



03095
9

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA

Envío a la Dirección General de Bibliotecas
para su difusión en formato electrónico e impreso.
Autorizado por mi trabajo de inscripción

NOMBRE: Luis Cuahtémoc Ramírez Cruz

FECHA: 30/ Abril / 2003

ATRIBUTOS SÍSMICOS Y SU APLICACIÓN EN LA CARACTERIZACIÓN ESTÁTICA DE YACIMIENTOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**DOCTOR EN CIENCIAS
(GEOFÍSICA)**

PRESENTA

LUIS CUAHTÉMOC RAMÍREZ CRUZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. JAIME URRUTIA FUCUGAUCHI

MÉXICO, D.F.

2003

UNAM
POSGRADO
Ciencias Políticas y
Sociales





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS
CON
FALLA DE
ORIGEN**



PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA



Ciudad Universitaria

C.P. 04510 México, D.F.

Deleg. Coyoacán

Of. No. PCT/JOCE/1496/02

Asunto: Aprobación de tema, asesor de tesis y asignación de jurado para examen de grado.

LUIS CUAUHEMOC RAMÍREZ CRUZ

Estudiante de Doctorado

Exploración

Presente,

El Comité Académico del Posgrado, reunido en sesión ordinaria el 3 de diciembre del año en curso, aprobó como su tema de tesis **Atributos sísmicos y sus aplicaciones en la caracterización de yacimientos**. Así mismo ratificó al Dr. Jaime Urrutia Fucugauchi como asesor del mismo y designó a los siguientes investigadores como jurado para su examen de grado.

Dr. Cinna Lomnitz

Presidente

Dr. Luis Alva Valdivia

Vocal

Dr. Oscar Campos Enríquez

Vocal

Dr. William Bandy

Vocal

Dr. Jaime Urrutia Fucugauchi

Secretario

Dr. Gerardo Ronquillo Jarillo

Suplente

Dr. Gorgonio García Molina

Suplente

Sin otro particular por el momento, reciba un saludo cordial.

Atentamente,

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Ciudad Universitaria, a 5 de diciembre del 2002.

EL COORDINADOR DEL PROGRAMA

DR. J. OSCAR CAMPOS ENRIQUEZ

c.c.p.

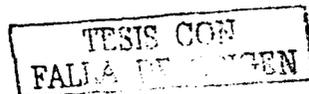
Tutor

c.c.p.

Miembros del Jurado

c.c.p.

Archivo



Centro de Instituto de Investigaciones Matemáticas Aplicadas y en Sistemas, Geofísica, Geología y Geografía. ocampos@tonatiuh.igeofcu.unam.mx, Tel. 56224130, 56224137 y 56224324 Ext. 122

Fax: 56224097 y 56224326

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Jaime Urrutia, por su dirección, apoyo y todos los años de amistad sincera.

Al Instituto Mexicano del Petróleo, por abrigarme y sostener mis estudios de doctorado.

Al Instituto de Geofísica por facilitarme sus instalaciones con todos los recursos necesarios para llevar a cabo esta investigación.

A todos mis asesores que con sus consejos y opiniones valiosas contribuyeron en el desarrollo de este trabajo.

A mi familia por su apoyo incondicional.

TESIS CON
FALLA DE CALIDAD

DEDICACIÓN

**Para
Pily & Aldo**

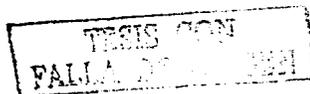
**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

CONTENIDO

RESUMEN	1
ABSTRACT	3
I INTRODUCCIÓN	4
I.1 Objetivo	7
II ATRIBUTOS SISMICOS	8
II.1 Formulación teórica de los atributos básicos	8
II.2 Significado de los atributos	11
II.3 Ejemplos	13
III MEDICIONES ESPECTRALES	15
III.1 Mediciones espectrales promedio.	16
III.2 Mediciones espectrales instantáneas	18
III. Ejemplos	20
IV REPRESENTACIÓN TIEMPO-FRECUENCIA	23
IV.1 Análisis Tiempo Frecuencia.	25
IV.2 Análisis Unión Tiempo-Frecuencia.	30
IV.3 Distribución de Wigner.	36
IV.3.1 Distribución de Wigner y los atributos instantáneos	36
IV.4 Ejemplos	39
V ATENUACIÓN SÍSMICA	41
V.1 Conceptos de atenuación sísmica	42
V.2 Coeficiente de atenuación y decremento logarítmico	43
V.3 Factor de calidad Q	45
V.3.1 Q para modos de propagación	46
VI SPECTRAL ATTRIBUTES FOR ATTENUATION ANALYSIS IN A FRACTURED RESERVOIR	49
VI.1 Abstract	49
VI.2 Introduction	49
VI.3 Attenuation measurements	50
VI.4 Time-frequency representations	51
VI.5 Oil Field.	53
VI.6 Spectral analysis at reservoir	56
VI.7 Synthetic modeling and real data	59
VI.8 Discussions and conclusions	60

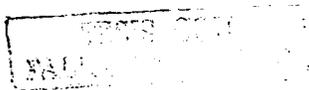
TESIS CON
FALLA DE OMBRE

VII ANÁLISIS DE ATRIBUTOS	64
VII.1 Análisis de gráficas cruzadas	65
VII.2 Análisis de componentes principales	68
VIII CLASIFICACIÓN	74
VIII.1 Redes Neuronales	74
VIII.1.2 Arquitectura de la Red Neuronal	80
VIII.2 Algoritmos Genéticos	83
IX APLICACIÓN A DATOS REALES	86
IX.1 Zona de Estudio	86
IX.2 Condiciones Geológicas Generales	86
IX.2.1 Características estructurales del play	90
IX.2.2 Características estratigráficas del play	90
IX.3 Calibración y Modelado	92
IX.4 Resultados	92
IX.4.1 Cálculo y selección de Atributos	92
IX.4.2 Clasificación litológica	96
IX.4.2.1 Clasificación litológica usando Redes Neuronales y registros	99
IX.4.2.2 Clasificación litológica usando Algoritmos Genéticos + Redes Neuronales	102
IX.4.4 Clasificación de forma de onda	104
X DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	106
XI BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	111
ANEXO 1 Fundamentos teóricos de las componentes principales	117



RESUMEN

Se presentan los resultados del análisis, desarrollo y aplicación de atributos sísmicos, como una herramienta para la caracterización estática de yacimientos. Los atributos utilizados van desde los instantáneos de traza compleja, espectrales y de atenuación hasta el uso de la forma de onda. Aprovechando las características de medición espectral local a través de la distribución de Wigner, se construyó un nuevo atributo basado en la estimación del coeficiente de atenuación (α), que permite obtener secciones de atenuación relativa. El análisis simultáneo de atributos realizado aquí, se revela como una alternativa para entender el significado de éstos, ya que la combinación de dos o más atributos incrementa su potencial interpretativo, al poderlos asociar con alguna característica geológica o petrofísica, para ello se utilizaron métodos estadísticos como las componentes principales y las gráficas cruzadas. En este estudio se aplicaron técnicas de reconocimiento de patrones a través de las Redes Neuronales, las cuales fueron utilizadas de dos maneras. La primera para clasificar litología y la segunda para identificar zonas potencialmente productoras, a través de la firma sísmica (forma de onda) de las zonas productoras ya conocidas. También se experimentó con una técnica híbrida para clasificación litológica, la cual combina las redes neuronales y los algoritmos genéticos, generando un sistema más robusto que es capaz de resolver problemas complejos (no lineales). El área de estudio se ubica en el noreste de México, y corresponde a un campo maduro en estado de explotación avanzada que

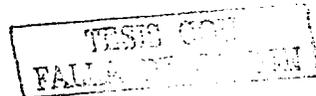


requiere mejorar los niveles de producción. Los resultados mostraron el potencial que tiene esta metodología en la clasificación de litología, en la detección de hidrocarburos, así como en la predicción de zonas con potencial petrolero, empleando los registros de pozo y los atributos sísmicos como guía.

TESIS CON
FALLA DE CALIFICACION

ABSTRACT

This thesis presents results of analysis, development and application of seismic attributes, as a tool for static reservoir characterization. The analyzed attributes are those of the analytic trace, spectral measures, attenuation and seismic waveform. Taking advantage of local spectral appraisal through Wigner distribution, a new attribute is built based on estimation of attenuation coefficient (α), allowing to obtain relative attenuation sections. Simultaneous attributes analysis, it is revealed as an alternative to understand their meaning, since a combination of two or more attributes increase its interpretive potential, to relate them with a geologic characteristic. For this, are use a statistical methods like a principal components and cross plots. In this study are applied a pattern recognition techniques via neural network analysis, which is used in two ways. The first one, to classify lithology and the second one, to recognize potentially producers areas, through the seismic signature (wave form) from producers areas already well known. A hybrid technique from a combination of Neural Networks and Genetic Algorithms, is used for lithologic classification, generating a robust system able to solve complex problems. The study area is located in the northeast part of Mexico. It is a mature field on advanced exploitation state whose production is dropping. The results show the ability of this methodology to lithologic classification, hydrocarbon detection, as well as prediction of oil potential areas, using logs and seismic attributes as guide.



I INTRODUCCIÓN

Los atributos sísmicos (A. S.) son toda aquella información derivada de los datos sísmicos, fueron presentados por Taner et al, en 1979, teniendo gran impacto en la industria petrolera. Actualmente sigue siendo un tópico de investigación para el desarrollo de nuevos atributos, así como para la interpretación y el uso adecuado estos, ya que representan una valiosa herramienta para obtener información cualitativa de la geometría y parámetros físicos del subsuelo, tal como, impedancias acústicas, coeficientes de reflexión, de absorción etc.

Los atributos sísmicos, permiten extraer más información que puede ser utilizada en la interpretación estructural, estratigráfica y petrofísica, para aproximar y definir mejor los modelos de los yacimientos. Esto significa conocer mejor las características físicas de los yacimientos, para diseñar las estrategias de perforación, estimación y recuperación de reservas. Muchos atributos han sido estudiados y reportados en la literatura, sin embargo existen problemas de ambigüedad en la interpretación de estos, ya que un solo atributo puede estar asociado a varias características. Los atributos sísmicos han sido clasificados por varios geocientíficos y sus aplicaciones han sido discutidas en detalle (Rijk and Jauffred, 1991, Taner et al, 1995, Brown, 1996, Lewis, 1997). En la actualidad, la tecnología en atributos sísmicos está avanzando con rapidez y se ha convertido en una parte fundamental de la geofísica de yacimientos y en un puente entre la exploración y la producción debido a sus aplicaciones en la detección, caracterización y monitoreo de yacimientos.



En este trabajo de tesis se propone una metodología basada en atributos, que incluye la obtención de atributos sísmicos, la detección de anomalías, el análisis y selección de atributos, la validación de los prospectos de hidrocarburos y la relación de los atributos sísmicos con las propiedades físicas de los yacimientos.

Se presenta un análisis desde los fundamentos teóricos de los atributos básicos derivados de la traza analítica (capítulo II), hasta el estudio y desarrollo de atributos que tienen que ver con el contenido de energía como los espectrales (capítulo III) y los basados en el análisis tiempo-frecuencia para obtener mediciones de atenuación relativa (capítulos VI y V), así como algunas aplicaciones en datos sintéticos y reales.

El significado de los atributos sísmicos ha generado cierta controversia ya que no siempre responden igual a las mismas características petrofísicas y geológicas, lo cual crea ambigüedad en su interpretación, limitando su impacto en el análisis de datos sísmicos. El uso de los atributos en la industria petrolera fue exitoso para la búsqueda de hidrocarburos (basado solamente en la amplitud sísmica), sin embargo se abusó de estos, aplicándose indiscriminadamente y desacreditando la tecnología de atributos. Por tal razón en este trabajo se considera muy importante la fase de análisis de atributos (capítulo VII), lo que determinará cuales debemos utilizar en la solución de un problema específico, así como descubrir su relación con la litología y/o las propiedades petrofísicas del subsuelo, a través de métodos estadísticos y determinísticos (capítulo VIII).

Se hará énfasis en la aplicación de atributos a la detección de hidrocarburos en medios fracturados, por lo que el enfoque del estudio será hacia el análisis y desarrollo de atributos que están relacionados con la atenuación de la energía

TESIS CON
FALLA DE CUBIEN

sísmica, debido a que la energía sísmica al propagarse en un medio fracturado sufre una atenuación mayor que en un medio no fracturado (capítulo VI). Por ello se ha seleccionado un área piloto en donde se tiene un yacimiento en carbonatos fracturados en la región Ebano-Pánuco en el estado de Tamaulipas. Tal vez no es el tipo de roca mas adecuado por la complejidad que ha representado para las técnicas sísmicas de análisis petrofísico como el AVO (Amplitude versus Offset), pero la motivación es que los carbonatos constituyen el 20 % de las rocas sedimentarias y más del 50% de las reservas de hidrocarburos en el mundo. Además en México, cerca del 90% de los yacimientos de hidrocarburos se encuentran en rocas naturalmente fracturadas, por lo que es de vital importancia el conocer mejor este tipo de yacimientos, para optimizar las técnicas de exploración, desarrollo de campos y recuperación secundaria (EOR; Enhancement Oil Recovery).

La Figura 1 muestra el diagrama de flujo de la metodología propuesta en este trabajo para la aplicación de atributos sísmicos en la caracterización estática de yacimientos.

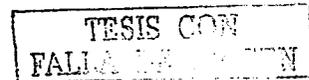


Diagrama de Flujo

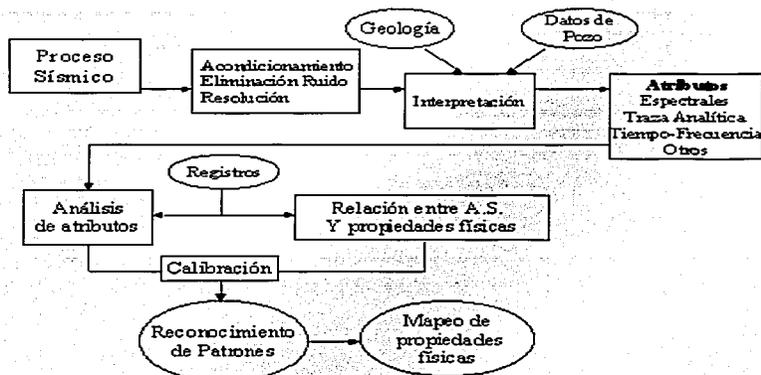


Figura. 1. Diagrama de flujo para el cálculo y análisis de atributos sísmicos y su aplicación a la caracterización sísmica de yacimientos.

I.1 Objetivo

- Generar atributos sísmicos sobre la base teórica de la traza analítica, mediciones espectrales y el análisis tiempo frecuencia.
- Plantear una metodología de análisis de los atributos para estudiar su relación con las propiedades físicas.
- Investigar sus aplicaciones a:
 - Interpretación estructural y estratigráfica
 - Clasificación litológica
 - Identificación de hidrocarburos
 - Mapeo de propiedades físicas

TESIS CON
FALLA DE ENTEN

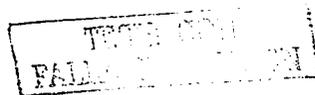
II ATRIBUTOS SISMICOS

Los atributos sísmicos son toda aquella información derivada de los datos sísmicos ya sea por mediciones directas o por la lógica basada en la experiencia (*Turhan Taner "Padre de los atributos sísmicos"*). Esto incluye a las mediciones de características cinemáticas, dinámicas, geométricas o estadísticas. Ciertos atributos pueden ser más sensitivos que otros para especificar medio ambientes geológicos, algunos son mejores para revelar anomalías del subsuelo y otros pueden ser usados como detectores directos de hidrocarburos.

En este capítulo se presenta la formulación teórica de los atributos básicos a partir de la traza analítica, la cual servirá de plataforma para el desarrollo de otros atributos.

II.1 Formulación teórica de los atributos básicos

Los atributos básicos son calculados a partir de la traza analítica, la cual está constituida por una parte real y una parte imaginaria. La traza sísmica observada, puede ser vista como la parte real de la traza analítica (Taner, et al., 1979), mientras que la parte imaginaria es obtenida a partir de la transformada de Hilbert. Los atributos básicos (envolvente, frecuencia y fase), son conocidos como instantáneos ya que están en función del tiempo y se calculan muestra por muestra a lo largo de la traza sísmica, lo cual es muy importante para fines de interpretación, ya que permiten observar variaciones en detalle.



La traza analítica

El traza compleja considera a la traza sísmica $f(t)$ como la parte real de una señal analítica (o traza compleja): $F(t) = f(t) + j f'(t) \dots (2.1)$

La cuadratura también llamada conjugado o imaginario (componente $f'(t)$), es

$$f(t) = A \cos(\omega t + \theta) \dots (2.2)$$

únicamente determinable a partir de $f(t)$.

El complejo conjugado será:

$$f^* = A \sin(\omega t + \theta) \dots (2.3)$$

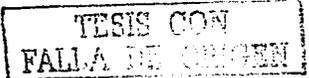
El uso de la traza compleja $F(t)$ hace posible definir características instantáneas como amplitud, fase y frecuencia.

La traza sísmica real $f(t)$, puede ser expresada en términos de la amplitud y fase dependientes del tiempo.

$$f(t) = A(t) \cos \theta(t) \dots (2.4)$$

La cuadratura de la traza es:

$$f^* = A(t) \sin \theta(t) \dots (2.5)$$



y la traza compleja es:

$$F(t) = f(t) + jf^*(t) = A(t)e^{j\theta} \dots(2.6)$$

Si $f(t)$ y $f^*(t)$ son conocidas, podemos encontrar amplitud y fase de la señal, esto es:

$$A(t) = [f^2(t) + f^{*2}(t)]^{1/2} = |F(t)| \dots(2.7)$$

y

$$\theta(t) = \tan^{-1} [f^*(t) / f(t)] \dots(2.8)$$

$A(t)$ es conocida como **envolvente de amplitud** $env(t)$ y $\theta(t)$ como la **fase instantánea**.

La razón de cambio de la fase dependiente del tiempo nos da la frecuencia dependiente del tiempo:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t) \dots(2.9)$$

Otra manera de obtener la frecuencia instantánea es sustituyendo la ecuación. 2.8 en 2.9 esto es:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \{ \tan^{-1} [f^*(t) / f(t)] \} \dots(2.10)$$

TESIS CON
FALLA DE ORDEN

Otros atributos que pueden ser obtenidos a partir de los atributos básicos (definidos arriba) son:

Razón de Cambio de la envolvente, calculada a partir de la primera derivada.

$$dere(t) = \frac{denv(t)}{dt} \dots\dots\dots(2.11)$$

Aceleración instantánea, calculada a partir de la primera derivada de la frecuencia.

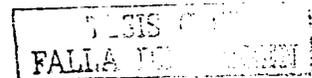
$$acel(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} \dots\dots\dots(2.12)$$

Frecuencia promedio pesada, calculada usando la envolvente o su cuadrado (potencia total), como una función de peso.

$$\bar{\omega}(t) = \frac{\sum_T [env(t)\omega(t)]}{\sum_T env(t)} \dots\dots\dots(2.13)$$

II.2 Significado de los atributos

El significado de los atributos es muy importante desde el punto de vista práctico debido a las relaciones que pueden tener con la geología del subsuelo, siendo una herramienta de ayuda en la interpretación estructural y estratigráfica. La interpretación de los atributos básicos ha sido definida de acuerdo a la experiencia en sus aplicaciones en datos sísmicos y a las observaciones hechas por los intérpretes. Este tipo de interpretación cualitativa, ha sido utilizada por mucho



tiempo en la industria, sin embargo puede caer en ambigüedades. A continuación se presenta el significado de los atributos básicos y los derivados de estos.

La envolvente de amplitud (Ec. 2.7), es independiente de la fase. Puede tener un máximo en otros puntos de fase que contengan picos o valles de la traza real. La amplitud envolvente frecuentemente está asociada a cambios litológicos entre las rocas adyacentes, así como a inconformidades o fronteras asociadas con cambios abruptos en medio ambientes de depósito. También se asocia a acumulaciones de gas debido al gran contraste de impedancias en la interfaz de un medio seco y otro con fluido (gas).

La fase instantánea (Ec. 2.8), enfatiza la continuidad de los eventos, este indicador determina la fase para cada pico, valle o cruce por cero de la correspondiente traza real. Debido a que la fase es independiente de la amplitud de la envolvente, a menudo se pueden observar eventos coherentes con mayor claridad. Una imagen de la fase puede mostrar con efectividad discontinuidades, fallas, acuñamientos, angularidades y eventos con diferente echado.

La frecuencia instantánea (Ec. 2.9), es un valor asociado con un punto en el tiempo como lo es la fase. Este parámetro es un indicador del cambio de frecuencia de la señal sísmica. Observaciones empíricas indican que la atenuación de altas frecuencias puede estar asociado a la presencia de fluidos o zonas de fracturamiento, sin embargo este es un tópico de investigación actual.

TESIS CON
FALLA DE REVISIÓN

La razón de cambio de la envolvente, (Ec. 2.11), está relacionada con el inicio de los eventos reflejados y con posibles efectos de absorción.

La aceleración instantánea (Ec. 2.12), al ser la derivada en tiempo de la frecuencia instantánea, acentúa los saltos locales de frecuencia, mostrando dispersión en frecuencia de las señales sísmicas que viajan en medios poco consolidados.

Frecuencia promedio pesada (Ec.2.13). Las variaciones de frecuencia instantánea y la frecuencia local promedio, pueden contener información relacionada a los espesores de las capas y a veces alguna información en el contenido de lutitas y arenas.

II.3 Ejemplos.

A continuación se muestran algunos ejemplos (ver Figuras II.1, II.2, II.3 y II.4) en datos sísmicos de la línea A. El cálculo de atributos fue llevado a cabo a través de programas cómputo propios, desarrollados en lenguaje Fortran y utilizando como plataforma una estación de trabajo SUN Ultra 10. Las imágenes fueron desplegadas utilizando las ventajas de graficación del Seismic Unix, por lo que también se desarrollaron los programas necesarios para la conversión de formatos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

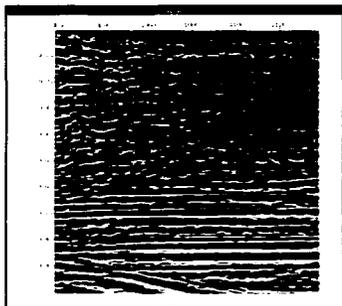


Figura.II.1. Sección Original A

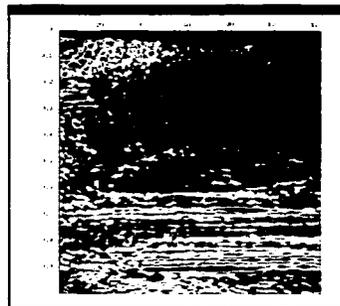


Figura.II.2. Amplitud Envolvente

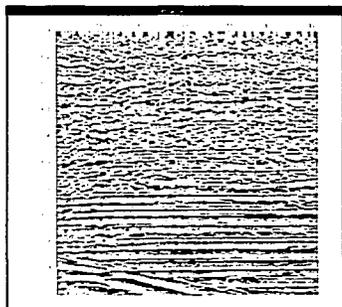


Figura.II.3. Fase Instantánea

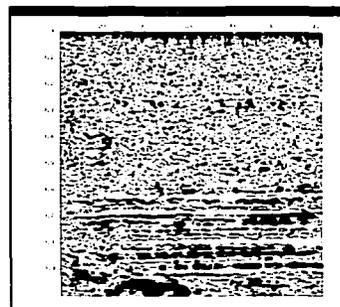


Figura.II.4. Frecuencia Instantánea

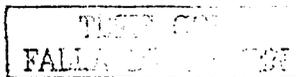
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

III MEDICIONES ESPECTRALES

El espectro de Fourier puede ser utilizado para caracterizar mediciones promedio. En particular en sismología de reflexión, la frecuencia central, el ancho de banda espectral y la frecuencia dominante, son mediciones de suma importancia ya que permiten conocer las variaciones espectrales de la señal sísmica. Estas cantidades tienen definiciones semejantes a las encontradas en la teoría de probabilidad (Barnes, 1992). La frecuencia central es la media espectral, el ancho de banda espectral, es la desviación estándar de la media y la frecuencia dominante la raíz cuadrada del segundo momento. Estas cantidades instantáneas, pueden ser calculadas a partir de los atributos básicos de la traza compleja (capítulo II).

El objetivo de presentar estos atributos de esta manera es enfatizar su rol como mediciones variantes con el tiempo de propiedades espectrales promedio de los datos sísmicos. Estos atributos pueden ayudar a la búsqueda de sombras de baja frecuencia o cambios en frecuencia producidos por la geología del medio.

El desarrollo considera solamente una porción del espectro de potencia (e.g., Berkhout, 1984). Esto se justifica debido a que la traza sísmica es puramente una función real. Sin embargo la mitad de la frecuencia negativa de este espectro es una imagen espejo de la mitad de la frecuencia positiva y puede ser ignorada, obviando la necesidad de considerar valores absolutos de frecuencia (e.g., McCarley, 1985). Esto se justifica también si la traza sísmica es considerada



analítica, porque entonces la mitad negativa del espectro de potencia es cero y se puede eliminar.

III.1 Mediciones espectrales promedio

La media o frecuencia central f_c de un espectro de potencia $P(f)$ es definida como

$$f_c = \frac{\int_0^{\infty} fP(f)df}{\int_0^{\infty} P(f)df} \dots\dots(3.1)$$

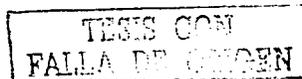
(Berkhout, 1984; Cohen,1989; Cohen y Lee,1990; Jones y Boashash, 1990).

La variancia de la frecuencia referida a la media f_b^2 está dada por

$$f_b^2 = \frac{\int_0^{\infty} (f - f_c)^2 P(f)df}{\int_0^{\infty} P(f)df} \dots\dots(3.2)$$

(Berkhout, 1984; Cohen,1989; Cohen y Lee,1990; Jones y Boashash, 1990).

La cantidad f_b es la desviación estándar referida a la frecuencia central y es tomada como una medición del ancho de banda [Gram-Hansen (1991) la sugiere como una medición de la mitad del ancho de banda]. Estas dos cantidades encuentran aplicación en estudios de resolución para sismología de reflexión (Berkhout, 1984).



Otra medición espectral promedio es el segundo momento del espectro de potencia, f_r^2 :

$$f_r^2 = \frac{\int_0^{\infty} f^2 P(f) df}{\int_0^{\infty} P(f) df} \dots (3.3)$$

(Mandel, 1974; Papoulis, 1984). La cantidad f_r puede ser llamada 'frecuencia cuadrática media'. Es un tipo de medición promedio de la frecuencia de cruce por cero y es considerada como una medición útil de la frecuencia espectral dominante (Papoulis, 1984).

Analizando las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 tenemos

$$f_r^2 = f_c^2 + f_b^2 \dots (3.4)$$

La Figura III.1 ilustra este tipo de mediciones espectrales con respecto al espectro de una ondícula de Ricker de 30 Hz.

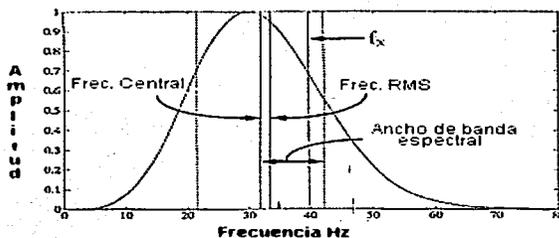


Figura.III.1. Espectro de Potencia de una ondícula de Ricker de 30 Hz indicando la frecuencia central, ancho de banda y la frecuencia cuadrática media (tomado de Barnes 1992).

TESIS CON
FALLA DE CUBREN

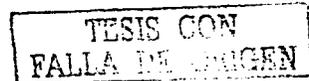
Otras definiciones han sido dadas para la frecuencia central, ancho de banda y frecuencia dominante. Así, Anstey (1977), Robertson y Nogami (1984) y Barnes (1991) toman la frecuencia promedio pesada en el espectro de amplitud como una medida de la frecuencia central, la cual tiene algunos usos en el análisis de ondulaciones de fase constante. Ha et al. (1991) presentan la definición de frecuencia instantánea en una forma integral para obtener el 'centroide espectral de Fourier'. Widess (1982) introduce alternativamente definiciones del ancho de banda espectral y Claerbout (1976) discute un concepto similar al ancho de banda.

III.2 Mediciones espectrales instantáneas

Las mediciones instantáneas de la frecuencia central, ancho de banda espectral y frecuencia dominante se definen reemplazando el espectro de potencia de Fourier, $P(f)$ en las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3) con el espectro de potencia instantáneo $E(t, f)$:

$$f_i(t) = \frac{\int_0^{\infty} fE(t, f)df}{\int_0^{\infty} E(t, f)df} \dots\dots(3.5)$$

$$\sigma_f^2(t) = \frac{\int_0^{\infty} (f - f_i(t))^2 E(t, f)df}{\int_0^{\infty} E(t, f)df} \dots\dots(3.6)$$



$$f_d^2(t) = \frac{\int_0^{\infty} f^2 E(t, f) df}{\int_0^{\infty} E(t, f) df} \dots(3.7)$$

Donde $f_i(t)$ es la frecuencia central instantánea, $\sigma_i(t)$ es el ancho de banda espectral instantáneo, y $f_d(t)$ es la frecuencia dominante instantánea (Cohen y Lee, 1988, 1990; Cohen, 1989; Jones y Boashash, 1990).

Estas mediciones instantáneas están relacionadas por :

$$f_d^2(t) = f_i^2(t) + \sigma_i^2(t) \dots(3.8)$$

La cual es la expresión equivalente instantánea de la ecuación (3.4) (Cohen, 1989).

Estas mediciones dependen en particular del espectro de potencia instantáneo empleado. Sin embargo, la forma exacta del espectro no necesita ser especificada si dos condiciones están presentes. La primera es que la frecuencia central instantánea será la frecuencia instantánea en sí misma. (Taner et al., 1979).

La segunda condición es que el ancho de banda espectral instantáneo es siempre real y positivo. El ancho de banda espectral instantáneo puede ser expresado como

$$\sigma_i^2(t) = \left[\frac{R'(t)}{2\pi R(t)} \right]^2 \dots(3.9)$$

TESIS CON
FALLA DE COPIEN

Donde $R(t)$ es la amplitud instantánea (envolvente de la traza) y $R'(t)$ es la derivada (Cohen y Lee, 1990; Cohen, 1989). Estas dos condiciones son satisfechas por el espectograma, o corriendo la transformada de Fourier en una ventana de tiempo corta (Cohen y Lee, 1988, 1990), lo cual en la actualidad es la más amplia forma de aplicar el espectro de potencia instantáneo en sismología de reflexión.

Basado en las mediciones espectrales definidas, Barnes (1990) propone una relación para el cálculo del factor de calidad instantáneo $q_i(t)$, dado por

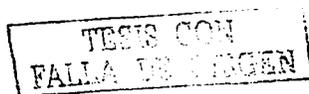
$$q_i(t) = -\frac{\pi f'_i(t)}{\sigma_i(t)} \dots (3.10)$$

Tonn (1989, 1991) da una definición similar.

El término $\sigma_i(t)$, es 'la razón de decaimiento instantáneo, definido como la derivada de la amplitud instantánea dividida por la amplitud instantánea (Cohen, 1989).

III.3 Ejemplos

El ancho de banda y la frecuencia dominante pueden ser usados como atributos de la traza sísmica compleja, complementando la frecuencia instantánea y en general el análisis de datos sísmicos. La comparación de estas mediciones se ilustra en la Figura III.2 empleando una ondícula de Ricker de 30 Hz de fase cero. El pico de la frecuencia dominante instantánea es mucho más amplio que la frecuencia instantánea en sí misma.



El ancho de banda instantáneo es cero en el tiempo correspondiente al pico de la ondícula, donde la razón de cambio de la amplitud es cero. En los tiempos mayores de 20 ms a partir del pico de la ondícula, la ondícula de Ricker se parece a una oscilación sobre-amortiguada y el ancho de banda instantáneo excede la frecuencia instantánea. Aquí podría ser más apropiado considerar el ancho de banda instantáneo como una medición de la razón de decaimiento de amplitud relativa. Este alcanza el máximo en 26 Hz, el cual es equivalente a cerca de 1400dB/s. Los dos picos máximos corresponden al principio y final efectivo de la ondícula.

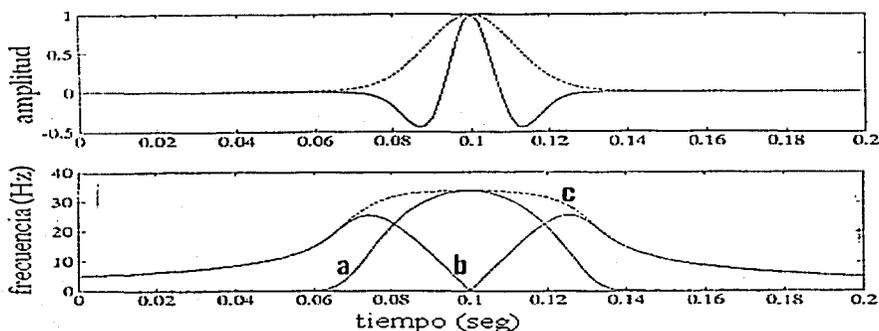


Figura.III.2 Ondícula de Ricker fase cero de 30 Hz y su envolvente (imagen superior). En la imagen inferior (a) es la frecuencia instantánea, (b) es el ancho de banda instantáneo y (c) es la frecuencia dominante instantánea.

Un ejemplo de las aplicaciones de estos atributos se realizó en los datos reales utilizados en el Capítulo II. La Figura III.3 representa el ancho de banda de la línea A. La Figura III.4 representa la sección de frecuencia dominante y la Figura III.5 muestra el factor de calidad Q instantáneo. Los códigos de cómputo para estos atributos, se desarrollaron en Fortran y las imágenes fueron desplegadas utilizando los códigos de graficación del Seismic Unix.

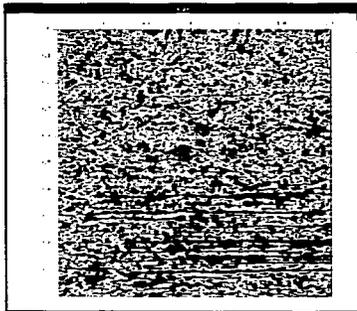


Figura.III.3. Ancho de Banda línea A

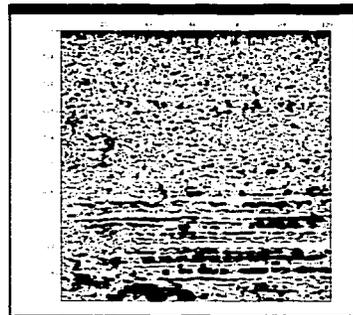


Figura.III.4. Frecuencia Dominante línea A

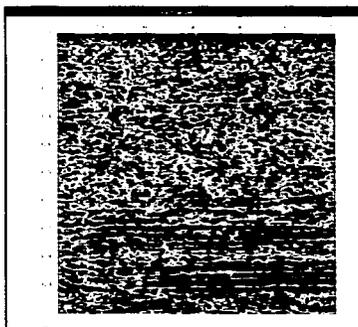


Figura.III.5. Factor Q línea A

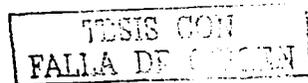
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IV REPRESENTACIÓN TIEMPO-FRECUENCIA

La transformación de Fourier es una herramienta útil para determinar como la energía de una señal se distribuye en el dominio de la frecuencia. La información sobre cómo estas frecuencias están localizadas en tiempo, se encuentra contenida en el espectro de fase de la transformada de Fourier de una señal.

Sin embargo para señales moderadamente complicadas es muy difícil interpretar el espectro de fase en términos de la localización del tiempo de las componentes de frecuencia. Mediciones físicas en las cuales el contenido de frecuencia de una señal grabada cambia con el tiempo, son numerosas. En muchas de estas situaciones es importante conocer cuando este cambio ocurre en el espectro. Es claro que la descripción de sólo tiempo o una frecuencia no es suficiente en tales casos. Un ejemplo de esto es el problema de inferir la estratigrafía a partir de datos sísmicos. El cambio de frecuencia en tiempo contenido en los datos sísmicos de reflexión es un importante indicador de los cambios estratigráficos. La descripción del contenido de frecuencia para propósitos de interpretación sísmica, tanto en tiempo como en profundidad es esencial ya que la meta de una interpretación es inferir la geología en función del tiempo de viaje o de la profundidad.

Con la finalidad de estudiar cambios espectrales de la señal con el tiempo, se utilizará una aproximación basada en la combinación de información del dominio del tiempo y la frecuencia, la cual se denomina representación tiempo-frecuencia.



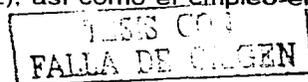
En una representación tiempo-frecuencia la localización de la energía de una señal se considera como la unión de una función de tiempo y de frecuencia.

Existen diversas maneras para diseñar una representación tiempo-frecuencia. La aproximación más directa sería dividir la señal en pequeños segmentos de tiempo y determinar el espectro local por medio de la transformación de Fourier del segmento. El resultado de esta operación es una representación tiempo-frecuencia ampliamente usada la cual se conoce como; transformación de Fourier de tiempo corto o de ventana corrediza. La transformada de Fourier de tiempo corto inherentemente sufre cambios entre la longitud de la ventana y la resolución de la representación.

El mejoramiento de la resolución de la transformada de Fourier de tiempo corto (o ventana corrediza), fue una de las motivaciones para el desarrollo de otras técnicas para el análisis de señales no estacionarias. Sin embargo la búsqueda del significado físico del espectro de tiempo variable ha sido el principal motivo para formular una mejor manera de caracterizar el comportamiento de una señal no estacionaria.

Gabor (1946) y Ville (1948) hicieron importantes contribuciones a la teoría de tiempo-frecuencia. La traducción de algunos conceptos básicos de la teoría cuántica en el contexto del análisis de señales proveyó los fundamentos que más tarde fueron desarrollados.

Al final de los setentas y principios de los ochentas se renovó el interés en la aplicación de estos conceptos desarrollados. Algunas de las primeras aplicaciones en el análisis de la señal sísmica (Morlet et al., 1982), así como el empleo en el



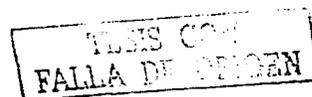
análisis general de señales (Claasen y Mecklenbrauker, 1980) y el estudio de señales de audio (Janse y Kaizer, 1980), fueron publicadas. Recientemente, la teoría del análisis tiempo-frecuencia parece haber alcanzado un estado de mayor madurez con un creciente desarrollo de las aplicaciones.

IV.1 Análisis de Tiempo - Frecuencia.

A través de los años, el campo de tiempo-frecuencia ha adquirido su propia terminología. Mucho de esta terminología es influenciada por la fuerte liga que existe con la mecánica y estadística cuántica. Sin embargo muchos términos son tomados de la teoría de señales aleatorias, aunque la aplicación de los conceptos involucra señales determinísticas. Hablamos de una señal determinística si conocemos su valor real.

Primero se demostrará el uso de la función de densidad de energía para la descripción de señales en el dominio de tiempo y de frecuencia. Entonces se discutirá la posibilidad de una extensión de estos conceptos a la unión de la función de densidad tiempo-frecuencia.

Las señales que estamos estudiando son generalmente representadas por una función genérica $u(\mathbf{x}, t)$, dependiendo en el espacio de la localización del vector \mathbf{x} en el tiempo de la coordenada escalar t . Esta clase de funciones es representativa de la señal sísmica. La representación en frecuencia de una señal se obtiene por la transformación de Fourier. La Transformación de Fourier con respecto a la variable de tiempo t de una señal $u(\mathbf{x}, t)$ es definida como



$$a(x, f) = F_t^- \{u(x, t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi ft) u(x, t) dt \dots \dots \dots (4.1)$$

Donde f es la frecuencia temporal. La transformada inversa de Fourier es definida como

$$u(x, t) = F_t^+ \{a(x, f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j2\pi ft) a(x, f) df \dots \dots \dots (4.2)$$

En esta notación el símbolo F_t^- denota el operador de la transformada de Fourier. La variable que es transformada está dada por el subíndice y el superíndice denota el signo del argumento de la función exponencial.

La distribución de energía de una señal, $u(t)$, sobre la frecuencia se obtiene a través del espectro de potencia, el cual se define como

$$E(f) = |a(f)|^2 \dots \dots \dots (4.3)$$

El espectro de potencia es una función real y no negativa por definición y entonces se puede considerar como una función de densidad. La posibilidad de manipulación del espectro de potencia como una función de densidad es ventajosa ya que en muchos casos el espectro de potencia está caracterizado por un número de parámetros limitado. Por ejemplo el promedio de frecuencia de una señal puede ser medirse por la frecuencia media del espectro de potencia, definido como



$$\langle f \rangle = \frac{\int_{f \in \mathbb{R}} f E(f) df}{\int_{f \in \mathbb{R}} E(f) df} \dots\dots\dots(4.4)$$

Donde el símbolo $\langle \rangle$ denota el promedio. Para señales de valores reales, tenemos dos lados del espectro de potencia con $E(f) = E(f)$. En este caso la frecuencia media es generalmente definida como el promedio de la Ec.(4.4) solamente para frecuencias positivas por lo que la integración se lleva a cabo para $f \in \mathbb{R}^+$, donde $\mathbb{R}^+ = \{f \in \mathbb{R}, f \geq 0\}$.

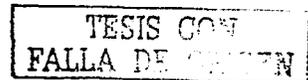
Una medición para la concentración de energía alrededor de este promedio puede calcularse como la desviación estándar del espectro de potencia. La desviación estándar σ_f , del espectro de potencia es también conocido como el ancho de banda, B y está dado por

$$B^2 = \sigma_f^2 = \frac{\int_{f \in \mathbb{R}} (f - \langle f \rangle)^2 E(f) df}{\int_{f \in \mathbb{R}} E(f) df} \dots\dots\dots(4.5)$$

Para señales de valores reales otra vez reemplazamos $f \in \mathbb{R}$ por $f \in \mathbb{R}^+$.

Otra manera de caracterizar una función de densidad es a través de sus momentos. El momento de orden n , es denotado por $[f^n]$ o la densidad del espectro de potencia está dado por

$$[f^n] = \int_{f \in \mathbb{R}} f^n E(f) df \dots\dots\dots(4.6)$$



Una función de densidad esta caracterizada por sus momentos. Esto se puede ver si tomamos la transformada de Fourier de la densidad. La transformada inversa de Fourier $M(\tau)$ de la densidad del espectro de potencia está dada por

$$M(\tau) = \int_{f \in IK} \exp(j2\pi f\tau) E(f) df \dots\dots\dots(4.7)$$

Por la expansión del exponencial obtenemos

$$M(\tau) = \int_{f \in IK} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(j2\pi f\tau)^n}{n!} E(f) df = \sum_{n=0}^{\infty} (j2\pi)^n [f^n] \frac{\tau^n}{n!} \dots\dots\dots(4.8)$$

Por lo cual concluimos que $M(\tau)$ es representada por una serie de Taylor con coeficientes $(j2\pi)^n [f^n]$.

Ya que el par de transformadas de Fourier $M(\tau)$ y $E(f)$ están relacionadas, la Ec. (4.8) implica que la densidad $E(f)$ está totalmente caracterizada por sus momentos. La transformada de Fourier de la densidad es además llamada función característica de densidad. La ventaja de usar los momentos de la densidad en vez de la misma densidad para la caracterización del contenido de frecuencia de una señal, es que para muchas densidades un número finito de momentos es suficiente para describir la función de densidad. Los coeficientes de la serie de Taylor de la Ec. (4.8) son seguidos de la n th derivada de $M(\tau)$ para $\tau=0$, teniendo entonces

$$[f^n] = \frac{1}{(j2\pi)^n} \frac{\partial^n M(\tau)}{\partial \tau^n} \Big|_{\tau=0} \dots\dots\dots(4.9)$$



Para una función de densidad suave, la derivada de esta función característica no será significativa después de cierto orden n . Consecuentemente, para la mayoría de las densidades de los espectros de potencia solamente un número limitado de momentos es necesario para caracterizar el contenido de frecuencia de la señal. La función característica de la densidad del espectro de potencia también puede ser directamente obtenido a partir de la misma señal.

$$M(\tau) = r\{u, u\}(\tau) = \int_{t \in \mathbb{R}} u(t + \tau) u^*(t) dt \dots \dots \dots (4.10)$$

La función $r\{u, u\}(\tau)$ es la función de autocorrelación de la señal $u(t)$.

