

0323

3



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

FÍSICA DE PROYECTILES BALÍSTICOS VOLCÁNICOS Y
DELIMITACIÓN DE ZONAS DE PELIGRO POR SU IMPACTO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

FÍSICO

PRESENTA:

MIGUEL ÁNGEL ALATORRE IBARGÜENGOITIA



DIRECTOR DE ESTUDIOS PROFESIONALES
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES

Dr. HUGO DELGADO GRAMADOS



2003

FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Física de proyectiles balísticos volcánicos y delimitación de zonas de peligro
por su impacto"

realizado por Alatorre Ibargüengoitia Miguel Angel
con número de cuenta 9850376-6 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

A t e n t a m e n t e

Director de Tesis
Propietario

Dr. Hugo Delgado Granados

Propietario

Dr. Catalina Elizabeth Stern Forbach

Propietario

Dr. Jorge Daniel Carlos Canto Illa

Suplente

Dr. Javier Francisco Pacheco Alvarado

Suplente

Fís. Andrés Valentín Porta Contreras

Consejo Departamental de



DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura
FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Dedicatoria

Dios

Porque me dio vida en un mundo de belleza, volcanes y amigos

Mis papás

Porque los quiero

Paulina y Jerónimo

Mis mejores hermanos

Julieta

Por ser ella

Jorge y Rogelio

Compañeros insustituibles en la batalla

Mis amigos:

Elvia, Berenice, Blanca Estela, Fabiola, Alejandra, Diana, Héctor, David y Gustavo
 Ruth, Pacho, Armando, Tania y Gerardo
 Paty, Bety, Vicky y Roberto
 Emiliano, Juan Carlos y Jorge
 Paty, Beto, Isaac y Charly
 Flavio y Andrea

Y a tantos otros con los que he compartido la vida

Sergio Osorio

Mi abuelita

Roberto, Ángeles y Eduardo
 Que ya me esperan más allá de las nubes

Mis numerosos tíos y primos
 Que forman parte de mi historia y de mi mismo

A los que esta tesis les podrá servir

A los que no han tenido las mismas oportunidades que yo

Agradecimientos

Al Dr. Hugo Delgados Granados, por la dirección del trabajo, su apoyo incondicional y su confianza.

A mis sinodales, por la revisión del trabajo, así como sus valiosos comentarios y sugerencias:

Dra. Catalina Stern

Dr. Jorge Canto

Dr. Javier Pacheco

Fis. Andrés Porta

A Miguel Ángel Alatorre Mendieta y Guadalupe Ibarguengoitia por su revisión de las primeras versiones de la tesis y porque sin ellos y su apoyo este trabajo nunca se hubiera realizado.

A Patricia Julio por haberme involucrado en el estudio de los ballsticos volcánicos.

Al Dr. Carlos Escalante y al Ing. Joel Carvajal, que facilitaron el túnel de viento subsónico de la División de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM para la realización de los experimentos de este trabajo.

A Miguel Ángel Alatorre Mendieta y a Jerónimo Alatorre por su invaluable apoyo en la realización de los experimentos en el túnel de viento, por sus ideas y su entusiasmo.

Al personal del Taller Mecánico de la Facultad de Ciencias de la UNAM que fabricó la pieza para poder sostener los fragmentos volcánicos en el túnel de viento.

A la Dra. Catalina Stern por su apoyo incondicional y por prestarnos la cámara de video digital y el equipo necesario para obtener las fotografías de la visualización del flujo alrededor de los distintos objetos.

Al M. en I. Roberto Quaas por facilitarnos el acceso al acervo videográfico del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) para la observación de videos de distintos eventos explosivos del volcán Popocatepetl.

Al Ing. Isaac Abimelec que nos facilitó los datos topográficos de los volcanes Popocatepetl, Colima y Concepción de Nicaragua para la elaboración de los mapas de peligro presentados en este trabajo.

A Ignacio Nuñez por facilitarnos el video de una explosión del volcán Popocatepetl.

A Martha Navarro por integrarnos en el trabajo del volcán Concepción de Nicaragua.

Al Instituto de Geofísica de la UNAM y al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e innovación tecnológica (PAPIIT) por su financiamiento económico durante la realización de la tesis.

A mis profesores y compañeros de la licenciatura, por su enseñanza, su testimonio y su formación. En particular quiero resaltar la labor del profesor Alejandro López Yañez por su ejemplo y su entusiasmo por enseñar.

Y a las muchas personas que me asistieron y me apoyaron de alguna forma a lo largo del desarrollo de esta tesis...

Tabla de contenido

Tabla de contenido.....	vii
Nomenclatura.....	ix
Lista de figuras.....	xi
Lista de tablas.....	xiv
Resumen.....	xvi
Capítulo 1: Introducción.....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Revisión de trabajos previos.....	1
1.3 Objetivos.....	4
1.3.1 <i>Objetivo general</i>	4
1.3.2 <i>Objetivos particulares</i>	4
1.4 Hipótesis.....	5
1.5 Metodología.....	5
1.6 Organización del trabajo.....	6
Capítulo 2: Volcanismo explosivo.....	8
2.1 Explosiones volcánicas y proyectiles balísticos volcánicos.....	8
2.2 Tipos de explosiones volcánicas.....	10
2.2.1 <i>Erupciones plinianas</i>	12
2.2.2 <i>Erupciones strombolianas</i>	15
2.2.3 <i>Erupciones vulcanianas</i>	17
2.2.4 <i>Explosiones freatomagmáticas</i>	19
2.3 Parametrización de escenarios explosivos.....	21
Capítulo 3: Trayectoria de los proyectiles balísticos.....	26
3.1 Fuerzas que actúan sobre los proyectiles balísticos volcánicos.....	26
3.2 Coeficiente de arrastre.....	32
3.2.1 <i>Coefficientes de arrastres utilizados en cálculos de balísticos volcánicos</i>	37
3.2.2 <i>Experimentos en túnel de viento subsónico</i>	40

3.2.3	<i>Coefficientes de arrastre en flujos compresibles</i>	48
3.3	Ecuación de movimiento.....	51
3.3.1	<i>Coefficiente balístico</i>	51
3.3.2	<i>Solución de la ecuación de movimiento</i>	54
3.3.3	<i>Comparación con otros cálculos de proyectiles balísticos</i>	56
3.3.4	<i>Comparación de parámetros medidos del volcán Popocatepetl</i>	60
3.3.5	<i>Discusión de la ecuación de movimiento</i>	62
Capítulo 4:	Peligros asociados al impacto de proyectiles balísticos volcánicos	63
4.1	Peligros asociados a la caída de proyectiles balísticos.....	63
4.2	Cráteres de impacto.....	71
Capítulo 5:	Delimitación de zonas de peligros por impactos de proyectiles balísticos	78
5.1	Cálculo de los alcances máximos de los balísticos volcánicos en escenarios explosivos posibles.....	78
5.2	Representación gráfica de las zonas de peligro por caída de proyectiles balísticos.....	88
5.3	Aplicación a casos reales.....	90
5.3.1	<i>Aplicación al volcán Popocatepetl (México)</i>	90
5.3.2	<i>Aplicación al volcán de Fuego de Colima (México)</i>	93
5.3.3	<i>Aplicación al volcán Concepción (Nicaragua)</i>	99
Capítulo 6:	Conclusiones y futuras líneas de trabajo	103
	Futuras líneas de trabajo.....	105
Apéndices		107
A1.	Ecuaciones de movimiento para un fluido homogéneo.....	107
A2.	Desarrollo experimental de las mediciones en un túnel de viento subsónico	110
A3.	Método de Runge-Kutta de cuarto orden.....	116
Referencias		119

Nomenclatura

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valores y Unidades</i>
A	Área transversal del balístico	m^2
A_c	Sección del conducto magmático	m^2
a, b, c	Semiejes del elipsoide	m
C_d	Coefficiente de arrastre	adimensional
C_l	Coefficiente de sustentación	adimensional
D	Diámetro característico	m
D_C	Diámetro promedio de los cráteres de impacto	m
D_E	Diámetro equivalente	m
E	Energía cinética asociada a los balísticos	J
e	Grosor efectivo de la barrera de acero o concreto	m
E_{impacto}	Energía de impacto	kJ
$E_{\text{penetración}}$	Energía de penetración	kJ
F_a	Fuerza de arrastre	N
F_c	Fuerza de Coriolis	N
F_f	Fuerza de flotación	N
F_g	Fuerza de gravedad	N
F_s	Fuerza de sustentación	N
G	Constante de la gravitación universal	$6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
g	Aceleración de la gravedad	m/s^2
g_0	Aceleración de la gravedad al nivel del mar	9.81 m/s^2
h	Diferencia de alturas entre el cráter y el de caída	m
h_c	Distancia vertical del conducto magmático	m
k	Constante de forma de un balístico	adimensional
L	Longitud del conducto magmático	m
m	Masa del balístico	kg
M_a	Número de Mach	adimensional
m_0	Masa de una aeronave	kg
m_{red}	Masa reducida	kg
n	Fracción en peso de volátiles disueltos en el magma	adimensional
P	Presión	Pa
P_a	Presión atmosférica	Pa
P_C	Profundidad promedio de los cráteres de impacto	m
R	Constante universal de los gases	$8.314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$
r	Radio de la burbuja	m
\vec{r}	Vector posición del balístico	m
r^*	Parámetro de reforzamiento	% evf
Re	Número de Reynolds	adimensional
R_T	Radio medio de la Tierra	$6.370 \times 10^6 \text{ m}$

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valores y Unidades</i>
T	Temperatura	K
t	Tiempo	s
\vec{u}	Velocidad del viento, velocidad de ascenso del magma	m/s
\vec{v}	Velocidad del balístico	m/s
V_C	Volumen promedio de los cráteres de impacto	m
Vol	Volumen	m ³
v_c	Velocidad terminal	m/s
v_f	Velocidad de caída del proyectil	m/s
v_s	Velocidad del sonido	m/s
v_x	Velocidad en la dirección x	m/s
v_z	Velocidad en la dirección z	m/s
x	Dirección horizontal	m
z	Dirección vertical	m

Símbolos griegos

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valores y Unidades</i>
ε	Profundidad de la rugosidad	m
γ	Razón de los calores específicos del gas	adimensional
φ	Latitud de un punto en la superficie terrestre	°
θ	Angulo de lanzamiento de los balísticos respecto a la horizontal	°
μ	Viscosidad cinemática	m ² /s
ρ	Densidad promedio de un fluido homogéneo	kg/m ³
ρ_a	Densidad del aire	kg/m ³
ρ_b	Densidad del balístico	kg/m ³
ρ_c	Densidad del concreto	kg/m ³
ρ_g	Densidad de la fase gaseosa	kg/m ³
ρ_s	Densidad promedio de la fase líquida y sólida	kg/m ³
σ	Coeeficiente balístico	m ² /kg
σ_c	Resistencia compresiva del concreto	Pa
τ	Intervalo de tiempo para resolver numéricamente las ecuaciones de movimiento	s
$\vec{\phi}$	Términos asociados a la viscosidad del fluido	N/m ³
$\vec{\Omega}$	Velocidad angular de la Tierra	7.292 x 10 ⁻⁵ rad/s
ω	Velocidad angular del balístico	rad

Lista de figuras

Capítulo 2

Fig. 2.1	Fotografías de un bloque (a) y de una bomba (b).	10
Fig. 2.2	Criterios del índice de explosividad volcánica (VEI).	11
Fig. 2.3	Esquema de una explosión de tipo pliniana.	13
Fig. 2.4	Esquema de una explosión de tipo stromboliana.	16
Fig. 2.5	Esquema de una explosión de tipo vulcaniana.	17
Fig. 2.6	Diagrama esquemático del modelo explosivo de Fagents y Wilson (1993).	22

Capítulo 3

Fig. 3.1	Densidad del aire como función de la altura.	29
Fig. 3.2	Coefficiente de sustentación en función de la razón $\frac{D\omega}{v}$.	30
Fig. 3.3	Coefficiente de arrastre como función del número de Reynolds para esferas y cilindros con diferentes rugosidades.	34
Fig. 3.4	Fotografías del flujo alrededor de una esfera lisa y de una pelota de golf.	35
Fig. 3.5	Coefficiente de arrastre como función del número de Mach para esferas, cilindros y cubos en dos diferentes posiciones.	36
Fig. 3.6	Fotografía de una onda de choque generada a velocidades supersónicas.	37
Fig. 3.7	Gráfica de C_d vs R_e según los experimentos de Walker (1970).	40
Fig. 3.8	Fotografía del túnel de viento subsónico utilizado en los experimentos.	41
Fig. 3.9	Gráfica de C_d vs R_e para las 6 muestras de fragmentos volcánicos.	43
Fig. 3.10	Gráfica de C_d vs R_e para las 7 figuras geométricas (con sus variantes).	46
Fig. 3.11	Visualización de la de pómez grande (a), esfera lisa (b) y del cubo rugoso (c).	47
Fig. 3.12	C_d vs M_a para esferas y cubos para flujos supersónicos modificados de acuerdo con el esquema que se presenta en el texto, así como su ajuste polinomial y la función $C_d(M_a)$ promedio.	49
Fig. 3.13	Sistema de coordenadas y condiciones iniciales.	55
Fig. 3.14	Comparación de la trayectoria calculada con <i>ballistic</i> para $C_d=0$ y $C_d=1$ con las soluciones analíticas, y las obtenidas con el programa <i>ieect!</i> para esferas y cubos.	59

Capítulo 4

<i>Fig. 4.1</i>	Energía de impacto de balísticos expulsados con dos energías cinéticas y energía de penetración de una barrera de concreto y una de acero en función del diámetro promedio de los proyectiles.	65
<i>Fig. 4.2</i>	Destrucción del mirador de Mount Lassen durante la erupción de 1914 por impactos sucesivos de proyectiles balísticos.	67
<i>Fig. 4.3</i>	Incendios de los pastizales producidos por balísticos expulsados por el volcán Popocatepetl el 14 de febrero de 2003.	69
<i>Fig. 4.4</i>	Energía de impacto entre los balísticos y una aeronave ligera que se mueve con una velocidad de 150 m/s en función del diámetro promedio de los proyectiles.	71
<i>Fig. 4.5</i>	Fotografía de un cráter de impacto con balístico y otro sin balístico.	72
<i>Fig. 4.6</i>	Energía de impacto de los balísticos volcánicos en función del diámetro promedio de los balísticos y la energía de una carga explosiva de ANFO que se utiliza para fragmentar las rocas como función de su diámetro.	73
<i>Fig. 4.7</i>	Diámetro característico de los balísticos en función del volumen del cráter de impacto que forman, de acuerdo con los datos muestreados en el volcán Popocatepetl.	76
<i>Fig. 4.8</i>	Masa desplazada de los cráteres de impacto en función de la energía cinética calculada para los proyectiles balísticos que los produjeron.	77

Capítulo 5

<i>Fig. 5.1</i>	Alcance en función del ángulo de lanzamiento para distintas energías y dos diferentes coeficientes balísticos.	81
<i>Fig. 5.2</i>	Ángulo óptimo en función de la diferencia de alturas para diferentes energías de salida y dos diferentes coeficientes balísticos.	82
<i>Fig. 5.3</i>	Esquema donde se muestra que el cráter impone una restricción para el ángulo de salida.	83
<i>Fig. 5.4</i>	Alcance en función del diámetro del balístico para diferentes energías cinéticas de lanzamiento.	84
<i>Fig. 5.5</i>	Porcentaje de disipación de energía en función del diámetro equivalente del balístico para diferentes energías cinéticas de lanzamiento.	86
<i>Fig. 5.6</i>	Alcance en función de la altura del cráter para diferentes velocidades de lanzamiento.	87
<i>Fig. 5.7</i>	Fotografías del evento explosivo del volcán Popocatepetl del 17 de diciembre de 1998.	91
<i>Fig. 5.8</i>	Fotografía aérea del cráter del volcán Popocatepetl.	92

<i>Fig. 5.9</i>	Mapa de peligro por caída de productos balísticos del volcán Popocatepetl.	94
<i>Fig. 5.10</i>	Perfiles topográficos (oeste-este y sur-norte) de las zonas aéreas de peligro del volcán Popocatepetl.	95
<i>Fig. 5.11</i>	Mapa de peligro por caída de proyectiles balísticos del volcán de Fuego de Colima.	97
<i>Fig. 5.12</i>	Perfiles topográficos (oeste-este y sur-norte) de las zonas aéreas de peligro del volcán de Fuego de Colima.	98
<i>Fig. 5.13</i>	Mapa de peligro por caída de proyectiles balísticos del volcán Concepción de Nicaragua.	101
<i>Fig. 5.14</i>	Perfil topográfico de las zonas aéreas de peligro del volcán Concepción de Nicaragua.	102

Apéndices

<i>Fig. A2.1</i>	Fotografía de un fragmento volcánico sostenida por la pinza dentro del sector de prueba del túnel de viento durante los experimentos.	112
<i>Fig. A2.2</i>	Esquema del montaje experimental para hacer la visualización con incienso de los flujos alrededor de los distintos objetos.	114
<i>Fig. A2.3</i>	Fotografías de los flujos alrededor de 3 muestras de fragmentos volcánicos.	115
<i>Fig. A3.1</i>	Esquema del método de Runge-Kutta de cuarto orden para resolver ecuaciones diferenciales.	116

Lista de tablas

Capítulo 3

<i>Tabla 3.1</i>	Esquema de la importancia relativa de los números de Reynolds y de Mach en diferentes condiciones.	33
<i>Tabla 3.2</i>	Valores constantes del coeficiente de arrastre utilizados en artículos sobre trayectoria de balísticos volcánicos.	38
<i>Tabla 3.3</i>	Área y diámetro equivalente de las 6 muestras de fragmentos volcánicos utilizados en los experimentos.	42
<i>Tabla 3.4</i>	Valores (constantes) del coeficiente de arrastre de los fragmentos volcánicos.	44
<i>Tabla 3.5</i>	Valores (constantes) del coeficiente de arrastre de las figuras geométricas.	47
<i>Tabla 3.6</i>	Coeficiente balístico de proyectiles con diferentes diámetros característicos y dos densidades.	53
<i>Tabla 3.7</i>	Comparación del diámetro y el tiempo de vuelo medidos los PBV con máximo alcance producidos durante la explosión del volcán Popocatepetl el 17 de diciembre de 1998, con los resultados calculados con el programa <i>ballistic</i> .	61

Capítulo 4

<i>Tabla 4.1</i>	Energía de penetración de diversos materiales con diferentes grosores.	66
<i>Tabla 4.2</i>	Temperaturas de ignición de diferentes tipos de vegetación y de madera utilizada en construcción.	69
<i>Tabla 4.3</i>	Diámetro característico de algunos balísticos muestreados producidos por el volcán Popocatepetl en noviembre y diciembre de 1998 y las dimensiones de los respectivos cráteres donde fueron encontrados.	75

Capítulo 5

<i>Tabla 5.1</i>	Energías cinéticas asociadas a los balísticos correspondientes a los 3 escenarios explosivos definidos para el volcán Popocatepetl, así como el alcance máximo, el diámetro con el cual se obtiene y la altitud máxima sobre el nivel del mar.	92
<i>Tabla 5.2</i>	Energías cinéticas asociadas a los balísticos correspondientes a los 3 escenarios explosivos definidos para el volcán de Fuego de Colima, así como el alcance máximo, el diámetro con el cual se obtiene y la altitud máxima sobre el nivel del mar.	96
<i>Tabla 5.3</i>	Energías cinéticas asociadas a los balísticos correspondientes a los 3 escenarios explosivos definidos para el volcán Concepción (de Nicaragua), así como el alcance máximo, el diámetro con el cual se obtiene y la altitud máxima sobre el nivel del mar.	100

Resumen

Los proyectiles balísticos volcánicos son fragmentos de roca y lava producidos por explosiones volcánicas que al ser expulsados del cráter siguen trayectorias aproximadamente parabólicas modificadas por la fuerza de arrastre con el aire. Estos proyectiles representan un peligro importante para la vida, las propiedades y la aeronavegación debido a sus elevadas temperaturas y a sus altas energías cinéticas asociadas. El objetivo de esta tesis es establecer una metodología para delimitar las zonas de peligro potencial por impacto de los balísticos volcánicos en determinados escenarios explosivos, para establecer rangos de seguridad que permitan a la población protegerse adecuadamente.

Para ello, se propone un modelo dinámico que permite calcular la trayectoria y el alcance (horizontal y vertical) máximo de los balísticos volcánicos a partir de las condiciones iniciales previamente establecidas. Este modelo considera las principales fuerzas que actúan sobre estos proyectiles: la fuerza de gravedad y la fuerza de arrastre con el aire, la cual depende, entre otros parámetros, de un coeficiente llamado de arrastre. Para determinar los valores de este coeficiente correspondientes a los balísticos volcánicos, se hicieron experimentos en un túnel de viento subsónico utilizando fragmentos producidos por eventos explosivos del volcán Popocatepetl.

Debido a que el alcance de los proyectiles balísticos depende de la magnitud de la explosión volcánica que les da origen, es necesario definir diversos escenarios explosivos y delimitar las zonas de seguridad para cada uno de ellos. Con el fin de caracterizar realísimamente estos escenarios, se utilizan como parámetros las energías cinéticas de lanzamiento de los balísticos calculadas a partir de muestreos en el campo de proyectiles producidos durante eventos explosivos históricos. De esta forma, es posible definir escenarios de peligrosidad alta, intermedia y baja.

Para cada escenario es necesario determinar las condiciones que les permiten a los balísticos volcánicos tener un alcance máximo: el ángulo óptimo de lanzamiento y el tamaño específico de estos proyectiles con el cual logran el máximo alcance. Utilizando estas condiciones, se resuelve numéricamente la ecuación de movimiento de los balísticos volcánicos de acuerdo con el modelo dinámico propuesto en este trabajo y se determina el alcance máximo para cada uno de los escenarios explosivos.

Una vez conocidos los alcances máximos para diferentes escenarios explosivos esperados de acuerdo con el pasado geológico del volcán en estudio, los rangos de seguridad pueden representarse gráficamente en mapas de peligro por caída de productos balísticos y en perfiles de zoneamiento vertical del volcán donde se muestren las zonas de seguridad para la aeronavegación de acuerdo con los escenarios explosivos establecidos. Cabe mencionar que para la elaboración de estos mapas se debe considerar, además de las condiciones de máximo alcance, la topografía particular de cada volcán.

En este trabajo se aplica esta metodología para delimitar las zonas de peligro por caída de proyectiles balísticos en los dos volcanes activos más importantes de México: Popocatépetl y Fuego de Colima, así como el volcán Concepción de Nicaragua.

Finalmente, se hace un estudio de los peligros asociados a los balísticos volcánicos y se hace referencia a algunas explosiones históricas en las que estos proyectiles han causado diversos daños e incluso la muerte de personas. Cabe mencionar que observaciones de videos y muestreos en el campo de cráteres de impacto por caída de productos balísticos en el volcán Popocatépetl han mostrado que en ocasiones estos proyectiles explotan al hacer contacto con la superficie terrestre, lo que implica un peligro adicional a su impacto directo. En este trabajo se proponen y se discuten algunas posibles causas físicas de estas explosiones que intervienen en la formación de los cráteres de impacto.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Planteamiento del problema

Las explosiones volcánicas pueden producir fragmentos de roca y lava que son expulsados hacia la atmósfera para luego impactar la superficie terrestre siguiendo trayectorias aproximadamente parabólicas modificadas por una importante fuerza de arrastre. Estos fragmentos (que pueden tener diámetros de hasta algunos metros) se conocen como proyectiles balísticos volcánicos. Estos proyectiles representan un peligro importante para la vida, las propiedades y la aeronavegación debido a las altas temperaturas y elevadas energías de impacto que alcanzan. Para que la población pueda protegerse adecuadamente es necesario establecer rangos de seguridad acordes al alcance esperado de estos proyectiles.

Para determinar adecuadamente el rango de seguridad por impacto de los balísticos volcánicos se puede utilizar un modelo dinámico que describa adecuadamente el movimiento de estos proyectiles y permita calcular sus alcances máximos a partir de determinadas condiciones iniciales. Para que los alcances máximos sean realistas, es necesario que estas condiciones correspondan a procesos explosivos posibles de acuerdo con la historia eruptiva de cada volcán, para lo cual es necesario parametrizar estos procesos en forma adecuada.

1.2 Revisión de trabajos previos

Existen en la literatura algunos trabajos referentes al movimiento de los proyectiles balísticos volcánicos (Sherwood, 1967; Fudali y Nelson, 1972; Wilson, 1972; Self et al., 1980; Steinberg y Lorenz, 1983; Fagents y Wilson, 1993; Waitt et al., 1995; Bower y Woods, 1996). En general, el objetivo de estos trabajos ha sido calcular las velocidades iniciales de los balísticos a partir de la distancia máxima al cráter que alcanzaron durante un determinado evento explosivo. Para ello, utilizan un modelo dinámico basado en las principales fuerzas que

actúan en estos proyectiles durante su movimiento con el cual es posible calcular el alcance máximo a partir de determinadas condiciones iniciales. Si se conoce el rango máximo de los balísticos, se pueden repetir los cálculos hasta encontrar la velocidad inicial con la cual se obtiene dicho alcance.

Las principales fuerzas que actúan sobre los balísticos, consideradas en todos estos trabajos son la fuerza de gravedad y la fuerza de arrastre. Esta última es proporcional a un coeficiente, llamado de arrastre, cuyo valor en general se determina experimentalmente. Sin embargo, para los proyectiles balísticos no existen datos experimentales sobre los valores más adecuados para describir su trayectoria, por lo que los trabajos mencionados anteriormente han tenido que hacer diferentes suposiciones y utilizar datos correspondientes a figuras geométricas cuyos correspondientes coeficientes han sido medidos experimentalmente. En la sección 3.2 se hace una discusión detallada de los valores utilizados en los diferentes trabajos. Sin embargo, es importante resaltar aquí que la falta de datos experimentales ocasiona una gran incertidumbre en cuanto a la precisión de los resultados obtenidos.

En los primeros trabajos para calcular la velocidad de los balísticos volcánicos se consideraba únicamente la fuerza de gravedad y no la fuerza de arrastre (Lorenz, 1970; Minakami y Utibori, 1969). Sherwood (1967) es uno de los primeros en calcular la trayectoria de los balísticos volcánicos considerando la fuerza de arrastre y obtiene una solución analítica de la ecuación de movimiento suponiendo el coeficiente de arrastre y otros factores como constantes. Wilson (1972) propone un modelo más complicado en el que considera que el coeficiente de arrastre es función de los números de Reynolds y de Mach, y utiliza los datos del coeficiente de arrastre correspondientes a cilindros, permitiendo que la viscosidad y densidad del aire sean función de la altura. Para resolver la ecuación de movimiento, Wilson utiliza métodos numéricos y presenta una serie de tablas sobre los alcances para diferentes velocidades y ángulos.

Fagents y Wilson (1993) y Bower y Woods (1996) modificaron el algoritmo de Wilson (1972) utilizando modelos simples de explosiones volcánicas para determinar las condiciones iniciales de los proyectiles balísticos a partir de parámetros como la proporción de volátiles, la

presión inicial del gas y la geometría del cráter. La ventaja de los modelos presentados en estos trabajos es que permiten calcular el efecto de la columna eruptiva en el movimiento de los balísticos volcánicos y la disminución del arrastre en las cercanías del cráter. Su desventaja es que para resolver la ecuación de movimiento de estos modelos es necesario definir muchos parámetros difíciles de determinar, y que dan como consecuencia escenarios explosivos muy particulares.

Actualmente existe también un programa llamado *eject!* (Mastin, 2001) con el cual es posible calcular la trayectoria de los balísticos volcánicos dadas las condiciones iniciales y definiendo valores arbitrarios del coeficiente de arrastre, o bien utilizando los datos correspondientes a esferas, cubos y misiles. Este programa utiliza el modelo presentado en Waitt et al. (1995) que es muy similar al planteado por Wilson (1972).

Todavía existen dos aspectos que no han sido resueltos en el estudio del movimiento de los proyectiles balísticos y que se pretenden cubrir con el presente trabajo:

1. La falta de datos experimentales del coeficiente de arrastre correspondientes a los balísticos volcánicos.
2. La falta de una metodología con la cual se pueda calcular y representar los alcances máximos de estos proyectiles en determinados escenarios explosivos, para lo cual es necesario tener una adecuada parametrización de los distintos procesos explosivos que determinan estos escenarios, así como determinar las condiciones de máximo alcance en cada uno de ellos:

1.3 Objetivos

1.3.1 *Objetivo general*

Delimitar las zonas de peligro potencial por impacto de proyectiles balísticos volcánicos en determinados escenarios explosivos para establecer rangos de seguridad que permitan a la población protegerse adecuadamente.

1.3.2 *Objetivos particulares*

1. Proponer una parametrización general y adecuada de los distintos escenarios explosivos en que pueden ser expulsados los balísticos volcánicos que permita calcular las condiciones iniciales de estos proyectiles.
2. Adecuar el modelo dinámico para calcular los alcances máximos de los balísticos volcánicos una vez establecidas las condiciones iniciales. Para ello, es necesario determinar los valores del coeficiente de arrastre más adecuados para describir el movimiento de estos proyectiles.
3. Establecer los peligros asociados a los balísticos volcánicos.
4. Establecer una metodología para que los escenarios explosivos considerados para un volcán sean congruentes con su pasado geológico.
5. Definir las condiciones con las que se obtienen los alcances máximos en los diferentes escenarios explosivos y establecer la forma de representar gráficamente las zonas de peligro potencial en los distintos escenarios explosivos considerados.
6. Aplicar la metodología propuesta para delimitar las zonas de peligro por caída de proyectiles balísticos en casos concretos: El volcán Popocatepetl, volcán de Fuego de Colima (México) y el volcán Concepción (Nicaragua).

1.4 Hipótesis

Si se tiene un modelo dinámico de la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos y se tiene una adecuada parametrización de los distintos escenarios explosivos posibles para un volcán en particular, es factible delimitar las zonas de peligro potencial por impacto de estos proyectiles y establecer rangos de seguridad para dichos escenarios.

1.5 Metodología

La metodología del presente trabajo involucra los siguientes aspectos:

1. Revisar la bibliografía existente de los trabajos y datos previos sobre proyectiles balísticos volcánicos y explosiones volcánicas.
2. Experimentar en un túnel de viento subsónico para obtener los coeficientes de arrastre correspondientes a diferentes fragmentos de balísticos volcánicos y realizar el análisis de los resultados obtenidos.
3. Elaborar un programa computacional que utilice métodos numéricos para resolver la ecuación diferencial de movimiento que determina el movimiento de los balísticos volcánicos, utilizando los datos del coeficiente de arrastre de acuerdo con el análisis de los experimentos realizados.
4. Visitas de campo a las zonas de caída de los proyectiles balísticos producidos por distintos eventos explosivos del volcán Popocatepetl.
5. Observar videos de explosiones volcánicas del Popocatepetl durante la presente etapa eruptiva.
6. Calibrar el modelo en base a los datos experimentales y de observación disponibles.
7. Aplicar la metodología a casos concretos, en particular para los dos volcanes más activos de México: el Popocatepetl y el volcán de Fuego de Colima, además del volcán Concepción de Nicaragua.

1.6 Organización del trabajo

En el capítulo 1 se presenta la descripción del problema y una revisión de trabajos previos sobre balísticos volcánicos. Después se plantean los objetivos del trabajo, la hipótesis y la metodología que se utiliza.

En el capítulo 2 se presentan los conceptos fundamentales de explosiones volcánicas y proyectiles balísticos volcánicos (PBV) y se describen brevemente los principales procesos físicos que ocurren en distintos tipos de explosiones. Posteriormente, se propone una forma de parametrizar los distintos escenarios explosivos que producen balísticos volcánicos utilizando la energía cinética de lanzamiento asociada a estos proyectiles.

En el capítulo 3 se desarrolla un modelo dinámico que describe la trayectoria de los balísticos volcánicos y que permite calcular su máximo alcance posible. Este modelo considera las principales fuerzas que actúan en estos proyectiles: la gravedad y la fuerza de arrastre con el aire. En este capítulo también se discuten los valores del coeficiente de arrastre más adecuados para calcular el alcance máximo de los balísticos volcánicos en base a la experimentación y a los datos existentes en la literatura. Finalmente, a partir del modelo dinámico se plantea la ecuación de movimiento y se discute la forma de solucionarla utilizando métodos numéricos.

El capítulo 4 menciona los principales peligros asociados al impacto de los PBV. En la primera parte se describen los efectos que pueden tener los impactos de estos proyectiles en diversos materiales (incluyendo el impacto con aeronaves) y se mencionan algunos reportes de daños causados por estos proyectiles durante explosiones volcánicas históricas. En la segunda parte del capítulo se describen algunas características de los cráteres de impacto formados por los balísticos volcánicos producidos por eventos explosivos del volcán Popocatepetl.

El capítulo 5 presenta una metodología para delimitar y representar gráficamente las zonas de peligro por impacto de balísticos volcánicos en diferentes escenarios explosivos probables de acuerdo con el pasado geológico de un determinado volcán. También se presentan los resultados obtenidos al aplicar esta metodología a los dos volcanes activos más importantes de México: Popocatépetl y Fuego de Colima, así como para el volcán Concepción de Nicaragua.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones y se proponen algunas futuras líneas de trabajo.

En el apéndice A1 se presentan las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos que se aplican para el ascenso de magma en diferentes modelos sobre explosiones volcánicas.

El apéndice A2 presenta con más detalle algunos aspectos de los experimentos sobre la medición de coeficientes de arrastre correspondientes a fragmentos volcánicos que se llevaron a cabo en el túnel de viento subsónico.

En el apéndice A3 se presenta el método numérico de Runge-Kutta de 4 orden que se utilizó para resolver numéricamente la ecuación diferencial que rige el movimiento de los balísticos volcánicos que se plantea en el capítulo 3.

Capítulo 2

Volcanismo explosivo

En este capítulo, se presentan los conceptos fundamentales de explosiones volcánicas y proyectiles balísticos volcánicos (PBV). Aunque el objetivo principal del trabajo no es estudiar estas explosiones, para dar contexto a la formación y lanzamiento de los balísticos volcánicos, en la segunda sección del capítulo se describen brevemente los principales procesos físicos que ocurren en distintos tipos de explosiones y se hace referencia a algunos trabajos que han intentado modelarlas. Finalmente, en la tercera sección del capítulo se propone una forma de parametrizar los distintos escenarios explosivos en que pueden ser expulsados los balísticos volcánicos utilizando la energía cinética de lanzamiento asociada a estos proyectiles.

2.1 Explosiones volcánicas y proyectiles balísticos volcánicos

Una explosión se produce cuando un sistema sufre una violenta expansión en la que los límites mecánicos de los alrededores son excedidos, i.e., que la velocidad de expansión supera la velocidad del sonido en el medio en que esta ocurre. En el caso de las explosiones volcánicas, la expansión se produce cuando cambia repentinamente la presión del magma en el interior de la cámara magmática o del conducto volcánico que lo contiene. Esto hace que los gases disueltos en el magma (el sistema) se expandan súbitamente, produciendo explosiones capaces, por su energía, de fragmentar el magma y romper las rocas que forman las paredes de la cámara y los conductos volcánicos, o a la lava que rellena y obstruye los conductos (los cuales, junto con el aire, constituyen los alrededores).

La energía de las explosiones volcánicas tiene su origen principalmente en la energía interna almacenada en el sistema debido a las altas presiones a las que está sometido el

magma, aunque también la energía térmica juega un papel fundamental especialmente cuando el magma entra en contacto con cuerpos de agua, produciendo las explosiones freáticas o las freatomagmáticas. La energía mecánica almacenada se transforma en energía cinética de la columna eruptiva resultante mediante la expansión de los gases contenidos en el magma. La proporción de volátiles, la viscosidad y densidad del magma, la presión interna, la temperatura, el flujo de masa de la erupción, así como la geometría del conducto y del cráter, son algunas de las variables más importantes que determinan el comportamiento de una erupción explosiva.

Las explosiones volcánicas se caracterizan por la producción de significativas cantidades de piroclastos (fragmentos de roca y magma) que son expulsados hacia la atmósfera para luego caer nuevamente sobre la superficie terrestre y que se conocen genéricamente con el nombre de *tefra* (Tilling, 1993). La dirección de movimiento y el alcance de estos productos dependen de la magnitud de la explosión, la geometría de la fuente y sobre todo, de su densidad, tamaño y forma.

De acuerdo con su tamaño, la tefra se clasifica como *ceniza* si es menor a 2 mm, *lapilli* si su tamaño está entre 2 y 64 mm y si es mayor a 64 mm se le conoce como *bloques* o *bombas*. Los *bloques* volcánicos son fragmentos de rocas antiguas que forman el cráter, las paredes de los conductos o los cuerpos de lava solidificados que han salido con anterioridad y que son lanzados en estado sólido desde el cráter. En general los bloques tienen formas irregulares y angulosas (figura 2.1a). Por otro lado, las *bombas* volcánicas son fragmentos de magma que se encuentran en estado líquido o semi-líquido al momento de la explosión y que al solidificarse en el aire adquieren forma redondeada o en huso (figura 2.1b). Aunque existen clasificaciones más elaboradas de las bombas volcánicas, éstas son poco relevantes desde el punto de vista del peligro que representan (Blong, 1984).

Los bloques y bombas volcánicos que son expulsados del cráter y que luego impactan la superficie terrestre siguiendo trayectorias aproximadamente parabólicas se denominan proyectiles balísticos volcánicos (PBV). Estos fragmentos tienen tamaños y densidades lo suficientemente grandes para permitirles separarse rápidamente de la columna eruptiva que

puede formarse durante la explosión volcánica que les dio origen, por lo que su movimiento queda determinado principalmente por la fuerza de gravedad modificada por una importante fuerza de arrastre con el aire.



Figura 2.1 Fotografías de un bloque (A) y de algunas bombas volcánicas (B) tomadas por C. Heliker (1988) y J.P. Lockwood (1982) respectivamente.

2.2 Tipos de explosiones volcánicas

El objetivo del presente trabajo no es estudiar o modelar las explosiones volcánicas, sin embargo, con el fin de darle contexto a la formación y expulsión de los proyectiles balísticos, en esta sección se presentan brevemente los procesos físicos que intervienen en las explosiones volcánicas y se mencionan algunos trabajos que han intentado modelarlas.

Newhall y Self (1982) propusieron el Índice de Explosividad Volcánico (VEI, por sus siglas en inglés) como una escala que permite clasificar las erupciones volcánicas de acuerdo con su magnitud, de manera análoga a la escala de Richter que se utiliza en sismología. De acuerdo con este índice, el tamaño de una erupción explosiva depende principalmente de 5 parámetros, los cuales fueron inicialmente identificados por Walter (1980):

1. Magnitud, la cual está determinada por el volumen del material arrojado.
2. Intensidad, definida como el volumen de material arrojado por unidad de tiempo y que se determina a partir de la altura de la columna eruptiva y de las velocidades de salida.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

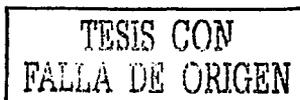
3. Poder de dispersión, el cual está determinado por la altura de la columna eruptiva.
4. Violencia de la liberación de energía cinética, que tiene un significado físico similar a la intensidad pero que se refiere principalmente a eventos explosivos instantáneos y no a erupciones sostenidas.
5. Potencial destructivo, definido como la extensión de devastación real o potencial de una erupción.

El VEI es una escala compuesta que consta de 8 grados. A cada erupción se le asigna un grado de la escala utilizando la mayor cantidad posible de los criterios que se muestran en la figura 2.2. De acuerdo con esta escala las explosiones volcánicas corresponden a eventos eruptivos cuyo VEI ≥ 2 .

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Descripción General	No explosiva	Pequeña	Moderada	Moderada-Larga	Larga	Muy larga			
Volumen de Tefra (m ³)	1×10^4	1×10^5	1×10^7	1×10^9	1×10^9	1×10^{10}	1×10^{11}	1×10^{12}	
Altura de la columna (km)									
Sobre el cráter	<0.1	0.1-1	1-5	3-15	10-25	>25			
Sobre el nivel del mar									
Descripción cualitativa	"Ligero"	"Efusivo"	"Explosivo"	"Explosivo"	"Explosivo"	"Cataclismo"	"Paroxismo"	"Colosal"	"Terrible"
Tipo de erupción	"Hawaiano"	"Stromboliano"	"Vulcaniano"	"Vulcaniano"	"Pliniano"	"Pliniano"	"Ultra-pliniano"	"Ultra-pliniano"	"Ultra-pliniano"
Duración (explosión continua)	< 1 hr	1-6 hrs	1-6 hrs	6-12 hrs	6-12 hrs	>12 hrs	>12 hrs	>12 hrs	>12 hrs
Más Explosividad enumerada en CAVW	Flujo de Lava	Explosión o nube ardiente							
Inyección de materiales en la troposfera	Despreciable	Menor	Moderado	Substancial	Substancial	Substancial	Substancial	Substancial	Substancial
Inyección de materiales en la estratosfera	Nulo	Nulo	Nulo	Posible	Moderado	Significativo	Significativo	Significativo	Significativo
Número de erupciones	699	845	3477	869	278	84	39	4	0

Figura 2.2 Criterios del Índice de Explosividad Volcánica (VEI). Modificado de Simkin y Siebert, (1994).

En este trabajo se describen brevemente las explosiones del tipo pliniano, vulcaniano y stromboliano, las cuales cubren un amplio rango en el VEI y representan distintos procesos

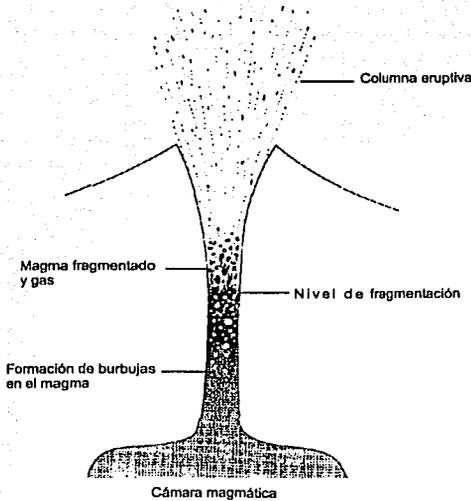


físico-químicos que pueden ocurrir durante las explosiones volcánicas. Además se consideran las explosiones freatomagmáticas (que involucran la presencia de cuerpos de agua) que por su importancia se describen en forma independiente. Como referencia, para los tres primeros tipos se describen brevemente los modelos desarrollados por Lionel Wilson (1980), los cuales por su simplicidad, ayudan a ilustrar los procesos físicos que ocurren en estos tipos de explosiones, además de que en muchas ocasiones constituyeron puntos de partida para modelos más complejos, algunos de los cuales también se mencionan.

2.2.1 Erupciones plinianas

En la figura 2.3 se muestra esquemáticamente una explosión del tipo pliniano. A cierta profundidad un volumen considerable de magma se desgasifica mientras asciende por el conducto a partir de la cámara magmática, lo que provoca que se empiecen a formar burbujas. Al ir ascendiendo el magma hacia el cráter, la presión litostática disminuye, la presión interna del magma aumenta y las burbujas de gas empiezan a crecer, lo que provoca que el magma se fragmente progresivamente y finalmente sea expulsado hacia la atmósfera con velocidades del orden de cientos de metros por segundo (Wilson, 1980). Zhang (1999) establece que la fragmentación ocurre cuando los esfuerzos de tensión en las paredes internas de las burbujas son mayores a la resistencia del magma. A pesar de que los fragmentos resultantes presentan una gran variedad de tamaños, la mayor parte de ellos son suficientemente pequeños (menores a 10 mm) lo que les permite mantener el equilibrio térmico con los gases magmáticos mientras son acelerados.

La duración de este tipo de eventos es mucho mayor que el tiempo que requiere una porción del magma para pasar a través del conducto (que puede ser del orden de 10 segundos para velocidades de algunos cientos de m/s y profundidades de pocos km), por lo que el flujo de magma y gases puede ser considerado como dentro de un régimen estacionario. Debido a las altas velocidades involucradas en este tipo de explosiones, existe poca pérdida de energía antes de que los productos de la explosión sean expulsados hacia la atmósfera.



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Figura 2.3 Esquema de una explosión de tipo pliniana. Modificada de Francis (1995).

Se han propuesto diversos modelos dinámicos con el fin de describir las explosiones volcánicas del tipo pliniano. En general, para describir el movimiento del magma se utiliza la ecuación de conservación de momento:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \vec{\phi} \quad (2.1a)$$

donde ρ es la densidad del fluido, \vec{u} su velocidad, t el tiempo, P la presión, \vec{g} la aceleración debido a la gravedad y $\vec{\phi}$ representa los términos de fuerzas de fricción debidos a la viscosidad del fluido. Para el caso de un movimiento estacionario unidimensional (en la dirección z) la ecuación de conservación de momento puede ser escrita de la siguiente forma (ver apéndice A1):

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dP}{\rho} = \frac{1}{2} (u^2 - u_1^2) + g(z_2 - z_1) + \text{términos de fricción} \quad (2.1b)$$

Wilson (1980) propuso un modelo relativamente simple para describir el ascenso del magma en este tipo de explosiones a partir de la solución de la ecuación (2.1b). Para ello, supone que la viscosidad del magma y su velocidad de ascenso son suficientemente grandes, de tal forma que la velocidad relativa entre las burbujas de gas y el magma sea pequeña, es decir, que existe un acoplamiento mecánico perfecto entre las distintas fases. Esto permite una representación de la mezcla multifase como un fluido con una sola fase cuyas propiedades son iguales al promedio de las propiedades de la mezcla (modelo homogéneo). En particular, la densidad del promedio de la mezcla (ρ) está dada por:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{n}{\rho_g} + \frac{1-n}{\rho_l} \quad (2.2)$$

donde n es la fracción en peso de gases disueltos en el magma, ρ_g es la densidad de la fase gaseosa y ρ_l es la densidad promedio de la fase líquida y sólida.

Wilson utiliza la ecuación de estado del gas ideal y supone además que la fase líquida actúa como un reservorio térmico para el gas en expansión, por lo cual es posible considerar el proceso como isotérmico. Con estas suposiciones y despreciando los términos de fricción, la solución de la ecuación (2.1b) para un fluido en movimiento está dada por:

$$nRT \ln \frac{P_i}{P_f} + \frac{1-n}{\rho_s} (P_i - P_f) = \frac{1}{2} (u_f^2 - u_i^2) + gh_c \quad (2.3)$$

donde el movimiento se desarrolla en una distancia vertical h_c , a partir de una presión inicial P_i y una velocidad inicial u_i , hasta alcanzar una velocidad final u_f y presión P_f . En esta ecuación R es la constante universal de los gases y T la temperatura (constante).

Existen modelos más elaborados para describir el ascenso del magma durante explosiones plinianas. Por ejemplo, Wilson et al. (1980) utilizaron las suposiciones del modelo homogéneo (en el que se incluye la ecuación 2.2) descrito anteriormente para resolver las ecuaciones de conservación de momento (2.1a) y continuidad (ver apéndice A1) para un flujo isotérmico considerando los efectos de fricción y diferentes geometrías del conducto debidas a la erosión de las paredes, pero manteniendo la viscosidad de la mezcla constante.

Buresti y Casarosa (1989) resolvieron la ecuación de conservación de momento (2.1b) junto con las de conservación de energía y de continuidad para el caso estacionario (ver apéndice A1), considerando un fluido homogéneo y suponiendo que el flujo de magma en el conducto es adiabático y no isotérmico, como había considerado Wilson (1980). Para resolver estas ecuaciones, consideran el flujo del magma en la región anterior a la zona de fragmentación donde la viscosidad del magma es pequeña y suponen que no hay escape de volátiles. Sus resultados muestran que el flujo puede considerarse isotérmico si el movimiento se desarrolla verdaderamente en una dimensión, i.e. que el conducto tenga un área transversal constante. En el caso en que esto no sucede, es necesario incluir la ecuación de energía en el modelo (ver apéndice A1).

Otros modelos, llamados no-homogéneos, permiten que las diferentes fases del magma se muevan con diferentes velocidades y tengan distintas temperaturas. En estos casos es necesario resolver por separado las ecuaciones correspondientes a cada una de las fases, además de considerar la transferencia de momento y de calor entre ellas. Dobran (1992) trabajó en este tipo de modelos considerando un flujo isotérmico y despreciando la ecuación de conservación de energía. Con este modelo se encuentra que la diferencia de velocidades entre las fases es significativa en las cercanías del conducto, en contraste con lo que suponen los modelos homogéneos. Otros trabajos se han basado en este modelo y han tratado de incluir otros procesos que ocurren durante el ascenso del magma, tales como su composición y el contenido de cristales (por ejemplo Papale y Dobran, 1993 y 1994).

2.2.2 Erupciones strombolianas

Las explosiones strombolianas involucran magmas menos viscosos que las plinianas, pero que ascienden lentamente con velocidades típicas del orden de pocos metros por segundo. Esto permite que se formen burbujas de gas en zonas relativamente profundas, las cuales se mueven hacia la superficie a través del cuerpo de magma aumentando progresivamente su volumen hasta alcanzar el techo de la columna magmática. Al llegar a niveles superficiales, estas burbujas producen explosiones discretas que se suceden cada pocos minutos, y que ocasionalmente son acompañadas por breves derrames de lava. El proceso de cada explosión

corresponde a la evolución de una burbuja, lo que implica un continuo, aunque escaso, aporte de magma desde zonas profundas en donde los fragmentos arrojados forman la membrana de la burbuja. En la figura 2.4 se muestra esquemáticamente una explosión stromboliana.

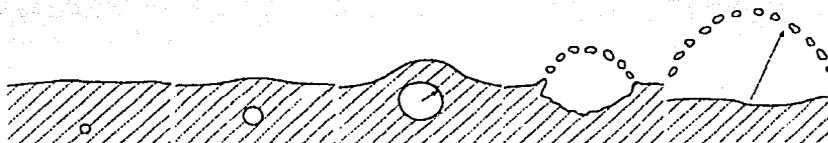


Figura 2.4 Esquema de una explosión de tipo stromboliana. Tomada de Araña y Ortiz (1984).

Debido a que este tipo de explosiones son muy comunes y el alcance de los fragmentos es limitado, se pueden hacer útiles observaciones de campo y filmaciones. Los videos de explosiones de los volcanes Stromboli (Italia) y Heimaey (Islandia) muestran que las velocidades de salida son menores a 200 metros por segundo (Chouet et al., 1974 y Blackburn et al., 1976). Para que el material magmático sea expulsado a las velocidades observadas es necesario que la cantidad de volátiles sea alta, del orden de 10% a 30% por peso (Blackburn et al., 1976), por lo que es posible que también exista un pequeño aporte de agua meteórica a la columna magmática que actúa como catalizador de estas pequeñas explosiones.

Wilson (1980) propuso un modelo simple de las explosiones strombolianas en el que supone que el magma permanece en reposo y las burbujas de gas se aproximan a la superficie. Este tipo de explosiones exige una viscosidad del magma muy baja y el proceso se puede considerar como una expansión adiabática. En este caso la solución de la ecuación (2.1b) para un fluido en movimiento considerando la fricción debida al arrastre del aire está dada por:

$$\frac{1}{2} \omega r^2 \left[1 + \frac{RT_i \rho_a}{8P_i} \left(\frac{P_i}{P_f} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] = nRT_i \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \frac{1-n}{\rho_a} (P_i - P_f) - \frac{1}{2} g r_i \left(\frac{P_i}{P_f} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (2.4)$$

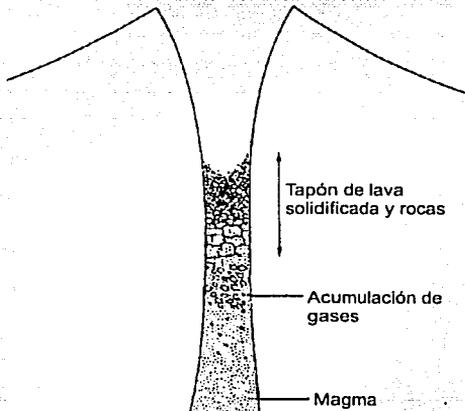
donde ρ_a es la densidad del aire, γ es la razón de los calores específicos del gas, g la aceleración de la gravedad y r_i el radio inicial de la burbuja.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La mayoría de las explosiones del tipo stromboliano producen una cantidad considerable de material suficientemente grande que no son expulsados a la velocidad u_f a la que es expulsado el gas y el material más pequeño, lo cual hace que parte de la energía se gaste en acelerar este material y que las velocidades del gas y los materiales pequeños sea menor a la que se obtiene con la ecuación 2.4.

2.2.3 Erupciones vulcanianas

Durante las erupciones del tipo vulcaniano ocurren explosiones discretas a intervalos que van desde algunos minutos hasta algunas horas y que tienen lugar en zonas poco profundas. Este término también se asocia a las primeras explosiones que fragmentan y arrojan una gran cantidad de rocas para limpiar el conducto de un volcán que inicia una nueva etapa eruptiva tras un largo periodo de tranquilidad.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 2.5 Esquema de una explosión de tipo vulcaniano. Modificada de Francis (1995).

En las explosiones vulcanianas (figura 2.5) se considera que un magma se inyecta en el edificio volcánico, pero que no aflora hasta que la presión del gas hace saltar el tapón de roca

que obstruye la chimenea. Este tapón puede estar formado por material magmático que se enfría y solidifica antes de salir a la superficie, o bien por restos de una erupción anterior. El exceso de presión necesaria para romper este tapón procede de la desgasificación del magma junto con la vaporización parcial de aguas subterráneas. Durante este tipo de eventos la energía es superior a las explosiones strombolianas pero inferior a las plinianas, y suelen culminar con la emisión de lavas muy viscosas ya empobrecidas en volátiles.

Para las explosiones vulcanianas, Wilson (1980) propuso un modelo simple en el que supone que después de que el tapón se rompe el gas se expande adiabáticamente, pero no escapa entre los bloques rocosos, por lo que el flujo mantiene constante el área de la sección del tapón (esta suposición no es válida en los eventos en que ocurre una expansión lateral). La ecuación diferencial que rige el movimiento del tapón es entonces:

$$A_c L \rho_s \frac{du}{dt} = (P - P_i) A_c - \frac{\rho_a C_d A_c u^2}{2} - A_c L \rho_s g \quad (2.5)$$

donde A_c es la sección del tapón, L su longitud y C_d el coeficiente de arrastre. Esta ecuación es válida para el caso en que la velocidad (u) de los fragmentos que forman el tapón es pequeño comparado con la velocidad del sonido en el gas.

Turcotte et al. (1990) modelaron las explosiones volcánicas en condiciones no estacionarias considerando un sistema que consiste en un conducto con diámetro constante que contiene hasta cierto nivel, magma presurizado y el resto se encuentra ocupado por aire a presión atmosférica. En este modelo, el magma está separado del aire por un diafragma que en un momento dado es removido. De esta forma, el modelo permite calcular la evolución temporal del flujo (considerando las distintas fases como un único fluido hipotético, como en el caso de los modelos homogéneos) a lo largo del conducto suponiendo que se realiza en condiciones isotérmicas. Para obtener soluciones analíticas a las ecuaciones de continuidad (ver apéndice A1) y de conservación de momento (2.1b), Turcotte et al. (1990) ignoraron los términos de fricción y gravedad en esta última.

Este modelo predice que al remover el diafragma ocurre una descompresión repentina que genera una onda de choque que se mueve hacia la salida del conducto. La velocidad final de la mezcla magmática (u_f) que se obtiene al resolver las correspondientes ecuaciones es (para valores pequeños de n):

$$u_f = (nRT)^{1/2} \ln \left(\frac{P_i}{P_o} \right) \quad (2.6)$$

Ramos (1995) realizó un modelo similar al de Turcotte et al. (1990) para flujos no estacionarios, considerando para la ecuación de momento los términos de fricción y gravedad (ver apéndice A1). Con la inclusión de estos términos no es posible obtener una solución analítica y es necesario recurrir a métodos numéricos. Es importante señalar que los resultados obtenidos con estos dos modelos son sumamente sensibles a las condiciones iniciales del sistema, las cuales son muy difíciles de definir adecuadamente en las explosiones volcánicas debido a que no es posible medirlas directamente. En este sentido puede decirse que las simulaciones de Turcotte et al. (1990) y de Ramos (1995) fueron realizadas principalmente para determinar la capacidad de sus respectivos modelos para resolver las ecuaciones de transporte no estacionarias dentro del conducto magmático (Papale en Freundt y Rosi, 1998).

2.2.4 Explosiones freatomagmáticas

Las explosiones freatomagmáticas ocurren cuando un magma bastante fragmentado, a alta temperatura, alcanza durante su ascenso un nivel en el que existe una cierta cantidad de agua a la que puede vaporizar. Para que esto ocurra, es necesario que el agua se encuentre a una presión hidrostática menor a su presión crítica (i.e. la que limita la transición de líquido a vapor, cuyo valor es 21.74 MPa). Todos los procesos físico-químicos que ocurren a continuación durante este tipo de explosiones son el resultado del aumento del flujo de energía térmica del magma a los alrededores, en particular a los cuerpos de agua. Como resultado de esto, se obtiene una mayor energía cinética comparada con las explosiones magmáticas donde no interviene agua, considerando las mismas condiciones (geometría del cráter, flujo de masa, composición del magma, etc.).

Las erupciones freatomagmáticas pueden ir desde relativamente moderadas interacciones hasta violentas explosiones de gran energía. Este tipo de explosiones constituyen los mecanismos volcánicos más efectivos para convertir energía térmica en cinética, lo que permite que sus productos tengan mayores alcances, y por lo tanto las áreas de peligro sean mayores (Zimanowski en Freundt y Rosi, 1998).

Se ha propuesto (Colgate y Sigurgeirsson, 1973; Nairn y Self, 1978, Zimanowski en Freundt y Rosi, 1998) que un mecanismo posible para las explosiones freatomagmáticas es la llamada interacción combustible-agente de refrigeración (fuel-coolant interaccion, FCI) como la que se observa en algunos procesos industriales. Las explosiones por este tipo de procesos ocurren cuando la energía hidrodinámica del magma y/o del agua es suficiente para que se forme una premezcla de agua con el fundido magmático. En estos casos, la transferencia de calor en la interfase entre el magma y el agua está limitada por la formación de membranas aislantes de vapor, que constituyen el llamado efecto Leidenfrost.

Bajo estas circunstancias, la explosión se dispara por ondas sísmicas o por el colapso espontáneo de estas membranas en una pequeña región, lo que provoca que todas las membranas de vapor de la premezcla se rompan muy rápidamente. Esto lleva a un fuerte acoplamiento térmico y mecánico, i.e. que el flujo de calor del magma al agua y la velocidad del sonido en la premezcla aumenten casi instantáneamente en uno ó dos órdenes de magnitud. Como consecuencia de esto, un porcentaje considerable de la energía térmica del magma se transfiere al agua involucrada en un periodo de tiempo muy corto (del orden de algunos milisegundos o menos). La vaporización explosiva del agua causa que la fragmentación del magma aumente en una reacción autocatalítica. Una vez que la FCI se ha inicializado, se produce un aumento en la presión extremadamente rápido lo que provoca la generación de una onda de choque y una significativa fragmentación de las rocas de las paredes del conducto (Zimanowski en Freundt y Rosi, 1998).

2.3 Parametrización de escenarios explosivos

Para delimitar el alcance máximo de los proyectiles balísticos volcánicos (que es el principal objetivo del presente trabajo), en el capítulo 3 se presenta un modelo dinámico con el cual se obtiene la ecuación de movimiento a partir de las principales fuerzas que actúan sobre estos proyectiles. Para poder resolver esta ecuación es necesario determinar las condiciones iniciales que corresponden a los distintos procesos explosivos que pueden ocurrir en realidad y que en su conjunto constituyen un escenario explosivo.

Fagents y Wilson (1993) utilizaron un modelo simple de los procesos correspondientes a una explosión vulcaniana para obtener las condiciones iniciales del movimiento de los PBV. Este modelo está basado en el propuesto por Wilson (1980) para este tipo de explosiones, el cual supone, como se mencionó en la sección anterior, que después de que el tapón de roca se rompe, el gas se expande adiabáticamente arrastrando los fragmentos de roca. La ecuación de movimiento de los fragmentos sólidos y el aire que utilizan Fagents y Wilson (1993) en su modelo está basada en la ecuación (2.5) pero sin considerar los términos correspondientes a la fuerza de arrastre y la gravedad (segundo y tercer términos del lado derecho) y utilizando la geometría que se presenta en la figura 2.6A.

Al integrar dos veces la ecuación de movimiento resultante, se obtiene la velocidad máxima u_0 de la envolvente de la expansión junto con el tiempo t_0 y la distancia R_0 a la que esto ocurre.

En su trabajo Fagents y Wilson suponen que todo el material se comporta en forma coherente hasta alcanzar la velocidad u_0 , y proponen que el material es "lanzado" con esta velocidad dentro del gas en movimiento, cuya velocidad u empieza a decaer con la distancia radial R y el tiempo t de acuerdo con:

$$u = u_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 e^{-\mu t} \quad (2.7)$$

donde suponen que la constante de tiempo τ está relacionada con la razón entre la presión inicial del gas (P_i) y la presión atmosférica (P_a) por:

$$\tau = \frac{P_i}{P_a} t_0 \quad (2.8)$$

En la figura 2.6B se muestra esquemáticamente el modelo explosivo de Fagents y Wilson (1993) y el subsiguiente movimiento del aire. Para calcular la velocidad inicial de los PBV con este modelo es necesario asignar valores para la presión inicial del gas (P_i), el radio de la región donde el gas está confinado (r_i , ver figura 2.6A) y la razón por peso de la fase gaseosa (ν).

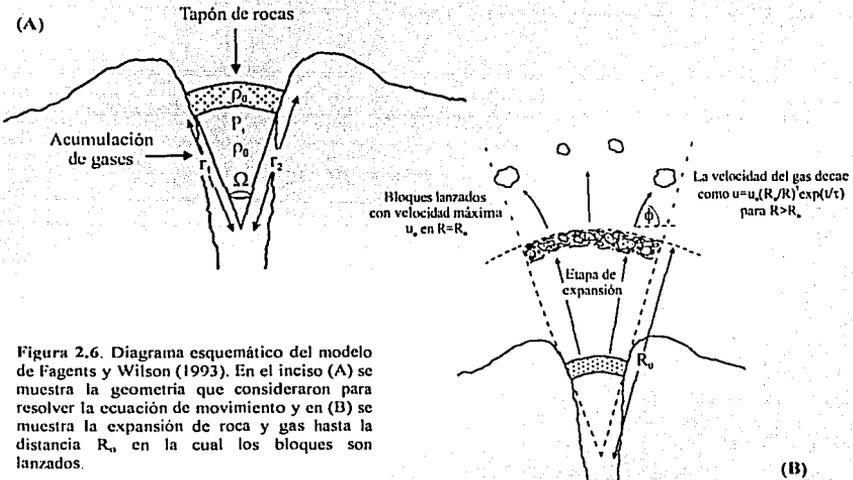


Figura 2.6. Diagrama esquemático del modelo de Fagents y Wilson (1993). En el inciso (A) se muestra la geometría que consideraron para resolver la ecuación de movimiento y en (B) se muestra la expansión de roca y gas hasta la distancia R_c en la cual los bloques son lanzados.

Bower y Woods (1996) desarrollaron un modelo para explosiones del tipo subpliniano que permite calcular las condiciones iniciales en la que son expulsados los balísticos volcánicos. Para ello suponen que estos proyectiles son arrastrados por el flujo magmático

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

dentro del conducto de tal forma que son acelerados desde el reposo hasta alcanzar su velocidad terminal v_t (que es a la cual la fuerza de arrastre con el flujo y la gravedad se anulan) dada por:

$$v_t = u - \sqrt{\frac{4 \rho_m g D}{3 \rho_a C_d}} \quad (2.9)$$

donde D y ρ_a son el diámetro promedio y la densidad de los balísticos respectivamente, y u es la velocidad del flujo.

Para calcular la velocidad de ascenso del magma (u) Bower y Woods utilizan un modelo estacionario y homogéneo basado en el de Wilson et al. (1980) considerando que la velocidad de salida del magma es igual a la velocidad del sonido en la mezcla. El modelo de Bower y Woods se centra en la situación particular en donde una onda de choque se desarrolla en la columna eruptiva, la cual provoca que su velocidad de ascenso disminuya. Esto permite que los fragmentos sean lanzados con velocidades superiores a la velocidad de ascenso de la columna de ceniza.

Una vez que los balísticos son expulsados del cráter, su movimiento queda determinado por la fuerza de gravedad modificada por la fuerza de arrastre. Durante la primera etapa del movimiento, los PBV se mueven dentro de la columna eruptiva (formada por gases y cenizas), por lo que la fuerza de arrastre que experimentan es distinta a la que a la que se obtiene considerando que se mueven dentro del aire en reposo. Para obtener la fuerza de arrastre de los balísticos con la columna eruptiva Bower y Woods calculan la velocidad de ésta última a partir de la solución de las ecuaciones de continuidad (ver apéndice A1) y conservación de momento (2.1b) para un flujo homogéneo despreciando la fuerza de fricción.

Los parámetros necesarios para calcular la velocidad inicial de los balísticos utilizando este modelo son la fracción en peso de volátiles, la temperatura y presión inicial del gas, el ancho del conducto magmático y la altura de la cima del cráter sobre la salida del conducto magmático.

Los trabajos de Fagents y Wilson (1993) y de Bower y Woods (1996) permiten calcular las velocidades iniciales de los PBV utilizando modelos simples para determinados tipos de explosiones volcánicas. Estos trabajos tienen las ventajas de que dan una descripción a detalle de las primeras etapas del movimiento de los balísticos y permiten calcular la reducción del arrastre en las cercanías del cráter debido al movimiento de la columna eruptiva.

Sin embargo, calcular las condiciones iniciales de los balísticos volcánicos a partir de estos modelos presenta también muchas desventajas. En primer lugar, estos modelos son válidos solamente para determinados tipos de explosiones volcánicas, por lo que permiten calcular los alcances máximos de estos proyectiles solamente en escenarios muy particulares. Además, estos modelos utilizan ecuaciones para calcular las velocidades de ascenso del magma y de la columna eruptiva que requieren definir muchos parámetros y cuyas condiciones iniciales son muy difíciles o imposibles de determinar para distintos escenarios explosivos.

Todos los procesos físico-químicos que ocurren en los distintos tipos de explosiones volcánicas son mecanismos que transforman la energía mecánica almacenada en el magma (y su energía térmica en el caso de las explosiones freatomagmáticas) en energía cinética de los productos resultantes, entre los cuales se encuentran los balísticos volcánicos. Para determinar las condiciones iniciales en que son expulsados estos proyectiles no es necesario considerar a detalle los mecanismos explosivos, basta considerar la energía cinética de lanzamiento máxima¹ asociada a los balísticos como el parámetro que define los escenarios explosivos conformados por los distintos procesos eruptivos posibles. Esta parametrización es adecuada porque permite calcular la correspondiente velocidad inicial de los balísticos volcánicos necesaria para resolver la ecuación de movimiento que se presenta en el capítulo 3.

¹ En videos de explosiones volcánicas se observa que no todos los balísticos son expulsados con la misma energía. Es por ello que para parametrizar escenarios explosivos se considera solamente la energía cinética de lanzamiento máxima con la que son expulsados estos proyectiles.

Raga et al. (2002) utilizaron una parametrización semejante para modelar la expansión de ondas atmosféricas producidas por explosiones del volcán Popocatepetl. En su modelo consideraron una esfera homogénea de gas caliente colocada en el centro del cráter del volcán y definieron la energía térmica del gas como el parámetro libre para realizar la modelación en vez de considerar con más detalle la descompresión del gas en el conducto antes de salir a la atmósfera.

En el capítulo 5 se presenta una metodología para calcular la energía cinética de lanzamiento máxima asociada a los balísticos volcánicos a partir de los proyectiles que lograron mayor alcance en eventos explosivos históricos de un determinado volcán. Esto permite que las energías cinéticas de lanzamiento que se utilicen para calcular los alcances máximos de los balísticos correspondan a escenarios explosivos factibles de acuerdo con el pasado geológico de cada volcán.

Capítulo 3

Trayectoria de los proyectiles balísticos

En este capítulo, se desarrolla un modelo dinámico que describe la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos (PBV), enfocado principalmente para calcular su máximo alcance posible y delimitar las zonas de seguridad adecuadas. En la primera sección se construye el modelo a partir de las principales fuerzas que actúan sobre los PBV: la gravedad y la fuerza de arrastre con el aire. Esta última fuerza es, entre otros factores, función del coeficiente de arrastre, el cual depende de las características físicas del proyectil y de las propiedades dinámicas del aire. En la segunda sección se discuten los valores de este coeficiente que son más adecuados para describir el movimiento de los balísticos volcánicos. En la tercera sección se plantea la ecuación de movimiento a partir del modelo dinámico, se discute la forma de solucionarla utilizando métodos numéricos y se compara con algunos otros modelos que describen la trayectoria de los PBV.

3.1 Fuerzas que actúan sobre los proyectiles balísticos volcánicos

Para plantear la ecuación de movimiento que describe la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos, es necesario conocer las fuerzas que actúan en ellos. Se dice que un cuerpo tiene un movimiento balístico cuando se desplaza a través de la atmósfera siguiendo una trayectoria aproximadamente parabólica determinada por la fuerza de gravedad y las fuerzas resultantes de la interacción del cuerpo con el aire.

La principal fuerza que actúa sobre los proyectiles balísticos es la gravedad, la cual está dada por la fórmula:

$$\vec{F}_g(z) = m\vec{g} \quad (3.1)$$

donde m es la masa del cuerpo y \bar{g} es la aceleración debida a la gravedad. Sobre una esfera homogénea el valor de \bar{g} es función únicamente de la altura y se calcula utilizando la ley de la gravitación universal de Newton:

$$\bar{g}(z) = \frac{\bar{g}_0}{\left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2} \quad (3.2)$$

en donde \bar{g}_0 es la aceleración de la gravedad al nivel del mar y R_T es el radio medio de la esfera.

Sin embargo, la Tierra no es una esfera homogénea y existen diversos factores que modifican el valor de \bar{g} , por lo que éste depende de la latitud, elevación, topografía e incluso de movimientos de mareas y cambios laterales en la distribución de las densidades. El método más utilizado para expresar las observaciones gravitacionales se basa en la anomalía de Bouguer, el cual contiene tres elementos (Dobrin y Savit, 1988):

1. El efecto de la latitud (φ) en el valor de la gravedad, el cual se puede expresar por:

$$g(\varphi) = 9.78032(1 + 0.00579 \text{sen}^2 \varphi + 0.0000235 \text{sen}^4 \varphi) \text{ m/s}^2 \quad (3.3)$$

2. El efecto de la disminución de la gravedad al aumentar la altitud dado por la ecuación (3.2), conocido como el efecto de aire libre.
3. El aumento de la gravedad debido a la presencia de masas entre el nivel del mar y el punto de observación. Una expresión para considerar este efecto es (Garland, 1971):

$$g(z) = 200\pi G \rho z \quad (3.4)$$

donde G es la constante gravitacional, ρ la densidad media del suelo, y z la altura con respecto al nivel del mar (en metros).

La variación del valor de la aceleración de la gravedad debido a la anomalía de Bouguer es del orden de 10^{-2} m/s^2 . Por ejemplo, el valor medido de la gravedad en el volcán

Popocatépetl de 5000 m de altura y con 19° de latitud es de 9.775 m/s² (dato proporcionado por Manuel Mena), el cual difiere del valor de la gravedad en el Ecuador en 0.037 m/s². Este valor es pequeño comparado con las incertidumbres que se tienen al calcular la fuerza de arrastre con el aire, y prácticamente no modifica la trayectoria ni el alcance de los proyectiles balísticos volcánicos, por lo cual el valor de g se puede considerar como constante.

De las fuerzas resultantes de la interacción entre los proyectiles balísticos y el aire, la más importante es la fuerza de arrastre, la cual juega un papel determinante en la trayectoria de los PBV y no puede ser despreciada. Esta fuerza es la que se opone al movimiento de los balísticos y se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{F}_a(v, z) = \frac{1}{2} C_d \left(|\vec{v} - \vec{u}| \right) \rho_a(z) A \left[\vec{v} - \vec{u} \right]^2 \hat{F}_a \quad (3.5)$$

donde $C_d \left(|\vec{v} - \vec{u}| \right)$ es el coeficiente de arrastre expresado como función de la magnitud de la velocidad relativa entre el balístico y el aire, $\rho_a(z)$ es la densidad del aire como función de la altitud, A es el área transversal del balístico, \vec{v} el vector velocidad del balístico, \vec{u} la velocidad del viento y \hat{F}_a es un vector unitario que tiene la misma dirección que el movimiento de los proyectiles pero con sentido contrario.

Es importante señalar que el coeficiente de arrastre (C_d), además de ser función de la velocidad relativa, depende de la geometría del balístico (forma, textura y posición en que se mueve) y de las características del flujo (es decir, del número de Reynolds y del número de Mach para altas velocidades). La relación explícita $C_d \left(|\vec{v} - \vec{u}| \right)$ que se utiliza en este trabajo para los proyectiles balísticos volcánicos se discute con mayor detalle en la sección 3.2.

Para poder calcular la densidad del aire como función de la altitud se puede utilizar la ecuación (3.6), la cual fue obtenida al hacer un ajuste de los datos publicados de la densidad del aire a diferentes alturas hasta 11 km (U.S. Standard Atmosphere, 1976):

$$\rho_a(z) = 3.304 \times 10^{-9} z^2 - 1.139 \times 10^{-4} z + 1.223 \quad (3.6)$$

donde z es la altura sobre el nivel medio del mar (en metros) y ρ_a es la correspondiente densidad del aire (en kg/m^3). En la figura 3.1 se muestran los datos publicados de la densidad del aire y el ajuste que se obtiene al utilizar la ecuación (3.6).

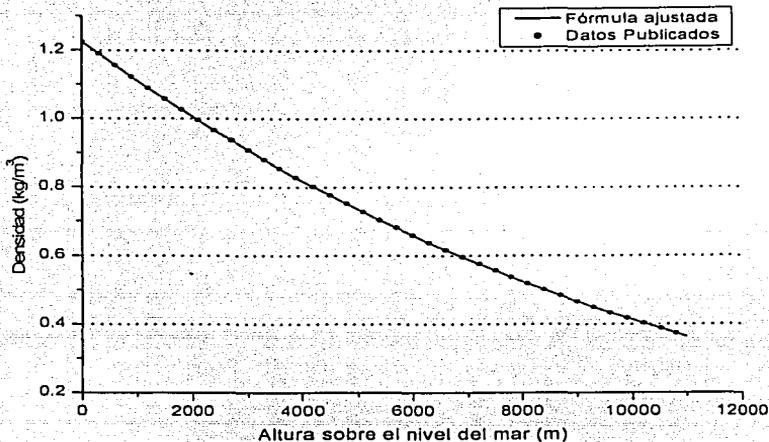


Figura 3.1 Densidad del aire como función de la altura de acuerdo con los datos publicados en U.S. Standard Atmosphere (1976) y el ajuste de éstos dado por la ecuación (3.6).

La segunda fuerza resultante de la interacción entre los balísticos y el aire es la fuerza de sustentación. En el caso de los proyectiles volcánicos esta fuerza se debe principalmente al efecto Magnus, el cual consiste en la generación de una fuerza perpendicular a la dirección de movimiento que actúa sobre cuerpos en rotación y que puede observarse, por ejemplo, en una "bola" curva en el béisbol o un tiro con "chanfle" en el fútbol. La fuerza de sustentación producida por el efecto Magnus está dada por la siguiente ecuación:

$$\vec{F}_s(v, \omega, z) = \frac{1}{2} C_l \left(\frac{D\omega}{v} \right) \rho_a(z) A v \hat{\omega} \times \vec{v} \quad (3.7)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde $\hat{\omega}$ es un vector unitario que indica la dirección de la rotación y $C_i \left(\frac{D\omega}{v} \right)$ es el coeficiente de sustentación escrito como función del producto de la velocidad angular (ω) y el diámetro característico del balístico (D) entre la magnitud de su velocidad de translación (v).

Para que esta fuerza influya en forma significativa en el alcance final de los proyectiles balísticos es necesario que el coeficiente de sustentación (C_i) no sea muy pequeño y que el eje de rotación de los balísticos forme un ángulo pequeño respecto a la horizontal. En diferentes videos de explosiones volcánicas de tipo stromboliano de baja energía se ha encontrado que los proyectiles balísticos giran a velocidades angulares inferiores a 1 rev/s (Waitt et al., 1995). Para un balístico de 1 m de diámetro que se mueve a 30 m/s y a 1 rev/s la correspondiente razón $\frac{D\omega}{v} = 0.23$. Es posible que en explosiones de mayor energía los balísticos giren a mayores velocidades angulares, sin embargo su velocidad de translación (v) también aumenta, por lo que hasta el momento no existe evidencia de que la razón $\frac{D\omega}{v}$ sea significativa. Esto implica que el coeficiente de sustentación de los PBV es pequeño si se comporta en forma similar al que se muestra en la figura 3.2 para esferas en un flujo uniforme.

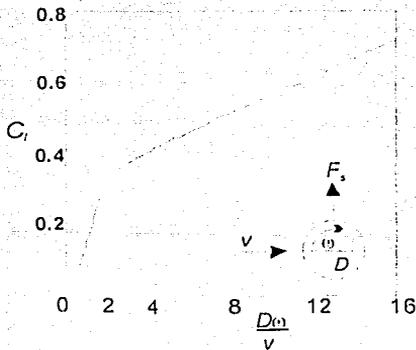


Figura 3.2. Coeficiente de sustentación (C_i) en función de la razón entre el doble de la velocidad tangencial ($D\omega$) y la velocidad de translación (v) para esferas en un flujo uniforme (Gerhart et al, 1992).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por otro lado, Waitt y sus colaboradores (1995) al estudiar los balísticos producidos por las explosiones de 1992 del Mount Spurr, en Alaska, encontraron que éstos mostraban una desviación sistemática hacia el sur de 20° a 40°, a pesar de que el viento se dirigía hacia el este-sudoeste (con azimuth de 115°). Este patrón en la localización de los balísticos puede explicarse considerando que experimentaron una fuerza de sustentación producida por una considerable rotación de estos proyectiles alrededor de ejes prácticamente verticales, la cual los impulso en forma lateral.

Las observaciones y estudios de balísticos volcánicos con los que se cuenta hasta ahora y que se mencionan en los dos párrafos anteriores indican que no se cumplen las dos condiciones necesarias para que la fuerza de sustentación influya en forma significativa en el alcance final de estos proyectiles. Es por ello que en el modelo que se plantea en este trabajo se desprecia la fuerza de sustentación. Sin embargo, es importante señalar que hace falta realizar más observaciones en explosiones volcánicas (en especial para medir velocidades angulares de los PBV) y experimentos en laboratorio (con el fin de medir coeficientes de sustentación en función de $\frac{D\omega}{v}$ correspondientes a PBV) para determinar si esta suposición es válida en general.

Una fuerza que actúa sobre cualquier cuerpo sumergido en un fluido es la fuerza de flotación, la cual está dada por el principio de Arquímedes de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\vec{F}_f = \frac{\rho_a}{\rho_b} m \vec{g} \quad (3.8)$$

donde ρ_b es la densidad del cuerpo y ρ_a es la del aire. En el caso de los PBV esta fuerza puede ser despreciada debido a que su densidad es mucho mayor que la del aire. Para ilustrar esto se puede considerar un balístico de muy baja densidad (por ejemplo 500 kg/m³) moviéndose al nivel del mar (donde la densidad del aire es máxima con un valor alrededor de 1.223 kg/m³). Al hacer el cálculo se encuentra que aún en este caso extremo la fuerza de flotación es del orden de 2.5×10^{-3} veces la fuerza de gravedad y por lo tanto puede ser despreciada.

Otra fuerza que actúa sobre los proyectiles balísticos desde el punto de vista de un observador que se encuentra en la Tierra es la fuerza de Coriolis, la cual se observa debido a que, por su movimiento de rotación, la Tierra no es un sistema de referencia inercial. Esta fuerza está definida por la siguiente expresión:

$$\overline{F}_c = -2\overline{\Omega} \times \overline{v} \quad (3.9)$$

donde $\overline{\Omega}$ es el vector velocidad angular de la Tierra y tiene un valor de 7.292×10^{-5} rad/s. En cualquier latitud la magnitud de la fuerza de Coriolis es muy pequeña en comparación con la fuerza de arrastre y la fuerza de gravedad aún para velocidades muy grandes y prácticamente no influye en el alcance de los balísticos volcánicos. Por ello, es razonable despreciar esta fuerza para estudiar los PBV (no así para proyectiles de artillería de largo alcance como los intercontinentales para los que se requiere de gran precisión para dar en el blanco).

3.2 Coeficiente de arrastre

La mayor dificultad para calcular la fuerza de arrastre que actúa sobre los balísticos volcánicos (y por lo tanto, para calcular su trayectoria y alcance) consiste en encontrar los valores más adecuados del coeficiente de arrastre para las condiciones en que son expulsados estos proyectiles. Experimentalmente se ha encontrado que para una gran variedad de objetos que se mueven a través de un fluido *infinito*¹ (como el aire), C_d puede ser expresado en términos de dos números adimensionales que indican el régimen del flujo: el número de Reynolds (Re) y el número de Mach (Ma).

El número de Reynolds está definido por:

$$Re = \frac{\text{inercia}}{\text{viscosidad}} = \frac{vD}{\mu} \quad (3.10)$$

¹ Es decir que el volumen del fluido es suficientemente grande para que los efectos producidos por la tensión superficial sean irrelevantes.

donde v es la velocidad de la partícula (o del flujo), D el diámetro (u otra dimensión característica del objeto) y μ es la viscosidad cinemática del fluido. Este número relaciona la importancia relativa entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas e indica cuando un flujo es laminar y cuando es turbulento. Por otro lado, el número de Mach está definido por:

$$Ma = v / v_s \tag{3.11}$$

con v_s la velocidad del sonido en el fluido. Este número indica la importancia que tienen en el flujo los efectos debidos a la compresión del fluido.

En términos generales, los efectos de los números de Reynolds y Mach en el valor del coeficiente de arrastre se clasifican de acuerdo con la siguiente tabla:

	Número de Reynolds (Re)	Número de Mach (Ma)
$Ma < Ma_{critica}$	Importante	Irrelevante
$Ma_{critica} \leq Ma < 1.0$	Importante	Importante
$1.0 \leq Ma$	Irrelevante	Importante

Tabla 3.1. Esquema de la importancia relativa de los números de Reynolds y de Mach en diferentes condiciones.

De acuerdo con este esquema, $Ma_{critica}$ es un parámetro que señala la transición de un flujo incompresible a uno compresible. El valor de este parámetro depende de la forma del objeto; por ejemplo, para cilindros vale 0.3, para esferas 0.6 y para misiles 0.7 (White, 1994).

En la figura 3.3 se muestra el coeficiente de arrastre como función del número de Reynolds con $Ma < Ma_{critica}$ (flujo incompresible) para esferas y cilindros circulares con diferentes rugosidades relativas para cada una de ambas figuras. En esta gráfica es posible observar que en ambos casos existe un comportamiento similar: para números de Reynolds pequeños, el valor del coeficiente de arrastre es elevado, pero al ir aumentando el número de Reynolds, este valor va disminuyendo hasta alcanzar un valor constante en $Re \sim 10^3$. Después, el coeficiente de arrastre vuelve a aumentar ligeramente hasta alcanzar un nuevo valor constante para $Re \sim 10^5$. Si el número de Reynolds aumenta se encuentra que para un cierto valor ($Re_{critico}$), que depende de la forma del objeto y de su rugosidad, el valor de C_d disminuye abruptamente y después tiende a un valor constante menor que el que tenía con $Re < Re_{critico}$.

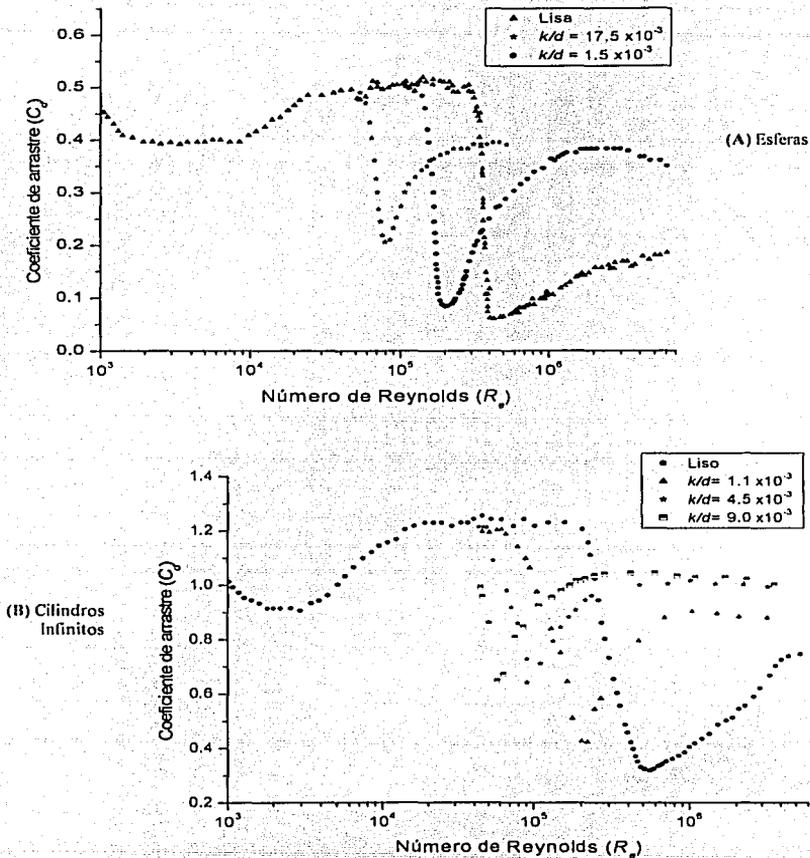


Figura 3.3 Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds en flujo incompresible para esferas (A) y cilindros circulares infinitos (B) con diferentes rugosidades relativas (k/d , con k la profundidad de los orificios y d el diámetro). Datos tomados de Achenbach (1971 y 1972) y Sabersky et al. (1989).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Esta disminución abrupta en el valor del coeficiente de arrastre se debe a que en la capa límite ocurre la transición de flujo laminar a turbulento, lo que provoca que el punto de separación de la capa límite se retrase. Como consecuencia de esto, el tamaño de la estela disminuye y su presión aumenta, lo que reduce considerablemente el arrastre. En la figura 3.4 se ilustra como la turbulencia producida por la rugosidad de la pelota de golf (izquierda) produce que el punto de separación de la capa límite se retrase con respecto a una pelota lisa (derecha).

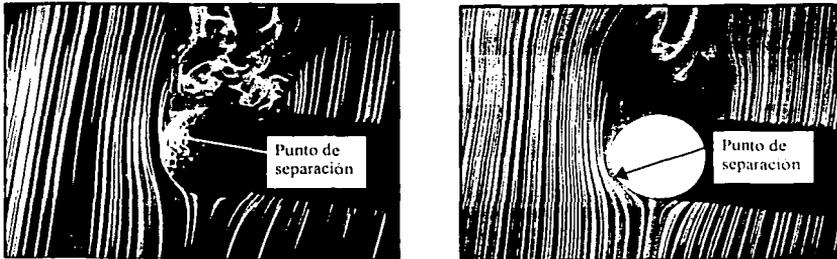


Figura 3.4 Fotografías del flujo alrededor de una pelota de golf (izquierda) y de una pelota lisa (derecha). Aquí se muestra como la turbulencia causada por la rugosidad de la bola de golf provoca que el punto de separación de la capa límite se retrase respecto a la esfera lisa (Alatorre y Stern, 2001)

En la figura 3.5 se muestra el coeficiente de arrastre como función del número de Mach para esferas y cilindros con $R_e < R_{e\text{ crítico}}$ y $R_e > R_{e\text{ crítico}}$, así como para cubos en dos diferentes posiciones (frontal y con el vértice apuntado al flujo). Se observa que para velocidades muy bajas ($M_a < M_{a\text{ crítico}}$) el coeficiente de arrastre es independiente del número de Mach, como se había mencionado anteriormente. Para $M_{a\text{ crítico}} < M_a < 1$ la velocidad local del fluido en algunos puntos cercanos a la superficie del cuerpo se vuelve sónica y por lo tanto se empiezan a formar ondas de choque. Conforme M_a aumenta, éstas ondas se van intensificando y expandiendo, lo que hace que el coeficiente de arrastre aumente considerablemente hasta alcanzar su valor máximo para $M_a \approx 1$. Para velocidades supersónicas se forma una ancha onda de choque de proa frente del cuerpo (figura 3.6) y el valor del coeficiente de arrastre tiende a ser constante.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

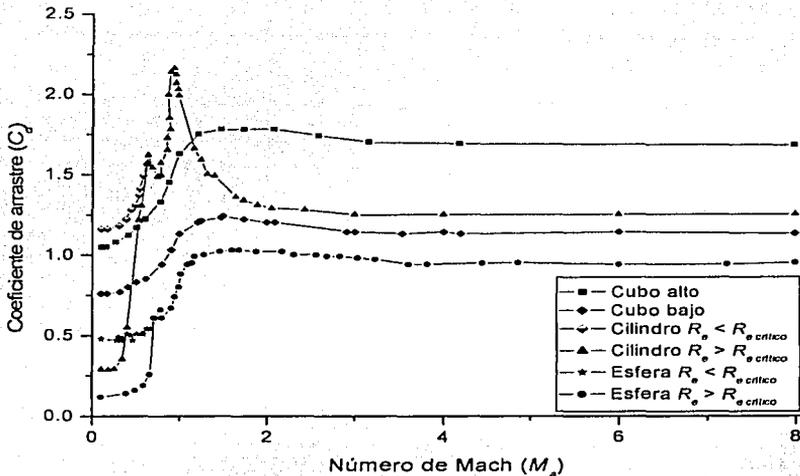


Figura 3.5 Coeficiente de arrastre como función del número de Mach para esferas y cilindros (con números de Reynolds mayores y menores al), así como para cubos perpendicular al flujo (alto) y con el vértice apuntando al flujo (bajo). Datos de Hoerner (1965).

Durante las erupciones volcánicas explosivas (particularmente en las de tipo vulcaniano y pliniano) los PBV son expulsados con velocidades cercanas o incluso superiores a la del sonido ($M_u \geq 1$), por lo que para calcular la fuerza de arrastre que sufren éstos proyectiles es necesario determinar cuáles valores de $C_d(R_e, M_a)$ son los más adecuados para éstas condiciones. En general, estos valores se determinan experimentalmente; sin embargo, en la literatura existen datos solamente para ciertas figuras geométricas. En particular, es posible encontrar valores del coeficiente de arrastre en flujos compresibles ($M_a > M_{a\text{ crítico}}$) únicamente para esferas, cilindros (infinitos) y cubos².

² Existe una gran cantidad de datos de coeficiente de arrastre para figuras aerodinámicas (como alas y misiles) que están diseñadas especialmente para minimizar el arrastre, pero en la práctica estos datos son inadecuados para los balísticos volcánicos que tienen formas irregulares.



Figura 3.6. Flujo supersónico alrededor de un objeto romo el cual crea una onda de choque de proa perpendicular a él. El grosor de la onda de choque y la curvatura del cuerpo son distorsiones ópticas. Tomada de White (1994)

En general, los PBV tienen formas irregulares, diferentes rugosidades relativas y no es posible determinar la posición en que se mueven ya que incluso pueden girar. Sin embargo, debido a la falta de datos experimentales de $C_d(R_v, M_a)$ en flujos compresibles, es necesario determinar los datos del coeficiente de arrastre disponibles que mejor describan el movimiento de los PBV y que permitan calcular su alcance máximo. A continuación se hace esta discusión a partir de los cálculos de balísticos volcánicos realizados hasta el momento (3.2.1), experimentos en un túnel de viento subsónico (3.2.2) y los valores del coeficiente de arrastre más adecuados para los PBV en flujos compresibles (3.2.3).

3.2.1 Coeficientes de arrastre utilizados en cálculos de balísticos volcánicos.

Muchos trabajos en que se describe la trayectoria atmosférica de los proyectiles balísticos volcánicos han asumido que el coeficiente de arrastre se mantiene constante durante todo el movimiento o han considerado un valor promedio (por ejemplo Fudali y Melson, 1972; Self et al., 1980, Bower y Woods, 1996). Una ventaja de esta consideración es que permite, junto con otras suposiciones, integrar la ecuación de movimiento para encontrar una solución analítica, la cual se plantea y discute en la sección 3.3.3. En la tabla 3.2 se indican los valores para el coeficiente de arrastre asignados por distintos autores.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Valor asignado de C_d	Año	Autor
1.0	1967	Sherwood
0.8	1972	Fudali y Melson
1.0	1980	Self, Kienle y Huot
Subsónico 0.65 y supersónico 1.25	1978	Steinberg y Babenko
	1983	Steinberg y Lorenz
1.0	1996	Bower y Woods

Tabla 3.2. Valores constantes del coeficiente de arrastre utilizado por distintos autores para estudiar el movimiento de los balísticos volcánicos.

Como se muestra en la figura 3.5, el coeficiente de arrastre se mantiene constante solamente si las velocidades corresponden a números de Mach menores al valor (alrededor de 130 m/s) o son muy altas durante todo el movimiento (correspondientes a $M_a > 3$ ó $v > 900$ m/s), lo cual representa solamente casos muy extremos. Es por ello que, para fines prácticos, considerar constante el coeficiente balístico es adecuado solamente para explosiones volcánicas de tipo stromboliano, pero resulta inadecuado para estudiar explosiones volcánicas de mayor magnitud. Es importante señalar también que en muchos de los trabajos que consideran constante el coeficiente de arrastre, por simplicidad le asignan como valor la unidad. En el rango en que C_d puede considerarse constante ($M_a < M_a \text{ crítico}$), este valor parece elevado considerando que, en general, el número de Reynolds correspondiente a los PBV es mayor a $Re \text{ crítico}$ (figura 3.3).

Walker y otros (1971) realizaron experimentos de caída libre de piroclastos y concluyeron que para describir la trayectoria de los PBV los datos de $C_d(Re)$ correspondientes a cilindros son más adecuados que los correspondientes a esferas. Sus experimentos consistieron en medir la velocidad terminal de los piroclastos en caída libre y compararlos con las velocidades terminales calculadas utilizando los coeficientes de arrastre correspondientes a esferas y cilindros publicados por Hoerner (1965). Para medir la velocidad terminal, Walker y sus colaboradores midieron el tiempo de caída de los fragmentos para diferentes alturas. Estas mediciones fueron realizadas numerosas ocasiones hasta obtener una recta en una gráfica de distancia contra tiempo. La pendiente de esta recta represente la velocidad terminal.

Es importante señalar que los números de Reynolds correspondientes a sus experimentos (que van desde 20 hasta 7.7×10^3 con $M_a \ll 1$) son al menos dos órdenes de magnitud inferiores a los que se obtienen al calcular las velocidades de los balísticos producidos en explosiones volcánicas. No obstante, muchos cálculos de velocidades iniciales de balísticos han utilizado los datos de coeficiente de arrastre correspondientes a cilindros debido a los experimentos de Walker y sus colaboradores (Wilson, 1972; Self et al., 1974; Nairn y Self, 1978; Fagents y Wilson, 1993).

Aunque en el artículo de Walker et al. (1971) no se presentan explícitamente los valores del coeficiente de arrastre correspondientes a los fragmentos que utilizaron, éstos se pueden calcular a partir de la velocidad terminal medida y del diámetro promedio que presentan en su figura 1³. En la figura 3.7 se muestran los coeficientes de arrastre calculados a partir de los experimentos de Walker et al. (1970) para $R_e \sim 10^3$. Esta gráfica es ilustrativa ya que permite comparar los resultados de estos experimentos con las mediciones realizadas en un túnel de viento subsónico que se describen en la siguiente sección.

La gran mayoría de los estudios realizados para describir las trayectorias de los PBV han hecho alguna de las dos suposiciones descritas hasta aquí. Más recientemente, Waitt y otros (1995) argumentaron que los coeficientes de arrastre correspondientes a cilindros e incluso a cubos son demasiado altos, ya que según ellos, las velocidades iniciales de los balísticos calculadas utilizando estos datos resultan exageradas considerando las condiciones de presión esperadas durante las explosiones volcánicas. Con el fin de disminuir la fuerza de arrastre (y por lo tanto las velocidades calculadas de los balísticos), ellos consideran para los coeficientes de arrastre los valores correspondientes a esferas con $R_e > R_{e, \text{critico}}$ (ver figura 3.3). Las velocidades iniciales de los PBV calculadas con estos datos son mucho menores, sin embargo no existen experimentos ni observaciones que corroboren que efectivamente los coeficientes de arrastre correspondientes a los balísticos volcánicos sean tan bajos.

³ La velocidad terminal (v_T) es aquella que alcanzan los proyectiles en caída libre cuando se igualan la fuerza de gravedad y la fuerza de arrastre. Al despejar el coeficiente de arrastre se obtiene que $C_d = \frac{2mg}{\rho v_T^2 A}$ donde la masa y el área se pueden calcular a partir del diámetro promedio utilizando las fórmulas correspondientes para esferas.

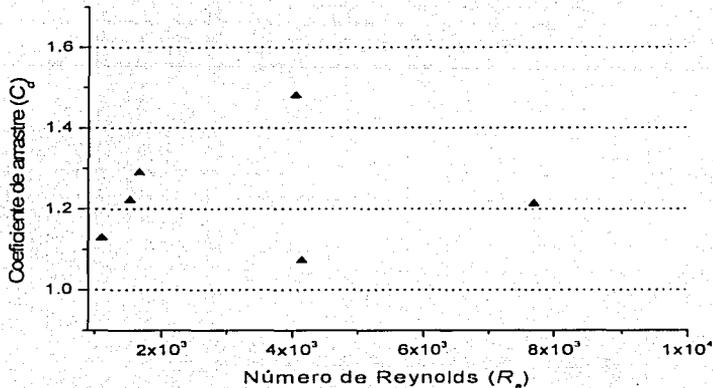


Figura 3.7. Gráfica del coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds obtenida de acuerdo con los experimentos de Walker et al. (1970).

Actualmente existe un programa de computadora llamado *eject!* que calcula la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos. En este programa, realizado por Mastin (2001), es posible considerar el coeficiente de arrastre como constante (el valor lo define el usuario) o utilizar los datos publicados por Hoerner (1965) correspondientes a esferas y cubos (similares a los que se presentan en las figuras 3.3 y 3.5). Sin embargo, en este programa no se definen qué datos del coeficiente de arrastre son los más adecuados para estudiar el movimiento de los PBV.

3.2.2 Experimentos en túnel de viento subsónico

Con el fin de tener mayor información sobre los valores del coeficiente de arrastre más adecuados para estudiar los PBV, se hicieron experimentos en el túnel de viento subsónico C2-00 de la marca Armfield Technical Education (Inglaterra) que se muestra en la figura 3.8 propiedad de la División de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.



Figura 3.8 Fotografía del túnel de viento subsónico C2-00 de la marca Armfield Technical Education utilizado en los experimentos

En este túnel es posible variar la velocidad del viento hasta un máximo de 26 m/s ($M_a \sim 0.08$) y medir directamente la correspondiente fuerza de arrastre que experimenta un objeto colocado en el centro de la sección de prueba. Los datos técnicos del túnel así como el procedimiento experimental que se siguió para medir la fuerza de arrastre que sufren los distintos objetos se describen detalladamente en el apéndice A2.

El coeficiente de arrastre (C_d) se despeja de la ecuación 3.5 para calcularlo a partir de la velocidad del viento en el túnel (u) y de la fuerza de arrastre (F_a) medida en el experimento (ver apéndice A2):

$$C_d = \frac{2F_a}{\rho_a A u^2} \quad (3.12)$$

En esta ecuación el área transversal (A) es medida (o calculada) dependiendo de la forma del objeto y de la posición en que es colocado en el túnel. El valor de la densidad del aire (ρ_a) se consideró como 0.985 kg/m^3 de acuerdo con el valor de la ecuación 3.6 correspondiente a una altitud de 2240 m sobre el nivel del mar. Además, para calcular el número de Reynolds en todos los casos se consideró que $\mu = 1.7382 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ de acuerdo con los datos de U.S. Standard Atmosphere (1976) para la misma altitud.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El experimento consistió en medir el coeficiente de arrastre correspondiente a 6 muestras con diferentes formas (2 pómez y 4 líticos) de fragmentos producidos por explosiones del volcán Popocatépetl. En particular, las muestras que se utilizaron fueron arrojadas durante los eventos explosivos de noviembre y diciembre de 1998, y fueron recolectadas a una distancia aproximada promedio de 3.3 km hacia el norte del cráter del volcán (en la vecindad del refugio de Tlamacas, ver figura 5.8).

En la tabla 3.3 se indica el área frontal (A) de los fragmentos utilizados en los experimentos, medida de acuerdo con la posición en que fueron colocados en el túnel de viento, así como su diámetro equivalente (D_E) definido como el que tiene una esfera con la misma área frontal ($D_E = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$). Los fragmentos I a IV son fragmentos líticos mientras los fragmentos V y VI son pómez.

Muestra	I	II	III	IV	V	VI
Área (cm ²)	11.62	16.21	16.29	28.72	12.37	38.14
Diámetro equivalente (cm)	3.85	4.54	4.55	6.05	3.97	6.97

Tabla 3.3. Área y diámetro equivalente de las 6 muestras de fragmentos volcánicos utilizados en los experimentos

En la figura 3.9 se muestran los resultados del coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds (calculado utilizando el diámetro equivalente D_E) para los 6 fragmentos. Se puede observar que los coeficientes de arrastre de las 4 muestras más pequeñas (I, II, III y V) presentan una caída abrupta en $Re \approx 2 \times 10^4$. Para los 2 fragmentos mayores (IV y VI) no se alcanza a apreciar esta disminución abrupta debido a que, por sus tamaños, los números de Reynolds correspondientes son mayores; sin embargo, es posible que sus correspondientes coeficientes de arrastre presenten un comportamiento similar a los de los fragmentos pequeños, ya que sus valores son muy inferiores en comparación con los obtenidos para fragmentos volcánicos por Walker et al. (1970) para $Re \sim 10^3$ (figura 3.7).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

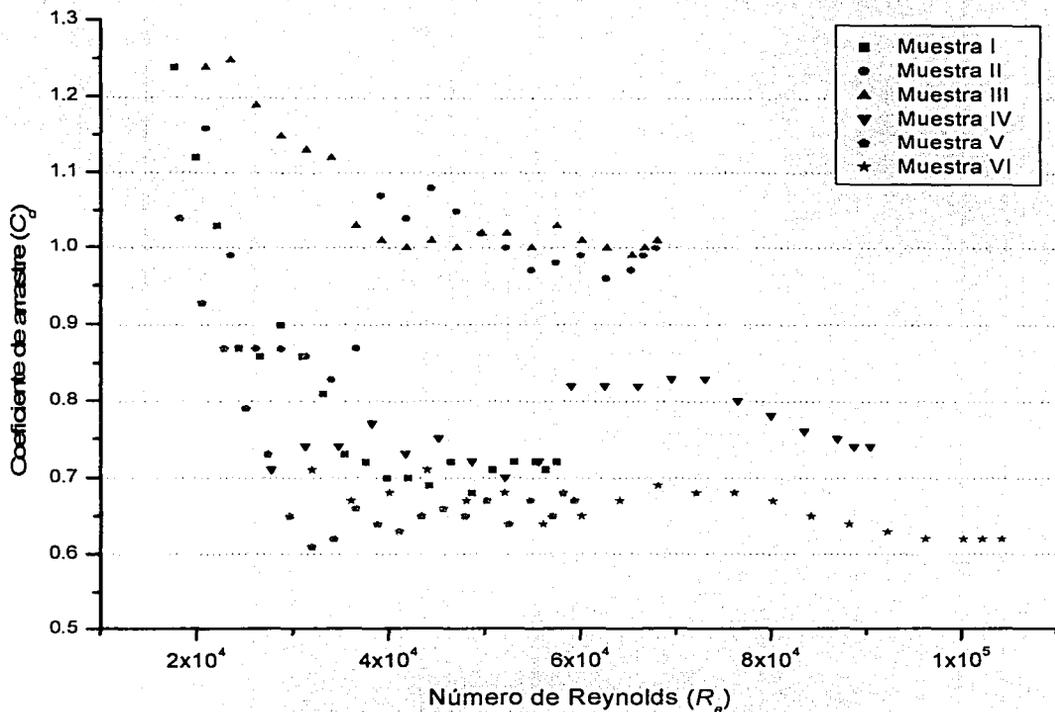


Figura 3.9 Valores del coeficiente de arrastre medidos en un túnel de viento subsónico, en función del número de Reynolds para cada una de las 6 muestras de fragmentos volcánicos producidos por eventos explosivos del Volcán Popocatepetl.

Esta disminución abrupta en los valores de los coeficientes de arrastre para los fragmentos volcánicos es muy similar a la que se muestra en la figura 3.3 para esferas y cilindros, y que resulta del cambio de flujo de laminar a turbulento en la capa límite. Entonces, se puede concluir que para los balísticos volcánicos $Re_{critico} \approx 2 \times 10^4$. Este valor es inferior al que se obtiene para esferas y cilindros, lo cual puede deberse a la textura rugosa e incluso porosa de los PBV (ver figura 3.3).

También se observa en la figura 3.9 que, en general, después de esta disminución abrupta, los valores del coeficiente de arrastre oscilan un poco y finalmente tienden a un valor constante. Este comportamiento también es similar al que se muestra en la figura 3.3 para esferas y cilindros con $Re > Re_{critico}$. Es importante señalar que el valor constante que adquiere finalmente el coeficiente de arrastre ya no cambia para números de Reynolds superiores. Esto implica que los valores constantes del coeficiente de arrastre obtenidos en el experimento en el túnel de viento para $Re \sim 10^4$ son válidos también para balísticos volcánicos que se mueven con $Ma < Ma_{critico}$ aún cuando sus números de Reynolds sean mayores. Los valores constantes a los que tienden los coeficientes de arrastre correspondientes a cada una de las 6 muestras se presentan en la tabla 3.4.

Muestra	I	II	III	IV	V	VI
Coefficiente de arrastre	0.71	0.98	1.01	0.74	0.66	0.62

Tabla 3.4 Valores constantes a los que tienden los coeficientes de arrastre con $Re \sim 10^4$ medidos en el túnel de viento para cada una de las muestras indicadas.

Para determinar qué coeficiente de arrastre se va a utilizar en los cálculos posteriores es necesario recordar que el principal objetivo del modelo desarrollado en este capítulo es calcular el alcance máximo posible de los PBV en explosiones volcánicas y no tanto calcular la trayectoria individual de cada balístico. Por ello, se considerará el menor de los coeficientes de arrastre medidos en el experimento (0.62, correspondiente a la muestra VI, tabla 3.4). Debido a que los balísticos volcánicos siempre se desplazan en flujos con $Re > 10^5$ ($> Re_{critico}$) se puede considerar que este valor del coeficiente de arrastre se mantiene constante en flujos incompresibles.

Por otro lado, es importante comparar los datos medidos del coeficiente de arrastre de los fragmentos volcánicos con los valores de dicho coeficiente correspondientes a esferas, cubos y cilindros en condiciones similares. Esto se debe a que los PBV pueden ser expulsados con velocidades superiores a la del sonido ($M_a > 1$) y a que en la literatura solamente existen datos del coeficiente de arrastre como función del número de Mach para estas tres figuras geométricas. Para poder hacer esta comparación, se hicieron mediciones del coeficiente de arrastre para esferas, cubos (en posición frontal y con el vértice dirigido hacia el viento) y cilindros con razón de $L/D = 3$ y 5 . Con el fin de observar los efectos que tiene la rugosidad en el coeficiente de arrastre, se hicieron mediciones para el cubo y la esfera con textura lisa y con rugosidad relativa ϵ/D del orden de 10^{-2} .

En la figura 3.10 se muestran los resultados obtenidos del coeficiente de arrastre calculados con la fórmula (3.12) como función del número de Reynolds⁴ para estas tres figuras geométricas con sus diferentes variantes. Se observa que en el caso de la esfera rugosa (la pelota de golf) el valor del coeficiente de arrastre tiene una disminución abrupta en $Re \approx 4.9 \times 10^4$ ($Re_{critico}$). Este comportamiento era de esperarse (ver figura 3.3) ya que la rugosidad anticipa la transición de régimen laminar a turbulento en la capa límite, lo cual provoca que el arrastre disminuya notablemente, como ya se habla mencionado.

En esta figura también se observa que para las demás figuras geométricas, el coeficiente de arrastre tiende a un valor constante en $Re \sim 10^4$ ($< Re_{critico}$). En la tabla 3.5 se indican estos valores para cada caso. Al comparar las tablas 3.4 y 3.5 se observa que los coeficientes de arrastre correspondientes a las 4 muestras de fragmentos volcánicos con menor arrastre (y por lo tanto las más significativas desde el punto de vista del modelo) tienen valores intermedios a los coeficientes de arrastre correspondientes a la esfera y al cubo con el vértice apuntando al flujo⁵.

⁴ Para calcular los valores de Re se utilizaron como dimensiones características de las esferas y los cilindros, sus respectivos diámetros y para los cubos se utilizó la medida de uno de sus lados.

⁵ Los datos correspondientes a los cilindros que se presentan en la tabla 3.5 son poco representativos ya que en la literatura existen datos del coeficiente de arrastre en flujos supersónicos solamente para cilindros "infinitos" (es decir, que su longitud es mucho mayor a su diámetro) cuyo valor del coeficiente de arrastre en flujos subsónicos es 1.20 (White, 1994)

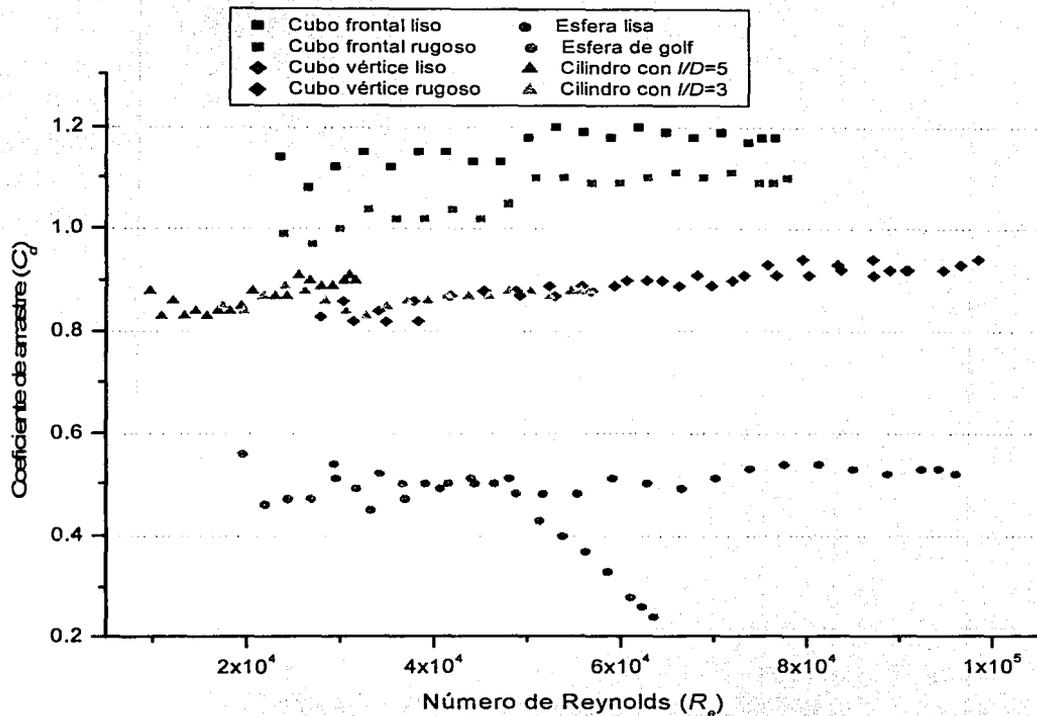


Figura 3.10 Valores de los coeficientes de arrastre medidos en el túnel de viento subsónico en función del número de Reynolds para cada figura geométrica con sus diferentes variantes.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Figura	Cubo frontal		Cubo vértice		Cilindro		Esfera
	Liso	Rugoso	Liso	Rugoso	L/D=3	L/D=5	
Coefficiente de arrastre	1.16	1.06	0.90	0.91	0.87	0.89	0.51

Tabla 3.5 Valores constantes a los que tienden los coeficientes de arrastre con $Re \sim 10^4$ medidos en el túnel de viento para cada una de las figuras geométricas indicadas.

Por otro lado, mediante técnicas de visualización de los flujos alrededor de los distintos objetos, es posible comparar cualitativamente los coeficientes de arrastre correspondientes a los fragmentos volcánicos con los de las figuras geométricas aprovechando el hecho de que el tamaño relativo de la estela con el objeto es proporcional a dicho coeficiente. En la figura 3.11 se muestra la visualización con incienso de los flujos alrededor de la muestra volcánica VI (A), la esfera lisa (B) y el cubo rugoso en posición con el vértice apuntando hacia el flujo (C). En esta figura se observa que el tamaño relativo de la estela correspondiente a la muestra volcánica VI es mayor que la estela de la esfera pero menor a la del cubo, lo cual concuerda con la comparación cuantitativa de los valores medidos del coeficiente de arrastre.



Figura 3.11 Visualización con incienso de los flujos alrededor de los objetos que se indican. Se puede observar que el tamaño relativo de la estela de la muestra volcánica VI (A) es mayor que el de la esfera (B) pero menor que el del cubo rugoso con el vértice apuntando al flujo (C). La técnica de visualización se describe en el apéndice A2.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por lo tanto, el experimento también permite concluir que en flujos incompresibles los mínimos coeficientes de arrastre correspondientes a los fragmentos volcánicos muestreados tienen valores intermedios entre los correspondientes a esferas con $Re < Re_{critico}$ y a cubos colocados con uno de los vértices apuntando hacia el flujo.

3.2.3 Coeficientes de arrastre en flujos compresibles.

A diferencia de los experimentos descritos en la sección anterior, durante las erupciones volcánicas de tipo vulcaniano, subpliniano y pliniano (que son las de mayor interés desde el punto de vista del peligro que representan) los balísticos volcánicos son expulsados con velocidades lo suficientemente altas para que el flujo pueda considerarse compresible ($Ma > Ma_{critico}$). Es por ello que es necesario determinar cuáles valores del coeficiente de arrastre son los más adecuados para describir la trayectoria y calcular el alcance máximo de los PBV en las condiciones en las que se mueven.

En la figura 3.5 se muestran los valores del coeficiente de arrastre como función del número de Mach para cilindros (infinitos) y esferas con $Re < Re_{critico}$ y $Re_{critico} < Re$, así como para cubos en dos diferentes posiciones. Debido a la falta de datos experimentales de coeficientes de arrastre para balísticos volcánicos en flujos compresibles, es necesario determinar qué datos correspondientes a estas figuras son los más adecuados para describir el movimiento y calcular el alcance máximo de estos proyectiles.

En el túnel de viento se determinó experimentalmente (cuantitativa y cualitativamente) que, en flujos incompresibles, el coeficiente de arrastre correspondiente a los balísticos volcánicos que pueden conseguir el máximo alcance tiene valores intermedios entre esferas y cubos colocados con uno de los vértices apuntando hacia el flujo. Se puede extrapolar este hecho para flujos compresibles y considerar una función $C_d(Ma)$ promedio entre los valores correspondientes a la esfera y el cubo.

Para calcular la función $C_d(Ma)$ para cada figura es importante considerar que en los experimentos con el túnel de viento se determinó que el valor del coeficiente de arrastre para los PBV en flujos incompresibles ($Ma < Ma_{critico}$) es 0.62. Para ello, se sigue el esquema de la

importancia relativa entre R_r y M_a en el coeficiente de arrastre que se presenta en la tabla 3.1, considerando que para esferas y cubos $M_a = 0.4$:

- $M_a < 0.4$: Se define a $C_d = 0.62$ de acuerdo con los experimentos.
- $0.4 \leq M_a < 1.0$: El valor del coeficiente de arrastre se ajusta de tal forma que para $C_d(0.4) = 0.62$ y que para $M_a = 1.0$ el valor del coeficiente de arrastre sea el que se indica en este figura.
- $1.0 \leq M_a$: Los valores del coeficiente de arrastre son los que se muestran en la figura 3.5.

En la figura 3.12 se presentan los valores del coeficiente de arrastre que se obtienen para cada figura de acuerdo con este esquema (representados por puntos). En esta figura también se muestran las correspondientes funciones $C_d(M_a)$ (representadas por la línea continua), las cuales fueron obtenidas al dividir el dominio en diferentes intervalos y ajustar un polinomio a cada uno de ellos. Finalmente se muestra la función promedio $C_d(M_a)$ de las funciones ajustadas correspondientes a la esfera y al cubo.

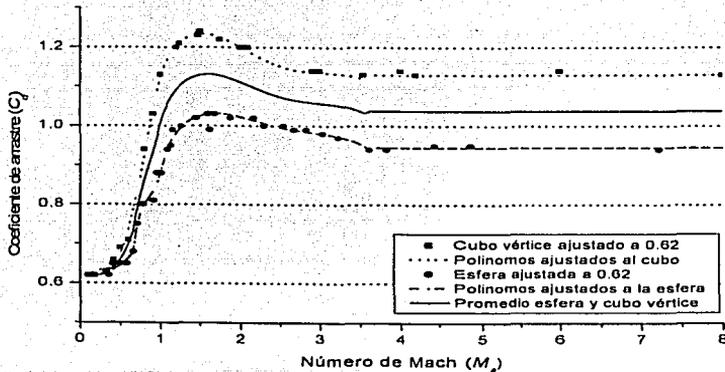


Figura 3.12 Coeficiente de arrastre como función del número de Mach para esferas y cubos con el vértice apuntando al origen, según los datos de Hoerner (1965) para flujos supersónicos modificados de acuerdo con el esquema que se presenta en el texto. También se presentan los polinomios ajustados a estos datos, así como la función $C_d(M_a)$ promedio ambos.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

En la sección 3.2.1 se mencionó que Waitt y otros (1995) argumentaron que los coeficientes de arrastre correspondientes a cilindros y cubos son demasiado altos, ya que, según ellos, las velocidades iniciales de productos balísticos, calculadas utilizando estos datos resultan muy altas, por lo que utilizaron los valores correspondientes a esferas. Sin embargo, los experimentos en el túnel de viento demostraron que los valores del coeficiente de arrastre correspondientes a esferas son claramente inferiores a los de los balísticos volcánicos.

La conclusión del análisis presentado en esta sección es que para flujos incompresibles el valor del coeficiente de arrastre más adecuado para describir el movimiento y calcular el alcance máximo de los PBV es $C_d = 0.62$, mientras que para flujos compresibles se utiliza la función $C_d(M_a)$ promedio de las funciones ajustadas correspondientes a la esfera y al cubo "bajo" modificadas de acuerdo con el esquema que se presenta en la página anterior. Esta función promedio se muestra gráficamente en la figura 3.12 y matemáticamente se representa por los siguientes polinomios:

Ecuación (3.13)

$$\begin{aligned}
 C_d &= 0.728M_a^2 - 0.353M_a + 0.658 && \text{para } M_a < 0.95 \\
 C_d &= -0.134M_a^4 + 1.098M_a^3 - 3.395M_a^2 + 4.607M_a - 1.173 && \text{para } 0.95 < M_a < 2.42 \\
 C_d &= -0.0437M_a^3 + 0.3924M_a^2 - 1.196M_a + 2.295 && \text{para } 2.42 < M_a < 3.61 \\
 C_d &= 1.037 && \text{para } 3.61 < M_a
 \end{aligned}$$

Para calcular el coeficiente de arrastre en función de la magnitud de la velocidad relativa del balístico con el aire $|\vec{v} - \vec{u}|$ ésta se substituye en la definición del número de Mach (ecuación 3.11), con lo cual se obtiene que:

$$M_a = \frac{|\vec{v} - \vec{u}|}{v_s} \tag{3.14}$$

donde la velocidad del sonido en el aire (v_s) se puede calcular como función de la altura utilizando la ecuación (3.15), la cual fue obtenida al hacer un ajuste de los datos publicados de la velocidad del sonido en el aire a diferentes alturas (U.S. Standard Atmosphere, 1976):

$$v_x(z) = -4.107 \times 10^{-3} z + 340.8 \text{ m/s} \quad (3.15)$$

Las ecuaciones 3.13, 3.14 y 3.15 son las que se van a utilizar de aquí en adelante, para calcular la función $C_d(\|\vec{v}-\vec{u}\|)$ y resolver la ecuación de movimiento, la cual se plantea y discute en la siguiente sección.

3.3 Ecuación de movimiento

Considerando únicamente la fuerza de gravedad y la fuerza de arrastre con el aire, la ecuación de movimiento que describe la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos al ser expulsados del cráter es la siguiente:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \vec{g} + \frac{C_d(\|\vec{v}-\vec{u}\|) \rho_a(z) A \|\vec{v}-\vec{u}\|^2}{2} \widehat{F}_a \quad (3.16a)$$

donde \vec{r} es el vector posición de los balísticos. Dividiendo entre la masa, esta ecuación también puede ser expresada como:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{g} + \frac{C_d(\|\vec{v}-\vec{u}\|) \rho_a(z) A \|\vec{v}-\vec{u}\|^2}{2m} \widehat{F}_a \quad (3.16b)$$

A continuación se indica la forma de simplificar y resolver esta ecuación utilizando métodos numéricos.

3.3.1 Coeficiente balístico

Determinar el área transversal (A) de los proyectiles es complicado debido a que se requiere considerar la proyección del área frontal de los balísticos en un plano perpendicular a su dirección de movimiento. Este problema se simplifica considerando el cociente A/m como un solo factor, en donde la masa se escriba como producto de la densidad por el

volumen. A este factor, escrito de esta manera, se le llama coeficiente balístico y se representa por σ . Matemáticamente el coeficiente balístico está dado por (modificado de Steinberg y Lorenz, 1983):

$$\sigma = \frac{A}{m} = \frac{A}{\rho_b Vol} = \frac{1}{\rho_b k D} \quad (3.17a)$$

donde k es una constante de forma y D es una longitud característica del proyectil, que puede ser el diámetro para una esfera o el promedio geométrico de los ejes de un elipsoide. El coeficiente balístico tiene la ventaja de que incluye en un solo factor tres características físicas del proyectil: densidad, tamaño y forma, lo que facilita su estudio.

En general, los PBV tienen formas irregulares y pocas veces se asemejan a alguna figura geométrica; sin embargo por simplicidad se pueden aproximar utilizando una figura cuya área transversal y volumen sean bien conocidos. La figura geométrica más sencilla es una esfera (*volumen* = $\pi D^3/6$, *área transversal* = $\pi D^2/4$ con D el diámetro), en cuyo caso, el coeficiente balístico puede escribirse de la siguiente manera:

$$\sigma_{esfera} = \frac{3}{2\rho_b D} \quad (3.17b)$$

También es útil considerar una figura geométrica cuyos ejes tengan medidas diferentes. Una figura sencilla que tiene esta característica y con la cual se pueden aproximar los balísticos, es el elipsoide (*volumen* = $4\pi abc/3$, *área transversal* = πab). El coeficiente balístico en este caso, no puede determinarse en forma unívoca debido a que el área transversal depende de la posición en la que se mueve el balístico, la cual generalmente no puede determinarse ya que éstos pueden incluso ir girando. Sin embargo, se puede utilizar una expresión en la cual se considere el promedio geométrico de los semiejes del elipsoide. En este caso la expresión para el coeficiente balístico es la siguiente:

$$\sigma_{elipsoide} = \frac{3}{2\rho_b D_E} \quad (3.17c)$$

donde $D_E = 2\sqrt[3]{abc}$ es el diámetro promedio (geométrico) de los semiejes a , b y c del elipsoide. Este diámetro promedio es igual al diámetro de una esfera con el mismo volumen que el elipsoide, por lo que ambos diámetros son equivalentes (y por lo tanto las expresiones 3.17b y 3.17c representan la misma ecuación).

Si se tiene la muestra de un balístico, al obtener su densidad (sumergiéndolas en agua en una pipeta y obteniendo el volumen) se puede calcular el diámetro para una esfera con un volumen equivalente. El diámetro que se obtiene de esta manera es el que se utiliza para calcular σ a partir de la ecuación 3.17b. Otra forma para determinar el diámetro y calcular σ (menos precisa que la anterior) consiste en medir los tres lados de la muestra y calcular su promedio geométrico.

La tabla 3.6 presenta la equivalencia entre diferentes coeficientes balísticos y el tamaño de los proyectiles para dos diferentes densidades ($\rho_h = 2500 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_h = 1500 \text{ kg/m}^3$). En esta tabla D puede representar el diámetro de una esfera o el diámetro promedio (geométrico) de un elipsoide.

Coefficiente balístico σ (m^2/kg)	1×10^{-2}	5×10^{-3}	2×10^{-3}	1×10^{-3}	5×10^{-4}	2×10^{-4}
Diámetro característico D (m) con $\rho_h = 1500 \text{ kg/m}^3$	0.10	0.20	0.50	1.00	2.00	5.00
Diámetro característico D (m) con $\rho_h = 2500 \text{ kg/m}^3$	0.06	0.12	0.30	0.60	1.20	3.00

Tabla 3.6 Equivalencia entre diferentes coeficientes balísticos (σ) y el diámetro característico para $\rho_h = 1500 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_h = 2500 \text{ kg/m}^3$.

Es importante resaltar que en el presente trabajo se considera que el coeficiente balístico (σ) se mantiene constante durante todo el movimiento. Sin embargo, es posible que este coeficiente cambie si ocurre alguna de las siguientes condiciones:

1. El proyectil tiene un movimiento de rotación, lo cual implica que el área transversal (A) es variable a lo largo del movimiento. Para poder tomar esto en cuenta en el

modelo, es necesario recabar mayor información sobre la velocidad angular de los balísticos volcánicos a lo largo de su movimiento, y modelar los proyectiles con una geometría que permita que el coeficiente balístico pueda ser expresado como función de la velocidad angular.

2. La masa del balístico cambia a lo largo del movimiento, ya sea debido a que se fragmente durante el movimiento, o a que ocurra un proceso de erosión debido a la interacción del proyectil con el aire. El estudio de este proceso se deja abierto para futuras investigaciones.

3.3.2 Solución de la ecuación de movimiento

En función del coeficiente balístico, la ecuación de movimiento (3.16b) puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{g} + \frac{1}{2} C_d \left(|\vec{v} - \vec{u}| \right) \rho_a(z) \sigma \left[|\vec{v} - \vec{u}| \right]^2 \hat{F}_a \quad (3.18)$$

Esta ecuación puede integrarse utilizando métodos numéricos. Para ello, el primer paso es transformar la ecuación diferencial ordinaria de segundo grado (3.18) en un sistema de dos ecuaciones diferenciales de primer grado:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad (3.19)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} + \frac{1}{2} C_d \left(|\vec{v} - \vec{u}| \right) \rho_a(z) \sigma \left[|\vec{v} - \vec{u}| \right]^2 \hat{F}_a \quad (3.20)$$

Debido a que los alcances de los PBV son relativamente pequeños, se puede despreciar la curvatura de la Tierra y utilizar coordenadas rectangulares para resolver numéricamente las ecuaciones (3.19) y (3.20). Como no se consideran fuerzas normales, el movimiento puede describirse dentro de un plano en donde la posición del balístico está descrita por el vector $\vec{r} = (x, z)$, donde x es la componente horizontal y z es la componente vertical. De igual forma, el correspondiente vector velocidad está dado por $\vec{v} = (v_x, v_z)$.

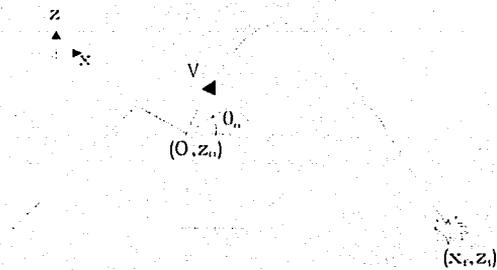


Figura 3.13 Sistema de coordenadas y condiciones iniciales.

El sistema de coordenadas utilizado para resolver las ecuaciones de movimiento se muestra esquemáticamente en la figura 3.13. La fuente de emisión se coloca en la posición $(0, z_0)$ donde z_0 es la altitud del cráter o fuente sobre el nivel del mar. El balístico es lanzado con una velocidad inicial de magnitud v_0 y que forma un ángulo θ_0 con la horizontal, de tal forma que $v_{x0} = v_0 \cos \theta_0$ y $v_{z0} = v_0 \sin \theta_0$. El punto de caída se encuentra en la posición (x_f, z_f) donde x_f es el alcance máximo del balístico y z_f es la altitud del punto donde el balístico impacta la superficie.

En este sistema de coordenadas el vector unitario de la fuerza de arrastre

$$\widehat{F}_a = \left(\frac{v_x - u}{|\overline{v} - \overline{u}|}, \frac{v_z}{|\overline{v} - \overline{u}|} \right) \text{ y las ecuaciones (3.19) y (3.20) se expresan por componentes de la}$$

siguiente manera:

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (3.19a) \qquad \frac{dz}{dt} = v_z \quad (3.19b)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{2} C_d \left(|\overline{v} - \overline{u}| \right) \rho_a(z) \sigma |\overline{v} - \overline{u}| [v_x - u] \quad (3.20a)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -g - \frac{1}{2} C_d \left(|\overline{v} - \overline{u}| \right) \rho_a(z) \sigma |\overline{v} - \overline{u}| v_z \quad (3.20b)$$

En las ecuaciones (3.20a) y (3.20b) la magnitud de la velocidad relativa entre el balístico y el viento está dada por $|\vec{v} - \vec{u}| = \sqrt{[(v_x - u)^2 + v_z^2]}$ (aquí u tiene un valor positivo si tiene la misma dirección horizontal que el balístico y se desprecia la componente vertical del viento). La relación para $\rho_a(z)$ está dada por la ecuación (3.6), mientras que la función $Cd(v-u)$ se obtiene de las ecuaciones 3.13, 3.14 y 3.15 como se mencionó en la sección 3.2.

Para integrar el sistema de ecuaciones que describen el movimiento de los proyectiles balísticos volcánicos se realizó un programa en FORTRAN al que se llamó "*ballistic*". El método numérico que se utiliza en este programa es el de Runge-Kutta de cuarto orden, el cual se describe con más detalle en el apéndice A3. Este método ha sido utilizado anteriormente para calcular trayectorias de PBV por Wilson (1972), Steinberg y Lorenz (1983) y Waitt et al. (1995) debido a que permite calcular con muy buena precisión la velocidad y posición en cada intervalo de tiempo a partir de las condiciones iniciales dadas.

El cálculo de la trayectoria se realiza durante intervalos discretos de tiempo (lo suficientemente pequeños para obtener buena precisión) hasta que el balístico impacta el suelo, es decir, hasta que se cumple que $z = z_f$, donde z_f es un parámetro dado inicialmente que representa la altura del punto de caída. De esta forma, al hacer el cálculo numérico de las ecuaciones de movimiento se determina la trayectoria y el alcance final de los PBV con los parámetros dados.

3.3.3 Comparación con otros cálculos de proyectiles balísticos

Para verificar la precisión de los cálculos numéricos de las trayectorias de los PBV obtenidos con el programa *ballistic*, se consideró el movimiento de los proyectiles sin fuerza de arrastre (es decir $C_d = 0$) para el cual existe una solución analítica exacta. En este caso la ecuación de movimiento se simplifica notablemente ya que solamente considera la fuerza de gravedad (que se toma como constante):

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{g} \quad (3.21)$$

La solución de esta ecuación expresada por componentes está dada por:

$$x(t) = v_0 \cos \theta_0 t \qquad z(t) = v_0 \sin \theta_0 t - gt^2/2 \qquad (3.22)$$

En la figura 3.14A se muestra la comparación entre la trayectoria calculada por *ballistic* y la trayectoria obtenida utilizando las ecuaciones (3.22) cuando la velocidad inicial es de 200 m/s y el ángulo de lanzamiento es de 35°. La diferencia del alcance máximo entre los dos cálculos es alrededor de 0.01%, lo que muestra que los resultados obtenidos con *ballistic* tienen buena precisión.

Para obtener una solución analítica alternativa de la ecuación (3.18) es necesario hacer las siguientes suposiciones:

- La función $\rho_a(z)$ es constante. Para que ésta suposición sea válida el movimiento se debe desarrollar en una trayectoria que tenga un ángulo pequeño respecto a la horizontal, de tal forma que la altura (z) cambia poco.
- El coeficiente de arrastre $C_d(\bar{v}-\bar{u})$ es constante. Esto es válido si las velocidades de movimiento son pequeñas (menores a 130 m/s) o muy altas durante todo el movimiento (mayores a 900 m/s), lo cual representa solamente casos extremos.
- La aceleración debida a la fuerza de arrastre (A_a) expresada por componentes puede ser aproximada por (Self et al., 1980):

$$A_{ax} = -\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma |\bar{v}-\bar{u}| [v_x - u] \approx -\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma [v_x - u]^2 \qquad (3.23a)$$

$$A_{az} = -\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma |\bar{v}-\bar{u}| v_z \approx -\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma v_z^2 \operatorname{sgn}(v_z) \qquad (3.23b)$$

donde $\operatorname{sgn}(v_z)$ se refiere al signo de la velocidad vertical (la velocidad horizontal siempre es positiva por lo que no es necesario especificar su signo). Esta aproximación disminuye la magnitud de la fuerza de arrastre en cada punto a lo largo

de la trayectoria por un factor de
$$\frac{\sqrt{[v_x - u]^2 \cos^2 \theta + v_z^2 \sin^2 \theta}}{\sqrt{[v_x - u]^2 + v_z^2}}$$
.

Al integrar dos veces con respecto al tiempo, la ecuación de movimiento considerando las aproximaciones dadas por las ecuaciones (3.23) se obtiene la siguiente solución:

$$x(t) = \frac{2}{C_d \rho_a \sigma} \ln \left[\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma (v_0 \cos \theta_0 - u) t + 1 \right] + ut \quad (3.24a)$$

$$z(t) = \begin{cases} \frac{2}{C_d \rho_a \sigma} \ln \left[\left(\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma v_0 \sin \theta_0 \right) t + 1 \right] - \frac{1}{2} g t^2 & v_z \geq 0, \text{ (proyectil subiendo)} \\ \frac{-2}{C_d \rho_a \sigma} \ln \left[\cosh \left((t - t_0) \sqrt{\frac{1}{2} C_d \rho_a \sigma g} \right) \right] & v_z < 0, \text{ (proyectil cayendo)}^6 \end{cases} \quad (3.24b)$$

En la figura 3.14A se muestra también la comparación entre la trayectoria descrita por las ecuaciones (3.24) y los datos calculados con el programa *ballistic* con coeficiente constante utilizando en ambos casos los mismos parámetros⁷. En este caso, la diferencia entre las dos trayectorias es de 2.2% y se debe principalmente a la aproximación *c)* de la solución analítica, ya que al disminuir la magnitud de la fuerza de arrastre aumenta el alcance.

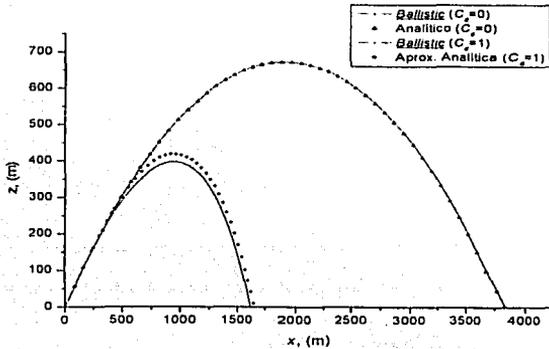
Se mencionó anteriormente que existe un programa de computadora que calcula la trayectoria de los PBV llamado *eject!* (Mastin, 2001), con el cual es posible considerar el coeficiente de arrastre como constante (el valor lo define el usuario) o utilizar los datos publicados por Hoerner (1965) correspondientes a esferas y cubos. Al comparar los alcances obtenidos con *ballistic* con los obtenidos para *eject!* utilizando en ambos casos el $C_d = 1$ se encontró que la diferencia es menor a 1.5% debido a pequeñas diferencias en el algoritmo de integración utilizado en cada programa.

Es interesante comparar las trayectorias de los PBV obtenidas para *eject!* utilizando los coeficientes de arrastre correspondientes a esferas y a cubos con la obtenida con *ballistic* en el cual se utiliza el coeficiente de arrastre dado por la ecuación (3.13) de acuerdo con los experimentos realizados en el túnel de viento. La figura 3.14B muestra esta comparación para una velocidad de lanzamiento de 400 m/s, ángulo de 35° y $\sigma = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$. El alcance

⁶ La solución dada para $v_z < 0$ tiene como condición inicial que $v_z(t = t_0) = 0$, ya que la velocidad del proyectil al momento de empezar a caer (es decir cuando $t = t_0$) es nula.

⁷ $v_0 = 200 \text{ m/s}$, $\theta_0 = 35^\circ$, $C_d = 1.0$, $u = 0$, $\rho_a = 1.2$, $\sigma = 1.0 \times 10^{-3}$, $g = 9.81$, $z_0 = z_T = 0$

calculado con *ballistic* es mayor al calculado con *eject!* utilizando los coeficientes correspondientes a cubos, sin embargo es mucho menor al que se obtiene para la esfera. Esto se debe a que el coeficiente de arrastre correspondiente a la esfera que utiliza el programa *eject!* considera valores para $R_c > R_c \text{ crítico}$, los cuales son demasiado bajos para el caso de los PBV como se demostró en los experimentos (sección 3.2.2).



(A) Comparación de las trayectorias calculadas con el programa *ballistic* para $c_d=0$ y $c_d=1$ con las soluciones analíticas dadas por las ecuaciones (3.22) y (3.24) respectivamente. En todos los casos se utilizó $v_0 = 200$ m/s, $\theta_0 = 35^\circ$ y $\sigma = 1.0 \times 10^{-3}$ m²/kg

(B) Comparación de las trayectorias calculadas con el programa *eject!* utilizando los coeficientes de arrastre correspondientes a esferas y a cubos con la trayectoria calculada con el programa *ballistic* utilizando la ecuación (3.13). En todos los casos se utilizó $v_0 = 400$ m/s, $\theta_0 = 35^\circ$ y $\sigma = 1.0 \times 10^{-3}$ m²/kg.

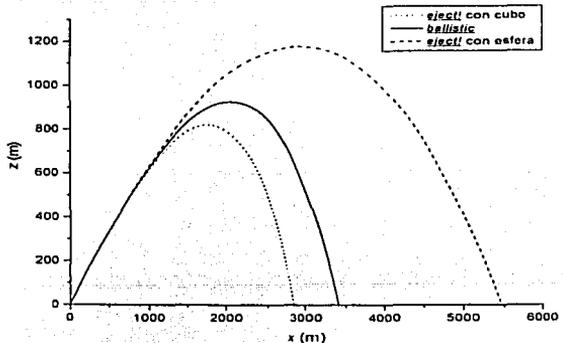


Figura 3.14 Comparación de las trayectorias de los PBV calculadas con el programa *ballistic* con los cálculos obtenidos con las soluciones analíticas (A) y con el programa *eject!* con dos diferentes valores del coeficiente de arrastre (B).

3.3.4 Comparación de parámetros medidos en eventos explosivos del volcán Popocatepetl

Aunque no se pueden calcular directamente las velocidades de los PBV o definir su posición a lo largo de su trayectoria, es posible medir dos parámetros relacionados con su movimiento: el tamaño de los proyectiles con máximo alcance, y su tiempo de vuelo. El primero de ellos puede obtenerse mediante un muestreo de campo, mientras que el segundo puede medirse directamente en videos de explosiones volcánicas. Si se conoce la posición final (altura del punto de caída y distancia al cráter) de los balísticos con máximo alcance producidos por alguna explosión volcánica en particular, es posible calcular la energía que necesitaron para alcanzar esa distancia, el tamaño teórico de estos proyectiles y su tiempo de vuelo utilizando el programa *ballistic*. Al comparar los valores calculados de estos parámetros con los resultados medidos en el estudio de campo y en el video correspondiente, se tiene un indicador de qué tan adecuado resulta el modelo propuesto en este capítulo para describir la trayectoria de los PBV.

En la tabla 3.7 se muestra el tiempo de vuelo y el tamaño de los PBV con máximo alcance producidos por el evento explosivo del volcán Popocatepetl del 17 de diciembre de 1998 (el cual ha sido uno de los de mayor magnitud durante la presente etapa eruptiva). Para medir las dimensiones de estos proyectiles se hizo un estudio de campo en el volcán, en el cual también se determinó que el alcance máximo de los balísticos fue de 3.7 km respecto al cráter y que la altura correspondiente al punto de caída de estos proyectiles fue alrededor de ≈ 4000 m (la altura de la boca del cráter del volcán Popocatepetl es de ≈ 5000 m). Los tiempos de vuelo fueron medidos a partir del video correspondiente a este evento del acervo videográfico del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED).

En esta misma tabla se muestran el diámetro promedio (geométrico) de los balísticos con máximo alcance, su tiempo de vuelo y su energía cinética de lanzamiento calculados utilizando el programa *ballistic*. Para realizar estos cálculos se consideraron la altura del volcán, la altura del punto de impacto y la distancia máxima alcanzada. Como se observa en la tabla, los valores de estos parámetros calculados con el programa *ballistic* concuerdan con los valores medidos, lo que indica que el modelo propuesto en este capítulo es adecuado para describir la trayectoria y alcance máximo de los PBV.

	Diámetro con máximo alcance (cm)	Tiempo de vuelo (s)	Energía cinética inicial (kJ)
Medición	25-40	32-40	-
<i>Ballistic</i>	34	35	4400

Tabla 3.7 Comparación del diámetro y el tiempo de vuelo medidos los PBV con máximo alcance producidos durante la explosión del volcán Popocatepetl en diciembre de 1998, con los resultados calculados con el programa *ballistic*.

Por otro lado, es interesante comparar la energía cinética calculada para los balísticos con la energía de otros procesos que ocurren durante las explosiones volcánicas. Al observar fotografías aéreas del volcán Popocatepetl antes y después de la explosión del 17 de diciembre de 1998, se determinó que el número de balísticos arrojados por este evento fue del orden de 10^2 a 10^3 fragmentos. Si se supone que todos los proyectiles fueron arrojados con una energía de 4.4×10^3 kJ (lo cual evidentemente no es cierto), se obtiene una energía máxima correspondiente al total de balísticos producidos durante este evento explosivo del orden de 4.4×10^5 kJ a 4.4×10^6 kJ.

Raga et al. (2002) al modelar la expansión de ondas atmosféricas por diferentes explosiones del volcán Popocatepetl durante noviembre y diciembre de 1998, estimaron energías internas iniciales dentro del intervalo de 2×10^{10} kJ a 1.1×10^{12} kJ.

Cruz-Atienza et al. (2001) realizaron estudios sísmicos de inversión de onda de diez eventos explosivos del volcán Popocatepetl entre 1997 y 2001. Cruz-Atienza y sus colaboradores modelaron estos eventos explosivos como fuerzas con magnitudes en un intervalo entre 1.17×10^{10} N a 1.35×10^{11} N y determinaron que la fuerza F es proporcional al cuadrado de la duración τ del evento. Utilizando esta escala y conociendo F , τ y considerando una velocidad promedio del material expulsado de un evento en particular, se puede determinar la energía cinética E_c de la explosión de acuerdo con la siguiente fórmula⁸:

⁸ De acuerdo con el teorema impulso-impetu $mv = \int_0^{\tau} F dt$, por lo que si la fuerza es proporcional a la duración del evento, al integrar se obtiene que $mv = \frac{F\tau}{3}$ y al expresarlo en términos de la energía cinética $E_c = \frac{mv^2}{2}$ y la velocidad se obtiene finalmente la ecuación (3.25).

$$F_c = \frac{F \tau v}{6} \quad (3.25)$$

En particular, para el evento explosivo del 15 de diciembre de 1998 Cruz-Atienza y sus colaboradores obtuvieron que $F = 2.85 \times 10^{10}$ N y $\tau = 4.0$ s. Asumiendo una velocidad promedio del material expulsado $v = 150$ m/s, se obtiene una energía cinética de 2.85×10^9 kJ. Al comparar las distintas energías, se observa que la energía cinética total de los balísticos es mucho menor a la energía cinética de la explosión calculada de acuerdo con el estudio sísmico de Cruz-Atienza et al. (2001) y la energía térmica obtenida por Raga et al. (2002) para los eventos explosivos de diciembre de 1998 del volcán Popocatepetl.

3.3.5 Discusión de la ecuación de movimiento

Para finalizar este capítulo se resaltarán algunos aspectos importantes de la ecuación (3.18). El término que corresponde a la aceleración de los balísticos debido a la fuerza de arrastre (i.e. el segundo término del lado derecho) siempre es negativo debido a que, como se mencionó anteriormente, esta fuerza se opone siempre al movimiento de los proyectiles balísticos. Ahora bien, esta desaceleración es proporcional a las siguientes variables:

- a) A la densidad del aire, la cual a su vez decrece con la altura en forma cuadrática de acuerdo a la ecuación (3.6). Esto implica que la desaceleración que sufren los PBV debida a la fuerza de arrastre es menor cuando son expulsados en volcanes de gran altitud (como el Popocatepetl) y por lo tanto tienen mayores alcances que cuando son arrojados por volcanes de menor altitud.
- b) Al coeficiente balístico, el cual a su vez es inversamente proporcional al tamaño de los proyectiles y a su densidad (ecuaciones 3.17). Debido a esto la desaceleración que sufren los PBV de grandes dimensiones (y/o de mayor densidad) es menor que la que sufren fragmentos pequeños (y/o menos densos), y por lo tanto su alcance es mayor cuando son lanzados con la misma velocidad y el mismo ángulo.
- c) Al cuadrado de la velocidad relativa del balístico con el viento. Esto implica que balísticos expulsados con altas velocidades sufren una muy importante desaceleración debido a la fuerza de arrastre, lo que limita considerablemente su alcance. También es importante notar que la dirección y velocidad del viento pueden influir en el alcance final de los proyectiles balísticos.

Capítulo 4

Peligros asociados al impacto de proyectiles balísticos volcánicos

En este capítulo se describen los principales peligros asociados al impacto de los proyectiles balísticos volcánicos (PBV), los cuales se deben principalmente a las altas energías de impacto y a las elevadas temperaturas que adquieren estos proyectiles. En la primera parte del capítulo se describen los efectos que pueden tener los impactos en diversos materiales (incluyendo el impacto con aeronaves) y se mencionan algunos reportes de explosiones volcánicas históricas en las que los balísticos volcánicos han causado diversos daños materiales e incluso muertes de personas. En la segunda parte del capítulo se describen algunas características de los cráteres de impacto formados por los balísticos volcánicos producidos por eventos explosivos del volcán Popocatepetl.

4.1 Peligros asociados a la caída de proyectiles balísticos

Los proyectiles balísticos volcánicos (PBV) representan un peligro importante para la vida, las propiedades y la aeronavegación debido a las elevadas temperaturas y a las altas energías cinéticas asociadas a estos productos al ser expulsados del cráter, lo que se traduce en importantes energías de impacto.

La energía de impacto (E_{impacto}) de un proyectil balístico se define como la energía cinética del proyectil en el instante previo al contacto. Si el proyectil tiene masa m y su velocidad al momento del impacto es v_i , esta energía se expresa por:

$$E_{\text{impacto}} = \frac{1}{2} m v_i^2 \quad (4.1)$$

A pesar de que la fuerza de arrastre con el aire que experimentan los PBV durante su trayectoria provoca una disminución notable en sus velocidades, las energías de impacto asociadas a los balísticos volcánicos son considerables. Es por ello que estos proyectiles representan un gran peligro para las personas que se encuentran cercanas a un volcán en el momento en que en éste se presenta un evento explosivo.

Según datos de Blong (1984) el número de personas fallecidas desde 1600 hasta 1982 debido a la caída de tefra y de proyectiles balísticos es de 10,953, lo que representa un 4.6% del total de personas que perdieron la vida por erupciones volcánicas durante este periodo. Entre las explosiones que más muertes han causado debido a balísticos volcánicos se encuentra la del volcán Tambora (Indonesia) en 1815, durante la cual alrededor de 10,000 personas murieron como resultado de impacto de bombas, caída de tefra y tsunamis, aunque no se conoce la proporción de muertes directamente relacionada con los balísticos. Durante la erupción de 1812 del volcán Soufrière, en San Vicente, 56 personas murieron por impacto de balísticos volcánicos. Otros reportes de personas que han resultado heridas o han fallecido por causa del impacto de balísticos volcánicos involucran en general a curiosos, fotógrafos y científicos que se acercaron demasiado al cráter durante algún evento explosivo Blong (1984).

Las personas pueden sobrevivir a la caída de proyectiles pequeños en algunos refugios; sin embargo, el impacto de balísticos grandes puede afectar a las personas incluso en refugios sólidos, debido a que la energía de impacto de estos proyectiles puede ser superior a la energía de penetración de diversos materiales con los que se construyen los techos (Tilling, 1993).

En la figura 4.1 se compara la energía de impacto de proyectiles balísticos con la energía mínima que se requiere para perforar una barrera de concreto y una de acero, en función del diámetro característico de los proyectiles (D). La energía de impacto de los balísticos volcánicos fue calculada considerando dos diferentes energías cinéticas de lanzamiento (5×10^2 kJ y 5×10^4 kJ), una diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída (h) de 1500 m, así como una densidad promedio de 2500 kg/m^3 .

Para calcular la energía de perforación de una barrera de concreto se utilizó la fórmula (Attwood y Kendall en Pulsen, 1992):

$$E_{\text{penetración}} = 0.85 \rho_c \left(\frac{\rho_c}{m} \right)^{1/3} (e^2 D)^{4/3} (r^* + 0.3) \quad (4.2)$$

donde ρ_c es la densidad del concreto, σ_c la resistencia compresiva del concreto, e el grosor efectivo de la barrera y r^* el parámetro de reforzamiento¹. Para el caso de una barrera de acero, la energía de penetración para proyectiles sólidos se utilizó la fórmula (Attwood y Kendall en Pulsen, 1992):

$$E_{\text{penetración}} = 1.44 \times 10^9 (eD)^{3/2} \quad (4.3)$$

para la cual se consideró un grosor efectivo $e = 0.0063$ m.

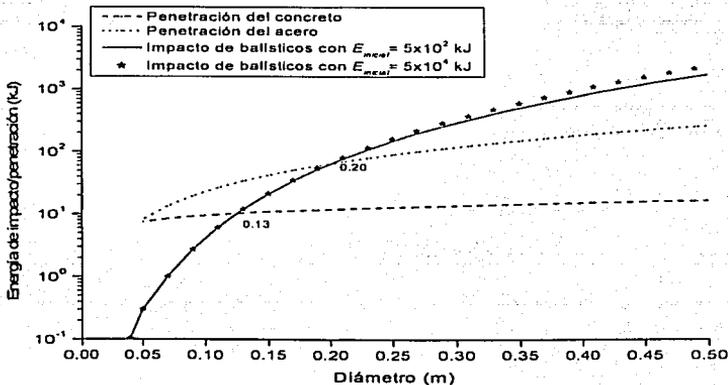


Figura 4.1 Energía de impacto de balísticos volcánicos expulsados con dos energías cinéticas diferentes, así como la energía de penetración de una barrera de concreto y una de acero en función del diámetro promedio de los proyectiles, según las fórmulas (4.2) y (4.3) respectivamente. Los parámetros de ambas barreras se mencionan en el texto.

¹ Los valores de los parámetros utilizados para los cálculos del concreto en la figura 4.1 son los siguientes: $\rho_c = 2500 \text{ kg/m}^3$, $\sigma_c = 30 \text{ MPa}$, $e = 0.10 \text{ m}$ y $r^* = 0.0$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

De acuerdo con los datos presentados en la figura 4.1, una barrera de concreto de 10 cm de grosor efectivo puede ser penetrada por proyectiles con diámetros superiores a 13 cm, mientras que una barrera de acero con un grosor efectivo de 6.3 mm puede ser penetrada por balísticos con diámetros mayores a 20 cm. Como se muestra en esta figura, los diámetros de perforación son independientes de la energía cinética con la que los balísticos son expulsados del cráter, aunque depende de otros factores como la densidad de los proyectiles y la diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída.

En la tabla 4.1 se muestran los datos presentados por Blong en Self y Sparks (1981) de la energía de impacto necesaria para penetrar diversos materiales con diferentes grosores. Aquí se observa que excepto la madera laminada que puede resistir impactos de proyectiles de hasta 6 cm de diámetro, todos los demás materiales que se presentan en esta tabla son fácilmente penetrados por proyectiles menores a 4 cm de diámetro, ya que, de acuerdo con la figura 4.1, la energía de impacto de balísticos con 4 cm de diámetro es de 100 J. Solamente en explosiones de muy baja energía (por ejemplo las de tipo stromboliano) en las que la diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída es pequeña, la energía de impacto de los balísticos volcánicos es considerablemente menor y por lo tanto, en estos casos refugios construidos con algunos de estos materiales pueden servir como protección ante la caída de pequeños fragmentos.

Material	Madera laminada	Fibra de cemento	Tabladura	Ripia de asfalto	Cedro	Teja de arcilla
Espesor (mm)	4.5 - 12.0	4.5 - 9.5	9.5	10 - 40	6 - 10	20
Energía de penetración (J)	90 - 500	20 - 85	60 - 90	10 - 80	10 - 16	20

Tabla 4.1 Energía de penetración de diversos materiales con diferentes grosores. Datos tomados de Blong en Self y Sparks (1981).

Los datos que se presentan en la tabla 4.1 y en la figura 4.1 dan una idea de la capacidad de distintos materiales de soportar impactos de proyectiles balísticos; sin embargo, existen muchos otros factores que influyen en la energía de penetración de estos materiales. Por ejemplo, estos datos fueron obtenidos al considerar impactos normales (a 90°) en donde los proyectiles son indeformables. En el caso de los balísticos volcánicos esto implica que se

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

encuentren en estado sólido al momento del impacto, ya que de lo contrario una fracción de la energía de impacto se pierde en deformar el cuerpo. Otro aspecto a considerar, es que proyectiles puntiagudos requieren menores energías de penetración que proyectiles con caras planas o esféricas (como los considerados en muchos de estos estudios).

Es importante mencionar que los datos presentados aquí fueron obtenidos en estudios de ingeniería pero no han sido comprobados cuantitativamente desde el punto de vista de la vulcanología, es decir, de la observación directa de impactos de balísticos producidos durante explosiones volcánicas. Sin embargo, existen registros de daños a diversas construcciones por el impacto de balísticos volcánicos. Por ejemplo, Blong (1984) señala que proyectiles entre 6 y 8 cm de diámetro penetraron techos de hierro galvanizado en Georgetown (San Vicente) en 1903, y que en 1912 el volcán Stromboli (Italia) arrojó balísticos de hasta 30 toneladas a más de 3 km de distancia, los cuales destruyeron muchas casas en Ginostra.



Figura 4.2 Destrucción del mirador de Mount Lassen durante la erupción de 1914 por impactos sucesivos de proyectiles balísticos. Imagen modificada de Hill (1970).

Hasta aquí se ha mencionado el peligro asociado al impacto de balísticos individuales; sin embargo, puede ocurrir que la estructura de una construcción se vea seriamente dañada al ser impactada en muchas ocasiones. Por ejemplo, el refugio de Glacier Hut, que se encuentra a 1.2 km de Ruapehu's Crater Lake, fue seriamente dañada al ser impactada 35 veces por proyectiles balísticos durante la erupción de 1975 (Blong, 1984). Otro ejemplo es la

destrucción del mirador de Mount Lassen durante la erupción de 1914 por impactos sucesivos de balísticos, como se muestra esquemáticamente en la figura 4.2.

Las temperaturas de impacto representan también un peligro importante asociado a los PBV, debido a que éstas pueden ser superiores al punto de ignición de la vegetación que rodea al volcán o de diversos materiales de construcción, y por lo tanto pueden provocar incendios. Las temperaturas de los balísticos volcánicos pueden abarcar un rango muy amplio debido a que, como se mencionó en el capítulo 2, éstos pueden ser bombas formadas de nuevo magma y que son lanzadas en estado líquido (es decir, a mayor temperatura), o bloques formados por fragmentos sólidos de las paredes del cráter o cuerpos de lava solidificados (con menor temperatura).

En general, los balísticos volcánicos son incandescentes al momento de ser expulsados del cráter (como se muestra en la figura 5.6), lo que implica que tienen temperaturas superiores a los 300°C. Por otro lado, las columnas eruptivas que se forman durante las explosiones volcánicas pueden alcanzar temperaturas superiores a los 1100°C, aunque existe poca evidencia de que las bombas líticas puedan alcanzar el equilibrio térmico con los gases. La temperatura de fusión total de la dacita es de 930°C, mientras que la de la andesita es de 1090°C (Boures, 1989), por lo que las bombas que son arrojadas en estado líquido pueden tener temperaturas alrededor de estos valores. En general, se puede considerar que la temperatura de los balísticos volcánicos se encuentra en un intervalo entre 300°C y 1000°C.

En la tabla 4.2 se muestra la temperatura promedio de ignición de diferentes tipos de vegetación (según los datos de Bailey y Anderson, 1980), así como en la madera utilizada para la construcción (datos de Babrauskas, 2002). Como se puede observar en esta tabla, los PBV pueden fácilmente, por su temperatura, provocar incendios en todos estos materiales, particularmente en pastizales y en la madera. Es importante resaltar que los datos que aquí se presentan corresponden a temperaturas de ignición promedio, por lo que en ambientes secos, las correspondientes temperaturas son menores.

	Pastizales	Arbustos	Bosques	Madera (sólida y laminada)
Temperatura de ignición (°C)	186	398	393	250

Tabla 4.2 Temperaturas de ignición de diferentes tipos de vegetación y de madera utilizada en construcción. Los datos de las tres primeras columnas fueron tomados de Bailey y Anderson (1980) y los de la última de Babrauskas (2002).

Durante la explosión de 1783 del volcán Asama (Japón) bombas incandescentes de 50 cm de diámetro impactaron y perforaron los techos de las casas en Karaizawa, a 11 km de distancia, provocando que 52 de las 162 casas fueran completamente incendiadas (Aramaki, 1956). Otro ejemplo es la erupción en 1973 del volcán Heimay (Islandia), en la que bloques entre 0.1 y 2.0 m de diámetro provocaron el fuego en diversas construcciones al impactarse contra los techos y ventanas (Blong, 1984). Durante algunos eventos explosivos del Popocatepetl en el presente periodo eruptivo, fragmentos incandescentes han provocado incendios en los pastizales cercanos al volcán, como se muestra en la figura 4.3.

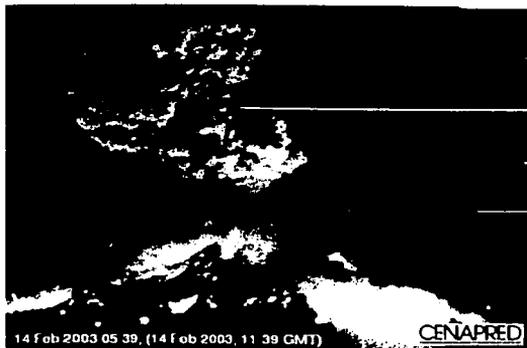


Figura 4.3 Incendios en pastizales provocados por los balísticos arrojados durante la explosión del 14 de febrero del 2003 del volcán Popocatepetl.

Los proyectiles balísticos volcánicos también representan un peligro importante para las aeronaves (aviones o helicópteros) que se encuentren en las cercanías de un volcán durante un evento explosivo. Las energías de impacto entre proyectiles balísticos y las aeronaves está dada por:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$E_{\text{impacto}} = \frac{1}{2} m_{\text{red}} v_{\text{rel}}^2 \quad (4.4)$$

donde $m_{\text{red}} = \frac{m}{1 + \frac{m}{m_a}}$ es la masa reducida, definida en términos de la masa del balístico (m) y la masa de la aeronave (m_a) y $v_{\text{rel}}^2 = (v_{2x} - v_x)^2 + (v_{2y} - v_y)^2$ es el cuadrado de la velocidad relativa entre la aeronave que se mueve con velocidad (v_{x2} , v_{y2}) y el proyectil cuya velocidad es (v_x , v_y).

La componente vertical de la velocidad de los balísticos (v_y) es mínima en la zona donde éstos alcanzan su altura máxima. Por otro lado, los proyectiles que tienen mayores alcances verticales son aquellos que son lanzados con ángulos cercanos a 90° , en cuyo caso la componente horizontal de su velocidad (v_x) es muy pequeña. Por lo tanto, cuando los balísticos lanzados con ángulos muy verticales impactan en los límites de su alcance vertical con alguna aeronave, se puede considerar que la magnitud de la velocidad relativa es igual a la magnitud de la velocidad de la aeronave. En la figura 4.4 se muestra, bajo estas condiciones, la energía de impacto entre los balísticos y una aeronave ligera (con $m_a=8000$ kg) que se mueve con una velocidad promedio de 150 m/s (540 km/hr) en función del diámetro característico de los proyectiles con $\rho_b = 1500$ kg/m³ y $\rho_b = 2500$ kg/m³.

La energía de impacto de los proyectiles pequeños (de 5 a 10 cm de diámetro) es del orden de kJ, la cual es suficiente para perforar diversos materiales con los que están construidos las aeronaves (Riddle et al., 1996 y Gellert et al., 2000). Durante un bombardeo de flujos de lava en Mauna Loa (Hawai), un avión del ejército de Estados Unidos fue impactado por fragmentos de roca fundida que produjeron pequeños orificios en una de sus alas (Lockwood y Torgerson, 1980). Impactos de balísticos con diámetros mayores pueden, además de perforar con mayor facilidad los materiales de la aeronave, actuar como cañonazos de artillería y provocar que un avión o un helicóptero sean derribados.

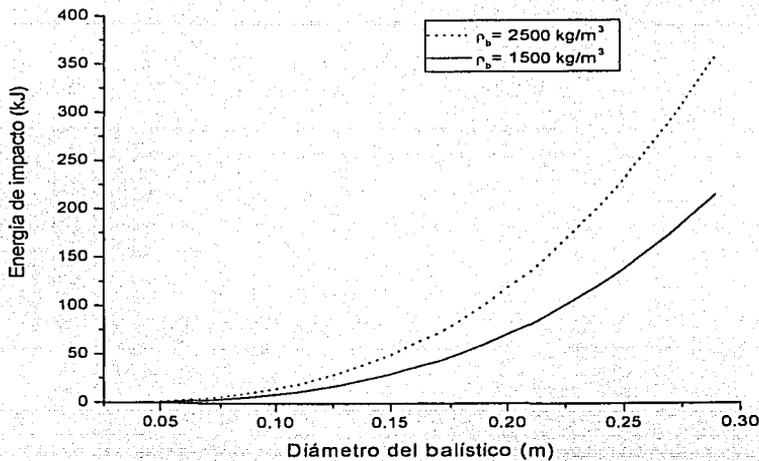


Figura 4.4 Energía de impacto de los balísticos con una aeronave ligera (con $m_a = 8000 \text{ kg}$) que se mueve con una velocidad de 150 m/s en función del diámetro promedio de los proyectiles, considerando que la magnitud de la velocidad relativa es igual a la magnitud de la velocidad de la aeronave

4.2 Cráteres de impacto

Cuando los proyectiles balísticos volcánicos se impactan contra el suelo, en general forman cráteres de impacto como los que se muestran en la figura 4.5. Al hacer el muestreo correspondiente a este trabajo, en el volcán Popocatepetl, de los cráteres de impacto producidos por los balísticos volcánicos que fueron arrojados durante los eventos explosivos de noviembre y diciembre de 1998, no se encontraron fragmentos de los proyectiles en muchos de los cráteres ni en sus cercanías (figura 4.5B). Esto puede deberse a que en muchos casos al impactarse los balísticos no solamente se fragmentan o rompen, sino que se pulverizan completamente.

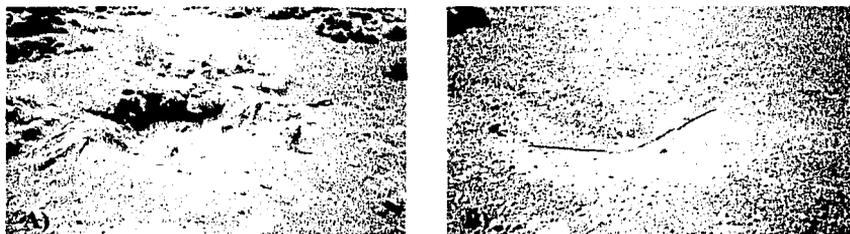


Figura 4.5 Cráteres de impacto de los PBV producidos durante los eventos explosivos de noviembre y diciembre de 1998 en el volcán Popocatepetl. En A) se muestra un cráter con el balístico que lo produjo, y en B) un cráter de impacto en el que no se encontraron fragmentos del balístico ni en el cráter ni en sus cercanías.

En los videos de estos eventos explosivos se observa que en las cercanías del cráter del volcán (donde la pendiente es muy pronunciada) los balísticos rebotan o se fragmentan y dispersan en una pequeña área alrededor del punto de caída, lo que explica la existencia de algunos cráteres de impacto sin fragmentos en esta zona. Sin embargo, en los videos también se observa que en las zonas más alejadas del cráter (donde el terreno es más plano) los balísticos no rebotan, sino que al impactarse muchas veces explotan. Estas explosiones producen que los proyectiles se pulvericen, lo que explica el hecho de que en muchos de los cráteres formados en terreno plano no se encuentren fragmentos de éstos.

En la figura 4.6 se muestra la energía de impacto calculada con el programa *ballistic* para los PBV del evento explosivo del 18 de diciembre de 1998 del volcán Popocatepetl en función del diámetro promedio de estos proyectiles. Como referencia, se muestra también la energía de una carga explosiva de ANFO que se utiliza para fragmentar las rocas en función de su diámetro².

² La fórmula utilizada para calcular la carga de explosivos Q (en gramos) de ANFO para fragmentar una roca de diámetro D (en m) es: $Q = 70D^3 + 350D^2 + 4D$ (Landerfors y Kihlstrom, 1976), considerando que la cantidad de energía por masa de ANFO es de 912 cal/gr.

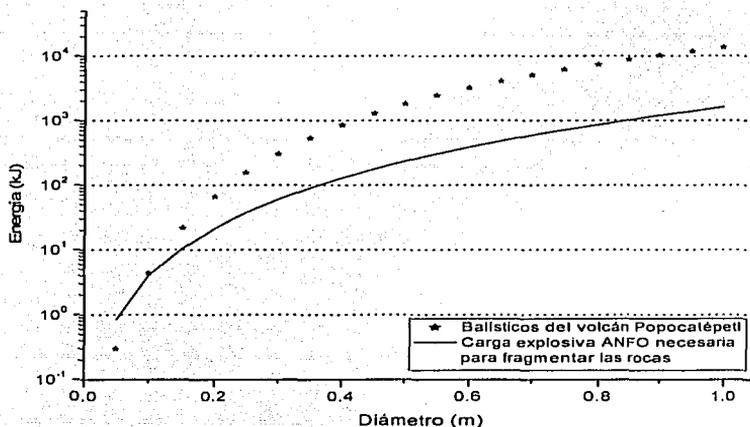


Figura 4.6 Energía de impacto de los PBV en función de su diámetro promedio, y la energía de una carga explosiva de ANFO que se utiliza para fragmentar las rocas en función de su diámetro.

En esta figura, se observa que la energía de impacto de los PBV es mucho mayor que la energía necesaria para fragmentarlos utilizando explosivos, lo cual indica que es posible que estos proyectiles se fragmenten y pulvericen durante las explosiones de impacto.

Aunque las observaciones muestran que los balísticos pueden explotar al momento del impacto, el mecanismo mediante el cual esto sucede no se conoce. Un proceso físico que podría estar relacionado con estas explosiones es el que ocurre con las balas expansivas (también conocidas como dum-dum). Estas balas tienen un orificio en la punta, por lo que al ser disparadas con velocidades supersónicas el aire se comprime dentro del orificio, lo que permite que se almacene una cierta cantidad de energía. Cuando la bala impacta un cuerpo blando, como puede ser un cuerpo humano, el aire que estaba comprimido se expande súbitamente, con lo que se libera la energía almacenada que provoca que la bala se fragmente y que el cuerpo se lesione internamente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En el caso de los balísticos volcánicos, este proceso podría ocurrir considerando que, como se ha mencionado anteriormente, durante las explosiones volcánicas los proyectiles pueden ser expulsados con velocidades cercanas o incluso mayores a la del sonido. Si los balísticos tienen vesículas, el aire que está atrapado dentro de ellas podría comprimirse a estas velocidades. Esto hace que una parte de la energía que se emplea para comprimir el aire se almacene dentro de las vesículas. Cuando los PBV impactan una superficie blanda (como el suelo arenoso del volcán) la energía almacenada dentro de las vesículas podría liberarse súbitamente, produciendo una explosión capaz de pulverizar a los balísticos y de remover parte del suelo para formar el cráter de impacto. Este proceso podría explicar porque en los cráteres de impacto no se encuentran fragmentos visibles del proyectil.

Para comprobar que el proceso de expansión del aire comprimido en las vesículas es el causante de las explosiones de los PBV, es necesario estudiar con más detalle el proceso físico que ocurre, incluyendo la cantidad de energía que podría almacenarse en las vesículas, la forma en que ésta se libera súbitamente en el momento del impacto y cómo afecta al resto de la roca. En el presente trabajo este proceso solamente se menciona como posible explicación de las observaciones de los cráteres de impacto y de los videos de explosiones volcánicas, y se propone como tema de estudio para un trabajo posterior.

Los rebotes de los PBV al impactar en zonas con pendiente pronunciada y las explosiones que ocurren en el momento de impacto, son importantes desde el punto de vista del peligro que representan, ya que implican que estos proyectiles pueden causar daño a las vidas y a las propiedades no solamente mediante el impacto directo, sino que también pueden afectar zonas cercanas al punto de caída.

Para resolver la ecuación de movimiento (3.18) que describe la trayectoria de los balísticos volcánicos es necesario conocer las dimensiones de estos proyectiles (que determinan su coeficiente balístico). Sin embargo, como se mencionó al principio de la sección, en muchos de los cráteres de impacto no se encuentran fragmentos de los balísticos, por lo que solamente se pueden medir las dimensiones del cráter. En la tabla 4.3 se muestran los diámetros característicos de los pocos fragmentos de balísticos producidos por el volcán

Popocatepetl durante los eventos explosivos de noviembre y diciembre de 1998 que pudieron muestrearse, así como las dimensiones de los cráteres de impacto donde se encontraron.

Diámetro característico del balístico (m)	Diámetro promedio del cráter (D_c) en m	Profundidad del cráter (P_c) en m	Volumen del cráter (V_c) en m ³
0.18	1.56	0.32	0.13
0.32	2.00	0.35	0.19
0.35	1.67	0.34	0.15
0.39	1.82	0.60	0.51
1.34	3.63	0.74	1.58

Tabla 4.3 Diámetro característico de los balísticos muestreados producidos por el volcán Popocatepetl en noviembre y diciembre de 1998, y las dimensiones de los respectivos cráteres donde fueron encontrados. El volumen del cráter se calculó con la ecuación (4.6).

En total se muestrearon 53 cráteres de impacto por balísticos producidos durante estos eventos, en los cuales se encontró que el promedio de la razón entre el diámetro promedio del cráter y su profundidad fue de $D_c/P_c = 4.88$. Para calcular el volumen del cráter se consideró un paraboloides de revolución que se obtiene al girar la parábola:

$$z^2 = \frac{2P_c^2}{D_c} x \quad (4.5)$$

alrededor del eje z . El volumen de los cráteres de impacto modelados de esta forma se calcula con la siguiente ecuación:

$$V_c = \frac{\pi D_c P_c^2}{4} \quad (4.6)$$

En la figura 4.7 se muestra el diámetro característico de los balísticos (D) en función del volumen del cráter de impacto que forman (V_c), de acuerdo con los datos de la tabla 4.3 y el ajuste lineal de los datos por el método de mínimos cuadrados. La ecuación de la recta ajustada es:

$$D = 0.744V_c + 0.13 \text{ m} \quad (4.7)$$

Esta ecuación estadística permite solamente hacer una estimación de las dimensiones de los balísticos producidos por el volcán Popocatepetl a partir de las dimensiones del cráter de impacto que producen.

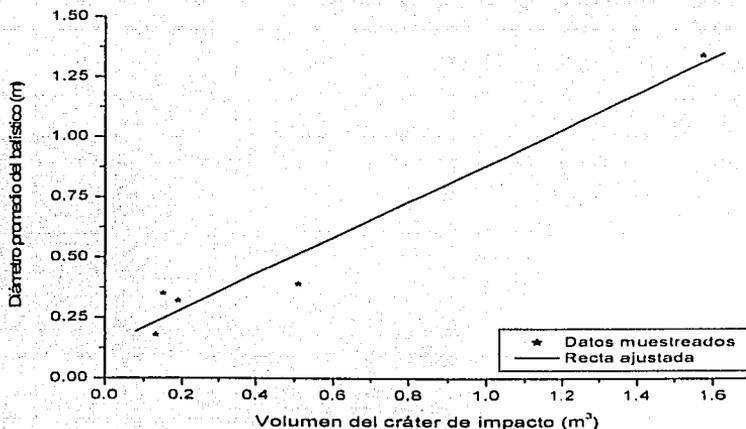


Figura 4.7 Diámetro característico de los balísticos (D) en función del volumen del cráter de impacto que forman (V_c), de acuerdo con los datos de la tabla 4.3 y el ajuste lineal dado por la ecuación (4.7).

Finalmente, se puede hacer una relación entre la energía de impacto de los balísticos volcánicos y la masa desplazada para formar los cráteres de impacto de acuerdo con los datos de la tabla 4.3. Para hacer esto, se consideró una densidad promedio del terreno en que fueron encontrados los proyectiles de 1500 kg/m^3 . En la figura 4.8 se muestra el logaritmo de la masa desplazada de los cráteres de impacto en función del logaritmo de la energía cinética calculada para los proyectiles balísticos que los produjeron. Como referencia se muestra también los datos experimentales presentados en Fudali y Melson (1972) y Moore (1971) para el impacto de misiles en terrenos de arena, roca (basalto y granito) y aluvión con su correspondiente ajuste lineal.

Como se muestra en esta figura, la masa desplazada por los balísticos volcánicos para formar los cráteres de impacto del volcán Popocatepetl es mayor que la observada experimentalmente con misiles, lo cual puede deberse a la forma irregular que tienen estos proyectiles.

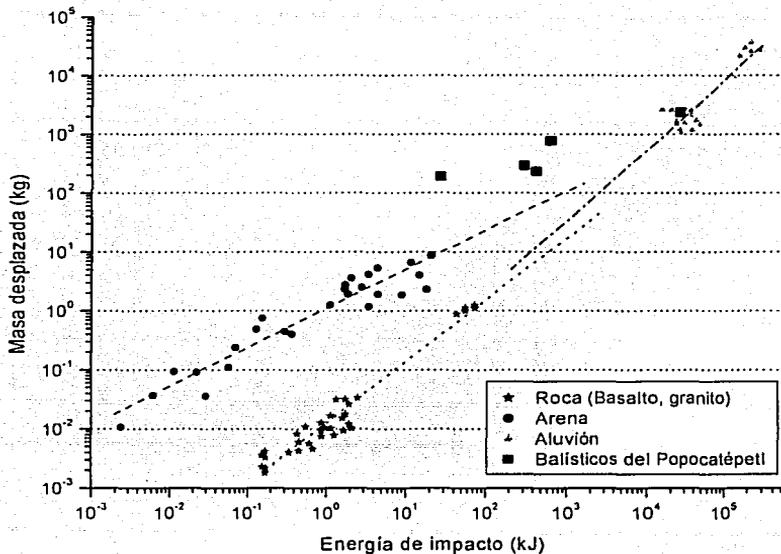


Figura 4.8 Masa desplazada de los cráteres de impacto en función de la energía de impacto calculada para los proyectiles que los produjeron. Los datos experimentales para roca, arena y aluvi6n fueron tomados de Fudali y Melson (1972) y Moore (1971) para el impacto de misiles.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 5

Delimitación de zonas de peligro por impacto de proyectiles balísticos

En este capítulo se presenta una metodología para delimitar y representar gráficamente las zonas de peligro por impacto de balísticos volcánicos en diferentes escenarios explosivos posibles. En la primera sección se presenta como parametrizar en forma realista estos escenarios a partir de la energía cinética de lanzamiento asociada a balísticos producidos durante eventos explosivos históricos de un volcán en particular, y qué factores se deben considerar para calcular los alcances máximos en cada escenario definido de esta manera. En la segunda sección, se presenta la forma de representar gráficamente estas zonas en mapas de peligro y en perfiles de zonamiento vertical donde se indiquen las zonas de peligro en el espacio aéreo, por impacto de estos productos en tres distintos escenarios explosivos. Finalmente, se aplica la metodología presentada en este capítulo para los dos volcanes activos más importantes de México: Popocatépetl y Fuego de Colima, así como para el volcán Concepción de Nicaragua.

5.1 Cálculo de los alcances máximos de los balísticos volcánicos en escenarios explosivos posibles

Para que la población pueda protegerse adecuadamente del impacto de proyectiles balísticos volcánicos (PBV), es necesario establecer rangos de seguridad acordes con el alcance máximo esperado de estos proyectiles en diferentes escenarios explosivos que pueden ocurrir en un determinado volcán. Para ello es necesario definir primero cuáles son los escenarios explosivos posibles de acuerdo con el pasado geológico de cada volcán y después calcular el alcance máximo esperado de los balísticos volcánicos para cada escenario utilizando el modelo dinámico que se discute en el capítulo 3.

Para calcular el movimiento de los balísticos volcánicos los escenarios explosivos pueden ser parametrizados (o definidos) en términos de la energía cinética de lanzamiento máxima asociada a estos proyectiles¹. Esta parametrización es conveniente porque permite calcular la correspondiente velocidad inicial de cada balístico, la cual es necesaria para resolver la ecuación de movimiento (3.18) que describe su trayectoria y permite determinar su alcance. Para calcular la velocidad inicial (v) de los proyectiles balísticos (con masa m) a partir de la energía cinética de lanzamiento (E) utilizada para parametrizar un determinado escenario explosivo, se puede emplear la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (5.1a)$$

Con el fin de parametrizar en forma realista los escenarios explosivos para un determinado volcán, es necesario calcular la energía cinética asociada a los PBV producidos durante distintos eventos explosivos históricos de dicho volcán. Para ello, el primer paso consiste en realizar un estudio de campo para identificar los balísticos que lograron un alcance máximo correspondientes a cada evento explosivo del volcán. Una vez hecho esto, el segundo paso es medir la posición final de estos proyectiles (altura del punto de caída y distancia al cráter) y las características físicas de cada proyectil (diámetro promedio y densidad) que determinan su coeficiente balístico (definido por las ecuaciones 3.17).

Considerando los parámetros medidos en el campo, la altura del cráter (o fuente) correspondiente y suponiendo que los balísticos de máximo alcance fueron lanzados con un ángulo óptimo² (ver figura 5.1), se resuelve numéricamente la ecuación de movimiento (3.18) con los métodos presentados en la sección 3.3 para diferentes energías hasta obtener, por ensayo y error, la energía cinética de lanzamiento con la cual se logra que el alcance sea igual al medido en el estudio de campo.

¹ En videos de explosiones volcánicas se observa que no todos los balísticos son expulsados con la misma energía. Es por ello que para definir escenarios explosivos se considera solamente la energía cinética de lanzamiento máxima con la que son expulsados estos proyectiles.

² Existen diversas combinaciones de ángulos de lanzamiento con energías cinéticas asociadas a los balísticos que dan como resultado el alcance medido en el campo. Es por ello que para calcular en forma unívoca la energía

Esta energía cinética es la que se utiliza para parametrizar el escenario explosivo correspondiente al evento eruptivo histórico que produjo los balísticos muestreados, y por lo tanto, va a ser la que se utilice para calcular los alcances máximos de los PBV y delimitar las zonas de peligro por su impacto en este tipo de escenarios. Para cada volcán pueden definirse distintos escenarios explosivos de acuerdo con diferentes eventos históricos (de ese mismo volcán o de algún otro cuyas explosiones sean semejantes a las que pueden presentarse en el volcán en cuestión), cada uno de los cuales se parametriza a partir de la energía cinética de lanzamiento calculada de esta manera.

Para delimitar la zona de peligro potencial por impacto de los balísticos volcánicos en cada escenario explosivo definido de esta forma (i.e. parametrizado con su correspondiente energía cinética de lanzamiento) es necesario calcular las condiciones con las cuales los proyectiles tienen el máximo alcance posible para dicho escenario. Estas condiciones son el ángulo óptimo de lanzamiento y el tamaño de los fragmentos con cual obtienen el alcance máximo.

En la figura 5.1 se muestra el alcance en función del ángulo de lanzamiento para distintas energías cinéticas y dos diferentes coeficientes balísticos ($\sigma = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$ y $\sigma = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{kg}$, ver tabla 3.6), cuando la diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída ($h = z_o - z_f$) es de 1000 m. En esta figura se puede observar que existe un ángulo de lanzamiento, llamado óptimo, con el cual los proyectiles tienen un alcance máximo al ser expulsado con una energía cinética (o velocidad) dada. Este ángulo no es necesariamente 45° (como ocurre en un tiro parabólico sin fuerza de arrastre y con $h = 0$), sino que depende del coeficiente balístico (σ), de la energía cinética (E) y de la diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída (h).

cinética de lanzamiento, es necesario considerar únicamente los balísticos con máximo alcance y suponer que fueron expulsados con un ángulo óptimo.

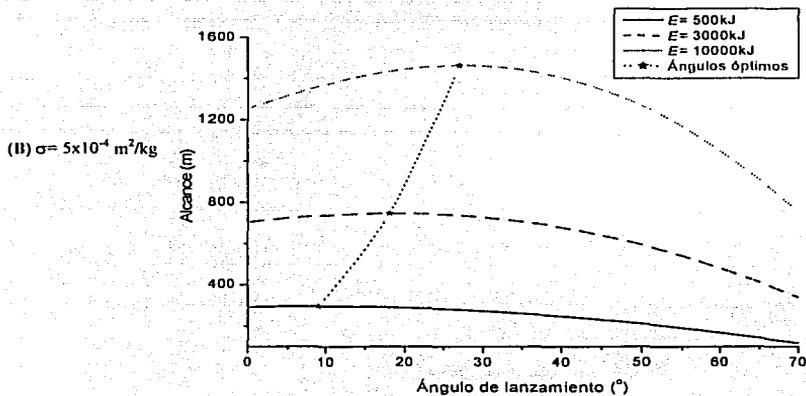
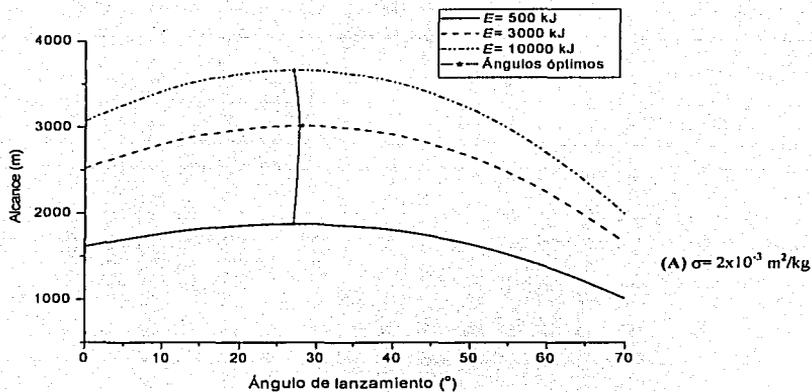


Figura 5.1 Alcance en función del ángulo de lanzamiento para distintas energías cinéticas (E) y dos diferentes coeficientes balísticos (σ), para $h = 1000 \text{ m}$.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En la figura 5.2 se muestra el ángulo óptimo calculado como función de h para distintas energías cinéticas de lanzamiento y dos diferentes coeficientes balísticos ($\sigma = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$ y $\sigma = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{kg}$ ver tabla 3.6).

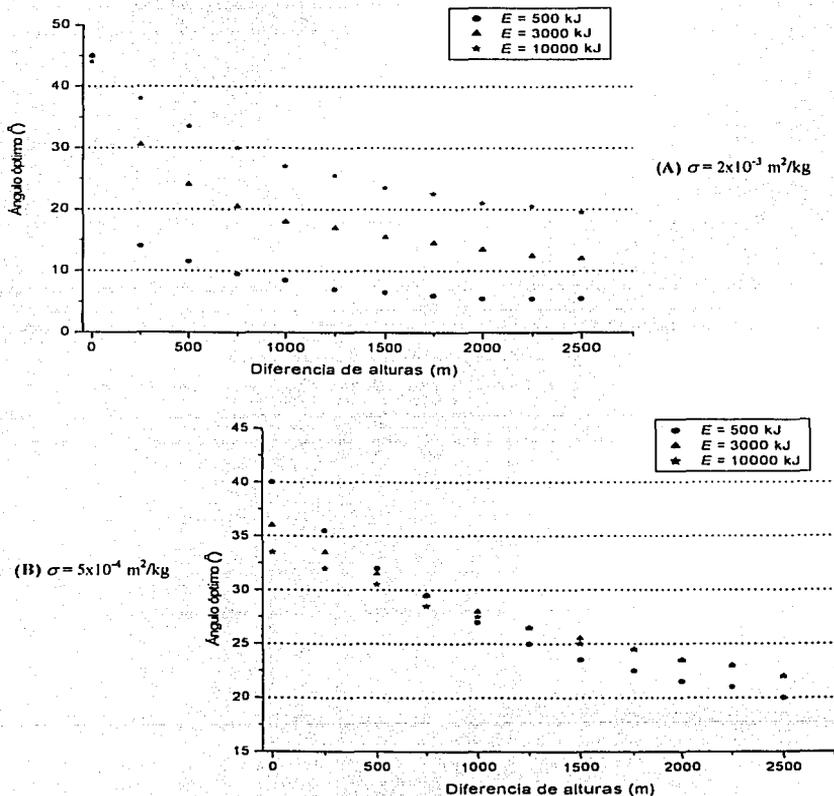


Figura 5.2 Ángulo óptimo en función de la diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída para diferentes energías de lanzamiento (E) y dos diferentes coeficientes balísticos.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

En algunos volcanes (como el Popocatepetl) la morfología del cráter impone una restricción al ángulo de salida, ya que los PBV expulsados con ángulos pequeños se impactan con las paredes del cráter (figura 5.3). Si el ángulo óptimo es menor que el ángulo mínimo necesario para superar las paredes del cráter, entonces éste último puede ser considerado como el ángulo con el cual se logra la mayor distancia (ver figura 5.1), con lo que en muchos casos se facilita el cálculo del alcance máximo.

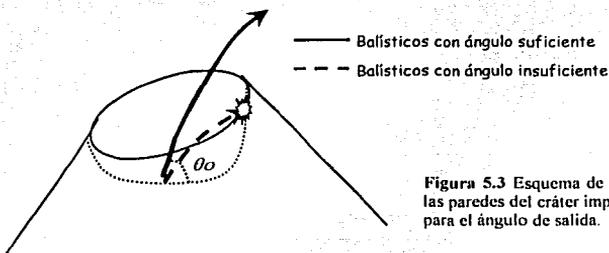


Figura 5.3 Esquema de un volcán en el que las paredes del cráter imponen una restricción para el ángulo de salida.

En la figura 5.4 se muestra el alcance máximo (con ángulo óptimo en cada caso) en función del diámetro característico del balístico (definido en la sección 3.3.1) para diferentes energías cinéticas de lanzamiento. En esta figura se observa que balísticos con un determinado intervalo de diámetros tienen un mayor alcance que los proyectiles de dimensiones distintas (mayores o menores) a este rango. Se observa también que el intervalo de dimensiones de máximo alcance depende de la energía cinética con la que los proyectiles son expulsados del cráter: mientras mayor sea la energía de la explosión volcánica, mayor será el diámetro con el que se obtiene un alcance máximo.

En términos de la densidad (ρ_b) y el diámetro característico (D) de los balísticos, la fórmula para calcular la velocidad inicial (v) de estos proyectiles a partir de la energía cinética de lanzamiento (E) que parametriza un escenario dado (ecuación 5.1a) puede ser escrita como:

$$v = \sqrt{\frac{12E}{\pi\rho_b D^3}} \quad (5.1b)$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

A partir de esta expresión puede observarse lo siguiente: si el diámetro del balístico es grande (mayor a 1 m), su velocidad es pequeña y, aunque la fuerza de arrastre que experimenta también es pequeña, el alcance final del proyectil es reducido. Por otro lado, si el diámetro característico del balístico es pequeño, la velocidad es muy grande y, por lo tanto, la fuerza de arrastre que actúa sobre el proyectil es muy importante (esta fuerza es proporcional al cuadrado de la velocidad, ver ecuación 3.5), lo cual provoca que el alcance final de los fragmentos pequeños se reduzca notablemente. El intervalo de diámetros con los cuales los balísticos tienen un alcance máximo es aquél en el que existe un equilibrio entre estas dos situaciones.

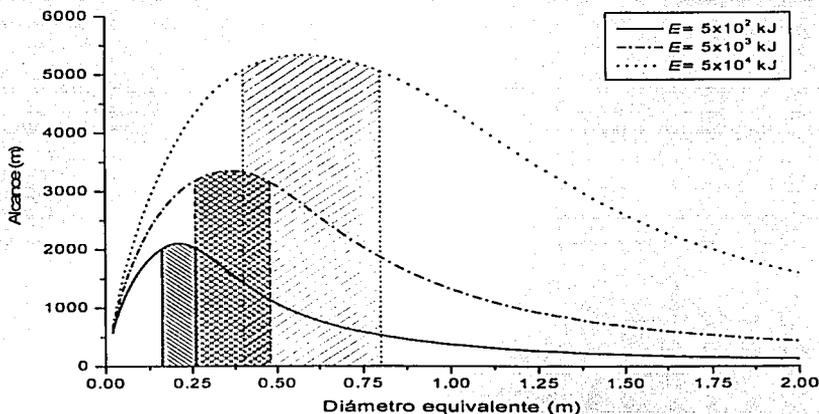


Figura 5.4 Alcance en función del diámetro equivalente del balístico para diferentes energías cinéticas de lanzamiento. La parte sombreada indica el intervalo de diámetros con el cual se obtiene más del 90% del alcance máximo para cada una de las energías.

La fuerza de arrastre, al igual que la fuerza de fricción, disipa la energía cinética de los proyectiles balísticos, por lo cual el alcance de éstos disminuye notablemente. En forma porcentual, esta disipación puede escribirse en términos de la energía inicial (E_i) y de la energía final (E_f) de la siguiente manera:

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$\% \text{Disipacion} = \frac{100E_f}{E_i} \quad (5.2)$$

En la figura 5.5 se muestra el porcentaje de disipación de la energía en función del diámetro característico de los balísticos para diferentes energías iniciales de lanzamiento cuando la diferencia de altitudes entre la fuente y el punto de caída (h) es igual a cero. En esta gráfica se observa que los proyectiles pequeños pierden gran parte de su energía debido a la disipación de la fuerza de arrastre, mientras que para fragmentos grandes la energía final es muy similar a la energía inicial. También se observa que el porcentaje de disipación es mayor para energías superiores, lo cual se debe precisamente a que la fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Para proyectiles con diámetros menores a 10 cm la disipación es muy cercana al 100%, lo que indica que la fuerza de arrastre que sufren estos proyectiles es sumamente importante en su movimiento. Esto limita el tamaño de los fragmentos volcánicos que pueden ser considerados como proyectiles balísticos (o que pueden ser descritos con el modelo presentado en este trabajo), ya que el movimiento de los fragmentos pequeños está muy influenciado por la fuerza de arrastre con la columna eruptiva y, por lo tanto, para describir su trayectoria (y calcular su alcance) es necesario considerar la dinámica de esta columna.

El tamaño mínimo que pueden tener los fragmentos para ser descritos con el modelo balístico presentado en este trabajo depende de su energía cinética asociada. Es muy importante tomar esto en cuenta cuando se quiere calibrar un posible escenario explosivo a partir de la energía cinética calculada para algún fragmento pequeño producido por un evento eruptivo. Un criterio para seleccionar qué proyectiles son útiles para esto, es el siguiente: si al aumentar significativamente la energía cinética inicial del balístico para intentar obtener una distancia dada, se observa que el alcance prácticamente no se modifica, entonces el fragmento no es adecuado para calibrar un escenario explosivo, y debe buscarse algún balístico de dimensiones mayores. Para describir la trayectoria del fragmento pequeño, es necesario considerar la influencia de la columna eruptiva en su movimiento.

El porcentaje de disipación de energía para balísticos relativamente pequeños es muy elevado, lo cual indica que una gran cantidad de energía se pierde durante la trayectoria. Esta energía se transforma principalmente en calor que afecta tanto al proyectil como al aire que lo rodea. Es posible que este calor produzca cierta erosión en los PBV (como les sucede a los meteoritos que llegan a la tierra) lo que implicaría que el coeficiente balístico se modificaría a lo largo de la trayectoria, por lo que, para mejorar el modelo, es importante estudiar esta posible erosión.

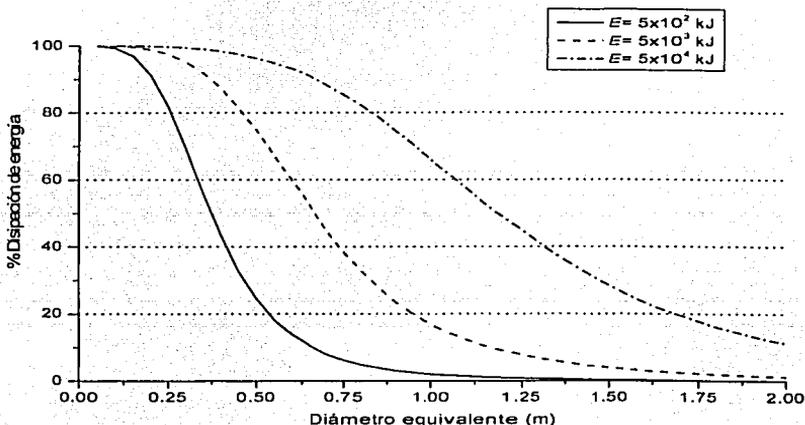


Figura 5.5 Porcentaje de disipación de energía en función del diámetro equivalente del balístico para diferentes energías cinéticas de lanzamiento con $h = 0$.

Por otro lado, es importante señalar que para calcular los alcances máximos y delimitar las zonas de peligro por impacto de proyectiles balísticos volcánicos en determinados escenarios explosivos, además del ángulo de lanzamiento y el tamaño de los fragmentos, es necesario considerar la topografía específica de cada volcán. En primer lugar, la altitud del cráter influye en el alcance de los PBV debido a que la fuerza de arrastre es proporcional a la densidad del aire (ecuación 3.5) y ésta a su vez, decrece con la altura en forma cuadrática (ecuación 3.6).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En la figura 5.6 se muestra el alcance máximo (calculado con ángulo óptimo y tamaño de los fragmentos que llegan a una mayor distancia) en función de la altura del cráter para diferentes energías cinéticas de lanzamiento y $h=0$. Se observa que la altura del cráter es determinante en el alcance máximo especialmente cuando las energías cinéticas son elevadas. Esto es importante en el caso particular de México, donde los volcanes activos más importantes (Popocatepetl y Colima) tienen una altura por encima de 3,000 m, lo que favorece que los PBV producidos durante explosiones de estos volcanes tengan un mayor alcance.

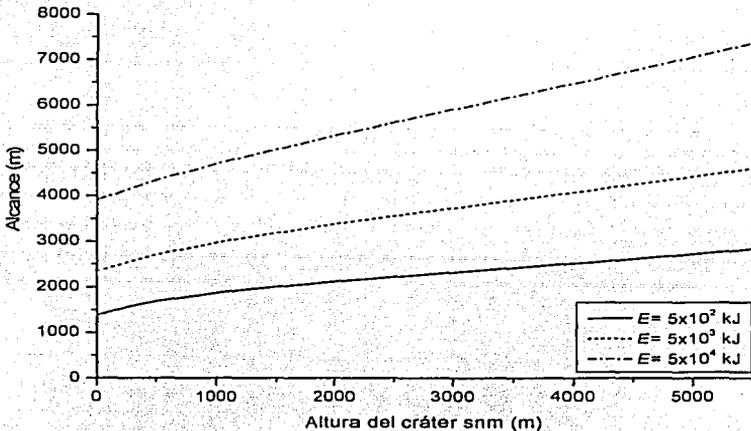


Figura 5.6 Alcance máximo (con ángulo y diámetro óptimos) en función de la altura del cráter para diferentes energías cinéticas de lanzamiento con $h=0$.

Por otro lado, la topografía de cada volcán también es importante debido a que la diferencia de la altura del punto de caída esperado de los balísticos volcánicos (z_f) con la altitud del cráter (z_c) puede permitir a estos proyectiles mantenerse más tiempo en el aire y por lo tanto tener mayores alcances.

Finalmente, la velocidad del viento puede influir también en el alcance de los balísticos volcánicos debido a que la fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad relativa del proyectil y el viento, como se observa en la ecuación (3.5). Esta influencia depende de la magnitud de las velocidades del balístico y del viento, de la dirección relativa de movimiento, así como del coeficiente balístico del proyectil. En el caso particular de que la componente horizontal del viento sea de 20 m/s y que tenga la misma dirección que el movimiento del balístico, el alcance máximo puede ser aumentado hasta en un 15%.

5.2 Representación gráfica de las zonas de peligro por caída de proyectiles balísticos

El peligro volcánico se define como la probabilidad de que un área determinada sea afectada por procesos o productos volcánicos potencialmente destructivos en un intervalo dado de tiempo (Tilling, 1993). Los mapas de peligro por caída de balísticos volcánicos son una forma de representar gráficamente las áreas máximas que pueden ser alcanzadas por estos proyectiles de acuerdo a diferentes escenarios explosivos basados en eventos eruptivos históricos de un volcán en particular.

Para cada volcán se definen escenarios de peligrosidad alta, intermedia y baja, dependiendo de la probabilidad de ocurrencia de cada evento de acuerdo con la historia eruptiva del volcán en estudio, o de algún otro volcán cuya historia eruptiva posea características semejantes. Para definir cada uno de los escenarios es necesario calcular la energía cinética de lanzamiento asociada a los balísticos producidos durante los eventos explosivos históricos en los cuales está basado cada escenario. La forma de calcular esta energía se describe al principio de la sección anterior.

Una vez encontrada la energía cinética de lanzamiento que parametriza cada uno de los escenarios explosivos, es necesario determinar las condiciones de máximo alcance (ángulo óptimo, tamaño del balístico y viento máximo) para cada caso, de acuerdo con la discusión presentada en la sección anterior. Utilizando esta energía y estas condiciones, se resuelve la

ecuación de movimiento obtenida con el modelo dinámico presentado en el capítulo 3, con el fin de obtener el alcance máximo esperado en cada escenario. La topografía del volcán y la forma del cráter pueden tener como consecuencia que el alcance máximo de los PBV dependa del sector hacia el que se dirijan, por lo que es importante hacer los cálculos para diferentes direcciones de movimiento.

Una vez determinado el alcance máximo para diferentes sectores del volcán, se señalan las áreas posibles de afectación para cada escenario de acuerdo a la siguiente convención: el área más probable, y por lo tanto de mayor peligro, se indica con color rojo; la zona de peligrosidad intermedia se señala en color anaranjado; finalmente, el área de afectación menos probable pero de mayor alcance se señala en color amarillo. El mapa permite, mediante esta distinción de áreas de posible alcance, identificar las zonas de afectación según los diferentes escenarios explosivos esperados, lo cual es útil en la planeación de las acciones a llevar a cabo en caso de contingencia.

Los proyectiles balísticos volcánicos también representan un peligro para la aeronavegación en zonas cercanas al volcán. Por ello, también es importante delimitar las zonas de seguridad en el espacio aéreo para cada uno de los escenarios explosivos determinados.

Para delimitar las zonas de seguridad aéreas es necesario calcular la altitud máxima que pueden alcanzar los PBV a diferentes distancias del cráter. Sin embargo, no existe ninguna trayectoria particular de algún proyectil que pueda definir estas alturas máximas, sino que es necesario hacer el cálculo para balísticos expulsados a diferentes ángulos y considerar el que logre la altitud máxima para una distancia al cráter dada. Para delimitar la zona de peligro potencial aérea por impacto de PBV de un escenario explosivo dado, es necesario repetir este procedimiento a diferentes distancias del cráter hasta llegar al alcance máximo cuya altura corresponde al nivel del suelo. Para calcular los alcances verticales máximos, no existe un ángulo óptimo como el que se tiene para calcular los alcances horizontales máximos, sin embargo sigue existiendo un tamaño con el cual los balísticos alcanzan una altitud máxima y que es necesario definir en cada cálculo.

Para representar gráficamente las zonas de peligro potencial aéreas, se pueden utilizar perfiles de zonamiento vertical del volcán en donde se señalen los alcances y altitudes máximas esperadas en cada uno de los tres escenarios definidos previamente. Estos perfiles, junto con los mapas de peligro en los que se presentan los alcances máximos, permiten tener una representación tridimensional de las zonas de peligro por impacto de proyectiles balísticos volcánicos para cada escenario, lo cual es muy útil en la planeación de las acciones a llevar a cabo para proteger a la población, sus propiedades y las actividades aeronáuticas en caso de contingencia volcánica.

5.3 Aplicación a casos reales

La metodología para calcular y representar gráficamente las zonas de peligro por impacto de proyectiles balísticos volcánicos presentada en este capítulo puede aplicarse a cualquier volcán del mundo. A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar esta metodología en el caso de los dos volcanes activos más importantes de México: el Popocatepetl y Fuego de Colima, además del volcán Concepción de Nicaragua. Todos los cálculos que aquí se presentan fueron realizados con el programa *ballistic*, el cual fue realizado en FORTRAN durante esta tesis, para resolver la ecuación de movimiento de los PBV como se explica en la sección 3.3 utilizando el método numérico de Runge –Kutta de cuarto orden que se describe en el apéndice A3.

5.3.1 Aplicación al volcán Popocatepetl (México)

En el pasado geológico del volcán Popocatepetl han ocurrido numerosos eventos explosivos, algunos de ellos de gran magnitud. Al realizar los recorridos de campo relacionados con este trabajo, se identificaron en las inmediaciones del volcán impactos balísticos que ocurrieron durante algunas de las erupciones pasadas. Con base en el registro geológico de los eventos explosivos históricos, se determinó que en el caso de este volcán los escenarios de peligrosidad alta, intermedia y baja corresponden a erupciones del tipo vulcaniano, subpliniano y pliniano respectivamente.

Para parametrizar el escenario explosivo de peligrosidad alta (vulcaniano) se utilizó la energía cinética asociada a los PBV producidos durante los eventos explosivos de noviembre y diciembre de 1998 (figura 5.7), en donde balísticos incandescentes de 25 a 40 cm de diámetro fueron encontrados a una distancia máxima de 3.7 km con respecto al cráter. Para el escenario de peligrosidad más baja (correspondiente a una erupción pliniana), se calculó la energía cinética asociada a un balístico de 35 cm de diámetro encontrado a 7.8 km de distancia del cráter y que fue producto de una explosión pliniana del volcán de hace 14000 años (Siebe et al., 1997). Finalmente, el escenario de peligrosidad intermedia (correspondiente a una erupción subpliniana), se parametrizó con la energía cinética de lanzamiento definida por el promedio geométrico de las energías de los dos escenarios anteriores.

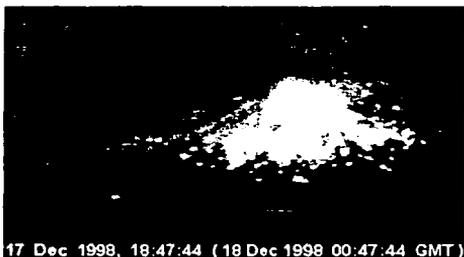


Figura 5.7. Explosión del volcán Popocatepetl del 17 de diciembre de 1998 que produjo balísticos incandescentes que tuvieron un alcance máximo de 3.7 km respecto al cráter. La energía cinética calculada de estos balísticos es la que se utilizó para parametrizar el escenario de peligrosidad alta. Fotografía tomada del archivo del CENAPRED.

Para calcular el alcance máximo en cada uno de estos escenarios se utilizaron las condiciones de máximo alcance (diámetro y ángulo de lanzamiento óptimos) correspondientes a cada caso y se consideró un viento favorable de 20 m/s en todos los cálculos.

El cráter del volcán Popocatepetl (figura 5.8), por su morfología, presenta una restricción al ángulo de salida, ya que los balísticos requieren de un ángulo de lanzamiento respecto a la horizontal mínimo de 35° si son lanzados en la dirección este, y de 55° respecto a la horizontal si son lanzados en la dirección oeste para no chocar contra las paredes. Como se muestra en la figura 5.2, el ángulo óptimo de lanzamiento para diferencias de alturas entre el cráter y el punto de caída (h) mayores a 1000 m es inferior a 35° , por lo que estas restricciones determinan el ángulo óptimo que se debe considerar para cada cálculo. Debido a estas

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

restricciones y a la topografía del volcán, las zonas de peligro por impacto de proyectiles balísticos correspondientes a cada escenario no constituyen propiamente un círculo. Es por ello que se calculó el alcance máximo de los proyectiles balísticos expulsados hacia 16 diferentes direcciones.



Figura 5.8 Fotografía aérea del volcán Popocatepetl tomada aproximadamente de este a oeste donde se observa que las paredes del cráter imponen una restricción en el ángulo de salida, especialmente en el sector oeste (Fotografía de Hugo Delgado)

Para delimitar las zonas de peligro potencial aéreas por impacto de PBV para cada uno de los tres escenarios explosivos elegidos, se calcularon las alturas máximas que pueden alcanzar estos productos a diferentes distancias del cráter. Para ello se consideraron diferentes ángulos de lanzamiento (desde 90° hasta el ángulo óptimo) y se determinó el diámetro con el cual se logra el alcance vertical máximo en cada caso.

En la tabla 5.1 se presenta la energía cinética de lanzamiento que parametriza cada uno de los tres escenarios explosivos definidos para el volcán Popocatepetl, el alcance máximo y el diámetro de los balísticos con el cual se consigue, así como la altura máxima que pueden alcanzar en cada escenario.

Escenario de Peligrosidad	Energía cinética asociada (kJ)	Diámetro de mayor alcance (cm)	Máximo alcance calculado (km)	Altura máxima (km snm)
Alta	4.4×10^3	33	4.6	7.4
Intermedia	5.5×10^3	57	7.6	9.6
Baja	6.9×10^3	92	13.7	14.7

Tabla 5.1. Energías cinéticas asociadas a los balísticos correspondientes a los 3 escenarios explosivos definidos para el volcán Popocatepetl. También se muestran el alcance máximo y el diámetro con el cual se obtiene, así como la altura máxima sobre el nivel del mar.

Durante la erupción pliniana del volcán Asama (Japón) en 1783 se expulsaron balísticos de 0.5 m de diámetro hasta una distancia de 11 km (Aramaki, 1956). Comparado con esta distancia, el alcance máximo calculado de 13.7 km a partir del cráter en el volcán Popocatepetl resulta posible, considerando que:

1. Para el cálculo se utilizaron las condiciones óptimas de diámetro y ángulo.
2. La altura del cráter del volcán (5,420 m sobre el nivel del mar) favorece un mayor alcance debido a que el arrastre es considerablemente menor.
3. La diferencia de alturas entre el cráter y el punto de caída ($h = 2,500$ m) permite que los balísticos se mantengan más tiempo en el aire y por lo tanto logren un mayor alcance.
4. Se consideró un viento positivo en todas las direcciones de 20 m/s, el cual aumenta la distancia aproximadamente en un 10%.

En las figura 5.9 se muestra el mapa de peligros por caída de productos balísticos del volcán Popocatepetl (Alatorre et al., 2000) y en la figura 5.10 dos perfiles topográficos del volcán (oeste-este y sur-norte) donde se señalan las zonas de peligro potencial aéreas por impacto de estos proyectiles de acuerdo con los cálculos realizados en este trabajo.

5.3.2 Aplicación al volcán de Fuego de Colima (México)

Para elaborar el mapa de peligro por impacto de balísticos en el volcán de Fuego de Colima no se hizo un muestreo de los proyectiles producidos por explosiones de este volcán, sino que se consideraron los mismos escenarios que para el volcán Popocatepetl debido a que los eventos explosivos históricos de ambos volcanes han presentado características similares.

Para delimitar las zonas de peligro por impacto de los PBV en cada uno de los escenarios, se utilizaron las condiciones de máximo alcance (diámetro y ángulo de lanzamiento óptimos) correspondientes a cada caso y se consideró un viento favorable de 20 m/s en todos los cálculos. El cráter de este volcán no presenta restricciones al ángulo de salida, por lo que se utilizó el ángulo óptimo calculado. Sin embargo, debido a que la topografía del volcán influye en el alcance máximo de los balísticos, nuevamente se hicieron los cálculos para los balísticos expulsados hacia 16 diferentes direcciones.

Volcán Popocatepetl

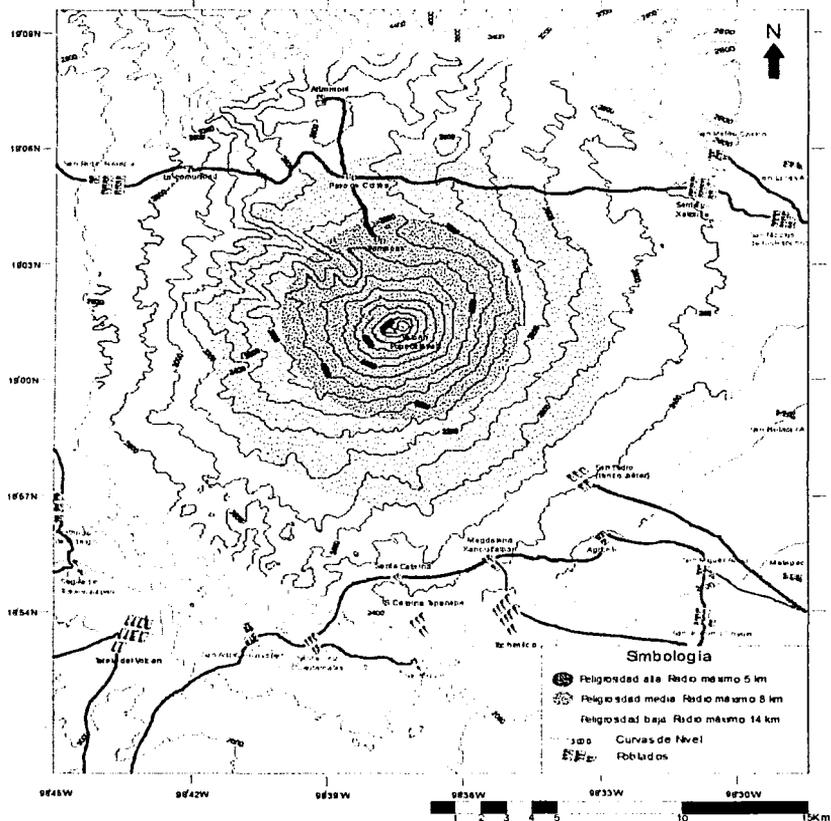
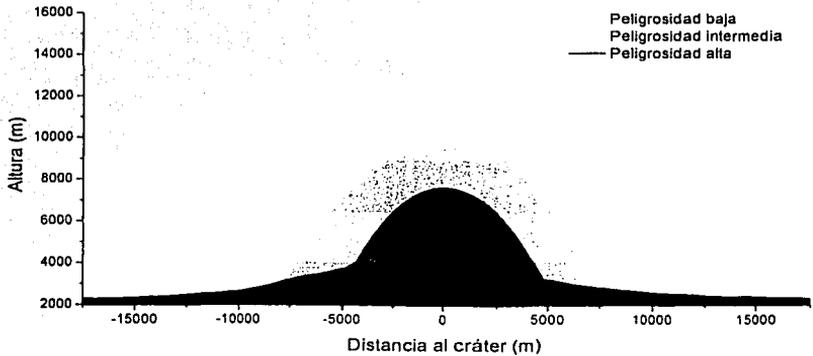


Figura 5.9. Mapa de Peligros por caída de productos balísticos del volcán Popocatepetl (Alatorre et al., 2000).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(A) Perfil Oeste-Este



(B) Perfil Sur-Norte

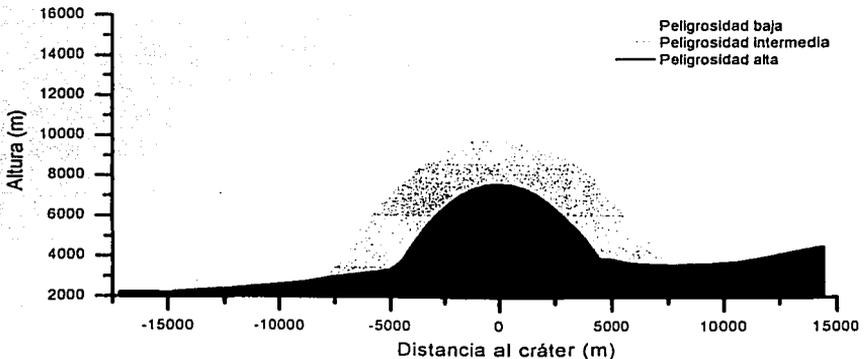


Figura 5.10 Perfiles topográficos Oeste-Este (A) y Sur-Norte (B) en donde se indican las zonas aéreas de peligro potencial por impactos balísticos producidos por el Volcán Popocatepetl.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para delimitar las zonas de peligro potencial aéreas por impacto de PBV para cada uno de los tres escenarios explosivos se calcularon las alturas máximas que pueden alcanzar estos productos a diferentes distancias del cráter. Para ello, se consideraron diferentes ángulos de lanzamiento (desde 90° hasta el ángulo óptimo) y se determinó el diámetro con el cual se logra la altura máxima en cada caso.

En la tabla 5.2 se presenta la energía cinética de lanzamiento que parametriza cada uno de los tres escenarios explosivos definidos para el volcán de Fuego de Colima, el alcance máximo y el diámetro de los balísticos con el cual se consigue, y la altura máxima que alcanzan en cada escenario.

Escenario de Peligrosidad	Energía cinética asociada (kJ)	Diámetro de mayor alcance (cm)	Máximo alcance calculado (km)	Altura máxima (km snmm)
Alta	4.4×10^3	34	4.3	6.0
Intermedia	5.5×10^4	57	6.5	8.0
Baja	6.9×10^5	99	12.4	12.4

Tabla 5.2. Energías cinéticas asociadas a los balísticos correspondientes a los 3 escenarios explosivos definidos para el volcán de Fuego de Colima. Se muestran también, el alcance máximo y el diámetro con el cual se obtiene, así como la altura máxima sobre el nivel del mar.

Al comparar la tabla 5.1 con la tabla 5.2 se observa que tanto los alcances máximos calculados como las alturas máximas son inferiores en el volcán de Fuego de Colima respecto al volcán Popocatepetl. Esto se debe principalmente, a que el volcán Popocatepetl es más alto y por lo tanto los balísticos producidos por este volcán sufren menor fuerza de arrastre que los producidos durante explosiones en el volcán de Fuego de Colima, como era de esperarse de acuerdo con la discusión de la ecuación de movimiento que se presenta al final del capítulo 3.

En la figura 5.11 se muestra el mapa de peligros por caída de proyectiles balísticos del volcán de Fuego de Colima y en la figura 5.12 dos perfiles topográficos del volcán (oeste-este y sur-norte) donde se señalan las zonas de peligro potencial aéreas por impacto de estos proyectiles de acuerdo con los cálculos realizados en este trabajo.

Volcán de Fuego de Colima

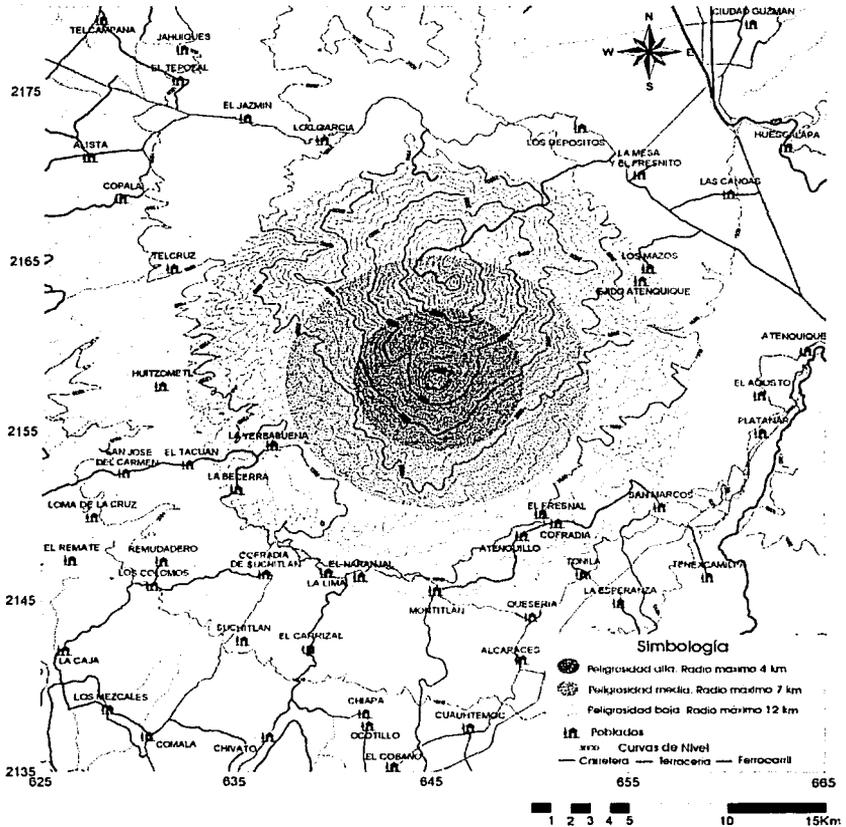
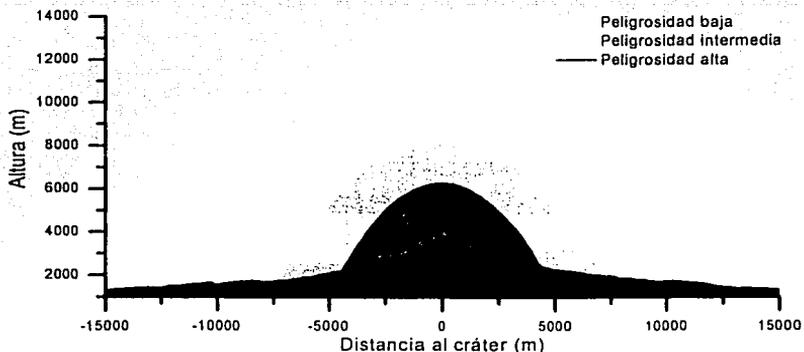


Figura 5.11 Mapa de Peligros por impacto de proyectiles balísticos del volcán de Fuego de Colima.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(A) Perfil Oeste-Este



(B) Perfil Sur-Norte

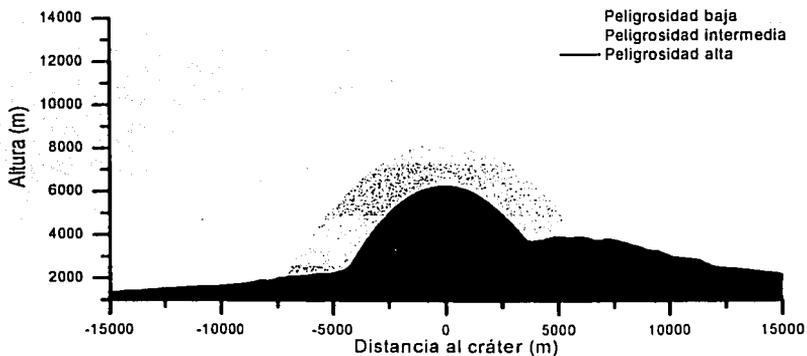


Figura 5.12 Perfiles topográficos Oeste-Este (A) y Sur-Norte (B) en donde se indican las zonas aéreas de peligro potencial por impactos balísticos producidos por el volcán de Fuego de Colima.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

5.3.3 Aplicación al volcán Concepción (Nicaragua)

Para elaborar el mapa de peligro por impacto de PBV del volcán Concepción se consideraron escenarios explosivos correspondientes a erupciones históricas de otros volcanes, las cuales presentan características muy similares a las que podrían ocurrir en éste volcán nicaragüense.

Para parametrizar el escenario explosivo de peligrosidad alta del volcán Concepción se utilizó la energía cinética asociada a los PBV producidos durante los eventos explosivos del volcán Parícutín, México (1943-1952), en donde balísticos de hasta 1 m de diámetro fueron encontrados a una distancia de 1 km del cráter (Luhr y Simkin, 1993). Para el escenario de peligrosidad intermedia se consideró la energía cinética correspondiente al escenario de peligrosidad alta del volcán Popocatepetl (vulcaniano). Finalmente para el escenario de peligrosidad más baja se calculó la energía cinética asociada a los balísticos producidos durante los eventos explosivos del volcán Arenal (Costa Rica) en 1968, en donde proyectiles balísticos entre 0.7 y 1.0 m de diámetro fueron arrojados a una distancia máxima de 5 km del cráter (Fudali y Nelson, 1972).

Para delimitar las zonas de peligro en cada uno de los escenarios se utilizaron las condiciones de máximo alcance (diámetro y ángulo de lanzamiento óptimos) correspondientes a cada caso y se consideró un viento favorable de 20 m/s en todos los cálculos.

El cráter de este volcán no presenta restricciones al ángulo de salida, por lo que en cada caso se utilizó el ángulo óptimo calculado. Debido a que la topografía del volcán influye en el alcance máximo de los balísticos, nuevamente se hicieron los cálculos para los balísticos expulsados hacia 16 diferentes direcciones alrededor del cráter.

Para delimitar las zonas de peligro potencial aéreas por impacto de PBV para cada uno de los tres escenarios explosivos se calcularon las alturas máximas que pueden alcanzar estos productos a diferentes distancias del cráter. Para ello, se consideraron diferentes ángulos de

lanzamiento (desde 90° respecto a la horizontal hasta el ángulo óptimo) y se determinó el diámetro con el cual se logra la altura máxima en cada caso.

En la tabla 5.3 se presenta la energía cinética de lanzamiento que parametriza cada uno de los tres escenarios explosivos definidos para el volcán Concepción, el alcance máximo y el diámetro de los balísticos con el cual se consigue, así como la altura máxima que alcanzan en cada escenario.

Escenario de Peligrosidad	Energía cinética asociada (kJ)	Diámetro de mayor alcance (cm)	Máximo alcance calculado (km)	Altura máxima (km snmm)
Alta	870	23	2.8	2.9
Intermedia	4.4×10^4	36	3.7	3.5
Baja	5.1×10^4	64	5.9	5.0

Tabla 5.3. Energías cinéticas asociadas a los balísticos correspondientes a los 3 escenarios explosivos definidos para el volcán Concepción de Nicaragua. También se muestran el alcance máximo y el diámetro con el cual se obtiene, así como la altura máxima sobre el nivel del mar.

Debido a la estructura geológica de la isla de Ometepe (donde se encuentra el volcán Concepción) es posible que se presenten eventos explosivos que generen proyectiles balísticos en conos secundarios y no solamente en el cráter principal del volcán. Para prever esta posibilidad, se delimitaron también las zonas de peligro por impacto de los PBV que podrían ser arrojados desde diferentes lugares donde pudieran surgir conos secundarios de acuerdo con la situación geológica de la isla. Para estos casos se consideró la energía cinética de lanzamiento asociada a los balísticos correspondiente al escenario de peligrosidad alta.

En la figura 5.13 se muestra el mapa de peligros por caída de productos balísticos de la Isla de Ometepe (incluyendo el volcán Concepción) de Nicaragua y en la figura 5.14 el perfil topográfico del volcán donde se señalan las zonas de peligro potencial aéreas por impacto de estos proyectiles (Delgado et al., 2002).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

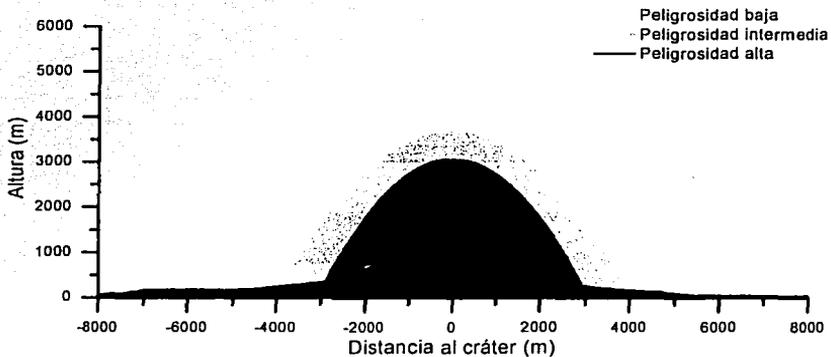


Figura 5.14 Perfil topográfico en donde se indican las zonas de peligro potencial aéreas por impactos balísticos producidos por el volcán Concepción (Nicaragua). Debido a la simetría del cono solamente se presenta un perfil.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 6

Conclusiones y futuras líneas de trabajo

1. En este trabajo se presentó un modelo dinámico en el que se consideran las principales fuerzas que actúan en los balísticos volcánicos, con el cual es posible calcular su trayectoria y su alcance máximo a partir de la energía cinética de lanzamiento y de la topografía específica de cada volcán (que constituyen las condiciones iniciales). En este modelo, se utilizan los valores del coeficiente de arrastre que, de acuerdo a los experimentos realizados en un túnel de viento subsónico, son los más adecuados para describir el movimiento de los balísticos volcánicos.
2. Se elaboró un programa computacional, llamado *ballistic*, con el cual es posible resolver numéricamente la ecuación de movimiento que describe la trayectoria de los balísticos volcánicos de acuerdo con el modelo dinámico establecido. Con este programa es posible calcular la energía cinética asociada a los proyectiles producidos durante algún evento explosivo. Una vez definida la energía de un determinado escenario explosivo, este programa también permite calcular la trayectoria, la altitud y el alcance máximos de los balísticos que podría producirse durante eventos eruptivos de un determinado volcán.
3. Para establecer las condiciones iniciales de los balísticos volcánicos en escenarios explosivos que pueden ocurrir en un determinado volcán, se puede utilizar la energía cinética de lanzamiento asociada a estos proyectiles documentada en muestreos de campo de balísticos producidos durante erupciones históricas del volcán, o de algún otro cuyos eventos explosivos tengan características similares a las que pueden ocurrir en el volcán en cuestión.

4. La energía de impacto de los balísticos volcánicos con diámetros superiores a cierto tamaño (alrededor de 10 cm) es mayor que la energía que se requiere para penetrar diversos materiales de construcción (como la madera, el concreto y el acero), por lo que el impacto de estos proyectiles pueden afectar a las personas aún en refugios sólidos. Así mismo, si los balísticos impactan con una aeronave pueden producirle daños muy graves e incluso, pueden actuar como misiles y provocar que la aeronave sea derribada.
5. Los peligros asociados a los balísticos volcánicos no se reducen exclusivamente a su impacto directo, sino que éstos pueden producir daños a las personas y a las propiedades por rebotes en zonas con pendiente pronunciadas, explosiones de impacto, e incendios en diversos ecosistemas (como pastizales y bosques), así como en construcciones de madera y en otros objetos fabricados por el hombre.
6. Para que la población pueda protegerse adecuadamente de los balísticos volcánicos, es necesario establecer rangos de seguridad de acuerdo con el alcance máximo esperado en determinados escenarios explosivos posibles de acuerdo con el pasado geológico del volcán. Este alcance máximo puede calcularse con el programa *balistic* considerando las condiciones que determinan el alcance máximo de los balísticos volcánicos: el ángulo óptimo de lanzamiento, el tamaño de máximo alcance de los proyectiles, la altitud y topografía del volcán, así como la velocidad del viento.
7. Bajo las mismas condiciones y en un mismo escenario explosivo, el alcance máximo de los balísticos es mayor en volcanes que tienen una altitud superior, por lo que los rangos de seguridad en estos volcanes deben ser mayores que en volcanes de menor altitud.
8. Conociendo los alcances máximos (horizontales y verticales), se pueden determinar rangos de seguridad para la población y la aeronavegación en cada uno de los escenarios explosivos definidos para un determinado volcán. Estos rangos de seguridad pueden ser representados en forma gráfica en mapas de peligro y perfiles de

zoneamiento vertical en los que se indiquen, con diferentes colores, los escenarios de peligrosidad alta, intermedia y baja de acuerdo a la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos. Estos mapas constituyen herramientas útiles para la planeación de las acciones a llevar a cabo en caso de contingencia.

9. Se aplicó la metodología y el modelo dinámico para determinar los alcances máximos de los balísticos que podrían ser producidos por eventos explosivos posibles de los dos volcanes activos más importantes de México: el Popocatepetl y el volcán de Fuego de Colima, así como para el volcán Concepción de Nicaragua. Los resultados obtenidos para los tres volcanes se presentan gráficamente en mapas de peligro y en perfiles de zoneamiento vertical donde se indican las zonas de peligro potencial por impacto de balísticos volcánicos.

Futuras líneas de trabajo

1. Estudiar la influencia que tiene en el movimiento de los proyectiles balísticos volcánicos la dinámica de la columna eruptiva, en particular la disminución de la fuerza de arrastre durante las primeras etapas del movimiento.
2. Realizar experimentos en un túnel de viento supersónico para medir los coeficientes de arrastre más adecuados para describir la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos en flujos compresibles.
3. Obtener mayor información sobre la rotación de los balísticos volcánicos y estudiar la influencia que pudiera tener en su movimiento. Un primer aspecto de esto es que la rotación podría hacer que el área transversal del proyectil se modificara a lo largo de la trayectoria y por lo tanto, su coeficiente balístico dependiera de la posición y del giro. Por otro lado, la rotación del balístico podría producir el efecto *Magnus* que podría desviar su trayectoria o, bajo ciertas circunstancias, modificar un poco el alcance máximo.

-
4. Estudiar la disipación de la energía de los balísticos a lo largo de su trayectoria, en especial los efectos de erosión que podrían presentarse por el calor que se genera debido a la fuerza de arrastre. Esta fuerza de erosión podría disminuir el volumen de los proyectiles y hacer que el coeficiente balístico fuera una variable a lo largo del movimiento.

 5. Estudiar los procesos físicos de la formación de los cráteres de impacto y en particular estudiar la posibilidad de que el efecto de "balas expansivas" produzca las explosiones de los balísticos al momento del impacto que se observan en los videos de erupciones volcánicas.

Apéndice 1

Ecuaciones de movimiento para un fluido homogéneo

Las ecuaciones básicas de conservación que definen el movimiento de un fluido homogéneo con densidad ρ en un flujo con régimen no estacionario son las siguientes (White, 1994):

Ecuación de continuidad (o de conservación de masa)

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{A1.1})$$

Ecuación de conservación de momento

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \vec{\phi} \quad (\text{A1.2})$$

Ecuación de conservación de energía

$$\rho \left[C_v \frac{dT}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) + \frac{d(gz)}{dt} \right] + \vec{u} \cdot (\nabla P) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi \quad (\text{A1.3})$$

donde \vec{u} es la velocidad de movimiento del fluido, t el tiempo, P la presión, \vec{g} la aceleración debida a la gravedad, $\vec{\phi}$ los términos de fricción por unidad de volumen debidos a la viscosidad del fluido, C_v el calor específico promedio a volumen constante, T la temperatura, z la componente vertical de la posición, k la conductividad térmica y Φ el término del trabajo debido a las fuerzas viscosas.

Para el caso en que la duración de un evento explosivo es mucho mayor que el tiempo que se requiere para que una porción del magma pase a través del conducto, se puede considerar que el régimen es estacionario. Bajo estas condiciones todas las derivadas temporales de las ecuaciones (A1.1), (A1.2) y (A1.3) se anulan. Si además se considera un flujo unidimensional (en la dirección z), las ecuaciones de continuidad y conservación de momento (A1.1 y A1.2 respectivamente) pueden ser expresada de la siguiente manera:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0 \quad (\text{A1.4})$$

Ecuación de conservación de momento

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \phi - \rho g \quad (\text{A1.5})$$

Integrando la ecuación de conservación de momento desde un punto inicial (representado por el subíndice i) hasta un punto final (indicado por subíndice f) se obtiene:

$$\int_{i}^{f} \frac{dP}{\rho} = \frac{1}{2}(u_f^2 - u_i^2) + g(z_f - z_i) + \text{término de fricción} \quad (\text{A1.6})$$

Si en esta expresión se desprecian el término de fricción, ésta se reduce a la ecuación de Bernoulli. Para el caso en el que se considere la fricción, ésta se puede calcular para la ecuación (A1.5) a partir de la siguiente fórmula (Wilston et al., 1980):

$$\phi = \frac{f_0 u^2 \rho}{4r} \quad (\text{A1.7})$$

donde f_0 es un parámetro que depende del flujo, la geometría del ducto y la rugosidad de las paredes, y r es el radio del conducto.

Por otro lado, es importante mencionar que en el caso de flujos que pueden considerarse como isotérmicos ($T = \text{cte}$), la ecuación de conservación de energía (A1.3) se reduce a la ecuación de conservación de momento (A1.2), por lo que en estos casos no es necesario resolverla. Sin embargo, la ecuación de energía es importante para los modelos en que se considera un flujo adiabático (es decir, en los que no hay transferencia de calor). Para estos casos, utilizando la ley de Fourier se tiene $k\nabla T = 0$. Si además se desprecian los términos viscosos ($\Phi = 0$), la ecuación de energía (A1.3) para el caso estacionario se reduce a:

$$C_v \frac{dT}{dz} + \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) + g + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} = 0 \quad (\text{A1.8})$$

Apéndice 2

Desarrollo experimental de las mediciones en un túnel de viento subsónico

Para medir el coeficiente de arrastre correspondiente a algunos fragmentos producidos en explosiones volcánicas, se hicieron mediciones en el túnel de viento C2-00 de la marca Armfield Technical Education (Inglaterra) propiedad de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, el cual se muestra en la figura 3.8.

El sector de prueba del túnel mide 45 cm de longitud y tiene sección octagonal paralela de 30 cm de ancho. El objeto cuyo coeficiente de arrastre se quiere medir se coloca en el centro de este sector y se atornilla por la parte posterior mediante un soporte con rosca de 4 mm de diámetro. Este soporte está colocado sobre una balanza con la cual es posible medir directamente la fuerza de arrastre mediante un sistema de pesas colocadas en un eje paralelo al movimiento del viento dentro del túnel. La balanza está graduada en Newtons (hasta 2.5 N) y tiene sensibilidad de balance de ± 0.01 N. Por otro lado, la velocidad del viento en el túnel se puede ajustar mediante una perilla y se mide con un manómetro inclinado calibrado en m/s y conectado a un tubo múltiple colocado al principio del sector de prueba. La velocidad máxima que se puede alcanzar con éste túnel es de 26 m/s ($M_a \sim 0.08$).

Es importante comparar los coeficientes de arrastre correspondientes a los fragmentos volcánicos con los valores de este coeficiente para esferas, cilindros y cubos debido a que en flujos supersónicos solamente existen datos para estas figuras geométricas y es necesario determinar cual de ellas es la más adecuada para calcular la trayectoria de los balísticos volcánicos. Para ello se midió el coeficiente de arrastre correspondiente a estas tres figuras con diferentes características de rugosidad y en el caso de los cubos en dos posiciones distintas.

Para las esferas se utilizaron una bola lisa de aluminio con $D= 6.36$ cm, la cual forma parte de los accesorios del túnel, y una pelota de golf *Spalding* con $D= 4.25$ cm. También se

utilizaron dos cilindros hechos de madera, uno de ellos con una relación $L/D=5$ ($L=10.64$ cm y $D=2.11$ cm), y el segundo con una relación $L/D=3$ ($L=11.36$ cm y $D=3.80$ cm), ambos lijados para que tuvieran textura lisa. Finalmente, se hicieron 2 cubos de madera de 5.15 cm por lado, uno de los cuales se lijó para que tuviera textura lisa y al segundo se le puso textura rugosa con una gran cantidad de agujeros con profundidad del orden de 10^{-2} cm en las 6 caras. A cada figura se le insertó un par de pequeñas tuercas para que pudieran ser atornilladas en el soporte del túnel. A los dos cubos se les insertaron 2 pares de tuercas: uno en el centro de una cara y otro en uno de los vértices, de tal forma que pudieran ser atornillados en dos diferentes posiciones.

Para cada figura se calibró sin viento la balanza de medición. Después se aumentó la velocidad del viento y se tomaron medidas de la fuerza de arrastre que experimenta el objeto cada 1 m/s en un rango entre 8 m/s¹ y 26 m/s. Para calibrar las mediciones realizadas se midió la fuerza de arrastre que sufre solamente el soporte con el que se sostienen las figuras en el mismo rango de velocidades. El valor neto de la fuerza de arrastre que experimenta cada figura se calculó como la fuerza medida del objeto menos la fuerza de arrastre que sufre el soporte con el que está sostenido.

A partir de la fuerza neta medida para cada figura (F_a) en cada velocidad (u), se calculó el coeficiente de arrastre utilizando la ecuación 3.12:

$$C_d = \frac{2F_a}{\rho_a A u^2} \quad (3.12)$$

donde $\rho_a = 0.985$ kg/m³ de acuerdo con la ecuación 3.6 para una altitud de 2,240 m, y el área transversal (A) del objeto fue calculada de acuerdo con su forma y la posición en que fue colocado respecto al viento². Finalmente, se graficó el coeficiente de arrastre en función del

¹ Para velocidades menores a 8 m/s se tiene mucha incertidumbre en la medición de la velocidad y de la fuerza de arrastre.

² Para las esferas el área es $A = \pi D^2/4$, para los cilindros con el eje perpendicular al flujo $A = LD$, para los cubos en posición frontal $A = L^2$ y para los cubos con uno de los vértices apuntando al flujo el área frontal es la suma del producto del área de cada una de las 3 caras frontales por el coseno del ángulo que forman respecto al viento.

número de Reynolds ($Re = \frac{uD}{\mu}$)³ que es el parámetro adimensional más relevante en este caso. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3.10.

La parte más importante del experimento consistió en medir el coeficiente de arrastre correspondiente a diferentes muestras de fragmentos volcánicos producidos por el volcán Popocatepetl durante la presente etapa eruptiva, los cuales fueron recolectados a una distancia aproximada de 3.3 km hacia el norte del cráter del volcán (cerca de Tlamacas, ver figura 5.8). De los fragmentos recolectados se seleccionaron 6 muestras con diferentes formas características.

Para sostener las muestras de los fragmentos volcánicos cuyos coeficientes de arrastre se quieren medir, fue necesario diseñar una pinza especial, la cual fue construida en el Taller Mecánico de la Facultad de Ciencias de la UNAM. Esta pinza se sujetó al soporte del túnel de viento que está colocado sobre la balanza ajustando su centro de gravedad para minimizar la inestabilidad debido al peso de la pinza. En la figura A2.1 se muestra un fragmento volcánico sostenido por esta pinza dentro del sector de prueba del túnel de viento durante las mediciones de su correspondiente fuerza de arrastre.

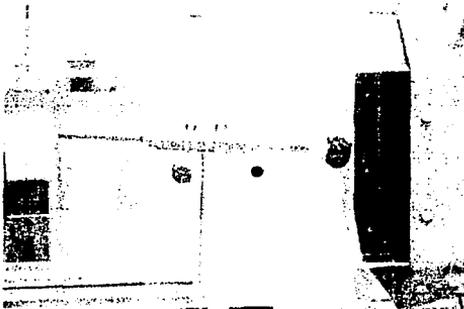


Figura A2.1. Fragmento volcánico sostenido por la pinza dentro del sector de prueba del túnel de viento durante las mediciones de la fuerza de arrastre. En esta fotografía la dirección del viento es de derecha a izquierda.

³ Para el caso de esferas y cilindros D es el diámetro mientras que para los cubos se consideró la medida de uno de sus lados. Además, para todos los casos se consideró $\mu = 1.7382 \times 10^{-3}$ m²/s de acuerdo con los datos de U.S. Standard Atmosphere (1976) para 2,240 m.

Utilizando esta pinza se colocó cada una de las muestras seleccionadas en el túnel de viento y se midió el coeficiente de arrastre siguiendo el mismo procedimiento que en el caso de las figuras geométricas. Sin embargo, para calibrar correctamente las mediciones es necesario considerar, además de la fuerza de arrastre que sufre el soporte del túnel de viento, la fuerza de arrastre que experimenta la pinza y que es producto principalmente de su fricción con el aire debido a su longitud. Para hacer esto, se midió la fuerza de arrastre del cubo liso en posición frontal sostenido por la pinza y se compararon las mediciones con las obtenidas anteriormente al sostener el cubo únicamente con el soporte del túnel. De esta forma se obtuvo la fuerza que experimenta la pinza la cual, junto a la fuerza que sufre el soporte, se le restó a la fuerza medida con la balanza para obtener finalmente la fuerza de arrastre neta sobre los diferentes fragmentos volcánicos.

A partir de la fuerza de arrastre neta y del área frontal medida de acuerdo con la posición en que fue colocado respecto al flujo, se calculó el correspondiente coeficiente de arrastre utilizando nuevamente la ecuación 3.12 y se graficaron los resultados en función del número de Reynolds considerando como dimensión característica el diámetro equivalente

$$D_E = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}. \text{ Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3.9.}$$

Para complementar los experimentos en el túnel de viento se hicieron también las visualizaciones de los flujos alrededor de los distintos objetos. Esta técnica es útil porque permite comparar cualitativamente el tamaño relativo de la estela con el objeto para las diferentes muestras. La visualización en este caso se hizo con varitas de incienso, haciendo el montaje que se muestra en la figura A2.2. Las varitas de incienso encendidas se colocaron centradas al principio del túnel, de tal forma que el humo producido por ellas pasara exactamente alrededor del objeto colocado en el centro del sector de prueba. La velocidad del viento que se utilizó fue muy baja (alrededor de 2 m/s) para que el humo no pasara demasiado rápido y poder así observar adecuadamente el flujo.

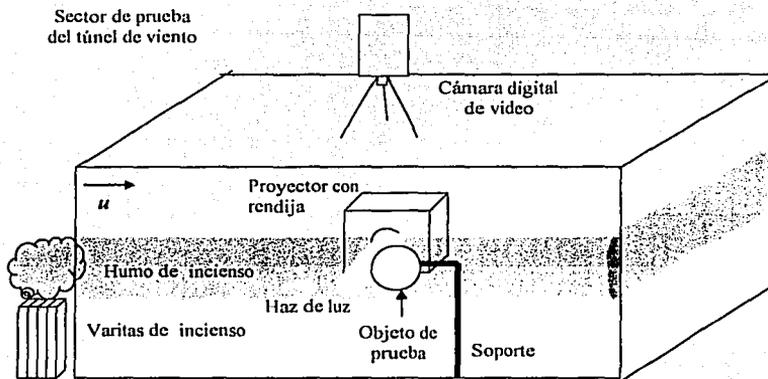


Figura A2.2. Esquema del montaje experimental para hacer la visualización con incienso de los flujos alrededor de los distintos objetos. Por simplicidad, en este esquema la sección del sector de prueba del túnel de viento se presenta cuadrangular aunque en realidad es octogonal.

Para estudiar con suficiente detalle el flujo alrededor de los distintos objetos es necesario oscurecer completamente el laboratorio e iluminar el humo con un haz de luz colimado. Para llevar esto a cabo, se trabajó de noche con las luces del laboratorio apagadas y se empleó un proyector con una pequeña rendija que produjera el haz de luz colimado, el cual fue dirigido al centro del objeto. Para filmar se utilizó una cámara digital de video. La cámara se colocó en la parte superior del túnel de tal forma que quedara perpendicular al haz de luz y al flujo, como se indica en la figura A2.2.

Las fotografías obtenidas al editar el video permitieron observar el tamaño relativo de la estela con el objeto. Se encontró que los objetos (geométricos y fragmentos volcánicos) con mayor coeficiente de arrastre producen una estela más grande en relación a su propio tamaño, mientras que los objetos con menor coeficiente de arrastre tienen una estela proporcionalmente más pequeña. En la figura A2.3 se muestran las fotografías de los flujos alrededor de tres muestras de fragmentos volcánicos y se indica el coeficiente de arrastre medido en cada caso. Se puede observar cualitativamente, cómo el tamaño relativo de la estela con el objeto es

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

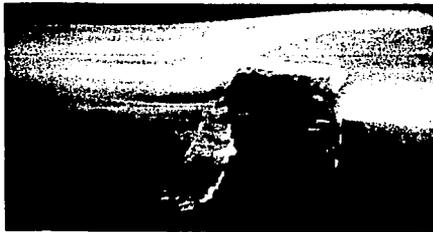
proporcional al coeficiente de arrastre. Este hecho es bien conocido en mecánica de fluidos y es el que permite comparar cualitativamente los coeficientes de arrastre de los fragmentos volcánicos con los objetos geométricos a partir de las fotografías de las estelas correspondientes a cada caso, como se muestra en la figura 3.11.



(A) Muestra volcánica VI
 $C_d = 0.62$



(B) Muestra volcánica I
 $C_d = 0.71$



(C) Muestra volcánica III
 $C_d = 1.01$

Figura A2.3. Fotografías de los flujos alrededor de la muestra VI (A), I (B) y III (C). En cada caso se indica el coeficiente de arrastre medido en los experimentos. Se puede observar que el tamaño relativo de la estela con el objeto es mayor para la muestra con el mayor coeficiente de arrastre (III) y es más pequeño para la muestra con el menor valor de este coeficiente (VI).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Apéndice 3

Método de Runge-Kutta de cuarto orden

Los métodos de Runge-Kutta se utilizan para integrar ecuaciones diferenciales ordinarias. Su objetivo es obtener la mayor precisión y, al mismo tiempo, evitar la necesidad de derivadas de orden superior, para lo cual se calcula la función (y su derivada) en puntos seleccionados de cada subintervalo. Estos métodos tienen la ventaja importante de que son autoiniciadores. Además, son estables, dan buena precisión, son fáciles de programar y ocupan una cantidad relativamente pequeña de almacenamiento central. Entre las desventajas que tienen es que no proporcionan una estimación de la precisión que se está buscando, por lo que no es posible saber si el intervalo de tiempo τ que se está utilizando es el indicado. Esto puede resolverse si se calcula el mismo problema (por ejemplo tiro parabólico sin fuerza de arrastre) utilizando diferentes intervalos de tiempo y comparando los resultados con la solución analítica (Conte y de Boor, 1974).

El método más utilizado es el de Runge-Kutta de cuarto orden. La idea de éste método se ilustra en la figura A3.1: para cada intervalo de tiempo τ , la derivada se evalúa 4 veces: una en el punto inicial, dos veces en puntos intermedios y una más en el supuesto punto final, y a partir de éstas derivadas el valor de la función en el punto final es calculado (Press et al., 1986).

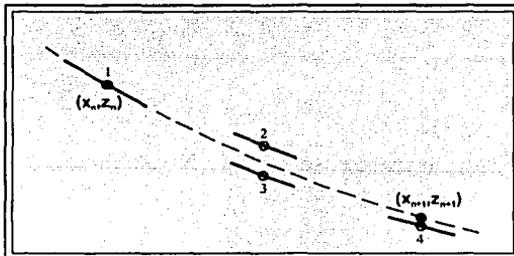


Figura A3.1. Para calcular el valor de la función en el punto final (x_{n+1}, z_{n+1}) de cada intervalo con el método de Runge-Kutta de 4° orden, la derivada se evalúa en cuatro puntos: en el punto inicial (1), en dos puntos intermedios (2 y 3) y en el punto final supuesto (4).

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Para ver como éste método es aplicado para calcular la trayectoria de los proyectiles balísticos volcánicos se considera el sistema de ecuaciones que la describen y que fueron obtenidas en el capítulo 3:

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (3.19a)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z \quad (3.19b)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{2} C_d(v-u) \rho_a(z) \sigma \sqrt{v-u} [v_x - u] \quad (3.20a)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -g(z) - \frac{1}{2} C_d(v-u) \rho_a(z) \sigma \sqrt{v-u} v_z \quad (3.20b)$$

El primer paso es considerar que el tiempo es una variable discreta, de tal manera que $t = n\tau$, donde n es un número entero ($n = 0, 1, 2, \text{etc.}$) y τ es un intervalo de tiempo dado relativamente pequeño. Después se consideran los incrementos $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ y Δ_4 correspondientes a las variables x, z, v_x y v_z como resultado de un incremento τ en el tiempo. Se puede demostrar que:

$$\Delta_i = \frac{k_{i1}}{6} + \frac{k_{i2}}{3} + \frac{k_{i3}}{3} + \frac{k_{i4}}{6} + O(h^5)^4 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (A3.1)$$

donde:

$$k_{11} = \tau v_x$$

$$k_{21} = \tau v_z$$

$$k_{31} = -\frac{1}{2} C_d(v_1) \rho_a(z) \sigma v_1 [v_x - u] \tau$$

$$k_{41} = -\left[\frac{1}{2} C_d(v_1) \rho_a(z) \sigma v_1 v_z + g \right] \tau$$

con $v_1 = \sqrt{(v_x - u)^2 + v_z^2}$

$$k_{12} = \left(v_x + \frac{k_{31}}{2} \right) \tau$$

$$k_{22} = \left(v_z + \frac{k_{41}}{2} \right) \tau$$

$$k_{32} = -\frac{1}{2} C_d(v_2) \rho_a\left(z + \frac{k_{21}}{2}\right) \sigma v_2 \left[v_x - u + \frac{k_{31}}{2} \right] \tau$$

⁴ $O(h^5)$ son los términos de órdenes mayores o iguales que 5.

$$k_{42} = - \left[\frac{1}{2} C_d(v_2) \rho_a \left(z + \frac{k_{21}}{2} \right) \sigma v_2 \left[v_z + \frac{k_{41}}{2} \right] + g \right] \tau$$

$$\text{con } v_2 = \sqrt{\left(v_x + \frac{k_{31}}{2} - u \right)^2 + \left(v_z + \frac{k_{41}}{2} \right)^2}$$

$$k_{13} = \left(v_x + \frac{k_{32}}{2} \right) \tau$$

$$k_{23} = \left(v_z + \frac{k_{42}}{2} \right) \tau$$

$$k_{33} = - \frac{1}{2} C_d(v_3) \rho_a \left(z + \frac{k_{23}}{2} \right) \sigma v_3 \left[v_x - u + \frac{k_{32}}{2} \right] \tau$$

$$k_{43} = - \left[\frac{1}{2} C_d(v_3) \rho_a \left(z + \frac{k_{23}}{2} \right) \sigma v_3 \left[v_z + \frac{k_{42}}{2} \right] + g \right] \tau$$

$$\text{con } v_3 = \sqrt{\left(v_x + \frac{k_{32}}{2} - u \right)^2 + \left(v_z + \frac{k_{42}}{2} \right)^2}$$

$$k_{14} = \left(v_x + \frac{k_{33}}{2} \right) \tau$$

$$k_{24} = \left(v_z + \frac{k_{43}}{2} \right) \tau$$

$$k_{34} = - \frac{1}{2} C_d(v_4) \rho_a \left(z + \frac{k_{24}}{2} \right) \sigma v_4 \left[v_x - u + \frac{k_{33}}{2} \right] \tau$$

$$k_{44} = - \left[\frac{1}{2} C_d(v_4) \rho_a \left(z + \frac{k_{24}}{2} \right) \sigma v_4 \left[v_z + \frac{k_{43}}{2} \right] + g \right] \tau$$

$$\text{con } v_4 = \sqrt{\left(v_x + \frac{k_{33}}{2} - u \right)^2 + \left(v_z + \frac{k_{43}}{2} \right)^2}$$

De esta forma, dadas las condiciones iniciales de posición y velocidad (correspondientes a $n = 0$) es posible, mediante un programa de cómputo, calcular la posición y velocidad en cada intervalo de tiempo hasta que la partícula impacte el suelo (es decir que $z = z_j$), o hasta que algún otro criterio definido previamente se cumpla.

Referencias

Achenbach, E., 1971. *Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder.* J. Fluid Mech. v.46 p. 2 p. 321-335

Achenbach, E., 1972. *Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers.* J. Fluid Mech. v.54 p. 3 p. 565-575

Alatorre I., M. A., Delgado G., H. y Abimelec F., I., 2001. *Mapa de Peligros por Caída de Productos Ballísticos del Volcán Popocatepetl.* Publicación conjunta del Instituto de Geofísica de la U.N.A.M. y del Centro Nacional de Prevención de Desastres.

Alatorre I., M.A. y Stern F., C, 2001. *Visualización con humo de flujos alrededor de diversos objetos.* Presentado en el XLIV Congreso Nacional de Física, Morelia, México.

Aramaki, S., 1956. *The 1783 activity of Asama Volcano, part I.* Recent Progress of Natural Science in Japan. v. 27 n 2-4 p.189-229

Araña, V. y Ortiz, R., 1984. *Volcanología.* Editorial Rueda, Madrid.

Attwood, G.J. y Kendall, K. C. *Methods for the Assessment of Hazards from Free-Flying Missiles.* En Bulson, P.S. (editor), 1992. *Structures under shock and impact II.* Publicado por Computational Mechanics Publications y Thomas Telford, Gran Bretaña, p. 3-14.

Babrauskas, V., 2002. *Ignition of Wood: A Review of the State of the Art.* Journal of Fire Protection Engineering, vol. 12, no. 3: p. 163-189.

Bailey, A. W. y Anderson, M. L., 1980. *Fire Temperatures in Grass, Shrub and Aspen Forest Communities of Central Alberta.* Journal of Range Management, 33(1): p. 37-40.

- Blackburn, E.A., Wilson, L. & Sparks R.S.J., 1976. *Mechanism and Dynamics of Strombolian Activity*. Jour. Geol. Soc. Lond., 132 p.429-440.
- Blong, R.J., 1984. *Volcanic hazards: A Sourcebook on the Effects of Eruptions*. Academic Press, Orlando, Florida.
- Blong, R.J. *Some effects of tephra falls on buildings*. En Self S. y Sparks, R.S.J. (editors), 1981. *Tephra Studies*. Reidel Publishing Company, Holanda, p. 405-420.
- Boures, D.F. (editor), 1989. *The encyclopedia of igneous and metamorphic petrology*. Ed. Van Nostrand Reinhold, New York.
- Bower, S.M. y Woods, A.W., 1996. *On the dispersal of clasts from volcanic craters during small explosive eruptions*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 73 p.19-32.
- Buresti, G. y Casarosa, C., 1989. *One-dimensional adiabatic flow of equilibrium gas-particle mixtures in long vertical ducts with friction*. J. Fluid Mech., 203: 251-272
- Colgate, S.A. y Sigurgeirsson, T., 1973. *Dynamic mixing of water and lava*. Nature, 244, p. 552-555.
- Chouet, B., Hamitsevicz, N. & Mc Getchin T.R., 1974. *Photoballistics of Volcanic Jet Activity at Stromboli, Italy*. Jour. Geophys. Res., 79, p. 4961-4976.
- Conte, S.D., de Boor, C., 1974. *Análisis Numérico*. McGraw-Hill, Colombia.
- Cruz-Atienza, V. M., Pacheco, J. F., Singh, S. K., Shapiro, N. M., Valdés, C. e Iglesias, A., 2001. *Size of Popocatepetl volcano explosions (1997-2001) from waveform inversions*. Geophys. Res. Lett., 28, no. 21, p. 4027-4030.

- Delgado G., H., Navarro C., M., Abimelec F., I. y Alatorre I., M.A., 2002. *Volcán Concepción, Mapa de Amenaza Volcánica I*. Publicación del Instituto de Geofísica de la UNAM y el Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales.
- Dobran, F., 1992. *Nonequilibrium flow in volcanic conduits and application to the eruptions of Mt. St Helens on May 18, 1980, and Vesuvius in AD 79*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 49, p. 285-311
- Dobrin, M.B., y Savit, C.H., 1988. *Geophysical Prospecting*. McGraw-Hill International Editions, Singapore.
- Fagents, S.A. y Wilson, L., 1993. *Explosive volcanic eruptions- VII. The ranges of pyroclasts ejected in transient volcanic explosions*. Geophys. J. Int. 113 p. 359-370.
- Francis, P., 1995. *Volcanoes: A planetary perspective*. Clarendon Press, Hong Kong.
- Fudali, R.F. y Melson, W.G., 1972. *Ejecta velocities, Magma Chamber Pressure and Kinetic Energy Associated with the 1968 Eruption of Arenal Volcano*. Bull. Volcanol., 35, p. 383-401.
- Gerhart, P.M., Gross, R.J. y Hochstein, J. I., 1992. *Fundamentals of fluid mechanics*. Addison Wesley Publishing Company, Estados Unidos.
- Garland., 1971. *Introduction to Geophysics*. W.B. Saunders Company, Estados Unidos.
- Gellert E.P., Cimpoeru, S.J. y Woodward, R.L., 2000. *A study of the effect of target thickness on the ballistic perforation of glass-fibre-reinforced plastic composites*. International Journal of impact engineering, 24, p. 445-456.
- Hill, M.R., 1970. *Mount Lassen is in eruption and there is no mistake about that*. Mineral information service, 23(11), p. 211-224.

- Hoerner, 1965. *Fluid Dynamic Drag*. Hoerner, Midland Park, N.J.
- Langerfors, U. y Kihlstrom, 1976. *Técnica moderna de voladura de rocas*. URMO, S.A., España.
- Lockwood, J.P. y Torgerson, F.A., 1980. *Diversion of Lava flows by Aerial Bombing - Lessons from Mauna Loa Volcano, Hawaii*. Bull. Volcanol., Vol. 43-4, p. 727-741.
- Lorenz, V., 1970. *Some aspects of the eruption Mechanism of the Big Hole Maar, Central Oregon*. Geol. Soc. Amer. Bull., 81, p.1823-1830.
- Luhr, J.F. y Simkin, Tom (editores), 1993. *Paricutin: The volcano born in a mexican cornfield*. Geoscience : Smithsonian Institution, Phoenix, Arizona.
- Mastin, L.G., 2001. *A simple Calculator of Ballistic Trajectories for Blocks Ejected During Volcanic Eruptions*. U.S. Geological Survey Open-file Report 01-45.
- Minakami, T. y Utibori, S., 1969. *The 1968 Eruption of Volcano Arenal, Costa Rica*. Bull. Earth. Res. Inst., 47, p.783-802.
- Moore, H.J., 1971. *Craters Produced by Missile Impacts*. Jour. Geophys. Res., 76, No. 23, p. 5750-5755
- Nairn, I.A. y Self, S., 1978. *Explosive Eruptions and Pyroclastic Avalanches From Ngauruhoe in February 1975*. Jour. Volc. Geotherm. Res., 3, p. 39-60
- Newhall, C.G. y Self, S., 1982. *The volcanic Explosivity Index (VEI): An estimate of explosive magnitude for historical volcanism*. J. Geophys. Res., 87, No. C2 p. 1231-1238.
- U.S. Standard Atmosphere, 1976*. NOAA, NASA & U.S. Air Force, Washington D.C.

- Papale, P. y Dobran, F., 1993. *Modeling of the ascent of magma during the plinian eruption of Vesuvius in A.D. 79*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 58 p. 101-132.
- Papale, P. y Dobran, F., 1994. *Magma flow along the volcanic conduit during the Plinian and pyroclastic flow phases of the May 18, 1980 Mount St. Helens eruption*. J. Geophys. Res., 99 p. 4355-4373.
- Press, W.H., Flannery, B.P. Teukolsky, S.A. Vetterling, W.T., 1986. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, New York.
- Raga, A.C., Raga, G.B., Cantó, J. y Alfonso, L., 2002. *Atmospheric expansion wave simulations of Popocatepetl explosions*. Jour. Geophys. Res., 107, No. D16, p. ACL9_1 - ACL 9_9.
- Ramos, J.I., 1995. *One-dimensional, time-dependent, homogeneous, two-phase flow in volcanic conduits*. Int. J. Num. Methods in Fluids, 21, p. 253-278.
- Riddle, R., Lesuer, D., Syn, Chol, Gogolewski, R., Cunningham B., 1996. *Application of metal laminates to aircraft structures: Prediction of penetration performance*. Finite Elements in Analysis and Design, 23, p. 173-192.
- Sabersky, R.H., Acosta, A.J., Hauptmann, E.G., 1989. *Fluid flow: A first course in fluid mechanics*. Macmillan Publishing Company, Estados Unidos.
- Self, S., Sparks, R.S.J., Booth, B. & Walker G.P.L., 1974. *The 1973 Heimaey Strombolian Scoria deposit, Iceland*. Geol. Mag. 111(6) p. 539-548.
- Self, S., Kienle, J. & Huot, J., 1980. *Ukinrek Maars, Alaska, II. Deposits and Formation of the 1977 Craters*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 7 p.39-65.
- Sherwood, A.E., 1967. *Effect of Air Drag on Particles Ejected during Explosive Cratering*. Jour. Geophys. Res., 72, No. 6, p. 1783-1791.

- Siebe, C., Macías, J.L., Abrams, M., Rodríguez, S. y Castro, R., 1997. *Catastrophic prehistoric eruptions at Popocatepetl and Quaternary explosive volcanism in the Serdán-Oriental Basin, East-Central Mexico*. IAVCEI, Asamblea General, Puerto Vallarta, México. Cuaderno de Excursiones.
- Simkin, T. y Siebert, L., 1994. *Volcanoes of the world*. Geoscience Press, Inc., Arizona, E.U.A.
- Steinberg, G.S. y Babenko, J.L., 1978. *Experimental Velocity and Density Determination of Volcanic Gases during Eruption*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 3 p.89-98.
- Steinberg, G.S. y Lorenz, V., 1983. *External Ballistic of Volcanic Explosions*. Bull. Volcanol., Vol. 46-4 p. 333-348.
- Tilling, R. I. (editor), 1993. *Los peligros volcánicos*. World Organization of Volcano Observatories, Estados Unidos.
- Turcotte, D.L., Ockendon, H., Ockendon, J.R. y Cowley, S.J., 1990. *A mathematical model of vulcanian eruptions*. Geophys. J. Int., 103, p. 211-217.
- Watt, R.B., Mastin, L.G. & Miller, T.P., 1995. *Ballistic Showers During Crater Peak Eruptions of Mount Spurr Volcano, Summer 1992*. U.S.G.S. Bulletin, p. 89-106.
- Walker, G.P.L., Wilson, L. y Howell, E.L.G., 1971. *Explosive Volcanic Eruptions I. The Rate of Fall of Pyroclasts*. Geophys. Jour. Roy. Astr. Soc., 22, p. 377-383.
- Walker, G.P.L., 1980. *The Taupo pumice: Product of the most powerful known (ultraplinian) eruption?*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 8 p.69-94.
- White, F.M., 1994. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, Singapore.

Wilson, L., 1972. *Explosive Volcanic Eruptions II. The Atmospheric Trajectories of Pyroclasts*. Geophys. Jour. Roy. Astr., 30, p. 381-392.

Wilson, L., 1980. *Relationships between pressure, volatile content and ejecta velocity in three types of volcanic explosion*. J. Volcanol. Geotherm. Res., 8 p.297-313.

Wilson, L., Sparks, R.S.J., y Walker, G.P.L., 1980. *Explosive volcanic eruptions – IV. The control of magma properties and conduit geometry on eruption column behaviour*. Geophys. Jour. Roy. Astr. Soc., 63, p. 117-148.

Zhang, Y, 1999. A criterion for the fragmentation of bubbly magma based on brittle failure theory. Nature, 402, p. 648-650.

Zimanowski, B. *Phreatomagmatic explosions*. En Freundt, A. y Rosi, M. (editores), 1998. *From magma to tephra*. Elsevier, Holanda, p. 25-53.