

03060  
6



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

INSTITUTO DE GEOFISICA  
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

ACELERACION ESTOCASTICA DE  
PARTICULAS CARGADAS EN LA  
MAGNETOSFERA KRONIANA

**TESIS PROFESIONAL**  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
**MAESTRA EN CIENCIAS DE LA  
TIERRA (FISICA ESPACIAL)**  
P R E S E N T A :  
FIS. ELIZABETH MARTINEZ GOMEZ

ASESOR: DR. HECTOR ANTONIO PEREZ DE TEJADA JAIME

TESIS CON  
FALLA DE OBTENI...

2003

A



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **PAGINACIÓN DISCONTINUA**

## Agradecimientos

Nuevamente estoy presentando mi tesis ante todos ustedes con más entusiasmo que nunca, parece que me está gustando eso de escribir, verdad???. Este espacio es para todas esas personas que de alguna manera contribuyeron en mi formación durante esta segunda etapa académica.

Parte esencial e indispensable ha sido el apoyo de mi familia que, por medio de sus consejos, me ha ayudado a ser mejor día tras día.

A mis profesores, que con su infinita paciencia, entrega y dedicación, me han enseñado lo bella y apasionante que es la ciencia.

Gracias al Dr. Héctor Antonio Pérez de Tejada, por ser el asesor de este trabajo y por saberme guiar en este camino espacial.

Al Dr. Héctor Durand Manterola por ser el pilar de este trabajo, por su amistad y por auxiliarme cuando estaba al borde de la histeria. A la Dra. Xóchitl Blanco Cano y al Dr. Juan Américo González Esparza por darme tips siempre que lo necesité. Al M. en C. Gilberto Casillas Pérez por el apoyo en cómputo. Todos ellos forman parte del Departamento de Física Espacial y Ciencias Planetarias.

También agradezco al Dr. Jorge Pérez Peraza del Instituto de Geofísica, al Dr. Jorge Cantó Ila del Instituto de Astronomía y al Dr. Julio Herrera Velásquez del Instituto de Ciencias Nucleares por haber revisado minuciosamente este trabajo y por las valiosas contribuciones realizadas al mismo.

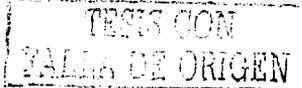
A mi doctor consentido por siempre, Juan Manuel Lozano Mejía por ser mi amigo y "regañarme" cuando lo merezco jejeje.

Al mejor jefe que el Departamento de Estado Sólido del IFUNAM ha tenido, el Dr. Gerardo Vázquez Fonseca por su amistad y además por aclararme dudas de cómputo.

A uno de los maestros que más disfruta la docencia, el Fís. Juan Américo González Menéndez por su invaluable amistad y ayuda desde que lo conocí.

A mis amigos del IFUNAM: Pilar Ovalle, Carlos Mendoza (ahora en el IIM), Héctor Verdiguél, Fernando Camacho, y Oscar Mendoza "El Pollo".

A "La familia"- como cariñosamente llamo a mi grupo de amigos de la Facultad de Ciencias- integrada por (sin orden de preferencia): Tania Santiago, Vaneza Peña, Carlos Barragán, Alejandro Lugo, Armando Resendiz, Walter Galván, Elio Martínez, Fernando Guadalupe, Felipe Rivera, Marco Barragán, David Bucio, Norma Sánchez,



*Orlando Baca, Pedro Cervera, Orlando Hernández, Germán Pérez, A Patrick Bakker, a Dennis Bakker y a Marl Rentmeester les agradezco tantos años de amistad a pesar del océano que nos separa.*

*Finalmente agradezco al Dr. Oscar Campos Enríquez (coordinador del posgrado en Ciencias de la Tierra) por permitirme ser parte de su alumnado, a Araceli Chamán y a Mónica Salgado por auxiliarme en la tramitología. Así como a las instalaciones del IGUNAM por las facilidades prestadas para el desarrollo de mi tesis, y al Sistema Nacional de Investigadores (SNI) por el apoyo económico brindado durante este periodo.*

*Ah, se me olvidaba, gracias al futbol por darme momentos de diversión, esparcimiento y goce con esos jugadores tan pero tan interesantes que tiene.*

*A todos ustedes 1000 gracias por darme la oportunidad de culminar exitosamente otra etapa.*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Contenido

---

Resumen

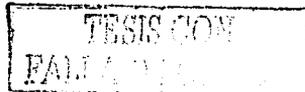
Índice de Figuras

Índice de Tablas

Índice de Gráficas

<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>La Magnetosfera Kroniana.....</b>	<b>28</b>
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>Modelos de aceleración de partículas.....</b>	<b>70</b>
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>Aplicación del modelo de aceleración estocástica de partículas.....</b>	<b>102</b>
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>Resultados y Conclusiones.....</b>	<b>130</b>

Referencias



## Resumen

En la magnetosfera kroniana se han detectado distintas regiones de plasma. Dentro de unos 400 mil kilómetros de Saturno existe un toro de gas formado por iones de  $H^+$  y de  $O^+$ , probablemente originados por "salpicaduras" de hielo de agua provenientes de las superficies de dos de sus satélites -Dione y Tetis-. A este toro interno se le han asociado fuertes emisiones de onda de plasma; mientras que en las regiones externas a este toro, algunos iones han sido acelerados hasta alcanzar grandes velocidades. En términos de temperatura, tales velocidades corresponden al intervalo de 400 millones a 500 millones de grados Kelvin.

También se detectó la presencia de una delgada hoja de plasma que se extiende hacia fuera de la magnetosfera hasta -aproximadamente- 1 millón de kilómetros. La fuente de material para esta hoja es, quizá, la ionosfera de Saturno, la atmósfera de Titán y el toro de hidrógeno neutro que rodea a Titán entre 500 mil kilómetros y 1.5 millones de kilómetros.

La presencia de estas partículas con altas energías hacen pensar que en la magnetosfera externa de Saturno tiene lugar algún mecanismo de calentamiento (o aceleración de partículas). Al respecto algunos autores han hecho las siguientes propuestas:

- a) Durante el paso de salida del vehículo Voyager 2 a través de la magnetosfera de Saturno entre  $\sim 20R_S$  y la magnetopausa se observaron numerosos eventos atribuidos a la aceleración de partículas. Observaciones hechas entre 25 y  $40 R_S$  muestran que existe una correlación entre inyecciones de electrones (de 0.35 a 2 MeV), aumentos en el flujo de iones calientes (de 28 a 215 keV), una caída en la amplitud del campo magnético y una señal en el canal de 562 Hz en el espectrómetro de plasma PLS (*Plasma Science*). La explicación a esta correlación involucra la liberación de energía magnética que calienta a la componente iónica del plasma y acelera a los electrones hasta energías de 2 MeV. Las depresiones en la magnitud del campo son causadas por efectos diamagnéticos de los iones calientes. El ruido en el canal de 562 Hz es debido a las oscilaciones del plasma electrónico (Schardt, 1985).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- 7
- b) Según Nishida (1990), el principal mecanismo de aceleración de partículas en las magnetosferas planetarias es el calentamiento adiabático que acompaña a la difusión radial hacia las partes internas de la magnetosfera. Esta difusión es conducida por campos electromagnéticos variables con el tiempo cuyas escalas temporales son mucho menores que el periodo correspondiente al movimiento azimutal de las partículas alrededor del planeta.
  - c) Otra posibilidad es la magnetocola de Saturno. En esta región los cambios en la configuración de la cola inducidos por perturbaciones interplanetarias pueden conducir a la aceleración de iones y electrones a varios cientos de keV.
  - d) Algunos autores consideran que un mecanismo apropiado para estudiar la aceleración de partículas en magnetosferas planetarias es la *aceleración estocástica* que implica la solución de las ecuaciones de Fokker-Planck en donde el espectro de las fluctuaciones del campo magnético es conocido (esto se debe a que todavía los instrumentos son incapaces de medir la estructura muy fina del campo magnético). Por esta razón los estudios que involucran este tipo de espectros se basan en modelos teóricos para la turbulencia.

En este trabajo se propuso que las fluctuaciones temporales del campo magnético (a través de las ecuaciones de Maxwell) generan un campo eléctrico estocástico (el carácter estocástico se simuló mediante un método de Monte Carlo) que está directamente involucrado en la aceleración de partículas. El modelo pretende dar una explicación al porqué de la presencia de partículas energéticas dentro de la magnetosfera kroniana.

De los resultados se observó que la probabilidad de que las partículas ganen energía es mayor a la probabilidad de que las pierdan, esto quiere decir, que entre mayor sea el número de interacciones con las fluctuaciones del campo magnético las partículas se van acelerando. En consecuencia parece no existir un umbral de energía para el cual la partícula ya no gana ni pierde energía.

Este mecanismo de aceleración estocástica puede ser aplicado a otros sistemas físicos en donde las fluctuaciones del campo magnético sean importantes y en donde el tratamiento por turbulencia hidromagnética sea bastante complicado.



## Índice de Figuras

<b>Figura 1.1</b> <i>La estructura interna de Saturno</i> .....	6
<b>Figura 1.2</b> <i>Estructura de las nubes en la atmósfera de Saturno</i> .....	10
<b>Figura 1.3</b> <i>El sistema de anillos</i> .....	15
<b>Figura 1.4</b> <i>Satélites de Saturno</i> .....	19
<b>Figura 2.1</b> <i>Esquema global de la magnetosfera de Saturno</i> .....	32
<b>Figura 2.2</b> <i>Trayectorias de los Voyager 1 y 2 en la magnetosfera interna de Saturno</i> .....	35
<b>Figura 2.3</b> <i>Cruces realizados por las naves Pioneer 11, Voyager 1 y Voyager 2 en la magnetosfera interna de Saturno</i> .....	39
<b>Figura 2.4</b> <i>Densidades iónicas, temperaturas, y composición medidas por el Pioneer 11 como funciones de la distancia radial</i> .....	40
<b>Figura 2.5</b> <i>Densidad electrónica y perfil de temperaturas derivados de las observaciones del Voyager 1 y del Voyager 2</i> .....	41
<b>Figura 2.6</b> <i>Posible configuración de la hoja de plasma de Saturno</i> .....	42
<b>Figura 2.7</b> <i>a) Proyecciones meridionales de las trayectorias del Pioneer 11, del Voyager 1 y del Voyager 2; b) Trayectorias del encuentro con Saturno en coordenadas cilíndricas</i> .....	52
<b>Figura 2.8</b> <i>Densidades electrónicas y temperaturas observadas durante el paso de entrada del Voyager 1</i> .....	56
<b>Figura 2.9</b> <i>Intensidades de los electrones observados durante el paso del Voyager 1</i> .....	58
<b>Figura 2.10</b> <i>Cadena de interacciones entre la magnetosfera, satélites, y nubes neutras</i> .....	62
<b>Figura 2.11</b> <i>Contornos de densidad para átomos pesados (moléculas de H<sub>2</sub>O, OH y O) producidos por la "salpicadura" de la superficie de los satélites principalmente por O<sup>+</sup> con energías de ≥ 20 keV</i> .....	66
<b>Figura 2.12</b> <i>Diagrama de la distorsión de las líneas de campo magnético de Saturno en la vecindad de Titán, provocada por las corrientes inducidas en la ionosfera y en la estela de Titán</i> .....	69

**Figura 3.1** Sitios de aceleración de partículas caracterizados por sus distancias medidas desde la Tierra,  $D$ , y la energía máxima en la cual las partículas son aceleradas.....73

**Figura 3.2** Esquema de la magnetosfera indicando las zonas de radiación, la hoja de plasma, el manto de plasma, y los "cusps".....78

**Figura 3.3** Reconexión magnética.....82

**Figura 3.4** Aceleración por arrastre.....90

**Figura 3.5** Aceleración por choque difusivo.....92

**Figura 3.6** Mecanismo de aceleración de Fermi.....95

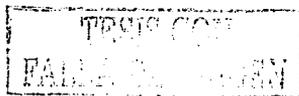
**Figura 3.7** Aceleración estocástica o de segundo orden de Fermi.....98

**Figura 4.1** Sistema de coordenadas cartesiano.....109

**Figura 4.2** Perfil de las fluctuaciones temporales del campo magnético durante el paso del Voyager 1 por la magnetosfera kroniana en el sistema de coordenadas  $L1$ .....115

**Figura 4.3** Perfil de las fluctuaciones temporales del campo magnético durante el paso del Voyager 1 por la magnetosfera kroniana en el sistema de coordenadas SSO.....118

**Figura 4.4** Diagrama de flujo para estudiar el mecanismo de aceleración estocástica.....129



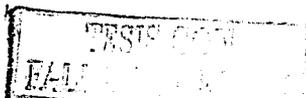
## Índice de Tablas

<b>Tabla 1.1</b> Restricciones a los modelos sobre la estructura interna de los planetas gigantes.....	3
<b>Tabla 1.2a</b> Razones elementales, en unidades solares, observadas en las atmósferas externas de los planetas gigantes.....	7
<b>Tabla 1.2b</b> Constituyentes menores de las atmósferas de los planetas gigantes.....	8
<b>Tabla 1.3</b> Dimensiones de los anillos de Saturno.....	12
<b>Tabla 1.4</b> Satélites de Saturno.....	18
<b>Tabla 2.1</b> Propiedades térmicas del plasma magnetosférico en los planetas exteriores.....	30
<b>Tabla 2.2</b> Comparación entre las componentes del espectro de radio de Saturno.....	46
<b>Tabla 2.3</b> Observaciones realizadas en la magnetosfera externa Kroniana.....	51
<b>Tabla 2.4</b> Flujos ( $\times 10^8 \text{ H}_2\text{O cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ) eyectados por los satélites debido a la incidencia de $\text{O}^+$ .....	65
<b>Tabla 2.5a</b> Propiedades del plasma magnetosférico incidente.....	68
<b>Tabla 2.5b</b> Cantidades derivadas del plasma magnetosférico incidente.....	68
<b>Tabla 4.1</b> Distribución de las columnas de datos del campo magnético en el sistema de coordenadas kronográfico L1.....	105
<b>Tabla 4.1(continuación)</b> Distribución de las columnas de la trayectoria de la nave en el sistema de coordenadas kronográfico L1.....	107
<b>Tabla 4.2</b> Estadística descriptiva asociada a la distribución de cada componente del campo eléctrico en el sistema de coordenadas kronográfico L1.....	112
<b>Tabla 4.3</b> Estadística descriptiva asociada a la distribución de cada componente del campo eléctrico corregido por el dipolo en el sistema de coordenadas L1.....	116
<b>Tabla 4.4</b> Distribución de la columna de datos del campo magnético y de la trayectoria en el sistema de coordenadas SSO.....	117
<b>Tabla 4.3</b> Estadística descriptiva asociada a la distribución de cada componente del campo eléctrico corregido por el dipolo en el sistema de coordenadas SSO.....	119

TESIS CON  
FALLA DE CALIDAD

## Índice de Gráficas

Gráfica 5.1	Histograma correspondiente a la distribución de frecuencias del campo eléctrico estocástico.....	136
Gráfica 5.2	Histograma correspondiente a la distribución maxwelliana inicial de velocidades para una población de 10,000 partículas de $H^+$ sometidas a 10,000 interacciones.....	137
Gráfica 5.3	Espectro de energía inicial para una población de 10,000 partículas de $H^+$ sometidas a 10,000 interacciones.....	138
Gráfica 5.4	Histograma correspondiente a la distribución maxwelliana final de velocidades para una población de 10,000 partículas de $H^+$ sometidas a 10,000 interacciones.....	139
Gráfica 5.5	Espectro de energía final para una población de 10,000 partículas de $H^+$ sometidas a 10,000 interacciones.....	140
Gráfica 5.6	Histograma correspondiente a la distribución maxwelliana final de velocidades para una población de 10,000 partículas de $H^+$ sometidas a 100,000 interacciones.....	141
Gráfica 5.7	Espectro de energía final para una población de 10,000 partículas de $H^+$ sometidas a 100,000 interacciones.....	142
Gráfica 5.8	Ganancia de energía en función del número de interacciones que efectúa la población de partículas dentro de la magnetosfera kroniana.....	143



# CAPÍTULO 1

## Introducción

---

### EL SISTEMA DE SATURNO

El interior	2
La atmósfera	5
Los anillos	11
Los satélites	17

TESIS CON  
FALLA DE CUBRIL

## EL SISTEMA DE SATURNO

Después de su encuentro con Júpiter e impulsado por éste, el 1 de Septiembre de 1979, el Pioneer 11 llegó a Saturno pasando a una distancia mínima de 20,921 kilómetros de su superficie y tomando las primeras fotos a corta distancia. Sus instrumentos pudieron confirmar la presencia de las lunas, Telis y Rea, descubiertas en 1684 y en 1672 respectivamente por G. D. Cassini, anillos adicionales; también demostraron por primera vez la existencia de un campo magnético intrínseco y la magnetosfera asociada al planeta; y se estudió por vez primera a su luna más grande, Titán.<sup>1</sup>

Años más tarde se enviaron las naves gemelas Voyager. Los encuentros del Voyager 1 y del Voyager 2 ocurrieron con nueve meses de diferencia, siendo los máximos acercamientos con Saturno el 12 de noviembre de 1980 y el 25 de agosto de 1981, respectivamente. El Voyager 1 pasó a 64,200 kilómetros del borde de las nubes, mientras que el Voyager 2 lo hizo a 41,000 kilómetros. A partir de las observaciones y mediciones realizadas por estas naves, nuestro conocimiento sobre el sistema de Saturno se incrementó considerablemente.

### El interior

En general cualquier modelo del interior de los planetas gigantes es calculado por la combinación de una relación entre la presión y la densidad para una mezcla de materiales,  $P = P(T, \rho, x)$ , con las ecuaciones que relacionan la temperatura con la presión,  $T = T(P)$ , y la composición con la presión,  $x = x(P)$ , las cuales conducen a una relación barotrópica,  $P = P(\rho)$  que puede ser sustituida en la ecuación de equilibrio hidrostático y resuelta para una determinada distribución de densidad dentro del planeta,  $\rho(r)$ . Esta distribución debe satisfacer algunas restricciones (Tabla 1.1), que incluyen la masa total del planeta  $M$ , el radio ecuatorial a una determinada presión  $p$ , y los momentos multipolares observados de la distribución de masa  $J_2$ ,  $J_4$  y  $J_6$  (Hubbard and Stevenson, 1984).

<sup>1</sup> Luego de su encuentro con Saturno, el Pioneer 11 prosiguió su camino hacia el espacio exterior del sistema solar, estudiando las partículas energéticas del viento solar y los rayos cósmicos que entran en la Galaxia. Finalmente el 30 de Septiembre de 1995 las operaciones rutinarias de la misión se detuvieron. La comunicación intermitente con la nave continuó hasta el mes de Noviembre de 1995 en que se recibió su último contacto. Desde entonces no ha habido comunicación con el Pioneer 11 ya que -debido al movimiento de la Tierra y a la falta de energía de la sonda- ésta no ha sido capaz de reorientar su antena con respecto a la Tierra.

Tabla 1.1

Restricciones a los modelos sobre la estructura interna de los planetas gigantes (Hubbard, 1989)

PLANETA CONDICIÓN	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Periodo de rotación del campo magnético $2\pi \omega$	$9^{\text{h}} 55^{\text{m}} 29.7^{\text{s}}$	$10^{\text{h}} 39^{\text{m}} 22.4^{\text{s}}$	$17.24^{\text{h}} \pm 0.01^{\text{h}}$	$15.6^{\text{h}} \pm 1.2^{\text{h}}$
$p$	$71492 \pm 4 \text{ km}$	$60268 \pm 4 \text{ km}$	$25650 \pm 100 \text{ km}$	$25269 \pm 10 \text{ km}$
$J_2$	$0.014697 \pm 0.000001$	$0.016479 \pm 0.000018$	$0.0033461 \pm 0.0000030$	$0.0040 \pm 0.0005$
$J_4$	$-0.000584 \pm 0.000005$	$0.000937 \pm 0.000038$	$-0.0000321 \pm 0.0000037$	0 (supuesto)
$J_6$	$0.000031 \pm 0.000020$	0.000084 (supuesto)	0 (supuesto)	-

TESIS CON  
 FALTA DE CUBIEN

De acuerdo con la Tabla 1.1, los modelos estiman que Saturno tiene aproximadamente la misma composición que el Sol y que la nebulosa protosolar. El hidrógeno es el elemento más abundante (cerca del 80%), le sigue el helio en una proporción aproximada del 18%. Otros elementos -oxígeno, hierro, neón, nitrógeno y silicio- constituyen el 2% restante. No hay una razón en particular para creer que un planeta gigante como Saturno ha perdido selectivamente algunos de los gases primordiales. Su estructura interna debe estar dominada por diferentes formas del hidrógeno, formas que son estables a elevadas temperaturas y presiones.

En la Figura 1.1 se muestra la estructura interna de Saturno. La zona de nubes forma una delgada envoltura que comprende únicamente del 0.1% al 0.3% del radio planetario. Debajo de esta zona existe una clara atmósfera de hidrógeno (93%) y de helio (7%), que se extiende hacia abajo y gradualmente incrementa su densidad. No hay una superficie sólida, sólo gas que aumenta en densidad y la temperatura que desciende a un nivel donde el hidrógeno cambia a fase líquida. Esta zona bajo la cubierta de nubes es una *zona de hidrógeno molecular*. Una significativa región de transición tiene lugar a una profundidad de 30,000 kilómetros donde el hidrógeno molecular ( $H_2$ ) se vuelve hidrógeno líquido metálico ( $H^+$ ).

Sobre la zona del hidrógeno metálico yace una capa de gotitas de helio con un espesor aproximado de 4.200 kilómetros. Se cree que esta zona es la responsable de la producción de calor en el planeta. Con relación a esto último, la razón de emisión térmica en Saturno y que éste absorbe del Sol es  $1.79 \pm 0.10$ , esto es, radia 2.8 veces más calor al espacio que el recibido del Sol. En un principio, se supuso que este calor era de origen primordial, esto es, un vestigio del período de acreción (este es el caso de Júpiter); sin embargo, dado que Saturno es más pequeño que Júpiter, el primero debió perder gran parte de su calor original. En consecuencia, Saturno debería estar ahora radiando menos calor que Júpiter, así que debe estar generándose en su interior algún proceso que explique este calor excedente. Quizá, la separación del helio del hidrógeno líquido metálico ocurre en el interior, liberando energía en el proceso. Si parte del helio forma gotitas y se condensa en los niveles más profundos, éste podría liberar el calor suficiente por su caída y perder energía potencial gravitacional para producir este exceso de calor.

Una segunda transición marca el cambio entre la zona de hidrógeno metálico y el núcleo de hielo-silicatos. Esta transición proviene de la separación diferencial del hierro y del silicio (y de otros elementos pesados) junto con los hielos (agua, amoníaco y metano).

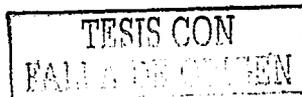
La composición y estructura del núcleo no está bien definida. Los modelos donde suponen que está constituido por roca o por una mezcla de hielo-roca -bajo diversas condiciones iniciales como razones entre He y H en la envoltura o bien la presencia de un fluido externo- pueden satisfacer las restricciones mostradas en la Tabla 1.1.

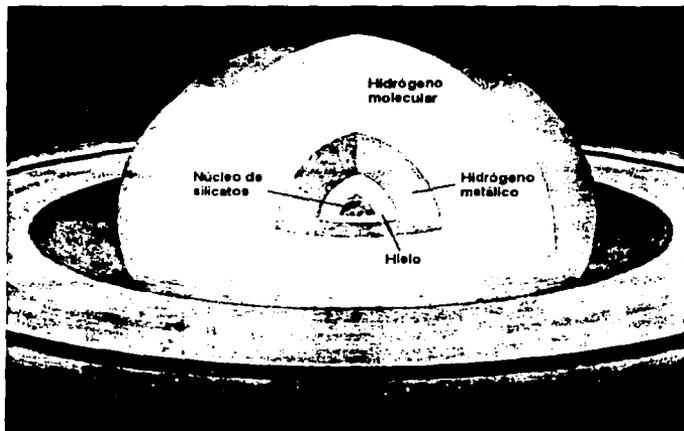
### La atmósfera

En general las atmósferas de los planetas gigantes (Tabla 1.2 a) se caracterizan por poseer al hidrógeno y al helio como componentes principales. Sin embargo, este último aparece reducido (comparado con la abundancia protosolar) en las atmósferas de Júpiter y Saturno, pero no así en Urano. Estas atmósferas también exhiben componentes menores dominados por compuestos CON como se espera a partir de las abundancias cósmicas (Tabla 1.2 b). El carbono y otros elementos pesados muestran un enriquecimiento creciente en la secuencia Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno.

Además de las diferencias en composición, deben mencionarse las diferencias en las estructuras térmicas dado que pueden afectar los procesos fotoquímicos así como a las distribuciones verticales y horizontales de los elementos. Estas son:

- Júpiter, Saturno y Neptuno exhiben fuentes de energía interna intensas, mientras que en Urano -si esta fuente existe- es muy débil. Como una consecuencia, la convección en Urano debe ser bastante pequeña lo que conduce a que las especies  $\text{PH}_3$  y  $\text{GeH}_4$  no estén presentes en su troposfera.
- Debido a las diferencias en la orientación de sus ejes de rotación, los planetas gigantes muestran efectos estacionales más o menos fuertes resultando en variaciones latitudinales de la temperatura. Esto afecta la formación y distribución de las especies que son producto de la fotoquímica en las estratosferas, especialmente los hidrocarburos.





**Figura 1.1** La estructura interna de Saturno. La capa externa está compuesta principalmente por hidrógeno molecular. Conforme se va penetrando hacia el interior, la presión alcanza 100.000 bar, y es allí donde el gas comienza a parecerse a un líquido caliente. Una vez que la presión llega a 1.000.000 bar, el hidrógeno cambia a un nuevo estado: al hidrógeno metálico. Esto sucede aproximadamente en la mitad del radio planetario. Bajo esta capa hay una región dominada por "hielo" (donde "hielo" debe entenderse como una mezcla espesa de agua, metano y amoníaco sometido a altas temperaturas y presiones). Finalmente en el centro del planeta se encuentra una capa de roca, o bien, de roca-hielo.

PROCESADO

Tabla 1.2 a

Razones elementales, en unidades solares, observadas en las atmósferas externas de los planetas gigantes (Gaufier and Owen, 1989)

RAZÓN	Sol	Júpiter/Sol	Saturno/Sol	Urano/Sol	Neptuno/Sol
He/H	0.09	$0.7 \pm 0.1$	$0.2 \pm 0.1$	$1 \pm 0.2$	?
C/H	$4.7 \times 10^4$	$2.32 \pm 0.18$	2-6	$\approx 25$ $\approx 20 \pm 10$	$\approx 35$ $\approx 50 \pm 25$
N/H	$9.8 \times 10^5$	$\approx 2$	2-4	$\ll 1 ?$	$\ll 1 ?$
O/H	$8.3 \times 10^4$	$1/50$ (H <sub>2</sub> O) $> 1/3$ (CO)	-	-	-
P/H	$2.4 \times 10^7$ (de las condritas carbonáceas)	$1 \pm 0.3$	$2.8 \pm 1.6$	-	-

TESIS CON  
 FALTA DE CIENTO

Tabla 1.2 b

Constituyentes menores de las atmósferas de los planetas gigantes (Gautier and Owen 1989)

CAPA \ PLANETA	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Troposfera	CH <sub>4</sub> , NH <sub>3</sub> , H <sub>2</sub> O PH <sub>3</sub> , GeH <sub>4</sub> , CO, HCN	CH <sub>4</sub> , NH <sub>3</sub> PH <sub>3</sub> , CO, GeH <sub>4</sub>	CH <sub>4</sub> , NH <sub>3</sub>	CH <sub>4</sub> , NH <sub>3</sub>
Estratosfera	CH <sub>4</sub> , CO NH <sub>3</sub> (limitada por la trampa fría de la tropopausa)  C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> , C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> , C <sub>3</sub> H <sub>4</sub> , C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> (?), C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	CH <sub>4</sub> CO  C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> , C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> , C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> (?), C <sub>3</sub> H <sub>4</sub> (?)	CH <sub>4</sub> (limitada por la trampa fría de la tropopausa)  C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub> (en exceso comparado con la trampa fría de la tropopausa)  C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> , C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>

INSTITUTO  
 DE INVESTIGACIONES  
 CIENTÍFICAS  
 Y TECNOLÓGICAS  
 DE LA UNAM

En el caso particular de la atmósfera de Saturno, el hidrógeno ocupa aproximadamente el 88% y el helio el 11%; el resto comprende trazas de metano, amoníaco, cristales de amoníaco y otros gases como etano, acetileno y fosfina. De hecho todos los gases encontrados en Saturno están presentes en Júpiter, pero lo contrario no es cierto.<sup>2</sup>

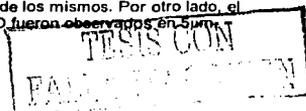
La composición de la atmósfera de Saturno apoya la idea de que en el interior del planeta ocurrió un proceso de diferenciación del helio. La fracción de masa del helio es solamente  $0.13 \pm 0.04$ , lo cual está de acuerdo con el valor solar. Esta disminución del helio en la envoltura observable de Saturno es consistente con las predicciones basadas en el flujo térmico. Otros elementos en la atmósfera aparecen enriquecidos en comparación con los valores solares. Esta situación es más clara para el carbono, ya que el metano no se condensa. Este enriquecimiento sugiere un modelo heterogéneo para la formación de Saturno, en el cual la acreción del núcleo de  $\sim 10M_{\text{SOL}}$  es seguida de una contracción muy rápida de la envoltura que lo rodea.

Los movimientos en la atmósfera están dominados por el intenso flujo axisimétrico y preferentemente dirigido hacia el este. De hecho, cerca del ecuador, las naves Voyager midieron los vientos más fuertes del planeta con velocidades del orden de 500 m/s y predominantemente en la dirección este; a latitudes por encima de los 35°, los vientos alternan su dirección de este a oeste.

Con relación a las nubes de Saturno éstas son menos coloridas y forman estructuras más discretas que las de Júpiter. Sin embargo, las cámaras del Voyager fueron capaces de grabar una gran variedad de sistemas de nubes incluyendo una estructura tipo onda localizado a 46°N, diversos óvalos blancos, cafés y rojos, así como filamentos inclinados. (Figurá 1.2)

Las capas de nubes se forman a diferentes altitudes. La capa más baja está hecha de "hielo de agua" y se extiende unos 10 kilómetros de altura con temperaturas de 250 °K y presiones superiores a 10 bar. La siguiente capa de nubes, alrededor de los 50 kilómetros de altura, está formada por hielos de hidrosulfuro de amoníaco ( $\text{NH}_4\text{HS}$ ) a una temperatura de 180 °K y una presión de 5 bar. Sobre los 80 kilómetros, se forman nubes de "hielo de amoníaco" donde la temperatura y la presión son, respectivamente, 120 °K y 1-0.5 bar.

<sup>2</sup> En particular, la presencia de  $\text{GeH}_4$  y de  $\text{CO}$  en Júpiter, pero no en Saturno a pesar de la detección de  $\text{PH}_3$  en ambos planetas puede implicar diferencias significativas en los interiores de los mismos. Por otro lado, el  $\text{PH}_3$  fue detectado cerca de los  $10\mu\text{m}$ , mientras que tanto el  $\text{GeH}_4$  como el  $\text{CO}$  fueron observados en  $5\mu\text{m}$ .





**Figura 1.2** Las naves Voyager permitieron determinar la variación de la temperatura con la altura. A presiones inferiores a  $1/10$  de atmósfera, la temperatura aumenta con la altura debido a la radiación solar absorbida por el metano y la neblina de hidrocarburos. Sin embargo, a niveles más bajos este esquema se invierte y la temperatura aumenta con la profundidad. A mayor profundidad, a partir de una presión de 0.4 atmósferas, el calor es conducido por convección para ser irradiado al espacio, produciendo de esta manera la fenomenología de las nubes que se observan en Saturno.



Encima de esta última, se localiza una capa de neblina y finalmente una atmósfera de hidrógeno y helio puro, que se extiende desde unos 200 kilómetros hasta unos 270 kilómetros.

De las capas atmosféricas se sabe que arriba del nivel de 1 nbar, se encuentra la homopausa, una región donde todos los elementos aparecen bien mezclados. La termosfera y la exosfera abarcan la región arriba de 10 nbar. Los estudios del Voyager llevaron a establecer una temperatura exosférica de 600 a 800 °K, mientras que en la estratosfera la temperatura promedio es de 140 °K.

Las mediciones del Pioneer 11 y de los Voyager en la ionosfera indican una densidad electrónica pico cerca de  $10^4 \text{ cm}^{-3}$ , diez veces menor que las predicciones de los modelos. Una posible explicación a esta discrepancia involucra un nuevo mecanismo de pérdida para el  $\text{H}^+$  vía colisiones con el  $\text{H}_2$  excitado.

Parece ser que la principal transferencia de energía a la termosfera es el calentamiento Joule causado por la salida de plasma magnetosférico. Diferente a Júpiter, la energía del impacto de partículas cargadas en la zona auroral no contribuye al calentamiento de la región termosfera/exosfera.

### Los anillos

Desde que fueron observados por vez primera por Galileo en 1610, la naturaleza de los anillos de Saturno ha sido un continuo reto para la observación y la teoría. La estructura de los anillos está determinada por su origen y por los procesos dinámicos que dependen de los tamaños y de las propiedades colisionales de las partículas que los constituyen.

El sistema clásico de anillos consiste de los anillos brillantes A y B (que están separados por la División Cassini) y un anillo C más tenue que ocupan la región entre 1.23  $R_S$  y 2.67  $R_S$  en el plano ecuatorial de Saturno (Tabla 1.3). Con la excepción del anillo E, los otros están demasiado difusos para ser observados desde la Tierra. El anillo D llena gran parte de la región entre el anillo C y el tope de la atmósfera de Saturno, mientras que los anillos E, F y G yacen detrás de los anillos principales. Ambos anillos F y G son relativamente estrechos, mientras que el anillo E ocupa una región extensa alrededor hasta la órbita de Encelado. (Figura 1.3).

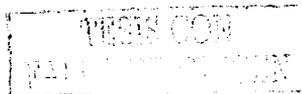
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Tabla 1.3**  
Dimensiones de los anillos de Saturno

Distancia medida desde el centro de Saturno	Radio de Saturno (R <sub>s</sub> )
Frontera interna del anillo D	1.11
Frontera interna del anillo C	1.23
Brecha Maxwell	1.45
Frontera interna del anillo B	1.53
Frontera externa del anillo B	1.95
Brecha Huygens	1.95
División de Cassini	1.99
Frontera interna del anillo A	2.02
Brecha Encke	2.21
Brecha Keeler	2.26
Frontera externa del anillo A	2.27
Centro del anillo F	2.33
Centro del anillo G	2.8
Frontera interna del anillo E	3
Frontera externa del anillo E	8

1 R<sub>s</sub> = 60,268 km. (de acuerdo con el IA 1994)

Las distancias están dadas para el centro de las brechas y de las divisiones



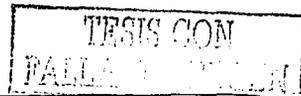
Las sondas espaciales han demostrado que los anillos principales están realmente constituidos por un gran número de anillos más estrechos. El origen y la evolución de los anillos son inciertos, sin embargo la mayoría de los científicos cree que los anillos podrían haberse formado a partir de los fuertes impactos de cometas y meteoros sufridos por los satélites.

Además de los grandes impactos, también existen dos hipótesis más relacionadas con el origen de los anillos planetarios. Estas son: *perturbación por marea* y *acreción interrumpida*. De acuerdo con la primera hipótesis, los anillos se formaron cuando un gran cuerpo que se aproximaba al planeta se fraccionó en muchos pedazos. Mientras que la segunda sostiene que los anillos se formaron a partir de una nebulosa primordial que se localizaba fuera del sitio donde los satélites surgieron. La acreción comenzó cuando esta nebulosa se enfrió y se condensó en granos sólidos, pero -según esta hipótesis- el material del anillo no formó un satélite. Este proceso de acreción debe detenerse debido a efectos gravitacionales de las resonancias orbitales con los satélites vecinos, los cuales evitaron que el material del anillo se acretara.

De aquí, que los anillos de Saturno representan una remanente del sistema solar temprano en donde las partículas que los forman no han sufrido acreción ni calentamiento (vgr. Safronov, 1984). El hecho de que las fuerzas de marea han detenido el proceso de acreción significa que los anillos son como una fotografía instantánea del sistema solar conforme éste pasó a través de un escenario similar. Los procesos dinámicos actualmente activos en los anillos fueron de suma importancia en las etapas tempranas de la formación del sistema solar. Por ambas razones, el conocimiento del sistema de anillos resulta relevante para nuestro entendimiento sobre la evolución del sistema solar.

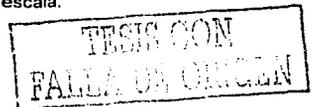
Los datos proporcionados por las naves Voyager han permitido desarrollar la teoría más aceptada relacionada con el origen de los anillos: *la teoría de impactos* (Pollack, 1975). En esta teoría, todo el material del anillo proviene de los residuos de los impactos meteoríticos sobre los grandes satélites. Esta idea está apoyada fuertemente en la variabilidad de las propiedades ópticas de las partículas, especialmente el color dentro de los anillos<sup>3</sup> (Cuzzi, 1982).

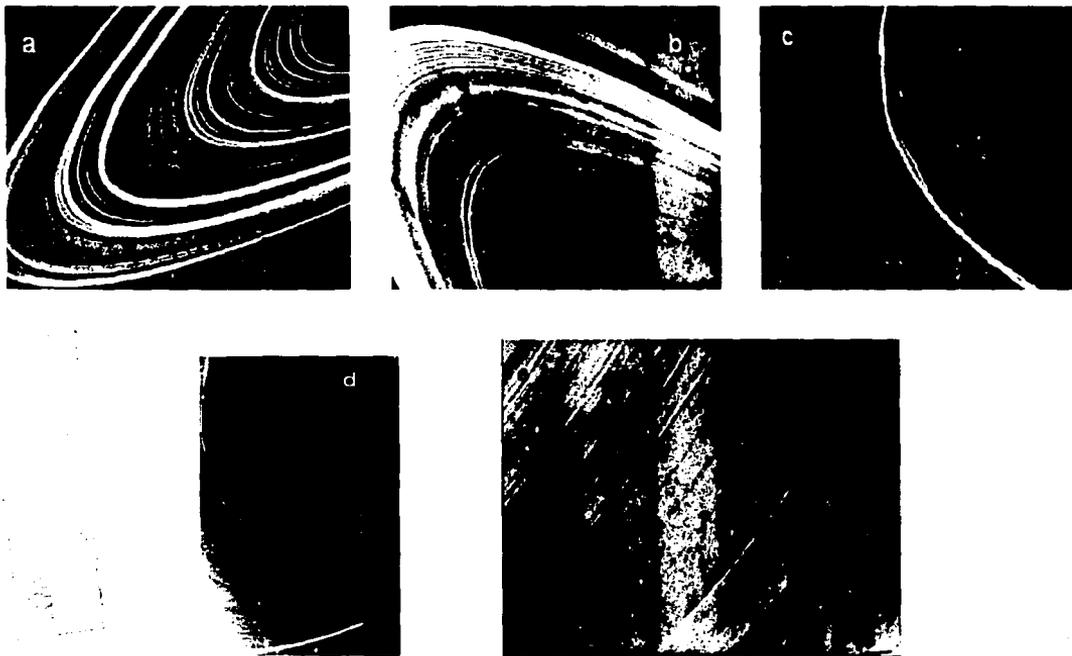
<sup>3</sup> Las partículas de los anillos son de color rojizo, tostado o café. La variedad de colores se debe a la presencia de impurezas como los óxidos de hierro, o bien, a los daños en la estructura de los cristales de hielo causada por la prolongada exposición a la radiación solar o a las partículas energéticas.



La composición de los anillos no se conoce con seguridad, pero se ha detectado que éstos contienen una cantidad significativa de agua. Podrían estar compuestos por icebergs o bolas de nieve cuyo tamaño varía entre pocos centímetros y varios metros. A continuación se describen las propiedades específicas de cada anillo.

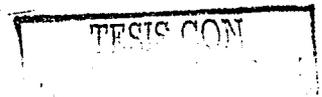
- *Anillo D:* Es el más interno. Se extiende desde los 7000 kilómetros de la atmósfera de Saturno hasta la frontera interna del anillo C. Su existencia fue inferida por las fotos hechas desde la Tierra y confirmado por las fotos de larga exposición tomadas por el Voyager. Este anillo consta de varios rizados más delgados. Es probable que el material de este anillo caiga en espiral hacia la atmósfera de Saturno.
- *Anillo C:* Presenta bandas muy regulares de claros y oscuros. Además se identifican dos prominentes brechas de 200 y 300 kilómetros de ancho. Diversas mediciones sugieren que las partículas que lo forman tienen un diámetro de 1 metro y que las partículas se hallan separadas entre sí por unos 20 metros.
- *Anillo B:* Este anillo es el cuerpo central de todo el sistema de anillos. Está separado del anillo A por la División de Cassini y del anillo C por una rápida transición a un material menos denso y casi transparente. Este anillo es el más brillante, amplio, delgado y opaco. Varias mediciones indican que este anillo no tiene más de 2 kilómetros de espesor. Los datos del Voyager y de las observaciones por radar muestran que la mayor parte de las partículas tienen 10 centímetros de diámetro. En las fotografías del Voyager también se detectaron unas trazas radiales en forma de rayos ("spokes") que aparecían y desaparecían entre las diferentes tomas.
- *División de Cassini:* Es la mayor separación entre los anillos A y B. La frontera interna (frontera del anillo B) es una marcada discontinuidad en una resonancia orbital de 2 a 1 con Mimas (donde una partícula del anillo orbita exactamente el doble para cada órbita de Mimas). La frontera externa está en resonancia con Iapeto. La división de Cassini tiene 4000 kilómetros de ancho y las fotografías del Voyager revelaron que en su interior existen anillos muy finos y brillantes, cada uno de los cuales contiene estructuras adicionales a pequeña escala.





**Figura 1.3** a) El sistema de anillos de Saturno es extraordinariamente complejo. Las divisiones clásicas de los anillos han sido etiquetadas como A, B, C, y D, pero las fotografías y mediciones realizadas por el Voyager indican que son miles de anillos separados, b) En esta imagen se muestran los "spokes" observados por el Voyager en el anillo B. Estas estructuras radiales tienen un tamaño típico de unos 10000 km y anchuras entre 100 y 1000 km., c) El anillo F es como una delgada línea circunscribiendo a los anillos clásicos. Se identifican una sorprendente variedad de rizos, trenzas y hebras, d) El tenue anillo interno D, e) Vista de cerca de la División de Cassini que divide a los anillos A y B.

- **División de Cassini:** Es la mayor separación entre los anillos A y B. La frontera interna (frontera del anillo B) es una marcada discontinuidad en una resonancia orbital de 2 a 1 con Mimas (donde una partícula del anillo orbita exactamente el doble para cada órbita de Mimas). La frontera externa está en resonancia con Iapeto. La división de Cassini tiene 4000 kilómetros de ancho y las fotografías del Voyager revelaron que en su interior existen anillos muy finos y brillantes, cada uno de los cuales contiene estructuras adicionales a pequeña escala.
- **Anillo A (anillo principal):** Las imágenes del Voyager muestran que es más uniforme que el anillo B y aparece relativamente libre de rizos finos. La frontera interna está bien definida y es opaca como el anillo B, pero la mayor parte del anillo A es transparente. La frontera externa también está bien definida, probablemente por interacciones gravitacionales con un pequeño satélite "pastor". El tamaño de las partículas que lo conforman va de algunas decenas de metros hasta micras. Además, hay varios rizos debido a la resonancia orbital con la División de Encke.
- **Anillo F:** Consiste de una banda estrecha de material localizada a unos 4000 kilómetros detrás de la frontera externa del anillo A. La anchura total es solamente de 700 kilómetros, así que en algunas fotografías del Voyager se muestra como una delgada línea (se cree que la estrechez se debe a efectos gravitacionales con dos pequeños satélites, Pandora y Prometeo). Además se descubrió que en grupo forma una variedad espectacular de rizos, hebras y trenzas.
- **Anillo E:** Yace detrás del sistema tradicional de anillos. Es visible solamente cuando el sistema de anillos es visto de canto. Observaciones hechas en 1980 muestran que el material se extiende hacia fuera —al menos— hasta ocho radios planetarios. La densidad pico de partículas está cerca de la órbita de Encelado. El Voyager detectó que únicamente este anillo dispersa la luz significativamente.



## Los satélites

Los satélites de Saturno (Morrison et.al., 1986), tal y como lo revelan los encuentros de ambos Voyager y los continuos estudios desde la Tierra, son sorprendentemente heterogéneos, a pesar de la regularidad del sistema de satélites y de su aparente similitud en composición. Todos ellos están formados -al menos en la mitad- por hielo de agua, pero existe una notable variación en cuanto a volátiles se refiere. En la Tabla 1.4 se resumen las propiedades físicas básicas de los diecisiete satélites conocidos.

Este grupo contiene cuatro distintas clases de objetos. Solamente Titán es el mayor de todos, comparable en tamaño con Ganimedes, pero con el atributo distintivo de una densa atmósfera. Mimas, Encelado, Tetis, Dione, Rea y Iapeto, representan una nueva clase de satélites intermedios, con radios entre 197 y 765 kilómetros. Excepto Febe, que probablemente represente una nueva clase de objetos que son fragmentos de hielo de cuerpos más grandes. Finalmente, los satélites más pequeños que se caracterizan por tener forma irregular (Figura 1.4).

Los pequeños satélites de Saturno podrían ser de poco interés geológico debido a su origen "frío", a su composición primitiva, y a su aparente carencia de fuentes de calor. El hielo, sin embargo, tiene un punto de fusión mucho más bajo que el de las rocas, así que una fuente de calor relativamente pequeña puede fundir el interior de una luna de hielo. De aquí, que los satélites de Saturno pudieran desarrollar algún tipo de dinámica planetaria con poca energía. Quizá estas lunas contengan pequeñas cantidades de sustancias -tales como hidratos de amoníaco y compuestos de metano y agua- con lo que el interior se fundiría a temperaturas más bajas.

A partir de la información obtenida por los Voyager se sabe que Tetis, Encelado, Dione, y probablemente Rea muestran evidencia de una fuente interna de calor que ha sido la responsable de la historia tectónica y de la actividad volcánica (Schubert et. al., 1986). Además, las observaciones sugieren que puede haber varias combinaciones de fuentes de energía (como calentamiento por mareas, radio-núcleos de vida corta, acreción de calentamiento por impacto y radio-núcleos de vida larga) y de composiciones que puede resultar en fusión interna y una prolongada actividad geológica.

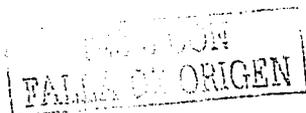


Tabla 1.4  
Satélites de Saturno

Satélite	a (R <sub>s</sub> )	P (día)	e	i (°)	V (1,0)	p <sub>v</sub>	R (km)	M (10 <sup>23</sup> gr)	ρ (g cm <sup>-3</sup> )
SXVII Atlas	2.276	0.602	0.002	0.3	9.5	0.4	20x2x10	-	-
SXVII Prometeo	2.310	0.613	0.004	0.0	6.2	0.6	70x50x37	-	-
SXV Pandora	2.349	0.629	0.004	0.1	6.9	0.5	55x45x33	-	-
SX Jano	2.51	0.69	-	-	4.9	0.6	110x95x80	-	-
SXI Epimetheus	2.51	0.69	-	-	6.1	0.5	70x58x50	-	-
SI Mimas	3.08	0.94	0.020	1.5	3.3	0.6	197 ± 3	0.46 ± 0.05	1.4 ± 0.2
SII Encelado	3.95	1.37	0.004	0.0	2.2	1.0	251 ± 5	0.8 ± 0.3	1.2 ± 0.5
SIII Tetis	4.88	1.89	0.000	1.1	0.7	0.8	530 ± 10	7.6 ± 0.9	1.2 ± 0.1
SXIII Telesto	4.88	1.89	-	-	9.1	~1.0	15x10x8	-	-
SXIV Calipso	4.88	1.89	-	-	9.4	0.7	12x11x11	-	-
SIV Dione	6.26	2.74	0.002	0.0	0.8	0.6	560 ± 5	10.5 ± 0.3	1.4 ± 0.1
SXII Helena	6.26	2.74	0.005	0.2	8.8	0.6	17x16x15	-	-
SV Rea	8.73	4.52	0.001	0.4	0.1	0.6	765 ± 5	24.9 ± 1.5	1.2 ± 0.1
SVI Titán	20.3	15.95	0.029	0.3	-1.2	0.2	2575 ± 2	1345.7 ± 0.3	1.88
SVII Hiperión	24.6	21.28	0.104	0.4	4.8	0.3	205x130x110	-	-
SVIII Iapeto	59	79.3	0.028	14.7	0.7-2.5	0.4-0.08	718 ± 18	18.8 ± 1.2	1.2 ± 0.1
VIX Febe	215	550	0.163	150	6.8	0.06	110 ± 10	-	-

TESIS CON  
 FALLA DE COPIEN

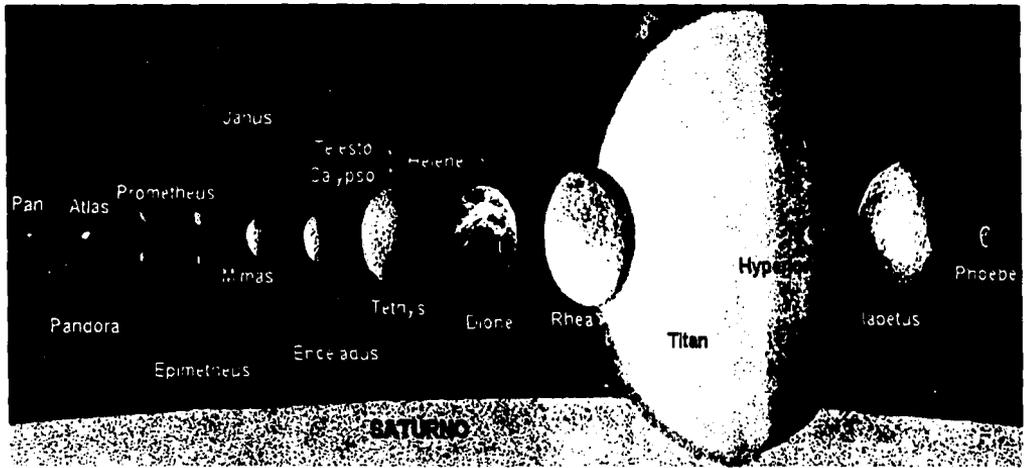


Figura 1.4 Satélites de Saturno. Todos los cuerpos han sido puestos a escala, excepto Pan, Atlas, Teleso, Calipso y Helena, donde sus tamaños han sido exagerados por un factor de 5 para mostrar lo accidentado de su topografía.

INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS  
 DIVISIÓN DE AERONÁUTICA Y ESPACIO  
 CAROLINA GARCÍA

19

### A. Satélites intermedios

Mimas, Encelado, Tetis, Dione, Rea y Iapeto tienen varias características en común. El rango de densidades está entre  $\sim 1.2$  y  $\sim 1.4 \text{ g cm}^{-3}$ , indicando una mezcla de hielo/roca en donde el 60 % ó 70% lo constituye el hielo de agua.

Estos satélites muestran evidencia de actividad endogénica tales como torrentes superficiales, depresiones, cordilleras y surcos. Además, las superficies indican la importancia de procesos exogénicos en el sistema de Saturno a través de los cráteres de impacto. Los cráteres se pueden dividir en —al menos— dos poblaciones (Morrison et. al., 1986): *población I*, contiene una gran abundancia de cráteres con diámetros mayores a 20 km y posiblemente creados durante la etapa posterior a la acreción, y la *población II*, conteniendo cráteres con diámetros menores a 20 km.

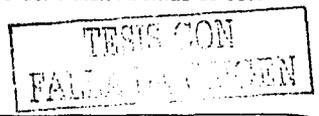
#### Mimas

Es el satélite regular más pequeño e interno de Saturno. Las mejores imágenes fueron obtenidas por el Voyager 1, las cuales mostraron que la superficie está muy craterizada y con pequeñas indicaciones de actividad endogénica desde que culminó la etapa del bombardeo pesado. Algunos cráteres de impacto son viejos y severamente degradados. Los **cráteres radiales** no han podido ser reconocidos, posiblemente debido a la uniformidad de su albedo superficial o al brillo.

La mayoría de los cráteres tienen forma de cuenca y son mucho más profundos que los cráteres -de tamaño comparable- sobre la Luna o sobre los grandes satélites jovianos de hielo. Esto quizá se deba al resultado natural del pequeño campo gravitacional que actúa en Mimas. Los cráteres que tienen un diámetro mayor a 20 km muestran picos centrales.

Dado que Mimas rota una vez por cada revolución alrededor de Saturno, siempre mantiene la misma cara hacia el Sol. Es así como este satélite (y los otros atados por fuerzas de marea) tiene un hemisferio de proa (*leading face*) y un hemisferio de popa (*trailing face*).

La característica más sobresaliente sobre Mimas es un cráter gigantesco (130 km de diámetro), casi centrado en el hemisferio principal llamado Herschel. Las paredes del cráter tienen una altura promedio de 5 km, además posee un enorme pico central de unos 20 ó 30 km de diámetro alcanzando una altura de 6 km sobre el piso del cráter. Además de éste



existen otros cráteres con diámetros mayores a 40 km localizados en el hemisferio principal, mientras que el polo sur y las áreas adyacentes son deficientes en cráteres con diámetros mayores a 20 km.

Adicionalmente a los cráteres, la superficie de Mimas está cicatrizada por numerosas depresiones. Las más evidentes tienden hacia el noroeste y miden aproximadamente 90 km de largo, 10 km de ancho y de 1 a 2 km de profundidad. Algunas son rectas y pueden representar sistemas de fracturas. Otras son menos regulares y pueden consistir de cadenas de uniones de cráteres. De hecho, los geólogos han especulado que Mimas fue casi roto por el impacto que produjo en gran cráter en el lado opuesto del satélite y, la onda de choque resultante viajó por todo el satélite produciendo esas fracturas.

Es de esperarse (por el pequeño tamaño de Mimas) que éste se encuentre totalmente congelado, sin una fuente de energía interna. Sin embargo, en el interior puede existir una mezcla de hielo y roca.

### Encelado

Antes del encuentro de los Voyager, los científicos creían que tanto Mimas como Encelado eran pequeños satélites de hielo inactivos y primitivos. Sin embargo, gracias a las imágenes obtenidas por el Voyager 2 se supo, desde el punto de vista geológico, que es el satélite de Saturno más activo.

Su superficie puede dividirse en al menos cinco tipos de terrenos (Christiansen et al., 1995):

- a) *Terreno craterizado*: es la superficie más vieja del satélite y cubre la mayor parte del hemisferio norte. Dentro de esta región se han identificado dos tipos de cráteres. El primero, se localiza cerca del terminador y tiene cráteres muy planos de 10 a 20 kilómetros de diámetro. El otro tiene cráteres del mismo tamaño, pero la topografía original está preservada. Estos últimos cráteres son profundos y tienen forma de tazón.
  
- b) *Planicies craterizadas*: se localiza al sur del terreno craterizado. En esta área, la población de cráteres es únicamente la tercera parte del anterior. Se caracteriza por tener cráteres de 5 a 10 kilómetros de diámetro.

- c) *Planicies suaves*: es un área que consiste de un patrón abierto de surcos. Se han reconocido dos tipos: 1) el área al suroeste en el cual los cráteres de 2 a 5 kilómetros de diámetro se esparcen sobre la superficie, y 2) el área al noreste la cual está prácticamente libre de cráteres.
- d) *Planicies con cordilleras*: es el terreno más joven sobre la superficie de Encelado. Se distingue por presentar cordilleras subparalelas especialmente a lo largo de sus contactos con el terreno viejo. Estudios más cercanos a las imágenes tomadas por el Voyager revelan que aún es posible una subdivisión detallada de los terrenos con lo que se refuerza la idea de que en la historia temprana del satélite ocurrió una secuencia de eventos térmicos así como de actividad endógena.
- e) *Características tectónicas*: se han observado dos estilos de tectónica: 1) surcos lineales que ocurren en los terrenos planos, 2) valles curvilíneos y cordilleras. Esto sugiere la existencia de fallas normales de una litosfera delgada, acompañada por la extrusión de agua o aguanieve como una forma exótica de vulcanismo.

### Tetis

De las imágenes de Tetis es evidente que, al igual que los demás satélites de Saturno, exhibe dos grandes tipos de terreno: 1) un terreno altamente craterizado en el hemisferio oeste, y 2) una superficie relativamente suave al este en donde la población de cráteres es menor. La frontera que separa ambos terrenos está marcada por la diferencia en textura de los mismos.

Las planicies localizadas al este fueron probablemente producidos por procesos volcánicos en donde el aguanieve originado salió a la superficie a través de fisuras y posteriormente fluyó para crear una nueva superficie.

Odysseus es el cráter más grande de todo el sistema de Saturno. Mide aproximadamente 400 kilómetros de diámetro y es relativamente superficial (quizá porque en la historia temprana del satélite hubo un ajuste isostático de su superficie).

Además de este enorme cráter, Tetis muestra un sistema de fracturas (Ithaca Chasma) centrado en el hemisferio frontal. Esta trinchera se extiende unos 200 kilómetros y tiene una profundidad de 3 a 5 kilómetros. Algunos geólogos sugieren que este sistema de

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

fracturas fue producido por el rápido enfriamiento de la superficie con respecto al interior. Otros piensan que pudo ser causado por ser el foco de fuertes ondas de choque que acompañaron a un gran impacto.

### Dione

Dione es casi del mismo tamaño que Tetis pero tiene una densidad mayor. Presumiblemente Dione tiene una fracción elevada de material rocoso de silicatos y una correspondiente fuente de calor radiogénico.

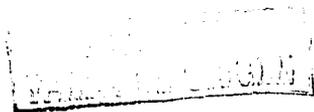
En las imágenes de Dione se observa que la superficie tiene unas complejas y extrañas marcas brillantes o rayas que son diferentes a los rayos producidos por un impacto. Se cree que estas rayas se deben a depósitos de hielo y escarcha que empuja hacia fuera a lo largo del sistema de fisuras.

Por otro lado, la superficie del lado frontal muestra que el satélite está muy craterizado. Al respecto se han identificado dos tipos de población de cráteres: en la primera los cráteres son grandes y pequeños, algunos tienen picos centrales, otros tienen patrones radiales; en la segunda población los cráteres son pequeños. La diferencia puede representar distintos eventos en la historia del satélite. El primer período estuvo dominado por impactos de grandes cuerpos, material residual de la acreción. Durante el segundo, Dione generó el suficiente calor interno para producir una continua salida de material que modificó la topografía.

Otro rasgo sobresaliente ocurre en las regiones polares. En el norte, se extiende un largo valle que forma parte de una cadena de estructuras que salen de un cráter. El resto del hemisferio norte se encuentra entrecruzado por un complejo sistema de valles que se extiende hacia el ecuador. Las características anteriores indican la existencia de un período significativo en la evolución del núcleo y la modificación tectónica.

### Rea

Este satélite puede representar un arquetipo simple de los satélites de hielo del sistema solar externo. Su albedo geométrico es de 0.6, similar al encontrado en los polos y en el hemisferio rezagado de Iapeto.



Su superficie fue fotografiada por el Voyager 1 a una distancia de 59,000 km. La superficie está dominada por estructuras de cráteres de impacto lo cual recuerda a los terrenos montañosos de la Luna y de Mercurio, excepto que el material de la superficie es hielo blanco brillante en lugar de roca oscura de silicatos. Existen, sin embargo, diferencias notables en las superficies craterizadas que son de interés principalmente geológico. La principal diferencia es que los cráteres hallados en la Luna y en Mercurio están rodeados por mantos de eyección bien formados, mientras que los cráteres de Rea no lo son. Tal vez se deba al débil campo gravitacional en Rea.

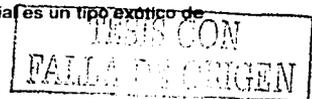
Los cráteres de Rea, en contraste con los de Callisto y Ganymede, son afilados y escarpados (sin embargo también se han observado cráteres superficiales que tienen bordes suavizados y algunos de ellos exhiben picos centrales). Moore et. al. (1984) han estudiado los cráteres y el terreno en detalle y concluyen que existen terrenos de diferentes edades, con etapas de craterismo interrumpidas por otras de actividad endogénica.

### Iapeto

Rodea a Saturno en una órbita cercana a los 3.5 millones de km y es quizá el satélite más misterioso ya que su albedo superficial va desde ~0.5 (un valor típico de los hielos) a 0.05 en las partes interiores del hemisferio principal. En cuanto a la composición, se ha sugerido que hay una mezcla de hielo de agua, rocas de silicatos y metano en una razón de 55:35:10.

A pesar de que es ligeramente más pequeño que Rea, Iapeto no forma parte del sistema de satélites clásicos o regulares de Saturno ya que su órbita se halla inclinada 14.7° del plano ecuatorial (las otras lunas describen órbitas casi circulares y yacen en el plano ecuatorial del planeta).

La característica más espectacular sobre su superficie es el parche de material oscuro que cubre al hemisferio principal. Las únicas sustancias planetarias con albedos tan bajos que se conocen son los materiales carbonáceos encontrados en algunos meteoritos. Para explicar la localización y coloración del parche oscuro se han postulado dos hipótesis. La primera establece que el material oscuro se originó en otro sitio, por ejemplo, en Febe y que ha sido transportado hacia adentro y barrido por el lado principal de Iapeto. El color de Febe y el lado oscuro de Iapeto no se igualan perfectamente, sin embargo no existe fuerte evidencia de que el material venga de Febe. En la segunda se establece que el material es un tipo exótico de



material volcánico que podría provenir del mismo satélite (similar a la región maria de la Luna).

El material oscuro parece ser depositado de manera selectiva sobre los pisos de varios cráteres cerca de la frontera y aún más dentro del hemisferio brillante. Estas observaciones sugieren fuertemente que el material oscuro está superpuesto al terreno craterizado y por lo tanto es más joven. Aunque los cráteres se han visto claramente cerca de la frontera de la región oscura, no hay señal de bordes de cráteres brillantes dentro de las regiones oscuras. Esto hace pensar que el material oscuro o es muy delgado, o bien, que es muy joven.

En las imágenes del Voyager 1 se identificó una parte de la topografía del hemisferio principal. El Voyager 2 -al pasar más cerca- pudo fotografiar el otro hemisferio y con ello se revelaron un gran número de cráteres en la frontera de la región oscura. Las imágenes de mayor resolución también mostraron cráteres en el lado brillante del satélite, de hecho la densidad de los mismos es comparable con la existente en Mercurio o en Callisto (Plescia et.al, 1983).

### **B. Satélites pequeños**

Los pequeños satélites incluyen a dos de los llamados clásicos, Hiperión y Febe, además de diez objetos más localizados en la parte interna del sistema de Saturno, entre la órbita de Dione y la frontera externa del anillo A. Estos son: Atlas, los "pastores" del anillo F, los coorbitales (Jano y Epimetheus), varios satélites lagrangianos y dos satélites en las brechas de los anillos que fueron inferidos a partir de las ondas inducidas por esos cuerpos (Showalter et.al. 1985).

Febe, el satélite más externo, orbita Saturno en sentido retrógrado a 215  $R_s$ . Las imágenes tomadas por el Voyager 2 muestran que es un cuerpo oscuro aproximadamente esférico con un diámetro de ~220 kilómetros y un albedo geométrico de 0.05 a 0.06. La característica más sobresaliente de su superficie son las áreas brillantes en contraste con el resto. A partir de los datos del Voyager y de los obtenidos por las observaciones desde Tierra se excluye la posibilidad de que algún tipo de polvo sea el agente que oscurece a la superficie como en Iapeto (Cruikshank et.al. 1983). Se cree que por el color de su superficie y por el tipo de órbita este satélite es un cuerpo capturado con composición superficial primitiva (Burns, 1986).

Hiperión es el mayor de este grupo de satélites con un diámetro ligeramente menor que el diámetro de Mimas. Aunque Hiperión no está muy craterizado, la presencia de la población I indica que su superficie es relativamente vieja (esto hace pensar que el satélite es el fragmento de un cuerpo de origen primordial). Aunque la densidad de Hiperión es desconocida, existe hielo de agua en superficie lo que sugiere una composición similar a la de los satélites intermedios (Tholen and Zellner, 1982).

Los satélites pequeños e internos tienen dimensiones menores que Hiperión o Febe. Le siguen los dos coorbitales, Jano y Epimetheus; detrás de ellos se encuentran los dos "pastores" del anillo F que no exceden los 100 kilómetros de diámetro mayor.

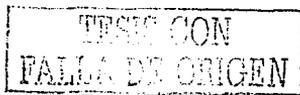
Los análisis de fotometría de Thomas et. al. (1983) muestran que las superficies de estos satélites internos tienen hielo, con albedos entre 0.4 y 1.0. Las formas irregulares así como los cráteres sugieren un pasado violento, por lo que quizá estos cuerpos sean remanentes de otros más grandes.

### C. Titán

Titán, el satélite más grande de Saturno, es considerado por algunos científicos como la luna más fascinante del Sistema Solar ya que posee una densa atmósfera compuesta principalmente por nitrógeno (95%) y metano (4%), con trazas de otros gases en proporción mucho menor (monóxido de carbono, dióxido de carbono, etano, acetileno, etileno, y cianógeno). La presión atmosférica en Titán es de 1.5 bar y la temperatura superficial es de  $94 \pm 2$  °K (Hunten, 1977). A pesar de que el metano fue descubierto por Kuiper (1944), la abundancia exacta de este gas se desconoce. Aparentemente no existe el suficiente metano en la atmósfera para permitir la formación de un océano de metano global, sin embargo, es posible que se formen lagos de este hidrocarburo.

La química atmosférica en Titán produce cada vez moléculas más complejas que forman una densa neblina color anaranjado que impide observar a la superficie. Si el etano es el producto final dominante de las reacciones, un océano global de etano de 1 kilómetro de profundidad debe estar presente (Lunine et. al., 1983). La destrucción del metano implica una fuente de este gas para el satélite.

Otro producto importante de la fotoquímica del metano es el  $H_2$  que permanece en la atmósfera, mientras que el hidrógeno producido fotoquímicamente escapa debido al débil



campo gravitacional, contribuyendo de esta manera a la formación del toro alrededor de Saturno.

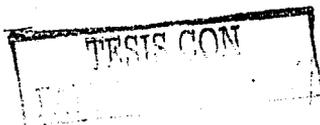
La densidad media de Titán ( $1.881 \text{ g cm}^{-3}$ ) indica la presencia de un núcleo rocoso rodeado por hielo. El tamaño de este núcleo señala un enriquecimiento de silicatos comparado con las predicciones basadas en las abundancias cósmicas (Lewis, 1971).



## CAPÍTULO 2

### La magnetosfera Kroniana

<b>ANTECEDENTES</b>	31
<b>LA MAGNETOSFERA INTERNA</b>	33
Partículas energéticas	33
Mediciones de plasma, ondas de plasma y partículas cargadas supraenergéticas	38
Mediciones en radio	44
<b>LA MAGNETOSFERA EXTERNA</b>	50
Interacción del viento solar con la magnetosfera	53
Campo magnético, plasma frío y plasma caliente en la magnetosfera	54
Partículas energéticas	57
La magnetocola	60
<b>EFFECTOS DE LAS INTERACCIONES ENTRE LOS SATÉLITES Y LA MAGNETOSFERA KRONIANA</b>	60
Interacción de Titán con la magnetosfera kroniana	64



Las magnetosferas de los planetas exteriores son parecidas en algunos aspectos y presentan ciertas características en común. Por ejemplo, el patrón de flujo dominante -en sus magnetosferas interna e intermedia- es la corotación con el planeta. En otros, son completamente distintas, sobretodo en sus fuentes de plasma y en la intensidad de las mismas. La Tabla 2.1 compara algunas de las propiedades más importantes del plasma en los planetas exteriores (Belcher et.al. 1990). La fuente de plasma dominante en todos los planetas exteriores -excepto en Urano- se cree que es la de los satélites, y esto se ve reflejado en la composición de iones pesados del plasma en esas magnetosferas. Júpiter posee la magnetosfera más masiva, con la entrada de plasma más prodigiosa, debido a la presencia de su satélite Io. Las magnetosferas de Júpiter y de Saturno presentan algunas similitudes, pero contrastan notablemente con respecto a la de Urano (allí la fuente dominante de plasma es el propio planeta). Más aún el plasma en Urano es siempre subsónico con respecto a la corotación, mientras que en Júpiter y Saturno va de transónico a supersónico. Esto es una consecuencia del hecho de que el transporte en Urano está dominado por la convección hacia el Sol. Los bajos números de Mach en Urano implican que la distribución espacial del plasma en su magnetosfera se extiende a lo largo de las líneas de campo magnético debido a que las velocidades del plasma son mayores que las de corotación; mientras que en Júpiter y Saturno el plasma tiende a estar concentrado cerca del ecuador magnético ya que las velocidades del plasma son menores o comparables con las de corotación.

En Júpiter y Saturno, los valores de  $\beta$  pueden ser comparables o mayores que 1, tal que el campo magnético magnetosférico puede estar severamente distorsionado por la presencia de ese plasma. En contraste, en Urano, los bajos valores de  $\beta$  implican que su magnetosfera es la mejor aproximación a una magnetosfera "vacía". El transporte de plasma en Júpiter es conducido por inestabilidades asociadas con las altas tasa de inyección de masa. En Saturno, con sus bajas tasas de inyección de masa, este proceso no es importante en a magnetosfera interno, pero puede serlo en la magnetosfera externa (en esta región los vientos atmosféricos son los que transportan el plasma). En la magnetosfera interna, los tiempos para la recombinación disociativa y para el intercambio de carga son pequeños comparados con los tiempos de transporte, por lo que el transporte no es un proceso significativo para el plasma. En Urano, el transporte es por convección del viento solar, así que los tiempos de residencia son pequeños. Se cree que la situación en Neptuno es similar a la de Saturno, con Tritón reemplazando a los satélites de hielo y a Titán como fuentes de plasma.

CON  
FALLA EN EL ORIGEN

Tabla 2.1

Propiedades térmicas del plasma magnetosférico en los planetas exteriores (Belcher, et. al. 1990)

	JÚPITER	SATURNO	URANO	NEPTUNO <sup>a</sup>
<i>Magnetopausa</i>	50-100 R <sub>J</sub> <sup>b</sup>	20 R <sub>S</sub> <sup>b</sup>	18 R <sub>U</sub> <sup>b</sup>	10-50 R <sub>N</sub> <sup>b,c</sup>
<i>Fuentes</i>	Io	Satélites de hielo, Titán y atmósfera de Saturno	Nube de HI, ionosfera	Tritón, ionosfera
<i>Composición</i>	H, O, S, Na, K	H, O, H <sub>2</sub> O, N, OH, H <sub>2</sub>	H	H, N, N <sub>2</sub> , CH <sub>4</sub>
<i>Intensidad de la fuente</i>	> 10 <sup>28</sup> iones/s	10 <sup>26</sup> iones/s	10 <sup>25</sup> iones/s	10 <sup>25</sup> iones/s
<i>Tiempos de vida</i>	meses-años	meses	días	meses
<i>Contenido</i>	10 <sup>34</sup> iones	10 <sup>32</sup> iones	10 <sup>30</sup> iones	10 <sup>31</sup> iones
<i>Números de Mach<sup>d</sup></i>	1-20	1-5	0.2	1

<sup>a</sup>Propiedades esperadas para el encuentro

<sup>b</sup>R<sub>J</sub>= 70,398 km; R<sub>S</sub>= 60,330 km; R<sub>U</sub>= 25,400 km; R<sub>N</sub>= 24,300 km

<sup>c</sup> Se supone una intensidad de campo magnético superficial de 0.01-1 G

<sup>d</sup> Con respecto a las velocidades de corrotación. En Júpiter esta velocidad en la magnetopausa es de 923 km s<sup>-1</sup>, en Saturno es de 196 km s<sup>-1</sup>, en Urano de 65 km s<sup>-1</sup>, y en Neptuno de 62 km s<sup>-1</sup> (Kivelson and Russell, 1997).

REPRODUCIDA DE LA TESIS CON  
 LOS DISEÑOS

## ANTECEDENTES

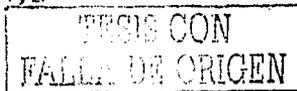
Las primeras observaciones *in situ* de la magnetosfera de Saturno fueron obtenidas por la nave Pioneer 11 en septiembre de 1979. Las investigaciones del magnetómetro a bordo del Pioneer 11 revelaron que Saturno tiene un campo magnético intrínseco y una magnetosfera similar a la terrestre y a la joviana, pero que tiene físicamente diferencias notables que van desde la inusual simetría del campo magnético de Saturno<sup>1</sup> hasta las fuentes y sumideros de plasma y de partículas energéticas para la generación de ondas de radio kilométricas. Acuña et. al. (1980) aproximaron este campo magnético interno por un dipolo de momento  $0.20 \text{ G-R}_S^3$  que está confinado y distorsionado por la presión dinámica del viento solar, lo que genera una extensa magnetocola. En este trabajo se obtuvo el momento dipolar de Saturno con valor de  $3.9624963 \times 10^{28} \text{ Gauss cm}^3$ .

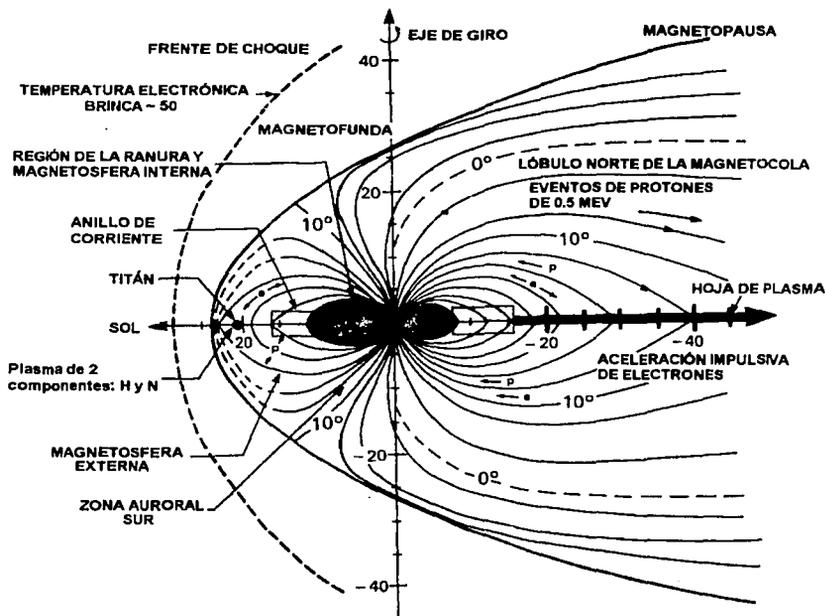
Las siguientes observaciones de la magnetosfera fueron hechas por el Voyager 1 en Noviembre de 1980 y por el Voyager 2 en Agosto de 1981. Las diversas investigaciones científicas realizadas por cada nave contribuyeron grandemente al entendimiento de la magnetosfera kroniana.

La magnetosfera de Saturno ilustrada en la Figura 2.1 (conocida también como magnetosfera kroniana) puede ser dividida en cuatro regiones: la magnetosfera externa, la "ranura", la magnetosfera interna y los anillos.

La magnetosfera externa existe a partir de los 17 hasta  $7.5 R_S$ . Esta región contiene  $O^+$  y  $OH^+$ . La "ranura" va desde los  $7.5$  hasta  $4 R_S$ . La "ranura" es una área que carece de partículas que constituyen a la magnetosfera. Esta ausencia se explica por las órbitas de los satélites Dione, Telis, y Encelado. Estas lunas, en efecto, "barren" a las partículas que se encuentran dentro de esta área. La magnetosfera interna está dentro de los  $4 R_S$  y contiene partículas de altas energías. La región final, los anillos, se extiende hasta  $30 R_S$ . Esta región, al igual que la "ranura", está desprovista de partículas que constituyen a la magnetosfera. Esto es un resultado del hecho de que cuando las partículas choca contra elementos de los anillos, éstos atrapan la partícula y le impiden escapar.

<sup>1</sup> A diferencia de los planetas cuyos campos magnéticos han sido medidos, el campo magnético de Saturno está inclinado menos de un grado con respecto a los ejes de rotación. Este raro "alineamiento" fue medido primero por el Pioneer 11 en 1979 y más tarde confirmado por los Voyager 1 y 2.





**Figura 2.1** Esquema global de la magnetosfera de Saturno. Las posiciones del frente de choque y de la magnetopausa son "típicas". Un plasma de dos componentes,  $H^+$  y  $-N^+$  llena la magnetosfera externa, con los iones más pesados concentrados cerca del ecuador. Las distribuciones del ángulo de paso de los protones energéticos tienen forma de "panqué" y la de los electrones de "dumbbell". Un anillo de corriente ecuatorial se extiende hacia la magnetosfera externa y es seguida por una hoja de plasma en la magnetocola. La aceleración de protones y de electrones ocurre en la magnetocola. El chorro de electrones de baja energía y de protones hacia el Sol fue observada en los lóbulos de la cola así como el chorro de protones de altas energías fuera de Saturno.

## LA MAGNETOSFERA INTERNA

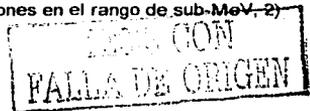
En un periodo de dos años que se extendió desde septiembre de 1979 hasta agosto de 1981 Saturno fue visitado por tres naves: Pioneer 11, Voyager 1 y Voyager 2. Durante estos encuentros, las tres naves transmitieron información hacia la Tierra sobre las mediciones locales que realizaron y que permitieron conocer más sobre la estructura y dinámica de la magnetosfera kroniana.

Los encuentros del Pioneer 11 y los Voyager con Saturno introdujeron una serie de preguntas que aún no han sido resueltas. Por un lado los instrumentos a bordo de las naves encontraron un campo magnético alineado con el eje de rotación del planeta, una extendida hoja de plasma con densidad alta, la presencia de un plasma caliente ( $\approx 35$  keV) en la magnetosfera externa, y una población de partículas energéticas atrapadas que interactúan fuertemente con los satélites interiores y con los anillos. También se determinó que Titán no tiene campo magnético intrínseco y que además representa una fuente significativa de plasma para la magnetosfera externa. El toro de hidrógeno que se extiende desde los  $\approx 8$  hasta  $25 R_S$  juega un papel importante como una fuente de plasma y como un medio interactuando con iones que se originan en otras regiones. Sin embargo, la importancia relativa de otras fuentes de plasma (tales como el viento solar, la atmósfera de Saturno, la superficie de hielo de los satélites y de los anillos) todavía no ha sido concluyente.

### Partículas energéticas

El campo magnético y la magnetosfera de Saturno fueron descubiertos por los instrumentos del Pioneer 11 durante el primer encuentro de esta nave con el planeta en agosto de 1979. Se observaron tres firmas de la presencia de un frente de choque a través del instrumento de plasma (Wolfe et al. 1980) y a través del magnetómetro (Smith et al. 1980) cerca del meridiano día del planeta a una distancia de 24.0, 23.0 y 19.9  $R_S$ . La primera de estas firmas fue también identificada como una pequeña explosión de electrones  $E_e > 0.040$  MeV. La magnetopausa fue observada por los mismos instrumentos en 17.2  $R_S$  y fue confirmada como la frontera efectiva para atrapar partículas energéticas.

Años más tarde, los encuentros de las naves Voyager 1 y 2 con Saturno proporcionaron datos que extendieron el conocimiento de: 1) el espectro de energía y de las distribuciones espaciales y angulares de los electrones y protones en el rango de sub-MeV, 2)



el espectro de energía y las distribuciones espaciales de iones con masas atómicas superiores a uno, y 3) las firmas de absorción de los satélites y de allí los valores de los coeficientes de difusión<sup>2</sup>.

Las fuentes importantes de partículas energéticas que contribuyen en alguna medida a la población observada en una magnetosfera planetaria son las siguientes: a) el viento solar; b) las partículas solares energéticas; c) los rayos cósmicos; d) las partículas secundarias que se producen en las interacciones de los rayos cósmicos con la atmósfera planetaria, con los anillos y con los satélites; e) el gas ionizado que proviene de la ionosfera planetaria; f) el gas "salpicado" de los anillos y satélites por el bombardeo de partículas y fotones, y; g) el gas emitido por los volcanes o el degasado por los satélites.

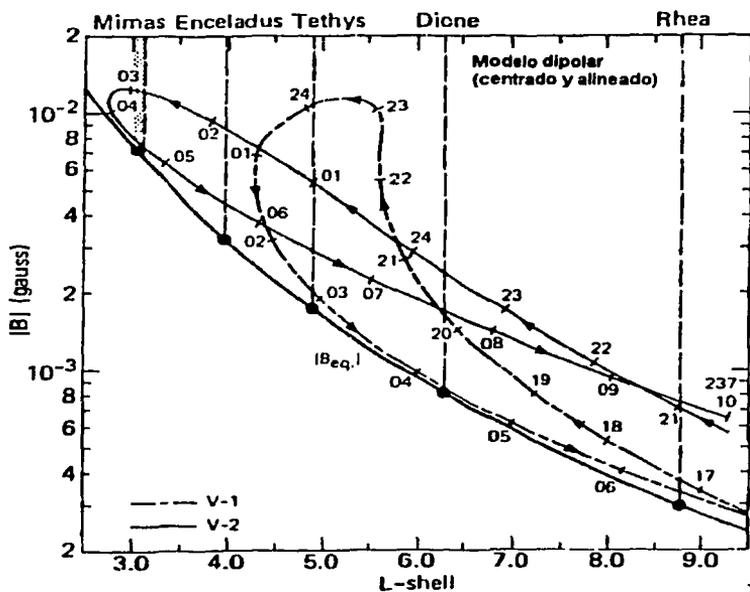
De acuerdo con las dimensiones físicas y las características globales de la población de partículas atrapadas, la magnetosfera kroniana está entre la terrestre y la joviana pero cada una exhibe propiedades específicas y únicas. Por ejemplo, la magnetosfera kroniana interna está profundamente afectada por la presencia de los anillos y de los satélites.

A la distancia de Saturno (9.54 UA) el flujo del viento solar promedio está caracterizado por una densidad de protones de  $6 \times 10^{-8} \text{ m}^{-3}$ , una temperatura de protones de  $2 \times 10^5 \text{ K}$ , y una velocidad de  $420 \text{ km s}^{-1}$ . El flujo total de energía a través de la magnetosfera de Saturno (aproximadamente un disco de  $20 R_S$  de radio) es de  $5 \times 10^{12} \text{ J s}^{-1}$  que además es esencialmente el mismo valor que el terrestre.

Las trayectorias del Pioneer 11 y de los Voyager 1 y 2 en la magnetosfera interna de Saturno fueron complementarias (Figura 2.2). El Pioneer 11 permaneció más cerca del ecuador, el Voyager 1 alcanzó su máximo acercamiento a una latitud de  $-40^\circ$ , mientras que el Voyager 2 entró en la magnetosfera a una latitud de  $\sim +20^\circ$ , alcanzando su máximo acercamiento justo encima del plano ecuatorial, y salió de la magnetosfera a la latitud  $-20^\circ$ .

---

<sup>2</sup> Al considerar la relación de los coeficientes de difusión radiales de varias especies de partículas cargadas con el espectro de potencias de los campos electromagnéticos fluctuantes, cabe mencionar que la situación en Saturno es diferente a la de la Tierra y a la de Júpiter. Esto se debe a que la magnitud de la velocidad de corrotación en Saturno es comparable con el valor de la deriva de curvatura y al de la deriva por gradiente en la magnetosfera interna, de aquí que los electrones puedan derivar hacia el este o hacia el oeste y a una amplia variedad de tasas dependiendo de sus energías, mientras que los protones de cualquier energía derivan siempre hacia el este.



**Figura 2.2** Trayectorias de los Voyager 1 y 2 en la magnetosfera interna de Saturno en el sistema de coordenadas magnético (B, L). En este sistema (donde se ignoran las corrientes magnetosféricas) se utiliza el modelo del campo magnético dipolar axial (Smith et.al. 1980). Las líneas verticales muestran las posiciones de las líneas de campo L a la distancia de Mimas, Encelado, Tetis, Dione y Rea. Obsérvese que las trayectorias de ambos Voyager se cruzan entre sí en cuatro puntos. La trayectoria del Pioneer 11 no se ilustra porque está prácticamente sobre el ecuador magnético. El tiempo local cubierto por las tres trayectorias hiperbólicas se extendió desde ~mediodía (entrada) hasta la medianoche y de aquí hasta las ~06 horas (salida).

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

**a) Protones con energías  $E_p >$  decenas de MeV**

La magnetosfera interna de Saturno, así como la terrestre, se distingue por la presencia de una población estable de protones atrapados con energías superiores a varias decenas de MeV (Van Allen, 1984).

Fillius et. al. (1980) fue el primero en suponer que la existencia de los protones de alta energía en esta región se debe a que son los productos de decaimiento de los neutrones que se originan en las interacciones nucleares de los rayos cósmicos primarios, principalmente en el material de los anillos A y B.

El análisis de los datos observacionales lleva a que el pico principal de la distribución de estos protones tiene un tiempo de residencia entre 15 años (Blake et. al. 1983) y 30 años (Schardt and McDonald 1983).

**b) Protones con energías  $E_p \sim 1$  MeV**

La distribución radial de protones con energías del orden de 1 MeV ha sido medida tanto por el Pioneer 11 como por los Voyager 1 y 2. Debido a que esta distribución difiere de la correspondiente a los protones con energías superiores a algunas decenas de MeV, implica que las fuentes de estas partículas son diferentes. En el caso de los protones cercanos a 1 MeV, la fuente puede ser la magnetopausa por dos razones: a) la inyección de protones cuasiterminalizados del viento solar, y b) la captura de partículas solares energéticas por el medio interplanetario (McDonald et. al. 1980).

Además se ha observado que hay apreciables pérdidas de protones hasta una distancia de  $10 R_S$ . Estas pérdidas pueden deberse a la absorción por Rea ( $8.739 R_S$ ), por Dione ( $6.258 R_S$ ), por Tetis ( $4.886 R_S$ ), por Encelado ( $3.946 R_S$ ) y por el difuso anillo E entre 8 y  $3 R_S$  (Baum et. al. 1981) y por la dispersión del ángulo de paso debida a las interacciones de onda-partícula en el plasma ambiente (Lyons et. al. 1972).

**c) Protones con energías  $0.028 < E_p < 0.5$  MeV**

Los datos del detector LECP (*Low-Energy Charged Particle*) a bordo de los Voyager 1 y 2 son los únicos que se tienen en este rango de energías. Estos protones fueron encontrados en abundancia en el interior de las órbitas de Encelado y de Mimas. Es

improbable que los protones de una fuente externa en este rango de energías se hayan difundido a través de las órbitas de Encelado y de Mimas en las intensidades observadas. De aquí, que estas partículas se originen de fuentes internas y puedan constituir la cola de plasma caliente observada en esta región (Bridge et. al. 1981, 1982). Si esto sucede, esta población de partículas representa una tercera componente de la población total en la magnetosfera interna.

**d) Iones más pesados que los protones**

Wolfe et. al. (1980) encontraron iones cuasi-térmicos con una razón masa-carga de  $16 \pm 4$  ( $O^+$ ,  $OH^+$ ) en la magnetosfera interna de Saturno a una distancia de  $\sim 6.3 R_S$ . Fuera de la órbita de Rea ( $8.8 R_S$ ), los protones con una densidad típica de  $0.5 \text{ cm}^{-3}$  y temperaturas del orden de  $10^6 \text{ K}$  dominan la distribución. En el rango radial de 4 a  $7.5 R_S$  se encuentra un toro de iones de  $O^{2+}$  y de  $O^{3+}$  cuya distribución máxima se observa en las órbitas de Dione y de Tetis con una densidad de  $\sim 50 \text{ cm}^{-3}$ . La temperatura iónica aumenta desde  $2 \times 10^5 \text{ K}$  ( $4 R_S$ ) hasta  $5 \times 10^6 \text{ K}$  ( $7.3 R_S$ ).

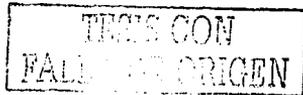
Los datos de plasma del Voyager 1 (Bridge et. al. 1981) y del Voyager 2 (Bridge et. al. 1982) confirman la existencia de un toro de iones de oxígeno a la distancia de las órbitas de Dione y Tetis en la magnetosfera de Saturno.

También se ha detectado la presencia de iones de helio (McDonald et. al. 1980) con energías superiores a 3 MeV y a distancias más allá de  $6 R_S$ .

Krimigis et. al. (1982) han encontrado iones de H,  $H_2$ ,  $H_3$ , He, C y O en la población de partículas energéticas en la magnetosfera de Saturno. La presencia de este tipo de iones moleculares sugiere una fuente ionosférica, pero el hecho de que también se encuentren abundancias relativas de He, C y O hace pensar en el viento solar.

**e) Electrones de energía  $0.040 < E_e < \text{algunos MeV}$**

Van Allen et. al. (1980) concluyeron que la fuente de estos electrones es externa, probablemente sea el viento solar termalizado en la magnetofunda; que la difusión hacia  $\sim 10 R_S$  es esencialmente libre de pérdidas y libre de fuentes; y que a distancias radiales menores hay grandes pérdidas atribuidas al material del anillo E y a los satélites Rea, Dione, Tetis, Encelado y Mimas.



Los satélites interiores y los anillos de Saturno son esenciales para comprender la física de la magnetosfera en al menos tres maneras (Frank et. al. 1980): a) como absorbedores de partículas energéticas, b) como fuentes de partículas secundarias, y c) como fuentes de gas (neuro y parcialmente ionizado) y polvo.

### **Mediciones de plasma, ondas de plasma y partículas cargadas supratermales**

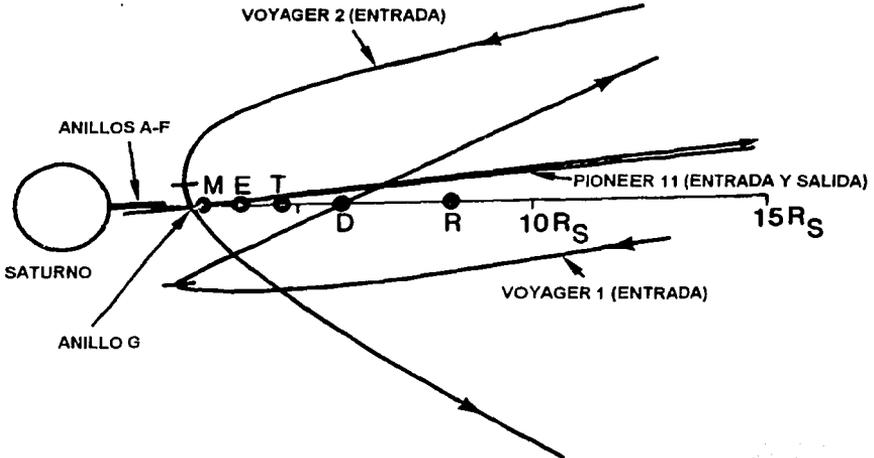
Las tres naves que se han aproximado a Saturno lo hicieron cerca del mediodía. El Pioneer 11 y el Voyager 2 abandonaron la magnetosfera cerca del atardecer, mientras que el Voyager 1 salió más lejos de la cola a las 0400 tiempo local. La Figura 2.3 da información sobre la cobertura radial y latitudinal de la magnetosfera de Saturno por las tres naves. En cada caso, el segmento de trayectoria cubre un periodo de 24 horas centrado alrededor del máximo acercamiento.

El instrumento de plasma a bordo del Pioneer 11 fue diseñado para realizar observaciones del viento solar, sin embargo fue capaz de medir propiedades de los iones magnetosféricos dentro del intervalo de energía de 100 eV hasta 8 keV en el paso de entrada entre  $\sim 16 R_S$  y  $4 R_S$  (Wolfe et. al. 1980). En la magnetosfera interna ( $\leq 10 R_S$ ), se encontró que los iones corotan rígidamente con el planeta, y a distancias radiales más allá de la órbita de Rea ( $8.8 R_S$ ), estos iones fueron identificados como protones con densidades promedio de  $\sim 0.5 \text{ cm}^{-3}$  y temperaturas cerca de  $10^6 \text{ K}$ .

Los reportes de Bridge et. al. (1981, 1982) combinaron las observaciones realizadas por el Pioneer 11 (Figura 2.4) y las mediciones de plasma efectuadas por los Voyager (Figura 2.5). En ellos se destacan tres características básicas en la morfología del plasma magnetosférico: 1) un régimen altamente variable fuera de  $L=15$ , 2) una hoja extendida de plasma entre  $L=7$  y  $L=15$  con un espesor medio en la dirección  $z$  mayor a  $4 R_S$ , 3) un toro de plasma dentro de  $L=7$  con un espesor medio en  $z$  de  $1 R_S$  (en  $L=5$ ) y de  $0.2 R_S$  (en  $L=2.88$ ).

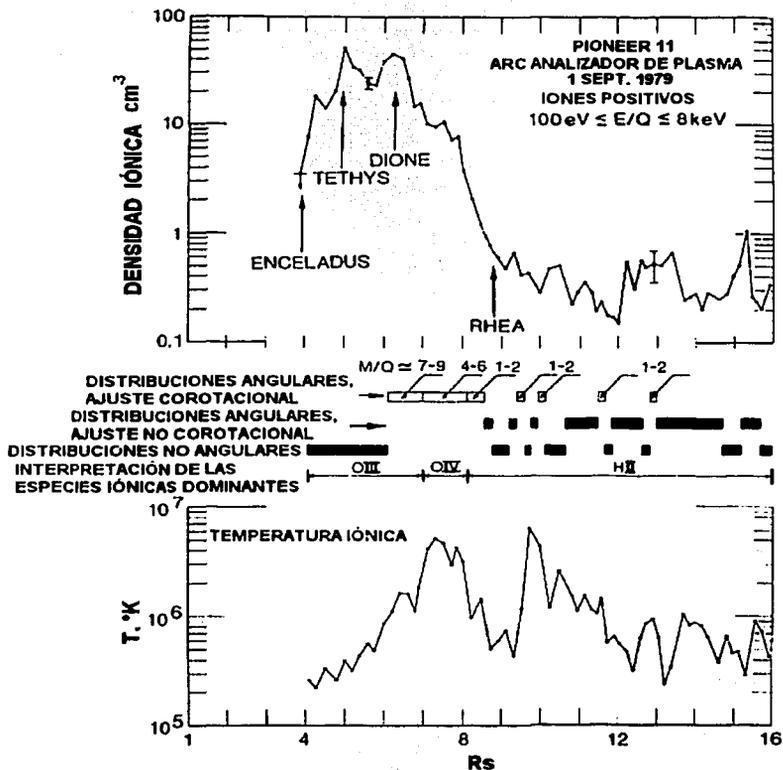
Bridge et. al. (1982) se basaron en dichos perfiles para construir modelos empíricos de la densidad electrónica. Sus resultados sugieren que la configuración espacial para la hoja de plasma es como se ilustra en la Figura 2.6.



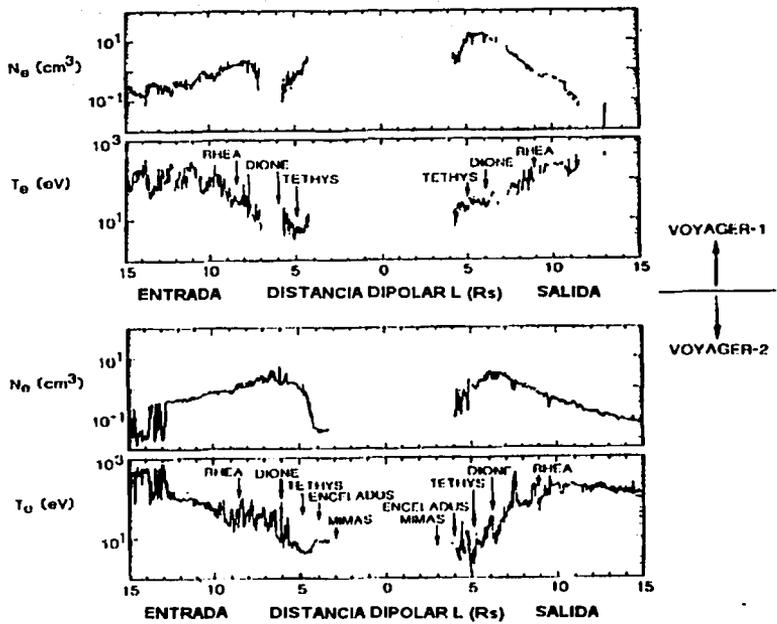


**Figura 2.3** Cruces realizadas por las naves Pioneer 11, Voyager 1 y Voyager 2 en la magnetosfera interna de Saturno. Cada segmento va desde las 12 horas antes del máximo acercamiento hasta las 12 horas después de este punto. Las siglas M, E, T, D se refieren a los satélites Mimas, Encelado, Tetis, Dione y Rea. Las trayectorias están dadas en un sistema coordenado cilíndrico centrado en Saturno donde el eje Z está alineado con el eje de rotación del planeta y R es la distancia ecuatorial medida desde el centro de Saturno (Bridge et. al, 1982, Ness et. al, 1982)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

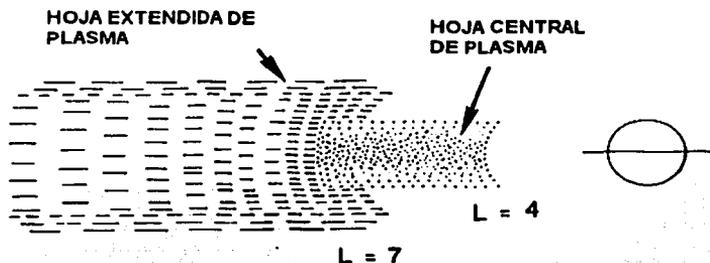


**Figura 2.4** Densidades iónicas, temperaturas, y composición medidas por el Pioneer 11 como funciones de la distancia radial. El toro de oxígeno se extiende desde  $\sim 4 R_s$  hasta  $8 R_s$ . El rápido decrecimiento de las densidades en  $\sim 4 R_s$  puede deberse a que las energías iónicas disminuyen a valores por debajo de la energía umbral del instrumento del plasma a 100 eV por unidad de carga. Las temperaturas iónicas dentro del toro de plasma decrecen monótonamente junto con la distancia radial (Scafì et al. 1984).

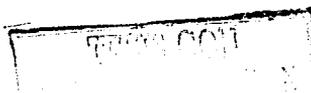


**Figura 2.5** Densidad electrónica y perfil de temperaturas derivados de las observaciones del Voyager 1 (superior) y del Voyager 2 (inferior) (Sittler et. al. 1983). Se observa que para el Voyager 1, las dos regiones que corresponden a un incremento en la densidad (de 17  $R_s$  hasta  $\sim 7 R_s$  en la entrada; 3  $R_s$  a 11  $R_s$  en la salida) sugieren la presencia de una hoja de plasma que rodea a Saturno localizada en el plano ecuatorial. Para el cruce del Voyager 2, estos incrementos en la densidad se encontraron entre 11 y 4  $R_s$  en la entrada y entre 4 y 16  $R_s$  en la salida.

TESIS CON  
FOLIO DE ORIGEN



**Figura 2.6** Posible configuración de la hoja de plasma de Saturno. Bridge et. al. identificaron dos estructuras distintas, a las cuales llamaron, hoja extendida de plasma y hoja central de plasma. La hoja central de plasma, observada entre  $L=5$  y  $L=8$ , tiene un perfil de densidad que decrece rápidamente con la distancia  $Z$  (es la distancia medida desde el plano ecuatorial) y puede ser representada como una Gaussiana con una anchura de  $0.93 R_s$ , una densidad ecuatorial de  $\sim 20\text{-}7 \text{ cm}^{-3}$  y un tubo de flujo de  $\sim 4 \times 10^3 R_s/\text{cm}^{-3}$ . La hoja extendida de plasma tiene una frontera interna bien definida en  $L=7$  y un perfil de densidad casi plano y además decrece con una escala de altura de  $0.24 R_s$ . La densidad ecuatorial y el tubo de flujo no pudieron ser estimados directamente a partir de las observaciones del Voyager.



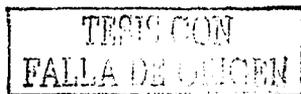
Las mediciones electrónicas del Voyager muestran gradientes radiales a gran escala en la temperatura electrónica con un incremento desde  $< 1$  eV en la magnetosfera interna hasta  $> 800$  eV en la magnetosfera externa. Este incremento en la temperatura del plasma por cerca de tres órdenes de magnitud produce un aumento observado en el espesor de la hoja de plasma mayor a un orden de magnitud con el aumento en la distancia radial. Las escalas de altura de los iones pesados fríos puede estar por debajo de  $0.2 R_S$  en la magnetosfera interna y por arriba de  $3 R_S$  en la magnetosfera externa.

En resumen, las observaciones de plasma de los Voyager sugieren que existen básicamente tres regiones diferentes: la magnetosfera externa caliente, la hoja extendida de plasma, y el toro interno de plasma.

En la *magnetosfera externa*, el intervalo de densidades va desde  $\leq 0.01 \text{ cm}^{-3}$  hasta  $0.1 \text{ cm}^{-3}$  y el intervalo de temperaturas electrónicas está entre 50 eV y 800 eV. En promedio, cerca del 25% de la densidad electrónica y del 85% de la presión es dividida a los supratemales. Cerca del mediodía, los electrones de la magnetosfera externa tienen una fuerte dependencia temporal (Sittler et. al. 1983) y los incrementos en la densidad observada son generalmente regiones con incrementos en el plasma frío.

La *hoja extendida de plasma* es una región caracterizada por presentar niveles de aumento de plasma frío en comparación con el detectado en la magnetosfera externa caliente. El intervalo de densidades va desde  $0.1 \text{ cm}^{-3}$  hasta  $2 \text{ cm}^{-3}$  y el intervalo de temperaturas electrónicas está entre 10 eV y 100 eV. Aquí, menos del 15% de la densidad es dividida a los supratemales, aunque los supratemales todavía contribuyen más del 80% a la presión electrónica. El toro interno no puede ser la única fuente para la hoja de plasma<sup>3</sup>, dado que el contenido total de plasma en el toro es mucho menor que el de la hoja de plasma. El borde interno de la hoja de plasma coincide con la nube de hidrógeno neutro que se ha escapado de Saturno o de la atmósfera de Titán. Esta nube tiene un espesor  $\sim 16 R_S$  y se extiende radialmente desde 8 hasta  $\sim 25 R_S$  con una densidad promedio de  $10\text{-}20 \text{ cm}^{-3}$ . Sittler et. al. (1983) sugieren que esta región es probablemente el principal contribuidor al anillo de corriente y estiman que una fracción significativa del anillo de corriente es quizá producida por el plasma de baja energía ( $< 6 \text{ keV}$ ).

<sup>3</sup> La hoja de plasma también contiene iones pesados, aunque no es claro si son de N o de O. Titán podría ser la fuente para el N, mientras que el O podría originarse de los satélites de hielo, de los anillos o de la ionosfera de Saturno.



El *toro interno de plasma* es una región con temperaturas electrónicas  $< 10$  eV y escala de altura  $< 1 R_s$ . Las densidades ecuatoriales pueden rebasar los  $100 \text{ cm}^{-3}$  y las temperaturas electrónicas pueden ser inferiores a 1 eV. Es también una región donde los supraterrmales son severamente atenuados, ya sea por la influencia del anillo E (Sittler et. al. 1983) o por la opacidad del anillo (Baum et. al. 1981), y donde los flujos electrónicos están generalmente confinados por debajo de los 50 eV (en la hoja extendida se confinan por debajo de 6 keV).

La reducción en la temperatura electrónica y la atenuación de los electrones supraterrmales fueron también observados cerca de la órbita de Tetis, de Dione y posiblemente de Rea. Tales efectos indican la interacción entre los electrones y las concentraciones localizadas de polvo, gas neutro, iones y/o ondas de plasma (Krimigis et. al. 1981, 1982).

La presencia de una componente iónica templada es más notable en la magnetosfera externa. Lazarus and McNutt (1983) creen que esta componente involucra un ión pesado que se forma en la vecindad de la nube neutra de hidrógeno. Las fuentes de neutros pesados en esta nube son Titán y el sistema de anillos principal de Saturno (Eviatar et. al. 1983).

### Mediciones en radio

Saturno muestra tres componentes no térmicas en su espectro de radio: radiación kilométrica (*Saturn Kilometric Radiation, SKR*), un ancho de banda de ruido y un continuo, y descargas electrostáticas (*Saturn Electrostatic Discharges, SED*). Todas ellas fueron descubiertas por la misión Voyager. Las dos primeras se originan en el plasma magnetosférico que rodea al planeta y el tercero se origina en las tormentas eléctricas en la atmósfera de Saturno. En la Tabla 2.2 se comparan las propiedades de estas tres componentes.

#### a) Radiación kilométrica (SKR)

Una de las primeras propiedades de esta radiación kilométrica fue el intervalo de aproximadamente 10.66 horas medido entre episodios de grandes emisiones (Kaiser et. al. 1980). Este resultado fue sorprendente ya que dada la topología del campo magnético global de Saturno tal modulación no era esperada. Esto es, como el campo dipolar de Saturno está prácticamente alineado con el eje de rotación del planeta y tiene simetría axial, ninguna

modulación debida al movimiento de nutación de un haz o de una anomalía magnética debería inducir la precipitación de partículas.

Otra interesante propiedad está relacionada con el control por los satélites y por el viento solar. La magnetosfera de Saturno, como la de Júpiter, contiene satélites dentro de un campo magnético corotante. Por ejemplo, Dione provoca una modulación de vida corta en la SKR, es decir, la SKR desaparece cada 66 horas y coincide con el periodo de revolución de este satélite (Gurnett et. al. 1981). Por otro lado, las variaciones en el flujo del viento solar pueden explicar las fluctuaciones temporales en la emisión de SKR. Este tipo de modulación induce una periodicidad de ~25 días, consistente con el periodo de rotación solar (Warwick et. al. 1982).

#### *Polarización de la radiación kilométrica (SKR)*

Warnick et. al. (1981) sugirieron la existencia de dos fuentes de radio distintas, las cuales emitan en sentidos opuestos de polarización (derecha e izquierda) y observadas en varias condiciones de visibilidad por cada nave a lo largo de su trayectoria. La polarización tiene un valor casi constante -excepto durante los periodos de encuentro- y es prácticamente independiente de la frecuencia.

#### *Estructura fina (arcos)*

Existe, al menos, una subestructura en el espectro dinámico de la SKR que ya ha sido estudiado en detalle, llamada arco (Boischot et. al. 1981). Básicamente se identificaron dos tipos de arcos: vértice temprano y vértice tardío, esto es, son arcos que aparecen como paréntesis abiertos y cerrados, respectivamente. Un arco típico se extiende desde 100 hasta 700 kHz y tiene un vértice cerca de 400 kHz con curvatura simétrica alrededor de su vértice. El intervalo de tiempo de duración está entre 10 y 40 minutos, con un promedio ~30 minutos. Aparentemente no se repite el patrón de arcos entre una rotación y otra del planeta.

#### *Localización de las fuentes de la radiación kilométrica (SKR)*

La emisión SKR derecha proviene de líneas de campo que emergen del hemisferio norte y la emisión SKR izquierda está restringida a líneas de campo que mapean una banda estrecha del hemisferio sur (Kaiser and Desch, 1982).

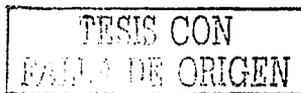


Tabla 2.2

Comparación entre las componentes del espectro de radio de Saturno (Kaiser et. al., 1984)

PROPIEDAD	RADIACIÓN KILOMÉTRICA	DESCARGAS ELÉCTRICAS	BAJA FRECUENCIA (escapan)	EMISIONES (atrapadas)
<i>Rango de frecuencia</i>	3 kHz-1200 kHz	~20 kHz -> 40 MHz	3 kHz-100 kHz	300 Hz-3 kHz
<i>Potencia total (isotrópica)</i>	$10^8$ - $10^{10}$ W	$10^7$ - $10^{10}$ W	$\sim 10^6$ W	$\sim 10^7$ W
<i>Polarización</i>	Derecha (norte) Izquierda (sur)	Regularmente no polarizada, y algunas veces mezclada	Modo ordinario	$\perp$
<i>Carácter espectral dinámico</i>	Arcos espectrales y otras características complejas	Banda ancha	Banda corta	Amorfo
<i>Periodos de recurrencia</i>	10 h 39.4 m 25 d	~10 h 10 m	~10 h 40 m	Ninguno
<i>Origen</i>	"cusps" polares de bajas y medias latitudes	Relámpagos atmosféricos	Cerca de gradientes de la hoja de plasma	

Es importante destacar que la localización de las fuentes corresponde a regiones activas en la magnetosfera de Saturno, donde las líneas de campo tienden a abrirse hacia el medio interplanetario y donde la precipitación intensa de partículas puede ocurrir.

#### *Teorías sobre la emisión de la radiación kilométrica (SKR)*

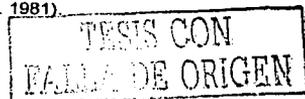
Son dos los fenómenos relacionados con la SKR que han llamado la atención de los teóricos. El primero es la ocurrencia misma de la emisión en radio y como todavía no se ha realizado investigación profunda al respecto, se le compara con la radiación kilométrica auroral en la Tierra (AKR). El segundo es la formación de los arcos en el espectro dinámico.

Grabbe (1981) hace una revisión de las teorías relacionadas con la generación de la AKR. Todas las teorías hacen uso de la correlación entre la AKR y la precipitación auroral y pueden ser divididas en dos categorías: procesos directos y procesos de conversión. En los primeros la energía del haz de electrones es convertida directamente en un modo electromagnético que escapa. En cambio, en las teorías de los procesos de conversión primero la energía del haz de electrones es convertida en un modo electrostático que posteriormente es convertido en un modo electromagnético que escapa.

Ya que la SKR es observada sobre el hemisferio norte de Saturno con polarización derecha y en el hemisferio sur con polarización izquierda, Warwick et. al. (1981) han concluido que, al igual que la AKR, la SKR es emitida en el modo extraordinario. Lee et. al. (1980) llegan al mismo resultado pero consideran la distribución de un cono de pérdida (esto es, una distribución con ausencia de velocidades paralelas) para determinar que la energía libre de este cono puede conducir preferentemente a la radiación en el modo extraordinario.

#### **b) Emisión de baja frecuencia**

En el régimen de bajas frecuencias -de unos cuantos kHz-, Saturno emite radiación electromagnética continua no térmica adicionalmente a la SKR. A frecuencias por debajo de ~2 ó 3 kHz estas emisiones están atrapadas dentro de la cavidad magnetosférica ya que la frecuencia de la onda es menor que la frecuencia del plasma del viento solar ambiente. Como las ondas electromagnéticas no pueden propagarse por debajo de la frecuencia del plasma, éstas son refractadas lejos de las paredes de densidad alta de la magnetopausa y son atrapadas dentro de la cavidad. Pero si la frecuencia de las ondas generadas supera a los 2 ó 3 kHz, éstas escaparán directamente hacia el viento solar (Gurnett et. al. 1981).



*Localización de las fuentes de emisión de baja frecuencia*

La localización de las fuentes para las emisiones de bajas frecuencias no es bien conocida debido al reducido número de mediciones y también porque no existe una inclinación apreciable del eje magnético que permita observar los efectos de la propagación. Sin embargo ha habido intentos por determinarla, por ejemplo Gurnett et. al. (1981) notaron que había espaciamientos entre las bandas espectrales y supusieron que estos espaciamientos estaban relacionados con la girofrecuencia del electrón en la fuente. Tales espaciamientos fueron identificados a distancias radiales cerca de las órbitas de Tetis, Dione y Rea. Esto significa que esta radiación de baja frecuencia está asociada a las celdas L de estos satélites y probablemente se localicen por arriba o por abajo del plano ecuatorial sobre un gradiente de densidad de la hoja de plasma.

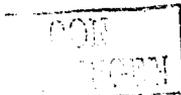
*Teorías sobre la emisión de radiación de baja frecuencia*

Gurnett et. al. (1981) han aplicado el trabajo realizado para explicar la radiación de baja frecuencia en la Tierra y en Júpiter. La idea básica consiste en convertir los estallidos electrostáticos en radiación electromagnética a través de un gradiente en densidad, como el existente en la plasmapausa terrestre, para que las ondas electromagnéticas puedan escapar. Para el caso de Saturno ellos propusieron que esta emisión es generada sobre el gradiente de densidad en la frontera de la hoja de plasma. En este caso, el gradiente es aproximadamente paralelo a la dirección del campo magnético (esta situación es contraria a la que prevalece en la plasmapausa terrestre o en el toro de lo alrededor de Júpiter).

**c) Descargas electrostáticas (SED)**

Por algunos días alrededor de los encuentros de ambos Voyager con Saturno, el instrumento de radioastronomía planetaria (PRA) registró estallidos de emisión en radio intensos y de corta duración (décimas de milisegundos) diferentes a los anteriormente descritos. Mientras la SKR puede ser observada como un "parche oscuro" centrado en ~500 kHz, las nuevas emisiones aparecen como líneas verticales a lo largo de las bandas de alta y baja frecuencias del PRA.

Warwick et. al. (1981) descartaron la posibilidad de cualquier tipo de interferencia con la nave o de una descarga cercana como fuentes de estos estallidos y concluyeron que estas



emisiones se propagaron desde la vecindad de Saturno hasta la nave. A estas les llamaron descargas electrostáticas en Saturno (SED).

*Localización de las fuentes de las descargas electrostáticas (SED)*

Sólo dos lugares en el sistema de Saturno tienen periodos de revolución o de rotación comparables con la periodicidad de 10 horas 10 minutos que presentan las SED. Una posible fuente (Burns et. a. 1983) está en el tope de las nubes de la atmósfera ecuatorial en donde las imágenes del Voyager mostraron que los vientos tienen velocidades de 500 m/s (que corresponden a un periodo de rotación de ~10 horas 10 minutos. El otro sitio está a una distancia de 1.8  $R_S$ , en la mitad del anillo B, donde el periodo Kepleriano de revolución es de 10 horas 10 minutos.

Algunas veces las SED fueron observadas en frecuencias menores a 1 MHz, por lo que Warwick et.al. (1982) concluyeron que el lugar atmosférico podría ser descartado porque la ionosfera de Saturno prevendría el escape de tales frecuencias. En cambio Burns et. al. (1983) compararon las propiedades de las SED con los relámpagos en la Tierra, en Júpiter y en Venus, sugiriendo que las descargas en Saturno se originan a partir de los relámpagos atmosféricos en la región ecuatorial.

*Teorías sobre la emisión de descargas electrostáticas (SED)*

La mayoría de los investigadores de este fenómeno atmosférico coinciden en que la emisión es producida por una descarga. Warwick et. al. (1981,1982) propusieron que estas descargas son producidas por un objeto desconocido dentro de los anillos de Saturno. Por otro lado, Burns et. al. (1983) propusieron que las SED son la contraparte en radio de los relámpagos atmosféricos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## LA MAGNETOSFERA EXTERNA

La magnetosfera externa se define generalmente como la región en la cual el campo en la magnetosfera es no simétrico alrededor del planeta. El viento solar comprime a la magnetosfera en el hemisferio subsolar y se expande hacia atrás donde la magnetosfera externa emerge gradualmente hacia la magnetocola. Las partículas energéticas tienen espectro suave y sus flujos muestran una considerable variabilidad temporal. Los tiempos de captura tienden a ser cortos, y cerca de la magnetopausa las partículas probablemente no completan una órbita de arrastre alrededor del planeta. La frontera entre la magnetosfera interna y externa no está bien delineada y cubre el intervalo entre 6 y 10  $R_S$ .

La magnetosfera externa de Saturno está llena de plasma térmico con una densidad de  $2 \times 10^{-2}$  a  $5 \times 10^{-1}$  iones  $\text{cm}^{-3}$  cerca del ecuador. La densidad decrece hacia latitudes altas ya que la escala de altura es moderadamente pequeña en el potencial centrífugo. Tal plasma no existe en la magnetosfera externa terrestre básicamente por dos razones: Primero, Titán es una fuente de plasma además de la ionosfera polar. La fotoionización de neutros que escapan de la atmósfera de Titán es el proceso dominante, y la interacción directa entre la magnetosfera de Saturno y la ionosfera de Titán es otro mecanismo cuando Titán está dentro de la magnetopausa. Segundo, los continuos reajustes de la magnetosfera externa con las fluctuaciones del viento solar son quizá los responsables del calentamiento del plasma y de la producción de una cola de partículas supraterrales (en este trabajo se propone al mecanismo de aceleración estocástica). Como un resultado, la densidad de energía en el plasma es comparable con la del campo magnético, esto es,  $\beta \sim 1$ . Tal plasma puede ser inestable y de aquí que sea capaz de modificar la población de partículas energéticas.

La población de partículas energéticas consiste de electrones, de protones y de iones más pesados. Sus energías van de  $< 2 \text{ MeV}$  a  $10 R_S$  hasta  $< 1 \text{ MeV}$  cerca de la magnetopausa, pero los rayos cósmicos muy energéticos tienen libre acceso a la magnetosfera externa.

Lo que se sabe de la magnetosfera de Saturno (de aquí en adelante se le denominará simplemente magnetosfera Kroniana) está basado en los datos provenientes de la nave Pioneer 11 y de la misión Voyager. En la Tabla 2.3 se enlistan las observaciones realizadas en la magnetosfera externa kroniana. Las trayectorias seguidas por las tres naves se muestran en la Figura 2.7.

**Tabla 2.3**  
Observaciones realizadas en la magnetosfera externa Kroniana

OBSERVACIONES	NAVE	SIGLAS
<i>Campo magnético</i>	Pioneer 11 Voyager	(Magnetometer, MAG)
<i>Plasma de baja energía (0.1-8 keV)</i>	Pioneer 11 Voyager	(Plasma Science, PLS)
<i>Partículas cargadas de baja energía (20-500 keV)</i>	Voyager	(Low-Energy Charged Particles, LECP)
<i>Partículas cargadas energéticas (0.5-200 MeV)</i>	Pioneer 11 Voyager	(Cosmic Ray Science, CRS) y LECP
<i>Ondas de plasma (10 Hz-56 Hz)</i>	Pioneer 11 Voyager	(Plasma Wave Science, PWS)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

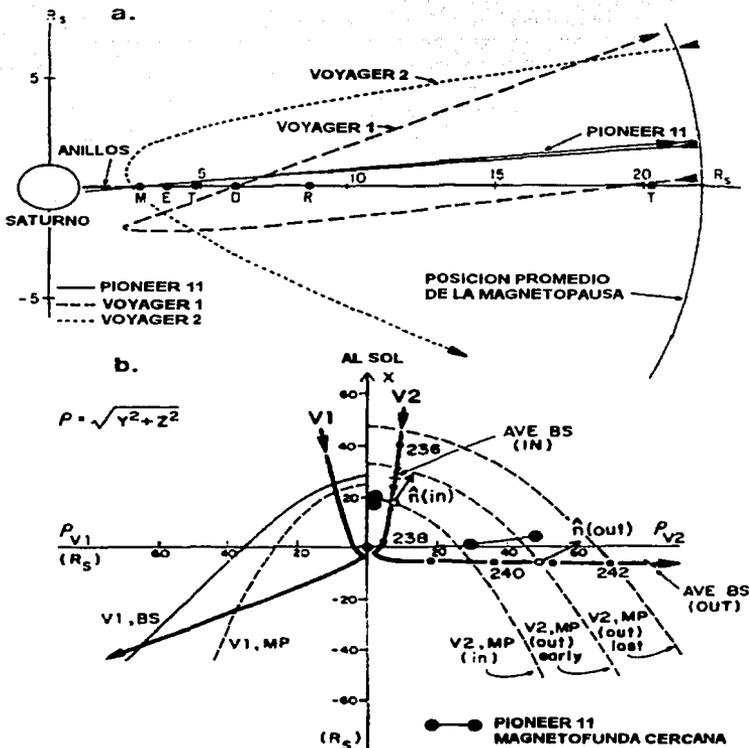


Figura 2.7 a) Proyecciones meridionales de las trayectorias del Pioneer 11, del Voyager 1 y del Voyager 2. b) Trayectorias del encuentro con Saturno en coordenadas cilíndricas. Esta representación da la posición de la nave en el plano  $x$  a través de la nave y la línea Saturno-Sol (eje  $X$ ) con la distancia desde esa línea dibujada hacia la izquierda para el Voyager 1 y hacia la derecha para el Voyager 2. Se dan las posiciones estimadas de la magnetopausa y del frente de choque para el Voyager 1; el Pioneer 11 siguió una trayectoria similar. Para el Voyager 2 la curva de salida "early" está basada en el promedio de los 5 cruces; la curva "lost" está basada en el último cruce de salida.

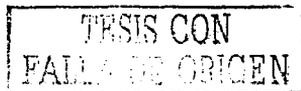
### Interacción del viento solar con la magnetosfera

La interacción del viento solar con la magnetosfera kroniana es similar a la interacción que tiene con la magnetosfera terrestre. Ambas tienen un frente de choque y una magnetopausa con una distancia "standoff" (distancia subsolar a la que se balancean las presiones del viento solar y la presión interna) proporcional a  $p^{-1/2}$ , sin embargo el elevado número de Mach del frente de choque es similar al joviano y difiere del terrestre en que éste es bajo. El campo magnético en la magnetosfera exterior requiere la existencia de un campo dipolar planetario, un campo de anillo de corriente, más las contribuciones de la magnetopausa y de las corrientes de la magnetocola.

Esta interacción ocurre cuando los números de Mach-sónicos y de Mach-Alfvénicos están entre 10 y 20 y a presiones que están debajo de las medidas en la Tierra por un factor de  $\sim 100$ . El mayor efecto que producen los números de Mach elevados es el brinco de las temperaturas electrónicas del plasma  $T_2/T_1$  (donde  $T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas electrónicas en el viento solar y en la magnetofunda respectivamente) a través del choque. Se observó que este incremento fue de  $\sim 50$  en Saturno,  $\sim 15$  en Júpiter y  $\sim 3$  ó  $4$  en la Tierra (Scudder et. al. 1981).

En el hemisferio subsolar, el frente de choque es un choque cuasiperpendicular e intenso tal y como se espera a partir de la dirección del campo magnético interplanetario. Así que, la magnitud del campo magnético cambia en el choque pero no su dirección. El brinco en magnitud es significativamente más notable cuando la magnetosfera se contrae que cuando se expande (Lepping et. al. 1981).

La magnetopausa de Saturno puede estar representada por una discontinuidad tangencial en el campo magnético. Esta región constituye una frontera para los electrones, protones y iones con energías  $< 0.5$  MeV. Una excepción a este hecho ocurrió durante el paso de entrada del Voyager 2 cuando se observó un incremento en el flujo de partículas energéticas 15 minutos antes de cruzar la magnetopausa (Krimigis et. al. 1982). Además la anisotropía de primer orden en la distribución angular de los protones sugiere que la magnetopausa se estaba moviendo hacia adentro con una velocidad de  $10 \text{ km s}^{-1}$ .



### Campo magnético, plasma frío y plasma caliente en la magnetosfera

La densidad del plasma (Figura 2.8) decrece hacia la magnetopausa y su temperatura aumenta conforme la nave se mueve hacia el plasma magnetosférico (Bridge et. al. 1981). En la Tierra, por el contrario, no se encuentra plasma entre  $\sim 6.6 R_T$  y la magnetopausa. Una síntesis de los datos provenientes de las tres naves muestran una delgada hoja de plasma con un perfil de densidad radial proporcional a  $L^{-3.5 \pm 0.5}$ .

La gran diferencia entre las magnetosferas externas de Saturno y de la Tierra es la presencia de Titán y de su densa atmósfera. En un momento dado, Titán puede estar dentro o fuera de la magnetosfera (Wolf and Neubauer 1982). Siscoe (1978) ha determinado que la órbita de Titán permanece totalmente dentro de la magnetosfera  $\sim 50\%$  del tiempo. De hecho, de las tres naves que han pasado por Saturno, solamente el Voyager 1 encontró a la órbita de Titán embebida en la magnetosfera.

Titán es la fuente directa de un flujo de plasma que se extiende en la dirección de corotación. Se ha estimado que la intensidad de esta fuente es de  $1.2 \times 10^{24}$  iones  $s^{-1}$  (Gurnett et. al. 1982) hasta  $6 \times 10^{24}$  iones  $s^{-1}$  (Bridge et. al. 1981). El material que proviene de Titán está formado aparentemente por iones pesados de masa 14 ( $N^+$ ) y tal vez por iones moleculares de masa 28 ( $N_2^+$  o  $H_2CN^+$ ) (Hartle et. al. 1982). El flujo de plasma que sale de Titán (llamada también "pluma de Titán") tiende a permanecer en el plano ecuatorial y emerger al medio interplanetario. El instrumento de plasma (PLS) a bordo del Voyager 1 también encontró incrementos en la densidad dentro y fuera de la órbita de Titán. Estos incrementos están caracterizados por presentar una densidad alta y una temperatura baja, y han sido interpretados por Eviatar et. al. (1982) como múltiples encuentros de la nave con la pluma.

Además de la pluma de Titán, existen otras posibles fuentes para explicar el plasma observado. La ionización de una gran nube neutra de hidrógeno reportada por Broadfoot et. al. (1981) sería una fuente más intensa de plasma que la pluma de Titán. Bridge et. al. (1982) calcularon el tiempo de vida del hidrógeno neutro contra los procesos de ionización y encontraron un tiempo de vida máximo cerca de Titán donde la fotoionización es el proceso dominante. Más cerca de Saturno, la densidad del plasma aumenta, y el hidrógeno es perdido tanto por la ionización por impacto como por intercambio de carga. En el equilibrio, la razón a la cual el plasma es generado a partir de la nube neutra debe ser igual a la razón a la cual el hidrógeno neutro es incorporado a la nube por el escape no-térmico desde Titán, que ocurre a

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

una tasa de  $\sim 2 \times 10^{25}$  átomos  $s^{-1}$  (de acuerdo con los mismos cálculos, la razón a la cual el nitrógeno escapa es de  $\sim 3 \times 10^{26}$  átomos  $s^{-1}$ ). Bajo el supuesto de que toda la materia neutra que entra a la nube es ionizada, la masa total aportada por las fuentes de Titán es de  $\sim 7$  kgs $^{-1}$ . Los protones podrían originarse desde la atmósfera de Saturno, mientras que el oxígeno y también los protones vendrían de la superficie de los satélites Tetis, Dione, y Rea.

Otra fuente de plasma para la magnetosfera externa es el gas y los iones que rodean al anillo A. Se ha detectado la presencia de una nube de hidrógeno de  $5 \times 10^{33}$  átomos (Broadfoot et. al. 1981). Un proceso interesante es la reacción del intercambio de carga entre los iones corolantes con el planeta y la nube neutra que produce partículas energéticas con la velocidad suficiente para alcanzar la magnetosfera externa pero es menor que la velocidad local de escape.

La configuración del campo magnético en Saturno se parece a la encontrada en la magnetosfera externa terrestre excepto que la dirección del campo está invertida. El campo magnético observado por el Voyager 1 fuera de  $15 R_S$  apunta de manera casi perfecta hacia el sur, lo cual es consistente con las relativas condiciones de quietud del viento solar durante la primera parte del encuentro. Sin embargo, como ya se mencionó en párrafos anteriores, el Voyager 2 encontró que la magnetosfera se había expandido y en consecuencia los cambios sufridos por el campo magnético influyeron en la población de partículas cargadas ya que su flujo se volvió variable y se incrementó por un orden de magnitud seguido de un breve decrecimiento por un factor de  $\sim 40$  en  $15.5 R_S$  (Vogt et. al. 1982).

Al agregar la contribución de un campo de anillo de corriente (localizado entre  $L=8$  y  $15.5 R_S$ ) al campo magnético intrínseco hace que los modelos se ajusten más a las observaciones realizadas por las naves. Maurice et. al. (1996), proponen en un primer modelo tridimensional de la estructura del campo magnético de Saturno (válido hasta  $\sim 24 R_S$ ) que el campo total resulta de la superposición de: un campo magnético intrínseco (un dipolo de momento  $0.21$  Gauss  $R_S^3$  alineado con el eje de rotación); un campo que resulta de las diversas corrientes de plasma dentro de la cavidad magnetosférica (representado por un anillo de corriente azimuthal que se extiende desde  $8$  hasta  $15.5 R_S$ ); y una contribución debida a la interacción de la magnetosfera con el viento solar.



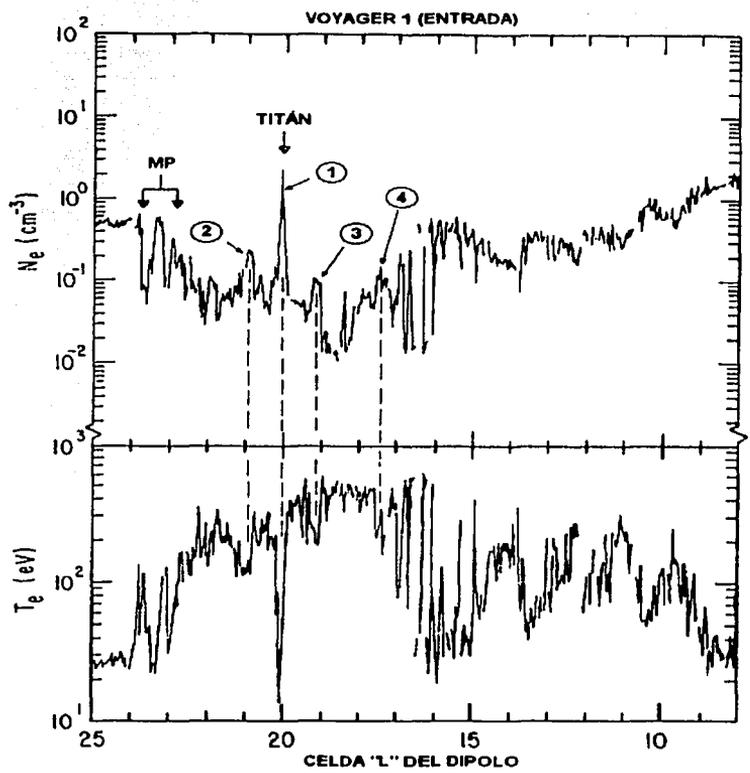


Figura 2.8 Densidades electrónicas y temperaturas observadas durante el paso de entrada del Voyager 1. Las regiones de densidad alta y de temperatura baja numeradas del 1 al 4 han sido atribuidas a la pluma de plasma de Titán, con el número 1 correspondiendo a la interacción más reciente y el número 4 a una interacción ocurrida 3 periodos de Saturno más tarde. La región de baja densidad entre L=18 y 19 R<sub>s</sub> corresponde a la casi desaparición del plasma térmico.

TESIS CON  
FALLA DE CALIFICACION

### Partículas energéticas

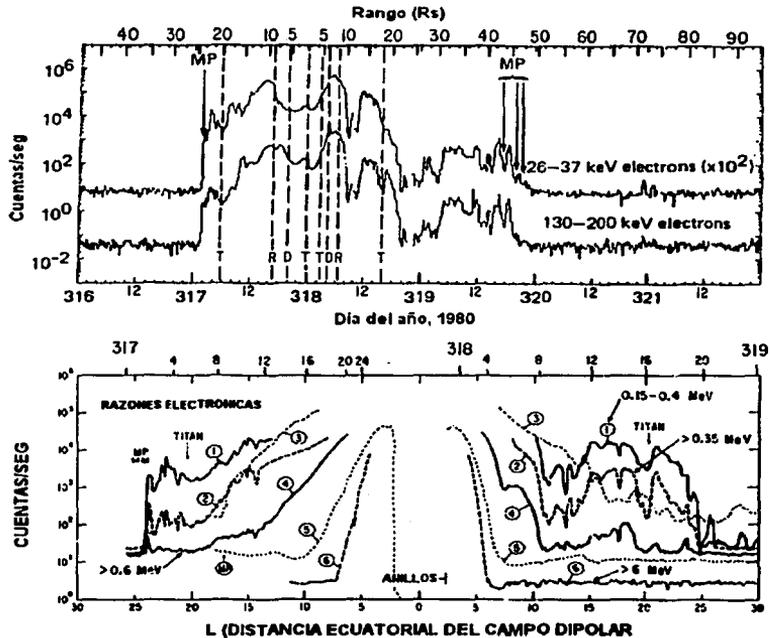
Un flujo de electrones, protones y iones pesados energéticos con energías de  $\sim 1\text{MeV}$  está atrapado por el campo magnético de la magnetosfera externa. Estos flujos observados no son simétricos entre los pasos de entrada y de salida del Voyager 2. Esta asimetría es parcialmente debida a la diferencia en latitud pero también refleja una asimetría extendida de la magnetosfera entre la dirección amanecer y la subsolar.

La Figura 2.9 muestra las intensidades de los electrones observados a diferentes energías. Las grandes variaciones están superpuestas sobre el decrecimiento general del flujo con la distancia desde Saturno. Estos cambios son en la mayoría de los casos temporales y aparecen al mismo tiempo en todos los rangos de energía. Se cree que reflejan la respuesta de la magnetosfera a los cambios en el medio interplanetario y quizá existan otros procesos contribuyan. De hecho se identificó un flujo mínimo de partículas energéticas a la distancia de Titán durante los pasos de entrada y salida. Si las partículas energéticas constituyen la coa no-Maxwelliana del plasma térmico, entonces la baja temperatura en la pluma de Titán podría ser reflejada en un flujo menor de partículas.

La población de partículas fue relativamente estable durante el paso del Pioneer 11 (Figura 2.9 panel inferior), pero grandes cambios temporales fueron también observados por el Voyager 2 durante el periodo en el que la magnetosfera se expandió.

El espectro de energía de los electrones en la magnetosfera externa sigue una ley de potencias:  $E^{-\gamma}$ , con  $\gamma \sim 3.8-4$  durante el paso del Pioneer 11 (McDonald et. al. 1980) y con  $\gamma \sim 3.4-4$  durante los encuentros de los Voyager (Krimigis et. al. 1983). Tal espectro de energía es característico de los electrones magnetosféricos y es consistente con la presencia de una cola no-Maxwelliana en un plasma térmico producido por varios procesos de aceleración.

Durante el encuentro del Pioneer 11, las distribuciones angulares de los electrones con energías por arriba de  $0.4\text{ MeV}$  en la magnetosfera externa estuvieron alineadas con el campo, esto es, una distribución tipo "dumbbell" cerca de la magnetopausa y lentamente se volvieron perpendiculares al campo, es decir, una distribución tipo "pancake" a una distancia de  $10 R_S$  (Krimigis et. al. 1981). Estos cambios en la distribución de los ángulos de paso son debidos probablemente a interacciones onda-partícula.



**Figura 2.9** Intensidades de los electrones observados durante el paso del Voyager 1. El panel superior muestra los promedios de 15 minutos medidos por el experimento LECP (Low-Energy Charged Particle). El panel inferior muestra los datos del Voyager 1 en líneas continuas identificadas con los números 1 (0.15-0.4 MeV), 2 (> 0.35 MeV), 4 (> 0.6 MeV) y 6 (> 2.6 MeV). Las curvas 3 (> 0.25 MeV) y 5 (2 MeV) fueron medidas por el Pioneer 11. Las cruces a través de la magnetopausa están indicadas por las siglas MP encerradas en un círculo para el caso del Pioneer 11.

También se observaron distribuciones angulares tipo "butterfly" cerca de la frontera interna de la magnetosfera exterior a  $\sim 10 R_S$ . Estas distribuciones pueden ser producidas por una separación de la celda L (Roederer, 1967) la cual ocurre si el campo se desvía de un campo dipolar y se vuelve asimétrico en la dirección subsolar.

El espectro de energía de los protones consiste de dos componentes: la componente de alta energía es debida a los rayos cósmicos que ganan acceso a la magnetosfera externa a través de la magnetocola (McDonald et. al. 1980).

La región de bajas energías del espectro de protones se parece a una distribución Maxwelliana con una cola de alta energía y puede ser ajustada por una distribución  $\kappa$  (Krimigis et. al. 1983). Las temperaturas en la magnetosfera externa caen en el intervalo de 16 a 21 keV durante el paso de entrada del Voyager 1 y de 35 a 35 keV para el Voyager 2. La cola correspondiente a energías  $>0.2$  MeV sigue una ley de potencias con  $\gamma=7$  (McDonald et. al. 1980).

Las distribuciones de los ángulos de paso fueron del tipo "pancake", y durante el paso de entrada del Pioneer 11, las distribuciones se volvieron progresivamente más planas desde la magnetopausa hasta  $11.5 R_S$  (McDonald et. al. 1980).

Krimigis et. al. 1982 encontraron un pequeño flujo de iones pesados energéticos en la magnetosfera externa. Las especies dominantes son  $H_2^+$  y partículas  $\alpha$ ; el Voyager 2 observó también un flujo de  $H_3^+$ . La presencia de iones moleculares indica una fuente ionosférica que podría ser la ionosfera de Titán o de Saturno.

Iones de C, N, y O fueron hallados en el rango de energía entre 0.2 y 0.4 MeV/núcleo. La composición de estos iones y sus abundancias relativas son consistentes con una fuente del viento solar.



### La magnetocola

Basado en los datos del Voyager 1, la magnetocola de Saturno tiene un diámetro de  $\sim 40 R_S$  a una distancia de  $25 R_S$  detrás del planeta con un campo magnético típico de 3 nT.

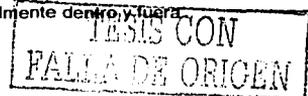
Al igual que en las magnetocolas terrestre y joviana, los cambios en la configuración de la magnetocola de Saturno inducidos por perturbaciones en las condiciones interplanetarias pueden llevar a la aceleración tanto de iones como de electrones a varios cientos de keV. Debajo de los 100 keV, esto resulta en un flujo de partículas hacia el planeta (Krimigis et. al. 1982).

No se ha hallado evidencia de flujos de plasma o de alguna anomalía magnética en Saturno (de hecho, el campo magnético es axisimétrico con una indicación de que en la región polar el campo puede ser asimétrico), pero el espectro de electrones y de iones en la magnetocola parece estar modulado por el periodo de rotación kroniano (Carbary and Krimigis, 1982).

### EFFECTOS DE LAS INTERACCIONES ENTRE LOS SATÉLITES Y LA MAGNETOSFERA KRONIANA

Algunos de los satélites de Saturno tienen importantes interacciones con la magnetosfera. Mimas, Encelado, Tetis, Dione y Rea son satélites de hielo cuyos radios apenas superan la mitad del radio de la Luna. Estos satélites están embebidos en la magnetosfera interna entre los 3 y los  $9 R_S$  por lo que constantemente están siendo bombardeados por iones energéticos, iones corotantes, y radiación solar, lo que resulta en la inyección de considerables cantidades de productos neutros de la disociación del  $H_2O$  dentro de la magnetosfera. La subsiguiente ionización y disociación de estos neutros provee las fuentes de plasma para la magnetosfera interna, además de que mantiene un toro de plasma de  $O^+$  observado tanto por el Pioneer como por los Voyager. Adicionalmente, Titán -el mayor satélite de Saturno- interactúa fuertemente con la magnetosfera externa.

Titán es más grande que Mercurio y posee una densa atmósfera compuesta principalmente por nitrógeno y metano, además de otros hidrocarburos. Está lo suficientemente lejos de Saturno ( $20.2 R_S$ ) que le permite estar ocasionalmente dentro y fuera

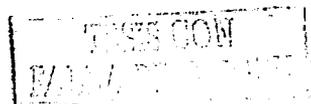


de la magnetosfera kroniana. Durante el encuentro del Voyager 1 y quizá parte del encuentro del Voyager 2, Titán se hallaba dentro de la magnetosfera (Neubauer et. al., 1984).

La interacción de los satélites de hielo con la magnetosfera puede ser resumida en la Figura 2.10. La "salpicadura" de partículas cargadas y el bombardeo meteorítico lanzan productos del agua hacia la magnetosfera, formando vastas nubes neutras de agua. Las nubes son entonces ionizadas y disociadas para mantener un toro de plasma de iones de oxígeno que fue observada tanto por el Pioneer 11 como por los Voyager. Mientras el instrumento de plasma del Voyager fue inicialmente incapaz de identificar las especies iónicas pesadas, los modelos teóricos posteriores llevaron a la conclusión de que en la magnetosfera interna predomina el  $O^+$  en lugar de  $N^+$ . La composición de  $O^+$  (quizá también de  $O^{2+}$ ,  $O^{3+}$ ) favorece la formación de nubes de agua, en vez de Titán, como la fuente de plasma para el toro interno. Las densidades iónicas muestran un ancho pico entre las órbitas de Tetis (4.9  $R_S$ ) y de Dione (6.3  $R_S$ ), siendo la densidad máxima de aproximadamente 50 iones  $cm^{-3}$ . Las temperaturas electrónicas varían dentro del intervalo de  $< 10$  a  $> 100$  eV.

La presencia de una nube de agua neutra en la magnetosfera interna ha sido inferida a partir de las observaciones de partículas cargadas de bajas energías (LECP) del Voyager. Estas observaciones son consistentes con los intercambios de carga en una nube de agua que se extiende desde los 3 hasta los 11  $R_S$ , con un espesor total de 1.5  $R_S$  y una densidad promedio de 20  $cm^{-3}$ , más intercambios de carga en la nube de hidrógeno atómico (toro de Titán) de la magnetosfera externa. Estas mismas observaciones pueden ser explicadas si el hidrógeno molecular con una densidad de  $\approx 10$  a 20  $cm^{-3}$  está presente junto con el hidrógeno atómico en el toro de Titán.

Sin embargo, el  $H_2^+$  a energías termales no ha sido detectado en la magnetosfera externa. La densidad de  $H_2$  es probablemente menor que la correspondiente al H atómico en el toro de Titán (Eviatar and Podolak, 1983). No se han observado emisiones electromagnéticas -del infrarrojo al ultravioleta- provenientes de la nube neutra de agua ni de alguna nube de hidrógeno molecular.



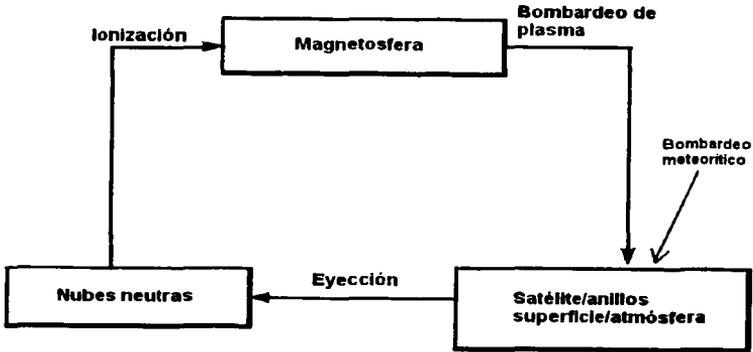


Figura 2.10 Cadena de interacciones entre la magnetosfera, satélites, y nubes neutras.

TESIS CON  
FALLA DE CALIFICACION

La interacción entre Titán y la magnetosfera kroniana se parece a la de Venus con el viento solar. Titán, como Venus, no tiene un fuerte campo magnético intrínseco, de tal manera que el plasma magnetosférico corotante impacta directamente sobre la atmósfera de Titán. En consecuencia se extiende una gran cola de protones y de iones pesados siendo la tasa de pérdida de iones de  $10^{24} \text{ s}^{-1}$ . De hecho esta cola puede enrollarse varias veces alrededor de Saturno (Eviatar et.al., 1982). Además, alrededor de  $3 \times 10^{27}$  átomos y moléculas de hidrógeno y aproximadamente  $3 \times 10^{26}$  átomos de nitrógeno escapan de Titán cada segundo.

Estos átomos y moléculas de hidrógeno, así como de nitrógeno, escapan hacia la magnetosfera y forman el toro de Titán, una vasta nube de gas neutro que rodea a Saturno.

El espectrómetro de ultravioleta del Voyager observó que la nube de hidrógeno atómico del toro de Titán se extiende radialmente desde los 8 hasta los 25  $R_S$  con una densidad promedio de 10 a 20  $\text{cm}^{-3}$  (Sandel et.al., 1982).

Shemansky y Smith (1983) han sugerido que la atmósfera de Saturno es la fuente dominante de hidrógeno para el toro de Titán, pero Richardson y Eviatar (1988) han criticado esta idea basándose en el hecho de que una alta densidad de H en la región de Dione-Tetis-Rea sería incompatible con el plasma observado allí. La ionización de neutros en el toro de Titán es claramente una fuente importante de plasma para la magnetosfera, pero puede ser no dominante.

La magnetosfera kroniana interactúa fuertemente con los anillos. De interés particular resalta el anillo E que se extiende desde los 3 hasta los 8  $R_S$  con una densidad pico cerca de la órbita de Encelado a 4  $R_S$  (Jurac et.al. 2000). De aquí que el anillo E yace dentro del toro de plasma.

Los satélites internos de Saturno son pequeños de tal manera que el bombardeo de plasma resulta en el escape gravitacional directo de la mayoría de las especies. Entonces estos satélites proveen de productos de disociación del agua a la magnetosfera interna kroniana. Las razones de eyección se dan en la Tabla 2.4. A la temperatura de estos satélites la especie eyectada predominantemente es  $\text{H}_2\text{O}$ . Como estas especies orbitan alrededor de Saturno pueden ser disociadas por fotones o bien por electrones. Este proceso resulta en la producción, principalmente de un átomo rápido de H, mientras que la órbita del radical OH, cambia un poco por esta eyección. La disociación de OH deja un O orbitando. Eventualmente estas especies son ionizadas por fotones, electrones y transferencia de carga. Una vez que

son ionizados, el campo magnético los barre y es así como contribuyen a la población local de plasma.

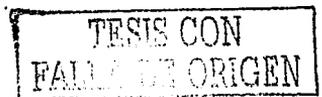
Antes de que ocurra la ionización, los neutros  $H_2O$ ,  $OH$  y  $O$  orbitan Saturno formando una exosfera de productos neutros de agua. Dado que los tiempos de vida de ionización son mayores que los periodos orbitales, esta exosfera tiene la forma de un toro centrado en el plano orbital de los satélites, el cual prácticamente coincide con el plano ecuatorial del campo magnético. El toro de "producto de agua" se muestra en la Figura 2.11.

La nube neutra tiene una densidad pico alrededor de los satélites y es una atmósfera de enormes proporciones. Exhibe los siguientes efectos. Primero, es la fuente de iones pesados en el plano orbital de los satélites y, por lo tanto, se puede pensar que posee una ionosfera. Segundo, los iones rápidos de los cinturones de radiación pueden experimentar reacciones de intercambio de carga y convertirse en neutros rápidos que escapen de la magnetosfera. Finalmente, esta nube coexiste con el tenue anillo E.

### Interacción de Titán con la magnetosfera kroniana

El encuentro del Voyager 1 con Titán ocurrió el 12 de noviembre de 1980 alrededor de las 0540:20 SCET (1330 tiempo local en Saturno) a una distancia de 6969 kilómetros del centro del satélite, mientras que Titán estaba dentro del lado día de la magnetosfera externa de Saturno. Esto dio la gran oportunidad de entender tanto las interacciones como la influencia de este satélite con la magnetosfera planetaria.

La distancia orbital de Titán es tal que el satélite se encuentra siempre dentro de la magnetocola de Saturno pero puede estar dentro o fuera del lado frontal de la magnetosfera dependiendo de las condiciones del viento solar. De aquí, que la población de partículas que interactúa con la atmósfera superior de Titán y con la ionosfera puede cambiar considerablemente en el transcurso de una órbita. Tales consideraciones son extremadamente importantes para entender la dinámica de la atmósfera de Titán y su relación con el medio circundante.



**Tabla 2.4**

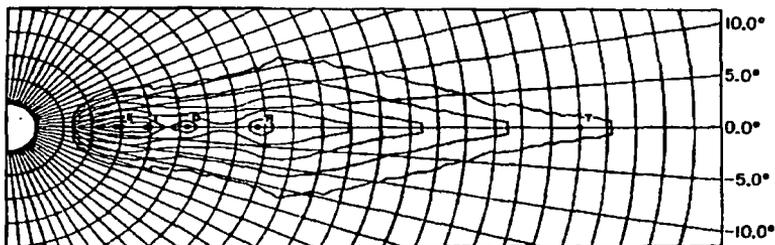
Flujos ( $\times 10^8$  H<sub>2</sub>O cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) eyectados por los satélites debido a la incidencia de O<sup>+</sup>

	PIONEER 11	VOYAGER 1		VOYAGER 2		J <sub>s</sub> (moléc s <sup>-1</sup> )
		frío	caliente*	frío	caliente	
<i>Mimas</i>	0	0		0		0
<i>Encelado</i>	0.03	0		0		$8 \times 10^{23}$
<i>Tetis</i>	0.7	0.3	4	0.6	0.6	$1.6 \times 10^{25}$
<i>Dione</i>	2	1.3	5	1.3	0.6	$3.4 \times 10^{25}$
<i>Rea</i>	0.07	0.5	2	1.3	0.2	$2.5 \times 10^{25}$
<b>Total</b>						$7.6 \times 10^{25}$

\*Se supone que el plasma caliente está dominado por O<sup>+</sup>.

TRIP CON  
VALOR DE ORIGEN

### TORO NEUTRO DE SATURNO



**Figura 2.11** Contornos de densidad para átomos pesados (moléculas de  $H_2O$ ,  $OH$  y  $O$ ) producidos por la "salpicadura" de la superficie de los satélites principalmente por  $O^+$  con energías de  $\geq 20$  keV. El contorno externo corresponde a  $10^{1/2}$  átomos  $cm^{-3}$ ; los contornos siguientes se incrementan en factores de  $10^{1/2}$  en las densidades. Las letras E, T, D, R, T de izquierda a derecha a lo largo de la línea media corresponden a los satélites Encelado, Telis, Dione, Rea y Titán. El toro de Titán no se ilustra.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Cuando Titán está fuera de la magnetosfera se espera que tenga una interacción con el viento solar similar al que tiene la Tierra (si está magnetizado), o como Venus (si no está magnetizado). En cambio cuando está dentro de la magnetosfera, la interacción podría ser similar al de los satélites galileanos con la magnetosfera joviana corotante.

Dado que todavía no hay indicios de que Titán tenga un campo magnético intrínseco apreciable ni una magnetosfera asociada, existe una interacción directa entre el plasma magnetosférico de Saturno y el sistema ionosfera-atmósfera de Titán. Ness et. al. (1981) muestran que físicamente una interacción entre la atmósfera-plasma conduce a una magnetosfera inducida (Figura 2.12) con las líneas de campo enrollándose alrededor de la ionopausa.

En la Tabla 2.5a se ilustran las propiedades generales del flujo de plasma incidente durante el encuentro con el Voyager. Los datos del radio de giro de los electrones en la Tabla 2.5b, indican que al menos éstos permanecerán congelados a las líneas de campo magnético abajo del nivel donde la frecuencia de colisiones se aproxima a la frecuencia ciclotrón de los electrones.

Es interesante analizar la interacción de Titán con el flujo de plasma incidente por varias razones: 1) esta interacción determina una parte importante del balance de masa de la atmósfera, 2) es el caso especial de la interacción entre un flujo de plasma magnetizado y un cuerpo planetario. La primera razón establece que además de las pérdidas y ganancias de las especies atmosféricas a través de la superficie (por ejemplo, la condensación y la evaporación) y la ganancia de masa por la materia entrante, el balance de masa de la atmósfera está determinado por las pérdidas (y algunas veces, quizá, por las ganancias). Las pérdidas son debidas a la interacción electrodinámica del satélite con el plasma, así como al escape de Jeans de los neutros. Al mismo tiempo, estas pérdidas representan una ganancia para el plasma circundante. Ahora bien, si Titán está localizado dentro de la magnetosfera de Saturno, el satélite contribuirá a la población total de plasma en la magnetosfera. Mientras que en la segunda razón, la física involucrada en la interacción depende de las propiedades del flujo incidente y de las características del cuerpo.



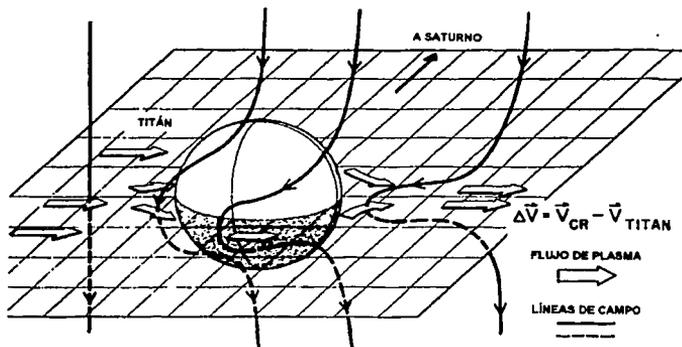
**Tabla 2.5a**  
Propiedades del plasma magnetosférico incidente

<i>Magnitud del campo magnético B</i>	5 nT
<i>Dirección</i>	Aproximadamente perpendicular al plano orbital
<i>Velocidad de flujo del plasma</i>	80-150 km s <sup>-1</sup>
<i>Velocidad adoptada del plasma, V</i>	120 km s <sup>-1</sup>
<i>Dirección de flujo del plasma</i>	20° a partir de la dirección de corrotación
<i>Densidad de protones, n<sub>p</sub></i>	0.1 cm <sup>-3</sup>
<i>Densidad de N<sup>+</sup>, n<sub>N<sup>+</sup></sub></i>	0.2 cm <sup>-3</sup>
<i>Temperatura electrónica, kT<sub>e</sub></i>	200 eV
<i>Temperatura protónica, kT<sub>p</sub></i>	210 eV
<i>Temperatura de N<sup>+</sup>, kT<sub>N<sup>+</sup></sub></i>	2.9 keV
<i>Densidad electrónica, n<sub>e</sub></i>	0.3 cm <sup>-3</sup>

**Tabla 2.5b**  
Cantidades derivadas del plasma magnetosférico incidente

<i>Densidad, ρ</i>	2.9 amu cm <sup>-3</sup>
<i>Presión total del plasma, p</i>	1.1 × 10 <sup>9</sup> dina cm <sup>-2</sup>
$\beta = p_i / (B^2 / 2\mu_0)$	11.1
<i>Velocidad de Alfvén, V<sub>A</sub></i>	64 km s <sup>-1</sup>
<i>Velocidad del sonido, V<sub>s</sub> = 2p/ρ</i>	210 km s <sup>-1</sup>
<i>Velocidad magnetoacústica rápida, V<sub>r</sub> = √(V<sub>A</sub><sup>2</sup> + V<sub>s</sub><sup>2</sup>)</i>	220 km s <sup>-1</sup>
<i>Número de Mach alfvénico, M<sub>A</sub> = V/V<sub>A</sub></i>	1.9
<i>Número de Mach sónico, M<sub>s</sub> = V/V<sub>s</sub></i>	0.57
<i>Número de Mach rápido, M<sub>r</sub> = V/√(V<sub>A</sub><sup>2</sup> + V<sub>s</sub><sup>2</sup>)</i>	0.55
<i>Radio de giro de un protón térmico</i>	413 km
<i>Radio de giro de un N<sup>+</sup> térmico</i>	5790 km
<i>Radio de giro de un electrón térmico</i>	9.5 km

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**Figura 2.12** Diagrama de la distorsión de las líneas de campo magnético de Saturno en la vecindad de Titán, provocada por las corrientes inducidas en la ionosfera y en la estela de Titán. La formación de la magnetocola parece deberse al enrollamiento de las líneas de campo alrededor de la ionosfera de Titán, formando así la cola que lleva a Titán en su órbita alrededor de Saturno (Ness et. al. (1981)).

## CAPÍTULO 3

### Modelos de aceleración de partículas

<b>MECANISMOS DE ACCELERACIÓN DE PARTÍCULAS EN ASTROFÍSICA</b>	71
Aceleración en magnetosferas planetarias y en la corona solar	76
Aceleración durante la reconexión magnética	80
Aceleración de partículas aurorales	83
Aceleración de rayos cósmicos galácticos	84
<b>ACCELERACIÓN DE PARTÍCULAS POR CHOQUES</b>	86
Aceleración por arrastre	87
Aceleración por choque difusivo	89
Aceleración de Fermi	93
Aceleración de primer orden	94
Aceleración de segundo orden o estocástica	97
<b>ACCELERACIÓN DE PARTÍCULAS POR ONDAS (O ACCELERACIÓN POR TURBULENCIA)</b>	100
Aceleración desbocada ("runaway")	101

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

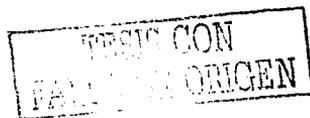
## MECANISMOS DE ACCELERACIÓN DE PARTÍCULAS EN ASTROFÍSICA

La aceleración de partículas<sup>1</sup> altamente energizadas es un fenómeno universal que ocurre en una gran variedad de procesos astrofísicos que van desde las auroras terrestres, magnetosferas planetarias, el choque terminal de la heliosfera, ráfagas estelares, protoestrellas y sus jets, radio pulsares, enanas blancas en acreción, estrellas binarias de neutrones, hoyos negros y sus jets, remanentes de supernova, núcleos y jets activos de galaxias, hasta los cuásares más lejanos. La aceleración de partículas es un canal bastante común para la liberación de energía cinética a gran escala, de energía rotacional y de energía magnética. Los mecanismos físicos incluyen la aceleración electrostática, procesos estocásticos y aceleración por choques difusivos. Este último es el más prometedor para explicar los procesos antes mencionados. Esto es porque los choques ocurren en varios eventos violentos que están asociados con la aceleración de partículas y también porque los fuertes choques no relativistas producen una distribución de partículas aceleradas que dependen de la energía como  $N(\epsilon) \propto \epsilon^{-2}$ , bajo condiciones estacionarias, e independientes de las condiciones físicas locales.

Aparte de las detecciones locales las partículas rápidas son indirectamente observadas por su firma electromagnética, desde los rayos gamma hasta el dominio del radio por procesos tales como *bremssstrahlung* (en alemán, "radiación por frenado"), emisión inversa Compton, emisión (giro) sincrotrón, emisión ciclotrón, y una variedad de máseres de plasma (máser ciclotrón, máser a la frecuencia del plasma). Estas observaciones dejan claro que, aunque las fuertes ondas de choque forman el proceso de aceleración más importante, otros mecanismos de aceleración llegan a ser importantes cuando la energía libre es almacenada en atmósferas estelares magnetizadas (Kuijpers, 1994).

En la Figura 3.1 se ilustra una gráfica de las distancias características,  $D$ , medidas desde la Tierra contra la energía,  $E$ , más alta que puede alcanzar una partícula para las cuales se tiene evidencia razonable en una amplia variedad de sitios.

<sup>1</sup> No debe confundirse entre los conceptos de calentamiento y aceleración. El término de *calentamiento* es usado para un incremento en la temperatura de un gas, o bien, para un incremento en la energía de un grupo de partículas contenidas dentro de un volumen específico. El término de *aceleración* es empleado tanto para el incremento de la energía de un subconjunto de partículas en un volumen dado como para el incremento del momento total de un gas, resultando en una distribución de partículas que difiere notablemente de una Maxwelliana. Por supuesto que esta distinción no es estricta: por ejemplo, el calentamiento de un plasma local puede llevar a la aparición de haces de partículas aceleradas en sitios vecinos.

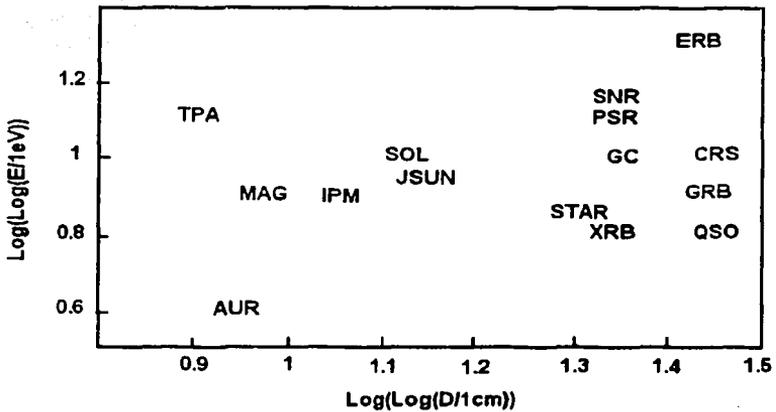


Un aspecto importante a considerar en cualquier mecanismo de aceleración es que las partículas cargadas son aceleradas solamente por campos eléctricos. La aceleración producida por otros campos puede no ser importante en la producción de partículas de altas energías.

Los mecanismos teóricos de aceleración de partículas, que son físicamente autoconsistentes, pueden operar en sitios diferentes a los propuestos originalmente. El primer requisito sobre una teoría de aceleración de partículas es una fuente de energía libre. Son tres tipos de fuentes las que están regularmente involucradas en los procesos de aceleración (Blandford, 1994).

- a) **Energía cinética del movimiento del fluido a gran escala:** Es la fuente de energía más común que generalmente se presenta en la forma de un *frente de choque*. Este frente de choque es, a menudo, la consecuencia de una explosión como en el caso de una supernova donde la energía es fundamentalmente gravitacional o, en una eyección de masa coronal en donde la energía se debe al movimiento convectivo del interior solar. La aceleración por choque también puede ocurrir en los frentes de choque planetarios que disipan el flujo de energía cinética del viento solar.
- b) **Energía rotacional:** Esta fuente de energía ha sido involucrada para estudiar el sistema Júpiter-Io, a los radio-pulsares, y a manera de especulación, a los agujeros negros presentes en las galaxias activas y en los sistemas binarios.
- c) **Energía magnética:** Es la energía liberada cuando alguna configuración magnetostática es comprimida lentamente hasta el punto de inestabilidad dinámica. La diferencia en energía magnética entre la configuración inicial y la final aparece fundamentalmente como calor. Sin embargo, si la energía es liberada rápidamente, puede formarse un choque. De manera casi simultánea, la energía es disipada en la vecindad de un punto neutro o de una línea. Esto ocurre en la magnetocola terrestre y en las fulguraciones solares, por ejemplo.





**Figura 3.1** Sitios de aceleración de partículas caracterizados por sus distancias medidas desde la Tierra, D, y la energía máxima en la cual las partículas son aceleradas. Las siglas significan lo siguiente: TPA (aceleradores terrestres de partículas); AUR (auroras terrestres); MAG (frente de choque terrestre y magnetosfera); JSUN (planetas exteriores); IPM (medio interplanetario); SOL (fulguraciones solares); STAR (estrellas); XRB (fuentes de rayos-x binarios); GC (centro galáctico); PSR (radio pulsares); SNR (remanentes de supernova); QSO (cuasares quietos de radio y galaxias Seyfert); CRS (AGN's de radio y compactas); ERS (fuentes de radio extendidas); GRB (explosiones de rayos- $\gamma$ ). Nota: AGN son las siglas de Active Galactic Nuclei

LIBRARY

El estudio relacionado con la aceleración de partículas rápidas en la corona del Sol, en las magnetosferas planetarias, en los rayos cósmicos galácticos y en los fenómenos aurorales ha permitido entender los mecanismos que operan en diversos procesos astrofísicos (Melrose, 1991).

Para discutir el fenómeno de aceleración es necesario considerar el movimiento de las partículas individuales con relación a la configuración de campo magnético y quizá también, con un plasma ambiente. La aceleración de partículas está dada por la ecuación,

$$\frac{dp}{dt} = c(E + v \times B) \quad (3.1)$$

donde se ha reemplazado  $mv$  por el momento  $p$  para tomar en cuenta los posibles efectos relativistas.

Dado que un campo magnético estático y estacionario no puede cambiar la energía de la partícula, es claro que tal cambio requiere ya sea de un campo eléctrico o de un campo magnético dependiente del tiempo. Estos campos pueden dividirse más específicamente en campos eléctricos de carga espacial y campos magnéticos cuyas líneas de fuerza están moviéndose en el sistema donde la aceleración tiene lugar (Piddington, 1981).

En la *aceleración de partículas cargadas por campos eléctricos de carga espacial*, discutido por vez primera por Alfvén-Wernholm (1952), los campos pueden ser dirigidos a través o a lo largo de las líneas de campo magnético. En el primer caso tienden a ser ineficientes debido a que la partícula deriva perpendicularmente a los campos eléctrico y magnético por lo que no gana energía. Existen dos maneras de abordar este problema. Una es considerar las líneas de campo magnético en reposo (esto es válido sólo si la configuración del campo es independiente del tiempo), con un plasma viajando a una velocidad  $v$ . El campo eléctrico inducido debe cancelarse por un campo de carga espacial reverso y las partículas energéticas que derivan a través de las líneas de este campo son aceleradas. La otra aproximación consiste en considerar a las líneas del campo magnético viajando con el plasma de tal manera que no hay campo eléctrico de carga espacial. Las partículas rápidas son entonces aceleradas por el movimiento del campo magnético como sucede en la aceleración betatrón.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Es posible agrupar a los mecanismos de aceleración en tres grupos<sup>2</sup>: aceleración por ondas de plasma, aceleración por ondas de choque y aceleración por campos eléctricos directos (o unidireccionales). Cada uno de estos procesos opera selectivamente sobre partículas específicas: las ondas pueden acelerar partículas, usualmente cuando se cumple una condición de resonancia; los choques solamente pueden acelerar partículas a partir de determinado umbral llamado energía de inyección; los campos eléctricos en un plasma no-colisional pueden ocasionar aceleración "runaway"; ya sea en una pequeña fracción o en toda la población de partículas.

Un proceso de aceleración es estocástico o regular. Una aceleración estocástica está caracterizada por un incremento en la energía promedio por partícula con una separación simultánea de las partículas aceleradas en momentos. Como ejemplos se pueden citar: la aceleración por turbulencia en el plasma, aceleración de Fermi de segundo orden, y la aceleración betatrón o bombeo magnético ("magnetic pumping"). Físicamente la aceleración estocástica resulta de la tendencia de un ensamble de partículas que interactúan con una población de entes energéticos, a través de "pasos" azarosos, para distribuir la energía libre equitativamente sobre el número de grados de libertad. Este argumento termodinámico lleva a la equipartición de la energía por ente dispersado y por partícula. En un plasma altamente colisional esto lleva al aumento de la temperatura; en un plasma astrofísico no-colisional, en donde las ondas tienen suficiente tiempo para desarrollarse, lleva a la aceleración de un subconjunto de la distribución de partículas antes de que la termalización ("disipación") tenga lugar.

Ejemplos de la aceleración regular son la aceleración de Fermi de primer orden, la aceleración difusiva en choques cuasiparalelos, la aceleración por arrastre en choques cuasiperpendiculares y la aceleración por campos eléctricos unidireccionales como en un circuito de corriente o en una *doble capa de potencial* (Langmuir, 1929). Nuevamente la distinción no es estricta: por ejemplo, la aceleración de partículas por reconexión magnética puede tener un carácter estocástico.

<sup>2</sup> Jokipii (1979) cataloga a las aproximaciones básicas para estudiar el problema de aceleración en *determinísticas* (ondas de choque, campos eléctricos paralelos, etc.) y en *estocásticas* (turbulencia, aceleración de Fermi y sus descendientes).

Otra manera, quizá más general, de clasificar los varios tipos de aceleración es en términos del tipo de geometría donde ocurren, esto es, en una *geometría cerrada* (donde el proceso de aceleración está determinado por la existencia de un objeto masivo cercano como en una magnetosfera o en una fulguración cerca de la superficie solar) o en una *geometría abierta* (es un medio cuasi-infinito donde las condiciones de frontera y los objetos cercanos influyen en el mecanismo de aceleración como ocurre en la aceleración de Fermi y en la mayoría de las aceleraciones por choques).

## Aceleración en magnetosferas planetarias y en la corona solar

### *Magnetosferas Planetarias*

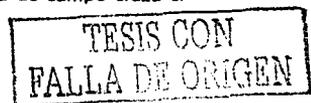
Aunque se tiene mucha información sobre las magnetosferas planetarias (especialmente la terrestre), las ideas actuales relacionadas con la aceleración de partículas en estas regiones dan una idea del problema general. Existen dos componentes principales en la precipitación de partículas energéticas en una magnetosfera. La primera se interpreta en términos de la precipitación proveniente de una distribución de partículas atrapadas en los cinturones de radiación; la otra componente involucra una precipitación más intensa en las zonas aurorales.

La distribución de partículas atrapadas puede entenderse en términos de los siguientes cuatro procesos. Primero, las partículas del viento solar entran a la magnetosfera (Figura 3.2). Segundo, las partículas se difunden a través de las líneas de campo debido a varios procesos que violan el tercer invariante adiabático. Los movimientos convectivos, por ejemplo, producen un campo eléctrico ( $E = -v \times B/c$  donde  $v$  es la velocidad convectiva) que violan el tercer invariante adiabático y las partículas se difunden hacia adentro. El tercer proceso es un sistemático (y reversible) aumento adiabático en la energía asociada con la difusión hacia adentro. El cuarto proceso es la pérdida de partículas debido a su precipitación dentro de la atmósfera neutra. Se discutirán estos procesos con mayor detalle comenzando desde el punto en donde las partículas están dentro de la magnetosfera.

Considérese la difusión en la cual el primer y segundo invariantes adiabáticos  $\mu$  y  $J$  se conservan y la difusión ocurriría en el tercer invariante adiabático  $\Phi$ . Los invariantes adiabáticos son variables angulares que junto con sus conjugados conforman un conjunto canónico (Pérez de Tejada, 1965). El jacobiano en la ecuación de difusión es igual a la unidad para cualquier par de variables canónicas, y en particular para  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3 = \mu, J, \Phi$ . La ecuación de difusión es entonces (Melrose, 1980):

$$\frac{\partial f}{\partial t} = L^2 \frac{\partial}{\partial L} \left[ \frac{D_{\perp L}}{L^2} \frac{\partial f}{\partial L} \right] \quad (3.2)$$

en donde  $L$  es la distancia, en radios planetarios, a la cual una línea de campo cruza el ecuador magnético (se le conoce simplemente como  $L$  shell).



De acuerdo con la ecuación (3.2), la difusión ocurre hacia adentro si  $f$  es una función arbitraria creciente de  $L$ , y ocurre hacia fuera si  $f$  es una función arbitraria decreciente de  $L$ . La densidad numérica  $n$  se obtiene a partir de la integración sobre el espacio de momentos. Para propósitos cuantitativos, se puede estimar  $n \propto p_1^2 p_2 f$ . El primer invariante adiabático  $\mu$ , es proporcional a  $p_1^2/B$ , y el segundo invariante adiabático  $J$ , es aproximadamente proporcional a  $p_1 L$ . Esto es, se tiene  $p_1^2 p_2 \propto \mu J B/L$ , lo cual es proporcional a  $L^{-4}$  cuando  $\mu$  y  $J$  son constantes.

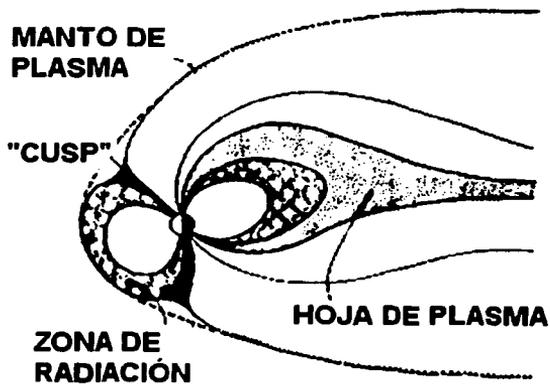
A una energía fija, el número de partículas por unidad de volumen y por unidad de energía podría disminuir más rápido que  $L^{-4}$  y la difusión llevaría a un flujo hacia adentro.

La aceleración que ocurre en este caso puede atribuirse simplemente a la conservación de los invariantes adiabáticos  $\mu$  y  $J$ . Para partículas no-relativistas, la conservación de  $\mu$  y de  $J$  implica que  $p_1^2 p_2 \propto L^{-4}$ , y de aquí que la energía cinética  $p^2/2m$  debería ser proporcional a  $L^{-8/3}$  conforme se difunde hacia adentro (y como  $L^{-4/3}$  si es relativista).

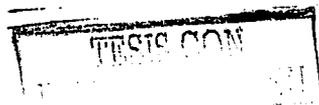
En el caso de la magnetosfera terrestre se cree que este mecanismo es el responsable de los flujos estacionarios en los cinturones de radiación de Van Allen. El plasma que se localiza en la vecindad de tubos de flujo responde a los campos eléctricos de carga espacial.

A partir de las mediciones en la magnetocola se han propuesto a la reconexión magnética (estacionaria, no-estacionaria y turbulenta) y a la aceleración en la hoja de corriente como probables mecanismos de aceleración (Büchner, 1991). También parece estar involucrada en la emisión sincrotrón de electrones en la magnetosfera joviana. Sin embargo, parece que no tiene una amplia aplicación en Astrofísica.





**Figura 3.2** Esquema de la magnetosfera indicando las zonas de radiación (regiones punteadas), la hoja de plasma, el manto de plasma, y los "cusps". El plasma proveniente del viento solar puede entrar en la magnetosfera a través de los "cusps" y quizá a través de la cola.



### *Corona solar*

Como en el caso de la magnetosfera, existen al menos dos mecanismos de aceleración que operan en la corona solar (Barnes, 1992). Uno de ellos es requerido para explicar la aceleración de los electrones relativistas de energía moderada que producen las explosiones en rayos-X duros y las explosiones en radio tipo III. Otro mecanismo es necesario para acelerar a los electrones relativistas y a los iones energéticos observados en la órbita de la Tierra, y también para acelerar a los electrones relativistas de energía moderada que generan las explosiones en microondas solares.

Los electrones relativistas de energía moderada son producidos abundantemente en las fulguraciones solares. En las grandes fulguraciones estos electrones producen explosiones en rayos-X duros conforme se propagan hacia la fotosfera, y tal vez ellos conduzcan indirectamente a las explosiones ópticas, ultravioleta extremo (EUV) y rayos-X suaves asociados con fulguraciones. Parece que las explosiones en radio tipo III son producidas por electrones cuyo origen es el mismo al de aquellos que emiten rayos X-duros, pero estos se propagan lejos de la fotosfera. Colectivamente los electrones que producen tanto las explosiones en rayos X-duros como las explosiones en radio tipo III son conocidos como electrones de primera fase. El *mecanismo de aceleración de primera fase* se define como aquel mecanismo que conduce a la aceleración de estos electrones (existe evidencia de que los iones algunas veces son acelerados por el mismo mecanismo).

Los requisitos para el mecanismo de aceleración de primera fase son bastante estrictos. Los electrones con energías superiores a 50 keV deben ser acelerados dentro de algunos segundos de la fase "flash" de la fulguración. Más aún, en algunas grandes fulguraciones se ha inferido que arriba de  $10^{30}$  de esos electrones son acelerados, y esto implica que una fracción importante de la energía total en la fulguración se va en esas partículas.

En la segunda fase de la aceleración los iones y los electrones están siendo acelerados a energías mayores a 50 keV sobre una escala de tiempo de algunos minutos o quizá algunas decenas de segundos.

ESTA FOTOCOPIA  
DE LA BIBLIOTECA  
NACIONAL DE ARGENTINA

### Aceleración durante la reconexión magnética

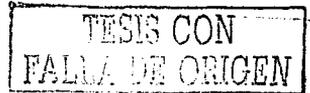
La disipación de líneas de campo magnético es importante, por ejemplo, en la reconexión, la cual se supone tiene lugar en algunas regiones del sistema solar, tales como las fulguraciones solares, las magnetocolas y en el intercambio de viento solar y plasma magnetosférico en la magnetopausa del lado día. La reconexión no sólo juega un papel sobresaliente en el nuevo arreglo de campos magnéticos sino también en la formación de ondas de choque y en la aceleración de partículas energéticas.

El concepto de reconexión viene desde Petschek (1964). Ha sido ampliamente utilizado en física magnetosférica y solar, aunque la física detrás del proceso todavía está en debate; algunas veces se cuestiona si la reconexión realmente existe. Los fundamentos de la reconexión se ilustran en la Figura 3.3. La reconexión requiere una topología donde dos tubos de flujo magnético de polaridad opuesta se encuentran (a). De acuerdo con la ley de Ampere, en la línea neutra entre estos tubos de flujo una corriente fluye perpendicular al plano con una densidad de corriente,

$$j = -\frac{c}{4\pi} \frac{\Delta B}{d} \quad (3.3)$$

Los tubos de flujo están llenos de plasma con conductividad infinita. Conforme el flujo de plasma  $u$  empuja a los tubos de flujo hacia la línea neutra, se alcanza una configuración del tipo-x donde se encuentran las líneas antiparalelas (b). Al decrecer la distancia entre los tubos, la densidad de corriente requerida aumenta de acuerdo con (3.3) y puede sobrepasar el límite que el plasma puede portar. Entonces la corriente se vuelve inestable, llevando a una conductividad finita.

Ahora bien, la aproximación de "campo congelado" se rompe y la difusión del campo magnético se hace importante. La tensión magnética lleva a un acortamiento de las nuevas líneas de campo, empujándolas de su posición (c). La energía de la línea de corriente neutra es convertida a flujos tangenciales de alta velocidad, indicado por  $v_A$ . La velocidad de este flujo de plasma quizá excede la velocidad de Alfvén local, formando dos ondas de choque que se propagan lejos del sitio de reconexión. Los choques o campos eléctricos inducidos pueden acelerar partículas.



Si la reconexión no modifica el campo general ni la configuración del plasma, la reconexión estacionaria resulta como un equilibrio entre el flujo de masa entrante y el flujo magnético, difusión magnética, y el flujo de masa saliente y el flujo magnético. La tasa de reconexión y las propiedades del flujo de salida pueden ser determinadas a partir de la conservación de la masa, del momento, de la energía y del flujo magnético. La velocidad de salida del plasma es igual a la velocidad de Alfvén  $v_{A,in}$  en el flujo de plasma entrante, y la tasa de reconexión  $R_{SP}$  iguala al número de Mach del flujo incidente:

$$R_{SP} = \frac{c}{Lv_{A,in}\sigma 4\pi} \quad (3.4)$$

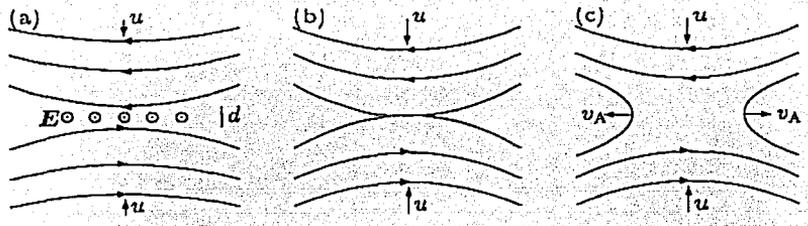
Entonces el proceso de reconexión depende de la conductividad. Para plasmas espaciales, donde la conductividad es elevada, se espera una baja tasa de reconexión. La reconexión Sweet-Parker es un lento proceso en el cual la mitad de la energía magnética entrante es convertida en energía cinética del plasma de salida. Esta aceleración lleva a los dos flujos de plasma de alta velocidad indicado en el panel (c).

La reconexión Petschek ocurre en regiones más localizadas; el proceso es más rápido debido a que la escala de longitud  $L$  es menor. En esta reconexión aproximadamente las tres quintas partes de la energía magnética de entrada son convertidas en energía cinética detrás de las ondas de choque, las dos quintas partes restantes son usadas para calentar al plasma. La razón de reconexión  $R_P$  está dada por:

$$R_P = \frac{\pi}{8} \ln \left( \frac{c}{Lv_{A,in}\sigma 4\pi} \right) \quad (3.5)$$

La reconexión de Petschek varía menos con la conductividad por lo que resulta más eficiente en mezclar plasmas y campos. Y, con una reconexión más eficiente, la aceleración resultante es más violenta.





**Figura 3.3** Reconexión: el surgimiento de líneas de campo magnético conduce a un nuevo arreglo de campos. Adicionalmente, la energía magnética es liberada, calentando al plasma, creando una onda de choque y acelerando partículas. Tomado de Kallenrode (1998).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La reconexión de Sweet-Parker (1958) parece jugar un papel importante en la magnetopausa donde los flujos de alta velocidad pueden ser detectados *in situ*. En cambio, la reconexión de Petschek puede serlo en las fulguraciones solares, pero no hay una teoría estadística adecuada para explicarlo. Desde el punto de vista de una sola partícula, parece que solo una pequeña fracción de todas las partículas es acelerada. Desde el punto de vista de los fluidos, existe evidencia de que en la magnetocola terrestre el plasma es eyectado a lo largo de las líneas de campo a la velocidad de Alfvén, implicando que mucha más energía se va a los iones que a los electrones.

### **Aceleración de partículas aurorales**

La otra componente de partículas energéticas que se precipitan desde la magnetosfera ocurre en las zonas aurorales. La aceleración de partículas aurorales es poco entendida a pesar de la información detallada sobre la energía y las distribuciones del ángulo de paso que ha dado Chamberlain (1961). Se han propuesto tres mecanismos diferentes: la aceleración en un campo electrostático sobre la zona auroral, la aceleración por ondas longitudinales sobre la zona auroral y la aceleración en la hoja neutra.

La aceleración de partículas aurorales por ondas longitudinales fue sugerida por Perkins (1968). Este mecanismo ha sido también discutido en relación con los electrones tipo III en la corona solar.

La aceleración en la hoja neutra fue sugerida por Speiser (1965). La idea general se basa en que la aniquilación magnética provoca que el plasma fluya hacia una hoja neutra y la energía magnética liberada se va en calentar o en acelerar algunas partículas. Sin embargo, la aplicación de este mecanismo a la aceleración de componentes importantes en la precipitación observada de partículas de la magnetosfera permanece controversial.

El mecanismo que quizá es el más favorable para explicar la aceleración de partículas aurorales es la aceleración por campos eléctricos paralelos en la región auroral. Existe evidencia para la aceleración por un campo eléctrico: la energía típica de las partículas aurorales es comparable con la energía que se puede esperar de ellas para llegar al potencial disponible (varios keV).

Para estudiar esta teoría de aceleración se requieren dos aspectos. El primero es el desarrollo de las diferencias de potencial. La diferencia de potencial es atribuida al movimiento

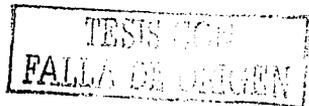
relativo de dos fluidos altamente conductores. El campo eléctrico en cada uno es  $E = -v \times B$  donde  $v$  es la velocidad del fluido, y en general habrá una componente de  $E$  a lo largo de  $B$  entre las dos regiones que se mueven con velocidades distintas. En este caso el flujo del viento solar que pasa por la magnetosfera es el movimiento relevante y este causa una diferencia de potencial de algunos kV. La idea de una diferencia de potencial debida al movimiento relativo de dos fluidos es aplicable a magnetosferas planetarias y a las magnetosferas de los pulsares.

De manera alterna, este potencial puede deberse a un campo magnético variable con el tiempo, y en tal caso, necesariamente se desarrolla una diferencia de potencial alrededor de un circuito que pasa a través de un punto neutro donde el campo magnético se aniquila.

El otro aspecto de esta teoría es el desarrollo de una diferencia de potencial a través de una región localizada donde ocurre la aceleración. Para ello se necesita una región conductora anómala y/o una doble capa de potencial. Estas ideas son aplicables a Júpiter y a los pulsares. El desarrollo de una diferencia de potencial a través de una región localizada parece ser la única manera efectiva para acelerar partículas. Sin embargo, el potencial no necesita deberse a una región conductora anómala (o una doble capa); éste puede deberse a una fuente inapropiada de electrones para neutralizar dicho potencial. Por otro lado, si el potencial requiere que los electrones fluyan desde la magnetosfera, el suministro total de electrones puede ser inapropiado y la tasa de aceleración de electrones podría estar limitada por ese suministro. Esta es una posible manera en la cual la conductividad se vuelve lo suficientemente finita para permitir el desarrollo de diferencias de potencial.

### **Aceleración de rayos cósmicos galácticos**

Los primeros intentos para explicar la aceleración de los rayos cósmicos se basaron exclusivamente en la teoría clásica del electromagnetismo. Swann (1933) sugirió que los campos magnéticos fluctuantes de las estrellas podrían, por el mecanismo de inducción, acelerar partículas hasta las energías observadas en los rayos cósmicos; acentuando que lo importante no era la magnitud del campo sino la razón temporal de cambio, demostró que la variación de campos a una razón comparable con la observada en las manchas solares (extendida sobre una parte importante de la superficie de una estrella) podría fácilmente producir partículas de  $10^{10}$  eV. Este mecanismo se conoce hoy en día con el nombre de *aceleración betatrón*.



La primera teoría cuantitativa que hizo predicciones capaces de ser comparadas con las observaciones fue la que Fermi formuló en 1949. Más adelante se explicará en detalle este proceso.

Una variante del mecanismo de Fermi fue propuesta en 1960 por Colgate, quien hizo notar que las explosiones de supernovas pueden generar ondas de choque muy rápidas que arrastrarían el material por el que atraviesan, acelerándolo. Cuando la onda de choque avanza hacia las capas exteriores que son menos densas, tenderá a acelerarse hasta aproximarse a la velocidad de la luz y de esta manera tendría la posibilidad de acelerar algunos átomos de las capas exteriores de la estrella hasta energías muy altas. Estos investigadores estimaron que cerca de  $10^{-4}$  de la masa total de la estrella podría adquirir una energía más allá de los  $10^{10}$  eV. El espectro que se produce es similar al observado y se llega a energías altas en forma rápida, lo cual hace a este mecanismo muy atractivo.<sup>3</sup>

En 1959 Alfvén imaginó un mecanismo denominado *bombeo magnético* ("magnetic pumping") que podría ser operante donde existieran campos magnéticos oscilantes. La idea fundamental es la siguiente: si se tiene una región donde el campo magnético es débil en el centro e intenso hacia las fronteras, esto constituirá una *botella magnética*, pues muchas de las partículas que se encuentren dentro serán constantemente reflejadas en los extremos de la región debido al aumento en su ángulo de paso. Si estos "espejos", por medio de una corriente eléctrica alterna, son hechos oscilar de tal forma que se aproximen y se alejen cíclicamente, tendrán siempre colisiones "de frente" con partículas cuyos periodos de oscilación en la región sean cercanos al de la corriente alterna, y ganarán energía en cada una de estas colisiones. El bombeo magnético ha podido explicar algunas observaciones de partículas energéticas en las magnetosferas de la Tierra y Júpiter, que por estar deformadas por el viento solar el campo es más intenso del lado día que del lado noche, generándose una situación similar a la descrita anteriormente.<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup> La energía total de rayos cósmicos en la Galaxia puede estimarse a partir de la densidad de energía ( $\approx 10^{-12}$  erg  $\text{cm}^{-3}$ ) y del volumen de la Galaxia ( $3 \times 10^{66}$  erg). Con tiempo de vida de tres millones de años esta energía necesitaría ser suministrada a una razón de  $3 \times 10^{40}$  ergs  $\text{s}^{-1}$ . Es por esta razón que se considera como fuentes plausibles para tal potencia promedio a las explosiones de supernova. Cada una de estas explosiones produce alrededor de  $10^{52}$  erg y ocurren en promedio cada siglo, dando un total de  $10^6$  erg  $\text{s}^{-1}$ .

<sup>4</sup> Análogamente, cualquier sistema binario de estrellas donde una de las compañeras posea un viento estelar y la otra esté magnetizada constituirá un escenario ideal para acelerar partículas por bombeo magnético. Por ejemplo, Las estrellas de neutrones poseen campos magnéticos muy intensos y en particular los pulsares, que tienen velocidades de rotación muy rápidas (del orden de milisegundos), son también obvios candidatos para este proceso de aceleración.

Otro mecanismo propuesto para producir rayos cósmicos fue el ideado por Syrovatskii, en 1962 y exploró la posibilidad de acelerar partículas en medios turbulentos magnetizados; la energía de la turbulencia es comunicada al campo magnético, que a su vez cede ésta a los rayos cósmicos. Lo interesante de este mecanismo es que está basado en la equipartición de la energía entre las distintas componentes de un sistema termodinámico.

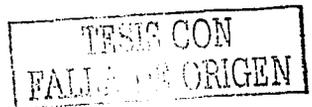
## ACELERACIÓN DE PARTÍCULAS POR CHOQUES

La aceleración de partículas por choque puede ser observada en los frentes de choque planetarios y en los choques "viajeros" interplanetarios. Comparado con las ondas de choque en otros objetos astrofísicos, tales como los remanentes de supernovas o cúasares, en estos choques tanto los plasmas como las partículas energéticas pueden ser observadas *in situ*.

Existen diferentes mecanismos físicos involucrados en la aceleración de partículas en los choques interplanetarios: la aceleración por arrastre (algunas veces llamada aceleración libre de dispersión, en el campo eléctrico de inducción en el frente de choque; la aceleración por choque difusivo debido a las repetidas reflexiones en el frente de choque; la aceleración estocástica en la región de turbulencia localizada detrás del frente de choque.

Las contribuciones relativas de estos mecanismos dependen de las propiedades del choque. Por ejemplo, la aceleración por arrastre es importante en choques perpendiculares ( $\theta_{bn} = 90^\circ$ ) donde el campo eléctrico de inducción es máximo, pero desaparece en choques paralelos. La aceleración estocástica requiere un fuerte aumento en la turbulencia "*corriente abajo*" para convertirse en efectiva, mientras que la aceleración difusiva necesita una cantidad suficiente de dispersión en los medios "*corriente arriba*" y "*corriente abajo*". Adicionalmente, los parámetros del choque tales como la velocidad, razón de compresión, o el número de Mach, determinan la eficiencia del mecanismo de aceleración.

Al discutir la aceleración de partículas en choques, se tratará a las partículas como "partículas prueba", que no afectan al choque. El choque es delgado en comparación con el radio de Larmor, y los invariantes adiabáticos todavía se mantienen. Se despreciarán los efectos debidos a la curvatura, en particular los movimientos de arrastre de las partículas. El frente de choque es plano, esto es, los brincos en el campo y en el plasma son prácticamente homogéneos a ambos lados.



### Aceleración por arrastre

Este tipo de aceleración ocurre en una reflexión simple -o transmisión- en el frente de choque, y se debe a una velocidad de arrastre en el frente tal que el campo eléctrico en el frente hace trabajo sobre la partícula. Dado que la dispersión se supone despreciable, la aceleración por arrastre es comúnmente conocida como *aceleración por choque libre de dispersión*. La magnitud del cambio en la energía está relacionada con la intensidad del choque y es independiente de la energía inicial de la partícula. Tales cambios son importantes sólo cuando la energía inicial de la partícula es comparable con el cambio en la energía.

Los primeros cálculos para determinar la eficiencia de este mecanismo fueron realizados por Schatzmann (1963). Sus resultados mostraron que una aceleración muy eficiente sobre escalas de tiempo y de espacio pequeñas sólo es posible si existe dispersión adicional que alimenta a las partículas para que regresen hacia el choque para una nueva aceleración.

En la aceleración por arrastre, una partícula cargada deriva en el campo eléctrico inducido en el frente de choque. En el marco de referencia en reposo del choque, esto es,

$$E = -\frac{u_D \times B_D}{c} = -\frac{u_D \times B_D}{c} \quad (3.6)$$

Este campo está dirigido a lo largo del frente de choque y es perpendicular tanto al campo magnético como al flujo. Es máximo en un choque perpendicular y se anula en un choque paralelo. Pero, ¿cómo se mueve una partícula con respecto a este campo eléctrico?

El choque es una discontinuidad en la intensidad del campo magnético. Entonces una partícula puede derivar a lo largo del frente de choque de acuerdo con:

$$v_{\parallel} = \frac{c\mu}{qB^2} B \times \nabla B = \pm \frac{c}{2} \frac{v_{\perp} r_L}{B^2} B \times \nabla B \quad (3.7)$$

La dirección del arrastre depende de la carga de la partícula y será siempre aquella donde la partícula gane energía.



La Figura 3.4 presenta las trayectorias muestra para partículas en el marco de referencia en reposo de un choque cuasiperpendicular con  $\theta_{in} = 80^\circ$ . La abscisa indica la distancia desde el choque en radios de giro, y la ordenada da la energía de la partícula en unidades de su energía inicial  $E_0$ . Las líneas punteadas señalan el choque con el medio "corriente arriba" a la izquierda y el medio "corriente abajo" a la derecha. El campo eléctrico de inducción es paralelo al frente de choque en la dirección hacia arriba. En el panel izquierdo, el movimiento de la partícula comienza en el medio "corriente arriba" y es reflejada hacia atrás después de la interacción. Los otros paneles muestran a las partículas transmitidas a través del choque ya sea del medio "corriente arriba" hacia el medio "corriente abajo" (panel intermedio) o viceversa (panel derecho).

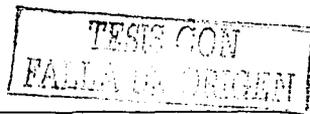
Considérese ahora el panel izquierdo. Como la partícula golpea al frente de choque, esta comienza a derivar a lo largo del frente, ganando energía. Con el incremento de energía, la componente perpendicular de su velocidad también se incrementa, y, eventualmente llega a ser mayor que la velocidad del choque. En este punto, la partícula escapa del frente de choque hacia el medio "corriente arriba". Los detalles de la trayectoria de la partícula, en particular, si la partícula es transmitida o reflejada, depende fuertemente de su energía inicial y del ángulo de paso, llevando a una distribución angular característica de las partículas aceleradas: una distribución inicialmente isotrópica de partículas en los medios "corriente arriba" y "corriente abajo" es convertida en un fuerte haz paralelo al campo en el medio "corriente arriba" y en un haz pequeño perpendicular al campo en el medio "corriente abajo".

La energía ganada por una partícula es mayor si la partícula puede interactuar con el frente de choque por mucho tiempo. Este tiempo depende de la velocidad perpendicular de la partícula, si ésta es pequeña, la partícula se introduce en el choque; pero si es grande, la partícula escapa antes de que haya adquirido una gran cantidad de energía.

Dado que el momento magnético se conserva, el momento perpendicular tanto al choque como al campo después de la interacción entre la partícula y el choque es:

$$\frac{p_{\perp 1}}{B_1} = \frac{B_2}{B_1} = r_B \quad (3.8)$$

La componente normal del momento está inalterada por la interacción. De esta manera el cambio en el momento está determinado por la compresión magnética,  $r_B$  (esto es, por la razón entre la intensidad del campo magnético en el medio "corriente arriba" y la intensidad



del campo magnético en el medio "corriente abajo"). La ecuación (3.8) es válida solamente para choques perpendiculares. Para el caso de choques oblicuos se tiene la siguiente aproximación,  $\Delta E \approx pu_{\parallel} / 0_{\text{fin}}$ .

La energía ganada promedio es un factor entre 1.5 y 5. Evidentemente, tal ganancia de energía es muy pequeña para acelerar partículas fuera del viento solar para alcanzar energías del orden de decenas de keV o de MeV. La aceleración de partículas de altas energías por el mecanismo de arrastre requeriría repetidas interacciones entre el choque y las mismas partículas. Si una partícula se encuentra en el medio "corriente abajo", otra aceleración es posible ya que la turbulencia creada por el choque lleva a aceleración estocástica o bien la dispersión de la partícula hacia el frente de choque. Pero una vez que la partícula ha escapado hacia el medio "corriente arriba", el choque no será capaz de atraparla de nuevo, por lo que ya no es posible otra aceleración.

Los plasmas espaciales, sin embargo, son plasmas turbulentos, y las partículas son dispersadas dependiendo del nivel de turbulencia. Esto permite repetidas interacciones entre las partículas y el choque, con lo que van ganando energía. Nótese que en la presencia de dispersión, la energía ganada en cada interacción individual entre la partícula y el choque en general es mucho menor ya que la partícula es fácilmente dispersada de su trayectoria de arrastre a lo largo del frente de choque. El efecto neto resulta de un gran número de interacciones.

### **Aceleración por choque difusivo**

La aceleración por choque difusivo es el mecanismo dominante en los choques cuasi-paralelos. Aquí el campo eléctrico de inducción en el frente de choque es pequeño y la aceleración por arrastre se vuelve despreciable. En este tipo de aceleración, la dispersión de partículas a ambos lados del choque es crucial. Dado que los centros de dispersión están congelados en el plasma, la dispersión de partículas a través del choque puede ser entendida como la reflexión repetida entre los centros de dispersión convergentes.



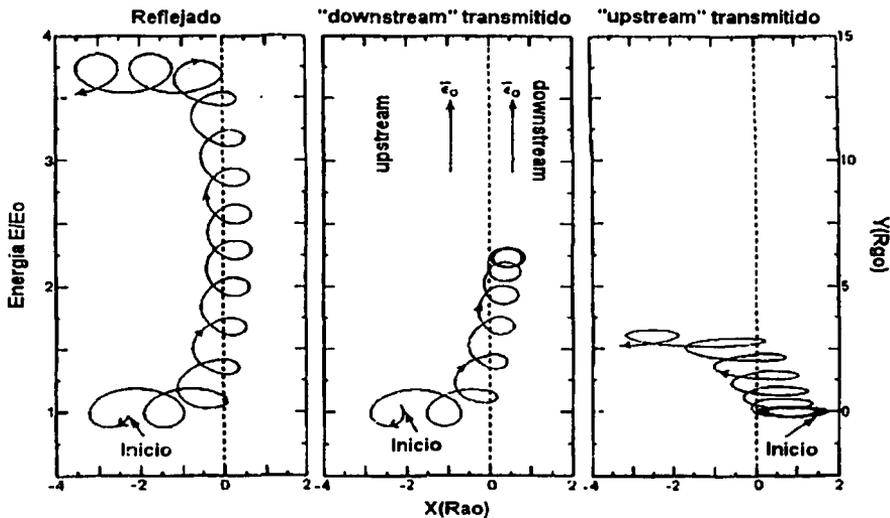


Figura 3.4 Aceleración por arrastre: trayectorias muestra en el marco en reposo del choque de un choque cuasiperpendicular  $\theta_{in} = 80^\circ$ . Tomado de Kallenrode (1998).

En la Figura 3.5 se muestra el movimiento de una partícula en el marco de referencia en reposo de un choque cuasi-paralelo. Los campos magnéticos a ambos lados del choque son turbulentos; la dispersión resultante del ángulo de paso es cuantificada por los coeficientes de difusión,  $D_u$  y  $D_d$  o bien por los caminos libre medio,  $\lambda_u$  y  $\lambda_d$ . Se ha supuesto que la partícula ha atravesado el frente de choque en la dirección "corriente arriba". La partícula entonces sigue una trayectoria en zig-zag y eventualmente es dispersada hacia atrás del frente de choque, pasando al medio "corriente abajo". Aquí, se repite el mismo proceso, solamente con el coeficiente de difusión característico del medio "corriente abajo".

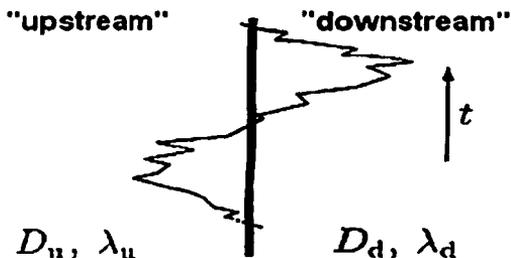
Pero, ¿dónde ocurre la aceleración? Mientras que en la aceleración por choque, la localización del sitio donde ocurre está bien definida, en la aceleración por choque difusivo, la aceleración está dada por la suma de todas las dispersiones del ángulo de paso dentro de un ciclo. La energía ganada puede determinarse a través de una simplificación. Redúzcase el ciclo a dos colisiones aisladas, una en el medio "corriente arriba" y la otra en el medio "corriente abajo": En el medio "corriente arriba" la partícula gana energía debido a una colisión de frente con un centro de dispersión; en el medio "corriente abajo" ésta pierde energía ya que el centro de dispersión se mueve en la misma dirección de la partícula. Dado que la velocidad del flujo y de aquí la velocidad del centro de dispersión, es mayor en el medio "corriente arriba" que en el medio "corriente abajo", la partícula tiene una ganancia neta de energía. La cantidad de energía ganada por la partícula en cada interacción depende de su velocidad, del ángulo de paso y de los centros de dispersión.

La aceleración por choque difusivo está basada en la dispersión, así que no se puede calcular la trayectoria de una partícula específica. Sin embargo, dada la distribución inicial de partículas, los parámetros del choque y las condiciones de dispersión en los medios "corriente arriba" y "corriente abajo", se determina el comportamiento promedio de un gran número de partículas. En consecuencia, puede ser descrito en términos de una densidad de fase espacial y una ecuación de transporte. Esto último se escribe como:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + U \nabla f - \nabla \cdot (D \cdot \nabla f) - \frac{\nabla \cdot U}{3} p \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{f}{T} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 \left( \frac{dp}{dt} \right) f \right) = Q(p, r, t) \quad (3.9)$$



## FRENTE DE CHOQUE



**Figura 3.5** Aceleración por choque difusivo: movimiento de una partícula en el marco de referencia en reposo del choque. Un ciclo del movimiento consiste en un cruce de un lado del choque hacia el otro y de regreso, esto es, las partículas experimentan la aceleración de Fermi de primer orden cada vez que son dispersadas como consecuencia de la colisión. Uno de los mayores éxitos de esta teoría es que el espectro de energía predicho para las partículas aceleradas sigue una ley de potencias exactamente igual a la observada en rayos cósmicos y en fuentes de sincrotrón.

Aquí, la densidad de fase espacial es  $f$ ,  $U$  es la velocidad del plasma,  $D$  es el tensor de difusión, y  $T$  es el tiempo de pérdida. Los términos -de izquierda a derecha son- la convección de partículas con el flujo de plasma, la difusión espacial, la difusión en el espacio de momentos (aceleración), las pérdidas debida al escape de partículas desde la región de aceleración, y la convección en el espacio de momentos debida a los procesos que afectan a todas las partículas, tales como la ionización o pérdidas de Coulomb. En el lado derecho de la ecuación (3.9) está la fuente de inyección de partículas que entran al proceso de aceleración. En una aproximación a primer orden, las pérdidas y la convección en momento pueden ser ignoradas, reduciendo a la ecuación de transporte en:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + U \nabla f - \nabla \cdot (D \cdot \nabla f) - \frac{\nabla \cdot U}{3} p \frac{\partial f}{\partial p} = Q(p, r, t) \quad (3.10)$$

En la ecuación (3.10) los términos que contienen a la velocidad del plasma  $U$  y al tensor de difusión  $D$ , describen la aceleración de partículas a través del frente de choque.

A menudo no se está interesado en la evolución de la distribución de partículas en el choque pero se quiere conocer el espectro de las partículas y el tiempo de aceleración en el estado estacionario. En ese caso,  $\partial f / \partial t = 0$  y la ecuación de transporte puede resolverse para condiciones de frontera adecuadas, tales como la estabilidad en la densidad de partículas y en la componente normal del flujo de partículas  $S = -4\pi p^2 [U p (\partial f / \partial p) + D \cdot \nabla f]$  a través del frente de choque. Esta ecuación en estado estacionario predice el tiempo de aceleración característico,  $\tau_a = (3r/r - 1)(D_u/u_a^2)$  con  $r = u_u/u_d$ ; el espectro de energía de las partículas,  $J = J_0 e^{-\gamma}$  donde  $\gamma = r + 2/2(r-1)$ ; y al incremento en intensidad del medio "corriente arriba" del choque,  $f(x, p) = f(0, p) \exp(-\beta_{u,d}|x|)$  con  $\beta_{u,d} = u_{u,d}/D_{u,d}$  (Kallenrode, 1998).

### Aceleración de Fermi

La idea original de Fermi (1949, 1954) para la aceleración de partículas involucra colisiones entre rayos cósmicos y nubes magnetizadas (o bien la reflexión de partículas en un espejo magnético). Existen tres ingredientes principales en la teoría. El primero es que cuando un rayo cósmico es reflejado por el campo magnético de una nube, su energía cambia; el segundo es que los rayos cósmicos permanecen isotrópicos (Fermi supuso que las nubes se distribuyen isotrópicamente) y el tercero es que existen más colisiones "de frente" que colisiones "de cola" y de aquí que la energía de un rayo cósmico en promedio aumenta.

El mecanismo detallado por el cual una nube puede reflejar a un rayo cósmico se ilustra en la Figura 3.6.

### Aceleración de primer orden

La aceleración de Fermi de primer orden se basa en el principio de que las partículas cargadas pueden ganar energía al chocar con nubes magnetizadas cuyas velocidades están distribuidas al azar.

La manera en como estas nubes magnetizadas pueden acelerar partículas es la siguiente: si el rayo cósmico y la nube se mueven en dirección opuesta una hacia la otra, el rayo cósmico saldrá del encuentro con más velocidad que la que traía originalmente (colisión "de frente"); si por el contrario, nube y rayo cósmico se mueven en la misma dirección al momento de chocar, la partícula será frenada (colisión "de cola").

Después de cada colisión el factor de Lorentz de la partícula  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  cambia de acuerdo con:

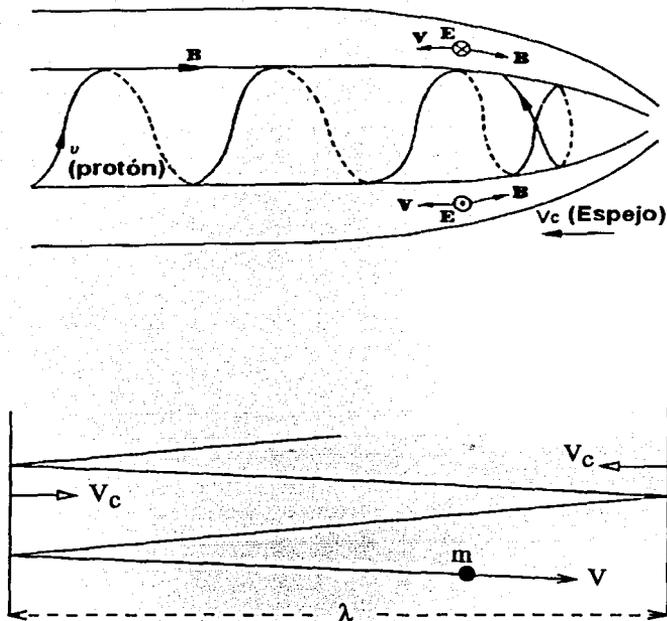
$$\gamma' = \gamma \gamma_c \left( 1 + 2 \frac{v_1 v_c}{c^2} + \frac{v_c^2}{c^2} \right) \quad (3.11)$$

donde  $\gamma_c = (1 - v_c^2/c^2)^{-1/2}$  es el factor de Lorentz del espejo o de la nube y  $v_c$  es la velocidad absoluta de cada nube en el marco de referencia inercial. Si se supone que los espejos se mueven con velocidades no relativistas ( $v_c \ll c$ ) mientras las partículas lo hacen con velocidades relativistas ( $v_1 \approx c$ ) el cambio relativo de energía en cada colisión es  $\Delta\epsilon/\epsilon = 2v_c/c$ . Además si el tiempo de colisión  $\Delta t = \lambda/v_1 \approx \lambda/c$  es independiente del tiempo se encuentra que la energía de la partícula se incrementa exponencialmente en el tiempo:

$$\epsilon = \epsilon_0 \exp(t/t_a) \quad (3.12)$$

donde  $t_a \approx \lambda(2v_c)^{-1}$  es la escala de tiempo de la aceleración. Si el tiempo de escape de la partícula es independiente de su energía,  $t_{esc}(\epsilon) = t_{esc}$ , la probabilidad de encontrar una partícula después de un tiempo  $t$  es (Kuijpers, 1994):





**Figura 3.6** Mecanismo de aceleración de Fermi. En la configuración superior se muestra una botella magnética en donde un protón se acerca desde la izquierda. En la región donde  $B$  tiene componentes perpendiculares a  $v$ , el protón experimenta la acción de un campo eléctrico que acelera a la partícula y -en combinación con la aceleración magnética,  $e/m(v \times B)$ - lanza a la partícula a lo largo de las líneas de campo con una velocidad mayor. En la configuración inferior se ilustra a dos espejos (o nubes magnetizadas) separados a una distancia  $\lambda$  y moviéndose a una velocidad  $V_c$ . La partícula de masa  $m$  y velocidad  $v$  rebota entre los dos espejos acelerándose en cada colisión.

$$f(\epsilon)d\epsilon = P(t)dt = \frac{1}{t_{esc}} \exp(-t/t_{esc}) dt = \frac{d\epsilon}{\epsilon^{1+\epsilon_0/t_{esc}}} \frac{t_0}{t_{esc}} \epsilon_0^{1/t_{esc}} \quad (3.13)$$

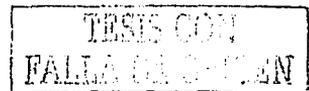
con  $f(\epsilon)$  el espectro diferencial de energía. La ecuación (3.13) tiene una dependencia con una ley de potencias.

Suponiendo que las velocidades de las nubes están distribuidas al azar, Fermi calculó que la probabilidad de colisiones "de frente" era mayor que la de colisiones "de cola", puesto que ésta depende de la velocidad relativa entre partícula y nube, por lo que las partículas extraerían en forma neta energía de las nubes y serían aceleradas. Los cálculos de Fermi fueron más allá, hasta encontrar que este mecanismo era capaz de producir un espectro de rayos cósmicos de forma potencial, tal y como se observa, donde el exponente de la potencia es el cociente que resulta del tiempo entre colisiones subsecuentes y el tiempo de permanencia en la Galaxia. Haciendo algunas simplificaciones, y bajo la suposición de que la distancia media entre colisiones es de aproximadamente 1 año luz se llega a un exponente de 2.9, muy cercano al obtenido experimentalmente.

Este sencillo cálculo se aproxima bastante a la realidad, sin embargo, hay un factor primordial que no ha sido considerado: las partículas ganan energía en las colisiones pero también la pierden por ionización. Un cálculo más detallado demuestra que existe una energía mínima a partir de la cual las ganancias empiezan a ser mayores que las pérdidas, esta energía se encuentra alrededor de los  $10^8$  eV para protones, pero es mucho mayor para partículas más pesadas.

En vista de los problemas que presentaba su modelo, principalmente por ser un mecanismo muy lento, Fermi propuso en 1954 una segunda idea. Si el efecto de las colisiones "de cola" pudiese disminuirse al mínimo para disminuir las pérdidas de energía de las partículas, entonces se podrían obtener las energías de rayos cósmicos de manera mucho más rápida. Esto se logra mediante la existencia de una *onda de choque*.

Considérese ahora lo que sucedería a una población de partículas energéticas que se encuentren en la región cercana a la onda de choque. En la región "corriente arriba" las partículas son alcanzadas por la onda de choque, y ganan energía en el encuentro. Algunas de estas partículas que han cruzado a la región "corriente abajo" son dispersadas por las irregularidades magnéticas presentes de tal forma que pueden cruzar de nuevo "corriente



arriba", y en esta región son de nuevo dispersadas y relanzadas contra la onda de choque para ser aceleradas de nuevo. Este proceso es mucho más rápido que el anterior y produce también un espectro de rayos cósmicos de tipo potencial con exponente cercano a 2.5. Las únicas condiciones que requiere para su operación son que la discontinuidad sea grande y, que exista una población de partículas previamente acelerada por otros mecanismos.

### Aceleración de segundo orden o estocástica

En el espacio interestelar las nubes magnetizadas tienen un movimiento aleatorio y de allí que algunos "espejos" se aproximen mientras otros se separan (Figura 3.7). Todavía, en promedio, una partícula energética gana energía tanto por el efecto relativista (el término de segundo orden en la ecuación (3.11)) como por el exceso de colisiones de frente sobre las colisiones por atrás con un factor de:

$$\frac{v_f + v_c}{v_f - v_c}$$

De acuerdo con la ecuación (3.11) se encuentra en promedio por colisión que:

$$\Delta\gamma = \frac{4\gamma v_c^2 v_f^2}{c^2} \approx \frac{4\gamma^2 v_c^2}{c^2} \quad (3.14)$$

donde el efecto relativista llevaría solamente a un factor de 2 en lugar de 4. Si  $\lambda$  es la distancia promedio entre nubes, tal que el tiempo de colisión es  $\Delta t = \lambda/v_f$ , la tasa de aceleración está dada por:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{4v_c^2 v_f^2}{c^2 \lambda} \epsilon \quad (3.15)$$

Si la partícula comienza con una velocidad relativista, la aceleración es nuevamente exponencial en el tiempo y esto conduce, bajo condiciones similares a las de la aceleración de primer orden, a una ley de potencias con un aumento en el tiempo,  $t_{acc} = \lambda c/4v_c^2$ .

Como la tasa de aceleración en (3.15) es proporcional al cuadrado de la velocidad aleatoria  $v_c$  a este proceso se le denomina *aceleración de segundo orden de Fermi*.

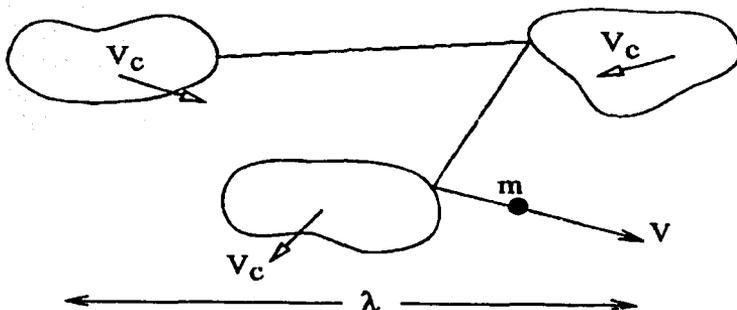


Figura 3.7 Aceleración estocástica o de segundo orden de Fermi. Ver explicación en el texto.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En la terminología actual, *la aceleración estocástica* y *la aceleración de Fermi* se emplean indistintamente para referirse a la aceleración debida a la turbulencia MHD. En este proceso está involucrado el cambio de energía de las partículas individuales (originadas por el efecto betatrón), la reflexión de inhomogeneidades magnéticas, o amortiguamiento, la dispersión efectiva (atribuida a las interacciones onda-partícula) y por último la aproximación estadística basada en la ecuación de Fokker-Planck o bien en una aproximación cuasilineal que implica que la aceleración estocástica puede ser considerada como una difusión en el espacio de momentos.

La aceleración estocástica puede ser la responsable de acelerar electrones y iones a energías supraterrales en algunos procesos astrofísicos. Un agente comúnmente supuesto para esta aceleración es la *turbulencia*, la cual se espera que esté presente en condiciones de no-equilibrio en plasmas altamente magnetizados. Las partículas cargadas, que describen trayectorias espirales a lo largo de las líneas de campo magnético, son entonces aceleradas a través de interacciones resonantes con ondas de plasma. Este problema es frecuentemente tratado en la aproximación cuasi-lineal y conduce a la ecuación de Fokker-Planck con un coeficiente de difusión cuya magnitud y forma depende del espectro de potencias y de otras características de la turbulencia en el plasma. En general, la ecuación resultante es bastante complicada y para resolverla se emplean las siguientes dos aproximaciones (Park y Petrosian, 1995).

Primero, si la razón del ángulo de paso es mucho mayor que la tasa de cambio de energía y de otras relevantes (como la tasa de escape de partículas), entonces la distribución de partículas puede suponerse isotrópica. Se puede integrar la variable del ángulo de paso en la ecuación de Fokker-Planck promediando sobre escalas de tiempo que estén entre la escala de tiempo de difusión de energía y la de difusión del ángulo de paso. Segundo, la dependencia sobre la variable espacial puede ser eliminada usando una distribución volumétrica integrada, llevando a una simplificación considerable si el campo magnético, la densidad de partículas, y la densidad de energía turbulenta son casi constantes a través de la región de aceleración. Para tener una aceleración eficiente, el camino libre medio de las partículas debe ser menor que el tamaño de la región turbulenta, por lo que las partículas pueden ser aproximadas por difusión espacial. Eventualmente, las partículas abandonarán la región de aceleración. Bajo estos supuestos, la ecuación de Fokker-Planck se convierte en una función únicamente del tiempo y de la energía. A pesar de estas simplificaciones, es posible encontrar soluciones analíticas para casos limitados.

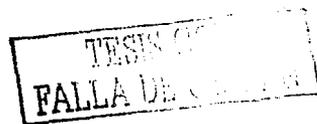
## ACELERACIÓN DE PARTÍCULAS POR ONDAS (O ACCELERACIÓN POR TURBULENCIA)

En contraste con la turbulencia hidromagnética, la turbulencia del plasma es a menudo débil en el sentido de que las tasas de crecimiento de las ondas (esto es, la parte compleja de la frecuencia o bien el producto de la velocidad de grupo con el número de onda) son menores que la parte real de las frecuencias, mientras que en la turbulencia hidrodinámica estas tasas de crecimiento son aproximadamente igual a  $\omega$  ( $\omega^{-1} = \lambda/v_\lambda$  es el tiempo "turnover eddy").

La aceleración debida a la turbulencia puede ser débil o fuerte (Kuijpers, 1994). Por ejemplo, la turbulencia débil ocurre principalmente a través de una resonancia Čerenkov (amortiguamiento de Landau) o de una resonancia ciclotrón. De hecho las ondas electrostáticas, que son conducidas por excesos de carga, tienen un campo eléctrico relativamente grande, por lo que no es de sorprenderse que puedan acelerar partículas rápidamente.

Cuando las ondas son amortiguadas su energía es transferida a las partículas. Generalmente se espera que la energía de la onda se convierta en calor, esto es, que se distribuya entre las partículas térmicas. Sin embargo, si sólo una fracción de las partículas puede interactuar con las ondas, entonces la energía debe irse inicialmente en esa fracción. La condición de Čerenkov  $\omega - k = 0$  implica que las ondas con una velocidad de fase dada  $\omega/k$  puede interactuar solamente con partículas con velocidades  $v > \omega/k$ . En un plasma isotrópico las ondas transversales tienen  $\omega/k > c$  y pueden resonar sin partículas, en cambio las ondas iónicas de sonido tienen  $\omega/k < v_s$  y pueden resonar virtualmente con todos los electrones de manera simultánea. Sin embargo, las ondas de Langmuir pueden tener velocidades en el rango de  $V_e \ll \omega/k < c$  y estas son las de mayor interés en conexión con la aceleración de electrones en un plasma isotrópico. Las ondas iónicas de sonido son de interés para estudiar la aceleración de iones, pero la aceleración por este tipo de ondas es menos efectiva que la aceleración por ondas de Langmuir.

El análisis de la aceleración por ondas de Langmuir muestra que es un mecanismo muy efectivo para electrones no relativistas (Melrose, 1980). El gran problema radica en identificar una fuente apropiada para la generación de estas ondas.



### **Aceleración desbocada ("runaway")**

Este mecanismo de aceleración puede ser el responsable de la generación de ondas de Langmuir. La idea de un "runaway" está asociada con el hecho de que la aceleración en un campo eléctrico es independiente de la velocidad de los electrones, esto es, aunque los plasmas tienen una conductividad alta y tienden a cortar cualquier componente paralela del campo eléctrico, puede ocurrir -bajo ciertas condiciones- que la componente paralela al campo eléctrico sea distinta de cero, notablemente en la presencia de alguna forma de resistividad elevada. La aceleración debida a la componente paralela del campo eléctrico es tratada en términos de un proceso "runaway" (Kuijpers, 1994).



## CAPÍTULO 4

### Aplicación del modelo de aceleración estocástica de partículas

---

<b>DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ACCELERACIÓN ESTOCÁSTICA DE PARTÍCULAS</b>	103
Análisis de los datos del campo magnético y de la trayectoria de la nave Voyager 1 en su encuentro con Saturno	104
Código computacional	121

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Algunos autores consideran que un mecanismo apropiado para estudiar la aceleración de partículas en magnetosferas planetarias es la *aceleración estocástica* que implica la solución de las ecuaciones de Fokker-Planck en donde el espectro de las fluctuaciones del campo magnético es conocido (esto se debe a que todavía los instrumentos son incapaces de medir la estructura muy fina del campo magnético). Por esta razón los estudios que involucran este tipo de espectros se basan en modelos teóricos para la turbulencia.

## DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ACCELERACIÓN ESTOCÁSTICA DE PARTÍCULAS

La aceleración de una partícula cargada es conducida solamente por un campo eléctrico. Un campo eléctrico puede originarse a partir de un número de procesos que incluyen el movimiento del plasma a través de las líneas de campo magnético, por la separación de cargas (esto es, un campo eléctrico de carga espacial) y por un campo magnético dependiente del tiempo.

En nuestro modelo de aceleración se considera que las fluctuaciones temporales del campo magnético medidas por el magnetómetro a bordo del vehículo Voyager 1 generan un campo eléctrico que está directamente involucrado en el proceso de aceleración dentro de la región magnetosférica. Se asume que esta región es un sistema físico abierto en donde la energía cinética total disponible para acelerar a las partículas del plasma es ilimitada.

El carácter estocástico del proceso se simula mediante un método de Monte Carlo (Apéndice A), en el cual se considera una distribución de probabilidad tanto para el campo eléctrico como para la distribución de velocidades de las partículas, en este caso maxwelliana.

Como ya se mencionó en el Capítulo 2, las fuentes importantes de partículas que contribuyen en alguna medida a la población observada en una magnetosfera planetaria se consideraron: a) el gas ionizado que proviene de la ionosfera de Saturno; b) el gas "salpicado" de los satélites de hielo por el bombardeo de partículas y fotones, incluyendo a la nube de agua y; c) la atmósfera de Titán y el toro de gas formado alrededor del planeta.

Se espera que las partículas en cada interacción con el campo eléctrico estocástico ganen o pierdan energía, sin embargo, dado que la probabilidad de ganancia siempre es mayor que la de pérdida (Durand-Manterola, Apéndice B, 2003) el efecto neto debe ser un incremento en la energía cinética de la población de partículas que pueblan la magnetosfera.

## **Análisis de los datos del campo magnético y de la trayectoria de la nave Voyager 1 en su encuentro con Saturno**

Los datos del campo magnético y de la trayectoria de la nave obtenidos por el magnetómetro (MAG) del Voyager 1 comprenden desde el 10 de noviembre de 1980 a las 00:00:34.923 UT hasta el 18 de noviembre de 1980 a las 22:57:21.229 UT.

El intervalo de tiempo entre cada dato es de 1.92 segundos y el sistema de coordenadas empleado es el cronográfico (L1), esto es, un sistema esférico centrado en Saturno. Este sistema está basado en el sistema de longitud de Saturno (SLS) descrito por Desch y Kaiser, 1981.

La dirección radial ( $r$ ) está dirigida a lo largo de la línea que une a Saturno con la nave, es positiva cuando se aleja de Saturno;  $\theta$  es perpendicular a  $r$  y paralela al plano meridiano de Saturno, positiva hacia el sur; y  $\varphi$  está definida como,  $\varphi = r \times \theta$  el cual es paralelo al plano ecuatorial de Saturno y positiva en la dirección de rotación (Figura 4.1).

Las direcciones de  $r$ ,  $\theta$  y  $\varphi$  dependen de la posición de la nave en cualquier instante de tiempo, pero no dependen del periodo o de la fase de Saturno. Por otro lado, la representación angular de la dirección del campo, dada por  $\delta$  y  $\lambda$ , depende del periodo del planeta y de la fase escogida. Estos ángulos representan la elección de Desch y Kaiser: fase/periodo. El sistema SLS tiene el eje  $z$  a lo largo del eje de giro; el plano  $x$ - $y$  es el plano ecuatorial del planeta, y  $x$  está a lo largo de la intersección del meridiano primario y del plano ecuatorial. Este sistema rota con un periodo de 10 horas, 39.4 minutos.

Cada uno de los datos que conforman el archivo ha sido generado por el promedio de todas las mediciones del campo magnético realizadas cada 60 milisegundos por el instrumento.

El archivo correspondiente al campo magnético consta de catorce columnas y el de la trayectoria consta de cuatro. Ambos archivos se describen en la Tabla 4.1.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Tabla 4.1

Distribución de las columnas de datos del campo magnético en el sistema de coordenadas kronográfico L1

NOMBRE DE LA COLUMNA	TIME	S/C CLOCK	MAG_ID	Br (B <sub>r</sub> )	Btheta (B <sub>θ</sub> )	Bphi (B <sub>φ</sub> )	Bmag (B)	AVG_Bmag
UNIDAD	N/A	N/A	N/A	nT	nT	nT	nT	nT
TIPO DE DATO	Tiempo	Caracter	Entero ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII
DATO FALTANTE	-	-	99	9999.99	9999.99	9999.99	9999.99	9999.99
DESCRIPCIÓN	El tiempo en que ocurrió el evento.  El formato es año-mes-día hh:mm:ss.sss	Contador	ID Magnetómetro	Componente radial del campo magnético en coordenadas L1, positivo desde Saturno a la nave	Componente Norte/Sur del campo magnético en coordenadas L1, positivo hacia el sur	Componente azimutal del campo magnético en coordenadas L1, positivo hacia el este	Magnitud del campo magnético	Promedio temporal de las magnitudes del campo

REPRODUCTION  
 PROHIBITED

Tabla 4.1 (continuación)

Distribución de las columnas de datos del campo magnético en el sistema de coordenadas kronográfico L1

NOMBRE DE LA COLUMNA	Delta ( $\delta$ )	Lambda ( $\lambda$ )	RMS_Br	RMS_Btheta	RMS_Bphi	NPTS
UNIDAD	grados	grados	nT	nT	nT	N/A
TIPO DE DATO	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII
DATO FALTANTE	999.999	999.999	9.999	9.999	9.999	9.999
DESCRIPCIÓN	Latitud magnética, definida como: $\delta = \arcsen \left( \frac{B_\theta}{ B_r } \right)$	Longitud magnética, definida como: $\lambda = \pi - \arctan \left( -\frac{B_\phi}{B_r} \right)$	Raíz cuadrática media de Br	Raíz cuadrática media de B $_\theta$	Raíz cuadrática media de B $_\phi$	Número de datos en la ventana de promedio

TESIS CON  
 FALLA DE COPIEN

**Tabla 4.1 (continuación)**

Distribución de las columnas de datos de la trayectoria de la nave en el sistema de coordenadas kronográfico L1

NOMBRE DE LA COLUMNA	TIME	RANGE (R)	LATITUDE ( $\alpha$ )	LONGITUDE ( $\beta$ )
UNIDAD	N/A	Radios planetarios	grados	grados
TIPO DE DATO	Tiempo	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII
DATO FALTANTE	-	-	-	-
DESCRIPCIÓN	El tiempo en que ocurrió el evento. El formato es año-mes-día hh:mm:ss.sss	Rango de Saturno a la nave en unidades de radios de Saturno ( $1R_s=60\ 248\text{ km}$ )	Latitud kronocéntrica de la nave	Longitud este kronocéntrica de la nave

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES  
 EN AERONAUTICA Y ESPACIO  
 CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

Para obtener el campo eléctrico asociado a las fluctuaciones temporales del campo magnético, debe emplearse tanto la Ley de Faraday como la Ley de Gauss para el campo eléctrico:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4.2)$$

Al desarrollar las ecuaciones (4.1) y (4.2) en coordenadas rectangulares ( $x, y, z$ ) se tiene que:

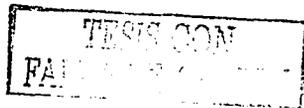
$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned} \quad (4.3)$$

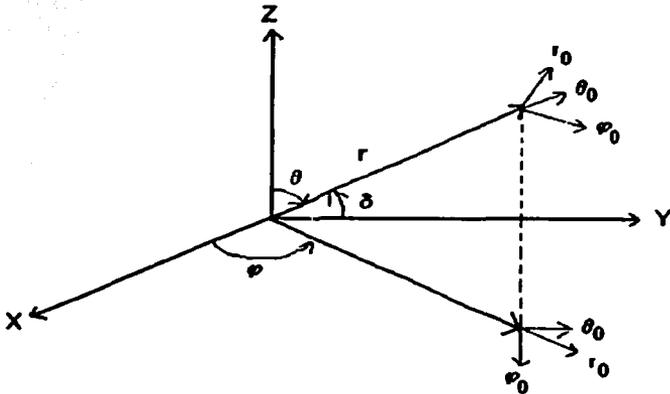
Donde las componentes rectangulares (Figura 4.1) del campo magnético ( $B_x, B_y, B_z$ ) se determinan a partir de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} B_x &= B_r \cos \delta \cos \lambda + B_0 \cos \delta \sin \lambda + B_\phi \sin \delta \\ B_y &= B_r \sin \delta \cos \lambda + B_0 \sin \delta \cos \lambda - B_\phi \cos \delta \\ B_z &= -B_r \sin \lambda + B_0 \cos \lambda \end{aligned} \quad (4.4)$$

Con  $\delta$  definido como la latitud magnética y  $\lambda$  como la longitud magnética.

Si se supone que hay cuasi-neutralidad de carga en el medio, esto es, la densidad de carga neta  $\rho$  es nula; y que las fluctuaciones en el campo magnético a lo largo de la trayectoria de la nave son constantes punto a punto ( $\partial \approx \Delta$ ), entonces al resolver las ecuaciones (4.3) se tiene:





**Figura 4.1** Sistema de coordenadas cartesiano. En este sistema  $\delta$  representa la latitud,  $\theta$  representa la colatitud definida como  $\theta = \pi/2 - \delta$ , y  $\varphi$  es la longitud (tambi3n denotada como  $\lambda$ ). Los vectores unitarios  $r_0$ ,  $\theta_0$  y  $\varphi_0$  varían en direcci3n conforme los ángulos  $\theta$  y  $\varphi$  lo hacen (Arfken, 1995).

$$\Delta E_x = \frac{\frac{\Delta B_z}{\Delta t} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta x \Delta y}{(\Delta z)^2} \right) + \frac{\Delta B_x}{\Delta t} \frac{\Delta y}{\Delta z}}{\frac{1}{\Delta x} + \Delta x \left( \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right)}$$

$$\Delta E_y = \Delta x \left( \frac{\Delta E_x}{\Delta y} - \frac{\Delta B_z}{\Delta t} \right)$$

$$\Delta E_z = \Delta x \left( \frac{\Delta E_x}{\Delta z} + \frac{\Delta B_y}{\Delta t} \right)$$

$$|\Delta E| = \sqrt{(\Delta E_x)^2 + (\Delta E_y)^2 + (\Delta E_z)^2} \quad (4.5)$$

En (4.5) las diferencias entre puntos consecutivos de la trayectoria vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_{i+1} - x_i; & x_i &= R_i \cos \alpha_i \cos \beta_i; & x_{i+1} &= R_{i+1} \cos \alpha_{i+1} \cos \beta_{i+1} \\ \Delta y &= y_{i+1} - y_i; & y_i &= R_i \cos \alpha_i \sin \beta_i; & y_{i+1} &= R_{i+1} \cos \alpha_{i+1} \sin \beta_{i+1} \\ \Delta z &= z_{i+1} - z_i; & z_i &= R_i \sin \alpha_i; & z_{i+1} &= R_{i+1} \sin \alpha_{i+1} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Donde  $x_i, x_{i+1}, y_i, y_{i+1}, z_i, z_{i+1}$  se refieren a las posiciones de dos puntos consecutivos a lo largo de la trayectoria;  $\alpha_i, \alpha_{i+1}$  y  $\beta_i, \beta_{i+1}$  son la latitud y la longitud respectivamente entre puntos consecutivos; y  $R_i, R_{i+1}$  es la distancia total medida desde el centro de Saturno a la nave ( $R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$  y  $R_{i+1} = \sqrt{x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 + z_{i+1}^2}$ ). *NOTA: El subíndice  $i$  corre desde el primer dato hasta el último.*

Obsérvese que en las ecuaciones (4.5) se presentan singularidades cuando  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$ . En tales casos el valor del campo eléctrico no fue considerado. Es importante dejar claro que lo anterior no repercute en la distribución temporal de los datos ya que cada uno de ellos se obtuvo con la misma  $\Delta t$ , esto es, cada 1.92 segundos. El archivo final para  $\Delta E$  contiene 82757 datos.

Se requiere hallar la función de densidad de probabilidad (pdf) que mejor describa a los cambios del campo eléctrico en cada dirección. Recuérdese que las funciones de densidad

de probabilidad, discretas y continuas, más comunes son: Bernoulli, Beta, Binomial, Cauchy,  $\chi^2$ , Exponencial, F, Gamma, Geométrica, Normal (bivariada, media, y estándar), Laplace, Logística, Poisson, t-student, y Uniforme. Para una descripción minuciosa de cada función consúltese el texto de Wackerly (2002). La distribución correspondiente a cada componente de  $\Delta E$  puede o no seguir alguna de las anteriores, inclusive ninguna.

El primer paso para determinar esta función consiste en calcular el histograma y la estadística descriptiva asociada a cada serie de datos. En este trabajo se emplean los paquetes estadísticos E-Views 3.1 y Minitab 13.

De acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 4.2, cada una de las distribuciones tiene un coeficiente de asimetría (*sesgo*)<sup>1</sup> distinto de cero. Esto significa que tienen largas colas hacia la derecha o hacia la izquierda dependiendo del signo y por lo tanto la distribución no puede ser normal.

Para corregir el sesgo se propone calcular las componentes (x, y, z) del campo magnético bipolar en Saturno y luego hacer la diferencia de éstas con las componentes del campo magnético observado por el Voyager 1.

En coordenadas cartesianas las componentes del campo magnético de un dipolo y la magnitud total se escriben como (Kivelson and Russell, 1997):

$$B_x = \frac{3xzM_s}{r^3} \quad B_y = \frac{3yzM_s}{r^3} \quad B_z = \frac{(3z^2 - r^2)M_s}{r^3}$$

$$|B_d| = \frac{M_s}{r^3} \sqrt{1 + 3\left(\frac{z}{r}\right)^2} \quad (4.7)$$

<sup>1</sup> El sesgo es la medida de la asimetría de la distribución de una serie de datos alrededor de su media. Se calcula como sigue:

$$s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3$$

donde  $\hat{\sigma}$  es un estimador sesgado de la varianza. Para una distribución normal, el sesgo es cero. Si el sesgo es positivo significa que la distribución tiene una larga cola hacia la derecha; pero si es negativo, la distribución tiene una larga cola hacia la izquierda.

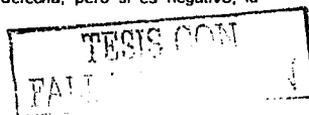


Tabla 4.2

Estadística descriptiva asociada a la distribución de cada componente del campo eléctrico en el sistema de coordenadas L1

	$\Delta E_x$ (V/m)	$\Delta E_y$ (V/m)	$\Delta E_z$ (V/m)	$ \Delta E $ (V/m)
<i>Media</i>	-8.82E-06	1.76E-06	-0.000145	0.001453
<i>Mediana</i>	0	0	-1.11E-07	1.73E-05
<i>Máximo</i>	0.226480	0.079660	4.123180	8.752810
<i>Mínimo</i>	-0.712020	-0.024070	-8.749840	2.08E-10
<i>Desviación estándar</i>	0.002902	0.000341	0.044716	0.044788
<i>Sesgo</i>	-176.3279	161.5304	-93.71190	121.5007
<i>Curtosis</i>	44780.55	37367.46	19960.63	19851.25

TESIS COMPLETA  
 FALTANTE

En las ecuaciones (4.7) las posiciones  $x$ ,  $y$  e  $z$  están dadas por la trayectoria de la nave al entrar en la magnetopausa y  $r$  es la distancia radial desde el centro de Saturno hasta el punto donde se mide el campo magnético ( $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ).

El momento magnético dipolar  $M_S$  está medido a lo largo del eje magnético y el valor para Saturno es aproximadamente de  $580M_T$ , esto es,  $4.64 \times 10^{18} \text{ T m}^3$  (Kivelson and Russell, 1997). En este trabajo, se determina que  $M_S$  tiene un valor de  $4.5601589 \times 10^{18} \text{ T m}^3$  ( $\sim 570M_T$ ) ajustado al campo magnético observado por el Voyager 1.

Con estos valores se obtiene el campo magnético corregido para cada componente,  $B_C$ , a partir de la siguiente relación:

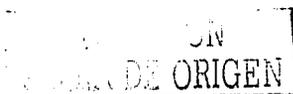
$$B_C = B_{obs} - B_d \quad (4.8)$$

Este campo magnético corregido,  $B_C$ , (Figura 4.2) es el que se emplea para determinar los cambios en el campo eléctrico según (4.5). En la Tabla 4.3 se muestra la estadística descriptiva final para cada componente de  $\Delta E$ .

Nótese que nuevamente cada una de las distribuciones se halla sesgada, lo que parece indicar que la función no es una normal. Para corroborar lo anterior se realizan pruebas de normalidad basadas en el paquete Minitab 13. El resultado de éstas muestra claramente que las distribuciones no siguen una normal.

De hecho, como el sistema de coordenadas L1 rota junto con el planeta, en las ecuaciones (4.5) y (4.6) se debe incluir algún término relacionado con la rotación. Además, desde este sistema las únicas partículas que serían consideradas son las del plasma corotante. En conclusión se requiere de un sistema coordenado fijo y centrado en Saturno, este es el SSO.

El sistema coordenado SSO (Saturn Solar Orbital) está definido a través del vector instantáneo que une a Saturno con el Sol. Algunos autores lo llaman sistema de coordenadas "Sun-state". En el tiempo de la medición, la dirección  $x$  está a lo largo de la línea que conecta el centro de masa de Saturno con el centro de masas del Sol, siendo positiva hacia el Sol. La dirección  $z$  se forma tomando el producto vectorial entre la dirección  $x$  y el vector velocidad del



Sol,  $z = x \times v$  ( $z$  está ahora alineado con la normal al plano orbital de Saturno). Finalmente la dirección y completa este sistema ortogonal ( $y = z \times x$ ).

El archivo de campo magnético y de trayectoria para el sistema SSO se describe en la Tabla 4.4.

En este nuevo sistema de coordenadas, el valor que se obtiene para el momento dipolar es de  $3.9624963 \times 10^{18} \text{ T m}^3$  ( $\sim 495M_T$ ), y el perfil de campo magnético corregido se muestra en la Figura 4.3.

Análogamente a todo lo realizado para el sistema L1, la Tabla 4.5 muestra la estadística descriptiva final para cada componente de  $\Delta E$  en el sistema SSO.

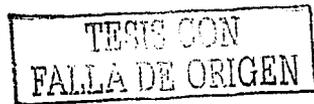
La función de densidad de probabilidad que describe a las fluctuaciones del campo eléctrico en cada dirección espacial se estima a partir de las gráficas de probabilidad.

Una gráfica de probabilidad (Chambers, et. al. 1983) es una técnica empleada para evaluar si una serie de datos sigue o no una distribución dada. Los datos son graficados contra una distribución teórica de manera que los puntos forman aproximadamente una línea recta, es decir, las desviaciones de esta línea indican desviaciones de la distribución teórica elegida. Al coeficiente de correlación asociado con el ajuste lineal de los datos en una gráfica de probabilidad es una medida de la *bondad de ajuste*. Para este trabajo se utiliza el estadístico *Anderson-Darling* (Stephens, 1974).

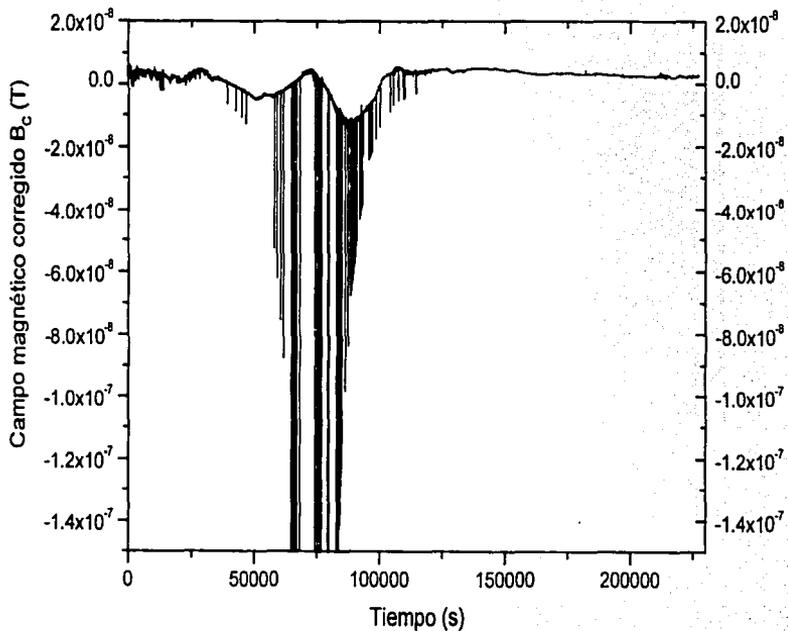
El estadístico Anderson-Darling se define como  $\Lambda^2 = -(N+S)$  donde  $N$  es el número de datos en la muestra y el parámetro  $S$  está dado por la expresión:

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{N} [\log_e F(Y_i) + \log_e (1 + F(Y_{N+1-i}))]$$

siendo  $F$  la función de distribución acumulada (cdf) de la distribución teórica de los datos ordenados  $Y_i$ ,



INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS  
FACULTAD DE CIENCIAS  
TECNOLOGÍA Y SISTEMAS



**Figura 4.2** Perfil de las fluctuaciones temporales del campo magnético durante el paso del Voyager 1 por la magnetosfera kroniana ocurrido desde el 12 de noviembre de 1980 a las 01:54 UT hasta el 14 de noviembre de 1980 a las 21:40 UT. Está basado en el sistema de coordenadas kronográfico L1.

Tabla 4.3

Estadística descriptiva asociada a la distribución de cada componente del campo eléctrico corregido por el dipolo en el sistema de coordenadas LI

	$\Delta E_{xc}$ (V/m)	$\Delta E_{yc}$ (V/m)	$\Delta E_{zc}$ (V/m)	$ \Delta E_c $ (V/m)
<i>Media</i>	-1.16E-05	5.68E-06	-0.000145	4.66E-05
<i>Mediana</i>	2.29E-08	-1.44E-10	-6.44E-08	1.97E-06
<i>Máximo</i>	0.234370	0.355380	4.131430	1.121980
<i>Mínimo</i>	-1.003120	-0.019720	-9.080610	1.75E-10
<i>Desviación estándar</i>	0.003805	0.001247	0.045406	0.004194
<i>Sesgo</i>	-216.8812	276.8679	-98.24504	234.6617
<i>Curtosis</i>	58055.96	78834.40	21173.75	61445.31

TRES CON  
 FALLA DE ORIGEN

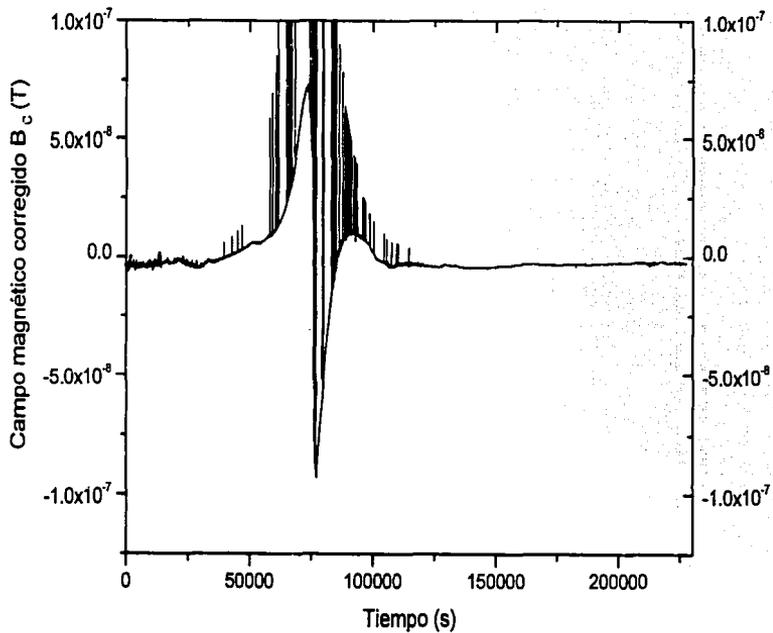
Tabla 4.4

Distribución de las columnas de datos del campo magnético y de la trayectoria en el sistema de coordenadas SSO

NOMBRE DE LA COLUMNA	TIME	Bx	By	Bz	Bmag	x	y	z
UNIDAD	N/A	nT	nT	nT	nT	Rs	Rs	Rs
TIPO DE DATO	Tiempo	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII	Real ASCII
DATO FALTANTE	-	9999.99	9999.99	9999.99	9999.99	9999.99	9999.99	9999.99
DESCRIPCIÓN	El tiempo en que ocurrió el evento. El formato es año-mes-día hh:mm:ss.sss	Componente x del campo magnético en coordenadas SSO, positivo hacia el Sol.	Componente y del campo magnético en coordenadas SSO.	Componente z del campo magnético en coordenadas SSO, positivo hacia arriba del plano orbital.	Magnitud del campo magnético	Posición de la nave en la dirección x. 1R <sub>x</sub> =60268 km	Posición de la nave en la dirección y. 1R <sub>y</sub> =60268 km	Posición de la nave en la dirección z. 1R <sub>z</sub> =60268 km

TESIS CON  
 FALTA DE...

117



**Figura 4.3** Perfil de las fluctuaciones temporales del campo magnético durante el paso del Voyager 1 por la magnetosfera kroniana ocurrido desde el 12 de noviembre de 1980 a las 01:54 UT hasta el 14 de noviembre de 1980 a las 21:40 UT. Está basado en el sistema de coordenadas SSO.

Tabla 4.5

Estadística descriptiva asociada a la distribución de cada componente del campo eléctrico corregido por el dipolo en el sistema de coordenadas SSO

	$\Delta E_{xc}$ (V/m)	$\Delta E_{yc}$ (V/m)	$\Delta E_{zc}$ (V/m)	$ \Delta E_c $ (V/m)
<i>Media</i>	-3.13E-07	-8.01E-07	1.70E-05	3.43E-05
<i>Mediana</i>	-2.41E-09	9.59E-11	3.35E-09	1.97E-07
<i>Máximo</i>	0.035440	0.078410	0.729490	0.738930
<i>Mínimo</i>	-0.118520	-0.053030	-0.195790	1.01E-10
<i>Desviación estándar</i>	0.000545	0.000385	0.003423	0.003487
<i>Sesgo</i>	-169.3981	77.09631	182.5868	184.8571
<i>Curtois</i>	37124.08	23261.68	38006.54	37581.86

TESIS COM  
 FALLA DE ORIGEN

Los ajustes pueden tener una distribución normal, Lognormal (base e y base 10), Weibull, exponencial o logística. El estadístico Anderson-Darling más pequeño es el correspondiente a la distribución logística. Por lo tanto esta es la función de distribución de probabilidad que se toma como la distribución de las fluctuaciones del campo eléctrico. Matemáticamente está representada por:

$$f(X) = \frac{\exp\left[-\frac{(X - \alpha)}{\beta}\right]}{\beta \left(1 + \exp\left[-\frac{(X - \alpha)}{\beta}\right]\right)^2} \quad (4.9a)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro de localización ( $-\infty \leq \alpha \leq \infty$ ) y  $\beta$  es un parámetro de escala ( $\beta > 0$ ). A  $f(X)$  se le conoce como *función de densidad de probabilidad logística de la variable aleatoria X*. Si  $Y = (X - \alpha)/\beta$ , la función (4.9a) se reduce a una manera más sencilla:

$$f(Y) = \frac{\exp[-Y]}{(1 + \exp[-Y])^2} \quad (4.9b)$$

A la función (4.9b) cuando  $\alpha = 0$  y  $\beta = 1$  se le conoce como *función de densidad de probabilidad logística estándar*.

El valor esperado (o media) de esta función es:  $E[X] = \alpha$ . Mientras que la varianza viene dada por la expresión:  $\sigma^2 = 3.289868\beta^2$ . Sustituyendo los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  de la Tabla 4.5 en (4.9a) se obtienen las funciones de distribución para cada una de las componentes del campo eléctrico:

$$f(\Delta E_x) = \frac{\exp\left[-\frac{(\Delta E_x + 3.12797 \times 10^{-7})/3.0023111 \times 10^{-4}}{\beta}\right]}{3.0023111 \times 10^{-4} \left(1 + \exp\left[-\frac{(\Delta E_x + 3.12797 \times 10^{-7})/3.0023111 \times 10^{-4}}{\beta}\right]\right)^2}$$

$$f(\Delta E_y) = \frac{\exp\left[-\frac{(\Delta E_y + 8.00924 \times 10^{-7})/2.1229085 \times 10^{-4}}{\beta}\right]}{2.1229085 \times 10^{-4} \left(1 + \exp\left[-\frac{(\Delta E_y + 8.00924 \times 10^{-7})/2.1229085 \times 10^{-4}}{\beta}\right]\right)^2}$$

$$f(\Delta E_z) = \frac{\exp\left[-\frac{(\Delta E_z - 1.7042 \times 10^{-5})/1.8855448 \times 10^{-3}}{\beta}\right]}{1.8855448 \times 10^{-3} \left(1 + \exp\left[-\frac{(\Delta E_z - 1.7042 \times 10^{-5})/1.8855448 \times 10^{-3}}{\beta}\right]\right)^2}$$

<sup>2</sup> Recuérdese que la desviación estándar  $\sigma$  se obtiene mediante  $\sqrt{\sigma^2}$  ( $\sigma^2$  es la varianza asociada a la distribución).

$$f(\Delta E) = \frac{\exp\left[-\frac{(\Delta E - 3.43265 \times 10^{-5}) \cdot 1.9241379 \times 10^{-3}}{1.9241379 \times 10^{-3} \left(1 + \exp\left[-\frac{(\Delta E - 3.43265 \times 10^{-5}) \cdot 1.9241379 \times 10^{-3}}{1.9241379 \times 10^{-3}}\right]\right)^2}\right]}{\quad} \quad (4.10)$$

### Código computacional

A continuación se describe el código computacional desarrollado en lenguaje FORTRAN que calcula la velocidad final, la posición final y la energía cinética final para una población de partículas con una distribución maxwelliana de velocidades dentro de la magnetosfera kroniana. Para simular el carácter estocástico del campo eléctrico se emplea un método de Monte Carlo (Apéndice A).

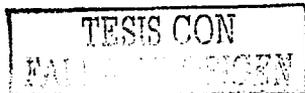
El método de Monte Carlo selecciona una muestra al azar a partir de las funciones de distribución de probabilidad (pdf) o bien de las funciones de distribución acumulada (cdf), para lo cual necesita una manera rápida y efectiva de generar números aleatorios  $\xi$  uniformemente distribuidos sobre el intervalo [0,1]. En este trabajo se utiliza la función RANDOM definida como: RAN(NSEED) donde NSEED es la semilla que genera la secuencia de números aleatorios. Si se requiere tener una secuencia distinta en cada iteración entonces el valor de la semilla debe variar, es decir, puede ser un número que dependa del reloj del sistema o bien de la fecha.

Luego de que se ha seleccionado al generador de números aleatorios, se hace la transformación matemática de las funciones de densidad de probabilidad (4.10). En este paso, la transformación debe conservar la probabilidad de ambas distribuciones, esto es,  $f(\Delta E) = \xi$ . Los resultados de estas muestras deben estar ordenados en una manera apropiada para producir una distribución dada por  $\Delta E = f^{-1}(\xi)$ , esto es:

$$\beta \xi \left[ 1 + 2 \exp(-(\Delta E - \alpha)/\beta) + \exp(-2(\Delta E - \alpha)/\beta) \right] = \exp(-(\Delta E - \alpha)/\beta) \quad (4.11a)$$

$$\beta \xi \left[ 2 + (\exp((\Delta E - \alpha)/\beta) + \exp(-(\Delta E - \alpha)/\beta)) \right] = 1 \quad (4.11b)$$

$$\Delta E(\xi) = \beta \operatorname{arccosh}\left(\frac{1}{\beta \xi} - 1\right) + \alpha \quad (4.12)$$



Para llegar a la expresión (4.12) se utilizó la relación trigonométrica  $\cosh x = (\exp(x) + \exp(-x))/2$ . Al sustituir los valores correspondientes de  $\alpha$  y  $\beta$  de la Tabla 4.5 para cada componente se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \Delta E_x(\xi) &= (3.002311 \times 10^{-4}) \operatorname{arccosh} \left( \frac{1}{\xi (6.004622 \times 10^{-4})} - 1 \right) - 3.12797 \times 10^{-7} \\ \Delta E_y(\xi) &= (2.1229085 \times 10^{-4}) \operatorname{arccosh} \left( \frac{1}{\xi (4.245817 \times 10^{-4})} - 1 \right) - 8.00924 \times 10^{-7} \\ \Delta E_z(\xi) &= (1.8855448 \times 10^{-3}) \operatorname{arccosh} \left( \frac{1}{\xi (3.7710896 \times 10^{-3})} - 1 \right) + 1.7042 \times 10^{-5} \\ \Delta E(\xi) &= (1.9241379 \times 10^{-3}) \operatorname{arccosh} \left( \frac{1}{\xi (3.8482758 \times 10^{-3})} - 1 \right) + 3.43265 \times 10^{-5} \end{aligned} \quad (4.13)$$

#### Condiciones iniciales

Las ecuaciones (4.13) corresponden a la función de distribución de probabilidad del campo eléctrico estocástico para cada componente espacial dentro de la región magnetosférica (se asume que es una superficie esférica de radio  $23 R_s$ ). Este campo eléctrico estocástico es el que va a interactuar con las partículas cargadas provenientes de distintas fuentes.

Las fuentes de partículas cargadas para la población observada en la magnetosfera kroniana son principalmente tres: a) la atmósfera de Saturno constituida por  $H_2$  (94%), He (6%),  $CH_4$  (8E-4%),  $NH_3$  (2E-4 %), Petropoulos and Georgakilas, 1987) y con una temperatura promedio en la termosfera de  $\sim 1000^\circ K$  (Atreya et. al., 1986); b) la atmósfera de Titán compuesta por  $N_2$  (95%),  $CH_4$  (4%) (Hunten, 1977). y con una temperatura en la exobase de  $\sim 186^\circ K$  (Morrison, 1986); c) los satélites de hielo constituidos por  $H_2$ , H, O cuyas temperaturas son inferidas a través de las mediciones de su albedo.

Estas partículas tienen inicialmente una función de distribución maxwelliana de velocidades (Greiner, et. al., 1995):

$$f(v_i) = A_s \exp\left(\frac{-m_s v_i^2}{2k_B T_s}\right) \quad (4.14)$$

Donde  $v_i$  es la componente  $i$  de la velocidad de la partícula,  $A_s$  es una constante dada por  $A_s = \sqrt{m_s / \pi 2 k_B T_s}$ ,  $m_s$  es la masa de la partícula de la especie química  $s$ ,  $k_B$  es la constante de Stefan-Boltzmann ( $k_B = 1.3807 \times 10^{-23}$  J/K), y  $T_s$  es la temperatura de la fuente de plasma de la especie química  $s$ .

Esta distribución también tiene carácter aleatorio por lo que nuevamente se emplea un método de Monte Carlo. Es así como se obtiene,

$$v_i(\chi) = \frac{2k_B T_s}{m_s} \log_e \left| \frac{\chi}{A_s - \chi} \right| \quad (4.15)$$

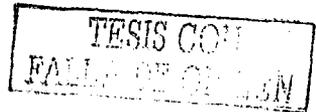
Donde  $\chi$  es un número aleatorio en el intervalo  $[0, 1]$ .

Además de la velocidad maxwelliana (4.15) se considera la contribución de la velocidad de corotación en el plano  $xy$  ( $v_c = \Omega r$ ). Donde  $\Omega$  es la velocidad angular medida en Saturno ( $\Omega = 1.638 \times 10^{-4}$  rad/s) y  $r$  es la distancia desde el centro del planeta a la que se encuentra la partícula. Se tiene que:

$$\begin{aligned} v_{cx} &= \Omega r \sin \theta \\ v_{cy} &= \Omega r \cos \theta \\ v_{cz} &= 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Con  $\theta = y/x$  ( $x$  e  $y$  son las posiciones de la partícula sobre el plano orbital). *NOTA: como las velocidades también pueden ser negativas entonces se escribe una condición sobre  $\chi$  para que se den adecuadamente los cambios de signo.*

Una vez que la partícula de la especie química  $s$  y con la distribución aleatoria de velocidades dada por (4.15) es inyectada hacia la magnetosfera se encuentra bajo la acción de varios campos de fuerza: el eléctrico estocástico ( $F_E$ ), el magnético ( $F_M$ ), y el gravitacional ( $F_G$ ). Las magnitudes de cada uno se estiman a partir de las siguientes ecuaciones:



$$F_E = |q \Delta E| \quad (4.17a)$$

$$F_M = |q \mathbf{v} \times \mathbf{B}| = qvB \sin \theta \quad (4.17b)$$

$$F_G = -\frac{GM_S m_P}{r^2} \quad (4.17c)$$

Donde  $q$  es la carga eléctrica de la partícula ( $q = \pm 1.602 \times 10^{-19}$  C),  $v$  es la velocidad de la partícula (m/s),  $B$  es la magnitud del campo magnético ( $|B_{\min}| \sim 10^{-7}$  T y  $|B_{\max}| \sim 10^{-6}$  T),  $\theta$  es el ángulo formado entre la velocidad y el campo magnético (se considera el valor máximo, esto es,  $\pi/2$ ),  $G$  es la constante gravitacional ( $G = 6.67259 \times 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>),  $M_S$  es la masa de Saturno ( $M_S = 5.688 \times 10^{26}$  kg),  $m_P$  es la masa de la partícula (kg) y  $r$  es la distancia a la que se encuentra la partícula medida desde el centro del planeta (m). Por ejemplo para un protón con  $|\Delta E| \sim 10^{-5}$  V/m,  $|B| \sim 10^{-6}$  T,  $|v| \sim 10^7$  m/s y  $|r| \sim 10^9$  m se estima que  $|F_E| \sim 10^{-24}$  N,  $|F_M| \sim 10^{-18}$  N y  $|F_G| \sim 10^{-27}$  N.

Dado que el proceso estocástico conduce en algún instante a velocidades relativistas, en las ecuaciones para calcular la velocidad y la energía cinética finales se realiza la corrección relativista correspondiente. Debido a que sólo se tiene un sistema de referencia (centrado y fijo en Saturno), esta corrección se hace a través de la energía cinética. El siguiente análisis es válido para una sola partícula moviéndose en la dirección espacial  $x$  (las ecuaciones en las otras direcciones son análogas).

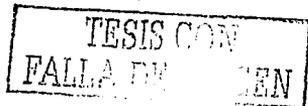
De la definición de trabajo mecánico:

$$\Delta W = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (4.18a)$$

donde  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ,  $dx$ ,  $dy$  y  $dz$  son las fuerzas totales y los desplazamientos, respectivamente, en cada dirección espacial. Es necesario conocer el valor de la fuerza para lo cual se emplea el teorema de trabajo-energía. En particular para la componente que se está analizando:

$$\Delta K_x = F_x \Delta X \quad (4.18b)$$

Después de que la partícula ha sufrido una interacción con el campo eléctrico estocástico, la energía cinética final  $K_{2x}$  está dada por:



$$K_{2x} = K_{1x} + \Delta K_x \quad (4.18c)$$

Donde  $K_{1x}$  es la energía cinética inicial de la partícula y  $\Delta K_x$  es un incremento (o decremento) de energía luego de cada interacción. El valor de  $\Delta K_x$  se obtiene fácilmente usando la expresión relativista para la energía cinética inicial, esto es,

$$K_{1x} = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{1x}^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad (4.18d)$$

En la ecuación (4.18d),  $v_{1x}$  es la velocidad inicial de la partícula en la dirección  $x$  (m/s),  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío ( $c = 2.997925 \times 10^8$  m/s) y  $m_0$  es la masa en reposo de la partícula (kg).

Es bien sabido que las partículas cargadas aceleradas emiten radiación electromagnética así que esta pérdida de energía debe considerarse en el cálculo de la energía cinética final (4.18c). Para el caso clásico la radiación queda bien descrita por la fórmula de Larmor (Jackson, 1999):

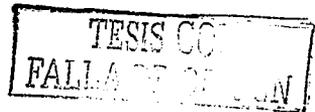
$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{q^2 a^2}{\pi 6 \epsilon_0 c^3} \quad (4.19a)$$

La fórmula (4.19a) puede ser generalizada bajo transformaciones de Lorentz a (Jackson, 1999):

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{q^2 a^2}{\pi 6 \epsilon_0 c^3 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^2} \quad (4.19b)$$

donde  $a$  es la magnitud de la aceleración total ( $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ ,  $[a]=m/s^2$ ),  $q$  es la carga de la partícula,  $\epsilon_0$  es la constante de permitividad ( $\epsilon_0 = 8.85418781762 \times 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>),  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío y  $v$  es la magnitud de la velocidad final ( $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ ,  $[v]=m/s$ ).

Las ecuaciones (4.19a) y (4.19b) se describen como:



$$dE = \frac{q^2 a^2}{\pi 6 \epsilon_0 c^3} dt \quad (4.20)$$

$$dE = \frac{q^2 a^2}{\pi 6 \epsilon_0 c^3 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^2} dt$$

Con  $dt = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} / v_{\text{prom}}$  y  $v_{\text{prom}}$  se define como la velocidad promedio que lleva la partícula en cada interacción.

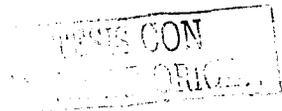
Entonces para calcular la velocidad final de la partícula en cada interacción basta con conocer el valor de la energía cinética final  $K_{2x}$ .

$$K_{2x} = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{2x}^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad (4.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.18d) y (4.21) en (4.18c) se llega a que la velocidad final de la partícula en la dirección  $x$  es:

$$v_{2x} = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v_{1x}^2}{c^2}}}{m_0 c^2 + \Delta K_x \sqrt{1 - \frac{v_{1x}^2}{c^2}}} \right)^2} \quad (4.22)$$

De manera similar se obtienen las ecuaciones para las otras direcciones:



$$v_{2Y} = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2 \cdot 1 - v_{1Y}^2/c^2}{m_0 c^2 + \Delta K_Y \cdot 1 - v_{1Y}^2/c^2} \right)^2}$$

$$K_{2Y} = K_{1Y} + F_Y \Delta Y$$

$$K_{1Y} = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{1Y}^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$K_{2Y} = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{2Y}^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$v_{2Z} = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2 \cdot 1 - v_{1Z}^2/c^2}{m_0 c^2 + \Delta K_Z \cdot 1 - v_{1Z}^2/c^2} \right)^2}$$

$$K_{2Z} = K_{1Z} + F_Z \Delta Z$$

$$K_{1Z} = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{1Z}^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$K_{2Z} = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{2Z}^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

(4.23)

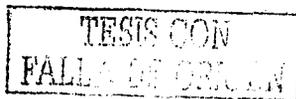
NOTA: En el límite clásico la energía cinética inicial y final para la partícula se calcula simplemente a partir de:  $K_1 = mv_1^2/2$  y  $K_2 = mv_2^2/2$ .

Como no es posible determinar el tiempo de permanencia de la partícula dentro de la magnetosfera sin conocer previamente la velocidad después de cada interacción, entonces se evalúa la posición final ( $x_2, y_2, z_2$ ) que tiene la partícula en términos de la posición inicial y de un incremento (o decremento) aleatorio en cada dirección:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + \Delta X \\ Y_2 &= Y_1 + \Delta Y \\ Z_2 &= Z_1 + \Delta Z \end{aligned} \quad (4.24)$$

El carácter aleatorio se consigue al poner una condición sobre la selección del número aleatorio  $\chi$  para que la partícula no tenga una dirección preferencial de movimiento.

También se consideran los cambios de dirección que puede sufrir la partícula durante su movimiento a través de expresiones del tipo:



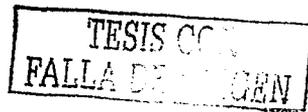
$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + \Delta X_{1I} - \Delta X_J \\ Y_2 &= Y_1 + \Delta Y_{1I} - \Delta Y_J \\ Z_2 &= Z_1 + \Delta Z_{1I} - \Delta Z_J \end{aligned} \quad (4.25)$$

donde  $\Delta X_H$ ,  $\Delta Y_H$  y  $\Delta Z_H$  indican si la partícula se regresa o no luego de la interacción;  $\Delta X_J$ ,  $\Delta Y_J$  y  $\Delta Z_J$  son las distancias efectivas recorridas por la partícula en cada dirección y están relacionadas con  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  y  $\Delta X_H$ ,  $\Delta Y_H$ ,  $\Delta Z_H$ .

Finalmente para determinar si la partícula continúa o no dentro de la región magnetosférica luego de cierto número de interacciones con el campo eléctrico estocástico se evalúa la desigualdad:

$$R_2 = \sqrt{(x_2)^2 + (y_2)^2 + (z_2)^2} \leq 23 R_s \quad (4.26)$$

En la Figura 4.4 se ilustra el diagrama de flujo correspondiente al programa de aceleración estocástica.



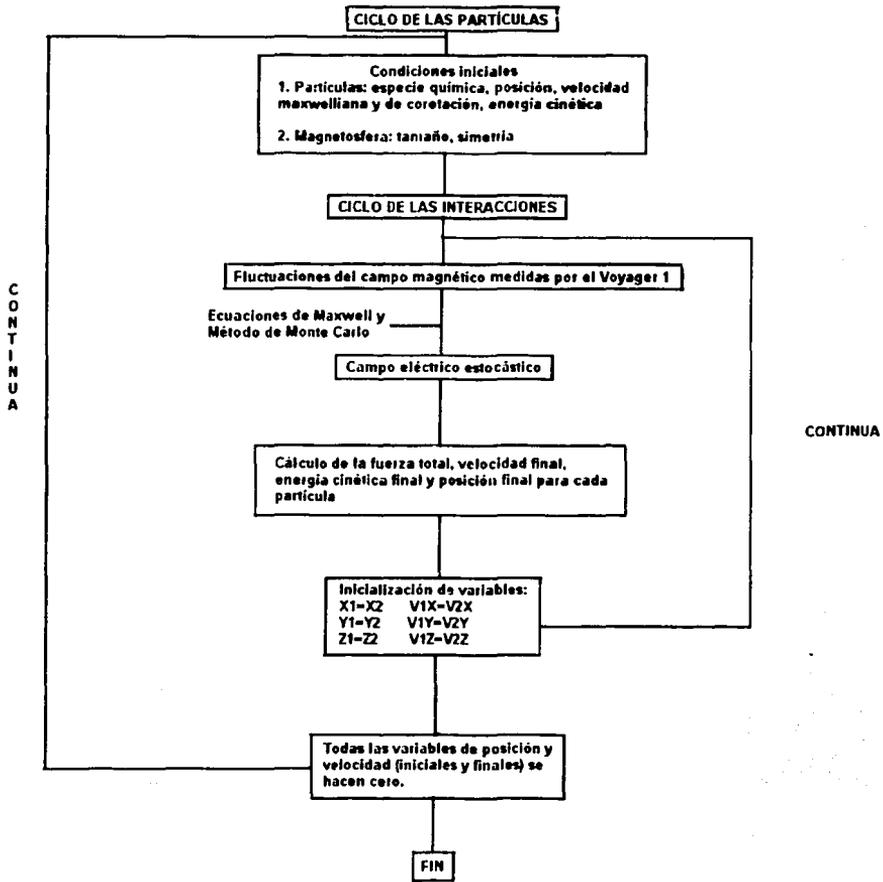


Figura 4.4 Diagrama de flujo para estudiar el mecanismo de aceleración estocástica

# CAPÍTULO 5

## Resultados y Conclusiones

---

ANÁLISIS DE RESULTADOS

132

TESIS CON  
FALLA DE OBTENCIÓN

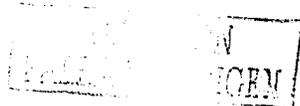
Durante los encuentros del Pioneer 11, y de los Voyager 1 y 2 con Saturno, las condiciones en el viento solar fueron muy variadas (Tabla 5.1).

Un rápido chorro de viento solar comprimió a la magnetosfera justo antes de que el Pioneer 11 entrara a ella en 17.3  $R_S$ . Después, la presión del viento solar disminuyó mientras que la nave estaba dentro de la magnetosfera y debió ser bastante variable para dar razón de los múltiples cruces de salida de la magnetopausa y del frente de choque.

Las condiciones del viento solar fueron relativamente estables durante el encuentro del Voyager 1 porque las posiciones del frente de choque y de la magnetopausa fueron observadas a sus distancias "típicas", pero la magnetofunda subsolar fue significativamente más delgada que en otros cruces. Sin embargo, aún durante este encuentro, la presión dinámica del viento solar varió al menos en un factor de 2 (Bridge et. al. 1981) tal y como se dedujo a partir de las mediciones interplanetarias realizadas por el Voyager 2 para considerar el retraso en la propagación entre las dos naves.

El encuentro del Voyager 2 con Saturno ocurrió en condiciones interplanetarias muy perturbadas. Una onda de choque interplanetaria pasó por la magnetosfera 3.5 días antes del encuentro con el planeta y además una hoja de corriente interplanetaria también pasó 12 horas después del choque. El campo magnético brincó de  $<0.7$  nT hasta  $> 1$  nT en el choque, y tanto la densidad como la velocidad del viento solar se incrementaron (Schardt et. al. 1986). En la fase de entrada se observaron 5 cruces en el frente de choque entre 31.5 y 23.6  $R_S$ . El Voyager 2 entró en una magnetosfera comprimida a 18.5  $R_S$ , y después se expandió mientras la nave estaba dentro. Scarf et. al. (1982) asociaron esta expansión de la magnetosfera al hecho que Saturno cruzó la magnetocola joviana porque desde días previos al encuentro, el Voyager 2 observó características anómalas en el campo magnético, en el plasma y en las ondas de plasma.

Estas diferencias entre los encuentros de las naves con Saturno se vieron reflejadas también en la población de partículas y en otras propiedades de la magnetosfera externa. Los grandes cambios observados en la localización de la frontera introducen incertidumbres en la forma inferida del frente de choque y de la magnetopausa. Es por ello que en este trabajo no se consideraron los datos medidos por el magnetómetro a bordo del Voyager 2.



## ANÁLISIS DE RESULTADOS

La distribución de las fluctuaciones del campo eléctrico estocástico se muestra en la Figura 5.1. El valor máximo del campo es aproximadamente de 0.002 V/m.

Las fuentes potenciales de partículas energéticas en una magnetosfera planetaria son: a) el viento solar; b) partículas energéticas solares; c) rayos cósmicos; d) partículas secundarias de las interacciones de rayos cósmicos en la atmósfera, anillos y satélites del planeta; e) gas ionizado de la ionosfera planetaria; f) gas "salpicado" de los anillos y satélites por bombardeo de partículas y fotones; g) gas emitido por volcanes o degasado de los satélites. Cada una de esas fuentes contribuye en alguna medida a la población de partículas en la magnetosfera kroniana.

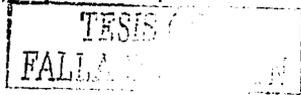
En este trabajo se consideró que las partículas que pueblan mayormente la magnetosfera kroniana provienen de la atmósfera de Saturno y son iones de H. Este tipo de partículas escapan fácilmente por ser volátiles y están caracterizadas por una distribución maxwelliana de velocidades (Figura 5.2) y por un espectro de energía cuyo máximo está en 3 eV (Figura 5.3).

Una vez que las partículas llegan a la magnetosfera son afectadas por el campo eléctrico estocástico, por la corotación y por el campo gravitacional del planeta. De hecho las fuerzas de las interacciones con estos campos son del orden de  $\sim 10^{-24}$  a  $\sim 10^{-18}$  N,  $\sim 10^{-24}$  N y  $\sim 10^{-27}$  N respectivamente.

Además se ha verificado que el plasma es de carácter no colisional tal y como lo establecen la teoría magnetohidrodinámica. Para ello se estimó el valor del camino libre medio para algunos iones (Tabla 5.2). Así que no se consideraron las colisiones entre partículas dentro de la región magnetosférica.

La Figura 5.4 y la Figura 5.5 muestran la distribución maxwelliana final de velocidades y el espectro final de energía cuando cada una de las partículas ha sufrido 10,000 interacciones. De allí se estima que las partículas han tenido una ganancia neta de energía de aproximadamente  $8.2151 \times 10^6$  eV.

Además de que las partículas se han dispersado haciendo que la maxwelliana tenga una cola más extendida hacia velocidades (y por ende energías) mayores. Es importante



hacer notar que las componentes de la velocidad en la dirección de la corotación del plasma muestran dos distribuciones, una hacia velocidades negativas y la otra hacia velocidades positivas. Esto hace pensar que posiblemente en la misma región magnetosférica compiten dos mecanismos de aceleración: el estocástico y el corotante.

Ahora bien, esta misma población de partículas ha sido sometida a 100,000 interacciones dentro de la magnetosfera. La Figura 5.6 y la Figura 5.7 muestran la distribución maxwelliana final de velocidades y el espectro final de energía. Se estima que las partículas han tenido una ganancia neta de energía de aproximadamente  $1.7097 \times 10^8$  eV.

De acuerdo con esto, la aceleración estocástica resulta ser un mecanismo apropiado para explicar parte de la población de partículas energéticas hallada por el Voyager, ya que la probabilidad de que una partícula gane energía siempre es mayor que la probabilidad de pérdida (Apéndice B). En la gráfica de la Figura 5.8 se ilustra este hecho.

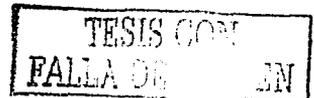


Tabla 5.1

Posiciones de los cruces en el frente de choque y en la magnetopausa

ENTRADA/SALIDA	$\lambda^a$	$\delta^b$	DISTANCIA ( $R_s$ ) Y DIRECCIÓN DEL CRUCE <sup>c</sup>
<b>Frente de choque (entrada)</b>			
<i>Pioneer 11</i>	-4°	5°	4.1+, 23.1-, 20.0+
<i>Voyager 1</i>	17°	2°	26.1+
<i>Voyager 2</i>	15°	15°	31.5+, 29.0-, 27.9+, 26.6-, 23.6+
<b>Magnetopausa (entrada)</b>			
<i>Pioneer 11</i>	-1°	5°	17.3+
<i>Voyager 1</i>	18°	1°	23.7+, 23.4-, 23.1+, 22.9-, 22.8+
<i>Voyager 2</i>	22°	17°	18.5+
<b>Frente de choque (salida)</b>			
<i>Pioneer 11</i>	-85°	5°	30.3-, 33.2+, 34.7 <sup>d</sup> , 35.9-, 39.0+, 39.8-
<i>Voyager 1</i>	-140°	23°	42.7-, 43.4+, 45.7-, 46.4+, 46.7-
<i>Voyager 2</i>	-97°	-29°	~48.1-, 48.4+, 51 <sup>d</sup> , 51.8-, 51.9+, 52.0-, 52.7+, ~56.7-, 57.9+, 58.5-, 64.8+, 65.0-, ~66.2+, 70.4-
<b>Magnetopausa (salida)</b>			
<i>Pioneer 11</i>	-81°	5°	49.3-, 56.8+, 59.9-, ~63.0+, ~64.5-, 81.2+, 94.8-, ~95.0+, ~100.0-
<i>Voyager 1</i>	-139°	24°	77.4-
<i>Voyager 2</i>	-94°	-29°	77.5-, 77.7+, 77.8-, 79.5+, 83.4-, 86.2+, 87.0-

a. Ángulo en el plano de la eclíptica relativo a la línea Saturno-Sol.

b. Latitud Kroniana.

c. El signo + indica una frontera que se mueve hacia fuera y el signo - que se mueve hacia adentro (con respecto a la nave).

d. Probables cruces múltiples.

ORIGINAL

134

**Tabla 5.2** Camino libre medio para algunas especies químicas

Elemento	Radio iónico	$\lambda$ (m)
H	2.08	$7.3573 \times 10^{14}$
O	1.40	$1.6240 \times 10^{15}$
N	1.71	$1.0885 \times 10^{15}$
C	0.15	$1.4147 \times 10^{17}$

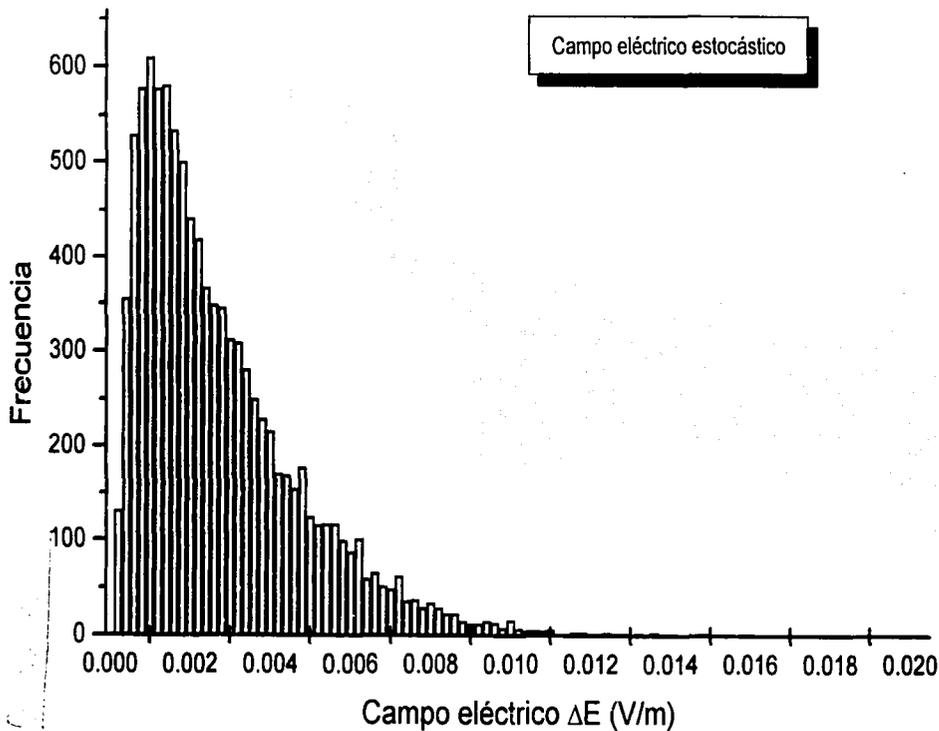


Figura 5.1 Histograma correspondiente a la distribución de frecuencias del campo eléctrico estocástico

RECIBO  
Nº

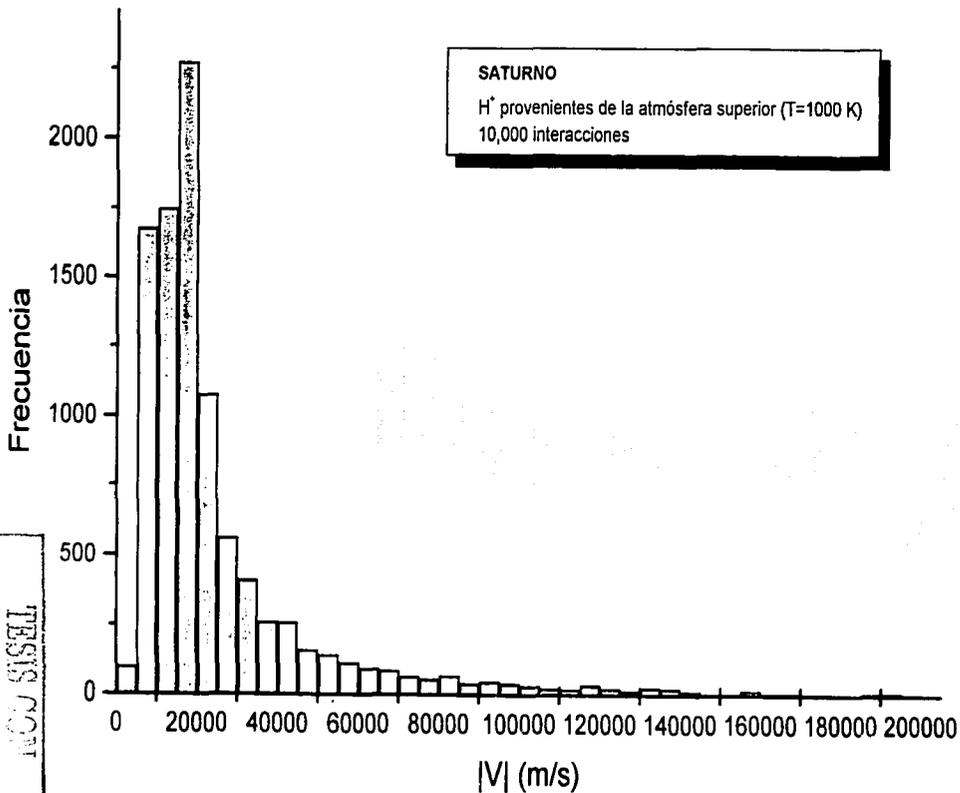


Figura 5.2 Histograma correspondiente a la distribución maxwelliana inicial de velocidades para una población de 10,000 partículas de H<sup>+</sup>.

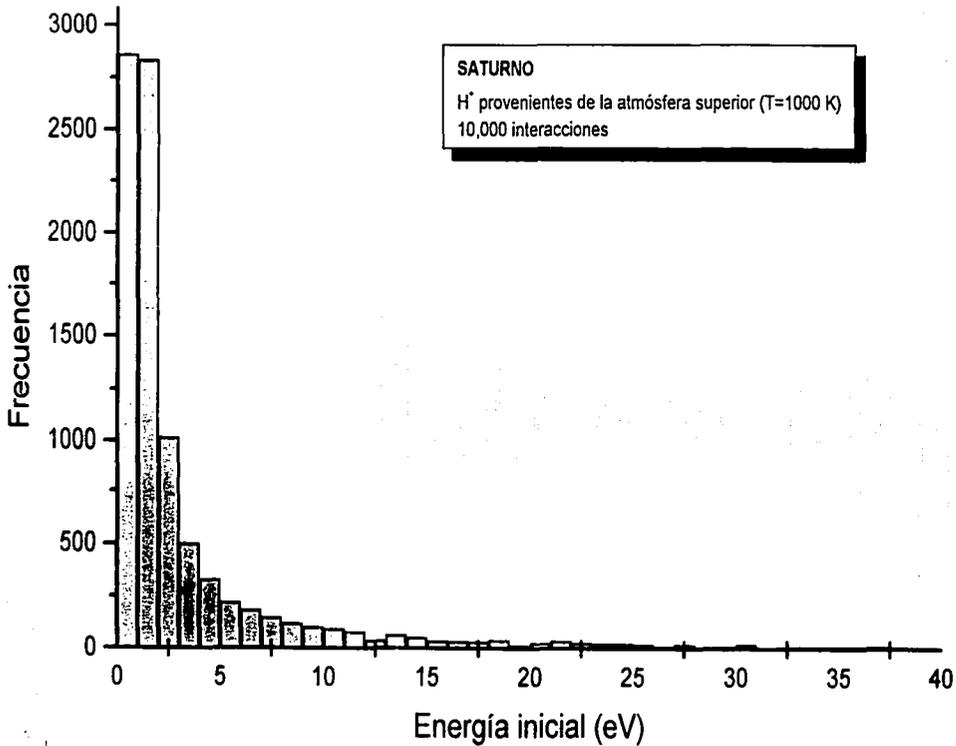


Figura 5.3 Espectro de energía inicial para una población de 10,000 partículas de H<sup>+</sup>

138

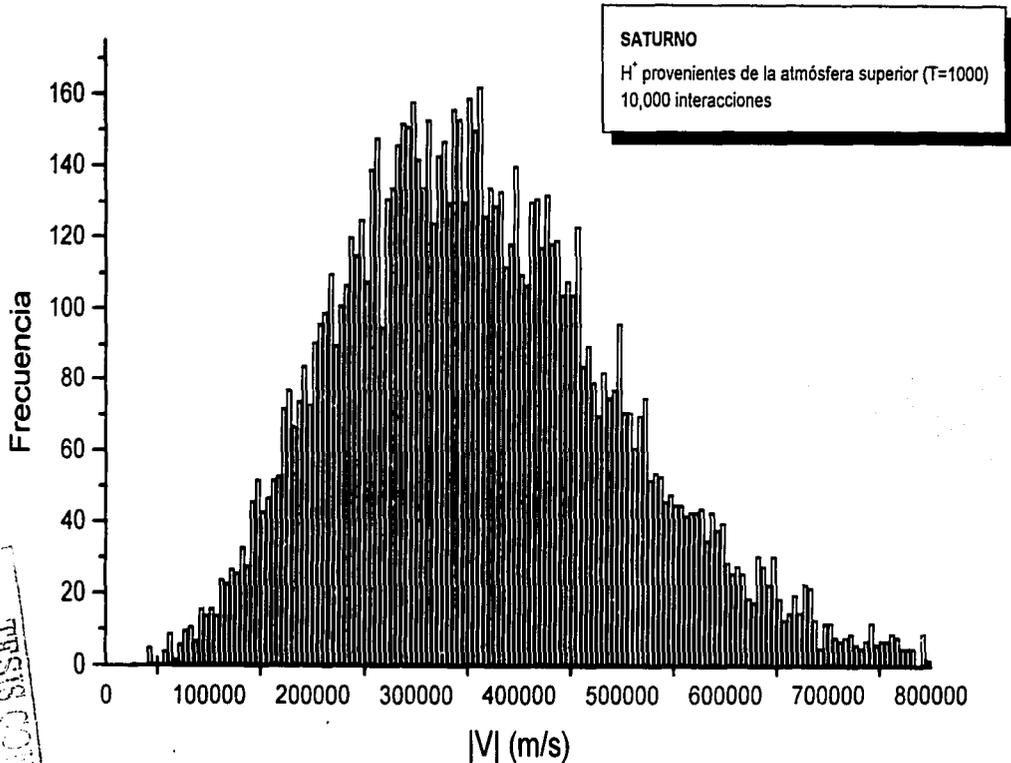


Figura 5.4 Histograma correspondiente a la distribución maxwelliana final de velocidades para una población de 10,000 partículas de H<sup>+</sup>

MEMORIA INSTITUTO  
TESIS COMPLETA  
1988

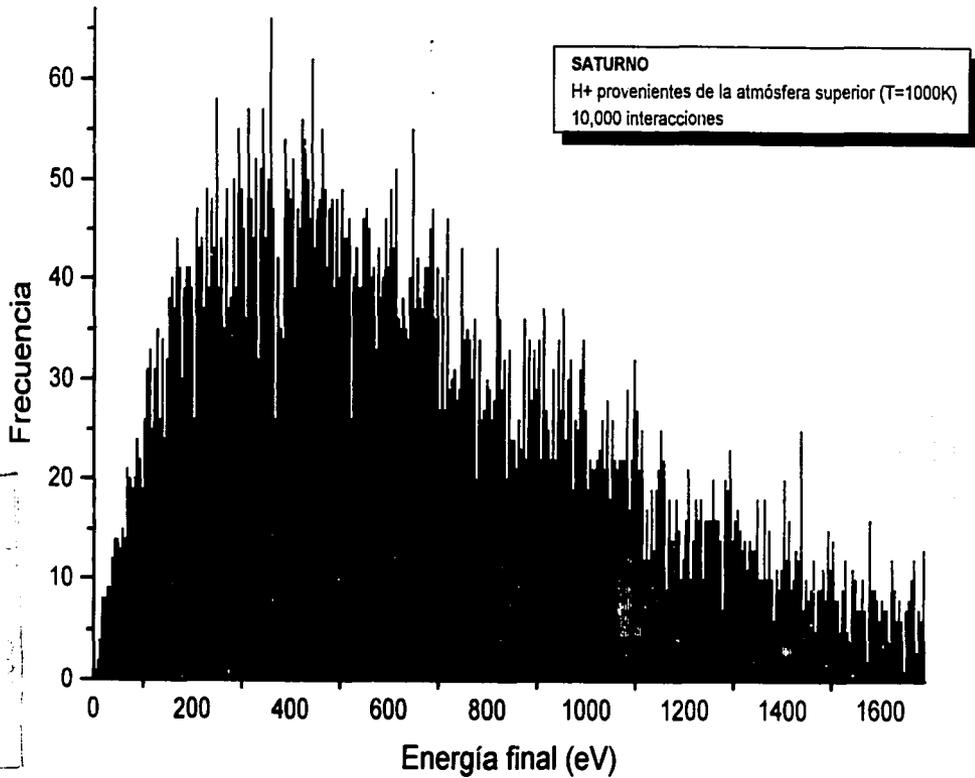


Figura 5.5 Espectro de energía final para una población de 10,000 partículas de H<sup>+</sup>

140

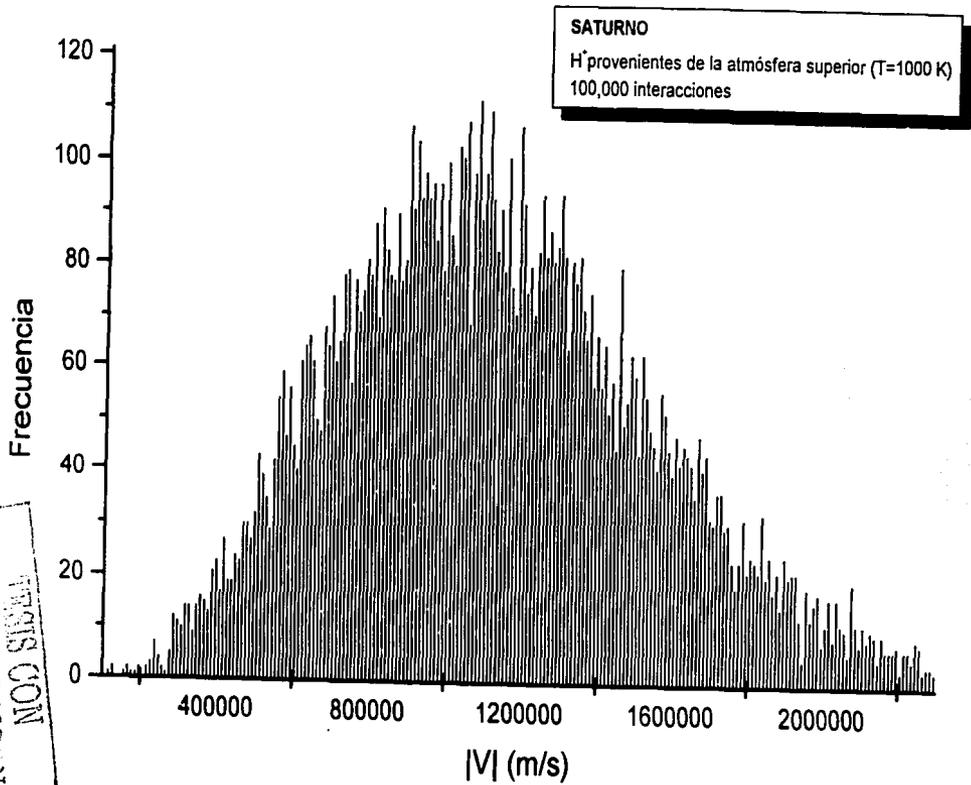


Figura 5.6 Histograma correspondiente a la distribución maxwelliana final de velocidades para una población de 10,000 partículas de  $H^+$

111

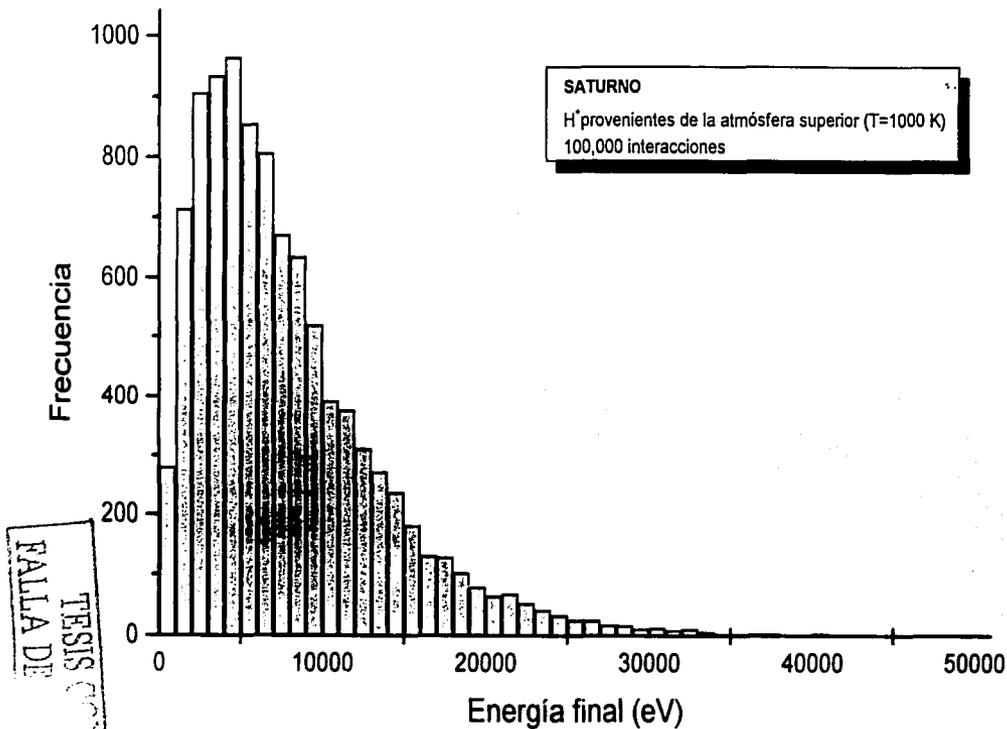


Figura 5.7 Espectro de energía final para una población de 10,000 partículas de  $H^+$

143

1988 COP  
FALLA DE ORIGEN

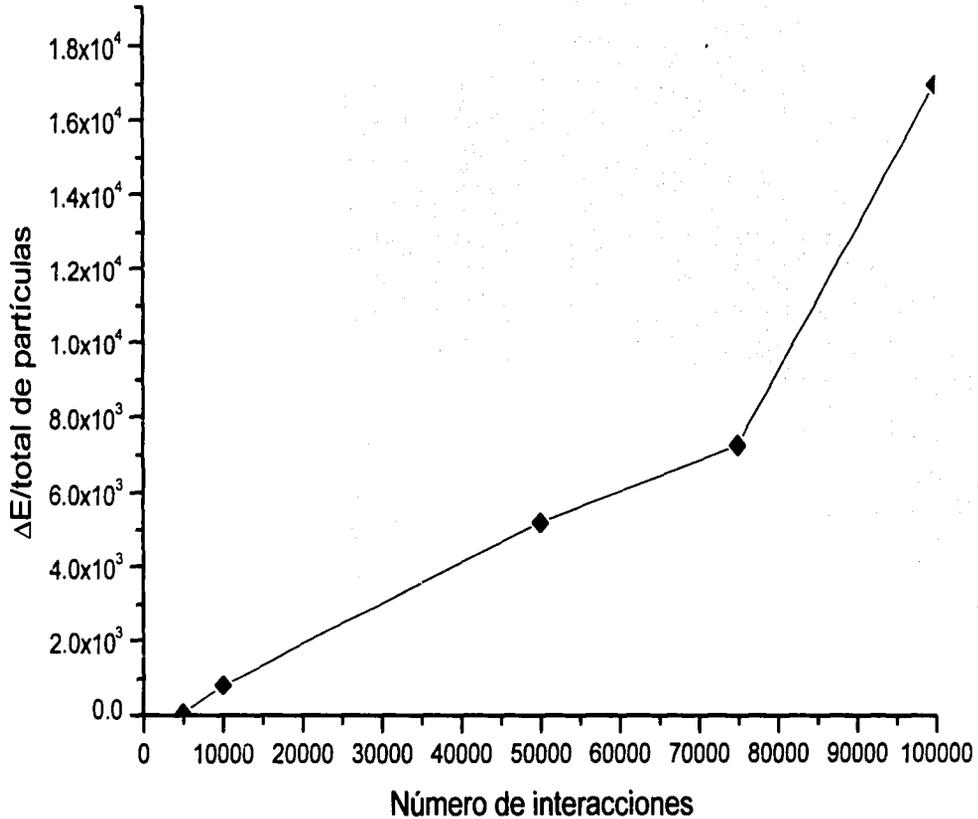


Figura 5.8 Ganancia de energía en función del número de interacciones que efectúa la población de partículas dentro de la magnetosfera kroniana.

143

# **PAGINACIÓN DISCONTINUA**

## APÉNDICE A: Los métodos de Monte Carlo

---

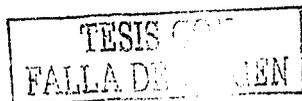
Los métodos numéricos que son conocidos como *métodos de Monte Carlo* pueden ser vagamente descritos como métodos de simulación estadísticos, donde la simulación estadística está definida (en términos bastante generales) como cualquier método que utiliza secuencias de números aleatorios para representar dicha simulación.

Los métodos de Monte Carlo dan solución a una gran variedad de problemas matemáticos haciendo experimentos con muestreos estadísticos en una computadora. Tales métodos son aplicables a cualquier tipo de problema, ya sea estocástico o determinístico. A diferencia de los métodos numéricos que se basan en evaluaciones en  $N$  puntos en un espacio  $m$ -dimensional para producir una solución aproximada, los métodos de Monte Carlo tienen un error absoluto en la estimación que decrece en  $1/\sqrt{N}$  (por el teorema de límite central), mientras que otros métodos, a falta de una buena estructura, tienen errores que decrecen a lo más en  $1/m\sqrt{N}$ .

El método fue llamado así por el principado de Mónaco por ser "la capital del juego de azar", al tomar una ruleta como un generador simple de números aleatorios. El nombre y el desarrollo sistemático de los métodos de Monte Carlo datan aproximadamente de 1944 con el desarrollo de la computadora electrónica.

El uso real de los métodos de Monte Carlo como una herramienta de investigación, viene del trabajo de la bomba atómica durante la Segunda Guerra Mundial. Este trabajo involucraba la simulación directa de problemas probabilísticos de hidrodinámica concernientes a la difusión de neutrones aleatorios en material de fusión.

Aún en la primera etapa de estas investigaciones, John von Neumann y Stanislaw Ulam refinaron esta curiosa "Ruleta rusa" y los "métodos de división". Sin embargo, el desarrollo sistemático de estas ideas tuvo que esperar hasta 1948 con el trabajo de Harris y Herman Kahn. Aproximadamente en el mismo año, Fermi, Metropolis y Ulam obtuvieron estimadores para los eigenvalores de la ecuación de Schrödinger para la captura de neutrones en el ámbito nuclear.



El método de Monte Carlo es ahora utilizado en diversos campos, desde la simulación de fenómenos físicos complejos tales como el transporte de calor por radiación en la atmósfera terrestre y la simulación de procesos subnucleares en experimentos de física de altas energías hasta la simulación de un juego de bingo.

Los métodos de simulación estadísticos pueden ser contrastados a métodos numéricos convencionales, los cuales son típicamente aplicados a ecuaciones diferenciales tanto ordinarias como parciales que describen algún sistema físico o matemático. En algunas aplicaciones de Monte Carlo, el proceso físico es simulado directamente, y no es necesario escribir las ecuaciones diferenciales que describan el comportamiento de este sistema. El único requisito es que el sistema (físico o matemático) sea descrito por funciones de densidad de probabilidad.

La Figura A.1 muestra la idea general del método de Monte Carlo, o estadístico, aplicado a un sistema físico arbitrario. Asumiendo que la evolución de dicho sistema físico puede ser descrito mediante funciones de densidad de probabilidad, la simulación de Monte Carlo puede escoger una muestra al azar a partir de esas funciones, para lo cual necesita una manera rápida y efectiva de generar números aleatorios uniformemente distribuidos sobre el intervalo  $[0,1]$ . Los resultados de estas muestras deben estar ordenados en una manera apropiada para producir lo esperado, pero la característica esencial de Monte Carlo es el uso de técnicas de muestreo aleatorio (o quizás de otra álgebra que permita manipular los resultados). En contraste, una aproximación numérica convencional comenzaría con el modelo físico o matemático del sistema físico, estableciendo el sistema de ecuaciones diferenciales necesarias con el fin de resolverlas.

Debe mantenerse en mente que esta descripción general de los métodos de Monte Carlo puede no aplicarse directamente al estudio de ciertos sistemas. Es natural pensar que estos métodos son empleados para simular procesos aleatorios, o estocásticos, dado que pueden ser descritos por las pdf's. Sin embargo, algunas aplicaciones no tienen aparentemente el carácter estocástico, tales como la evaluación de una integral definida o la inversión de un sistema de ecuaciones lineales. En esos casos, como en otros, es posible plantear la solución deseada en términos de las pdf's, y mientras esta transformación parece artificial, este paso permite al sistema ser tratado como un proceso estocástico para propósitos de la simulación y de aquí que los métodos de Monte Carlo sean aplicables.

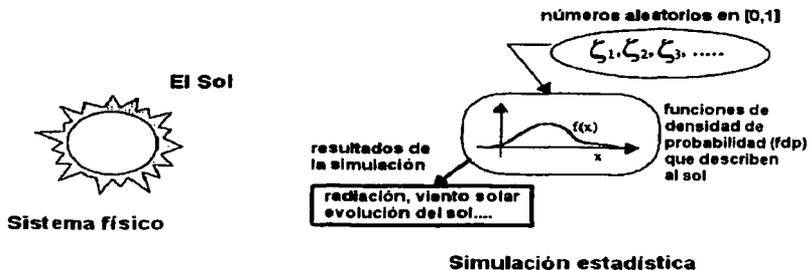


Figura A.1 Simulación de Monte Carlo para un sistema físico

Para ilustrar la diversidad de métodos de Monte Carlo, la Figura A.2 enlista las aplicaciones que han sido dirigidas a través de técnicas de simulación estadísticas.

- |   |
|---|
| Diseño de reactores nucleares<br>Cromodinámica cuántica<br>Ciencias de radiación (radioterapia, dosimetría, etc.)<br>Flujo del tráfico<br>Crecimiento poblacional<br>Evolución estelar<br>Finanzas (Econometría, Pronóstico Dow-Jones, etc.)<br>Exploración petrolera<br>Genética |
|---|

Figura A.2 Algunas aplicaciones del método de Monte Carlo

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

### **Componentes principales de un algoritmo de Monte Carlo**

Los elementos fundamentales de cualquier método de simulación de Monte Carlo incluyen los siguientes:

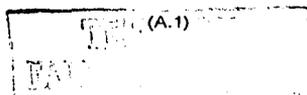
- Funciones de densidad de probabilidad continuas o discretas (pdf) cuyas propiedades más importantes se resumen en la Tabla A.1.
- Generador de números aleatorios (una fuente de números aleatorios uniformemente distribuidos sobre el intervalo unitario).
- Reglas de muestreo (una prescripción para el muestreo de una función de densidad de probabilidad suponiendo que los números al azar están dados).
- Marcación o conteo (los resultados deben ser acumulados en varias "marcas" según las cantidades de interés).
- Error en la estimación (es decir, la varianza como una función del número de arreglos).
- Técnicas de reducción de la varianza (para reducir el tiempo de cómputo en la simulación).
- Paralelización y vectorización (algoritmos que permiten a los métodos de Monte Carlo ser implementados eficientemente en computadoras con arquitecturas más complejas).

### **Variables aleatorias. Funciones de distribución de probabilidad (pdf) y Funciones de distribución acumulada (cdf)**

Una variable aleatoria es una función que a cada resultado posible de un evento aleatorio le asocia un número real. Es decir, es una función definida sobre un espacio muestral. Se dice que una variable aleatoria es discreta si puede tomar cuando más un número infinito de valores, y que es continua si puede tomar cualquier valor en un intervalo dado.

Para hablar acerca de la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor dentro de un intervalo dado es necesario definir a la función de distribución de probabilidad (pdf). El significado de la pdf es que  $f(x)dx$  es la probabilidad de que la variable aleatoria esté en el intervalo  $(x, x + dx)$ , escrita como:

$$\text{prob}(x \leq x' \leq x + dx) = P(x \leq x' \leq x + dx) = f(x)dx$$



**Tabla A.1** Propiedades importantes de las funciones de densidad de probabilidad continuas y discretas

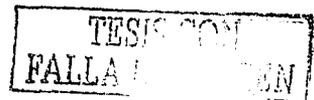
Propiedad	Continua: $f(x)$	Discreta: $\{p_j\}$
Positividad	$f(x) \geq 0 \quad \forall x$	$p_i > 0, \quad \forall i$
Normalización	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$	$\sum_{j=1}^N p_j = 1$
Interpretación	$f(x) dx$ $\text{prob}(x \leq x' \leq x + dx)$	$p_i = \text{prob}(i) = \text{prob}(x_j = x_i)$
Media	$x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$	$x = \sum_{j=1}^N x_j p_j$
Varianza	$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x)^2 f(x) dx$	$\sigma^2 = \sum_{j=1}^N (x_j - x)^2 p_j$

La Figura A.3 muestra una pdf típica e ilustra la interpretación de la probabilidad de encontrar a la variable aleatoria en el intervalo  $(x, x + dx)$  con el área bajo la curva de  $f(x)$  desde  $x$  hasta  $x + dx$ .

También se puede determinar la probabilidad de encontrar a la variable aleatoria en algún lugar del intervalo  $[a,b]$ :

$$\text{prob}(a \leq x \leq b) = P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx \tag{A.2}$$

Existen algunas restricciones sobre esta función. Dado que  $f(x)$  es una densidad de probabilidad, debe ser positiva para todos los valores de la variable aleatoria  $x$ . Más aún, la probabilidad de encontrar a la variable aleatoria en algún lugar del eje real debe ser la unidad. Matemáticamente lo anterior queda representado así:



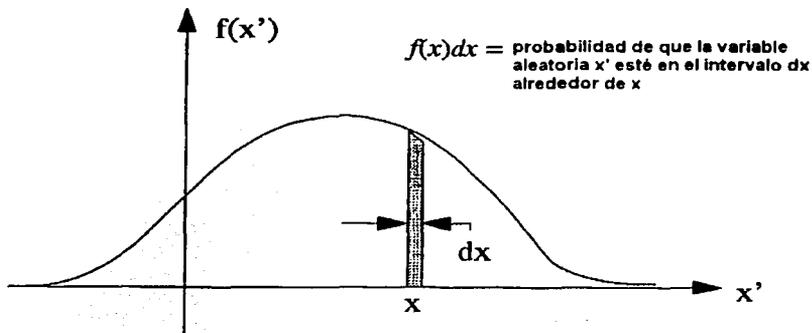


Figura A.3 Función de distribución de probabilidad (pdf) típica

$$f(x) \geq 0, \quad -\infty < x < \infty \quad (\text{A.3})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x') dx' = 1$$

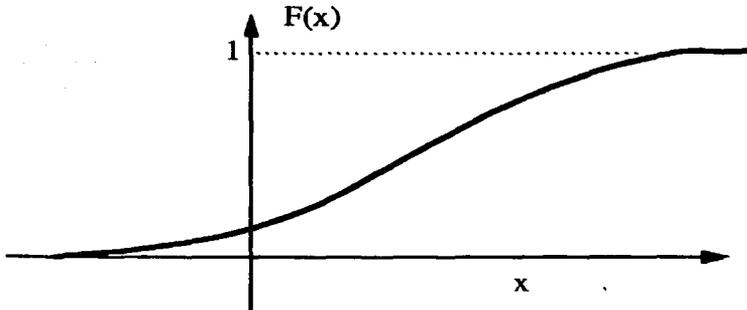
Estas restricciones permiten aplicar los métodos de Monte Carlo para resolver problemas que no tengan carácter estocástico o aleatorio.

La función de distribución acumulada da la probabilidad de que la variable aleatoria  $x'$  sea menor o igual a  $x$ :

$$\text{cdf} \equiv \text{prob}(x' \leq x) \equiv F(x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx' \quad (\text{A.4})$$



Dado que  $F(x)$  cumple con las propiedades (A.3), esta función es monótonamente creciente,  $F(-\infty)=0$  y  $F(\infty)=1$ . La Figura A.4 ilustra el perfil característico de la cdf.



**Figura A.4** Función de distribución de probabilidad acumulada (cdf) típica

#### Generadores de números aleatorios

La esencia de todos los métodos de Monte Carlo es que en algún punto se debe sustituir para una variable aleatoria un conjunto de valores actuales, que posean las propiedades estadísticas de la variable aleatoria. Estos valores que se sustituyen son conocidos como números aleatorios (*random numbers*).

Cuando se usa el término de *número aleatorio* se piensa en la distribución rectangular estándar:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Se emplea el símbolo  $\zeta$  para designar a este número aleatorio. De hecho se usa también para indicar algún número sustituto (como un número pseudoaleatorio), que en la práctica juega el papel de un número aleatorio de la distribución rectangular estándar. Es conveniente suponer que los números están continuamente distribuidos cuando en realidad sólo pueden tomar valores que son múltiplos de un número más pequeño (por ejemplo,  $10^{-10}$  ó  $10^{-3}$ ).

Para trabajar el método de Monte Carlo con lápiz y papel se publicaron tablas de números aleatorios, la más conocida es la de Kendall (1939).

En las computadoras es más conveniente calcular una secuencia de números cada vez que se requiera, a través de una regla específica concebida de tal manera que ninguna prueba estadística detecte desviación alguna del carácter aleatorio. A esta secuencia se le llama *pseudoaleatorio*. La gran ventaja de una regla específica es que dicha secuencia puede ser reproducida exactamente para propósitos de verificación.

La secuencia de números pseudoaleatorios  $\zeta_i$  se obtiene a partir de una secuencia de números positivos  $x_i$ :  $\zeta_i = x_i/m$ , donde  $m$  es un entero positivo. En 1951, Lehmer sugirió otra secuencia de números aleatorios que pueden ser generados a partir de la relación de recurrencia:

$$x_i = ax_{i-1} \pmod{m} \quad (\text{A.6})$$

La relación (A.6) ha sido generalizada a:

$$x_i = ax_{i-1} + c \pmod{m} \quad (\text{A.6a})$$

En (A.6a) el valor de  $m$  está determinado por la computadora (regularmente es una potencia de 2 ó de 10),  $a$ ,  $c$  y  $x_i$  son enteros entre 0 y  $m-1$ . Las fórmulas (A.6) y (A.6a) se conocen como métodos congruentes para generar números pseudoaleatorios. Debe notarse que los números generados en esta manera no pueden ser considerados como independientes. Para lograrlo es necesario elaborar métodos más complicados (Hammersley, 1964).



### Métodos de muestreo estadístico

Los métodos de muestreo se clasifican en dos tipos: *probabilísticos* y *no probabilísticos*. En las muestras probabilísticas, cada miembro de la población tiene una probabilidad distinta de cero de ser escogida. Los métodos probabilísticos incluyen el muestreo aleatorio, el muestreo sistemático, el muestreo estratificado, y el muestreo por cúmulos. En el muestreo no probabilístico los miembros son seleccionados de la población de una manera no azarosa. Aquí se incluyen el muestreo conveniente, el muestreo de opinión, el muestreo de cuota, y el muestreo de "bola de nieve". La ventaja de los métodos probabilísticos es que puede calcularse el error asociado al muestreo. Para propósitos de este trabajo, los métodos que interesan son los probabilísticos.

- **Método aleatorio:** es la forma más simple de muestreo probabilístico. Cada miembro de la población tiene la misma oportunidad de ser seleccionado. En el caso de grandes poblaciones, es regularmente difícil identificar cada miembro de la población por lo que la varianza será mayor.
- **Muestreo sistemático:** muchas veces se usa en lugar del aleatorio. También se le conoce como una técnica de selección del nombre N-ésimo. Una vez que el tamaño de la muestra requerida ha sido calculado, cada registro N-ésimo es seleccionado de una lista de los miembros de la población. Ya que la lista no tiene un orden específico, este método resulta tan bueno como el muestreo aleatorio.
- **Muestreo estratificado:** es el método de muestreo probabilístico más usado ya que reduce el error. En este método la población conformada por N miembros es dividida primero en subpoblaciones que tienen poca incidencia sobre otros llamados estratos o categorías. Estos estratos tienen al menos una característica en común en la población total.
- **Muestreo por cúmulos:** a diferencia del método anterior, en este se cree que los cúmulos son más característicos de una población que las subsecciones. De hecho, los cúmulos no necesitan ser parte de la población total, esto es, son agrupaciones artificiales. El problema radica en que no se esté representando fielmente a la población.



### **Muestreo a partir de las funciones de densidad de probabilidad (pdf)**

Como ya se ha descrito, un método de Monte Carlo pretende simular al sistema físico bajo estudio mediante el muestreo al azar de sus funciones de densidad de probabilidad y por la ejecución de los cálculos necesarios para describir la evolución del sistema. En esencia, la física y la matemática son reemplazados por el muestreo de los posibles estados de sus funciones de distribución. Pero, ¿cómo se obtiene este muestreo a partir de cualquier función de probabilidad continua  $f(x)$  o discreta  $\{p_i\}$ ?

Para responder a la última pregunta es necesario conocer las reglas de transformación de las funciones de densidad de probabilidad. Esto es, dada una función de densidad de probabilidad  $f(x)$ , se define una nueva variable  $y = y(x)$  con la que se pretende encontrar a la función  $g(y)$  que describe la probabilidad de que la variable aleatoria y ocurra.

Primero, la transformación  $y = y(x)$  debe ser única, ya que la relación entre  $x$  y  $y$  debe ser uno a uno y además ser monótonamente creciente o monótonamente decreciente (cualquier otro comportamiento resultaría en una función  $y(x)$  multivaluada).

Supóngase que la transformación  $y(x)$  es monótonamente creciente, esto es,  $dy/dx > 0$  para toda  $x$ . Matemáticamente, la transformación debe conservar la probabilidad, es decir, la probabilidad de que la variable aleatoria  $x'$  ocurra en  $dx$  alrededor de  $x$  debe ser la misma que la probabilidad de que la variable aleatoria  $y'$  ocurra en  $dy$  alrededor de  $y$ . A partir de la definición de las funciones de densidad de probabilidad  $f(x)$  y  $g(y)$ ,

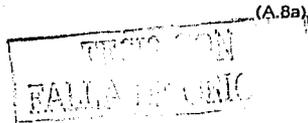
$$\begin{aligned} f(x)dx &= \text{prob}(x \leq x' \leq x + dx) \\ g(y)dy &= \text{prob}(y \leq y' \leq y + dy) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Se tiene que:

$$f(x)dx = g(y)dy \quad (\text{A.8})$$

Luego,

$$g(y) = \left( \frac{f(x)}{dy/dx} \right) \quad (\text{A.8a})$$



Es importante notar que la expresión (A.6a) se mantiene para el caso de una función monótonamente creciente  $y(x)$ . Pero si la función  $y(x)$  es monótonamente decreciente, donde  $dy/dx < 0$  para toda  $x$  entonces se cumple que:

$$g(y) = \frac{f(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|} \quad (\text{A.8b})$$

Combinando los dos casos se llega a la siguiente regla para la transformación de las funciones de densidad de probabilidad:

$$g(y) = \frac{f(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|} \quad (\text{A.9})$$

Para funciones de densidad de probabilidad con  $n$ -dimensiones, la derivada  $|dy/dx|$  es reemplazada por el Jacobiano de la transformación.

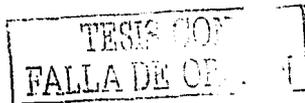
Quizá la transformación más importante ocurre cuando  $y(x)$  representa a la función de distribución acumulada o simplemente función de distribución (cdf):

$$y(x) = F(x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx' \quad (\text{A.10})$$

En ese caso, se tiene que  $dy/dx = f(x)$ , y se encuentra que la función de densidad de probabilidad (pdf) para la transformación viene dada por:

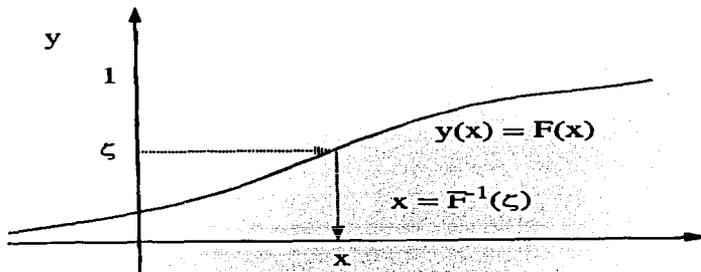
$$g(y) = 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (\text{A.11})$$

En otras palabras, la función de distribución acumulada (cdf) está siempre uniformemente distribuida en el intervalo  $[0,1]$  independientemente de la función de densidad de probabilidad (pdf). Este resultado tiene implicaciones importantes para el muestreo de cualquier función pdf.



**Muestreo mediante la inversión de la función de distribución acumulada (cdf)**

Dado que la variable aleatoria  $x$  y la función de distribución acumulada  $F(x)$  son uno-a-uno, es posible obtener una muestra a partir de  $y = F(x)$  y así calcular la función inversa  $x = F^{-1}(y)$ . De acuerdo con la ecuación (A.11), la función de distribución acumulada (cdf) se encuentra uniformemente distribuida sobre el intervalo  $[0,1]$ , o bien,  $U[0,1]$ . De allí que solamente se requiere de un generador de números aleatorios (**Random Number Generator**) para crear una muestra  $\zeta$  de la función cdf. Entonces el valor de  $x$  queda determinado por la función inversa,  $x = F^{-1}(\zeta)$ . A esto se le conoce como "*La Regla de Oro para el Muestreo*" (von Neumann, 1987). En la Figura A.5 se ilustra gráficamente el muestreo mediante la transformación de la función de distribución acumulada (cdf).



**Figura A.5** Muestreo que emplea la inversa de la función de distribución de probabilidad acumulada (cdf).

## APÉNDICE B: Demostración física de la probabilidad de ganancia o de pérdida de energía por una partícula debida a un campo de fuerza estocástico

---

Cuando una partícula se mueve con velocidad inicial  $V_0$  y durante un tiempo  $t$  sufre una aceleración  $a$ , es importante conocer el ángulo  $\theta$  que se forma entre  $V_0$  y  $a$  para que  $V_0$  tenga la misma magnitud que la velocidad final  $V_f$ . Para encontrar la expresión matemática que lo describa se efectúa el siguiente desarrollo.

Sea una partícula con velocidad inicial  $V_0 = (V_0, 0, 0)$ . Entonces la velocidad final estará dada por:

$$V_f = (V_0 + a_x t, a_y t, a_z t) \quad (B.1)$$

donde  $a_x$ ,  $a_y$  y  $a_z$  son las componentes de la aceleración en cada dirección espacial.

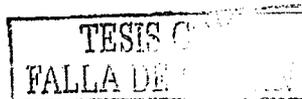
Se desea que la magnitud de las velocidades inicial y final sean iguales, para lo cual debe cumplirse que:

$$V_0^2 + 2V_0 a_x t + (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)t^2 = V_0^2 \quad (B.2)$$

Pero  $a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = a^2$  donde  $a = |a|$ . De (B.2) se obtiene que:

$$\frac{a_x}{a} = -\frac{a t}{2 V_0} \quad (B.3)$$

Por otro lado se sabe que  $a_x = a \cos\theta$  (obsérvese que  $\theta$  es constante y representa el ángulo que forma la fuerza  $F$  y la velocidad  $V_0$  cuando esta última cantidad no cambia), así que la ecuación (B.3) se transforma en:



$$\cos\theta = -\frac{a t}{2 V_0} = -\frac{F t}{2 m V_0} \tag{B.4}$$

donde  $F$  es la magnitud del vector fuerza actuante y  $m$  es la masa de la partícula. El numerador  $Ft$  representa el impulso  $I$  que da la fuerza y  $mV_0$  es el momento inicial  $P_0$  de la partícula. Por lo tanto:

$$\cos\theta = -\frac{I}{2 P_0} \tag{B.4a}$$

En la Figura B. 1 se ilustra una partícula con momento inicial  $P_0$  sometida a un impulso  $I$  de dirección aleatoria. Cuando la partícula se desplaza hasta alcanzar el momento final  $P_f$ , el vector  $\Delta P$  ( $P_f - P_0$ ) es paralelo al vector  $I$ . El ángulo crítico  $\theta$  formado por los vectores  $P_0$  e  $I$  posee la propiedad única de que la magnitud de  $\Delta P$  es igual a la magnitud de  $I$  (o de la fuerza  $F$ ).

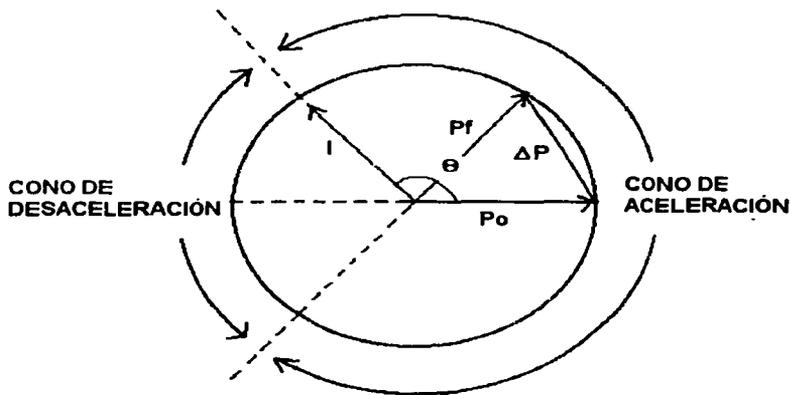


Figura B.1 Cono de direcciones en el cual una partícula de momento inicial  $P_0$  e impulso  $I$  gana o pierde energía.

Si  $\theta_r$  es el ángulo que forma  $F$  con  $V_0$  y es menor que  $\theta$ , entonces la partícula ganará energía. Por el contrario, si  $\theta_r > \theta$  la partícula perderá energía. El caso extremo se tiene cuando  $1 > 2p_0$  donde el ángulo  $\theta$  no existe y cualquier valor de  $\theta_r$  produce ganancia de energía. Pero, ¿cuál es la probabilidad de que gane o pierda energía?

La probabilidad de ganancia  $P_g$  y la probabilidad de pérdida  $P_p$  están dadas por las expresiones:

$$P_g = \frac{\Psi_g}{4\pi} \quad (B.5)$$

$$P_p = \frac{\Psi_p}{4\pi}$$

donde  $\Psi_g$  es el ángulo sólido formado por el cono de ganancia y  $\Psi_p$  es el ángulo sólido formado por el cono de pérdida. Dado que  $P_g + P_p = 1$  se sigue que  $\Psi_g + \Psi_p = 4\pi$ . En particular se deduce que:

$$\Psi_g = 4\pi - \Psi_p \quad (B.6)$$

$\Psi_p$  será la superficie de un casquete esférico unitario y ángulo  $\xi = \pi - \theta$ .  $\theta$  es el ángulo mostrado en la Figura B.1.

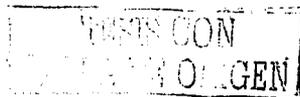
La superficie de dicho casquete viene dada por:

$$\Psi_p = A_s + A_{11} = 2\pi h + \pi d^2 \quad (B.7)$$

Sólo interesa la cara plana, de tal manera que la expresión (B.7) se reduce, luego de utilizar la ley de cosenos para determinar la magnitud de  $b$  ( $d^2 = 2 - 2\cos \xi$ ) a:

$$\Psi_p = 2\pi(1 + \cos \theta) = 2\pi \left( 1 - \frac{1}{2p_0} \right) \quad (B.8)$$

Sustituyendo (B.8) en (B.6) se establece que:



$$\Psi_g = 2\pi \left( 1 + \frac{I}{2P_0} \right) \tag{B.9}$$

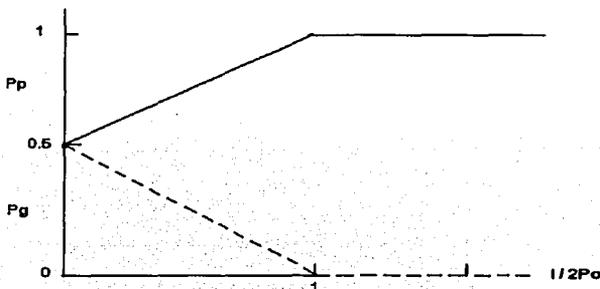
Finalmente se obtienen las probabilidades de ganancia y pérdida de energía a partir de las ecuaciones (B.5), (B.8) y (B.9):

$$P_g = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{I}{2P_0} \right)$$

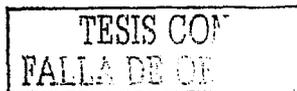
$$P_p = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{I}{2P_0} \right) \tag{B.10}$$

La Figura B.3 muestra la gráfica correspondiente a la probabilidad de ganancia y la correspondiente a la probabilidad de pérdida de energía ambas en función de  $I/2P_0$ .

De la gráfica es evidente que  $P_g$  siempre es mayor que  $P_p$ , excepto en el caso en que  $I/2P_0 = 0$  donde son iguales a 0.5.



**Figura B.3** Gráfica de la probabilidad de ganancia de energía  $P_g$  y de la probabilidad de pérdida de energía  $P_p$  en función de la razón entre el impulso y el momento inicial de la partícula.



## Referencias

- Atreya, S.K., J. H. White Jr., T. M. Donahue, A. F. Nagy, and J. C. McConnell, Theory, measurements, and models of the upper atmosphere and ionosphere of Saturn in *Saturn*, edited by T. Gehrels and M. S. Matthews, 239-281, 1986.
- Barnes, A., Acceleration of the solar wind, *Rev. Geophys.* **30**, 43, 1992.
- Baum, W. A., T. Kreidl, J. A. Westphal, G. E. Danielson, P. K. Seidelmann, and D. Pasco, Saturn's E ring. I. CCD observations of march 1980, *Icarus* **47**, 84-96, 1981.
- Belcher, J. W., R. L. McNutt, and J. D. Richardson, Thermal plasma in outer planet magnetospheres, *Adv. Space Res.* **10**(1), 5-13, 1990.
- Blake, J. B., H. H. Hilton, and S. M. Margolies, On the injection of cosmic ray secondaries into the inner Saturnian magnetosphere. I. Protons from the CRAND process. *J. Geophys. Res.* **88**, 803-807, 1983.
- Blandford, R. D., Particle acceleration mechanisms, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **90**, 515-520, 1994.
- Boischot, A., Y. Leblanc, A. Lecacheux, B. M. Pedersen, and M. L. Kaiser, Arc structure in Saturn's radio dynamic spectra, *Nature* **292**, 727-728, 1981.
- Bridge, H. S., J. W. Belcher, A. J. Lazarus, S. Olbert, J. D. Sullivan, F. Bagenal, P. R. Gazis, R. E. Hartle, K. W. Ogilvie, J. D. Scudder, E. C. Sittler, A. Eviatar, G. L. Siscoe, C. K. Goertz and V. M. Vasyliunas, Plasma observations near Saturn: Initial results from Voyager 1, *Science* **212**(10), 217-224, 1981.
- Bridge, H. S., F. Bagenal, J. W. Belcher, A. J. Lazarus, R. L. McNutt, J. D. Sullivan, P. R. Gazis, R. E. Hartle, K. W. Ogilvie, J. D. Scudder, E. C. Sittler, A. Eviatar, G. L. Siscoe, C. K. Goertz and V. M. Vasyliunas, Plasma observations near Saturn: Initial results from Voyager 2, *Science* **215**, 563-570, 1982.
- Broadfoot, A.L., B. R. Sandel, D. E. Shemansky, J. B. Holberg, G. R. Smith, D. F. Strobel, J. C. McConnell, S. Kumar, D. M. Hunten, S. K. Atreya, T. M. Donahue, H. W. Moos, J. L. Bertaux, J. E. Blamont, R. B. Pomphrey, and S. Linick, Extreme ultraviolet observations from Voyager 1 encounter with Saturn, *Science* **212**, 206-211, 1981.
- Büchner J., Particle acceleration in the magnetosphere, in *AIP Conference Proceedings* **264**, *Particle acceleration in cosmic plasmas*, edited by G. P. Zank and T. K. Gaisser, 15-26, 1991.
- Burns, J. A., M. R. Showalter, J. N. Cuzzi, and R. H. Durisen, Saturn's electrostatic discharges: could lightning be the cause?, *Icarus* **54**, 280-295, 1983.
- Burns, J. A., The evolution of satellite orbits in *Satellites*, edited by J. A. Burns and M. S. Matthews, 117-158, 1986.
- Carbary, J. F., and S. M. Krimigis, Charged particle periodicity in the Saturnian magnetosphere, *Geophys. Res. Letters* **9**, 1073-1076, 1982.
- Chamberlain, J. W., *Physics of the aurora and airglow* (Academic Press, USA, 1961).
- Chambers, J., W. Cleveland, B. Kleiner, and P. Tukey, *Graphical Methods for Data Analysis*, (Wadsworth, USA, 1983).
- Christiansen E. H., and W. K Hamblin, *Exploring the planets* (Prentice Hall, USA, 1995).
- Cheng, A. F., P. K. Haff, R. E. Johnson, and L. J. Lanzerotti, Interactions of planetary magnetospheres with icy satellite surfaces in *Satellites*, edited by J. A. Burns and M. S. Matthews, 403-436, 1986.
- Colgate, S. A. and R. H. White, The hydrodynamic behavior of supernovae explosions, *Astrophysical Journal* **143**, 626-681, 1966.

- Coroniti, F. V. and C. F. Kennel, Magnetospheric reconnection, substorms, and energetic particle acceleration, *AIP Conference Proceedings* **56**, 169-178, 1979.
- Cruikshank, D. P., J. F. Bell, M. J. Gaffey, R. H. Brown, R. Howell, C. Beerman, and M. Rognstad, The dark side of Iapetus, *Icarus* **53**, 90-104, 1983.
- Cuzzi, J. N., Physical properties of Saturn's rings, *Proceedings "Planetary Rings/Anneaux des Planètes Conference"*, Toulouse, France, 1982 (abstract).
- Desch, M.D., and M. L. Kaiser, Voyager measurement of the rotation period of Saturn's magnetic field, *Geophys. Res. Lett.* **9** (3), 253-256, 1981.
- Eviatar, A., G. L. Siscoe, J. D. Scudder, E. C. Jr. Sittler, and J. D. Sullivan, The plumes of Titan, *J. Geophys. Res.* **87**, 8091-8103, 1982.
- Eviatar, A., R. L. Jr. McNutt, G. L. Siscoe, and J. D. Sullivan, Heavy ions in the outer Kronian magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **88**, 823-831, 1983.
- Eviatar, A., and M. Podolak, Titan's gas and plasma torus, *J. Geophys. Res.* **89**, 3821-3828, 1984.
- Fermi, E., *Phys. Rev.* **75**, 1169, 1949.
- Fillius, W., W. H. Ip, and C. E. McIlwain, Trapped radiation belts of Saturn: First look, *Science* **207**, 425-431, 1980.
- Frank, L. A., B. G. Burek, K. L. Ackerson, J. H. Wolfe, and J. D. Mihalov, Plasmas in Saturn's magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **85**, 5695-5708, 1980.
- Fujimoto, M. and A. Nishida, Monte Carlo simulation of energization of jovian trapped electrons by recirculation, *J. Geophys. Res.* **95**(A4), 3841-3853, 1990.
- Gautier, D., and T. Owen, Composition of outer planet atmospheres. In *Origin and evolution of planetary and satellite atmospheres*, edited by S. K. Atreya, J. B. Pollack, and M. S. Matthews, 487-512, 1989.
- Grabbe, C. L., Auroral kilometric radiation: a theoretical review, *Rev. Geophys. Space Sci.* **19**, 627-634, 1981.
- Gurnett, D. A., W. S. Kurth, and F. L. Scarf, Plasma waves near Saturn: Initial results from Voyager 1, *Science* **212**, 235-239, 1981.
- Hammersley, J. M. and D. C. Handscomb, *Monte Carlo Methods* (Monographs on Applied Probability and Statistics, edited by M. S. Bartlett and D. R. Cox, London Chapman and Hall, USA, 1964).
- Hartle, R. E., E. C. Jr. Sittler, K. W. Ogilvie, J. D. Scudder, A. J. Lazarus, and S. K. Atreya, Titan's ion exosphere observed from Voyager 1, *J. Geophys. Res.* **87**, 1383-1394, 1982.
- Hubbard, W. B., J. J. MacFarlane, J. D. Anderson, G. W. Null, and E. D. Biller, Interior structure of Saturn inferred from Pioneer 11 gravity data, *J. Geophys. Res.* **85**, 5909-5916, 1980.
- Hubbard, W. B., and D. J. Stevenson, Interior Structure of Saturn. In *Saturn*, edited by T. Gehrels and M.S. Matthews, 47-87, 1984.
- Hubbard, W. B., Structure and composition of giant planet interiors. In *Origin and evolution of planetary and satellite atmospheres*, edited by S. K. Atreya, J. B. Pollack, and M. S. Matthews, 539-563, 1989.
- Hunten, D. M., Titan's atmosphere and surface in *Planetary satellites*, edited by J. A. Burns, 430-437, 1977.
- Ip, W. H., Thermal plasma composition in Saturn's magnetosphere, *Planetary and Space Science* **48**, 775-783, 2000.
- Johnson, T.V. and S. K. Atreya, Outer planets, *Adv. Space Res.* **10**(1), 1990.
- Jokipii, J. R., Introductory lecture in *AIP Conference Proceedings* **56**, Particle acceleration mechanisms in Astrophysics, edited by J. Arons, M. Claire and C. McKee, 1-9, 1979.
- Jurac, S., R. E. Johnson and J. D. Richardson, Saturn's E ring and production of the neutral torus, *Icarus*, 2000.
- Kaiser, M. L., M. D. Desch, J. W. Warwick, and J. B. Pearce, Voyager detection of nonthermal radio emission from Saturn, *Science* **209**, 1238-1240, 1980.

TESIS  
FALLA DE

- Kaiser, M. L., and M. D. Desch, Saturnian kilometric radiation: source locations, *J. Geophys. Res.* **87**, 4555-4559, 1982.
- Kaiser, M. L., M. D. Desch, W. S. Kurth, A. Lecacheux, F. Genova, B. M. Pedersen, and D. R. Evans, Saturn as a radio source in *Saturn*, edited by T. Gehrels and M.S. Matthews, 378-415, 1984.
- Kendall, M.G. and B. Babington Smith, Tables of random sampling numbers, *Tracts for Computers*, **24**, Cambridge University Press, 1939.
- Krimigis, S. M., T. P. Armstrong, W. I. Axford, C. O. Bostrom, G. Gloeckler, E. P. Keath, L. J. Lanzerotti, J. F. Carbary, D. C. Hamilton and E. C. Roelof, Low-Energy charged particles in Saturn's magnetosphere: Results from Voyager 1, *Science* **212**(10), 225-231, 1981.
- Krimigis, S. M., T. P. Armstrong, W. I. Axford, C. O. Bostrom, G. Gloeckler, E. P. Keath, L. J. Lanzerotti, J. F. Carbary, D. C. Hamilton and E. C. Roelof, Low-Energy hot plasma and particles in Saturn's magnetosphere, *Science* **215**(29), 571-577, 1982.
- Krimigis, S. M., J. F. Carbary, E. P. Keath, T. P. Armstrong, L. J. Lanzerotti and G. Gloeckler, General Characteristics of Hot Plasma and Energetic Particles in the Saturnian Magnetosphere: Results from the Voyager Spacecraft, *J. Geophys. Res.* **88**(A11), 8871-8892, 1983.
- Kuijpers, J., Particle acceleration in *Plasma Astrophysics, EADN Astrophysics School VII, San Miniato, Italy*, edited by C. Chiuderi and G. Einaudi, 1994.
- Kulsrud, R., Stochastic acceleration by hydromagnetic turbulence, *AIP Conference Proceedings* **56**, Particle acceleration mechanisms in *Astrophysics*, edited by J. Arons, M. Claire and C. McKee, 1979.
- Langmuir, I., The interaction of electron and positive ion space charges in cathode sheaths, *Phys. Rev.* **33**, 954, 1929.
- Lazarus, A. J., and R. L. Jr. McNutt, Low energy plasma ion observations in Saturn's magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **88**, 8831-8846, 1983.
- Lee, L. C., J. R. Kan, and C. S. Wu, Generation of AKR and the structure of auroral acceleration region, *Planet. Space. Sci.* **28**, 703-711, 1980.
- Lehmer, D.H., Mathematical methods in large-scale computing units, *Ann. Comp. Lab. Harvard Univ.*, **26**, 141-146, 1951.
- Lepping, R. P., L. F. Burlaga, and L. W. Klein, Surface waves on Saturn's magnetopause, *Nature* **292**, 750-753, 1981.
- Lewis, J. S., Satellites of the outer planets: Thermal models, *Science* **172**, 1127-1128, 1971.
- Lunine, J. I., D. J. Stevenson, and Y. L. Yung, Ethane ocean on Titan, *Science* **222**, 1229-1230, 1983.
- Lyons, L. R., R. M. Thorne, and C. F. Kennel, Pitch angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere, *J. Geophys. Res.* **77**, 3455-3474, 1972.
- Maurice, S., M. Engle, M. Blanc, and S. Skubis, The geometry of Saturn's magnetosphere. *J. Geophys. Res.* **101**, 27053-27059, 1996.
- McDonald, F. B., A. W. Schardt, and J. H. Trainor, If you've seen one magnetosphere you haven't seen them all: Energetic particle observations in the Saturnian magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **85**, 5813-5830, 1980.
- Melrose, D. B., *Plasma Astrophysics: Nonthermal Processes in Diffuse Magnetized Plasmas, Vol. 1 y 2*, Gordon and Breach Science Publishers, Inc., USA, 1980.
- Melrose, D. B., The Sun as a Lab for particle acceleration mechanisms in *AIP Conference Proceedings* **264**, Particle acceleration in cosmic plasmas, edited by G. P. Zank and T. K. Gaisser, 3-13, 1991.
- Moore, J. M., V. M. Horner, and R. Greeley, The geomorphology of Rhea. NASA TM-87563 (abstract), 1984.
- Morrison, D., T. Owen and L. A. Soderblom, The satellites of Saturn. In *Satellites*, edited by J. A. Burns and M. S. Matthews, 764-801, 1986.

- Ness, N. F., M. H. Acuña, R. P. Lepping, J. E. P. Connerney, K. W. Behannon, L. F. Burlaga and F. M. Neubauer, Magnetic field studies by Voyager 1: preliminary results at Saturn, *Science* **212**(10), 211-217, 1981.
- Neubauer, F. M., Satellite plasma interactions, *Adv. Space Res.* **10**(1), 25-38, 1990.
- Neubauer, F. M., D. Gurnett, J. Scudder, and R. Hartle, Titan's magnetospheric interaction. In *Saturn*, eds. T. Gehrels and M. S. Matthews, 760-787, 1984.
- Neubauer, F. M., Possible strengths of dynamo magnetic fields of the Galilean satellites and of Titan, *Geophys. Res. Lett.* **5**, 905-908, 1978.
- Neumann, Los Alamos Science, 135, 1987.
- Nishida, A. and M. Fujimoto, Energetization process of trapped particles in outer planets, *Adv. Space Res.* **10**(1), 65-68, 1990.
- Park, B. T. and Vahe Petrosian, Fokker-Planck equations of stochastic acceleration: a study of numerical methods, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **103**, 255-267, 1986.
- Pérez-Enríquez, R. and H. Durand-Manterola, Stochastic particle acceleration by a random electric field in coronal loops, *Geofísica Internacional* **31**(1), 47-49, 1992.
- Pérez de Tejada, J. H. A., Tesis de licenciatura dirigida por T. Northrop, 1965.
- Perkins, F. W., *J. Geophys. Res.* **73**, 6631, 1968.
- Petropoulos, B., and A. Georgakias, Physical parameters for the Saturn atmosphere computed by using Voyager data, *Adv. Space Res.* **7**(12), 33-37, 1987.
- Petschek, H. E., Magnetic field annihilation in *The Physics of Solar Flares*, edited by W. N. Hess, NASA SP-50, 425, 1964.
- Piddington J. H., *Cosmic Electrodynamics*, edited by John Wiley & Sons, Inc., USA, 1981.
- Plescia, J. B. and J. M. Boyce, Crater numbers and geological histories of Iapetus, Enceladus, Tethys, and Hyperion, *Nature* **301**, 666-670, 1983.
- Pollack, J. B., The rings of Saturn, *Space Sci. Rev.* **18**, 3-93, 1975.
- Providakes, J. and C. E. Seyler, Collisional electrostatic ion cyclotron waves as a possible source of energetic heavy ions in the magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **95**(A4), 3855-3870, 1990.
- Richardson, J., A. Eviatar and G. L. Siscoe, Satellite tori at Saturn, *J. Geophys. Res.* **91**, 8749-8755, 1986.
- Roederer, J. G., On the adiabatic motion of energetic particles in a model magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **72**, 981-992, 1967.
- Safronov, V. S., Formation of the Solar System, in *CNES Planetary Rings*, 647-659, 1984.
- Sandel, B. R., D. Shemansky, A. Broadfoot, J. Bertaux, J. Blamont, M. J. S. Belton, J. M. Ajello, J. B. Holberg, S. K. Atreya, T. M. Donahue, H. W. Moos, D. F. Strobel, J. C. McConnell, A. Dalgarno, R. Goody, M. B. McElroy and P. Z. Takacs, Extreme ultraviolet observations from the Voyager 2 encounter with Saturn, *Science* **215**, 548-553, 1982.
- Scarf, F. L., D. A. Gurnett, W. S. Kurth, and R. L. Poynter, Voyager plasma wave observations at Saturn, *Science* **215**, 587-594, 1982.
- Scarf, F. L., L. A. Franck, D. A. Gurnett, L. J. Lanzerotti, A. Lazarus and E. C. Sittler Jr., Measurements of plasma, plasma waves, and suprathermal charged particles in Saturn's inner magnetosphere in *Saturn*, edited by T. Gehrels and M.S. Matthews, 318-353, 1984.
- Schardt, A. W., and F. B. McDonald, The flux and source of energetic protons in Saturn's inner magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **88**, 8923-8935, 1983.
- Schardt, A. W., W. S. Kurth, R. P. Lepping, and C. G. MacLennan, Particle acceleration in Saturn's outer magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **90**(A9), 8539-8542, 1985.
- Schardt, A. W., W. Behannon, R. P. Lepping, J. F. Carbary, A. Eviatar, and G. L. Siscoe, The outer magnetosphere in *Saturn*, edited by T. Gehrels and M. S. Matthews, 417-459, 1986.
- Schatzmann, E., On the acceleration of particles in shock fronts, *Ann. Astrophys.* **26**, 234, 1963.



- Schubert, G., T. Spohn, and R. T. Reynolds, Thermal histories, compositions, and internal structures of the moons of the Solar System in *Satellites*, edited by J. A. Burns and M. S. Matthews, 224-292, 1986.
- Scudder, J. D., E. C. Jr. Sittler, and H. S. Bridge, A survey of the plasma electron environment of Jupiter: a view from Voyager, *J. Geophys. Res.* **86**, 8157-8179, 1981.
- Shemansky, D. and G. R. Smith, Whence comes the "Titan" torus. *Eos: Trans. AGU* **63**, 1019, 1983.
- Showalter, M. R., J. N. Cuzzi, E. A. Marouf, and L. W. Esposito, Satellite wakes and the orbit of the Encke gap moonlet, *Bull. Amer. Astron. Soc.* **17**, 716 (abstract), 1985.
- Sittler, E. C., Jr., K. W. Ogilvie, and J. D. Scudder, Survey of low energy plasma electrons in Saturn's magnetosphere: Voyager 1 and 2, *J. Geophys. Res.* **88**, 8847-8870, 1983.
- Smith, E. J., L. Davis Jr., D. E. Jones, P. J. Coleman Jr., D. S. Colburn, P. Dyal, and C. P. Sonett, Saturn's magnetic field and magnetosphere, *Science* **207**, 407-410, 1980.
- Speiser, T. W., *J. Geophys. Res.* **70**, 1717, 1965.
- Stephens, M. A., *EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons*, Journal of the American Statistical Association **69**, 730-737, 1974.
- Swann, W. F. G., *Phys. Rev.* **44**, 224, 1933.
- Sweet, P.A., The neutral point theory of solar flares in *Electromagnetic phenomena in cosmical physics*, edited by B. Lehnert, Cambridge University Press, 1958.
- Syrovatskii, S. I., The Stability of Plasma in a Nonuniform Magnetic Field and the Mechanism of Solar Flares, *Astronomicheskii Zhurnal* **39**, 987, 1962.
- Tholen, D. J., and B. Zellner, Eight-color photometry of Hyperion, Iapetus, and Phoebe, *Icarus* **53**, 341-347, 1982.
- Thomas, P., J. Veverka, D. Morrison, M. Davies, and T. V. Johnson, Saturn's small satellites: Voyager imaging results, *J. Geophys. Res.* **88**, 8743-8754, 1983.
- Van Allen, J. A., B. A. Randall, and M. F. Thomsen, Sources and sinks of energetic electrons and protons in Saturn's magnetosphere, *J. Geophys. Res.* **85**, 5679-5694, 1980.
- Van Allen, J. A., Energetic particles in the inner magnetosphere of Saturn, in *Saturn*, edited by T. Gehrels and M.S. Matthews, 281-317, 1984.
- Vogt, R. E., D. L. Chenette, A. C. Cummings, T. L. Garrard, E. C. Stone, A. W. Schardt, J. H. Trainor, N. Lal and F. B. McDonald, Energetic charged particles in Saturn's magnetosphere: Voyager 1 results, *Science* **212**(10), 231-234, 1981.
- Vogt, R. E., D. L. Chenette, A. C. Cummings, T. L. Garrard, E. C. Stone, A. W. Schardt, J. H. Trainor, N. Lal and F. B. McDonald, Energetic charged particles in Saturn's magnetosphere: Voyager 2 results, *Science* **215**(29), 577-582, 1982.
- Warwick, J. W., J. B. Pearce, D. R. Evans, T. D. Carr, J. J. Schauble, J. K. Alexander, M. L. Kaiser, M. D. Desch, B. M. Pedersen, A. Lecacheux, G. Daigne, A. Boischoit, and C. H. Barrow, Planetary radio astronomy observations from Voyager 1 near Saturn, *Science* **212**, 239-243, 1981.
- Warwick, J. W., D. R. Evans, J. H. Romig, J. K. Alexander, M. D. Desch, M. L. Kaiser, M. Aubier, Y. Leblanc, A. Lecacheux, and B. M. Pedersen, Planetary radio astronomy observations from Voyager 2 near Saturn, *Science* **215**, 582-587, 1982.
- Warwick, J. W., J. H. Romig, and D. R. Evans, Saturn electrostatic discharges. Proceedings "Planetary Rings/Anneaux des Planètes Conference", Toulouse, France, 1982 (abstract).
- Wolf, D. A., and F. M. Neubauer, Titan's highly variable plasma environment, *J. Geophys. Res.* **87**, 881-885, 1982.
- Wolfe, J. H., J. D. Mihalov, H. R. Collard, D. D. McKibben, L. A. Frank, and D. S. Intriligator, Preliminary results on the plasma environment of Saturn from the Pioneer 11 plasma analyzer experiment, *Science* **207**, 403-407, 1980.

TESIS COP  
FALLA DE OR

**Bibliografía complementaria**

- Alfvén, H. and C. G. Fälthammar, *Cosmical electrodynamics. Fundamental principles* (Oxford University Press, UK, 1963).
- Arfken, G. B., *Mathematical methods for physicists* (Academic Press, USA, 1995).
- Averill M. L., and W. D. Keltan, *Simulation modeling and analysis* (McGraw-Hill, USA, 1991).
- Edgar, L. Stacey, *Fortran for the 90's. Problem Solving for Scientists and Engineers* (Computer Science Press, UK, 1992)
- Fröberg C. E., *Numerical Mathematics. Theory and Computer Applications* (Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1985).
- Greiner, W., L. Neise, and H. Stöcker, *Thermodynamics and Statistical Mechanics* (Springer-Verlag, Germany, 1995).
- Hahn, D. Brian, *Fortran 90 for Scientists and Engineers* (Arnold, Great Britain, 1997).
- Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, USA, 1999).
- Kallenrode, M., *Space Physics. An introduction to plasmas and particles in the heliosphere and magnetospheres* (Springer-Verlag, Germany, 1998).
- Kivelson, M. G., and C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (Cambridge University Press, USA, 1997).
- Lewis, J. S., *Physics and Chemistry of the Solar System* (Academic-Press, USA, 1995).
- Priest E. R., *Solar Magnetohydrodynamics* (Geophysics and Astrophysics Monographs 21, D. Reidel Publishing Company, USA, 1981).
- Wackerly, D. D., W. Mendelhall III, and R. L. Scheaffer, *Mathematical Statistics with applications* (Duxbury Advanced Series, USA, 2002).

