



01170
16

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

CONTROL DE ENTRADA A VÍAS RÁPIDAS

PRESENTADA POR

OSCAR ALFONSO ROSAS JAIMES

PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(ELÉCTRICA)**

DIRIGIDA POR:

DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA

Ciudad Universitaria, Noviembre de 2003

A





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Control de entrada a vías rápidas

por

Oscar Alfonso Rosas Jaimes

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Oscar Alfonso Rosas Jaimes

FECHA: 19-10-2003

FIRMA: [Firma]

Tesis presentada para obtener el grado de

Maestro en Ingeniería

Área de conocimiento: Ingeniería Eléctrica
(Control)

en el

Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería
de la
Universidad Nacional Autónoma de México

Sinodales:

Dr. Luis Agustín Álvarez Icaza Longoria, Director de tesis

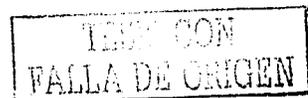
Dr. Gerardo Espinosa Pérez

Dra. Angélica del Rocío Lozano Cuevas

Dr. Ricardo Aceves García

Dr. Jesús Antonio del Río Portilla

2003



6

Resumen

Esta tesis presenta el diseño de estimadores y controladores para emplearse en una entrada de vehículos a una vía rápida. Para lograrlo, se hace uso del Modelo de Transmisión por Celdas modificado, mismo que guarda cierta analogía con los modelos de flujo hidrodinámico. Se presentan resultados de simulaciones que muestran una importante reducción en los tiempos promedio de viaje efectuados por todos los conductores involucrados, con el consecuente aumento en las velocidades promedio de los mismos.

Palabras clave: Modelo de Transmisión de Celdas, Control de Tráfico Terrestre, Acceso a Vías Rápidas.

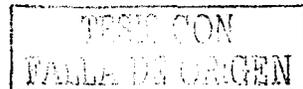
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

C

Abstract

This thesis presents the design of controllers and estimators to be used for on-ramp metering control in a highway. The design is based on a modified cell transmission model, that resembles partially hydrodynamic flow models. Simulation results with the new control law show an important reduction in the average travel time, that is accompanied with higher velocities on the highway.

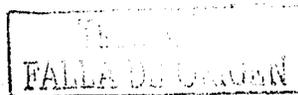
Keywords: Cell transmission model, traffic flow control, on-ramp metering control.



D

*El sol de medio día
sobre la capital
le pone al periférico
un calor medio oriental
la larga caravana
de carros que esperando
que avance el de adelante
si, para seguir andando
en esta fila interminable
que se va
me recordó de pronto la ciudad
en donde vive Alí Babá.*

*AL SOL DE MEDIO DÍA
L. y M. F. Delgadillo 1994*



Agradecimientos

Mi más profundo agradecimiento y reconocimiento a mi familia:

Reinalda, mi madre,

Verónica, Claudia y Patricia, mis hermanas.

Por separado y a su manera,

en conjunto y a la vez,

su apoyo, comprensión y ayuda han llegado a mí en más de una forma.

Un agradecimiento lleno de respeto para mi

Director de Tesis,

el Doctor Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

por su trato siempre inteligente y amable,

características que influyeron en forma determinante

en la realización de esa tesis.

No menos importante es

mi más cariñoso agradecimiento

para la Señorita Alonso,

noble dama cuya compañía y diálogo

se han convertido en inspiración y creatividad.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología,

organismo que me benefició en forma económica

mediante el otorgamiento de una *beca-crédito*

y a la Dirección General de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería

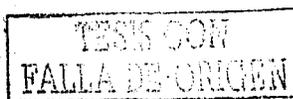
por beneficiarme con una *beca complemento*.

A todos aquellos que en forma directa o indirecta,

formal o informalmente,

enterados o aun sin saberlo,

contribuyeron al enriquecimiento de este trabajo.



Contenido

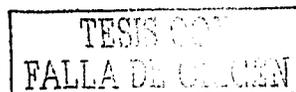
Lista de figuras	v
Lista de tablas	vi
1. Introducción	1
1.1. Necesidades en vías de tráfico terrestre	1
1.2. Soluciones a través del Control Automático	2
2. Modelos Matemáticos de Tráfico Terrestre	5
2.1. Ideas Básicas	5
2.2. El Modelo de Transmisión por Celdas	6
2.2.1. Generalidades	6
2.2.2. Condiciones de Frontera	9
2.2.3. Relación Densidad-Flujo	10
2.2.4. Formación de colas de tráfico	10
2.3. Representación de redes de celdas	12
2.3.1. Definiciones preliminares	12
2.3.2. Ligas de celdas ordinarias	14
2.3.3. Ligas de celdas convergentes	15
2.3.4. Ligas de celdas divergentes	18
3. Modelos Lineales de la Sección I-210 West	19
3.1. Modelos de Estado	19
3.2. Casos Estables e Inestables	21
4. Diseño de Estimadores	24
4.1. Generalidades	24
4.2. Diseño del estimador	25
5. Diseño de Controladores	31
5.1. Generalidades	31
5.2. Diseño del controlador	31
6. Resultados	35
6.1. Datos generales	35
6.2. Cálculo de tiempos de viaje	35
6.3. Simulaciones	36

6.3.1. Resultados sin estimación de estados	36
6.3.2. Resultados con estimación de estados	38
7. Conclusión	43
Referencias	45
Índice Alfabético	47

TESIS CON
FALLA

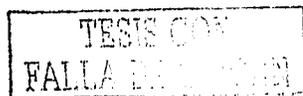
Lista de figuras

2.1. Concepto de volumen de control	5
2.2. Espacios vacíos debidos a la velocidad de cada vehículo y debidos a su ausencia	8
2.3. Flujo de densidades y secuencia de celdas	9
2.4. Relación Densidad-Flujo	10
2.5. Onda de velocidad de flujo libre	11
2.6. Onda de velocidad de flujo congestionado	11
2.7. Red de celdas	13
2.8. Estructuras topológicas básicas	13
2.9. Ejemplos de representaciones permitidas y no permitidas	14
2.10. Diagrama de cálculo de flujos de una convergencia	17
3.1. Representación en celdas de la sección I-210 West	19
4.1. Pareja de estimadores conmutantes	30
6.1. Filas formadas a la entrada de la celda $i = 1$ con diferentes controles, sin estimación de estados	37
6.2. Filas formadas en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con diferentes controles, sin estimación de estados	38
6.3. Errores de estimación para $i = 1, 2, 3$	40
6.4. Errores de estimación para $i = 5, 6, 7$	41
6.5. Filas formadas en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con diferentes controles, con estimación de estados	42
6.6. Fila formada en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con $K_{R1} = 0.00282$ en el control propuesto en esta tesis, con estimación de estados	42



Lista de tablas

6.1. Tiempos de viaje y velocidades promedio desde cada entrada y para cada tipo de control, sin estimación de estados	36
6.2. Constantes de control usadas en simulación	38
6.3. Ganancias de los estimadores	39
6.4. Tiempos de viaje y velocidades promedio desde cada entrada y para cada tipo de control, con estimación de estados	39
6.5. Tiempos de viaje y velocidades promedio desde cada entrada con $K_{R1} = 0.00282$ en el control sugerido, con estimación de estados	40



Capítulo 1

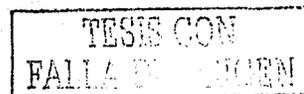
Introducción

1.1. Necesidades en vías de tráfico terrestre

Este trabajo trata del tráfico formado por vehículos terrestres no ferroviarios. La rápida expansión en el uso y clases de utilidad que tiene dicha clase de transportes ha derivado en una adaptación del paisaje tanto extra como intraurbano. La creciente demanda de mayor espacio de circulación ha ocasionado que la arquitectura de cualquier centro poblacional tome en cuenta y se vea influida por las vías de circulación que la conectan al interior, así como por las que le dan comunicación hacia el exterior.

Una consecuencia de tal crecimiento ha sido el tratar de controlar los diferentes aspectos que los flujos vehiculares deben seguir para hacer de ellos actividades lo más rápidas y seguras posibles. De esta manera se han implementado reglamentos para el uso y manejo de vehículos, relacionados con las especificaciones en la construcción de los mismos y de las estructuras necesarias para su circulación; también han surgido dispositivos reguladores electromecánicos como consecuencia de la misma idea, como son semáforos y *plumas* para restringir o permitir el paso en cruces entre dos vías o entre una vía principal y una entrada o salida de la misma.

Sin embargo, hasta ahora, la interacción entre dichas normatividades y dispositivos generalmente ocurre con grados limitados de automatización y sin tomar en cuenta información recabada en tiempo real, además de que una parte importante de las decisiones se deja a cada uno de los conductores. Como consecuencia, existen situaciones que no pueden ser manejadas con esta clase de interacción entre dispositivos y conductores, en las que cada uno de estos últimos toma decisiones que no favorecen a una circulación óptima del tráfico en el sistema global.



PAGINACION DISCONTINUA

Como se verá en el Capítulo 2, el modelo utilizado para recrear los posibles comportamientos de vehículos involucra variables fundamentales como la velocidad a la que se desplaza el flujo de los mismos en forma libre, de tal manera que existe una onda que viaja a dicha velocidad y en el sentido de ese flujo; por otra parte, cuando la densidad de vehículos llega a igualar o a exceder un valor máximo, característico del tramo de carretera actual, dicha onda cambia su valor y sentido. Esto realmente ocurre, por ejemplo, cuando un conductor o grupo de ellos se acerca a un tramo que tiene condiciones cercanas a una ocupación máxima, y los conductores, en una reacción por aumentar su seguridad, deben frenar, forzando a los que vienen detrás suyo a que a su vez frenen con mayor intensidad, con lo que existe una onda de frenado que se propaga hacia atrás ocasionando que el tráfico sea cada vez más lento e incluso se detenga en algún punto.

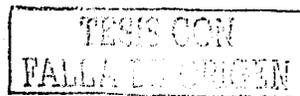
Este fenómeno se da debido a que la información que tiene cada uno de ellos proviene de los vehículos más cercanos, es decir, se trata de una información de carácter más local que global. Este tipo de fenómenos se ve aparecer también en el caso de incidentes, como lo pueden ser accidentes o daños en el camino.

Resulta entonces atractiva la idea de dotar a la vía de algún sistema capaz de detectar en tiempo real el estado que ésta guarda y llevar a cabo acciones encaminadas a hacer que el tráfico de vehículos tenga un mejor desempeño.

1.2. Soluciones a través del Control Automático

En los más recientes años han surgido diferentes estrategias para modelar y controlar flujo de vehículos. Dichas estrategias pueden quedarse en el ámbito local, cuando lo único que se pretende es el modelado y regulación de un cruce, o de una entrada o salida de un camino principal (Gomes, Álvarez Icaza, y Horowitz 2000), (Álvarez Icaza, Ilagorre, y Gomes 2001), (Papageorgiou, Hadj-Salem, y Blossville 1991), (Álvarez Icaza y Horowitz 1997), o extenderse hasta abarcar toda una red de caminos que se cruzan entre sí y que constan de más de un carril (Gomes, Álvarez Icaza, y Horowitz 2000), (Álvarez Icaza, Ilagorre, y Gomes 2001), (Álvarez Icaza, Horowitz, Chao, y Gomes 1998); pueden tomar a los vehículos como objetos uniformes (Broucke y Varaiya 1996) o diferenciarlos en clases, según sea su origen y destino o su tipo: automóviles de uso particular, autobuses, etcétera (Álvarez Icaza 1997).

La gran mayoría de los modelos empleados basan sus principios en una ley de conservación de vehículos que evoca a las leyes de conservación de masa de modelos hidrodinámicos; la idea no es

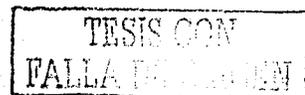


en ninguna forma lejana a la realidad y, de hecho, cualquier persona es perfectamente capaz de establecer dicha semejanza al observar cualquier carretera o calle con un cierto nivel de tráfico. De esta manera, si el flujo vehicular es considerado y tratado como un flujo hidrodinámico, entonces un semáforo y aun una *pluma* bien pueden ser considerados válvulas controladas por tiempo, hablando en un sentido figurado y en la mayoría de los casos. Pero si a tales *válvulas* se les conectara un sistema que sea capaz de medir las distintas variables que caracterizan a dicho flujo, útiles para establecer un control del mismo, dirigir las a un sistema capaz de establecer una regulación en ellas y hacerlo a través de tales actuadores, las válvulas-semáforo en este caso, entonces nuestro sistema de flujo se comportará de acuerdo con las leyes de control implementadas.

Para ello, se debe tomar en cuenta que es necesario conocer el estado de ambas vías, midiéndolo o estimándolo, con lo que se deberán establecer los dispositivos necesarios para tal efecto, así como tomar en cuenta una política "justa" para los conductores, esto es, para el diseño del controlador se deben tomar en cuenta las nociones de "estado óptimo del sistema" y de "estado óptimo para el usuario", cuya diferencia reside en que para el caso *óptimo del sistema* se pueden llegar a determinar acciones en donde prácticamente se impida el paso por periodos indefinidamente largos a los vehículos provenientes de alguna de las vías —particularmente de la secundaria— dado que para el sistema en conjunto es matemática y operacionalmente correcto detenerlos hasta que otra vía disminuya su ocupación. Tal situación ocasionaría irritación y descontento en los conductores detenidos quienes se sienten *injustamente* tratados por una regla que no atiende sus necesidades particulares. Así, el *estado óptimo del usuario* considera condiciones mínimas de acceso para todos los conductores, de tal manera que el resultado global es una disminución en los tiempos promedio de viaje de todos ellos, cualquiera que se la vía por donde se encuentren circulando.

