

00321  
67



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"LA VOLATILIDAD COMO MEDIDA DE  
RIESGO FINANCIERO"

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**A C T U A R I A**  
P R E S E N T A :  
**ARACELI PAIS GRAJALES**



DIRECTOR DE TESIS: ACT. FERNANDO ALONSO PEREZ TEJADA LOPEZ



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **PAGINACION DISCONTINUA**



**DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA**  
**Jefa de la División de Estudios Profesionales de la**  
**Facultad de Ciencias**  
**Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"La volatilidad como medida de riesgo financiero"

realizado por Araceli Pais Grajales

con número de cuenta 09758522-8 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

**A t e n t a m e n t e**

Director de Tesis  
 Propietario

Act. Fernando Alonso Pérez Tejada López

Propietario

Act. María Aurora Valdés Michell

Propietario

Act. Leticia Daniel Orana

Suplente

Act. Marina Castillo Garduño

Suplente

Act. Laura Miriam Querol González

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en C. José Antonio

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

2

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

# ÍNDICE

## INTRODUCCIÓN

III

## CAPÍTULO 1

### MERCADOS FINANCIEROS

1

1.1	Sistema financiero	1
1.2	Mercados financieros	3
1.2.1	Mercados de dinero	5
1.2.1.1	El mercado de descuento	6
1.2.1.2	El mercado interbancario	9
1.2.1.3	El mercado de certificados de depósito	9
1.2.1.4	El mercado de la autoridad local	10
1.2.1.5	Importancia de los mercados paralelos	11
1.2.2	Mercados de capital	13
1.2.2.1	Importancia de los mercados de capital	13
1.2.2.2	Características de los bonos	15
1.2.2.3	Características de las acciones	17

## CAPÍTULO 2

### FACTORES IMPORTANTES DE LOS INSTRUMENTOS FINANCIEROS

21

2.1	Rendimiento	21
2.1.1	Precios de los valores del mercado de dinero	22
2.1.2	Cotizaciones de acciones	23
2.2	Liquidez	25
2.3	Riesgo	25
2.3.1	Parámetro beta	26
2.3.2	Valor en riesgo	27
2.3.2.1	Empleo de los rendimientos históricos	27
2.3.2.2	Utilización de la desviación estándar	28
2.3.2.3	Utilización de beta	28
2.3.3	Volatilidad	28
2.3.3.1	Volatilidad implícita	29
2.3.3.2	Volatilidad homoscedástica "cierre a cierre"	31
2.3.3.3	Volatilidad histórica intraday	33
2.3.3.4	Volatilidad histórica heteroscedástica	34
2.3.3.5	Volatilidad prevista	34
2.3.3.6	Volatilidad futura	35

<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>ANÁLISIS DE LA VOLATILIDAD DE LOS BONOS</b>	<b>36</b>
3.1 Riesgo de precio	37
3.1.1 Duración de bonos con pago de cupón	42
3.1.2 Duración de bonos cupón cero	46
3.1.3 Duración de una cartera de bonos	47
3.1.4 Valor del punto básico	48
3.2 Duración y convexidad	49
3.3 Riesgo de variaciones no paralelas de la estructura temporal de las tasas de interés	52
3.4 Riesgo de reinversión	54
<b>CAPÍTULO 4</b>	
<b>ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD UTILIZANDO LA DURACIÓN</b>	<b>58</b>
4.1 Cálculo de la duración y duración modificada	58
4.2 Cálculo de la duración de una cartera de bonos	60
4.3 Cálculo del valor del punto base	61
4.4 Cálculo de la duración y convexidad	63
4.5 Análisis numérico del riesgo de variaciones no paralelas de la estructura temporal de los tipos de interés	65
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>69</b>
<b>APÉNDICE</b>	
Propiedades de la duración de Macaulay	71
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>73</b>

# INTRODUCCIÓN

En la actualidad los mercados financieros son cada vez más utilizados y su interacción internacional es cada vez mayor. De las características que posean los instrumentos que se intercambian en dichos mercados depende el éxito de este intercambio, es por ello que tener una forma de medir correctamente dichas características resulta primordial para la toma de decisiones. El principal objetivo del presente trabajo es mostrar cómo podemos utilizar la volatilidad como una medida de riesgo de los instrumentos financieros.

Para entender qué genera las variaciones en el precio y rendimientos de los instrumentos que se intercambian en los mercados financieros, resulta fundamental conocer qué son estos mercados e instrumentos, así como sus características. Es por esto que en el primer capítulo se presentan las definiciones, propiedades, funciones de los mercados de dinero y mercados de capital, así como las características de los instrumentos que se intercambian en cada uno de estos mercados.

En segundo lugar, se hace referencia a tres factores muy importantes de los instrumentos financieros: rendimiento, liquidez y riesgo, pues con base en los diferentes valores que tomen estos, para cada uno de los títulos que se comercialicen, se tomarán las decisiones de emisión y compra de dichos títulos. En el segundo capítulo se presentan las definiciones de estos tres factores, haciendo hincapié en el concepto de riesgo y, aún más, en una forma de medir este último: la volatilidad. Dado que la volatilidad es nuestro tema de interés, el presente trabajo incluye definiciones detalladas de los diferentes tipos de volatilidad.

En tercer lugar, se encuentra el análisis de riesgo para uno de los instrumentos financieros más importantes: los bonos. El riesgo de estos títulos se puede dividir en: riesgo de precio y riesgo de reinversión. Este análisis se centra en el estudio del riesgo de precio y su medición a través del valor de la duración,

para presentar esta herramienta como un estimador de la volatilidad de los precios de estos instrumentos. Se agrega también el análisis del valor del punto básico y de la medida de duración y convexidad, pues estas medidas depende directamente de la duración.

A lo largo de los primeros dos capítulos veremos la razón del enfoque en la valuación del riesgo mediante la volatilidad de los bonos (específicamente los bonos gubernamentales) debido a que el comportamiento en las características de la gran mayoría de los instrumentos financieros que se comercializan depende de los valores que tomen las características que definen estos títulos considerados como "libres de riesgo".

Finalmente, en el capítulo cuatro, se muestran diversos ejemplos en los que se calcula la volatilidad utilizando la duración como estimador considerando la teoría presentada en el capítulo previo. Asimismo, se trata de determinar el nivel de riesgo entre uno u otro instrumento en algunos de los ejemplos presentados.



# LA VOLATILIDAD COMO MEDIDA DE RIESGO FINANCIERO

Araceli Pais Grajales

SV

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# CAPÍTULO 1

## MERCADOS FINANCIEROS

Dado que los mercados financieros forman parte de un sistema financiero, en primer lugar se presenta una breve descripción de lo qué es, cómo funciona y quienes participan en un sistema financiero.

### **1.1 Sistema financiero**

Un *sistema financiero* está formado por un conjunto de mercados, por individuos y organizaciones que comercian en esos mercados y por un conjunto de entidades regulatorias. Los usuarios finales del sistema son personas y empresas que tienen el deseo de prestar o de pedir algún préstamo. Dado este deseo de prestar o pedir prestado, los usuarios finales de la mayoría de los sistemas financieros pueden aproximarse de tres formas diferentes.

En principio, un usuario puede decidir hacer el trato directamente con algún otro usuario, sin embargo esto resulta costoso, riesgoso, ineficiente y en consecuencia poco probable.

Es común que los usuarios finales decidan usar uno o más de los mercados organizados existentes, en estos mercados los prestadores compran las obligaciones (compromisos de pago) que emiten los que piden prestado. Si la obligación es emitida recientemente entonces los emisores reciben los fondos directamente del prestador. Sin embargo es más frecuente que un prestador compre una obligación ya existente a otro prestador. De hecho, este refinanciamiento del cargo original o transacción "secundaria" pasa inadvertida para quien pide el préstamo, es decir para quien emitió la obligación.

De manera alternativa, quienes piden prestado y quienes prestan pueden decidir hacer tratos por medio de intermediarios. En este caso los prestadores

poseen un bien el cual no puede comercializarse, por ejemplo un fondo de pensión, pero sí puede utilizarse y regresar al intermediario. De manera similar al párrafo anterior, hay emisores pero en este caso son los intermediarios quienes crean obligaciones, comúnmente en forma de préstamos, para los que piden prestado. Estas obligaciones permanecen en las hojas de balance de los intermediarios hasta que son reembolsadas. Los mismos intermediarios también pueden utilizar los mercados, emitiendo títulos para financiar algunas de sus actividades y comparando acciones y bonos como parte de su portafolio de bienes.

Existen dos consecuencias generales de la *intermediación financiera*. La primera es que hay más bienes y obligaciones financieras de las que habría si una comunidad pudiera confiar en el préstamo directo. La segunda consecuencia de la intervención de las instituciones financieras es que prestar y pedir prestado se vuelve más fácil, es decir, ahora los ahorradores no necesariamente deben buscar a quienes quieran pedir prestado con necesidades similares a sus capacidades de préstamo. En sentido financiero, los Intermediarios mantienen bajos los costos de transacción de prestar y pedir prestado.

TABLA 1-1

**Funciones del sistema financiero**

<b>Función de ahorro.</b> Proporcionando una salida de bajo riesgo y potencialmente aprovechable para el ahorro público.	<b>Función de riqueza.</b> Proporcionando un medio para almacenar poder de compra hasta necesitarlo para compras futuras.
<b>Función de liquidez.</b> Proporcionando medios para incrementar fondos, convirtiendo los títulos y otros instrumentos en dinero en efectivo.	<b>Función de crédito.</b> Proporcionando una oferta de crédito para el gasto en consumo y gasto en inversión dentro de la economía.
<b>Función de política.</b> Proporcionando un medio para la política gubernamental para lograr objetivos sociales como empleo elevado, baja inflación y crecimiento económico sustentable.	<b>Función de riesgo.</b> Proporcionando medios de protección a los negocios, consumidores y gobiernos contra riesgos para las personas, propiedades-e-Ingreso.
<b>Función de pagos.</b> Proporcionando un mecanismo para realizar pagos por la compra de bienes y servicios.	

## 1.2 Mercados financieros

En términos económicos, un mercado es un mecanismo organizacional que reúne (no necesariamente de manera física) a compradores y vendedores.

Normalmente la expresión "mercado financiero" se utiliza para hacer referencia a un mercado en donde alguna clase de productos financieros (derechos u obligaciones) están siendo comercializados. En adelante llamaremos a los bienes y obligaciones: "títulos".

Los títulos existen de varias formas específicas, a cada una de estas se le llama *instrumento financiero*, algunos se enlistan a continuación:

- Depósitos bancarios
- Depósitos de sociedades inmobiliarias
- Certificados de ahorro nacional
- Bonos del tesoro
- Bonos del gobierno
- Bonos de la autoridad local
- Acciones
- Pólizas de seguro de vida
- Certificados de depósito
- Pagarés

Dado que estos instrumentos son diferentes entre sí, reúnen los diferentes tipos de necesidades que tienen los prestadores y quienes piden prestado. Existen varias formas en las que podemos agrupar estos instrumentos en los mercados, por ejemplo: podemos dividir la lista de instrumentos en aquellos que pueden ser comercializados directamente entre poseedores de dichos títulos y aquellos que no. Los instrumentos que pueden comprarse y venderse entre terceras partes son conocidos como garantías. Alternativamente, podemos distinguir los instrumentos que se emiten con respecto a la tasa pues esta puede ser fija para todo el periodo de existencia, como los bonos del gobierno o de autoridades locales por ejemplo, o variable.

Una base muy popular para distinguir los tipos de instrumentos es el vencimiento, es decir, el periodo de tiempo que transcurre antes de que el título sea redimido, el cual puede ser muy largo, como las acciones de las compañías, pues teóricamente es infinito. Algunos bonos del gobierno se emiten con periodo de vencimiento de veinticinco años, en contraste los bonos del tesoro pueden emitirse con vencimiento de noventa y un días o incluso los depósitos bancarios los cuales pueden demandarse inmediatamente o "a la vista". Tradicionalmente, las diferencias en el vencimiento se utilizan para distinguir entre **mercados de dinero** (mercados para títulos de corto plazo) y **mercados de capital** (mercados para títulos de largo plazo).

#### Mercados de dinero

- El mercado de descuento
- El mercado interbancario
- El mercado de certificados de depósito
- El mercado de la autoridad local

#### Mercados de capital

- El mercado para bonos
- El mercado para acciones
- El mercado para hipotecas

Sin embargo, hay que advertir que la innovación financiera continúa, se desarrollan nuevos mercados para nuevos tipos de instrumentos, y con ello el grado de interdependencia de los mercados se incrementa.

Aunque es común hablar de estos dos grupos de mercados financieros domésticos: los mercados de "dinero" y los mercados de "capital", en un sentido esto resulta engañoso pues en ambos mercados se venden "deudas" o "derechos" por intercambio de dinero, es decir, en ambos mercados lo que está siendo prestado es dinero. La diferencia para estos mercados es el periodo de vencimiento de los títulos, en otras palabras, la longitud de tiempo en que los fondos se piden en préstamo. En los mercados de "dinero" los fondos se piden

prestados por un periodo corto, es decir, menor a un año; en los mercados de "capital" los fondos se piden prestados para utilizarse por largo tiempo, en algunos caso sin promesa de cuando serán pagados.

A pesar de que esta distinción es útil y puede reconocerse fácilmente, esto no restringe el comportamiento de los usuarios de los mercados financieros, pues ciertamente quienes prestan y quienes piden prestado son libres de cambiar de un mercado a otro tanto como ventajas de hacerlo se presenten. Por ejemplo, las empresas pueden, como una regla, preferir incrementar su capital utilizando bonos a largo plazo pero puede haber circunstancias en las que sea preferible incrementarlo mediante "dinero a corto plazo".

TABLA 1-2	
<b>Clasificaciones de los mercados financieros</b>	
Clasificación por la naturaleza del título:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercado de deuda</li> <li>• Mercado de acciones</li> </ul>
Clasificación por vencimiento del título:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercado de dinero</li> <li>• Mercado de capital</li> </ul>
Clasificación por condicionamiento del título:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercado primario</li> <li>• Mercado secundario</li> </ul>
Clasificación por tiempo de entrega:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercado de efectivo o activos</li> <li>• Mercado de derivados</li> </ul>
Clasificación por estructura organizacional:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mercado de subasta</li> <li>• Mercado 'sobre el mostrador' (OTC)</li> <li>• Mercado con intermediarios</li> </ul>

### 1.2.1 Mercados de dinero

Como hemos visto hasta ahora, los mercados financieros pueden subclasificarse en dos grupos: mercados de dinero y mercados de capital. Algunas veces la práctica de dividir los mercados financieros va más allá, para el caso de los mercados de dinero se puede hacer la siguiente clasificación:

- El mercado de descuento
- El mercado interbancario
- El mercado de certificados de depósito
- El mercado de la autoridad local

Los mercados Interbancario, de certificados de depósito y de la autoridad local se conocen como *mercados paralelos*. El mercado de descuento, también llamado mercado tradicional, es aquel en que el banco central lleva a cabo sus operaciones de control monetario y en consecuencia, cualquier cuestión de importancia a juzgar por la magnitud de los fondos que fluyen a través de él tiene un gran significado para el comportamiento del resto del sistema financiero y del resto de la economía.

#### **1.2.1.1 El mercado de descuento**

En el mercado de descuento los fondos se incrementan mediante la emisión de "certificados" a descuento de su amortización eventual o valor al vencimiento. Las transacciones en este mercado generalmente son por grandes cantidades lo que permite obtener beneficios al hacer convenios que involucren diferenciales en las tasas de descuento de fracciones de hasta uno por ciento. Como en cualquier mercado se puede pensar en una fuente de oferta y en una fuente de demanda. En teoría, cualquiera puede emitir certificados pero en la práctica estos son emitidos principalmente por grandes corporaciones (certificados comerciales, papel comercial) y por el banco central a nombre del gobierno (certificados de Tesorería).

Lo que se comercializa en el mercado de descuento son "certificados", estos son certificados que tienen una promesa de pago de una cantidad específica de dinero para el poseedor en un tiempo futuro específico. Pueden ser emitidos por un acreedor como intercambio de bienes y servicios recibidos o como intercambio de dinero. Después de la emisión pueden ser comercializados (llamados ahora "garantías") y así el tenedor al momento de amortización no necesita ser la persona que lo poseía cuando el certificado fue emitido

originalmente. Comparados con otros instrumentos financieros, los certificados tienen numerosas características distintivas.

Primeramente, los certificados se emiten en grandes cantidades.

En segundo lugar, son una forma de bienes altamente líquidos, esto es debido en principio a su periodo de vencimiento corto (normalmente son emitidos por noventa y un días) aunado al hecho de que pueden comprarse y venderse rápidamente antes del vencimiento en un mercado altamente organizado. Esto se refuerza con el hecho de que los certificados tienen bajo riesgo predeterminado, de hecho los certificados de la tesorería son los principales ejemplos de garantías libre de riesgo.

En tercer lugar, el premio para el prestador por tener un bien al momento de amortización se asemeja a una ganancia de capital más que una tasa de interés convencional, porque los certificados se emiten "a descuento" de su valor de amortización. Por ejemplo, el gobierno puede hacer una emisión de certificados por \$100,000 a noventa y un días, cada una con descuento de \$1,000; esto significa que un comprador debería pagar \$99,000 y recibir \$100,000 (la suma de \$99,000 y \$1,000) dentro de tres meses. Sin embargo es esencial contar con una forma de comparar el costo y la ganancia de pedir prestado y prestar de esta manera con otros métodos que pagan tasas de interés. Esto se puede hacer calculando la tasa de descuento mediante la siguiente ecuación:

$$d = \frac{(R - P)}{R \cdot n}$$

donde:

$d$  tasa de descuento;

$R$  valor de amortización;

$P$  precio inicial del certificado

$n$  tiempo de amortización en años



Aunque es comparable con las tasas de interés, es mejor calcular el interés que proporcionaría este tipo de instrumento, mediante la ecuación:

$$i = \frac{(R - P)}{P \cdot n}$$

En cuarto lugar, dado que la cantidad que se regresará al tenedor al momento de amortización se conoce en la fecha de emisión, los certificados son garantías con tasa de interés fija. En consecuencia, como ocurre con todas las garantías con tasa de interés fija, su precio cambiará con cualquier cambio en el mercado o en las tasas de interés actuales. En forma detallada veamos que en un determinado momento los certificados habrán sido emitidos con un valor de amortización fijo y se supone que el tenedor calcula que este debería darle una ganancia igual o similar a las ganancias alternativas disponibles actualmente, si ahora las tasas de mercado aumentan, habrá instrumentos nuevos disponibles con tasas de retorno más altas, de hecho, las nuevas emisiones de certificados tendrán una tasa de descuento mayor para emparejarse con las tasas de mercado ahora más altas. En estas circunstancias, ignorando costos de transacción, esto pagará a los tenedores por vender sus certificados "viejos" y comprar los "nuevos" instrumentos con rendimientos más altos. En consecuencia, el precio para los certificados existentes caerá, sin embargo, surge un diferencial mayor entre su precio actual y el de amortización, eventualmente tal diferencial se observará a la tasa con la cual los rendimientos de la tasa de interés de los certificados existentes sea similar a la disponible en los nuevos.

Finalmente, sin cambios en las tasas de interés, el precio de mercado de un certificado se aproximará a su precio de amortización a medida que el periodo de amortización se reduzca.

Los mercados paralelos son también mercados de dinero a corto plazo, por consiguiente comparten varias de las características del mercado tradicional. Los convenios se realizan por cantidades muy grandes con tasas de beneficio

muy pequeñas. Es común que algunos participantes, bancos y casas de descuento, estén en ambos mercados, tradicional y paralelos.

### **1.2.1.2 El mercado interbancario**

Como su nombre lo sugiere, el mercado interbancario es un mercado en el cual los bancos se prestan unos a otros. Como en el mercado de descuento este proporciona a los bancos individuales una salida para sus fondos excedentes y una fuente para pedir prestado cuando sus reservas estén bajas. Este es un mercado de venta al mayoreo.

Los préstamos normalmente son por periodos muy cortos, de una noche o hasta catorce días, aunque ocurren algunos préstamos por tres y seis meses. Naturalmente, dado el grado de traslape, hay alguna conexión entre las tasas del mercado interbancario y las tasas del mercado tradicional. Si los bancos tienen poca liquidez prestarán menos a ambos mercados y las tasas se incrementarán; si el banco central rápidamente proporciona fondos al mercado de descuento, las casas ofrecerán términos menos atractivos a los otros bancos quienes depositarán en cambio en los mercados paralelos lo que provoca que las tasas caigan. No obstante, las tasas interbancarias son generalmente ligeramente altas y ciertamente más volátiles que las tasas en el mercado tradicional. Los préstamos no están asegurados y no hay prestadores de último recurso. Así mismo, el rango de participantes es más amplio que en el mercado de descuento. Los bancos más pequeños esperarán pagar un poco más por los fondos que la mayoría de los bancos al menudeo. En periodos de gran escasez de liquidez, las necesidades de los bancos que no tienen suficientes fondos pueden manejar tasas por una noche en el mercado tradicional por más del cien por ciento.

### **1.2.1.3 El mercado de certificados de depósito**

Un certificado de depósito establece que se ha hecho un depósito en un banco por un periodo de tiempo fijo, al término del cual este será pagado con

intereses. Se dice que una institución "emite" un certificado de depósito cuando esta acepta un depósito y que "tiene" un certificado de depósito cuando esta misma hace un depósito o compra un certificado en el mercado secundario. Por lo tanto, desde el punto de vista de las instituciones, los certificados de depósitos emitidos son obligaciones y los certificados de depósitos que se tienen son derechos.

La ventaja para el depositante es que el certificado es comerciable así que, a pesar de que el depósito se hace por un periodo fijo, este puede hacer uso de los fondos más pronto mediante la venta del certificado a una tercera parte a un precio que reflejará el periodo que ha transcurrido, el nivel actual de las tasas de interés y los niveles de oferta y demanda de tales títulos. La ventaja para el banco es que puede hacer uso de los depósitos por un periodo de tiempo fijo pero a un precio ligeramente menor que el que hubiera tenido que pagar por un depósito en tiempo normal.

#### **1.2.1.4 El mercado de la autoridad local**

Como su nombre lo implica, este es un mercado en el cual los fondos son prestados a las autoridades locales. Estrictamente hablando, lo que interesa aquí es sólo una parte del mercado la cual proporciona a las autoridades locales dinero a corto plazo a través de certificados o depósitos. Cabe mencionar que las autoridades locales también son activas en los mercados de capital donde piden prestado mediante la emisión de stocks, bonos e hipotecas.

Los certificados son emitidos con vencimiento de tres y seis meses. Son parecidos en muchos aspectos a los certificados del tesoro, en consecuencia, los comercializan quienes están activos en el mercado tradicional de certificados y los rendimientos son siempre muy cercanos a los rendimientos de los certificados del tesoro.

Sin embargo, los depósitos son una fuente mucho más grande de fondos de lo que son los certificados, además una vez hechos los depósitos no pueden comercializarse, a diferencia de los certificados de depósito.

### **1.2.1.5 Importancia de los mercados paralelos**

Una consecuencia del desarrollo de mercados paralelos es que disminuye el impacto de las operaciones del banco central en el mercado de descuento. En el mercado tradicional el banco central toma ventaja de los flujos de fondos entre los sectores público y privado para indicar la manera en la que este desea el movimiento a corto plazo en las tasa de interés. Es posible hacer esto porque el mercado es una fuente de liquidez para los bancos en caso de escasez. Cuando los bancos retiran fondos, el banco central remedia la escasez que resulta en el mercado de descuento a una tasa de interés que este considere apropiada, subiendo las tasas un poco quizá para reducir la demanda de préstamos bancarios o para inducirlos y así contrarrestar un crecimiento en el tipo de cambio.

Por supuesto, en una situación de escasez de liquidez general no puede aliviarse por medio del retiro de préstamos de unos a otros. Eventualmente el banco central será requerido como prestador de último recurso. Pero la existencia de numerosos mercados alternativos para fondos de corto plazo significa que la oportunidad de intervención puede estar sujeta a un retraso en el tiempo. Para asegurar que el banco central puede mantener un grado aceptable de influencia sobre las tasas a corto plazo las regulaciones de control monetario requieren que los bancos mantengan un monto mínimo en el mercado de descuento, al mismo tiempo las regulaciones incrementan el rango y número de certificados que las instituciones podrían ofrecer a descuento al banco central. Ambas medidas intentan asegurar que los bancos continúen considerando el mercado de descuento tradicional como una salida importante de fondos excedentes y una fuente de liquidez en caso de escasez.

Considerando que los mercados paralelos pueden reducir la habilidad de los cambios de las tasas de interés a corto plazo para influir en el crecimiento monetario, mediante cambios en la relación entre el dinero y el gasto (es decir, la velocidad), entonces los mercados paralelos pueden alterar también la importancia de cualquier crecimiento monetario que ocurra.

La segunda consecuencia, obvia, del crecimiento de los mercados paralelos es el aumento en la gama de oportunidades para prestar y pedir prestado que se genera. Como ya se mencionó, esperaríamos que esto reduzca el costo e incremente el volumen de prestadores y de quienes piden prestado, trayendo como una posible consecuencia el balance entre el consumo y ahorro y el nivel de demanda agregada de bienes y servicios.

El crecimiento de estos mercados alternativos para el dinero a corto plazo y los instrumentos que se manejan en ellos han hecho la oferta y demanda de dinero a corto plazo extremadamente competitiva. Como se ha mencionado en varias ocasiones, los contratos de mayoreo a menudo se hacen con comisiones muy pequeñas o beneficios con diferenciales en las tasas de interés excesivamente pequeños. Con tal variedad de instrumentos similares y tasas competitivas es difícil y toma mucho tiempo para todos los participantes conocer los mejores términos para los instrumentos y las mejores tasas, esto ha estimulado el desarrollo de dos profesiones: "money brokers", firmas que ofrecen, por comisiones muy bajas en contratos muy grandes, poner en contacto a prestadores y acreedores con las mejores ventajas para ambas partes, de hecho es una práctica normal de los brokers buscar afuera, vía telefónica, aquellas instituciones con fondos para prestar y aquellas que desean pedir prestado; también se ha alentado el "arbitraje", este involucra obtener beneficio cuando se pide prestado a alguien con la única finalidad de prestar a otro y tomar ventaja en los diferenciales de las tasas de interés. Es importante notar que, en contraste con la especulación, en el arbitraje no es toma un "juego" de eventos futuros. La tasa de interés de los fondos que se toman en préstamo se conoce así como la tasa a la que estos se pueden

prestar, el único riesgo posible es que una o ambas partes puedan cambiar mientras se esté llevando a cabo el convenio. Dirigiendo los fondos de fuentes con bajo interés a salidas de interés más alto, arbitraje de interés, así como la tarea de los brokers, debe ayudar a retirar anomalías en los diferenciales de las tasas de interés.

### **1.2.2 Mercados de capital**

Los mercados de capital proveen fondos para usarlos por un plazo largo de tiempo, no hay una definición estricta para "largo plazo" pero el vencimiento original de las deudas será al menos de un año y usualmente por más de cinco años, muchas de las deudas no tienen periodo de vencimiento establecido como, por ejemplo, las acciones.

#### **1.2.2.1 Importancia de los mercados de capital**

Al igual que los préstamos a corto plazo, los préstamos a largo plazo pueden hacerse de varias maneras. Como ejemplo, en la tabla 1-3 se muestran las fuentes de fondos de las compañías comerciales e industriales en Inglaterra. Se puede observar la importancia de las compañías llamadas de fondos internos o beneficios retenidos. En comparación, la emisión de nuevas acciones y bonos es generalmente pequeña. Dado que las empresas incrementan sólo un poco su capital directamente, se está tentado a sostener que el comportamiento de los mercados de capital es de poca importancia. Sin embargo, debemos recordar que las empresas que utilizan fondos internos, si realizan correctamente los cálculos, deberían tomar el nivel de rendimientos en activos financieros alternativos como un indicador del costo de oportunidad del uso de estos fondos. En segundo lugar, debemos recordar que cuando las empresas emiten nuevos títulos para incrementar nuevos fondos para inversión, tienen que emitir estos títulos en términos que los hagan atractivos a prestamistas y que compitan con los términos de aquellos disponibles en los títulos existentes.

Tabla 1-3

<b>Compañías industriales y comerciales</b>				
(fuentes seleccionadas para incrementar sus fondos como % del total de nuevos fondos)				
Año	Fondos internos	Préstamos bancarios	Acciones ordinarias	Obligaciones y acciones preferenciales
1986	64.7	10.9	11.1	5.2
1987	54.1	16.6	17.4	5.1
1988	40.7	37.1	5.2	4.3
1989	29.8	36.7	2.0	6.2
1990	38.0	22.4	3.2	4.1
1991	48.8	-1.3	14.5	8.2
1992	61.4	-3.6	9.8	3.1

Si el precio de las acciones es alto, por ejemplo, las nuevas acciones pueden emitirse a un "alto" precio y el costo del capital nuevo será por consiguiente bajo. En tercer lugar, la existencia de un mercado secundario activo tiene el efecto de hacer los títulos muy líquidos. Incluso las grandes cantidades pueden comprarse y venderse rápidamente con un bajo cargo de corretaje. Esto hace los títulos mucho más atractivos para los inversionistas, reduce la tasa de retorno que requieren y mantienen bajo el costo del capital para empresas. Además, el comportamiento de los mercados financieros puede tener algunos efectos indirectos sobre el comportamiento de las empresas por su impacto sobre el estado general de "confianza" en la economía. Finalmente, debe recordarse que los títulos son bienes en los portafolios de individuos y de instituciones financieras.

Los movimientos generales en el precio, por lo tanto, causan cambios en la riqueza. La gente puede cambiar sus planes de gasto en base al incremento o disminución de los precios de los títulos; ciertamente los bancos y otras instituciones financieras revisarán sus planes de préstamo según se incremente o disminuya el valor de sus recursos.

A continuación se describen las características de los principales instrumentos financieros o títulos que se comercializan en los mercados de capitales.

Hay varios tipos de títulos aunque cada uno de estos es una derivación de una o dos formas básicas: el *bono de interés fijo* y la *acción ordinaria*.

### 1.2.2.2 Características de los bonos

Los bonos normalmente se emiten con un periodo fijo de vencimiento. Muchos son emitidos para vencerse en diez e incluso veinte años pero hay algunos bonos de gobierno en existencia que nunca serán amortizados. El año de vencimiento normalmente forma parte de los elementos del bono. Obviamente, conforme el tiempo pasa, el *vencimiento residual* de cualquier bono se reduce. Es común clasificar los bonos por su vencimiento residual. Los bonos con tiempo de vida arriba de cinco años son llamados "cortos"; de cinco a quince años son "medios", de más de quince son "largos".

En segundo lugar, los bonos pueden pagar una tasa de interés fija o variable la cual se considera como la tasa de referencia más un spread, generalmente la tasa variable se estima y se considera fija. Este pago de interés es conocido como el "cupón" y se realiza normalmente en dos instancias, a intervalos de seis meses, cada uno igual a la mitad de la tasa especificada en el cupón del bono. El cupón dividido entre el valor par o valor de amortización del bono nos da la "tasa de cupón" en el bono. Podemos ilustrar estos dos puntos haciendo referencia a un bono con valor de amortización de \$10,000 al 15% a tres años. Esto nos dice que el bono será amortizado después de tres años y que hasta entonces éste pagará \$750 cada seis meses a cualquiera que esté registrado como propietario. De esta manera, alguien que compre un bono por \$10,000 en el momento de la emisión e intenta mantenerlo hasta su amortización, está garantizado un rendimiento del 15 por ciento anual, es decir la tasa de cupón más el diferencial entre el precio de compra y el precio de redención.

En tercer lugar, el valor de amortización de los bonos, en principio, también será el precio al cual los bonos son emitidos al inicio. De cualquier manera, puesto que la preparación para la venta toma tiempo, las condiciones de mercado pueden cambiar en un modo tal que hagan que los bonos no sean



atractivos para sus cupones existentes a la hora de que son ofrecidos para su venta. Entonces tendrán que venderse con una rebaja para hacer que la tasa de cupón se aproxime a la tasa de interés de mercado. En este caso, las autoridades hacen un ajuste de último minuto al precio con el cual esperan hacer aceptables los bonos al mercado.

En cuarto lugar, debido a que el cupón es fijado al precio de salida del bono debe fluctuar inversamente a las tasas de interés de mercado. Si las tasas de mercado se incrementan, la gente preferirá mantener nuevas emisiones, que ofrecen mayor rendimiento, en lugar de los bonos existentes. Los bonos existentes serán vendidos y sus precios caerán. Eventualmente, existirán bonos con varios cupones que serán mantenidos pero sólo hasta que sus precios hayan caído al punto donde el cupón expresado como un porcentaje del precio actual se aproxima a la nueva tasa de mercado. Podemos ver esto tomando como ejemplo un bono *irredimible* que paga un cupón fijo de \$250 (2.5%) al año y nunca será amortizado. Supongamos que la tasa de interés de mercado es del 10% anual, ¿por qué alguien desearía retener un bien que paga \$250?, la respuesta es que hay compradores para el bono si su precio es suficientemente bajo que \$250 se aproxime a la tasa de mercado, es decir, a un precio cerca de los \$2,500 pues  $(\$2,500) \times (0.10) = \$250$ .

En quinto lugar, debemos notar que el rendimiento de los bonos puede expresarse, de hecho se publica comúnmente en dos formas: el *rendimiento de amortización (YTM)* y el *rendimiento de interés o corriente (running)*. El rendimiento de amortización es un rendimiento anualizado en un bono retenido hasta la amortización, mientras que el rendimiento de interés es el cupón expresado como un porcentaje del precio de compra. Para entender la diferencia entre ellos, recordemos que el precio del bono está dado a descuento o con un premio a su valor de amortización dependiendo si su cupón fue menor o más grande que la tasa de interés actual. Si compramos un bono con un cupón más grande que la tasa de interés actual, su precio estará premiado a su valor de amortización. Todo el tiempo que lo mantengamos,

disfrutaremos de pagos de cupón grandes. Dividiendo estos pagos entre el precio que pagamos por el bono obtenemos el interés ganado. El rendimiento de amortización anualiza la pérdida o ganancia del bono y se la suma o resta del rendimiento de interés.

### **1.2.2.3 Características de las acciones**

Las compañías de acciones ordinarias dan a los tenedores derechos para flujos de ingreso futuros y variables, pagando los beneficios de la compañía los cuales son conocidos comúnmente como dividendos. Los propietarios de acciones de stock son propietarios legales de parte de la empresa. La ley exige que las compañías proporcionen información específica y cuentas en un reporte anual y que la empresa debe tener una junta general anual en la cual el manejo por parte de los directores ejecutivos de la empresa está sujeto a la aprobación de los accionistas, cada uno de los cuales tiene un número de votos correspondiente al tamaño de su participación de acciones.

Los accionistas ordinarios no tienen derechos preferenciales sobre los beneficios de la empresa o sobre sus recursos. Estos tienen derecho a compartir sólo aquellos beneficios que queden después de que se ha pagado a los tenedores de bonos; si la empresa entra en etapa de liquidación, los accionistas tienen derechos sobre cualquier bien restante sólo hasta después de que haya pagado a los tenedores de bonos. Por ello, es obvio que los accionistas ordinarios están expuestos a un riesgo mayor que los tenedores de bonos. Sin embargo, los accionistas también tienen una perspectiva de beneficios mayores. Recordemos que quien tiene una participación de acciones es parte de los propietarios de la empresa. En circunstancias normales el valor monetario de la empresa crecerá como resultado de la expansión e inflación reales. Si el valor de toda la empresa aumenta también lo hará el valor de sus acciones. A largo plazo, el valor de las acciones debe incrementarse lo que no ocurre con el valor de los bonos. Así mismo, en un año en que a las empresas andan bien, los tenedores de bonos recibirán sólo sus intereses garantizados, dejando tal vez un excedente sustancial para repartirse entre los accionistas.

Precisamente por esta razón, la proporción de financiamiento por bonos y de financiamiento por acciones (en ocasiones llamada proporción deuda/acción) dentro de una empresa afecta la variabilidad en las ganancias de los accionistas. Claramente, la proporción más grande de financiamiento mediante bonos, resulta en la suma fija anual más grande que se pagará como intereses; de igual manera, la proporción de accionistas será la menor y sobre estos tienen que repartirse los beneficios restantes. Una vez que los beneficios exceden el nivel necesario para pagar los intereses a los tenedores de bonos, el total de cualquier excedente marginal a los beneficios acumulados será para este pequeño número de accionistas. Por otro lado, si los beneficios caen entonces el efecto total de esta caída se refleja en una reducción los pagos para este pequeño número de accionistas. A un punto más alto de esta relación, más grande será la variabilidad en el pago de dividendos a los accionistas y debido a que la incertidumbre de la magnitud del pago de dividendos a futuro es normalmente considerada como parte del riesgo de los tenedores de las acciones, las acciones de compañías con proporción deuda/acción alta se consideran normalmente más "riesgosas" que las acciones de compañías con una proporción deuda/acción baja.

Para entender como se reporta y analiza el comportamiento del precio de las acciones podemos imaginar una empresa cuyo capital emitido consiste en total de 50 millones de acciones ordinarias. Supongamos que su ganancia, antes de impuestos, en el último año financiero equivalió a 4 millones y que los directores decidieron distribuir tres cuartas partes de esto como dividendos a los accionistas, guardando el resto para uso posterior dentro de la empresa. Si el precio de mercado de cada acción es \$4, entonces tendremos la siguiente información expresada en lenguaje de mercado.

Acciones emitidas	=50 millones
Precio de mercado	=\$4
Capitalización de mercado	=\$200 millones
Ganancias	=\$4 millones
Ganancias por acción	=\$0.08
Ganancias distribuidas	=\$3 millones

Dividendos por acción	= \$0.06
Rendimiento de dividendos	= 1.5 por ciento
Rendimiento de ganancias	= 2.0 por ciento
Precio/ganancias o proporción P/G	= 50

Los primeros dos elementos no necesitan explicación. *Capitalización de mercado* es la valoración del mercado de la empresa y está dado por la multiplicación del número de acciones por el precio de mercado. Las *ganancias* son beneficios, estas pueden ser cotizadas antes o después de impuestos. Obviamente, para la mayoría de los propósitos la forma "después de impuestos" es más útil pero es muy difícil para los analistas saber exactamente la posición en donde están de los impuestos de la empresa. Por eso, el uso de ganancias cotizadas después de impuestos está a menudo acompañado con el supuesto de que la empresa está sujeta a impuestos debido a una tasa de impuestos de la corporación. Las *ganancias por acción* son los beneficios divididos entre el número de acciones emitidas ( $\$4 \text{ millones} \div 50 \text{ millones} = \$0.08$ ). En nuestro ejemplo, los directivos han escogido pagar tres cuartos de las ganancias como dividendos para los accionistas, por lo tanto, el dividendo por acción es  $\$0.06$  ( $\$3 \text{ millones} \div 50 \text{ millones}$ ). Al precio corriente de la acción esto nos provee un rendimiento de dividendos de 1.5 por ciento (dividendo por acción  $\div$  precio por acción =  $\$0.06 \div \$4$ ). Notemos que si el precio de mercado de la acción se incrementa, los dividendos permanecerán sin cambios pero caerá el rendimiento de los dividendos; si el rendimiento de los dividendos aumentara, los dividendos no cambian, cuando el precio de las acciones cae.

Las ganancias que han sido retenidas dentro de las empresas pueden también beneficiar a los accionistas a largo plazo. Uno puede tomar en cuenta el valor más alto de ganancias retenidas, el valor más alto de la tasa de inversión, el crecimiento más rápido de la empresa y el aumento del valor de capital más rápida de estas acciones. Adoptar estos argumentos significa que una acción debe ser valuada de acuerdo a los dividendos que son pagados ahora y las ganancias retenidas "en nombre de los accionistas". Este es el propósito de

calcular un *rendimiento de ganancias*, en este ejemplo de 2.0 por ciento (ganancias por acción ÷ precio por acción =  $\$0.08 \div \$4$ ).

La *proporción precio/ganancia* es el recíproco del rendimiento de ganancias. Es decir, conlleva la misma información pero evita el uso de porcentajes, se usa como una medida. Si una empresa tiene una proporción P/G alta indica que por algunas razones el valor de mercado es más alto que ganancias actuales. La presunción usual es que probablemente las ganancias a futuro crecerán rápidamente y el precio ha sido anunciado con anticipación.

## CAPÍTULO 2

### FACTORES IMPORTANTES DE LOS INSTRUMENTOS FINANCIEROS

En el capítulo previo se expuso un panorama general de lo que son y quienes participan en los mercados financieros, en este capítulo se presentan los tres factores más importantes de los instrumentos que se comercializan en dichos mercados y como se relacionan dichos factores. Estos factores resultan importantes debido a que es en base al valor cuantitativo o cualitativo de estas características que los instrumentos financieros se vuelven atractivos a los usuarios de los mercados financieros. Para quienes desean solicitar fondos, los diferentes valores que toman las características antes mencionadas en cada uno de los instrumentos que existen en los mercados, son los que les permiten decidir que tipo de título solicitar. Para quienes tienen fondos excedentes y desean obtener beneficio de este hecho, conocer los valores que pueden tomar los instrumentos financieros les permite crear títulos que resulten más atractivos que otros a los deudores.

Los factores que deben considerarse al momento de comercializar un título son, principalmente:

- Rendimiento
- Liquidez
- Riesgo

#### **2.1 Rendimiento**

Los rendimientos que ofrecen los títulos de deuda en un momento dado tienen una estructura particular. Los prestadores de fondos deben comprender por qué y cómo varían los rendimientos entre instrumentos, para que puedan determinar si la ganancia extra, que pueden obtener de un valor dado, compensa suficientemente cualquier característica desfavorable. Los emisores de los títulos de deuda o deudores también deben comprender el comportamiento de la variación de los rendimientos, pues esto les permite estimar el retorno que tendrían que ofrecer para vender nuevos valores de

este tipo. Los títulos de deuda ofrecen distintos rendimientos porque tienen características diferentes (por ejemplo: riesgo, liquidez, categoría fiscal, plazo al vencimiento, cláusulas especiales, etc.) que influyen sobre las ganancias que ofrecen. Algunos títulos tienen características favorables y, en general, los instrumentos con características desfavorables deben ofrecer rendimientos más altos para atraer a los inversionistas.

### **2.1.1 Precios de los valores del mercado de dinero**

Muchos de los tipos de valores del mercado de dinero no ofrecen pagos de interés, sino que pagan el principal a su vencimiento. El precio de estos instrumentos se mide como el valor presente del pago del principal que se reembolsará al vencimiento. Por su parte, la tasa de descuento es la tasa de rendimiento requerida por los inversionistas. El precio refleja el valor presente de un pago futuro realizado una sola vez. Por ejemplo, consideremos un instrumento que tiene un valor nominal de 10,000 pesos y un vencimiento a un año, supongamos que los inversionistas requieren un rendimiento de 7% sobre dicho valor. El valor presente (VP) de este documento es:

$$VP = \frac{\$10,000}{(1.07)^1} = \$9,345.79$$

Igual que los bonos, el precio de los valores del mercado de dinero está relacionado inversamente con los movimientos de la tasa de interés. Para ilustrar este punto. Considerando el ejemplo anterior, si la tasa de interés fuera mayor, los inversionistas sólo estarían dispuestos a comprar ese valor si ofreciera un rendimiento mayor, por ejemplo, si los inversionistas requirieran un rendimiento de 9%, su valor presente sería:

$$VP = \frac{\$10,000}{(1.09)^1} = \$9,174.31$$

Este valor es menor porque los inversionistas sólo estarían dispuestos a comprarlo si su precio fuera menor. Análogamente, si se reducen las tasas de interés de corto plazo, también bajaría la tasa de rendimiento requerida de los valores del mercado de dinero, pero aumentaría el valor de los mismos.

Aunque los precios de los valores del mercado de dinero son sensibles a los movimientos de las tasas de interés en la misma dirección que los bonos, no son tanto como éstos a los movimientos. El menor grado de sensibilidad se atribuye principalmente el más corto plazo al vencimiento. En consecuencia, el efecto se centra en el pago del principal que tendrá lugar el año siguiente, mientras el pago del principal de los bonos puede ser dentro de diez o veinte años. En otras palabras, un incremento en las tasas de interés no es tan perjudicial para un valor del mercado de dinero, porque de cualquier forma vencerá pronto y el inversionista puede reinvertir los ingresos a la tasa prevaleciente en ese momento. Un incremento de las tasas de interés es más perjudicial para un bono a veinte años, porque el inversionista ganará una tasa más baja sobre el mismo durante los próximos veinte años.

### 2.1.2 Cotizaciones de acciones

Utilizaremos el siguiente cuadro para explicar como se cotizan las acciones.

Tabla 2-1										
Ejemplo de cotización de acciones										
52 semanas		Acciones	Div.	% de ren.	PE	Volumen en 100s	Alto	Bajo	Cierre	Cambio
Alto	Bajo									
44 1/8	34 3/8	Nicor	1.56f	4.2	15	752	33 1/4	32 7/8	33 1/4	1 1/4
66 3/8	35 1/8	Nike B	.48	.8	52	13467	66	65 1/8	65 3/8	1 1/8
40 1/4	33 3/4	Nipón Tel	.23e	.7	...	13	65 1/8	64 3/8	65 1/8	1 1/4
50	30 3/4	NobleAffil	.16	.4	25	2328	40 3/8	39 3/8	39 7/8	1 3/8
24 1/2	8 7/8	NoblDril		...	29	5932	19 3/8	18 3/8	18 3/8	...
67 7/8	31 1/8	Nokia	1.36e	2.2	...	4433	92 7/8	92 1/4	92 3/4	1 3/8

En general, los precios se cotizan siempre por acción. Se suele elaborar una lista con el precio más alto y más bajo de las acciones en las 52 semanas anteriores a la izquierda del nombre de los emisores. Los puntos más alto y más bajo indican los límites dentro de los cuales se movió el precio de la acción en el último año. Algunos inversionistas utilizan estos límites como indicador de la fluctuación de las acciones. Otros comparan esta banda con el precio prevaleciente de las acciones, porque desean comprar sólo cuando su precio esté por debajo de su punto más alto de las 52 semanas. Por ejemplo, el precio unitario más alto de las 52 semanas de Nike fue 66 3/8 dólares,



mientras que el más bajo fue de  $35 \frac{1}{8}$  dólares. El precio más bajo es alrededor de 50% inferior al precio más alto, lo que sugiere una amplia diferencia en el último año. Cuando el precio de la acción de Nike alcanzó su punto más bajo en 52 semanas, el valor de mercado de la compañía era casi 50% menor de lo que era cuando el precio alcanzó su punto más alto en las 52 semanas.

El dividendo anual muestra el monto de los dividendos por acción pagados a los accionistas en el último año. Por ejemplo, un dividendo de 4 dólares indica que ése fue el rendimiento anual por acción, o sea un promedio de 1 dólar por acción en cada trimestre. Se puede determinar el monto de los dividendos pagados si se multiplican los rendimientos por acción por el número de acciones en circulación. Si la empresa que pagó dividendos de 4 dólares por acción y tenía 10 millones de acciones en circulación en el último año, pagó un dividendo anual de 40 millones de dólares.

Algunas tablas de cotización en acciones muestran el rendimiento del dividendo, que es el rendimiento anual por acción como porcentaje del precio predominante de la misma. Por ejemplo, si el dividendo anual es de 4 dólares por acción y el precio prevaleciente es de 80 dólares, el rendimiento del dividendo de la acción es:  $\$4 \div \$80 = 5\%$ . Algunas empresas tratan de ofrecer el rendimiento algo estable en el curso del tiempo.

Las listas de cotizaciones también suelen incluir el volumen de acciones negociadas el día anterior, el cual se mide normalmente en cientos de acciones. No es raro que se negocien en un solo día un millón de acciones de Nike. Algunas cotizaciones muestran también el cambio porcentual del volumen negociado en comparación con el día anterior.

Las cotizaciones de precios normalmente muestran los precios más alto y más bajo que se lograron el día anterior, junto con el precio de cierre al final del día. Además suele incluirse el cambio de precio que indica el incremento o reducción del precio de las acciones al cierre del día previo de operaciones.

Los índices de acciones sirven como indicadores del desempeño del mercado global o de conjuntos particulares del mercado.

## 2.2 Liquidez

La liquidez está dada por la capacidad de un bien (por ejemplo: material, papel comercial, papel gubernamental, etc.) de convertirse con facilidad en efectivo sin que pierda valor. Los inversionistas prefieren valores líquidos. Así, si todos los demás factores se mantuvieran igual, para que un inversionista prefiriera valores con menor liquidez, estos tendrían que ofrecer un mayor rendimiento. Los valores con vencimiento a corto plazo o con un mercado secundario activo tienen mayor liquidez. Los inversionistas que no necesitan sus fondos sino hasta la fecha de vencimiento de los valores aceptan menor liquidez, por otro lado, otros inversionistas están dispuestos a aceptar un rendimiento menor si pueden obtener un mayor grado de liquidez.

## 2.3 Riesgo

Usualmente se define el riesgo como la probabilidad de que el rendimiento real pueda ser diferente del rendimiento esperado, esta diferencia puede ser positiva o negativa. Dada esta definición es razonable que el riesgo de los instrumentos financieros se exprese como el grado de variación del rendimiento sobre un periodo. En términos técnicos esto es la varianza,  $\sigma^2$ , o la raíz cuadrada de esta, la desviación estándar,  $\sigma$ . Desafortunadamente la varianza de un bien solo se puede conocer *ex post*, mientras que los inversionistas toman decisiones hacia el futuro, por lo que estos toman decisiones en base a lo que esperan que ocurra. Cuando hablamos de elección suponemos que las personas son aversas al riesgo, por lo tanto, para una persona cuyo objetivo es la maximización de la riqueza, también lo es la minimización del riesgo. Dado que el riesgo de un título refleja la incertidumbre sobre los rendimientos futuros, es decir, la posibilidad de que estos puedan ser menores a los esperados, las principales fuentes de incertidumbre en los instrumentos financieros son el precio y las tasas de interés.

A continuación se presentan algunas formas de medir el riesgo. Dado que el objetivo de este trabajo es mostrar la volatilidad como medida de riesgo, las dos primeras solo se mencionarán y en el caso de la volatilidad se expondrá con más detalle.

### 2.3.1 Parámetro beta

El parámetro beta mide la sensibilidad de los rendimientos de una acción ante la rentabilidad del mercado. Esta medida de riesgo es utilizada por muchos inversionistas que tienen portafolios diversificados que consideran que el riesgo no sistemático de ese portafolio se atenúa (porque características favorables específicas de la empresa compensarán otras condiciones negativas propias de la empresa). Se puede estimar la beta de una acción luego de obtener los rendimientos de la empresa y del mercado de valores en los últimos 12 trimestres, a los que se aplica un análisis de regresión para derivar el coeficiente de la pendiente como en este modelo:

$$R_{jt} = B_0 + B_1 R_{mt} + u_t$$

donde:

$R_{jt}$  = rendimiento de la acción  $j$  en el tiempo  $t$

$R_{mt}$  = rendimiento del mercado

$B_0$  = intersección

$B_1$  = coeficiente de regresión que sirve como estimación de beta

$u_t$  = término de error

El análisis de regresión estima la intersección y el coeficiente de la pendiente que sirve para determinar beta. Si el coeficiente de una acción individual se estima en 1.4, para un rendimiento dado del mercado, el rendimiento esperado de la acción es 1.4 veces esa cantidad. Esta sensibilidad es favorable cuando el mercado de acciones tiene un buen desempeño, pero negativo cuando presenta malos resultados. Esto significa que la distribución de probabilidades de los rendimientos está muy dispersa, lo que genera una amplia gama de posibles resultados de la acción individual.

Beta sirve como una medida de riesgo porque puede utilizarse para obtener una distribución de probabilidades de los rendimientos con base en un conjunto de rendimientos del mercado. Beta captura el movimiento de precio de una acción que puede atribuirse a movimientos del mercado de valores, es decir estima el riesgo sistemático; pero hace a un lado los movimientos que pueden atribuirse a condiciones específicas de la empresa, sin embargo, este

tipo de riesgo no sistemático puede evitarse si se conforma un portafolio de títulos diversificado.

### **2.3.2 Valor en riesgo**

El valor en riesgo es una medida de riesgo que estima la mayor pérdida esperada en una posición particular de inversiones para un nivel específico de confianza. Este método pretende advertir a los inversionistas sobre la máxima pérdida potencial que podría ocurrir. La medida de valor en riesgo se enfoca en la parte pesimista de la distribución de probabilidades de los rendimientos de la inversión de que se trate. Por ejemplo, un administrador de portafolio puede considerar un nivel de confianza de 90%, pues estima que la pérdida máxima diaria esperada de una acción en los días hábiles en un periodo futuro puede llegar a ese techo. Mientras mayor sea el nivel de confianza deseado, mayor será la pérdida máxima esperada que podría sufrir un tipo dado de inversión, por ejemplo, uno podría esperar que la pérdida diaria de conservar una acción no fuera peor de -5% cuando se utiliza un nivel de confianza de 90%, pero no peor de -8% cuando se considera un nivel de 99%.

También se suele utilizar este método para medir el riesgo de un portafolio. Algunas acciones se pueden considerar como de alto riesgo cuando se evalúan individualmente, pero de bajo riesgo cuando se les considera parte de un portafolio. Esta divergencia se debe a que la probabilidad de una gran pérdida en el portafolio está influida por las probabilidades de pérdida simultánea en todas las acciones que lo componen en el periodo de interés.

Existen varios métodos para estimar el valor en riesgo, algunos de estos son:

- Empleo de los rendimientos históricos
- Utilización de la desviación estándar
- Utilización de beta

#### **2.3.2.1 Empleo de los rendimientos históricos**

Una forma evidente de utilizar el valor en riesgo es evaluar los datos históricos. Por ejemplo, un inversionista puede determinar que en los últimos cien días de transacciones una acción experimentó una baja mayor de 7% en cinco días diferentes o de 5% en los días evaluados. Se podría utilizar esta información para inferir una pérdida máxima diaria de no más de 7% en esa acción, con base en un nivel de confianza de 95% en algún periodo futuro.

### 2.3.2.2 Utilización de la desviación estándar

Un enfoque alternativo es medir la desviación estándar de los rendimientos diarios en el periodo anterior y aplicarlo para obtener límites de un nivel específico de confianza. Por ejemplo, supongamos que la desviación estándar de los rendimientos diarios de una acción particular en un periodo histórico reciente es de 2% y que se desea el nivel de confianza de 95% para la pérdida máxima. Si los rendimientos diarios se distribuyen en forma normal, el límite inferior (el extremo izquierdo de la distribución de probabilidad) es aproximadamente 1.65 desviaciones estándar alejadas del resultado esperado. Si suponemos un rendimiento esperado diario de 0.1%, el límite inferior es  $0.1\% - [1.65 \times (2\%)] = -3.2\%$ . El rendimiento diario esperado de 0.1% puede haberse obtenido mediante el empleo de información subjetiva o podría ser el rendimiento promedio diario del reciente periodo histórico evaluado. Puede calcularse el límite inferior de un nivel de confianza dado para cualquier rendimiento diario esperado. Por ejemplo, si el rendimiento diario esperado es 0.14%, el límite inferior será  $0.14\% - [1.65 \times (2\%)] = -3.16\%$ .

### 2.3.2.3 Utilización de beta

Finalmente, este método utiliza el parámetro beta para calcular la pérdida máxima esperada dado un nivel de confianza. Por ejemplo, supongamos que dicho coeficiente en los últimos cien días es 1.2 y que el mercado de valores espera tener un desempeño cuando menos de -2.5% diario con base en un nivel de confianza de 95%. Dada la beta de 1.2 de la acción y una pérdida máxima esperada de -2.5%, la pérdida máxima en un día dado se estima que es igual a:  $1.2 \times (-2.5\%) = -3\%$ . Se puede determinar subjetivamente la pérdida máxima esperada para el nivel de confianza de 95% o evaluando los últimos 100 días o algún periodo histórico.

### 2.3.3 Volatilidad

Podemos definir a la volatilidad en la actualidad como un instrumento que se intercambia en los mercados financieros, como un producto derivado cuyo fin es disminuir la volatilidad del bien subyacente. Este concepto es sólo uno de tantos que hay; el más moderno, el aplicado al mercado de derivados; sin embargo, también existe la clásica visión de la volatilidad como una mera constante de la función de distribución de los rendimientos de un activo

financiero que se une al nuevo concepto, para dar paso a una nueva idea del concepto de volatilidad que se ajusta mucho más a la visión del fenómeno de la gran variabilidad de los mercados financieros. A continuación se presentan los diferentes tipos de volatilidad.

### **2.3.3.1 Volatilidad implícita**

La volatilidad implícita es la única de las volatilidades que se refiere a una volatilidad "negociada" por los agentes económicos. El concepto de volatilidad implícita, se aproxima bastante al concepto de riesgo percibido por los participantes de mercado para las sesiones que median hasta el vencimiento del contrato que se trate. Así, en períodos turbulentos las volatilidades implícitas se disparan como consecuencia de la percepción de los agentes económicos de que es necesario cubrir sus posiciones ante una mayor baja del mercado. Esto explica el carácter específicamente distinto entre la volatilidad implícita y las otras volatilidades consideradas, especialmente las históricas homoscedásticas.

La volatilidad implícita es más usada en la práctica con opciones, en el momento en el que una opción es intercambiada en el mercado a un precio determinado, se puede calcular la volatilidad implícita. Para calcular el precio de una opción sobre un instrumento financiero cualquiera se debe conocer:

1. El precio del subyacente (o "spot", activo financiero de que se trate).
2. El precio de ejercicio (o "strike") a que el comprador de una opción tiene derecho a comprar o vender el activo en cuestión.
3. El tiempo que resta hasta el vencimiento del contrato de opción.
4. El tipo de interés aplicable, dependiendo del tiempo a vencimiento.
5. Los posibles dividendos, o cupones que pudieran cobrarse hasta la finalización del contrato de haber comprado el activo subyacente en lugar de la opción.
6. La volatilidad que se espera mantenga el activo hasta el vencimiento.

Todos los componentes del valor de una opción son conocidos con certeza o estimados (salvo en algunos casos los dividendos, aunque existen normalmente estimaciones muy fiables de los mismos) a excepción de la volatilidad. Esto es, una vez que se logra negociar una opción en el mercado, se puede obtener la volatilidad con la que se ha procedido al cálculo, de ahí el término "implícita", asumiendo la hipótesis de que las dos partes implicadas en la compra-venta emplean la misma fórmula valorativa.

Normalmente, cuando se hace referencia a esta volatilidad, es en términos anualizados. Diversos autores afirman que la volatilidad implícita debería ser usada como una aproximación a la desconocida volatilidad futura. Sin embargo, hay suficiente evidencia que permite afirmar que el precio del futuro de un activo financiero no es un buen anticipador del precio futuro del mismo en el vencimiento del contrato, por lo que podría afirmarse que normalmente la volatilidad implícita no tendría porque ser un buen estimador de la volatilidad futura del activo subyacente hasta su vencimiento.

Por otro lado, el término "volatilidad implícita" no es tal vez el más adecuado puesto que es ya en la actualidad muy común cotizar en los mercados opciones en términos de volatilidad, con esto el precio se convierte en la parte implícita de los cálculos. En términos económicos se debe considerar a la volatilidad implícita como un activo financiero, no obstante, de características ciertamente complejas.

Para empezar, se puede decir que el carácter no lineal de los rendimientos derivados de las variaciones lineales de la volatilidad implícita es un factor considerablemente importante, porque de hecho, una variación en volatilidad tiene repercusiones más que proporcionales sobre el beneficio de una cartera de opciones. Además de esto, su dependencia de las expectativas de mercado o de los momentos de especial conmoción de los mercados, redundan en una dificultad de predicción evidente y en la inadecuación de muchos instrumentos financiero-econométricos para el estudio de la misma, fundamentalmente

porque los movimientos tendenciales, que en el caso de un subyacente normal tardan meses en producirse, se efectúan en pocos días en el caso de la volatilidad. A pesar de todo, es este tipo de volatilidad la que interesa a los gestores de carteras de opciones.

### **2.3.3.2 Volatilidad homoscedástica "cierre a cierre"**

La volatilidad homoscedástica es aquella que se calcula como parámetro de una función de distribución de los rendimientos de un activo, en el que se parte de la hipótesis de que la varianza de estos rendimientos no depende del tiempo sino que se mantiene constante. El calificativo "cierre-a-cierre" viene del hecho de que se pueden calcular volatilidades dentro del día (entre máximo y mínimo por ejemplo) sin necesidad de tomar los cierres del período considerado.

Este concepto teórico es importante, puesto que aún existiendo significativas evidencias empíricas a favor de la heteroscedasticidad de la volatilidad, también es cierto que si se calcula (al período que sea) la volatilidad homoscedástica de una manera diaria, se podrá llegar a conclusiones muy similares a las que se hubiera llegado si se calculara mediante complejos métodos heteroscedásticos, que tienen además una validez temporal reducida. En el límite, la volatilidad histórica homoscedástica a  $n$  días calculada en un período suficientemente corto de actualización, se aproxima al concepto de variabilidad de los mercados de una manera muy similar a lo que lo haría el empleo de modelos heteroscedásticos.

Las volatilidades heteroscedásticas por el contrario se calculan tomando como punto de partida la hipótesis de desviación típica no constante en el tiempo.

Es importante tener en cuenta la distinción entre estos dos tipos de volatilidad, porque la gran mayoría de los modelos valorativos de opciones parten del supuesto de homoscedasticidad como por ejemplo el modelo de Black & Scholes.



Una definición más explícita dada por Natemberg (1988) dice que la volatilidad histórica homoscedástica es la desviación típica manifestada por la serie de los logaritmos neperianos de los rendimientos expresada en términos anualizados (tomando 250 días hábiles en el año). Natemberg obtuvo la definición anterior basándose en una serie de hipótesis:

1. Los cambios en el precio son aleatorios y no pueden ser manipulados artificialmente, ni predecirse la dirección que tomará el mercado.
2. Los cambios porcentuales de los precios se distribuyen normalmente.
3. Los cambios en precio expresados en la propia denominación, siguen una distribución "lognormal", es decir, el logaritmo de la distribución sigue una distribución normal.

Por supuesto que hubiera podido calcularse la volatilidad como la desviación típica expresada en términos anualizados del precio, pero eso impediría la comparación con la volatilidad implícita, puesto que este último tipo de volatilidad se calcula siguiendo modelos que parten de las anteriores hipótesis.

El tema del número de días adecuado para anualizar la volatilidad no es tan sencillo como pudiera parecer, para el cálculo de la volatilidad histórica homoscedástica deberían tenerse en cuenta sólo los días hábiles de mercado. Es necesario aclarar que en otro caso, se caería en la paradoja de que un mercado que cerrara algún día festivo por ejemplo, sería menos volátil que otro que sí abriera, puesto que mientras el primero no experimenta variación ese día, el segundo sí registra variación cualquiera que sea el efecto.

Sin embargo, el verdadero problema del cálculo de las volatilidades históricas homoscedásticas cierre a cierre reside en el período de cálculo adecuado. Es claro que es posible definir tantas volatilidades históricas como períodos de  $n$  días se puedan construir en un año.

Por lo tanto, la primera gran diferencia entre la volatilidad homoscedástica y la implícita reside en el hecho de que mientras la primera es directamente

observable mediante un sencillo cálculo estadístico, la segunda no lo es y, a pesar de que también es calculada estadísticamente a partir de un modelo de valoración, no tiene necesariamente que reflejar la variación real de ningún activo financiero en el pasado. Además, mientras que la volatilidad histórica homoscedástica puede considerarse como una medida del riesgo de una inversión concreta, la implícita, como ya se dijo, puede considerarse como un activo financiero más, es decir, como un "bien" en el que se puede invertir.

### **2.3.3.3 Volatilidad histórica intraday**

Actualmente, existen distintas y diversas formas de definir este tipo de volatilidad. La más común y fiel es la que define a esta volatilidad como la desviación típica de la diferencia entre el máximo y el mínimo de un período concreto dentro de un día de cotización. La volatilidad intradiaria a 5 minutos por ejemplo reflejaría la desviación típica, para la variable que representaría la diferencia entre el máximo y mínimo en precio para cada intervalo de 5 minutos.

Así, sería posible obtener tantas volatilidades intradiarias como divisiones temporales de un día de cotización pudieran hacerse. Esto hace que un estudio financiero-econométrico de este tipo de volatilidades no sea tan práctico. La principal utilidad que aporta este tipo de volatilidad es el hecho de que permite captar los momentos puntuales de mayor movimiento en precio, que suelen venir reflejados en cambios bruscos en las volatilidades implícitas negociadas dentro del mismo día.

En el extremo caso de que todas las volatilidades intradiarias fueran cero, la variación del precio sería nula y por ende no habría motivos para incrementos en la volatilidad implícita. Por el contrario en momentos de grandes fluctuaciones en el mercado, la volatilidad intradiaria se dispara pudiendo producir el mismo efecto en la implícita negociada.

### **2.3.3.4 Volatilidad histórica heteroscedástica**

En la actualidad, se cuenta ya con una amplia gama de modelos econométricos en los que no se parte de la constancia de la desviación típica de la función de distribución de rendimientos. Muchos modelos son ya los que se han desarrollado bajo esta hipótesis, y por tanto podrían definirse tantas volatilidades históricas heteroscedásticas como distintos modelos existan. Sin embargo, todos los modelos parten de la suposición de que la volatilidad no constante en el tiempo puede dividirse en dos componentes, uno constante y el otro que depende la volatilidad del periodo previo, haciendo referencia a la versión más simple que ofrece un modelo ARCH (AutoRegressive Conditionally Heteroscedastic).

Es importante señalar que en todo modelo heteroscedástico se puede distinguir entre dos tipos de volatilidad heteroscedástica:

1. La volatilidad histórica heteroscedástica condicional, variante en el tiempo, que depende básicamente de los errores cometidos en el pasado, y en algunos modelos de la información existente en el periodo de que se trate, de "shocks" inesperados en el mercado, etc.
2. La volatilidad histórica heteroscedástica incondicional, que podría considerarse como la parte constante de la volatilidad. Esta volatilidad puede aproximarse a la volatilidad mínima del mercado, y normalmente es aquella volatilidad por debajo de la cual, tanto la volatilidad implícita como la homoscedástica, tienen dificultades para mantenerse sistemáticamente.

Con este tipo de modelos, es posible llegar a diversas contradicciones, debido, según la evidencia empírica, a la falta de constancia de la volatilidad y a que ésta depende de las volatilidades de los periodos que la han precedido.

### **2.3.3.5 Volatilidad prevista**

La volatilidad prevista es la que determinados modelos anticipan como consecuencia del empleo de técnicas de predicción financiero-econométricas. Tanto la volatilidad prevista como la implícita tratan en suma de aproximarse a

la volatilidad futura del activo. Existen ya inclusive los llamados modelos de alisado, que permiten emplear volatilidades históricas homoscedásticas en la predicción de la volatilidad futura. Este esquema se basa en predecir la volatilidad futura haciendo una ponderación mayor a las volatilidades más próximas en el pasado como, por ejemplo, el modelo de RiskMetrics el cual utiliza promedios móviles exponenciales (EWMA) para pronosticar varianzas y covarianzas de la distribución normal multivariada.

Es importante señalar que la volatilidad prevista puede ser homoscedástica o heteroscedástica, lo cual depende de la técnica financiero-econométrica empleada.

#### **2.3.3.6 Volatilidad futura**

La volatilidad futura es la que el activo en cuestión manifestará desde el momento de compra del activo hasta su vencimiento. Es la única que no se puede manipular y que además no es conocida por los participantes en el mercado.

### CAPÍTULO 3

## ANÁLISIS DE LA VOLATILIDAD DE LOS BONOS

Tradicionalmente se ha considerado la inversión en activos de renta fija como inversión conservadora, de carácter pasivo y bajo riesgo, en la que el inversionista tiene garantizada una rentabilidad más o menos estable a lo largo del tiempo. Si bien esta idea puede responder a la situación de los mercados financieros durante el periodo posterior a la II Guerra Mundial, caracterizado por la estabilidad de los tipos de interés en la mayoría de las economías occidentales, nada más alejado de la realidad en una situación como la actual, que podemos definir de alta volatilidad.

Para ilustrar esta situación, en la figura 3-1 se ha recogido la evolución de los rendimientos semanales de los Certificados de la Tesorería (CETES a 28 días) durante el periodo 1993-2000.

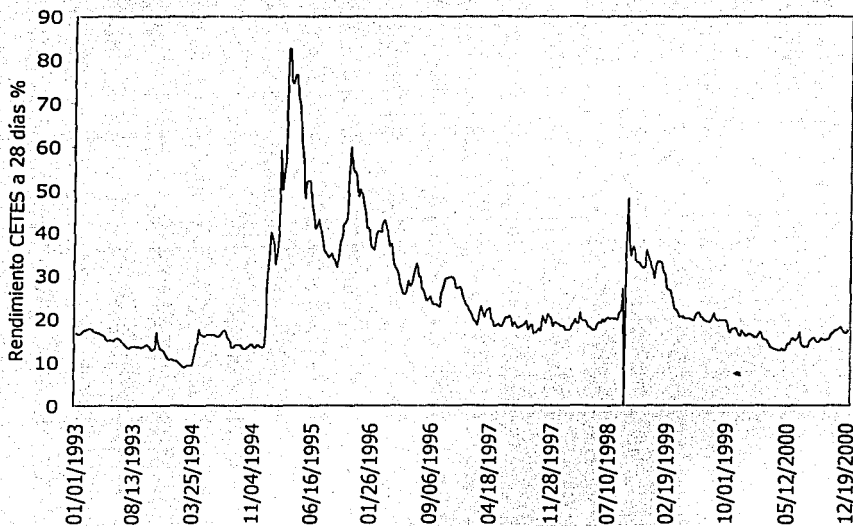


Figura 3-1

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

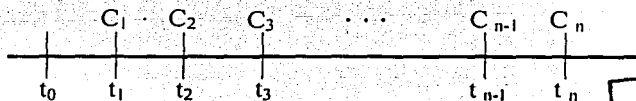
Podemos observar periodos de alta volatilidad como el acontecido durante los años 1994 al 1996 caracterizado por la crisis financiera ocasionada por la enorme devaluación del peso mexicano frente al dólar estadounidense a partir de 1994, y el periodo de finales de 1998 a 1999, después de que el 4 de septiembre de 1998 la Secretaría de Hacienda y Crédito Público decretará desierta la subasta para todos los plazos y por ello la tasa de rendimiento de CETES a 28 días fue cero para esa fecha.

Este capítulo se centra en el análisis de las consecuencias de las variaciones de los tipos de interés en las carteras de renta fija, para lo cual va a ser necesario, en primer lugar, distinguir dos tipos de efectos:

- Riesgo a corto plazo o riesgo de precio, es decir, el riesgo de variación en el precio de los activos financieros de renta fija como consecuencia de las variaciones de los tipos de interés.
- Riesgo a medio o largo plazo o riesgo de reinversión, es decir, el riesgo de no obtener la rentabilidad ofrecida inicialmente por el mercado para un determinado plazo como consecuencia de las variaciones de los tipos de interés.

### 3.1 Riesgo de precio

Para simplificar inicialmente el análisis del riesgo de interés vamos a partir de la hipótesis de que la estructura temporal de los tipos de interés es plana, es decir,  $r(t) = r \Rightarrow i(t) = i$ . En este caso, además, la tasa interna de rendimiento del título coincidirá con el tipo de interés, es decir,  $r = i$ . De esta forma, supongamos un activo de renta fija que genere la corriente de pagos descrita a continuación:



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Su valor en  $t_0$  vendrá dado por:

$$V_0 = \sum_{s=1}^n C_s v(t_0, t_s) = \sum_{s=1}^n \frac{C_s}{(1+i)^{t_s-t_0}} \quad [1]$$

De la ecuación [1] se deriva, inmediatamente, uno de los principios fundamentales en la valoración de activos de renta fija: *el precio de los bonos varía en sentido contrario a los tipos de interés*. Esta relación inversa se puede observar en la siguiente curva que describe el valor de un bono amortizable dentro de cinco años que pague un cupón anual del 5% en función de distintos tipos de interés.

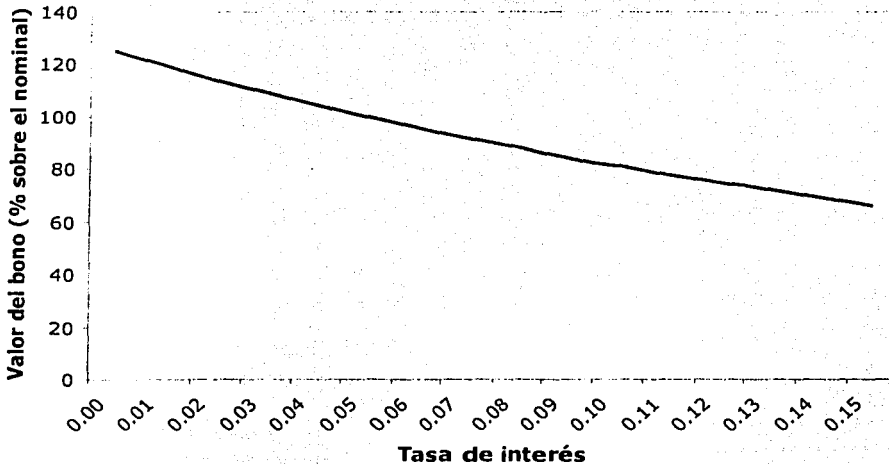


Figura 3-2

Aunque esta propiedad es común a todos los activos de renta fija, la variación porcentual en el precio de los títulos como consecuencia de una determinada variación de los tipos de interés no es la misma. En la tabla 3-1 se presenta la variación relativa en el precio de una serie de bonos a partir de diferentes variaciones de los tipos de interés desde un valor inicial del 5% efectivo anual.

**Tabla 3-1**

**Comportamiento de distintos bonos ante una misma variación de los tipos de interés**

Nuevo tipo de interés (%)	Cupón 5% N =5 años (%)	Cupón 5% N =10 años (%)	Cupón 10% N =5 años (%)	Cupón 10% N =10 años (%)
3.00	9.1594	17.0604	8.5580	15.2247
4.00	4.4518	8.1109	4.1625	7.2555
4.50	2.1950	3.9564	2.0531	3.5433
4.90	0.4341	0.7759	0.4062	0.6956
4.99	0.0433	0.0773	0.0405	0.0693
5.01	- 0.0433	-0.0772	-0.0405	-0.0692
5.10	- 0.4318	-0.7684	-0.4040	-0.6892
5.50	- 2.1351	-3.7688	-1.9985	-3.3832
6.00	- 4.2124	-7.3601	-3.9441	-6.6145
7.00	- 8.2004	-14.0472	-7.6835	-12.6528

Podemos ver cómo estos cuatro bonos reaccionan de forma distinta a una misma variación de los tipos de interés. En la figura 3-3 se representa el comportamiento del título de la figura 3-2 (curva continua) junto con el del bono de iguales características, pero amortizable dentro de 15 años (curva punteada).

Partiendo de un tipo de interés inicial del 5% ambos títulos cotizarían a la par. Sin embargo, ante una subida o bajada del tipo de interés podemos ver cómo el bono a quince años varía mucho más en cuanto a su valor. Por lo tanto, cabe preguntarse porqué bonos distintos presentan distintas sensibilidades frente a las variaciones de los tipos de interés.

Tradicionalmente, hasta finales de los años sesenta, la respuesta a esta pregunta era que dicha sensibilidad dependía fundamentalmente del plazo de los títulos. Tal y como hemos podido ver con el ejemplo anterior, el título a quince años es efectivamente mucho más sensible a las variaciones de los tipos de interés que el bono a cinco años. Sin embargo, ya se advertía en aquella época que esta regla presentaba ciertas anomalías. Así, títulos con el mismo plazo tenían distintas sensibilidades frente a una determinada variación



de tipos y, al mismo tiempo, bonos con plazos de amortización muy distintos fluctuaban de forma similar frente a los tipos de interés.

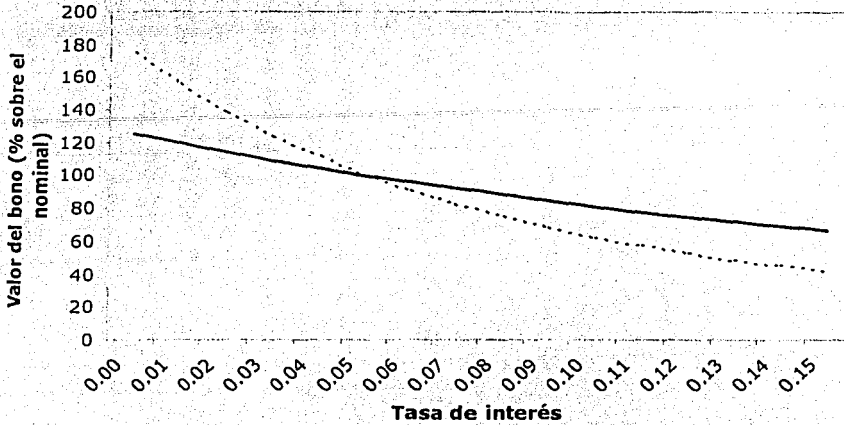


Figura 3-3

Aunque esta cuestión ya fue analizada en los años treinta y cuarenta por numerosos autores<sup>1</sup>, la relación formal entre las variaciones de los tipos de interés y el precio de los activos de renta fija establecida en 1973 por Hopewell y Kaufman, quienes procedieron a calcular la semielasticidad del valor de un activo de renta fija frente a los tipos de interés, llegando al siguiente resultado (considerando  $V_0$  como  $V$ ):

$$\frac{dV}{di} \cdot \frac{1}{V} = \frac{\sum_{s=1}^n -(t_s - t_0) \frac{C_s}{(1+i)^{t_s - t_0}}}{V} = - \frac{1}{(1+i)} \sum_{s=1}^n (t_s - t_0) \frac{C_s}{V} = - \frac{1}{(1+i)} D, \quad [2]$$

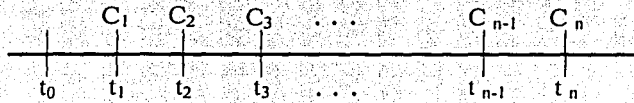
donde:

$$D = \sum_{s=1}^n (t_s - t_0) \frac{C_s}{V} \quad [3]$$

<sup>1</sup> Macaulay (1938), Hicks (1939), Samuelson (1945) por ejemplo.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

De la expresión anterior se deduce que la sensibilidad del precio de un activo de renta fija frente a las variaciones de los tipos de interés depende de la variable  $D$ , que recibe la denominación de *duración*<sup>2</sup>. Este nombre de duración proviene del hecho de que dicha variable puede interpretarse como la "vida media ponderada" o "duración" de un título, ya que en realidad no es más que la media ponderada de los vencimientos de los flujos de caja representa dentro del valor total del título. Así, para un título que genere la siguiente corriente de pagos:



la duración será

$$D = \sum_{s=1}^n (t_s - t_0) \cdot \omega_s \quad [4]$$

siendo

$$\omega_s = \frac{C_s}{V \cdot (1+i)^{(t_s - t_0)}} \quad y \quad \sum_{s=1}^n \omega_s = 1. \quad [5]$$

Bajo esta interpretación de la duración como una media ponderada de la longevidad de un título, el valor de la misma vendrá dado en la misma unidad de tiempo que la utilizada para medir el plazo hasta el vencimiento de los flujos de caja generados por el título.

El cociente  $\frac{D}{(1+i)}$  recibe habitualmente la denominación de *duración modificada*, denotándose como  $D_M$ , verificándose, por lo tanto, la siguiente relación:

$$\frac{dV}{di} \cdot \frac{1}{V} = -D_M. \quad [6]$$

Es decir, coincide con el concepto de semielasticidad del valor de un activo de renta fija frente a las variaciones de los tipos de interés:

<sup>2</sup> También denominada duración de Macaulay, ya que fue este autor quien definió por primera vez el concepto de duración, en el apéndice A se enlistan las propiedades de esta medida.

De la expresión [2] se deduce que

$$\frac{dV}{V} = -D \frac{di}{1+i} \quad [7]$$

y, por lo tanto, para variaciones lo suficientemente pequeñas de los tipos de interés, se verifica

$$\frac{\Delta V}{V} = -D \frac{\Delta i}{(1+i)} \quad [8]$$

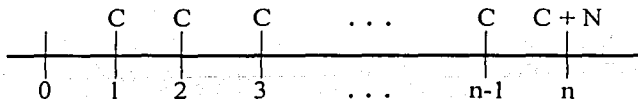
De la ecuación anterior podemos extraer las siguientes conclusiones:

- (a) Los bonos y obligaciones que generan flujos de caja ciertos tiene una duración positiva, existiendo una relación inversa entre las variaciones relativas en el valor de los mismos ( $\Delta V/V$ ) y las variaciones de los tipos de interés ( $\Delta i$ ), resultado ya conocido.
- (b) La magnitud de la variación relativa del valor de un título de renta fija frente a una determinada variación de los tipos de interés es proporcional a su *duración*.

Vemos que el riesgo de precio de un título de renta fija depende de su *duración*. Por ello, cabe preguntarse de qué depende a su vez la duración de un título y, por tanto, su riesgo de precio.

### 3.1.1 Duración de bonos con pago periódico de cupón

Un bono que pague periódicamente cupones, con nominal  $N$  y amortizable dentro de  $n$  periodos, generará la siguiente corriente de pagos: .



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Si suponemos, además, que la estructura temporal de los tipos de interés es plana, siendo el tipo de interés efectivo por periodo igual a " $i$ " (es decir,  $i(t) = i$  para todo  $t$ ), sabemos que el precio del título será

$$P = \sum_{s=1}^n \frac{C}{(1+i)^s} + \frac{N}{(1+i)^n} \quad [9]$$

y su duración

$$D = \frac{\sum_{s=1}^n s \cdot \frac{C}{(1+i)^s} + n \cdot \frac{N}{(1+i)^n}}{P} \quad [10]$$

De esta última expresión se deduce que la duración de un bono que pague periódicamente cupones depende de tres variables:

- a) Su plazo hasta la amortización ( $n$ )
- b) El tanto del cupón ( $C$ )
- c) El tipo de interés ( $i$ )

Debemos notar que conforme aumenta el plazo hasta la amortización del bono, su duración va aumentando; aunque a una tasa cada vez menor, tendiendo hacia un valor límite. Ahora bien, resulta necesario distinguir dos casos:

- a) Si el bono a la par o por debajo de la par, cuanto mayor es el tanto del cupón mayor es su duración.
- b) Si el bono cotiza por encima de la par, entonces la relación entre plazo hasta la amortización y duración es inicialmente creciente, alcanzando un máximo y decreciendo posteriormente hacia un valor límite.

De esta relación entre duración y plazo hasta la amortización se deriva el siguiente resultado:

- a) Para bonos con pago periódico de cupones que cotizan a la par o por debajo de la par ( $C \leq R$ ), el riesgo de precio aumenta con el plazo hasta la amortización a una tasa decreciente tendiendo hacia un nivel máximo.
- b) Para bonos con pago periódico de cupones que coticen por debajo de la par, el riesgo de precio aumenta con el plazo hasta la amortización a una tasa decreciente, alcanzando un nivel máximo a partir del cual comienza a declinar tendiendo hacia un nivel límite.

Este valor límite al que tiende la duración de un bono conforme aumenta su plazo hasta la amortización sería el correspondiente a bono "perpetuo" o "consolidado", que son aquellos que generan a su propietario el derecho a recibir una corriente "infinita" de flujos de caja en concepto de cupones, no teniendo derecho a la devolución del principal del título. Se puede comprobar que dicho valor límite es igual a  $1+i/i$  periodos, siendo  $i$  el tipo de interés efectivo correspondiente al periodo entre cupones. Así, si el bono paga cupones anualmente,  $i$  sería el tipo de interés efectivo anual, mientras que si el cupón se paga semestralmente,  $i$  sería el tipo de interés efectivo semestral; por tanto,  $1+i/i$  es la duración expresada en la misma unidad de tiempo que la utilizada para el tipo de interés efectivo, es decir, años o semestres respectivamente. Puede observarse, igualmente, que dicho valor límite es independiente de la cuantía del cupón  $C$ .

A continuación se demuestra que la *duración* de un bono consolidado o perpetuo que paga periódicamente un cupón  $C = c \cdot N$ , donde  $c$  es la tasa cupón, es igual  $1+i/i$  periodos, siendo  $i$  el tipo de interés efectivo por periodo.

Sea un bono consolidado que paga un cupón periódico igual a  $C$  unidades monetarias (u.m.). Los flujos de caja que genera podemos representarlos como sigue:



De acuerdo con la expresión [3], su duración puede obtenerse como

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{s=1}^n s \cdot \frac{C}{(1+i)^s}}{\sum_{s=1}^n \frac{C}{(1+i)^s}} = \frac{\left[ \frac{C}{i} + \frac{C}{i^2} \right]}{\frac{C}{i}} = 1 + \frac{1}{i} \text{ periodos.}$$

Respecto a la relación entre el tanto del cupón ( $C$ ) y la duración de los bonos con pago periódico de cupones, podemos señalar que cuanto mayor sea el tanto del cupón (manteniendo el resto de las características del bono iguales), menor será su duración. En este sentido, hay que recordar que la duración de un bono no es más que la media ponderada de los vencimientos de los flujos de caja que genera; por lo que cuanto mayor sea el cupón, mayor es la ponderación que hay que dar a los vencimientos de los flujos de caja correspondientes a los pagos en concepto de cupones que son precisamente los  $n - 1$  vencimientos iniciales, y menor importancia al último flujo de caja correspondiente a la devolución del principal que tiene lugar en  $n$ . Eso hace que, conforme aumentemos el tanto del cupón, la duración del título disminuya.

La relación entre duración y tanto del cupón es inversa. Otro aspecto a tener en cuenta en la relación entre el tanto del cupón y la duración de los bonos es la frecuencia del pago del cupón. Así, cuanto más frecuente sea el pago del cupón, menor será la duración del bono; es decir, para un mismo tanto anual del cupón, si el cupón se paga semestralmente, su duración será menor que si se paga anualmente. Este resultado se deriva directamente de la interpretación de la duración como un vencimiento medio ponderado. Si el cupón se paga semestralmente, se está "adelantando" el cobro de los flujos de caja y, por tanto, menor será su duración.

Por último, y respecto al tipo de interés, que es la tercera variable de la que depende la duración de un bono que pague periódicamente cupones, hay que

señalar que la relación es inversa y especialmente significativa para bonos con plazos hasta la amortización elevados.

Otra cuestión relevante respecto a la duración de un bono es su comportamiento temporal. Téngase en cuenta que conforme va transcurriendo el tiempo el valor de los  $t_{i,t}$ , es decir, los plazos hasta el vencimiento de los flujos de caja generados por el título, va disminuyendo y, por tanto, también lo hará la duración; sin embargo, cuando tiene lugar el pago de un flujo de caja, es decir, cuando tiene lugar el pago de cupones, se produce un incremento en la duración del título. Esta cuestión va a tener una especial importancia a la hora de llevar a la práctica determinadas estrategias para el control del riesgo de interés, tal y como se verá más adelante.

### **3.1.2 Duración de bonos cupón cero**

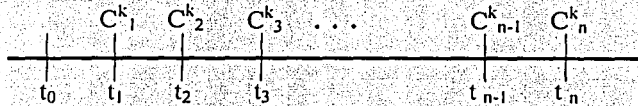
En el caso de los bonos de tipo cupón cero, la duración del título va a coincidir con su plazo hasta la amortización. En este sentido, de nuevo recurrimos al hecho de que si la duración de un título puede interpretarse como la media ponderada de los vencimientos de los flujos de caja que genera; como los bonos cupón cero generan un único flujo de caja con vencimiento en la fecha de amortización, entonces, su duración tiene que coincidir con el plazo hasta el vencimiento de ese único flujo de caja. Por tanto, para el caso de los bonos cupón cero, la duración es, además, independiente del nivel de los tipos de interés y, por supuesto, del cupón.

Otra propiedad importante de la duración de los bonos cupón cero es que, a diferencia de los bonos con pago periódico de cupones, su duración aumenta indefinidamente con el plazo hasta la amortización, no tendiendo hacia ningún valor límite. De esta forma, la existencia de este tipo de títulos permitirá construir carteras con duraciones elevadas; algo difícil de conseguir especialmente en periodos con altos tipos de interés, ya que, como se recordará, en el caso de bonos con pago periódico de cupones, la duración no puede exceder del valor  $1+i/i$ .

### 3.1.3 Duración de una cartera de bonos

Se ha definido y analizado el concepto de duración de un bono como medida de la sensibilidad de su precio frente a las variaciones de los tipos de interés. Así mismo, se ha analizado las variables de las que depende y su comportamiento con el transcurso del tiempo.

Respecto a la duración de una cartera de bonos, de nuevo partiremos de la hipótesis simplificadora de que la estructura temporal de los tipos de interés es plana ( $r(t) = r \Rightarrow i(t) = i$  para todo  $t$ ) y supondremos una cartera compuesta por  $m$  tipos de bonos diferentes. Consideraremos que cada tipo de bono ( $K=1, \dots, m$ ) genera una determinada corriente de pagos de la forma



donde  $t_s$  son los vencimientos de todos los flujos de caja generados por la cartera, siendo  $t_0$  el momento actual,  $t_1$  el vencimiento del primer flujo de caja generado por los títulos que componen la cartera y  $t_n$  el vencimiento del último flujo de caja generado por la cartera. (Para un bono particular,  $k$ , algunos de los  $C^k_s$  serán cero y otros positivos.)

Entonces, la duración de esta cartera, que supondremos está compuesta de  $N_1$  bonos del tipo 1,  $N_2$  bonos del tipo 2 y así sucesivamente hasta  $N_m$  bonos del tipo  $m$ , será

$$D = \sum_{s=1}^n t_s \frac{\sum_{r=1}^m N_r \cdot C_s^r / (1+i)^{t_s}}{\sum_{s=1}^n \sum_{r=1}^m N_r \cdot C_s^r / (1+i)^{t_s}} = \sum_{s=1}^n t_s \frac{\sum_{r=1}^m N_r \cdot C_s^r / (1+i)^{t_s}}{V} \quad [11]$$

donde  $V$  es el valor total de la cartera.

Multiplicando y dividiendo cada uno de los sumandos de la expresión anterior por el precio de cada uno de los activos que componen la cartera,  $P_s$  tenemos:



$$D = \frac{1}{V} \left[ N_1 P_1 \sum_{s=1}^n t_s \frac{C_s^1 / (1+i)^{t_s}}{P_1} + N_2 P_2 \sum_{s=1}^n t_s \frac{C_s^2 / (1+i)^{t_s}}{P_2} + \Lambda + N_m P_m \sum_{s=1}^n t_s \frac{C_s^m / (1+i)^{t_s}}{P_m} \right] =$$

$$= D_1 \cdot \frac{N_1 P_1}{V} + D_2 \cdot \frac{N_2 P_2}{V} + \Lambda + D_m \cdot \frac{N_m P_m}{V}, \quad [12]$$

donde  $D_1, D_2, \dots, D_m$  es la duración de cada uno de los activos de renta fija que componen la cartera.

Así pues, podemos ver que, bajo la hipótesis de una estructura temporal de los tipos de interés plana, la duración de una cartera de activos de renta fija no es más que la media ponderada de las duraciones de los títulos que las componen, donde las ponderaciones no son más que el peso que cada uno de los títulos tiene dentro del valor total de la cartera.

Esta forma de interpretar la duración de un bono ha dado lugar, de hecho, a una definición alternativa de la misma: la duración de un activo financiero o cartera de activos financieros no es sino el plazo hasta la amortización de un bono cupón cero con el mismo riesgo de precio.

### 3.1.4 Valor del punto base

Una medida alternativa del riesgo de precio de los activos financieros es el denominado Valor del Punto base (VPB), que está basado, a su vez, en el concepto de duración y en la expresión [8], que permite poner de manifiesto la relación entre las variaciones de los tipos de interés y su impacto en el valor de los activos de renta fija. El valor del punto base puede definirse como el cambio en el valor de un activo de renta fija, expresado en unidades monetarias, derivado de una variación de un 0.01% (un punto base) de los tipos de interés. De la expresión [8] se deduce que

$$VPB = -V \frac{D}{(1+i)} 0,0001. \quad [13]$$

La gran ventaja del valor del punto base estriba en que permite traducir a unidades monetarias el riesgo de interés, ya que está indicando cuanto va a aumentar o disminuir, de forma aproximada, el valor de una cartera ante una determinada variación de los tipos de interés resumiendo en una única cifra los elementos de los que depende el impacto de las variaciones de los tipos de interés como son: su valor de mercado, su duración y el nivel de los tipos de interés. Ahora bien, por esta misma razón, el VPB no se debe utilizarse para comprar el riesgo de mercado de diferentes activos financieros, ya que el VPB depende del valor en unidades monetarias de los activos.

### 6.3 Duración y convexidad

Como se ha señalado, la expresión [13] puede ser utilizada (bien directamente o bien mediante el cálculo previo del valor del punto base) para estimar la variación en el precio de un activo de renta fija frente a las variaciones de los tipos de interés.

Por ejemplo, en el caso de un bono que pague un cupón anual de 5%, si el tipo de interés efectivo de mercado es el 5% anual, su cotización será a la par y su duración 4,5524 años. Si aplicamos la expresión [13], podemos estimar la variación relativa en el precio del título como

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{(1+i)} \Delta i = \frac{-4,5524}{(1+0,05)} \Delta i.$$

Así, ante una variación de los tipos de interés hasta el 5,10% (diez puntos base), la variación relativa estimada en el precio del título sería -0,43% (o diez veces el valor del punto base). Si analizamos la tabla 3-2 en la que se recogían las variaciones reales en el precio de los bonos ante variaciones de los tipos de interés, podemos ver que se trata de una excelente aproximación.

Ahora bien, si suponemos una variación de los tipos de interés hasta el 6%, la variación relativa real sería del -4,2124% frente a la estimada a través de la duración que sería del 4,3295% (o cien veces el valor del punto base). Vemos,

pues, cómo el error cometido ha aumentado considerablemente. En la tabla 3-2 se han recogido los verdaderos valores de un bono amortizable a los cinco años, que paga un cupón anual del 5%, y la estimación del nuevo valor del título utilizando la expresión [13]. Puede observarse cómo cuanto mayor es la variación de los tipos de interés considerada, mayor es el error que se comete al utilizar la duración para estimar la variación en el precio del bono.

Tabla 3-2		
<b>Variación real y estimada a partir de la duración de un bono con pago periódico de cupones</b>		
<b>Plazo hasta la amortización 5 años. Cupón 5% anual.</b>		
Nuevo tipo de interés	Variación real en el precio del bono	Variación estimada mediante la duración
0.03	109.1594	108.6590
0.04	104.4518	104.3295
0.045	102.1950	102.1647
0.049	100.4341	100.4329
0.0499	100.0433	100.0433
0.0501	99.9567	99.9567
0.051	99.5682	99.5671
0.055	97.8649	97.8353
0.06	95.7876	95.6705
0.07	91.7996	91.6410

Las diferencias que pueden observarse son debidas a que la utilización de la duración para estimar las variaciones del valor de un bono o una cartera no es más que una aproximación de primer orden, es decir, lineal, al verdadero comportamiento de la cartera (véase la figura 3-4). La línea inferior recoge la aproximación al nuevo valor del bono a partir de un tipo de interés inicial del 5%, mientras que la curva superior recoge el verdadero comportamiento del título. Tal y como puede observarse, al ser el valor del título una función convexa, cuanto más nos alejemos del 5% (valor inicial del tipo de interés) mayor es el error cometido en la estimación del nuevo valor del título.

Un procedimiento utilizado para corregir este error de estimación es a través del concepto de *convexidad*, que se analiza a continuación.

Si consideramos el precio de un activo de renta fija como una función del tipo de interés  $P(i)$ , aplicando la fórmula de Taylor, tenemos que

$$\Delta P(i) = \frac{dP(i)}{di} \cdot \Delta i + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 P(i)}{di^2} \cdot \Delta i^2 + \text{Re sto}$$

y dividiendo ambos miembros de la ecuación anterior por  $P(i)$

$$\frac{\Delta P(i)}{P(i)} = \frac{1}{P(i)} \frac{dP(i)}{di} \cdot \Delta i + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{P(i)} \frac{d^2 P(i)}{di^2} \cdot \Delta i^2 + \text{Re sto.} \quad [14]$$

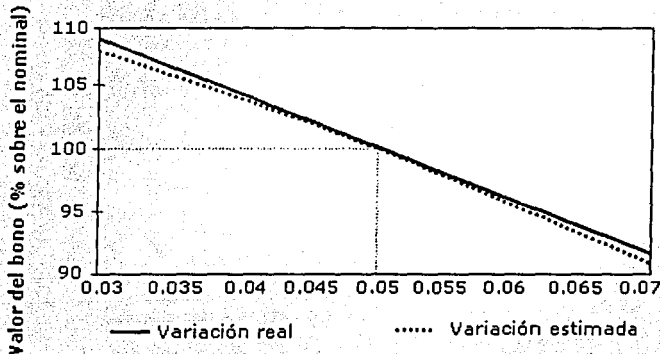


Figura 3-4

Obsérvese que el primer término del segundo miembro de la ecuación [14] es precisamente  $(D/(1+i)) \cdot \Delta i$ , es decir, la variación relativa en el precio de la cartera estimada a través de la duración. Por tanto, el error de estimación que se comete al utilizar esta última expresión viene dado, aproximadamente, por el segundo término del segundo miembro de la ecuación anterior, es decir,

$$\frac{\Delta P(i)}{P(i)} - \frac{1}{P(i)} \frac{dP(i)}{di} \cdot \Delta i = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{P(i)} \frac{d^2 P(i)}{di^2} \cdot \Delta i^2.$$

[15]

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

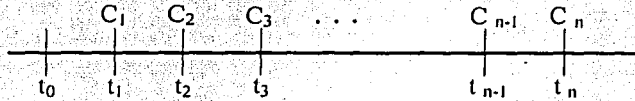
FALLA DE ORIGEN

Pues bien, es precisamente la expresión

$$\frac{1}{2} \frac{1}{P(i)} \frac{d^2 P(i)}{di^2}, \quad [16]$$

lo que se conoce como convexidad de un título o una cartera.

En el caso particular de una cartera que genera la siguiente corriente de pagos:



la convexidad será

$$\text{Convexidad} = \frac{1}{2} \frac{1}{P(i)} \frac{d^2 P(i)}{di^2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sum_{s=1}^n t_s \cdot (t_s + 1) \cdot C_s \cdot (1+i)^{-t_s-2}}{\sum_{s=1}^n C_s \cdot (1+i)^{-t_s}} \right] \quad [17]$$

A partir de la convexidad de un título o una cartera, la variación relativa en su precio, como consecuencia de una determinada variación de los tipos de interés, puede estimarse de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta P(i)}{P(i)} \approx -\frac{D}{(1+i)} \Delta i + \text{Convexidad} \cdot \Delta i^2. \quad [18]$$

### 3.3 Riesgo de variaciones no paralelas de la estructura temporal de los tipos de interés

Hasta el momento hemos supuesto que la estructura temporal de los tipos de interés es plana, lo que permite sustituir los tipos de interés al contado correspondientes a los diferentes plazos por un único tipo de interés  $i$ . Sin embargo, cuando la estructura temporal de los tipos de interés no es plana, la especificación correcta para el precio de un bono amortizable dentro de  $n$  periodos, con un valor nominal igual a  $N$  y que pague un cupón por periodo igual a  $C$  es la siguiente:

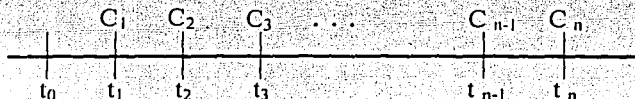
$$P = \frac{C}{(1+R_1)} + \frac{C}{(1+R_2)^2} + \Lambda + \frac{C+N}{(1+R_n)^n}, \quad [19]$$

Siendo  $R$ , el tipo de interés al contado correspondiente al plazo  $[0, t]$  expresado como un tipo de interés efectivo por periodo.

Cuando obteníamos la expresión de la duración para tratar de medir el riesgo de precio de un activo de renta fija lo hacíamos mediante el cálculo de la primera derivada del precio del bono respecto al tipo de interés que, al ser la estructura temporal de los tipos de interés plana, coincidía con su tasa interna de rendimiento. Sin embargo, en la ecuación anterior no existe un único tipo de interés, sino todo un conjunto de tipos que conforman la estructura temporal de los tipos de interés.

De hecho, cuando obtuvimos la expresión de la duración estábamos asumiendo que la estructura temporal de los tipos de interés era plana y que si tenía lugar una variación de los tipos de interés, ésta consistía en una variación paralela de toda la curva de tipos de interés al contado. Sin embargo, las variaciones reales de la estructura temporal de los tipos de interés no tienen por qué consistir en variaciones paralelas.

¿Cómo podemos interpretar la duración de la cartera ante un cambio no paralelo de la curva?. Hasta ahora habíamos interpretado la duración como la sensibilidad del precio de un título o una cartera frente a la variación del tipo de interés. Ante un cambio o variación no paralela de la estructura temporal de los tipos de interés, ¿de qué tipo de interés estamos hablando?. Una posible respuesta a esta cuestión es suponer que todos cambian en la misma proporción. Esta es la hipótesis que llevó a Fisher y Weil (1971) a definir la duración de una cartera que genere la siguiente corriente de pagos:



$$D_{F-W} = \frac{\sum_{s=1}^n (t_s - t_0) C_s v(t_0, t_s)}{\sum_{s=1}^n C_s v(t_0, t_s)}, \quad [20]$$

verificándose que

$$\frac{\Delta V}{V} = -D_{F-W} \cdot \Delta, \quad [21]$$

donde  $\Delta$  es la variación experimentada por los tipos de interés. En particular, Fisher y Weil parten de una estructura temporal de los tipos de interés definida a partir del tipo de interés *forward* instantáneo  $f(t)$  y suponen que éste puede sufrir variaciones "paralelas", de tal forma que si tiene lugar una variación de los tipos de interés, éstos pasan a ser  $f^*(t) = f(t) + \Delta$  para  $t \geq t_0$ , siendo  $\Delta \in R$ .

Sin embargo, si esto no es así, dos carteras con la misma duración pueden experimentar variaciones en su valor significativamente diferentes.

Podemos ver que, a pesar de tener una duración similar las carteras pueden experimentar, ante una misma variación de los tipos de interés, variaciones muy diferentes en su valor.<sup>3</sup>

La búsqueda de medidas alternativas del riesgo de precio que no estén basadas en la hipótesis de variaciones paralelas de la estructura temporal de los tipos de interés ha generado abundante literatura, conduciendo a definiciones alternativas de la duración normalmente más complejas y que, sin embargo, no mejoraban sustancialmente a la duración tradicional como medida del riesgo de precio.

### 3.4 Riesgo de reinversión

Se mencionó al inicio de este capítulo que, a la hora de analizar las consecuencias de las variaciones de los tipos de interés, debíamos distinguir los efectos a corto plazo que hemos englobado dentro del denominado riesgo

<sup>3</sup> En el capítulo 4 se presentan algunos ejemplos.

de precio frente a los efectos a medio y largo plazo de tales variaciones de los tipos de interés. Para ilustrar los efectos a medio y largo plazo de las variaciones de los tipos de interés, se plantea un sencillo problema que ponga de manifiesto la complejidad de esta cuestión.

Supondremos el caso de un inversionista que desea disponer de una determinada cantidad de dinero,  $P$  unidades monetarias, al cabo de  $n$  años (horizonte de planificación de inversionista), planteándose la cuestión de cuánto dinero debe invertir en este momento y en qué títulos. Para simplificar, se supondrá que la estructura temporal de los tipos de interés es plana, es decir,  $i(t) = i$  para todo  $t$  y que las variaciones de la misma consisten en desplazamientos paralelos.

En caso de que no tuviese lugar ninguna variación de los tipos de interés a lo largo del horizonte de planificación del inversionista, dicha cuantía vendría dada por la expresión

$$V_0 = \frac{P}{(1+i)^n} \quad [22]$$

y el valor de dicha cartera evolucionaría a lo largo del tipo según la función

$$V(t) = V_0(1+i)^t. \quad [23]$$

Al cabo de  $n$  años el valor de la inversión sería

$$V_0(1+i)^n = P, \quad [24]$$

Es decir, el valor que el inversionista deseaba alcanzar.

¿Qué ocurre, sin embargo, si tiene lugar una variación de los tipos de interés?. Para simplificar el análisis, supongamos que tiene lugar una variación de los tipos de interés nada más realizar la inversión inicial, permaneciendo con



posterioridad la estructura temporal de los tipos de interés en su nuevo nivel durante los  $n$  años restantes. En caso de que esta variación fuese una subida de tipos, tendríamos un efecto inmediato que consistiría en una disminución en el valor de la cartera. Ahora bien, en la medida en que el inversionista tiene un horizonte de planificación de  $n$  años, lo importante no es el efecto inmediato de esa subida de los tipos de interés, sino sus consecuencias a medio y largo plazo.

En particular, una subida de tipos permitirá al inversionista ir reinvertiendo los flujos de caja que genere el título a unos tipos de interés superiores, produciéndose una mayor "velocidad" en el crecimiento del valor de la cartera. La subida de tipos de interés provoca inmediatamente una disminución en el valor inicial de la cartera del inversionista. Sin embargo, este efecto negativo va compensándose poco a poco conforme transcurre el tiempo. Esto es consecuencia de los nuevos tipos de interés y las oportunidades de reinversión de los flujos de caja generados por la cartera que supone la nueva situación. Al cabo de los  $n$  años, estas oportunidades de reinversión pueden ser de tal forma que la subida de tipos de interés va a permitir al inversionista alcanzar un valor final superior al que habría conseguido de no producirse la subida de tipos. Sin embargo podría ocurrir, pese a la mayor "velocidad" de crecimiento del valor de la cartera, que el inversionista no alcance el valor que habría obtenido de no variar los tipos de interés.

Análogamente, ante una baja permanente de los tipos de interés nos encontraríamos con dos efectos de sentido contrario. En primer lugar, el valor de cartera aumentaría. En este caso, el inversionista no está interesado en los efectos inmediatos de dicha subida de tipos, sino en sus consecuencias a medio y largo plazo. En segundo lugar, el menor nivel de los tipos de interés va a provocar que los flujos de caja que vayan generando las carteras tendrán que ser reinvertidos a menores tipos de interés, con lo que se producirá un descenso en la "velocidad" de crecimiento en el valor de cartera.

El efecto final de las variaciones de los tipos de interés va a depender del tipo de cartera que el inversionista haya escogido.

Debido a esto cabe preguntarse, de qué depende y cómo se pueden cuantificar los efectos a medio y largo plazo de las variaciones de los tipos de interés. Más aún, cabría preguntarse si se pueden construir carteras de renta fija, cuyo valor al final del horizonte de planificación del inversionista esté protegido frente al riesgo de variación de los tipos de interés. En este último caso, se trataría de construir una cartera en la que el efecto inicial de las variaciones de los tipos de interés se vea compensado por el efecto reinversión que es de naturaleza contraria al efecto precio.

Se define el riesgo de reinversión como el riesgo de no obtener para un determinado periodo de tiempo (horizonte de planificación del inversionista) la rentabilidad ofrecida inicialmente por el mercado (el nivel de los tipos de interés en el momento de llevar a cabo la inversión) para dicho plazo como consecuencia de las variaciones no anticipadas de los tipos de interés.

## CAPÍTULO 4

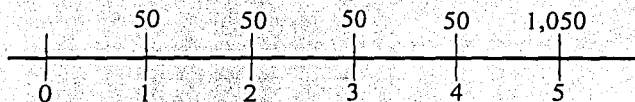
### ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD UTILIZANDO LA DURACIÓN

En el presente capítulo se utilizan las herramientas descritas en el capítulo previo para dar ejemplos numéricos de duración, análisis del punto base y la duración y convexidad de algunos bonos así como de algunas carteras de bonos.

#### 4.1 Cálculo de la duración y duración modificada

Para calcular la duración y la duración modificada, supongamos un bono con un nominal de 1,000 pesos que pague un cupón anual de 5% amortizable dentro de cinco años, si el tipo de interés efectivo anual (estructura temporal de los tipos de interés plana) es del 4%.

Los flujos de caja que genera este título son



y el valor del título en periodo inicial ( $t_0$ ) será

$$V = \frac{50}{(1+0.04)} + \frac{50}{(1+0.04)^2} + \frac{50}{(1+0.04)^3} + \frac{50}{(1+0.04)^4} + \frac{1,050}{(1+0.04)^5} = 1,044.52 \text{ pesos}$$

Su duración viene dada por la expresión

$$D = 1 \cdot \frac{50}{V(1+0.04)} + 2 \cdot \frac{50}{V(1+0.04)^2} + 3 \cdot \frac{50}{V(1+0.04)^3} + 4 \cdot \frac{50}{V(1+0.04)^4} + 5 \cdot \frac{1,050}{V(1+0.04)^5} =$$
$$= 1 \cdot \omega_1 + 2 \cdot \omega_2 + 3 \cdot \omega_3 + 4 \cdot \omega_4 + 5 \cdot \omega_5 = 4.56 \text{ años}$$

donde

$$\omega_s = \frac{50}{V(1+0.04)^s} \quad \text{para } s=1,2,3,4$$

$$\omega_5 = \frac{1,050}{(1 + 0.04)^5 V}$$

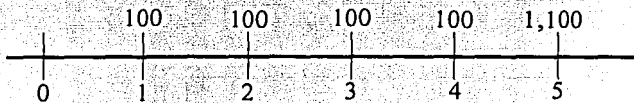
En este caso,  $\omega_1=4.6028\%$ ;  $\omega_2=4.4258\%$ ;  $\omega_3=4.2555\%$ ;  $\omega_4=4.0918\%$ ;  $\omega_5=82.6241\%$ .  
Obviamente,  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 = 1$ .

La duración modificada será igual a

$$D_M = \frac{D}{(1+i)} = \frac{4.56}{(1+0.04)} = 4.38 \text{ años}$$

Ahora, calculemos la duración de un bono con nominal de 1,000 pesos, que pague un cupón anual del 10% y amortizable dentro de cinco años, si el tipo de interés efectivo anual (estructura temporal de los tipos de interés plana) es de 4%.

Como podemos ver, el bono de este ejemplo es similar al del ejemplo anterior con la única diferencia de que ahora el tanto del cupón es del 10% en lugar del 5%. Así pues, los flujos que genera este título son



y su valor al 4% efectivo anual

$$V = \frac{100}{(1+0.04)} + \frac{100}{(1+0.04)^2} + \frac{100}{(1+0.04)^3} + \frac{100}{(1+0.04)^4} + \frac{1,100}{(1+0.04)^5} = 1,276.11 \text{ pesos}$$

Su duración es

$$D = 1 \cdot \frac{100}{V} + 2 \cdot \frac{100}{V} + 3 \cdot \frac{100}{V} + 4 \cdot \frac{100}{V} + 5 \cdot \frac{1,100}{V} =$$

$$= 1 \cdot \omega_1 + 2 \cdot \omega_2 + 3 \cdot \omega_3 + 4 \cdot \omega_4 + 5 \cdot \omega_5 = 4.27 \text{ años}$$

siendo  $\omega_1=7.59\%$ ;  $\omega_2=7.30\%$ ;  $\omega_3=7.01\%$ ;  $\omega_4=6.75\%$ ;  $\omega_5=71.35\%$ .

Obsérvese cómo ahora las ponderaciones correspondientes a los primeros cuatro vencimientos son superiores a las correspondientes al primer cálculo, lo que hace que la duración resultante sea menor.

#### 4.2 Cálculo de la duración de una cartera de bonos

Consideremos una cartera de títulos de renta fija compuesta por los siguientes títulos:

- 200 bonos amortizables dentro de 3 años con un tanto del cupón del 6% pagadero anualmente y un nominal de 1,000 pesos.
- 100 obligaciones amortizables dentro de 10 años con un cupón del 4.5% pagadero anualmente y con un nominal de 1,000 pesos
- 500 letras amortizables en seis meses con un nominal de 1,000 pesos.
- 50 bonos cupón cero amortizables dentro de cinco años con un precio de amortización del 120%, siendo su nominal de 10,000 pesos.

Si se supone que la estructura temporal de los tipos de interés es plana con  $i(t)=i = 5\%$ , calculemos ahora la duración de esta cartera.

En primer lugar, calculemos los precios y las duraciones de cada uno de los títulos que la componen que, bajo la hipótesis de una estructura temporal de los tipos de interés plana, son respectivamente

$$P_1=1,123.81 \text{ pesos}$$

$$D_1=2.85 \text{ años}$$

$$P_2=961.39 \text{ pesos}$$

$$D_2=8.23 \text{ años}$$

$$P_3=975.90 \text{ pesos}$$

$$D_3=0.50 \text{ años}$$

$$P_4=9,402.31 \text{ pesos}$$

$$D_4=5 \text{ años.}$$

El valor de la cartera es

$$V = N_1 \cdot P_1 + N_2 \cdot P_2 + N_3 \cdot P_3 + N_4 \cdot P_4 =$$

$$= 200 \cdot 1,123.81 + 100 \cdot 961.39 + 500 \cdot 975.90 + 50 \cdot 9,402.31 = 1,278,966.50 \text{ pesos}$$

El peso de cada uno de los títulos dentro del valor total de la cartera es, por tanto,

$$\omega_1 = N_1 \cdot P_1 / V = 17.57\%$$

$$\omega_2 = N_2 \cdot P_2 / V = 7.52\%$$

$$\omega_3 = N_3 \cdot P_3 / V = 38.15\%$$

$$\omega_4 = N_4 \cdot P_4 / V = 36.76\%$$

y la duración de la cartera

$$D = 2.85 \cdot 0.1757 + 8.23 \cdot 0.0752 + 0.5 \cdot 0.3815 + 5 \cdot 0.3676 = 3.14 \text{ años}$$

Este resultado puede interpretarse en el sentido de que el riesgo de precio de esta cartera es similar al que tendría una cartera compuesta exclusivamente por bonos cupón cero amortizable dentro de 3.14 años.

Como se mencionó en el capítulo anterior, esta forma de interpretar la duración de un bono ha dado lugar, de hecho, a una definición alternativa de la misma: la duración de un activo financiero o cartera de activos financieros no es sino el plazo hasta la amortización de un bono cupón cero con el mismo riesgo de precio.

### 4.3 Cálculo del valor del punto base

Ahora calculemos el valor del punto base de cada uno de los activos que componen la cartera del ejemplo anterior y de la cartera globalmente considerada.

Aplicando la expresión [13], tenemos que

$$\text{Título 1: } VPB_1 = 1,123.81 \cdot \frac{2.8475}{(1 + 0.05)} \cdot 0.0001 = 0.3048 \text{ pesos}$$

$$\text{Título 2: } VPB_2 = 965.39 \cdot \frac{8.2287}{(1 + 0.05)} \cdot 0.0001 = 0.7566 \text{ pesos}$$

$$\text{Título 3: } VPB_3 = 975.90 \cdot \frac{0.5}{(1 + 0.05)} \cdot 0.0001 = 0.0465 \text{ pesos}$$

$$\text{Título 4: } VPB_4 = 9,402.31 \cdot \frac{5}{(1 + 0.05)} \cdot 0.0001 = 4.4773 \text{ pesos}$$

Resulta conveniente señalar nuevamente que el VPB no debe utilizarse para comparar el riesgo de precio de diferentes activos de renta fija. Así, el título 2, que tiene una duración superior a los ocho años, tiene un VPB menor que el título 4, cuya duración es inferior a los cinco años. Tal y como se ha señalado, esto es debido a que el VPB de un título indica el impacto sobre el precio de un título de una determinada variación de los tipos de interés y, lógicamente, ese impacto va a depender de cual sea el valor del título. De esta forma, podemos ver que el título 2 es más "sensible" que el título 4 a las variaciones de los tipos de interés; ahora bien, al ser el precio del activo 4 aproximadamente diez veces mayor, el impacto en unidades monetarias de una variación de los tipos de interés va a ser, lógicamente, mayor, a pesar de ser un título con menor riesgo de precio. Sin embargo, el VPB presenta la gran ventaja de traducir a unidades monetarias cuál es el riesgo de precio que está asumiendo al comprar un título o una cartera de títulos.

Con relación a la globalidad de la cartera, el valor del punto base será

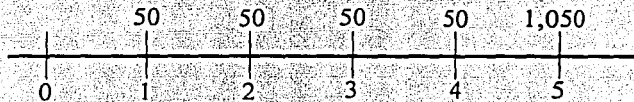
$$VPB = 1,278,966.50 \cdot \frac{3.1476}{(1 + 0.05)} \cdot 0.0001 = 383.40 \text{ pesos}$$

Este resultado indica que por cada punto base de aumento o disminución de los tipos de interés, la cartera experimental, de forma aproximada, una variación de 383.40 pesos. Así, una posible subida de 25 puntos base (0.25%) de los tipos de interés provocaría una caída en el valor de la cartera, aproximadamente, 9,585 pesos.

#### 4.4 Cálculo de la duración y convexidad

Para ejemplificar el cálculo de convexidad, supongamos un bono con un nominal de 1,000 pesos al que le quedan cinco años hasta la amortización y que paga un cupón anual del 5%, siendo la estructura temporal de los tipos de interés plana y el tipo de interés afectivo anual el 5%, es decir,  $i(t) = 5\%$ .

La corriente de pagos generada por el título es



Al ser el tipo de interés el 5% anual igual al tanto del cupón, dicho título cotizará a la par, es decir,  $P = N = 1,000$  pesos y, por tanto, su convexidad será igual a

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{1 \cdot 2 \cdot 50 \cdot (1 + 0.05)^{-3} + 2 \cdot 3 \cdot 50 \cdot (1 + 0.05)^{-4} + 3 \cdot 4 \cdot 50 \cdot (1 + 0.05)^{-5}}{1,000} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 50 \cdot (1 + 0.05)^{-6} + 5 \cdot 6 \cdot 1.050 \cdot (1 + 0.05)^{-7}}{1,000} \right] = 11.967994$$

La duración de este bono es igual a 4.5460 años, luego la variación aproximada en su precio, como consecuencia de una variación de los tipos de interés de magnitud  $\Delta i$ , puede obtenerse como

$$\frac{\Delta P(i)}{P(i)} = -\frac{4.5460}{(1 + 0.05)} \Delta i + 11.9680 \Delta i^2$$

Así, si el tipo de interés pasará al 6%, es decir, ante un incremento de 100 puntos base de los tipos de interés, la estimación de la variación relativa en el precio del título, aplicando la expresión anterior, sería de  $-4.2098\%$ , siendo la variación real que experimentaría el título del  $-4.2124\%$ . Vemos que se trata, pues, de una aproximación claramente superior a la que se conseguía utilizando solamente la duración y que era del  $-4.3295\%$ .



En la tabla 4-1. se presentan las estimaciones (en tanto por ciento) en la variación del precio del título anterior (cinco años hasta la amortización y cupón anual del cinco por ciento), utilizando la duración y la duración y la convexidad conjuntamente, quedando de manifiesto la reducción significativa del error de estimación que puede conseguirse mediante la utilización de la convexidad.

Tabla 4-1

**Variación real y estimada a partir de la duración y de la convexidad de un bono con pago periódico de cupones. Plazo hasta la amortización 5 años. Cupón 5% anual.**

Nuevo tipo de interés	Variación real en el precio del bono	Variación estimada mediante la duración	Variación estimada mediante convexidad
0.03	109.1594	108.6590	109.1377
0.04	104.4518	104.3295	104.4492
0.045	102.1950	102.1647	102.1947
0.049	100.4341	100.4329	100.4341
0.0499	100.0433	100.0433	100.0433
0.0501	99.9567	99.9567	99.9567
0.051	99.5682	99.5671	99.5682
0.055	97.8649	97.8353	97.8652
0.06	95.7876	95.6705	95.7902
0.07	91.7996	91.3410	91.8197

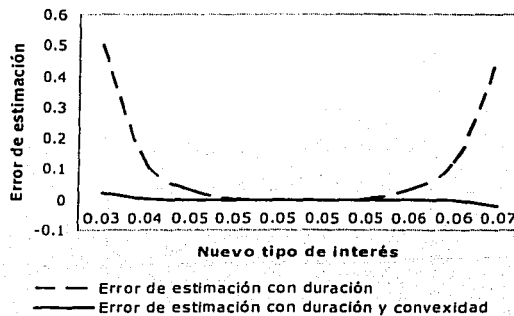


Figura 4-1

La representación gráfica de los errores de estimación, utilizando la duración y la duración y convexidad conjuntamente se encuentra en la figura 4-1, se puede apreciar la significativa reducción en el error que puede lograrse mediante la utilización de la convexidad.

#### 4.5 Análisis numérico del riesgo de variaciones no paralelas de la estructura temporal de los tipos de interés

Supongamos que inicialmente la estructura temporal de los tipos de interés es plana, siendo el tipo de interés efectivo anual del 8%, y sean dos carteras (A y B) del mismo valor inicial (1,000,000 pesos) compuestas por los siguientes tipos de títulos:

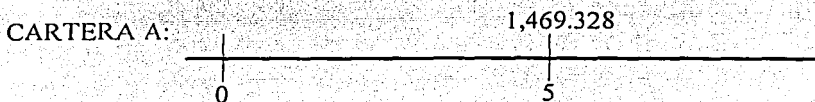
Cartera A. 100% invertida en bonos cupón cero amortizables dentro de cinco años.

Cartera B. 50% invertida en bonos cupón cero amortizable dentro de un año, y el 50% restante, en bonos cupón cero amortizables dentro de nueve años.

Se realizarán los siguientes cálculos:

- Duración de ambas carteras.
- Valor de ambas carteras si la estructura temporal de los tipos de interés sufre una variación paralela pasando el tipo de interés efectivo del 8% al 9%.
- Valor de ambas carteras si la estructura temporal de los tipos de interés sufre una variación no paralela, de tal forma que el tipo de interés al contado correspondiente a un plazo  $[0, t]$  viene dado por la siguiente expresión:  $R_t = 0.08 + 0.001 \cdot t$ .

a) Los flujos de caja generados por ambas carteras serían los siguientes:





Con la estructura temporal de los tipos de interés inicial el valor de ambas carteras es

$$V_A = \frac{1.469.328}{(1+0,08)^5} = 1.000.000$$

$$V_H = \frac{540.000}{(1+0,058)} + \frac{999.502}{(1+0,08)^9} = 1.000.000.$$

Y la duración de ambas carteras será

$$D_A = 5 \text{ años}$$

$$D_H = 1 \cdot \frac{540.000(1+0,08)^{-1}}{1.000.000} + 9 \cdot \frac{999.502(1+0,08)^{-9}}{1.000.000} = 5 \text{ años}$$

b) En caso de que la estructura temporal de los tipos de interés experimente un desplazamiento paralelo, como el descrito en la siguiente figura, la variación en el valor de ambas carteras, al tener la misma duración, será muy similar

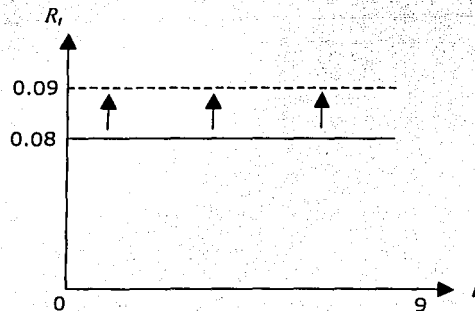


Figura 4-2

$$V^*_A = \frac{1,469,328}{(1 + 0.09)^5} = 954,962 \text{ pesos}$$

$$V^*_B = \frac{540,000}{(1 + 0.09)} + \frac{999,502}{(1 + 0.09)^9} = 955,611 \text{ pesos}$$

Como podemos ver, la variación que experimenta el valor de ambas carteras es muy parecido y, por tanto, ante este tipo de comportamiento de la estructura temporal de los tipos de interés, la duración es una medida del riesgo de precio.

- c) En el segundo caso planteado, se está suponiendo una variación no paralela de la estructura temporal de los tipos de interés consistente en una subida de los tipos de interés a largo plazo, mientras que los tipos de interés a corto plazo permanecen en el mismo nivel. Ambas carteras tienen el mismo valor inicial y la misma duración.

La variación experimentada por los tipos de interés podemos representarla como sigue:

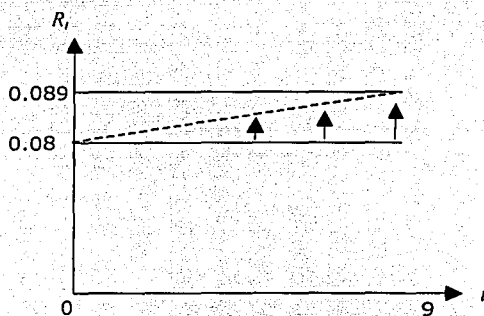


Figura 4-3

Se trata de una variación positiva de la estructura temporal de los tipos de interés que llevaría los tipos de interés a los siguientes niveles:

$$R^*_1 = 8.1\%; R^*_3 = 8.5\%; R^*_9 = 8.9\%.$$

Y, por tanto, el valor de ambas carteras sería

$$V^*_A = \frac{1,469,328}{(1 + 0.085)^5} = 977,170 \text{ pesos}$$

$$V^*_B = \frac{540,000}{(1 + 0.081)} + \frac{999,502}{(1 + 0.089)^9} = 963,553 \text{ pesos}$$

Podemos ver que ante una misma variación de la estructura temporal de los tipos de interés, la cartera A ha experimentado una caída en su valor de un 2.28%, mientras que la cartera B, que tiene la misma duración, ha sufrido una caída mayor: un 3.64%. Por tanto, a pesar de tener una duración similar estas carteras han experimentado, ante una misma variación de los tipos de interés, variaciones muy diferentes en su valor.

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se estableció un panorama general del funcionamiento de los mercados financieros para tener en cuenta los elementos que definen las características de los Instrumentos financieros y cuales son los factores provocan la variación de dichas características.

Como se muestra en el capítulo dos, el valor que tomen los factores más importantes de los títulos que se comercializan en los mercados financieros: rendimiento, liquidez y riesgo; resulta primordial para la toma de decisiones, tanto para el emisor como para el comprador de dichos títulos.

Considerando que los individuos son, en general, adversos al riesgo<sup>1</sup>, la incertidumbre de que ocurra una pérdida sobre lo que planeaba ganar provoca que dicho consumidor pretenda conocer la magnitud de la posibilidad de que ello ocurra. Es por esto que la medición eficiente del riesgo toma importancia. En este trabajo, se mostró el porqué de la importancia de la medición del riesgo. Asimismo, se expusieron algunas de las diferentes formas de medir el riesgo como la estimación a través del parámetro beta, del valor en riesgo y a través de la estimación de la volatilidad. Cada una de estas formas de estimar el riesgo tiene, a su vez, métodos muy variados para calcular su valor.

Dada la gran variedad de instrumentos financieros que existen en los mercados, las formas de calcular la volatilidad de estos son muy diversas. Existen métodos específicos para obtener la volatilidad, por ejemplo, de las acciones o de los Certificados de Tesorería, sin embargo para poder presentar una forma de mediarla y algunos ejemplos prácticos, en este trabajo se ha expuesto la teoría para la estimación de la volatilidad, tanto de precio como de rendimiento, de los bonos.

---

<sup>1</sup> Si la probabilidad de que incurra en pérdida es muy grande al momento de firmar un contrato de intercambio, el individuo preferiría no hacer el trato.

Si bien es cierto que existen varios métodos para estimar la volatilidad de estos instrumentos, en esta investigación se utiliza el método de la duración y algunas variaciones o medidas complementarias como lo son la duración y convexidad de manera conjunta y el valor del punto básico.

Se logró plantear la medida de la duración desde los supuestos más básicos (estructura de tipos de interés plana) para relajarlos poco a poco, se plantea una estructura de tipos de interés con variación muy pequeña e interpretar dichas variaciones como un posible riesgo, ya sea de pérdida o de ganancia.

Finalmente, resulta interesante, para posteriores investigaciones, suponer otro comportamiento de la estructura de las tasas de interés, por ejemplo, que esta se comporte como un proceso estocástico.

## APÉNDICE

### PROPIEDADES DE LA DURACIÓN DE MACAULAY

En 1962, Burton Malkiel propuso una serie de teoremas sobre la relación entre los rendimientos y los precios de los instrumentos de deuda de renta fija, que hoy se conocen como "teoremas de los bonos"; dado que la duración de Macaulay, y por lo tanto la duración modificada, cumplen con dichos teoremas, tales ecuaciones resultan ser un buen estimador de la volatilidad porcentual en los precios, siempre y cuando los cambios en las tasas sean muy pequeños. Dichas propiedades se enlistan a continuación:

**Teorema 1.** Los precios de los bonos se mueven inversamente a las tasas de rendimiento.

**Teorema 2.** Manteniendo fija la tasa de cupón, para un cambio dado en las tasas de rendimiento, los cambios porcentuales de los precios de los bonos son mayores conforme mayor es el tiempo de vencimiento.

En el caso de algunos bonos de descuento, el teorema 2 no se cumple para todos los vencimientos. Para el caso de las perpetuidades, no se cumple en ningún caso, ya que la volatilidad es constante conforme se aumenta el tiempo al vencimiento.

**Teorema 3.** Los cambios porcentuales descritos en el teorema 2, crecen a tasas decrecientes conforme se aumenta el tiempo al vencimiento.

El teorema anterior es válido todo el tiempo para los bonos que pagan cupón y se redime a la par, mientras que para los bonos a descuento de cierto vencimiento es válido si y sólo si se utiliza la tasa de rendimiento al vencimiento en la valuación. No se cumple nunca para los bonos cupón cero ni perpetuidades.



**Teorema 4.** Si mantenemos el tiempo al vencimiento constante, y partiendo de un nivel dado de las tasas de rendimiento, cambios iguales en las tasas de rendimiento, sea a la alza o a la baja, no generan los mismos cambios porcentuales en los precios. Una baja en los rendimientos aumenta los precios más de lo que bajarían con un alza en los rendimientos.

En otras palabras, el teorema 4 establece que los cambios en los precios son asimétricos respecto a los cambios en los rendimientos.

**Teorema 5.** Si mantenemos el tiempo al vencimiento constante y partiendo de un nivel dado de las tasas de rendimiento, conforme mayor sea la tasa de cupón, menor será el cambio porcentual de los precios para un cambio dado en las tasas de rendimiento.

El teorema 5 es verdadero para todos los bonos excepto para los bonos cupón cero, los bonos que les falta un periodo para su vencimiento y para las perpetuidades.

## BIBLIOGRAFÍA

- Fabozzi, Frank J.; Modigliani, Franco; Ferri, Michael G.  
"Foundations of financial markets and institutions"  
Ed. Prentice-Hall  
2ª edición. U.S.A. 1997.
- Howells, Peter G.A.; Blain, Keith.  
"Financial markets and institutions"  
Ed. Longman  
2a edición. Singapur 1994.
- Hull, John C.  
"Introducción a los mercados de futuros y opciones"  
Ed. Prentice Hall  
2a edición. México 1995.
- Jorion, Philippe.  
"Valor en riesgo"  
Ed. Limusa  
México 2002.
- Madura, Jeff.  
"Financial markets and institutions"  
Ed. West Publishing Company  
U.S.A. 1992.
- Madura, Jeff.  
"Mercados e Instituciones financieros"  
Ed. Thomson Learning  
5a edición. México 2001.
- Mansell Carstens, Catherine.  
"Las nuevas finanzas en México"  
Ed. Milenio  
México 2001.

- Navarro, Eliseo; Nave, Juan M.  
"Fundamentos de matemáticas financieras"  
Ed. Antoni Bosch.  
España 2001.
- Rose, Peter S.  
"Money and capital markets"  
Ed. Richard D. Irwin, Inc.  
5a edición. U.S.A. 1994.