

01130
2



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

PROPIEDADES DE LA DIFRACCION DE BRAGG DE ONDAS
OPTICAS POR ONDAS MAGNETOSTATICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A :

ADRIAN AMEZCUA CORREA

DIRECTOR DE TESIS: DR. OLEG KOLOKOLTSEV



MEXICO, D. F.

MAYO DE 2003

A



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

NOMBRE: Alvaro Arenas

AGRADECIMIENTOS Cesca

FECHA: 12/03/03

Agradezco a la UNAM por ser un espacio de crecimiento ~~en la libertad~~ y en la responsabilidad; en el compromiso humanista, crítico y propositivo con la sociedad. Que al permitirme formar parte de ella me ha dado una formación integral en conocimientos y valores.

A la Facultad de Ingeniería y a mis profesores por la formación académica que me dieron y que han dado a los jóvenes que pasan por sus aulas. Por darme la educación que requiere el hombre en la actualidad. De manera muy especial quiero agradecer a los profesores Ing. Enrique Arenas, Dr. Juan Hernández y Ing. Pablo García y Colomé por su amistad. Y a los sinodales de mi tesis Dr. Alexander Martynyuk, Dr. Jorge Rodríguez y M.I. Ismael Martínez.

Agradezco especialmente al Dr. Oleg Kolokoltsev que me ayudó a aprender y constituirme en sujeto de mi propia educación y cultura. Por tantas horas de trabajo y plática, con las cuales he entendido tantas y tantas cosas interesantes de la ingeniería y de la física.

A mis padres, por darme todo el cariño, confianza, apoyo y amistad con los cuales he conseguido ésta y otras metas más.

A mi hermano Mariano por ser un gran amigo.

A Rodrigo porque es más que mi hermano, mi gemelo.

A mis amigos Jaime, Olmo, el Mad, el Spider, José Luis, Joaquín, Liber, Lencho, Mauricio, Rogelio, Luis, Rafael, Jorge y a mis compañeros de la carrera. A mis amigas Viviana, Ana, Tania, Elsa, Lucero, Cintia y Carina con quienes he compartido muchos momentos agradables durante estos años en la universidad.

A toda mi familia, gracias por su apoyo y cariño.

B

INTRODUCCIÓN	3
OBJETIVOS PRINCIPALES	7
1. ÓPTICA PARAMÉTRICA PARA COMUNICACIONES ÓPTICAS	
1.1 Principio de óptica paramétrica.....	8
1.2 Ondas Ópticas Guiadas (GOW).....	10
1.2.1 Modos TM (transversal magnético).....	14
1.2.2 Modos TE (transversal eléctrico).....	17
1.3 Teoría lineal de perturbaciones pequeñas.....	19
1.3.1 Ortogonalidad de modos.....	20
1.4 Teoría de modos acoplados.....	24
1.4.1 Perturbaciones pequeñas y estáticas.....	24
1.4.2 Perturbaciones pequeñas dependientes del tiempo.....	29
2. EFECTOS MAGNETO-ÓPTICOS	
2.1 Principios básicos de magneto-óptica.....	33
2.2 Tensores ϵ , μ y el vector de giro \mathbf{g}	35
2.3 Efecto Faraday.....	38
2.4 Efecto Cotton-Mouton o efecto Voigt.....	45
3. TEORÍA DE ONDAS MAGNETO-ESTÁTICAS	
3.1 Resonancia ferromagnética.....	50
3.2 Factores de desmagnetización.....	61
3.3 Curvas de dispersión de ondas en medios magnéticos.....	64
3.4 Ondas Magneto-estáticas (MSW).....	70
3.5 Ondas Magneto-estáticas en capas ferri o ferromagnéticas delgadas.....	73
3.6 Excitación de MSW por medio de una antena de microcinta.....	83

2

4. INTERACCIÓN MAGNETO-ÓPTICA ENTRE ONDAS MAGNETO-ESTÁTICAS Y ONDAS ÓPTICAS GUIADAS EN PELÍCULAS MAGNÉTICAS.

4.1 Conceptos básicos de interacciones magneto-ópticas..... 86
4.2 Interacción no colineal entre MSW y GOW..... 92

5. EXPERIMENTO DE DIFRACCIÓN DE BRAGG DE ONDAS ÓPTICAS GUIADAS POR ONDAS MAGNETOESTÁTICAS.

5.1 Descripción del arreglo experimental.....95
5.2 Mediciones experimentales y análisis de resultados.....98
 5.2.1 Discusión de resultados experimentales.....111
5.3 Análisis teórico de resultados.....114

CONCLUSIONES.....121

INTRODUCCIÓN

Las necesidades de procesamiento y transporte de información en sistemas inalámbricos son cada vez más grandes, por esto, una de las metas principales que se tienen en telecomunicaciones es conectar redes de comunicaciones inalámbricas de gran ancho de banda a través de redes ópticas. En respuesta a esto han surgido los sistemas móviles de alta capacidad, conocidos como sistemas microoculares o picocelulares, los cuales trabajan en la banda de frecuencias de 2 - 60 [GHz]. Estos sistemas operan en pequeñas regiones de servicio, que están interconectadas a través de dispositivos de óptica integrada de alta velocidad y a través de redes de fibra óptica. Actualmente la implementación y mantenimiento de estos sistemas son costosos, ya que los elementos de interconexión entre la parte óptica y de microondas están compuestos por dispositivos electrónicos de gran velocidad. El desarrollo de tecnología basada en Ondas Magneto-estáticas (MSW) puede dar una base real para la fabricación de dispositivos de óptica integrada y de microondas que permitan la implementación de este tipo de sistemas móviles a un menor costo.

El término de *óptica integrada* se introdujo en 1969 cuando Miller presentó el concepto de circuitos ópticos integrados, los cuales podrían realizar procesamiento de señales ópticas y serían construidos en sustratos. Muchos de los dispositivos básicos de la óptica integrada como acopladores direccionales, divisores de haz, etc. fueron desarrollados teóricamente basándose en los dispositivos de microondas que para ese entonces se utilizaban en muchos sistemas de procesamiento de señales. La óptica integrada creció rápidamente, por ejemplo en 1972 se desarrollaron el láser de realimentación distribuida (DFL), filtros acusto-ópticos, moduladores electro-ópticos y una gran cantidad de dispositivos pasivos como son rejillas de Bragg, rejillas de transmisión y divisores de haz. A partir de estos años se buscaron diversos efectos que pudieran ser utilizados para la fabricación de dispositivos de óptica integrada; la interacción entre la luz y el sonido despertó un gran interés debido a que la difracción de la luz por ondas acústicas proporciona grandes facilidades para controlar la frecuencia, intensidad y dirección de un haz láser. Este tipo de control tiene bastantes aplicaciones para la transmisión y procesamiento de la información en un sistema de comunicaciones ópticas. Desde mediados de los años setentas se han desarrollado dispositivos acusto-ópticos basados en

la interacción entre ondas óptica guiadas (GOW) y ondas acústicas superficiales (SAW), como lo son moduladores, deflectores de haz, filtros, analizadores de espectros de microondas, etc. [1].

Desde los primeros años de la óptica integrada los efectos magneto-ópticos se han utilizado en guías de onda hechas en películas granudas y se desarrollaron varios dispositivos de óptica integrada basados en efectos magneto-ópticos (MO) como aisladores y convertidores de modo utilizando guías de onda de yoduro de hierro granulado sobre galio gadolinio granulado, YIG/GGG por sus siglas en inglés (yttrium iron garnet/gadolinium gallium garnet). Más tarde surge la idea de utilizar la interacción entre MSW y GOW para el desarrollo de dispositivos ópticos y de microondas, con las mismas funciones que los dispositivos acusto-ópticos. Actualmente se están fabricando una gran variedad de dispositivos lineales (baja potencia) y no lineales (alta potencia) que utilizan MSW en películas YIG/GGG, tanto para microondas como para óptica integrada. La interacción entre MSW y GOW es muy similar a la interacción entre GOW y SAW, pero la gran ventaja de estos dispositivos magneto-ópticos en contraste con los acusto-ópticos es que tienen ancho de banda mayor (1 [GHz]) y su frecuencia central puede ser desplazada de 0.5 [GHz] hasta más de 20 [GHz] [2].

Gran parte de las investigaciones que se realizan actualmente sobre MSW están asociadas con la solución de problemas comunes en el área de dispositivos de microondas, particularmente con la miniaturización de elementos críticos, dispositivos como resonadores, filtros sintonizables multicanales, acopladores direccionales, compuertas lógicas, etc. Se puede demostrar que la miniaturización de tales dispositivos puede realizarse únicamente con la tecnología de MSW, ya que la longitud de onda de las MSW se encuentra dentro del intervalo 5 - 1000 [μm] en cualquier banda de frecuencias de microondas. Además, esta tecnología es muy flexible y compatible con la tecnología de fabricación de componentes de microondas integrados en sustratos (micro-chips), conocida como "MMIC", con componentes de fotónica de microondas integrados y de óptica integrada.

Para desarrollar dispositivos basados en MSW se deben investigar las propiedades magnéticas y ópticas de películas magnéticas, condiciones y técnicas para la excitación y detección de MSW, características de dispersión y propagación de MSW, interacción de

MSW con diferentes excitaciones y la interacción magneto-óptica con ondas ópticas guiadas. Este trabajo se realizó en Laboratorio de Fotónica de Microondas del CCADET y se utiliza la técnica de prueba de MSW por GOW para analizar propiedades de las MSW. Esta técnica funciona de la siguiente manera: se excitan ondas MSW en una película delgada ferromagnética YIG/GGG que funciona al mismo tiempo como una guía de onda óptica, las MSW inducen una rejilla de difracción de Bragg móvil producida por los efectos de Faraday y Cotton-Mouton, utilizamos una geometría coplanar no colineal en donde una porción del haz óptico sufre difracción y conversión de modo. Esta tecnología nos permite estudiar muchas propiedades de las MSW con alta calidad, a diferencia de las técnicas clásicas. Desde el punto de vista práctico, las investigaciones que se llevaron a cabo pueden usarse para la creación de una nueva clase de celdas de Bragg basadas en MSW, ya que este trabajo es de los primeros (si no el primero) en donde se detecta por este método una interacción entre ondas acústicas y ondas MSW, lo que aumenta de forma considerable la eficiencia de difracción de la rejilla de Bragg. Asimismo, es uno de los primeros trabajos en los que se utiliza campo magnético de polarización inclinado.

Los resultados experimentales proporcionan nuevas características de las MSW en películas YIG/GGG las cuales pueden ser utilizadas para el desarrollo de componentes necesarios para sistemas de comunicaciones pico y micro celulares.

Bibliografía de la introducción.

[1] Marz, Reinhard. *Integrated optics: design and modeling*, ed. Artech House Publishers, USA, 1994.

[2] O.V., Kolokoltsev., Valeri, Vountesmeri. *Enhancement of MO Diffraction by using Inclined Magnetic Bias Field*. ELSEVIER Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 225 (2001) 394-402.

Chen S., Tsai. *Magnetostatic-Forward-Volume-Waves-Based Guided-Wave Magneto-Optic Bragg Cells and Applications to Communications and Signal Processing*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. 38, No. 5, May 1990.

OBJETIVOS PRINCIPALES

1. Estudiar experimentalmente las propiedades de ondas magneto-estáticas excitadas en películas YIG/GGG a frecuencias de microondas, utilizando la técnica de prueba de ondas magneto-estáticas por ondas ópticas guiadas.
2. Analizar la interacción magneto-óptica entre GOW y MSW usando geometría de interacción no-tradicional. Con esta geometría se busca incrementar la eficiencia de difracción de las ondas ópticas guiadas.
3. Detectar experimentalmente por medio de la técnica de prueba de MSW por GOW la interacción entre ondas acústicas y ondas magneto-estáticas en una película de YIG/GGG.

CAPÍTULO 1.

ÓPTICA PARAMÉTRICA PARA COMUNICACIONES ÓPTICAS

1.1 Principios básicos de óptica paramétrica

Una guía de onda es una estructura que puede utilizarse como un dispositivo transmisor de luz, dentro de la cual los rayos del haz se mantienen confinados debido a la reflexión total interna en las interfases y la condición de resonancia transversal (una onda parcial que se refleja dos veces se debe reproducir a sí misma). Un medio dieléctrico que tiene un índice de refracción n , envuelto por otro medio de un índice de refracción menor puede actuar como una guía de onda.

Por medio de una guía de onda óptica se tiene flujo de energía óptica a lo largo del eje de ésta, sin que exista radiación de energía en dirección perpendicular. También se puede decir que una guía de onda óptica es una estructura en la cual la dirección de propagación de la energía óptica es diferente a la dirección del vector de Poynting de las ondas ópticas parciales que sumadas forman la onda óptica total dentro de la guía.

Las ondas ópticas que pueden ser transmitidas dentro de una guía de onda se llaman modos de propagación, estos son ondas que mantienen su distribución transversal del campo y su polarización a lo largo del eje de la guía. Si la propagación se da en un medio homogéneo, isotrópico y sin pérdidas, los modos de propagación no interactúan entre si, es decir, no existe intercambio de energía de un modo a otro. Pero si se presentan pequeños cambios (perturbaciones) en el medio por el cual se propaga, puede existir flujo de potencia entre modos, esta interacción se puede describir mediante la teoría de modos acoplados. Esta teoría es una herramienta muy útil para analizar muchos dispositivos de óptica integrada como son: moduladores electro-ópticos, rejillas de difracción, filtros, DFB láseres, acopladores direccionales, aisladores, etc.

En la siguiente tabla se muestra una clasificación de las distintas perturbaciones que pueden afectar a un medio y se presentan algunos ejemplos de dispositivos de óptica integrada que basan su funcionamiento en la interacción entre modos ópticos producida por

estas perturbaciones. Se hace una distinción entre perturbaciones estáticas y dinámicas, las estáticas son cuando el cambio en las propiedades del medio no dependen del tiempo, únicamente de la posición y en el caso dinámico la perturbación depende del tiempo por ejemplo para dispositivos de procesamiento ultrarápido la señal de perturbación es una señal de microondas, esto es que la frecuencia con la cual se modifica alguna o algunas propiedades del medio es una frecuencia de microondas.

Caso Estático	Caso Dinámico	
	La perturbación depende del tiempo y de la posición.	
	Interacciones Paramétricas	Solitones
La perturbación del medio solamente depende de la posición y no depende del tiempo. Ej: <i>Acopladores direccionales.</i> <i>DFB láseres.</i> <i>Filtros.</i>	Cuando interactúa una onda óptica de frecuencia ω , con una onda de diferente frecuencia Ω	Cuando una onda óptica interactúa con ella misma o con otra onda óptica de una frecuencia casi igual a la suya. Ej: <i>Cross Phase Modulation.</i> <i>Self Phase Modulation.</i>
	$\frac{\Omega}{\omega} \ll 1$ Interacción entre una onda óptica y una señal de microondas. Este tipo de interacción se utiliza en este trabajo. Ej: <i>Moduladores EO.</i> <i>Celdas de Bragg</i> <i>Magneto-ópticas,</i> <i>Acusto-ópticas.</i>	

Tabla 1.1-1. Tipos de perturbaciones del medio utilizadas para dispositivos de óptica integrada.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.2 Ondas Ópticas Guiadas (GOW)

En este sub-capítulo se estudiará la propagación de modos ópticos en una guía de onda óptica dieléctrica conocida con el nombre de película delgada, Fig.(1.2-1) está tiene dimensiones comparables con la longitud de onda. Los modos de propagación, serán presentados como la solución de una ecuación característica que surge de resolver las ecuaciones de Maxwell sujetas a las condiciones de frontera impuesta por la geometría de la guía de onda.

Ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0 n^2 \mathbf{E} + \mathbf{J};$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \mathbf{H};$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 n^2 \mathbf{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0;$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho;$$

donde

\mathbf{E} es la intensidad del campo eléctrico [V/m].

n es el índice de refracción del medio.

\mathbf{D} es la densidad del flujo eléctrico [C/m²].

ρ es la densidad de carga eléctrica.

\mathbf{B} es la densidad del flujo magnético [T].

ϵ_0 es la permitividad del vacío.

\mathbf{H} es la intensidad del campo magnético [A/m].

ϵ_r permitividad relativa del medio.

\mathbf{J} es la densidad de corriente.

μ es la permeabilidad del medio.

Una película delgada es una guía de onda formada por una capa de material transparente a cierta longitud de onda sobre otro material con menor índice de refracción. La Fig. (1.2.1) muestra el esquema de una película delgada.

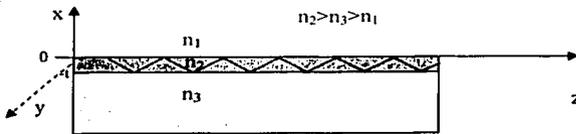


Figura 1.2-1. Película delgada dieléctrica utilizada para el análisis de las GOW.

En la Fig. (1.2-1) se observa que la guía de onda consta de tres regiones, la región I normalmente es el aire con índice de refracción n_1 , la región II formada por una película delgada de un material dieléctrico con índice de refracción n_2 y la región III por un sustrato dieléctrico con índice de refracción n_3 .

El análisis de esta estructura puede hacerse de dos maneras:

- La primera es mediante la teoría de rayos; a cada rayo de luz le asociamos una onda transversal electromagnética (TEM) plana y el campo electromagnético total será la suma de estas ondas planas parciales. La luz es guiada dentro de la película por reflexión total interna, por lo cual, los rayos de luz que inciden en las fronteras con un ángulo mayor al ángulo crítico, se propagarán en del eje dirección Z sin pérdidas de potencia. Por su parte, los rayos que inciden con ángulos menores, tendrán pérdidas de potencia en cada reflexión y eventualmente desaparecerán. Para determinar los modos de la guía de onda, imponemos la condición de resonancia transversal, con esto se determinan los ángulos con los cuales se pueden propagar las ondas TEM planas y finalmente se escribe la solución en términos de estas ondas. Con este método no es posible obtener la distribución transversal del campo.
- La otra manera es resolviendo las ecuaciones de Maxwell en cada una de las tres regiones considerando las condiciones de frontera adecuadas. Este método será desarrollado a continuación ya que se describe completamente el campo.

Para obtener la ecuación de onda, consideramos que los materiales de las tres regiones de la guía de onda, son medios sin pérdidas ($\mathbf{J}=0$) y sin fuentes ($\rho=0$). Aplicando el rotacional a la segunda ecuación Maxwell y utilizando la primera tenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \nabla \times \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \mathbf{E}$$

utilizando la siguiente identidad:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \equiv \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

tenemos

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.2-1)$$

La Ec. (1.2-1) es la ecuación de Helmholtz para el campo eléctrico.

Puesto que el medio es homogéneo a lo largo del eje "z" y la dirección de propagación es a lo largo de este eje, el campo se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_o(x, y) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.2-2a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_o(x, y) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.2-2b)$$

donde β es la constante de propagación de la onda y la distribución transversal del campo (\mathbf{E}_o y \mathbf{H}_o) no depende de z. Estas distribuciones serán determinadas por medio de las condiciones de frontera.

Sustituyendo las Ecs. (1.2-2) en la Ec. (1.2-1), esta se expresa de la siguiente forma:

$$\left\{ \nabla_t^2 + \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2 - \beta^2 \right] \right\} \mathbf{E}_o(x, y) = 0 \quad (1.2-3)$$

donde $\nabla_t^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ es el Laplaciano transversal del campo.

Supondremos que la guía de onda de la Fig.(1.2-1) no presenta variaciones de ningún tipo a lo largo del eje Y; con esto podemos afirmar que las distribuciones transversales de los modos no tienen dependencia con este eje, esto es:

$$\frac{\partial}{\partial y} E_0(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_0(x, y) = 0$$

entonces,

$$E_0(x, y) = E_0(x)$$

esto mismo sucede para el campo H.

La Ec. (1.2-3) debe resolverse por separado para cada región de la guía de onda y se deben cumplir las condiciones de frontera. Las condiciones de frontera son que tanto el campo $E_0(x)$ como sus derivadas tienen que ser iguales en cada una de las interfaces. La Ec. (1.2-3) para las tres regiones se expresa con tres ecuaciones.

$$\text{Región I:} \quad \frac{d^2}{dx^2} E_0(x) + (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) E_0(x) = 0 \quad (1.2-3a)$$

$$\text{Región II:} \quad \frac{d^2}{dx^2} E_0(x) + (k_0^2 n_2^2 - \beta^2) E_0(x) = 0 \quad (1.2-3b)$$

$$\text{Región III:} \quad \frac{d^2}{dx^2} E_0(x) + (k_0^2 n_3^2 - \beta^2) E_0(x) = 0 \quad (1.2-3c)$$

donde $k_0 = \omega/c$

Antes de realizar un análisis formal de las Ecs. (1.2-3), es muy conveniente entender la naturaleza física de las soluciones, lo que se logra mediante el uso de argumentos simples. Para esto fijaremos la frecuencia y estudiaremos las soluciones como funciones de la constante de propagación; entonces asumiendo que $n_2 > n_3 > n_1$, realizaremos suposiciones cuantitativas de β y estudiaremos cualitativamente la solución propuesta. Primero suponemos que $\beta > k_0 n_2$, con esto se tiene que las Ecs.(1.2-3) tienen una solución exponencial en las tres regiones, para poder cumplir con las condiciones de frontera se tiene que el campo crece de forma exponencial por lo menos de un lado fuera de la guía (región I o III), por lo que esta solución no es físicamente realizable y no describe el comportamiento de los modos guiados ya que estos tienen que decaer exponencialmente fuera de la guía.

Ahora supondremos que $k_0 n_3 < \beta < k_0 n_2$; en consecuencia, se tiene una solución senoidal para la región II y soluciones exponenciales para las regiones I y III. Esto hace posible tener soluciones de $E_0(x)$ que satisfacen las condiciones de frontera mientras que el campo decae exponencialmente en las regiones I y III. Es por esto que la energía transportada por la onda óptica permanece confinada en la región II, por lo que se puede hablar de una guía de onda. Esta es la solución buscada y podemos determinar que la solución para la constante de propagación es tal que:

$$k_0^2 n_1^2 - \beta^2 < 0;$$

$$k_0^2 n_3^2 - \beta^2 < 0;$$

Con estas dos condiciones tenemos que el campo decae exponencialmente al alejarse de la guía.

$$k_0^2 n_2^2 - \beta^2 > 0;$$

Con la condición anterior garantizamos una distribución senoidal en la región II, lo cual nos permite cumplir con las condiciones de frontera.

1.2.1 Modos TM (transversal magnético)

Los modos TM que se propagan en películas delgadas de materiales dieléctricos tienen las siguientes componentes de campo.

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} 0 \\ H_y(x) \\ 0 \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} E_x(x) \\ 0 \\ E_z(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} = \begin{Bmatrix} -\frac{\beta}{\omega \epsilon} H_y(x) \\ 0 \\ -\frac{j\beta}{\omega \epsilon} H_y'(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A continuación suponemos que los tres medios son isotrópicos, por lo tanto

$$\epsilon_i = \begin{pmatrix} \epsilon_i & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_i & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_i \end{pmatrix}$$

donde ϵ_i es la permitividad eléctrica del medio i , $i=1,2,3$.

$$\epsilon_i = n_i^2$$

Tomando en cuenta que H_y no depende de y , y que el campo se encuentra distribuido en tres medios I, II, III donde $n_1 < n_3 < n_2$, podemos escribir la ecuación de Helmholtz Ec. (1.2-3) para cada una de las regiones:

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + (\omega^2 \mu_i \epsilon_i - \beta^2) H_y = 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + (k_i^2 - \beta^2) H_y = 0 \quad (1.2-4)$$

Definimos una variable "q" la cual representa la constante de propagación transversal de la onda en el medio I.

$$q = \sqrt{\beta^2 - k_1^2} = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2} \quad (1.2-5a)$$

También se define la variable "h" la cual representa la constante de propagación transversal de la onda en el medio II.

$$h = \sqrt{k_2^2 - \beta^2} = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} \quad (1.2-5b)$$

La constante de propagación transversal de la onda en el medio III queda definida por la variable "p".

$$p = \sqrt{\beta^2 - k_3^2} = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3^2} \quad (1.2-5c)$$

A continuación se resuelve la ecuación Ec. (1.2-4) para cada una de las regiones.

Para la Región I ($x > 0$):

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\frac{d^2 H_{yI}}{dx^2} - q^2 H_{yI} = 0$$

$$H_{yI}(x) = A^+ e^{-qx} + A^- e^{qx}$$

Sabemos que la onda en el medio I debe ser una onda decreciente por lo tanto $A^- = 0$.

$$H_{yI}(x) = A^+ e^{-qx} \quad (1.2-6a)$$

Para la Región II ($-t < x < 0$):

$$\frac{d^2 H_{yII}}{dx^2} + h^2 H_{yII} = 0$$

$$H_{yII}(x) = B \cos(hx) + C \operatorname{sen}(hx) \quad (1.2-6b)$$

Para la Región III ($x < -t$):

$$\frac{d^2 H_{yIII}}{dx^2} - p^2 H_{yIII} = 0$$

$$H_{yIII}(x) = D^+ e^{-p(t+x)} + D^- e^{p(t+x)}$$

Sabemos que la onda en el medio III debe ser una onda decreciente por lo tanto $D^- = 0$.

$$H_{yIII}(x) = D e^{p(t+x)} \quad (1.2-6c)$$

Condiciones de frontera para modos TM.

$$E_{zI} = E_{zII} \Big|_{x=0} \quad (1.2-7a) \quad H_{yI} = H_{yII} \Big|_{x=0} \quad (1.2-7c)$$

$$E_{zIII} = E_{zII} \Big|_{x=-t} \quad (1.2-7b) \quad H_{yII} = H_{yIII} \Big|_{x=-t} \quad (1.2-7d)$$

De la ecuaciones de Maxwell, sabemos que $E_z \cong 1/\epsilon H'_y$.

Sustituyendo las Ec. (1.2-6a)(1.2-6b) en Ec.(1.2-7c) tenemos,

$$A = B \quad (1.2-8a)$$

De Ec.(1.2-6b)(1.2-6c) en Ec.(1.2-7d)

$$B \cos(ht) - C \operatorname{sen}(ht) = D \quad (1.2-8b)$$

Resolviendo la Ec.(1.2-7a) tenemos

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$C = -A \frac{n_2^2 q}{n_1^2 h}$$

(1.2-8c)

$H_y(x)$ queda definido de la siguiente forma.

$$H_y(x) = \begin{cases} A e^{-qx} & ; x > 0 \\ A \left[\cos(hx) - \frac{q}{h} \operatorname{sen}(hx) \right] & ; -t < x < 0 \\ A \left[\cos(ht) + \frac{q}{h} \operatorname{sen}(ht) \right] e^{p(x+t)} & ; x < -t \end{cases} \quad (1.2-9a)$$

donde $q = q \frac{n_2^2}{n_1^2}$.

A partir de la Ec.(1.2-7b) se obtiene la ecuación característica para modos TM.

$$\frac{B h \operatorname{sen}(ht) + C h \cos(ht)}{\epsilon_2} = \frac{p D}{\epsilon_3}$$

De Ecs.(1.2-8) en la ecuación anterior

$$\operatorname{sen}(ht) \left[\frac{h}{n_2^2} - \frac{n_2^2}{n_1^2 n_3^2} \frac{pq}{h} \right] = \cos(ht) \left[\frac{q}{n_1^2} + \frac{p}{n_3^2} \right]$$

Simplificando la ecuación anterior tenemos la ecuación característica para modos TM

$$\tan(ht) = \frac{h(\bar{p} + \bar{q})}{h^2 - \bar{p}\bar{q}} \quad (1.2-10a)$$

1.2.2 Modos TE (transversal eléctrico)

Los modos de propagación TE tienen las siguientes componentes de campo:

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} 0 \\ E_y(x) \\ 0 \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} H_x(x) \\ 0 \\ H_z(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} = \begin{Bmatrix} -\frac{\beta}{\omega\mu} E_y(x) \\ 0 \\ \frac{j}{\omega\mu} E'_y(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Analizando de la misma manera que para el caso TM se obtiene:

$$E_y(x) = \begin{cases} Ae^{-qx} & ; x > 0 \\ A \left[\cos(ht) - \frac{q}{h} \operatorname{sen}(ht) \right] & ; -1 < x < 0 \\ A \left[\cos(ht) + \frac{q}{h} \operatorname{sen}(ht) \right] e & ; x < -1 \end{cases} \quad (1.2-9b)$$

La ecuación característica para los modos TE es:

$$\tan(ht) = \frac{h(p+q)}{h^2 - pq} \quad (1.2-10b)$$

Las Ecs. (1.2-10a,b) son llamadas ecuaciones características para modos TM y TE respectivamente. Únicamente las ondas cuya constante de propagación cumplan con esta ecuación podrán propagarse dentro de la película; analizándolas es posible obtener la relación que existe entre la constante de propagación y los parámetros de la guía (n_1, n_2, n_3, l) y la longitud de onda de la luz que se transmite. Por medio de éstas, podemos obtener las ecuaciones que definen las gráficas de dispersión de los modos,

$$\left(\frac{1}{\lambda} \right)_{\text{TEM}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{n_2^2 - x}} \left[m\pi + \arctan \left(\frac{\left(\sqrt{x - n_3^2} + \sqrt{x - n_1^2} \right) \sqrt{n_2^2 - x}}{n_2^2 - x - \left(\sqrt{x - n_3^2} \sqrt{x - n_1^2} \right)} \right) \right] \quad (1.2-11a)$$

$$\left(\frac{t}{\lambda}\right)_{\text{TM}m} = \frac{1}{2\pi\sqrt{n_2^2 - x}} \left[m\pi + \arctan \left(\frac{\left(\frac{n_2^2}{n_3^2} \sqrt{x - n_3^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \sqrt{x - n_1^2} \right) / \sqrt{n_2^2 - x}}{n_2^2 - x - \left(\frac{n_2^4}{n_1^2 n_3^2} \sqrt{x - n_3^2} \sqrt{x - n_1^2} \right)} \right) \right] \quad (1.2-11b)$$

donde $x = \frac{\beta^2}{k_0^2}$; m es el número de modo ($m=0,1,2,3,\dots, N$), y N es el número de modos permitidos.

Las Ecs.(1.2-11) son las ecuaciones de dispersión para los modos TE y TM de una película delgada. Las gráficas de dispersión para los modos TE y TM se muestran en la Fig.(1.2). Se puede ver que cada modo existe a partir de un cierto valor de t_c/λ_c (llamado valor de corte), para este valor $p=0$ y $\beta=n_3 k_0$, para longitudes de onda mayores la onda óptica no se puede propagar en la guía [1].

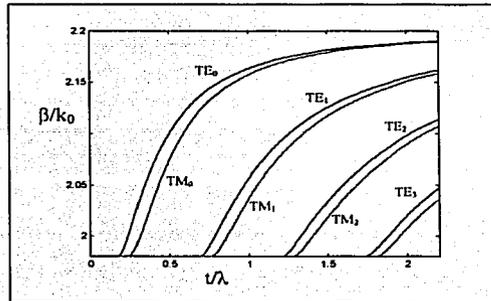


Figura (1.2) Curvas de dispersión para algunos modos de propagación en una película de YIG/GGG, para $\lambda = 1.3$ [μm], $n_1 = 1, n_2 = 2.2, n_3 = 1.98$.

1.3 Teoría lineal de perturbaciones pequeñas

Se dice que existe una perturbación pequeña cuando la perturbación provoca pequeños cambios en las propiedades de la guía; estos pueden ser descritos por una variación en el índice de refracción del medio $\Delta\epsilon \ll 1$. La teoría lineal de perturbaciones es

de gran importancia para el análisis y diseño de dispositivos de óptica integrada, ya que por variaciones en el índice de refracción del material se puede modular la luz, realizar polarizadores, aisladores, rejillas de difracción y muchos dispositivos utilizados para el análisis y procesamiento de señales ópticas.

En este sub-capítulo estudiaremos la teoría de modos acoplados, con la cual es posible describir situaciones en las que la propagación de uno o más modos en una guía de onda es afectado por un $\Delta\epsilon \ll 1$. Cuando esto sucede se tiene intercambio de energía de un modo a otro u otros. Es importante mencionar que la teoría de modos acoplados es una técnica con la que se obtiene una solución aproximada a las ecuaciones de Maxwell al existir una perturbación en la guía, ya que obtener una solución exacta es muy complicado.

A continuación se deduce matemáticamente la propiedad de ortogonalidad para los modos de propagación y después se deducirán las ecuaciones de modos acoplados.

1.3.1 Ortogonalidad de modos

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell, con $\mu = \mu_0$, consideramos que en la guía de onda existen dos ondas ya sean modos TM o TE por lo que cumplen con las Ec. (1.2-9a) o (1.2-9b). Estos modos de propagación tienen como campo eléctrico a los vectores \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 , respectivamente.

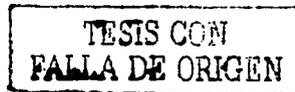
Para demostrar la propiedad de ortogonalidad utilizaremos el método de Lorentz que consiste en manejar las ecuaciones de Maxwell con el fin de obtener una ecuación que solo involucre a los vectores de campo eléctrico.

Al multiplicar y escalarmente la segunda ecuación de Maxwell por el vector \mathbf{H}_1^* y multiplicando el conjugado de la primera por \mathbf{E}_1 obtenemos:

$$\mathbf{H}_2^*(\nabla \times \mathbf{E}_1) = -jk_0 \mathbf{H}_2^* \cdot \mathbf{H}_1 \quad (1.3-1a)$$

$$\mathbf{E}_1(\nabla \times \mathbf{H}_2^*) = jk_0 \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* \quad (1.3-1b)$$

Considerando la siguiente identidad



$$\mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) - \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A})$$

A partir de las Ec. (1.3-1)

$$\nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^*) = -jk_0 (\mathbf{H}_1^* \cdot \mathbf{H}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_2^*)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) = jk_0 (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{H}_2^* - \mathbf{E}_2^* \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_1)$$

Sumando las ecuaciones anteriores tenemos.

$$\nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) = -jk_0 (\mathbf{E}_2^* \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_2^*) \quad (1.3-2)$$

La parte derecha de esta ecuación únicamente depende de los campos eléctricos, que es a lo que queríamos llegar. Tomando en cuenta que el término “ $-jk_0$ ” representa derivar con respecto del tiempo, la Ec. (1.3-2) se puede reescribir de la siguiente manera.

$$\nabla \cdot \mathbf{y} = -\frac{\partial w}{\partial t} \quad \text{donde } \mathbf{y} = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1 \quad (1.3-3a)$$

El término de la izquierda de la Ec. (1.3-2) implica un flujo de energía entre los dos modos ya que tiene la forma del vector de Poynting. El lado derecho está relacionado con el cambio con respecto al tiempo de la densidad de energía. Entonces, físicamente lo que nos indica esta ecuación es que la divergencia de un flujo de energía mutuo es proporcional al cambio en la densidad de energía con respecto del tiempo.

Descomponiendo la Ec. (1.3-3a) en sus componentes tangencial y longitudinal.

$$\nabla \cdot \mathbf{y} = \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \mathbf{a}_z + \nabla_T \cdot \mathbf{y} \quad (1.3-3b)$$

Integrando dentro de todo el plano XY, se obtiene el flujo de energía a través del plano.

$$\iint_{S \rightarrow \infty} \left[\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{y} \cdot \mathbf{a}_z + \nabla_T \cdot \mathbf{y} \right] ds = -jk_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2^* \cdot \hat{\mathbf{e}} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \hat{\mathbf{e}} \mathbf{E}_2^*) ds \quad (1.3-3c)$$

Mediante el teorema de la divergencia en dos dimensiones o de Gauss-Ostrogradsky,

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\iint_S \nabla_T(\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{s} \equiv \oint_C (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dl$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

es posible reducir la ecuación anterior.

Si elegimos que la superficie S sea todo el plano XY y C la curva que encierra al plano, \mathbf{n} es un vector unitario normal tanto a C como a \mathbf{z} . Debido a que los campos son cero en el infinito de x, y . Podemos obtener lo siguiente:

$$\oint_C (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} dl = 0$$

Aplicando el teorema de la divergencia en dos dimensiones y con la ecuación anterior tenemos:

$$\iint_{S \rightarrow \infty} \nabla_T \cdot \mathbf{y} ds = 0$$

utilizando el resultado anterior, la Ec.(1.3-3c) queda reducida como:

$$\iint_{S \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{y} \cdot \mathbf{a}_z = -jk_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2 \cdot \boldsymbol{\ell} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \boldsymbol{\ell} \mathbf{E}_2) ds \quad (1.3-4)$$

considerando que,

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{y} \equiv j(\beta_2 - \beta_1) (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1)$$

la Ec 1.3-4 la podemos reescribir de la siguiente manera

$$(\beta_2 - \beta_1) \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{a}_z ds = -k_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2 \cdot \boldsymbol{\ell} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \boldsymbol{\ell} \mathbf{E}_2) ds \quad (1.3-5)$$

La Ec.(1.3-5) muestra la conservación de energía de las GOW ya que el lado derecho es la integral del cambio con respecto del tiempo de la densidad de energía que existe entre dos modos y el lado izquierdo es la integral del flujo de energía entre dos modos. Esta ecuación la analizaremos para medios isotrópicos y anisotrópicos.

Ahora analizaremos dos casos

a) Cuando $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un escalar, el medio es isotrópico.

Para este caso la Ec. (1.3-5) queda como sigue

$$(\beta_2 - \beta_1) \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{a}_z ds = 0 \quad (1.3-6a)$$

Para mostrar que los dos modos son ortogonales, la integral de cada uno de los productos cruz de la ecuación anterior debe ser cero, para tener este resultado, proponemos que uno de los modos se propaga en la dirección negativa del eje Z, y se obtiene la siguiente ecuación:

$$(\beta_2 - \beta_1) \iint_{S \rightarrow \infty} (-\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{a}_z ds = 0 \quad (1.3-6b)$$

sumando las Ec. (1.3-6), y considerando que $\beta_2 \neq \beta_1$, se obtiene

$$\iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^*) \cdot \mathbf{a}_z ds = \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{a}_z ds = 0 \quad (1.3-7a)$$

Si las ondas son de potencia unitaria la ecuación anterior queda definida por,

$$\frac{1}{2} \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_m^*) \cdot \mathbf{a}_z ds = \delta_{lm} \quad (1.3-7b)$$

donde l,m son los índices de los modos y δ_{lm} es la función delta de Kronecker. Esta ecuación se expresa para modos TE y TM respectivamente de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\beta_m}{2\omega\mu} \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_m^* da &= \delta_{lm} \\ \frac{\beta_m}{2\omega\epsilon} \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{H}_m^* da &= \delta_{lm} \end{aligned} \quad (1.3-7c)$$

Las Ecs. (1.3-7) muestran que entre modos de orden diferente propagándose en un medio isotrópico, no existe flujo mutuo de energía en la dirección de propagación, esto es que el flujo de energía en una guía de onda dieléctrica es igual a la suma del la energía que transporta cada modo. Esta es propiedad es llamada propiedad ortogonalidad entre modos.

b) Medio anisotrópico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

$$\hat{\epsilon}_r = \hat{\epsilon} + \delta \hat{\epsilon}$$

$\delta\epsilon$ puede describir una anisotropía natural del material o alguna perturbación de un medio isotrópico, por algún efecto.

$$\frac{\partial}{\partial z} \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{a}_z ds = -jk_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2^* \cdot \hat{\epsilon}_r \cdot \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \hat{\epsilon}_r \cdot \mathbf{E}_2^*) ds \quad (1.3-8)$$

La Ec.(1.3-8) es conocida como la ecuación de modos acoplados, para el caso en el que el medio es anisotrópico, puede existir intercambio de energía entre dos o más modos.

1.4 Teoría de modos acoplados.

1.4.1 Perturbaciones pequeñas y estáticas

Cuando existe una perturbación pequeña del medio $\Delta\epsilon(x, y, z)$, se puede tener intercambio de energía de un modo a otro. El caso de perturbaciones estáticas es aquel en el que $\Delta\epsilon(x, y, z) \neq \Delta\epsilon(x, y, z, t)$, es decir que no es función del tiempo.

A continuación analizaremos la interacción entre modos cuando existe una perturbación en el medio para esto tenemos que la permitividad relativa del medio es:

$$\hat{\epsilon}_r = \hat{\epsilon}(x, y) + \Delta \hat{\epsilon}(x, y, z)$$

Como se analizó anteriormente dentro de una guía de onda únicamente se transmiten los modos de propagación, es por esto que ahora expresaremos la onda que se propaga en la guía como una combinación lineal de todos los modos:

$$\mathbf{E}_{\text{Tot}} = \sum_m A_m(z) \mathbf{E}_m(\mathbf{x}) e^{j(\omega t - \beta_m z)} \quad (1.4-1)$$

donde A_m , es la amplitud del campo eléctrico del modo "m".

Sabemos que los modos satisfacen la siguiente ecuación de Helmholtz, entonces:

$$\{\nabla_t^2 + [k_0^2 \epsilon(x, y) - \beta_m^2]\} E_m(x) = 0 \tag{1.4-2}$$

sustituyendo la Ec. (1.4-1) en la ecuación de onda Ec. (1.2-1)

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 (\epsilon + \Delta \epsilon) \right] \sum_m A_m(z) E_m(x) e^{-j\beta_m z} = 0 \tag{1.4-3}$$

desarrollando la Ec.(1.4-3)

$$\{\nabla_t^2 + [k_0^2 \epsilon + -\beta_m^2]\} \sum_m A_m(z) E_m(x) + \sum_m \left[\frac{d^2 A_m(z)}{dz^2} - 2j\beta_m \frac{dA_m(z)}{dz} + k_0^2 A_m(z) \Delta \epsilon \right] \cdot E_m(x) = 0$$

usando la Ec. (1.4-2) en la anterior tenemos:

$$\sum_m \left[\frac{d^2 A_m(z)}{dz^2} - 2j\beta_m \frac{dA_m(z)}{dz} + k_0^2 A_m(z) \Delta \epsilon \right] \cdot E_m(x) e^{-j\beta_m z} = 0 \tag{1.4-4}$$

Como se mencionó la perturbación es pequeña, esto quiere decir que el cambio en la distribución transversal del campo es muy lenta a lo largo del eje Z el periodo de este cambio es mucho mayor que β_m , entonces podemos tomar en cuenta que:

$$\beta_m \frac{dA_m}{dz} \gg \frac{d^2 A_m}{dz^2}$$

y la Ec. (1.4-4) queda:

$$-2j \sum_m \beta_m A_m'(z) E_m(x) e^{-j\beta_m z} = -k_0^2 \sum_1 A_1(z) \Delta \epsilon \cdot E_1(x) e^{-j\beta_1 z} \tag{1.4-5}$$

Multiplicamos la Ec. (1.4-5) por E_n^* e integramos en el plano XY, con el fin de encontrar el intercambio de energía de un modo a otro, tenemos:

$$-2j \sum_m \beta_m A_m' \iint_{S \rightarrow \infty} E_n^* \cdot E_m ds e^{-j(\beta_m - \beta_n)z} = -k_0^2 \sum_1 A_1 \iint_{S \rightarrow \infty} E_n^* \cdot \Delta \epsilon \cdot E_1 ds e^{-j(\beta_1 - \beta_n)z}$$

Utilizando la propiedad de ortogonalidad la ecuación anterior se expresa de la siguiente forma:

$$A'_n = \frac{-jk_0^2}{2\beta_n} \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_n ds \sum_l A_l \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\Delta\beta_n z} \quad (1.4-6a)$$

$$\Delta\beta_{in} = \beta_l - \beta_n$$

La Ec (1.4-6a) se puede simplificar usando la Ec.(1.3-7c) y tenemos:

$$A'_n = -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_n|}{\beta_n} \epsilon_0 \sum_l A_l \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\Delta\beta_n z} \quad (1.4-6b)$$

$$\Delta\beta_{in} = \beta_l - \beta_n$$

La ecuación anterior expresada en unidades gaussianas es,

$$A'_n = -\frac{j\omega}{16\pi} \frac{|\beta_n|}{\beta_n} \epsilon_0 \sum_l A_l \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\Delta\beta_n z} \quad (1.4-6c)$$

$$\Delta\beta_{in} = \beta_l - \beta_n$$

las unidades gaussianas son muy utilizadas en magneto-óptica ya que facilitan los cálculos.

Las Ecs. (1.4-6) son las ecuaciones de modos acoplados, las cuales describen la transferencia de energía entre modos, al existir una perturbación (pequeña y estática) del índice de refracción. Estas ecuaciones son un sistema de ecuaciones ya que expresan la interacción que existen entre todos los modos que pueden existir en la guía. Las integrales en estas ecuaciones son las integrales de intercambio de los modos TE, TM y la perturbación. Podemos observar que para que exista acoplamiento entre dos modos se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$1) \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_l ds \neq 0 \quad (1.4-7a)$$

$$2) \Delta\beta_{in} = \beta_l - \beta_n \approx 0 \quad (1.4-7b)$$

Generalmente solo existe acoplamiento entre dos modos, debido a que normalmente solo dos modos cumplen con las Ec.(1.4-7), por lo que a continuación consideraremos este caso en la Ec. (1.4-1)

$$\mathbf{E} = A(z) \mathbf{E}_1 e^{-j\beta_1 z} + B(z) \mathbf{E}_2 e^{-j\beta_2 z}$$

La Ec. (1.4-6b) se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A' &= -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_1|}{\beta_1} \epsilon_0 \left[A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \mathcal{L} \cdot \mathbf{E}_1 ds + B \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \mathcal{L} \cdot \mathbf{E}_2 ds e^{-j\Delta\beta_1} \right] \\ B' &= -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_2|}{\beta_2} \epsilon_0 \left[A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_2^* \cdot \Delta \mathcal{L} \cdot \mathbf{E}_1 ds e^{j\Delta\beta_1} + B \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_2^* \cdot \Delta \mathcal{L} \cdot \mathbf{E}_2 ds \right] \end{aligned} \quad (1.4-8)$$

Las funciones A, B de las Ecs. (1.4-8) representan un cambio en la distribución de los campos debido a la perturbación. A continuación analizaremos dos casos que son comunes.

Caso 1

Existe intercambio de energía entre un modo TE y otro TM.

$$\Delta \hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{TE} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{TM} = \begin{bmatrix} E_x \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix}$$

Las Ecs. (1.4-8) quedan

$$A' = -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_1|}{\beta_1} \epsilon_0 \left[A \Delta_{22} \iint_{S \rightarrow \infty} |E_y|^2 ds + B \iint_{S \rightarrow \infty} E_y^* (\Delta_{21} E_x + \Delta_{23} E_z) ds e^{-j\Delta\beta_1} \right] \quad (1.4-9)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$B' = -\frac{j\omega |\beta_2|}{4 \beta_2} \epsilon_0 \left[A \iint_{S \rightarrow \infty} (\Delta_{12} \mathbf{E}_x^* \cdot \mathbf{E}_y + \Delta_{32} \mathbf{E}_z^* \cdot \mathbf{E}_y) ds e^{j\beta_2 z} + B \iint_{S \rightarrow \infty} (\Delta_{11} |\mathbf{E}_x|^2 + (\Delta_{13} + \Delta_{31}) \mathbf{E}_x^* \cdot \mathbf{E}_z + \Delta_{33} |\mathbf{E}_y|^2) ds \right]$$

Las Ec. (1.4-9) representan el intercambio que se da entre un modo TE y un modo TM, como se observa en la Fig.(1.2) las constantes de propagación en una película delgada de los modos TE y TM de mismo orden pueden ser casi iguales, por lo tanto es fácil que cumplan con las condiciones de intercambio de energía, Ecs.(1.4-7).

Caso 2

Solo existe un modo de propagación y la perturbación produce un pequeño cambio en la distribución del campo y un cambio en la constante de propagación del modo.

$$\mathbf{E} = A(z) \mathbf{E}_1 e^{-j\beta_1 z}$$

La Ec. (1.4-6b) queda

$$A' = -\frac{j\omega |\beta_1|}{4 \beta_1} \epsilon_0 A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_1 ds$$

$$A' + \frac{j\omega}{4} \epsilon_0 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_1 dxy A = 0$$

$$A = A_0 e^{-j\beta_1 z}$$

$$\Delta \beta = \frac{\omega}{4} \epsilon_0 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_1 dxy$$

(1.4-10a)

Utilizando la Ec.(1.4-6a), $\Delta \beta$ puede ser expresado de la siguiente forma.

$$A' = -\frac{jk_0^2}{2\beta_1} \frac{A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_1 ds}{\iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_1 ds}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\Delta\beta = \frac{k_0^2}{2\beta_1} \frac{\iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_1 \, dxy}{\iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_1 \, ds} \quad (1.4-10b)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.4.2 Perturbaciones pequeñas dependientes del tiempo

Quando el cambio en el índice de refracción del medio depende del tiempo, se expresa como, $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon(x, y, z, t)$, tenemos

$$\epsilon_r = \epsilon(x, y) + \Delta\epsilon(x, y, z, t)$$

Realizamos un análisis similar al utilizado para el caso estático.

$$\mathbf{E}_{\text{Tot}} = \sum_m A_m(z, t) \mathbf{E}_m(\mathbf{x}) e^{j(\omega t - \beta_m z)} \quad (1.4-11)$$

Para este caso las ecuaciones de modos acoplados Ecs.(1.4-6) quedan expresadas como se muestra a continuación.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_n = \frac{-jk_0^2}{2\beta_n \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_n \, ds} \sum_l A_l \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_l \, ds e^{-jA_n z} \quad (1.4-12a)$$

$$\Delta\beta_m = \beta_l - \beta_n$$

donde v_g es la velocidad de grupo de la onda óptica (i.e. $v_g = \partial\omega / \partial\beta$).

La Ec (1.4-12a) se puede simplificar usando la Ec.(1.3-7c) y tenemos:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_n = -\frac{j\omega |\beta_n|}{4\beta_n} \epsilon_0 \sum_l A_l \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_l \, ds e^{-jA_n z} \quad (1.4-12b)$$

Las Ecs.(1.4-12) son las ecuaciones de modos acoplados, las cuales describen la transferencia de energía de un modo a otros, al existir una perturbación (pequeña y dependiente del tiempo) del índice de refracción. Estas ecuaciones son muy parecidas a las Ecs. (1.4-6) del caso estático, difieren por un término que involucra la derivada con

respecto al tiempo de A_n . Considerando que físicamente una perturbación dinámica provoca un efecto muy similar a una perturbación estática, solamente que este cambio tiene que tener una frecuencia igual a la frecuencia de la perturbación. Se propone la siguiente función para eliminar la derivada con respecto al tiempo de A_n .

$$\begin{aligned} A_n &= \bar{A}_n e^{j\frac{\Omega}{v_g}z - j\Omega t} \\ \bar{A}_n &= \bar{A}_n(z) \end{aligned} \quad (1.4-13)$$

donde Ω es la frecuencia de la señal de perturbación, para el caso de dispositivos de óptica integrada para comunicaciones ultra rápidas se entiende que esta señal es de microondas.

Desarrollando la parte izquierda de las Ecs. (1.4-12) tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_n}{\partial z} &= \left(j \frac{\Omega}{v_g} \bar{A}_n + \frac{\partial \bar{A}_n}{\partial z} \right) e^{j\frac{\Omega}{v_g}z - j\Omega t} \\ \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_n}{\partial t} &= \left(-j \frac{\Omega}{v_g} \bar{A}_n \right) e^{j\frac{\Omega}{v_g}z - j\Omega t} \end{aligned}$$

entonces:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_n = \frac{\partial \bar{A}_n}{\partial z} e^{j\frac{\Omega}{v_g}z - j\Omega t} \quad (1.4-14)$$

Mediante el cambio de variable propuesto la Ec. (1.4-12) tiene la misma forma que para el caso estático:

$$\frac{\partial \bar{A}_n}{\partial z} = \frac{-jk_0^2}{2\beta_n} \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_n dS \sum_1 \bar{A}_1 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_1 dS e^{-j\Delta\beta_n z} \quad (1.4-15a)$$

$$\Delta\beta_n = \beta_1 - \beta_n$$

Simplificando la ecuación anterior:



$$\frac{\partial \bar{\lambda}_n}{\partial z} = -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_n|}{\beta_n} \epsilon_0 \sum_1 \bar{\lambda}_1 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{C} \cdot \mathbf{E}_1 ds e^{-jA/\lambda_n z}$$

$$\Delta \beta_{1n} = \beta_1 - \beta_n$$
(1.4-15b)

en unidades gaussianas la ecuación de modos acoplados es,

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_n}{\partial z} = -\frac{j\omega}{16\pi} \frac{|\beta_n|}{\beta_n} \epsilon_0 \sum_1 \bar{\lambda}_1 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_1 ds e^{-jA/\lambda_n z}$$

$$\Delta \beta_{1n} = \beta_1 - \beta_n$$
(1.4-15c)

donde $\bar{\lambda}_n$ esta definido por la Ec.(1.4-13).

En este capítulo se discutieron muchas de las propiedades de las GOW que se propagan en películas delgadas, también se describió la teoría de modos la cual es muy útil para el análisis de dispositivos de óptica integrada por lo que será utilizada en capítulos siguientes para describir la interacción entre GOW y MSW.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Bibliografía del capítulo 1.

[1] Yariv, Amnon. Yeh, Pochi. *Optical waves in crystal*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1984.

Bahaa. Saleh. Teich. *Fundamentals of photonics*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1991.

Einarsson, Goran. *Principles of lightwave communications*, ed. John Wiley & Sons, Suecia, 1996.

Marz, Reinhard. *Integrated optics: design and modeling*, ed. Artech House Publishers, USA, 1994.

CAPÍTULO 2. EFECTOS MAGNETO-ÓPTICOS

2.1 Principios básicos de magneto-óptica

La magneto-óptica trata los fenómenos que surgen debido a la interacción entre la materia y la luz cuando la materia se encuentra dentro de un campo magnético.

La presencia de un campo magnético cambia las curvas de dispersión de los coeficientes de absorción y permite la aparición o variación de anisotropía óptica en la materia. Los fenómenos magneto-ópticos están relacionados con el desdoblamiento de los niveles de energía del sistema, producidos por un campo magnético externo. Este desdoblamiento es conocido como efecto Zeeman. En la Fig. (2.1-1) se muestra el efecto Zeeman.

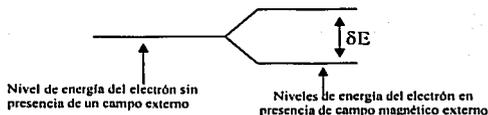


Figura 2.1-1. Desdoblamiento de los niveles energéticos de los electrones, en presencia de un campo magnético. Efecto Zeeman

En la figura anterior se puede apreciar que los electrones tienen niveles energéticos y al estar la materia dentro de un campo magnético estos niveles de energía sufren un desdoblamiento y existe una diferencia entre la energía de estos.

Los fenómenos magneto-ópticos básicos se pueden clasificar, de acuerdo a la orientación relativa entre el vector de propagación de la luz k y el campo magnético H . Se tienen las siguientes geometrías:

1. Geometría Faraday: la luz viaja con la misma dirección que el campo magnético ($k \parallel H$).
2. Geometría Voigt: la luz viaja perpendicular al campo ($k \perp H$).

En ambos casos se observa el efecto Zeeman, longitudinal para la geometría Faraday y transversal para la geometría Voigt.

La anisotropía óptica en un medio magnetizado, se manifiesta en el espectro de absorción como dicroísmo, i.e. es la diferencia entre los coeficientes de absorción de dos polarizaciones ortogonales. Para el caso de geometría Faraday se tiene dicroísmo circular, es decir que existe diferencia entre los índices de absorción para las polarizaciones circular derecha e izquierda ($k_+ - k_-$), se le conoce como dicroísmo circular magnético (MCD) y en la geometría Voigt esta determinado por la diferencia entre la absorción de la componente paralela y perpendicular al campo magnético, se le conoce como dicroísmo lineal magnético (MLD).

Mediante las relaciones de Kramers-Kronig, se deduce que un desdoblamiento de la curva de dispersión del coeficiente de absorción (i.e. MCD o MLD), esta conectado con un desdoblamiento en la curva de dispersión del índice de refracción. Entonces los efectos magneto-ópticos también se presentan como una diferencia entre los índices de refracción para dos polarizaciones ortogonales. En la geometría de Faraday, este fenómeno es conocido como birrefringencia circular magnética o efecto Faraday, el cual esta relacionado con la polarización circular derecha e izquierda. Para la geometría Voigt se tiene birrefringencia lineal o efecto Cotton-Mouton, la cual involucra dos polarizaciones lineales una en dirección del campo y otra perpendicular a éste. En la Fig.(2.1-2) se muestran los efectos magneto-ópticos [1].

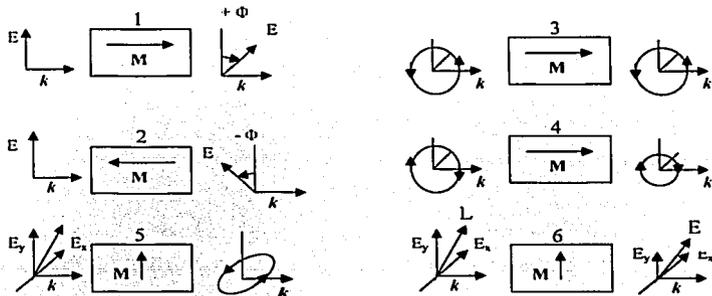


Figura 2.1-2. Efectos magneto-ópticos como resultado de la interacción de la luz con el medio: (1,2) birrefringencia circular magnética, (3,4) dicroísmo circular magnético, (5) birrefringencia lineal magnética, (6) dicroísmo lineal magnético.

Para aplicaciones los fenómenos magneto-ópticos que nos interesan son: la MCB (birrefringencia circular magnética) que es el efecto Faraday y la MLB (birrefringencia lineal magnética) que es el efecto Cotton-Mouton ya que como es de esperarse en cualquier dispositivo de óptica integrada se requiere que las pérdidas sean mínimas por esto se trabaja en frecuencias que se encuentran en ventanas de transparencia de la materia, es decir en regiones espectrales que se encuentren lejos de las frecuencias de absorción.

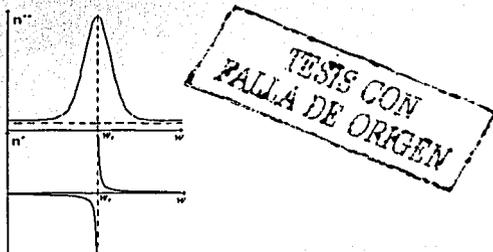


Figura 2.1-2. Relaciones de Kramers-Kronig para el índice de refracción.

En la Fig. (2.1-2) se muestran las curvas de dispersión del índice de refracción de un material, $n = n' + jn''$. Se puede observar que para la frecuencia de absorción del material (ω_0) las pérdidas ópticas son muy grandes, es decir que la parte imaginaria del índice de refracción (n'') es grande. Las relaciones de Kramers-Kronig describen la relación existente entre la parte imaginaria del índice de refracción y la parte real, como se puede apreciar en la figura al alejarse de la frecuencia de resonancia las pérdidas por absorción tienden a un valor constante, esto mismo sucede con la parte real del índice de refracción.

2.2 Tensores ϵ , μ y el vector de giro g .

Las propiedades particulares de un medio quedan definidas por los tensores ϵ , μ , los efectos magneto-ópticos pueden definirse mediante cambios en el tensor ϵ ya que para frecuencias ópticas la permeabilidad magnética de casi todos los materiales es igual a μ_0 . Como se indicó anteriormente pueden ocasionar anisotropía óptica en un material

ópticamente isotrópico o bien cambios en la anisotropía de un material naturalmente anisotrópico.

En un medio anisotrópico, cada componente del vector de densidad de flujo eléctrico \mathbf{D} , es una combinación lineal de las tres componentes del vector de campo eléctrico. Por lo que la respuesta del material puede ser descrita con el tensor de permitividad ϵ_{ij} .

$$\begin{bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ex \\ Ey \\ Ez \end{bmatrix}$$

donde los elementos del tensor dependen del sistema de coordenadas relativo a la estructura del material.

Para que se cumpla la conservación de energía, es necesario que el tensor ϵ_{ij} sea *Hermitiano*. Para el caso en el que ϵ_{ij} es real, éste debe de ser un *tensor simétrico* ($\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$) y para cuando ϵ_{ij} es complejo, el tensor debe cumplir con $(\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}^*)$ [2].

A continuación consideremos el caso en el que un material ferromagnético ópticamente isotrópico, es introducido a un campo magnético. El tensor $\hat{\epsilon}$ se puede representar como la suma de dos tensores uno simétrico y otro antisimétrico; el vector \mathbf{D} queda definido por:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (\epsilon_{ro} \mathbf{E} + j[\mathbf{g} \times \mathbf{E}] + b(\mathbf{E} - \mathbf{m}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{E}))) \quad (2.2-1)$$

donde \mathbf{M} es el vector de campo magnético externo, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$, $b(M) = \epsilon_{rl} - \epsilon_{ro}$, ϵ_{ro} es la permitividad relativa del medio cuando $M=0$ y \mathbf{g} es el vector de giro. Para medios isotrópicos $\mathbf{g} = g(M)\mathbf{m}$ y normalmente $g(M) = aM$.

El segundo término de la Ec. (2.2-1) describe los efectos girotrópicos: MCB y MCD. El último término describe la anisotropía óptica magnética: MLB y MLD.

Las propiedades de los materiales cristalinos son de gran importancia en la mayoría de las aplicaciones tecnológicas de las ciencias modernas. Los cristales consisten en arreglos regulares de átomos y como consecuencia directa de este patrón las propiedades físicas de los cristales pueden depender de la dirección en que se analicen. Existe un número de coeficientes independientes que permiten evaluar una propiedad física en

cualquier dirección, es por esto que las propiedades de un material cristalino se expresan por medio de tensores. Con estos tensores es posible explicar la forma en que las propiedades varían según la dirección. Por lo anterior podemos entender que para materiales cristalinos la dependencia del tensor ϵ con \mathbf{M} (estático, $\mathbf{M}=\mathbf{M}(\mathbf{r})$), es más complicada normalmente se expresa de la siguiente forma:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + \epsilon_{ij}^1 \quad (2.2-2)$$

donde ϵ_{ij}^0 , es la permitividad eléctrica del cristal sin campo magnético y ϵ_{ij}^1 es el tensor de permitividad eléctrica producido por los efectos magneto-ópticos, debido al campo \mathbf{M} (estático).

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + j\alpha_{ijk} M_k + \beta_{ijkl} M_k M_l = \epsilon_{ij}^0 + \epsilon_{ij}^1 \quad (2.2-3)$$

donde α_{ijk} , β_{ijkl} son tensores de tercer y cuarto orden respectivamente mediante los cuales se describen los efectos de magneto-ópticos. Estos tensores quedan definidos por la estructura cristalina del material y por sus características magneto-ópticas, α y β son conocidos como coeficientes magneto-ópticos de Faraday y Cotton-Mouton, respectivamente.

$$\epsilon_{ij}^1 = \begin{pmatrix} \beta_{11}M_x^2 + \beta_{12}(M_y^2 + M_z^2) & j\alpha M_z + 2\beta_{44}M_x M_y & -j\alpha M_y + 2\beta_{44}M_x M_z \\ -j\alpha M_x + 2\beta_{44}M_x M_y & \beta_{11}M_x^2 + \beta_{12}(M_y^2 + M_z^2) & j\alpha M_x + 2\beta_{44}M_y M_z \\ j\alpha M_y + 2\beta_{44}M_x M_z & -j\alpha M_x + 2\beta_{44}M_y M_z & \beta_{11}M_x^2 + \beta_{12}(M_y^2 + M_z^2) \end{pmatrix} \quad (2.2-4)$$

Cuando existe un campo magnético variable $\mathbf{m}=\mathbf{m}(r,t)$, a demás del tensor producido por el campo de polarización, ϵ_{ij}^1 , se tiene el siguiente tensor,

$\epsilon_{ij}^2 = j\alpha_{ijk} m_k + \beta_{ijkl} m_k m_l$, producido por el campo variable.

$$\epsilon_{ij}^2 = \begin{pmatrix} \beta_{11}m_x M_x + \beta_{12}(m_y M_y + m_z M_z) & j\alpha m_y + 2\beta_{44}(m_x M_y + M_x m_y) & -j\alpha m_z + 2\beta_{44}(m_x M_z + M_x m_z) \\ -j\alpha m_x + 2\beta_{44}(m_x M_y + M_x m_y) & \beta_{11}m_x M_x + \beta_{12}(m_y M_y + m_z M_z) & j\alpha m_x + 2\beta_{44}(m_y M_z + M_y m_z) \\ j\alpha m_y + 2\beta_{44}(m_x M_z + M_x m_z) & -j\alpha m_x + 2\beta_{44}(m_y M_z + M_y m_z) & \beta_{11}m_x M_x + \beta_{12}(m_y M_y + m_z M_z) \end{pmatrix} \quad (2.2-5a)$$

en este tensor no se consideran los términos del tipo m^2 , porque son muy pequeños.

Para el caso en que existen perturbaciones dinámicas y estáticas el cambio en el tensor de permitividad eléctrica es,

$$\Delta \epsilon = \epsilon_{ij}^1 + \epsilon_{ij}^2 \quad (2.2-5b)$$

Los tensores están dados para las direcciones cristalográficas del material, si se quiere tener el tensor para cualquier sistema de coordenadas se tiene que realizar una transformación de coordenadas, mediante la siguiente transformación:

$$\hat{T}'_{ij} = l_{ip} l_{jq} \hat{T}_{pq} \quad (2.2-6)$$

donde l_{ip} es la matriz de transformación de un sistema de coordenadas x, y, z (viejo) a un sistema de coordenadas nuevo, x', y', z' . La matriz l_{jq} es la matriz de transformación contraria [4].

Nota, en los tensores definidos anteriormente se utilizan letras minúsculas para designar el campo magnético dinámico ya que en los casos que se analizan en este trabajo este campo es de menor magnitud que el estático y con esta notación es más fácil distinguirlos [3].

2.3 Efecto Faraday

En 1845 Michael Faraday descubrió que cuando un cristal está sujeto a un campo magnético, se vuelve ópticamente activo. La manifestación de la actividad óptica magnéticamente inducida se da cuando luz con polarización plana pasa a través del cristal en dirección paralela al campo magnético y el plano de polarización cambia. El ángulo de giro del plano de polarización, θ , es proporcional a la magnitud del campo magnético H y a la distancia recorrida por la luz en la misma dirección del campo.

$$\theta = VHL \quad (2.3-1)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La constante V , conocida como constante de Verdet, depende de la frecuencia de la luz, del medio y de la temperatura. El signo del ángulo de giro depende de la orientación del vector de magnetización M . Es por esto que si la luz viaja dos veces por el medio, primero a lo largo de la dirección del campo y después de una reflexión en dirección contraria, el valor de θ se duplica. Esto es una distinción fenomenológica entre la actividad óptica natural y el efecto Faraday, ya que si lo mismo sucede en un material con actividad óptica natural el ángulo final de giro será cero.

En la Fig. (2.3-1) se observa que el efecto Zeeman produce un desdoblamiento de los niveles energéticos de los electrones y también se observa que cada una de las polarizaciones circulares tienen diferente frecuencia de absorción ya que las energías de absorción para cada polarización (σ^+ , σ^-) difieren. En resumen, se puede decir que el campo magnético provoca que en lugar de existir una frecuencia característica del electrón (ω_0), aparezcan dos (ω_+ y ω_-), correspondientes a las oscilaciones circulares derecha e izquierda; se puede demostrar que:

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \frac{1}{2} \frac{e H}{m c} \quad (2.3-2)$$

donde e , m son la carga y la masa del electrón.

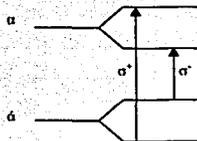


Figura 2.3-1. Representación del efecto Faraday. α nivel energético de los electrones de valencia, β nivel energético de los electrones de conducción. σ^+ Luz con polarización circular derecha. σ^- Luz con polarización circular izquierda.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A continuación consideraremos únicamente la parte real del índice de refracción, ya que si la longitud de onda de la luz se encuentra alejada de las longitudes de onda de absorción, podemos considerar que las pérdidas no son de importancia.

Como se mencionó anteriormente, la existencia de dos frecuencias de resonancia (ω_+ y ω_-), origina un desdoblamiento de la línea de absorción y esto a su vez origina que existan dos curvas de dispersión del índice de refracción ($n_+(\omega)$ y $n_-(\omega)$):

$$n_{\pm}(\omega) \approx n(\omega) \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{H}{c} \quad (2.3-3)$$

donde $n(\omega)$ es el índice de refracción en ausencia del campo \mathbf{H} .

Se puede demostrar, que al existir diferencia entre los índices de refracción para una onda con polarización circular derecha n_+ e izquierda n_- , entonces una onda con polarización lineal se puede descomponer como la suma de dos ondas circulares con diferente polarización y estas dos ondas se propagan con diferentes velocidades, por lo que se origina un giro en el plano de polarización de la onda inicial; el ángulo de giro se expresa como:

$$\theta = \frac{\omega}{2c} (n_+ - n_-) L \quad (2.3-4)$$

Sustituyendo las Ecs. (2.3-2) y (2.3-4) en la Ec. (2.3-1) se calcula V ,

$$V = \frac{1}{2} \frac{e}{mc^2} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (2.3-5)$$

En la Fig.(2.3-2) se representa el efecto Faraday. Se observan las curvas de dispersión para las dos polarizaciones circulares y se puede ver que cada polarización tiene diferente frecuencia de absorción (ω_L para la polarización circular izquierda y ω_R para la derecha). Para una frecuencia ω_L , se muestra la diferencia entre los índices de refracción de las dos polarizaciones.

LISTA CON
FALLA DE ORIGEN

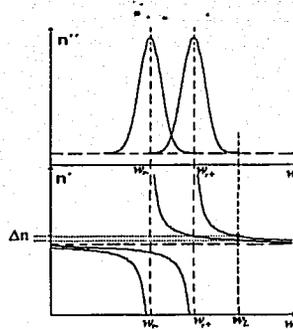


Figura 2.3-2. Representación del efecto Faraday.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A continuación se analiza el efecto Faraday a partir del tensor de permitividad. Para realizar este análisis consideramos que el campo de polarización es en dirección del eje Z, $\mathbf{H}_0 = H_0 \hat{z}$ y la onda se propaga en esta dirección.

Utilizando las ecuaciones de Maxwell,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \mathbf{E} \quad (2.3-6a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \hat{\epsilon} \mathbf{E} \quad (2.3-6b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.3-6c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.3-6d)$$

Consideremos una onda plana, con $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$, entonces los campos magnético y eléctrico tienen la siguiente forma

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-j\beta z} \quad (2.3-7a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-j\beta z} \quad (2.3-7b)$$

En este caso el tensor ϵ_c (2.2-4) se ve simplificado, ya que la magnetización solo tiene componente en dirección Z,

$$\epsilon_{ij}^1 = \begin{pmatrix} \beta_{12} M_z^2 & j\alpha M_z & 0 \\ -j\alpha M_z & \beta_{12} M_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{11} M_z^2 \end{pmatrix} \quad (2.3-8)$$

Suponiendo que el material es isotrópico, utilizamos la Ec.(2.2-2) y la anterior para obtener el tensor de permitividad eléctrica,

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + \epsilon_{ij}^1 = \begin{pmatrix} \epsilon + \beta_{12} M_z^2 & j\alpha M_z & 0 \\ -j\alpha M_z & \epsilon + \beta_{12} M_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon + \beta_{11} M_z^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & jk_1 & 0 \\ -jk_1 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{pmatrix} \quad (2.3-9)$$

donde ϵ es la permitividad eléctrica del material sin campo magnético externo, $\epsilon_1 = \epsilon + \beta_{12} M_z^2$, $\epsilon_2 = \epsilon + \beta_{11} M_z^2$, $k_1 = \alpha M_z$. Considerando que la onda se propaga en dirección Z, Ecs. (2.3-7). Las Ecs.(2.3-6a,b) quedan de la siguiente manera al utilizar el tensor de la Ec.(2.3-9).

$$j \beta H_y = j\omega (\epsilon_1 E_x + jk_1 E_y) \quad (2.3-10a)$$

$$-j \beta H_x = j\omega (-jk_1 E_x + \epsilon_1 E_y) \quad (2.3-10b)$$

$$0 = j\omega \epsilon_2 H_z \quad (2.3-10c)$$

$$j \beta E_y = -j\omega \mu H_x \quad (2.3-10d)$$

$$-j \beta E_x = -j\omega \mu H_y \quad (2.3-10e)$$

$$0 = -j\omega \mu H_z \quad (2.3-10f)$$

Las Ecs. (2.3-10c,f) muestran que $E_z = H_z = 0$. De las Ec. (2.3-10d,e) se obtienen las relaciones entre las componentes transversales del campo

$$Y \equiv \frac{H_y}{E_x} = \frac{-H_x}{E_y} = \frac{\beta}{\omega \mu} \quad (2.3-11)$$

donde Y es la admitancia de la onda; usando Ec.(2.3-11) en las Ecs.(2.3-10a,b) para eliminar H_x y H_y se obtiene el siguiente resultado:

$$(\beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon_1) E_x - j k_1 \omega^2 \mu E_y = 0 \quad (2.3-12a)$$

$$j k_1 \omega^2 \mu E_x + (\beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon_1) E_y = 0 \quad (2.3-12b)$$

Para obtener una solución no trivial para el sistema de ecuaciones anterior se debe resolver la siguiente ecuación,

$$(\beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon_1)^2 - k_1^2 \omega^4 \mu^2 = 0$$

$$(\beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon_1) = \pm k_1 \omega^2 \mu$$

por lo que la solución no trivial existe para dos constantes de propagación, β_+ , β_- .

$$\beta_{\pm} = \omega \sqrt{\mu(\epsilon_1 \pm k_1)} \quad (2.3-13)$$

Los campos asociados con β_+ , se obtienen sustituyendo β_+ en cualquiera de las Ec.(2.3-12a) o Ec.(2.3-12b).

$$\beta_+ = \omega \sqrt{\mu(\epsilon_1 + k_1)}$$

sustituyendo β_+ en la Ec. (2.3-12a)

$$(\omega^2 \mu(\epsilon_1 + k_1) - \omega^2 \mu \epsilon_1) E_x - j k_1 \omega^2 \mu E_y = 0$$

$$\omega^2 \mu k_1 E_x - j k_1 \omega^2 \mu E_y = 0$$

$$E_y = -j E_x \quad (2.3-14)$$

con lo anterior sabemos que el campo eléctrico de la Ec.(2.3-7) es:

$$\underline{E}_+ = E_0 (\hat{x} - j\hat{y}) e^{-j\beta_+ z} \quad (2.3-15a)$$

este resultado nos indica que la onda con constante de propagación β_+ , es una onda plana con polarización circular derecha. Utilizando la Ec.(2.3-11) se obtiene el campo magnético asociado.

$$\underline{H}_+ = E_0 Y_+ (j\hat{x} + \hat{y}) e^{-j\beta_+ z} \quad (2.3-15b)$$

donde Y_+ , es la admitancia de esta onda,



$$Y_+ = \frac{\beta_+}{\omega\mu} = \sqrt{\frac{\epsilon_1 + k_1}{\mu}} \quad (2.3-15c)$$

De forma similar se obtienen los campos asociados con β_- .

$$\underline{E}_- = E_0(\underline{x} + j\underline{y})e^{-j\beta_- z} \quad (2.3-16a)$$

$$\underline{H}_- = E_0 Y_- (-j\underline{x} + \underline{y})e^{-j\beta_- z} \quad (2.3-16b)$$

$$Y_- = \frac{\beta_-}{\omega\mu} = \sqrt{\frac{\epsilon_1 - k_1}{\mu}} \quad (2.3-16c)$$

este resultado nos indica que la onda con constante de propagación β_- , es una onda plana con polarización circular izquierda. Las Ecs.(2.3-15) y Ecs.(2.3-16) pueden ser expresadas en términos de los coeficientes magneto-ópticos y de la magnetización de polarización ya que: $\epsilon_1 = \epsilon + \beta_{12}M_z^2$, $\epsilon_2 = \epsilon + \beta_{11}M_z^2$, $k_1 = \alpha M_z$.

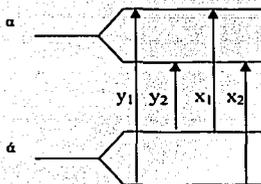
Con los resultados anteriores se muestra que las funciones características del efecto Faraday (sistema de ecuaciones Ec.(2.3-12)) en un medio ferromagnético de volumen (sin fronteras), con campo de polarización magnética en z , son **ondas planas con polarización circular derecha e izquierda**, las cuales tienen diferente constante de propagación. Como se mencionó anteriormente la explicación física de este efecto es que cada una de las polarizaciones excita diferentes saltos electrónicos. En resumen, β_- y β_+ , son los valores característicos de las Ecs.(2.3-12) en las que está representado el efecto Faraday y \underline{E}_+ y \underline{E}_- de las Ec.(2.3-15) y (2.3-16) representan las funciones características del sistema. Es por esto que cualquier onda que se propague en un medio en el cual está presente el efecto Faraday será expresada como combinación lineal de estas dos ondas con polarización circular derecha e izquierda las cuales tienen diferente constante de propagación. Con esto, cuando una onda con polarización lineal se propaga en el medio, sufrirá un giro en el plano de polarización.

Es importante mencionar que el efecto Faraday depende linealmente del campo magnético externo y es por esto que también es conocido como efecto magnetoóptico lineal.

2.4 Efecto Cotton-Mouton o efecto Voigt

En 1902 Voigt descubrió, que cuando se aplica un campo magnético a un vapor a través del cual pasa luz de forma perpendicular al campo, se origina birrefringencia. En 1907 Cotton y Mouton descubrieron un efecto similar pero más fuerte para un líquido. Este efecto es atribuido al aumento en la anisotropía óptica y magnética de las moléculas en la dirección del campo. El efecto resulta de la diferencia entre los índices de refracción de los dos componentes de la radiación luminosa polarizada de forma paralela y perpendicular al campo magnético. Cuando se propaga luz linealmente polarizada con un ángulo de diferencia entre el plano de polarización y el campo magnético, ésta se convierte en luz polarizada elípticamente [1].

La birrefringencia lineal magnética depende cuadráticamente de la intensidad del campo magnético, y trae como resultado un cambio en la elipticidad de una onda polarizada circularmente. Para la mayoría de los casos la birrefringencia lineal magnética observada en materiales magnéticos es más fuerte que los efectos magneto-ópticos lineales (efecto Faraday).



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Figura 2.4-1. Representación del efecto Cotton-Mouton. α nivel energético de los electrones de valencia, α' nivel energético de los electrones de conducción. σ^+ Luz con polarización circular derecha. σ^- Luz con polarización circular izquierda.

A continuación se analiza el efecto Cotton-Mouton a partir del tensor de permitividad. Para realizar esto consideramos que el campo de polarización es en dirección del eje X , $H_0 = H_0 \hat{x}$.

Consideramos una onda óptica plana, con $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ que se propaga en dirección paralela al eje Z, en un medio ferromagnético de volumen. Entonces los campos magnético y eléctrico tienen la siguiente forma,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-j\beta z} \quad (2.4-1a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-j\beta z} \quad (2.4-1b)$$

Suponiendo que el material es isotrópico (en ausencia del campo magnético de polarización), utilizamos la Ec.(2.2-2) y simplificando el tensor de la Ec.(2.2-4), ya que la magnetización únicamente tiene componente en dirección x, el tensor de permitividad eléctrica es:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + \epsilon_{ij}^1 = \begin{pmatrix} \epsilon + \beta_{11} M_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon + \beta_{12} M_x^2 & j\alpha M_x \\ 0 & -j\alpha M_x & \epsilon + \beta_{12} M_x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_2 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & jk_1 \\ 0 & -jk_1 & \epsilon_1 \end{pmatrix} \quad (2.4-2)$$

donde ϵ es la permitividad eléctrica del material sin campo magnético externo, $\epsilon_1 = \epsilon + \beta_{12} M_x^2$, $\epsilon_2 = \epsilon + \beta_{11} M_x^2$, $k_1 = \alpha M_x$. Considerando que la onda se propaga en dirección Z, Ecs. (2.4-1), las ecuaciones de Maxwell utilizando el tensor de la Ec.(2.4-2) pueden ser expresadas como:

$$j\beta H_y = j\omega \epsilon_2 E_x \quad (2.4-3a)$$

$$-j\beta H_x = j\omega (\epsilon_1 E_y + jk_1 E_z) \quad (2.4-3b)$$

$$0 = j\omega (-jk_1 E_y + \epsilon_1 E_z) \quad (2.4-3c)$$

$$j\beta E_y = -j\omega\mu H_x \quad (2.4-3d)$$

$$-j\beta E_x = -j\omega\mu H_y \quad (2.4-3e)$$

$$0 = -j\omega\mu H_z \quad (2.4-3f)$$

La Ec. (2.4-3f) muestra que $H_z = 0$. De las Ec. (2.4-2d,e) se obtienen las relaciones entre las componentes transversales del campo

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$Y = \frac{H_y}{E_x} = \frac{-H_x}{E_y} = \frac{\beta}{\omega\mu} \quad (2.4-4)$$

donde Y es la admitancia de la onda, usando Ec.(2.4-4) en las Ecs.(2.4-3a,b,c) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones,

$$j\beta^2 E_x = j\omega^2 \mu \epsilon_2 E_x \quad (2.4-5a)$$

$$\epsilon_1 (\beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon_1) E_y = -k_1^2 \omega^2 \mu E_y \quad (2.4-5b)$$

En este sistema de ecuaciones esta representado el efecto Cotton-Mouton, bajo las características indicadas con anterioridad. Una solución no trivial se tiene cuando

$$\beta_0 = \omega \sqrt{\mu \epsilon_2} \quad (2.4-6)$$

y $E_x=0$. El campo completo es,

$$\underline{E_o} = E_o \hat{x} e^{-j\beta_o z} \quad (2.4-7a)$$

$$\underline{H_o} = E_o Y_o j \hat{y} e^{-j\beta_o z} \quad (2.4-7b)$$

$$Y_o = \frac{\beta_o}{\omega\mu} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu}} \quad (2.4-7c)$$

Esta onda es llamada onda ordinaria, porque no es afectada por el campo de magnetización. Esto sucede cuando las componentes transversales al campo de polarización son cero ($E_x=E_y=0$). Otra solución al sistema de Ecs.(2.4-5) ocurre para

$$\beta_e = \omega \sqrt{\mu \epsilon_e} \quad (2.4-8)$$

con $E_x=0$, donde ϵ_e es la permitividad efectiva, que es

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_1^2 - k_1^2}{\epsilon_1} \quad (2.4-9)$$

El campo completo queda de la siguiente forma,



$$\mathbf{E}_e = E_0 \left(\hat{y} + j2 \frac{k_1}{\epsilon_1} \right) e^{-j\beta_e z} \quad (2.4-10a)$$

$$\mathbf{H}_e = -\hat{x} E_0 Y_e e^{-j\beta_e z} \quad (2.4-10b)$$

$$Y_e = \frac{\beta_e}{\omega \mu} = \sqrt{\frac{\epsilon_e}{\mu}} \quad (2.4-10c)$$

Nótese que a excepción de la existencia de la componente E_z , la onda extraordinaria tiene campos eléctricos y magnéticos perpendiculares a la onda ordinaria. La componente E_z se puede despreciar ya que es muy pequeña en comparación con la componente E_y . Por lo que una onda polarizada en dirección Y tendrá una constante de propagación β_e , mientras que una onda polarizada en X , tiene una constante de propagación β_o . Como se puede apreciar **el efecto Cotton-Mouton ocasiona birrefringencia lineal**, la cual depende cuadráticamente del campo magnético.

En este capítulo se describieron los fenómenos magneto-ópticos, mostrando los efectos que producen sobre un haz de luz y los cambios que producen en el tensor de permitividad dieléctrica de los materiales, todo esto con la finalidad de entender la interacción magneto-óptica de las GOW con las MSW, que será analizada en capítulos siguientes.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Bibliografía del capítulo 2.

[1] A.K., Zvezdin. V.A., Kotov. *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials*, ed. Institute of Physics Publishing, London, 1997.

[2] Yariv, Amnon. Yeh, Pochi. *Optical waves in crystal*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1984.

[3] A. Solomonko Yu. Gaidai. *Difracción de la radiación láser por ondas de spin*, ed. Academia Ucraniana de la ciencia, Kiev Ucrania, 1984. Libro escrito en ruso.

[4] D.R., Lovett. *Tensor Properties of Crystals*, ed. Institute of Physics Publishing, London, 1994.

Masud, Mansuripur. *The Faraday Effect*, Optics and Photonics News, November, 1999.

S., Galindo. S., Cruz. *Aparato para la Medición del Efecto Faraday*, Revista Mexicana de Física, Octubre, 2002.

David M. Pozar. *Microwave Engineering*, ed. J. Wiley, New York, 1998.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

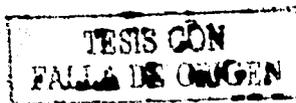
CAPÍTULO 3.

TEORÍA DE ONDAS MAGNETO-ESTÁTICAS.

3.1 Resonancia ferromagnética

Las propiedades magnéticas de la materia se deben a la existencia del momento dipolar magnético, que es generado primordialmente por el spin del electrón. Mediante un estudio cuántico se puede calcular el momento dipolar magnético de un electrón debido a su spin y es:

$$m = \frac{qh}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} [A \cdot m^2] \quad (3.1-1)$$



donde h es la constante de Planck dividida entre 2π , q y m_e son la carga y masa del electrón respectivamente [1].

Un electrón se encuentra orbitando alrededor del núcleo, por lo que genera un anillo de corriente y con esto un momento magnético, pero este efecto es mucho menor al generado por el spin. Para los materiales ferri y ferromagnéticos el momento magnético total del electrón es prácticamente debido al spin.

Antes de continuar es importante hacer una clasificación magnética de los materiales, existen tres grupos principales. Se dice que un material es,

- Diamagnético, si sus propiedades se deben principalmente al movimiento orbital de los electrones alrededor del átomo.
- Paramagnéticos, si los momentos dipolares de los electrones están orientados en direcciones aleatorias debido a la desorientación térmica, por lo que el momento dipolar magnético total de una muestra es casi nulo.
- Ferromagnético, si en pequeñas regiones llamadas dominios el momento dipolar magnético de los electrones esta orientado en una dirección (debido a las fuerzas de intercambio) pero en todo el material existen muchos dominios con diferente orientación por lo que el momento total es cero. Cuando estos materiales son introducidos en un campo magnético los

dominios se orientan y en este caso el momento dipolar magnético total de la muestra es diferente de cero. Este tipo de materiales normalmente son metálicos [2]. Existe otro grupo que tiene casi las mismas propiedades que los ferromagnéticos pero la diferencia principal es que existen electrones con momento dipolar en una dirección y existe otros electrones que tratan de compensar este momento con momento dipolar en dirección contraria pero de menor magnitud por lo que el momento total no es cero (en los dominios) normalmente son materiales dieléctricos y se les conoce como materiales Ferrimagnéticos el YIG es un ejemplo de estos materiales.

En la mayoría de los materiales, los electrones aparecen en pares con spines contrarios lo que provoca un momento magnético nulo (paramagnéticos). Los materiales magnéticos (ferri y ferromagnéticos) tienen muchos electrones que no tienen pareja con spin contrario (existen más con spin derecho o más con spin izquierdo), pero normalmente se encuentran orientados en direcciones aleatorias por lo que el momento magnético del material es cero. Cuando existe un campo magnético externo estos momentos dipolares magnéticos se alinean y producen un momento magnético mucho mayor.

Los electrones también tienen momento angular de spin, dado por la siguiente ecuación:

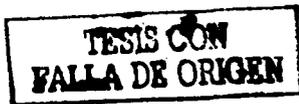
$$s = \frac{\hbar}{2} \quad (3.1-2)$$

La dirección de este momento angular es contraria a la del vector de momento dipolar magnético de spin, la relación que existe entre el momento magnético y el angular es constante, se le conoce como relación giromagnética del electrón y está definida por,

$$\gamma = \frac{m}{s} = \frac{q}{m_e} = 1.759 \times 10^{11} \left[\frac{C}{Kg} \right] = 17.59 \left[\frac{MHz}{gauss} \right] \quad (3.1-3)$$

con esto podemos escribir la siguiente relación vectorial entre los momentos angular y magnético:

$$\mathbf{m} = -\gamma \mathbf{s} \quad (3.1-4)$$



La Fig.(3.1-1) muestra los momentos angular y magnético producidos por el spin de un electrón, también se muestra un campo magnético de polarización H_0 el cual origina un movimiento del momento dipolar magnético de spin del electrón.

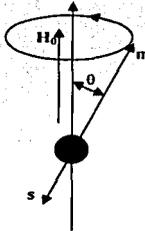


Figura 3.1-1. Momento dipolar magnético y momento angular de spin de un electrón.

La presencia del campo magnético de polarización $H_0 = H_0 \hat{z}$ produce un torque que actúa sobre el dipolo magnético, este es:

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{m} \times \mathbf{H}_0 = -\mu_0 \gamma \mathbf{s} \times \mathbf{H}_0 \quad (3.1-5)$$

Sabemos que el torque es igual a la variación en el tiempo del momento angular y con la ecuación anterior tenemos:

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{-1}{\gamma} \frac{d\mathbf{m}}{dt} = \mathbf{T} = \mu_0 \mathbf{m} \times \mathbf{H}_0$$

queda como,

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\mu_0 \gamma \mathbf{m} \times \mathbf{H}_0 \quad (3.1-6)$$

La Ec. (3.1-6) representa el movimiento de momento dipolar magnético \mathbf{m} , ocasionado por el campo \mathbf{H}_0 . Al resolver esta ecuación nos daremos cuenta de que el momento dipolar tiene un movimiento de precesión alrededor del campo \mathbf{H}_0 , este movimiento se aprecia en la Fig. (3.1-1), [1].



Escribiendo la Ec. (3.1-6) en términos de sus tres componentes vectoriales, tenemos:

$$\frac{dm_x}{dt} = -\mu_0 \gamma m_y H_0 \quad (3.1-7a)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \mu_0 \gamma m_x H_0 \quad (3.1-7b)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = 0 \quad (3.2-7c)$$

Ahora utilizaremos las Ecs.(3.1-7a,b) para obtener las ecuaciones de m_x y m_y ,

$$\frac{d^2 m_x}{dt^2} + \omega_0^2 m_x = 0 \quad (3.1-8a)$$

$$\frac{d^2 m_y}{dt^2} + \omega_0^2 m_y = 0 \quad (3.1-8b)$$

donde

$$\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0 \quad (3.1-9)$$

ω_0 es la frecuencia de Larmor o de precesión. Una solución de las Ec.(3.1-9) está dada por:

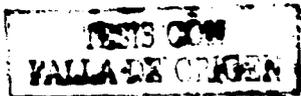
$$m_x = A \cos \omega_0 t \quad (3.1-10a)$$

$$m_y = A \sin \omega_0 t \quad (3.1-10b)$$

La Ec.(3.1-7) indica que m_z es constante y por medio de las Ecs.(3.1-10) se deduce que la magnitud de \mathbf{m} también es constante, con esto se llega a la siguiente relación:

$$|m|^2 = \left(\frac{q\hbar}{2m_e} \right)^2 = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = A^2 + m_z^2 \quad (3.1-11)$$

donde $A = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ con la Ec.(3.1-11) se calcula el ángulo de precesión, entre \mathbf{m} y \mathbf{H}_0 , esta dado por:



$$\text{sen } \theta = \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{|\mathbf{m}|} = \frac{A}{|\mathbf{m}|} \quad (3.1-12)$$

Las Ecs. (3.1-10) describen la proyección de \mathbf{m} en el plano XY y muestran que \mathbf{m} tiene un movimiento circular en este plano. La posición de la proyección en un tiempo t , está dada por el ángulo $\phi = \omega_0 t$, tiene una velocidad angular $\frac{d\phi}{dt} = \omega_0$, igual a la frecuencia de precesión. Si no existen fuerzas que amortigüen este movimiento el ángulo de precesión sería constante y el dipolo seguiría con este movimiento de precesión alrededor de \mathbf{H}_0 indefinidamente. En la realidad existen fuerzas de amortiguamiento las cuales ocasionan que el momento dipolar gire en espiral desde el ángulo inicial, hasta que \mathbf{m} queda alineado con \mathbf{H}_0 ($\theta = 0$) cuando se retira el campo de polarización.

A continuación consideraremos que existen N electrones con spin desbalanceado por unidad de volumen, por lo que se tienen una magnetización total en el volumen, que es:

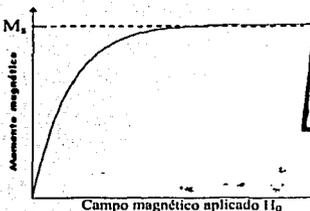
$$\mathbf{M} = N\mathbf{m} \quad (3.1-13)$$

la ecuación de movimiento queda como:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\mu_0 \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H} \quad (3.1-14)$$

donde \mathbf{H} es el campo magnético interno aplicado. La ecuación anterior es conocida como ecuación de Landau-Lipchitz.

Mientras que el campo de polarización \mathbf{H}_0 se incrementa los momentos dipolares magnéticos se van alineando con \mathbf{H}_0 y cuando todos quedan alineados, \mathbf{M} llega a un límite. Esto se aprecia en la Fig. (3.1-2). Cuando \mathbf{M} alcanza el máximo superior se dice que el material esta magnéticamente saturado y M_s es la magnetización de saturación. Por lo tanto M_s es una propiedad física de los materiales ferri y ferromagnéticos, normalmente se encuentra en un intervalo de $4\pi M_s = 500$ a 5000 [Gauss]. Por debajo del estado de saturación los materiales ferri y ferromagnéticos tienen muchas pérdidas para frecuencias de microondas por este motivo siempre se trabaja en el estado de saturación magnética.



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Figura 3.1-2, momento magnético de un material ferromagnético respecto al campo magnético de polarización, H_0 .

Ahora se analizará la interacción entre un material magnético en estado de saturación magnética y el campo magnético de una señal pequeña de microondas. Como es de esperarse este campo ocasiona una presesión forzada del momento dipolar alrededor de H_0 (que se encuentra en dirección del eje Z), la frecuencia de presesión forzada es igual a la frecuencia de la señal. Si el campo de microondas es h , el campo magnético total es:

$$\mathbf{H}_t = H_0 \hat{z} + \mathbf{h} = h_x \hat{x} + h_y \hat{y} + (H_0 + h_z) \hat{z} \quad (3.1-15)$$

asumiendo que $|\mathbf{h}| \ll H_0$, ya que se consideró que la señal de microondas es pequeña, entonces el campo genera una magnetización total:

$$\mathbf{M}_t = M_s \hat{z} + \mathbf{m} = m_x \hat{x} + m_y \hat{y} + (M_s + m_z) \hat{z} \quad (3.1-16)$$

donde M_s es la magnetización de saturación y \mathbf{m} es la magnetización producida por la señal de microondas. Sustituyendo la Ec. (3.1-15) y (3.1-16) en la Ec. (3.1-14) se llega a las ecuaciones de movimiento del momento magnético:

$$\frac{dm_x}{dt} = -\mu_0 \gamma m_y (H_0 + h_z) + \mu_0 \gamma h_y (M_s + m_z) \quad (3.1-17a)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \mu_0 \gamma m_x (H_0 + h_z) - \mu_0 \gamma h_x (M_s + m_z) \quad (3.1-17b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = -\mu_0 \gamma m_x h_y + \mu_0 \gamma m_y h_x \quad (3.1-17c)$$

Tomando en cuenta $|h| \ll H_0$, entonces $|m||h| \ll |m|H_0$ y $|m||h| \ll M_s|h|$, por lo tanto es válido ignorar los productos mh de las Ecs.(3.1-17). Por otro lado sabemos que $\frac{dM_x}{dt} = 0$ y las Ecs.(3.1-17) se pueden reducir a,

$$\frac{dm_x}{dt} = -\omega_0 m_y + \omega_m h_y \quad (3.1-18a)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \omega_0 m_x - \omega_m h_x \quad (3.1-18b)$$

$$\frac{dM_x}{dt} = 0 \quad (3.1-18c)$$

donde $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0$ y $\omega_m = \mu_0 \gamma M_s$. Para resolver las Ecs. (3.1-7) para m_x y m_y se tiene:

$$\frac{d^2 m_x}{dt^2} + \omega_0^2 m_x = \omega_m \frac{dh_y}{dt} + \omega_0 \omega_m h_x \quad (3.1-19a)$$

$$\frac{d^2 m_y}{dt^2} + \omega_0^2 m_y = -\omega_m \frac{dh_x}{dt} + \omega_0 \omega_m h_y \quad (3.1-19b)$$

Estas son las ecuaciones del movimiento de precesión forzada del momento dipolar, considerando las condiciones de señal pequeña. Es fácil deducir un tensor de permeabilidad para este tipo de materiales, para esto se considera que la señal de microondas tiene una dependencia con el tiempo del tipo $e^{j\omega t}$, con esto $h \approx e^{j\omega t}$ y a su vez $m \approx e^{j\omega t}$, tomando en consideración lo anterior las Ecs. (3.1-19) se expresan de forma fasorial:

$$(\omega_0^2 - \omega^2) m_x = \omega_0 \omega_m h_x + j\omega \omega_m h_y \quad (3.1-20a)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) m_y = -j\omega \omega_m h_x + \omega_0 \omega_m h_y \quad (3.1-20b)$$

éstas muestran la relación lineal entre h y m , entonces se puede expresar mediante un tensor de susceptibilidad $[\chi]$:

$$\mathbf{m} = [\chi] \mathbf{h} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & 0 \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{h} \quad (3.1-21)$$

donde los elementos de $[\chi]$ son:

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.1-22a)$$

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{j\omega\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.1-22b)$$

Bajo las condiciones previamente descritas la componente z de \mathbf{h} no afecta al momento magnético del material. Ahora se muestra la relación entre \mathbf{b} y \mathbf{h} :

$$\mathbf{b} = \mu_0 (\mathbf{m} + \mathbf{h}) = [\mu] \mathbf{h} \quad (3.1-23)$$

donde el tensor $[\mu]$ de permeabilidad está dado por

$$[\mu] = \mu_0 ([U] + [\chi]) = \begin{bmatrix} \mu & j\mu_a & 0 \\ -j\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \quad (3.1-24a)$$

si el campo magnético de polarización es en dirección X, se tiene;

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & j\mu_a \\ 0 & -j\mu_a & \mu \end{bmatrix} \quad (3.1-24b)$$

si el campo magnético de polarización es en dirección Y, se tiene;

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & 0 & j\mu_a \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ -j\mu_a & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (3.1-24b)$$

donde

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_{xx}) = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) = \mu_0 \left(\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \right) \quad (3.1-25a)$$

$$\mu_a = \mu_0 \chi_{xy} = \mu_0 \frac{\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.1-25b)$$

donde

$$\omega_1^2 = \omega_0(\omega_0 + \omega_m)$$

Es importante hacer un comentario sobre las unidades. Por tradición la magnetización se expresa en Gauss (1 Gauss = 10^{-4} Weber/m²) y la intensidad del campo magnético en Oersted (4 $\pi \times 10^{-3}$ oersted = 1 A/m) y así $\mu_0 = 1$ [Gauss/Oersted]. En base a esto es común encontrar que la magnetización de saturación es expresada como $4\pi M_s$ [Gauss]; lo que es igual a $\mu_0 M_s$ [Weber/m²] = 10^{-4} (4 πM_s [Gauss]). La frecuencia de Larmor se puede expresar como:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\mu_0 \gamma H_0}{2\pi} = 2.8 [\text{MHz / Oersted}] \cdot H_0 [\text{Oersted}]$$

y

$$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = \frac{\mu_0 \gamma^2 4\pi M_s}{2\pi} = 2.8 [\text{MHz / Oersted}] \cdot 4\pi M_s [\text{Gauss}]$$

Los elementos del tensor μ expresados en unidades gaussianas son:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_{xx}) = \left(1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) = \left(\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \right) \quad (3.1-25c)$$

$$\mu_a = \mu_0 \chi_{xy} = \frac{\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.1-25d)$$

ya que $\mu_0 = 1$. Para este caso $\omega_0 = \gamma H_0$ y $\omega_m = 4\pi M_s \gamma$

A continuación se describe la resonancia ferromagnética. Las Ecs. (3.1-22) indican que los elementos del tensor de susceptibilidad se vuelven infinitos cuando la frecuencia ω de la señal pequeña de microondas, es igual a la frecuencia de Larmor ω_0 . Este efecto es conocido como resonancia ferromagnética y ocurre cuando la frecuencia de presión

forzada es igual a la frecuencia de resonancia libre del material. Si no existieran pérdidas la respuesta del material sería infinita, pero todos los materiales ferri y ferromagnéticos tienen diversos mecanismos magnéticos que amortiguan la respuesta en las singularidades.

De la misma manera que se hace en otros sistemas resonantes, las pérdidas se pueden introducir haciendo la frecuencia de resonancia compleja. Para este caso la parte imaginaria es dependiente de la frecuencia de la señal de microondas:

$$\omega_0 \leftarrow \omega_0 + j\alpha\omega \quad (3.1-26)$$

donde α es el factor de pérdidas.

Sustituyendo la Ec. (3.1-26) en (3.1-22) se tiene la susceptibilidad compleja:

$$\chi_{xx} = \chi'_{xx} - j\chi''_{xx} \quad (3.1-27a)$$

$$\chi_{xy} = \chi'_{xy} - j\chi''_{xy} \quad (3.1-27b)$$

ahora calculamos la parte real e imaginaria de la susceptibilidad,

$$\chi'_{xx} = \frac{\omega_0 \omega_m (\omega_0^2 - \omega^2) + \omega_0 \omega_m \omega^2 \alpha^2}{[\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2 \omega^2 \alpha^2} \quad (3.1-28a)$$

$$\chi''_{xx} = \frac{\alpha \omega \omega_m [\omega_0^2 + \omega^2 (1 + \alpha^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2 \omega^2 \alpha^2} \quad (3.1-28b)$$

$$\chi'_{xy} = \frac{\omega \omega_m [\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2 \omega^2 \alpha^2} \quad (3.1-28c)$$

$$\chi''_{xy} = \frac{2\omega_0 \omega^2 \omega_m \alpha}{[\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2)]^2 + 4\omega_0^2 \omega^2 \alpha^2} \quad (3.1-28d)$$

Para la mayoría de los materiales ferri y ferromagnéticos las pérdidas son muy pequeñas ($\alpha \ll 1$) y el término $(1 + \alpha^2)$ se puede aproximar a la unidad en las Ecs. (3.1-28).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El factor de pérdidas se encuentra relacionado con $\Delta\omega$ y ΔH , de la curva de susceptibilidad cerca de la frecuencia de resonancia. La Fig.(3.1-3) presenta la gráfica de χ''_{ix} con respecto del campo de polarización, H_0 .

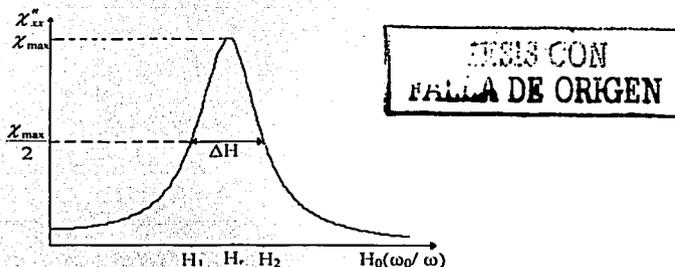


Figura (3.1-3). Definición de ΔH de la resonancia ferromagnética.

Para una frecuencia ω , la resonancia ocurre cuando $H_0 = H_r$, de tal forma que $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_r$. La anchura, ΔH , se define como el grosor de la curva χ''_{ix} contra H_0 donde χ''_{ix} disminuye a la mitad de su valor máximo y es el factor de calidad del material.

Asumiendo que $(1 + \alpha^2) \approx 1$, la Ec. (3.1-28b) se reduce a,

$$\chi''_{ix} = \frac{\alpha \omega \omega_m [\omega_0^2 + \omega^2]}{[\omega_0^2 - \omega^2]^2 + 4\omega_0^2 \omega^2 \alpha^2} \quad (3.1-29)$$

nos podemos dar cuenta de que la Ec.(3.1-29) tiene un máximo, en $\omega = \omega_0$. Este valor

máximo es $\frac{\omega_m}{2\alpha\omega}$. Ahora ω_{02} será la frecuencia de Largor en la cual $H_0 = H_2$ donde χ''_{ix} vale

la mitad de su valor máximo. Con lo anterior y la Ec.(3.1-29) se calcula el valor de ω_{02} .

$$\frac{\alpha \omega \omega_m [\omega_{02}^2 + \omega^2]}{[\omega_{02}^2 - \omega^2]^2 + 4\omega_{02}^2 \omega^2 \alpha^2} = \frac{\omega_m}{4\alpha\omega}$$

$$4\alpha^2\omega^4 = (\omega_{02}^2 + \omega^2)^2$$

$$\omega_{02} = \omega \cdot \sqrt{1 + 2\alpha} \approx \omega(1 + \alpha)$$

$$\text{Entonces } \Delta\omega_0 = 2(\omega_{02} - \omega_0) \approx 2[\omega(1 + \alpha) - \omega] = 2\alpha\omega$$

$$\Delta\omega_0 = 2\alpha\omega$$

Utilizando la Ec.(3.1-9) la anchura ΔH es;

$$\Delta H = \frac{\Delta\omega_0}{\mu_0\gamma} = \frac{2\alpha\omega}{\mu_0\gamma}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El YIG es un material con factor de calidad muy alto, los valores comunes para ΔH están en el intervalo de 0.1 a 0.5 [Oe].

3.2 Factores de desmagnetización.

Generalmente, el campo de magnetización interno en una muestra de material ferromagnético es diferente al campo externo debido a las condiciones en la frontera. Este efecto se debe tomar en cuenta para el diseño de dispositivos magneto-ópticos ya que el campo interno, H_0 , puede ser diferente al campo aplicado, H_a . La Fig. (3.2-1) ilustra este efecto en placas delgadas de material ferromagnético.

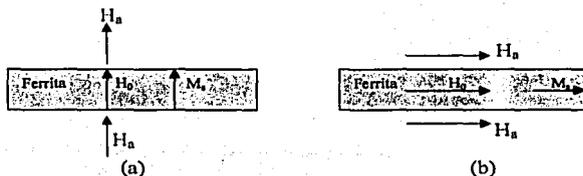


Figura (3.2-1). Campo magnético interno y externo en una placa delgada. (a) normal, (b) tangencial.

Cuando el campo magnético es normal a la placa Fig.(3.2-1a), la continuidad de B_n en la superficie de la placa queda expresada por:

$$\beta_n = \mu_0 H_n = \mu_0 (M_s + H_0)$$

entonces el campo magnético interno es,

$$H_0 = H_n - M_s \quad (3.2-1)$$

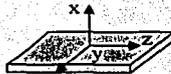
La ecuación anterior indica que el campo interno es menor que el campo aplicado, por una cantidad igual a la magnetización de saturación. Por su parte cuando el campo aplicado es paralelo a la placa del material Fig.(3.2-1b), cumpliendo las condiciones de frontera para H_t en la superficie de la placa, se tiene que

$$H_t = H_n = H_0 \quad (3.2-2)$$

En este caso el campo interno no se reduce, con lo anterior podemos decir que el campo interno (DC o AC), H , es afectado por la forma del material y su orientación con respecto del campo externo, H_0 , esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$H = H_0 - NM \quad (3.2-3)$$

donde N es el factor de desmagnetización para una dirección del campo externo. Diferentes formas tienen diferentes factores que dependen de la dirección del campo aplicado. Los factores de desmagnetización se definen de tal forma que $N_x + N_y + N_z = 1$.



$$N_x = 1, N_y = 0, N_z = 0$$

Figura (3.2-3). Factores de desmagnetización para una película delgada.

En este trabajo se utiliza una película de YIG/GGG como material ferromagnético y es por esta razón que únicamente se muestran los factores de desmagnetización para esta forma (Fig. (3.2-3)).

Los factores de desmagnetización también son utilizados para relacionar el campo interno y externo de microondas. Considerando una muestra saturada, que tiene factores de desmagnetización en las direcciones X,Y,Z dentro de un campo de polarización en dirección paralela al eje X, $\mathbf{H}_a = H_a \mathbf{x}$, con campo de RF transversal externo, $\mathbf{h} = h_y \mathbf{y} + h_z \mathbf{z}$, la Ec. (3.2-3) se reduce a

$$H_x = H_a - N_x M_x \quad (3.2-4a)$$

$$H_y = h_y - N_y m_y \quad (3.2-4b)$$

$$H_z = h_z - N_z m_z \quad (3.2-4c)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Utilizando la Ec.(3.1-21) la cual relaciona el campo interno de RF con la magnetización y las Ecs. (3.2-4a,b) se obtiene la magnetización dentro de la película en función de los campos externos de RF.

$$m_y = \chi_{yz} h_z + \chi_{yy} h_y - \chi_{yz} N_z m_z - \chi_{yy} N_y m_y$$

$$m_z = \chi_{zx} h_x + \chi_{zy} h_y - \chi_{zx} N_x m_x - \chi_{zy} N_y m_y$$

Resolviendo estas ecuaciones para m_z y m_y , se obtiene:

$$m_y = \frac{\chi_{yz}}{D} h_z + \frac{\chi_{yy}(1 + \chi_{zz} N_z) - \chi_{yz} \chi_{zy} N_z}{D} h_y \quad (3.2-5a)$$

$$m_z = \frac{\chi_{zx}(1 + \chi_{yy} N_y) - \chi_{yz} \chi_{zy} N_y}{D} h_x + \frac{\chi_{zy}}{D} h_y \quad (3.2-5b)$$

$$\text{donde } D = (1 + \chi_{zz} N_z)(1 + \chi_{yy} N_y) - \chi_{yz} \chi_{zy} N_z N_y \quad (3.2-6)$$

Este resultado es de la forma $\mathbf{m} = [\chi_e] \mathbf{h}$, donde los coeficientes de h_z y h_y de las Ecs. (3.2-5) pueden ser definidas como susceptibilidades externas ya que relacionan la magnetización con un campo externo [1].

Con lo anterior se puede ver que para una muestra de material la resonancia ferromagnética no ocurre a la misma frecuencia que para una muestra infinita, ya que en una muestra la frecuencia de resonancia se ve alterada por los factores de

desmagnetización, y esta dada por la condición $D=0$. A partir de la Ec. (3.2-6) se obtiene la frecuencia de resonancia ferromagnética de una muestra:

$$\omega_r = \sqrt{(\omega_0 + \omega_m N_x)(\omega_0 + \omega_m N_y)} \quad (3.2-7)$$

puesto que $\omega_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \gamma (H_a - N_x M_x)$ y $\omega_m = \mu_0 \gamma M_s$, la ecuación anterior se puede describir en función del campo aplicado,

$$\omega_r = \mu_0 \gamma \sqrt{[H_a + (N_x - N_y) M_x][H_a + (N_y - N_x) M_x]} \quad (3.2-8)$$

La Ec.(3.2-8) es conocida como ecuación de Kittel.

Utilizando los factores de desmagnetización de una película delgada de material ferromagnético, como la mostrada en la Fig.(3.2-3) y la Ec.(3.2-7) sabemos que la frecuencia de resonancia $\omega_r = \omega_0$.

3.3 Curvas de dispersión de ondas en medios magnéticos

En los subcapítulos anteriores fue considerado un campo magnético producido por una señal de microondas uniforme dentro de un medio magnético en estado de saturación. Este campo tiene la siguiente forma, $\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{h}(t) = \mathbf{h}e^{i\omega t}$, pero a continuación consideraremos al campo de microondas como un campo no uniforme dentro del material ferri o ferromagnético, $\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{h}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{h}e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$. De acuerdo con esto podemos presentar la magnetización de la siguiente forma $\mathbf{M}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{M}_0(\mathbf{r}) + \tilde{\mathbf{m}}(t, \mathbf{r})$, donde \mathbf{M}_0 es el campo magnético de polarización y $|\mathbf{M}_0(\mathbf{r})| \gg |\tilde{\mathbf{m}}(t, \mathbf{r})|$, con esto la ecuación de Landau-Lifshitz Ec.(3.1-14) queda,

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{M}_0 \times \tilde{\mathbf{h}}] - \gamma [\tilde{\mathbf{m}} \times \mathbf{H}_0] + \mathbf{R} \quad (3.3-1)$$

donde \mathbf{R} es una función que describe las pérdidas, resolviendo la ecuación anterior para $\mathbf{R}=0$ con los campos mencionados obtenemos un tensor de permeabilidad dado por las

Ecs.(3.1-24). A continuación se resuelven las ecuaciones de Maxwell en unidades gaussianas, que son:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{e}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{\mathbf{h}} + 4\pi\tilde{\mathbf{m}}) \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{h}} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{e}}}{\partial t} \quad (3.3-2a)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{e}} = 0 \quad \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{h}} + 4\pi\tilde{\mathbf{m}}) = 0 \quad (3.3-2b)$$

donde ϵ es la permitividad dieléctrica relativa del material y c es la velocidad de la luz en el vacío.

Con lo anterior se puede encontrar una expresión para todos los campos de la señal de microondas,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{e}} &= \mathbf{e}e^{j(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} & \tilde{\mathbf{d}} &= \mathbf{d}e^{j(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} \\ \tilde{\mathbf{h}} &= \mathbf{h}e^{j(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} & \tilde{\mathbf{b}} &= \mathbf{b}e^{j(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Es importante mencionar que el método utilizado tiene los siguientes pasos: primero resolver la Ec. (3.3-1) y con esto encontrar los componentes del tensor μ , después utilizamos este tensor en las ecuaciones de Maxwell Ecs. (3.3-2) para tener las ecuaciones que describan a las ondas electromagnéticas planas dentro del material ferromagnético de volumen (sin fronteras). Por lo tanto sus amplitudes \mathbf{e} , \mathbf{d} , \mathbf{h} , \mathbf{b} , no dependen ni del tiempo ni de las coordenadas. A continuación se buscarán las soluciones a las ecuaciones de Maxwell, para este caso los operadores rotacional, divergencia y $\partial/\partial t$ se pueden cambiar por $-jk$, para los dos primeros operadores y $j\omega$ para el tercero, con esto las Ecs. (3.3-2) se simplifican como,

$$[\mathbf{k} \times \mathbf{e}] = \frac{\omega}{c} \mathbf{b} \quad [\mathbf{k} \times \mathbf{h}] = -\frac{\omega}{c} \epsilon \mathbf{e} \quad (3.3-3a)$$

$$(\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}) = 0 \quad (\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}) = 0 \quad (3.3-3b)$$

De las ecuaciones anteriores se infiere que \mathbf{e} y \mathbf{h} , y \mathbf{e} y \mathbf{b} , son ortogonales y se encuentran en fase. Pero \mathbf{b} y \mathbf{h} , no son colineales (debido al tensor μ). Presentado el vector de onda \mathbf{k} como $\mathbf{k} = k\boldsymbol{\eta}$, donde $\boldsymbol{\eta}$ es un vector unitario que describe dirección de

propagación de las ondas dentro del material magnético, las Ecs. (3.3-3a) se ven simplificadas a la siguiente ecuación,

$$\mathbf{k} - \eta(\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{h}) = \frac{k_0^2}{k^2} \epsilon \hat{\rho} \mathbf{h} \quad (3.3-4)$$

donde $k_0 = \frac{\omega}{c}$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

A continuación se resuelve la Ec.(3.3-4). Siendo \mathbf{M}_0 paralelo al eje Z del sistema de coordenadas, por lo que el tensor μ queda expresado por la Ec. (3.1-24a). Entre el vector \mathbf{k} y \mathbf{M}_0 existe un ángulo θ_k .

Analizando el caso particular en el que $\theta_k=0$, a partir de la Ec.(3.3-4) tenemos,

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_z \end{bmatrix} = \frac{k_0^2}{k^2} \epsilon \begin{bmatrix} \mu h_x + j\mu_a h_y \\ -j\mu_a h_x + \mu h_y \\ h_z \end{bmatrix} \quad (3.3-5)$$

Existen dos soluciones no triviales del sistema de ecuaciones anterior, que son ondas transversales con polarización circular derecha e izquierda, tienen diferentes constantes de propagación y se calculan mediante la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} (k^2 - k_0^2 \epsilon \mu) &= \pm k_0^2 \epsilon \mu_a \\ k_x^2 &= k_0^2 \epsilon (\mu \pm \mu_a) \end{aligned} \quad (3.3-6)$$

Sustituyendo en la Ec.(3.3-6), μ y μ_a dados por las Ecs. (3.1-25c,d), se obtienen las curvas de dispersión de las dos ondas.

$$k_-^2 = \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \frac{\omega + \omega_m + \omega_0}{\omega + \omega_0} \quad (3.3-7a)$$

$$k_+^2 = \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \frac{\omega - \omega_m - \omega_0}{\omega - \omega_0} \quad (3.3-7b)$$

Al analizar la curva de dispersión para las ondas transversales con polarización circular izquierda Ec.(3.3-7a), es posible concluir que son ondas con dispersión normal,

para cualquier frecuencia, a la curva de dispersión de estas ondas la llamamos $\omega(k)$. Mientras que la curva de dispersión dada por la Ec.(3.3-7b) tiene una forma muy diferente a la de ondas electromagnéticas comunes y solo es posible calcular un valor de k_+ para dos regiones de frecuencia, es decir que estas ondas solamente existen en dos regiones de frecuencia las cuales quedan definidas por los siguientes intervalos:

$$0 \leq \omega < \omega_0 \quad (3.3-8a)$$

$$\omega_0 + \omega_m \leq \omega < +\infty \quad (3.3-8b)$$

A la función de dispersión de ondas circulares derechas dentro del intervalo de frecuencias de la Ec.(3.3-8a) la llamamos $\omega_{rk}(k)$ y a la del la región Ec.(3.3-8b), $\omega_{rd}(k)$. Una onda con dispersión $\omega_{rd}(k)$ y con ω grande, tiene dispersión de onda muy parecida a la dispersión de una onda ordinaria. La curva de dispersión $\omega_{rk}(k)$ no tiene análogo en ondas electromagnéticas y existe únicamente en medios magnéticos.

La Fig.(3.3-1) muestra las curvas de dispersión de las ondas existentes en un medio magnético con $\theta_k=0$, descritas anteriormente.

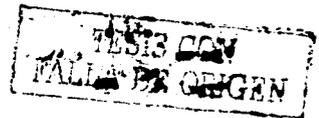
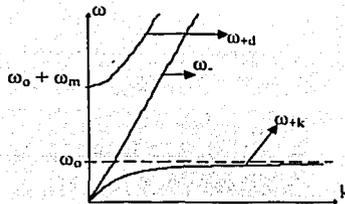


Figura 3.3-1. Curvas de dispersión de las ondas existentes en un medio magnético cuando $\theta_k=0$.

A continuación se resuelve la Ec.(3.3-4). Para M_0 paralelo al eje z del sistema de coordenadas, por lo que el tensor μ queda expresado por la Ec. (3.1-24a). Entre el vector k y M_0 existe un ángulo $\theta_k=\pi/2$.

Analizando el caso particular en el que k es en dirección Y, la Ec.(3.3-4) es,

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ h_y \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{k_0^2}{k^2} \varepsilon \begin{bmatrix} \mu h_x + j\mu_a h_y \\ -j\mu_a h_x + \mu h_y \\ h_z \end{bmatrix} \quad (3.3-9)$$

Existen dos soluciones no triviales del sistema de ecuaciones anterior, dos ondas transversales con polarización lineal, una es conocida como onda ordinaria y la otra como onda extraordinaria. Estas ondas tienen diferente constante de propagación.

La siguiente ecuación representa la constante de propagación de la onda ordinaria, esta onda tiene polarización lineal, en dirección perpendicular al campo de magnetización y a la dirección de propagación.

$$k_{or}^2 = k_0^2 \varepsilon = \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \quad (3.3-10a)$$

La Ec.(3.3-6) muestra que la onda ordinaria tiene dispersión normal en todo el intervalo de frecuencias, la curva de dispersión de esta onda será designada como la función $\omega_{or}(k)$, la cual se presenta en la Fig.(3.3-2).

La onda extraordinaria tiene polarización lineal en dirección paralela al campo de magnetización, el campo magnético de esta onda es elíptico y su constante de propagación es:

$$k_{ex}^2 = k_0^2 \varepsilon \left(\frac{\mu^2 - \mu_a^2}{\mu} \right)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, μ y μ_a dados por las Ecs. (3.1-25c,d), se obtiene:

$$k_{ex}^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \frac{\omega^2 - (\omega_0 + \omega_m)^2}{\omega^2 - \omega_1^2} \quad (3.3-10b)$$

La curva de dispersión dada por la Ec.(3.3-10b) tiene una forma muy diferente a la de ondas electromagnéticas comunes y solo es posible calcular un valor de k_{ex} para dos regiones de frecuencia, es decir que estas ondas únicamente se propagan en dos regiones de frecuencia (solamente en estos intervalos la constante de propagación es real) las cuales quedan definidas por los siguientes intervalos:

$$0 \leq \omega < \omega_1 = \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)} \quad (3.3-11a)$$

$$\omega_0 + \omega_m \leq \omega < +\infty \quad (3.3-11b)$$

A la curva de dispersión de las ondas extraordinarias dentro del intervalo de frecuencias Ec.(3.3-11a) la llamamos $\omega_{ex-}(k)$ ya que el campo magnético de esta onda tiene polarización elíptica izquierda y a la función de dispersión de las ondas extraordinarias dentro de la región Ec.(3.3-11b) la llamaremos $\omega_{ex+}(k)$. Estas curvas son mostradas en la Fig.(3.3-2).

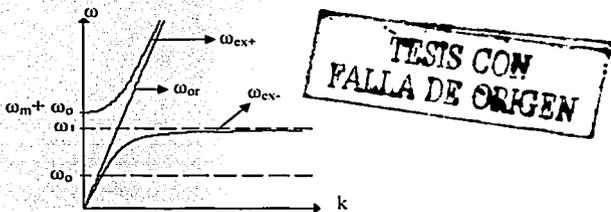
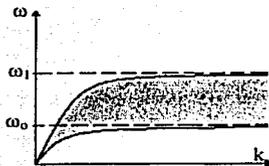


Figura 3.3-2. Curvas de dispersión de las ondas existentes en un medio magnético cuando $\theta_1 = \pi/2$.

Las Fig.(3.3-1,2) muestran que las ondas con curvas de dispersión $\omega_k(k)$ y $\omega_{ex-}(k)$ existen únicamente en medios magnéticos y a continuación son analizadas más profundamente. Son interesantes porque tienen velocidad de grupo muy chica en comparación con las ondas electromagnéticas ordinarias (i.e. $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$). La Fig.(3.3-3) presenta la dispersión de estas ondas [3].



TESIS CON
PALLA DE ORIGEN

Figura 3.3-3. Región de existencias de ondas, particulares de los medios magnéticos.

La zona sombreada de la figura anterior representa la existencia de estas ondas para cualquier valor de 0_k .

3.4 Ondas magneto-estáticas (MSW).

Como se describió anteriormente en los medios magnéticos existen una gran variedad de ondas, pero en este trabajo nos interesa investigar las ondas magneto-estáticas. Éstas son ondas cuya curva de dispersión se encuentra dentro de la región sombreada de la Fig.(3.3-3) y quedan definidas por el siguiente criterio con el que se limita el intervalo de longitudes de ondas magneto-estáticas:

$$l_0 \ll \lambda_s, S \ll \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon}} \quad (3.4-1)$$

donde S es el espesor del material, ϵ es la permitividad dieléctrica relativa del material, $\lambda_0 = 2\pi \frac{c}{\omega}$, α_0 es una constante de intercambio y $l_0 = \sqrt{\alpha_0}$, para cristales de YIG puro $l_0 \cong 60 \times 10^{-9} [m]$. La condición del espesor se debe a que en el interior de un material magnético de volumen muy grande el campo magnético es más no uniforme que en un material delgado.

La curva de dispersión para ondas magneto-estáticas en YIG se muestra en la Fig. (3.4-1), se observa que la constante de propagación de estas ondas es muy grande en comparación con la constante de propagación de una onda electromagnética a la misma frecuencia, lo que implica que la longitud de onda de las MSW es mucho menor que la de

una onda electromagnética, esto tiene gran relevancia ya que al tener longitud de onda pequeña pueden ser utilizada para la miniaturización de dispositivos para microondas como filtros, resonadores, etc. Para dar un ejemplo considérese una señal de microondas propagándose en el aire con frecuencia $f = 3$ [GHz], la longitud de onda de ésta es $\lambda = 0.1$ [m] y la constante de propagación $k = 62.83$ [m^{-1}] la velocidad de esta onda es igual a la velocidad de la luz, por otro lado consideremos una MSW propagándose en YIG a la misma frecuencia y con $k_s = 500$ [cm^{-1}] = 50^3 [m^{-1}] la longitud de onda de las MSW es $\lambda_s = 125$ [μm] la velocidad de la MSW es $v_s = 37699$ [m/s], como se aprecia en este ejemplo la longitud de onda MSW es muy pequeña al igual que la velocidad es por esto que se le denomina ondas magneto-estáticas.

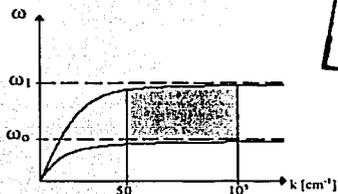
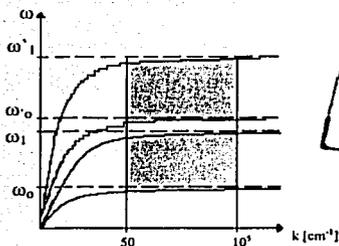


Figura 3.4-1. Región de existencias de ondas magneto-estáticas en YIG.

En la Fig.(3.4-2) se aprecia otra de las características más importantes de las ondas magneto-estáticas desde un punto de vista de aplicaciones para comunicaciones ultra rápidas y es que estas ondas pueden tener una misma constante de propagación para muchas frecuencias ya que las curvas de dispersión suben o bajan en el eje de ω , aumentando o disminuyendo el campo magnético de polarización, esta propiedad permite realizar dispositivos sintonizables.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 3.4-2. Región de existencias de ondas magneto-estáticas en YIG para dos campos magnéticos de polarización.

Considerando la ecuación de Maxwell $\nabla \times \tilde{\mathbf{h}} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{e}}}{\partial t}$ y analizando cada uno de sus miembros tenemos que $\nabla \times \tilde{\mathbf{h}} \approx k_x \tilde{\mathbf{h}}$ y $\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{e}}}{\partial t} \approx k_0 \tilde{\mathbf{e}}$ y tomando en consideración que la constante de propagación de las ondas magneto-estáticas $k_x \gg k_0$, se puede reducir las ecuaciones de Maxwell Ecs.(3.3-3) para aproximación magneto-estática, quedando:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{h}} = 0 \quad (3.4-2a)$$

$$\nabla \cdot \mu \tilde{\mathbf{h}} = 0 \quad (3.4-2b)$$

Esta simplificación es válida para la región de existencia de las MSW.

La Ec.(3.4-2a) indica que las ondas magneto-estáticas son potenciales, por lo tanto es posible definir una función de potencial magneto-estático, $\tilde{\mathbf{h}} = \nabla \psi$, sustituyendo en la Ec.(3.4-2b) tenemos,

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \psi) = 0 \quad (3.4-3)$$

La ecuación anterior es conocida como ecuación de Woker y con esta ecuación se calcula la función potencial de las ondas magneto-estáticas y con esta a su vez se encuentra la distribución del campo magnético de las ondas magneto-estáticas [3].

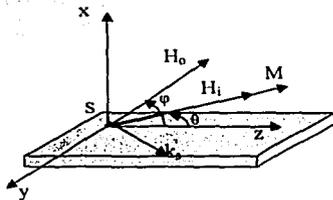
3.5 Onda magneto-estáticas en capas ferri o ferromagnéticas delgadas.

Considerando la geometría presentada en la Fig. (3.5-1), en donde existe un campo magnético de polarización inclinado con ángulo φ , para obtener el campo magnético interno y el ángulo de inclinación de magnetización de saturación θ es necesario resolver el sistema de ecuaciones siguiente,

$$H_0 \sin \varphi = (4\pi M + H_i) \sin \theta \quad (3.5-1a)$$

$$H_0 \cos \varphi = H_i \cos \theta \quad (3.5-1b)$$

La frecuencia de resonancia es $\omega_0 = \gamma H_i$.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 3.5-1. Geometría de polarización utilizada, en una película delgada de YIG.

Para encontrar la función potencial de las ondas magneto-estáticas, para la geometría de la figura anterior dividimos la función potencial en tres regiones,

$$\psi = \begin{cases} \psi_1(x) e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} & x < 0 \\ \psi_2(x) e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} & 0 < x < S \\ \psi_3(x) e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} & x > S \end{cases} \quad (3.5-2)$$

donde S es el espesor de la película, Ω es la velocidad angular de las MSW.

Las funciones de distribución del campo $\psi_i(x)$, únicamente dependen de la variable x, ya que en las otras dos direcciones el medio magnético es infinito.

Para la región 1 y 3, utilizamos la ecuación de Woker, Ec.(3.4-3),

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \psi_{1,3} = 0$$

de la ecuación anterior se obtiene,

$$\frac{d^2 \psi_i}{dx^2} - k_i^2 \psi_i = 0, \quad i = 1, 3$$

donde $k_i^2 = k_y^2 + k_z^2$ es la constante de propagación de las MSW.

Resolviendo la ecuación de arriba y sustituyendo el resultado en la Ec.(3.5-2), se tienen las funciones de potencial para las regiones uno y tres.

$$\psi_1 = A e^{k_x x} e^{j(\alpha_1 k_y y - k_z z)} \quad x < 0 \quad (3.5-3a)$$

$$\psi_3 = D e^{-k_x x} e^{j(\alpha_3 k_y y - k_z z)} \quad x > S \quad (3.5-3b)$$

Para tener la función potencial de la región dos se requiere el tensor de permeabilidad y es necesario transformar el tensor μ dado por la ecuación Ec. (3.1-24a), al sistema de coordenadas de la figura anterior, para esto se define la siguiente matriz de transformación l ,

$$l = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \text{sen} \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.5-4)$$

Utilizando la matriz de transformación para este sistema Ec.(3.5-4), la Ec.(2.2-6) que define un tensor en un nuevo sistema de coordenadas y el tensor μ de la Ec.(3.1-24a) que es el tensor de permeabilidad cuando el campo magnético es en dirección Z, se obtiene el tensor de permeabilidad para la geometría descrita en la Fig.(3.5-1).

$$\mu = \begin{bmatrix} \text{sen}^2\theta(1-\mu) + \mu & j \cos\theta\mu_a & \text{sen}\theta \cos\theta(\mu-1) \\ -j \cos\theta\mu_a & \mu & j \text{sen}\theta\mu_a \\ \text{sen}\theta \cos\theta(\mu-1) & -j \text{sen}\theta\mu_a & \cos^2\theta(1-\mu) + \mu \end{bmatrix} \quad (3.5-5)$$

Utilizando el tensor de la ecuación anterior, la ecuación de Woker para la región dos es,

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right] \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{xz} & \mu_{xy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \psi_2 = 0$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde las componentes del tensor son las componentes del tensor de la Ec.(3.5-5). Debido a que $\mu_{xy} = -\mu_{yx}$, $\mu_{yz} = -\mu_{zy}$ y $\mu_{zx} = \mu_{xz}$ la ecuación de Woker se reduce a:

$$\mu_{xx} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \mu_{yy} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} + \mu_{zz} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} + 2\mu_{xz} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x \partial z} = 0 \quad (3.5-6)$$

Con la ecuación de arriba se calcula la función potencial dentro de la película, sustituyendo la Ec. (3.5-2) en la Ec.(3.5-6) se obtiene:

$$\mu_{xx} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + 2k_{1x}\mu_{xz} \frac{\partial \psi_2}{\partial x} - (k_{2y}^2\mu_{yy} + k_{2z}^2\mu_{zz})\psi_2 = 0$$

resolviendo la ecuación anterior,

$$\psi_2(x) = B e^{(\Gamma_r + \beta)x} + C e^{-(\Gamma_r + \beta)x} \quad (3.5-7a)$$

donde

$$\Gamma_r = \left[\frac{k_{2z}^2(\mu_{xx}\mu_{zz} - \mu_{xz}^2) + k_{2y}^2\mu_{xx}\mu_{yy}}{\mu_{xx}^2} \right]^{1/2} \quad (3.5-7b)$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

$$\Gamma_l = \left[\frac{k_{zz} \mu_{zz}}{\mu_{zz}} \right]$$

(3.5-7c)

Las Ecs.(3.5-3) y (3.5-7) definen la función potencial, y es:

$$\psi = \begin{cases} Ae^{k_x x} e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} & x < 0 \\ (Be^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)x} + Ce^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)x}) e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} & 0 < x < S \\ De^{-k_x x} e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} & x > S \end{cases} \quad (3.5-8)$$

Con la función de potencial magneto-estático Ec.(3.5-8) se obtiene el campo magnético de estas ondas,

$$\vec{h}_1 = \begin{bmatrix} Ak_x \\ -jAk_y \\ -jAk_{zz} \end{bmatrix} e^{k_x x} e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} \quad (3.5-9a)$$

$$\vec{h}_2 = \begin{bmatrix} B(\Gamma_r + j\Gamma_l)e^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)x} + C(-\Gamma_r + j\Gamma_l)e^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)x} \\ -jk_y(Be^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)x} + Ce^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)x}) \\ -jk_{zz}(Be^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)x} + Ce^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)x}) \end{bmatrix} e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} \quad (3.5-9b)$$

$$\vec{h}_3 = \begin{bmatrix} -Dk_x \\ -jDk_y \\ -jDk_{zz} \end{bmatrix} e^{-k_x x} e^{j(\Omega t - k_y y - k_z z)} \quad (3.5-9c)$$

Las Ec.(3.5-9) definen el campo magnético de las MSW. Para que el campo quede completamente definido hay que aplicar las condiciones en las fronteras de la geometría descrita, estas condiciones son que, ψ y B_n sean continuos en la frontera de la película se tiene:

Condiciones de frontera para la función potencial ψ

$$A = B + C \quad (3.5-10a)$$

$$De^{-k_x S} = Be^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)S} + Ce^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)S} \quad (3.5-10b)$$

Condiciones de frontera para el campo B_x

$$k_1 A = \mu_{xx} [B(\Gamma_r + j\Gamma_l) + C(-\Gamma_r + j\Gamma_l)] - (B + C) [j\mu_{xy} k_{xy} + j\mu_{xz} k_{xz}]$$

utilizando la Ec. (3.5-7c) en la ecuación anterior, se obtiene,

$$k_1 A = \mu_{xx} \Gamma_r (B - C) - (B + C) j\mu_{xy} k_{xy} \quad (3.5-10c)$$

$$\begin{aligned} -k_1 D e^{-k_1 S} &= \mu_{xx} [B(\Gamma_r + j\Gamma_l) e^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)S} + C(-\Gamma_r + j\Gamma_l) e^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)S}] \\ &\quad - j\mu_{xy} k_{xy} [B e^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)S} + C e^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)S}] \\ &\quad - j\mu_{xz} k_{xz} [B e^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)S} + C e^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)S}] \end{aligned}$$

utilizando la Ec. (3.5-7c) en la ecuación anterior, se obtiene,

$$-k_1 D e^{-k_1 S} = \mu_{xx} \Gamma_r [B e^{\Gamma_r S} - C e^{-\Gamma_r S}] - j\mu_{xy} k_{xy} [B e^{(\Gamma_r + j\Gamma_l)S} + C e^{(-\Gamma_r + j\Gamma_l)S}] \quad (3.5-10d)$$

Las Ecs. (3.5-10) son las condiciones de frontera para las ondas MSW, con estas se calcula la constante de propagación para esto sustituimos la Ec.(3.5-10a) en la (3.5-10c), se tiene,

$$(B - C) = \frac{(j k_{xy} \mu_{xy} - k_1)}{\mu_{xx} \Gamma_r} (B + C)$$

despejando C de la ecuación de arriba,

$$C = -B \frac{j k_{xy} \mu_{xy} + k_1 - \mu_{xx} \Gamma_r}{j k_{xy} \mu_{xy} + k_1 + \mu_{xx} \Gamma_r} \quad (3.5-11)$$

Sustituyendo la Ec.(3.5-10b) en la Ec.(3.5-10d),

$$-k_1 (B e^{\Gamma_r S} + C e^{-\Gamma_r S}) = \mu_{xx} \Gamma_r (B e^{\Gamma_r S} - C e^{-\Gamma_r S}) - j\mu_{xy} k_{xy} (B e^{\Gamma_r S} + C e^{-\Gamma_r S})$$

Si se agrupa la ecuación anterior,

$$(j\mu_{xy} k_{xy} - k_1)(B e^{\Gamma_r S} + C e^{-\Gamma_r S}) = \mu_{xx} \Gamma_r (B e^{\Gamma_r S} - C e^{-\Gamma_r S}) \quad (3.5-12)$$

sustituyendo La Ec.(3.5-11) en la Ec.(3.5-12)

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$(j\mu_{yy}k_{yy} - k_z)B[e^{\Gamma_r S}(jk_{yy}\mu_{yy} + k_z + \mu_{xx}\Gamma_r) - e^{-\Gamma_r S}(jk_{yy}\mu_{yy} + k_z - \mu_{xx}\Gamma_r)] = \mu_{xx}\Gamma_r B[e^{\Gamma_r S}(jk_{yy}\mu_{yy} + k_z + \mu_{xx}\Gamma_r) - e^{-\Gamma_r S}(jk_{yy}\mu_{yy} + k_z - \mu_{xx}\Gamma_r)] \quad (3.5-13)$$

Multiplicando cada término de la ecuación anterior, simplificando, agrupando y por último dividiendo entre $(e^{\Gamma_r S} - e^{-\Gamma_r S})$, se obtiene la ecuación de dispersión,

$$2k_z\mu_{xx}\Gamma_r \coth(\Gamma_r S) + k_z^2 + k_{yy}^2\mu_{yy}^2 + \mu_{xx}^2\Gamma_r^2 = 0 \quad (3.5-14)$$

de la ecuación anterior es posible calcular la constante de propagación de las MSW, en una película ferromagnética. A continuación estudiaremos un caso en particular que es cuando $k_x=0$, bajo la condición anterior tenemos:

$$k_z = k_{yy}$$

$$\Gamma_r = k_{yy} \left(\frac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}} \right)^{1/2}$$

$$\Gamma_t = 0$$

con esto la Ec.(3.5-14) queda

$$2\mu_{xx} \left(\frac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}} \right)^{1/2} \coth\left(k_{yy} S \left(\frac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}} \right)^{1/2}\right) + \mu_{xx}\mu_{yy} + \mu_{yy}^2 + 1 = 0 \quad (3.5-15)$$

A partir de la ecuación anterior podemos calcular las curvas de dispersión de las MSW que se propagan en dirección Y, para diferentes valores de θ .

A continuación se analiza la Ec. (3.5-7a) bajo las mismas consideraciones tomadas para obtener la Ec.(3.5-15), esto se hace para describir las diferentes distribuciones posibles de campo que tienen las ondas magneto-estáticas en la película.

Para ángulo $\theta=0^\circ$ tenemos que:

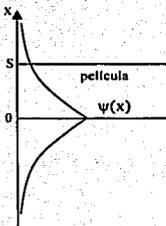
$$\Gamma_r = k_{yy} \left(\frac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}} \right)^{1/2} = k_{yy} \left(\frac{\mu}{\mu} \right)^{1/2} = k_{yy} \quad (3.5-16)$$

$$\Gamma_r = 0$$

con esto la Ec.(3.5-7a)

$$\psi_2(x) = Be^{k_1 x} + Ce^{-k_1 x} \quad (3.5-17)$$

De la ecuación anterior podemos deducir que el campo en el interior de la película es evanescente. Tomando en cuenta las ecuaciones que describen la distribución del campo fuera de la película es posible presentar el campo para las tres regiones y esto se muestra en la siguiente figura.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 3.5-2. Distribución de campo de MSW para $\theta=0^\circ$, MSW superficiales.

En la figura anterior se muestra la distribución de campo de las MSW con $\theta=0^\circ$, este tipo de ondas son conocidas como ondas magneto-estáticas superficiales MSSW ya que la mayor parte del campo se concentra en una de las fronteras de la película y en el interior de la película el campo decae exponencialmente. La Ec.(3.5-16) siempre es real por lo tanto cuando $\theta=0^\circ$ solamente se tienen ondas superficiales.

Para ángulo $\theta=45^\circ$ tenemos que:

$$\Gamma_r = k_{zy} \left(\frac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}} \right)^{1/2} = k_{zy} \left(\frac{2\mu}{1+\mu} \right)^{1/2} \quad (3.5-18)$$

$$\Gamma_i = 0$$

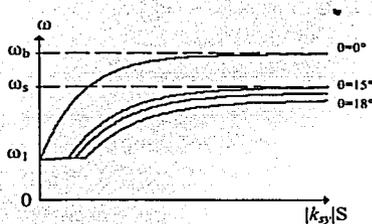
podemos ver que Γ_r puede ser real o imaginario. Real si μ es positivo y complejo para ciertos valores de μ negativo. Esto se da para distintas regiones de frecuencias.

con esto la Ec.(3.5-7a)

$$\psi_2(x) = Be^{\Gamma x} + Ce^{-\Gamma x} \quad (3.5-19)$$

La Ec.(3.5-19) representa la distribución del campo e indica que se tendrán distribuciones de campo senoidales en el interior de la película para Γ , imaginarias y distribuciones evanescentes para valores de Γ , reales. Por lo tanto se tendrán ondas magnetoestáticas de volumen (distribución senoidal) y MSW superficiales. Esto mismo sucede para $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

En la figura siguiente se grafican las curvas de dispersión Ec.(3.5-15) para MSSW con distintos valores de θ .



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura. 3.5-3. Curvas de dispersión de MSSW superficiales (MSSW), propagándose en dirección Y en una película magnética delgada.

Donde la frecuencia $\omega_b = \omega_0 + \omega_m/2$, $\omega_1 = \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)}$.

En la figura anterior se aprecia que cuando el ángulo θ aumenta, el intervalo de frecuencias de existencia de las MSSW disminuye ya que la frecuencia ω_s es función del ángulo y de las frecuencias ω_0 , ω_1 , ω_m y al aumentar el ángulo θ , ω_s disminuye hasta ω_1 de tal forma que para $\theta=90^\circ$ el intervalo de existencia de este tipo de ondas es nulo por lo que no existen ondas superficiales y solamente existen ondas de volumen. Cuando $\theta=0^\circ$ se tiene el mayor intervalo de frecuencias donde existen las MSSW. También es importante recordar que al aumentar el campo externo de polarización las curvas de dispersión se desplazan a frecuencias mayores, esto se puede apreciar en la figura.

Como resumen cuando $\theta=0^\circ$ las ondas magneto-estáticas se propagan en la superficie de la película y son conocidas como MSSW y cuando $\theta=90^\circ$ las ondas MSW se propagan en el volumen de la película y son conocidas como MSVW (ondas magneto-estáticas de volumen), para valores de $0^\circ < \theta < 90^\circ$ se tienen ondas que se propagan tanto en la superficie como en el volumen de la película. A continuación se analizan la MSVW.

Para ángulo $\theta=90^\circ$, el campo magnético de polarización es perpendicular a la película tenemos que:

$$\hat{\rho} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & j\mu_a \\ 0 & -j\mu_a & \mu \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_r = k_{xy} \left(\frac{\mu_{yy}}{\mu_{xx}} \right)^{1/2} = k_{xy} \left(\frac{\mu}{1} \right)^{1/2} = k_{xy} \cdot \sqrt{\mu}$$

$$\Gamma_l = 0$$

con esto la Ec.(3.5-7a)

$$\psi_2(x) = B e^{k_{xy} \sqrt{\mu} x} + C e^{-k_{xy} \sqrt{\mu} x} \quad (3.5-21)$$

Como se mencionó cuando $\theta=90^\circ$ únicamente existen ondas MSVW por lo tanto μ debe ser negativa y con esto la Ec.(3.5-21) será senoidal.

$$\psi_2(x) = B \cos(\sqrt{-\mu} |k_{xy}| x) + C \operatorname{sen}(\sqrt{-\mu} |k_{xy}| x)$$

Sustituyendo la Ec.(3.5-20) en la Ec.(3.5-15) obtendremos la ecuación de dispersión de estas ondas,

$$2\sqrt{\mu} \coth(|k_{xy}| S \sqrt{\mu}) + \mu + 1 = 0$$

Como $\mu < 0$, $\sqrt{\mu} = j\sqrt{-\mu}$, entonces la ecuación anterior queda:

$$2j\sqrt{-\mu} \coth(j|k_{xy}| S \sqrt{-\mu}) + \mu + 1 = 0$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(3.5-20)

$$j \coth(j|k_y|S\sqrt{-\mu}) = -\frac{\mu+1}{2\sqrt{-\mu}}$$

utilizando la siguiente identidad $j \coth(jx) = \cot(x)$ para x real, la ecuación de arriba queda

$$\cot(|k_y|S\sqrt{-\mu}) = -\frac{\mu+1}{2\sqrt{-\mu}}$$

$$\tan(|k_y|S\sqrt{-\mu}) = -\frac{2\sqrt{-\mu}}{\mu+1} \quad (3.5-22)$$

De la ecuación anterior se obtienen las curvas de dispersión para MSVW con $\theta=90^\circ$.

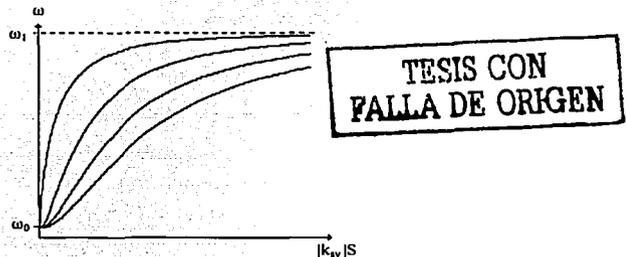


Figura. 3.5-4. Curvas de dispersión de MSVW volumen (MSVW), propagándose en dirección Y en una película magnética delgada, para $\theta=90^\circ$.

El la figura superior se presentan las curvas de dispersión de las MSVW, con campo magnético de polarización en dirección X. Cada una de las curvas representa un modo de propagación. Cuando $0^\circ < \theta < 90^\circ$ la ecuación que describe Γ , cambia, por lo que la región de frecuencial en la que Γ es imaginario se modifica, para estos casos la frecuencia máxima de las MSVW (para $\theta=90^\circ$ es ω_1) disminuye.

Haciendo un breve resumen de este subcapítulo, cuando se propagan MSW en una película magnética delgada Fig.(3.5-1), el campo magnético de las MSW puede tener distintas distribuciones dependiendo del ángulo θ y de la dirección de propagación. En el caso que $\theta=0^\circ$ y $\mathbf{k}_x = \mathbf{k}_y$, las MSW se propagan en la superficie de la película y son

conocidas como MSSW. Si $0^\circ < \theta < 90^\circ$ y $k_x = k_{xy}$ existen MSSW para un intervalo de frecuencias y MSVW para un intervalo de frecuencias menores. Si $\theta = 90^\circ$ existen únicamente MSVW. Hay que recordar que para los caso en que existen solamente MSSW ($\theta = 0^\circ$) y MSVW ($\theta = 90^\circ$) el intervalo de frecuencias de existencia de estas ondas es mayor que el intervalo de existencias de éstas para $0^\circ < \theta < 90^\circ$. Por otro lado cuando $k_x = k_{xy} + k_{xz}$ la situación se modifica para $0^\circ < \theta < 90^\circ$ se tienen ondas mixtas, una combinación de MSSW y MSVW, para $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$ se tienen ondas MSSW y MSVW puras respectivamente. En el experimento del capítulo 5 tratan de excitar MSW, para distintos valores de θ , se excitan ondas mixtas debido a que es muy difícil lograr que el vector k , solo tenga componente en dirección Y.

3.6 Excitación de MSW por medio de una antena de microcinta.

Las antenas de microcinta son muy utilizadas para la excitación de MSW, ya que pueden ser construidas en la misma película magnética o pueden ser colocadas muy cerca de esta, además de que se pueden fabricar antenas muy delgadas. La siguiente figura representa la antena de microcinta utilizada en este trabajo y se discuten las características que debe tener para lograr la excitación de MSW.

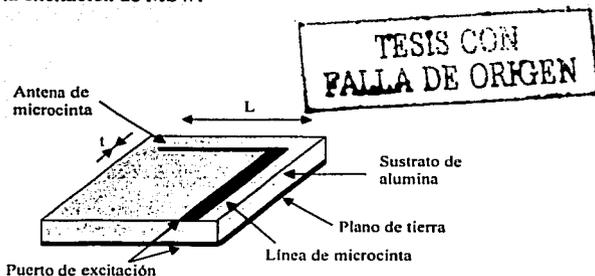


Figura 3.6-1. Esquema de la antena utilizada para la excitación de MSW.

La línea de microcinta se utiliza para alimentar a la antena, esta línea tiene un espesor mayor que el espesor de la antena (t) para lograr un mejor acoplamiento entre el generador de microondas y la antena.

El espesor de la antena es mucho menor que el espesor de las antenas utilizadas para la radiación de ondas electromagnéticas ya que las MSW tienen constante de propagación mucho mayor que una onda electromagnética a la misma frecuencia y la longitud de onda de las MSW para las frecuencias utilizadas en este trabajo (0.5-4 [GHz]) es en dos o tres ordenes menor que la longitud de onda de una onda electromagnética de microondas.

Para que la antena de microcinta pueda excitar ondas ya sean MSW o ondas electromagnéticas se debe cumplir que el espesor de la antena $t \ll \lambda$. Para nuestro caso nos interesa excitar MSW que tienen constante de propagación d e a proximadamente 500 [cm^{-1}] cuya longitud de onda e es de 125 [μm]. Con esto podemos concluir que se requiere que el espesor t sea de 60 [μm] como máximo. La antena que utilizamos tiene un espesor aproximado de 55 [μm]. Por otro lado la longitud de la antena $L = 5$ [mm]. Esta antena fue construida en especialmente para la realización de este trabajo y funciona para frecuencias entre 1-2.5 [GHz], para frecuencias mayores a 2.5 [GHz] se excitan ondas MSW pero con menor intensidad. Esta antena fue utilizada en los experimentos descritos en el capítulo 5.

Nota: Logramos excitar ondas MSW con $k_z = 500$ [cm^{-1}] debido a que el espesor de la antena no es muy pequeño, para excitar ondas con mayor constante de propagación se requiere una antena más delgada, pero para fabricar antenas de menor espesor se necesita un proceso de microlitografía con bastante resolución. Actualmente el equipo de microlitografía que se tiene en el Laboratorio de Fotónica de Microondas, donde realicé este trabajo esta en reparación.

En este capítulo se analizó la resonancia ferromagnética de los materiales magnéticos, con esto se pudo expresar el tensor de permeabilidad magnética de este tipo de materiales y posteriormente se describieron las ondas existentes en materiales magnéticos, fijando la atención en las características de las MSW, ya que en este trabajo se busca encontrar propiedades de la interacción de las MSW y las GOW.

Bibliografía del capítulo 3.

- [1] David M. Pozar. *Microwave Engineering*, ed. J. Wiley, New York, 1998.
- [2] David k., Cheng. *Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería*, ed. Addison Wesley Longman, México, 1998.
- [3] V.V., Danilov. I.V., Zavislyak. M.G. Balinsky. *Electrodinámica de ondas de spin*, ed. LYBYD, Kiev Ucrania, 1991. Libro escrito en ruso.
- A.K., Zvezdin. V.A., Kotov. *Modern Magnetooptics and Magnetooptical Materials*, ed. Institute of Physics Publishing, London, 1997.
- D.R., Lovett. *Tensor Properties of Crystals*, ed. Institute of Physics Publishing, London, 1994.
- Yariv, Amnon. Yeh, Pochi. *Optical waves in crystal*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1984.

CAPÍTULO 4.

INTERACCIÓN MAGNETO-ÓPTICA ENTRE ONDAS MAGNETO-ESTÁTICAS Y ONDAS ÓPTICAS GUIADAS EN PELÍCULAS MAGNÉTICAS.

4.1 Conceptos básicos de interacciones magneto-ópticas.

Uno de los fenómenos más interesantes asociados con la interacción de la luz con ondas magneto-estáticas, es la difracción de la luz por un medio magnéticamente perturbado. Cuando una onda magnetoestática se propaga en el medio, existe un campo magnético asociado, este campo magnético produce un cambio en el índice de refracción (debido a los efectos de Faraday y Cotton-Mouton). La modulación de la luz por la interacción con las MSW es utilizada en un gran número de aplicaciones, incluyendo moduladores de luz, deflectores de haz, filtros sintonizables, procesadores de señales y analizadores de espectros. Gracias a que actualmente es posible producir antenas de microcinta para excitar ondas magneto-estáticas a grandes frecuencias de microondas y al descubrimiento de materiales con buenas propiedades magnéticas y ópticas como el YIG, o el YIG dopado con bismuto se han dado muchos avances en dispositivos magneto-ópticos, como son filtros sintonizables con factores de calidad inalcanzables por medios electrónicos y una gran variedad de dispositivos indispensables para las comunicaciones a gran velocidad [1][2].

Ahora consideramos la propagación de una onda óptica guiada, en un medio en el que una onda magnetoestática es excitada lo que produce una modulación periódica del índice de refracción del medio. El medio se vuelve periódico con periodo igual al de la onda magnetoestática, esta perturbación es función tanto de la posición como del tiempo. Como se mencionó en el capítulo anterior la onda magnetoestática tiene velocidad de propagación $v = \Omega/k$, mucho menor a la velocidad de la luz en más de cinco órdenes de magnitud, por lo que es posible considerar a la perturbación periódica ocasionada por la MSW esencialmente estacionaria y el problema se reduce a la propagación electromagnética en un medio periódico. La perturbación del índice de refracción se puede

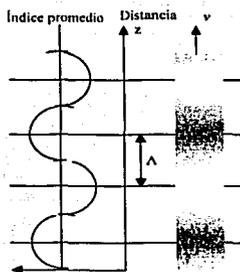
ver como una senoidal, la figura (4.1-1) ilustra esta perturbación. De acuerdo con la teoría de modos acoplados existe reflexión de la luz cuando se cumple la siguiente condición,

$$2\beta \sin\theta_B = mk_x$$

donde β es la constante de propagación de la GOW, m es un entero que corresponde a la componente m de la serie de Fourier de la perturbación. Para este caso en el que la perturbación es una senoidal $m=1$. Por lo tanto la reflexión resonante de la luz ocurre cuando,

$$2\beta \sin\theta_B = k_x \quad (4.1-1)$$

La difracción de la luz que satisface la Ec. (4.1-1) es conocida como difracción de Bragg debido a la semejanza con la ley de Bragg que se usa para rayos X, el ángulo de difracción de una onda óptica guiada por una onda MSW con $k_x = 1000 \text{ cm}^{-1}$ es $\theta_B = 0.3^\circ$ por lo que el ángulo entre el haz de GOW difractado y el haz no difractado es de 0.6° . Con esto podemos ver que el ángulo de difracción es pequeño pero debido a los efectos Faraday y Cotton-Mouton el haz difractado esta compuesto por dos modos uno con polarización igual al haz incidente y otro con polarización contraria (TM o TE). Gracias ha esto puede ser distinguido fácilmente el has difractado del no difractado.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 4.1-1. Onda magnetoestática, congelada en cierto tiempo. Consiste en la combinación de regiones con campo magnético en una dirección (oscura) y regiones campo magnético en sentido contrario (blancas), las cuales se desplazan con la velocidad de la onda. También se muestra la variación instantánea espacial del índice de refracción, que acompaña a la MSW.

Muchas de las características de la difracción de luz por MSW pueden ser deducidas considerando la naturaleza partícula-onda de la luz y las MSW. De acuerdo a lo anterior un haz de luz con constante de propagación β y frecuencia ω , puede ser considerado como un flujo de partículas (fotones) con momento $\hbar\beta$ y energía $\hbar\omega$ (en este subcapítulo ω es la frecuencia de la luz). Las MSW, pueden ser entendidas como partículas (magnones) con momento $\hbar k_s$ y energía $\hbar\Omega$ (Ω es la frecuencia de las MSW). La difracción de la luz por un haz de MSW, ilustrada en la Fig. (4.1-2), puede ser descrita como la suma de colisiones, cada colisión envuelve la aniquilación de un fotón y un magnón y la creación simultánea de un nuevo fotón (difractado) con frecuencia $\omega' = \omega + \Omega$ que se propaga a lo largo de la dirección de difracción. La conservación del momento requiere que el momento $\hbar(\beta + k_s)$ de las partículas incidentes sea igual al momento $\hbar\beta'$ del fotón difractado, por esto

$$\beta' = \beta + k_s,$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

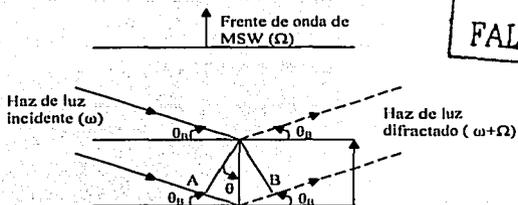
(4.1-2)

La conservación de la energía toma la siguiente forma,

$$\omega' = \omega + \Omega$$

(4.1-3)

Por lo que el haz difractado sufre un desplazamiento en frecuencia igual a la frecuencia de las MSW. De la misma manera cuando la dirección del haz MSW es invertida, el proceso de difracción puede ser considerado como un proceso en el que se generan un nuevo fotón difractado y un nuevo magnón mientras que el fotón incidente es destruido. En este caso el principio de conservación de energía es $\omega' = \omega - \Omega$.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 4.1-2. Reflexión de dos planos equivalentes del haz MSW, (estos planos están separados una longitud de onda MSW), los haces difractados tienen la misma fase si el camino óptico $AO+OB$ es igual a una longitud de onda óptica.

La condición de conservación del momento Ec. (4.1-2) es equivalente a la condición de difracción de Bragg Ec.(4.1-1), para mostrar esto hay que considerar la Fig.(4.1-3) y recordar que las ondas magneto-estáticas tienen constante de propagación muy pequeña en comparación con una onda óptica y la frecuencia de estas ondas son menores a 10^{10} [Hz] mientras que la frecuencia de la onda óptica es superior a 10^{13} [Hz], entonces,

$$\omega' \approx \omega \quad |\beta'| \approx |\beta|$$

por lo que la magnitud del vector de propagación de las dos ondas ópticas se toma como β , entonces la magnitud de vector de propagación de las MSW, es

$$k_x = 2\beta \sin \theta_n \quad (4.1-3)$$

La ecuación anterior es idéntica a la condición de difracción de Bragg.

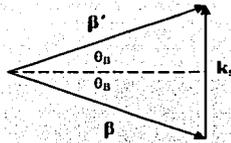
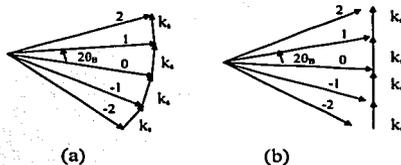


Figura 4.1-2. La condición de conservación del momento Ec.(4.1-2) utilizada para obtener la condición de difracción de Bragg, para un haz de óptico que es difractado por MSW's. θ_B es el ángulo entre el haz incidente y el frente de onda MSW.

A continuación analizaremos los regímenes de difracción de Bragg y de Ramanath. Hasta ahora hemos examinado la difracción de la luz por una onda MSW plana de extensión infinita. En la forma de partículas, las MSW son representadas por magnones con momento y energía bien definidos. La difracción de Bragg es vista como la suma de colisiones que envuelven individualmente la emisión o absorción de un magnón por un fotón. Este proceso puede ocurrir únicamente cuando la energía y el momento se conserva, debido a que la frecuencia del magnón es mucho menor a la del fotón esto se da cuando los vectores de onda forman un triángulo isósceles, Fig. (4.1-2). Ahora la pregunta que nos debemos hacer es: ¿La onda difractada puede absorber un magnón y producir difracción a un ángulo mayor? La respuesta es no, para el caso que nos interesa estudiar debido a que la conservación de la energía no se puede cumplir. Esto se ilustra en la siguiente figura.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 4.1-3. Diagramas de los vectores de onda para difracción múltiple. (a) Se tiene difracción múltiple, debido a que el vector de onda MSW tiene una distribución angular grande. (b) no se tiene distribución angular grande del vector de onda MSW.

En la Fig. (4.1-3) el vector de onda cero representa a la onda incidente con ángulo de Bragg θ_B . El vector de onda +1 representa a la onda difractada debido a la absorción de un magnón, modo de difracción +1 o de anti-Stokes, el vector de onda -1 es el modo difractado debido a la emisión de un magnón, se le conoce como modo de difracción -1 o de Stokes. En la figura (b) se muestra que no es posible tener una nueva difracción con el mismo vector de onda k_x . Solamente puede existir dispersión múltiple cuando la onda MSW tiene distribución angular grande caso (a).

Ahora analizaremos los casos en que es posible tener dispersión múltiple, esto se da cuando la distribución angular del vector de onda k , es mayor en comparación al ángulo de Bragg θ_B . Si L es el ancho de haz de las MSW (es igual a la longitud de la antena), el ángulo de dispersión del haz MSW en la región lejana es

$$\Phi = \frac{\Lambda}{L}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(4.1-4)

La ecuación anterior nos indica que el haz MSW no se propaga en dirección Y únicamente sino existe una distribución espacial alrededor de esta dirección. De la Ec. (4.1-3) sabemos que el ángulo de Bragg es muy pequeño y es posible aproximarlos a,

$$\theta_B \cong \frac{\lambda}{2\Lambda} \quad (4.1-5)$$

Para distinguir entre los dos regímenes de difracción Bragg y Raman-Nath definimos el siguiente parámetro adimensional Q :

$$Q \cong \frac{2\pi\Lambda}{\Lambda^2} = \frac{4\pi\theta_B}{\Phi} \quad (4.1-6)$$

Definimos el régimen $Q > 1$ como el régimen de Bragg de difracción óptica, en este donde no se permite difracción múltiple. Por ejemplo para ondas MSW con $k_x = 500[\text{cm}^{-1}]$ producidas por una antena de longitud $L = 5[\text{mm}]$, $Q \cong 1.8$ con lo anterior nos podemos dar cuenta de que con la antena utilizada nos encontramos en el régimen de difracción de Bragg. Contrariamente en el régimen $Q < 1$ se tiene dispersión múltiple y es conocido como régimen de Raman-Nath [3].

4.2 Interacción no colineal entre MSW y GOW.

La geometría de interacción no colineal entre ondas ópticas guiadas y MSW se describe en la siguiente figura.

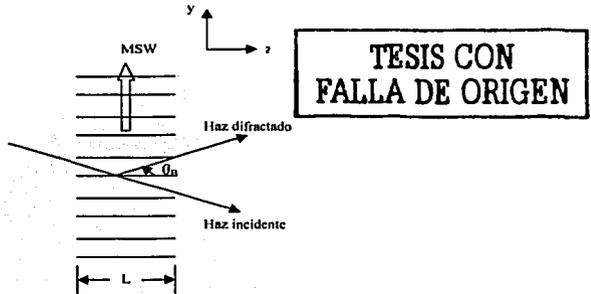


Figura 4.2-1. Interacción no colineal entre MSWs y GOWs.

Para la interacción no colineal mostrada en la Fig.(4.2-1), la longitud de interacción es L que es el ancho del haz MSW. Las amplitudes de los modos no difractado y difractado son A_1 y A_2 respectivamente son funciones z ya que esta variable mide la profundidad de penetración de la interacción. Este tipo de interacción es la más utilizada para dispositivos magneto-ópticos.

Una de las más prometedoras aplicaciones de las interacciones magneto-ópticas entre MSW y GOW propagándose en películas ferromagnéticas delgadas ópticamente transparentes y saturadas magnéticamente, son las celdas de Bragg magneto-ópticas. La configuración más utilizada es cuando se tiene interacción no colineal, se ha mostrado que este tipo de dispositivos pueden proveer grandes ventajas en comparación con las celdas de Bragg acusto-ópticas debido a las características de las MSW mencionadas en el capítulo anterior. En contraste con los dispositivos acusto-ópticos los dispositivos basados en MSW pueden tener ancho de banda de 1 [GHz] con frecuencia central desde 0.5 hasta 20 [GHz] [4].

En este capítulo se describió la interacción entre MSW y GOW, debido a los efectos dinámicos de Cotton-Mouton y Faraday, principalmente la difracción de Bragg de las ondas ópticas. En el siguiente capítulo se realizan experimentos de difracción variando parámetros de la interacción y se analizará la difracción por medio de las ecuaciones de modos acoplados.

Bibliografía del capítulo 4.

[1] O.V., Kolokoltsev., Valeri, Vountesmeri. *Enhancement of MO Diffraction by using Inclined Magnetic Bias Field*. ELSEVIER Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 225 (2001) 394-402.

[2] Chen S., Tsai. *Magnetostatic-Forward-Volume-Waves-Based Guided-Wave Magneto-Optic Bragg Cells and Applications to Communications and Signal Processing*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. 38, No. 5, May 1990.

[3] Yariv, Amnon. Yeh, Pochi. *Optical waves in crystal*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1984.

[4] Chen S., Tsai. *Magnetostatic Waves-Based Integrated Magneto-optic Bragg Cell Devices and Applications*, IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 32, No. 5, September 1996.

A.K., Zvezdin. V.A., Kotov. *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials*, ed. Institute of Physics Publishing, London, 1997.

CAPÍTULO 5. EXPERIMENTO DE DIFRACCIÓN DE BRAGG DE ONDAS ÓPTICAS GUIADAS POR ONDAS MAGNETOESTÁTICAS.

5.1 Descripción del arreglo experimental.

El esquema del arreglo experimental utilizado, se muestra en el siguiente diagrama.

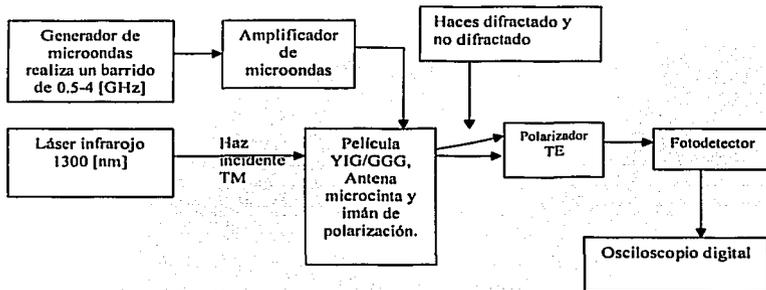


Figura 5.1-1. Esquema del arreglo experimental

Una breve descripción del experimento es la siguiente, mediante el generador de microondas se realiza un barrido de frecuencias de 0.5 [GHz] hasta 4 [GHz] en 1.2 segundos esta señal de microondas es amplificada y utilizada para excitar ondas MSW en la película por medio de la antena de microcinta. De acuerdo a lo estudiado en el subcapítulo (3.4), para las condiciones del experimento las MSW que se excitan son de volumen MSVW. El haz láser con polarización TM se introduce a la película de YIG/GGG a través de un prisma, el haz en la película se propaga en forma de una onda óptica guiada, en dirección Z, esta GOW interactúa con las MSVW que se propagan en dirección perpendicular (como se señaló en el capítulo anterior existe dispersión espacial del haz MSW por lo tanto es prácticamente imposible tener un haz de MSVW que se propague únicamente en dirección Y el haz de MSVW esta formado por ondas planas parciales que se propagan en dirección paralela y casi paralela al eje Y). Parte del haz incidente es

difractado por la rejilla de difracción producida por los efectos magnetoópticos que acompañan a las MSW en la película ferrimagnética, también se cambia la polarización de una porción del haz difractado, esta señal es detectada por un fotodetector y mostrada en un osciloscopio. A continuación se muestra el esquema de la geometría de interacción MO utilizado en los experimentos y se hace una descripción más precisa del experimento.

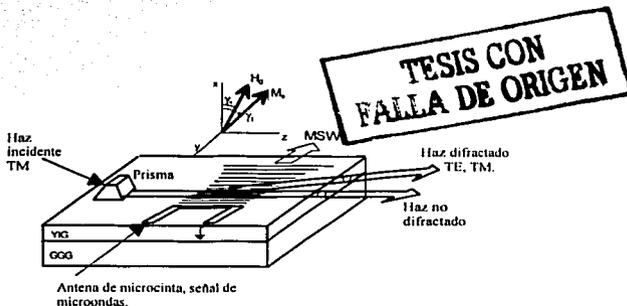


Figura 5.1-2. Esquema de interacción entre MSW y GOW.

En la Fig. 5.1-2 se aprecia el esquema de interacción utilizado, el campo magnético H_0 ubicado en el plano XZ es un campo magnético de DC mediante el cual se satura a la película, el ángulo γ_0 es entre el campo H_0 y la normal a la película (eje X). La magnetización de saturación de la película $4\pi M_s$ es paralela al campo magnético de polarización al interior de la película H_i , estos dos vectores están en el plano XZ, con ángulo de inclinación γ_i respecto al eje X.

La película mostrada en la figura anterior es una película ferrimagnética cristalina de YIG crecida sobre un sustrato de gadolinio-galio-granulado (GGG) por el método LPE (liquid phase epitaxial), YIG/GGG. El eje Z experimental es paralelo a la dirección $\langle 112 \rangle$ del cristal. La magnetización de saturación de la película es $4\pi M_s = 1750$ [Gauss]. La película tiene dimensiones de 1×1.5 [cm²] con espesor de 6 [μm], el sustrato de GGG es de 500 [μm] de espesor. Se excitan ondas MSW que se propagan en el YIG en la

dirección del eje Y por medio de una antena de microcinta (esta antena se muestra en la Fig. (3.6-1) y en la Fig. (5.1-2)).

También se representa la geometría de interacción dentro de la película, las ondas ópticas guiadas modo TM son excitadas a través de un prisma por un láser infrarrojo que opera a 1300 [nm]. Las MSVW inducen una rejilla de difracción por medio de los efectos magnetoópticos dinámicos de Faraday y Cotton-Mouton interactuando de forma no colineal con la GOW, la interacción provoca que parte de la potencia de haz óptico incidente sea difractado y cambie de polarización. Los dos haces el difractado y el no difractado son radiados por la frontera de la película la cual fue pulida con calidad óptica. Las dos señales ópticas pasan por un polarizador con polarización TE (contraria a la polarización del haz incidente) y son detectadas por un fotodetector, la señal detectada se muestra en un osciloscopio digital sincronizado con el generador de microondas.

En el capítulo 3 se mostró que para que se puedan excitar MSW se requiere que el material magnético este saturado para esto utilizamos el campo magnético externo de polarización H_0 el cual es producido por dos imanes circulares de material SaCo , con diámetro de 1.5 [in] con estos imanes se logró un campo magnético bastante uniforme en toda la película. Los imanes están montados sobre una estructura que permite rotarlos y variar el ángulo γ_0 . También podemos variar la distancia entre los imanes para cambiar la magnitud del campo magnético, entre los dos imanes existe una capa de aire y la película se colocó dentro esta capa de aire. El campo magnético de polarización externo fue medido con un sensor de efecto Hall.

La eficiencia de difracción (η) de las celdas de Bragg magnetoópticas con polarización normal a la película ($\gamma_0 = 0^\circ$) es de aproximadamente 2% para películas de YIG puras y de cerca del 20% para películas de YIG dopadas con bismuto, la ventaja de las películas de YIG es que el factor de calidad es mucho mayor, además en este trabajo se utilizó una película de YIG puro porque es la que se tiene en el laboratorio. Debido a que la eficiencia de difracción es muy baja es de suma importancia aumentarla, en el laboratorio de Fotónica de Microonda se demostró que el esquema de interacción con campo magnético de polarización inclinado puede aumentar el valor de η en comparación con los casos clásicos con polarización normal al plano de la película [1], por esta razón analizaremos la interacción de las GOW con las MSVW con campo magnético de

polarización inclinado. En la geometría de interacción mostrada en la figura anterior, el campo magnético de polarización tiene ángulo de inclinación γ_0 , por lo que la dirección del campo magnético externo no es necesariamente igual a la dirección del campo magnético interno. Para calcular el campo interno y el ángulo γ_i , debemos resolver el sistema de Ecs. (3.5-1), para este caso queda expresado como sigue:

$$H_0 \cos \gamma_0 = (4\pi M_s + H_i) \cos \gamma_i \quad (5.1-1a)$$

$$H_0 \text{sen} \lambda_0 = H_i \text{sen} \gamma_i \quad (5.1-1b)$$

donde H_i es el campo magnético de polarización interno (paralelo a M_s), H_0 es el campo magnético de polarización externo que satura a la película.

5.2 Mediciones experimentales y análisis de resultados.

La antena se excita con microondas en el intervalo de frecuencias de 0.5 a 4 [GHz] en un periodo de generación de 1.2 [s], por lo que la antena excita MSVW a diferentes frecuencias en un periodo del generador. No necesariamente el intervalo de frecuencias producidas por el generador es igual al intervalo de frecuencias de excitación de MSVW ya que el intervalo de existencia de las MSVW depende del campo magnético de polarización, de las propiedades de la antena y del ángulo. Como se mencionó en el subcapítulo 3.6 la antena utilizada sirve para excitar MSW de 0.5-2.5 [GHz] por lo tanto los experimentos se realizaron de tal forma que el intervalo de existencia de las MSW este dentro del intervalo de la antena, recordemos que el intervalo de existencia de las MSW se puede controlar con el campo magnético de polarización. Se realizaron tres experimentos.

Experimento 1

En este experimento se fijó el ángulo del campo magnético externo $\gamma_0 = 0^\circ$. Se separaron los imanes para tener un campo magnético mínimo pero suficiente para saturar la película, se analiza en el osciloscopio la componente TE del haz difractado. Después se aumento el campo magnético de polarización externo (H_0) disminuyendo la separación entre los dos imanes y se analiza en el osciloscopio la señal de luz difractada, así

sucesivamente hasta llegar a un valor máximo de campo magnético dado por la mínima separación de los imanes.

El campo externo se midió con el sensor de campo magnético por efecto Hall, conociendo el campo externo y el ángulo de inclinación se calculó el campo magnético interno mediante las Ecs. (5.1-1).

Resolviendo las ecuaciones (5.1-1) para este caso,

$$H_0 \cos(0) = (4\pi M_s + H_i) \cos \gamma_i \quad (5.2-1a)$$

$$H_0 \sin(0) = H_i \sin \gamma_i \quad (5.2-1b)$$

de la última ecuación se obtiene $\gamma_i = 0^\circ$. Con este resultado en la Ec. (5.2-1a) se tiene

$$H_0 - 4\pi M_s = H_i$$

$$H_0 - 1750 = H_i$$

La siguiente figura muestra las señales detectadas en el experimento uno.

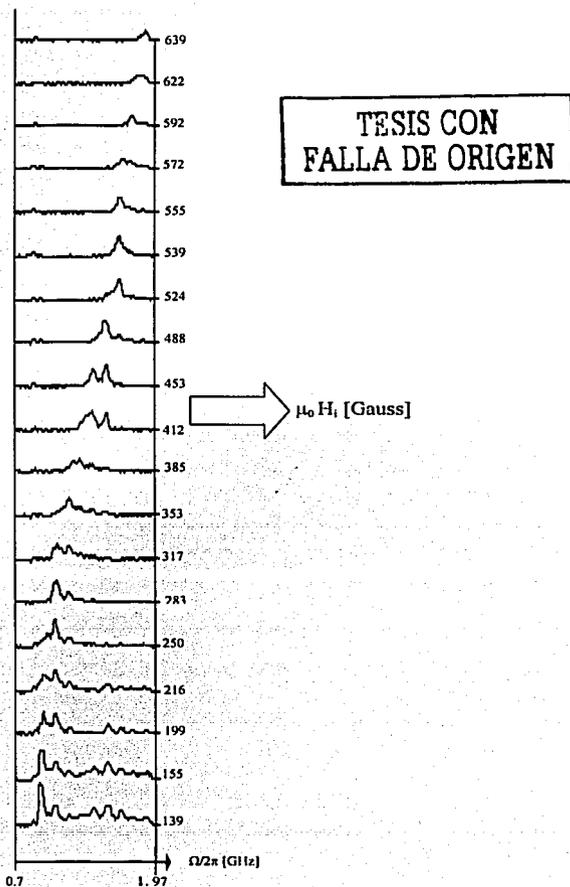
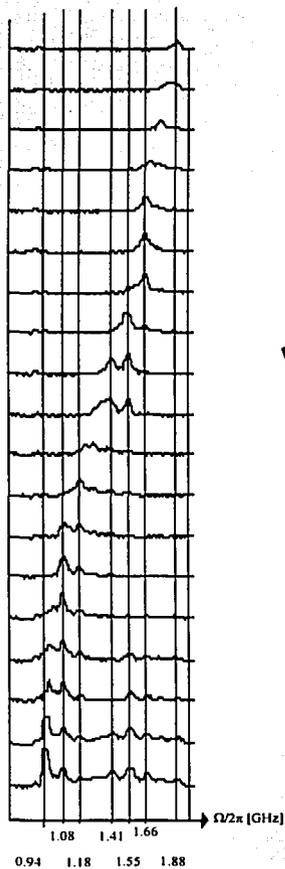


Figura 5.2-1a. Difracción para distintos valores de campo magnético de polarización con $\gamma_0=0^\circ$

Cada una de las gráficas presentadas en la Fig.(5.2-1a) es la difracción para el valor de campo magnético interno H_i indicado en el lado derecho, es interesante presentar todas las señales juntas ya que se ve claramente el comportamiento de la difracción al aumentar el campo, hay que mencionar que cada gráfica se obtuvo por separado y después fueron unidas para ser presentadas de esta forma. Podemos observar que al aumentar el campo magnético, la frecuencia de difracción va aumentando esto se debe a la propiedad de las MSW que se mencionó en capítulos anteriores (al aumentar el campo magnético la región de existencia de las MSW se desplaza a frecuencias más altas). También se observa que al aumentar la frecuencia de difracción la eficiencia de difracción disminuye ya que a frecuencias altas la antena excita MSVW de menor magnitud, esto se debe únicamente a las propiedades de la antena con una antena que tenga buena respuesta en todo el rango de trabajo esto no se apreciaría y sería lo más deseable. Hay que recordar que en las frecuencias en las que hay difracción se cumple la condición dada por la Ec.(4.1-2) y la frecuencia de haz difractado es $\omega' = \omega + \Omega$, componente de difracción de anti-Stokes. Nota: Para verificar que las MSW excitadas son ondas MSVW y no MSSW solamente hay que comprobar que el intervalo de frecuencias en el que se realizó el experimento coincide con el rango de existencia de las MSVW (capítulo (3.5)), por ejemplo para la primer gráfica el campo interno es $\mu_0 H_i = 139$ [Gauss] y la magnetización de saturación del YIG, $4\pi M_s = 1750$ [Gauss] utilizando la Ec. (3.1-9) para la frecuencia de resonancia tenemos que, $f_m = 4.9$ [GHz] y $f_0 = 389$ [MHz], $f_1 = 1.43$ [GHz], comparando el intervalo de frecuencias de la figura anterior con las frecuencias f_m , f_0 y f_1 podemos concluir que se excitan ondas MSVW cuya región de existencia se muestra en la Fig.(3.5-4).

En estas gráficas se observa algo muy interesante, existen pequeños picos de difracción en ciertas frecuencias y cuando las MSVW pasan por estos picos, la difracción tiene resonancia y aumenta mucho. Estos picos no cambian su frecuencia al variar el campo magnético por lo que no son ocasionados por las MSVW. Supondremos que son ocasionados por efectos acustoópticos, esto es muy interesante ya que la presencia de estos picos aumenta notablemente la difracción. En la siguiente figura se señalan las frecuencias en las que se tiene esta resonancia, esta figura es igual a la Fig. (5.2-1a) pero se señalan con precisión las frecuencias de resonancia.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 5.2-1b. Picos de resonancia para campo magnético de polarización con $\gamma_0=0^\circ$

En la Fig.(5.2-1b) se muestran las señales detectadas en el experimento uno, se señalan las frecuencias en las que existen pequeños picos de difracción que no se cambian de posición al variar el campo magnético y cuando las MSVW pasan por estos picos se tienen máximos de difracción. En los siguientes experimentos variaremos el ángulo γ_0 y analizaremos el comportamiento de la difracción y la interacción con estos picos de resonancia, ya que son muy interesantes porque aumentan considerablemente la eficiencia de difracción y debido a sus características podemos suponer que no son ocasionados por efectos magneto-ópticos y que son ocasionados por la interacción entre las MSW y ondas acústicas.

La siguiente figura muestra la señal detectada para un solo valor de campo de magnetización esto se hace para que se observe claramente la difracción.

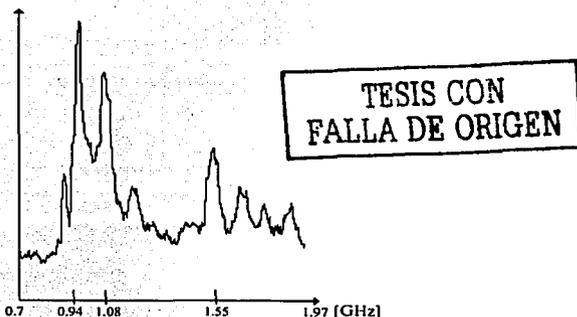


Figura 5.2-1c. Señal detectada en el experimento 1, con campo de magnetización $\mu_0 H_1 = 199$ [Gauss].

En la grafica anterior, los dos picos de difracción mayores se deben a que las MSW excitan esas dos frecuencias de resonancia. Los de menor tamaño se encuentran en las frecuencias de resonancia y para estos casos las MSW no se encuentran en estas frecuencias por lo que la difracción únicamente es ocasionada por los supuestos efectos acústicos.

Experimento 2.

Se fijó el ángulo del campo externo $\gamma_0 = 3^\circ$. Se realizó el mismo procedimiento que en el experimento anterior. Al igual que en el experimento 1, el campo externo se midió con el medidor de efecto Hall y el campo magnético interno se calculó con las Ecs. (5.1-1). La siguiente figura muestra las señales detectadas en este experimento.

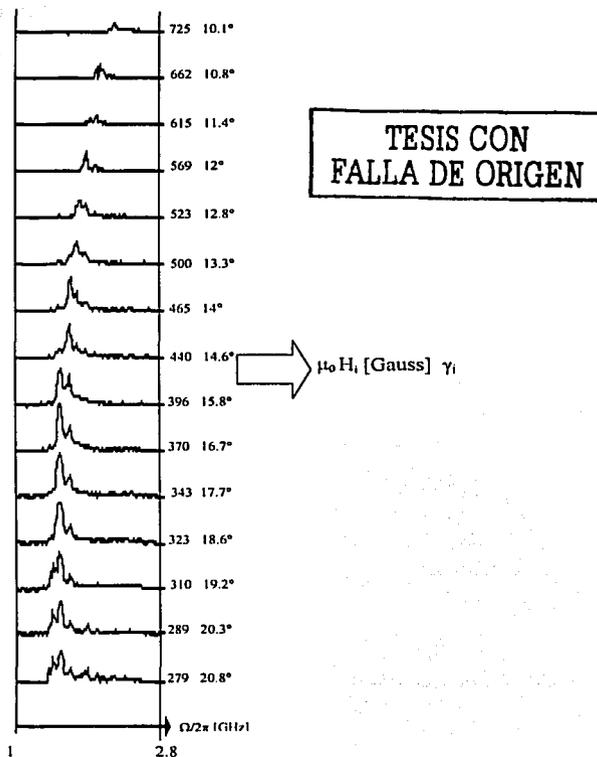
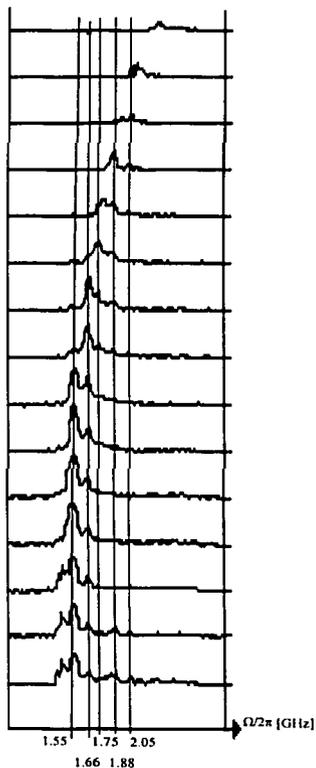


Figura 5.2-2a. Difracción para campo magnético de polarización con $\gamma_0 = 3^\circ$

En la figura anterior se muestran las señales detectadas en el experimento 2, el valor del campo magnético de polarización interno y ángulo de inclinación de éste se muestra del lado derecho de cada gráfica. Podemos observar que el ángulo del campo interno no es igual al externo y no permanece constante. Comparando esta figura con la Fig.(5.1-2a) podemos apreciar que la difracción es mayor en el experimento 2 que en el experimento 1, esto se debe a que al tener ángulo de inclinación aumentan los canales de difracción posibles principalmente y a otros efectos [1]. Para apreciar claramente que la difracción es mayor hay comparar la difracción para frecuencias iguales ya que la escala de frecuencia no es la misma en ambos experimentos.

Al igual que en el experimento 1 se observa que existen frecuencias en las cuales hay pequeños picos de difracción y que al pasar las MSVW por estas frecuencias la difracción aumenta notablemente, en la siguiente figura se señalan estas frecuencias.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 5.2-2b. Picos de resonancia para campo magnético de polarización con $\gamma_0=3^\circ$

En la Fig.(5.2-3b) se señalan las frecuencias en las que existen los pequeños picos de difracción mencionados anteriormente. Comparando estos picos con las de la Fig.(5.2-1b) se observa que tienen la misma frecuencia. Este resultado nos da más argumentos para

afirmar que estos picos no son ocasionados por efectos magnéticos. Al igual que en el experimento uno al pasar las MSVW por las frecuencias de estos picos la difracción aumenta de forma considerable. En las figuras es un poco difícil de notar que la difracción es mayor para el experimento dos, pero por ejemplo para la $\Omega/2\pi = 1.55[\text{GHZ}]$ la difracción máxima del experimento dos es el doble que en experimento uno.

Experimento 3.

En este experimento se fijó el ángulo del campo externo $\gamma_0 = 4^\circ$ y se realizó el mismo procedimiento que en los experimentos anteriores. El campo externo fue medido con el sensor de efecto Hall y el campo magnético interno se calculó con las Ecs. (5.1-1). Las señales detectadas se muestran en la figura siguiente.

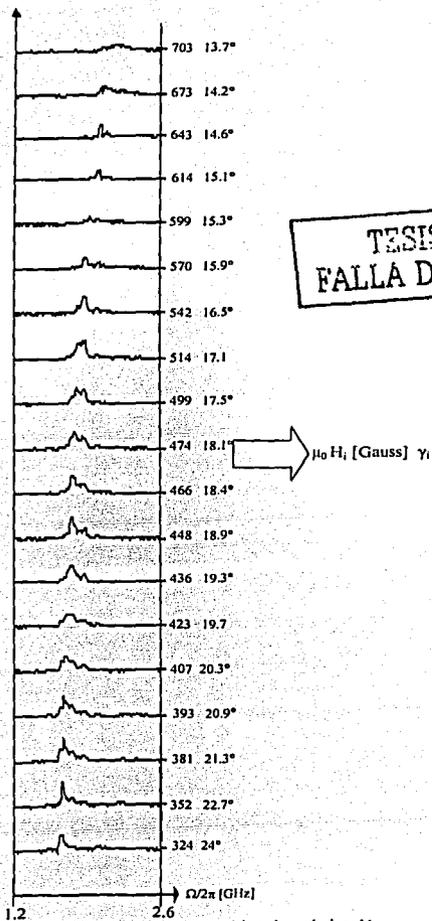
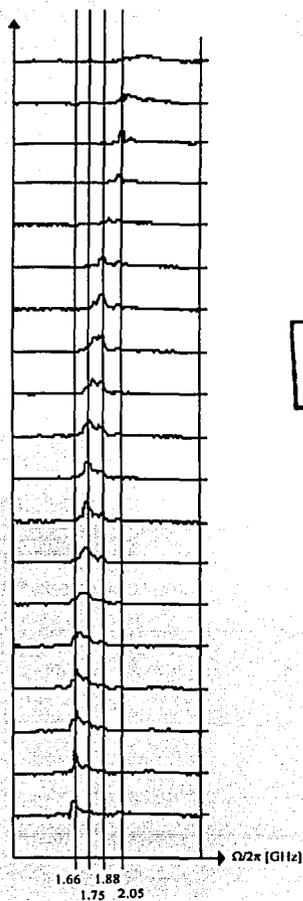


Figura 5.2-3a. Difracción para campo magnético de polarización con $\gamma_0=4^\circ$

En la figura anterior se muestran las señales detectadas en el experimento 3, el valor del campo magnético de polarización interno y el ángulo de inclinación de éste se muestra del lado derecho de cada gráfica. De igual forma que en los experimentos anteriores se observa la existencia de frecuencias de resonancia. En la siguiente figura se señalan estas frecuencias.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 5.2-3b. Picos de resonancia para campo magnético de polarización con $\gamma_0=4^\circ$

Las gráficas de la figura anterior muestran los resultados del tercer experimento y se señalan las frecuencias de resonancia. Comparando estas frecuencias con las del experimento dos nos damos cuenta de que son iguales. La difracción en este experimento para estas frecuencias es de aproximadamente 1% mayor que en el experimento anterior.

5.2.1 Discusión de resultados experimentales.

Una vez realizados los tres experimentos y analizados los resultados podemos concluir que: todas las propiedades de las MSW estudiadas en los capítulos anteriores se observan con gran claridad. Se observó una situación que llama mucho la atención, esto es que existen frecuencias que actúan como frecuencias de resonancia que al pasar las ondas magneto-estáticas por ellas se producen máximos de difracción, estas frecuencias se mantienen constantes y no depende ni de la magnitud del campo magnético ni del ángulo de inclinación. Como ya mencionamos anteriormente podemos pensar que en estas frecuencias las ondas MSVW interactúan con ondas acústicas que fueron producidas por efectos de compresión magnética. Dicho de otra forma las variaciones de campo magnético producidas por las MSVW ocasiona compresión de la red cristalina del YIG y generan ondas acústicas en el cristal. Las ondas acústicas en una película tienen curvas de dispersión discretas, en la siguiente figura se hace un boceto de estas curvas.

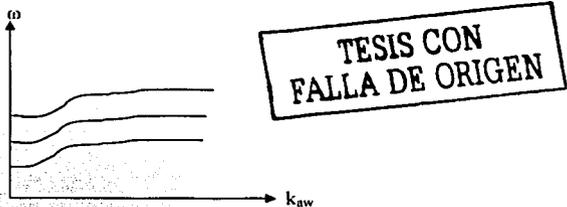
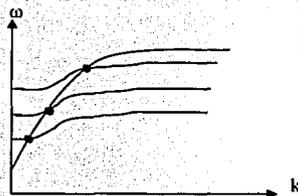


Figura 5.2-4. Curvas de dispersión de ondas acústicas en películas delgadas.

Debido a que las curvas de dispersión de las ondas acústicas son discretas las MSVW interactuarán con ellas para ciertas frecuencias y es en estas frecuencias en las que se tiene máxima difracción. Estas frecuencias son las que se señalan en las gráficas de los

experimentos. En la figura siguiente se presentan las curvas de dispersión de las MSVW y de las ondas acústicas.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 5.2-4. Intersección de las curvas de dispersión de ondas acústicas con las curvas de dispersión de las MSVW en películas delgadas.

Los puntos que se señalan en la Fig. (5.2-4) indican las frecuencias para las cuales existen picos de difracción.

Para corroborar que el aumento en la difracción para estas frecuencias es ocasionado por la excitación de ondas acústicas debido a las MSW, estimaremos la diferencia de frecuencias Δf que existe entre picos. Para esto, utilizamos parámetros conocidos de las ondas acústicas en el YIG y estos resultados teóricos los compararemos con los resultados experimentales.

En el YIG al igual que en otros cristales existen dos tipos de ondas acústicas, longitudinales y transversales. La velocidad de las ondas acústicas transversales en el YIG es de $v_{owl} = 3.57 \cdot 10^5 [cm/s]$ y de las longitudinales es $v_{owl} = 6.4 \cdot 10^5 [cm/s]$. Cuando solamente existe resonancia transversal, la onda acústica (ya sea longitudinal o transversal) tiene constante de propagación únicamente en dirección X ($k_{ow} \equiv k_{ow}^{\perp}$) Fig.(5.2.1-1) y es conocida como onda estacionaria. Para que exista resonancia se debe cumplir que la longitud de onda de la onda acústica sea $\lambda_{ow} = 2l$, donde l es el espesor de la película de YIG. Para el caso de resonancia transversal se utiliza la siguiente ecuación para calcular Δf [5].

$$\Delta f = \frac{v_{ow}}{2l} \quad (5.2-1)$$

Para ondas acústicas transversales tenemos

$$\Delta f_i = \frac{3.57 \cdot 10^3 [cm/s]}{26 [\mu m]} = 297.5 [MHz] \quad (5.2-2a)$$

Para ondas acústicas longitudinales tenemos

$$\Delta f_i = \frac{6.4 \cdot 10^3 [cm/s]}{26 [\mu m]} = 533.3 [MHz] \quad (5.2-2b)$$

Observando las gráficas del subcapítulo anterior podemos ver que el Δf experimental entre dos picos de resonancia es de 100 hasta 200 [MHz], no es exactamente igual a la estimación teórica de Δf (5.2-2 a,b), pero es más aproximado al Δf_i (5.2-2a). En consecuencia podemos afirmar que es más probable que hayamos excitado ondas acústicas transversales.

La diferencia que existe entre el valor teórico de Δf_i y los experimentales, se puede explicar ya que la fórmula dada en la Ec.(5.2-1) es únicamente para el caso en que existe resonancia transversal. Pero las ondas acústicas que excitamos no son ondas estacionarias por lo que tienen constante de propagación $k_{aw} = k_{aw}^x \hat{x} + k_{aw}^y \hat{y}$. Lo que ocasiona que la velocidad de propagación sea menor en comparación con las ondas acústicas que solamente tiene constante de propagación en dirección normal a la película. Esta disminución en la velocidad de propagación se debe a lo siguiente: al tener una onda acústica que no es estacionaria sino que su constante de propagación tiene componente X y Y Fig.(5.2.1-1) la constante de propagación (k_{aw}) es mayor que para el caso estacionario, por lo que la longitud de onda es menor y esto ocasiona que la velocidad también sea menor.

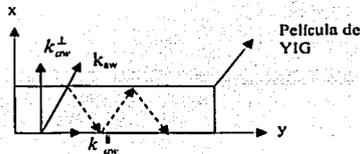


Figura 5.2.1-1. Constantes de propagación de las ondas acústicas

Como conclusión a esta discusión podemos suponer que: la diferencia entre la Δf_i teórica y la Δf experimental se debe a que las ondas acústicas que excitamos son ondas acústicas que tienen constante de propagación con componente longitudinal.

Estos resultados experimentales son de gran importancia ya que es la primera vez que se detecta la interacción de ondas MSW con ondas acústicas por medio de la técnica de prueba de MSW por GOW. Desde un punto de vista de aplicaciones esta interacción es relevante, ya que aumenta la eficiencia de difracción.

Es importante mencionar que durante los experimentos realizados en esta tesis se detectó difracción del haz láser en el sustrato de la película, esto sucedió cuando el haz se introdujo al GGG por medio de la frontera. Esta difracción de la luz en el GGG no pudo haber sido ocasionada por ondas MSW ya que este material es diamagnético, por lo tanto la difracción se fue ocasionada por ondas acústicas que se transmitieron del YIG al GGG. Esta situación nos da más argumentos para afirmar que los picos de difracción en el YIG observados en los experimentos, fueron ocasionados por la excitación de ondas acústicas por medio de MSW. La difracción en el sustrato es muy interesante ya que el GGG es un material con muy pocas pérdidas, pero no fue posible introducir estos resultados en este trabajo ya que surgieron problemas en el arreglo experimental que no permitieron grabar las señales detectadas.

5.3 Análisis teórico de resultados

Primero haremos un análisis cualitativo de la interacción, cuando el campo magnético tiene ángulo de inclinación la componente M_z induce efecto Faraday estático y produce acoplamiento entre la onda óptica incidente modo TM_0 y el modo TE_0 (como se mencionó en el capítulo 2 el efecto Faraday produce cambio en la polarización), en este caso se tienen dos modos no difractados (este acoplamiento se describe mediante las ecuaciones de modos acoplados, caso estático). Después las MSW interactúan de forma no colineal con la GOW no difractada, provocando difracción del haz GOW (el acoplamiento entre los modos no difractados y los modos difractados se describe mediante las ecuaciones de modos acoplados, caso dinámico). Entonces cuando el campo de polarización es inclinado existen dos modos no difractados y cuando el campo de polarización es perpendicular a la película solamente se tiene efecto Cotton-Mouton

estático y el modo TE_0 no difractado prácticamente no existe. Con esto se entiende porque hay más difracción cuando el campo de polarización es inclinado ya que al existir dos modos no difractados, más ondas planas parciales del haz MSVW participan en la interacción (algunas componentes del haz MSVW cumplen la condición de difracción Ec.(4.1-2) con en modo TM_0 y otras con el modo TE_0), este no es el único mecanismo que relaciona un aumento en la difracción con el ángulo pero es el más importante. En el siguiente diagrama se presentan los canales de difracción [1].

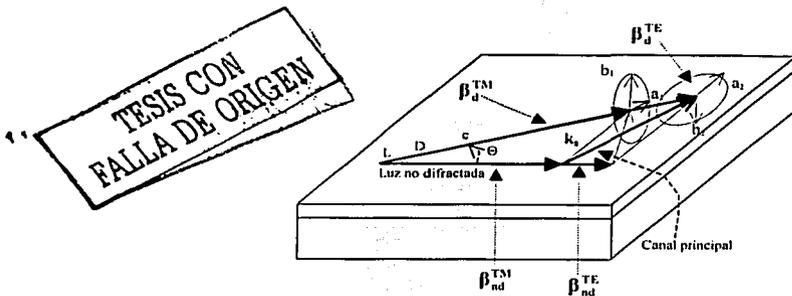


Figura 5.3-1. Canales de difracción de las GOW, por las MSVW.

En la figura anterior se presenta un solo modo de difracción el modo $+1$ o componente de anti-Stokes ya que el modo de difracción -1 o Stokes es muy pequeño para esta configuración. Las GOW difractadas tienen polarización elíptica en un caso la polarización es cuasiTE y en el otro es cuasiTM, como se aprecia en la figura. El vector β_{nd}^{TM} es la constante de propagación del haz óptico incidente modo TM_0 , cuando el ángulo de inclinación del campo magnético de polarización γ_0 es diferente de cero hay efecto Faraday estático lo que produce acoplamiento entre el haz incidente modo TM_0 con el modo TE_0 con constante de propagación β_{nd}^{TE} , en la figura se aprecia que $\beta_{nd}^{TE} > \beta_{nd}^{TM}$, esto se obtuvo de la Fig. (1.2).

Los canales de difracción presentados en la figura anterior son las componentes espaciales del haz MSVW (con constante de propagación k_x) que producen difracción de las GOW. El canal principal de difracción es mediante el cual se tiene acoplamiento entre el

haz incidente y el difractado con constante de propagación β_d^{TE} , este es el canal más importante y cuando $\gamma_0 = 0^\circ$ es el único.

Una vez hecho este análisis cualitativo de la interacción es más fácil entender las ecuaciones mediante las cuales se representa la interacción. La magnetización de las MSVW esta dadas por:

$$m_y = m_y \cos(\Omega t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \hat{y}$$

$$m_z = m_z \sin(\Omega t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \hat{z}$$

donde las amplitudes m_y y m_z dependen de la característica de emisión de la antena, por lo tanto dependen de la frecuencia.

Ahora consideraremos el problema de difracción, el análisis teórico del problema se puede realizar con la teoría de modos acoplados Ec.(1.4-6) y Ec.(1.4-15). El campo óptico en la película esta formado por dos GOW difractadas y dos no difractadas. Como se señaló anteriormente la eficiencia de difracción es pequeña por lo que los modos no difractados varían muy poco su amplitud. Un procedimiento estándar de la teoría de modos acoplados da el siguiente sistema de ecuaciones, para pequeñas variaciones de las amplitudes de los modos no difractados,

$$\frac{d}{dz} a_0 = b_0 G e^{j\Delta_0 z}$$

$$\frac{d}{dz} b_0 = -a_0 G e^{-j\Delta_0 z}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + (v_g^{TE})^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \right) a^{\pm} = G b^{\pm} e^{j\delta_{11} z} + g^{\mp} b_0 e^{-j\delta_{10} z \pm j\Omega t}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + (v_g^{TM})^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \right) b^{\pm} = -G a^{\pm} e^{-j\delta_{11} z} - g^{\pm} a_0 e^{-j\delta_{20} z \pm j\Omega t}$$

donde a_0, a^{\pm} , son las amplitudes de las GOW modos TE_0 no difractado y difractado respectivamente y b_0, b^{\pm} , son las amplitudes de las GOW modos TM_0 no difractado y difractado; los superíndices "+" y "-" denotan la difracción de anti-Stokes y la de Stokes respectivamente, $\Delta_0 = \beta_{nd}^{TE} - \beta_d^{TM}$, $\delta_{11} = (\beta_d^{TE} - \beta_d^{TM}) \cos \Theta$, $\delta_{20} = \beta_d^{TM} \cos \Theta - \beta_{nd}^{TE} \pm k_{sz}$ y $\delta_{10} = \beta_d^{TE} \cos \Theta - \beta_{nd}^{TM} \pm k_{sz}$ son las condiciones de acoplamiento (Ec.(4.1-2)), k_{sz} es la componente longitudinal del vector de onda las MSVW, Θ es el ángulo de difracción y

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$v_R^{TM} \approx v_R^{TM} = v$ son las la velocidades de grupo de las GOW; $\beta_0^{TE, TM}, \beta_d^{TE, TM}$ son las constantes de propagación de las GOW no difractadas y difractadas.

$$G = \frac{1}{2n_e} k_0 f_F M_s \cos \gamma_i$$

G es el coeficiente que describe el intercambio de energía entre las GOW ocasionado por efecto Faraday estático, f_F es el coeficiente magneto-óptico de Faraday (en el tensor de la Ec.(2.2-5b) se le llamo α).

$$g^\pm = \frac{1}{4n_e} k_0 m_0 (f_F \cos \gamma_i \pm f_{cf} M_s) + \eta_{\pm 11}$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

g^\pm son los coeficientes de acoplamiento dinámico, proporcionales a componente de magnetización dinámica debido a las MSVW y a los efectos MO de Faraday y Cotton-Mouton. En el tensor dado por la Ec.(2.2-5b) los coeficientes MO de Cotton-Mouton fueron designados con la letra β , pero en este capítulo son designados con la letra f . Entonces tomando en cuenta la orientación de la película mostrada en la Fig.(5.1-2) se puede obtener el valor efectivo de la interacción MO de Cotton-Mouton f_{cf} y se obtiene mediante la siguiente transformación $\Delta \varepsilon(f_{mn}) = \alpha_{mk} \alpha_{nl} \Delta \varepsilon(f_{kl})$ (Ec.(2.2-6)) donde $\Delta \varepsilon(f_{kl})$ es el tensor de la Ec.(2.2-5b) y f_{kl} están dados para los ejes del cristal, α_n son las componentes de la matriz de rotación tanto de los ejes cristalinos como de M, con lo anterior, f_{cf} para la geometría de interacción utilizada se puede escribir como:

$$f_{cf} = (2f_{44} + \frac{1}{3} \Delta f) \cos \gamma_i + \frac{\sqrt{2}}{3} \Delta f \sin \gamma_i$$

donde $\Delta f \equiv f_{11} - f_{12} - 2f_{44}$; f_{11}, f_{12}, f_{44} son los coeficiente MO de Cotton-Mouton, el coeficiente f_{44} aumenta al aumentar el ángulo γ_i , esta es una de las causas que provocan aumento de la difracción cuando hay campo magnético de polarización inclinado [1] [4].

La función $\eta_{\pm 11}$ describe la interacción entre las ondas acústicas y las MSW, mediante esta función se obtienen los picos de difracción observados en los experimentos para las frecuencias de resonancia. Hay que recordar que para estas frecuencias las ondas

acústicas excitada por efectos magneto-elásticos interactúan con las MSW ocasionando un aumento en la difracción.

A continuación se presenta la solución al sistema de ecuaciones de modos acoplados,

$$a_0 = -\frac{G^*}{\lambda} \sin(\lambda z) e^{+j\frac{\Delta_0}{2}z} \quad (5.3-1)$$

$$b_0 = \left\{ \cos(\lambda z) - j\frac{\Delta_0}{2\lambda} \sin(\lambda z) \right\} e^{-j\frac{\Delta_0}{2}z} \quad (5.3-2)$$

$$a^*(\kappa_{\pm z}) = -j\frac{z}{4} \left(A S_1 e^{j\delta_1 z} - B S_2 e^{j\delta_2 z} - A S_3 e^{j\delta_3 z} + B S_4 e^{j\delta_4 z} + 4g^* \sin c(\lambda z) \right) e^{j(\alpha + \frac{\Delta_0}{2}z)} \quad (5.3-3)$$

$$b^*(\kappa_{\pm z}) = -\text{sign}(\gamma) \frac{z}{4} \left(\left(1 - \frac{\Delta_0}{2\lambda}\right) B \{ S_1 e^{j\delta_1 z} - S_2 e^{j\delta_2 z} \} + \left(1 + \frac{\Delta_0}{2\lambda}\right) A \{ S_3 e^{j\delta_3 z} - S_4 e^{j\delta_4 z} \} \right) e^{j(\alpha - \frac{\Delta_0}{2}z)} \quad (5.3-4)$$

donde

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Delta_0}{4} + GG^*}$$

$$S_n = \frac{\sin(\delta_n z)}{\delta_n z}, \quad n = 1, 2, 3, 4.$$

$$B = \frac{|G_1|^2}{\lambda^2} (g^+ + g^-) - g^* \frac{\delta_{20} + \Delta_0}{\lambda} \left(1 + \frac{\Delta_0}{2\lambda}\right)$$

$$A = \frac{|G_1|^2}{\lambda^2} (g^+ + g^-) + g^* \frac{\delta_{20} + \Delta_0}{\lambda} \left(1 - \frac{\Delta_0}{2\lambda}\right)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{aligned}\delta_1 &= 0.5(\delta_{20} + \Delta_0) \\ \delta_2 &= 0.5(\delta_{20} + \Delta_0) - \lambda \\ \delta_3 &= 0.5(\delta_{20} + \Delta_0) + \lambda \\ \delta_4 &= 0.5(\delta_{20} + \Delta_0)\end{aligned}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(5.3-5)

Como se aprecia en las Ecs. (5.3-3,4) las soluciones incluyen los términos S_{1-4} , los cuales se maximizan mediante la condición de fase apropiada dadas por las Ecs.(5.3-5). Esto significa que en las soluciones están descritos los cuatro canales de difracción, mostrados en la Fig.(5.3-1). Con lo anterior queda resuelto el problema de difracción el único término que no conocemos es la función de interacción entre MSW y las ondas acústicas (η_{AW}), la cual provoca un gran aumento en la eficiencia de difracción para las frecuencias de resonancia. Determinar completamente las propiedades de esta función es muy importante y será un trabajo de continuación de esta tesis.

Como conclusiones de este capítulo podemos mencionar que se observaron experimentalmente las propiedades de las MSW mediante la técnica de prueba de MSW por GOW, de igual forma se analizó la difracción de las GOW cuando interactúan no colinealmente con a las MSW, se mostró que al aumentar el ángulo de inclinación del campo magnético de polarización se aumenta la eficiencia de difracción esto se debe a 3 efectos principalmente el primero y el que más contribuye es que se aumentan los canales de difracción, el segundo se debe a un incremento en la contribución del efecto Cotton-Mouton en especial del elemento (f_{44}) y el tercero no se había mencionado anteriormente pero cuando existe campo inclinado la eficiencia de excitación de MSW por medio de la antena aumenta [1].

Se observó un aumento en la difracción para ciertas frecuencias de resonancia, este incremento es producido por efectos magneto-elásticos que generan ondas acústicas en el YIG y a su vez estas ondas interactúan con las ondas magneto-estáticas produciendo el incremento en la difracción para las frecuencias de resonancia.

Bibliografía del capítulo 5.

- [1] O.V., Kolokoltsev., Valeri, Vountesmeri. *Enhancement of MO Diffraction by using Inclined Magnetic Bias Field.*
- [2] Chen S., Tsai. *Magnetostatic-Forward-Volume-Waves-Based Guided-Wave Magneto-Optic Bragg Cells and Applications to Communications and Signal Processing*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. 38, No. 5, May 1990.
- [3] A.A. Solomko, Yu. A. Gaidai, O.V. Kolokoltsev. *Mode conversion in films of gyrotropic electrooptic crystals.* Sov. Phys. Tech. Phys. 36(8), Aug. 1991
- [4] WU., Bao-jian. LIU Gong-giang. *Noncollinear interaction of GOW and magnetostatic forward volume waves under inclined bias magnetic field.* Chinese Phys. Lett., Vol. 16, No.4, 1999, p.p. 288.
- [5] A.G. Temiryazev, M.P.Tikhomirova. *Interaction of exchange spin waves with transversal and longitudinal hypersound in ferrite films with magnetic inhomogeneity.* Institute of Radioengineering and electronics, Russian academy of Sciences. Moscow
- Chen S., Tsai et al. *Noncolinear coplanar Magneto-Optic interaction of guided optical wave and magnetostatic surface waves in yttrium iron garnet-gadolinium gallium garnet waveguid.* Applied Physics Letters. Vol. 47, No. 7, October 1985.
- Chen S., Tsai. *Magnetostatic Waves-Based Integrated Magneto optic Bragg Cell Devices and Applications*, IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 32, No. 5, September 1996.

CONCLUSIONES

Se describieron teóricamente las propiedades fundamentales de las ondas magneto-estáticas, desde un punto de vista para aplicaciones en sistemas de comunicaciones. Estas propiedades fundamentales son:

- Tienen longitud de onda muy pequeña, alrededor de 3 a 5 órdenes de magnitud menor que las ondas electromagnéticas para cualquier frecuencia de microondas.
- Facilidad de sintonización ya que al cambiar la magnitud del campo magnético, se consigue desplazar las curvas de dispersión de las ondas magneto-estáticas.
- Las ondas magneto-estáticas se excitan mediante antenas de microcinta lo que proporciona compatibilidad con la tecnología de fabricación de circuitos de microondas y óptica integrada.

Posteriormente se comprobaron experimentalmente las propiedades de las ondas magneto-estáticas mediante la técnica de prueba de MSW por ondas ópticas guiadas.

En los experimentos se consiguió optimizar la eficiencia de difracción de las GOW producida por las MSW, la interacción que se utilizó fue coplanar y no colineal, con campo de polarización normal e inclinado. Se corrobora experimentalmente que cuando existe polarización inclinada la eficiencia de difracción aumenta en comparación al método clásico con campo normal. Podemos concluir que existen varios efectos que provocan este incremento en la difracción uno de ellos es que los coeficientes magneto-ópticos de Cotton-Mouton aumentan, al igual que la eficiencia de excitación de las MSW por medio de la antena y la más importante es que se producen más canales de difracción por lo que un mayor número de ondas planas parciales del haz MSW participan en la interacción. El aumento en la eficiencia de difracción es de suma importancia para la fabricación de dispositivos basados en MSW y los resultados obtenidos demuestran la conveniencia de utilizar polarización inclinada.

Se demostró experimentalmente que para el intervalo de frecuencias de 1 a 2.5 [GHz], por medio de algún efecto magneto-elástico las MSW generan ondas acústicas en

las películas de YIG/GGG y estas ondas acústicas interactúan con las MSW en frecuencias de resonancia, produciendo un aumento muy notable en la difracción de las GOW, para estas frecuencias. Este fenómeno tiene muchas aplicaciones para el desarrollo de diversos dispositivos como podría ser un modulador magneto-óptico, filtros, etc. Al parecer este trabajo es el primero en el que se detecta esta interacción por medio de esta técnica de prueba.