Este es el objetivo de este trabajo: a través de un modelo conveniente, diseñar un controlador que permita el acceso de vehículos a una vía rápida provenientes de otra considerada secundaria, mejorando los tiempos de viaje de todos los conductores y, con ello, sus velocidades promedio.

Esta tesis está dividida en las siguientes partes: en el Capítulo 2 se muestran brevemente algunos conceptos comunes a los modelos matemáticos utilizados en la recreación de vías terrestres no ferroviarias, para después exponer con más detalle el modelo ocupado aquí, que es el Modelo de Transmisión por Celdas (Daganzo 1994), (Daganzo 1995); en el Capítulo 3 se establece una equivalencia de dicho modelo con una forma de modelos lineales, lo que reporta la ventaja de tomar a ésta como base para el diseño posterior de estimadores y controladores lineales. La utilidad del



uso de estimadores en este trabajo se encuentra en que es necesario conocer los distintos estados que tienen los tramos de camino involucrados en el control de flujos de entrada a pesar de no contar siempre con sensores en todos ellos, por lo cual será necesario hacer estimaciones de tales variables, asunto que se aborda en el Capítulo 4. A través del modelo matemático y de las variables obtenidas a través de mediciones directas o sus estimaciones, se da paso al diseño del controlador en el Capítulo 5, bajo las especificaciones requeridas y las restricciones necesarias para un desempeño en condiciones realistas de un control que permita o restrinja la entrada a vehículos que requieren entrar a una autopista; en el Capítulo 6 se da cuenta de los resultados obtenidos por simulaciones hechas a partir del modelo de la carretera, de las mediciones y estimaciones de su estado y del controlador con condiciones de operación consideradas típicas para un tramo de la sección de carretera I-210 West del sur de California. Por último, se establecen las conclusiones de este trabajo.

TESIS CON
FALLA EN LA CALIFICACION

Capítulo 2

Modelos Matemáticos de Tráfico Terrestre

2.1. Ideas Básicas

Una carretera o una estructura similar puede ser vista como una tubería o canal que conduce un fluido cualquiera en una determinada dirección. El análisis de un fluido en movimiento puede efectuarse a través del concepto de *volumen de control*, que es un volumen imaginario de forma y extensión convenientes, inmóvil con respecto al flujo bajo estudio, de tal forma que éste entre y salga de ella en la dirección de movimiento (Figura 2.1).



Figura 2.1: Concepto de volumen de control

Semejante a la obtención de un modelo hidrodinámico, el caso de un modelo de tráfico vehicular toma en cuenta variables con las que efectúa una relación de conservación de vehículos de la forma

$$\text{acumulación de vehículos} = \text{vehículos que entran} - \text{vehículos que salen} \quad (2.1)$$

si dicha relación toma en cuenta que tales cantidades pueden variar conforme transcurre el tiempo entonces, dada la acumulación temporal llevada a cabo, se obtiene un sistema dinámico cuyo estado depende de los flujos de entrada y de salida para un tramo de carretera.

Estos flujos son cantidades que dependen de las características tanto del movimiento de los vehículos en sí como de la carretera por la cual transitan, tal como un fluido en movimiento se ve influenciado por variables de su propia naturaleza (densidad, viscosidad, presión, etcétera) como del medio por el cual se desplaza (como la fricción o la sección transversal de la tubería o canal).

A partir de esta idea es posible visualizar una semejanza hidrodinámica para el movimiento de vehículos en una carretera o vía similar, y definir una *densidad vehicular* para un número de vehículos respecto de una cierta longitud de camino; en este trabajo, dicha densidad se establece sin importar el número posible de carriles en la carretera a simular.

2.2. El Modelo de Transmisión por Celdas

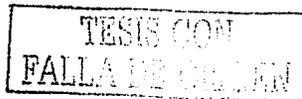
2.2.1. Generalidades

En esta tesis se llamará *celda* a cada uno de los tramos en que se divide un camino que dé cauce a un tráfico de vehículos terrestres no ferroviarios, numeradas desde $i = 1$ hasta I , las cuales tendrán una longitud L_i conveniente, considerándose que la carretera es un único carril en cuyas celdas existe una determinada densidad vehicular k_i , que es el número de vehículos n_i existentes por unidad de longitud ($k_i = n_i/L_i$), que cuando viajan de manera libre circulan a una velocidad v considerada constante a todo lo largo del camino (en la experiencia, se ha observado que la velocidad de flujo libre v permanece relativamente constante independientemente del flujo, a menos que éste se encuentre cercano a llenar la capacidad del tramo de camino).

De esta forma, si el flujo al cual viajan los vehículos se ve libre de toda restricción, como puede ser la formación de *congestionamientos* debido a un cuello de botella formado aguas abajo, el sistema evoluciona a través de

$$n_{i+1}(t + \Delta t) = n_i(t) \quad (2.2)$$

Es decir, un contingente de vehículos viajando sin congestionamientos es capaz de viajar de una celda a la siguiente en un intervalo Δt viajando a una velocidad v , si la longitud de la celda es $L = v\Delta t$. El frente de dicho contingente puede visualizarse como el de una onda que viaja a dicha velocidad v .



Para incluir condiciones en las que los flujos exceden la capacidad otorgada por el camino, se definen dos parámetros: $N_i(t)$, el máximo número de vehículos que puede contener la celda i en el tiempo t ; si se relaciona esta cantidad con la longitud L_i de la respectiva celda, se obtiene la máxima densidad permitida en dicha celda, K , conocida como *densidad de congestión total*; $Q_i(t)$, el máximo número de vehículos que puede entrar en la celda i cuando el tiempo avanza desde el instante t hasta el instante $t + \Delta t$, es decir, es el máximo flujo de vehículos que puede transferirse desde la celda $i - 1$ a la celda i en el lapso Δt . Estos parámetros se encuentran expresados aquí como variantes en el tiempo, lo cual es conveniente si se quieren modelar incidentes transitorios en el tráfico, aunque en la mayor parte de este trabajo serán considerados invariantes en el tiempo, indicándose esta característica o su contraria en su debido momento.

Dado que las condiciones para un flujo libre de vehículos son distintas a las de un flujo que tiende a congestionarse, la cantidad de vehículos que fluyen de la celda $i - 1$ a la celda i cuando el tiempo avanza desde t a $t + \Delta t$, $y_i(t)$, es la menor de tres cantidades:

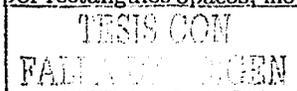
$$\begin{aligned} n_{i-1}(t) \frac{v}{L_{i-1}} \Delta t & , \quad \text{el número de vehículos en la celda } i - 1 \text{ en el tiempo } t, \\ Q_i(t) \Delta t & , \quad \text{el máximo número de vehículos que puede fluir hacia } i \text{ durante } \Delta t, \\ \frac{w}{v} [N_i(t) - n_i(t)] \frac{v}{L_i} \Delta t & , \quad \text{el espacio vacío en la celda } i \text{ en el tiempo } t. \end{aligned}$$

Enfóquese por un momento la atención en el factor de la forma

$$\frac{v}{L} \Delta t \tag{2.3}$$

que aparece en la primera y tercera de las expresiones anteriores. Si bien, n_i es el número de vehículos existentes en cada celda de longitud L_i , es posible darse cuenta que dicho número depende de la velocidad a la cual viaja el conjunto de esos vehículos, esto es, cada conductor deja un espacio entre él y el vehículo que le precede, espacio que le mantiene seguro en caso de que el conductor de adelante frene en forma más o menos brusca y con el cual se pretende evitar colisiones. Esta dependencia se expresa a través de una relación velocidad-distancia de frenado. De esta manera, la expresión (2.3) predice que si la velocidad de los vehículos aumenta entonces el espacio dejado por cada uno de los conductores con respecto al vehículo que le antecede también aumentará, dado que a una mayor velocidad de viaje se necesita una mayor distancia para frenar. La consecuencia es que cada vehículo tiene asociado un espacio que es la suma del que ocupa a causa de su propio volumen más un cierto espacio vacío alrededor de él y cuya mayor parte se encuentra al frente del mismo. Este espacio delantero es el que se expresa mediante (2.3)

La Figura 2.2 muestra a un conjunto de vehículos, representados por rectángulos opacos, moviéndose



junto con estos espacios asociados a evitar colisiones, representados por los límites trazados con línea discontinua.

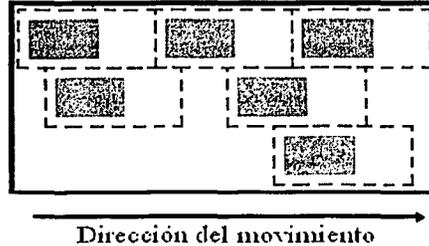


Figura 2.2: Espacios vacíos debidos a la velocidad de cada vehículo y debidos a su ausencia

En la misma Figura 2.2 se puede apreciar que existe cierta cantidad de espacio no ocupado por vehículo alguno (ni por sus espacios de seguridad asociados); este espacio es descrito por el factor $N_i - n_i$. Para vehículos viajando de una celda a otra subsecuente, es claro que viajando hacia adelante con una velocidad v deberán tomar el espacio no ocupado en esa celda, lo cual continuarán haciendo a menos que ese espacio no ocupado se agote.

Cuando esto llega a suceder, la onda de flujo libre que viaja hacia adelante se detiene; ya no hay más espacios vacíos adelante hacia los cuales moverse. Ahora los únicos espacios que pueden ser llenados se encuentran atrás de donde se ha formado el congestionamiento y se forma una nueva onda que acompaña ese llenado, en sentido contrario al del tráfico, y que tiene una velocidad $-w$. De darse un caso muy cercano al congestionamiento total, entonces $n_i \approx N_i$, y el flujo $y_i(t)$ calculado corresponde a la tercera cantidad de la anterior lista, la cual está influenciada por el factor $\frac{w}{v}$, esto es, la tasa de variación de llenado de espacios hacia atrás, la que es generalmente menor a la velocidad de flujo libre v .

El modelo de transmisión de celdas entonces puede ser enunciado a través de una recursión en la que el número de vehículos de cada celda en el tiempo $t + \Delta t$ es igual a los vehículos existentes en ella en el tiempo t , más los que fluyen hacia ella menos el flujo que de ella sale

$$n_i(t + \Delta t) = n_i(t) + y_i(t) - y_{i+1}(t) \quad (2.4)$$

siendo tales cantidades que fluyen hacia adentro y fuera de la celda calculadas mediante

$$y_i(t) = \min\left\{n_{i-1}(t)\frac{v}{L_{i-1}}\Delta t, \quad Q_i(t)\Delta t, \quad \frac{w}{v}[N_i(t) - n_i(t)]\frac{v}{L_i}\Delta t\right\} \quad (2.5)$$

La Figura 2.3 muestra esquemáticamente el funcionamiento de este modelo.



Figura 2.3: Flujo de densidades y secuencia de celdas

Cabe comentar que Daganzo (Daganzo 1994) muestra cantidades similares para una situación simplificada en la que si todos los vehículos avanzan a una velocidad v , entonces deben ser capaces de avanzar a la siguiente celda cada Δt ¹. En el presente trabajo se expresa una situación más general para Δt y L_i arbitrarios (Munoz, Sun, Horowitz, y Álvarez Icaza 2003).

2.2.2. Condiciones de Frontera

Para establecer condiciones de frontera a la entrada y la salida de la porción de carretera simulada, es necesario modificar la expresión (2.5).

En el caso de los vehículos que fluyen hacia la celda $i = 1$, no existe una celda anterior desde la cual se desplacen vehículos², por lo que el primer argumento de dicha ecuación debe ser modificado, proponiéndose en su lugar un flujo $Q_e(t)$ que puede expresar la forma en que varía el tráfico a lo largo del tiempo, pudiendo expresar fenómenos como "horas pico" y la forma en que éstos cambian, quedando como

$$y_1(t) = \min\{Q_e(t)\Delta t, \quad Q_i(t)\Delta t, \quad [N_i(t) - n_i(t)]\frac{v}{L_i}\Delta t\} \quad (2.6)$$

Para el caso del flujo de salida de la celda $i = I$, el cual corresponde con y_{I+1} (véase la ecuación (2.4)), los dos últimos argumentos de (2.5) deben ser sustituidos por un flujo máximo de salida permisible $Q_s(t)$, es decir

$$y_{I+1}(t) = \min\left\{n_{I-1}(t)\frac{v}{L_{I-1}}\Delta t, \quad Q_s(t)\Delta t\right\} \quad (2.7)$$

¹De hecho, en (Daganzo 1994): $\Delta t = 1$.

²Daganzo (Daganzo 1994) propone un par de celdas, indicadas como "00" y "0" como elementos fuente.



2.2.3. Relación Densidad-Flujo

Las ecuaciones (2.4) y (2.5) son aproximaciones discretas del modelo hidrodinámico de Lighthill, Whitham y Richards (citado en (Daganzo 1994), (Daganzo 1995)). El modelo se basa en una relación densidad-flujo ($k-q$) que adquiere la forma de un trapecio, como se ve en la Figura 2.4. Este modelo

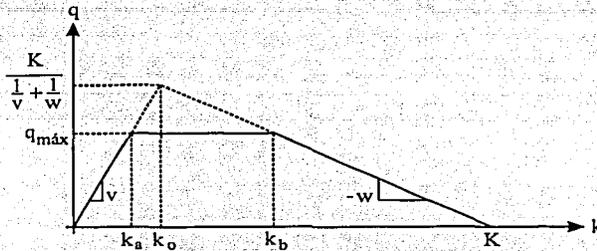


Figura 2.4: Relación Densidad-Flujo

toma en cuenta no solamente la velocidad de flujo libre v , la que puede ser vista como una onda que viaja en el sentido y rapidez de los vehículos cuando no existen congestionamientos, sino también una velocidad conocida como de onda de retroceso, $-w$; ésta puede ser entendida si se piensa que, en condiciones de congestión, existe un frente de onda que sigue el movimiento de los vehículos y que tiende a llenar espacios vacíos en su desplazamiento hacia atrás.

Las Figuras 2.5 y 2.6 ilustran los casos de flujo libre y congestionado respectivamente. en el primer caso, los vehículos que viajan hacia adelante a velocidad v no encuentran oposición a su desplazamiento. En el segundo caso, los vehículos tendrán que frenar pues no hay espacio para recibirlos. Eventualmente esta falta de espacio viajará hacia atrás con velocidad w .

2.2.4. Formación de colas de tráfico

Debido a que los espacios susceptibles de ser ocupados durante un proceso de congestionamiento van siendo llenados hacia atrás, llegará el momento en que todas las celdas estarán completamente ocupadas. Sin embargo, si el flujo de entrada $Q_e(t)$ sigue mandando vehículos en esta situación, entonces comenzará a existir una acumulación de los mismos antes de poder entrar a la primera de las celdas del modelo, esto es, se comenzará a formar una cola de automóviles que requieren entrar al sistema pero no pueden hacerlo.

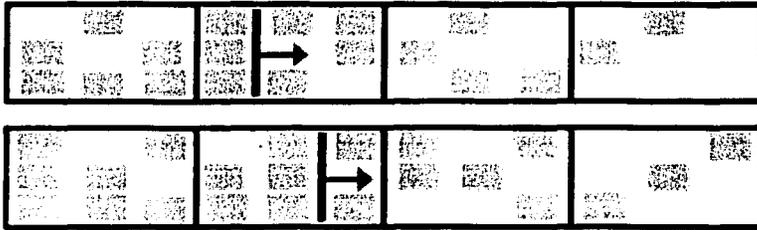


Figura 2.5: Onda de velocidad de flujo libre

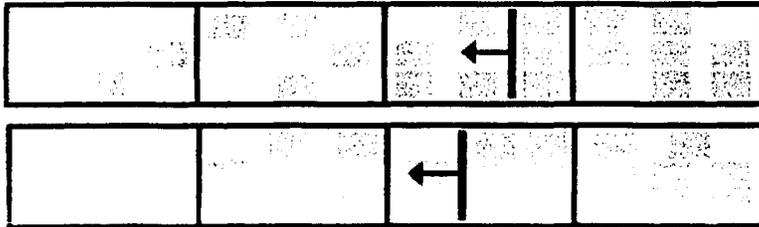


Figura 2.6: Onda de velocidad de flujo congestionado

Dicha acumulación varía en el tiempo según

$$c(t + \Delta t) = c(t) + [Q_e(t)\Delta t - y_1(t)] \quad (2.8)$$

de tal manera que cuando el flujo de entrada $Q_e(t)$ es mayor que el flujo calculado $y_1(t)$ que puede entrar a la primera celda, entonces la cola de vehículos $c(t)$ aumenta en cantidad; si, por el contrario, el flujo $Q_e(t)$ decrece hasta ser menor que $y_1(t)$, entonces $c(t)$ también decrecerá. Esta última condición puede llevar a $c(t)$ a un valor negativo, lo cual no ocurre en la realidad, por lo que es necesario imponer la condición

$$\text{Si } c(t) < 0 \text{ entonces } c(t) = 0 \quad (2.9)$$

Para tomar en cuenta estos vehículos que requieren entrar al sistema, es necesario modificar nuevamente el cálculo del flujo a la entrada; de 2.6 se tiene ahora

$$y_1(t) = \min\{c(t) + Q_c(t)\Delta t, \quad Q_i(t)\Delta t, \quad [N_i(t) - n_i(t)] \frac{v}{L_i} \Delta t\} \quad (2.10)$$

Con lo cual, si no existe espacio para vaciar una parte de la cola hacia el sistema, ésta crecerá aún más; si por el contrario, es posible dar cabida a una fracción de esos vehículos acumulados, entonces se incorporará al contingente de los que circulan por el sistema.

2.3. Representación de redes de celdas

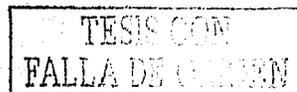
2.3.1. Definiciones preliminares

El modelo de transmisión por celdas ha sido ocupado aquí y hasta ahora para la simulación de un solo conjunto de celdas en que se divide un tramo recto. Los caminos de circulación automotriz no solamente constan de este tipo de estructuras, sino que existen puntos de unión y separación de tales carreteras. Es fácil darse cuenta que estos puntos cobran fundamental importancia en la simulación de tramos de caminos que al unirse o dividirse constituyen una red de caminos. Sin embargo, también es notorio que la simulación de este tipo de estructuras implica una mayor complejidad en relación al modelo hasta ahora utilizado.

Aunque se pueden representar los trayectos en que se compone una de tales redes a través de celdas en forma similar a como hasta ahora se ha hecho, ahora ya no es posible identificar siempre a cada una de dichas celdas numerándolas consecutivamente para especificar que los vehículos se mueven a aquélla numerada como siguiente o que proceden de otra identificada como anterior. Será conveniente entonces redefinir la noción de celda y aún extenderla para abarcar a dichas relaciones. Esto se consigue al describir al sistema como un conjunto de celdas o nodos $\{I\}$ que están unidas por un conjunto de ligas $\{l\}$. Las letras mayúsculas se usarán para identificar celdas mientras que las minúsculas lo harán con las ligas (Figura 2.7). De esta manera se tendrán tres estructuras topológicas básicas: *celdas ordinarias*, *celdas convergentes* y *celdas divergentes*. En cada una de ellas se debe especificar una celda de inicio para esa estructura topológica, así como una celda de terminación, las cuales se encuentran unidas por una liga.

Para fines descriptivos, en los siguientes párrafos de este capítulo se denominarán con B_l y E_l a las celdas de inicio y terminación³, respectivamente, correspondientes a la topología de la liga l ,

³Al igual que en la nomenclatura utilizada en (Daganzo 1995)



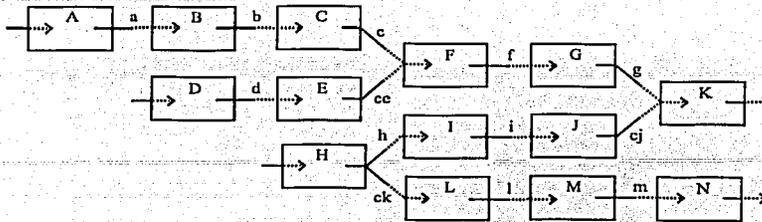


Figura 2.7: Red de celdas

todo lo cual es suficiente para identificar a una celda ordinaria como con las que hasta ahora se ha tratado en secciones anteriores (Figura 2.8a).

Las otras estructuras básicas constan de un conjunto de tres celdas. Para identificar todos sus componentes se identificará a la tercer celda como la celda complemento Cl , la cual se une a la celda de terminación (en el caso de una convergencia) o a la celda de inicio (en el caso de una divergencia) por medio de una liga complemento cl (Figuras 2.8b y 2.8c). Los flujos en las ligas l y cl se calcularán a través de expresiones similares a (2.5), los que tendrán como argumentos las características (N , Q) de los nodos o celdas Bl , El y Cl .

Es necesario hacer notar que en una carretera a simular pueden aparecer estructuras de más de tres celdas en lugar de una estructura básica divergente o convergente como las descritas. Tales topologías complican las ecuaciones de flujo que serán derivadas de (2.4) y (2.5), por lo que se evitará su uso. En su lugar se procurará descomponer a la carretera real en tantas estructuras básicas como las definidas según sea necesario, ayudándose para ello en la longitud variable en las celdas. También es posible establecer tiempos de muestreo cuya magnitud permita lograr simulaciones lo más cercanas a la realidad.

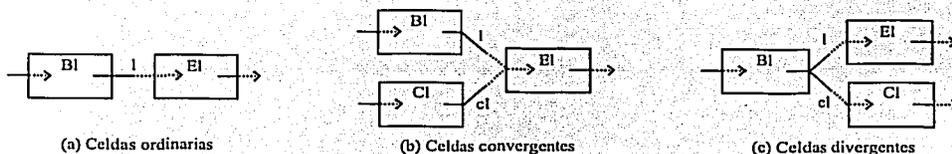


Figura 2.8: Estructuras topológicas básicas

TRABAJO CON
FALLA DE ORIGEN

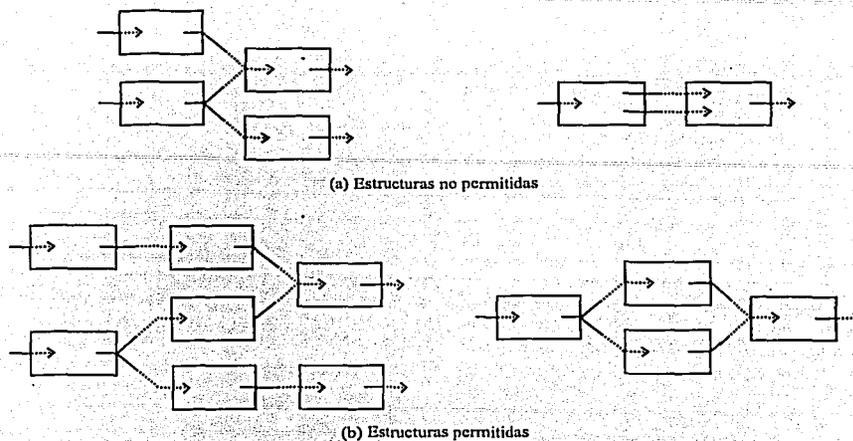


Figura 2.9: Ejemplos de representaciones permitidas y no permitidas

La Figura 2.9 muestra en primer término dos topologías de sendos nodos de carretera, las cuales no son permitidas bajo este enfoque al no respetar el diseño de las estructuras básicas; por otro lado, esta Figura muestra a su vez dos topologías alternativas de estos mismos nodos, las que son válidas para las definiciones hasta ahora hechas sobre dichas estructuras, en otras palabras, una red de caminos solamente podrá ser descompuesta en combinaciones de las tres estructuras que se aprecian en la Figura 2.8.

A continuación se establecen las ecuaciones necesarias para calcular los flujos $y_l(t)$ circulantes en cada una de estas estructuras.

2.3.2. Ligas de celdas ordinarias

Redefínase la ecuación (2.5) en la forma

$$y_l(t) = \min\{n_{Bl}(t) \frac{v}{L_{Bl}} \Delta t, \min[Q_{Bl}(t), Q_{El}(t)] \Delta t, \frac{w}{v} [N_{El}(t) - n_{El}(t)] \frac{v}{L_{El}} \Delta t\} \quad (2.11)$$

donde:

$n_{Bl}(t)$,	vehículos provenientes de la celda de inicio Bl
$n_{El}(t)$,	vehículos enviados a la celda de terminación El
L_{Bl}	,	longitud de la celda de inicio Bl
L_{El}	,	longitud de la celda de terminación El
$Q_{Bl}(t)$,	máximo flujo permisible desde la celda Bl
$Q_{El}(t)$,	máximo flujo permisible hacia la celda El
$N_{El}(t)$,	máximo número de vehículos de la celda El
v	,	velocidad de flujo libre
w	,	velocidad de onda de retroceso

De esta expresión es posible hacer otra simplificación deseable. Definanse

$$S_{Bl}(t) = \min\{Q_{Bl}(t)\Delta t, n_{Bl}(t)\frac{v}{L_{Bl}}\Delta t\} \quad (2.12a)$$

$$R_{El}(t) = \min\{Q_{El}(t), \frac{w}{v}[N_{El}(t) - n_{El}(t)]\frac{v}{L_{El}}\Delta t\} \quad (2.12b)$$

que son los máximos flujos que pueden ser enviados por la celda Bl o recibidos por la celda El en el intervalo Δt , con lo que se puede escribir a $y_l(t)$ en la forma

$$y_l(t) = \min\{S_{Bl}(t), R_{El}(t)\} \quad (2.13)$$

Esto es, el flujo en la liga l debe ser el máximo que puede ser enviado por su respectiva celda de inicio a menos que se vea restringido por el máximo flujo que puede ser recibido por la celda de terminación.

Obsérvese que la expresión dada por (2.13) tiene la ventaja de ser más explícita en cuanto a los flujos máximos que pueden ser enviados o recibidos, además de que permite establecer dichos flujos entre celdas cuyas capacidades (Q , N) son distintas.

2.3.3. Ligas de celdas convergentes

De la figura 2.8b puede verse que el flujo máximo R_{El} que puede ser recibido por la celda El está en función de los flujos y_l y y_{cl} que avanzan desde las celdas Bl y Cl a partir del cálculo de S_{Bl} y S_{Cl} .

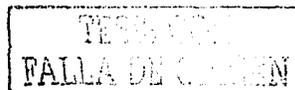
Es posible ver que los flujos deben satisfacer

$$y_l(t) \leq S_{Bl} \quad (2.14a)$$

$$y_{cl}(t) \leq S_{Cl} \quad (2.14b)$$

$$y_l(t) + y_{cl}(t) \leq R_{El} \quad (2.14c)$$

En este tipo de topología existen tres posibles situaciones:



1. **Flujo libre.** La celda E_l es capaz de recibir la totalidad de los flujos S_{B_l} y S_{C_l} . Puesto que hay espacio suficiente hacia adelante, el flujo viaja libremente en esa dirección y sólo depende de las condiciones existentes aguas arriba de ambas aproximaciones.
2. **Flujo congestionado.** Las celdas tienden a congestionarse. Esto implica que la celda E_l , al encontrarse en dicha situación, la transmite hacia atrás, apareciendo la onda de retroceso que empieza a llenar los espacios aún disponibles en las celdas que se encuentran atrás, lo cual implica que los flujos dependen de las condiciones imperantes aguas abajo.
3. **Flujo mixto.** Una de las celdas convergentes se encuentra congestionada y la otra libre, con lo que en la primera el flujo depende de las condiciones aguas abajo y en la segunda de las condiciones aguas arriba. Esto forzosamente implica que la celda de terminación E_l de esta topología se encuentra libre.

Puesto que los flujos vehiculares son en general distintos en cuanto a la forma de aproximarse a un punto de convergencia, se supondrá que una fracción p_l de vehículos proviene de B_l mientras que el resto, p_{cl} , se aproxima por C_l , de tal manera que

$$p_l + p_{cl} = 1 \quad (2.15)$$

p_l y p_{cl} pueden verse como medidas de la prioridad de cada celda que se aproxima a un punto de convergencia, lo que significa que una vez agotado el flujo de la celda con mayor prioridad dentro del intervalo de tiempo de muestreo, se dará paso al flujo o parte del mismo de la aproximación con menor prioridad y que pueda ser admitido todavía por E_l . En general, p_l y p_{cl} establecen la manera en que una u otra celda se jerarquizan entre sí.

Para encontrar las expresiones que permitan el cálculo de los diferentes flujos involucrados en una convergencia, supóngase que es posible representarlos a través de la Figura 2.10. En ella se encuentra trazado un rectángulo cuyos lados miden $y_l = S_{B_l}$ y $y_{cl} = S_{C_l}$, cayendo todos los puntos del mismo en valores no negativos. Este rectángulo representa los flujos que satisfacen a las ecuaciones (2.14a) y (2.14b). Además, se tiene la línea $\frac{y_{cl}}{y_l} = \frac{p_{cl}}{p_l}$ que representa a los flujos que logran avanzar obedeciendo a las prioridades dadas a cada aproximación. En la figura, $p_l > p_{cl}$ (por ejemplo $\frac{p_{cl}}{p_l} = \frac{1}{4}$) que es el caso más común.

Se ilustran tres casos a través de las líneas con pendiente negativa y que satisfacen (2.14c). Supóngase primero que la celda E_l es capaz de recibir la totalidad de los flujos que envían B_l

TESIS CON
FALLA DE ORGAN

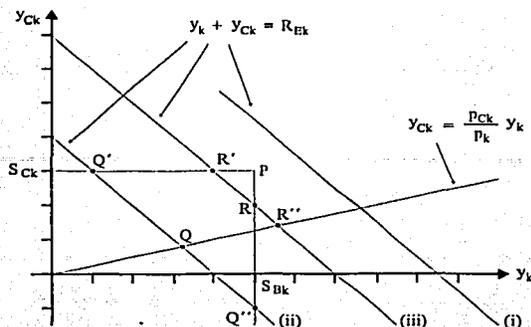


Figura 2.10: Diagrama de cálculo de flujos de una convergencia

y C_l , esto es, existe suficiente espacio para que el flujo en la convergencia se mueva en forma libre. Esta es la situación 1 descrita al inicio de esta subsección, la cual se establece como

$$\text{Si } R_{El} > S_{Bl} + S_{Cl} \text{ entonces } y_l(t) = S_{Bl}, y_{cl}(t) = S_{Cl} \quad (2.16)$$

Esta situación queda representada por la línea (i) que no interseca al rectángulo y los flujos son las coordenadas del punto P .

La situación 2, de onda de retroceso, se da cuando la recta con pendiente negativa se interseca con la de pendiente positiva dentro del rectángulo, pues solamente una fracción de ambos flujos convergentes pueden moverse durante el intervalo en el que se actualiza el estado de las celdas. Tales porciones corresponden a las coordenadas señaladas con el punto Q sobre la recta (ii).

Por otro lado, si tales líneas se intersecan fuera del rectángulo pero la de pendiente negativa lo interseca, como la (iii), entonces uno de los flujos convergentes puede moverse en forma libre mientras que del otro sólo puede pasar una porción. Esta es la situación 3 de flujo mixto. Los valores de los flujos se obtienen por las coordenadas del punto R (existe un caso similar a este cuando las rectas se intersecan por fuera pero por encima del rectángulo, es decir, cuando $\frac{S_{Cl}}{S_l} < \frac{p_{cl}}{p_l}$).

A partir de lo anterior, se observa que las soluciones para las situaciones 2 y 3 de flujo en convergencia resultan ser los puntos medios de intersección sobre las líneas (ii) y (iii), respectivamente.

Ahora es posible definir la manera de calcular los flujos en una topología de convergencia

$$\text{Si } R_{El} < S_{Bl} + S_{Cl} \text{ entonces:} \quad (2.17a)$$

$$y_l(t) = \text{med}\{S_{Bl}, R_{El} - S_{Cl}, p_l R_{El}\} \quad (2.17b)$$

$$y_{cl}(t) = \text{med}\{S_{Cl}, R_{El} - S_{Bl}, p_{cl} R_{El}\} \quad (2.17c)$$

En las ecuaciones (2.17) es posible identificar a cada uno de los puntos Q, Q', Q'' o a R, R', R'' según la situación de flujo.

Una vez calculados estos flujos, pueden ser usados para actualizar el estado en la celda El

$$n_{El}(t + \Delta t) = n_{El}(t) + y_l(t) + y_{cl}(t) - y_{l+1}(t) \quad (2.18)$$

donde $y_{l+1}(t)$ es el flujo de salida de El .

2.3.4. Ligas de celdas divergentes

A diferencia de la topología convergente, en la que los flujos no tienen otra opción que unirse, en el caso de una divergencia (Figura 2.8c) se tiene que las fracciones de autos que van hacia uno u otro flujos de salida dependen de los diferentes destinos que pueden tener los conductores. Tales fracciones son difíciles de estimar *a priori*, pues la más exacta de dichas estimaciones significa conocer las preferencias de cada uno de los viajantes.

Para simplificar, por lo pronto, este problema, puede obtenerse un estimado estadístico que intente aproximar las tendencias de los conductores al uso de una u otra rama en la divergencia, suponiendo que por la liga l existe una proporción β_{El} de vehículos del flujo proveniente de Bl que decidirán ir hacia El , mientras que el resto β_{Cl} lo harán por Cl , esto es

$$y_l(t) = \beta_{El} y_{Bl} \quad (2.19a)$$

$$y_{cl}(t) = \beta_{Cl} y_{Bl} \quad (2.19b)$$

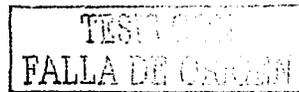
de tal manera que

$$\beta_{El} + \beta_{Cl} = 1 \quad (2.20)$$

siendo el estado presente en la celda de divergencia

$$n_{Bl}(t + \Delta t) = n_{Bl}(t) + y_{l-1}(t) - y_l(t) - y_{cl}(t) \quad (2.21)$$

donde $y_{l-1}(t)$ es el flujo que llega a la celda de inicio Bl de la topología.



Capítulo 3

Modelos Lineales de la Sección I-210 West

3.1. Modelos de Estado

En el Capítulo 2 se mostró el Modelo de Transmisión por Celdas que opera para flujos y celdas de una red carretera. Aunque dicho modelo es no lineal, es posible obtener de él dos modelos lineales para sendas situaciones estables de flujo libre y flujo congestionado.

En este Capítulo se muestran los modelos en variables de estado para las situaciones del tipo libre y congestionado en la sección carretera I-210 West del sur de la Ciudad de Los Ángeles en California (Figura 3.1). Estos modelos lineales serán útiles a la hora de diseñar estimadores y controladores que tengan que ver con los flujos de las rampas de acceso r_1 y r_2 .

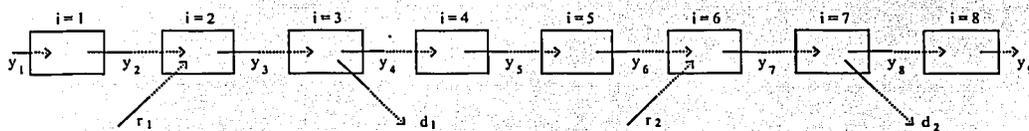
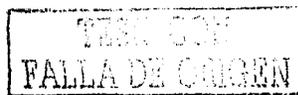


Figura 3.1: Representación en celdas de la sección I-210 West

Sea la ecuación (2.4) reproducida aquí como

$$n_i(t + \Delta t) = n_i(t) + y_i(t) - y_{i+1}(t) \quad (3.1)$$



la cual puede manipularse para quedar

$$\frac{n_i(t + \Delta t) - n_i(t)}{\Delta t} = \frac{y_i(t)}{\Delta t} - \frac{y_{i+1}(t)}{\Delta t} \quad (3.2)$$

Al igual que se hizo en la Sección 3.2 con la expresión (2.5), reproducida aquí

$$y_i(t) = \min\{n_{i-1}(t) \frac{v}{L_{i-1}} \Delta t, Q_i(t) \Delta t, \frac{w}{v} [N_i(t) - n_i(t)] \frac{v}{L_i} \Delta t\} \quad (3.3)$$

junto con sus modificaciones de condiciones de frontera (2.6) y (2.7)

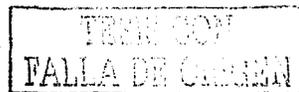
$$y_1(t) = \min\{Q_e(t) \Delta t, Q_1(t) \Delta t, [N_1(t) - n_1(t)] \frac{v}{L_1} \Delta t\} \quad (3.4)$$

$$y_{I+1}(t) = \min\{n_{i-1}(t) \frac{v}{L_{i-1}} \Delta t, Q_s(t) \Delta t\} \quad (3.5)$$

se tiene que, para la situación de flujo libre de vehículos, equivalente a los primeros términos de (3.3), (3.4) y (3.5), si el muestreo es lo suficientemente rápido¹ como para considerar que $\Delta t \rightarrow 0$, el modelo matemático para la sección I-210 West es

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_1 \\ \dot{n}_2 \\ \dot{n}_3 \\ \dot{n}_4 \\ \dot{n}_5 \\ \dot{n}_6 \\ \dot{n}_7 \\ \dot{n}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v}{L_1} & -\frac{v}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v}{L_2} & -\frac{v}{L_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{L_3} & -\frac{v}{L_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_4} & -\frac{v}{L_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_5} & -\frac{v}{L_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_6} & -\frac{v}{L_7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_7} & -\frac{v}{L_8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \\ n_6 \\ n_7 \\ n_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_e \\ Q_{c1} \\ Q_{d1} \\ Q_{c2} \\ Q_{d2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

¹Véase (Franklin, Powell, y Workman 1990)



donde:

Q_e , flujo medido de vehículos entrando a la celda $i = 1$

$Q_{e1}(t)$, flujo medido de vehículos entrando por la rampa r_1

$Q_{d1}(t)$, flujo medido de vehículos saliendo por la rampa d_1

$Q_{e2}(t)$, flujo medido de vehículos entrando por la rampa r_2

$Q_{d2}(t)$, flujo medido de vehículos saliendo por la rampa d_2

Nótese que estos flujos están medidos en vehículos por unidad de tiempo.

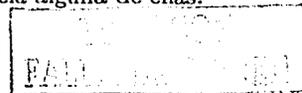
Por otra parte, el modelo para la situación congestionada de todas las celdas de I-210 West se obtiene de los terceros términos de las expresiones (3.3), (3.4) y (3.5) sustituidas en (3.2) suponiendo Δt lo suficientemente pequeño para obtener

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{n}_1 \\ \dot{n}_2 \\ \dot{n}_3 \\ \dot{n}_4 \\ \dot{n}_5 \\ \dot{n}_6 \\ \dot{n}_7 \\ \dot{n}_8 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & \frac{w}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{w}{L_2} & \frac{w}{L_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{w}{L_3} & \frac{w}{L_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_4} & \frac{w}{L_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_5} & \frac{w}{L_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_6} & \frac{w}{L_7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_7} & \frac{w}{L_8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \\ n_6 \\ n_7 \\ n_8 \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{w}{L_1} N_1 - \frac{w}{L_2} N_2 \\ \frac{w}{L_2} N_2 - \frac{w}{L_3} N_3 \\ \frac{w}{L_3} N_3 - \frac{w}{L_4} N_4 \\ \frac{w}{L_4} N_4 - \frac{w}{L_5} N_5 \\ \frac{w}{L_5} N_5 - \frac{w}{L_6} N_6 \\ \frac{w}{L_6} N_6 - \frac{w}{L_7} N_7 \\ \frac{w}{L_7} N_7 - \frac{w}{L_8} N_8 \\ \frac{w}{L_8} N_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{e1} \\ Q_{d1} \\ Q_{e2} \\ Q_{d2} \\ Q_s \end{bmatrix} \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

donde Q_s es el flujo medido de salida de la celda $i = 8$, en vehículos por unidad de tiempo.

3.2. Casos Estables e Inestables

A continuación se demostrará que (3.6) y (3.7) son estables y que cualquier otra situación en la que se involucren celdas con tráfico libre y congestionado en forma combinada dentro de un tramo de carretera es un caso inestable que tenderá a estabilizarse hacia alguna de ellas.



Para comprobar lo primero, simplemente obténganse los valores propios de la matriz de coeficientes de estado². En el caso de (3.6) se tiene

$$\left[-\frac{v}{L_1} \quad -\frac{v}{L_2} \quad -\frac{v}{L_3} \quad -\frac{v}{L_4} \quad -\frac{v}{L_5} \quad -\frac{v}{L_6} \quad -\frac{v}{L_7} \quad -\frac{v}{L_8} \right] \quad (3.8)$$

Como v y L_i son cantidades siempre positivas, los valores propios son negativos (a menos que $v = 0$, valor que no se da en la práctica), es decir, se encuentran al lado izquierdo del eje imaginario, con lo que se puede decir que el sistema es estable.

En el caso congestionado, los valores propios de la matriz de coeficientes de los estados son

$$\left[-\frac{w}{L_1} \quad -\frac{w}{L_2} \quad -\frac{w}{L_3} \quad -\frac{w}{L_4} \quad -\frac{w}{L_5} \quad -\frac{w}{L_6} \quad -\frac{w}{L_7} \quad -\frac{w}{L_8} \right] \quad (3.9)$$

con lo que se tiene también un sistema estable.

Ahora supóngase que se tiene una cierta longitud de carretera con flujo libre en sus primeros kilómetros, pero se tiene un embotellamiento a partir de la mitad de la misma. Esto puede representarse a través de cuatro celdas en flujo libre seguidas de cuatro en flujo congestionado, lo cual tiene una matriz de coeficientes de estado cuya representación es

$$\begin{bmatrix} -\frac{v}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v}{L_1} & -\frac{v}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v}{L_2} & -\frac{v}{L_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{L_3} & 0 & \frac{w}{L_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_5} & \frac{w}{L_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_6} & \frac{w}{L_7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_7} & \frac{w}{L_8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{L_8} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Los valores característicos de esta matriz son

$$\left[-\frac{v}{L_1} \quad -\frac{v}{L_2} \quad -\frac{v}{L_3} \quad 0 \quad -\frac{w}{L_5} \quad -\frac{w}{L_6} \quad -\frac{w}{L_7} \quad -\frac{w}{L_8} \right] \quad (3.11)$$

lo que la hace inestable en aquella celda en donde se da la transición entre el flujo libre al congestionado.

Ahora supóngase que se tienen cuatro celdas congestionadas seguidas de cuatro con flujo libre,

²Véase (Chen 1999)

situación representada por

$$\begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & \frac{w}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{w}{L_2} & \frac{w}{L_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{w}{L_3} & \frac{w}{L_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{w-v}{L_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_4} & -\frac{v}{L_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_5} & -\frac{v}{L_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_6} & -\frac{v}{L_7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L_7} & -\frac{v}{L_8} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

cuyos valores característicos son

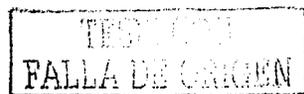
$$\left[-\frac{v}{L_1} \quad -\frac{v}{L_2} \quad -\frac{v}{L_3} \quad \frac{v-w}{L_4} \quad -\frac{w}{L_5} \quad -\frac{w}{L_6} \quad -\frac{w}{L_7} \quad -\frac{w}{L_8} \right] \quad (3.13)$$

siendo el cuarto de ellos no negativo pues $v \geq w$, con lo que esta situación también es inestable.

Estos resultados de inestabilidad pueden establecerse para cualquier combinación de celdas en flujo libre o congestionado, y también señalan un comportamiento interesante del tráfico en flujo mixto: la celda en transición, en el primer caso, tenderá a congestionarse, convirtiéndose la anterior ($i = 3$) en la nueva celda de transición, la cual a su vez también terminará congestionándose; esto terminará estabilizando a todo el sistema volviéndolo congestionado.

La combinación de celdas contraria es análoga, pues si las cuatro últimas celdas se encuentran en flujo libre, entonces no hay motivo por el cual la celda anterior ($i = 4$) deje su condición congestionada, por lo que el flujo se reanudará hasta que toda esa celda se encuentre en flujo libre, con lo que la celda anterior a ella ($i = 3$) ahora será la nueva celda de transición, hasta que todo el flujo se estabilice como libre.

Nótese como estos comportamientos están en concordancia con la relación densidad-flujo ($k - \rho$) ya descrita (subsección 2.2.3).



Capítulo 4

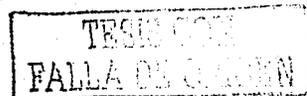
Diseño de Estimadores

4.1. Generalidades

Un estimador u observador de estados es un dispositivo o rutina de programación que obtiene un estimado de una variable cuyo valor es difícil o imposible de medir. En otras ocasiones, tal variable puede ser obtenida fácilmente por mediciones, pero los instrumentos que efectúan dichas lecturas pueden estar sujetos a descomposturas en forma más o menos frecuente o, simplemente, su estimación es conveniente para determinados fines. El diseño de un estimador de estado requiere la expresión matemática del sistema en la forma de variables de estado.

En el Capítulo 3 se obtuvieron los modelos en variables de estado equivalentes a casos de flujos completamente libres y completamente congestionados de la sección carretera I-210 West. A partir de estos modelos se puede efectuar el diseño de los correspondientes estimadores, lo que resultará en un estimador para situaciones de flujo libre y otro para aquéllas de flujo congestionado, los cuales, conmutando entre sí según sea dicha situación, obtendrán un estimado \hat{n} del estado n .

Sin embargo, dicho diseño estaría basado en modelos que no toman en cuenta situaciones compuestas en las que existen al mismo tiempo celdas libres, congestionadas o en proceso de convertirse en unas o en otras. Para un caso como el que se tiene, con $I = 8$ celdas y dos rampas de flujo de entrada junto con dos rampas de flujo de salida, se puede ver que la discrepancia entre n y \hat{n} puede llegar a ser muy grande si se elabora una sola pareja de estimadores que reporte valores para cada una de las celdas de que consta este modelo. Por otra parte, esta discrepancia puede ser mucho menor si se realizan estimadores locales, con pocas celdas a estimar, en aquellos puntos en donde son realmente necesarios.



Puesto que lo propuesto en esta tesis es el control en rampas de entrada, específicamente en las existentes en la sección I-210 West, a continuación se propone el diseño de dos parejas de estimadores, una que dé los estimados del número n de vehículos en las celdas $i = 1, 2, 3$, útiles para el posterior desempeño del controlador de la rampa que tiene entrada en $i = 2$, y otra que obtenga los estimados de las celdas $i = 5, 6, 7$, para la rampa de entrada a la celda $i = 6$.

4.2. Diseño del estimador

Obtégase un subsistema de 3.6 y otro de 3.7 que expresen el estado n para las celdas $i = 1, 2, 3$ ¹

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_1 \\ \dot{n}_2 \\ \dot{n}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{v}{L_1} & -\frac{v}{L_2} & 0 \\ 0 & \frac{v}{L_2} & -\frac{v}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_e \\ Q_{e1} \\ Q_{d1} \end{bmatrix} \quad (4.1a)$$

$$y_4(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v}{L_3} \Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (4.1b)$$

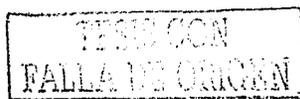
$$\begin{bmatrix} \dot{n}_1 \\ \dot{n}_2 \\ \dot{n}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & \frac{w}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{w}{L_2} & \frac{w}{L_3} \\ 0 & 0 & -\frac{w}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{w}{L_1} N_1 - \frac{w}{L_2} N_2 \\ \frac{w}{L_2} N_2 - \frac{w}{L_3} N_3 \\ \frac{w}{L_3} N_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Q_{e1} \\ \frac{y_4(t)}{\Delta t} + Q_{d1} \end{bmatrix} \quad (4.2a)$$

$$y_1(t) = \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} \Delta t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (4.2b)$$

y tórnese a (4.1) como el modelo del sistema que representa a los flujos y estados de las celdas $i = 1, 2, 3$ en régimen completamente libre, mientras que (4.2) representará al régimen completamente congestionado de las mismas celdas.

A continuación se obtienen las matrices de observabilidad (para esto dividáanse por Δt las expresiones de salida, con lo que los flujos $y_1(t)$ y $y_4(t)$ estarían dados en vehículos por unidad de tiempo).

¹Tomado de (Ogata 1998)



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v}{L_3} \\ 0 & \frac{v^2}{L_2 L_3} & -\frac{v^2}{L_2^2} \\ \frac{v^3}{L_1 L_2 L_3} & -\left(\frac{v^3}{L_2^2 L_3} + \frac{v^3}{L_2 L_3^2}\right) & \frac{v^3}{L_3^2} \end{bmatrix} \quad (4.3a)$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{w^2}{L_1^2} & -\frac{w^2}{L_1 L_2} & 0 \\ -\frac{w^3}{L_1^3} & \frac{w^3}{L_1^2 L_2} + \frac{w^3}{L_1 L_2^2} & -\frac{w^3}{L_1 L_2 L_3} \end{bmatrix} \quad (4.3b)$$

Al revisar la independencia lineal entre las respectivas columnas (o renglones) de las matrices (4.3) es posible ver que existe observabilidad y la posibilidad de obtener los estimadores deseados.

La ecuación característica del sistema en régimen libre es

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} s + \frac{v}{L_1} & 0 & 0 \\ -\frac{v}{L_1} & s + \frac{v}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{v}{L_2} & s + \frac{v}{L_3} \end{vmatrix} &= \left(s + \frac{v}{L_1}\right) \left(s + \frac{v}{L_2}\right) \left(s + \frac{v}{L_3}\right) = \\ &= s^3 + \frac{L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3}{L_1 L_2 L_3} v s^2 + \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} v^2 s + \frac{1}{L_1 L_2 L_3} v^3 = \\ &= s^3 + \alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Si $s = \mu_1$, $s = \mu_2$ y $s = \mu_3$ son los polos del estimador en flujo libre que se consideran óptimos para su desempeño, entonces la ecuación característica deseada es

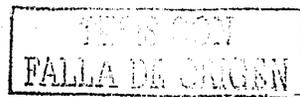
$$(s - \mu_1)(s - \mu_2)(s - \mu_3) = s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 \quad (4.5)$$

De esta forma, la matriz de ganancias L_{11} del estimador para flujo libre se calcula a través de

$$L_{11} = \left(\begin{bmatrix} a_2 & a_1 & 1 \\ a_1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v}{L_3} \\ 0 & \frac{v}{L_2 L_3} & -\frac{v^2}{L_2^2} \\ \frac{v^3}{L_1 L_2 L_3} & -\left(\frac{v^3}{L_2^2 L_3} + \frac{v^3}{L_2 L_3^2}\right) & \frac{v^3}{L_3^2} \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_3 - a_3 \\ \alpha_2 - a_2 \\ \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

para obtener

$$L_{11} = \begin{bmatrix} L_{111} \\ L_{112} \\ L_{113} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$



Análogamente, la ecuación característica del sistema en régimen congestionado es

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} s + \frac{w}{L_1} & -\frac{w}{L_2} & 0 \\ 0 & s + \frac{w}{L_2} & -\frac{w}{L_3} \\ 0 & 0 & s + \frac{w}{L_3} \end{vmatrix} &= \left(s + \frac{w}{L_1}\right) \left(s + \frac{w}{L_2}\right) \left(s + \frac{w}{L_3}\right) = \\ &= s^3 + \frac{L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3}{L_1 L_2 L_3} w s^2 + \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} w^2 s + \frac{1}{L_1 L_2 L_3} w^3 = \\ &= s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Supóngase que $s = \nu_1$, $s = \nu_2$ y $s = \nu_3$ son los polos del estimador en flujo libre que se consideran óptimos para su desempeño, con lo que la ecuación característica deseada es

$$(s - \nu_1)(s - \nu_2)(s - \nu_3) = s^3 + b_1 s^2 + b_2 s + b_3 \quad (4.9)$$

De esta forma, la matriz de ganancias L_{c1} del estimador para flujo libre se calcula a través de

$$L_{c1} = \left(\begin{bmatrix} b_2 & b_1 & 1 \\ b_1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{w^2}{L_1^2} & -\frac{w^2}{L_1 L_2} & 0 \\ -\frac{w^3}{L_1^3} & \frac{w^3}{L_1^2 L_2} + \frac{w^3}{L_1 L_2^2} & -\frac{w^3}{L_1 L_2 L_3} \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \begin{bmatrix} \beta_3 - b_3 \\ \beta_2 - b_2 \\ \beta_1 - b_1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

para obtener

$$L_{c1} = \begin{bmatrix} L_{c11} \\ L_{c12} \\ L_{c13} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Los estimadores para situaciones de flujo completamente libre y flujo completamente congestionado para las celdas $i = 5, 6, 7$ correspondientes al flujo r_2 de la rampa de entrada a la celda $i = 6$, se

diseñan en forma similar. Para ese efecto, obténganse los respectivos subsistemas

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_5 \\ \dot{n}_6 \\ \dot{n}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v}{L_5} & 0 & 0 \\ \frac{v}{L_5} & -\frac{v}{L_6} & 0 \\ 0 & \frac{v}{L_6} & -\frac{v}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_5 \\ n_6 \\ n_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{y_5(t)}{\Delta t} \\ Q_{c2} \\ Q_{d2} \end{bmatrix} \quad (4.12a)$$

$$y_8(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v}{L_7} \Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_5 \\ n_6 \\ n_7 \end{bmatrix} \quad (4.12b)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_5 \\ \dot{n}_6 \\ \dot{n}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_5} & \frac{w}{L_6} & 0 \\ 0 & -\frac{w}{L_6} & \frac{w}{L_7} \\ 0 & 0 & -\frac{w}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_5 \\ n_6 \\ n_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{w}{L_5} N_5 - \frac{w}{L_6} N_6 \\ \frac{w}{L_6} N_6 - \frac{w}{L_7} N_7 \\ \frac{w}{L_7} N_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Q_{c2} \\ \frac{y_8(t)}{\Delta t} + Q_{d2} \end{bmatrix} \quad (4.13a)$$

$$y_5(t) = \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_5} \Delta t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_5 \\ n_6 \\ n_7 \end{bmatrix} \quad (4.13b)$$

A partir de (4.12) y (4.13), y con el procedimiento ya descrito, se obtienen las ganancias para los estimadores involucrados con la segunda rampa de flujo de entrada

$$L_{l2} = \begin{bmatrix} L_{l21} \\ L_{l22} \\ L_{l23} \end{bmatrix} \quad (4.14a)$$

$$L_{c2} = \begin{bmatrix} L_{c21} \\ L_{c22} \\ L_{c23} \end{bmatrix} \quad (4.14b)$$

En el Capítulo 6 se muestran los valores numéricos de las variables involucradas en los cálculos aquí realizados.

Para cada subsistema de tres celdas que involucra a una rampa de flujo de entrada se tiene una pareja de estimadores que conmutan entre sí. En caso de que las celdas cuyas densidades sean $k_e < k_u$ (donde $e = i = 2, 6$) se tiene una situación de flujo libre (véase el diagrama flujo-densidad de la Figura 2.4), por lo que el estimador con ganancia L_l estará en funcionamiento mientras esa

condición se cumpla. Si las densidades más bien adoptan valores tales que $k_a > k_b$, entonces será el estimador con ganancia L_c el que obtendrá los valores estimados \hat{n} de n .

La pareja de estimadores para la primera convergencia, que involucra a las celdas $i = 1, 2, 3$ está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{n}}_1 \\ \dot{\hat{n}}_2 \\ \dot{\hat{n}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{v}{L_1} & -\frac{v}{L_2} & 0 \\ 0 & \frac{v}{L_2} & -\frac{v}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_1 \\ \hat{n}_2 \\ \hat{n}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{y_1(t)}{\Delta t} \\ Q_{c1} \\ Q_{d1} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} L_{l11} \\ L_{l12} \\ L_{l13} \end{bmatrix} \left(\frac{y_1(t)}{\Delta t} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_1 \\ \hat{n}_2 \\ \hat{n}_3 \end{bmatrix} \right) \quad (4.15a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{n}}_1 \\ \dot{\hat{n}}_2 \\ \dot{\hat{n}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & \frac{w}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{w}{L_2} & \frac{w}{L_3} \\ 0 & 0 & -\frac{w}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_1 \\ \hat{n}_2 \\ \hat{n}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{w}{L_1} N_1 - \frac{w}{L_2} N_2 \\ \frac{w}{L_2} N_2 - \frac{w}{L_3} N_3 \\ \frac{w}{L_3} N_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Q_{c1} \\ \frac{y_1(t)}{\Delta t} + Q_{d1} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} L_{c11} \\ L_{c12} \\ L_{c13} \end{bmatrix} \left(\frac{y_1(t)}{\Delta t} - \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_1 \\ \hat{n}_2 \\ \hat{n}_3 \end{bmatrix} \right) \quad (4.15b)$$

La pareja de estimadores diseñada para las celdas $i = 5, 6, 7$ queda representada por

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{n}}_5 \\ \dot{\hat{n}}_6 \\ \dot{\hat{n}}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v}{L_5} & 0 & 0 \\ \frac{v}{L_5} & -\frac{v}{L_6} & 0 \\ 0 & \frac{v}{L_6} & -\frac{v}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_5 \\ \hat{n}_6 \\ \hat{n}_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{y_5(t)}{\Delta t} \\ Q_{c2} \\ Q_{d2} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} L_{l21} \\ L_{l22} \\ L_{l23} \end{bmatrix} \left(\frac{y_5(t)}{\Delta t} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_5 \\ \hat{n}_6 \\ \hat{n}_7 \end{bmatrix} \right) \quad (4.16a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{n}}_5 \\ \dot{\hat{n}}_6 \\ \dot{\hat{n}}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_5} & \frac{w}{L_6} & 0 \\ 0 & -\frac{w}{L_6} & \frac{w}{L_7} \\ 0 & 0 & -\frac{w}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_5 \\ \hat{n}_6 \\ \hat{n}_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{w}{L_5} N_5 - \frac{w}{L_6} N_6 \\ \frac{w}{L_6} N_6 - \frac{w}{L_7} N_7 \\ \frac{w}{L_7} N_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Q_{c2} \\ \frac{y_5(t)}{\Delta t} + Q_{d2} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} L_{c21} \\ L_{c22} \\ L_{c23} \end{bmatrix} \left(\frac{y_5(t)}{\Delta t} - \begin{bmatrix} -\frac{w}{L_5} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_5 \\ \hat{n}_6 \\ \hat{n}_7 \end{bmatrix} \right) \quad (4.16b)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La Figura 4.1 da una idea del funcionamiento de dichas parejas de estimadores.

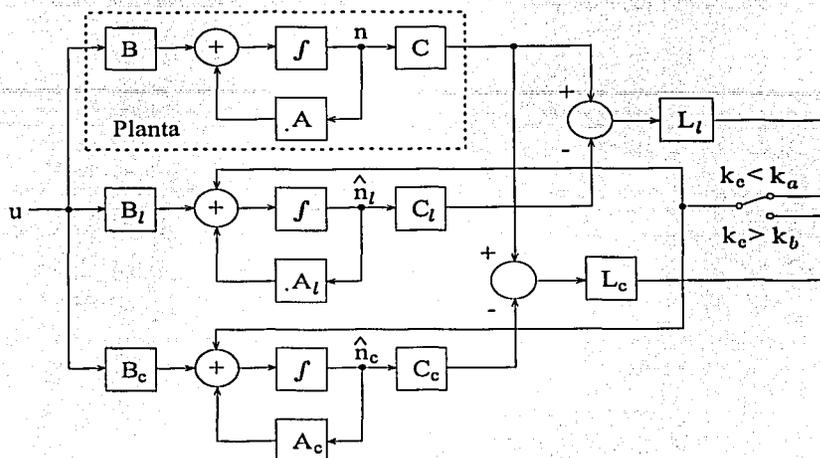


Figura 4.1: Pareja de estimadores conmutantes

Capítulo 5

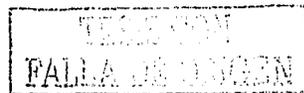
Diseño de Controladores

5.1. Generalidades

Se ha establecido una analogía entre flujos de vehículos y de fluidos de tal manera que es posible obtener expresiones matemáticas que describan su movimiento en forma indistinta. Como se mencionó en el capítulo introductorio de esta tesis, esta misma analogía puede usarse en relación a posibles y respectivos elementos de control, esto es, lo que un grifo es para una tubería, un semáforo lo es para una carretera o calle, y así como existen válvulas hidráulicas automatizadas, en este trabajo se pretende llegar a un elemento de control automático que regule el tráfico vehicular en una rampa de entrada.

5.2. Diseño del controlador

Obténganse las matrices de controlabilidad respectivas así como sus rangos, a partir de los sistemas (4.1) y (4.2) correspondientes a las celdas $i = 1, 2, 3$, así como las relacionadas con los sistemas (4.12) y (4.13) de las celdas $i = 5, 6, 7$.



Las matrices de controlabilidad para $i = 1, 2, 3$ son

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -\frac{v}{L_1} & 0 & 0 & : & \frac{v^2}{L_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{v}{L_1} & -\frac{v}{L_2} & 0 & : & -\left(\frac{v^2}{L_1^2} + \frac{v^2}{L_1 L_2}\right) & \frac{v^2}{L_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & : & 0 & \frac{v}{L_2} & \frac{v}{L_3} & : & \frac{v^2}{L_1 L_2} & -\left(\frac{v^2}{L_2^2} + \frac{v^2}{L_2 L_3}\right) & -\frac{v^2}{L_3^2} \end{bmatrix} \quad (5.1a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -\frac{w}{L_1} & \frac{w}{L_2} & 0 & : & \frac{w^2}{L_1^2} & -\left(\frac{w^2}{L_1 L_2} + \frac{w^2}{L_2^2}\right) & -\frac{w^2}{L_2 L_3} \\ 0 & 1 & 0 & : & 0 & -\frac{w}{L_2} & -\frac{w}{L_3} & : & 0 & \frac{w^2}{L_2^2} & \frac{w^2}{L_2 L_3} + \frac{w^2}{L_3^2} \\ 0 & 0 & -1 & : & 0 & 0 & \frac{w}{L_3} & : & 0 & 0 & -\frac{w^2}{L_3^2} \end{bmatrix} \quad (5.1b)$$

Mientras que las matrices de controlabilidad para los sistemas de flujo libre y de flujo congestionado para $i = 5, 6, 7$ son

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -\frac{v}{L_5} & 0 & 0 & : & \frac{v^2}{L_5^2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{v}{L_5} & -\frac{v}{L_6} & 0 & : & -\left(\frac{v^2}{L_5^2} + \frac{v^2}{L_5 L_6}\right) & \frac{v^2}{L_6^2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & : & 0 & \frac{v}{L_6} & \frac{v}{L_7} & : & \frac{v^2}{L_5 L_6} & -\left(\frac{v^2}{L_6^2} + \frac{v^2}{L_6 L_7}\right) & -\frac{v^2}{L_7^2} \end{bmatrix} \quad (5.2a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -\frac{w}{L_5} & \frac{w}{L_6} & 0 & : & \frac{w^2}{L_5^2} & -\left(\frac{w^2}{L_5 L_6} + \frac{w^2}{L_6^2}\right) & -\frac{w^2}{L_6 L_7} \\ 0 & 1 & 0 & : & 0 & -\frac{w}{L_6} & -\frac{w}{L_7} & : & 0 & \frac{w^2}{L_6^2} & \frac{w^2}{L_6 L_7} + \frac{w^2}{L_7^2} \\ 0 & 0 & -1 & : & 0 & 0 & \frac{w}{L_7} & : & 0 & 0 & -\frac{w^2}{L_7^2} \end{bmatrix} \quad (5.2b)$$

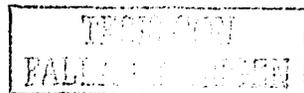
En todos los casos el rango de estas matrices es igual a la dimensión de cada uno de los sistemas (4.1), (4.2), (4.12) y (4.13), esto es, son sistemas controlables¹.

Para diseñar un controlador que permita o impida el paso de los vehículos que desean incorporarse al tráfico principal de la sección esquematizada en la Figura 3.1, a través de los flujos τ_1 y τ_2 en las rampas de acceso que se conectan en las celdas de convergencia $i = 2$ e $i = 6$, conviene seguir pensando en estos flujos vehiculares como si se tratase de fluidos, con lo que los respectivos controladores pueden ser vistos como válvulas automáticas.

Considérense las celdas y los flujos involucrados en una convergencia (Figura 2.8b). Papageorgiou (Papageorgiou, Hadj-Salem, y Blossville 1991) ha propuesto un controlador en lazo cerrado para un sistema como el que se ha descrito a lo largo de este documento, conocido como ALINEA (asservissement linéaire d'entrée autoroutière), el cual realiza la regulación del flujo de la correspondiente rampa y_{cl} a través de la ocupación existente en la celda de convergencia, definida como

$$O(t) = k_{EI}(t)/K_{EI} \quad (5.3)$$

¹Tomado de (Ogata 1998)



Puede verse que esta variable es un porcentaje de la máxima densidad que una determinada celda puede contener, la cual puede ser obtenida por la medición (o estimación) del número de vehículos presentes en la celda de convergencia respectiva.

Este controlador tiene la forma

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R1} [\hat{O} - O_{El}(t)] \quad (5.4)$$

donde \hat{O} es la ocupación deseada ($\hat{O} = 1$ es la máxima ocupación posible en una celda), y K_R y K_P son constantes positivas que afectan la variación de las cantidades entre paréntesis. De esta forma, si $O(t) < \hat{O}$, el cociente que sustrae en el segundo término del miembro derecho de la expresión (5.4) es menor que \hat{O} entonces se obtendrá una cantidad positiva que hará aumentar en ese mismo valor al flujo y_{cl} de la rampa de acceso; esto equivale a una apertura de la válvula. En el caso vehicular, es un lapso de encendido de luz verde de un posible semáforo.

El mismo autor habla de un mejoramiento a este controlador en la forma

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R1} [\hat{O} - O_{El}(t)] + K_{P1} [O_{El}(t) - O_{El}(t - \Delta t)] \quad (5.5)$$

El término agregado, al comparar los valores actual y anterior de la ocupación, obtiene una medida de su variación. Esto sirve como un ajuste a la regulación, volviéndola más rápida cuando el valor actual se encuentra muy alejado del deseado y más suave al acercarse.

Las expresiones (5.4) y (5.5) son utilizadas por Papageorgiou y sus colaboradores tanto para regímenes en flujo libre como en flujo congestionado. Sin embargo, es propuesta del presente trabajo la modificación de estos controladores de tal forma que se obtengan regulaciones más precisas.

Si se observan las expresiones para el cálculo de flujo (2.12a) y (2.12b)

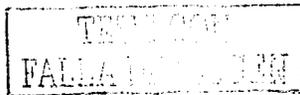
$$S_{Bl}(t) = \min\{Q_{Bl}(t)\Delta t, n_{Bl}(t)\frac{v}{L_{Bl}}\Delta t\} \quad (5.6a)$$

$$R_{El}(t) = \min\{Q_{El}(t), \frac{w}{v}[N_{El}(t) - n_{El}(t)]\frac{v}{L_{El}}\Delta t\} \quad (5.6b)$$

es posible notar que cuando se tiene flujo libre, las condiciones tráfico arriba son las que imperan, mientras que en el caso congestionado las condiciones tráfico abajo son las dominantes. Dichas condiciones están relacionadas con el espacio vacío $K_{i+1} - k_{i+1}$ que puede ocuparse en una celda subsiguiente a la actual.

Defínase ahora la *vacuidad* como

$$V_{El}(t) = \frac{K_{El+1} - k_{El+1}}{K_{El+1}} \quad (5.7)$$



Se propone entonces el siguiente controlador para flujos en congestionamiento

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R2} [\hat{V} - V_{El}(t)] + K_{P2} [V_{El}(t) - V_{El}(t - \Delta t)] \quad (5.8)$$

siendo $\hat{V} = 1$ el valor para una carretera completamente vacía.

En esta forma es posible implantar un control que conmuta entre (5.5) y (5.8):

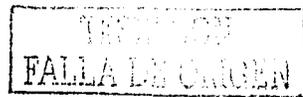
Si $R_{El} > S_{Bl} + S_{Cl}$ entonces:

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R1} [\hat{O} - O_{El}(t)] + K_{P1} [O_{El}(t) - O_{El}(t - \Delta t)] \quad (5.9a)$$

Si $R_{El} \leq S_{Bl} + S_{Cl}$ entonces:

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R2} [\hat{V} - V_{El}(t)] + K_{P2} [V_{El}(t) - V_{El}(t - \Delta t)] \quad (5.9b)$$

Los valores de las variables y constantes ocupadas en la simulación se muestran en el Capítulo 6 siguiente.



Capítulo 6

Resultados

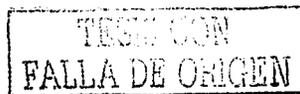
6.1. Datos generales

Las simulaciones para este trabajo se llevaron a cabo a partir de la división en celdas de la sección de la autopista I-210 West ilustrada en la Figura (3.1), la cual tiene dos rampas de entrada al flujo principal. En estas rampas se han implantado estimadores del estado n de las celdas anterior, actual y posterior del punto de convergencia. Los estados estimados \hat{n} son alimentados a los controladores que dan regulación a los flujos que entran por estas rampas. El diseño tanto de los estimadores como de los controladores ya ha sido descrito en los Capítulos 4 y 5.

Las simulaciones se realizaron con valores de velocidad libre $v = 63 \frac{mi}{hr}$ y de onda de retroceso $w = 14.47 \frac{mi}{hr}$; la densidad máxima para cada celda se ha tomado como $K_i = 680 \frac{veh}{mi}$, teniendo cada celda longitudes $L = [3200 \ 1800 \ 1800 \ 900 \ 800 \ 1250 \ 1250 \ 1000]$ en pies; el tiempo de muestreo se ha tomado de $\Delta t = 5s$ para datos obtenidos del programa *Freeway performance measurement project* (PEMS 2003), correspondiente con flujos de entradas y salidas a la sección de autopista I-210 West en un intervalo de tiempo de 5 a 12 de la mañana. Las simulaciones han comenzado con condiciones iniciales $n = [29 \ 19 \ 41 \ 48 \ 51 \ 54 \ 57 \ 63]$ vehículos.

6.2. Cálculo de tiempos de viaje

Como se verá, resulta útil calcular los tiempos promedio que tarda un vehículo en atravesar desde alguna de las posibles entradas (r_1 , r_1 o r_2) hasta su salida por el tramo simulado. Este



Sin control	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	209	154.6	75.6
\bar{v} [m/s]	17.49	17.35	14.12
ALINEA	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	166.5	136.1	62.5
\bar{v} [m/s]	22.0	19.71	17.08
Sugerido	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	133.1	103.5	50.1
\bar{v} [m/s]	27.5	25.9	21.3

Tabla 6.1: Tiempos de viaje y velocidades promedio desde cada entrada y para cada tipo de control, sin estimación de estados

cálculo se efectúa por medio de

$$t_v = \frac{\sum_{j=0}^t \sum_{i=u}^c n_i(j)}{\sum_{j=0}^t \sum_{h=1}^f y_{ent_h}(j)} \Delta t + \frac{\sum_{j=0}^t a_g(j)}{\sum_{j=0}^t y_{ent_g}(j)} \Delta t \quad (6.1)$$

donde $c = 8$ es el número de celdas existentes en el tramo principal, $f = 3$ el número total de flujos de entrada a la carretera simulada, $u = 1, 2, 6$ la celda en la que entra el flujo de interés y a partir de la cual se efectúa el cálculo de vehículos en las celdas involucradas y $g: y_1, r_1$ o r_2 el índice que refiere a uno de tales flujos de entrada.

El primer término en la Ecuación (6.1) calcula el tiempo promedio de viaje sobre la autopista, mientras que el segundo es el que se encarga de obtener el tiempo promedio de espera en las colas.

6.3. Simulaciones

6.3.1. Resultados sin estimación de estados

Un primer grupo de resultados fueron obtenidos implantando en los algoritmos de simulación los controladores ALINEA y el sugerido en esta tesis. La Tabla 6.1 contiene los valores obtenidos de los distintos tiempos de viaje calculados a partir de alguna de las entradas hasta la salida de la sección por la celda $i = 8$. En dicha Tabla es posible notar como los tiempos de viaje análogos se hacen cada vez más cortos y las velocidades promedio más rápidas cuando una ley de control se implementa en el sistema, siendo los mejores valores aquellos correspondientes con la ley de control propuesta en este trabajo.

Otra medida de comparación está dada por la formación de colas en las entradas a la sección. La Figura 6.1 muestra la variación de la acumulación de vehículos antes de entrar a la celda $i = 1$ a lo

largo del lapso simulado.

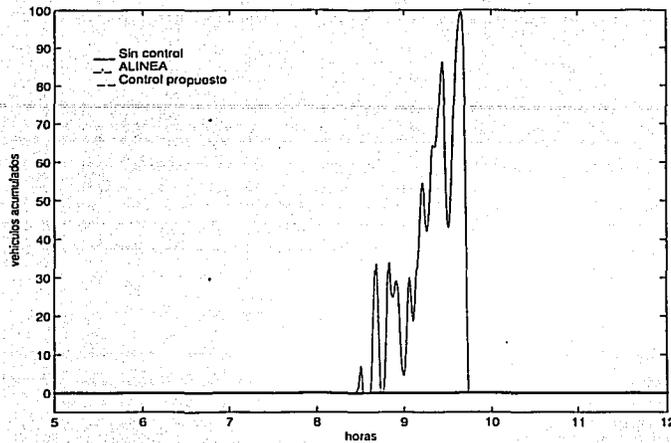


Figura 6.1: Filas formadas a la entrada de la celda $i = 1$ con diferentes controles, sin estimación de estados

La línea continua en la Figura 6.1 corresponde con el caso en que no existe control alguno y los conductores entran a la autopista siempre que hay espacio disponible. Puede notarse que se llega a formar en un determinado momento una fila de hasta cien vehículos. En la misma Figura se muestran, superpuestas con línea axial y línea discontinua, los efectos producidos al incorporar el controlador ALINEA y el controlador propuesto en este documento, los cuales consiguen que no se forme fila alguna.

La Figura 6.2 muestra a su vez situaciones similares para la celda de convergencia $i = 6$; se aprecia la diferencia entre los controladores ALINEA y el modificado, la que se hace patente con un mejor desempeño para el controlador propuesto en este documento logrando evitar la formación de filas. En la celda $i = 2$ nunca se forman filas, con o sin control implementado, por lo que no se muestra su respectiva gráfica.

La Tabla 6.2 muestra los valores de las constantes empleadas en los controladores para la obtención de los resultados descritos.

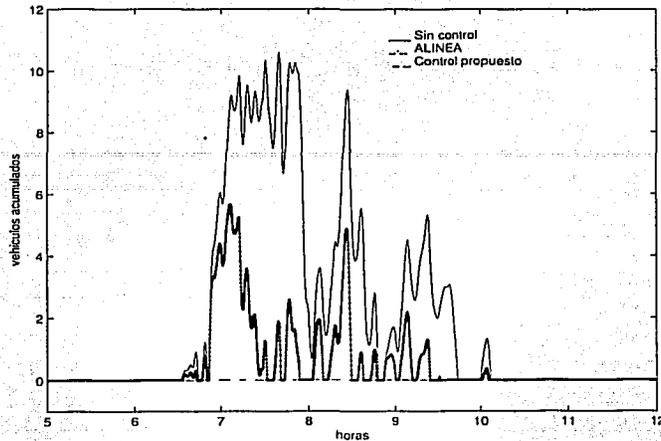


Figura 6.2: Filas formadas en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con diferentes controles, sin estimación de estados

CELDA	K_{R1}	K_{R2}	K_{P1}	K_{P2}
$i = 2$	0.282	0.282	1×10^{16}	0
$i = 6$	0.141	28.2	1×10^{16}	0

Tabla 6.2: Constantes de control usadas en simulación

6.3.2. Resultados con estimación de estados

Como ya se ha señalado, se ha colocado una pareja de estimadores que obtienen estados observados \hat{n} en las celdas $i = 1, 2, 3$ e $i = 5, 6, 7$; cada par conmuta según se tenga un régimen libre ((4.15a) y (4.16a)) o congestionado ((4.15b) y (4.16b)) si la última celda, $i = 3$ o $i = 7$, está por debajo de la máxima densidad para flujo libre k_a o por encima de la mínima para flujo congestionado k_b , respectivamente (véase la Figura 2.4). Tanto k_3 como k_7 se consideran conocidos a través de otro medio distinto al de la estimación.

La Tabla 6.3 muestra las ganancias utilizadas en cada estimador. La Figura 6.3 muestra los errores en la estimación para las celdas $i = 1, 2, 3$, mientras que la Figura 6.4 lo hace para las celdas $i = 5, 6, 7$. Estos errores son las diferencias entre los valores de densidad k_i en cada celda y sus estimados \hat{k}_i .

CELIDAS	FLUJO LIBRE	FLUJO CONGESTIONADO
$i = 1, 2, 3$	$L_{l1} = \begin{bmatrix} 4.14 \\ 3.90 \\ 3.28 \end{bmatrix}$	$L_{c1} = \begin{bmatrix} -0.0197 \\ -0.0215 \\ -0.0117 \end{bmatrix}$
$i = 5, 6, 7$	$L_{l2} = \begin{bmatrix} 0.008 \\ -0.021 \\ -5.323 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$	$L_{c2} = \begin{bmatrix} -0.041 \\ -0.034 \\ -0.001 \end{bmatrix}$

Tabla 6.3: Ganancias de los estimadores

Sin control	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	209	154.6	75.6
\bar{v} [m/s]	17.49	17.35	14.12
ALINEA	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	162.7	131.9	61.7
\bar{v} [m/s]	22.5	20.34	17.28
Sugerido	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	149.9	120.2	59.0
\bar{v} [m/s]	24.4	22.3	18.1

Tabla 6.4: Tiempos de viaje y velocidades promedio desde cada entrada y para cada tipo de control, con estimación de estados

Un sistema más realista en la implementación de control en un cruce de carreteras lo constituye el uso de estimadores que alimentan sus señales a los controladores que llevarán a cabo la regulación del tránsito. En esta forma, un segundo grupo de resultados se ha obtenido a través de la unión de estos dispositivos, con la cual se obtienen los tiempos de viaje y las velocidades promedio que aparecen ahora en la Tabla 6.4.

En esta tabla es posible observar que los valores sufren alguna sensible modificación en comparación con los de la Tabla 6.1, pero también es posible observar que las tendencias son las mismas: los tiempos de viaje son más cortos y las velocidades promedio más rápidas cuando se implanta un controlador, siendo el de mejores resultados el sugerido en esta tesis. (Nótese que los valores para el esquema en el que no existe control alguno en la Tabla 6.4 son los mismos que los de la Tabla 6.1, lo que era de esperarse.)

De igual forma, como se hizo en la subsección anterior, se realizaron los cálculos de acumulación de vehículos para cada entrada a la sección de esta autopista. Los resultados tanto para la entrada

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

DE LA TESIS NO CALIF
DE LA BIBLIOTECA

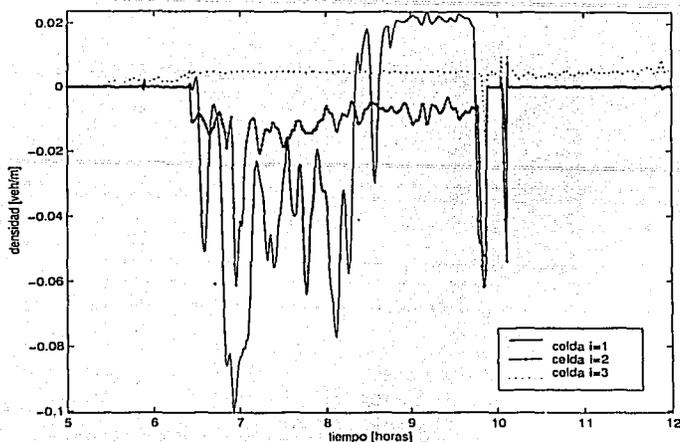


Figura 6.3: Errores de estimación para $i = 1, 2, 3$

Sugerido	η_1	r_1	r_2
t_w [s]	143.6	113.9	54.4
\bar{v} [m/s]	25.5	23.5	19.6

Tabla 6.5: Tiempos de viaje y velocidades promedio desde cada entrada con $K_{R1} = 0.00282$ en el control sugerido, con estimación de estados

$i = 1$ como para la rampa de entrada correspondiente con $i = 2$ resultaron prácticamente iguales a los mostrados anteriormente. La Figura 6.5 muestra las variaciones en la acumulación de vehículos para la entrada a la celda $i = 3$, la cual tiene un comportamiento muy parecido a su homóloga, la Figura 6.2.

Nótese como a pesar de las discrepancias en la estimación mostradas en las Figuras 6.3 y 6.4 los resultados siguen siendo satisfactorios, además de mostrar que el controlador aquí diseñado es ligeramente mejor que ALINEA. Cabe mencionar que las constantes de los controladores utilizadas en estos casos han sido las mismas que se enlistan en la Tabla 6.2.

Es posible modificar estos valores de tal forma que el sistema de estimación-control se vea mejorado aún más. La Tabla 6.5 muestra sensibles disminución en los tiempos de viaje e incremento en las respectivas velocidades promedio si se cambia $K_{R1} = 0.282$ por $K_{R1} = 0.00282$, lo que puede verse si se compara esta Tabla con los valores del último grupo de los de la Tabla 6.4. Además, la Figura

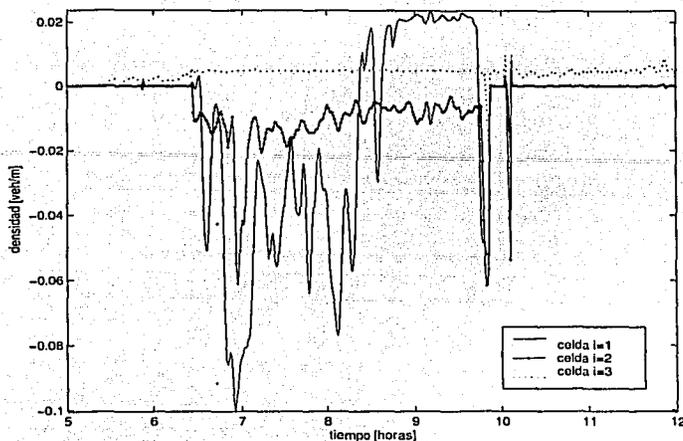


Figura 6.4: Errores de estimación para $i = 5, 6, 7$

6.6 muestra una disminución en el número de vehículos acumulados. Cabe mencionar que este cambio en $K_{l_{el}}$ se ha realizado sin una sintonización exhaustiva en la búsqueda de un valor óptimo y sólo se trata de un ajuste posterior a los diseños de estimadores y controladores previamente expuestos.

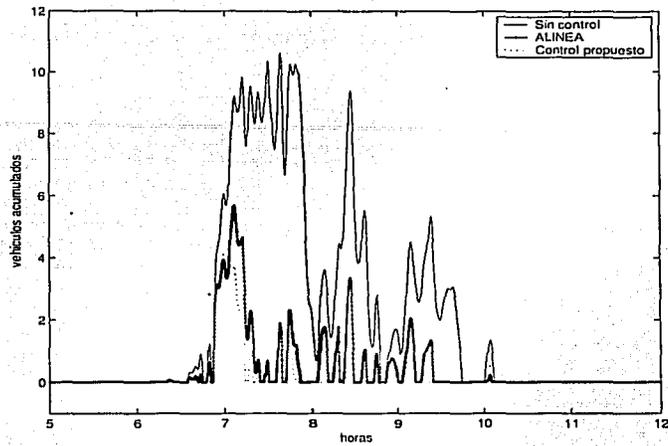


Figura 6.5: Filas formadas en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con diferentes controles, con estimación de estados

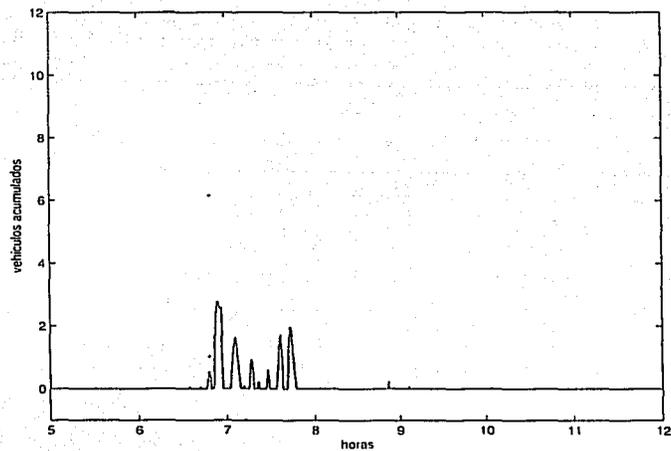


Figura 6.6: Fila formada en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con $K_{R1} = 0.00282$ en el control propuesto en esta tesis, con estimación de estados

Capítulo 7

Conclusión

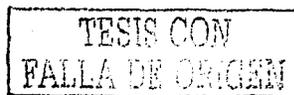
En este trabajo se presenta un conjunto de expresiones matemáticas útiles para simular el comportamiento del flujo de vehículos automotores no ferroviarios que circulan por vías de tráfico terrestre, como lo son calles, avenidas, autopistas o carreteras, incluyendo las redes que dichas estructuras pueden llegar a formar.

Tales expresiones están basadas en el Modelo de Transmisión por Celdas (Cell Transmission Model) desarrollado por Daganzo y sus colaboradores, el cual mantiene una cierta semejanza con modelos de flujo hidrodinámico. Sin embargo, en esta tesis se han incluido algunas modificaciones a dicho modelo, volviendo a las simulaciones efectuadas más flexibles y realistas.

Este modelo de flujo vehicular es de naturaleza no lineal. No obstante, tiene equivalencia con modelos lineales en situaciones en las que todas las celdas de que se compone el tramo a simular se encuentran en flujo completamente libre o completamente congestionado. Aunque estos son casos particulares, no son poco frecuentes. La obtención de un subsistema de celdas que pueda ser modelado linealmente es útil para diseñar un estimador de estados que calcule el número n de vehículos presente en cada celda cada intervalo de tiempo Δt .

Asimismo, la utilidad de esos modelos lineales se extiende al diseño de controladores cuya función, a través de los resultados obtenidos por los estimadores, es la de regular el flujo de entrada desde una rampa de acceso hacia una vía principal.

Uno de estos controladores es ALINEA, diseñado por Papageorgiou y sobre el cual se ha realizado una modificación que es expuesta en este documento. Con ambos controladores es posible acortar los tiempos de viaje y elevar las velocidades promedio de todos los conductores involucrados en las celdas y flujos considerados, con lo que se logra el objetivo de encontrar puntos óptimos desde el



punto de vista del usuario; los resultados muestran que el sistema propuesto en el presente trabajo mejora los conseguidos con ALINEA.

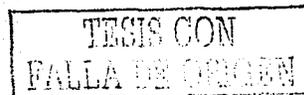
El sistema completo de control puede ser implementado a través de medidores de flujo vehicular, una unidad central de proceso y un actuador, que puede ser un semáforo por ejemplo, con lo que este último realiza las mismas funciones de regulación de tránsito en una forma más eficiente.

Una consecuencia que se desprende de este tipo de sistemas es que puede optimarse la circulación en calles o carreteras utilizando la misma infraestructura, sin necesidad de crear nuevas vías de rodamiento y con un gasto de implementación mucho menor en comparación con la construcción o ampliación de las mismas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Referencias

- Álvarez Icaza, L. (1997). Activity based highway capacity analysis: a case study. In *Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems Control*, Boston, Massachusetts, pp. 153-158.
- Álvarez Icaza, L. y R. Horowitz (1997, november). Traffic flow control in automated highway systems. Technical report, California PATH Research Program.
- Álvarez Icaza, L., R. Horowitz, R. Chao, y G. Gomes (1998). Optimal desired traffic flow patterns for automated highway systems. en *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 1828-1832.
- Álvarez Icaza, L., G. Ilagorre, y G. Gomes (2001). Highway simulation with velocity dependent activities. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*, Oakland, California, pp. 76-81.
- Broucke, M. y P. Varaiya (1996, june). A theory of traffic flow in automated highway systems. *Transportation research, Part C: Emerging Technologies* 4(4), pp. 181-210.
- Chen, C.-T. (1999). *Linear system theory and design*, Third ed. Oxford University Press.
- Daganzo, C. F. (1994). The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transpn. Res. -B*. 28B(4), pp. 269-287. Elsevier Science Ltd.
- Daganzo, C. F. (1995). The cell transmission model: part ii, network traffic. *Transpn. Res. - B*. 29B(2), pp. 79-93. Elsevier Science Ltd.
- Franklin, G. F., J. D. Powell, y M. L. Workman (1990). *Digital control of dynamic systems*, Second ed. Addison-Wesley.
- Gomes, G., L. Álvarez Icaza, y R. Horowitz (2000, june). Traffic flow patterns in ahs networks:



- system and user optimals. In *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois, pp. 1498-1502.
- Munoz, L., X. Sun, R. Horowitz, y L. Álvarez Icaza (2003). Traffic density estimation with the cell transmission model. In *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 3750-3755.
- Ogata, K. (1998). *Ingeniería de control moderna*, Tercera ed. Prentice Hall Hispanoamericana.
- Papageorgiou, M., H. Hadj-Salem, y J.-M. Blosseville (1991). Alinea: a local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation research record* 1320, pp. 58-64.
- Papageorgiou, M. y A. Kotsialos (2002, december). Freeway ramp metering: an overview. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 3(4), pp. 271-281.
- PEMS (2003). Freeway performance measurement project. <http://pems.eecs.berkeley.edu>.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Índice alfabético

autopistas, caminos, 1, 2, 3, 4, 5, 19, 21, 31,
 43, 44
 celda, 6, 9, 10, 12, 23, 35, 36, 43
 convergente, 12, 13, 15-18, 32, 35
 divergente, 12, 13, 18
 longitud, 6-9, 13, 15, 35
 ordinaria, 12-15
 conductor, 1-2, 7, 18
 controlabilidad, 31, 32
 controlador, 2, 3, 4, 35, 39, 43
 ALINEA, 32, 36-40, 42
 diseño, 19, 31-34
 ganancias, 38, 40-42
 propuesto, 33, 34, 36-40, 42
 densidad vehicular, 6, 7, 9, 10, 23, 24, 33, 38
 diagrama fundamental, 10
 espacio
 de seguridad, 7, 8
 ausencia de vehículos, 7, 8, 10, 16
 estado, 2, 3, 4, 17, 19, 20, 21, 24
 óptimo del sistema, 3
 óptimo del usuario, 3, 43
 estimador, 4, 38-43
 pareja conmutante, 28-30, 38
 diseño, 19, 24-30
 ganancias, 28, 39

flujo
 convergente, 16, 17
 divergente, 18
 entrada, 9-12, 21, 28, 32, 33, 35, 36, 39,
 43
 máximo, 7, 9, 13, 15
 mixto, 16, 17, 22, 23
 salida, 21, 35
 vehicular, 1, 2, 3, 7-10, 12, 14-19, 23, 31,
 43
 modelo, 2-5
 hidrodinámico, 3, 5, 43
 lineal, 19-23, 43
 propuesto, 7-18, 43
 transmisión por celdas, 3, 6-18, 19, 43
 observabilidad, 25, 26
 ocupación, 32, 33
 rampa
 entrada, 3, 21, 24, 25, 28, 31, 32, 33, 35,
 40, 43
 salida, 3, 21, 24
 semáforo, 1, 3, 31, 33, 43
 sensores, 2, 4, 43
 simulación, 4, 12, 35-42
 sistema, 3, 19-21, 25, 31, 32, 43
 estabilidad, 21-23

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

tiempo de viaje, 3, 35, 36, 39, 40

topología, 12, 14

vacuidad, 33

vehículos, 1-3, 6, 7, 10, 12, 16, 31-33, 35-37,

43

acumulación, 5, 6, 10-12, 36-42

conservación, 2, 5, 6, 8, 18, 19

fracción de, 16-18

número máximo, 7, 8, 13, 15

velocidad promedio, 36, 39, 40

volumen de control, 5

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN