

01124  
17



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"AUTOMATIZACION DE CORRELACIONES Y MODELOS MECANISTICOS DE FLUJO MULTIFASICO VERTICAL ASCENDENTE"

## TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO PETROLERO

PRESENTA:

TEODORO IVAN GUERRERO SARABIA

DIRECTOR DE TESIS: ING. CARLOS JAVIER LIRA SIL



MEXICO, D.F.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo de tesis.

NOMBRE: Teodoro Ivan Guerrero Sarabia

FECHA: 14 Agosto 2003

FIRMA: Teodoro Guerrero Sarabia

AGOSTO 2003

Q



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# PAGINACION DISCONTINUA



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-I-0014

**SR. TEODORO IVAN GUERRERO SARABIA**  
**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Carlos Javier Lira Sil y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

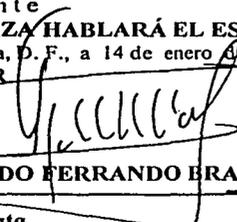
**AUTOMATIZACIÓN DE CORRELACIONES Y MODELOS MECANÍSTICOS DE FLUJO  
MULTIFÁSICO VERTICAL ASCENDENTE**

	<b>RESUMEN</b>
	<b>INTRODUCCIÓN</b>
<b>I</b>	<b>GENERALIDADES</b>
<b>II</b>	<b>CORRELACIONES EMPÍRICAS</b>
<b>III</b>	<b>MODELOS MECANÍSTICOS</b>
<b>IV</b>	<b>TUPAC. AUTOMATIZACIÓN DE CORRELACIONES Y MODELOS MECANÍSTICOS DE FLUJO MULTIFÁSICO VERTICAL ASCENDENTE</b>
<b>V</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>
	<b>REFERENCIAS</b>
	<b>APENDICES</b>

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria, D. F., a 14 de enero de 2003  
EL DIRECTOR

  
ING. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB\*RLLR\*gtg  
pp

b

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**TESIS:**

**"AUTOMATIZACIÓN DE CORRELACIONES Y MODELOS MECANÍSTICOS  
DE FLUJO MULTIFÁSICO VERTICAL ASCENDENTE".**

**PRESENTADA POR:**

**TEODORO IVAN GUERRERO SARABIA**

**DIRIGIDA POR:**

**ING. CARLOS JAVIER LIRA SIL**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**JURADO DEL EXAMEN PROFESIONAL:**

**PRESIDENTE: M. I. JOSÉ ANGEL GÓMEZ CABRERA**

**VOCAL: ING. CARLOS JAVIER LIRA SIL**

**SECRETARIO: M. I. NÉSTOR MARTÍNEZ ROMERO**

**1ER. SUPLENTE: ING. EVA SÁNCHEZ OLEA**

**2DO. SUPLENTE: M. I. JOSÉ MARTÍNEZ PÉREZ**

Handwritten signatures and initials of the jury members, including a large signature that appears to be 'Sanchez' and another signature that appears to be 'Martinez'.

**Ciudad Universitaria, Mayo 2003**

C

## Agradecimientos

A Dios. Gracias por darme esta vida, por mis padres, mi hermano y mi familia. Siempre me has rodeado de personas maravillosas que me han brindado su amor y confianza en todo momento.

A mis padres Hernán Guerrero y Guadalupe Sarabia. Porque su ejemplo, sus sabios consejos y sobre todo su amor infinito han fijado los sentimientos más nobles que puedan existir en mi alma, así como los valores de Bien, Honradéz y Honestidad en mi espíritu. El ser hijo suyo es la mayor bendición de Dios.

A Violeta Quintero. Porque has sido lo más hermoso que ha ocurrido en mi vida y gracias a ti descubrí los misterios que encierra la palabra amor. Sé que ni el tiempo ni la distancia podrán jamás arrancarte de mi pensamiento ni de mi corazón. Soy lo que soy en buena parte gracias a ti.

A mi hermano Percy H. Guerrero, mi cuñado Guadalupe Moreno, y muy en especial a mis sobrinos Percy, Joshua y Juan Carlos, porque su inocencia y el amor que me dan día a día fortalece mi esperanza en el mañana.

A Enrique Fernández, pues siempre has estado con nosotros brindándonos tu afecto y cariño, y estimulándonos siempre a seguir adelante. Siempre optimista me has apoyado incondicionalmente desde mis primeros años.

A mis familiares. Mis abuelos Gonzalo Gavala, Emma Jimeno y Víctor Guerrero. A mis tíos Amparo de Labra, María de Jesús de Labra, Celia Rueda, José Gavala, Enrique Labra y Manuel Labra. A todos mis primos, sobrinos y demás familiares que están en México y en Perú.

A mis amigos de toda la vida: José Álvarez, Alan Vargas y Eduardo Sánchez. Más que amigos son como hermanos.

A mis amigos de la Universidad. Los llamo así porque, aunque parezca increíble, para mí representan más y más. Los menciono conforme los conozco: César González, Víctor González, Miguel H. González, Eduardo Sánchez, José Luis Hernández, Indelmo García, Oscar Rodríguez, Miguel Pérez, Maribel Hernández, Blanca Trujillo, Fausto Zamora, Moisés Díaz, Hugo Madrigal y Jazmín Periquita. Hoy tengo nuevos amigos, pero ésta es una historia que aún se está escribiendo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

d

## Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme recibido en su seno, abriéndome las puertas hacia la luz que sólo el conocimiento brinda. Siempre llevaré en alto tu nombre, y los valores que me has inculcado.

A profesor Ing. Carlos Javier Lara por haber aceptado ser mi guía en la elaboración de este trabajo de investigación. Gracias por su apoyo incondicional y por haberme mostrado el camino hacia nuevos mundos del conocimiento.

A los profesores Ing. José Ángel Gómez, Ing. Néstor Martínez, Ing. Eva Sánchez, e Ing. José Martínez, por la revisión de la presente Tesis Profesional, por sus acertadas críticas y valiosos consejos.

Una mención especial al profesor Dr. Rafael Rodríguez por sus invaluable consejos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**“ AUTOMATIZACIÓN DE CORRELACIONES Y  
MODELOS MECANÍSTICOS DE FLUJO MULTIFÁSICO  
VERTICAL ASCENDENTE ”**

**“ Automatización de Correlaciones y Modelos Mecánicos de Flujo Multifásico Vertical Ascendente ”**

<u>Contenido</u>		Pág.
<b>Resumen</b>		v
<b>Introducción</b>		vii
<b>Capítulo 1. Generalidades</b>		
1.1 Definición y clasificaciones del flujo multifásico		(3)
1.1.1 Clasificación general		(3)
1.1.2 De acuerdo a la dirección y sentido global del flujo		(4)
1.1.3 De acuerdo al número de dimensiones		(4)
1.1.4 De acuerdo al método de análisis		(5)
1.2. Modelos de flujo homogéneo y de flujo separado		(6)
1.2.1 Modelo de flujo homogéneo		(6)
1.2.2 Modelo de flujo separado		(7)
1.3 Ecuaciones fundamentales		(9)
1.3.1 Definiciones básicas y consideraciones		(9)
1.3.2 Ecuaciones de conservación de masa y momento		(12)
1.3.2.1 Modelo de flujo homogéneo		(12)
1.3.2.2 Modelo de flujo separado		(13)
1.4 Análisis del gradiente de presión total		(17)
1.4.1 Gradiente hidrostático		(17)
1.4.1.1 Definición de colgamiento		(17)
1.4.1.2 Fracciones volumétricas		(18)
1.4.1.3 Colgamiento del líquido y fracción de vacío		(18)
1.4.2 Gradiente por fricción		(19)
1.4.2.1 Correlaciones para el factor de fricción de Darcy - Weisbach		(21)
1.4.3 Gradiente por aceleración		(22)
1.5 Patrones de flujo		(25)
1.5.1 Flujo burbuja		(26)
1.5.2 Flujo bache		(26)
1.5.3 Flujo agitado		(26)
1.5.4 Flujo anular		(26)
1.5.5 Mapas de regímenes de flujo		(28)

<b>Capítulo 2.</b>	<b>Correlaciones Empíricas</b>	
2.1	Correlación de Duns y Ros	(32)
2.1.1	Patrones de flujo	(34)
2.1.2.	Determinación del colgamiento y del factor de fricción	(36)
2.1.3	Correlaciones para el colgamiento del líquido	(36)
2.1.4	Correlaciones para el factor de fricción	(41)
2.1.5	Gradiente de presión total	(45)
2.2	Correlación de Hagedorn y Brown	(46)
2.2.1	Desarrollo de las correlaciones	(47)
2.2.2.	Procedimiento de cálculo	(49)
2.2.3	Correlación de Hagedorn y Brown modificada	(52)
2.3	Correlación de Orkiszewski	(54)
2.3.1	Patrones de flujo	(55)
2.3.2.	Determinación del gradiente de presión	(56)
2.3.2.1	Flujo burbuja	(57)
2.3.2.2	Flujo bache	(58)
2.3.2.3	Flujo agitado y flujo anular	(63)
2.3.3	Correlación de Orkiszewski modificada	(64)
2.4	Correlación de Aziz, Govier y Fogarasi	(65)
2.4.1	Patrones de flujo	(65)
2.4.2.	Determinación del gradiente de presión	(67)
2.4.2.1	Flujo burbuja	(67)
2.4.2.2	Flujo bache	(68)
2.4.2.3	Flujo agitado y flujo anular	(71)
2.5	Correlación de Beggs y Brill	(73)
2.5.1	Patrones de flujo	(74)
2.5.2.	Determinación del gradiente de presión	(76)
2.5.3	Correlaciones para el colgamiento del líquido	(76)
2.5.4	Correlaciones para el factor de fricción	(79)
2.5.5	Correlación de Mukherjee y Brill para el colgamiento	(80)
<b>Capítulo 3.</b>	<b>Modelos Mecanísticos</b>	
3.1	Modelo de Hasan y Kabir	(86)
3.1.1	Patrones de flujo	(86)
3.1.2.	Determinación del gradiente de presión	(91)
3.1.2.1	Flujo burbuja y flujo burbuja dispersa	(91)
3.1.2.2	Flujo bache y flujo agitado	(93)
3.1.2.3	Flujo anular	(94)

3.2 Modelo de Ansari	.....	(97)
3.2.1 Patrones de flujo	.....	(97)
3.2.2. Determinación del gradiente de presión	.....	(102)
3.2.2.1 Flujo burbuja	.....	(102)
3.2.2.2 Flujo burbuja dispersa	.....	(103)
3.2.2.3 Flujo bache	.....	(105)
3.2.2.4 Flujo anular	.....	(115)
3.3 Modelo de Chokshi	.....	(121)
3.3.1 Patrones de flujo	.....	(121)
3.3.2. Determinación del gradiente de presión	.....	(124)
3.3.2.1 Flujo burbuja	.....	(124)
3.3.2.2 Flujo bache	.....	(125)
3.3.2.3 Flujo anular	.....	(130)
3.4 Modelo de Tengesdal	.....	(131)
3.4.1 Patrones de flujo	.....	(131)
3.4.2. Determinación del gradiente de presión	.....	(134)
3.4.2.1 Flujo burbuja	.....	(134)
3.4.2.2 Flujo burbuja dispersa	.....	(135)
3.4.2.3 Flujo bache	.....	(136)
3.4.2.4 Flujo agitado	.....	(138)
3.4.2.5 Flujo anular	.....	(138)
3.5 Modelo de Gómez	.....	(139)
3.5.1 Patrones de flujo	.....	(139)
3.5.2. Determinación del gradiente de presión	.....	(142)
3.5.2.1 Flujo burbuja	.....	(142)
3.5.2.2 Flujo burbuja dispersa	.....	(143)
3.5.2.3 Flujo bache	.....	(144)
3.5.2.4 Flujo anular	.....	(144)
<b>Capítulo 4. TUPAC. Automatización de Correlaciones y Modelos Mecánicos de Flujo Multifásico Vertical Ascendente</b>		
4.1 TUPAC	.....	(147)
4.1.1 Requerimientos para la instalación de TUPAC	.....	(148)
4.1.2. Estructura interna de TUPAC	.....	(149)
4.2 Manual del usuario de TUPAC	.....	(150)
4.2.1 Datos de entrada	.....	(150)
4.2.2. Selección de correlaciones PVT	.....	(151)
4.2.3 Selección de correlaciones y modelos mecánicos de flujo multifásico	.....	(154)

4.2.4	Recursos gráficos de TUPAC	..... (157)
4.2.5	Generación de mapas de regímenes de flujo	..... (161)
4.2.6	Reporte global de la simulación	..... (163)
4.2.7	Guardar información	..... (165)
4.2.8	Ejemplo de aplicación	..... (167)
<b>Capítulo 5.</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones</b>	..... (173)
<b>Referencias</b>		..... (181)
<b>Apéndices</b>		
I	Polinomios de ajuste a las curvas de correlación del método de Duns y Ros	..... (187)
II	Polinomios de ajuste a las curvas de correlación del método de Hagedorn y Brown	..... (191)
III	Polinomios de ajuste a las curvas de correlación del método de Orkiszewski	..... (193)
IV	Algoritmo para la identificación de regímenes de flujo en el modelo mecanístico de Ansari	..... (195)
V	Algoritmo para la identificación del régimen anular en el modelo mecanístico de Gómez	..... (202)
VI	Algoritmo para el cálculo de perfiles de presión	..... (205)
VII	Correlaciones PVT	..... (207)
VIII	Método de Cardano para la resolución de ecuaciones cúbicas	..... (218)
IX	Nomenclatura y unidades	..... (220)

## **“Automatización de Correlaciones y Modelos Mecanísticos de Flujo Multifásico Vertical Ascendente”**

### **Resumen**

Puesto que el flujo multifásico es un fenómeno complejo que se presenta a lo largo del sistema de producción, es indispensable para el ingeniero petrolero el contar con los conocimientos básicos en este tenor; por tal razón, en la presente obra se realiza un estudio del flujo multifásico, si bien únicamente en el caso especial del flujo multifásico vertical ascendente, y se desarrolla un programa de cómputo, TUPAC, para la automatización del cálculo de gradientes de presión mediante 5 de las correlaciones empíricas más reconocidas en la industria petrolera, y 5 modelos mecanísticos.

Se presentan: conceptos, clasificaciones y ecuaciones básicas del flujo multifásico; características de los modelos de flujo homogéneo y de flujo separado; análisis del gradiente de presión total; descripción de patrones de flujo; 5 correlaciones empíricas (Duns y Ros <sup>24</sup>; Hagedorn y Brown <sup>18</sup>; Orkiszewski <sup>22</sup>; Aziz y cols. <sup>9</sup>; Beggs y Brill <sup>11</sup>) y 5 modelos mecanísticos (Hasan y Kabir <sup>19</sup>; Ansari y cols. <sup>8</sup>; Chokshi y cols. <sup>13</sup>; Tengesdal y cols. <sup>26</sup>; Gómez y cols. <sup>15</sup>) de flujo multifásico vertical ascendente. Finalmente, se incluye un manual de usuario del programa de cómputo TUPAC.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## **“Automatización de correlaciones y modelos mecanísticos de flujo multifásico vertical ascendente”**

### **Introducción**

Para el ingeniero petrolero, en especial aquel que se desarrolla en el área de producción, es fundamental el contar con una formación básica acerca de la fenomenología del flujo multifásico, siendo éste un fenómeno que se presenta a lo largo del sistema de producción, sea el yacimiento, el pozo, las líneas superficiales, etc.

Por tal razón, y con la finalidad de brindar al lector una obra de consulta sencilla, más no por ello superficial, y de despertar su interés en el maravilloso campo del flujo multifásico, surgió la inquietud de la elaboración de la presente obra y del programa de cómputo que le acompaña, TUPAC; dada la bastedad del tema, únicamente se estudia el flujo multifásico vertical ascendente. El objetivo formal de la obra, desarrollada como tema de tesis profesional, es :

**Objetivo.** Analizar y automatizar correlaciones empíricas y modelos mecanísticos de flujo multifásico vertical ascendente, para el cálculo de gradientes de presión en pozos petroleros.

Derivado del objetivo anterior, al finalizar la obra el lector contará con las herramientas básicas del conocimiento sobre el flujo multifásico a fin de aplicarlos en el cálculo de gradientes de presión en pozos petroleros; comprenderá las implicaciones de cada uno de los métodos abordados para tal efecto, sobretodo en lo que respecta a los modelos mecanísticos, y analizará el comportamiento de sus resultados; tendrá un primer acercamiento, en el caso de los estudiantes de la carrera de ingeniería petrolera, al funcionamiento de los programas de cómputo de flujo multifásico, mediante TUPAC.

En el capítulo 1 se presentan algunas definiciones y ecuaciones básicas en el estudio del flujo multifásico, así como las clasificaciones del mismo; se estudian a detalle las implicaciones de los modelos de flujo homogéneo y flujo separado, y las ecuaciones de conservación de masa y de momento aplicadas en cada uno de ellos. Se hace un estudio del gradiente hidrostático, por fricción y por aceleración; se describen las características de los patrones de flujo.

En el capítulo 2, se estudian 5 de las correlaciones más reconocidas en la industria petrolera:

1. Duns y Ros <sup>24</sup>.
2. Hagedorn y Brown <sup>18</sup>.
3. Orkiszweski <sup>22</sup>.
4. Aziz, Govier y Fogarasi <sup>9</sup>.
5. Beggs y Brill <sup>11</sup>.

En tanto que, en el capítulo 3, se analizan 5 modelos mecanísticos:

1. Hasan y Kabir <sup>19</sup>.
2. Ansari, Sylvester, Sarica, Shoham y Brill <sup>8</sup>.
3. Chokshi, Schmidt y Doty <sup>13</sup>.
4. Tengesdal, Sarica, Schmidt y Doty <sup>26</sup>.
5. Gómez, Shoham, Schmidt, Chokshi, Brown y Northug <sup>15</sup>.

En el capítulo 4, se presenta un manual de usuario de TUPAC; sus características principales; los requerimientos de instalación; datos de entrada; selección de correlaciones PVT; selección de correlaciones y modelos mecanísticos de flujo multifásico; utilización de herramientas y módulos; y la generación de archivos con los resultados de las simulaciones.

Finalmente, en el capítulo 5 se establecen las conclusiones de la presente obra y acerca de TUPAC, así como algunas recomendaciones al respecto.

## **CAPÍTULO 1**

### **GENERALIDADES**

700 1000  
MAY 10 1964  
LIBRARY OF THE  
MEXICAN INSTITUTE OF  
STATISTICS

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Generalidades

El desentrañar los misterios que gobiernan al flujo multifásico es una tarea bastante compleja que, aunada a lo "oscuro" del lenguaje empleado por muchos de los autores en su análisis, así como a la diversidad de expresiones utilizadas para referirse a un mismo concepto, puede resultar verdaderamente frustrante. Por esta razón, antes de comenzar formalmente el estudio objeto del presente texto, es necesario dar luz sobre algunos de ellos con la finalidad de evitar en lo posible posteriores confusiones.

### 1.1 Definición y clasificaciones del flujo multifásico

De una manera sencilla se define al flujo multifásico como "el flujo simultáneo de dos o tres fases de una o más sustancias, entendiendo por fase alguno de los tres estados fundamentales de agregación molecular: sólido, líquido o gaseoso"<sup>7, \*</sup>. Por lo tanto, cualquier corriente de flujo puede ser clasificada según el número de fases presentes en las siguientes categorías:

#### 1.1.1 Clasificación general<sup>6</sup>

- **Flujo monofásico:**  
Flujo de gas o líquido
- **Flujo multifásico<sup>\*\*</sup>:**  
Flujo simultáneo de:
  - Gas – líquido
  - Gas – sólido
  - Líquido – sólido
  - Gas – líquido – sólido

Cabe destacar que de acuerdo a esta clasificación y como fue mencionado, al hablar en general de flujo multifásico las fases presentes no necesariamente corresponden a una misma sustancia. Por ejemplo, en los casos típicos de laboratorio en el estudio de flujo gas - líquido, la fase gaseosa puede estar conformada por aire, mientras que la fase líquida por aceite muerto o agua, o bien, por vapor de agua y agua, respectivamente. La diferencia entre uno y otro caso,

---

\* Referencias al final de la obra.

\*\* En el caso particular en que la fase líquida está constituida por una mezcla heterogénea de dos componentes, algunos autores suelen considerar a éstos como dos fases distintas, refiriéndose a ellas como la "fase dispersa" y la "fase continua".

aún cuando ambos sistemas son multifásicos, es que el primero está constituido por sustancias diferentes, mientras que en el segundo se trata de una sola. Así, tanto el flujo monofásico como el multifásico, pueden ser subclasificados como **monocomponente** o **multicomponente**, atendiendo si la composición de las fases corresponde o no a un único compuesto químico. En el caso de mezclas homogéneas es práctica común considerarlas como un solo componente con tal de que su composición se mantenga constante (o prácticamente constante) en todo momento, como es el caso del aceite negro, del gas seco y de la salmuera.

Algunas otras clasificaciones útiles en el estudio del flujo multifásico son:

### **1.1.2 De acuerdo a la dirección y al sentido global del flujo**<sup>3</sup>

- **Vertical**
  - Ascendente
  - Descendente
- **Inclinado o direccional**
  - Ascendente
  - Descendente
- **Horizontal**

Aún más, cada una de las anteriores categorías puede subclasificarse como **concurrente** o **no concurrente**, según si el sentido del flujo de cada fase es el mismo o no, respectivamente.

### **1.1.3 De acuerdo al número de dimensiones**<sup>7</sup>

- **Unidimensional**
- **Bidimensional**
- **Tridimensional**

El manejar una, dos o tres dimensiones en el modelado del flujo multifásico obedece primordialmente a cómo varían preponderantemente las propiedades de la corriente de flujo de acuerdo a una sistema coordinado de referencia, sea longitudinalmente, arealmente, o en tres dimensiones, y a las características específicas del problema que se está abordando y de las herramientas e información disponibles para resolverlo. Así, para la Ingeniería de Yacimientos es tarea común simular el comportamiento de los yacimientos con flujo multifásico en tres dimensiones. No obstante, para el modelado del flujo multifásico a través de oleogasoductos, una sola dimensión es suficiente.

De acuerdo a las clasificaciones vistas hasta este momento, en lo que resta de la presente obra únicamente se analizará el flujo gas – líquido; así, cuando se mencione flujo multifásico, se estará haciendo referencia a este caso en particular; dos o tres componentes: gas natural, aceite vivo (o condensado) y, en su caso, salmuera; el flujo será vertical ascendente, en una dimensión, y en tuberías de sección transversal constante.

#### 1.1.4 De acuerdo al método de análisis <sup>7, 22</sup>

- **Modelos de flujo homogéneo**

Resuelto con correlaciones empíricas

- **Modelos de flujo separado.**

Sin identificación de patrones de flujo

Resuelto con correlaciones empíricas

Con identificación de patrones de flujo.

Resuelto con correlaciones empíricas.

Resuelto con modelos mecánicos.

Esta clasificación no es rigurosa ni pretende abarcar todas las posibilidades en cuanto al método de análisis del flujo multifásico a través de tuberías; no obstante, rescata los aspectos fundamentales de los modelos que se estudiarán posteriormente. Estos son:

- ¿Se considera el resbalamiento entre la fase gaseosa y la fase líquida?
- ¿Se identifica la distribución espacial entre las fases (patrones de flujo)?
- ¿El modelo es resuelto por medio del ajuste de información experimental o a partir de la descripción de los mecanismos que gobiernan al flujo?

## 1.2 Modelos de flujo homogéneo y de flujo separado

En los siguientes párrafos se describen brevemente las características fundamentales de los modelos de flujo homogéneo y de flujo separado, y se mencionan algunos de los modelos desarrollados en el ámbito petrolero.

### 1.2.1 Modelo de flujo homogéneo

En los modelos de flujo homogéneo se asume que no existe resbalamiento entre las fases; esto es, que tanto la fase líquida como la gaseosa se desplazan con la misma velocidad real o *in situ*. Se considera que los componentes de la corriente de flujo se comportan como un "pseudofluido" con propiedades promedio, incluyendo la densidad, ponderadas generalmente a través de los gastos máscicos o volumétricos correspondientes. No se hace distinción entre patrones de flujo.

Estos modelos involucran un "factor de pérdida de energía", similar al factor de fricción para una sola fase, en el cual se asume quedarán implícitamente reflejadas todas las posibles pérdidas de energía ocasionadas por aquellos efectos no considerados explícitamente en el modelo, como lo pueden ser el resbalamiento, los esfuerzos interfaciales, etc. Este factor se obtiene experimentalmente en laboratorio o en pozos acondicionados para tal efecto, y es correlacionado con grupos adimensionales que involucran a las variables "consideradas" representativas del flujo, de las propiedades de los fluidos y de la geometría de las tuberías; una restricción adicional en la selección de dichas variables, es que puedan ser cuantificadas por medio de datos de producción. Así pues, estos modelos son resueltos por medio de correlaciones empíricas para el "factor de pérdida de energía", cuya validez está restringida al rango de datos utilizado para generarlas.

Entre los primeros trabajos del modelado del flujo homogéneo en tuberías verticales se pueden mencionar los de Poettmann y Carpenter<sup>23</sup>, Baxendell y Thomas<sup>10</sup>, Tek<sup>25</sup>, y el de Fanher y Brown<sup>14</sup>. En la actualidad estas correlaciones prácticamente han caído en desuso.

### 1.2.2 Modelo de flujo separado

En este tipo de modelos se asume que la fase gaseosa y la fase líquida no se desplazan con la misma velocidad *in situ*. Debido a esta diferencia de velocidades (resbalamiento), para calcular la densidad de la mezcla es necesario determinar de alguna manera la relación del volumen promedio (en espacio y en tiempo) que realmente está ocupando cada una de las fases a condiciones de flujo, respecto al volumen de la sección dada de tubería; dichas relaciones de volúmenes son conocidas como **colgamiento del líquido y fracción de vacío**, según sea la fase que se trate; la suma de ambas relaciones es numéricamente igual a la unidad.

Este efecto de resbalamiento se presenta tanto en los flujos ascendentes como en los descendentes. En el primer caso la fase gaseosa viaja más rápido que la líquida debido, entre otros factores no menos importantes, a la expansión del gas y a la diferencia de densidad entre ambas; mientras que en el segundo, sucede lo contrario debido a la mayor densidad del líquido.

Estos modelos pueden resultar muy sofisticados. Así, en los más "sencillos", no se hace distinción entre patrones de flujo; como en el caso de los modelos de flujo homogéneo, las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía se formulan para la mezcla como un todo, no se consideran explícitamente los efectos de los esfuerzos interfaciales, y se introduce un "factor de fricción de la mezcla"; no obstante, sí se considera el resbalamiento de las fases en el cálculo de la densidad de la misma. Tanto el colgamiento del líquido como el factor de fricción de las dos fases se obtienen a través de correlaciones empíricas. De este tipo de modelos el más exitoso hasta la actualidad, es el propuesto por Hagedorn y Brown <sup>18</sup> en 1964.

El método para obtener valores "adecuados" de los parámetros mencionados, generalmente se basa en el análisis y correlación de grupos adimensionales, ajustados por ensayo y error hasta la obtención de ecuaciones equivalentes a las del flujo de una sola fase. Por esta razón, y dadas las simplificaciones propias de los modelos, la validez de los mismos está restringida al rango de la información utilizada por el autor.

En el siguiente grado de sofisticación se encuentran aquellos modelos en los cuales se distinguen patrones de flujo; la única diferencia entre éstos y los anteriores es que introducen diferentes correlaciones empíricas para el colgamiento del líquido y el factor de fricción de la mezcla según el patrón de flujo prevaleciente. Asimismo, los criterios para definir las transiciones entre éstos se basan en información experimental, y no en la mecánica del flujo. La correlación de Duns y Ros <sup>3,24</sup> y la de Beggs y Brill <sup>11</sup> son representativas de este tipo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Si bien la correlación de Orkiszewski <sup>22</sup>, y la de Aziz, Govier y Fogarasi <sup>9</sup> pueden ser catalogadas en el rubro anterior, en realidad son modelos "híbridos", que incorporan tanto aspectos mecanísticos como correlaciones empíricas.

El siguiente tipo de modelos corresponde a los mecanísticos. Estos surgen en la década de los 80, y se caracterizan por abordar al flujo multifásico a partir de la premisa de la existencia de patrones de flujo y de la correspondiente descripción de los mecanismos que regulan el comportamiento de los mismos (de allí el nombre). El desarrollo de estas nuevas filosofías va de la mano con el surgimiento de tecnologías cada vez más sofisticadas para observar, analizar y modelar el fenómeno, permitiendo con ello, a diferencia de aquellos basados en correlaciones netamente empíricas, explicar el cómo y el porqué del mismo.

De las características fundamentales de los modelos mecanísticos se pueden mencionar: las transiciones entre patrones de flujo son formuladas a partir de la física de cada uno de ellos; las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía se aplican a cada una de las fases por separado, incluyendo las interacciones entre ambas y con las paredes de la tubería; las seis ecuaciones generadas se resuelven simultáneamente haciendo consideraciones y simplificaciones específicas de acuerdo al patrón de flujo correspondiente. Dada la complejidad de los modelos aún se requieren correlaciones empíricas para la determinación de algunos parámetros involucrados, tales como los factores de fricción interfacial, la fracción de líquido en el núcleo de gas en el régimen anular, el colgamiento del líquido en el cuerpo de los baches, etc.

La relevancia de los modelos mecanísticos, dado su origen, es que son aplicables bajo cualesquiera condiciones operativas de flujo, propiedades de fluidos, y aspectos geométricos de las tuberías.

### 1.3 Ecuaciones fundamentales

Tanto los modelos de flujo homogéneo como los de flujo separado parten de las ecuaciones básicas de conservación de masa, momento y energía; el grado de complejidad con que se abordan está en función de las implicaciones propias de los modelos y de la dificultad para cuantificar algunas variables, principalmente aquellas relacionadas con la generación y transferencia de calor. Generalmente, para el cálculo de los gradientes de presión basta con las ecuaciones de conservación de masa y momento, por lo que únicamente se presentarán estas dos. Para un análisis riguroso de las ecuaciones de conservación se recomiendan las obras de Govier y Aziz <sup>5</sup>, Hetsroni <sup>6</sup> y de Wallis <sup>7</sup>.

#### 1.3.1 Definiciones básicas y consideraciones

A continuación se definen algunas variables importantes y la manera de calcularlas mediante datos de producción; asimismo, se hacen aclaraciones sobre aquellos conceptos que podrían prestarse a confusión. La nomenclatura y unidades utilizadas en lo que resta de la obra serán las mismas en todos los casos, salvo que se indique lo contrario, y aparecen en el apéndice IX; correlaciones para el cálculo de las propiedades de los fluidos a las condiciones de flujo se pueden consultar en el apéndice VII.

- **Gastos másicos**

Gasto másico de líquido:

$$W_L = q_o \cdot \left[ 8.85 \cdot 10^{-7} R_s \cdot \gamma_g + 4.05 \cdot 10^{-3} \cdot (\gamma_o + \gamma_w \cdot WOR) \right] \quad \dots\dots\dots(1.1)$$

Gasto másico de gas:

$$W_G = 8.85 \cdot 10^{-7} \cdot \gamma_g \cdot q_o \cdot (R - R_s) \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

Gasto másico total:

$$W_M = W_L + W_G \quad \dots\dots\dots(1.3)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

- **Gastos volumétricos**

Gasto volumétrico de líquido a condiciones de flujo:

$$q_L@c.f. = 6.45 \cdot 10^{-5} \cdot q_o \cdot (B_o + B_w \cdot WOR) \quad \dots\dots\dots(1.4)$$

Gasto volumétrico de gas a condiciones de flujo:

$$q_G@c.f. = 3.27 \cdot 10^{-7} \cdot q_o \cdot (R - R_s) \cdot \left( \frac{Z \cdot T}{P} \right) \quad \dots\dots\dots(1.5)$$

Gasto volumétrico total a condiciones de flujo:

$$q_M@c.f. = q_L@c.f. + q_G@c.f. \quad \dots\dots\dots(1.6)$$

- **Velocidades**

Velocidades superficiales:

$$v_{SL} = \frac{q_L@c.f.}{A_T} \quad \dots\dots\dots(1.7) \quad v_{SG} = \frac{q_G@c.f.}{A_T} \quad \dots\dots\dots(1.8)$$

Velocidad de la mezcla:

$$v_M = v_{SL} + v_{SG} \quad \dots\dots\dots(1.9)$$

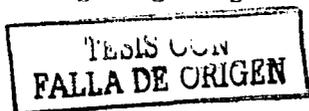
Velocidades reales o *in situ*:

$$v_L = \frac{v_{SL}}{\alpha_L} \quad \dots\dots\dots(1.10) \quad v_G = \frac{v_{SG}}{1 - \alpha_L} \quad \dots\dots\dots(1.11)$$

en donde  $\alpha_L$  es el colgamiento del líquido (con resbalamiento) y se definirá más adelante.

Velocidad de resbalamiento:

$$v_S = v_G - v_L \quad \dots\dots\dots(1.12)$$



Como fue mencionado en párrafos anteriores, resulta bastante complejo en los modelos de flujo separado el manipular simultáneamente las ecuaciones correspondientes a la conservación de masa, momento y energía para cada una de las fases (aún en los modelos de flujo homogéneo); por ello, para obtener soluciones prácticas de los mismos, es necesario hacer simplificaciones ya sea porque algunas variables son difíciles de obtener o porque su efecto resulta secundario. Tanto para los modelos de flujo homogéneo como para los de flujo separado se asume, entre otros aspectos:

1. Régimen permanente. Esto es, las propiedades del sistema en un punto no varían con respecto al tiempo.
2. No se toman en cuenta aquellos efectos relacionados con la generación y transferencia de calor (al menos explícitamente), ni en el seno del sistema, ni en sus fronteras.
3. No interviene ningún tipo de trabajo externo.
4. No se presenta ningún tipo de reacción química.

Bajo estas consideraciones, la ecuación general de energía se reduce a la de conservación del momento, la cual es expresada convenientemente como una ecuación de balance de presiones, llamada también ecuación de balance de energía mecánica.

En la práctica, aún cuando existen fluctuaciones en el valor de la presión en un punto, generalmente éstas son mínimas, por lo que la consideración de régimen permanente parece razonable. No obstante, en algunos casos, como cuando se presenta el fenómeno de "cabeceo", no considerar el aspecto transitorio del fenómeno puede ocasionar grandes errores en la determinación de los gradientes de presión.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 1.3.2 Ecuaciones de conservación de masa y momento

#### 1.3.2.1 Modelo de flujo homogéneo

$$v_G = v_L = v_M \quad \dots(1.13)$$

$$v_{SG} \neq v_{SL} \quad \dots(1.14)$$

$$\lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_M} \quad \dots(1.15)$$

$$\lambda_G = 1 - \lambda_L \quad \dots(1.16)$$

$$\rho_{MSR} = \rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot (1 - \lambda_L) \quad \dots(1.17)$$

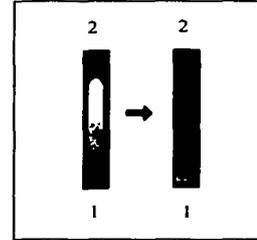


Fig. 1.1 Modelo de Flujo Homogéneo.

- Conservación de masa

Régimen permanente.

$$(\rho_{MSR} \cdot A_T \cdot v_M)_1 = (\rho_{MSR} \cdot A_T \cdot v_M)_2 = W_M \quad \dots(1.18)$$

- Conservación de momento

$$\sum \text{Fuerzas} = \text{Masa}_M \cdot v_M \cdot \frac{dv_M}{dL} \quad \dots(1.19)$$

De acuerdo a la Fig. 1.1, y en unidades consistentes, entre las posiciones 1 y 2 se tiene:

$$M_M \cdot v_M \cdot \frac{\Delta v_M}{\Delta L} = \Delta P \cdot A_T - M_M \cdot g - \tau_o \cdot S_T \cdot \Delta L \quad \dots(1.20)$$

donde  $\tau_o$  es el esfuerzo de corte entre el pseudofluido (la mezcla) y las paredes de la tubería;  $S_T$ , es el perímetro mojado, que en este caso coincide con el perímetro de la sección transversal de tubería;  $\Delta P$  se toma por conveniencia como  $(P_1 - P_2)$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (1.20) por  $\frac{1}{A_T \cdot \Delta L}$

$$\left( \frac{M_M}{A_T \cdot \Delta L} \right) \cdot v_M \cdot \frac{\Delta v_M}{\Delta L} = \frac{\Delta P}{\Delta L} - \left( \frac{M_M}{A_T \cdot \Delta L} \right) \cdot g - \frac{\tau_o \cdot S_T}{A_T} \quad \dots\dots (1.21)$$

$$\rho_{MSR} \cdot v_M \cdot \frac{\Delta v_M}{\Delta L} = \frac{\Delta P}{\Delta L} - \rho_{MSR} \cdot g - \frac{4 \cdot \tau_o}{d} \quad \dots\dots (1.22)$$

Tomando el límite cuando  $\Delta L \rightarrow 0$ , y despejando el gradiente de presión:

$$\frac{dP}{dL} = \rho_{MSR} \cdot g + \frac{4 \cdot \tau_o}{d} + \rho_{MSR} \cdot v_M \cdot \frac{dv_M}{dL} \quad \dots\dots (1.23)$$

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Total} = \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Hidrostatico} + \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} + \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Aceleración} \quad \dots\dots (1.24)$$

### 1.3.2.2 Modelo de flujo separado

$$v_G \neq v_L \quad \dots\dots(1.25)$$

$$v_G = \frac{v_{SG}}{1 - \alpha_L} \quad \dots\dots(1.26)$$

$$v_L = \frac{v_{SL}}{\alpha_L} \quad \dots\dots(1.27)$$

$$\rho_M = \rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L) \quad \dots\dots(1.28)$$

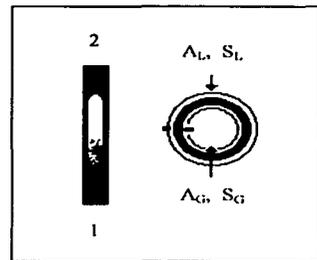


Fig. 1.2 Modelo de Flujo Separado

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

- Conservación de masa

Considerando régimen permanente y que no existe transferencia de masa entre las fases en el “pequeño” intervalo  $\Delta L$ , de acuerdo a la Fig. 1.2:

Fase gaseosa:

$$(\rho_G \cdot v_G \cdot A_G)_1 = (\rho_G \cdot v_G \cdot A_G)_2 = W_G \quad \text{..... (1.29)}$$

Fase líquida:

$$(\rho_L \cdot v_L \cdot A_L)_1 = (\rho_L \cdot v_L \cdot A_L)_2 = W_L \quad \text{..... (1.30)}$$

Debe observarse que la consideración de no transferencia de masa en el intervalo  $\Delta L$  puede resultar un tanto extraña ya que el aceite, una vez alcanzada la presión de saturación, constantemente estará liberando el gas que tiene disuelto conforme se abate la presión en su trayecto hacia la superficie (por otra parte en el caso de los pozos productores de gas y condensado se presenta el fenómeno de condensación retrógrada). No obstante, tal consideración es válida si pensamos que  $\Delta L$  es lo suficientemente “pequeño” y que de cualquier forma la transferencia de masa ocurrida en el mismo está implícitamente reflejada en el cálculo de la densidad del líquido y del gas a las condiciones medias de presión y temperatura prevalecientes. Así también, debe tenerse en cuenta que aún cuando los gastos másicos de gas y líquido no son los mismos de un intervalo a otro, el gasto másico total sí debe ser el mismo. Para clarificar lo anterior se analiza el siguiente ejemplo:

Discretizando la longitud total de la tubería en dos incrementos:

$$L_{Total} = \Delta L_{12} + \Delta L_{23}$$

Los gastos másicos correspondientes en cada intervalo:

$$\Delta L_{12} : W_{G12} + W_{L12} = W_M$$

$$\Delta L_{23} : W_{G23} + W_{L23} = W_M$$

pero:

$$W_{G12} \neq W_{G23}$$

$$W_{L12} \neq W_{L23}$$

• Conservación de momento

Fase gaseosa:

$$M_G \cdot v_G \cdot \frac{\Delta v_G}{\Delta L} = \Delta P_G \cdot A_G - M_G \cdot g - \tau_i \cdot S_G \cdot \Delta L \quad \dots\dots (1.31)$$

donde  $\tau_i$  es el esfuerzo de corte en la interfase gas – líquido ocasionado por el resbalamiento entre las fases;  $S_G$ , es el perímetro mojado correspondiente al gas, mientras que  $A_G$  es el área promedio que ocupa en la sección transversal de la tubería ( $A_T$ );  $\Delta P_G$  corresponde a la caída de presión en el seno del gas, y no necesariamente es igual a la correspondiente al líquido; se toma por conveniencia como  $(P_1 - P_2)_G$ . Las unidades deben ser consistentes.

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (1.31) por  $\frac{1}{A_G \cdot \Delta L}$

$$\left( \frac{M_G}{A_G \cdot \Delta L} \right) \cdot v_G \cdot \frac{\Delta v_G}{\Delta L} = \frac{\Delta P_G}{\Delta L} - \left( \frac{M_G}{A_G \cdot \Delta L} \right) \cdot g - \frac{\tau_i \cdot S_G}{A_G} \quad \dots\dots (1.32)$$

$$\rho_G \cdot v_G \cdot \frac{\Delta v_G}{\Delta L} = \frac{\Delta P_G}{\Delta L} - \rho_G \cdot g - \frac{\tau_i \cdot S_G}{A_G} \quad \dots\dots (1.33)$$

observando que  $A_G = A_T \cdot (1 - \alpha_L)$ :

$$\rho_G \cdot v_G \cdot \frac{\Delta v_G}{\Delta L} = \frac{\Delta P_G}{\Delta L} - \rho_G \cdot g - \frac{\tau_i \cdot S_G}{A_T \cdot (1 - \alpha_L)} \quad \dots\dots (1.34)$$

Tomando el límite cuando  $\Delta L \rightarrow 0$ , y despejando el gradiente de presión, luego de un arreglo algebraico se tiene que:

$$(1 - \alpha_L) \cdot \frac{dP_G}{dL} = \rho_G \cdot (1 - \alpha_L) \cdot g + \frac{\tau_i \cdot S_G}{A_T} + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L) \cdot v_G \cdot \frac{dv_G}{dL} \quad \dots\dots (1.35)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Fase líquida:

Para la fase líquida se obtiene una ecuación similar a la ecuación (1.35), sin embargo se debe introducir el término correspondiente al gradiente de presión debido al esfuerzo de corte entre el líquido y las paredes de la tubería; así también debe notarse que el esfuerzo de corte interfacial actúa en sentido contrario.

$$\alpha_L \cdot \frac{dP_L}{dL} = \rho_L \cdot \alpha_L \cdot g + \frac{4 \cdot \tau_o}{d} - \frac{\tau \cdot i \cdot S_G}{A_T} + \rho_L \cdot \alpha_L \cdot v_L \cdot \frac{dv_L}{dL} \quad \dots\dots (1.36)$$

Generalmente se considera que el gradiente de presión en el seno del gas y el correspondiente a la fase líquida son idénticos. Bajo esta consideración se pueden sumar las ecuaciones (1.35) y (1.36) con la finalidad de eliminar el término que involucra al esfuerzo interfacial, obteniéndose:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Total} = \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Hidrostático} + \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} + \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Aceleración} \quad \dots\dots (1.37)$$

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Hidrostático} = [ \rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L) ] \cdot g \quad \dots\dots (1.38)$$

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} = \frac{4 \cdot \tau_o}{d} \quad \dots\dots (1.39)$$

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Aceleración} = \alpha_L \cdot \rho_L \cdot v_L \cdot \frac{dv_L}{dL} + (1 - \alpha_L) \cdot \rho_G \cdot v_G \cdot \frac{dv_G}{dL} \quad \dots\dots (1.40)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 1.4 Análisis del gradiente de presión total

### 1.4.1 Gradiente hidrostático

En la determinación del perfil de presión en los pozos verticales con flujo ascendente, principalmente aquellos productores de aceite y gas, la densidad de la mezcla juega un papel preponderante pues la caída de presión debida a la carga hidrostática a lo largo de la tubería representa más del 90% de la caída de presión total, de allí la importancia de cuantificarla de la manera más certera posible.

Como puede observarse de las ecuaciones (1.17) y (1.28), de acuerdo al modelo que se utilice, el cálculo de la densidad de la mezcla a condiciones de flujo involucra un parámetro relacionado con el volumen, ya sea que se considere el resbalamiento o no, que está ocupando cada fase en cierta sección de tubería: la fracción volumétrica del líquido de entrada ( $\lambda_L$ ) en el modelo de flujo homogéneo, y el colgamiento del líquido ( $\alpha_L$ ) en el de flujo separado, que si bien no fueron explicados a profundidad, ésta es la oportunidad para hacerlo.

#### 1.4.1.1 Definición de colgamiento

El colgamiento es un concepto que puede interpretarse de diversas maneras <sup>6</sup>:

"El área fraccional promedio ocupada por la fase, a condiciones de flujo, en cierta sección transversal de tubería."

"La fracción volumétrica promedio de la fase, a condiciones de flujo, en cierto volumen de tubería."

En ambas definiciones, las fracciones areal y volumétrica son tomadas como valores promedio tanto en espacio como en tiempo. Ahora bien, el valor del colgamiento según cada definición no necesariamente es el mismo, sin embargo es práctica común considerarlos idénticos.

El término colgamiento en sentido estricto únicamente debería aplicarse cuando se considera el resbalamiento entre las fases, como en los modelos de flujo separado, pues debido a la diferencia de velocidades *in situ* con que se desplazan, efectivamente pareciera que la fase con mayor densidad se va "colgando" de las paredes de la tubería. No obstante, es común encontrar en la literatura el término colgamiento sin resbalamiento en el contexto del flujo homogéneo, refiriéndose al cociente del gasto de líquido (o gas) entre el gasto total (a condiciones de flujo). De cualquier manera en esta obra se utilizará el término **fracción volumétrica del líquido (o del gas) de entrada**, ( $\lambda_L$  y  $\lambda_G$ ) en lugar de colgamiento sin resbalamiento, a fin de evitar confusiones.

Asimismo, se habla del colgamiento del líquido y del colgamiento del gas. Para identificar perfectamente de qué fase se está hablando, en lugar de utilizar el término colgamiento del gas, es preferible referirse a él como **fracción de vacío**.

#### 1.4.1.2 Fracciones volumétricas (flujo homogéneo)

del líquido de entrada:  $\lambda_L = \frac{q_L@c.f.}{q_L@c.f. + q_G@c.f.}$  ..... (1.41)

del gas de entrada:  $\lambda_G = 1 - \lambda_L$  ..... (1.42)

#### 1.4.1.3 Colgamiento del líquido y fracción de vacío (flujo separado)

El valor del colgamiento del líquido (y la fracción de vacío) en los modelos de flujo separado es determinado de diversas formas, ya sea por medio de correlaciones empíricas o con modelos mecanísticos. De hecho, la determinación de este parámetro constituye uno de sus objetivos.

Como fue mencionado, el colgamiento está vinculado directamente con la velocidad de resbalamiento, por lo que obteniendo alguno de los dos se puede determinar el otro. El colgamiento del líquido y la velocidad de resbalamiento se relacionan de la siguiente manera <sup>24</sup>:

$$v_S = \frac{v_{SG}}{1 - \alpha_L} - \frac{v_{SL}}{\alpha_L} \quad \text{..... (1.43)}$$

de donde, luego de un arreglo algebraico y resolviendo la ecuación de segundo grado resultante para el colgamiento del líquido, se obtiene:

- **Colgamiento del líquido**

$$\alpha_L = \frac{(v_S - v_{SL} - v_{SG}) + \sqrt{(v_S - v_{SL} - v_{SG})^2 + 4 \cdot v_S \cdot v_{SL}}}{2 \cdot v_S} \quad \text{..... (1.44)}$$

- **Fracción de vacío**

$$\alpha_G = 1 - \alpha_L \quad \text{..... (1.45)}$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

### 1.4.2 Gradiente por fricción

El gradiente por fricción presenta la forma general:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Fricción}} = \frac{4 \cdot \tau_0}{d} \quad \dots\dots (1.46)$$

Inicialmente puede pensarse en  $\tau_0$  como el esfuerzo de corte entre las paredes de la tubería y el fluido que las moja. Sin embargo, es mucho más que eso, pues en realidad incluye implícitamente todas las pérdidas de energía ocasionadas por aquellos aspectos no reversibles del flujo; por ejemplo, las pérdidas de energía ocasionadas por la fricción intermolecular en el seno del fluido. Evidentemente, tales irreversibilidades son más pronunciadas y diversas en los sistemas multifásicos.

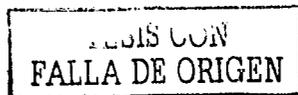
En la década de 1850 – 1860, H. Darcy y otros autores determinaron experimentalmente que  $\tau_0$  se relaciona, en el caso de los flujo monofásicos, con la energía cinética de la corriente de flujo por unidad de volumen, mediante <sup>1,2</sup>:

$$f_D = 4 \cdot \frac{2 \cdot \tau_0}{\rho \cdot v^2} \quad \dots\dots (1.47)$$

donde  $f_D$  es un factor de proporcionalidad (adimensional) que depende de las propiedades del fluido, de la velocidad de la corriente de flujo y de ciertas características particulares del conducto a través del cual se presenta éste. A dicho factor suele llamársele **factor de fricción de Darcy – Weisbach**.

A partir de entonces, y hasta la fecha, conforme se ha incrementado la necesidad de contar con herramientas más confiables para predecir las pérdidas de presión ocasionadas por la fricción, especialmente en el flujo a través de tuberías, han surgido diferentes correlaciones empíricas para determinar este factor de proporcionalidad. Generalmente, estas correlaciones, presentadas tanto gráfica como analíticamente, son elaboradas en función del número de Reynolds y de la rugosidad del conducto.

La rugosidad,  $\epsilon$ , es una medida experimental de las imperfecciones de la superficie del conducto en contacto con el fluido, y se toma como la longitud promedio entre las "crestas" y "valles" de la misma. Específicamente en el contexto petrolero, el valor de la rugosidad puede tomarse como un parámetro de ajuste (bajo ciertos límites), puesto que la rugosidad original de las tuberías puede cambiar sustancialmente con el paso del tiempo, y aún de un tramo a otro en una misma sarta o línea de transporte, debido entre otros posibles factores, al efecto de la corrosión o a la deposición de parafinas <sup>1</sup>. Valores comunes de  $\epsilon$ : 0.0006 – 0.0008 (pie).



Por otra parte, el número de Reynolds (parámetro adimensional) se define, en unidades consistentes y para flujo a través de tuberías, como:

$$NRe = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \quad \dots\dots (1.48)$$

donde  $\rho$  y  $\mu$  es la densidad y viscosidad del fluido, respectivamente;  $v$ , su velocidad y  $d$ , el diámetro interno de la tubería.

De las correlaciones para el factor de fricción más utilizadas en la industria, se pueden mencionar la de Moody (presentada gráficamente), y la de Colebrook – White (en forma analítica) <sup>4</sup>.

Cabe destacar que, independientemente de la correlación que se utilice para determinar el factor de fricción, debe tenerse sumo cuidado al aplicarlas en el cálculo del gradiente de presión correspondiente. Ello debido a que algunas correlaciones fueron desarrolladas a partir de la definición de factor de fricción propuesta por Fanning, en lugar de la de Darcy (ecuación 1.47). De cualquier manera, el factor de fricción de Fanning, ( $f_F$ ), y el de Darcy, ( $f_D$ ), están relacionados mediante:

$$f_F = \frac{f_D}{4} \quad \dots\dots (1.49)$$

Para despejar cualquier posible duda, la forma que toma la ecuación del gradiente de presión por fricción según Darcy –Weisbach, y según Fanning es, en unidades consistentes:

- Si el factor de fricción es el de Darcy – Weisbach:

De la ecuación (1.47) en (1.46)

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} = \frac{f_D}{2} \cdot \left( \frac{\rho \cdot v^2}{d} \right) \quad \dots\dots (1.50)$$

- Si el factor de fricción es el de Fanning:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} = 2 \cdot f_F \cdot \left( \frac{\rho \cdot v^2}{d} \right) \quad \dots\dots (1.51)$$

**En la presente obra únicamente se considerará el factor de fricción de Darcy –Weisbach, por lo que se omitirá el subíndice "D".**

### 1.4.2.1 Correlaciones para el factor de fricción de Darcy – Weisbach <sup>4</sup>

Las ecuaciones que a continuación se presentan para el cálculo del factor de fricción, en sentido estricto únicamente son válidas para los flujos monofásicos; sin embargo, como será visto en capítulos posteriores, pueden aplicarse en el flujo multifásico manipulando convenientemente el número de Reynolds, lo que en su caso se abordará cuando así sea necesario.

El valor de “*d*” que debe utilizarse en las siguientes ecuaciones corresponde al del diámetro interno de la tubería, y debe estar expresado en las mismas unidades que la rugosidad, “*ε*”.

Para  $NRe < 2300$  (flujo laminar):

$$f = \frac{64}{NRe} \quad \dots\dots (1.52)$$

Para  $2300 < NRe < 3100$  (flujo crítico):

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{NRe - 2300}{2300} \right) \cdot \left[ \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715 \cdot d} + \frac{2.514}{3100 \cdot \sqrt{f}} \right) \right]^{-2} + 0.032 \quad \dots\dots (1.53)$$

Para  $3100 < NRe$  (flujo turbulento):

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left[ \log \left( \frac{\varepsilon}{3.715 \cdot d} + \frac{2.514}{\sqrt{f} \cdot NRe} \right) \right]^{-2} \quad \dots\dots (1.54)$$

Como se puede observar, las ecuaciones (1.53) y (1.54) deben ser resueltas mediante un proceso iterativo, por lo que es necesario suponer un valor inicial para el factor de fricción. Para iniciar el proceso se puede utilizar la ecuación de Chen <sup>16</sup>:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left[ \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7065 \cdot d} - \frac{5.0452}{NRe} \cdot \log(A) \right) \right]^{-2} \quad \dots\dots (1.55)$$

donde:

$$A = \frac{1}{2.8257} \cdot \left( \frac{\varepsilon}{d} \right)^{1.1098} + \left( \frac{7.149}{NRe} \right)^{0.8981}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 1.4.3 Gradiente por aceleración

Generalmente en el estudio del perfil de presión en pozos verticales productores de aceite y gas, las pérdidas por aceleración son consideradas despreciables; no obstante, en los productores de gas seco, gas húmedo y gas y condensado, debido a las altas velocidades que puede alcanzar la fase gaseosa en su trayecto hacia la superficie, éstas deben ser incluidas.

Independientemente del modelo que se esté utilizando, con la finalidad de simplificar los cálculos, el gradiente por aceleración puede ser obtenido según la propuesta de Beggs y Brill<sup>11</sup>, de la siguiente manera (en unidades consistentes):

Considerando

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Acel.} = \rho_M \cdot v_M \cdot \frac{dv_M}{dL} \quad \dots\dots (1.56)$$

$\rho_M$  puede tomarse como la densidad de la mezcla con o sin resbalamiento dependiendo el modelo de flujo considerado. Ahora bien, en ambos casos, se utilizarán velocidades superficiales, aún cuando en el caso del flujo separado se requieren velocidades *in situ*.

De la expresión anterior, el término que hay que determinar es el correspondiente al gradiente de velocidad de la mezcla, el cual puede ser expresado como:

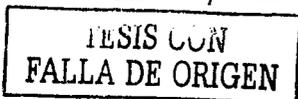
$$\frac{dv_M}{dL} = \frac{d}{dL} (v_{SL} + v_{SG}) \quad \dots\dots (1.57)$$

Aún cuando la velocidad superficial del líquido,  $v_{SL}$ , varía con respecto a  $L$ , esta variación es despreciable comparada con la que experimenta la fase gaseosa dada su alta compresibilidad. Por lo tanto:

$$\frac{dv_M}{dL} \approx \frac{dv_{SG}}{dL} \quad \dots\dots (1.58)$$

o bien, en función del gasto de gas a condiciones de flujo como:

$$\frac{dv_M}{dL} \approx \frac{1}{A_T} \cdot \frac{dq_G}{dL} \quad \dots\dots (1.59)$$



Recordando la ecuación general de estado para los gases reales y expresándola convenientemente como:

$$P = Z \cdot \rho_G \cdot R \cdot T \quad \dots\dots (1.60)$$

donde , para un sistema de unidades consistentes:

- $P$ ,      presión
- $T$ ,      temperatura
- $Z$ ,      factor de compresibilidad del gas
- $R$ ,      es la constante particular del gas
- $\rho_G$ ,    densidad del gas a P y T

Derivando la ecuación (1.60) respecto a  $L$

$$\frac{dP}{dL} = \frac{\partial P}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{dL} + \frac{\partial P}{\partial \rho_G} \cdot \frac{d\rho_G}{dL} + \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dL} \quad \dots\dots (1.61)$$

y considerando que

$$\frac{\partial P}{\partial \rho_G} \cdot \frac{d\rho_G}{dL} \gg \frac{\partial P}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{dL} + \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dL} \quad \dots\dots (1.62)$$

entonces

$$\frac{dP}{dL} \approx \frac{\partial P}{\partial \rho_G} \cdot \frac{d\rho_G}{dL} \quad \dots\dots (1.63)$$

Sustituyendo variables

$$\frac{dP}{dL} = (Z \cdot R \cdot T) \cdot \frac{d\rho_G}{dL} = \frac{P}{\rho_G} \cdot \frac{d\rho_G}{dL} \quad \dots\dots (1.64)$$

Ahora bien, puesto que  $\rho_G = \frac{W_G}{q_G}$  :

$$d\rho_G = \frac{\partial \rho_G}{\partial W_G} \cdot dW_G + \frac{\partial \rho_G}{\partial q_G} \cdot dq_G \quad \dots\dots (1.65)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

y considerando régimen permanente ( $dW_G = 0$ ):

$$d\rho_G = \frac{\partial\rho_G}{\partial q_G} \cdot dq_G = - \frac{W_G}{q_G^2} \cdot dq_G = - \frac{\rho_G}{q_G} \cdot dq_G \quad \dots\dots (1.66)$$

Sustituyendo (1.66) en (1.64), y simplificando términos

$$\frac{dP}{dL} = - \frac{P}{q_G} \cdot \frac{dq_G}{dL} \quad \dots\dots (1.67)$$

o bien

$$\frac{dq_G}{dL} = - \frac{q_G}{P} \cdot \frac{dP}{dL} \quad \dots\dots (1.68)$$

Sustituyendo (1.68) en (1.59)

$$\frac{dv_M}{dL} = - \frac{q_G}{P \cdot A_T} \cdot \frac{dP}{dL} = - \frac{v_{SG}}{P} \cdot \frac{dP}{dL} \quad \dots\dots (1.69)$$

Finalmente de (1.69) en (1.56), y considerando que  $dP = - dP_{total}$ , por conveniencia y para ser congruentes con el desarrollo planteado en secciones anteriores, el gradiente de presión por aceleración se expresa como:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Acel.} = \left( \frac{\rho_M \cdot v_M \cdot v_{SG}}{P} \right) \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Total} \quad \dots\dots (1.70)$$

Al pasar la ecuación anterior a diferencias finitas,  $P$  deberá tomarse como la presión media en el incremento  $\Delta L$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 1.5 Patrones de flujo <sup>6</sup>

En el análisis de la mecánica de los flujos monofásicos, sea de gas o líquido, el punto de arranque es la determinación del régimen de flujo, esto es, la manera en que las partículas del fluido se desplazan, sea en forma de capas deslizándose unas sobre otras, o bien, en un movimiento caótico; en tales casos se habla de flujo laminar y flujo turbulento, respectivamente. Los criterios para identificar tales regímenes, así como la transición entre ellos, han sido extensamente estudiados y están perfectamente definidos. Por otra parte, en el flujo gas – líquido, éstos ya no resultan suficientes para abordar la mecánica del flujo debido a la gran variedad de formas y distribución de la interfase gas – líquido, resultado de la compleja interacción de fuerzas inerciales, viscosas y de superficie. De cualquier manera, se tendrían 4 diferentes casos, como lo señala Lockhart y Martinelli <sup>20</sup>, atendiendo al régimen que “tendría” cada fase si fluyera ocupando la totalidad de la tubería; éstos son, considerando el régimen del gas y el régimen del líquido en este orden: flujo laminar – laminar, laminar – turbulento, turbulento – laminar, y turbulento – turbulento.

En la práctica, los métodos desarrollados desde tal perspectiva <sup>5</sup>, al menos aquellos aplicados en el contexto petrolero, presentaron errores del orden del 30% o más en la predicción de los gradientes de presión; ante la necesidad de contar con modelos más confiables y reconociendo que los mecanismos que gobiernan al flujo dependen de la distribución e interacción de y entre las fases, surge el concepto de patrones o regímenes de flujo multifásico.

Aunque existen distintas definiciones para el término, en cualquiera de ellas los patrones de flujo se refieren a la descripción de la distribución espacial o geométrica, o morfología de las fases.

Al revisar la literatura respecto a los patrones de flujo, principalmente aquella anterior a la década de los 70, debido a la subjetividad con que son definidos, y a las técnicas y dispositivos de medición utilizados para tal efecto, diferentes autores señalan la existencia 4 y hasta 10 diferentes patrones de flujo en tuberías verticales con flujo ascendente; ello ocasiona un conflicto de nombres: por una parte, diferentes términos son empleados para hablar de un mismo patrón de flujo; mientras que por otra, se utiliza un mismo término para hablar de regímenes diferentes. Así, se encuentran términos tales como bache y tapón; agitado y espuma; anular disperso y anular niebla, para referirse a patrones prácticamente iguales en cada caso, desde una perspectiva mecánica.

No obstante, haciendo a un lado tales particularidades, es generalmente aceptado que al menos existen 4 patrones de flujo principales perfectamente caracterizados. A continuación se presenta una breve descripción de los mismos.

### 1.5.1 Flujo burbuja

Se caracteriza porque el líquido constituye la fase continua, en cuyo seno se encuentra disperso el gas como pequeñas burbujas; el número y diámetro de las burbujas puede incrementarse debido a la expansión del gas, y a la coalescencia de las mismas conforme aumenta su velocidad. Se considera que la forma de las burbujas es esférica y que tienden a viajar en trayectorias axiales y en régimen laminar. Un caso particular del flujo burbuja es el denominado **flujo burbuja dispersa**, el cual se presenta a altas velocidades de líquido, en donde la turbulencia de la corriente de flujo impide la coalescencia de las burbujas y por tanto la transición al flujo bache.

### 1.5.2 Flujo bache

Conforme la velocidad superficial del gas se incrementa, las burbujas coalescen y eventualmente llegan a formar grandes burbujas de forma cilíndrica, ocupando casi en su totalidad la sección transversal de la tubería, y cuya parte frontal tiene forma redondeada o de bala (llamadas **burbujas de Taylor**). El flujo se caracteriza por la alternancia de burbujas de Taylor con baches de líquido. Además, una película de líquido fluye en sentido descendente entre la burbuja y las paredes de la tubería, sin embargo el efecto neto siempre es ascendente. El bache contiene una dispersión de burbujas, mientras que en el núcleo de gas pueden viajar pequeñas gotas de líquido. Cuando en el bache de líquido no existe tal dispersión de burbujas (caso idealizado), suele llamársele **flujo tapón**.

### 1.5.3 Flujo agitado

A velocidades superiores, las burbujas de Taylor se estrechan y colapsan por la presión ocasionada por el crecimiento de la película de líquido; asimismo, la continuidad de los baches se interrumpe; el líquido retrocede y se acumula bloqueando el flujo hasta que el gas en ascenso adquiere la suficiente presión para expulsarlo, comenzando así un nuevo ciclo. Este movimiento cíclico de ascenso y descenso del líquido constituye una de sus principales características; es un flujo altamente turbulento, caótico, "agitado", en el cual ninguna de las fases es continua. Se ha observado en laboratorio que en tubos de diámetro reducido este patrón de flujo es inexistente, presentándose una transición "suave" entre el régimen bache y el régimen anular.

### 1.5.4 Flujo anular

El líquido fluye sobre las paredes de la tubería como una película, mientras que el gas lo hace por el centro de la misma. Usualmente, cierta cantidad de líquido, en forma de gotas, viaja en el núcleo de gas. Es también posible, aunque es más bien la excepción, que cierta cantidad de gas fluya como burbujas en la película. La fase continua corresponde al gas.

En la Fig. 1.3, se muestra un pozo idealizado, únicamente para fines ilustrativos, con los 4 posibles patrones de flujo. En ningún caso se pretende decir que todos ellos se tienen que presentar al mismo tiempo en un mismo pozo; de hecho, no son raros aquellos pozos en los que únicamente se presenta un solo patrón de flujo desde el fondo hasta la superficie. En la práctica, la ocurrencia de sólo algunos de ellos dependerá de las condiciones operativas, las propiedades de los fluidos producidos, así como de las características geométricas de las tuberías.

En el fondo de los pozos que producen gas y aceite, el gas puede encontrarse disuelto en el aceite o puede estar libre. De cualquier manera, considerando que los fluidos en dicho punto se encuentran en fase líquida, conforme el aceite asciende por la tubería, desplazándose hacia puntos donde la presión es cada vez menor, una vez que se han alcanzado las condiciones de saturación, el gas ininterrumpidamente comenzará a liberarse y expandirse durante todo el trayecto hasta la superficie con la consecuente manifestación de los patrones de flujo; en este caso, los más comunes son el flujo burbuja y bache, y en ocasiones el agitado en las zonas poco profundas y cercanas a la cabeza del pozo. Por otra parte, en los pozos productores de gas húmedo o gas y condensado, los patrones de flujo más comunes son el agitado y el anular.

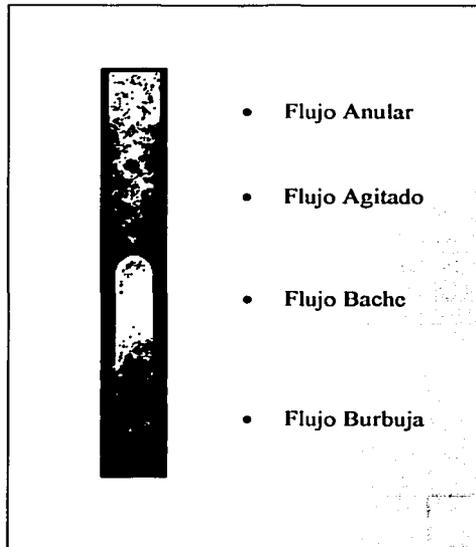


Fig. 1.3 Regímenes de flujo, en flujo multifásico vertical ascendente.

### **1.5.5 Mapas de regímenes de flujo**

La importancia de la predicción de los patrones de flujo radica en que los gradientes de presión, el colgamiento y otros parámetros involucrados en la transferencia de calor dependen fuertemente del régimen de flujo.

La mayoría de los primeros trabajos en el estudio y delineamiento de los patrones de flujo fueron realizados en laboratorio mediante observación directa en tuberías transparentes, con lo que la definición de los mismos era más bien subjetiva. Por ello, posteriormente se aplicaron técnicas de fotografía y video. En general, los métodos para caracterizar a los patrones de flujo pueden ser clasificados en las siguientes categorías:

- Observación directa, incluyendo técnicas de fotografía de alta velocidad y video.
- Métodos basados en la medición de las fluctuaciones de ciertas variables y caracterización probabilística de las mismas, en términos de patrones de flujo. Generalmente, tales variables son la presión, la conductancia y la absorción de rayos X.
- Métodos basados en la medición del ritmo de absorción de radiación. Se puede mencionar las técnicas de densitometría de rayos gamma.

En cualquiera de los casos, se varían las condiciones de operación, las propiedades de fluidos, y el diámetro de tubería, y se observa el patrón de flujo resultante. La información recopilada se presenta en gráficas (mapas) que muestran las regiones de ocurrencia de cada uno de los patrones de flujo, para ciertas características de fluidos y diámetro de tubería, y generalmente en términos de las velocidades superficiales de las fases. Finalmente, se correlacionan los datos obtenidos, formulando modelos matemáticos que permitan predecir las condiciones bajo las cuales se presenta la transición entre regímenes de flujo.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**CAPÍTULO 2**

**CORRELACIONES**

**EMPÍRICAS**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## **Correlaciones Empíricas**

Desde 1950 y hasta 1980, los modelos para predecir el perfil de presión en pozos petroleros fluyendo en dos fases, dadas las herramientas y tecnologías para observar, medir, analizar y modelar el fenómeno, consistían de correlaciones empíricas para el colgamiento y el factor de fricción de las dos fases en el caso del flujo separado, o bien, para un factor de pérdidas de energía, en el de flujo homogéneo.

En general, estas correlaciones eran modelos "simplificados" que sin profundizar en la física del fenómeno, surgían de la manipulación matemática de aquellas variables que a juicio del autor eran consideradas determinantes en la caracterización del flujo con la finalidad de reproducir el comportamiento medido experimentalmente de la variable objetivo, como lo podrían ser el colgamiento o el factor de fricción de las dos fases.

El punto de partida para generar las correlaciones de flujo multifásico es la ecuación de conservación de momento para la mezcla como un todo, y que involucra directamente al colgamiento y al factor de fricción de las dos fases; se median y variaban gradientes de presión, gastos, propiedades de los fluidos, diámetros de tuberías, etc., y una vez que cualquiera de los dos parámetros antes mencionados era medido o calculado de alguna forma, el otro podía ser determinado con la ecuación referida. Dado su empirismo, independientemente de la cantidad y calidad de la información utilizada para desarrollarlas, la validez de las correlaciones está restringida al rango de datos considerado por el autor.

En el presente capítulo se estudian 5 correlaciones de flujo multifásico ampliamente aceptadas en la industria petrolera para fines de cálculo de gradientes de presión en pozos verticales:

1. Duns y Ros <sup>24</sup>
2. Hagedorn y Brown <sup>18</sup>
3. Orkiszewski <sup>22</sup>
4. Aziz, Govier y Fogarasi <sup>9</sup>
5. Beggs y Brill <sup>11</sup>

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.1 Correlación de Duns y Ros

La correlación de Duns y Ros <sup>3</sup> (1963), es una modificación de aquella presentada en 1961 por Ros <sup>24</sup>. Estos trabajos son de los primeros en el contexto petrolero en enfatizar la importancia del resbalamiento entre las fases para el cálculo de los gradientes de presión; consideran que para ampliar el rango de validez de cualquier modelo propuesto, éstos deben incluir al menos dos correlaciones independientes, una para el colgamiento y otra para el factor de fricción de la mezcla. Asimismo, deben basarse en la identificación de patrones de flujo, en el entendido de que el colgamiento y el factor de fricción dependen de los mismos.

Así pues, el modelo que desarrollan es de flujo separado con correlaciones empíricas para la predicción del régimen de flujo, y para el cálculo del colgamiento y factor de fricción de la mezcla.

A fin de incluir en sus correlaciones aquellas variables representativas del flujo, de las propiedades de los fluidos y de la geometría de las tuberías, realizan un análisis de grupos adimensionales de acuerdo al teorema  $\pi$  de Buckingham. Encuentran que cualquier sistema queda definido por los siguientes cuatro grupos:

• Núm. de velocidad del líquido. 
$$Nv_L = v_{SL} \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (2.1.1)$$

• Núm. de velocidad del gas. 
$$Nv_G = v_{SG} \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (2.1.2)$$

• Núm. del diámetro. 
$$N_d = d \cdot \left( \frac{\rho_L \cdot g}{\sigma_L} \right)^{0.5} \quad \dots\dots (2.1.3)$$

• Núm. de viscosidad del líquido. 
$$N\mu_L = \frac{\mu_L}{1488} \cdot \left( \frac{g}{\rho_L \cdot \sigma_L^3} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (2.1.4)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Con base a los anteriores grupos adimensionales, programaron pruebas experimentales abarcando aquellas condiciones comúnmente encontradas en pozos de aceite y gas, produciendo naturalmente o con bombeo neumático. Para tal efecto, se adecuaron sargas constituidas por tres secciones principales: una sección de entrada de gas y líquido, con una longitud de 30 a 45 metros para minimizar los efectos provocados por la forma en que entran los fluidos a la misma; una sección de medición de 10 metros, transparente; y una sección de descarga de 2 metros.

Para identificar los patrones de flujo se tomaron películas de alta velocidad en la sección transparente. Los gastos, las presiones y temperaturas fueron controlados y registrados tanto manual como automáticamente.

El gradiente de presión fue medido con manómetros diferenciales. En lo que respecta al colgamiento del líquido, éste no fue medido directamente, sin embargo fue calculado a través de técnicas de trazadores radioactivos; para ello, se disolvió naptalato de cobalto en el líquido y dado que la intensidad de radiación y el volumen de líquido en la sección en estudio son proporcionales, al medir la primera, el segundo pudo ser determinado.

Realizaron un total de 4,000 pruebas, obteniendo una base de datos con 20,000 puntos para el gradiente de presión y el colgamiento del líquido, cubriendo las siguientes características:

- Se utilizó aire y gas natural como fase gaseosa.
- Diversos hidrocarburos o agua como fase líquida.
- Densidad relativa del líquido: 0.78 a 1.0
- Viscosidad del líquido: 1 a 316 cp @ c.s.
- Tensión superficial del líquido: 27 a 72 dinas / cm @ c.s.
- Diámetros de tubería: 1.25, 3.15 y 5.6 pg.
- Relación gas – líquido: 0 a 1,400 pie<sup>3</sup>/ bl.

### 2.1.1 Patrones de flujo

Duns y Ros distinguen 5 regímenes de flujo y los agrupan en tres "regiones" principales (además de una zona de "cabecero" y una de "transición"), en función de qué fase es continua. Aquí, como fue mencionado en páginas anteriores, la definición de dichos regímenes es bastante subjetiva, por lo que siguiendo el criterio utilizado en esta obra y la recomendación de Aziz <sup>5</sup>, en cuanto a los 4 principales patrones de flujo, la equivalencia entre unos y otros, e incluyendo una cuarta "región" equivalente a la zona de transición considerada por los autores, es:

**Región I:** Flujo burbuja, parte del flujo burbuja dispersa y flujo bache a bajas velocidades del líquido; la fase líquida es continua.

**Región II:** Flujo bache y flujo burbuja dispersa; ninguna fase es continua.

**Región III:** Flujo agitado; ninguna fase es continua.

**Región IV:** Flujo anular; la fase gaseosa es continua.

En la Fig. 2.1.1 se muestra uno de los mapas construidos por Duns y Ros, en el que se grafica el número de velocidad del gas vs el número de velocidad del líquido, para ciertas propiedades de fluidos, diámetro de tubería y caída de presión.

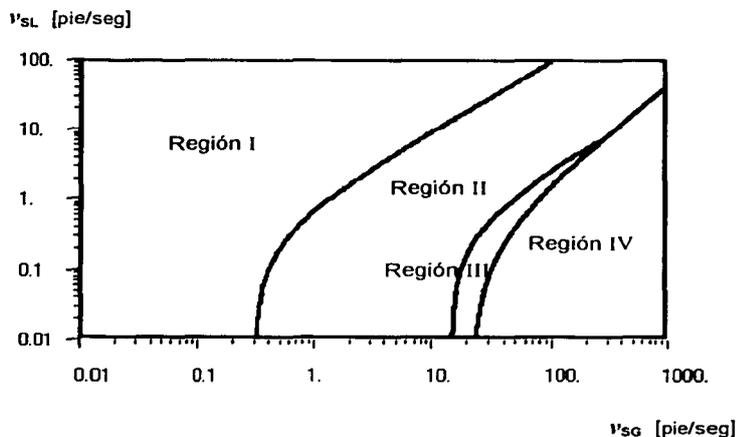


Fig. 2.1.1 Mapa de Regímenes de Flujo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

A partir de la información obtenida, formularon las siguientes correlaciones para predecir la transición entre patrones de flujo.

• **Región I:**

$$Nv_G < L_1 + L_2 \cdot Nv_L \quad \dots\dots (2.1.5)$$

• **Región II:**

$$L_1 + L_2 < Nv_G < 50 + 36Nv_L \quad \dots\dots (2.1.6)$$

• **Región III:**

$$50 + 36Nv_L < Nv_G < 75 + 84Nv_L^{0.75} \quad \dots\dots (2.1.7)$$

• **Región IV:**

$$Nv_G > 75 + 84Nv_L^{0.75} \quad \dots\dots (2.1.8)$$

Los factores  $L_1$  y  $L_2$  son parámetros adimensionales dependientes del número del diámetro y se obtienen de acuerdo a la siguiente gráfica.

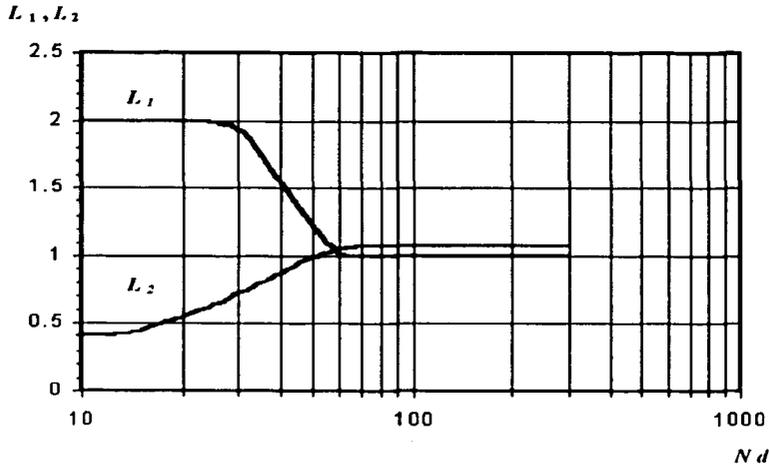


Fig. 2.1.2 Factor  $L_1$  y  $L_2$  vs Núm. del diámetro.

### 2.1.2 Determinación del colgamiento y del factor de fricción

La ecuación de partida es la correspondiente a la de conservación de momento y se expresa en forma adimensional (en unidades consistentes), despreciando el gradiente por aceleración, de la siguiente manera:

$$G = \frac{g_c}{\rho_L \cdot g} \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = \alpha_L + (1 - \alpha_L) \cdot \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) + \text{Término por fricción} \quad \dots\dots (2.1.9)$$

donde  $G$  es el gradiente de presión adimensional.

Como puede observarse, en dicha ecuación se tienen tres incógnitas, el gradiente de presión, el colgamiento del líquido y el término por fricción, por lo que obteniendo dos de ellas se puede calcular la tercera. Como fue mencionado, Ros optó por determinar experimentalmente el gradiente de presión total y el colgamiento del líquido.

### 2.1.3 Correlaciones para el colgamiento del líquido

El colgamiento del líquido se determina mediante (ecuación 1.44) :

$$\alpha_L = \frac{(v_S - v_{SL} - v_{SG}) + \sqrt{(v_S - v_{SL} - v_{SG})^2 + 4 \cdot v_S \cdot v_{SL}}}{2 \cdot v_S}$$

con tal que se conozca la velocidad de resbalamiento,  $v_S$ . Para tal efecto, Ros define el número de velocidad de resbalamiento como:

$$S = v_S \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (2.1.10)$$

y lo correlaciona con otros grupos adimensionales, para cada región de flujo. Una vez calculado "S", la velocidad de resbalamiento se obtiene de la ecuación (2.1.10).

• **Región I**

$$S = F_1 + F_2 \cdot N\nu_L + F_3 \cdot \left( \frac{N\nu_G}{1 + N\nu_L} \right)^2 \quad \dots (2.1.11)$$

donde:

$$F_3 = F_3 - \frac{F_4}{N_d} \quad \dots (2.1.12)$$

Los factores adimensionales  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  dependen del número de viscosidad del líquido y se obtienen de las figuras 2.1.3 y 2.1.4. El factor  $F_3$  depende tanto del número de viscosidad del líquido como del número del diámetro.

$F_1, F_2, F_3$

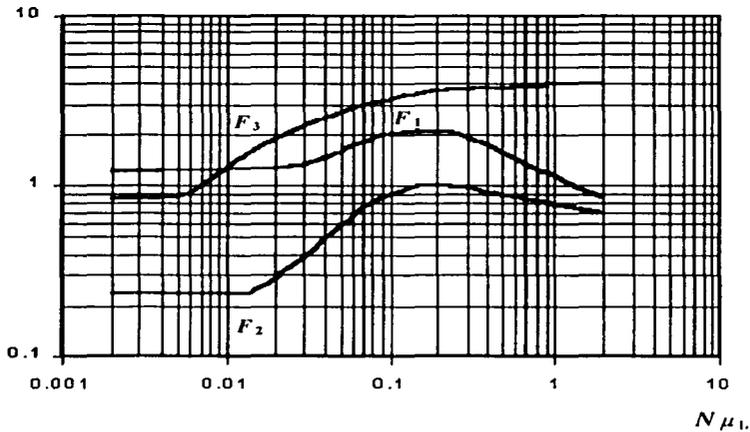


Fig. 2.1.3  $F_1, F_2, F_3$  vs Núm. de viscosidad del líquido.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

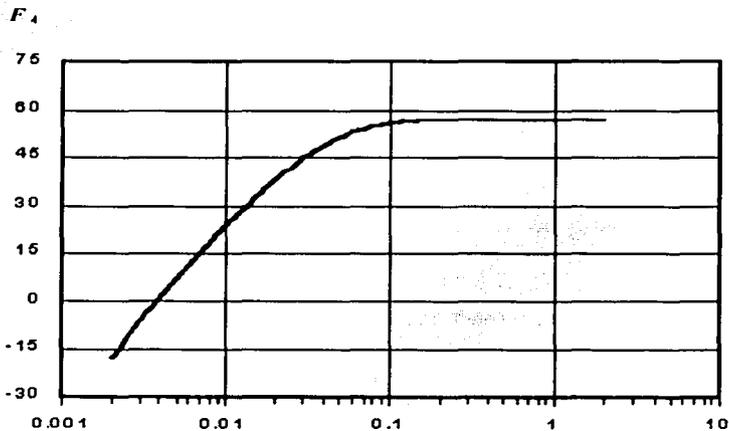


Fig. 2.1.4  $F_4$  vs Núm. de viscosidad del líquido.  $N\mu_L$ .

• **Región II.**

$$S = (1 + F_5) \cdot \left( \frac{Nv_G^{0.982} + F'_6}{(1 + F_7 \cdot Nv_L)^2} \right) \quad \dots (2.1.13)$$

donde:

$$F'_6 = 0.029 \cdot N_d + F_6 \quad \dots (2.1.14)$$

Los factores  $F_5$ ,  $F_6$  y  $F_7$  son funciones del número de viscosidad del líquido y se obtienen de las figuras 2.1.5 y 2.1.6.  $F'_6$  depende también del número del diámetro.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

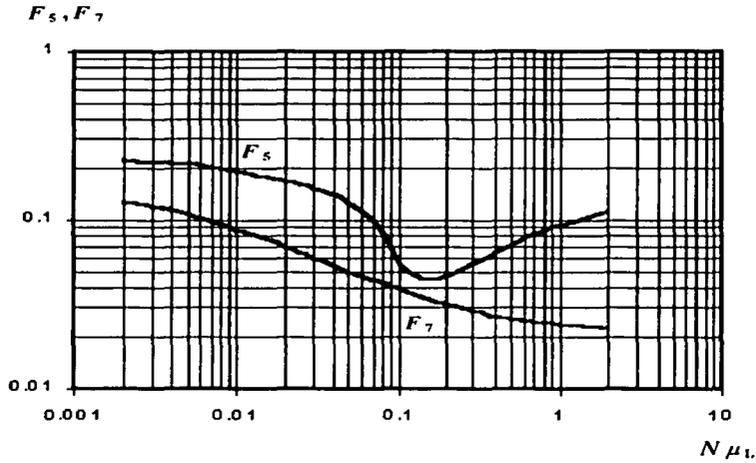


Fig. 2.1.5  $F_5, F_7$  vs Núm. de viscosidad del líquido.

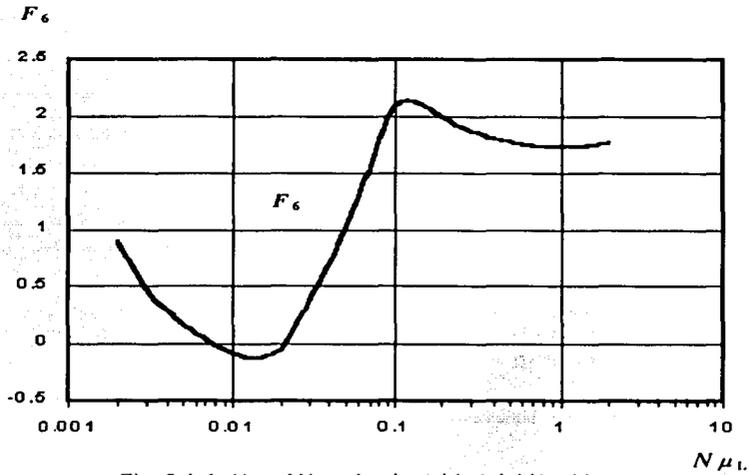


Fig. 2.1.6  $F_6$  vs Núm. de viscosidad del líquido.

• **Regiones III y IV.**

En el caso de la región IV, correspondiente al flujo anular, el valor del colgamiento del líquido tiende a ser muy pequeño al igual que su contribución al gradiente hidrostático, por lo que puede despreciarse. No obstante, puede calcularse directamente, despreciando el resbalamiento entre las fases, mediante (ecuación 1.15):

$$\alpha_L = \lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_M}$$

Para la región III, el colgamiento del líquido puede ser determinado indirectamente a través de la densidad de la mezcla.

De la ecuación (1.28):

$$\alpha_L = \frac{\rho_{M \text{ agitado}} - \rho_G}{\rho_L + \rho_G} \quad \dots(2.1.15)$$

donde

$$\rho_{M \text{ agitado}} = A * \rho_{M \text{ bache}} + (1 - A) * \rho_{M \text{ anular}} \quad \dots(2.1.16)$$

$$A = \frac{Lim_{TAN} - Nv_G}{Lim_{TAN} - Lim_{BT}} \quad \dots(2.1.17)$$

$$Lim_{TAN} = 75 + 84Nv_L^{0.75} \quad \dots(2.1.18)$$

$$Lim_{BT} = 50 + 36Nv_L \quad \dots(2.1.19)$$

$\rho_{M \text{ bache}}$  y  $\rho_{M \text{ anular}}$ , se determinan con la ecuación (1.28), en donde el colgamiento se calcula de acuerdo a los criterios correspondientes para las regiones II y IV, respectivamente.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.1.4 Correlaciones para el factor de fricción.

- **Regiones I y II.**

En la ecuación (2.1.9), el término por fricción (adimensional), considerando que la fase líquida se encuentra mojado las paredes de la tubería, se define como:

$$\text{Término por fricción} = f_{DR} \cdot \frac{v_M \cdot v_{SL}}{2 \cdot g \cdot D} \quad \dots (2.1.20)$$

en donde  $f_{DR}$  es el factor de fricción de Duns y Ros.

No obstante que únicamente se considera la fricción con respecto a las paredes de la tubería, el factor de fricción de Duns y Ros no es igual al factor de fricción convencional de Darcy – Weisbach. Ello se debe a la manera en que se desarrollaron las correlaciones, pues hay que recordar que el valor del término de fricción fue calculado indirectamente a partir de los valores medidos correspondientes al gradiente de presión y al colgamiento del líquido, mediante la expresión (2.1.9); por esta razón fue necesario desarrollar correlaciones para predecir su valor.

Para las regiones I y II, se tiene que:

$$f_{DR} = f_1 \cdot \frac{f_2}{f_3} \quad \dots (2.1.21)$$

$f_1$  es el factor de fricción convencional de Darcy- Weisbach.

En el cálculo de  $f_1$ , el número de Reynolds del líquido se define como:

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (2.1.22)$$

$f_2$  y  $f_3$  son factores de corrección; el primero por efectos del resbalamiento entre las fases, y el segundo por viscosidad del líquido.

$f_2$  está en función del grupo adimensional

$$Y = 0.25 f_1 \cdot \frac{v_{SG}}{v_{SL}} \cdot N_d^{2/3} \quad \dots (2.1.23)$$

y se obtienen de la Fig. 2.1.7.

Por otra parte,

$$f_3 = 1 + 0.25 f_1 \sqrt{\frac{v_{SG}}{50 \cdot v_{SL}}} \quad \dots (2.1.24)$$

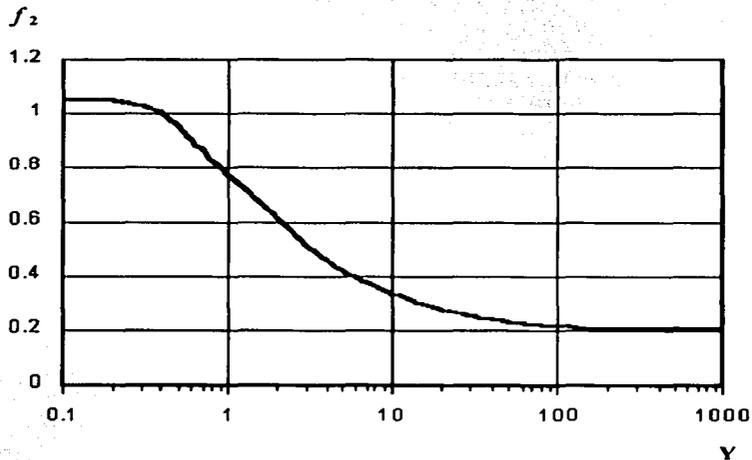


Fig. 2.1.7 Factor  $f_2$  vs  $Y$  (ecuac.2.1.26).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

• **Regiones III y IV.**

Para la región IV, se tiene que:

$$\text{Término por fricción} = f_{DR} \cdot \frac{\rho_G \cdot v_M \cdot v_{SG}}{2 \cdot \rho_L \cdot g \cdot d} \quad \dots (2.1.25)$$

en donde  $f_{DR} = f_1$ , es decir, el factor de fricción de Darcy – Weisbach. El número de Reynolds correspondiente es:

$$NRe_{SG} = 1488 \cdot \frac{\rho_G \cdot v_{SG} \cdot d}{\mu_G} \quad \dots (2.1.26)$$

Sin embargo, para incluir el efecto de la fricción entre la película de líquido y el gas, así como la fricción con las paredes de la tubería, Duns y Ros desarrollaron expresiones para determinar el espesor de la película de líquido y corregir el diámetro efectivo al flujo de gas, mediante un valor de rugosidad corregida ( $\epsilon_{corr}$ ), el cual deberá ser utilizado en lugar de la rugosidad de la tubería, en el cálculo del factor de fricción.

Para determinar el valor de la rugosidad corregida, correlacionan el número de Weber y un número de viscosidad modificado.

Número de Weber ( $We$ )

$$We = \frac{\rho_G \cdot v_{SG}^2 \cdot \epsilon_{corr}}{\sigma_L} \quad \dots (2.1.27)$$

Número de viscosidad modificado ( $N\mu_{mod}$ )

$$N\mu_{mod} = 4.52 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\mu_L^2}{\rho_L \cdot \sigma_L \cdot \epsilon_{corr}} \quad \dots (2.1.28)$$

Multiplicando (2.1.27) y (2.1.28)

$$N\mu_{mod} We = 4.52 \cdot 10^{-7} \cdot \left( \frac{\mu_L \cdot v_{SG}}{\sigma_L} \right)^2 \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) \quad \dots (2.1.29)$$

En la Fig. 2.1.8 se muestra la relación entre  $We$  vs  $N\mu_{mod} We$

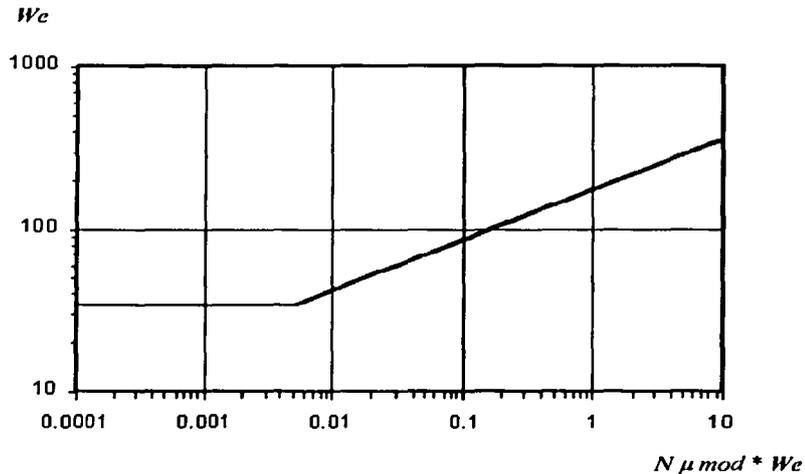


Fig. 2.1.8  $We$  vs  $N\mu_{mod} We$ .

De la Fig. 2.1.8, o mediante las ecuaciones de ajuste que se indican a continuación, conociendo el valor de  $N\mu_{mod} We$ , se obtiene el valor de  $We$ , y de la ecuación (2.1.27), se puede despejar el valor de  $\epsilon_{corr}$ .

Si  $N\mu_{mod} We < 0.005$

$$\frac{\epsilon_{corr}}{d} = 34 \cdot \frac{\sigma_L}{\rho_G \cdot d \cdot v_{SG}^2} \quad \dots (2.1.30)$$

Si  $N\mu_{mod} We > 0.005$

$$\frac{\epsilon_{corr}}{d} = 174.8 \cdot \frac{\sigma_L \cdot (N\mu_{mod} \cdot We)^{0.302}}{\rho_G \cdot d \cdot v_{SG}^2} \quad \dots (2.1.31)$$

En cualquiera de los casos el valor de la rugosidad relativa  $\frac{\epsilon_{corr}}{d}$  está restringida a los valores:

$$\frac{\epsilon_{corr}}{d} \leq 0.5 \quad \dots (2.1.32)$$

Con el número de Reynolds (ecuación 2.1.26) y con el valor de  $\epsilon_{corr}$  se puede obtener el factor de fricción  $f_i$  ( $f_{DR}$ ), en un diagrama de Moody o mediante las ecuaciones de Colebrook – White.

Ahora bien, en el caso particular en que  $\frac{\epsilon_{corr}}{d} > 0.05$ , donde el diagrama de Moody ya no es aplicable, el factor de fricción se obtiene de:

$$f_i = 0.25 \cdot \left( \log \left( \frac{0.27 \epsilon_{corr}}{d} \right) \right)^{-2} + 0.268 \cdot \left( \frac{\epsilon_{corr}}{d} \right)^{1.73} \quad \dots (2.1.33)$$

Para la región III se interpola de la misma manera que se indicó en el caso del colgamiento, pero en lugar de utilizar densidades, se interpola con los correspondientes gradientes por fricción para las regiones II y IV.

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{fric\ agitado} = A \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{fric\ bache} + (1-A) \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{fric\ anular} \quad \dots (2.1.34)$$

donde "A" está dado por la ecuación (2.1.17)

### 2.1.5 Gradiente de presión total.

Expresando (2.1.19) en términos del gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, se tiene:

$$144 \cdot \frac{dP}{dL} = [\rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)] \cdot \frac{g}{g_c} + \left( \frac{\rho_L \cdot g}{g_c} \right) \cdot \text{Término por fricción.} \quad \dots (2.1.35)$$

donde  $\alpha_L$  y el término por fricción se calculan, como se ha indicado en párrafos anteriores, de acuerdo a la región de flujo correspondiente.

## 2.2 Correlación de Hagedorn y Brown

En 1965, Hagedorn y Brown <sup>17, 18</sup> publican un conjunto de correlaciones para el cálculo del colgamiento del líquido y del factor de fricción de las dos fases, y que se caracterizan por ser independientes del patrón de flujo. El modelo que resuelven es de flujo separado.

El objetivo original fue desarrollar correlaciones aplicables en pozos productores de aceite y gas a través de sartas de producción de diámetro reducido, y basadas en mediciones directas de campo, pues observaron que las existentes a la fecha, generalmente surgidas de mediciones en laboratorio, producían grandes errores en el cálculo del perfil de presión al ser extrapoladas a tales condiciones.

Para tal efecto, acondicionaron un pozo experimental de 1500 pies con dos válvulas de bombeo neumático, 4 sensores electrónicos de presión, y diversos dispositivos para medir gastos, temperaturas y presiones en la cabeza. Los diámetros nominales de tubería utilizados fueron: 1, 1 ¼, y 1 ½ pulgadas. En tanto, los fluidos de trabajo fueron aire como fase gaseosa; agua y 4 diferentes tipos de aceite con diversas densidades y viscosidades, como fase líquida.

Se realizaron 475 pruebas que, junto con la base de datos de Fancker y Brown <sup>14</sup>, permitieron recopilar 2,905 puntos de gradientes de presión sobre una gran variedad de condiciones de flujo, propiedades del líquido y diámetro de tuberías.

Con base en el análisis dimensional propuesto por Ros <sup>24</sup>, Hagedorn y Brown elaboraron correlaciones en función de grupos adimensionales con la característica particular de que derivan en las ecuaciones correspondientes al flujo monofásico de líquido o gas, cuando así es requerido.

Estas correlaciones resultaron muy exitosas en la predicción de gradientes de presión cuando fueron aplicadas en el rango de datos utilizado por los autores; sin embargo, cuando se extrapolaron a tuberías de diámetro mayor, a gastos bajos de líquido y con relaciones gas – líquido reducidas, se observó que tendían a subestimar el valor del colgamiento, y por tanto la caída de presión. A fin de ampliar el rango de validez de las correlaciones originales, Brill y Hagedorn <sup>1, 3</sup> incorporaron algunas modificaciones; una de ellas fue la inclusión de la correlación de Griffith cuando el régimen de flujo es burbuja.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.2.1 Desarrollo de las correlaciones

La ecuación de la que parte Hagedorn y Brown, expresando el término de pérdidas por fricción en función de la densidad con y sin resbalamiento, en lugar de gastos másicos, y despreciando el gradiente por aceleración, es:

$$144 \cdot \frac{dP}{dL} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} + f_{TP} \cdot \left( \frac{\rho_{MSR}}{\rho_M} \right) \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (2.2.1)$$

donde  $\rho_{MSR}$  y  $\rho_M$ , se definen por las ecuaciones (1.17) y (1.28), respectivamente;  $f_{TP}$ , es el factor de fricción de las dos fases, con la característica de que se reduce al factor de fricción del líquido ( $\alpha_L = 1$ ) o del gas ( $\alpha_G = 0$ ), según sea el caso.

Como fue mencionado, a diferencia de Duns y Ros, que inician sus experimentos midiendo el colgamiento y el gradiente de presión para posteriormente ajustar el factor de fricción, Hagedorn y Brown proceden de manera inversa: primero determinan un pseudofactor de fricción para las dos fases, miden el gradiente de presión total y luego calculan el colgamiento de acuerdo a la ecuación (2.2.1). La razón de ello es que operativamente es muy difícil medir el colgamiento del líquido a lo largo de la sarta de producción, y los costos que implicaría una tarea de tal magnitud, se incrementarían notablemente.

En realidad, el factor de fricción y el colgamiento que obtienen no son los verdaderos, se trata de un pseudocolgamiento y un pseudofactor de fricción. De cualquier manera, en su razonamiento consideran que las inexactitudes en la determinación de ambos factores se compensan entre uno y otro; así, las pérdidas no consideradas en el gradiente por fricción, serán incluidas en el gradiente hidrostático.

El factor de fricción utilizado en la elaboración de la correlación se basa en el factor de fricción de Darcy-Weisbach para flujo monofásicos.

$$f = f(NRe, \varepsilon/d) \quad \dots (2.2.2)$$

Definen el número de Reynolds de las dos fases, necesario para calcular el factor de fricción, como:

$$NRe_{TP} = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M \cdot d}{\mu_M} \quad \dots (2.2.3)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

donde, según la definición de Arrhenius, la viscosidad de la mezcla se obtiene a partir de:

$$\mu_M = \mu_L^{\alpha_L} \cdot \mu_G^{(1-\alpha_L)} \quad \dots\dots (2.2.4)$$

expresión que tiene la característica de reducirse a la viscosidad del gas o del líquido según el valor del colgamiento (0 ó 1, respectivamente).

Así, sustituyendo (1.17) y (2.2.4) en (2.2.3), el número de Reynolds de las dos fases se expresa como:

$$NRe_{TP} = 1488 \cdot [\rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot (1 - \lambda_L)] \cdot \frac{v_M \cdot d}{\mu_L^{\alpha_L} \cdot \mu_G^{(1-\alpha_L)}} \quad \dots\dots (2.2.5)$$

Debe observarse que el cálculo del número de Reynolds de las dos fases involucra tanto la fracción volumétrica de líquido de entrada ( $\lambda_L$ ), como el colgamiento ( $\alpha_L$ ).

A fin de iniciar los cálculos, se consideró que  $\rho_M = \rho_{MSR}$ ; se midió el gradiente de presión total, y de la ecuación (2.2.1) se obtuvo el factor de fricción; con este valor, y de acuerdo al diagrama de Moody, se calculó el número de Reynolds de las dos fases, con lo que el colgamiento del líquido ( $\alpha_L$ ) pudo determinarse de la ecuación (2.2.5).

Para un diámetro de tubería, se graficó el factor de fricción para el caso en que fluye solamente líquido y el factor de dos fases calculado. De la Fig. (2.2.1). se observa que la curva correspondiente a las dos fases se aproxima a la de una sola fase (agua) conforme se incrementa el gasto másico total, lo cual parece razonable dado que a altos gastos másicos, y por tanto volumétricos, la mezcla se comporta como un fluido homogéneo. Ahora bien, la región donde las curvas se separan se debe al efecto del colgamiento.

Se probaron diferentes arreglos de grupos dimensionales hasta ajustar el comportamiento de las curvas de dos fases a la del flujo monofásico (agua). Se siguieron procedimientos similares involucrando diferentes diámetros de tubería, propiedades de líquido, y gastos volumétricos, analizando y ponderando el efecto de cada uno de ellos. Por brevedad no se muestran las gráficas resultantes ni el desarrollo de cada ajuste.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

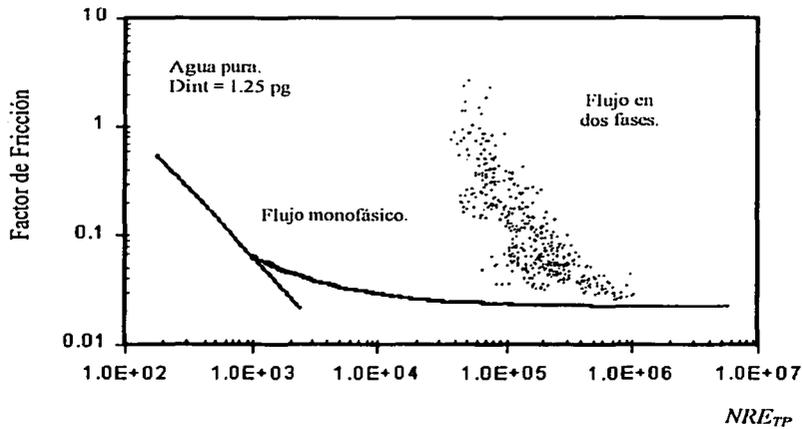


Fig. 2.2.1 Comparación del factor de fricción para una y dos fases.

### 2.2.2 Procedimiento de cálculo

A continuación se muestra el uso de las gráficas de correlación de Hagedorn y Brown para cierto  $\Delta P$  y  $\Delta L$ , asumiendo que las propiedades de los fluidos y los gastos han sido calculados a las condiciones medias de presión y temperatura correspondientes.

1. Calcular los siguientes números adimensionales:

- $N_{vL}$ , Número de velocidad del líquido, (ecuación 2.1.1)
- $N_{vG}$ , Número de velocidad del gas, (ecuación 2.1.2)
- $N_d$ , Número del diámetro, (ecuación 2.1.3)
- $N_{\mu L}$ , Número de viscosidad del líquido, (ecuación 2.1.4)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2. Con  $N\mu_L$  determinar el valor del factor de corrección para el número de viscosidad,  $CN\mu_L$ , de la Fig (2.2.2).

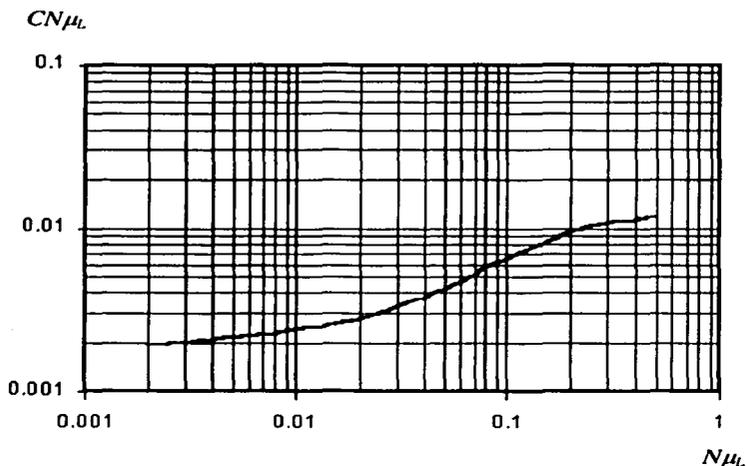


Fig. 2.2.2 Correlación para  $CN\mu_L$ .

3. Calcular el parámetro de correlación:

$$X = \left( \frac{Nv_L}{Nv_G^{0.575}} \right) \cdot \left( \frac{P}{14.7} \right)^{0.1} \cdot \left( \frac{CN\mu_L}{N_d} \right) \quad \dots\dots (2.2.6)$$

Con el valor obtenido, de la Fig. (2.2.3) determinar el factor  $\left( \frac{\alpha_L}{\psi} \right)$ .

4. Calcular el parámetro de correlación

$$Y = \frac{Nv_G \cdot N\mu_L^{0.38}}{N_d^{2.14}} \quad \dots\dots (2.2.7)$$

y de la Fig. (2.2.4) obtener el valor del factor secundario de corrección del colgamiento ( $\psi$ ).

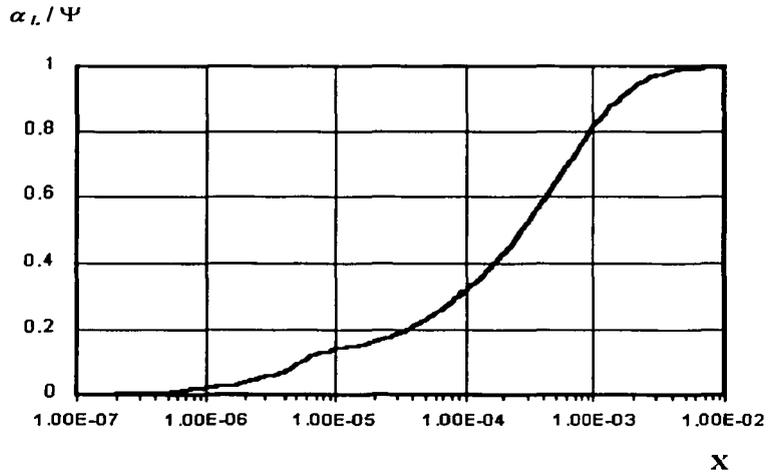


Fig. 2.2.3 Correlación para  $\alpha_L / \Psi$

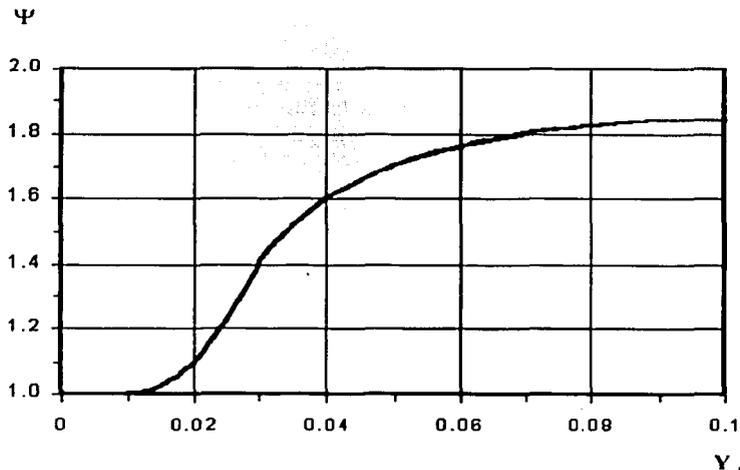


Fig. 2.2.4 Correlación para  $\Psi$

TESIS CON  
FALTA DE  
EN

5. Obtener el colgamiento del líquido:

$$\alpha_L = \left( \frac{\alpha_L}{\psi} \right) \cdot \psi \quad \dots\dots (2.2.8)$$

6. Determinar el factor de fricción de las dos fases de acuerdo al diagrama de Moody, o ecuaciones equivalentes, considerando el número de Reynolds dado por la ecuación (2.2.5)

7. Finalmente, calcular el gradiente de presión total en lb / pg<sup>2</sup> / pie:

$$144 \cdot \frac{dP}{dL} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} + f_{TP} \cdot \left( \frac{\rho_{MSR}}{\rho_M} \right) \cdot \frac{v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots\dots (2.2.9)$$

en el cual puede incluirse el gradiente por aceleración.

### 2.2.3 Correlación de Hagedorn y Brown modificada

Al estudiar el comportamiento del perfil de presión calculado mediante la correlación de Hagedorn y Brown, Brill y Hagedorn<sup>1,3</sup> observaron que el valor predicho del colgamiento ( $\alpha_L$ ) en algunos casos resultaba ser menor a la fracción volumétrica de entrada ( $\lambda_L$ ), específicamente a gastos bajos y bajas relaciones gas – líquido (condiciones propicias para la ocurrencia del flujo burbuja), con lo que el gradiente de presión tendía a ser subestimado. Para eliminar dicha deficiencia del método, proponen las siguientes modificaciones:

- En cualquier caso, si  $\lambda_L > \alpha_L$ , entonces se debe tomar  $\alpha_L = \lambda_L$ .
- Si bien la correlación original no requiere de la predicción del patrón de flujo, cuando el régimen es burbuja se debe aplicar la correlación de Griffith en el cálculo del colgamiento del líquido. El procedimiento para tal efecto es el siguiente:

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\text{Si } \frac{v_{SG}}{v_M} < \text{LimBB}, \quad \dots (2.2.10)$$

donde:

$$\text{LimBB} = 1.071 - 0.2218 \cdot \frac{v_M^2}{d} \quad \dots (2.2.11)$$

(si  $\text{LimBB} < 0.13$  entonces  $\text{LimBB} = 0.13$ )

entonces se debe aplicar la correlación de Griffith para calcular el colgamiento, de lo contrario se debe continuar con la de Hagedorn y Brown.

El colgamiento, según la correlación de Griffith, se calcula como sigue:

$$\alpha_L = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{v_M}{0.8} + \sqrt{\left( 1 + \frac{v_M}{0.8} \right)^2 - \frac{4 \cdot v_{SG}}{0.8}} \right) \quad \dots (2.2.12)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### **2.3 Correlación de Orkiszewski**

El método de Orkiszewski <sup>22</sup>, 1967, está basado en un modelo de flujo separado, con identificación de patrones de flujo. Un rasgo distintivo del mismo radica en que incorpora aspectos mecanísticos, en específico cuando el flujo es burbuja o bache, siendo uno de los primeros en su tipo.

La propuesta de Orkiszewski surge de un estudio de confiabilidad de diversas correlaciones existentes a la fecha. Para tal efecto, las clasifica en tres categorías (semejantes a las consideradas en el presente texto), de acuerdo a los siguientes criterios:

#### **Categoría I:**

El colgamiento del líquido no se considera en el cálculo de la densidad de la mezcla. Los efectos del colgamiento, así como las pérdidas por fricción, se expresan en un único factor de pérdida de energía. La correlación de Poettmann y Carpenter y la de Tek corresponden a esta categoría.

#### **Categoría II:**

Se considera el colgamiento del líquido en el cálculo de la densidad de la mezcla. El colgamiento del líquido se correlaciona de manera independiente o en conjunto con el factor de fricción. Las pérdidas por fricción dependen de las propiedades del gas y del líquido. No se distinguen patrones de flujo. Se tiene la correlación de Hughmark y Pressburg.

#### **Categoría III:**

Se considera el colgamiento del líquido en el cálculo de la densidad de la mezcla. El colgamiento se determina a partir del concepto de velocidad de resbalamiento. Las pérdidas por fricción se calculan de acuerdo a las propiedades de la fase continua. Se distinguen patrones de flujo. En esta categoría se incluyen el método de Griffith y Wallis y el de Duns y Ros.

Luego de la comparación de las presiones de fondo fluyendo predichas con cada uno de los métodos anteriores contra valores medidos, concluye que los de Griffith y Wallis y de Duns y Ros son los más confiables. No obstante, se incurre en grandes errores cuando el régimen de flujo es bache con altos gastos de líquido.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Dado que el método de Griffith y Wallis se basa en consideraciones mecánicas, a diferencia del de Duns y Ros, lo retoma y modifica con la finalidad de incrementar su rango de validez cuando el régimen de flujo es burbuja o bache. En el caso del flujo anular incluye sin ninguna modificación el de Duns y Ros.

Como puede observarse, el método propuesto por Orkiszewski es en realidad un híbrido de los mencionados. La aportación de Orkiszewski radica en la incorporación de un factor de corrección (denominado coeficiente de distribución del líquido) en el cálculo de los gradientes hidrostático y por fricción cuando el régimen de flujo es bache. Si bien no realizó directamente ningún trabajo experimental para determinarlo, retomó la base de datos de Hagedorn y Brown, a partir de la cual elaboró un conjunto de correlaciones para tal efecto.

### 2.3.1 Patrones de flujo

Orkiszewski distingue cuatro patrones de flujo: burbuja, bache, agitado y anular. La transición entre el flujo burbuja y el flujo bache es determinada de acuerdo a los criterios de Griffith y Wallis, en tanto que las transiciones entre los regímenes restantes, según los criterios de Duns y Ros.

- **Flujo burbuja**

$$\frac{v_{SG}}{v_M} < Lim_{BB} \quad \dots\dots (2.3.1)$$

- **Flujo bache**

$$\frac{v_{SG}}{v_M} > Lim_{BB} \quad \text{y} \quad Nv_G < Lim_{BT} \quad \dots\dots (2.3.2)$$

- **Flujo agitado**

$$Lim_{BT} < Nv_G < Lim_{TAN} \quad \dots\dots (2.3.3)$$

- **Flujo anular**

$$Lim_{TAN} < Nv_G \quad \dots\dots (2.3.4)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

donde:

$$\bullet \quad Lim_{BB} = 1.071 - 0.2218 \cdot \left( \frac{v_M^2}{d} \right) \quad \dots\dots (2.3.5)$$

define la frontera entre los regímenes burbuja y bache, con la restricción:

si  $Lim_{BB} \leq 0.13$ , entonces  $Lim_{BB} = 0.13$

$$\bullet \quad Lim_{BT} = 50 + 36 \cdot Nv_L \quad \dots\dots (2.3.6)$$

define la frontera entre los regímenes bache y agitado.

$$\bullet \quad Lim_{TAN} = 75 + 84 \cdot Nv_L^{0.75} \quad \dots\dots (2.3.7)$$

define la frontera entre los regímenes agitado y anular.

Por otra parte,  $Nv_L$  y  $Nv_G$  corresponden al número de velocidad del líquido y del gas, ecuaciones (2.1.1) y (2.1.2), respectivamente.

$$Nv_L = v_{SL} \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25} \quad \text{y} \quad Nv_G = v_{SG} \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25}$$

### 2.3.2 Determinación del gradiente de presión

Orkiszewski parte del hecho de que:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Total} = \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Hidrostático} + \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} + \left( \frac{dP}{dL} \right)_{Aceleración}$$

en donde cada término depende del régimen de flujo.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

2.3.2.1 Flujo burbuja

• **Gradiente hidrostático**

El colgamiento se calcula mediante:

$$\alpha_L = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{v_M}{v_S} + \sqrt{\left(1 + \frac{v_M}{v_S}\right)^2 - \frac{4 \cdot v_{SG}}{v_S}} \right) \quad \dots (2.3.8)$$

en donde  $v_S$  es la velocidad de resbalamiento, que de acuerdo a Griffith se toma como:  $v_S = 0.8$  (pie / seg).

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, es:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} = [\rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)] \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (2.3.9)$$

• **Gradiente por fricción**

El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se calcula a partir de:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f \cdot \frac{\rho_L}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left(\frac{v_{SL}}{\alpha_L}\right)^2 \quad \dots (2.3.10)$$

El factor de fricción,  $f$ , corresponde al de Darcy – Weisbach. El número de Reynolds correspondiente se define como:

$$NRe_L = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L \cdot \alpha_L} \quad \dots (2.3.11)$$

ESTO CON FALLA DE ORIGEN

• **Gradiente de presión total**

Finalmente, despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pic, es:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} + f \cdot \frac{\rho_L}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left(\frac{v_{SL}}{\alpha_L}\right)^2 \quad \dots (2.3.12)$$

### 2.3.2.2 Flujo bache

- **Gradiente hidrostático**

En la determinación del gradiente hidrostático, la densidad de la mezcla se calcula como:

$$\rho_M = \frac{\rho_L \cdot (v_{SL} + v_b) + \rho_G \cdot v_{SG}}{v_M + v_b} + \Gamma \cdot \rho_L \quad \dots (2.3.13)$$

donde  $\Gamma$  (coeficiente de distribución del líquido), es un parámetro correlacionado a partir de datos de campo; con éste se pretende reflejar en la densidad de la mezcla y en las pérdidas por fricción, los efectos ocasionados por la forma en que se distribuye el líquido en este régimen de flujo, sea en el cuerpo mismo del bache, en la película alrededor de la burbuja de Taylor, o como pequeñas gotas viajando en su seno.

Por otra parte,  $v_b$  es la velocidad promedio con que asciende la burbuja de gas respecto a la velocidad del bache precedente. Griffith y Wallis correlacionaron  $v_b$  mediante la relación:

$$v_b = C_1 \cdot C_2 \cdot \sqrt{g \cdot d} \quad \dots (2.3.14)$$

donde  $C_1$  es función del número de Reynolds para la burbuja, definido como

$$NRe_b = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_b \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (2.3.15)$$

y se obtiene de la Fig. 2.3.1

$C_2$  es función tanto del número de Reynolds para la burbuja, como del correspondiente al líquido, definido como:

$$NRe_L = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (2.3.16)$$

y se obtiene de la Fig. 2.3.2

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

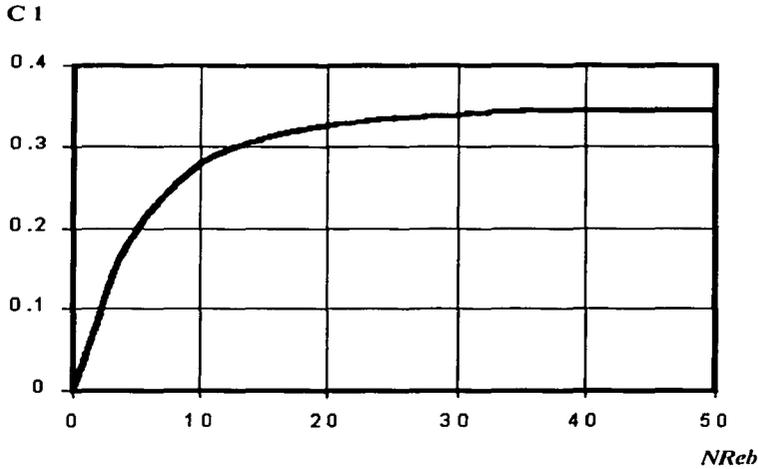


Fig. 2.3.1 Coeficiente  $C_1$  de Griffith y Wallis vs  $NRe_b$ .

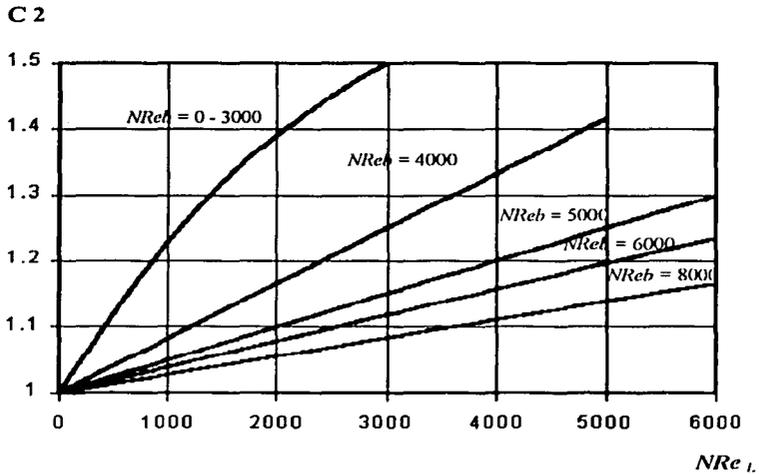


Fig. 2.3.2 Coeficiente  $C_2$  de Griffith y Wallis vs  $NRe_b$  y  $NRe_L$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Como puede observarse  $C_1$  y  $C_2$  dependen de  $v_b$ , por lo que es necesario un proceso iterativo para determinarlos. Por lo tanto:

1. Asumir un valor de  $v_b$
2. Calcular  $NRe_b$  y  $NRe_L$
3. Obtener  $C_1$  y  $C_2$  mediante las figuras 2.3.1 y 2.3.2
4. Calcular  $v_b$  con la ecuación (2.3.14).

Si el valor calculado no es igual al supuesto dentro de cierta tolerancia, entonces el valor calculado se tomará como el supuesto y el proceso se repite.

Ahora bien, cuando  $C_2$  no puede ser determinado mediante la Fig. 2.3.2, esto es, para  $NRe_L > 6000$ , el valor de  $v_b$  puede ser determinado mediante las siguientes ecuaciones:

Cuando  $NRe_b < 3000$ :

$$v_b = \left( 0.546 + 8.74 \cdot 10^{-6} \cdot NRe_L \right) \sqrt{g \cdot d} \quad \dots (2.3.17)$$

Cuando  $3000 < NRe_b < 8000$ :

$$v_{bi} = \left( 0.251 + 8.74 \cdot 10^{-6} \cdot NRe_L \right) \sqrt{g \cdot d}$$
$$v_b = \frac{1}{2} \cdot \left( v_{bi} + \sqrt{v_{bi}^2 + \frac{13.59 \cdot \mu_L}{\rho_L \sqrt{d}}} \right) \quad \dots (2.3.18)$$

Cuando  $NRe_b > 8000$ :

$$v_b = \left( 0.35 + 8.74 \cdot 10^{-6} \cdot NRe_L \right) \sqrt{g \cdot d} \quad \dots (2.3.19)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

El procedimiento para utilizar las ecuaciones anteriores es el siguiente:

1. Considerar que el  $NREb$  es menor de 3000.
2. Calcular  $v_b$  con la ecuación (2.3.17).
3. Calcular  $NREb$ , con el valor de  $v_b$  obtenido.
4. Si  $NREb$  es mayor de 3000, entonces suponer que  $NREb$  es menor de 8000 y calcular  $v_b$  con la ecuación (2.3.18).
5. Calcular nuevamente  $NREb$  y si es mayor de 8000, entonces  $v_b$  deberá ser calculado con la ecuación (2.3.19). Como comprobación se puede calcular el valor  $NREb$ , el cual ciertamente deberá ser mayor de 8000, pues todas las posibilidades han sido consideradas.

Por otra parte, el procedimiento para calcular el coeficiente de distribución del líquido,  $\Gamma$ , es el siguiente :

Considerando la fase líquida:

- Si el aceite constituye la "fase" continua:

Para  $v_M < 10$  (pie / seg)

$$\Gamma = 0.0127 \cdot \frac{\log(\mu_L + 1)}{d^{1.415}} + 0.167 \cdot \log v_M + 0.113 \cdot \log d - 0.284 \quad \dots (2.3.20)$$

Para  $v_M > 10$  (pie / seg)

$$\Gamma = 0.0274 \cdot \frac{\log(\mu_L + 1)}{d^{1.371}} - A \cdot \log v_M + 0.569 \cdot \log d + 0.161 \quad \dots (2.3.21)$$

donde:

$$A = 0.01 \cdot \frac{\log(\mu_L + 1)}{d^{1.571}} + 0.63 \cdot \log d + 0.397$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- Si el agua constituye la "fase" continua:

Para  $v_M < 10$  (pie / seg)

$$\Gamma = 0.013 \cdot \frac{\log \mu_L}{d^{1.38}} + 0.232 \cdot \log v_M - 0.428 \cdot \log d - 0.681 \quad \dots (2.3.22)$$

Para  $v_M > 10$  (pie / seg)

$$\Gamma = 0.045 \cdot \frac{\log \mu_L}{d^{0.799}} - 0.162 \cdot \log v_M - 0.888 \cdot \log d - 0.709 \quad \dots (2.3.23)$$

En cualquier caso, el valor de  $\Gamma$  está restringido a los límites:

Si  $v_M < 10$  (pie / seg)

$$\Gamma \geq -0.065 \cdot v_M \quad \dots (2.3.24)$$

Si  $v_M > 10$  (pie / seg)

$$\Gamma \geq -\frac{v_b}{v_M + v_b} \cdot \left(1 - \frac{\rho_M}{\rho_L}\right) \quad \dots (2.3.25)$$

Como criterio para determinar si el aceite o el agua constituye la "fase" continua (respecto a la fase líquida) se puede tomar el flujo fraccional a condiciones de flujo. De acuerdo a la definición de flujo fraccional para el aceite:

$$f_o = \frac{q_o @ c.f.}{q_o @ c.f. + q_w @ c.f.} \quad \dots (2.3.26)$$

Si  $f_o > 0.25$ , entonces el aceite se considera la fase continua.

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se calcula como:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Hidrostático}} = \frac{\rho_L \cdot (v_{SL} + v_b) + \rho_G \cdot v_{SG}}{v_M + v_b} + \rho_L \cdot \Gamma \quad \dots (2.3.27)$$

• **Gradiente por fricción**

El factor de fricción se determina de la misma manera que para el régimen burbuja. No obstante, el número de Reynolds que deberá utilizarse es:

$$NRe_L = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (2.3.28)$$

El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se calcula como:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{Fricción} = f \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left( \frac{v_{SL} + v_b}{v_M + v_b} + \Gamma \right) \quad \dots (2.3.29)$$

• **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, despreciando el gradiente por aceleración, queda expresado como:

$$144 \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = \frac{\rho_L \cdot (v_{SL} + v_b) + \rho_G \cdot v_{SG}}{v_M + v_b} + \rho_L \cdot \Gamma + f \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left( \frac{v_{SL} + v_b}{v_M + v_b} + \Gamma \right) \quad \dots (2.3.30)$$

**2.3.2.3 Flujo agitado y flujo anular**

Para determinar la densidad de la mezcla y el término correspondiente a las pérdidas por fricción en estos regímenes de flujo, se procede como fue descrito en la sección correspondiente al método de Duns y Ros<sup>24</sup>, vista con anterioridad. La única observación al respecto es que en el caso del flujo agitado, para realizar la interpolación requerida, se debe calcular la densidad de la mezcla y las pérdidas por fricción en la frontera bache – agitado, de acuerdo al método de Orkiszewski para el flujo bache.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.3.3 Correlación de Orkiszewski modificada

En 1989, Triggia y Brill <sup>12</sup>, luego de analizar los problemas de convergencia en que frecuentemente incurre la correlación de Orkiszewski cuando el flujo es bache, específicamente cuando la velocidad de la mezcla es cercana a los 10 pie / seg, observaron que éstos se debían a la discontinuidad en la función que define al coeficiente de distribución del líquido,  $\Gamma$ , (ecuaciones 2.3.20 a 2.3.23) en dicho punto, y que las restricciones impuestas (ecuaciones 2.3.24 y 2.3.25) en muchos casos no resolvían el problema, llegando incluso a incrementarlo. Con la finalidad de garantizar la continuidad de la función que define a  $\Gamma$ , modificaron la función para cuando  $v_M > 10$  pie / seg, con lo que:

Considerando la fase líquida:

- Si el aceite constituye la "fase" continua:

Para  $v_M < 10$  (pie / seg):

$$\Gamma = 0.0127 \cdot \frac{\log(\mu_L + 1)}{d^{1.415}} + 0.167 \cdot \log v_M + 0.113 \cdot \log d - 0.284 \quad \dots (2.3.31)$$

Para  $v_M > 10$  (pie / seg):

$$\Gamma = 0.0127 \cdot \frac{\log(\mu_L + 1)}{d^{1.415}} + A \cdot (1 - \log v_M) + 0.113 \cdot \log d - 0.117 \quad \dots (2.3.32)$$

donde:

$$A = 0.01 \cdot \frac{\log(\mu_L + 1)}{d^{1.571}} + 0.63 \cdot \log d + 0.397$$

- Si el agua constituye la "fase" continua:

Para  $v_M < 10$  (pie / seg):

$$\Gamma = 0.013 \cdot \frac{\log \mu_L}{d^{1.38}} + 0.232 \cdot \log v_M - 0.428 \cdot \log d - 0.681 \quad \dots (2.3.33)$$

Para  $v_M > 10$  (pie / seg):

$$\Gamma = 0.013 \cdot \frac{\log \mu_L}{d^{1.38}} - 0.162 \cdot \log v_M - 0.428 \cdot \log d - 0.287 \quad \dots (2.3.34)$$

## 2.4 Correlación de Aziz, Govier y Fogarasi

En 1972, Aziz, Govier y Fogarasi<sup>9</sup> publicaron un método para el cálculo de gradientes de presión en pozos productores de aceite y gas cuando el régimen de flujo es burbuja o bache. A diferencia del esquema propuesto por Orkiszewski, que involucra un coeficiente de distribución del líquido cuyo origen es más bien oscuro, el de estos autores está desarrollado exclusivamente en aspectos mecánicos.

El modelo que resuelven es de flujo separado y parten de la premisa de la existencia de patrones de flujo, de cuya mecánica depende el colgamiento del líquido y el factor de fricción.

### 2.4.1 Patrones de flujo

La identificación de las fronteras entre los regímenes de flujo se basa en una versión modificada del mapa propuesto por Govier, Radford y Dunn. Se reconocen 4 patrones de flujo: burbuja, bache, agitado y anular.

La predicción de los patrones de flujo está en función de las velocidades superficiales modificadas del gas y del líquido, definidas como:

- Velocidad superficial modificada del gas:

$$v_{SG \text{ Mod}} = X \cdot v_{SG} \quad \dots (2.4.1)$$

- Velocidad superficial modificada del líquido:

$$v_{SL \text{ Mod}} = Y \cdot v_{SL} \quad \dots (2.4.2)$$

donde:

$$Y = \left( \frac{\rho_L \cdot \sigma_{WA}}{\rho_W \cdot \sigma_L} \right)^{0.25} \quad X = Y \cdot \left( \frac{\rho_G}{\rho_A} \right)^{0.333}$$

$\rho_A = 0.0764$  (lb<sub>m</sub> / pie<sup>3</sup>), densidad del aire @ c.s.

$\rho_W = 62.428$  (lb<sub>m</sub> / pie<sup>3</sup>), densidad del agua @ c.s.

$\sigma_{WA} = 0.162$  (lb<sub>m</sub> / seg<sup>2</sup>), tensión interfacial @ c.s (sistema agua – aire).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Flujo Burbuja**

$$\text{Si } X \cdot v_{SG} < 0.51 \cdot (100 \cdot Y \cdot v_{SL})^{0.172} \quad \dots\dots (2.4.3)$$

- **Flujo Bache**

$$\text{Si } Y \cdot v_{SL} < 4, y$$

$$0.51 \cdot (100 \cdot Y \cdot v_{SL})^{0.172} < X \cdot v_{SG} < \left( \frac{Y \cdot v_{SL}}{0.263} \right) + 8.6 \quad \dots\dots (2.4.4)$$

$$\text{Si } Y \cdot v_{SL} > 4, y$$

$$0.51 \cdot (100 \cdot Y \cdot v_{SL})^{0.172} < X \cdot v_{SG} < 26.5 \quad \dots\dots (2.4.5)$$

- **Flujo Agitado**

$$\text{Si } Y \cdot v_{SL} < 4, y$$

$$\left( \frac{Y \cdot v_{SL}}{0.263} \right) + 8.6 < X \cdot v_{SG} < 70 \cdot (100 \cdot Y \cdot v_{SL})^{-0.152} \quad \dots\dots (2.4.6)$$

- **Flujo Anular**

$$\text{Si } Y \cdot v_{SL} < 4, y$$

$$70 \cdot (100 \cdot Y \cdot v_{SL})^{-0.152} < X \cdot v_{SG} \quad \dots\dots (2.4.7)$$

$$\text{Si } Y \cdot v_{SL} > 4, y$$

$$26.5 < X \cdot v_{SG} \quad \dots\dots (2.4.8)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.4.2 Determinación del gradiente de presión

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Total} = \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} + \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} + \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Aceleración}$$

### 2.4.2.1 Flujo burbuja

- **Gradiente hidrostático**

El colgamiento del líquido se estima a partir de consideraciones de continuidad y del cálculo de la velocidad de ascenso de las burbujas:

$$\alpha_L = 1 - \frac{v_{SG}}{v_{bf}} \quad \dots\dots (2.4.9)$$

donde  $v_{bf}$  es la velocidad de ascenso de las burbujas en la corriente de flujo.

De acuerdo a Zuber y Findlay,  $v_{bf}$  se obtiene de la siguiente ecuación:

$$v_{bf} = C_o \cdot v_M + v_{bs} \quad \dots\dots (2.4.10)$$

donde  $C_o$  es un coeficiente de distribución de velocidades que, para flujo turbulento,  $C_o \approx 1.2$ .

Por otra parte,  $v_{bs}$ , es la velocidad de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo:

$$v_{bs} = 1.41 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (2.4.11)$$

Una vez calculado  $\alpha_L$ , la densidad de la mezcla se calcula mediante la ecuación (1.28).

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, es:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots\dots (2.4.12)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Gradiente por fricción**

El factor de fricción corresponde al de Darcy - Weisbach. Dado que la fase líquida se encuentra mojando las paredes de la tubería, el número de Reynolds que deberá considerarse es:

$$NRe_L = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (2.4.13)$$

El gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, es

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fricción} = f \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (2.4.14)$$

- **Gradiente de presión total**

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = [\rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)] \cdot \frac{g}{g_c} + f \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (2.4.15)$$

### 2.4.2.2 Flujo bache

- **Gradiente hidrostático**

El colgamiento del líquido se determina de manera similar al caso del flujo burbuja, sin embargo  $v_{bs}$ , se calcula a partir de la ecuación de Neal para la velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor, modificada por Wallis:

$$v_{bs} = K \cdot \left[ \frac{g \cdot d \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right]^{0.5} \quad \dots (2.4.16)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

donde:

$$K = 0.345 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{0.01 N}{0.345}\right) \right] \cdot \left[ 1 - \exp\left(\frac{3.37 - E_o}{m}\right) \right] \quad \dots (2.4.17)$$

$$E_o = \frac{d^2 \cdot (\rho_L - \rho_G) \cdot g}{\sigma_L} \quad \dots (2.4.18)$$

$$N = \frac{1488}{\mu_L} \cdot \left[ d^3 \cdot \rho_L \cdot (\rho_L - \rho_G) \cdot g \right]^{0.5} \quad \dots (2.4.19)$$

y para

$N < 18 :$	$m = 25$
$18 < N < 250 :$	$m = 69 \cdot N^{-0.35}$
$250 < N :$	$m = 10$

Con el valor de  $v_{bs}$  calcular:

$$v_{bf} = 1.2 \cdot v_M + v_{bs} \quad \dots (2.4.20)$$

El colgamiento puede calcularse directamente al sustituir (2.4.20) en (2.4.9), y a partir de éste, la densidad de la mezcla (ecuación 1.28). No obstante, siguiendo el razonamiento de Govier y Aziz, la densidad de la mezcla así calculada no refleja la distribución actual de la fase gaseosa y se estará sobrestimando; esto es, se asume que todo el gas está concentrado en las burbujas de Taylor y por lo tanto que el bache de líquido se encuentra libre de burbujas; en realidad ello no sucede, pues éstas siempre están presentes en el cuerpo del bache ocasionando que la densidad del mismo sea menor y por consecuencia la correspondiente a la mezcla como un todo.

Con la finalidad de tomar en cuenta la presencia del gas en forma de pequeñas burbujas en el cuerpo del líquido, Govier y Aziz estudiaron las relaciones entre  $\alpha_G$  ( $\alpha_G = 1 - \alpha_L$ ), el volumen y dimensiones de las burbujas de Taylor y de los baches, y la fracción de vacío en el cuerpo de los baches ( $\alpha_{GLS}$ ). Con base en consideraciones de continuidad, en los trabajos de Griffith - Wallis y Govier - Aziz, y en datos de laboratorio de Akagawa y Sakaguchi, formularon las relaciones que a continuación se presentan.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$\alpha_G = \frac{\forall_{BT} + \alpha_{GLS} \cdot \forall_{LS}}{A_T (L_{LS} + L_{BT})} \quad \dots (2.4.21)$$

donde:

$$\alpha_{GLS} = \alpha_G^{1.8} \quad \dots (2.4.22)$$

es la fracción de vacío en el cuerpo del bache.

$$\forall_{BT} = A_T (0.913 \cdot L_{BT} - 0.526 \cdot d) \quad \dots (2.4.23)$$

es el volumen de la burbuja de Taylor.

$$\forall_{LS} = A_T \cdot L_{LS}, \text{ es el volumen del bache.} \quad \dots (2.4.24)$$

$$L_{LS} \approx 10 \cdot d, \text{ es la longitud del bache} \quad \dots (2.4.25)$$

$$L_{BT}, \text{ es la longitud de la burbuja de Taylor.} \quad \dots (2.4.26)$$

Como puede observarse, en las relaciones anteriores la única incógnita es  $L_{BT}$ , por lo que sustituyendo (2.4.22) a (2.4.26), en (2.4.21), y luego de un arreglo algebraico, se tiene:

$$L_{BT} = d \left[ \frac{10 \cdot (\alpha_{GLS} - \alpha_G) - 0.526}{\alpha_G - 0.913} \right] \quad \dots (2.4.27)$$

Ahora bien, la densidad del bache se calcula como:

$$\rho_{LS} = \rho_L \cdot (1 - \alpha_{GLS}) + \rho_G \cdot \alpha_{GLS} \quad \dots (2.4.28)$$

en tanto que la densidad de la mezcla es:

$$\rho_M = \rho_{LS} \cdot \left( \frac{L_{LS}}{L_{BT} + L_{LS}} \right) + \rho_G \cdot \left( \frac{L_{BT}}{L_{BT} + L_{LS}} \right) \quad \dots (2.4.29)$$

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie :

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (2.4.30)$$

• **Gradiente por fricción**

El gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, es

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left(\frac{L_{LS}}{L_{LS} + L_{BT}}\right) \quad \dots (2.4.31)$$

donde el factor de fricción es el Darcy – Weisbach, y el número de Reynolds correspondiente se calcula con la ecuación (2.4.13).

• **Gradiente de presión total**

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \left[ \rho_{LS} \cdot \left(\frac{L_{LS}}{L_{BT} + L_{LS}}\right) + \rho_G \cdot \left(\frac{L_{BT}}{L_{BT} + L_{LS}}\right) \right] \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (2.4.32)$$

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left(\frac{L_{LS}}{L_{LS} + L_{BT}}\right) \quad \dots (2.4.33)$$

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, es:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Total} = \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} + \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} \quad \dots (2.4.34)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

**2.4.2.3 Flujo agitado y flujo anular**

Aziz, Govier y Fogarasi no desarrollaron ningún modelo para estos regímenes de flujo, sin embargo utilizan la correlación de Duns y Ros<sup>24</sup> para la región del flujo anular.

Cuando el flujo es agitado, las expresiones de interpolación que deben aplicarse son:

$$\rho_{M \text{ agitado}} = A * \rho_{M \text{ bache}} + (1 - A) * \rho_{M \text{ anular}} \quad \dots (2.4.35)$$

y

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{fric agitado}} = A * \left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{fric bache}} + (1 - A) * \left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{fric anular}} \quad \dots (2.4.36)$$

donde:

$$A = \left( \frac{Lim_{TAN} - X \cdot v_{SG}}{Lim_{TAN} - Lim_{BT}} \right) \quad \dots (2.4.37)$$

$$Lim_{BT} = \left( \frac{Y \cdot v_{SL}}{0.263} \right) + 8.6 \quad \dots (2.4.38)$$

$$Lim_{TAN} = 70 \cdot (100 \cdot Y \cdot v_{SL})^{-0.152} \quad \dots (2.4.39)$$

$\rho_{M \text{ bache}}$  y  $\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{fric bache}}$ , se calculan con el método de Aziz, Govier y Fogarasi, y

$\rho_{M \text{ anular}}$  y  $\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{fric anular}}$ , con la correlación de Duns y Ros.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.5 Correlación de Beggs y Brill

El método de Beggs y Brill <sup>11</sup> aparece en 1973 y se caracteriza por abordar el flujo multifásico inclinado, tanto ascendente como descendente, con lo que su aplicación se extiende tanto a pozos verticales, direccionales y horizontales, productores o de inyección, como a líneas de transporte superficiales. El modelo que resuelven es de flujo separado, presentando correlaciones independientes para el colgamiento del líquido y para el factor de fricción, según el patrón de flujo.

A fin de recopilar datos para construir las correlaciones, utilizaron las instalaciones superficiales a escala de la Universidad de Tulsa; éstas cuentan con complejos dispositivos para regular y medir gastos, presiones, temperaturas, e inclinación de tuberías. Una característica particular es que también disponen de mecanismos que permiten aislar instantáneamente ciertas secciones de las tuberías, a fin de cuantificar el colgamiento del líquido.

Las pruebas experimentales fueron realizadas en tuberías de acrílico de 90 pies de longitud. Se utilizó agua y aire como fluidos de trabajo. Los rangos de variación de otras variables fueron:

- Gasto de gas: 0 – 300 Mpie<sup>3</sup> / día
- Gasto de líquido: 0 – 1020 bl / día
- Presión promedio: 30 – 95 lb / pg<sup>2</sup>
- Diámetro de tubería: 1 y 1.5 pg
- Angulo de inclinación: ± 90 °

Cada prueba comenzó con el flujo horizontal; para cada diámetro de tubería se variaron los gastos de gas y de líquido, y se observaron los patrones de flujo generados. Después se varió el ángulo de inclinación para determinar su efecto en el colgamiento y en el gradiente de presión. Se obtuvieron un total de 584 datos de presión y colgamiento del líquido.

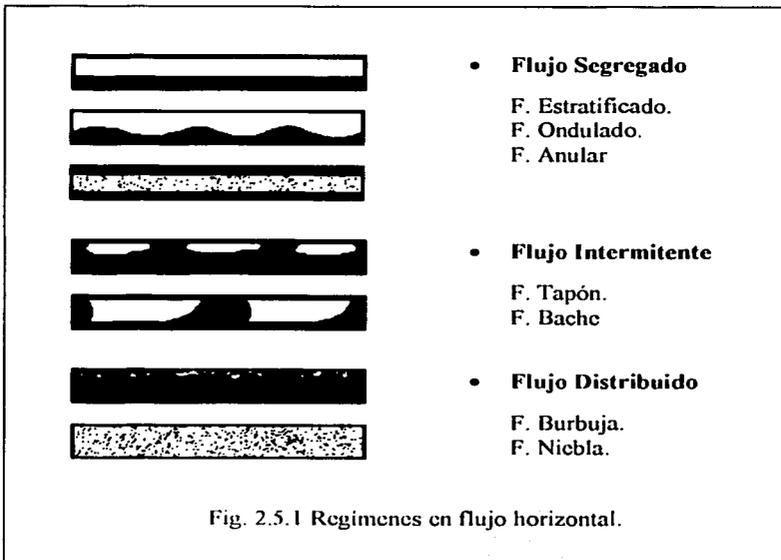
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.5.1 Patrones de flujo

Beggs y Brill, dadas las características del procedimiento que llevaron a cabo para desarrollar sus correlaciones, únicamente identificaron aquellos patrones de flujo ocurrientes en el flujo horizontal. Por lo tanto, el régimen predicho por este método corresponde a aquel que existiría si el flujo fuese horizontal y tiene sentido físico solamente bajo tales circunstancias; de otra manera no indica nada acerca del patrón de flujo real, no obstante define qué conjunto de correlaciones se deben utilizar para el cálculo del colgamiento y del factor de fricción de la mezcla.

Los patrones de flujo horizontal fueron clasificados de acuerdo a los criterios de Dukler en las siguientes 4 categorías (Fig. 2.5.1):

- **Flujo segregado**
- **Flujo transición (segregado – intermitente)**
- **Flujo intermitente**
- **Flujo disperso**



La predicción de los patrones de flujo mencionados fue correlacionada con la fracción volumétrica del líquido de entrada,  $\lambda_L$ , y con el número de fraude,  $NFr$ , definido como:

$$NFr = \frac{v_M^2}{g \cdot d} \quad \dots (2.5.1)$$

• **Flujo segregado:**

$$\lambda_L < 0.01 \quad \text{y} \quad NFr < L_1 \quad \dots (2.5.2)$$

o

$$\lambda_L \geq 0.01 \quad \text{y} \quad NFr \leq L_2 \quad \dots (2.5.3)$$

• **Flujo transición:**

$$\lambda_L \geq 0.01 \quad \text{y} \quad L_2 < NFr \leq L_3 \quad \dots (2.5.4)$$

• **Flujo intermitente:**

$$0.01 \leq \lambda_L < 0.4 \quad \text{y} \quad L_3 < NFr \leq L_1 \quad \dots (2.5.5)$$

o

$$\lambda_L \geq 0.4 \quad \text{y} \quad L_3 < NFr \leq L_4 \quad \dots (2.5.6)$$

• **Flujo distribuido:**

$$\lambda_L < 0.4 \quad \text{y} \quad NFr \geq L_1 \quad \dots (2.5.7)$$

o

$$\lambda_L \geq 0.4 \quad \text{y} \quad NFr > L_4 \quad \dots (2.5.8)$$

donde :

$$L_1 = 316 \cdot \lambda_L^{0.302} \quad \dots (2.5.9)$$

$$L_2 = 9.252 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda_L^{-2.4684} \quad \dots (2.5.10)$$

$$L_3 = 0.10 \cdot \lambda_L^{-1.4516} \quad \dots (2.5.11)$$

$$L_4 = 0.5 \cdot \lambda_L^{-6.738} \quad \dots (2.5.12)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.5.2 Determinación del gradiente de presión

La ecuación general de la cual parten Beggs y Brill es, despreciando el gradiente por aceleración, y en lb / pg<sup>2</sup> / pie:

$$144 \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = \rho_M \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \frac{g}{g_c} + f_{TP} \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (2.5.13)$$

donde el ángulo  $\theta$ , se mide respecto a la horizontal y se toma como positivo en el sentido contrario a las manecillas del reloj, indicando flujo ascendente. Como puede observarse, es necesario calcular la densidad de la mezcla tanto con resbalamiento como sin resbalamiento, afectada por el ángulo de inclinación:

$$\rho_M = \rho_L \cdot \alpha(\theta)_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha(\theta)_L) \quad \dots (2.5.14)$$

$$\rho_{MSR} = \rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot (1 - \lambda_L) \quad \dots (2.5.15)$$

donde  $\alpha(\theta)_L$ , depende del ángulo de inclinación.

### 2.5.3 Correlaciones para el colgamiento del líquido

Dado que el colgamiento del líquido resulta afectado fuertemente por el ángulo de inclinación de la tubería, y en vista de las numerosas opciones para construir las correlaciones correspondientes en cada caso particular, Beggs y Brill decidieron normalizar el colgamiento del líquido bajo cualquier ángulo de inclinación, respecto a aquel que existiría si el flujo fuese horizontal:

$$\frac{\alpha(\theta)_L}{\alpha(0)_L} = \Psi \quad \dots (2.5.16)$$

$\alpha(\theta)_L$ , es el colgamiento del líquido al ángulo  $\theta$ .

$\alpha(0)_L$ , es el colgamiento del líquido cuando el flujo es horizontal.

$\Psi$ , es un factor de corrección por inclinación.

El siguiente paso consistió en desarrollar correlaciones para  $\alpha(0)_L$  y  $\Psi$ .

Después de un análisis de regresión lineal múltiple, observaron que el comportamiento de  $\alpha(0)_L$ , depende en mayor medida de  $NFr$  y de  $\lambda_L$ , y se relacionan mediante la ecuación:

$$\alpha(0)_L = c_1 \cdot \frac{\lambda_L^{c_2}}{NFr^{c_3}} \quad \dots (2.5.17)$$

donde  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  dependen del patrón de flujo (horizontal) y del sentido del flujo.

Por otra parte, al observar el comportamiento de  $\Psi$  al variar el ángulo de inclinación de las tuberías, determinaron que éstos podían correlacionarse, luego de un ajuste de mínimos cuadrados, mediante:

$$\Psi = 1 + \Omega \cdot \left[ \text{sen}(1.8 \cdot \theta) - 0.333 \cdot \text{sen}^3(1.8 \cdot \theta) \right] \quad \dots (2.5.18)$$

donde:

$$\Omega = (1 - \lambda_L) \cdot \ln \left[ c_4 \cdot \lambda_L^{c_5} \cdot Nv_L^{c_6} \cdot NFr^{c_7} \right] \quad \dots (2.5.19)$$

$c_4$ ,  $c_5$ ,  $c_6$  y  $c_7$  son constantes que dependen del régimen de flujo (horizontal) y del sentido del flujo;  $Nv_L$ , es el número de velocidad del líquido (ecuación 2.1.1).

A continuación se presentan de manera desglosada las ecuaciones correspondientes para calcular  $\alpha(0)_L$  y  $\Omega$  según el patrón de flujo (horizontal), y de acuerdo a si el flujo es ascendente o descendente; una vez calculados estos factores, así como el factor de corrección por inclinación,  $\Psi$ , con la ecuación (2.5.18), el valor del colgamiento real se calcula mediante:

$$\alpha(\theta)_L = \alpha(0)_L \cdot \Psi \quad \dots (2.5.20)$$

• **Flujo segregado**

$$\alpha(0)_L = \frac{0.98 \cdot \lambda_L^{0.4846}}{NFr^{0.0868}}$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

**Flujo ascendente ( $\theta > 0^\circ$ )**

$$\Omega = (1 - \lambda_L) \cdot \ln \left[ \frac{0.011 \cdot Nv_L^{3.539}}{\lambda_L^{3.768} \cdot NFr^{1.614}} \right] \quad \dots (2.5.22)$$

**Flujo descendente ( $\theta < 0^\circ$ )**

$$\Omega = (1 - \lambda_L) \cdot \ln \left[ \frac{4.7 \cdot N_{vL}^{0.1244}}{\lambda_L^{0.3692} \cdot N_{Fr}^{0.5056}} \right] \quad \dots (2.5.23)$$

• **Flujo intermitente**

$$\alpha(0)_L = \frac{0.845 \cdot \lambda_L^{0.5351}}{N_{Fr}^{0.0173}} \quad \dots (2.5.24)$$

**Flujo ascendente ( $\theta > 0^\circ$ )**

$$\Omega = (1 - \lambda_L) \cdot \ln \left[ \frac{2.96 \cdot \lambda_L^{0.305} \cdot N_{Fr}^{0.0978}}{N_{vL}^{0.4473}} \right] \quad \dots (2.5.25)$$

**Flujo descendente ( $\theta < 0^\circ$ )**

$$\Omega = (1 - \lambda_L) \cdot \ln \left[ \frac{4.7 \cdot N_{vL}^{0.1244}}{\lambda_L^{0.3692} \cdot N_{Fr}^{0.5056}} \right] \quad \dots (2.5.26)$$

• **Flujo distribuido**

$$\alpha(0)_L = \frac{1.065 \cdot \lambda_L^{0.5824}}{N_{Fr}^{0.0609}} \quad \dots (2.5.27)$$

**Flujo ascendente ( $\theta > 0^\circ$ )**

$$\Omega = 0 \quad \dots (2.5.28)$$

**Flujo descendente ( $\theta < 0^\circ$ )**

$$\Omega = (1 - \lambda_L) \cdot \ln \left[ \frac{4.7 \cdot N_{vL}^{0.1244}}{\lambda_L^{0.3692} \cdot N_{Fr}^{0.5056}} \right] \quad \dots (2.5.29)$$

• **Flujo transición**

El valor del colgamiento al ángulo "θ" se determina a partir de la interpolación de los valores de colgamiento del líquido, ya corregidos por inclinación, calculados de acuerdo a los criterios correspondientes al flujo segregado e intermitente, y con base en  $NFr$ .

$$\alpha(\theta)_L \text{ transición} = A * \alpha(\theta)_L \text{ segregado} + (1 - A) * \alpha(\theta)_L \text{ intermitente} \quad \dots (2.5.30)$$

donde:

$$A = \frac{L_3 - NFr}{L_3 - L_2}$$

Es importante señalar que en cualquiera de los casos:

- Si  $\Omega < 0$  entonces  $\Omega = 0$
- Si  $\alpha(0)_L < \lambda_L$  entonces  $\alpha(0)_L = \lambda_L$
- Si  $\alpha(\theta)_L < 0$  entonces  $\alpha(\theta)_L = 0$
- Si  $\alpha(\theta)_L > 1$  entonces  $\alpha(\theta)_L = 1$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**2.5.4 Correlaciones para el factor de fricción**

Como fue mencionado, Beggs y Brill optaron por medir el valor del colgamiento del líquido y el gradiente de presión, por lo que el factor de fricción de la mezcla fue calculado a partir de la ecuación (2.5.13). Para fines de correlación el factor de fricción de las dos fases,  $f_{TP}$ , fue normalizado respecto a aquel que existiría si el flujo fuese homogéneo, es decir, sin considerar el resbalamiento entre las fases,  $f_{SR}$ .

$$\frac{f_{TP}}{f_{SR}} = \Phi \quad \dots (2.5.31)$$

donde  $\Phi$  es un factor de corrección por efectos de resbalamiento, y que fue correlacionado con  $\alpha(0)_L$  y  $\lambda_L$ , mediante la siguiente función:

considerando el cociente  $y = \frac{\lambda_L}{\alpha(\theta)_L^2}$  ..... (2.5.32)

- Si  $1 < y < 1.2$  entonces:

$$\Phi = 2.2 \cdot y - 1.2 \quad \text{..... (2.5.33)}$$

- En cualquier otro caso:

$$\Phi = \text{Exp}(S) \quad \text{..... (2.5.34)}$$

donde:

$$S = \frac{\ln(y)}{-0.0523 + 3.182 \cdot \ln(y) - 0.8725 \cdot [\ln(y)]^2 + 0.01853 \cdot [\ln(y)]^4} \quad \text{..... (2.5.35)}$$

Por otra parte el factor de fricción sin considerar el resbalamiento,  $f_{SR}$ , corresponde al factor de fricción de Darcy - Weisbach. No obstante, el número de Reynolds que deberá utilizarse en su cálculo se define como:

$$NRe = 1488 \cdot \frac{[\rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot (1 - \lambda_L)] \cdot v_M \cdot d}{\mu_L \cdot \lambda_L + \mu_G \cdot (1 - \lambda_L)} \quad \text{..... (2.5.36)}$$

Finalmente, una vez obtenidos  $\Phi$  y  $f_{SR}$ , el factor de fricción de la mezcla se despeja de la ecuación (2.5.31):

### 2.5.5 Correlación de Mukherjee y Brill para el colgamiento

En 1983, Mukherjee y Brill <sup>21</sup> extendieron los estudios realizados por Beggs y Brill, y desarrollaron un conjunto de correlaciones alternas para el cálculo del colgamiento del líquido. Para tal efecto, recopilaron más de 1500 mediciones del colgamiento, tanto para flujos ascendentes como descendentes y con diversos ángulos de inclinación, en instalaciones superficiales diseñadas específicamente para ello; utilizaron keroseno, aceite lube y aire como fluidos de trabajo.

El modelo general de correlación es el siguiente:

$$\alpha(\theta)_L = \text{Exp} \left[ \left( C_1 + C_2 \cdot \text{sen}(\theta) + C_3 \cdot \text{sen}^2(\theta) + C_4 \cdot N\mu_L^2 \right) \cdot \frac{N\nu_G C_5}{N\nu_L C_6} \right] \dots (2.5.37)$$

donde  $N\nu_L$ ,  $N\nu_G$  y  $N\mu_L$ , se calculan con las ecuaciones (2.1.1), (2.1.2) y (2.1.4), respectivamente.

Para flujo ascendente en cualquiera de los regímenes de flujo:

$$\begin{aligned} C_1 &= -0.380113 \\ C_2 &= 0.129875 \\ C_3 &= -0.119788 \\ C_4 &= 2.343227 \\ C_5 &= 0.475686 \\ C_6 &= 0.288657 \end{aligned}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**CAPÍTULO 3**

**MODELOS**

**MECANÍSTICOS**



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### Modelos Mecanísticos

En la búsqueda por generar modelos matemáticos para predecir el perfil de presión en oleogasoductos, basados en los mecanismos fundamentales que regulan el comportamiento del flujo multifásico, y por tanto, de aplicación general, los modelos mecanísticos hacen su aparición en la industria petrolera en la década de los 80, retomando los avances logrados en la industria nuclear en ese tenor, y gracias al surgimiento de tecnologías cada vez más sofisticadas para la observación y análisis del fenómeno.

Una premisa fundamental de los modelos mecanísticos es la existencia de patrones de flujo cuya hidrodinámica está gobernada por mecanismos diferentes; se caracterizan, entre otros aspectos, por formular la transición entre regímenes de flujo a partir de la física de cada uno de ellos; son modelos de flujo separado; las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía se aplican a cada una de las fases, incluyendo las interacciones entre ambas y con las paredes de la tubería; las seis ecuaciones generadas son resueltas simultáneamente haciendo consideraciones y simplificaciones específicas de acuerdo al patrón de flujo correspondiente.

No debe perderse de vista al estudiar los modelos mecanísticos que aún cuando tratan de describir la física del flujo, todavía involucran correlaciones empíricas en la determinación de ciertos parámetros, conjugando así tanto aspectos teóricos como experimentales.

En este capítulo se abordan 5 modelos mecanísticos de flujo multifásico vertical ascendente, dos de los cuales son de reciente publicación <sup>15, 26</sup>:

1. Hasan y Kabir <sup>19</sup>
2. Ansari, Sylvester, Sarica, Shoham y Brill <sup>8</sup>
3. Chokshi, Schmidt y Doty <sup>13</sup>
4. Tengesdal, Sarica, Schmidt y Doty <sup>26</sup>
5. Gómez, Shoham, Schmidt, Chokshi, Brown y Northug <sup>15</sup>

### **3.1 Modelo de Hasan y Kabir**

La propuesta mecánica de Rashid Hasan y Shah Kabir <sup>19</sup>, 1988, incluye modelos para predecir la transición entre patrones de flujo, la fracción de vacío y la caída de presión durante el flujo multifásico vertical ascendente en pozos petroleros. Comprueban la validez de los modelos con información experimental desarrollada por ellos mismos y de otras fuentes.

#### **3.1.1 Patrones de flujo**

Hasan y Kabir distinguen 5 regímenes de flujo:

- Flujo burbuja
- Flujo burbuja dispersa
- Flujo bache
- Flujo agitado
- Flujo anular

Si bien hacen la distinción entre el flujo burbuja y el flujo burbuja dispersa, los consideran como uno mismo para fines de cálculo del colgamiento del líquido y del gradiente de presión.

Para modelar las transiciones entre patrones de flujo a partir de la hidrodinámica de cada uno de ellos, retoman el trabajo de Hewitt y Roberts para la transición bache – agitado, y los de Taitel, Dukler y Barnea, para las transiciones restantes.

Cabe señalar que la predicción de la existencia de determinado régimen de flujo ya no es tan “directa” como en el caso de las correlaciones empíricas, pues los criterios que definen la transición entre los mismos no están en función de las mismas variables en todos los casos; por ejemplo, la transición flujo burbuja dispersa a flujo agitado se basa en la fracción de vacío, mientras que la transición del primero a flujo burbuja o bache, en función de la velocidad de la mezcla. Por lo anterior, la identificación del régimen de flujo se lleva a cabo mediante un proceso de eliminación de posibilidades, evaluando los criterios que definen cada transición y descartando aquéllos que no los cumplan.

• **Transición burbuja – bache**

El criterio para definir esta transición se basa en el valor máximo de fracción de vacío,  $\alpha_G$ , a velocidades superficiales de líquido bajas o moderadas, para el cual la coalescencia de las “pequeñas” burbujas dispersas en el líquido no se presenta; una vez sobrepasado dicho valor, éstas coalescen y dan paso a la formación de las burbujas de Taylor, características del flujo bache. Hasan y Kabir encontraron experimentalmente que la transición burbuja – bache ocurre cuando  $\alpha_G = 0.25$ .

Para modelar esta transición en términos de variables medibles, parten de la definición de la fracción de vacío:

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{v_{bf}} \quad \dots\dots (3.1.1)$$

donde  $v_{bf}$  es la velocidad de ascenso de las burbujas en la corriente de flujo, y que se define como:

$$v_{bf} = Co \cdot v_M + v_{bs} \quad \dots\dots (3.1.2)$$

$Co$ , es el coeficiente de distribución de velocidades y  $v_{bs}$ , es la velocidad de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo (velocidad terminal de ascenso).

Sustituyendo la ecuación (3.1.2) en (3.1.1) y recordando que  $v_M = v_{SG} + v_{SL}$ , luego de un arreglo algebraico se tiene que

$$v_{SG} = \left( \frac{\alpha_G \cdot Co}{1 - \alpha_G \cdot Co} \right) \cdot v_{SL} + \left( 1 - \frac{\alpha_G}{\alpha_G \cdot Co} \right) \cdot v_{bs} \quad \dots\dots (3.1.3)$$

Como Aziz, Govier y Fogarasi <sup>9</sup>, asignan al coeficiente de distribución de velocidades,  $Co$ , un valor de 1.2. No obstante, para el cálculo de  $v_{bs}$ , utilizan la expresión desarrollada por Harmathy:

$$v_{bs} = 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (3.1.4)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Por lo tanto, sustituyendo  $\alpha_G = 0.25$  y  $Co = 1.2$  en (3.1.3) se obtiene el modelo que define la transición burbuja – bache:

$$v_{SG} = 0.429 \cdot v_{SL} + 0.357 \cdot v_{bS} \quad \dots (3.1.5)$$

• **Transición a burbuja dispersa**

Los criterios que permiten establecer la existencia del flujo burbuja dispersa fueron retomados del trabajo de Taitel, Dukler y Barnea. De acuerdo a éstos, a altas velocidades del líquido la turbulencia generada inhibe la coalescencia de las burbujas, por lo que es posible mantener el flujo burbuja (sólo que ahora denominado burbuja dispersa), aún a fracciones de vacío superiores a 0.25. No obstante, independientemente del grado de turbulencia, el flujo burbuja dispersa no puede existir a fracciones de vacío mayores a 0.52, presentándose entonces la transición hacia flujo bache, agitado o incluso anular. Estos dos hechos constituyen la base para la predicción del flujo burbuja dispersa.

La ecuación que define la transición a burbuja dispersa es:

$$v_M^{1.12} = 4.68 \cdot d^{0.48} \cdot \left( \frac{g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\sigma_L} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\sigma_L}{\rho_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\mu_L} \right)^{0.08} \quad \dots (3.1.6)$$

• **Transición bache – agitado**

Para definir la transición bache – agitado, Hasan y Kabir proponen utilizar los criterios de Hewitt y Roberts:

$$\text{si } \rho_L \cdot v_{SL}^2 \leq 50$$

$$\rho_G \cdot v_{SG}^2 = 0.00673 \cdot (\rho_L \cdot v_{SL}^2)^{1.7} \quad \dots (3.1.7)$$

$$\text{si } 50 < \rho_L \cdot v_{SL}^2$$

$$\rho_G \cdot v_{SG}^2 = 17.1 \cdot \log(\rho_L \cdot v_{SL}^2) - 23.2 \quad \dots (3.1.8)$$

Respecto a esta transición, los autores señalan que, dada la compleja naturaleza de la misma, no fue analizada a profundidad, por lo que las ecuaciones que le definen (3.1.7 y 3.1.8) deben tomarse con las reservas del caso.

• **Transición a flujo anular**

La transición a flujo anular se define de acuerdo a la siguiente expresión:

$$v_{SG}^* = 3.1 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25} \quad \dots\dots (3.1.9)$$

que corresponde a la velocidad superficial mínima del gas para mantener en suspensión a las pequeñas gotas de líquido que viajan en su seno, inhibiendo así su depositación y la consecuente transición a otros regímenes de flujo.

En resumen, los criterios que definen la existencia de determinado régimen de flujo es el siguiente:

• **Flujo burbuja ( y burbuja dispersa )**

Si  $v_{SG} < 0.429 \cdot v_{SL} + 0.357 \cdot v_{bf}$  (flujo burbuja) .....(3.1.10)

o bien cuando (flujo burbuja dispersa)

$$v_M^{1.12} > 4.68 \cdot d^{0.48} \cdot \left( \frac{g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\sigma_L} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\sigma_L}{\rho_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\mu_L} \right)^{0.08} \quad \dots\dots (3.1.11)$$

y

$$\alpha_G < 0.52. \quad \dots\dots (3.1.12)$$

donde:

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{v_{bf}}$$

$$v_{bf} = 1.2 \cdot v_M + v_{bs}$$

$$v_{bs} = 1.53 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

• **Flujo bache**

$$\text{Si } v_{SG} > 0.429 \cdot v_{SL} + 0.357 \cdot v_{hf} \quad \dots (3.1.16)$$

para  $\rho_L \cdot v_{SL}^2 > 50$ :

$$\rho_G \cdot v_{SG}^2 < (17.1 \cdot \log(\rho_L \cdot v_{SL}^2) - 23.2) \quad \dots (3.1.17)$$

para  $\rho_L \cdot v_{SL}^2 < 50$ :

$$\rho_G \cdot v_{SG}^2 < 0.0067 \cdot (\rho_L \cdot v_{SL}^2)^{1.7} \quad \dots (3.1.18)$$

• **Flujo agitado**

$$\text{Si } v_{SG} < 3.1 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25} \quad \dots (3.1.19)$$

para  $\rho_L \cdot v_{SL}^2 > 50$ :

$$\rho_G \cdot v_{SG} > (17.1 \cdot \log(\rho_L \cdot v_{SL}^2) - 23.2) \quad \dots (3.1.20)$$

para  $\rho_L \cdot v_{SL}^2 < 50$ :

$$\rho_G \cdot v_{SG}^2 > 0.0067 \cdot (\rho_L \cdot v_{SL}^2)^{1.7} \quad \dots (3.1.21)$$

• **Flujo anular**

$$v_{SG} > 3.1 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25} \quad \dots (3.1.22)$$

### 3.1.2 Determinación del gradiente de presión

#### 3.1.2.1 Flujo burbuja y flujo burbuja dispersa

Como fue mencionado en párrafos anteriores, aún cuando Hasan y Kabir hacen la distinción entre el flujo burbuja y el flujo burbuja dispersa, para fines del cálculo del gradiente de presión los consideran como uno solo.

- **Gradiente hidrostático**

La fracción de vacío está dada por la ecuación (3.1.1):

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{v_{bf}} = \frac{v_{SG}}{Co \cdot v_M + v_{bs}}$$

Para flujo turbulento, asumiendo que las burbujas de gas fluyen principalmente en la porción central de la tubería,  $Co$  toma el valor de 1.2. Por otra parte, para un perfil de velocidades de tipo laminar, Hasan y Kabir encontraron experimentalmente que, para un sistema agua – aire, el valor de  $Co$  es aproximadamente igual a 1.92; sin embargo, sugieren que para fines prácticos puede tomarse también como 1.2, siendo congruentes con lo reportado en la literatura, y considerando que en los resultados experimentales obtenidos no fue posible cuantificar el efecto de ciertas variables, tales como el método de inyección de gas, el punto de inyección y las propiedades de los fluidos empleados en el desarrollo experimental, siendo éstas las posibles causas en la discrepancia entre ambos valores.

Para el caso de flujo a través del espacio anular comprendido entre la tubería de revestimiento (o las paredes del pozo) y la tubería de producción, Hasan y Kabir proponen que :

$$Co = 1.2 + 0.371 \cdot \left( \frac{d_{\text{externo TP}}}{d_{\text{interno TR}}} \right) \quad \dots (3.1.23)$$

En la ecuación (3.1.1),  $v_{bs}$  está dado por la ecuación (3.1.4).

Una vez calculada la fracción de vacío, la densidad de la mezcla se obtiene de la ecuación (1.28), ( $\alpha_L = 1 - \alpha_G$ ).

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, por lo tanto es:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.1.24)$$

- **Gradiente por fricción**

El número de Reynolds asociado al cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , se define como:

$$NRe = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (3.1.25)$$

El gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, es :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Fricción}} = f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.1.26)$$

- **Gradiente de presión total**

Despreciando el gradiente por aceleración, en lb / pg<sup>2</sup> / pie :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = [\rho_L \cdot (1 - \alpha_G) + \rho_G \cdot \alpha_G] \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.1.27)$$

### 3.1.2.2 Flujo bache y flujo agitado

- Gradiente hidrostático

Como en el caso del flujo burbuja, la fracción de vacío se calcula a partir de (3.1.1):

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{C_o \cdot v_M + v_{bs}}$$

Al igual que Aziz, Govier y Fogarasi<sup>9</sup>, Hasan y Kabir retoman la correlación de Neal para la velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor, modificada por Wallis (ecuaciones 2.4.16 a 2.4.19). Sin embargo, luego de un minucioso análisis, encontraron que, para fines prácticos,  $v_{bs}$ , es aproximadamente igual a:

$$v_{bs} = 0.345 \cdot \left[ \frac{g \cdot d \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right]^{0.5} \quad \dots (3.1.28)$$

Con lo que respecta al coeficiente de distribución de velocidades, se tiene que:

$$C_o = 1.2, \text{ para flujo bache ;}$$

y

$$C_o = 1.16, \text{ para flujo agitado.}$$

Por otra parte, para el flujo a través del espacio anular entre la tubería de revestimiento y la tubería de producción, en ambos regímenes de flujo:

$$v_{bs} = 0.30 + 0.22 \cdot \left( \frac{d_{ext TP}}{d_{int TR}} \right) \cdot \left( \frac{g \cdot (d_{ext TP} - d_{int TR}) \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad \dots (3.1.29)$$

$$C_o = 1.182 + 0.90 \cdot \frac{d_{ext TP}}{d_{int TR}} \quad \dots (3.1.30)$$

La densidad de la mezcla está dada por (1.28), y el gradiente de presión, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, por (3.1.24).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Gradiente por fricción**

Tanto para el flujo bache como para el agitado, el gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, considerando únicamente la fricción generada por el cuerpo del bache en contacto con las paredes de la tubería, se calcula como:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Fricción}} = f_M \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \alpha_G) \quad \dots (3.1.31)$$

El número de Reynolds requerido en el cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , se calcula de acuerdo a la ecuación (3.1.25)

- **Gradiente de presión total**

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, es:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = [\rho_L \cdot (1 - \alpha_G) + \rho_G \cdot \alpha_G] \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \alpha_G) \quad \dots (3.1.32)$$

### 3.2.2.3 Flujo anular

En el flujo anular, una película de líquido fluye en contacto con las paredes de la tubería, así como un núcleo, conformado por la fase gaseosa y cierta fracción de líquido en forma de gotas viajando en su seno, por la porción central de la misma. Ahora bien, el gradiente de presión para la película y para el núcleo, de acuerdo a lo estudiado en el capítulo 1, pueden ser considerados idénticos, por lo que, considerando únicamente al núcleo:

$$\frac{dP}{dL} = \rho_C \cdot \frac{g}{g_c} + f_C \cdot \frac{\rho_C \cdot v_C^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.1.33)$$

Para calcular la densidad del núcleo,  $\rho_C$ , (gas y gotas de líquido) es necesario estimar la fracción total del líquido que viaja en el seno de la fase gaseosa (entrampamiento),  $FE$ . Hasan y Kabir proponen la utilización de la correlación de Steen y Wallis:

para  $v_{critica} \leq 4$  :

$$FE = 0.0055 \cdot (v_{critica})^{2.86} \quad \dots (3.1.34)$$

y para  $v_{critica} > 4$

$$FE = 0.857 \cdot \log(v_{critica}) - 0.20 \quad \dots (3.1.35)$$

$$\text{donde } v_{critica} = 10,000 \cdot \left( \frac{v_{SG}}{\sigma_L} \right) \cdot \left( \frac{\mu_G}{1488} \right) \cdot \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad \dots (3.1.36)$$

y  $FE$  está restringida a los límites:  $0 \leq FE \leq 1$

Una vez obtenido el valor del entrapamiento,  $FE$ , la densidad del núcleo, así como su velocidad superficial, pueden ser calculados; para esta última, se tiene que,

$$v_{SC} = v_{SG} + FE \cdot v_{SL} \quad \dots (3.1.35)$$

La densidad del núcleo se calcula a partir de la fracción volumétrica del líquido entrapado, respecto al volumen del núcleo,  $\lambda_{LC}$ , de la siguiente manera:

$$\lambda_{LC} = \frac{FE \cdot v_{SL}}{FE \cdot v_{SL} + v_{SG}} \quad \dots (3.1.36)$$

$$\rho_C = \rho_L \cdot \lambda_{LC} + \rho_G \cdot (1 - \lambda_{LC}) \quad \dots (3.1.37)$$

Por otra parte, para el cálculo del factor de fricción entre el núcleo y la película de líquido,  $f_C$ , Hasan y Kabir recomiendan la correlación de Wallis:

$$f_C = 0.079 \cdot \left( \frac{1 + 75 \cdot (1 - \alpha_G^*)}{NRe^{0.25}} \right) \quad \dots (3.1.38)$$

donde

$$NRe = 1488 \cdot \frac{\rho_C \cdot v_{SC} \cdot d}{\mu_G} \quad \dots (3.1.39)$$

y  $\alpha_G^*$ , es el colgamiento del núcleo (gas y líquido entrapado), respecto al volumen de la sección de tubería considerada.

$\alpha_G^*$ ; se calcula mediante la correlación:

$$\alpha_G^* = (1 + X_M^{0.8})^{0.378} \quad \dots (3.1.40)$$

El parámetro de Lockhart y Martinelli,  $X_M$ , puede ser expresado, considerando flujo turbulento en ambas fases, como:

$$X_M = \left[ \frac{1-y}{y} \right]^{0.9} \cdot \left( \frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.1} \cdot \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad \dots (3.1.41)$$

$$y = \frac{W_G + FE \cdot W_L}{W_G + W_L} \quad \dots (3.1.42)$$

donde " y ", es la fracción másica de la fase gaseosa y líquido entrampado; mientras que  $W_L$  y  $W_G$  son los gastos másicos de líquido y gas, respectivamente, y se calculan mediante las ecuaciones (1.1.1) y (1.1.2).

Finalmente, una vez calculados  $\rho_C$  y  $f_C$ , y sabiendo que

$$v_C = \frac{v_{SC}^*}{\alpha_G^*} \quad \dots (3.1.43)$$

se tiene que el gradiente total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, es

$$144 \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = \rho_C \cdot \frac{g}{g_c} + f_C \cdot \frac{\rho_C}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot \left( \frac{v_{SC}^*}{\alpha_G^*} \right)^2 \quad \dots (3.1.44)$$

### 3.2 Modelo de Ansari

El modelo mecanístico de Ansari, Sylvester, Sarica, Shoham y Brill <sup>8</sup>, fue publicado en 1994, y constituye un parte aguas en el análisis y modelado del comportamiento del flujo multifásico vertical ascendente; la propuesta está conformada por un conjunto de modelos mecanísticos para la predicción del régimen de flujo, y para el cálculo del colgamiento del líquido y caída de presión en los regímenes burbuja, bache y anular. La validez del modelo fue evaluada utilizando una base de datos con información de 1712 pozos, cubriendo una gran variedad de condiciones de campo.

#### 3.2.1 Patrones de flujo

Se distinguen 4 regímenes de flujo:

- Flujo burbuja.
  - Flujo burbuja dispersa.
  - Flujo bache.
  - Flujo anular – niebla.
- Transición burbuja – bache

El primer criterio para la existencia del flujo burbuja está dado por el diámetro mínimo (de tubería) al cual éste puede existir:

$$d_{min} = 19.01 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot \sigma_L}{\rho_L^2 \cdot g} \right)^{0.5} \quad \dots (3.2.1)$$

Esto es, si el diámetro interno de la tubería de producción es menor que "d<sub>min</sub>", entonces el flujo burbuja no puede existir, pues la aglomeración de burbujas en un espacio tan "reducido" favorece la coalescencia de éstas dando lugar a la formación de baches.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

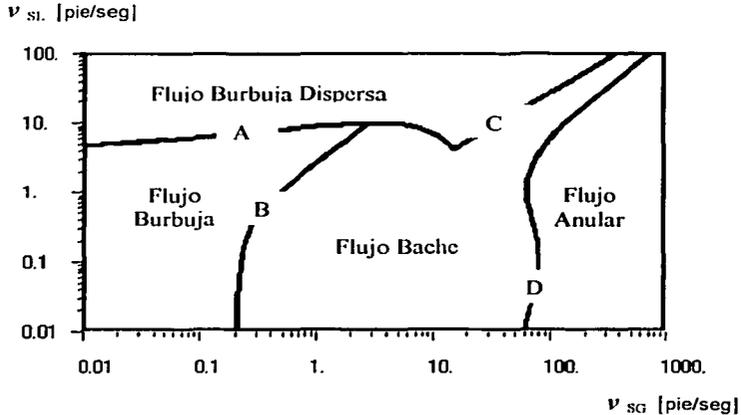


Fig. 3.2.1 Mapa de Regímenes de Flujo.

Ahora bien, una vez que se ha garantizado la posible existencia del flujo burbuja, la transición burbuja – bache (línea B, Fig. 3.2.1) se presenta, como en el caso del modelo de Hasan y Kabir<sup>19</sup>, cuando la fracción de vacío alcanza un valor de 0.25. A diferencia de estos últimos, Ansari parte de la definición de velocidad de resbalamiento (ecuación 1.43) para obtener la ecuación correspondiente:

$$v_S = \frac{v_{SG}}{\alpha_G} - \frac{v_{SL}}{1 - \alpha_G}$$

donde, al sustituir  $\alpha_G = 0.25$ , y luego de un arreglo algebraico se obtiene:

$$v_{SG} = 0.333 \cdot v_{SL} + 0.25 \cdot v_S \quad \dots (3.2.2)$$

$v_S$ , corresponde a la velocidad terminal de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo ( $v_{bs}$ ), determinada por Harmathy (ecuación 3.1.14):

$$v_S = 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

• **Transición a burbuja dispersa**

La transición a burbuja dispersa (línea A, Fig. 3.2.1), se define por la expresión:

$$2 \cdot \left( \frac{0.4 \cdot \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{f}{2 \cdot d} \right)^{0.4} \cdot (v_{SL} + v_{SG})^{1.2} = 0.725 + 4.15 \cdot \left( \frac{v_{SG}}{v_{SG} + v_{SL}} \right)^{0.5} \quad \dots (3.2.3)$$

donde  $f$ , es el factor de fricción de Darcy calculado de acuerdo a las ecuaciones correspondientes al flujo burbuja dispersa.

El segundo criterio para la transición a burbuja dispersa se presenta cuando  $\alpha_G = 0.76$ . Debido a que la velocidad del líquido es elevada en este régimen de flujo, el resbalamiento entre las fases es despreciable, ( $\alpha_G = \lambda_G$ ), por lo que

$$v_S = \frac{v_{SG}}{\lambda_G} - \frac{v_{SL}}{1 - \lambda_G} = 0$$

de donde

$$v_{SG} = \left( \frac{\lambda_G}{1 - \lambda_G} \right) \cdot v_{SL} \quad \dots (3.2.4)$$

Sustituyendo  $\lambda_G = 0.76$ , se obtiene el segundo criterio de transición (línea C, Fig. 3.2.1):

$$v_{SG} = 3.17 \cdot v_{SL} \quad \dots (3.2.5)$$

• **Transición a flujo anular**

La transición a flujo anular (línea D, Fig. 3.2.1) es una de las más complejas, involucrando la estabilidad de la película de líquido; el colgamiento máximo de líquido para evitar el bloqueo del núcleo y la consecuente ocurrencia del flujo bache o agitado; y la velocidad mínima para mantener en suspensión a las gotas de líquido que viajan en el seno del gas (entrampamiento); para que el flujo anular exista se deben cumplir los siguientes tres criterios.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

El primero, como en el modelo de Hasan y Kabir<sup>19</sup>, es

$$v_{SG}^* = 3.1 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25} \quad \dots (3.2.6)$$

que corresponde a la velocidad superficial mínima de la fase gaseosa para mantener en suspensión las gotas de líquido en el núcleo. Si la velocidad superficial del gas a las condiciones actuales es menor que el lado derecho de la ecuación (3.2.6), entonces el flujo anular no es posible; en caso contrario, se procede a la verificación de los criterios siguientes.

El segundo criterio fue formulado por Barnea con base en la inestabilidad de la película de líquido, característica del flujo anular. Para que dicha estabilidad exista y no se presente el desplome de la película dando origen al flujo agitado o bache, se debe cumplir que:

$$Y_M = \left( \frac{2 - 1.5 \cdot H_{LF}}{H_{LF}^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF})} \right) \cdot X_M^2 \quad \dots (3.2.7)$$

donde  $H_{LF}$ , es la fracción del área transversal de tubería ocupada por la película de líquido (colgamiento de la película de líquido).

$X_M$  y  $Y_M$  son los parámetros (adimensionales) de Lockhart y Martinelli, definidos como:

$$Y_M = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot (g / g_c)}{\left( \frac{dP}{dL} \right)_{SC}} \quad \dots (3.2.8)$$

$$X_M = \left( (1 - FE)^2 \cdot \left( \frac{f_F}{f_{SL}} \right) \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{SL} \right)^{0.5} \quad \dots (3.2.9)$$

Ahora bien, como será visto más adelante, de consideraciones geométricas  $H_{LF}$ , en la ecuación (3.2.7), puede ser expresado en términos del espesor adimensional estable de la película como:

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta_{est} \cdot (1 - \delta_{est}) \quad \dots (3.2.10)$$

como  $H_{LF}$  (ó  $\delta_{est}$ ) no se conoce, se requiere un proceso iterativo para determinarlo a partir de la ecuación (3.2.7). Para cumplir con el segundo criterio, el espesor de película actual debe ser menor que  $\delta_{est}$ .

El tercer criterio, para determinar el máximo colgamiento de líquido sin que el flujo bache ocurra, está dado por

$$\left( H_{LF} + \lambda_{LC} \cdot \frac{A_C}{A_T} \right) = 0.12 \quad \dots (3.2.11)$$

donde  $\lambda_{LC}$  es la fracción volumétrica del líquido que viaja en forma de pequeñas gotas en la fase gaseosa, respecto al volumen ocupado por el núcleo (gas y líquido atrapado);  $A_C$ , es el área de la sección transversal de tubería ocupada por este último. Si el colgamiento "global", definido por el lado izquierdo de la ecuación (3.2.11) es mayor que 0.12, entonces el flujo es bache; en caso contrario, el flujo es anular (siempre y cuando se haya cumplido el segundo criterio).

De lo anterior, se puede observar que las ecuaciones que definen los criterios para las diferentes transiciones entre regímenes de flujo son bastante complejas y requieren la aplicación de técnicas numéricas para su resolución, en especial en la transición a flujo anular. Precisamente, en este aspecto numérico es donde los modelos mecanísticos fallan, pues son frecuentes los problemas de convergencia hacia las soluciones. El significado físico de cada una de las variables que definen a las diferentes transiciones entre patrones de flujo se aborda a detalle en las secciones siguientes; por otra parte en el apéndice IV se describe un algoritmo para la identificación del régimen de flujo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.2.2 Determinación del gradiente de presión

#### 3.2.2.1 Flujo burbuja

- Gradiente hidrostático

La velocidad de resbalamiento entre las fases,  $v_S$ , considerando un régimen de flujo turbulento, se expresa como

$$v_S = \frac{v_{SG}}{(1 - \alpha_L)} - 1.2 \cdot v_M \quad \dots (3.2.12)$$

Ahora bien,  $v_S$  se calcula mediante la modificación de Zuber y Hench a la ecuación de Harmathy (3.1.14) para la velocidad terminal de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo:

$$v_S = 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \cdot \alpha_L^{0.5} \quad \dots (3.2.13)$$

por lo tanto, sustituyendo (3.2.13) en (3.2.12) :

$$1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \cdot \alpha_L^{0.5} = \frac{v_{SG}}{(1 - \alpha_L)} - 1.2 \cdot v_M \quad \dots (3.2.14)$$

Esta ecuación puede transformarse, luego de un arreglo algebraico, en una ecuación cúbica en  $\alpha_L^{0.5}$ , que puede ser resuelta algebraicamente mediante el método de Cardano (apéndice VIII); de las tres raíces resultantes, tomar la mayor positiva (menor que 1).

Una vez obtenido el colgamiento del líquido, la densidad de la mezcla se calcula a partir de (1.28), y el gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, con (3.1.24)

$$\rho_M = \rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)$$

$$\left( \frac{dp}{dL} \right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c}$$

• **Gradiente por fricción**

El factor de fricción requerido,  $f_M$ , se calcula con las ecuaciones de Colebrook – White; el número de Reynolds que deberá utilizarse para tal efecto se define como:

$$NRe = 1488 \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M \cdot d}{\mu_M} \quad \dots (3.2.15)$$

donde :

$$\mu_M = \mu_L \cdot \alpha_L + \mu_G \cdot (1 - \alpha_L) \quad \dots (3.2.16)$$

El gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se determina con la ecuación (3.1.26):

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fricción} = f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

• **Gradiente de presión total**

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, se obtiene de la ecuación (3.1.27):

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = [\rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)] \cdot \frac{g}{g_c} + f \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

**3.2.2.2 Flujo burbuja dispersa**

Debido a la uniformidad en la distribución de las burbujas en el seno de la fase líquida, y a que el resbalamiento entre las fases es despreciable, el flujo burbuja dispersa puede ser tratado como flujo homogéneo (ecuaciones 1.13 - 1.17).

• **Gradiente hidrostático**

$$\lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_M}$$

y

$$\rho_{MSR} = \rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot (1 - \lambda_L)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.17)$$

- **Gradiente por fricción**

Para el cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , el número de Reynolds correspondiente es:

$$NRe = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M \cdot d}{\mu_{MSR}} \quad \dots (3.2.18)$$

donde la viscosidad de la mezcla se calcula como:

$$\mu_{MSR} = \mu_L \cdot \lambda_L + \mu_G \cdot (1 - \lambda_L) \quad \dots (3.2.19)$$

y el gradiente de presión por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, como :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{fricción}} = f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.2.20)$$

- **Gradiente de presión total**

Despreciando el gradiente por aceleración, el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, es:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.2.21)$$

### 3.2.2.3 Flujo bache

Ansari y coautores formulan el modelo para el flujo bache a partir de los estudios de Fernández, Sylvester, y McQuillan y Whalley. Para caracterizar al flujo bache, consideran dos casos: flujo bache en desarrollo y flujo bache desarrollado, (Fig. 3.2.2).

Para el estudio de estos tipos de flujo se consideran celdas o unidades bache, conformadas por el cuerpo del bache y la burbuja de Taylor asociada. Debido a los diferentes mecanismos que gobiernan el flujo de cada uno de ellos, se estudian de manera separada.

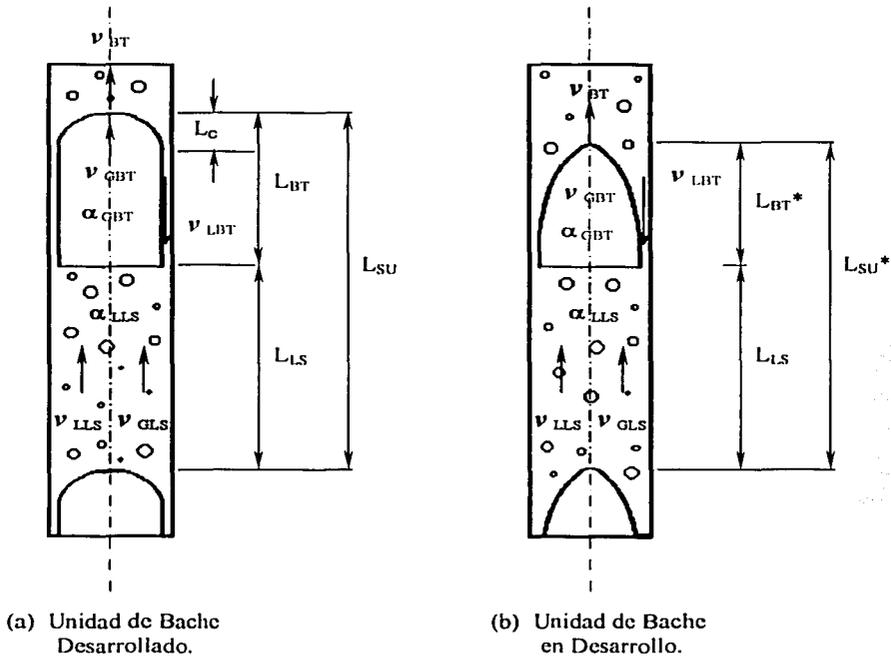


Fig. 3.2.2 Esquemas del Flujo Bache.

ESTUDIO CON  
FALLA DE ORIGEN

• **Modelo para el flujo bache desarrollado**

Para una unidad de bache totalmente desarrollado, del balance másico global para la fase gaseosa y líquida, se tiene:

$$v_{SG} = \beta \cdot v_{GBT} \cdot (1 - \alpha_{LBT}) + (1 - \beta) \cdot v_{GLS} \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \quad \dots (3.2.22)$$

$$v_{SL} = (1 - \beta) \cdot v_{LLS} \cdot \alpha_{LLS} - \beta \cdot v_{LBT} \cdot \alpha_{LBT} \quad \dots (3.2.23)$$

donde :

$$\beta = \frac{L_{BT}}{L_{SU}} \quad \dots (3.2.24)$$

Del balance de masa para el líquido y gas del bache a la burbuja de Taylor:

$$(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS} = (v_{BT} - (-v_{LBT})) \cdot \alpha_{LBT} \quad \dots (3.2.25)$$

$$(v_{BT} - v_{GLS}) \cdot (1 - \alpha_{LLS}) = (v_{BT} - v_{GBT}) \cdot (1 - \alpha_{LBT}) \quad \dots (3.2.26)$$

La velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor se calcula a partir de :

$$v_{BT} = 1.2 \cdot v_M + 0.35 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot d}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad \dots (3.2.27)$$

en tanto que la velocidad de las burbujas de gas en el seno del bache como:

$$v_{GLS} = v_{LLS} + 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \cdot \alpha_{LLS}^{0.5} \quad \dots (3.2.28)$$

La velocidad de la película descendente puede correlacionarse con el espesor de película mediante la correlación de Brotz :

$$v_{LBT} = \sqrt{196.7 \cdot g \cdot \delta_L} \quad \dots (3.2.29)$$

donde  $\delta_L$  es el espesor (constante) de la película de líquido para el flujo bache desarrollado; este parámetro se expresa en términos de la fracción de vacío en la región de la burbuja de Taylor, de tal manera que:

$$v_{LBT} = 9.916 \cdot \left( g \cdot d \cdot (1 - \sqrt{\alpha_{GBT}}) \right)^{0.5} \quad \dots (3.2.30)$$

La fracción de vacío en la región del bache de líquido puede obtenerse a partir de la siguiente correlación:

$$\alpha_{GLS} = \frac{0.3048 \cdot v_{SG}}{0.425 + 0.8077 \cdot v_M} \quad \dots (3.2.31)$$

Las ecuaciones (3.2.22 ó 3.2.23), (3.2.24) a (3.2.28), (3.2.30) y (3.2.31) pueden ser resueltas iterativamente para obtener las siguientes 8 incógnitas que definen el modelo para el flujo bache desarrollado:

$$\beta, \alpha_{LBT}, \alpha_{GLS}, v_{GBT}, v_{LBT}, v_{GLS}, v_{LLS} \text{ Y } v_{BT}$$

Vo y Shoham mostraron que las 8 ecuaciones resultantes se pueden combinar algebraicamente dando lugar a la siguiente expresión:

$$(9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d}) \cdot (1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}})^{0.5} \cdot \alpha_{LBT} - v_{BT} \cdot (1 - \alpha_{LBT}) + \Omega = 0$$

donde ..... (3.2.32)

$$\Omega = \alpha_{GLS} \cdot v_{BT} +$$

$$(1 - \alpha_{GLS}) \cdot \left[ v_M - \alpha_{GLS} \cdot \left( 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \cdot (1 - \alpha_{GLS})^{0.5} \right) \right]$$

..... (3.2.33)

Con  $v_{TB}$  y  $\alpha_{GLS}$ , dados respectivamente por las ecuaciones (3.2.27) y (3.2.31),  $\Omega$  puede ser obtenida de la ecuación (3.2.33); entonces la ecuación (3.2.32) se utiliza iterativamente para calcular el valor de  $\alpha_{LBT}$ . Definiendo el lado izquierdo de la ecuación (3.2.32) como  $\Phi(\alpha_{LBT})$ , entonces :

$$\Phi(\alpha_{LBT}) = (9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d}) \cdot (1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}})^{0.5} \cdot \alpha_{LBT} - v_{BT} \cdot (1 - \alpha_{LBT}) + \Omega$$

..... (3.2.34)

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Derivando la expresión anterior respecto a  $\alpha_{LBT}$

$$\Phi'(\alpha_{LBT}) = v_{BT} + (9.916\sqrt{g \cdot d}) \cdot \left( (1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}})^{0.5} + \frac{0.25 \cdot \alpha_{LBT}}{\sqrt{(1 - \alpha_{LBT}) \cdot (1 - \sqrt{1 - \alpha_{LBT}})}} \right)$$

..... (3.2.35)

$\alpha_{LBT}$ , la raíz de la ecuación (3.2.32), se determina entonces mediante el método de Newton Raphson :

$$\alpha_{LBT\ j+1} = \alpha_{LBT\ j} - \frac{\Phi(\alpha_{LBT\ j})}{\Phi'(\alpha_{LBT\ j})}$$

..... (3.2.36)

El procedimiento paso a paso para obtener todas las variables involucradas es el siguiente :

1. Calcular  $v_{BT}$  y  $\alpha_{GLS}$  de las ecuaciones (3.2.27) y (3.2.31).
2. Mediante las ecuaciones (3.2.33) a (3.2.36) encontrar  $\alpha_{LBT}$ .  
Como primera suposición tomar  $\alpha_{LBT} = 0.15$
3. Resolver la ecuación (3.2.30) para  $v_{LBT}$ ; ( $\alpha_{GLS} = 1 - \alpha_{LBT}$ ).
4. Resolver la ecuación (3.2.25) para  $v_{LLS}$ ; ( $\alpha_{LLS} = 1 - \alpha_{GLS}$ ).
5. Resolver la ecuación (3.2.28) para  $v_{GLS}$ .
6. Resolver la ecuación (3.2.26) para  $v_{GBT}$ .
7. Resolver la ecuación (3.2.22) ó (3.2.23) para  $\beta$ .
8. Asumiendo que  $L_{LS} = 30\ d$ , calcular  $L_{SU}$  y  $L_{BT}$ ,  
a partir de la definición de  $\beta$  (3.2.24).

• **Modelo de flujo bache en desarrollo**

El criterio para determinar la existencia del flujo bache en desarrollo está basado en la comparación de la longitud actual del frente de la burbuja de Taylor, con la longitud total de la misma, calculada bajo los criterios del flujo bache desarrollado.

La longitud del frente se calcula como

$$L_C = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left( v_{BT} + \frac{v_{NGBT}}{\alpha_{NLBT}} \cdot (1 - \alpha_{NLBT}) - \frac{v_M}{\alpha_{NLBT}} \right)^2 \quad \dots (3.2.37)$$

donde  $v_{NGBT}$  y  $\alpha_{NLBT}$ , son la velocidad del gas y el colgamiento del líquido en la región de la burbuja de Taylor, respectivamente, calculados para el espesor de película de Nusselt dado por:

$$\delta_N = \left( \frac{0.75 \cdot d}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \cdot \left( \frac{\mu_L}{1488} \right) \cdot v_{NGBT} \cdot (1 - \alpha_{NLBT}) \right)^{1/3} \quad \dots (3.2.38)$$

De la geometría del flujo de la película,  $\alpha_{NLBT}$  puede expresarse en términos de  $\delta_N$  como :

$$\alpha_{NLBT} = 1 - \left( 1 - \frac{2 \cdot \delta_N}{d} \right)^2 \quad \dots (3.2.39)$$

Para determinar  $v_{NGBT}$ , el ritmo de flujo neto de  $\delta_N$  puede utilizarse de tal manera que :

$$v_{NGBT} = v_{BT} - (v_{BT} - v_{GLS}) \cdot \frac{(1 - \alpha_{LLS})}{(1 - \alpha_{NLBT})} \quad \dots (3.2.40)$$

en donde  $\alpha_{LLS}$ ,  $v_{BT}$  y  $v_{GLS}$ , se obtienen suponiendo la existencia del flujo bache desarrollado, como se estudió en la sección anterior.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

El procedimiento para obtener  $L_C$ , se realiza iterativamente como sigue:

De la ecuación (3.2.38) se tiene:

$$\delta_N^3 - C \cdot (v_{NGBT} \cdot (1 - \alpha_{NLBT})) = 0 \quad \dots (3.2.41)$$

donde

$$C = \frac{0.75 \cdot d}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \cdot \left( \frac{\mu_L}{1488} \right) \quad \dots (3.2.42)$$

Definiendo la función  $\Phi(\delta_N)$  como :

$$\Phi(\delta_N) = \delta_N^3 - C \cdot (v_{NGBT} \cdot (1 - \alpha_{NLBT})) \quad \dots (3.2.43)$$

cuya derivada, a partir de (3.2.39) y (3.2.40), luego de simplificar términos, es:

$$\Phi'(\delta_N) = 3 \cdot \delta_N^2 + \frac{4 \cdot C}{d} \cdot v_{NGBT} \cdot \sqrt{1 - \alpha_{NLBT}} \quad \dots (3.2.44)$$

Aplicando el método de Newton Raphson

$$\delta_{Nj+1} = \delta_{Nj} - \frac{\Phi(\delta_{Nj})}{\Phi'(\delta_{Nj})} \quad \dots (3.2.45)$$

Como primera suposición tomar :  $\delta_N = 0.25 \cdot d$ . Debe observarse que tanto  $v_{NGBT}$  como  $\alpha_{NLBT}$  dependen de  $\delta_N$ , por lo cual deben calcularse nuevamente en cada nueva iteración (3.2.39) y (3.2.40).

$$\text{Si } \left| \frac{\delta_{Nj+1} - \delta_{Nj}}{\delta_{Nj}} \right| > 0.001 \quad \dots (3.2.46)$$

entonces tomar el valor calculado como el supuesto y repetir el procedimiento.

Finalmente,  $L_C$  se calcula directamente de la ecuación (3.2.37).

La longitud del bache de líquido puede tomarse para fines prácticos como

$$L_{LS} = 30 \cdot d \quad \dots (3.2.47)$$

Por otra parte, la longitud de la burbuja de Taylor es

$$L_{BT} = L_{LS} \cdot \left( \frac{\beta}{1 - \beta} \right) \quad \dots (3.2.48)$$

de la comparación de  $L_C$  y  $L_{BT}$ , se tiene que si  $L_C \geq L_{BT}$  entonces el flujo es bache en desarrollo, en cuyo caso es necesario calcular nuevos valores para la longitud de la burbuja de Taylor,  $L_{BT}^*$ , así como para el colgamiento del líquido,  $\alpha_{LBT}^*$  en dicha sección.

$L_{BT}^*$ , puede obtenerse a partir del volumen de la burbuja de Taylor,  $\forall_{BT}^*$ :

$$\forall_{BT}^* = \int_0^{L_{BT}^*} A_{BT}^*(L) dL \quad \dots (3.2.49)$$

donde  $A_{BT}^*(L)$ , es la función que define al área transversal de la burbuja de Taylor, y que puede expresarse en términos de velocidades como:

$$A_{BT}^*(L) = \left( 1 - \frac{(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L}} \right) \cdot A_T \quad \dots (3.2.50)$$

por otra parte,  $\forall_{BT}^*$ , se expresa en términos de la geometría del flujo como:

$$\forall_{BT}^* = v_{SG} \cdot A_T \cdot \left( \frac{L_{BT}^* + L_{LS}}{v_{BT}} \right) - v_{GLS} \cdot A_T \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \cdot \frac{L_{LS}}{v_{BT}} \quad \dots (3.2.51)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Sustituyendo (3.2.50) y (3.2.51) en (3.2.49):

$$v_{SG} \cdot A_T \cdot \left( \frac{L_{BT}^* + L_{LS}}{v_{BT}} \right) - v_{GLS} \cdot A_T \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \cdot \frac{L_{LS}}{v_{BT}} = \int_0^{L_{BT}^*} \left( 1 - \frac{(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L}} \right) \cdot A_T \, dL \quad \dots (3.2.52)$$

Efectuando la integral de la ecuación (3.2.52) y después de un arreglo algebraico, se obtiene la siguiente ecuación cuadrática en  $L_{BT}^*$ .

$$(L_{BT}^*)^2 + \left( \frac{2 \cdot a \cdot c - b^2}{a^2} \right) \cdot L_{BT}^* + \left( \frac{c}{a} \right)^2 = 0 \quad \dots (3.2.53)$$

donde

$$a = \frac{v_{SG}}{v_{BT}} - 1 \quad \dots (3.2.54)$$

$$b = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot g}} \cdot (v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS} \quad \dots (3.2.55)$$

$$c = [v_{SG} - v_{GLS} \cdot (1 - \alpha_{LLS})] \cdot \frac{L_{LS}}{v_{BT}} \quad \dots (3.2.56)$$

Obteniendo  $L_{BT}^*$ , el valor medio de  $\alpha_{LBT}^*$  se calcula como:

$$\alpha_{LBT}^* = \frac{1}{L_{BT}^*} \cdot \int_0^{L_{BT}^*} \frac{(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L}} \cdot dL \quad \dots (3.2.57)$$

de donde:

$$\alpha_{LBT}^* = \frac{2 \cdot (v_{BT} - v_{LLS}) \cdot \alpha_{LLS}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot L_{BT}^*}} \quad \dots (3.2.58)$$

Además,

$$\beta^* = \frac{L_{BT}^*}{L_{BT}^* + L_{LS}} \quad \dots (3.2.59)$$

• **Gradiente de presión para el modelo de bache desarrollado**

Gradiente hidrostático en lb / pie<sup>2</sup> / pie:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Hidrostático}} = [ (1 - \beta) \cdot \rho_{LS} + \beta \cdot \rho_G ] \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.60)$$

donde :

$$\rho_{LS} = \rho_L \cdot \alpha_{LLS} + \rho_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \quad \dots (3.2.61)$$

Gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Fricción}} = f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta) \quad \dots (3.2.62)$$

El número de Reynolds asociado al cálculo de  $f_{LS}$ , se define como:

$$NRe_{LS} = 1488 \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M \cdot d}{\mu_{LS}} \quad \dots (3.2.63)$$

con

$$\mu_{LS} = \mu_L \cdot \alpha_{LLS} + \mu_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \quad \dots (3.2.64)$$

El gradiente de presión total, despreciando el gradiente por aceleración, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, finalmente se calcula como :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = [ (1 - \beta) \cdot \rho_{LS} + \beta \cdot \rho_G ] \cdot \frac{g}{g_c} + f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta) \quad \dots (3.2.65)$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

• **Gradiente de presión para el modelo de bache en desarrollo**

El gradiente hidrostático en lb / pie<sup>2</sup> / pie :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Hidrostatico}} = \left[ (1 - \beta^*) \cdot \rho_{LS} + \beta^* \cdot \rho_{BT} \right] \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.66)$$

donde

$$\rho_{LS} = \rho_L \cdot \alpha_{LLS} + \rho_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \quad \dots (3.2.67)$$

$$\rho_{BT} = \rho_L \cdot \alpha_{LBT}^* + \rho_G \cdot (1 - \alpha_{LBT}^*) \quad \dots (3.2.68)$$

El gradiente por fricción, lb / pie<sup>2</sup> / pie :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Fricción}} = f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta^*) \quad \dots (3.2.69)$$

El número de Reynolds asociado al cálculo de  $f_{LS}$ , se define como

$$NRe_{LS} = 1488 \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M \cdot d}{\mu_{LS}} \quad \dots (3.2.70)$$

$$\mu_{LS} = \mu_L \cdot \alpha_{LLS} + \mu_G \cdot (1 - \alpha_{LLS}) \quad \dots (3.2.71)$$

El gradiente total en lb / pg<sup>2</sup> / pie :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \left[ (1 - \beta^*) \cdot \rho_{LS} + \beta^* \cdot \rho_{BT} \right] \cdot \frac{g}{g_c} + f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta^*) \quad \dots (3.2.72)$$

### 3.2.2.4 Flujo anular

De acuerdo a la Fig. 3.2.3, en que se muestra un esquema del flujo anular, aplicando la ecuación de conservación de momento al núcleo (gas y líquido entrampado) y a la película de líquido, como se indicó en el capítulo 1, se tiene que, en unidades consistentes:

$$A_C \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{núcleo}} - \tau_i \cdot S_i - \rho_C \cdot A_C \cdot \frac{g}{g_c} = 0 \quad \dots (3.2.73)$$

$$A_F \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{película}} + \tau_i \cdot S_i - \tau_F \cdot S_F - \rho_L \cdot A_F \cdot \frac{g}{g_c} = 0 \quad \dots (3.2.74)$$

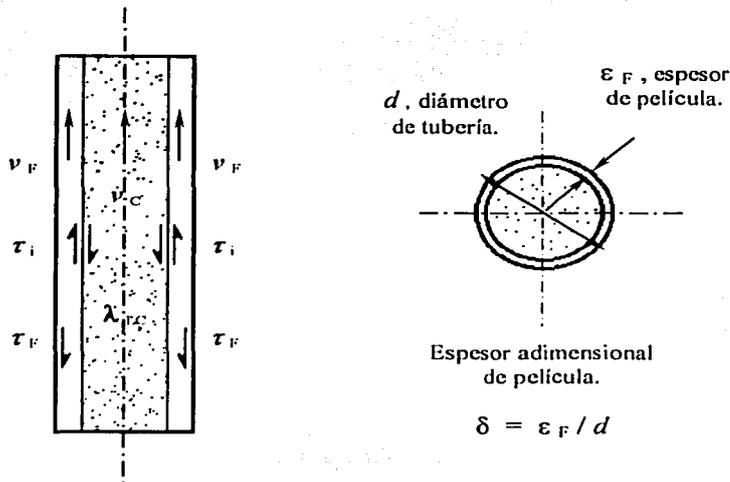


Fig. 3.2.3 Esquema de Flujo Anular.

TESIS CON  
FACULTAD DE ORIGEN

Considerando al núcleo como una mezcla homogénea conformada por la fase gaseosa y el líquido que viaja en su seno en forma de "pequeñas gotas", la densidad del mismo,  $\rho_C$ , puede calcularse como:

$$\rho_C = \rho_L \cdot \lambda_{LC} + \rho_G \cdot (1 - \lambda_{LC}) \quad \dots (3.2.75)$$

donde

$\lambda_{LC}$ , es la fracción areal (o volumétrica) del líquido en el núcleo, respecto al área transversal de tubería (o volumen, respectivamente) ocupado por éste.

Es decir,

$$\lambda_{LC} = \frac{\text{Área transversal ocupada por el líquido entrampado en el núcleo}}{\text{Área transversal ocupada por el núcleo}}$$

Ahora bien, definiendo  $FE$  como la fracción de líquido entrampado en el núcleo:

$$FE = \frac{\text{Volumen de líquido entrampado en el núcleo}}{\text{Vol. de líquido en la película} + \text{Vol. entrampado en el núcleo}}$$

se tiene que

$$\lambda_{LC} = \frac{FE \cdot v_{SL}}{FE \cdot v_{SL} + v_{SG}} \quad \dots (3.2.76)$$

$FE$  se obtiene mediante la correlación de Wallis:

$$FE = 1 - \exp(-0.125 \cdot (v_{crítica} - 1.5)) \quad \dots (3.2.77)$$

donde

$$v_{crítica} = 10,000 \cdot \frac{v_{SG}}{\sigma_L} \cdot \left( \frac{\mu_G}{1488} \right) \cdot \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad \dots (3.2.78)$$

De acuerdo a lo estudiado en el capítulo 1, se tiene para el esfuerzo de corte en la película:

$$\tau_F = f_F \cdot \frac{\rho_L \cdot v_F^2}{8 \cdot g_c} \quad \dots (3.2.79)$$

El número de Reynolds requerido para el cálculo del factor de fricción en la película,  $f_F$ , se define como:

$$NRe_F = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_F \cdot d_{HF}}{\mu_L} \quad \dots (3.2.80)$$

donde para el diámetro hidráulico de la película,  $d_{HF}$ , de la Fig. 3.2.3, se tiene que:

$$d_{HF} = 4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot d \quad \dots (3.2.81)$$

mientras que su velocidad es :

$$v_F = \frac{q_L @ c.f. \cdot (1 - FE)}{A_F} = \frac{v_{SL} \cdot (1 - FE)}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta)} \quad \dots (3.2.82)$$

Sustituyendo en (3.2.82) en (3.2.79):

$$\tau_F = \frac{f_F}{8 \cdot g_c} \cdot (1 - FE)^2 \cdot \rho_L \cdot \left( \frac{v_{SL}}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta)} \right)^2 \quad \dots (3.2.83)$$

que puede expresarse como :

$$\tau_F = \frac{d}{4} \cdot \frac{(1 - FE)^2}{(4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta))^2} \cdot \frac{f_F}{f_{SL}} \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right)_{SL} \quad \dots (3.2.84)$$

donde :

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{SL} = f_{SL} \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL}^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.2.85)$$

El número de Reynolds asociado es:

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (3.2.86)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Por otra parte, para la interfase:

$$\tau_i = f_i \cdot \frac{\rho_C \cdot v_C^2}{8 \cdot g_c} \quad \dots (3.2.87)$$

$v_C$ , la velocidad promedio del núcleo es:

$$v_C = \frac{v_{SC}}{(1 - 2 \cdot \delta)^2} \quad \dots (3.2.88)$$

en la que,  $v_{SC}$ , su velocidad superficial, se determina como:

$$v_{SC} = FE \cdot v_{SL} + v_{SG} \quad \dots (3.2.89)$$

En cuanto al factor de fricción en la interfase,  $f_i$ , se tiene :

$$f_i = f_{SC} \cdot Z_M \quad \dots (3.2.90)$$

donde  $f_{SC}$ , es el factor de fricción superficial del núcleo; el número de Reynolds requerido para obtenerlo es :

$$NRe_{SC} = 1488 \cdot \frac{\rho_C \cdot v_{SC} \cdot d}{\mu_C} \quad \dots (3.2.91)$$

$$\mu_C = \mu_L \cdot \lambda_{LC} + \mu_G \cdot (1 - \lambda_{LC}) \quad \dots (3.2.92)$$

Por otra parte,  $Z_M$  es un factor de correlación entre el factor de fricción en la interfase y el espesor adimensional de la película de líquido. Ansari y coautores retomaron la correlación de Wallis para el cálculo de  $Z_M$  cuando el entrampamiento es superior al 90%, y la correlación de Whalley y Hewitt en los casos restantes.

Dichas correlaciones son:

Si  $FE > 0.9$  :

$$Z_M = 1 + 300 \cdot \delta \quad \dots (3.2.93)$$

Si  $FE \leq 0.9$

$$Z_M = 1 + 24 \cdot \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/3} \cdot \delta \quad \dots (3.2.94)$$

Combinando (3.2.88), (3.2.89) y (3.2.90) en (3.2.87):

$$\tau_i = \frac{d}{4} \cdot \frac{Z_M}{(1-2\cdot\delta)^4} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} \quad \dots (3.2.95)$$

donde:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} = f_{SC} \cdot \frac{\rho_C \cdot v_{SC}^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \quad \dots (3.2.96)$$

Sustituyendo los términos correspondientes en las ecuaciones (3.2.73) y (3.2.74), y luego de algunas operaciones algebraicas:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{nucleo} = \frac{Z_M}{(1-2\cdot\delta)^5} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} + \rho_C \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.97)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dP}{dL}\right)_{pelicula} &= \frac{(1-FE)^2}{(4\cdot\delta\cdot(1-\delta))^3} \cdot \left(\frac{f_F}{f_{SL}}\right) \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} \\ &- \frac{Z_M}{4\cdot\delta\cdot(1-\delta)\cdot(1-2\cdot\delta)^3} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} + \rho_L \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.98) \end{aligned}$$

En las expresiones anteriores, todos los gradientes de presión están expresados en lb / pie<sup>2</sup> / pie.

Considerando que:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{nucleo} = \left(\frac{dP}{dL}\right)_{pelicula} \quad \dots (3.2.99)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

de (3.2.97) y (3.2.98) se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{Z_M}{4\cdot\delta\cdot(1-\delta)\cdot(1-2\cdot\delta)^5} \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} - (\rho_L - \rho_C) \cdot \frac{g}{g_c} \\ - \frac{(1-FE)^2}{(4\cdot\delta\cdot(1-\delta))^3} \cdot \left(\frac{f_F}{f_{SL}}\right) \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} = 0 \quad \dots (3.2.100) \end{aligned}$$

De las ecuaciones anteriores se observa que la incógnita básica es el espesor adimensional de la película de líquido,  $\delta$ . Expresando la ecuación (3.2.100) en términos de los parámetros de Lockhart y Martinelli,  $X_M$  y  $Y_M$ :

$$Y_M - \frac{Z_M}{4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot (1 - 2 \cdot \delta)^5} + \frac{X_M^2}{(4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta))^3} = 0 \quad \dots (3.2.101)$$

donde:

$$Y_M = \frac{(\rho_L - \rho_C) \cdot (g / g_c)}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}} \quad \dots (3.2.102)$$

$$X_M^2 = (1 - FE)^2 \cdot \frac{f_F}{f_{SL}} \cdot \frac{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}} \quad \dots (3.2.103)$$

El procedimiento para resolver la ecuación (3.2.101), para  $\delta$ , se describe en el apéndice IV, (pasos 3 -12, 14 -15).

Una vez calculado  $\delta$ , el gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, se calcula a partir de las ecuaciones (3.2.104) ó (3.2.105):

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Total} = \Phi_C \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} + \rho_C \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.104)$$

o bien,

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{Total} = \Phi_F \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} + \rho_L \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.2.105)$$

donde:

$$\Phi_C = \frac{Z_M}{(1 - 2 \cdot \delta)^5} \quad \dots (3.2.106)$$

$$\Phi_F = \frac{\Phi_C - Y_M}{X_M^2} \quad \dots (3.2.107)$$

### 3.3 Modelo de Chokshi

El modelo mecanístico de Chokshi, Schmidt y Doty<sup>13</sup>, publicado en 1996, es el resultado de una investigación experimental bajo condiciones de campo acerca del flujo en dos fases a través de tuberías de producción. La validez del modelo fue sustentada con la información experimental recabada, y con una base de datos independiente con más de 1700 casos de campo.

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en un pozo adorado de 2360 pies con terminación doble: una tubería para inyección de líquido de 2 7/8 pg, y una de producción de 3 1/2 pg, acondicionada con una válvula de bombeo neumático. La sección de estudio en la tubería de producción abarcó una longitud de 1348 pies, a lo largo de los cuales se instalaron 8 transductores y un densitómetro de rayos gamma; los fluidos de trabajo fueron aire y agua. Se realizaron un total de 324 pruebas para diferentes gastos, en cada una de las cuales se registraron presiones y temperaturas a lo largo de la sección de estudio, así como la fracción de vacío a la profundidad del densitómetro.

#### 3.3.1 Patrones de flujo

Se distinguen 3 regímenes de flujo:

- Flujo burbuja.
- Flujo bache.
- Flujo anular.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- Transición burbuja – bache

La transición burbuja - bache se presenta cuando la fracción de vacío,  $\alpha_G$ , alcanza un valor de 0.25. Ahora bien, ésta es definida en términos de la velocidad de ascenso de las burbujas en el líquido bajo condiciones estáticas,  $v_{bs}$ , como (ecuación 3.1.1):

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{Co \cdot v_M + v_{bs}}$$

Se encontró experimentalmente que  $Co = 1.08$ , considerando para  $v_{bs}$  la correlación Zuber y Hench (ecuación 2.4.11):

$$v_{bs} = 1.41 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

Sustituyendo  $\alpha_G = 0.25$  y  $Co = 1.08$  en (3.1.1), y de acuerdo a la definición de velocidad de la mezcla, el criterio de transición se expresa, luego de un arreglo algebraico, como :

$$v_{SG} = 0.369 \cdot v_{SL} + 0.342 \cdot v_{bs} \quad \dots\dots (3.3.1)$$

De donde, si la velocidad superficial actual de la fase gaseosa es menor que el lado derecho de la ecuación (3.3.1), entonces el flujo es burbuja; en caso contrario será necesario evaluar los criterios que definen la transición bache – anular, para determinar cuál de éstos prevalece a las condiciones de flujo.

• **Transición bache – anular**

La transición bache - anular ocurre a altas velocidades de la fase gaseosa y bajas o moderadas velocidades del líquido. Chokshi retoma los mismos criterios de Ansari<sup>8</sup> para formular la transición a flujo anular:

1. La inestabilidad de la película a bajas velocidades de líquido, originando el desplome de la misma, y la destrucción de la estructura del núcleo conformado por la fase gaseosa y líquido entrampado; como fue mencionado, el criterio de inestabilidad de la película queda definido en términos de los parámetros de Lockhart y Martinelli, (ecuación 3.2.7) como:

$$Y_M = \frac{2 - 1.5 \cdot H_{LF}}{H_{LF}^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF})} \cdot X_M^2$$

La resolución de esta ecuación permite obtener el espesor adimensional estable de la película; si el espesor adimensional a las condiciones actuales es mayor que el así obtenido, entonces se genera el flujo bache.

2. El bloqueo del núcleo como resultado del incremento en la concentración de líquido (ecuación 3.2.11):

$$H_{LF} + \lambda_{LC} \cdot \frac{A_C}{A_T} = 0.12$$

Por lo que si el colgamiento "global", lado izquierdo de la ecuación anterior, es mayor a 0.12, entonces el flujo es bache.

Dado que los criterios que definen la transición bache – anular, son los mismos que en el modelo de Ansari, por brevedad no se mencionará nuevamente la manera de abordarlos, y se recomienda remitirse a las secciones correspondientes en el estudio del modelo de dicho autor, en este mismo capítulo.

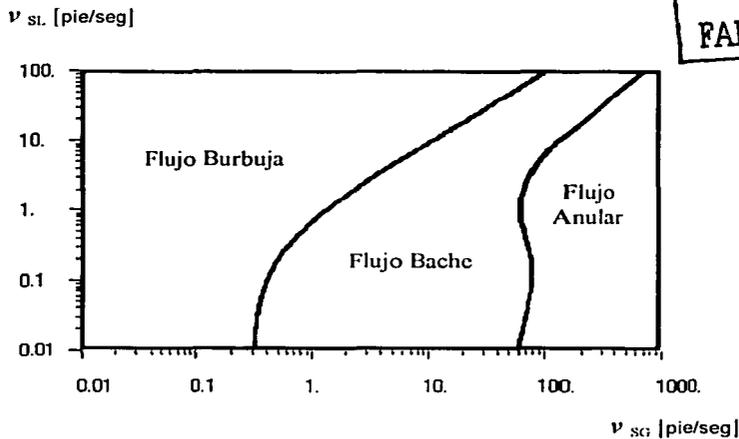


Fig. 3.3.1 Mapa de Regímenes de Flujo.

### 3.3.2 Determinación del gradiente de presión

#### 3.3.2.1 Flujo burbuja

- **Gradiente hidrostático**

La fracción de vacío se calcula de acuerdo a la expresión (3.1.1):

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{Co \cdot v_M + v_{bs}}$$

En donde, como fue mencionado:

$$Co = 1.08 \quad \text{y} \quad v_{bs} = 1.41 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

La densidad de la mezcla se calcula con la ecuación (1.28); en tanto que el gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, con la ecuación (3.1.24):

- **Gradiente por fricción**

El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, (ecuación 3.1.26), es:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Hidrostático}} = f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

El número de Reynolds asociado al cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , se define por la ecuaciones (3.2.15) y (3.2.16):

- **Gradiente de presión total**

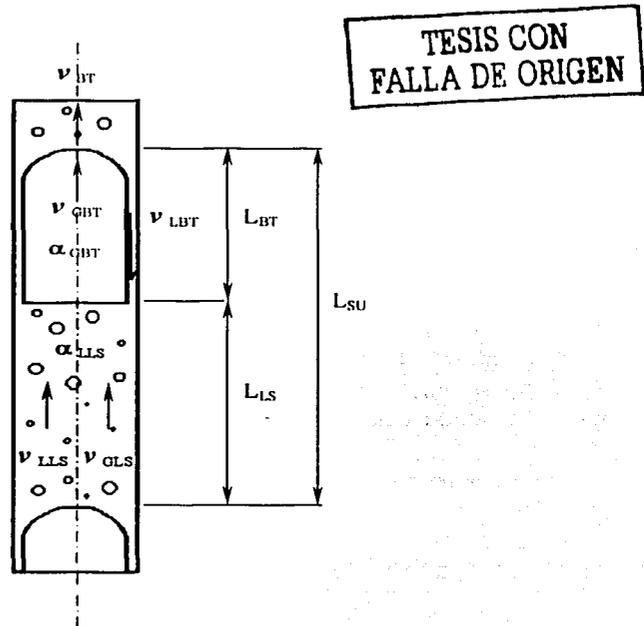
El gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, despreciando el gradiente por aceleración, (ecuación 3.1.27), es:

$$144 \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = [\rho_L \cdot (1 - \alpha_G) + \rho_G \cdot \alpha_G] \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

### 3.3.2.2 Flujo bache

- **Modelo para el flujo bache**

El modelo de Chokshi para el flujo bache se formula con base en unidades o celdas bache, conformadas por el bache de líquido y la burbuja de Taylor asociada, como se ilustra en la Fig. 3.3.1; en su propuesta, a diferencia de Ansari<sup>8</sup>, no considera el flujo bache en desarrollo.



(a) Unidad de Bache Desarrollado.

Fig. 3.3.2 Esquema de Flujo Bache.

Del balance de masa de la fase líquida sobre la unidad bache, considerando que el frente de la burbuja de Taylor es plano, se tiene que :

$$v_{SL} = v_{BT} \cdot (1 - \beta) \cdot (1 - \alpha_{GLS}) + v_{BT} \cdot \beta \cdot (1 - \alpha_{GBT}) - (v_{BT} - v_{LLS}) \cdot (1 - \alpha_{GLS}) \quad \dots (3.3.2)$$

donde :  $\beta = \frac{L_{BT}}{L_{SU}} \quad \dots (3.3.3)$

Aplicando un balance de masa a la mezcla sobre una sección transversal en la región del cuerpo del bache, asumiendo que la densidad de las fases se mantienen constante, se tiene que :

$$v_M = v_{LLS} \cdot (1 - \alpha_{GLS}) + v_{GLS} \cdot \alpha_{GLS} \quad \dots (3.3.4)$$

La cantidad de líquido barrida por la burbuja de Taylor, en su movimiento ascendente, es la misma que pasa a formar parte del bache que le precede. Este intercambio de líquido se expresa como :

$$(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot (1 - \alpha_{GLS}) = (v_{BT} - v_{LBT}) \cdot (1 - \alpha_{GBT}) \quad \dots (3.3.5)$$

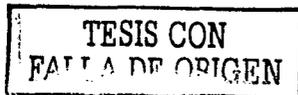
Considerando que la velocidad del frente de la burbuja de Taylor (velocidad de traslación),  $v_{BT}$ , es una superposición de la velocidad de ésta en el líquido bajo condiciones estáticas,  $v_{bs}$ , y la velocidad de la mezcla,  $v_M$ , entonces:

$$v_{BT} = 1.2 \cdot v_M + v_{bs} \quad \dots (3.3.6)$$

$$v_{BT} = 1.2 \cdot v_M + 0.345 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot d}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad \dots (3.3.7)$$

La velocidad de la película descendente,  $v_{LBT}$ , se correlaciona con el espesor de película constante de Brotz, y, asumiendo que la película de líquido se encuentra libre de burbujas dispersas y que la burbuja de Taylor es perfectamente cilíndrica, puede expresarse como:

$$v_{LBT} = -9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d \cdot (1 - \alpha_{GBT})} \quad \dots (3.3.8)$$



La velocidad de las burbujas dispersas en el cuerpo del bache,  $v_{GLS}$ , puede considerarse como la superposición de la velocidad del líquido en el bache,  $v_{LLS}$ , y la velocidad de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo,  $v_{bs}$ :

$$v_{GLS} = v_{LLS} + v_{bs} \quad \dots (3.3.9)$$

$$v_{GLS} = v_{LLS} + 1.41 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \quad \dots (3.3.10)$$

Por otra parte, Chokshi desarrolló la siguiente correlación para la fracción de vacío en el cuerpo del bache:

$$\alpha_{GLS} = \frac{v_{SG}}{0.331 + 1.25 \cdot v_M} \quad \dots (3.3.11)$$

Como se puede observar, el modelo para el flujo bache consta de 7 incógnitas:

$$\beta, \alpha_{GBT}, \alpha_{GLS}, v_{LBT}, v_{GLS}, v_{LLS} \text{ y } v_{BT}$$

y 7 ecuaciones : (3.3.2), (3.3.4), (3.3.5), (3.3.7), (3.3.8), (3.3.10) y (3.3.11).

El procedimiento para resolver el sistema es el siguiente:

1. Calcular  $v_{BT}$  y  $\alpha_{GLS}$ , mediante las ecuaciones (3.3.7) y (3.3.11).
2. Resolver simultáneamente las ecuaciones (3.3.4) y (3.3.10), para  $v_{LLS}$  y  $v_{GLS}$ ; de lo cual se obtiene :

$$v_{LLS} = v_M - 1.41 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} \cdot \alpha_{GLS} \quad \dots (3.3.12)$$

Con el valor de  $v_{LLS}$ ,  $v_{GLS}$  se calcula directamente de la ecuación (3.3.4).

3. Resolver simultáneamente las ecuaciones (3.3.5) y (3.3.8), para  $\alpha_{GBT}$  y  $v_{LBT}$ ; sustituyendo (3.3.8) en la ecuación (3.3.5), se tiene que

$$(v_{BT} - v_{LLS}) \cdot (1 - \alpha_{GLS}) = v_{BT} \cdot (1 - \alpha_{GBT}) + 9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d} \cdot (1 - \alpha_{GBT}) \sqrt{1 - \alpha_{GBT}} \quad \dots (3.3.13)$$

La ecuación (3.3.13), se resuelve numéricamente mediante el método de Newton Raphson; para tal efecto se define la siguiente función:

$$\Phi(\alpha_{GBT}) = v_{BT} \cdot (1 - \alpha_{GBT}) + A \cdot (1 - \alpha_{GBT}) \sqrt{1 - \alpha_{GBT}} - B \quad \dots (3.3.14)$$

donde

$$A = 9.916 \cdot \sqrt{g \cdot d} \quad \dots (3.3.15)$$

$$B = (v_{BT} - v_{LLS}) \cdot (1 - \alpha_{GLS}) \quad \dots (3.3.16)$$

Derivando (3.3.14) con respecto a  $\alpha_{GBT}$  :

$$\Phi'(\alpha_{GBT}) = -v_{BT} - A \cdot \left[ \frac{(1 - \alpha_{GBT})}{4 \cdot \sqrt{\alpha_{GBT}} \cdot (1 - \sqrt{\alpha_{GBT}})} + \sqrt{1 - \alpha_{GBT}} \right] \quad \dots (3.3.17)$$

como primera suposición tomar  $\alpha_{GBT} = 0.75$

$$\alpha_{GBT\ j+1} = \alpha_{GBT\ j} - \frac{\Phi(\alpha_{GBT\ j})}{\Phi'(\alpha_{GBT\ j})} \quad \dots (3.3.18)$$

Una vez calculada  $\alpha_{GBT}$ ,  $v_{LBT}$  se obtiene de la ecuación (3.3.8).

4. Finalmente, de la ecuación (3.3.2) se despeja directamente el valor de  $\beta$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Gradiente hidrostático**

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se calcula a partir de la densidad del bache:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Hidrostático}} = (1 - \beta) \cdot \rho_{LS} \cdot \frac{g}{g_c} \quad \dots (3.3.19)$$

donde:

$$\rho_{LS} = \rho_L \cdot (1 - \alpha_{GLS}) + \rho_G \cdot \alpha_{GLS} \quad \dots (3.3.20)$$

- **Gradiente por fricción**

El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se calcula como (ecuación 3.2.62):

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Fricción}} = f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta)$$

El número de Reynolds asociado al cálculo del factor de fricción en la zona del bache,  $f_{LS}$ , está definido por las ecuaciones (3.2.63) y (3.2.64).

- **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, y despreciando el gradiente por aceleración, es:

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = (1 - \beta) \cdot \rho_{LS} \cdot \frac{g}{g_c} + f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta) \quad \dots (3.3.21)$$

### 3.3.2.3 Flujo anular

El modelo de Chokshi para el flujo anular es el mismo que el de Ansari <sup>8</sup>, estudiado anteriormente, por lo que no se abordará nuevamente.

La única diferencia entre uno y otro, es que Chokshi modificó las correlaciones que definen a la relación,  $Z_M$ , ecuaciones (3.2.93) y (3.2.94), entre el factor de fricción en la interfase,  $f_i$ , y el factor de fricción superficial del núcleo,  $f_{sc}$ .

Chokshi propone que:

Para  $FE > 0.9$

$$Z_M = 1 + 300 \cdot \delta \quad \text{..... (3.3.22)}$$

Para  $FE \leq 0.9$

$$Z_M = 1 + 16 \cdot \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/3} \cdot \delta \quad \text{..... (3.3.23)}$$

Estas correlaciones deberán utilizarse en todo el desarrollo para el flujo anular, incluyendo el correspondiente a la transición a este régimen de flujo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.4 Modelo de Tengesdal

El modelo mecanístico de flujo multifásico propuesto por Tengesdal, Sarica, Schmidt y Doty <sup>26</sup>, publicado en 1999, permite la predicción de cinco regímenes de flujo: burbuja, burbuja dispersa, bache, agitado y anular; integra el modelo de Ansari <sup>8</sup> para el flujo anular y el de Chokshi <sup>18</sup> para el flujo burbuja; para el flujo bache, se modifica el propuesto por este último; y, para el flujo agitado, se propone un nuevo modelo hidrodinámico. La validez de la propuesta fue sustentada con información de 2052 pozos, cubriendo un amplio rango de condiciones encontradas en campo.

#### 3.4.1 Patrones de flujo

Se distinguen 5 regímenes de flujo:

- Flujo burbuja.
  - Flujo burbuja dispersa.
  - Flujo bache.
  - Flujo agitado.
  - Flujo anular.
- 
- **Transición burbuja – bache**

Antes de analizar esta transición, es necesario determinar si es posible la existencia del flujo burbuja; para ello, como se estudió en el modelo de Ansari, se debe cumplir que el diámetro interno de la tubería sea mayor que el diámetro mínimo para la ocurrencia del dicho régimen de flujo, ecuación (3.2.1), definido por:

$$d_{min} = 19.01 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot \sigma_L}{\rho_L^2 \cdot g} \right)^{0.5}$$

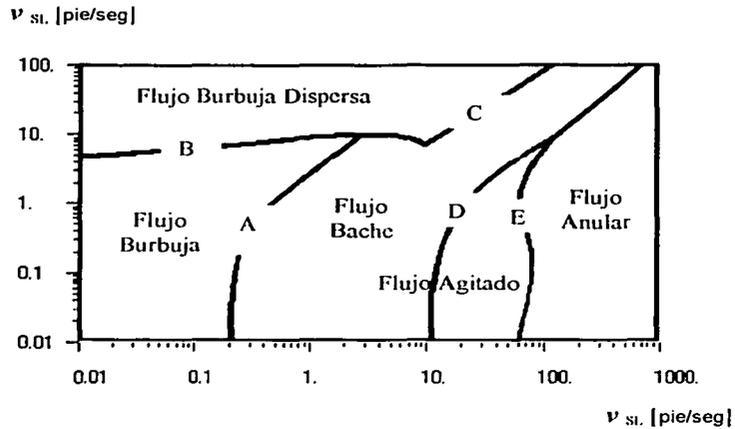


Fig. 3.4.1 Mapa de Regímenes de Flujo.

Si existe la posibilidad de que el flujo burbuja ocurra, entonces la transición burbuja - bache (línea A, Fig. 3.4.1), está dada, según el modelo de Chokshi, por la ecuación (3.3.1):

$$v_{SG} = 0.369 \cdot v_{SL} + 0.342 \cdot v_{bs}$$

con  $v_{bs}$  dado por (2.4.11).

- **Transición a flujo burbuja dispersa**

La transición a flujo burbuja dispersa está dada por los siguientes dos criterios, (ecuación 3.2.3):

$$2 \cdot \left( \frac{0.4 \cdot \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{f}{2 \cdot d} \right)^{0.4} \cdot (v_{SL} + v_{SG})^{1.2} =$$

$$0.725 + 4.15 \cdot \left( \frac{v_{SG}}{v_{SL} + v_{SG}} \right)^{0.5}$$

La expresión anterior corresponde a la línea B, en la Fig. 3.4.1.

Asumiendo que el resbalamiento es prácticamente nulo en el flujo burbuja dispersa dada la gran turbulencia de la corriente de flujo, y que la fracción volumétrica máxima de entrada de la fase gaseosa,  $\lambda_G$ , es de 0.52, el segundo criterio para la transición a burbuja dispersa (línea C, Fig. 3.4.1) se obtiene al sustituir este valor en la ecuación (1.15), que luego de un arreglo algebraico se expresa como:

$$v_{SG} = 1.08 \cdot v_{SL} \quad \dots (3.4.1)$$

• **Transición bache – agitado**

La fracción de vacío "global" para el flujo bache puede calcularse a partir de la siguiente ecuación:

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{1.2 \cdot v_M + 0.345 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot d}{\rho_L} \right)^{0.5}} \quad \dots (3.4.2)$$

Ahora bien, la transición bache - agitado se presenta cuando la fracción de vacío en el flujo bache alcanza un valor de 0.78 en la región de la burbuja de Taylor. Considerando que el flujo agitado es homogéneo, y tomando la fracción de vacío en la región de la burbuja de Taylor como la fracción de vacío "global", la ecuación (3.4.2) puede expresarse, luego de un arreglo algebraico como:

$$v_{SG} = 12.19 \cdot \left[ 1.2 \cdot v_M + 0.345 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot d}{\rho_L} \right)^{0.5} \right] \quad \dots (3.4.3)$$

Esta expresión define la transición bache – agitado, representada con la línea D, Fig. 3.4.1.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE LA PLATA

- **Transición a flujo anular**

La transición al flujo anular (línea E, Fig. 3.4.1), se define por los mismos criterios de Ansari<sup>8</sup>, (ecuaciones 3.2.7 y 3.2.11):

$$Y_M = \left( \frac{2 - 1.5 \cdot H_{LF}}{H_{LF}^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF})} \right) \cdot X_M^2$$

y

$$H_{LF} + \lambda_{LC} \cdot \frac{A_C}{A_T} > 0.12$$

El significado físico de los criterios anteriores fue estudiado a detalle en el modelo de Ansari, por lo que no se abordarán nuevamente.

### 3.4.2 Determinación del gradiente de presión

#### 3.4.2.1 Flujo burbuja

- **Gradiente hidrostático**

La fracción de vacío en el flujo burbuja, como en el modelo de Chokshi, se calcula con:

$$\alpha_G = \frac{v_{SG}}{1.08 \cdot v_M + v_{bs}} \quad \dots (3.4.4)$$

donde:

$$v_{bs} = 1.41 \cdot \left( \frac{g \cdot d \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

La densidad de la mezcla se obtiene de la ecuación (1.28).

Finalmente, el gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, (ecuación 3.1.24):

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c}$$

- **Gradiente por fricción**

El gradiente por fricción en lb / pie<sup>2</sup> / pie, (ecuación 3.1.26), es:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

El número de Reynolds requerido en el cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , se calcula con las ecuaciones (3.2.15) y (3.2.16) :

- **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, ecuación (3.1.27) :

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = [\rho_L \cdot (1 - \alpha_G) + \rho_G \cdot \alpha_G] \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

### 3.4.2.2 Flujo burbuja dispersa

- **Gradiente hidrostático**

Dado que el resbalamiento entra la fase gaseosa y la líquida es despreciable en el flujo burbuja dispersa, éste puede tratarse como un flujo homogéneo, por lo que  $\lambda_G = \alpha_G$ ;  $\lambda_G$  y  $\rho_{MSR}$ , se calculan a partir de las ecuaciones (1.16 y 1.17).

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, despreciando el gradiente por aceleración, (ecuación 3.1.27), es:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Gradiente por fricción**

En el cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , el número de Reynolds requerido está definido por las ecuaciones (3.2.18) y (3.2.19) como :

El gradiente de fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, (ecuación 3.2.20):

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{Fricción}} = f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

- **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión total, despreciando el gradiente por aceleración, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, es (ecuación 3.2.21):

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

### 3.4.2.3 Flujo bache

El modelo hidrodinámico propuesto por Tengesdal para el flujo bache es prácticamente el mismo que el de Chokshi<sup>13</sup>. La única diferencia entre uno y otro, es que Tengesdal propone una nueva correlación para la fracción de vacío en el cuerpo del bache:

$$\alpha_{GLS} = \frac{v_{SG}}{1.208 \cdot v_M + v_{bs}} \quad \dots\dots (3.4.5)$$

donde  $v_{bs}$  se calcula mediante la ecuación (2.4.11).

El procedimiento para calcular las variables restantes que intervienen en el modelo del flujo bache se estudiaron a detalle en la propuesta de Chokshi, por lo cual no se abordarán nuevamente.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Gradiente hidrostático**

Una vez calculada la relación entre la longitud de la burbuja de Taylor, respecto a la longitud total de la unidad bache ( $\beta$ , ecuación 3.3.3), y considerando que la densidad de la mezcla en la región del cuerpo del bache,  $\rho_{LS}$ , es la que contribuye preponderantemente en el gradiente hidrostático, se tiene que (ecuaciones 3.3.19 y 3.3.20) :

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Hidrostático} = (1 - \beta) \cdot \rho_{LS} \cdot \frac{g}{g_c}$$

donde:

$$\rho_{LS} = \rho_L \cdot (1 - \alpha_{GLS}) + \rho_G \cdot \alpha_{GLS}$$

- **Gradiente por fricción**

Considerando únicamente la fricción generada en la región comprendida por el cuerpo del bache en el cálculo del gradiente por fricción, el número de Reynolds asociado al factor de fricción correspondiente,  $f_{LS}$ , está definido por las ecuaciones (3.2.63) y (3.2.64):

El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie (ecuación 3.2.62):

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{Fricción} = f_{SL} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta)$$

- **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión total, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, despreciando el gradiente por aceleración, es (ecuación 3.3.21):

$$144 \cdot \left(\frac{dP}{dL}\right) = (1 - \beta) \cdot \rho_{LS} \cdot \frac{g}{g_c} + f_{LS} \cdot \frac{\rho_{LS} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d} \cdot (1 - \beta)$$

#### 3.4.2.4 Flujo agitado

Respecto al flujo agitado, Tengedal propone utilizar el mismo modelo hidrodinámico que para el flujo bache (modelo de Chokshi <sup>13</sup>). No obstante modifica la correlación para la fracción de vacío en el cuerpo del bache,  $\alpha_{GLS}$ , y la velocidad de la burbuja de Taylor,  $v_{BT}$ . Estas modificaciones son:

$$\alpha_{GLS} = \frac{v_{SG}}{1.126 \cdot v_M + v_{bs}} \quad \dots\dots (3.4.6)$$

y

$$v_{BT} = 1.15 \cdot v_M + 0.345 \cdot \left( \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot d}{\rho_L^2} \right)^{0.5} \quad \dots\dots (3.3.7)$$

En la ecuación (3.4.6),  $v_{bs}$  se calcula mediante la ecuación (2.4.11).

El gradiente hidrostático y el gradiente por fricción se calculan de la misma manera que para el flujo bache; para resolver el modelo hidrodinámico del flujo bache se utiliza el procedimiento descrito en la sección correspondiente en el modelo de Chokshi.

#### 3.4.2.5 Flujo anular

Para el flujo anular, Tengedal retoma íntegro el modelo propuesto por Ansari, por lo que no se tratará nuevamente.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.5 Modelo de Gómez

En 1999, Gómez, Shoham, Schmidt, Chokshi, Brown y Northug<sup>15</sup>, publicaron uno de los primeros modelos mecanísticos unificados; esto es, modelos aplicables bajo cualquier ángulo de inclinación de tubería, abarcando desde el flujo horizontal hasta el flujo vertical ascendente, con lo que pueden ser utilizados en el cálculo del perfil de presión tanto en pozos verticales o direccionales, como en líneas de transporte superficiales.

La propuesta está integrada por un modelo unificado para la predicción de los regímenes de flujo bajo cualquier ángulo de inclinación, y por sendos modelos unificados para el cálculo del colgamiento y caída de presión; los regímenes identificados son: burbuja, burbuja dispersa, bache, anular y estratificado (éste último sólo en flujo horizontal). Por brevedad, únicamente se mencionarán los criterios de transición y los modelos hidrodinámicos correspondientes al flujo vertical, que es el tópico del presente estudio.

#### 3.5.1 Patrones de flujo

Los regímenes de flujo correspondientes al flujo multifásico vertical ascendente identificados son:

- Flujo burbuja.
- Flujo burbuja dispersa.
- Flujo bache.
- Flujo anular.
- Transición burbuja – bache

Para que el flujo burbuja pueda existir debe cumplirse que el diámetro interno de la tubería sea mayor que el diámetro mínimo definido por la ecuación (3.2.1) como:

$$d_{min} = 19.01 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2 \cdot g} \right)^{0.5}$$

Ahora bien la transición burbuja - bache se define por la siguiente ecuación:

$$v_{SL} = \left( \frac{1 - \alpha_G}{\alpha_G} \right) \cdot v_{SG} - \sqrt{1 - \alpha_G} \cdot v_{bs} \quad \dots\dots (3.5.1)$$

donde  $v_{bs}$  está dado por la ecuación (3.1.14):

$$v_{bs} = 1.53 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

Considerando que la fracción de vacío es de 0.25 en la transición, entonces la ecuación (3.5.1) se transforma, luego de un arreglo algebraico en :

$$v_{SG} = 0.333 \cdot v_{SL} + 0.289 \cdot v_{bs} \quad \dots\dots (3.5.2)$$

Por lo tanto, si la velocidad superficial del gas es menor que el lado derecho de la ecuación (3.5.2), entonces el flujo es burbuja; en caso contrario, el flujo es bache.

• **Transición a burbuja dispersa**

La transición a burbuja dispersa está definida por los mismos dos criterios de Tengedal<sup>26</sup>, (ecuaciones 3.2.3 y 3.4.1):

$$2 \cdot \left( \frac{0.4 \cdot \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{f}{2 \cdot d} \right)^{0.4} \cdot (v_{SL} + v_{SG})^{1.2} =$$

$$0.725 + 4.15 \cdot \left( \frac{v_{SG}}{v_{SG} + v_{SL}} \right)^{0.5}$$

y

$$v_{SG} = 1.08 \cdot v_{SL}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

• **Transición bache – anular**

Gómez utiliza los mismos criterios de Ansari <sup>8</sup> para definir la transición a flujo anular: la velocidad superficial mínima de la fase gaseosa para mantener la suspensión del líquido atrapado; la inestabilidad de la película de líquido; y el colgamiento mínimo para la formación de un bache. Sin embargo, en el planteamiento de la transición, no considera la fracción volumétrica de líquido en el núcleo, aún cuando para fines del cálculo del gradiente de presión en el flujo anular sí la considera.

Los criterios anteriores son expresados matemáticamente, respectivamente, como (ecuación 3.2.6):

$$v_{SG}^* = 3.1 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25}$$

Si la velocidad superficial de la fase gaseosa a las condiciones actuales es menor que  $v_{SG}^*$ , entonces el flujo anular no es posible; en caso contrario se procede a analizar los criterios restantes.

$$Y_M = \left( \frac{2 - 1.5 \cdot H_{LF}}{H_{LF}^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF})} \right) \cdot X_M^2 \quad \dots\dots (3.5.3)$$

y

$$H_{LF} = 0.24 \quad \dots\dots (3.5.4)$$

La resolución de la ecuación (3.5.3), permite obtener el colgamiento mínimo de la película de líquido que satisface el criterio de inestabilidad.

Ahora bien, la ecuación correspondiente al cálculo del colgamiento en la película de líquido a las condiciones actuales, está dado por :

$$Y_M = \frac{1 + 75 \cdot H_{LF}}{(1 - H_{LF})^{2.5} \cdot H_{LF}} - \frac{1}{H_{LF}^3} \cdot X_M^2 \quad \dots\dots (3.5.5)$$

Para que el flujo anular ocurra se debe cumplir que el colgamiento calculado a las condiciones actuales (ecuación 3.5.5) sea menor que el colgamiento que satisface el criterio de inestabilidad de la película (ecuación 3.5.3) y menor que 0.24. El procedimiento para identificar al flujo anular se describe a detalle en el apéndice V.

### 3.5.2 Determinación del gradiente de presión

#### 3.5.2.1 Flujo burbuja

- **Gradiente hidrostático**

El colgamiento del líquido se obtiene de la siguiente expresión:

$$\frac{v_{SG}}{1 - \alpha_L} = C_o \cdot v_M + v_{bs} \cdot (\alpha_L)^{0.5} \quad \dots\dots (3.5.6)$$

donde:

$$C_o = 1.15$$

y  $v_{bs}$  está dado por la ecuación (3.1.14).

$$v_{bs} = 1.53 \cdot \left( \frac{g \cdot \sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

La ecuación (3.5.6) puede transformarse en una ecuación cúbica en  $\alpha_L^{0.5}$ , y resuelta algebraicamente (apéndice VIII); tomar la mayor raíz positiva menor que 1.

Una vez obtenido  $\alpha_L$ , la densidad de la mezcla se calcula directamente con la ecuación (1.28).

El gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, (ecuación 3.1.24), es:

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c}$$

- **Gradiente por fricción**

El número de Reynolds para el cálculo del factor de fricción,  $f_M$ , se calcula mediante las ecuaciones (3.2.15) y (3.2.16). El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se expresa como (ecuación 3.2.16):

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Fricción}} = f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, despreciando el gradiente por aceleración, es (ecuación 3.1.27):

$$144 \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = [\rho_L \cdot \alpha_L + \rho_G \cdot (1 - \alpha_L)] \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

### 3.5.2.2 Flujo burbuja dispersa

- **Gradiente hidrostático**

Considerando al flujo burbuja dispersa como un flujo homogéneo, la densidad de la mezcla se calcula mediante las ecuaciones (1.15 - 1.17). Para el gradiente hidrostático, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, se tiene que (ecuación 3.2.17):

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c}$$

- **Gradiente por fricción**

El gradiente por fricción, en lb / pie<sup>2</sup> / pie, es (ecuación 3.2.20):

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{\text{Fricción}} = f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

El factor de fricción,  $f_M$ , se calcula a partir del número de Reynolds definido en las ecuaciones (3.2.18) y (3.2.19) como:

- **Gradiente de presión total**

El gradiente de presión total, despreciando el correspondiente a la aceleración, en lb / pg<sup>2</sup> / pie, es (ecuación 3.2.21):

$$144 \cdot \left( \frac{dP}{dL} \right) = \rho_{MSR} \cdot \frac{g}{g_c} + f_M \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_M^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

### 3.5.2.3 Flujo bache

El aporte principal de Gómez en el modelado del flujo bache, es el desarrollo de una nueva correlación para la fracción de vacío en el cuerpo del bache,  $\alpha_{GLS}$  :

$$\alpha_{GLS} = 1 - \exp\left[-\left(0.7065 + 2.48 \cdot 10^{-6} \cdot NRe_{LS}\right)\right] \quad \dots (3.5.7)$$

donde:

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M \cdot d}{\mu_L} \quad \dots (3.5.8)$$

Asimismo, asume que la longitud del bache de líquido,  $L_{LS}$ , está dada por:

$$L_{LS} = 20 \cdot d \quad \dots (3.5.9)$$

Si bien el tratamiento que Gómez da al flujo bache se apega estrictamente a las ecuaciones de conservación de masa y momento para el flujo separado, deja muchos puntos en blanco en la resolución del sistema de ecuaciones resultante. Por ello, en el presente estudio, se recomienda utilizar, con las reservas del caso, las correlaciones desarrolladas por el autor (ecuaciones 3.5.7, 3.5.8 y 3.5.9) en conjunción con el modelo de Ansari.

### 3.5.2.4 Flujo anular

El modelo de Gómez para el flujo anular es prácticamente el mismo que el de Ansari, por lo que se recomienda retimirse a la sección correspondiente en dicho modelo. La única diferencia es que utiliza la correlación correspondiente a la relación entre el factor de fricción en la interfase con el factor de fricción superficial del núcleo, (ecuaciones 3.2.93 y 3.2.94) de la siguiente manera:

Para  $0 \leq FE \leq 1$  :

$$Z_M = 1 + 300 \cdot \delta \quad \dots (3.5.30)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## **CAPÍTULO 4**

### **TUPAC**

**AUTOMATIZACIÓN DE CORRELACIONES Y  
MODELOS MECANÍSTICOS DE FLUJO MULTIFÁSICO  
VERTICAL ASCENDENTE**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

2011 21287  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 4.1 TUPAC

La predicción del perfil de presión en pozos petroleros antes de la aparición de las computadoras era realizada manualmente a través de correlaciones empíricas, como las estudiadas en el capítulo 1, presentadas generalmente en forma gráfica. Tales cálculos consumían grandes cantidades de tiempo y la probabilidad de cometer errores de lectura en dichas gráficas, o incluso en las operaciones aritméticas, era elevada. Afortunadamente, con el surgimiento de las computadoras la automatización de las correlaciones empíricas, y más tarde de los modelos mecanísticos, fue posible.

Con la finalidad de automatizar el cálculo del perfil de presión en pozos petroleros produciendo en flujo multifásico vertical ascendente, mediante las correlaciones empíricas y los modelos mecanísticos estudiados en los capítulos anteriores, se desarrolló un nuevo programa de cómputo : TUPAC.

TUPAC es una herramienta valiosa para los estudiantes de la carrera de ingeniería petrolera, quienes difícilmente tienen acceso a simuladores comerciales de flujo multifásico, así como para profesionales en el área de comportamiento de pozos y diseño de sistemas artificiales de producción. Entre las características que hacen único a TUPAC, se pueden mencionar, entre otras:

1. Es amigable con el usuario; cuenta con las herramientas típicas de las aplicaciones de Microsoft Windows<sup>®</sup>, como lo son ventanas, cuadros de texto, botones de opción y de comando, gráficos, etc.
2. Permite la predicción del perfil de presión mediante las 5 correlaciones empíricas más comunes (Cap.2), y 5 modelos mecanísticos (Cap.3), de los cuales, el de Tengesdal<sup>26</sup> y el de Gómez<sup>15</sup>, son de reciente publicación.
3. Genera tablas con un reporte detallado de las principales variables involucradas en el cálculo del perfil de presión, con sólo oprimir un botón.
4. Cuenta con módulos para la comparación gráfica de perfiles de presión (medidos vs. calculados), gradientes hidrostáticos, gradientes por fricción y colgamiento, permitiendo el rastreo de puntos de interés.

5. Cuenta con un módulo independiente para la generación y comparación de mapas de regímenes de flujo, para diferentes correlaciones y modelos mecánicos, propiedades de fluidos y características de tubería; asimismo, permite el rastreo de puntos de interés.
6. Cuenta con diferentes correlaciones para el cálculo de las propiedades de los fluidos a las condiciones de flujo, así como con un módulo para la evaluación de las mismas contra datos de laboratorio, a fin de seleccionar las mejores en el proceso de cálculo del perfil de presión.
7. Permite exportar la información generada como archivos de texto o como hojas de cálculo de Microsoft Excel<sup>®</sup>.

#### 4.1.1 Requerimientos para la instalación de TUPAC

Los requerimientos mínimos de hardware y software recomendados para la instalación de TUPAC<sup>®</sup> son:

- Sistema operativo: Windows 98<sup>®</sup>.
- Memoria RAM: 32 MB
- Procesador Pentium II
- 23 MB en disco duro.
- Microsoft Excel 98<sup>®</sup>.
- Monitor VGA o SVGA.

TUPAC fue desarrollado en Microsoft Visual Basic 6<sup>®</sup>.

A continuación se presenta un breve manual del usuario en el que se describe el procedimiento para el cálculo de perfiles de presión mediante TUPAC; las principales funciones de los menús, submenús y herramientas, así como la manera de utilizarlos, y algunas consideraciones importantes en el desarrollo del mismo.

#### 4.1.2 Estructura interna de TUPAC

TUPAC fue desarrollado en Microsoft Visual Basic 6<sup>®</sup>. Está estructurado internamente por 14 módulos, con las siguientes funciones:

- 10 módulos para el cálculo del perfil de presión mediante 5 correlaciones empíricas y 5 modelos mecánicos de flujo multifásico vertical ascendente.
- 1 módulo para el cálculo de las propiedades PVT de los fluidos producidos a condiciones de flujo mediante diferentes correlaciones.
- 1 módulo para la graficación del perfil de presión, gradiente hidrostático, gradiente por fricción y colgamiento.
- 1 módulo para la creación de mapas de regímenes de flujo.
- 1 módulo para la generación de archivos de texto y hojas de cálculo con la información generada en el cálculo del perfil de presión.

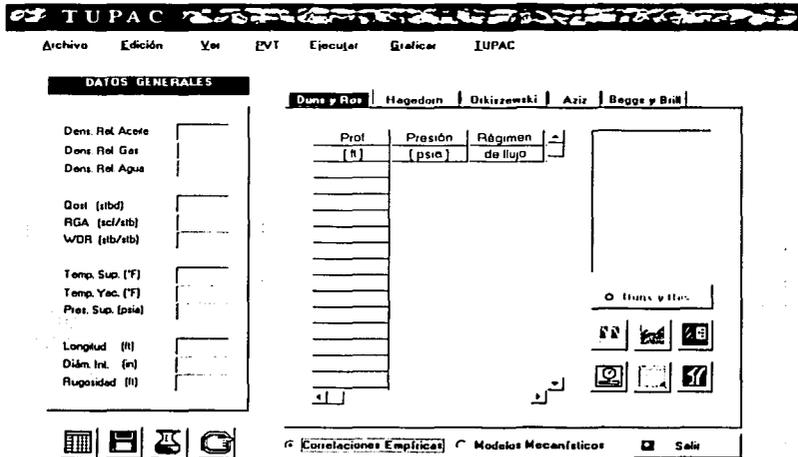


Fig. 4.1 Pantalla principal de TUPAC.

## 4.2 Manual del usuario de TUPAC

A continuación se describe brevemente la manera de utilizar TUPAC en el cálculo de perfiles de presión en pozos petroleros produciendo en flujo multifásico vertical ascendente, así como algunas recomendaciones al respecto, y las consideraciones tomadas en el desarrollo del mismo.

### 4.2.1 Datos de entrada

TUPAC se diseñó para calcular el perfil de presión en pozos petroleros produciendo en flujo multifásico vertical ascendente, con un mínimo de datos de campo. La información requerida es:

1. Densidad relativa del aceite.
2. Densidad relativa del gas producido.
3. Densidad relativa del agua producida.
  
4. Gasto de aceite a condiciones estándar, (bl de aceite @ c.s. / día).
5. Relación gas – aceite, (pie<sup>3</sup> de gas @ c.s. / bl de aceite @ c.s.).
6. Relación agua – aceite, (bl de agua @ c.s. / bl de aceite @ c.s.).
  
7. Temperatura superficial, (°F).
8. Temperatura de yacimiento, (°F).
9. Presión superficial, (lb / pg<sup>2</sup> abs).
  
10. Longitud de tubería, (pie).
11. Diámetro interno de la tubería, (pg).
12. Rugosidad absoluta de la tubería, (pie).

Cabe mencionar que cuando se desea conocer el comportamiento de la presión sólo en cierta sección de tubería, la temperatura superficial y la de yacimiento corresponderán a la temperatura a la salida y a la entrada de la sección en estudio, respectivamente; asimismo, la presión superficial será la presión a la salida de la misma.

De manera predeterminada, se asigna un valor de cero a la relación agua – aceite; respecto a la rugosidad de la tubería, se le asigna un valor de 0.0007 pie. Estos datos pueden ser corregidos en cualquier momento.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4.2.2 Selección de correlaciones PVT

Antes de iniciar una simulación es necesario seleccionar las correlaciones PVT que mejor se ajusten al comportamiento de los fluidos producidos. Es importante resaltar la importancia que tiene la correcta selección de las mismas, pues independientemente de que el modelo de flujo multifásico sea el adecuado para ciertas condiciones, poco se sabrá de su comportamiento si el método seleccionado para la predicción de las propiedades de los fluidos fue incorrecto. Si se dispone de información de laboratorio se recomienda realizar la evaluación de las mismas.

Las correlaciones disponibles para calcular las propiedades de los fluidos a las condiciones de flujo son:

- **Propiedades del aceite**

Presión de burbujeo	Relación de Solubilidad	Factor de vol. saturado	Factor de vol. bajosaturado
Standing <sup>4, 27</sup>	Standing	Standing	Vázquez
Lasater <sup>33</sup>	Lasater	Vázquez	De Ghetto
Vázquez <sup>35</sup>	Vázquez	Glaso	
Glaso <sup>32</sup>	Glaso	De Ghetto	
De Ghetto <sup>31</sup>	De Ghetto		

Viscosidad	Tensión interfacial
Vázquez y Beggs <sup>35</sup> / Beggs y Robinson <sup>30</sup>	A. Majeed <sup>29</sup>
De Ghetto <sup>31</sup>	

- **Propiedades del agua**

Factor de vol.	Viscosidad	Tensión interfacial
McCain <sup>28</sup>	McCain	Hough <sup>4</sup>

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

• **Propiedades del gas**

Viscosidad	Factor de compresibilidad
Lee <sup>34</sup>	Standing <sup>4</sup>

Las correlaciones anteriores aparecen en el apéndice VII.

Algunas consideraciones respecto a la utilización de las correlaciones:

- 1 Se recomienda utilizar TUPAC exclusivamente cuando los fluidos producidos corresponden a yacimientos de aceite negro; la razón de ello obedece primordialmente a las características de las correlaciones PVT de que dispone. En el caso de flujo de gas y condensado, o de aceites volátiles, se recomienda utilizar un simulador de flujo composicional.
- 2 En el caso del cálculo de la viscosidad del aceite saturado, la correlación de Vázquez y Beggs se utiliza en conjunción con la correlación de Beggs y Robinson para la viscosidad del aceite muerto y del aceite bajosaturado.
- 3 En el cálculo de las propiedades del gas se considera que la densidad relativa del gas disuelto y del gas libre es la misma que la del gas producido, la cual debe ser corregida, si es el caso, a una sola etapa de separación a 100 lb / pg <sup>2</sup>, y 60 °F.
- 4 No se considera el efecto de la presencia de gases no hidrocarburos en el cálculo del factor de compresibilidad y de la viscosidad de la fase gaseosa.
- 5 Se desprecia la solubilidad de la fase gaseosa en el agua de formación.
- 6 Se desprecia el contenido de sales disueltas en el cálculo de la viscosidad del agua producida.
- 7 La viscosidad y tensión superficial de la fase líquida se ponderan con base en el flujo fraccional del aceite en el caso del flujo simultáneo de aceite y agua.
- 8 No se considera el caso de emulsiones.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Para ver el fichero de selección de correlaciones PVT dar un clic en la opción "Correlaciones PVT" del menú "Ver"; o bien en el botón:



Aparece el siguiente fichero:

Líquido | Gas |

**Aceite**

Presión de burbujeo. [De Ghetto]

Rel. de Solubilidad. [De Ghetto]

Fact.Vol. Saturado. [De Ghetto]

Fact.Vol. Bajosal. [De Ghetto]

Viscosidad. [De Ghetto]

Tensión Interfacial. [A.Majeed]

[ ] [ ] [ ]

Evaluar | Predeterminado | <

Para cerrar el fichero, oprimir el botón "<", o en "Datos Generales" del menú "Ver".

TUPAC cuenta con un módulo para la evaluación de correlaciones para la predicción de la presión de burbujeo, la relación de solubilidad y el factor de volumen del aceite, siendo estos parámetros determinantes en el cálculo del perfil de presión.

El acceso al módulo "Evaluación de propiedades PVT" se lleva a cabo dando un clic en el botón "Evaluar" del fichero anterior, o mediante la opción "Evaluación PVT" del menú "PVT" del módulo principal.

**EVALUACION PVT**

**Condiciones de Saturación**

Presión de burbujeo.

Rel. de solubilidad.

Factor de volumen del aceite saturado.

Dens. rel. aceite. [ ]  
(agua = 1)

Dens. rel. gas. [ ]  
(aire = 1)

Temp. burb. [ ] (°F)    Rsol burb. [ ] (scf/stb)

Presión burb. [ ] (psia)    Bo burb. [ ] (resb/stb)

	Pb. cal. [ psia ]	Pb. med. [ psia ]	Error abs. [ psia ]	Error rel. %
Standing				
Lasater				
Vázquez				
Dinsein				
De Ghetto				

\* Se recomienda utilizar la correlación de: [ ] [ ]

.....

[ ] [ ] [ ]

Calcular

Regresar

Fig. 4.2 Módulo de evaluación PVT.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En este módulo, el usuario puede evaluar cuál de las correlaciones disponibles se ajusta mejor a los datos reportados de laboratorio (presión, relación de solubilidad, y factor de volumen a las condiciones de saturación para una temperatura dada). Automáticamente, TUPAC hace una recomendación de la correlación que mejor se ajustó a los datos medidos, con base en el mínimo error relativo encontrado.

#### 4.2.3 Selección de correlaciones y modelos mecánicos de flujo multifásico

TUPAC dispone de 5 correlaciones empíricas y 5 modelos mecánicos para la predicción del perfil de presión en pozos petroleros produciendo en flujo multifásico vertical ascendente:

- **Correlaciones empíricas**

Duns y Ros <sup>3,24</sup>.  
Hagedorn y Brown <sup>18</sup>.  
Orkiszewski <sup>22</sup>  
Aziz, Govier y Fogarasi <sup>9</sup>.  
Beggs y Brill <sup>11</sup>.

- **Modelos mecánicos**

Hasan y Kabir <sup>19</sup>.  
Ansari, Sylvester, Sarica, Shoham y Brill <sup>8</sup>.  
Chokshi, Schmidt y Doty <sup>13</sup>.  
Tengesdal, Sarica, Schmidt y Doty <sup>26</sup>.  
Gómez, Shoham, Schmidt, Chokshi, Brown y Northug <sup>15</sup>.

Una vez que la entrada de datos ha concluido y que se han seleccionado las correlaciones PVT conforme a lo descrito en secciones anteriores, para iniciar el proceso de cálculo oprimir el botón **"Siguiente"**:



Si TUPAC detecta que hace falta algún dato, se activará el cuadro de texto respectivo, solicitando la información requerida; en su caso, deberá volver a oprimir el botón mencionado. Una vez que TUPAC ha reconocido los datos de entrada se activarán los botones correspondientes a las correlaciones y modelos mecánicos de flujo multifásico. El proceso de cálculo del perfil de presión se iniciará oprimiendo el botón correspondiente al modelo deseado, o bien, mediante los submenús, del menú **"Ejecutar"**.

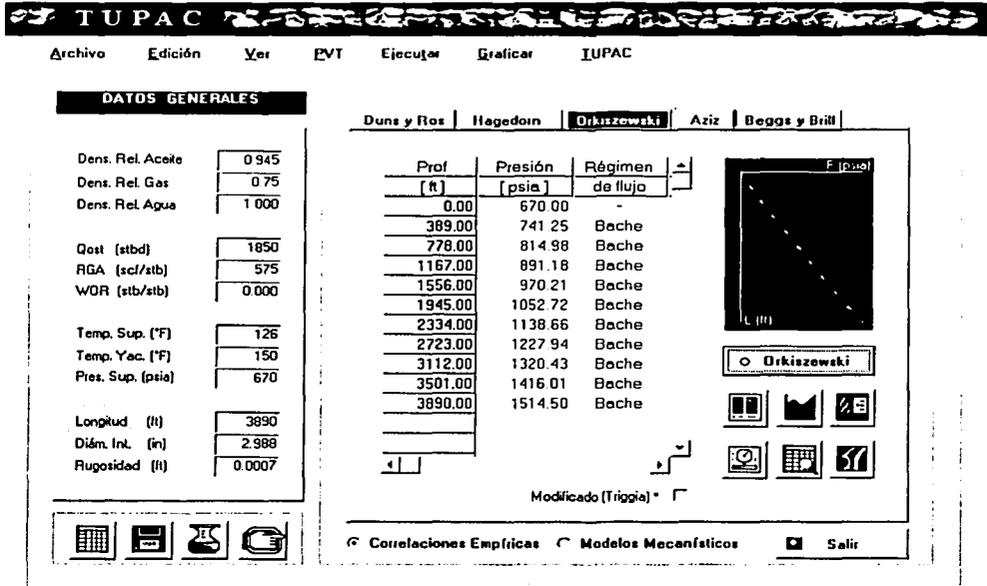


Fig. 4.3 Resultados de TUPAC.

Conforme se realizan los cálculos, TUPAC imprime la información básica generada para cada incremento de profundidad como se muestra en la Fig. 4.3; dicha información es:

- Profundidad.
- Presión.
- Régimen de flujo.
- Gradiente hidrostático.
- Gradiente por fricción
- Gradiente por aceleración.
- Colgamiento del líquido.
- Velocidad superficial del líquido y del gas.
- Viscosidad del líquido y del gas.
- Tensión interfacial del líquido.

**TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN**

En el caso de las correlaciones de Hagedorn y Brown, Orkiszewski, y de Beggs y Brill, se pueden utilizar las modificaciones de Hagedorn y Brill<sup>3</sup>, Triggia<sup>12</sup>, y de Mukherjee y Brill<sup>21</sup>, respectivamente, analizadas en el capítulo 2, en cuyo caso basta simplemente activar o desactivar la casilla de verificación correspondiente.

Para fines de programación, específicamente en el modelo de Duns y Ros, y en el de Hagedorn y Brown, dado que se trata de correlaciones presentadas gráficamente, desarrollé polinomios de ajuste para las curvas de correlación. Para cada una de ellas, se realizaron numerosas pruebas con diferentes polinomios, bajo la premisa de que el grado de éstos no fuera superior a 6, con la finalidad de que también pudiesen ser utilizados en cálculos manuales. En el caso de la correlación de Orkiszewski, se utilizaron los polinomios de ajuste propuestos por Garaicochea, Bernal y López<sup>4</sup>, para las figuras 2.3.1 y 2.3.2. En los apéndices I, II y III, se muestran los polinomios utilizados por TUPAC.

Mención especial merece el modelo de Hasan y Kabir; durante la programación y pruebas del mismo, se observó que la transición del régimen bache al agitado (ecuaciones 3.1.7 y 3.1.8) presenta un comportamiento "anómalo", pues en algunos casos predice una transición de flujo agitado a flujo burbuja, con los consecuentes problemas de convergencia asociados, y lo cual, de acuerdo a los análisis de las propuestas de los diferentes autores estudiados en los capítulos 2 y 3, no parece posible. Por lo tanto, considerando que Hasan y Kabir<sup>19</sup> manifiestan que dicha transición no fue abordada a profundidad y que representa una debilidad en su propuesta, se decidió prolongar la transición a burbuja dispersa (ecuación 3.1.6), a fin de modelar la transición bache – agitado.

El proceso de cálculo del perfil de presión incorporado en TUPAC, se realiza mediante diferencias finitas en sentido contrario a la dirección del flujo conforme a la propuesta de Aziz, y se describe en el apéndice VI.

Respecto a la predicción de la temperatura, se considera que ésta varía linealmente con la profundidad, quedando definida por medio de las temperaturas superficial y de yacimiento, y la profundidad total del pozo como sigue:

$$T(z) = \left( \frac{T_{yac} - T_{sup}}{L_{total}} \right) \cdot (z) + T_{sup} \quad \dots (4.1.1)$$

donde  $z$ , es la profundidad de interés.

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

#### 4.2.4 Recursos gráficos de TUPAC

Si el proceso de cálculo ha resultado exitoso, es decir, que no se han presentado problemas de convergencia, automáticamente se activan los recursos gráficos de TUPAC.

TUPAC permite realizar la comparación gráfica de perfiles de presión medidos vs. calculados. Para incorporar el perfil de presión medido en los métodos gráficos que a continuación se describen, seleccionar **"Perfil de Presión Medido"** del menú **"Ver"**, u oprimir el botón indicado al margen.



**Perfil de Presión Medido**

Núm. puntos:

	Prof [ft]	Presión [psia]
1	3890	1521

Escriba el perfil de presión medido en orden creciente; para ingresar los datos medidos dé un click sobre la celda correspondiente.

Incluir en Métodos Gráficos.     

Debe introducirse el número de puntos medidos de presión; posteriormente introducir los datos dando un clic sobre la celda correspondiente; finalmente activar la casilla de verificación **"Incluir en Métodos Gráficos"**.

Si en los métodos gráficos no se visualiza alguno de los puntos medidos, pueden modificarse las escalas de los gráficos para tal efecto

TUPAC permite graficar presión, gradiente hidrostático, gradiente por fricción y colgamiento, vs. profundidad. Para ello, seleccionar **"Graficar P vs LT"** del menú **"Graficar"**, o bien oprimir el botón:



Aparece el módulo de gráficos mostrado en la Fig. 4.4.

**TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN**

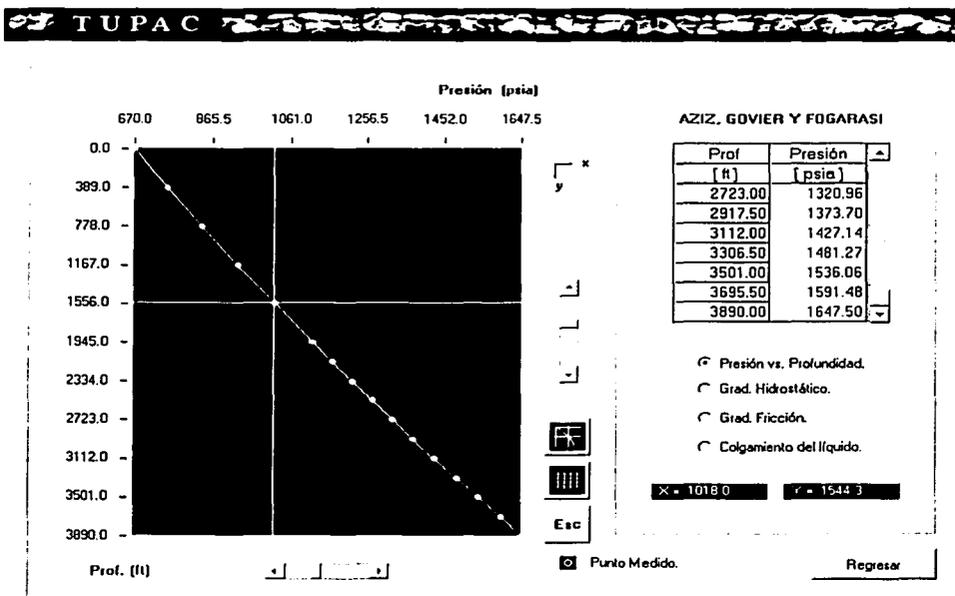


Fig. 4.4 Módulo de gráficos.

Puede visualizarse el comportamiento de la presión, de los gradientes hidrostático y por fricción, así como del colgamiento, simplemente activando la opción correspondiente.

En este módulo el usuario puede rastrear puntos de interés mediante las barras de desplazamiento; las coordenadas del punto de rastreo se muestran en la parte inferior derecha de la pantalla.

Para ocultar o mostrar las herramientas de rastreo, oprimir:



Para mostrar líneas de división utilice el botón:



Para cambiar las escalas de los ejes coordenados, oprimir:



TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN

Asimismo, para fines comparativos de los diferentes modelos, TUPAC puede graficar simultáneamente dos o más a la vez. Para ello, seleccionar “Comparar” del menú “Graficar” de la pantalla principal, o con el botón:



Se muestra el cuadro de diálogo “Comparar”, en el cual el usuario puede elegir de entre las opciones disponibles aquellas de su interés. Oprimir el botón “Siguiente” para visualizar la comparación gráfica de los modelos en una pantalla similar a la mostrada en la Fig. 4.4, respecto al comportamiento de la presión, gradiente hidrostático y por fricción, y al colgamiento.

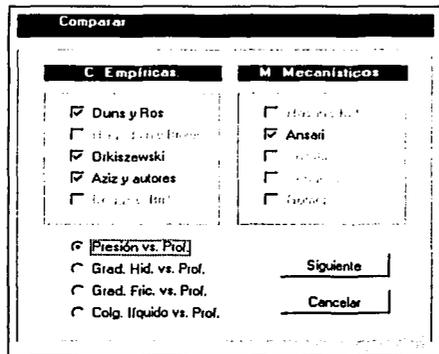


Fig. 4.5 Cuadro de diálogo comparar.

Para visualizar de manera simultánea el comportamiento de la presión, del gradiente hidrostático y por fricción, y del colgamiento, TUPAC también cuenta con otra utilidad gráfica, en la que además se muestra el régimen de flujo prevaleciente en determinada sección de tubería. Para tener acceso a este módulo seleccionar “Visualizar Gráficas” del menú “Graficar” de la pantalla principal, o bien, oprimiendo el botón:



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

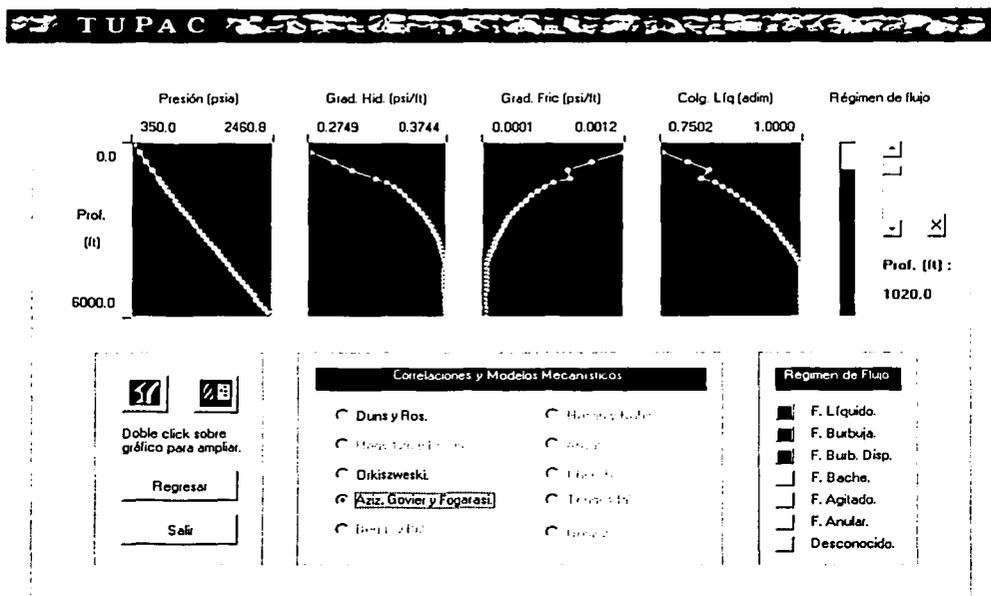


Fig. 4.6 Módulo de visualización simultánea.

En este módulo, el usuario puede visualizar las transiciones entre regímenes de flujo a lo largo del pozo y rastrear puntos de interés (para mostrar la herramienta de rastreo, oprimir el botón "I"- "X"). Esta utilidad gráfica de TUPAC resulta muy importante en el estudio del comportamiento de los modelos de flujo multifásico, pues permiten visualizar claramente las discontinuidades en que incurren los mismos, precisamente en las transiciones entre regímenes de flujo.

Por otra parte, tales discontinuidades, aún en una sección con un solo patrón de flujo, se pueden presentar por el efecto de la discontinuidad asociada a la correlación para el factor de fricción cuando se presenta la transición del flujo laminar al turbulento. De cualquier manera, cuando se visualicen tales discontinuidades, no hay que perder de vista la escala que se esté utilizando, pues puede ser que la magnitud de la misma sea mínima, pero que por efectos de escala puedan parecer más grandes de los que en realidad son.

### 4.2.5 Generación de mapas de regímenes de flujo

TUPAC dispone de un módulo independiente para la generación de mapas de regímenes de flujo para diferentes propiedades de fluidos, velocidades superficiales y diámetros de tubería. Esta herramienta de TUPAC es muy valiosa pues permite detectar si los problemas de convergencia de algún modelo se deben a la transición entre regímenes de flujo; por ejemplo, si al realizar una simulación el método falla, puede utilizarse la información generada por TUPAC, en cuanto a las propiedades de fluidos y velocidades superficiales a las condiciones de flujo en el punto en que se presentó el problema de convergencia, para crear el mapa de patrones de flujo correspondiente, en el cual se podrá detectar si el problema se produjo en alguna transición.

Para abrir el módulo de mapas de regímenes de flujo, seleccionar “Mapas de Patrones de Flujo”, del menú “Graficar” del módulo principal, u oprimir el botón :

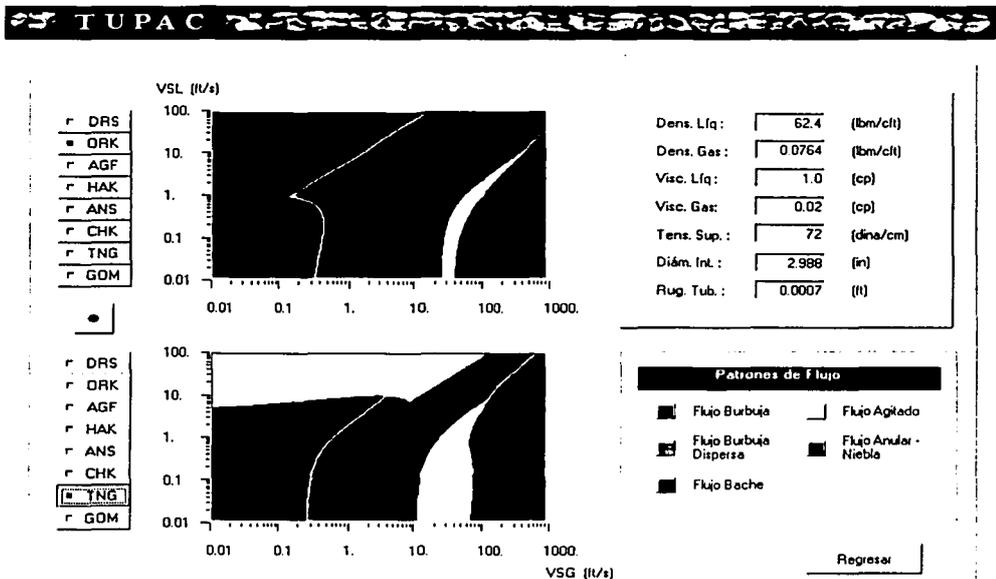


Fig. 4.7 Módulo de mapas de patrones de flujo.

En el módulo anterior es posible comparar los mapas de regímenes de flujo predichos por los diferentes modelos. En la Fig. 4.7 se muestran los mapas según la correlación de Orkiszewski y el modelo mecánico de Tengedal.

Debe prestarse especial atención a las unidades de las variables requeridas para la construcción de los mapas; éstas son:

- Densidad del líquido @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Densidad del gas @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Viscosidad del líquido @ c.f., (cp).
- Viscosidad del gas @ c.f., (cp).
- Tensión interfacial del líquido @ c.f., (dina / cm).
- Diámetro interno de tubería. (pg).
- Rugosidad de la tubería, (pie).

Una vez que se han introducido los datos requeridos y en las unidades adecuadas, sólo basta oprimir cualquiera de los botones correspondientes a cada método para la creación de los mapas respectivos.

La comparación de los mapas de regímenes de flujo según las diferentes correlaciones y modelos mecánicos disponibles resulta muy provechosa, pues permite visualizar las diferencias en cuanto a la predicción de los diferentes patrones de flujo; asimismo, puede visualizarse la "equivalencia" o "traslape" entre unos y otros.

Como en los demás módulos gráficos de TUPAC, en éste también es posible rastrear puntos de interés; para ello, oprimir el botón "o" y utilizar las barras de desplazamiento vertical y horizontal.

Respecto al mapa correspondiente a la correlación de Beggs y Brill, éste no fue incluido debido a que para fines comparativos resulta de poca utilidad, pues hay que recordar que los patrones predichos por este método, únicamente tienen sentido físico cuando el flujo es horizontal.

TUPAC no cuenta con herramientas para guardar como mapas de bits los mapas de patrones de flujo elaborados; sin embargo, el usuario puede utilizar las herramientas de Microsoft Windows<sup>®</sup> para crear una copia de la pantalla respectiva; sólo debe oprimir la tecla "Imprimir Pantalla" de su teclado y pegar la imagen exportada en alguna aplicación compatible, como Microsoft Paint Brush<sup>®</sup>, y guardar el documento.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4.2.6 Reporte global de la simulación

TUPAC dispone de un módulo independiente en el cual se presenta en forma tabular un reporte completo de las variables involucradas en el cálculo del perfil de la presión por cada incremento de longitud de tubería; entre la información reportada, se tiene:

#### AUTOR

##### Tabla 1. General

- Profundidad, (pies)
- Presión, (lb / pg<sup>2</sup> abs.)
- Régimen de flujo.
- Gradiente hidrostático, (lb / pg<sup>2</sup> / pie).
- Gradiente por fricción, (lb / pg<sup>2</sup> / pie).
- Gradiente por aceleración, (lb / pg<sup>2</sup> / pie).
- Colgamiento, (adim.)
- Velocidad superficial del líquido, (pie / seg).
- Velocidad superficial del gas, (pie / seg).
- Densidad del líquido @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Densidad del gas @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Viscosidad del líquido, (cp).
- Viscosidad del gas, (cp).
- Tensión interfacial del líquido, (dina / cm).

**TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN**

##### Tabla 2. PVT aceite

- Profundidad, (pies).
- Presión, (lb / pg<sup>2</sup> abs.)
- Temperatura, (°F).
- Gasto @ c.f., (Mpie<sup>3</sup> / d).
- Densidad @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Factor de volumen, (bl / bl).
- Viscosidad, (cp).
- Tensión interfacial, (dina / cm).
- Presión de burbujeo, (lb / pg<sup>2</sup> abs).

**Tabla 3. PVT gas**

- Profundidad, (pies).
- Presión, (lb / pg<sup>2</sup> abs.).
- Temperatura, (°F).
- Gasto @ c.f., (Mpie<sup>3</sup> / d).
- Densidad @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Factor de volumen, (pie<sup>3</sup> / pie<sup>3</sup>).
- Factor de compresibilidad, (adim).
- Viscosidad, (cp).
- Relación de solubilidad, (pie<sup>3</sup> gas / bl aceite).

**Tabla 3. PVT agua**

- Profundidad, (pies).
- Presión, (lb / pg<sup>2</sup> abs.).
- Temperatura, (°F).
- Gasto @ c.f., (bl / día).
- Densidad @ c.f., (lbm / pie<sup>3</sup>).
- Factor de volumen, (bl / bl).
- Viscosidad, (cp).
- Tensión interfacial, (dina / cm).
- Flujo fraccional @ c.f., (bl agua / bl líquido).

Para tener acceso a este módulo oprimir el botón :



Para visualizar las diferentes tablas, (Fig. 4.8), así como su contenido, utilizar las barras de desplazamiento vertical y horizontal.

TUPAC

## ANSARI

## General

Prof. [ft]	Presión [psia]	Régimen de flujo.	Grad. Hid. [psia/ft]	Grad. Fric. [psia/ft]	Grad. Acel. [psia/ft]	Colg. Lq. [adim]	Vel. Sup. L. [ft/s]
0.00	670.00						
389.00	747.17	Beche	0.17601	0.02238	-	0.47716	2.6251
778.00	828.77	Beche	0.18928	0.02048	-	0.50754	2.6388
1167.00	914.78	Beche	0.20226	0.01884	-	0.53773	2.6533
1556.00	1005.12	Beche	0.21485	0.01739	-	0.56754	2.6686
1945.00	1099.67	Beche	0.22692	0.01613	-	0.59671	2.6846
2334.00	1198.26	Beche	0.23845	0.01502	-	0.62512	2.7014
2528.50	1249.01	Beche	0.24663	0.01428	-	0.64571	2.7144
2723.00	1300.69	Beche	0.25190	0.01382	-	0.65918	2.7234
2917.50	1353.28	Beche	0.25701	0.01339	-	0.67241	2.7325
3112.00	1406.76	Beche	0.26194	0.01299	-	0.68533	2.7418
3306.50	1461.08	Beche	0.26669	0.01261	-	0.69796	2.7512
3501.00	1516.22	Beche	0.27125	0.01225	-	0.71027	2.7608

Regresar

Fig. 4.8 Reporte global.

TESIS CON  
FALSA DE ORIGEN

#### 4.2.7 Guardar información

TUPAC permite al usuario exportar la información generada en dos diferentes formatos: como archivos de texto o como hojas de cálculo de Microsoft Excel<sup>®</sup>.

Para guardar la información como archivo de texto seleccionar "Exportar como Archivo de Texto" del menú "Archivo" del módulo principal, o dar un clic en el botón:



Para exportar la información como una hoja de cálculo, seleccionar "Exportar como Hoja de Cálculo" del menú "Archivo", o presionar el botón:



En cualquiera de los casos aparece el siguiente cuadro de diálogo:

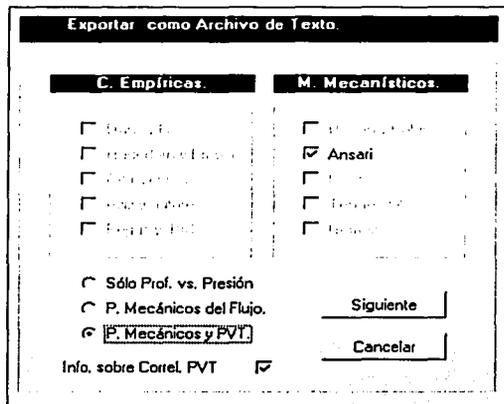


Fig. 4.9 Cuadro de diálogo exportar.

En el cuadro de diálogo debe seleccionarse el autor, o autores si es el caso, así como cualquiera de las opciones para la información que se deseen guardar; se tienen tres casos

- **Sólo Prof. vs. Presión.** Guarda únicamente el perfil de la presión.
- **Parámetros Mecánicos del Flujo.** Guarda la información básica de la simulación, como aparece en las tablas del módulo principal (Fig. 4.3).
- **Parámetros Mecánicos del Flujo y PVT.** Guarda el reporte completo de la simulación con el formato de las tablas del módulo "Reporte global." (Fig. 4.8).

Además, puede guardarse la información acerca de las correlaciones PVT empleadas en el cálculo del perfil de presión, activando la casilla de verificación "Información de Correlaciones PVT".

Si se seleccionó "Exportar como Archivo de Texto" aparece el cuadro de diálogo estándar de Microsoft Windows<sup>®</sup>, en el cual deberá seleccionarse la unidad y carpeta donde se desee guardar el reporte de la simulación conforme a las opciones antes descritas.

Ahora bien, si se seleccionó "Exportar como Hoja de Cálculo", automáticamente se inicia Microsoft Excel ®, en donde deberá guardarse directamente la hoja de cálculo con la información de la simulación; cabe mencionar que el proceso de transferencia de datos de TUPAC a Microsoft Excel ® puede tomar algunos segundos dependiendo de la magnitud del archivo generado; si requiere guardar la información de las simulaciones de una manera rápida se recomienda hacerlo como archivos de texto.

### 4.2.8 Ejemplo de aplicación

A continuación se muestra el formato de un archivo de texto generado por TUPAC, en el que se ha seleccionado la opción "P. Mecánicos y PVT".

TUPAC ®  
Archivo de Resultados

Septiembre 9, 2002

oo

Nombre de Pozo :

Nombre de Campo :

oo

DATOS DE ENTRADA

oo

Dens. rel. aceite 0.94500	Dens. rel. gas 0.75000	Dens. rel. agua 1.00000
Gasto aceite (STBD) 1850.00	RGa (SCFT/STB) 575.00	WOR (STB/STB) 0.00
Temp. Sup. (°F) 126.00	Temp. Sup. (°F) 150.00	Presión Sup. (psia) 670.00
Long. Total (ft) 3890.00	Diám. int. (plg) 2.988	Rugosidad (ft) 0.700 E-3

oo

CORRELACIONES PVT

oo

ACEITE

oo

Presión de Burbujeo	:	De Ghetto
Rel. Solubilidad	:	De Ghetto
Fact. Vol. Saturado	:	De Ghetto



Capítulo 4. TUPAC.

Fact. Vol. Baj. Sat. : De Ghetto  
 Viscosidad : De Ghetto  
 Tensión Interfacial : A.Majeed

oo  
 GAS  
 ooo

Viscosidad : Lee  
 Fact. Compresibilidad : Aziz et. al

oo

oo  
 o ANSARI o  
 ooo

Profund. (ft)	Presión (psia)	Grad. Hid. (psi/ft)	Grad. Fric. (psi/ft)	Grad. Acel. (psi/ft)
389.00	747.17	0.1760090	0.0223780	0.00
778.00	828.77	0.1892836	0.0204848	0.00
1167.00	914.78	0.2022575	0.0188351	0.00
1556.00	1005.12	0.2148464	0.0173918	0.00
1945.00	1099.67	0.2269244	0.0161285	0.00
2334.00	1198.26	0.2384466	0.0150182	0.00
2528.50	1249.01	0.2466261	0.0142777	0.00
2723.00	1300.69	0.2518986	0.0138199	0.00
2917.50	1353.28	0.2570129	0.0133894	0.00
3112.00	1406.76	0.2619394	0.0129858	0.00
3306.50	1461.08	0.2666851	0.0126067	0.00
3501.00	1516.22	0.2712482	0.0122506	0.00
3695.50	1572.15	0.2756281	0.0119159	0.00
3890.00	1628.83	0.2798250	0.0116014	0.00

Profund. (ft)	Temp. (°F)	Col. Liq. (adim)	VSL (ft/s)	VSG (ft/s)	Régimen de Flujo
389.00	127.20	0.4771599	2.6251228	4.5782352	Bache
778.00	129.60	0.5075438	2.6388221	4.0049695	Bache
1167.00	132.00	0.5377284	2.6533064	3.5137007	Bache
1556.00	134.40	0.5675403	2.6685733	3.0900701	Bache
1945.00	136.80	0.5967054	2.6846059	2.724123	Bache
2334.00	139.20	0.6251210	2.7014014	2.4059123	Bache
2528.50	141.00	0.6457066	2.7144280	2.1956026	Bache
2723.00	142.20	0.6591780	2.7233658	2.0661101	Bache
2917.50	143.40	0.6724097	2.7324773	1.9446514	Bache
3112.00	144.60	0.6853314	2.7417567	1.8311596	Bache
3306.50	145.80	0.6979551	2.7511989	1.7248383	Bache
3501.00	147.00	0.7102727	2.7607988	1.6251557	Bache
3695.50	148.20	0.7222783	2.7705509	1.5316207	Bache
3890.00	149.40	0.7339681	2.7804497	1.4437785	Bache

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Profund. (ft)	Dens.Liq. (lbm/cft)	Dens.Gas. (lbm/cft)	Visc.Liq. (cp)	Visc.Gas. (cp)	Tens.Int. (dina/cm)
389.00	56.15087	2.72434	33.296266	0.012544	23.15201
778.00	55.96019	3.04800	30.453071	0.012758	22.23285
1167.00	55.76240	3.39301	27.800693	0.012993	21.32116
1556.00	55.55787	3.75950	25.337762	0.013249	20.42266
1945.00	55.34715	4.14547	23.061458	0.013528	19.54293
2334.00	55.13061	4.55082	20.965187	0.013831	18.68570
2528.50	54.96540	4.86413	19.511236	0.014072	18.06262
2723.00	54.85345	5.07897	18.592246	0.014242	17.65470
2917.50	54.74042	5.29820	17.714153	0.014418	17.25437
3112.00	54.62642	5.52009	16.875901	0.014600	16.86199
3306.50	54.51154	5.74478	16.076324	0.014788	16.47780
3501.00	54.39588	5.97189	15.314201	0.014982	16.10200
3695.50	54.27953	6.20099	14.588278	0.015182	15.73474
3890.00	54.16258	6.43165	13.897275	0.015387	15.37613

REPORTE PVT

ACEITE

Profund. (ft)	Presión (psia)	Temp. (°F)	Q @ c.f. (bpd)	Pres.Burb. (psia)
389.00	747.17	127.20	1967.24518	2928.59
778.00	828.77	129.60	1977.51135	2961.14
1167.00	914.78	132.00	1988.36572	2994.05
1556.00	1005.12	134.40	1999.80667	3027.32
1945.00	1099.67	136.80	2011.82134	3060.97
2334.00	1198.26	139.20	2024.40773	3094.99
2528.50	1249.01	141.00	2034.16979	3120.75
2723.00	1300.69	142.20	2040.86771	3138.04
2917.50	1353.28	143.40	2047.69575	3155.43
3112.00	1406.76	144.60	2054.64965	3172.92
3306.50	1461.08	145.80	2061.72557	3190.50
3501.00	1516.22	147.00	2068.91963	3208.18
3695.50	1572.15	148.20	2076.22778	3225.96
3890.00	1628.83	149.40	2083.64587	3243.84

Profund. (ft)	Densidad (lbm/cft)	Fact.Vol. (bl/stb)	Viscosidad (cp)	Tens.Int. (dina/cm)
389.00	56.15087	1.063376	33.296266	23.15201
778.00	55.96019	1.068925	30.453071	22.23285
1167.00	55.76240	1.074792	27.800693	21.32116
1556.00	55.55787	1.080977	25.337762	20.42266
1945.00	55.34715	1.087471	23.061458	19.54293
2334.00	55.13061	1.094274	20.965187	18.68570
2528.50	54.96540	1.099551	19.511236	18.06262
2723.00	54.85345	1.103172	18.592246	17.65470
2917.50	54.74042	1.106863	17.714153	17.25437
3112.00	54.62642	1.110621	16.875901	16.86199
3306.50	54.51154	1.114446	16.076324	16.47780
3501.00	54.39588	1.118335	15.314201	16.10200
3695.50	54.27953	1.122285	14.588278	15.73474
3890.00	54.16258	1.126295	13.897275	15.37613

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Capitulo 4. TUPAC.

GAS

Profund. (ft)	Presión (psia)	Temp. (°F)	Q @ c.f. (Mcftd)	Rel.Sol. (scft/stb)
389.00	747.17	127.20	19.26196	79.36
778.00	828.77	129.60	16.85006	89.91
1167.00	914.78	132.00	14.78315	101.24
1556.00	1005.12	134.40	13.00082	113.35
1945.00	1099.67	136.80	11.46117	126.24
2334.00	1198.26	139.20	10.12237	139.91
2528.50	1249.01	141.00	9.23753	150.61
2723.00	1300.69	142.20	8.69272	158.00
2917.50	1353.28	143.40	8.18171	165.57
3112.00	1406.76	144.60	7.70422	173.32
3306.50	1461.08	145.80	7.25689	181.24
3501.00	1516.22	147.00	6.83750	189.33
3695.50	1572.15	148.20	6.44397	197.58
3890.00	1628.83	149.40	6.07439	205.99

Profund. (ft)	Densidad (lbm/cft)	Fact.Vol. (cft/scft)	Fact. Comp (adim)	Viscosidad (cp)
389.00	2.72434	0.021012	0.896968	0.012544
778.00	3.04800	0.018781	0.887896	0.012758
1167.00	3.39301	0.016872	0.878865	0.012993
1556.00	3.75950	0.015227	0.869887	0.013249
1945.00	4.14547	0.013809	0.861350	0.013528
2334.00	4.55082	0.012579	0.853206	0.013831
2528.50	4.86413	0.011769	0.847615	0.014072
2723.00	5.07897	0.011271	0.844047	0.014242
2917.50	5.29820	0.010805	0.840537	0.014418
3112.00	5.52009	0.010370	0.837328	0.014600
3306.50	5.74478	0.009965	0.834345	0.014788
3501.00	5.97189	0.009586	0.831603	0.014982
3695.50	6.20099	0.009232	0.829117	0.015182
3890.00	6.43165	0.008901	0.826899	0.015387

FIN REPORTE PVT  
FIN MODELO MEC. DE ANSARI

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## **CAPÍTULO 5**

# **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### **Conclusiones y Recomendaciones.**

1. Para el ingeniero petrolero, la predicción del perfil de presión en pozos produciendo en flujo multifásico juega un papel determinante en el diseño de aparejos y sistemas artificiales de producción, por mencionar tan sólo dos casos. Por tal razón, desde mediados del siglo pasado y hasta la fecha, diferentes autores han desarrollado modelos matemáticos para tal efecto.
2. Dada la complejidad del modelado del flujo simultáneo gas – líquido, las primeras propuestas surgieron de correlacionar gradientes de presión con variables comúnmente medidas en campo, y sin explicar los mecanismos que gobiernan la ocurrencia del fenómeno. Debido al empirismo de este tipo de modelos, su validez está restringida al rango de información utilizada por los autores en su desarrollo.
3. Con el surgimiento de tecnologías cada vez más sofisticadas para observar, analizar y modelar al flujo multifásico, hacen su aparición los modelos mecanísticos; éstos parten de la premisa de la existencia de patrones de flujo, proponiéndose modelos hidrodinámicos independientes para cada uno de ellos. Debido a que están fundamentados en la física del flujo, son de aplicación general.
4. TUPAC es un nuevo programa de cómputo para la automatización del cálculo de gradientes de presión en pozos petroleros produciendo en flujo multifásico vertical, mediante 5 correlaciones empíricas y 5 modelos mecanísticos.

#### **Correlaciones Empíricas.**

- Duns y Ros <sup>3, 24</sup>.
- Hagedorn y Brown <sup>17, 18</sup>.
- Orkiszewski <sup>12, 22</sup>.
- Aziz, Govier y Fogarasi <sup>9</sup>.
- Beggs y Brill <sup>11, 21</sup>.

#### **Modelos Mecanísticos.**

- Hasan y Kabir <sup>19</sup>.
- Ansari, Sylvester, Sarica, Shoham y Brill <sup>8</sup>.
- Chokshi, Schmidt y Doty <sup>13</sup>.
- Tengesdal, Sarica, Schmidt y Doty <sup>26</sup>.
- Gómez, Shoham, Schmidt, Chokshi, Brown y Northug <sup>15</sup>.

5. TUPAC se caracteriza por ser amigable con el usuario; está diseñado para calcular el perfil de presión en pozos petroleros con un mínimo de información de campo; genera tablas con un reporte detallado de las principales variables involucradas en el cálculo del perfil de presión; cuenta con módulos para la comparación gráfica de perfiles de presión, gradientes hidrostáticos, gradientes por fricción y colgamiento; cuenta con un módulo independiente para la generación y comparación de mapas de regímenes de flujo, para diferentes correlaciones y modelos mecanísticos, propiedades de fluidos y características de tubería; cuenta con diferentes correlaciones (de aceite negro) para el cálculo de las propiedades de los fluidos a las condiciones de flujo, así como con un módulo de evaluación de las mismas contra datos de laboratorio.

A continuación se hacen algunas observaciones sobre las correlaciones empíricas y modelos mecanísticos de flujo multifásico, con base en el análisis de los mismos durante el desarrollo y pruebas de TUPAC, así como con lo reportado en la literatura.

6. Ninguna de las correlaciones o modelos mecanísticos es mejor que los otros en todos los casos; por ello, antes de utilizar alguno de ellos, por ejemplo en el diseño de aparejos de producción, es necesario realizar un evaluación minuciosa de los mismos contra presiones de fondo de fluyendo medidas, o en su caso, que sería lo más recomendable, contra gradientes de presión medidos. En este punto cabe mencionar dos cosas:
  - 6.1 Primero, ya sea que la evaluación se vaya a realizar contra presiones de fondo fluyendo o contra gradientes de presión, se debe corroborar que las mediciones se hayan realizado una vez que el pozo ha sido estabilizado; de lo contrario, la evaluación de los modelos será de poca o nula utilidad, pues las mediciones no corresponderán al comportamiento real del pozo.
  - 6.2 Segundo, si la evaluación se lleva a cabo contra presiones de fondo fluyendo, el que una correlación o modelo mecanístico se ajuste a éstas, no necesariamente es indicativo de que el perfil de presión predicho sea el correcto.

Respecto a las propiedades de los fluidos producidos:

7. Antes de utilizar un modelo de flujo multifásico, se trate de una correlación o de un modelo mecanístico, es recomendable realizar una evaluación previa de las correlaciones para el cálculo de las propiedades PVT de los fluidos producidos contra datos de laboratorio, pues independientemente de que aquéllos sean los adecuados para ciertas condiciones, si las correlaciones PVT seleccionadas no se ajustan al comportamiento real de los fluidos producidos, no se sabrá realmente cuál es el correspondiente al modelo de flujo multifásico; por ello debe verse a las correlaciones PVT y a los modelos de flujo multifásico como una unidad.
8. En especial, se debe prestar atención a la evaluación de las correlaciones para la presión de burbujeo y para la relación de solubilidad gas – aceite, siendo estas dos variables críticas en el cálculo de gradientes de presión. Se debe recordar que este proceso de cálculo se realiza discretizando la longitud total del pozo, con lo que cada segmento de tubería estará caracterizado por un único valor de presión de burbujeo y un único valor de relación de solubilidad; ahora bien, por ejemplo, si la correlación PVT predice que en dicho segmento únicamente se tiene líquido cuando en realidad se tienen dos fases, el gradiente de presión se estará sobrestimando; la magnitud del error introducido en el cálculo del gradiente de presión dependerá de la longitud del segmento en cuestión. Algo similar sucede con la relación de solubilidad.
9. Cuando se trate de pozos productores de aceites volátiles, de gas y condensado o de gas húmedo, es recomendable utilizar ecuaciones de estado para el cálculo de las propiedades PVT. Debido a que en TUPAC las propiedades PVT de los fluidos producidos son calculadas mediante correlaciones empíricas desarrolladas para aceites negros, se recomienda utilizarlo exclusivamente bajo tales circunstancias.

Respecto a los modelos de flujo multifásico:

10. De la correlación de Duns y Ros se puede mencionar que, a pesar de la cuantiosa información que éstos recopilaron para desarrollarla, se debe tener precaución al utilizarla, principalmente en aquellos casos cuando la relación gas – líquido es elevada; cuando el aceite producido es de elevada viscosidad; y, cuando se presenten altos gastos de líquido a las condiciones de flujo.

11. El método de Hagedorn y Brown, a pesar de que es netamente empírico, ha sido de los más exitosos hasta la actualidad, debido principalmente a la cuantiosa y variada información utilizada en su desarrollo, y a que la información fue obtenida directamente de pozos experimentales.
12. En algunos casos, en específico cuando el flujo es bache, el método de Orkiszewski presenta problemas de convergencia debido a la discontinuidad en la correlación que define al coeficiente de distribución de líquido; en general, el método degenera cuando se trata de aceites ligeros; por ello se recomienda utilizar la modificación de Triggia.
13. En general, la correlación de Aziz, Govier y Fogarasi, tiende a subestimar las caídas de presión; este efecto, se debe principalmente a que el método tiende a predecir flujo agitado o anular, cuando en realidad el flujo es bache (comparado con la predicción del régimen de flujo mediante otras correlaciones y modelos mecanísticos).
14. Con respecto a la correlación de Beggs y Brill, ésta tiende a sobrestimar las caídas de presión, aún cuando se utiliza en conjunción con la correlación de Mukherjee. Asimismo, presenta problemas de convergencia ocasionados por discontinuidades en las correlaciones para el colgamiento; se ha observado que la correlación en algunos casos predice colgamientos mayores a la unidad; imponiendo la restricción de que éste no sea mayor a uno, los problemas de convergencia se incrementan, presentándose saltos abruptos en los gradientes de presión.
15. Una debilidad de los modelos mecanísticos radica en que frecuentemente incurren en problemas de convergencia, principalmente en la transición entre patrones de flujo, debido a que los modelos hidrodinámicos para cada uno ellos son independientes uno de otro. A pesar de que los modelos mecanísticos están fundamentados en la física del flujo, no debe perderse de vista que aún incorporan correlaciones empíricas para la determinación de algunas variables, tales como la fracción de vacío en la región del bache de líquido, el factor de fricción interfacial y el entrampamiento en el flujo anular, etc.

16. En la propuesta de Hasan y Kabir sucede algo similar a lo de la correlación de Aziz, Govier y Fogarasi; el método subestima las caídas de presión debido a que tiende a predecir flujo anular cuando en realidad el flujo es bache o agitado; este efecto se puede visualizar en el módulo de generación de mapas de regímenes de flujo con que cuenta TUPAC. Al realizar un análisis sobre los modelos que definen la transición bache - agitado, se observó un comportamiento anómalo, pues debido a las características de las ecuaciones que la definen, dejan abierta la posibilidad a la transición de flujo burbuja a flujo agitado, lo cual, de acuerdo a la literatura no parece posible, y ocasiona, en el mejor de los casos, saltos abruptos en el gradiente de presión; por ello, en TUPAC, se decidió, a recomendación expresa de los autores, modificar la transición bache - agitado, prolongando la transición a flujo burbuja dispersa.
17. El modelo de Ansari y coautores es un parte aguas en el modelado del flujo multifásico, específicamente en el flujo anular; de hecho, los modelos de Chokshi, Tengedal y Gómez lo retoman. Dada la complejidad de los modelos hidrodinámicos que rigen a cada régimen de flujo, la mayor parte de ellos involucrando procesos iterativos, el método de Ansari suele presentar problemas de convergencia.
18. Una de las ventajas del modelo de Chokshi y coautores, sobre otros modelos mecanísticos radica en que las correlaciones empíricas requeridas en los modelos hidrodinámicos para el flujo burbuja y bache fueron desarrolladas a partir de mediciones directas en pozos experimentales acondicionados con herramientas sofisticadas de medición de presión y colgamiento del líquido.
19. Del modelo de Tengedal y coautores, la principal aportación es el desarrollo de una nueva correlación para la fracción de vacío en la región del bache de líquido, cuando el flujo es agitado.
20. Respecto al modelo mecanístico de Gómez y autores, no fue posible tener acceso al trabajo original para clarificar algunos detalles de la propuesta que se prestan a confusión, por lo que no se pudo realizar un análisis a profundidad; no obstante, se observó que la correlación propuesta para la fracción de vacío en la región del bache del líquido, predice valores elevados comparados con aquellos calculados mediante otros modelos mecanísticos. Se recomienda realizar un estudio a profundidad sobre este trabajo, pues es uno de los pocos modelos mecanísticos unificados.

21. Se recomienda realizar un estudio sobre modelos híbridos; esto es, por ejemplo, utilizar las transiciones de regímenes de flujo de Tengedal; el modelo para el flujo burbuja de Chokshi; los modelos de flujo bache y anular de Ansari, y el de flujo agitado de Tengedal.
22. Finalmente, las nuevas filosofías en el estudio y modelado del flujo multifásico están orientadas hacia el enfoque mecanístico. Existe un campo abierto en la investigación de los modelos unificados, en el modelado del flujo multifásico a través de espacios anulares, y en el modelado del flujo líquido - líquido; asimismo, las mejoras de los modelos mecanísticos estará en función del refinamiento de las correlaciones empíricas que definen a determinados parámetros que intervienen en los mismos, como por ejemplo, la fracción de vacío en la región del bache de líquido.

## REFERENCIAS



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

---

**REFERENCIAS.**

---

**Flujo Multifásico.****Libros.**

1. Beggs, H.D.  
"Gas Production Operations".  
Oil & Gas Consultants International Inc., EE.UU., 1984.
2. Boyd, O.W.  
"Petroleum Fluid Flow Systems".  
John M. Campbell Co. EE.UU., 1983.
3. Brow, K. E.  
"The Technology of Artificial Lift Methods". Vol 1 y 4.  
PennWell Publishing Co., EE.UU., 1977
4. Garaicochea, F., Bernal, C. y López, O.  
"Transporte de Hidrocarburos por Ductos".  
Colegio de Ingenieros Petroleros de México, A.C., México, 1991.
5. Govier, G.W. y Aziz, K.  
"The Flow of Complex Mixtures in Pipes".  
Van Nostrand Reinhold Publishing Co., EE.UU., 1972
6. Hetsroni, G.  
"Handbook of Multiphase Systems".  
Hemisphere Publishing Co., EE:UU:, 1982.
7. Wallis, B. G.  
"One Dimensional Two -Phase Flow".  
McGraw-Hill Inc, EE.UU., 1969.

**Artículos.**

8. Ansari, A.M., Sylvester, N.D., Sarica, C., Shoham, O., y Brill, J.P.  
"A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores".  
SPE Production & Facilities, May., 1994, 143 – 151.
9. Aziz, K., Govier, G.W. y Fogarasi, M.  
"Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas".  
Journal of Canadian Petroleum Technology, Jul., 1972, 38 – 48.

10. Baxendell, P.B.  
"The Calculation of Pressure Gradients in High-Rate Flowing Wells".  
Journal of Petroleum Technology, Oct., 1961, 1023 – 1028.
11. Beggs, D.H. y Brill, J.P.  
"A Study of Multiphase Flow in Inclined Pipes".  
Journal of Petroleum Technology, May., 1973, 607 – 617.
12. Brill, J. P.  
"Discontinuities in the Orkiszewski Correlation for Predicting Pressure Gradients in Wells".  
Journal of Energy Resources Technology, Mar., 1989, 34 – 36.
13. Chokshi, R., Schmidt, Z., y Doty, D.  
"Experimental Study and Development of a Mechanistic Model for Two-Phase Flow Through Vertical Tubing".  
SPE 35676 (1996).
14. Fancher, G.H. y Brown, K.E.  
"Prediction of Pressure Gradients for Multiphase Flow in Tubing".  
Journal of Petroleum Technology, Mar., 1963, 59 – 69.
15. Gómez, L.E., Shoham, O., Schmidt, Z., Chokshi, R.N., Brown, A., y Northug, T.  
"A Unified Mechanistic Model for Steady-State Two-Phase Flow in Wellbores and Pipelines".  
SPE 56520 (1999).
16. Gregory, G.A., y Fogarasi, M.  
"Alternate to Standard Friction Factor".  
Oil & Gas Journal, Abr., 1985, 120 – 127.
17. Hagedorn, A. R. y Brown, K.E.  
"The Effect of Viscosity in Two-Phase Vertical Flow".  
Journal of Petroleum Technology, Feb., 1964, 203 – 210.
18. Hagedorn, A. R. y Brown, K.E.  
"Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small-Diameter Vertical Conduits".  
Journal of Petroleum Technology, Abr., 1965, 475 – 484.
19. Hasan, A.R. y Kabir, C.S.  
"A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Wells".  
SPE Production & Facilities, May., 1988, 263 - 272.

20. Lockhart, R.W. y Martinelli, R.C.  
*"Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase Two-Component Flow in Pipe Lines"*.  
Chemical Engineering Progress, 1949, Vol. 45, 39 – 48.
21. Mukherjee, H. y Brill, J.P.  
*"Liquid Holdup Correlations for Inclined Two-Phase Flow"*.  
Journal of Petroleum Technology, May., 1983, 1003 – 1008.
22. Orkiszewski, J.  
*"Predicting Two-Phase Pressure Drop in Vertical Pipes"*.  
Journal of Petroleum Technology, Jun., 1967, 829 – 838.
23. Poettmann, F.H., y Carpenter, P.G.  
*"Multiphase Flow of Gas, Oil and Water through Vertical Flow Strings"*.  
Drilling & Production Practice, API, 1952, 257.
24. Ros, N.C.J.  
*"Simultaneous Flow of Gas and Liquid as Encountered in Well Tubing"*.  
Journal of Petroleum Technology, Oct., 1961, 1037 – 1049.
25. Tek, R. M.  
*"Multiphase Flow of Water, Oil and Natural Gas Through Vertical Flow Strings"*.  
Journal of Petroleum Technology, Oct., 1961, 1029 – 1036.
26. Tengesdal, J.O., Sarica, C., Schmidt, Z., y Doty, D.  
*"A Mechanistic Model for Predicting Pressure Drop in Vertical Upward Two-Phase Flow"*.  
Journal of Energy Resources Technology, Mar., 1999, 1 – 8.

## PVT.

## Libros.

27. Danesh, A.  
*"PVT and Phase Behavior of Petroleum Reservoir Fluids"*.  
Elsevier, Holand, 1998.
28. McCain, W. D.  
*"The Properties of Petroleum Fluids"*.  
PennWell Books, EE.UU., 1990.

**Artículos.**

29. Abdul – Majeed y Ghassan, H.  
"Estimation of Oil Surface Tension".  
Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 27, 2000, 197 – 200.
30. Beggs, H.D., y Robinson, J.R.  
"Estimating the Viscosity of Crude Oil Systems".  
Journal of Petroleum Technology, Sep., 1975, 1140 – 1141.
31. De Ghetto, G., Paone, F., y Villa, M.  
"Reliability Analysis on PVT Correlations".  
SPE 28904 (1994).
32. Glaso, O.  
"Generalized Pressure – Volumen – Temperature Correlations".  
Journal of Petroleum Technology, May., 1980, 785 – 795.
33. Lasater, J.A.  
"Bubble Point Pressure Correlation".  
Trans. AIME, Vol. 213, 1958, 379 – 381.
34. Lee, A.L., González, M.H., y Eakin, B.E.  
"The Viscosity of Natural Gases".  
Journal of Petroleum Technology, Ago., 1966, 997 – 1000.
35. Vázquez, M. y Beggs, H.D.  
"Correlations for Fluid Physical Property Prediction".  
Journal of Petroleum Technology, Jun., 1980, 968 – 970.

## APÉNDICES

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**APÉNDICE I**

**Polinomios de ajuste a las curvas de correlación del método de Duns y Ros**

Sea  $N_d = d \cdot \sqrt{\frac{\rho L \cdot g}{\sigma L}}$

**Factor de correlación  $L_1$ , Fig. 2.1.2**

$10 \leq N_d \leq 20 : L_1 = 2$

$20 < N_d < 34 :$

$$L_1 = -173.43 \cdot (\log N_d)^4 + 941.81 \cdot (\log N_d)^3 - 1948.6 \cdot (\log N_d)^2 + 1737.6 \cdot (\log N_d) - 588.27$$

$34 \leq N_d \leq 55 :$

$$L_1 = -3.3511 \cdot (\log N_d) + 6.9322$$

$55 < N_d < 70 :$

$$L_1 = -99.255 \cdot (\log N_d)^3 + 545.5 \cdot (\log N_d)^2 - 999.58 \cdot (\log N_d) + 611.69$$

$70 \leq N_d : L_1 = 1$

**Factor de correlación  $L_2$ , Fig. 2.1.2**

$10 \leq N_d \leq 35 :$

$$L_2 = 3.1807 \cdot (\log N_d)^4 - 17.686 \cdot (\log N_d)^3 + 37.378 \cdot (\log N_d)^2 - 34.586 \cdot (\log N_d) + 12.114$$

$35 < N_d \leq 70 :$

$$L_2 = 8.748 \cdot (\log N_d)^4 - 64.417 \cdot (\log N_d)^3 + 174.28 \cdot (\log N_d)^2 - 204.98 \cdot (\log N_d) + 89.2045$$

$70 < N_d : L_2 = 1.07$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**Factor de correlación  $F_1$ , Fig. 2.1.3**

$$\text{Sea } N\mu_L = \frac{\mu_L}{1488} \cdot \left( \frac{g}{\rho_L \cdot \sigma_L^3} \right)^{0.25}$$

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 0.02 :$$

$$\log F_1 = 0.0258 \cdot (\log N\mu_L) + 0.156$$

$$0.02 < N\mu_L \leq 0.15 :$$

$$\begin{aligned} \log F_1 = & -2.2719 \cdot (\log N\mu_L)^6 - 15.384 \cdot (\log N\mu_L)^5 - 41.866 \cdot (\log N\mu_L)^4 \\ & - 58.864 \cdot (\log N\mu_L)^3 - 45.675 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 18.744 \cdot (\log N\mu_L) - 2.874 \end{aligned}$$

$$0.15 < N\mu_L \leq 2 :$$

$$\begin{aligned} \log F_1 = & -0.3456 \cdot (\log N\mu_L)^5 - 0.3767 \cdot (\log N\mu_L)^4 + 0.4051 \cdot (\log N\mu_L)^3 \\ & + 0.1956 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 0.4897 \cdot (\log N\mu_L) + 0.055 \end{aligned}$$

**Factor de correlación  $F_2$ , Fig. 2.1.3**

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 0.014 : F_2 = 0.236$$

$$0.014 < N\mu_L \leq 0.2 :$$

$$\begin{aligned} \log F_2 = & 0.4597 \cdot (\log N\mu_L)^4 + 1.6578 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 1.4007 \cdot (\log N\mu_L)^2 \\ & + 0.0699 \cdot (\log N\mu_L) - 0.1788 \end{aligned}$$

$$0.2 < N\mu_L \leq 2 :$$

$$\log F_2 = 0.1043 \cdot (\log N\mu_L)^3 - 0.0046 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 0.1946 \cdot (\log N\mu_L) - 0.0984$$

**Factor de correlación  $F_3$ , Fig. 2.1.3**

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 0.003 : F_3 = 0.84$$

$$0.003 < N\mu_L \leq 0.01 :$$

$$\log F_3 = 0.5004 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 4.2728 \cdot (\log N\mu_L)^2 + 11.964 \cdot (\log N\mu_L) + 10.948$$

$$0.01 < N\mu_L \leq 2 :$$

$$\log F_3 = 0.0495 \cdot (\log N\mu_L)^3 - 0.0116 \cdot (\log N\mu_L)^2 + 0.0218 \cdot (\log N\mu_L) + 0.594$$

**Factor de correlación  $F_4$ , Fig. 2.1.4**

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 0.2 :$$

$$F_4 = -2.5716 \cdot (\log N\mu_L)^6 - 22.312 \cdot (\log N\mu_L)^5 - 72.688 \cdot (\log N\mu_L)^4 \\ - 111.26 \cdot (\log N\mu_L)^3 - 102.29 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 56.416 \cdot (\log N\mu_L) + 43.502$$

$$0.2 < N\mu_L \leq 2 : F_4 = 57$$

**Factor de correlación  $F_5$ , Fig. 2.1.5**

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 0.1 :$$

$$\log F_5 = -0.2869 \cdot (\log N\mu_L)^6 - 3.676 \cdot (\log N\mu_L)^5 - 19.366 \cdot (\log N\mu_L)^4 \\ - 53.7 \cdot (\log N\mu_L)^3 - 82.776 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 67.586 \cdot (\log N\mu_L) - 23.789$$

$$0.1 < N\mu_L \leq 2 :$$

$$\log F_5 = -0.4393 \cdot (\log N\mu_L)^5 + 0.0312 \cdot (\log N\mu_L)^4 + 0.1387 \cdot (\log N\mu_L)^3 \\ - 0.2491 \cdot (\log N\mu_L)^2 + 0.3097 \cdot (\log N\mu_L) - 1.029$$

TESIS CON  
FALSA DE ORIGEN

**Factor de correlación  $F_6$ , Fig. 2.1.6**

$$0.002 \leq N\mu_L < 0.02 :$$

$$F_6 = 2.395 \cdot (\log N\mu_L)^4 + 21.136 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 70.741 \cdot (\log N\mu_L)^2 + 105.41 \cdot (\log N\mu_L) + 58.538$$

$$0.02 \leq N\mu_L < 0.08 :$$

$$F_6 = 1.4633 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 7.9362 \cdot (\log N\mu_L)^2 + 16.532 \cdot (\log N\mu_L) + 12.3161$$

$$0.08 \leq N\mu_L < 2 :$$

$$F_6 = -4.4416 \cdot (\log N\mu_L)^6 - 6.6825 \cdot (\log N\mu_L)^5 - 1.8394 \cdot (\log N\mu_L)^4 + 0.7917 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 0.7147 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 0.0377 \cdot (\log N\mu_L) + 1.7399$$

**Factor de correlación  $F_7$ , Fig. 2.1.5**

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 2 :$$

$$\log F_7 = -0.0049 \cdot (\log N\mu_L)^5 - 0.0369 \cdot (\log N\mu_L)^4 - 0.0469 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 0.1155 \cdot (\log N\mu_L)^2 - 0.0816 \cdot (\log N\mu_L) - 1.6189$$

**Factor de corrección,  $f_2$ , para el factor de fricción, Fig. 2.1.7**

$$\text{Sea } Y = 0.25 \cdot f_1 \cdot \frac{v_{SG}}{v_{SL}} \cdot N_d^{2/3}$$

donde  $f_1$  es el factor de fricción superficial del líquido (ecuación 2.1.3.4).

$$0.001 \leq Y \leq 0.2 : f_2 = 1.05$$

$$0.2 < Y \leq 200 :$$

$$\log f_2 = 0.0037 \cdot (\log Y)^6 - 0.0116 \cdot (\log Y)^5 - 0.0203 \cdot (\log Y)^4 + 0.1354 \cdot (\log Y)^3 - 0.1237 \cdot (\log Y)^2 - 0.3441 \cdot (\log Y) - 0.1101$$

$$200 < Y : f_2 = 0.211$$

**APÉNDICE II**

**Polinomios de ajuste a las curvas de correlación del método de Hagedorn y Brown**

Sea

$$N\mu_L = \frac{\mu_L}{1488} \cdot \left( \frac{g}{\rho_L \cdot \sigma_L^3} \right)^{0.25}$$

**Factor de correlación  $CN\mu_L$ , Fig. 2.2.2**

$$N\mu_L < 0.002 : CN\mu_L = 0.0195$$

$$0.002 \leq N\mu_L \leq 0.5 :$$

$$\log CN\mu_L = 0.0674 \cdot (\log N\mu_L)^6 + 0.5828 \cdot (\log N\mu_L)^5 + 1.8396 \cdot (\log N\mu_L)^4 + 2.4227 \cdot (\log N\mu_L)^3 + 0.9524 \cdot (\log N\mu_L)^2 + 0.1029 \cdot (\log N\mu_L) - 1.9397$$

$$0.5 < N\mu_L : CN\mu_L = 0.0115$$

**Factor de correlación  $\frac{\alpha_L}{\Psi}$ , Fig. 2.2.3**

Sea

$$X = \left( \frac{Nv_L}{Nv_G^{0.575}} \right) \cdot \left( \frac{\bar{P}}{14.7} \right)^{0.1} \cdot \left( \frac{CN\mu_L}{N_d} \right)$$

donde

$$Nv_L = v_{SL} \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25} \quad Nv_{SG} = v_{SG} \cdot \left( \frac{\rho_L}{g \cdot \sigma_L} \right)^{0.25}$$

$$N_d = d \cdot \left( \frac{\rho_L \cdot g}{\sigma_L} \right)^{0.5}$$

**TESIS CON  
FALSA DE ORIGEN**

$$X < 2 \cdot 10^{-7} : \left( \frac{\alpha_L}{\Psi} \right) = 0$$

$$2 \cdot 10^{-7} \leq X \leq 5 \cdot 10^{-6} :$$

$$\log \left( \frac{\alpha_L}{\Psi} \right) = 0.2565 \cdot (\log X)^3 + 4.4382 \cdot (\log X)^2 + 26.485 \cdot (\log X) + 52.849$$

$$5 \cdot 10^{-6} < X < 10^{-5} :$$

$$\log \left( \frac{\alpha_L}{\Psi} \right) = -2.0349 \cdot (\log X)^2 - 20.347 \cdot (\log X) - 51.725$$

$$10^{-5} \leq X \leq 9 \cdot 10^{-5} :$$

$$\log \left( \frac{\alpha_L}{\Psi} \right) = 0.1929 \cdot (\log X)^2 + 2.1032 \cdot (\log X) + 4.8315$$

$$9 \cdot 10^{-5} < X \leq 0.01 :$$

$$\log \left( \frac{\alpha_L}{\Psi} \right) = 0.073 \cdot (\log X)^4 + 0.8598 \cdot (\log X)^3$$

$$+ 3.5618 \cdot (\log X)^2 + 6.3064 \cdot (\log X) + 4.076$$

$$0.01 < X : \left( \frac{\alpha_L}{\Psi} \right) = 1$$

#### Factor de correlación $\Psi$ , Fig. 2.2.4

$$\text{Sea } Y = \frac{N_{vG} \cdot N_{\mu L}^{0.38}}{N_d^{2.14}}$$

$$Y \leq 0.01 : \Psi = 1$$

$$0.01 < Y \leq 0.03 :$$

$$\log \Psi = 1.1357 \cdot (\log Y)^3 + 6.9094 \cdot (\log Y)^2 + 14.012 \cdot (\log Y) + 9.4733$$

$$0.03 < Y \leq 0.095 :$$

$$\log \Psi = 2.0638 \cdot (\log Y)^5 + 10.166 \cdot (\log Y)^4 + 18.867 \cdot (\log Y)^3$$

$$+ 15.507 \cdot (\log Y)^2 + 4.7422 \cdot (\log Y) + 0.266$$

$$0.095 < Y : \Psi = 1.845$$

**APÉNDICE III**

Polinomios de ajuste a las curvas de correlación del método de Orkiszewski \*

**Factor de correlación  $C_1$ , Fig. 2.3.1**

$NRe_L \leq 6000$  y  $NRe_b \leq 32.5$  :

$$C_1 = 0.02363 \cdot \Omega_1^3 - 0.1753 \cdot \Omega_1^2 + 0.4246 \cdot \Omega_1 + 0.013805$$

$$\text{donde } \Omega_1 = \frac{NRe_b}{10}$$

$NRe_L \leq 6000$  y  $NRe_b > 32.5$  :

$$C_1 = 0.351$$

**Factor de correlación  $C_2$ , Fig. 2.3.2**

$NRe_L \leq 6000$  :

$$C_2 = 1.36 + (\Omega_2 + \Omega_3 \cdot X + \Omega_4 \cdot X^2) \cdot 10^{-3}$$

donde

$$\Omega_2 = 2.645 \cdot Y^4 - 8.283 \cdot Y^3 + 9.549 \cdot Y^2 - 34.08 \cdot Y - 220.623$$

$$\Omega_3 = -1.118 \cdot Y^4 - 1.10 \cdot Y^3 + 12.00 \cdot Y^2 - 11.22 \cdot Y + 41.30$$

$$\Omega_4 = -0.667 \cdot Y^4 + 0.550 \cdot Y^3 + 2.954 \cdot Y^2 + 0.046 \cdot Y - 1.161$$

$$X = \left( \frac{NRe_L - 3000}{1000} \right)$$

$$Y = \left( \frac{NRe_b - 5500}{1000} \right)$$

$$NRe_b = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{BT} \cdot d}{\mu_L}$$

$$NRe_L = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_M \cdot d}{\mu_L}$$

**TESIS CON  
FALSA DE ORIGEN**

\* Los polinomios de ajuste para  $C_1$  y  $C_2$  de la correlación de Orkiszewski fueron desarrollados por Garaicochea, Bernal y López<sup>4</sup>.

**Procedimiento para el cálculo de  $v_{BT}$   
en el modelo del flujo bache**

Los anteriores polinomios de ajuste para los factores  $C_1$  y  $C_2$  en el modelo del flujo bache, para fines computacionales se pueden incorporar en el procedimiento descrito en la pág. 60 para el cálculo de la velocidad de la burbuja de Taylor; el proceso iterativo se puede realizar mediante el método de Newton Raphson, con la función de recurrencia definida como:

$$v_{BT\ j+1} = v_{BT\ j} - \frac{\Phi(v_{BT\ j})}{\Phi'(v_{BT\ j})}$$

donde

$$\Phi(v_{BT}) = v_{BT} - C_1 \cdot C_2 \cdot \sqrt{g \cdot d}$$

$$\Phi'(v_{BT}) = 1 - \sqrt{g \cdot d} \cdot \left( C_1 \cdot \frac{\partial C_2}{\partial v_{BT}} + C_2 \cdot \frac{\partial C_1}{\partial v_{BT}} \right)$$

$NRe_L \leq 6000$  y  $NRe_b \leq 32.5$  :

$$\frac{\partial C_1}{\partial v_{BT}} = \left( 0.07089 \cdot \Omega_1^2 - 0.3506 \cdot \Omega_1 + 0.4246 \right) \cdot \left( \frac{K}{10} \right)$$

$NRe_L \leq 6000$  y  $NRe_b > 32.5$  :

$$\frac{\partial C_1}{\partial v_{BT}} = 0$$

$NRe_L \leq 6000$  :

$$\frac{\partial C_2}{\partial v_{BT}} = \left( \Omega_5 + \Omega_6 \cdot X + \Omega_7 \cdot X^2 \right) \cdot K \cdot 10^{-6}$$

$$\Omega_5 = 10.58 \cdot Y^3 - 24.849 \cdot Y^2 + 19.098 \cdot Y - 34.08$$

$$\Omega_6 = -4.472 \cdot Y^3 - 3.30 \cdot Y^2 + 24.00 \cdot Y - 11.22$$

$$\Omega_7 = -2.668 \cdot Y^3 + 1.650 \cdot Y^2 + 5.908 \cdot Y + 0.046$$

$$K = 1488 \cdot \left( \frac{\rho_L \cdot d}{\mu_L} \right)$$

## APÉNDICE IV

### Algoritmo para la identificación de regímenes de flujo en el modelo mecanístico de Ansari

La identificación de los regímenes de flujo se lleva a cabo mediante ensayo y error; se supone la existencia de determinado régimen y se evalúan los criterios correspondientes; si éstos no se cumplen se supone uno diferente y se repite el proceso hasta que se cumplan los criterios requeridos en cada caso.

1. Calcular

$$LIM_1 = 3.1 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25}$$

2. Si  $U_{SG} < LIM_1$ , no es posible la existencia del flujo anular por lo que se procede a evaluar otros regímenes.  
Pasar el número 17.

3. Cálculo del entrapamiento,  $FE$

$$v_{crítica} = 10,000 \cdot \left( \frac{v_{SG}}{\sigma_L} \right) \cdot \left( \frac{\mu_G}{1488} \right) \cdot \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5}$$

$$FE = 1 - \exp(-0.125 \cdot (v_{crítica} - 1.5))$$

donde  $FE$ , está restringido a  $0 \leq FE \leq 1$

4.  $v_{SC} = FE \cdot v_{SL} + v_{SG}$

5.  $\lambda_{LC} = \frac{FE \cdot v_{SL}}{v_{SC}}$

6. Si  $FE = 1$  entonces  $\delta_{act cal} = \delta_{min cal} = 0$ . Pasar al número 15.

7.  $\rho_{CSR} = \rho_L \cdot \lambda_{LC} + \rho_G \cdot (1 - \lambda_{LC})$

8.  $\mu_{CSR} = \mu_L \cdot \lambda_{LC} + \mu_G \cdot (1 - \lambda_{LC})$

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

9. Calcular el gradiente por fricción para el núcleo (gas y líquido atrapado). El factor de fricción del núcleo de gas,  $f_{SC}$ , se obtiene con base en la rugosidad de la tubería y el número de Reynolds definido por:

$$NRe_{SC} = 1488 \cdot \frac{\rho_{CSR} \cdot v_{SC} \cdot d}{\mu_{CSR}}$$

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC} = f_{SC} \cdot \frac{\rho_{CSR} \cdot v_{SC}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

10. Calcular el gradiente por fricción para el líquido. El número de Reynolds que debe utilizarse para calcular el factor de fricción superficial del líquido,  $f_{SL}$ :

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L}$$

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL} = f_{SL} \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

11. Calcular el gradiente por fricción en la interfase. El factor de fricción en la interfase gas-líquido,  $f_F$ , se obtiene con base en el siguiente número de Reynolds:

$$NRe_F = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot (1 - FE) \cdot d}{\mu_L}$$

12. Calcular los parámetros de Lockhart-Martinelli.

$$Y_M = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot (g / g_c)}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}}$$

$$X_M^2 = B \cdot \frac{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SC}}$$

$$\text{donde } B = (1 - FE)^2 \cdot \frac{f_F}{f_{SL}}$$

13. Calcular el espesor estable adimensional de la película de líquido,

$\delta_{est}$ .

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta_{est} \cdot (1 - \delta_{est})$$

$$H_{LF}' = 4 \cdot (1 - 2 \cdot \delta_{est})$$

$$\Phi(\delta_{est}) = Y_M \cdot H_{LF}^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF}) + (1.5 \cdot H_{LF} - 2) \cdot X_M^2$$

$$\Phi'(\delta_{est}) = H_{LF}' \cdot [3 \cdot Y_M \cdot H_{LF}^2 \cdot (1 - 2 \cdot H_{LF}) + 1.5 \cdot X_M^2]$$

Aplicando el método de Newton Raphson:

$$\delta_{est\ j+1} = \delta_{est\ j} - \frac{\Phi(\delta_{est\ j})}{\Phi'(\delta_{est\ j})}$$

Como primera suposición tomar  $\delta_{est\ j=1} = 0.4$  .

$$\text{Si } \left| \frac{\delta_{est\ j+1} - \delta_{est\ j}}{\delta_{est\ j}} \right| \geq 0.01$$

entonces se repite el procedimiento.

14. Calcular el espesor actual adimensional de película,  $\delta_{act}$ .

Si  $FE > 0.9$  entonces :

$$Z_M = 1 + 300 \cdot \delta_{act}$$

$$Z_M' = 300$$

Si  $FE < 0.9$  entonces :

$$Z_M = 1 + 24 \cdot \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/3} \cdot \delta_{act}$$

$$Z_M' = 24 \cdot \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/3}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta \text{ act} \cdot (1 - \delta \text{ act})$$

$$H_{LF}' = 4 \cdot (1 - 2 \cdot \delta \text{ act})$$

$$\Phi(\delta \text{ act}) = Y_M - \frac{Z_M}{H_{LF} \cdot (1 - H_{LF})^{2.5}} + \frac{X_M^2}{H_{LF}^3}$$

$$\begin{aligned} \Phi'(\delta \text{ act}) = & \frac{Z_M \cdot H_{LF}'}{H_{LF}^2 \cdot (1 - H_{LF})^{2.5}} - \frac{Z_M'}{H_{LF} \cdot (1 - H_{LF})^{2.5}} \\ & - \frac{2.5 \cdot Z_M \cdot H_{LF}'}{H_{LF} \cdot (1 - H_{LF})^{3.5}} - \frac{3 \cdot X_M^2 \cdot H_{LF}'}{H_{LF}^4} \end{aligned}$$

Aplicando el método de Newton Raphson:

$$\delta \text{ act}_{j+1} = \delta \text{ act}_j - \frac{\Phi(\delta \text{ act}_j)}{\Phi'(\delta \text{ act}_j)}$$

Como primera suposición tomar  $\delta \text{ act}_{j=1} = 0.4$

$$\text{Si } \left| \frac{\delta \text{ act}_{j+1} - \delta \text{ act}_j}{\delta \text{ act}_j} \right| \geq 0.01$$

entonces se repite el procedimiento.

15. Calcular el colgamiento total de líquido,  $\alpha_L$ , a las condiciones actuales.

$$H_{LF} = 4 \cdot \delta \text{ act} \cdot (1 - \delta \text{ act})$$

$$\alpha_L = H_{LF} + \lambda_{LC} \cdot (1 - H_{LF})$$

16. Evaluar criterios para existencia de flujo anular.

Si  $\delta \text{ act} \leq \delta \text{ est}$  y  $\alpha_L < 0.12$ ,

entonces el régimen es **flujo anular**.

Terminar identificación de régimen de flujo.

17. Calcular la velocidad superficial del gas ( $LIM_2$ ) en que se satisfacen la ecuación (3.2.5) y la condición  $\alpha_G = 0.76$

Como primera suposición tomar  $v_{M\ sup} = 10$  pie / seg

$$\rho_{MSR} = 0.24 \cdot \rho_L + 0.76 \cdot \rho_G$$

$$\mu_{MSR} = 0.24 \cdot \mu_L + 0.76 \cdot \mu_G$$

$$NRe_M = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_{M\ sup} \cdot d}{\mu_{MSR}}$$

Calcular el factor de fricción de la mezcla,  $f_M$ , con base en  $NRe_M$

$$CTE_1 = 2 \cdot \left( \frac{0.4 \cdot \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot d} \right)^{0.4} \cdot (f_M)^{0.4}$$

$$CTE_2 = 0.725 + 4.15 \cdot \sqrt{0.76}$$

$$\Phi(v_{M\ sup}) = CTE_1 \cdot v_{M\ sup}^{1.2} - CTE_2$$

$$\Phi'(v_{M\ sup}) = 1.2 \cdot CTE_1 \cdot v_{M\ sup}^{0.2}$$

$$v_{M\ cal} = v_{M\ sup} - \frac{\Phi(v_{M\ sup})}{\Phi'(v_{M\ sup})}$$

$$\text{Si } \left| \frac{v_{M\ sup} - v_{M\ cal}}{v_{M\ sup}} \right| > 0.01$$

entonces  $v_{M\ sup} = v_{M\ cal}$ , y repetir procedimiento.

Finalmente  $LIM_2 = 0.76 \cdot v_{M\ cal}$

18. Si  $v_{SG} < LIM_2$  entonces pasar al número 21.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$19. \text{Calcular } LIM_3 = \frac{v_{SG}}{3.17}$$

20. Si  $v_{SL} \geq LIM_3$  entonces el régimen es **flujo burbuja dispersa**.

En caso contrario el régimen es **flujo bache**.

Terminar identificación de régimen de flujo.

21. Calcular la velocidad de la mezcla en la transición a burbuja dispersa (línea A, fig. III.2.1).

Como primera suposición tomar  $v_{M \text{ sup}} = 10$  pie / seg.

$$\lambda_L = \frac{v_{M \text{ sup}} - v_{SG}}{v_{M \text{ sup}}}$$

$$\rho_{MSR} = \lambda_L \cdot \rho_L + (1 - \lambda_L) \cdot \rho_G$$

$$\mu_{MSR} = \lambda_L \cdot \mu_L + (1 - \lambda_L) \cdot \mu_G$$

$$NRe_M = 1488 \cdot \frac{\rho_{MSR} \cdot v_{M \text{ sup}} \cdot d}{\mu_{MSR}}$$

Calcular el factor de fricción de la mezcla,  $f_M$ , con base en  $NRe_M$

$$CTE_3 = 2 \cdot \left( \frac{0.4 \cdot \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g} \right)^{0.5} \cdot \left( \frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{0.6} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot d} \right)^{0.4} \cdot (f_M)^{0.4}$$

$$\Phi(v_{M \text{ sup}}) = CTE_3 \cdot v_{M \text{ sup}}^{1.7} - 0.725 \cdot v_{M \text{ sup}}^{0.5} - 4.15 \cdot v_{SG}^{0.5}$$

$$\Phi'(v_{M \text{ sup}}) = 1.7 \cdot CTE_3 \cdot v_{M \text{ sup}}^{0.7} - 0.3625 \cdot v_{M \text{ sup}}^{-0.5}$$

$$v_{M \text{ cal}} = v_{M \text{ sup}} - \frac{\Phi(v_{M \text{ sup}})}{\Phi'(v_{M \text{ sup}})}$$

$$\text{Si } \left| \frac{v_{M \text{ sup}} - v_{M \text{ cal}}}{v_{M \text{ sup}}} \right| > 0.01$$

entonces  $v_{M \text{ sup}} = v_{M \text{ cal}}$  , y repetir procedimiento.

22. Si  $v_{SL} + v_{SG} > v_{M \text{ cal}}$  ,  
entonces el régimen es **flujo burbuja dispersa**.

Terminar identificación de régimen de flujo.

$$23. \text{Calcular } v_S = 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0.25}$$

$$24. LIM_4 = 0.333 \cdot v_{SL} + 0.25 \cdot v_S$$

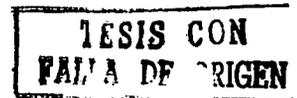
25. Si  $v_{SG} \geq LIM_4$  entonces el régimen es **flujo bache**.

Terminar identificación de régimen de flujo.

$$26. \text{Calcular } d_{min} = 19.01 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2 \cdot g} \right)^{0.5}$$

27. Si  $d \leq d_{min}$  , entonces el régimen es **flujo bache**,  
en caso contrario es **flujo burbuja**.

Termina algoritmo de identificación de regímenes de flujo.



## APÉNDICE V

### Algoritmo para la identificación del régimen anular en el modelo mecánico de Gómez

1. Si

$$v_{SG} < 3.1 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right)^{0.25}$$

entonces el flujo anular no puede existir; en caso contrario, continuar con la identificación del flujo anular.

2. Cálculo de los parámetros de Lockhart y Martinelli,  $Y_M$  y  $X_M$ .

Calcular el gradiente por fricción superficial de la fase gaseosa, (expresado en lb / pie<sup>2</sup> / pie):

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{SG} = f_{SG} \cdot \frac{\rho_G \cdot v_{SG}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

donde el número de Reynolds asociado al factor de fricción superficial del gas,  $f_{SG}$ , se define como:

$$NRe_{SG} = 1488 \cdot \frac{\rho_G \cdot v_{SG} \cdot d}{\mu_G}$$

Calcular el gradiente por fricción superficial de la fase líquida, (expresado en lb / pie<sup>2</sup> / pie):

$$\left( \frac{dP}{dL} \right)_{SL} = f_{SL} \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL}^2}{2 \cdot g_c \cdot d}$$

Para el cálculo del factor de fricción superficial de la fase líquida,  $f_{SL}$ , el número de Reynolds correspondiente es:

$$NRe_{SL} = 1488 \cdot \frac{\rho_L \cdot v_{SL} \cdot d}{\mu_L}$$

Finalmente,

$$Y_M = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot (g / g_c)}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SG}} \quad X_M^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dP}{dL}\right)_{SG}}$$

3. Cálculo del colgamiento estable de la película de líquido,  $H_{LF}^*$

$$\Phi(H_{LF}^*) = Y_M - \left( \frac{2 - 1.5 \cdot H_{LF}^*}{H_{LF}^{*3} \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF}^*)} \right) \cdot X_M^2$$

$$\Phi'(H_{LF}^*) = 1.5 \cdot \frac{X_M^2}{H_{LF}^{*3} \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF}^*)}$$

$$+ 3 \cdot \left[ \frac{(2 - 1.5 \cdot H_{LF}^*) \cdot (1 - 2 \cdot H_{LF}^*)}{H_{LF}^{*4} \cdot (1 - 1.5 \cdot H_{LF}^*)^2} \right] \cdot X_M^2$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Aplicando el método de Newton Raphson:

$$H_{LF}^*_{j+1} = H_{LF}^*_{j} - \frac{\Phi(H_{LF}^*_{j})}{\Phi'(H_{LF}^*_{j})}$$

Como primera suposición tomar

$$H_{LF}^*_{j=1} = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{SG}}$$

El proceso iterativo termina cuando

$$\left| \frac{H_{LF}^*_{j+1} - H_{LF}^*_{j}}{H_{LF}^*_{j}} \right| \leq 0.001$$

4. Cálculo del colgamiento actual de la película de líquido,  $H_{LF}$

$$\Phi(H_{LF}) = Y_M - \frac{(1 + 75 \cdot H_{LF})}{(1 - H_{LF})^{2.5} \cdot H_{LF}} + \frac{X_M^2}{H_{LF}^3}$$

$$\Phi'(H_{LF}) = \frac{(1 + 75 \cdot H_{LF}) \cdot (1 - 3.5 \cdot H_{LF})}{(1 - H_{LF})^{3.5} \cdot H_{LF}^2} - 3 \cdot \frac{X_M^2}{H_{LF}^4} - \frac{75}{(1 - H_{LF})^{2.5} \cdot H_{LF}}$$

Aplicando el método de Newton Raphson:

$$H_{LF\ j+1} = H_{LF\ j} - \frac{\Phi(H_{LF\ j})}{\Phi'(H_{LF\ j})}$$

El proceso termina cuando  $\left| \frac{H_{LF\ j+1} - H_{LF\ j}}{H_{LF\ j}} \right| \leq 0.001$

Como primera suposición tomar  $H_{LF\ j=1} = 0.75$

Finalmente, el flujo anular existe si

$$H_{LF} \leq H_{LF}^*$$

y

$$H_{LF} \leq 0.24$$

Termina algoritmo de identificación del flujo anular.

## APÉNDICE VI

Algoritmo para el cálculo de perfiles de presión<sup>9</sup>.

### Inicio del algoritmo

Las unidades de las diferentes variables aparecen en el apéndice IX.

$$\begin{aligned} P &= P_{cabeza} ; & \Delta P &= 100 \\ L &= 0.0 ; & \Delta L &= 0.1 \cdot L_T \end{aligned}$$

1. Si  $(L_T - L) < \Delta L$  entonces  $\Delta L = L_T - L$
2. Calcular la temperatura media:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= L + 0.5 \cdot \Delta L \\ \bar{T} &= \left( \frac{T_{fondo} - T_{cabeza}}{L_T} \right) \cdot \bar{L} + T_{cabeza} \end{aligned}$$

3. Calcular la presión media:

$$\bar{P} = P + 0.5 \cdot \Delta P$$

4. Calcular las propiedades de los fluidos a las condiciones medias de presión y temperatura, a partir de los datos de producción:

$$\gamma_o, \gamma_g, \gamma_w, R, WOR, q_o.$$

En general, las propiedades de los fluidos requeridas por los diferentes métodos para el cálculo de los gradientes de presión son:

$$P_L, P_G, \mu_L, \mu_G, \sigma_L, \text{ y además } W_L, W_G, v_{SL}, v_{SG}$$

5. Determinar el régimen de flujo de acuerdo al método de flujo multifásico requerido.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

6. Calcular la densidad de la mezcla de acuerdo al régimen de flujo, y a partir de ella, el gradiente hidrostático (lb / pie<sup>2</sup> / pie):

$$Gh = \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{\text{Hidrostático}} = \rho_M \cdot \frac{g}{g_c}$$

7. Calcular el gradiente por fricción (lb / pie<sup>2</sup> / pie) de acuerdo al régimen de flujo:

$$Gf = \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{\text{Fricción}}$$

8. Calcular el factor de pérdidas de presión por aceleración

$$E_k = \frac{(W_L + W_G) \cdot v_{SG}}{4637 \cdot P \cdot A_T}$$

9. Calcular la caída de presión total (lb / pg<sup>2</sup> / pie):

$$\Delta P_{cal} = \frac{(Gh + Gf)}{144 \cdot (1 - E_k)} \cdot \Delta L$$

10. Si  $|\Delta P - \Delta P_{cal}| < 0.1$  y  $\Delta P_{cal} < 100$  entonces ir al paso 13.

11. Si  $\Delta P_{cal} > 100$ , entonces

$$\Delta P = 0.5 \cdot \Delta P_{cal} \text{ y } \Delta L = 0.5 \cdot \Delta L ; \text{ ir al paso 2.}$$

12. Si  $|\Delta P - \Delta P_{cal}| > 0.1$ , entonces

$$\Delta P = \Delta P_{cal} ; \text{ ir al paso 3.}$$

13. Calcular la presión a la entrada del siguiente incremento de tubería.

$$P = P + \Delta P_{cal} ; L = L + \Delta L$$

14. Si  $|L_T - L| > 0.1$  entonces ir a 1.

15. Termina algoritmo de cálculo

**APENDICE VII**

**Propiedades del aceite**

**a) Presión de burbujeo**

- Correlación de Standing

$$P_b = 18 \cdot \left( \frac{R}{\gamma_g} \right)^{0.83} \cdot 10^{(0.00091 \cdot T - 0.0125 \cdot API)}$$

**TESIS CON  
VALIA DE ORIGEN**

- Correlación de Lasater

$$P_b = P_f \cdot \frac{(T + 460)}{\gamma_g}$$

$$P_f = 0.119118 + 1.36226 \cdot Y + 3.10526 \cdot Y^2 + 5.043 \cdot Y^3$$

$$Y = \frac{\frac{R}{379.3}}{\frac{R}{379.3} + 350 \cdot \frac{\gamma_o}{Mo}}$$

$$15 < API < 40 : Mo = \frac{(63.506 - API)}{0.0996}$$

$$40 \leq API < 55 : Mo = \left( \frac{1048.33}{API} \right)^{1.6736}$$

- Correlación de Vázquez

$$P_b = \left( \frac{R}{C_1 \cdot \gamma_{gcorr}} \cdot \exp \left( \frac{-C_3 \cdot API}{T + 460} \right) \right)^{\frac{1}{C_2}}$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 5.912 \cdot 10^{-5} \cdot API \cdot T_s \cdot \log \left( \frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

$$API \leq 30 : C_1 = 0.0362 ; C_2 = 1.0937 ; C_3 = 25.724$$

$$30 < API : C_1 = 0.0178 ; C_2 = 1.187 ; C_3 = 23.931$$

- Correlación de Glaso

$$\log P_b = 1.7669 + 1.7447 \cdot (\log P^*) - 0.30218 \cdot (\log P^*)^2$$

$$P^* = \frac{T^{0.13}}{API^{0.989}} \cdot \left( \frac{R}{\gamma_g} \right)^{0.816}$$

- Correlación de De Ghetto

$API \leq 22.3$  :

$$P_b = 15.7286 \cdot \left( \frac{R}{\gamma_g} \right)^{0.7885} \cdot 10^{(0.002 \cdot T - 0.0142 \cdot API)}$$

$22.3 < API \leq 31.1$  :

$$P_b = \left( \frac{R}{C_1 \cdot C_2} \right)^{0.9997}$$

$$C_1 = 0.09902 \cdot \gamma_{gcorr}^{0.2181}$$

$$C_2 = 10^{(7.2153 \cdot API) / (T + 460)}$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 0.1595 \cdot API^{0.4078} \cdot T^{-0.2466} \cdot \log \left( \frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

$31.1 < API$  :

$$P_b = 31.7648 \cdot \left( \frac{R}{\gamma_g} \right)^{0.7857} \cdot 10^{(0.0009 \cdot T - 0.0148 \cdot API)}$$

b) Relación de solubilidad

- Correlación de Standing

$$R_s = \gamma_g \cdot \left( \left( \frac{P}{18} \right) \cdot 10^{(0.0125 \cdot API - 0.00091 \cdot T)} \right)^{1/0.83}$$

- Correlación de Lasater

$$R_s = 132755 \cdot \frac{\gamma_o}{Mo} \cdot \left( \frac{Y}{1-Y} \right)$$

$$Y = 0.0169879 + 0.334519 \cdot P_f - 0.0591428 \cdot P_f^2 + 0.00419545 \cdot P_f^3$$

$$P_f = P \cdot \frac{\gamma_g}{T + 460}$$

$$15 < API < 40 : Mo = \frac{(63.506 - API)}{0.0996}$$

$$40 \leq API < 55 : Mo = \left( \frac{1048.33}{API} \right)^{1.6736}$$

- Correlación de Vázquez

$$R_s = C_1 \cdot \gamma_{gcorr} \cdot P^{C_2} \cdot \exp\left( \frac{C_3 \cdot API}{T + 460} \right)$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 5.912 \cdot 10^{-5} \cdot API \cdot Ts \cdot \log\left( \frac{Ps}{114.7} \right) \right)$$

$$API \leq 30 : C_1 = 0.0362 ; C_2 = 1.0937 ; C_3 = 25.724$$

$$30 < API : C_1 = 0.0178 ; C_2 = 1.187 ; C_3 = 23.931$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

• Correlación de Glaso

$$R_s = \gamma_g \cdot \left( P^* \cdot \frac{API^{0.989}}{T^{0.172}} \right)^{1/0.816}$$

$$\log P^* = -2.57364 + 2.35772 \cdot (\log P) - 0.703988 \cdot (\log P)^2 + 0.098479 \cdot (\log P)^3$$

• Correlación de De Ghetto

$API \leq 22.3$  :

$$R_s = \left( \frac{\gamma_{gcorr}}{56.434} \right) \cdot P^{1.2057} \cdot 10^{(10.9267 \cdot API)/(T+460)}$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 5.912 \cdot 10^{-5} \cdot API \cdot T_s \cdot \log \left( \frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

$22.3 < API \leq 31.1$  :

$$R_s = 0.10084 \cdot \gamma_{gcorr}^{0.2556} \cdot P^{0.9868} \cdot 10^{(7.4576 \cdot API)/(T+460)}$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 0.1595 \cdot API^{0.4078} \cdot T_s^{-0.2466} \cdot \log \left( \frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

$31.1 < API$  :

$$R_s = 0.01347 \cdot \gamma_{gcorr}^{0.3873} \cdot P^{1.1715} \cdot 10^{(12.753 \cdot API)/(T+460)}$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 0.1595 \cdot API^{0.4078} \cdot T_s^{-0.2466} \cdot \log \left( \frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

c) Factor de volumen del aceite saturado

- Correlación de Standing

$$B_o = 0.972 + 0.000147 \cdot B_o^* \cdot 1.175$$

$$B_o^* = R_s \cdot \left( \frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0.5} + 1.25 \cdot T$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- Correlación de Vázquez

$$B_o = 1 + C_1 \cdot R_s + (C_2 + C_3 \cdot R_s) \cdot (T - 60) \cdot \left( \frac{API}{\gamma_{gcorr}} \right)$$

$$\gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 5.912 \cdot 10^{-5} \cdot API \cdot T_s \cdot \log \left( \frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

$$API \leq 30 : C_1 = 4.677 \cdot 10^{-4}; C_2 = 1.751 \cdot 10^{-5}; C_3 = -1.811 \cdot 10^{-8}$$

$$30 < API : C_1 = 4.67 \cdot 10^{-4}; C_2 = 1.10 \cdot 10^{-5}; C_3 = 1.337 \cdot 10^{-9}$$

- Correlación de Glaso

$$B_o = 1 + 10^X$$

$$X = -6.58511 + 2.91329 \cdot (\log B_o^*) - 0.27683 \cdot (\log B_o^*)^2$$

$$B_o^* = R_s \cdot \left( \frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0.526} + 0.968 \cdot T$$

**d) Factor de volumen del aceite bajosaturado**

$$\text{Sea } B_o = B_{ob} \cdot \exp(C_o \cdot (P_b - P))$$

$$\text{y } \gamma_{gcorr} = \gamma_g \cdot \left( 1 + 5.912 \cdot 10^{-5} \cdot API \cdot T_s \cdot \log\left(\frac{P_s}{114.7}\right) \right)$$

• Correlación de Vázquez

$$C_o = \left( -1433.0 + 5.0 \cdot R_s + 17.2 \cdot T + 12.61 \cdot API - 1180.0 \cdot \gamma_{gcorr} \right) \cdot \frac{1}{10^5 \cdot P}$$

• Correlación de De Ghetto

$API \leq 22.3$  :

$$C_o = \left( -2841.8 + 2.9646 \cdot R_s + 25.5439 \cdot T + 41.91 \cdot API - 1230.5 \cdot \gamma_{gcorr} \right) \cdot \frac{1}{10^5 \cdot P}$$

$22.3 < API \leq 31.1$  :

$$C_o = \left( -705.288 + 2.2246 \cdot R_s + 26.0644 \cdot T - 9.6807 \cdot API - 2080.823 \cdot \gamma_{gcorr} \right) \cdot \frac{1}{10^5 \cdot P}$$

$31.1 < API$  :

$$C_o = \left( 10^{-6.1646} \cdot B_{ob}^{1.8789} \cdot API^{0.3646} \cdot T^{0.1966} \right) \\ - \left( 1 - \frac{P_b}{P} \right) \cdot \left( 10^{-8.98} \cdot B_{ob}^{3.9392} \cdot T^{1.349} \right)$$

e) Viscosidad del aceite saturado

- Correlación de Beggs y Robinson

$$\begin{aligned}\mu_o &= A \cdot \mu_{od}^B \\ A &= 10.715 \cdot (R_s + 100)^{-0.515} \\ B &= 5.44 \cdot (R_s + 150)^{-0.338} \\ \mu_{od} &= 10^X - 1 \\ X &= 10^{(3.0324 - 0.02023 \cdot API) \cdot T^{-1.163}}\end{aligned}$$

TESIS C: N  
FALLA DE ORIGEN

- Correlación de De Ghetto

$API \leq 22.3$  :

$$\begin{aligned}\mu_o &= -0.6311 + 1.078 \cdot \mu_o^* - 0.003653 \cdot \mu_o^{*2} \\ \mu_o^* &= A \cdot \mu_{od}^B \\ A &= 0.2478 + 0.6114 \cdot 10^{-0.000845 \cdot R_s} \\ B &= 0.4731 + 0.5158 \cdot 10^{-0.00081 \cdot R_s} \\ \mu_{od} &= 10^X - 1 \\ X &= 10^{(2.06492 - 0.0179 \cdot API - 0.70226 \cdot \log T)}\end{aligned}$$

$22.3 < API \leq 31.1$  :

$$\begin{aligned}\mu_o &= 0.0132 + 0.9821 \cdot \mu_o^* - 0.005215 \cdot \mu_o^{*2} \\ \mu_o^* &= A \cdot \mu_{od}^B \\ A &= 0.2038 + 0.8591 \cdot 10^{(-0.000845 \cdot R_s)} \\ B &= 0.3855 + 0.5664 \cdot 10^{(-0.00081 \cdot R_s)} \\ \mu_{od} &= 220.15 \cdot (\log API)^X \cdot T^{-3.556} \cdot 10^9 \\ X &= 12.5428 \cdot \log T - 45.7874\end{aligned}$$

$31.1 < API$  :

$$\begin{aligned}\mu_o &= A \cdot \mu_{od}^B \\ A &= 25.1921 \cdot (R_s + 100)^{-0.6487} \\ B &= 2.7516 \cdot (R_s + 150)^{-0.2135} \\ \mu_{od} &= 10^X - 1 \\ X &= 10^{(1.67083 - 0.017628 \cdot API - 0.61304 \cdot \log T)}\end{aligned}$$

**f) Viscosidad del aceite bajosaturado**

- Correlación de Vázquez

$$\mu_o = \mu_{ob} \cdot \left( \frac{P}{P_b} \right)^X$$

$$X = 2.6 \cdot P^{1.187} \cdot \exp(-11.513 - 8.98 \cdot 10^{-5} \cdot P)$$

Nota: la viscosidad del aceite a las condiciones de saturación,  $\mu_{ob}$ , se calcula mediante la correlación de Beggs – Robinson.

- Correlación de De Ghetto

$$API \leq 22.3 :$$

$$\mu_o = 0.9886 \cdot \mu_{ob} + 0.002763 \cdot (P - P_b) \cdot (-0.01153 \cdot \mu_{ob}^{1.7933} + 0.0316 \cdot \mu_{ob}^{1.5939})$$

$$22.3 < API \leq 31.1 :$$

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left( 1 - \frac{P}{P_b} \right) \cdot 10^{(-3.8055 - 0.00288 \cdot API)} \cdot \mu_{od}^{1.4131} \cdot P_b^{0.6957}$$

$$31.1 < API :$$

$$\mu_o = \mu_{ob} - \left( 1 - \frac{P}{P_b} \right) \cdot 10^{(-2.488 - 0.0197 \cdot API)} \cdot \mu_{od}^{0.9036} \cdot P_b^{0.6151}$$

**g) Tensión interfacial del aceite**

- Correlación de Abdul Majeed

$$\sigma_o = J \cdot \sigma_{od}$$

$$R_s \leq 280.75 : J = \frac{1}{1 + 4.4183 \cdot 10^{-3} \cdot R_s^{1.0157}}$$

$$280.75 < R_s : J = 227.786 \cdot R_s^{-1.1367}$$

$$\sigma_{od} = (38.085 - 0.259 \cdot API) \cdot (1.1701 - 1.6944 \cdot 10^{-3} \cdot T) \cdot \frac{1}{454}$$

**Propiedades del agua de formación**

**h) Factor de volumen**

- Correlación de McCain

$$B_w = (1 + \Delta V_{wp}) \cdot (1 + \Delta V_{wt})$$

$$\Delta V_{wp} = - \left( 3.58922 \cdot 10^{-7} + 1.95301 \cdot 10^{-9} \cdot T \right) \cdot P - \left( 2.25341 \cdot 10^{-10} + 1.72834 \cdot 10^{-13} \cdot T \right) \cdot P^2$$

$$\Delta V_{wt} = -1.0001 \cdot 10^{-2} + 1.33391 \cdot 10^{-4} \cdot T + 5.50654 \cdot 10^{-7} \cdot T^2$$

TESIS C. N.  
FALTA DE ORIGEN

**i) Viscosidad**

- Correlación de McCain

$$\mu_w = \left( 0.9994 + 4.0295 \cdot 10^{-5} \cdot P + 3.1062 \cdot 10^{-9} \cdot P^2 \right) \cdot \mu_{ws}$$

$$\mu_{ws} = A \cdot T^B$$

$$A = 109.574 - 8.40564 \cdot S + 0.313314 \cdot S^2 + 8.72213 \cdot 10^{-3} \cdot S^3$$

$$B = -1.12166 + 2.63951 \cdot 10^{-2} \cdot S - 6.79461 \cdot 10^{-4} \cdot S^2 - 5.47119 \cdot 10^{-5} \cdot S^3 + 1.55586 \cdot 10^{-6} \cdot S^4$$

donde "S", es la concentración de sólidos en la salmuera, (mg / Lt).

**j) Tensión interfacial**

- Correlación de Hough

$$T < 74^\circ F : \quad \sigma_w @ 74^\circ F = \left( 75.0 - 1.108 \cdot P^{0.349} \right) \cdot \frac{1}{454}$$

$$74^\circ F \leq T \leq 280^\circ F : \quad \sigma_w = \left( \sigma_w @ 74^\circ F \cdot (280 - T) + \sigma_w @ 280^\circ F \cdot (T - 74) \right) \cdot \frac{1}{206}$$

$$280^\circ F < T : \quad \sigma_w @ 280^\circ F = \left( 53.0 - 0.1048 \cdot P^{0.637} \right) \cdot \frac{1}{454}$$

**Propiedades del gas**

**k) Factor de compresibilidad**

- Correlación de Standing y Katz

Presión y temperatura pseudocríticas.  
(Correlación de Sutton)

$$T_{pc} = 169.2 + 349.5 \cdot \gamma_g - 74.0 \cdot \gamma_g^2$$

$$P_{pc} = 756.8 - 131.0 \cdot \gamma_g - 3.6 \cdot \gamma_g^2$$

Presión y temperatura pseudoreducidas

$$T_{pr} = \frac{T + 460}{T_{pc}}$$

$$P_{pr} = \frac{P}{P_{pc}}$$

Densidad pseudoreducida

$$\rho_r = \frac{0.27 \cdot P_{pr}}{Z \cdot T_{pr}}$$

$$Z = 1 + \left( A_1 + \frac{A_2}{T_{pr}} + \frac{A_3}{T_{pr}^3} \right) \cdot \rho_r + \left( A_4 + \frac{A_5}{T_{pr}} \right) \cdot \rho_r^2 + \left( \frac{A_5 \cdot A_6}{T_{pr}} \right) \cdot \rho_r^5 + \left( \frac{A_7 \cdot \rho_r^2}{T_{pr}^3} \right) \cdot (1 + A_8 \cdot \rho_r^2) \cdot \exp(-A_8 \cdot \rho_r^2)$$

$$A_1 = 0.31506; A_2 = -1.0467; A_3 = -0.5783; A_4 = 0.5353$$

$$A_5 = -0.6123; A_6 = -0.10489; A_7 = 0.68157; A_8 = 0.68446$$

Dado que  $\rho_r$  depende de  $Z$ , se requiere un proceso iterativo para resolver la ecuación anterior; como primera suposición considerar  $Z = 0.27$ .

I) Viscosidad

- Correlación de Lee

$$\mu_g = K \cdot 10^{-4} \cdot \exp \left( X \cdot \left( \frac{\rho_g}{62.428} \right)^Y \right)$$

$$K = \left( \frac{9.379 + 0.5794 \cdot \gamma_g}{669.2 + 550.4 \cdot \gamma_g + T} \right) \cdot (T + 460)^{1.5}$$

$$X = 3.448 + 0.2897 \cdot \gamma_g + \frac{986.4}{T + 460}$$

$$Y = 2.4 - 0.2 \cdot X$$

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Factores de corrección por presencia de  $H_2S$ ,  $CO_2$ , y  $N_2$ :

$$F_{H_2S} = (8.49 \cdot \log \gamma_g + 3.73) \cdot y_{H_2S} \cdot 10^{-3}$$

$$F_{CO_2} = (9.08 \cdot \log \gamma_g + 6.24) \cdot y_{CO_2} \cdot 10^{-3}$$

$$F_{N_2} = (8.48 \cdot \log \gamma_g + 9.59) \cdot y_{N_2} \cdot 10^{-3}$$

$$\mu_{gcorr} = \mu_g + F_{H_2S} + F_{CO_2} + F_{N_2}$$

donde  $y_{H_2S}$ ,  $y_{CO_2}$ ,  $y_{N_2}$ , son las fracciones molares de los compuestos respectivos.

## APÉNDICE VIII

### Método de Cardano para la resolución de ecuaciones cúbicas

Sea la ecuación cúbica

$$a_0 \cdot x^3 + a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_3 = 0$$

con coeficientes constantes y reales, y  $a_0 \neq 0$ . Entonces las raíces de la ecuación,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , se pueden obtener mediante el método de Cardano, como sigue:

Sea

$$\Delta D = Q^2 + \frac{4}{27} \cdot P^3$$

donde

$$P = B - \frac{1}{3} \cdot A^2$$

$$Q = \frac{2}{27} \cdot A^3 - \frac{1}{3} \cdot A \cdot B + C$$

$$A = \frac{a_1}{a_0};$$

$$B = \frac{a_2}{a_0};$$

$$C = \frac{a_3}{a_0}$$

- Si  $\Delta D = 0$ , entonces

$$\alpha = -2 \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)^{1/3} - \frac{1}{3} \cdot A$$

$$\beta = -\left(\frac{Q}{2}\right)^{1/3} - \frac{1}{3} \cdot A$$

$$\gamma = \beta$$

- Si  $\Delta D < 0$ , entonces

$$\alpha = -2 \cdot \left(\frac{-P}{3}\right)^{1/2} \cdot \cos(\theta) - \frac{1}{3} \cdot A$$

$$\beta = -2 \cdot \left(\frac{-P}{3}\right)^{1/2} \cdot \cos(\theta + 120) - \frac{1}{3} \cdot A$$

$$\gamma = -2 \cdot \left(\frac{-P}{3}\right)^{1/3} \cdot \cos(\theta + 240) - \frac{1}{3} \cdot A$$

donde

$$\theta = \frac{1}{3} \cdot \text{ang} \cos \left( \frac{Q}{2} \cdot \left(\frac{-P}{3}\right)^{-3/2} \right)$$

- Si  $\Delta D > 0$ , entonces

$$\alpha = U + V - \frac{1}{3} \cdot A$$

$$\beta = -\left(\frac{1}{2} \cdot (U+V) + \frac{1}{3} \cdot A\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (U-V)\right) \cdot i$$

$$\gamma = -\left(\frac{1}{2} \cdot (U+V) + \frac{1}{3} \cdot A\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (U-V)\right) \cdot i$$

donde

$$U = \left(-\frac{Q}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta D}\right)^{1/3}$$

$$V = \left(-\frac{Q}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta D}\right)^{1/3}$$

**FALLA DE ORIGEN**

## APÉNDICE IX

---

### Nomenclatura y Unidades

$A_G$	Área de la sección transversal de tubería ocupada por la fase gaseosa, [pie]
$A_L$	Área de la sección transversal de tubería ocupada por la fase líquida, [pie].
$A_T$	Área transversal de tubería, [pie].
$B_o$	Factor de volumen del aceite, [blo@c.f./blo@c.s.].
$B_{ob}$	Factor de volumen del aceite a la presión de burbujeo, [blo@c.f./blo@c.s.].
$B_w$	Factor de volumen del agua, [blw@c.f./blw@c.s.].
$B_g$	Factor de volumen del gas, [pie <sup>3</sup> g @c.f./pie <sup>3</sup> g @c.s.].
$C_o$	Coefficiente de distribución de velocidades, [adim].
$d$	Diámetro interno de la tubería, [pie].
$d_{HF}$	Diámetro hidráulico de la película de líquido, [pie].
$E_o$	Número de Eotvos, [adim].
$f$	Factor de fricción, [adim].
$f_o$	Flujo fraccional del aceite, [blo/bl líq].
$FE$	Entrampamiento, [adim].
$g$	Constante de la aceleración gravitacional [32.2 pie/seg <sup>2</sup> ].
$g_c$	Factor de conversión [32.2 lbm-pie/ lbf seg <sup>2</sup> ]
$H_{LF}$	Colgamiento de la película de líquido, [adim].
$L$	Longitud ( o profundidad), [pie].
$L_T$	Longitud (o profundidad) total del pozo, [pie].
$L_{BT}$	Longitud de la burbuja de Taylor, [pie].
$L_{LS}$	Longitud del bache de líquido, [pie].
$Mo$	Peso molecular del aceite muerto, [lb/lbmol].

$N_d$	Número del diámetro, [adim].
$N_{Fr}$	Número de Froude, [adim].
$N_{vG}$	Número de velocidad de la fase gaseosa, [adim].
$N_{vL}$	Número de velocidad de la fase líquida, [adim].
$N_{Re}$	Número de Reynolds, [adim].
$N_{\mu L}$	Número de viscosidad de la fase líquida, [adim].
$P$	Presión, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$P_G$	Presión en la fase líquida, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$P_L$	Presión en la fase gaseosa, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$P_b$	Presión de burbujeo, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$P_s$	Presión de separación, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$P_{pc}$	Presión pseudocrítica, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$P_{pr}$	Presión pseudoreducida, [lb/pg <sup>2</sup> abs].
$q_G$	Gasto volumétrico de la fase gaseosa, [pie <sup>3</sup> /seg].
$q_L$	Gasto volumétrico de la fase líquida, [pie <sup>3</sup> /seg].
$q_M$	Gasto volumétrico total, [pie <sup>3</sup> /seg].
$q_o$	Gasto volumétrico de aceite @ c.s., [bl/día].
$R$	Relación gas – aceite, [pie <sup>3</sup> g @c.s./blo @c.s.].
$R_s$	Relación de solubilidad de la fase gaseosa en el aceite, [pie <sup>3</sup> g @c.s./blo @c.s.].
$S$	Perímetro mojado, [pie].
$T$	Temperatura, [°F].
$T_s$	Temperatura de separación, [°F].
$T_{pc}$	Temperatura pseudocrítica, [R].
$T_{pr}$	Temperatura pseudoreducida, [R].
$v_C$	Velocidad insitu del núcleo, [pie/seg].
$v_G$	Velocidad insitu de la fase gaseosa, [pie/seg].
$v_L$	Velocidad insitu de la fase líquida, [pie/seg].
$v_M$	Velocidad de la mezcla, [pie/seg].
$v_S$	Velocidad de resbalamiento, [pie/seg].

$v_{bs}$	Velocidad de ascenso de las burbujas en el líquido en reposo, [pie/seg].
$v_{bf}$	Velocidad de ascenso de las burbujas en la corriente de flujo, [pie/seg].
$v_{BT}$	Velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor, [pie/seg].
$v_{SC}$	Velocidad superficial del núcleo, [pie/seg].
$v_{SG}$	Velocidad superficial de la fase gaseosa, [pie/seg].
$v_{SL}$	Velocidad superficial de la fase líquida, [pie/seg].
$v_{GBT}$	Velocidad del gas en la burbuja de Taylor, [pie/seg].
$v_{GLS}$	Velocidad del gas en el cuerpo del bache, [pie/seg].
$v_{LBT}$	Velocidad del líquido en la burbuja de Taylor, [pie/seg].
$v_{LLS}$	Velocidad del gas en el cuerpo del bache, [pie/seg].
$We$	Número de Weber, [adim].
$W_L$	Gasto másico de la fase líquida, [lbm/seg].
$W_G$	Gasto másico de la fase gaseosa, [lbm/seg].
$W_M$	Gasto másico total, [lbm/seg].
$WOR$	Relación agua – aceite, [blw@c.s./blo@c.s].
$Z$	Factor de compresibilidad, [adim].
$\alpha_G$	Fracción de vacío, [adim].
$\alpha_L$	Colgamiento, [adim].
$\alpha_{LBT}$	Colgamiento del líquido en la zona de la burbuja de Taylor, [adim].
$\alpha_{LLS}$	Colgamiento del líquido en la zona del bache, [adim].
$\alpha_{GBT}$	[adim] Fracción de vacío en la zona de la burbuja de Taylor, [adim].
$\alpha_{GLS}$	[adim] Fracción de vacío en la zona del bache, [adim].
$\delta$	Espesor adimensional de la película de líquido, [adim].
$\varepsilon$	Rugosidad absoluta de la tubería, [adim].
$\gamma_o$	Densidad relativa del aceite @ c.s. (agua = 1.0)
$\gamma_w$	Densidad relativa del agua @ c.s. (agua = 1.0)
$\gamma_g$	Densidad relativa del gas producido @ c.s. (aire = 1.0)

$\lambda_G$	Fracción volumétrica de entrada de la fase gaseosa.
$\lambda_L$	Fracción volumétrica de entrada de la fase líquida.
$\lambda_{LC}$	Fracción volumétrica de entrada del líquido atrapado.
$\mu_G$	Viscosidad de la fase gaseosa, [cp].
$\mu_L$	Viscosidad de la fase líquida, [cp].
$\mu_M$	Viscosidad de la mezcla, [cp].
$\mu_o$	Viscosidad del aceite vivo, [cp].
$\mu_{ob}$	Viscosidad del aceite en el punto de burbujeo, [cp].
$\mu_{od}$	Viscosidad del aceite muerto, [cp].
$\mu_w$	Viscosidad del agua, [cp].
$\rho_C$	Densidad del núcleo de gas, [lbm/pie <sup>3</sup> ].
$\rho_G$	Densidad de la fase gaseosa, [lbm/pie <sup>3</sup> ].
$\rho_L$	Densidad de la fase líquida, [lbm/pie <sup>3</sup> ].
$\rho_{LS}$	Densidad del bache, [lbm/pie <sup>3</sup> ].
$\rho_M$	Densidad de la mezcla, [lbm/pie <sup>3</sup> ].
$\rho_{MSR}$	Densidad de la mezcla sin resbalamiento, [lbm/pie <sup>3</sup> ].
$\sigma_L$	Tensión superficial del líquido, [lbm/seg <sup>2</sup> ].
$\sigma_o$	Tensión superficial del aceite vivo, [lbm/seg <sup>2</sup> ].
$\sigma_{od}$	Tensión superficial del aceite muerto, [lbm/seg <sup>2</sup> ].
$\sigma_w$	Tensión superficial del agua, [lbm/seg <sup>2</sup> ].
$\tau$	Esfuerzo de corte, [lbm/pie/seg <sup>2</sup> ].