

03060  
10



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**  
**INSTITUTO DE GEOFÍSICA**

**MIGRACIÓN SÍSMICA CON MÉTODOS DE DIFERENCIAS FINITAS DE FOURIER**

**TESIS**  
**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**  
**MAESTRA EN CIENCIAS**

**(SISMOLOGÍA)**

**PRESENTA**

**CLAUDIA VERÓNICA ROMERO RODRÍGUEZ**

**Director de tesis: Dr. Sergio Chávez Pérez**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

A 2003



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

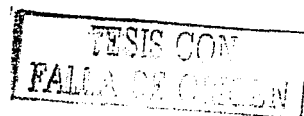
**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **CONTENIDO**

<b>ÍNDICE</b>	<b>1</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>3</b>
<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	<b>4</b>
<b>II. MÉTODOS DE MIGRACIÓN SÍSMICA EN EL DOMINIO DE FOURIER</b>	<b>7</b>
II.1 La relación de dispersión	8
II.2 Métodos tradicionales de migración en el dominio de Fourier	10
II.2.1. Método de Stolt	10
II.2.2. Método de Gazdag	13
II.2.3. Método de desplazamiento de fase más interpolación	15
II.2.4 Método de diferencias finitas	17
II.2.5 Método de paso separado	21
II.3 Nuevos métodos de migración en el dominio de Fourier	22
II.3.1 Método de diferencias finitas de Fourier	23
II.3.1.1 El operador de cascada	24
II.3.2 Método de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas	27

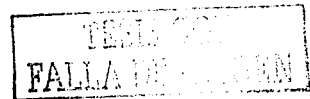


<b>III. RESULTADOS</b>	<b>30</b>
III.1 Ejemplos canónicos	30
III.1.1 Migración después de apilar	30
III.1.2 Respuesta al impulso de la migración	32
III.1.3. Respuestas al impulso con diferentes operadores de migración	33
III.2. Sección de <i>offset</i> cero (distancia fuente-receptor nula)	41
<b>IV. DISCUSIÓN</b>	<b>53</b>
<b>V. CONCLUSIONES</b>	<b>64</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>65</b>
<b>RECONOCIMIENTOS</b>	<b>68</b>

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## RESUMEN

La migración es el paso fundamental en la secuencia básica del proceso de obtención de imágenes del subsuelo, a partir de datos sísmicos. Actualmente, en los programas de procesamiento comercial de datos sísmicos existe un enorme y complejo conjunto de métodos y herramientas de migración. Estos algoritmos se ofrecen bajo una enorme multiplicidad de nombres y se invocan bajo numerosos esquemas. Desafortunadamente, los métodos tradicionales, ya bien establecidos en la industria, no han sido efectivos para obtener imágenes precisas en áreas con geología compleja. Los avances más recientes, así como la investigación actual en técnicas de obtención de imágenes sísmicas del subsuelo, se han enfocado en mejorar los algoritmos de migración con ecuación de onda. Por esta razón, consideré útil hacer una revisión de los principales métodos de migración sísmica en el dominio frecuencia-número de onda ( $f-k$ ), en dos dimensiones y después de apilar, para analizar ventajas y desventajas de cada uno. Asimismo, hago la revisión del método de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas (*DFFFD*), que es un método nuevo y aún no existe en ninguna paquetería comercial, para compararlo con los métodos de migración en el dominio  $f-k$  que ya existen en la industria. Los métodos ya conocidos como Stolt, Gazdag, diferencias finitas, desplazamiento de fase más interpolación, paso separado y diferencias finitas de Fourier, presentan problemas como: resolver de manera eficiente echados pronunciados, manejo de contrastes fuertes de velocidad, o bien son tardados en tiempo de procesamiento. Utilicé tres modelos de velocidad y generé sismogramas sintéticos para obtener la respuesta al impulso de la migración con cada método. El primer modelo fue de velocidad constante, el segundo con variación lateral de velocidad y el último de velocidad variable en ambas direcciones. Además, con el fin de probar las técnicas de migración en  $f-k$  más utilizadas en la industria, usé una sección de datos sintéticos acústicos en dos dimensiones (2D). Estos datos presentan rasgos estructurales difíciles de representar por métodos de migración convencionales: contrastes altos de velocidad, presencia de cuerpos con flancos pronunciados, cambios laterales de velocidad, discordancias angulares e irregularidades geométricas. Lo anterior me permitió demostrar las ventajas del método *DFFFD*, que emplea un muestreo amplio del campo de ondas principal en el dominio de la frecuencia. Con esto, el algoritmo se hace más eficiente en tiempo de cómputo y conserva las ventajas del método convencional de diferencias finitas de Fourier: buena respuesta para echados pronunciados y variaciones fuertes de velocidad.



## I. INTRODUCCIÓN

La perforación de un pozo petrolero con fines de exploración requiere un gran despliegue técnico y de infraestructura con costos de millones de dólares. Si lo que se obtiene es un yacimiento pobre en hidrocarburos, o vacío, la inversión se transforma en pérdidas. Buscando evitar esos riesgos, las compañías petroleras invierten mucho en tecnología de punta que les permita conocer con exactitud, a partir de imágenes, la estructura del subsuelo. En este sentido la migración es un elemento esencial, ya que ésta es el paso fundamental en la secuencia básica del proceso de obtención de imágenes del subsuelo, a partir de datos sísmicos. El objetivo de la migración es trasladar los eventos sísmicos registrados en superficie a la posición en que se originaron, dando como resultado una imagen en "profundidad". Para obtener la imagen se realizan dos pasos (Claerbout, 1985): 1) extrapolación del campo de ondas hacia abajo y 2) definición de la imagen con una condición de representación (para antes o después de apilar). Para el caso después de apilar la condición de representación tendrá sus principios en el concepto de reflector explosivo, que de manera teórica considera fuente y receptores coincidentes para simular una sección de *offset* cero (distancia fuente-receptor nula), donde todos los puntos a lo largo del reflector se consideran fuentes que explotan a un tiempo  $t=0$ , que será la condición de representación (Claerbout, 1985).

Muchos métodos de migración se han desarrollado y puesto en práctica a través de los años (Gray *et al.*, 2001). Sin embargo, cuando se quiere obtener la imagen de una estructura compleja los algoritmos se han enfrentado a una disyuntiva, el costo en tiempo de cómputo contra la calidad de la imagen. Un método ya tradicional y bien establecido es el de la sumatoria de Kirchhoff. La característica principal de este método es que depende del cálculo de tiempos de viaje para realizar la migración. El método de Kirchhoff es uno de los métodos más utilizados en la industria, principalmente en la migración en tres dimensiones antes de apilar, debido a que puede manejar datos muestreados irregularmente. Sin embargo, ante estructuras complejas, no se obtienen tiempos de viaje adecuados que nos den buenas imágenes del subsuelo (Ritchie, 2003).

Actualmente, los últimos avances técnicos en el proceso de obtención de imágenes del subsuelo se han centrado en la migración sísmica de ecuación de onda en el dominio frecuencia - número de onda ( $f-k$ ). La principal ventaja de los algoritmos de migración de ecuación de onda es que representan todos los tiempos de arribo y hacen un manejo simple de las amplitudes. Estas técnicas de migración tienen su origen en los trabajos de Claerbout (1985), que definió el problema de extrapolación del campo de ondas derivando una ecuación simplificada de la ecuación de onda completa. Esta ecuación se conoce como la ecuación de onda paraxial. Stolt (1978)



formuló un algoritmo en el que usó la transformada de Fourier para resolver la ecuación propuesta por Claerbout, para así obtener una solución directa de la ecuación de onda. Esta solución es sencilla porque se obtiene de una ecuación diferencial parcial lineal con coeficientes constantes, donde el desplazamiento del campo de ondas se realiza mediante un cambio de fase en el dominio de Fourier. Las ventajas numéricas de esto es que es más sencillo resolver la ecuación de onda en el dominio de Fourier que emplear cualquier método de diferencias finitas (Gazdag, 1978). Sin embargo, la migración está limitada con este método ya que sólo funciona en medios homogéneos con velocidad constante. Gazdag (1978) formuló un algoritmo con el fin de hacer migración de registros sísmicos en medios no homogéneos con velocidad variable. Este método considera una ecuación diferencial parcial con coeficientes variables, donde la transformada de Fourier y el desplazamiento de fase se realizan a cada paso de profundidad considerando variaciones de velocidad verticales. A pesar de las variaciones de velocidad consideradas, este método es ineficiente cuando se consideran medios complejos con variaciones de velocidad laterales (Gazdag y Sguazzero, 1984).

Por otro lado, un método creado por Claerbout desde principios de los setentas, conocido como el método de diferencias finitas (Claerbout, 1985), ha sido muy utilizado en la obtención de imágenes sísmicas. Dicho método permite considerar variaciones de velocidad laterales y, a diferencia de los creados por Stolt y Gazdag, trabaja en el dominio frecuencia-espacio ( $f-x$ ). Cuando Claerbout introdujo el método, este representó la mejor alternativa para migrar datos en medios con velocidad variable lateral y verticalmente porque la solución de la ecuación de onda se realiza por fracciones continuas, utilizando aproximaciones con series de Taylor. Si bien el método maneja cualquier tipo de perturbación en el contraste de las velocidades en el medio, presenta algunas desventajas como la inexactitud al resolver la ecuación de onda para pendientes pronunciadas y los errores numéricos relacionados al tipo de aproximación e inestabilidad numérica.

Actualmente, la mayoría de los algoritmos de migración de ecuación de onda utilizan una combinación de dominios (Wu, 2003) donde el desplazamiento de fase (Gazdag, 1978), con velocidad de propagación constante, se efectúa en el dominio  $f-k$  y una variable del término de velocidad lateralmente variable se aplica en el dominio  $f-x$ . En este sentido surgen los métodos de desplazamiento de fase más interpolación (*phase shift plus interpolation*) (Gazdag y Sguazzero, 1984; Bonomi *et al.*, 1998; Popovici, 1991) y de paso separado (*split-step*) (Stoffa *et al.*, 1990; Wenzel, 1991; Lee *et al.*, 1991) los cuales están ya bien establecidos, pero no son muy precisos para los problemas cada vez más complejos de la industria del petróleo. Los nuevos y mejores

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

métodos en esta categoría (Wu, 2003) son los métodos de propagadores de pantalla (*screen*) y pseudopantalla (*pseudo-screen*) (Jin *et al.*, 1998), de pantalla de fase (*phase-screen*) (Jin y Wu, 1999; Wild *et al.*, 2000), pantalla de fase generalizada (*generalized phase-screen*) (Duquet *et al.*, 2003) y de las técnicas de diferencias finitas en el dominio de Fourier (Ristow y Rühl, 1994; Huang y Fehler, 2001).

En el método de diferencias finitas de Fourier (*Fourier finite-difference migration*) (Ristow y Rühl, 1994) la implementación de los llamados operadores de cascada, para extrapolar el campo de ondas de acuerdo al tipo de variaciones de velocidad y el uso de dominios híbridos, hace que este sea más eficiente, en comparación con otros métodos de migración en  $f-k$ . En este trabajo revisaré un método nuevo creado por J. Yu, de la Universidad de Utah (Yu, 2001), aún no disponible en paqueterías comerciales: migración de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas (*sparse frequency Fourier finite difference migration*). En este método se han implementado mejoras en el algoritmo de migración tradicional de diferencias finitas de Fourier, como son el uso de un filtro de frecuencias densas previo a la extrapolación del campo de ondas, que permite ahorros en tiempo de cómputo. Además, permite un buen manejo de las velocidades en áreas complejas y resolución de echados pronunciados.

Una de las principales desventajas de los métodos de migración de ecuación de onda es que las implementaciones numéricas de los algoritmos incrementan la cantidad de datos que se manejan, lo que aumenta los costos en tiempo de cómputo, sobre todo cuando se tiene el caso de datos en tres dimensiones y antes de apilar. Aunque este problema se ha venido minimizando a través de los años con la creación de más capacidad de cómputo, en estos métodos la eficiencia y la calidad de sus aproximaciones está fuertemente relacionada con las implementaciones numéricas y el procesamiento previo de los datos.

Este trabajo puede servir como un tutorial de métodos de migración sísmica en  $f-k$ , y tiene como objetivo destacar, mediante su aplicación a un problema controlado, la importancia de la migración sísmica en el dominio  $f-k$  como un paso indispensable en la representación sísmica del subsuelo en medios geológicos complejos. Además, demostrar cómo, con herramientas básicas pero prácticas en un ambiente de estaciones de trabajo, y operando con paquetería académica como *Seismic Unix*, es posible adquirir conocimientos de frontera en la obtención de una imagen sísmica del subsuelo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



En el Capítulo II hago una revisión general de los principales métodos de migración en el dominio frecuencia-número de onda ( $f-k$ ) con los que efectué cálculos usando una sección sísmica apilada y de otras que únicamente describo. Las secciones sísmicas apiladas que calculé aparecen en el Capítulo III en el que hago comparaciones entre los métodos de migración de diferencias finitas de Fourier contra los métodos tradicionales de migración en  $f-k$ . En el Capítulo IV hago una discusión de la relación que existe entre los diferentes métodos de migración en  $f-k$ , así como sus implicaciones para el proceso general de formación de imágenes en problemas de sismología de exploración. Para confirmar los cálculos obtengo respuestas al impulso y ejemplos numéricos para ilustrar las ventajas y desventajas de los métodos principales de migración sísmica en el dominio  $f-k$ .

## II. MÉTODOS DE MIGRACIÓN SÍSMICA EN EL DOMINIO DE FOURIER

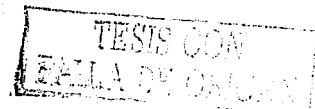
La migración sísmica es el proceso para construir superficies de reflectores a partir de registros de datos sísmicos. La salida del proceso de migración es una sección sísmica en profundidad de la estructura geológica. En general, todos los métodos de migración sísmica constan de dos pasos: una extrapolación del campo de ondas (*i.e.*, una continuación hacia abajo) más una condición de representación (Claerbout, 1985). El punto central de la migración es la extrapolación de campos de onda, pues es aquí donde estudiamos los conceptos fundamentales de los métodos principales de formación de imágenes en el procesamiento de datos sísmicos (Yilmaz, 2001).

Matemáticamente, el campo de ondas debe satisfacer la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (1)$$

donde  $P$  es el campo de presión,  $z$  es la profundidad,  $t$  es el tiempo y  $v$  es la velocidad.

La extrapolación del campo de ondas (Fig. 1), consiste en llevar los datos registrados en superficie con una profundidad  $z=0$ , a una profundidad  $z$ , mediante la solución de la ecuación de onda.



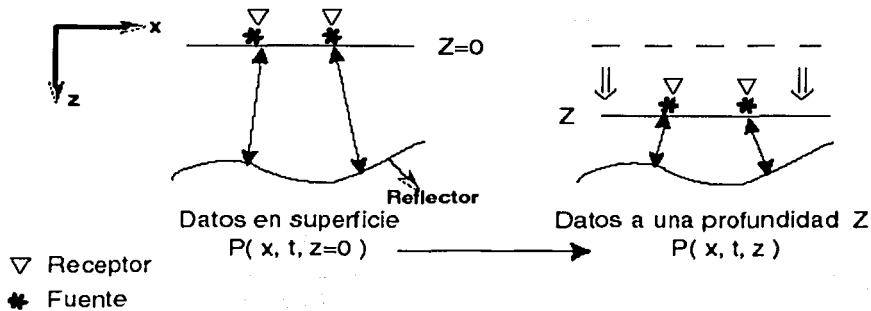


Figura 1. Extrapolación del campo de ondas (modificado de Claerbout, 1985).

En la migración, el proceso de extrapolación del campo de ondas emplea, principalmente, dos técnicas en la solución de la ecuación de onda, el desplazamiento de fase en el dominio de Fourier y el método de diferencias finitas en el dominio frecuencia-espacio.

### II.1. La relación de dispersión

La migración en el dominio de la frecuencia es un método de aproximaciones deterministas. En este método la transformada de Fourier es la técnica fundamental (Stolt, 1978). Un ejemplo sobre como actúa la migración, tanto en el dominio  $f-k$  como en el dominio del espacio, lo podemos apreciar en Chun y Jacewitz (1981), donde se destaca que el aspecto más importante de la transformada de Fourier es que eventos uniformemente dispersos en el dominio de la profundidad son transformados y organizados de manera conveniente, es decir, eventos horizontales son mapeados a lo largo del eje  $k_z$  y eventos verticales son mapeados a lo largo del eje  $k_x$ .

Todos los procesos de migración en el dominio  $f-k$  parten primero de la comprensión y solución de la ecuación de onda acústica, que de manera general es más fácil analizar en dos dimensiones (ver ecuación 1). Para una estructura con una velocidad homogénea, y utilizando los siguientes duales de Fourier

$\frac{\partial}{\partial t} \Leftrightarrow -i\omega$	$\frac{\partial}{\partial x} \Leftrightarrow ik_x$	$\frac{\partial}{\partial z} \Leftrightarrow ik_z$
--	--	--

TESIS CON  
FALLA DE CALIDAD

en el dominio  $f-k$ , la ecuación de onda se puede escribir de la siguiente forma:

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2}. \quad (2)$$

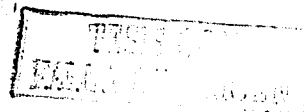
La ecuación anterior se conoce como la relación de dispersión. Esta ecuación es importante porque cualquier campo de ondas acústico y de velocidad constante satisface esta ecuación. En la ecuación 2,  $k_x$  es el número de onda en la dirección lateral (por ejemplo en  $x$ ),  $k_z$  es el número de onda en la dirección vertical,  $v$  es la velocidad de propagación y  $\omega$  es la frecuencia angular (Claerbout, 1985). Si se despeja  $k_z$  de la ecuación de dispersión (ecuación 3) se obtiene su correspondiente ecuación de onda paraxial (ecuación 4):

$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2}. \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \pm i k_z P. \quad (4)$$

La solución de la ecuación anterior es muy importante, ya que de esta y de las diferentes aproximaciones empleadas para resolverla se desprenden todos los métodos de migración en  $f-k$ . Otra ventaja de la relación de dispersión es que proporciona información de cómo el campo de ondas puede depender de cualquier par  $k_x$ ,  $k_z$  u  $\omega$  (o  $x$ ,  $z$ ,  $t$ ) y que estos pueden ser usados en la relación de dispersión sin interferir con la dependencia de la tercera variable. En las ecuaciones 3 y 4, los signos  $\pm$ , indican los campos de onda descendente o ascendente, respectivamente. La solución analítica de la ecuación de onda paraxial es

$$P(z + dz, k_x, \omega) = P(z, k_x, \omega) \exp \pm i k_z dz. \quad (5)$$



Así, la extrapolación del campo de ondas involucra únicamente un desplazamiento de fase en el dominio  $f-k$ . Numéricamente, la relación de dispersión representa muchas ventajas para extrapolar el campo de onda, al ser más sencillo resolver la ecuación de onda en el dominio de Fourier.

## II.2 Métodos tradicionales de migración en el dominio de Fourier

Los métodos de migración de ecuación de onda pueden clasificarse por el dominio de los datos sísmicos de entrada (en el dominio de registros de tiro común y en el dominio del *offset* (distancia fuente-receptor común) y por el dominio del operador para extrapolar el campo de ondas (dominio frecuencia-espacio " $f-x$ " u  $\omega-x$ , frecuencia-número de onda " $f-k$ " u  $\omega-k$ , dominios híbridos " $f-k-x$ " u  $\omega-k-x$ ) (Peng, 2002). Los métodos tradicionales operan sólo en un dominio. Bajo esta categoría existen diferentes grados de exactitud en la aproximación a la respuesta al impulso mediante la ecuación de onda. A continuación describo de manera breve los principales métodos de migración en  $f-k$ .

### II.2.1 Método de Stolt

Stolt (1978) fue uno de los primeros en definir la migración de ecuación de onda o migración en el dominio de Fourier, con la transformación de Fourier de los dos ejes de referencia utilizados en la migración. Para una tierra con velocidades constantes incorpora el campo de ondas en su origen, exacta y correctamente (Claerbout, 1985). Este es uno de los métodos más rápidos y para muchas aplicaciones este es el atributo más importante. El proceso de migración de Stolt se puede esquematizar de la siguiente forma:

A partir del desarrollo de la transformada inversa de Fourier en dos dimensiones de los datos sísmicos de entrada,

$$P(x, z, t) = \iint P(k_x, z = 0, \omega) e^{ik_z z} e^{ik_x x} e^{-i\omega t}, \quad (6)$$

si se aplica la idea de que la imagen  $(x,z)$  es la onda del reflejo explosivo, que en el caso de migración después de apilar involucra evaluar el campo de ondas cuando  $t=0$  (sumatoria de todos los componentes de frecuencias para la posición  $(k_x, z)$ ), y haciendo un mapeo de  $P(k_x, \omega)$  a  $Q(k_x, k_z)$ , además de aplicar el factor de oblicuidad, se obtiene la ecuación 7:

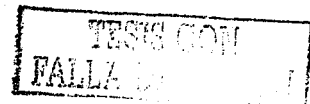
$$P(k_x, z = 0, \omega) \rightarrow Q(k_x, k_z) = \left| \frac{vk_z}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \right| P(k_x, z = 0, \omega = v\sqrt{k_x^2 + k_z^2}) \quad (7)$$

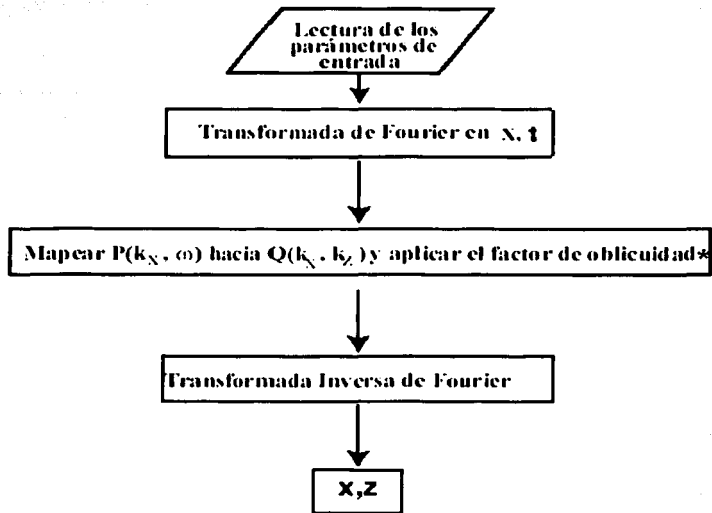
El factor de oblicuidad  $\left| \frac{vk_z}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \right|$  es un valor que está afectado por el ángulo de incidencia, el cual a medida que se incrementa ocasionará que la amplitud disminuya.

Aplicando la transformada inversa de Fourier

$$\text{Imagen } (x, z) = (\text{FFT})^{-1} \left[ \sum_{\omega} P(x, k_x, \omega) \right], \quad (8)$$

se obtiene la imagen final. Sin embargo, esta no es una forma muy atractiva, dado que implicaría una integración doble para todos y cada uno de los niveles  $z$ . La Figura 4 muestra el diagrama de flujo del algoritmo de migración con el método de Stolt.





$$* \quad \frac{d\omega}{dz} = \frac{vk_z}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

Figura 4. Diagrama de flujo del algoritmo de Stolt, donde  $\omega$  es la frecuencia angular y  $k_x$  y  $k_z$  son los números de onda en la dirección horizontal y vertical, respectivamente. Los parámetros de entrada se refieren al campo de ondas registrado en superficie con datos en el dominio  $x-t$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## II.2.2 Método de Gazdag

Gazdag (1978) describió un algoritmo en el que ya se consideran variaciones verticales de velocidad. Este algoritmo es casi tan eficiente en tiempo de cómputo como el método de Stolt, además de ser idéntico para resolver casi por completo la ecuación de onda. El método de Gazdag es un algoritmo en el que simplemente se afecta la fase para cada incremento de profundidad (Gazdag, 1978). La descripción del algoritmo, *grosso modo*, es la siguiente:

El método inicia con la transformada de Fourier de la ecuación de onda (en dos dimensiones)

$$P(x, z, t) = \iint P(k_x, z = 0, \omega) e^{ik_z z} e^{ik_x x} e^{-i\omega t}, \quad (9)$$

donde  $k_z = -\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2}$  se modifica para cada variación de velocidad vertical. Para la continuación hacia abajo hacemos incrementos de  $\Delta z$ :

$$P(k_x, \Delta z, \omega) = P(k_x, 0, \omega) e^{ik_z \Delta z}, \quad (10)$$

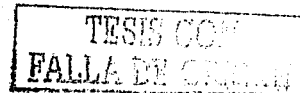
donde a cada intervalo de profundidad,  $\Delta z$ , aplicamos la condición de representación  $t=0$ . Hacemos una suma de todas las frecuencias y obtenemos

$$P(k_x, \Delta z, t=0) = \int P(k_x, 0, \omega) e^{ik_z \Delta z} d\omega. \quad (11)$$

Finalmente, obtenemos la imagen haciendo la transformada inversa de Fourier de  $k_x$

$$\text{Imagen}(x, \Delta z) = P(x, \Delta z, 0) = \int P(k_x, \Delta z, 0) e^{ik_x x} dk_x. \quad (12)$$

Este proceso se repite hasta encontrar todos los reflectores en el siguiente nivel  $\Delta z$ . La Figura 5 muestra el diagrama de flujo de este método.



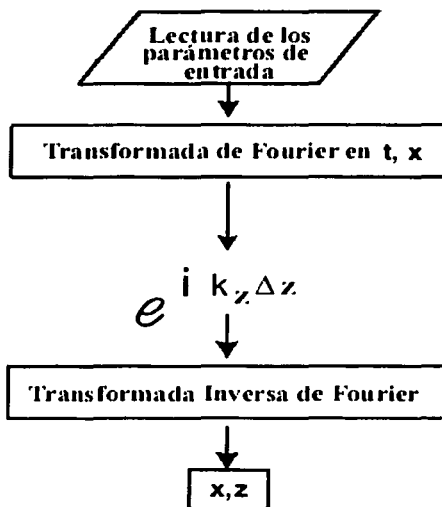
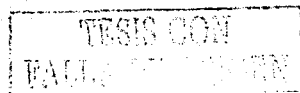


Figura 5. Diagrama de flujo del método de migración de Gazdag. El  $\Delta z$  afecta el exponencial para cada paso de profundidad.

La diferencia entre los métodos de Stolt y de Gazdag es que mientras el primero es un método directo, que considera velocidad constante, el segundo es un método recursivo, que considera variaciones de velocidad vertical y aplica un corrimiento de fase en cada intervalo de profundidad. Sin embargo, tanto el método de migración por desplazamiento de fase de Gazdag como el método de Stolt requieren un medio lateralmente homogéneo [*i.e.*,  $v(z)$ ], quedando entonces como métodos de migración esencialmente en tiempo.

La principal diferencia entre la migración en tiempo y en profundidad es el manejo que se hace de las velocidades. En la migración en tiempo, el cambio punto a punto del modelo de velocidad se realiza con una velocidad de migración constante para cada punto de la imagen (Gray *et. al.*, 2001). En general, la migración en tiempo reproduce una imagen que no es válida para el modelo geológico del campo de velocidades. En contraste, la migración en profundidad utiliza un campo de velocidades de intervalo. Las velocidades de intervalo usadas son un promedio de las velocidades del modelo empleado. Este promedio se elige con base en algunas distancias características como las longitudes de onda. Esto permite que la migración en profundidad





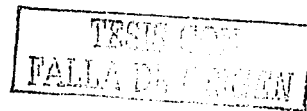
empleada para modelar el comportamiento sísmico de una onda dentro de la tierra sea mucho más exacta que la migración en tiempo.

Las ventajas de los métodos de Stolt y de Gazdag es que son capaces de migrar reflectores con echados de hasta 90°. Además, ambos métodos son estables, no requieren un espaciamiento especial en la malla y son exactos. Dadas sus ventajas, la gente ha extendido estos métodos para tener métodos de migración en profundidad, considerando medios con variaciones laterales de velocidad  $v(x, z)$ .

### 11.2.3 Método de desplazamiento de fase más interpolación

Como mencioné antes, el método tradicional de desplazamiento de fase no se adapta a datos de campo con fuertes variaciones laterales de velocidad. Gazdag y Sguazzero (1984) ofrecen un método que considera variaciones laterales de velocidad en el modelo geológico. Este método, conocido como de desplazamiento de fase más interpolación (*DFMI*) utiliza los principios básicos del método de desplazamiento de fase. Se comienza con una velocidad para cada profundidad, que puede ser obtenerse a partir de varias velocidades de referencia, con el fin de obtener mayor exactitud donde existan variaciones laterales de velocidad. A cada profundidad el campo de ondas se propaga en el dominio  $f-k$  u  $\omega-k$  con cada una de las velocidades de referencia, con lo que obtenemos múltiples campos de onda de referencia. Entonces, aplicando la transformada inversa de Fourier regresamos los campos de onda de referencia hacia el dominio  $f-x$  u  $\omega-x$ . El campo de ondas original se obtiene interpolando linealmente los campos de onda de referencia, basándose en la relación de desplazamiento de la velocidad local hacia las velocidades de referencia. Este método es muy exacto para echados pequeños. Gazdag y Sguazzero (1984) introducen una variación lateral en desplazamiento del tiempo en el dominio  $\omega-x$ , como un preprocesamiento de los datos de entrada. Específicamente, definen una modificación en el campo  $P^*(z)$  en el dominio del espacio mediante,

$$P^*(z) = P(z) \exp \left[ \pm i \frac{\omega}{v(x)} dz \right], \quad (13)$$



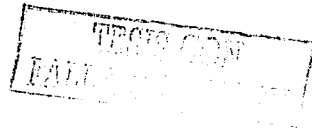
y transforman  $P^*(z)$  al dominio del número de onda mediante la transformada rápida de Fourier. En el dominio del número de onda, la influencia de los cambios previos en el desplazamiento del tiempo se compensa por el término  $\frac{\omega}{v_r} dz$  en la siguiente fórmula:

$$P(z + dz) = P^*(z) \exp \left[ \pm i \left( k_z \mp \frac{\omega}{v_r} \right) dz \right]. \quad (14)$$

Aquí,  $v_r$  es la velocidad de referencia,  $k_z$  es el número de onda vertical, definido como  $\sqrt{\left(\frac{\omega}{v_r}\right)^2 - k_x^2}$ , y  $P^*$  es la transformada de Fourier del campo de ondas  $P^*$  del dominio  $(\omega, x)$  al dominio  $(\omega, k_x)$ .

Dado que estamos trabajando con campos de onda complejos, es necesario elegir dos caminos para hacer las interpolaciones lineales. Uno de ellos es interpolar la amplitud y el ángulo de fase individualmente, y otro es interpolar las partes real e imaginaria, también individualmente. La periodicidad del ángulo de fase (siempre de  $2\pi$ ), sugiere que debemos elegir la última opción con el fin de no tener problemas de traslape (*wraparound*). El traslape es un fenómeno en el que hay una periodicidad que se extiende de un campo de ondas, al propagar los dominios en un cálculo de cómputo, lo cual provoca que exista una interferencia de la fase con el campo de ondas actual. También, experimentos numéricos con estos dos esquemas de interpolación prueban que la interpolación individual de la parte real e imaginaria introduce menos ruido numérico y se producen imágenes más claras (Han, 2000).

La exactitud del método *DFMI* está directamente relacionada con el número de velocidades de referencia usadas en cada profundidad. Este número depende de la cantidad de variaciones laterales de velocidad en cada profundidad. La Figura 6 muestra el diagrama de flujo para el método de desplazamiento de fase más interpolación.



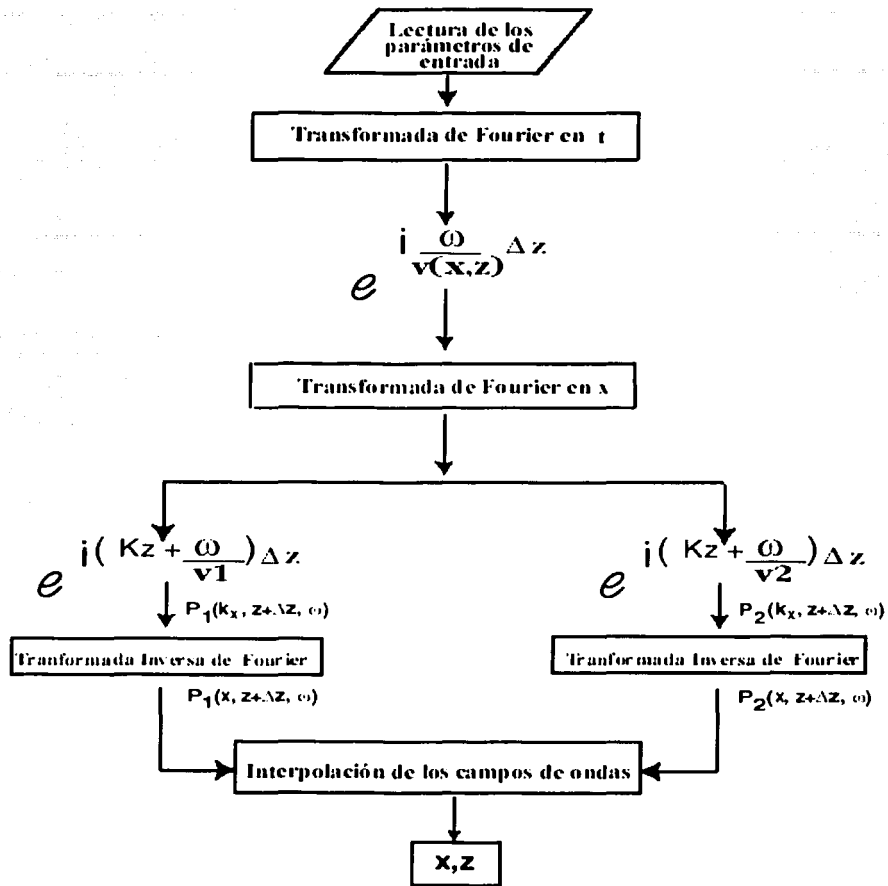


Figura 6. Diagrama de flujo del método de desplazamiento de fase más interpolación.  $P_1$  y  $P_2$  son los campos de ondas obtenidos con diferentes velocidades de referencia.

#### II.2.4 Método de diferencias finitas

Cuando Claerbout resolvió en 1976 la ecuación diferencial de onda, utilizando diferencias finitas, el método se convirtió en la mejor alternativa para migrar datos provenientes de medios con velocidades variables. La diferencia con el método de migración de desplazamiento de fase, es que

el método de diferencias finitas (*DF*) trabaja en el dominio frecuencia-espacio, y es eficaz en el manejo de variaciones laterales de velocidad.

La derivación del método *DF* comienza a través de la ecuación de onda acústica paraxial, en el dominio frecuencia-número de onda, y aproximamos la raíz cuadrada en  $k_z$  con fracciones continuas. La idea al utilizar fracciones continuas es usar relaciones de recurrencia para aproximar una función.

Para la función de la raíz cuadrada

$$R = \sqrt{1 - S^2} \quad (15)$$

Donde  $S$  es sólo un número y se mantendrá en la siguiente relación de recurrencia

$$R_{n+1} = 1 - \frac{S^2}{1 - R_n} \quad (16)$$

cuando  $n \rightarrow \infty$ ,  $R_n$  converge a  $R$ . Para una aproximación de segundo orden obtenemos

$$R_2 = 1 - \frac{S^2}{2 - \frac{1}{2}S^2} \quad (17)$$

Usando esta ecuación para aproximar la función de la raíz cuadrada en  $k_z$  y definiendo  $S = \frac{v}{\omega} k_x$  obtenemos

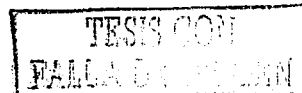
$$k_z = \frac{\omega}{v} \left( 1 - \frac{0.5S^2}{1 - 0.25S^2} \right) \quad (18)$$

Asociando el operador de diferencias parciales  $-i\partial_x$  con  $k_x$  y  $-i\partial_z$  con  $k_z$ , obtenemos una aproximación de segundo orden de la ecuación de onda paraxial,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = i \frac{\omega}{v} \left( 1 + \frac{0.5Sx^2}{1 + 0.25Sx^2} \right) P, \quad (19)$$

donde

$$Sx = \frac{v}{\omega} \partial_x \quad (20)$$



Dado que las dos últimas ecuaciones están en el dominio frecuencia-espacio ( $f-x$  u  $\omega-x$ ), la velocidad  $v$ , puede libremente tomar la forma  $v(x, z)$ , i.e., la velocidad puede variar de una a otra celda de la malla del modelo. Nótese que el factor que multiplica  $P$ , en la parte derecha de la ecuación 19 contiene 2 términos. El primero es el factor  $i \frac{\omega}{v}$  llamado término de lente delgada. Este responde en sitios con variación lateral de velocidad. Este término no es otra cosa que aplicar el desplazamiento en tiempo constante del campo de ondas. El segundo término se conoce como el término de difracción, porque colapsa las hipérbolas de difracción en los datos sísmicos.

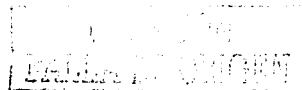
Para obtener la solución de una aproximación de segundo orden de la ecuación de onda paraxial, el método de separación es comúnmente utilizado. Esto es, primero aplicamos el término de lente delgada al campo de ondas de entrada, entonces el campo de ondas obtenido al final resulta de aplicar el término de difracción al campo de ondas intermedio. El término de lente delgada se resuelve analíticamente y el término de difracción es resuelto por un método de diferencias finitas. Basado en una aproximación de diferencias finitas implícita, el término de difracción se calcula por medio de un sistema lineal de una matriz tridiagonal que puede resolverse eficientemente con el método de Crank-Nicolson (Claerbout, 1985).

El método implícito  $DF$  es exacto sólo para echados cercanos a  $45^\circ$ . Sin embargo, muchas situaciones requieren que maneje echados más allá de  $45^\circ$ . Para resolver las limitaciones en el echado por el algoritmo de diferencias finitas implícitas, se utiliza una optimización de la ecuación

$$k_{zopt} = \frac{\omega}{v} \left( 1 - \sum_i \frac{a_i S^2}{1 - b_i S^2} \right). \quad (21)$$

Aquí,  $k_{zopt}$  es  $k_z$  optimizada por medio de cuadrados mínimos para minimizar la diferencia entre  $k_{zopt}$  y  $k_z$ , para ajustar los parámetros  $a$  y  $b$  sobre el rango de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .

La aproximación por diferencias finitas en el dominio  $x-t$  tiene algunas dificultades, especialmente para el proceso de migración en tres dimensiones (Wu, 2003). Una de estas dificultades es la dispersión numérica originada por la discretización rectangular de la malla en el dominio del espacio, lo cual provoca que se tengan diferentes velocidades de propagación de ondas para diferentes ángulos. Esta dispersión causa errores y artefactos numéricos en la imagen. Usualmente, la supresión de estos artefactos provoca una gran atenuación de ondas con ángulos de



propagación grandes que son importantes para representar estructuras de pendientes grandes. Otra dificultad es la predisposición del método a la inestabilidad numérica. La Figura 7 describe el diagrama de flujo del método *FD*.

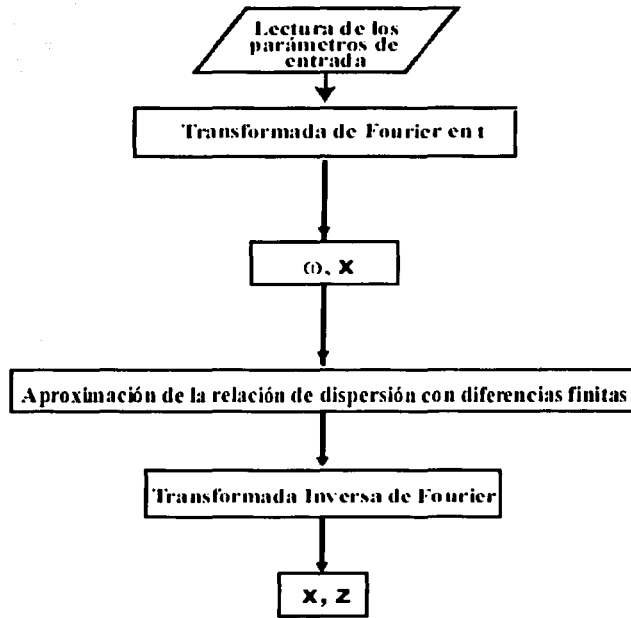


Figura 7. Diagrama de flujo del método de diferencias finitas. La aproximación de la relación de dispersión depende del grado de exactitud de la ecuación de onda paraxial.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## II.2.5 Método de paso separado

Stoffa *et al.* (1990) introdujeron el método de paso separado (*PS*) como una alternativa para los métodos anteriores para medios con velocidad variable lateralmente. De manera semejante al método *DFMI*, el método *PS* también involucra una extrapolación del campo de ondas en el dominio frecuencia-número de onda y una corrección local de velocidad con el término de lente delgada, es decir, un cambio de fase en el dominio espacio-frecuencia, pero esta secuencia es opuesta al método *DFMI*. Para el *PS* la corrección por el término de lente delgada o un cambio de fase se da previo a la extrapolación del campo de ondas y se realiza en el dominio del número de onda. En este método en lugar de utilizar velocidades múltiples de referencia para propagar el campo de ondas, se utiliza sólo una velocidad de referencia que puede ser una velocidad promedio, la RMS (velocidad media cuadrática) o un inverso del promedio de lentitud de cada intervalo (o cambio de velocidad). La velocidad de referencia elegida entre estas alternativas no es crítica para los resultados de la migración.

El método *PS* está basado en una teoría de perturbación, según la cual podemos dividir el campo lateral de velocidad variable en un término constante ( $v_0$ ) más un pequeño término de perturbación,

$$v(x,z) = v_0(z) + \delta v(x,z) . \quad (22)$$

Primero usamos  $v_0(z)$  para propagar el campo de ondas en el dominio  $(\omega, k_x)$  de la siguiente forma

$$P'(z + dz, k_x, \omega) = P(z, k_x, \omega) \exp \left[ \pm i \sqrt{\left(\frac{\omega}{v_0(z)}\right)^2 - k_x^2} dz \right] . \quad (23)$$

Entonces,  $P'(z + dz, k_x, \omega)$  es transformado de regreso al dominio del espacio y el término de lente delgada es aplicado para cuantificar la variación lateral de velocidad

$$P(z + dz, x, \omega) = P'(z + dz, x, \omega) \exp \left[ \pm i \left( \frac{\omega}{v(x,z)} - \frac{\omega}{v_0(z)} \right) dz \right] . \quad (24)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

De las ecuaciones (23) y (24),  $P'$  es el campo de ondas intermediario. Cabe aclarar que para fuertes variaciones laterales del campo de velocidades, la teoría de perturbación falla y más de una velocidad de referencia es requerida para el método  $PS$ . Sin embargo, con múltiples velocidades de referencia el costo del método  $PS$  se incrementa (Han, 1998). La Figura 8 representa el diagrama de flujo del método  $PS$ .

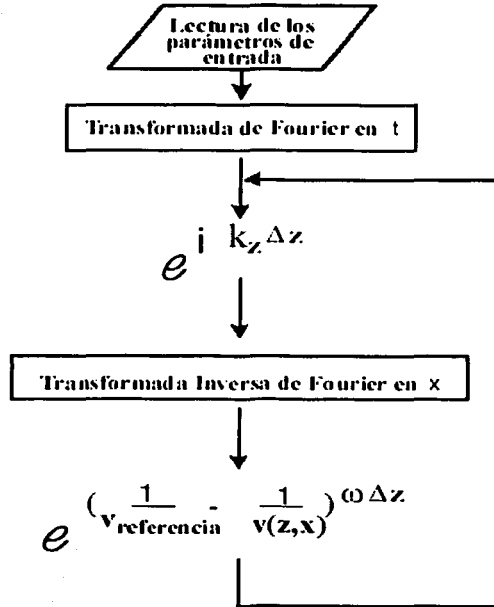


Figura 8. Diagrama de flujo del método de paso separado

### II.3 Nuevos métodos de migración en el dominio de Fourier

Cuando utilizo el término “nuevos métodos en el proceso de migración”, me refiero a los nuevos y mejores métodos de migración sísmica, los cuales para realizar la extrapolación del campo de ondas se ejecutan en diversas combinaciones de dominios (Wu, 2003). Estos métodos, a diferencia de los métodos tradicionales, que operan en un sólo dominio ( $f-k$  o  $f-x$ ), hacen un mejor uso de las operaciones en cada combinación de dominios que emplean, lo que resulta en propagadores del campo de ondas más eficientes y exactos en medios heterogéneos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

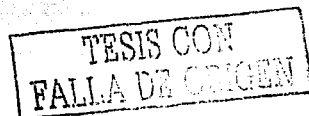


Los métodos que utilizan dominios híbridos fueron introducidos a comienzos de los años noventa con el método de paso separado (Stoffa *et al.*, 1990) y el de pantalla de fase (*phase-screen method*) (Wu, 2003). Dichos métodos representaron una alternativa a las soluciones por diferencias finitas en el dominio del espacio y tiempo ( $x-t$ ), que entonces era la mejor opción para resolver el problema de obtener imágenes de estructuras complejas en medios heterogéneos. Estos métodos operan en el dominio de la frecuencia y utilizan los dominios híbridos con operaciones que alternan mediante la transformada rápida de Fourier, entre el dominio del espacio y el número de onda. Recientemente, varias extensiones y modificaciones se han hecho para mejorar la exactitud de grandes ángulos de propagación con métodos híbridos (con alternancia entre el dominio  $f-k$  y  $f-x$ ). Estos métodos pueden clasificarse como de pseudopantalla, pantalla compleja y de pantalla. Los métodos de diferencias finitas de Fourier, como su nombre lo indica, utilizan diferencias finitas para corregir los problemas de ángulos grandes de los propagadores de pantalla de fase (*phase-screen*).

A continuación describo los métodos de diferencias finitas de Fourier, incluyendo el método nuevo al que he denominado como “*migración de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas*”. Además, hago una breve descripción del operador de cascada, que es una técnica empleada por los algoritmos de diferencias finitas de Fourier para mejorar la respuesta al impulso en medios complejos de echados con pendientes fuertes y fuertes contrastes de velocidad.

### II.3.1 Método de diferencias finitas de Fourier

Ristow y Rühl (1994) introducen el método de diferencias finitas de Fourier (*DFF*) como una alternativa para resolver el problema de migrar secciones en medios con contrastes fuertes de velocidad (>20%) y pendientes grandes. En este método la extrapolación del campo de ondas puede ser determinada analíticamente, en el dominio frecuencia-número de onda y frecuencia-espacio, utilizando el kernel



$$\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2(x,z)} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \approx \underbrace{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}}}_I + \underbrace{\left(\frac{\omega}{v(x,z)} - \frac{\omega}{c}\right)}_{II} +$$

$$\frac{\omega}{v(x,z)} \left(1 - \frac{c}{v(x,z)}\right) \underbrace{\frac{v^2(x,z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{v^2(x,z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}_{III} + \frac{v^2(x,z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (25)$$

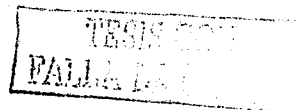
donde  $v(x, z)$  es la velocidad de fondo o de referencia, y  $c$  es una velocidad de referencia constante con  $c \leq v(x, z)$ . Los parámetros  $a1$ ,  $b1$ ,  $a2$  y  $b2$ , son algunos parámetros ajustables que dependen de  $p = c/v = p(x)$ . Para hacer más simple la ecuación, los parámetros  $a$  y  $b$  del término III son simplificados en un solo término, donde

$$a=2 \text{ y } b = \frac{1}{2} \left\{ \frac{c^2}{v^2} + \frac{c}{v} + 1 \right\} \quad (25a)$$

La expansión de Taylor en ambos lados de la ecuación (25) muestra que los coeficientes de los términos hasta la segunda potencia en  $v^2(x,z)/\omega^2 \partial^2/\partial x^2$  son idénticos. De esto se puede decir que la salida en este esquema de migración contrasta con los esquemas convencionales de diferencias finitas, ya que el coeficiente  $b$  no es constante y se adapta a la función de velocidad. La Figura 9 representa el diagrama de flujo del algoritmo del método *DDF*.

### III.3.1.1 El operador de cascada

La aproximación exacta a la raíz cuadrada para el lado derecho de la ecuación (25), como se menciono anteriormente, es el kernel del nuevo método presentado aquí. El operador exacto es dividido en tres operadores. El operador *I* (ecuación 25) es el operador de desplazamiento de fase aplicado en el dominio  $\omega$ - $x$ . El operador *II* (ecuación 25) es el término de corrección de primer orden (Stoffa *et al.*, 1990). El nuevo operador *III* (ecuación 25) que se suma es un operador de corrección de segundo ( $b=0$ ) y tercer orden ( $b \neq 0$ ), respectivamente. Estos operadores son similares a los llamados operadores de diferencias finitas de  $15^\circ$  ( $b=0$ ) o  $45^\circ$  ( $b \neq 0$ ), respectivamente.



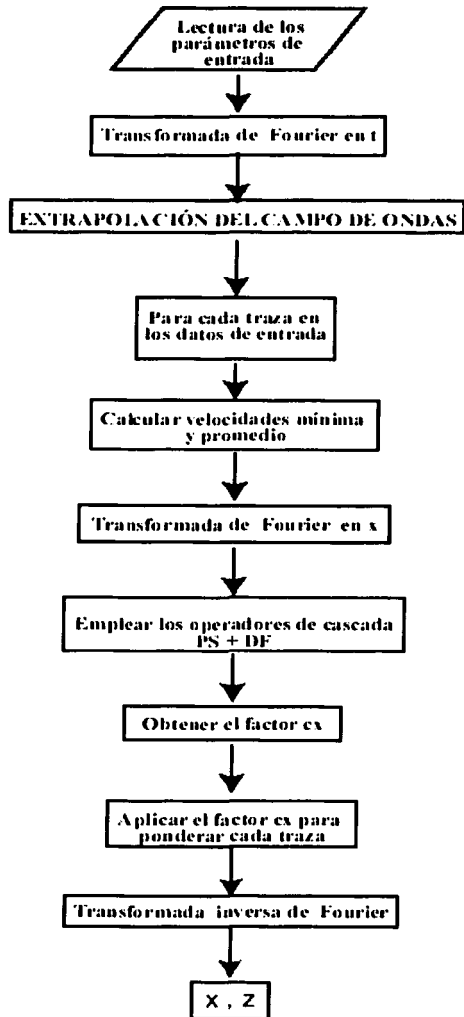
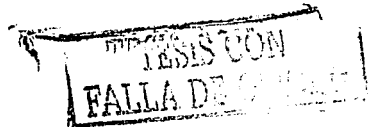


Figura 9. Diagrama de flujo del método de diferencias finitas de Fourier.



Por otro lado, la continuación hacia abajo de  $z$  hacia  $z+\Delta z$  se hace en dos pasos. En el primero el operador de desplazamiento de fase se aplica en el dominio  $\omega-k$ . En el segundo paso, los operadores **II** y **III** se aplican en el dominio  $\omega-x$ .

A continuación discutiremos tres casos:

- 1) Cuando no existen variaciones laterales de velocidad  $p(x)=c/v=1$
- 2) Cuando existen variaciones laterales muy fuertes de velocidad  $p \approx 0$  y
- 3) Cuando hay variaciones laterales intermedias de velocidad  $0 < p < 1$

**Caso,  $p=1$ .** Si en el paso de  $z$  hacia  $z+\Delta z$  no existe variación lateral de velocidad ( $v(x,z)=c$ ), automáticamente los operadores **II** y **III** desaparecen y resulta una simple migración de desplazamiento de fase

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2(x,z)}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad (26)$$

para  $v(x,z) = c$ .

**Caso,  $p \approx 0$ .** Si de  $z$  hacia  $z+\Delta z$  existe una fuerte variación lateral de velocidad, esto es  $c \ll v(x,z)$ , entonces (suponiendo que  $c \approx 0$ ) el operador de desplazamiento de fase **I** convierte  $\omega/c$  con  $p$  aproximándose a cero, por lo que el operador de diferencias finitas es el que actúa

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2(x,z)}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \approx \frac{\omega}{v(x,z)} \left( 1 + \frac{\frac{v^2(x,z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{2 + b \frac{v^2(x,z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right). \quad (27)$$

En este caso, de acuerdo con la ecuación (25a),  $b=0.5$ . Si  $b=0$  obtenemos el operador de migración a  $15^\circ$  y para  $b=0.5$  el operador de  $45^\circ$  (Claerbout, 1985)

$$\sqrt{1-u^2} \approx 1 - \frac{1}{2}u^2 \quad (15^\circ \text{ si } b=0)$$

$$\sqrt{1-u^2} \approx 1 - \frac{u^2}{2-0.5u^2} \dots \dots (45^\circ \text{ si } b=0.5).$$

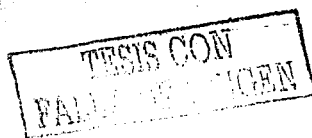
**Caso  $0 < p < 1$ .** De acuerdo con la ecuación (25a),  $b$  es variable en el rango  $0.5 < p < 1.5$ . Debido a que en los casos actuales siempre consideraremos un campo con velocidades variables, todos los operadores de la ecuación serán aplicados de manera “híbrida”.

Para aplicaciones prácticas procedemos de la siguiente forma, la función de velocidad  $v = v(x, z)$  se conoce del trayecto de  $z$  a  $z + \Delta z$ . Entonces, suponemos que esta velocidad  $v$  sólo depende de  $x$  y que no varía con la profundidad  $z$ . La velocidad constante  $c$ , en el entorno, puede calcularse fácilmente como  $c = \min_x v(x, z)$ . Por lo tanto, el cociente  $p = \frac{c}{v(x)}$ , se conoce para todas las  $x$ . Si  $p$  es igual o aproximadamente igual a uno, entonces el programa de continuación hacia abajo automáticamente eliminará los términos II y III en la ecuación. En general, el método *DFE* es un híbrido de los métodos *PS* y *DF*, y combina las características de cada uno.

### II.3.2. Método de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas

El método de migración de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas (*DFEFD*) utiliza los algoritmos de los métodos de diferencias finitas de Fourier (*DFE*) o paso separado (*PS*) más diferencias finitas (*DF*). La diferencia con estos métodos es que emplea un basto remuestreo del campo de ondas principal en el dominio de la frecuencia. Con este procedimiento, la porción principal del campo de ondas es capturada y podemos reconstruir de manera muy aproximada la señal original. La principal ventaja del método *DFEFD* es que conserva las características del método *DFE* pero es más rápido.

Una gran parte del costo computacional al calcular el campo de ondas fuente son los ciclos de frecuencias para cada lapso de extrapolación a profundidad. En los métodos de migración de Fourier cada componente de frecuencia del campo de ondas tiene que usarse para cada extrapolación en profundidad. El método de diferencia finitas de Fourier con frecuencias densas, creado por J. Yu, de la Universidad de Utah, utiliza un remuestreo amplio en el dominio de la frecuencia como el camino más apropiado para reducir los costos en cálculos (Yu, 2001). En este método cada extrapolación a profundidad, del campo de ondas principal, requiere un remuestreo amplio en el dominio de la frecuencia. De acuerdo con el teorema de muestreo, las muestras amplias en el dominio de la frecuencia nos producen un traslape en el dominio del tiempo. Esto es



que la energía final de arribos se sobrepone a la energía inicial de arribos. Bajo este concepto, el ancho de la parte principal del campo de ondas sale del periodo traslapado y el campo de ondas principal correcto puede obtenerse en cada extrapolación a profundidad.

A continuación discutiré parte del código del algoritmo de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas (Figura 10), donde remarcaré las diferencias con el método de diferencias finitas de Fourier.

Todos los métodos de migración en  $f-k$  emplean en el algoritmo los siguientes parámetros:

- $nx$  tamaño de la malla de la imagen y el modelo de velocidad, en la dirección lateral
- $nz$  tamaño de la malla de la imagen y el modelo de velocidad, en la dirección vertical
- $nt$  número de puntos muestreados en el registro del sismograma
- $dx, dz$  intervalo espacial en la imagen y en el modelo de velocidades
- $dt$  intervalo de muestreo temporal en segundos.

El método *DFFFD* también utiliza los siguientes parámetros:

- $f1, fn$  frecuencias mínima y máxima, respectivamente, que dependerán del teorema de muestreo
- $ratio$  relación señal/ruido.

Con estos parámetros, el método *DFFFD* hace una selección de frecuencias:

$$if1 = f1/df + 1$$

$$ifn = fn/df + 1$$

$$nf = (ratio * (ifn - if1 + 1))$$

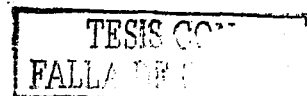
$$logcoef = (\log(f1) - \log(fn)) / nf$$

$$coef = \exp(logcoef)$$

$$freq0(1) = f1$$

$$freq0(i+1) = freq0(i) / coef$$

Posteriormente, y antes de la extrapolación del campo de ondas, el algoritmo hace un remuestreo de las frecuencias donde si  $f00 - freq0(ik) < 0.5 * df$  ( $f00 = df * if$ ,  $df = 1 / nt * dt$  y  $k = i + 1$ ), el algoritmo continua siendo exactamente el mismo que el del método convencional de diferencias finitas de Fourier (Figs. 9 y 10).



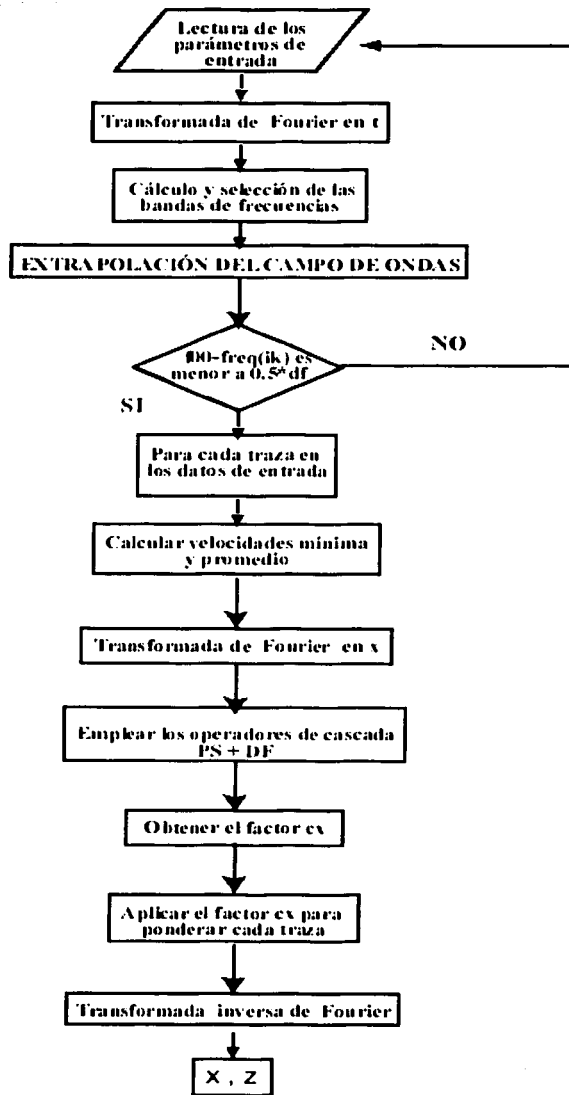
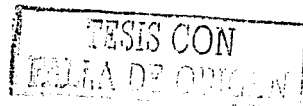


Figura 10. Diagrama de flujo del método de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas.



### III. RESULTADOS

#### III.1 Ejemplos canónicos

Un ejemplo canónico es aquel que sirve como regla para juzgar algo. En los operadores de migración sísmica el ejemplo canónico es la respuesta al impulso. Con el fin de comparar la eficacia de los operadores de migración de diferencias finitas de Fourier, después de apilar, obtuve la respuesta al impulso de los diferentes operadores de migración en el dominio frecuencia – número de onda ( $f-k$ ): Stolt, Gazdag, desplazamiento de fase más interpolación (*DFMI*), diferencias finitas (*DF*), paso separado (*PS*), diferencias finitas de Fourier (*DFF*) y por el método nuevo de diferencias finitas de Fourier de frecuencias densas (*DFFFD*).

##### III.1. 1 Migración después de apilar

Como mencioné en el capítulo I, la migración es una extrapolación del campo de ondas hacia abajo más una condición de representación. Esta condición de representación, en el caso de migración después de apilar, tiene sus principios en el concepto de reflector explosivo (Claerbout, 1985). De acuerdo con Claerbout (1985), si en un experimento teórico las fuentes y los receptores coinciden en un registro de *offset* cero (distancia fuente-receptor nula), las trayectorias de los rayos van y regresan desde la fuente al reflector por el mismo trayecto (Fig. 11a). Este fenómeno puede simularse con el modelo de reflector explosivo (Fig. 11b). En esta sección, todos los puntos de reflectividad [ $r(x, z)$ ], a lo largo del reflector, serán considerados como fuentes que explotarán en un mismo tiempo ( $t=0$ ), generando un campo de ondas que se propaga hacia arriba. Esto afectará la velocidad real del experimento, que será considerada a la mitad para todos los arribos lleguen al mismo tiempo. Además, como los puntos a lo largo del reflector explotan en el tiempo cero, esta será la condición de representación que detendrá la extrapolación hacia abajo del campo de ondas para obtener nuestra migración.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



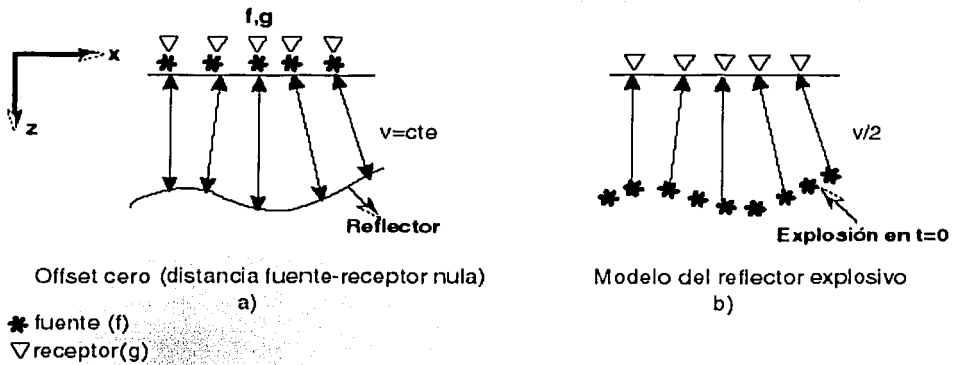


Figura 11. (a) Trazas en un registro de offset cero y (b).trazas con el modelo de reflector explosivo (Modificado de Claerbout, 1985)

Como realmente no existen registros de *offset* cero, el apilado será el proceso que nos dará una aproximación a las trazas de *offset* cero (Fig. 12).

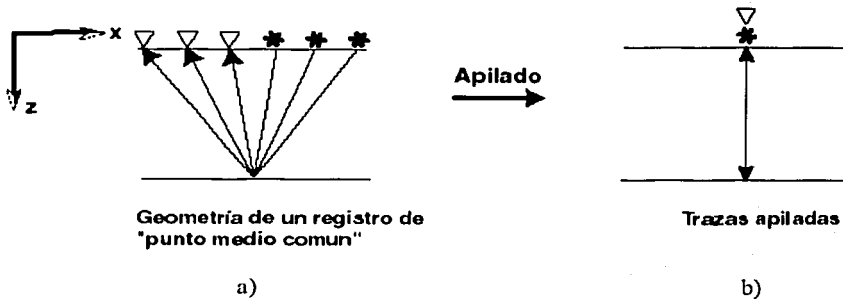


Figura 12. (a) Geometría de un registro de punto medio común y (b) geometría de las trazas después de apilar (Modificado de Claerbout, 1985).

1984  
FALLA DE ORIGEN

### III.1.1.2 Respuesta al impulso de la migración

La migración es un proceso de transformación lineal, que puede investigarse mediante la respuesta al impulso en el medio. Si se considera un sistema lineal como un operador matemático que transforma una señal de entrada en una señal de salida, el efecto que el sistema tiene sobre la señal de entrada puede ser completamente descrito por la respuesta al impulso como una función en el dominio del tiempo o por su transformación al transferir la función al dominio de la frecuencia (Figura 13) (Stein, 2002). En el caso de la migración, la respuesta al impulso dependerá de la solución a la ecuación de onda y su correspondiente relación de dispersión. Dicha relación de dispersión es la transformada de Fourier de la ecuación de onda escalar. Si a la ecuación de onda (ecuación 1) la transformamos con los duales de Fourier, obtenemos la ya conocida relación de dispersión, cuya gráfica correspondiente se muestra en la Figura 14, y representa gráficamente la respuesta al impulso para todos los ángulos posibles de echado, para el caso de migración después de apilar (condición de representación  $t=0$  o de *offset* cero).

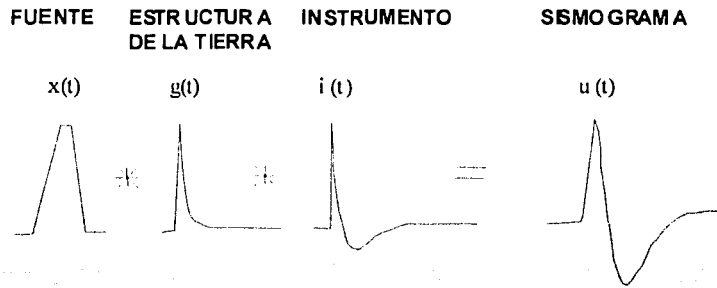


Figura 13. Un sismograma puede ser modelado realizando la convolución de una señal de la fuente con operadores que representen los efectos de la estructura de la Tierra y los instrumentos (geófonos). Esto se realiza en el dominio del tiempo con una serie de convoluciones  $u(t)=x(t)*g(t)*i(t)$ , o en el dominio de la frecuencia como una serie de multiplicaciones,  $U(\omega)=X(\omega)G(\omega)I(\omega)$  (Tomado de Stein, 2002).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

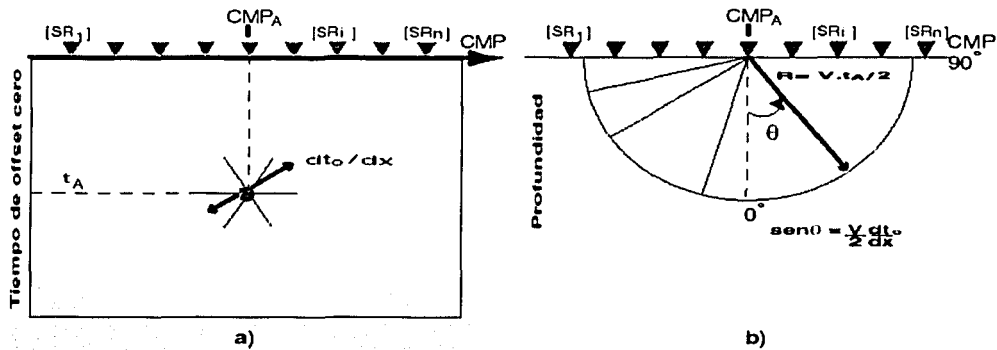


Figura 14. (a) Impulso en el dominio del tiempo en una sección de offset cero, (b) respuesta al impulso. En b se indica con una flecha la dirección en que crecen los grados de aproximación de la respuesta al impulso (Modificado de Robein, 2003).

La mayoría de los métodos de migración en el dominio frecuencia-número de onda sólo se aproximan a resolver la mitad inferior del círculo (solución parcial de la ecuación de onda). Esta descripción geométrica parcial tiene sus fundamentos en causas físicas, ya que sólo se considera el semicírculo inferior debido a que las ondas que nos interesan son solamente las ascendentes, de acuerdo con el modelo del reflector explosivo.

### III.1.3. Respuestas al impulso con diferentes operadores de migración

Mediante los comandos que existen en la paquetería de *Seismic Unix* (Stockwell, 1999) y para obtener las respuesta al impulso con cada método de migración, generé un modelo sintético que simula una sección de *offset* cero de 512 trazas separadas cada 4 metros, con 256 muestras en tiempo e intervalo de muestreo de 0.004 s, con un impulso en el centro del modelo ( $nx/2$  y  $nt/2$ ).

Con la intención de comparar la eficiencia de los algoritmos de migración, generé 3 modelos de velocidad: el primero de velocidad constante con  $v(x,z)=2500.0$  m/s y  $nx=512$  m

$nz=512$  m, el segundo con variación lateral de velocidad y el tercero de velocidad variable en ambas direcciones. Para los algoritmos de migración en profundidad (*DFMI*, *PS*, *DF*, *DFD* y *DFDD*) fue necesario calcular la transpuesta de la matriz del modelo de velocidades, para los cálculos de los operadores de migración, en la parte en la que se considera el término de lente delgada, que considera las variaciones laterales de velocidad. Esto es porque la extrapolación del campo de ondas se hace de arriba hacia abajo y los procesos para leer los algoritmos se realizan de abajo hacia arriba y de izquierda a derecha.

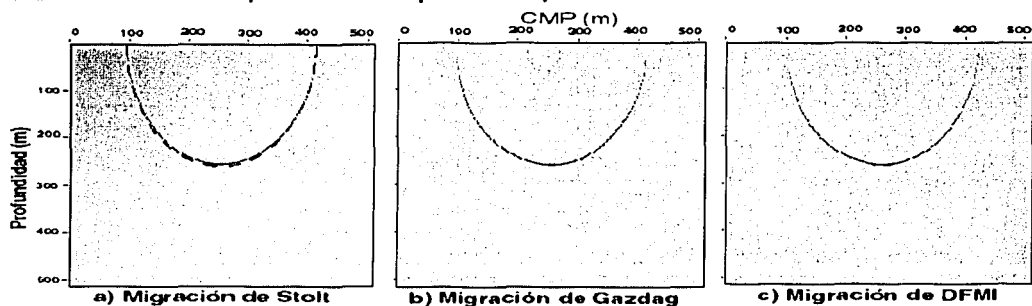
Con el fin de mejorar la resolución en la imagen, en los métodos de migración en profundidad consideré  $nz=512$  m y  $dz=2.5$  m. Es importante aclarar que al hacer muestreos finos en  $dz$ , el tiempo de cómputo se incrementa. Los resultados obtenidos para cada modelo de velocidad aparecen en las gráficas 15, 16 y 17, respectivamente. Es necesario mencionar que todos los algoritmos utilizados en este trabajo se encuentran en la paquetería de *Seismic Unix*, a excepción del programa de diferencias finitas de Fourier de frecuencias densas.

De los resultados obtenidos (Figuras 15a y 15b) se observa que los métodos de Stolt y Gazdag son eficientes para resolver pendientes con ángulos de  $90^\circ$ . En la Figura 15a la línea punteada muestra la respuesta al impulso deseada. El semicírculo está resuelto de manera exacta.

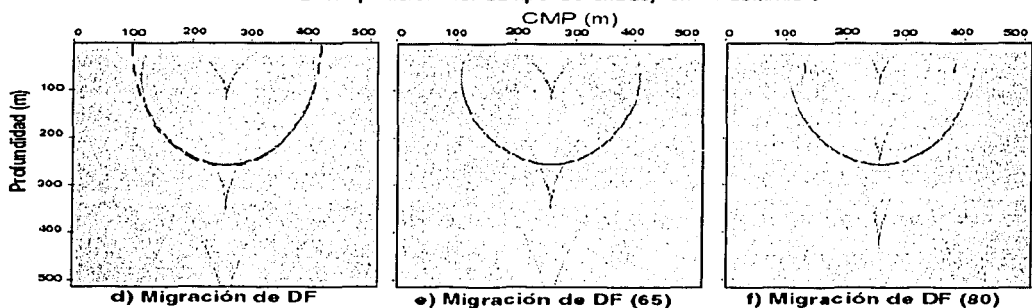
Las desventajas de los métodos de Stolt y Gazdag es que los algoritmos son útiles en medios no complejos, es decir, en aquellos en los que no existen variaciones laterales de velocidad. El método *DFMI* al igual que los métodos de Stolt y Gazdag trabaja sólo en el dominio  $f-k$  o  $\omega-k$  (Gazdag y Sguazzero, 1984) y es efectivo para resolver pendientes de  $90^\circ$  cuando se considera un modelo de velocidades constantes (Fig. 15c). Sin embargo, se observa que entre más aumenta la complejidad del modelo de velocidades, el método se hace cada vez más ineficiente para resolver los  $90^\circ$  (Fig. 16b y Fig. 17b).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Extrapolación del campo de ondas, exclusivamente en el dominio  $f-k$



Extrapolación del campo de ondas, en el dominio  $f-X$



Extrapolación del campo de ondas, en el dominio  $f-X-k$

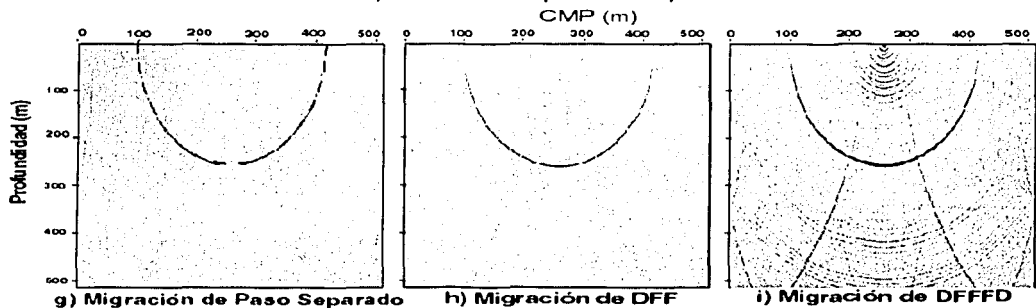


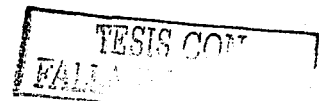
Figura 15. Respuesta al impulso para un modelo de velocidad constante ( $v=2500$  m/s). En línea punteada se marca la respuesta al impulso deseada. En esta gráfica se observa que el método que más problemas presentó en la calidad de la imagen fue DF (d, e, y f).

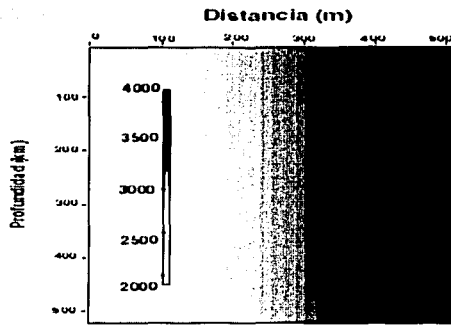


En el método  $DF$ , cuyo algoritmo para extrapolar el campo de ondas sólo trabaja en el dominio  $f-x$  o  $\omega-x$ , son evidentes los artefactos numéricos ocasionados por el algoritmo de migración utilizando los tres modelos de velocidad (Fig. 15d, 16c, 17c). En este método la respuesta al impulso es controlada por el grado de aproximación en la solución de la ecuación de onda paraxial. En algunas paqueterías de cómputo existen diferentes grados en la aproximación a la ecuación de onda. En el análisis que realicé en el presente trabajo utilicé el caso de aproximación a los  $65^\circ$  y  $80^\circ$  de la ecuación de onda (mismo que se encuentra presente en la paquetería de *Seismic Unix*). La respuesta al impulso mejoró muy poco en el caso de la aproximación a los  $65^\circ$  (Fig. 15e). Sin embargo, mejoró bastante con la aproximación a  $80^\circ$  (Fig. 15f). Por otro lado, cada incremento en el grado de aproximación también significó un incremento en el tiempo en cómputo (Tabla 1).

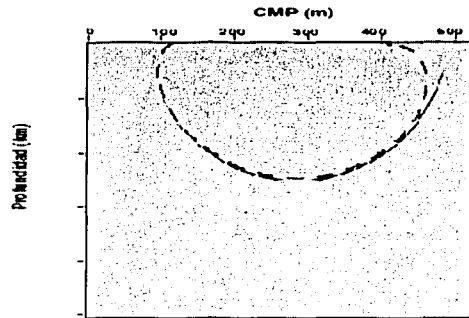
En el método de paso separado se observa que la respuesta al impulso es mejor que en los métodos anteriores, en el caso de un modelo de velocidades constante (Fig. 15g) y un modelo con variaciones sencillas de velocidad (Fig. 16d). También se observa que su respuesta al impulso es mejor que los métodos anteriores cuando se tiene un modelo de velocidades más complejo (Fig. 17d). En las Figuras 15g, 16d y 17d el operador de migración de paso separado da una buena imagen para ángulos de propagación pequeños (aproximadamente  $35^\circ$ ), pero el operador se desvía bastante de la curva teórica deseada para ángulos de propagación grandes e intermedios. Esto se debe a que el método tiene limitaciones, ya que no debe existir mucha diferencia entre la velocidad de fondo y la velocidad de referencia empleadas para la migración.

A diferencia del método de paso separado, el método de diferencias finitas de Fourier no tiene limitaciones en el tipo de modelo de velocidades que se emplea y resuelve los  $90^\circ$  tanto en un modelo de velocidades constante (Fig. 15h) como en modelos de velocidades más complejo (Fig. 16e y 17e). Si se considera que el operador  $DFF$  es una combinación de los operadores de paso separado y  $DF$ . Al hacer una comparación entre el método  $DFF$  con el método  $DF$  convencional de Claerbout (1985) ( $45^\circ$  de aproximación) se observa que tienen casi los mismos resultados (Fig. 15d-15h, 16c-16e y 17c-17e). Sin embargo, el método  $DFF$  es más exacto para pendientes inclinadas (hasta  $90^\circ$ ). Para obtener resultados comparables al método  $DFF$ , el algoritmo del método  $DF$  puede optimizarse, pero esto eleva los costos en tiempo de cómputo. A diferencia de los operadores de  $PS$  y  $DF$ , el método  $DFF$  es capaz de corregir mejor los problemas de migración

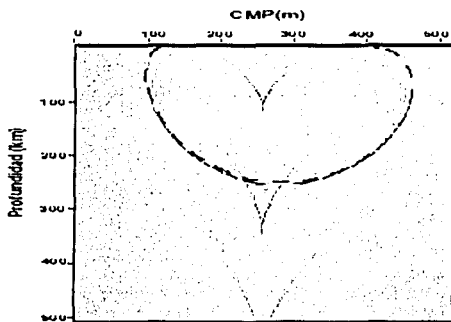




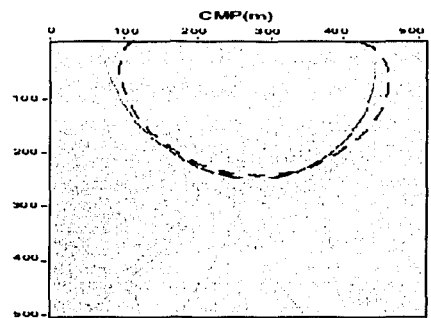
a) Modelo de velocidad (27)



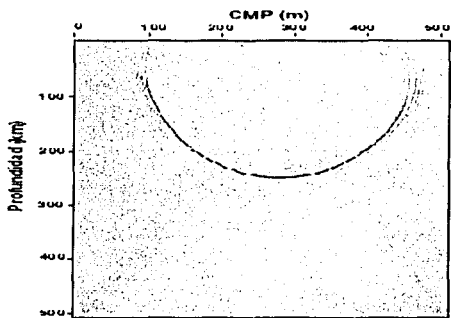
b) Migración de DFMI (27)



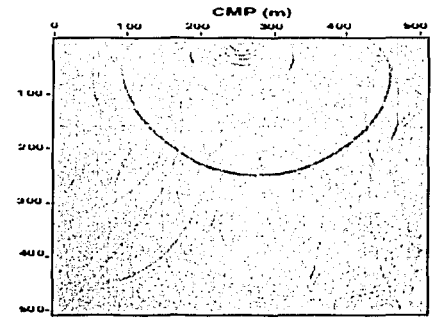
c) Migración de Diferencias Finitas (27)



d) Migración de Paso Separado (27)



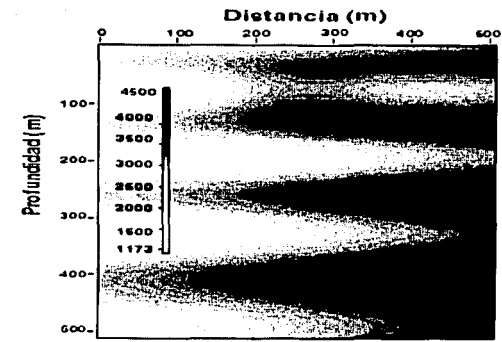
e) Migración de DFF (27)



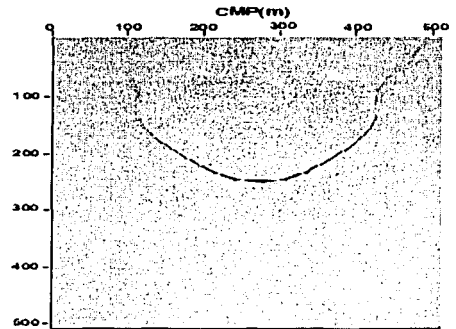
f) Migración de DFFD (27)

Figura 16. Migración con un modelo de velocidad variable lateralmente. En línea punteada se graficó la respuesta teórica más próxima a la deseada. Los métodos DFMI y PS son los que menos se aproximan a la respuesta teórica deseada.

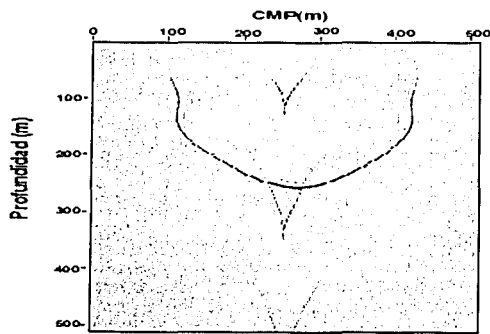
UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES  
EN ENERGÍA ELÉCTRICA



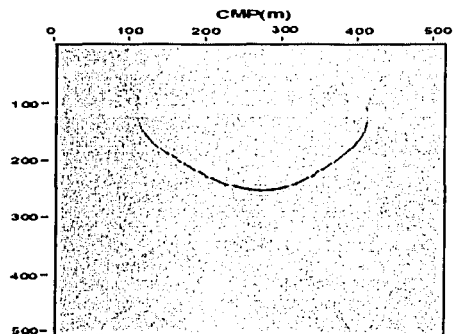
a) Modelo de Velocidad



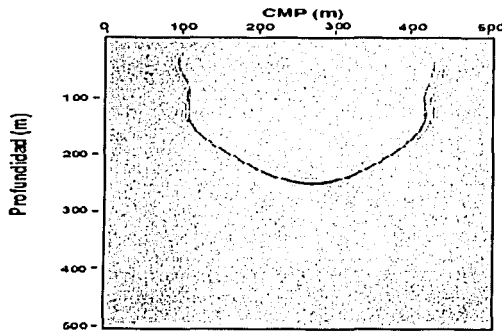
b) Migración de DFMI



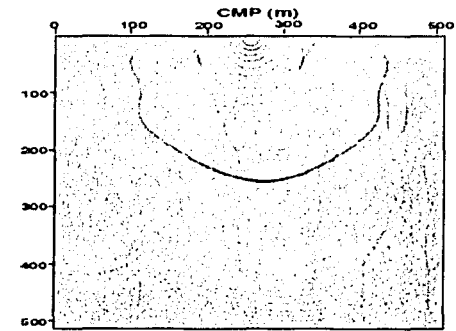
c) Migración de Diferencias Finitas



d) Migración de Paso-Separado



e) Migración de DFF



f) Migración de DFFD

Figura 17. Migración con un modelo de velocidad con variación vertical y lateralmente.

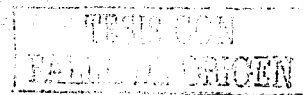
TESIS CON  
FALLA DE CALIFICACIÓN



para pendientes inclinadas debido a la aproximación que se realiza con diferencias finitas, que depende de las velocidades y no del grado de aproximación de la ecuación de onda, como es el caso del algoritmo en el método *DF*. Tomando como referencia el método *DFF*, por ser el más exacto (en tiempo de cómputo y calidad de la imagen) contra el método de paso separado, *DFF* tiene un incremento en tiempo de cómputo de 25%, pero mejora la imagen para pendientes grandes en medios no homogéneos. Comparando la migración estándar de 45° de *DF*, el tiempo en cómputo del método *DFF* se incrementa sólo en un 17%. En el método *DF* para mejorar la respuesta al impulso, que sea semejante a la del método *DFF*, tendría que emplear algoritmos en los que los tiempos de cómputo se incrementarían notablemente con respecto al método *DFF*. Por lo anterior, la migración *DFF* reduciría su costo en tiempo de cómputo en un 20% (Han, 2000).

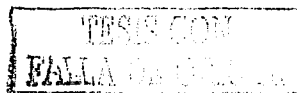
De los resultados anteriores se observa que el método *DFF* presenta muchas ventajas en comparación con la mayoría de los métodos de migración en profundidad con los que hice pruebas. Sin embargo, si lo comparamos con el método *PS*, que es más eficiente que los métodos *DF* y *DFMI* presenta la desventaja de ser más tardado en tiempo de cómputo.

El método de diferencias finitas de frecuencia principales (*DFFFD*) utiliza los mismos algoritmos que el método *DFF*, pero limita el número de frecuencias (de acuerdo con el teorema de muestreo) para extrapolar el campo de ondas. Al comparar las respuestas al impulso obtenidas con el método *DFFFD* y los tres modelos de velocidad (Figs. 15i, 16f y 17f), se observa que sus resultados son casi idénticos a los del método *DFF* pero es más rápido en un 50%. La imagen generada con el método *DFFFD* presenta un ruido característico del submuestreo de frecuencias, pero brinda muy buena representación de echados grandes y muy buen manejo del modelo de velocidad. El ruido que está presente en la imagen, y que podría eliminarse con algún procesamiento, se convierte en una desventaja mínima. En la Tabla 1 presento un resumen de los resultados obtenidos y describo de manera breve las ventajas y desventajas de cada método.



Métodos de migración	Modelo de Velocidad Cte. (v=2500 km/s) Tiempo de procesamiento (min)	Modelo de Velocidad variable en una dirección Tiempo de procesamiento (min)	Modelo de Velocidad variable en diferentes direcciones Tiempo de procesamiento (min)	Ventajas y Desventajas
Stolt	Instantáneo	NO es factible	NO es factible	90° pero sólo para velocidad constante
Gazdag	0:29	NO es factible	NO es factible	90° sólo considera variación vertical de velocidad
DFMI	3:41	19:57	20:02	90° pero está limitado por el número de velocidades de referencia usado
DF DF para 65° DF para 80°	4:23 4:27 5:24	4:17	3:29	Limitaciones en los echados
Paso Separado (PS)	2:39	3:02	3:00	Sólo para ángulos cercanos a los 90° Limitaciones en las diferencias entre velocidad de referencia y de fondo
DFF	4:53	4:58	4:00	90° <u>sin limitaciones entre el tipo de velocidades empleadas</u>
DFFFD	2:02	1:32	1:45	<u>Semejante al método DFF tradicional pero más rápido en un 50%</u>

Tabla 1. Comparación de los diferentes operadores de migración.



### III.2 Sección de *offset* cero (distancia fuente – receptor nula)

Para comprobar la eficacia de los algoritmos de migración sísmica, de diferencias finitas de Fourier, contra algunos de los métodos de migración en el dominio  $f-k$  más utilizados en la industria, utilicé una sección de distancia fuente-receptor nula de datos sintéticos generada con base en un método de diferencias finitas. Para formar la imagen fue necesario armar una malla de velocidades a partir del mismo modelo de velocidad. Posteriormente, con base en el principio del modelo de reflector explosivo (Claerbout, 1985), se propaga un frente de onda plano en una dirección desde la parte inferior del modelo. Este se registra para diferentes niveles de tiempo construyendo la imagen de distancia fuente-receptor nula (*offset* cero). La sección generada tiene 481 CMPs (*Puntos Medios Comunes*) separados cada 25 m con un intervalo de muestreo de 0.004 ms y 1500 muestras en tiempo. El modelo de velocidad (Fig. 18) presenta características estructurales difíciles de representar por métodos convencionales de migración, como son contrastes altos de velocidad, presencia de cuerpos salinos con flancos pronunciados, cambios laterales de velocidad, discordancias angulares e irregularidades geométricas. En el modelo de velocidad se marca la zona más difícil de representar con métodos convencionales de migración (Fig. 18). Este modelo presenta un perfil de  $n_x=481$  y  $n_z=1201$  con una velocidad máxima de 4400 m/s y una velocidad mínima de 2800 m/s, con equiespaciamiento entre la malla de 5 m en dirección horizontal y vertical. La Figura 19 muestra la sección de *offset* cero.

Es necesario aclarar que tener el modelo de velocidades exacto permite predecir los resultados por obtener y que estos sean aceptables para una estructura compleja, aún en el caso de migración después de apilar. El contar con un modelo de velocidades exacto es la parte más importante en el proceso de obtención de imágenes sísmicas (Castillo Covarrubias *et al.*, 2000; Furniss, 1999).



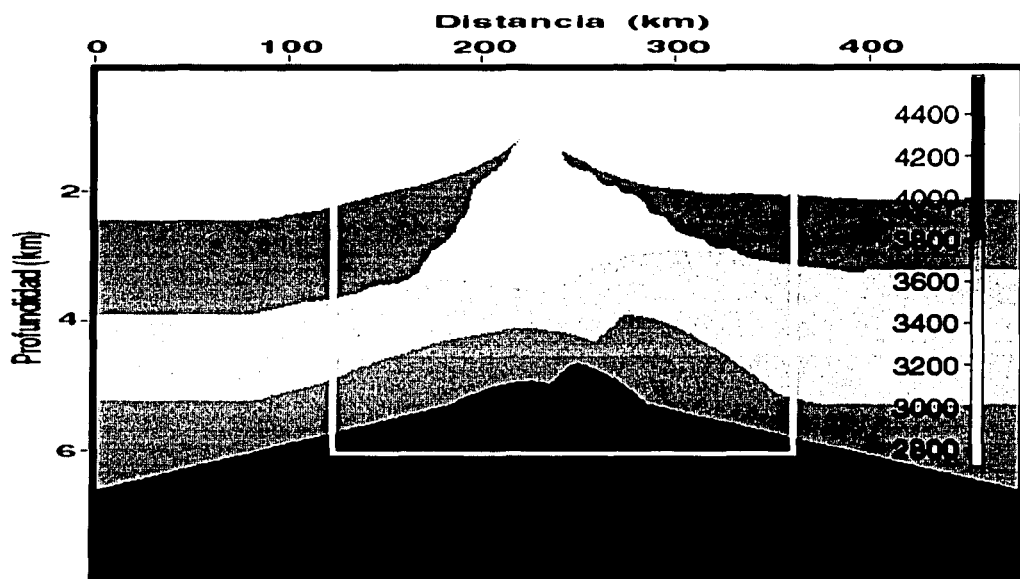


Figura 18. Modelo de velocidad. El cuadro blanco indica la zona de interés para migración en profundidad. La escala de grises en la parte superior derecha de la gráfica indica las velocidades del modelo.

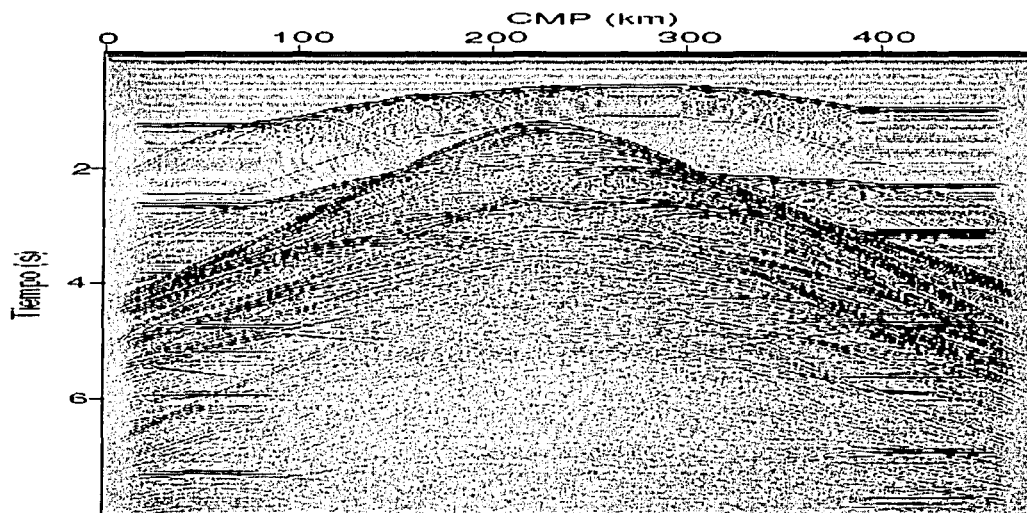


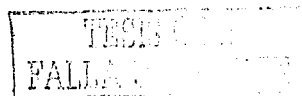
Figura 19. Sección de offset cero.

THE  
FALLA DE

La Tabla 2 muestra los tiempos en cómputo del proceso de migración para todos los algoritmos, considerando diferentes intervalos de muestreo  $dz$ . Como es de esperarse, casi todos los algoritmos de migración presentan resultados muy semejantes en la zona no marcada en el modelo de velocidad como de interés para migración en profundidad (Fig. 18). En los primeros 2 km de profundidad, donde la estructura de velocidad es simple y las pendientes en los estratos son menores a los  $45^\circ$ , el único algoritmo que presentó resultados diferentes fue el método *DF* (en el que sólo ocupé la aproximación a la ecuación de  $45^\circ$ ). Es evidente la dispersión numérica (Fig. 21) ocasionada por la aproximación en la ecuación de onda paraxial. De los 2 a los 3 km de profundidad, en la parte inferior de la estructura salina que semeja un triángulo en el modelo de velocidad, todos los algoritmos tienen problemas para representar la estructura completa. Debido a que todos los algoritmos presentan el mismo problemas, lo más lógico sería que las causas sean la pérdida de reflexiones debido a que se cuenta con un registro de *offset* cero. Para solucionar este problema lo más conveniente es que se utilicen datos antes de apilar. Lo anterior se discutirá posteriormente en el último capítulo.

Método	<i>DFMI</i>	<i>DF</i>	<i>PS</i>	<i>DFF</i>	<i>DFFFD</i>
Tiempo de cómputo (minutos) $dz = 0.005$	124	49	83	109	48
Tiempo de cómputo (minutos) $dz = 0.0066$	149	64	100	127	81

Tabla 2. Tiempos de proceso para los algoritmos de migración en profundidad con diferentes intervalos de muestreo  $dz$ .



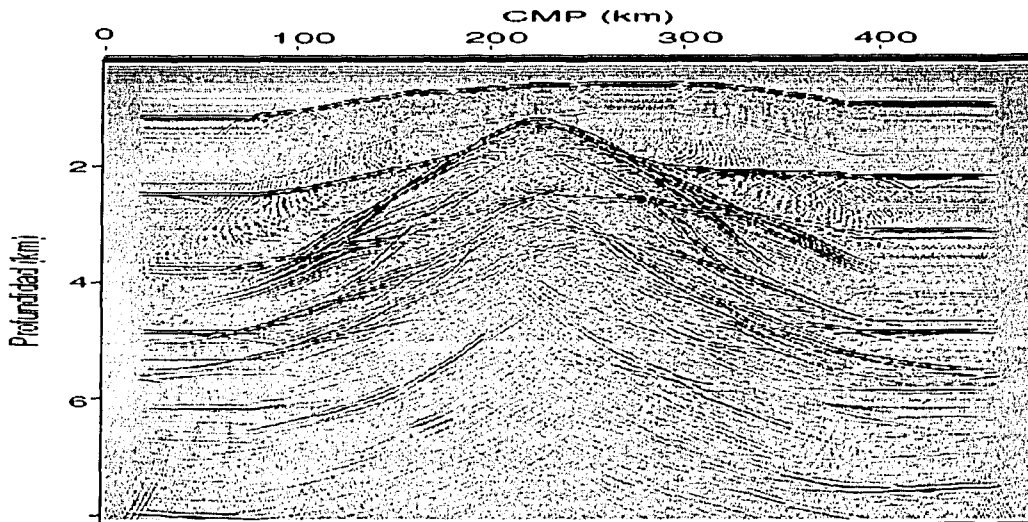


Figura 20. Migración con el método de desplazamiento de fase más interpolación (DFMI).

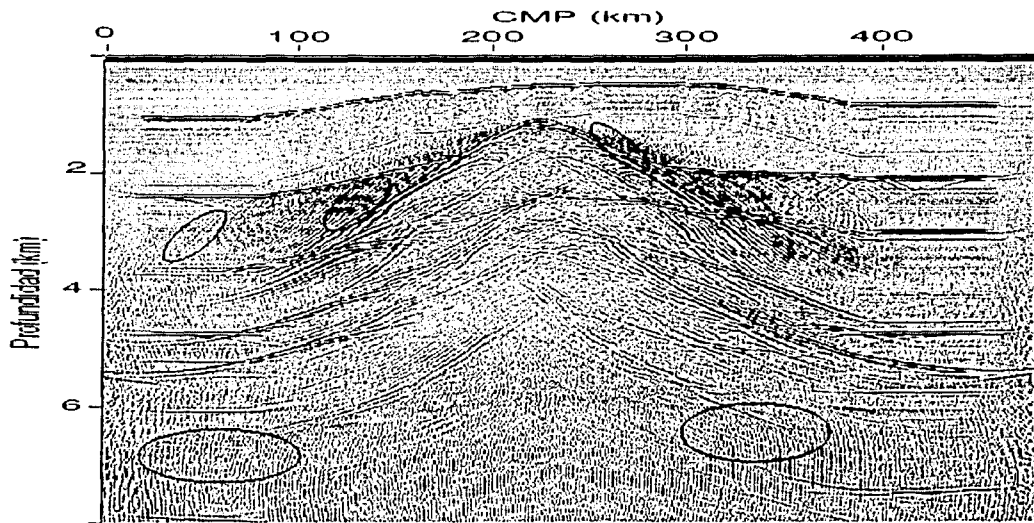


Figura 21. Migración con el método de diferencias finitas (DF) con aproximación de  $45^\circ$ . Con elipses se delimitan las zonas con ruido numérico asociado al algoritmo de migración. En esta gráfica se observa que la imagen obtenida con el método FD tiene menor calidad que la del método DFMI (Fig. 20).

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
 INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN ENERGÍA ELÉCTRICA  
 CARRERA DE INGENIERÍA EN ENERGÍA ELÉCTRICA  
 UNAM - IIEE - CIEE

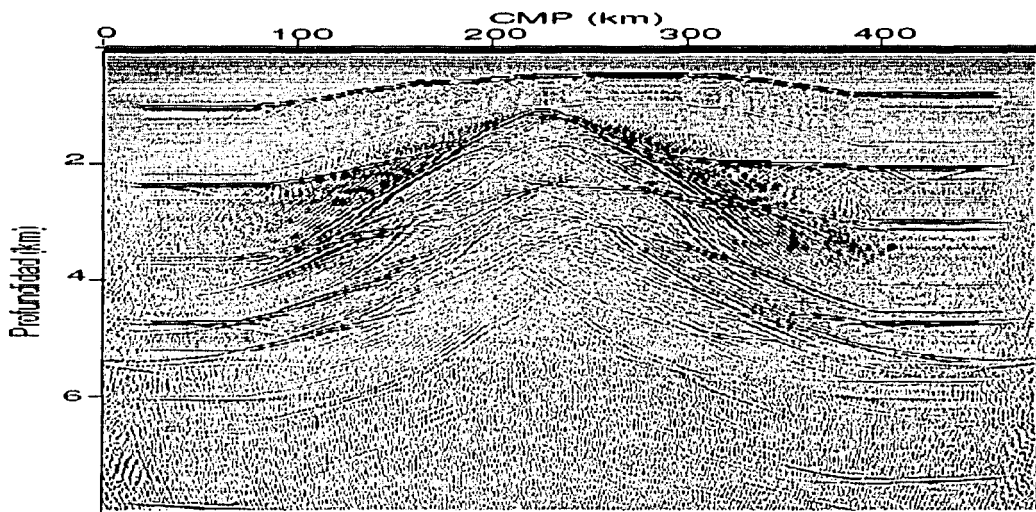


Figura 22. Migración con el método de diferencias finitas (DF) con aproximación de  $80^\circ$ . En esta grafica se observa que aunque se utiliza una mejor aproximación la calidad de la imagen no mejora.

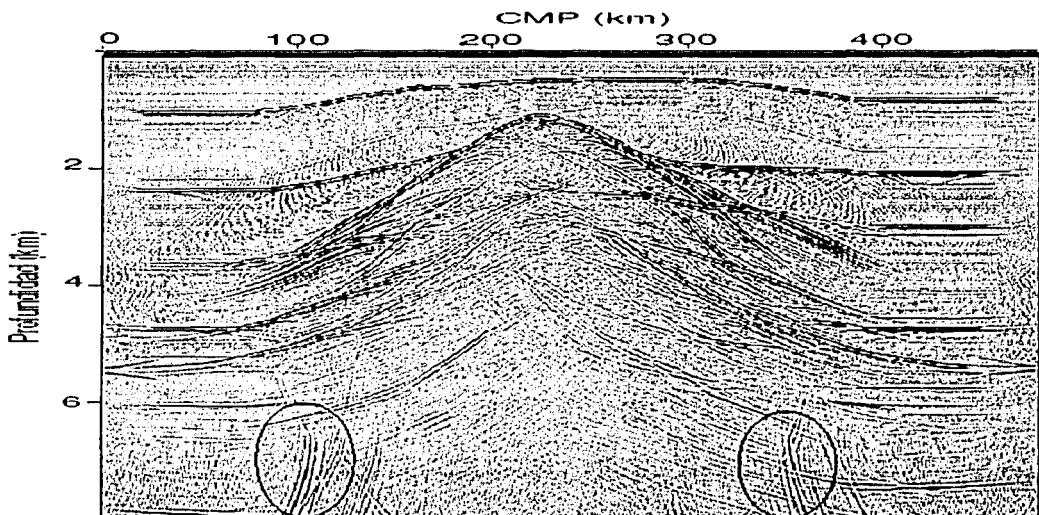


Figura 23. Migración con el método de paso separado (PS). En esta figura se observa que la calidad de la imagen es muy semejante a la del método DFMI, aunque hay algunos artefactos (marcados con elipses). El tiempo de cómputo para obtener la imagen fue menor a del método DFMI.

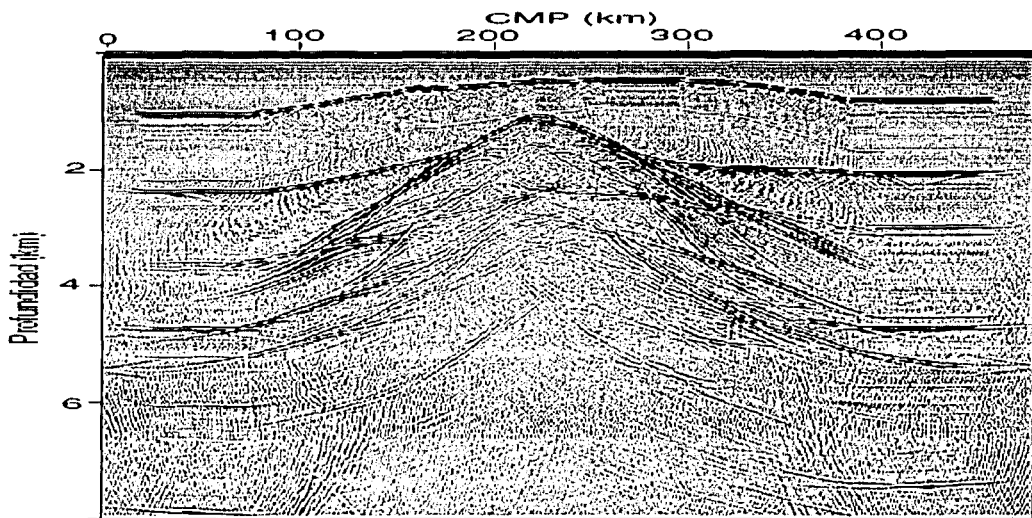


Figura 24. Migración con el método de diferencias finitas de Fourier (DFF). En esta gráfica se observa que la calidad de la imagen es mejor que la del método PS. Desafortunadamente, el tiempo de procesamiento fue mayor.

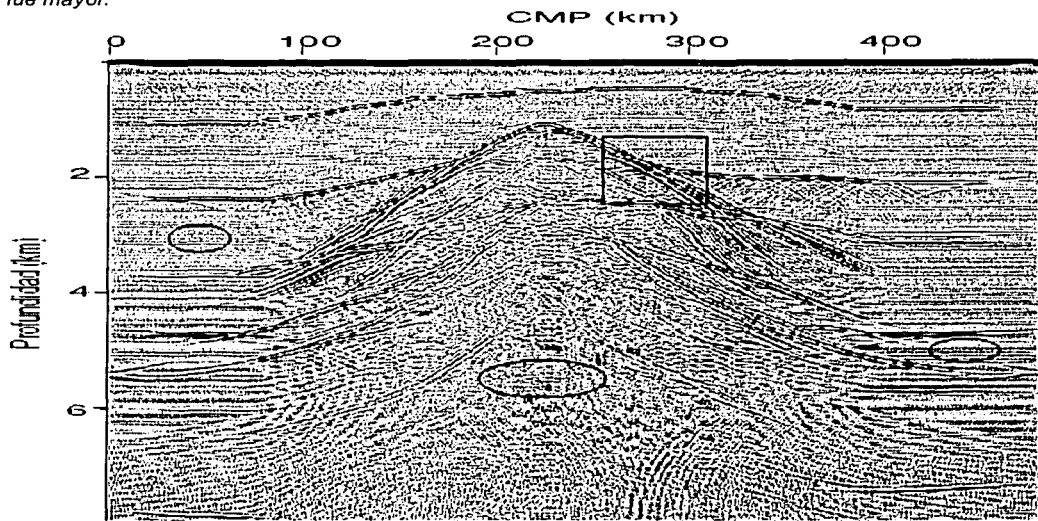


Figura 25. Migración con el método de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas (DFFFD). Con elipses se delimita la zona con ruido numérico ocasionado por el muestreo de frecuencias. Con un rectángulo delimito la zona que se representa mejor que el método DFF.



Para hacer una comparación más precisa con los diferentes algoritmos de migración, realicé un acercamiento a la zona problemática en el modelo de velocidades (Fig. 18) en las secciones migradas. Esta zona se encuentra entre los *CMPs* 100-400 km en distancia y los 0-6 km en profundidad. De las diferentes secciones migradas, las obtenidas con los métodos *PS*, *DFF* y *DFFFD* (Figs. 26, 27 y 28) presentan los mejores resultados (en tiempo de cómputo o calidad en la imagen). En estas secciones elegí un nuevo acercamiento (zona 2) para hacer una mejor comparación de la eficacia de cada método. Este acercamiento (zona 2) se encuentra entre los *CMPs* 232.237 - 352.237 km en distancia y los 2.08448 -3.1878 km en profundidad. En esta zona ocurren importantes contrastes de velocidad y están las pendientes más grandes en la estructura, razón por la cual elegí esta zona para el análisis. Los acercamientos a esta última zona se muestran en las Figuras 29 y 30.

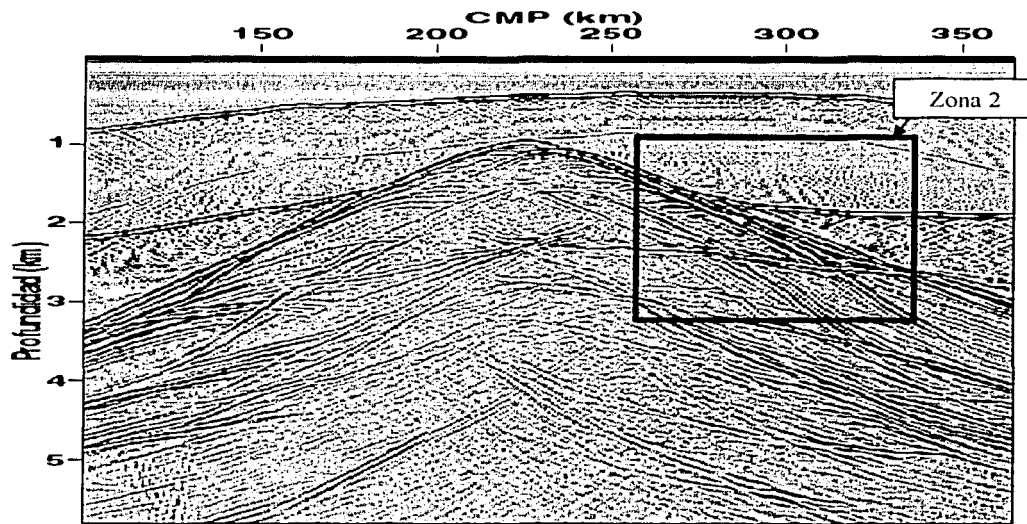


Figura 26. Acercamiento a la zona marcada en el modelo de velocidad con el método de paso separado. En el recuadro marco una segunda zona que representa la región más problemática.



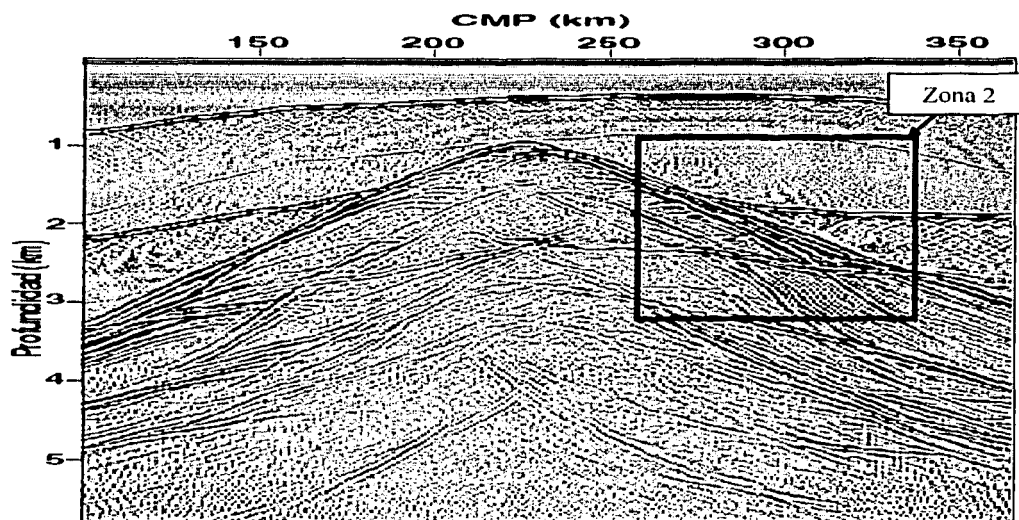


Figura 27. Acercamiento a la zona marcada en el modelo de velocidad con el método DFF. En el recuadro marco una segunda zona que representa la región más problemática para migrar.

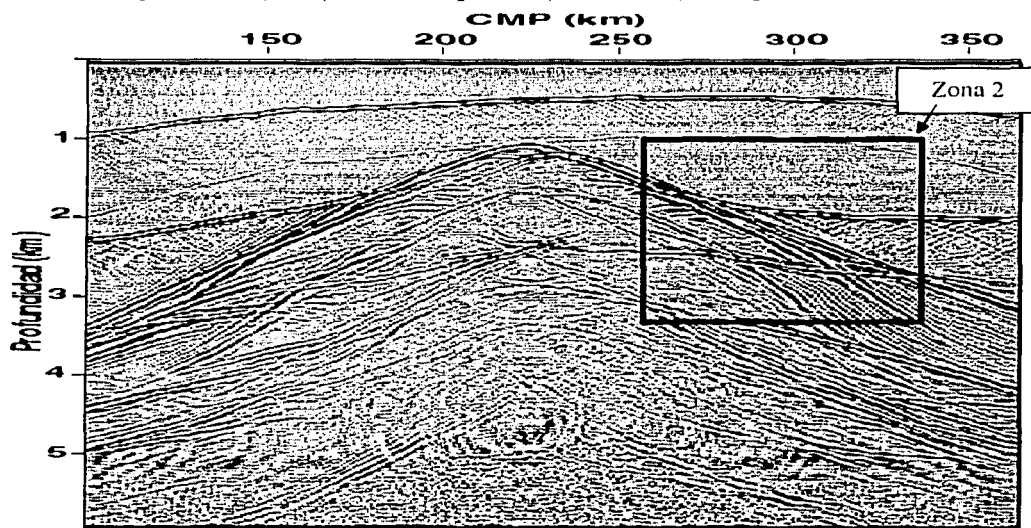
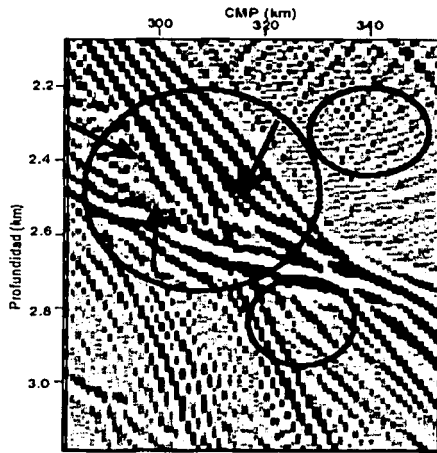
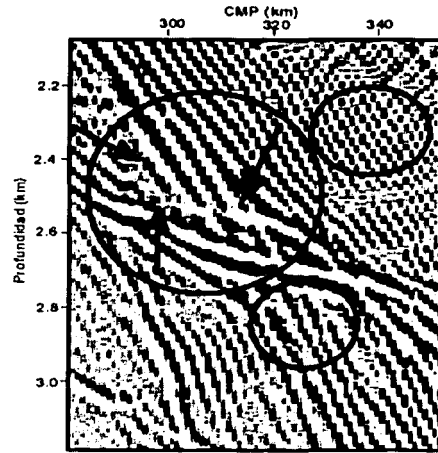


Figura 28. Migración con el método DFFFD, en la zona marcada en el modelo de velocidad.

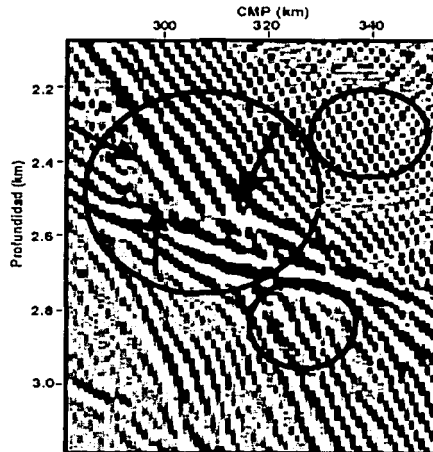




a) DFMI



b) DF(45°)



c) DF (80°)

Figura 29. Aproximación a las zonas de mayor dificultad para realizar la migración. a) DFMI, b) DF (aproximación a 45°) y c) DF (aproximación a los 80°). En cada zona se delimitan con círculos y se marcan con flechas las zonas donde existen mayor contraste de velocidad y echados pronunciados. Nótese como en el método DFMI existe menor cantidad de ruido numérico en las zonas problemáticas del modelo de velocidades.

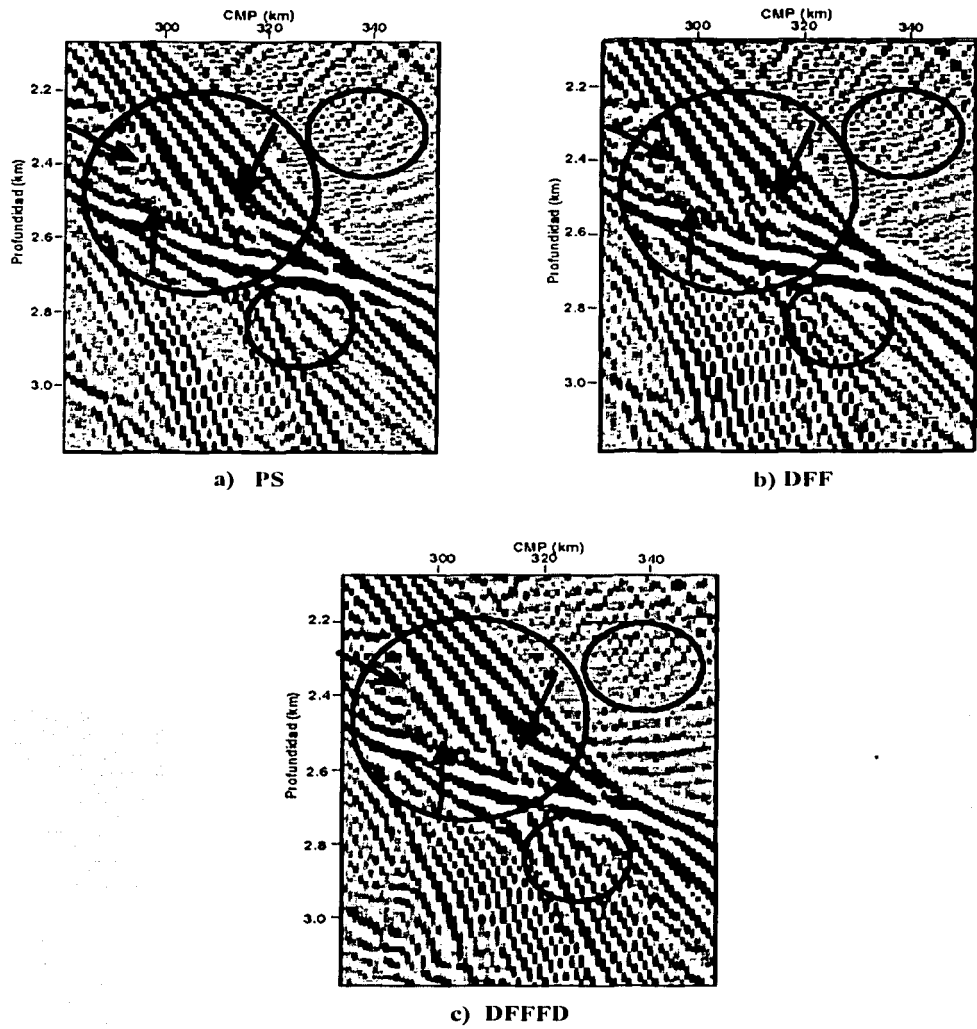


Figura 30. Aproximación a las zonas de mayor dificultad para realizar la migración. a) Paso Separado (PS) b) DFF y c) DFFFD. Nótese como el ruido numérico presente en la zona donde existen contrastes de velocidad y echados pronunciados es menor en el método DFF que en el método PS (flecha a la derecha del círculo superior izquierdo). Además, nótese como la imagen de los métodos FFD y DFFFD es muy semejante e incluso superior en algunas zonas el método DFFFD (flecha inferior izquierda).

De los acercamientos que elegí en las zonas problemáticas en el modelo de velocidad, se logra observar que los métodos que son más eficientes son los que menor cantidad de ruido numérico presentan donde existen grandes contrastes de velocidad y echados pronunciados, por lo que tendrán una mejor resolución y calidad en las imágenes. De las Figuras 29 y 30, se obtiene que como en la zona problemática del modelo de velocidad los reflectores tienen pendientes mayores a los 45°, la aproximación que utilicé para la migración con el método *DF* muestra mucha dispersión numérica (Fig. 29 b). Con la aproximación de 80° del algoritmo hice un acercamiento de la sección migrada en la segunda zona, pero el resultado no mejoró (Fig. 29 c). Algunos autores han trabajado en mejoras a la aproximación en este algoritmo (e. g., Claerbout, 1985; Han, 2000), pero la inestabilidad numérica del algoritmo, debido a las aproximaciones cada vez más complejas para resolver la ecuación de onda, es el problema más difícil de resolver.

El método *PS* presenta problemas cuando se viola el principio de considerar perturbaciones pequeñas para cada punto muestreado horizontalmente. Debido al proceso de continuación hacia abajo a través del cuerpo de sal, y de acuerdo con el término de lente delgada ( $\frac{1}{v(x,z)} - \frac{1}{v_r}$ ), la velocidad de referencia influye en gran medida en las zonas de grandes velocidades. Es decir, las reflexiones se migran con una velocidad mucho más grande que la correcta. Esto es especialmente evidente en la segunda región (Fig. 30 a), con contrastes altos de velocidad, por lo que la imagen presenta algunos artefactos numéricos. Han (2000) sugiere una mejora en el algoritmo de paso separado para evitar la limitación del contraste entre las velocidades de referencia y de fondo

$$\frac{1}{v_r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{v(x_i)}, \quad (28)$$

donde,  $v_r$  es la velocidad de referencia y  $v(x_i)$  la velocidad local para cada punto muestreado horizontalmente.

Otros métodos, como el de pantalla de fase local (*local phase screen propagator*) (Jin y Mosher, 2002), mejoran el algoritmo de migración de paso separado. Para este método, en cada ventana se propaga el campo de ondas con el número de onda vertical local  $k_z^l$  asociado con la velocidad de referencia local

$$\Delta S^l(x_j, z) = \frac{1}{v(x_j, z)} - \frac{1}{c_l}, \quad (29)$$



donde  $x_j$  es la posición espacial en cada ventana,  $c_i$  es una velocidad de referencia local,  $i=1,2,3..N$ . Entonces,  $N$  es el número de velocidades de referencia, siendo  $N$  la ventana en la cual se partirá la distribución de la velocidad. Esto elimina la debilidad del método en cuanto al manejo de velocidades, pero puede incrementar el tiempo de cómputo.

Contrario al método *PS*, el método *DFMI* presenta una buena calidad en la imagen aún en las zonas problemáticas (Fig. 29 a). Sin embargo, su desventaja es que la migración requiere mayor tiempo de ejecución principalmente en los casos de migración en tres dimensiones y antes de apilar.

En el método *DFMI* las velocidades de referencia deben ser cercanas a la velocidad local. La velocidad de referencia puede determinarse automáticamente por métodos estadísticos (Han, 2000, Bonomi *et al.*, 1998). De esta manera las velocidades que se elevan con frecuencias relativamente altas, en cada paso de profundidad, se eligen como velocidades de referencia. Han (2000) sugiere que las velocidades de referencia sean elegidas manualmente y no estadísticamente para reducir la posibilidad de emplear velocidades de referencia equivocadas que generen artefactos numéricos.

De lo anterior, se puede decir que los métodos *DF* y *PS* presentan resultados semejantes al *DFMI*, pero la calidad en las imágenes puede ser diferente principalmente cuando se consideran las zonas problemáticas.

En el acercamiento con el método *DFI* a la zona problemática del modelo de velocidades (Fig. 29b), hay menos artefactos numéricos y la calidad de la imagen es evidentemente superior, respecto a los métodos *DF* (Fig. 29 b) y *PS* (Fig. 30 a) que presentan mayor cantidad de artefactos numéricos. Con el método *DFMI* (Fig. 29 a), si bien la calidad en la imagen de este método es mejor, también presenta más artefactos numéricos que el método *DFI* (Fig. 30 b), que pueden ser ocasionados por una mala elección o bien por emplear pocas velocidades de referencia. Además, este método requiere 11.7% más de tiempo de cómputo que el método *DFI*. Se puede decir entonces que el método *DFI* es superior a los métodos *DF*, *DFMI* y *PS*, ya que presenta menos artefactos numéricos y la calidad en la imagen es mejor. Sin embargo, una desventaja notable en el método *DFI* es que aún siendo el método más efectivo, puede ser también el que requiere mayor tiempo de cómputo. Esto adquiere especial importancia si se considera el caso de migración antes de apilar y en tres dimensiones.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

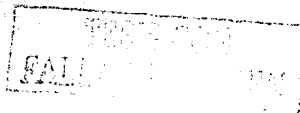
Haciendo una comparación del acercamiento a la zona problemática del método *DF* (Fig. 30 b) y el método *DFFD* (Fig. 30 c), los resultados son semejantes. Y aunque existe un poco de ruido en la imagen del método *DFFD*, también la imagen es mejor en ciertas zonas del modelo de velocidad que el método *DF* (Fig. 30 c). Este resultado era de esperarse ya que el algoritmo del método *DFFD* es exactamente el mismo al del método *DF*, a excepción del filtro al inicio del proceso de extrapolar el campo de ondas. Con esta pequeña modificación, el método *DFFD* soluciona la principal desventaja del método *DF*, ya que es más rápido (50% más rápido) y a la vez tan efectivo como el método *DF*.

#### IV. DISCUSIÓN

Lo métodos de migración en el dominio  $f-k$  han sido mejorados con base en la optimización de las principales técnicas de extrapolación del campo de ondas. Actualmente, existen diferentes investigaciones que se han enfocado a estudiar la mejoría en el tipo de aproximaciones que se pueden hacer con el tipo de perturbaciones que se encuentran en un medio complejo, esto con el fin de extrapolar de manera mas eficiente el campo de ondas (Wu, 2003). Es por esto que conocer las debilidades y las fortalezas de cada método permite auxiliarnos en la deducción de cualquier nuevo algoritmo desarrollado.

Cuando Stoffa *et al.* (1990) introdujeron el método *PS* en la literatura sísmica, ellos separaron el campo de velocidad en un término constante de fondo y un pequeño término de perturbación. Usando el término de perturbación como una fuente secundaria en la ecuación de onda, ellos derivaron el método *PS* a partir del método de desplazamiento de fase.

Tiempo después, Ristow y Rühl (1994) demostraron que la estructura de los métodos *PS* y *DF* tienen relación con los métodos de desplazamiento de fase (Gazdag, 1978) y el método de diferencias finitas (*DF*). De manera semejante a la derivación de Stoffa *et al.* (1990), ellos utilizaron el término de perturbación como una fuente secundaria en la ecuación de onda. Con esto, derivaron el método *DF* a partir del método de desplazamiento de fase en presencia de fuertes variaciones laterales de velocidad. Los métodos *PS* y *DF* son un paso intermedio de esta derivación, específicamente el método *PS* es una aproximación de orden cero del método *DF*.



No es una sorpresa que los algoritmos de migración anteriormente mencionados tengan una relación cercana, ya que la aproximación a la solución de la ecuación de onda paraxial de todos los algoritmos tiene la misma relación de dispersión. Sólo las técnicas de aproximación, que pueden ser fracciones continuas o expansión de series de Taylor o una combinación de ambas, serán diferentes.

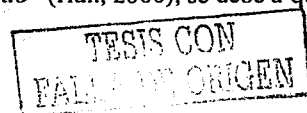
Para migración en profundidad todos los algoritmos tienen términos similares para cuantificar la variación lateral de velocidad. *PS*, *DF* y *DFP*, tienen un término de lente delgada explícito en el algoritmo de migración en profundidad; en el *DFMI* la interpolación de los campos de onda en el dominio *frecuencia – espacio* es equivalente a la acción del término de lente delgada.

Aunque se consideran las semejanzas entre estos métodos, no pueden dejarse de lado las diferencias. Aunque son pocas, distinguen a cada método en particular. La primera de estas diferencias es que los métodos trabajan en diferentes dominios. Mientras el método *DF* trabaja sólo en el dominio *frecuencia-espacio*, los otros algoritmos trabajan en dominios híbridos (*frecuencia-número de onda* y *frecuencia-espacio*), donde la transformada de Fourier es el paso entre la transformación del campo de ondas entre estos dominios.

En un algoritmo de dominios híbridos típico, esta alternancia entre los dominios del espacio y el número de onda se efectúa mediante dos operaciones. La primera es una operación global donde el desplazamiento de fase en el dominio del número de onda se realiza con una velocidad de referencia constante. La otra operación realiza un desplazamiento local de fase para corregir las diferencias entre la velocidad local y la velocidad de referencia. Dicha operación se realiza en el dominio del espacio y por lo general se considera que la perturbación es pequeña. Los métodos *DFMI* y *PS* son ejemplos de esto.

Se considera que el método *DFMI* también tiene un término pequeño de perturbación, ya que requiere de múltiples velocidades de referencia para representar de manera más exacta la distribución de velocidades en el modelo. El empleo de múltiples velocidades de referencia en el método *DFMI* hace que la diferencia entre la velocidad de referencia y la velocidad local sea pequeña, lo cual es una variante a los requerimientos de perturbaciones pequeñas.

Como el método *DFP* es una suma de los operadores de los métodos *PS* y *DF*, se pueden analizar las ventajas que ofrece el operador de *DF*, que juega un papel importante en la eliminación de los requerimientos de perturbaciones pequeñas (Wu, 2003). La razón por la que el operador del método en *DFP* es llamado “operador adaptado” (Han, 2000), se debe a que cuando





se supone que las perturbaciones son pequeñas, el operador de  $DF$  no se considera importante en el proceso de migración. Sin embargo, cuando se consideran perturbaciones grandes, el operador de  $DF$  comienza a tener una gran influencia en la imagen final migrada.

Contrario a los métodos que trabajan en dominios híbridos, el método  $DF$  sólo trabaja en el dominio *frecuencia-espacio*. Las derivadas en el dominio del número de onda son transformadas de regreso al dominio del espacio. Las aproximaciones de la relación de dispersión en el operador del método  $DF$  se realizan con un operador local. Siendo un operador puramente local, el método  $DF$  no tiene limitaciones en el tamaño de las variaciones laterales de velocidad, haciendo de este un método excelente para las migraciones en profundidad. Por otro lado, los operadores de aproximación diferenciales a la raíz cuadrada en la ecuación de onda paraxial provocan errores numéricos, por lo que hay poca calidad en la imagen final migrada (ver Fig. 20). Cuando se requieren ecuaciones de alto orden, como sería el caso de la ecuación a  $90^\circ$ , sólo se reduce el error en la aproximación de la raíz cuadrada con el uso del método  $DF$ . En este caso se requiere un cuidado especial para reducir el error en la aproximación de diferencias finitas en el operador diferencial. Algunos autores (Claerbout, 1985; Kelamis y Kjartansson, 1985; Han, 2000) han estudiado como mejorar el algoritmo del método  $DF$ . Sin embargo, aún no se ha encontrado la forma de reducir el tiempo de cómputo del algoritmo.

Hasta aquí hemos visto y evaluado las ventajas y desventajas de cada método, cuya aplicación dependerá del problema de migración que se esté analizando. En la mayor parte de dichos métodos la disyuntiva entre la calidad de la imagen final obtenida y el costo en tiempo de cómputo favorecerá la elección de un método con respecto a otro, principalmente en los casos de migración antes de apilar y en tres dimensiones. Por otra parte se destaca que la formulación de los métodos nuevos de migración dependen de una extensión u optimización de los métodos ya existentes.

El método  $DFFFD$  emplea un algoritmo idéntico al del método  $DFF$ , utiliza el operador de cascada con los operadores de desplazamiento de fase (Gazdag, 1978),  $PS$  y el  $DF$  optimizado. La única diferencia es que este método hace un muestreo basto de las frecuencias antes de extrapolar el campo de ondas. De acuerdo con el teorema del muestreo, una señal tiene un rango limitado de frecuencias con los cuales se puede reconstruir la función continua

$$F_N = \frac{1}{2dt} \quad (30)$$

Por lo tanto, es necesario considerar la frecuencia de Nyquist y filtrar un sismograma solamente dentro del rango de interés. El filtrado se puede realizar tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. Aplicando la transformada inversa de Fourier, el resultado será el sismograma únicamente con la señal deseada (Stein, 2002). Y si bien la señal presentará algún tipo de ruido, en principio se obtendrá la señal original deseada, que es el objetivo de la migración: obtener el valor de la señal original en su posición real en el espacio.

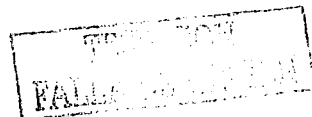
En algunos operadores de migración la calidad de la imagen se ve afectada por diferentes factores. Algunos autores (e. g., Levin, 1998) mencionan que incluso la condición de representación afecta la resolución de la imagen. En las diferentes respuestas al impulso obtenidas en este trabajo observé algunos artefactos numéricos que clasifiqué como artefactos relacionados con el muestreo de la imagen, con la transformada de Fourier y con artefactos ocasionados por el algoritmo de migración.

La respuesta al impulso de la migración *DFP* es un ejemplo de un artefacto ocasionado por submuestreo en los datos de la imagen de la Figura 31. En esta figura muestro tres respuestas al impulso con diferentes valores de *dz*. Es evidente que la calidad de la imagen mejora conforme *dz* disminuye. Sin embargo, la Tabla 3 que contiene los tiempos de cómputo demuestra que si bien se mejora la imagen, el tiempo de cómputo puede incrementarse hasta el triple cuando se pretende obtener una imagen de mejor calidad.

La elección simultánea de un valor óptimo de *dz* y de tiempo de cómputo dependerá de los objetivos que se pretendan alcanzar. En algunas ocasiones un *dz* grande puede satisfacer los requerimientos en la calidad de la imagen migrada.

<i>DFP</i>	<i>nz</i>	<i>dz</i>	Tiempo de cómputo (minutos)
Figura 23 a	64	20	1:00
Figura 23 b	256	5	3:00
Figura 23 c	512	2.5	4:50

Tabla 3. Tiempos de cómputo para eliminar el ruido numérico en el caso de submuestreo en la imagen.



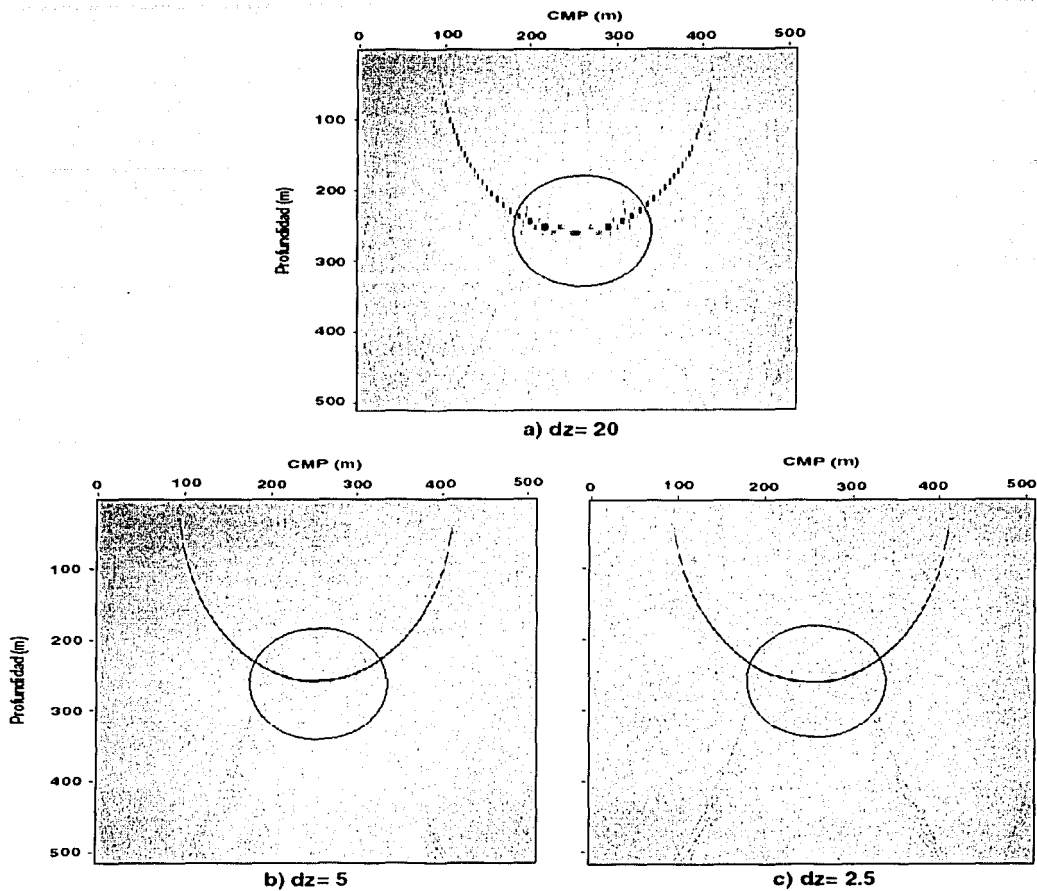


Figura 31. Respuesta al impulso con el método DFF. Los círculos indican los artefactos numéricos ocasionados por submuestreo en la imagen (a)  $dz=20$ , (b)  $dz=5$  y (c)  $dz=2.5$  m. En la gráfica inferior derecha se observa como al utilizar un  $dz$  más pequeño disminuyen los artefactos numéricos.



Un artefacto numérico ocasionado por la transformada de Fourier se observa como dos líneas que van de arriba hacia abajo en la respuesta al impulso del método *DFF* (Fig. 32). Estos artefactos se provocan por el traslape ocasionado al utilizar pocos puntos en la transformada de Fourier. Este problema se eliminó aumentando los valores de  $nt$  por un factor de ocho. Sin embargo, como se observa en la tabla 4, nuevamente el tiempo en cómputo se incrementa notablemente.

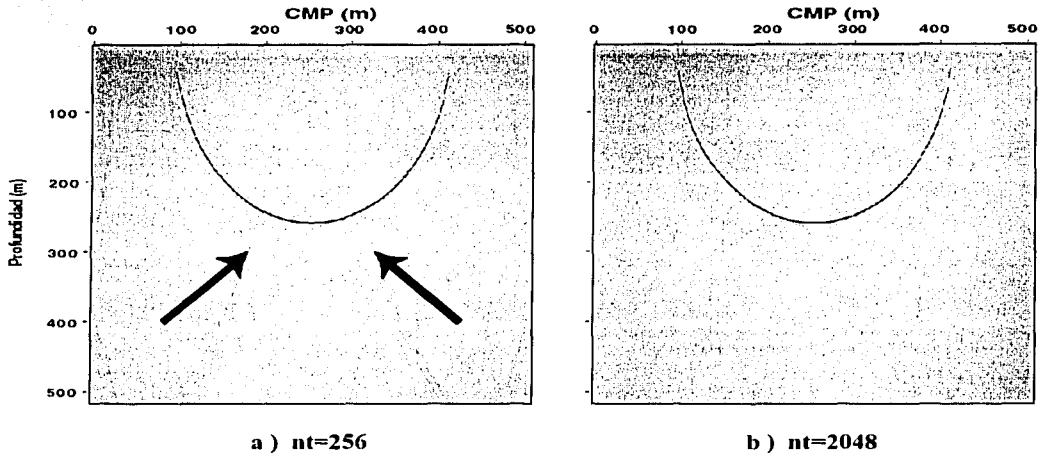


Figura 32. (a) En la parte izquierda de esta figura los artefactos numéricos ocasionados por la transformada de Fourier se observan como dos líneas que vienen de arriba hacia abajo y que están indicados con flechas. (b) A la derecha de esta figura los artefactos numéricos se han eliminado.

<i>DFF</i>	$nt$	Tiempo de cómputo (minutos)
Figura 24 a	256	4:50
Figura 24 b	2048	45:00

Tabla 4. Tiempos de cómputo para eliminar el ruido numérico ocasionado por la transformada de Fourier.

Robein (2003, página 279) muestra en una gráfica algunos artefactos numéricos ocasionados por la migración y que ejemplifico en la Figura 33 con la respuesta al impulso del operador de diferencias finitas ( $DF$ ). Se observan tres artefactos ocasionados por errores en la aproximación a la ecuación de onda. Estos son: decaimiento de los echados con pendientes grandes, dispersión numérica y ruido ocasionado por el algoritmo de migración.

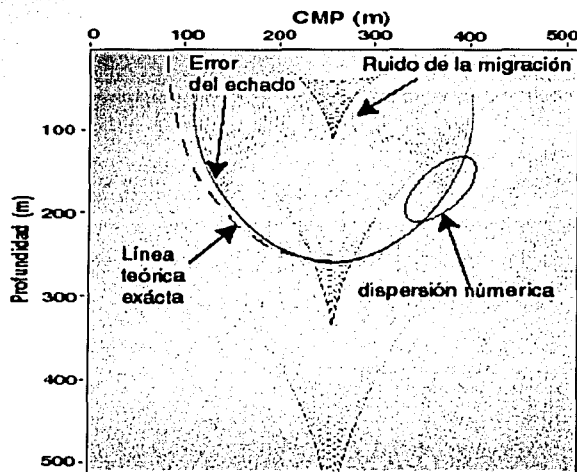


Figura 33. Respuesta al impulso de  $DF$  con aproximación a los  $45^\circ$ . En esta figura se muestran los artefactos numéricos ocasionados por el algoritmo de migración: errores en el echado, dispersión numérica y ruido de la migración.

En este caso no es factible solucionar el problema de los artefactos numéricos de una manera simple, ya que sería necesario modificar el algoritmo de migración. En el método de migración de diferencias finitas de frecuencias densas, el filtro de frecuencias con el que se inicia la migración ocasiona un ruido numérico que no se encuentra presente en ninguno de los otros operadores de migración (Fig. 34).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

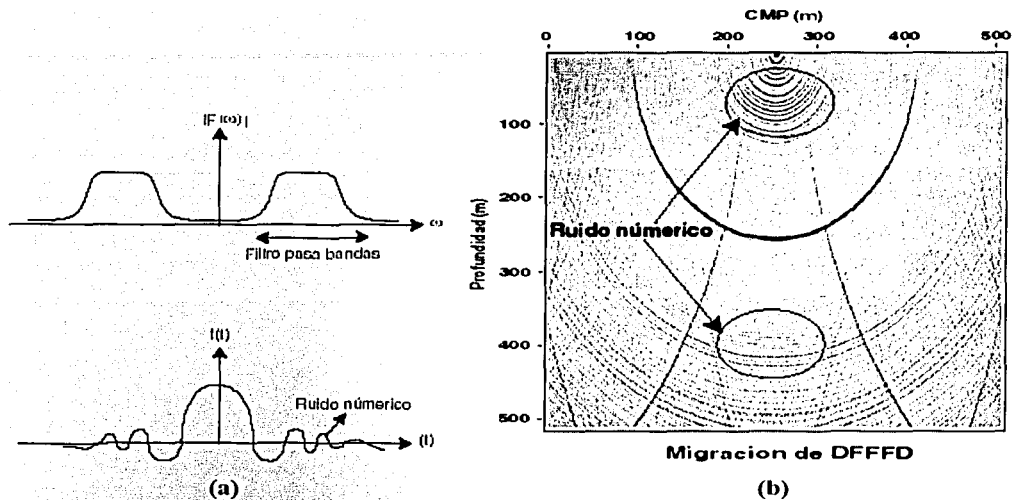


Figura 34. (a) Esquema de un filtro pasa bandas en el dominio de la frecuencia y de la señal reconstruida en el dominio del tiempo después de aplicar la transformada inversa de Fourier (Tomado de Stein, 2002). (b) Respuesta al impulso del método DFFFD. Se delimita con círculos el ruido numérico ocasionado por el empleo del filtro antes de la extrapolación del campo de ondas.

Como lo mencioné en el capítulo III donde describí los resultados de la migración, todos los algoritmos presentan problemas para representar de manera eficiente y completa todo el modelo de velocidad. Lo anterior es provocado, principalmente, porque el principio del modelo del reflector explosivo falla cuando la distancia fuente-receptor no es nula, cuando hay trayectorias múltiples y también cuando hay reflexiones múltiples (Fig. 35).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

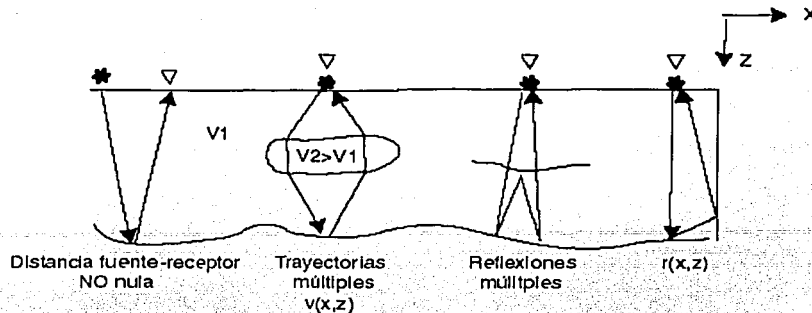
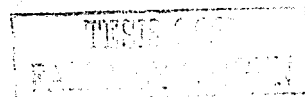


Figura 35. Situaciones donde la condición de representación ( $t=0$ ) del modelo del reflector explosivo falla (modificado de Claerbout, 1985).

Si bien el operador de continuación hacia abajo funciona en estas situaciones, nuestra condición de representación ( $t=0$ ) falla. Esto quiere decir que si la estructura geológica es complicada, los datos apilados no pueden representar apropiadamente datos de *offset* cero y la migración después de apilar no puede arreglar de manera adecuada los datos. Por esto es necesario establecer una migración antes de apilar.

Las tendencias actuales en el procesamiento de imágenes sísmicas se han enfocado en la migración antes de apilar (Jin y Walraven, 2003; Ritchie, 2003), ya que es la que mejor resuelve la obtención de imágenes del subsuelo con estructuras de velocidad muy complejas. Los algoritmos de las técnicas que utilicé de la paquetería *Seismic Unix* ya han sido adaptados para migrar secciones antes de apilar (tanto en el dominio del tiro, como en el del *offset*). El algoritmo de diferencias finitas de Fourier con frecuencias densas (*DFFFD*) ya se ha extendido para una migración en tres dimensiones, antes de apilar (Yu, 2003). Para extender el programa que yo manejé en dos dimensiones y después de apilar, antes de apilar, es necesario considerar algunas condiciones. De manera similar a la propagación del campo de ondas en el caso de migración después de apilar, en el caso de migración antes de apilar la propagación del campo se realiza con la ecuación de onda paraxial. La diferencia es que el campo de ondas fuente y el campo de ondas del receptor, se propagan de manera separada en el caso de migración antes de apilar.

La condición de representación en el caso antes de apilar y después de apilar la podemos establecer de la siguiente forma (Han, 2000). Supongamos que el campo de ondas fuente y el receptor se propagan de manera adecuada a cierto paso de profundidad y denotemos con  $S$  al



campo de ondas fuente (onda incidente), con  $R$  al campo de ondas receptor (onda reflejada) y con  $W$  a la reflectividad (respuesta al impulso de la tierra). Estas tres condiciones están relacionadas en el dominio del tiempo por una operación de convolución y puede expresarse en el dominio de la frecuencia por una operación simple donde

$$R = SW \quad (31)$$

El objetivo de la migración antes de apilar es obtener la reflectividad  $W$ . Entonces, la condición de representación en el dominio de la frecuencia es sólo una división,

$$W = \frac{R}{S} \quad (32)$$

En la práctica este valor se sustituye por

$$W = \frac{RS^*}{SS^* + \epsilon} \quad (33)$$

donde  $S^*$  es el complejo conjugado del campo de ondas fuente y  $\epsilon$  es un pequeño valor constante que se elige para lograr estabilidad numérica evitando posibles divisiones entre cero. Si suponemos que el campo de ondas fuente se está propagando como una función delta de Dirac, entonces  $SS^*$  es exactamente la unidad en el dominio de la frecuencia y el denominador será un factor escalar. Entonces la condición de representación se simplifica a

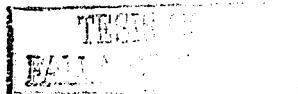
$$W = RS^* \quad (34)$$

Así, la condición de representación en el caso antes de apilar y después de apilar difiere en el formato de los datos de entrada. A diferencia de la migración después de apilar, que trabaja con una sola traza para cada punto medio, la migración antes de apilar maneja una gran cantidad de trazas que son registradas en dominios de tiro común (*common-shot gather*), de receptor común (*common-receiver gather*), o de *offset* común (*common-offset gather*). El registro o acomodo de los datos está basado en la geometría de la posición de la fuente y el receptor. Peng (2002) ha demostrado que si se realiza la migración antes de apilar con datos en el dominio de tiro común, entonces el método *DFF* produce imágenes más exactas del subsuelo que otros métodos.

Los registros de tiro común son un grupo de trazas que tiene la misma posición de la fuente. Físicamente, esto es exactamente el campo de ondas registrado a lo largo de la superficie de la Tierra cuando se excita la fuente.



Para extender el programa *DFFFD* para migración antes de apilar en el dominio del tiro común, extrapolaría el campo de ondas de cada registro de tiro común como si fuera un *CMP* y posteriormente haría la sumatoria de los diferentes campos de onda obtenidos con la condición de representación calculada para el caso antes de apilar. Sin embargo, este proceso sale de los objetivos de este trabajo.

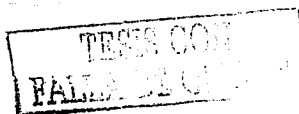


## V. CONCLUSIONES

Los métodos de migración en  $f-k$  son los que a futuro tendrán mayor importancia en la industria, ya que resuelven satisfactoriamente el problema de obtención de imágenes sísmicas en casos de geología compleja. Además, son muy rápidos.

Los métodos tradicionales de migración en  $f-k$  trabajan solo en los dominios  $f-k$  o  $f-x$ . Los métodos que sólo trabajan en el dominio  $f-k$ , como los de Stolt y de Gazdag, son útiles en áreas con geologías poco complejas, sin variaciones laterales de velocidad. El método  $DF$  sólo trabaja en el dominio  $f-x$ , mediante diferencias finitas y aproximaciones de series de Taylor, maneja variaciones de velocidad en el medio, pero tiene limitaciones en el algoritmo para resolver echados con pendientes pronunciadas, lo que ocasiona artefactos numéricos en la imagen. El método  $DFMI$  también trabaja sólo en el dominio  $f-k$ , pero emplea varias velocidades para obtener una buena calidad en la imagen, por lo que se puede emplear en medios complejos con contrastes de velocidad y echados pronunciados. Desafortunadamente, es costoso en tiempo de procesamiento y depende de la cantidad de velocidades de referencia que maneja y es ineficiente si se manejan velocidades incorrectas. Los métodos más recientes se valen de dominios híbridos, con alternancia entre el dominio  $f-k$  y  $f-x$ , con lo que se hacen más eficientes en el manejo de las velocidades en medios complejos o en tiempo de cómputo. El método  $PS$  es más eficiente en áreas con geologías complejas que los métodos  $DFMI$  y  $FD$ , pero tiene limitaciones en el tipo de velocidades de referencia, ya que no deben ser muy diferentes a la velocidad de fondo. El método  $DFP$  es el que mejor resuelve los problemas de migración en medios complejos, pues no tiene limitaciones en el tipo de velocidad y resuelve echados pronunciados. No obstante, es más tardado en tiempo de cómputo que el método de paso separado.

El método  $DFFFD$  es más rápido en comparación con los métodos más eficientes que existen actualmente en el dominio  $f-k$ , ya que emplea un muestreo amplio del campo de ondas principal en el dominio de la frecuencia, por lo que captura la porción principal del campo de ondas. Además, tiene ventajas como: buena respuesta ante echados pronunciados y medios con velocidad variable lateral y verticalmente. Es por lo anterior que métodos como el  $DFFFD$  tendrán un gran impacto en la industria ante los problemas cada vez más complejos en la obtención de imágenes sísmicas.



## REFERENCIAS

Bonomi, E., Brieger, L., Nardone, C., y Pieroni, E., 1998, Phase shift plus interpolation: A scheme for high-performance, echo-reconstructive imaging: *Computers in Physics*, **12**, 126-132.

Castillo Covarrubias, J., Mendoza Amuchástegui, J. A. y Chávez Pérez, S., 2000, Estimación de modelos de velocidad para migración sísmica: Boletín de la *AMGE (Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración)*, **40**, 1-34.

Chun, J. H., y Jacewitz, C. A., 1981, Fundamentals of frequency domain migration: *Geophysics*, **46**, 717-733.

Claerbout, J. F., 1985, Imaging the earth's interior. Blackwell Scientific Publications, Oxford, Inglaterra. [Disponible en el URL: <http://sepwww.Stanford.edu/sep/prof/index.html>]

Duquet, B., Lavaud, B., y Prat, F., 2003, Improving GSP extrapolator: *Society of Exploration Geophysicists 73<sup>rd</sup> Annual Meeting, Technical Program Expanded Abstracts with Author's Biographies*, 1138-1141, Dallas, Texas, EUA, Oct. 26-31.

Furniss, A., 1999, An interpreter's guide to improvements in depth imaging trough model-based velocity estimation and refinement: *PESA (Petroleum Exploration Society of Australia) Journal*, **27**, 41-54.

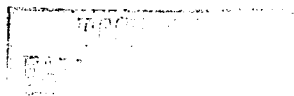
Gazdag, J., 1978, Wave equation migration with the phase-shift method: *Geophysics*, **43**, 176-185.

Gazdag, J., y Sguazzero, P., 1984, Migration of seismic data by phase shift plus interpolation: *Geophysics*, **49**, 124-131.

Gray, S. H., Etgen, J., Dellinger, J., y Whitmore, D., 2001, Seismic migration problems and solutions: *Geophysics*, **66**, 1622-1640.

Han, B., 1998, A comparison of four depth-migration methods: *Society of Exploration Geophysicists 68<sup>th</sup> Annual Meeting, Technical Program Expanded Abstracts with Author's Biographies II*, 1104-1107, Nueva Orleans, LA, EUA, Sep. 13-18.

Han, B., 2000, A comparison of four closely related depth migration methods: *Tesis de maestría*, Colorado School of Mines, Golden, CO, EUA.



Huang, L., y Fehler, M., 2001, Globally optimized Fourier finite-difference migration in three dimensions: *Proceedings of the 5<sup>th</sup> SEGJ (The Society of Exploration Geophysicists of Japan) International Symposium-Imaging Technology*, 67-74, Tokio, Japón, Ene. 24-26.

Jin, S., Wu, R.-S. y Peng, C., 1998, Prestack depth migration using a hibrid pseudo-screen propagator: *Society of Exploration Geophysicists 68<sup>th</sup> Annual Meeting, Technical Program Expanded Abstracts with Author's Biographies II*, 1819-1822, Nueva Orleans, LA, EUA, Sep. 13-18.

Jin, S., y R.-S. Wu, 1999, Depth migration with a windowed screen propagator: *Journal of Seismic Exploration*, **8**, 27-38

Jin, S., Xu, S., y Mosher, C., 2002, Migration with a local phase screen propagator: *Society of Exploration Geophysicists 72<sup>th</sup> Annual Meeting, Technical Program Expanded Abstracts with Author's Biographies II*, 1164-1167, Salt Lake City, Utah, EUA, Oct. 6-11.

Jin, S., y Walraven, D., 2003, Wave equation GSP prestack depth migration and illumination: *The Leading Edge*, **22**, 606-610.

Kelamis, P.G. y Kjartansson, E., 1985, Forward modeling in the frequency-space domain: *Geophysical Prospecting*, **33**, 252-262.

Lee, D., Mason, I.M., y Jackson, G.M., 1991, Split-step Fourier shot-record migration with deconvolution imaging: *Geophysics*, **56**, 1786-1793.

Levin, S. A., 1998, Resolution in seismic imaging: is it all a matter of perspective?: *Geophysics*, **63**, 743-749.

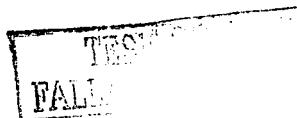
Peng, C., 2002, Practical aspects of wave equation migrations: *Society of Exploration Geophysicists 72<sup>th</sup> Annual Meeting, Technical Program Expanded Abstracts with Author's Biographies II*, 1288-1291, Salt Lake City, Utah, EUA, Oct. 6-11.

Popovici, A. M., 1991, Phase shift plus interpolation and split-step Fourier migration: *Stanford Exploration Project (SEP) Report*, **72**, 139-152.

Ristow, D., y Rühl, T. (1994), Fourier finite-difference migration: *Geophysics*, **59**, 1882-1893.

Ritchie, W., 2003, Trends in depth imaging: Observations from the 2002 SEG Annual Meeting: *The Leading Edge*, **22**, 206-208

Robein, E. (2003). *Velocities, time-imaging and depth imaging in reflections seismics. Principles and methods*, European Assoc. of Geoscientists and Engineers, Houten, Holanda.



Stein, S., y Wysession, M., 2002, An introduction to seismology, earthquake and earth structure, Blackwell Science, 498p.

Stockwell, J. W., 1999, the CWP/SU: Seismic Un\*x package: *Computers & Geosciences*, **25**, 415-419.

Stoffa, P. L., Fokkema, J. T., Luna Freire, R. M., y Kessinger, W. P., 1990, Split-step Fourier migration: *Geophysics*, **55**, 410-421.

Stolt, R. H., 1978, Migration by fourier transform: *Geophysics*, **43**, 23-48.

Wenzel, F., 1991, Frequency-wavenumber migration in laterally heterogeneous media: *Geophysics*, **56**, 1671-1673.

Wild, A. J., Hobbs, R. W., y Frenje, L., 2000, Modelling complex media: an introduction to the phase-screen method: *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **120**, 219-225.

Wu, R., 2003, Wave propagation, scattering and imaging using dual-domain one-way and one return propagators: *Pure and Applied Geophysics*, **160**, 509-539.

Yilmaz, Ö., 2001, Seismic data analysis: processing, inversion and interpretation of seismic data: Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, EUA.

Yu, J., 2001, Sparse frequency Fourier finite difference migration, *2001 Univ. of Utah Tomography and Modeling/Migration (UTAM) Midyear Report*, 41-53, Oct. 15.

Yu, J., 2003, 3-D SEG/EAGE salt model imaging using sparse frequency wavefield extrapolation, *2002 Univ. of Utah Tomography and Modeling/Migration (UTAM) Report*, 233-245, Feb. 9.



## RECONOCIMIENTOS

Al Dr. Juan Martín Gómez González, codirector de esta tesis y tutor interno de la maestría.

A Jianhua Yu y Jerry Schuster, del consorcio de investigación (*UTAM*) *University of Utah Tomography and Modeling/Migration* (<http://utam.gg.utah.edu>), en EUA, por brindar su ayuda para disponer de un código de trabajo que hizo factible la realización de este trabajo de tesis.

A Jorge A. Mendoza Amuchástegui y Sergio Chávez Pérez, quienes obtuvieron el modelo, datos y secciones de la Fig. 18.

Las secciones apiladas y registros de *CMP* del Capítulo III los calculé con programas de la paquetería *Seismic Unix* (Stockwell, 1999).

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por patrocinar mis estudios de maestría.

Al Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), particularmente al M.C. Jorge Mendoza Amuchástegui, por las facilidades brindadas para realizar esta tesis.

Al Instituto de Geofísica (UNAM), particularmente al Dr. Javier Pacheco jefe del Departamento de Sismología, por darme un espacio de estudio.