Para las características de la señal en el dominio del tiempo, se define un conjunto similar de parámetros y relaciones. La distribución de energía en el dominio del tiempo se obtiene por el módulo de la señal $u(t)$ al cuadrado,

$$E(t) = |u(t)|^2 \dots \dots \dots (4.11)$$

En una forma similar como la frecuencia media (Ec. (4.4)), el tiempo medio $\langle t \rangle$ se define como

$$\langle t \rangle = \frac{\int_{t \in \mathbb{R}} t E(t) dt}{\int_{t \in \mathbb{R}} E(t) dt} \dots \dots \dots (4.12)$$

Una medida de la duración de la señal, denotada por T , se puede obtener como la desviación estándar σ_t alrededor del tiempo medio.



$$T^2 = \sigma_t^2 = \frac{\int_{t \in \mathbb{R}} (t - \langle t \rangle)^2 E(t) dt}{\int_{t \in \mathbb{R}} E(t) dt} \dots\dots\dots(4.13)$$

La función característica de densidad de tiempo es la función de autocorrelación espectral definida como

$$r\{\hat{a}, \hat{a}\}(v) = \int_{t \in \mathbb{R}} \exp(-j2\pi vt) |u(t)|^2 dt \dots\dots\dots(4.14)$$

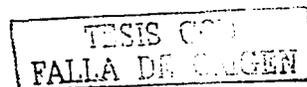
En términos de la transformada de Fourier $\hat{u}(f)$, la función de correlación espectral puede escribirse como

$$r\{\hat{a}, \hat{a}\}(v) = \int_{f \in \mathbb{R}} \hat{a}(f + v) \hat{a}^*(f) df \dots\dots\dots(4.15)$$

Donde v es la frecuencia de desplazamiento variable.

IV.2 Análisis Unión Tiempo-Frecuencia.

En la interpretación sísmica la representación del tiempo y la frecuencia de manera aislada no es suficiente. El interés principal no es el contenido de frecuencia de la señal como un todo, sino el contenido de los cambios de frecuencia en el tiempo y espacio. En una situación ideal se podría tener la densidad de energía en la unión de una función tiempo-frecuencia $E(t; f)$. Entonces podremos tratar esta función como una función de densidad bi-variable y usar el conjunto de herramientas matemáticas correspondientes para manejar y



caracterizar la función de densidad tiempo-frecuencia $E(t; f)$ calculando la frecuencia media para una t fija:

$$\langle f \rangle_t = \frac{\int_{f \in \mathbb{R}} f E(t; f) df}{\int_{f \in \mathbb{R}} E(t; f) df} \dots\dots\dots(4.16)$$

El problema fundamental en el análisis tiempo-frecuencia es que no hay una función de tiempo y frecuencia que satisfaga los siguientes requerimientos que son impuestos sobre una función de densidad.

El primer requerimiento es por ejemplo que

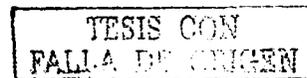
$$E(t; f) \geq 0; t \in \mathbb{R}; f \in \mathbb{R} \dots\dots\dots(4.17)$$

y

$$\text{Im}\{ E(t; f) \} = 0; t \in \mathbb{R}; f \in \mathbb{R} \dots\dots\dots(4.18)$$

El segundo requerimiento es que la densidad $E(t; f)$ satisfaga las llamadas marginales. Una densidad marginal de una densidad bi-dimensional $E(t; f)$ es la densidad como una función de una de las dos variables. El tiempo marginal, $E(t)$, se obtiene integrando $E(t; f)$ sobre la frecuencia,

$$E(t) = u(t)u^*(t) = \int_{f \in \mathbb{R}} E(t; f) df \dots\dots\dots(4.19)$$



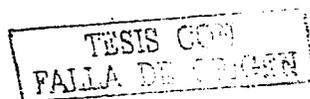
Similarmente la frecuencia marginal se obtiene por

$$E(f) = \hat{n}(f)\hat{n}^*(f) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t;f)dt \dots\dots\dots(4.20)$$

El tiempo y la frecuencia marginal no pueden especificarse independientemente, ya que $u(t)$ y $\hat{u}(f)$ están conectadas a través de sus transformadas de Fourier. Debido a esta dependencia, la restricción de no-negatividad {Ec. (4.17)} y las propiedades de las marginales {Ecuaciones (4.19) y (4.10)}, no pueden ser satisfechas en una representación de la señal $u(t)$. La prueba para la contradicción de no-negatividad y marginales correctas, ha sido dada por la mecánica cuántica (Wigner, 1971), y fue trasladada al caso de tiempo-frecuencia por Cohen, (1989). Usando los mismos métodos que emplea la teoría estadística para construir una función de densidad bi-variable a partir sus marginales, una representación tiempo frecuencia puede ser construida a partir de la energía instantánea y el espectro de potencia de una señal. Por ejemplo se puede proponer una representación tiempo frecuencia $P(t;f)$ de la forma

$$P(t;f) = C(a(t),b(f))|u(t)|^2|\hat{n}(f)|^2 \dots\dots\dots(4.21)$$

Donde $C(a(t),b(f))$ es un funcional que especifica la correlación entre las marginales. Si ciertas condiciones son impuestas en $C(a(t),b(f))$, se pueden construir densidades no negativas marginales de tiempo y frecuencia correctas. Representaciones tiempo-frecuencia de este tipo han sido propuestas por Cohen y



Posch (1985), donde los autores dan una parametrización de la función $C(a(t),b(f))$ que resulta en una densidad no negativa con las marginales correctas.

Sin embargo el problema con representaciones del tipo de la Ec. (4.21) es que la representación depende de la señal y no hay una forma satisfactoria de encontrar la correlación entre las marginales sin tomar en cuenta su dependencia funcional. Sin embargo aun no está claramente definida esta dependencia funcional. No hay una relación directa entre la densidad de energía en tiempo $|u(t)|^2$, y el espectro de potencia $|\hat{u}(f)|^2$, en el sentido de que si conocemos una marginal, entonces podemos encontrar la otra.

Lo que se tiene es la relación de la transformación de Fourier entre la señal en tiempo, $u(t)$, y su representación en el dominio de la frecuencia, $\hat{u}(f)$. Por lo tanto no se puede especificar una señal en un dominio sin al mismo tiempo ajustar su representación en el otro dominio.

La consecuencia básica de esta relación de transformación de Fourier, es que una forma de onda estrecha en tiempo, tiene un espectro ancho (en frecuencia) y un espectro estrecho lleva a una señal ancha en tiempo. Esta última observación es conocida como el principio de incertidumbre del análisis de señales. Una ilustración gráfica de la relación de incertidumbre entre las representaciones de tiempo y de frecuencia de una señal se muestra en la Figura IV.1.

Las ecuaciones (2.13) y (2.15) dan medida de la duración y ancho de banda de la señal. Las desviaciones estándar de las funciones de densidad de tiempo y de frecuencia, σ_t y σ_f , fueron propuestas como parámetros que describen el ancho de la señal en los dominios de tiempo y frecuencia respectivamente.



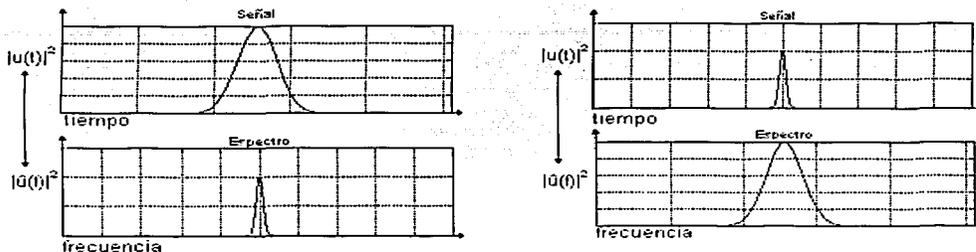


Figura.IV.1. Relación de incertidumbre para marginales de tiempo y frecuencia.
Una forma de onda ancha en tiempo produce un espectro estrecho y viceversa.

Con éstas dos mediciones para la anchura de una señal, la relación de incertidumbre se puede expresar como lo propuso Gabor (1946)

$$\sigma_t \sigma_f \geq \frac{1}{4\pi} \dots \dots \dots (4.22)$$

La cual se conoce como relación de incertidumbre de Gabor, que es equivalente al principio de incertidumbre de Heisenberg de la mecánica cuántica. Aunque ambas relaciones tienen la misma expresión matemática, están asociadas con diferentes conceptos físicos. En mecánica cuántica la relación de incertidumbre emerge en un contexto probabilístico, mientras que en el análisis de señales es una expresión que surge por el simple hecho de que no se puede hacer B y T arbitrariamente pequeñas (Cohen 1995).

Previamente se han discutido algunos requerimientos que la unión de la representación tiempo-frecuencia debe satisfacer. El requerimiento de marginales

TEJIS CON
FALLA DE ORIGEN

correctas, es sólo una restricción ligera para la representación. Las condiciones de no-negatividad y marginales solamente se satisfacen en una representación tiempo-frecuencia haciendo la representación dependiente de la señal.

La correlación entre las marginales puede ser llevada a la representación si el concepto de función característica de una sola variable se extiende al caso bi-variable. La unión de la función característica tiempo-frecuencia $M(v;\tau)$ y de la representación tiempo-frecuencia $P(t;f)$ se introduce como

$$M(v;\tau) = \int_{t \in \mathbb{R}} \int_{f \in \mathbb{R}} \exp(-j2\pi(vt - f\tau)) P(t;f) dt df \dots\dots\dots(4.23)$$

La función característica puede interpretarse como el valor promedio de $\exp(-j2\pi(vt - f\tau))$ como una función de v y de τ . Si podemos derivar la función característica, la representación tiempo-frecuencia $P(t;f)$ puede obtenerse como la transformación bi-dimensional de Fourier de $M(v;\tau)$, dada por

$$P(t;f) = \int_{v \in \mathbb{R}} \int_{\tau \in \mathbb{R}} \exp(j2\pi(vt - f\tau)) M(v;\tau) dv d\tau \dots\dots\dots(4.24)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IV.3 Distribución de Wigner.

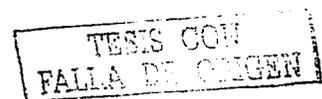
La función característica $M(v;\tau)$ puede ser derivada a partir de los principios ya mencionados, a través de un método conocido como "método del operador de la función característica" que fue establecido por Cohen (1995). La asociación de variables con los operadores (Hermitian) es un concepto emergido de física cuántica y que recientemente se ha encontrado la manera de aplicarlo al análisis de señales. Dicho método fue empleado por Cohen (1995) para derivar el prototipo bilineal de una representación tiempo frecuencia llamada la distribución de Wigner, la cual está definida por

$$P\{u, u\}(t; f) = \int_{\tau \in \mathbb{R}} u\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) u^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \dots \dots \dots (4.25)$$

La distribución de Wigner ($W\{u, u\}(t; f)$) fue propuesta por Wigner (1932) en el contexto de la mecánica cuántica. La primer derivación de la distribución de Wigner como una representación tiempo-frecuencia, fue hecha por Ville (1948). Por lo tanto cuando es usada en el contexto del análisis tiempo-frecuencia es también referida como distribución Wigner-Ville.

IV.3.1 Distribución de Wigner y los atributos instantáneos

La interpretación física de los atributos de traza compleja ha sido un tema controversial, especialmente, la interpretación de la frecuencia instantánea continuamente ha estado en discusión (White 1991). Mucho de los malos entendidos o malas interpretaciones se pueden explicar cuando se reconoce el

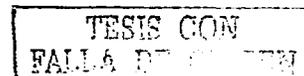


hecho de tratar de forzar algunas relaciones entre la frecuencia instantánea y las frecuencias de Fourier. Esta intenta interpretar la frecuencia instantánea como una medición de la frecuencia en función del tiempo. Sin embargo, algunas propiedades de la frecuencia instantánea son difíciles de reconciliar con esta interpretación. Una de las contradicciones es que para la mayoría de las señales sísmicas, la frecuencia instantánea contiene valores negativos. Sin embargo no hay energía en frecuencias negativas del espectro de una señal analítica. Si la frecuencia instantánea se considera como una medición de la distribución de las frecuencias de Fourier sobre el tiempo, es al menos notable encontrar valores que se encuentran fuera del ancho de banda del espectro de Fourier.

Mucha de la controversia acerca de los atributos de la traza compleja, puede ser aclarada si consideramos su relación con las representaciones bi-lineales de tiempo-frecuencia. La marginal de tiempo de la distribución de Wigner de la traza compleja es la energía instantánea (Cohen 1995). La frecuencia instantánea puede ser encontrada calculando la frecuencia promedio en un tiempo específico, de la distribución de Wigner, por ejemplo:

$$f_i^t(t) = \langle f \rangle_t = \frac{\int f W\{u, u\}(t; f) df}{\int_{f \in IR} W\{u, u\}(t; f) df} \dots (4.26)$$

De la misma manera el decaimiento de grupo, se puede obtener como el promedio del tiempo para una frecuencia determinada de la distribución de Wigner.



La extracción de los atributos a través de la representación tiempo-frecuencia de la señal, en lugar de estimarlos directamente de la señal analítica, permite mejoras significativas en la relación señal-ruido de los atributos. Más aun, la frecuencia promedio es justamente una de las características de la representación tiempo-frecuencia. Otras mediciones, tal como el ancho de banda local a través de los momentos de alto orden, son potencialmente útiles como atributos instantáneos. El cálculo de los atributos a partir de la traza compleja es uno de los métodos que se han utilizado para describir cuantitativamente las características de la traza sísmica. Las relaciones entre los atributos de la traza compleja y la distribución de Wigner, están definidas por las propiedades matemáticas de esta última. Hlawatsch y Boudreaux-Bartels (1992) presentan una lista comprensiva de las propiedades de la distribución de Wigner.

TESIS CON
FALLA DE COPIEN

IV.4 Ejemplos.

Un ejemplo de la aplicación de la representación tiempo-frecuencia al análisis de señales, se muestra en las Figuras IV.2 y IV.3. En la primera se uso una señal sintética conocida como chirp y en la segunda se utilizó una traza real obtenida de la línea A.

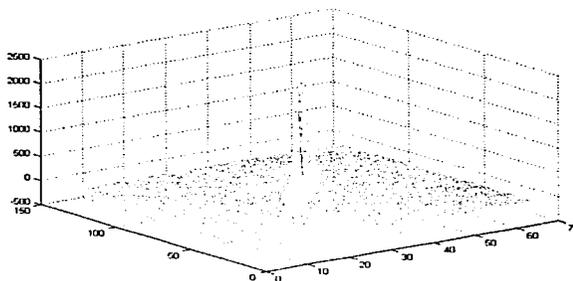
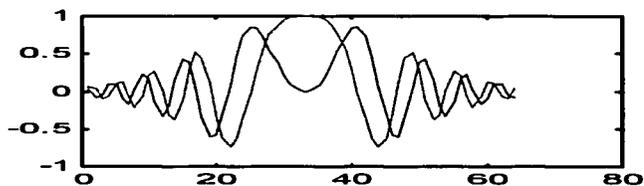


Figura.IV.2. La imagen superior muestra una señal compleja (Chirp), la señal azul (color oscuro) corresponde a la parte real y la verde (color claro) a la parte imaginaria. La imagen inferior muestra la representación tiempo-frecuencia de la parte real usando la distribución de Wigner, donde el eje X representa la frecuencia, el eje Y el tiempo y el eje Z el nivel de energía.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

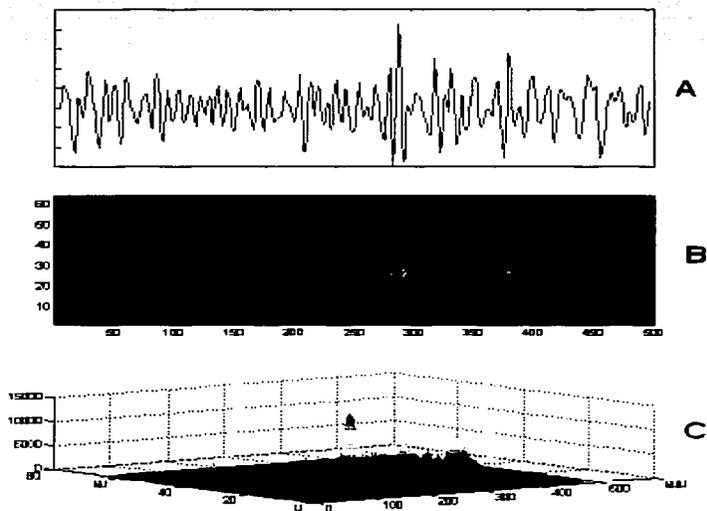


Figura.IV.3. La imagen (A) muestra una traza sísmica obtenida de datos reales. La imagen (B) corresponde a su representación tiempo-frecuencia usando la distribución de Wigner; el tiempo corre horizontalmente (desplegado en muestras), la frecuencia corre verticalmente y los colores indican el nivel de energía. La imagen (C) muestra la representación tiempo frecuencia en una gráfica 3D de la misma traza, donde los ejes X y Y representan tiempo y frecuencia y el eje Z corresponde al nivel de energía.

TESIS CON
FALLA DE CUBIERTA

V ATENUACIÓN SÍSMICA

La atenuación inelástica de las ondas sísmicas, es el proceso por el cual la energía de las ondas que viajan en las rocas se convierte en calor. Depende de varias características como la composición de la matriz, la saturación de fluidos, la porosidad y la densidad de fracturas. La atenuación de las ondas acústicas, generalmente se representa como el factor de calidad Q o el coeficiente de atenuación α .

El factor de calidad Q es el inverso fraccional de la pérdida de energía por ciclo o longitud de onda, y es usado generalmente como una medida de la habilidad de la roca a propagar la energía de las ondas sísmicas. Un pobre propagador de energía (alta atenuación) es un material con valores $Q < 25$, mientras que un buen propagador de energía (baja atenuación), tiene valores de $Q > 100$. El coeficiente de atenuación α es la pérdida fraccional de amplitud por unidad de distancia en nepers/unidad de longitud, puede ser también expresada como la atenuación por unidad de distancia (dBm^{-1}) o longitud de onda ($\text{dB}\lambda^{-1}$).

Las mediciones de atenuación sísmica en rocas sedimentarias, pueden dar información acerca de sus propiedades petrofísicas (e.g., Klimentos and McCann, 1990; Akbar et al. 1994), estableciéndose que la atenuación sísmica es sensitiva a la composición mineral y textural de las rocas, saturación de fluidos, viscosidad, permeabilidad y porosidad. Se conoce también que la atenuación de las ondas sísmicas a través de rocas saturadas con fluido viscoso, es mayor que en rocas secas en la mayoría de las frecuencias (Toksöz and Johnston, 1981), un caso

TESIS CON
FALLA DE

como este será presentado en el siguiente capítulo donde se estudia un yacimiento de aceite con alta viscosidad, en un medio fracturado.

El objetivo de este capítulo, es establecer los fundamentos teóricos para el análisis y medición de la atenuación a partir de datos sísmicos, la cual puede ser utilizada como un atributo relacionado a la presencia de fluidos.

V.1 Conceptos de atenuación sísmica

Es generalmente aceptado que las propiedades elásticas de las rocas sean determinadas por los módulos elásticos y/o las velocidades P y S, parámetros que son usados frecuentemente en el ámbito de la sismología de exploración. Sin embargo las propiedades de atenuación de las rocas son especificadas por un amplio rango de mediciones.

Las mediciones de atenuación mayormente usadas en la literatura son:

- El coeficiente de atenuación α , el cual es un decaimiento exponencial de la amplitud de una onda plana viajando en un medio homogéneo.
- El factor de calidad Q y su inverso Q^{-1} , algunas veces llamado factor de fricción interna ó factor de disipación.
- El decremento logarítmico δ .

Estas cantidades están relacionadas entre sí de la siguiente manera:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\alpha v}{\pi f} = \frac{\delta}{\pi} \dots (5.1)$$

Donde v es la velocidad y f es la frecuencia.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

V.2 Coeficiente de atenuación y decremento logarítmico.

Para la propagación de ondas planas en un medio homogéneo, la amplitud está dada por:

$$A(x, t) = A_0 e^{i(kx - wt)} \dots (5.2)$$

Donde w es la frecuencia angular y k es el número de onda. La atenuación puede ser introducida matemáticamente si permitimos que la frecuencia o el número de onda sean complejos. Para el segundo caso tendríamos,

$$k = k_r + i\alpha \dots (5.3)$$

por tanto

$$A(x, t) = A_0 e^{i\alpha x} e^{i(k_r x - wt)} \dots (5.4)$$

donde α es el coeficiente de atenuación en unidades de inverso de la longitud y la velocidad de fase es

$$v = \frac{w}{k_r} \dots (5.5)$$

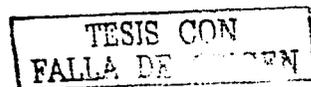
La atenuación también puede ser definida en términos del inverso del tiempo esto es haciendo a w compleja.

Dejando que la atenuación sea determinada por

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x} \dots (5.6)$$

α se puede escribir como:

$$\alpha = -\frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} = -\frac{d}{dx} \ln A(x) \dots (5.7)$$



Para dos diferentes posiciones, x_1 y x_2 ($x_1 < x_2$), con respecto a las amplitudes $A(x_1)$ y $A(x_2)$,

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \left[\frac{A(x_1)}{A(x_2)} \right] \dots (5.8)$$

Donde el coeficiente de atenuación está dado en nepers/unidad de longitud (o simplemente el inverso de la longitud).

Alternativamente,

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \bullet 20 \log \left[\frac{A(x_1)}{A(x_2)} \right] \dots (5.9)$$

en unidades de dB/unidad de longitud. Para la conversión de unidades las equivalencias son las siguientes:

$$\alpha(\text{dB/unidad_long}) = 8.686(\text{nepers/unidad_long})$$

Para un sistema oscilando con un decaimiento libre la definición del decremento logarítmico se obtiene a partir de la ecuación (5.8).

$$\delta = \ln \left[\frac{A_1}{A_2} \right] = \alpha \lambda = \frac{\alpha v}{f} \dots (5.10),$$

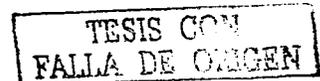
donde :

A_1 y A_2 son las amplitudes de dos ciclos consecutivos.

v = velocidad

f = frecuencia

λ = longitud _ de _ onda.



Equivalente a δ es atenuación medida en dB/longitud de onda, o db/periodo si α es definida en unidades de inverso del tiempo.

Esta medición es comúnmente referida como un coeficiente de atenuación y su conversión al decremento logarítmico está dada por

$$\delta = \frac{\alpha(dB\lambda)}{8.686}$$

V.3 Factor de calidad Q

Una de las más comunes mediciones de atenuación es el factor de calidad Q y su inverso Q^{-1} . Como una propiedad intrínseca de la roca, Q es la razón entre la energía almacenada y la energía disipada. O'Connell y Budiansky (1978) discutieron en detalle varias definiciones de Q y sus relaciones con las ecuaciones viscoelásticas para un material dado.

Intrínsecamente Q puede diferir bajo algunas condiciones de los valores de Q derivados de procesos como la propagación de onda. Aún este puede ser empleado como una herramienta valiosa para obtener mediciones de la respuesta inelástica de una roca. Dentro de las definiciones manejadas en la literatura se asume Q intrínseca cuando la pérdida de energía es pequeña ($Q > 10$). Afortunadamente bajo ciertas condiciones de interés en geofísica, la suposición de pequeñas disipaciones de energía es válida.

Q intrínseca puede ser definida como

$$Q = \frac{wE}{-dE/dt} = \frac{2\pi W}{\Delta W} \dots(5.11).$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Donde :

E , es la energía instantánea en el sistema.

dE/dt , es la razón de pérdida de energía.

W , es la energía elástica en el máximo esfuerzo y deformación, y

ΔW , es la pérdida de energía (por ciclo) de una vibración armónica.

Para sistemas dinámicos lo más común para medir la atenuación Q es:

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f} \dots (5.12).$$

Donde:

Δf , es el ancho de banda y

f_r , la frecuencia pico de resonancia.

V.3.1 Q para modos de propagación

La atenuación puede ser medida en una variedad de formas, incluyendo formas quasiestáticas (stress-strain phase lag) y métodos dinámicos usando ondas compresionales y de corte. Diferentes valores de Q son obtenidos por diferentes métodos. Por ejemplo las ondas de corte y compresionales, proveen valores de Q_s^{-1} y Q_p^{-1} respectivamente.

Estas cantidades pueden relacionarse a través de la siguiente ecuación

$$Q_M^{-1} = \frac{M_I}{M_R} \dots (5.13).$$

Donde M_I y M_R son las partes real e imaginaria del módulo M relacionado al esfuerzo y la deformación. Para el esfuerzo extensional M es el módulo de Young

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

E; para esfuerzo hidrostático M es el módulo de Bulk K ; para ondas de corte o esfuerzo de torsión, M es el módulo de Corte μ y para ondas compresionales

$$M = K + 4\mu/3.$$

Una apropiada sustitución de estos módulos dentro de la ecuación (5.13), permite obtener tres ecuaciones relacionadas con la atenuación para diferentes estados de esfuerzo. (Winkler y Nur, 1979).

$$\frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{Q_P} = \frac{1+\nu}{Q_E} - \frac{2\nu(2-\nu)}{Q_S} \dots\dots(5.14)$$

$$\frac{1+\nu}{Q_K} = \frac{3(1-\nu)}{Q_P} - \frac{2(1-2\nu)}{Q_S} \dots\dots(5.15)$$

$$\frac{3}{Q_E} = \frac{1-2\nu}{Q_K} + \frac{2(\nu+1)}{Q_S} \dots\dots(5.16)$$

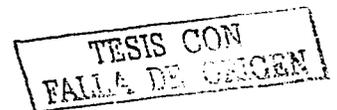
Donde ν es la relación de Poisson que debe ser determinada.

Para un medio sólido elástico puro, las velocidades están relacionadas por

$$V_P^2 = \frac{V_S^2(4V_P^2 - V_E^2)}{3V_S^2 - V_E^2} \dots\dots(5.17)$$

donde

$$V_E^2 = \frac{V_S^2(3V_P^2 - 4V_S^2)}{V_P^2 - V_S^2} \dots\dots(5.18)$$



y

$$V_K^2 = V_P^2 - \frac{4}{3} V_S^2 \dots (5.19)$$

y la relación de Poisson es

$$\nu = \frac{V_P^2 - 2V_S^2}{2(V_P^2 - V_S^2)} = \frac{V_E^2 - 2V_S^2}{2V_S^2} \dots (5.20)$$

Las relaciones dadas en las ecuaciones 5.14, 5.15, y 16, son cruciales para comparar valores de Q obtenidos por diferentes métodos experimentales.

También la descomposición de valores de Q a partir de ondas puramente compresionales o de corte son una herramienta útil para el diagnóstico y análisis de los mecanismos de atenuación.

Como resultado de las mediciones de atenuación, se definen y relacionan unas con otras las siguientes expresiones:

donde:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\delta}{\pi} = \frac{\alpha V}{\pi f} = \frac{\alpha(\text{dB} / \lambda)}{8.686\pi} \dots (5.21)$$

Q = factor de calidad

α = coeficiente de atenuación

δ = decremento logarítmico

Δf = ancho de frecuencia

V = velocidad

f = frecuencia

Como un recordatorio final acerca de las unidades, el coeficiente de atenuación se puede expresar en: nepers/unidad de longitud (inverso de la longitud) o en dB/unidad de longitud. Las relaciones entre ambos están dadas por $\alpha(\text{dB/unidad longitud}) = 8.686 \alpha(\text{nepers/unidad de longitud})$, y como se denota en la ecuación (18), $\alpha(\text{dB}\lambda) = 8.686 \pi Q$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

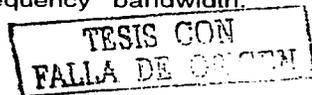
VI SPECTRAL ATTRIBUTES FOR ATTENUATION ANALYSIS IN A FRACTURED RESERVOIR

VI.1 Abstract

Seismic attenuation estimates are calculated using high-resolution reflection data from a fractured carbonate reservoir near the Northeast coast of Mexico. The estimates are obtained by the spectral ratio method using an optimized time-frequency representation from the Wigner transform of the seismic information. Additionally, several spectral characteristics were obtained from the normalized spectral differences, above and below some targeted geological formations with potential oil saturation. This technique allowed estimating absorption coefficients the entire time scale, and was calibrated with the core, well log and borehole image data available. Spectral changes and attenuation anomalies are related to the presence of hydrocarbons over the fractured reservoir rocks; however, such anomalies are also related to the highly fractured areas due to wave scattering. Moreover, the seismic attenuation patterns associated with productive zones help to identify new potential areas and in assisting for horizontal drilling targets.

VI.2 Introduction

It has been established that seismic attenuation is sensitive to the mineral composition of rocks, fluid saturation, viscosity, permeability and porosity. For instance, the attenuation of seismic waves over viscous-fluid saturated rocks is generally higher than in dry rocks, in most of the frequency bandwidth.



Furthermore, changes in the spectral and amplitude characteristics of the seismic signal may be associated to the presence of fluids and fractures within the rock system. For that reason laboratory measurements of wave attenuation have been carried out at several frequency levels in sedimentary rocks. Moreover, some laboratory measurements of wave attenuation in rocks at seismic frequencies have been achieved. These measurements generally show that various lithological factors are responsible of the wave attenuation including porosity, permeability and clay content in rocks. There have been some efforts in the application of seismic attenuation for reservoir monitoring of an enhancement oil recovery (EOR) program (Eastwood *et al.* (1993)) and for detecting attenuation anomalies as hydrocarbon indicator (Mitchell *et al.* (1996)). This is even more noticeable in carbonate reservoirs. We focus on the results and analysis obtained from the estimation of the seismic attenuation, including the inference of frequency dependent anomalous attenuation zones within a fractured carbonate reservoir. The premise is that the analysis of differences in seismic attenuation may be used as a tool for characterizing rock properties and for understanding the behavior of wave propagation in a complex environment including by pores and cracks containing fluids.

VI.3 Attenuation measurements

Commonly, there are two separate approaches to obtain seismic wave attenuation from *in situ* measurements: time-domain methods and frequency-domain methods. The first approach addresses the problem in the time domain and attempts to relate the broadening of pulse width or rise time to the attenuation quality factor Q

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

based on a linear or non-linear model. The second approach is in the frequency domain and is based on the frequency content of the seismic pulse obtained by Fourier analysis. Attenuation as a function of frequency is computed from the spectra of each pulse.

Another widely used technique for *in situ* measurements is the spectral ratio method, which requires computing the slope of the amplitude or power spectra of different pulses as a function of frequency. This method has the advantage of not requiring true amplitudes in the information, since only the frequency characteristics are measured.

VI.4 Time-frequency representations

The power spectrum provides information on the average frequency energy content of a signal; however, it provides no explicit information on the time variation of that energy. A common method of dealing with a time-varying signal is to window the data sequentially and to assume the signal to be stationary over the length of the window. This approach, however, suffers from the subjective choice of a window, and the significant properties of the signal are a trade-off with the type and the length of the chosen window. Time-frequency representations (Cohen, 1995) involve local power spectra that discern how the frequency content of a signal changes over time.

The joint time-frequency domain provides a new tool for seismic signal analysis and processing (Steeghs, 1997). Recent results (Tobback et al., 1996) show that time-frequency techniques, notably improve the conventional attribute extraction

techniques; for instance, in the estimation of the instantaneous frequency attribute, instantaneous bandwidth, dispersion and attenuation of seismic reflection data.

The Wigner distribution (WD) is a rescaled short-time Fourier transform that uses a time-reversed signal as window and supplies an optimal time-frequency resolution tradeoff. The WD is a quadratic function of the signal

$$W(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t + \frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (1)$$

where * denotes the complex conjugate, t is the time and $\omega = 2\pi f$ is the angular frequency.

The function $W(t, \omega)$ can be regarded as an instantaneous power spectrum of the signal (Barnes, 1993), which allows constructing, for instance, the instantaneous frequency $f_i(t)$

$$f_i(t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega W(t, \omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega}. \quad (2)$$

Many of the so-called "seismic attributes" are readily obtained from the WD of the signal. Consequently, the estimation of the quality factor Q at traveltimes t_1 and t_2 is obtained by substituting the power spectrum P_i by the optimized Wigner distribution $W(t, f)$ for each t_i (Jones and Baraniuk, 1995) i.e.,

$$Q^{-1} = \frac{LSQ\{\ln[W(t_2, f)]\}}{LSQ\{\ln[W(t_1, f)]\}}. \quad (3)$$

We used least squares fitting (LSQ) curves of the spectra, since this ensures more accurate and stable results. Additionally, to the attenuation appraisal of the seismic

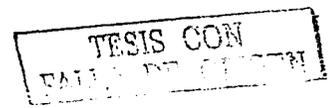
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

data, a parametric spectral estimation could be conducted in order to qualitatively observe spectral anomalies within the reservoir.

The non-parametric (conventional) spectral estimators, such as the Fast Fourier Transform (FFT) or auto-correlation methods, are limited in resolution of the power spectrum and require long observation intervals in order to achieve acceptable accuracy and reduce leakage. The parametric (model based) spectral estimation has proven usefulness in extracting high-resolution frequency spectra from relatively short data sets. The basic idea is that if a signal depends on a finite set of parameters, all of its statistical properties can be expressed in terms of those parameters, including its power spectrum.

VI.5 Oil field

The oil field under consideration is located in the northeastern part of Mexico. Since it is a mature field on advanced exploitation stage, the production is dropping. The primary porosity is low (2-4%), however, the oil accumulations are in the fracture zones and vugs (formed by dissolution of the carbonate rocks) having up to 20% of secondary porosity (dual porosity regime). The Play consists of the San Felipe (F1), Agua Nueva (F2) and Upper Tamaulipas (F3) formations, which are composed by limestones and shally limestones from the Upper Cretaceous. These sedimentary rocks were deposited at a deeper environment beyond 200 m. For that reason, the porosity is low and the permeability is insignificant. Nevertheless, these rocks were affected by a secondary phenomena associated to tectonic stress of Laramidic and Tertiary age, that gave origin to an irregular



network of faults and fractures, causing migration of hydrocarbon fluids from source rock to the reservoir rocks. The oil is significantly heavy, between 11 API and 13 API and it has been biodegrading by water probably, because the reservoir is near the surface (600-900 m.). The fracture system is heterogeneous making hard to map the potential zones for oil field development. Figure VI.1 shows the map of F2 formation from Upper Cretaceous and the location of the seismic line A. The fracture analysis was made using borehole images, that provide high resolution image of the borehole wall enabling detailed fracture measurements. The intersection of the fracture with the borehole wall scatters acoustic energy, producing a dark sinusoidal path on the image. This image allows interpreting the strike and dip of the fracture. The fractures are present at the Cretaceous formations, the Figure VI.2 shows a graph that gives an idea about of density of fracturing in this area, where it is observed that fracturing fluctuate from 35 to 58%. The length of the fractures changes from few centimeters near to 1 m approximately. The orientation is dominantly vertical (70° to 90°) with an SW-NE azimuth. The fractures vary from open to close together with a small percentage of filled fractures with calcite. Fracturing plays an important role in this field, since the fractures and the rock dissolution enhance the porosity up to 20%, allowing flow and oil accumulations. Figure VI.3 shows a borehole image of F1 formation, the intersection of the fracture with the borehole wall is exhibited at 789-791.5 m. interval, with an orientation of 84.5° and azimuth of 331.9° . Since the distribution of fractures controls the reservoir geometry, the goal was to find the locations of high fracture density.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

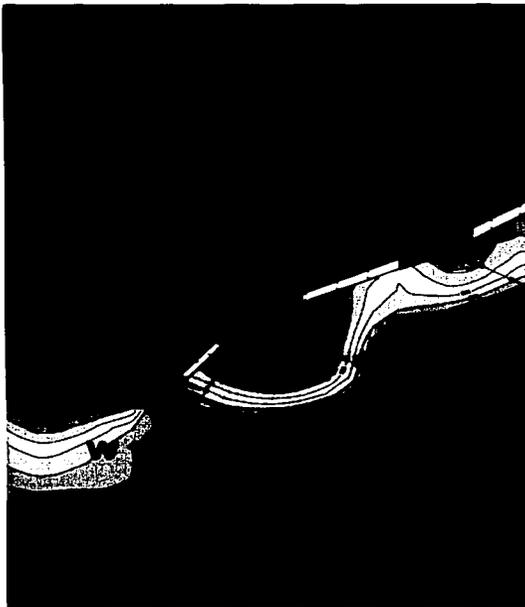


Figure VI.1. Horizon of F2 formation from Upper Cretaceous Showing the location of the seismic line A.

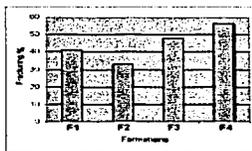


Figure VI.2. The bars graph shows the density of fracturing of the cretaceous formations.

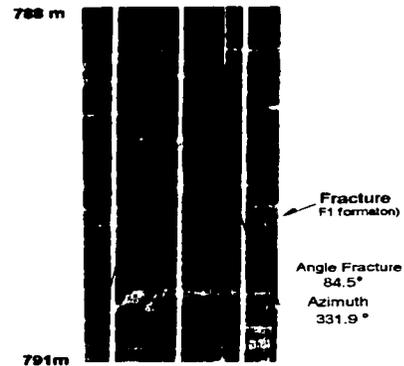


Figure VI.3. Borehole image from well W11, which shows a path of fracture at the formation F1.

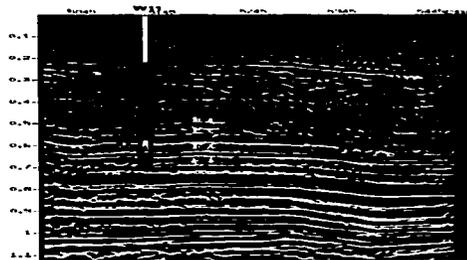


Figure VI.4. Line A showing the zone of interest indicated by rectangle and delimited by F1 and F2 formations. It is also shown the location of well W11.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

VI.6 Spectral analysis at reservoir

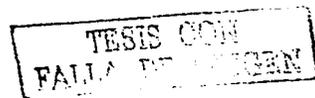
The seismic data was processed preserving amplitude and waveform, since we hoped to see spectral variations. The calibration was carried out using logs from the W11 well. At the first stage of the procedure the data was converted from time to depth establishing the top and the base of each formation within the studied area. As a second stage a synthetic seismogram was constructed from density and velocity logs, to correlate the events with the formations.

Figure VI.4 shows the seismic line A and the zone of interest indicated by a rectangle, which is delimited in depth by the F1 and F2 formations. It is also shown the location of W11 well. Figure VI.5 shows the logs, the seismic trace and the synthetic seismogram correlated with the lithology.

Attenuation spectrum

The spectral measures were calculated using the parametric (model based) method (Eastwood et al., 1993) at two small windows, one above the F1 formation and the other one below the F2 formation, following their limits. The signal power spectrum was estimated trace by trace, in order to get spectral features, such as the pick frequency, the bandwidth and the quantile frequency, using one hundred traces around the well. Once the spectrum was calculated at both windows, the "attenuation spectrum" can be obtained through the differences between the normalized spectra.

Figure VI.6 shows the spectral analysis below the zone of interest. The first panel represents the signal in the region of the W11 well that was utilized to estimate the spectrum; the time scale is showed in the right side. The second panel shows all



estimated signal spectrum for each trace, the vertical axis represents frequency. Finally, the third section shows the principal components of the spectrum exhibiting attenuation at higher frequencies. The attenuation spectrum was obtained by the differences from the spectra above and below of the zone of interest (see Figure VI.7). The effective frequency range is from 10 to 100 Hz. This large bandwidth was possible due to the high-resolution seismic survey used in this work. On this graph, the horizontal axis represents distance, while the vertical axis corresponds to the time scale (right side) and the frequency scale (left side). The different colors specify the attenuation level (dB) for F1 and F2 formations. The anomaly shows high attenuation around 60 Hz to 80 Hz, which is probably associated to the presence of high fracture density (wave scattering) and to the heavy oil saturation (viscous dissipation) at both formations according to the well data.

The focus of this analysis was to obtain the attenuation coefficient (α) along the seismic traces, for detecting local attenuation anomalies as a function of time. The method was based on time-frequency analysis using Wigner distribution.

Once the time-frequency representation is obtained, the power spectrum can be calculated for each sample, subsequently, the spectral ratio method is used to estimate the attenuation coefficient (α). Each attenuation coefficient can be associated to each time sample, so α is required to be obtained through the entire time scale of the signal. This analysis allows to monitoring the attenuation variations along the seismic trace and to build a relative attenuation section as a seismic attribute. In the following, this method is applied to synthetic and real data.

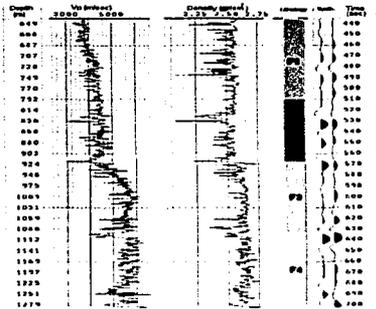


Figure VI.5. Velocity and density logs from well W11, used to the calibration process. The top and base of each one of the cretaceous formations, are correlated with the original seismic trace from the well and the synthetic seismogram.

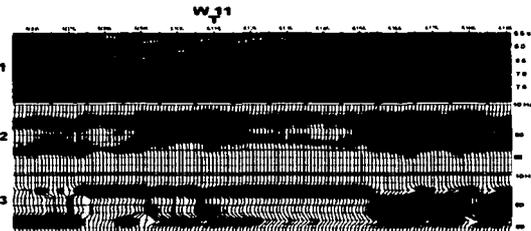


Figure VI.6. Spectral analysis from F1 and F2 formations. The first panel represents the window of the signal below of zone of interest. Second panel corresponds to the signal spectrum. Third panel shows the principal components of spectrum.

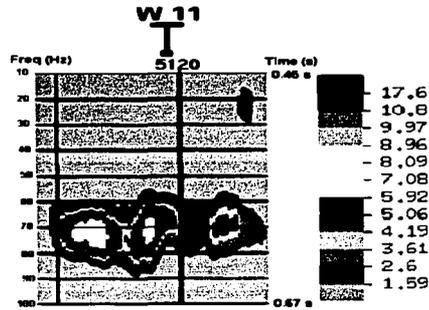


Figure VI.7. The attenuation spectrum from the formations F1 and F2, estimated over a hundred traces around the well W11.

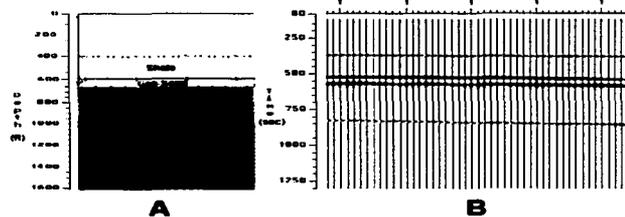


Figure VI.8a. Geological model of horizontally layered media, which represent a thin gas-sand formation interbedded at shales. Figure VI.8b. Synthetic traces from gas-sand model.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

VI.7 Synthetic modeling and real data

A synthetic model was performed utilizing a horizontally layered media representing a gas-sand formation with shale interbedding (see Figure VI.8a). The parameters of velocity, density and Q do not vary inside each bed. In order to take into account the attenuation effects in the synthetics, a finite difference algorithm with a viscoelastic term (linear standard model) was used. Figure VI.8b displays those synthetics from a layered media. Figure VI.9 shows the relative attenuation section obtained from the optimized Wigner distribution along the synthetic traces. The attenuation effect produced by gas-sand interface is demonstrated by high α values.

The attenuation estimations were applied in several controlled areas. As an example, the method was applied to hundred traces of the seismic line A, around the W11 well. Figure VI.10a shows the studied zone where the central trace matches the well location. The interpretation of the seismic section shows the top of the carbonate formations (F1, F2, F3 and F4), where it is known that F1 and F2 are oil producers. Figure VI.10b shows the relative attenuation section, which displays attenuation coefficient (α) as a function of time, where the colors indicate the α value level. The zone of interest (square) denotes an attenuation anomaly, which coincides with the production zone, according to the well log information. Another attractive result, is the presence of two attenuation anomalies denoted by high α values below of the zone of interest, one of them located at 0.65 seconds and the other at 0.75 seconds, which correspond to the next two Cretaceous

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

formations (F3 and F4). This result opens the possibility to improve the drilling program by noticing the presence of two new potentially producing intervals.

VI.8 Discussion and conclusions

The results of the attenuation analysis from the parametric spectral method demonstrate good performance for detecting frequency dependent anomalous attenuation zones. The attenuation spectrum from the seismic line A, showed a clear anomaly that coincides accurately to the presence of fractures at interval 0.48-0.58 seconds, which corresponds to F1 and F2 formations, according to the logging data.

In this case, attenuation is produced not only by the high density of fractures but also by the fluid content, as well as by the interactions between cracks and fluid themselves, enhancing the attenuation effect. These results are indicative of squirt flow mechanisms since the viscosity of the reservoir oil is quite high, producing a high attenuation peak at low frequencies (around 70 Hz in Figure VI.7).

The estimation of the attenuation coefficient (α) from the Linear Spectral Ratio (LSR) method based on the Wigner distribution, has advantages over other time-frequency representations because does not depend on the size of the analysing window, whereas other methods need to improve the sample rate in order to obtain a good estimate of the power spectrum. The power spectrum here, is computed for each sample without any interpolation process, preserving the original features of the data and giving an idea of how the frequency content changes in time and space.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

It was detected that the high attenuation anomalies, from the area of interest, are associated to the production intervals (F1 and F2 formations), which are consistent with the previous results of the first analysis. Additionally, another interesting result from this technique was the discovery of two new potentially producer intervals, at F3 and F4 formations, by observing high attenuation anomalies. Lastly, the attenuation analysis techniques presented here, allowed observing spectral anomalous variations, representing an alternative tool for hydrocarbon exploration and field development. Moreover, the results of this work helped to identify new potential areas, as well as assisted in the drilling of a horizontal well.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

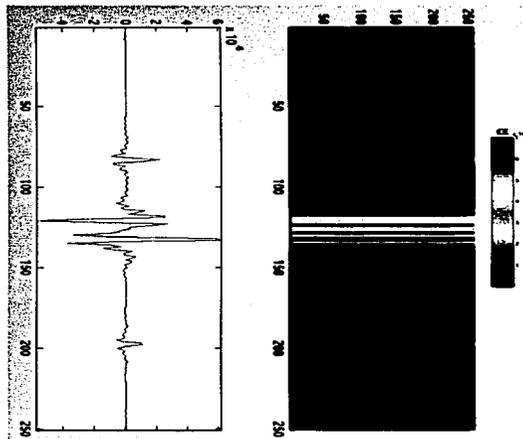


Figure.VI.9. Relative attenuation section (right) from synthetic model (left). The attenuation effect produced by gas-sand interface, is confirmed by high α values.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

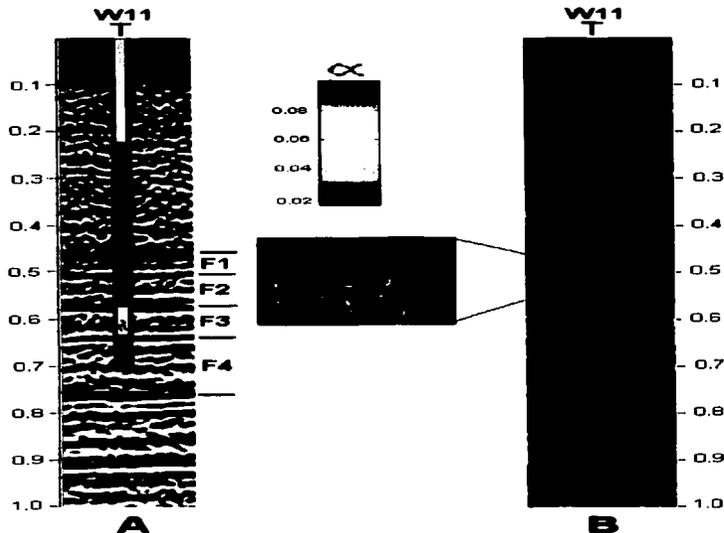


Figure VI.10a. Portion of line A, displaying the zone of interest and the interpretation of cretaceous formations; the central trace match to well location.

Figure VI.10b. Relative attenuation section showing the attenuation coefficient (α) as a function of time. A detail of the zone of interest (on the left), shows the high attenuation anomaly generated by F1 and F2 formations, which are oil producers.

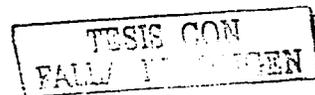
TESTE CON
FALLA DE ORIGEN

VII ANÁLISIS DE ATRIBUTOS

El análisis de atributos sísmicos juega un papel muy importante en la selección adecuada y la interpretación física para la solución de un problema específico. Sin embargo tradicionalmente la interpretación de atributos se ha llevado a cabo principalmente de forma empírica o como receta, lo cual muchas veces ha llevado a errores, debido a la diversidad de características geológicas y físicas a las que un solo atributo puede estar asociado, generando con esto ambigüedad en la interpretación. La efectividad en el uso de los atributos, depende de la habilidad de escoger un conjunto adecuado de estos. Para ello es necesario realizar un análisis enfocado a resolver un problema determinado.

¿Qué atributos deben emplearse?

La aplicación de atributos debe hacerse con conocimiento de la tecnología y con el enfoque adecuado al problema que se quiere resolver, ya que su uso insensato podría llevar a interpretaciones erróneas. Muchos atributos pueden ser extraídos a partir de los datos sísmicos y tratar de relacionarlos con varios aspectos de los yacimientos de hidrocarburos, en un intento por reducir el riesgo de perforar un pozo seco. La pregunta en cuestión aquí, es la validez de atributos específicos para resolver un problema dado. El uso de una gran cantidad de atributos puede llevar a análisis confusos, por lo tanto algunos atributos pueden ser necesarios, pero unos cuantos pueden ser suficientes. Esto se puede determinar por la experimentación de combinaciones lógicas de varios atributos. En este trabajo de



tesis se emplearon dos técnicas para la selección y el análisis de atributos que fueron: las componentes principales y las gráficas cruzadas.

Aunque los atributos definen por sí mismos algunas características físicas o geométricas de los datos sísmicos, el potencial de estos es mucho mayor cuando se analizan simultáneamente 2 o más.

VII.1 Análisis de gráficas cruzadas

El análisis de gráficas cruzadas es una herramienta de apoyo para la selección de los atributos sísmicos mas adecuados, que posteriormente servirán para llevar a cabo una interpretación litológica a través de técnicas de reconocimiento de patrones como las redes neuronales. El objetivo de las gráficas cruzadas es encontrar una función discriminante que represente la mínima razón de las diferencias de un par de promedios o medias de los valores de 2 atributos (Davis y Wiley 1973).

En nuestro caso primero definimos 2 clases de los datos sísmicos. Esto debe hacerse después de la calibración con los datos de pozo, de tal manera que cada clase definida corresponderá a una formación litológica. Es importante mencionar que en el sentido más estricto los datos de pozo sólo proporcionan información local dentro de la sección sísmica analizada, por lo que la calibración es válida sólo en la vecindad del pozo. Para extender el conocimiento de la litología hacia zonas donde no se cuenta con datos de pozo, se empleará la técnica de redes neuronales usando los atributos adecuados que resulten de estos análisis.

TESIS CON
FALLA DE

El siguiente paso es seleccionar los 2 atributos que serán analizados. Los atributos se deben normalizar para poder ser comparados entre sí por su valor cuadrático medio. Una vez realizados los cálculos, se construye la gráfica cruzada de acuerdo al diagrama de flujo de la Figura VII.1. El símbolo cuadrado negro representa el porcentaje del valor medio de la clase 1 y el círculo negro representa el porcentaje del valor medio de la clase 2. Se dibuja una línea que pase por la mitad entre ambas medias y perpendicular a la función discriminante. Si la separación entre los valores de las 2 medias es grande, entonces los 2 atributos pueden separar las 2 clases (ver Figuras VII.2 y VII.3). En caso contrario si esta separación es pequeña entonces los atributos no son capaces de separar las clases.

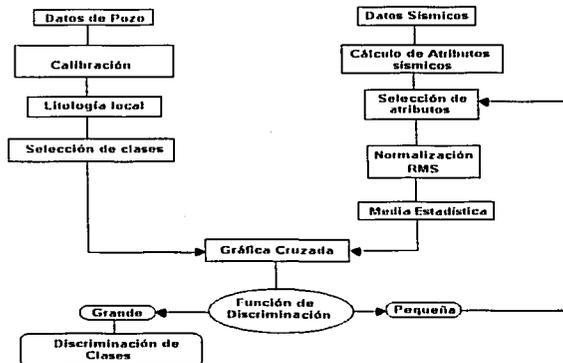


Figura.VII.1. Diagrama de flujo para el análisis de Atributos con gráficas cruzadas.

TESIS CON
FALLA DE CUBREN

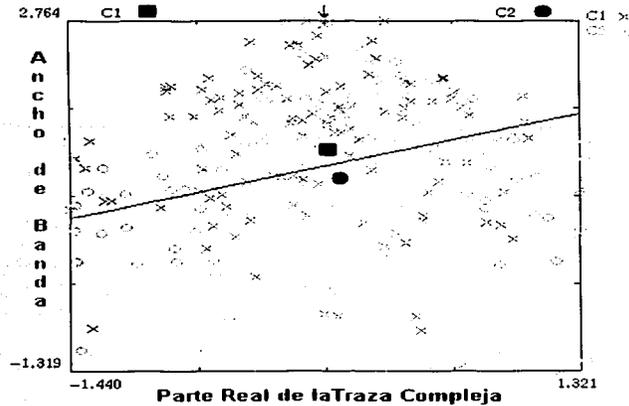


Figura.VII.2. Gráfica Cruzada para el análisis de Atributos Sísmicos. Los símbolos (cruz y círculo) representan las 2 clases que son analizadas con los atributos de Ancho de Banda y la parte Real de la Trazo Compleja. Los símbolos (cuadro y círculo) rellenos de color negro representan la media estadística de cada clase. La línea representa el punto medio entre las 2 clases. En este caso no hay una buena separación de las medias, por lo que los atributos seleccionados no pueden separar las 2 clases, lo cual es consecuencia de la distribución dispersa de las clases en la gráfica.

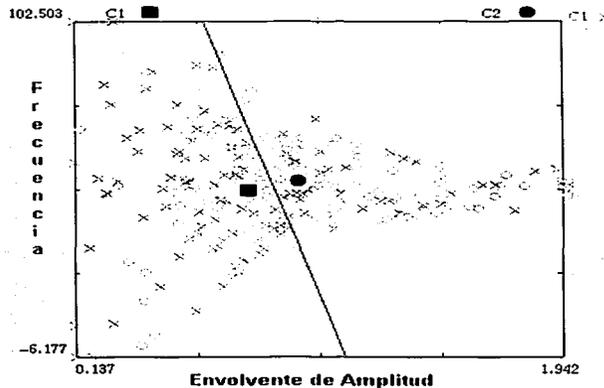


Figura.VII.3. Gráfica cruzada entre los atributos de envolvente de amplitud y frecuencia instantánea.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

VII.2 Análisis de Componentes Principales

El análisis de componentes principales se utiliza en estadística para extraer las relaciones más dominantes dentro de un grupo de variables numéricas de grandes dimensiones, como lo son los datos sísmicos. Podríamos decir que es una técnica cuyas principales aplicaciones son:

- a) Reducir el número de variables .
- b) Detectar una estructura en la relación de las variables para clasificarlas.

Es una técnica robusta, pero tiene sus puntos débiles. 1) Solamente puede ser usada con variables numéricas y 2) sólo se puede usar asumiendo que las relaciones entre las variables son lineales.

Una forma común de obtener las componentes principales de un conjunto de datos, es calculando los eigenvectores de la matriz de correlación. Estos vectores dan la dirección en la cual la nube de datos es mas alargada (ver Figura VII.4).

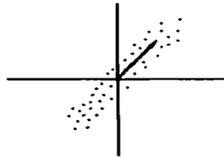


Figura.VII.4. Dirección principal del alineamiento de la nube de datos.

Las proyecciones de los datos sobre los eigenvectores son las componentes principales. Los eigenvalores dan una idea de la cantidad de información que representan las componentes principales. Por lo tanto las componentes principales correspondientes a eigenvalores grandes representan más información en el

conjunto de datos y nos dicen mucho acerca de las relaciones entre ellos (ver Jolliffe, 1986).

Obteniendo las Componentes Principales

En este escrito no vamos a entrar en detalles acerca de los aspectos matemáticos del análisis de componentes principales, estos se pueden consultar en el Anexo 1. Básicamente el objetivo de las componentes principales consiste en encontrar la dirección de varianza máxima. Por ejemplo en una gráfica con datos dispersos, podemos pensar acerca de la línea de regresión como el eje X original, rotado. Este tipo de rotación es llamado varianza maximizada, debido a que el criterio para la rotación es maximizar la varianza (variabilidad) de la nueva variable, mientras que se minimiza la varianza alrededor de la nueva variable.

Generalizando al caso de Variables Múltiples

Cuando hay más de 2 variables, podemos pensar que éstas definen un espacio, así como 2 variables definen un plano. En el caso de 3 variables éstas se pueden ser representar en una gráfica 3D y podríamos ajustar un plano a través de los datos (ver Figura VII.5).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

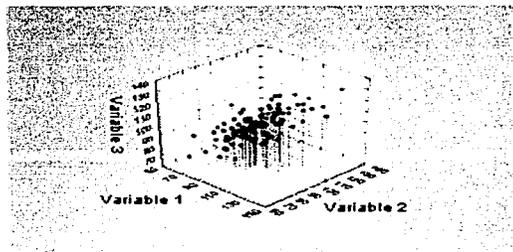


Figura.VII.5. Gráfica de 3 variables.

Con mas de 3 variables es muy difícil ilustrar los puntos en una gráfica dispersa, sin embargo la lógica de rotación de los ejes así como la maximización de la varianza del nuevo factor, permanecen iguales.

Factores Ortogonales Múltiples

Después de haber encontrado una línea sobre la cual la varianza es máxima, permanece aun alguna variabilidad alrededor de esta línea. En el Análisis de Componentes Principales después de que el primer factor ha sido extraído, esto es después que la primera línea ha sido dibujada a través de los datos, se define otra línea que maximice la variabilidad remanente y de esta forma se efectúa la extracción de los factores consecutivos. Debido a que cada factor consecutivo

está definido para maximizar la variabilidad, ésta no es capturada por el factor que le precede, por lo tanto los factores consecutivos son independientes uno del otro. Dicho de otra manera, los factores son ortogonales uno del otro o no correlacionables.

¿Cuántos factores debo de extraer?

Recordemos que el Análisis de Componentes Principales es un método de reducción de variables. Entonces la pregunta aquí es ¿cuántos factores debo de extraer?. Cada vez que se extraen factores, la variabilidad se va reduciendo poco a poco. La decisión de cuando parar de extraer factores básicamente depende de que tan pequeña es la variabilidad remanente para nuestro caso en particular. Por lo tanto esta decisión es arbitraria.

Revisando los Resultados del Análisis de Componentes Principales.

Ahora veamos algunos de los resultados del análisis de componentes principales. Como dijimos en el párrafo anterior, al extraer los factores la varianza va disminuyendo cada vez.

Generalmente se comienza con la matriz de correlación donde la varianza de todas las variables es igual a 1.0. Además la varianza total en dicha matriz es igual al número de variables. Por ejemplo si tenemos 10 variables cada una con una varianza de 1, entonces la varianza total que potencialmente puede ser extraída es igual a 10 veces 1.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Supongamos que en un estudio de satisfacción se incluyen 10 cosas que miden diferentes aspectos de satisfacción en la casa y en el trabajo. La varianza tomada en cuenta para los factores sucesivos, debe ser sumada de la siguiente manera:

FACTOR de ANALISIS	Eigenvectores (factor.estadístico) Extracción: Componentes Principales				
	Valor	Eigenvectores	% total de Variancia	% Acumulado Eigenvectores	% Total Acumulado.
1	6.118369	61.18369	61.1837	61.1837	61.1837
2	1.800682	18.00682	7.91905	79.1905	79.1905
3	.472888	4.72888	8.39194	83.9194	83.9194
4	.407996	4.07996	8.79993	87.9993	87.9993
5	.317222	3.17222	9.11716	91.1716	91.1716
6	.293300	2.93300	9.41046	94.1046	94.1046
7	.195808	1.95808	9.60626	96.0626	96.0626
8	.170431	1.70431	9.77670	97.7670	97.7670
9	.137970	1.37970	9.91467	99.1467	99.1467
10	.085334	.85334	10.00000	100.0000	100.0000

Tabla que muestra el análisis de variables con componentes principales

Eigenvectores

En la segunda columna de la tabla de arriba encontramos la variancia de los nuevos factores que han sido sucesivamente extraídos. En la tercera columna los valores se expresan como el porcentaje de la varianza total (en este ejemplo 10). Podemos ver que el factor 1 tiene 61 % de la varianza, el factor 2 tiene 18 % y así sucesivamente. La suma esperada de los eigenvectores es igual al número de variables. La tercer columna contiene la varianza acumulada. Las varianzas extraídas por los factores son llamados eigenvectores.

1983 CON
FALLA DE ORIGEN

El problema de Eigenvalores y el número de Factores.

Ahora tenemos una medida de la varianza de cada factor consecutivo, pero debemos regresar a la pregunta de cuantos factores debo retener. Como se dijo antes, esta es una decisión arbitraria dependiendo de cada problema, sin embargo existen criterios prácticos que pueden ser usados con buenos resultados.

El criterio de Kraiser

Fue establecido por Kraiser (1960) y establece que debemos retener solamente factores con eigenvalores mayores de 1. De acuerdo a este criterio en nuestro ejemplo sólo se tomarían en cuenta 2 factores (es decir las primeras 2 componentes).

Un método gráfico para determinar el número de factores fue propuesto por Cattell (1966) y consiste en dibujar los eigenvalores en una gráfica xy (ver Figura VII.6).

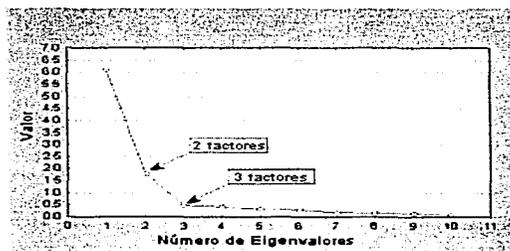


Figura.VII.6. Gráfica de Eigenvalores.

VIII CLASIFICACIÓN

La interpretación adecuada de los atributos, implica la necesidad de establecer su relación con las propiedades físicas y geológicas del medio. Para ello se ha determinado emplear herramientas de clasificación como son las redes neuronales. La idea es utilizar los atributos ya seleccionados (aquellos con mayor contribución en los datos analizados o que tienen alguna relación estadística con un parámetro petrofísico), como entrada a la red neuronal para establecer un criterio de clasificación supervisada que permita identificar una clase específica. Dicha clase puede ser una propiedad física (densidad, porosidad, impedancia etc.) o una litología específica (arenas, carbonatos, cuerpos salinos etc.).

VIII.1 Redes Neuronales

Una red neuronal artificial es un modelo numérico altamente simplificado de la organización y operación del sistema biológico neuronal. En el cerebro una célula o neurona recibe información de muchas otras neuronas a través de una interconexión nerviosa llamadas *axon*. Si el nivel de energía de las señales de entrada excede el nivel de un umbral en la neurona, entonces esta transmite una señal eléctrica a las otras neuronas.

La energía de la señal de salida es modificada por una conexión especial llamada *synapse*, antes de introducirse a otra neurona. Es interesante como ciertas formas de aprendizaje ocurren cuando las *synapses* son entrenadas por estímulos

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

repetitivos. La figura VIII.1 muestra las partes básicas de una célula neuronal o neurona.

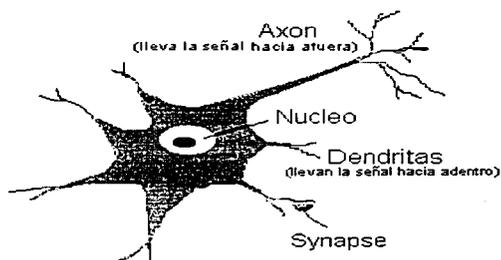


Figura.VIII.1. Célula neuronal simple.

Una red neuronal artificial esta formada de *neuronas* (que simulan las neuronas del cerebro), los cuales están ligados unos con otros por medio de conexiones análogas al *axon* formando una red. Cada conexión tiene asociada un peso escalar (que corresponde a la *synapse*) cuyo valor puede irse modificando durante el proceso de entrenamiento de la red neuronal.

La Figura VIII.2 ilustra el proceso que ocurre en cada *neurón* de una red. Cada señal de entrada al *neurón*, X_i (en este caso son los atributos) es multiplicada por un peso escalar W_i , entonces las entradas ya pesadas son sumadas formado el conjunto S_j . El siguiente paso es modificar la sumatoria S_j por una función no lineal (función de activación), convirtiéndola en una señal de salida O_j .

TESIS CON
FALLA DE CALIFICACION

La función de activación más común es la llamada función *sigmoïdal*, la cual tiene

$$F(S_j) = (1 + e^{-S_j})^{-1}$$

la siguiente expresión:

La cual tiene límites asintóticos 0 y 1 cuando S_j se aproxima al infinito negativo o positivo (Figura VII.3). La señal de salida del *neurón*, sirve como señal de entrada a otros neurones ó como salida final, dependiendo de la ubicación de la neurona dentro de la arquitectura de la red.

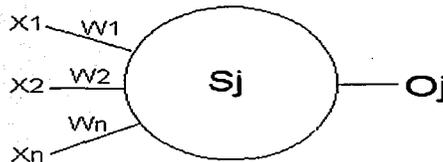


Figura. VIII.2. Neurón (elemento básico de procesamiento de una red neuronal), se muestran las entradas X_i (*atributos*), las interconexiones con sus pesos W_i y la salida O_j (*propiedad física*).

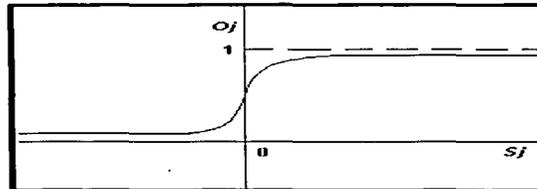


Figura. VIII.3. Función de activación sigmoïdal.

Las entradas del neurón pueden expresarse como $X=[x(1),x(2),\dots X(n)]$. Cada entrada $x(i)$ es pesada por una función $w(i)$ y sumadas. Esta se le llama la red de entrada del neurón

$$net = \sum_{i=1}^N [x(i)w(i)] \dots \dots \dots (8.1)$$

La función de activación puede ser una función escalón o una función sigmoial la cual usaremos para facilitar los cálculos. Antes de que la función de activación sea calculada, sumaremos un bias (una constante) θ , la cual sirve como umbral para la función de activación. La salida del neurón es;

$$b(j) = 1 / \{ 1 + e^{-\frac{net(j) + \theta(j)}{\theta(o)}} \} \dots \dots \dots (8.2)$$

Donde $\theta(o)$ es el factor de la forma sigmoial. Si $\theta(o)$ es un número alto, entonces la función sigmoial variará suavemente. Para valores pequeños de $\theta(o)$, la función tomará forma de escalón.

El entrenamiento de un neurón consiste en calcular los valores de $W(i)$ y $\theta(o)$ de tal forma que puedan clasificar correctamente un conjunto de datos, es decir;

$$Xw = \begin{cases} +1 & \text{--- } X \in \text{CLASE } \text{---} A \\ 0 & \text{--- } X \in \text{CLASE } \text{---} B \end{cases} \dots \dots \dots (8.3)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Si los datos de entrada tienen ruido lo cual generalmente es el caso de los datos reales, entonces nunca alcanzaremos los valores de 0 y 1 sino que estarán entre este rango de valores. Esto es algo subjetivo ya que algún valor del umbral tiene que ser incluido para decidir donde la clasificación *A* termina y donde la clasificación *B* comienza.

Discriminación Lineal por un Neuron.

El neurón de la figura VII.2 fue desarrollado por Widrow (1962) y lo llamó *Perceptrón*. Ahora si $\mathbf{X}=[\mathbf{x}(1),\mathbf{x}(2),\dots,\mathbf{x}(n)]$ representan los datos de entrada para que la red sea entrenada, debemos resolver un vector columna \mathbf{w} de M elementos tal que;

$$\mathbf{X}\mathbf{w} = \mathbf{b} \dots \dots \dots (8.4)$$

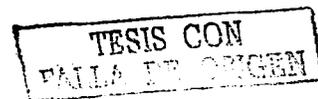
donde los valores de \mathbf{b} son los valores especificados de salida. En una clasificación binaria si $b=1$ especifica que el conjunto \mathbf{X} pertenece a la clase A y si $b=0$ especifica que \mathbf{X} pertenece a la clase B. Ya que la matriz \mathbf{X} tiene N de columnas y M renglones y $M < N$, entonces podemos resolver este conjunto de ecuaciones por el método clásico de inversión matricial.

Si pre-multiplicamos ambos lados de la ecuación por la transpuesta de la matriz \mathbf{X} , podemos obtener:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{w} = \mathbf{X}^T \mathbf{b} \dots \dots \dots (8.5)$$

y resolver por \mathbf{w} ,

$$\mathbf{w} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{b} \dots \dots \dots (8.6)$$



Esta expresión puede ser simplificada por;

$$W = \hat{X}b \dots \dots \dots (8.7)$$

Donde

$$\hat{X} = (X^T X)^{-1} X^T \dots \dots \dots (8.8)$$

Teóricamente la inversa puede ser calculada directamente. Sin embargo podemos obtener como resultado algunos valores que no representan una situación real. Por ello este sistema debe ser resuelto por un procedimiento iterativo llamado **Algoritmo de Perceptrón Lineal** (Widrow 1962).

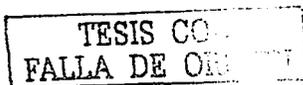
Lo que deseamos calcular es un solo conjunto de pesos w que nos lleve al conjunto correcto de salidas b para todos los patrones de entrada $x(p)$. Si comenzamos con un conjunto de valores arbitrarios $w^{(1)}(i)$ entonces la actualización se llevará a cabo por la siguiente regla;

$$w^{(k+1)}(j) = w^k(j) + \rho [b(j) - w^k(j) \cdot x(j)] \dots \dots \dots (8.9)$$

Esta actualización continua hasta que los patrones son clasificados correctamente, al mismo tiempo $[b(j) - w^k(j) \cdot x(j)]$ debe tender a cero o se hacerse muy pequeña. En la práctica esto no se logra en la mayoría de los casos, entonces el proceso de iteración debe parar cuando la suma del error cuadrático medio alcanza un valor por debajo del umbral pre-definido.

La expresión (9) puede ser escrita de la forma;

$$\Delta(W) = \eta \delta X \dots \dots \dots (8.10)$$



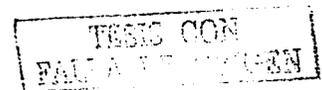
ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

Donde δ es la diferencia entre la salida deseada y la salida actual producida por el perceptrón. Esta es la expresión de la **regla -delta**.

VIII.1.2 Arquitectura de la Red Neuronal.

Una red neuronal consiste de varios neurones interconectados. Existe una gran variedad en la forma de las conexiones que pueden emplearse para resolver algún problema específico. En la Figura VIII.4 se observa que cada nodo representa un neurón los cuales están organizados en 3 capas. La primera capa contiene toda la información introducida a la red, la segunda capa es conocida como capa oculta y recibe la información ya procesada por la primera y así sucesivamente hasta la última capa conocida como la capa que genera la salida.

Existen diversos tipos de arquitecturas en la construcción de las redes neuronales, esto depende del tipo de problema que se desea resolver. Las redes sin capas intermedias, son capaces de resolver adecuadamente problemas lineales. Ahora bien las redes con capas ocultas son capaces de resolver problemas no lineales. Entre mas capas ocultas tenga una red es capaz de manejar problemas más complejos (Regla de thumb), sin embargo en una red con una sola capa oculta es suficiente para la mayoría de los problemas (Taner 1997). En el caso de clasificación binaria un solo nodo puede ser usado, pero en el caso de una clasificación más complicada se requiere de un mayor número de nodos o neurones. La única restricción que se tiene para construir la red es cuidar una regla matemática básica para resolver ecuaciones lineales o no lineales; *cuidar que el número de incógnitas sea igual o menor al número de variables*. Es



recomendable que el número de capas, el número de nodos en cada capa y el número de nodos de salida estén dentro de un rango razonable. Un gran número de datos de entrada puede ayudar a la red a vencer los efectos del ruido.

El proceso de entrenamiento puede tomar un gran número de iteraciones, esto depende del número de capas y nodos; entre mayor sea el número de capas ocultas y nodos tomará más tiempo el entrenamiento de la red. La Figura VIII.5 representa una red neuronal de 3 nodos mostrando el proceso iterativo de entrenamiento. No hay una garantía de que al final de este proceso los resultados converjan al mínimo global. El procedimiento para obtener el mínimo global puede ser a través de diferentes métodos, uno de estos es el llamado algoritmo GENETICO, el cual se basa en la corrección de un esquema por medio del ensayo y error aleatorio.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

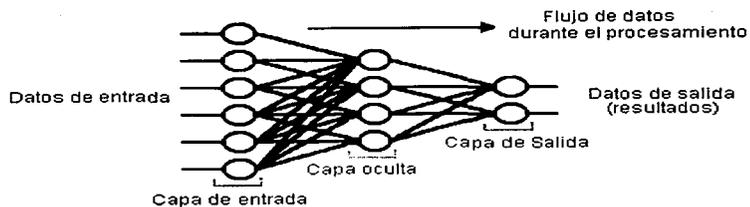


Figura.VIII.4. Red Neuronal de 3 capas. La flecha indica el flujo de información durante la primera etapa del proceso.

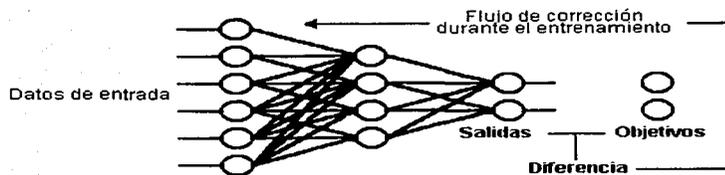


Figura. VIII.5. Esquema del proceso de entrenamiento iterativo de una red neuronal.

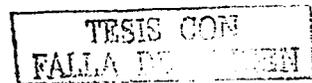
VIII.2 Algoritmos Genéticos

Los Algoritmos Genéticos representan una herramienta matemática de gran ayuda en búsqueda de la solución óptima de problemas no lineales, que se basan en una simulación del sistema de evolución natural. En este método los procesos de selección natural (aleatoria), cruza y mutación se aplican repetidamente a una población de vectores binarios, los cuales representan las soluciones potenciales. A medida que las generaciones avanzan y evolucionan con el tiempo, es posible encontrar una mejor solución.

En este trabajo, se utilizó un *Algoritmo Genético*, para encontrar la solución a un problema de clasificación a través de una Red Neuronal. Como se dijo anteriormente la Red Neuronal es una estructura la cual responde con verdadero (1) o falso (0) a un vector de entrada. El entrenamiento consiste en “enseñar” a la Red a clasificar correctamente un conjunto de vectores a través del concepto de aprendizaje, de esta manera una vez entrenada la red, esperamos que cuando se presente un nuevo vector P este pueda ser clasificado correctamente de acuerdo al conjunto de vectores empleados en el entrenamiento.

La Red Neuronal.

En nuestro estudio, la Red Neuronal consiste de dos entradas y una salida. Esta construida con 6 neuronas en la primera capa y una neurona en la segunda capa



(ver Figura VIII.6). En la primera capa tenemos 2 neuronas con una función de transferencia *atan* :

$$\text{atan}(P * W + b)$$

dos neuronas con una *función lineal*:

$$P * W + b$$

y dos con una función *Hardlim*:

$$P * W + b > 0$$

donde P representa el vector de entrada a la Red Neuronal, W es el vector de pesos y b el umbral (bias) de la neurona.

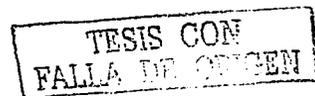
La función de salida de la neurona de la segunda capa es :

$$A * W + b > 0$$

Donde A es el vector de las salidas de las neuronas de la primera capa. La salida de esta neurona es también la salida de la Red.

Método de aprendizaje

Desde el principio del proceso, la Red Neuronal aprende usando el Algoritmo Genético. Esto quiere decir que los pesos (W) y los bias (b) de todas las neuronas son reunidos para crear un vector que es utilizado como la población inicial por el algoritmo genético. Sólo un cierto conjunto de vectores contiene la solución



correcta a nuestro problema de clasificación, por lo tanto esperamos encontrar uno de esos vectores usando el siguiente algoritmo evolutivo:

- Selecciona una población inicial.
- Evalúa la capacidad de cada individuo.
- Crea una nueva población repitiendo los siguientes pasos.
 - Selecciona pares de individuos de acuerdo a su capacidad, los mejores tienen la mayor posibilidad de ser escogidos.
 - Aplica el operador de cruce (proceso de recombinación) para crear los hijos. Si la cruce no es llevada a cabo los hijos serían una copia exacta de los padres.
 - Aplica el operador de mutación (esto es cambiar la posición de los genes).
 - Evalúa de nuevo a cada individuo y los acepta o los rechaza.
- Repite el proceso hasta que la condición es satisfecha.

El proceso repetitivo de aprendizaje termina si se encuentra la solución satisfactoria, o si el número de generaciones llega al límite establecido, lo que significaría que no se logró obtener una solución completa con este conjunto de datos.

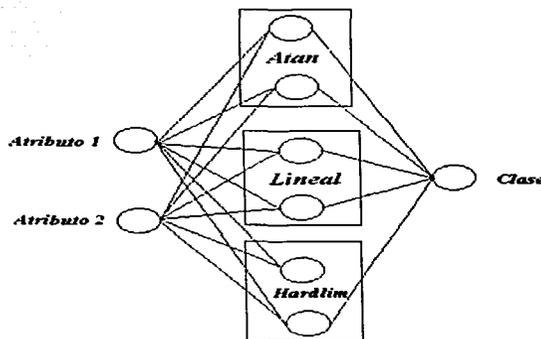


Figura.VIII.6. Arquitectura de la Red Neuronal entrenada con el Algoritmo Genético.

IX APLICACIÓN A DATOS REALES

IX.1 Zona de estudio

La zona de estudio está ubicada en el estado de Tamaulipas y corresponde a un campo maduro en estado de explotación avanzada (Figura IX.1). Debido a que la porosidad de la matriz es muy baja (de 2 a 4 %), las acumulaciones de hidrocarburos se localizan en zonas fracturadas que alcanzan hasta 20% de porosidad, sin embargo el sistema de fracturas tiene un comportamiento caótico, lo que hace más difícil el desarrollo del campo. Cabe mencionar que la producción actual en estos pozos es casi nula porque han sido explotados por varias décadas.

El tipo de aceite que se tiene en este campo es muy pesado con valores entre 11^º y 13^º API, debido posiblemente a que se encuentra muy somero (400-800 metros de profundidad) y ha sido biodegradado por el agua meteórica. La Figura IX.2 muestra el horizonte Cretácico de la formación F3 (KTS) observándose la ubicación de los pozos productores hacia el alto estructural, también resalta una zona con ausencia de datos que corresponde a una ciudad.

IX.2 Condiciones Geológicas Generales

El play Cretácico fracturas está formado por las formaciones San Felipe, Agua Nueva y Tamaulipas Superior. Estas formaciones están constituidas por rocas, depósitos en ambiente de batimetría más allá de los 200 m, razón por la cuál la porosidad original es muy baja y la permeabilidad es casi nula. Sin embargo, estas

TESIS CON
FALLA DE COPIA

rocas fueron afectadas por fenómenos secundarios asociados a esfuerzos tectónicos laramídicos y terciarios que crearon una red irregular de fallas y fracturas que enriquecen los conductos para el movimiento migratorios de los fluidos de hidrocarburos en el subsuelo, desde las rocas madre hasta estos receptáculos fracturados. Los yacimientos de petróleo en rocas del play fracturas están alojados en flancos anticlinales, en sinclinales y en altos de bloques fallados. La estructura regional principal lo constituye el anticlinal asimétrico de Cacalilao-Pánuco con echados bajos del orden de los 15° para su flanco oriental y de 5° a 10° para su flanco poniente con plegamientos secundarios suaves asociados. Dos fenómenos erosivos regionales también están presentes; el primero asociado a la discordancia Terciaria Oligoceno-Mioceno que llega a erosionar a rocas del Jurásico Superior, y el segundo asociado a una erosión submarina que puede ser la causa de los espesores irregulares de las formaciones cretácicas Tamaulipas Superior, Agua Nueva y San Felipe. Se tiene en la región la presencia de intrusiones ígneas terciarias de carácter gabro-basálticas que conforman un papel muy importante en la generación de petróleo y gas, ya que las rocas ígneas fueron las causantes de darle el calentamiento necesario a las rocas madre y además, en sus contactos ígneo-sedimentario se hicieron los conductos favorables para la migración y movimiento de los hidrocarburos a los yacimientos. La Figura IX.3 muestra el modelo geológico evolutivo del play, con los principales eventos geológicos relacionados al yacimiento de nuestro interés.

TEJIS CON
FALLA DE ORIGEN

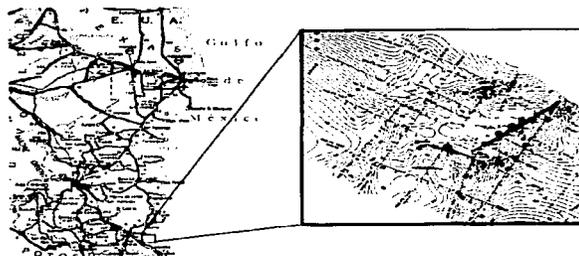


Figura.IX.1. Zona de estudio ubicada en el estado de Tamaulipas, el recuadro (der.) muestra el horizonte de la formación KSF y la línea A del campo F.

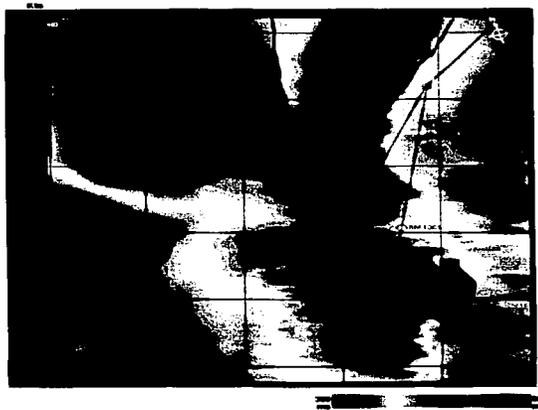


Figura.IX.2. Horizonte de la formación KTS del campo C, también se muestra la ubicación de pozo productor S-312 y la localización J.

TESIS CON
FALLA DE CUBIERTA

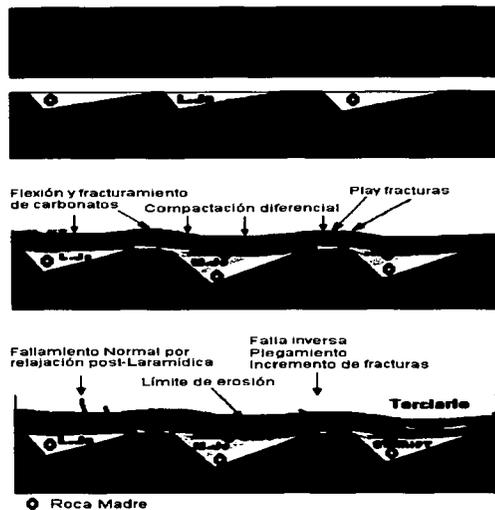


Figura.IX.3. Modelo geológico evolutivo con los principales eventos geológicos.

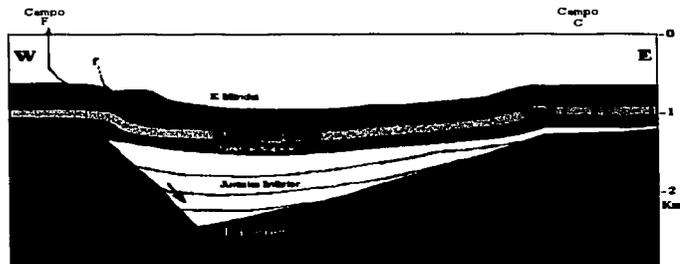


Figura.IX.4. Modelo geológico de los campos (F y C).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IX.2.1 Características estructurales del play

El área de Ebano-Pánuco, se encuentra en el buzamiento estructural sur del arco anticlinal de la sierra de Tamaulipas y en la mayor parte del prospecto syn-rift. Las estructuras anticlinales de esta porción de la planicie costera tienen una orientación nor-noreste-sur-sureste, aunque existan otras estructuras menores asociadas con los yacimientos de orientación NE-SW. Los yacimientos de Ebano-Pánuco se encuentran en los altos anticlinales como Ebano y Cacalilao (Figura IX.4). Dos son los factores estructurales que controlan la distribución de la permeabilidad. El primero es el fracturamiento a que han sido sometidas las calizas y calizas arcillosas que en general se presentan en la mayor parte de la columna geológica, pero tienen mayor importancia económica en las formaciones Tamaulipas Superior, Agua Nueva y San Felipe. La Tamaulipas Inferior también contiene hidrocarburos con petróleo solo que en esta formación el fracturamiento está directamente asociada a fenómenos diagenéticos de dolomitización. El segundo se refiere a un sistema de juntas por contracción que se ha reportado con frecuencia en la formación San Felipe (Muir, 1936). Una cuantificación de los parámetros de porosidad en fracturas da valores de 15 a 17% .

IX.2.2 Características estratigráficas del play

Las formaciones productoras San Felipe, Agua Nueva y Tamaulipas Superior, están constituidas por calizas y calizas arcillosas tipo mudstones a wackestone que fueron depositadas en batimetrías superiores a los 200 m de tirante de Agua, es decir; son carbonatos de ambientes sedimentarios pelágicos. También es

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

común la presencia de intercalaciones litológicas de lutitas laminares y microlaminares en las tres formaciones. La Formación Tamaulipas Inferior es de condiciones similares de depósito pero su producción es debida a fracturamiento asociado a procesos diagenéticos. Las características de porosidad primaria son muy pobres y están sujetas a una microporosidad intrafosilar en los foraminíferos que solo es observada al microscopio electrónico y que le da a las calizas un tono café y café oscuro por impregnación de hidrocarburos solo que los valores de permeabilidad son muy bajos a nulos. El fracturamiento de estas rocas enriquece la porosidad y permeabilidad y de esta manera se logran constituir excelentes yacimientos de petróleo. Las capas se encuentran afectadas por fracturamiento y esta condición es la principal causa de tener excelentes plays en las calizas y calizas arcillosas del Cretácico Superior. En los yacimientos petrolíferos tipo Ebano-Pánuco que se encuentran dentro de un ciclo estratigráfico de calizas y lutitas, el petróleo se encuentra en las calizas ya que estas se fracturan mejor y las lutitas y aún bentonitas que la sobreponen constituyen el sello de la caliza fracturada, así en un sentido general son numerosos los mini-yacimientos que constituirán un buen yacimiento de petróleo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

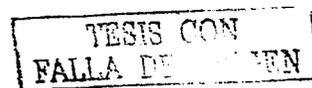
IX.3 CALIBRACIÓN Y MODELADO

La calibración de los datos sísmicos, fue realizada utilizando la información del pozo W11, ubicado en la línea A (Figura IX.5). Esta parte de la metodología propuesta, es crítica para el análisis de atributos y su correlación con las propiedades petrofísicas del medio estudiado. La primera etapa de la calibración consistió en la ubicación de las cimas de cada formación dentro del intervalo estudiado para efectuar la interpretación de las formaciones cretácicas F1 (San Felipe), F2 (Agua Nueva), F3 (Tamaulipas Superior), F3a (Otates) y F4 (Tamaulipas Inferior) en la línea A. La segunda etapa, consistió en el análisis de registros del pozo, que en este caso fueron los de velocidad de onda p (V_p) y densidad. Con dicha información se estableció la correlación entre las profundidades en tiempo [seg] (datos sísmicos) y en distancia [m] (registros de pozo). Además se realizó el cálculo del sismograma sintético, empleando los datos de velocidad y densidad. La Figura IX.6 muestra los registros del pozo, así como el modelo sintético calculado y la correlación que existe con los datos reales en las trazas de la vecindad del pozo, observándose un buen ajuste de los datos sintéticos con los reales.

IX.4 RESULTADOS

IX.4.1 Cálculo y selección de Atributos

En la línea A migrada, se calcularon 11 atributos. Las Figuras IX.7, IX.8, IX.9, IX.10 y IX.11 representan algunos de los atributos calculados como: envolvente de amplitud, frecuencia instantánea, aceleración de la fase, factor Q instantáneo y la



parte real de la traza compleja respectivamente. Como se puede apreciar cada uno de ellos muestra una imagen con características diferentes de la misma línea A, sin embargo la interpretación puede ser confusa. En este caso nuestro objetivo es tratar de definir la litología empleando las redes neuronales guiadas por los atributos y los datos de pozo.

Para seleccionar el grupo de atributos a ser utilizados en la clasificación litológica, se utilizó el análisis de componentes principales, que como se menciono anteriormente ayudará a reducir el número de variables a través del cálculo de los eigenvectores de la matriz de correlación. En este caso se analizaron 11 atributos resultando elegidos sólo 5, que corresponden a las Componentes Principales con eigenvalores grandes, lo que significa que tienen una mayor contribución en la información del conjunto de datos. La tabla I muestra los resultados, con sus respectivos eigenvalores.

Tabla I

FACTOR de ANALISIS	Eigenvalores (factor estadístico) Extracción: Componentes Principales		
ATRIBUTOS	Eigenvalores	% total de Variancia	% total Acumulado
Parte Real		28.007	
1		20.804	
Parte imaginaria		19.909	28.007
2	1.400	19.103	48.811
Envolvente	1.040	12.167	68.720
3	0.995		87.833
Frecuencia Inst.	0.956		100.000
4	0.608		
Ancho de Banda			
5			

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

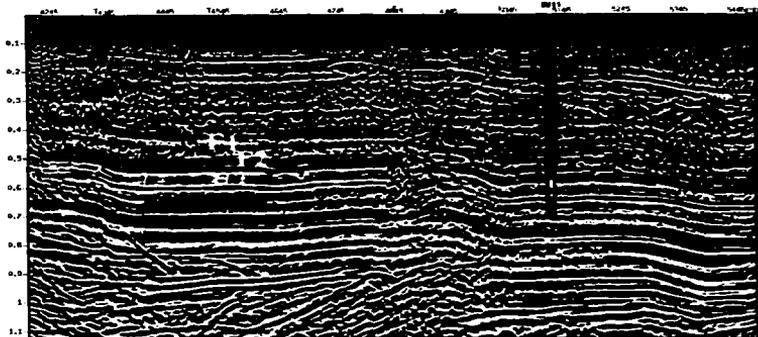


Figura. IX.5. Línea A (campo F) con los horizontes de las formaciones F1 y F2 y el pozo W11 empleado en la calibración.

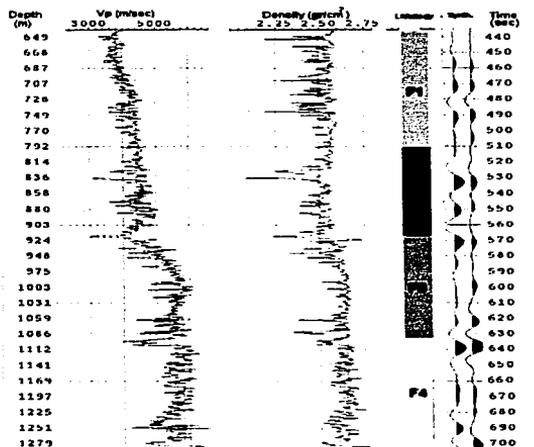


Figura.IX.6. Integración de los registros de velocidad y densidad con la columna litológica calibrada en tiempo y profundidad.

TESIS CON
FALLA DE CORTIN

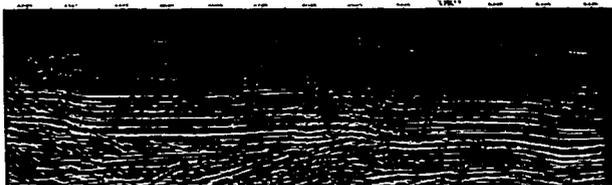


Figura.IX.5. Línea A migrada



Figura.IX.7. Envolvente de amplitud

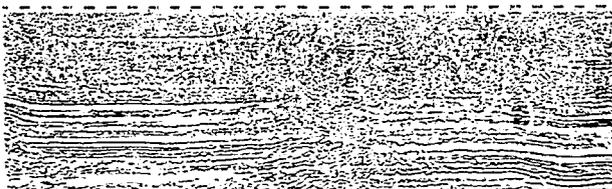


Figura.IX.8. Frecuencia instantánea.

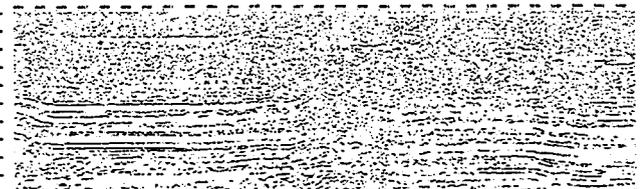


Figura.IX.9. Aceleración de la fase.

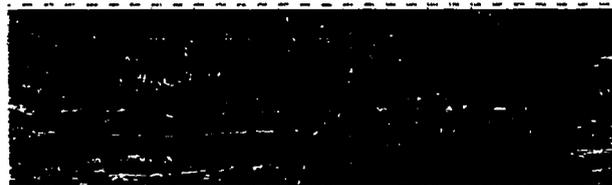


Figura.IX.10. Factor Q instantáneo.



Figura.IX.11. Parte real de la traza compleja

TESIS CON
FALLA

IX.4.2 Clasificación litológica

La clasificación de litología se llevó a cabo utilizando las Redes Neuronales (perceptron_back propagation) y los cinco atributos instantáneos determinados por las Componentes Principales. La Figura IX.12 muestra el diagrama de flujo con la secuencia de procedimientos empleados en la clasificación supervisada, determinándose cuatro clases principales en base a la calibración de los datos sísmicos con los registros del pozo W11, las cuales fueron utilizadas como objetivo a la salida de la red neuronal. La clase 1 se definió como Lutitas, la clase 2 como Carbonatos I (calizas no fracturadas), la clase 3 como Carbonatos II (calizas arcillosas fracturadas) y la clase 4 Carbonatos III (caliza arcillosa no fracturada). La arquitectura de la red se constituyó de 5 entradas (en este caso los atributos) y 4 salidas que corresponden a las clases o litologías a definir (ver Figura IX.13). La Figura IX.14 representa el resultado de la clasificación con la Red Neuronal para 50 iteraciones y la Figura IX.15 para 100 iteraciones. En ellas se observa la evolución de la clasificación litológica a través del proceso iterativo definiendo cada vez una mejor imagen del modelo geológico estructural, a medida que el error disminuye. La imagen final (Figura IX.15) muestra como la red neuronal ha definido 3 paquetes litológicos principales, el color azul claro representa la clase 1 (lutitas), el color verde corresponde a la clase 2 (Carbonatos I), el color rojo la clase 4 (Carbonatos III). Particularmente las calizas fracturadas están representadas por el color amarillo (clase 2). Cabe mencionar que este resultado puede variar dependiendo de los atributos utilizados como guía. En este

TESIS CON
FALLA DE CALIFICACION

caso la predicción litológica incluyó toda la línea sísmica A, lo cual tiene cierto riesgo, ya que la predicción será más realista en las zonas cercanas al pozo, por lo que se recomienda delimitar una zona de interés para disminuir el riesgo en la interpretación.

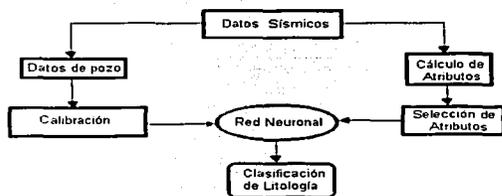


Figura. IX.12. Diagrama de Flujo para clasificación supervisada empleando redes neuronales.

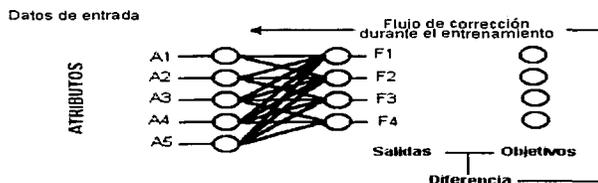


Figura. IX.13. Arquitectura de la Red Neuronal utilizada para la clasificación de litología empleando 5 atributos sísmicos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

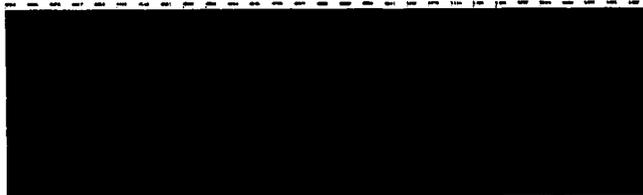


Figura.IX.14. Clasificación con redes neuronales después de 50 iteraciones y usando 5 atributos.



Figura.IX.15. Clasificación con redes neuronales después de 100 iteraciones y usando 5 atributos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IX.4.2.1 Clasificación litológica Usando Redes Neuronales y registros de pozo

Este tipo de clasificación con las redes neuronales, se llevo a cabo utilizando los registros de pozo (que nos aportan mediciones de propiedades físicas del medio) y los atributos sísmicos, con la finalidad de establecer una relación entre ambas mediciones, a partir su análisis simultáneo y representando los resultados en una gráfica cruzada donde se define la superficie de decisión (esto es el límite) de 2 litologías. El siguiente caso es una aplicación a datos reales del pozo W11 y de los atributos calculados en la línea A. Se realizó la clasificación de litología empleando el atributo de Frecuencia Instantánea y el porcentaje de fracturas (% f) obtenido del registro FMI (Figura VI.3). Los datos de entrada a la red neuronal son los valores frecuencia y el porcentaje de fracturas de las formaciones F1 y F2 (San Felipe y Agua Nueva respectivamente). La red está constituida por una capa de entrada, una capa intermedia y una capa de salida. La Figura IX.16 muestra los vectores de entrada a ser clasificados, que en este caso corresponden a la frecuencia instantánea P(1) y el porcentaje de fracturas P(2). La función objetivo 'T' corresponde a las formaciones que se desean clasificar (F1 y F2). El tipo de algoritmo de la red neuronal fue el perceptron, el cual utiliza neuronas tipo Hardlim para clasificar los vectores. Estas neuronas son capaces de separar los vectores de entrada en 2 categorías. El programa fue desarrollado bajo la plataforma MATLAB.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La Figura IX.17 muestra el resultado de la clasificación supervisada de los vectores de entrada empleando el perceptron. Como se puede ver el espacio de análisis ha sido dividido en dos regiones las cuales indican diferentes litologías, que en nuestro caso corresponden a las formaciones F1 y F2 .

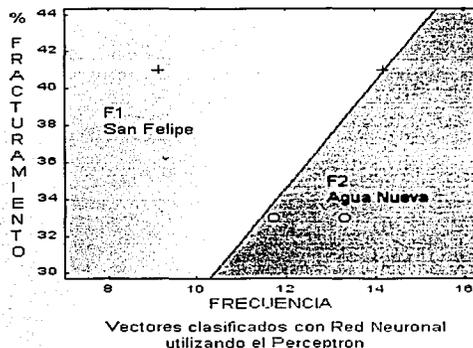
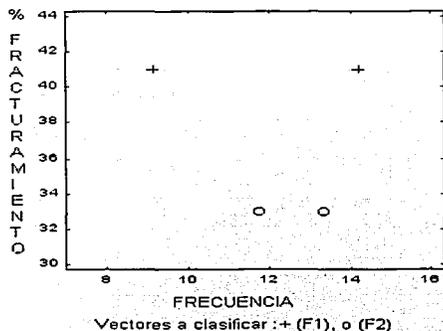


Figura. IX.16. Gráfica cruzada frecuencia vs fracturamiento en el pozo W11.

Figura. IX.17 Clasificación supervisada empleando el Perceptron; la región de análisis ha sido dividida con una frontera que separa 2 litologías

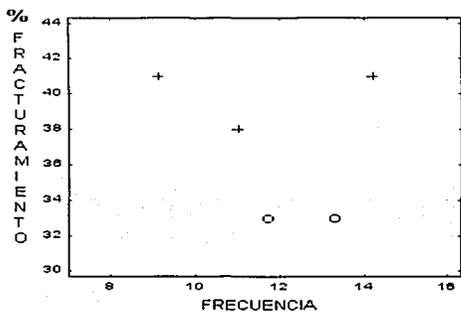
Una vez entrenada la red neuronal se procedió a clasificar un nuevo vector arbitrario dentro del espacio de análisis. En este caso el vector tiene los siguientes valores:

$P_{nuevo} = (38\text{Hz}); (11\%)$

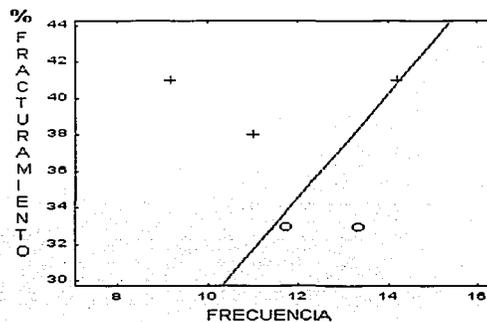
Donde $P_{nuevo} = \text{Función}(\text{frecuencia}, \% \text{fracturamiento})$.

La Figura IX.18 representa la posición del vector nuevo (en color rojo) junto con los vectores ya analizados en color azul. Esta parte del análisis con redes neuronales nos permite llevar a cabo el estudio de cualquier vector dentro del espacio generado por los atributos y los datos petrofísicos de pozo seleccionados para la clasificación.

Esta parte del proceso se conoce como la Simulación de la Red Neuronal; es aquí donde se lleva a cabo el análisis de los datos nuevos para buscar o reconocer un patrón establecido y así clasificarlos. En la Figura IX.19 se muestra el nuevo vector y su clasificación dentro de la región de análisis. Como se observa, la clasificación cae dentro de la formación F1 que corresponde a las calizas de Agua Nueva.



Nuevo vector (color rojo) a ser clasificado con la red neuronal ya entrenada.



Vector clasificado como formación F1.

Figura.IX.18 La gráfica cruzada frecuencia vs fracturamiento muestra el nuevo vector (en color rojo) que será clasificado con la red neuronal ya entrenada.

Figura.IX.19. La gráfica muestra el resultado de la simulación de la red neuronal después de haber sido entrenada. El nuevo vector (en color rojo) es clasificado como la formación F1.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

IX.4.2.2 Clasificación litológica usando Algoritmos Genéticos + Redes Neuronales

El perceptrón es un algoritmo de clasificación que tiene una limitación que lo hace poco eficiente, esto es: que sólo puede resolver problemas lineales, lo cual no es muy común en la naturaleza. Por lo tanto se experimentó con un método híbrido que usa la Red Neuronal con un Algoritmo Genético. En el caso de un problema lineal, el nuevo método arroja el mismo resultado que el anterior, pero para un problema no lineal, la clasificación del espacio que define los límites entre 2 formaciones resulta más compleja. La Figura IX.20 muestra los resultados de la clasificación supervisada, utilizando el Algoritmo Genético. En este ejemplo los vectores de entrada a la Red Neuronal fueron: la frecuencia instantánea y el porcentaje de fracturamiento. La Figura IX.21 representa la solución de un problema complicado que ilustra la robustez del método. Aquí la cantidad de datos de velocidad y factor Q instantáneo es mayor y la distribución es más compleja, sin embargo la frontera entre las 2 formaciones se define claramente observándose un agrupamiento de datos para la formación F1. Este análisis puede extenderse para clasificar más de 2 formaciones simultáneamente, aumentando el número de neuronas de salida de la Red, lo cual tendría impacto directo en el número de fronteras que definen las diferentes formaciones. Este programa fue desarrollado utilizando el sistema de programación Tcl-Tk para Unix que permite diseñar ventanas y botones para la ejecución de los comandos y lectura de datos, la plataforma utilizada fue una estación de trabajo Sun Ultra 10, con sistema operativo Solaris.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

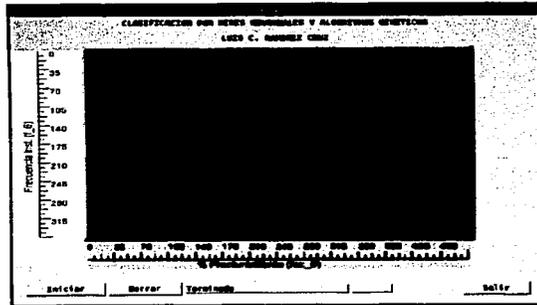


Figura.IX.20. Clasificación utilizando la Red Neuronal y el Algoritmo Genético. La línea representa la frontera entre las formaciones IF1 y F2, utilizando la frecuencia y el porcentaje de fracturamiento como guía para la clasificación.

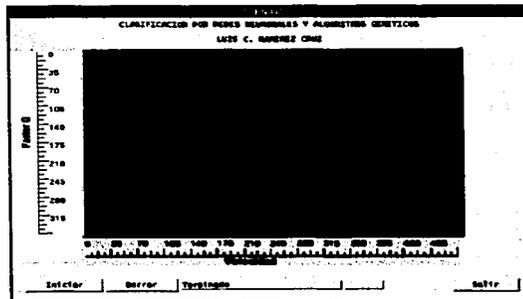


Figura.IX.21. Resultado de la clasificación con el Algoritmo Genético para un caso complejo, en donde el espacio de análisis definido por dos atributos (Q y Vp), ha sido dividido en 2 regiones que corresponden a 2 litologías diferentes.

TESIS CON
FALLA DE CALIFICACION

IX.4.4 Clasificación de forma de onda

Otra de las aplicaciones de las redes neuronales en este trabajo fue realizar un experimento predicción de alguna zona potencialmente productora de aceite, utilizando el análisis de la forma de onda. Para ello se consideró la línea 2420 (ver Figura IX.22) en la cual está ubicado el pozo S-312 que es productor de aceite, además se tiene proyectados los pozos productores S-272 y S-285 los cuales se encuentran a respectivamente a 90m y 85m de la línea analizada. La zona de interés denominada localización J, está ubicada hacia la izquierda de los pozos S. Para llevar a cabo el análisis se definió una ventana de tiempo de 200 ms aproximadamente, a partir de la cima de la formación F3(Kts) y cuatro clases diferentes como salida de la Red Neuronal. La Figura IX.23 muestra una gráfica con 2 secciones: la de arriba representa la ventana de datos sísmicos de una porción de la línea 2420 y la sección de abajo representa las diferentes clases de forma de onda determinadas por la Red Neuronal y representadas por colores. Los resultados de la clasificación muestran una clase de color verde para las zonas productoras limitando con la clase amarilla, mientras que la zona de interés donde se ubica la localización J (ver Figura IX.24) presenta también una clase en color verde que corresponde a la misma de las zonas productoras, lo cual refuerza más la posibilidad de encontrar aceite en esta zona.

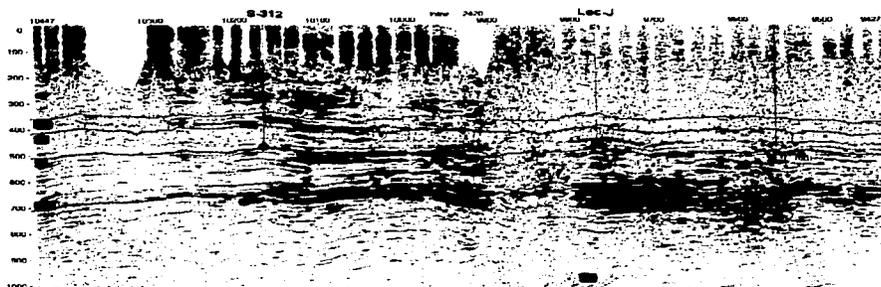


Figura.IX.22 . Línea 2420 utilizada para la predicción de zonas productoras, usando una red neuronal que emplea la forma de onda para diferenciar clases.

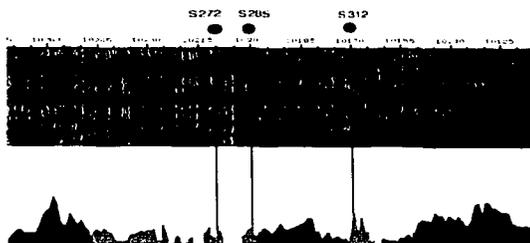


Figura.IX.23. Clasificación de la forma de onda de la línea 2420 utilizando una red neuronal. El panel superior muestra la ventana de datos sísmicos analizados (200ms). El panel inferior representa las diferentes clases en cuatro colores: rojo, verde, azul y amarillo. Los pozos productores coinciden con una misma clase de color verde.

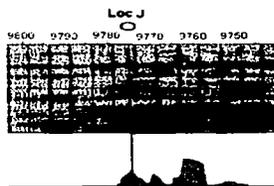


Figura.IX.24. Predicción de una zona potencialmente productora (línea 2420). La clase encontrada para la localización J corresponde a la misma clase de forma de onda (color verde) de las zonas productoras localizadas en la misma línea.

X. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El uso de los atributos sísmicos ha alcanzado un gran desarrollo en la etapa de exploración de hidrocarburos, sin embargo su aplicación no está limitada solamente a ello, pues como podemos ver en este trabajo, su enfoque hacia la petrofísica, permite conocer mejor los yacimientos, lo que impacta directamente en el diseño de las estrategias de perforación, la estimación y recuperación de reservas, es decir la etapa de explotación de yacimientos. Además el cubrimiento en el subsuelo de los atributos es tan amplio como los mismos datos sísmicos, lo que constituye una ventaja por la abundante información adicional que se puede obtener. Por lo tanto esta información al ser calibrada con los registros, se convierte en una poderosa herramienta para la interpretación litológica y petrofísica.

La aplicación de atributos debe hacerse con conocimiento de la tecnología y con el enfoque apropiado al problema que se quiere resolver, ya que su uso inadecuado podría llevar a interpretaciones erróneas. El utilizar una gran cantidad de atributos puede conducir a análisis confusos, por lo tanto algunos atributos pueden ser necesarios, pero unos pocos pueden ser suficientes. Por esta razón una parte fundamental en la aplicación de atributos, es el proceso de análisis para establecer el criterio de selección. Por ejemplo, algunos atributos como la amplitud y la frecuencia pueden estar asociados a ciertas características como la impedancia acústica y la presencia de gas, lo cual se ha determinado sobre la base de la experiencia y observaciones empíricas, sin embargo esto no puede

TESIS CON
FALLA DE CALIFICACIÓN

considerarse como una afirmación universal, pues que existen otros factores físicos a los que se pueden asociar, ya que la respuesta sísmica depende de muchas variables como la presión, temperatura, profundidad, velocidad, litología y otros factores los cuales afectan la respuesta elástica y absorbitiva. Además, muchos atributos son obtenidos a partir de derivaciones matemáticas de los atributos básicos y/o combinaciones de estos, por lo tanto es muy complicado establecer el significado físico de cada atributo, pues en algunos casos no lo hay.

Aunque se han inferido relaciones entre atributos y parámetros petrofísicos de los yacimientos, la base física no siempre es clara, siendo difícil o imposible derivarlas teóricamente, por lo tanto estas relaciones pueden generarse en forma estadística. El análisis simultáneo de atributos, se revela como una alternativa para entender el significado de éstos, ya que la combinación de dos o más atributos incrementa su potencial interpretativo, al poderlos asociar con alguna característica geológica o petrofísica. En particular las gráficas cruzadas, representan una buena opción para establecer una función de correlación (lineal o no lineal) entre los atributos y las propiedades físicas. Sin embargo se debe tener cuidado de no utilizar una relación lineal cuando en realidad no lo es, ya que afecta directamente en la aproximación.

En lo que respecta al análisis de atenuación sísmica utilizando la distribución de Wigner, ésta representa una mejor alternativa para la estimación del espectro local, permitiendo discernir como el contenido de frecuencia de una señal cambia con el tiempo. Lo cual no es posible determinar con precisión a través de los

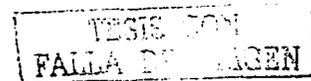
TESIS CON
FALLA DE CALIFICACIÓN

métodos convencionales como Fourier aún utilizando ventanas cortas. El método propuesto, tiene ventaja sobre otras representaciones tiempo-frecuencia, ya que no depende del tamaño de la ventana de análisis.

Aprovechando las características de medición espectral local, se desarrolló un nuevo atributo instantáneo basado en la estimación del coeficiente de atenuación (α) a partir de la Distribución de Wigner. Con dicho atributo se construyeron secciones de atenuación relativa, que permitieron definir zonas de atenuación anómala, asociadas a la presencia de fracturas y de aceite pesado, lo que fue confirmado con la información de pozo. Por lo tanto se sugiere que el atributo de atenuación (α) puede ser usado como un detector directo de hidrocarburos, especialmente para la búsqueda de gas, en donde la atenuación dependiente de frecuencia es más evidente como se mostró en el modelado sintético desarrollado.

Las técnicas de reconocimiento de patrones a través de las Redes Neuronales, mostraron resultados consistentes tanto en la interpretación estructural, como en la clasificación de litología, al utilizar los atributos sísmicos como guía. Las redes neuronales representan una técnica muy poderosa, pero que debe aplicarse con cuidado, tanto en el diseño de la red, como en la definición de las entradas y las funciones objetivo.

El aprendizaje de las redes neuronales (etapa de entrenamiento), será optimizado si las entradas contienen discriminadores apropiados. No podrán converger si los datos de entrada contienen características que no están relacionadas con los datos a ser clasificados. Generalmente esta es la etapa más difícil, por lo que se



recomienda realizar un análisis cuidadoso en la selección de los atributos y las propiedades físicas que se desean clasificar.

Las redes neuronales solamente pueden reconocer clases para las cuales han sido entrenadas, cualquier cosa que pertenezca a una clase más allá del entrenamiento, no podrá ser reconocida. Esto significa que la Red Neuronal "aprende" de los datos. En cuanto al diseño de la red, nuestra experiencia mostró mejores resultados con redes simples, que con redes complejas, particularmente se utilizó una arquitectura simple, definida por una capa de entrada, una capa escondida y una capa de salida.

Un método híbrido de clasificación fue construido a través de la combinación de las redes neuronales y los algoritmos genéticos. El cual genera un sistema más robusto que es capaz de resolver problemas complejos. Los algoritmos genéticos (A.G.) se basan en un sistema de evolución natural y han sido usados con éxito en problemas de Inversión Optimizada. En este caso el A.G. se utilizó en la etapa de entrenamiento de la red, lo cual representa un proceso de optimización en la determinación del mínimo o máximo global. Los resultados mostraron el gran potencial que tiene este tipo de técnica híbrida en la clasificación de litología, cuando se observan casos en donde la relación entre los atributos y la petrofísica no precisa una tendencia lineal, lo que generalmente sucede con los datos reales.

El análisis de forma de onda, se presenta como una herramienta alternativa, en la predicción de zonas potencialmente productoras, especialmente para reducir la incertidumbre en localizaciones ya definidas, esto es a través de establecer una

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

firma sísmica de las zonas productoras y buscar este patrón a través de las redes neuronales, para identificar nuevas zonas de interés. En nuestro caso particular se definió una clase de forma de onda para varios pozos productores y se buscó este patrón en las zonas donde se sospechaba la presencia de hidrocarburo, observándose buenos resultados. Se recomienda utilizar este tipo de análisis como parte de un estudio integral y no de manera aislada, ya que al ser una herramienta de predicción está sujeta a la calidad de la sísmica y a la disponibilidad de datos de pozos, lo cual impacta directamente en la confiabilidad de la predicción.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

XI BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Akbar, N., Mavko, G., Nur, A. and Dvorkin, J., 1994, Seismic signatures of reservoir transport properties and pore fluid distribution, *Geophysics*, vol. 58, pp. 1222-1236.

Aleksander, I and Morton, H., 1990, *An Introduction to Neural Computing*, Chapman & Hall, London

Anstey, N. A., 1977, Seismic interpretation: The physical aspects. *Internat. Human Res. Develop. Corp.*

Baraniuk R. G., Jones D. L., *A Signal-Dependent Time-Frequency Representation: Optimal Kernel Design*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, no. 4, pp. 1589-1602, April 1993.

Barnes, A. E., 1990, Analysis of temporal variations in average frequency and amplitude of COCORP deep seismic reflection data: 60th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1553-1556.

Barnes, A. E., 1991, Instantaneous frequency and amplitude at the envelope peak of a constant-phase wavelet: *Geophysics*, 56 1058-1060.

Barnes, A.E. 1992, : Instantaneous Spectral Bandwidth and Dominant Frequency with Applications to seismic Reflection Data: *Geophysics*,

Batzle, M., and Wang, Z., 1992, Seismic properties of pore fluids: *Geophysics*, V. 57, 1396-1408.

Berkhout, A. J., 1984, *Seismic Resolution: Resolving power of acoustical echo techniques*: Geophysical Press.

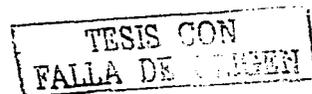
Biot, M. A., 1956a, *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range*, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 28, pp. 168-178.

Biot, M. A., 1956b, *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range*, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 28, pp. 179-191.

Bodine, J. H. 1986, *Wave form analysis with Seismic Attributes: Oil and Gas Journal*, pp 59-63.

Brown, R.L., 1996, *Seismic attributes and their classification, The leading edge*, V-16, 1090-1094.

Chester, M., 1993, *Neural networks A Tutorial*, Prentice Hall, Englewood Cliff, New Jersey.



Claassen, T. A. C. M., and Mecklenbräucker. W. F.G., 1980, The Wigner distribution; A tool for time-frequency signal analysis: Part I: Continuous-time signal: *Philips J. Res.*, 35, 217-250.

Claerbout, J. F., 1976, *Fundamentals of geophysical data processing: With applications of petroleum prospecting*: McGraw-Hill Book Co.

Cohen, J.K., 1990, Mathematic -- a tool for scientists, *in* Project review, May 16, 1990, Consortium Project on Seismic Inverse Methods for Complex Structures: CWP-097.

Cohen, J.K., 1995, Thomsen operators and Thomsen matrices *in* Project Review, May 9, 1995, Consortium Project on Seismic Inverse Methods for Complex Structures: CWP-185.

Cohen, L., 1989, Time frequency distributions- A review: *Proc. IEEE*, 77, 941-981.

Cohen, L., and Lee, C., 1988, Instantaneous frequency , its standard deviation and multicomponent signals: *Proc. SPIE*, 975, 186-288.

Cohen, L., and Lee, C., 1990, Instantaneous bandwidth for signals and spectrogram: *Procc. IEEE ICASSP-90*, 2451-2454.

Cohen, L. and Posch, T.E., 1985, Positive Time-Frequency Distribution Functions, *IEEETrans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 33, 31-37.

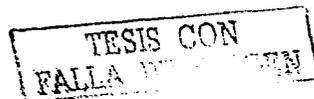
Cohen, L., 1995, *Time-Frequency Analysis*, Prentice Hall Signal Processing Series, Englewood Cliffs, New Jersey.

Cruz, L. R. C., Mendoza, J., Del Valle, R. and , Gómez, P., 1996, Mapping salt structure and subsalt imaging in Campeche Bay Mexico, using seismic inversion, modeling and prestack attributes, 66th Ann. International. Meeting, Soc.Expl.Geophys., Expanded Abstract, 588-591.

Datta-Gupta A. et al, 1995. Detailed Characterization of a Fractured Limestone Formation by Use of Stochastic Inverse Approaches. SPE Formation Evaluation. U.S.A.

Datta-Gupta A. et al, 1997. Non-Parametric Transformation for Data Correlation and Integration : From Theory to Practice, in Proceeding of the Fourth International Reservoir Characterization Conference, Houston, Texas, U.S.A.,.

Davis John y Wiley, 1973. *Statistical and Data Analysis in Geology*.



Duda, R. O. And Hart, P. E., 1973, *Pattern Classification and Scene Analysis*, John Wiley & Son , New York

Del Valle R. and Ramírez L. C., 2002, *Spectral Attributes for Attenuation Analysis in a Fractured Reservoir*, *The Leading Edge*, October, vol. 10. SEG publication.

Eastwood, J., and Dilay, A., 1993, *Spectral analysis applied to seismic monitoring of thermal recovery*, *Expanded Abstracts*, SEG.

Gabor, D., 1946, *Theory of Communication*, *Journal of the IEE*, vol. 93, 488-497.

Gelchinsky, B., Landa, E. and Shtivelman, V., 1985. *Algorithms of Phase and Group Correlation: Geophysics*, 50, pp 596-608.

Gram-Hansen, K., 1991, *A bandwidth concept for CBP time-frequency analysis: Proc. IEEE ICASSP-91*, 2033-2036.

Ha, S. T. T., Sheriff, R. E., and Gardner, G. H. F., 1991, *Instantaneous frequency , spectral centroid and even wavelets: Geophys. Res. Lett.*, 18, 1389-1392.

Haykin. S., 1994, *Neural Networks, A Comprehensive Foundation*, Macmillan College Publishing Company, New York.

Hertz, J., Krogh, A., Palmer, R., 1991 *Introduction to the Theory of Neural Computation*, *Lecture Notes Vol. 1*, Addison-Wesley Publishing Company.

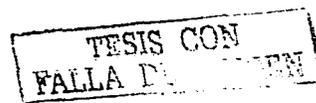
Hlawatsch, F. and Boudreaux-Bartels, G.F., 1992, *Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations*, *IEEE Signal Processing Magazine*, April 1992, 21-67.

Janse, C.P. and Kaizer, A.J.M., 1983, *Time-Frequency Distributions of Loudspeakers: The Application of the Wigner Distribution*, *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 31, 198-223.

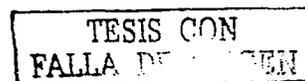
Jolliffe I.T., 1986, *Principal Component Analysis* Springer Verlag, ISBN 0-387-96269-7 o ISBN 3-540-96269-7.

Jones D. L. and Baraniuk R. G., *An Adaptive Optimal-Kernel Time-Frequency Representation*, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, no. 11, pp. 2361-2371, October 1995.

Jones, G., and Boashash, B., 1990 , *Instantaneous frequency, instantaneous bandwidth, and the analysis of multicomponent signals: Porc. IEEE ICASSP-90*, 2467-2470.



- Kadirkamanathan, V., Niranjan, M. And Fallside, F., 1990. Neural networks and radial basis functions in classifying static speech patterns, *Comp. Speech Language*, vol. 4, pp. 275-289.
- Kohonen, T., 1988, *Self-Organizing and Associative Memory*, 3rded., Springer Verlag, New York.
- Lewis, C., 1997, Seismic attributes for reservoir monitoring; A feasibility study using forward modeling, *The leading edge*, May issue, 459-468.
- Lin, Sheng, Liu, Yexin and Li, Yanda, 1996, Time-frequency decomposition applied to full waveform of sonic data processing: 66th Annual Int. Mtg. SEG, Expanded Abstracts, 142.
- Lippman, R. P., 1992, Pattern Classification using Neural Networks, *IEEE Commun. Mag.*, vol. 27, no. 11, pp 47-64.
- Mandel, L., 1974, Interpretation fo Instantaneous Frequency: *Am. J. of Physics*, 42, pp 840-846.
- McCarleyr, L.A., 1985, An autoregressive filter model for constant Q attenuation: *Geophysics*, 50, 748-758.
- McCormak, M. D., 1991, Neural Computing in Geophysics, *The Leading Edge*, January, Vol. 10, no. 1 pp 15, SEG publication.
- Morlet, J., Arens, G., Fargeau, E., and Giard, D., 1982, Wave propagation and sampling theory - Part I: Complex signal and scattering in multilayered media, *Geophysics*, vol. 47, 203-221.
- O'Connell, R.J., and Budianky, B., 1978, Measures of dissipation in viscoelastic media: *Geophys. Res. Lett.*, v. 5, p. 5-8.
- Pandya A., and Macy R., 1995, *Pattern Recognition with Neural Networks in C++*: CRC Press and IEEE press.
- Pao, Y. H. , 1989. *Adaptive Pattern Recognition an Neural Networks*, Addison-Wesley Publishing Company.
- Papoulis, A., 1984, *Probability, random variables, and stochastic processes* : McGraw-Hill Book Co.
- Proceeding of the IEE, 1990, Special issue on Neural Networks;
1. Neural Network theory and modeling (September issue).
 2. Neural Networks, analysis, techniques and applications (October issue).
- Rijk, E. J. H., and Jauffred, J.C.E.M., 1991, Attribute extraction: An important application in any detailed 3-D interpretation study, *The leading edge*, September issue, 11-19.



Robertson, J.D., and Nogami, H. H., 1984, Complex seismic trace analysis of thin beds: *Geophysics*, 49, 344-352.

Robinson E. and Treitel S. *Geophysical Signal Analysis*. Ed Prentice-Hall. 1980.

Ronen, S., Schultz, P., Hattori, M. and Corbett, C., 1994, Seismic-guided estimation of log properties, Part 2: Using artificial neural networks for nonlinear attribute calibration, *The Leading Edge*, June, pp 674-678. SEG publication.

Schultz, P. S., Ronen, S., Hattori, M. and Corbett C., 1994, Seismic guided estimation of log properties, Part I. *The Leading Edge*. May, pp 305-311. SEG publication.

Shtivelman, V., Landa, E. and Gelchinsky, B., 1986 :Phase and Group Time Sections and possibilities for their use in seismic interpretation of complex media: *Geophysical Prospecting*, 34, pp. 508-536.

Steeghs, T. and Drijkoningen, G. 1994, Joint time-frequency analysis of seismic data: 56th Eur. Assoc. Expl. Geophys., Extended Abstracts, Session: P163.

Taner M. T., Koheler, F., and Sheriff, R. E., 1979, Complex seismic trace analysis: *Geophysics*, 44, 1041-1063.

Taner M. T., Schulke, J. S., Doherty, R. O. and Baysal E., 1995, Seismic attributes revisited, expanded abstracts, SEG Meeting, 1104-1106.

Tobback, T., Steeghs, P., Fokkema, J., and Drijkoningen. G., 1996, Decomposition of seismic signals via time-frequency representations: *Procced.*, 66 th SEG Meeting Denver Colorado.

Toksoz, N. and Jonston, D. *Seismic Wave Attenuation*. Ed S.E.G. 1981.

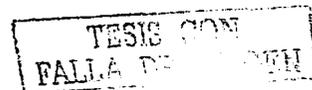
Tonn, R., 1989, Comparison of seven methods for the computation of Q : *Phys. Earth Plan. Int.*, 55, 259-268.

Tonn, R., 2002, Neural network seismic reservoir characterization in a heavy oil reservoir, *The Leading Edge*, March, pp 309-312. SEG publication.

Ville, J., 1948, Theorie et application de la notion de signal analytique, *Cables et Transmissions*, vol. 2A, 61-74.

White, R.E., 1991, Properties of instantaneous seismic attributes, *Geophysics: The Leading Edge of Exploration*, July 1991, 26-32.

Widess, M. B., 1982, Quantifying resolving power of seismic system: *Geophysics*, 47, 1160-1173.



Wigner, E.P., 1932, On the quantum correction for thermo-dynamic equilibrium, *Physical Review*, vol. 40, 749-759.

Wigner, E.P., 1971, Quantum Mechanical Distribution functions Revisited, in: *Perspectives in Quantum Theory: Essays in Honor of Alfred Land'e*, Yourgrau and van de Merwe eds., The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 25-36.

Winkler, K., and Nur, A., 1979, Pore fluids and seismic attenuation in rocks: *Geophys.Res. Lett.*, v 6, p. 1-4.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ANEXO 1

II.1.1. Fundamentos Teóricos de las componentes Principales

Considere una matriz X compuesta de vectores con n elementos cada uno:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_{n-2} \end{bmatrix}$$

En general, dada una función de distribución de probabilidad, el vector medio de la población es:

$$\mu_x = E\{X\}$$

Donde $E\{X\}$ es el valor esperado de X (esperanza matemática).

El vector medio puede ser aproximado, discretizado por:

$$\mu_x = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M x_k$$

La matriz de covarianza se define como:

$$\Sigma_x = E[(x_k - \mu_x) - (x_k - \mu_x)^T]$$

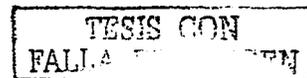
La cual es simétrica, real y de orden $n \times n$. El elemento

$$\sigma_{ij} \text{ de } \Sigma_x$$

Es la covarianza entre x_i y x_j del vector X . Si x_i y x_j son no correlacionables, la covarianza es cero. Esto es:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = 0$$

La matriz de covarianza queda:



$$\sum x_k = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M (x_k - \mu_x)(x_k - \mu_x)^T$$

Si la distribución de probabilidad X es conocida *a priori*, entonces la matriz de autocorrelación está dada por:

$$R_x = E[XX^T]$$

Los eigenvectores normalizados para la matriz de autocorrelación son:

$$\|\Phi_i\| = \sqrt{\Phi_i^T \Phi_i} = 1$$

Y los correspondientes eigenvalores son:

$$\{\lambda_i\}$$

El vector X que corresponde a los datos sísmicos puede ser proyectado en un subespacio unidimensional de los eigenvectores

$$\Phi_i$$

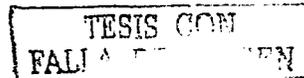
Para obtener sus eigencomponentes. Para determinar la primera componente principal ($i=1$) de X se tiene:

$$X_i = \Phi_i^T X$$

Las siguientes componentes principales se obtienen similarmente de M . En práctica, la matriz de autocorrelación se obtiene de :

$$\bar{R}_x = \frac{1}{M} = \sum_{t=1}^M x(t)X^T(t)$$

Las componentes principales son combinaciones lineales de variables aleatorias teniendo propiedades especiales con respecto a la varianza. La primera componente principal es la combinación lineal normalizada con máxima varianza, la segunda componente es la segunda mayor con respecto a la varianza, etc. Las componentes son clasificadas de acuerdo a su habilidad para distinguir entre clases de variables (información sísmica, ruido coherente, ruido aleatorio). La transformación Karhunen-Loeve es una transformación ortonormal que transforma el vector n -dimensional X a otro vector Y de las mismas dimensiones. Las componentes principales son los vectores característicos de la matriz de covarianza.



Una combinación de los vectores principales dan un vector característico. Los eigenvalores asociados reflejan la importancia de cada eigenvector. Para encontrar las componentes principales, se obtiene los eigenvectores y los eigenvalores

$$\Phi_i \quad \{\lambda_i\}$$

De la matriz de covarianza

$$\sum_i \Phi_i = \lambda_i \Phi_i$$

Por lo que el vector X es expresado en términos de sus componentes principales como:

$$Y = \Phi^T X$$

Con componentes

$$y_i = \Phi_i^T x_i$$

esta ecuación se conoce como la transformación de Hotelling.

En términos de filtrado, cada componente de Y_i es un vector de información característico.

Dado $m < M$ el vector truncado (filtrado) X' será:

$$X' = \sum_{i=1}^m y_i \phi_i$$

Donde m representa cuantas componentes principales se utilizaron para reconstruir a X .