force + Spring + Damper) seleccionándolo y un factor de escala del sistema = 14, 000. Introduzca este factor considerado desde el fabricante ECP. Ahora haga clic para Instalar Funciones

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Controladoras. Observará los siguientes parámetros:  $k = 400 \text{ N/m}$  y  $c = 0 \text{ N/m/s}$ . Si otros valores aparecen, cámbielos a estos últimos.

Salga de esta caja de diálogo. Mueva los carros manualmente para verificar que el sistema se desliza libremente y luego seleccione la Autorización para la Función Controladora (Enable driving function). Use una regla para mover el primer carro ( el mas cercano al motor) y verifique que el sistema es seguro al tocarlo. Deberá siempre hacer esto antes de ponerse en contacto con el mecanismo. La acción del resorte electromecánico ahora tendrá efecto. Si nota que no hay energía en el motor, haga clic de nuevo en el botón de Autorización para la Función Controladora.

Se deben cambiar los parámetros para reducir la rigidez (por ej. Instale  $k = 0$  para que únicamente el resorte mecánico esté actuando) o sumar amortiguación ( $c \neq 0$ ) si desea sentir manualmente tal acción cuando son aplicadas a través del controlador.

No instale  $c > 100 \text{ N/m/s}$  o  $k > 500 \text{ N/m}$  y no aplique excesivamente grandes y largas fuerzas de duración sobre el mecanismo. Vuelva los parámetros a sus valores originales ( $k = 400 \text{ N/m}$  y  $c = 0 \text{ N/m/s}$ ) y seleccione la autorización para la función controladora.

Indicación 3.- Introduzca el menú datos (Data) y seleccione instalar adquisición de datos (Setup Data Acquisition). En esta caja asegúrese que los siguientes cuatro elementos sean seleccionados: Entrada de control (Drive input) y Encoders 1 y 2, **El Periodo de Muestreo de Datos (Data Sample Period)** debe de ser 4 lo que significa que los datos deberán de ser tomados cada cuatro servociclos ( en este caso cada  $4 \times 0.00442 = 0.01768$  segundos). Ahora salga de este menú.

#### **Material y equipo.**

Sistema Resorte-Masa ECP.

Sistema operativo Windows versión 98 & NT.

Computadora personal Pentium II. 234Mb.

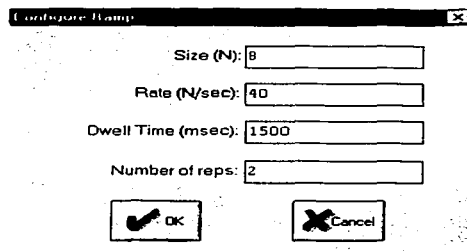
Programa Ejecutivo con arranque en MSDOS.

**Función forzada rampa.** Temporalmente separe el amortiguador del segundo carro y afloje la tuerca de el extremo de la barra. Póngalo a un lado para no interferir con el movimiento del carro.

**Introduzca el menú Ordenar** y seleccione **Forma de Entrada**. Esta vez no cheque **Movimiento Unidireccional** y seleccione **Rampa** y luego **Setup (Instalar)** para introducir

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

la caja de diálogo *Rampa*. Luego entonces se verá *Size (tamaño) = 8N*. *Rate (Razón) = 40 N/s*, *Dwell Time (Tiempo de espera) = 1500 ms* y *No. of Repetitons (No. de repeticiones) = 2*.



Configure Ramp

Size (N): 8

Rate (N/sec): 40

Dwell Time (msec): 1500

Number of reps: 2

OK Cancel

Figura 3.1.-Cuadro de configuración de señal rampa.

Si no cambie los valores de este grupo de parámetros. Salga de esta caja y vaya al menú **Ordenar (Command)**. De nuevo seleccione **Ejecutar y con Muestreo Normal de Datos** chequeado, correrá la trayectoria. Entonces se debe de notar un incremento de fuerza ( y desplazamiento) seguido por un tiempo de estancia, un movimiento rampa de retorno en la dirección negativa, y luego un similar segundo ciclo (La rampa bidireccional resulta de deseleccionar **Movimiento unidireccional**). Ahora introduzca el menú **Graficar** y seleccione **Instalar Gráfica**. Seleccione Encoder 1 (eje izquierdo) y entrada de Control (Drive Input) (eje derecho) para graficación y luego graficar los datos. Se podrá ver una gráfica igual a la de figura siguiente y se podrá salvar bajo *cualquier nombre (anyname.plt)* usando la opción **Salvar datos para graficar (Save plot Data)**. Cualquier dato salvado para graficar podrá ser vuelto a cargar desde el disco usando la opción **Cargar Datos para Graficar (Load Plot Data)** para inspección futura, graficación o impresión. Para imprimir simplemente seleccione el menú **Imprimir Datos (Print Data)** y seleccione la impresora apropiada antes de ordenar la impresión. Alternativamente cualquier grupo de datos obtenidos deberán de ser exportados como un archivo de texto ASCII por el uso de la opción **Exportar Datos (Export Data)** de el menú Datos (**Data**).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En el apéndice A1 se observa un ejemplo de 40 datos obtenidos por los encoders para graficar. Apéndice [A1].

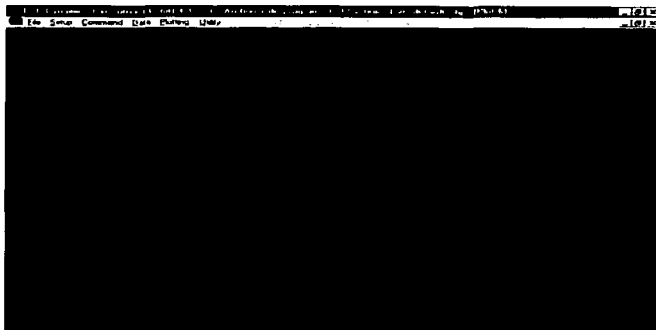


Figura 3.2.- Grafica obtenida de una señal rampa en el ECP.

A la gráfica mostrada se le puede cambiar la escala por medio de **Escala de Ejes** (Axis Scaling) en el menú **Graficación** (Plotting). Puede reemplazar el encoder 1 por el 2 u otras variables de interés por medio de la caja **Instalar Gráfica** (Setup Plot), graficando los datos cada que se necesite. Se podrán re-posicionar las gráficas arrastrándolas en la barra encuadrada.

Ahora cierre todas esas ventanas de gráficas excepto una con un doble click en la parte superior izquierda de la ventana cuadrada. Trate de reducir el resto de las gráficas haciendo click en la flecha para bajar en la esquina superior derecha. Una gráfica minimizada podrá ser expandida por medio de un doble click en su icono.. Haciendo click en la parte superior derecha en la flecha para subir, se expande la gráfica a tamaño completo. Se podrá variar el tamaño de las gráficas usando el cursor para arrastrar los ejes de la gráfica. Las esquinas permitirán variar el ancho y alto simultáneamente (posición del cursor en la esquina é inicia el arrastre cuando el cursor sea de doble raya).

### 3.2 Simulación de Función Forzada Rampa de el sistema por Matlab.

Una de la herramientas en la cuales nos apoyamos para comparar el tipo de señal que obtenemos físicamente es por medio de simulación computacional.

El programa que se utilizo fue el Matlab 6.

En Matlab se puede observar como puede responder nuestro sistema aplicándole diferentes tipos de señales. La forma de utilizar Matlab es sencilla, su lenguaje es fácil de entender.

A continuación se dará una breve explicación para simular el sistema físico por medio de Matlab.

-Introduzca el programa de Matlab en la computadora, donde debe de aparecer el **Launch Pad**, ahí aparece un icono con la leyenda **Simulink**, dele doble clic y debe aparecer un menú con el nombre de **Demo**, selecciónelo y en el siguiente menú se seleccione **General** el cuál despliega una serie de ejemplos donde usted puede seleccionar **spring-mass system simulation**, en este ejemplo podrá observar como trabaja un sistema de resorte masa, pero con diferentes tipo de etapas, ya observado este se selecciona **new** y en la barra de herramientas dele doble clic al icono **Library Browser** y en esta librería seleccione en la parte de **sources** la señal de entrada deseada, en este caso **Ramp** y arrastre el bloque a la simulación nueva, un bloque de función de transferencia de **discrete**, y por último un graficador del menú **Sinks** (scope).

Teniendo estos elementos se unen y se introduce la función de transferencia obtenida en el capítulo anterior.

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{800}{2.882S^4 + 3354.4S^2 + 960000}$$

La manera de introducir la función de transferencia en el diagrama de bloques se puede observar en el apéndice [A2].

El diagrama de bloques deberá quedar como se observa en la figura.

Y se da inicio en el icono de Start.

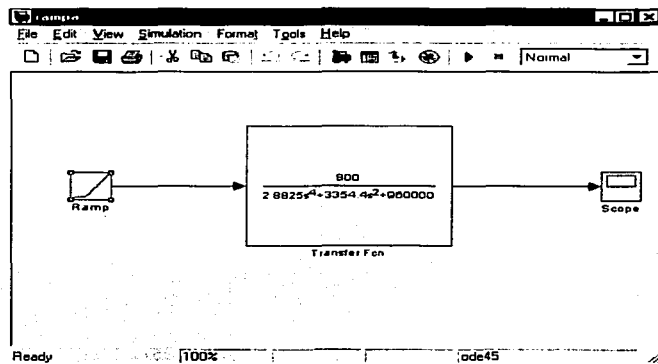


Figura 3.3.-Diagrama de bloques de señal rampa del sistema en Matlab.

Al terminar la simulación se observa la gráfica la señal y se compara con la obtenida. En el ECP.

Realizando estos pasos la grafica que se tiene que obtener es:

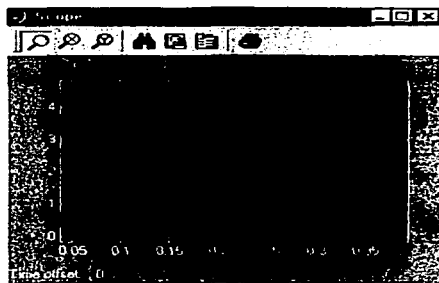


Figura 3.4.-Gráfica de señal rampa del sistema obtenida en Matlab.

Debe observar, que Matlab solo grafica la pendiente y si observa, es similar a la que obtuvimos físicamente.

Con esto se puede determinar aproximadamente como reaccionaría nuestro sistema antes de iniciar nuestro análisis con el ECP físico.

### **3.3 Desarrollo computacional con una señal forzada impulso en un sistema masa-resorte de dos grados de libertad.**

**Objetivos:** Este desarrollo computacional llevará al usuario a conocer ciertas funciones generales del equipo Dinámico Resorte-Masa (ECP) de vibraciones mecánicas, aplicando una función forzada **Impulso**.

**Introducción:** Siguiendo las instrucciones, el usuario implementará una función forzada, maniobrando el sistema a través de varias trayectorias, adquiriendo datos y graficándolos.

Además con la misma señal se analizará la respuesta transitoria del sistema por medio de Matlab.

**Indicación 1:** Sin energía eléctrica en el Controlador (de tiempo real) introduzca el programa Ejecutivo Dinámico ECP (tipo ECPDYN). Se deberá ver la pantalla de antecedentes. Ahora alimente energía eléctrica al Controlador, presionando el botón negro. Introduzca el menú Archivo (File), escoja Instalación de carga (Load Setting) y seleccione el archivo default.cfg. Este archivo de configuración es alimentado en el disco de distribución y ha sido copiado dentro del Directorio ECP por ahora. De hecho debió de haber sido cargado automáticamente dentro del Programa Ejecutivo para iniciar operaciones (arrancar). Este archivo particular default.cfg, contiene los parámetros de la función controladora y otras trayectorias, recolección de datos, parámetros de graficación específicamente salvados para la actividad determinada. Si se tiene incertidumbre sobre parámetros o comandos incorrectos, se deberá recargar el archivo default y todos los parámetros tomarán su valor inicial.

Este archivo ha sido creado para operar con dos masas de bronce (250 grs c/u) en cada carro, el resorte menos rígido (400 N/m) conectado entre la placa base y la primer



masa, y el resorte más rígido (800 N/m) entre la primera y segunda masa. En este tipo de configuración se tiene que desconectar el amortiguador.

Indicación 2: Introduzca el menú Instalar (setup) y seleccione Instalar funciones controladoras (Setup driving functions). Deberá ser Fuerza+resorte+amortiguador (Force + Spring + Damper) seleccionándolo y un factor de escala del sistema = 14, 000. Introduzca este factor considerado desde el fabricante ECP. Ahora haga clic para Instalar Funciones Controladoras. Observará los siguientes parámetros:  $k = 400 \text{ N/m}$  y  $c = 0 \text{ N/m/s}$ . Si otros valores aparecen, cámbielos a estos últimos.

Salga de esta caja de diálogo. Mueva los carros manualmente para verificar que el sistema se desliza libremente y luego seleccione la Autorización para la Función Controladora (Enable driving function). Use una regla para mover el primer carro ( el más cercano al motor) y verifique que el sistema es seguro al tocarlo. Deberá siempre hacer esto antes de ponerse en contacto con el mecanismo. La acción del resorte electromecánico ahora tendrá efecto. Si nota que no hay energía en el motor, haga clic de nuevo en el botón de Autorización para la Función Controladora.

Usted debe cambiar los parámetros para reducir la rigidez (por ej. Instale  $k = 0$  para que únicamente el resorte mecánico esté actuando) o sumar amortiguación ( $c \neq 0$ ) si desea sentir manualmente tal acción cuando son aplicadas a través del controlador.

No instale  $c > 100 \text{ N/m/s}$  o  $k > 500 \text{ N/m}$  y no aplique excesivamente grades y largas fuerzas de duración sobre el mecanismo. Vuelva los parámetros a sus valores originales ( $k = 400 \text{ N/m}$  y  $c = 0 \text{ N/m/s}$ ) y seleccione la autorización para la función controladora.

Indicación 3.- Introduzca el menú datos (Data) y seleccione instalar adquisición de datos (Setup Data Acquisition). En esta caja asegúrese que los siguientes cuatro elementos sean seleccionados: Entrada de control (Drive input) y Encoders 1 y 2, El Período de Muestreo de Datos (Data Sample Period) debe de ser 4 lo que significa que los datos deberán de ser tomados cada cuatro servociclos ( en este caso cada  $4 \times 0.00442 = 0.01768$  segundos). Ahora salga de este menú.

#### **Material y equipo.**

Sistema Resorte-Masa ECP.

Sistema operativo Windows versión 98 & NT.

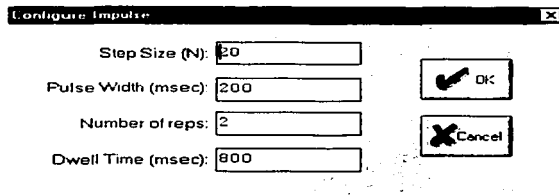
Computadora personal Pentium II. 234Mb.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Programa Ejecutivo con arranque en MSDOS.

**Función forzada Impulso.** Temporalmente separe el amortiguador del segundo carro y afloje la tuerca de el extremo de la barra. Póngalo a un lado para no interferir con el movimiento del carro.

Introduzca el menú **Ordenar** y seleccione **Forma de Entrada**. Esta vez no cheque **Movimiento Unidireccional** y seleccione **Impulso y luego Setup (Instalar)** para introducir la caja de diálogo *Impulse*. Luego entonces se verá la siguiente ventana:



Configure Impulse

Step Size (N): 20

Pulse Width (msec): 200

Number of reps: 2

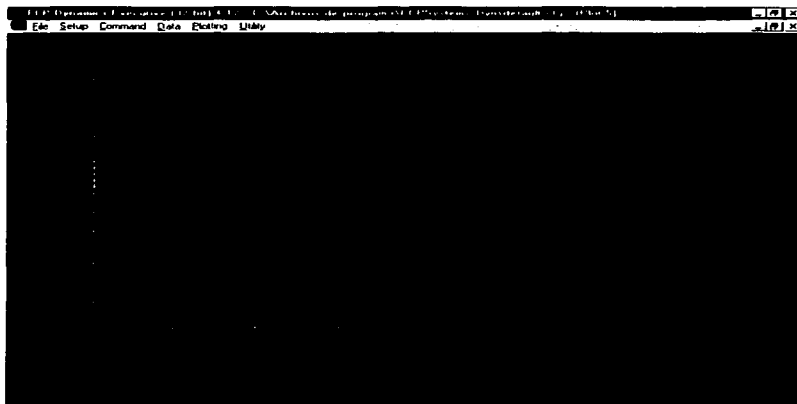
Dwell Time (msec): 800

OK

Cancel

Figura 3.5.-Cuadro de configuración de señal impulso.

Se introducen los datos mostrados *Step Size (tamaño) = 20N*, *Pulse Width 200 msec*, *Dwell Time (Tiempo de espera) = 800 ms* y *No. Of Repetitions (No. De Graficación) = 2*. Si no cambie los valores de este grupo de parámetros. Salga de esta caja y vaya al menú **Ordenar (Command)**. De nuevo seleccione **Ejecutar y con Muestreo Normal de Datos** checado, correrá la trayectoria. Entonces se debe de notar un incremento de fuerza ( y desplazamiento) seguido por un tiempo de estancia, un movimiento impulso de retorno en la dirección negativa, y luego un similar segundo ciclo. Ahora introduzca el menú **Graficar** y seleccione **Instalar Gráfica**. Seleccione Encoder 1 (eje izquierdo) y entrada de Control (Drive Input) (eje derecho) para graficación y luego graficar los datos. Se podrá ver una gráfica igual a la de figura 3.6 y se podrá salvar bajo *cualquier nombre (anyname.plt)* usando la opción **Salvar datos para graficar (Save plot Data)**.



**Figura 3.6.-** Gráfica obtenida de una señal impulso en el ECP.

Cualquier dato salvado para graficar podrá ser vuelto a cargar desde el disco usando la opción **Cargar Datos para Graficar (Load Plot Data)** para inspección futura, graficación o impresión. Para imprimir simplemente seleccione el menú **Imprimir Datos (Print Data)** y seleccione la impresora apropiada antes de ordenar la impresión. Alternativamente cualquier grupo de datos obtenidos deberán de ser exportados como un archivo de texto ASCII por el uso de la opción **Exportar Datos (Export Data)** de el menú **Datos (Data)**.

A la gráfica mostrada se le puede cambiar la escala por medio de **Escala de Ejes (Axis Scaling)** en el menú **Graficación (Plotting)**. Puede reemplazar el encoder 1 por el 2 u otras variables de interés por medio de la caja **Instalar Gráfica (Setup Plot)**, graficando los datos cada que se necesite. Se podrán re-posicionar las gráficas arrastrándolas en la barra encuadrada.

Ahora cierre todas esas ventanas de gráficas excepto una con un doble click en la parte superior izquierda de la ventana cuadrada. Trate de reducir el resto de las gráficas haciendo click en la flecha para bajar en la esquina superior derecha. Una gráfica minimizada podrá

ser expandida por medio de un doble click en su icono.. Haciendo click en la parte superior derecha en la flecha para subir, se expande la gráfica a tamaño completo. Se podrá variar el tamaño de las gráficas usando el cursor para arrastrar los ejes de la gráfica. Las esquinas permitirán variar el ancho y alto simultáneamente (posición del cursor en la esquina é inicia el arrastre cuando el cursor sea de doble raya).

### 3.4 Simulación de Función Forzada Impulso de el sistema por medio de Matlab.

La simulación es siguiendo los mismos pasos que el desarrollo computacional anterior con la única excepción de que la señal de entrada es **Pulse Generator** para Impulse, del menú **Sources** en **Library Browser**.

En los demás procedimientos son exactamente iguales.

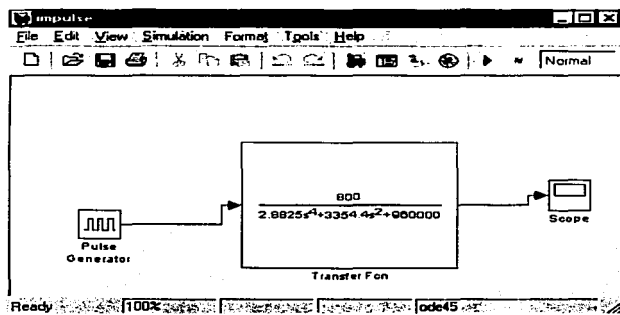


Figura 3.7.-Diagrama de bloques de señal impulso del sistema en Matlab.

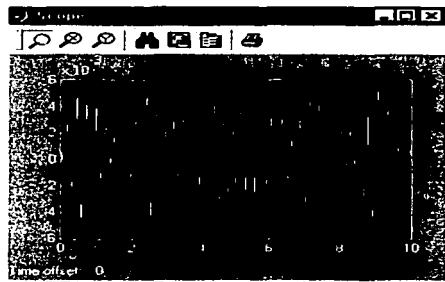


Figura 3.8.-Gráfica de señal impulso del sistema obtenida en Matlab.

Si observamos, el perfil de la figura 3.8, de 0 a 2 segundos tiene una respuesta similar. También de esta manera se determina que la función de transferencia es correcta.

### 3.5 Análisis de la respuesta transitoria por Matlab.

En la práctica, la señal de entrada para un sistema oscilatorio no se conoce con anticipación pero es de naturaleza aleatoria, y la entrada instantánea no puede expresarse en forma analítica. Solo en algunos casos especiales se conoce con anticipación la señal de entrada y se puede expresar en forma analítica o mediante curvas. Muchos criterios de diseño se basan en tales señales o en la respuesta del sistema a los cambios en condiciones iniciales (sin señales de prueba). El uso de señales de prueba se justifica porque existe una correlación entre las características de respuesta de un sistema para una señal e entrada de prueba común y la capacidad del sistema de manejar las señales de entrada reales. La respuesta en el tiempo de un sistema de oscilación consta de dos partes; la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable. Por respuesta transitoria nos referimos a la señal en un estado inicial y en un estado final. Por respuesta en estado estable, nos referimos a la manera en la cual se comporta la salida del sistema conforme tiende a infinito.

Las señales de prueba que se usan regularmente para analizar estos tipos de respuestas son funciones escalón, rampa, parábola, impulso, senoidales, etc. Son estas señales de prueba es posible realizar con facilidad análisis matemáticos y experimentales de sistemas vibratorios, dado que las señales son funciones del tiempo muy simples. Pero lo que se pretende en este subtema es obtener la gráfica de la respuesta transitoria de acuerdo con una paquetería computacional y comparar resultados con los obtenidos físicamente.

Obtención de la gráfica de respuesta transitoria por Matlab.

Matlab facilita la graficación de la **respuesta transitoria** del sistema con simples instrucciones, Matlab puede darnos esa respuesta con sólo introducir la función de transferencia del sistema.

En nuestro caso, introduzca la función de transferencia de  $X_2$  obtenida en el capítulo II.

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{1.829S^2 + 1200}{2.882S^4 + 3354.4S^2 + 320000}$$

La forma de introducir y graficar el sistema en Matlab se menciona en el apéndice [A2].

La gráfica que obtendrá se verá de la siguiente manera:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

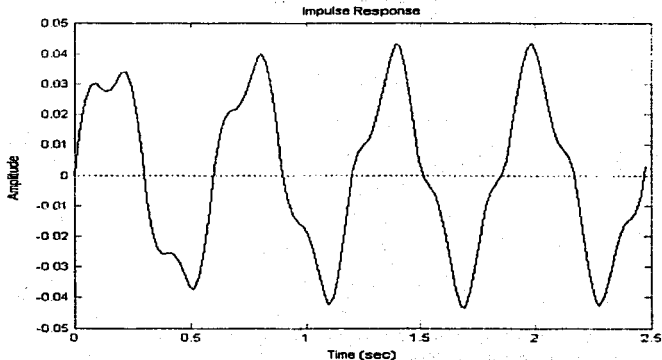


Figura 3.4.-Gráfica de la respuesta transitoria impulso del sistema obtenida en Matlab.

Vuelva a observar el perfil de la figura 3.4 de estado transitorio y debe verificar que hay similitud en la gráfica mostrada en el ECP.

Se puede observar el que número de picos de 0 a 2.5 es similar al sistema físico y si se observa la similitud trayectorias de los picos se puede afirmar que el análisis fue el correcto.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Capitulo 4.  
Desarrollo  
computacional con una  
señal forzada barrido  
senoidal en un sistema  
masa-resorte de dos  
grados de libertad.**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



#### 4.1 Señal forzada barrido senoidal

**Objetivos:** Este desarrollo computacional llevará al estudiante a conocer ciertas funciones generales del equipo Dinámico Resorte-Masa-Amortiguador (ECP) de vibraciones mecánicas, aplicando una función forzada de barrido senoidal.

**Introducción.** Siguiendo las instrucciones, el estudiante implementará una Función Forzada, maniobrando el sistema a través de varias trayectorias, adquiriendo datos y graficándolos. Deberá ser anotado que estas demostraciones son de un sistema de sexto orden.

Indicación 1: Sin energía eléctrica en el Controlador (de tiempo real) introduzca el programa Ejecutivo dinámico ECP (tipo ECPDYN). Se deberá de ver la pantalla de antecedentes. Ahora alimente energía eléctrica al Controlador, presionando el botón negro. Introduzca el menú Archivo (file), escoja **Instalación de carga (Load setting)** y seleccione el archivo *default.cfg*. Este archivo de configuración es alimentado en el disco de distribución y ha sido copiado dentro del Directorio ECP por a hora. De hecho debió de haber sido cargado automáticamente dentro del Programa Ejecutivo para iniciar operaciones (arrancar). Este archivo particular *default.cfg* contiene los parámetros de la función controladora y otras trayectorias, recolección de datos, parámetros de graficación específicamente salvados para la actividad determinada. Si se tiene incertidumbre sobre parámetros o comandos incorrectos, se deberá recargar el archivo *default* y todos los parámetros tomarán su valor inicial

Este archivo ha sido creado para operar con dos masas de bronce (250 grs c/u) en cada carro, el resorte menos rígido (400 N/m) conectado entre la placa base y la primer masa, y el resorte mas rígido (800 N/m) entre la primera y la segunda masa. El amortiguador deberá de ser desconectado para este tipo de análisis.

Indicación 2.- Introduzca el menú **Instalar (Setup)** y seleccione **Instalar funciones controladoras (Setup driving functions)**. Deberá ser **Force+Spring+Damper** seleccionandolo y un factor de escala del sistema = 14,000. Introduzca este factor considerado desde el fabricante ECP. Ahora haga click para **Instalar Funciones Controladoras**. Observará los siguientes parámetros:  $k = 400 \text{ N/m}$  y  $c = 0 \text{ N/mls}$ . Si otros

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

valores aparecen, cámbielos a estos últimos.

Salga de esta caja de diálogo. Mueva los carros manualmente para verificar que el sistema se desliza libremente y luego seleccione la **Autorización para la Función Controladora** (**Enable driving function**). Use una regla para mover el primer carro (el mas cercano al motor) y verifique que el sistema es seguro al tocarlo. Deberá siempre hacer esto antes de ponerse en contacto con el mecanismo. La acción de control del resorte electromecánico ahora tendrá efecto. Si nota que no hay energía en el motor, haga clic de nuevo en el botón de **Autorización para la Función Controladora**.

Usted debe cambiar los parámetros para reducir la rigidez (por ej. Instale  $k = 0$  para que unicamente el resorte mecánico este actuando) o sumar amortiguación ( $c \neq 0$ ) si desea sentir manualmente tal acción cuando son aplicadas a través del controlador. No instale  $c > 100 \text{ N/m/s}$  o  $k > 500 \text{ N/m}$  y no aplique excesivamente grandes y largas fuerzas de duración

sobre el mecanismo. Vuelva los parámetros a sus valores originales ( $k = 400 \text{ N/m}$  y  $c = 0 \text{ N/m/s}$ ) y seleccione la autorización para la función controladora.

Indicación 3.- Introduzca el menú datos (Data) y seleccione instalar adquisición de datos (Setup Data Acquisition). En esta caja asegúrese que los siguientes cuatro elementos sean seleccionados: Entrada de control (Drive input) y Encoders 1 y 2 El **Período de Muestreo de Datos (Data Sample Period)** debe de ser 4 lo que significa que los datos deberán de ser tomados cada cuatro servociclos (en este caso cada  $4 \times 0.00442 = 0.01768$  segundos). Ahora salga de este menú.

#### **Material y equipo.**

Sistema Resorte-Masa ECP.

Sistema operativo Windows versión 9S & NT.

Computadora personal Pentium II. 234Mb.

Programa Ejecutivo con arranque en MSDOS.

**Función Forzada de Barrido Senoidal.** De nuevo introduzca **Forma de entrada** y seleccione **Barrido Senoidal (Sine Sweep)** luego **Instalar(Setup)**. Usted deberá de ver **Amplitud (Amplitude) = 1.5 N Start freq. (frec. de arranque) = 1.0 Hz. Sweep Time (Tiempo**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

dc barrido) = 60 seg y Barrido logaritmico (Logarithmic Sweep) seleccionado.

Configure Sine Sweep

Amplitude (counts): 2

Start Frequency (Hz): 1

End Frequency (Hz): 20

Sweep Time (sec): 60

Linear sweep

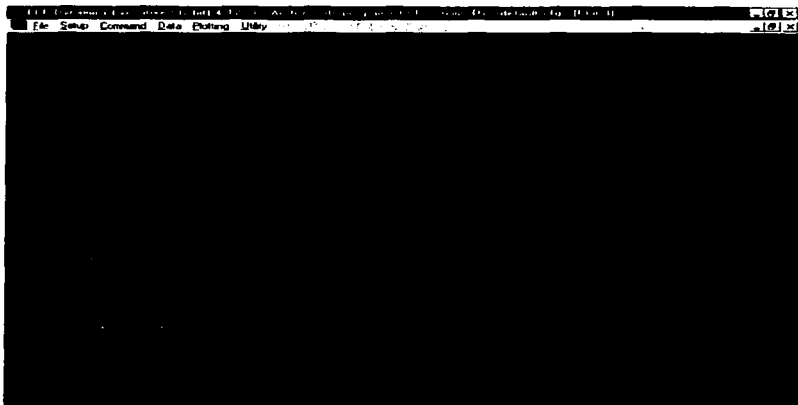
Logarithmic sweep

OK Cancel

Figura 4.1.-Configuración de señal barrido senoidal en el ECP.

De nuevo, si hay diferencia, cambie los valores correspondientes a este grupo dado. Salga de esta caja y va ya al menú **Ordenar y Ejecute**. Mientras corre esta entrada, se deberá de notar el movimiento senoidal con incremento de frecuencia para 60 segundos. El sistema pasará a través de dos resonancias, el primer carro (encoder 1) pasará por una anti-resonancia. Ahora introduzca el menú **Graficar** y seleccione **Instalar Gráfica**. Entonces seleccione el Encoder 1 para graficar y seleccionar **Tiempo Lineal(Linear Time)** y **Lineal** para los ejes horizontal y vertical; entonces grafique los datos. Se deberá observar una gráfica similar a la mostrada en la figura siguiente.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**Figura 4.2.**—Gráfica de una señal barrido senoidal obtenida del ECP.

Este escalamiento lineal mas cercanamente reflejará el movimiento del sistema como apareció durante la maniobra. Ahora vuelva a graficar estos datos usando **Frecuencia Logarítmica y Db** escalando con la caja checada **Remover Polarización DC(Remove DC Bias)**. Este escalamiento refleja una común presentación de datos de respuesta en frecuencia tales como gráficas de Bode, en las cuales las características tales como resonancia, anti-resonancia y pendiente de ganancia son claramente identificadas. Ahora reemplace el encoder 1 con el 2. Gráficas similares a las mostradas en las figuras siguientes deberán ser vistas.

A la gráfica mostrada se le puede cambiar la escala por medio de **Escala de Ejes (Axis Scaling)** en el menú **Graficación (Plotting)**. Puede reemplazar el encoder 1 por el 2 u otras variables de interés por medio de la caia **Instalar Gráfica (Setup Plot)**, graficando los datos cada que se necesite. Se podrán re-posicionar las gráficas arrastrándolas en la barra encuadrada.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Ahora cierre todas esas ventanas de gráficas excepto una con un doble click en la parte superior izquierda de la ventana cuadrada. Trate de reducir el resto de las gráficas haciendo click en la flecha para bajar en la esquina superior derecha. Una gráfica minimizada podrá ser expandida por medio de un doble click en su icono.. Haciendo click en la parte superior derecha en la flecha para subir, se expande la gráfica a tamaño completo. Se podrá variar el tamaño de las gráficas usando el cursor para arrastrar los ejes de la gráfica. Las esquinas permitirán variar el ancho y alto simultáneamente (posición del cursor en la esquina que inicia el arrastre cuando el cursor sea de doble raya).

#### 4.2 Simulación de Función Forzada Barrido Senoidal de el sistema por medio de Matlab.

De la misma manera como se menciona en el capítulo anterior se trata de obtener como responde el sistema con un simulador computacional.

En este tipo de simulación solo se cambia el tipo de señal de entrada al sistema.

En fuentes (sources) el barrido senoidal se encuentra con el nombre de señal aleatoria (random) es decir con diferentes frecuencias tanto en la entrada como en la salida.

La función de transferencia que se introduce es la misma, ya la masa del encoder 1 es la que mas nos interesa estudiar.

El diagrama de bloques y la gráfica quedarán de la siguiente manera:

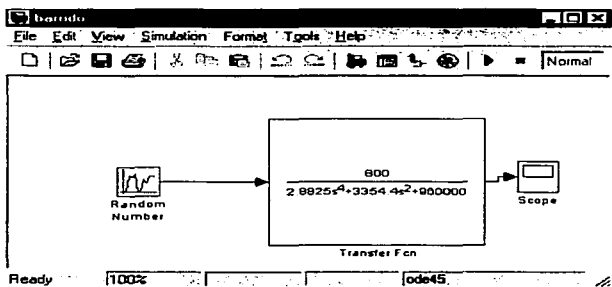


Figura 4.3.-Diagrama de bloques de una señal barrido senoidal por Matlab.

Y se obtiene la siguiente grafica:



**Figura 4.4.**-Gráfica obtenida de una señal barrido senoidal en Matlab.

El perfil de la grafica es similar al del experimento físico, con esto podemos predecir nuestro sistema físico y hacer un análisis previo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# **Capitulo 5.**

## **Cálculo de la resonancia del sistema del sistema.**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 5.1 Descripción.

En este capítulo se calculará la resonancia del sistema masa-resorte de dos grados de libertad, tanto por método analítico como por método computacional.

Cuando la velocidad de funcionamiento del ECP es superior a la velocidad crítica, cada vez que se arranca o se para, pasara por el valor de la velocidad crítica, es decir por la zona peligrosa caracterizada por las grandes amplitudes de la oscilación de resonancia.

Esto es cuando nuestro sistema se vuelve inestable y puede llegar a destruirse. Es importante hacer este tipo de análisis para poder determinar un mejor diseño en diferentes tipos de aplicaciones.

### 5.2 Modelo Matemático.

Para el cálculo de la masa óptima del absorbedor  $M_2$ , se define que  $u_1(t)=F\text{sen}(wt)$  y que  $u_2(t)=0$ . En la plataforma experimental se tiene como datos los siguientes parámetros:  $M_1=(0.495 \times 2)+0.839=1.829$  Kg,  $K_2=800$  N/m y  $K_1=400$  N/m. Considerando  $M_2$  como un parámetro de diseño y,  $C_1=0$  y  $C_2=0$  representativos de este sistema se obtiene el siguiente diagrama (Fig.5.1)

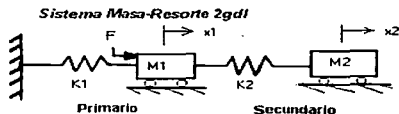


Figura 5.1.-Sistema resorte-masa de dos grados de libertad.

Si se considera este sistema, para el cuál la fuerza de alimentación será  $F\text{sen}(wt)$ , con lo cuál las ecuaciones que lo definen son:

$$M_1 \ddot{x}_1 + K_2(x_1 - x_2) + K_1 x_1 = F \text{sen}(wt) \quad (5.1)$$

$$K_2(x_1 - x_2) - M_2 \ddot{x}_2 = 0 \quad (5.2)$$

Si se evalúan las variables  $x_1$  y  $x_2$  y sus derivadas:

$$x_1 = a \text{sen}(wt); x_1 = a w \cos(wt); x_1 = -a w^2 \text{sen}(wt) \quad (5.3)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



$$x_1 = b \operatorname{sen}(wt); x_2 = bw \cos(wt); x_3 = -bw^2 \operatorname{sen}(wt) \quad (5.4)$$

Sustituyendo (5.3) y (5.4) en (5.1) y (5.2), y eliminando de los dos lados de la ecuación  $\operatorname{sen}(wt)$ , se tiene:

$$F = -M_1 a w^2 + K_2 a - K_2 b + K_1 a \quad (5.5)$$

$$K_2 a - K_2 b + M_2 b w^2 = 0 \quad (5.6)$$

Si se considera que  $a=0$  se tiene: de la ec.(5.5)  $F = -K_2 b + -M_1 a w^2 + K_2 a + K_1 a = 0$ , y de la ec. (5.6) se da la siguiente ec.:  $-K_2 b + M_2 b w^2 = 0$

Si  $a=0$  de (5.5) se tiene  $(-M_1 w^2 + K_2 + K_1) a = 0$ , de donde se obtiene:

$$w = \frac{k_1 + k_2}{M_1} = 25.61 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} = 4.07 \frac{c}{\text{seg}}$$

### 5.3 Trazas de Bode.

Las trazas de Bode están formadas por dos gráficas: una es el logaritmo de la magnitud de una función de transferencia y otra es el ángulo de fase. Ambas se grafican contra la frecuencia en la escala logarítmica.

La representación común de la magnitud logarítmica de  $G(j\omega)$  es  $20 \log|G(j\omega)|$ , en donde la base del logaritmo es 10. La unidad que se usa en esta representación de la magnitud es el decibel, por lo general abreviado dB. En la representación logarítmica, se trazan las curvas sobre papel semilogarítmico, con la escala logarítmica para la frecuencia y la escala lineal para cualquier magnitud (en decibeles) o el ángulo de fase (en grados). (el rango de frecuencia de interés determina la cantidad de ciclos logarítmicos que se requieren en la abscisa).

La ventaja principal de usar traza de Bode es que la multiplicación de magnitudes se convierte en adición. Además, cuenta con un método simple para trazar una curva aproximada de magnitud logarítmica. Se basa en aproximaciones asintóticas. Esta aproximación mediante asintotas (líneas rectas), es suficiente si solo se necesita información general sobre la característica de la respuesta en frecuencia. Si se desea obtener curvas exactas, es fácil corregir las curvas asintóticas. Las curvas de ángulo de fase se dibujan con facilidad si se cuenta con una plantilla de la curva de ángulo de fase de

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1+j $\omega$ ). Es muy provechoso ampliar el rango de frecuencia mediante el uso de una escala logarítmica, dado que las características de las frecuencias bajas son los más importantes en los sistemas prácticos. Aunque no es posible graficar las curvas hasta una frecuencia cero, debido a la frecuencia logarítmica, ( $\log 0 = -\infty$ ), esto no significa un problema serio.

#### 5.4 Análisis de la resonancia por diagrama de Bode.

Para realizar este análisis se recurre nuevamente al método computacional Matlab.

Matlab también nos puede hacer el cálculo del diagrama de Bode con solo un simple comando. Apéndice [A3]

La gráfica que obtendrá será:

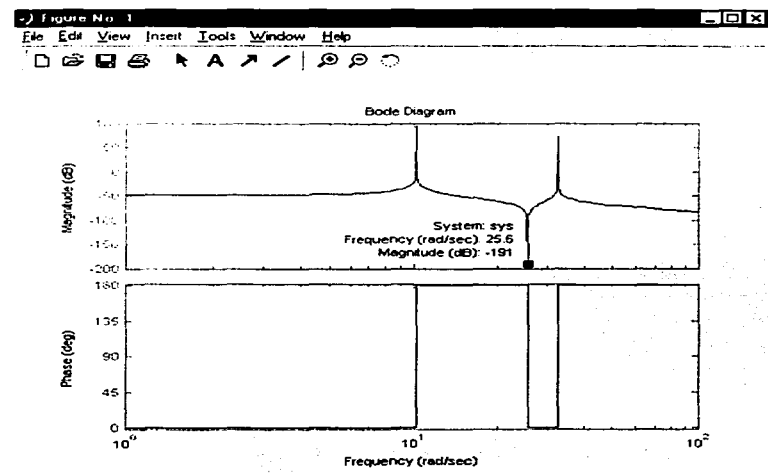


Figura 5.2.-Traza de Bode del sistema.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Como se puede observar, el resultado de la resonancia fue exactamente el mismo, por lo tanto debemos tomar en cuenta el resultado para determinar hasta que punto nuestro sistema puede tomar la inestabilidad.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# **Capitulo 6.**

## **Conclusiones.**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En este trabajo se estudió el problema de las vibraciones en un sistema mecánico tipo masa resorte utilizando un sistema computacional.

Mediante este sistema un usuario puede comprender de manera clara el tema de vibraciones lineales con diferentes tipos de señales.

En un sentido practico las especificaciones de desempeño determinadas para un sistema en particular, sugieren que tipo de señal estudiar.

Fue de manera importante requerir del sistema ECP en las instalaciones del CINVESTAV, para llegar a formular este trabajo de la manera mas completa posible.

El cuál los resultados analíticos se verificaron experimentalmente en la plataforma que consta de un sistema mecánico, sensores, actuadores y un procesador digital de señales, con el que se pudieron satisfacer las especificaciones de desempeño mediante la repetición estudiada de prueba y error.

Después de proponer el sistema, se verificó si se satisfacen las especificaciones de desempeño. Si no se cumplen, se repitió el proceso ajustando los parámetros o modificando la configuración hasta que se cumplieran las especificaciones determinadas.

Se incluyo una paqueteria computacional (Matlab) el cuál nos auxilió de la manera mas adecuada para comparar nuestros resultados físicos.

De esta manera se facilitó el estudio de las vibraciones mecánicas utilizando una de las herramientas mas utilizadas en nuestros tiempos como es la computadora.

Los resultados físicos (ECP) y los resultados computacionales (Matlab) fueron similares y esto nos demuestra que el análisis fue el adecuado, es decir, si primero se hace una simulación computacional de nuestro diseño, podemos aproximadamente determinar como responde antes de hacer las pruebas físicas y rediseñar para así evitar mayores costos que se pudieran dar en caso de no hacerlo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Otro de los puntos que se pudo comprobar es el de modificar los diferentes parámetros del sistema, como es el de cambiar el valor de las masas, el valor de los resortes, los valores de las entradas como son amplitud, frecuencia, etc, para llegar a comprender mas y mejor lo que se refiere la diferencia entre entrada y salida en un sistema de lazo abierto.

Se pudo observar físicamente las señales de entrada al sistema como son: rampa, impulso, senoidal, barrido senoidal, así como las respuestas transitorias de las mismas, el cuál tienden al estado estable, ya que muchas veces solo se llegan a estudiar y comprender teóricamente en diferentes etapas de nuestro desarrollo profesional.

Se cálculo también la resonancia del sistema y se graficó por medio de Matlab introduciendo la función de transferencia obtenida en el capítulo 2, el cuál arroja el mismo resultado, que el obtenido analíticamente, lo cuál justifica la operación deseada.

Con este tipo de estudios podemos crear para un futuro sistemas de control de vibraciones como pueden ser control pasivo de vibraciones, control activo, control robusto, etc, para optimizar diversos tipos de sistemas que estén expuestos a vibración, pero para este tipo de aplicaciones se necesitan estudiar temas de Ingeniería de control.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Referencias Bibliográficas.

- [1].-R. Roca Vila. "Vibraciones Mecánicas"  
Primera Edición (Reimpresión) Mayo 1985. pp. 13-22
- [2].-Singiresu S. Rao "Mechanical Vibrations"  
Addison-Wesley Publishing Co Third Edition. October 1995. pp. 1-40 327-349
- [3].-Thomas R.Parks "Manual For Model 210/210a Educational Control Products"  
First Edition. 1996.
- [4].-Katsuhiko Ogata. "Ingeniería de Control Moderna"  
Tercera Edición. Prentice Hall 1998. pp. 134-207
- [5].-J.E. Ruzicks. "Fundamental concepts of vibration"  
Sound of Vibration Vol. 5 July 1971. pp. 16-22

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Apéndices.

Por lo general Matlab se usa en un modo controlado por comandos. Cuando se introducen comandos de una sola línea, Matlab los procesa de inmediato y despliega los resultados. Matlab también es capaz de ejecutar secuencias de comandos que se almacenan en archivos.

Los comandos escritos pueden accederse después usando la tecla de flecha hacia arriba. Es posible desplazarse por algunos de los comandos más recientes y repetir una línea de comandos específica.

A-1.-

Sample	Time	Commanded Pos	Encoder 1 Pos	Encoder 2 Pos
[ 0	0.000	0	0	0;
1	0.018	1	0	0;
2	0.035	1	15	0;
3	0.053	2	62	0;
4	0.071	3	161	0;
5	0.089	3	324	6;
6	0.106	4	553	20;
7	0.124	5	839	49;
8	0.142	6	1169	99;
9	0.159	6	1522	180;
10	0.177	7	1888	298;
11	0.195	8	2281	456;
12	0.213	8	2691	657;
13	0.230	8	3090	901;
14	0.248	8	3441	1184;
15	0.266	8	3713	1499;
16	0.283	8	3889	1835;
17	0.301	8	3967	2173;
18	0.319	8	3965	2496;
19	0.336	8	3908	2780;
20	0.354	8	3827	3007;
21	0.372	8	3749	3157;
22	0.390	8	3694	3221;
23	0.407	8	3675	3194;
24	0.425	8	3690	3081;
25	0.443	8	3727	2892;
26	0.460	8	3762	2643;
27	0.478	8	3774	2351;
28	0.496	8	3746	2038;
29	0.514	8	3667	1723;
30	0.531	8	3533	1424;
31	0.549	8	3345	1157;

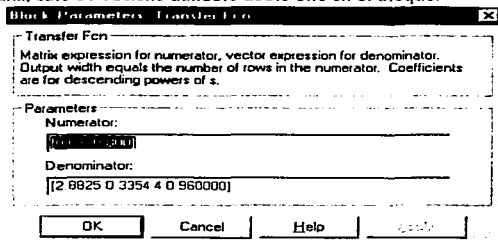
**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



32	0.567	8	3113	932;
33	0.584	8	2857	757;
34	0.602	8	2601	635;
35	0.620	8	2373	563;
36	0.638	8	2197	537;
37	0.655	8	2094	552;
38	0.673	8	2078	602;
39	0.691	8	2150	681;
40	0.708	8	2301	787;

A-2.-

En el bloque de función de transferencia la manera de introducir los datos es como se puede observar la ventana, esto se obtiene dándole doble clic en el bloque.



Se observa que el coeficiente de variable mas elevada es 2.882 por lo tanto de ahí parte el numerador, introduciendo ceros en las variables que no se encuentren en el numerador y en el denominador.

A-3.-

Programa para obtenerla respuesta impulso en Matlab.

```
%-----Respuesta impulso-----%
%*****Introduzca el numerador y el denominador de la
%función de transferencia*****

num = [0 0 1.829 0 1200]
den = [2.882 0 3354.4 0 320000]
%*****Introduzca el siguiente comando de respuesta*****
impulse(num,den)
grid
```

A-4.-

Programa para obtener la resonancia del sistema por diagrama de Bode.

```
-----Diagrama de Bode-----%  
%*****Introduzca el numerador y el denominador de la  
%función de transferencia*****  
  
num = [0 0 1.829 0 1200]  
den = [2.882 0 3354.4 0 320000]  
%*****Introduzca el siguiente comando *****  
bode(num,den)  
grid
```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN