

01121  
89-a



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL, TOPOGRÁFICA Y GEODÉSICA

**CARACTERIZACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA  
EN CONDUCTOS A PRESIÓN DE SECCIÓN CIRCULAR  
DEBIDAS A GRANDES CANTIDADES DE AIRE  
ATRAPADO**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A:**

**BALFRÉ MAYO REYES**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**DIRECTOR: M. en I. ALEJANDRO SÁNCHEZ HUERTA**

**MÉXICO, D. F.**

**Agosto 2003**

M-321133

A



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/ 075/02

Señor  
**BALFRE MAYO REYES**  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. **ALEJANDRO SÁNCHEZ HUERTA**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

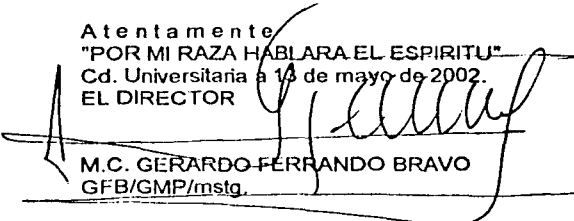
**"CARACTERIZACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN CONDUCTOS A PRESIÓN DE SECCIÓN CIRCULAR DEBIDAS A GRANDES CANTIDADES DE AIRE ATRAPADO"**

- INTRODUCCION**
- I. CONCEPTOS FUNDAMENTALES**
  - II. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL**
  - III. MODELO DE CÁLCULO NUMÉRICO**
  - IV. ASPECTOS SOBRE EL DISEÑO ESTRUCTURAL Y DE CIMENTACIÓN DE ATRAQUES EN CAMBIOS DE DIRECCIÓN**
  - V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria a 14 de mayo de 2002.  
EL DIRECTOR

  
M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/GMP/mstg.

## **Agradecimientos**

*Al Instituto de Ingeniería por su apoyo y permitirme utilizar las instalaciones del Laboratorio de Hidromecánica en el desarrollo experimental de este trabajo.*

*Al M. en I. Alejandro Sánchez Huerta por brindarme la oportunidad de ingresar al grupo de Hidromecánica del Instituto de Ingeniería y la confianza de trabajar en esta tesis.*

*Especialmente al Ing. Eduardo A. Rodal Canales por todas las asesorías y críticas constructivas realizadas durante el proceso de elaboración de mi tesis. Gracias.*

*A Pedro Palma C. y Julio Cesar Sánchez D., compañeros y amigos dentro del grupo, por su ayuda en el repetitivo desarrollo experimental y afable compañía. Reconocidos están.*

*Igualmente a mi hermano Jonathan por sacrificar sus horas libres y apoyarme en la instrumentación y desarrollo de este trabajo.*

*A mi madre:*  
*María de Lourdes*

# INDICE

<b>I</b>	<b>Introducción</b>	<b>i</b>
	▪ Justificación del tema.	
	▪ Objetivo.	
<b>II</b>	<b>Conceptos fundamentales</b>	<b>8</b>
II 1	Elementos para el estudio de fluidos en hidráulica.	
II 2	Flujo en conductos a presión.	
II 3	Aspectos de la operación de sistemas a presión.	
II 4	Flujo a superficie libre.	
II 5	Aire en conductos a presión.	
<b>III</b>	<b>Dispositivo experimental</b>	<b>42</b>
III 1	Descripción de la instalación experimental.	
III 2	Observaciones preliminares y variables a medir.	
III 3	Desarrollo de la experimentación.	
III 4	Análisis de las medidas y resultados.	
<b>IV</b>	<b>Modelo de cálculo numérico</b>	<b>73</b>
IV 1	Consideraciones para el análisis numérico.	
IV 2	Algoritmos.	
IV 3	Resultados numéricos.	
IV 4	Comparación entre los cálculos numéricos y las medidas experimentales.	
<b>V</b>	<b>Aspectos sobre el diseño estructural y de cimentación de atraques en cambios de dirección</b>	<b>96</b>
V 1	Fuerzas actuantes en un cambio de dirección.	
V 2	Consideraciones en el diseño de atraques.	
<b>VI</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>103</b>
	Referencias bibliográficas	106
	Apéndice A	108

### I I N T R O D U C C I Ó N

En nuestro país existen grandes conducciones a presión para el transporte de agua que se utiliza en el consumo domiciliario e industrial. En estas conducciones se tienen tramos que requieren bombeo para vencer desniveles topográficos importantes, seguidos por tramos, con longitudes del orden de kilómetros, en los cuales el agua se conduce por gravedad. Los requerimientos energéticos de conducciones a presión como los del Sistema Cutzamala, Acueducto Linares - Monterrey, Río Colorado - Tijuana, y Chapala - Guadalajara son grandes no sólo por la carga estática a vencer, sino también por el gasto que manejan.

Los desniveles topográficos y las grandes longitudes a gravedad por los que se conduce el agua, se deben a la exportación de agua superficial de cuencas hidrológicas vecinas o de cuerpos de agua lejanos del sitio de consumo. Generalmente, las ciudades se hallan al otro lado de una cadena montañosa o los tanques de regulación se encuentran a mayor elevación que el punto de donde se toma el agua.

Por simplicidad constructiva y facilidad de acceso en caso de mantenimiento, el tendido de las conducciones se realiza siguiendo el nivel natural del terreno. Esta particularidad obliga a que en la operación de la conducción se cuide, entre otros aspectos, la introducción de aire en algunos tramos que, por la orografía en donde se ha tendido la línea, facilitan su acumulación y como consecuencia provocan la disminución en la capacidad de conducción y/o el aumento de la energía para seguir proporcionando el gasto requerido.

El control de aire dentro de conducciones a presión se lleva a cabo mediante la ubicación de válvulas que admiten y expulsan el aire que por diversas razones ingresa dentro de la conducción. Otra forma de controlar el aire en conducciones a presión es conjugando la acción del arrastre de un gasto mínimo de agua y la pendiente que tenga la línea de conducción. Así, se espera que el aire evacue la conducción en forma de pequeñas burbujas que el agua arrastra hasta la descarga o hacia válvulas de expulsión.



Pero el aire en el interior de conducciones a presión es un mal necesario cuando se tienen fenómenos transitorios, pues evita que en algunos tramos la línea trabaje a presiones menores que la presión atmosférica local y colapse.

Este trabajo se enfoca al estudio experimental de la pérdida de energía en conducciones a presión por causa de grandes volúmenes de aire atrapado en un tramo. A continuación se presenta la motivación que lleva al análisis del aire como disipador de energía dentro de una conducción a presión.

### JUSTIFICACION DEL TEMA

En la operación de conductos a presión se ha podido identificar que algunos de los problemas como la reducción del gasto conducido, el aumento en los consumos de energía para bombeo e inclusive el desbordamiento en tanques; están relacionados a fenómenos producidos por la introducción de aire en grandes cantidades que eventualmente se aloja en tramos donde exista un cambio de dirección vertical pronunciado.

El aire en un conducto a presión estrangula al área por donde pasa el agua produciendo un cambio en el flujo que circula, es decir, incrementando la velocidad media y, por lo tanto, alterando la distribución de las cargas piezométricas.

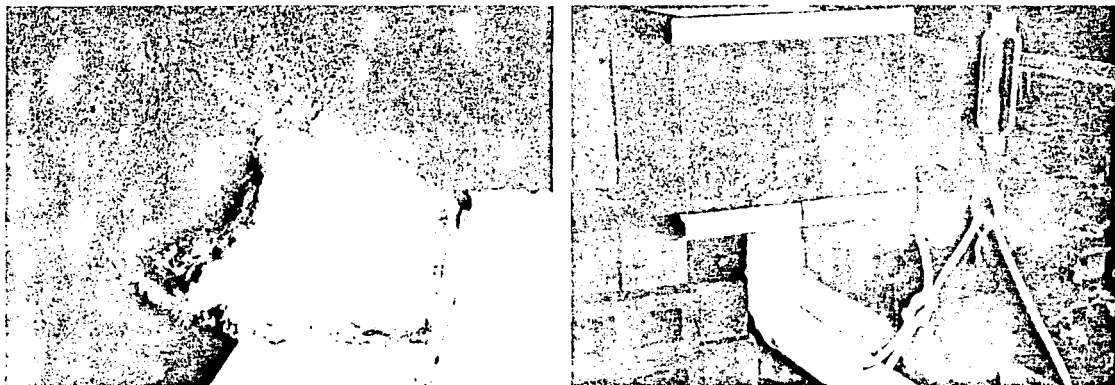
Un caso interesante es la caja rompedora de carga de Valle de Paz que une los tramos de los tanques Bellavista y Emiliano Zapata pertenecientes al Macrocircuito, que dota de agua potable a la zona norte y oriente de la Zona Metropolitana del Valle de México. En esta caja se observó un derrame de agua para gastos mayores a  $1.9 \text{ m}^3/\text{s}$ , cuando la capacidad de conducción está diseñada para  $3.21 \text{ m}^3/\text{s}$ . Este comportamiento restringía el gasto que entregaba el tanque Bellavista al tanque Emiliano Zapata.

Las dimensiones de la caja rompedora son:  $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$  en la base y una altura de  $7 \text{ m}$ , recibe el nombre de caja rompedora porque se propuso para proteger la línea aguas abajo de la caja de grandes cargas piezométricas. La línea que llega a la caja se conecta

por un orificio en la plantilla, de igual forma se tiene la conexión de salida. Ambos orificios tienen un diámetro igual al de la conducción, que es de 1.22m.

El Instituto de Ingeniería observó un fenómeno de inestabilidad, pues en un intervalo de 20 a 30 minutos la caja pasaba de un tirante cero a uno mayor a la altura de los muros contenedores. El propio Instituto de Ingeniería logró reproducir en un modelo físico dicha inestabilidad.

El fenómeno era suscitado por la introducción de aire desde la caja hacia el tramo de salida por la formación de vórtices. En la línea de salida se formaba un flujo a superficie libre que culminaba en un salto hidráulico, aguas abajo del cambio de dirección vertical.



A la izquierda vista en planta de la introducción de aire en la Caja Valle de Paz. A la derecha modelo de la caja en el momento en que el aire es introducido en el conducto de descarga.

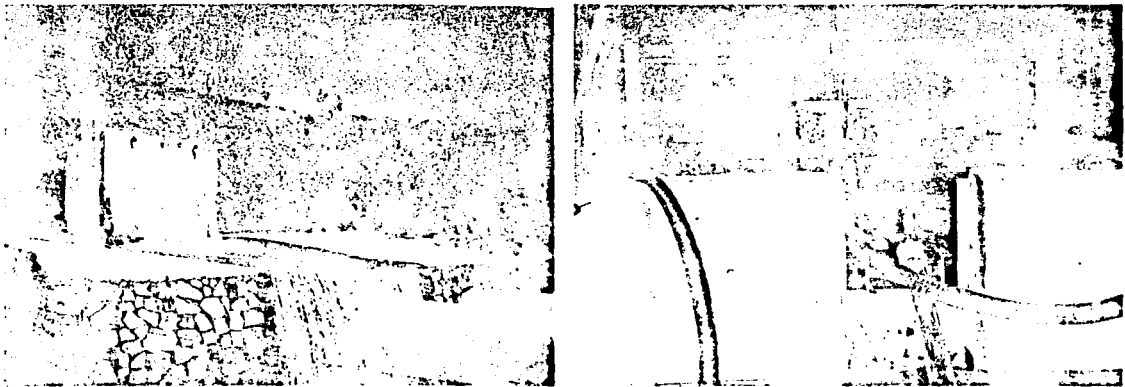
Los volúmenes de aire arrastrados por el vórtice en la corriente de agua barrían el salto hidráulico, aun más, en el sentido del flujo. Cuando el nivel de agua en la caja ahogaba el orificio de fondo de la salida cesaba la introducción de aire a la conducción e iniciaba su ascenso hasta derramar.

De forma paralela al aumento del tirante en la caja Valle de Paz, el salto hidráulico se desplazaba en sentido contrario al flujo, debido a que él mismo drena aire hacia la

conducción y disminuye así el volumen de aire acumulado en la conducción de salida. A los pocos minutos cesaba el derrame de agua y comenzaba a descender el nivel en la caja hasta vaciarse. Finalmente comenzaba de nuevo el ascenso del agua en la caja, repitiéndose el mismo ciclo.

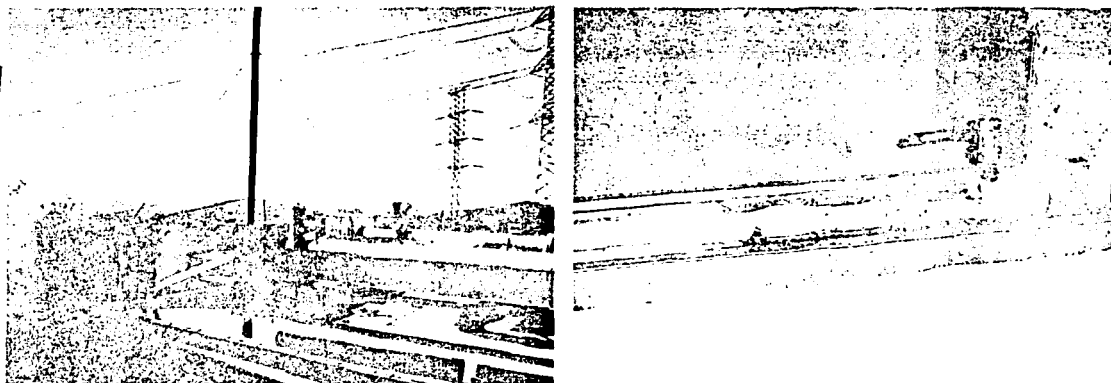
La disminución del volumen de aire acumulado después de ahogado el orificio se debe a las cantidades de aire que el salto hidráulico, en su turbulencia, envía dentro de la corriente de agua en forma de pequeñas burbujas, mismas que son arrastradas por la velocidad del agua a tubo lleno. El ascenso en el nivel de agua dentro de la caja, se debía al estrangulamiento que hace el aire acumulado en la sección hidráulica disminuyendo la capacidad de conducción y generando un almacenamiento en la caja Valle de Paz. En el sitio, la ubicación del salto hidráulico en la conducción se constató por el ruido que se escuchaba en la zona de llenado de la tubería aguas abajo del cambio de dirección vertical.

El vaciado de la caja es resultado del aumento súbito en la capacidad de conducción de la línea de salida. Por efecto del salto hidráulico, al disminuir considerablemente el volumen de aire, el nivel de agua sobre el orificio proporciona una carga, que para un determinado volumen de aire, es suficiente para arrastrar el aire por toda la conducción hasta la descarga u otro cambio de dirección vertical. Acto seguido se habilita la capacidad de conducción de diseño.



Derrame de la Caja Valle de Paz en prototipo y modelo.

El problema de acumulación de aire en este tramo se resolvió colocando un venteo en el cambio de dirección, con lo que se impidió que el aire aumentara su volumen y se estabilizara. Datos posteriores a esta medida correctiva indicaron que fue posible circular un gasto de  $3 \text{ m}^3/\text{s}$  sin ningún problema.



Venteco en el cambio de dirección de la línea de descarga.

El fenómeno en la caja de Valle de Paz indicó que la acumulación de aire, alrededor del cambio de dirección vertical, disminuía la capacidad de conducción de gasto y propiciaba el derrame cíclico de agua hasta que el aire era evacuado por el mismo flujo de agua.

Este fenómeno obligó a establecer varias hipótesis, algunas de las cuales han motivado este trabajo:

*La interfase entre aire, acumulado en grandes cantidades, y agua en una conducción con presión mayor a la atmosférica, tiene un comportamiento aproximado al de los fenómenos de flujo a superficie libre a presión atmosférica cuando el aire se establece alrededor de una sección de control.*

*La línea de cargas piezométricas en el tramo ocupado por una macroburbuja tiene la forma del perfil del agua, es decir, la pérdida de carga piezométrica es igual al gradiente de fricción del perfil hidráulico.*

Para validar estas hipótesis es necesario comprobar que el perfil del agua en un conducto con presión mayor a la presión atmosférica, en presencia de aire atrapado, es aproximado al perfil del flujo a superficie libre con presión atmosférica. Entonces sería posible calcular la cantidad de energía que se pierde a lo largo de la burbuja como la pérdida por fricción obtenida con el gradiente hidráulico del perfil.

Esta experimentación tiene interés por el incremento en el consumo de energía eléctrica y/o la disminución del gasto entregado en los acueductos a presión en presencia de grandes cantidades de aire atrapado en algún punto de la conducción.

## **O B J E T I V O**

**Instrumentar el modelo existente en el laboratorio de hidromecánica del Instituto de Ingeniería para demostrar que la interfase formada por una macroburbuja de aire, estando la conducción de agua a presión mayor que la atmosférica local, es similar al perfil de un flujo a superficie libre a presión atmosférica. Comprobar que la pérdida de energía asociada a la macroburbuja de aire es equivalente a la energía que se pierde por fricción en el desarrollo de un flujo gradualmente variado adicionando el efecto del salto hidráulico.**

## I n t r o d u c c i ó n

En el siguiente trabajo se exponen los elementos teóricos utilizados para analizar el comportamiento del agua en conducciones a presión y en flujos a superficie libre. Se presentan los estudios realizados sobre el comportamiento de burbujas de aire en conducciones de agua a presión.

En la etapa experimental se describe el dispositivo con el cual se reprodujo el fenómeno de aire atrapado en una conducción de agua a presión. Las variables que se utilizaron para describir el comportamiento hidráulico del fenómeno son la carga piezométrica, la profundidad del agua a partir de la interfase aire-agua, la pérdida total de carga, los volúmenes de aire introducidos a la conducción y las magnitudes de gastos ensayados.

Los datos medidos se analizaron con los elementos generales de la hidráulica y se presentan en tablas y gráficas. A partir de estas medidas se aplicaron las técnicas y algoritmos de cálculo convencionales para reproducir dichas medidas con el uso de gastos aforados, coeficientes de Manning equivalentes y las posiciones del salto hidráulico medidas.

Los resultados entre el cálculo numérico y las medidas sobre el dispositivo justifican el objetivo, y permiten afirmar que, en una conducción de agua con presión mayor que la atmosférica local, la energía que se pierde por presencia de una macroburbuja de aire, establecida alrededor de una sección de control, está compuesta por la fricción longitudinal entre el agua y las paredes de la conducción, más la producida por el fuerte cambio de energía cinética a energía de presión ofrecida por el salto hidráulico.

Finalmente, apoyado en los resultados del comportamiento de la línea de cargas piezométricas, según la magnitud de la macroburbuja de aire, se presenta el análisis de las fuerzas que actúan en un cambio de dirección, para establecer el efecto sobre el diseño de atraques en estos puntos de una conducción.

## **II CONCEPTOS FUNDAMENTALES**

Las bases teóricas requeridas para cumplir con los objetivos de este trabajo de tesis son las que se estudian en Hidráulica a lo largo de la carrera de Ingeniería Civil. En los siguientes párrafos se hace una definición breve de los conceptos utilizados en la mecánica de fluidos enfocados a explicar el comportamiento del flujo de agua en conducciones cerradas y flujos a superficie libre. En el último apartado de este capítulo se explica la forma en que se ha estudiado a las burbujas de aire en conducciones a presión y se presenta la definición de una macro burbuja.

### **II.1 ELEMENTOS PARA EL ESTUDIO DE FLUIDOS EN HIDRÁULICA**

De acuerdo al aspecto físico de la materia, ésta puede clasificarse en tres estados: sólido, líquido ó gas. Se conocen como fluidos a los estados líquido y gaseoso de la materia. Físicamente, un sólido es aquel cuya estructura molecular le permite tener una forma definida, mientras que los fluidos adoptan la forma del recipiente que los contiene. De los fluidos, sólo los líquidos presentan una superficie libre que es la cara expuesta entre el líquido y la atmósfera, las superficies restantes están definidas por el contacto entre el recipiente y el líquido. Los gases no muestran esta superficie libre ya que tienden a ocupar todo el espacio del recipiente que los contiene. Esta característica obedece al concepto de compresibilidad.

El comportamiento molecular de sólidos y fluidos tiene una gran diferencia en la forma en que responden ante esfuerzos tangenciales. Los sólidos presentan desplazamientos entre sus partículas como respuesta a la acción de esfuerzos tangenciales sobre su superficie, que se traducen en deformaciones elásticas, plásticas o permanentes en el sólido al cesar el esfuerzo. En un fluido, la acción de esfuerzos tangenciales produce una deformación continua de las partículas que es proporcional a la rapidez con la cual se aplica el esfuerzo tangencial. Esta respuesta es una propiedad característica de los fluidos. Un fluido es capaz de conservar su estado de reposo únicamente cuando está sujeto sólo a esfuerzos normales.

El factor de proporcionalidad que relaciona la rapidez con que se deforma el fluido bajo la acción de esfuerzos tangenciales se denomina viscosidad y es resultado de la interacción y cohesión de sus moléculas. Con base en la relación de esfuerzos tangenciales y deformaciones angulares se clasifica a los fluidos como Newtonianos o no Newtonianos. Los primeros guardan una relación lineal, es decir, el esfuerzo tangencial es directamente proporcional a la rapidez de deformación angular partiendo de valores nulos, en este tipo de fluidos se tiene al agua, el aire y algunos aceites naturales. Los segundos no tiene una relación lineal pues dependen del tiempo de exposición al esfuerzo y de su magnitud, algunos ejemplos son el betún, compuestos de celulosa, las colas y grasas, pinturas de aceite, jabones, etc.

La diferencia entre líquidos y gases es la compresibilidad, propiedad que se define como la capacidad de reacomodo molecular al someter al fluido a esfuerzos normales de compresión, teniendo la presión y la temperatura como variables dependientes. Para que un líquido cambie su volumen se requiere cambiar la presión en magnitudes muy grandes, en cambio para que un gas cambie su volumen requiere de variaciones de presión menores a las requeridas para líquidos.

Las características más importantes de los fluidos son la temperatura, la densidad, la viscosidad, la compresibilidad, el volumen y la presión. Estas características son evaluadas cuando se somete al fluido a un proceso termodinámico. Comúnmente, en el estudio de la hidráulica el comportamiento de los líquidos depende en poca medida de la temperatura. En cambio, las propiedades de los gases dependen en gran medida de la temperatura.

Los principios fundamentales utilizados en la mecánica de fluidos consideran que el fluido es un medio continuo. Dichos principios son:

- Conservación de la materia
- Segunda ley de Newton
- Conservación de la energía
- Segunda ley de la termodinámica



En hidráulica los principios arriba indicados se aplican al estudio del flujo de agua en estructuras de interés en la ingeniería civil. Debido a que el flujo de agua en estas estructuras no implica procesos termodinámicos importantes, la segunda ley de Newton y el principio de conservación de la materia (masa) son suficientes para predecir y analizar su comportamiento.

El principio de conservación de la materia establece que la cantidad de masa que entra a un volumen de control es igual a la cantidad almacenada en dicho volumen más la cantidad que sale en la unidad de tiempo. En forma general, este principio se expresa matemáticamente como:  $\text{div}(\rho v) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  que puede presentar varias simplificaciones dependiendo de las características del flujo.

Si el flujo es unidimensional, incompresible y permanente, la expresión de continuidad se reduce a:  **$VA = \text{constante}$**  Esto significa que en una vena líquida el gasto que circula por cada sección es constante, cumpliéndose lo siguiente:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \dots \quad (\text{II.1.1})$$

A partir de la segunda Ley de Newton se establecen ecuaciones de movimiento aplicables al flujo de líquidos. Considerando un flujo unidimensional a lo largo de una línea de corriente se obtienen términos que representan energías por unidad de peso ó trabajos mecánicos por unidad de peso realizados por las fuerzas involucradas en el flujo del líquido. Esto es:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_r \right) = - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad \dots \quad (\text{II.1.2})$$

en donde  $h_r$  es la energía por unidad de peso utilizada para vencer las fuerzas de fricción y que se transforma en energía que se disipa por calor y no se aprovecha en el movimiento.

La expresión II.1.2 aplicada a un flujo permanente se escribe así:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_r = \text{constante} \quad \dots \quad (\text{II.1.3})$$

Y si no se considera la fricción en el flujo se tiene:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{constante} \quad \text{expresión conocida como la ecuación de Bernoulli.}$$

Para todo punto ubicado en una misma sección transversal de una vena líquida se tiene que:

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{constante} \quad \dots \quad (\text{II.1.4})$$

esto significa que la distribución de la presión en una sección transversal de la vena líquida es de forma hidrostática.

Además, en una vena líquida se considera que la distribución de velocidades es representada por el valor medio  $V$ , esta suposición se corrige con la adición en el término que representa la energía cinética del líquido del coeficiente de Coriolis. Este coeficiente se calcula como:

$$\alpha = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^3 dA \quad \dots \quad (\text{II.1.5})$$

De igual forma que el coeficiente de Coriolis corrige en una vena líquida el uso de la velocidad media por la distribución de velocidad correspondiente. En el término de la velocidad local se hace uso del coeficiente de Boussinesq, que se calcula como:

$$\beta = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \quad \dots \quad (\text{II.1.6})$$

Al incluir estos coeficientes en la expresión II.1.2 se obtiene la ecuación diferencial de la energía para una vena líquida, llamada también ecuación dinámica:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} + h_r \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \beta V}{\partial t} \quad \dots \text{ (II.1.7)}$$

Al integrar la expresión entre dos secciones 1 y 2 y considerar que el flujo es permanente se llega a:  $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r$ . Si no hay pérdida de energía entre las secciones 1 y 2, y los coeficientes de Coriolis se consideran iguales a la unidad, se obtiene la ecuación de Bernoulli para una vena líquida:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = H \quad \dots \text{ (II.1.8)}$$

Al expresar la ecuación de la energía para una vena líquida de la siguiente forma

$$(z_1 - z_2) + \left( \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) = \sum_1^2 h_r \quad \text{se puede dar una interpretación física a cada}$$

uno de los términos de la ecuación. El primer término del lado izquierdo de la igualdad es el trabajo que la unidad de peso realiza al pasar del nivel  $z_1$  al  $z_2$ . El segundo término es el trabajo que debe efectuar la unidad de peso para pasar de un recinto a presión  $p_1$  a un recinto con presión  $p_2$ . El tercero es la variación de energía cinética por unidad de peso al cambiar la velocidad de  $V_1$  a  $V_2$ . Así, el primer miembro se interpreta como una medida del trabajo realizado por la unidad de peso del fluido al pasar de la sección 1 a la 2. Este trabajo se disipa en fricción y está evaluado por el segundo miembro de la igualdad.

Otra ecuación importante en el estudio de los líquidos que también se obtiene de la segunda ley de Newton es la ecuación de impulso y cantidad de movimiento que, a diferencia de la ecuación de la energía, considera el efecto que producen las fuerzas de superficie y cuerpo sobre un volumen de control y no los efectos internos del volumen de control.

Se llama cantidad de movimiento de un elemento de masa  $M$  al producto de ésta por su velocidad. La suma vectorial de todas las fuerzas  $F$  que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez del cambio del vector lineal cantidad de movimiento de la masa de fluido, que matemáticamente se expresa como:

$$F = \frac{d(Mv)}{dt} \dots (11.1.9)$$

Las fuerzas vectoriales pueden ser de superficie o de cuerpo. Las primeras actúan sobre la superficie del volumen de control y pueden ser normales a la frontera de dicho volumen, como lo son la presión estática y dinámica; también pueden ser tangenciales a la frontera como lo es el esfuerzo tangencial de fricción. Las segundas son generalmente debidas a la acción de una aceleración (ej. gravedad) sobre la masa de fluido.

Para un volumen de control fijo, la ecuación de la cantidad de movimiento se expresa como:  $F_p + F_t + F_C = \sum (\rho Q \beta V) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_C} v \rho dv \dots (11.1.10)$

En donde el término de  $\sum (\rho Q \beta V)$  representa la suma de las cantidades de movimiento del total de elementos de área en que se ha dividido la superficie de control. La última integral representa la variación que en el tiempo experimenta la cantidad de movimiento de la masa contenida en el volumen de control.

Si el flujo se considera unidimensional, incompresible y permanente la ecuación de la cantidad de movimiento se expresa así:

$$F_p + F_t + F_C = \rho \sum (Q \beta V) \dots (11.1.11)$$

en esta expresión  $V$  es el vector velocidad del flujo que atraviesa una cierta sección de la superficie de control, tendrá un signo correspondiente a la dirección y sentido del flujo. Como ya se dijo,  $\beta$  representa el coeficiente de Boussinesq para corregir el efecto de la velocidad media en lugar de la distribución de velocidades. Finalmente,  $Q$  representa el gasto volumétrico que fluye por cada sección de la superficie de control. Este gasto será

afectado por un signo positivo si el gasto sale del volumen de control y negativo si el gasto entra a dicho volumen.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## II.2 FLUJO EN CONDUCTOS A PRESIÓN

En el flujo de líquidos en conducciones cerradas se considera que al movimiento del líquido sobre las paredes de la conducción se opone un esfuerzo tangencial uniforme que se denomina fricción. Desde el punto de vista energético este esfuerzo consume un trabajo que realiza el líquido para desplazarse. Este efecto es importante, pues la energía que el fluido pierde por fricción debe ser considerada para garantizar el movimiento de un punto a otro. En las obras civiles, donde las conducciones de agua desde zonas de almacenamiento o extracción hacia zonas de consumo son muy largas, se requiere considerar ésta pérdida para cuantificar los costos energéticos de transporte.

El esfuerzo tangencial por fricción  $\tau$  depende de la distribución de velocidades dentro del flujo, la que a su vez depende de la viscosidad del fluido. En la mayoría de los casos prácticos la magnitud de la fricción resulta proporcional al cuadrado de la velocidad media.

En la mecánica de fluidos se tiene una caracterización del tipo de flujo. Esta caracterización se encuentra determinada por el número de Reynolds ( $R_e$ ), que relaciona las fuerzas de viscosidad con las fuerza de inercia, de la siguiente manera:

❖ La fuerza de inercia es  $F_i = ma$  representada por  $F_i = \rho L^3 \frac{V}{t}$

❖ La fuerza viscosa es  $F_v = \tau A$ , siendo  $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$ , entonces  $F_v = \mu A \frac{dv}{dy}$

que se representa dimensionalmente como  $F_v = \mu LV$ .

❖ El número de Reynolds es  $R_e = \frac{F_i}{F_v}$

$$\text{Entonces } R_e = \frac{\rho L^3 V}{\mu L V t}$$

Obteniendo que:  $R_e = \frac{LV}{\nu}$ , donde L es una longitud característica del fluido, que en el caso de flujo en conductos circulares a presión se considera igual al diámetro D,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido y V la velocidad media; por lo tanto se define al Número de Reynolds así:

$$R_e = \frac{VD}{\nu} \dots (11.2.1)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Varios investigadores, iniciando por Osborne Reynolds (1883), han establecido la caracterización de los fluidos según el  $R_e$ . De sus experiencias se estableció que para  $R_e$  bajos las trayectorias de las partículas del fluido siguen líneas paralelas entre sí, denominándose a este tipo de flujo como laminar. Para  $R_e$  grandes se observó que las trayectorias de las partículas se mezclaban entre sí, conformando trayectorias erráticas, a este flujo se le nombró turbulento. Después se estableció un rango de  $2000 < R_e < 40,000$  en el que las trayectorias de las partículas tiene un comportamiento inestable, es decir, se hallan entre flujo laminar y turbulento. Los flujos que se encuentren en este rango de  $R_e$  se llaman de transición.

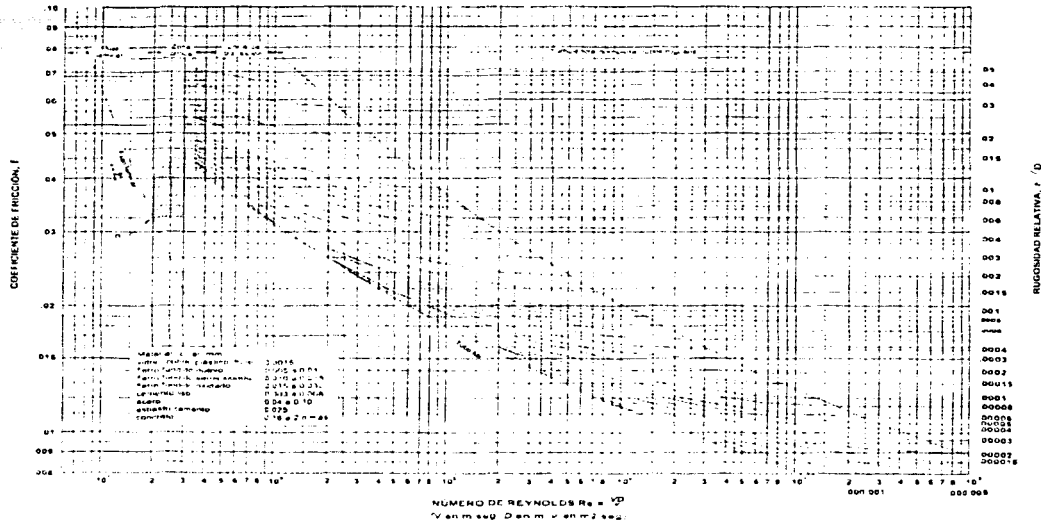
Para el cálculo de las pérdidas por fricción se hace uso de la expresión de Darcy – Weisbach, en la cual, la pérdida de energía específica depende de la velocidad media del fluido, de una dimensión característica de la conducción (como lo es él diámetro para secciones circulares) y de la longitud en la que se desarrollan los esfuerzos tangenciales. Los esfuerzos tangenciales son evaluados en función del tipo de flujo según  $R_e$  mediante una constante de proporcionalidad llamada *factor de fricción*, denotado por  $f$ , que tiene contemplado además el efecto de la rugosidad según el tipo de material de la conducción.

La expresión de Darcy – Weisbach se escribe:  $h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \dots (11.2.2)$

El diagrama de Moody<sup>a</sup> contiene la relación entre el efecto de la rugosidad relativa, el número de Reynolds y el factor de fricción. Este diagrama corresponde a experiencias realizadas en tuberías comerciales.

DIAGRAMA DE MOODY

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



La rugosidad relativa es el cociente del valor estadístico medio de la altura de rugosidad equivalente ( $\epsilon$ ) entre el diámetro de la tubería ( $D$ ) y representa un medio adimensional para caracterizar la rugosidad de una conducción.

Como resultado de experimentaciones en el comportamiento de las trayectorias del agua en conducciones circulares cerradas, asociadas al número de Reynolds, se estableció que para flujos laminares se tiene una tendencia definida entre el valor del  $Re$  y el factor de fricción. De forma similar se encontró que la relación entre  $Re$  y el factor de fricción está definida para flujos turbulentos pero asociada a los valores de la rugosidad relativa, teniéndose como consecuencia una familia de curvas que describen la relación entre las tres variables. En la zona de flujos de transición se observa la dependencia entre variables.

Como resultado de la poca viscosidad del agua, los flujos con los que trabaja el ingeniero civil son por lo general turbulentos, sobre todo en los casos de conducciones cerradas a presión para el transporte de agua. Esto permite que los valores del factor de fricción se puedan calcular conociendo, o estimando, el valor de la rugosidad relativa en función del material con el que está hecha la conducción y sus dimensiones. Establecida la velocidad de diseño y la viscosidad se puede calcular el  $R_e$ . Con los valores de  $R_e$  y de rugosidad relativa se puede leer el valor del factor de fricción  $f$  del diagrama de Moody.

También puede calcularse el valor de  $f$  con la expresión de Swamee<sup>1</sup>, en la que se presenta  $f$  en función de la rugosidad relativa y de  $R_e$  para flujos de transición y turbulentos. Esta expresión es una aproximación explícita de la expresión de Colebrook - White.

$$f = \frac{0.25}{\left\{ -\log \left( 0.27 \frac{\epsilon}{D} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right) \right\}^2} \dots (11.2.3)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Parte de las pérdidas de energía por la conducción de fluidos en sistemas cerrados que no son generadas por la fricción del fluido con las paredes sino por cambios bruscos de la distribución de velocidades y de presiones. Estos cambios son provocados por los accesorios que acompañan a las conducciones como lo son válvulas, compuertas, formas a la entrada y salida de la conducción, aditamentos como rejillas, los cambios de dirección bruscos o graduales y toda aquella conexión que se realice para unir los tramos de la conducción.

La determinación de la energía que se pierde o disipa en estos accesorios se evalúa con una expresión similar a la de Darcy - Weisbach, en la que cambia el valor del factor de fricción y la longitud por un coeficiente experimental, es decir la expresión es:

$$h_l = k \frac{V^2}{2g} \dots (11.2.4)$$



en donde el valor del coeficiente  $k$  se determina a partir de las condiciones y características de operación del accesorio. Además, se acostumbra evaluar la carga de velocidad con el valor de velocidad que corresponde a la zona aguas arriba del accesorio.

### **II.3 Aspectos de la operación de sistemas a presión**

Los sistemas de bombeo tienen el objetivo de adicionar energía al agua para que ésta mantenga un movimiento continuo y pueda trasladarse de un lugar de menor elevación a otro de mayor elevación.

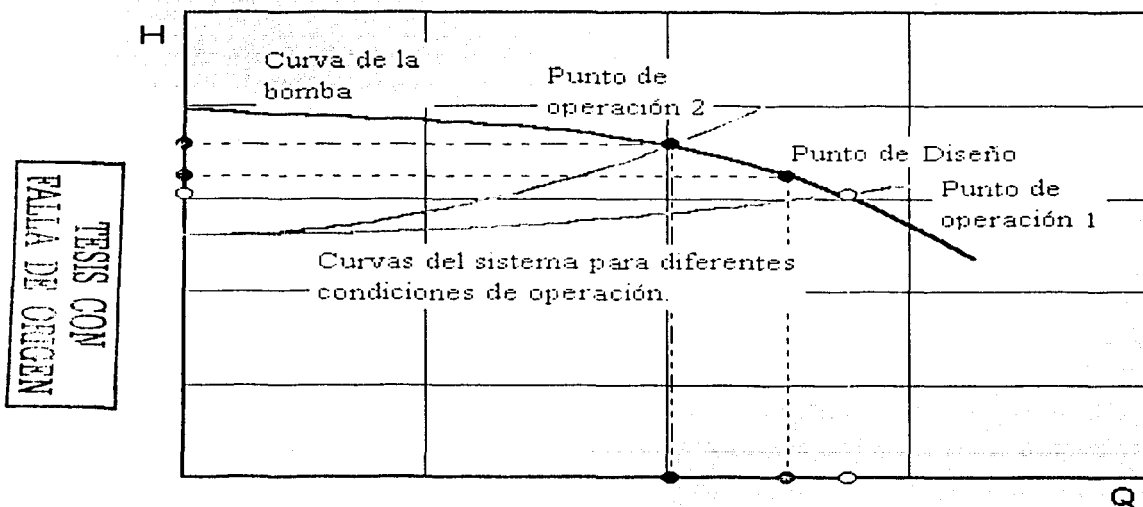
El sistema de bombeo está integrado por un cuerpo de agua (captación), una estación de bombeo, una conducción y la entrega. El cuerpo de agua puede ser un almacenamiento natural (lago, río, manantial) o artificial (presa de almacenamiento ó derivadora, entrega de una planta potabilizadora, etc.), de este cuerpo de agua se tomará el agua para el bombeo. La estación de bombeo la forman una subestación eléctrica, una casa de máquinas, en donde se tienen los motores eléctricos, las bombas, los controladores de la operación del motor y la bomba, los múltiples de succión y descarga, etc.. La conducción es el medio por el cual se trasladará el agua, sus dimensiones y tipo de material con que se construirá dependerá de las condiciones topográficas y la operación hidráulica. La entrega puede ser otra estación de bombeo, una conducción a gravedad, un almacenamiento, etc.

Dependiendo de la topografía y la magnitud de los gastos que manejará el sistema de bombeo, se puede tener un arreglo de las bombas en paralelo o en serie. En el primer caso, el múltiple de succión es el mismo para la succión de todas las bombas, permitiendo que la magnitud del gasto aumente según el número de bombas para una misma carga de bombeo. En el arreglo en serie, la descarga de una bomba se convierte en la succión de la siguiente bomba para así aumentar la carga de bombeo manejando el mismo gasto.

Para el análisis de la operación estacionaria de los sistemas de bombeo se trabaja con las curvas de bombeo y del sistema. La primer curva está definida por el tipo y número de bombas que se instala en la casa de máquinas, es decir, de esta curva se obtiene la carga que entrega la bomba al agua según el gasto circulante. Esta curva de bombeo es proporcionada por el fabricante de la bomba y generalmente se conoce como curva característica de la bomba.

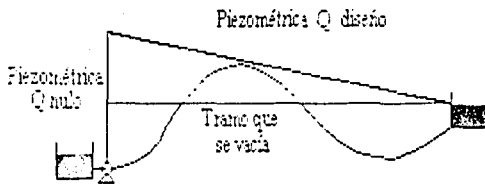
La curva del sistema se construye a partir del desnivel topográfico del sistema de bombeo, del tipo de material de la conducción y accesorios que la acompañan. Estos datos se traducen en una relación entre la carga que debe vencer el bombeo y el gasto que se requiere bombear.

El punto donde se intersecan la curva de bombeo y la curva del sistema se denomina punto de operación del sistema de bombeo. De este punto se conoce la carga que entrega la bomba al agua y el gasto que se bombea en el sistema. Es un punto de equilibrio dinámico entre la bomba, el gasto de agua, la geométrica y los accesorios del tramo a bombeo, por lo tanto, se busca que este punto coincida con el punto de diseño, que regularmente está especificado por el proyecto de bombeo.

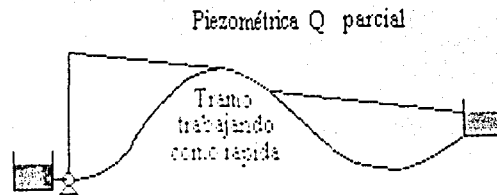


De ser necesaria la operación a gastos diferentes al de diseño se busca un nuevo punto de operación variando la pendiente de la curva del sistema. Que se realiza cerrando una válvula de control, accesorio que afecta directamente la expresión de la curva del sistema según su apertura.

Un esquema típico de un sistema de bombeo se presenta en la figura f\_1.3.1.a. Al agregar la línea de cargas piezométricas correspondiente al gasto de diseño y a gasto nulo se identifican las presiones de trabajo para condiciones estacionarias y los puntos probables en donde se tendrá un vaciado de la conducción, ver f\_1.3.1.a. En el caso de que el sistema de bombeo opere con gastos menores al de diseño, la línea de cargas piezométricas puede cortar algunos puntos a la conducción generando sitios donde se debe tener inclusión de aire ver f\_1.3.1.b.



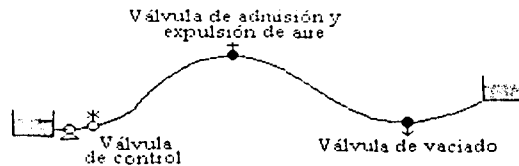
f\_1.3.1.a



f\_1.3.1.b

Como se aprecia en las figuras es necesario colocar válvulas para la inclusión de aire hacia la conducción cuando la piezométrica a gastos parciales corta la conducción. Estas mismas válvulas sirven para expulsar el aire en las maniobras de llenado de la conducción, ver f\_1.3.1.c.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



f\_1.3.1.c

## II.4 Flujo a superficie libre

El escurrimiento a gravedad del agua en donde una cara de éste tiene contacto con la atmósfera se denomina como flujo a superficie libre, es decir, el contacto entre agua y aire forma una superficie característica de este tipo de flujos, en los cuales el aire puede estar o no en movimiento. En la ingeniería civil, el flujo a superficie libre con el que se tiene relación es el producido por las conducciones de agua en canales abiertos o en conducciones cerradas donde la sección no es totalmente llenada por el agua. El flujo a superficie libre generalmente se tiene en conducciones a gravedad.

Para el análisis del flujo a superficie libre se hace uso de las ecuaciones de energía e impulso y cantidad de movimiento para una vena líquida, además de la ecuación de continuidad. En estas ecuaciones se hace la consideración de que el flujo de agua es permanente e incompresible. Antes de describir las ecuaciones aplicadas al flujo a superficie libre se presentan algunos elementos importantes para la descripción del comportamiento de dicho flujo.

En la hidráulica de canales se conoce a la profundidad del agua desde la superficie libre hasta la plantilla del canal como tirante. Este tirante puede ser medido de forma vertical, con respecto a un plano horizontal de comparación ( $y$ ), ó medido perpendicularmente a la plantilla del canal ( $d$ ). Se tienen dos tipos de canales: los naturales, generados por la erosión sucesiva del escurrimiento del agua sobre el suelo, y los artificiales, que son los construidos por el hombre en base a las necesidades de aprovechamiento que se requiera del agua.

Los canales artificiales son los únicos que tienen una sección transversal regular, es decir, la geometría puede ser rectangular, trapecial, circular, parabólica, en herradura o inclusive triangular. Además la pendiente de la plantilla es constante por tramos largos. Si la geometría de la sección y la pendiente de la plantilla a lo largo del canal no cambian, el canal se denomina prismático.

Los elementos geométricos requeridos para caracterizar al flujo de agua que escurre en los canales son: el tirante, el área hidráulica, el perímetro mojado, el talud, el radio hidráulico y el tirante medio. Todos estos son elementos de la sección transversal del canal, siendo ésta perpendicular a la plantilla.

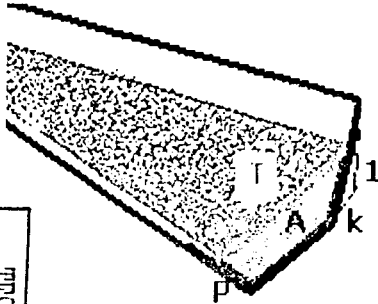


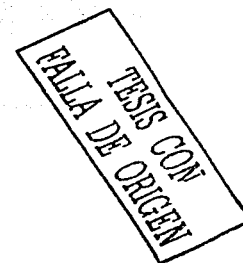
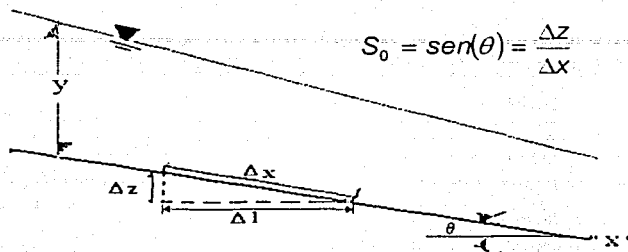
Figura f\_ II.4.a.

- **A** área hidráulica, representa la magnitud de la superficie formada por las paredes del canal y la superficie libre del agua.
- **P** perímetro mojado, es la medida de la longitud de pared del canal que moja el agua o el contacto entre agua y pared del canal.
- **k** talud, es la representación de la inclinación de las paredes indicando la magnitud horizontal recorrida desde un punto de la pared para ascender verticalmente una unidad longitudinal.

- **T** ancho de la superficie libre del agua que define el espejo de agua en el canal.
- **R<sub>H</sub>** radio hidráulico, es la relación entre el área hidráulica y el perímetro mojado definiendo la distancia característica en canales para el cálculo del número de Reynolds.
- **Y** tirante medio, es la relación del área hidráulica entre el ancho de la superficie libre del agua.

El concepto de pendiente longitudinal del canal  $S_0$  se define como la variación de elevación que tiene la plantilla en el sentido del escurrimiento del flujo de agua por unidad de longitud sobre el eje del canal. Es decir,  $S_0 = \frac{\Delta Z}{\Delta X}$  y se considera positiva si la elevación inicial es mayor a la elevación final, tomando como referencia el sentido en que escurre el

agua. Si la elevación inicial es menor a la elevación final la pendiente de plantilla se considera negativa ( $S_0 < 0$ ). Ver figura f\_II.4.b .



f\_II.4.b

De manera similar al flujo en conductos a presión, se puede clasificar al fluido de agua con base en el tiempo, espacio, la relación de fuerzas descritas por el número de Reynolds ( $R_e$ ) y el número de Froude ( $F_r$ ).

**Tiempo**  $\frac{\partial V}{\partial t}$  , si la variación de la velocidad con respecto del tiempo en una sección transversal del canal es nula el flujo es permanente. Pero si es diferente de cero el flujo es no permanente.

**Espacio**  $\frac{\partial V}{\partial s}$  , cuando la variación de la velocidad a lo largo del eje longitudinal del canal es nula se dice que el flujo es uniforme. Si es diferente de cero el flujo es variado de forma gradual, rápida o espacialmente. En el flujo gradualmente variado los cambios en los tirantes son pequeños; para el rápidamente variado se tienen cambios bruscos de tirantes como en el fenómeno de salto hidráulico; y en el espacialmente variado a diferencia de los dos anteriores, en los que no cambia el gasto, se tiene un aumento o disminución de éste a lo largo del eje longitudinal.

$R_e = \frac{VR_h}{\nu}$  en este criterio se considera a la viscosidad del agua para definir al flujo como laminar o turbulento, según los siguientes intervalos:

Si  $R_e \leq 500$  flujo laminar

Si  $500 < R_e \leq 12,500$  flujo en transición

Si  $R_e > 12,500$  flujo turbulento.

$F_r = \frac{V}{g \frac{A}{T}}$  ... (11.4.1), si  $\theta \leq 8$  y  $\alpha = 1$ . Según el número de Froude, que relaciona la

importancia de las fuerzas de gravedad entre las de inercia, se habla de régimen crítico cuando se tiene una igualdad entre las fuerzas de gravedad y las de inercia, es decir, que el número de Froude es igual a la unidad. En el caso de que el número de Froude sea menor a la unidad se designa al régimen del agua como subcrítico y sucede cuando las velocidades son menores que las generadas en régimen crítico. Finalmente, cuando el número de Froude es mayor a la unidad predomina la fuerza de inercia sobre la de gravedad y el flujo de agua se produce a velocidades muy grandes.

Al aplicar la ecuación de la energía y la de impulso y cantidad de movimiento en flujos a superficie libre se llega a:

Ecuación de la energía 
$$z + y \cos^2(\theta) + \alpha \frac{V^2}{2g} + h_r = \text{constante} \quad \dots (11.4.2)$$

Ecuación de la cantidad de movimiento 
$$F_p + F_r + F_c = \rho[(Q\beta V)_{j-1} - (Q\beta V)_j] \quad \dots (11.4.3)$$

En la ecuación 11.4.2 se observa que la carga de presión en un flujo a superficie libre está referida a la plantilla del canal y representa la columna piezométrica que produce el tirante de agua perpendicular a la plantilla del canal. El término  $\cos^2(\theta)$  es una corrección por la inclinación de la plantilla tomando como tirante al medido de forma

vertical. En canales la carga de posición  $z$  se mide del plano de referencia hasta la plantilla del canal. Por último, el término  $h_f$  se refiere a las pérdidas de energía locales y por fricción.

La ecuación II.4.3 representa el equilibrio de fuerzas en un volumen de control, si se considera al agua como fluido incompresible y permanente en régimen turbulento, la densidad es constante, el gasto no cambia y el coeficiente de Boussinesq es aproximadamente igual a la unidad.

Ambas ecuaciones se aplican para el análisis del comportamiento del flujo de agua. De la ecuación de la energía se define la energía específica que se puede interpretar como la energía que tiene el agua para circular por la sección transversal del canal. La energía específica la componen la suma de la carga de presión, representada por el tirante, y la carga de velocidad. La expresión de energía específica se escribe:

$$E = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad \dots \text{ (II.4.4)}$$

Al utilizar la definición de velocidad media en términos del gasto, se puede expresar a la energía específica como:

$$E = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \dots \text{ (II.4.5)}$$

En la expresión anterior se observa una relación directa entre la energía específica, la magnitud del tirante y el gasto circulante en la sección del canal, cuando se tiene conocida la forma geométrica. En caso de considerar que el gasto es permanente la relación se limita al tirante con la energía específica y se obtiene la definición de una curva parabólica que es asintótica, en un sistema coordenado  $y - E$ , al eje de las abscisas y a una recta con inclinación de  $45^\circ$ . Ver figura II.4.c.



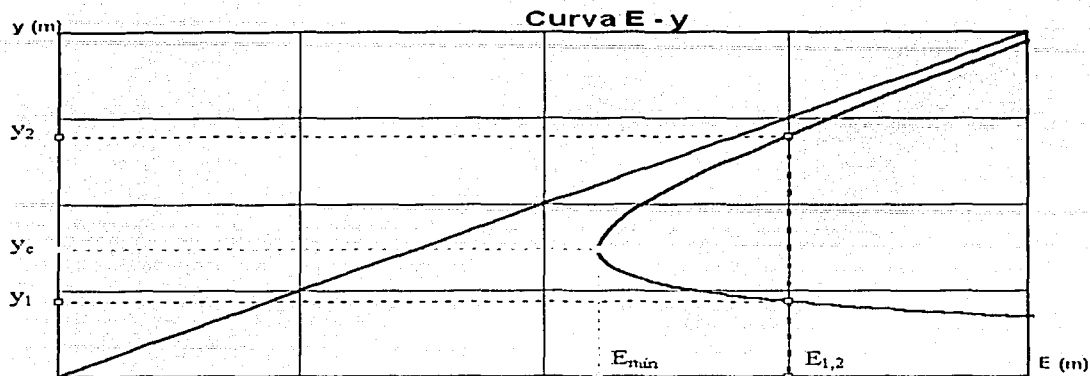


Figura f\_II.4.c

En la figura f\_II.4.c se aprecia que se tienen dos tirantes para una misma energía específica, además en un solo punto de la curva la relación de tirante energía específica es única, este punto es nombrado de condición crítica y define al régimen crítico como el tirante para un gasto de flujo permanente que es producido por la energía mínima que requiere el flujo de agua para circular por la sección del canal. Matemáticamente se obtiene la condición crítica al derivar la energía específica con respecto al tirante e igualando a cero dicha derivada.

Siendo

$$E = y \cos^2 \theta - \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Derivando con respecto de y

$$\frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy} \left( y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \right)$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta - 2\alpha \frac{Q^2}{2gA^3} \frac{dA}{dy}$$

como

$$\frac{dA}{dy} = T$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Entonces 
$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta - 2\alpha \frac{Q^2 T}{2gA^3}$$

Al igualar  $\frac{dE}{dy}$  con cero se llega a 
$$0 = \cos^2 \theta - 2\alpha \frac{Q^2 T}{2gA^3}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3}$$

Condición general de régimen crítico 
$$\cos^2 \theta \frac{A^3}{T} = \alpha \frac{Q^2}{g} \dots (11.4.6)$$

De la expresión anterior, dado que el gasto es constante y que la geometría es función sólo del tirante, se entiende que sólo hay un valor que satisface a la condición de régimen crítico y se le conoce como tirante crítico, que tiene asociada su energía específica crítica. Esta energía es la mínima que requiere el gasto para escurrir en determinada geometría.

Manejando algebraicamente la condición de régimen crítico se puede llegar a la expresión del número de Froude:

Sea 
$$\cos^2 \theta \frac{A^3}{T} = \alpha \frac{Q^2}{g}$$

Definición de velocidad media 
$$V = \frac{Q}{A}$$

Entonces 
$$\cos^2 \theta \frac{A}{T} = \alpha \frac{V^2}{g}$$

$$1 = \alpha \frac{V^2}{g \cos^2 \theta \frac{A}{T}} = F_r^2 \dots (11.4.7)$$

Donde se aprecia que en la condición de régimen crítico el número de Froude vale la unidad.

De la definición de régimen subcrítico, crítico y supercrítico, y observando la curva energía específica contra tirante, se establece que todos los tirantes menores al crítico tendrán un régimen supercrítico, en el cual, la velocidad será grande y la magnitud del tirante pequeña. Para los tirantes mayores al crítico el régimen definido será subcrítico, caracterizado por tirantes grandes y velocidades bajas.

Una sección de control se define como aquella sección donde se puede establecer una relación tirante contra gasto (como la definida por la condición de régimen crítico), es decir, conocido generalmente el tirante se puede obtener el gasto circulante. En los canales, las secciones de control se establecen por puntos donde presuntamente se presenta el tirante crítico. Esto suele ocurrir en cambios de pendiente suave a fuerte (cambio de régimen subcrítico a supercrítico), a la entrada de un canal cuando la pendiente es fuerte, a salida de un canal si la descarga es libre, etc. Otros ejemplos de sección de control son los tirantes antes y después de una compuerta. También se localizan en descargas en almacenamientos, donde los niveles de la superficie libre del agua generan remansos.

Es posible localizar una sección de control con la definición del  $F_r$ , debido a que el  $F_r$  relaciona la velocidad del flujo con la velocidad de propagación de una onda producida por las alteraciones ó perturbaciones en la superficie del flujo. Es decir, cuando el  $F_r$  es igual a la unidad significa que la velocidad del flujo es igual a la velocidad de propagación de la onda de perturbación, en el caso de régimen subcrítico el flujo tiene una velocidad mayor a la de la onda de perturbación, entonces la onda parece viajar hacia aguas arriba. En regímenes supercríticos la velocidad de la onda es mayor a la del flujo por lo que en la superficie libre se observa que viaja hacia aguas abajo.

Una definición importante en el estudio de los flujos a superficie libre es la idealización del flujo uniforme. El flujo uniforme se entiende como el equilibrio entre la componente del peso del agua en el eje longitudinal del canal y la fuerza de fricción

generada con las paredes del canal. Entonces, la energía que pierde el flujo de agua al escurrir por gravedad en el canal es la utilizada para vencer la fricción entre el agua y las paredes del canal, considerando también el fondo de éste.

Una característica del flujo uniforme es que la línea de energía, la superficie libre del agua y la plantilla del canal son líneas paralelas. Esto es debido a que los tirantes por sección se mantienen constantes produciendo un área hidráulica y velocidad constante.

En el flujo uniforme se establecen las velocidades de agua en función de los coeficientes de rugosidad del canal. Uno de los investigadores que estableció una expresión correspondiente a flujos turbulentos con leyes de fricción en paredes rugosas fue Chezy.

$$V = C \sqrt{R_h S_0} \quad \dots (11.4.8)$$

Con esta expresión Chezy evalúa la velocidad media del flujo de agua en un canal. Los términos que la componen son:

- **C** coeficiente de resistencia o de fricción que generalmente depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa del canal.
- **R<sub>h</sub>** es el radio hidráulico, y
- **S<sub>0</sub>** es la pendiente longitudinal de la plantilla del canal.

Para definir el coeficiente **C** de la expresión de Chezy varios investigadores han establecido la forma de calcularla con base a experimentaciones en diferentes secciones de canales y variando la ley de fricción. Sin embargo, la más usual, por la cantidad de información existente y la simplicidad de cálculo, es la aportada por Gauckler – Manning – Strickler:

$$C = \frac{R_h^{1/6}}{n} \quad \dots (11.4.9)$$

donde  $n$  es conocido como el coeficiente de Manning y permite estimar la resistencia al flujo pues depende de la rugosidad de las paredes y fondo del canal.

Al sustituir II.4.9 en la ecuación de Chezy se obtiene la velocidad media del flujo en el canal, en función de sus características geométricas, la pendiente de la plantilla y el coeficiente de Manning, expresada de la siguiente manera:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad \dots \text{ (II.4.10) }$$

Usando la definición de velocidad media se llega a una expresión que relaciona al gasto permanente del canal con las condiciones que definirán al flujo uniforme:

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad \dots \text{ (II.4.11) }$$

En la expresión anterior se observa que sólo existe una relación entre el tirante, el gasto, el coeficiente de Manning y la pendiente del canal. Este tirante se denomina tirante normal ( $y_n$ ), es decir:

$$\frac{Qn}{S_0^{1/2}} = A R_h^{2/3} \quad \dots \text{ (II.4.12) }$$

de esta expresión se establece que la forma geométrica de la sección del canal es también una variable que definirá la magnitud del tirante normal.

La expresión II.4.11 en flujo uniforme sirve para el diseño de secciones de canal una vez que se conocen el gasto, la pendiente del canal y se ha elegido el coeficiente de Manning.

A partir de la expresión para flujo uniforme se establecen el concepto de pendientes de fricción. La pendiente de fricción ó pendiente hidráulica se define como la variación de la energía a lo largo del eje longitudinal del canal. En el caso de flujo

uniforme, por la no variación del tirante, la pendiente de fricción es igual a la pendiente de la plantilla y a la pendiente de la superficie libre del agua.

Con la expresión de flujo uniforme es posible calcular las pérdidas de energía debidas a la fricción del agua con las paredes y el fondo del canal, dependiendo de la elección del valor del coeficiente de Manning. Recordando que la pendiente de fricción es la variación de la energía a lo largo del canal, entonces la pérdida de energía por fricción se calcula como:

$$h_f = LS_f \dots (11.4.13)$$

en donde  $L$  se mide paralelo al eje longitudinal del canal y  $S_f$  se obtiene de la expresión 11.4.11.

si

$$S_f = \left( \frac{Q_n}{AR_h^{2/3}} \right)^2 \dots (11.4.14)$$

entonces

$$h_f = L \left( \frac{Q_n}{AR_h^{2/3}} \right)^2 \dots (11.4.15)$$

de la expresión 11.4.14 se entiende que para flujo permanente no uniforme la pendiente de fricción  $S_f$  está definida para cada tirante, por lo tanto, para calcular la pérdida de energía en flujos gradualmente variados se usa generalmente un promedio de las pendientes de fricción entre secciones de tramos pequeños del canal.

El flujo gradualmente variado es el más común en los escurrimientos de canales. Se define como la variación del tirante a lo largo del eje longitudinal del canal de forma gradual, es decir, es un flujo permanente en el cual la velocidad cambia de sección a sección. En hidráulica, el análisis del flujo gradualmente variado se hace con la ecuación dinámica del flujo 11.4.16 con la que es posible establecer según el régimen del flujo de agua la tendencia de los niveles de la superficie libre.

Ecuación dinámica del flujo gradualmente variado 
$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \dots (II.4.16)$$

Las hipótesis establecidas para definir la ecuación II.4.16 son:

- La pendiente del canal es uniforme y el fondo plano.
- La distribución de velocidad por sección es constante.
- La pérdida de energía más importante es por fricción.
- No se considera la inclusión de aire por arrastre.

Con las hipótesis se puede considerar que la distribución de presiones es la hidrostática a excepción de plantillas curvas, en donde se debe corregir según la curvatura. Los coeficientes de Coriolis son iguales en todo el canal. Se puede calcular la pérdida de energía con un promedio de la pendiente de fricción usando la expresión de Manning.

Para estimar el comportamiento de la superficie libre del agua en un flujo gradualmente variado, es necesario caracterizar al flujo en el canal y al canal mismo. Esto se hace comparando la pendiente longitudinal de la plantilla con la pendiente crítica asociada al gasto permanente que escurre en el canal.

La pendiente crítica se obtiene con la expresión II.4.14 utilizando los elementos geométricos que define el tirante crítico.

Al comparar pendientes se tiene que:

Si  $S_0 > S_c$  la pendiente del canal es fuerte o supercrítica. Perfil tipo **S**

Si  $S_0 = S_c$  la pendiente del canal es crítica. Perfil tipo **C**

Si  $S_0 < S_c$  la pendiente del canal es suave o subcrítica. Perfil tipo **M**

Si  $S_0 = 0$  la pendiente del canal es horizontal o nula. Perfil tipo **H**

Si  $S_0 < 0$  la pendiente del canal adversa. Perfil tipo **A**

Los tirantes  $y$  que definirán al perfil del flujo pueden ser mayores o menores al tirante crítico según el régimen del agua.

Según el signo de la ecuación dinámica el perfil puede:

Converger a la plantilla en el sentido del escurrimiento si  $\frac{dy}{dx} < 0$ .

Divergir de la plantilla en el sentido del escurrimiento si  $\frac{dy}{dx} > 0$ .

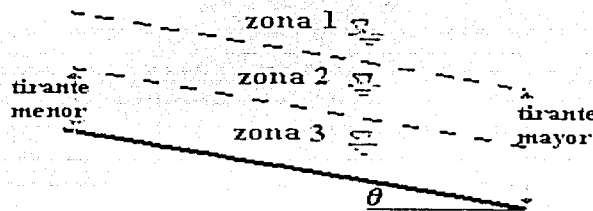
Ser paralelo a la plantilla en el sentido del escurrimiento si  $\frac{dy}{dx} = 0$ .

Esta tendencia puede ocurrir entre las zonas que definen los tirantes normal y crítico, ver figura f\_II.4.d. Por convención se denomina:

**Zona 1** a la que está por arriba de la línea del tirante mayor.

**Zona 2** al espacio entre tirantes.

**Zona 3** al espacio por debajo del menor de los tirantes.



TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

figura f\_II.4.d.

Al comparar el tirante normal con el crítico se puede definir el tipo de pendiente, con la sección de control se establece el régimen del perfil y su correspondiente número de Froude. Con estos datos es suficiente para saber el signo de  $S_0 - S_f$  y el signo de  $1 - F_r^2$ . Ambos resultados sirven para conocer la tendencia del perfil. La sección de control ayuda, según la dirección del escurrimiento, a saber si hay un incremento o decremento en los tirantes del perfil.



Para determinar la magnitud de los tirantes del perfil es necesario resolver la ecuación dinámica. Esto no es posible en forma directa, por lo que es necesario hacer uso de métodos numéricos para su integración. Uno de ellos es el método de integración directa del que se tienen dos técnicas para resolver la expresión: la de incrementos finitos y la del paso estandar. En ambos métodos se hace uso de la ecuación de la energía entre dos secciones y se encuentra, según los datos, la distancia entre tirantes ó el tirante en la siguiente sección.

En el método del paso estandar se determina el tirante a una cierta distancia  $\Delta x$  establecida desde una sección en la que es conocido el tirante. Los datos deben ser el gasto, la forma geométrica de la sección, la pendiente de plantilla, un tirante y el coeficiente de Manning. Se debe recordar que la magnitud del tirante normal está más asociado al valor del coeficiente de Manning que a la magnitud del gasto. El procedimiento numérico consiste en resolver la ecuación de la energía entre dos secciones, suponiendo que la pendiente de la plantilla es igual al desnivel de la plantilla en una distancia  $\Delta x$ , y que las pérdidas por fricción se calculan como la multiplicación de la pendiente de fricción por la distancia  $\Delta x$ .

Con el método de incrementos finitos se calculará la distancia  $\Delta x$  entre dos tirantes, por lo general, un tirante corresponde a una sección de control y el otro será menor ó mayor al anterior dependiendo del signo de la ecuación dinámica. Para este método se requiere la energía específica de ambas secciones definidas por los tirantes, el gasto, la pendiente longitudinal de plantilla y el coeficiente de Manning. Por lo tanto, se conocerán las condiciones en la sección  $i$  y se estimará el tirante en la sección  $i+1$  con un incremento o decremento del tirante  $i+1$  con respecto al tirante en la sección  $i$  según la clasificación del perfil, de tal forma que la velocidad en  $i+1$  no varíe más del 10% con respecto a la velocidad en  $i$ .

Para incrementos finitos la ecuación dinámica se puede expresar como:

$$\Delta x = \frac{\Delta E}{S_0 - S_f} \dots (11.4.17)$$

En el caso de régimen subcrítico, se calcula  $\Delta E = E_{i-1} - E_i$ . Para los perfiles  $M_2$ ,  $H_2$  y  $A_2$  se tiene  $\Delta E > 0$  y  $S_0 - S_f < 0$ , por lo cual, la magnitud de  $\Delta x < 0$ . En los perfiles  $M_1$ ,  $S_1$ , y  $C_1$   $\Delta E < 0$  y  $S_0 - S_f > 0$  entonces  $\Delta x < 0$ . Esto significa que en el cálculo del perfil, para regímenes subcríticos, se hará en dirección contraria al flujo.

Los regímenes supercríticos presentan  $S_0 - S_f < 0$ , y como  $\Delta E = E_i - E_{i-1}$  entonces  $\Delta E < 0$  en los perfiles  $M_3$ ,  $S_3$ ,  $H_3$ ,  $A_3$  y  $C_3$  resultando que  $\Delta x > 0$ . Y sólo para el perfil  $S_2$ :  $S_0 - S_f > 0$  y  $\Delta E > 0$ , conservando  $\Delta x > 0$ . A diferencia de los regímenes subcríticos, los supercríticos se calculan en el sentido del flujo.

En flujo a superficie libre el cambio de régimen supercrítico a subcrítico se manifiesta mediante un fenómeno llamado salto hidráulico. Esto es, en el cambio súbito de la magnitud de tirantes los niveles de agua se mantienen en equilibrio por una turbulencia circulatoria que genera una superficie inclinada y con gran cantidad de burbujas en el cuerpo de agua. Una característica del salto hidráulico es la disipación de energía específica de forma local, razón por la cual, su análisis se hace con la ecuación de impulso y cantidad de movimiento.

Limitando un volumen de control como se muestra en la figura f.11.4.c las fuerzas que actúan sobre dicho volumen son:  $F_1 + M_1 + W \sin(\theta) = F_2 + M_2 \dots (11.4.18)$

figura  
f\_11.4.c



TESIS CON  
 FALTA DE ORIGEN

en donde,  $F_1$  y  $F_2$  son los empujes hidrostáticos antes y después del salto hidráulico;  $M_1$  y  $M_2$  son la cantidad total de momentum del agua antes y después del salto hidráulico;  $W$  es el peso del salto hidráulico y  $\theta$  es el ángulo de inclinación de la plantilla con la horizontal.

Debido a que la longitud del salto hidráulico es pequeña no se consideran los efectos de fricción con las paredes del canal.

$F_1$  y  $F_2$  se calculan como el producto del área hidráulica por la distancia de la superficie libre del agua al centroide del área hidráulica, por el peso volumétrico del agua y el coseno del ángulo de inclinación.  $M_1$  y  $M_2$  son el producto del gasto de agua por la velocidad media en la sección, por el peso volumétrico entre la constante de aceleración. El peso del agua se puede tomar como el promedio de áreas hidráulicas antes y después del salto multiplicado por la longitud del salto hidráulico y el peso volumétrico del agua.

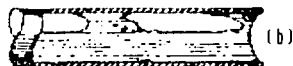
## II.5 AIRE EN CONDUCTOS A PRESIÓN

Convencionalmente al flujo de aire y agua se le denomina flujo bifásico. De forma rigurosa sería correcto nombrarlo como flujo multicomponente pues la composición química no es la misma para ambos fluidos.<sup>2</sup>

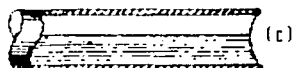
Este tipo de flujo en conducciones cerradas tiene un comportamiento de acuerdo a las proporciones de gasto en ambas fases y de la pendiente de plantilla de la conducción. Una clasificación por tipo de flujo, según la forma física en que se presenta fue descrita por G. E. Alves<sup>3</sup>. Esta clasificación dice que en conducciones de pendiente nula se presenta un flujo tipo:



(a)



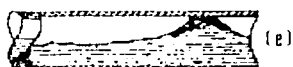
(b)



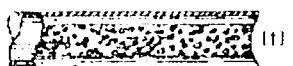
(c)



(d)



(e)



(f)



(g)

- **Burbuja (a)** — El aire en la conducción se aloja en la parte superior en forma de burbujas, las velocidades del agua y las burbujas son las mismas.
- **Tapones (b)** — Al incrementarse el gasto de aire las burbujas chocan entre sí y colapsan, formando bolsas de aire que alternan su circulación con tapones de agua. El aire se mantiene en la parte superior de la conducción.
- **Estratificado (c)** — Una línea horizontal separa los flujos de aire y agua.
- **Ondular (d)** — Al aumentar el gasto de aire aparecen ondas en el flujo estratificado.

- **Bache (e)** — Para este flujo las amplitudes de onda son lo suficientemente grandes que alcanzan a llenar la conducción. Las ondas producen un flujo espumoso al momento de tocar la clave de la conducción. En este flujo la velocidad del bache es mayor a la velocidad media del agua.
- **Anular (f)** — Para gastos mayores a los anteriores el aire viaja alrededor del eje centroidal de la conducción a gran velocidad, mientras el agua forma una película en las paredes de la conducción.
- **Rocío (g)** — Con velocidades mucho mayores a las de flujo anular desaparece la película de agua y se tiene aire con pequeñas gotas de agua.

El aire puede ingresar en las conducciones a presión por las siguientes razones:

- Por la evacuación parcial de aire en el momento de llenar la conducción con agua.

TESIS CON  
 FALTA DE ORIGEN

- Al instante de arrancar las bombas se introducen considerables cantidades de aire en las conducciones.
- El efecto del vórtice en los cárcamos de bombeo introduce volúmenes de aire en la succión de las bombas. De igual forma, el fenómeno del vórtice dosifica aire a la entrada de conducciones a gravedad.
- En secciones donde se produce un salto hidráulico se drenan cantidades de aire hacia las zonas de tubo lleno por la turbulencia del salto hidráulico.
- En puntos de la conducción donde se tienen reducciones de presión, el aire en solución se disocia del agua.

El aire que ingresa a una conducción forma burbujas y si estas se aglutinan entre sí crean paquetes ó bolsas de aire.

La acumulación sucesiva de burbujas en paquetes de aire puede llegar a la generación de macro burbujas que se definen como aquellas bolsas de aire que tienen un volumen equivalente a una esfera cuyo diámetro es mayor al diámetro de la conducción.

El comportamiento del aire en el flujo multicomponente de una conducción a presión, en forma de burbujas, tiene tres opciones, es decir, una: que la burbuja de aire avance junto con el flujo de agua; dos: que se acumule en un punto donde se tenga un cambio vertical en la dirección de ascendente a descendente, y tres: que la burbuja retorne por el flujo generándose el llamado *blow back*. Estas condiciones obedecen al equilibrio entre las fuerzas de arrastre y de flotación. Ambas están en función del gasto de agua, de la pendiente longitudinal de la conducción y del tamaño de la burbuja.

En la figura se ilustra el equilibrio entre la fuerza de flotación, generada por el volumen de aire y forma de la burbuja, y la fuerza de arrastre provocada por la velocidad del agua.

Representando a la fuerza de flotación por:

$$kL^3\rho gS^{(4)}$$

$k$  constante que depende de la forma de la burbuja

$L$  dimensión lineal de la burbuja

$\rho$  densidad del agua

$g$  aceleración de la gravedad

$S$  pendiente de la conducción = seno  $\theta$

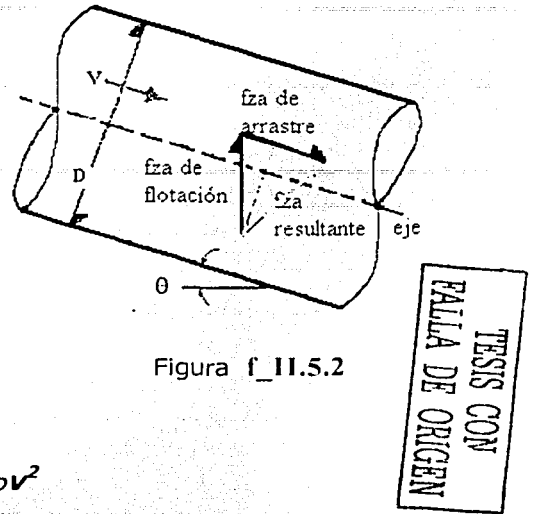


Figura f\_II.5.2

Y la fuerza de arrastre por:

$$CL^2\rho v^2$$

en donde  $C$  coeficiente de arrastre, y  $v$  es la velocidad que actúa sobre la burbuja cuando está en equilibrio.

Un aspecto característico en el comportamiento del movimiento de una burbuja dentro de una conducción es que su interfase está rodeada por el flujo de agua y esto permite asociar un equilibrio entre las fuerzas de flotación y arrastre, para saber si la burbuja se moverá en contra del escurrimiento o con el escurrimiento.

Varios autores han establecido la velocidad con la cual se inicia el movimiento de los paquetes de aire y burbujas asociados a la pendiente de la conducción y el gasto de agua que se tiene escurriendo.

Kalinske y Robertson<sup>5</sup> definieron la porción de aire que es drenada por el salto hidráulico hacia la conducción en función del conjugado menor del salto y el gasto de la conducción. De sus experiencias en laboratorio se llegó al ajuste de sus lecturas en la siguiente recta:

$$Q_a = 0.0066Q_u (F_r - 1)$$

donde  $Q_a$  gasto de aire que es drenado por el salto hidráulico,  
 $Q_w$  gasto de agua circulante en la conducción,  
 $F_r$  número de Froude del tirante conjugado menor.

La expresión es válida sólo si las condiciones a tubo lleno arrastran en su totalidad el aire drenado por el salto hidráulico.

La habilidad de la conducción para transportar burbujas o paquetes de aire a través de él fue investigada por Kalinske y Bliss<sup>6</sup>, quienes elaboraron un diagrama en el que se asocia el movimiento de burbujas o pequeñas bolsas de aire con la pendiente en función del seno del ángulo de inclinación  $\text{sen } \theta$  y del gasto adimensional definido como  $\frac{Q_w^2}{gD^5}$ . Resultado de igualar la fuerza teórica de arrastre con las fuerzas de flotación del paquete de aire asociadas a una velocidad mínima para iniciar el movimiento hacia aguas abajo.

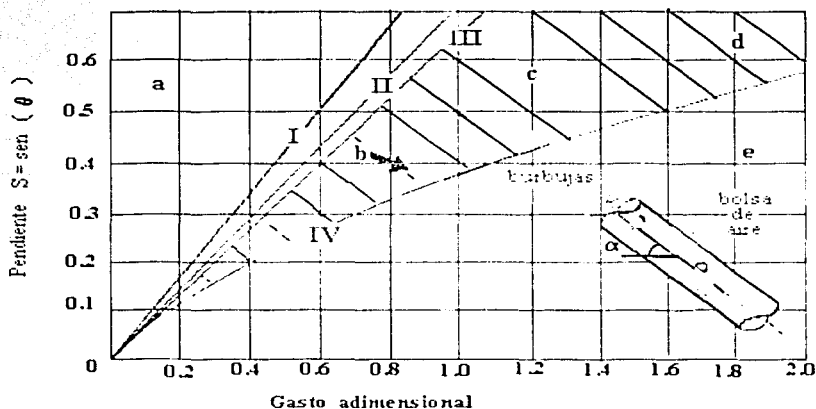


Diagrama d\_H.5.3.

En el diagrama d\_H.5.3 las letras a, b, c y e se refieren al movimiento de una burbuja ó bolsa de aire dentro de una conducción, mientras los números I, II, III y IV representan a las líneas que son límites para el movimiento de burbujas o paquetes de aire. Entonces, la letra a indica la zona a partir de la línea I, donde todas las burbujas

iniciarán un movimiento contrario al flujo de agua y remontarán en la conducción. La letra **b** corresponde a las burbujas que iniciarán un movimiento en el sentido del flujo de agua desde la zona limitada por la línea **III**. La línea **IV** es el límite para el movimiento de las bolsas de aire, por lo tanto, en la zona de la letra **c** todas las bolsa de aire se mueven contrarias al flujo de agua y en la zona de la letra **e** las bolsas de aire viajan en el mismo sentido del flujo de agua. La zona que cubre la letra **d** es una región para la cual se tendrá un flujo tipo bache.

Kent<sup>7</sup> también igualó las fuerzas de arrastre y flotación de un paquete en equilibrio, con una velocidad asociada a la pendiente. Enfocó sus experimentaciones en el factor de forma de la burbuja denominado zeta ( $\zeta$ ), encontrando que para longitudes de burbuja mayores a 1.5 veces el diámetro de la conducción  $\zeta$  es constante. La conclusión de sus experiencias se resumió en la siguiente expresión:

$$v = 1.65 \cdot \zeta \cdot \sqrt{gD \sin(\theta)}$$

Donde  $v$  define la velocidad de movimiento incipiente,  $\zeta$  factor de forma, y  $\text{Sen } \theta$  representa la pendiente de la conducción.

Gandenderger<sup>8</sup> experimentó con burbujas dentro de un rango de longitud para pendientes de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  estableciendo la velocidad mínima para mover la burbuja en función del volumen de ésta. Definió el término  $n$  como el volumen de la burbuja dividido por  $\pi D^3/4$  siendo  $D$  el diámetro de la conducción.

Las expresiones anteriores y el diagrama **d\_II.5.3** que arriba se presenta sólo son aplicables a burbujas y paquetes de aire que no llegan a establecer un flujo estratificado, es decir, las cantidades de aire atrapado representadas por un volumen equivalente al de una esfera, tienen un diámetro equivalente menor al de la conducción. Cuando el diámetro equivalente del volumen ocupado por el aire es mayor al diámetro de la conducción se tiene el inicio de una macro burbuja que puede establecer un flujo estratificado.



### III Dispositivo experimental.

El experimento consiste en realizar observaciones del comportamiento del flujo de agua en presencia de una macro burbuja dentro de una conducción de acrílico. La finalidad del experimento es realizar la medición de las líneas de cargas piezométricas y tirantes del flujo perturbado por una macro burbuja. Datos que posteriormente se compararan con piezométricas hechas a partir del cálculo de flujos gradualmente variados, conjugados del salto hidráulico y cargas de presión equivalentes de la macro burbuja. Estos trabajos se realizaron en el Laboratorio de Hidromecánica del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

A continuación se describe el arreglo de la conducción, los procedimientos utilizados para la obtención de datos medidos y la forma en que se procesaron dichos datos, para obtener como resultados las características hidráulicas del flujo.

#### III.1 DESCRIPCIÓN DE LA INSTALACIÓN EXPERIMENTAL

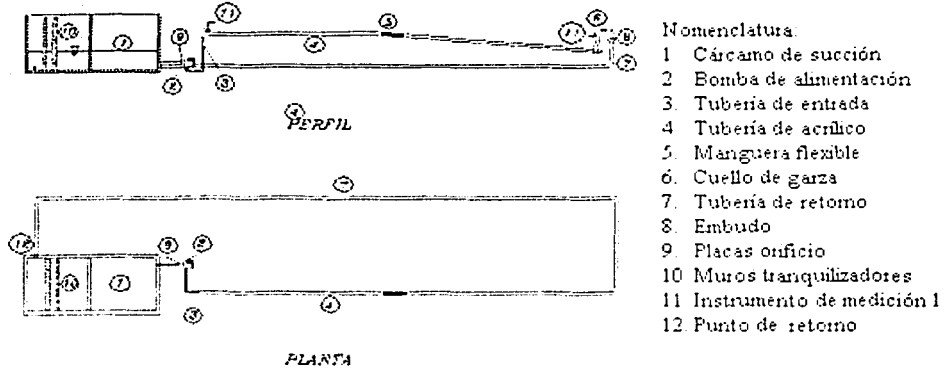
La instalación experimental inicia con un tanque de almacenamiento del que se extrae agua por medio de dos bombas de 1.5 hp en paralelo. En la descarga de cada bomba se tiene una válvula de control con la que se regula el gasto de entrega. A continuación se tiene una placa orificio, instrumentada con un manómetro diferencial cerrado de mercurio, para realizar el aforo del gasto en la línea de descarga de la bomba principal, ver fotografía F-III.1.1, en un intervalo de 0.0 a 2.5 litros por segundo. Posteriormente se tiene la conducción en que se realizan las mediciones. Está formada por 7 tubos de acrílico de 76.2 milímetros ( 3" ) de diámetro interior, unidos por coples y/o bridas a cada 1.80 metros. Tiene un tramo de 6.61 metros en el cual, la pendiente longitudinal  $S_{01}$  es  $-0.0035$  y el segundo tramo con 6.36 metros y  $S_{02}$  de 0.052. Ambos tramos están unidos por un codo flexible.

El final de la conducción se conecta con un codo de 90° seguido por un tubo vertical. Después se tiene un codo de 180 grados (conjunto conocido como cuello de

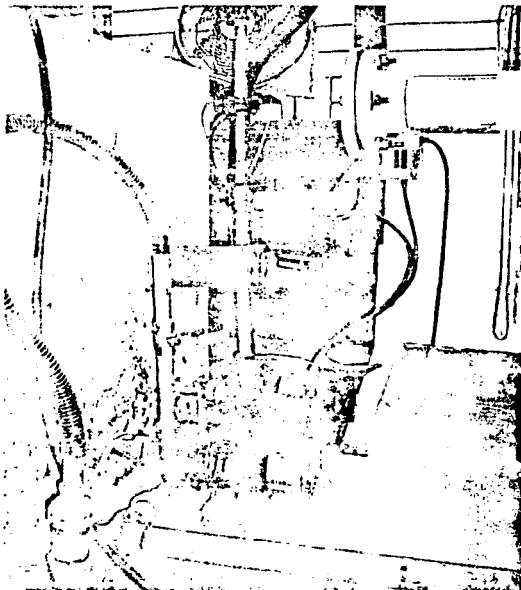
PAGINACIÓN

DISCONTINUA

garza) y se realiza la descarga de forma libre. La descarga se retorna al tanque de almacenamiento por gravedad a través de una tubería de 4".

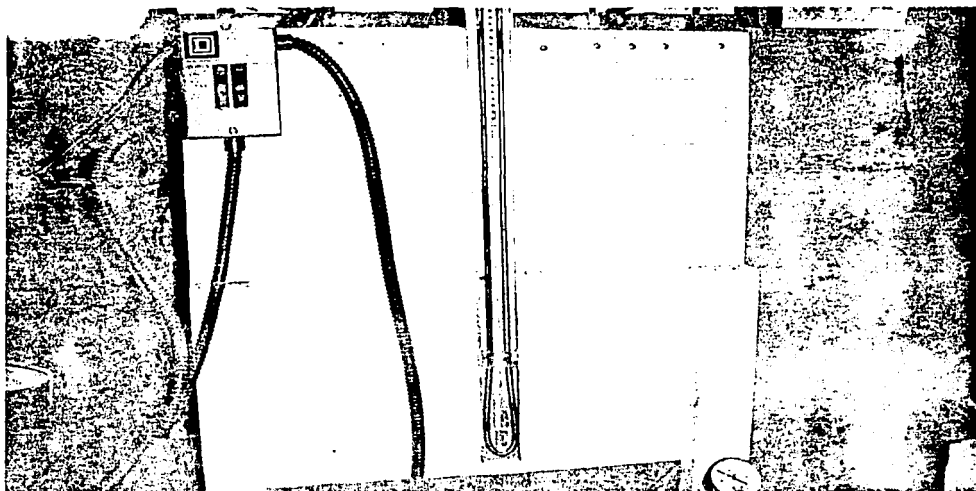


Croquis del dispositivo experimental. **Figura f - III.1.1**



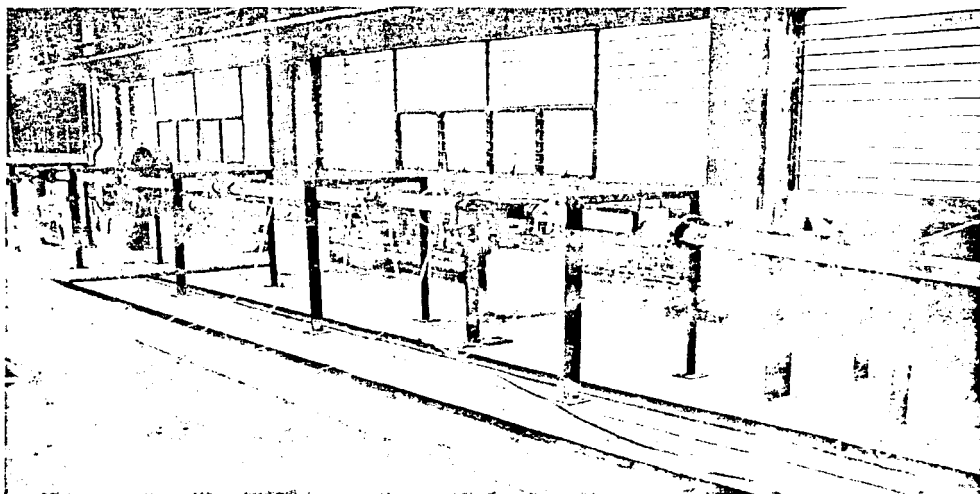
**Fotografía F - III.1.1** A la izquierda se tiene el tanque de almacenamiento. En el primer plano, el tubo de acero es la conducción de descarga de ambas bombas. En un plano intermedio se tiene una bomba auxiliar que permite gastos de hasta 4 lps, funciona temporalmente. Y en el plano de fondo está la bomba principal, se logra observar su conducción de descarga (tubo de acero vertical), en el cual se tiene la válvula de control y la placa orificio.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

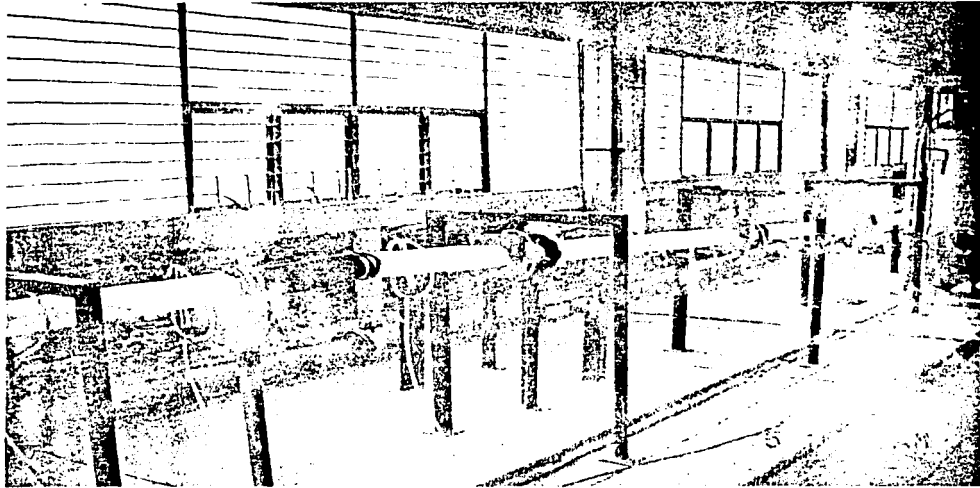


Manómetro diferencial cerrado. En el extremo superior izquierdo los accionadores de las bombas; en la derecha la curva de gasto contra el diferencial de mercurio. **Fotografía F - III.1.2**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Tramo con pendiente  $S_{01}$  en la conducción. **Fotografía F - III.1.3**



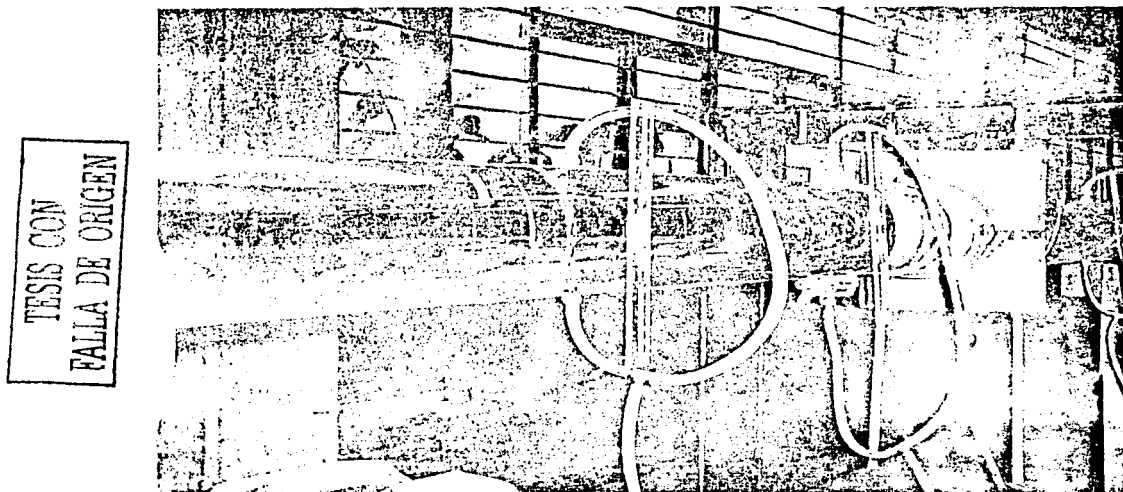
Tramo con pendiente  $S_{02}$  en la conducción. **Fotografía F - III.1.4**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Cuello de garza al final de la conducción. **Fotografía F - III.1.5**

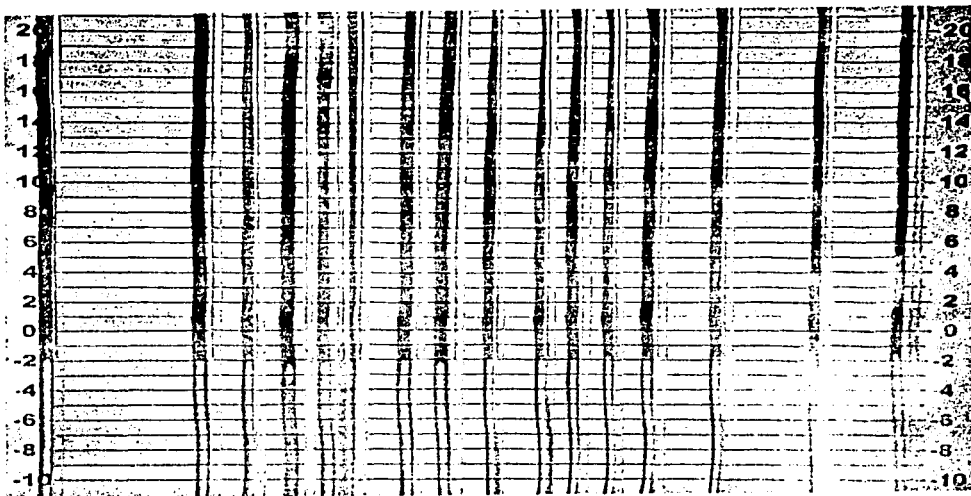
En el inicio del tramo con pendiente  $S_{01}$  se instaló un piezómetro, y seis más se distribuyeron a lo largo de este tramo. Estos piezómetros están conectados a la plantilla de la conducción y los extremos se colocaron en una mampara que permite comparar el perfil de la línea piezométrica del agua para diferentes tamaños de la macroburbuja en estudio. En el tramo con pendiente  $S_{02}$  se instalaron ocho piezómetros y finalmente otro a cinco centímetros del codo a  $180^\circ$ , sobre el tubo vertical, para registrar la pérdida de la carga de presión hasta ese punto.



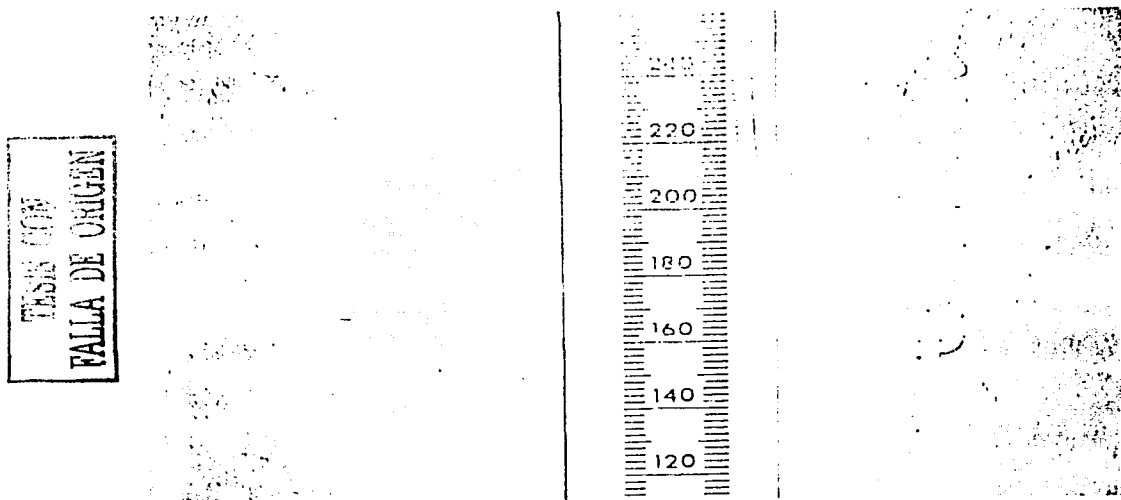
Instrumento de medición 1. F - III.1.6

En la fotografía F-III.1.6 se observa la manguera que conecta la plantilla de la conducción con su clave, denominado *instrumento de medición 1*, que permitirá conocer la magnitud del tirante vertical  $y$  en la sección. La derivación que tiene el *instrumento de medición 1* es para formar el piezómetro con el que se medirá la carga piezométrica en la sección.

El *instrumento de medición 2* está formado por las derivaciones del instrumento de medición 1. Con él se registrarán las formas de la línea de cargas piezométricas entre el inicio y fin de la conducción, antes de la descarga libre, ver fotografía F-III.1.7.



Instrumento de medición 2. F - III.1.7



Instrumento de medición 3. F - III.1.8

El *instrumento de medición 3* de la fotografía F-III.1.8 está formado por las derivaciones del instrumento 1 al inicio y fin de la conducción. Y en él se mide la pérdida de carga piezométrica de forma directa.

Para definir la geometría de la conducción se nombró a cada una de las bridas que unen a los tubos de acrílico como sección ( $S_i$ ), y a los instrumentos de medición 1 como estaciones de medición ( $E_i$ ). En la figura f\_II.1.1 se muestran las secciones y estaciones de medición sobre la conducción.

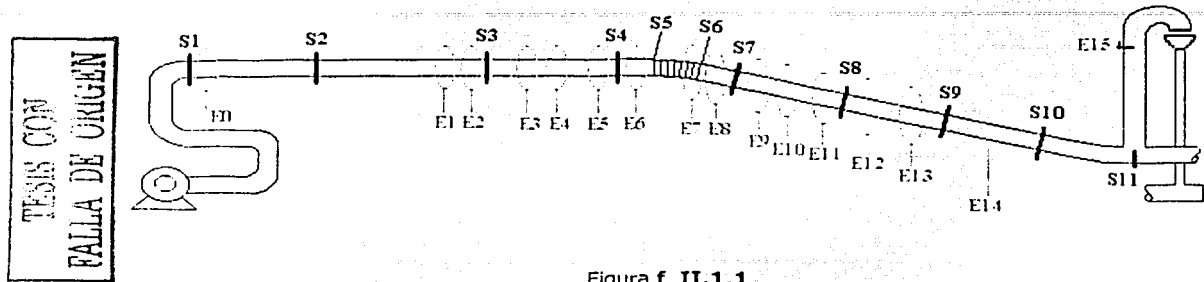


Figura f\_II.1.1

En la tabla T - III.1.1a se presenta el cadenamiento, la elevación de plantilla y clave de la conducción de las secciones 1 a 11. En la tabla T - III.1.1b están el cadenamiento y elevación de la plantilla para cada estación de medición.

Sección	Cadenamiento	Elevación de plantilla	Elevación de clave	Pendiente longitudinal $S_0$
	( m )	( m )	( m )	
1	-6.61	0.3546	0.4508	de la sección 1 a 6  -0.00341
2	-4.78	0.3608	0.4370	
3	-3.13	0.3665	0.4427	
4	-1.33	0.3726	0.4488	
5	-0.51	0.3754	0.4516	
6	0.00	0.3771	0.4533	
7	0.83	0.3348	0.4110	
8	2.69	0.2400	0.3162	
9	4.52	0.1468	0.2230	
10	6.37	0.0525	0.1287	
11	7.40	0.0000	0.0762	

Tabla T - III.1.1a



Estación de medición	Cadenamiento ( m )	Elevación de plantilla ( m )
<b>E<sub>0</sub></b>	-6.61	0.35460
<b>E<sub>1</sub></b>	-4.07	0.36328
<b>E<sub>2</sub></b>	-3.30	0.36591
<b>E<sub>3</sub></b>	-2.39	0.36901
<b>E<sub>4</sub></b>	-1.89	0.37072
<b>E<sub>5</sub></b>	-1.49	0.37208
<b>E<sub>6</sub></b>	-0.73	0.37466
<b>E<sub>7</sub></b>	0.12	0.37103
<b>E<sub>8</sub></b>	0.70	0.34172
<b>E<sub>9</sub></b>	1.48	0.30172
<b>E<sub>10</sub></b>	2.08	0.27139
<b>E<sub>11</sub></b>	2.53	0.24846
<b>E<sub>12</sub></b>	3.43	0.20233
<b>E<sub>13</sub></b>	4.35	0.15544
<b>E<sub>14</sub></b>	5.94	0.07441
<b>E<sub>15</sub></b>	7.40	0.00000

Tabla T – III.1.1b

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Al instrumento de medición 2 corresponden las estaciones de medición **E<sub>0</sub>** hasta **E<sub>15</sub>**. Y al instrumento de medición 3 corresponden las estaciones **E<sub>0</sub>** y **E<sub>15</sub>**.

### III.2 OBSERVACIONES PRELIMINARES Y VARIABLES A MEDIR

Antes del proceso de medición se observó el comportamiento de la macro burbuja para el intervalo de gastos que proporciona la bomba principal. Lo primero que se observó fue que al iniciar el llenado de la conducción, sin liberar el aire con las válvulas de expulsión, éste se acumulaba en el cambio de dirección vertical, formándose una macroburbuja. En el tramo de  $S_{01}$  el aire aumenta gradualmente su espacio en la sección transversal conformando un flujo bifásico estratificado. En el tramo de  $S_{02}$ , la macro burbuja termina en un salto hidráulico que llena por completo la sección de la conducción.

Al ir aumentando la magnitud del gasto, sin variar la cantidad de aire atrapado, toda la macro burbuja se desplaza en el sentido del flujo, sin alterar apreciablemente su forma tanto aguas arriba como aguas abajo del cambio de dirección.

También se observó que al disminuir la cantidad de aire en la macro burbuja, manteniendo constante la magnitud del gasto, su tamaño solo variaba en el tramo de  $S_{02}$ . Es decir, hacia aguas abajo del cambio de dirección, el salto hidráulico se desplazaba en sentido contrario al flujo.

De lo anterior se estableció que, para gasto constante, el volumen de la macroburbuja no cambia en el tramo de  $S_{01}$  al variar la cantidad de aire atrapado. Y bajo esta observación se definió el intervalo de gastos con que se mediría.

Por lo tanto, a gastos menores de 1.3 litros por segundo la extensión de la macroburbuja excede la longitud del tubo de acrílico, sin poder ver el inicio de esta. Y para gastos mayores a 2.1 litros por segundo, el inicio de la macroburbuja se presentaba dentro del codo flexible, el cual, no permite su visualización.

Se decidió entonces que la longitud de la macroburbuja en el tramo de  $S_{01}$  es medible para el intervalo de gastos siguientes: de 1.4 a 2.1 litros por segundo.

Estas observaciones permiten afirmar que la macroburbuja fija su posición alrededor del cambio de dirección vertical para un gasto menor a 2.4 litros por segundo.

Tomando como hipótesis que el escurrimiento de agua bajo la macroburbuja tiene un comportamiento de flujo a superficie libre, el cambio de dirección vertical de la conducción (cambio de pendiente) se establece como una sección de control, en donde, se cambia de régimen subcrítico a supercrítico. La longitud de la macroburbuja, en el tramo de pendiente  $S_{01}$ , obedece a la magnitud del gasto que escurre en la conducción y su respectivo tirante crítico.

La observación anterior se realizó para distintos volúmenes de aire de la macroburbuja y permite plantear que: *la pérdida de carga asociada a la macroburbuja es una pérdida de energía distribuida a lo largo de ella misma, y el efecto de la turbulencia del salto hidráulico al cambiar de una velocidad alta a la velocidad de tubo totalmente lleno.*

Y se estableció como hipótesis que, teniendo la macroburbuja aire con presión mayor a la atmosférica, el comportamiento del agua es similar al flujo gradualmente variado en canales a superficie libre, con perfiles tipo  $A_2$  aguas arriba de la sección de control y perfiles tipo  $S_2$  aguas abajo de la sección de control.

De los ensayos realizados en el laboratorio se pudo observar que el gasto se mantuvo constante al variar los volúmenes de aire en la macroburbuja. Este efecto se debió a que la mayor parte de la carga que entrega la bomba se pierde en la válvula de control, es decir, la carga excedente que demanda el resto de la instalación, incluida la macroburbuja, es considerablemente menor a la disipada por la válvula de control.

El tener varios volúmenes de aire en la macroburbuja, para un gasto constante, permite asociar la pérdida de energía adicional con el desarrollo del perfil de agua en la rápida del tramo de  $S_{02}$  y el salto hidráulico.

Finalmente se observó que debido al cuello de garza y la descarga libre, la presión en la estación  $E_{15}$  se mantiene constante para un mismo gasto y diferentes volúmenes de la macroburbuja.

## VARIABLES A MEDIR

Con el objetivo de conocer la pérdida de energía por efecto de la macroburbuja en el conducto a presión, se realizará una comparación entre la forma de la línea de cargas piezométrica al tener el tubo totalmente lleno y cuando está parcialmente lleno con presión mayor a la atmosférica

En las mediciones y procesamiento de resultados se manejarán constantes, variables independientes y dependientes. Las constantes serán: la geometría de la conducción como lo es el diámetro ( $D$ ) y las pendientes de los tramos  $S_{01}$  y  $S_{02}$ . En las variables independientes se tendrán al gasto ( $Q$ ) y la longitud de la macroburbuja por efecto del volumen de aire que se acumule en la conducción. Las variables dependientes del gasto y la conducción son el área hidráulica ( $A_h$ ), la velocidad media ( $V$ ), el tirante crítico en la sección de control ( $y_c$ ), el coeficiente de Manning equivalente ( $n$ ), la forma de la macroburbuja que definan por los tirantes ( $y$ ), la línea de cargas piezométricas ( $h_p$ ) y la pérdida de carga entre el inicio y fin de la conducción ( $\Delta h_r$ ).

### III.3 DESARROLLO DE LA EXPERIMENTACIÓN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Para obtener las características hidráulicas de la macroburbuja se trabajará con tres gastos diferentes y en cada uno de ellos se tendrán tres eventos. En el evento uno, el flujo estará a una presión mayor a la atmosférica y no habrá aire en ninguna sección. El evento dos seguirá siendo un flujo con presión por arriba de la atmosférica pero se tendrá acumulación de aire en un tramo de la conducción. Y para el evento tres, el flujo de agua estará a presión atmosférica.

Las variables dependientes se medirán en cada evento, mientras que las variables independientes, como el gasto y longitud de la macroburbuja, se verificarán en el desarrollo de los tres eventos. Sólo los niveles de agua en los piezómetros del instrumento

de medición 1 se tomarán al inicio de la experimentación, para gasto nulo, con el fin de referir el valor de los tirantes verticales desde la plantilla.

Para lograr un flujo con presión mayor a la atmosférica y que en la conducción no se tenga aire atrapado se proseguirá según los siguientes pasos:

1. Abrir las válvulas de admisión y expulsión de aire.
2. Cerrar la válvula de control en la descarga de la bomba.
3. Accionar las dos bombas.
4. Abrir las válvulas de control y esperar a que se llene la conducción. En caso de pequeñas burbujas viajando por la conducción se debe aumentar el gasto para que evacuen la instalación.
5. Cerrar lentamente la válvula de control de la bomba auxiliar cuando no se tengan burbujas de aire en la conducción y apagar la bomba.
6. Regular el gasto que circula en la conducción con la válvula de control de la bomba principal, observando la distancia vertical entre meniscos de mercurio del manómetro diferencial cerrado y su relación con el gasto graficado en la curva adjunta al manómetro.
7. Cerrar las válvulas de admisión y expulsión de aire.
8. Purgar los piezómetros del instrumento de medición 2 para desalojar las burbujas de aire.
9. Iniciar las actividades de medición para los eventos uno, dos y tres.

Las actividades a desarrollar en cada uno de los eventos son los siguientes:

**9.a Evento uno.**

- i. Marcar en cada piezómetro del instrumento 2 la altura del agua.
- ii. Medir en el instrumento de medición 3 la diferencia de niveles de agua entre el inicio y fin de la conducción.
- iii. Verificar la magnitud del gasto.

**9.b Eventos dos.**

- i. Introducir aire en la conducción con la válvula de ingreso de aire comprimido. Cerrar la válvula cuando el conjugado menor del salto hidráulico este 15 centímetros después de la sección S7.
- ii. Esperar un momento para que el salto hidráulico se estabilice.
- iii. Marcar el nivel del agua en los piezómetros del instrumento 2.
- iv. Medir el tirante vertical en cada uno de los instrumentos de medición 1.
- v. Medir en el instrumento de medición 3 la diferencia de niveles de agua.
- vi. Verificar la magnitud del gasto.
- vii. Medir el inicio de la macroburbuja y del salto hidráulico tomando como referencia cualquier sección o estación cercana. Medir la longitud del salto hidráulico.
- viii. Aumentar el volumen en la macroburbuja abriendo la válvula de ingreso de aire comprimido, con las siguientes posiciones del conjugado menor del salto hidráulico a 15 centímetros después de **E<sub>10</sub>**, **E<sub>11</sub>** y **S9**.
- ix. Repetir para cada longitud de la macroburbuja los pasos **ii** a **vi**.

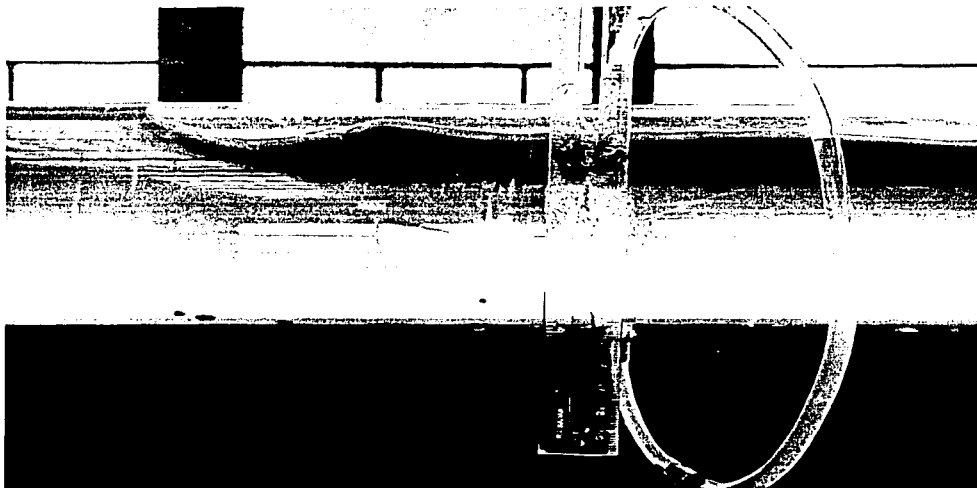
**9.c Evento tres.**

- i. Abrir las válvulas de admisión y expulsión de aire.
- ii. Inclinar el cuello de garza hasta una posición tal que, el salto hidráulico tenga su conjugado menor después de la estación **E<sub>13</sub>**.
- iii. Esperar a que el inicio del salto hidráulico se estabilice alrededor de la estación **E<sub>13</sub>**. En caso de tenerse antes de **E<sub>13</sub>** inclinar un poco más el cuello de garza, si al posición rebasa la estación **E<sub>14</sub>** levantar el cuello de garza para que se cumpla **i**.
- iv. Medir en los instrumentos de medición 1 los tirantes del perfil generado.
- v. Verificar el gasto en el manómetro diferencial cerrado de mercurio.

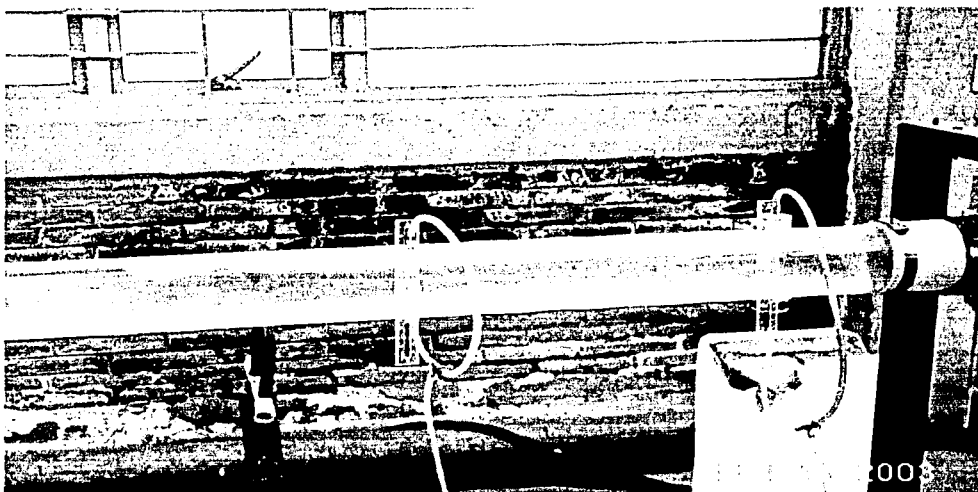
El procedimiento descrito se repetirá para cada uno de los gastos en que se experimentará, es decir, para Q igual a 1.4, 1.7 y 2.0 litros por segundo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEMORIA FOTOGRÁFICA DE LAS MEDICIONES.

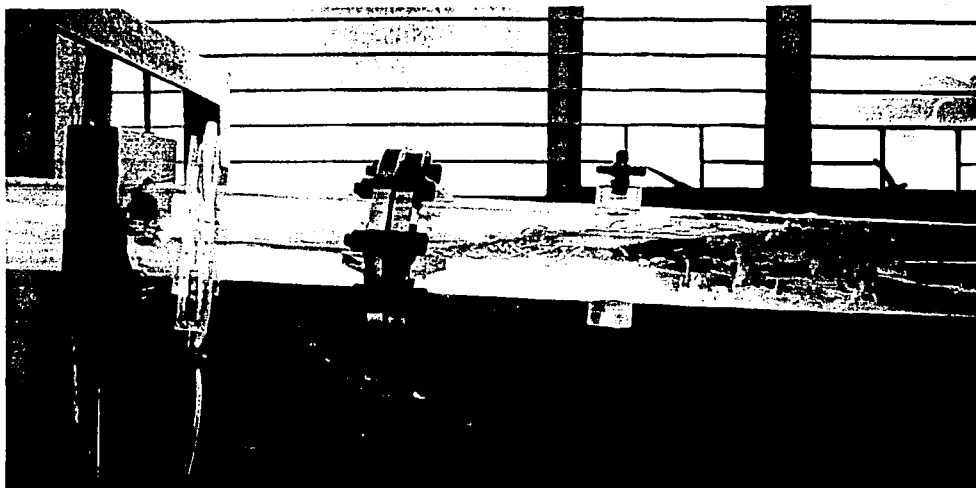


Forma de la macroburbuja en su inicio. F - III.3.1



Inicio de la macro burbuja para un gasto de 1.4 LPS F - III.3.2

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Salto hidráulico al final de la macro burbuja. **F - III.3.3**

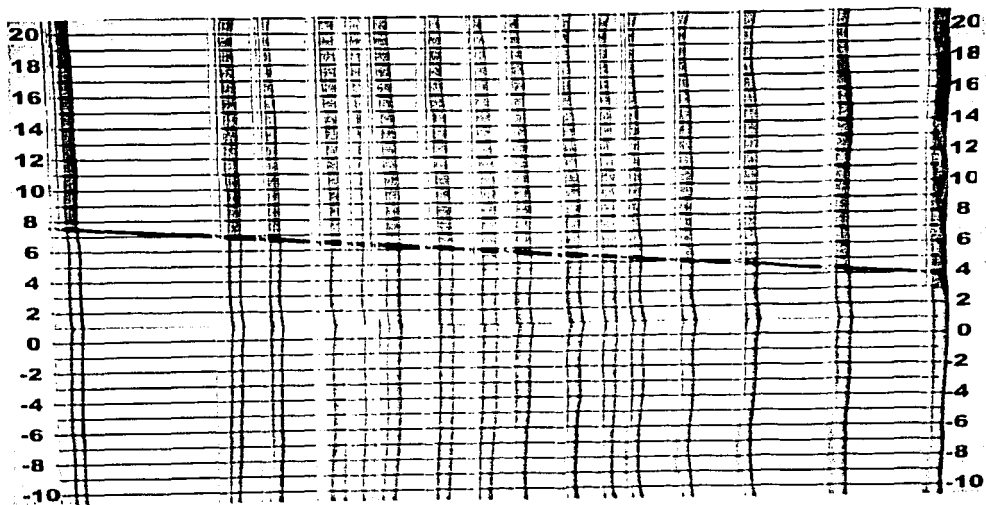


Parte de la macroburbuja en el tramo de conducción con pendiente  $S_{02}$ . **F - III.3.4**

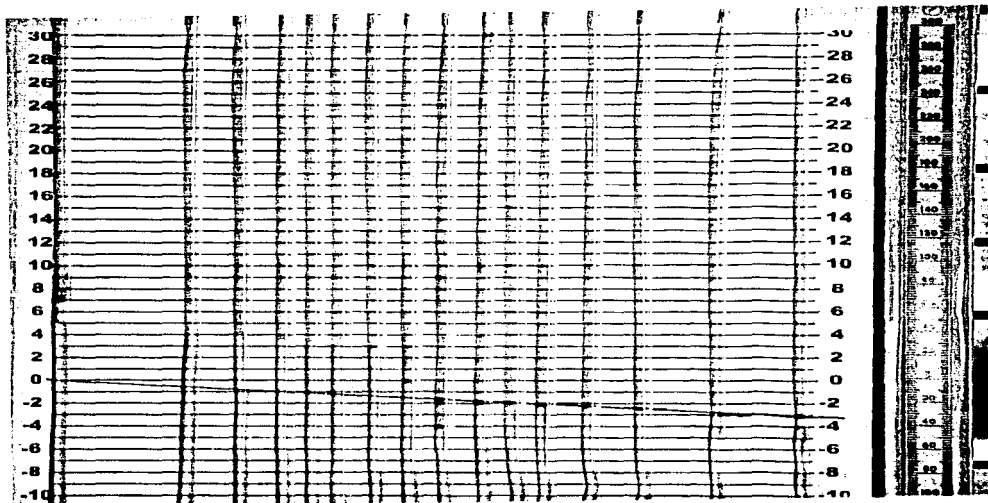
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Las siguientes fotografías corresponden al nivel piezométrico en el instrumento de medición 2, para un gasto de 1.7 litros por segundo. A la izquierda aparece el instrumento de medición 3.

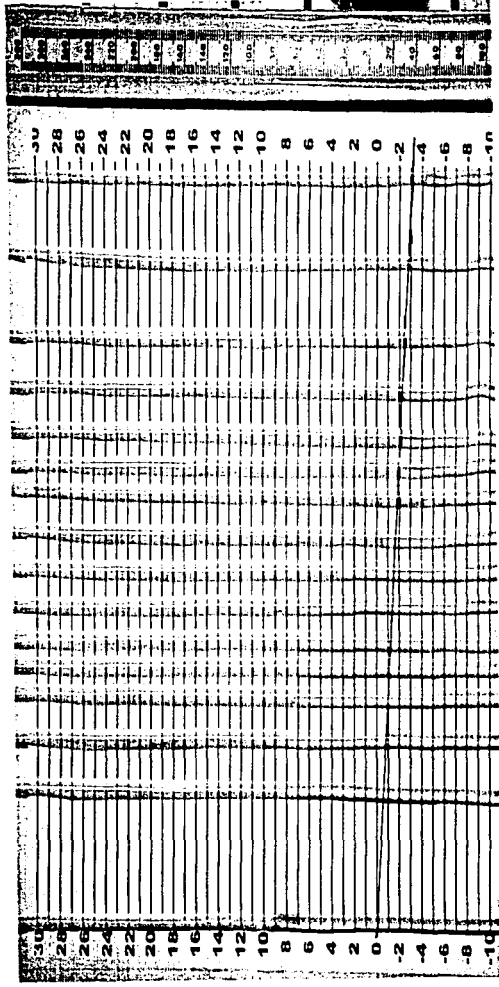


Evento e1. F - III.3.5

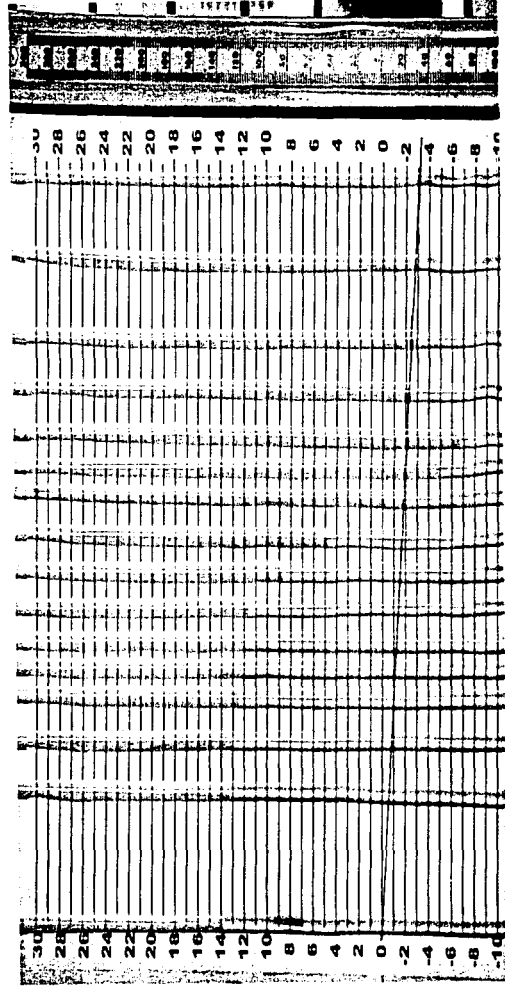


Evento e2a. F - III.3.6

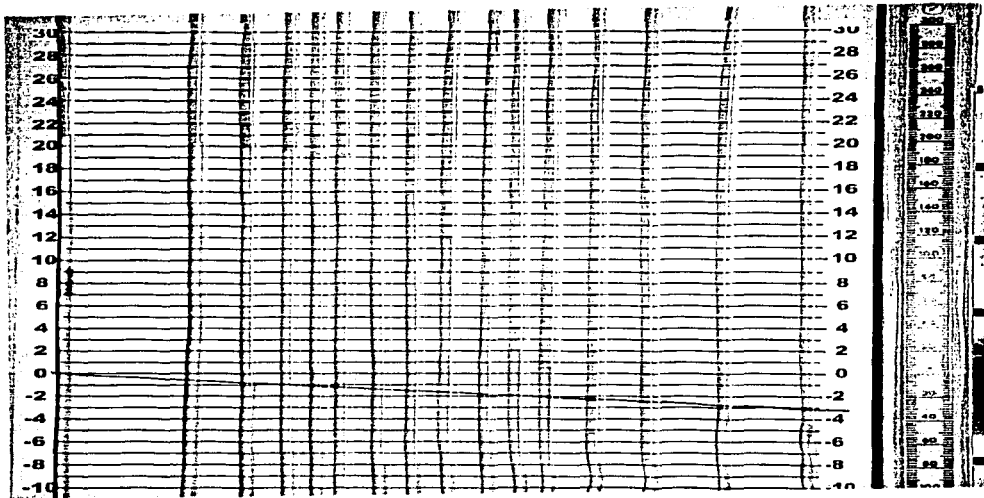
TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN



Evento e2b. F - III.3.7



Evento e2c. F - III.3.8



Evento e2d. F - III.3.9

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### RESUMEN DE LOS TIRANTES Y PIEZOMÉTRICAS MEDIDAS.

Mediante tablas se presentan las lecturas tomadas en los instrumentos de medición 1, 2 y 3 para los eventos programados. En el evento 2, las letras indican un volumen diferente de aire en la macroburbuja, relacionado con la posición del salto hidráulico.

Gasto = <u>1.40</u> litros por segundo							
Evento	1	2a	2b	2c	2d	2d	3
Estación	Medidas de la carga piezométrica observada.					Tirantes medidos.	
	Todos los registros estan en centímetros						
E <sub>0</sub>	78.80	83.90	90.20	93.50	100.30	7.62	7.90
E <sub>1</sub>	78.50	83.60	89.70	93.10	100.00	7.62	7.40
E <sub>2</sub>	78.25	83.40	89.50	93.05	99.70	6.70	6.90
E <sub>3</sub>	78.00	82.90	88.85	92.35	99.30	6.20	6.20
E <sub>4</sub>	77.90	82.60	88.60	91.85	99.10	5.80	5.90
E <sub>5</sub>	77.90	82.55	88.40	91.75	98.85	5.30	5.40
E <sub>6</sub>	77.35	81.75	87.75	90.95	98.35	4.77	4.80
E <sub>7</sub>	75.25	77.20	83.20	86.50	93.40	3.17	3.30
E <sub>8</sub>	77.40	75.30	81.40	85.00	91.70	2.63	2.50
E <sub>9</sub>	77.10	76.90	75.00	78.20	85.10	2.40	2.40
E <sub>10</sub>	76.80	76.80	71.90	75.10	82.00	2.40	2.30
E <sub>11</sub>	76.90	76.90	76.90	73.50	80.50	2.00	1.90
E <sub>12</sub>	76.65	76.65	76.65	76.65	75.25	2.10	2.10
E <sub>13</sub>	76.55	76.55	76.55	76.55	72.30	2.20	2.20
E <sub>14</sub>	76.25	76.25	76.25	76.25	76.25		
E <sub>15</sub>	75.40	75.40	75.40	75.40	75.40		
Δh <sub>r</sub>	3.20	8.50	14.60	17.90	24.80		
Inicio macroburbuja		-3.96	-3.96	-3.96	-3.96	Respecto al cadenamiento de la conducción	
Inicio salto hidraulico		0.98	2.205	2.84	4.52	Medida en metros	
Longitud salto hidraulico		0.23	0.21	0.22	0.21		
Primera estación Inicio de la macroburbuja							
Estación antecedente al salto hidráulico.							
Estación precedente al salto hidráulico.							

$$T - III.3.1 Q = 0.0014 \text{ m}^3/\text{s}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Gasto = <u>1.70</u> litros por segundo							
Evento	1	2a	2b	2c	2d	2d	3
	Medidas de la carga piezométrica observada.					Tirantes medidos.	
Estación	Todos los registros estan en centímetros						
E <sub>0</sub>	80.40	85.20	90.90	95.00	101.10	7.62	8.60
E <sub>1</sub>	79.50	84.80	90.40	94.30	100.60	7.62	7.90
E <sub>2</sub>	79.45	84.60	90.25	94.20	100.45	7.62	7.30
E <sub>3</sub>	79.05	84.40	89.70	93.85	99.95	6.80	6.70
E <sub>4</sub>	78.80	83.90	89.40	93.60	99.60	6.40	6.40
E <sub>5</sub>	78.80	83.80	89.20	93.50	99.40	5.70	5.80
E <sub>6</sub>	78.45	83.05	88.35	92.85	99.00	5.60	5.60
E <sub>7</sub>	76.30	78.00	83.50	87.80	94.20	3.80	3.60
E <sub>8</sub>	78.40	78.40	81.70	85.90	92.00	2.70	2.60
E <sub>9</sub>	77.90	78.30	75.10	79.30	85.60	2.60	2.50
E <sub>10</sub>	78.30	78.30	72.15	76.50	82.45	2.60	2.40
E <sub>11</sub>	77.80	77.80	78.20	74.80	80.90	2.50	2.10
E <sub>12</sub>	77.35	77.35	77.35	77.35	75.25	2.70	2.80
E <sub>13</sub>	77.40	77.40	77.40	77.40	72.70	2.50	2.30
E <sub>14</sub>	77.05	77.05	77.05	77.05	77.05		
E <sub>15</sub>	75.70	75.70	75.70	75.70	75.70		
Δh <sub>r</sub>	4.50	9.20	14.90	19.40	25.60		
Inicio macroburbuja		-3.15	-3.15	-3.15	-3.15	Respecto al cadenamiento de la conduccion.	
Inicio salto hidraulico		0.93	2.15	2.99	4.52		
Longitud salto hidraulico		0.20	0.20	0.20	0.20	Medida en metros	
Primera estación al inicio de la macroburbuja							
Estación antecedente al salto hidráulico							
Estación precedente al salto hidráulico.							

$$T - III.3.2 Q = 0.0017 \text{ m}^3/\text{s}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Gasto = <u>2.00</u> litros por segundo							
Evento	1	2a	2b	2c	2d	2d	3
Medidas de la carga piezométrica observada.						Tirantes medidos.	
Estación	Todos los registros están en centímetros						
E <sub>0</sub>	82.10	85.60	88.95	93.30	100.10	7.62	7.62
E <sub>1</sub>	81.50	84.40	88.10	92.75	99.40	7.62	7.62
E <sub>2</sub>	81.00	84.00	88.00	92.20	99.05	7.62	7.62
E <sub>3</sub>	80.35	83.60	87.45	91.76	98.70	6.70	6.90
E <sub>4</sub>	80.20	83.10	87.00	91.40	98.20	6.30	6.30
E <sub>5</sub>	80.00	83.10	86.90	91.20	98.00	6.00	6.10
E <sub>6</sub>	79.45	82.35	85.95	90.35	97.30	5.90	5.80
E <sub>7</sub>	77.00	77.40	81.10	85.45	92.30	3.50	3.90
E <sub>8</sub>	79.05	75.60	79.30	83.60	90.30	3.20	3.40
E <sub>9</sub>	78.50	78.50	72.90	76.90	83.60	3.00	3.00
E <sub>10</sub>	78.40	78.40	78.40	74.20	80.50	2.70	2.70
E <sub>11</sub>	78.20	78.20	78.20	72.45	78.90	2.50	2.50
E <sub>12</sub>	77.95	77.95	77.95	76.60	73.75	2.60	2.60
E <sub>13</sub>	77.70	77.70	77.70	76.90	71.10	2.60	2.80
E <sub>14</sub>	76.65	76.65	76.65	76.35	75.75		
E <sub>15</sub>	75.40	75.40	75.40	74.60	73.90		
Δh <sub>r</sub>	6.10	10.50	12.60	19.20	26.10		
Inicio macroburbuja		-1.96	-1.96	-1.96	-1.96	Respecto al cadenamiento de la conducción.	
Inicio salto hidráulico		0.94	1.55	2.76	4.52		
Longitud salto hidráulico		0.18	0.18	0.18	0.18	Medida en metros.	
Primera estación al inicio de la macroburbuja.							
Estación antecedente al salto hidráulico.							
Estación precedente al salto hidráulico.							

$$T - III.3.3 Q = 0.002 \text{ m}^3/\text{s}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### III 4 ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS Y RESULTADOS.

Las medidas que se registraron en el desarrollo de la experimentación apoyaron las hipótesis planteadas al inicio de este trabajo. La forma de la línea piezométrica para el evento 2 es paralela a la piezométrica medida en el evento 1, en las zonas donde no se tiene la presencia de la macroburbuja.

En la longitud ocupada por la macroburbuja, la piezométrica tiende a tomar la forma de la superficie del agua y llega a tener niveles más bajos que la piezométrica del evento 1. Se respetaba cierto paralelismo entre las líneas curvas que definen a la piezométrica y la superficie del agua. Este hecho permite asegurar que la presión del aire, dentro de la macroburbuja, es constante si se hace equivalente a una carga de presión en metros columna de agua.

Una observación interesante que se logró registrar fue la recuperación de la línea de cargas piezométricas definida por la macroburbuja al pasar por el salto hidráulico. El cambio de energía cinética antes de salto hidráulico a energía de presión después del salto lograba que la piezométrica volviera al nivel de la piezométrica del evento 1.

En la estación  $E_0$  se pudo corroborar que la sobre elevación de la piezométrica de los eventos 2i con respecto de la piezométrica del evento 1 corresponde a la pérdida de energía adicional ocasionada por la estrangulación de la sección hidráulica y por el salto hidráulico.

Para reproducir en un dibujo la forma de la línea piezométrica y de la superficie entre el aire y el agua, se tomo un desnivel entre un plano horizontal de comparación arbitrario y el nivel piezométrico de la estación  $E_{15}$  de 75.4 centímetros. El plano horizontal de comparación coincide con la plantilla de la conducción en la sección S11.

Los tirantes definidos por el flujo debajo de la macroburbuja en el evento 2 y por el flujo a superficie libre del evento 3, son obtenidos como la resta de los niveles de agua

en los *instrumentos de medición 1* registrados para cada evento con el nivel de agua que se lee en los mismos instrumentos a gasto nulo, es decir:

$$y_i = \text{Lectura del nivel de agua en el evento } i - \text{Lectura a gasto nulo}$$

La superficie del agua definida por los tirantes es la suma de la magnitud del tirante vertical más la elevación de la plantilla correspondiente de cada estación de medición. La piezométrica medida ya está referida al plano horizontal de comparación.

En el caso de conducción a presión con sección totalmente llena (sección sin aire atrapado) se utilizarán los datos de la variación de carga piezométrica, del instrumento de medición 3, y el gasto correspondiente para calcular con la expresión III. 4. 1 el valor del coeficiente de fricción experimental de Darcy-Weisbach <sup>(9)</sup>.

$$f_{\text{experimental}} = \frac{\frac{\Delta h}{L}}{\left(\frac{Q^2}{D^5}\right)\left(\frac{16}{\pi^2}\right)\left(\frac{1}{2g}\right)} \dots \text{(III. 4. 1)}$$

todos los datos requeridos en la expresión se tienen de forma experimental, es decir:

$\Delta h$  es la diferencia de cargas piezométricas entre dos puntos de la conducción en (m),

$L$  es la distancia entre esos puntos en (m),

$Q$  es el gasto circulante en (m<sup>3</sup>/s),

$D$  el diámetro de la conducción en (m) y

$g$  es la constante de aceleración en (m/s<sup>2</sup>).

Este valor permitirá obtener el coeficiente de Manning equivalente para toda la conducción según la expresión III. 4. 2 que se obtiene del siguiente procedimiento, en donde se supone que el régimen del flujo es turbulento para el rango de gastos establecido en la sección III.2 de este capítulo.

Para flujo a presión

$$h_r = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2}$$



En un canal 
$$h_r = L \left( \frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2$$

Al igualar 
$$f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} = L \left( \frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2$$

Reduciendo algebraicamente se tiene:

$$n_{\text{equivalente}} = \sqrt[3]{f \frac{D^3}{g} \left( \frac{1}{2} \right)^{11/3}} \dots \text{ (III.4.2)}$$

El valor de  $n_{\text{equivalente}}$  calculado con la expresión III.4.2 será utilizado para el cálculo de los perfiles hidráulicos A2 y S2 del capítulo siguiente.

La carga de presión equivalente del aire en la macroburbuja se calcula como la diferencia entre la carga piezométrica y la superficie de agua en cada estación de medición, de la siguiente forma:

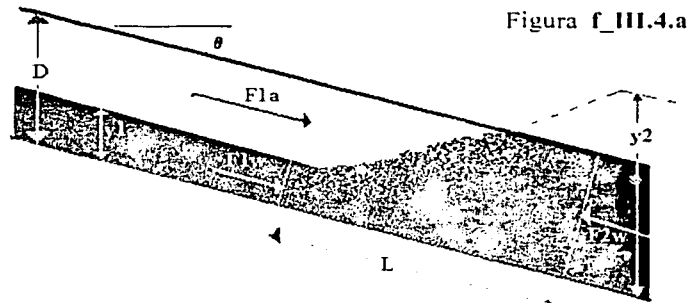
$$P/\gamma_{mb_i} = h_{p_i} - (\text{tirante vertical } i + \text{elevación de plantilla } i) \dots \text{ (III.4.3)}$$

en donde el subíndice  $i$  esta referido a la estación de medición sobre la que tiene influencia la macroburbuja.

El análisis del equilibrio del salto hidráulico se realizará con la expresión II.4.18 del capítulo anterior. Solo se adicionará el efecto que produce tener al salto hidráulico a una presión mayor que la atmosférica y la introducción de burbujas de aire en la sección aguas abajo del salto.

Tomando como volumen de control al que se esquematiza en la figura f\_III.4.a se obtiene la siguiente relación de fuerzas actuando en el salto:

$$F_{1w} + F_{1a} + M_1 + W \text{sen}(\theta) = F_{2w} + M_2 \dots \text{ (III.4.4)}$$



TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Las fuerzas actuantes son:

$F_{1w}$ , empuje hidrostático considerando que la superficie libre del agua no es la definida por el tirante, sino por una columna de agua equivalente representada por la carga de la macroburbuja. Entonces la distancia del centroide del área hidráulica a la superficie libre del agua es  $\frac{\rho}{\gamma_{mb}} + z_G = h_G$ . El área hidráulica corresponde a la definida por el tirante perpendicular en la sección circular. Entonces  $F_{1w} = \gamma h_G A_n \cos(\theta)$ .

$F_{1a}$ , empuje debido a la carga de la macroburbuja  $\frac{\rho}{\gamma_{mb}}$  sobre el área de la sección circular  $A_{mb} = A_0 - A_n$  ocupada por la macroburbuja, que se calcula como  $F_{1a} = \gamma \frac{\rho}{\gamma_{mb}} A_{mb}$ .

$M_1$ , cantidad de movimiento antes del salto hidráulico  $M_1 = \frac{\rho Q^2}{g A_n}$ .

$W_{sen(\theta)}$ , proyección del peso del salto hidráulico sobre el eje longitudinal de la conducción, en el que se incluye la relación de gastos  $\beta$  de Kaliske para tomar en cuenta el efecto de aireación del salto hidráulico. Entonces el peso del salto, tomando como referencia los reportes de Kaliske y Robertson es  $W = A_0 (L_{SH} - \frac{1}{2}(D-d)) \left( \frac{\gamma}{1+\beta} \right)$  (10).

$F_{2w}$ , empuje hidrostático aguas abajo del salto hidráulico, en donde la distancia de la superficie libre del agua al centroide del área hidráulica es igual a la carga piezométrica

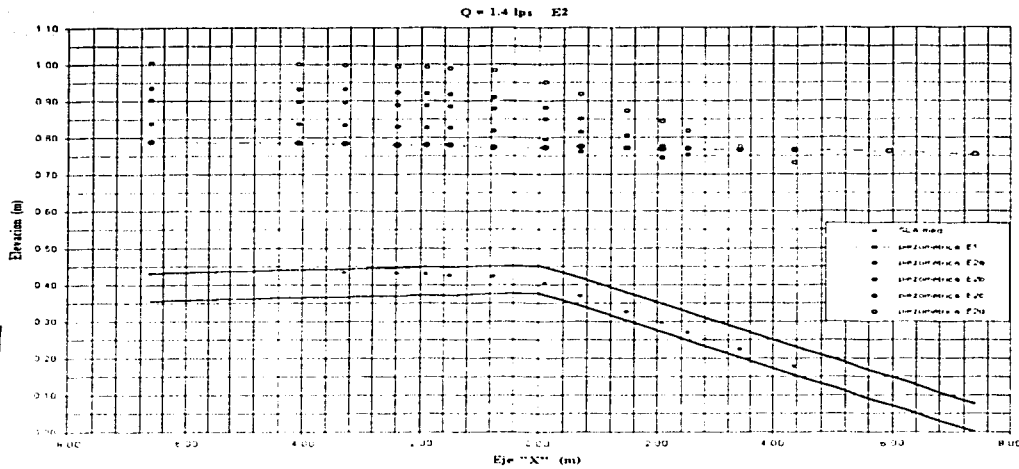
menos la elevación de la plantilla adicionada con la mitad del diámetro de la conducción. Es decir,  $h_G = h_P - \left(\frac{D}{2} \cos(\theta) + z_i\right)$ , entonces  $F_{2w} = \gamma h_G A_0$ .

$M_2$ , cantidad de movimiento en la sección después del salto hidráulico que considera la relación de gastos de Kaliske  $\beta$  para tomar en cuenta la reducción del área hidráulica y el consiguiente aumento en la velocidad media. Se calcula como  $M_2 = \frac{\gamma Q^2 (1 + \beta)}{g A_0}$  (11).

En cada uno de los eventos 2i medidos se calcularon las fuerzas según la ecuación III.4.4 para verificar su aplicación al experimento y poder usarlo en el cálculo de conjugados del siguiente capítulo. Los resultados se presentan sobre una línea a 45° en donde, las abscisas son las fuerzas antes del salto y las ordenadas las fuerza actuantes después del salto hidráulico, tal como lo hicieron Kalinske y Robertson <sup>(12)</sup>.

## RESULTADOS.

En los siguientes dibujos y tablas se resumen los cálculos realizados sobre los datos medidos para obtener la superficie entre la macroburbuja y el agua, y las líneas de carga piezométrica para cada uno de los eventos y sus gastos. El primer dibujo contiene el evento 1 y el evento 2a. En las tablas siguientes se presenta la carga equivalente de la macroburbuja, el valor del coeficiente de fricción experimental y su respectivo coeficiente equivalente de Manning. Finalmente se muestran los resultados de aplicar el principio de impulso y cantidad de movimiento para calcular las fuerzas actuantes antes y después del salto hidráulico.



Gráfica G - III.4.1a Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

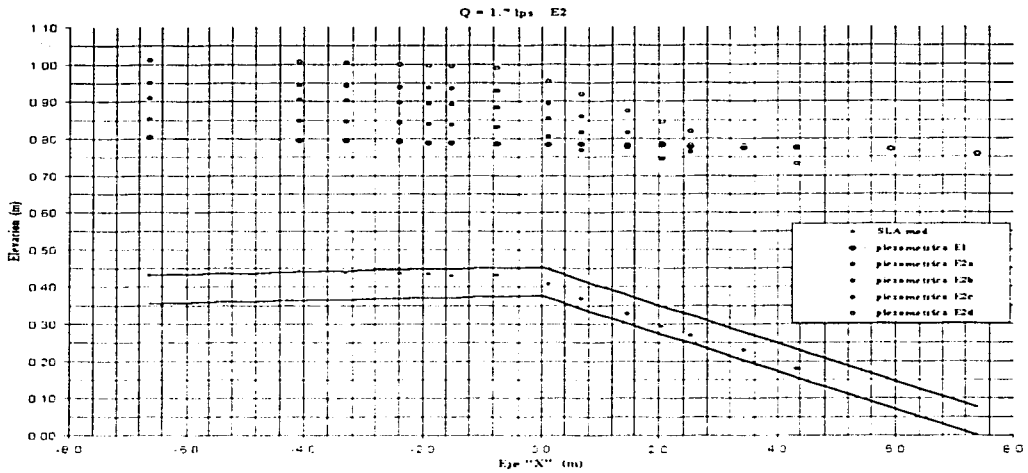
Gasto = 0.0014 (m <sup>3</sup> /s)				
Evento	2a	2b	2c	2d
Estación	Carga de presión equivalente de la macroburbuja en mca			
E <sub>0</sub>	0.405	0.468	0.501	0.569
E <sub>1</sub>	0.399	0.460	0.494	0.563
E <sub>2</sub>	0.399	0.460	0.496	0.562
E <sub>3</sub>	0.398	0.457	0.492	0.562
E <sub>4</sub>	0.396	0.456	0.489	0.561
E <sub>5</sub>	0.399	0.458	0.49	0.562
E <sub>6</sub>	0.395	0.455	0.487	0.561
E <sub>7</sub>	0.392	0.446	0.478	0.546
E <sub>8</sub>	0.395	0.448	0.483	0.550
E <sub>9</sub>	0.443	0.448	0.480	0.547
E <sub>10</sub>	0.474	0.450	0.482	0.549
E <sub>11</sub>	0.502	0.502	0.485	0.551
E <sub>12</sub>	0.543	0.543	0.543	0.552
E <sub>13</sub>	0.588	0.588	0.588	0.554
P <sub>r, mb</sub>	0.396	0.453	0.486	0.555

Tabla T - III.4.1a Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

Gasto = 0.0014 (m <sup>3</sup> /s)					
Evento 1	h <sub>r</sub> = 0.0320 (m)				
Evento	2a	2b	2c	2d	Unidad
Δh <sub>r adicional</sub>	0.0530	0.1140	0.1470	0.2160	(m)
h <sub>r TOTAL</sub>	0.0850	0.1460	0.1790	0.2480	(m)

Tabla T - III.4.1b Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
 FALTA DE ORIGEN



Gráfica G - III.4.2a  $Q = 0.0017 \text{ m}^3/\text{s}$

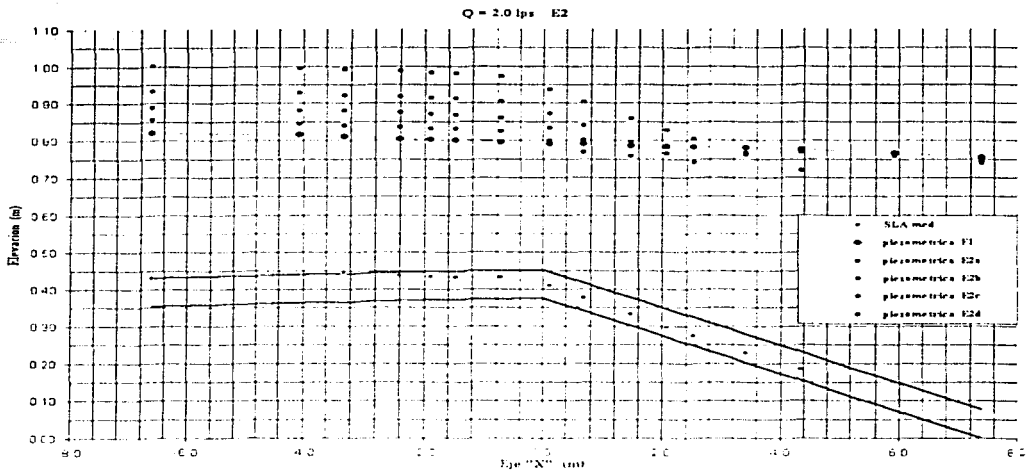
TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Gasto = 0.0017 (m <sup>3</sup> /s)				
Evento	2a	2b	2c	2d
Estación	Carga de presión equivalente de la macroburbuja en mca			
E <sub>0</sub>	0.411	0.468	0.509	0.570
E <sub>1</sub>	0.406	0.462	0.501	0.564
E <sub>2</sub>	0.407	0.464	0.503	0.566
E <sub>3</sub>	0.406	0.461	0.502	0.563
E <sub>4</sub>	0.404	0.459	0.501	0.561
E <sub>5</sub>	0.408	0.462	0.505	0.564
E <sub>6</sub>	0.400	0.453	0.498	0.559
E <sub>7</sub>	0.398	0.445	0.487	0.546
E <sub>8</sub>	0.402	0.449	0.491	0.552
E <sub>9</sub>	0.456	0.447	0.489	0.547
E <sub>10</sub>	0.488	0.450	0.491	0.548
E <sub>11</sub>	0.509	0.513	0.494	0.550
E <sub>12</sub>	0.543	0.543	0.543	0.551
E <sub>13</sub>	0.596	0.596	0.596	0.554
p <sub>l</sub> mb	0.403	0.453	0.495	0.554

Tabla T - III.4.2a  $Q = 0.0017 \text{ m}^3/\text{s}$

Gasto = 0.0017 (m <sup>3</sup> /s)					
Evento 1	h <sub>r</sub> = 0.0450 (m)				
Evento	2a	2b	2c	2d	Unidad
Δh <sub>r</sub> adicional	0.0470	0.1040	0.1490	0.2110	(m)
h <sub>r</sub> TOTAL	0.0920	0.1490	0.1940	0.2560	(m)

Tabla T - III.4.2b  $Q = 0.0017 \text{ m}^3/\text{s}$



Gráfica G - III.4.3a Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
 FALTA DE ORIGEN

Gasto = 0.002 (m <sup>3</sup> /s)				
Evento	2a	2b	2c	2d
Estación	Carga de presión equivalente de la macroburbuja en mca			
E <sub>0</sub>	0.425	0.459	0.502	0.570
E <sub>1</sub>	0.405	0.442	0.488	0.555
E <sub>2</sub>	0.398	0.438	0.480	0.548
E <sub>3</sub>	0.398	0.436	0.479	0.549
E <sub>4</sub>	0.397	0.436	0.480	0.548
E <sub>5</sub>	0.398	0.435	0.479	0.547
E <sub>6</sub>	0.391	0.427	0.471	0.540
E <sub>7</sub>	0.388	0.422	0.461	0.526
E <sub>8</sub>	0.392	0.425	0.463	0.527
E <sub>9</sub>	0.453	0.426	0.463	0.527
E <sub>10</sub>	0.486	0.486	0.466	0.529
E <sub>11</sub>	0.509	0.509	0.468	0.531
E <sub>12</sub>	0.551	0.551	0.538	0.533
E <sub>13</sub>	0.594	0.594	0.586	0.535
P <sub>1</sub> , mb	0.394	0.430	0.470	0.536

Tabla T - III.4.3a Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

Gasto = 0.002 (m <sup>3</sup> /s)					
Evento 1	h <sub>r</sub> = 0.0610 (m)				
Evento	2a	2b	2c	2d	Unidad
Δh <sub>r</sub> adicional	0.0440	0.0650	0.1310	0.2000	(m)
h <sub>r</sub> TOTAL	0.1050	0.1260	0.1920	0.2610	(m)

Tabla T - III.4.3b Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

Q (m <sup>3</sup> /s)	0.0014	0.0017	0.0020
Evento	P <sub>f</sub> en la macroburbuja		
2a	0.3964	0.4030	0.3940
2b	0.4532	0.4533	0.4298
2c	0.4863	0.4954	0.4701
2d	0.5548	0.5542	0.5357

Tabla T - III.4.4

Q	Δh	L	f <sub>experimental</sub>	n <sub>equivalente</sub>
(m <sup>3</sup> /s)	(m)	(m)	medida realizada en tubo a presión totalmente lleno	
0.0014	0.032	14.764	0.0344	0.0108
0.0017	0.045	14.764	0.0328	0.0106
0.002	0.061	14.764	0.0321	0.0105

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

Tabla T - III.4.5

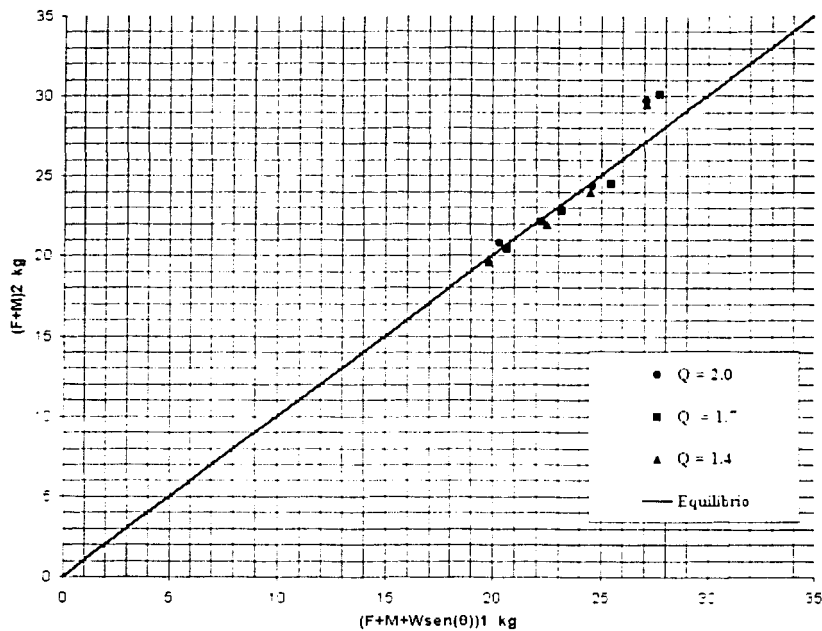
Evento	F <sub>1,per.A</sub>	F <sub>1,per.a</sub>	M <sub>1</sub>	W sen(θ)	M <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>	Σ(F+M+W <sub>sen(θ)</sub> ) <sub>1</sub>	Σ(F+M) <sub>2</sub>
	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)
2a	5.1853	12.6790	1.5081	0.4606	0.4350	19.1778	19.8330	19.6128
2b	5.2572	15.1244	1.6921	0.4111	0.4373	21.5573	22.4848	21.9946
2c	4.2977	17.5274	2.2106	0.4215	0.4452	23.5064	24.4572	23.9516
2d	6.0235	18.8944	1.7999	0.4087	0.4387	29.0432	27.1265	29.4819

Tabla T - III.4.6a Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

Evento	F <sub>1,per.A</sub>	F <sub>1,per.a</sub>	M <sub>1</sub>	W sen(θ)	M <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>	Σ(F+M+W <sub>sen(θ)</sub> ) <sub>1</sub>	Σ(F+M) <sub>2</sub>
	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)
2a	5.5667	12.6073	2.1072	0.3927	0.6438	19.8033	20.6739	20.4471
2b	5.5826	14.8155	2.3522	0.3881	0.6476	22.1382	23.1385	22.7858
2c	5.0459	17.2042	2.8320	0.3796	0.6564	23.8192	25.4617	24.4756
2d	6.4053	18.4961	2.4949	0.3856	0.6500	29.4006	27.7819	30.0506

Tabla T - III.4.6b Q = 0.0017 m<sup>3</sup>/s

Evento	$F_{1 \text{ por } w}$	$F_{1 \text{ por } a}$	$M_1$	$W \text{ sen}(\theta)$	$M_2$	$F_2$	$\Sigma(F+M+W_{\text{seg}(\theta)})_1$	$\Sigma(F+M)_2$
	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)
2a	7.8703	10.0315	2.0356	0.3600	0.8831	19.8926	20.2974	20.7757
2b	7.2230	12.2087	2.4028	0.3535	0.8880	21.2028	22.1879	22.0908
2c	6.1247	15.0360	3.0777	0.3433	0.8997	23.4841	24.5817	24.3838
2d	8.1452	15.9939	2.6368	0.3498	0.8917	28.8198	27.1256	29.7114

Tabla T - III.4.6c  $Q = 0.002 \text{ m}^3/\text{s}$ 

Gráfica G - III.4.4

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



#### **IV Modelo de cálculo numérico.**

El modelo numérico que se desarrolla en este capítulo tiene la finalidad de comprobar que el flujo desarrollado bajo la macro burbuja en la conducción circular de acrílico es reproducible como un flujo gradualmente variado a presión atmosférica.

El cálculo del flujo gradualmente variado se hará con el método de incrementos finitos presentado en el capítulo 1. El algoritmo que se utiliza en el desarrollo del método de incrementos finitos está programado en una hoja de cálculo de Excel, que facilita la manipulación de los datos de entrada para observar el comportamiento del perfil hidráulico.

En el cálculo se utilizarán los valores de las pendientes, gastos, cadenamiento de las secciones y los resultados del coeficiente equivalente de Manning para generar los perfiles hidráulicos, las líneas de carga piezométrica y de energía.

Al final del capítulo se realiza una comparación entre la forma de la interfase aire-agua de la macroburbuja medida, y el perfil hidráulico calculado para el mismo evento. También se verificará la pérdida de energía medida en cada uno de los eventos y la obtenida según el cálculo del perfil y el salto hidráulico.

#### **IV 1 Consideraciones para el análisis numérico**

Los datos que se requieren para calcular un flujo gradualmente variado con el método de incrementos finitos son: el gasto, la pendiente longitudinal del canal, la sección geométrica de la conducción, la longitud del canal, una sección de control y el coeficiente de Manning. Todos los datos necesarios para el cálculo del perfil hidráulico son obtenidos de la experimentación.

El coeficiente equivalente de Manning que se presenta en la tabla T – III.4.5 en el capítulo anterior, tiene una variación mínima para los tres gastos ensayados, sin embargo resultó ser un 20% mayor al promedio publicado en la bibliografía técnica para acrílico (0.007 a 0.009). Esta diferencia puede ser atribuida a la variación de la sección geométrica de la conducción que resulta ser imperceptible para el observador, por los cambios de pendiente y

dirección ( conexión Te antes del cuello de garza) en la conducción y las uniones entre los tubos de acrílico. Tratando de seguir un procedimiento numérico fácil de repetir, se realizará el cálculo con los valores obtenidos de la experimentación a tubo totalmente lleno.

En el cálculo del flujo gradualmente variado, se hará la comparación entre el tirante crítico y el tirante normal del tramo con pendiente  $S_{02}$ , para verificar que el tramo sea considerado de pendiente fuerte y considerar que en el cambio de pendiente se presenta el tirante crítico. Validada esta suposición, se calcularán los perfiles A2 y S2 iniciando con el tirante crítico y el cadenamiento de la sección S6.

El cálculo del perfil A2 se detendrá una vez alcanzada la magnitud del diámetro de la conducción y en el caso del perfil S2, el cálculo se continuará hasta cubrir la distancia entre la sección S6 y la sección S10 ó alcanzar el tirante normal.

Obtenidos los perfiles para cada gasto ensayado, se obtendrá la línea de cargas piezométricas correspondiente al evento 1, tomando como referencia el nivel piezométrico de la estación  $E_{15}$  y se adicionará la pérdida de energía al recorrer, en sentido contrario al flujo, la longitud de la conducción hasta llegar al cadenamiento de la sección S1. En estas piezométricas se utilizará el factor de fricción experimental de Darcy - Wiesbach de la tabla T - III.4.5.

Las piezométricas del evento 1, calculadas de la forma arriba descrita, permitirán obtener la carga de presión en los puntos que correspondan al término del salto hidráulico, según las medidas del evento 2i. Estas cargas de presión se utilizarán como los conjugados mayores del salto hidráulico, y se tomarán como conjugados menores del salto los tirantes que correspondan al cadenamiento donde termina el salto hidráulico. Conocidos ambos conjugados del salto y con la ecuación III.4.3 del capítulo anterior, se calculará la carga de presión equivalente en la macroburbuja.

La carga de presión equivalente en la macroburbuja se utilizará para el trazo de la piezométrica según los volúmenes del evento 2i. La piezométrica correspondiente a cada evento se calculará adicionando a la superficie libre del agua la carga de presión equivalente

de la macroburbuja, desde el cadenamiento del conjugado mayor hasta el cadenamiento en donde la superficie libre del agua alcance al diámetro de la conducción. Después se continuará con una paralela a la piezométrica del evento 1.

De esta forma se verificará lo establecido en las hipótesis de este trabajo de tesis, pues si la línea piezométrica arriba descrita coincide con la piezométrica medida, la pérdida de energía por la macroburbuja estará constituida por la energía disipada en la fricción de los perfiles y el salto hidráulico.

## IV 2 Algoritmos.

Cálculo del flujo gradualmente variado en una sección circular usando el método de incrementos finitos en una hoja de cálculo de excel.

Como se realizará una revisión hidráulica de la profundidad del agua, se necesita conocer el gato, la geometría de la conducción, las pendientes  $S_0$  y el coeficiente de Manning equivalente.

Se calcula el tirante crítico y tirantes normales del gasto ensayado para ubicar la sección de control e identificar el tipo de perfiles a calcular.

Con el método de incrementos finitos se obtiene la distancia entre tirantes consecutivos. En el caso del tramo de pendiente adversa el cálculo se realiza del tirante crítico a un tirante igual al diámetro de la conducción. En el tramo de pendiente fuerte, el cálculo se realiza desde el tirante crítico hasta cubrir la distancia que alcanza a la sección S10.

El método de incrementos finitos se desarrolló en 12 columnas con el siguiente contenido:

- Columna 1, tirante vertical y propuesto.

- Columna 2, tirante perpendicular según la pendiente longitudinal del tramo.
- Columna 3, área de la sección hidráulica para el tirante de la columna 2.
- Columna 4, perímetro mojado.
- Columna 5, ancho de la superficie libre.
- Columna 6, velocidad media del flujo de agua para el tirante de la columna 2.
- Columna 7, energía específica para el tirante de la columna 2.
- Columna 8, pendiente de fricción correspondiente.

Se propone entonces un nuevo tirante en el siguiente renglón para la columna 1, que sea menor o mayor al anterior según la clasificación del perfil. Se obtienen los valores de las columnas 2 a 8. Después se calculan las siguientes columnas:

- Columna 9, pendiente de fricción promedio de los valores en las columnas 8 renglón anterior y el actual.
- Columna 10, distancia entre los tirantes propuestos.
- Columna 11, acumulación de los valores de la columna 10.
- Columna 12, pérdida de energía entre los tirantes usando la pendiente de fricción promedio de la columna 9 y la distancia entre tirantes de la columna 11.

Calculado el valor de la columna 12, se vuelve a proponer un nuevo tirante en la columna 1 de acuerdo a la clasificación del perfil y se obtiene el valor de las columnas 2 a 12. Este proceso se repite hasta cubrir la longitud buscada o alcanzar una magnitud determinada en los tirantes.

En la siguiente tabla se escriben las expresiones contenidas en cada columna:

Columna	Expresión
1	$y = y_c$ para el primer renglón en renglones consecutivos: $y = y_c + \Delta y$ perfil A2 $y = y_c - \Delta y$ perfil S2
2	$d = y \cos(\text{ang} \tan(S_0))$
3	$A = \left( \frac{D^2}{4} \text{ang} \cos \left( 1 - \frac{2d}{D} \right) \right) - \left( \left( \frac{D-d}{2} \right) \sqrt{d(D-d)} \right)$
4	$P = d \left( \text{ang} \cos \left( 1 - \frac{2d}{D} \right) \right)$
5	$T = 2 \sqrt{d(D-d)}$
6	$V = \frac{Q}{A}$
7	$E = d \cos \theta + \frac{v^2}{2g}$
8	$S_f = \left[ \frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right]^2$
9	$S_{prom} = \left( \frac{S_{f,i-1} + S_{f,i}}{2} \right)$
10	$\Delta_x = \left( \frac{E_{i-1} - E_i}{S_0 - S_{prom}} \right)$
11	$\Sigma \Delta_x = (\Delta_{x_{i+1}} + \Delta_{x_i})$
12	$h_f = S_{iprom} \cdot Lx$

Tabla T - IV.2.1

En el cálculo del tirante crítico se utiliza, como una primera aproximación, la expresión que Straub <sup>(13)</sup> propuso en 1982 para sección circular. Después se ajusta con el método de Newton Raphson de la siguiente manera:

➤ Expresión de Straub 
$$y_c = \frac{\sqrt[3]{Q}}{(gD)^{0.25}}$$

- En la primer columna se introduce el valor obtenido con la expresión de Straub.
- En la columna 2 se calcula el tirante perpendicular a la plantilla.
- En la columna 3 se calcula el área de la sección hidráulica.
- En la columna 4 se calcula el ancho de la superficie libre.
- En la columna 5 se obtiene el valor de G que es la igualdad entre los términos de la condición general de régimen crítico, ver expresión **II.4.6**.
- En la columna 6 se calcula G' como la derivada de G con respecto del tirante.
- En la columna 7 se calcula la aproximación al tirante crítico.
- En la columna 8 se verifica el cociente entre G y G'.
- El valor de la columna 7 se escribe nuevamente en la columna 2 y se vuelve a calcular de la columna 3 a la 7 hasta que en la columna 8 el cociente sea tan pequeño como se quiera.

A continuación se escriben las expresiones de cada columna.

Columna	Expresión
1	$Y_1 = \text{resultado expresión de Straub}$
2	$d_1 = Y_1 \cos(\theta)$

Columna	Expresión
3	$A = \left( \frac{D^2}{4} \text{ang} \cos \left( 1 - \frac{2d}{D} \right) \right) - \left( \left( \frac{D-d}{2} \right) \cdot d(D-d) \right)$
4	$T = 2 \cdot \sqrt{d(D-d)}$
5	$G = \frac{A^3}{T} - \frac{Q^2}{\frac{g \cos(\theta)}{\alpha}}$
6	$G' = 3A^2 - \left( \frac{A^3}{T^2} \cdot \frac{1 - \frac{2d}{D}}{\frac{d}{D} \left( 1 - \frac{d}{D} \right)} \right)$
7	$d_{i-1} = d_i - \frac{G}{G'}$
8	$\frac{G}{G'}$

Tabla T-IV.2.2.

El cálculo del tirante normal se hizo con el método de Newton Raphson proponiendo de forma inicial el valor del tirante crítico y ajustando hasta obtener el valor del tirante normal.

- En la columna 1 se propone un valor de tirante normal.

Para las siguientes columnas se calcula:

- Columna 2, el tirante perpendicular según el ángulo de inclinación del tramo de conducción.
- Columna 3, el área para el tirante de la columna 2.
- Columna 4, el perímetro mojado.
- Columna 5, el ancho de la superficie libre de la sección hidráulica.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

- Columna 6, el valor de F es el resultado de restar los términos de la ecuación II.4.12.
- Columna 7, F' es el resultado de derivar los términos de F con respecto al tirante.
- Columna 8, se tiene la división de F entre F'.
- Y en la columna 9, el nuevo valor aproximado del tirante normal.

Si en el primer tanteo el valor de la columna 8 es tan pequeño como se quiera la resolución del tirante, se acepta al valor de la columna 9 como el tirante normal; de lo contrario se repiten de las columnas 3 a 9 sustituyendo el valor de la columna 9 en la columna 2 del siguiente renglón.

A continuación se escriben las expresiones de cada columna.

Columna	Expresión
1	$y_n = y_{propuesto}$
2	$d = y_n \cos(\theta)$
3	$A = \frac{D^2}{4} \text{ang} \cos\left(1 - \frac{2d}{D}\right) - \left(\frac{D-d}{2} \cdot d(D-d)\right)$
4	$P = d \left( \text{ang} \cos\left(1 - \frac{2d}{D}\right) \right)$
5	$T = 2 \cdot d(D-d)$
6	$F = \left( \frac{A^{\frac{5}{2}}}{P^{\frac{5}{2}}} \right) - \left( \frac{Qn}{S_0} \right)$
8	$\frac{F}{F'}$



Columna	Expresión
7	$F' = \left( \frac{A^{\frac{5}{3}}}{3P^{\frac{5}{3}}} \right) \left( 5T - \frac{2R_n}{\sqrt{\frac{d}{D} \left( 1 - \frac{d}{D} \right)}} \right)$
9	$d_n = d - \frac{F}{F'}$

Tabla T - IV.2.3.

La línea de cargas piezométricas para tubo a presión con sección totalmente llena se calcula de la siguiente manera:

Establecido el gasto y su correspondiente factor de fricción experimental de la tabla T - III.4.5. Se toma como pivote al nivel piezométrico de la estación E<sub>15</sub>.

Con la expresión de Darcy - Wiesbach ( III.4.1 ) se calcula la pérdida de energía por fricción entre la sección S1 y la estación E<sub>15</sub>.

En un dibujo de la conducción, ubicados en el cadenamiento de la sección S1, se marca el nivel piezométrico como la suma del nivel piezométrico de la estación E<sub>15</sub> más la pérdida de energía por fricción arriba obtenida.

Al unir con una línea recta los niveles piezométricos de la sección S1 y la estación E<sub>15</sub> se obtendrá la línea de cargas piezométricas buscada.

El cálculo de la carga de presión equivalente en la macroburbuja de aire se obtendrá con la aplicación de la expresión III.4.3 del capítulo anterior. Se asumirá en este cálculo que el peso del salto hidráulico es despreciable por la magnitud del ángulo de inclinación del tramo de pendiente S<sub>02</sub>. El procedimiento es:

De la experimentación se tomará la ubicación, según el cadenamiento, de la sección totalmente llena después del salto hidráulico. Para este cadenamiento se obtendrá la carga de presión a la plantilla de la piezométrica a tubo totalmente lleno. También se obtendrá el tirante del perfil S2 que corresponda al cadenamiento.

Se tomará como conjugado menor del salto hidráulico al tirante del perfil S2 y como conjugado mayor del salto a la carga de presión a la plantilla, obtenido de la piezométrica a tubo lleno.

Es necesario calcular el número de Froude para el conjugado menor y el área ocupada por la macroburbuja como la resta del área de la sección menos el área hidráulica.

En el empuje hidrostático del agua del conjugado menor, se considerará una superficie libre del agua equivalente al nivel piezométrico registrado en el instrumento de medición 2. Es decir, se tendrá una superficie de agua para el cálculo del empuje formada por la carga de presión equivalente de la macroburbuja de aire más el centroide del área hidráulica. De esta forma se evalúa el efecto del aire a presión en la macroburbuja.

Se supondrá un valor de la carga equivalente en la macroburbuja de aire, con este valor se calculará el empuje hidrostático del conjugado menor y el empuje por presión de la macroburbuja.

Al sustituir en la expresión III.4.4 se resolverá la carga de presión equivalente en la macroburbuja de aire para que se cumpla la igualdad.

Este procedimiento se repetirá para cada una de las posiciones del salto hidráulico de los gastos ensayados.

En la siguiente tabla se escriben las expresiones utilizadas en cada columna del cálculo arriba descrito:

Columna	Expresión
1	$d_1 = d_1$ del perfil S2
2	$d_2 = h_{p1}$ - elevación de la plantilla $i$
3	$F_{r1} = \frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}$

Columna	Expresión
4	$\beta = 0.0066(F_{r1} - 1)^{1.4}$
5	$h_{G1} = h_{mb} + \frac{A_{zG1}}{A_{h1}} - (D - d_1)\cos(\theta)$
6	$F_1 = \gamma A_{h1} h_{G1}$
7	$M_1 = \frac{\gamma Q^2}{g A_{h1}}$
8	$h_{G2} = d_2 - \frac{D}{2} \cos(\theta)$
9	$F_2 = \gamma A_0 h_{G2}$
10	$M_2 = \frac{\gamma Q^2 (1 - \beta)}{g A_2}$
11	$h_{mb} = \text{valor propuesto}$
12	$F_{mb} = \gamma (A_0 - A_{h1}) h_{mb}$
13	$F_1 + M_1 + F_{mb} = F_2 + M_2$

Tabla T - IV.2.4.

### IV 3 RESULTADOS NUMÉRICOS

A continuación se exponen dibujos de la conducción con los perfiles hidráulicos y líneas piezométricas calculadas. En tablas se resumen los cálculos de la carga de presión equivalente en la macroburbuja de aire, las pérdidas de energía ocasionadas por el perfil hidráulico y el salto.

La memoria de cálculo de los perfiles, el salto hidráulico y las pérdidas de energía hechos en la hoja de excel se exponen en el apéndice A.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

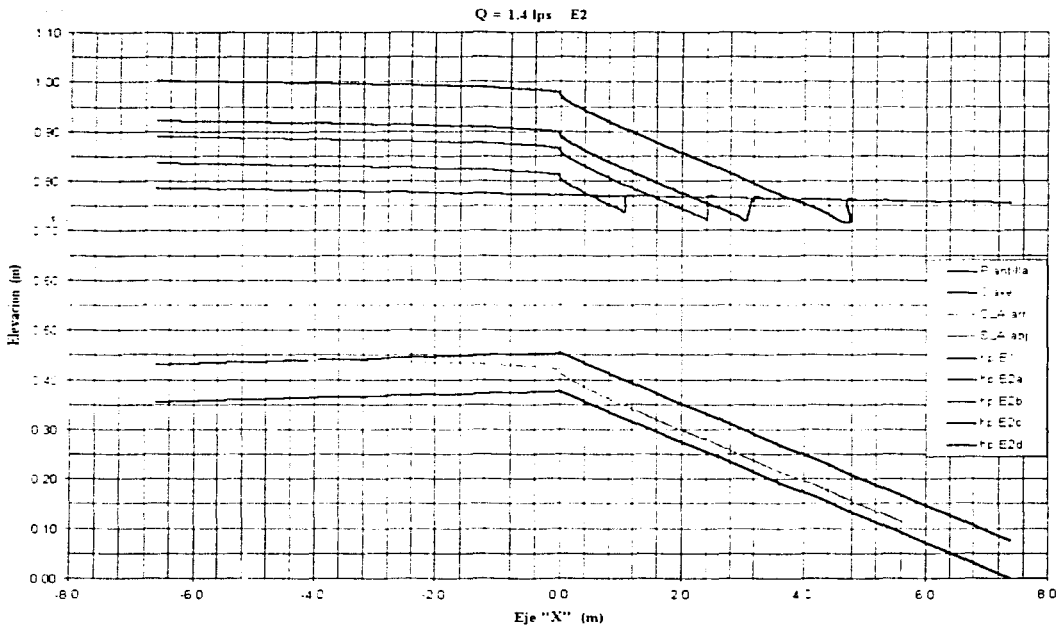


Gráfico G - IV.2.1. Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

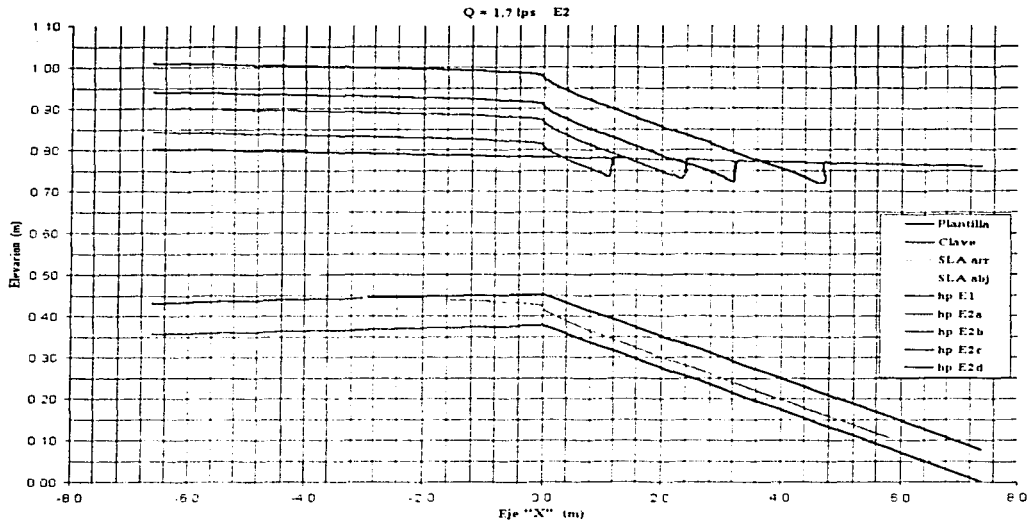


Gráfico G - IV.2.2. Q = 0.0017 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

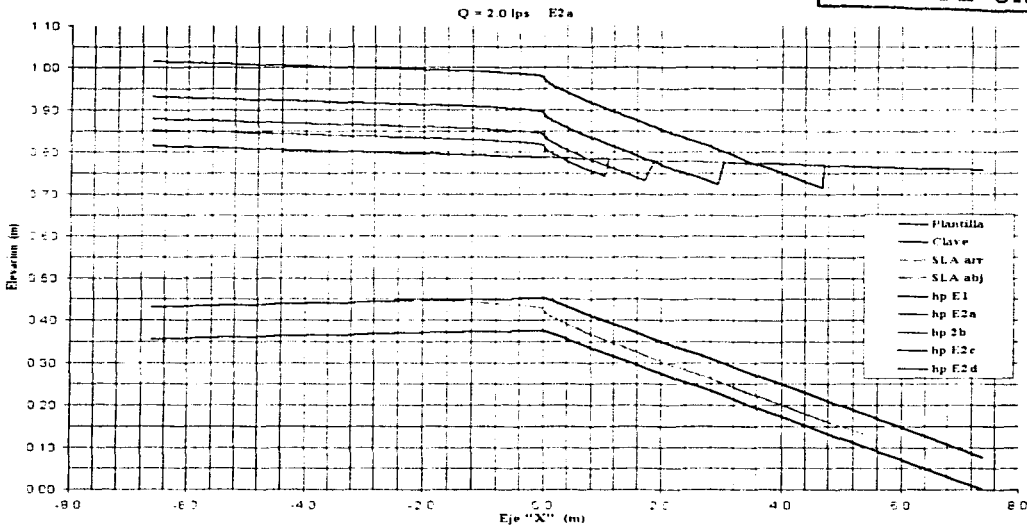


Gráfico G - IV.2.3. Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

Q (m <sup>3</sup> /s)	0.0014	0.0017	0.0020
Evento	h <sub>mb</sub> en la macroburbuja (m)		
2a	0.3912	0.3883	0.3878
2b	0.4449	0.4469	0.4141
2c	0.4771	0.4859	0.4666
2d	0.5577	0.5552	0.5498

Tabla T - IV.2.5.

Q = 0.0014 (m <sup>3</sup> /s)				
Evento	$\Delta h_{fSLVarr}$	$\Delta h_{fSLVabj}$	$\Delta h_{SH}$	$\Delta h_{f-p,mb}$
2a	0.0101	0.0293	0.0133	0.0527
2b	0.0101	0.0889	0.0195	0.1185
2c	0.0101	0.1163	0.0203	0.1467
2d	0.0101	0.2053	0.0211	0.2365
Pérdidas de energía en metros columna de agua				

Tabla T - IV.2.6. Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

Q = 0.0017 (m <sup>3</sup> /s)				
Evento	$\Delta h_{fSLVarr}$	$\Delta h_{fSLVabj}$	$\Delta h_{SH}$	$\Delta h_{f-p,mb}$
2a	0.0094	0.0296	0.0149	0.0539
2b	0.0094	0.0818	0.0217	0.1130
2c	0.0094	0.1226	0.0235	0.1555
2d	0.0094	0.1978	0.0245	0.2318
Pérdidas de energía en metros columna de agua				

Tabla T - IV.2.7. Q = 0.0017 m<sup>3</sup> s

Q = 0.002 (m <sup>3</sup> /s)				
Evento	$\Delta h_{fSLVarr}$	$\Delta h_{fSLVabj}$	$\Delta h_{SH}$	$\Delta h_{f-p,mb}$
2a	0.0086	0.0258	0.0141	0.0485
2b	0.0086	0.0520	0.0196	0.0802
2c	0.0086	0.1056	0.0241	0.1382
2d	0.0086	0.1941	0.0261	0.2287
Pérdidas de energía en metros columna de agua				

Tabla T - IV.2.8. Q = 0.002 m<sup>3</sup> s

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

### IV 4 Comparación entre los cálculos numéricos y las medidas experimentales.

En cada una de las siguientes gráficas se muestran los valores de la piezométrica y la superficie libre del agua medidas en el dispositivo (en líneas discontinuas) y calculadas con los algoritmos (en líneas continuas) descritos en el apartado IV.2 de este capítulo. Cada exposición representa al evento dos con diferentes volúmenes de aire. En la tabla se hace la comparación de las pérdidas de energía por la macroburbuja y la pérdida total, entre las medidas y los cálculos, por medio del porcentaje de error.

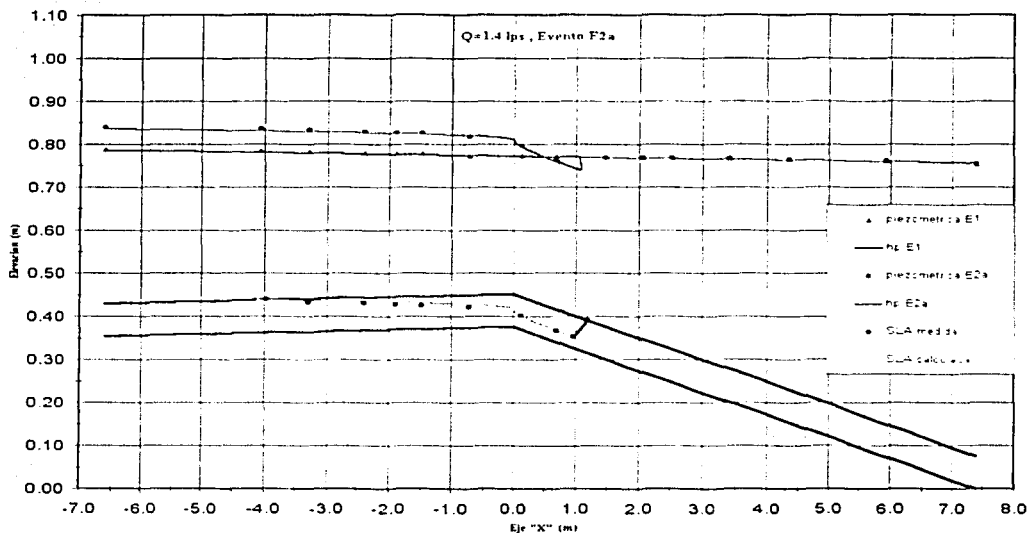


Gráfico G-IV.3.1a Q = 0.0014 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

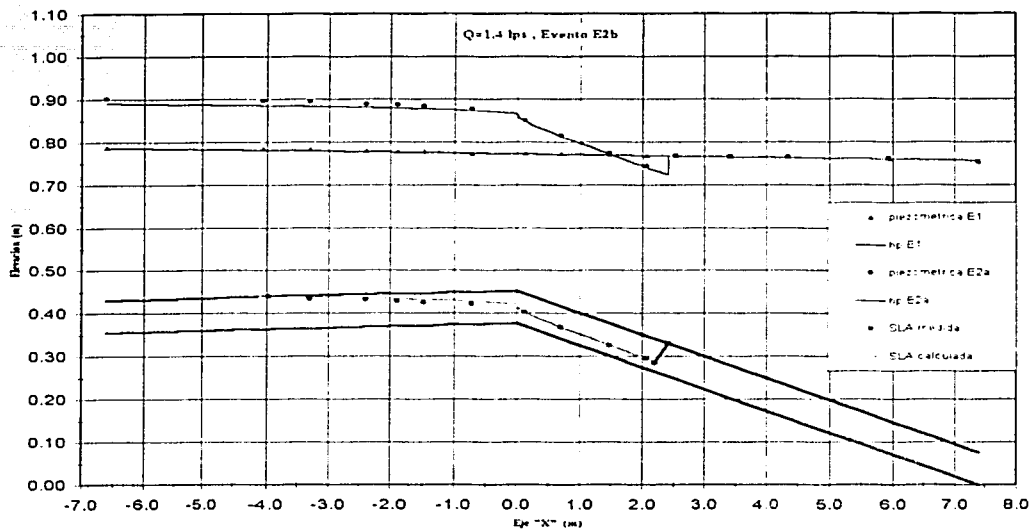


Gráfico G - IV.3.1b  $Q = 0.0014 \text{ m}^3/\text{s}$

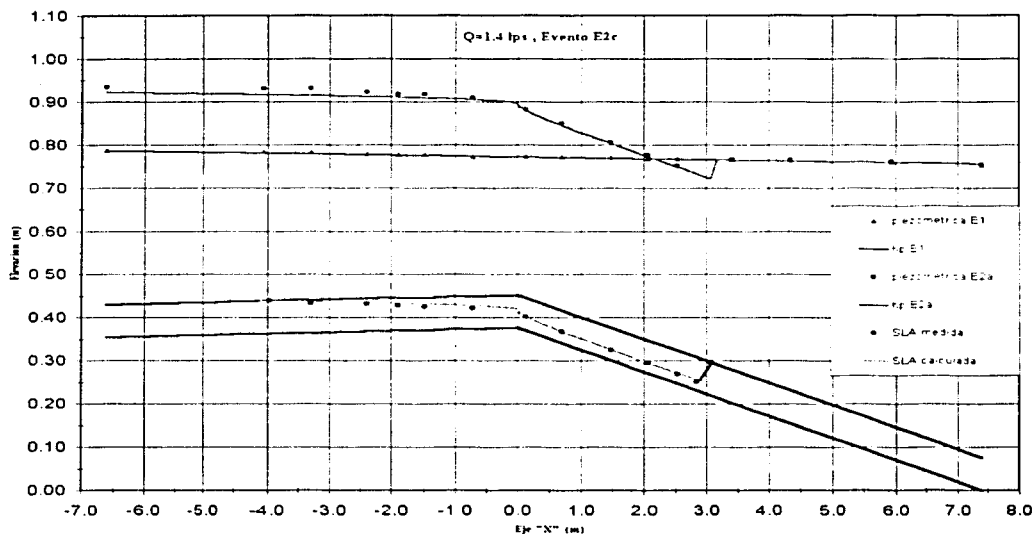


Gráfico G - IV.3.1c  $Q = 0.0014 \text{ m}^3/\text{s}$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



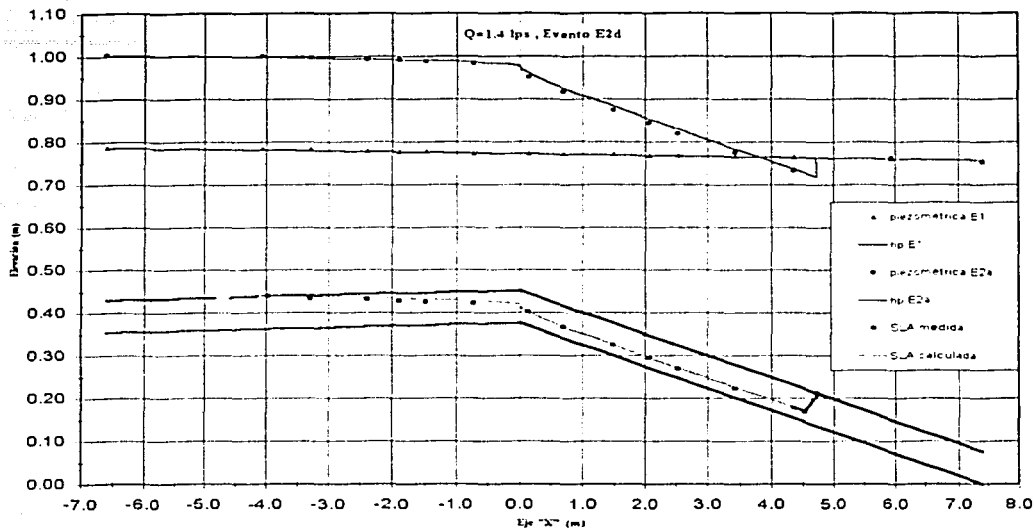


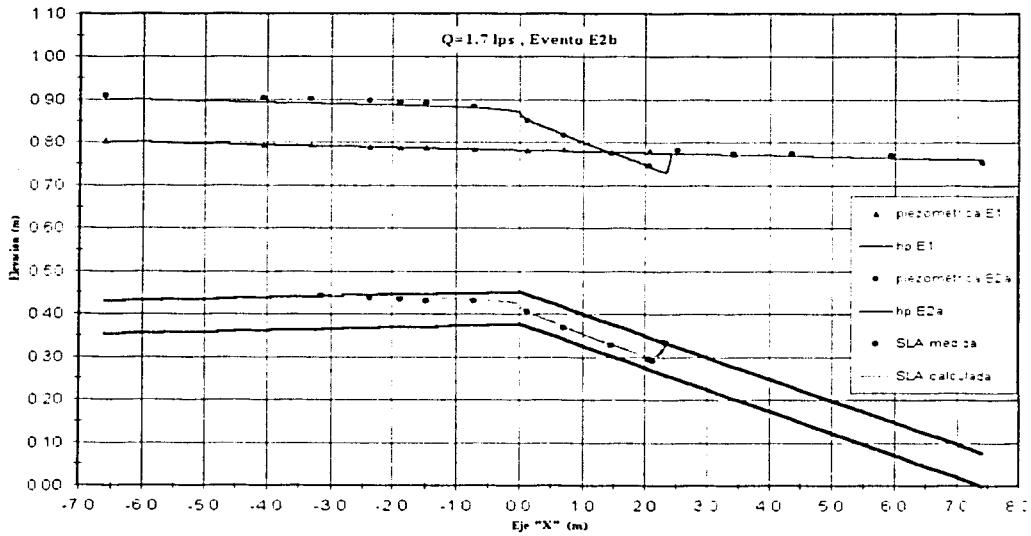
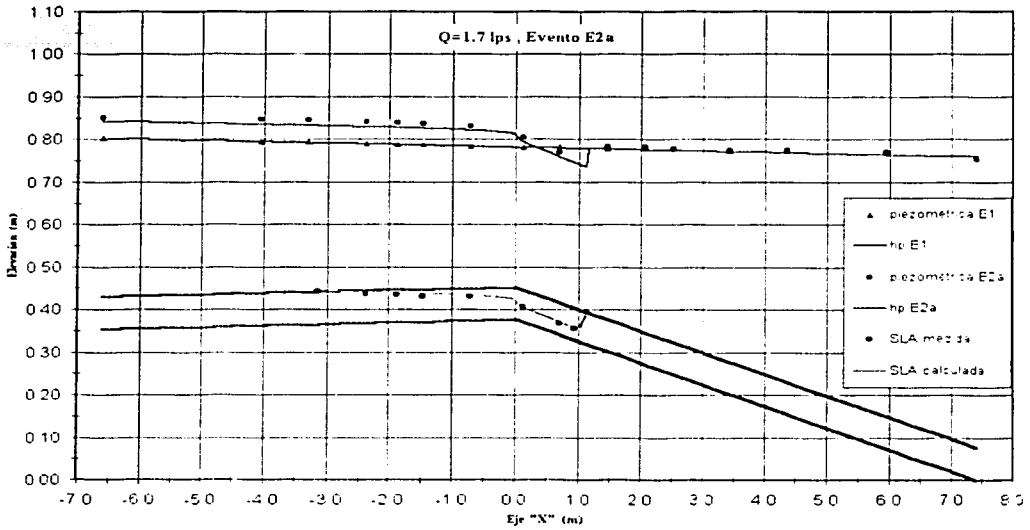
Gráfico G – IV.3.1d  $Q = 0.0014 \text{ m}^3/\text{s}$

Gasto = $0.0014 \text{ (m}^3/\text{s)}$						
Evento 1	$h_r = 0.0320 \text{ (m)}$					
Pérdidas	Medidas experimentales		Obtenidas en el modelo numérico		Porcentaje de error (%)	
Evento	$\Delta h_r$ por mb	$\Delta h_r$ TOTAL	$\Delta h_r$ por mb	$\Delta h_r$ TOTAL	e mb	e TOTAL
2a	0.0530	0.0850	0.0527	0.0851	0.51	0.17
2b	0.1140	0.1460	0.1185	0.1480	3.93	1.36
2c	0.1470	0.1790	0.1467	0.1750	0.17	2.23
2d	0.2160	0.2480	0.2365	0.2610	9.47	5.23

Unidades en metros columna de agua

Tabla T – IV.3.1  $Q = 0.0014 \text{ m}^3/\text{s}$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

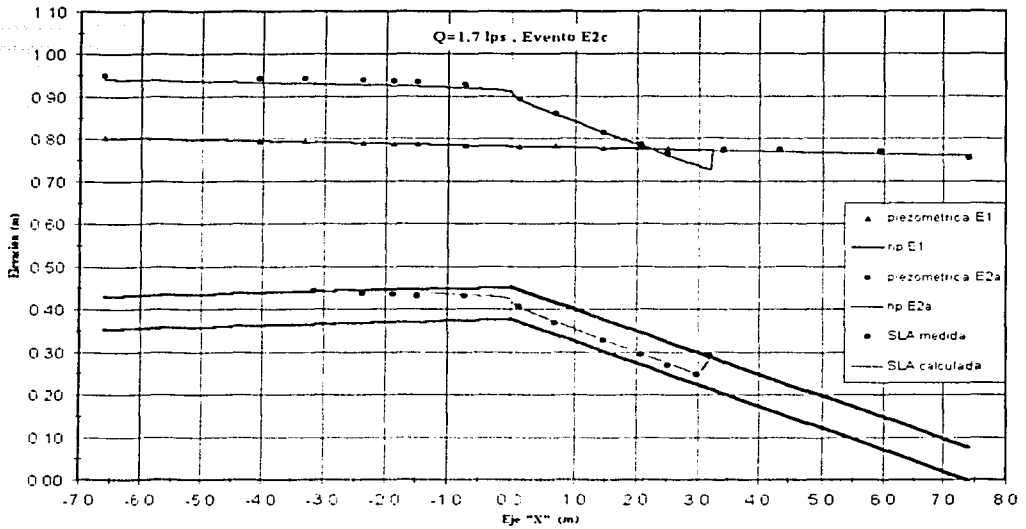


Gráfico G – IV.3.2c Q = 0.0017 m<sup>3</sup>/s

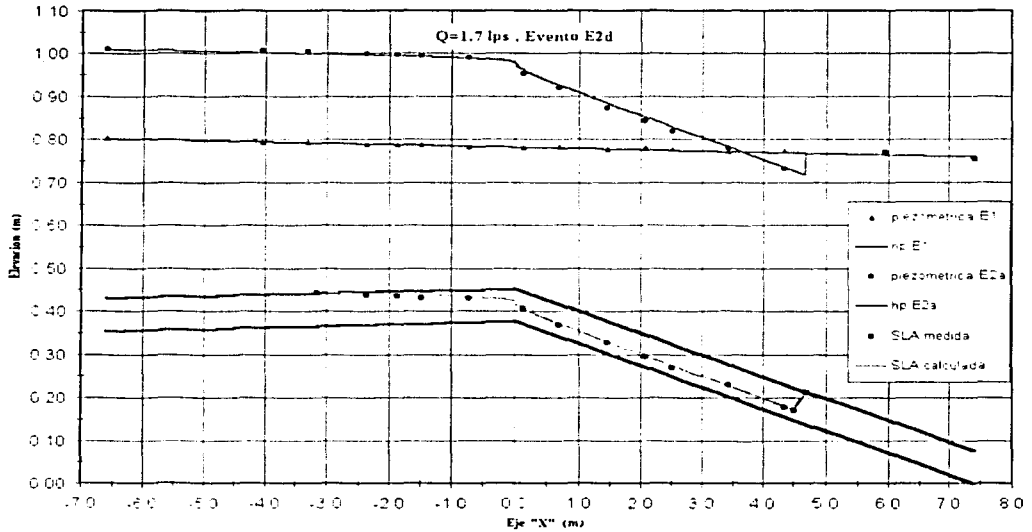


Gráfico G – IV.3.2d Q = 0.0017 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Gasto = 0.0017 (m <sup>3</sup> /s)							
Evento 1 h <sub>r</sub> = 0.0450 (m)							
Pérdidas		Medidas experimentales		Obtenidas en el modelo numérico		Porcentaje de error (%)	
Evento	Δh <sub>r</sub> por mb	Δh <sub>r</sub> TOTAL	Δh <sub>r</sub> por mb	Δh <sub>r</sub> TOTAL	e mb	e TOTAL	
2a	0.0470	0.0920	0.0539	0.0869	14.61	5.58	
2b	0.1040	0.1490	0.1130	0.1422	8.65	4.56	
2c	0.1490	0.1940	0.1555	0.1822	4.37	6.09	
2d	0.2110	0.2560	0.2318	0.2540	9.84	0.77	

Unidades en metros columna de agua

Tabla T - IV.3.2 Q = 0.0017 m<sup>3</sup>/s

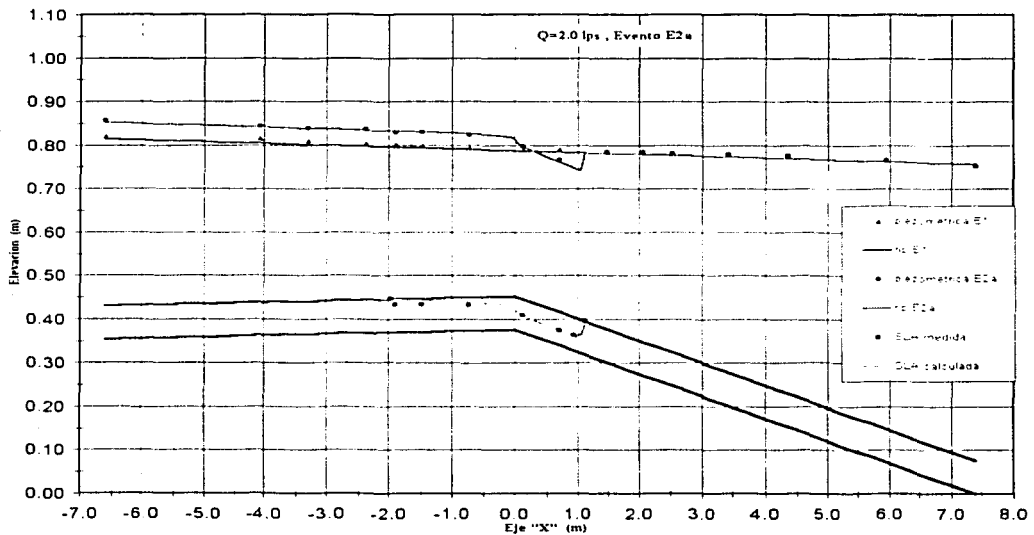


Gráfico G - IV.3.3a Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

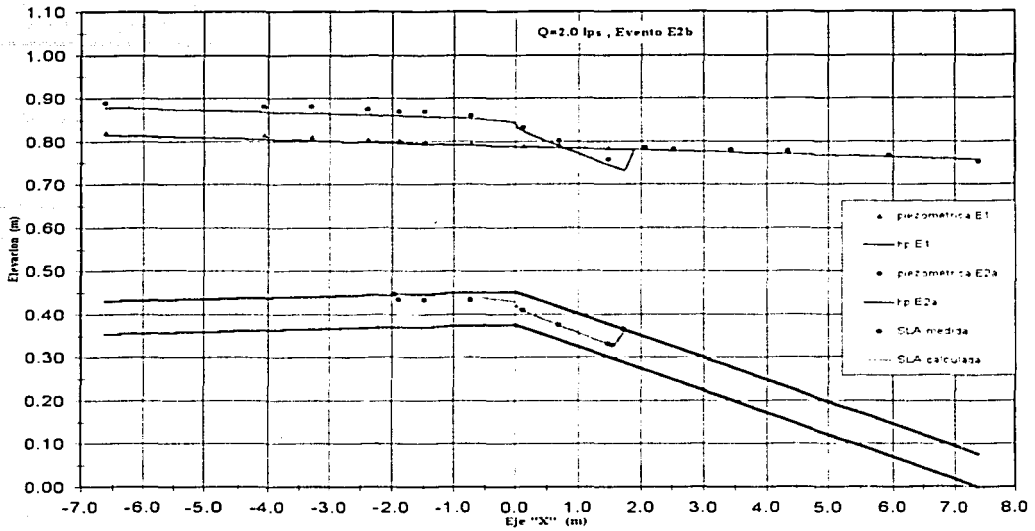


Gráfico G - IV.3.3b  $Q = 0.002 \text{ m}^3/\text{s}$

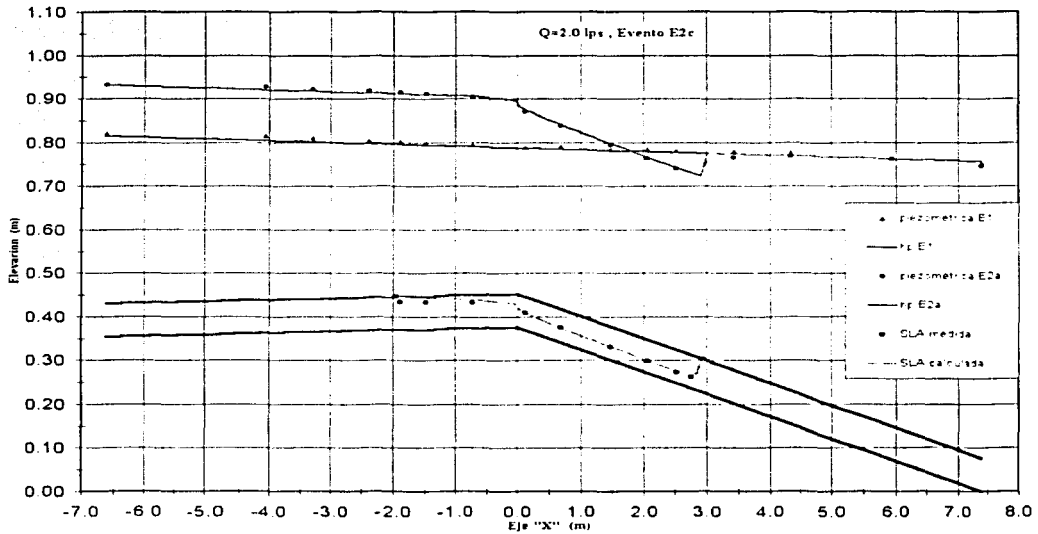


Gráfico G - IV.3.3c  $Q = 0.002 \text{ m}^3/\text{s}$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

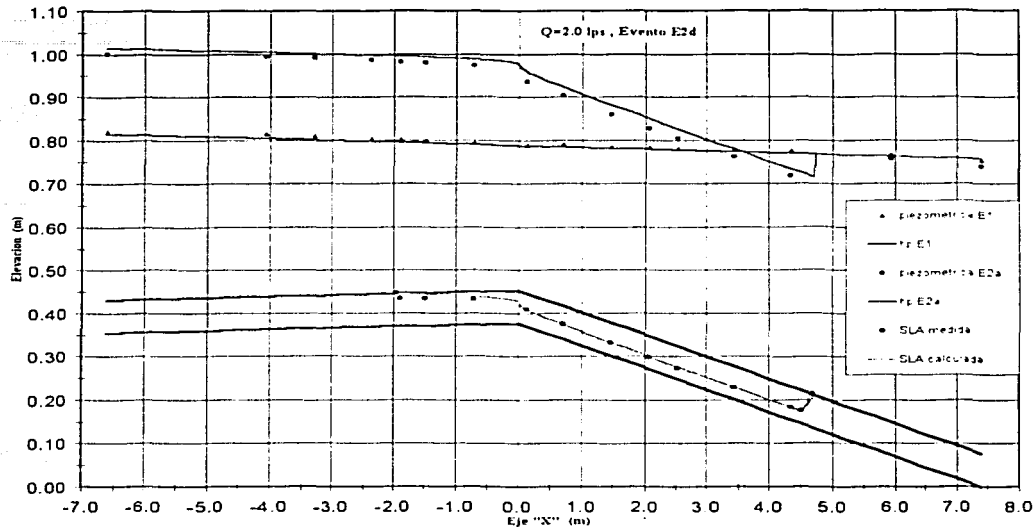


Gráfico G – IV.3.3d Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Gasto = 0.002 (m <sup>3</sup> /s)						
Evento 1		h <sub>r</sub> = 0.0610 (m)				
Pérdidas	Medidas experimentales		Obtenidas en el modelo numérico		Porcentaje de error (%)	
Evento	Δh <sub>r</sub> por mb	Δh <sub>r</sub> TOTAL	Δh <sub>r</sub> por mb	Δh <sub>r</sub> TOTAL	e mb	e TOTAL
2a	0.0440	0.1050	0.0485	0.0969	10.12	7.73
2b	0.0650	0.1260	0.0802	0.1254	23.32	0.44
2c	0.1310	0.1920	0.1382	0.1788	5.52	6.88
2d	0.2000	0.2610	0.2287	0.2622	14.36	0.47
Unidades en metros columna de agua						

Tabla T – IV.3.2 Q = 0.002 m<sup>3</sup>/s

A partir de la comparación entre las mediciones y los resultados numéricos según las gráficas presentadas, se observa que la tendencia de la interfase aire-agua coincide satisfactoriamente con los perfiles hidráulicos calculados con los tres gastos ensayados. Aunque no se reproduce una transición suave entre flujo subcrítico a supercrítico, la hipótesis

de que la pérdida de energía asociada a la macroburbuja de aire está compuesta en gran parte por la energía de fricción que se pierde en un flujo gradualmente variado y el salto hidráulico fue validada.

Al comparar la forma de las líneas piezométricas se establecen pequeñas diferencias en la zona de flujo supercrítico. El que no empaten exactamente las piezométricas medidas y calculadas es por efecto de las diferencias en el equilibrio del salto hidráulico a consecuencia de la carga equivalente en la macroburbuja de aire, ya que este valor depende de la ubicación del salto hidráulico según el tirante conjugado menor tomado del perfil S2. Sin embargo, la tendencia de la línea piezométrica se reproduce adecuadamente con el perfil hidráulico y la carga de presión de la macroburbuja.

Las pérdidas de energía calculadas por efecto de la macroburbuja son mayores a las medidas en un 20%. En términos de pérdida de carga total, la diferencia no rebasa el 8%, resultado que hace aceptable las hipótesis formuladas en este trabajo.

## V Aspectos sobre el diseño estructural y de cimentación de atraques para cambios de dirección.

En el trazo de las conducciones a presión es necesario realizar cambios importantes en la dirección vertical por la orografía, y en ocasiones se tiene que cambiar el diámetro de la conducción para un buen funcionamiento hidráulico. Cuando esto ocurre se requiere restringir a la conducción para que el cambio de la cantidad de movimiento del agua no genere desplazamientos mayores a los admisibles que resultan en esfuerzos de falla en el material de la conducción.

La forma más común de restringir los desplazamientos de la conducción en cambios de dirección vertical o de diámetro es con macizos de concreto. A estos macizos se les nombra como atraques y su función es contrarrestar el efecto de las fuerzas que actúan en la conducción por medio de su peso.

En este capítulo se indica cómo calcular las fuerzas actuantes para obtener una resultante que deberá equilibrarse con el peso del atraque. De igual forma se resumen algunas consideraciones en el diseño de los atraques desde un enfoque técnico sobre la estructuración y la cimentación.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### V.1 FUERZAS ACTUANTES EN UN CAMBIO DE DIRECCIÓN.

Apoyado en los siguientes esquemas ( figura f-V.1 y f-V.2) de un cambio de dirección vertical o rasante, se indican las fuerzas que generan un desplazamiento de la conducción bajo la suposición de que antes y después del atraque se tienen juntas de dilatación.

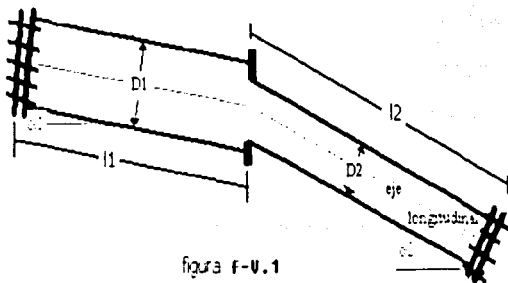


figura f-V.1

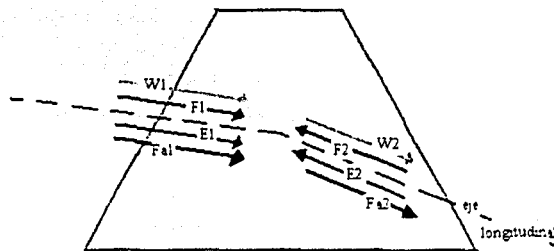


figura f-V.2



La componente del peso del tramo de tubo, desde la junta de dilatación hasta el macizo, sobre el eje longitudinal de la conducción  $W_i$ .

$$W_i = \omega_i l_i \text{sen}(\alpha_i)$$

en donde el subíndice  $i$  corresponde al tramo antes o después del atraque,

$\omega_i$ , peso de la tubería por unidad de longitud,

$l_i$ , longitud de la junta de dilatación al codo,

$\alpha_i$ , ángulo de inclinación del eje longitudinal con respecto a la horizontal.

La componente normal del peso de la conducción más el agua, al eje del tubo, producen una fuerza de fricción que debe ser tomada por el macizo,  $F_i$ .

$$F_i = \mu \omega'_i l_i \cos(\alpha_i)$$

en esta fuerza  $\mu$  es el coeficiente de fricción entre la tubería y los asientos de los apoyos cercanos,

$\omega'_i$ , peso de la tubería llena de agua por unidad de longitud,

los elementos sobrantes son iguales a los descritos en la fuerza  $W_i$ .

El empuje ejercido por la acción del agua también se debe tomar en cuenta sobre el macizo en la dirección del eje longitudinal del tubo.  $E_i$ .

$$E_i = \gamma A_n h_p \text{sen}(\alpha_i)$$

$\gamma$ , peso volumétrico del agua,

$A_n$ , área hidráulica en cada una de las secciones antes y después del atraque,

$h_p$ , carga piezométrica en la sección hidráulica correspondiente, a tubo lleno se puede considerar que es igual antes y después del anclaje.

La fricción ejercida entre las paredes de la conducción y el agua son un efecto que tiende a mover a la tubería en el sentido del flujo. Esta se calcula como la pérdida de energía en la longitud del tramo aguas arriba del macizo y aguas abajo del macizo. Desde la junta de dilatación al macizo. En caso de que no se tengan juntas de dilatación se toma la mitad de la

Aspectos sobre el diseño estructural y de cimentación de atraques para cambio de dirección.

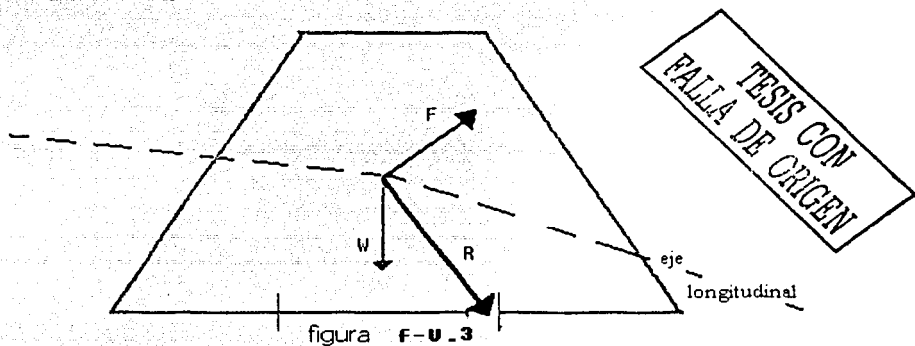
longitud entre el apoyo más cercano y el macizo. Se puede usar la expresión de Darcy – Weisbach ó la pendiente de fricción de Manning para calcular esta fuerza de arrastre.  $F_{ai}$ .

$$F_{ai} = \gamma A_{hi} h_{fi}$$

en donde las pérdidas por fricción  $h_{fi}$  usando Darcy Wiesbach son  $h_{fi} = f \frac{l_i}{D_i} \frac{Q^2}{2gA_{hi}^2}$

y si se usa Manning  $h_{fi} = l_i \left( \frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2$

Las fuerzas anteriormente mencionadas deben ser equilibradas por el peso del macizo. El codo que hace el cambio de dirección debe estar en el centro de gravedad del macizo, y la resultante de las fuerzas actuantes con el peso del macizo debe caer en el tercio central de la base del macizo.



La resultante entre las fuerzas actuantes y el peso del atraque se puede calcular como un sistema de fuerzas coplanares actuando en un cuerpo rígido.

En caso de que no se tengan juntas por dilatación se tendrá que considerar el esfuerzo por el efecto térmico bajo pequeñas diferencias de temperatura, pues en altos

cambios de temperatura y por el espesor de las tuberías, éstas tenderían a encorvarse hacia arriba. Esta fuerza es  $F_T$ .<sup>(14)</sup>

$$F_T = \beta T E_s S_n$$

donde  $\beta$  coeficiente de dilatación del acero igual a  $1/82,000$ ,

T diferencia de temperatura que experimenta la tubería en °C,

$E_s$  módulo de elasticidad del acero igual a  $2,100,000 \text{ kg/cm}^2$ ,

$S_n$  sección transversal del hierro (área).

## V.2 CONSIDERACIONES EN EL DISEÑO DE ATRAQUES

Para lograr que todo el macizo contribuya a contrarrestar los esfuerzos producidos por la tubería, será necesario anclar convenientemente por medio de pernos y bridas las partes superior e inferior del tubo.

El macizo de atraque debe trabajar bajo esfuerzos de compresión para evitar la formación de fisuras debidas a esfuerzos de tensión y asegurar que la base del atraque esté en contacto total con el suelo de apoyo. Una expresión que en el diseño permite verificar el signo de los esfuerzos en la base del anclaje es:

$$\sigma_{1,2} = \frac{R_u}{bd} \left( 1 \pm \frac{6x}{b} \right) \quad \dots \text{ (ec. V. 2. 1)}$$

donde  $\sigma_{1,2}$  esfuerzo en los extremos de la base,

$R_u$  resultante entre las fuerzas actuantes y el peso del atraque multiplicado por un factor de seguridad,

B,d ancho y longitud del atraque,

X excentricidad de la carga con respecto al centro geométrico de un corte longitudinal de la base.

En caso de que el signo sea negativo, indicio de esfuerzo de tensión, será necesario aumentar un poco la base del atraque y volver a calcular la resultante de las fuerzas actuantes y el peso. Finalmente se verifica que no se tengan esfuerzos de tensión.

El esfuerzo mayor obtenido con la **ec. V.2.1** debe ser menor o igual que la capacidad de carga del apoyo, sea suelo o roca.

La cimentación del atraque puede considerarse como una cimentación somera por la gran magnitud del área de contacto entre el atraque y el suelo o roca. Lo que se debe asegurar es que la base esté siempre ejerciendo presión en el apoyo. Si el apoyo del atraque es un suelo, se debe desplantar por lo menos a 0.60 metros desde el nivel natural del terreno para evitar la capa orgánica y obtener una respuesta adecuada del apoyo. Cualquier dimensión longitudinal de la base no debe ser menor de 0.60 metros.

En el caso de tener roca como apoyo no se debe desplantar en tierra vegetal, materiales sueltos o roca superficial muy alterada. El desplante debe ser mínimo de 0.50 metros, excepto cuando lo anterior implique el uso de explosivos u otros métodos que puedan empeorar las condiciones de la roca superficial.<sup>(15)</sup>

Una forma de especificar el detallado del armado es analizar estructuralmente el atraque considerando que es una armadura con barras a tensión y compresión, cuidando no colocar barras en el área donde se tendrá el codo y la conducción. En las zonas que se trabaje a tensión se colocará acero de refuerzo a forma de equilibrar la fuerza de tensión con el área de acero multiplicada por el esfuerzo de fluencia y un factor de reducción.

En las zonas donde no se tengan fuerzas de tensión se colocará acero por cambios volumétricos.

La base del atraque se considera como una zapata aislada para la cimentación y se diseña como una viga ancha para el efecto de flexión y cortante.

Para cuidar que los cambios volumétricos del concreto durante su fraguado y los cambios de temperatura no fisuren al macizo, se considera que el refuerzo por cambios volumétricos en el anclaje debe ser mayor a la cantidad obtenida con la siguiente expresión, publicada en las NTC – DCEC <sup>(16)</sup> :

$$a_s = \frac{660x_l}{f_y(x_l + 100)} \quad \dots (\text{V. 2. 2})$$

donde  $a_s$  área transversal del refuerzo por unidad de ancho de la pieza ( $\text{cm}^2/\text{cm}$ ). El ancho es perpendicular a la dirección de análisis y a la longitud  $x_l$ . El refuerzo se coloca en la dirección de análisis.

$x_l$  dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo y dirección de análisis (cm).

La separación de este refuerzo no debe exceder de 50 cm ni de  $3.5x_l$ . Como el elemento se encontrará en contacto con el terreno y a la intemperie, el área del refuerzo a colocar es 1.5 veces el obtenido con la expresión arriba indicada.

Este refuerzo se requiere cuando cualquier dimensión del elemento estructural es mayor a 1.50 metros. Si  $x_l$  no excede de 15 cm, el refuerzo puede colocarse en una sola capa. Si  $x_l$  es mayor de 15 cm, el refuerzo se colocará en dos capas próximas a las caras del elemento, respetando las indicaciones de recubrimiento.

La dimensión de  $x_l$  no debe ser menor de 15 cm.

El diseño por flexión para la cimentación supone que desde el centro geométrico de la base se tienen vigas en voladizos y la carga está uniformemente distribuida en los claros. La carga es la presión máxima por unidad de ancho obtenida en la ec.V.2.1. El momento resistente del concreto es:

$$M_u = F_R (bd^2 f_c' q) (1 - 0.5q) \quad \dots (\text{ec. V. 2. 3})$$

donde  $M_u$  momento producido por la presión actuante en el suelo,

$F_R$  factor de reducción con valor de 0.9,

$b$  ancho de la zapata considerado unitario, generalmente de 100 cm,

$d$  peralte de la zapata,

$q$  índice de refuerzo según (2.7) en las NTC – DCEC,

$f_c'$  resistencia a la compresión en cilindros prueba, afectada por la probabilidad de no falla.

Establecido el índice de refuerzo por flexión para la zapata se obtiene el porcentaje de acero  $\rho$  y se ocupa una de las siguientes expresiones indicadas en las NTC – DCEC:

$$\text{Si } \rho \geq 0.01 \text{ entonces } V_c = 0.5 \sqrt{f_c^*} db F_R \quad \dots \text{ (ec. V. 2. 4)}$$

$$\text{Si } \rho < 0.01 \text{ entonces } V_c = (20 + 30\rho) \sqrt{f_c^*} db F_R \quad \dots \text{ (ec. V. 2. 5)}$$

Con  $\rho$  índice de refuerzo según (2.8) de las NTC – DCEC utilizando el área de acero por flexión,  
 $V_c$  resistencia del concreto a la fuerza cortante,

$F_R$  factor de reducción igual a 0.8,

$b$  y  $d$  ancho unitario de la viga ficticia y peralte de la zapata respectivamente.

Del análisis estructural se obtiene la fuerza cortante  $V$  y se factoriza según las NTC – DCEC para trabajar con  $V_u$ , cortante de diseño, al que estará sometida la zapata.

Si  $V_c > V_u$  solo se colocaran estribos a la separación mínima de  $S_{min} = d/2$ ,

pero si  $V_c < V_u$  se necesita calcular el número de estribos como el área de los estribos que atraviesan la grieta entre la separación de estos, es decir:

$$V_u - V_c = \frac{F_R A_{est} f_y d}{S} \quad \dots \text{ (ec. V. 2. 6)}$$

donde  $V_u - V_c$  es el cortante con el que el acero de refuerzo contribuirá a la resistencia,

$A_{est}$  área del estribo multiplicada por el número de ramas que se tienen en la misma sección,

$S$  distancia entre estribos,

$f_y$  esfuerzo de fluencia del estribo,

$F_R$  y  $d$  factor de reducción igual a 0.8 y el peralte de la zapata respectivamente.

## Conclusiones

Experimentalmente comprobé que la profundidad del agua desde la interfase aire-agua en la conducción, con presión manométrica positiva, permanece inalterada cuando la presión en la conducción es igual a la atmosférica local. Por lo cual, pude reproducir el perfil numéricamente como un flujo gradualmente variado.

Constate, en el desarrollo de la experimentación, que el cambio de pendiente funcionó como una sección de control, en la cual la macroburbuja se mantiene en equilibrio por su relación con el tirante crítico.

También comprobé que la presión del aire en la macroburbuja es constante en términos de columna de agua equivalente.

En los cálculos me fue posible reproducir la línea piezométrica en presencia de macroburbujas como la suma de la columna de agua equivalente a la presión del aire y el tirante del perfil calculado.

Al comparar la carga piezométrica de los eventos con y sin macroburbuja (tubo totalmente lleno), comprobé que la diferencia de cargas piezométricas al inicio de la conducción, entre ambos eventos, es reproducible como la disipación de energía del flujo gradualmente variado (comportamiento del agua bajo la macroburbuja), complementada por el efecto turbulento del salto hidráulico (cambio de energía cinética a energía de presión al final de la macroburbuja).

Finalmente, una conclusión importante es que el incremento en la energía disipada por la macroburbuja es proporcional a la longitud de la misma, es decir, a medida que la macroburbuja crece hacia aguas abajo de la sección de control hay un aumento considerable en el desnivel piezométrico entre las secciones de entrada y salida de la conducción para mantener el mismo gasto circulando.

## Recomendaciones.

El aire acumulado en grandes cantidades en los cambios de dirección vertical es una causa probable de la pérdida en la capacidad de conducción de acueductos. Es recomendable hacer una revisión de los posibles puntos donde el aire se acumula y verificar que esos puntos cuenten con válvulas expulsoras de aire.

También es causa de niveles altos, e inclusive del derrame en tanques con baja capacidad de regulación localizados entre tramos a bombeo y tramos a gravedad. Igualmente puede existir un cambio de dirección vertical sin venteo, aún aguas abajo del tanque, en donde se acumula aire en grandes cantidades.

Una posible aplicación del aire acumulado en las conducciones a presión como estrangulador del gasto, es en el caso de acueductos que tendrán variaciones en el gasto de entrega a lo largo del año. El aire comprimido puede sustituir el uso de válvulas de control, generando una disminución en el gasto de operación con respecto al de diseño.

Como en un sistema de conducción de agua a presión bien diseñado se tiene un equilibrio entre la energía proporcionada por el sistema, ya sea por bombeo o por desnivel topográfico, y la energía requerida para que el gasto escurra por la conducción, al aumentar las pérdidas de energía por causa de una macroburbuja en el sistema, considerando la acumulación de aire en un punto como pérdida de energía local, se presenta una disminución del gasto entregado.



## Comentarios finales.

El comportamiento de aire arrastrado en una conducción depende de singularidades en el cambio de dirección vertical, del gasto circulante y del diámetro de la conducción. La aglutinación de burbujas de aire puede dar origen a bolsas de aire y las bolsas a macroburbujas alrededor de un cambio de dirección vertical.

Cuando se tienen imperfecciones en el acabado interno del cambio de dirección y se carece de un venteo, es muy factible que una bolsa de aire se quede alojada alrededor de la imperfección. Si el gasto con el que opera la conducción no genera velocidades grandes, como generalmente sucede en los acueductos, las burbujas que viajen en la conducción se adicionaran a la bolsa de aire dando pie a la formación de una macroburbuja.

La macroburbuja se mantendrá alrededor del cambio de dirección siempre que la relación de su volumen y la velocidad del agua antes de ella lo permita, en otras palabras, siempre que exista un equilibrio entre la fuerza de flotación de la macroburbuja y la fuerza de arrastre del agua. Así, cuando el volumen de la macroburbuja es pequeño (fuerza de flotación pequeña) y la velocidad es alta (una gran fuerza de arrastre) se genera un desplazamiento de toda la macroburbuja, pero si el volumen es demasiado grande y la velocidad no es alta, la macroburbuja mantiene su posición.

El cambio de dirección funciona hidráulicamente como una sección de control donde se presenta el tirante crítico y, como el agua bajo la macroburbuja se comporta como un flujo gradualmente variado, el perfil aguas arriba del cambio de dirección mantendrá su forma para el tirante crítico desarrollado según el gasto circulante. Entonces si el gasto no cambia y se aumenta el volumen de aire en la macroburbuja, el perfil aguas arriba no cambia debido a su relación con el tirante crítico. En cambio, la longitud del perfil aguas abajo aumenta con el desplazamiento del salto hidráulico, cuya ubicación está dada por el equilibrio entre la carga de presión a tubo lleno y la carga de presión en la sección al final de la macroburbuja.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ( 1 ) Op. Cit. Guaycochea Guglielmi, Dario. **Flujo en tubos a presión.** Fascículo 1. p 75.
- ( 2 ) Op. Cit. Falvey, Henry T. **Air-water flow in hydraulic structures.** p 37.
- ( 3 ) Ibidem. P 38, Apud. Alves, G.E. **Chemical Engineering Progress.** Vol 50 pp 449-456, 1954.
- ( 4 ) Kalinske y Bliss. **Removal of air from pipeline by flowing water.** Passim.
- ( 5 ) Kalinske y Robertson. **Closed conduit flow.** Passim.
- ( 6 ) Op. Cit. Falvey, Henry T. **Air-water flow in hydraulic structures.** p 40.
- ( 7 ) Edmunds, Robert C. **Air binding in pipes.** Passim.
- ( 8 ) Ibidem.
- ( 9 ) Op. Cit. Debler, Walter R. **Fluid Mechanise Fundamentals.** p 374.
- ( 10 ) Op. Cit. Kalinske y Robertson. **Closed conduit flow.** p 1444.
- ( 11 ) Ibidem. p 1443.
- ( 12 ) Ibidem. p 1443.
- ( 13 ) Op. Cit. Sotelo A., Gilberto. **Hidráulica de Canales.** p 193.
- ( 14 ) Zoppetti Júdez, Gaudencio. **Centrales hidroeléctricas.** Passim.
- ( 15 ) Manual de Diseño de Obras Civiles. Geotecnia B.3.3. Cimentaciones. Passim.
- ( 16 ) Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de concreto. NTC – DCEC.
- ( a ) Diagrama tomado del libro **Flujo en tubos a presión.** Fascículo 1. Guaycochea Guglielmi, Dario. p 77.

**BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA.**

- Comisión Federal de Electricidad e Instituto de Investigaciones Eléctricas. **Manual de Diseño de Obras Civiles.** Geotécnia Vol. B.3.3. Cimentaciones. México, 1981.
- Debler, Walter R. **Fluid Mechanics Fundamentals.** 10ª Ed. Prentice Hall, USA, 1990.
- Edmunds, Robert C. **Air binding in pipes.** En: *Journal AIWIA.* Water Technology/Distribution. May 1979 USA.
- Falvey, Henry T. **Air-water flow in hydraulic structures.** A water Resources Technical Publication Engineering Monograph No. 41 USA 1980
- Gauycochea Guglielmi, Darío. **Flujo en tubos a presión.** Fascículo 1. Fundación ICA y UAEM México 2000.
- Kalinske, A.A. y Bliss, Percy. **Removal of air from pipelines by flowing water.** En: *Civil Engineering* vol 13 No. 10 october 1943 USA.
- Kalinske, A.A. y Robertson, James. **Closed conduit flow.** En: *Trans. ASCE.* USA 1943.
- **Normas Técnicas Complementarias para Diseño y construcción de Estructuras de Concreto.** En: *Gaceta Oficial del Distrito Federal* Secretaria de Obras y Servicios. Ciudad de México. Sexta Época, 25 de marzo de 1996, No. 356 Tomo 1.
- Richards, Richard T. **Air Binding in Water Pipelines.** En: *American Water Works Association Journal.* USA 1957
- Sotelo Ávila, Gilberto. **Hidráulica de Canales.** 1ª Ed. UNAM. Fac. de Ingeniería, México, 2001.
- Sotelo Ávila, Gilberto. **Hidráulica General.** Vol. 1 Fundamentos. 1ª Ed. Limusa, México, 1996.
- Zoppetti Júdez, Gaudencio. **Centrales hidroeléctricas.** 5ª Ed. G.Gili S.A., México, 1982.

Gasto,  $Q = 0.0014 \text{ (m}^3\text{/s)}$

Diámetro,  $D = 0.0762 \text{ (m)}$

Pendiente,  $S_0 = -0.00341$

Área tubo,  $A_0 = 0.004560367 \text{ (m}^2\text{)}$

Tirante crítico:

$$y_c = \frac{\sqrt[3]{Q}}{(gD)^{0.25}}$$

$Y_c = 0.04024 \text{ (m)}$

de la fórmula de Straub:

Col 1	Col 2	Col 3	Col 4	Col 5	Col 6	Col 7	Col 8
$y_n$	$d_n$	A	T	G	G'	$y_{n+1}$	G/G'
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)			(m)	
0.0402	0.04024	0.00244	0.076080	-8.116E-09	1.819E-05	0.040686	-0.000446
0.0407	0.04069	0.00248	0.076024	1.279E-10	1.877E-05	0.040679	0.000007
0.0407	0.04068	0.00248	0.076025	3.024E-14	1.876E-05	0.040679	0.000000
0.0407	0.04068	0.00248	0.076025	1.509E-21	1.876E-05	0.040679	0.000000

Coefficiente,  $n = 0.010817$

Pendiente,  $S_{01} = -0.00341$

$y_n$	$d_n$	A	P	T	F	F'	F/F'	$d_{n+1}$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)				(m)
0.0407	0.0406791	0.00248	0.124857	0.076025	∞	0.007342258	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

nota: el tirante normal tiende a infinito

Como  $S_0$  es negativo la pendiente es adversa.

Coefficiente,  $n = 0.010817$

Pendiente,  $S_{02} = 0.05098754$

$y_n$	$d_n$	A	P	T	F	F'	F/F'	$d_{n+1}$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)				(m)
0.0407	0.0406265	0.00247	0.124751	0.076032	0.000114018	0.007341022	0.015531654	0.025094821
0.0235	0.0250948	0.00131	0.093151	0.071623	9.13978E-06	0.005790143	0.001578507	0.023516315
0.0235	0.0235163	0.00120	0.089764	0.070397	2.14791E-07	0.005514809	3.8948E-05	0.023477367
0.0235	0.0234774	0.00119	0.089679	0.070364	1.36938E-10	0.005507775	2.48627E-08	0.023477342

nota: el tirante normal es menor que el crítico por lo que el régimen del agua será supercrítico y la pendiente es fuerte.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Tramo: de 6 a 2

 $S_0 = -0.00341$ Coeficiente de Manning,  $n = 0.0108$  $Q = 0.0014 \text{ (m}^3/\text{s)}$ 

y	d	$A_x$	P	T	V	E	$S_f$	$S_f \text{ prom}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0407	0.0407	0.0025	0.1249	0.0760	0.5653	0.0570	0.0070	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0497	0.0497	0.0032	0.1433	0.0726	0.6346	0.0702	0.0071	0.0073	-0.0018	-0.0018	0.0000
0.0504	0.0504	0.0032	0.1447	0.0721	0.6249	0.0703	0.0069	0.0070	-0.0052	-0.0070	0.0000
0.0511	0.0511	0.0032	0.1462	0.0716	0.6155	0.0704	0.0066	0.0067	-0.0084	-0.0154	0.0001
0.0518	0.0518	0.0033	0.1476	0.0711	0.6065	0.0705	0.0064	0.0065	-0.0116	-0.0271	0.0001
0.0524	0.0524	0.0033	0.1491	0.0706	0.5977	0.0706	0.0062	0.0063	-0.0148	-0.0419	0.0001
0.0531	0.0531	0.0034	0.1506	0.0700	0.5893	0.0708	0.0060	0.0061	-0.0180	-0.0599	0.0001
0.0538	0.0538	0.0034	0.1520	0.0694	0.5812	0.0710	0.0058	0.0059	-0.0210	-0.0809	0.0001
0.0545	0.0545	0.0035	0.1535	0.0688	0.5734	0.0712	0.0056	0.0057	-0.0241	-0.1050	0.0001
0.0551	0.0551	0.0035	0.1550	0.0681	0.5658	0.0715	0.0054	0.0055	-0.0271	-0.1320	0.0001
0.0558	0.0558	0.0036	0.1566	0.0674	0.5586	0.0717	0.0053	0.0053	-0.0300	-0.1620	0.0002
0.0568	0.0568	0.0036	0.1589	0.0663	0.5481	0.0722	0.0050	0.0051	-0.0503	-0.2123	0.0003
0.0579	0.0579	0.0037	0.1613	0.0651	0.5383	0.0726	0.0048	0.0049	-0.0565	-0.2689	0.0003
0.0589	0.0589	0.0038	0.1637	0.0639	0.5289	0.0731	0.0046	0.0047	-0.0626	-0.3314	0.0003
0.0599	0.0599	0.0038	0.1661	0.0625	0.5201	0.0737	0.0045	0.0046	-0.0684	-0.3998	0.0003
0.0609	0.0609	0.0039	0.1686	0.0610	0.5117	0.0743	0.0043	0.0044	-0.0740	-0.4738	0.0003
0.0619	0.0619	0.0040	0.1712	0.0594	0.5038	0.0749	0.0042	0.0043	-0.0794	-0.5533	0.0003
0.0630	0.0630	0.0040	0.1739	0.0577	0.4963	0.0755	0.0041	0.0041	-0.0846	-0.6379	0.0003
0.0640	0.0640	0.0041	0.1766	0.0559	0.4893	0.0762	0.0040	0.0040	-0.0896	-0.7274	0.0004
0.0650	0.0650	0.0041	0.1794	0.0540	0.4827	0.0769	0.0039	0.0039	-0.0943	-0.8217	0.0004
0.0660	0.0660	0.0042	0.1823	0.0519	0.4765	0.0776	0.0038	0.0038	-0.0988	-0.9205	0.0004
0.0670	0.0670	0.0042	0.1854	0.0496	0.4707	0.0783	0.0037	0.0037	-0.1031	-1.0237	0.0004
0.0681	0.0681	0.0043	0.1886	0.0471	0.4653	0.0791	0.0037	0.0037	-0.1072	-1.1309	0.0004
0.0691	0.0691	0.0043	0.1920	0.0444	0.4603	0.0799	0.0036	0.0036	-0.1111	-1.2420	0.0004
0.0701	0.0701	0.0044	0.1956	0.0414	0.4557	0.0807	0.0036	0.0036	-0.1147	-1.3567	0.0004
0.0711	0.0711	0.0044	0.1995	0.0381	0.4515	0.0815	0.0036	0.0036	-0.1182	-1.4749	0.0004
0.0721	0.0721	0.0045	0.2038	0.0343	0.4478	0.0823	0.0036	0.0036	-0.1214	-1.5962	0.0004
0.0731	0.0731	0.0045	0.2087	0.0299	0.4445	0.0832	0.0036	0.0036	-0.1244	-1.7206	0.0004
0.0742	0.0742	0.0045	0.2144	0.0246	0.4418	0.0841	0.0036	0.0036	-0.1272	-1.8478	0.0005
0.0752	0.0752	0.0045	0.2217	0.0175	0.4397	0.0850	0.0036	0.0037	-0.1296	-1.9776	0.0005
0.0762	0.0762	0.0046	0.2390	0.0004	0.4386	0.0860	0.0041	0.0039	-0.1315	-2.1091	0.0005

Tramo: de 6 a 11

 $S_0 = 0.05099$ Coeficiente de Manning,  $n = 0.0108$  $Q = 0.0014 \text{ (m}^3/\text{s)}$ 

y	d	$A_h$	P	T	V	E	$S_f$	$S_{f \text{ prom}}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0407	0.0406	0.0025	0.1248	0.0760	0.5662	0.0569	0.0070	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0403	0.0402	0.0024	0.1239	0.0761	0.5737	0.0569	0.0072	0.0071	0.0003	0.0003	0.0000
0.0398	0.0398	0.0024	0.1231	0.0761	0.5813	0.0570	0.0075	0.0074	0.0007	0.0009	0.0000
0.0394	0.0394	0.0024	0.1222	0.0762	0.5892	0.0570	0.0078	0.0076	0.0011	0.0020	0.0000
0.0390	0.0389	0.0023	0.1214	0.0762	0.5973	0.0571	0.0081	0.0079	0.0016	0.0036	0.0000
0.0386	0.0385	0.0023	0.1205	0.0762	0.6056	0.0572	0.0084	0.0082	0.0021	0.0056	0.0000
0.0381	0.0381	0.0023	0.1197	0.0762	0.6142	0.0573	0.0087	0.0085	0.0026	0.0082	0.0000
0.0377	0.0377	0.0022	0.1188	0.0762	0.6230	0.0574	0.0090	0.0088	0.0032	0.0114	0.0000
0.0373	0.0372	0.0022	0.1180	0.0762	0.6321	0.0576	0.0094	0.0092	0.0038	0.0152	0.0000
0.0369	0.0368	0.0022	0.1171	0.0762	0.6414	0.0577	0.0097	0.0096	0.0044	0.0196	0.0000
0.0364	0.0364	0.0022	0.1163	0.0761	0.6510	0.0580	0.0101	0.0099	0.0051	0.0247	0.0001
0.0358	0.0358	0.0021	0.1150	0.0761	0.6659	0.0583	0.0108	0.0105	0.0091	0.0338	0.0001
0.0352	0.0351	0.0021	0.1137	0.0760	0.6816	0.0588	0.0115	0.0111	0.0110	0.0449	0.0001
0.0345	0.0345	0.0020	0.1125	0.0759	0.6979	0.0593	0.0122	0.0119	0.0132	0.0581	0.0002
0.0339	0.0339	0.0020	0.1112	0.0757	0.7151	0.0599	0.0131	0.0126	0.0157	0.0737	0.0002
0.0333	0.0332	0.0019	0.1099	0.0756	0.7330	0.0606	0.0140	0.0135	0.0185	0.0922	0.0002
0.0326	0.0326	0.0019	0.1086	0.0754	0.7519	0.0614	0.0150	0.0145	0.0217	0.1140	0.0003
0.0320	0.0320	0.0018	0.1074	0.0752	0.7717	0.0623	0.0161	0.0155	0.0255	0.1394	0.0004
0.0314	0.0313	0.0018	0.1061	0.0750	0.7925	0.0633	0.0173	0.0167	0.0299	0.1693	0.0005
0.0307	0.0307	0.0017	0.1048	0.0747	0.8144	0.0645	0.0186	0.0179	0.0351	0.2044	0.0006
0.0301	0.0301	0.0017	0.1035	0.0745	0.8375	0.0658	0.0201	0.0194	0.0413	0.2457	0.0008
0.0295	0.0294	0.0016	0.1022	0.0742	0.8618	0.0672	0.0217	0.0209	0.0489	0.2947	0.0010
0.0288	0.0288	0.0016	0.1009	0.0739	0.8874	0.0689	0.0236	0.0226	0.0584	0.3530	0.0013
0.0282	0.0282	0.0015	0.0996	0.0738	0.9145	0.0707	0.0256	0.0246	0.0703	0.4233	0.0017
0.0276	0.0275	0.0015	0.0982	0.0732	0.9432	0.0728	0.0279	0.0267	0.0858	0.5092	0.0023
0.0269	0.0269	0.0014	0.0969	0.0728	0.9736	0.0752	0.0304	0.0291	0.1069	0.6160	0.0031
0.0263	0.0262	0.0014	0.0956	0.0724	1.0058	0.0778	0.0333	0.0319	0.1368	0.7528	0.0044
0.0260	0.0260	0.0014	0.0951	0.0723	1.0192	0.0789	0.0345	0.0339	0.0664	0.8192	0.0023
0.0258	0.0257	0.0014	0.0945	0.0721	1.0330	0.0801	0.0358	0.0352	0.0751	0.8943	0.0026
0.0255	0.0255	0.0013	0.0940	0.0719	1.0471	0.0813	0.0372	0.0365	0.0860	0.9803	0.0031
0.0253	0.0252	0.0013	0.0934	0.0717	1.0616	0.0826	0.0387	0.0379	0.0998	1.0801	0.0038

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Tramo: de 6 a 11

$S_r =$  0.05099

Coficiente de Manning,  $n =$  0.0108

$Q =$  0.0014 (m<sup>3</sup>/s)

y	d	A <sub>b</sub>	P	T	V	E	S <sub>r</sub>	S <sub>r prom</sub>	ΔX	ΣΔX	h <sub>f</sub>
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0250	0.0250	0.0013	0.0929	0.0715	1.0764	0.0840	0.0402	0.0394	0.1179	1.1980	0.0046
0.0248	0.0247	0.0013	0.0924	0.0714	1.0916	0.0854	0.0418	0.0410	0.1427	1.3407	0.0058
0.0247	0.0246	0.0013	0.0921	0.0713	1.0978	0.0860	0.0424	0.0421	0.0665	1.4071	0.0028
0.0246	0.0245	0.0013	0.0919	0.0712	1.1041	0.0866	0.0431	0.0428	0.0733	1.4804	0.0031
0.0245	0.0244	0.0013	0.0917	0.0711	1.1104	0.0872	0.0438	0.0435	0.0814	1.5618	0.0035
0.0244	0.0243	0.0013	0.0915	0.0710	1.1168	0.0879	0.0445	0.0442	0.0914	1.6532	0.0040
0.0243	0.0242	0.0012	0.0913	0.0710	1.1233	0.0885	0.0452	0.0449	0.1040	1.7573	0.0047
0.0241	0.0241	0.0012	0.0911	0.0709	1.1298	0.0891	0.0460	0.0456	0.1203	1.8775	0.0055
0.0241	0.0241	0.0012	0.0910	0.0709	1.1311	0.0893	0.0461	0.0460	0.0265	1.9041	0.0012
0.0241	0.0241	0.0012	0.0910	0.0709	1.1324	0.0894	0.0463	0.0462	0.0274	1.9315	0.0013
0.0241	0.0241	0.0012	0.0909	0.0708	1.1337	0.0895	0.0464	0.0463	0.0284	1.9599	0.0013
0.0241	0.0240	0.0012	0.0909	0.0708	1.1350	0.0897	0.0466	0.0465	0.0295	1.9894	0.0014
0.0240	0.0240	0.0012	0.0908	0.0708	1.1364	0.0898	0.0467	0.0466	0.0306	2.0200	0.0014
0.0240	0.0240	0.0012	0.0908	0.0708	1.1377	0.0899	0.0469	0.0468	0.0319	2.0519	0.0015
0.0240	0.0240	0.0012	0.0908	0.0708	1.1390	0.0901	0.0470	0.0469	0.0332	2.0851	0.0016
0.0240	0.0240	0.0012	0.0907	0.0708	1.1404	0.0902	0.0472	0.0471	0.0346	2.1197	0.0016
0.0240	0.0239	0.0012	0.0907	0.0707	1.1417	0.0903	0.0473	0.0473	0.0362	2.1559	0.0017
0.0239	0.0239	0.0012	0.0906	0.0707	1.1430	0.0905	0.0475	0.0474	0.0379	2.1938	0.0018
0.0239	0.0239	0.0012	0.0906	0.0707	1.1444	0.0906	0.0476	0.0476	0.0398	2.2335	0.0019
0.0239	0.0239	0.0012	0.0905	0.0707	1.1457	0.0907	0.0478	0.0477	0.0418	2.2753	0.0020
0.0239	0.0239	0.0012	0.0905	0.0707	1.1471	0.0909	0.0480	0.0479	0.0441	2.3194	0.0021
0.0239	0.0238	0.0012	0.0904	0.0707	1.1484	0.0910	0.0481	0.0480	0.0466	2.3660	0.0022
0.0238	0.0238	0.0012	0.0904	0.0706	1.1498	0.0912	0.0483	0.0482	0.0494	2.4154	0.0024
0.0238	0.0238	0.0012	0.0904	0.0706	1.1511	0.0913	0.0484	0.0483	0.0526	2.4679	0.0025
0.0238	0.0238	0.0012	0.0903	0.0706	1.1525	0.0914	0.0486	0.0485	0.0561	2.5241	0.0027
0.0238	0.0238	0.0012	0.0903	0.0706	1.1538	0.0916	0.0487	0.0487	0.0602	2.5843	0.0029
0.0238	0.0237	0.0012	0.0902	0.0706	1.1552	0.0917	0.0489	0.0488	0.0649	2.6492	0.0032
0.0237	0.0237	0.0012	0.0902	0.0706	1.1566	0.0919	0.0491	0.0490	0.0704	2.7197	0.0035
0.0237	0.0237	0.0012	0.0901	0.0705	1.1579	0.0920	0.0492	0.0492	0.0769	2.7966	0.0038
0.0237	0.0237	0.0012	0.0901	0.0705	1.1593	0.0921	0.0494	0.0493	0.0847	2.8813	0.0042
0.0237	0.0237	0.0012	0.0901	0.0705	1.1607	0.0923	0.0496	0.0495	0.0942	2.9756	0.0047

A-III

Tramo: dc 6 a 11

 $S_0 = 0.05099$ Coeficiente de Manning,  $n = 0.0108$  $Q = 0.0014 \text{ (m}^3/\text{s)}$ 

y	d	$A_h$	P	T	V	E	$S_f$	$S_{f \text{ prom}}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0237	0.0236	0.0012	0.0900	0.0705	1.1621	0.0924	0.0497	0.0496	0.1061	3.0816	0.0053
0.0236	0.0236	0.0012	0.0900	0.0705	1.1632	0.0925	0.0499	0.0498	0.0999	3.1815	0.0050
0.0236	0.0236	0.0012	0.0899	0.0705	1.1644	0.0927	0.0500	0.0499	0.1132	3.2947	0.0057
0.0236	0.0236	0.0012	0.0899	0.0704	1.1655	0.0928	0.0501	0.0501	0.1306	3.4253	0.0065
0.0236	0.0236	0.0012	0.0899	0.0704	1.1667	0.0929	0.0503	0.0502	0.1542	3.5796	0.0077
0.0236	0.0235	0.0012	0.0898	0.0704	1.1678	0.0930	0.0504	0.0503	0.1882	3.7677	0.0095
0.0236	0.0235	0.0012	0.0898	0.0704	1.1690	0.0932	0.0506	0.0505	0.2410	4.0088	0.0122
0.0235	0.0235	0.0012	0.0898	0.0704	1.1700	0.0933	0.0507	0.0506	0.2914	4.3002	0.0148
0.0235	0.0235	0.0012	0.0897	0.0704	1.1711	0.0934	0.0508	0.0507	0.4403	4.7405	0.0223
0.0235	0.0235	0.0012	0.0897	0.0704	1.1721	0.0935	0.0509	0.0509	0.8977	5.6382	0.0457
0.0235	0.0235	0.0012	0.0897	0.0704	1.1726	0.0935	0.0510	0.0510	1.7344	7.3726	0.0884

**Cálculo del equilibrio de fuerzas en el salto hidráulico.**

Equilibrio para las mediciones:

y	Fr	$\beta$	L	$V_1$ , mb	$W \text{ sen}(\theta)$	$F_1 \text{ por } w$	$F_1 \text{ por } a$	$M_1$	$M_2$	$F_2$	$d_{\text{mayor}}$	$(F+M+W)_{\text{sen}(\theta)}$	$\Sigma(F+M)_2$	$\Delta E$
(m)			(m)	(m c a.)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(m)	(N)	(N)	(m)
0.025	2.5531	0.0122	0.2300	0.3961	0.4606	5.1816	12.6699	1.5081	0.4350	19.3851	0.4725	19.8202	19.8202	0.0152
0.023	3.0003	0.0174	0.2100	0.4545	0.4111	5.2727	15.1699	1.6921	0.4373	22.1085	0.5336	22.5458	22.5458	0.0250
0.019	4.3493	0.0358	0.2200	0.4863	0.4215	4.2977	17.5274	2.2106	0.4452	24.0120	0.5762	24.4572	24.4572	0.0633
0.022	3.2704	0.0208	0.2100	0.5548	0.4087	6.0235	18.8944	1.7999	0.4387	26.6577	0.6362	27.1265	27.1265	0.0315

Equilibrio para los resultados del cálculo numérico.

y	Fr	$\beta$	$V_1$ , mb	$F_1 \text{ por } w$	$F_1 \text{ por } a$	$M_1$	$M_2$	$F_2$	$d_{\text{mayor}}$	$\Sigma(F+M)_1$	$\Sigma(F+M)_2$	$\Delta E$
(m)			(m c a.)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(m)	(N)	(N)	(m)
0.0253	2.5012	0.0117	0.3912	5.1963	12.4406	1.4862	0.4348	18.6883	0.4563	19.1231	19.1231	0.0133
0.0238	2.7979	0.0150	0.4449	5.4313	14.5882	1.6097	0.4362	21.1929	0.5124	21.6292	21.6292	0.0195
0.0237	2.8352	0.0154	0.4771	5.7602	15.6973	1.6250	0.4364	22.6460	0.5449	23.0825	23.0825	0.0203
0.0235	2.8707	0.0159	0.5577	6.6537	18.4081	1.6395	0.4366	26.2648	0.6259	26.7014	26.7014	0.0211

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Gasto,  $Q = 0.0017 \text{ (m}^3/\text{s)}$   
 Diámetro,  $D = 0.0762 \text{ (m)}$   
 Pendiente,  $S_0 = -0.00341$

Área tubo,  $A_0 = 0.004560367 \text{ (m}^2)$

$$y_c = \frac{\sqrt{Q}}{(gD)^{0.25}}$$

$Y_c = 0.04434 \text{ (m)}$  de la fórmula de Straub:

Col. 1	Col. 2	Col. 3	Col. 4	Col. 5	Col. 6	Col. 7	Col. 8
$y_n$	$d_n$	A	T	G	G'	$y_{n-1}$	G/G'
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)			(m)	
0.0443	0.04434	0.00275	0.075170	-1.768E-08	2.398E-05	0.045079	-0.00074
0.0451	0.04508	0.00281	0.074911	4.279E-10	2.514E-05	0.045062	0.00002
0.0451	0.04506	0.00281	0.074917	2.336E-13	2.512E-05	0.045062	0.00000
0.0451	0.04506	0.00281	0.074917	6.956E-20	2.512E-05	0.045062	0.00000

Coefficiente,  $n = 0.0105638$

Pendiente,  $S_{01} = -0.00341$

$y_n$	$d_n$	A	P	T	F	F'	F/F'	$d_{n+1}$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)				(m)
0.0451	0.0450623	0.00281	0.133698	0.074917	∞	0.007336355	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

nota: el tirante normal tiende a infinito por ser la pendiente negativa.

Coefficiente,  $n = 0.0105638$

Pendiente,  $S_{02} = 0.05098754$

$y_n$	$d_n$	A	P	T	F	F'	F/F'	$d_{n+1}$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)				(m)
0.0451	0.04500	0.00280	0.133579	0.074938	1.3376E-04	7.3379E-03	0.018229	0.026775
0.0257	0.02678	0.00143	0.096697	0.072756	6.6356E-06	6.0617E-03	0.001095	0.025680
0.0257	0.02568	0.00135	0.094393	0.072038	9.4565E-08	5.8874E-03	0.000016	0.025664
0.0257	0.02566	0.00135	0.094359	0.072027	2.1123E-11	5.8847E-03	0.000000	0.025664

nota: el tirante normal es menor que el crítico por lo que el régimen del agua será supercrítico y la pendiente es fuerte.

A-113

Tramo: de 6 a 2

 $S_0 = -0.00341$ Coeficiente de Manning,  $n = 0.0106$  $Q = 0.0017 \text{ (m}^3/\text{s)}$ 

y	d	$A_x$	P	T	V	E	$S_f$	$S_f \text{ prom}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0451	0.0451	0.0028	0.1337	0.0749	0.6055	0.0637	0.0071	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0458	0.0458	0.0029	0.1353	0.0746	0.5932	0.0638	0.0067	0.0069	-0.0026	-0.0026	0.0000
0.0466	0.0466	0.0029	0.1369	0.0743	0.5814	0.0638	0.0064	0.0065	-0.0075	-0.0102	0.0000
0.0474	0.0474	0.0030	0.1385	0.0739	0.5702	0.0640	0.0061	0.0062	-0.0123	-0.0225	0.0001
0.0482	0.0482	0.0030	0.1401	0.0735	0.5594	0.0641	0.0058	0.0059	-0.0170	-0.0395	0.0001
0.0490	0.0490	0.0031	0.1417	0.0730	0.5491	0.0643	0.0055	0.0056	-0.0217	-0.0612	0.0001
0.0497	0.0497	0.0032	0.1433	0.0726	0.5392	0.0646	0.0053	0.0054	-0.0262	-0.0874	0.0001
0.0505	0.0505	0.0032	0.1450	0.0720	0.5298	0.0648	0.0050	0.0052	-0.0307	-0.1181	0.0002
0.0513	0.0513	0.0033	0.1466	0.0715	0.5207	0.0651	0.0048	0.0049	-0.0351	-0.1532	0.0002
0.0521	0.0521	0.0033	0.1483	0.0709	0.5120	0.0654	0.0046	0.0047	-0.0394	-0.1927	0.0002
0.0528	0.0528	0.0034	0.1500	0.0703	0.5037	0.0658	0.0045	0.0045	-0.0436	-0.2363	0.0002
0.0540	0.0540	0.0035	0.1525	0.0692	0.4918	0.0663	0.0042	0.0043	-0.0730	-0.3093	0.0003
0.0552	0.0552	0.0035	0.1551	0.0681	0.4807	0.0670	0.0040	0.0041	-0.0819	-0.3912	0.0003
0.0563	0.0563	0.0036	0.1578	0.0669	0.4702	0.0676	0.0038	0.0039	-0.0904	-0.4816	0.0004
0.0575	0.0575	0.0037	0.1604	0.0656	0.4603	0.0683	0.0036	0.0037	-0.0985	-0.5801	0.0004
0.0587	0.0587	0.0038	0.1632	0.0641	0.4511	0.0691	0.0035	0.0035	-0.1063	-0.6864	0.0004
0.0599	0.0599	0.0038	0.1660	0.0626	0.4424	0.0698	0.0033	0.0034	-0.1137	-0.8001	0.0004
0.0610	0.0610	0.0039	0.1689	0.0609	0.4343	0.0706	0.0032	0.0032	-0.1207	-0.9209	0.0004
0.0622	0.0622	0.0040	0.1718	0.0590	0.4266	0.0715	0.0031	0.0031	-0.1274	-1.0483	0.0004
0.0634	0.0634	0.0041	0.1749	0.0571	0.4195	0.0723	0.0030	0.0030	-0.1337	-1.1819	0.0004
0.0645	0.0645	0.0041	0.1781	0.0549	0.4128	0.0732	0.0029	0.0029	-0.1396	-1.3215	0.0004
0.0657	0.0657	0.0042	0.1814	0.0525	0.4066	0.0741	0.0028	0.0029	-0.1452	-1.4667	0.0004
0.0669	0.0669	0.0042	0.1849	0.0500	0.4009	0.0750	0.0028	0.0028	-0.1504	-1.6171	0.0004
0.0680	0.0680	0.0043	0.1885	0.0472	0.3956	0.0760	0.0027	0.0027	-0.1552	-1.7723	0.0004
0.0692	0.0692	0.0044	0.1924	0.0440	0.3908	0.0770	0.0027	0.0027	-0.1597	-1.9321	0.0004
0.0704	0.0704	0.0044	0.1966	0.0405	0.3864	0.0780	0.0026	0.0027	-0.1639	-2.0960	0.0004
0.0715	0.0715	0.0044	0.2013	0.0366	0.3824	0.0790	0.0026	0.0026	-0.1677	-2.2637	0.0004
0.0727	0.0727	0.0045	0.2065	0.0319	0.3790	0.0800	0.0026	0.0026	-0.1711	-2.4348	0.0005
0.0739	0.0739	0.0045	0.2126	0.0263	0.3762	0.0811	0.0027	0.0027	-0.1741	-2.6089	0.0005
0.0750	0.0750	0.0045	0.2205	0.0187	0.3740	0.0822	0.0028	0.0027	-0.1768	-2.7857	0.0005
0.0762	0.0762	0.0046	0.2390	0.0004	0.3728	0.0833	0.0030	0.0029	-0.1778	-2.9634	0.0005

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Tramo. de 6 a 11

$S_n = 0.05099$

Coefficiente de Manning,  $n = 0.0106$

$Q = 0.0017 \text{ (m}^3/\text{s)}$

y	d	$A_b$	P	T	V	E	$S_f$	$S_f \text{ prom}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0451	0.0450	0.0028	0.1336	0.0749	0.6064	0.0637	0.0071	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0446	0.0445	0.0028	0.1326	0.0751	0.6143	0.0637	0.0073	0.0072	0.0003	0.0003	0.0000
0.0441	0.0440	0.0027	0.1316	0.0753	0.6223	0.0637	0.0076	0.0075	0.0007	0.0010	0.0000
0.0436	0.0436	0.0027	0.1307	0.0754	0.6306	0.0638	0.0078	0.0077	0.0012	0.0022	0.0000
0.0432	0.0431	0.0027	0.1297	0.0755	0.6392	0.0639	0.0081	0.0080	0.0018	0.0040	0.0000
0.0427	0.0426	0.0026	0.1288	0.0757	0.6479	0.0640	0.0084	0.0083	0.0023	0.0063	0.0000
0.0422	0.0421	0.0026	0.1278	0.0758	0.6570	0.0641	0.0087	0.0086	0.0030	0.0093	0.0000
0.0417	0.0417	0.0026	0.1268	0.0759	0.6663	0.0642	0.0091	0.0089	0.0036	0.0129	0.0000
0.0412	0.0412	0.0025	0.1259	0.0759	0.6759	0.0644	0.0094	0.0092	0.0043	0.0172	0.0000
0.0408	0.0407	0.0025	0.1249	0.0760	0.6858	0.0646	0.0098	0.0096	0.0051	0.0223	0.0000
0.0403	0.0402	0.0024	0.1240	0.0761	0.6960	0.0649	0.0102	0.0100	0.0059	0.0281	0.0001
0.0396	0.0395	0.0024	0.1225	0.0761	0.7118	0.0653	0.0108	0.0105	0.0105	0.0386	0.0001
0.0389	0.0388	0.0023	0.1211	0.0762	0.7285	0.0658	0.0115	0.0111	0.0127	0.0513	0.0001
0.0381	0.0381	0.0023	0.1197	0.0762	0.7459	0.0664	0.0122	0.0118	0.0152	0.0665	0.0002
0.0374	0.0374	0.0022	0.1182	0.0762	0.7642	0.0671	0.0130	0.0126	0.0180	0.0845	0.0002
0.0367	0.0367	0.0022	0.1168	0.0761	0.7834	0.0679	0.0139	0.0135	0.0213	0.1058	0.0003
0.0360	0.0359	0.0021	0.1154	0.0761	0.8035	0.0688	0.0149	0.0144	0.0251	0.1309	0.0004
0.0353	0.0352	0.0021	0.1139	0.0760	0.8247	0.0698	0.0160	0.0154	0.0294	0.1603	0.0005
0.0346	0.0345	0.0020	0.1125	0.0759	0.8471	0.0710	0.0172	0.0166	0.0345	0.1948	0.0006
0.0338	0.0338	0.0020	0.1111	0.0757	0.8706	0.0724	0.0185	0.0178	0.0406	0.2354	0.0007
0.0331	0.0331	0.0019	0.1096	0.0755	0.8954	0.0739	0.0200	0.0192	0.0478	0.2832	0.0009
0.0324	0.0324	0.0018	0.1082	0.0753	0.9216	0.0756	0.0216	0.0208	0.0567	0.3399	0.0012
0.0317	0.0316	0.0018	0.1067	0.0751	0.9493	0.0775	0.0234	0.0225	0.0677	0.4076	0.0015
0.0310	0.0309	0.0017	0.1053	0.0748	0.9786	0.0797	0.0254	0.0244	0.0816	0.4892	0.0020
0.0303	0.0302	0.0017	0.1038	0.0746	1.0097	0.0821	0.0277	0.0266	0.0997	0.5889	0.0027
0.0295	0.0295	0.0016	0.1023	0.0742	1.0427	0.0849	0.0303	0.0290	0.1243	0.7132	0.0036
0.0288	0.0288	0.0016	0.1009	0.0739	1.0777	0.0879	0.0331	0.0317	0.1593	0.8725	0.0051
0.0285	0.0285	0.0016	0.1003	0.0737	1.0924	0.0893	0.0344	0.0338	0.0774	0.9499	0.0026
0.0282	0.0282	0.0015	0.0997	0.0736	1.1074	0.0907	0.0357	0.0351	0.0876	1.0375	0.0031
0.0280	0.0279	0.0015	0.0991	0.0734	1.1227	0.0921	0.0371	0.0364	0.1004	1.1379	0.0037
0.0277	0.0276	0.0015	0.0985	0.0733	1.1385	0.0937	0.0385	0.0378	0.1166	1.2544	0.0044

A-115

Tramo: de 6 a 11

 $S_0 = 0.05099$ Coeficiente de Manning,  $n = 0.0106$  $Q = 0.0017 \text{ (m}^3/\text{s)}$ 

y	d	$A_x$	P	T	V	E	$S_f$	$S_f \text{ prom}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0274	0.0274	0.0015	0.0979	0.0731	1.1547	0.0953	0.0401	0.0393	0.1379	1.3923	0.0054
0.0271	0.0271	0.0015	0.0973	0.0729	1.1714	0.0970	0.0417	0.0409	0.1671	1.5594	0.0068
0.0270	0.0270	0.0014	0.0972	0.0729	1.1747	0.0973	0.0420	0.0419	0.0361	1.5974	0.0016
0.0270	0.0270	0.0014	0.0971	0.0729	1.1781	0.0977	0.0424	0.0422	0.0399	1.6373	0.0017
0.0269	0.0269	0.0014	0.0969	0.0728	1.1816	0.0980	0.0427	0.0425	0.0419	1.6792	0.0018
0.0269	0.0268	0.0014	0.0968	0.0728	1.1850	0.0984	0.0431	0.0429	0.0441	1.7233	0.0019
0.0268	0.0268	0.0014	0.0967	0.0728	1.1884	0.0987	0.0434	0.0432	0.0465	1.7697	0.0020
0.0268	0.0267	0.0014	0.0966	0.0727	1.1919	0.0991	0.0438	0.0436	0.0491	1.8189	0.0021
0.0267	0.0267	0.0014	0.0965	0.0727	1.1954	0.0995	0.0441	0.0439	0.0521	1.8710	0.0023
0.0266	0.0266	0.0014	0.0963	0.0727	1.1989	0.0998	0.0445	0.0443	0.0554	1.9264	0.0025
0.0266	0.0266	0.0014	0.0962	0.0726	1.2024	0.1002	0.0448	0.0447	0.0591	1.9855	0.0026
0.0265	0.0265	0.0014	0.0961	0.0726	1.2060	0.1006	0.0452	0.0450	0.0633	2.0489	0.0029
0.0265	0.0264	0.0014	0.0960	0.0725	1.2095	0.1010	0.0456	0.0454	0.0682	2.1170	0.0031
0.0264	0.0264	0.0014	0.0959	0.0725	1.2131	0.1014	0.0459	0.0458	0.0737	2.1908	0.0034
0.0264	0.0263	0.0014	0.0957	0.0725	1.2167	0.1017	0.0463	0.0461	0.0802	2.2710	0.0037
0.0263	0.0263	0.0014	0.0956	0.0724	1.2204	0.1021	0.0467	0.0465	0.0879	2.3589	0.0041
0.0262	0.0262	0.0014	0.0955	0.0724	1.2240	0.1025	0.0471	0.0469	0.0971	2.4561	0.0046
0.0262	0.0261	0.0014	0.0954	0.0724	1.2277	0.1029	0.0475	0.0473	0.1084	2.5645	0.0051
0.0261	0.0261	0.0014	0.0953	0.0723	1.2313	0.1033	0.0479	0.0477	0.1225	2.6870	0.0058
0.0261	0.0260	0.0014	0.0951	0.0723	1.2350	0.1037	0.0483	0.0481	0.1407	2.8277	0.0068
0.0260	0.0260	0.0014	0.0951	0.0723	1.2376	0.1040	0.0486	0.0484	0.1107	2.9384	0.0054
0.0260	0.0260	0.0014	0.0950	0.0722	1.2402	0.1043	0.0488	0.0487	0.1251	3.0636	0.0061
0.0260	0.0259	0.0014	0.0949	0.0722	1.2428	0.1046	0.0491	0.0490	0.1437	3.2072	0.0070
0.0259	0.0259	0.0014	0.0948	0.0722	1.2454	0.1049	0.0494	0.0493	0.1685	3.3758	0.0083
0.0259	0.0258	0.0014	0.0947	0.0721	1.2480	0.1052	0.0497	0.0496	0.2035	3.5793	0.0101
0.0258	0.0258	0.0014	0.0946	0.0721	1.2506	0.1055	0.0500	0.0498	0.2565	3.8358	0.0128
0.0258	0.0258	0.0014	0.0946	0.0721	1.2532	0.1058	0.0503	0.0501	0.3459	4.1817	0.0173
0.0258	0.0257	0.0014	0.0945	0.0721	1.2558	0.1061	0.0506	0.0504	0.5296	4.7113	0.0267
0.0257	0.0257	0.0014	0.0944	0.0720	1.2585	0.1064	0.0509	0.0507	1.1217	5.8330	0.0569
0.0257	0.0257	0.0013	0.0944	0.0720	1.2595	0.1065	0.0510	0.0509	2.0232	7.8562	0.1030

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Cálculo del equilibrio de fuerzas en el salto hidráulico.

Equilibrio para las mediciones:

y	Fr	$\beta$	L	$\theta$ , mb	W sen( $\theta$ )	F <sub>1 por w</sub>	F <sub>1 por a</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>	d <sub>mayor</sub>	(F+M+W) <sub>sen(<math>\theta</math>)</sub>	$\Sigma(F+M)_2$	$\Delta E$
(m)			(m)	(m c a)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(m)	(N)	(N)	(m)
0.026	2.8740	0.0159	0.2000	0.4030	0.3927	5.5667	12.6073	2.1072	0.6438	20.0301	0.4870	20.6739	20.6739	0.0240
0.024	3.3549	0.0219	0.2000	0.4533	0.3881	5.5826	14.8155	2.3522	0.6476	22.4909	0.5421	23.1385	23.1385	0.0365
0.025	3.1002	0.0187	0.2000	0.4952	0.3905	6.4453	15.8402	2.2236	0.6455	24.2541	0.5817	24.8996	24.8996	0.0296
0.024	3.3549	0.0219	0.2000	0.5542	0.3881	6.7989	18.1141	2.3522	0.6476	27.0058	0.6433	27.6534	27.6534	0.0364

Equilibrio para los resultados del cálculo numérico.

y	Fr	$\beta$	$\theta$ , mb	F <sub>1 por w</sub>	F <sub>1 por a</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>	d <sub>mayor</sub>	$\Sigma(F+M)_1$	$\Sigma(F+M)_2$	$\Delta E$
(m)			(m c a)	(N)	(N)	(N)	(N)	(N)	(m)	(N)	(N)	(m)
0.0280	2.4980	0.0116	0.3883	5.9403	11.6042	1.9087	0.6411	18.8120	0.4591	19.4531	19.4531	0.0149
0.0263	2.8113	0.0152	0.4469	6.2565	13.8872	2.0746	0.6433	21.5749	0.5209	22.2183	22.2183	0.0217
0.0260	2.8845	0.0160	0.4859	6.6641	15.2168	2.1127	0.6439	23.3497	0.5607	23.9936	23.9936	0.0235
0.0258	2.9274	0.0165	0.5552	7.5139	17.4646	2.1349	0.6442	26.4692	0.6305	27.1134	27.1134	0.0245

A-117

Gasto,  $Q = 0.002 \text{ (m}^3/\text{s)}$

Diámetro,  $D = 0.0762 \text{ (m)}$

Pendiente,  $S_0 = -0.00341$

Área tubo,  $A_0 = 0.004560367 \text{ (m}^2)$

Tirante crítico:

$$y_c = \frac{\sqrt[3]{Q}}{(gD)^{0.25}}$$

$Y_c = 0.04810 \text{ (m)}$  de la fórmula de Straub:

Col. 1	Col. 2	Col. 3	Col. 4	Col. 5	Col. 6	Col. 7	Col. 8
$y_i$	$d_i$	A	T	G	$G'$	$y_{i+1}$	$G/G'$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)			(m)	
0.0481	0.04810	0.00303	0.073531	-2.948E-08	3.040E-05	0.049065	-0.000970
0.0491	0.04907	0.00310	0.072976	9.021E-10	3.228E-05	0.049037	0.000028
0.0490	0.04904	0.00310	0.072993	7.760E-13	3.223E-05	0.049037	0.000000
0.0490	0.04904	0.00310	0.072993	5.757E-19	3.223E-05	0.049037	0.000000

Coefficiente,  $n = 0.0104543$

Pendiente,  $S_{01} = -0.00341$

$y_m$	$d_m$	A	P	T	F	F'	F/F'	$d_{m+1}$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)				(m)
0.0490	0.0490374	0.00310	0.141882	0.072993	∞	0.00713258	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

nota: el tirante normal tiende a infinito por ser la pendiente negativa.

Coefficiente,  $n = 0.0104543$

Pendiente,  $S_{02} = 0.05098754$

$y_m$	$d_m$	A	P	T	F	F'	F/F'	$d_{m+1}$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)				(m)
0.0490	0.04897	0.00310	0.141749	0.073031	1.495E-04	7.137E-03	2.095E-02	0.02803
0.0279	0.02803	0.00152	0.099310	0.073490	1.288E-06	6.249E-03	2.061E-04	0.02782
0.0279	0.02782	0.00151	0.098882	0.073375	3.082E-09	6.219E-03	4.956E-07	0.02782
0.0279	0.02782	0.00151	0.098881	0.073375	1.796E-14	6.219E-03	2.887E-12	0.02782

nota: el tirante normal es menor que el crítico por lo que el régimen del agua será supercrítico y la pendiente es fuerte.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Tramo: de 6 a 2

$S_r = -0.00341$

Coefficiente de Manning,  $n = 0.0105$

$Q = 0.0020 \text{ (m}^3/\text{s)}$

y	d	$A_n$	P	T	V	E	$S_f$	$S_{f \text{ prom}}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0490	0.0490	0.0031	0.1419	0.0730	0.6447	0.0702	0.0074	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0497	0.0497	0.0032	0.1433	0.0726	0.6346	0.0702	0.0071	0.0073	-0.0018	-0.0018	0.0000
0.0504	0.0504	0.0032	0.1447	0.0721	0.6249	0.0703	0.0069	0.0070	-0.0052	-0.0070	0.0000
0.0511	0.0511	0.0032	0.1462	0.0716	0.6155	0.0704	0.0066	0.0067	-0.0084	-0.0154	0.0001
0.0518	0.0518	0.0033	0.1476	0.0711	0.6065	0.0705	0.0064	0.0065	-0.0116	-0.0271	0.0001
0.0524	0.0524	0.0033	0.1491	0.0706	0.5977	0.0706	0.0062	0.0063	-0.0148	-0.0419	0.0001
0.0531	0.0531	0.0034	0.1506	0.0700	0.5893	0.0708	0.0060	0.0061	-0.0180	-0.0599	0.0001
0.0538	0.0538	0.0034	0.1520	0.0694	0.5812	0.0710	0.0058	0.0059	-0.0210	-0.0809	0.0001
0.0545	0.0545	0.0035	0.1535	0.0688	0.5734	0.0712	0.0056	0.0057	-0.0241	-0.1050	0.0001
0.0551	0.0551	0.0035	0.1550	0.0681	0.5658	0.0715	0.0054	0.0055	-0.0271	-0.1320	0.0001
0.0558	0.0558	0.0036	0.1566	0.0674	0.5586	0.0717	0.0053	0.0053	-0.0300	-0.1620	0.0002
0.0568	0.0568	0.0036	0.1589	0.0663	0.5481	0.0722	0.0050	0.0051	-0.0503	-0.2123	0.0003
0.0579	0.0579	0.0037	0.1613	0.0651	0.5383	0.0726	0.0048	0.0049	-0.0565	-0.2689	0.0003
0.0589	0.0589	0.0038	0.1637	0.0639	0.5289	0.0731	0.0046	0.0047	-0.0626	-0.3314	0.0003
0.0599	0.0599	0.0038	0.1661	0.0625	0.5201	0.0737	0.0045	0.0046	-0.0684	-0.3998	0.0003
0.0609	0.0609	0.0039	0.1686	0.0610	0.5117	0.0743	0.0043	0.0044	-0.0740	-0.4738	0.0003
0.0619	0.0619	0.0040	0.1712	0.0594	0.5038	0.0749	0.0042	0.0043	-0.0794	-0.5533	0.0003
0.0630	0.0630	0.0040	0.1739	0.0577	0.4963	0.0755	0.0041	0.0041	-0.0846	-0.6379	0.0003
0.0640	0.0640	0.0041	0.1766	0.0559	0.4893	0.0762	0.0040	0.0040	-0.0896	-0.7274	0.0004
0.0650	0.0650	0.0041	0.1794	0.0540	0.4827	0.0769	0.0039	0.0039	-0.0943	-0.8217	0.0004
0.0660	0.0660	0.0042	0.1823	0.0519	0.4765	0.0776	0.0038	0.0038	-0.0988	-0.9205	0.0004
0.0670	0.0670	0.0042	0.1854	0.0496	0.4707	0.0783	0.0037	0.0038	-0.1031	-1.0237	0.0004
0.0681	0.0681	0.0043	0.1886	0.0471	0.4653	0.0791	0.0037	0.0037	-0.1072	-1.1309	0.0004
0.0691	0.0691	0.0043	0.1920	0.0444	0.4603	0.0799	0.0036	0.0036	-0.1111	-1.2420	0.0004
0.0701	0.0701	0.0044	0.1956	0.0414	0.4557	0.0807	0.0036	0.0036	-0.1147	-1.3567	0.0004
0.0711	0.0711	0.0044	0.1995	0.0381	0.4515	0.0815	0.0036	0.0036	-0.1182	-1.4749	0.0004
0.0721	0.0721	0.0045	0.2038	0.0343	0.4478	0.0823	0.0036	0.0036	-0.1214	-1.5962	0.0004
0.0731	0.0731	0.0045	0.2087	0.0299	0.4445	0.0832	0.0036	0.0036	-0.1244	-1.7206	0.0004
0.0742	0.0742	0.0045	0.2144	0.0246	0.4418	0.0841	0.0037	0.0036	-0.1272	-1.8478	0.0005
0.0752	0.0752	0.0045	0.2217	0.0175	0.4397	0.0850	0.0038	0.0037	-0.1298	-1.9776	0.0005
0.0762	0.0762	0.0046	0.2390	0.0004	0.4386	0.0860	0.0041	0.0039	-0.1315	-2.1091	0.0005

A-119

Tramo: de 6 a 11

 $S_0 = 0.05099$ Coeficiente de Manning,  $n = 0.0105$  $Q = 0.0020 \text{ (m}^3/\text{s)}$ 

y	d	$A_h$	P	T	V	E	$S_f$	$S_f_{prom}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0490	0.0490	0.0031	0.1417	0.0730	0.6457	0.0702	0.0075	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0485	0.0485	0.0031	0.1407	0.0733	0.6538	0.0702	0.0077	0.0076	0.0003	0.0003	0.0000
0.0480	0.0479	0.0030	0.1396	0.0736	0.6621	0.0702	0.0079	0.0078	0.0008	0.0011	0.0000
0.0475	0.0474	0.0030	0.1385	0.0739	0.6706	0.0703	0.0082	0.0081	0.0014	0.0025	0.0000
0.0469	0.0469	0.0029	0.1374	0.0741	0.6794	0.0704	0.0085	0.0083	0.0020	0.0045	0.0000
0.0464	0.0464	0.0029	0.1364	0.0744	0.6885	0.0705	0.0088	0.0088	0.0026	0.0071	0.0000
0.0459	0.0458	0.0029	0.1353	0.0746	0.6978	0.0706	0.0091	0.0089	0.0033	0.0104	0.0000
0.0454	0.0453	0.0028	0.1342	0.0748	0.7074	0.0708	0.0094	0.0092	0.0040	0.0144	0.0000
0.0449	0.0448	0.0028	0.1332	0.0750	0.7174	0.0710	0.0097	0.0096	0.0048	0.0192	0.0000
0.0443	0.0443	0.0027	0.1321	0.0752	0.7276	0.0712	0.0101	0.0099	0.0057	0.0249	0.0001
0.0438	0.0438	0.0027	0.1310	0.0754	0.7381	0.0715	0.0105	0.0103	0.0066	0.0314	0.0001
0.0430	0.0430	0.0027	0.1295	0.0756	0.7546	0.0719	0.0111	0.0108	0.0117	0.0431	0.0001
0.0422	0.0422	0.0026	0.1279	0.0758	0.7718	0.0725	0.0118	0.0114	0.0142	0.0573	0.0002
0.0415	0.0414	0.0025	0.1263	0.0759	0.7899	0.0732	0.0125	0.0122	0.0170	0.0743	0.0002
0.0407	0.0406	0.0025	0.1247	0.0760	0.8089	0.0739	0.0133	0.0129	0.0201	0.0944	0.0003
0.0399	0.0398	0.0024	0.1232	0.0761	0.8289	0.0748	0.0142	0.0138	0.0238	0.1182	0.0003
0.0391	0.0391	0.0024	0.1216	0.0762	0.8499	0.0758	0.0152	0.0147	0.0280	0.1461	0.0004
0.0383	0.0383	0.0023	0.1200	0.0762	0.8720	0.0770	0.0163	0.0157	0.0328	0.1790	0.0005
0.0375	0.0375	0.0022	0.1185	0.0762	0.8953	0.0783	0.0175	0.0169	0.0385	0.2175	0.0006
0.0368	0.0367	0.0022	0.1169	0.0761	0.9198	0.0798	0.0188	0.0181	0.0453	0.2628	0.0008
0.0360	0.0359	0.0021	0.1153	0.0761	0.9457	0.0815	0.0202	0.0195	0.0534	0.3163	0.0010
0.0352	0.0351	0.0021	0.1138	0.0760	0.9731	0.0834	0.0218	0.0210	0.0633	0.3796	0.0013
0.0344	0.0344	0.0020	0.1122	0.0758	1.0021	0.0855	0.0235	0.0227	0.0756	0.4551	0.0017
0.0336	0.0336	0.0019	0.1106	0.0757	1.0328	0.0879	0.0256	0.0246	0.0911	0.5462	0.0022
0.0328	0.0328	0.0019	0.1091	0.0755	1.0653	0.0906	0.0279	0.0268	0.1114	0.6577	0.0030
0.0321	0.0320	0.0018	0.1075	0.0752	1.0999	0.0936	0.0304	0.0292	0.1389	0.7966	0.0041
0.0313	0.0312	0.0018	0.1059	0.0750	1.1366	0.0970	0.0333	0.0319	0.1781	0.9747	0.0057
0.0310	0.0309	0.0017	0.1052	0.0748	1.1519	0.0985	0.0345	0.0339	0.0866	1.0612	0.0029
0.0306	0.0306	0.0017	0.1046	0.0747	1.1677	0.1001	0.0358	0.0352	0.0980	1.1593	0.0034
0.0303	0.0303	0.0017	0.1040	0.0746	1.1838	0.1017	0.0372	0.0365	0.1123	1.2716	0.0041
0.0300	0.0300	0.0017	0.1033	0.0744	1.2004	0.1034	0.0387	0.0379	0.1304	1.4020	0.0049

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Tramo: de 6 a 11

$S_0 = -0.00341$

Coefficiente de Manning,  $n = 0.0105$

$Q = 0.0020 \text{ (m}^3/\text{s)}$

y	d	$A_x$	P	T	V	E	$S_f$	$S_{f \text{ prom}}$	$\Delta X$	$\Sigma \Delta X$	$h_f$
(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m/s)	(m)			(m)	(m)	(m)
0.0297	0.0297	0.0016	0.1027	0.0743	1.2174	0.1052	0.0402	0.0394	0.1543	1.5563	0.0061
0.0294	0.0294	0.0016	0.1020	0.0742	1.2349	0.1070	0.0418	0.0410	0.1871	1.7434	0.0077
0.0293	0.0293	0.0016	0.1019	0.0741	1.2385	0.1074	0.0421	0.0420	0.0426	1.7860	0.0018
0.0293	0.0292	0.0016	0.1018	0.0741	1.2420	0.1078	0.0425	0.0423	0.0447	1.8307	0.0019
0.0292	0.0292	0.0016	0.1017	0.0741	1.2456	0.1082	0.0428	0.0426	0.0469	1.8776	0.0020
0.0291	0.0291	0.0016	0.1015	0.0740	1.2492	0.1086	0.0431	0.0430	0.0494	1.9270	0.0021
0.0291	0.0290	0.0016	0.1014	0.0740	1.2529	0.1090	0.0435	0.0433	0.0521	1.9791	0.0023
0.0290	0.0290	0.0016	0.1013	0.0740	1.2565	0.1094	0.0438	0.0437	0.0551	2.0342	0.0024
0.0290	0.0289	0.0016	0.1011	0.0740	1.2602	0.1098	0.0442	0.0440	0.0584	2.0926	0.0026
0.0289	0.0289	0.0016	0.1010	0.0739	1.2639	0.1102	0.0445	0.0444	0.0621	2.1547	0.0028
0.0288	0.0288	0.0016	0.1009	0.0739	1.2676	0.1106	0.0449	0.0447	0.0663	2.2210	0.0030
0.0288	0.0287	0.0016	0.1008	0.0739	1.2713	0.1111	0.0453	0.0451	0.0710	2.2920	0.0032
0.0287	0.0287	0.0016	0.1006	0.0738	1.2750	0.1115	0.0456	0.0454	0.0765	2.3685	0.0035
0.0286	0.0286	0.0016	0.1005	0.0738	1.2788	0.1119	0.0460	0.0458	0.0627	2.4512	0.0038
0.0286	0.0285	0.0016	0.1004	0.0738	1.2826	0.1123	0.0464	0.0462	0.0900	2.5413	0.0042
0.0285	0.0285	0.0016	0.1002	0.0737	1.2864	0.1128	0.0468	0.0466	0.0987	2.6400	0.0046
0.0285	0.0284	0.0016	0.1001	0.0737	1.2902	0.1132	0.0471	0.0469	0.1091	2.7491	0.0051
0.0284	0.0284	0.0015	0.1000	0.0737	1.2930	0.1135	0.0474	0.0473	0.0856	2.8347	0.0040
0.0284	0.0283	0.0015	0.0999	0.0736	1.2958	0.1139	0.0477	0.0476	0.0932	2.9278	0.0044
0.0283	0.0283	0.0015	0.0998	0.0736	1.2985	0.1142	0.0480	0.0478	0.1022	3.0300	0.0049
0.0283	0.0282	0.0015	0.0997	0.0736	1.3013	0.1145	0.0483	0.0481	0.1130	3.1431	0.0054
0.0282	0.0282	0.0015	0.0996	0.0736	1.3041	0.1148	0.0485	0.0484	0.1264	3.2694	0.0061
0.0282	0.0281	0.0015	0.0996	0.0736	1.3069	0.1152	0.0488	0.0487	0.1432	3.4126	0.0070
0.0281	0.0281	0.0015	0.0995	0.0735	1.3097	0.1155	0.0491	0.0490	0.1650	3.5776	0.0081
0.0281	0.0281	0.0015	0.0994	0.0735	1.3125	0.1158	0.0494	0.0493	0.1944	3.7721	0.0096
0.0280	0.0280	0.0015	0.0993	0.0735	1.3154	0.1162	0.0497	0.0496	0.2364	4.0085	0.0117
0.0280	0.0280	0.0015	0.0992	0.0735	1.3182	0.1165	0.0500	0.0499	0.3008	4.3093	0.0150
0.0280	0.0279	0.0015	0.0991	0.0734	1.3211	0.1168	0.0503	0.0502	0.4127	4.7220	0.0207
0.0279	0.0279	0.0015	0.0990	0.0734	1.3240	0.1172	0.0506	0.0505	0.6548	5.3768	0.0330
0.0279	0.0278	0.0015	0.0989	0.0734	1.3268	0.1175	0.0509	0.0508	1.5700	6.9468	0.0797
0.0279	0.0278	0.0015	0.0989	0.0734	1.3275	0.1176	0.0510	0.0510	2.2632	9.2100	0.1153

A-121

Cálculo del equilibrio de fuerzas en el salto hidráulico.

Equilibrio para las mediciones:

y (m)	Fr	$\beta$	L (m)	$\rho_l$ , mb (m c a)	W sen( $\theta$ ) (N)	F <sub>1 por w</sub> (N)	F <sub>1 por a</sub> (N)	M <sub>1</sub> (N)	M <sub>2</sub> (N)	F <sub>2</sub> (N)	d <sub>mayor</sub> (m)	(F+M) <sub>sen(<math>\theta</math>)</sub> (N)	$\Sigma(F+M)_2$ (N)	$\Delta E$ (m)
0.034	2.0189	0.0068	0.1800	0.3940	0.3600	7.8703	10.0315	2.0356	0.8831	19.4143	0.4732	20.2974	20.2974	0.0075
0.03	2.5666	0.0124	0.1800	0.4298	0.3535	7.2230	12.2087	2.4028	0.8880	21.3000	0.5155	22.1879	22.1879	0.0179
0.025	3.6473	0.0258	0.1800	0.4696	0.3433	6.1195	15.0228	3.0777	0.8997	23.6635	0.5684	24.5632	24.5632	0.0470
0.028	2.9309	0.0166	0.1800	0.5357	0.3498	8.1452	15.9939	2.6368	0.8917	26.2340	0.6260	27.1256	27.1256	0.0264

Equilibrio para los resultados del cálculo numérico:

y (m)	Fr	$\beta$	$\rho_l$ , mb (m c a)	F <sub>1 por w</sub> (N)	F <sub>1 por a</sub> (N)	M <sub>1</sub> (N)	M <sub>2</sub> (N)	F <sub>2</sub> (N)	d <sub>mayor</sub> (m)	$\Sigma(F+M)_1$ (N)	$\Sigma(F+M)_2$ (N)	$\Delta E$ (m)
0.0310	2.4162	0.0107	0.3878	6.8258	10.7453	2.3039	0.8865	18.9884	0.4630	19.8749	19.8749	0.0141
0.0294	2.6698	0.0135	0.4141	6.7730	11.9459	2.4698	0.8890	20.2998	0.4924	21.1888	21.1888	0.0196
0.0284	2.8596	0.0157	0.4666	7.2427	13.8078	2.5915	0.8909	22.7511	0.5473	23.6420	23.6420	0.0241
0.0280	2.9395	0.0167	0.5498	8.3380	16.4322	2.6422	0.8918	26.5206	0.6316	27.4124	27.4124	0.0261

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN