

01130
12



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DESARROLLO DE UN SWITCH TOTALMENTE OPTICO
NO-LINEAL BASADO EN LA INTERACCION DE SOLITONES
ESPACIALES OPTICOS.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A :

JORGE LUIS DOMINGUEZ JUAREZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. OLEG KOLOKOLTSEV



MEXICO, D. F.

JULIO DEL 2003

A



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Nunca consideres el estudio
como un deber, sino como
una oportunidad para penetrar
en el maravilloso mundo del saber.*

Albert Einstein

*Saber no es suficiente, debemos aplicar.
Desear no es suficiente, debemos hacer.*

Johann W. Von Goethe



AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a la Universidad Nacional Autónoma de México, principalmente por haberme dado la oportunidad de formar parte de ella, por las herramientas que me brindo, por permitirme descubrir lo que existe dentro de mí y por enseñarme a pensar, para poder ser libre y crecer.

A la Facultad de Ingeniería y mis maestros, por darme las piezas importantes de mi formación profesional y llegar ha este lugar.

A quienes son parte de Fundación UNAM, Fundación Telmex y la D.G.S.U. por su apoyo.

Al Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, por permitirme ser parte de la investigación tecnológica de México.

Al Dr. Oleg Kolokoltsev, quien me permitió formar parte de su equipo de trabajo en el Laboratorio de Fotónica de Microondas, por haber sido mi tutor en el servicio social, por haber dirigido mi tesis y por ser una persona que brinda sus conocimientos y su amistad.

A los miembros del jurado de mi examen profesional, Dr. Juan Hernández Cordero, Dr. Volodymyr Svyryd, Dr. Oleksandr Martynyuk y la Dra. Celia A. Sánchez Pérez.

A mis padres, Alicia y José Luis que sin ellos no existiría. Mama: con tus consejos, tu apoyo y tu cariño incondicional hicieron esto mas fácil, toda mi vida te la debo a ti.

A mis hermanas y hermanos, Cecilia, Mónica, Marisela, David y Aarón, por haberme enseñado lo que significa el apoyo de la familia, por demostrarme su cariño todo el tiempo y por ser parte de lo que ahora soy.

A toda mi Familia, desde mis cuñadas y cuñados por su amistad y apoyo, hasta mis sobrinas y sobrinos por la confianza y el afecto que me tienen, es reciproco.

A Lupita y su familia, la mujer que quiero y amo, por darme su cariño, amor y amistad. A sus padres y su hermano a quienes les tengo un afecto especial.

A mi Papa y a Areli por cuidarnos desde donde están.

A Yima por su amistad incondicional.

A Rafael por tu amistad y tu ayuda en esta tesis.

A todos mis amigos que siempre están cuando los necesito.



INTRODUCCIÓN	3
OBJETIVO PRINCIPAL	6
1 ÓPTICA NO-LINEAL PARA COMUNICACIONES ÓPTICAS	9
1.1 INTRODUCCIÓN A LA ÓPTICA NO-LINEAL Y SUS APLICACIONES	9
1.2 REQUERIMIENTOS DEL MATERIAL EN EL PROCESAMIENTO TOTALMENTE ÓPTICO.	12
1.3 TEORÍA DE LAS ONDAS ÓPTICAS GUIADAS (GOW'S)	19
1.4 MODOS EN LAS PELÍCULAS DELGADAS	24
1.4.1 <i>Modos en Fibras Ópticas</i>	30
1.5 PROPAGACIÓN DE PULSOS NO-LINEALES	32
1.6 CONCLUSIONES DEL CAPITULO I	39
2 SOLITONES ÓPTICOS	43
2.1 RÉGIMENES DE PROPAGACIÓN	43
2.1.1 <i>Régimen de Sistema de Comunicación Estándar</i>	45
2.1.2 <i>Régimen donde Predomina GVD</i>	46
2.1.3 <i>Régimen donde Predomina SPM</i>	46
2.1.4 <i>Régimen Basado en Solitones para Sistemas de Comunicaciones</i>	47
2.2 EFECTOS DE DISPERSIÓN DE VELOCIDAD DE GRUPO	48
2.3 AUTO-MODULACIÓN DE FASE	53
2.4 FORMACIÓN DE SOLITONES ÓPTICOS TEMPORALES EN FIBRAS ÓPTICAS	58
2.5 FORMACIÓN DE SOLITONES ÓPTICOS ESPACIALES EN PELÍCULAS DELGADAS	61
2.5.1 <i>Formación de un Solitón Espacial</i>	62
2.5.2 <i>Estabilidad del Solitón Espacial</i>	66
2.5.3 <i>Ecuación que Describe el Solitón Espacial en una Película Delgada</i>	68
2.6. SOLUCIÓN DE LA NLSE PARA SOLITONES ESPACIALES FUNDAMENTALES	72
2.7 INTERACCIÓN ENTRE SOLITONES ÓPTICOS ESPACIALES	75
2.8 CONCLUSIONES DEL CAPITULO II	76
3 TÉCNICAS PARA EL ANÁLISIS DE GUÍAS DE ONDA	79
3.1 MÉTODO DEL ÍNDICE EFECTIVO	79
3.2 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO	83
3.3 MÉTODO DE PROPAGACIÓN DEL RAYO	90



3.4	MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS	93
3.5	MÉTODO DE FOURIER DE PASO DIVIDIDO EN FIBRAS ÓPTICAS	100
3.6	ALGORITMO DE PROPAGACIÓN DE RAYO DE DIFERENCIA FINITA.....	104
3.7	CONCLUSIONES DEL CAPITULO III	110
4	EXPERIMENTOS NUMÉRICOS RELACIONADOS CON INTERACCIONES ENTRE SOLITONES ESPACIALES EN GUÍAS DE ONDAS.	115
	Consideraciones Preliminares.....	118
4.1	ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INTERACCIÓN ENTRE SOLITONES ESPACIALES EN GUÍAS DE ONDA CON BARRERA DE POTENCIAL.....	120
4.2	ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INTERACCIÓN ENTRE SOLITONES ESPACIALES EN GUÍAS DE ONDA RECTANGULARES.....	126
4.3	ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INTERACCIÓN ENTRE SOLITONES ESPACIALES EN GUÍAS DE ONDA CON PAREDES DIVERGENTES.	131
4.4	FORMACIÓN DE CANALES ÓPTICOS PERFECTOS	137
4.5	CONCLUSIONES CAPITULO IV	143
5	RESULTADO DE EXPERIMENTOS NUMÉRICOS: SWITCH TOTALMENTE ÓPTICO	147
5.1	ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	147
APÉNDICE A	DISPERSIÓN CROMÁTICA	156
APÉNDICE B	TIPOS DE PULSOS	157
APÉNDICE C	APROXIMACIÓN GAUSSIANA	159
APÉNDICE D	FORMAS DE LOS SOLITONES	160
GLOSARIO		161



INTRODUCCIÓN

La dirección de las telecomunicaciones esta regida por la demanda en el transporte de la información, la capacidad de procesamiento y almacenamiento en sus sistemas, por lo que el desarrollo de nuevas tecnologías esta latente en los laboratorios de investigación. La luz como portadora de información ha sido la clave para resolver el crecimiento de la capacidad de sistemas de información.

Se estima que la tecnología de información óptica se expande muy rápido, se duplica la capacidad del transporte, procesamiento y almacenamiento en tres años [1]. Antes del 2010, el transporte de información en las redes será de terabits por segundo, el almacenamiento de terabytes y los sistemas de procesamiento ultrarrápidos con teraoperaciones por segundo. Y esto se hace realidad ya que una gran parte de los elementos para esa tecnología usa la luz. Los **materiales ópticos no-lineales** definidos como aquellos materiales en los cuales las ondas de luz pueden interactuar entre ellas, son los materiales clave para el rápido proceso de información y para aplicaciones de almacenamiento óptico.

Y no solamente esto, los progresos de la tecnología en láseres y en fibras ópticas hacen posible la realización de sistemas de telecomunicaciones ultrarrápidos mediante fibras ópticas como canal de transmisión. En un principio las fibras tenían demasiadas pérdidas de hasta aproximadamente 1000 dB/km. Sin embargo la situación cambio drásticamente cuando se redujo las pérdidas de fibra de silicio a 20 dB/km., y los progresos siguientes en la tecnología de fabricación en 1979 se encontraron con 0.2 dB/km cerca de la longitud de onda de $1.55 \mu\text{m}$ [2]. La disponibilidad de fibras de bajas pérdidas no solo ha permitido la revolución de las comunicaciones por fibra óptica sino que también trajo consigo un nuevo campo de investigación, la **óptica no-lineal**. [3]

Teóricamente y experimentalmente en 1972, fueron estudiados en fibras monomodo la estimulación de los fenómenos no-lineales de esparramiento de Raman y de Brillouin. Y este trabajo a su vez estimulo el estudio de otros fenómenos no-lineales tales como la Auto-Modulación de Fase, (self-phase modulation), birrefringencia inducida ópticamente y el mezclado paramétrico de la cuarta onda (four-wave mixing). Una importante contribución fue hecha en 1973 cuando se sugirió que las fibras ópticas podían soportar pulsos como **solitones** como resultado de una combinación entre los efectos de dispersión y los no-lineales. Más tarde se observo que los solitones ópticos permiten un número importante de avances en la **generación y control** de pulsos ultracortos. Su uso para los sistemas de comunicaciones ópticas como línea de investigación



permite nuevos logros de rendimiento. De igual importancia desarrollos relacionados con el uso de fibras ópticas para la compresión de pulsos también con ayuda de la óptica no-lineal.

Nuevos desarrollos tecnológicos están ocurriendo en el campo de la fibra óptica no-lineal en todo el mundo, fenómenos como la conmutación o switcheo de solitones, las fibras ópticas dopadas con tierras raras para amplificadores y los láseres. El campo de la óptica no-lineal ha crecido enormemente en los últimos años con un número de avances importantes desde el punto de vista tecnológico. Los intereses en la fibra óptica no-lineal esta direccionada hacia el manejo de información con la tecnología basada en fotónica, es decir todo el sistema de comunicación totalmente óptico[4].

Ahora si hablamos de solitones tenemos que hablar de las comunicaciones ópticas ultrarrápidas, se tienen bastantes esperanzas con las altas velocidades de procesamiento de señales y de nuevos dispositivos ópticos ultra rápidos para una red de comunicaciones[5, 6, 7]. Lo que se encuentra en esta tesis se puede aprovechar para las muy buenas y bastantes aplicaciones de la nueva era de dispositivos de procesamiento totalmente óptico basado en solitones, principalmente *solitones espaciales* fáciles de implementar en una guía de onda plana. Con la interacción solitón-solitón se pueden construir:

- ◆ Conmutadores (switches) ultra rápidos completamente ópticos.
- ◆ Compuertas lógicas ópticas.
- ◆ Multiplexores y Demultiplexores por división de longitud de onda.
- ◆ Moduladores.
- ◆ Interferómetros

Y todos estos para sistemas de comunicaciones por fibra óptica para velocidad de transmisión de 100 Gbps basados en *solitones temporales*. En esta tesis se trata de explicar teóricamente que pasa en la fibra óptica cuando viaja un solitón temporal y que pasa teóricamente con el dispositivo de conmutación o switch que esta basado en solitones espaciales, llegando así básicamente a un sistema totalmente óptico.

Este dispositivo básico que se propone puede alcanzar tiempos más cortos de conmutación del orden de femtosegundos. Sobresale respecto a los dispositivos electrónicos, ya que aunque existen investigaciones con transistores con la misma velocidad de transmisión llamados single-electron transistor, en ingles, que sufre todavía de imperfecciones en su fabricación con la nanotecnología.



Una de las principales ventajas de utilizar dispositivos no-lineales ópticos, es que podemos disminuir pérdidas en los sistemas de comunicaciones por fibra óptica debido a transformaciones de energía óptica-electrónica-óptica que existen en los actuales elementos optoelectrónicos.

El dispositivo propuesto en esta tesis, fue basado en *la interacción entre los solitones espaciales ópticos idénticos (con vectores de campo eléctrico paralelo)* tipo Kerr. Si hablamos de solitones ópticos, a grandes rasgos en esta tesis se hablará de solitones ópticos Temporales y después de solitones ópticos Espaciales que son creados en medios no-lineales [8]. La propagación de solitones ópticos temporales son la base para entender el fenómeno solitón, y después de entender dicha propagación se analizará la propagación de un solitón óptico espacial.

Los solitones espaciales clásicos (también llamados *Solitones Kerr*) tienen características estables de propagación en películas delgadas poliméricas como guías de onda ópticas que presentan una no-linealidad tipo Kerr.[9]

Los *Solitones Kerr* también pueden ser creados en películas delgadas de semiconductores por medio de efectos asociados con la saturación de electrones en la zona de conducción o utilizando la absorción de dos fotones.

Existen solitones ópticos estables fotorrefractivos (*Solitones Fotorrefractivos*) que pueden formarse en cristales cuadráticos fotorrefractivos como el LiNbO_3 . También es posible formar solitones espaciales cuadráticos en cristales cuadráticos en condiciones específicas del efecto de generación del segundo armónico (*Solitones SHG*).

De entre las familias de solitones espaciales antes mencionadas, sólo los *Solitones Kerr* en películas poliméricas con altos coeficientes de no-linealidad y los *Solitones SHG* poseen tiempos de duración ultra cortos para conmutación y pueden ser usados para construir dispositivos ópticos ultra rápidos. Sin embargo, no existe, hasta ahora, ninguna evidencia experimental de excitación de *Solitones SHG* en estructuras de películas delgadas. Por ésta razón y, ya que el objetivo del presente trabajo es realizar un modelo numérico mediante la computadora de un switch completamente óptico ultra rápido, se considerará únicamente la interacción entre *Solitones Espaciales Kerr*.

Las interacciones solitón-solitón entre *Solitones Kerr* en guías de ondas planas no-lineales puede dividirse en dos casos principales:

- a) Interacción entre *Solitones Espaciales* idénticos (solitones con la misma frecuencia y modo de propagación: $\text{TE} \leftrightarrow \text{TE}$, $\text{TM} \leftrightarrow \text{TM}$).
- b) Interacción entre *Solitones Espaciales* con polarización ortogonal ($\text{TE} \leftrightarrow \text{TM}$).



Es posible mostrar que la interacción entre solitones espaciales con campos eléctricos paralelos (el caso "a") son mucho más atractivos para aplicaciones desde del punto de vista *tecnológico*, porque en éste caso es más simple excitar las ondas ópticas guiadas (con misma polarización) en guías de ondas no-lineales planas. Además, hay un gran número de medios no-lineales que pueden mantener sólo interacciones entre solitones de tipo "a". En el caso escalar (a), las interacciones entre solitones con polarización paralela son elásticas, es decir no hay intercambio energético entre solitones.

OBJETIVO PRINCIPAL

El objetivo de la tesis es proponer un switch totalmente óptico como una solución tecnológica, basado en la interacción de solitones ópticos espaciales con vectores de campo eléctrico paralelos, para una red de fibra óptica basada en solitones temporales.



Referencias de Introducción

- [1] Günter, Peter. *Nonlinear Optical Effects and Materials*. Editorial Springer. Alemania. 2000. pag 1, 6.
- [2] Agrawal , Govind P. *Nonlinear Fiber Optics*. Second Edition, Academic Press, USA, pag 1-4
- [3] Boyd, Robert W. *Nonlinear Optics*. USA, Academic Press, 1992.
- [4] F. Brillouet, F. Devaux, M. Renaud, "Desde la Transmisión al Proceso: Desafío para los Nuevos Dispositivos Optoelectrónicos". , Revista de Telecom. de Alcatel, 3^{er} trimestre, pp. 232-239. 1998
- [5] A.W. Snyder. "Guiding Light into the Millennium" *IEEE J. on Select Topics in Quant. Electron.* Vol. 6, No 6, pp. 1408-1412.2000.
- [6] G.I. Stegeman, and M. Segev. "Optical Spatial Solitons and Their Interactions: Universality and Diversity". *Science*, Vol. 286, pp. 1518-1523. 1999.
- [7] Desurvire, Emmanuel y Chesnoy, José. "Millones de Conversaciones en una Fibra Óptica". *Mundo Científico*. Barcelona: RBA Revistas, junio, 1997.
- [8] Vladimir N. Serkin, Arira Hasegawa, "Soliton Management for Ultra-high Speed Telecommunications". *Ciencia ergosun*, Vol. 8, No 3, pp. 305-310, Nov 2001-Feb 2002
- [9] George I.A. Stegeman, Demetrios N. Cristodoulides, and Mordechai Segev. "Optical Spatial Solitons: Historical Perspectives". *IEEE J. on Select Topics in Quant. Electron.* Vol. 6, No 6, pp. 1419-1427.2000.

CAPITULO I
ÓPTICA NO-LINEAL
PARA COMUNICACIONES
ÓPTICAS

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



1 ÓPTICA NO-LINEAL PARA COMUNICACIONES ÓPTICAS

1.1 Introducción a la Óptica No-Linear y sus Aplicaciones

La óptica no-lineal es el estudio del fenómeno que ocurre como resultado de la modificación de las propiedades ópticas de un material por la presencia de luz. Típicamente, solo la luz de un láser es suficientemente intensa para modificar las propiedades ópticas del material. Se toma frecuentemente como el inicio del campo de la óptica no-lineal con el descubrimiento de la generación del segundo armónico por Franken et al. en 1961 inmediatamente después de la demostración del primer trabajo de láser por Maiman [1], por lo tanto el campo de investigación y desarrollo de materiales ópticos no-lineales ha progresado enormemente.

Materiales semiconductores, principalmente GaAs y InP, e incluso materiales aisladores orgánicos e inorgánicos, han sido propuestos como dispositivos ópticos no-lineales. Dispositivos de guía de onda de semiconductor son usados para moduladores, switches y otras aplicaciones electro-ópticas necesarias para las telecomunicaciones por fibra óptica. Materiales de óxido ferroeléctrico o piezoeeléctrico han sido usados para modulación y switcheo electro-óptico, con la conversión de frecuencia de óptica no-lineal.

El fenómeno de óptica no-lineal, se dice que es *no-lineal* en el sentido que este ocurre cuando la respuesta de un material al aplicarle un campo óptico depende de manera no-lineal por la fuerza del campo óptico aplicado.

Con el objeto de describir más preciso la no-linealidad óptica, se considera el momento dipolar por unidad de volumen o polarización $P(t)$, en el sistema internacional (SI). Para cualquier material la polarización depende de la intensidad del campo óptico aplicado $E(t)$. Para el caso convencional óptico (lineal), la polarización inducida depende linealmente respecto a la fuerza del campo aplicado de la siguiente manera:

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) \quad (1.1.1)$$

$\chi^{(1)}$: susceptibilidad_lineal

En óptica no-lineal, la respuesta óptica no-lineal puede describirse mediante la generalización de la ecuación anterior expresando a la polarización como a una serie de potencias del campo óptico:



$$P(t) = \epsilon_0 [\chi^{(1)} E(t) + \chi^{(2)} E^2(t) + \chi^{(3)} E^3(t) + \dots] \quad (1.1.2)$$

$$\equiv \epsilon_0 [P^{(1)}(t) + P^{(2)}(t) + P^{(3)}(t) + \dots] \quad (1.1.3)$$

Las constantes $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ son conocidas como susceptibilidades ópticas no-lineales de 2do y 3er orden. Asumimos que la polarización depende del tiempo solo con el valor instantáneo del campo eléctrico, entendiéndose por lo tanto que el medio tiene una respuesta instantánea implicando un medio con pérdidas y dispersión.

$P^{(2)}(t) = \chi^{(2)} E^2(t)$ es la polarización no-lineal de segundo orden y $P^{(3)}(t) = \chi^{(3)} E^3(t)$ es la polarización no-lineal de tercer orden.

Las interacciones no-lineales de segundo orden pueden ocurrir solo en cristales con centro no simétrico (noncentrosymmetric) mientras que interacciones ópticas no-lineales de tercer orden descritas por $\chi^{(3)}$ pueden ocurrir en medios de los dos tipos, con centro simétrico y no simétrico.

La manera más común para describir fenómenos ópticos no-lineales está basado en expresar la polarización en términos del campo eléctrico aplicado. La polarización es de especial importancia para la descripción de fenómenos no-lineales debido a que ésta actúa como fuente de nuevas componentes del campo electromagnético.

Como veremos en capítulos siguientes, la ecuación que describe la propagación de ondas en medios no-lineales tiene una forma similar a la siguiente:

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.1.4)$$

donde n es el índice de refracción y c la velocidad de la luz en el vacío. La ecuación diferencial en derivadas parciales es una ecuación de onda no homogénea en la cual la polarización conduce al campo eléctrico.

Esta ecuación se interpreta de la siguiente manera: siempre que $\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$ es diferente de cero, las cargas están aceleradas, y con el teorema de Larmor para electromagnetismo, cargas aceleradas generan radiación electromagnética.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



En la siguiente figura 1-1.1 se muestran las diferentes áreas de investigación en materiales ópticos no-lineales de primero y segundo orden.

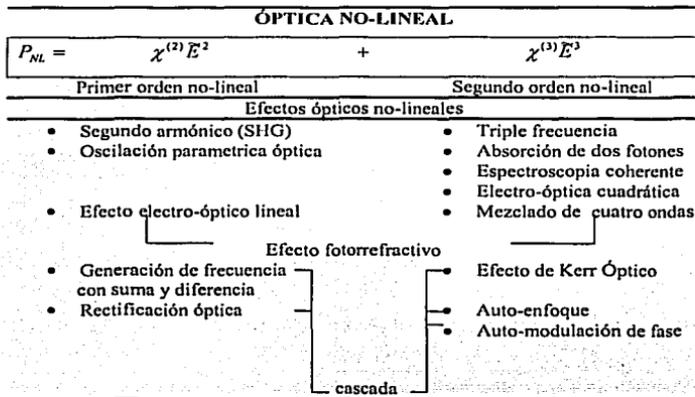


Fig.1-1.1 Los efectos ópticos no-lineales puros de primer orden están listados en la primera columna, los efectos no-lineales de segundo orden puros están en la siguiente columna. Entre ellas se listan algunos efectos electro-ópticos que relacionan los dos tipos de no-linealidades.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



1.2 Requerimientos del Material en el Procesamiento Totalmente Óptico.

Óptica no-lineal se refiere a cualquier cambio inducido por la luz en las propiedades ópticas del material. Para el dispositivo que se analiza en esta tesis se tiene que hablar de una polarización no-lineal de tercer orden, donde la no-linealidad del material es proporcional a la intensidad, conocido como comportamiento tipo Kerr. Desde el punto de vista tecnológico los efectos de Kerr ópticos llegan a ser más atractivos debido a que no necesitan requerimientos de simetría en las estructuras moleculares de las guías de onda no-lineales poliméricas en las cuales este se basa. Aunque en medios con centro simétrico la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$ es la contribución dominante para el índice de refracción no-lineal. Se propone que sea un material con centro simétrico y lograr la polarización no-lineal de tercer orden. Con este material en una guía de onda plana o película delgada polimérica se pueden obtener los efectos ópticos no-lineales necesarios para el procesamiento totalmente óptico ultra rápido. El procesamiento totalmente óptico permite manipular la salida de un rayo de luz en un material no-lineal por medio de una señal de entrada, o mediante un rayo de control, esto quiere decir que es puramente óptico. En la figura 1-2.1 se muestra el principio del switcheo totalmente óptico. Todos los parámetros relevantes en este tipo de operación están bien establecidas y se conoce que el factor mas importante es el cambio de fase no-lineal inducido por la luz en la mayoría de los dispositivos que utilizan óptica no-lineal.

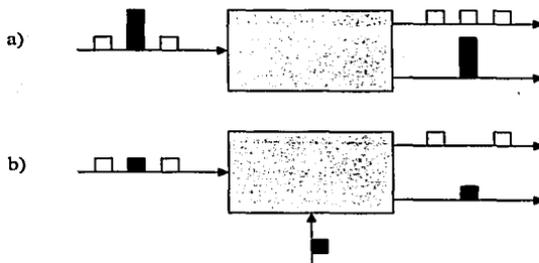


Fig.1-2.1. Esquema par un switch totalmente óptico a) auto switchado y b) switcheo inducido por un pulso de control.

Para explicar el fenómeno no-lineal desde el punto de vista de frecuencias, se puede decir que el campo incidente radiado aplicado por un láser en un material con no-linealidades (basado en no-

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



linealidades $\chi^{(3)}$ puras) su respuesta a este campo puede causar que su polarización en el medio genera nuevas componentes de frecuencia no presentes en el campo incidente. El procesamiento de la señal totalmente óptica (basado en no-linealidades $\chi^{(3)}$ puras) un importante valor es el índice de refracción no-lineal n_2 definido a través de la ecuación

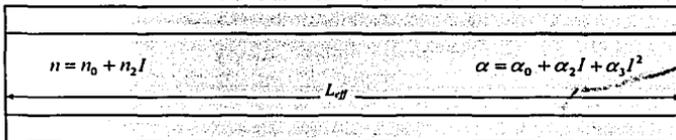
$$n = n_0 + n_2 I, \quad (1.2.1)$$

donde n_0 es el índice de refracción lineal normal a potencias bajas e I es la intensidad del rayo de luz incidente. Una forma de describir a un material no-lineal es generalmente mediante el factor mas importante para la operación de un dispositivo basado en efectos de tercer orden, es el máximo cambio de fase no-lineal $\Delta\phi^{NL}$ [2], ya que siempre ocurre y puede ser producido a niveles relativamente bajos de intensidad.

Este es el factor que se considero en esta tesis únicamente para describir a los materiales no-lineales.

Este cambio de fase se puede manipular, los requerimientos del dispositivo se pueden manejar con la combinación de tres figuras de merito W , T y V que a continuación se muestran, ya que dependiendo del dispositivo a considerar se pueden variar.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Material no-lineal de Longitud L .

El cambio de fase depende de la longitud de interacción efectiva L_{eff} . Lo que limita a L_{eff} es la absorción, con las contribuciones lineales (α_0) y no-lineales (α_2, α_3). Con el propósito de este dispositivo se considera que estas contribuciones deben de ser pequeñas. Desafortunadamente hay una dependencia de intensidad a la absorción α_2 asociada con valores grandes de n_2 incluso la absorción de tres fotones se puede representar a través de α_3 por lo que α_2 y α_3 se definen a continuación:



$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2 I + \alpha_3 I^2 \quad (1.2.2)$$

donde α_0 es el coeficiente de absorción lineal para bajas potencias. Para no-linealidades tipo Kerr puras, se requiere un cambio de fase suficiente y hacer pasar una señal que puede ser expresado con tres figuras de merito con los cuales se obtiene el máximo cambio de fase posible en una longitud L :

$$\Delta\phi^{NL} = \int_0^L \frac{2\pi}{\lambda} n_2 I(z) dz \quad (1.2.3)$$

PRIMERO

Si la absorción lineal domina en el material tal que $\alpha_0 \gg \alpha_2 I + \alpha_3 I^2$ se obtiene $I(z) = I_0 \exp(-\alpha_0 z)$. Esto permite que la longitud efectiva $L_{eff} = (1 - \exp(-\alpha_0 L)) / \alpha_0$. De que $\alpha_0^{-1} \gg L_{eff}$ se obtiene $(n_2 I(0) 2\pi / \lambda) / \alpha_0 > \Delta\phi^{NL}$.

Con un requerimiento mínimo de cambio de fase de 2π que ocurra dentro del dispositivo (por ejemplo para un acoplador direccional) se obtiene:

$$W = \frac{\Delta n}{\alpha_0 \lambda} = \frac{\Delta\phi^{NL}}{2\pi} > 1 \quad (1.2.4)$$

Esto es, $W > 1$ se necesita para un acoplador direccional con cambio de fase de 2π . Δn puede ser $n_2 I$ o por ejemplo una saturación no-lineal. Recordando que para saturaciones no-lineales se requiere de valores para W en mas o menos el doble.

SEGUNDO

Para la absorción de dos fotones la figura de merito de switcheo óptico (para $\alpha_2 I \gg \alpha_0 + \alpha_3 I^2$ y $1 / \alpha_2 I > L_{eff}$) tenemos que

$$T^{-1} = \frac{n_2}{\alpha_2 \lambda} > 1 \quad (1.2.5)$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

definiendo a $T = \frac{2\pi}{\Delta\phi^{NL}}$.

Por lo que T^{-1} cuantifica el cambio de fase no-lineal que puede ser alcanzado con valores típicos de absorción asociado con la absorción de dos fotones.

TERCERO



Si la absorción de tres fotones domina en el material ($\alpha_3 I^2 \gg \alpha_0 + \alpha_1 I$) y para $1/\alpha_3 I^2 > L_{eff}$ el requerimiento correspondiente es:

$$V^{-1} = \frac{n_2}{\alpha_3 I_{SW} \lambda} > 1 \quad (1.2.6)$$

definiendo a $V = \frac{2\pi}{\Delta\phi^{NL}}$.

Notando que V es proporcional a la intensidad de switcheo del dispositivo de interés. Por lo que si utilizamos $I_{SW} \propto 1/L$ uno puede reducir V incrementando la longitud del dispositivo. frecuentemente V puede ser ignorada si α_3 es pequeña.

Los requerimientos para las tres figuras de merito W , T y V pueden variar dependiendo del dispositivo a considerar, por lo que combinándolos se tiene:

$$\frac{\Delta\phi^{NL}}{2\pi} < \frac{W}{1+WT+VV} \quad (1.2.7)$$

Esta condición depende del cambio de fase requerido.

En la ecuación (1.2.7) se muestra que podemos manejar el cambio de fase requerido de acuerdo a nuestras necesidades, por lo que nosotros podemos proponer cualquier material no-lineal que nos convenga. De cierta manera nos conviene un material que tenga un coeficiente no-lineal grande, que como vemos en la ecuación (1.2.1) puede modificar las propiedades del material (el índice del material) ya que es de vital importancia para la generación del solitón en la parte no-lineal de su ecuación como veremos en el capítulo siguiente... Hay bastante investigación y demasiadas propuestas de dispositivos dependientes de la fase no-lineal, pero en esta tesis, el dispositivo propuesto claro que necesita el material no lineal para su funcionamiento, pero es independiente de dicho cambio de fase, ya que únicamente depende de la interacción solitón-solitón espacial.

En la siguiente Tabla 1.2.1 se muestran los mecanismos en donde aparece el fenómeno no-lineal que conduce a un índice de refracción no lineal con valor específico. En esta tabla se tiene también los valores típicos para la magnitud y la respuesta cronométrica de los efectos dados.


Tabla 1.2.1. Mecanismos en donde aparece el fenómeno no-lineal.

Mecanismo	$n_2 (cm^2 / W)$	$\chi^{(3)} (m^2 / V^2)$	Tiempo de respuesta (s)
Polarización Electrónica	10^{-16}	10^{-18}	10^{-15}
Orientación Molecular	10^{-14}	10^{-14}	10^{-12}
Electrostricción*	10^{-14}	10^{-14}	10^{-9}
Saturación por Absorción Atómica	10^{-10}	10^{-12}	10^{-8}
Efectos Térmicos	10^{-6}	10^{-8}	10^{-3}
Efectos Fotorrefractivos	grande	grande	Dependiente intensidad
Ejemplo e KNbO ₃ :			
$I \approx 1mW/cm^2 - 1W/cm^2$	$10^{-5} - 10^{-1}$	$1 \times 10^{-12} - 5 \times 10^{-8}$	$10^4 - 10^4$

Lista de algunos procesos típicos.

En la Tabla 1.2.2 se muestran las figuras de merito para un switcheo totalmente óptico dependiendo da la selección del material. Se asume una intensidad de 1 GW/cm² el cual permite una potencia pico alrededor de 100 W en el dispositivo.

Tabla 1.2.2. Figuras de merito para un switcheo totalmente óptico dependiendo da la selección del material.

Material	$\lambda (nm)$	$n_2 (10^{-16} cm^2 / W)$	$\alpha (cm^{-1})$	W	T
Cristales					
Sílice Fundido	1064	2.5	10^{-6}	$> 10^1$	$<< 1$
RN(corning)	1064	130	0.01	13	< 0.05
Semiconductores					
AlGaAs ^b	1550	2 000	0.1	13	< 0.15
AlGaAs ^c	810	-40 000	18	2.7	0.45
InGaAsP	1500	-32 000	30-50	0.5	2
Materials orgánicos					
PTS(crystal)	1600	22 000	< 0.8	> 10	< 0.05
DANS(polymer)	1320	800	< 0.2	> 5	≈ 0.1
PPV(polymer)	800	$> 100\ 000$	-	≤ 2	≤ 0.5

En la tabla 1.2.2 se comparan los materiales disponibles y los parámetros relevantes para el efecto de Kerr óptico. En primer lugar se tienen a los cristales, específicamente las fibras de sílice que ha sido muy usado para el procesamiento de señales totalmente ópticas, donde sus efectos son posibles en las longitudes de interacción. Algunos de los materiales con índices de refracción no-lineal grandes son amplificadores de semiconductores activos en una configuración donde la ganancia y

* electrostricción (electro- + lat. strictio, -onis, constrictión, presión) / fs. Deformación de un cuerpo cuando está sometido a un campo eléctrico.

^b Intervalo de banda a $\lambda = 750nm$

^c Intervalo de banda a $\lambda = 790nm$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



la absorción son balanceadas para la interacción de luz como portadora. Los materiales más prometedores actualmente son los semiconductores activos para amplificadores basados en portadores no-lineales. Los materiales orgánicos representan una importante y prometedora clase de materiales ópticos no-lineales de tercer orden. El cristal simple poly[2,4-hexadiyne-1,6-diol-bis-p-toluene-sulfonate] (PTS) es actualmente el mejor material orgánico en términos de no-linealidad y de pérdidas. Otro material es el polímero poly(p-phenylenevinylene) (PPV), este tiene una alta no-linealidad, donde esta no-linealidad y la absorción de dos fotones puede ser sintonizada por una composición química. Una cadena lateral incluso ha sido investigada, el cristal sin centro simétrico transfiere carga a la molécula (4-dimethylamino-4'-nitrostilbene) DANS, para obtener una no linealidad alta.

Al igual que en la Tabla 1.2.2 en la siguiente Tabla 1.2.3 se muestra la comparación de índices de refracción no-lineal n_2 . Los materiales están tabulados de acuerdo al origen diferente de n_2 , en una geometría dada y en un experimento específico en donde se obtuvieron estos valores.

Tabla 1.2.3 Comparación de índices de refracción no lineal.

Material	λ (nm)	n_2 (10^{-16} cm ² /W)	n_2/n_2^f	Geometría	Experimento
Sílice Fundido (fs)	1064	2.5	1	Volumen	NDFWM ^d
CS ₂	1064	320	130	Volumen	Examinar-z
AlGaAs	1550	1 000-2 000	400-800	Guía de onda	SPM ^e
InGaAsP	1500	-32 000	12800	Guía de onda	Examinar-bombeo
DANS(4-dimethylamino-4'-nitrostilbene)	1320	800	320	Guía de onda	Interferometria
PPV(poly(p-phenylenevinylene))	800	100 000	40 000	Película delgada	DFWM ^b
PTS(poly[2,4-hexadiyne-1,6-diol-bis-p-toluene-sulfonate])	1600	22 000	8 800	Volumen	Examinar-z

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

^d (N)DFWM(non)degenerate four-wave mixing

^e SPM: self-phase modulation



En la siguiente Tabla 1.2.4 se muestran una lista mas de experimentos en donde se muestran las constantes ópticas lineales y no-lineales de materiales para mas aplicaciones de dispositivos de switcheo totalmente ópticos.

Tabla 1.2.4

Nombre	$\lambda, \mu\text{m}$	α_s, m^{-1}	$\beta_s, \text{m}^2 \text{W}^{-1}$	$n_2, \text{m}^2 \text{W}^{-1}$	Δn_{SH}	r, z	W'	T
Semiconductores								
GaAs	1.06	10^2	2.4×10^{-16}	$< -3 \times 10^{-17}$	-3×10^{-4}		< 2.8	> 17
AlGaAs	1.56	10^1	6×10^{-13}	10^{-17}	6×10^{-5}	$< 10^{-12}$	4	0.2
AlGaAs	0.81	2×10^1	2×10^{-16}	4×10^{-16}	4×10^{-1}		2.5	0.9
Idem	0.85	5×10^1	2×10^{-10}	-3×10^{-17}	3×10^{-4}		7.1	11
Cristales								
SiO ₂	> 1.06	10^{-4}	$< < 10^{-14}$	3×10^{-20}	10^{-7}	10^{14}	< 1000	< 1
Pb dopado	> 1.06	0.5	$< 10^{-11}$	4×10^{-10}	$> 4 \times 10^{-6}$		> 7.5	< 0.7
RN(Corning)	1.06	1	$< 6 \times 10^{-14}$	1.3×10^{-18}	1.4×10^{-5}		13	< 0.1
Materiales Orgánicos								
Crystalline PTS	1.06	8×10^1	6×10^{-10}	-5×10^{-16}	5×10^{-1}	2×10^{12}	60	2.4
Amorphous PTS	1.06	8×10^1	10^{-9}	-10^{-16}	10^{-3}		13	23
Poly-4BCMU	1.3	2×10^2	$< 2 \times 10^{-12}$	5×10^{-18}	7×10^{-5}		0.3	< 1.0
Poly-9BCMU	0.71	4×10^4	1.8×10^4	3.2×10^{-15}	7×10^{-5}		0.003	5
Idem	0.64	9×10^5	$< 9 \times 10^{-16}$	1.9×10^{-14}	7×10^{-4}		0.002	< 0.06
DANS	1.06	$< 10^2$	10^{-11}	2×10^{-17}	1.5×10^{-4}		> 1.4	1

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



1.3 Teoría de las Ondas Ópticas Guiadas (GOW's)

En el subcapítulo anterior hablamos del tipo de material que se requiere para nuestro dispositivo y ahora toca explicar que ocurre dentro del material. Las no-linealidades de un material en respuesta a un campo aplicado por un láser pueden causar que su polarización en el medio genere nuevas componentes de frecuencia no presentes en el campo incidente radiado. En el presente subcapítulo se examinará mediante las ecuaciones de Maxwell el análisis del comportamiento de las ondas electromagnéticas dentro de una guía de onda plana con una sola componente transversal del campo eléctrico, por lo que este mismo concepto se puede llevar a las fibras ópticas con el modo fundamental ya que tiene también solo componentes transversales de campo eléctrico. Como se sabe las guías de onda pueden soportar ondas TE (Transversales Eléctricas) o en otras condiciones ondas TM (Trasversales Magnéticas)[3]. Considerando el análisis solo para ondas TE, dentro de la guía de onda pueden existir una multitud de ondas TE llamadas TE_{mn} . Donde m significa la cantidad de variaciones del campo a lo largo del eje x , mientras que n significa la cantidad de variaciones del campo a lo largo del eje y . Todas estas ondas tienen diferentes constantes de propagación, conocidos como modos de propagación ya que se mueven en diferentes formas.

En esta parte de la tesis se considera que con la estructura de la guía de onda, se puede guiar la energía, es decir los modos que son transportadores de energía a lo largo de la película delgada, por lo que dichas ondas son conocidas como Ondas Ópticas Guiadas (GOW, en inglés). La geometría de la película delgada es necesaria para guiar y obtener una sola variación del campo que se conoce como el modo fundamental de la guía de onda.

Es bien sabido que el solitón espacial Kerr puede ser formado y es estable solo para geometrías donde el rayo de onda es (1+1)-D, es decir una estructura como la película delgada polimérica, que representa el modo óptico fundamental llamado canal de guía de onda auto inducido en medios tipo Kerr[4].

En la figura 1-3.1 se muestra un esquema de una película delgada para la propagación de GOWs en el sistema cartesiano, por lo que las GOWs deben satisfacer las siguientes condiciones para que puedan propagarse dentro de la guía:

a) $n_2 > n_3 > n_1$

b) Reflexión total interna.



- c) Resonancia transversal; en los puntos A y D (Figura 1-3.1), las ondas deben tener la misma amplitud, fase y polarización.

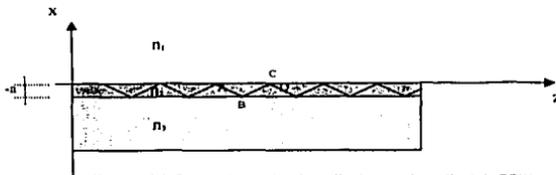


Figura 1-3.1. Sistema de coordenadas utilizado para el estudio de las GOW's.

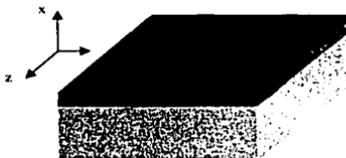


Figura 1-3.1. Figura tridimensional de la película delgada y el sustrato.



La razón por la cual se incluye éste subcapítulo es debido a que se sabe que los Solitones Espaciales tipo Kerr *son inestables en medios con volumen*, sin embargo, son estables cuando limitamos la difracción a una sola dimensión que es lo que hacemos al usar guías de ondas planas o en películas delgadas. Y para las fibras ópticas podemos limitar la dispersión en una sola dirección, con ayuda de fibras monomodo que mantienen la polarización, asumiendo que la luz está linealmente polarizada a lo largo de un eje, que como veremos más adelante es para solitones temporales.

Para entender el fenómeno no-lineal en las guías de ondas planas o en películas delgadas es necesario considerar la teoría de la propagación de la onda electromagnética en un medio no-lineal dispersivo. Como todo fenómeno electromagnético, la propagación de campos ópticos en películas delgadas está basada en las ecuaciones de Maxwell[5].

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad | \quad (1.3.1)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.3.2)$$



$$\nabla \cdot D = \rho \quad (1.3.3)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (1.3.4)$$

donde E y H son los vectores de campo eléctrico y magnético respectivamente y D y B corresponden a la densidad de flujo eléctrico y magnético. El vector de densidad de corriente J y la densidad de carga ρ representan fuentes de campo electromagnético. Por lo que en ausencia de cargas libres en un medio como la película delgada propuesta, $\rho = 0, J = 0$.

Las densidades de flujo D y B en respuesta a los campos eléctrico y magnético E y H que se propagan dentro del medio y que se relacionan a través de:

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (1.3.5)$$

$$B = \mu_0 H + M \quad (1.3.6)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacío, μ_0 es la permeabilidad en el vacío, P y M son las polarizaciones eléctrica y magnética inducidas. Para medios no magnéticos como la película delgada propuesta, $M = 0$.

Las ecuaciones de Maxwell pueden ser usadas para obtener la ecuación de onda que describe la propagación de luz en las películas delgadas. Tomando la ecuación (1.3.1) y usando las ecuaciones (1.3.2), (1.3.5) y (1.3.6) se puede eliminar D y B en términos de E y P obteniendo:

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (1.3.7)$$

usando la relación $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ y c es la velocidad de la luz en el vacío. En general la evaluación de P requiere la aproximación de mecánica cuántica. Pero esta evaluación es frecuentemente necesaria cuando la frecuencia óptica esta cerca del medio resonante y por lo tanto la relación de (1.1.2) puede ser usada para relacionar E y P lejos del medio resonante. Para el caso de las comunicaciones ópticas el rango de longitud de onda es de 0.5-2 μm que es de interés para el estudio de efectos no-lineales en las guías de onda. Si se incluye el efecto no-lineal de tercer orden basado en la susceptibilidad óptica no-lineal de 3er orden $\chi^{(3)}$ la polarización inducida consiste de dos partes tales que:

$$P(r, t) = P_L(r, t) + P_{NL}(r, t) \quad (1.3.8)$$

donde P_L es la parte lineal y P_{NL} es la parte no-lineal, que se relacionan con el campo eléctrico mediante las siguientes ecuaciones:



$$P_L(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \cdot E(r, t) dt \quad (1.3.9)$$

$$P_{NL}(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t'_1)(t-t'_2)(t-t'_3) E(r, t_1) E(r, t_2) E(r, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (1.3.10)$$

las relaciones (1.3.9) y (1.3.10) son validas en la aproximación del dipolo eléctrico tal que la respuesta del medio es local. Las ecuaciones (1.3.7)- (1.3.10) nos dan el formalismo general para tratar los efectos no-lineales de bajo orden en guías de onda. Debido a su complejidad se tiene que aproximar con algunas simplificaciones. La mayor simplificación es que la polarización no-lineal P_{NL} en la ecuación (1.3.8) es tratada como una **perturbación pequeña** de la polarización total inducida. *Esto se justifica ya que los efectos no-lineales son muy pequeños.* El siguiente paso es resolver la ecuación (1.3.7) con $P_{NL} = 0$, debido a que E es lineal, este toma la forma en el dominio de Fourier:

$$\nabla \times \nabla \times E(r, \omega) - \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} E(r, \omega) = 0^f \quad (1.3.11)$$

donde $\bar{E}(r, \omega)$ es la transformada de Fourier de $E(r, t)$ definida como

$$\bar{E}(r, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(r, t) \exp(i\omega t) dt \quad (1.3.12)$$

la constante dieléctrica dependiente de la frecuencia se define por:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) \quad (1.3.13)$$

donde $\chi^{(1)}(\omega)$ es la transformada de Fourier de $\chi^{(1)}(t)$. Por lo general $\chi^{(1)}(\omega)$ es compleja, por lo tanto $\epsilon(\omega)$ también. Las partes real e imaginaria pueden relacionarse con el índice de refracción $n(\omega)$ y el coeficiente de absorción $\alpha(\omega)$ usando su definición.

$$\epsilon = (n + i\alpha c / 2\omega)^2 \quad (1.3.14)$$

de las ecuaciones (1.3.13) y (1.3.14), $n(\omega)$ y $\alpha(\omega)$ se encontraron relacionándolas con $\chi^{(1)}(\omega)$ y se obtiene:

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (1.3.15)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc} \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (1.3.16)$$

^f $\frac{d^n}{dt^n}$ su transformada de Fourier es $(j\omega)^n F(\omega)$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



donde Re e Im son las partes real e imaginaria respectivamente.

Entonces se deben de considerar otras **simplificaciones** para la ecuación (1.3.7) que describe a las ondas electromagnéticas.

La **primera** es que debido a que se consideran las pérdidas bajas ópticas en todas las guías de onda aquí mencionadas la parte imaginaria de $\varepsilon(\omega)$ es insignificante en comparación con la parte real, y se puede reemplazar $\varepsilon(\omega)$ por $n^2(\omega)$ [6].

Y **segunda** como $n(\omega)$ es frecuentemente independiente de las coordenadas espaciales de la película delgada por la condición $n_2 > n_3 > n_1$ uno puede usar

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (1.3.17)$$

donde $\nabla \cdot \vec{D} = \varepsilon \nabla \cdot \vec{E} = 0$ por la ecuación (1.3.3) y con esas simplificaciones la ecuación (1.3.11) toma la forma final de la ecuación que describe la propagación de las ondas electromagnéticas en una guía de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} + n^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (1.3.18)$$

Entonces esta misma ecuación describe la propagación de ondas electromagnéticas tanto en fibras ópticas y como en las guías de onda plana.





1.4 Modos en las Películas Delgadas

A cualquier frecuencia ω cualquier guía de onda plana puede soportar un número finito de modos guiados donde la distribución espacial $\vec{E}(r, \omega)$ es la solución de la ecuación de onda (1.3.18) que satisface las condiciones de frontera. La película delgada puede soportar la radiación de modos continuo y no hay que olvidar que la geometría de la película delgada es necesaria para guiar y obtener una sola variación del campo que se conoce como el modo fundamental de la guía de onda. Es necesario involucrar los modos de radiación para resolver problemas de transferencia de energía dentro de los límites cualquier guía de onda.

Si se considera que el campo eléctrico es siempre perpendicular a la dirección de propagación z , es decir modos TE, en estos modos el campo magnético siempre tendrá una componente z . Se sabe también que si \vec{E} tiene una componente en la dirección z , el campo magnético siempre tendrá únicamente componentes transversales, por lo que tendremos modos transversales magnéticos TM. Ya que existen modos TE_{mn} y TM_{mn} se puede controlar la energía dentro de la guía[7]. Todos los modos existentes dentro de la guía de onda de diferente orden son ortogonales y no interactúan, pero los modos se acoplan en presencia de una no-linealidad que es de gran importancia para entender el comportamiento de los solitones.

Mas adelante definiremos la frecuencia de corte normalizada V , para conocer y manejar el número de modos que puede soportar la guía.

A continuación se analizará para los modos TE dentro de la guía de onda, pero mas adelante se sabrá que en la película delgada polimérica se puede guiar al modo TE fundamental que es equivalente al solitón. Sea nuestro campo eléctrico y magnético

$$\vec{E} = \begin{Bmatrix} 0 \\ E_y(x) \\ 0 \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.4.1)$$

$$\vec{H} = \begin{Bmatrix} H_x(x) \\ 0 \\ H_z(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.4.2)$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Suponemos que el medio es *isotrópico*, tal que $\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{pmatrix}$



Recordando que la segunda derivada de E con respecto al tiempo pasa a la frecuencia de la forma

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 E, e^{j(\omega t - \beta z)}, \text{ sabiendo que } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \text{ y, sustituyendo en (1.3.18), se tiene}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 n^2 E_y = 0 \quad (1.4.3)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (1.4.4)$$

sabemos que E_y no depende de y , es decir, el campo no varía respecto a y $\left(\frac{\partial}{\partial y} = 0\right)$ por lo que podemos simplificar la ecuación anterior como

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (1.4.5)$$

Como se puede observar en la figura 1.3.1, se tienen tres diferentes regiones para cada uno de los medios. La región I es el aire, la región II es la película y la región III es el sustrato. Se resolverá la ecuación anterior para cada una de las regiones. Como solamente se analizará el modo TE (transversal eléctrico, $E_z = 0, H_z \neq 0$).

Para la Región I ($x > 0$):

$$k_0^2 = k_1^2 n_1^2 - \beta^2 \quad (1.4.6)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - k_0^2 E_y = 0 \quad \therefore E_y(x) = A^+ e^{-k_0 x} + A^- e^{k_0 x}$$

la onda pasa sin reflexión de la región I a la II, la onda reflejada no existe, por lo tanto:

$$q = \sqrt{\beta^2 - k_1^2 n_1^2} \quad (1.4.7)$$

Para la Región II ($-a < x < 0$):

$$k_2^2 = k_2^2 n_2^2 - \beta^2 \quad (1.4.8)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_2^2 E_y = 0 \quad \therefore E_y(x) = B e^{-jk_2 x} + C e^{jk_2 x}$$

$$E_y(x) = B \cos(k_2 x) + C \sin(k_2 x)$$

$$h = \sqrt{k_2^2 n_2^2 - \beta^2} = k_2 \quad (1.4.9)$$

$$\Rightarrow E_y(x) = B \cos(hx) + C \sin(hx); \quad -a < x < 0$$



Para la Región III ($x < -a$):

$$k_{e_1}^2 = k_3^2 n_3^2 - \beta^2 \quad (1.4.10)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - k_{e_1}^2 E_y = 0 \quad \therefore E_y(x) = De^{-r'x} + Ee^{r'x}$$

la onda pasa sin reflexión de la región II a la III, la onda reflejada no existe, por lo tanto:

$$p = \sqrt{\beta^2 - k_3^2 n_3^2} \quad (1.4.11)$$

$$E_y(x) = De^{-r'x}; x < -a \quad \Rightarrow E_y(x) = De^{r'(x+a)}; x + a < 0$$

Para obtener el valor de las constantes, debemos aplicar las condiciones de frontera.

$$\begin{aligned} E_y' &= E_y' \Big|_{x=0} \\ E_y'' &= E_y'' \Big|_{x=-a} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{\partial E_y'}{\partial x} &= \frac{\partial E_y''}{\partial x} \Big|_{x=0} \\ \frac{\partial E_y''}{\partial x} &= \frac{\partial E_y'''}{\partial x} \Big|_{x=-a} \end{aligned}$$

Resumiendo las soluciones para cada región:

$$E_y(x) = \begin{cases} Ae^{-qx}; & x > 0 \\ B \cos(hx) + C \sin(hx); & -a < x < 0 \\ De^{r'(x+a)}; & x < -a \end{cases} \quad (1.4.12)$$

no se debe dejar escapar que esta solución tiene la forma aproximada Gaussiana.

$$E_y'(0) = A$$

$$E_y''(0) = B$$

$$\therefore A = B$$

$$\frac{\partial E_y'}{\partial x} = -A \cdot q \cdot e^{-qx}$$

$$\frac{\partial E_y''}{\partial x} = -A \cdot h \cdot \sin(hx) + C \cdot h \cdot \cos(hx)$$

$$\frac{\partial E_y'''}{\partial x} = p \cdot D \cdot e^{r'(x+a)}$$

$$E_y''(-a) = A \cos(ha) - C \sin(ha)$$

$$E_y'''(-a) = D$$

$$\therefore \tan(ha) = \frac{A}{C} = \frac{D}{C \cos(ha)}$$

$$\therefore \frac{A}{C} = -\frac{h}{q}$$

$$\therefore \frac{D}{C \cdot \cos(ha)} = \frac{h}{p} - \frac{h^2}{q \cdot p} \tan(ha)$$



$$\begin{aligned} \tan(ha) &= \frac{h(p+q)}{h^2 - q \cdot p} \\ \Rightarrow \tan(ha) &= \frac{(p+q)}{h \left(1 - \frac{q \cdot p}{h^2} \right)} \end{aligned} \quad (1.4.13)$$

La ecuación (1.4.13) se le conoce con el nombre de *ecuación característica*. En las siguiente líneas se analizará la ecuación característica para modos TE dentro de películas delgadas. Se desea encontrar los valores de las constantes de propagación para cada modo en términos de otros parámetros físicos como n_1 , n_2 , a y la longitud de onda de la onda que se propaga.

Para su análisis supondremos $n_1 = n_3$, por lo que las ecuación (1.4.7) y (1.4.9) quedan como

$$q^2 = \beta^2 - k_1^2 n_1^2 \quad (1.4.14)$$

$$h^2 = k_1^2 n_2^2 - \beta^2 \quad (1.4.15)$$

y la ecuación característica (1.4.13) la podemos describir como

$$\tan(ha) = \frac{2q}{h \left(1 - \frac{q^2}{h^2} \right)} \quad (1.4.16)$$

El objetivo es obtener una solución gráfica, primero empezemos sumando las ecuaciones (1.4.14) y (1.4.15) y multiplicando por t^2 de la siguiente manera

$$h^2 a^2 + q^2 a^2 = (n_2^2 - n_1^2) k_1^2 a^2 \quad (1.4.17)$$

proponiendo

$$\begin{cases} X = ha \\ Y = qa \\ R = \sqrt{(n_2^2 - n_1^2)} k_1 a \end{cases}$$

ahora podemos graficar la ecuación

$$X^2 + Y^2 = R^2 \quad (1.4.18)$$

ahora, multipliquemos la ecuación (1.4.16) por ha , tenemos

$$ha \tan(ha) = \frac{2qa}{\left(1 - \frac{q^2}{h^2} \right)} \quad (1.4.19)$$

y rescribiéndola en términos de X e Y se obtiene

$$\frac{Y}{1 - Y^2} = \frac{1}{2} X \tan X \quad (1.4.20)$$



La figura 1-4.1 muestra gráficamente la ecuaciones (1.4.18) y (1.4.20) para la obtención de las constantes de propagación de los modos TE dentro de la película delgada. Las intersecciones entre estas dos curvas definen las condiciones de propagación para los diferentes modos dentro de la película delgada. Por ejemplo, para el modo fundamental TE₀, se obtiene los valores de h y p de la gráfica y utilizando la ecuación (1.4.14) podemos calcular el valor de β_x .

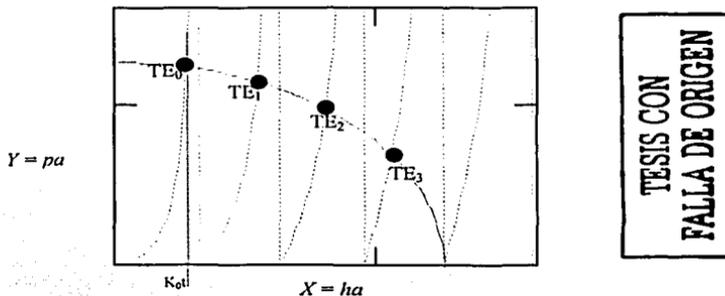


Figura 1-4.1. Gráfica de la ecuación característica para modos TE en películas delgadas.

La solución para E_y completa se muestra a continuación, que es la distribución del campo dentro de la guía

$$E_y(x) = \begin{cases} -\frac{h}{q} e^{-qx}; & x > 0 \\ -\frac{h}{q} \left[\cos(hx) - \frac{q}{h} \operatorname{sen}(hx) \right]; & -a < x < 0 \\ -\frac{h}{q} \left[\frac{h}{p} \operatorname{sen}(ha) - \frac{q}{p} \cos(ha) \right] e^{p(x+a)}; & x < -a \end{cases} \quad (1.4.21)$$

donde esta distribución del campo se puede aproximar a una distribución Gaussiana.

De la ecuación (1.4.17) se tiene que

$$h^2 a^2 + q^2 a^2 = (n_2^2 - n_1^2) k_1^2 a^2 = V^2 \quad (1.4.22)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

donde V es la frecuencia normalizada



$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \quad (1.4.23)$$

V es inversamente proporcional a λ por lo que aumenta con la frecuencia óptica de la señal.

La importancia de definir la frecuencia normalizada V , es que podemos a partir de ella conocer el número de modos que puede soportar la guía.

Hemos visto que podemos utilizar la gráfica de la figura 1.4.1 para calcular la constante de propagación, sin embargo, podemos obtener una gráfica del parámetro de propagación normalizado b en función de la frecuencia normalizada V y poder calcular el número de modos soportados por la guía de onda para diferentes grosores (a) de películas para diferentes longitudes de onda, ya que

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$

Para la obtención de la gráfica utilizaremos la ecuación (1.4.22) de donde definimos b como

$$b = \left(\frac{qa}{V}\right)^2 = 1 - \left(\frac{ha}{V}\right)^2 \quad (1.4.24)$$

resolvemos la ecuación (1.4.19) para $q^2 a^2$ y la sustituimos en la ecuación (1.4.22), además, incluimos en esta nueva ecuación el parámetro de propagación normalizado b de la ecuación (1.4.24) en (1.4.22) y obtenemos

$$\tan^2(V\sqrt{1-b}) = \frac{4b}{1-2b} \quad (1.4.25)$$

sabemos que $\tan(x) = \tan(x + n\pi)$, por lo que después de sacar raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación (1.4.25) tenemos

$$\tan(V\sqrt{1-b} + n\pi) = \pm \sqrt{\frac{4b}{1-2b}} \quad (1.4.26)$$

y resolviendo para V

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-b}} \left[n\pi + \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{4b}{1-2b}} \right) \right] \quad (1.4.27)$$

A partir de la ecuación (1.4.27) podemos calcular fácilmente a V en función de b . Normalmente se gráfica la función recíproca $b = f(V)$. La figura (1-4.2) muestra los resultados de este análisis.

Cuando la diferencia entre los índices de refracción de las tres regiones es pequeña, los modos de propagación TE y TM tienen prácticamente el mismo valor de b . Entonces podemos jugar con las



dimensiones de la guía de onda plana para manejar el número de modos requerido, sin embargo es de gran importancia utilizar el modo óptico fundamental para la existencia del solitón.

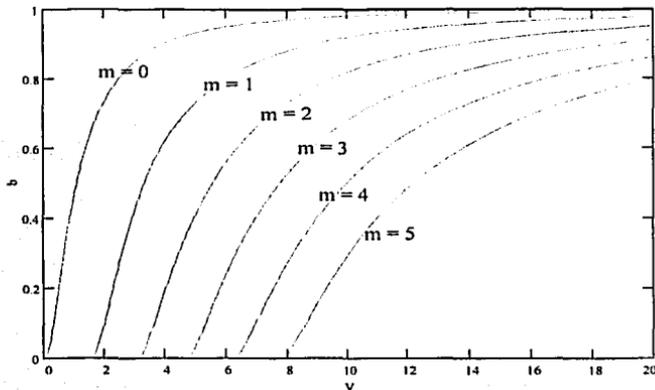


Figura 1-4.2. Guía plana. Parámetro de propagación normalizado b en función de la frecuencia normalizada V . Las curvas representan modos TE.

El campo eléctrico propuesto para satisfacer el modo fundamental TE_0 que mantiene la polarización lineal a lo largo de un solo eje en la guía de onda plana tiene la forma

$$E(r, \omega) = A(\omega)F(x, y)\exp[i\beta(\omega)z] \quad (1.4.28)$$

donde $A(\omega)$ es una constante de normalización y $F(x, y)$ es la distribución transversal del campo eléctrico en el núcleo de la película, el sustrato y la cubierta, por lo que frecuentemente esa distribución se aproxima a una distribución Gaussiana.

1.4.1 Modos en Fibras Ópticas

Ahora para las fibras ópticas sabemos que las fibras monomodo solo soportan un modo HE_{11} que se refiere al modo fundamental ya que contiene una sola componente del campo. Entendiéndose que se pueden limitar los modos con la frecuencia de corte [8]. La distribución del campo $E(r, t)$ correspondientes a HE_{11} tiene tres componentes diferentes de cero, E_ρ , E_θ , E_z o en el plano cartesiano E_x , E_y , E_z . Para un buen grado de aproximación, el modo fundamental de la fibra está linealmente polarizado únicamente tanto en x como en y , dependiendo si E_x o E_y dominan.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Usando fibras que mantengan la polarización lineal a lo largo de un solo eje (proponiendo el eje x) el campo eléctrico propuesto en la ecuación para satisfacer el modo fundamental HE_{11} tiene la forma

$$E(r, \omega) = x\{A(\omega)F(x, y)\exp[i\beta(\omega)z]\} \quad (1.4.28a)$$

donde $A(\omega)$ es una constante de normalización y $F(x, y)$ es la distribución transversal del campo eléctrico en el núcleo de la fibra y su cubierta, por lo que frecuentemente esta distribución se aproxima también a una distribución Gaussiana. La ecuación (1.4.28a) limita la dispersión en una sola dirección, en este caso se limita en el eje x .

FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN



1.5 Propagación de Pulsos No-Lineales

En este subcapítulo se dará la ecuación básica que describe la propagación de pulsos ópticos dentro de una guía de onda con las condiciones antes mencionadas, ya sea plana como la película delgada polimérica o circular como la fibra óptica. El entender la propagación de los pulsos no-lineales es básica para los solitones ópticos temporales. Se debe entender que dentro de cualquier guía de onda, los efectos que influyen en la propagación de un pulso óptico en su forma y en su espectro, son la dispersión y la no-linealidad.

Tomando la ecuación de onda (1.3.7) y usando las ecuaciones (1.3.8) y (1.3.17) se puede escribir de la forma:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.5.1)$$

donde P_L y P_{NL} son la parte lineal y no-lineal de la polarización inducida que se relacionan con el campo eléctrico mediante (1.3.9) y (1.3.10). Para la propagación del pulso no-lineal es necesario hacer algunas suposiciones para simplificar con el objeto de resolver (1.5.1).

- i. La polarización no-lineal P_{NL} será considerada como una perturbación pequeña de P_L .
- ii. El campo óptico se asume que mantiene su polarización lineal a lo largo de la película delgada.
- iii. El campo óptico se asume como cuasi monocromático, por lo que su espectro se centra en una ω_0 y su ancho espectral $\Delta\omega$ es tal que $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$. Por ejemplo si se considera $\omega_0 \approx 10^{15} \text{ s}^{-1}$ es válida para un ancho espectral $\Delta\omega \leq 10^{13} \text{ s}^{-1}$, que son pulsos con un ancho $\geq 0.1 \text{ ps}$.
- iv. Recordar que para simplificar su análisis las *amplitudes varían lentamente* respecto al periodo de la onda.

Para la aproximación de la amplitud que varía lentamente, es útil separar la parte que varía rápidamente del campo eléctrico, escribiéndolo de esta forma:

$$E(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(r, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (1.5.2)$$

donde c.c. es el complejo conjugado, \hat{x} es el vector unitario de polarización de la luz, es decir linealmente polarizado a lo largo del eje x , y $E(r, t)$ es la función que varía lentamente en el



tiempo comparada con el periodo de la onda ($\exp(-i\omega_0 t)$). Las componentes de polarización \vec{P}_L y \vec{P}_{NL} pueden ser expresadas de la misma manera:

$$P_L(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_L(r, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (1.5.3)$$

$$P_{NL}(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(r, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (1.5.4)$$

la componente lineal P_L se obtiene sustituyendo (1.5.3) en la ecuación (1.3.9), dando

$$P_L(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \cdot E(r, t) \exp[i\omega_0(t-t')] dt \quad (1.5.6)$$

$$P_L(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\omega) \cdot E(r, \omega - \omega_0) \exp[-i\omega_0(\omega - \omega_0)] d\omega \quad (1.5.7)$$

donde $E(r, \omega)$ es la transformada de Fourier de $E(r, t)$ definida de forma similar a al ecuación (1.3.12).

La componente no-lineal P_{NL} se obtiene sustituyéndola ecuación (1.5.4) en la ecuación (1.3.10). Ocurre una simplificación considerable si la respuesta no-lineal se asume como *instantánea* para que la dependencia de tiempo de $\chi^{(3)}$ en la ecuación (1.3.10) se obtenga por el producto de tres funciones delta $\delta(t-t_i)$ [9]. Por lo que la ecuación (1.3.10) queda:

$$P_{NL}(r, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)}; E(r, t) E(r, t) E(r, t) \quad (1.5.8)$$

Cuando la ecuación (1.5.2) se sustituye en la ecuación (1.5.8) la P_{NL} se encuentra que tiene un termino de oscilación en ω_0 y otro termino oscilador a una frecuencia del tercer armónico $3\omega_0$. Por lo que generalmente el término $3\omega_0$ es insignificante en la película delgada y usando la ecuación (1.5.4), la P_{NL} esta dada por:

$$P_{NL}(r, t) = \epsilon_0 \epsilon_{NL} E(r, t) \quad (1.5.9)$$

donde ϵ_{NL} es la contribución no-lineal de la constante dieléctrica y la definimos como:

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E(r, t)|^2 \quad (1.5.10)$$

para obtener la ecuación de onda de la amplitud de $E(r, t)$ que varía lentamente, es más conveniente trabajar en el dominio de Fourier. Cuando la ecuación (1.5.1) es no-lineal no es posible obtener la ecuación de la onda por la dependencia de intensidad de ϵ_{NL} . En una aproximación, ϵ_{NL} es tratada como una constante durante la derivación de la ecuación de



propagación para $E(r,t)$. El acercamiento es justificado en vista de la aproximación de la amplitud de que varía lentamente y la naturaleza perturbadora de P_{NL} .

Sustituyendo las ecuaciones (1.5.2)-(1.5.4) en la ecuación (1.5.1) y la transformada de Fourier $\tilde{E}(r,\omega - \omega_0)$ definida por

$$\tilde{E}(r,\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} E(r,t) \exp[i(\omega - \omega_0)t] dt \quad (1.5.11)$$

se encuentra como solución para satisfacer

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0 \quad (1.5.12)$$

donde $k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$, y lógicamente

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL} \quad (1.5.13)$$

es la constante del dieléctrico donde ε_{NL} es la parte no-lineal dada por (1.5.10). Al igual que en el subcapítulo 1.3, la constante del dieléctrico puede ser usada para definir el índice de refracción n y el coeficiente de absorción α . Sin embargo en estas condiciones ambos, n y α son dependientes de la intensidad debido a ε_{NL} . Por lo que se acostumbra introducir

las ecuaciones, (1.2.1) y (1.2.2) en términos del campo

$$n = n_0 + n_2 |E|^2 \quad (1.5.14)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2 |E|^2 + \alpha_3 (E^2)^2 \quad (1.5.15)$$

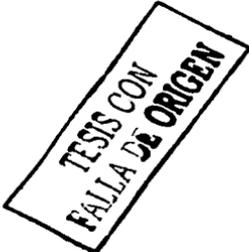
y si la absorción de tres fotones puede ser ignorada debido a que α_3 es demasiado pequeña, quedando

$$\tilde{\alpha} = \alpha_0 + \alpha_2 |E|^2 \quad (1.5.16)$$

Usando su definición $\varepsilon = (n + i\tilde{\alpha}c/2k_0)^2$ y las ecuaciones (1.5.10) y (1.5.13) el coeficiente del índice no-lineal n_2 y el coeficiente de absorción de dos fotones α_2 están dados por

$$n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}[\chi^{(3)}] \quad (1.5.17)$$

$$\alpha_2 = \frac{3\omega_0}{4nc} \text{Im}[\chi^{(3)}] \quad (1.5.18)$$





los coeficientes de absorción α_0 y del índice n_0 lineales son la parte real e imaginaria de $\chi^{(1)}$ en las ecuaciones (1.3.15) (1.3.16). Aunque tenemos α_2 en la ecuación (1.5.16), frecuentemente en las fibras y en el dispositivo propuesto va a ser muy pequeño por lo que $\alpha \approx \alpha_0$.

La ecuación (1.5.12) puede ser resuelta usando el método de separación de variables o método de Fourier. Si nosotros asumimos una solución de la forma:

$$E(r, \omega - \omega_0) = F(x, y) \bar{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta_0 z) \quad (1.5.19)$$

donde $\bar{A}(z, \omega)$ es la función de amplitud que varía lentamente a lo largo de z y β_0 es el número de onda que lo describiremos después.

La ecuación (1.5.12) genera las siguientes dos ecuaciones:

para $F(x, y)$ y para $\bar{A}(z, \omega)$:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega)k_0^2 - \beta^2]F = 0 \quad (1.5.20)$$

$$2i\beta_0 \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + [\beta^2 - \beta_0^2] \bar{A} = 0 \quad (1.5.21)$$

en la ecuación (1.5.21) se desprecia la segunda derivada $\partial^2 \bar{A} / \partial z^2$ ya que $\bar{A}(z, \omega)$ es una función que varía lentamente en z . El número de onda se determina resolviendo la ecuación (1.5.20) para los modos en la película delgada de forma similar al subcapítulo 1.4.

La constante dieléctrica $\varepsilon(\omega)$ puede ser aproximada por

$$\varepsilon = (n + \Delta n)^2 = n^2 + 2n\Delta n \quad (1.5.22)$$

donde Δn es una pequeña perturbación, es decir:

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + \frac{i\alpha}{2k_0} \quad (1.5.23)$$

La ecuación (1.5.20) puede ser resuelta usando la teoría de perturbaciones.

Primero se resuelve esta reemplazando ε por n^2 como se hizo en el subcapítulo 1.3 donde se determino distribución modal con la ecuación característica (1.4.13) que corresponde al número de onda $\beta(\omega)$ y las ecuaciones (1.4.18) y (1.4.20) para la obtención de las constantes de propagación de los modos TE dentro de la película delgada. En la película delgada, la función $F(x, y)$ correspondiente para distribución modal de modos TE que esta dada por la ecuación (1.4.21) o



por que dicha función $F(x, y)$ por su forma se puede llegar a la aproximación Gaussiana que se muestra en el apéndice C. En la fibra óptica monomodo la función $F(x, y)$ correspondiente para distribución modal HE_{11} .

Después se incluye el efecto de Δn en la ecuación (1.5.20). Δn no afecta la distribución modal de la función $F(x, y)$, pero sin embargo el valor de β es:

$$\tilde{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (1.5.24)$$

donde $\Delta\beta$ esta dada por

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n_i F(x, y)_i^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y)^2 dx dy} \quad (1.5.25)$$

Este paso completa la solución formal de la ecuación (1.5.1) para una perturbación P_{NL} de bajo orden. Por lo que usando las ecuaciones (1.5.2), (1.5.14) y (1.5.16), el campo eléctrico esta dado por

$$E(r, t) = \frac{1}{2} \hat{x} \{ F(x, y) A(z, t) \exp[i(\beta_0 z - \omega_0 t)] + c.c. \} \quad (1.5.26)$$

Ahora encontraremos la ecuación en el dominio de la frecuencia que satisface la ecuación (1.5.21)

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + [\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2] \tilde{A} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \frac{[\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2]}{2i\beta_0} \tilde{A} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} - i \frac{[\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2]}{2\beta_0} \tilde{A} = 0$$

ESTE TEXTO CON
 LA PALABRA DE ORIGEN

usando la ecuación (1.5.24) y aproximando

$$\beta^2 - \beta_0^2 = 2\beta_0(\beta - \beta_0) \quad (1.5.27)$$

nos da:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0] \tilde{A} \quad (1.5.28)$$

por lo que su transformada inversa de Fourier de la ecuación (1.5.28) nos entrega la ecuación de propagación para $A(z, t)$. Y para obtenerla, matemáticamente los efectos de dispersión se



representan exactamente por una expansión de la constante de modos de propagación $\beta(\omega)$ en una serie de Taylor alrededor de una frecuencia central portadora ω_0 de la forma

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots \quad (1.5.29)$$

donde

$$\beta_n = \left(\frac{d^n \beta}{d\omega^n} \right)_{\omega = \omega_0} \quad (1.5.30)$$

el término de tercer orden generalmente es insignificante si el ancho espectral $\Delta\omega \ll \omega_0$. Ahora si $\beta_2 \approx 0$, para específicos valores de ω_0 , (en la vecindad de la longitud de onda de dispersión cero) puede ser necesario incluir el término cúbico.

Sustituyendo la ecuación (1.5.29) en la ecuación (1.5.28) y usando la transformada de Fourier inversa definida como:

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (1.5.31)$$

tomando en cuenta que el operador de la transformada de Fourier $\omega - \omega_0$ se reemplaza por el operador diferencial $i\partial/\partial t$ resultando

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\Delta\beta A \quad (1.5.32)$$

el término $\Delta\beta$ incluye los efectos de pérdidas y no-linealidades.

Usando las ecuaciones (1.5.23) y (1.5.25), $\Delta\beta$ puede ser evaluada sustituyéndola en (1.5.32), quedando

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A \quad (1.5.33)$$

La ecuación (1.5.33) describe la propagación del pulso óptico en guías de onda ya sea plana o fibra óptica, a esta ecuación nos referimos algunas veces y bajo ciertas condiciones como la ecuación no-lineal de Schrödinger. Esta incluye los efectos de pérdida en la película delgada, la dispersión cromática a través de β_1 y β_2 , y por último la no-linealidad en la guía con el coeficiente γ .



La ecuación (1.5.33) se obtuvo de

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(n_2 |E|^2 + \frac{i\alpha}{2k_0} \right) F(x,y)^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,y)^2 dx dy}; \quad \Delta\beta = \frac{n_2 \omega_0}{c} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (n_2 |E|^2 |F(x,y)|^2 dx dy)}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,y)^2 dx dy} + \frac{i\alpha k_0}{2k_0} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,y)^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,y)^2 dx dy}$$

$$\text{si } k_0 = \frac{\omega_0}{c}$$

$$\text{donde } \Delta\beta = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}} |A|^2 + \frac{i\alpha}{2} \quad (1.5.34)$$

considerando que la *amplitud* A es normalizada tal que $|A|^2$ representa la potencia óptica $P_0=1$ y como consideramos pérdidas muy bajas $\alpha \approx 0$, el coeficiente no-lineal se define como

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}} \quad (1.5.35)$$

notando que el área efectiva es:

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^4 dx dy} \quad (1.5.36)$$

En el siguiente capítulo se explicarán el comportamiento del pulso en una fibra óptica que se mueve a una velocidad de grupo $v_g = 1/\beta_1$, y que el parámetro β_2 nos describe la dispersión de la velocidad de grupo. (GVD, group-velocity dispersion, *en inglés*) es decir el ensanchamiento del pulso. En el apéndice A se muestran las gráficas de la variación β_2 respecto a las longitudes de onda. El parámetro de la GVD, β_2 puede ser positiva o negativa dependiendo si la longitud de onda está por encima o debajo de la longitud de onda de dispersión cero λ_D . En el régimen de dispersión anormal, β_2 es negativa por lo que la película delgada y la fibra óptica pueden soportar los solitones temporales.



1.6 Conclusiones del Capítulo I

La creación de un dispositivo con los materiales ópticos no-lineales es la clave para el rápido proceso de información y que dicho dispositivo si se basa en solitones ópticos permite un número importante de avances en la generación y control de pulsos ultracortos. Desde el punto de vista teórico se puede describir la respuesta óptica no lineal, donde las interacciones ópticas no lineales de tercer orden descritas por $\chi^{(3)}$ ocurren en medios con centro simétrico y con centro no simétrico, permitiendo que el material tenga un comportamiento tipo Kerr. Con este material en una guía de onda plana o película delgada polimérica se pueden obtener los efectos ópticos no-lineales necesarios para el procesamiento totalmente óptico ultrarrápido. Se mostraron los materiales disponibles y los parámetros relevantes para el efecto Kerr.

Mediante las ecuaciones de Maxwell se analizó el comportamiento de las ondas electromagnéticas dentro de una guía de onda, ya sea plana o circular, con una sola componente transversal al campo eléctrico, para tener únicamente el modo fundamental, llegando a la ecuación que describe la propagación de las ondas. El solitón espacial Kerr puede ser formado y es estable solo para geometrías donde el rayo de onda es (1+1)D, que representa al modo fundamental. Se involucraron los modos de radiación para resolver el problema de la transferencia de energía dependiendo de la geometría de la guía de onda. Se obtuvo la ecuación básica que describe la propagación de pulsos ópticos dentro de una guía de onda como la base para entender a los solitones ópticos temporales.



Referencias del Capítulo I

- [1] Boyd, Robert W. *Nonlinear Optics*. USA, Academic Press, 1992
- [2] Günter, Peter. *Nonlinear Optical Effects and Materials*. Editorial Springer. Alemania. 2000, pags 3, 43, 121, 122, 131, 132.
- [3] Feynman, Leighton, Sands, *The Feynman Lectures of Physics: Vol. II Electromagnetismo y Materia*, Fondo Educativo Interamericano S.A. USA, pp 20-, 24-, 30-, 32-. 1972
- [4] George I.A. Stegeman, Demetrios N. Cristodoulides, and Mordechai Segev. "Optical Spatial Solitons: Historical Perspectives". *IEEE J. on Select Topics in Quant. Electron.* Vol. 6, No 6, pp. 1419-1427. 2000.
- [5] Rodolfo Neri Vela. *Líneas de Transmisión*. McGraw-Hill / Interamericana Editores, S. A de C.V. México, 1999. pp 371-466
- [6] Kolokoltsev, O. *Apuntes de Nuevos Componentes Ópticos para Comunicaciones Ópticas de Alta Velocidad*. 2000.
- [7] Oleksandr Martynyuk G. *Apuntes de Dispositivos de Microondas*. 2000.
- [8] Volodymyr Svyryd, *Apuntes de Comunicaciones Ópticas*. 2000.
- [9] Agrawal, Govind P. *Nonlinear Fiber Optics*. Second Edition, Academic Press, USA.

CAPITULO 2

SOLITONES ÓPTICOS



2 SOLITONES ÓPTICOS

Después de mostrar la ecuación que describe la propagación de pulsos ópticos y de entender que pasa con las ondas electromagnéticas dentro de las guías de onda, en este capítulo se pretende describir tanto a los solitones temporales como a los solitones espaciales y las condiciones en las que se pueden crear. En la primera parte de este capítulo se mostrarán los regímenes de propagación de los pulsos ópticos para poder entender las condiciones donde se puede crear el fenómeno físico llamado solitón temporal. Después de observar las cuatro categorías de propagación del pulso óptico, en los siguientes dos subcapítulos, de manera independiente se mostrará los efectos que intervienen en la propagación de Solitones Temporales. Se mostrará que el comportamiento y las condiciones donde se puede crear un solitón temporal en las fibras ópticas son similares a las de un solitón espacial en una película delgada, únicamente cambiando dispersión que esta en dominio del tiempo por el fenómeno físico difracción que esta en el dominio del espacio. Uno de los subcapítulos más importantes de esta tesis mostrará y esquematizará la formación de un rayo atrapado conocido como solitón óptico espacial en una película delgada, que es la base del switch totalmente óptico. Se describirá como es que el solitón espacial es estable en una guía de onda plana, donde los fenómenos de difracción y auto enfoque se representan en términos de lentes. A partir de una examinación de la naturaleza de la dispersión y de la difracción en la película delgada se podrá obtener la ecuación no-lineal de Schrödinger que describe al solitón espacial. Por último se obtendrá la solución para el solitón espacial fundamental, donde la propagación del rayo tiene la distribución del campo de forma secante hiperbólica.

Se debe de entender que el funcionamiento del switch como dispositivo ultrarrápido es gracias a la naturaleza de la interacción entre solitones, que se puede implementar fácilmente en un dispositivo del tamaño de un chip, en este caso chip óptico, llegando así a la óptica integrada. Mientras que los solitones ópticos temporales pueden viajar grandes distancias sin necesidad de amplificación en las fibras ópticas.

2.1 Regímenes de Propagación

En Capítulo anterior nos referimos a la ecuación que describe la propagación de pulsos ópticos dentro de la guía de onda o dentro de una fibra óptica. Ahora se resolverá la ecuación (1.5.33), con el objeto de entender el comportamiento y los fenómenos que intervienen en la evolución del pulso, y así obtener los fundamentos para la creación del solitón temporal. Antes de resolver la ecuación



de propagación, es de gran utilidad el manejar una estructura de referencia que se mueve con la totalidad del pulso a una velocidad de grupo v_g . Que se hace con la transformación:

$$T = t - z/v_g = t - \beta_1 z \quad (2.1.1)$$

donde T se le conoce como tiempo local de un pulso cuadrado.

Para este caso temporal, los pulsos deben de tener un ancho ≥ 1 ps, tal que $\omega_0 T_0 \ll 1$ para poder usar la siguiente ecuación simplificada⁸:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \alpha A - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.1.2)$$

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \alpha A + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (2.1.3)$$

en un caso especial en el que $\alpha = 0$, ecuación (2.1.2) se conoce como la **ecuación no-lineal de Schrödinger**

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.1.4)$$

que ha sido extensivamente estudiada para los solitones. En este subcapítulo la ecuación (2.1.4) se encuentra en el contexto temporal, usada quizá únicamente para pulsos ópticos en fibras ópticas, pero esta ecuación es muy similar a la ecuación que nos interesa para nuestro dispositivo, la que se encuentra en el contexto espacial que se conserva para rayos de cw en la guía de onda plana, cuando la variable T se interpreta como una coordenada espacial, tal que el término de Dispersión representa la Difracción del Rayo en la guía de onda plana. Esta forma de interpretarlo lo veremos cuando describimos a los solitones espaciales.

En la ecuación (2.1.3) los tres términos del lado derecho representan la absorción, la dispersión y la no-linealidad en la propagación de pulsos dentro de una *guía de onda*⁹.

Dependiendo del ancho inicial del pulso T_0 y de la potencia pico P_0 del pulso incidente tanto los efectos de dispersión como los de no-linealidad pueden dominar la evolución del pulso a lo largo de la guía de onda. Por lo que se utilizan dos parámetros de longitud conocidos como *longitud de dispersión* L_D y la *longitud no-lineal* L_{NL} [1]. *Dependiendo de los valores de las longitudes L_{NL} , L_D y de la longitud de la guía de onda L , la evolución del pulso puede comportarse de cuatro diferentes regímenes de propagación.*

⁸ Es simplificada porque en la ecuación (2.1.2) no se consideran los términos de dispersión de alto orden.

⁹ Guía de Onda nos referimos a cualquiera de sus tipos, ya sea guía de onda circular guiada, tal es el caso de la fibra óptica, la guía de onda plana guiada como la película delgada.



Para facilitar la descripción de los regímenes de propagación se introducirá una escala de tiempo normalizada τ con ancho de pulso inicial T_0 mediante:

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0} \quad (2.1.5)$$

y una amplitud normalizada U donde por definición será:

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2) U(z, \tau) \quad (2.1.6)$$

donde P_0 es la potencia pico del pulso incidente. El factor exponencial en la ecuación (2.1.6) representa las pérdidas de la guía de onda. Usando las ecuaciones (2.1.2), (2.1.5) y (2.1.6), la amplitud normalizada $U(z, \tau)$ satisface la siguiente *ecuación de propagación*:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{signo}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.1.7)$$

donde $\text{signo}(\beta_2) = \pm 1$, dependiendo del signo del parámetro β_2 de la Dispersión de la Velocidad de Grupo (*GVD, en inglés*), y donde

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (2.1.8)$$

La longitud de dispersión L_D y la longitud no-lineal L_{NL} nos proporcionan los valores de referencia bajo las cuales los efectos de dispersión y de no-linealidad llegan a ser importantes para la evolución del pulso a lo largo de la guía de onda de longitud L .

Dependiendo de las magnitudes de L , L_D y L_{NL} , el comportamiento de la propagación del pulso puede ser clasificado en las siguientes cuatro categorías.

2.1.1 Régimen de Sistema de Comunicación Estándar

Cuando la longitud de la guía de onda L , es tal que " $L \ll L_D$ " y además " $L \ll L_{NL}$ ", los efectos de dispersión y no-lineales son insignificantes en la propagación del pulso. Esto se ve directamente en la ecuación (2.1.7). Se asume que el pulso tiene un perfil temporal liso, es decir, $\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \approx 1$.

Como resultado $U(z, \tau) = U(0, \tau)$, esto es que el pulso mantiene su forma durante la propagación. Si nuestra guía de onda, es una fibra óptica, este actúa como un simple canal de pulsos ópticos exceptuando claro la reducción de la energía debido a las pérdidas de la fibra. Es el régimen que se acostumbra para los sistemas de comunicación óptica actuales. Para $L \approx 50 \text{ Km}$, L_D y L_{NL} deberán ser de más de 500 Km para una transmisión libre de distorsión.



Como ejemplo se puede estimar T_0 y P_0 de los pulsos ópticos dándonos los valores de $(\lambda, \beta_2, \gamma)$.

Para una fibra óptica estándar de telecomunicaciones los parámetros de esta son: $\lambda = 1.55 \mu m$, $|\beta_2| \approx 20 ps^2/Km$ y $\gamma \approx 3W^{-1}Km^{-1}$. El uso de estos valores muestran que los efectos de dispersión y no-lineales son insignificantes para $L \leq 50Km$ si $T_0 \geq 100ps$ y $P_0 \leq 1mW$.

Se debe de entender también que L_D y L_{NL} se logran hacer más pequeñas, si los pulsos son más pequeños y más intensos. Por ejemplo si queremos $L_D \approx L_{NL} \approx 100m$, los pulsos tienen que ser mas cortos, por lo que reducimos a $T_0 \approx 1ps$ y $P_0 \approx 1W$.

2.1.2 Régimen donde Predomina GVD

Cuando la longitud de la guía de onda L es tal que " $L \ll L_{NL}$ " pero " $L \geq L_D$ ", el ultimo termino en la ecuación (2.1.7), es insignificante comparado con los otros dos. En la propagación del pulso predomina la GVD, y los efectos no-lineales no afectan. Por lo que el régimen donde domine la dispersión se aplica cuando la guía de onda y los parámetros del pulso sean tales que:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (2.1.9)$$

Si hablamos de fibra estándar de telecomunicaciones tiene que ser $P_0 \ll 1W$ para pulsos con $T_0 \approx 1ps$.

2.1.3 Régimen donde Predomina SPM

Cuando la longitud de la guía de onda L es tal que " $L \ll L_D$ " pero " $L \geq L_{NL}$ ", el termino de dispersión en la ecuación (2.1.7), es insignificante comparado con el término no-lineal. En este caso la propagación del pulso en la guía de onda esta determinado por la Auto-Modulación de Fase (SPM, *en ingles*), que permite el ensanchamiento espectral de un pulso. SPM es un efecto no-lineal interesante en donde el índice de refracción depende de la intensidad. Nos referimos a SPM cuando el campo óptico experimenta un cambio de fase auto inducido, en el subcapitulo de SPM se explicara su comportamiento. El régimen donde domina la no-linealidad se aplica cuando la guía de onda y los parámetros del pulso sean tales que:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (2.1.10)$$



2.1.4 Régimen Basado en Solitones para Sistemas de Comunicaciones.

Cuando la longitud de la guía de onda es mayor o comparable con L_D y L_{NL} , la dispersión y la no-linealidad actúan juntas, para que el pulso se propague. ($L \geq L_D$, $L \geq L_{NL}$).

En el régimen de dispersión anormal $\beta_2 < 0$ (vea apéndice A), por lo que la guía de onda puede soportar solitones. En el régimen de dispersión normal $\beta_2 > 0$ (vea apéndice A), la GVD y SPM pueden ser usados para la compresión del pulso óptico. El régimen de dispersión anormal es el que se propone en esta Tesis para los solitones temporales en la fibra óptica.

Después de observar las cuatro categorías de propagación del pulso, en los siguientes dos subcapítulos se mostrarán los efectos de manera independiente que intervienen en dicha propagación con el objeto de entenderla mejor.



2.2 Efectos de Dispersión de Velocidad de Grupo

En este subcapítulo se considera el efecto de la Dispersión de Velocidad de Grupo en la propagación de un pulso en un medio dispersivo y lineal, es decir, $\gamma = 0$ en la ecuación (2.1.3). Ahora si definimos la amplitud normalizada $U(z, T)$ de acuerdo a la ecuación (2.1.6), $U(z, T)$ satisface la ecuación diferencial parcial lineal dada por:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad (2.2.1)$$

Esta ecuación es parecida a la ecuación de onda que describe la difracción de la luz y llega a ser idéntica cuando la difracción solo ocurre en una dirección transversal de la propagación y β_2 se cambia por $\lambda/(2\pi)$, donde λ es la longitud de onda de la luz. *Esta es la razón por lo que los efectos inducidos de la dispersión temporal tienen una fuerte analogía con los efectos inducidos de la difracción espacial. Por esta analogía, se utiliza la dispersión de manera temporal para comprender mejor lo que ocurre en la difracción espacial.*

Resolviendo la ecuación (2.2.1) con el método de Fourier, tal que la transformada de Fourier es:

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(z, \omega) \exp(-i\omega T) d\omega \quad (2.2.2)$$

después esta satisface la ecuación diferencial ordinaria

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 U \quad (2.2.3)$$

donde su solución esta dada por:

$$U(z, \omega) = U(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z\right) \quad (2.2.4)$$

la ecuación (2.2.4) muestra que la GVD cambia la fase de cada componente espectral del pulso por una cantidad que depende de la frecuencia y de la distancia de propagación. El cambio de fase no afecta el espectro del pulso, este solo puede modificar la forma del pulso. Esto se demostrara después de presentar la siguiente solución general de la ecuación (2.2.1). Que sustituyendo la ecuación (2.2.4) en la ecuación (2.2.2) se obtiene:

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(0, \omega) \exp\left[\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z - i\omega T\right] d\omega \quad (2.2.5)$$

donde $U(0, \omega)$ es la transformada de Fourier del campo incidente a $z = 0$ y esta dada por :



$$U(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) \exp(i\omega T) dT \quad (2.2.6)$$

Para demostrar que la fase no afecta el espectro del pulso, solo modifica la forma, se considerará el caso de un pulso Gaussiano (vea *apéndice B*) para el cual el campo incidente está dado por:

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{T^2}{2T_0^2}\right] \quad (2.2.7)$$

donde T_0 es el ancho del pulso inicial. Usando las ecuaciones (2.2.5)-(2.2.7) se tiene que la amplitud a cualquier punto z a lo largo de la guía de onda, está dado por:

$$U(z, T) = \frac{T_0}{(T_0^2 - i\beta_2 z)^{1/2}} \exp\left[-\frac{T^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right] \quad (2.2.8)$$

por lo tanto el pulso Gaussiano mantiene su forma en la propagación pero su ancho incrementa y llega a ser:

$$T_1 = T_0 \left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^{1/2} \quad (2.2.9)$$

la ecuación (2.2.9) muestra que la GVD ensancha el pulso. El valor de ensanchamiento está determinado por la longitud L_D , para longitudes de guía de onda, los pulsos cortos ensanchan más debido a que la longitud de la dispersión es más pequeña. En $z = L_D$ el pulso Gaussiano se ensancha un factor $\sqrt{2}$. En la figura 2-2.1 se muestra la extensión del ensanchamiento de la dispersión inducida para pulsos Gaussianos, graficando $|U(z, T)|^2$ a $z = 0, 2L_D$ y $-L_D$.

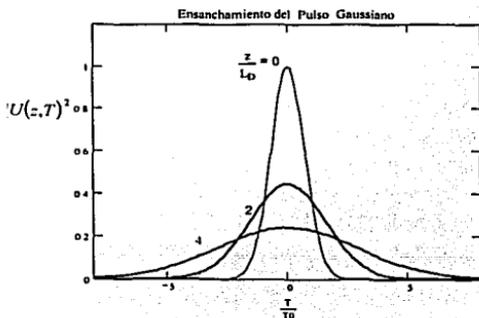


Figura 2-2.1

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Las ecuaciones (2.2.7) y (2.2.8) muestra que aunque el campo incidente no sea chirpeado (no modulado en fase), el pulso transmitido llega a ser chirpeado. Para mostrar mas claramente la modulación en fase que sufre el pulso, es mejor expresar $U(z, T)$ en la siguiente forma fasorial

$$U(z, T) = U(z, T) \exp[i\phi(z, T)] \quad (2.2.10)$$

donde la fase

$$\phi(z, T) = -\frac{\text{signo}(\beta_2)(z/L_D) T^2}{1 + (z/L_D)^2} \frac{T^2}{T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{z}{L_D} \right] \quad (2.2.11)$$

la dependencia del tiempo de la fase $\phi(z, T)$ implica que la frecuencia instantánea es diferente a lo largo del pulso de una frecuencia central ω_0 . Esa diferencia en la frecuencia instantánea $\delta\omega$ es solo la derivada de $\partial\phi/\partial T$ y esta dad por:

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{2 \text{signo}(\beta_2)(z/L_D) T}{1 + (z/L_D)^2} \frac{T}{T_0^2} \quad (2.2.12)$$

la ecuación (2.2.12) muestra que la frecuencia cambia linealmente a través del pulso. Esta modulación en fase se conoce como frecuencia lineal chirp. La chirp $\delta\omega$ depende del signo de β_2 . En el régimen de dispersión normal ($\beta_2 > 0$), $\delta\omega$ es negativo en el borde del frente del pulso ($T < 0$) e incrementa linealmente a través del pulso; en el régimen de dispersión anormal ($\beta_2 < 0$), $\delta\omega$ es positivo en el borde de la cola del pulso ($T > 0$) y decrementa linealmente a través del pulso. En la siguiente figura 2-2.2 se muestra el comportamiento de la modulación de la fase a través del pulso en el régimen de dispersión normal y anormal.

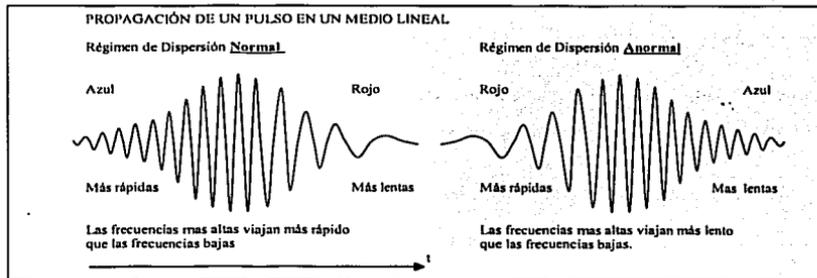


Figura 2-2.2

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Entender que existe un ensanchamiento en el pulso debido a la dispersión, puede ser aclarado ya que diferentes componentes de frecuencias de un pulso viajan a diferentes velocidades a lo largo de la guía de onda causado por la "GVD".

En el pulso las componentes del rojo viajan más rápido que las componentes del azul en el régimen de dispersión normal y las componentes del azul viajan más rápido que las componentes del rojo en el régimen de dispersión anormal[2]. *El pulso puede mantener su anchura si todas sus componentes espectrales viajan juntas, es decir $\beta_2 = 0$. Cualquier componente espectral que no viaje a la misma velocidad, ensancha el pulso.*

Un pulso Gaussiano (vea apéndice B) que no está chirpeado muestra que el ensanchamiento inducido por la dispersión no solo depende del signo del parámetro β_2 de la GVD. Es decir para ciertos valores de longitud de dispersión L_D el pulso se ensancha en la misma cantidad en el régimen de dispersión normal como en el de dispersión anormal. Esta característica cambia si existe una frecuencia chirp inicial. Para el caso lineal de pulsos Gaussianos chirpeados, el campo incidente está dado por

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{(1+iC)T^2}{2T_0^2}\right] \quad (2.2.13)$$

Donde C es el parámetro chirp. Usando la ecuación (2.2.10) se nota que la frecuencia instantánea incrementa linealmente desde el borde del frente hasta el borde de la cola para $C > 0$ conocida como chirp positiva (incremento chirp) mientras que ocurre lo contrario para $C < 0$ conocida como chirp negativa (decremento chirp). Sustituyendo (2.2.13) en (2.2.6), $U(0, \omega)$ está dado por:

$$U(0, \omega) = \left(\frac{2\pi T_0^2}{1+iC}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\omega^2 T_0^2}{2(1+iC)}\right) \quad (2.2.14)$$

El ancho espectral medido a la mitad de la ecuación (2.2.14) está dado por:

$$\Delta\omega = \frac{(1+C^2)^{1/2}}{T_0} \quad (2.2.15)$$

en ausencia de frecuencia chirp ($C = 0$) el ancho espectral está limitado por la transformada de Fourier y satisface la relación $\Delta\omega T_0 = 1$. Para obtener el campo transmitido se sustituye la ecuación (2.2.14) en (2.2.5), por lo que el resultado:

$$U(z, T) = \frac{T_0}{[T_0^2 - i\beta_2 z(1+iC)]^{1/2}} \exp\left(-\frac{(1+iC)T_0^2}{2[T_0^2 - i\beta_2 z(1+iC)]}\right) \quad (2.2.16)$$



esto significa que, incluso el pulso Gaussiano mantiene su forma en la propagación. El ancho T_1 después de propagarse a una distancia z esta relacionado con el ancho inicial T_0 con la relación:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left[\left[1 + \frac{C\beta_2 z}{T_0^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_2 z}{T_0^2} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (2.2.17)$$

la ecuación (2.2.17) muestra que el ensanchamiento depende de los signos relativos del parámetro β_2 de la GVD y del parámetro chirp C . Si $\beta_2 C > 0$ el pulso Gaussiano se ensancha paulatinamente, mientras que si $\beta_2 C < 0$, el pulso Gaussiano tendrá un *estrechamiento* en su forma, es decir se comprimirá, esto es si la chirp inicial esta en dirección opuesta de la GVD, las dos tenderán a cancelarse una a otra, resultando la salida del pulso estrechada respecto a su entrada, ocurriendo a una específica distancia. El ancho del pulso llega a ser mínimo cuando

$$z_{\min} = \frac{C}{1 + C^2} L_D \quad (2.2.18)$$

El valor mínimo del ancho del pulso a $z = z_{\min}$ esta dada por

$$T_1^{\min} = \frac{T_0}{(1 + C^2)^{1/2}} \quad (2.2.19)$$

por lo tanto a $z = z_{\min}$ el ancho del pulso esta limitado por la transformada de Fourier desde que $\Delta\omega T_1^{\min} = 1$. Se observa que se puede manejar la forma del pulso en la propagación dentro de la guía de onda.



2.3 Auto-Modulación de Fase

Cuando el índice de refracción depende de la intensidad en medios no-lineales, ocurre una interesante manifestación no-lineal, llamada Auto-Modulación de Fase (*SPM, en ingles*); este fenómeno permite el ensanchamiento espectral en pulsos ópticos. Cuando hablamos de solitones temporales, la *SPM* como fenómeno no-lineal permite el balance con la Dispersión para la formación de este tipo de solitones. Para la formación de solitones espaciales, la *SPM* es llamada auto-enfoque correspondiente a la manifestación no-lineal que permite ahora un balance con la difracción.

Para describir el fenómeno no-lineal *SPM* se requiere soluciones numéricas de la ecuación de propagación (1.5.33) que para el caso temporal, puede ser usada con anchos de pulsos $T_0 \geq 1 ps$. Si el efecto de GVD es insignificante tal que el termino β_2 sea muy próximo a cero. Las condiciones bajo las cuales GVD puede ser ignorada, son: que el ancho del pulso y la potencia pico deberá ser tal que $L_D \gg L_{NL} \leq L$, como se menciona en el régimen donde predomina SPM.

La ecuación (2.1.7) muestra que los efectos causados por la GVD son insignificantes en el límite de $\beta_2 = 0$, cumpliéndose la condición de la ecuación (2.1.10), por lo que queda:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{i}{L_{NL}} \exp(-\alpha z) |U|^2 U \quad (2.3.1)$$

donde α es la pérdida de la guía de onda. La longitud no-lineal $L_{NL} = (\gamma P_0)^{-1}$, donde P_0 es la potencia pico, con γ que es el coeficiente no-lineal relacionado con el índice de refracción n_2 por la ecuación (1.5.35),

Se resuelve la ecuación (2.3.1) y se obtiene que :

$$U(z, T) = U(0, T) \exp[i\phi_{NL}(z, T)] \quad (2.3.2)$$

donde $U(0, T)$ es la amplitud en $z = 0$, además

$$\phi_{NL}(z, T) = |U(0, T)|^2 (z_{eff} / L_{NL}) \quad (2.3.3)$$

donde $\phi_{NL}(z, T)$ es el cambio de fase no-lineal, y



$$z_{\text{eff}} = \frac{-\exp(-\alpha z)}{\alpha} \quad (2.3.4)$$

La ecuación (2.3.2) muestra que SPM incrementa con el cambio de fase que es dependiente de la intensidad mientras que la forma del pulso esta determinada por $|U(z, T)|^2$ y se mantiene sin cambio. El cambio de fase no-lineal $\phi_{NL}(z, T)$ dado por la ecuación (2.3.3), incrementa también con la distancia propagada z .

La cantidad z_{eff} juega un papel importante en la distancia efectiva ya que es menor que z , debido a las pérdidas de la guía de onda. En ausencia de pérdidas, $\alpha = 0$ por lo que $z_{\text{eff}} = z$. De aquí podemos determinar el máximo cambio de fase no-lineal que ocurre en el centro del pulso localizado en $T = 0$. Ya que U esta normalizada tal que $|U(0, 0)| = 1$, el máximo cambio de fase esta dado por:

$$\phi_{\text{max}} = z_{\text{eff}} / L_{NL} = \gamma P_0 z_{\text{eff}} \quad (2.3.5)$$

El significado físico de la longitud no-lineal en la ecuación (2.3.5), es por lo tanto, la distancia de propagación efectiva a la cual $\phi_{\text{max}} = 1$.

El ensanchamiento espectral inducido por SPM es una consecuencia de la dependencia del tiempo del cambio de fase no-lineal $\phi_{NL}(z, T)$.

El cambio de fase que varia en el tiempo implica que la frecuencia óptica instantánea es diferente a lo largo del pulso de una frecuencia central ω_0 .

Esa diferencia en la frecuencia instantánea $\delta\omega$ es solo la derivada $\partial\phi/\partial T$ y esta dad por:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = -\frac{\partial}{\partial T} (|U(0, T)|^2) \frac{z_{\text{eff}}}{L_{NL}} \quad (2.3.6)$$

Al igual que en subcapitulo anterior la dependencia de tiempo de $\delta\omega$ puede ser vista como una frecuencia chirp. La frecuencia chirp es inducida por la SPM e incrementa en magnitud con la distancia de propagación.

Esto quiere decir que nuevas componentes de frecuencia son generadas continuamente conforme se va propagando el pulso en la guía de onda. Estas componentes de frecuencia generadas por la SPM ensanchan el espectro a partir de su ancho inicial en $z = 0$. Ver figura 2-3.1.

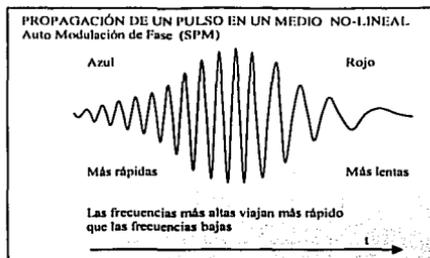


Figura 2-3.1

La extensión del ensanchamiento espectral depende de la forma del pulso. Por ejemplo consideremos un súper pulso Gaussiano (ver *apéndice B*) con un campo incidente $U(0, T)$, la frecuencia óptica instantánea chirp $\delta\omega$ inducida por SPM para el pulso es:

$$\delta\omega(T) = \frac{2m}{T_0} \frac{z_{eff}}{L_{NL}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m-1} \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (2.3.7)$$

el parámetro $m = 1$ para un pulso Gaussiano. Para valores más grandes de m el pulso incidente tiende a tomar la forma más rectangular como se muestra en el *apéndice B*.

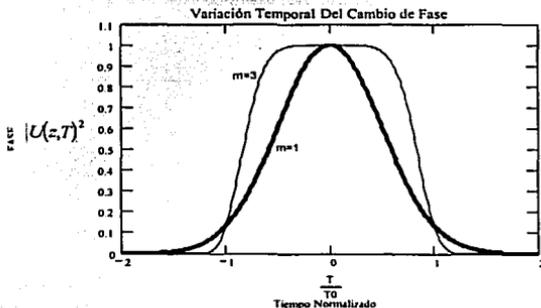


Figura 2-3.2a



En la figura 2-3.2a se muestra la variación del cambio de fase no-lineal $\phi_{NL}(z, T)$ y la frecuencia inducida chirp $\delta\omega$ en la figura 2-3.2b, a lo largo del pulso a $z_{eff} = z$ para el caso de un pulso Gaussiano ($m = 1$) y para un super pulso Gaussiano ($m = 3$).

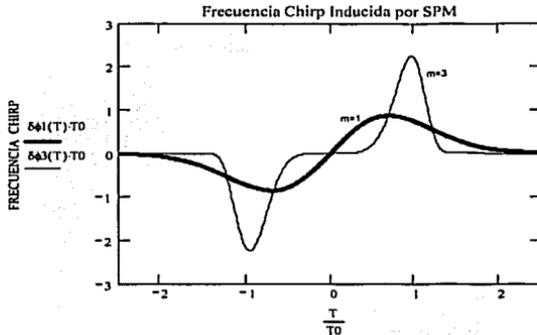


Figura 2-3.2b

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Para calcular el valor del ensanchamiento espectral inducido por la SPM podemos obtener el valor pıco de $\delta\omega$ maximizando en la ecuación (2.3.7). Obteniéndose

$$\delta\omega_{\max} = \frac{fm}{T_0} \phi_{\max} \quad (2.3.8)$$

donde f esta dado por:

$$f = 2 \left(1 - \frac{1}{2m}\right)^{1-1/2m} \exp \left[- \left(1 - \frac{1}{2m}\right) \right] \quad (2.3.9)$$

numéricamente, $f = 0.86$ para $m = 1$, y f tiende a 0.76 para valores de $m > 1$. Relacionándolo con el ancho del espectro inicial, para pulsos Gaussianos no chirpeados $\Delta\omega = T_0^{-1}$, por lo que la ecuación (2.3.8) es entonces:

$$\delta\omega_{\max} = 0.86 \Delta\omega \phi_{\max} \quad (2.3.10)$$

mostrando que el factor de ensanchamiento esta aproximadamente dado por el valor numérico del máximo cambio de fase ϕ_{\max} . La forma del espectro del pulso $S(\omega)$ se obtiene con la transformada de Fourier de la ecuación (2.3.2) y considerando $S(\omega) = |U(0, T)|^2$, esto es:



$$S(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) \exp[i\phi_{NL}(z, T) + i(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2 \quad (2.3.11)$$

en general el espectro no solo depende de la forma del pulso si no de la chirp inicial que se ponga al pulso. En la *figura 2-3.3* se muestra el espectro de un pulso Gaussiano no chirpeado para algunos valores de cambio de fase máximo ϕ_{max} . Por lo que la evolución puede ser observada incrementando la potencia pico, ya que esta directamente relacionada con el cambio de fase.

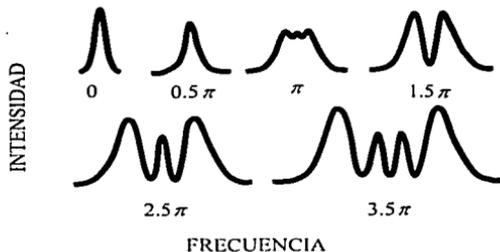


Figura 2-3.3

Un rasgo característico es que el ensanchamiento del espectro esta acompañado de una estructura oscilatoria que abarca un rango de frecuencia de entrada. En general el espectro consiste en algunos picos, y unos más intensos que otros. El numero de picos depende de ϕ_{max} . De la figura 2-3.1 se observa que a una misma frecuencia chirp le corresponden dos valores de T, por lo que esos dos valores tienen la misma frecuencia instantánea en dos distintos puntos. Esos dos puntos representan dos ondas con la misma frecuencia pero con diferente fase que interfieren constructivamente o destructivamente dependiendo e la diferencia de fase relativa. La estructura de múltiplos en el espectro del pulso es resultado de dicha interferencia. Por lo que el número de picos M en el espectro inducido por SPM esta dado aproximadamente por la relación:

$$\phi_{max} = (M - 1/2)\pi \quad (2.3.12)$$

las ecuaciones (2.3.12) y (2.3.10) pueden ser usadas para estimar el ancho espectral si el pulso no es chirpeado.

A este momento se entiende el comportamiento de la luz en presencia de la SPM, por lo que este efecto es de vital importancia para la propagación de los solitones, ya sean temporales o espaciales.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



2.4 Formación de Solitones Ópticos Temporales en Fibras Ópticas

Después de analizar y describir los efectos de SPM y GVD de manera independiente en la propagación de pulsos ópticos, es necesario considerar la combinación de los dos efectos en la evolución del pulso en la fibra y la formación de los solitones temporales. Si llegamos a hacer los pulsos mucho más cortos, tal que la longitud de dispersión llegue a ser comparable con la longitud de la guía de onda en este caso la fibra y la longitud no-lineal, aquí encontramos nuevos comportamientos de la propagación del pulso con GVD y SPM actuando juntos.

En el régimen de dispersión anormal de la fibra, los dos fenómenos pueden cooperar para que la fibra pueda soportar solitones. En el régimen de dispersión normal se ha encontrado una aplicación para la compresión de pulsos ópticos. Ahora aquí se considerará los cambios que ocurren cuando GVD y SPM actúan sobre el pulso.

Con la ecuación de propagación del pulso (2.1.7) que se pone de la forma:

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} = \text{signo}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 \exp(-\alpha z) U |U|^2 U \quad (2.4.1)$$

donde ξ y τ son las variables de distancia y tiempo normalizadas

$$\xi = \frac{z}{L_D}, \quad \tau = \frac{T}{T_0} \quad (2.4.2)$$

y el parámetro N se introduce usando la definición

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (2.4.3)$$

El significado físico de N llega a ser claro cuando los valores de N se encuentran relacionados con el orden del solitón. El valor del parámetro N es práctico ya que con específicos valores N usando la relación (2.4.3) se encuentran soluciones a la ecuación (2.4.1).

Por ejemplo si $N=1$ para $T_0=1\text{ps}$ y $P_0=1\text{W}$ se obtienen los mismos resultados tanto para $T_0=10\text{ps}$ y $P_0=10\text{mW}$ como para $T_0=0.1\text{ps}$ y $P_0=100\text{W}$.

Es evidente que en la ecuación (2.4.1) los valores de N están determinados por la SPM y GVD en el comportamiento del pulso a lo largo de la fibra. Cuando $N \ll 1$ domina la dispersión en el pulso, mientras que cuando $N \gg 1$ domina la SPM.



Para valores aproximados cuando, $N \approx 1$ los dos efectos *SPM* y *GVD* toman una relevancia importantísima durante la propagación del pulso. El comportamiento en estas circunstancias es totalmente diferente que cuando los efectos *SPM* y *GVD* dominan.

Recordando que $\text{signo}(\beta_2) = \pm 1$ en la ecuación (2.4.1) depende de que si *GVD* es normal $\beta_2 > 0$ o anormal $\beta_2 < 0$.

En el régimen de dispersión normal donde $\beta_2 > 0$, considerando $N = 1$, $\alpha = 0$ y tal que el pulso no sea chirpeado, la forma del pulso al propagarse se ensancha mucho más rápidamente comparado con el caso donde no había *SPM* ($N=0$). Esto puede ser entendido ya que *SPM* genera nuevas componentes de frecuencia las cuales cambian a rojo cerca del frente del pulso y cambian a azul cerca del final del pulso. Y como las componentes rojas viajan más rápido que las azules en la *GVD* normal ($\beta_2 > 0$), el *SPM* permite incrementar más rápidamente el ancho del pulso comparado con *GVD* actuando solo. Ahora con los efectos de ensanchamiento espectral inducido por el *SPM*, el cambio de fase no-lineal ϕ_{NL} llega a ser menor que el ocurrido cuando la forma del pulso se mantiene sin cambios.

La situación es distinta en la propagación de pulsos con el régimen de *GVD* anormal ($\beta_2 < 0$). El ancho del pulso permanece con un estado estable, sin cambio comparado con el pulso cuando no había *SPM*. Al mismo tiempo el espectro se estrecha en lugar de ensancharse como ocurrió con *SPM* en ausencia de *GVD*.

La explicación es la siguiente: la chirp inducida por *SPM* en la ecuación (2.3.6) es positiva mientras que la chirp dada por la ecuación (2.2.12) es negativa para $\beta_2 < 0$. Las dos contribuciones chirp se cancelan entre ellas a lo largo de la posición central del pulso cuando $L_D = L_{NL}$, es decir $N = 1$. Por lo que la forma del pulso se ajusta por sí misma para que a lo largo de la propagación dicha cancelación sea posible completamente. La *SPM* y *GVD* actúan conjuntamente para mantener el pulso libre de chirp. Es así como se plantean las condiciones para que se forme el solitón.

Si la forma del pulso se escoge como secante hiperbólica con $C=0$, (vea apéndice B) la forma del pulso y el espectro se mantienen sin cambios durante la propagación.

En caso de no ser un pulso de la forma secante hiperbólica para la formación de un solitón, por ejemplo un pulso Gaussiano, existe un cambio en la forma del pulso al inicio de la propagación



hasta llegar a un punto en donde su forma es estable. Este ensanchamiento inicial del pulso Gaussiano ocurre debido a la característica de que no es de la forma del *solitón fundamental*, que se explicara mas adelante. Cuando la forma del pulso este desviada de una secante hiperbólica, la combinación de GVD y SPM forman al pulso de tal manera que este llegue a ser un pulso secante hiperbólico.

En esta Tesis se propone propagar solitones temporales en la fibra óptica con ayuda del manejo de los parámetros de los pulsos antes mencionados.



2.5 Formación de Solitones Ópticos Espaciales en Películas Delgadas

La explicación del comportamiento de la luz, en este caso para la propagación de pulsos ópticos y la formación de los solitones temporales con ayuda de la **ecuación no-lineal de Schrödinger** no solo nos permite entender que ocurre con la amplitud de los pulsos de las fibras ópticas sino que también de las guías de onda planas. Trasladando el comportamiento de la luz a las guías de onda planas, se obtiene la **ecuación no-lineal de Schrödinger** con ciertas condiciones para los solitones espaciales, como se verá más adelante. Los solitones espaciales en guías de onda planas o películas delgadas tienen una gran aplicación en la nueva era de dispositivos para el procesamiento totalmente óptico ya que son baratos y fáciles de implementar con ayuda de los materiales no-lineales. El solitón espacial se puede obtener en una película delgada gracias al fenómeno de la luz llamado difracción y a la no-linealidad del material. Como se sabe la luz se esparce y cambia su forma de su propagación incluso en el vacío debido a la difracción que ocurre en el medio. En la película delgada, la difracción solo ocurre en una sola dirección transversal a la propagación de la luz, debido a la estructura de la guía, dominando únicamente una sola coordenada espacial.

Antes de obtener la **ecuación no-lineal de Schrödinger** adecuadamente, se puede de manera intuitiva obtener esta, si primero consideramos a la película delgada como un medio lineal, donde la ecuación de onda que describe la difracción de la luz es la siguiente, tenemos

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2.5.1)$$

donde la amplitud varía lentamente respecto al periodo de la onda, λ es la longitud de onda de la luz, x es la una dirección transversal a la propagación de la luz en la dirección z (*se considera la figura 1.1*). Esta ecuación se conserva para rayos de *cw* en la guía de onda plana. Una consideración que se debe tomar, es que debido a las dimensiones de la película delgada y a la tecnología existente de materiales puros podemos no considerar las pérdidas por atenuación en el dispositivo, donde el *switch* es del orden de milímetros. La amplitud normalizada que varía lentamente U por definición será:

$$A(x, z, t) = \sqrt{P_0} U(x, z, t) \quad (2.5.2)$$

donde P_0 es la potencia pico del pulso incidente.

En los solitones espaciales el auto-enfoque dado por la manifestación no-lineal *SPM* permite un balance con la difracción. En cualquier guía de onda, si no consideramos al medio como dispersivo,



ni difractivo, la amplitud normalizada $U(x, z, t)$ satisface al igual que la ecuación (2.3.1) la siguiente *ecuación de propagación de rayos cw en un medio no-lineal*:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{i}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.5.3)$$

La longitud no-lineal $L_{NL} = (\gamma P_0)^{-1}$, donde P_0 es la potencia pico, con γ que es el coeficiente no-lineal relacionado con el índice de refracción n_2 por la ecuación (1.5.35). Si antes se tomaron a los dos fenómenos de manera independiente, la difracción y no-linealidad ahora pueden estar de manera conjunta para la formar al solitón espacial utilizando las ecuaciones (2.5.1) y (2.5.3) para que la **ecuación no-lineal de Schrödinger** pueda describir al solitón espacial mediante su ecuación representada de la siguiente manera:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{2L_{Dif}} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (2.5.4)$$

donde

$$L_{Dif} = kD_0^2, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma I_0} \quad (2.5.5)$$

recordando que

$$\frac{c}{f} \frac{1}{2\pi} = \frac{\lambda}{2\pi}; \Rightarrow \frac{c}{\omega} \quad (2.5.6)$$

$$k = \omega/c$$

y D_0 es el ancho del rayo inicial ($2r$).

En las ecuaciones (2.5.1) y (2.5.3) se presentan los fenómenos de difracción y no-lineales de manera independiente como en las ecuaciones (2.2.1) y (2.3.1) presentadas en los subcapítulos de GVD y SPM. Las soluciones de las ecuaciones (2.5.1) y (2.5.3) son similares, por lo que ya se conoce el comportamiento de la fase y de la amplitud de cada una de ellas. Por lo tanto se conoce el comportamiento y los efectos que intervienen para la formación de un solitón espacial intuitivamente con la ecuación (2.5.4). A continuación de manera más detallada se explicará que ocurre con los solitones espaciales, tratando de entender que pasa físicamente dentro de la guía de onda plana.

2.5.1 Formación de un Solitón Espacial

Como ya se sabe que ocurre con las ondas electromagnéticas dentro de las guías de onda, que se explico en el primer capítulo, ahora se tiene que explicar de manera práctica como se forma un solitón dentro de esta película delgada.



Se considera un rayo de luz de cw, con una distribución rectangular uniforme a una longitud de onda λ , en un medio que es un dieléctrico, no magnético y con un índice de refracción n .

La difracción de la luz esta presente siempre en todo medio, por ejemplo cuando utilizamos un señalador láser, el rayo de luz que emerge de este, se esparce y cambia su forma conforme se propaga en el aire. Por lo que la guía de onda plana no se escapa de la presencia de la difracción.

Si analizamos la propagación de la luz en la película delgada mediante el empleo de las leyes de la óptica geométrica, se sabe que la luz puede transmitirse, reflejarse o refractarse en una superficie de separación en donde existen dos medios dieléctricos. La luz se desvía (se refracta) cuando atraviesa la interfaz de dos diferentes medios dieléctricos, donde cada medio tiene su propio índice de refracción. A consecuencia de la Ley de Snell, la luz se dirige en dirección donde exista el mayor índice de refracción recordando la existencia de un ángulo crítico para poder reflejarse. La película delgada tiene el índice mayor, respecto al sustrato y a la cubierta, por lo que como al igual de la fibra óptica la luz tiende a mantenerse dentro por medio de la reflexión total interna.

Debido a la estructura de la película delgada la reflexión total interna que ocurre entre el sustrato y la cubierta limita la propagación en la dirección x . Entonces se tiene que la difracción de la luz solo ocurre en una sola dirección transversal a la propagación, en este caso en dirección y .

Cuando el material es no-lineal tipo Kerr, como el propuesto para el dispositivo, es decir con una susceptibilidad de tercer orden, su índice de refracción incrementa en una pequeña cantidad debido a la presencia del termino no-lineal, directamente dependiente de la intensidad del campo óptico, $n = n_0 + n_2 |E|^2$, provocando que la luz tienda hacia el eje central de la propagación. Esta tendencia provocada por la no-linealidad del material se le conoce como auto-enfoque.

Esto es, el rayo de luz que se propaga en dirección y debido a la difracción, deja de difractarse cuya tendencia es curvarse hacia adentro provocando un cambio en la dirección del rayo.

Si se llega a obtener un equilibrio entre la tendencia de la difracción y la tendencia no-lineal se le conoce a este equilibrio como solitón espacial. Vea *Figura 2-5.0* donde se ejemplifica un solitón espacial.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



a)



b)

Figura 2-5.0 Se observa la propagación de un rayo de luz con la presencia de difracción en un medio lineal a). Propagación de un rayo de luz con difracción y un medio no-lineal en donde se forma un solitón espacial b).

El fenómeno que ocurre debido a la difracción es que el rayo querrá **esparcirse en la dirección**, y, considerando que el rayo de luz con ancho del rayo láser inicial $D_0 = 2r$ y usando una apertura circular de radio r que actúa a partir de esta zona con un **ángulo de difracción**, vea figura 2-5.1.

$$\theta_d = \frac{\lambda}{nD_0} \quad \theta_d = \frac{\lambda}{2rn} \quad (2.5.7)$$

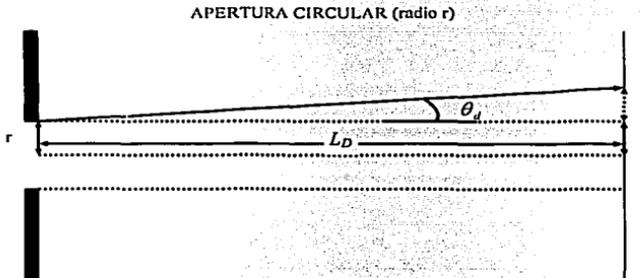


Figura 2-5.1

En los límites de la película delgada, tanto en el sustrato como en la cubierta los rayos de luz tienen un ángulo crítico θ_c debido a la reflexión total interna y no permitiendo la transmisión geométrica de la difracción, pues no escapa la luz de las fronteras si no supera el valor de este ángulo crítico [3], vea figura 2.5.2.

$$\cos \theta_c = \frac{n_0}{n_0 + n_2 l} \Rightarrow 1 - \frac{\theta_c^2}{2} = \frac{n_2 l}{n_0}$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



$$\theta_c^2 = 2 \frac{n_2 I}{n_0} \quad (2.5.8)$$

donde $I = E^2$. Como el campo eléctrico del rayo de luz provoca un cambio no-lineal en el índice de refracción, el ángulo crítico depende de E y por lo tanto de su potencia. Por lo tanto la potencia del rayo tiene que ser de tal manera que los dos ángulos sean iguales:

$$\theta_c = \theta_d \mapsto \sqrt{\frac{2n_2 I}{n_0}} = \frac{\lambda}{2rn_0} \quad (2.5.9)$$

Por lo tanto se puede balancear el rayo de luz con las tendencias de auto-difracción y auto-enfoque. En las figuras 2-5.1 y 2-5.2 es posible visualizar el balance de las dos tendencias, usando una apertura circular de radio r , para que la no-linealidad logre que el rayo este libre de difracción. Definiendo a la potencia a partir del vector de Poynting tal que:

$$E = (E, 0, 0); H^* = (0, H^*, 0) \quad (2.5.10)$$

$$S = z \left\{ \frac{1}{2} \text{Re}[EH^*] \right\}; H \approx n_0 \epsilon_0 c E \Rightarrow S = \frac{\epsilon_0}{2} n_0 c |E|^2 \quad (2.5.11)$$

por lo tanto la potencia usando una apertura circular de radio r es:

$$P_c = \iint dx dy S = (\pi r^2) \left(\frac{\epsilon_0}{2} n_0 c |E|^2 \right) = \frac{\pi \epsilon_0 c \lambda^2}{16 n_2} \quad (2.5.12)$$

P_c es la potencia crítica a la cual el rayo esta balanceado, donde los dos fenómenos, difracción y no-linealidad predominan para la formación del solitón espacial.

APERTURA CIRCULAR (radio r)

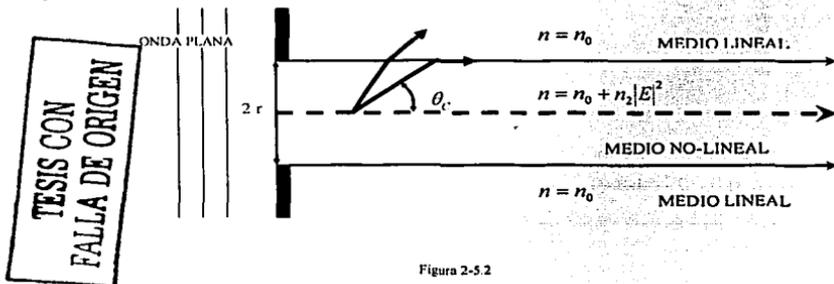


Figura 2-5.2



La condición (2.5.9) es la condición crítica para que el rayo de luz se encuentre libre de difracción, pues es eliminada por la no-linealidad.

En este momento se entiende que con el auto-enfoque los rayos están libres de difracción. Los rayos libres de difracción son llamados *auto-atrapados* y son los **solitones espaciales**. Ahora se tiene que tratar su estabilidad.

2.5.2 Estabilidad del Solitón Espacial

La potencia crítica P_c puede ser controlada para producir un solitón espacial estable. Una importante característica es que si $P > P_c$ los rayos son forzados al cje del rayo de luz en la acción del auto-enfoque. Si $P < P_c$ la difracción es la que predomina. Estas propiedades del medio ocurren debido a que P_c es fija, es decir ϵ_0 , n , c , α y λ son fijos hasta la frontera. La energía en los límites de la guía no son considerados, ya que la mayoría de la energía esta localizada dentro de la película delgada como se muestra en la *figura 2-5.3*.

La película delgada crea una propagación (1 + 1) (difracción + no-linealidad) donde la potencia es una condición balanceadora. Usando d como la dimensión de la película delgada y recordando que el autoenfoque cambia la apertura circular del rayo r y no la dimensión de la película d que es fija. Tal que:

$$P_c = \left(\frac{\pi d}{2} \right) (\epsilon_0 n_0 c |E_i|^2) = \frac{\pi}{8} \frac{\epsilon_0 n_0 c}{n_2} \frac{d}{r} \lambda^2 \propto \frac{1}{r} \quad (2.5.13)$$

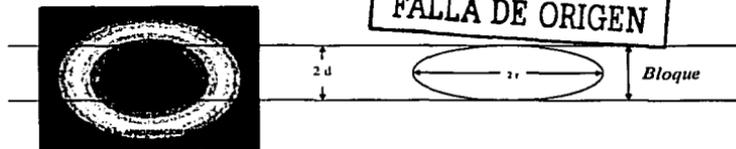


Figura 2-5.3 Dimensiones de la guía respecto al radio circular. La película delgada define la potencia en las fronteras y solo se propaga en una sola dimensión la mayoría de la energía, donde la propagación es estable (1+1).

En la *figura 2-5.4* se muestra la oscilación alrededor del punto $P = P_c$. En las *figuras 2-5.5* y *2-5.6* se muestra un croquis del significado del auto-enfoque. Básicamente si se usa un cristal ilimitado y un rayo de potencia P entra dentro de él con $P > P_c$ o $P \gg P_c$, entonces el fenómeno de autoenfoque ocurre. Esto significa que debido a que la potencia del rayo es mas de lo que se necesita para alcanzar el balance de potencia (P_c) necesario para contrarrestar la difracción, el rayo puede continuar enfocándose.

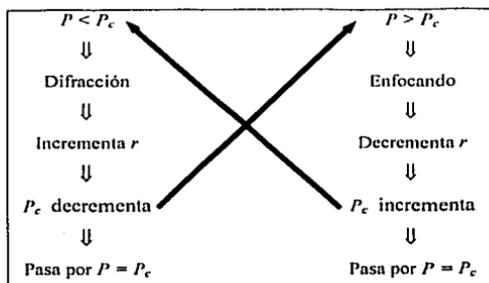


Figura 2-5.4 Propagación de un rayo estable en película delgada. La potencia puede ser tanto $P < P_c$ o $P > P_c$, ya que regresa a $P = P_c$. El balance de auto enfoque y difracción de la luz que ocurre en la dirección y de la película delgada propagándose en la dirección z .

Podemos manejar los efectos de difracción y los efectos no-lineales introduciendo el concepto de longitud de difracción L_{Dif} y la longitud no-lineal L_{NL} . Podemos utilizar los regímenes de propagación del subcapítulo 2.1, únicamente cambiando el fenómeno de dispersión por el de difracción. También podemos utilizar las mismas longitudes, de difracción L_{Dif} y la no-lineal L_{NL} , en términos de lentes, ya sean convergentes con longitud focal L_{NL} para el auto-enfoque o lentes divergentes con longitud focal L_{Dif} para la auto-difracción. El efecto combinado se obtiene

$$\frac{1}{L_{ND}} = \frac{1}{L_{NL}} - \frac{1}{L_{Dif}} \quad (2.5.14)$$

geoméricamente es la manera usual de combinar estas dos longitudes. Para la creación del solitón espacial la mayoría de las veces se utiliza el modelo donde se usan los lentes para explicar su comportamiento. En la figura 2.5.6 como $P \rightarrow P_c$, $L_{ND} \rightarrow \infty$ ya el haz de luz auto atrapado puede ser formado.

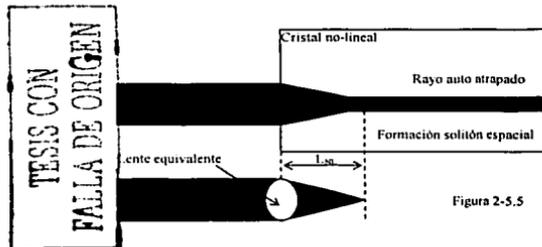


Figura 2-5.5

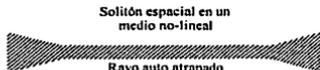


Figura 2-5.6

En la figura 2-5.5 el autoenfoco puro se dibuja convenientemente en términos de una lente convergente con longitud focal L_{NL} .



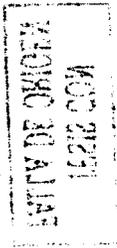
2.5.3 Ecuación que Describe el Solitón Espacial en una Película Delgada

Una manera de llegar a la ecuación no-lineal de Schrödinger para solitones espaciales, se logra a partir de la reexaminación de la naturaleza de la dispersión y de la difracción en la película delgada. Recordando que la dispersión en un sistema significa que el número de onda (k) tiene una dependencia de frecuencia (ω) que no es precisamente lineal, significando que la velocidad de fase $v_f = \omega/k$ y la velocidad de grupo $v_g = d\omega/dk$ dependen de cada punto de la curva de dispersión que se seleccione. El campo óptico mantiene su polarización lineal a lo largo de la película delgada. Los pulsos temporales y los rayos espaciales son modulados en ondas portadoras alrededor de una ω_0 . Tratando de considerar un pequeño ancho de banda $\Delta\omega$ alrededor de ω_0 , para que todas las componentes de frecuencia sean un sistema lineal estando muy cerca del centro de la frecuencia portadora ω_0 . Recordando del capítulo I, el campo óptico se asume como cuasi monocromático, por lo que su espectro se centra en una ω_0 y su ancho espectral $\Delta\omega$ es tal que $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$. Si conjuntamente hay la pequeña extensión de números de onda alrededor de k_0 , entonces el número de onda completo del rayo será una expansión de Taylor alrededor de (ω_0, k_0) debido a la distorsión, y la serie puede ser cortada en el segundo orden que es el número de términos que se manejan para la aplicación del switch totalmente óptico. La propagación del rayo a lo largo del eje z de la envolvente asociada con la función $A(x, z, t)$ tiene que ser, para simplificar su análisis donde las amplitudes varían mucho más lentamente que $e^{i(\omega_0 t - k_0 z)}$ en el proceso de propagación. Recordando que no hay variación en y , y que asumimos que varía lentamente, solo

$\frac{\partial A}{\partial z}$ aparecerá eventualmente en la NLSE, y el valor de $\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}$ es insignificante.

Ya que el sistema está limitado en la dirección y , entonces significa que está guiado el sistema, ocurriendo a lo largo del eje z , y también en la dirección x , pues pueden alcanzar el $\pm\infty$.

El sistema guiado que está delimitado, significa que el número de onda que se está ocupando es un número de onda guiado. En la expansión se observa una desviación a partir del número de onda guiado k_{z0} debido a la introducción del número de onda $[\Delta k_x, \Delta k_z]$ y de la frecuencia en el ancho de banda $\Delta\omega$.





Tratando de observar la propagación del rayo en el medio no-lineal, la desviación originada por la

potencia fuera de k_{z0} , la asociamos instintivamente al término $\left(\frac{\partial k_x}{\partial |A|^2} P_0 \right)$ (del capítulo I, γP_0)

donde $A = (x, z, t)$: amplitud de la envolvente compleja. Para obtener la expansión se toman en cuenta algunas consideraciones y detalles:

- $k_x, \omega, |A|^2$ son tratadas como variables independientes.
- $k_z^2 = k^2 - k_x^2$; $2k_z \frac{\partial k_z}{\partial k_x} = -2k_x$
- k_z es una variable dependiente; k depende de ω y de $|A|^2$.
- $\frac{\partial k_x}{\partial k_x} = \frac{k_x}{k_z}$; $\frac{\partial^2 k_x}{\partial k_x^2} = -\frac{1}{k_z} \frac{k_x^2}{k_z^3}$
- $2k_z \frac{\partial k_z}{\partial \omega} = 2k \frac{\partial k}{\partial \omega}$
- k_x, ω son tratadas como variables independientes.

La ecuación de dispersión se escribe en términos de k_z :

$$k_z = f(k_x, \omega, |A|^2)$$

existe una zona en donde la difracción no es significativa, es una zona cercana a la zona de excitación conocida como zona de Fresnel, por lo tanto

$$k_0 = (k_{x0}, k_{z0}) = (0, k_0)$$

donde k es el número de onda perturbado: $k = (k_x, k_z)$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Figura 2-5.6



Expandiendo k_z alrededor de $(k_{z0}, k_{z0}, \omega_0)$:

$$\Delta k_z = k_z - k_{z0} = \left(\frac{\partial k_z}{\partial k_x} \right)_{k_0} \Delta k_x + \left(\frac{\partial k_z}{\partial \omega} \right)_{\omega_0} \Delta \omega + \left(\frac{\partial k_z}{\partial |A|^2} \right)_{|A|^2=0} |A|^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial k_x^2} \right)_{k_0} \Delta k_x^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} \Delta \omega^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial k_x \partial \omega} \right)_{\omega_0, k_0} \Delta k_x \Delta \omega + \dots \quad (2.5.15)$$

donde

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial k_z}{\partial k_x} \right)_{k_0} &= 0, & \left(\frac{\partial k_z}{\partial \omega} \right)_{\omega_0} &= \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\omega_0} = \frac{1}{v_g}, \\ \left(\frac{\partial k_z}{\partial |A|^2} \right)_{|A|^2=0} &= \left(\frac{\partial k}{\partial |A|^2} \right)_{|A|^2=0}, & \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial k_x^2} \right)_{k_0} &= -\frac{1}{k_0}, \\ \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} &= \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} = \beta_2, & \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial k_x \partial \omega} \right)_{\omega_0, k_0} &= \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\partial k_z}{\partial k_x} \right) = 0 \end{aligned}$$

todo esto en el punto de operación $k_z = k_{z0} = k$, $k_x = 0$ y $\omega = \omega_0$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial k_z}{\partial k_x} \right)_{k_0} &= 0, & \left(\frac{\partial k_z}{\partial \omega} \right)_{\omega_0} &= \frac{1}{v_g}, & \left(\frac{\partial k_z}{\partial |A|^2} \right)_{|A|^2=0} &= \left(\frac{\partial k}{\partial |A|^2} \right)_{|A|^2=0}, \\ \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial k_x^2} \right)_{k_0} &\approx -\frac{1}{k}, & \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} &= \beta_2, & \left(\frac{\partial^2 k_z}{\partial k_x \partial \omega} \right)_{\omega_0, k_0} &= 0 \end{aligned}$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación (2.5.15) tenemos

$$\Delta k_z - \frac{\Delta \omega}{v_g} + \frac{1}{2k_0} \Delta k_x^2 - \frac{\beta_2}{2} \Delta \omega^2 - |A|^2 \frac{\partial k}{\partial |A|^2} = 0 \quad (2.5.16)$$

$\Delta \omega, \Delta k_x, \Delta k_z$ en el dominio de tiempo y espacio son:

$$\Delta \omega = i \frac{\partial}{\partial t}, \quad \Delta k_x = -i \frac{\partial}{\partial x}, \quad \Delta k_z = -i \frac{\partial}{\partial z}$$

sustituyendo estos operadores en la ecuación (2.5.16) para $A = (x, z, t)$ tenemos

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_2 \frac{\partial A}{\partial t} \right) + \frac{1}{2k_0} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial k}{\partial |A|^2} \right)_{|A|^2=0} |A|^2 A = 0 \quad (2.5.17)$$



Los Solitones Espaciales se tratan con rayos continuos entonces $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = 0$, por lo que la ecuación (2.5.17) puede escribirse como

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2k_0} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.5.18)$$

donde $S = \frac{x}{D_0}$ es la variable espacial normalizada

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2kD_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial S^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.5.19)$$

si llevamos esta ecuación a las escalas de longitudes de la difracción y la no-lineal $L_{Difr} = kD_0^2$

$L_{NL} = [\gamma P_0]^{-1}$ entonces

$$i \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{2L_{Difr}} \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + \frac{|U|^2 U}{L_{NL}} = 0 \quad (2.5.20)$$

donde $U = \frac{A}{\sqrt{P_0}}$

Por lo tanto la ecuación no-lineal de Schrödinger de solitones espaciales (2.5.20) que se pone de la forma:

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + 2N^2 |U|^2 U = 0 \quad (2.5.21)$$

donde Z y S son las variables de distancia y espacial normalizadas

$$Z = \frac{z}{2L_D}, \quad S = \frac{x}{D_0} \quad (2.5.22)$$

y el parámetro N se introduce usando la definición

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \gamma P_0 k D_0^2 \quad (2.5.23)$$

El significado físico de N llega a ser claro cuando los valores de N se encuentran relacionados con el orden del solitón espacial. El valor del parámetro N es práctico ya que con específicos valores N usando la relación (2.5.23) se encuentran soluciones a la ecuación (2.5.21).



2.6. Solución de la NLSE para Solitones Espaciales Fundamentales

El parámetro N puede ser eliminado de la ecuación (2.5.21) usando una nueva definición:

$$u = NU = [kD_0^2]^{1/2} A \quad (2.6.1)$$

por lo que la ecuación (2.5.21) toma la siguiente forma:

$$i \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\partial^2 u}{\partial S^2} + 2|u|^2 u = 0 \quad (2.6.2)$$

Encontrar una solución de la ecuación general (2.6.2), es poder encontrar una familia de soluciones para los solitones espaciales. Por lo que en esta parte de la tesis se mostrará la solución para el solitón fundamental.

$$\text{Sea } u(S, Z) = \pi(S, Z) e^{j[\theta_x(S) + \theta_z(Z)]} \quad (2.6.3)$$

donde $\pi(S, Z)$ es la parte real de la amplitud y θ_x y θ_z son funciones de fase. Al sustituir (2.6.3) en (2.6.2) tenemos

$$- \pi \frac{\partial \theta_z}{\partial Z} + j \frac{\partial \pi}{\partial Z} - \pi \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial Z} \right)^2 + j \pi \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial S^2} + j \frac{\partial \pi}{\partial S} \frac{\partial \theta_x}{\partial S} + \frac{\partial^2 \pi}{\partial S^2} + j \frac{\partial \theta_x}{\partial S} \frac{\partial \pi}{\partial S} + 2\pi^3 = 0 \quad (2.6.4)$$

igualando la parte real e imaginaria de la ecuación (2.6.4) a cero se tiene

$$- \pi \frac{\partial \theta_z}{\partial Z} - \pi \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial S} \right)^2 + \frac{\partial^2 \pi}{\partial S^2} + 2\pi^3 = 0 \quad (2.6.5)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Z} + \pi \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial S^2} + 2 \frac{\partial \pi}{\partial S} \frac{\partial \theta_x}{\partial S} = 0 \quad (2.6.6)$$

como la distribución del campo no cambia a lo largo del eje z , entonces $\frac{\partial \pi}{\partial Z} = 0$ y la ecuación

(2.6.6) puede escribirse como

$$\pi \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial S^2} + 2 \frac{\partial \pi}{\partial S} \frac{\partial \theta_x}{\partial S} = 0 \quad (2.6.7)$$

acomodando términos

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial S^2} + 2\pi^3 - \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial S} \right)^2 \pi - \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial Z} \right) \pi = 0 \quad (2.6.8)$$

$$\pi \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial S^2} + 2 \frac{\partial \pi}{\partial S} \frac{\partial \theta_x}{\partial S} = 0$$

Para la parte imaginaria



$$\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial S^2} \bar{\pi} + 2 \frac{\partial \theta_x}{\partial S} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\bar{\pi}} \frac{\partial}{\partial S} \left(\bar{\pi}^2 \frac{\partial \theta_x}{\partial S} \right) = 0$$

$$\therefore \bar{\pi}^2 \frac{\partial \theta_x}{\partial S} = Cte \quad (2.6.9)$$

multiplicando la parte real por $\frac{1}{\bar{\pi}}$ con el método de separación de variables se tiene

$$\frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} + 2\bar{\pi}^3 - \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial S} \right)^2 \bar{\pi} - \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial Z} \right) \bar{\pi} = 0$$

$$\frac{1}{\bar{\pi}} \frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} + 2\bar{\pi}^2 - \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial S} \right)^2 = K \quad (2.6.10)$$

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial Z} = K$$

de la ecuación (2.6.9) sabemos que $\frac{\partial \theta_x}{\partial S} = \frac{Cte}{\bar{\pi}^2}$, por lo que la ecuación (2.6.10) se escribe como

$$\frac{1}{\bar{\pi}} \frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} + 2\bar{\pi}^2 - \frac{Cte^2}{\bar{\pi}^4} = K \quad (2.6.11)$$

Si $x \rightarrow \infty$, $\bar{\pi} \rightarrow 0$, $\frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} \rightarrow 0$ y $\frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} \rightarrow 0$.

Por lo que la $Cte = 0$ y la ecuación (2.6.11) queda como

$$\frac{1}{\bar{\pi}} \frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} + 2\bar{\pi}^2 = K \quad (2.6.12)$$

La ecuación (2.6.12) se resuelve con el método de la primera Integral

$$\frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} = K\bar{\pi} - 2\bar{\pi}^3 \quad (2.6.13)$$

multiplicando la ecuación (2.6.13) por $2 \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S}$, obtenemos

$$2 \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} \frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} = 2K\bar{\pi} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} - 4\bar{\pi}^3 \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} \quad (2.6.14)$$

de lo anterior observamos que

$$a) \frac{\partial}{\partial S} \left[\left(\frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} \right)^2 \right] = 2 \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S} \frac{\partial^2 \bar{\pi}}{\partial S^2} \quad (2.6.15)$$

$$b) \frac{\partial}{\partial S} [\bar{\pi}^2] = 2\bar{\pi} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial S}$$



$$c) \frac{\partial}{\partial S} [\eta^4] = 4\eta^3 \frac{\partial \eta}{\partial S}$$

por lo que la ecuación (2.6.14) puede reescribirse como

$$\frac{\partial}{\partial S} \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial S} \right)^2 \right] = K \frac{\partial}{\partial S} [\eta^2] - \frac{\partial}{\partial S} [\eta^4] \quad (2.6.16)$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial S} \right)^2 = K\eta^2 - \eta^4 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \eta}{\partial S} = \sqrt{K\eta^2 - \eta^4}$$

e integrando la ecuación (2.6.16) con respecto a S se tiene

$$\partial \eta = \sqrt{K\eta^2 - \eta^4} \partial S \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \eta}{\sqrt{K\eta^2 - \eta^4}} = \partial S$$

completando la diferencial e integrando se obtiene

$$\sec h^{-1} \left(\frac{\eta}{\sqrt{K}} \right) = \sqrt{K} S \quad \text{por lo tanto}$$

$$\eta(S) = \sqrt{K} \sec h(\sqrt{K} S) \quad (2.6.17)$$

de la ecuación (2.6.10) se tiene $\frac{\partial \theta_z}{\partial Z} = K$ por lo que $\theta_z(Z) = KZ + \theta_{z0}$, y haciendo $\theta_{z0} = 0$

tenemos

$$\eta(X, Z) = \sqrt{K} \sec h(\sqrt{K} S) e^{iKZ} \quad (2.6.18)$$

que es la solución clásica del solitón espacial fundamental.

La solución que se obtuvo aquí quiere decir que el rayo de luz auto-atrapado, o solitón espacial, puede existir en un material no-lineal de tercer orden no resonante gracias al efecto de Kerr óptico, manteniendo la forma secante hiperbólica durante su propagación, coincidiendo con la teoría de los solitones [4][5]

El rayo auto-atrapado es conocido como solitón espacial tipo Kerr que es estable por la geometría del rayo de ondas continuas (1+1)D, representando el modo óptico fundamental llamado canal de guía de onda autoinducido.

Este modo óptico fundamental se formó en una guía de onda no-lineal plana, por que la potencia del rayo fue lo suficientemente grande para balancear el autoenfocado (fenómeno no-lineal) y los efectos de difracción.



2.7 Interacción Entre Solitones Ópticos Espaciales

El dispositivo propuesto en esta tesis, el switch, se basa en la interacción de dos rayos de ondas ópticas auto atrapados (dos solitones espaciales), para obtener una respuesta en femtosegundos.[6] Los dos solitones espaciales tipo Kerr pueden interactuar a través de fuerzas positivas o negativas inter solitón causadas por los términos de auto modulación de fase (SPM) y del mezclado de la cuarta onda(FWM) en la ecuación no-lineal de Schrödinger.

Existen dos subclases para aplicaciones totalmente ópticas con interacciones entre solitones. Las interacciones lentas y las interacciones rápidas[7]. Las interacciones lentas entre dos solitones ocurren cuando sus trayectorias que inicialmente fueron paralelas, cambian gradualmente. El cambio de su trayectoria se debe a que la interacción entre los solitones depende de la diferencia de fase inicial δ_i , de los rayos incidentes manifestándose en tres fenómenos:

1. Repulsión solitón -solitón cuando $\delta_i = \pi$.
2. Colapso periódico solitón-solitón cuando $\delta_i = 0$.
3. Y, Intercambio de energía cuando $\delta_i \approx \pi/2$.

A partir de estas propiedades se han desarrollado una gran cantidad de dispositivos totalmente ópticos dependiendo siempre de fase inicial δ_i .

Ahora, las interacciones rápidas ocurren cuando dos solitones chocan a un ángulo comparable o más grande que su espectro angular. En este caso los solitones pasan a través de ellos experimentando un cambio de posición, pero conservando sus ángulos de propagación y la dirección de su trayectoria. Por lo que estas interacciones rápidas son independientes de la fase inicial δ_i , pero este tipo de interacción requiere por el cambio de posición una estructura con una salida adicional.

Por lo anterior se ha considerado usar un dispositivo totalmente óptico, independiente de la fase inicial, es decir, un switch totalmente óptico, basado un proceso de interacción rápida entre dos Solitones espaciales. El funcionamiento del switch como dispositivo ultrarrápido es gracias a la naturaleza de la interacción entre Solitones, que se puede implementar fácilmente en un dispositivo del tamaño de un chip, en este caso chip óptico, llegando así a la óptica integrada.



2.8 Conclusiones del Capítulo II

Se describieron a los Solitones Temporales para la fibra óptica y a los Solitones Espaciales para el dispositivo de procesamiento totalmente óptico en una película delgada polimétrica, con las condiciones en las que se pueden crear. Se resolvió la ecuación de propagación de pulsos ópticos, observando en cada régimen el comportamiento y los fenómenos que intervienen. El ancho inicial del pulso óptico y su potencia incidente son parte fundamental tanto para los efectos de dispersión como del efecto no-lineal, ya que cualquiera puede dominar en la propagación. Se analizó el efecto de la Dispersión de Velocidad de Grupo (GVD) en la propagación del pulso, observando que cambia la fase de cada componente espectral del pulso por una cantidad que depende de la frecuencia y de la distancia de propagación, demostrando que no se afecta su espectro solo la forma del pulso. La modulación en fase es el fenómeno que interviene para ensanchamiento del pulso debido a la GVD. Manejando todas las componentes espectrales del pulso podemos mantener su forma, es decir podemos manejar los pulsos chirpeados (modulados en fase). La Automodulación de Fase (SPM) es la manifestación no-lineal donde el índice de refracción depende de la intensidad en un medio no-lineal. La SPM es el fenómeno que permite el ensanchamiento espectral del pulso óptico y mantiene su forma sin cambio en la propagación. El SPM se balancea con la GVD en el régimen de dispersión anormal, actuando juntos para mantener el pulso libre de Chirp y obtener la propagación de Solitones Temporales que recorre grandes distancias. Se mostró como se formó un Solitón Espacial en una película delgada. El rayo autoatrapado estable llamado Solitón Espacial existe gracias al balance de autodifracción y autoenfoco cuyas distancias alcanzan algunos centímetros, que son suficientes para un dispositivo totalmente óptico. Este balance estable se representó desde el punto de vista de lentes. Se obtuvo una ecuación que describe al Solitón Espacial, conocida como ecuación no-lineal de Schrödinger (NLSE) para solitones espaciales, al examinar la naturaleza de la dispersión y de la difracción en la película delgada. La solución de la NLSE para el Solitón Espacial Fundamental en una película delgada, es decir para el rayo de luz autoatrapado, tiene la forma secante hiperbólica representando el modo óptico fundamental. El dispositivo propuesto en esta tesis se basa en la interacción de dos solitones ópticos espaciales con vectores de campo eléctrico paralelos por lo atractivo desde el punto de vista tecnológico; estas interacciones son rápidas ya que ocurren cuando chocan a un ángulo comparable o más grande que su espectro angular, pasando a través de ellos, experimentando un cambio de posición, conservando los ángulos de propagación con las condiciones necesarias para la independencia de fase inicial.



Referencias del Capítulo II

- [1]Agrawal , Govind P. Nonlinear Fiber Optics. Second Edition, Academic Press, USA,
- [2]A.D. Boardman, P. Bontemps, T. Koutoupes and K. Xie, "Temporal and Spatial Solitons: an Overview". Photonics and Nonlinear Science Group, Department of Physics University of Salford. U.K.
- [3]Volodymyr Svyryd. Apuntes de Comunicaciones Ópticas. 2000.
- [4]G. I. Stegeman, and M. Segev. "Optical Spatial Solitons and Their Interactions: Universality and Diversity". Science, Vol. 286, pp. 1518-1523. 1999.
- [5]Vladimir N. Serkin, Arira Hasegawa, "Soliton Management for Ultra-high Speed Telecommunications". Ciencia ergosun, Vol. 8, No 3, pp. 305-310, Nov 2001-Feb 2002
- [6]Kolokol'tsev, O. Apuntes de Nuevos Componentes Ópticos para Comunicaciones Ópticas de Alta Velocidad. 2000.
- [7]O. V. Kolokol'tsev, R. Salas, and V. Vountesmeri "All-Optical Phase-Independent Logic Elements Based on the Phase Shift Induced by Coherent Solitón Collisions" J. of Lightwave Techn.

CAPITULO 3
TÉCNICAS PARA EL
ANÁLISIS DE GUÍAS
DE ONDA



3 TÉCNICAS PARA EL ANÁLISIS DE GUÍAS DE ONDA

Después de que el rayo de luz auto-atrapado, o solitón espacial, puede existir en un material no-lineal de tercer orden no resonante gracias al efecto de Kerr óptico, manteniendo la forma secante hiperbólica durante su propagación y representando el modo óptico fundamental que es llamado canal de guía de onda autoinducido, ahora se desea encontrar el mejor método para la solución numérica a dicho fenómeno. Este modo óptico fundamental se formo en una *guía de onda no-lineal plana*, que es la estructura más simple para implementar cualquier dispositivo. Ya que la potencia del rayo fue lo suficientemente grande para balancear el autoenfoque (fenómeno no-lineal) y los efectos de difracción, entonces se analizará numéricamente en dichas guías de onda ya que en el capítulo anterior se demostró que el solitón espacial tipo Kerr es estable por la geometría del rayo de ondas continuas (1+1)D. En la mayoría de los diseños de estructuras ópticas se trata que el dispositivo confine ondas electromagnéticas en una sola dimensión, como la guía de onda plana, o en dos dimensiones una estructura rib. Nos referimos ahora a estructuras 1-D (una dimensión) o estructuras 2-D (dos dimensiones), reservando una dirección para la dirección de propagación. Es decir por ejemplo estructuras (1+1)D (una dimensión-una dirección de propagación). Si z fue la dirección de propagación de nuestro análisis en los capítulos anteriores, entonces se confino en las direcciones x, y , las cuales son las direcciones transversales a la propagación. Es posible utilizar métodos analíticos como una poderosa herramienta para el diseño de cualquier tipo de estructuras de guía de onda existentes en un circuito óptico practico, incluso estructuras avanzadas. En este capítulo se mostrarán algunos métodos para el análisis de guías de ondas, y se identificara el método utilizado para el desarrollo del switch totalmente óptico que esta tesis genera.

3.1 Método del Índice Efectivo.

En esta tesis se considera una guía de onda plana típica que es físicamente vista desde un solo plano, como una guía de dos dimensiones, pero si consideramos la otra dirección transversal a la dirección de propagación, entonces la guía de onda es de tres dimensiones. Por lo que es conveniente para un análisis, que la guía de onda confina ondas en una sola dimensión como se muestra en la figura 3-1.1

El método de índice efectivo puede ser usado para encontrar la constante de propagación en cualquier tipo de guía de onda de manera sencilla. Para una guía de onda típica, considerando como ejemplo una estructura tipo RIB cuya forma se muestra en la figura 3-1.2, se desea encontrar la



constante de propagación del modo polarizado TE, por que a partir de ello sabremos de alguna forma, el comportamiento de la luz dentro de dicha guía para ese modo específico. Considerando la constante de propagación $\beta = ck/\omega$ adimensional, donde k es el número de onda, ω es la frecuencia angular.



Figura 3-1.1

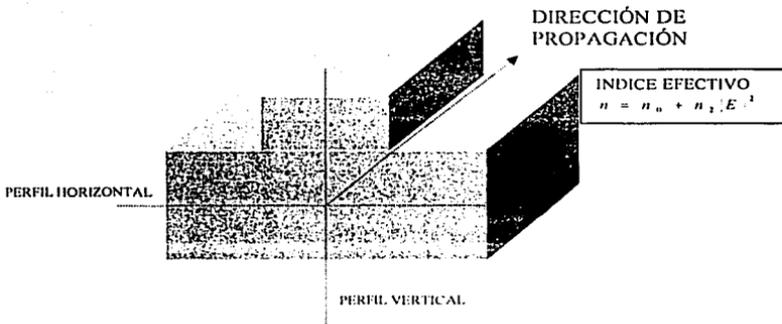


FIGURA 3-1.2

Un rib sobre la guía óptica puede darnos el confinamiento de las ondas y dicha guía resultante se ha clasificado como una guía de onda óptica de 2D. El Método de Índice Efectivo puede encontrar β , por que como se muestra en el figura 3-1.2, el perfil del campo eléctrico puede suponerse como el que se muestra en esquema (línea punteada), perfil horizontal y perfil vertical.

La guía puede ser vista como una composición de tres regiones las cuales llamaremos I, II y I. como se muestra en la figura 3-1.3.



TIPUS CON FALLA DE ORIGEN

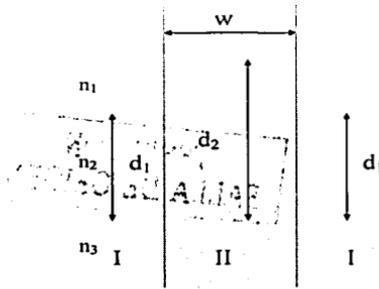


Figura 3-1.3

La figura 3-1.4 muestra que cada región puede ser vista como un bloque guiado de 1-D pero al mismo tiempo con una constante de propagación (números de onda) β_1 y β_2 . Lo complicado que pudo ser una estructura rib, ahora se tiene como un par de una guías de una dimensión, de esta forma, se puede calcular de manera simple la constante de propagación para cada una.

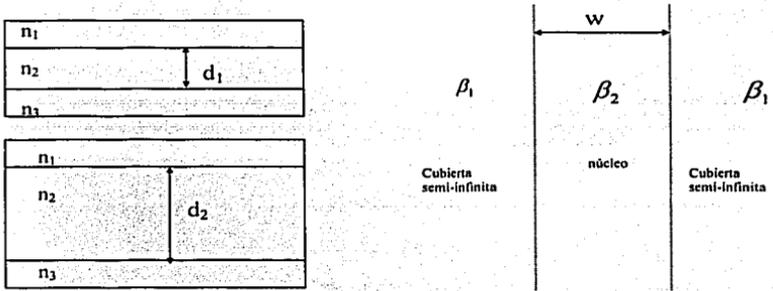


Figura 3-1.4
 a) El EIM es usado para reducir una estructura de 2D equivalente de 1D

b) La guía de onda de 2D puede verse como una estructura una guía delgada equivalente

El Método de Índice Efectivo (EIM, en inglés) permite un cálculo rápido del perfil del campo horizontal, que es el más práctico en las guías de onda. El EIM nos da los valores exactos para la constante de propagación y es por lo tanto una herramienta poderosa para el diseño de estructuras



2-D, ya que se puede ahorrar bastante tiempo posteriormente usando el método del elemento finito o con el método de propagación del rayo para describir su propagación.

Como se muestra en la figura 3-1.5, una guía de 2D (rib), un par de rib o cualquier estructura sugiere una distribución del perfil del campo.

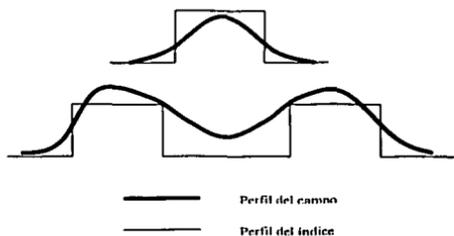


Figura 3-1.5. La guía de onda sugiere el perfil del campo

El algoritmo es el siguiente:

- Determine los índices de refracción del sustrato, del revestimiento y del núcleo de una estructura delgada equivalente que nos de la forma lateral del campo deseado.
- Nombre a los índices de refracción del revestimiento y del núcleo como β_1 y β_2 respectivamente.
- Seleccione los valores de n_1 , n_2 y n_3 .
- Regrese a la representación de la guía delgada de la figura 3-1.4, y elija los valores de d_1 , d_2 para calcular β_1 y β_2 .

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN



3.2 Método del Elemento Finito

El Método del Elemento Finito (Finite Element Method, FEM) es utilizado frecuentemente en el análisis de estructuras de dimensiones pequeñas, ya que un análisis por medio de métodos convencionales o por medio del Método de Índice Efectivo (Effective Index Method, EIM) presentaría grandes deficiencias. Las estructuras como las guías de onda tienen esquinas punteadas, hecho que impediría al EIM aplicar correctamente las condiciones cercanas al corte. Este método es llamado Método de Elementos finitos debido a que la región en la cual una guía de onda, por ejemplo, se subdivide en piezas finitas llamadas elementos. Estos elementos son líneas en una dimensión, triangulares o cuadráticas en dos dimensiones y, posiblemente tetraédricos en tres dimensiones. La idea después de esta subdivisión en elementos es considerar las propiedades de un elemento y obtener una solución completa por medio de la suma de todos los elementos.

Es un método no tan conocido en aplicaciones ópticas, ya que en un principio fue desarrollado para problemas mecánicos. Este método no necesita requerimientos grandes de memoria, por lo que el tiempo de espera en un proceso computacional es muy reducido, principal característica para el desarrollo de un software. Se consideran los modos TE de una guía de onda plana, para mostrar analíticamente el funcionamiento del Método del Elemento finito ya que puede ser chequeado más fácilmente. La idea general se saca del comportamiento mecánico, donde tiene sus orígenes, para aplicarlo ahora a la óptica. En el lenguaje del análisis del elemento finito se muestra el comportamiento de un resorte lineal simple, donde las terminales del resorte se refieren a los nodos, y el resorte se refiere a un elemento, Ver figura 3-2.1.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN!**



Figura 3-2.1

Si ocurren desplazamientos u_1 y u_2 son causados por las fuerzas F_1 y F_2 . Si se propone una condición de equilibrio $F_1 = -F_2$, entonces una ecuación simple de matriz puede ser a partir de $F_1 = k(u_1 - u_2)$ y $F_2 = -k(u_1 - u_2)$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & -k \\ -k & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (3.2.1)$$

donde k es la constante del resorte.



Si se unen dos resortes uno a otro, entonces la notación es más complicada ya que abarca dos elementos, pero no es un problema pues usando $F_1^{(1)}$ y $F_2^{(2)}$ y las constantes k_a y k_b , se descubre que se tienen dos elementos y tres nodos. Hasta aquí la idea es clara un resorte es un elemento, y cualquier sistema puede ser dividido en elementos. Como uno sabe las propiedades de un elemento entonces primero seremos capaces de hacer la suma de todos los elementos y después obtener los valores eigen y las funciones eigen del sistema completo.

En una guía de onda un elemento se obtendría dividiendo la sección transversal, perpendicular a la dirección de propagación, en cuadrados, triángulos, rectángulos, o cualquier forma de acuerdo a lo que nos convenga. Para modos TE en una guía de onda plana 1-D el eje x sería dividido en elementos tales como líneas. La idea sería entonces el usar suficientes elementos para obtener una respuesta buena, de hecho se necesitan pocos para obtenerla. Por lo tanto conociendo todo acerca de un elemento puedes resolver el problema completo por la suma de los elementos.

Es conveniente aplicar una condición de frontera al campo, que va desde 0 hasta el infinito. La forma en la cual se suman los elementos se muestra en la figura 3-2.2 sumar un elemento 1 a otro elemento 2 se llama ensamble y la ecuación de ensamble se muestra como una superposición de la ecuación de rigidez, esto es k_a+k_b ocurre debido a la suma.

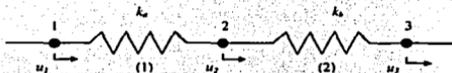


Figura 3-2.2. Análisis de dos elementos.

Elemento 1:

$$\begin{pmatrix} F_1^{(1)} \\ F_2^{(1)} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_a & -k_a & 0 \\ -k_a & k_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

Elemento 2:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_2^{(2)} \\ F_3^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_b & -k_b \\ 0 & -k_b & k_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

Ecuación de ensamble:

$$\begin{pmatrix} F_1^{(1)} \\ F_2^{(2)} + F_2^{(1)} \\ F_3^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_a & -k_a & 0 \\ -k_a & k_a + k_b & -k_b \\ 0 & -k_b & k_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

Se pasara el elemento desde un punto de vista mecánico al problema de guía de onda electromagnético.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN



Una popular manera para realizar el análisis del elemento finito, es por medio del método de Galerkin también llamado el método de residuo de peso y puede ser ilustrado considerando la ecuación diferencial lineal

$$p \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + ru + s = 0 \quad (3.2.2)$$

Supongamos que se utiliza una la solución de prueba $u^*(x)$, en lugar de la solución exacta $u(x)$ de tal manera que

$$p \frac{d^2 u^*}{dx^2} + \frac{du^*}{dx} + ru^* + s = R(x) \quad (3.2.3)$$

Como se sabe, la función $u^*(x)$ no satisface la ecuación (3.2.2) exactamente, por lo que se genera una función adicional $R(x)$. Si la función de prueba $u^*(x)$ es una serie

$$u^*(x) = \sum_{j=1}^n c_j \phi_j(x) \quad (3.2.4)$$

donde todas las ϕ_j 's se conocen como pesos analíticos y las c_j son coeficientes a determinar, entonces el método de Galerkin requiere que

$$\int \phi_j(x) R(x) dx = 0 \quad j=1 \dots n, \quad (3.2.5)$$

por lo que

$$\int \left[p \frac{d^2 u^*}{dx^2} + q \frac{du^*}{dx} + ru^* + s \right] \phi_j(x) dx = 0 \quad (3.2.6)$$

el dominio de x de la integración puede ahora ser dividido en elementos de la ecuación (3.2.6) puede ser resuelta usando el método de elemento finito.

Los modos de propagación considerados son los modos TE que se propagan en una guía de onda. La figura 3-2.3 se muestra el elemento en el eje x . Para los ondas TE, $E=(0, E_y, 0)$; $H=(H_x, 0, H_z)$; y

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right] E_y = 0 \quad (3.2.7)$$

donde n es el índice de refracción, la propagación es a lo largo del eje z , k es el número de onda, c es la velocidad de la luz en el vacío y ω es la frecuencia angular. Después de dividir al eje x en un número finito de elementos como se muestra en la figura 3-2.1, entonces el método de Galerkin se expresa como

$$\sum_{\substack{\text{Índex} \\ \text{los} \\ \text{elementos}}} \int \left(\frac{\partial^2 E_y^*}{\partial x^2} - K^2 E_y^* \right) \phi_j dx \quad (3.2.8)$$



donde E_y^* es una función de prueba.

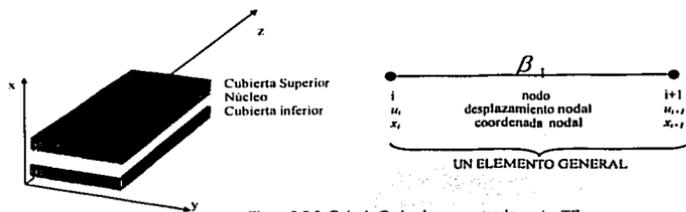


Figura 3-2.3. Guía de Onda plana soportando modos TE.

En la ecuación (3.2.8) mostramos que solo es necesario evaluar las integrales para un elemento y después transformar la suma. En este se necesita evaluar

$$\int_{\text{elemento}} \frac{\partial^2 E_y^*}{\partial x^2} \phi_j dx, \quad (3.2.9)$$

y

$$\int_{\text{elemento}} E_y^* \phi_j dx \quad (3.2.10)$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

La figura 3-2.3 muestra cual es la estructura del elemento general. Este tiene nodos i e $i+1$, coordenadas x_i y x_{i+1} y desplazamientos u_i y u_{i+1} . Obviamente no se trata de un problema de mecánica, sino de uno electromagnético, por lo que u_i y u_{i+1} ahora son valores de las componentes del campo eléctrico en los nodos. ¿Cual es el valor de $u^*(x)$ entre los nodos?. La respuesta a esta pregunta es introducir una función de interpolación, la cual puede seleccionarse a partir de un sin número de diferentes formas apropiadas.

Para este ejemplo, se ha elegido a $u^*(x)$ como un polinomio de tercer grado.

$$u^*(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 \quad (3.2.11)$$

donde x esta dentro del elemento, $0 \leq x \leq l_e$.

En lenguaje vectorial la ecuación (3.2.11) anterior es

$$u^*(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (3.2.12)$$

ahora si $x = 0$ del lado izquierdo del elemento



$$u_i = a \quad (3.2.13)$$

$$\text{y su derivada es } \frac{\partial u_i}{\partial x} = b \quad (3.2.14)$$

de forma similar, si el lado derecho del elemento es $x = l_e$, donde l_e es la longitud del elemento, entonces

$$u_{i+1} = a + bl_e + cl_e^2 + dl_e^3 \quad (3.2.15)$$

y su derivada

$$\frac{\partial u_{i+1}}{\partial x} = b + 2cl_e + 3dl_e^2 \quad (3.2.16)$$

Las ecuaciones (3.2.12-3.2.16) pueden resumirse como

$$\begin{bmatrix} u_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ u_{i+1} \\ \frac{\partial u_{i+1}}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ l_e & l_e^2 & l_e^3 & \\ 0 & 1 & 2l_e & 3l_e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (3.2.17)$$

c invirtiendo

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \frac{1}{l_e^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_e^3 & 0 & 0 \\ -3l_e & -2l_e & 3l_e & -l_e^2 \\ 2 & l_e & -2 & l_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ u_{i+1} \\ \frac{\partial u_{i+1}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

su componente y del campo eléctrico, entre los modos de un elemento son por lo tanto,

$$E_y^*(x) = \frac{1}{l_e^3} \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_e^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_e^3 & 0 & 0 \\ -3l_e & -2l_e & 3l_e & -l_e^2 \\ 2 & l_e & -2 & l_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y1} \\ \frac{\partial E_{y1}}{\partial x} \\ E_{y(i+1)} \\ \frac{\partial E_{y(i+1)}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

$$E_y^*(x) = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4] \begin{bmatrix} E_{y1} \\ \frac{\partial E_{y1}}{\partial x} \\ E_{y(i+1)} \\ \frac{\partial E_{y(i+1)}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$



donde $E_y^*(x)$ ha sido expresado en términos de valores de nodos y las funciones

$$\begin{aligned}\phi_1(x) &= \frac{1}{l_e^3} (l_e^3 - 3l_e x^2 + 2x^3) \\ \phi_2(x) &= \frac{1}{l_e^3} (l_e^2 x - 2l_e x^2 + x^3) \\ \phi_3(x) &= \frac{1}{l_e^3} (3l_e x^2 - 2x^3) \\ \phi_4(x) &= \frac{1}{l_e^3} (-l_e x^2 + x^3)\end{aligned}\quad (3.2.21)$$

el primer término de la ecuación (3.2.8) es

$$\int_{\text{elemento}} \frac{\partial^2 E_y^*}{\partial x^2} \phi_j dx \quad (3.2.22)$$

el cual después de la integración por partes se obtiene

$$\int_{\text{elemento}} \frac{\partial^2 E_y^*}{\partial x^2} \phi_j dx = \left[\phi_j \frac{\partial^2 E_y^*}{\partial x^2} \right]_{x_1}^{x_{i+1}} - \int_{x_1}^{x_{i+1}} \frac{\partial E_y^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} dx \quad (3.2.23)$$

Todos los términos del primero miembro del lado derecho de la ecuación (3.2.23) se cancelan cuando vamos de un elemento a otro. Y el lado izquierdo de la ecuación después de utilizar ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 y ϕ_4 es:

$$\int_{\text{elemento}} \frac{\partial^2 E_y^*}{\partial x^2} dx = \frac{1}{30l_e} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \left(\frac{\partial \phi_3}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & \left(\frac{\partial \phi_4}{\partial x}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y_i} \\ \frac{\partial E_{y_i}}{\partial x} \\ E_{y_{i+1}} \\ \frac{\partial E_{y_{i+1}}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.2.24)$$

desde que $l_e = x_{i+1} - x_i$; la matriz en la ecuación (3.2.24) es

$$\frac{1}{30l_e} \begin{bmatrix} 36 & 3l_e & -36 & 3l_e \\ 3l_e & 4l_e^2 & -3l_e & -l_e^2 \\ -36 & -3l_e & 36 & -3l_e \\ 3l_e & -l_e^2 & -3l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.2.25)$$



el término final de la ecuación (3.2.8) es

$$\int_{\text{elemento}} E_y \phi_j \phi_j dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \begin{bmatrix} \phi_1 \phi_1 & \phi_1 \phi_2 & \phi_1 \phi_3 & \phi_1 \phi_4 \\ \phi_2 \phi_1 & \phi_2 \phi_2 & \phi_2 \phi_3 & \phi_2 \phi_4 \\ \phi_3 \phi_1 & \phi_3 \phi_2 & \phi_3 \phi_3 & \phi_3 \phi_4 \\ \phi_4 \phi_1 & \phi_4 \phi_2 & \phi_4 \phi_3 & \phi_4 \phi_4 \end{bmatrix} dx \begin{bmatrix} E_{y,i} \\ \partial E_{y,i} \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ E_{y,i+1} \\ \frac{\partial E_{y,i+1}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.2.26)$$

$$= \frac{l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ 13 & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.2.27)$$

la ecuación (3.2.8) la cual es la formulación del método de Galerkin, es por lo tanto

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{30l_e} \right) \begin{bmatrix} 36 & 3l_e & -36 & 3l_e \\ 3l_e & 4l_e^2 & -3l_e & -l_e^2 \\ -36 & -3l_e & 36 & -3l_e \\ 3l_e & -l_e^2 & -3l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \frac{K^2 l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ 13 & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y,i} \\ \frac{\partial E_{y,i}}{\partial x} \\ E_{y,i+1} \\ \frac{\partial E_{y,i+1}}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.28)$$

Esta suma es desde l hasta n , donde n es el número total de elementos. En la práctica los términos entre corchetes contienen matriz elemental de rigidez. Estos elementos se reúnen en la matriz de rigidez durante los cálculos de cómputo. Incluso, la ecuación (3.2.28) tendría las condiciones de frontera en donde el campo decae rápidamente fuera del núcleo de la guía que se construyo en el cómputo. Esta se llama condición de frontera forzada, donde se logra forzar a E_y si son cero los nodos primero y ultimo. La solución puede forzarse haciendo el primer elemento de la matriz agrupada muy grande, de este modo, se selecciona esta matriz aparte para el tratamiento de la condición de frontera especial. Esta es por lo tanto otra forma de analizar la propagación de ondas electromagnéticas en las guías de onda.



3.3 Método de Propagación del Rayo.

En el Método de Propagación del Rayo se condiciona a que las ondas de luz que se propagan dentro de la guía de onda plana, en este caso una película delgada de dieléctrico o polimérica, permanezcan en un estado estacionario. Esto significa que se está considerando a los modos de la guía de onda plana a lo largo del eje z que no cambien su forma conforme se van propagando. Tecnológicamente es muy difícil, introducir luz puramente modal en la guía de onda plana. Lo que se utiliza frecuentemente es introducir luz con exceso de energía o en la mayoría de los casos un rayo Gaussiano o Supergaussiano (ver apéndices B, C).

Si existiera en la guía un estado no estacionario, al ir propagándose a lo largo de la guía de onda plana se pierde energía y se reajusta hasta que envuelve un modo en la guía.

Por la dificultad del fenómeno físico este tiene que ser simulado y se necesita un método que comience con un campo eléctrico $E(z=0, x, y)$ y que después determine cual es el valor de $E(z > 0, x, y)$, este método se conoce como Método de Propagación del Rayo (Beam Propagation Method).

Este método se basa en la ecuación de Helmholtz.

$$\nabla^2 E + n^2 k^2 E = 0 \quad (3.3.1)$$

donde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $k = \omega/c$. ω es la velocidad angular, c es la velocidad de la luz en el vacío y $n = n(x, y, z)$ es la distribución del índice de refracción. De esta forma en un solo paso una función representa la distribución de los índices, en el sustrato, el núcleo y la cubierta.

El campo eléctrico de la ecuación (3.3.1) puede ser factorizada en una parte que varía lentamente \bar{E} que depende del tiempo $e^{i\omega t}$, y otra que varía rápidamente, donde n_r está definida como el índice de refracción de referencia con el cual se pueden medir otros índices, de tal manera que

$$E = \bar{E} e^{-i n_r k z} \quad (3.3.2)$$

Sustituyendo la ecuación (3.3.2) en (3.3.1) y asumiendo que

$$\left| \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} \right| \ll 2n_r k \left| \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} \right| \ll 2n_r k \left| \frac{\partial \bar{E}}{\partial z} \right| \quad (3.3.3)$$

Obtenemos la ecuación de onda (paraxial) de Fresnel



$$i2n_1 k \frac{\partial E}{\partial z} = \nabla_{\perp}^2 E + (n^2 - n_1^2) k^2 E \quad (3.3.4)$$

$$\text{donde } \nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

las principales limitantes hasta este estado son:

- La onda sólo puede propagarse a lo largo de la dirección positiva de z ($+z$)
- El BPM no puede trabajar con cambios grandes de n a lo largo de z

El principio del BPM es que el método sólo puede manejar al rayo guiado a través de la guía y a los rayos que viajan cerca de la dirección de propagación. La solución numérica de la ecuación (3.3.4) es muy interesante. Antes que nada es conveniente hacer el siguiente cambio de variable

$$z = 2n_1 k \xi \quad (3.3.5)$$

escribiendo

$$V = V(x, y, \xi) = (n^2 - n_1^2) k^2 \quad (3.3.6)$$

y después rescribir la ecuación (3.3.4) como

$$i \frac{\partial E}{\partial \xi} = (L + V) E \quad (3.3.7)$$

La ecuación (3.3.7) puede ser resuelta operacionalmente para dar

$$E(\xi + \Delta\xi) = \exp\left[-i\Delta\xi L + \int_{\xi}^{\xi+\Delta\xi} d\xi V(x, y, \xi)\right] E(\xi) \quad (3.3.8)$$

Es más común rescribir la ecuación (3.3.8) de forma simétrica de la siguiente forma

$$E(\xi + \Delta\xi) = \exp\left(-j \frac{1}{2} \Delta\xi L\right) \exp\left(-j \int_{\xi}^{\xi+\Delta\xi} d\xi V(x, y, \xi)\right) \exp\left(-j \frac{1}{2} \Delta\xi L\right) E(\xi) + O[(\Delta\xi)^3] \quad (3.3.9)$$

lo que se hace es que el método se divide en tres partes (tres funciones exponenciales) la función de encontrar el campo en $\xi + \Delta\xi$ a partir del campo en ξ . Lo bello y elegante del Método es que el primer y tercer miembro de la ecuación (3.3.9) pueden calcularse de manera sencilla utilizando transformadas de Fourier.

Para guías de onda no lineales el segundo miembro puede fácilmente ser calculado por una técnica iterativa. Debido a que la operación es dividida en partes y que se utiliza la transformada de Fourier, es llamado frecuentemente Método de Fourier de paso dividido (split-step Fourier method). Un resumen del método es mostrado en la figura 3-3.1



El término $\exp\left(-\frac{iL}{2}\nabla\xi\right)$ en la ecuación (3.2.9) son simplemente $\left[F^{-1}\exp\left(-\frac{1}{2}iL(iK)\right)F\right]$

donde F y F^{-1} son las transformada y la transformada inversa de Fourier respectivamente y k es el número de onda en el dominio Fourier.

Éste procedimiento es muy simple debido a que $L(iK)$, porque la transformada espacial L puede obtenerse trivialmente y las rutinas de la Transformada Rápida de Fourier son fácilmente disponibles.

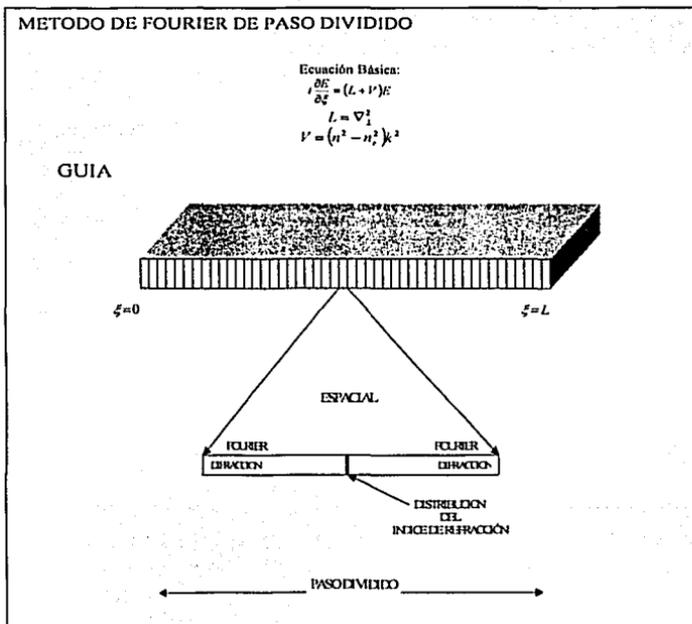


Figura 3-3.1. Demostración esquemática del Método (split-step Fourier method)

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



3.4 Método de Diferencias Finitas.

El Método de Diferencias Finitas es un método de carácter general que permite la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales definidas en región de trabajo finita. Probablemente es el primer método numérico utilizado en la resolución de problemas electromagnéticos; existe documentación en la que se prueba que Gauss utilizó este método. Su uso se generalizó con la aparición de los primeros ordenadores, y la bibliografía sobre el mismo es abundante en los años 60, especialmente en relación con el análisis de guías de onda.

Por su sencillez conceptual y los escasos conocimientos matemáticos necesarios para su aplicación, el Método de Diferencias Finitas constituye un mecanismo idóneo para la resolución de problemas electromagnéticos. En este subcapítulo se pretende mostrar los conceptos teóricos en los que se basa este método y centrarlos en la solución de la ecuación de Laplace en mallas bidimensionales.

El Método de Diferencias Finitas obtiene una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales definidas en una región de trabajo. Sobre dicha región de trabajo habrá definidas unas condiciones de contorno o frontera y unas condiciones iniciales que marcarán el punto de partida en la solución de problemas concretos. El primer paso para la aplicación del método es definir la región de trabajo donde ha de calcularse el valor de la función incógnita a resolver. Dicha región de trabajo, que en este caso particular será de dos dimensiones, se discretiza en un número variable de puntos formando una malla o matriz rectangular. Esos puntos se llamarán nodos. La aplicación del Método de Diferencias Finitas sobre el recinto dará como resultado conocer el valor de la función incógnita en cada uno de esos nodos. El número y disposición de los mismos depende de la exactitud que se desea en las soluciones. El método aproxima la función incógnita en cada nodo por su desarrollo en serie de Taylor. El número de términos del desarrollo, que se tendrán en cuenta, será el suficiente para que junto con las condiciones de contorno y las condiciones iniciales, sea posible eliminar las derivadas y obtener, de este modo, una ecuación que nos permita conocer el valor de la función en cada nodo. Dicha ecuación, como se verá más adelante, relaciona el valor de la función en un nodo con el valor de la función en los nodos adyacentes. El proceso anterior se repite para cada uno de los nodos, obteniéndose un sistema de ecuaciones, cuya resolución conduce a la obtención de la solución aproximada que estábamos buscando. La solución del sistema de ecuaciones es un proceso iterativo que puede resolverse utilizando diferentes métodos. La aplicación de un método u otro y el número de iteraciones que consideremos influirán en el resultado final.



PASO 1.- OBTENER LA ECUACIÓN DE LAPLACE DE DOS DIMENSIONES

La ecuación de Laplace se obtiene a partir de las ecuaciones de Maxwell. Teniendo en cuenta que los medios en los que trabajaremos serán lineales, homogéneos e isótropos, tenemos:

$$\nabla \cdot D = \rho_v \quad (3.4.1)$$

donde ρ_v es la densidad volumétrica de carga

La inducción eléctrica se obtiene a partir del campo eléctrico E, que a su vez está relacionado con el gradiente del potencial eléctrico (f).

$$D = \epsilon E \quad (3.4.2)$$

$$E = -\nabla \cdot f \quad (3.4.3)$$

La ecuación de Laplace se obtiene sustituyendo (3.4.2) y (3.4.3) en (3.4.1) y suponiendo que $\rho_v = 0$, lo que implica una densidad de carga volumétrica nula, pero se permite la existencia de cargas puntuales, densidad de carga lineal y densidad de carga superficial como fuentes de campo localizadas en lugares definidos.

Se obtiene:

$$\nabla^2 \cdot f = 0 \quad (3.4.4)$$

Expresando la ecuación anterior en coordenadas cartesianas sobre el plano XY, en el que se definirá el recinto, obtenemos:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (3.4.5)$$

PASO 2.- OBTENCIÓN EL SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Una vez obtenida la ecuación de Laplace, el objetivo será definir un sistema de ecuaciones que nos permita conocer el valor de la función potencial en un conjunto de puntos definidos sobre el recinto de trabajo. El primer paso para la aplicación del método consiste en discretizar el recinto para obtener la malla de nodos correspondiente. Para ello se muestra el plano XY en ambos ejes. El paso de muestreo que se utiliza para cada eje puede ser distinto, aunque, como denotaremos más adelante, por comodidad utilizaremos el mismo para ambos. En la figura 3-4.1 puede verse la disposición del mallado. Desde un punto de vista estricto, la utilización de mallas rectangulares implica una restricción de las geometrías analizables; sin embargo, teniendo en cuenta que este método, y en general todos los métodos numéricos, conduce a resultados aproximados, resulta



razonable aproximar la geometría original por otra que si pueda ser representada por nodos equiespaciados.

Otras opciones interesantes desde el punto de vista de las aplicaciones, pero que caen fuera del marco de este trabajo, consisten en utilizar mallas con distancias irregulares entre nodos o incluso enlazar mallas de distinta densidad para obtener mayor precisión en las regiones en que las variaciones del potencial son más rápidas.

El valor de la función potencial en cada nodo dependerá de las condiciones iniciales o de contorno que tenga impuestas el recinto. Teniendo en cuenta que el dieléctrico del recinto es lineal, homogéneo e isótropo podemos distinguir dos tipos de nodos: los que estén sujetos a algún tipo de condición, y los que no. Así, para un nodo que no tenga impuesto ningún tipo de restricciones aproximaremos su valor con los tres primeros términos del desarrollo en serie de Taylor de la función potencial.

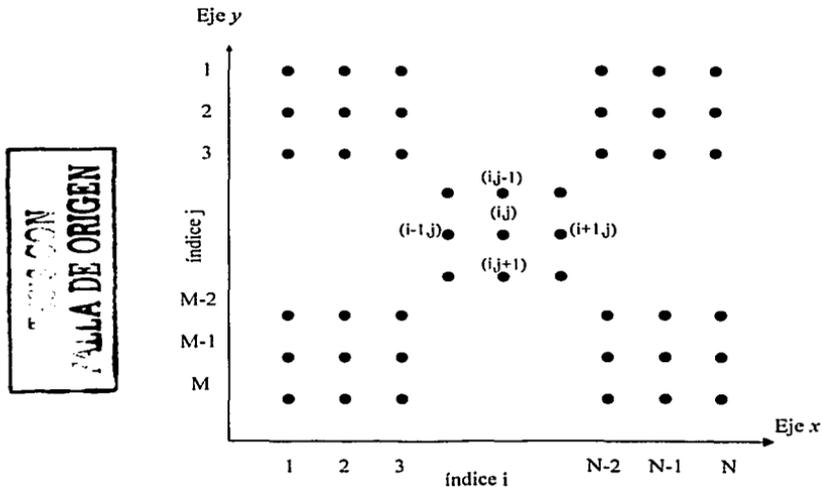


Figura 3-4.1 Malla NxM



$$\begin{aligned}
 F(i+1, j) &= F(i, j) + h \frac{\partial F(i, j)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 F(i, j)}{\partial x^2} + \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3 F(i, j)}{\partial x^3} \\
 F(i-1, j) &= F(i, j) - h \frac{\partial F(i, j)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 F(i, j)}{\partial x^2} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3 F(i, j)}{\partial x^3} \\
 F(i, j+1) &= F(i, j) + h \frac{\partial F(i, j)}{\partial y} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 F(i, j)}{\partial y^2} + \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3 F(i, j)}{\partial y^3} \\
 F(i, j-1) &= F(i, j) - h \frac{\partial F(i, j)}{\partial y} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 F(i, j)}{\partial y^2} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^3 F(i, j)}{\partial y^3}
 \end{aligned} \tag{3.4.6}$$

Como consecuencia de la discretización del problema, definimos como $F(i, j)$ el valor de la función potencial en el nodo (i, j) :

$$F(i, j) = f(ih, jk) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, M \tag{3.4.7}$$

donde, por comodidad, tomamos en ambos ejes el mismo paso de muestreo.

$$h = k \tag{3.4.8}$$

Teniendo en cuenta (3.4.7) la ecuación de Laplace queda como la que se expresa a continuación:

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} = 0 \tag{3.4.9}$$

El siguiente paso para la obtención del sistema de ecuaciones es calcular el valor de la función potencial en los nodos adyacentes al nodo (i, j) , y para ello hacemos uso de las expresiones (3.4.6), (3.4.7) y (3.4.8). Sumando las cuatro expresiones de la ecuación (3.4.6), obtenemos:

$$F(i+1, j) + F(i-1, j) + F(i, j+1) + F(i, j-1) = 4F(i, j) + h^2 \left[\frac{\partial^2 F(i, j)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(i, j)}{\partial y^2} \right] \tag{3.4.10}$$

y haciendo uso de la ecuación (3.4.9), obtenemos el valor de la función potencial en el nodo (i, j) en función del potencial en los nodos adyacentes.

$$F(i, j) = \frac{1}{4} [F(i+1, j) + F(i-1, j) + F(i, j+1) + F(i, j-1)] \tag{3.4.11}$$

El error que se comete al utilizar esta aproximación de la ecuación diferencial original está relacionado con los primeros términos despreciados del desarrollo en serie. Al tratarse de los términos con cuartas derivadas el error variará como $h/4$. Este error puede reducirse de dos formas:

- Reduciendo h , es decir, utilizando una malla más tupida.
- Tomando en consideración más términos del desarrollo, lo que obliga a considerar más nodos para eliminar las derivadas. A este respecto conviene resaltar que la combinación de nodos utilizada para obtener (3.4.12) tiene la propiedad de cancelar, por causa de su



simetría, los términos con derivadas de orden impar o con derivadas cruzadas. Si se utilizan nodos sin estas simetrías el error aumentaría.

En la referencia, puede encontrarse una teoría general para la obtención de ecuaciones equivalentes a (3.4.11) para diversas distribuciones de nodos y para la estimación del error cometido.

PASO 3.- DEFINIR CONDICIONES INICIALES

En el caso de que el nodo tenga impuestas condiciones iniciales, el valor de la función potencial vendrá fijado directamente por estas. De esta forma, tendremos:

$$F(i, j) = V_i \quad (3.4.12)$$

donde V_i es el valor de tensión fijado por las condiciones iniciales.

Para el caso donde haya definidas condiciones de contorno, el valor de la función potencial se calcula teniendo en cuenta las particularidades que dichas condiciones impongan. Aplicando las ecuaciones (3.4.11) y (3.4.12) a cada uno de los nodos de la malla obtendremos un sistema de ecuaciones con tantas incógnitas como nodos tengamos. Hay que hacer constar que debido al carácter lineal de la ecuación de Laplace el sistema de ecuaciones será también lineal. Los términos independientes de dicho sistema de ecuaciones serán los valores de F que vengan definidos por las condiciones iniciales y de contorno.

PASO 4.- RESOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Como habíamos dicho en el paso 2, el sistema de ecuaciones lineal que obtenemos en la aplicación del método tendrá tantas incógnitas como nodos tengamos en el recinto. Dicho sistema podría resolverse directamente pero en determinados casos la cantidad de incógnitas será tal, que la solución directa sería casi imposible. En estos casos es preferible utilizar métodos iterativos. Representando el sistema lineal en forma matricial tenemos:

$$[A] \cdot F = C \quad (3.4.13)$$

donde:

A: matriz del sistema.

F: vector de estimación de la solución del potencial en cada nodo.

C: vector de resultados.

En cada etapa puede definirse un vector de error, o residuo, de la siguiente forma:

$$R^* = C - [A] \cdot F^* \quad (3.4.14)$$



Una nueva estimación de la solución se obtendría tomando para cada nodo un potencial que cancele su residuo. Como en todos los métodos iterativos, debemos estimar la solución a partir de un vector de soluciones iniciales. En nuestro caso, supondremos que el valor del potencial en todos los nodos del recinto tienen impuestas condiciones iniciales.

METODO DE JACOBI: Este método calcula el valor del potencial de un nodo en cada etapa suponiendo que los potenciales de los otros nodos no varían. Es decir:

$$F^{n+1}(i, j) = \frac{1}{4} [F^n(i+1, j) + F^n(i-1, j) + F^n(i, j+1) + F^n(i, j-1)] \quad (3.4.15)$$

El valor del potencial en cada etapa se obtiene como la media aritmética de los valores del potencial asignados a los nodos adyacentes en la etapa anterior. Este método necesita almacenar los valores del potencial correspondientes a ambas etapas. El nuevo residuo no será nulo puesto que los potenciales de los nodos contiguos varían, sin embargo se puede demostrar que el proceso converge si la matriz [A] está semi-definida positiva, condición que se da en los problemas tratados.

METODO DE GAUSS-SEIDEL: El valor del potencial en cada nodo se calcula utilizando los valores más recientes, es decir, los valores de la etapa actual si se conocen o los de la etapa anterior, si se desconocen los de la actual.

$$F^{n+1}(i, j) = \frac{1}{4} [F^k(i+1, j) + F^k(i-1, j) + F^k(i, j+1) + F^k(i, j-1)] \quad (3.4.16)$$

donde $k = n$ si no se conoce el valor del potencial en la etapa actual o $k = n+1$ si se conoce el valor del potencial en la etapa actual. Este método mejora la convergencia del método de Jacobi, y es más fácil de programar, pues sólo es necesario almacenar los valores de los potenciales calculados.

Una particularidad de este método es que dependiendo del orden en el que se escojan los nodos para la aplicación del mismo pueden apreciarse asimetrías en el resultado final, que debería ser totalmente simétrico.

METODO DE SUPER-RELAJACIÓN: Es un método que introduce un parámetro para corregir el valor del potencial calculado en cada nodo. El proceso es el siguiente:

$$F^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha)F^n(i, j) + \alpha \frac{1}{4} [F^k(i+1, j) + F^k(i-1, j) + F^k(i, j+1) + F^k(i, j-1)] \quad (3.4.17)$$

donde α es el Factor de relajación y $k = n$ si no se conoce el valor del potencial en la etapa actual o $k = n+1$ si se conoce el valor del potencial en la etapa actual.



El valor del potencial en la etapa actual se calcula utilizando el valor de la etapa anterior y el de la etapa actual (este último, sí está calculado). Al igual que ocurriría con el método de Jacobi, vamos a necesitar almacenar los valores del potencial en dos etapas, y por tanto, será más difícil de programar. El factor de relajación se introduce para acelerar la convergencia de los métodos anteriores. Dicho factor podrá tomar valores comprendidos entre 1 y 2. Para $\alpha = 1$ el método de Súper-Relajación coincide con el de Gauss-Seidel. El valor 2 hace que el nuevo residuo sea igual al anterior con el signo cambiado. Para valores de α próximos a 2 el método se vuelve inestable y proporciona resultados erróneos. El valor óptimo de α depende tanto del problema que se está resolviendo como de la estimación de la solución. Los mejores resultados se obtienen para valores de α entorno a 1.5.

PASO 5.- OBTENCIÓN DEL CAMPO ELECTRICO

El campo eléctrico se relaciona con la función potencial mediante la expresión (3.4.3). Para calcular el valor del campo eléctrico en cada uno de los nodos es necesario, por tanto, conocer primero el valor del potencial eléctrico.

$$E = -\nabla \cdot f$$

Al tratarse de una magnitud vectorial necesitamos conocer el valor de la componente X e Y del campo para poder definir, de esta forma, su módulo, dirección y sentido.

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

Tal y como habíamos hecho para el cálculo del potencial eléctrico, las expresiones anteriores pueden discretizarse y aproximar las derivadas por restas, de forma que las componentes del campo en el nodo (i, j) quedarían como las expresadas a continuación:

$$\begin{aligned} E_x(i,j) &= \frac{F(i-1,j) - F(i+1,j)}{2h} \\ E_y(i,j) &= \frac{F(i,j-1) - F(i,j+1)}{2h} \end{aligned} \quad (3.4.19)$$



3.5 Método de Fourier de Paso Dividido en Fibras Ópticas

El método utilizado para resolver el problema de la propagación del pulso dentro de un medio no lineal dispersivo como la fibra óptica es el Método de Fourier de Paso Dividido (split-step Fourier method). La velocidad de este método es mayor comparada con la velocidad de los métodos de diferencias finitas, ya que puede ser atribuido al uso de la Transformada Rápida de Fourier (FFT)[4].

Se menciona en esta tesis este subcapítulo con el objeto de resolver la interrogante relacionada a la propagación del pulso óptico en la fibra.

La ecuación que describe la propagación del pulso óptico se expresara en función de operadores diferenciales de la misma forma que como se hizo en el Método de Propagación del Rayo. De la ecuación (2.1.4) para solitones ópticos temporales dentro de una fibra óptica, se puede escribir ahora de la forma:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\mathcal{D} + \mathcal{N})A \quad (3.5.1)$$

donde \mathcal{D} es el operador diferencial que representa a la dispersión y a la absorción en el medio lineal y \mathcal{N} es el operador que representa el efecto de las no-linealidades de la fibra en la propagación del pulso.

Estos operadores están dados por

$$\mathcal{D} = -\frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} \quad (3.5.2)$$

$$\mathcal{N} = i\gamma |A|^2 \quad (3.5.3)$$

en general la dispersión y la no-linealidad actúan juntas a lo largo de la fibra.

El Método de Fourier de Paso Dividido (split-step Fourier method) obtiene una solución aproximada ya que se asume que el campo óptico a lo largo de una distancia h los efectos dispersivos y no lineales se pueden considerar que actúan independientemente.

Esto se explica más específicamente si la propagación desde z hasta $z+h$ se lleva a cabo en dos pasos. En el primer paso la no-linealidad actúa sola y $\mathcal{D}=0$ en la ecuación (3.5.1). En el segundo paso la dispersión actúa sola y $\mathcal{N}=0$ en la ecuación (3.5.1).

Matemáticamente:

$$A(z+h, T) \approx \exp(h\mathcal{D})\exp(h\mathcal{N})A(z, T) \quad (3.5.4)$$



la ejecución del operador exponencial $\exp(hD)$ se realiza en el dominio de la frecuencia usando por definición:

$$\exp(hD)B(z,T) = \{F^{-1} \exp[hD(i\omega)]F\}B(z,T) \quad (3.5.5)$$

donde F representa la operación de la transformada de Fourier.

$D(i\omega)$ se obtiene de la ecuación (3.5.2) sustituyendo el operador diferencial por $(i\omega)$ y ω es la frecuencia en el dominio de Fourier. Cuando $D(i\omega)$ es solo un número en el espacio de Fourier la evaluación de la ecuación (3.5.5) es directa.

El algoritmo FFT hace la evaluación numérica relativamente rápida en la ecuación (3.5.5).

Para estimar la exactitud del Método de Fourier de paso Dividido, se nota que la solución exacta formalmente de la ecuación (3.5.1) esta dada por

$$A(z+h,T) = \exp[h(D+N)]A(z,T) \quad (3.5.6)$$

Si asumimos que N es independiente de z . En este punto es usual recalcar la formula de Baker-Hausdorff para dos operadores no-conmutados a y b

$$\exp(a)\exp(b) = \exp\left[a + b + \frac{1}{2}[a,b] + \frac{1}{12}[a-b, [a,b]]\right] \quad (3.5.7)$$

donde $[a,b] = ab - ba$.

La diferencia entre las ecuaciones (3.5.4) y (3.5.6) muestra que el SSFM ignora la naturaleza no-conmutada de los operadores D y N . Usando $a = hD$ y $b = hN$ el término de error dominante se encuentra como resultado de una pequeña conmutación $\frac{1}{2}h^2[D,N]$.

Por lo tanto el SSFM es exacto para el segundo orden en el paso dividido de tamaño h .

La exactitud del SSFM puede ser mejorado si adoptamos un procedimiento diferente para propagar el pulso óptico sobre un segmento desde z hasta $z+h$.

En este procedimiento la ecuación (3.5.4) se reemplaza por:

$$A(z+h,T) = \exp\left[\frac{h}{2}D\right] \exp\left[\int_N(z')dz'\right] \exp\left[\frac{h}{2}D\right] A(z,T) \quad (3.5.8)$$

la principal diferencia es que el efecto de no-linealidad se incluye a la mitad del segmento en lugar de que se encuentre un extremo. Debido a la forma simétrica de los operadores exponenciales en la ecuación (3.5.8) este método es conocido como Método de Fourier de Paso dividido Simétrico. La



integral a la mitad de la exponencial se usa para incluir la dependencia de z en el operador no-lineal \hat{N} . Si en el paso en donde el segmento de tamaño h es lo suficientemente pequeño, este puede ser aproximado por $\exp(h\hat{N})$, similar a la ecuación (3.5.4).

La mas valiosa e importante ventaja al utilizar al forma simétrica representada en la ecuación (3.5.8) es que permite que los resultados del termino de error de la doble conmutación en la ecuación (3.5.7) sea un error de tercer orden en el paso de tamaño h .

La exactitud del SSFM puede aun más mejorarse por la evaluación de la integral de la ecuación (3.5.8), que aproximando será muy cercana a la exactitud al evaluar $h\hat{N}(z)$. una simple aproximación sería usar una regla trapezoidal, es decir aproximar la integral de la forma:

$$\int h\hat{N}(z')dz' \approx \frac{h}{2} [\hat{N}(z) + \hat{N}(z+h)] \quad (3.5.9)$$

sin embargo la implementación de la ecuación (3.5.9) no es simple puesto que $\hat{N}(z+h)$ no es conocida a la mitad del segmento $z+h/2$.

Es necesario seguir un procedimiento iterativo a lo largo de la gafa, que es iniciado por el reemplazo de $\hat{N}(z+h)$ por $\hat{N}(z)$, en el cual se cambie progresivamente la distancia z y por lo tanto, los valores de los operadores diferenciales. Este procedimiento inicia un calculo de la ecuación (3.5.8) utilizando el valor $\hat{N}(z)$ y de $\hat{N}(z+h)$, recordando que $\hat{N}(z+h)$ después será el nuevo $\hat{N}(z)$ para el siguiente calculo.

La ecuación (3.5.8) es entonces usada para calcular $A(z+h, T)$ donde evidentemente nos proporciona el nuevo valor de $\hat{N}(z+h)$.

Aunque el procedimiento de iteración consume tiempo, este todavía puede reducir el total de tiempo de computo si el tamaño del paso h se incrementa, pero este esta directamente relacionado con la mejora la exactitud del algoritmo numérico.

La longitud de la fibra va ser dividida en un número de segmentos que no necesitan ser espaciados iguales, el pulso óptico se propaga desde un segmento a otro usando al ecuación (3.5.8).

Mas especificamente el campo óptico $A(z, T)$ primero se propaga para una distancia $h/2$ con solamente dispersión usando el algoritmo FFT y la ecuación (3.5.5) a la mitad del plano $z+h/2$,



el campo es multiplicado por el término no lineal, que representa los efectos no-lineales sobre el total del segmento de longitud h .

Finalmente el campo se propaga en la siguiente mitad del segmento $h/2$ únicamente con dispersión para obtener $A(z+h, T)$.

En efecto la no-linealidad está considerada en la mitad de cada segmento, obteniéndose resultados muy cerca de la realidad.

El SSFM ha sido aplicado a una gran variedad de problemas ópticos incluyendo la propagación de la onda en la atmósfera, en fibras de índice gradual, láseres, semiconductores, resonadores inestables y acopladores de guía de onda.

Aunque el método es directo, se debe considerar en su implementación el tamaño de los pasos a lo largo de z y de T , de tal manera que satisfaga los requerimientos de exactitud.

Típicamente el tamaño de la ventana es de 10 a 20 pasos el ancho del pulso. En algunos problemas una parte de la energía del pulso se puede extender tan rápidamente que puede ser difícil el evitar predecir que ocurre en la frontera de la ventana. Esto puede causar inestabilidades numéricas ya que la energía alcanza un límite de la ventana automáticamente y regresa al otro lado. Es usual utilizar una ventana absolvedora en la cual la radiación alcanza los límites, llevando la propagación del pulso más real y que algunas veces no se preserva dicho el pulso.



3.6 Algoritmo de Propagación de Rayo de Diferencia Finita

Las técnicas de propagación del rayo de diferencia finita fueron desarrolladas para dispositivos fotónicos (totalmente ópticos) con distribuciones de índice escalonado y arbitrariamente diferencias de índice grandes. Aunque en esta tesis se utiliza una guía de onda plana, es decir la más sencilla guía de onda, los dispositivos fotónicos requieren técnicas de simulación numérica eficiente y exacta. El método de propagación del rayo representa el instrumento más versátil para calcular la propagación de onda en los circuitos ópticos. Los diseños fotónicos de semiconductores utilizan guías de onda en donde frecuentemente existe un fuerte confinamiento de modos guiados. Por lo que existe una demanda particular en el desarrollo de algoritmos de propagación adecuados. La versión estándar del método de propagación del rayo, como se vio en el subcapítulo 3.3 resuelve la ecuación de onda escalar como un problema de valor inicial, paso por paso a lo largo de la dirección de propagación. La propagación de los campos se expande dentro un conjunto de ondas planas en un medio homogéneo, aplicando la transformada de Fourier discreta. La estructura de la guía de onda esta incluida por un término de corrección de fase multiplicativo. Esta técnica de corrección de fase es solo aplicable a las guías de onda con un gradiente de índice transversal pequeño, por lo tanto es adecuado para simular las propiedades de los dispositivos de óptica integrada. Se ha desarrollado métodos de propagación del rayo que resuelve la ecuación de Helmholtz con una combinación de aproximaciones del elemento finito y diferencia finita. Sin embargo esos métodos se basan en una aproximación paraxial por lo tanto sus aplicaciones se restringen a algunas guías de onda guiadas. Hay una técnica que se basa en el método de líneas y se resuelve la ecuación de Helmholtz [1]. Este método calcula las funciones eigen del campo en una malla de diferencia finita normal a la dirección de propagación. Los campos que se propagan se expresan en una combinación lineal de esas funciones eigen y la propagación de cada función eigen puede ser llevada a cabo analíticamente. En este subcapítulo se presenta un método de propagación del rayo de diferencia finita eficiente en tiempo: El método de expansión del vector eigen (EEM)[2]. El EEM se basa en el cálculo de los valores eigen y los vectores eigen. Este método resuelve la ecuación de Helmholtz para las componentes dominantes del campo usando una aproximación semivectorial la cual es una descripción suficiente de la propagación de onda dentro de circuitos ópticos.

**Método de Expansión del vector Eigen (EEM, en inglés)**

Se tiene primero ecuación de Helmholtz para la componente del campo eléctrico dominante E , considerando el sistema de referencia de la figura 3-6.1, la componente E_y es para modos TM y la componente E_x para los modos TE , que se aplican a una guía de onda isotrópica con distribución de índice escalonado,

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 n^2(x, y, z) \right] E = 0 \quad (3.6.1)$$

donde $n^2(x, y, z)$ representa la distribución del índice del diseño de la guía de onda y $k_0 = 2 \cdot \pi / \lambda$ es la constante de propagación en el espacio libre. La propagación de la onda es a lo largo del eje z . El operador de Laplace lateral se discretiza mediante una aproximación de diferencia finita uniforme, como se muestra en la Figura 3-6.1.

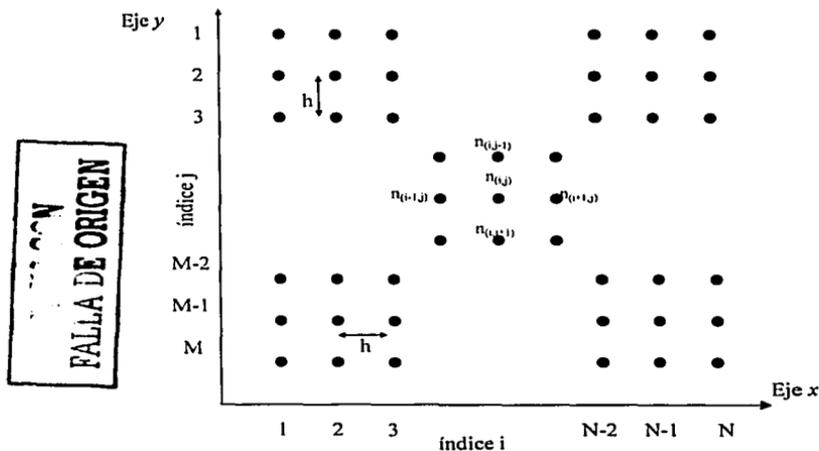


Figura 3-6.1. El operador de Laplace lateral se discretiza mediante una aproximación de diferencia finita uniforme

Para modos TE , aplicamos las siguientes ecuaciones de discretización para el operador de Laplace lateral en una formulación semivectorial:



$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] E_x \approx \left[\frac{2n_{i-1,j}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i-1,j}^2)} E_{i-1,j} + \frac{2n_{i+1,j}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i+1,j}^2)} E_{i+1,j} - \left[\frac{2n_{i,j}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i-1,j}^2)} + \frac{2n_{i,j}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i+1,j}^2)} + \frac{2}{h^2} \right] E_{i,j} + \frac{E_{i,j+1}}{h^2} + \frac{E_{i,j-1}}{h^2} \right] E_{i,j} \quad (3.6.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, M$$

Para modos *TM* se tiene

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] E_y \approx \left[\frac{2n_{i,j-1}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i,j-1}^2)} E_{i,j-1} + \frac{2n_{i,j+1}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i,j+1}^2)} E_{i,j+1} - \left[\frac{2n_{i,j}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i,j-1}^2)} + \frac{2n_{i,j}^2}{h^2(n_{i,j}^2 - n_{i,j+1}^2)} + \frac{2}{h^2} \right] E_{i,j} + \frac{E_{i+1,j}}{h^2} + \frac{E_{i-1,j}}{h^2} \right] E_{i,j} \quad (3.6.3)$$

$$i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, M$$

El sistema resultante de las ecuaciones diferenciales acopladas ordinarias para el campo discretizado *E* con componentes *N · M* es

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E + [A] \cdot E = 0 \quad (3.6.4)$$

donde tiene que ser resuelta la matriz *[A]* de orden *N · M*.

La solución para el campo en los puntos de discretización descritos por el vector *E(z)* consiste en una combinación lineal de soluciones fundamentales.

$$E(z) = \sum_{p=1}^{N \cdot M} a_p \phi_p \exp(\pm j\beta_p z) \quad (3.6.5)$$

o expresada en forma matricial:

$$E(z) = [P] \cdot [\exp(\pm j\beta_p z)] \cdot a \quad (3.6.6)$$

donde, los vectores eigen ϕ_p están dados por las columnas de la matriz *[P]*

$$[P] = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \dots, \phi_{N \cdot M-1}, \phi_{N \cdot M}] \quad (3.6.7)$$

y la matriz diagonal está dada por:



$$[\exp(\pm j\beta_p z)] = \begin{bmatrix} \exp(\pm j\beta_1 z) & \dots & 0 \\ \vdots & \exp(\pm j\beta_p z) & \vdots \\ 0 & \dots & \exp(\pm j\beta_{NM} z) \end{bmatrix} \quad (3.6.8)$$

el vector

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_p, \dots, a_{NM-1}, a_{NM}]^T \quad (3.6.9)$$

contiene los coeficientes de expansión.

Las constantes de fase β_p que viajan atrás y adelante, corresponden a los valores eigen q_p de la matriz $[A]$ según $q_p = \beta_p^2$

Los ϕ_p son los vectores eigen de la matriz $[A]$. Los coeficientes a_p están determinados por una distribución inicial del campo $E(z' = z_0)$ en un plano dado $z' = z_0$ usando la ecuación

$$a = [P]^{-1} \cdot E(z' = z_0) \quad (3.6.10)$$

esta operación representa una transformación del eje principal, es decir, la matriz $[A]$ está diagonalizada de acuerdo a:

$$[Q] = [P]^{-1} \cdot [A] \cdot [P] = \begin{bmatrix} q_1 & \dots & 0 \\ \vdots & q_p & \vdots \\ 0 & \dots & q_{NM} \end{bmatrix} \quad (3.6.11)$$

usando la ecuación (3.6.10), se puede escribir la ecuación (3.6.6) como:

$$\begin{aligned} E(z' = z + z_0) &= [P] \cdot [\exp(\pm j\beta_p z)] \cdot [P]^{-1} \cdot E(z' = z_0) \\ &= [B] \cdot E(z' = z_0) \end{aligned} \quad (3.6.12)$$



la ecuación (3.6.12) entonces describe la propagación a lo largo de la dirección positiva z incluyendo la distribución el campo inicial y un operador de la matriz de propagación discretizada tridiagonal¹ $[B]$ con

$$[B] = [P] \cdot [\exp(\pm j\beta_n z)] \cdot [P]^{-1} \quad (3.6.13)$$

en este método los vectores eigen y la matriz de valores eigen $[A]$ se calculan. Una condición es que la estructura en la dirección z sea uniforme. Por lo que en este método tiene la ventaja de que se puede escoger el tamaño de los pasos de la propagación z , es decir la guía de onda se reemplaza por una sucesión de segmentos de guía de onda uniformes. Los vectores eigen y los valores eigen entonces tienen que ser calculados para cada segmento de la guía de onda, por lo que si no se tiene un suficiente espacio de computo para la simulación de las estructuras de tres dimensiones, entonces será un problema para las rutinas matemáticas. Pero podemos disminuir ese espacio de computo para la simulación de las estructuras de tres dimensiones ya que el sistema de ecuaciones a resolver es tridiagonal y por lo tanto, es rápido de resolver y también es económico en lo que se refiere al espacio en la memoria para almacenar los coeficientes[3].

El método más eficiente para resolver este tipo de sistemas tridiagonales es el Método de Reducción de Crout.

Es conveniente que a partir la solución obtenida se utilice el método de la direcciones alternadas, que se muestra en la figura, 3-6.1. como la condición es que la estructura en la dirección z sea uniforme, el tamaño de los pasos de la propagación z es Δz por lo que la guía de onda se reemplaza por una sucesión de segmentos de guía de onda uniformes de tamaño Δz . El método calcula el campo de forma alternada haciendo el método estable. Esto se puede representar mediante la siguiente ecuación, donde la solución a una distancia Δz se puede obtener a partir de la condición inicial $E_{i,j}$, es decir:

$$E_{i,j}^{k+1} = E_{i,j}^{(k)} + B(E_{i-1,j}^{(k+1)} - 2E_{i,j}^{(k+1)} + E_{i+1,j}^{(k+1)}) + B(E_{i,j-1}^{(k)} - 2E_{i,j}^{(k)} + E_{i,j+1}^{(k)})$$

donde $k=1$ para la condición inicial, seguida por

$$E_{i,j}^{k+2} = E_{i,j}^{(k+1)} + B(E_{i-1,j}^{(k+1)} - 2E_{i,j}^{(k+1)} + E_{i+1,j}^{(k+1)}) + B(E_{i,j-1}^{(k+2)} - 2E_{i,j}^{(k+2)} + E_{i,j+1}^{(k+2)})$$

donde k es la componente del campo calculada de forma alternada.

Y así sucesivamente hasta la distancia z que se requiere ser simulado y terminar de representar, el número de segmentos para graficar en su totalidad la intensidad del campo eléctrico en la propagación del rayo. Este método es el más conveniente para un modelado en computadora de

¹ Las matrices tridiagonales son aquellas que no tienen elementos cero en la diagonal principal y en las disposiciones adyacentes a la diagonal, son de una importancia especial en ciertas ecuaciones diferenciales parciales. Por lo que la mejor de las estructuras en bandas es tridiagonal con la correspondiente economía de almacenamiento y velocidad de solución.



interacciones escalares solitón-solitón porque se ha probado ser muy efectivo, preciso y rápido. La principal ventaja de éste método es que puede describir la evolución de los rayos ópticos espaciales en guías de onda ópticas con parámetros físicos variables. El método se realizará basándose en la ecuación no-lineal de Schrödinger, utilizando la aproximación de diferencias finitas para los operadores de derivación transversales, el esquema aproximado longitudinal con direcciones variables y el algoritmo de reducción de Crout para la solución de sistemas de ecuaciones con tres diagonales. En la figura 3-6.2 se muestra un rayo en una guía de onda plana con un ancho de $10\mu\text{m}$, de una longitud $100\mu\text{m}$ y un espesor de $2\mu\text{m}$ utilizando el método de propagación del rayo de diferencia finita, en donde obviamente cambia la escala para su presentación en una ventana, pero los valores obtenidos en su solución se guardan en una matriz cuyo tamaño depende de las distancias de los segmentos para obtener una solución mas exacta.



Figura 3-6.2 Se muestra un rayo en una guía de onda plana no-lineal donde se forma un solitón con un ancho de $10\mu\text{m}$, de una longitud $100\mu\text{m}$ y un espesor de $2\mu\text{m}$ utilizando el Método de Propagación del Rayo de Diferencia Finita.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



3.7 Conclusiones del Capítulo III

Es posible utilizar métodos analíticos como una poderosa herramienta para el diseño de cualquier tipo de estructuras de guías de onda existentes en un circuito óptico práctico, incluso estructuras avanzadas. En la literatura se encuentran métodos que permiten analizar el comportamiento de la luz en las guías de onda. Se comenzó con el Método de Índice Efectivo (EIM) que puede ser usado para encontrar la constante de propagación en cualquier tipo de guía de onda de manera sencilla, permitiendo el cálculo rápido del perfil del campo. El Método del Elemento Finito (FEM) es utilizado frecuentemente en el análisis de estructuras de dimensiones pequeñas ya que en el EIM presentaría grandes deficiencias y no necesita requerimientos grandes de memoria. El Método de Propagación de Rayo (RPM) describe como se propaga las ondas de luz en una guía de onda plana siempre y cuando permanezcan estacionarias. Se basa en la ecuación de Helmholtz, en donde una sola función n representa la distribución de los índices y solo puede manejar al rayo guiado a través de la guía y a los rayos que viajan cerca de la dirección de propagación. Este método se divide en tres partes o tres funciones exponenciales, en donde el primer y tercer miembro de la ecuación puede calcularse de manera sencilla utilizando transformadas de Fourier, el segundo miembro puede ser calculado por una técnica iterativa. El Método de Diferencias Finitas (FDM) permite la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales definidas en una región de trabajo finita y constituye un mecanismo idóneo para la resolución de problemas electromagnéticos. Se define la región de trabajo donde ha de calcularse el valor de la función incógnita a resolver, esa región se discretiza en un número variable de puntos formando una malla o matriz rectangular, ya que al aplicar el método dará como resultado conocer el valor de la función incógnita en cada uno de esos nodos. El Método de Fourier de Paso Dividido en Fibras Ópticas (MFPDFO) se utiliza para resolver el problema de la propagación del pulso dentro de un medio no lineal dispersivo. La velocidad de este método es mayor comparado con la velocidad de los métodos de diferencias finitas, ya que se usan la transformada rápida de Fourier. La ecuación que describe la propagación del pulso óptico se expresa en función de operadores diferenciales de la misma forma que el RPM. El MFPDFO obtiene una solución aproximada ya que se asume que el campo óptico a lo largo de un segmento h en su propagación, efectos dispersivos y no lineales se consideran que actúan de manera independiente y su exactitud puede ser mejorada. El Método de Propagación del Rayo de Diferencia Finita (MPRDF) es más eficiente en tiempo, en donde se utiliza un algoritmo conocido como EEM, donde su técnica se basa en un método de líneas que resuelve la ecuación de Helmholtz. Este método calcula las funciones eigen del campo en una malla de diferencia finita



normal a la dirección de propagación. Los campos que se propagan se expresan en una combinación lineal de esas funciones eigen y la propagación de cada función eigen puede ser llevada a cabo analíticamente. Como en el RPM se puede escoger el tamaño de los pasos de propagación z , por lo que la guía de onda se reemplaza por una sucesión de segmentos de guía de onda uniformes. Tanto los vectores eigen y los valores eigen son calculados para cada segmento de la guía de onda. Este sistema de ecuaciones se resuelve muy rápido por ser un sistema tridiagonal mediante el método de reducción de Crout y se obtiene una mayor estabilidad con el método de direcciones alternadas. Este MPRDF es el mas conveniente para el modelado por computadora de las interacciones escalares solitón - solitón ya que describe la evolución de los rayos ópticos en las guías de onda con parámetros físicos variables.



Referencias del Capítulo III

- [1] J. Gerdes and R. Pregla "Beam propagation algorithm based on the method of lines" J. Opt. Soc. Amer. B. vol.8, no 2, pp. 389-394., 1991.
- [2] Lee, P.C., Schulz D. and Voges E., "Three- Dimensional Finite Difference Beam propagation Algorithms for Photonic Devises". J. of Lightwave Tecnology , vol. 10, no. 12, December 1992.
- [3] Curtis F.Gerald, Análisis Numerico, Editorial Alfaomega, Segunda edición, México, p85, p352, p 419
- [4] Agrawal , Govind P. Nonlinear Fiber Optics. Second Edition, Academic Press, USA
- [5]G. I. Stegeman, and M. Segev. "Optical Spatial Solitons and Their Interactions: Universality and Diversity". Science, Vol. 286, pp. 1518-1523. 1999.
- [6]Kolokolstev, O. Apuntes de Nuevos Componentes Ópticos para Comunicaciones Ópticas de Alta Velocidad. 2000.

CAPITULO 4
EXPERIMENTOS NUMÉRICOS
RELACIONADOS CON INTERACCIONES
ENTRE SOLITONES ESPACIALES
EN GUÍAS DE ONDAS.



4 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS RELACIONADOS CON INTERACCIONES ENTRE SOLITONES ESPACIALES EN GUÍAS DE ONDAS.

Aquí, se considero un switch totalmente óptico basado en guías de onda de dieléctrico dinámicas inducidas por las interacciones elásticas principalmente entre solitones espaciales coherentes (1+1)D en películas delgadas no lineales tipo Kerr. Entonces las llamadas interacciones coherentes son atractivas porque estas son, en general, bien estudiadas, y a diferencia de las interacciones incoherentes, pueden operar con fuentes de láser equivalentes. Hay que recalcar que, sólo hay algunas propuestas en donde estos dispositivos prácticos son considerados.

Se requiere para la realización práctica de las interacciones coherentes que se superen los siguientes fenómenos indeseables.

- Se sabe que si dos solitones espaciales colisionan con un ángulo φ , comparado con los espectros angulares ($\delta\theta$) se tiene entonces un ligero traslape y las trayectorias del solitón después de la interacción **dependen fuertemente** de la diferencia relativa de fase inicial ($\delta\phi_m$) entre los rayos de bombeo, entonces este proceso se conoce como interacción lenta.

$$\varphi \approx \delta\theta \quad \text{INTERACCION LENTA} \quad (4.0.1)$$

Por lo tanto, para la operación estable con esta interacción y generar el switcheo óptico controlable en el ruteo totalmente óptico requiere tanto de láseres de bombeo con un sintonizador de fase (phase-locking), o si es usado un solo láser de bombeo con un splitter, se puede modular la amplitud a una alta velocidad en una salida del Splitter.

- El efecto de dependencia de fase puede ser eliminado usando la interacción rápida geométrica, esto es cuando $\varphi \gg \delta\theta$. En este caso los solitones pasan a través de ellos, experimentando solo un cambio de posición (Δ) del orden del ancho del rayo, pero conservando sus ángulos y perfiles de propagación.

$$\varphi \gg \delta\theta \quad \text{INTERACCION RÁPIDA} \quad (4.0.2)$$

Que Δ sea independiente de $\delta\phi_m$ es muy importante ya que puede ser usado para switcheo totalmente óptico espacial. Sin embargo, la desventaja de este caso es que Δ es pequeño si solo



ocurre una simple colisión [1], pero en esta tesis se resolvió este problema después de que fue provocada una separación entre puertos de salida o canales de guía de onda acoplados, con colisiones múltiples y guías de onda divergentes.

En el capítulo anterior se mostró que el mejor método para el análisis de la propagación de solitones en una guía de onda plana fue el método de propagación del rayo de diferencia finita en complemento con el método de direcciones variables para su estabilidad y el algoritmo de reducción de Crout para la solución de sistemas tridiagonales. El método de propagación del rayo de diferencia finita se implementó en un programa que se desarrolló en el Laboratorio de Fotonica de Microondas del Centro de Ciencia Aplicada y Desarrollo Tecnológico UNAM, basado en el lenguaje de programación Visual C++. El programa llamado Opticscheme tiene la capacidad de simular la propagación de rayos de luz y con las condiciones necesarias, los solitones espaciales coherentes y sus interacciones en estructuras ópticas integradas irregulares, ya que mantiene las características del rayo auto atrapado publicadas en artículos donde describen teóricamente que ocurre con el fenómeno Solitón. Opticscheme fue probado en el caso cuando dos rayos al propagarse son dos solitones que se atraen y se repelen a lo largo de una guía dependiendo de la diferencia relativa de la fase inicial, coincidiendo con lo publicado [2]. Los rayos de cv de excitación tienen un perfil Gaussiano.

Los parámetros directos que se controlan en la propagación de rayos auto atrapados o solitones en este programa son principalmente:

- Ancho del rayo incidente D_0 ,
- Intensidad del Rayo Gaussiano incidente I ,
- Longitud de Onda λ ,
- Ángulo de Incidencia φ ,
- Diferencia de Fase Relativa Entre Solitones $\Delta\phi_m$,
- Dimensión y Forma de las guías de onda.

Por lo tanto, a partir de ello y con una base sólida, en esta tesis se llevó a cabo el análisis numérico de las simulaciones para la conmutación óptica en una estructura de guía de onda plana tipo Kerr donde se puede formar un solitón espacial de manera estable.

Con ayuda de nuevos materiales no-lineales, que son la clave en el rápido proceso de información y de aplicaciones de almacenamiento óptico permanente o dinámico, los nuevos efectos mostrados en esta tesis (basados en la interacción de solitones espaciales) dan la pauta para generar más



investigación con la tecnología de los solitones ampliamente estudiada en el mundo. Se consideró, como base para nuestros experimentos, una guía de onda no lineal de sulfanato paratolueno polidiacetileno (PDA-PTS) sobre un sustrato de SiO_2/Si ($n_0 = 1.88$, $n_2 = 2.2 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{W}$ con $\lambda = 1.5 \text{ } [\mu\text{m}]$). Éste material posee, hasta ahora, el más alto índice de refracción no lineal [3], utilizándolo en una película delgada para que con ayuda de la difracción establecer las condiciones para crear dos solitones espaciales, y con su interacción crear un switch totalmente óptico como una solución tecnológica. Se están desarrollando en los laboratorios de investigación de todo el mundo nuevos materiales no-lineales que permitirían reducir la potencia de 20Watts utilizada actualmente con PDA-PTS ya que para un sistema de comunicaciones se necesitan solamente algunos miliwatts. La importancia de este trabajo con los dispositivos de switcheo totalmente óptico aquí desarrollados es que permite mostrar nuevos efectos basados en la interacción de solitones espaciales. Se pasaron por varias estructuras para obtener la mejor solución y resolver nuestro problema. El análisis para generar un switch se divide a grandes rasgos en:

- *Tres etapas utilizando a los solitones como señales,*
- *y nuevas propuestas con canales en donde intervienen dos tipos de señales.*

En la configuración del switch, el "1" lógico es cuando existe presencia del solitón en uno de los puertos, ya sea de la entrada o la salida, mientras que cuando el solitón desaparece, entonces lo llamamos "0" lógico. Cuando los solitones funcionan como señales se puede crear el switcheo ultrarrápido totalmente óptico. En los canales ópticos perfectos formados por los solitones se puede formar un switch totalmente óptico funcionando con señales débiles ortogonales a la polarización de los solitones excitados, que se pueden conectar y ser transparentes en las redes de fibra óptica actuales.

Encontrando nuevos efectos en el análisis del switch espacial óptico con los tres prototipos o tres etapas cuando los solitones funcionan como señales en el dispositivo, recordando que los parámetros no lineales dan respuestas de switcheo en femtosegundos. Manejar a los solitones como señales son una nueva forma de generar nuevos dispositivos que en un futuro serán posiblemente más utilizados cuando los materiales sean desarrollados con facilidad. Dentro de este análisis de nuevos efectos se encontró que ahora y por supuesto en un futuro, se pueden crear dispositivos de procesamiento para la red totalmente óptica. Otra línea de investigación es usar a los solitones para formar canales perfectos y realizar estructuras que se puedan reconfigurar ópticamente utilizando las interacciones solitón-solitón para guiar señales débiles.



La primera etapa consiste en un arreglo de dos guías de onda separadas por una barrera de potencial, es decir, mediante un pozo cuántico, dicha estructura arroja resultados importantes por primera vez mostrados de amplificación basado en un fenómeno inelástico donde se puede obtener un intercambio de energía entre solitones y teniendo el funcionamiento básico de un switch.

La segunda etapa consiste en un arreglo de dos guías de onda no-lineales rectangulares, donde se obtuvieron las condiciones de independencia de amplitud y de fase. Se tiene en esta etapa el principio para una mejor solución de switcheo espacial, proponiendo el desplazamiento espacial Δ inherente en las colisiones de los solitones. Este dispositivo en sus dimensiones es adecuado para el switcheo permitiendo la creación de puerto de salida al final de la guía.

La tercera etapa, después de la experiencia obtenida de las dos etapas anteriores, consiste en un arreglo de guías rectangulares y una guía de onda divergente que mantiene las condiciones de independencia de fase y de amplitud, transformando Δ en una diferencia angular que permite en una distancia, obtener una resolución espacial mayor entre puertos de salida que pueden ser necesarios si se desea la conexión a una fibra óptica, arrojando esta una solución tecnológica muy adecuada.

Propuestas adicionales que generan nuevas líneas de investigación cuando los solitones son prácticos porque son capaces de formar canales ópticos perfectos que pueden guiar y dirigir los rayos de las señales débiles. Con estos canales se puede mostrar también el switcheo totalmente óptico de señales débiles y permiten realizar estructuras que se pueden reconfigurar ópticamente utilizando las interacciones solitón-solitón.

Consideraciones Preliminares

Los siguientes valores de ángulos de incidencia se encontraron durante el análisis, teniendo un punto de partida y que se consideran en todas las etapas, ya que son características de las interacciones rápidas utilizadas. Para interacciones rápidas se necesita como lo dice la ecuación (4.0.2) que el ángulo φ sea lo suficiente grande respecto a $\delta\theta$.

Se encontró que los solitones pasan a través de ellos con un desplazamiento espacial Δ del orden de D_0 siempre igual para los casos extremo ($\delta\phi = 0^\circ$ y $\delta\phi = 180^\circ$) a partir de $\varphi = 2^\circ$, siendo entonces independientes de la fase.

Para $\varphi \gg \delta\theta$, entonces se puede considerar dicho ángulo como

$$\varphi = 2^\circ$$

(4.0.3)



Entonces los solitones equivalentes después de la interacción rápida entre ellos son constantes y no depende de la diferencia relativa de fase inicial.

Se concluye que para ángulos de incidencia entre solitones mayores a $\varphi > 2^\circ$ la diferencia relativa de fase entre solitones puede despreciarse. Con esto, para nuestro análisis se requieren de ángulos de incidencia

$$\varphi > 2^\circ \quad (4.0.4)$$

Teniendo interacciones rápidas al aumentar el ángulo entre solitones, el desplazamiento espacial Δ decrece paulatinamente, hasta que para:

$$\varphi \geq 10^\circ \quad (4.0.5)$$

el desplazamiento es nulo ($\Delta=0$).

Teniendo un rango de

$$2^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ \quad (4.0.6)$$

en donde se tiene independencia de fase y un desplazamiento espacial en la interacción rápida de solitones.

Otro valor que se debe de considerar es el valor crítico en la oscilación entre la interacción de solitones siendo significativo en:

$$\varphi = 0.4^\circ \quad (4.0.7)$$

Estas condiciones preliminares de ángulos de incidencia se consideran en las interacciones rápidas elásticas o inelásticas.



4.1 Análisis Numérico de la Interacción Entre Solitones Espaciales en Guías de Onda con Barrera de Potencial.

Por primera vez fue demostrado que con una barrera de potencial en guías de onda no-lineales por donde se efectúa la interacción rápida **entre solitones espaciales es inelástica**. Los resultados observados en este arreglo permiten la amplificación de pulsos ópticos utilizando la interacción rápida inelástica cuando los solitones sean señales en un dispositivo de *switch*. Recordando que la interacción rápida entre solitones es elástica, es decir pasan a través uno del otro en la colisión sin intercambio de energía utilizando simplemente una guía de onda no-lineal sin dicho pozo cuantico.

En esta propuesta se muestran un par de guías de onda no-lineales planas rectangulares separadas por aire, refiriéndonos como barrera de potencial existente entre ellas, como se muestra en la figura 4-1.1, donde se hacían incidir dos solitones con amplitud S_1 y S_2 , el ancho del rayo fue de $D_0 = 4 \mu m$ y su intensidad del rayo gaussiano de $1 [au]$. Para obtener una solución adecuada, su análisis se baso en la dependencia del ángulo de incidencia de los solitones φ (como se muestra en la figura 4-1.), de los parámetros de la barrera de potencial entre los solitones, de la diferencia relativa de fase inicial $\delta\phi$ y de variar la intensidad de cada solitón.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 4-1.1a

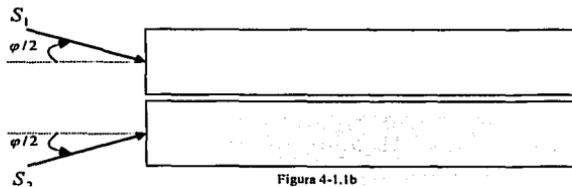


Figura 4-1.1b



- el ángulo de incidencia y
- la distancia entre la Barrera de Potencial.

En una sola guía de onda de las que se muestran en la figura 4-1.1b, se vario el ángulo de incidencia $\phi/2$ de uno de los solitones, manteniendo fijo el otro, teniendo por lo tanto un distinto ángulo de incidencia entre solitones en el rango (4.0.6) de las condiciones preliminares.

La distancia entre la separación de dos guías de onda lineales, donde existía la barrera de potencial se vario desde $0.1 \mu m$ a $1 \mu m$ recordando que el índice de refracción entre estas guías era aire.

Variación 0.1, 0.2, ..., $1 \mu m$ (4.1.1)

Del análisis de esta interacción se observo que si la distancia en el rango entre guías era corta, existía un mayor tiempo en el intercambio de energía entre solitones equivalentes (misma amplitud y misma fase). En una distancia mas corta se tienen resultados en donde una sola salida a un ángulo determinado tiene la mayoría de la energía de los dos solitones, por lo que la distancia más adecuada fue $0.2 \mu m$. Las pruebas mostraron que con esta distancia se podía obtener aproximadamente ya el 100% de la totalidad de la energía intercambiada, este 100% se obtiene si se usa esta distancia al mismo tiempo con una diferencia de fase determinada, por lo que las próximas pruebas mostradas de este subcapítulo ya se utiliza esta separación entre guías.

4.1.1 Amplificador de Pulsos Ópticos Utilizando Interacción Inelástica.

Efecto de Switcheo causado por la Diferencia de fase entre solitones $\delta\phi$.

Como se están considerando en la propagación, solitones con la misma fase e intensidad (solitones equivalentes), si parten los dos del centro de cada una de su guía correspondiente, no hay intercambio significativo de energía, como lo muestra la figura 4-1.3b. Pero si el punto de incidencia en una de las guías, parte de una distancia más alejada de la barrera de potencial (o del pozo cuántico) entonces este solitón absorbe la mayoría de la energía con un ángulo determinado en la salida. Este cambio de punto de incidencia es un desplazamiento espacial que se puede lograr con un dispositivo que maneje interacciones rápidas sin barrera de potencial ya que genera un desplazamiento espacial en la colisión de dos solitones tipo Kerr equivalentes, prediciendo este fenómeno en un arreglo con ambos dispositivos para obtener el switcheo y la amplificación. Se



puede decir entonces que este cambio espacial produce una diferencia de fase entre los solitones equivalentes.

La figura 4-1.3a muestra el cambio de la coordenada de incidencia y_0 donde se muestra un corrimiento a partir del centro de la guía donde se excita el S_1 es de aproximadamente $1 \mu\text{m}$.

Al variar directamente la diferencia relativa de fase inicial $\delta\phi$ entre los solitones, se encontró en esta estructura una dependencia. El parámetro $\delta\phi$ se considero el rango desde el mínimo cambio de fase hasta el máximo cambio de fase que puede existir entre solitones, $0^\circ \leq \delta\phi \leq \pm 180^\circ$. En cada diferencia de fase se tiene un valor determinado de intercambio de energía y una dirección de la salida de los solitones, teniendo el valor más importante a $\delta\phi = \pm 7^\circ$ para obtener el 100% de intercambio de energía, como lo muestra la figura 4-1.3e y la figura 4-1.3f mostrando el efecto de switcheo. Las figuras 4-1.3b, 4-1.3c y 4-1.3d muestran el comportamiento de la interacción inelástica con la diferencia de fase entre solitones y observando el comportamiento con los valores considerados extremos $\delta\phi = 0^\circ$ y $\delta\phi = 180^\circ$ que en las interacciones elásticas son determinantes.

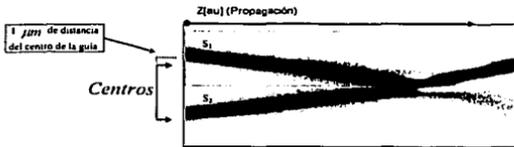


Figura 4-1.3a. Desplazamiento espacial de incidencia de S_1 de $1 \mu\text{m}$ con diferencia de fase inicial de $\delta\phi = 0^\circ$

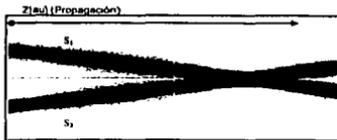


Figura 4-1.3b $\delta\phi = 0^\circ$



Figura 4-1.3c $\delta\phi = 90^\circ$

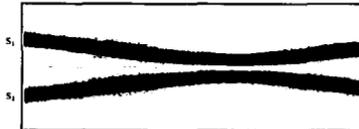


Figura 4-1.3d $\delta\phi = 180^\circ$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

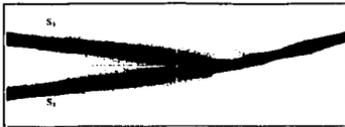


Figura 4-1.3c $\delta\phi = 7^\circ$



Figura 4-1.3f $\delta\phi = -7^\circ$

Por lo tanto, se puede obtener un switcheo con este dispositivo pero depende de la diferencia de fase. El efecto provocado por la interacción inelástica genera el switcheo de las señales y la amplificación en la salida del dispositivo en el doble, es decir 3dB. Si implementamos un modulador de fase en este arreglo podemos tener el dispositivo de switcheo totalmente óptico que amplifica la señal, aunque no hay que olvidar ese desplazamiento espacial en donde se obtiene un switcheo también.

Efecto de Switcheo causado por la intensidad de los solitones.

Se puede observar que el efecto provocado por la interacción inelástica genera el switcheo de las señales y la amplificación en la salida del dispositivo en el doble de intensidad, es decir aproximadamente 3dB. En la propagación de los solitones con la misma fase, si la intensidad entre ellos es la misma entonces no hay intercambio de energía como lo mostró la figura 4-1.3b, ni cambios en la dirección de su propagación dentro de las guías de onda. Pero si uno de los solitones tiene un cambio en la intensidad en un rango del

$$[0.1\% \text{ a } 20\%]$$

$$(4.1.2)$$

a la salida se puede tener el switcheo pero en un rango de amplificación de varía de [3dB a 0dB]. En las figuras 4-1.4a y 4-1.4b se muestra que al variar el parámetro intensidad de un solitón, se genera el efecto de switcheo y al mismo tiempo se obtiene amplificación a la salida del dispositivo. La figura 4-1.4c muestra que uno de los solitones tiene un cambio en la intensidad en un 10%, teniendo el switcheo, pero en la salida tiene una amplificación 2.04dB. La figura 4-1.4d muestra que uno de los solitones tiene un cambio en la intensidad en un 20%, teniendo el switcheo, pero en la salida ya no existe amplificación obteniéndose aproximadamente 0dB. Por lo tanto, si se puede manipular la fase en la implementación de este dispositivo totalmente óptico, entonces se tendría un amplificador paramétrico basado en la interacción de solitones espaciales.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

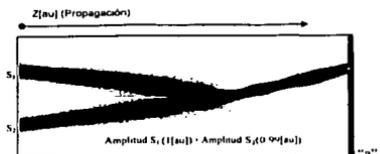


Figura 4-1.4. Interacción inelástica. Fig. "a" $S_1 > S_2$ en un 0.1%.

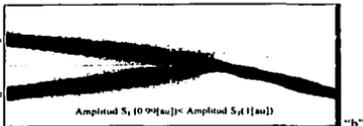


Fig. "b" $S_2 < S_1$ en un 0.1%, $|u|$.

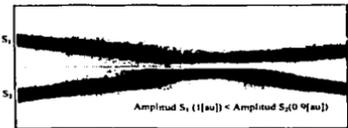


Figura "c". $S_1 < S_2$ en un 10%.

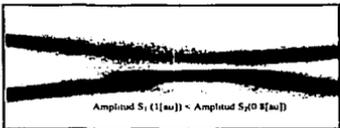


Figura "d". $S_1 < S_2$ en un 20%

Este fenómeno encontrado permite generar dispositivos en donde además de switchear se puede amplificar la señal en el dispositivo. En la actualidad son muy pocos los elementos ópticos que pueden ser plurifuncionales o elementos clave que son importantes para la conmutación espacial, la conversión de longitud de onda o selección de la misma y la amplificación, ya que la industria busca la integración o bien híbrida o monolítica en guías de onda pasivas, para proporcionar funciones de encaminamiento y de proceso, y este dispositivo con estas características lo puede proporcionar. Se tiene que recalcar que la mayoría de los amplificadores paramétricos tienen dependencia de fase y este dispositivo no es la excepción. Nuestro objetivo es buscar un switch totalmente óptico independiente de la fase entre solitones espaciales.



4.2 Análisis Numérico de la Interacción Entre Solitones Espaciales en Guías de Onda Rectangulares

Este análisis basa su propuesta a partir de que las colisiones múltiples generan corrimiento espacial Δ suficiente para el switcheo totalmente óptico espacial, donde sus puertos de salida están suficientemente separados para no influir entre ellos, utilizando interacciones rápidas elásticas. La segunda etapa consiste en dos guías de onda rectangulares con diferente ancho, como se muestra en la figura 4-2.1. Al tratar de aprovechar el corrimiento espacial Δ del orden de D_0 que se genera de los solitones con cada una de las interacciones rápidas como se muestra en la figura 4-2.2, se proponen varias interacciones para lograr un corrimiento que proporcione separación entre puertos de salida. Se observó en esta estructura que se pueden generar dispositivos de switcheo de aproximadamente 7 mm.

Tomando en consideración las **Condiciones Preliminares** se sabe que para ángulos de incidencia φ mayores a 2° , las interacciones entre solitones tipo Kerr equivalentes en una guía de onda plana son independientes de la diferencia relativa de fase $\delta\phi$. Por lo que el ángulo de incidencia entre solitones es de $\varphi=2^\circ$. Esta propuesta solo utiliza dos colisiones entre solitones, que son suficientes para mostrar el efecto de switcheo.

Aunque el cambio en la amplitud de los solitones en las interacciones rápidas no depende de la diferencia de fase inicial, dentro del rango de potencia de formación, sigue existiendo este corrimiento. Se tiene por lo tanto un solitón de señal S_1 y el solitón de control S_2 .

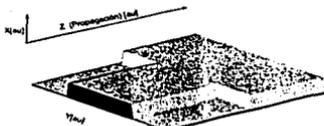


Figura 4-2.1

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

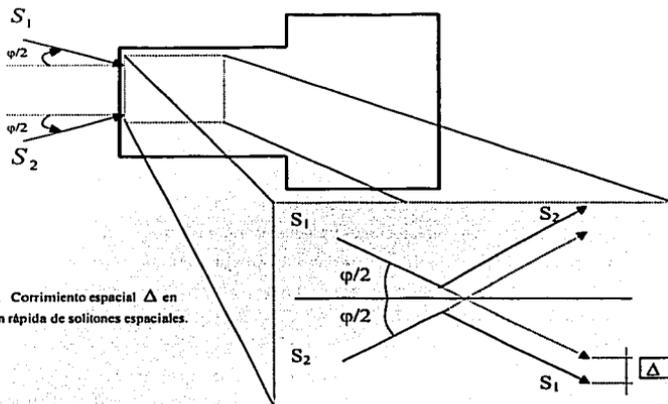


Figura 4-2.2. Corrimiento espacial Δ en la Interacción rápida de solitones espaciales.

En la figura 4-2.2 se observa el comportamiento de la interacción de los solitones espaciales dentro de la primera zona de interacción en el arreglo constituido por dos guías de onda rectangulares, donde la primera guía de onda tiene un ancho de $20 \mu\text{m}$ por 3.4 mm de largo y la segunda guía de onda tiene un ancho de $40 \mu\text{m}$ por 3 mm de largo, haciendo incidir un ancho del rayo gaussiano de $D_0 = 4 \mu\text{m}$. Lo que se encontró en esta etapa fue que se podía tener una resolución espacial suficiente para que no exista un acoplamiento de guías en los puertos de salida, lográndose con dos interacciones como se muestra en la figura 4-2.3a que describe su perfil de intensidad, mientras que en "b" y "c" muestran la propagación de solitones independientes. Su respectiva imagen del lado derecho para cada propagación de los solitones y mostrando su estabilidad del ancho a media potencia "d) e) f)". Se encontró que el ángulo entre solitones es de $\varphi = 2^\circ$ para que se pueda obtener el máximo corrimiento espacial y que la diferencia entre los desplazamientos sea la misma para los casos extremos en donde la diferencia de fase tome gran relevancia, ($\delta\phi = 0^\circ$ y $\delta\phi = 180^\circ$), dándonos una estabilidad siempre con las interacciones ya independientes de fase, esta etapa se muestra la propagación de solitones de la misma intensidad y sin diferencia de fase inicial.

Para una conexión directa a una fibra óptica los puertos de salida por lo menos deben de estar separados $100 \mu\text{m}$ y se tendría que implementar otras guías de onda de forma curva para separarlas, sin perder de vista que los solitones solo son estables unos pocos centímetros[2].



Básicamente en esta etapa se aprovecho el desplazamiento que se obtiene por la interacción rápida de solitones para el funcionamiento del dispositivo, ya que cada una de las colisiones provoca una separación, lográndose un desplazamiento espacial resultante. En la Figura 4-2.4 se observa el funcionamiento del dispositivo, el régimen de colisión múltiple es provocado por la reflexión del solitón en las paredes de la guía de onda. Existe un primer desplazamiento espacial en la primera interacción rápida y después gracias a la forma de la estructura se puede lograr una segunda interacción provocando un desplazamiento mayor. El solitón 1 o el solitón 2 cuando son excitados de forma independiente siguen una trayectoria, obteniéndose un puerto de salida para cada uno, y cuando se excitan al mismo tiempo este puerto de salida cambia, formándose así el switcheo totalmente óptico. Se observa en esta estructura que los solitones excitados independientemente o en la interacción llevan la misma dirección de propagación, teniendo las trayectorias de los solitones paralelas.

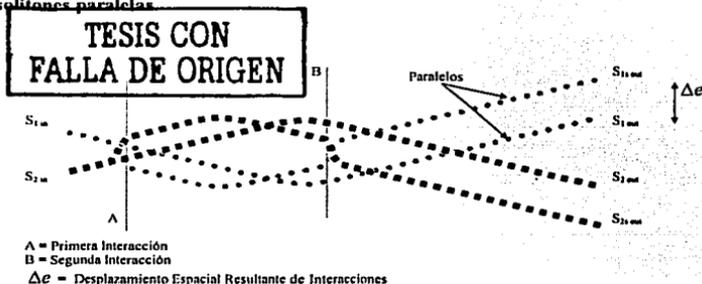


Figura 4-2.4. Desplazamiento Obtenido de Interacciones.

Hasta este momento se tiene el efecto de switcheo deseado, pero si se pretende que este dispositivo se adapte directamente a fibras ópticas, entonces la resolución de puertos en las salidas no es suficiente. Estas trayectorias son un factor importante para que no sea fácil adaptarlas a una fibra, ya que esto se lograría si se implementa en las salidas nuevos elementos como guías curvadas o con muchas interacciones que llevarían a la implementación de más tramos con diferentes anchos hasta una longitud determinada. En la figura 4-2.5 se muestran las salidas de los solitones al final de las guías de onda a aproximadamente $6400 \mu m$. Las graficas "a) b)" muestran la salida de cada uno de los solitones sea S_1 o S_2 , con línea punteada respecto a la interacción cuando S_1 es la señal y en la presencia del solitón de control S_2 , mostrando que no existe acoplamiento en los puertos de salida. En la grafica "c)" se observa todas las salidas del dispositivo, las salidas de la interacción con línea continua, mostrando una separación espacial con las salidas de los solitones cuando no



existe la presencia de la interacción, líneas punteadas, con una distancia aproximada entre ellas de $8 \mu m$ a media potencia.

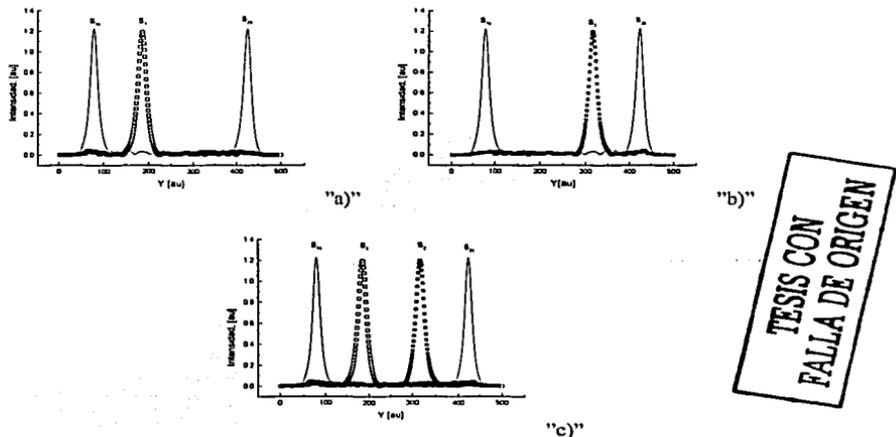


Figura 4-2.5 Salidas de los solitones en el dispositivo propuesto de la segunda etapa.

- a) Salida S_1 respecto a la interacción. b) Salida S_2 respecto a la interacción. c) Separación espacial entre salidas del dispositivo.

En las salidas se observa como lo muestra la Figura 4-2.4 que tienen siempre la misma dirección tanto los solitones interactuando como los solitones independientes de control y de señal. Lo que se busco fue separar las salidas con un número determinado de interacciones para obtener $100 \mu m$, que es lo necesario para un fibra óptica pero es muy difícil lograr la separación de dichas salidas, ya que la distancia crece notablemente con la existencia de más interacciones donde la distancia es muy grande comparada con la primera propuesta ($6400 \mu m$), el tiempo en la respuesta lógicamente es mayor, además de que los solitones espaciales solamente pueden existir algunos centímetros y esta etapa podía alcanzar dimensiones mayores. Por lo tanto esta propuesta nos entrega el switch totalmente óptico pero una dirección de propagación paralela. En la próxima etapa se muestra como cambiar esta dirección y así reducir el tamaño del dispositivo para una mayor separación en los puertos de salida.



4.3 Análisis Numérico de la Interacción Entre Solitones Espaciales en Guías de Onda con Paredes Divergentes.

Este análisis consiste en un arreglo de guías no-lineales rectangulares y una guía de onda divergente no-lineal como se muestra en la figura 4-3.1., que mantiene las condiciones de independencia de fase y de amplitud, transformando Δ en una diferencia angular que permite en una distancia, obtener una resolución espacial mayor entre puertos de salida sin necesidad de tantas colisiones o utilizar mas elementos necesarios en la conexión directa a una fibra óptica, arrojando esta una solución tecnológica muy adecuada. Para la creación del dispositivo en esta etapa se necesito de una guía divergente que cambiara el ángulo de la dirección de propagación del rayo, pero que no fuera con una divergencia tan pronunciada, únicamente para variar lo suficiente la dirección de propagación del solitón, ya que después de muchas pruebas se logro que no perturbara al rayo auto-atrapado y que permaneciera gracias a la reflexión total interna dentro del arreglo de guías de onda. La guía divergente cambia muy poco el ángulo de la propagación del rayo auto atrapado y por lo tanto solo cambia la ubicación de los puertos de salida de los solitones en la distancia. Este cambio de dirección beneficia al dispositivo, ya que primero los puertos de salida puedan tener una resolución suficiente para conectarse a una fibra óptica y segundo las dimensiones del dispositivo se reducen, comparado con la segunda etapa no se tiene un dispositivo demasiado grande.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

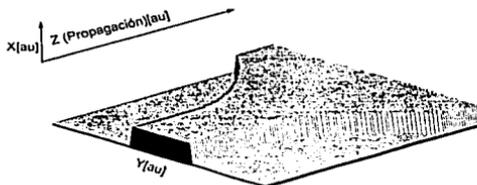


Figura 4-3.1 Arreglo de guías con guía divergente que cambia la dirección de propagación del solitón logrando que los puertos de salida puedan tener una resolución suficiente para conectarse a una fibra óptica y que las dimensiones del dispositivo se reduzcan.



En la segunda etapa, si se tratara de separar los puertos de salida únicamente con la diferencia espacial Δ provocada por múltiples colisiones, se necesitarían de más guías rectangulares de diferentes tamaños y múltiples colisiones que en la distancia generaría interferencia entre solitones, pero siempre con las direcciones de la propagación de los solitones paralela.

Con este arreglo se pudo mantener la estabilidad en la propagación y una diferencia angular que permite obtener en una distancia determinada una separación espacial entre puertos a la salida del dispositivo, considerando siempre las consideraciones preliminares relacionadas a la independiente de la fase entre ellos y también se logra nuevamente con dos colisiones. La separación entre canales ocasionada por las dos colisiones de solitones son suficientes para obtener el switcheo totalmente óptico utilizando a los solitones como señales.

En la Figura 4-3.2 con el perfil de intensidad se pretende mostrar el comportamiento de los solitones espaciales para el switch totalmente óptico creado con el arreglo de guías, donde la primera guía de onda rectangular no-lineal tiene un ancho de $14 \mu\text{m}$ por $360 \mu\text{m}$ de largo, la segunda guía de onda no lineal es divergente y comienza con un ancho de $14 \mu\text{m}$ y termina su ancho con $50 \mu\text{m}$ en una distancia de $800 \mu\text{m}$ de largo y la última guía no-lineal que muestra el arreglo tiene un ancho de $50 \mu\text{m}$ por $240 \mu\text{m}$ de largo en donde se hacía incidir un rayo gaussiano con ancho de $D_0 = 6 \mu\text{m}$. La distancia del dispositivo en el arreglo es de $1400 \mu\text{m}$, es decir casi milímetro y medio.

En la Figura 4-3.2 a) se muestra con el perfil de intensidad la propagación de la interacción de los solitones equivalentes donde S_I (Solitón izquierda) es la señal y S_D (Solitón derecha) es el solitón de control y mientras que en las figuras 4-3.2 b) y 4-3.2 c) la propagación de los solitones de manera independiente. En la figura 4-3.2 se muestra la diferencia angular generada entre las direcciones de propagación de los solitones de el switcheo (Ω) que permiten conectar directamente las salidas del switch a una fibra óptica.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

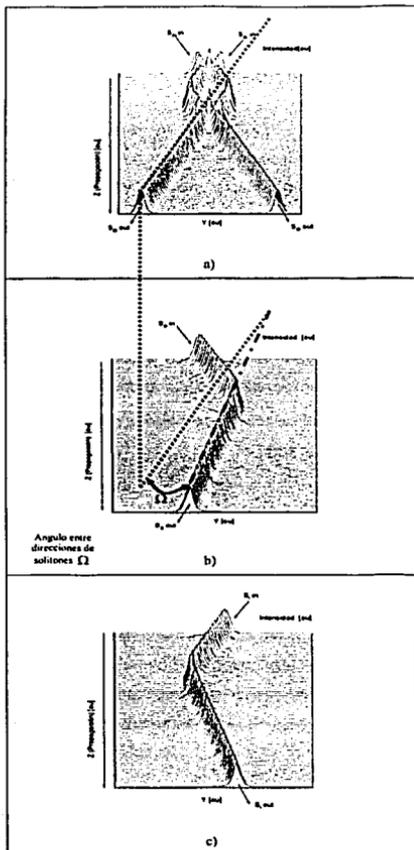
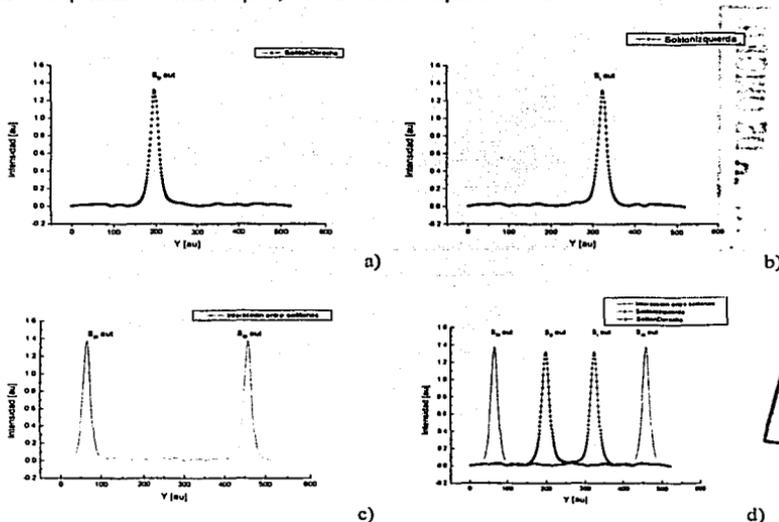


Figura 4-3.2 Propagación de la interacción de los solitones equivalentes "a)" y de cada solitón "b) c)" mostrando en b) el ángulo que se forma con la propagación de los solitones, como principio para la posible implementación de un switch totalmente óptico.



En la figura 4-3.3 se muestran las salidas de los solitones al final de las guías de onda a aproximadamente $1400 \mu\text{m}$ que propone en esta estructura. Las graficas "a) b)" muestran la salida de un solo solitón, si este es el de control S_D (Solitón derecha), o el de la señal S_I (Solitón izquierda). En la grafica "c)" se observa, las salidas de la interacción de los solitones llamados S_{DI} y S_{ID} por la interacción con línea continua. En la grafica d) se muestran al final del arreglo de guías todas las salidas en donde existe una separación espacial con cada puerto de salida de los solitones cuando no existe la presencia de la interacción, líneas punteadas y con la interacción, línea continua, con una distancia aproximada entre cada puerto de salida de $16 \mu\text{m}$. Hasta este momento ya se tiene una separación espacial suficiente y sin interferencia entre los puertos de salida. Las dimensiones del dispositivo implementado para una fibra óptica con una separación entre puertos de salida de aproximadamente $100 \mu\text{m}$, tiene una distancia posible de 4.5 mm .



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 4-3.3 Se muestran las salidas de los solitones al final de las guías de onda a aproximadamente $1400 \mu\text{m}$. "a) b)" muestran el solitón de control S_D (Solitón derecha), y solitón señal S_I (Solitón izquierda). "c)" se observa, las salidas de la interacción con línea continua. "d)" muestra una separación espacial en los puertos de salida de los solitones sin la interacción, líneas punteadas y con la interacción, línea continua, con una distancia aproximada entre cada puerto de salida de $16 \mu\text{m}$.



En la figura 4-3.4 se muestran las salidas de la interacción de los solitones al final de las guías de onda a aproximadamente $1400 \mu\text{m}$ con diferencia de fase inicial en los casos extremos, es decir $\delta\phi=0^\circ$ y $\delta\phi=180^\circ$. Se pretende mostrar la propagación de la interacción de los solitones con una diferencia de fase inicial de $\delta\phi=180^\circ$ obteniendo en puertos de salida del switch coincidencia, ya que mantienen la misma dirección. La salida de la interacción de los solitones, de control S_P (Solitón derecha) con el de la señal S_I (Solitón izquierda) no muestra una variación considerable respecto de la diferencia de fase inicial, lo que permite establecer puertos de salida únicos, haciendo al dispositivo independiente de fase.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

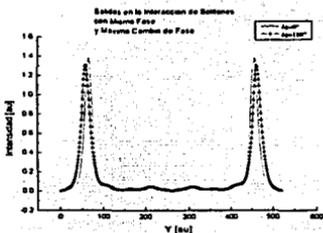


Figura 4-3.4 La salida de la interacción de los solitones, no muestra una variación considerable respecto de la diferencia de fase inicial.

Se maneja esta estructura divergente y no una guía de onda plana inclinada con un solo ángulo, por que esto permite elementos únicos y no estructuras aun mas complicadas con arreglos mayores. Los solitones interactúan sin problema con la guía divergente. La guía divergente permite que exista un solo elemento, ya que si no existiera esta divergencia, las dimensiones serian mayores. La presencia de una de guía inclinada conduciría a más guías inclinadas para obtener el mismo resultado.

Se encontraron en la literatura espejos convergentes aplicados a otros dispositivos[5], dando pauta para la aplicación de elementos divergentes. *Principalmente esta guía divergente es por primera vez propuesta para solitones, pues después del análisis hecho en esta tesis ha entregado el switch totalmente óptico, y ahora se pueden proponerse otros dispositivos totalmente ópticos basados en este fenómeno como una solución tecnológica a las comunicaciones de ultra-altas velocidades, ya que se mantienen estables e independientes de la fase.*



Las aplicaciones de este fenómeno pueden ser implementadas a otros dispositivos en donde como base se requieran más salidas de las de un simple switch, y dichas salidas se obtienen con un ángulo distinto debido al corrimiento espacial de cada colisión y con la forma en las paredes de la guía de onda divergente, que en la distancia puedan interconectarse a una fibra óptica. Por lo tanto se tiene una solución tecnológica.

También es muy importante subrayar que los dos procesos de interacción lentos y rápidos permiten el switcheo de un rayo como señal. En las tres etapas anteriores se consideraron a los solitones como señales con interacciones rápidas. En el régimen de colisión simple no proveen un buen aislamiento entre puertos, por lo tanto este trabajo ha mostrado lo contrario con más colisiones. Se describió por lo tanto un nuevo y muy simple, pero efectivo switch basado en la interacción rápida geométrica con un esquema de colisión múltiple.



4.4 Formación de Canales Ópticos Perfectos

Se pudo crear un switch óptico espacial con ayuda de los solitones, ya que permite formar canales perfectos que permiten realizar una estructura con base en las interacciones solitón-solitón. Elementos basados en solitones tiene una gran ventaja comparada con las estructuras de canales ópticos no-lineales ya que este elemento puede ser simplemente reconfigurado para operar en regímenes de dos o tres puertos de salida con señales débiles.

Una de las características que se observaron durante la investigación y análisis de los solitones es que particularmente éstos rayos ópticos auto atrapados son de gran interés práctico porque ellos son capaces de formar canales ópticos perfectos que pueden guiar y dirigir señales débiles ortogonales a la polarización de los solitones. Esta capacidad de los solitones de formar canales permite realizar estructuras que se pueden reconfigurar ópticamente utilizando las interacciones solitón-solitón. Recordando que esta propiedad de los solitones espaciales es el resultado automático del efecto de Auto Modulación de Fase (SFM) responsable para su formación. En otras palabras, la no-linealidad induce el cambio en el índice de refracción del dieléctrico (δn), que puede generar el perfil de intensidad (I) de la propagación del rayo de luz, de acuerdo a $\delta n(x,y,z) = n_2 I(x,y,z)$, dónde el n_2 es el coeficiente no lineal de tercer orden del material. Todo esto determina una ventaja significativa de los elementos basados en solitones comparada con las tales estructuras de canales ópticos no-lineales tales como interferómetros de Mach-Zehnder, acopladores direccionales, y dispositivos de SHG.

También es muy importante subrayar que el proceso de interacción rápido permite el switcheo espacial de un solitón como señal. En las tres etapas anteriores se consideraron a los solitones como señales con interacciones rápidas. En el régimen de colisión simple no proveen un buen aislamiento entre puertos, ya que la separación espacial generada ocasiona que exista un acoplamiento en los puertos de salida. Se logra una separación espacial si se utilizan múltiples colisiones, por lo tanto este trabajo ha mostrado lo contrario con más interacciones en las dos etapas anteriores.

Como se pretende mostrar a continuación este dispositivo esta basado en canales creados por solitones, en donde pueden viajar por dichos canales, señales débiles con polarización ortogonal del orden de los miliwatts, en lugar de 20 watts. En esta última etapa de la tesis se describe un nuevo y muy simple, pero efectivo switch basado en a interacción rápida geométrica con un esquema de



colisión múltiple que no posee las desventajas mencionadas para la realización práctica de las interacciones coherentes mencionados en un principio de este capítulo.

Se puede entregar la misma resolución espacial alta, una baja interferencia entre los puertos y un elemento de dimensiones pequeñas. En la figura 4-4.1a) se muestra el segmento básico de la estructura de guía de onda considerada aquí.

Este se forma por dos solitones espaciales Kerr (S_A y S_B) con modo TM el cual se propaga en una guía de onda no-lineal ancha y colisiona a un ángulo de incidencia entre solitones φ , para formar una estructura parecida al interferómetro.

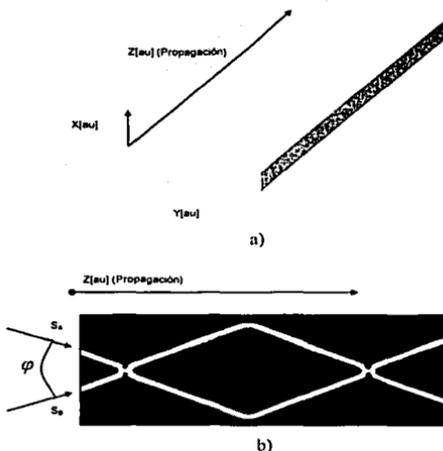


Figura 4-4.1

Como se muestra en la figura 4-4.1b el régimen de colisión múltiple se genera por las reflexiones de los solitones en las paredes de la guía de onda. Las propiedades de la guía de onda más importantes de la estructura son presentadas en la figura 4-4.2a,b. Las figuras 4-4.2a,b muestran en el plano, la distribución de la intensidad del campo óptico para señales de luz débiles lanzadas en una de las guías de onda inducidas. Se tiene que considerar que simultáneamente se propaga con la señal de los solitones una señal con polarización TE, teniendo entonces una polarización





ortogonal. Con un específico valor de φ que se pueden escoger dentro de las condiciones predeterminadas y obteniéndose un valor de ancho de guía para que ocurran dos colisiones, se presenta el primer caso donde se puede generar el switch. Para este caso se considera un ángulo de incidencia de $\varphi = 10^\circ$ y un ancho de la guía de $60 \mu\text{m}$ con un largo aproximadamente de 1mm , en donde se hacía incidir un rayo gaussiano con ancho de $D_0 = 6 \mu\text{m}$.

Considerando que el Solitón A simultáneamente lleva la señal con polarización TE describiendo la trayectoria de dicha señal que se muestra en la figura 4-4.2a. El efecto de switcheo se obtiene después de la presencia del Solitón de control B que ocasiona que la señal débil con polarización TE después de la primera colisión en los brazos del solitón A y B se forma un splitter de -3dB y en la segunda colisión se tiene la totalidad de la potencia de la señal en una sola salida, cambiando la dirección que se tenía en un principio.

Por lo tanto para tener el efecto deseable de switcheo espacial se induce por el solitón B que es la señal de control donde se tiene la totalidad de la potencia de la señal en la otra salida.

En la figura 4-4.2a muestra la propagación de la onda como señal en el canal del solitón A, cuando el solitón de control esta apagado. El efecto de switcheo se presenta con el solitón B y se muestra en la figura 4-4.2b. donde este dispositivo se tiene dos puertos de salida $S_A \text{ out}$ y $S_B \text{ out}$ ya que el solitón de control sin la presencia de la señal tiene la misma salida $S_B \text{ out}$.

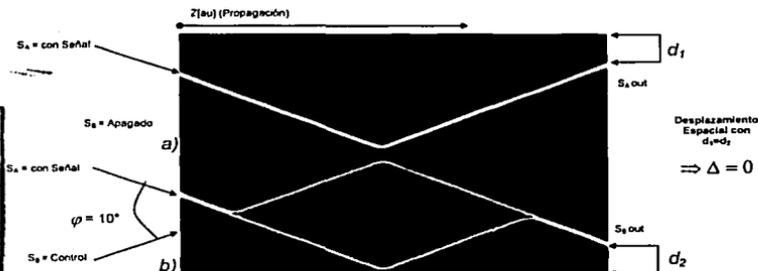


Figura 4-4.2 Solitón como señal débil y solitón control apagado a).
Solitón con señal débil y solitón control encendido b).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Se tiene que hacer notar que cuando cambiamos el ángulo de incidencia de los solitones se tienen que presentar más interacciones entre los solitones para que se pueda efectuar el switcheo.

De igual manera que en caso anterior los canales de guía de onda se forman por dos solitones espaciales Kerr (S_A y S_B) con modo TM el cual se propaga en una guía de onda no-lineal ancha y colisiona a un ángulo φ en el que se obtienen las condiciones de Switcheo con mas colisiones.

Para este caso se considera un ángulo de incidencia de $\varphi = 4^\circ$, un ancho de la guía de $60 \mu\text{m}$ con un largo de 5 mm, en donde se hacia incidir un rayo gaussiano con ancho de $D_0 = 6 \mu\text{m}$.

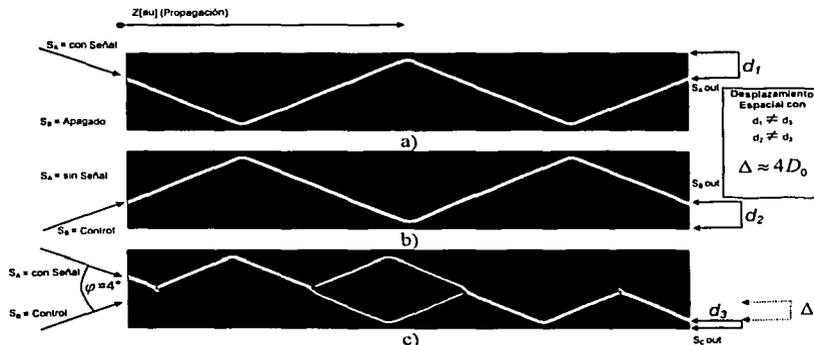


Figura 4-4.3

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Como se muestra en la figura 4-4.3 el régimen de colisión múltiple en el plano de distribución de la intensidad del campo óptico de la señal débil, lanzada en las guía de onda se propaga simultáneamente con polarización TE a la señal de los solitones, en donde existe el switcheo de la misma manera que el caso anterior. En esta propuesta se tienen tres puertos de salida S_A out, S_B out y S_C out donde el solitón de control cambia su posición con la presencia colisiones.

En esta condición se presenta el caso cuando múltiples colisiones entre el solitón A y B actúan como un sintonizador, hasta provocar el efecto deseable de switcheo con la totalidad de la potencia de la señal en un solo brazo. Y con la presencia de la señal de control se obtiene el switcheo esperado pero con colisiones múltiples. Aquí se realiza el switcheo y también se están utilizando múltiples colisiones para la formación de otro puerto. Con este caso y el anterior se tiene la posibilidad de crear estructuras con múltiples colisiones y generar arreglos de switches para obtener



tantas salidas separadas como queramos. El número de colisiones para obtener la totalidad de la energía en un solo brazo del interferómetro, depende del ángulo de incidencia entre solitones dentro del rango de las condiciones preliminares. Este fenómeno se puede explicar de manera simple mediante un par de guías de onda acopladas en un periodo del solitón.

Comparando los dos casos se puede observar que el switch basado en dos colisiones permite realizar dispositivos cortos, donde su longitud puede ser menor que 1mm, pero el desplazamiento espacial de los canales A y B es nulo $\Delta = 0$. Cuando se pretende realizar el switch con un ángulo mas pequeño lógicamente se obtiene una longitud mayor en los dispositivos, pero también ocurre un cambio de posición Δ en los canales del orden de $4D_0$ por las cuatro interacciones (donde D_0 es el ancho del rayo) a la salida del dispositivo.

Entre otras características en la propagación de una señal del orden de los mili watts en canales creados en guías de onda no-lineales por la interacción rápida de dos solitones S_A y S_B equivalentes espaciales coherentes con las condiciones preliminares se puede:

- primero, se puede crear un nuevo dispositivo de switcheo con señales distintas a los solitones, en este caso señales débiles con polarización TE, y
- segundo, después en el análisis se observó que este comportamiento es periódico, es decir este sistema es predecible, como se muestra en la figura 4-4.4.

La distancia de la guía mostrada en la figura 4-4.4 es de $2200 \mu m$ con un ángulo de incidencia entre solitones de $\varphi = 10^\circ$

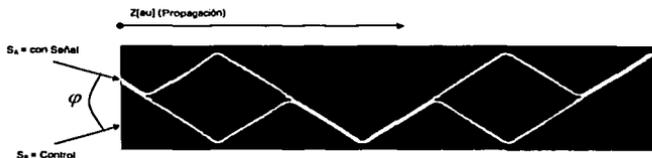


Figura 4-4.4

Es por eso que se demuestra que se puede generar un dispositivo de switcheo espacial basado en los canales ópticos no-lineales ya creados por solitones, que es independiente de la fase inicial y este



fenómeno tiene aplicaciones con ventajas significativas. Por ejemplo es posible reconfigurar los canales con los solitones en este nuevo tipo de dispositivos teniendo ventaja en comparación a los dispositivos actuales que usan canales fijos, tales como interferómetros tipo Mach-Zehnder, acopladores direccionales, y dispositivos de SHG.

Con base en ello se pueden proponer arreglos de switcheo sencillo, por ejemplo los siguientes arreglos de segmentos básicos de dos puertos de salida para el switcheo y obtener un dispositivo ruteador con cuatro puertos de salida como el mostrado en la Figura 4-4.5.

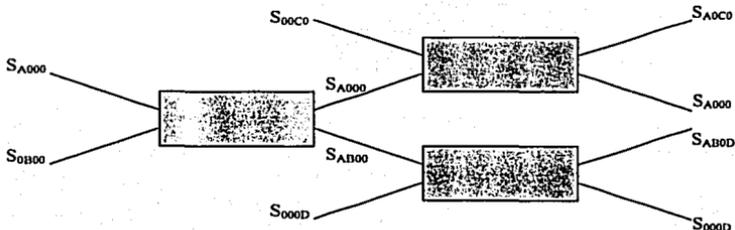


Figura 4-4.5 Ruteador con cuatro puertos de salida.

S_{00C0} , S_{00D0} , S_{B000} = Solitones de Control; S_{A000} = Solitón con Señal

Es así como de manera esquemática se muestra la posibilidad de generar estructuras que es una etapa importante en el diseño de nuevos dispositivos totalmente ópticos basados en la interacción de solitones espaciales.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



4.5 Conclusiones Capítulo IV

Se tienen soluciones al switch totalmente óptico basado en guías de onda de dieléctrico dinámicas inducidas por las interacciones elásticas entre solitones espaciales coherentes (1+1)D en películas delgadas no lineales tipo Kerr. Fue usado para el desarrollo del switcheo óptico espacial las interacciones rápidas. En el régimen de colisión simple no proveen un buen aislamiento entre puertos, por lo tanto este trabajo ha mostrado lo contrario con más interacciones se describe un nuevo y muy simple, pero efectivo switch basado en a interacción rápida geométrica con un esquema de colisión múltiple. Por primera vez fue demostrado que con una barrera de potencial en guías de onda por donde se efectúa la interacción rápida entre solitones espaciales es inelástica, ya que la interacción rápida entre solitones es elástica. Los resultados observados en este arreglo permiten la amplificación de pulsos ópticos utilizando la interacción rápida inelástica cuando los solitones sean señales en un dispositivo de switcheo. El switch con dos guías de onda rectangulares con diferente ancho propone que las colisiones múltiples generan corrimiento espacial Δ suficiente para el switcheo totalmente óptico espacial, donde sus puertos de salida están suficientemente separados para no influir entre ellos, utilizando interacciones rápidas elásticas además de ser independientes de fase y amplitud. Al tratar de aprovechar el corrimiento espacial Δ que se genera de los solitones con cada una de las interacciones rápidas, se proponen varias colisiones para lograr un corrimiento que proporcione separación entre puertos de salida. Se observó en esta estructura que se pueden generar dispositivos de switcheo de aproximadamente 7 mm. El switch con guías rectangulares y una guía de onda divergente mantiene las condiciones de independencia de fase y de amplitud, transformando Δ en una diferencia angular que permite en una distancia, obtener una resolución espacial entre puertos de salida necesarios en la conexión a una fibra óptica, arrojando esta una solución tecnológica muy adecuada con dimensiones pequeñas. En la primera solución final el efecto de dependencia de fase puede ser eliminado usando este tipo de interacción rápida elástica y aprovechar el corrimiento espacial generado en la colisión múltiple de dos solitones, con el objeto de tener resolución espacial en los puertos de salida. Se consideró una guía de onda no lineal de sulfanato paratuleno polidiacetileno (PDA-PTS) sobre un sustrato de SiO_2/Si ($n_0 = 1.88$, $n_2 = 2.2 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{W}$ con $\lambda = 1.5 \text{ } [\mu\text{m}]$) ya que éste material posee, hasta ahora, el más alto índice de refracción no lineal. Se dice primera solución final, porque los solitones funcionan como señales en el dispositivo con los parámetros no lineales de respuestas de switcheo en femtosegundos. Cuando los solitones funcionan como señales se tiene una aplicación en el futuro cuando se desarrollen mejores materiales y el costo de estos se reduzca, ya que para excitarlos en



PDA-PTS se necesitan láseres de aproximadamente 20 Watts. Por lo tanto manejar a los solitones como señales son una nueva forma de generar dispositivos de procesamiento ultrarrápido que en un futuro serán más utilizados cuando los materiales no lineales sean desarrollados con facilidad. El funcionamiento básico de un switch, las condiciones de estabilidad y el principio para una mejor resolución espacial dieron la pauta para obtener un arreglo de guías de onda rectangulares y una guía de onda divergente que arroja una solución tecnológica muy adecuada para la conexión a una fibra óptica.

Existe en esta tesis una propuesta en donde los solitones son prácticos porque ellos son capaces de formar canales ópticos perfectos que pueden guiar y dirigir los rayos de las señales débiles permitiendo realizar estructuras, que se pueden reconfigurar ópticamente utilizando las interacciones solitón-solitón grabadas de nuestra primera solución final, siendo esta etapa nuestra **segunda solución final** mostrando el principio de un switch. Se demuestra que en los canales ópticos perfectos formados por los solitones se puede formar un switch totalmente óptico funcionando con señales débiles del orden de los miliWatts, viajando en los materiales dinámicos con la capacidad de mantener el cambio en el índice de refracción. Observando por lo tanto que se pueden crear dispositivos de switcheo espacial con dos o tres puertos de salida, independientes de la fase entre solitones usando señales débiles, siendo los solitones los que forman canales perfectos.



REFERENCIAS

- [1] Tian-Tsorng Shi, Sien Chi "Nonlinear photonic switching by using spatial soliton collision" Opt. Lett. V.15, No.20, pp.1123-1125, 1990.
- [2] George I.A. Stegeman, Demetrios N. Cristodoulides, and Mordechai Segev. "Optical Spatial Solitons: Historical Perspectives". IEEE J. on Select Topics in Quant. Electron. Vol. 6, No 6, pp. 1419-1427.2000.
- [3] Günter, Peter. Nonlinear Optical Effects and Materials. Editorial Springer. Alemania. 2000. pags 3, 43, 121, 122, 131, 132.
- [4] O.V. Kolokoltsev, R. Salas, and V. Vountesmeri "All-Optical Phase-Independent Logic Elements Based on the Phase Shift Induced by Coherent Soliton Collisions" J. of Lightwave Techn.
- [5] M. Owen M.F.C. Stephens, et-al "All Optical 1x4 Network Switching And Simultaneous Wavelength Conversion using An Integrated Multi-Wavelength Laser" ECOC'98, 20-24 September 1998 Madrid España, Centro for Communications Research, University of Bristol U.K.

CAPITULO 5

RESULTADO DE EXPERIMENTOS NUMÉRICOS:

SWITCH TOTALMENTE ÓPTICO.



5 RESULTADO DE EXPERIMENTOS NUMÉRICOS: SWITCH TOTALMENTE ÓPTICO

5.1 *Análisis de Resultados y Conclusiones*

Este trabajo va más allá de explicar y presentar un buen método analítico para la simulación de interacciones entre solitones espaciales. Sin duda es importante como se analiza el problema, pero lo es aun más las estructuras creadas en esta tesis. Las simulaciones numéricas de los problemas fueron realizadas usando el método de propagación del rayo de diferencia finita aplicado a la ecuación no lineal de Schrödinger.

Ahora se ha reconocido a la fecha que elementos de procesamiento de señales totalmente ópticos jugará un papel predominante en los sistemas de la asignación de ruta ópticos para probables redes de fibra ópticas, con tasas de transmisión de datos que ya están acercándose al rango del terabit. Está claro que en lo que corresponda a la parte de switcheo óptico controlable en el ruteo, tiene que proporcionar respuestas cronométricas por debajo del orden de los picosegundos y posea un simple diseño con la posibilidad de formar una estructura compleja integrada. El solitón óptico espacial, desde este punto de vista, es el candidato mas serio a ser considerado como la pieza más importante en la construcción de los sistemas con switcheo de gran velocidad debido exclusivamente a su alta funcionalidad.

Los componentes diseñados para utilizarlos en las redes ópticas deben de cumplir con una serie de requisitos en donde se incluyen: un gran ancho de banda óptico, una pérdida de inserción baja y una transparencia respecto a la velocidad de Bit, por lo que los dispositivos aquí mostrados lo cumplen. Teniendo además de la ventaja de velocidad, otra ventaja principal inherente es el utilizar estos dispositivos no lineales ópticos para disminuir las pérdidas en los sistemas de comunicaciones por fibra óptica debido a transformaciones de energía óptica-electrónica-óptica que existen en los actuales elementos optoelectrónicos.

Se considero un switch totalmente óptico espacial basado en guías de onda de dieléctrico dinámicas inducidas por las interacciones elásticas entre solitones espaciales coherentes (1+1)D en películas delgadas no lineales tipo Kerr. Entonces las llamadas interacciones coherentes son atractivas porque estas son, en general, bien estudiadas, y a diferencia de las interacciones incoherentes, pueden operar con fuentes de láser equivalentes. Se demostró que los solitones espaciales son



estables viajando en una estructura de guía de onda óptica plana, con una cubierta y un sustrato representando las condiciones necesarias para su formación, propagación y no destrucción.

Con la interacción rápida solitón-solitón se demuestra que se puede construir en guías de onda planas no-lineales:

1. No solo construir el switch ultra rápido completamente óptico, en donde los solitones ópticos espaciales representan señales aplicados a los materiales no lineales
2. Particularmente también éstos rayos ópticos auto atrapados son de gran interés práctico porque ellos son capaces de formar canales ópticos perfectos que pueden guiar y dirigir los rayos de las señales débiles. Esta capacidad de los solitones de formar canales permite realizar estructuras que se pueden reconfigurar ópticamente utilizando las interacciones solitón – solitón, por ejemplo para crear un switch óptico espacial. Todo esto también determina una ventaja significativa de los elementos basados en solitones comparada con las tales estructuras de canales ópticos no-lineales tales como interferómetros Mach-Zehnder, acopladores direccionales, y dispositivos de SHG.
3. Permite visualizar mayores aplicaciones, ya que se pueden crear nuevos arreglos con switches, es decir matrices de switcheo espacial (switch fabric) como un paso para la integración a gran escala, en donde requerirán una combinación de la integración monolítica para producir las estructuras, de las guías de onda pasivas para implementarlas en todo un proceso.

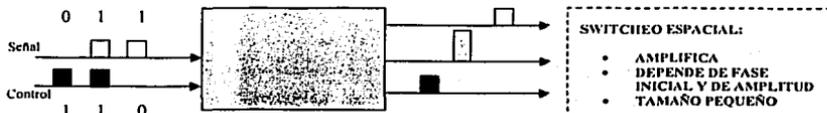
La finalidad de esta tesis fue desarrollar un switch totalmente óptico basado en solitones espaciales, sin embargo gracias al análisis de nuevos efectos se pudieron obtener CINCO distintos y por su puesto la posibilidad de arreglos entre ellos mas complejo recordando que cada uno tiene una característica específica.

A continuación de manera esquemática se muestran los dispositivos de switcheo generados en esta tesis. A continuación se muestra la estructura del análisis y los resultados obtenidos, describiendo a grandes rasgos una característica especial.

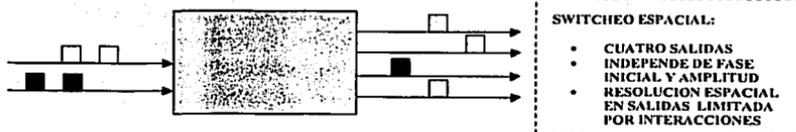


SWITCH: Switch Ultrarrápido Totalmente Óptico Basado en la Interacción de Solitones Espaciales en Guías de Onda. No-Lineales. Señales Solitón.

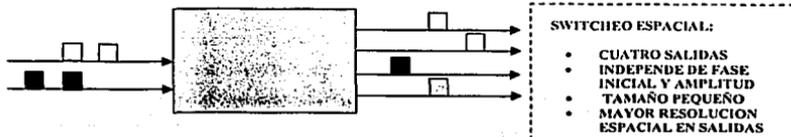
PRIMERA ETAPA. Switch en Guías de Onda con Barrera de Potencial.



SEGUNDA ETAPA. Switch en Guías de Onda Rectangulares.

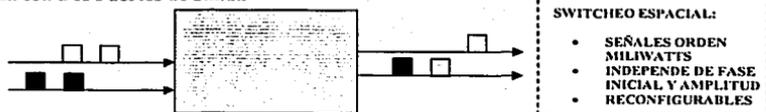


TERCERA ETAPA. Switch en Guías de Onda Rectangulares-Divergente.

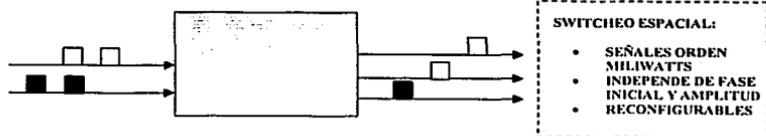


SWITCH: Switch Totalmente Óptico Basado en la Formación de Canales Perfectos por la Interacción de Solitones Espaciales en Guías de Onda No-Lineales Dinámicas. Señales Débiles

Switch con Dos Puertos de Salida



Switch con Tres Puertos de Salida





Switch ultra rápido completamente óptico donde los solitones ópticos espaciales representan señales.

El dispositivo basado en esta interacción de solitones ópticos puede alcanzar tiempos más cortos de conmutación del orden de femtosegundos, ya que se demostró que la propagación de estos *Solitones Kerr* (llamados así por el medio no lineal tipo Kerr) en la película delgada con alto coeficiente de no-linealidad posee un tiempo de duración ultra corto para la conmutación. Este dispositivo además puede entregar una resolución espacial alta, directamente para una fibra óptica, una baja interferencia entre los puertos, un elemento de dimensiones pequeñas, una independencia en la diferencia relativa de fase inicial $\delta\phi_m$ entre solitones espaciales. Por ejemplo en la figura 5-1.1 se muestra un dispositivo resultante en esta tesis implementando de la tercera etapa del capítulo anterior con la presencia de guías de onda delgadas pasivas en los puertos de salidas de los solitones. Cada guía de onda pasiva implementada tiene un ancho de $6\mu m$, para que en la distancia se pueda conectar a una fibra óptica, con una separación mínima entre puertos de salida de $100\mu m$.

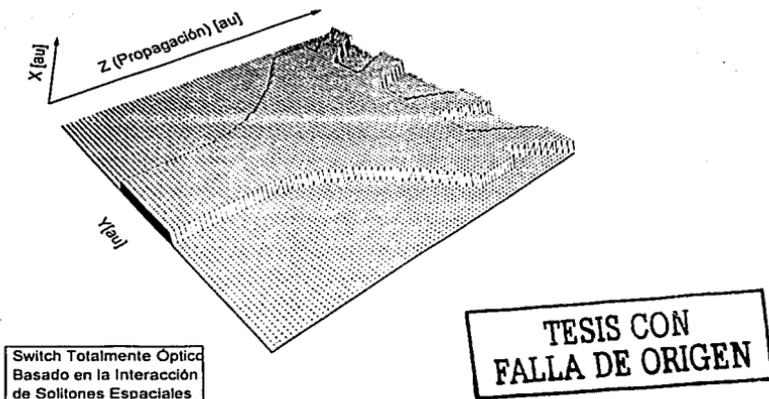


Figura 5-1.1 Dispositivo propuesto como switch totalmente óptico.



El estudio detallado de esta interacción entre solitones espaciales con vectores de campo eléctrico paralelo en una guía de onda plana con la presencia de paredes divergentes, da la pauta para generar más artículos para publicaciones que no se han llevado a cabo relacionadas con las investigaciones en el desarrollo de dispositivos utilizando nuevos efectos utilizados en el capítulo cuatro.

Canales ópticos perfectos que pueden guiar y dirigir rayos de señales débiles.

Se pudo crear un switch óptico espacial con ayuda de los solitones, ya que permite formar canales perfectos que permiten realizar una estructura con base en las interacciones solitón-solitón. Elementos basados en solitones tiene una gran ventaja comparada con las estructuras de canales ópticos no-lineales ya que este elemento puede ser simplemente reconfigurado para operar en regímenes de dos o tres puertos de salida con señales débiles. En esta última etapa de la tesis se describe un nuevo y muy simple, pero efectivo switch basado en la interacción rápida geométrica con un esquema de colisión múltiple que no posee las desventajas mencionadas para la realización práctica de las interacciones coherentes mencionados en un principio de este capítulo. Se puede entregar resolución espacial alta, una baja interferencia entre los puertos y un elemento de dimensiones pequeñas. Este Switch se forma por dos solitones espaciales Kerr (S_A y S_B) con modo TM el cual se propaga en una guía de onda no-lineal ancha y colisiona a un ángulo de incidencia entre solitones φ , para formar una estructura parecida al interferómetro. El régimen de colisión múltiple se genera por las reflexiones de los solitones en las paredes de la guía de onda. Se considera que simultáneamente se propaga con la señal de los solitones una señal con polarización TE, teniendo entonces una polarización ortogonal. Se considera que el Solitón A simultáneamente lleva la señal con polarización TE. El efecto de switcheo se obtiene después de la presencia del Solitón de control B. *Cuando cambiamos el ángulo de incidencia de los solitones se tienen que presentar más interacciones rápidas entre los solitones para que se pueda efectuar el switcheo.* El régimen de colisión múltiple entre el solitón A y B actúan como un sintonizador, hasta provocar el efecto deseable de switcheo con la totalidad de la potencia de la señal en un solo brazo. Con los dos ángulos de incidencia se tiene la posibilidad de crear estructuras con múltiples colisiones y generar arreglos de switcheos para obtener tantas salidas como queramos. En la propagación de una señal del orden de los mili watts en canales creados en guías de onda lineales por la interacción rápida de dos solitones S_A y S_B equivalentes espaciales coherentes con las condiciones preliminares se puede crear un nuevo dispositivo de switcheo con señales distintas a los solitones y este comportamiento es periódico, es decir este sistema es predecible. Es por eso que se demuestra que se puede generar



un dispositivo de switchco espacial basado en los canales ópticos no-lineales ya creados por solitones, es independiente de la fase inicial y este fenómeno muchas mas aplicaciones, por ejemplo interferómetros tipo Mach-Zehnder, acopladores direccionales, y dispositivos de SHG.

De esta tesis tiene una respuesta al crecimiento de la tecnología de las comunicaciones ópticas con teraoperaciones por segundo en el procesamiento totalmente óptico. Estas respuestas se mostraron en los resultados anteriores, con ayuda de nuevos materiales no lineales, que son la clave en el rápido proceso de información y de aplicaciones de almacenamiento óptico permanente o dinámico. Los nuevos efectos mostrados en esta tesis basados en la interacción de solitones espaciales con los materiales ópticos no lineales, dan la pauta para generar más investigación con la tecnología de los solitones ampliamente estudiada en el mundo. Lo que se pretende en un futuro muy próximo es que las susceptibilidades ópticas no lineales de los materiales permitan la preparación e investigación de elementos ópticos no lineales que requieran una potencia baja usando diodos láser de cw como fuente de bombeo, y nuestro dispositivo pueda formar parte de una red de comunicaciones ópticas basado en fibras. Todos los elementos aquí mostrados pueden en conjunto generar arreglos de múltiples aplicaciones.

Existen métodos analíticos como una poderosa herramienta para el diseño de cualquier tipo de estructuras de guías de onda existentes en un circuito óptico práctico, incluso estructuras avanzadas ya que en la literatura se encuentran métodos que permiten analizar el comportamiento de la luz. Algunos métodos existentes no son suficientes para modelar fenómenos tales como el solitón que es un efecto no-lineal y resultan inadecuados para observar buenos resultados. Tales el caso del Método de Índice Efectivo que no es suficiente para estructuras con perfiles, el Método del Elemento Finito que no es conveniente en estructuras complejas ya que se tiene que obtener una solución a cada parte distinta y no como un elemento completo y Métodos que si se presentaran de forma sencilla como el Método de Propagación del Rayo y el Método de Diferencias Finitas no se tendrían tan buenos resultados como una combinación de ellos con otros. Desde este punto de vista el Método de Propagación del Rayo de Diferencia Finita (MPRDF) es el más eficiente en tiempo y conveniente para nuestro fenómeno pues se utiliza un algoritmo conocido como *Método de Expansión del vector Eigen* (EEM). Este método utiliza la esencia de otros métodos para hacerse más eficiente, más completo y transparente en toda la estructura compleja. Por ejemplo el Método de Propagación del Rayo se puede escoger el tamaño de los pasos de propagación z prediciendo el



comportamiento de la luz con un valor inicial, por lo que la guía de onda se reemplaza por una sucesión de segmentos de guía de onda uniformes, pudiendo presentar así el fenómeno no-lineal. También con ayuda del Método de Diferencias Finitas permite la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales definidas en una región de trabajo finita y constituye un mecanismo idóneo para la resolución de problemas electromagnéticos de manera más exacta y transparente. Tanto los vectores eigen y los valores eigen utilizados son calculados para cada segmento de la guía de onda. Este sistema de ecuaciones se resuelve muy rápido por ser un sistema tridiagonal mediante el método de reducción de Crout y se obtiene una mayor estabilidad con el método de direcciones alternadas. Este MPRDF es el más conveniente para el modelado por computadora de las interacciones escalares solitón - solitón ya que describe la evolución de los rayos ópticos en las guías de onda con parámetros físicos variables. Analizar y resolver lo complicado del problema electromagnético fue superado, pero lo que se obtuvo con ayuda de este método es de mayor importancia ya que nos dio la posibilidad de generar estructuras y observar el comportamiento de la luz, para después proponerlas y establecerlas en un sistema de comunicaciones.

Por lo tanto se realizaron modelos numéricos mediante computadora con ayuda del programa Opticscheme basado en el método de propagación del rayo de diferencia finita de switches completamente ópticos espaciales ultra rápidos considerando únicamente la Interacción rápida entre *Solitones Espaciales Kerr* idénticos (solitones con la misma frecuencia y modo de propagación: $TE \Leftrightarrow TE$, $TM \Leftrightarrow TM$). Mostrando que la interacción entre estos solitones espaciales con campos eléctricos paralelos son mucho más atractivos para aplicaciones desde del punto de vista *tecnológico*, porque en éste caso es más simple excitar las ondas ópticas guiadas (con misma polarización) en las guías de ondas no-lineales planas teniendo gran numero de medios no-lineales que pueden mantener sólo estas interacciones. Al termino de esta tesis se tiene un resultado satisfactorio en el manejo de los **nuevos efectos basados en la interacción de solitones** espaciales ópticos que pueden ser utilizadas para crear el dispositivo ultrarrápido totalmente óptico en películas delgadas como guías de onda ópticas con una no-linealidad tipo Kerr, respondiendo a las altas velocidades de procesamiento de señales para una red de comunicaciones con **los materiales ópticos no lineales**. Cumpliendo con el objetivo de la tesis al **proponer un switch totalmente óptico como una solución tecnológica, basado en la interacción de solitones ópticos espaciales con vectores de campo eléctrico paralelos, independientes de la fase inicial para una red de fibra óptica basada en solitones temporales**. Esta tesis genera mas líneas de investigación, ya que se pueden crear nuevos arreglos con switches, con las dos propuestas aquí mencionadas, es decir matrices de switcheo espacial como un paso para la integración a gran escala, en donde



requerirán una combinación de la integración monolítica para producir las estructuras y de las guías de guías de onda pasivas para implementarlas en todo un proceso. Con base en estas propuestas se pueden generar además interferómetros tipo Mach-Zehnder, convertidores de longitud de onda, acopladores direccionales, multiplexores y demultiplexores de longitudes de onda y dispositivos de SHG aprovechando la tecnología del Switcheo Totalmente Óptico Basado en la interacción de Solitones Ópticos Espaciales con vectores de campo eléctrico paralelos como un elemento genérico de construcción.



APENDICES



APÉNDICE A Dispersión Cromática

Cuando una onda electromagnética interactúa con el brinco de los electrones en un dieléctrico la respuesta del medio en general depende de la frecuencia óptica ω esta propiedad se refiere a la dispersión cromática, manifestándose a través de la dependencia de frecuencia del índice de refracción $n(\omega)$. Los efectos no lineales son más estudiados en las fibras monomodo. La dispersión juega un papel importante en la propagación de pulsos ópticos cortos puesto que diferentes componentes espectrales están asociados con el viaje del pulso a diferentes velocidades dada por la ecuación $v(\omega) = \left[\frac{c}{n(\omega)} \right]$. Matemáticamente los efectos de dispersión se representan exactamente por una expansión de la constante de modos de propagación $\beta(\omega)$ en una serie de Taylor alrededor de una frecuencia central portadora ω_0 de la forma

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots \quad \text{donde } \beta_n = \left(\frac{d^n \beta}{d\omega^n} \right)_{\omega=\omega_0}$$

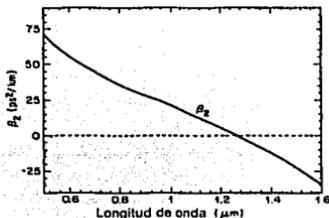
el término de tercer orden generalmente es insignificante si el ancho espectral $\Delta\omega \ll \omega_0$.

La envoltura del pulso se mueve a una velocidad de grupo de ($v_g = \beta_1^{-1}$) mientras que el parámetro β_2 es responsable del ensanchamiento del pulso

Los parámetros β_1 y β_2 son relacionados con el índice de refracción n y a su vez deriva las siguientes relaciones:

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left[n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right] = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{v_g} \quad \beta_2 = \frac{1}{c} \left[2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right] \approx \frac{\omega}{c} \frac{d^2n}{d\omega^2} \approx \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2}$$

donde n_g es el índice de grupo. La figura siguiente muestra la variación de β_2 respecto a la longitud de onda λ para una fibra de silicio. La más notable característica es que β_2 desaparece a una longitud de onda alrededor de 1.27 μm y llega a ser negativa para longitudes de onda mayores. La longitud de onda a la cual $\beta_2 = 0$ se le conoce como longitud de onda de dispersión cero λ_D .



La figura A. Variación de β_2 respecto λ para una fibra de silicio.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



APÉNDICE B Tipos de Pulsos

Se considera la amplitud normalizada U sin pérdidas en la propagación donde por definición será:

$$A(z, T) = P_0 U(z, T)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Envoltura del pulso.

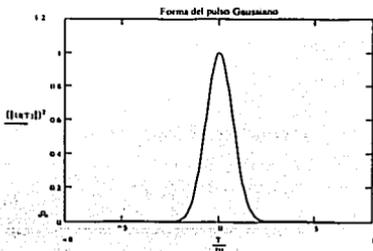
PULSO GAUSSIANO

El campo incidente esta dado por:

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{T^2}{2T_0^2}\right]$$

donde T_0 es el ancho del pulso. En la practica se acostumbra usar la anchura a la media máxima (full width at half maximum, FWHM), en lugar de T_0 . Para el pulso Gaussiano se relacionan estos dos:

$$T_{FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2} T_0 \approx 1.665 T_0$$



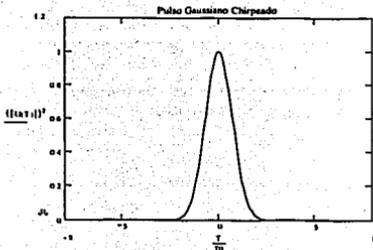
Envoltura del pulso.

PULSO GAUSSIANO CHIRPEADO

campo incidente esta dado por

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{(1+iC)T^2}{2T_0^2}\right]$$

Donde C es el parámetro chirp. Donde la frecuencia óptica instantánea chirp $\delta\omega$ inducida por *SPM* para el pulso incrementa linealmente desde el borde del frente hasta el borde de la cola para $C > 0$ conocida como chirp positiva (incremento chirp) mientras que ocurre lo contrario para $C < 0$ conocida como chirp negativa (decremento chirp).



PULSO SECANTE HIPERBÓLICO



Envoltura del pulso.

El campo incidente esta dado por:

$$U(0, T) = \sec h \left[\frac{T}{T_0} \right] \exp \left[- \frac{iC T^2}{2 T_0^2} \right]$$

el particular interés de la forma del pulso secante hiperbólico esta relacionado con la forma natural del solitón óptico. La anchura a la media máxima (full width at half maximum, FWHM), en lugar de T_0 , para el pulso secante hiperbólico

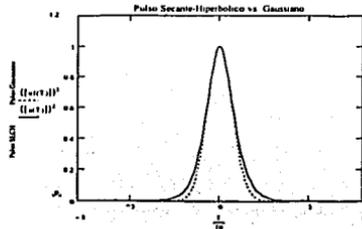
$$T_{FWHM} = 2 \ln(1 + \sqrt{2}) T_0 \approx 1.763 T_0$$

PULSO SUPER GAUSSIANO

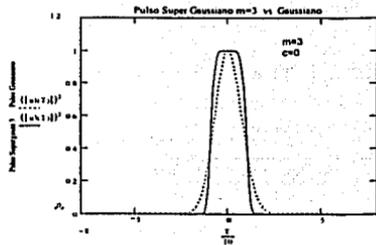
Hasta ahora nosotros hemos considerado que la forma del pulso con los bordes del frente y la cola relativamente anchos. Como uno puede esperar, la dispersión que induce el ensanchamiento es sensible a la pendiente de los bordes del pulso. En general, un pulso con los bordes más empinados del frente y la cola se ensanchan más rápidamente simplemente porque la propagación del pulso tiene un espectro más ancho al empezar. La forma del pulso súper-gaussiano puede ser usado para modelar los efectos de los bordes de empinamiento en el frente y la cola por el ensanchamiento inducida por la dispersión en el pulso. Para pulsos súper Gaussianos se tiene la forma

$$U(0, T) = \exp \left[- \frac{(1 + iC) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2m}}{2} \right]$$

donde m controla el grado de agudeza en el borde. Para $m=1$ se tiene el pulso gaussiano chirpeado. Para valores más grandes de m el pulso llega a tomar la forma cuadrada.



Envoltura del pulso.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



APÉNDICE C Aproximación Gaussiana

El campo eléctrico propuesto para satisfacer el modo fundamental TE_0 que mantiene la polarización lineal a lo largo de un solo eje en la guía de onda plana es:

$$\vec{E}(r, \omega) = A(\omega)F(x, y)\exp[i\beta(\omega)z]$$

donde $A(\omega)$ es una constante de normalización y $F(x, y)$ es la distribución transversal del campo eléctrico en el núcleo, el sustrato y la cubierta, por lo que frecuentemente esta distribución se aproxima a una distribución Gaussiana

Para las fibras ópticas sabemos que las fibras monomodo solo soportan un modo HE_{11} , que se refiere al modo fundamental. Entendiéndose que se pueden limitar los modos con la frecuencia de corte. La distribución del campo $E(r, t)$ correspondientes a HE_{11} tiene tres componentes diferentes de cero,

E_ρ , E_ϕ , E_z o en el plano cartesiano E_x , E_y , E_z . Para un buen grado de aproximación, el modo fundamental de la fibra está linealmente polarizado únicamente tanto en x como en y , dependiendo si E_x o E_y dominan. Usando fibras que mantengan la polarización lineal a lo largo de un solo eje (proponiendo el eje x) el campo eléctrico propuesto en la ecuación para satisfacer el modo fundamental HE_{11} tiene la forma:

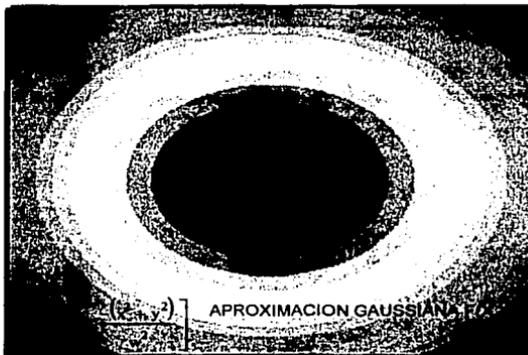
$$\vec{E}(r, \omega) = \mathcal{E}\{A(\omega)F(x, y)\exp[i\beta(\omega)z]\} \quad (1.4.28a)$$

donde $A(\omega)$ es una constante de normalización y $F(x, y)$ es la distribución transversal del campo eléctrico en el núcleo de la fibra y su cubierta.

El modo fundamental es frecuentemente aproximado a una distribución Gaussiana de la forma:

$$F(x, y) = \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w^2}\right];$$

donde el parámetro de anchura w ajusta la distribución exacta para la forma Gaussiana. La comparación de la distribución del campo actual con el ajuste Gaussiano se muestra para el específico valor de $V=2.4$. Donde $w \cong a$ y el valor de a es el radio del núcleo de la fibra o el espesor de la guía de onda.



APÉNDICE D Formas de los Solitones

La Ecuación No-Lineal de Schrödinger

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + 2U_1^2 U = 0$$

Solitones Temporales

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \text{signo}(\beta_2) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\text{signo}(\gamma) |u|^2 u = 0$$

Solitones Espaciales

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\text{signo}(\gamma) |u|^2 u = 0$$

Tabla que muestra la existencia de distintas formas de los Solitones: Solitones Brillantes o Solitones Oscuros.

**TRABAJOS CON
FALLA DE ORIGEN**

	Tipo de Solitón	Signo(β_2)	Signo(γ)	Forma	Prueba de Lighthill
E	Espacial	*	+	Brillante	
		•	-	Oscuro	
T	Temporal	-	+	Brillante	$\beta_2 \gamma < 0$
		-	-	Oscuro	$\beta_2 \gamma < 0$
		+	+	Oscuro	$\beta_2 \gamma > 0$
		+	-	Brillante	$\beta_2 \gamma < 0$



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

APENDICES:

GLOSARIO

A

absorción	13, 44, 100
coeficiente de	22, 34
de dos fotones	14
de tres fotones	15
lineal	14
amplitud	72
normalizada	45, 61
ancho	
a media potencia	116
de banda	68
del rayo láser	64
espectral	51, 68
ángulo	
de incidencia	116, 122
ángulo crítico	64
ángulo de difracción	64
ángulos de propagación	75
apertura circular	64, 66
área efectiva	38
<i>auto-atrapadas</i>	<i>Véase</i> solitones espaciales
auto-difracción	65
auto-enfoque	53, 61, 63, 65, 66
Auto-Modulación de Fase	53. <i>Véase</i> SPM
azul	59

B

barrera de potencial	120, 122
----------------------	----------

C

cambio	
de fase auto inducido	46
campo	
eléctrico paralelo	6
incidente	55
incidente no chirpeado	50
óptico	68
campo eléctrico	21, 99
campo óptico	32, 68
canal	45
canal de guía de onda auto inducido	19
canal de guía de onda autoinducido	74, 79
cañule	
perfectas	117
cañales	
ópticos perfectos	118, 137

Ch

chip óptico	75
chirp	
frecuencia	54
inducida por SPM	59
negativa	51
parámetro	51

positiva	51
pulso libre de	59

C

coeficiente no lineal	137
coeficiente no-lineal	38, 53, 62
coeficientes de expansión	107
colisión	
múltiple	136, 138, 151
simple	136
combinación lineal	106
componentes espectrales	51
condiciones de frontera	26
Consideraciones Preliminares	118
constante de normalización	30
constante de propagación	79
constante dieléctrica	22, 35
constantes de fase	107
control	134
coordenada espacial	61
corrección de fase	104
corrimiento espacial	126, 143
máximo	127
cuasi monocromático	32, 68

D

densidad de carga	21
densidad de corriente	21
densidad de flujo eléctrico	21
desplazamiento espacial	118
desviación	68
difracción	20, 53, 61, 62, 63, 66
de la luz	48
espacial	48
dirección del rayo	63
dirección transversal	61, 63
dispersión	20, 32, 44, 47, 100
anormal	58
de la velocidad de grupo	38
temporal	48
Dispersión de Velocidad de Grupo	38
distansitivo	75
óptico no-lineal	9
distancia	58
de propagación efectiva	54
propagada	54
distribución del campo	72
distribución Gaussiana	28
distribución transversal	30
dominio	
de tiempo	70
espacio	70

E

ecuación	
característica	27
de dispersión	69
de ensamble	84
de Helmholtz	90, 104

de Laplace	94
de onda	21, 61
de onda de la amplitud	33
de onda no homogénea	10
de propagación de rayos cw	23, 45
de propagación del pulso	62
diferencial ordinaria	58
diferencial parcial lineal	48
es diferenciales acopladas	
ordinarias	106
no-lineal de Schrödinger	75
no-lineal de Schrödinger	37, 61, 62, 68
no-lineal de Schrödinger de solitones espaciales	71
Schrödinger	44
simplificada	44
Ecuación	
que Describe el Solitón Espacial	68
ecuación general	
solución de la	72
ecuaciones de Maxwell	19
efecto de Kerr óptico	74, 79
elemento	83
longitud del	87
elementos optoelectrónicos	5
ensanchamiento	
espectral	53
espectral inducido	54
envolvente	68
equilibrio	63
error	96
espacio de computo	108
espectro	54
angular	75
inducido por SPM	57
espejos convergentes	135
Estabilidad	66
estructura de multipicos	57
estructura oscilatoria	57
expansión de Taylor	68

F

factor de ensanchamiento	56
Factor de relajación	98
fase	50
cambio de	48, 54
cambio de máximo	57
cambio de no-lineal	12
diferencia de inicial	75
diferencia relativa de inicial	115
funciones de	72
máximo cambio de no-lineal	54
máximo cambio de no-lineal	13
sintonizador de	115
femtosegundo	75, 117
fenómeno electromagnético	20
fenómeno no-lineal	9, 53
fibra	100
perdidas de	3
redes de	147
fibra óptica	43, 45, 131

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



estándar.....	46
Fibras Ópticas.....	58
formula de Itaker-Hausdorff.....	101
Fourier	
transformada de.....	22, 48, 56
transformadas de.....	91
frecuencia.....	68
componentes de.....	54
de corte normalizada.....	24
diferencia en la instantánea.....	54
instantánea.....	50
línea chirp.....	28
normalizada.....	28
óptica instantánea chirp.....	55, 157
frecuencia angular.....	85
Fresnel	
ecuación de.....	90
función potencial.....	95
funciones eigen.....	104
FWM.....	75

G

GOVs <i>F</i>ase Ondas Ópticas Guiadas	
gradiente de índice.....	104
guía de onda	
autoinducido.....	79
divergente.....	118, 131, 143
no-lineal plana.....	74, 79
plana.....	61, 104
segmento de la.....	108
guía divergente.....	135
guías de onda	
lineales.....	126
rectangulares.....	143
<i>G</i> 'D.....	45, 46, 48, 51, 58
anormal.....	59
normal.....	59

I

Índice	
distribución del.....	105
índice de refracción 22, 34, 53, 63, 85	
de referencia.....	90
línea.....	13
no-lineal.....	13
intensidad.....	54, 63
en medios no-lineales.....	53
Interacción	
inelástica.....	121
lenta.....	115
rápida.....	115, 137, 151
soliton-soliton.....	4
Interacción	
Entre Solitones.....	75
Interacciones	
elásticas.....	115
entre solitones.....	75
incoherentes.....	115
lentas.....	75
rápidas.....	75, 126, 143
Intercambio	
de energía.....	118, 121, 124
Interferencia.....	127, 138, 151

K

Kerr.....	5, 12
-----------	-------

L

lentes.....	67
convergentes.....	67
divergentes.....	67
Ley de Snell.....	63
longitud.....	45
de difracción.....	67, 71
de dispersión.....	44, 45
de interacción efectiva.....	13
de la fibra.....	102
de la guía de onda.....	44
de onda.....	3, 48, 61, 63, 116
focal auto-difracción.....	67
focal auto-enfoque.....	67
h 103	
no-lineal.....	44, 45, 62, 67, 71
luz 57	
comportamiento de la.....	61

M

malla.....	104
malla de nodos.....	94
material	
no simétrico.....	12
no-lineal.....	3, 74, 79
no-lineal tipo Kerr.....	63
materiales no-lineales.....	61
matriz.....	88
[A]106	
de propagación discretizada	
tridimensional.....	108
del sistema.....	97
elemental de rigidez.....	89
rectangular.....	93
matriz diagonal.....	106
medio.....	24
medio no-lineal.....	62, 69
medios dieléctricos.....	63
memoria.....	108
método	
de direcciones variables.....	116
de expansión del vector eigen.....	104
de Fourier.....	35
de Galerkin.....	85
de la primera Integral.....	73
de propagación del rayo de	
diferencia finita.....	116
de residuo de peso.....	85
de separación de variables.....	35, 73
Método	
de Diferencias Finitas.....	93
de Fourier de paso dividido.....	91
de Fourier de Paso Dividido.....	100
de Fourier de Paso dividido	
Simétrico.....	101
de Onusa-Seidel.....	98
de Índice Efectivo.....	81
de Jacobi.....	98
de las direcciones alternadas.....	108
de Propagación del Rayo.....	90

de propagación del rayo de	
diferencia finita.....	109
de Reducción de Crout.....	108
de super-relajación.....	98
del Elemento Finito.....	83
del índice Efectivo.....	79
métodos analíticos.....	79
modo	
óptico fundamental.....	19, 74, 79
modo fundamental.....	24
modos	
de la guía de onda.....	90
modos TE.....	24, 84, 105
modos TM.....	24, 105, 106
modulación	
en fase.....	50
muestreo.....	96

N

NLSE..... <i>F</i> ase Ecuación no-lineal de Schrödinger	
nodos	
adyacentes.....	96
no-linealidad.....	32, 44, 47, 61, 62
no-linealidades.....	100
número de onda.....	35, 68
guiado.....	68
perturbado.....	69
número de onda.....	85
número de picos.....	57
números de onda.....	68
ondas electromagnéticas.....	43, 62
Ondas Ópticas Guiadas.....	19
ondas portadoras.....	68
ondas TE.....	19
ondas TM.....	19
operador de Laplace.....	105
operador diferencial.....	100
operador exponencial.....	101
operadores no-conmutados.....	101
óptica	
geométrica.....	63
integrada.....	75
no-lineal.....	3, 9
óptica integrada.....	104

P

parámetro de propagación	
normalizado.....	29
parámetro <i>N</i>	58, 71
paso dividido.....	101
PDA-PTS.....	117
película delgada.....	43, 61
películas delgadas	
de semiconductores.....	5
poliméricas.....	5
perturbación.....	35
perturbación pequeña.....	22
polarización.....	9, 10
polarización lineal.....	32, 68
polarización inducida.....	21



potencia critica	66
potencia pico	45, 61
Poynting	65
pozo cuántico	118
procesamiento totalmente óptico	12, 61
propagación	43
del pulso no-lineal	32
propagación del rayo de diferencia finita	104
propagación	68
proceso de	68
<i>pulso</i>	
componente espectral del	48
cuadrado	44
ensanchamiento	49
ensanchamiento del	38
espectro del	48, 49, 56
forma del	48, 54
Gaussiano	49
incidente	45
mínimo del ancho del	52
óptico	100
perfil	45
propagación del	37
propagación del	45
secante hiperbólica	59
super _ Gaussiano	55
<i>pulsos</i>	
compresión de	58
cortos	46
Gaussianos chirpeados	51
Gaussianos no chirpeados	56
ópticos	32, 43, 44
propagación de	61
ultracortos	3

R

rayo	44
ángulo del	131
auto-atrapado	43
de luz auto-atrapada	74, 79
de luz de cw	63
de ondas continuas	74, 79
intensidad del	13, 116
potencia del	65
propagación del	68, 69
rayos	61
de cw	63
reflexión total interna	61
<i>régimen</i>	
de dispersión anormal	47
de dispersión normal	47
de solitones	47
<i>régimenes</i>	

de propagación	44
región de trabajo	93
regla trapezoidal	102
resolución espacial	138, 151
rojo	59
ruteo totalmente óptico	115
rutinas matemáticas	108

S

saturnación no-lineal	14
Schrödinger	147
Schrödinger, <i>l'usage</i> Ecuación no-lineal de	
secante hiperbólica	59
forma	74, 79
señal	134
señales	117
debiles	117
procesamiento de	147
serie de Taylor	37
SFM	137
<i>sistema</i>	
de ecuaciones lineal	97
guiado	68
sistema de ecuaciones	94
<i>sistemas</i>	
de comunicación	45
sistemas de comunicaciones	47
soliton	3
solitón	72
fundamental	60, 72
orden del	58
solitón de control	126
solitón de señal	126
solitón espacial	62, 63, 65, 74, 79
estable	66
orden del	71
tipo Kerr	74, 79
<i>solitones</i>	
de control	132, 135
de señal	132, 135
tipo Kerr	126

Solitones

Fotorefractivos	5
Kerr	5
SIBC	5
<i>solitones espaciales</i>	4, 43, 53, 68
tipo Kerr	75
<i>Solitones Espaciales</i>	61, 71
Fundamentales	72
<i>SOLITONES ÓPTICOS</i>	43
<i>solitones temporales</i>	4, 43, 53, 61
formación de los	58
<i>Solitones Temporales</i>	58
solución	

clásica del solitón espacial	
fundamental	74
solución tecnológica	117, 135
splitter	115
SPM	46, 53, 58, 61, 75
sulfanato paratoleno polidiatilactileno	117
susceptibilidad	10, 63
sustrato	117
switch	61, 75, 115
switch totalmente óptico	6, 68

T

Taylor	
serie de	93
teorema de Larmor	10
terabit	147
tiempo	58
local	44
normalizado	45
transversal dirección	48

V

vacío	61
valor pico	56
valores eigen	104
variable	
de distancia normalizada	71
espacial normalizada	71
<i>variables</i>	
independientes	69
<i>vector</i>	
de error	97
de estimación	97
de resultados	97
de soluciones iniciales	98
E(z)	106
vectores eigen	104, 106, 107
velocidad angular	90
velocidad de fase	68
velocidad de grupo	38, 68
velocidad de la luz	21

Z

zona	
de excitación	69
de Fresnel <i>l'usage</i> zona de excitación	

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN