01124
36

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

EJERCICIOS FINANCIEROS CON APLICACIONES A LA INGENIERÍA PETROLERA

TESIS PROFESIONAL

PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A N :

ALFREDO RICO GARRIDO
JOSÉ LUIS OJEDA CISNEROS

DIRECTOR: M.I. JOSÉ ÁNGEL GÓMEZ CABRERA

MÉXICO, D. F., CD. UNIVERSITARIA NOVIEMBRE 2003

A

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

UNAM
Universidad Nacional Autónoma de México

Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
60-I-1139

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

SR. JOSÉ LUIS OJEDA CISNEROS
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M. I. José Ángel Gómez Cabrera y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

EJERCICIOS FINANCIEROS CON APLICACIONES A LA INGENIERÍA PETROLERA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria, D. F., a 29 de octubre de 2003
EL DIRECTOR

M. en C. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB*JAGC*gtg

B

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
60-I-1100

SR. ALFREDO RICO GARRIDO
P r e s e n t e

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M. I. José Ángel Gómez Cabrera y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

EJERCICIOS FINANCIEROS CON APLICACIONES A LA INGENIERÍA PETROLERA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria, D. F., a 29 de octubre de 2003
EL DIRECTOR

M. en C. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB*JAGC*gtg

C

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

"EJERCICIOS FINANCIEROS CON APLICACIONES A LA INGENIERÍA PETROLERA"

TESIS PRESENTADA POR:

JOSÉ LUIS OJEDA CISNEROS
ALFREDO RICO GARRIDO

DIRIGIDA POR: M.I. JOSÉ ÁNGEL GÓMEZ CABRERA

JURADO DE EXAMEN PROFESIONAL

ASIGNACIÓN	NOMBRE	FIRMA
PRESIDENTE:	ING. EDUARDO G. LORETO MENDOZA	
VOCAL:	M.I. JOSÉ ÁNGEL GÓMEZ CABRERA	10 NOV 03
SECRETARIO:	M.I NÉSTOR MARTÍNEZ ROMERO	
1ER. SUPLENTE:	ING. JAVIER CALDERON NAVARRO	
2DO. SUPLENTE:	M.I JOSÉ MARTÍNEZ PÉREZ	

AGRADECIMIENTOS

José Luis Ojeda Cisneros

***A Dios**

Por permitirme llegar hasta estos momentos en la compañía de todos mis seres queridos

*** A mis Padres**

Este es el resultado de sus esfuerzos que se veían lejanamente realizados, y se que cada uno de ustedes forman parte de el.

*** A mi Padre José Rosario Ojeda**

Por su cariño, confianza y sus sabios consejos que me ayudaron a formarme como un ser humano honesto e integro y sobre todo por sus palabras de aliento diciéndome no desmayes *tu puedes*.

*** A mi Querida Madre Audelia Cisneros**

Que me arrullo en la cuna y que compartió todas mis penas y alegrías apoyándome a que nunca, nada me faltara sobre todo gran confianza que me tuvo en mis momentos de desesperación. Mil gracias.

*** A mis Hermanos**

Leticia, Angélica, Alberto y Maricela gracias por el apoyo moral y económico que me brindaron cada uno de ustedes de acuerdo a sus posibilidades.

*** A ti Paty**

Mi esposa por el amor, comprensión confianza y paciencia que tuviste al creer en mí.

*** A mis Abuelitos**

Que quisieron ver mi sueño y el tiempo no les alcanzo sin embargo desde donde ellos se encuentren les digo lo he logrado gracias, voy a compartir algo con los que me quedan.

Elpidia García †
Francisco Cisneros
Emilia Cisneros
Vicente Ojeda †

***A mis Familiares**

Mis suegros (Ascensión, Lucila) Mis cuñados (Martín, Agustín, Andrés)- Tíos, primos, sobrinos, etc. gracias por haber creído en mi.

15 de Noviembre de 2003

AGRADECIMIENTOS

*** A la Universidad Nacional Autónoma de México (Facultad de Ingeniería)**

Gracias por haberme brindado la oportunidad de estudiar y llegar a ser lo que hasta ahora me han hecho y así mismo me comprometo, si esta dentro de mis posibilidades a seguir apoyando a la universidad y a otros estudiantes para que tengan la misma oportunidad que yo tuve.

*** A los profesores**

Maestro en Ingeniería José Ángel Gómez Cabrera agradezco su apoyo y su tiempo que nos brindo para hacer posible este trabajo.

Agradezco a los ingenieros que fueron los revisores de este trabajo por su comprensión y su actitud al hacernos todas sus observaciones. Ing. Eduardo G. Loreto Mendoza, M.I. Néstor Martínez Romero, Ing. Javier Calderón Navarro y M.I. José Martínez Pérez.

En general gracias por haber hecho posible mi sueño ya que ustedes me dieron la base de mi estudio y brindándome toda su confianza y sus conocimientos a cambio de nada espero es Dios no defraudarlos.

***A mis Amigos**

Nombrar alguno en especial seria injusto para aquel que se me olvidara en estos momentos de alegría. Gracias a todos por el cariño y compañerismo durante todos estos años de conocernos.

15 de Noviembre de 2003

F

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

AGRADECIMIENTOS

Alfredo Rico Garrido

Agradezco a Dios, por todo lo bueno que me da en la vida: mis padres, mis hermanas, mi esposa, mis hijos, salud y ahora esta satisfacción personal.

Agradezco a mi madre, por darme la oportunidad de nacer, por alentarme y apoyarme en todos los aspectos posibles para terminar la carrera, por todos sus sacrificios los cuales nunca podré pagar y por su amor desmedido hacia todo lo que soy. Mamacita gracias por estar en los momentos más difíciles.

Agradezco a mi padre, la familia que me brindo, el haber trabajado duro, el impulso que me dio, el ejemplo que estoy tratando de seguir, pero sobre todo el haberme amado sin condiciones. Gracias papa, donde quiera que estés. †

Agradezco a mi esposa *María Yerena*, su amor, paciencia, comprensión y apoyo económico. Te amo cada día a la vez.

Agradezco a la *Universidad Nacional Autónoma de México*, el darme un lugar, una formación y una identidad que siempre llevo con orgullo.

Agradezco a la *Facultad de Ingeniería*, su paciencia, su calidad y el prestigio que recibo al egresar de ella.

Agradezco al Maestro en Ingeniería *José Angel Gómez Cabrera*, el aceptar dirigir la tesis, su tiempo y apoyo.

Agradezco a todos mis profesores y asesores, el interés por que aprendiera, la disciplina que me forjo, la calidez humana, su fuerte compromiso con la calidad académica y su ejemplo.

En especial agradezco a los sinodales-revisores: *Ing. Eduardo G. Loreto Mendoza, M.I. Néstor Martínez Romero, Ing. Javier Calderón Navarro y M.I. José Martínez Pérez*, sus comentarios y contribuciones para concluir este trabajo. Así como su actitud y comprensión a este esfuerzo.

A mis hermanas Beatriz y Verónica, por alentarme a continuar, a Beti en especial toda su ayuda cuando estaba cansado.

Agradezco a mis hijos *Luis Fernando y Mauricio*, el ser una motivación extra para concluir mi carrera. Son dos seres que me llenan de orgullo y felicidad.

A el Sr. Antonio González, cuñados, a mis tíos Angel y Florentino Rico Alfaro, a mi prima Cecilia Contreras Martínez. A todos ellos les agradezco sus deseos, sus palabras de aliento y animo.

15 de Noviembre de 2003

AGRADECIMIENTOS

A mis vecinas, que considero son parte de mi familia: Mama lena, Rosita, Angelica y también a Alonso Vidal. Su cariño y apoyo.

Agradezco a mis compañeros sus consejos, apoyo y complicidad durante la carrera

Agradezco a mi compañero de tesis *José Luis Ojeda Cisneros* su apoyo, dedicación y amistad.

Agradezco al Sr. José Raúl Díaz Bernal, sus consejos y amistad.

Agradezco a todas las personas que de alguna forma tuvieron influencia para concluir este proyecto.

Dios tenga en cuenta sus obras buenas y les llene de salud y tranquilidad

15 de Noviembre de 2003

PAGINACIÓN DISCONTINUA

ÍNDICE

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Prefacio

El tiempo ha demostrado que la industria petrolera en México ha tenido severas crisis y años extremadamente difíciles, de las cuales ha tenido que salir avante; sin personal calificado, sin apoyos internacionales y además con un bloqueo impuesto desde el exterior.

El desplome de los precios internacionales de los hidrocarburos genero cambios de trasfondo. Paralelamente se dieron importantes incrementos en los costos de exploración y extracción, que ya de tiempo atrás crecían gradualmente. De súbito nos percatamos de que ya nada sería como antes, como en aquellos tiempos cuando las ganancias eran fabulosas y nadie se preocupaba por saber a qué precio se extraía un barril de crudo o un millar de pies cúbicos de gas.

La nueva ley orgánica de Petróleos Mexicanos, publicada el 16 de julio de 1992, creó a Pemex Petroquímica, Pemex Gas y Petroquímica Básica, Pemex Refinación y Pemex Exploración y Producción como organismos subsidiarios de la Institución. Con esa reorganización se anunció profusamente que era ***urgente profundizar, generalizar e institucionalizar el cálculo económico en todas las actividades, y sujetar todas las decisiones a criterios de rentabilidad financiera.***

Esta razón obligo a cambiar la mentalidad de los trabajadores de la industria petrolera, ya que trabajar con los activos de PEMEX, que es el patrimonio de nación implica gran responsabilidad razón por la que se comenzó a estudiar la forma en que se debían administrar los Activos y así optimizar y reducir los costos para lograr una mayor utilidad. Esto obliga a los profesionales de la industria petrolera a utilizar herramientas como las *Matemáticas Financieras y la Investigación de Operaciones*, para evaluar de forma eficiente, el riesgo de cada proyecto, y de esta forma generar más información que ayude a tomar una decisión más adecuada o menos riesgosa.

Sabemos que un propósito como ese sólo puede ser alcanzado a través de un gran cambio cultural, para que todos en la empresa conozcan el significado de esos nuevos conceptos e identifiquen plenamente los caminos precisos que llevan a la posesión y dominio de hábitos nunca antes practicados, ya que impulsan esa transformación cultural mediante un análisis de riesgo técnico-económico que nos ayude a administrar empresas bajo criterios de rentabilidad económica y financiera.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Introducción

Considerando que los **Ingenieros Petroleros** tienen la obligación de conocer la forma en la cual se administran económicamente los Activos, se debe orientar los esfuerzos de explotación, no solo a la parte técnica o volumétrica, sino también en la parte administrativa y financiera. Es la razón por lo que se debe tener un mínimo de conocimientos básicos de evaluación de proyectos de inversión, los cuales no son exclusivos de la industria petrolera y si aplicables a la administración económica de cualquier empresa o negocio.

Buscando colaborar en el tema de las Matemáticas Financieras, sin pretensión de sustituir los libros de texto, se realizo el presente documento para ayudar a la aplicación práctica de los conceptos teóricos, por medio de la resolución de problemas de ingeniería económica. Se presenta el siguiente trabajo en cual se desarrolla de manera fácil y detallada los conceptos básicos a través de ejercicios financieros que incrementan su dificultad de manera paulatina y gradual.

El objetivo principal de este trabajo es plantear la relevancia que tiene el conocimiento de aspectos económicos, para el planteamiento de problemas de administración en industrias petroleras en cualquiera de los siguientes casos, empresas en formación o ya formadas. Las *Matemáticas Financieras* ayudan en la toma de decisiones antes de comenzar a invertir y también en el cálculo de los beneficios, así como el tiempo de recuperación del capital invertido.

La mayoría de las empresas necesitan financiamiento económico, este se tramita a través de instituciones dedicadas a ese propósito, esto tiene un costo que se conoce como ***Interés***. Se debe planear exactamente la forma en la cual se pagara por los créditos obtenidos, cuanto se pagara y en que tiempo se podrá cubrir los prestamos. Los cálculos básicos para cubrir lo anterior se presentan en este documento, así mismo se ejemplifica la importancia de los índices de rentabilidad.

Se incluye una parte de depreciación de activos, ya que es una herramienta financiera que tiene un rango de aplicación muy importante en la planeación de proyectos.

Por último se aplican dos métodos para hacer un análisis de riesgo en el cálculo de reservas de hidrocarburos, lo cual es un aporte, a los conocimientos técnicos de caracterización de yacimientos, que servirá para tomar mejores decisiones.

I

Conceptos Básicos

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

I Conceptos Básicos

I.1.- Fundamentos matemáticos

I.1.1.- Los números

Hablar de matemáticas en cualesquiera de sus especialidades, es hablar de números. Es por ello que nuestro punto de partida es una breve introducción al estudio de las propiedades y reglas que se utilizan en las operaciones con números. Diariamente se manejan cantidades que se representan con números, como los enteros, los fraccionarios, los positivos, etc. Todos ellos forman parte de lo que se conoce como el conjunto de los ***números reales.*** Existen otros números que son los imaginarios los cuales poco tienen que ver con las matemáticas usadas en negocios y finanzas.

I.1.2.- Exponentes y radicales

Si a es un número real y n es entero positivo, entonces, la enésima potencia de a se define como:

$a^n = a(a)...(a)$ donde hay n factores.

Donde a es la base y n es el exponente. Como se puede observar la enésima potencia de un número es una multiplicación sucesiva. Una particularidad cuando el exponente es cero o negativo se resolverá como sigue:

Si a es diferente de cero, entonces $\quad a^0 = 1$

Si n es negativa, entonces $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Para exponentes fraccionarios, es decir, cuando hay radicales o raíces se emplea lo siguiente:

La raíz enésima de b es $\sqrt[n]{b} = b^{1/n} = a$ si y solo si $a^n = b$

I.1.3.-Tanto porciento.

Genéricamente, el X por ciento, denotado como X % de un número A, es el resultado de multiplicar ese número por una fracción $X/100$

El X % de A es (X/100) A o (XA)/100

I.1.4.- Logaritmos y exponenciales

Para simplificar expresiones y operaciones complejas, pero principalmente para resolver ecuaciones en las que la incógnita está en el exponente, se utilizan los logaritmos.

Los logaritmos, fueron creados al principio del siglo XVII por el matemático escocés John Napier, y están muy relacionados con los exponentes y las leyes de los exponentes.

El logaritmo base a de un número N, es el exponente x al que se eleva la base, para obtener El número, es decir:

$$Log_a(N) = x, \qquad si\ y\ sólo\ si\ a^x = N$$

donde a es un número positivo diferente de 1 y N es positivo.

I.1.5.- Propiedades de los logaritmos

Se dijo que para todo número a diferente de cero elevado a la potencia *cero* el resultado es *uno.*

$$a^0 = 1 \qquad \text{si y solo si} \qquad a \neq 0$$

Y esto replanteado con logaritmos es

$$Log_a(1) = 0$$

Esto quiere decir que el logaritmo de 1 de cualquier base es igual a cero.

I.1.6.- Logaritmos comunes y naturales

Los valores posibles para la base de un logaritmo son ilimitados, sin embargo los dos más usuales son el 10 y el número e. Este último es aproximadamente igual a 2.71828. Son múltiples las aplicaciones de los logaritmos. En un curso regular de matemáticas financieras, éstos se utilizan principalmente para encontrar el plazo en inversiones o en la amortización de créditos.

I.1.7.- Ejercicios Resueltos.

Ejercicio 1

Carlos, Jorge y Luis son socios en un negocio de materiales de perforación y deciden distribuir las utilidades de acuerdo con su inversión inicial: $21,600, $27,000 y $32,400, respectivamente. Las utilidades del primer semestre fueron de $68,850. Calcular cuánto le corresponde a cada uno de los socios.

Solución:

C será el capital invertido, a las partes de utilidad correspondiente a cada socio, se les denomina como X, Y y Z respectivamente. Sumando las cantidades de inversión inicial:

$$C = \$21{,}600 + \$27{,}000 + \$32{,}400 = \$81{,}000$$

y esto corresponde al total, que forma el 100%, o lo que es lo mismo inversión inicial

de donde:

Calculando la participación de Carlos $\quad \frac{X}{100}(\$81{,}000) = \$21{,}600$

$$X = \$21{,}600 \frac{100}{\$81{,}000} = 26.6\%$$

Calculando la participación de Jorge $\quad \frac{Y}{100}(\$81{,}000) = \$27{,}000$

$$Y = \$27{,}000 \frac{100}{\$81{,}000} = 33.3\%$$

Calculando la participación de Luis $\quad \frac{Z}{100}(\$81{,}000) = \$32{,}400$

$$Z = \$32{,}400 \frac{100}{\$81{,}000} = 40\%$$

Ahora bien, a Carlos le corresponde el 26.6% de las utilidades, esto es

$$\frac{26.6}{100}(\$68{,}850) = \$18{,}360$$

a Jorge y a Luis les corresponde respectivamente:

$$\frac{33.3}{100}(\$68{,}850) = \$22{,}950 \quad \text{y} \quad \frac{40}{100}(\$68{,}850) = \$27{,}540$$

Sumando los tres resultados anteriores se obtiene el valor de las utilidades obtenidas en el semestre.

Ejercicio 2

Calcular cuantos días después de que se recibió un préstamo de $16,500, este se cancela con $18,000, utilizando una tasa de interés simple del 22.5%.

Solución:

Datos:

$M = \$18{,}000$
$C = \$16{,}500$
$i = 22.5\%$
$n = ¿?$

aplicando la siguiente ecuación:

$$M = C\,(1 + i\,n)$$

sustituyendo datos:

$$\$18{,}000 = \$16{,}500(1 + 0.225n)$$

$$\frac{\$18{,}000}{16{,}500} - 1 = 0.225n$$

$0.225n = 0.09090901$ despejando el valor de n

$$n = \frac{0.09090901}{0.225}$$

$n = 0.404040404$ años

Para convertir en días, se multiplica por 360, siempre que sea un año comercial.

$$0.40\ (360) = 145.45 \text{ o } 145 \text{ días}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 3

Un empleado de una empresa petrolera es liquidado con la cantidad de \$175,000. Este desea invertir su dinero en el banco y tiene dos alternativas, puede hacerlo en una cuenta de ahorros que le produce el 21 % de interés anual o comprar centenarios que le dan a ganar el 19.5% anual. Indicar como debe distribuir su capital si pretende utilidades del 20.7% anual.

Solución:

Datos:

$P = \$175,000$
$Utilidades = 20.7$

Si x es lo que invierte al 21%, entonces \$175,000 - x, será lo que invierte en centenarios, los intereses en la primera son:

$$I_1 = 0.21(x)$$

los intereses de la segunda opción son:

$$I_2 = 0.195(\$175,000 - x)$$

Y la suma de los dos debe ser igual al 20.7% de la inversión total

$$I_3 = 0.207(\$175,000) = \$36,225$$

Entonces

$$0.21\,(x) + 0.\,195(\$175,000 - x) = \$36,225$$

$$0.21(x) + \$34,125 - 0.195x = \$36,225$$

$$0.21(x) - 0.195(x) = \$36,225 - \$34,125$$

$$0.015(x) = \$2,100$$

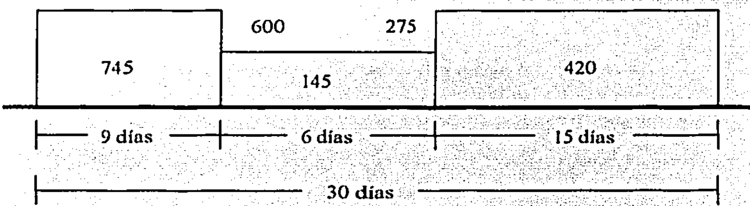
de donde $$x = \frac{\$2,100}{0.015} = \$140,000$$

Quiere decir que debe invertir \$140,000 en la cuenta de ahorros y \$35,000 en centenarios.

Ejercicio 4

Los intereses que se ganan o se pagan por el uso de las tarjetas de débito, de crédito o de inversión se evalúan tomando como base el *saldo promedio* por día. Suponga que el primer día, después del corte, el saldo en contra de un usuario de tarjeta de crédito es de $745. El décimo día abona $600 y el decimosexto compra $275 en mercancía pagando con la tarjeta. Calcular el saldo promedio diario si el periodo de corte es de 30 días.

En la figura se ilustran los plazos, el saldo en cada plazo y los movimientos en la tarjeta.



Nótese que el saldo cambia desde el día que se hace un movimiento en la tarjeta, por lo que para obtener el saldo promedio se suman los productos

(Número de días)(Saldo en cada plazo)

Como si fueran áreas en la figura. El resultado se divide entre el total de días en el periodo de corte, es decir que en este caso el saldo promedio diario es

$$\textit{Saldo promedio diario} = \frac{\$745(9) + \$145(6) + \$420(15)}{30} = \$462.50$$

Ejercicio 5

Aplicando propiedades de logaritmos, desarrollar la siguiente expresión y encontrar el valor de x:

$$x = \frac{4(1+0.04)^{30}}{(1+0.04)^{30} - 1}$$

no se pueden aplicar logaritmos directamente por la presencia de la diferencia que aparece en el denominador, se calcula primero la potencia de 1.04, introducimos el parámetro "t":

$$t = (1+0.04)^{30} = (1.04)^{30}$$

aplicando logaritmos en ambos lados $\log(t) = \log(1.04)^{30}$

por la propiedad de logaritmos siguiente $\log_a A^n = n\log_a A$ se obtiene lo siguiente ecuación:

$$\log(t) = 30\log(1.04)$$

$$\log(t) = 30(0.0170333)$$

$$\log(t) = 0.511$$

sacando antilogaritmos

$$anti\log(\log(t)) = anti\log(0.511)$$

$$t = 10^{0.511}$$

$$t = 3.24339$$

sustituyendo en la expresión original:

$$x = \frac{4(3.24339)}{3.24339-1} = \frac{4(3.24339)}{2.24339}$$ aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación:

$$\log(x) = \log\frac{4(3.24339)}{2.24339}$$

aplicando las siguientes propiedades:

$$\log_a ABC = \log_a A + \log_a B + \log_a C$$
$$\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$$

$$\log_a(x) = \log(4) + \log(3.24339) - \log(2.24339)$$

$$\log_a(x) = 0.602060 + 0.510999 - 0.350905$$

$$\log(x) = 0.762154$$

$$anti\log(\log(x)) = anti\log(0.762154)$$

$$anti\log(\log(x)) = anti\log(0.762154)$$

$$x = 10^{0.762154}$$

$$x = 5.783016$$

I.1.8.- Ejercicios Propuestos.

Ejercicio 1

El testamento de un padre de familia estipula que el 20% de sus bienes valuados en 2.5 millones de pesos se otorguen a una institución de beneficencia y que el 80% restante se reparta entre sus tres herederos en forma inversamente proporcional a sus edades. Tales edades son 15, 18 y 24 años. Calcular cuanto corresponde a cada uno.

Solución: *para el de 15años = \$813,559.32*
para el de 18 años = \$677,966.10
para el de 24 años = \$508,474.58

Ejercicio 2

Aplicando propiedades de logaritmos, calcular el valor de "x" la cual es dada por:

$$x = \sqrt[7]{0.098756^3}$$

Solución: $x = 0.37077$

Ejercicio 3

Si el saldo promedio mínimo por día que el cuentahabiente debe mantener en su tarjeta es de \$500. Calcular cuanto debe depositar el noveno día del mes para alcanzarlo, si los primeros 8 días mantuvo su cuenta en \$60, cuanto deberá depositar el vigésimo octavo día, si el noveno deposita solamente \$200.

Solución: *a) x = \$600*
b) x = \$4,400

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

I.2.- Símbolos y diagramas de flujo de caja

En la literatura que trata sobre *Matemáticas Financieras*, se utiliza como en todas las áreas diferentes nomenclaturas o símbolos, para este trabajo se utilizaran los símbolos más usuales que se utilizan en la ingeniería económica como son:

Símbolos	Descripción
VP	Valor o suma dinero en un tiempo señalado como el presente, actualizado al instante "cero".
VF, F, M	Valor o suma de dinero en algún tiempo futuro (monto).
A	Una serie de cantidades periódicas e iguales de dinero.
n	Número de periodos de interés.
i, r	Tasa de interés o tasa de descuento por periodo.
P, C	Principal, dinero que se tendrá inicialmente.
I	Interés.

Los símbolos *VP* y *VF* representan valores que ocurren una vez en un solo período: *A* ocurre en cada periodo de interés especifico de períodos con la misma cantidad de dinero. Las unidades de los símbolos ayudan a clarificar su significado. La suma presente *VP* y la suma futura *VF* se expresan en pesos, mientras que *A* se expresa en pesos por período de interés.

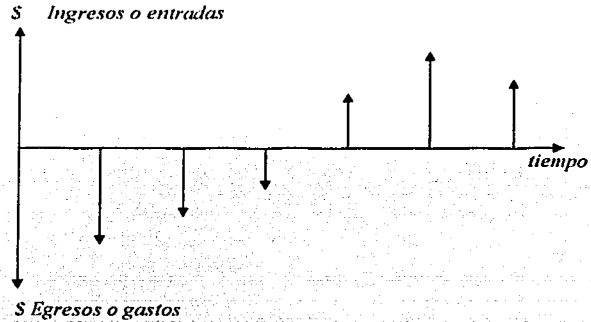
Es importante observar que para cada una serie sea representada por el símbolo *A*, debe ser uniforme (por ejemplo el valor de la moneda debe ser el mismo para cada período) y las cantidades uniformes de dinero deben extenderse a través de períodos consecutivos. Antes que los valores del peso puedan ser representados por *A*, deben cumplirse ambas condiciones. Dado que *n* se expresa generalmente en años, *A* se expresa comúnmente en unidades de dinero por año. La tasa de interés capitalizada *i* se expresa en porcentaje por período de interés; por ejemplo, 5% anual. Excepto cuando se indique lo contrario, esta tasa se aplica a lo largo de todos los *n* años o *n* periodos de interés.

Los diagramas de flujo de caja son simplemente representaciones graficas de los flujos de dinero dibujados a través del tiempo. El diagrama debe representar el enunciado del problema y debe incluir datos dados y los que hay que encontrar. Es decir, después de dibujar el diagrama de flujo de caja un observador ajeno al problema debe ser capaz de solucionarlo mirando el diagrama de flujo de caja. El tiempo *cero* se considera el presente y el tiempo *F* el final del periodo de tiempo *n*.

Este flujo, serie o corriente de valores, puede representar los ingresos (entradas o beneficios) o los egresos (salidas o costos) que genera un proyecto.

Los diagramas de flujo de caja o diagramas de flujo de efectivo es un plano cartesiano donde el eje de las abscisas corresponde al tiempo y el eje de las ordenadas contiene el efectivo ya sea ingresos o egresos.

La dirección de las flechas en los diagramas de flujo de caja es muy importante para la solución al problema. Los ingresos o entradas de un proyecto son positivos y se ilustran con una flecha cuya punta se dirige hacia arriba y los egresos son negativos y se muestran con una flecha con una punta hacia abajo, según se aprecia en se aprecia en la siguiente figura.



I.2.1.- Ejercicios Resueltos.

Ejercicio 1

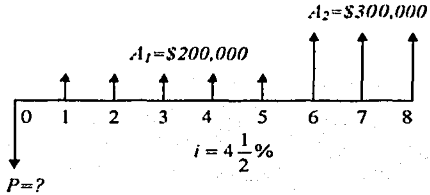
Una compañía petrolera hace hoy un depósito en su cuenta, y quiere retirar una cantidad igual de A_1= $200,000, durante los primeros cinco años, comenzando un año después de su depósito, y una cantidad diferente anual de A_2= $300,000, durante los tres años siguientes. Dibujar el diagrama de flujo de caja que ayude a simplificar la solución, si i es $4^1/_2$ % anual.

Solución:

Se dibuja una línea horizontal, en la que se representara la línea del tiempo. Para el depósito y los retiros utilizaremos flechas perpendiculares (verticales). Se dibujara hacia abajo las flechas de depósitos y hacia arriba las flechas de los retiros, lo cual se hace por convención. Se dibuja la flecha que indica el deposito en el origen, el primer retiro (flujo de caja

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

positivo) ocurre al final del año 1, exactamente un año después de que se ha depositado P, la cual se representa con una flecha, con la cantidad de retiro en la parte superior de la misma. De la misma forma se dibujan las siguientes flechas, que por estética se hace cuidando que el espacio sea el mismo ya que representa la misma magnitud de tiempo, de igual manera a partir del año 6 se dibujan flechas de retiro, más largas debido a que de esa forma se representa que el flujo de efectivo es mayor. La tasa de interés se coloca en alguna parte del diagrama dibujado, la cual muchos autores escriben en la parte inferior del diagrama asumiendo una convención.

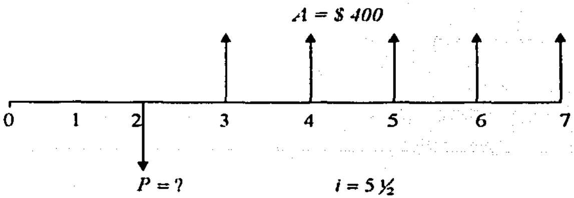


Ejercicio 2

Se propone depositar una cantidad P en una cuenta dentro de dos años a partir de hoy, para retirar $400 anuales durante cinco años comenzando dentro de tres años. La tasa de interés es de $5^1/_2\%$ anual. Elaborar el diagrama de flujo.

Solución:

1. Se dibuja una línea horizontal, que represente el tiempo.
2. Se dibuja líneas perpendiculares en forma de flechas para representar la cantidad depositada y los retiros, las flechas se trazan hacia abajo y hacia arriba respectivamente, para cumplir la convención establecida.
3. la cantidad a retirar es la misma en todos los periodos, por eso se coloca en la parte superior de las flechas denotando con ello que el retiro es el mismo en todos los periodos.
4. La tasa de interés por convención, se dibuja en la parte inferior del diagrama.



El diagrama ilustra los datos proporcionados y los que hay que encontrar. El diagrama, por lo tanto, expresa claramente qué cálculos deben efectuarse.

Ejercicio 3

Hace siete años la compañía *HRP* invirtió $2500 en un compresor de aire. El ingreso anual que obtiene por la renta del compresor es de $750 anuales. Durante el primer año se gastaron $100 en mantenimiento y este costo aumentó cada año en $25 anuales. La compañía piensa vender el compresor en $150 y recuperar una parte de la inversión, al final del año 8. Tabular y dibujar los flujos de caja anuales para este compresor.

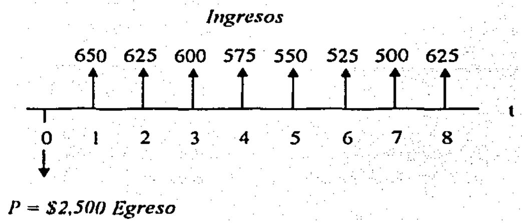
Solución:

Se tabulan los ingresos y los costos de mantenimiento anuales, la diferencia que existe entre la columna de ingresos y la de costos dará como resultado la columna de flujo de caja.

Fin de año	Ingreso $	Costo de Mantenimiento $	Flujo de Caja $
0	0	2500	-2500
1	750	100	650
2	750	125	625
3	750	150	600
4	750	175	575
5	750	200	550
6	750	225	525
7	750	250	500
8	750+150	275	625

Se construye el diagrama de flujo de caja utilizando la información de la tabla. Se dibuja una línea horizontal para indicar el tiempo, con flechas verticales se indicara el flujo de caja. Para el año cero se tiene un egreso y para los demás años se tienen ingresos, por convención se dibujan las flechas en la dirección mostrada en el diagrama.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



I.2.2.- Ejercicios Propuestos.

Ejercicio 1

Si una compañía petrolera se propone ahorrar por año $1, 000,000, durante cinco años comenzando dentro de un año, Dibujar su diagrama de flujo de caja considerando que se calcula para dentro de 15 años, la tasa de interés es del 6% anual.

Ejercicio 2

Considerando una tasa de interés de 8% anual, se propone depositar hoy una cantidad P tal que en cinco años se tenga ahorrados $3,000, dibujar el diagrama de flujo de caja, para que se tenga una visión más clara de la solución del problema.

Ejercicio 4

Si se invierte hoy $4,100 y recibe $7,500 en cinco anos, lo que se busca conocer es la tasa de interés aplicada a la inversión. Dibujar el diagrama de flujo de caja correspondiente al problema.

Ejercicio 5

Se invierte una cantidad P de dinero a partir del año cero, la tasa de interés es de 8% anual, al final de 6 años se tiene un monto igual a $850,000. Dibujar el diagrama de flujo de caja que nos ayude a determinar que valor tendrá P.

Ejercicio 6

Cada dos años comenzando el año entrante, se efectuaran cinco depósitos iguales de $1000 al 10% y se retirará la suma total acumulada cuando se efectué el último deposito. Dibujar el diagrama de flujo de caja, indicando con F el monto acumulado.

I.3.- Interés simple

I.3.1.- Interés

La palabra interés proviene del latín *interest* y tiene como significado el pago monetario o en especie que se efectúa por la utilización de un bien, o la ganancia que se obtiene por prestar un bien.

El bien prestado originalmente recibe el nombre de *Principal*, entonces la suma de interés más el principal es lo que deberá pagarse al termino del plazo pactado.

Otra forma de definir el interés es la siguiente:

El interés no es más que el rendimiento, de lo que se gana o se paga, cuando se hace uso o se cede el uso, de un bien material o monetario que se presta o se pide prestado, durante un plazo determinado. El interés se mide usualmente como una fracción del bien prestado y se expresa como un porcentaje que recibe el nombre de tipo de interés o tasa de interés.

El interés puede aparecer en cualquier transacción económica o comercial, no importando si se realiza con dinero o sin él; es decir puede darse aún en el trueque de bienes distintos al dinero. En caso de transacción con dinero el interés representa el "precio del dinero".

La manifestación del valor del dinero en el tiempo se denomina interés, el cual es una medida del aumento entre la suma original solicitada en préstamo o invertida y la cantidad final acumulada o que se adeuda.

De esta manera, si se ha invertido dinero en el pasado a algún tiempo, el interés sería:

$$Interés = cantidad\ total\ acumulada - inversión$$

Por otra parte, si se ha pedido dinero prestado en algún tiempo en el pasado, el interés sería:

$$Interés = cantidad\ presente\ de\ la\ deuda - préstamo\ original$$

En cualquier caso, hay un incremento en la cantidad de dinero que fue originalmente invertida o prestada y en el aumento sobre la cantidad original en el interés. La inversión o préstamo original se denomina principal.

Calculo del interés:

$$Porcentaje\ de\ la\ tasa\ de\ Interés = \left(\frac{Interés\ acumulado\ por\ unidad\ de\ tiempo}{cantidad\ original}\right)100\ \%$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Se llama tasa de interés, denotada por i, al cociente del interés I entre el principal P, para un periodo dado y generalmente se expresa como porcentaje.

$$i = \left(\frac{I}{P}\right) / \Delta t$$

donde:

i = tasa de interés
I = interés
P = principal
Δt = periodo de tiempo

I.3.2.- Interés Simple (o descuento Simple)

Es el interés que se paga sobre el principal al término del periodo pactado. Cuando se coloca en un fondo de inversión una cierta cantidad en interés simple durante varios periodos de vencimiento, al final de cada periodo se retiran los intereses y se mantiene el principal en el fondo.

El interés simple se calcula utilizando solamente el principal, ignorando cualquier interés que se haya acumulado en los periodos de interés anteriores, el interés total se puede calcular utilizando la siguiente ecuación.

Interés = (principal) (número de periodos) (tasa de interés) = Pni

En los cálculos financieros se utiliza de acuerdo al tipo de contrato que se establezca:

- El año comercial u ordinario con un total de 360 días.
- El año real con un total de 365 o 366 días.

I.3.3.- Ejercicios Resueltos.

Ejercicio 1

Una empresa de la industria petrolera invirtió $100,000 el 10 de mayo y retiro un total de $106,000 exactamente un año después. Calcular:

a) El interés obtenido de la inversión original.
b) La tasa de interés de la inversión.

Solución:

Datos:

P = \$100,000.
VF = \$106,000.
n = 1 año.

a) utilizando la siguiente ecuación:

$I = VF - P$

I = Interés generado durante el año.

Sustituyendo valores:

I = \$106,000 - \$100,000 = \$6,000

b) con la siguiente ecuación:

$$Porcentaje\ de\ la\ tasa\ de\ interés = \frac{interés\ acumulado\ por\ unidad\ de\ tiempo}{cantidad\ original} * 100$$

sustituyendo valores:

$$tasa\ de\ interés = \frac{\$6,000}{\$100,000} * (100)$$

$$Porcentaje\ de\ la\ tasa\ de\ interés = 6\%\ \text{Anual}$$

Ejercicio 2

Calcular la cantidad de dinero que debió ser depositada hace un año para que la inversión produjera \$100 de interés en el año si la tasa de interés anual es de 6%.

Solución:

Datos:
P = ?
I = \$100
i = 6%

Considerando la ecuación para calcular el interés en función del valor futuro y el principal

$$I = VF - P$$

Donde:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

VF = cantidad total acumulada.
P = inversión original (depósito original).
I = Interés del periodo.

El valor futuro no es otra cosa que la inversión más el interés generado en este caso para un año.

$$VF = P + P\,(i)$$

Sustituyendo el valor de VF en la ecuación para el cálculo del interés:

$$I = P + P\,(i) - P$$

$$I = P\,(i)$$

Sustituyendo valores:

$$\$100 = P\,(0.06) \qquad\qquad P = \frac{100}{0.06}$$

donde el valor buscado del principal es:

$$P = \$1666.67$$

Ejercicio 3

Se solicita un préstamo de $1, 000,000 para dar mantenimiento preventivo a equipos de perforación de la región sur, por tres años al 6 % de interés simple anual. Calcular cuanto dinero deberá al final de tres años.

Solución:

Datos:

P = $1, 000,000
i = 6%
n = 3 años.

El interés simple se calcula utilizando solamente el principal (P), ignorando cualquier interés que se haya acumulado en los periodos de interés anteriores.

Interés = (Principal) (número de periodos) (tasa de interés) = Pni

El interés para cada uno de los tres años es:

Interés anual = I = (\$1, 000,000) (0.06) = \$ 60,000

El interés total para los tres años es calculado por la ecuación: Pni

Sustituyendo valores:

I = (\$1, 000,000) (3) (0.06) =\$ 180,000

Por último el valor de la deuda de los tres años será la suma de la cantidad prestada más los intereses generados en los tres años.

De acuerdo a lo anterior y sustituyendo valores:

\$1, 000,000 + \$180,000 = \$1, 180,000

el valor de la deuda al final del tercer año será = \$1, 180,000

Ejercicio 4

Se sabe que el año ordinario o comercial es de 360 días y el año real es de 365 días. Considerando que las siguientes ecuaciones, representan el interés para el año comercial y real respectivamente; calcular la relación entre el interés ordinario y el interés real.

Solución:

Io = Interés para el año comercial.

Ir = Interés para el año real.

$$Io = \frac{Ctr}{100(360)}; \qquad Ir = \frac{Ctr}{100(365)}$$

como se busca la relación, haciendo el cociente $\frac{Io}{Ir} = \frac{\frac{Ctr}{100(360)}}{\frac{Ctr}{100(365)}} = \frac{365}{360}$; sacando quinta al resultado $\frac{Io}{Ir} = \frac{73}{72}$; despejando el interés real

$$Ir = \frac{72}{73} Io = \left(1 - \frac{1}{73}\right) Io$$; efectuando el producto

$$Ir = Io - \frac{1}{73} Io$$

por lo que el interés real o exacto, es igual al interés ordinario o comercial, menos $\frac{1}{73}$ del interés ordinario.

Ejercicio 5

El 10 de enero se firmo un pagare de \$6,000 con 9% de interés. Determinar la fecha en la cual los intereses serán igual a \$359.

Solución:

La ecuación para el interés simple es:

$I = Pni$ donde los datos son: $I = \$359$; $P = \$\ 6{,}000$; $i = 0.09$; $n =$ años

Sustituyendo valores en la ecuación:

$$\$359 = \$6{,}000 * n * (0.09)$$

$$\$359 = \$540 * n$$

$$n = \frac{\$359}{\$540} = 0.6648\ años$$

para convertir el resultado a días $0.6648\ años\left(\frac{360\ días}{1\ año}\right) = 239\ días$ por lo que la fecha buscada considerando un año no bisiesto será:

Enero 21 días, Febrero 28 días, Marzo 31 días, Abril 30 días, Mayo 31 días, Junio 30 días, Julio 31 días, Agosto 31 días. El total de días hasta el mes de agosto será de 239, por lo que para llegar a 239 días solo se necesitan seis, por lo que la fecha buscada será: El día 6 de septiembre.

Ejercicio 6

Calcular la suma que debe ser invertida al 9% para tener $2,000 después de 8 meses.

Solución:

Utilizando la ecuación para el cálculo del monto, basada en interés simple y con los siguientes datos:

$$VF = \$2,000 \; ; \quad n = \frac{8}{12} año = \frac{2}{3}; \quad i = 0.09$$

$$VF = P(1+ni)$$

sustituyendo valores:

$$\$2,000 = P\left(1+\frac{2}{3} * 0.09\right)$$

$$\$2,000 = P(1+0.06)$$

Despejando el valor de P, se obtendrá el capital que se debe invertir

$$P = \frac{\$2,000}{1.06} = \$1,886.79$$

I.3.4.- Ejercicios Propuestos.

Ejercicio 1

José Martínez planea solicitar un préstamo por $ 20,000 por un año, al 5 % de interés. Calcular:

a).- El interés.
b).- La cantidad total de la deuda después de un año.

Solución: *a). Interés = $ 1000*
b). Deuda total = $21,000

Ejercicio 2

Si se colocan $1,000 durante 5 años en interés simple en un fondo de inversión que proporciona un rédito de 10% anual. Calcular el interés y el saldo final de cada año.

Solución: *Interés = $500*
Saldo final = $1,500

I.4.- Interés Compuesto

El interés compuesto es la paga sobre el principal y sobre los intereses que se van generando.

En los cálculos de interés compuesto, el interés para un periodo de interés, se calcula sobre el principal más la cantidad total de interés, esto constituye el monto compuesto. El interés que se calcula después lo hace sobre el monto actual acumulado en periodos anteriores. Entonces interés compuesto significa "interés sobre interés" (es decir refleja el efecto del valor del dinero en el tiempo).

En aquellas transacciones que abarcan un periodo largo de tiempo, el interés puede ser manejado de dos maneras:

(1) A intervalos establecidos, el interés vencido se paga mediante cheque o cupones. El capital que produce los intereses permanece sin cambio durante el plazo de la transacción. Este caso, lo estamos tratando con el interés simple (tema anterior).

(2) A intervalos establecidos, el interés vencido es agregado al capital (por ejemplo en las cuentas de ahorro). En este caso, se dice que el interés es capitalizable, o convertible en capital y, en consecuencia, también gana interés. El capital aumenta periódicamente y el interés convertible en capital también aumenta periódicamente durante el periodo de la transacción. La suma vencida al final de la transacción es conocida como monto compuesto. A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le conoce como interés compuesto.

$$I = Monto - Capital\ original$$

A diferencia del interés simple, en el que permanece constante el principal, en el interés compuesto se va incrementando con los intereses generados. En la siguiente tabla siguiente se muestra un calculo cualquiera, en términos simbólicos.

Situación al inicio del año	Principal en el fondo de inversión	Interés generado	Monto
0	P	0	P
1	$P+iP$	iP	$P+iP=P(1+i)$
2	$P(1+i)^2$	$i(P+iP)$	$P+2iP+i^2P=P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^3$	$i(P(1+i)^2)$	$P(1+i)^3$
4	$P(1+i)^4$	$i(P(1+i)^3)$	$P(1+i)^4$
5	$P(1+i)^5$	$i(P(1+i)^4)$	$P(1+i)^5$
n	$P(1+i)^n$	$i(P(1+i)^{n-1})$	$P(1+i)^n$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

I.4.1.- Tasa de interés nominal

Cuando acudimos a una institución financiera para ahorrar alguna cantidad de dinero se nos presentan muchas formas de inversión: cuentas de ahorro, fondos de renta fija, fondos de renta variable, certificados de tesorería, unidades de inversión, etc. con diferentes plazos de plazos de vencimiento, de acuerdo a las condiciones preestablecidas de emisión para los documentos de inversión de 7 a 28 días, 3 o 6 meses, etcétera; y las tasa de interés que se ofrecen es distinta cada caso.

Pero no solo se puede invertir en instituciones financieras como bancos, hay múltiples empresas que emiten bonos o acciones de inversión, los cuales son pagaderos a corto, mediano o largo plazo.

Las tasas de interés que ofrecen las instituciones financieras son tasas nominales fijadas, generalmente, para periodos anuales y son pagaderas o capitalizables en diferentes periodos de tiempo. Así, una tasa nominal anual del 12%, capitalizables o pagadera mensualmente, equivale a una tasa de mensual de 1%. Es fácil ver que cuando un fondo de inversión ofrece una tasa de nominal anual capitalizable en periodos de tiempo menores a un año, el rendimiento verdadero, es decir el interés efectivo que paga ese fondo de inversión es superior al interés nominal, ya que al final de cada periodo, existe la posibilidad de reinvertir los intereses que se van generando, esto manejado con el criterio de interés compuesto.

Específicamente, la tasa de interés nominal se define como la tasa de interés del periodo multiplicado por el número de periodos al año. El cálculo para la tasa de interés nominal ignora el valor del dinero en el tiempo.

I.4.2.- Tasa de inflación

la tasa de inflación es el proceso en el que los precios de los bienes y servicios sufren un incremento a lo largo del tiempo. Esto significa, por ejemplo, que si una pieza de pan costaba 10 centavos en enero de 1990 y 11 centavos en 1991, diremos que la inflación experimentada por una pieza de pan, entre 1990 y1991, es del 10% anual. La inflación puede deberse a un aumento de la demanda agregada o a un aumento de los costos de producción que restringen la oferta agregada. La oferta asociada a la demanda se interpreta como"demasiado dinero para comprar muy pocos artículos".

Inflación por los costos, con el objeto de aumentar el ahorro interno y evitar la salida de divisas de un país, el gobierno eleva bruscamente las tasas de interés internas; por ende los costos financieros se elevan y los costos de producción que se financian con dinero a crédito sufren un incremento; este comportamiento se repite en muchos campos de la actividad económica impulsando la inflación.

La inflación suele medirse mediante un índice general de precios, el cual incluye los cambios observados en los precios en un determinado periodo y para una cierta canasta, (cesta o conjunto) de bienes y servicios; este índice da idea de la magnitud de la inflación en una economía. Se publican diversos índices de precios que intentan mostrar el proceso inflacionario en distintos ámbitos del quehacer económico, así suele hablarse del Indice de Precios al Consumidor (*IPC*). Del índice de precios para la industria de la construcción o para la industria minera. Estos índices particulares incluyen las variaciones en los precios de bienes y servicios para una canasta representativa de un campo determinado de la actividad económica.

1.4.3.- Tasa real

La tasa que ofrecen los bancos, suele llamarse tasa de interés nominal y la componente de rendimiento o productividad de esa tasa, se denomina tasa real. Esta tasa real es la que realmente importa pues es la medida real de la productividad del capital.

De acuerdo con esto, **tasa real es igual a tasa nominal menos la tasa de inflación**. En los análisis económicos se acostumbra a utilizar tasas reales, pues de lo contrario tendría que conocerse con certeza la evolución de la inflación pasada, presente y futura, para poder descontarla de las tasas nominales. En lo que sigue, para simplificar los análisis supondremos que no hay inflación y por lo tanto las tasas reales serán iguales a las tasas nominales.

La tasa real es el rendimiento que otorga un instrumento de inversión una vez descontados los efectos inflacionarios. Suponiendo una obligación que otorgue un rendimiento de 70%, si la inflación es de 65%, la tasa real será 5% que es una tasa positiva.

1.4.4.- Tasa efectiva

la tasa efectiva es el porcentaje real de interés ganada en un año, se le conoce como tasa efectiva anual o como tasa efectiva.

El interés puede ser convertido como se muestra en la siguiente tabla:

Número de periodos en que se divide el año	j es la tasa nominal capitalizable
1	Anualmente
2	Semestralmente
3	Cuatrimestralmente
4	Trimestralmente
6	Bimestralmente
12	Mensualmente
52	Semanalmente
365	Diariamente
8,760	Horariamente
31,356,000	Cada segundo

Para estimar la tasa de interés efectiva anual ie a partir de la tasa nominal anual j, cuando la tasa nominal es capitalizable en m periodos en que se divide el año, se aplica la siguiente ecuación:

$$ie = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

la cual se obtuvo del siguiente desarrollo matemático:

ya que $$i = \frac{Interés(I)}{Principal(P)} \quad \text{..................} \quad \textbf{(a)}$$

pero el valor de $$I = P\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - P$$

sustituyendo en la ecuación (a) $$i = \frac{\left[P\left(\frac{j}{m}\right)^m - P\right]}{P}$$

simplificando, finalmente se obtiene $$ie = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

que es la ecuación que se utiliza para el cálculo de tasa efectiva.

1.4.5.- Ejercicios Resueltos.

Ejercicio 1

Una suma de $1,000 se deposita en una cuenta dónde la tasa de interés es 10% compuesta anualmente. Comparar los valores futuros del depósito para los dos casos, interés simple y compuesto después de 4 años.

Solución:

Datos:

$P = \$1,000$
$i = 10\%$

$n = 4$ años

El interés simple se calcula con la siguiente ecuación:

Interés = principal (número de periodos) (tasa de interés) = Pni

Sustituyendo valores:

$I = \$1{,}000(4)\ (0.1)$

$I = \$1400$

Situación al inicio del año	Principal en el fondo de inversión $	Interés $	Monto(principal mas interés) $
0	1000	0	1000
1	1000	100	1100
2	1000	100	1200
3	1000	100	1300
4	1000	100	1400
Total		400	

El interés compuesto se calcula con la siguiente ecuación:

$$M = P\,(1+i)^n$$

Sustituyendo valores:

$$M = \$1{,}000(1+0.1)^4$$

$$M = \$1464.1$$

Situación al inicio del año	Principal en el fondo de inversión $	Interés $	Monto(principal mas interés) $
0	1000	0	1000
1	1100	100	1100
2	1210	110	1210
3	1331	121	1331
4	1464	133	1464
Total		$464	

Ejercicio 2

Se depositan hoy \$ 1,500 en el fondo de inversión de tal manera que en año 5 se alcance un monto de \$7,500. Calcular la tasa de interés que permite lograr ese objetivo.

Solución:

Datos:

$P = \$1,500$
$M = \$7,500$
$n = 5$ años

Aplicando la ecuación $M = VP(1+i)^n$

sustituyendo valores:

$$\$7,500 = \$1,500\ (1+i)^5$$

Despejando i, que es la tasa de descuento buscada, se tiene:

$$i = \sqrt[5]{\frac{\$7,500}{\$1,500}} - 1$$

$$i = 37.97\%$$

Comprobando el resultado $\$1,500(1.3797)^5 = \$7,499.19 \approx \$7,500$

Ejercicio 3

Calcular el interés simple, equivalente al interés compuesto del 6%, durante 12 años.

Solución:

Datos:

$i_c = 0.06; \quad n = 12$

se tiene que

i_s= Tasa de interés simple. $\quad i_s = 1 + ni_s$

i_c= Tasa de interés compuesto. $i_c = (1+i_c)^n$

igualando las ecuaciones

$$1+ni_s = (1+i_c)^n$$

despejando i_s

$$i_s = \frac{(1+i_c)^n - 1}{n}$$

sustituyendo los valores de los datos:

$$i_s = \frac{(1+i0.06)^{12} - 1}{12} = \frac{2.01219647 - 1}{12}$$

$$i_s = 0.08435 = 8.435\%$$

La i_s obtenida, es la que se necesita para igualar cualquier monto calculado con los datos del problema, después de 12 años.

Ejercicio 4

Una empresa de exploración petrolera planea realizar operaciones costa fuera por 7 años. La empresa en este momento solo tiene \$100,000 disponibles para la inversión se desea tener \$250,000 para iniciar el proyecto. Calcular la tasa de interés anual que la compañía requiere para obtener esa suma de dinero.

Solución:

Datos

$P = \$100,000$
$F = \$250,000$
$n = 7$ años
i = incógnita

Usando la ecuación $F = P(1+i)^n$ se tiene una base para encontrar i, sustituyendo valores

$\$250,000 = \$100,000(1+ \text{i})^7$ despejando:

$$\frac{\$250{,}000}{\$100{,}000} = (1+i)^7$$ obteniendo raíz séptima en ambos lados de la igualdad

$$\sqrt[7]{\frac{\$250{,}000}{\$100{,}000}} = \sqrt[7]{(1+i)^7}$$ de donde: $$\sqrt[7]{\frac{\$250{,}000}{\$100{,}000}} = 1+i$$

Resolviendo para i:

$$i = \sqrt[7]{\frac{250000}{100000}} - 1$$

$$i = 0.139$$

La tasa de interés es = 13.9% la cual es muy difícil de obtener en la actualidad.

Ejercicio 5

Se tiene un pago anual $15, 530, 750,000 que es el ingreso por la venta de 1, 850,000 barriles diarios de crudo vendidos a Estados Unidos, a un precio de 23 dólares/barril, este pago se hace al final de cada año. Si la tasa de oportunidad es del 5% compuesto mensualmente. Calcular cuanto estamos perdiendo al no tener los pagos que permitan reinvertir mensualmente con respecto al pago anual, suponiendo que las ventas y el precio se mantienen constantes todo el año.

Solución:

Se debe calcular los ingresos obtenidos por cada mes, y también los intereses al final de cada mes lo cual conformara el saldo, el cual se incrementara conforme transcurra el año al acumular los ingresos del siguiente mes.

Enero – 31 días
Producción = 1, 850,000 * 31 * 23 = $1, 319, 050,000
Interés = 0
Total al final de Enero = $1, 319, 050,000

Febrero – 28 días
Producción = 1, 850,000 * 28 * 23 = $1, 191, 400,000
Interés = Saldo * 0.05 = $1, 319, 050,000 * 0.05 = $65, 952,500
Total al final de Febrero = $1, 191, 400,000 + $65, 952,500 + $1, 319, 050,000
= $2, 576, 402,500

Realizando los cálculos en forma análoga se obtuvo la tabla siguiente:

Mes	Días	Producción bls/mes	Ingresos $/mes	Saldo $/mes	Interés $/mes	Total $/mes
Enero	31	57,350,000	1,319,050,000	1,319,050,000	0	1,319,050,000
Febrero	28	51,800,000	1,191,400,000	2,576,402,500	65,952,500	3,895,452,500
Marzo	31	57,350,000	1,319,050,000	4,024,272,625	128,820,125	6,600,675,125
Abril	30	55,500,000	1,276,500,000	5,501,986,256	201,213,631	9,526,258,881
Mayo	31	57,350,000	1,319,050,000	7,096,135,569	275,099,313	12,598,121,825
Junio	30	55,500,000	1,276,500,000	8,727,442,348	354,806,778	15,823,577,917
Julio	31	57,350,000	1,319,050,000	10,482,864,465	436,372,117	19,210,306,812
Agosto	31	57,350,000	1,319,050,000	12,326,057,688	524,143,223	22,808,922,153
Septiembre	30	55,500,000	1,276,500,000	14,218,860,573	616,302,884	26,544,918,261
Octubre	31	57,350,000	1,319,050,000	16,248,853,601	710,943,029	30,467,714,174
Noviembre	30	55,500,000	1,276,500,000	18,337,796,281	812,442,680	34,586,649,882
Diciembre	31	57,350,000	1,319,050,000	20,573,736,095	916,889,814	38,911,532,377
Totales	**365**				**5,042,986,095**	**222,293,179,907**

La pérdida será:
$222, 293, 179,907 – $15, 530, 750,000 = $206, 762, 429,907

Como se puede apreciar la diferencia es altísima, por eso los grandes empresarios tienen la obligación de hacer cálculos financieros antes de cerrar un trato.

Ejercicio 6

Una empresa petrolera la cual bajo un embargo temporal, solicita un préstamo a corto plazo (un año). La compañía necesita $100,000 para tener capital de trabajo de forma inmediata ya sea a una tasa nominal del 12% compuesta mensualmente o una tasa nominal del 15% compuesta semestralmente. La empresa petrolera quiere saber qué arreglo proporcionaría la deuda más baja al final del periodo del préstamo a corto plazo.

Solución:

Datos:

$P = \$100{,}000$
i = 12 o 15%, mensual o semestral respectivamente.
$n = 1$ año

Aplicando la ecuación $ie = \left(1+\dfrac{i}{m}\right)^m - 1$ para calcular la tasa de interés efectiva se tiene lo siguiente:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para la tasa nominal del 12% compuesta mensualmente

$$ie = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1$$

$$ie = 1.126 - 1 = 0.126 = 12.6\%$$

Para la tasa nominal del 15% compuesta semestralmente aplicando la misma ecuación

$$ie = \left(1 + \frac{0.15}{2}\right)^{2} - 1$$

$$ie = 1.155 - 1 = 0.155 = 15.5\%$$

El préstamo a 12% compuesto mensualmente tiene una tasa de interés efectiva menor que la compuesta semestralmente. Así que la empresa petrolera pedirá prestado $100,000 durante 1 año a 12% interés compuesto mensualmente, pagando el préstamo al final 1 año con $112,700 que incluyen los $12,700 de interés en lugar de pedir prestado al 15% semestralmente lo cual costaría $15,600 de interés compuesto para un total de $115,600. Por lo que la empresa petrolera ahorra $2,900 pidiendo prestado 12% de interés compuesto mensualmente.

Ejercicio 7

Calcular el monto al cabo de 40 años de una deuda de $4,000, al 9% de interés con capitalización bimensual.

Solución:

El concepto capitalización, nos indica que se deben aplicar ecuaciones para el cálculo de interés compuesto. Se tienen los siguientes datos:

$$P = \$4{,}000; \quad j = 0.09; \quad m = 6; \quad n = 40\,\textit{años}$$

aplicando la ecuación $M = P\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}$

donde:

M = monto
P = principal
j = tasa de interés
m = número de periodos de capitalización
n = número de años

sustituyendo valores

$$M = \$4,000\left(1+\frac{0.09}{6}\right)^{6*40}$$

$$M = \$4,000(1+0.015)^{240}$$

$$M = \$4,000(35.63282)$$

el monto buscado es:

$$M = \$142,531.26$$

Ejercicio 8

Una deuda de \$100,000 convenida al 6%, con capitalización anual es pagada a los 2 años 4 meses, calcular el monto, utilizando la regla comercial y el cálculo teórico. Recordar que la capitalización indica cálculos de interés compuesto.

Solución:

La regla comercial, indica cobrar intereses compuestos para los periodos completos de capitalización y los periodos incompletos serán calculados con la ecuación $M = P(1+i)^n$ utilizada para el cálculo de monto con tasa interés simple.

Datos:

$P = \$100,000$; $i = 0.06$; $n = 2\,años$ la fracción del periodo será $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}\,de\ año$

aplicando la ecuación $M = P(1+i)^n$ ya que la capitalización es anual, se determina el pago para los periodos completos. Sustituyendo valores:

$$M_1 = \$100,000(1+0.06)^2 = \$100,000(1.1236)$$

$$M_1 = \$112,360$$

se tiene la cantidad acumulada hasta el final del segundo periodo, ahora vamos a calcular el interés simple para la fracción de año establecida. $M = M1(1+ni)$ sustituyendo valores

$$M = \$112,360\left(1+\frac{1}{3}(0.06)\right) = \$112,360(1.02)$$

$$M = \$114{,}607.20$$

desde el punto de vista teórico de cálculo, el monto se debe calcular para el total de periodos incluyendo la fracción de año. Considerando que el valor que tomara n es $2\left(\frac{1}{3}\right)$, y aplicando la ecuación $M = P(1+i)^n$; vamos a sustituir los datos dados:

$$M = \$100{,}000(1+0.06)^{2\left(\frac{1}{3}\right)} = \$100{,}000(1.06)^2(1.06)^{\frac{1}{3}} = \$100{,}000(1.1236)(1.0196128)$$

$$M = \$100{,}000(1.145637) = \$114{,}563.697$$

se observa que el monto calculado, con la regla comercial es mayor que el monto calculado desde el punto de vista teórico.

Ejercicio 9

Calcular el monto de \$8,000 colocados al 9% de interés compuesto, capitalizable semestralmente, en la institución financiera Petroleum Bank, durante 14 años y 6 meses.

Solución:

Datos:

$$P = \$8{,}000; \quad j = 0.07; \quad m = 2; \quad n = 14.5$$

sustituyendo valores en la siguiente ecuación, $F = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}$; que se utiliza para calcular el monto

$$F = \$8{,}000(1+0.045)^{29} = \$8{,}000(3.584036)$$

$$F = \$28{,}672.292$$

Ejercicio 10

Petro Bank, desea ganar el 8% efectivo anual, sobre un préstamo con intereses capitalizables trimestralmente. Calcular la tasa nominal que deberá cobrar.

Solución:

Se tiene los siguientes datos:

$$ie = 0.06; \quad m = 4$$

la siguiente ecuación es para calcular el valor de la tasa nominal, "j":

$$ie = \left(1+\frac{j}{m}\right)^{m} - 1$$

sustituyendo datos y despejando a j

$$0.08 = \left(1+\frac{j}{4}\right)^{4} - 1$$

$$0.08 + 1 = \left(1+\frac{j}{4}\right)^{4}$$

elevando ambos lados de la ecuación a ¼

$$(0.08+1)^{\frac{1}{4}} = \left[\left(1+\frac{j}{4}\right)^{4}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$(0.08+1)^{\frac{1}{4}} = 1+\frac{j}{4}$$

$$(0.08+1)^{\frac{1}{4}} - 1 = \frac{j}{4}$$

$$j = \left[(0.08+1)^{\frac{1}{4}} - 1\right] * 4 = 0.0777062$$

la tasa nominal buscada, será:

$$j = 7.77\%$$

Ejercicio 11

Calcular el tiempo en el cual se duplica, un capital colocado al 7%, con capitalización semestral.

Solución:

Datos:

$$i = 0.07; \quad m = 2; \quad M = 2P$$

Aplicando la ecuación para el cálculo del monto con capitalización periódica

$$M = P\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}$$

sustituyendo los valores en la siguiente ecuación:

$$2M = M\left(1 + \frac{0.07}{2}\right)^{2n}$$

dividiendo ambos lados por M

$$2 = (1 + 0.035)^{2n}$$

sacando logaritmos en ambos lados de la ecuación

$$\log(2) = \log(1 + 0.035)^{2n}$$

aplicando la propiedad $\log_a A^n = n \log_a A$

$$\log(2) = 2n \log(1.035)$$

$$0.301029 = 2n(0.01494)$$

$$n = \frac{0.301029}{2(0.01494)} = 10.07439 \textit{ años}$$

1.4.6.- Ejercicios Propuestos.

Ejercicio 1

Se hace un depósito de $1,000 a cinco años, en el interés compuesto en el fondo de inversión que proporciona un rédito de 10% anual. Calcular el monto total después de 5 años.

Solución: $M = \$1,610$

Ejercicio 2

Una persona hace una inversión comercial de $3,000, esta recibirá $5,000 dentro de cinco años. Calcular la tasa de interés sobre la inversión.

Solución: $i = 10.75\%$

Ejercicio 3

Calcular que banco es preferible para invertir dinero en una cuenta corriente. El Petro Bank ofrece el 7% capitalizable trimestralmente o el Oil Bank que ofrece el 7¼% con capitalización semestral, de acuerdo al criterio de tasa efectiva.

Solución: *tasa efectiva que paga Petro Bank* $ie = 7.185903\%$

tasa efectiva que paga Oil Bank $ie = 7.3814\%$

por lo que la mejor opción de inversión la tiene el banco Oil Bank, a pesar de que Petro Bank tiene más periodos de capitalización por año.

Ejercicio 4

Una empresa petrolera solicita un préstamo de $1, 000,000 al 6% de interés compuesto anual .Calcular el monto total adeudado después de un periodo de tres años.

Solución: $Monto = \$1,191,020$

Ejercicio 5

Un banco ofrece la tasa del 10%, para los depósitos, en cualquier cuenta de ahorros. Calcular el monto de un depósito de $1,000, al cabo de 10 años utilizando logaritmos.

Solución: $M = \$2{,}593.74$

Ejercicio 6

Una empresa de exploración petrolera planea realizar operaciones costa fuera dentro de 15 años. Se requiere generar $3, 874,000 para comenzar el proyecto, en este momento se tiene $1, 200,000 para invertir. Calcular la tasa de interés anual que la compañía requiere para obtener esa suma de dinero.

Solución: *La tasa de interés es = 8.12%*

Ejercicio 7

Suponga que un préstamo a corto plazo (1 año) podria ser arreglado para un empresa petrolera la cual esta en un embargo temporal. La compañía necesita $15, 425,000 para tener capital de trabajo de forma inmediata ya sea a una tasa nominal del 10% compuesta mensualmente o una tasa nominal del 14% compuesta semestralmente. La empresa petrolera quiere saber qué arreglo proporcionaría la deuda más baja al final del período del préstamo a corto plazo. Calcular y decidir cual es la mejor opcion.

Solución: *Para la tasa nominal del 10% compuesta mensualmente*

$ie = 10.47\%$

Para la tasa nominal del 14% compuesta semestralmente aplicando la misma ecuación

$ie = 14.49\%$

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidad
a	Base del sistema numérico empleado	-
A	Cantidades de pago o deposito iguales	\$
C	Capital, inversión, costo inicial	\$
F	Cantidad a un tiempo futuro	\$
i	Tasa de interés	%
i_c	Tasa de interés compuesto	%
ie	Tasa de interés efectiva	%
i_s	Tasa de interés simple	%
I	Interés	\$
Io	Interés para el año comercial	\$
Ir	Interés para el año real.	\$
j	Tasa de interés nominal	%
ln	Logaritmo natural	-
Log	Logaritmo decimal	-
m	Número de periodos de capitalización al año	-
M	Monto	\$
n	Periodos que dura la transacción	tiempo
P	Principal	\$
VF	Valor del dinero en el futuro	\$
VP	Valor del dinero en el presente	\$
Δt	Periodo de tiempo	tiempo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

II

Indicadores de Rentabilidad

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

II Indicadores de Rentabilidad

II.1.- Valor presente

El valor presente es una cantidad de dinero con determinado valor en el tiempo actualizado al instante cero. Para llevar un valor futuro (*VF*) a un valor presente (*VP*), también conocido como monto (*M*), se debe multiplicar por el factor de actualización, el cual se calcula con la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{(1+i)^n}$$

La ecuación general que permite actualizar un valor futuro a un valor presente es:

$$VP = VF\frac{1}{(1+i)^n}$$

donde:

n = número de periodos (año, semestre, día etc.)
i = tasa de interés por periodo

En los cálculos de valor presente la tasa de interés, que se le conoce como tasa de descuento.

En los cálculos de valor futuro la tasa de interés se le conoce como tal.

II.1.1.- Valor presente neto

El valor presente neto es una cantidad futura actualizada al presente y representa en valor absoluto una cantidad menor (aunque su valor es equivalente en el tiempo), por ello cuando se calculan montos actuales se dice que se descuentan los valores futuros. Los cálculos de los valores en su equivalente actual (presente) recibe el nombre genérico de métodos de flujo de efectivo descontado (*FED*).

Si se realiza el análisis económico de un pozo de desarrollo cuyo ritmo de producción declina exponencialmente. El análisis consistirá en calcular y comparar el valor actual de los ingresos netos con los costos de perforación y así sabremos si conviene o no perforarlo.

La ecuación de la curva es $q = q_o e^{-bt}$, por lo que si se conoce el ritmo de producción inicial q_o y la declinación continua b se puede determinar el ritmo de producción q correspondiente a cualquier tiempo t.

Cuando se habla de una declinación nominal d, se esta refiriendo a que, en una declinación exponencial, el ritmo de producción a un tiempo dado es igual al ritmo de producción del periodo anterior disminuido en una proporción constante d.

$$q_1 = q_o - q_o d = q_o(1-d)$$
$$q_2 = q_1 - q_1 d = q_1(1-d)$$
$$q_3 = q_2 - q_2 d = q_2(1-d)$$
$$\vdots$$

de donde $$\frac{q_1}{q_o} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{q_3}{q_3} = \ldots\ldots \frac{q_n}{q_{n-1}} = 1-d$$

cuando se dice , por ejemplo, que la producción declina a razón de 15% anual (d=15% anual) se quiere expresar que q_1 es 15% menor que q_o, que q_2 es 15% menor que q_1, que q_3 es 15 % menor que q_2, y así sucesivamente.

II.1.2.- Ejercicios Resueltos.

Ejercicio 1

Calcular la suma del valor presente depositado en la nomina de un trabajador de la empresa Drilling Bits, por concepto de comisión. El primer depósito se realiza el día de hoy, el cual es de \$700, el segundo de \$1,500 dentro de cuatro años y el último de \$900 dentro de seis años, a una tasa de interés del $5^1/_2$ %.

Solución:

Para el valor de \$700, como el depósito se realiza en la fecha que se toma como referencia de cálculo, ese sería el valor presente.

Para los valores de \$1,500 y \$900 hay que encontrar su valor en el presente respectivamente, por medio de la ecuación $VP = VF\dfrac{1}{(1+i)^n}$

Para el valor de \$1,500 tenemos $VP = \$1{,}500\dfrac{1}{(1+0.055)^4}$

$VP = \$1{,}500(0.8072)$

$VP = \$1{,}210.8$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para el valor de \$900 tenemos $VP = \$900\frac{1}{(1+0.055)^6}$

$VP = \$900(0.7252)$

$VP = \$652.68$

La suma de los tres valores nos dará el valor real de lo que el trabajador esta cobrando de comisión, a valor actual o presente.

$VP = \$700 + \$1{,}210.8 + \$652.68$

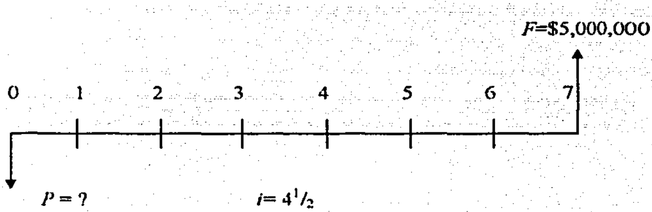
$VP = \$2{,}563.48$

Ejercicio 2

Calcular cuanto dinero estaría dispuesta a gastar la compañía Petrorep dedicada a la reparación y mantenimiento de pozos petroleros ahora, para evitar gastar \$5, 000,000 dentro de siete años si la tasa de interés es de $4^1/_2$.

Solución:

Realizando el diagrama de flujo de caja para ayudar a visualizar el problema de manera más clara.



El problema sería más fácil si fuera enunciado de otra manera. Por ejemplo ¿Cuál es el valor presente de \$5,000,000 dentro de siete años si la tasa de interés es del $4^1/_2$; o qué cantidad presente equivaldría a \$5,000,000 dentro de siete años si la tasa de interés es de $4^1/_2$; o qué inversión equivale a gastar \$5,000,000 dentro de siete años a una tasa de interés del $4^1/_2$.

Para ambos casos se tiene de dato VF por lo tanto es VP el que debe ser calculado.

$$VP = VF\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$VP = \$5{,}000{,}000\frac{1}{(1+0.045)^7}$$

$$VP = \$5{,}000{,}000(0.7348)$$

$$VP = \$3{,}674{,}000$$

Ejercicio 3

La declinación en la producción de un pozo petrolero está definida por la función $q = q_o^{e-bt}$, donde q_o es el valor inicial de la producción para $t = 0$, entonces la producción correspondiente a dt es qdt y si el valor unitario de la producción es u, el valor de la producción en dt es $uqdt$. De acuerdo con lo anterior y considerando una composición continua, el valor actualizado a $t = 0$ de la producción en dt es $\frac{uqdt}{e^{jt}}$, que equivale a $uqe^{-jt}dt$, donde j es la tasa de actualización.

Deducir una ecuación donde se represente la producción en un tiempo determinado

Como: $q = q_o^{e-bt}$

El valor actualizado en la producción en dt es:

$$uq_o^{e-bt}e^{-jt}dt = u\,q_o e^{-(b+j)t}dt$$

Recordando que: $\int e^u du = e^u + c$

Tenemos: $e^u = e^{-(b+j)t}$; $du = -(b+j)dt$

como uq_o es constante y si la vida útil del pozo es n, el valor actualizado de la producción es

$$uq_o\int_0^n e^{-(b+j)t}dt\,dt = \left[\frac{uq_o}{-(b+j)}\right]\int_0^n e^{-(b+j)t}[-(b+j)]dt$$

y finalmente, resolviendo la integral entre límites y simplificando se llega a que el valor total actualizado de la producción del pozo VP es

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$VP = \left[\frac{uq_o}{(b+j)}\right](1-e^{-(b+j)n})$$

II.1.2.- Ejercicios Propuestos.

Ejercicio 1

Calcular la suma del valor presente depositado en la nomina de un trabajador de la empresa Vallen, por concepto de comisión. El primer depósito se realiza el día de hoy, el cual es de \$1,000, el segundo de \$2,300 dentro de cinco años y el último de \$2,000 dentro de nueve años, a una tasa de interés del 8 %.

Solución:

VP =\$2,563.48

Ejercicio 2

Calcular cuanto dinero estaría dispuesta a gastar la compañía Petroterm para la reparación de pozos petroleros hoy, para evitar gastar en mantenimiento correctivo \$1, 000,000 dentro de siete años si la tasa de interés es de $4^1/_2$.

Solución:

VP = \$746,215

II.2.- Valor futuro

Valor futuro es la cantidad de dinero actualizado hacia periodo enésimo. Para llevar un valor presente VP a un valor futuro VF o monto se debe de multiplicar por un factor de actualización, el cual se calcula con la siguiente ecuación:

$$(1+i)^n$$

La ecuación general que permite actualizar un valor presente a un valor futuro es:

$$VF = VP\,(1+i)^n$$

donde:

- n = número de periodos (año, semestre, día etc.)
- i = tasa de interés por periodo

Es el valor futuro de la ganancia que proporciona una inversión, si $VF>0$ el proyecto es rentable. Entre dos propuestas de inversión solo considerando este parámetro, se elegiría la de mayor VF es más frecuente utilizar VPN en vez de VF.

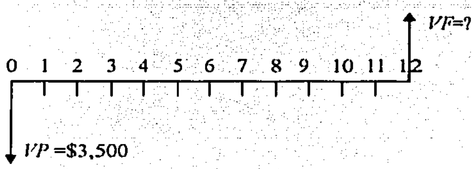
II.2.1.- Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Calcular cuanto dinero tendrá el Sr. Valencia en su cuenta de ahorro en 12 años si deposita hoy \$3,500 a una tasa de interés del 7%.

Solución:

Realizando su diagrama de flujo de caja



$$VF = VP(1+i)^n$$

$$VF = \$3,500(1+0.07)^{12}$$

$$VF = \$7,882.67$$

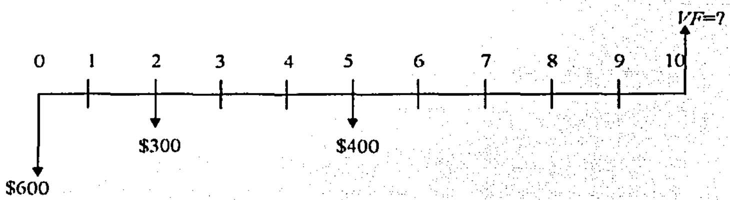
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 2

Un trabajador de una plataforma petrolera deposita \$600 hoy, \$300 dos años más tarde y \$400 de aquí a cinco años. Calcular, cuanto tendrá en su cuenta dentro de diez años si la tasa de interés es de 5%.

Solución:

El primer paso es dibujar el diagrama de flujo de caja, el cuál, sirve para aclarar el proceso de cálculo del valor F. Dado que cada valor es diferente y no ocurre cada año, el valor futuro F es la suma de los pagos únicos actualizados al año 10.



Con la siguiente ecuación podemos calcular el valor de VF, $VF = VP(1+i)^n$

$VF = \$600(1{+}0.05)^{10} + \$300(1{+}0.05)^{8} + \$400(1{+}0.05)^{5}$

$VF = \$600(1.6288) + \$300(1.4774) + \$400(1.2762) = \$\ 1{,}930.98$

El problema también se puede resolver encontrando el valor presente de los depósitos de \$300 y \$400 utilizando la ecuación $VP = VF\dfrac{i}{(1+0.05)^n}$ y el resultado llevarlo a valor futuro con la ecuación $VF = VP(1+i)^n$

$$VP = \$600 + \$300\frac{1}{(1+0.05)^2} + \$400\frac{1}{(1+.0.05)^5}$$

$$VP = \$600 + \$300(0.9070) + \$400(0.7835)$$

$$VP = \$1{,}185.5$$

$$VF = \$1{,}185.5(1+0.05)^{10}$$

$$VF = \$1{,}185.5(1.6288) = \$1{,}930.94$$

Ejercicio 3

PetroMEX descubrió un nuevo yacimiento, se estima por métodos volumétricos una reserva de 6000 millones de barriles, para realizar la perforación de los pozos proyectados, se emite una partida de mil petrobonos, con valor nominal de $100,000 cada uno. Los cuales serán pagados a tres años, con una tasa de rendimiento del 8.5% anual. Calcular cuanto se debe pagar al final del tercer año.

Solución:

Datos:

$P = \$100{,}000$
$n = 3$ años
$i = 8.5\%$

aplicando la siguiente ecuación $VF = VP(1+i)^n$

sustituyendo $VF = \$100{,}000(1+0.085)^3$

$$VF = \$127{,}728.91$$

II.2.2.- Ejercicios propuestos

Ejercicio 1

Un trabajador de una plataforma petrolera deposita $800 hoy, $100 dos años más tarde y $200 de aquí a cinco años. Calcular, cuanto tendrá en su cuenta dentro de doce años si la tasa de interés es de 5%.

Solución: $VP = \$2{,}573.19$

Ejercicio 2

Se cancela la compra de un camión de registros geofísicos, el precio actual es de $20,000,000. La tasa de interés que se maneja es de 6%, si se planea comprar el camión dentro de 7 años. Calcular el valor de la unidad en el futuro.

Solución: $VP = \$30,\ 072{,}605.18$

II.3.- Anualidades

En el ámbito financiero y comercial existen muchas operaciones en las que una serie de pagos periódicos se relaciona con su valor al comienzo o al término del plazo. Tales operaciones son conocidas como anualidades o rentas.

Aunque literalmente la palabra anualidad indica periodos anuales, no necesariamente los pagos se realizan cada año, sino que su frecuencia puede ser cualquier otra: mensual, semanal, semestral o diaria.

II.3.1.- Definiciones

a) La anualidad es una sucesión de pagos generalmente del mismo monto que se realizan a intervalos de tiempo iguales y con interés compuesto.

b) La renta de la anualidad es el pago periódico.

c) El intervalo de pagos es el tiempo que hay entre dos pagos sucesivos y el plazo de la anualidad es el tiempo entre las fechas inicial o terminal.

d) El valor equivalente a las rentas al inicio del plazo, se conoce como capital o valor presente. Su valor final del plazo es el valor futuro o monto de la anualidad.

e) Una anualidad es una serie de pagos iguales efectuados a intervalos iguales de tiempo.

Ejemplos de anualidades son: abonos semanales, pagos de renta mensualidades, dividendos trimestrales sobre acciones, pagos semestrales de interés sobre bonos, primas anuales en pólizas de seguro de vida, etc.

II.3.2.- Clasificación anualidades

Generalmente la frecuencia de pagos coincide con la frecuencia de capitalización de intereses pero es posible que no coincida. Puede ser que la renta se haga al inicio de cada periodo o se haga al final; que la primera se realice en el periodo o algunos periodos después.

*** Según las fechas inicial y terminal del plazo**

a) Anualidad cierta: cuando se estipulan, es decir, se conocen las fechas extremas del plazo. En un crédito automotriz, por ejemplo, se establecen desde la compra el pago del enganche y el número de mensualidades en las que se liquidará el precio del bien.

b) Anualidad eventual o contingente: es cuando no se conoce al menos una de las fechas extremas del plazo. Un ejemplo de este tipo de anualidades es la pensión mensual que de parte del Instituto Mexicano del Seguro Social recibe un empleado que se jubila, en donde la pensión se suspende o cambia de magnitud al fallecer el empleado.

* **Según los pagos**

a) Anualidad anticipada: cuando los pagos o las rentas se realizan al comienzo de cada periodo. Un ejemplo de este tipo se presenta cuando se deposita cada mes un capital en una cuenta bancaria comenzando desde la apertura.

b) Anualidad ordinaria o vencida: cuando los pagos se realizan al final de cada periodo. Un ejemplo es la amortización de un crédito donde la primera mensualidad se hace al terminar el primer periodo.

* **De acuerdo con la primera renta**

a) Anualidad inmediata: cuando los pagos se hacen desde el primer periodo. Un ejemplo de esta categoría se presenta en la compra de un departamento, donde el enganche se paga en abonos comenzando el día de la compra.

b) Anualidad diferida: cuando el primer pago no se realiza en el periodo, sino después. El ejemplo típico de este caso se relaciona con las ventas a crédito del tipo "compre ahora y pague después", atractivo sistema comercial que permite hacer el primer abono dos o más periodos de la compra.

* **Según los intervalos de pago**

a) Anualidad simple: cuando los pagos se realizan en las mismas fechas en que se capitalizan los intereses y coinciden las frecuencias de pagos y de conversión de intereses. Por ejemplo, los depósitos mensuales a una cuenta bancaria que reditúa al 30% de interés anual compuesto por meses.

b) Anualidad general: cuando los periodos de capitalización de intereses son diferentes de los intervalos de pago. Una renta mensual con interés capitalizable por trimestre es un ejemplo de esta clase de anualidades.

c) Anualidad perpetua o perpetuidad: la cual se caracteriza porque los pagos se realizan por tiempo ilimitado. La beca mensual, determinada por los intereses que genera un capital donado por personas o instituciones filantrópicas, es claro ejemplo de estas anualidades.

Ecuaciones utilizadas para el cálculo de anualidades.

$$A = VF\frac{i}{(1+i)^n - 1} \qquad A = VP\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$A = \frac{A}{i} \qquad A = VF\frac{e^j - 1}{e^{nj} - 1} \qquad A = VP\frac{e^j - 1}{1 - e^{-nj}}$$

II.3.3.- Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Hoy PEMEX recibe un préstamo del Gobierno federal por $120,000, con una tasa de interés del 7% anual, el plan de pagos es a cinco años y los pagos anuales deben ser iguales. Determinar, el pago anual que PEMEX deberá hacer para saldar la deuda al finalizar el quinto año.

Solución:

Datos:

$P = \$120,000$
$i = 7\%$ anual
$n = 5$ años

aplicando la ecuación $A = P\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ para calcular la cantidad que se deba pagar al año y sustituyendo valores:

$$A = 120000\frac{0.07(1+0.07)^5}{(1+0.07)^5 - 1} \qquad A = \$29,266.88$$

Año	Saldo $	Interés $	Subtotal $	Abono $
0	120000	0	120000	0
1	120000	8400	128400	29266.88
2	99133.12	6939.3184	106072.438	29266.88
3	76805.5584	5376.38909	82181.9475	29266.88
4	52915.0675	3704.05472	56619.1222	29266.88
5	27352.2422	1914.65695	29266.8992	29266.88

Como se observa en la cuarta y quinta columna de la tabla anterior, al final del quinto año queda saldada la deuda, debido a que el subtotal adeudado es igual al último abono.

Ejercicio 2

Se compra una barrena de diamante a crédito, su costo es de $ 1, 000,000, se debe dar un pago inicial de $ 200,000 (enganché) y el resto en mensualidades iguales de 12, 18 y 24. Calcular a cuánto asciende el importe en cada caso si la tasa que debemos pagar es de 1.5 % mensual.

Solución:

Se sabe que si se paga $ 200,000 queda un saldo al momento de la compra de $ 800,000, por lo tanto este saldo deberá ser equivalente a una serie constante que dure 12, 18 y 24 meses.

Aplicando la ecuación

$$A = VP\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Donde: $n = 12,18$ y 24
$i = 1.5\ \%$
$VP = \$800,000$

Para 12 meses $$A = \$800,000\frac{0.015(1+0.015)^{12}}{(1+0.015)^{12}-1}$$ $A = \$\ 73,340$

Para 18 meses $$A = \$800,000\frac{0.015(1+0.015)^{18}}{(1+0.015)^{18}-1}$$ $A = \$\ 51,040$

Para 24 meses $$A = \$800,000\frac{0.015(1+0.015)^{24}}{(1+0.015)^{24}-1}$$ $A = \$39,930$

El pago mensual para 12 meses es $ 73,340

El pago mensual para 18 meses es $ 51,040

El pago mensual para 24 meses es $ 39,930

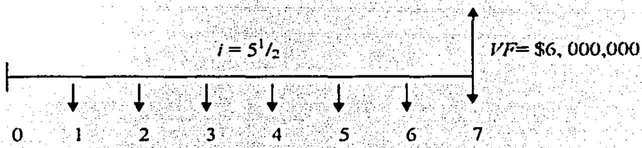
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 3

Calcular cuanto dinero debe depositar anualmente, una empresa petrolera, para acumular un fondo de construcción, la meta es construir un almacén para el área de perforación de pozos. Si comienza dentro de un año al $5^1/_2\%$ anual, con el objeto de acumular \$6, 000,000 dentro de siete años.

Solución:

Se dibuja el diagrama de flujo de caja



De acuerdo con el diagrama de flujo podemos utilizar la siguiente ecuación:

$$A = VF\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

sustituyendo valores $$A = VF\left[\frac{0.055}{(1+0.055)^7 - 1}\right]$$

$$A = \$6,000,000(0.1209)$$

$$A = \$725,400$$

El problema puede ser resuelto de una manera diferente, encontrando el valor presente de \$6, 000,000 y luego utilizando la ecuación de anualidad.

$$P = F\frac{1}{(1+i)^n} \qquad P = \$6,000,000\frac{1}{(1+0.055)^7} \qquad P = \$4,124,620$$

$$A = P\frac{i(1+.0055)^n}{(1+0.055)^n - 1} \qquad A = P\frac{0.055(1+.0055)^7}{(1+0.055)^7 - 1} \qquad A = \$4,124,620(0.1759)$$

$$A = \$725,400$$

Ejercicio 4

Se estima que los ingresos netos futuros de un cierto proyecto serán como los que se muestran en la siguiente tabla. Se esta considerando acelerar este proyecto, y los ingresos netos futuros que se estiman se muestran. El costo del capital implicado en emprender la aceleración es de $ 3,000. Determinar la ganancia actualizada y los periodos de cancelación y recuperación, dibujar una curva de la diferencia de los ingresos netos acumulativos actualizados (acelerados menos desacelerados) contra la tasa de descuento, y encontrar la tasa de retorno si la potencialidad de ganancia de la compañía es de 10 por ciento anual. Se usará una aproximación al determinar los factores de actualización, sabiendo que el ingreso en cualquier periodo (tomado como un 1 año, con la excepción de un paso en el cálculo de la tasa de retorno) se actualizará como si fuera pagado como suma global a la mitad de este periodo.

Información básica

Ingresos neto anual, dólares		
Año	**Proyecto original $**	**Si se acelera $**
1	4000	7000
2	5000	15000
3	4000	6000
4	6000	2000
5	3000	
6	3000	
7	2000	
8	1000	
9	1000	
10	1000	
Total	30000	30000

Solución:

Con la información básica se procede a calcular el factor de descuento al 10% anual, para cada año a mitad de cada periodo.

Con la siguiente ecuación $\frac{1}{(1+i)^n}$ se calcula el factor de descuento sustituyendo los valores de n. Para el primer año n = 1/2, para el segundo año n =3/2 y así en forma aritmética para cada año hasta el final.

Factor de descuento para el primer año = $\frac{1}{(1+0.10)^{1/2}} = 0.9535$

El factor de descuento se multiplica por el principal de cada año y eso va a ser el igual al ingreso neto actual del proyecto original.

$$0.9535 * \$4{,}000 = \$3{,}814$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El mismo factor de descuento de cada año se utiliza para encontrar el ingreso neto anual actualizado pero considerando la aceleración.

$$0.9535 * \$7,000 = \$6,674$$

El calculo del ingreso neto acumulado, para el proyecto original y para el acelerado es una sumatoria de los ingresos netos anuales actualizados

Ingreso anual neto acumulado actualizado proyecto original

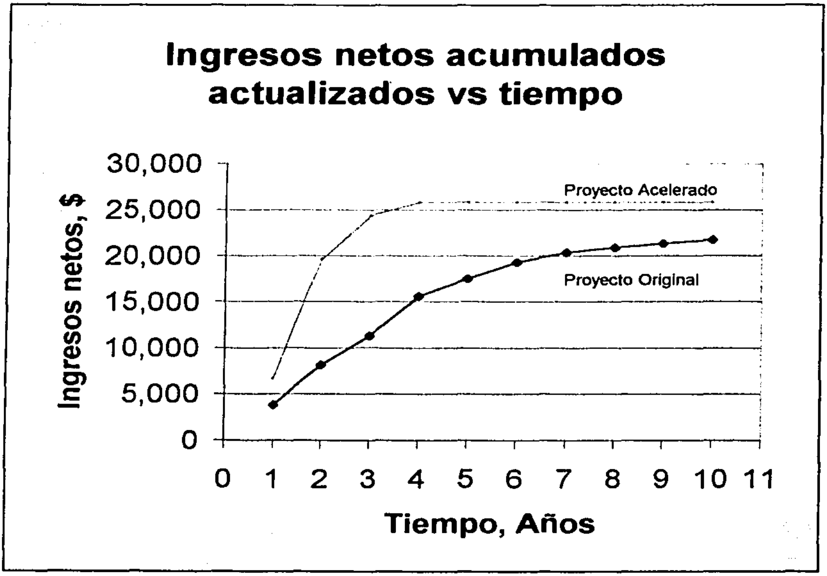
Primer año $3,814
Segundo año $3,814 + $4,334 = $8,148

Para el ingreso neto acumulado actualizado acelerado se hace exactamente el mismo procedimiento.

La diferencia entre estos dos últimos valores para cada año nos va a dar los ingresos acumulativos actualizados para cada año. Todo esto se resume en la siguiente tabla de resultados.

Año	Proyecto original	Si se acelera	Factor de descuento 10%	Ingreso neto anual actualizado		Ingreso neto acumulado		Diferencia en los ingresos acumulativos actualizados
				Proyecto original	Si se acelera	Proyecto original	Si se acelera	
	$	$		$	$	$	$	$
1	4,000	7,000	0.9535	3,814	6,674	3,814	6,674	2,860
2	5,000	15,000	0.8668	4,334	13,002	8,148	19,676	11,528
3	4,000	6,000	0.7880	3,152	4,728	11,300	24,404	13,104
4	6,000	2,000	0.7164	4,298	1,433	15,598	25,837	10,239
5	3,000		0.6512	1,954	0	17,552	25,837	8,285
6	3,000		0.5920	1,776	0	19,328	25,837	6,509
7	2,000		0.5382	1,076	0	20,404	25,837	5,433
8	1,000		0.4893	489	0	20,893	25,837	4,943
9	1,000		0.4448	445	0	21,338	25,837	4,499
10	1,000		0.4044	404	0	21,742	25,837	4,094

Los ingresos netos anuales futuros para el proyecto original (no acelerado) y el acelerado se descuentan al poder de ganancia de la compañía a razón de 10 % al año. La diferencia final en los ingresos netos acumulativos descontados es de $ 4,094, lo que permite el costo del capital de $ 3,000 necesario para poner en marcha el proyecto de aceleración; puede verse que la ganancia actualizada es de $1,098, ó 36.6 por ciento.



Ejercicio 5

Si la empresa Vallen (Proveedora de seguridad del golfo) deposita $1, 000,000 anuales en una cuenta de ahorros durante siete años, a una tasa de interés anual del 6%. Calcular que cantidad podrá retirar después de los siete años.

Solución:

Datos:

A = $ 1000, depósitos iguales anuales
i = 6% tasa de interés anual
n = 7 años

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$VF = \$1{,}000{,}000(1+0.06)^7 + \$1{,}000{,}000(1+0.06)^6 + \$1{,}000{,}000(1+0.06)^5 + \$1{,}000{,}000(1+0.06)^4 + \$1{,}000{,}000(1+0.06)^3 + \$1{,}000{,}000(1+0.06)^2 + \$1{,}000{,}000(1+0.06)$$

$$VF = \$1{,}503{,}630.259 + \$1{,}418{,}519.112 + \$1{,}338{,}225.578 + \$1{,}262{,}476.96 + \$1{,}191{,}016 + \$1{,}123{,}600 + \$1{,}060{,}000$$

$$VF = \$8{,}897{,}467.909$$

Ejercicio 6

Comparar el comportamiento del valor presente de una serie de pagos iguales de $1,000 por año.

a) Con duración de 10, 20, 30, 40, 50 y 100 años, para $i = 10, 20\%$.
b) Si la serie corresponde a un número infinito de periodos, para las mismas tasas.

Solución:

a) Como la serie es infinita para calcular el valor presente se aplica la ecuación

$$VP = A\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Utilizando una tasa de interés de 10%

Para 10 años $VP = \$1{,}000\frac{(1+0.1)^{10}-1}{0.1(1+0.1)^{10}} = \$6{,}144.56$

Para 20 años $VP = \$1{,}000\frac{(1+0.1)^{20}-1}{0.1(1+0.1)^{20}} = \$8{,}513.56$

Utilizando una tasa de interés de 20%

Para 10 años $VP = \$1{,}000\frac{(1+0.2)^{10}-1}{0.2(1+0.2)^{10}} = \$4{,}992.47$

Para 20 años $VP = \$1{,}000 \dfrac{(1+0.2)^{20}-1}{0.2(1+0.2)^{20}} = \$4{,}869.57$

Resumiendo estos resultados en una tabla nos queda:

n años	VP i = 10%	VP i = 20 %
10	\$6,144.56	\$4,992.47
20	\$8,513.56	\$4,869.57
30	\$9,426.91	\$4,978.93
40	\$9,779.05	\$4,996.59
50	\$9,914.81	\$4,999.45
100	\$9,999.27	\$4,999.99

b) Como la serie es infinita para calcular el valor presente se aplica la ecuación: $P = \dfrac{A}{i}$

Si $i = 10\%$ $\qquad VP = \dfrac{1000}{0.1} = 10000$

Si $i = 20\%$ $\qquad VP = \dfrac{1000}{0.2} = 5000$

Observando los resultados de la tabla del inciso *a* con los resultados del inciso *b*, ser aprecia que la tasa de 10% y en el periodo de 30 años o más, la diferencia no es significativa representando menos de 6% para 30 años y menos de 3% para 40 años; para 100 años la diferencia es prácticamente nula. Cuando la tasa se eleva, las diferencias son aun menos importantes para periodos de tiempos menores.

Este comportamiento permite efectuar análisis rápidos cuando se presentan series de pagos iguales, cubren periodos prolongados ya que es posible obtener el valor presente aproximado dividiendo simplemente la anualidad entre la tasa de actualización.

Ejercicio 7

Un fondo de depreciación es establecido para cubrir el costo de capitalización de unos registradores de temperatura. Los registradores costaron \$2,000 y deben reemplazarse cada 5 años. El mantenimiento y reparaciones llegan a \$200 por año. Al final de 5 años se espera que los depósitos del fondo de depreciación acumulado cubran el costo de capital del gasto continuo para los registradores. Si el dinero que debe depositarse cada año es \$361.94, Calcular la *recuperación anual de capital,* A_r y compare con el *costo anual de depreciación,* A_d

Solución:

Datos: $VP = \$2,000$; $i = 5\%$; $A = \$361.94$

El costo de depreciación anual se calcula con la ecuación $A = VP\left[\dfrac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$

Sustituyendo datos $A_d = \$2,000\left[\dfrac{0.05}{(1+0.05)^n - 1}\right]$ es $= \$361.94$ por año, para calcular el costo de recuperación de capital anual, echamos mano de la siguiente ecuación $A_r = VP\left[\dfrac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$ de esta forma, sustituyendo datos

$$A_r = \$2,000\left[\frac{0.05(1.05)^5}{(1+0.05)^5 - 1}\right] = \$461.94 \text{ por año}$$

Ahora, la diferencia entre A_r y A_d es $= \$461.94 - \$361.94 = \$100$ por año.

Estos \$100 cuentan para el costo anual (interés) sobre el capital (\$2,000) el cual es de:

$$\frac{\$100}{\$2,000}100 = 5\%$$

También, usando la ecuación $A_r = A_d(1+i)^n$ podemos verificar el valor de A_r, dado A_d.

$A_r = (\$361.94)\ (1+0.05)^5 = \$461.93$

Ejercicio 8

Una compañía productora de aceite desea rembolsar en 10 instalaciones una suma de \$100,000 prestada a una tasa de interés anual del 8%. Determinar la cantidad de cada pago de la anualidad futura A requerida para aumentar el valor presente dado (la deuda) de \$100,000 para un número de pagos de 10 años.

Solución:

Usando la ecuación $A = VP\left[\dfrac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$

$$A = \$100{,}000\left[\frac{0.08(1+0.08)^{10}}{(1+0.08)^{10}-1}\right]$$

$$A = \$14{,}902.94 \text{ por año}$$

Así en 10 años, se habrán pagado $149,020. Donde se tiene $100,000 como el principal y $49,020 como interés.

Los $100,000 son el valor presente de décima anualidad y los $14,902.94 serán el pago anual, o la recuperación anual del capital del acreedor.

Ejercicio 9

Una suma de $10,000 es prestada a una compañía petrolera dedicada a la refinación. Proponer cuatro diferentes planes equivalentes de pagos de dinero para este capital durante un periodo de 10 años suponiendo que la tasa de interés es de 6%.

Solución:

Resumen de los Cuatro Planes

Año	Inversión ($)	I ($)	II ($)	III ($)	IV ($)
0	10,000				
1		600	1,600	1,359	
2		600	1,540	1,359	
3		600	1,480	1,359	
4		600	1,420	1,359	
5		600	1,360	1,359	
6		600	1,300	1,359	
7		600	1,240	1,359	
8		600	1,180	1,359	
9		600	1,120	1,359	
10		10,600	1,060	1,359	**17,910**
Total		16,000	13,300	13,590	17,910

Plan I involucra solo pagos anuales del interés ($600) y al final el pago del monto prestado más el interés.

Los **planes II e III** involucran reducción sistemática del principal de la deuda ($10,000).

El **plan II**, se hace por medio de pagos de ($1,000 por año) y el interés correspondiente al saldo, mientras para el **plan III** una serie de pagos iguales anualmente se establece el cual comprende el capital y los intereses pagando ($1,359) hasta el final de los diez años.

Para el **plan IV**, por otro lado, se hace un pago único al final del año 10. A pesar de que los planes de pago aparentemente son equivalentes se establece la diferencia del desembolso al final. Donde el **plan II** resulta ser el mejor. Antes de hacer cualquier otro tipo de análisis.

Ejercicio 10

Si una empresa petrolera recibe $100,000 este día y el valor del dinero es 8% anual (tasa nominal de interés). Calcular:

a) El valor futuro si n = 10 años.
b) La anualidad equivalente recibida durante los próximos 5 años.

Solución:

a) Datos:

$VP = \$100{,}000$
$i = 8\%$
$n = 10$ años

utilizando la siguiente ecuación:

$VF = VP(1+i)^n$ sustituyendo valores:

$$VF = \$100{,}000 * (1+0.08)^{10} = \$215{,}892.49$$

b) Datos:

$VP = \$100{,}000$
$i = 8\%$
$n = 5$ años

utilizando la siguiente ecuación:

$A = VP\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$ y sustituyendo valores:

$$A = \$100{,}000\left[\frac{0.08 * (1+0.08)^5}{(1+0.08)^5 - 1}\right] = \$25{,}046$$

Ejercicio 11

Se estima que el costo del capital de un cierto proyecto será de \$31,000, que la vida productiva del proyecto será de 6 años, y que el ingreso neto en esos 6 años será de \$ 5,000, \$12,000, \$13,000, \$12,000, \$12,000 y \$8,000, respectivamente. Calcular el porcentaje de ganancia no actualizado y el periodo de recuperación, los valores actualizados se basan en una tasa de descuento del 10 por ciento anual.

Para fines de este ejemplo, se supondrá que el ingreso para cualquier año se recibe sobre el curso de este año (como una suma global pagada en cierta fecha particular). Al hacer esta suposición, una buena aproximación que simplifica es el ingreso entero de un año en particular se paga como la suma global a la mitad del año.

Solución:

Datos:

Capital de inversión, C = \$31,000
Tasa de descuento, i =10%

Primer año el ingreso neto no actualizado es de \$5,000 ya que es un dato dado, esto quiere decir que el ingreso neto acumulado no actualizado va a ser el mismo en el primer año. \$5,000

Segundo año, el ingreso neto no acumulativo no actualizado será la suma del ingreso neto no actualizado del primer año más el segundo año.

\$5,000 + \$12,000 = \$17,000

Se usa el mismo procedimiento para calcular los siguientes años restantes.

La utilidad no actualizada será la diferencia del ingreso acumulativo no actualizado del primer año menos la inversión del proyecto.

Primer año:	\$5,000 – \$31,000 = \$-26,000
Segundo año:	\$17,000 – \$31,000 = \$ -14,000

Como se observa los valores son negativos esto quiere decir que todavía no se recupera la inversión inicial.

El factor de descuento al 10% para el primer año se calcula con la siguiente ecuación.

$$\text{Factor de descuento} = \frac{1}{(1+i)^n}$$

Donde: i es la tasa de interés en decimal.
n el número de periodos.

Para el cálculo de este ejemplo se realiza el cálculo a mitad del año.

Primer año: Factor de descuento = $\dfrac{1}{(1+0.10)^{1/2}} = 0.9534$

Segundo año: Factor de descuento = $\dfrac{1}{(1+0.10)^{3/2}} = 0.8667$

El ingreso neto actualizado es el producto del factor de descuento por el ingreso neto no actualizado.

Primer año 0.9534 * $5,000 = $4,767
Segundo año 0.8667 * $12,000 = $10,400

El ingreso acumulativo actualizado para el primer año será el mismo de $4,767

para el siguiente será la suma del primer año mas el segundo $4,767 + $10,400 = $15,167

La diferencia del ingreso acumulativo actualizado menos la inversión inicial nos dará la utilidad actualizada

Primer año $4,767 – $31,000 = $ - 26,233
Segundo año $10,400 – $31,000 = $ - 15,833

Una vez realizados todos los cálculos queda la siguiente tabla

Año	Ingreso Neto no Actualizado $	Ingreso neto Acumulado no actualizado $	Utilidad no actualizada $	Factor de descuento 10%	Ingreso neto actualizado $	Ingreso neto acumulativo actualizado $	Utilidad actualizada $
1	5,000	5,000	-26,000	0.9535	4,767	4,767	-26,233
2	12,000	17,000	-14,000	0.8668	10,401	15,169	-15,831
3	13,000	30,000	-1,000	0.7880	10,244	25,413	-5,587
4	12,000	42,000	11,000	0.7164	8,596	34,009	3,009
5	12,000	54,000	23,000	0.6512	7,815	41,823	10,823
6	8,000	62,000	31,000	0.5920	4,736	46,560	15,560
Total	$62,000				$46,559		

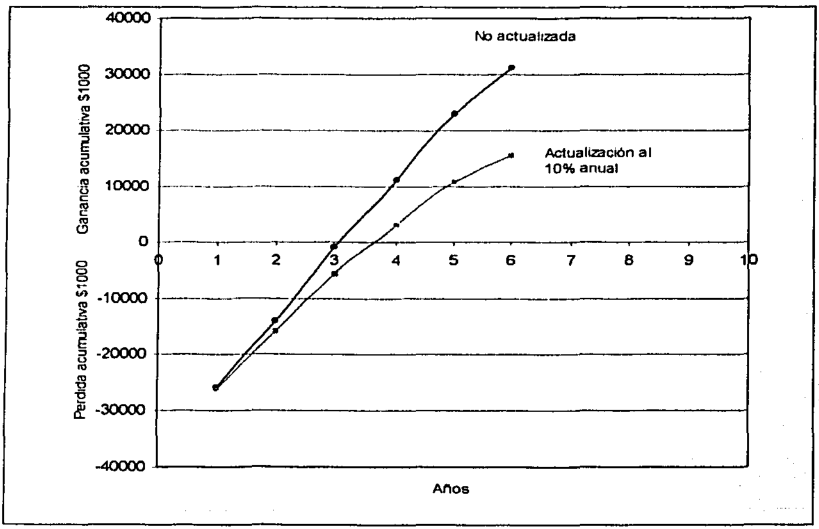
De la tabla es evidente que la utilidad es \$62,000 - \$31,000 = \$31,000 de modo que la utilidad

en por ciento sin descuento es $\frac{\$31,000}{\$31,000} * 100 = 100$ por ciento en forma similar, la utilidad

descontada es \$46,559 - \$31,000 = \$15,559 de modo que la utilidad porcentual descontada es

$$\frac{\$15,559}{\$31,000} * 100 = 50.2 \text{ por ciento.}$$

Graficando los valores de las utilidades no actualizada y actualizada contra el tiempo se obtendrán dos curvas. Las intersecciones de estas dos curvas con el eje horizontal (tiempo) nos van a dar como resultado los periodos de recuperación sin descuento y descontados los cuales se observan que son de 3.1 y 3.65 años.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

II.3.4.- Ejercicios propuestos

Ejercicio 1

Se ahorran $ 10,000 por año durante los próximos 15 años colocándolos en un fondo de inversión que da una tasa de interés de 18% anual. Calcular el monto al final del año 15.

Solución: $VF = \$\ 609{,}652.66$

Ejercicio 2

Si la empresa PreCórtes desea tener en su cuenta de ahorros $8,000 dentro de ocho años para comprar un Viscosímetro Rotacional nuevo. Calcular cuanto tendrá que depositar anualmente comenzando dentro de un año si la tasa de interés es del 6%.

Solución: $A = \$8{,}080$

Ejercicio 3

Calcular el dinero que tendría un empleado en su cuenta después de ocho años si depositara $10,000 anuales durante ocho años al 4%, comenzando dentro de un año.

Solución: $VF = \$92{,}142.26$

Ejercicio 4

Un fondo de depreciación será establecido para cubrir el costo de capitalización de los registradores de temperatura. Los registradores costaron $2,000 y deben reemplazarse cada 5 años. El mantenimiento y reparaciones llegan a $200 por año. Al final de 5 años se espera que los depósitos del fondo de depreciación acumulado cubran el costo de capital del gasto continuo para estos registradores. Calcular cuanto dinero debe depositarse cada año, a una tasa de interés de, digamos, 5%, para cubrir los costos de capital al final de 5 años.

Solución: $A = \$361.94$ *por año*

Ejercicio 5

PetroMex adquirió un terreno en $105,000, en el que se planea instalar tanques de almacenamiento de hidrocarburos, para ello dio un enganche de $15,000 y el resto lo debe de pagar en 50 mensualidades iguales. Si el banco le presta el dinero al 15% anual capitalizable mensualmente. Calcular a cuanto ascenderán las mensualidades que deberá pagar.

Solución: $m = \$2{,}431$

Ejercicio 6

La empresa **Perforadora del Norte**, registra una utilidad de $ 250,000 y desea utilizar ese dinero tomando una cantidad fija anual en los próximos 15 años. El retiro se depositará en un fondo de inversión que da un rendimiento de 8% anual. Calcular cantidad podrá retirar cada año.

Solución: *$A = \$\ 29{,}207.38$ cada año, durante los próximos 15 años*

Ejercicio 7

La venta de dos malacates usados, reporta una ganancia igual a $50,000. La ganancia se deposita en una sociedad de inversión que proporciona un interés del 18% anual se desea retirar una cantidad anual constante durante los próximos 10 años de forma que al final el saldo sea cero. Calcular que cantidad anual se podrá retirar.

Solución: *Por lo tanto cada año se podrá retirar $A = \$11{,}125.73$*

Ejercicio 8

En un yacimiento del complejo cantarellito, gracias a los indicadores de gestión que se aplican en el área de mantenimiento preventivo, se tiene un ahorro de $2, 000,000 cada mes, si la única opción que se tiene de reinvertir ese dinero es una institución que ofrece una tasa de rendimiento del 2.5% mensual. Calcular en cuanto tiempo se tendrá los $25, 000,000 que se requiere para abastecer de nitrógeno a los pozos del yacimiento.

Solución: *$n = 11.0127559$ meses*

Ejercicio 9

Se estima que dentro de 10 años, se requerirá $144,859.97 (valor futuro), para comprar varias torres de enfriamiento. La tasa de interés que paga el banco es de 8% compuesto anualmente. Calcular el pago de la anualidad para constituir el fondo al termino de 10 años de depósito.

Solución: *Después de 10 años, el fondo contendrá $144,859.97*

II.4.- Relación beneficio costo

La relación beneficio/costo es el cociente que resulta de dividir los beneficios actualizados a una fecha establecida (utilizando la tasa de oportunidad) entre los costos actualizados a esa misma fecha y con la misma tasa de descuento. Es la medida de la rentabilidad de un proyecto que indica cuanto reditúa cada unidad monetaria invertida en él. Si *B/C* es mayor que 1, significa que el proyecto es rentable, pues cada unidad invertida se recupera una cantidad mayor; por el contrario, si *B/C* es menor que la unidad, quiere decir que el proyecto no es rentable. Si *B/C* vale uno, el proyecto no proporciona ganancias ni implica pérdidas.

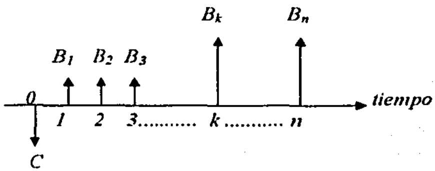
La relación beneficio/costo es invariante en el tiempo, su valor siempre es el mismo, no importando el momento elegido para la actualización.

$$B/C = \frac{\textit{Beneficios actualizados}}{\textit{Costos actualizados}}$$

Una expresión para el cálculo de *B/C* es la siguiente:

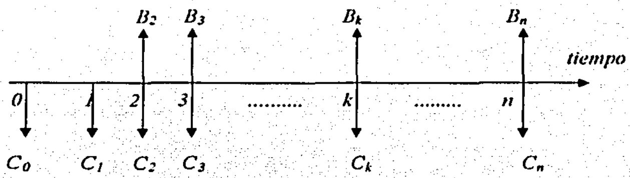
$$B/C = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} B_k (1+i)^{-k}}{C}$$

Esta expresión se utiliza en el caso que ilustra la siguiente figura, cuando se ha seleccionado como momento de actualización del año 0. Este es el caso general en que los costos se encuentran en el año cero (o que se trabaja con ingresos netos y estos solo se utilizan como costo el de la inversión inicial, ya que los costos de operación y mantenimiento y de reposición sido descontados de los ingresos brutos).



En el caso más general en que el periodo de inversión inicial (construcción o instalación) abarca más años y se usan ingresos brutos, la expresión que se utiliza y la gráfica que ilustra este caso son las siguientes:

$$B/C = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} B_k (1+i)^{-k}}{\sum_{k=0}^{k=n} C_k (1+i)^{-k}}$$



II.4.1.- Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

En el campo petrolero Ku-maa-Saoo. Se tiene un pozo de desarrollo del cual se obtienen los siguientes datos:

C' =1, 200,000 dólares. Costo de inversión
i = 9.5 % anual. Tasa de interés
o = 15.2 dólares por barril.
c = 2.2 dólares barril (de donde u = 15.2 - 2.2 = 13.00 dólares por barril).
q_0 = 200 barriles diarios. Gasto
b = 16.25 % anual. Declinación continúa
q_1 = 10 barriles diarios. Gasto inicial.

Determinar. El ingreso neto total, I_t, la ganancia, G y la razón beneficio/costo, R_{bc}

De acuerdo con la expresión $I_t = \frac{uq_o}{b+i}\left[1-e^{-(b+i)n}\right]$ sólo falta n para calcular I_t, la cual se obtiene de $n = -\frac{1}{b}\ln\frac{q_1}{q_0}$ para cuando el ritmo de producción q es igual a q_1:

$$n = -\frac{1}{0.1625}\ln\frac{10}{200} = 18 \text{ Años}$$

De esta manera

$$I_t = \frac{(13)(365x200)}{0.1625+0.0950}\left[1-e^{-(0.1625+0.0950)18}\right] = 3,649,666 \text{ dólares}$$

$$G = I_t - C$$

$$G = \$\ 3,649,666 - \$1,200,000 = \$\ 2,449,666$$

Si dividimos el total de ingresos netos entre la inversión inicial obtenemos la razón beneficio/costo, R_{bc}:

$$R_{bc} = \frac{I_t}{C} = \frac{G+C}{C}$$

$$R_{bc} = \frac{\$3,649,666}{\$1,200,000} = 3.04$$

lo que significa que recuperamos 3.04 dólares por cada dólar invertido.

Ejercicio 2

Se está contemplando la perforación de un pozo de desarrollo a un costo de \$1, 700,000 dólares, siendo la tasa de interés de 11 % mensual. Determinar: El ingreso neto, la ganancia si el precio neto del crudo es de 17 dólares por barril y la relación beneficio costo.

Tabla de datos	
Año	Ritmo de producción
	bls/día
0	232.5
1	232.5
2	232.5
3	232.5
4	162.8
5	113.9
6	79.7
7	55.8
8	39.1
9	35.2
10	31.7
11	28.5
12	25.6

Solución:

El examen global de esta información permite distinguir una etapa de producción constante que se prolonga hasta el año 3, seguida por una de declinación. Sin embargo, un análisis más detallado y apoyado en la expresión $\frac{q_n}{q_{n-1}} = (1-d)$

Año	Ritmo de producción bls/día	
0	232.5	
1	232.5	
2	232.5	
3	232.5	
4	162.8	0.7002
5	113.9	0.6996
6	79.7	0.6997
7	55.8	0.7001
8	39.1	0.7007
9	35.2	0.9003
10	31.7	0.9006
11	28.5	0.8991
12	25.6	0.8982

permite que se distingan tres etapas: una de producción constante, otra donde la declinación es de 30% anual y una tercera donde la declinación se reduce a 10% anual.

$$\overline{1-d} = \frac{0.7002+0.6996+0.6997+0.7001+0.7007}{5} = .7003$$

y a continuación la declinación promedio $\bar{d} = 1-0.7003 = 0.2997 = 30\%$ anual.

Para el segundo tramo donde existe declinación

$$\overline{1-d} = \frac{0.9003+0.9006+0.8991+0.8982}{4} = .8995$$

donde la declinación promedio es $\bar{d} = 1-0.8995 = 0.1004 = 10\%$

ahora calculando los ingresos netos para cada tramo identificado, sabemos que no hay declinación en el primer tramo identificado de tal forma que b será cero, utilizando la ecuación

$$I_t = \frac{uqo}{b+i}\left[1-e^{-(b+i)n}\right]$$

$$I_1 = \frac{(\$17)(365*232.5)}{0.11}\left[1-e^{-0.11(3)}\right] = \$3,686,347.18$$

para el segundo tramo $n = 8\text{-}3 = 5$ años

obteniendo b, por medio de la expresión $b = -\ln(1-d)$

$$b = -\ln(1-0.30) = 0.356675$$

Sabemos que el ingreso al aplicar la ecuación quedara en el año 3 por lo que será necesario multiplicarlo por el factor de actualización correspondiente $e^{-ni} \Rightarrow e^{-3i}$ para llevarlo a tiempo cero

$$I_2 = \frac{(\$17)(365*232.5)}{0.35625+0.11}\left[1-e^{-(0.35625+0.11)5}\right]e^{-3*0.11} = \$2,006,948.56$$

para el tercer tramo $n = 12\text{-}8 = 4$ años

obteniendo b, por medio de la ecuación $b = -\ln(1-d)$

$$b = -\ln(1-0.10) = 0.105361$$

Nuevamente se tiene que actualizar los ingresos ya que se tiene el ingreso al octavo año por lo que es necesario multiplicar por el factor de actualización $e^{-ni} \Rightarrow e^{-8i}$ para llevarlo a tiempo cero

$$I_3 = \frac{(\$17)(365*39.1)}{0.10581+0.11}\left[1-e^{-(0.10581+0.11)4}\right]e^{-8*.011} = \$269,827.35$$

Calculando el ingreso neto con la suma de los ingresos de cada tramo $I_t = I_1 + I_2 + I_3$

$$I_t = \$3,686,347.18 + \$2,006,948.56 + \$269,827.35 = \$5,963,123.096$$

la ganancia será $G = I_t - C$ por lo tanto

$$G = \$5,964,230 - \$1,700,000 = 4,263,123.1 \text{ Dólares}$$

La relación beneficio/costo $R_{bc} = \dfrac{I_t}{C} = \dfrac{G+C}{C}$

$$R_{bc} = \frac{\$5,964,230}{\$1,700,000} = 3.51$$

Ejercicio 3

Si el ritmo de producción inicial por pozo fuera de 352 barriles diarios y se tiene estimada una reserva de 22, 835,956 barriles, un precio neto de 17 dólares por barril, un costo de perforación por pozo de 1, 920,000 dólares, incluida la terminación y otros gastos de desarrollo, y un costo de capital de 9.5% anual.

Calcule para 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60 y 66 pozos.

a) La declinación anual continua, b.
b) Los ingresos netos anuales, In.
c) La inversión.
d) La ganancia.
e) La razón beneficio/costo.
f) El número optimo de pozos.

Solución:

Utilizando la ecuación $b = \frac{qoN}{\text{Re}}$ para calcular la declinación anual continua, hay que multiplicar la producción por 365 días que conforman el año.

$$b = \frac{365 * 352 * 6}{22835956} = 0.033757$$

$$b = \frac{365 * 352 * 12}{22835956} = 0.067515$$

$b = \frac{365 * 352 * 18}{22835956} = 0.101272$ Sucesivamente se calcula para todos los datos

Lo siguiente es calcular los ingresos netos utilizando la siguiente ecuación $In = \frac{uqoN}{b+i}$

$$In = \frac{\$17 * 365 * 352 * 6}{0.033757 + 0.095} = \$101,780,334$$

$$In = \frac{\$17 * 365 * 352 * 12}{0.067515 + 0.095} = \$161,277,344$$

$In = \frac{\$17 * 365 * 352 * 18}{0.101272 + 0.095} = \$200,308,275$ sucesivamente se calcula para todos los datos

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La inversión es una multiplicación del número de pozos por el costo de cada uno 1, 920,000 Dólares.

La ganancia se calcula con la siguiente ecuación $G = \frac{uqoN}{b+i} - CN$

$$G = \frac{\$17*365*352*6}{0.033757+0.095} - \$1{,}920{,}000*6 = \$90{,}260{,}334$$

$$G = \frac{\$17*365*352*12}{0.033757+0.095} - \$1{,}920{,}000*12 = \$138{,}237{,}344$$

$$G = \frac{\$17*365*352*18}{0.033757+0.095} - \$1{,}920{,}000*18 = \$165{,}748{,}275$$

Sucesivamente se calcula para todos los datos

La razón beneficio costo se calcula utilizando la siguiente ecuación $R_{bc} = \frac{In}{CN}$

$$R_{bc} = \frac{\$101{,}780{,}334}{\$1{,}920{,}000*6} = 8.84$$

$$R_{bc} = \frac{\$161{,}277{,}344}{\$1{,}920{,}000*12} = 7.00$$

$$R_{bc} = \frac{\$200{,}308{,}275}{\$1{,}920{,}000*18} = 5.80$$

Sucesivamente se calcula para todos los datos

Los cálculos realizados se resumen en la siguiente tabla

pozos	b	Ingresos Netos $	C $	G $	Rbc
6	0.033757	101,780,334	11,520,000	90,260,334	8.84
12	0.067515	161,277,344	23,040,000	138,237,344	7.00
18	0.101272	200,308,275	34,560,000	165,748,275	5.80
24	0.135029	227,883,454	46,080,000	181,803,454	4.95
30	0.168786	248,400,930	57,600,000	190,800,930	4.31
36	0.202544	264,262,858	69,120,000	195,142,858	3.82
42	**0.236301**	**276,892,345**	**80,640,000**	**196,252,345**	**3.43**
48	0.270058	287,186,110	92,160,000	195,026,110	3.12
54	0.303816	295,737,267	103,680,000	192,057,267	2.85
60	0.337573	302,953,788	115,200,000	187,753,788	2.63
66	0.371330	309,125,511	126,720,000	182,405,511	2.44

La mejor opción desde el punto de vista del valor neto (ganancia) corresponde a 42 pozos. Cualquier incremento en el número de pozos a partir de esa cantidad ocasiona que disminuya la ganancia.

Determinación analítica

Usando la ecuación $N = \frac{\text{Re}}{q0}\left[\sqrt{\frac{u * q0 * i}{C + D}} - i\right]$

$$N = \frac{22{,}835{,}956}{352 * 365}\left[\sqrt{\frac{\$17 * 365 * 352 * 0.095}{\$1{,}920{,}000}} - 0.095\right] = 42 \text{ Pozos}$$

como se puede observar el numero de pozos calculado analíticamente es el pudiéramos seleccionar de la tabla.

Ejercicio 4

En la tabla siguiente se presentan los calendarios de inversiones netas de dos proyectos diferentes entre si, donde las cantidades mostradas están colocadas al final de cada periodo. Calcular los indicadores de rentabilidad utilizando en ambos casos una vida económica de 15 años y un costo del capital de 8% anual.

	Inversiones		Ingresos Netos	
Año	Proyecto A $	Proyecto B $	Proyecto A $	Proyecto B $
1997	49	56		
1998	77	64		
1999	83	131		
2000	118	150		
2001	5		46	200
2002			98	275
2003			173	300
2004			228	300
2005			228	260
2006			228	224
2007			228	205
2008			228	205
2009			228	205
2010			228	205
2011			228	205
2012			228	166
2013			228	134
2014			228	109
2015	-66		228	60

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Solución:

En virtud de que los proyectos según se observa comienzan su vida productiva (vida útil) en el año 2001, se establece el inicio de este año como el año cero, para el calculo de los indicadores. Por lo que el cálculo del valor actual toma como referencia esa fecha al igual que las erogaciones de inversión.

Lo primero será actualizar las inversiones al año 2001, para así calcular los costos de los dos proyectos. Para lo cual se utiliza un factor de actualización $(1+i)^n$ que al multiplicarse o dividirse por la cantidad llevamos a valor futuro o presente según se tenga el año de referencia. Hay que llevar a valor presente algunas de las inversiones y también los ingresos.

$$C = I(1+i)^n$$

para actualizar las inversiones a valor presente para el año 2001 y siguiendo la expresión anterior se tiene para los proyectos A y B respectivamente:

$$C_A = \$49*(1+0.08)^3 + \$77*(1+0.08)^2 + \$83*(1+0.08) + \$118 + 5*(1+0.08)^{-1}$$
$$-\$66*(1+0.08)^{-15} = \$343$$
$$C_B = \$56*(1+0.08)^3 + \$64*(1+0.08)^2 + \$131*(1+0.08) + \$150 = \$436.7$$

En la tabla siguiente se han colocado los resultados parciales de cada operación.

CA =	$61.725888	**CB =**	$70.543872
	$89.8128		$74.6496
	$89.64		$141.48
	$118		$150
	$4.6296296		0
	$-20.80595		0
	$343.00237		**$436.67347**

Ahora para calcular la ganancia debemos actualizar todos los ingresos con la siguiente ecuación

$$G = \frac{I1}{1+t_{ir}} + \frac{I2}{(1+t_{ir})^2} + \frac{I3}{(1+t_{ir})^3} + \ldots + \frac{In}{(1+t_{ir})^n} - C = 0$$

Se puede utilizar la siguiente ecuación para calcular los ingresos actualizados

$$I = \frac{I1}{1+t_{ir}} + \frac{I2}{(1+t_{ir})^2} + \frac{I3}{(1+t_{ir})^3} + \ldots + \frac{In}{(1+t_{ir})^n}$$

De la tabla de datos se puede observar para el proyecto A que se tienen dos etapas en la parte de los ingresos, para la primera parte se puede utilizar la ecuación anterior

$$I_1 = \frac{\$46}{1+0.08} + \frac{\$98}{(1+0.08)^2} + \frac{\$173}{(1+0.08)^3} = \$263.94477$$

En la segunda parte del año 2004 al 2015 se tiene un ingreso constante de \$228 y por eso se puede utilizar la siguiente ecuación

$$VF = A\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$VF = \$228\frac{(1+0.08)^{12} - 1}{0.08(1+0.08)^{12}} = \$228 * 7.53607$$

el valor que se tiene no esta actualizado al año 2001 razón por lo cual se necesita multiplicar por el siguiente factor de actualización $\dfrac{1}{(1+i)^n}$

el valor de n que se debe utilizar se calcula a partir del año en el comenzó el ingreso constante y se debe llevar al año 2001

$$n = 2004 - 2001 = 3$$

$$\frac{1}{(1+0.08)^3} = 0.79383$$

$$I_2 = VF * \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$I_2 = \$228 * 7.53607 * \frac{1}{(1+0.08)^3} = \$1{,}363.983$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la siguiente ecuación se obtiene la ganancia

$$G = I_1 + I_2 - C_A$$

$$G = \$263.95 + \$1{,}363.98 - \$343 = \$1{,}284.9278$$

Para el proyecto B se distinguen tres partes y siendo análogos con el proyecto A se tiene

Parte uno

$$I_1 = \frac{\$200}{1.08} + \frac{\$275}{1.08^2} + \frac{\$300}{1.08^3} + \frac{\$300}{1.08^4} + \frac{\$260}{1.08^5} + \frac{\$224}{1.08^6} = \$1{,}197.721$$

FALLA DE ORIGEN

parte dos

$$VF = A\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$VF = \$205\frac{(1+0.08)^5 - 1}{0.08(1+0.08)^5} = \$205 * 3.99$$

$$\frac{1}{(1+i)^n} = \frac{1}{(1+0.08)^6}$$

$$I_2 = \$818.50 * \frac{1}{(1+0.08)^6} = \$515.797$$

parte tres

$$I_3 = \frac{\$166}{1.08^{12}} + \frac{\$134}{1.08^{13}} + \frac{\$109}{1.08^{14}} + \frac{\$60}{1.08^{15}} = \$171.2171$$

la ganancia se calcula como sigue

$$G = I_1 + I_2 + I_3 - C_B$$

$$G = \$1{,}197.721 + \$515.797 + \$171.2171 - \$436.7 = \$1{,}448.035$$

se puede llevar el valor de los ingresos a valor presente uno a uno teniendo los resultados que se observan en la tabla siguiente

2001	GA =	42.592593	GB=	185.18519
2002		84.019204		235.76818
2003		137.33298		238.14967
2004		167.58681		220.50896
2005		155.17297		176.95163
2006		143.67867		141.158
2007		133.03581		119.61553
2008		123.18131		110.75512
2009		114.05676		102.55104
2010		105.60812		94.954665
2011		97.785292		87.920986
2012		90.541937		65.920884
2013		83.835127		49.271522
2014		77.625117		37.110254
2015		71.875109		18.914502
		$1284.9254		**$1448.0626**

La relación beneficio costo se calcula con la siguiente ecuación $R_{bc} = \frac{In}{C}$

Y los ingresos con la ecuación $I = G + C$

$$I_A = \$1{,}284.9254 + \$343.00237 = \$1{,}627.927$$

$$I_B = \$1{,}448.0626 + \$436.67347 = \$1{,}884.7361$$

RbcA = $\frac{\$1627.9278}{\$343.00237}$ = **4.7461125**

RbcB = $\frac{\$1884.7361}{\$436.67347}$ = **4.3161223**

Para calcular la tasa de rendimiento utilizamos $r_A = (1+i)\sqrt[n]{\frac{I_A}{C_A}} - 1$ y $r_B = (1+i)\sqrt[n]{\frac{I_B}{C_B}} - 1$

$$r_A = (1+0.08)\sqrt[15]{\frac{\$1{,}627.9}{\$343.0}} - 1 = 19.8\%$$

$$r_B = (1+0.08)\sqrt[15]{\frac{\$1{,}884.7}{\$436.7}} - 1 = 19.1\%$$

rA = 19.815487 %

rB = 19.059304 %

Para calcular la tasa interna de retorno se utiliza un método de ensaye y error en donde se plantean las ecuaciones de actualización las cuales deben ser igualadas a los costos.

$$\$343 = \frac{\$46}{1+x} + \frac{\$98}{(1+x)^2} + \frac{\$173}{(1+x)^3} + \$228\frac{(1+x)^{12}-1}{x(1+x)^{12}}\frac{1}{(1+x)^3}$$

Utilizando diferentes valores supuestos de x se obtuvieron para A

n	8	10	15	20	25	30	35	40	45	41
1	42.593	41.818	40.000	38.333	36.800	35.385	34.074	32.857	31.724	32.624
2	84.019	80.992	74.102	68.056	62.720	57.988	53.772	50.000	46.611	49.293
3	137.333	129.977	113.750	100.116	88.576	78.744	70.314	63.047	56.747	61.715
4	167.587	155.727	130.360	109.954	93.389	79.829	68.644	59.350	51.578	57.684
5	155.173	141.570	113.356	91.628	74.711	61.407	50.847	42.393	35.571	40.911
6	143.679	128.700	98.571	76.357	59.769	47.236	37.665	30.281	24.532	29.015
7	133.036	117.000	85.714	63.631	47.815	36.336	27.900	21.629	16.918	20.578
8	123.181	106.364	74.534	53.026	38.252	27.950	20.666	15.449	11.668	14.594

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

9	114.057	96.694	64.812	44.188	30.602	21.500	15.308	11.035	8.047	10.351
10	105.608	87.904	56.358	36.823	24.481	16.539	11.340	7.882	5.550	7.341
11	97.785	79.913	49.007	30.686	19.585	12.722	8.400	5.630	3.827	5.206
12	90.542	72.648	42.615	25.572	15.668	9.786	6.222	4.022	2.639	3.692
13	83.835	66.043	37.056	21.310	12.534	7.528	4.609	2.873	1.820	2.619
14	77.625	60.040	32.223	17.758	10.028	5.791	3.414	2.052	1.255	1.857
15	71.875	54.581	28.020	14.798	8.022	4.454	2.529	1.466	0.866	1.317
	1627.928	**1419.971**	**1040.477**	**792.235**	**622.952**	**503.195**	**416.703**	**349.966**	**299.353**	**338.798**

Como se puede ver el valor para una $x = 45$ es bastante menor al costo de A y para $x = 41$ todavía es mayor al costo de A, por que interpolando el valor debe estar entre 40 y 41

n	40.1	40.2	40.3	40.4	40.5	40.6	40.7
1	32.834	32.810	32.787	32.764	32.740	32.717	32.694
2	49.929	49.857	49.786	49.716	49.645	49.574	49.504
3	62.912	62.777	62.643	62.509	62.376	62.243	62.110
4	59.181	59.012	58.844	58.677	58.510	58.344	58.178
5	42.242	42.092	41.942	41.793	41.644	41.496	41.349
6	30.151	30.022	29.894	29.767	29.640	29.514	29.388
7	21.521	21.414	21.307	21.201	21.096	20.991	20.887
8	15.361	15.274	15.187	15.101	15.015	14.930	14.845
9	10.965	10.894	10.825	10.756	10.687	10.619	10.551
10	7.826	7.771	7.715	7.661	7.606	7.552	7.499
11	5.586	5.543	5.499	5.456	5.414	5.372	5.330
12	3.987	3.953	3.920	3.886	3.853	3.820	3.788
13	2.846	2.820	2.794	2.768	2.742	2.717	2.692
14	2.031	2.011	1.991	1.971	1.952	1.933	1.913
15	1.450	1.435	1.419	1.404	1.389	1.375	1.360
	348.823	**347.686**	**346.554**	**345.429**	**344.309**	**343.196**	**342.088**

n	40.61	40.611	40.612	40.613	40.614	40.615	40.616	40.617	40.618
1	32.715	32.714	32.714	32.714	32.714	32.713	32.713	32.713	32.713
2	49.567	49.566	49.566	49.565	49.564	49.564	49.563	49.562	49.561
3	62.230	62.228	62.227	62.226	62.224	62.223	62.222	62.220	62.219
4	58.327	58.325	58.324	58.322	58.320	58.319	58.317	58.315	58.314
5	41.481	41.480	41.478	41.477	41.476	41.474	41.473	41.471	41.470
6	29.501	29.500	29.499	29.497	29.496	29.495	29.494	29.492	29.491
7	20.981	20.980	20.979	20.978	20.977	20.976	20.975	20.973	20.972
8	14.921	14.920	14.920	14.919	14.918	14.917	14.916	14.915	14.914
9	10.612	10.611	10.610	10.610	10.609	10.608	10.608	10.607	10.606
10	7.547	7.546	7.546	7.545	7.545	7.544	7.544	7.543	7.543
11	5.367	5.367	5.366	5.366	5.366	5.365	5.365	5.364	5.364
12	3.817	3.817	3.817	3.816	3.816	3.816	3.815	3.815	3.815
13	2.715	2.714	2.714	2.714	2.714	2.713	2.713	2.713	2.713
14	1.931	1.930	1.930	1.930	1.930	1.930	1.930	1.929	1.929
15	1.373	1.373	1.373	1.373	1.372	1.372	1.372	1.372	1.372
	343.085	**343.074**	**343.062**	**343.051**	**343.040**	**343.029**	**343.018**	**343.007**	**342.996**

Solo para propósito académico es que buscamos la mayor precisión a 4 cifras decimales

n	40.6171	40.6172	40.6173	40.6174	40.6175	40.6176
1	32.713	32.713	32.713	32.713	32.713	32.713
2	49.562	49.562	49.562	49.562	49.562	49.562
3	62.220	62.220	62.220	62.220	62.220	62.220
4	58.315	58.315	58.315	58.315	58.315	58.314
5	41.471	41.471	41.471	41.471	41.470	41.470
6	29.492	29.492	29.492	29.492	29.492	29.491
7	20.973	20.973	20.973	20.973	20.973	20.973
8	14.915	14.915	14.915	14.915	14.915	14.915
9	10.607	10.607	10.607	10.607	10.607	10.607
10	7.543	7.543	7.543	7.543	7.543	7.543
11	5.364	5.364	5.364	5.364	5.364	5.364
12	3.815	3.815	3.815	3.815	3.815	3.815
13	2.713	2.713	2.713	2.713	2.713	2.713
14	1.929	1.929	1.929	1.929	1.929	1.929
15	1.372	1.372	1.372	1.372	1.372	1.372
	343.006	**343.005**	**343.004**	**343.002**	**343.001**	**343.000**

Por lo que la $t_{irA} = 40.6176$ % anual.

En el caso del proyecto *B*

$$\$436.7 = \frac{\$200}{1+x} + \frac{\$275}{(1+x)^2} + \frac{\$300}{(1+x)^3} + \ldots + \frac{\$109}{(1+x)^{14}} + \frac{\$60}{(1+x)^{15}}$$

n	8	10	15	20	25	30	35	40
1	185.185	181.818	173.913	166.667	160.000	153.846	148.148	142.857
2	235.768	227.273	207.940	190.972	176.000	162.722	150.892	140.306
3	238.150	225.394	197.255	173.611	153.600	136.550	121.933	109.329
4	220.509	204.904	171.526	144.676	122.880	105.038	90.320	78.092
5	176.952	161.440	129.266	104.488	85.197	70.026	57.984	48.343
6	141.158	126.442	96.841	75.017	58.720	46.407	37.004	29.750
7	119.616	105.197	77.067	57.212	42.992	32.670	25.085	19.447
8	110.755	95.634	67.015	47.676	34.393	25.131	18.582	13.891
9	102.551	86.940	58.274	39.730	27.515	19.331	13.764	9.922
10	94.955	79.036	50.673	33.109	22.012	14.870	10.196	7.087
11	87.921	71.851	44.063	27.591	17.609	11.439	7.552	5.062
12	65.921	52.893	31.027	18.618	11.407	7.125	4.530	2.928
13	49.272	38.815	21.779	12.524	7.367	4.424	2.709	1.688
14	37.110	28.703	15.405	8.490	4.794	2.768	1.632	0.981
15	18.915	14.364	7.374	3.894	2.111	1.172	0.665	0.386
	1884.736	**1700.705**	**1349.417**	**1104.275**	**926.597**	**793.520**	**690.996**	**610.070**

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

n	45	50	55	60	56	57	56.1	56.2
1	137.931	133.333	129.032	125.000	128.205	127.389	128.123	128.041
2	130.797	122.222	114.464	107.422	113.001	111.566	112.857	112.712
3	98.405	88.889	80.561	73.242	79.022	77.522	78.870	78.719
4	67.866	59.259	51.975	45.776	50.655	49.377	50.525	50.396
5	40.563	34.239	29.061	24.796	28.142	27.257	28.052	27.962
6	24.101	19.665	16.153	13.351	15.542	14.957	15.482	15.423
7	15.212	11.998	9.537	7.637	9.118	8.719	9.077	9.036
8	10.491	7.999	6.153	4.773	5.845	5.553	5.815	5.785
9	7.235	5.333	3.970	2.983	3.747	3.537	3.725	3.704
10	4.990	3.555	2.561	1.864	2.402	2.253	2.386	2.371
11	3.441	2.370	1.652	1.165	1.540	1.435	1.529	1.518
12	1.922	1.279	0.863	0.590	0.799	0.740	0.793	0.787
13	1.070	0.689	0.450	0.298	0.414	0.381	0.410	0.407
14	0.600	0.373	0.236	0.151	0.216	0.197	0.214	0.212
15	0.228	0.137	0.084	0.052	0.076	0.069	0.075	0.075
	544.851	**491.341**	**446.754**	**409.101**	**438.721**	**430.952**	**437.933**	**437.147**

n	56.25	56.255	56.258	56.257
1	128.000	127.996	127.993	127.994
2	112.640	112.633	112.628	112.630
3	78.643	78.636	78.631	78.633
4	50.332	50.325	50.321	50.323
5	27.917	27.913	27.910	27.911
6	15.393	15.390	15.388	15.389
7	9.016	9.014	9.013	9.013
8	5.770	5.769	5.768	5.768
9	3.693	3.692	3.691	3.691
10	2.363	2.363	2.362	2.362
11	1.513	1.512	1.512	1.512
12	0.784	0.784	0.783	0.783
13	0.405	0.405	0.405	0.405
14	0.211	0.211	0.211	0.211
15	0.074	0.074	0.074	0.074
	436.756	**436.715**	**436.692**	**436.700**

Por lo que la t_{irB} = 56.2570 % anual.

II.4.2.- Ejercicios propuestos

Ejercicio 1

La información de un pozo de desarrollo es la siguiente:
Costo inicial, C = 11, 150,000 dólares.
Tasa de interés, i = 9.5% anual.
Dólares por barril, o = 15.2.
Dólares por barril, (u = 15.2 - 2.2 = 13 dólares por barril),.c = 2.2
Barriles diarios gasto, q_0 = 1,950
Declinación continua, b = 16.25% anual *y*
q_1 = *75* barriles diarios.

Determinar:

a) El ingreso neto total, It.
b) La ganancia, G.
c) La razón beneficio/costo, R_{bc}.

Solución: *a) I_t= 35, 724,620 dólares.*
b) G = \$24, 577,276.19
c) R_b = \$3.20 dólares.

Ejercicio 2

La información de un pozo de desarrollo es la siguiente:
Costo inicial, C = 20, 000,000 dólares.
Tasa de interés, i = 5% anual.
Dólares por barril, o = 15.2.
Dólares por barril, (u = 15.2 – 4.5 = 10.7 dólares por barril),.c = 4.5
Barriles diarios gasto, q_0 = 600
Declinación continua, b = 16.25% anual *y*
q_1 = *75* barriles diarios.

Determinar:

d) El ingreso neto total, It.
e) La ganancia, G.
f) La razón beneficio/costo, R_{bc}.

Solución: *a) I_t= 10, 300,343.13 dólares.*
b) G = -\$9, 699,656.87
c) R_b = \$0.5150 dólares.

Proyecto no Rentable

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 3

Si el ritmo de producción inicial por pozo fuera de 600 barriles diarios y se tiene estimada una reserva de 16, 000,000 de barriles, un precio neto de 14 dólares por barril, un costo de perforación por pozo de 1, 600,000 dólares, incluida la terminación y otros gastos de desarrollo, y un costo de capital de 7.5% anual.

Calcular para 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60 y 66 pozos.

g) La declinación anual continua, *b*.
h) Los ingresos netos anuales, *In*.
i) La inversión.
j) La ganancia.
k) La razón beneficio/costo.
l) El número optimo de pozos.

Solución:

pozos	*b*	*Ingresos netos*	*C*	*G*	*Rbc*
6	0.082125	117,078,759	9,600,000	107,478,759	12.20
12	0.164250	153,780,564	19,200,000	134,580,564	8.01
18	0.246375	171,724,621	28,800,000	142,924,621	5.96
24	0.328500	182,364,312	38,400,000	143,964,312	4.75
30	0.410625	189,405,405	48,000,000	141,405,405	3.95
36	0.492750	194,409,511	57,600,000	136,809,511	3.38
42	0.574875	198,148,875	67,200,000	130,948,875	2.95
48	0.657000	201,049,180	76,800,000	124,249,180	2.62
54	0.739125	203,364,348	86,400,000	116,964,348	2.35
60	0.821250	205,255,230	96,000,000	109,255,230	2.14
66	0.903375	206,828,670	105,600,000	101,228,670	1.96

La mejor opción desde el punto de vista del valor neto (ganancia) corresponde a 24 pozos.

Ejercicio 4

En la tabla siguiente se presentan los calendarios de inversiones netas de dos proyectos diferentes entre si, donde las cantidades mostradas están colocadas al final de cada periodo. Calcular: Costo, Ganancia, y Relación Beneficio-costo utilizando en ambos casos una vida económica de 15 años y un costo del capital de 12% anual.

	Inversiones		**Ingresos Netos**	
Año	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto A	Proyecto B
1997	49	56		
1998	77	64		
1999	83	131		
2000	118	150		
2001	5		46	200
2002			98	275
2003			173	300
2004			228	300
2005			228	260
2006			228	224
2007			228	205
2008			228	205
2009			228	205
2010			228	205
2011			228	205
2012			228	166
2013			228	134
2014			228	109
2015	-78		228	60

Solución:

CA = 366.60425 *CB = 455.67757*
GA = 880.98974 *GB= 1088.3006*
RbcA = 3.4031084 *RbcB = 3.3883129*

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

II.5.- Tasa interna de rendimiento

La tasa interna de rendimiento (*TIR*), también llamada tasa interna de retorno o tasa interna de recuperación, es uno de los parámetros de evaluación más utilizados. La *TIR* es la tasa de descuento que hace que los beneficios y los costos actualizados a una misma fecha, sean equivalentes. Según lo anterior, para la *TIR* la relación beneficio / costo vale uno y el valor presente neto vale cero.

$$TIR \Leftrightarrow B = 0 \qquad TIR \Leftrightarrow B/C = 1 \qquad o \qquad VPN = 0$$

La *TIR* es la medida de la rentabilidad de un proyecto dada una tasa de descuento. La *TIR* de algún fondo de inversión es la tasa de rendimiento que proporciona dicho fondo. Si la *TIR* es mayor que el costo de oportunidad, el proyecto es atractivo; si la *TIR* es menos que la tasa de oportunidad o que la *TMAR* seleccionada, el proyecto no es rentable.

Este es quizá el indicador más ampliamente utilizado, aunque no siempre interpretado correctamente. Hay la tendencia generalizada a interpretarlo indiscriminadamente como una tasa de rendimiento del negocio que sin más puede ser comparada con las tasas bancarias, interpretación que pudiera conducir a conclusiones y decisiones equivocadas. Para contribuir a la clarificación de su significado puede definirse de las siguientes maneras.

1) Tasa hasta donde podría ascender el costo del capital para que la ganancia fuera cero.
2) Rentabilidad o tasa de rendimiento del negocio para el caso en que fuera posible reinvertir los ingresos en el mismo.
3) Rentabilidad del saldo no recuperado de la inversión.
4) Rapidez de recuperación de la inversión.

Para calcular la tasa de interna de retorno se utilizan dos criterios: un optimista y otro pesimista. La diferencia entre ambos criterios consiste en que el optimista supone que los beneficios que genere el proyecto podrán ser reinvertidos en el mismo proyecto o en otro que proporcione la rentabilidad. El criterio pesimista parte de la hipótesis de que los beneficios que produce el proyecto solamente pueden ser invertidos en un fondo o proyecto que reditúe la tasa de oportunidad (o la *TMAR*).

De los métodos, el más popular es el optimista, pero para elegir cuál es el más apropiado debe analizarse las características particulares del proyecto o negocio que se está evaluando. Para ilustrar lo anterior consideremos dos casos: un proyecto de inversión que consiste en instalar un taller automotriz, es una inversión particular y es el primer taller que abriremos con nuestros socios; en el segundo caso se evalúa la posibilidad de abrir un taller automotriz permaneciente a una cadena que consta de múltiples talleres en operación.

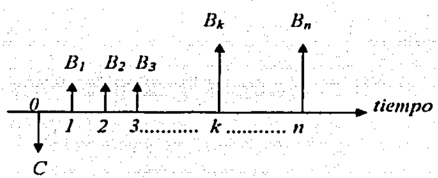
Cuando se evalúa la primera situación y se desea calcular la *TIR*, se debe considerar que difícilmente los beneficios que vaya generando el taller podrán ser reinvertidos en un negocio similar; la restricción puede surgir por varias razones, como por ejemplo: la incertidumbre de que el negocio siga por buen camino, puesto que estamos aprendiendo o porque el proyecto no ha generado suficientes recursos como para permitir la apertura de un nuevo taller; por tanto, siendo conservadores, lo más adecuado será utilizar el criterio pesimista, o sea admitir que los beneficios generados podrán ser invertidos a la tasa de oportunidad, por ejemplo la tasa de rendimiento que se obtendría si los beneficios (excedentes) del proyecto se depositaran en algún fondo de inversión a la *TMAR*.

En el segundo caso, dado que se trata de una cadena de talleres, será razonable partir de la hipótesis de que las utilidades del proyecto podrán ser reinvertidas en un taller similar y entonces será aceptable calcular la *TIR* usando el criterio optimista.

Cuando se selecciona el criterio optimista no es condición necesaria que la naturaleza del proyecto en el que se reinvierten los beneficios sea la misma, pero si de que exista la certeza de recibir una rentabilidad similar a la que genera el proyecto que se estudia.

II.5.1.- Criterio Pesimista

Se considera el siguiente flujo



Actualizando costos beneficios al año n, considerando que los costos se actualizan con una tasa *TIR* y los beneficios con una tasa i (que es tasa de oportunidad o *TMAR*), se tiene que:

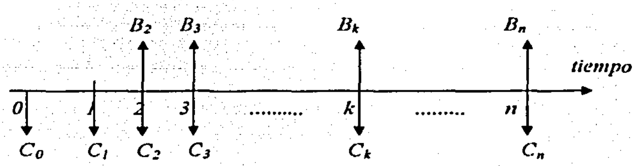
$$C(1+TIR)^n = \sum_{k=0}^{k=n} B_k (1+i)^{n-k}$$

en donde despejando *TIR* se tiene

$$TIR = \sqrt[n]{\frac{\sum_{k=0}^{k=n} B_k (1+i)^{n-k}}{C}} - 1$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En el caso general ilustrado enseguida:



Para aplicar el criterio pesimista es necesario reducirlo al caso anterior y para ello se procede de la siguiente forma: se calcula C aplicando.

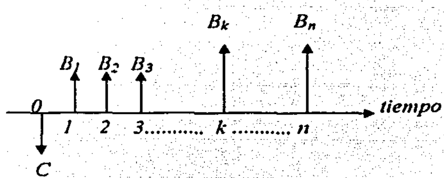
$$C = \sum_{k=0}^{k=n} C_k (1+i)^{-k}$$

y después se utiliza

$$TIR = \sqrt[n]{\frac{\sum_{k=0}^{k=n} B_k (1+i)^{n-k}}{C}} - 1$$

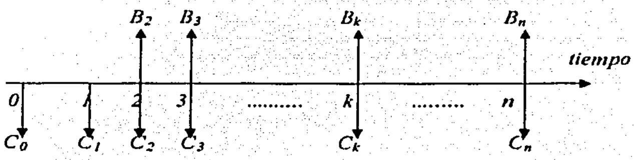
II.5.2.- Criterio optimista

En este criterio se actualizan los costos y los beneficios a la tasa TIR, por lo que esta variable aparece en ambos miembros de la igualdad de la siguiente manera.
Para el flujo



$$C(1+TIR)^n = \sum_{k=0}^{k=n} B_k (1+TIR)^{n-k}$$

y para el flujo



$$\sum_{k=1}^{k=n} C_k \left(1+TIR\right)^{-k} = \sum_{k=0}^{k=n} B_k \left(1+TIR\right)^{-k}$$

Para el calculo de la *TIR* optimista se requiere proceder por aproximaciones sucesivas, proponiendo una *TIR* y verificando si se cumple o no la igualdad.

Cuando el cálculo se realiza a mano, este proceso consume mucho tiempo, por lo que aproximar su valor se puede buscar únicamente dos valores de tasa (próximos entre si), una de un valor mayor de lado izquierdo de la ecuación y otra dé un valor mayor del lado derecho, es decir, una que dé un valor *B/C* mayor que uno (o *VPN* menor a cero).

La otra forma de plantear el problema de encontrar la *TIR* (optimista), con la notación de flujo es resolviendo la expresión.

$$\sum_{k=0}^{k=n} FE_k \left(1+i\right)^{-k} = 0$$

que también se resuelve por aproximaciones sucesivas.

Para estimar la *TIR* usando el criterio pesimista, donde se requiere ir ajustando el cálculo por aproximaciones sucesivas, se puede proceder gráficamente mediante la interpolación en una gráfica tasa de interés (i) contra la relación beneficio / costo (*B/C*). a intersección de Actualmente, con el auxilio de una computadora de bolsillo o personal, es posible calcular la *TIR* ya sea por medio de un pequeño programa utilizando algún criterio de convergencia o aprovechando alguna función ya definida en el lenguaje que utilicemos.
La *TIR* se obtiene al resolver la ecuación.

$$\sum_{k=0}^{k=n} FE_k \left(1+i\right)^{-k} = 0$$

que es equivalente a

$$VPN = 0 = FE_0 + \frac{FE_1}{\left(1+TIR\right)} + \frac{FE_2}{\left(1+TIR\right)^2} + \dots\dots\dots\dots + \frac{FE_n}{\left(1+TIR\right)^n}$$

que se puede escribir como:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$VPN(x) = 0 = FE_0 + FE_1 x + FE_2 x^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + FE_n x^n$$

Donde $x = 1/(1+TIR)$ y $VPN = (x)$ es un polinomio de grado n que tiene exactamente n raíces, entre ellas, las reales positivas pueden ser TIR. El número de raíces positivas (o disminuido de dos en dos) esta dada por el número de cambios de signo en $VPN = (x)$.

En el caso más frecuente la inversión, la inversión iniciál hace que el primer valor del FE (o los primeros valores) sea negativo pues en el se realiza la inversión inicial y todos los demás valores positivos; entonces hay un solo cambio de signo y por lo tanto hay forzosamente una raiz positiva y un valor único de la TIR que puede ser estimada.

II.5.3.- Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Un pozo de exploración que tuvo éxito en la parte norte de Alberta dio un gasto inicial de 100 bl/día en la prueba, con declinación aparente de 15 por ciento anual. Se estima que con un gasto del capital de \$ 6 millones puede perforarse 12 pozos adicionales, de los cuales 3 serian secos, y construirse las instalaciones necesarias para la recolección y el almacenamiento. Además, es evidente que la ganancia neta de la operación sería de \$ 8/bl y que la vida económica del campo sería de 15 años.

Calcular:

a) El periodo de recuperación no actualizado
b) La ganancia porcentual, (descontada al 9 por ciento anual)
c) La tasa de retorno que se espera puede calcularse como sigue

Solución:

Se perfora un pozo mas los doce pozos adicionales en total son 13 pozos, pero como 3 son secos entonces habrá 10 pozos productores en total.

Así que tomando como la unidad de tiempo 1 año, q_o es 365 * 100 * 10 bl/año, en tanto que.

q_o= 365000 bl/año
C = \$6, 000,000
u = \$8
N = 15
d = 0.15
i = 0.09

$exp(-b) = 1 - d = 0.85$

$ln\ exp^{(-b)} = ln\ 0.85$ aplicando la siguiente propiedad $ln_e e^n = n$; y multiplicando por -1 ambos lados de la ecuación:

$b = -ln\ (0.85)$ $\qquad\qquad$ $b = 0.1626$

$exp(j) = 1 + i = 1 + i = 1.09$

$ln\ (j) = ln\ (1.09)$ $\qquad\qquad$ $j = 0.0862$

a).-Porcentaje de ganancia (actualizado)

Esto es $\left[\frac{q_o u N}{C}\varphi(x) - 1\right] 100$

Donde $x = (b + j)N$

$$\psi(x) = \frac{1-\exp(-x)}{x}$$

Sustituyendo valores

$$x = (0.1626 + 0.0862)15 = 0.373$$

$$\psi(0.373) = \frac{1-\exp(3.73)}{3.73} = 0.261$$

$$\left[\frac{365000(15)(8)}{\$6{,}000{,}000}0.261 - 1\right]100 = 90.53\%$$

Puede verse que el porcentaje de ganancia es casi el 91 %

b).- Periodo de recuperación no actualizado

$$t_p = -\frac{1}{(b+j))}\ln\left[1 - \frac{c(b+j)}{q_o \mu}\right]$$

$$t_p = -\frac{1}{(0.1626 + 0.0862))}\,ln\left[1 - \frac{\$6{,}000{,}000(0.1626 + 0.0862)}{365000(8)}\right]$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

t_p - 2.87 cerca de 2.9 años

c).- Cálculo de la tasa de retorno

Esta dada por la ecuación $\psi(y) = \dfrac{c}{q_o \mu N}$, $y = (b + j)N$

$$\psi(y) = \frac{\$6,000,000}{365000(8)(15)} = 0.1369 \approx 0.137$$

$y = (0.1626+0.3234)15$

$y = 7.29$

Otra forma de encontrar el valor de y es mediante la ***Grafica 1***, que se encuentra en el anexo ***Graficas*** el valor de y es igual a 7.3 de modo de la ecuación $y = (b+J)N$ despejando J que es la tasa continua de ganancia $J = \dfrac{y}{N} - b$

$$J = \frac{0.137}{15} - 0.1626 = 0.3234$$

de la ecuación $\exp(J) = 1 + R$ despejamos R que es la tasa de retorno

$R = exp\ (J) - 1$

$R = \exp(0.3234) - 1 = 0.3818$ multiplicándolo por 100 para que nos de en porcentaje

$R = 38.18\%$

II.5.4.- Ejercicios propuestos

Ejercicio 1

Un pozo que en la actualidad es capaz de producir 100 bl/día de aceite limpio con un ritmo de declinación en la producción de 5%/año esta fuera de producción por un mes. Supongase un valor neto de aceite de $12.0/bl y una tasa de descuento del 8% anual. Calcular el dinero que se pierde como resultado del cierre.

Solución: *$21,602.369*

II.6.- Tasa de ganancia

Este indicador es muy parecido al de la razón beneficio/costo. La tasa de ganancia es el porcentaje de la inversión inicial que genera el proyecto, que se transforma en ganancia o utilidad.

esta definida por

$$PGI = \frac{VPN}{C} * 100$$

Donde:

PGI = Porcentaje de ganancia sobre la inversión.
VPN (valor presente neto) = Beneficios Actualizados-Costos Actualizados
C = Costos

II.6.1.- Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Un pozo que produce a un gasto de 250 bl/día y que declina al 8 por ciento anual se cierra durante una semana mientras espera reparaciones. Suponiendo que no hay posibilidad de transferir la producción del pozo a otro pozo y que el poder de ganancia de la compañía es de 10 por ciento anual, determínese las pérdidas debidas al retraso. El valor bruto del aceite (después del pago de regalías e impuestos) es de $12.25/bl y que los costos por barril son $2.00.

El aceite total remanente es de 250 bl/día durante una semana, ó 1750 bl,.

Solución:

El problema se puede resolver de dos maneras diferentes

1.- considerando el factor de descuento $\frac{r}{d+i}$

donde: i = tasa de interés
d = valor de la declinación

sustituyendo valores $\frac{10}{8+10} = 0.556$

La diferencia del valor bruto del aceite menos el costo por barril y multiplicándolo por el factor de descuento da como resultado la perdida de aceite por barril.

(12.25-2.00)0.556 = \$5.69

Una vez obtenido el precio de la perdida por barril se multiplica por el numero de barriles que se perdieron esto da como resultado la perdida total debida al retraso.

\$5.69 X 1750 barriles = \$ 9,973.

2.- Si se usa la expresión $\frac{j}{(b+j)}$ es necesario determinar j y b.

Donde:

j = tasa de descuento continua definida
d = declinación nominal
b = ritmo de declinación continua definida
pgi = ganancia

$exp(j) = 1 + \text{pgi}$
$exp(j) = 1+0.10 = 1.10$
$ln(j) = \ln 1.10$
$j = 0.0953$

Es forma similar, b proviene de $\exp(-b) = 1 - d$

$exp(-b) = 1 - 0.8 = 0.92$
$ln\ e^{(-b)} = \ln 0.92$
$b = -\ln(0.92)$
$b = 0.833$

Por tanto,

$$\frac{j}{b+j} = \frac{0.0953}{0.0833 + 0.0953} = 0.533$$

y la pérdida total debido al retraso es

$$\$0.533(12.25 - 2.00) \times 1\,750 = \$\,9\,550$$

Debe recordarse que ésta es una pérdida real en ingreso, la cuál nunca puede recuperarse.

Ejercicio 2

Supóngase un campo que está operando con tres equipos de reparación de pozos en uso constante, pero con una pérdida promedio de bajas e interrupciones de producción de 250 bl/día. Se supone que, dentro de los límites razonables hay mercados disponibles para el aceite producido. Supóngase que el precio de venta del aceite es de \$12/bl, los costos que varían con la tasa de producción ascienden a $ 2/bl, el ritmo actual de declinación es del 10 por ciento anual.

Si se estima un equipo adicional reducirá la pérdida promedio por baja producción e interrupción de la misma a 50 bl/día

Determinar el número óptimo de equipos de reparación de pozos (para utilidad máxima) que debe usarse eligiendo entre, dos tres y cuatro.

Solución:

Usando la siguiente expresión para calcular el valor del factor $\frac{j}{(b+j)}$ es necesario determinar j y b.

Donde: j = tasa de descuento continua definida
d = declinación
b = ritmo de declinación continua (o nominal) definida
pgi = porcentaje o tasa de ganancia

$\exp(j) = 1 + \text{pgi}$
$exp(j) = 1+0.08 = 1.08$
$ln(j) = \ln 1.08$
$j = 0.0769$

Es forma similar, b proviene de $exp(-b) = 1 - d$

$exp(-b) = 1 - 0.1 = 0.9$
$ln\, e^{(-b)} = \ln 0.90$
$b = -\ln(0.90)$
$b = 0.1053$

Por tanto,

$$\frac{j}{b+j} = \frac{0.0769}{0.1053+0.0769} = 0.422$$

de modo que la pérdida por barril de aceite que no se ha producido es:

$$\$0.422(12.25 - 2.00) = \$\,4.22$$

Considerando el equipo adicional la reducción en la perdida debida al aceite que no se ha producido será

$4.22 (250-50) = $844 ó casi $25,320/mes

En conclusión

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Si el costo mensual para el equipo de reparación de pozos fuera mayor que esta cifra, entonces, la operación de un cuarto equipo no sería económicamente atractiva.

Por otra parte, si el costo mensual del equipo de reparación de pozos fuera menos de $25,320, se justificaría un análisis más detallado, con base en la consideración de que si el gasto normal de producción se elevara por casi 200bl/día, el ritmo de declinación del campo probablemente se alteraría en cierto grado, de modo que el análisis simplificado no sería ya aplicable.

Un análisis similar se haría para el aumento anticipado de la producción baja e interrumpida que resulta de la reducción de tres a dos equipos lo que hará posible tomar una decisión con respecto a la posibilidad de estudiar o no en mayor detalle dicha reducción.

II.6.2.- Ejercicios propuestos

Ejercicio 1

Esta bajo consideración la perforación de un pozo de cierta localización. Se estima que el gasto inicial de producción será de 200 bls/día, con una declinación de 2% mensual. Se estima que el costo de perforación es de $775,000, el valor neto del aceite es de $10.0/bl y el limite económico es de 5 bl/día. Determínese el periodo de recuperación no actualizado, el porcentaje de ganancia actualizado con base en una tasa de descuento del 9% anual y la tasa de retorno.

Solución: *Periodo de recuperación no actualizado 1.2 años*
Porcentaje de ganancia actualizado 185%
Tasa de retorno 101% anual

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidad
A_d	Costo anual de depreciación	\$
A_r	Recuperación anual de capital	\$
b	Declinación continua	%
B	Beneficio	\$
c	Costo unitario de operación y mantenimiento	\$/bl
C	Costo	\$
d	Declinación nominal	%
e^J	Factor de actualización continua	-
FE	Flujo de efectivo	\$
FED	Flujo de efectivo descontado	\$
G	Ganancia	\$
I	Ingresos	\$
I_t	Ingresos netos	\$
J	tasa continua de ganancia	%
n	Vida económica del pozo	tiempo
N	Número de pozos	-
o	Precio de venta del crudo	\$/bl
pgi, PGI	Porcentaje o tasa de ganancia sobre la inversión	%
q	Ritmo de producción	bls/día
q_o	Ritmo de producción inicial	bls/día
q_l	Límite económico de producción	bls/día
r	tasa de rendimiento	%

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Símbolo	Descripción	Unidad
R	tasa de retorno	%
R_{bc}	Relación beneficio-costo	-
t	Tiempo	tiempo
t_{ir}, TIR	Tasa interna de retorno	%
t_p	Periodo de recuperación	tiempo
$u = o - c$	Precio neto del crudo	$/bl
VPN	Valor presente neto	$

III

Métodos de Depreciación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

III Métodos de Depreciación

III.1.- Definición

La depreciación se define como la pérdida en el valor de un activo fijo como producto de su desgaste u obsolescencia; la mayoría de los activos fijos de una empresa están sujetos al desgaste propio que ocasiona su uso y que eventualmente se traduce en la pérdida total del valor del activo. Para ciertos artículos, en función de las innovaciones tecnológicas, la pérdida del valor puede darse aun cuando el bien esté prácticamente nuevo; tal es el caso del equipo de cómputo, para el que, en periodos de tiempo muy cortos, aparecen en el mercado equipos más poderosos que desplazan a los anteriores; para una empresa que depende fundamentalmente de este tipo de equipos resulta imperioso modernizar sus equipos y por tanto prescindir de los obsoletos.

El cálculo de la depreciación debe verse desde dos puntos de vista: el pragmático y el legal. El primero es necesario para que las empresas efectúen las previsiones financieras necesarias para reemplazar sus equipos cuando éstos hayan agotado su capacidad de producción y la perspectiva legal es necesaria para llevar adecuadamente los registros contables.

La depreciación es una deducción que se hace para no sobre valorar los activos fijos de una empresa. Muchas personas tienen la idea de que la depreciación se calcula solamente para deducir su importe de los ingresos para el pago de impuestos, otras tienen la idea de que se calcula para ir formando un fondo de reserva para el reemplazo de equipos. Ninguna de estas apreciaciones es cierta o falsa, son incompletas.

La depreciación si es una ventaja que da la legislación fiscal para hacer deducciones sobre los ingresos y su objetivo es ayudar a las empresas a que no se descapitalicen, es decir, a que no pierdan el valor de sus activos fijos, que son los motores de las empresas; sin embargo, normalmente la depreciación no es dinero efectivo en un fondo de reserva para el reemplazo de activos, ya que en general se prefiere no construir tales reservas en virtud que ese dinero tiene mejores expectativas de productividad en otro tipo de inversiones. Por otra parte los empresarios deben de estar conscientes que sus activos se van deteriorando y que llegará un momento en que es necesario remplazarlos, para lo cual es indispensable prever los recursos financieros que correspondan.

III.2.- Método de línea recta

El método de depreciación en línea recta (*LR*) es uno de los más comúnmente utilizados hoy. Su nombre se deriva del hecho de que el valor en los libros del activo disminuye linealmente con el tiempo, porque cada año se tiene el mismo costo de depreciación. La depreciación anual se determina dividiendo el primer costo del activo menos su valor de salvamento por la vida útil del activo en forma de ecuación.

$$d = \frac{C - C_n}{n}$$

donde:

d = depreciación anual
C = primer costo del activo
C_n = valor de salvamento del activo
n = vida depreciable esperada del activo

El primer costo *(C)* incluye el precio de compra, el transporte, la instalación y otros costos relacionados con el equipo. El valor de salvamento *(C_n)* es un valor neto realizable después de haber restado cualquier costo de desmantelamiento y remoción del valor monetario actual.
Dado que el activo se desprecia en la misma cantidad cada año, el valor en los libros después de m años de servicio *(VL_m)* sería igual al primer costo del activo menos los tiempos anuales de depreciación m. De esta manera.

$$dV_m = C - mD$$

III.2.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

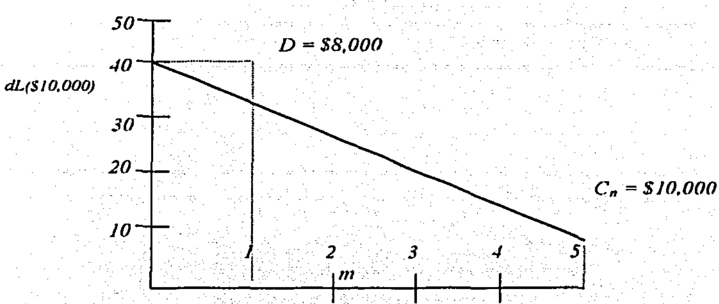
La compañía perforadora del Noreste S.A. compró una bomba para el sistema de circulación de lodos, con un costo inicial de \$50,000 con un valor de salvamento de \$10,000. Calcular para después de cinco años por el método de depreciación de línea recta.

a) La depreciación anual
b) Calcular y dibujar el valor en libros después de cada año

Solución:

Datos
C = \$50,000. Costo inicial.
C_n = \$10,000 Valor de salvamento.
n = 5 años Vida útil.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



a) La depreciación anual puede encontrarse utilizando la ecuación.

$$d = \frac{C - C_n}{n}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$d = \frac{\$50{,}000 - \$10{,}000}{5} = \$8{,}000$$

b) El valor en libros dela bomba después de cada año se puede encontrar por medio de la ecuación. $dV_m = C - md$, (m= 1,2,3,4,5)

ahora sustituyendo los valores en la ecuación, para el valor en libros de cada año se tiene:

$dL_1 = \$50{,}000 - 1(\$8{,}000) = \$42{,}000$

$dL_2 = \$50{,}000 - 2(\$8{,}000) = \$34{,}000$

$dL_3 = \$50{,}000 - 3(\$8{,}000) = \$26{,}000$

$dL_4 = \$50{,}000 - 4(\$8{,}000) = \$18{,}000$

$dL_5 = \$50{,}000 - 5(\$8{,}000) = \$10{,}000$

La simplicidad del método de la depreciación en *LR* queda en evidencia y esta es sin duda una de las razones de su amplia aceptación.

Ejercicio 2

Una empresa petrolera desea calcular la disminución del valor del activo el cual tiene un valor inicial de \$3, 625,000 y tiene un valor de rescate de \$1, 225,000 el valor inicial se depreciara a lo largo de cinco años calcule por el método de línea recta el valor de la depreciación aplicable a cada periodo.

Solución:

Se tienen los siguientes datos:

C_0 = \$3, 625,000
C_n = \$1, 225,000
n = 5 años

utilizando la ecuación $d = \frac{C_0 - C_n}{n}$ podemos calcular la cantidad de depreciación por periodo, sustituyendo

$$d_k = \frac{\$3,625,000 - \$1,225,000}{5} = \$480,000$$

haciendo las depreciaciones año con año, al final del primer año se tendrá:

C_1 = \$3, 625,000 - \$480,000 = \$3, 145,000

Al final del segundo año

C_2 = \$3, 145,000 - \$480,000 = \$2, 665,000

Al final del tercer año

C_3 = \$2, 665,000 - \$480,000 = \$2, 185,000

Al final del cuarto año

C_4 = \$2, 185,000 - \$480,000 = \$1, 705,000

Al final del quinto año

C_5 = \$1,705,000 - \$480,000 = \$1,225,000 este es el valor de rescate por lo que comprobamos que la cantidad de depreciación calculada es correcta.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 3

La Constructora del Sureste S.A., compró una máquina para hacer block-ladrillo en $121,000. Se estima que ésta tendrá 5 años de vida útil y $13,200 como valor de rescate. Empleando LR, obtener la depreciación anual y hacer el cuadro de depreciación.

Solución:

Datos:

C = $121,000, el precio original
C_n = $13,200, el valor de rescate y
n = 5, la vida útil del activo en años

La depreciación por años es, entonces:

$$d = \frac{C - C_n}{n}$$

$$d = \frac{\$121{,}000 - \$13{,}200}{5}$$

$$d = \$21{,}560$$

Significa que la máquina de hacer ladrillos, disminuirá su valor en esta cantidad cada uno de los 5 años en los que estará dando servicio.

Cuadro de depreciación

La tabla de depreciación es la siguiente, que se inicia escribiendo la depreciación anual en todos los renglones de la segunda columna, y el precio original del activo, en el primer renglón de la última.

Fin de año	Depreciación Anual	Depreciación Acumulada	Valor en libros
0	-	-	$121,000
1	$21,560	$21,560	$99,440
2	$21,560	$43,120	$77,880
3	$21,560	$64,680	$56,320
4	$21,560	$86,240	$34,760
5	$21,560	$107,800	$13,200

En la tercera columna está la *depreciación acumulada*, que es igual a la suma de las depreciaciones anuales hasta ese periodo.

En la cuarta columna se encuentra el valor *en libros* que se obtiene de restar la depreciación anual, del valor en libros anterior o restando del precio original la depreciación acumulada,

El valor en libros es el valor del activo al término de cualquier periodo, sería el precio de compraventa si en ese momento se vendiese, y como se dijo, puede ser útil también para cargos fiscales.

Este valor en libros al final del k-ésimo año, en el método de la línea recta está dado por

$$C_k = C - k(d)$$

Al término del tercer año, por ejemplo, es:

C_3 = \$121,000 - 3(\$21,560) = \$56,320

tal como se ve en el cuadro anterior.

También es cierto que la suma de los valores de las columnas 3 y 4 en cualquier periodo, es igual al precio original del activo.

Por otro lado, puede suceder que el valor de rescate del activo sea más bien un gasto, y en ese caso será negativo.

Ejercicio 4

Calcular cuál será el valor de rescate de un activo que costó \$100,000, se deprecia de manera constante \$9,500 cada año, durante cinco años, y aumenta su valor con una inflación del 12% anual.

Solución:

El procedimiento consiste en incrementar el valor del activo de acuerdo con la inflación del primer año de vida, para luego restar el valor de la depreciación, es decir que al finalizar el primer año de servicio, el valor será:

C'_1 = \$100,000 + 0.12(\$100,000)
C'_1 = \$100,000(1.12) $\qquad c + ca = c(1 + a)$
C'_1 = \$112,000

Con la depreciación de \$9,500 el valor neto o efectivo será

C_1 = \$112,000 - \$9,500
C_1 = \$102,500

Al término del segundo año, este valor crece un 12%

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$C'_2 = \$102,500(1.12)$
$C'_2 = \$114,800$

y restando la depreciación del año, queda

$C_2 = \$114,800 - \$9,500 = \$105,300$

Al concluir el tercer periodo, el costo sin considerar la depreciación es

$C'_3 = \$105,300(1.12)$
$C'_3 = \$117,936$

y con depreciación:

$C_3 = \$117,936 - \$9,500$
$C_3 = \$108,436$

Al finalizar el cuarto se tiene:

$C'_4 = \$108,436(1.12)$
$C'_4 = \$121,448.32$ y
$C_4 = \$121,448.32 - \$9,500$
$C_4 = \$111,948.32$

Al término de 5 años, el valor de rescate del activo será

$C'_5 = \$111,948.32\ (1.12)$
$C'_5 = \$125,382.1184$ y
$C_5 = \$125,382.1184 - \$9,500$
$C_5 = \$115,882.12$, redondeando

Esto significa que a pesar de haberse depreciado, el activo aumentó su valor original en \$15,882.12 durante los 5 años.

Ejercicio 5

Calcular cuál será el valor de rescate de un activo que costó \$100,000, se deprecia de manera constante \$9,500 cada año, durante cinco años, y su valor aumenta con la inflación del 12% anual.

Solución:

Datos:

$C = \$\ 100,000$ el precio original
$d = \$9,500$, la depreciación por año

i = 0.12, la tasa de inflación anual
n = 5, la vida útil en años

aplicando la siguiente ecuación:

$$C_n = C(1+i)^n - d\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Entonces el valor de rescate al sustituir los valores es:

$$C_5 = \$100{,}000(1+0.12)^5 - \$9{,}500\left[\frac{(1+0.12)^5 - 1}{0.12}\right]$$

C_5 = \$100,000(1.762341683) - \$9,500(6.352847358)
C_5 = \$176,234.17 - \$60,352.05
C_5 = \$115,882.12

Ejercicio 6

Encontrar la depreciación anual de un edificio cuya construcción ha costado 84 millones de pesos, se considera que estará en servicio durante 40 años, que al final será necesario invertir un cierto capital para su demolición y la limpieza del terreno. Se estima además que la inflación será del 8% anual y que las obras de demolición de un edificio semejante actualmente tienen un costo de 1.25 millones de pesos. Calcular el valor en libros al final del año 30 y hacer el cuadro en sus primeros 3 renglones y el último.
Solución:

a) El costo de la demolición, 40 años después con incrementos del 8% anual será, el resultado obtenido con la ecuación:

$$C_n = C(1+i)^n$$

sustituyendo valores

C_n = 1.25 $(1.08)^{40}$
C_n = 1.25 (21.7245215)
C_n = 27.15565188

que puede redondearse en 27.2 millones dado que es un estimado.

La depreciación anual d se despeja de la igualdad siguiente que resulta de sustituir en la ecuación:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$C_n = C(1+i)^n - d\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$ los siguientes datos:

C = \$84 millones, el valor original
C_n = -27.2, el valor de rescate, negativo, es un gasto
i = 0.08, la tasa de inflación anual y
n = 40, la vida útil del edificio

$$-\$27.2 = \$84(1+0.08)^{40} - d\left[\frac{(1+0.08)^{40} - 1}{0.08}\right]$$

-\$27.2 = \$84(21.7245215) – d (259.0565188)

d (259.0565188) = \$1,824.859806 + \$27.2

d = \$1,852.059806/259.0565188

d = \$7.149249957 millones

b) El valor en libros al final del año 30, se obtiene sustituyendo n por 30 en la ecuación anterior:

$$C_{30} = \$84(1+0.08)^{30} - \$7.149249957\left[\frac{(1+0.08)^{30} - 1}{0.08}\right]$$

C_{30} = \$84(10.06265689) - \$7.149249957 (113.2832111)
C_{30} = \$845.2631788 - \$809.8899921 = \$35.3731867

c) Valor con inflación al inicio de cada periodo, se obtiene multiplicando el valor en libros anterior, por 1.08. El siguiente cuadro se muestran las cantidades en millones de pesos.

Fin de año	Valor con Inflación \$	Depreciación Anual \$	Depreciación Acumulada \$	Valor en Libros \$
0	-	-	-	84.000000000
1	90.720000000	7.149249957	7.149249957	83.570750043
2	90.256410046	7.149249957	14.298499914	83.107160089
3	89.755732897	7.149249957	21.447749871	82.606482940
4	89.215001575	7.149249957	28.596999828	82.065751618
5	88.631011747	7.149249957	35.746249785	81.481761790
6	88.000302733	7.149249957	42.895499742	80.851052776
7	87.319136999	7.149249957	50.044749699	80.169887042
8	86.583478005	7.149249957	57.193999656	79.434228048
9	85.788966292	7.149249957	64.343249613	78.639716335
10	84.930893641	7.149249957	71.492499570	77.781643684

11	84.004175179	7.149249957	78.641749527	76.854925222
12	83.003319240	7.149249957	85.790999484	75.854069283
13	81.922394826	7.149249957	92.940249441	74.773144869
14	80.754996458	7.149249957	100.089499398	73.605746501
15	79.494206221	7.149249957	107.238749355	72.344956264
16	78.132552765	7.149249957	114.387999312	70.983302808
17	76.661967033	7.149249957	121.537249269	69.512717076
18	75.073734442	7.149249957	128.686499226	67.924484485
19	73.358443244	7.149249957	135.835749183	66.209193287
20	71.505928750	7.149249957	142.984999140	64.356678793
21	69.505213096	7.149249957	150.134249097	62.355963139
22	67.344440190	7.149249957	157.283499054	60.195190233
23	65.010805452	7.149249957	164.432749011	57.861555495
24	62.490479935	7.149249957	171.581998968	55.341229978
25	59.768528376	7.149249957	178.731248925	52.619278419
26	56.828820692	7.149249957	185.880498882	49.679570735
27	53.653936394	7.149249957	193.029748839	46.504686437
28	50.225061352	7.149249957	200.178998796	43.075811395
29	46.521876307	7.149249957	207.328248753	39.372626350
30	42.522436458	7.149249957	214.477498710	35.373186501
31	38.203041421	7.149249957	221.626748667	31.053791464
32	33.538094781	7.149249957	228.775998624	26.388844824
33	28.499952410	7.149249957	235.925248581	21.350702453
34	23.058758649	7.149249957	243.074498538	15.909508692
35	17.182269387	7.149249957	250.223748495	10.033019430
36	10.835660985	7.149249957	257.372998452	3.686411028
37	3.981323910	7.149249957	264.522248409	-3.167926047
38	-3.421360131	7.149249957	271.671498366	-10.570610088
39	-11.416258895	7.149249957	278.820748323	-18.565508852
40	-20.050749560	7.149249957	285.969998280	-27.199999517

Para el último renglón observe que:

En la última columna está el valor de rescate -27.2
En la cuarta está la depreciación total 40(7.149249957).

La tercera contiene la depreciación anual, que es constante. Para el valor que va en la primera columna, nótese que es igual a (1.08) X, donde X es el valor en libros en el renglón 39, y como se ve en los primeros renglones debe cumplirse que:

$X + 0.08(X) - \$7.149249957 = -\$27.2$

de donde $X = -\$20.05075004/1.08$

$X = -\$18.5655093$ y

$1.08(X) = -\$20.05075004$ es el ultimo valor con inflación.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

III.2.2.- Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1

Petromex desea comprar equipo para la toma de registros geofísicos, con el propósito de tomar sus propios registros, y no hacer uso de otras compañías dedicadas a la toma de registros geofísicos, el costo inicial del equipo es de $1, 000,000 y pretende usarse durante 8 años, una compañía dedicada a la perforación para pozos de agua potable, decide comprar el equipo después de haber sido usado durante ese tiempo, por la cantidad de $200,000. Calcular por el método de depreciación de la línea recta.

a) Cuál fue la depreciación anual
b) Calcular y dibujar el valor en libros después de ocho años.

Solución: *a) $100,000*

b) dL_1=*$900,000* dL_2=*$800,000* dL_3=*$700,000* dL_4=*$600,000*
dL_5=*$500,000* dL_6=*$400,000* dL_7=*$300,00* dL_8= *$200,000*

Ejercicio 2

Un activo que costó $375,000, tiene vida útil de 8 años y se deprecia $42,000 anuales. Calcular el valor de rescate, por medio del método de línea recta.

Solución: C_n = *$39,000 valor de rescate del activo*

Ejercicio 3

Calcular cual es la depreciación anual de una máquina que costó $150,000, será utilizada durante 6 años, y al final se gastarán $18,600 en su remoción y cambio por otra más moderna.

Solución: d = $28,100

III.3.- Método de doble descuento

El método de doble descuento asume que el equipo en cuestión contribuirá a ganar más ingresos en la fase temprana de su vida útil, que en su etapa tardía.

El uso válido del modelo de doble descuento ocurre cuando se siente que la obsolescencia ejercerá una fuerte influencia sobre la vida útil del equipo pero no hay manera de predecir cuando ocurrirá.

El método de doble descuento permite pagar la inversión por el activo más rápidamente durante los primeros años de vida. Esto persuade a compañías petroleras a comenzar nuevos proyectos usando el método de depreciación de doble descuento, porque permite una mayor reducción de impuestos en sus primeros años de operación.

El factor de porcentaje fijo que se utiliza en el método de doble descuento será el doble del porcentaje calculado con el método de línea recta. Por ejemplo, cualquier equipo que tenga una vida útil igual a 5 años al aplicar el método de línea recta tendría un porcentaje igual al 20%, por lo que para el método se doble descuento se utilizara un aceptable 40%, que es el doble del porcentaje calculado con el método de línea recta.

III.3.1.- Ejercicio Resuelto

Ejercicio 1

Si una unidad de inyección de ácido, tiene un costo original de $17,000 y su vida útil es de 5 años. Calcular el costo de depreciación anual y el valor en libro para esta unidad. El valor del salvamento, C_n, utilizado será $2,000. Utilice el método de doble descuento para calcular su depreciación anual y su valor en libros.

Solución:

Calculando la depreciación anual por el método de línea recta se utiliza la siguiente ecuación:

$$d = \frac{C - C_n}{n}$$

$$d = \frac{\$17,000 - \$2,000}{5} = \frac{\$15,000}{5} = \$3,000$$

dividiendo el factor de depreciación entre el capital depreciable

$$\frac{\$3000}{\$15000} = 0.20 = 20\%$$

la depreciación anual obtenida por el método de línea recta es de 20%, y el porcentaje fijo aceptable a ser aplicado usando el método de doble descuento saldo será:

$$(2)(20\%) = 40\%.$$

Después del primer año

Gastos de depreciación = 0.40($17,000) = $6,800
Valor en libros = $17,000 – $6,800 = $10,200
Costo depreciable restante = $15,000 – $6,800 = $8,200

Después del segundo año

Gastos de depreciación = 0.40($10,200) = $4,080
Valor en libros = $10,200 – $4,080 = $6,120
Costo depreciable restante = $8,200 – $4,080 = $4,120

Después del tercer año

Gastos de depreciación = 0.40($6,120) = $2,448
Valor en libros = $6,120 – $2,448 = $3,672
Costo depreciable restante = $4,120 – $2,448 = $1,672

En forma análoga se continúa realizando los cálculos hasta llegar el final del quinto año.

El programa de depreciación será como se muestra en la tabla siguiente

Año	Gastos de depreciación $	Valor en Libros $	Costo depreciable restante $
Inicio	17,000.00	15,000.00	2,000.00
después del 1er Año	6,800.00	10,200.00	8,200.00
después del 2do Año	4,080.00	6,120.00	4,120.00
después del 3er Año	2,448.00	3,672.00	1,672.00
después del 4to Año	1,468.80	2,203.20	203.20
después del 5to Año	203.20	2,000.00	0.00

Nota: Se puede apreciar que después del quinto año, la depreciación restante es cero.

III.4.- Método de porcentaje

El método de porcentaje, también se le conoce como método de depreciación de saldo decreciente, es otra de las técnicas rápidas de eliminación. Simplemente, el costo de depreciación para cualquier año se determina multiplicando un porcentaje por el valor de los libros para ese año. Por ejemplo, si la tasa de depreciación de porcentaje uniforme fue 10%, entonces el costo de depreciación para cualquier año dado sería el 10% del valor en libros para dicho año. Obviamente, el costo de depreciación es mayor en el primer año y disminuye cada año subsiguiente.

Cuando las leyes de depreciación fueron liberalizadas en 1954 por el *Internal Revenue Service*, el porcentaje máximo de depreciación permitido era el doble de la tasa en línea recta, es decir *2/n*. Cuando se utiliza esta tasa, el método se conoce como método de saldo decreciente doble (*SDD*). De esta manera, si un activo tiene una vida útil de 10 años, la tasa en línea recta sería $1/n$ = 1/10 ó 20% anual. La tasa uniforme de 20% por lo tanto, podría utilizarse en el método de depreciación *SSD*. La ecuación general para calcular la tasa uniforme máxima de depreciación anual es:

$$Tasa\ máxima = 2\left(\frac{1}{n}\right)100\% = \frac{200\%}{n}$$

Dado que la depreciación se determina tomando un porcentaje fijo de un número decreciente (por ejemplo, el valor en libros), el valor en libros del activo no llegaría a cero. Por lo tanto, las leyes tributarias permiten volver hacia atrás al método en la línea recta en cualquier momento de la vida útil del activo, para que la firma pueda beneficiarse de la tasa más alta. Ya que el porcentaje utilizado en el método *SSD* es el doble de la tasa del método en línea recta, sería conveniente cambiar al método en línea recta cuando ya ha transcurrido la primera mitad de la vida útil del activo, si no hay valor de salvamento. Cuando se involucran los valores de salvamento (caso que se presenta a menudo) ya que casi todo tiene por lo menos un valor residual, el más oportuno para cambiar tendrá que ser determinado por eliminación de errores.

Cuando se utiliza la depreciación *SSD*, el valor de salvamento no debe restarse del costo inicial al calcular el costo de depreciación. Es importante que el estudiante tenga esto en cuenta, ya que este procedimiento aumenta más la tasa de eliminación en los primeros años. Sin embargo, aunque los valores de salvamento no se consideran en los cálculos de depreciación, un activo no puede depreciarse por un valor inferior a la cantidad que se consideraría un valor de salvamento razonable. Generalmente, esto es sólo importante para activos de vida útil corta (n<5) o activos con grandes valores de salvamento *(VS>0,2P)*.

La depreciación *(D_m)* para cualquier año *(m)* puede calcularse para cualquier valor de la tasa de depreciación *(td)* sin hacer los cálculos intermedios, utilizando la ecuación:

$$D_m = tdP(1-td)^{m-1}$$

De manera semejante, cuando se conoce *td*

$$D_m = VL_{m-1}(td)$$

El valor en libros para cualquier año (VL_m) puede calcularse así

$$VL_m = P(1-td)^m$$

Cuando se utiliza el *SSD*, $td = 2/n$ se sustituye en las tres ecuaciones anteriores. Finalmente, dado que no se utiliza el *VS* directamente en el método de saldo decreciente, una relación que calcule el *VS* después de n años es lo mismo que VL_n, es decir:

$$VS = VL_n = P(1-td)^n$$

Con esta información es posible calcular *td* utilizando la ecuación anterior.

$$td = 1-\left(\frac{VS}{P}\right)^{1/n} \qquad VS>O$$

III.4.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

El Activo Veracruz compro un malacate para utilizarlo en un pozo exploratorio, el costo inicial fue de $500,000.00 con un valor de salvamento de $40,000.00 después de 12 años. Calcular cual fue la depreciación y el valor en libros, utilizando el método de porcentaje, para:

a) año1
b) año 4
c) el valor de salvamento después de 12 años.

Solución

Lo primero que se tiene que hacer es calcular la tasa uniforme máxima de depreciación anual con la siguiente ecuación

$$Tasa\ \ máxima = 2\left(\frac{1}{n}\right)100\,\% = \frac{200\,\%}{n}$$

$$td = \frac{200\%}{12} = 16.67\ anual$$

a) para el primer año la depreciación y el valor en libros puede calcularse por medio de las siguientes ecuaciones:

$D_m = VL_{m-1}(d)$

$VL_m = P(1-d)^m$ donde $VL_o = P$

$D_1 = \$500{,}000.00(0.1667) = \$8{,}8350.00$

$VL_1 = \$500{,}000.00(1-0.1667)^1 = \$416{,}650.00$

b) Para el año 4 la depreciación y el valor en libros puede calcularse por medio de las siguientes ecuaciones:

$D_m = tdP(1-td)^{m-1}$

$VL_m = P(1-td)^m$

sustituyendo los valores tenemos

$D_4 = 0.1667 * \$500{,}000.00(1-0.1667)^{4-1} = \$48{,}229.165$

$VL_4 = \$500{,}000.00(1-0.1667)^4 = \$241{,}087.965$

c) utilizando la ecuación $VS = VL_n = P(1-td)^n$, el valor de salvamento en n =12 años es

$VS = 500{,}000.00(1-0.1667)^{12} = \$56051.415$

dado que se anticipa un valor de salvamento de $40,000.00 el límite inferior de VL es $40,000.00

Lo más importante que hay que recordar sobre el método de porcentaje es que el valor de salvamento no se sustrae del costo inicial cuando se calcula la depreciación anual.

Ejercicio 2

La empresa petrolera del sur compro 5 intercambiadores de calor que serán colocados en su red de oleoductos, el valor de cada unidad es de $2, 355,000, la vida útil de acuerdo con el fabricante es de 10 años, un actuario de la empresa calcula que el valor de rescate por unidad será de $200,000. Calcular por el método de porcentaje constante la depreciación. Y llegue al valor de rescate para comprobar que sea correcto.

Solución:

Datos:

$C_o = \$2,\ 355{,}000 * 5 = \$11,\ 775{,}000$

$C_n = \$200{,}000 * 5 = \$200{,}000$

$n = 10$ años

utilizando la siguiente ecuación para calcular la tasa de depreciación representada por "td"

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$td = 1 - \sqrt[n]{\frac{Cn}{Co}}$ y sustituyendo los datos, $td = 1 - \sqrt[10]{\frac{1,000,000}{11,775,000}} = 1 - 0.78145 = 0.21854$

después del primer año C_1 = \$11, 775,000 (1-0.21854) = \$9, 201,691.5

Después del segundo año C_2 = \$9, 201,691.5 (1-0.21854) = \$7, 190,753.84

Continuando con los cálculos hasta el año diez se tiene:

Después del año	Valor $	Depreciación $	Valor en libros $
Inicio	11,775,000.00	2,573,308.50	9,201,691.50
1	9,201,691.50	2,010,937.66	7,190,753.84
2	7,190,753.84	1,571,467.34	5,619,286.50
3	5,619,286.50	1,228,038.87	4,391,247.62
4	4,391,247.62	959,663.26	3,431,584.37
5	3,431,584.37	749,938.45	2,681,645.92
6	2,681,645.92	586,046.90	2,095,599.02
7	2,095,599.02	457,972.21	1,637,626.81
8	1,637,626.81	357,886.96	1,279,739.85
9	1,279,739.85	279,674.35	1,000,065.50
10	1,000,065.50	0.00	1,000,065.50

Después del año diez se obtiene un valor aproximado al que había estimado el actuario, la diferencia se debe a errores de truncamiento.

Ejercicio 3

Con el método de la tasa fija, obtenga la depreciación anual de un activo que costó \$150,000, tiene \$25,000 como valor de rescate y 8 años de vida útil. Calcular la depreciación acumulada hasta el final del sexto año, y haga el cuadro de depreciación.

Solución:

En primer lugar se obtiene la tasa de depreciación *td* con la ecuación $td = 1 - \sqrt[n]{C_n / C}$ y los valores siguientes.

C = 150,000, el valor original del activo
C_n = 25,000, el valor de rescate
n = 8 años, la vida útil del activo, entonces

$td = 1 - \sqrt[8]{25,000 / 150,000}$
$td = 1 - 0.799339167$

$td = 0.200660833$ o 20.066%, aproximadamente

La depreciación en el primer año es por tanto

$d_1 = \$150{,}000(0.200660833)$
$d_1 = \$30{,}099.12492$

que se resta del costo original para obtener el valor en libros al final del primer año, es decir:

$C_1 = \$150{,}000 - \$30{,}099.12$
$C_1 = \$119{,}900.88$

La depreciación de segundo año es:

$d_2 = \$119{,}900.88\ (0.200660833)$
$d_2 = \$24{,}059.41$

Se continúa de manera semejante, para obtener la depreciación anual y el valor en libros de los años restantes. Éstos se resumen en el cuadro que se presenta en el inciso c de este problema.

b) Para la depreciación acumulada, se encuentra primero el valor en libros, al final del sexto periodo anual, con la ecuación $C_k = C(1 - td)^k$; sustituyendo valores

$C_6 = \$150{,}000(1 - 0.200660833)^6$
$C_6 = \$150{,}000(0.26084743) = \$39{,}127.11$

Por tanto la depreciación acumulada hasta el sexto año es
$150,000 - $39,127.11 = $110,872.89
c) El cuadro de depreciación es el siguiente, que se inicia anotando el costo original en la última columna, y la depreciación anual d_1, en la segunda y la tercera. Sirve para comprobar los resultados anteriores.

Fin de año	Depreciación Anual $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0	0	150,000.00
1	30,099.12	30,099.12	119,900.88
2	24,059.41	54,158.53	95,841.47
3	19,231.63	73,390.16	76,609.84
4	15,372.59	88,762.76	61,237.24
5	12,287.92	101,050.67	48,949.33
→ 6	9,822.21	110,872.89	39,127.11
7	7,851.28	118,724.16	31,275.84
8	6,275.84	125,000.00	25,000.00

La depreciación acumulada al final es igual a la base de depreciación C-C_n = \$125,000, y el último valor en libros es igual al valor de rescate.
En el renglón del periodo 6, están la depreciación acumulada y el valor en libros, que se obtuvieron antes.

Ejercicio 4

Depreciación anual y cuadro, método de tasa fija

Suponga que una caldera costó \$4,655,000, considerando una vida útil de 15 años y su valor de rescate es nulo. Con el método de tasa fija, obtenga los cargos por depreciación anual cuadro de depreciación.

Solución:

Para la tasa de depreciación td se utiliza la ecuación $td = 1 - \sqrt[n]{C_n / C}$, pero con C_n = 1 en lugar de cero, esto es:

$td = 1 - \sqrt[15]{1/4{,}655{,}000}$
$td = 1 - 0.359312248$
$td = 0.640687752$ o 64.069% aproximadamente

En el primer año, la depreciación es entonces:

$d_1 = \$4,655{,}000(0.640687752)$
$d_1 = \$2,982{,}401.487$

y el valor en libros es:

$C_1 = \$4,655{,}000 - \$2,982{,}401.487$
$C_1 = \$1,672{,}598.513$

Para el segundo periodo anual, la depreciación es:

$d_2 = \$1,672{,}598.513(0.640687752) = \$1,071{,}613{,}382$

y el valor en libros es:

$C_2 = \$1,672{,}598.513 - \$1,071{,}613.382$ C2 = \$600,985.131

De la misma forma se obtienen los valores que restan, y todos se escriben en el cuadro siguiente, observando que, el valor en libros C_k de cualquier periodo, es igual al anterior C_{k-1}, multiplicado por la diferencia *(1 - td)*, que en este ejercicio es:

$1 - td = 1 - 0.640687752 = 0.359312248$

Así, por ejemplo, el tercero es:
$C_3 = C_2\,(1 - td)$

$C3$ = \$600,985.131(0.359312248) = \$215,941.3182

Fin de año	Depreciación Anual \$	Depreciación Acumulada \$	Valor en Libros \$
0	0	0	4,655,000.00
1	2,982,401.49	2,982,401.49	1,672,598.51
2	1,071,613.38	4,054,014.87	600,985.13
3	385,043.81	4,439,058.68	215,941.32
4	138,350.96	4,577,409.64	77,590.36
5	49,711.19	4,627,120.83	27,879.17
6	17,861.84	4,644,982.67	10,017.33
7	6,417.98	4,651,400.65	3,599.35
8	2,306.06	4,653,706.71	1,293.29
9	828.59	4,654,535.31	464.69
10	297.72	4,654,833.03	166.97
11	106.98	4,654,940.01	59.99
12	38.44	4,654,978.44	21.56
13	13.81	4,654,992.25	7.75
14	4.96	4,654,997.22	2.78
15	1.78	4,654,999.00	1.00

Dos cosas pueden apreciarse en este ejemplo:

La depreciación anual es muy alta en los primeros años de la vida útil y por lo mismo el valor del activo, es decir su valor en libros, decrece muy rápidamente. Ambas son consecuencia de que la tasa de depreciación es elevada.

Ejercicio 5

Valor de rescate y cuadro considerando inflación

Calcular en cuánto deberá vender su automóvil la profesora Verónica, 5 años después de que lo compró en \$125,000, si se considera que se deprecia con un porcentaje fijo del 15% y la inflación ha sido del 1.5%, mensual en promedio. Haga el cuadro de depreciación.

Solución:

La tasa de inflación anual equivalente al 1.5% mensual es

$i = (1 + 0.015)^{12} - 1;\quad i/p = 0.015$
$i = 1.195618171 - 1$
$i = 0.195618171$ o 19.5618% aproximadamente

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Puesto que es mayor que la de depreciación, el activo aumentará su valor con una tasa dada por

0. 195618171 - 0.15 = 0.045618171

Entonces el valor en libros, es decir el precio de compraventa 5 años después de haberlo comprado, será:

$C_5 = \$125,000(1 + 0.045618171)^5$
$C_5 = \$125,000(1.249872203)$
$C_5 = \$156,234.03$

El cuadro de depreciación se inicia anotando en la última columna el precio original del activo.

Fin de año	Depreciación Anual $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0.0000	0.0000	125,000.0000
1	-5,702.2714	-5,702.2714	130,702.2714
2	-5,962.3986	-11,664.6699	136,664.6699
3	-6,234.3923	-17,899.0622	142,899.0622
4	-6,518.7939	-24,417.8561	149,417.8561
5	-6,816.1693	-31,234.0254	156,234.0254

La "depreciación" del primer año es:

$d_1 = \$125,000(0.045618171)$
$d_1 = \$5,702.271375$

que se anota en la segunda y tercera columnas con signo negativo porque el valor en libros crece.

$C_1 = \$125,000 - (-\$5,702.2714)$
$C_1 = \$130,702.2714$

La del segundo periodo anual es:

$d_2 = \$130,702.2714\ (0.045618171)$
$d_2 = \$5,962.398567$
y por tanto

$C_2 = \$130,702.2714 - (-\$5,962.3986)$
$C_2 = \$136,664.67$

Los restantes se obtienen de forma semejante quedando como se observa en el mismo cuadro.

III.4.2.- Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1

Calcular en cuánto deberá vender su automóvil la profesora Verónica, 5 años después de que lo compró en $125,000, si se considera que se deprecia con un porcentaje fijo del 15% y la inflación ha sido del 9%, anual.

Solución:

$C_5 = \$91,738$

Ejercicio 2

Calcular cual es el precio original de un helicóptero que el gobierno del estado vende en 10.5 millones de pesos, suponiendo que se ha depreciado 16% cada año y que su valor crece con la inflación del 3.5% por trimestre. Suponga que se compró 6 años antes.

Solución:

$C = \$11,321,552.38$

III.5.- Método de depreciación por suma de años.

El método de depreciación por suma de años, también se le conoce como depreciación de la suma de los dígitos del año (*SDA*) es una técnica rápida eliminación por la cual la mayor parte del valor del activo se disminuye en el primer tercio de vida del activo. Es decir, los costos de depreciación son muy altos en los primeros años, pero disminuyen rápidamente en los años posteriores de la vida útil del activo. Este procedimiento, por lo tanto, es justamente lo contrario del método fondo de amortización.

La mecánica del método incluye encontrar inicialmente la suma de los dígitos del año, desde 1 hasta n de la vida útil del activo. El número obtenido de esta manera representa la suma de los dígitos del año. El costo de depreciación para cualquier año dado se obtiene entonces multiplicando el costo inicial del activo menos el valor de recuperación *(P-VS)* por la relación entre el número de los años que quedan en la vida útil del activo y la suma de los dígitos del año. En forma de ecuación:

$$D_m = \frac{\textit{años depreciables restantes}}{\textit{suma de los dígitos del año}}(\textit{costo inicial} - \textit{valor de salvamento})$$

$$= \frac{n-m+1}{SDA}(P - VP)$$

donde: D_m = costo de depreciación
SDA = suma de los dígitos del año

$$= \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}$$

Observe que los años de depreciación restantes deben incluir el año en que se desea el cargo de depreciación esta es la razón por la que 1 ha sido incluido en el numerador de la ecuación $= \frac{n-m+1}{SDA}(P - VP)$ Por ejemplo, si se desea determinar la depreciación para el cuarto año de un activo que tiene una vida útil de ocho años, el numerador de la ecuación anterior seria:

8-4+1=5 si un activo tiene una vida útil de 10 años, utilizando la ecuación.

$$= \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$SDA = \sum_{j=1}^{10} j = 1 + 2 + ...+10 = \frac{10(11)}{2}$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

El valor de los libros para cualquier año dado se puede calcular sin hacer las determinaciones de depreciación año por año mediante el uso de la siguiente ecuación.

$$VL_m = P - \frac{m(n - m/2 + 0.5)}{SDA}(P - VS)$$

III.5.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

Calcular los costos de depreciación para los tres primeros años, y el valor en libros por el método de depreciación por suma de años, para el año 3, para una presa de lodo de perforación, manufacturada con una aleación de acero inoxidable y bronce, la cuál su costo inicial fue de \$25,000.00, y tiene un valor de salvamento de \$4,000.00 y una vida útil de ocho años.

Solución:

Datos:

Costo inicial de la presa (C) = \$25,000.00
Valor de salvamento (C_n)= \$ 4,000.00
Vida depreciable o vida útil (n)= 8 años

Con la siguiente ecuación se puede calcular la suma de los dígitos del año.

$$SDA = \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$SDA = \frac{8(8+1)}{2} = \frac{8(9)}{2} = 36$$

los costos de depreciación para cada año, se puede calcular mediante la siguiente ecuación.

$$D_m = \frac{años\ depreciables\ restantes}{suma\ de\ los\ dígitos\ del\ año}(costo\ inicial - valor\ de\ salvamento)$$

$$D_m = \frac{n - m + 1}{SDA}(C - C_n)$$

sustituyendo valores se tiene:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$D_1 = \frac{(8-1+1)}{36}(\$25{,}000.00 - \$4{,}000.00) = \$4{,}667.00$$

$$D_2 = \frac{(8-2+1)}{36}(\$25{,}000.00 - \$4{,}000.00) = \$4{,}083.00$$

$$D_3 = \frac{(8-3+1)}{36}(\$25{,}000.00 - \$4{,}000.00) = \$3{,}500.00$$

como se puede observar $D_1 > D_2 > D_3$ esto nos dice que la depreciación ocurre a una tasa decreciente.

Para calcular el valor de libros para el año 3 se utiliza la siguiente ecuación:

$$VL_m = C - \frac{m(n - m/2 + 0.5)}{SDA}(C - C_n)$$

$$VL_m = \$25{,}000.00 - \frac{3(8-3/2+0.5)}{36}(\$25{,}000.00 - \$4{,}000.00)$$

$$VL_m = \$25{,}000.00 - \left[\frac{3(7)}{36}\right](\$21{,}000.00)$$

$$VL_m = \$12{,}750.00$$

Ejercicio 2

Una válvula de control instalada en la línea de alimentación de una unidad de tratamiento de sosa cáustica cuesta \$2,000, con una vida de servicio de 5 años y el valor de rescate de \$200. Calcule el costo de depreciación anual usando la depreciación por suma de años.

Solución:

Obteniendo la suma de la serie aritmética de números del 1 al 5 se tiene:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$

usando la ecuación $d_a = \left(\frac{n-a-1}{\sum_{y=1}^{n} y}\right)(C_o - C_s)$ obtenemos:

$$d_1 = \left(\frac{5-1+1}{15}\right)(\$2{,}000 - \$200) = \$600$$

$$d_2 = \left(\frac{5-2+1}{15}\right)(\$2{,}000 - \$200) = \$480$$

$$d_3 = \left(\frac{5-3+1}{15}\right)(\$2{,}000 - \$200) = \$360$$

$$d_4 = \left(\frac{5-4+1}{15}\right)(\$2{,}000 - \$200) = \$240$$

$$d_5 = \left(\frac{5-5+1}{15}\right)(\$2{,}000 - \$200) = \$120$$

Sumando las depreciaciones obtenemos \$1,800 mas \$200 del valor de rescate siendo el total de \$2,000 el cual es el valor de la válvula.

Ejercicio 3

Suponiendo que una polea viajera tiene un costo original de \$17,000 y una vida útil de 5 años y el valor de salvamento es de \$2,000. Calcule por método de depreciación de suma de años, la depreciación anual y el valor en libros.

Solución:

Gastos de depreciación mas \$2,000 por salvamento = 0
Valor en libros = \$17,000
Costo depreciable restante = \$15,000

Después del primer año calculamos la depreciación anual utilizando la ecuación e el valor de $\sum_{y=1}^{n} y$ se calcula obteniendo la suma de la serie aritmética de números del 1 al 5 la cual es:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

sustituyendo en la ecuación que da el valor de la depreciación anual

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$d_1 = \left(\frac{5-1-1}{15}\right)(\$17,000 - \$2,000) = \$5,000$$

Valor en libros $= VL - d_1 = \$17,000 - \$5,000 = \$12,000$

Costo depreciable restante $= Dr_0 - d1 = \$15,000 - \$5,000 = \$10,000$

Después del segundo año

$$d_2 = \left(\frac{5-2-1}{15}\right)(\$17,000 - \$2,000) = \$4,000$$

Valor en libros $= VL_1 - d_2 = \$12,000 - \$4,000 = \$8,000$

Costo depreciable restante $= Dr_1 - d_2 = \$10,000 - \$4,000 = \$6,000$

Después del tercer año

$$d_3 = \left(\frac{5-3-1}{15}\right)(\$17,000 - \$2,000) = \$3,000$$

Valor en libros $= VL_2 - d_3 = \$8,000 - \$3,000 = \$5,000$

Costo depreciable restante $= Dr_2 - d_3 = \$6,000 - \$3,000 = \$3,000$

En forma análoga continuamos hasta el final del quinto año quedando la siguiente tabla:

Año	Gastos de depreciación mas 2000 del valor de rescate $	Valor en Libros $	Costo depreciable restante $
Inicio	0.00	17,000.00	15,000.00
después del 1er Año	5,000.00	12,000.00	10,000.00
después del 2do Año	4,000.00	8,000.00	6,000.00
después del 3er Año	3,000.00	5,000.00	3,000.00
después del 4to Año	2,000.00	3,000.00	1,000.00
después del 5to Año	1,000.00	2,000.00	0.00

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 4

La compañía perforadora Villapart S A compró una camioneta en \$220,000. Calcule la depreciación anual, con el método de la suma de dígitos, suponiendo que tiene 6 años vida útil y un valor de rescate de \$73,000.

Elaborar el cuadro de depreciación correspondiente.

Solución:

La base de depreciación es la diferencia entre el precio original y el valor de rescate

$$C - C_n = \$220{,}000 - \$73{,}000$$
$$C - C_n = \$147{,}000$$

La suma de los 6 dígitos es:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

El numerador de la primera fracción es 6, y el cargo por depreciación en el primer año es por tanto:

$$d_1 = \$147{,}000(6/21)$$
$$d_1 = \$42{,}000$$

Para el segundo año la fracción es $a/b = 5/21$ y la depreciación es:

$$d_2 = \$147{,}000(5/21)$$
$$d_2 = \$35{,}000$$

Puesto que la base de depreciación, \$147,000, y la suma de los dígitos 21, son constantes, cada una puede obtenerse como se ve a continuación.

$$d_1 = (\$147{,}000/21)6$$
$$d_1 = \$7{,}000(6) = \$42{,}000$$
$$d_2 = \$7{,}000(5) = \$35{,}000$$

Además:

$$d_3 = \$7{,}000(4) = \$28{,}000$$
$$d_4 = \$7{,}000(3) = \$21{,}000$$
$$d_5 = \$7{,}000(2) = \$14{,}000$$
$$d_6 = \$7{,}000(1) = \$7{,}000$$

En la siguiente tabla se muestra la depreciación con cantidades en miles de pesos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Fin de año	Depreciación Anual $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0	0	220
1	42	42	178
2	35	77	143
3	28	105	115
4	21	126	94
5	14	140	80
6	7	147	73

Valor en libros.- Para el valor en libros al final del k-ésimo año con el método de la suma de dígitos, se tiene que la depreciación acumulada hasta el final del cuarto año, en el ejercicio anterior, en miles de pesos es:

$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = (\$147{,}000/21)(6 + 5 + 4 + 3)$

donde el factor de la izquierda, es la fracción cuyo numerador es la base de depreciación, $C\text{-}C_n$ y el denominador es la suma de los dígitos S. El otro factor es igual a la suma de una serie aritmética cuyo primer término es igual a la vida útil del activo $n = 6$, la diferencia común es $dif = -1$ y el número de términos es $K = 4$. Por tanto la suma es:

$$S_n = (n/2)[2a_1 + (n - 1)dif]$$

$$S_4 = (4/2)\,[2(6) + (4 - 1)(-1)]$$
$$S_4 = 2(12 - 3) = 2(9)$$
$$S_4 = 18$$

que en general será: $S_k = (k/2)\,[2(n) + (k - 1)(-1)] = (k/2)\,(2n - k + 1)$

La depreciación acumulada es por tanto

$$[(C - C_n)/S]\,[(k/2)(2n - k + 1)] = \frac{k(C - C_n)}{2S}(2n - k + 1)$$

y para el valor en libros esto se resta del precio original C del activo, lo que da como resultado la siguiente ecuación.

En el método de la suma de dígitos, el *valor en libros* al final del k-ésimo año es:

$$C_k = C - \frac{k(C - C_n)}{S}(2n - k + 1)\text{; donde:}$$

C es el precio original del activo
C_n es el valor de rescate
S es la suma de los dígitos y
n es la vida útil del activo en años

Nótese que el segundo término de esta fórmula corresponde a la depreciación acumulada hasta el k-ésimo año.

Ejercicio 5

El Hotel Central renueva su mobiliario y equipo con una inversión de $528,000. Se supone que la vida útil es de 15 años, con valor de rescate del 20% de la inversión. Con el método de la suma de dígitos obtenga:

a) La depreciación anual.
b) La depreciación acumulada hasta el duodécimo año.
c) El cuadro de depreciación, en sus primeros tres y dos últimos renglones.

Solución:

a) Con la ecuación $S_k = \left(\frac{n}{2}\right)[2n + (k-1)dif]$ se obtiene la suma de los 15 dígitos

donde:

$n = 15$
$k = 15$
$dif = -1$

sustituyendo valores en la ecuación:

$$S_{15} = \left(\frac{15}{2}\right)[2(15) + (15-1)(-1)]$$

$$S_{15} = (15/2)(1 + 15)$$

$$S_{15} = 120$$

La fracción para la primera depreciación es, en consecuencia, 15/120. El valor de rescate es el 20% de la inversión, esto es:

$C_n = 0.20\ (\$528,000)$
$C_n = \$105,600$ y la base de depreciación es, por tanto:

$C - C_n = \$528,000 - \$105,600$
$C - C_n = \$422,400$
La depreciación en el primer año es:

$d_1 = \$422,400(15/120)$
$d_1 = (\$422,400/120)15$
$d_1 = \$3,520(15)$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$d_1 = \$52,800$

La del segundo es:

$d_2 = 3,520(14)$
$d_2 = \$49,280$

Notando que la diferencia entre estos dos valores, \$3,520, es igual a la que hay entre 2 años sucesivos cualesquiera, se tiene que la del tercero es:

$d_3 = \$49,280 - \$3,520$
$d_3 = \$45,760$

que también es igual a

$\$3,520(13) = \$45,760$

La depreciación de cualquier año k, estará dada por la del primero, menos $(k-1)$ diferencias, es decir

$d_k = \$52,800 - (k-1)(\$3,520)$

Por ejemplo en el cuarto año es:

$d_4 = \$52,800 - (4 - 1)(\$3,520)$
$d_4 = \$42,240$

que debe ser igual a \$3,520(12) porque 12 es el dígito del cuarto año. La depreciación del año 15, el último, es:

$d_{15} = \$52,800 - (15 - 1)(\$3,520)$
$d_{15} = \$3,520$

c) La depreciación acumulada hasta el año 12, según la ecuación

$$d_k = \frac{k(C - C_n)}{S}(2n - k + 1) \text{ es:}$$

$$d_{12} = \frac{12(\$528,000 - \$105,600)}{2(120)}(2(15) - 12 + 1)$$

$d_{12} = \$21,120(19)$
$d_{12} = \$401,280$

y la acumulada al final de la vida útil según la misma ecuación, es:

$$d_{15} = \frac{15(\$528{,}000 - \$105{,}600)}{2(120)}(2(15) - 15 + 1)$$

$d_{15} = \$26{,}400(16) = \$422{,}400$

que es igual a la base de depreciación.

c) El cuadro de depreciación es el siguiente

Fin de año	Depreciación Anual $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0	0	528,000
1	52,800	52,800	475,200
2	49,280	102,080	425,920
3	45,760	147,840	380,160
4	42,240	190,080	337,920
5	38,720	228,800	299,200
6	35,200	264,000	264,000
7	31,680	295,680	232,320
8	28,160	323,840	204,160
9	24,640	348,480	179,520
10	21,120	369,600	158,400
11	17,600	387,200	140,800
12	14,080	401,280	126,720
13	10,560	411,840	116,160
14	7,040	418,880	109,120
15	3,520	422,400	105,600

En el último renglón de este cuadro se anotan:

La última depreciación anual $d_{15} = \$3{,}520$ en la segunda columna.

La depreciación acumulada, es decir, la base de depreciación $422,400, en la tercera y

El valor de rescate, $105,600, en la última.

Para los números del penúltimo renglón se tiene que:

La depreciación anual d_{14}, es igual a la suma de la última y la diferencia común.

$$d_{14} = d_{15} + \text{dif}$$
$$d_{14} = \$3{,}520 + \$3{,}520$$
$$d_{14} = \$7{,}040$$

Para obtener la depreciación acumulada, de la última se resta la diferencia.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

\$422,400 - \$3,520 = \$418,880
y para encontrar el valor en libros, se suma la diferencia común con el último.

\$105,600 + \$3,520 = \$109,120

III.5.2.- Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1

Una empresa fabricante de tuberías compra equipo para soldar el cual tuvo un costo de \$100,000 con una vida útil de 4 años y su valor de salvamento es de \$20,000. Elaborar el programa de depreciación anual por el método de suma de años.

Solución: $d_4 = \$8,000$

Ejercicio 2

La compañía perforadora Villapart S A compró una camioneta en \$220,000. Suponiendo que tiene 6 años vida útil y un valor de rescate de \$73,000.

Calcular el valor en libros al final del quinto año.

Solución: $C_5 = \$80,000$

Ejercicio 3

Supóngase que un torno costó \$330,000. Calcular cuál será su valor de rescate si en el primer año se deprecia \$95,000, tiene 5 años de vida útil y su valor aumenta con la inflación del 12.3% anual. Use el método de la suma de dígitos y haga el cuadro de depreciación.

Solución:

Fin de Año	Valor de la Inflación \$	Depreciación Anual \$	Depreciación Acumulada \$	Valor en Libros \$
0	0	0	0	330,000.0000
1	370,590.0000	95,000.0000	95,000.0000	275,590.0000
2	309,487.5700	76,000.0000	171,000.0000	233,487.5700
3	262,206.5411	57,000.0000	228,000.0000	205,206.5411
4	230,446.9457	38,000.0000	266,000.0000	192,446.9457
5	216,117.9200	19,000.0000	285,000.0000	197,117.9200

Nótese que el valor en libros crece en el último año, mientras que en los anteriores decrece.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

III.6.- Método de fondo de amortización.

El método de fondo de amortización como anualidad o método de interés compuesto, es uno de los métodos más antiguos y se utiliza muy poco en la actualidad. En este método se "establece" un fondo de amortización que ascendería al primer costo (menos el valor de salvamento) del activo en el momento en que se retira el activo.

En realidad, nunca se establece un fondo real; pero la depreciación que se carga por cada año es igual a la cantidad en que el fondo de amortización hubiese aumentado en dicho año. La cantidad que el fondo aumenta en cada año dado es igual al "pago" anual uniforme más el interés sobre todos los pagos e intereses anteriores. De esta manera, al establecer un fondo que tendría un "pago" anual $1,000 a una tasa de interés del 8% el costo de depreciación en el primer año sería $1,000. En el segundo año, el costo sería $1,000+$1,000(0.08)=$1,080. En el tercer año, el costo de depreciación sería $1,000+$2,080(0.08) = $ 116,640 y así sucesivamente. Debe ser evidente que los costos de depreciación aumentaran rápidamente en los últimos años de la vida útil del activo.

Puesto que la mayoría de los negocios prefieren una eliminación rápida para poder beneficiarse obteniendo ganancias retenidas mayores en los primeros años y, por lo tanto, durante un periodo mayor de tiempo, el método de fondo de amortización en la actualidad tiene primordialmente un significado histórico.

El "depósito" anual que se debe hacer en el fondo de amortización puede calcularse multiplicando el factor *(A/F,i%,n)* por el costo inicial menos el valor de salvamento del activo. El costo de depreciación para cualquier año dado puede calcularse entonces multiplicando el factor *(F/P,i%,n'-1)* por el "depósito" anual, donde *n* es igual número de años transcurridos desde el momento de la compra del activo. El valor en los libros para cualquier año sería igual a la diferencia entre la cantidad acumulada en el fondo de amortización por *n* y el primer costo del activo. Es decir, si el activo descrito anteriormente tenía un primer costo de $10,000, el valor de los libros después de cinco años sería $10,000-*(F/A,8%,5)*=$4,133.

III.6.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

Una empresa de saneamiento industrial desea comprar una barcaza para transportar los recortes que genera la perforación en plataformas. Si la barcaza tiene un costo de $1,450,000 y su vida útil debido a la corrosión es de cinco años y se estima un valor de rescate de $100,000. Se requiere saber la depreciación anual por el método de fondo de amortización si el interés manejado es de 10% anual.

Solución:
Datos:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$C_o = \$1,450{,}000$
$C_n = \$100{,}000$
$n = 5$ años
$i = 10\ \%$ anual.

Utilizando la siguiente ecuación $C_o - C_n = A\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$; se tendrá al sustituir los datos

$$\$1{,}450{,}000 - \$100{,}000 = A\frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1}$$

$$\$1{,}350{,}000 = A(6.1051)$$

$$A = \$221{,}126.6$$

para el primer año $D_1 = A = \$221{,}126.6$

para el segundo año $D_2 = A + D_1 * i = \$221{,}126.6 + \$221{,}126.6\ (0.1) = \$243{,}239.26$

para el tercer año $D_3 = A + (D_1 + D_2) * i =$

$= \$221{,}126.6 + (\$221{,}126.6 + \$243{,}239.26)(0.1) = \$267{,}563.186$

para el cuarto año $D_4 = A + (D_1 + D_2 + D_3) * i = \$294{,}319.5046$

para el quinto año $D_5 = A + (D_1 + D_2 + D_3 + D_4) * i = \$323{,}751.455$

haciendo la suma de las depreciaciones anuales y restándolas del costo original de la barcaza se tendrá el valor de rescate

$D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 = \$1,350{,}000.0056$

$$\begin{array}{r} \$1,450{,}000 \\ \underline{-\$1,350{,}000} \\ \$100{,}000 \end{array}$$

Ejercicio 2

Supóngase una inversión de una compañía de petróleo de $1 millón para una expansión de una refinería, asignó $100,000 para la tierra y $700,000 para las propiedades o activos fijos sujetos a depreciación. El capital adicional de $200,000 está disponible para llevar a cabo operaciones, pero esta suma no está sujeta a depreciación. Los inversionistas quieren una tasa de interés del 15% (o tasa de ganancia para los inversionistas) sobre su dinero por un período de 10 años. Utilice el método de fondo de amortización con una depreciación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

manejada al 15% por año. Para simplificar el problema no se incluyen impuestos sobre los ingresos.

Solución:

La ganancia en el primer año antes de hacer la deducción por el método de fondo de amortización después de cargar el 15% de interés, a la tasa de ganancia y suponiendo que no se tiene valor de salvamento para las propiedades. Es 0.15 * $1, 000,000, o $150,000 por año.

Pero la empresa petrolera debe ganar bastante dinero adicional anualmente para pagar por la depreciación que ocurre en el capital depreciable de $700,000.

Utilizando el método de fondo de amortización y una tasa de interés del 15% para el fondo de amortización obtenemos, el depósito anual en el fondo dado por:

$$A_d = (C_o - C_s)\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_d = (\$700{,}000)\frac{0.15}{(1+0.15)^{10} - 1} = 34476.44$$

Así, la ganancia de la compañía antes de la depreciación deberá ser

$$\$184{,}476.44 = \$150{,}000 + \$34{,}446.44$$

y no $150,000 en el primer año. Realmente desglosando los $184,476.44

$34,476.44 = La depreciación anual total.

$105,000 = Es el 15% de interés de la parte no depreciable del capital depreciable al cual es en el primer año antes de cualquier deducción:

$$0.15 * \$700{,}000 = \$105{,}000$$

$45,000 = Es el 15% de interés sobre el capital no depreciable, ó sea:

$$0.15 * \$300{,}000 = \$45{,}000$$

$184,440 = el total durante el primer año

Así $139,476.44 ($105,000 + $34,476.44) es necesario para cubrir (1) el depósito de depreciación en el fondo de amortización, y (2) el interés sobre el capital depreciable durante ese año. Esto también es calculado usando:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$Ar = (C_o - C_s)\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_r = (\$700{,}000)\frac{0.15(1+0.15)^{10}}{(1+0.15)^{10} - 1} = \$139{,}476.44$$

En cada año subsiguiente, el valor en libros disminuye pero el fondo de depreciación se incrementa de tal manera que la suma de los dos siempre es igual a $700,000 y el interés anual total permanece constante en $105,000 aunque los cargos de interés de cada componente varían.

Ejercicio 3

Supóngase una inversión de una compañía de petróleo de $1 millón para una expansión de una refinería, asignó $100,000 para la tierra y $700,000 para las propiedades o activos fijos sujetos a depreciación. El capital adicional de $200,000 está disponible para llevar a cabo operaciones, pero esta suma no está sujeta a depreciación. Los inversionistas quieren una tasa de interés del 15% (o tasa de ganancia para los inversionistas) sobre su dinero por un período de 10 años. Utilice el método de fondo de amortización con una depreciación manejada al 15% por año. También haga la depreciación utilizando el método de línea recta y compare ambos.

Solución:

Utilizando el método de fondo de amortización y una tasa de interés del 15% para el fondo de amortización obtenemos, el depósito anual en el fondo dado por:

$$A_d = (C_o - C_s)\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_d = (\$700{,}000)\frac{0.15}{(1+0.15)^{10} - 1} = \$34{,}476.44$$

Vamos a calcular diferentes rubros, por lo que al inicio tenemos algunos ceros

Deposito anual = $0
Cargo anual = $0
Valor en libros al final del año = $700,000
Reserva del fondo de amortización = $0
Interés anual del 15% sobre el fondo de amortización = $0

Después del primer año

Deposito anual = $34,476.44

Cargo anual = $A_d = (C_o - C_s)\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$$A_{d1} = (\$700{,}000)\frac{0.15}{(1+0.15)^{10} - 1} = \$34{,}476.44$$

Valor en libros al final del año = \$700,000 - \$34,476.44 = \$665,523.56

Reserva del fondo de amortización = \$34,476.44

Interés anual del 15% sobre el fondo de amortización = \$0
Después del segundo año

Deposito anual = \$34,476.44
Cargo anual = $A_d = (V_o - V_s)\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$$A_{d2} = (\$665{,}523.56)\frac{0.15}{(1+0.15)^{10} - 1} = \$39{,}647.91$$

Valor en libros al final del año = \$665,523.56 - \$39,647.91 = \$625,875.65

Reserva del fondo de amortización = \$34,476.44 + \$39,647.91 = \$74,124.35

Interés anual del 15% sobre el fondo de amortización = \$34,476.44 * 0.15 = \$5,171.466

Después del tercer año

Deposito anual = \$34,476.44
Cargo anual = $A_d = (V_o - V_s)\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$$Ad3 = (\$625{,}875.65)\frac{0.15}{(1+0.15)^{10} - 1} = \$45{,}595.097$$

Valor en libros al final del año = \$625,875.65 - \$45,595.097 = \$580,280.553

Reserva del fondo de amortización = \$74,124.35 + \$45,595.097 = \$119,719.447

Interés anual del 15% sobre el fondo de amortización = \$74,124.35 * 0.15 = \$11,118.65

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En forma análoga se realiza hasta el final del quinto año.

Para el método de línea recta procedemos a obtener el factor "d" utilizando $d = \frac{V_o - V_s}{n}$

Como Vs es cero $d = \frac{\$700,000}{10} = \$70,000$

En el inicio

Cargo anual = \$0

Valor en libros = \$0

Después del primer año

Cargo anual = \$70,000

Valor en libros = \$630,000

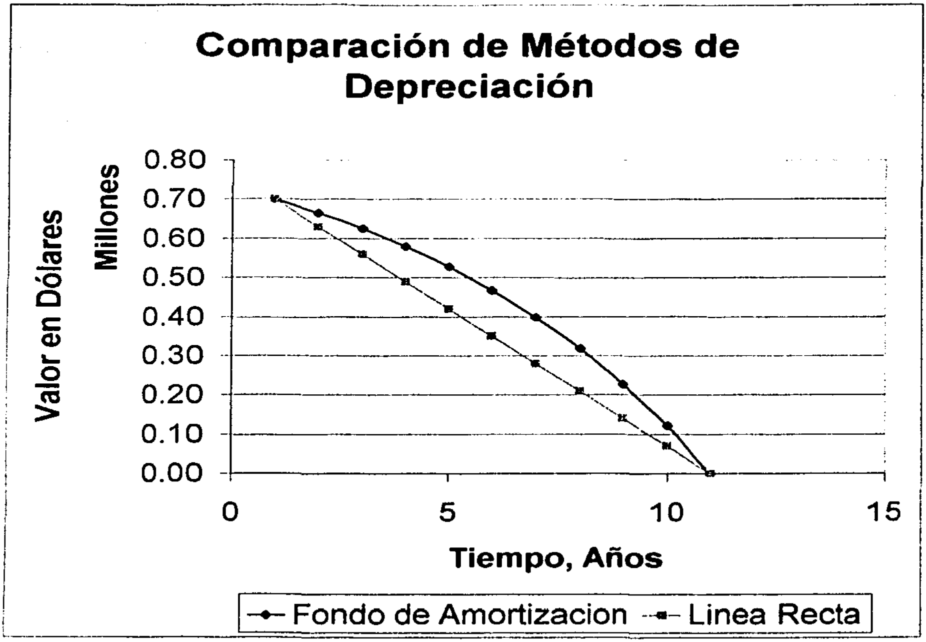
Después del segundo año

Cargo anual = \$70,000

Valor en libros = \$560,000

Así, continuamos para todos los años en forma análoga. En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos por los dos métodos

Método de fondo de amortización						Método de línea recta	
Año	Reserva de depreciación colocada en el fondo de amortización $	Interés anual 15% $	deposito anual restante $	cargo anual $	valor en libro al final del año $	cargo anual $	Valor en libros $
Inicio	0.00	0.00	0.00	0.00	700,000.00	0.00	700,000.00
1	34,476.44	0.00	34,476.44	34,476.44	665,523.56	70,000.00	630,000.00
2	74,124.35	5,171.47	34,476.44	39,647.91	625,875.65	70,000.00	560,000.00
3	119,719.45	11,118.65	34,476.44	45,595.10	580,280.55	70,000.00	490,000.00
4	172,153.81	17,957.92	34,476.44	52,434.36	527,846.19	70,000.00	420,000.00
5	232,453.32	25,823.07	34,476.44	60,299.52	467,546.67	70,000.00	350,000.00
6	301,797.77	34,868.00	34,476.44	69,344.44	398,202.23	70,000.00	280,000.00
7	381,543.88	45,269.67	34,476.44	79,746.11	318,456.12	70,000.00	210,000.00
8	473,251.90	57,231.58	34,476.44	91,708.03	226,748.09	70,000.00	140,000.00
9	578,716.13	70,987.79	34,476.44	105,464.23	121,283.86	70,000.00	70,000.00
10	700,000.00	86,807.42	34,476.44	121,283.86	0.00	70,000.00	0.00
	Totales	355,235.56	344,764.40	700,000.00		700,000.00	



Ejercicio 4

Un montacargas que costó $95,000, se deprecia con el 12.5% anual durante 5 años, y al final se rescatan $70,600. Obtener la depreciación anual y haga, el cuadro de depreciación suponiendo que su valor aumenta con la inflación del 1.2% mensual.

Solución:

a) La tasa de inflación anual equivalente al 1.2% mensual, se encuentra con la siguiente ecuación:

$e = (1 + i/p)^p - 1$ donde $i/p = 0.012$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Es decir:

$(1 + 0.012)^{12} - 1 = 0.153894624$

la diferencia de tasas, la de inflación menos la de depreciación, es:

$dif = 0.153894624 - 0.125 = 0.028894624$

Los otros valores para sustituir en la ecuación $d = \dfrac{(C - C_n)dif}{(1 + dif)^n - 1}$ son:

C = \$95,000, el precio original
C_n = \$70,600, el valor de rescate
n = 5, la vida útil del activo en años

$$d = \frac{(\$95{,}000 - \$70{,}600)(0.028894624)}{(1 + 0.028894624)^5 - 1}$$

$d = (\$705.0288256)/(0.153066859)$
$d = \$4{,}606.01877$

b) El cuadro se comienza anotando esta depreciación en la segunda columna y el precio en el primer renglón de la última.

Fin de Año	Depreciación Anual $	Intereses $	Depreciación Neta $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	95,000.0000
1	4,606.0188	0.0000	4,606.0188	4,606.0188	90,393.9812
2	4,606.0188	133.0892	4,739.1079	9,345.1267	85,654.8733
3	4,606.0188	270.0239	4,876.0427	14,221.1694	80,778.8306
4	4,606.0188	410.9153	5,016.9341	19,238.1035	75,761.8965
5	4,606.0188	555.8778	5,161.8965	24,400.0000	70,600.0000

La diferencia con los \$24,400.00 se debe al redondeo y es intrascendente.

La depreciación acumulada al final del quinto periodo, es decir al final de la vida útil es igual a la base de depreciación y el valor en libros es igual al valor de rescate.

III.6.2.- Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1

La división de ciencias de la tierra de la Facultad de ingeniería adquirió, equipo de cómputo para estudiantes de la especialidad, su costo fue de $450,000. Evalúe la depreciación anual con el método del fondo de amortización, considerando que al final de 5 años se recuperan $60,000 por el equipo, y la tasa para la depreciación es del 25% anual. Haga el cuadro de depreciación correspondiente.

Solución: $d = \$47{,}520.22847$

Fin de Año	Depreciación Anual $	Intereses $	Depreciación Neta $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	450,000.0000
1	47,520.2285	0.0000	47,520.2285	47,520.2285	402,479.7715
2	47,520.2285	11,880.0571	59,400.2856	106,920.5140	343,079.4860
3	47,520.2285	26,730.1285	74,250.3570	181,170.8710	268,829.1290
4	47,520.2285	45,292.7178	92,812.9462	273,983.8172	176,016.1828
5	47,520.2285	68,495.9543	116,016.1828	390,000.0000	60,000.0000

Se ajusta para cerrar el valor de rescate en $60,000.0000.

Ejercicio 2

Calcular cuál es el valor en libros de un equipo que la universidad compró 10 años antes en $660,000, para el laboratorio de resistencia de materiales. Suponga que después de sus 15 años de vida útil se rescatará un 25% del precio original, y se deprecia con el método del fondo de amortización y una tasa anual del 14%.

Solución: *valor en libros = $441,673.4943*

Ejercicio 3

Se compra malacate para equipo de perforación marina con un costo de $95,000, se deprecia con el 18.3% anual durante 5 años, y al final se rescatan $70,600. Obtener la depreciación anual y haga, el cuadro de depreciación suponiendo que su valor aumenta con la inflación del 1.2% mensual.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Solución:

Fin de Año	Depreciación Anual $	Intereses $	Depreciación Neta $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	95,000.0000
1	5,172.4559	0.0000	5,172.4559	5,172.4559	89,827.5441
2	5,172.4559	-150.5463	5,021.9097	10,194.3656	84,805.6344
3	5,172.4559	-296.7108	4,875.7451	15,070.1107	79,929.8893
4	5,172.4559	-438.6212	4,733.8347	19,803.9453	75,196.0547
5	5,172.4559	-576.4013	4,596.0547	24,400.0000	70,600.0000

III.7 Método del volumen de producción o servicio

Horas de vuelo, kilómetros recorridos, metros perforados o barriles producidos, pueden ser, entre otras unidades, la referencia para el cálculo de la depreciación. En este caso la depreciación no es una función del tiempo sino que es directamente proporcional al volumen de actividad del activo.

Depreciación de los activos de una empresa petrolera

Por más que se sostenga durante un tiempo, el ritmo de producción de la inmensa mayoría de los pozos petroleros declina; por lo consiguiente, y amenos que suba el precio de manera significativa y progresiva, también los ingresos declinan. Por la salud financiera de nuestros campos, de nuestros distritos o de nuestra región, parece no ser conveniente que utilicemos el método de línea recta para calcular la depreciación, y más bien se antoja el empleo de un método que esté ligado a la producción del pozo, o por lo menos que siga un comportamiento declinante.

III.7.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

El valor de *Co* de un activo es de $100 y se estima que después de producir 60 mil unidades su valor de rescate será de $20.
¿Cuál es la depreciación? ... Es bueno tener presente que aunque la depreciación se calcule por el número de unidades de servicio, es necesario referirla a unidades de tiempo que coincidan con los periodos de declaraciones de impuestos o de formulación de estados financieros, que en general son meses, trimestres o años. Con esta aclaración, y para llegar a resultados comparables con los de los otros métodos, supongamos que el activo produce el total de unidades en cuatro años, pero la siguiente distribución:
10 mil el primer año, 20 mil el segundo, 12 mil el tercero y 18 mil el cuarto, es decir, una distribución completamente arbitraria. De acuerdo con esto las depreciaciones por año deben ser:

Datos

C = \$ 100 Valor inicial,	$P_1 = 10{,}000$
C_n = \$20 Valor de rescate,	$P_2 = 20{,}000$
n = 60,000 Producción total	$P_3 = 12{,}000$
	$P_4 = 18{,}000$

Calculando la depreciación para cada año se tiene la siguiente ecuación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$D = P\left(\frac{C - C_n}{n}\right)$$

sustituyendo los valores tenemos:

para el primer año

$$D_1 = \$10{,}000\left(\frac{\$100 - \$20}{60{,}000}\right) = \$13.333$$

segundo año

$$D_2 = \$20{,}000\left(\frac{\$100 - \$20}{60{,}000}\right) = \$26.667$$

tercer año

$$D_3 = \$12{,}000\left(\frac{\$100 - \$20}{60{,}000}\right) = \$16.000$$

cuarto año

$$D_4 = \$18{,}000\left(\frac{\$100 - \$20}{60{,}000}\right) = \$24{,}000$$

Ejercicio 2

La Constructora del Sureste S.A., compró una máquina para hacer block-ladrillo en \$121,000. Se estima que ésta tendrá 5 años de vida útil y \$13,200 como valor de rescate. Obtenga la depreciación anual de la máquina de ladrillos, al final de sus 5 años de vida útil se rescatan \$13,200 y se producen 10 millones de piezas distribuidas de la forma siguiente:

Año	Producción millones
1	1.80
2	2.15
3	2.50
4	1.95
5	1.60
Total	10.00

En la ecuación $d = \frac{C - C_n}{n}$ se reemplazan los siguientes datos:

C por \$12 1,000 el precio original
C_5 por \$13,200 el valor de rescate
n por 10 millones, la producción total

Entonces por cada millón de piezas la depreciación es:

$$d = \frac{\$121{,}000 - \$13{,}200}{10}$$

$$d = \$10{,}780$$

Consecuentemente, la depreciación por año será igual a la multiplicación de este factor por la producción anual, es decir:

Año	Millones de piezas	Depreciación anual	Depreciación total
1	1.80	$10,780	$19,404
2	2.15	$10,781	$23,179
3	2.50	$10,782	$26,955
4	1.95	$10,783	$21,027
5	1.60	$10,784	$17,254
		Total	$107,819

Nótese que la suma de los cinco valores es igual a la base de depreciación, es decir la depreciación total.

Se comienza la elaboración del cuadro de depreciación escribiendo la depreciación anual en la tercera columna y la producción por año en la segunda.

Fin de año	Producción anual	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	0	121000
1	1.80	$19,404	$19,404	$101,596
2	2.15	$23,179	$42,583	$78,417
3	2.50	$26,955	$69,538	$51,462
4	1.95	$21,027	$90,565	$30,435
5	1.60	$17,254	$107,819	$13,181

Valor en libros

La depreciación acumulada al final de cualquier año se obtiene sumando las anteriores, o multiplicando la producción hasta ese año, por la depreciación unitaria, la que corresponde a un millón de piezas. Por ejemplo, la depreciación acumulada hasta el tercer año es:

$$(1.80 + 2.15 + 2.50)\ \$10{,}780 = \$69{,}531$$

El valor en libros es igual a la diferencia entre el precio original del activo y la depreciación acumulada hasta ese año. En este caso por ejemplo al final del tercer año es

Valor en libros = \$121,000 - \$69,531= \$51,469

tal como se aprecia en la última columna del cuadro anterior.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 3

PEMEX compra una pipa para transportar agua dulce hacia un pozo en desarrollo \$185,000 lo usa durante 4,000 horas el primer año. 4,300 el segundo, 4,100 el tercero, 4,000 el cuarto y 3,800 en el quinto. Calcular de cuánto fueron los cargos por depreciación anual si al final lo vende en \$75,000 y se considera que su valor aumenta con la inflación del 16% anual.

Con la inflación del 16%, al final del primer año el valor de la pipa será:

$$\$185(1.16) = \$214.60$$

La depreciación en este primer año es 4,000(X) donde X es la depreciación por hora, y por tanto el valor en libros, en miles de pesos es:

$C_1 = \$185(1.16) - 4(X)$

Al terminar el segundo año, esto crece otro 16%

$[\$185\ (1.16) - (4)X]\ 1.16 = \$185(1.16)^2 - 4(1.16)X$

y el valor en libros, restando la depreciación de ese año, en miles de pesos es:

$C_2 = [\$185(1.16)^2 - 4(1.16)X] - (4.3)X$
$C_2 = \$185(1.16)^2 - 4(1.16)X - (4.3)X$

Al final del tercer año, esto se incrementa otro 16%

$[\$185(1.16)^2 - 4(1.16)X - (4.3)X]\ 1.16$

y el valor en libros es ahora: $C_3 = \$185(1.16)^3 - 4(1.16)^2X - 4.3\ (1.16)X - (4.1)X$

Es fácil verificar que al final de los 5 años de vida útil, el valor en libros será:

$C_5 = \$185(1.16)^5 - 4(1.16)^4X - 4.3\ (1.16)^3X - 4.1\ (1.16)^2X - 4(1.16)X - (3.8)X$

y efectuando los productos esto es:

$C_5 = \$388.5632067 - (7.24255744)X - (6.7118528)X - (5.51696)X - (4.64)X - (3.8)X$

$C_5 = \$388.5632067 - (27.91137024)X$

Esto es igual al valor de rescate, es decir el valor de la compraventa de la pipa \$75,000.

$\$388.5632067 - (27.91137024)X = 75$

de donde:
$-(27.91137024)X = \$75 - \$388.5632067$
$(27.91137024)X = \$313.5632067$
$X = \$313.5632067 / 27.91137024$
$X = \$11.23424626$ por hora de servicio

La depreciación anual, se obtiene multiplicando este resultado por el número de horas. En el primero es:

$d_1 = \$4{,}000(11.23424626) = \$44{,}936.9850$

Estas depreciaciones y las siguientes se anotan en la tercera columna del cuadro de amortización, manteniendo cuatro cifras decimales.

Fin de Año	Valor de la Inflación $	Depreciación Anual $	Depreciación Acumulada $	Valor en Libros $
0	0	0	0	185000
1	214,600.0000	44,936.9850	44,936.9850	169,663.0150
2	196,809.0974	48,307.2589	93,244.2440	148,501.8385
3	172,262.1327	46,060.4097	139,304.6536	126,201.7230
4	146,393.9987	44,936.9850	184,241.6387	101,457.0137
5	117,690.1359	42,690.1358	226,931.7745	75,000.0001

Para calcular el valor en libros se resta del valor de la inflación el valor de la depreciación anual.

III. 7.2.- Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1

Una compañía editorial adquirió en 1.90 millones de pesos, una rotativa para producir millones de ejemplares periodísticos durante 7 años distribuidos de la forma siguiente, en miles.
Primer año: 2,350, segundo: 2,500, tercero: 3,600, cuarto: 3,500, quinto: 3,450, sexto: 2,500 y séptimo: 2,100.
Se estima que luego de pagar por el desmantelamiento de la maquinaria, al final los 7 años, se rescatan $400,000. Calcular la depreciación de cada año y el valor en al final del quinto periodo anual.

Solución:

Año 1 = 176.25, Año 2= 187.50, Año3 = 270.00, Año 4 = 262.50, Año5 = 258.75
Año6 = 187.50, Año7 = 157.50

$C_5 = \$745{,}000$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidad
C, C_o	Costo inicial del activo	$
C_k	Valor en libros al final del *k*-ésimo año	$
C_n, C_s	Valor de salvamento del activo	$
d, d_a	Depreciación anual	$
dV_m	Valor en libros después de cada año de servicio	$
D_m	Depreciación para cualquier año	$
LR	Método de depreciación de línea recta	-
n	número de unidades producidas	-
n	vida depreciable esperada del activo	tiempo
SDA	Método de depreciación por suma de años o dígitos	-
SDD	Método de saldo decreciente doble	-
td	Tasa de depreciación	%
VL	Valor en libros	$
VL_m	Valor en libros después de m años de servicio	$
VS	Valor de salvamento	$

IV

Análisis de Riesgo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IV Análisis en Condiciones de Riesgo

IV.1.- Análisis de Riesgo

La información que sostiene sólidamente los estudios de factibilidad técnica o de rentabilidad económica de los proyectos, indica la gran incertidumbre que existe al decidir hacer una inversión. Si embargo el riesgo tomado puede conducir al éxito o al fracaso a la empresa o negocio.

Cuando se va a emprender un negocio, se debe hacer un análisis de riesgo en cual intervengan todas las variables sujetas a incertidumbre, esto permitirá al inversionista cuantificar el grado de riesgo. La necesidad de cuantificar el riesgo aumentara conforme aumente el capital de inversión.

La inversión que se realice debe ser enfocada a negocios más rentables y a la vez menos riesgosos, se debe tener presente en todo momento que no hay proyecto seguro, y menos en la industria de la exploración y producción del petróleo. Si al calcular el riesgo de un proyecto las cifras reflejaran la existencia de tan sólo 1 por ciento de probabilidades de no recuperar la inversión, habrá una ocasión en que los resultados serán adversos. Por consiguiente es inadmisible invertir sin el sustento de una sólida evaluación económica y de su respectivo análisis de riesgo.

Para analizar el riesgo de un proyecto se puede simular numerosas situaciones que pudieran llegarse a presentar en la práctica; buscando que todos los factores que intervienen en el negocio se combinen aleatoriamente, como es posible que suceda en la vida real, haciéndolos variar dentro de sus respectivos rangos factibles. Los resultados obtenidos nos arrojan un cierto grado de incertidumbre, estos resultados deben ser correlacionados con toda la información disponible y se debe verificar que no se ha omitido el comportamiento de las variables, dentro de los rangos correctos, entonces tendremos la certeza de que entre los resultados que hemos simulado llegará a estar el resultado real. Es recomendable promover la realización de estudios de preinversión, en los cuales se inviertan cantidades relativamente insignificantes, para una investigación más a fondo de los factores más inciertos, antes de realizar las inversiones masivas a escala industrial. Como producto de esas investigaciones adicionales sin duda se reduciría la incertidumbre, lo cual es de suma importancia para la toma de decisiones. Un número aleatorio como su nombre lo indica, es generado al azar. Y es la base teórica probabilística de la cual parte la mayor parte de los métodos para simular las diversas situaciones que se pueden tener en cada proyecto a evaluar. Existen diversos métodos y software para realizar simulaciones que más o menos se apeguen a la realidad, la mayoría de estos basados en el cálculo de áreas, pero todos convergen al mismo punto, auxiliar a contestar de manera cualitativa a todas y cada una de las preguntas que pasan por la mente de los inversionistas. En el presente capitulo se abordan dos métodos fáciles de crear con una hoja de cálculo, estos son:

- El método de Montecarlo y
- La distribución triangular.

IV.2- Método de Montecarlo

El método de Montecarlo es un procedimiento que permite simular la realización repetida de un experimento (proceso) aleatorio.

El método de Montecarlo es un medio para simular una situación real que implique elementos probabilísticos. El método se utiliza para determinar probabilidades complejas y estimar beneficios esperados o costos por procedimientos empíricos en vez de utilizar el teórico. Muchas decisiones administrativas importantes implican probabilidades que serían difíciles de obtener por otros métodos. Algunos problemas no admiten una solución directa; otros tendrían una solución muy costosa o que se tardaría mucho tiempo en obtener y en otros casos, las condiciones experimentales no se pueden reproducir. Por lo tanto, el método de Montecarlo tiene gran aplicación en áreas tales como problemas de inventario, organización de operaciones en el tiempo publicidad, asignación de recursos y planeación a largo plazo.

El método es una técnica simple que no requiere fórmulas, sólo una tabla de números aleatorios o una computadora. Sin embargo, agrupa los principios de las distribuciones de probabilidad, el muestreo y la toma de decisiones para dar solución a problemas complejos.

Dado un intervalo, por ejemplo el intervalo [0,1), un número aleatorio *(NA)* en ese intervalo es el valor obtenido al azar de tal manera que cualquier valor que pertenece al intervalo tiene la misma probabilidad de ocurrencia, cualquier valor fuera del intervalo tiene una probabilidad de ocurrencia cero. Ello significa que los números aleatorios de un intervalo tienen una distribución de probabilidades uniforme.

La generación de números aleatorios puede llevarse a cabo mediante procedimientos manuales utilizando una baraja, una ruleta o dados, mediante la extracción de fichas de una canasta o a través de un proceso físico aleatorio; por ejemplo utilizando corriente eléctrica o ruido. Sin embargo, la utilización de estos recursos para la obtención de números aleatorios no se encuentra a nuestro alcance o resulta demasiado laboriosa.

En la práctica para generar números aleatorios *(NA)* se recurre a algoritmos de cálculo que han sido programados para computadoras y calculadoras científicas. Estos algoritmos generan *NA* comúnmente entre 0 y 1 (o entre 0 y 100) y para utilizarlos se llama subrutina correspondiente mediante un comando o simplemente se presiona una tecla predefinida.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En general, nombre del comando o tecla es una variante de la palabra en inglés RANDON cuyo significado es aleatorio o al azar. Se encuentran en lenguajes de cómputo (Fortran, Basic, etc), hojas de calculo (Lotus, Excel, etc.) y en calculadoras (con instrucciones como: RND#, RND, RANDOMIZE, RAND, RANDOM u otras similares), para la generación de números aleatorios.

En realidad los *NA* que se generan en computadora son pseudo-aleatorios, pues para su obtención se recurre a algoritmos (procesos matemáticos) determinísticos en los que se repite un conjunto de cálculos y en algunos casos se convierte en un proceso cíclico. Ejemplos de estos procesos matemáticos son las técnicas de elevar al cuadrado el número intermedio y la técnica congruencial mediante una ecuación o relación recursiva.
En este caso, para su correcta aplicación es necesario verificar, cuando se recurre a la generación de *NA* por computadora, que dentro de los valores utilizados no exista un comportamiento cíclico dentro de la muestra generada.

Metodología generalizada para utilizar el método de Montecarlo.

Paso 1. Se genera una secuencia de números aleatorios (para x, y,..., etc), con ayuda de una hoja de calculo o de una tabla de números aleatorios.

Paso 2. Con los intervalos que se definen para cada problema especifico, basado en un espacio muestral, se construye dos histogramas de frecuencias, el primero representa en porcentaje el número de veces que se tuvo un evento. El segundo es un histograma de frecuencias relativas acumuladas, que servirá para definir los intervalos de probabilidad.

Paso 3. En el proceso de cálculo se toman los números aleatorios y de acuerdo a los intervalos definidos de valores que corresponden a cada número aleatorio, se determina el valor probabilístico que será usado en los cálculos, basándose en el histograma de frecuencias relativas acumuladas.

Paso 4. Se sustituye el valor probabilístico obtenido en la(s) funcion(es) que definen el problema a evaluar.

Paso 5. Después de realizar los cálculos, se hace un análisis del número de ocurrencias con el cual se construirá un diagrama de frecuencias el cual servirá para conocer la probabilidad de que ocurra un evento ya sea con la máxima o mínima ventaja.

Nota: El número de simulaciones que se realice será el que determine la exactitud del método, entre mayor sea el número de simulaciones menor será la dispersión.

IV.2.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

Calcular por medio del método volumétrico, la reserva *Re*, de un yacimiento de aceite con un área *A* de 6, 000,000 m^2, espesor constante *h* de 60 m, porosidad constante Φ de 8.18%, saturación de agua constante *Sw* de 30.96%, factor de volumen constante *Bo* de 1.4, y factor de recuperación constante *Fr* de 25%. Posteriormente utilizando el método probabilístico de "Montecarlo" y utilizando la variación de porosidad encontrada en el yacimiento como se puede apreciar en siguiente histograma, recalcular las reservas.

Solución:

Para el método volumétrico se tiene que la reserva se calcula aplicando la siguiente ecuación:

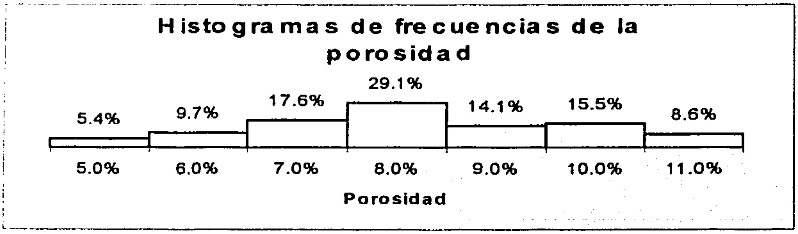
$$\text{Re} = \frac{Ah\phi\,(1-Sw)Fr}{Bo}$$

Sustituyendo

$$\text{Re} = \frac{6{,}000{,}000 * 60 * 0.0818 * (1-0.3096) * 0.25}{1.4} = 3.6\ \textit{Millones de } m^3$$

$$\text{Re} = 3.6 * 6.289811 = 22.8\ \textit{Millones de barriles}$$

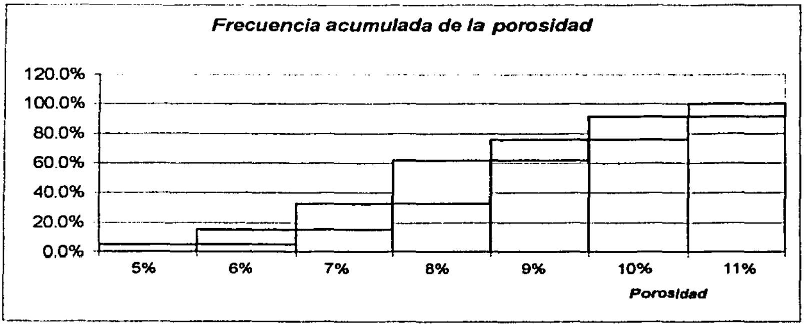
Para resolver por medio del método de Montecarlo se analiza el hecho de que la porosidad no es constante y que al calcularse metro a metro a partir de los registros geofísicos tomados en los pozos se vio que su valor oscilaba entre 5% y 11%, aunque no con la misma frecuencia en cada valor; la porosidad de 0.05 se presento en el 5.4 por ciento de los casos, la porosidad de 0.06 en el 9.7% de las veces, y los demás valores como se indica en el histograma.



En primer lugar, es evidente que si la porosidad no fuera de 8.18% como se indicó al principio sino de 5%, que fue uno de los valores reales encontrados en el yacimiento, entonces la reserva bajaria a 14 millones de barriles. Sin embargo, dado que el valor de 5% de porosidad sólo fue hallado en el 5.4% de los casos, podriamos decir que la probabilidad de que la reserva fuera tan baja como 14 millones de barriles seria de 5.4%. De la misma forma, y dado que también se encontró un valor elevado de porosidad de 11%, la reserva podría ser hasta de 30.7 millones de barriles. Razón por la cual debemos generar todas las posibles combinaciones utilizando un modelo como el de Montecarlo.

Puesto que tenemos el propósito de utilizar el método de simulaciones aleatorias para la solución, la reserva será calculada muchas veces y en cada cálculo se utilizará un valor de porosidad tomado aleatoriamente dentro de su histograma de frecuencia. Por lo tanto es necesario que se defina el procedimiento a seguir para llevar a cabo esa selección aleatoria de la porosidad.

Coloquemos unas sobre otras las barras del histograma de porosidad, apilándolas como se muestra en la figura, para que se distinga claramente que la suma de las frecuencias relativas es de 100%, o de 1.0 para expresarlo en términos de probabilidad. Dado que los números aleatorios variaran entre 0.000 y 0.999, los valores del modelo matemático obtenidos al azar forzosamente pegaran en una de las barras, teniendo más probabilidades de ser impactadas las que exponen mayor área, lo que a su vez esta en razón directa de su probabilidad. Por ejemplo la barra que corresponde a la porosidad de 8% ocupa el 29.1 por ciento del blanco y por lo tanto tendrá la mayor probabilidad de ser tocada.



En la tabla inferior se presentan los resultados de las cien simulaciones, que arrojan una porosidad promedio de 0.090, frente a una real de 0.0818, y una reserva de 23.73 millones de barriles, prácticamente la misma que se calculo originalmente.

Simulación #	Número aleatorio	Valor Porosidad	Reserva	Simulación #	Número aleatorio	Valor Porosidad	Reserva
1	0.224	0.07	13.96	51	0.327	0.08	30.71
2	0.639	0.09	27.92	52	0.083	0.06	27.92
3	0.772	0.10	30.71	53	0.292	0.07	22.33
4	0.886	0.10	27.92	54	0.973	0.11	19.54
5	0.404	0.08	22.33	55	0.793	0.10	16.75
6	0.218	0.07	27.92	56	0.297	0.07	19.54
7	0.054	0.06	27.92	57	0.926	0.11	13.96
8	0.343	0.08	27.92	58	0.379	0.08	25.12
9	0.797	0.10	22.33	59	0.159	0.07	25.12
10	0.156	0.07	19.54	60	0.022	0.05	19.54
11	0.148	0.06	25.12	61	0.708	0.09	30.71
12	0.085	0.06	22.33	62	0.793	0.10	27.92
13	0.877	0.10	27.92	63	0.817	0.10	22.33
14	0.197	0.07	16.75	64	0.749	0.09	13.96
15	0.629	0.09	16.75	65	0.232	0.07	27.92
16	0.203	0.07	27.92	66	0.513	0.08	30.71
17	0.638	0.09	25.12	67	0.454	0.08	25.12
18	0.931	0.11	27.92	68	0.719	0.09	25.12
19	0.961	0.11	22.33	69	0.090	0.06	25.12
20	0.411	0.08	19.54	70	0.743	0.09	22.33
21	0.095	0.06	19.54	71	0.201	0.07	13.96
22	0.948	0.11	19.54	72	0.461	0.08	22.33
23	0.128	0.06	27.92	73	0.710	0.09	16.75
24	0.333	0.08	22.33	74	0.739	0.09	16.75
25	0.065	0.06	27.92	75	0.782	0.10	22.33
26	0.008	0.05	19.54	76	0.836	0.10	19.54
27	0.458	0.08	16.75	77	0.870	0.10	22.33
28	0.803	0.10	19.54	78	0.852	0.10	16.75
29	0.188	0.07	19.54	79	0.994	0.11	16.75
30	0.510	0.08	22.33	80	0.246	0.07	16.75
31	0.416	0.08	22.33	81	0.807	0.10	27.92
32	0.865	0.10	30.71	82	0.928	0.11	25.12
33	0.978	0.11	30.71	83	0.345	0.08	22.33
34	0.741	0.09	30.71	84	0.811	0.10	27.92
35	0.762	0.10	22.33	85	0.300	0.07	22.33
36	0.514	0.08	16.75	86	0.649	0.09	16.75
37	0.946	0.11	27.92	87	0.946	0.11	22.33
38	0.448	0.08	27.92	88	0.805	0.10	19.54
39	0.900	0.10	27.92	89	0.719	0.09	22.33
40	0.664	0.09	27.92	90	0.545	0.08	27.92
41	0.778	0.10	19.54	91	0.120	0.06	27.92
42	0.992	0.11	19.54	92	0.008	0.05	16.75
43	0.715	0.09	25.12	93	0.144	0.06	25.12
44	0.645	0.09	16.75	94	0.864	0.10	19.54
45	0.508	0.08	19.54	95	0.790	0.10	22.33
46	0.312	0.07	22.33	96	0.984	0.11	30.71
47	0.484	0.08	16.75	97	0.815	0.10	22.33
48	0.534	0.08	22.33	98	0.070	0.06	22.33
49	0.445	0.08	22.33	99	0.808	0.10	13.96
50	0.553	0.08	22.33	100	0.259	0.07	19.54

Del análisis de la tabla de resultados anterior se obtiene

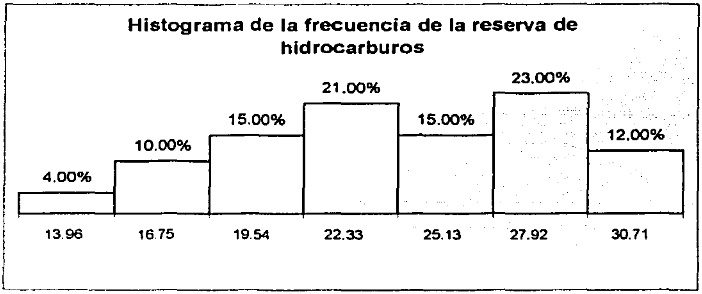
Promedio de porosidad	0.09
Promedio de Reserva	23.73

El valor máximo y mínimo de porosidad y reserva

	Mínimo	Máximo
Porosidad	0.05	0.11
Reserva	13.96	30.71

También la frecuencia se obtiene y se clasifica

Clasificación de la Reserva Calculada		
Reserva	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
13.96	4	4.00%
16.75	10	10.00%
19.54	15	15.00%
22.33	21	21.00%
25.12	15	15.00%
27.92	23	23.00%
30.71	12	12.00%

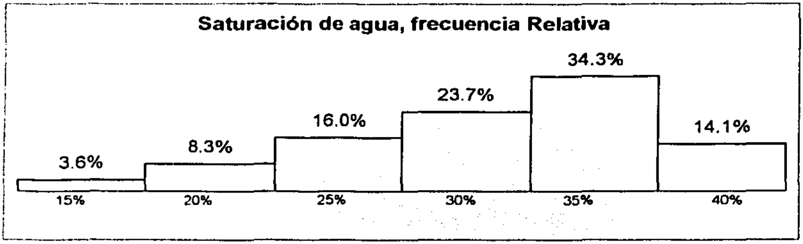


El histograma representa la probabilidad que se tendrá en la simulación, el porcentaje de ocurrencia en el proceso de calculo, donde se tendrá un 4% de probabilidad de obtener una reserva de 13.96 millones de barriles.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Ejercicio 2

Calcular por medio del método volumétrico, la reserva *Re*, de un yacimiento de aceite con un área A de 6, 000,000 m^2, espesor constante h de 60 m, porosidad constante Φ de 8.18%, saturación de agua constante Sw de 30.96%, factor de volumen constante Bo de 1.4, y factor de recuperación constante Fr de 25%. Posteriormente utilizando el método probabilístico de "Montecarlo" y utilizando el histograma de saturación de agua recalcular las reservas.



Solución:

Para el método volumétrico se tiene que la reserva se calcula aplicando la formula siguiente:

$$\mathrm{Re} = \frac{Ah\phi\,(1-Sw)Fr}{Bo}$$

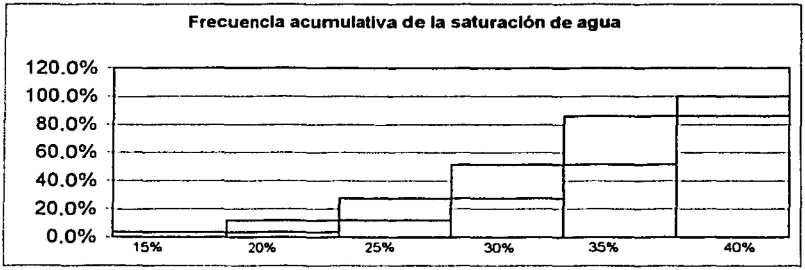
Sustituyendo

$$\mathrm{Re} = \frac{6{,}000{,}000 * 60 * 0.0818 * (1-0.3096) * 0.25}{1.4} = 3.6\ \textit{Millones de } m^3$$

$$\mathrm{Re} = 3.6 * 6.289811 = 22.8\ \textit{Millones de barriles}$$

Para resolver por medio del método de Montecarlo analicemos la variación que se ha detectado en la saturación de agua... Analicemos en primer lugar el efecto que la saturación que en lo individual ejerce sobre la reserva, estudiar el impacto si la información disponible indica que la saturación de agua varia entre 15% y 40%, con las frecuencias relativas que aparecen en el histograma, y vale la pena señalar que si bien el rango visible es de 15% a 40%.

Para realizar las simulaciones aleatorias, el histograma de probabilidades acumuladas, y así garantizar la relación biunívoca entre los números aleatorios y los valores factibles de saturación.



a continuación explicamos como se trabajo en Excel:

1ra. Columna.- es el número de simulaciones correspondiente.

2da. Columna.- se genera un número aleatorio con la función **=Aleatorio ( )**

3ra. Columna.- se establece mediante una función de decisión que dependerá del número aleatorio generado, en donde para este ejemplo se utiliza **B28** para designar a la celda que contiene al número aleatorio.

=SI(B28<=0.036,0.15,SI(B28<=0.119,0.2,SI(B28<=0.279,0.25,SI(B28<=0.516,0.3,SI(B28<=0.859,0.35,0.4)))))

La secuencia de la función es construida de acuerdo al histograma de frecuencias acumulativas y decimos si el valor generado aleatoriamente es menor que el porcentaje de saturación de agua de 3.6% entonces el valor caerá en el área del 15% por lo que será el valor que dado por la función; si esto no se cumple analiza la siguiente condición lógica, siguiente, el valor generado aleatoriamente es menor que el porcentaje de saturación de agua de 8.3% entonces el valor caerá en el área del 20% de maneras análoga se continua hasta probar la ultima condición en donde si no se cumple entonces el valor de la saturación de agua será del 40%.

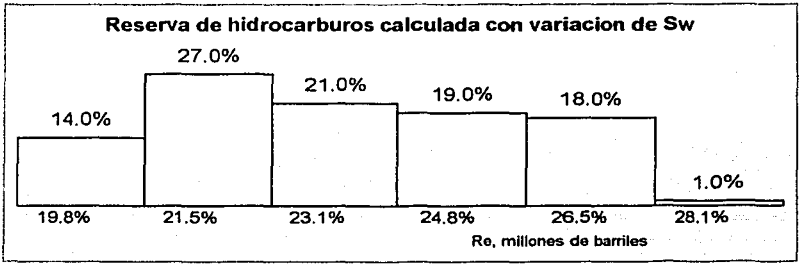
Simulación #	Número aleatorio	Valor *Sw*	Reserva	Simulación #	Número aleatorio	Valor *Sw*	Reserva
1	0.352	30.00%	23.15	51	0.149	25.00%	24.81
2	0.100	20.00%	26.46	52	0.346	30.00%	23.15
3	0.273	25.00%	24.81	53	0.428	30.00%	23.15
4	0.207	25.00%	24.81	54	0.639	35.00%	21.50
5	0.642	35.00%	21.50	55	0.207	25.00%	24.81
6	0.250	25.00%	24.81	56	0.939	40.00%	19.85
7	0.206	25.00%	24.81	57	0.074	20.00%	26.46
8	0.809	35.00%	21.50	58	0.080	20.00%	26.46
9	0.117	20.00%	26.46	59	0.421	30.00%	23.15
10	0.905	40.00%	19.85	60	0.103	20.00%	26.46
11	0.195	25.00%	24.81	61	0.156	25.00%	24.81
12	0.799	35.00%	21.50	62	0.619	35.00%	21.50
13	0.116	20.00%	26.46	63	0.773	35.00%	21.50
14	0.090	20.00%	26.46	64	0.336	30.00%	23.15
15	0.683	35.00%	21.50	65	0.757	35.00%	21.50
16	0.207	25.00%	24.81	66	0.703	35.00%	21.50
17	0.271	25.00%	24.81	67	0.370	30.00%	23.15
18	0.751	35.00%	21.50	68	0.349	30.00%	23.15
19	0.518	35.00%	21.50	69	0.162	25.00%	24.81
20	0.107	20.00%	26.46	70	0.622	35.00%	21.50
21	0.429	30.00%	23.15	71	0.846	35.00%	21.50
22	0.781	35.00%	21.50	72	0.962	40.00%	19.85
23	0.174	25.00%	24.81	73	0.379	30.00%	23.15
24	0.069	20.00%	26.46	74	0.042	20.00%	26.46
25	0.933	40.00%	19.85	75	0.945	40.00%	19.85
26	0.247	25.00%	24.81	76	0.127	25.00%	24.81
27	0.952	40.00%	19.85	77	0.963	40.00%	19.85
28	0.085	20.00%	26.46	78	0.195	25.00%	24.81
29	0.618	35.00%	21.50	79	0.561	35.00%	21.50
30	0.679	35.00%	21.50	80	0.357	30.00%	23.15
31	0.748	35.00%	21.50	81	0.880	40.00%	19.85
32	0.352	30.00%	23.15	82	0.891	40.00%	19.85
33	0.803	35.00%	21.50	83	0.897	40.00%	19.85
34	0.084	20.00%	26.46	84	0.020	15.00%	28.11
35	0.645	35.00%	21.50	85	0.773	35.00%	21.50
36	0.119	20.00%	26.46	86	0.099	20.00%	26.46
37	0.496	30.00%	23.15	87	0.239	25.00%	24.81
38	0.713	35.00%	21.50	88	0.862	40.00%	19.85
39	0.699	35.00%	21.50	89	0.385	30.00%	23.15
40	0.973	40.00%	19.85	90	0.644	35.00%	21.50
41	0.367	30.00%	23.15	91	0.082	20.00%	26.46
42	0.071	20.00%	26.46	92	0.058	20.00%	26.46
43	0.920	40.00%	19.85	93	0.603	35.00%	21.50
44	0.580	35.00%	21.50	94	0.207	25.00%	24.81
45	0.297	30.00%	23.15	95	0.209	25.00%	24.81
46	0.209	25.00%	24.81	96	0.941	40.00%	19.85
47	0.437	30.00%	23.15	97	0.046	20.00%	26.46
48	0.654	35.00%	21.50	98	0.483	30.00%	23.15
49	0.498	30.00%	23.15	99	0.507	30.00%	23.15
50	0.516	30.00%	23.15	100	0.349	30.00%	23.15

Se muestran los resultados del cálculo de cien simulaciones, del cual se obtuvo una saturación de agua, promedio de 29.85%, para una reserva de 23.20 millones de barriles.

	Minima	Máxima
Sw	15.00%	40.00%
Reserva	19.85	28.11

En esta corrida se obtuvo un valor mínimo de reserva de 19.85 millones de barriles, correspondiente a una saturación de agua de 40% y como valor máximo el de 28.11 millones de barriles para la saturación de agua mas baja, de 15%.

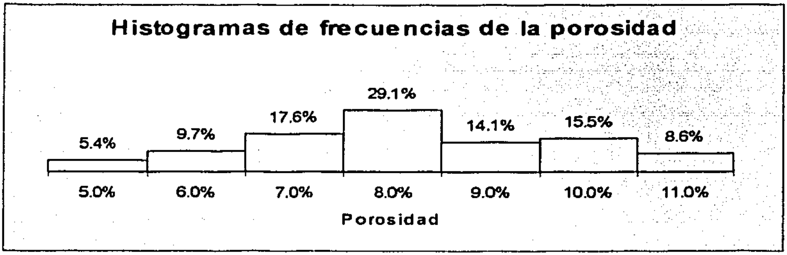
Haciendo un análisis de resultados se puede generar el siguiente diagrama de frecuencias el cual muestra la probabilidad que se puede tener en cuanto a los cálculos de recuperación.



IV.2.2.- Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1

Se tiene un yacimiento de aceite con las siguientes características: Área *A* de 4, 000,000 m^2, espesor constante *h* de 40 m, saturación de agua constante *Sw* de 25.6%, factor de volumen constante *Bo* de 1.2, y factor de recuperación constante *Fr* de 16%. Utilizando el método de "Montecarlo" (con 100 simulaciones) y la variación de porosidad encontrada en el yacimiento, la cual se muestra en siguiente histograma. Calcular la reserva de hidrocarburos y la porosidad promedio.

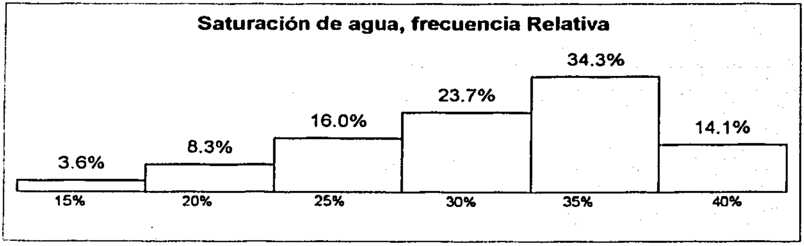


Solución: Reserva promedio = 8.25 millones de barriles
Porosidad Promedio = 8.26%

Recordar que los resultados son aproximados.

Ejercicio 2

Un yacimiento de aceite con un área A de 3, 000,000 m^2, espesor constante h de 55 m, porosidad constante Φ de 8.18%, factor de volumen constante Bo de 1.1, y factor de recuperación constante Fr de 17%. Utilizando el método de "Montecarlo" (haciendo 100 simulaciones) y el histograma de saturación de agua, calcular la reserva y la saturación de agua promedio.



Solución: Reserva promedio = 9.04 millones de barriles
Saturación de agua Promedio = 31.10%

Recordar que los resultados son aproximados.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

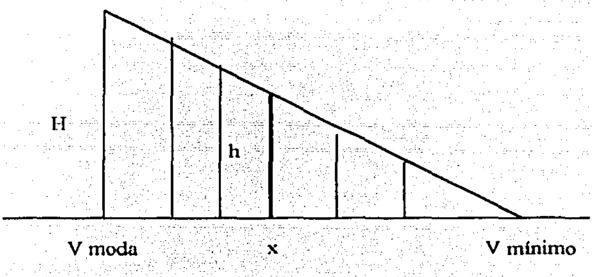
IV.3- Distribución Triangular

Este es uno de los conceptos fundamentales del análisis de riesgo en la industria petrolera, debido a que casi nunca se dispone de información debidamente registrada, depurada, clasificada y ponderada para cada una de las variables que intervienen en los fenómenos que nos interesa estudiar, particularizada para el área geográfica de interés, sin embargo, los expertos de las diversas disciplinas, que constituyen la más confiable fuente de información, aunque carezcan de los elementos suficientes para traducir sus conocimientos en información cuantitativa, siempre tienen evidencias de los rangos de variación de los diversos factores y conocen los valores que con más frecuencia se presentan. La distribución triangular viene a cubrir esa deficiencia y se constituye en un puente de comunicación entre los conocedores de cada materia y los evaluadores de proyectos; los expertos ponen su experiencia cualitativa y las matemáticas hacen el resto.

Para realizar una distribución triangular, solo se necesita conocer tres valores que son:

- Valor mínimo.
- Valor más probable o modal.
- Valor máximo.

El resto del proceso de cálculo se realiza basado en lo siguiente:



La ecuación para calcular el área de un triángulo rectángulo es $A = \frac{b * H}{2}$; ya que, el triángulo es una función de probabilidad, su área es igual a 1, por lo que $1 = \frac{b * H}{2}$ de

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

acuerdo a la figura mostrada la base del triángulo es $b = (V\max - V\min)$, sustituyendo en la ecuación anterior $1 = \frac{(V\max - V\min) * H}{2}$ y despejando la altura H del triángulo se tiene:

$$H = \frac{2}{V\max - V\min}$$

se sustituyen valores para conocer el valor de la altura, este valor de altura se sustituye en la ecuación para el cálculo de área del triángulo rectángulo, y tomando como base $b = (V\text{mod} - V\min)$, se calcula el área del triángulo:

$$A = \frac{(V\text{mod} - V\min) * \frac{2}{(V\max - V\min)}}{2}$$

esta ecuación servirá para calcular el área del triángulo izquierdo. Esto significa que el área del triángulo cuya base va de *Vmin*, a *Vmod*, que en adelante llamaremos el ***triángulo de la izquierda***, y que el área del triángulo que va de *Vmod* a *Vmax* el cual llamaremos ***triángulo de la derecha***, sumaran 1.000, como era de esperarse. Así la probabilidad de tener valores de el fenómeno a evaluar entre *Vmin* y *Vmod* corresponderá al triángulo de la izquierda, mientras que la probabilidad de tener valores de el fenómeno a evaluar entre *Vmod* y *Vmax* corresponderá al triángulo de la derecha.

Los números aleatorios que utilizamos están normalizados de 0 a 1, y debemos encontrar el mecanismo mediante el cual al número aleatorio 0.000 le corresponda el valor mínimo *Vmin*, de la distribución, al valor de área le corresponda el valor *Vmod*, y al número aleatorio 0.9999 le corresponda el valor máximo *Vmax*. El procedimiento que buscamos debe basarse precisamente en el área bajo la curva; cualquier número aleatorio que obtengamos lo interpretaremos como la integral de 0 a X, donde X es el valor buscado de la variable.

De tal forma que si el número aleatorio A_1 es menor que la magnitud del área del triángulo izquierdo el valor de la variable debe calcularse con la ecuación:

$$X = V\min + \sqrt{A_1(V\text{mod} - V\min)(V\max - V\min)}$$

Pero si el número aleatorio A_1 es mayor que la magnitud del área del triángulo izquierdo el valor de la variable debe calcularse con la ecuación

$$X = V\max - \sqrt{(V\max - V\text{mod})\left[(V\max - V\text{mod}) - (V\max - V\min)(A_1 - \frac{V\text{mod} - V\min}{V\max - V\min})\right]}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IV.3.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

Calcular por medio del método de Distribución Triangular, la reserva *Re*, de un yacimiento de aceite con un área *A* de 6, 000,000 m^2, espesor constante *h* de 60 m, porosidad constante *Φ* de 8.18%, factor de volumen constante *Bo* de 1.4, y factor de recuperación constante *Fr* de 25%. De la saturación de agua únicamente sabemos que su valor más bajo es 13% y que su valor más alto es de 44%, sin posibilidades de que se salga de ese rango, y además sabemos que dentro de todos los valores posibles al que con más frecuencia se presenta es el de 36%.

Datos:		Datos de *Sw*	
Área	6000000	*Vmin*	13.00%
h	60	*Vmax*	44.00%
Bo	1.4	*Vmod*	36.00%
Fr	25.00%		
Porosidad	8.18%		

Solución:

utilizando la ecuación para calcular la altura de triángulo $H = \dfrac{2}{V\max - V\min}$

sustituyendo valores: $$H = \frac{2}{0.44 - 0.13} = 6.4516$$

Esto significa que el área del triángulo cuya base va de *Vmin*, a *Vmod*, que en adelante llamaremos el *triángulo de la izquierda*, es de 0.7419, y que el área del triángulo que va de *Vmod*, a *Vmax* el cual llamaremos *triángulo de la derecha*, es de 0.2581, de manera que las dos áreas suman 1.000, como era de esperarse. Así la probabilidad de tener valores de saturación entre 0.13 y 0.36 es de 74.19%, mientras que la probabilidad de tener saturaciones entre 0.36 y 0.44 es de 25.81 %.

De tal forma que si el número aleatorio A_I es menor de 0.7419 que es la magnitud del área del triángulo izquierdo el valor de la saturación debe calcularse con la ecuación:

$$Sw = V\min + \sqrt{AI(V\text{mod} - V\min)(V\max - V\min)}$$

Pero si el número aleatorio A_I es mayor de 0.7419 se deberá utilizar la siguiente ecuación:

$$Sw = V\max - \sqrt{(V\max - V\text{mod})\left[(V\max - V\text{mod}) - (V\max - V\min)(AI - \frac{V\text{mod} - V\min}{V\max - V\min})\right]}$$

a continuación se explica como se trabajo en Excel:
1ra. Columna.- es el número de simulaciones correspondiente.
2da. Columna.- se genera un número aleatorio con la función **=Aleatorio ( )**
3ra. Columna.- se establece mediante una función de decisión que dependerá del número aleatorio generado, en donde para este ejemplo se utiliza **B28** para designar a la celda que contiene al número aleatorio.
=SI(B28<0.7419,C13+RAIZ(B28*(C15-C13)*(C14-C13)),C14-RAIZ((C14-C15)*((C14-C15)-(C14-C13)*(B28-((C15-C13)/(C14-C13))))))

La función de decisión determina si el numero aleatorio es menor que el área calculada para el triángulo de la izquierda que es de 0.7419 para este ejemplo si cumple utiliza la primera ecuación en caso contrario utiliza la segunda ecuación.

Simulación #	Número aleatorio	Valor *Sw*	Reserva	Simulación #	Número aleatorio	Valor *Sw*	Reserva
1	0.632	0.342	21.75	51	0.806	0.371	20.82
2	0.397	0.298	23.21	52	0.381	0.295	23.32
3	0.899	0.390	20.18	53	0.911	0.393	20.08
4	0.063	0.197	26.55	54	0.234	0.259	24.51
5	0.068	0.199	26.48	55	0.483	0.316	22.64
6	0.421	0.303	23.05	56	0.935	0.400	19.85
7	0.018	0.165	27.60	57	0.433	0.306	22.97
8	0.180	0.243	25.03	58	0.172	0.241	25.11
9	0.902	0.391	20.16	59	0.598	0.337	21.95
10	0.758	0.363	21.08	60	0.113	0.220	25.81
11	0.663	0.347	21.59	61	0.788	0.368	20.92
12	0.216	0.254	24.68	62	0.685	0.351	21.47
13	0.697	0.353	21.40	63	0.948	0.404	19.71
14	0.871	0.383	20.40	64	0.498	0.318	22.54
15	0.566	0.331	22.13	65	0.967	0.411	19.47
16	0.732	0.358	21.22	66	0.202	0.250	24.80
17	0.391	0.297	23.25	67	0.526	0.324	22.37
18	0.558	0.329	22.18	68	0.209	0.252	24.74
19	0.769	0.364	21.03	69	0.803	0.370	20.83
20	0.308	0.278	23.87	70	0.112	0.219	25.82
21	0.069	0.200	26.45	71	0.921	0.396	19.98
22	0.076	0.204	26.34	72	0.622	0.341	21.81
23	0.812	0.372	20.78	73	0.452	0.310	22.84
24	0.810	0.371	20.79	74	0.566	0.331	22.13
25	0.750	0.361	21.13	75	0.086	0.209	26.18
26	0.807	0.371	20.81	76	0.726	0.358	21.25
27	0.958	0.408	19.59	77	0.316	0.280	23.81
28	0.959	0.408	19.57	78	0.977	0.416	19.31
29	0.201	0.250	24.81	79	0.718	0.356	21.29
30	0.265	0.268	24.23	80	0.300	0.276	23.94
31	0.340	0.286	23.62	81	0.054	0.192	26.72
32	0.951	0.405	19.67	82	0.629	0.342	21.77

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

33	0.635	0.343	21.74	83	0.120	0.223	25.71
34	0.075	0.203	26.35	84	0.591	0.335	21.99
35	0.761	0.363	21.07	85	0.172	0.241	25.11
36	0.570	0.332	22.11	86	0.178	0.243	25.05
37	0.620	0.340	21.82	87	0.319	0.281	23.79
38	0.650	0.345	21.66	88	0.526	0.324	22.37
39	0.851	0.379	20.53	89	0.291	0.274	24.01
40	0.050	0.190	26.80	90	0.778	0.366	20.98
41	0.023	0.170	27.44	91	0.068	0.200	26.47
42	0.549	0.328	22.23	92	0.229	0.258	24.55
43	0.875	0.384	20.36	93	0.029	0.176	27.27
44	0.447	0.309	22.87	94	0.183	0.244	25.00
45	0.861	0.381	20.47	95	0.771	0.365	21.01
46	0.946	0.403	19.73	96	0.732	0.358	21.22
47	0.228	0.258	24.55	97	0.004	0.146	28.23
48	0.514	0.321	22.44	98	0.676	0.350	21.51
49	0.820	0.373	20.73	99	0.718	0.356	21.29
50	0.210	0.252	24.73	100	0.952	0.406	19.66

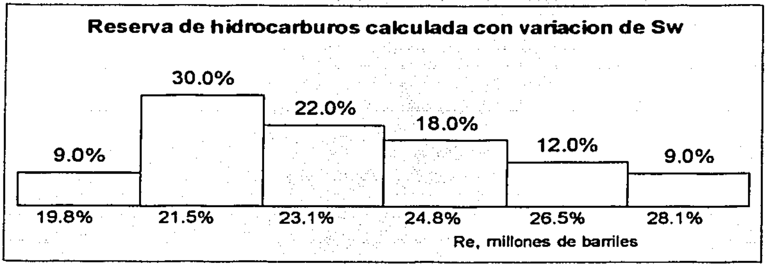
A continuación se presentan los resultados obtenidos de una corrida cualquiera de cien simulaciones. Vale la pena comentar que el promedio obtenido de saturación de agua fue de 31.12 por ciento, correspondiendo a la reserva un valor calculado de 22.78 millones de barriles; ambos valores tienen un grado de aproximación muy elevado.

Valor de *Sw* promedio	31.12%
Valor de Reserva calculada	22.78 millones de barriles

La penúltima columna contiene los valores de saturación de agua si los ordenamos de menor a mayor; puede verse que el valor mínimo alcanzado en las simulaciones fue de 14.6% y el máximo de 41.6%. Con los datos de esa columna se construyó el histograma que se muestra abajo. En este histograma se busca que las marcas de clase sean 2.5 puntos porcentuales abajo y arriba de la marca, pudiéndose ampliar en los extremos del rango en caso necesario.

	Mínimo	Máximo
Sw	0.146	0.416
Reserva	19.310	28.230

En el siguiente histograma se puede observar la probabilidad de obtener uno u otro resultado, para de esta forma decidir cuales son los riesgos que se puede correr en el peor y en el mejor de los casos, así como la probabilidad de que ocurra un caso central.



IV.3.2.- Ejercicio Propuesto

Ejercicio 1

Calcular por medio del método de Distribución Triangular, la reserva *Re*, de un yacimiento de aceite con un área *A* de 2, 000,000 m^2, espesor constante *h* de 80 m, porosidad constante Φ de 10.18%, factor de volumen constante *Bo* de 1.0, y factor de recuperación constante *Fr* de 35%. De la saturación de agua únicamente se sabe que el valor más bajo es 16% y que su valor más alto es de 36%, sin posibilidades de que se salga de ese rango, y que dentro de todos los valores posibles el que con más frecuencia se presenta es el de 24%.

Solución: Reserva promedio = 26.79 millones de barriles
Saturación de agua = 25.27%

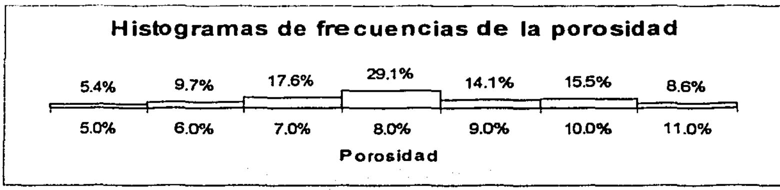
Recordar que los resultados son aproximados.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IV.3.3.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

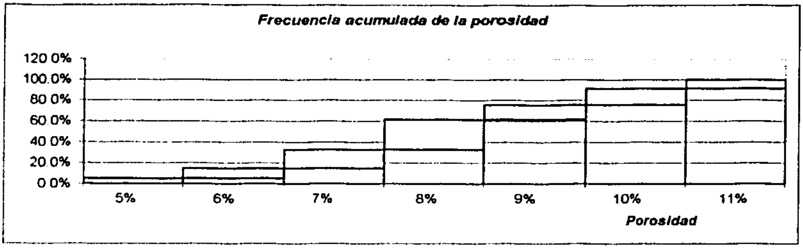
Calcular por medio del método de Distribución Triangular y por el método de Montecarlo, la reserva *Re*, de un yacimiento de aceite con un área *A* de 6, 000,000 m^2, el espesor tendrá una distribución uniforme, entre 50 metros y 70 metros; la porosidad tendrá la distribución de probabilidad como se muestra en el histograma; el factor de volumen tendrá una distribución uniforme, entre 1.3 y 1.5; al factor de recuperación le corresponderá una distribución triangular en la que el valor mínimo es de 15 por ciento, el más frecuente de 27 por ciento y el máximo de 33 por ciento; y de la saturación de agua que su valor más bajo es 13% y que su valor más alto es de 44%, sin posibilidades de que se salga de ese rango, y que dentro de todos los valores posibles al que con más frecuencia se presenta es el de 36%.



Solución:

Se calculará la reserva de hidrocarburos para cuando ninguno de los factores que intervienen es constante. Para la saturación de agua y para el factor de recuperación se empleara la distribución triangular.

Calculando para la porosidad: se necesita construir un histograma de frecuencias acumuladas para establecer una función en la hoja de cálculo, en la cual se delimite bien la función.



De acuerdo al histograma de frecuencias acumuladas de la porosidad se tendrá la siguiente función que se inserta en la hoja de Excel que se utiliza para facilitar el cálculo de simulaciones en la que se colocara el valor que se obtenga, de acuerdo al valor aleatorio generado.

=SI(B28<=0.054,0.05,SI(B28<=0.151,0.06,SI(B28<=0.327,0.07,SI(B28<=0.618,0.08,SI(B28<=0.759,0.09,SI(B28<=0.914,0.1,0.11))))))

Se calculará la reserva de hidrocarburos para cuando ninguno de los factores que intervienen es constante. Para la saturación de agua y para el factor de recuperación se empleara la distribución triangular. utilizando el valor mínimo, el valor o modal, y el valor máximo.

Puesto que el triángulo es una distribución de probabilidad, su área es igual a 1.

Para la saturación de agua

$$H = \frac{2}{V\max - V\min}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$H = \frac{2}{0.44 - 0.13} = 6.4516$$

Esto significa que el área del triángulo cuya base va de *Vmin*, a *Vmod*, que en adelante se denomina el ***triángulo de la izquierda***, es de 0.7419, y que el área del triángulo que va de *Vmod*, a *Vmax* el cual se conoce como ***triángulo de la derecha***, es de 0.2581, de manera que las dos áreas suman 1.000, como era de esperarse. Así la probabilidad de tener valores de saturación entre 0.13 y 0.36 es de 74.19%, mientras que la probabilidad de tener saturaciones entre 0.36 y 0.44 es de 25.81 %.

De tal forma que si el número aleatorio A_l es menor de 0.7419 que es la magnitud del área del triángulo izquierdo el valor de la saturación debe calcularse con la ecuación:

$$Sw = V\min + \sqrt{A_1(V\text{mod} - V\min)(V\max - V\min)}$$

Pero si el número aleatorio A_1 es mayor de 0.7419 se deberá utilizar la siguiente ecuación:

$$Sw = V\max - \sqrt{(V\max - V\text{mod})\left[(V\max - V\text{mod}) - (V\max - V\min)(A_1 - \frac{V\text{mod} - V\min}{V\max - V\min})\right]}$$

En forma análoga para el Factor de Recuperación:

$$H = \frac{2}{V\max - V\min}$$

$$H = \frac{2}{0.33 - 0.15} = 11.11$$

Esto significa que el área del triángulo cuya base va de *Vmin*, a *Vmod*, es de 0.6667, y que el área del triángulo que va de *Vmod*, a *Vmax*, es de 0.3333, de manera que las dos áreas suman 1.000.

Para el espesor y el factor de volumen se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$Parámetro = V\min + A1(V\max - V\min)$$

$$h = 50 + A1(70 - 50)$$

$$Bo = 1.3 + A1(1.5 - 1.3)$$

en donde A_1 es el número generado aletoriamente

A continuación se presentan los resultados obtenidos de una corrida cualquiera de cien simulaciones

Simulación #	Número aleatorio	Valor h	Número aleatorio	Valor *Bo*	Número aleatorio	Valor *Sw*	Número aleatorio	Valor *Fr*	Número aleatorio	Valor Porosidad	Reserva
1	0.686	63.726	0.493	1.399	0.607	0.338	0.343	0.236	0.780	0.10	26.86
2	0.506	60.124	0.389	1.378	0.307	0.278	0.316	0.233	0.954	0.11	30.43
3	0.680	63.592	0.758	1.452	0.833	0.376	0.726	0.276	0.972	0.11	31.30
4	0.621	62.425	0.851	1.470	0.585	0.334	0.414	0.245	0.771	0.10	26.09
5	0.490	59.798	0.869	1.474	0.923	0.396	0.857	0.291	0.415	0.08	21.49
6	0.396	57.923	0.283	1.357	0.627	0.341	0.440	0.248	0.528	0.08	21.01
7	0.960	69.202	0.820	1.464	0.509	0.320	0.083	0.192	0.530	0.08	18.64
8	0.527	60.534	0.491	1.398	0.150	0.233	0.267	0.226	0.031	0.05	14.15
9	0.022	50.442	0.538	1.408	0.068	0.200	0.624	0.266	0.094	0.06	17.27
10	0.172	53.439	0.355	1.371	0.820	0.373	0.784	0.282	0.791	0.10	25.97

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

11	0.124	52.484	0.440	1.388	0.402	0.299	0.550	0.259	0.943	0.11	28.49
12	0.033	50.660	0.995	1.499	0.373	0.293	0.550	0.259	0.298	0.07	16.35
13	0.303	56.054	0.113	1.323	0.936	0.400	0.816	0.285	0.305	0.07	19.17
14	0.951	69.029	0.083	1.317	0.872	0.384	0.998	0.326	0.953	0.11	43.67
15	0.607	62.132	0.016	1.303	0.287	0.273	0.314	0.232	0.621	0.09	27.36
16	0.791	65.816	0.847	1.469	0.954	0.406	0.337	0.235	0.297	0.07	16.54
17	0.544	60.884	0.415	1.383	0.792	0.368	0.708	0.274	0.545	0.08	23.00
18	0.984	69.672	0.440	1.388	0.753	0.362	0.438	0.247	0.161	0.07	20.93
19	0.256	55.113	0.175	1.335	0.689	0.352	0.025	0.173	0.836	0.10	17.48
20	0.741	64.817	0.135	1.327	0.001	0.139	0.123	0.202	0.175	0.07	22.40
21	0.930	68.604	0.148	1.330	0.776	0.365	0.983	0.317	0.574	0.08	31.30
22	0.602	62.032	0.415	1.383	0.242	0.261	0.678	0.271	0.355	0.08	27.11
23	0.454	59.077	0.112	1.322	0.214	0.254	0.444	0.248	0.624	0.09	28.07
24	0.509	60.180	0.868	1.474	0.516	0.322	0.335	0.235	0.802	0.10	24.58
25	0.242	54.838	0.621	1.424	0.122	0.223	0.021	0.171	0.891	0.10	19.32
26	0.113	52.253	0.346	1.369	0.381	0.295	0.092	0.195	0.290	0.07	13.84
27	0.745	64.902	0.581	1.416	0.135	0.228	0.516	0.256	0.155	0.07	23.88
28	0.049	50.978	0.479	1.396	0.716	0.356	0.813	0.285	0.671	0.09	22.77
29	0.273	55.466	0.587	1.417	0.063	0.197	0.398	0.243	0.847	0.10	28.78
30	0.353	57.063	0.163	1.333	0.666	0.348	0.068	0.188	0.266	0.07	13.89
31	0.400	57.996	0.981	1.496	0.420	0.303	0.985	0.317	0.723	0.09	29.12
32	0.763	65.255	0.884	1.477	0.953	0.406	0.141	0.205	0.136	0.06	12.20
33	0.239	54.771	0.525	1.405	0.218	0.255	0.203	0.216	0.145	0.06	14.23
34	0.154	53.075	0.857	1.471	0.230	0.258	0.253	0.224	0.928	0.11	24.88
35	0.048	50.961	0.495	1.399	0.715	0.356	0.864	0.292	0.482	0.08	20.67
36	0.249	54.985	0.152	1.330	0.296	0.275	0.603	0.264	0.145	0.06	17.92
37	0.228	54.551	0.674	1.435	0.342	0.286	0.176	0.212	0.044	0.05	10.84
38	0.981	69.617	0.309	1.362	0.680	0.350	0.051	0.183	0.632	0.09	20.66
39	0.922	68.435	0.243	1.349	0.347	0.287	0.236	0.221	0.538	0.08	24.17
40	0.749	64.987	0.022	1.304	0.748	0.361	0.293	0.230	0.269	0.07	19.30
41	0.382	57.637	0.183	1.337	0.173	0.241	0.431	0.247	0.803	0.10	30.46
42	0.533	60.658	0.676	1.435	0.595	0.336	0.238	0.222	0.103	0.06	14.09
43	0.677	63.549	0.335	1.367	0.747	0.361	0.472	0.251	0.435	0.08	22.51
44	0.264	55.274	0.226	1.345	0.151	0.234	0.829	0.287	0.076	0.06	20.47
45	0.056	51.111	0.112	1.322	0.949	0.404	0.394	0.242	0.214	0.07	14.74
46	0.716	64.318	0.663	1.433	0.548	0.328	0.760	0.279	0.082	0.06	19.08
47	0.209	54.189	0.733	1.447	0.155	0.235	0.394	0.242	0.541	0.08	20.96
48	0.232	54.632	0.372	1.374	0.905	0.392	0.381	0.241	0.968	0.11	24.17
49	0.790	65.793	0.373	1.375	0.549	0.328	0.402	0.243	0.577	0.08	23.62
50	0.456	59.128	0.789	1.458	0.934	0.399	0.072	0.189	0.245	0.07	12.18
51	0.528	60.558	0.883	1.477	0.106	0.217	0.359	0.238	0.868	0.10	28.85
52	0.594	61.875	0.889	1.478	0.740	0.360	0.432	0.247	0.525	0.08	19.96
53	0.272	55.447	0.764	1.453	0.186	0.245	0.703	0.273	0.849	0.10	29.73
54	0.118	52.352	0.160	1.332	0.611	0.339	0.638	0.267	0.945	0.11	28.85
55	0.121	52.414	0.462	1.392	0.862	0.382	0.532	0.257	0.824	0.10	22.60
56	0.366	57.323	0.651	1.430	0.536	0.326	0.283	0.228	0.834	0.10	23.27
57	0.176	53.516	0.547	1.409	0.051	0.190	0.948	0.306	0.259	0.07	24.89
58	0.870	67.391	0.363	1.373	0.442	0.308	0.334	0.235	0.312	0.07	21.10
59	0.076	51.511	0.815	1.463	0.859	0.381	0.267	0.226	0.178	0.07	13.01

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

60	0.272	55.434	0.080	1.316	0.041	0.184	0.825	0.286	0.903	0.10	37.15
61	0.673	63.460	0.778	1.456	0.274	0.270	0.985	0.317	0.638	0.09	34.28
62	0.730	64.595	0.767	1.453	0.809	0.371	0.187	0.214	0.102	0.06	13.52
63	0.096	51.929	0.326	1.365	0.423	0.304	0.676	0.271	0.185	0.07	18.95
64	0.403	58.051	0.173	1.335	0.040	0.184	0.928	0.302	0.549	0.08	32.38
65	0.544	60.871	0.595	1.419	0.267	0.268	0.307	0.231	0.773	0.10	27.43
66	0.499	59.985	0.011	1.302	0.489	0.317	0.356	0.238	0.638	0.09	25.41
67	0.284	55.680	0.077	1.315	0.628	0.342	0.678	0.271	0.691	0.09	25.65
68	0.232	54.633	0.360	1.372	0.307	0.278	0.695	0.273	0.143	0.06	17.74
69	0.180	53.607	0.778	1.456	0.858	0.381	0.451	0.249	0.649	0.09	19.27
70	0.346	56.911	0.156	1.331	0.795	0.369	0.868	0.292	0.041	0.05	14.89
71	0.986	69.730	0.626	1.425	0.034	0.179	0.540	0.258	0.467	0.08	31.30
72	0.430	58.591	0.068	1.314	0.438	0.307	0.451	0.249	0.845	0.10	29.02
73	0.663	63.258	0.159	1.332	0.479	0.315	0.749	0.278	0.270	0.07	23.90
74	0.364	57.273	0.927	1.485	0.761	0.363	0.096	0.196	0.487	0.08	14.50
75	0.701	64.026	0.459	1.392	0.325	0.282	0.106	0.198	0.752	0.09	22.20
76	0.919	68.387	0.243	1.349	0.354	0.289	0.079	0.191	0.869	0.10	26.03
77	0.384	57.683	0.187	1.337	0.654	0.346	0.501	0.254	0.684	0.09	24.34
78	0.073	51.453	0.194	1.339	0.446	0.308	0.585	0.262	0.661	0.09	23.70
79	0.845	66.895	0.437	1.387	0.608	0.338	0.452	0.249	0.500	0.08	23.97
80	0.676	63.522	0.325	1.365	0.404	0.300	0.170	0.211	0.436	0.08	20.72
81	0.985	69.704	0.248	1.350	0.929	0.398	0.527	0.257	0.112	0.06	18.07
82	0.943	68.862	0.061	1.312	0.843	0.378	0.757	0.279	0.311	0.07	24.06
83	0.273	55.468	0.813	1.463	0.077	0.204	0.530	0.257	0.151	0.06	17.56
84	0.414	58.270	0.869	1.474	0.376	0.294	0.380	0.241	0.029	0.05	12.68
85	0.213	54.260	0.881	1.476	0.318	0.281	0.977	0.314	0.403	0.08	25.08
86	0.020	50.393	0.323	1.365	0.831	0.375	0.545	0.259	0.780	0.10	22.51
87	0.043	50.863	0.334	1.367	0.317	0.280	0.504	0.254	0.125	0.06	15.42
88	0.198	53.957	0.367	1.373	0.467	0.313	0.557	0.260	0.250	0.07	18.53
89	0.292	55.848	0.237	1.347	0.522	0.323	0.671	0.270	0.508	0.08	22.91
90	0.114	52.289	0.829	1.466	0.414	0.302	0.528	0.257	0.763	0.10	24.13
91	0.215	54.302	0.705	1.441	0.875	0.384	0.881	0.294	0.710	0.09	23.18
92	0.946	68.916	0.215	1.343	0.017	0.165	0.865	0.292	0.408	0.08	37.76
93	0.077	51.547	0.866	1.473	0.942	0.402	0.729	0.276	0.782	0.10	21.78
94	0.628	62.563	0.865	1.473	0.749	0.361	0.245	0.223	0.358	0.08	18.25
95	0.172	53.438	0.770	1.454	0.988	0.423	0.244	0.223	0.840	0.10	17.82
96	0.408	58.161	0.811	1.462	0.730	0.358	0.759	0.279	0.188	0.07	18.81
97	0.709	64.174	0.040	1.308	0.084	0.207	0.551	0.259	0.238	0.07	26.63
98	0.515	60.294	0.593	1.419	0.800	0.370	0.392	0.242	0.258	0.07	17.14
99	0.969	69.389	0.202	1.340	0.954	0.406	0.742	0.277	0.377	0.08	25.72
100	0.146	52.924	0.657	1.431	0.768	0.364	0.478	0.252	0.397	0.08	17.86

Valor de h promedio	59.082
Valor de *Bo* promedio	1.395
Valor de *Sw* promedio	0.313
Valor de *Fr* promedio	0.250
Valor de Porosidad promedio	0.082
Valor de Reserva calculada	22.45

Como se puede observar la simulación número 37 condujo al valor más bajo de reserva obtenido en la tabla 10.84 millones de barriles, en donde la porosidad y el factor de recuperación son bajos con respecto a sus promedios también influyen el factor de volumen y el espesor. De esta forma vemos también que el valor más alto fue en la simulación número 14 con una reserva de 43.67 millones de barriles en donde el factor de recuperación y la porosidad son más altos que el promedio de los mismos.

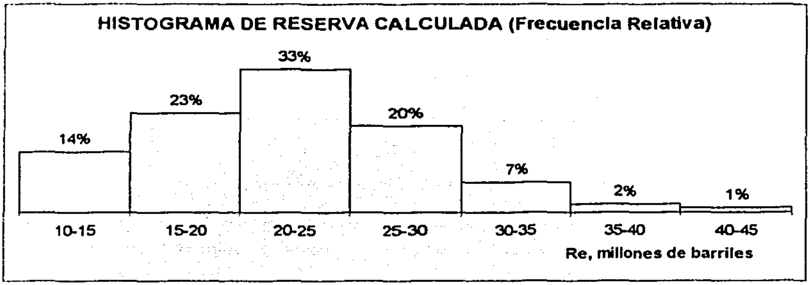
El valor mínimo teórico de la reserva es de 5.3 millones de barriles, el cual se obtendría con la combinación de h = 50 m, Bo = 1.5, Sw = 44%, factor de recuperación igual a 0.15 y porosidad igual a 5%; empero en ninguna de las simulaciones se llego a ese valor. Por su parte la reserva teórica máxima es de 64.2 millones de barriles, con la combinación de h =70 metros, Bo = 1.3, Sw = 13%, Fr = 33% y Φ = 11%; pero tampoco este se presento en ninguna de las simulaciones.

Ordenando los valores de mayor a menor en clases se puede construir el histograma de frecuencias relativas acumuladas como sigue:

	CLASIFICACION DE LA RESERVA CALCULADA	
Intervalo de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
10-15	14	14%
15-20	23	23%
20-25	33	33%
25-30	20	20%
30-35	7	7%
35-40	2	2%
40-45	1	1%

En el histograma siguiente se observa la probabilidad de ocurrencia para esta simulación, por ejemplo se tiene un 97% de que la reserva se encuentre entre 10 y 35 millones de barriles siendo su valor medio 22.45 millones de barriles.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Ejercicio 2

Los siguientes datos corresponden a un pozo en desarrollo:

Datos:

Costo del pozo y obras asociadas, C	1,200,000
Costo del capital, porciento anual, i	9.50%
Precio neto del crudo, dólares por barril, u	13.00
Ritmo de producción inicial, barriles diarios, q_o	200.00
Declinación continua, porciento anual, b	16.25%

Analizar el caso por el método de simulaciones aleatorias empezando por definir los rangos de cada una de las variables que intervienen. Supongamos que el precio variará uniformemente de menos 50% hasta más 50% de su valor medio; que el costo de perforación y obras asociadas lo harán en un 30% hacia arriba y hacia abajo del valor medio, también en distribución uniforme; que la declinación, lo mismo que el costo del capital, pudieran variar en 40% hacia arriba y hacia abajo; y que solo el ritmo de producción obedeciera a una distribución triangular:

q_o mínima	20
q_o modal	255
q_o máxima	325

calcular la ganancia G, la tasa de rendimiento r, la tasa interna de retorno t_{ir}, y la razón beneficio/costo $R_{b/c}$.

Solución:

Se seleccionan los valores dentro de los rangos dados en el enunciado y utilizando la ecuación:

$$Parámetro = V\min + A_1(V\max - V\min)$$

Para el costo ± 30%

$$C = 840 + A_1(1560 - 840)$$

Para la tasa de interés y la declinación ± 40%

$$i = 0.057 + A_1(0.133 - 0.057)$$
$$b = 0.0975 + A_1(1560 - 840)$$

Para el precio ± 50%

$$u = 6.5 + A_1(19.5 - 6.5)$$

Por último utilizando el método de distribución triangular para seleccionar el valor de q_o

Para la saturación de agua

$$H = \frac{2}{V\max - V\min}$$

$$H = \frac{2}{325 - 20} = 6.5577 * 10^{-3}$$

Esto significa que el área del triángulo cuya base va de *Vmin*, a *Vmod*al, de 0.7705, y que el área del triángulo que va de *Vmod*al, a *Vmax*, es de 0.2295. Así la probabilidad de tener valores de saturación entre 20 y 255 es de 77.05%, mientras que la probabilidad de tener saturaciones entre 255 y 325 es de 22.95 %.

ecuación para cálculo de ganancia $G = \frac{uq_o}{(b+i)} - C$

ecuación para cálculo de la tasa de retorno $r = \frac{1}{n} \ln \frac{(G+C)e^{in}}{C}$

ecuación para cálculo de la tasa interna de retorno $t_{ir} = \frac{uq_o}{C} - b$

ecuación para cálculo de la razón beneficio/costo $R_{b/c} = \frac{(G+C)}{C}$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Simulación #	Número aleatorio	Valor C	Número aleatorio	Valor i	Número aleatorio	Valor u	Número aleatorio	Valor b	Número aleatorio	Valor qo	Valor G	Valor tir	Valor r	Valor R b/c
1	0.237	1,010,288.379	0.601	0.1027	0.960	18.98	0.118	0.1128	0.306	168.2	4,396,012	104.0%	43.8%	5.35
2	0.731	1,366,509.994	0.515	0.0961	0.992	19.40	0.357	0.1439	0.830	264.7	6,440,567	122.7%	44.5%	5.71
3	0.272	1,035,756.087	0.103	0.0648	0.954	18.90	0.377	0.1466	0.462	201.9	5,554,011	119.8%	43.5%	6.36
4	0.943	1,519,138.117	0.059	0.0615	0.379	11.42	0.250	0.1300	0.692	242.7	3,765,298	53.6%	31.1%	3.48
5	0.055	879,713.606	0.217	0.0735	0.844	17.47	0.637	0.1803	0.123	113.8	1,978,812	64.5%	30.9%	3.25
6	0.714	1,354,034.235	0.108	0.0652	0.916	18.41	0.109	0.1116	0.752	252.2	8,225,423	114.0%	45.7%	7.07
7	0.545	1,232,327.444	0.260	0.0768	0.781	16.65	0.133	0.1148	0.216	144.4	3,352,381	59.8%	34.0%	3.72
8	0.497	1,198,184.710	0.320	0.0813	0.667	15.17	0.300	0.1365	0.326	172.8	3,192,023	66.2%	34.1%	3.66
9	0.413	1,137,421.704	0.576	0.1007	0.950	18.85	0.337	0.1413	0.749	251.8	6,021,758	138.2%	46.9%	6.29
10	0.538	1,227,611.963	0.420	0.0889	0.126	8.14	0.454	0.1565	0.486	206.5	1,272,248	34.3%	23.1%	2.04
11	0.903	1,490,200.135	0.217	0.0735	0.346	11.00	0.446	0.1555	0.014	51.9	-580,846	-1.6%	-2.5%	0.61
12	0.461	1,171,711.559	0.157	0.0689	0.122	8.08	0.607	0.1764	0.190	136.7	472,682	16.8%	13.7%	1.40
13	0.172	964,123.455	0.814	0.1189	0.849	17.54	0.983	0.2253	0.516	212.3	2,984,291	118.4%	40.1%	4.10
14	0.483	1,187,423.941	0.023	0.0588	0.290	10.27	0.858	0.2090	0.608	228.8	2,014,009	51.3%	25.7%	2.70
15	0.642	1,302,289.038	0.339	0.0828	0.170	8.71	0.592	0.1744	0.536	216.0	1,369,284	35.3%	22.6%	2.05
16	0.758	1,385,695.099	0.017	0.0583	0.962	19.01	0.564	0.1708	0.103	105.8	1,819,513	35.9%	22.6%	2.31
17	0.069	889,933.172	0.563	0.0998	0.644	14.87	0.941	0.2198	0.540	216.7	2,790,273	110.2%	38.4%	4.14
18	0.070	890,693.051	0.710	0.1110	0.314	10.58	0.172	0.1199	0.738	249.9	3,289,169	96.3%	42.0%	4.69
19	0.316	1,067,537.542	0.991	0.1323	0.679	15.32	0.646	0.1815	0.008	44.2	-279,251	5.0%	7.2%	0.74
20	0.777	1,399,114.402	0.036	0.0598	0.887	18.03	0.860	0.2092	0.533	215.4	3,870,329	80.4%	32.5%	3.77
21	0.643	1,302,866.718	0.110	0.0654	0.687	15.43	0.175	0.1202	0.067	89.5	1,412,036	26.6%	21.2%	2.08
22	0.971	1,539,459.196	0.844	0.1212	0.842	17.45	0.371	0.1457	0.828	264.5	4,771,605	94.8%	40.3%	4.10
23	0.326	1,074,415.065	0.572	0.1005	0.029	6.88	0.870	0.2106	0.555	219.4	696,645	30.2%	20.0%	1.65
24	0.558	1,241,505.213	0.179	0.0706	0.698	15.57	0.646	0.1815	0.547	218.0	3,674,989	81.7%	34.6%	3.96
25	0.772	1,395,728.735	0.993	0.1325	0.854	17.60	0.983	0.2253	0.004	36.6	-738,466	-5.7%	-1.8%	0.47
26	0.461	1,171,949.485	0.243	0.0755	0.506	13.07	0.792	0.2005	0.063	87.4	339,508	15.5%	12.6%	1.29
27	0.178	968,031.621	0.552	0.0990	0.095	7.73	0.182	0.1212	0.463	202.2	1,622,950	46.8%	29.6%	2.68
28	0.549	1,235,103.329	0.828	0.1199	0.598	14.28	0.239	0.1286	0.213	143.6	1,776,634	47.7%	29.8%	2.44
29	0.052	877,488.174	0.578	0.1009	0.530	13.40	0.378	0.1467	0.136	118.9	1,470,976	51.6%	29.8%	2.68
30	0.174	965,300.338	0.413	0.0884	0.560	13.79	0.041	0.1028	0.242	151.8	3,029,681	68.8%	37.2%	4.14
31	0.979	1,544,580.201	0.692	0.1096	0.343	10.96	0.993	0.2266	0.333	174.6	531,601	22.5%	16.9%	1.34

32	0.379	1,112,610.942	0.531	0.0973	0.881	17.95	0.374	0.1462	0.366	182.0	3,783,514	92.5%	39.4%	4.40
33	0.287	1,046,553.680	0.292	0.0792	0.700	15.60	0.574	0.1721	0.877	273.7	5,156,105	131.7%	43.5%	5.93
34	0.273	1,036,629.829	0.160	0.0692	0.661	15.09	0.408	0.1505	0.958	294.9	6,356,347	141.7%	46.2%	7.13
35	0.158	953,769.091	0.675	0.1083	0.297	10.36	0.123	0.1135	0.230	148.5	1,577,714	47.5%	30.4%	2.65
36	0.404	1,131,203.205	0.825	0.1197	0.053	7.19	0.605	0.1761	0.016	53.9	-652,940	-5.1%	-5.2%	0.42
37	0.017	852,131.832	0.817	0.1191	0.304	10.45	0.332	0.1407	0.099	104.4	681,561	32.7%	23.7%	1.80
38	0.206	988,400.849	0.712	0.1111	0.693	15.51	0.833	0.2057	0.981	304.8	4,455,545	154.0%	45.2%	5.51
39	0.857	1,456,895.040	0.965	0.1303	0.440	12.22	0.966	0.2230	0.681	240.9	1,585,030	51.5%	27.8%	2.09
40	0.767	1,392,272.137	0.037	0.0598	0.831	17.30	0.711	0.1899	0.721	247.3	4,862,169	93.2%	36.0%	4.49
41	0.433	1,151,488.948	0.993	0.1325	0.357	11.14	0.818	0.2039	0.258	156.0	733,550	34.7%	23.1%	1.64
42	0.933	1,511,854.097	0.302	0.0799	0.007	6.59	0.107	0.1114	0.938	288.5	2,116,708	34.8%	25.5%	2.40
43	0.773	1,396,665.305	0.472	0.0928	0.488	12.84	0.674	0.1851	0.205	141.2	983,898	28.9%	19.9%	1.70
44	0.098	910,424.125	0.630	0.1049	0.281	10.15	0.742	0.1940	0.076	93.8	251,783	18.8%	15.4%	1.28
45	0.084	900,752.084	0.055	0.0612	0.816	17.11	0.283	0.1343	0.757	252.9	7,178,420	161.9%	50.0%	8.97
46	0.214	994,138.799	0.638	0.1055	0.887	18.03	0.148	0.1167	0.725	247.9	6,346,403	152.4%	50.5%	7.38
47	0.745	1,376,530.233	0.687	0.1092	0.707	15.70	0.757	0.1959	0.196	138.4	1,222,070	38.0%	23.6%	1.89
48	0.183	971,478.633	0.124	0.0664	0.633	14.73	0.821	0.2042	0.297	166.0	2,326,071	71.4%	31.1%	3.39
49	0.435	1,153,525.260	0.502	0.0952	0.616	14.51	0.691	0.1873	0.843	267.1	3,854,193	103.9%	38.9%	4.34
50	0.471	1,179,187.137	0.643	0.1059	0.783	16.68	0.684	0.1864	0.741	250.4	4,036,744	110.6%	40.3%	4.42
51	0.994	1,555,670.200	0.374	0.0854	0.818	17.14	0.286	0.1347	0.732	249.1	5,522,056	86.7%	38.8%	4.55
52	0.914	1,497,769.740	0.806	0.1182	0.152	8.47	0.588	0.1739	0.540	216.7	795,277	27.3%	20.3%	1.53
53	0.082	899,167.286	0.617	0.1039	0.373	11.35	0.099	0.1104	0.273	159.8	2,190,522	62.6%	35.1%	3.44
54	0.491	1,193,868.307	0.409	0.0881	0.270	10.00	0.806	0.2023	0.382	185.4	1,137,789	36.5%	22.2%	1.95
55	0.364	1,101,804.916	0.974	0.1311	0.073	7.45	0.796	0.2010	0.440	197.6	517,617	28.7%	20.8%	1.47
56	0.396	1,125,090.955	0.536	0.0977	0.303	10.44	0.576	0.1724	0.966	298.2	3,081,082	83.8%	36.1%	3.74
57	0.283	1,043,441.413	0.806	0.1182	0.931	18.60	0.103	0.1109	0.927	285.5	7,417,789	174.7%	53.7%	8.11
58	0.049	875,227.607	0.771	0.1156	0.209	9.21	0.026	0.1009	0.022	60.1	59,210	13.0%	12.9%	1.07
59	0.272	1,035,807.548	0.435	0.0901	0.726	15.93	0.668	0.1844	0.978	303.3	5,390,423	151.8%	45.5%	6.20
60	0.144	943,713.944	0.258	0.0766	0.081	7.55	0.271	0.1327	0.463	202.2	1,718,184	45.8%	28.4%	2.82
61	0.224	1,001,159.757	0.348	0.0834	0.898	18.18	0.048	0.1038	0.795	258.9	8,174,805	161.2%	52.7%	9.17
62	0.432	1,150,819.010	0.574	0.1006	0.475	12.68	0.871	0.2108	0.980	304.3	3,372,090	101.3%	37.4%	3.93
63	0.256	1,024,674.863	0.778	0.1161	0.869	17.80	0.824	0.2046	0.280	161.7	2,249,938	82.0%	34.8%	3.20
64	0.897	1,485,598.895	0.435	0.0901	0.228	9.46	0.668	0.1843	0.040	73.3	-562,903	-1.4%	-0.5%	0.62

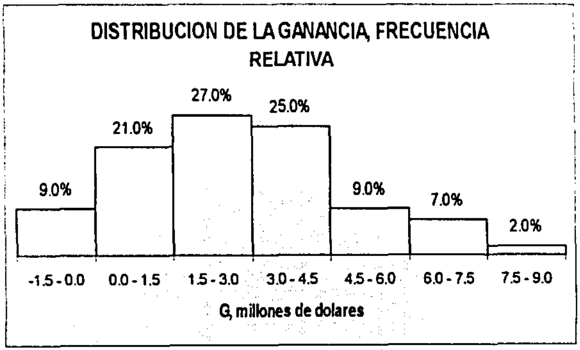
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

65	0.262	1,028,341.760	0.790	0.1170	0.360	11.17	0.204	0.1240	0.776	255.8	3,300,266	89.1%	40.4%	4.21
66	0.636	1,298,152.218	0.993	0.1325	0.245	9.69	0.408	0.1505	0.848	268.0	2,051,198	58.0%	32.2%	2.58
67	0.701	1,344,677.198	0.524	0.0968	0.535	13.45	0.982	0.2251	0.958	295.2	3,157,131	85.3%	33.8%	3.35
68	0.733	1,368,052.819	0.304	0.0801	0.148	8.43	0.139	0.1156	0.553	219.1	2,076,831	37.7%	26.5%	2.52
69	0.139	940,349.270	0.370	0.0851	0.998	19.48	0.270	0.1326	0.122	113.6	2,769,948	72.7%	36.0%	3.95
70	0.337	1,082,309.552	0.061	0.0616	0.003	6.54	0.282	0.1341	0.057	83.8	-59,697	5.1%	5.0%	0.94
71	0.144	943,676.576	0.802	0.1180	0.381	11.45	0.619	0.1779	0.212	143.3	1,081,289	45.7%	27.1%	2.15
72	0.061	883,785.918	0.377	0.0857	0.389	11.55	0.851	0.2081	0.881	274.5	3,056,302	110.2%	38.5%	4.46
73	0.456	1,168,344.471	0.552	0.0990	0.463	12.52	0.038	0.1024	0.367	182.1	2,965,546	61.0%	35.2%	3.54
74	0.527	1,219,349.584	0.251	0.0761	0.921	18.47	0.256	0.1308	0.463	202.1	5,367,414	98.7%	41.3%	5.40
75	0.358	1,097,665.012	0.511	0.0958	0.645	14.89	0.806	0.2022	0.066	88.9	521,929	23.8%	17.4%	1.48
76	0.003	842,076.059	0.643	0.1059	0.834	17.34	0.206	0.1243	0.570	222.2	5,264,241	154.5%	50.2%	7.25
77	0.651	1,309,063.952	0.921	0.1270	0.529	13.38	0.747	0.1946	0.932	287.0	3,049,959	87.6%	36.8%	3.33
78	0.937	1,514,760.839	0.203	0.0724	0.374	11.36	0.006	0.0982	0.498	208.9	3,561,001	47.4%	31.4%	3.35
79	0.110	918,943.551	0.221	0.0738	0.137	8.28	0.452	0.1563	0.773	255.3	2,433,236	68.3%	33.3%	3.65
80	0.561	1,243,646.837	0.115	0.0657	0.023	6.80	0.809	0.2026	1.000	321.9	1,734,942	44.0%	24.0%	2.40
81	0.311	1,063,977.364	0.441	0.0905	0.066	7.36	0.807	0.2025	0.448	199.1	762,502	30.1%	19.9%	1.72
82	0.826	1,434,878.342	0.041	0.0601	0.325	10.72	0.333	0.1408	0.948	291.6	4,246,611	65.5%	33.5%	3.96
83	0.090	905,091.072	0.426	0.0894	0.517	13.22	0.274	0.1331	0.249	153.5	2,425,160	68.6%	35.0%	3.68
84	0.688	1,335,683.600	0.248	0.0759	0.072	7.43	0.120	0.1131	0.755	252.7	2,291,412	40.0%	27.6%	2.72
85	0.083	899,523.452	0.867	0.1229	0.473	12.65	0.220	0.1261	0.717	246.7	3,677,419	114.1%	44.8%	5.09
86	0.143	943,227.770	0.666	0.1076	0.128	8.16	0.749	0.1949	0.779	256.3	1,581,271	61.5%	30.4%	2.68
87	0.705	1,347,894.402	0.217	0.0735	0.267	9.97	0.026	0.1009	0.319	171.3	2,225,100	36.1%	26.8%	2.65
88	0.863	1,461,089.242	0.133	0.0671	0.032	6.92	0.611	0.1769	0.942	289.7	1,536,208	32.4%	21.1%	2.05
89	0.702	1,345,663.340	0.936	0.1282	0.041	7.03	0.589	0.1741	0.010	46.7	-949,302	-8.5%	-11.6%	0.29
90	0.001	840,832.580	0.982	0.1317	0.600	14.30	0.012	0.0991	0.272	159.6	2,767,829	89.1%	42.3%	4.29
91	0.425	1,146,100.169	0.753	0.1143	0.568	13.88	0.098	0.1102	0.041	74.3	531,075	21.8%	19.0%	1.46
92	0.614	1,282,396.379	0.712	0.1111	0.503	13.03	0.263	0.1317	0.801	259.8	3,808,155	83.2%	38.7%	3.97
93	0.363	1,101,177.958	0.186	0.0711	0.621	14.57	0.014	0.0993	0.395	188.3	4,772,687	81.0%	40.6%	5.33
94	0.993	1,554,640.576	0.299	0.0797	0.751	16.27	0.878	0.2117	0.029	65.7	-215,161	3.9%	5.0%	0.86
95	0.334	1,080,709.277	0.561	0.0996	0.107	7.89	0.427	0.1530	0.937	288.4	2,209,317	61.6%	32.2%	3.04
96	0.009	846,833.720	0.147	0.0682	0.553	13.69	0.823	0.2044	0.589	225.4	3,284,172	112.5%	38.5%	4.88

97	0.745	1,376,114.782	0.101	0.0647	0.425	12.03	0.506	0.1633	0.768	254.6	3,525,682	64.9%	31.9%	3.56
98	0.227	1,003,596.776	0.271	0.0776	0.966	19.06	0.158	0.1181	0.127	115.5	3,103,800	68.3%	35.9%	4.09
99	0.937	1,514,344.773	0.016	0.0582	0.717	15.82	0.427	0.1531	0.917	282.9	6,215,134	92.5%	38.4%	5.10
100	0.658	1,313,441.348	0.648	0.1063	0.461	12.50	0.910	0.2158	0.074	92.6	-1,671	10.6%	10.6%	1.00

	Mínima	Máximo	Media	Desviación Estándar	Coeficiente de Variación
G	-0.949	8.225	2.686	2.080	77.5%
tir	-8.5%	174.7%	66.7%	43.6%	65.3%
r	-11.6%	53.7%	30.0%	13.3%	44.1%
R b/c	0.295	9.165	3.409	1.917	56.2%

Distribución de la ganancia							
Intervalo de clase (millones)	Frecuencia relativa (por ciento)	Intervalo de clase (millones)	Frecuencia relativa (por ciento)	Intervalo de clase (millones)	Frecuencia relativa (por ciento)	Intervalo de clase (millones)	Frecuencia relativa (por ciento)
-1.5 - 0.0	9.0%	1.5 - 3.0	27.0%	4.5 - 6.0	9.0%	7.5 - 9.0	2.0%
0.0 - 1.5	21.0%	3.0 - 4.5	25.0%	6.0 - 7.5	7.0%		



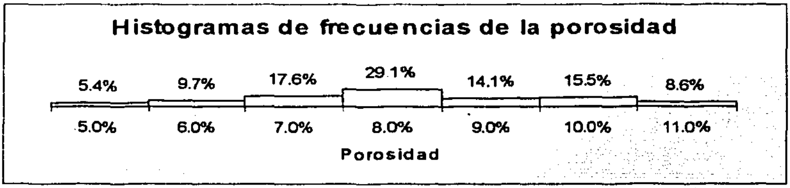
En este grafico es importante observar que el riesgo de no recuperar la inversión es del 9.0%, si bien los valores que más abundaron durante las simulaciones se ubicaron entre 1.5 y 3.0 millones de dólares, se presentaron casos de ganancias bastante elevadas superiores a 7.5 millones de dólares, pero con frecuencias relativas bastante pequeñas; sin embargo estos valores podrían llegarse a presentar en la practica, por ser resultado de combinaciones totalmente factibles de los diversos factores que intervienen. De esta forma se pueden hacer los análisis de cada uno de los parámetros por separado, para de esta forma justificar una inversión de cualquier naturaleza.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

IV.3.4.- Ejercicio Propuesto

Ejercicio 1

Calcular por medio del método de Distribución Triangular y por el método de Montecarlo, la reserva *Re*, de un yacimiento de aceite con un área *A* de 8, 000,000 m^2, el espesor tendrá una distribución uniforme, entre 40 metros y 65 metros; la porosidad tendrá la distribución de probabilidad como se muestra en el histograma; el factor de volumen tendrá una distribución uniforme, entre 1.1 y 1.4; al factor de recuperación le corresponderá una distribución triangular en la que el valor mínimo es de 13 por ciento, el más frecuente de 24 por ciento y el máximo de 39 por ciento; y de la saturación de agua únicamente se sabe que el valor más bajo es de 10% y que su valor más alto es de 34%, sin posibilidades de que se salga de ese rango, y que dentro de todos los valores posibles el que con más frecuencia se presenta es el de 26%.



Solución:

Valor de *h* promedio	61.754 m
Valor de *Bo* promedio	1.445
Valor de *Sw* promedio	0.235
Valor de *Fr* promedio	0.261
Valor de Porosidad promedio	0.078
Valor de Reserva calculada	33.61 millones de barriles

Recordar que los resultados son aproximados.

IV.4.- Número Optimo de pozos

La perforación de pozos es una actividad que consume la mayor parte de los recursos financieros, que se destinan en la industria petrolera. El administrador de los activos tiene como objetivo maximizar la ganancia o valor presente neto de cualquier proyecto, por ello además de las características físicas de los yacimientos y de los fluidos en el análisis se toman en cuenta los precios de los hidrocarburos, los costos de perforación y los de extracción. Es por esto que se expone la aplicación de la distribución triangular, para determinar que número de pozos perforados, maximizara la ganancia.

IV.4.1.- Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1

Calcular el número de pozos de desarrollo que se deben perforar en un yacimiento para obtener la ganancia máxima, sabiendo que mantendrán su producción constante durante un número de periodos "m" antes de comenzar la declinación en la producción. Cada periodo comprenderá un año o lo que es lo mismo 365 días. Se tiene los siguientes datos:

Re = 22.8 millones de barriles.
qo = 200 bls/día.
u = 13 dólares por barril.
i = 9.5%
C = 1, 200, 000 dólares.
m = 0, 1, 2, 3.
N = número de pozos ¿?
G = ganancia ¿?
R_{bc} = relación beneficio costo ¿?

Solución:

Para tener un criterio adecuado de decisión, se debe conocer dos indicadores financieros importantes como son la ganancia y la relación beneficio costo. Estos indicadores se calculan con las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$G = \frac{uq_o}{i}(1 - e^{-im})N + \frac{uq_o}{b+i}e^{-im}N - CN$$

$$R_{bc} = \frac{G + CN}{CN}$$

Observando que no se tiene como dato, la declinación continua "b", por lo que es necesario calcularla ya que este parámetro es necesario para calcular la ganancia, y para esto se utiliza la siguiente ecuación:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$b = \frac{q_o N}{\mathrm{Re} - q_o m N}$$

Pero antes se debe determinar el número de pozos "N", de acuerdo a los datos de los diferentes periodos "m" dados, en donde la característica es que se mantiene constante la producción. Cuando la producción se mantiene constante, se usa una ecuación de segundo grado obtenida de desarrollos teóricos, y al resolver esta se obtiene el valor de "N". la ecuación de la que se habla es la siguiente:

$$(\varepsilon\gamma^2 - \beta\gamma)N^2 + (2\delta\gamma\varepsilon - 2\beta\delta)N + \delta^2\varepsilon + \alpha\delta = 0$$

donde las letras griegas son parámetros experimentales ajustados a las siguientes ecuaciones

$$\alpha = u q_o \mathrm{Re}\, e^{-im}$$
$$\beta = e^{-im} u q_o^{\,2} m$$
$$\gamma = q_o - i q_o m$$
$$\delta = i\,\mathrm{Re}$$
$$\varepsilon = \frac{u q_o}{i}\left[1 - e^{-im}\right] - C$$

una vez que se han calculado esos parámetros, se deben sustituir para encontrar los coeficientes de la ecuación de segundo grado

$$A = \varepsilon\gamma^2 - \beta\gamma$$
$$B = 2\delta\gamma\varepsilon - 2\beta\delta$$
$$C = \delta^2\varepsilon + \alpha\delta$$

y después utilizando la formula general para la resolución de ecuaciones de segundo grado se obtiene "N"

$$N = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Calculando el número optimo de pozos para $m = 0$

$$\alpha = 13 * 200 * 365 * 22800000 * e^{-(0.095*0)} = 2.16372E13$$
$$\beta = e^{-(0.095*0)} * 13 * (200 * 365)^2 * (m) = 0$$
$$\gamma = 200 * 365 - 0.095 * 200 * 365 * 0 = 73000$$
$$\delta = 0.095 * 22800000 = 2166000$$

$$\varepsilon = \frac{13*200*365}{0.095}\left[1-e^{-(0.095*0)}\right]-1200000 = -1200000$$

$$A = -1200000*73000^2 - 0*73000 = -6.3948E15$$
$$B = 2*2166000*73000*-1200000 - 2*0*2166000 = -3.794832E17$$
$$C = 2166000^2 * -1200000 + 2.16372E13*2166000 = 4.1236308E19$$

$$N = \frac{-(-3.794832E17) - \sqrt{(-3.794832E17)^2 - 4*(-6.3948E15)*4.1236308E19}}{2*(-6.3948E15)}$$

$$\boxed{N = 55.9371 \approx 56}$$

Ahora desarrollando para m = 1, se calcula el número optimo de pozos

$$\alpha = 13*200*365*22800000*e^{-(0.095*1)} = 1.9676E13$$
$$\beta = e^{-(0.095*1)}*13*(200*365)^2*(1) = 62998628781.2$$
$$\gamma = 200*365 - 0.095*200*365*0 = 66065$$
$$\delta = 0.095*22800000 = 2166000$$
$$\varepsilon = \frac{13*200*365}{0.095}\left[1-e^{-(0.095*1)}\right]-1200000 = -294683.3138$$

$$A = -294683.3138*66065^2 - 62998628781.2*66065 = -5.4482E15$$
$$B = 2*2166000*66065*-294683.3138 - 2*62998628781.2*2166000 = -3.5725E17$$
$$C = 2166000^2 * -294683.3138 + 1.9676E13*2166000 = 4.1236E19$$

$$N = \frac{-(-3.5725E17) - \sqrt{(-3.5725E17)^2 - 4*(-5.4482E15)*4.1236E19}}{2*(-5.4482E15)}$$

$$\boxed{N = 60.1859 \approx 60}$$

Siguiendo el mismo procedimiento se calcula para m = 2 y m = 3, obteniéndose respectivamente:

$$\boxed{N = 61.9156 \approx 62 \quad y \quad N = 61.1516 \approx 61}$$

Hasta aquí, se ha obtenido el número óptimo de pozos de acuerdo al número de periodos que se mantendrá constante la producción. Solo resta calcular la ganancia y la relación beneficio costo para cada uno de los casos anteriores

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$b = \frac{200*365*56}{22.8 - 200*365*0*56} = 0.1793$$

$$G = \frac{13*200*365}{0.095}*\left(1 - e^{-(0.095*0)}\right)*56 + \frac{13*200*365}{0.1793 + 0.095}*e^{-(0.095*0)}*56 - 1200000$$

$$G = \$126545314.998$$

$$R_{bc} = \frac{126545314.998 + 1200000*56}{1200000*56} = 2.8831$$

para m = 1 y N = 60

$$b = \frac{200*365*60}{22.8 - 200*365*1*60} = 0.2378$$

$$G = \frac{13*200*365}{0.095}*\left(1 - e^{-(0.095*1)}\right)*60 + \frac{13*200*365}{0.2378 + 0.095}*e^{-(0.095*1)}*60 - 1200000$$

$$G = \$137914032.062$$

$$R_{bc} = \frac{137914032.062 + 1200000*60}{1200000*60} = 2.9155$$

para m = 2 y N = 62

$$b = \frac{200*365*62}{22.8 - 200*365*2*62} = 0.3292$$

$$G = \frac{13*200*365}{0.095}*\left(1 - e^{-(0.095*2)}\right)*62 + \frac{13*200*365}{0.3292 + 0.095}*e^{-(0.095*2)}*62 - 1200000$$

$$G = \$147471367.772$$

$$R_{bc} = \frac{147471367.772 + 1200000*62}{1200000*62} = 2.9821$$

para m = 3 y N = 61

$$b = \frac{200*365*61}{22.8 - 200*365*3*61} = 0.4717$$

$$G = \frac{13*200*365}{0.095}*\left(1 - e^{-(0.095*3)}\right)*61 + \frac{13*200*365}{0.4717 + 0.095}*e^{-(0.095*3)}*62 - 1200000$$

$$G = \$154735708.127$$

$$R_{bc} = \frac{154735708.127 + 1200000 * 61}{1200000 * 61} = 3.1139$$

Se puede apreciar que entre más tiempo se mantenga constante la producción mayores serán los beneficios como lo demuestra el cálculo de los indicadores financieros. Lo cual no necesariamente se cumple, para el número de pozos óptimo, que es el número de pozos en el que se obtendrá la ganancia máxima. Si el lector realiza los cálculos para los mismos periodos "m", pero con un pozo más se dará cuenta que la ganancia disminuye.

Ejercicio 2

Se tiene un campo de desarrollo, con los siguientes datos:

VARIABLE	*Vmin*	*Vmod*	*Vmax*
h	50		70
Bo	1.3		1.5
Sw	0.13	0.36	0.44
Fr	0.15	0.27	0.33

VARIABLE	*Vmin*	*Vmod*	*Vmax*
q_o	20	255	325
u	6.5		19.5
i	0.057		0.133
C	840000		1560000
m	0	2	3

donde las variables *Sw*, *Fr*, y q_o, se gobiernan bajo distribuciones triangulares, siendo uniformes las demás; la excepción es la porosidad, cuyos valores posibles van desde 5% hasta 11%, con probabilidades de 0.054, 0.097, 0.176, 0.291, 0.141, 0.155 y 0.086, respectivamente para cada uno de los puntos porcentuales de ese rango. La variable *m*, es el número de periodos que se mantiene constante la producción por pozo, que en este caso obedecerá también a una distribución triangular con los valores que se presentan en el último renglón de la tabla. Por otra parte, el área será de 6 millones de metros cuadrados. Calcular el número de pozos óptimo y el espaciamiento entre estos, utilizando la técnica de simulaciones aleatorias.

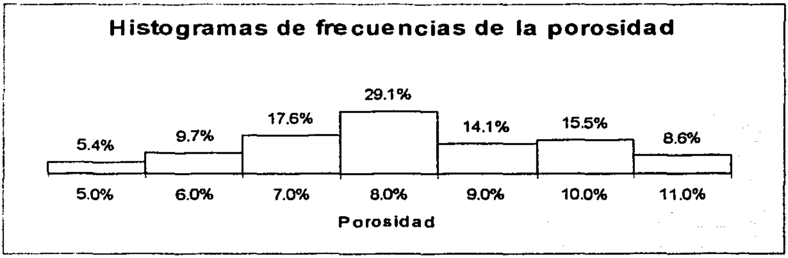
Solución:

El orden en que se llevan a cabo los cálculos es el siguiente:

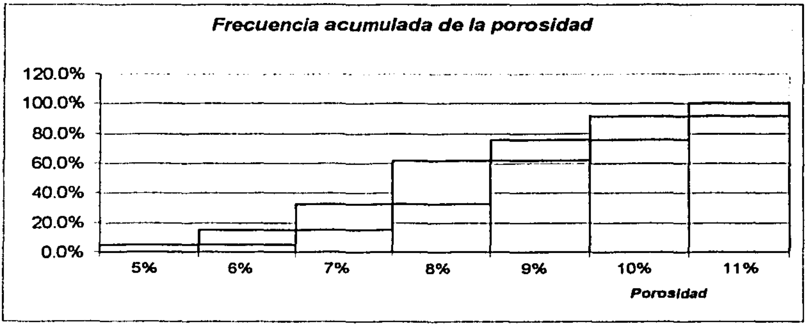
1) con valores seleccionados al azar de *h*, *Bo*, *Fr*, y *Φ*, se calcula un valor para la reserva *Re*, utilizando la ecuación, $\mathrm{Re} = \frac{Ah\phi\,(1-Sw)Fr}{Bo}$; para encontrar el valor de la porosidad se deben construir con los siguientes datos dos histogramas:

Porosidad	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
5.0%	5.4%	5.4%
6.0%	9.7%	15.1%
7.0%	17.6%	32.7%
8.0%	29.1%	61.8%
9.0%	14.1%	75.9%
10.0%	15.5%	91.4%
11.0%	8.6%	100.0%
suma	100%	

Se tiene la columna de la frecuencia relativa de ocurrencia de la porosidad, de la cual se toman los datos contra porosidad y se obtiene la siguiente grafica:



Posteriormente con la columna de porosidad y frecuencia relativa acumulada se construye la siguiente grafica:



de donde se establece la siguiente función que se va a introducir en una hoja de Excel para nuestro método de simulaciones:

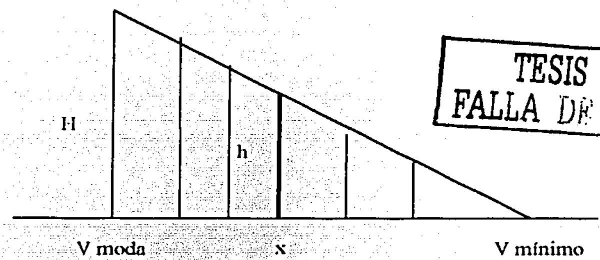
=SI(B14<=0.054,0.05,SI(B14<=0.151,0.06,SI(B14<=0.327,0.07,SI(B14<=0.618,0.08,SI(B14<=0.759,0.09,SI(B14<=0.914,0.1,0.11)))))) en este caso el número aleatorio que se va a generar será **B14**, y se plantean las condiciones que determinan, el valor de porosidad.

En cuanto a las variables que se rigen por distribución triangular, se tienen tres datos para construir una distribución triangular; se tiene el valor mínimo, el valor más probable o modal, y el valor máximo. Utilizando las siguientes ecuaciones:

La ecuación para obtener la altura del triángulo $H = \dfrac{2}{V\max - V\min}$

y

La ecuación para obtener el área del triángulo $A = \dfrac{base * altura}{2}$



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

por lo que al resolver las ecuaciones para las variables involucradas se tiene:

Para la Sw, primero se calcula la altura total $H = \dfrac{2}{0.44 - 0.13} = 6.4516$, ahora se calcula el

área del triángulo izquierdo $A = \dfrac{(0.36 - 0.13) * 6.4516}{2} = 0.7419$, ya que el triángulo es una

distribución de probabilidad, su área es igual a 1, por lo que el área del triángulo derecho será la diferencia $A = 1 - 0.7419 = 0.2581$

Para la Fr, primero se calcula la altura total $H = \dfrac{2}{0.33-0.15} = 11.1111$, ahora se calcula el

área del triángulo izquierdo $A = \dfrac{(0.27-0.15)*11.1111}{2} = 0.6666$, ya que el triángulo es

una distribución de probabilidad, su área es igual a 1, por lo que el área del triángulo derecho será la diferencia $A = 1-0.7419 = 0.2581$

Para la q_o, primero se calcula la altura total $H = \dfrac{2}{325-20} = 0.0065574$, ahora se calcula el

área del triángulo izquierdo $A = \dfrac{(255-20)*0.0065574}{2} = 0.7705$, ya que el triángulo es

una distribución de probabilidad, su área es igual a 1, por lo que el área del triángulo derecho será la diferencia $A = 1-0.7705 = 0.2295$

Para la m, primero se calcula la altura total $H = \dfrac{2}{3-0} = 0.6666$, ahora se calcula el

área del triángulo izquierdo $A = \dfrac{(2-0)*0.6666}{2} = 0.6666$, ya que el triángulo es

una distribución de probabilidad, su área es igual a 1, por lo que el área del triángulo derecho será la diferencia $A = 1-0.6666 = 0.3333$

Esto significa que el área del triángulo cuya base va de *Vmin*, a *Vmod*, que en adelante se denomina como *triángulo de la izquierda*, y que el área del triángulo que va de *Vmod*, a *Vmax* el cual se conocerá *triángulo de la derecha*, de manera que las dos áreas suman 1.000. Así la probabilidad de tener valores de saturación, del factor de recuperación, del gasto y de *m*,, entre *Vmin* y *Vmod*, es de magnitud igual al área del triángulo de la izquierda, mientras que la probabilidad de tener valores de saturación, del factor de recuperación, del gasto y de *m*, entre *Vmod* y *Vmax*, es de magnitud igual al área del triángulo de la derecha.

Los números aleatorios que se utilizan están normalizados de 0 a 1. El procedimiento que se busca debe basarse precisamente en el área bajo la curva; cualquier número aleatorio que se obtenga se interpretará como la integral de 0 a X, donde X es el valor buscado de la variable.

De tal forma que si el número aleatorio, al que se conoce como "A_I" es menor que la magnitud del área del triángulo izquierdo el valor de la variable debe calcularse con la ecuación:

$$Sw = V\min + \sqrt{A_1 (V\text{mod} - V\min)(V\max - V\min)}$$

Pero si el número aleatorio $A1$ es mayor que la magnitud del área del triángulo derecho el valor de la variable debe calcularse con la ecuación:

$$Sw = V\max - \sqrt{(V\max - V\text{mod})\left[(V\max - V\text{mod}) - (V\max - V\min)(A_1 - \frac{V\text{mod} - V\min}{V\max - V\min})\right]}$$

Para las variables restantes se utiliza la siguiente ecuación:

$$Parametro = V\min + A_1 (V\max - V\min)$$

$$h = 50 + A_1 (70 - 50)$$

$$Bo = 1.3 + A_1 (1.5 - 1.3)$$

$$u = 6.5 + A_1 (19.5 - 6.5)$$

$$i = 0.057 + A_1 (0.133 - 0.057)$$

$$C = 840 + A_1 (1560 - 840)$$

en donde A_1 es el número generado aleatoriamente

2) con este valor y los seleccionados aleatoriamente para u, i, y C se calculan el número de pozos óptimo N y el espaciamiento entre pozos d.

Las ecuaciones que se van a utilizar para calcular N y d son las siguientes:

De la ecuación de segundo grado que surge cuando la producción se mantiene constante antes de comenzar su declinación durante m periodos:

$$(\varepsilon\gamma^2 - \beta\gamma)N^2 + (2\delta\gamma\varepsilon - 2\beta\delta)N + \delta^2\varepsilon + \alpha\delta = 0$$

donde las letras griegas son parámetros experimentales ajustados a las siguientes ecuaciones

$$\alpha = uq_o \mathrm{Re}\, e^{-im}$$
$$\beta = e^{-im} uq_o^2 m$$
$$\gamma = q_o - iq_o m$$
$$\delta = i\,\mathrm{Re}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\varepsilon = \frac{uq_o}{i}\left[1 - e^{-im}\right] - C$$

sustituyendo para encontrar los coeficientes de la ecuación de segundo grado

$$A = \varepsilon\gamma^2 - \beta\gamma$$
$$B = 2\delta\gamma\varepsilon - 2\beta\delta$$
$$C = \delta^2\varepsilon + \alpha\delta$$

y después utilizando la formula general para la resolución de ecuaciones de segundo grado se obtiene "N"

$$N = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

ahora para calcular el espaciamiento entre pozos se utiliza la siguiente ecuación:

$$d = \sqrt{\frac{A}{N * \cos eno(30°)}}$$

Simulación #	Número aleatorio	Valor Porosidad	Número aleatorio	Valor *Sw*	Número aleatorio	Valor *Fr*	Número aleatorio	Valor h	Número aleatorio	Valor *Bo*
1	0.884	0.10	0.713	0.356	0.821	0.286	0.054	51.077	0.948	1.49
2	0.138	0.06	0.635	0.343	0.545	0.259	0.050	50.994	0.685	1.44
3	0.504	0.08	0.660	0.347	0.390	0.242	0.043	50.856	0.455	1.39
4	0.991	0.11	0.794	0.368	0.878	0.294	0.540	60.795	0.712	1.44
5	0.554	0.08	0.785	0.367	0.963	0.310	0.386	57.719	0.070	1.31
6	0.451	0.08	0.438	0.307	0.999	0.326	0.656	63.117	0.228	1.35
7	0.880	0.10	0.217	0.254	0.649	0.268	0.961	69.228	0.725	1.44
8	0.634	0.09	0.227	0.257	0.388	0.242	0.749	64.981	0.198	1.34
9	0.813	0.10	0.545	0.327	0.482	0.252	0.619	62.389	0.622	1.42
10	0.956	0.11	0.193	0.247	0.653	0.269	0.378	57.561	0.870	1.47
11	0.125	0.06	0.983	0.419	0.603	0.264	0.189	53.786	0.556	1.41
12	0.488	0.08	0.263	0.267	0.111	0.199	0.846	66.921	0.867	1.47
13	0.683	0.09	0.613	0.339	0.610	0.265	0.860	67.191	0.758	1.45
14	0.739	0.09	0.918	0.395	0.989	0.319	0.188	53.766	0.055	1.31
15	0.830	0.10	0.307	0.278	0.544	0.258	0.503	60.067	0.825	1.47
16	0.037	0.05	0.462	0.311	0.340	0.236	0.620	62.400	0.132	1.33
17	0.028	0.05	0.071	0.201	0.094	0.195	0.116	52.329	0.501	1.40
18	0.710	0.09	0.030	0.176	0.078	0.191	0.872	67.445	0.121	1.32
19	0.980	0.11	0.647	0.345	0.464	0.250	0.404	58.074	0.980	1.50
20	0.936	0.11	0.853	0.380	0.665	0.270	0.803	66.053	0.461	1.39
21	0.590	0.08	0.706	0.354	0.086	0.193	0.256	55.110	0.393	1.38
22	0.357	0.08	0.784	0.367	0.197	0.215	0.825	66.491	0.073	1.31

23	0.965	0.11	0.862	0.381	0.690	0.272	0.011	50.224	0.149	1.33
24	0.168	0.07	0.995	0.429	0.630	0.267	0.414	58.278	0.516	1.40
25	0.215	0.07	0.667	0.348	0.105	0.198	0.191	53.818	0.053	1.31
26	0.677	0.09	0.875	0.384	0.140	0.205	0.559	61.181	0.100	1.32
27	0.887	0.10	0.704	0.354	0.698	0.273	0.055	51.095	0.694	1.44
28	0.588	0.08	0.680	0.350	0.976	0.314	0.175	53.495	0.797	1.46
29	0.891	0.10	0.679	0.350	0.944	0.305	0.960	69.191	0.565	1.41
30	0.584	0.08	0.385	0.296	0.881	0.294	0.329	56.574	0.360	1.37
31	0.592	0.08	0.208	0.252	0.831	0.287	0.571	61.421	0.704	1.44
32	0.804	0.10	0.864	0.382	0.273	0.227	0.717	64.346	0.044	1.31
33	0.565	0.08	0.779	0.366	0.098	0.196	0.557	61.136	0.058	1.31
34	0.692	0.09	0.052	0.191	0.595	0.263	0.264	55.279	0.533	1.41
35	0.262	0.07	0.280	0.271	0.814	0.285	0.772	65.432	0.084	1.32
36	0.292	0.07	0.291	0.274	0.952	0.307	0.082	51.650	0.653	1.43
37	0.988	0.11	0.570	0.332	0.935	0.303	0.272	55.431	0.134	1.33
38	0.121	0.06	0.287	0.273	0.299	0.230	0.454	59.080	0.933	1.49
39	0.694	0.09	0.676	0.350	0.127	0.202	0.959	69.170	0.441	1.39
40	0.064	0.06	0.718	0.356	0.677	0.271	0.590	61.795	0.856	1.47
41	0.240	0.07	0.659	0.347	0.573	0.261	0.973	69.469	0.958	1.49
42	0.398	0.08	0.227	0.257	0.152	0.207	0.246	54.918	0.101	1.32
43	0.118	0.06	0.055	0.193	0.616	0.265	0.346	56.916	0.788	1.46
44	0.290	0.07	0.625	0.341	0.203	0.216	0.715	64.294	0.718	1.44
45	0.315	0.07	0.493	0.318	0.049	0.183	0.392	57.834	0.924	1.48
46	0.192	0.07	0.811	0.372	0.800	0.284	0.439	58.787	0.685	1.44
47	0.518	0.08	0.853	0.380	0.774	0.281	0.598	61.963	0.796	1.46
48	0.870	0.10	0.656	0.346	0.340	0.236	0.855	67.106	0.094	1.32
49	0.960	0.11	0.672	0.349	0.010	0.164	0.205	54.101	0.720	1.44
50	0.984	0.11	0.323	0.282	0.147	0.206	0.056	51.122	0.442	1.39
51	0.421	0.08	0.339	0.285	0.895	0.296	0.455	59.097	0.547	1.41
52	0.887	0.10	0.053	0.192	0.776	0.281	0.307	56.143	0.002	1.30
53	0.184	0.07	0.184	0.245	0.925	0.301	0.371	57.421	0.398	1.38
54	0.475	0.08	0.105	0.217	0.351	0.237	0.292	55.847	0.756	1.45
55	0.855	0.10	0.887	0.387	0.383	0.241	0.315	56.294	0.920	1.48
56	0.642	0.09	0.231	0.258	0.794	0.283	0.930	68.602	0.323	1.36
57	0.281	0.07	0.091	0.211	0.061	0.186	0.806	66.111	0.800	1.46
58	0.385	0.08	0.483	0.316	0.615	0.265	0.258	55.163	0.759	1.45
59	0.790	0.10	0.118	0.222	0.665	0.270	0.559	61.179	0.631	1.43
60	0.591	0.08	0.519	0.322	0.139	0.205	0.473	59.468	0.559	1.41
61	0.447	0.08	0.075	0.203	0.702	0.273	0.403	58.067	0.729	1.45
62	0.969	0.11	0.259	0.266	0.849	0.290	0.465	59.294	0.451	1.39
63	0.460	0.08	0.451	0.309	0.035	0.177	0.599	61.983	0.327	1.37
64	0.486	0.08	0.214	0.253	0.316	0.233	0.725	64.502	0.438	1.39
65	0.986	0.11	0.981	0.419	0.252	0.224	0.816	66.330	0.735	1.45
66	0.150	0.06	0.657	0.346	0.593	0.263	0.342	56.830	0.721	1.44
67	0.339	0.08	0.175	0.242	0.089	0.194	0.105	52.108	0.025	1.31
68	0.795	0.10	0.248	0.263	0.319	0.233	0.076	51.526	0.405	1.38
69	0.567	0.08	0.109	0.218	0.741	0.276	0.223	54.456	0.636	1.43
70	0.308	0.07	0.103	0.216	0.336	0.235	0.897	67.931	0.786	1.46
71	0.616	0.08	0.734	0.359	0.263	0.225	0.158	53.163	0.541	1.41

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

72	0.209	0.07	0.226	0.257	0.917	0.300	0.703	64.064	0.548	1.41
73	0.674	0.09	0.612	0.339	0.139	0.205	0.442	58.835	0.421	1.38
74	0.139	0.06	0.526	0.324	0.703	0.273	0.671	63.420	0.554	1.41
75	0.785	0.10	0.233	0.259	0.384	0.241	0.642	62.849	0.111	1.32
76	0.548	0.08	0.959	0.408	0.286	0.229	0.873	67.461	0.344	1.37
77	0.120	0.06	0.056	0.193	0.047	0.182	0.363	57.270	0.741	1.45
78	0.731	0.09	0.677	0.350	0.496	0.254	0.971	69.419	0.590	1.42
79	0.804	0.10	0.977	0.416	0.975	0.314	0.589	61.788	0.505	1.40
80	0.751	0.09	0.117	0.221	0.623	0.266	0.207	54.141	0.888	1.48
81	0.953	0.11	0.165	0.238	0.937	0.304	0.432	58.642	0.242	1.35
82	0.832	0.10	0.920	0.396	0.767	0.280	0.776	65.529	0.048	1.31
83	0.773	0.10	0.744	0.360	0.277	0.227	0.223	54.461	0.131	1.33
84	0.009	0.05	0.380	0.295	0.362	0.238	0.866	67.316	0.629	1.43
85	0.211	0.07	0.333	0.284	0.888	0.295	0.013	50.259	0.030	1.31
86	0.219	0.07	0.104	0.216	0.453	0.249	0.498	59.950	0.071	1.31
87	0.544	0.08	0.602	0.337	0.185	0.213	0.051	51.019	0.921	1.48
88	0.269	0.07	0.915	0.394	0.491	0.253	0.134	52.682	0.147	1.33
89	0.817	0.10	0.120	0.222	0.163	0.209	0.712	64.238	0.095	1.32
90	0.373	0.08	0.692	0.352	0.282	0.228	0.902	68.043	0.412	1.38
91	0.204	0.07	0.891	0.388	0.927	0.302	0.579	61.579	0.369	1.37
92	0.682	0.09	0.285	0.273	0.219	0.219	0.128	52.553	0.208	1.34
93	0.956	0.11	0.733	0.359	0.761	0.279	0.979	69.576	0.307	1.36
94	0.735	0.09	0.257	0.265	0.479	0.252	0.648	62.955	0.373	1.37
95	0.604	0.08	0.944	0.403	0.555	0.260	0.621	62.425	0.334	1.37
96	0.635	0.09	0.430	0.305	0.928	0.302	0.134	52.671	0.087	1.32
97	0.825	0.10	0.778	0.366	0.091	0.194	0.349	56.976	0.936	1.49
98	0.588	0.08	0.977	0.416	0.300	0.230	0.140	52.805	0.246	1.35
99	0.987	0.11	0.844	0.378	0.332	0.235	0.778	65.564	0.982	1.50
100	0.726	0.09	0.901	0.390	0.855	0.290	0.062	51.241	0.843	1.47

Simulación #	Reserva	Número aleatorio	Valor qo	Número aleatorio	Valor u	Número Aleatorio	Valor i	Número aleatorio	Valor C
1	23.85	0.240	151.246	0.219	9.4	0.808	0.118	0.852	1453668.755
2	13.65	0.903	279.521	0.511	13.1	0.927	0.127	0.924	1504971.153
3	17.43	0.127	115.387	0.633	14.7	0.603	0.103	0.549	1235299.889
4	32.46	0.729	248.648	0.650	15.0	0.212	0.073	0.257	1025295.352
5	26.03	0.037	71.722	0.870	17.8	0.691	0.110	0.108	917846.731
6	32.04	0.566	221.378	0.756	16.3	0.062	0.062	0.546	1233387.883
7	36.19	0.346	177.534	0.807	17.0	0.131	0.067	0.909	1494300.559
8	29.56	0.656	236.881	0.133	8.2	0.053	0.061	0.483	1187962.351
9	28.02	0.577	223.303	0.209	9.2	0.514	0.096	0.625	1289799.189
10	32.80	0.925	285.000	0.367	11.3	0.597	0.102	0.136	938108.823
11	13.23	0.019	56.965	0.136	8.3	0.443	0.091	0.538	1227704.317
12	19.99	0.409	191.207	0.345	11.0	0.606	0.103	0.405	1131564.532
13	27.51	0.895	277.599	0.775	16.6	0.233	0.075	0.160	955234.278
14	26.90	0.943	290.092	0.885	18.0	0.039	0.060	0.287	1046739.903
15	28.87	0.300	166.534	0.959	19.0	0.201	0.072	0.273	1036266.772
16	14.41	0.735	249.524	0.008	6.6	0.345	0.083	0.598	1270917.700

17	10.99	0.808	260.952	0.334	10.8	0.048	0.061	0.702	1345603.327
18	27.23	0.995	314.370	0.122	8.1	0.781	0.116	0.421	1142921.812
19	26.40	0.813	261.829	0.039	7.0	0.149	0.068	0.324	1073411.231
20	32.98	0.875	273.421	0.935	18.7	0.005	0.057	0.826	1434679.718
21	15.04	0.581	224.095	0.673	15.2	0.808	0.118	0.898	1486382.377
22	20.81	0.479	205.329	0.854	17.6	0.046	0.061	0.243	1015285.896
23	26.39	0.609	228.866	0.274	10.1	0.160	0.069	0.336	1081637.829
24	16.70	0.363	181.391	0.310	10.5	0.218	0.074	0.391	1121480.642
25	13.98	0.482	205.852	0.239	9.6	0.685	0.109	0.462	1172319.788
26	19.86	0.591	225.739	0.451	12.4	0.146	0.068	0.828	1435848.353
27	23.61	0.344	176.914	0.957	18.9	0.748	0.114	0.844	1447401.314
28	22.57	0.606	228.350	0.552	13.7	0.334	0.082	0.873	1468564.625
29	36.67	0.353	179.147	0.100	7.8	0.007	0.058	0.357	1096690.518
30	25.80	0.602	227.643	0.786	16.7	0.541	0.098	0.223	1000823.657
31	27.66	0.046	77.470	0.438	12.2	0.891	0.125	0.372	1107628.422
32	26.01	0.578	223.515	0.599	14.3	0.737	0.113	0.981	1546095.537
33	17.50	0.991	311.391	0.482	12.8	0.551	0.099	0.735	1368961.360
34	28.44	0.270	159.059	0.713	15.8	0.391	0.087	0.792	1409921.562
35	27.28	0.824	263.704	0.173	8.8	0.100	0.065	0.071	890855.636
36	21.26	0.843	267.043	0.122	8.1	0.896	0.125	0.958	1530000.475
37	35.18	0.333	174.381	0.945	18.8	0.009	0.058	0.786	1406127.856
38	15.07	0.093	101.595	0.775	16.6	0.353	0.084	0.703	1345957.176
39	22.28	0.253	154.534	0.498	13.0	0.608	0.103	0.442	1158297.844
40	16.58	0.557	219.881	0.066	7.4	0.882	0.124	0.334	1080445.987
41	21.00	0.783	256.985	0.434	12.1	0.961	0.130	0.031	861979.113
42	19.34	0.264	157.601	0.139	8.3	0.013	0.058	0.261	1027985.489
43	18.94	0.568	221.809	0.050	7.2	0.386	0.086	0.950	1524080.046
44	16.76	0.320	171.385	0.816	17.1	0.253	0.076	0.564	1246434.406
45	12.83	0.596	226.719	0.624	14.6	0.090	0.064	0.151	949006.416
46	19.26	0.212	143.274	0.613	14.5	0.089	0.064	0.827	1435493.979
47	22.32	0.699	243.871	0.056	7.2	0.915	0.127	0.386	1117637.906
48	29.59	0.367	182.123	0.110	7.9	0.269	0.077	0.446	1161109.409
49	16.65	0.984	306.347	0.194	9.0	0.233	0.075	0.047	873536.654
50	22.66	0.872	272.808	0.217	9.3	0.661	0.107	0.133	936112.859
51	26.80	0.775	255.689	0.877	17.9	0.217	0.074	0.679	1328912.209
52	36.99	0.951	292.586	0.997	19.5	0.110	0.065	0.048	874462.694
53	25.04	0.432	196.054	0.161	8.6	0.292	0.079	0.159	954194.702
54	21.58	0.382	185.542	0.323	10.7	0.859	0.122	0.607	1277133.391
55	21.15	0.354	179.234	0.260	9.9	0.832	0.120	0.852	1453175.433
56	35.82	0.218	144.992	0.244	9.7	0.095	0.064	0.246	1017079.474
57	17.60	0.698	243.687	0.564	13.8	0.625	0.104	0.547	1233852.945
58	20.82	0.612	229.453	0.780	16.6	0.475	0.093	0.764	1390202.294
59	34.00	0.785	257.247	0.726	15.9	0.123	0.066	0.203	986180.032
60	17.65	0.486	206.599	0.513	13.2	0.148	0.068	0.017	852564.408
61	26.39	0.541	216.925	0.355	11.1	0.593	0.102	0.080	897647.324
62	37.65	0.765	254.213	0.994	19.4	0.537	0.098	0.087	902669.258
63	16.80	0.961	296.223	0.743	16.2	0.037	0.060	0.311	1063885.627
64	24.37	0.587	225.089	0.200	9.1	0.073	0.063	0.180	969250.210

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

65	24.76	0.916	282.716	0.255	9.8	0.220	0.074	0.733	1367708.438
66	15.33	0.790	258.020	0.630	14.7	0.301	0.080	0.824	1433213.277
67	17.73	0.026	63.517	0.074	7.5	0.805	0.118	0.207	988819.921
68	24.18	0.034	69.651	0.017	6.7	0.156	0.069	0.041	869329.302
69	24.91	0.927	285.639	0.462	12.5	0.271	0.078	0.343	1086908.770
70	22.72	0.810	261.364	0.954	18.9	0.116	0.066	0.856	1456583.042
71	16.47	0.052	80.831	0.044	7.1	0.575	0.101	0.370	1106616.174
72	26.77	0.413	191.965	0.446	12.3	0.930	0.128	0.675	1325770.009
73	19.55	0.511	211.362	0.012	6.7	0.249	0.076	0.660	1315437.957
74	18.81	0.221	145.921	0.342	10.9	0.317	0.081	0.006	844430.090
75	32.05	0.150	123.706	0.916	18.4	0.639	0.106	0.932	1510968.114
76	20.13	0.679	240.629	0.726	15.9	0.403	0.088	0.831	1438255.232
77	13.15	0.898	278.317	0.526	13.3	0.579	0.101	0.604	1274893.568
78	27.41	0.771	255.023	0.740	16.1	0.280	0.078	0.252	1021157.236
79	30.49	0.626	231.811	0.703	15.6	0.246	0.076	0.890	1481007.919
80	25.77	0.276	160.611	0.980	19.2	0.737	0.113	0.847	1449977.816
81	41.78	0.487	206.819	0.157	8.5	0.478	0.093	0.688	1335469.382
82	31.94	0.759	253.167	0.353	11.1	0.551	0.099	0.359	1098427.043
83	22.53	0.218	145.126	0.404	11.8	0.228	0.074	0.565	1247019.527
84	14.98	0.943	290.162	0.628	14.7	0.071	0.062	0.569	1249452.307
85	21.49	0.977	302.816	0.673	15.3	0.255	0.076	0.329	1076984.772
86	23.52	0.612	229.360	0.843	17.5	0.749	0.114	0.951	1524688.606
87	14.67	0.759	253.239	0.514	13.2	0.554	0.099	0.221	999096.325
88	16.05	0.538	216.330	0.673	15.2	0.329	0.082	0.150	948202.648
89	29.92	0.882	274.797	0.358	11.2	0.125	0.067	0.444	1159759.008
90	21.95	0.418	193.015	0.756	16.3	0.813	0.119	0.423	1144212.232
91	21.88	0.562	220.754	0.519	13.2	0.751	0.114	0.834	1440499.620
92	21.17	0.651	236.083	0.780	16.6	0.193	0.072	0.259	1026126.851
93	37.99	0.495	208.435	0.831	17.3	0.033	0.060	0.811	1423993.564
94	28.77	0.015	52.894	0.682	15.4	0.046	0.060	0.010	846911.353
95	21.38	0.728	248.471	0.084	7.6	0.484	0.094	0.678	1327835.172
96	28.51	0.838	266.102	0.250	9.7	0.419	0.089	0.781	1402090.886
97	17.82	0.503	209.888	0.568	13.9	0.287	0.079	0.922	1503553.347
98	15.90	0.611	229.229	0.486	12.8	0.263	0.077	0.263	1029134.706
99	26.56	0.789	257.920	0.791	16.8	0.061	0.062	0.299	1055332.068
100	20.99	0.902	279.272	0.062	7.3	0.401	0.087	0.962	1532551.646

Simulación #	Número aleatorio	Valor m	Parámetro Alfa	Parámetro Beta	Parámetro Gamma	Parámetro Delta
1	0.458	1.658	1.01182E+13	3.88162E+10	44368.910	2824531.560
2	0.766	2.162	1.38947E+13	2.24464E+11	73911.452	1740286.859
3	0.930	2.543	8.32284E+12	5.11407E+10	31106.602	1791767.819
4	0.694	2.043	3.79517E+13	2.16732E+11	77208.391	2372422.083
5	0.768	2.165	9.57363E+12	2.08467E+10	19969.810	2851308.442
6	0.861	2.355	3.65644E+13	2.17141E+11	69056.390	1978023.974
7	0.675	2.012	3.48151E+13	1.25441E+11	56066.435	2423923.762
8	0.347	1.443	1.92573E+13	8.12942E+10	78848.609	1803408.489
9	0.586	1.875	1.75912E+13	9.59190E+10	66821.472	2693012.924

10	0.208	1.117	3.42864E+13	1.21462E+11	92128.238	3358224.063
11	0.434	1.614	1.96439E+12	4.98130E+09	17749.938	1199669.301
12	0.571	1.851	1.26634E+13	8.18074E+10	56480.880	2060287.223
13	0.657	1.985	3.98491E+13	2.91354E+11	86303.779	2054295.214
14	0.682	2.023	4.54210E+13	3.61719E+11	93041.501	1612591.322
15	0.351	1.450	2.99708E+13	9.15244E+10	54413.158	2086476.985
16	0.692	2.039	7.30833E+12	9.42278E+10	75623.845	1198504.557
17	0.232	1.180	1.05614E+13	1.08021E+11	88427.270	666825.716
18	0.233	1.182	2.20297E+13	1.09743E+11	98962.135	3168256.472
19	0.549	1.815	1.56278E+13	1.02664E+11	83716.926	1803943.303
20	0.425	1.597	5.60033E+13	2.70733E+11	90646.860	1893116.722
21	0.779	2.186	1.44787E+13	1.72063E+11	60629.072	1781027.162
22	0.482	1.700	2.47689E+13	1.51642E+11	67231.887	1259883.289
23	0.754	2.141	1.91330E+13	1.29673E+11	71173.033	1824138.561
24	0.203	1.105	1.07351E+13	4.70139E+10	60825.099	1229040.048
25	0.046	0.525	9.52846E+12	2.68741E+10	70833.064	1525608.381
26	0.118	0.842	1.91116E+13	6.67105E+10	77675.362	1352024.509
27	0.958	2.644	2.13686E+13	1.54502E+11	45132.300	2688877.324
28	0.272	1.277	2.31455E+13	1.09171E+11	74579.258	1859021.075
29	0.647	1.971	1.67011E+13	5.86813E+10	57971.547	2110938.345
30	0.959	2.651	2.76251E+13	2.35859E+11	61474.986	2531623.271
31	0.763	2.157	7.28866E+12	1.60728E+10	20669.565	3449590.262
32	0.404	1.558	2.54291E+13	1.24264E+11	67216.504	2939910.734
33	0.017	0.319	2.46061E+13	5.09452E+10	110077.085	1729414.367
34	0.831	2.289	2.13385E+13	9.97018E+10	46532.222	2466435.813
35	0.913	2.490	1.95658E+13	1.71910E+11	80775.270	1761468.925
36	0.044	0.517	1.57063E+13	3.71963E+10	91169.717	2660560.935
37	0.906	2.470	3.64775E+13	1.63032E+11	54574.367	2030416.335
38	0.454	1.650	8.06673E+12	3.27526E+10	31954.393	1262894.069
39	0.220	1.149	1.44749E+13	4.20905E+10	49719.918	2298986.630
40	0.556	1.827	7.80406E+12	6.90085E+10	62064.255	2057349.419
41	0.216	1.139	2.06299E+13	1.04936E+11	79904.476	2731686.586
42	0.583	1.871	8.29541E+12	4.61454E+10	51288.254	1121056.899
43	0.652	1.978	9.25003E+12	7.82083E+10	67138.306	1634777.729
44	0.385	1.519	1.59776E+13	9.05974E+10	55310.074	1277794.007
45	0.527	1.779	1.38417E+13	1.58823E+11	73362.245	818386.419
46	0.442	1.629	1.31312E+13	5.80889E+10	46861.665	1228207.660
47	0.499	1.731	1.15460E+13	7.96814E+10	69525.503	2823783.505
48	0.670	2.005	1.33452E+13	6.01111E+10	56149.763	2292287.221
49	0.155	0.963	1.56209E+13	1.01023E+11	103772.996	1243739.601
50	0.148	0.942	1.90227E+13	7.87137E+10	89523.926	2428977.255
51	0.383	1.517	4.00556E+13	2.11514E+11	82920.366	1970691.062
52	0.904	2.463	6.54455E+13	4.65334E+11	89610.928	2416645.624
53	0.181	1.041	1.41875E+13	4.22016E+10	65659.875	1983414.343
54	0.163	0.988	1.38569E+13	4.29574E+10	59543.624	2638381.930
55	0.451	1.646	1.12106E+13	5.70775E+10	52472.857	2543036.705
56	0.885	2.412	1.57140E+13	5.59970E+10	44729.640	2298951.818
57	0.185	1.055	1.93882E+13	1.03342E+11	79144.273	1838874.427
58	0.414	1.576	2.50665E+13	1.58896E+11	71462.925	1938397.914

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

59	0.610	1.914	4.48209E+13	2.36879E+11	81966.258	2257131.956
60	0.206	1.111	1.62500E+13	7.71466E+10	69692.498	1204076.259
61	0.808	2.241	1.84756E+13	1.24227E+11	61062.256	2694200.676
62	0.608	1.909	5.62889E+13	2.64894E+11	75461.856	3681668.504
63	0.283	1.304	2.71310E+13	2.27717E+11	99685.335	1005108.350
64	0.557	1.827	1.62405E+13	1.00054E+11	72761.722	1525118.702
65	0.761	2.153	2.14027E+13	1.92057E+11	86807.638	1825787.600
66	0.482	1.701	1.85091E+13	1.93483E+11	81378.150	1224388.137
67	0.694	2.042	2.41118E+12	6.43635E+09	17589.404	2095743.376
68	0.997	2.898	3.38574E+12	1.03156E+10	20347.803	1665609.544
69	0.531	1.784	2.82606E+13	2.11112E+11	89819.537	1932834.822
70	0.449	1.641	3.67871E+13	2.53395E+11	85102.561	1494664.312
71	0.242	1.206	3.04463E+12	6.57861E+09	25919.320	1658658.810
72	0.176	1.027	2.02294E+13	5.43869E+10	60877.180	3418198.727
73	0.827	2.281	8.44294E+12	7.59721E+10	63786.292	1484800.810
74	0.825	2.275	9.11622E+12	5.87012E+10	43436.061	1525810.868
75	0.856	2.342	2.08095E+13	6.86454E+10	33990.614	3383686.372
76	0.025	0.390	2.72454E+13	4.63081E+10	84831.344	1764045.532
77	0.720	2.083	1.44421E+13	2.32339E+11	80216.374	1328296.450
78	0.678	2.017	3.51390E+13	2.40627E+11	78381.998	2146844.648
79	0.491	1.717	3.54350E+13	1.68834E+11	73609.030	2309065.339
80	0.322	1.390	2.48421E+13	7.85525E+10	49409.848	2913654.581
81	0.427	1.601	2.32032E+13	6.71326E+10	64205.892	3899766.160
82	0.627	1.940	2.70194E+13	1.51617E+11	74678.059	3159254.392
83	0.471	1.681	1.23866E+13	4.89504E+10	46351.843	1674898.338
84	0.909	2.477	1.99326E+13	3.49052E+11	89545.914	934414.599
85	0.836	2.298	3.03973E+13	3.59335E+11	91133.678	1640620.837
86	0.095	0.757	3.15343E+13	8.49609E+10	76496.007	2679986.137
87	0.225	1.161	1.59371E+13	1.16543E+11	81798.611	1454132.519
88	0.776	2.180	1.61528E+13	1.73266E+11	64841.394	1316264.187
89	0.874	2.385	2.85741E+13	2.28412E+11	84386.802	1990861.396
90	0.848	2.324	1.91591E+13	1.42925E+11	50998.597	2607535.706
91	0.483	1.702	1.92260E+13	1.20486E+11	64936.538	2495486.052
92	0.962	2.660	2.50907E+13	2.71671E+11	69741.080	1517336.189
93	0.518	1.763	4.50156E+13	1.58967E+11	68093.476	2261223.149
94	0.470	1.680	7.71220E+12	8.69339E+09	17345.215	1739743.936
95	0.585	1.873	1.23528E+13	9.81317E+10	74761.703	2005287.119
96	0.493	1.720	2.31725E+13	1.35745E+11	82292.479	2532396.197
97	0.861	2.353	1.57514E+13	1.59365E+11	62397.840	1404634.000
98	0.572	1.852	1.47880E+13	1.44118E+11	71733.201	1224703.941
99	0.354	1.458	3.83426E+13	1.98178E+11	85676.976	1637562.661
100	0.347	1.444	1.37757E+13	9.65872E+10	89067.629	1835123.707

Simulación #	Parámetro Epsilon	Coeficiente A	Coeficiente B	Coeficiente C	Núm. de Pozos N	Esp. Entre pozos, d
1	-676783.635	-3.05455E+15	-3.88906E+17	2.31797E+19	44	396
2	1028109.753	-1.0974E+16	-5.16778E+17	2.72946E+19	32	468
3	152469.219	-1.44328E+15	-1.66269E+17	1.54021E+19	61	338
4	1550216.849	-7.49247E+15	-4.6045E+17	9.87627E+19	88	280

5	-19156.833	-4.23945E+14	-1.21062E+17	2.71416E+19	148	217
6	1659048.213	-7.08332E+15	-4.05784E+17	7.88165E+19	81	293
7	578036.627	-5.21602E+15	-4.51009E+17	8.77853E+19	94	272
8	-205091.472	-7.68501E+15	-3.5154E+17	3.40617E+19	48	382
9	-285.323	-6.41072E+15	-5.16725E+17	4.73713E+19	55	356
10	298898.984	-8.65312E+15	-6.3084E+17	1.18512E+20	86	284
11	-969713.830	-3.93936E+14	-5.32501E+16	9.61002E+17	16	656
12	159848.876	-4.11062E+15	-2.99891E+17	2.67687E+19	52	365
13	2144301.900	-9.17344E+15	-4.36712E+17	9.0911E+19	79	297
14	2585259.372	-1.12751E+16	-3.90837E+17	7.99683E+19	69	318
15	551193.053	-3.34816E+15	-2.56771E+17	6.49329E+19	106	256
16	-143366.292	-7.94577E+15	-2.51853E+17	8.55313E+18	21	580
17	-169901.571	-1.08805E+16	-1.64099E+17	6.96705E+18	19	606
18	-117619.414	-1.20123E+16	-7.69142E+17	6.86151E+19	50	372
19	70292.741	-8.10209E+15	-3.4917E+17	2.84205E+19	41	409
20	1406388.145	-1.2985E+16	-5.42371E+17	1.11061E+20	74	306
21	914461.831	-7.07056E+15	-4.15407E+17	2.86877E+19	41	412
22	1115877.494	-5.15129E+15	-1.93064E+17	3.29772E+19	63	330
23	591412.600	-6.23336E+15	-3.19518E+17	3.68692E+19	55	354
24	-381720.095	-4.27187E+15	-1.72636E+17	1.26172E+19	38	428
25	-804207.193	-5.93854E+15	-2.5581E+17	1.26649E+19	29	485
26	-602566.503	-8.81733E+15	-3.0695E+17	2.47378E+19	38	425
27	1344458.024	-4.23445E+15	-5.04558E+17	6.71782E+19	80	295
28	-87353.873	-8.62779E+15	-4.30126E+17	4.27261E+19	50	373
29	-146389.332	-3.89381E+15	-2.83574E+17	3.46026E+19	65	327
30	2241208.526	-6.02951E+15	-4.96607E+17	8.43004E+19	84	287
31	-455414.296	-5.26784E+14	-1.75832E+17	1.97236E+19	89	280
32	119412.779	-7.8131E+15	-6.83458E+17	7.57914E+19	64	329
33	-913592.964	-1.66779E+16	-5.2405E+17	3.98217E+19	36	441
34	489710.361	-3.579E+15	-3.79409E+17	5.56091E+19	82	290
35	1046797.475	-7.05613E+15	-3.07747E+17	3.77124E+19	54	357
36	-1135780.119	-1.28317E+16	-7.48922E+17	3.37479E+19	30	482
37	1346880.217	-4.88586E+15	-3.63553E+17	7.96172E+19	96	269
38	-398727.072	-1.45372E+15	-1.14907E+17	9.55149E+18	51	370
39	-366057.101	-2.99766E+15	-2.77216E+17	3.13429E+19	66	324
40	-115343.046	-4.72726E+15	-3.13405E+17	1.55675E+19	33	457
41	343853.994	-6.18942E+15	-4.23194E+17	5.89203E+19	69	316
42	-180700.811	-2.84205E+15	-1.24243E+17	9.07253E+18	39	423
43	-470709.834	-7.37252E+15	-3.59033E+17	1.38638E+19	25	522
44	289044.823	-4.1267E+15	-1.90673E+17	2.0888E+19	52	366
45	1083374.876	-5.82086E+15	-1.29868E+17	1.20535E+19	36	441
46	-264945.016	-3.30396E+15	-1.73189E+17	1.57282E+19	48	382
47	-116923.099	-6.10508E+15	-4.95916E+17	3.16711E+19	42	406
48	-182833.429	-3.95166E+15	-3.22649E+17	2.96303E+19	55	355
49	63227.142	-9.80262E+15	-2.34973E+17	1.95261E+19	34	450
50	-104341.436	-7.88301E+15	-4.27766E+17	4.55901E+19	54	359
51	1068653.239	-1.0191E+16	-4.84398E+17	8.30875E+19	70	316
52	3852969.454	-1.07592E+16	-5.80313E+17	1.80661E+20	105	256
53	-339461.463	-4.23445E+15	-2.55823E+17	2.68043E+19	55	355

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

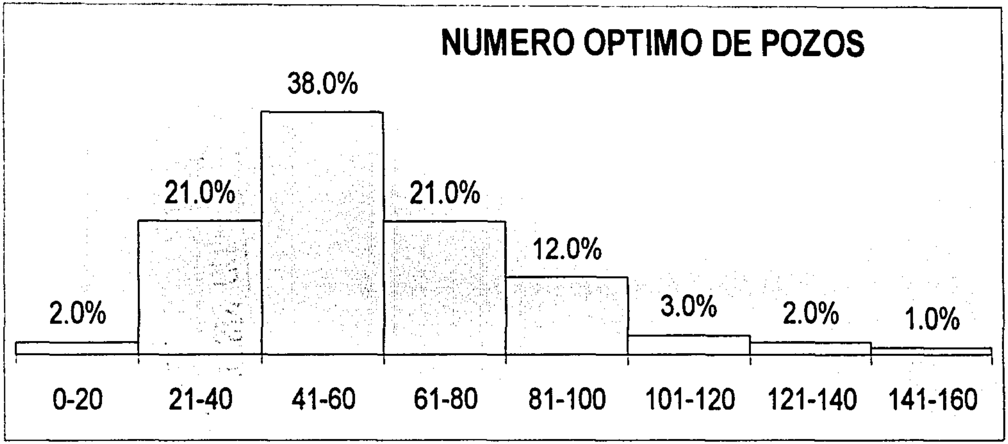
54	-602926.586	-4.69548E+15	-4.16114E+17	3.23627E+19	50	373
55	-488377.322	-4.33972E+15	-4.20639E+17	2.53506E+19	42	406
56	127316.736	-2.25E+15	-2.31284E+17	3.67986E+19	86	283
57	-5565.389	-8.21378E+15	-3.81686E+17	3.56337E+19	47	386
58	653291.263	-8.01882E+15	-4.35013E+17	5.10435E+19	57	348
59	1703886.448	-7.9686E+15	-4.38868E+17	1.09847E+20	93	273
60	210254.228	-4.35532E+15	-1.50494E+17	1.98711E+19	52	363
61	865307.972	-4.35917E+15	-3.84672E+17	5.60581E+19	78	299
62	2236102.894	-7.25594E+15	-7.08013E+17	2.37547E+20	139	224
63	1126583.106	-1.1505E+16	-2.32006E+17	2.84077E+19	41	413
64	320949.032	-5.58091E+15	-2.33957E+17	2.55151E+19	50	373
65	649357.704	-1.17788E+16	-4.95475E+17	4.12414E+19	42	407
66	767389.655	-1.06633E+16	-3.20873E+17	2.38127E+19	35	448
67	-674835.732	-3.21997E+14	-7.67306E+16	2.08923E+18	25	530
68	-420230.937	-3.83889E+14	-6.2848E+16	4.47349E+18	54	359
69	1084900.036	-1.02095E+16	-4.39397E+17	5.86761E+19	57	348
70	1348228.989	-1.18001E+16	-4.14491E+17	5.79963E+19	55	356
71	-869528.115	-7.54672E+14	-9.65876E+16	2.6578E+18	23	546
72	-496353.409	-5.15042E+15	-5.78383E+17	6.33487E+19	68	319
73	-240250.412	-5.82348E+15	-2.71115E+17	1.20064E+19	28	500
74	365915.925	-1.85938E+15	-1.30632E+17	1.47615E+19	61	338
75	213735.198	-2.08636E+15	-4.15384E+17	7.286E+19	112	249
76	-901903.193	-1.04188E+16	-4.33312E+17	4.52555E+19	48	379
77	1270586.726	-1.04616E+16	-3.46467E+17	2.14251E+19	32	468
78	1779242.275	-7.92965E+15	-4.34379E+17	8.36384E+19	79	296
79	649949.894	-8.90608E+15	-5.58756E+17	8.5287E+19	71	312
80	1015.000	-3.87879E+15	-4.57457E+17	7.23899E+19	90	278
81	-376266.294	-5.86143E+15	-7.12028E+17	8.47648E+19	74	306
82	710304.545	-7.36126E+15	-6.22836E+17	9.24508E+19	77	299
83	-262701.719	-2.83335E+15	-2.04763E+17	2.00094E+19	55	354
84	2314552.832	-1.2697E+16	-2.64987E+17	2.06462E+19	31	471
85	2476763.442	-1.21771E+16	-4.38433E+17	5.65369E+19	52	363
86	-464773.205	-9.21885E+15	-6.45953E+17	8.11732E+19	65	326
87	337138.624	-7.27724E+15	-2.58735E+17	2.38875E+19	42	405
88	1454559.547	-5.11926E+15	-2.07839E+17	2.37815E+19	51	369
89	1308107.336	-9.95971E+15	-4.69941E+17	6.20718E+19	59	343
90	1192255.568	-4.18811E+15	-4.28273E+17	5.80645E+19	77	300
91	209796.446	-6.93928E+15	-5.33348E+17	4.92847E+19	54	358
92	2447195.677	-7.04392E+15	-3.06505E+17	4.37052E+19	60	340
93	779110.142	-7.2121E+15	-4.78993E+17	1.05774E+20	92	274
94	-372959.579	-2.62996E+14	-5.27576E+16	1.22884E+19	138	224
95	-144954.128	-8.14668E+15	-4.37027E+17	2.4188E+19	34	452
96	107884.066	-1.04402E+16	-6.42553E+17	5.93737E+19	51	370
97	782127.335	-6.89881E+15	-3.10597E+17	2.36681E+19	40	415
98	822259.220	-6.10696E+15	-2.08529E+17	1.93442E+19	42	407
99	1147323.416	-8.55732E+15	-3.27116E+17	6.58651E+19	71	313
100	-522609.710	-1.27487E+16	-5.2534E+17	2.35201E+19	27	506

Cabe señalar que con los resultados obtenidos se puede hacer un análisis financiero en el cual se calcule la ganancia y la relación beneficio costo, debido a que el número de pozos calculado es el que garantiza la ganancia máxima de acuerdo a los valores de las variables obtenidos.

Elaborando un histograma de frecuencias, se puede apreciar la probabilidad de que en el yacimiento, se combinen las variables necesarias para que al perforar el máximo número de pozos, se tenga la mayor producción posible y la máxima ganancia.

De esta forma tomando la columna donde se tiene el número óptimo de pozos a perforar y formando intervalos de clase y graficando se tendrá:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Aplicando el método de simulaciones aleatorias, se ve que la probabilidad de tener un número de pozos igual a 16, o igual a 148 es baja. Que probablemente el número de pozos que se perfore finalmente sea la media, que como se observa en el histograma va de 41 a 60 pozos. Del método de simulaciones, se debe considerar que la probabilidad existe y que precisamente ese es el origen de esta herramienta matemática.

IV.4.2.- Ejercicio Propuesto

Ejercicio 2

Se tiene un campo de desarrollo, con los siguientes datos:

VARIABLE	*Vmin*	*Vmod*	*Vmax*
h	35		60
Bo	1.1		1.3
Sw	0.15	0.32	0.41
Fr	0.14	0.23	0.30

VARIABLE	*Vmin*	*Vmod*	*Vmax*
q_o	200	255	325
u	9.5		19.5
i	0.07		0.14
C	940000		1660000
m	1	2	3

donde las variables Sw, Fr, y q_o, se gobiernan bajo distribuciones triangulares, siendo uniformes las demás; la excepción es la porosidad, cuyos valores posibles van desde 5% hasta 11%, con probabilidades de 0.054, 0.097, 0.176, 0.291, 0.141, 0.155 y 0.086, respectivamente para cada uno de los puntos porcentuales de ese rango. La variable m, es el número de periodos que se mantiene constante la producción por pozo, que en este caso obedecerá también a una distribución triangular con los valores que se presentan en el último renglón de la tabla. Por otra parte, el área será de 6 millones de metros cuadrados. Calcular el número de pozos óptimo y el espaciamiento entre estos, utilizando la técnica de simulaciones aleatorias.

Solución: Número de Pozos promedio = 50
Espaciamiento entre pozos = 392 metros

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidad
A	Área	m^2
A_l	Número aleatorio	-
Bo	Factor de volumen del aceite	m^3 o @ c.y/m^3 o @ c.s.
Fr	Factor de recuperación	%
h	Espesor de estrato	m
Sw	Saturación de agua	%
Re	Reserva de hidrocarburos	bls
ϕ	Porosidad	%

CONCLUSIONES

En este documento se resalta la importancia de la administración de los activos dentro de la industria petrolera, y que una parte fundamental se puede comprender mejor si se tiene conocimientos de matemáticas financieras.

El valor del dinero en el tiempo y el costo por su uso, ayuda a entender el porque las matemáticas financieras comprenden una de las bases más trascendentes para tomar decisiones de inversión.

Es necesario conocer acerca de cuanto cuesta producir un barril de crudo, a que precio se vende y cuanto es el margen de utilidad después de impuestos.

Calcular uno o varios indicadores financieros de rentabilidad, proporciona la idea aproximada del potencial del proyecto u activo, que se debe hacer producir, visualizando la extracción de hidrocarburos desde un punto de vista empresarial.

En definitiva el desarrollo profesional del ingeniero no debe restringirse al área técnica, el recurso humano debe ser aprovechado al máximo, explotando sus capacidades y su experiencia, enfocando al ingeniero petrolero hacia la administración, planeación o la evaluación de nuevos proyectos.

El ingeniero de campo conoce las necesidades y limitaciones, de carácter técnico y presupuestal, de las que adolece la industria petrolera mexicana. Por lo que es obligación del profesional implementar métodos que minimicen el riesgo que se corre al realizar cada inversión, punto medular en el cual participan de manera eficaz las matemáticas financieras, ayudando a evaluar los alcances de realizar una mala inversión y el impacto a valor presente producto de una decisión errónea.

Las matemáticas financieras deben ser parte de la formación académica del estudiante universitario, para que al incorporarse a una empresa pueda con el tiempo implantar procesos de mejora y lineamientos que ayuden en la toma de decisiones, con un mínimo de incertidumbre, para hacer crecer los beneficios personales, de la empresa y de su país.

Es importante hacer notar que se debe tener bien caracterizado el yacimiento para lograr una mejor evaluación del proyecto.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

RECOMENDACIONES

- Se debería incluir en el plan de estudios alguna materia en la cual se apliquen las matemáticas financieras al análisis de ejemplos reales de campo: Cantarell, Ek Balam, Boch, etc., análisis de inversión inicial, cálculo del valor presente neto, calcular que tan rentable es hacer producir pozos marginales, rehabilitar instalaciones, etc.

- Fomentar la creación de documentos que superen y actualicen las tesis y libros con los que se cuenta en este momento, que muestren una aplicación practica a los cálculos de administración en ingeniería petrolera.

- Establecer nexos con especialistas del área que se dedican a publicar literatura sobre el tema.

- Establecer de alguna manera la posibilidad de que en cada asignatura de la carrera se contemplaran algunos ejemplos propios de la misma, aplicando matemáticas financieras, con el objetivo de concientizar al alumno de su responsabilidad al manejar los recursos energéticos del país o de una empresa según sea el caso.

Bibliografía

José Luis Villalobos
"Matemáticas Financieras"
Segunda Edición 2001
Naucalpan de Juárez, Edo. de México
Prentice Hall

Héctor Bolívar Villagómez
"Elementos para la evaluación de Proyectos de Inversión"
Facultad de Ingeniería, 2001.
México, UNAM.

Frank Ayres, Jr
"Matemáticas Financieras"
Primera Edición 1984
México, D.F
Serie Schaum

Anthony J. Tarquin
Leland T. Blank
"Ingeniería Económica"
Primera Edición 1980
México, D.F.
Mc Graw Hill

Lincoyan Portus Govienden
"Matemáticas Financieras"
Primera Edición 1975
México, D.F
Mc Graw Hill

William C. Lyons
"Standard Hand Book of Petroleum an Natural Gas Engineering"
Volumen 2
Gulf Professional Publishing

Luzbel Napoleón Solórzano
"Criterios de rentabilidad económica para la Administración de Empresas Petroleras de Exploración y Producción"
México, D.F., Primera Edición, 1996.

Luzbel Napoleón Solórzano
"Activos Petroleros"
México, D.F., Primera Edición, 1999

T.E.W. Nind
"Principles of oil well production"
2nd. Edition 1964
McGraw-Hill, Inc
United States of America

T.E.W. Nind
"Fundamentos de Producción y Mantenimiento de Pozos Petroleros"
Primera edición 1987
Editorial Limusa
México, D.F.

H.K. ABDEL-AAL
BAKR A. BAKR
M.A.AL-SAHLAWI
"PETROLEUM ECONOMICS AND ENGINEERING"
SECOND EDITION 1992
Printed in the United States of America
Marcel Dekker, Inc.

Paul D. Newendorp
"DECISION ANALYSIS FOR PETROLEUM EXPLORATION"
PennWell Publishing Company
Tulsa, Oklahoma

Donald G. Newnan
Análisis Económico en Ingeniería
Segunda Edición (primera edición en español) 1984
México, D.F.
Mc Graw Hill

ARTHUR B. CURTIS, B.C.S., C.P.A.y
JOHN H. COOPER, B. ACCTS., C. P.A
MATEMÁTICAS DE LA CONTABILIDAD
TERCERA EDICIÓN, REIMPRESIÓN 1965 TOMO II
REFORMA 202 MÉXICO, D.F.
EDITORIAL BANCA Y COMERCIO

Joaquín Blanes Prieto
"Diccionario de Términos Contables"
*Español-ingles * Ingles- Español
Nueva Edición 1993
México, D.F.
CECSA

Supr. Bonini
Toma de decisiones en administración
Mediante métodos estadísticos
Primera edición 1978
México.D.F
Editorial limusa

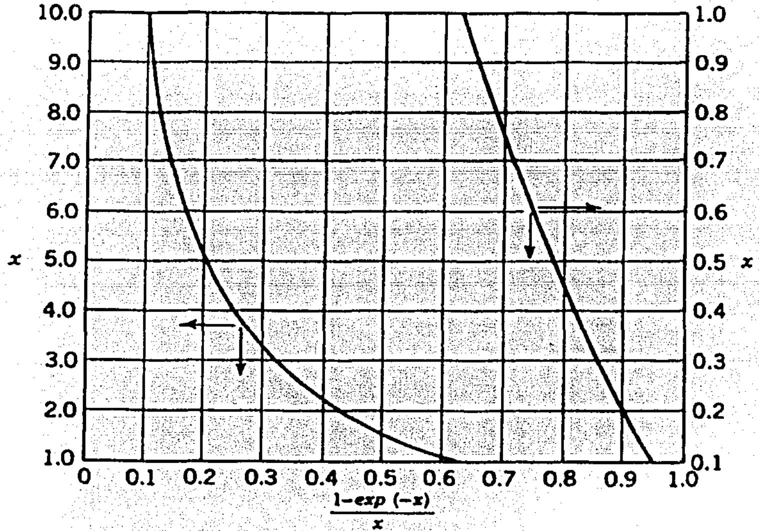
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Anexos

ANEXO A

Grafica para facilitar los cálculos de $\frac{1-\exp(-x)}{x}$ graficada con una función x, de modo que el valor de $\psi(x)$ pueda leerse una vez que se conoce el valor de x.

- Esta curva se utiliza, para los valores de x comprendidos entre 0.1 y 10.0.
- Para valores de x mayores de 10.0, $\psi(x)$ es igual $1/x$ con suficiente exactitud.
- Para valores de x menores de 0.1, $\psi(x)$ es igual a $(1-x/2)$ con suficiente precisión.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ANEXO B

ECUACIONES BÁSICAS DE ACTUALIZACIÓN

Capitalización/ pagos	Descripción	Formula	Dado	Obtener	Notación estándar	Observaciones
Discreta / discretos	Pago único, Cantidad compuesta	$VF = VP(1+i)^n$	VP	VF	$VP(VF/VP\ i,n)$	$n = (b\text{-}a)$ se actualiza a b
Discreta / discretos	Pago único, Cantidad presente	$VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$	VF	VP	$VF(VP\ VF\ i,n)$	$n = (b\text{-}a)$ se actualiza a a
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales Cantidad compuesta	$VF = A\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	A	VF	$A(VF/A\ i,n)$	La serie va del 1 al n y se actualiza al n
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales, valor presente	$VP = A\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	A	VP	$A(VP/A\ i,n)$	La serie va del 1 al n y se actualiza al 0
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales, fondo de amortización	$A = VF\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	VF	A	$VF(A/VF\ i,\ n)$	La serie va del 1 al n
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales, recuperación de capital	$A = VP\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	VP	A	$VP(A/VP\ i,\ n)$	La serie va del 1 al n
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales infinita, valor presente	$A = \frac{A}{i}$	A	VP	$A(VP/A\ i, \alpha)$	La serie va del 1 al α y se actualiza al 0

Capitalización/ pagos	Descripción	Formula	Dado	Obtener	Notación estándar	Observaciones
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales infinita, recuperación de capital	$A = iVP$	VP	A	$VP(A/VP\ i,\ \alpha$	La serie va del 1 al α
Discreta / discretos	Serie de pagos creciente aritméticamente, cantidad compuesta	$VF = (A+\frac{g}{i})\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]-\frac{ng}{i}$	A,g	VF	$Ag(VF,g,i,n)$	El valor periódico A va del 1 al n y el incremento g va del 2 al n, se actualiza al n.
Discreta / discretos	Serie de pagos creciente aritméticamente, valor presente	$VP = (A+\frac{g}{i})\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right]-\frac{ng}{i(1+i)^n}$	A,g	VP	$Ag(VP,g,i,n)$	El valor periódico A va del 1 al n y el incremento g va del 2 al n, se actualiza al 0.
Discreta / discretos	Serie de pagos creciente aritméticamente, anualidad equivalente al gradiente	$B = g\left[\frac{1}{i}-\frac{n}{(1+i)^n-1}\right]$	g	B	$g(B/g\ i,n$	El valor B va del 1 al n y el gradiente g va del 2 al n
Discreta / discretos	Serie de pagos creciente aritméticamente, anualidad equivalente a la serie completa	$A' = (A+\frac{g}{i})-\left[\frac{ng}{(1+i)^n-1}\right]$	A,g	A'	$Ag(A'/A,gi,n)$	El valor de A' va del 1 al n, el valor A periódico va del 1 al n y el gradiente g va del 2 al n

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Capitalización/ pagos	Descripción	Formula	Dado	Obtener	Notación estándar	Observaciones
Discreta / discretos	Serie de pagos creciente geométricamente, cantidad compuesta	$VF = A\left[\frac{(1+i)^n - r^n}{(1+i)-r}\right]$	A,r	VF	$A(VF/A,ri,n)$	El valor periódico A va del 1 al n y el incremento r, r^2, etc. va del 2 al n, se actualiza al n.
Discreta / discretos	Serie de pagos creciente geométricamente, valor presente	$VP = A\left[\frac{(1+i)^n - r^n}{(1+i)^n(1+i-r)}\right]$	A,r	VP	$A\ (VP/A,ri,n)$	El valor periódico A del 1 al n y el incremento r, r^2 va del 2 al n, se actualiza al 0.
Continua / discretos	Pago único, cantidad compuesta	$VF = VP\ e^{nj}$	VP	VF	$VP(VF/VPj,n)$	n =(b-a) se actualiza a b
Continua / discretos	Pago único valor presente	$VF = \frac{VF}{e^{nj}}$	VF	VP	$VF(VP/VFj,n)$	n =(b-a) se actualiza a a
Continua / discretos	Serie de pagos iguales, cantidad compuesta	$VF = A\frac{e^{nj}-1}{e^{j}-1}$	A	VF	$A(VF/Aj,n)$	La serie va del 1 al n y se actualiza al n.
Continua / discretos	Serie de pagos iguales, valor presente	$VP = A\frac{1-e^{-nj}}{e^{j}-1}$	A	VP	$A(VP/Aj,n)$	La serie va del 1 al n y se actualiza al 0.
Continua / discretos	Serie de pagos iguales, fondo de amortización.	$A = VF\frac{e^{j}-1}{e^{nj}-1}$	VF	A	$VF(A/VFj,n)$	La serie va del 1 al n

Capitalización/ pagos	Descripción	Formula	Dado	Obtener	Notación estándar	Observaciones
Discreta / discretos	Serie de pagos iguales, recuperación de capital	$A = VP\,\frac{e^{j}-1}{1-e^{-nj}}$	*VP*	*A*	*VP(A/VPj,n)*	La serie va del 1 al *n*
Discreta / discretos	Serie de pagos aritméticamente, anualidad equivalente	$B = g\left[\frac{1}{e^{j}-1}-\frac{n}{e^{nj}-1}\right]$	*g*	*B*	*G(B/gj,n)*	El valor periódico B va del 1 al *n* y el gradiente g va del 2 al *n*.
Continua / discretos	Pago único, cantidad compuesta	$VP = VP\,e^{nj}$	*VP*	*VF*	*VP(VF/VP j,n)*	n =(b-a) se actualiza a *b*
Continua / discretos	Pago único cantidad presente	$VP = \frac{VF}{e^{nj}}$	*VF*	*VP*	*VF(VP/VF j,n)*	n =(b-a) se actualiza a *a*
Continua / discretos	Serie de pagos iguales, cantidad compuesta	$VF = \hat{A}\,\frac{e^{nj}-1}{j}$	$\hat{A}$	*VF*	*Â(VF/Â j,n)*	La serie va del 1 al n y se actualiza al *n*
Continua / discretos	Serie de pagos iguales valor presente	$VP = \hat{A}\,\frac{e^{nj}-1}{je^{nj}}$	$\hat{A}$	*VP*	*Â(VP/Â j,n)*	La serie va del 1 al *n* y se actualiza al 0
Continua / discretos	Serie de pagos iguales, fondo de amortización	$\hat{A} = VF\,\frac{j}{e^{nj}-1}$	*VF*	$\hat{A}$	*VF(Â/VF j,n)*	La serie va del 1 al *n*
Continua / discretos	Serie de pagos iguales, recuperación de capital	$\hat{A} = VP\,\frac{je^{nj}}{e^{nj}-1}$	*VP*	$\hat{A}$	*VP(Â/VP j,n)*	La serie va del 1 al *n*

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$i = \dfrac{\left(\dfrac{I}{P}\right)}{\Delta t}$	**Ecuación general de interés**
$M = P(1+ni)$	**Monto en interés simple**
$M = P(1+i)^n$	**Monto en interés compuesto**
$i = \left(1+\dfrac{j}{m}\right)^m - 1$	**Tasa de interés efectiva**

Para evitar la molesta tarea de escribir las ecuaciones cada vez que se use uno de los factores, se ha adoptado una notación estándar que representa los diferentes factores. Esta notación estándar, que incluye también la tasa de interés y el número de periodos, se expresará siempre en forma general *(X/X,i% n)*. La primera letra *(X)* dentro del paréntesis representa lo que "se quiere encontrar" mientras que la segunda letra *(Y)*, representa lo "dado". Por ejemplo, *F/P* significa encontrar *F* cuando se da *P*. la tasa i es la tasa de interés en porcentaje y la n representa el número de periodos involucrados. De esta manera, *"F/P,6%,20"* significa obtener el factor que al ser multiplicado por un *P* dado permite encontrar la cantidad de dinero futura *F* que será acumulada en 20 periodos si la tasa de interés es 6%.

ANEXO C

GLOSARIO

A

Acción: título-valor que representa una de las fracciones en que se divide el capital social de una sociedad. Sirve para acreditar y trasmitir la calidad y los derechos de socio; su importe representa el límite de la obligación que contrae el tenedor de la acción ante terceros y la empresa.

Acreedor: persona que tiene acción o derecho para el cumplimiento o pago de una obligación o cantidad.

Activo: conjunto de propiedades de una persona física o moral. Dentro del activo se encuentran: dinero en caja, cuentas bancarias, valores, inventarios, cuentas por cobrar, terrenos, edificios, maquinaria, medios de transporte, etc.

Actualización: el proceso de ajustar valores futuros al momento actual mediante una tasa de actualización. En este procedimiento se acepta que, por ejemplo, una cantidad más pequeña invertida hoy a la tasa de actualización crecería hasta alcanzar un valor futuro mayor con el tiempo; por consiguiente, la cantidad que se reciba en el futuro vale sólo el valor más pequeño, el de hoy. Este procedimiento también se reconoce como "descontar".

Agotamiento: (extinción) pérdida de valor en los mantos o yacimientos de activos naturales no renovables. Es una causa de depreciación. Debe tomarse en cuenta en la contabilidad de este tipo de proyectos.

Amortización: recuperación o compensación del dinero invertido en algún activo. Reducción, redención o liquidación de una cuenta. Se usa también para denotar la extinción gradual de un activo, de un pasivo o de una cuenta nominal, por medio de la división de su importe en cantidades periódicas durante el tiempo de su existencia o del tiempo en que sus beneficios son aprovechados. La amortización se causa por el transcurso del tiempo y se calcula sobre la base del tiempo de unidades de producción. La amortización es la distribución del costo de un activo a lo largo del tiempo. Esto es necesario para obtener una estimación práctica de los costos de producción; pero, dado que las tasas de amortización se suelen determinar sobre todo por criterios jurídicos y contables, el monto de la amortización presenta a menudo una relación limitada con la tasa efectiva de utilización o con el costo de reposición. El término amortización se aplica a los activos intangibles.

Análisis beneficios-costos: procedimiento para evaluar la conveniencia de un proyecto poniendo en la balanza los beneficios contra los costos. Los resultados se pueden expresar de diversas maneras, tales como la tasa interna de rendimiento, el valor actualizado neto y la relación beneficios-costos. La rentabilidad financiera constituye un tipo de análisis beneficios-costos, pero no ofrece una medida suficiente del rendimiento neto de un proyecto para la economía en situaciones en que los precios de mercado utilizados no reflejan el verdadero valor económico de los insumos y productos. En tales casos, se requiere un análisis beneficios-costos económicos que utilice precios de cuenta.

Análisis de costo mínimo: tipo de análisis que se utiliza para comparar varios posibles proyectos o diseños de proyecto en que el valor del producto (beneficios) no se puede medir adecuadamente. Si puede suponerse que los beneficios (no cuantificables) superan el costo, y si se hacen los ajustes apropiados para tener en cuenta las diferencias de beneficios entre las variantes, la tarea consiste entonces en minimizar el costo de obtenerlos por medio del análisis de costo mínimo. Aunque pueden generarse tasas de actualización equiparadora, no puede obtenerse de tal análisis una legitima tasa de rendimiento, por cuanto se trabaja sin referencia al valor real para los usuarios del producto.

Análisis de riesgos (o de probabilidad): estudio de las probabilidades de que el proyecto obtenga una tasa de rendimiento satisfactoria y del grado más probable de variabilidad a partir de la mejor estimación de la tasa de rendimiento. Se utiliza cuando se conocen las funciones de distribución de probabilidades de costos, beneficios, vida de útil del proyecto, etc.

Anualidad: cantidad igual periódica que se destina a la amortización de un préstamo (más sus intereses), o a la formación de un capital, en determinado número de años (o periodos). Las primeras se llaman anualidades de amortización y las segundas anualidades de capitalización. La costumbre es que las de amortización sean a año vencido mientras que las de capitalización a principio de año.

B

Beneficio: se refiere normalmente al producto comercializado de un proyecto o, en el caso de proyectos como escuelas y hospitales, a los principales servicios que el proyecto presta. Otros beneficios, tales como ahorros de divisas, capacitación de trabajadores, generación de empleo y distribución del ingreso, se consideran generalmente como externalidades y se tratan por separado en la evaluación (véase costo, beneficio neto).

Bono: título de crédito que representa la participación individual de su tenedor en un crédito colectivo a cargo del emisor. Puede ser emitido a la orden o al portador. Debe expresar la obligación de pagarlo en los plazos, términos y demás condiciones relativas a su emisión. Causa el interés pactado, que se paga contra la entrega de los cupones a él adheridos

C

Capacidad en operación: capacidad promedio aprovechada en un equipo o instalación (véase capacidad instalada y factor de planta).

Capital: recursos que rendirán beneficios paulatinamente a lo largo del tiempo. Guarda relación con la inversión y forma contraste con el consumo. Puede dividirse en capital físico y financiero, fijo y de explotación, etc. A veces se define de manera más amplia para que incluya el capital humano, por ejemplo, unos estudios que rindan beneficios a lo largo del tiempo.

Capitalización: normalmente se entiende por capitalización al hecho de integrar al capital el importe de los intereses obtenidos, para computar sobre la suma los intereses futuros. (El interés así obtenido es el interés "compuesto"). También puede entenderse por capitalización al hecho de dotar de capital a una empresa o negocio.

Corto plazo: en la teoría de la oferta, cierto tiempo para el cual existe por lo menos un factor fijo en la producción. En la clasificación contable de pasivos, aquellos que se pueden exigir en periodos menores a un año.

Costo: el sacrificio de algo para obtener algo más. a) En contraposición al beneficio: Un gasto relacionado con la adquisición de insumos, tales como equipo de capital, edificios, materiales, mano de obra y servicios públicos. Los costos como el deterioro del ambiente y el detrimento de la salud de los trabajadores se consideran generalmente como externalidades y se tratan separadamente porque están fuera de las cuentas financieras del proyecto b) En contraposición al valor: La cantidad de recursos utilizada para producir un bien (el concepto se considera desde el punto de vista del suministro, por ejemplo, "internamente costaría 10 dólares producir esta llave inglesa, pero su valor es de sólo 8 dólares").

Costo de capital: pago total que se tiene que hacer por allegarse recursos vía deuda y capital. Es por supuesto un cálculo con suposiciones varias que no necesariamente son ciertas. El costo de los pasivos, o costo del dinero vía deuda, tiene una mecánica fácil y cierta de cálculo. En cambio, el pago a los accionistas sólo puede calcularse suponiendo que los accionistas esperan utilidades después de impuestos a determinado porcentaje del capital. El cálculo con acciones preferentes es más fácil y cierto.

Costo de oportunidad: la utilidad que podría obtenerse si se tomase la alternativa de inversión para una cantidad determinada de dinero. En realidad, pretende manifestarse el costo por no tomar la alternativa. Es el valor de algo al que se renuncia. Equivalente de lo que un factor deja de ganar en otras actividades cuando se encuentra empleado específicamente en otra. Por ejemplo, el costo de oportunidad directo de un día/hombre de trabajo es lo que este hombre hubiera producido en otro caso si no se le hubiera sacado de su ocupación acostumbrada para emplearlo en un proyecto.

Costo del dinero: pago total que se debe hacer para allegarse recursos vía deuda. Este costo implica los intereses, costos de apertura de crédito, comisiones y costo de oportunidad del dinero ocioso por reciprocidades. Dado que obtener el costo de oportunidad del dinero ocioso es problemático y puede ser subjetivo, es preferible calcular el costo del dinero, en función porcentual del dinero que realmente se obtiene líquido por un crédito.

D

Depreciación: uso efectivo de recursos productivos durante el proceso de producción. Llamada también consumo de capital. Pérdida en el valor material o funcional de un activo fijo. Contablemente, el cargo que se hace del costo de un bien (precio menos valor de rescate), cada uno de los años de su vida. Dicho cargo suele ser una parte del costo mencionado, de forma tal, que al finalizar la vida calculada de dicho bien, sólo nos quede su valor de rescate. Hay múltiples métodos para calcular la depreciación.

Devaluación: de una moneda nacional, es el aumento en el tipo de cambio, o sea, aumento en el precio de una moneda extranjera (divisa) en relación con la moneda nacional.

Dólar: término general para designar las monedas internacionales libremente convertibles, tales como el dólar de los Estados Unidos o el franco suizo (véase peso y rupia).

E

Economía: rama de las ciencias sociales que estudia los procesos de producción y distribución y el carácter de los ingresos reales.

Estabilidad económica: condiciones de operación de una economía en las que no existen fluctuaciones ni en los precios ni en el desempleo.

Estudio de factibilidad: etapa del proyecto en la que se define la viabilidad técnica, económica y financiera de un proyecto de inversión, normalmente incluye el anteproyecto definitivo, los estudios de mercado, la evaluación económica y el análisis financiero del proyecto. El resultado de este estudio es la definición de la conveniencia de seguir adelante con el proyecto. Dentro del anteproyecto definitivo se realizan trabajos de campo y gabinete.

F

Fondo de inversión: una de las formas que puede adoptar la inversión colectiva en valores.

Futuro: operación que se concierta en un mercado de valores o de materias primas o divisas, por medio de la cual se pacta por anticipado las condiciones de precio y plazo para entrega de los bienes.

G

Ganancia: retribución al factor de la producción conocido como organización. Definida también como ingreso por ventas menos costo de ventas.

Ganancia de capital: utilidad obtenida mediante un diferencial entre el precio de compra de un valor y el precio de venta del mismo.

I

Impuesto: exacción o gravamen legal de recursos a empresas o individuos realizada por parte del gobierno de un país para financiar sus actividades.

Índice de precios: el valor de mercado de un grupo fijo o "canasta" de bienes y servicios en una fecha dada (por ejemplo, en 1980) dividido por el valor de mercado de la misma canasta en alguna fecha base (por ejemplo, en 1960). Si se substrae 1.0 del índice, se obtiene el equivalente decimal del porcentaje en que los precios han aumentado entre las dos fechas. El concepto es útil para medir las tasas de inflación. Es una medida que se calcula para eliminar los efectos de los precios en los cambios del producto nacional bruto y otras variables económicas asociadas.

Inflación: proceso que muestra un aumento generalizado de los precios de todos los productos de un país. Puede deberse a una expansión repentina en la demanda, a un empuje de los costos, o a una combinación de ambos. Es un aumento general de los niveles de precios de mercado (suben los precios unitarios corrientes).

Ingreso disponible: el que queda realmente a los factores de la producción para su ahorro y gasto después de pagar los impuestos. Es igual entonces al ingreso personal menos los impuestos personales.

Ingreso real: el ingreso que no es afectado en su valor por los cambios de los precios. Es el poder de compra.

Interés: renta que perciben el capitalista y el ahorrador por su dinero dado en préstamo. Costo del capital para equipo y la maquinaria necesaria para la producción de bienes.

Inversión neta: igual a la inversión bruta menos la depreciación. En una cuenta de valores es la suma de la cartera al inicio de un periodo, más todos los depósitos que le hagamos y menos todos los retiros que se tengan durante el periodo que se va a considerar.

Inversión permanente: se llama así a la que se hace como activo fijo de las personas, sean estas físicas o morales. Las inversiones de sobrantes de tesorería no son inversiones permanentes. Si lo son las plantas, equipo, oficinas, acciones de subsidiarias, etc.

L

Largo plazo: término muy común, con acepciones muy diversas, según el terreno al que se refiera. En la teoría de la oferta, el tiempo necesario para hacer variar todos los factores de la producción. En contabilidad, cualquier documento exigible a plazo mayor a un año. En Bolsa, el panorama largo plazo" puede ser desde seis meses en adelante, aunque debemos aceptar que eso es un error que brota de la mente, excesivamente especuladora, de muchos inversionistas e intermediarios. Largo plazo debería de ser el término suficiente como para no tener que preocuparse por los precios de la acción comprada, pues al transcurrir el tiempo (largo plazo), seguramente reportará utilidades.

Letra de cambio: documento que debe contener: a) La mención de ser letra de cambio. b) La expresión del lugar y del día, mes y año en que se suscribe; c) La orden incondicional al girado de pagar una suma determinada de dinero; d) El nombre del girado; e) El lugar y la época del pago; f) El nombre de la persona a quien ha de hacerse el pago y g) La firma del girador o de la persona que suscriba a su ruego o en su nombre. Las aceptaciones bancarias son letras de cambio aceptadas por el banco. Es importante señalar que en la letra de cambio se tendrá por nula cualquier estipulación de interés o cláusula penal.

Libros de contabilidad: los libros y registros principales y auxiliares donde se hacen los asientos de las operaciones efectuadas y se llevan las cuentas de una empresa. Los libros principales son el libro diario, libro mayor y el de inventarios y balances. Existen, además, otros libros no contables: libro de actas, libro de registro de acciones nominativas, libro de consejo, etc.

Liquidez: calidad del activo de un banco que puede fácilmente transformarse en dinero efectivo. Capacidad del dinero de ser utilizado para efectuar pagos, de transferirse mediante un simple endoso y ser aceptado como dinero en cualquier establecimiento y por cualquier persona. La posibilidad del mercado de absorber una cantidad significativa de acciones de una emisora sin sufrir por ello cambios significativos de precios. La posición de efectivo de una empresa o persona gracias a la cual pueden hacer frente a sus obligaciones de corto plazo o invertir en el momento adecuado.

M

Maximización de la utilidad: de acuerdo con la teoría económica, éste es el principal objetivo de los consumidores. Se alcanza cuando la utilidad marginal por unidad monetaria gastada es igual para todos los bienes adquiridos.

Maximización de las ganancias: práctica que según la teoría económica es el objetivo básico de los productores y que se alcanza cuando se produce y vende una cantidad de producto para el cual el costo marginal es igual al ingreso marginal.

Mediano plazo: en Bolsa, mediano plazo suele entenderse, dependiendo del momento por el que atraviese el mercado, un tiempo que oscila entre 6 y 12 meses (mercado calmado), o entre 3 y 6 meses (mercado algo nervioso) y aún menos.

Mercado financiero: es el mercado de todos los instrumentos financieros en su más amplio sentido. Cuando se habla del "mercado financiero" se habla del "mundo financiero". Se entiende a todas las instituciones, empresas, inversionistas, intermediarios, etc.

P

Pagaré: título de crédito por el que una persona se compromete incondicionalmente a pagar a otra una suma determinada de dinero.

Pasivo: conjunto de deudas u obligaciones de una persona física o moral. Son cuentas como hipotecas, salarios por pagar, pagarés a favor de otros, etc.

Periodo de recuperación del capital: tiempo que se requiere para recuperar los costos de inversión de un proyecto sacando el dinero de su corriente de liquidez. Este concepto se solía usar mucho como criterio de inversión, pero ahora se considera ineficaz porque no tiene en cuenta la vida productiva del proyecto después que ha reembolsado el costo de inversión original, como tampoco la cronología de los costos y beneficios. Es útil sobre todo en condiciones de elevado riesgo, en que la rápida recuperación del capital es de particular importancia .

Precio neto: el precio que se debe pagar por un título de renta fija, una vez que se le agrega al precio del título el importe de los intereses devengados por el cupón vigente, menos el impuesto correspondiente.

Precio unitario: modalidad de contrato, para la realización de una obra o la prestación de un servicio, en el que se ha pactado un precio para cada porción que integra la obra o el servicio. El precio unitario incluye los costos directos, los costos indirectos y la utilidad. También precio de una unidad producida.

Producto Interno Bruto (PIB): el producto total o valor agregado dentro de las fronteras físicas del país. Incluye la producción basada en recursos de propiedad extranjera, aun cuando parte del ingreso obtenido por estos factores de producción se transfieran al extranjero como pagos por servicios de factores. Es el producto nacional producido dentro de las fronteras geográfico-políticas de un país, sin importar la ciudadanía de los responsables de la producción. A veces llamado también producto territorial bruto.

Proyecto: es la unidad de inversión menor que se considera en la programación. Por lo general, constituye un esquema coherente desde el punto de vista técnico, cuya ejecución se encomienda a un organismo público o privado y que, técnicamente, puede llevarse a cabo con independencia de otros proyectos (véase programa y plan de inversión). Proyecto es un plan retrospectivo de una unidad de acción capaz de materializar algún aspecto del desarrollo económico o social. Implica, desde el punto de vista económico, proponer la producción de algún bien o la prestación de algún servicio, con el empleo de una cierta técnica y con miras a obtener un determinado resultado o ventaja económica o social. Es toda unidad de actividad que permite materializar un plan de desarrollo. La palabra proyecto se usa también para designar el documento o monografía en que se plantean y analizan los problemas que implican movilizar factores para alcanzar objetivos determinados de acuerdo con una función de producción dada, justificando asimismo el empleo de estos factores frente a otras opciones potenciales de utilización, (véase carácter, naturaleza, categoría, tipo resultados y fases de un proyecto).Conjunto de actividades de una solución de carácter discontinuo (plan - programa - proyecto - actividad práctica - tarea - paso).

R

Relación beneficios-costos: es la relación entre los beneficios y los costos. Debe calcularse utilizando los valores actualizados de unos y otros, actualizados mediante una apropiada tasa de interés de cuenta. La relación debe de ser, por lo menos, de 1 para que el proyecto sea aceptable. Pueden resultar relaciones beneficios-costos incompatibles, ya que se calculan de diversas maneras, tales como: a) El valor actualizado de todas las corrientes de liquidez positivas dividido por el valor actualizado de todas las corrientes de liquidez negativas (ambas sobre una base anual); b) El valor actualizado de los beneficios brutos de cada año dividido por el valor actualizado de los costos anuales, incluida la inversión; c) El valor actualizado de los beneficios anuales netos de explotación dividido por el valor actualizado de los costos de inversión (véase actualización, tasa de rendimiento interno, corriente de liquidez actualizada).

Rentabilidad: capacidad de un proyecto de inversión de producir más del costo que ocasiona.

Reserva: aquella cantidad que se separa o retiene para fines específicos. Esta separación puede ser de parte del capital o de primas pagadas por los socios (prima en venta de acciones) o de utilidades, productos o intereses obtenidos. Es importante que la reserva implique una separación contable, mas no efectiva. El dinero propio de una reserva se maneja dentro del caudal total de recursos de la empresa y no en un banco o inversión de valores específica.

Resultados de un proyecto: (productos y efectos), un proyecto se concreta antes que nada en la implantación de un bien de capital o de producción; es capaz de generar bienes o servicios, que son su producto en el sentido económico corriente de este término. Resultan del proyecto, además, ciertos efectos sobre el sistema económico, que se traducen en cambios en las relaciones, condiciones y situaciones que caracterizan el funcionamiento del sistema.

S

Saldo: la diferencia entre el movimiento deudor y el movimiento acreedor de una cuenta.

Saldo insoluto: la parte de una deuda que no ha sido cubierta. El saldo insoluto contiene dentro de su total el saldo vencido, sin embargo, saldo insoluto no implica vencimiento, sino solamente saldo que permanece deudor.

Saldo vencido: aquel saldo que es exigible debido a que la fecha de pago correspondiente ya pasó.

T

Tasa anual: el rendimiento expresado en porcentaje que otorga una inversión en el periodo de un año.

Tasa anualizada: el rendimiento expresado en porcentaje que otorga una inversión en un periodo diferente al año, pero llevado al año.

Tasa de actualización: la tasa de interés a la cual los valores futuros se actualizan al momento actual. Por lo general se considera aproximadamente igual al costo de oportunidad del capital. Sin embargo, la tasa de actualización debe corresponder a la base contable; por ejemplo, en el método de la ONUDI, la tasa de actualización es la tasa de interés del consumo, porque el consumo se utiliza como base contable.

Tasa de descuento: tasa que nos permite calcular el descuento de un título en función de su valor nominal con el propósito de encontrar el precio de la operación antes de su vencimiento. Esta tasa se usa en las operaciones de compraventa de los títulos-valor que se operan "a descuento". También se usa como sinónimo de tasa de actualización.

Tasa de ganancia: proporción del precio de venta de un producto que le queda al productor después de cubrir sus costos de producción y distribución.

Tasa de interés: precio del dinero determinado en la teoría clásica por la interacción entre la oferta de ahorros y la demanda de inversión; y determinado en la teoría keynesiana por la interacción entre la oferta y la demanda de dinero. Rendimiento o costo expresado en porcentaje que otorga o causa un instrumento.

Tasa de rendimiento financiero: es la rentabilidad financiera de un proyecto. Se refiere por lo general a un rendimiento anual de los activos fijos netos o de la inversión, pero puede referirse a la tasa interna de rendimiento, que se determina mediante el análisis de corrientes de liquidez actualizadas.

Tasa interna de rendimiento: aquella tasa que iguala los pagos recibidos por una inversión, con los pagos hechos para la misma. También recibe el nombre de tasa interna de retorno.

Tasa de interés equivalente: se dice que dos o más tasas de interés con diferentes periodos de conversión (capitalización o pago) son equivalentes, si producen el mismo interés compuesto al final de un año.

Tasa de rendimiento: la rentabilidad de un proyecto. Término abreviado que se suele aplicar en análisis económico a la tasa interna de rendimiento económico, y en análisis financiero, al rendimiento anual de los activos fijos netos o a la tasa interna de rendimiento financiero (es importante especificar a cuál se hace referencia). En inversiones de mercado de dinero, con títulos-valor que se negocian con base en tasa de descuento.

Tasa real: rendimiento que otorga un instrumento de inversión una vez descontados los efectos inflacionarios. Suponiendo una obligación que otorgue un rendimiento de 70 %, si la inflación es de 65 %, la tasa real será tasa positiva de 5 %.

U

Utilidad: satisfacción que se obtiene de las cosas al consumirlas, usarlas o tenerlas. Es el exceso de las entradas sobre los costos. En análisis financiero, todos los rendimientos netos del capital social propio se consideran utilidades. En análisis económico, el costo de oportunidad del capital se considera un costo básico de producción, por lo cual no se incluye en las utilidades, las cuales constan únicamente de las utilidades "puras" por sobre el costo de oportunidad del capital.

Utilidad real: es la utilidad que se tiene una vez deducido el efecto inflacionario. En caso de que restado dicho efecto a la utilidad nominal, el resultado arrojase cifras negativas, se tendría pérdida real.

V

Valor: lo contrapuesto a costo. Concepto considerado desde el punto de vista del suministro, que guarda relación con la disposición del consumidor marginal a pagar (por ejemplo, "esta llave inglesa tiene un valor en el mercado de 8 dólares, pero costaría 10 dólares producirla en el país").

Valor actualizado: cantidad que, teniendo en cuenta la capacidad lucrativa del capital a lo largo del tiempo y la diferencia en tiempo entre la fecha actual y alguna en el futuro, sería equivalente hoy a un gasto o ingreso en esa fecha futura; el resultado de actualizar un valor futuro al momento de ahora mediante una tasa de actualización apropiada (véase valor actualizado neto).

Valor actualizado neto: el valor neto o beneficio neto de un proyecto cuando todos los costos se han actualizado al momento de ahora mediante la tasa de interés de cuenta. Puede ser positivo o negativo, pero, para que el proyecto sea aceptable, ha de ser igual a cero o positivo. Es la diferencia en valor presente de los beneficios actualizado menos los costos actualizados.

Valor anual equivalente: serie de pagos constantes equivalentes a un costo o beneficio actualizado a valor presente.

Valor capitalizado: el volumen de capital que se necesitaría hoy para que diera una corriente de beneficios
igual, en término de valor actualizado, a los que se esperan de un proyecto actualizado a una tasa igual al costo de oportunidad del capital.

Valor de rescate: valor residual de un activo después que ha sido utilizado para el fin para el que fue adquirido. Se le utiliza en el cálculo de la depreciación y es sinónimo de valor de salvamento.

Valor de salvamento: véase valor de rescate.

Valor en libros: el valor de un activo como se asienta en los libros de contabilidad. Puede ser, o bien el valor en libros bruto (por lo general, el costo original) o el valor en libros neto (el valor en libros bruto menos la depreciación acumulada) (véase valor de reposición). En algunos casos, el valor en libros bruto puede ajustarse para tener en cuenta la inflación, lo cual es muy conveniente en un medio inflacionario.

Vida económica: lapso durante el cual un activo o un proyecto es capaz de proporcionar el servicio para el que fue adquirido o construido, en condiciones de eficiencia física y económica. A diferencia de la vida útil, la vida económica implica eficiencia física y económica lo cual significa que la vida económica puede llegar a su límite aun cuando el activo o proyecto se encuentre en posibilidades de continuar operando.

Vida útil: lapso durante el cual un activo o un proyecto es capaz de proporcionar el servicio para el que fue adquirido o construido. Se mide desde que se pone en servicio hasta que deja de ser utilizado, véase vida económica.