

01130
3



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS Y OPTIMIZACION DE UN MODULADOR
ELECTRO - OPTICO ULTRA - RAPIDO POR MEDIO DE UN
ALGORITMO GENETICO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A :

RODRIGO JAMEZCUA CORREA

ASESOR: DR. OLEG KOLOKOLTSEV



CD. UNIVERSITARIA, D. F.

ABRIL 2003

A



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México que me formó integralmente dándome conocimientos teóricos y para la vida.

A la Facultad de Ingeniería y a mis maestros que pudieron transformar mis ilusiones de adolescente en nuevas metas y proyectos. En especial quiere agradecer al Ing. Enrique Arenas y al Dr. Juan Hernández.

Agradezco a Oleg por el interés que siempre mostró en mi formación como ingeniero, por su amistad y todos los conocimientos que me ha transmitido en tantas horas de charla.

A todos mis amigos, en especial a: Julián, Andrés, Joaquín, Liber, Lencho, José Luis, Olmo, Jaime y Luis con los que he compartido momentos muy importantes de mi vida.

A mis padres Patricia y Miguel, por el cariño, confianza y amistad que siempre me han dado. Gracias por todo.

A mi hermano Mariano por haber sido tan diferente de mí.

A mi hermano Adrián a quien conocí antes de nacer.

Agradezco a Ana la mujer a quien amo. Siendo mi amiga y compañera me enseñó a ver el mundo en otra forma.

*Criar un animal al que sea lícito hacer promesas-
¿no es precisamente esta misma paradójica tarea
la que la naturaleza se ha propuesto con respecto al hombre?
¿No es éste el autentico problema del hombre?...*

Nietzsche.



Introducción	3
Objetivos principales	7
1. Óptica paramétrica para comunicaciones ópticas.	
1.1 Principio de óptica paramétrica.....	8
1.2 Ondas Ópticas Guiadas (GOW's).....	10
1.2.1 Modos TE (transversal eléctrico).....	14
1.2.2 Modos TM (transversal magnético).....	17
1.3 Teoría lineal de perturbaciones pequeñas.....	20
1.3.1 Ortogonalidad entre modos.....	20
1.4 Teoría de modos acoplados.....	25
1.4.1 Perturbaciones estáticas.....	25
1.4.2 Perturbaciones pequeñas dependientes del tiempo.....	29
2. Electro óptica.	
2.1 Propagación de luz en medios anisotrópicos.....	34
2.1.1 Clasificación de los medios anisotropicos.....	36
2.2 Principios de Electro-Óptica.....	39
2.3 Efecto Electro-Óptico lineal (Efecto Pockels).....	42
2.3.1 Efecto EO de Pockels en LiNbO_3	44
2.4 Interacción paramétrica entre microondas y GOW's.....	47
3. Moduladores electro-ópticos de LiNbO_3.	
3.1 Principios básicos de los moduladores EO de óptica integrada en LiNbO_3	56
3.1.1 Moduladores de fase en LiNbO_3	56
3.1.2 Moduladores EO amplitud.....	58
3.2 Moduladores EO Ti:LiNbO_3 de gran ancho de banda.....	61
3.2.1 Moduladores con acoplamiento real de velocidades.....	63
3.2.2 Moduladores con tecnología de cuasi acoplamiento de velocidades (QPM).....	65

2

4. Método de optimización utilizado.	
4.1 Computación evolutiva y optimización.....	72
4.2 Planteamiento del problema y método de optimización utilizado.....	74
4.2.1 Construcción de la función objetivo.....	76
4.2.2 Proceso de optimización.....	77
5. Resultados y análisis de resultados.	
5.1 Resultados de la optimización y discusión de los resultados.....	83
5.1.1 Estructuras "A" y "B".....	84
5.1.2 Estructuras "C", "D" y "E".....	86
5.1.3 Respuesta temporal del modulador	90
Conclusiones	95
Apéndice	
Manuscrito del artículo publicado.....	96

Nota: En este trabajo se utiliza la palabra *optimización*. Sin embargo este término no existe en el español la palabra correcta es *optimación*.

Introducción

La idea principal detrás de la óptica integrada es transmitir luz a través de guías de onda y no a través del espacio libre. El término de *óptica integrada* se introdujo en 1969 cuando Miller presentó el concepto de circuitos ópticos integrados que consiste en varios dispositivos ópticos que se pueden integrar en un solo sustrato. Algunos conceptos teóricos relacionados con guías de onda, como el funcionamiento de acopladores direccionales, contra direccionales y otros dispositivos se obtuvieron de la teoría de microondas que se había establecido 15 años antes.

La mayoría de las actividades realizadas en los primeros años de la óptica integrada (en la década de los setentas y a principios de los ochentas) se enfocaban en construir dispositivos que fueran compatibles con las tecnologías de óptica integrada. Por ejemplo en 1972 se demostró el laser de realimentación distribuida (DFL). También se demostraron por primera vez filtros acusto-ópticos, moduladores EO y una gran cantidad de dispositivos pasivos como son rejillas de Bragg, rejillas de transmisión, divisores de haz.

En paralelo con estos desarrollos, las bases teóricas de la óptica integrada se establecieron con éxito. Un evento muy importante en este campo fue la aplicación del método de propagación de rayos (BPM) a problemas de óptica integrada por Fleit y Fleck en 1978.

El periodo siguiente se caracterizó por la estabilización de la tecnología, un incremento en la fabricación de dispositivos y se pudieron hacer predicciones más exactas del comportamiento de los dispositivos. Se desarrollaron dispositivos de óptica integrada más sofisticados que requerían de un tamaño del chip más grande y un mayor número de pasos en su fabricación. Ejemplos de dispositivos realizados en este periodo son:

- Receptor DWDM
- Transmisor DWDM
- Receptor coherente
- Laser con modulación directa
- Filtro sintonizable de 128 canales

Las investigaciones acerca de moduladores electro-ópticos (EO) de volumen iniciaron poco después de la invención del laser en 1960. Estos trabajos fueron motivados con el deseo de explotar el enorme ancho de banda potencial de las frecuencias ópticas. Los moduladores EO de amplitud y de fase permiten a uno controlar la amplitud, la fase y el estado de polarización de un haz de luz mediante una señal eléctrica. Con la rápida reducción de las pérdidas de las fibras ópticas a principios de la década de los setentas, las investigaciones acerca de moduladores de luz recibieron un nuevo estímulo y una nueva dirección. Se empezaron a investigar moduladores de óptica integrada, en un principio por su compatibilidad con fibras ópticas, por que el voltaje de control de los moduladores integrados es mucho menor que el de los de volumen y por que operan a frecuencias mayores que los moduladores de volumen.

En años recientes se ha dado un gran crecimiento en la velocidad de procesamiento de datos lo cual ha estimulado el desarrollo de instrumentos ópticos de banda ancha, en especial de moduladores electro-ópticos (EOM), ya que se puede tener una respuesta óptica de más de 100 GHz. Estos elementos tienen un gran número de campos de aplicación como son: espectroscopia óptica de picosegundos, procesamiento óptico de señales y comunicaciones por fibra óptica. Es bien conocido que el ancho de banda de un EOM se encuentra restringido principalmente por el desacoplamiento de velocidad entre las ondas ópticas y las microondas (campo de modulación), esto ocurre en cualquier material electro-óptico. Este problema es muy serio en moduladores ópticos integrados con electrodos de onda viajera (TW-EOM) implementados sobre sustratos ferroeléctricos como lo es el LiNbO_3 (niobato de litio). Este tipo de moduladores poseen ciertas ventajas ya que tienen coeficientes electro-ópticos altos, se cuenta con una tecnología de fabricación bien desarrollada y tienen buena estabilidad tanto térmica como óptica. Por otro lado poseen una constante dieléctrica muy grande para bajas frecuencias (microondas) provocando un importante desacoplamiento de velocidades, con lo que se restringe el ancho de banda de estos moduladores a unos cuantos GHz. Se han utilizado muchas aproximaciones para solucionar el problema. Un grupo de estos métodos busca la minimización directa del desacoplamiento de velocidades; existen dos caminos para esto: el primero incrementa la velocidad de fase de las microondas y el segundo disminuye la velocidad de la onda óptica guiada. Se ha comprobado que estos métodos son muy eficientes, sin embargo su

construcción requiere de un número muy preciso de procedimientos técnicos. Un segundo grupo de métodos no busca el acoplamiento real de velocidades se dice que es un acoplamiento artificial de velocidades.

En este trabajo consideramos la aproximación del acoplamiento artificial de velocidades relacionada con los métodos de cuasi-acoplamiento de velocidades (quasi phase match QPM), los cuales han sido realizados: primero utilizando electrodos de fase alternada y más recientemente mediante la inversión de dominios de materiales ferro eléctricos en comparación con los casos anteriores, los métodos QPM son basados en la tecnología planar de fabricación de circuitos y permiten optimizar la respuesta del EOM, en principio para cualquier banda de microondas deseada, simplemente encontrando el código espacial de los segmentos con fase invertida. En este trabajo presentamos 5 códigos espaciales que pueden proveer aplicaciones para pulsos ultracortos de los moduladores EO con estructura QPM. Estas estructuras se obtuvieron mediante una versión de algoritmo genético desarrollada en el laboratorio donde realicé este trabajo de tesis, la cual es simple pero muy eficiente. Esta versión esta orientada a obtener tanto una respuesta en amplitud plana y una respuesta lineal en fase, condiciones necesarias para un régimen de operación de los moduladores EO que produzca poca distorsión de pulsos cortos.

En el presente trabajo se presentan diferentes códigos espaciales no periódicos de los segmentos de inversión de fase de la guía coplanar (coplanar waveguide CPW), utilizados bajo la técnica de cuasi acoplamiento de velocidades (QPM) para aumentar el ancho de banda de un modulador EO de LiNbO_3 con corte-z. La característica principal de estos códigos es que proveen moduladores EO con una respuesta en frecuencia plana en amplitud y lineal en fase dentro de intervalos de frecuencia de: dc a 25, 40, 50 y 90 GHz, los cuales son rangos de frecuencia importantes para sistemas fibra-radio/ópticos. Las estructuras descritas en este trabajo fueron optimizadas tomando en cuenta las pérdidas de los electrodos CPW y bajo la condición de acoplamiento con fuentes de 50Ω .

Bibliografía de la introducción.

Bahaa, Saleh. Teich. *Fundamentals of photonics*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1991.

Einarsson, Goran. *Principles of lightwave communications*, ed. John Wiley & Sons, Suecia, 1996.

Marz, Reinhard. *Integrated optics: desing and modeling*, ed. Artech House Publishers, USA, 1994.

Martellucci, Chester, y Bertolotti. *Advances in integrated optics*, ed. Plenum Press, Italia, 1994.

Objetivos principales.

Diseñar moduladores EO basados en la técnica QPM que se puedan fabricar utilizando la tecnología planar de fabricación de circuitos y optimizarlos mediante un algoritmo genético de tal forma que provean una respuesta en frecuencia plana en amplitud y lineal en fase, condiciones necesarias para un régimen de operación de los moduladores que produzca poca distorsión de pulsos dentro de un intervalo de frecuencias Δf dado, en particular para Δf de 0 a 100 GHz.

Analizar el funcionamiento de un modulador electro óptico de LiNbO_3 de onda viajera con estructura de cuasi acoplamiento de velocidades QPM.

77

**Capítulo 1.
Óptica
paramétrica
para
comunicaciones
ópticas.**

Capítulo 1. Óptica paramétrica para comunicaciones ópticas

1.1 Principios de óptica paramétrica

El concepto básico de una guía de onda óptica es muy simple. Un medio que tiene un índice de refracción n , envuelto por otro medio de un índice de refracción menor, actúa como una estructura transmisora de luz, dentro de la cual los rayos de luz se mantienen confinados debido a la reflexión total interna en las interfases y la condición de resonancia transversal (una onda parcial que se refleja dos veces se debe de reproducir a sí misma).

Por medio de una guía de onda óptica se puede tener un flujo de energía óptica a lo largo del eje de la guía sin que exista radiación de energía en dirección perpendicular. También se puede decir que una guía de onda óptica es una estructura en la cual la dirección de propagación de la energía óptica es diferente a la dirección del vector de Poynting de las ondas ópticas parciales, que sumadas forman la onda óptica total.

Las ondas ópticas que pueden ser transmitidas dentro de una guía de onda se llaman modos de propagación; estas son ondas que mantienen su misma distribución transversal del campo y su misma polarización a lo largo del eje de la guía. Si la propagación se da en un medio homogéneo, isotrópico y sin pérdidas, los modos de propagación no interactúan entre ellos, es decir, no existe intercambio de energía de un modo a otro. Pero si se presentan pequeños cambios (perturbaciones) en el medio por el cual se propaga, el flujo de potencia de un modo puede ser afectado. Los casos anteriores son descritos por medio de la teoría de modos acoplados, la cual se utiliza para analizar muchos dispositivos como son: moduladores electro-ópticos, filtros, láseres DFB, acopladores direccionales, aisladores, rejillas de difracción, etc.

Las perturbaciones que afectan al medio pueden producir diferentes tipos de interacciones como se muestra en la siguiente tabla.

Caso Estático	Caso Dinámico	
	La perturbación depende del tiempo y de la posición.	
	Interacciones Paramétricas	Solitones
La perturbación del medio solamente depende de la posición y no depende del tiempo.	Cuando interactúa una onda óptica de frecuencia ω , con una onda de diferente frecuencia Ω .	Cuando una onda óptica interactúa con ella misma o con otra onda óptica de una frecuencia casi igual a la suya.
Ej: <i>Acopladores direccionales.</i> <i>DFB láseres.</i> <i>Filtros.</i> <i>Rejillas de difracción.</i>	$\frac{\Omega}{\omega} \ll 1$ Interacción entre una onda óptica y una señal de microondas. Ej: <i>Moduladores EO.</i> <i>Celdas de Bragg MO, AO.</i>	$\frac{\Omega}{\omega} < 1$ Interacción entre dos onda ópticas de diferente frecuencia Ej: <i>Generación de segunda armónica.</i>
		Ej: <i>Cross Modulation.</i> <i>Phase Modulation.</i> <i>Self Modulation.</i> <i>Phase Modulation.</i>

Tabla 1.1-1. Diferentes tipos de interacciones producidas por perturbaciones que afectan al medio.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

1.2 Ondas Ópticas Guiadas (GOW's)

En este sub-capítulo se estudiará la propagación de modos ópticos en una estructura dieléctrica (película delgada) con dimensiones comparables a la longitud de onda. Los modos de propagación serán presentados como la solución a una ecuación característica que surge de resolver las ecuaciones de Maxwell, sujetas a las condiciones de frontera impuesta por la geometría de la guía de onda.

Ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0 n^2 \mathbf{E} + \mathbf{J};$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \mathbf{H};$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 n^2 \mathbf{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0;$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho;$$

donde

\mathbf{E} es la intensidad del campo eléctrico [V/m].

n es el índice de refracción del medio.

\mathbf{D} es la densidad del flujo eléctrico [C/m²].

ρ es la densidad de carga eléctrica.

\mathbf{B} es la densidad del flujo magnético [T].

ϵ_0 es la permitividad del vacío.

\mathbf{H} es la intensidad del campo magnético [A/m].

ϵ_r es la permitividad relativa del medio.

\mathbf{J} es la densidad de corriente.

μ es la permeabilidad del medio.

Una película delgada es una guía de onda formada por una capa de material dieléctrico, sobre otro material dieléctrico con menor índice de refracción llamado sustrato. La Fig. (1.2.1) muestra un esquema de película delgada.

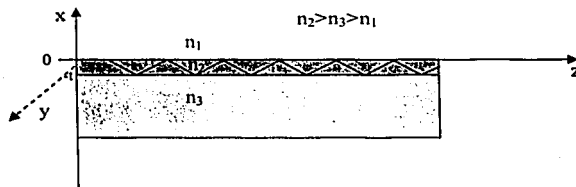


Figura 1.2-1. Esquema de la película delgada dieléctrica utilizada para el análisis de las GOW's

Como se puede observar en la Fig (1.2-1) la guía de onda consta de tres regiones, la región I normalmente es el aire con índice de refracción n_1 , la región II formada por una película delgada de un material dieléctrico con índice de refracción n_2 y la región III por un sustrato dieléctrico con índice de refracción n_3 .

El análisis de esta estructura puede hacerse de dos maneras:

- La primera es mediante la teoría de rayos, en este caso a cada rayo de luz le asociamos una onda transversal electromagnética (TEM) plana y el campo electromagnético total será la suma de estas ondas planas parciales. La luz es guiada dentro de la película por reflexión total interna, por lo cual, los rayos de luz que inciden en las fronteras con un ángulo mayor al ángulo crítico, se propagarán en la dirección z sin pérdidas de potencia, mientras que los rayos que inciden con ángulos menores, perderán una parte de potencia en cada reflexión y eventualmente desaparecerán. Para determinar los modos de la guía de onda, imponemos la condición de resonancia transversal, con esto se determinan los ángulos con los cuales se pueden propagar las ondas TEM planas y finalmente se escribe la solución en términos de estas ondas.
- La otra manera es resolviendo las ecuaciones de Maxwell en cada una de las tres regiones considerando las condiciones de frontera adecuadas. Este método será desarrollado a continuación.

Para obtener la ecuación de onda, consideramos que los materiales de las tres regiones de la guía de onda son medios sin pérdidas ($J=0$) y sin fuentes ($\rho=0$). Aplicando el rotacional de la segunda ecuación de Maxwell y utilizando la primera, tenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu \nabla \times \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \mathbf{E}$$

y utilizando la siguiente identidad:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

tenemos que:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.2-1)$$

La Ec. (1.2-1) es la ecuación de onda para el campo eléctrico.

Suponiendo que el medio es homogéneo a lo largo del eje "z" y la dirección de propagación es a lo largo de este eje, el campo se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(x, y) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.2-2a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0(x, y) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.2-2b)$$

donde β es la constante de propagación de la onda y la distribución transversal del campo (\mathbf{E}_0 y \mathbf{H}_0) no depende de z. Estas distribuciones serán determinadas al resolver la ecuación de onda, considerando las condiciones de frontera adecuadas.

Sustituyendo la Ec. (1.2-2) la Ec. (1.2-1) puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\left\{ \nabla_t^2 + \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2 - \beta^2 \right] \right\} \mathbf{E}_0(x, y) = 0 \quad (1.2-3)$$

donde $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, es el Laplaciano transversal del campo.

Suponiendo que la guía mostrada en la Fig. (1.2-1) no presenta variaciones a lo largo del eje "y", podemos considerar que las distribuciones transversales no tienen cambios con respecto de este eje, esto es:

$$\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{E}_0(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathbf{E}_0(x, y) = 0; \quad \text{al igual que campo H.}$$

por lo tanto

$$\mathbf{E}_0(x, y) = \mathbf{E}_0(x)$$

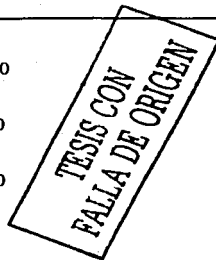
La Ec. (1.2-3) debe resolverse por separado para cada región de la guía de onda cumpliendo con las condiciones de frontera. Las condiciones de frontera son, que tanto el campo $\mathbf{E}_0(x)$ como sus derivadas deben de igualarse en cada una de las interfaces. La Ec. (1.2-3) se expresa con tres ecuaciones (una para cada región).

$$\text{Región I: } \frac{d^2}{dx^2} E_0(x) + (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) E_0(x) = 0 \quad (1.2-3a)$$

$$\text{Región II: } \frac{d^2}{dx^2} E_0(x) + (k_0^2 n_2^2 - \beta^2) E_0(x) = 0 \quad (1.2-3b)$$

$$\text{Región III: } \frac{d^2}{dx^2} E_0(x) + (k_0^2 n_3^2 - \beta^2) E_0(x) = 0 \quad (1.2-3c)$$

; donde $k_0 = \omega/c$.



Antes de realizar un análisis formal de las Ecs. (1.2-3), es muy conveniente entender la naturaleza física de las soluciones mediante el uso de argumentos simples. Para esto, estudiemos las soluciones como funciones de la constante de propagación a una frecuencia fija, asumiendo que $n_2 > n_3 > n_1$. Si suponemos que $\beta > k_0 n_2$, obtendríamos que las Ecs.(1.2-3) tienen una solución exponencial en las tres regiones; para poder cumplir con las condiciones de frontera se tiene que el campo crece de forma exponencial en un lado fuera de la guía (para que las derivadas puedan ser iguales), por lo tanto esta no es una solución físicamente realizable y no describe a los modos guiados ya que estos deben de ser evanescentes fuera de la guía.

Ahora supondremos que $k_0 n_3 < \beta < k_0 n_2$, entonces se tiene una solución senoidal para la región II y soluciones exponenciales para las regiones I y III. Esto hace posible tener soluciones de $E_0(x)$ que satisfacen las condiciones de frontera mientras que el campo decae exponencialmente en las regiones I y III (condición necesaria para una onda óptica guiada) y es por esto que la energía transportada por la onda óptica permanece confinada en la región II. Por lo tanto, podemos determinar que la solución para la constante de propagación es tal que:

$$k_0^2 n_1^2 - \beta^2 < 0;$$

$$k_0^2 n_3^2 - \beta^2 < 0;$$

Con estas dos condiciones garantizamos que el campo decae exponencialmente al alejarse de la guía.

$$k_0^2 n_2^2 - \beta^2 > 0;$$

La condición anterior garantiza una distribución senoidal en la región II, lo cual nos permite cumplir con las condiciones de frontera.

En los párrafos anteriores mediante un análisis simple obtuvimos una condición para los valores que puede tomar la constante de propagación, con lo que pudimos tener

una idea de cómo debe de ser la distribución del campo. A continuación obtendremos la solución para los diferentes modos de propagación

1.2.1 Modos TE (transversal eléctrico)

Los modos TE que se propagan en películas delgadas de materiales dieléctricos tienen las siguientes componentes de campo.

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} 0 \\ E_{oy}(x) \\ 0 \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} H_{ax}(x) \\ 0 \\ H_{az}(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} = \begin{Bmatrix} -\frac{\beta}{\omega\mu} E_{oy}(x) \\ 0 \\ \frac{j}{\omega\mu} E'_{oy}(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A continuación suponemos que los tres medios son isotrópicos, por lo tanto

$$\epsilon_i = \begin{pmatrix} \epsilon_i & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_i & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_i \end{pmatrix}$$

donde ϵ_i , es la permitividad eléctrica del medio i , $i=1,2,3$; $\epsilon_i = n_i^2$

Tomando en cuenta que E_{oy} no depende de "y" y que el campo se encuentra distribuido en tres medios I, II, III donde $n_1 < n_3 < n_2$, podemos escribir la ecuación de onda Ec. (1.2-3) para cada una de las regiones:

$$\frac{d^2 E_{oy}}{dx^2} + (\omega^2 \mu_i \epsilon_i - \beta^2) E_{oy} = 0; \quad \text{donde } i = 1, 2, 3$$

$$\frac{d^2 E_{oy}}{dx^2} + (k_i^2 - \beta^2) E_{oy} = 0; \quad \text{donde } k_i = \frac{\omega^2}{c^2} n_i^2 \quad (1.2-4)$$

Definimos una variable "q" la cual representa la constante de propagación transversal de la onda en el medio I.

$$q = \sqrt{\beta^2 - k_1^2} = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1} \quad (1.2-5a)$$

También se define la variable "h" la cual representa la constante de propagación transversal de la onda en el medio II.

$$h = \sqrt{k_2^2 - \beta^2} = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} \quad (1.2-5b)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La constante de propagación transversal de la onda en el medio III queda definida por la variable "p".

$$p = \sqrt{\beta^2 - k_3^2} = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3} \quad (1.2-5c)$$

Ahora resolveremos la ecuación la Ec. (1.2-4) para cada una de las regiones.

Para la Región I ($x > 0$):

$$\frac{d^2 E_{\sigma I}}{dx^2} - q^2 E_{\sigma I} = 0 \quad E_{\sigma I}(x) = A^+ e^{-qx} + A^- e^{qx}$$

Sabemos que la onda en el medio I debe ser una onda decreciente por lo tanto $A^- = 0$.

$$E_{\sigma I}(x) = A^+ e^{-qx} \quad (1.2-6a)$$

Para la Región II ($-t < x < 0$):

$$\frac{d^2 E_{\sigma II}}{dx^2} + h^2 E_{\sigma II} = 0$$

$$E_{\sigma II}(x) = B \cos(hx) + C \sin(hx) \quad (1.2-6b)$$

Para la Región III ($x < -t$):

$$\frac{d^2 E_{\sigma III}}{dx^2} - p^2 E_{\sigma III} = 0 \quad E_{\sigma III}(x) = D^+ e^{-p(x+t)} + D^- e^{p(x+t)}$$

Sabemos que la onda en el medio III debe ser una onda decreciente por lo tanto $D^- = 0$.

$$E_{\sigma III}(x) = D e^{-p(x+t)} \quad (1.2-6c)$$

Las condiciones de la frontera para modos TE son:

$$E_{oyt} = E_{oyll} \quad (1.2-7a)$$

$$\frac{\partial E_{oyt}}{\partial x} = \frac{\partial E_{oyll}}{\partial x} \quad (1.2-7c)$$

$$E_{oyll} = E_{oylll} \quad (1.2-7b)$$

$$\frac{\partial E_{oyll}}{\partial x} = \frac{\partial E_{oylll}}{\partial x} \quad (1.2-7d)$$

Las constantes A,B,C,D de las Ec. (1.2-6), se obtienen a partir de las condiciones de frontera de la onda TE Ec. (1.2-7 a,b,c), mientras que con la Ec. (1.2-7d) se obtiene la solución para β . Como se muestra a continuación:

sustituyendo las Ec. (1.2-6a) y (1.2-6b) en las condiciones de frontera Ec.(1.2-7a) tenemos

$$A = B \quad (1.2-8a)$$

sustituyendo las Ec. (1.2-6b) y (1.2-6c) en Ec.(1.2-7b)

$$B \cos(ht) - C \operatorname{sen}(ht) = D \quad (1.2-8b)$$

resolviendo para la Ec.(1.2-7c) tenemos

$$C = -A \frac{q}{h} \quad (1.2-8c)$$

Entonces $E_{oy}(x)$ queda definido de la siguiente forma.

$$E_{oy}(x) = \begin{cases} Ae^{-qx} & ; x > 0 \\ A \left[\cos(hx) - \frac{q}{h} \operatorname{sen}(hx) \right] & ; -t < x < 0 \\ A \left[\cos(ht) + \frac{q}{h} \operatorname{sen}(ht) \right] e^{q(t+x)} & ; x < -t \end{cases}$$

(1.2-9)

A partir de la Ec.(1.2-7d) se obtiene la ecuación característica para modos TE.

$$Bh \operatorname{sen}(ht) + Ch \cos(ht) = pD$$

Usando las Ecs.(1.2-8) en la ecuación anterior obtenemos

$$\operatorname{sen}(ht) \left[h - \frac{pq}{h} \right] = \cos(ht) [q + p]$$

Simplificando la ecuación anterior tenemos la ecuación característica para modos TE

$$\tan(ht) = \frac{h(p+q)}{h^2 - pq}$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

(1.2-10a)

De una manera similar se puede obtener la solución para los modos TM (Transversal Magnético).

1.2.2 Modos TM (transversal magnético)

Los modos TM que se propagan en películas delgadas de materiales dieléctricos tienen las siguientes componentes de campo.

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} 0 \\ H_y(x) \\ 0 \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} E_x(x) \\ 0 \\ E_z(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} = \begin{Bmatrix} \frac{\beta}{\omega \epsilon} H_y(x) \\ 0 \\ -\frac{j\beta}{\omega \epsilon} H_y'(x) \end{Bmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

Para este caso el campo $H_y(x)$ queda definido de la siguiente forma.

$$H_y(x) = \begin{cases} A e^{-\bar{q}x} & ; x > 0 \\ A \left[\cos(hx) - \frac{\bar{q}}{h} \operatorname{sen}(hx) \right] & ; -t < x < 0 \\ A \left[\cos(ht) + \frac{\bar{q}}{h} \operatorname{sen}(ht) \right] & ; x < -t \end{cases}$$

$$; \text{donde } \bar{q} = \bar{q} \frac{n_2^2}{n_1^2} \quad , \quad \bar{p} = \bar{p} \frac{n_2^2}{n_3^2}$$

A continuación se muestra la ecuación característica para los modos TM, podemos ver que existe un cambio respecto a la de ecuación característica de los modos TE, debido a que existe una pequeña variación en las condiciones de frontera que deben de cumplir estos modos.

$$\operatorname{sen}(ht) \left[\frac{h}{n_2^2} - \frac{n_2^2}{n_1^2 n_3^2} \frac{pq}{h} \right] = \cos(ht) \left[\frac{q}{n_1^2} + \frac{p}{n_3^2} \right]$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Simplificando la ecuación anterior tenemos la ecuación característica para modos TM

$$\tan(ht) = \frac{h(p+q)}{h^2 - pq} \quad (1.2-10b)$$

Las Ecs. (1.2-10) son llamadas ecuaciones características para modos TE y TM respectivamente. Únicamente las ondas cuya constante de propagación cumpla con esta ecuación podrán propagarse dentro de la película. Analizándolas es posible obtener la relación que existe entre la constante de propagación, los parámetros de la guía (n_1, n_2, n_3, t) y la longitud de onda de la luz que se transmite. Por medio de estas ecuaciones, podemos obtener las ecuaciones que definen los gráficos de dispersión de los modos que se propagan en la película Ec. (1.2-11).

Las gráficas de dispersión para los modos TE y TM se muestran en la Fig.(1.2-2). Se puede ver que cada modo existe a partir de un cierto valor de t_c/λ_c (llamado valor de corte), para este valor $p=0$ y $\beta=n_3 k_0$, por lo que el modo no está confinado dentro de la guía.

$$\left(\frac{t}{\lambda} \right)_{\text{TE } m} = \frac{1}{2\pi \sqrt{n_2^2 - x}} \left[m\pi + \arctan \left(\frac{(\sqrt{x - n_3^2} + \sqrt{x - n_1^2}) \sqrt{n_2^2 - x}}{n_2^2 - x - (\sqrt{x - n_3^2} \sqrt{x - n_1^2})} \right) \right] \quad (1.2-11)$$

$$\left(\frac{t}{\lambda} \right)_{\text{TM } m} = \frac{1}{2\pi \sqrt{n_2^2 - x}} \left[m\pi + \arctan \left(\frac{\left(\frac{n_2^2}{n_3^2} \sqrt{x - n_3^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \sqrt{x - n_1^2} \right) \sqrt{n_2^2 - x}}{n_2^2 - x - \left(\frac{n_2^4}{n_1^2 n_3^2} \sqrt{x - n_3^2} \sqrt{x - n_1^2} \right)} \right) \right] \quad (1.2-11)$$

donde $x = \frac{\beta^2}{k_0^2}$; y m es el número de modo ($m=0, 1, 2, 3, \dots, N$) N es el número de modos que se pueden propagar por la guía con una longitud de onda λ .

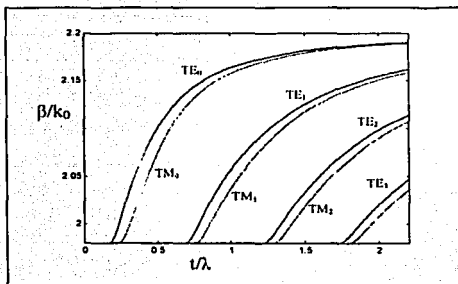


Figura.(1.2) Curvas de dispersión para algunos modos de propagación en una película delgada $n_2=1.75$ y $n_3=2.25$.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.3 Teoría lineal de perturbaciones pequeñas

Se dice que existe una perturbación pequeña, cuando las propiedades de la guía sufren cambios que pueden ser descritos por variaciones en el índice de refracción del medio ($\Delta\epsilon \ll 1$). La teoría lineal de perturbaciones es de gran importancia para el análisis y diseño de dispositivos de óptica integrada, ya que mediante la variación del índice de refracción de un material se puede modular luz, realizar polarizadores, aisladores, rejillas de difracción y muchos dispositivos utilizados para el análisis y procesamiento de señales ópticas.

Cuando el medio no sufre ninguna perturbación y éste es isotrópico, los modos soportados por una guía de onda cumplen con la propiedad de ortogonalidad, esto es, que no existe intercambio de energía entre modos.

En este sub-capítulo estudiaremos la teoría de modos acoplados, con la cual es posible describir situaciones en las que la propagación de uno o más modos en una guía de onda es afectada por una variación en el índice de refracción de la guía ($\Delta\epsilon \ll 1$), cuando esto sucede se da un intercambio de energía de un modo a otro (u otros). Es importante mencionar que la teoría de modos acoplados es una técnica, con la que se obtiene una solución aproximada a las ecuaciones de Maxwell al existir una perturbación en la guía.

A continuación se deducirán matemáticamente la propiedad de ortogonalidad para los modos de propagación para después deducir las ecuaciones de modos acoplados.

1.3.1 Ortogonalidad entre modos.

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell con $\mu = \mu_0$, consideramos que en la guía de onda se propagan dos ondas (dos modos de propagación) ya sean modos transversal magnético (TM) o transversal eléctrico (TE), por lo tanto, cumplen con las Ec. (1.2-9a) ó (1.2-9b). Estas ondas tienen un vector de campo eléctrico E_1 y E_2 respectivamente.

Para demostrar la propiedad de ortogonalidad utilizaremos el método de Lorentz que consiste en manejar las ecuaciones de Maxwell de tal forma que se obtiene una ecuación que solo involucra a los vectores de campo eléctrico.

Al multiplicar escalarmente la segunda ecuación de Maxwell por el vector H_1^* y multiplicando el conjugado de la primera por E_2 , obtenemos:

$$H_2^*(\nabla \times E_1) = -jk_0 H_2^* \cdot H_1 \quad (1.3-1a)$$

$$\mathbf{E}_1(\nabla \times \mathbf{H}_2^*) = jk_0 \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}_2^* \quad (1.3-1b)$$

Considerando la siguiente identidad vectorial

$$\mathbf{A}'(\nabla \times \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \times \mathbf{A}') = \nabla(\mathbf{B} \times \mathbf{A}')$$

las Ec.(1.3-1) pueden escribirse de la siguiente manera

$$\nabla(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^*) = -jk_0(\mathbf{H}_2^* \cdot \mathbf{H}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}_2^*)$$

$$\nabla(\mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) = jk_0(\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{H}_2^* - \mathbf{E}_2^* \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}_1)$$

Sumando las ecuaciones anteriores tenemos:

$$\nabla(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) = -jk_0(\mathbf{E}_2^* \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}_2^*) \quad (1.3-2)$$

La parte derecha de esta ecuación únicamente depende de los campos eléctricos, que es a lo que queríamos llegar. Tomando en cuenta que el término " $-jk_0$ " representa derivar con respecto del tiempo, la Ec. (1.3-2) se puede reescribir de la siguiente manera.

$$\nabla y = -\frac{\partial y}{\partial t} \quad ; \text{ donde } y = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1 \quad (1.3-3a)$$

El término de la izquierda en la Ec. (1.3-2) implica un flujo de energía entre los dos modos debido a que tiene la forma del vector de Poynting. El lado derecho está relacionado con el cambio con respecto del tiempo de la densidad de energía, por lo que esta ecuación nos dice que la divergencia del flujo de energía mutuo es proporcional al cambio en la densidad de energía con respecto del tiempo.

Descomponiendo la Ec.(1.3-3a) en sus componentes tangencial y longitudinal.

$$\nabla y = \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \mathbf{a}_z + \nabla_{T,y} \quad (1.3-3b)$$

Integrando dentro de todo el plano xy, se obtiene el flujo total de energía a través del plano.

$$\iint_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{\partial y}{\partial z} \cdot \mathbf{a}_z + \nabla_{T,y} \right] ds = -jk_0 \iint_{s \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2^* \cdot \mathbf{e} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{e} \mathbf{E}_2^*) ds \quad (1.3-3c)$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Ahora reduciremos la expresión anterior utilizando el teorema de la divergencia en dos dimensiones (Gauss-Ostrogradsky):

$$\iint_S \nabla_T(\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{s} = \oint_C (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dl$$

Si elegimos que la superficie S sea todo el plano xy , y C la curva que encierra al plano, debido a que los campos son cero cuando x, y tienden a infinito, podemos obtener lo siguiente:

$$\oint_C (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} dl = 0$$

donde \mathbf{n} es un vector unitario normal tanto a la curva C como a a_z .

Aplicando el teorema de la divergencia en dos dimensiones y con la ecuación anterior tenemos:

$$\iint_{S \rightarrow \infty} \nabla_T \cdot \mathbf{y} ds = 0$$

utilizando el resultado anterior, la Ec.(1.3-3c) se reduce a:

$$\iint_{S \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{y} \cdot \mathbf{a}_z = -jk_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2 \cdot \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E}_2) ds \quad (1.3-4)$$

ahora considerando que

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{y} = j(\beta_2 - \beta_1)(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1)$$

la Ec 1.3-4 se puede reescribir de la siguiente manera

$$(\beta_2 - \beta_1) \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{a}_z ds = -k_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2 \cdot \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E}_2) ds \quad (1.3-5)$$

La Ec.(1.3-5) muestra la conservación de la energía en las GOWs ya que el lado derecho es la integral del cambio con respecto al tiempo de la densidad de energía de los dos modos y el lado izquierdo es la integral del flujo de energía entre los dos modos. Esta ecuación la analizaremos para medios isotrópicos y anisotrópicos.

a) Cuando $\hat{\epsilon}$ es un escalar, el medio es isotrópico.

Para este caso de la Ec. (1.3-5) se obtiene

$$(\beta_2 - \beta_1) \iint_{s \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_1^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n}_z ds = 0 \quad (1.3-6a)$$

Para mostrar que las dos partes de la integral llegan a cero por separado, se tiene que realizar el proceso anterior, pero considerando que un modo se propaga en la dirección negativa del eje "z", con esto se obtiene la siguiente ecuación

$$(\beta_2 - \beta_1) \iint_{s \rightarrow \infty} (-\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_1^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n}_z ds = 0 \quad (1.3-6b)$$

sumando las Ec. (1.3-6), y considerando que $\beta_2 \neq \beta_1$ se obtiene:

$$\iint_{s \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_1^*) \cdot \mathbf{n}_z ds = \iint_{s \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n}_z ds = 0 \quad (1.3-7a)$$

Si las ondas son de potencia unitaria la ecuación anterior queda definida como:

$$\frac{1}{2} \iint_{s \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_l \times \mathbf{H}_m^*) \cdot \mathbf{n}_z ds = \delta_{lm}$$

(1.3-7b)

donde l, m son los índices de los modos y δ_{lm} es la función delta de Kronecker. Esta ecuación se expresa para modos TE y TM de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\beta_m}{2\omega\mu} \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{E}_l \cdot \mathbf{E}_m^* da &= \delta_{lm} \\ \frac{\beta_m}{2\omega\epsilon} \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{H}_l \cdot \mathbf{H}_m^* da &= \delta_{lm} \end{aligned} \quad (1.3-7c)$$

Las Ecs. (1.3-7) muestran que entre modos de orden diferente no hay flujo mutuo de energía en la dirección de propagación, esto es que el flujo de energía en una guía de onda dieléctrica es igual a la suma de la energía que transporta cada modo. Esta propiedad es llamada **propiedad de ortogonalidad entre modos**.

b) Cuando el medio es anisotrópico

$$\hat{\epsilon}_r = \hat{\epsilon} + \delta \hat{\epsilon}$$

en este caso ϵ representa la parte isotrópica y $\delta\epsilon$ puede describir una anisotropía natural del material o alguna perturbación. Sustituyendo el tensor $\hat{\epsilon}_r = \hat{\epsilon} + \delta \hat{\epsilon}$ en la Ec.(1.3-5) obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial z} \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} \, ds = -jk_0 \iint_{S \rightarrow \infty} (\mathbf{E}_2^* \cdot \hat{\epsilon}_r \cdot \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \hat{\epsilon}_r \cdot \mathbf{E}_2^*) \, ds \quad (1.3-8)$$

La Ec.(1.3-8) es conocida como la ecuación de modos acoplados, para el caso en que, en el medio anisotrópico puede existir intercambio de energía entre dos o más modos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.4 Teoría de modos acoplados

En este sub-capítulo analizaremos el intercambio de energía que existe entre los modos que se propagan en una guía de onda. Como vimos esto es debido a un cambio en el índice de refracción de la guía de onda.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.4.1 Perturbaciones estáticas

Cuando existe una perturbación pequeña del medio $\Delta\epsilon(x, y, z)$, puede haber intercambio de energía de un modo a otro. El caso de perturbaciones estáticas es aquel en el que $\Delta\epsilon(x, y, z) \neq \Delta\epsilon(x, y, z, t)$, es decir, que no es función del tiempo.

A continuación analizaremos la interacción entre modos cuando existe una perturbación en el medio, para esto tenemos que la permitividad relativa del medio es:

$$\epsilon_r = \epsilon(x, y) + \Delta\epsilon(z)$$

Como se analizó anteriormente dentro de una guía de onda únicamente se pueden transmitir los modos de propagación, es por esto que ahora expresaremos la onda que se propaga en la guía como una combinación lineal de todos los modos:

$$\mathbf{E}_{\text{Tot}} = \sum_m A_m(z) \mathbf{E}_m(x) e^{j(\omega t - \beta_m z)} \quad (1.4-1)$$

donde A_m es la amplitud del campo eléctrico del modo m y es función de z . Sabemos que los modos satisfacen la siguiente ecuación de Helmholtz:

$$\{\nabla_t^2 + [k_0^2 \epsilon(x, y) - \beta_m^2]\} \mathbf{E}_m(x) = 0 \quad (1.4-2)$$

sustituyendo la Ec. (1.4-1) en la ecuación de onda Ec. (1.2-1)

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 (\epsilon + \Delta\epsilon) \right] \sum_m A_m(z) \mathbf{E}_m(x) e^{-j\beta_m z} = 0 \quad (1.4-3)$$

desarrollando la Ec.(1.4-3)

$$\left\{ \nabla_t^2 + [k_0^2 \epsilon + -\beta_m^2] \right\} \sum_m A_m(z) \mathbf{E}_m(x) + \sum_m \left[\frac{d^2 A_m(z)}{dz^2} - 2j\beta_m \frac{dA_m(z)}{dz} + k_0^2 A_m(z) \Delta\epsilon \right] \cdot \mathbf{E}_m(x) = 0$$

usando la Ec. (1.4-2) en la anterior tenemos:

$$\sum_m \left[\frac{d^2 A_m(z)}{dz^2} - 2j\beta_m \frac{dA_m(z)}{dz} + k_0^2 \Lambda_m(z) \Delta \epsilon \right] \cdot \mathbf{E}_m(\mathbf{x}) e^{-j\beta_m z} = 0 \quad (1.4-4)$$

Como se mencionó, la perturbación es pequeña, esto quiere decir que el cambio en la distribución transversal del campo es muy lenta a lo largo del eje "z" y el periodo de este cambio es mucho mayor que β_m , entonces podemos tomar en cuenta que;

$\beta_m \frac{dA_m}{dz} \gg \frac{d^2 A_m}{dz^2}$ y la Ec. (1.4-4) se simplifica a:

$$-2j \sum_m \beta_m \frac{dA_m}{dz} \mathbf{E}_m(\mathbf{x}) e^{-j\beta_m z} = -k_0^2 \sum_l \Lambda_l(z) \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_l(\mathbf{x}) e^{-j\beta_l z} \quad (1.4-5)$$

Multiplicamos la Ec. (1.4-5) por \mathbf{E}_n^* e integramos en el plano xy, esto para encontrar el intercambio de energía de un modo a otro, con lo cual obtenemos:

$$-2j \sum_m \beta_m \frac{dA_m}{dz} \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_m ds e^{-j\beta_m z} = -k_0^2 \sum_l \Lambda_l \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\beta_l z}$$

Utilizando la propiedad de *ortogonalidad*, la ecuación anterior puede expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{dA_n}{dz} = \frac{-jk_0^2}{2\beta_n \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_n ds} \sum_l \Lambda_l \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\beta_l z}$$

$$\Delta \beta_{ln} = \beta_l - \beta_n$$

(1.4-6a)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La Ec (1.4-6a) se puede simplificar usando la Ec.(1.3-7c) y tenemos:

$$\frac{dA_n}{dz} = -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_n|}{\beta_n} \epsilon_0 \sum_l \Lambda_l \iint_{s \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \epsilon \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\beta_l z}$$

$$\Delta \beta_{ln} = \beta_l - \beta_n$$

(1.4-6b)

Las Ecs. (1.4-6) son conocidas como *ecuaciones de modos acoplados*, las cuales describen la transferencia de energía de un modo a otro cuando existe una perturbación (pequeña y estática) del índice de refracción. Estas ecuaciones son un sistema de

ecuaciones, ya que expresan la interacción que existe entre todos los modos característicos de la guía de onda óptica. Podemos observar que para que exista acoplamiento entre dos modos se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$1) \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_l ds \neq 0$$

$$2) \Delta \beta_{ln} = \beta_l - \beta_n = 0$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(1.4-7)

Generalmente solo existe acoplamiento entre dos modos, esto es debido a que normalmente solo dos modos cumplen con las Ecs.(1.4-7). A continuación consideraremos este caso, es decir el campo dentro de la guía, descrito por la Ec. (1.4-1) únicamente estará compuesto por dos modos:

$$\mathbf{E} = A(z) \mathbf{E}_1 e^{-j\beta_1 z} + B(z) \mathbf{E}_2 e^{-j\beta_2 z}$$

La Ec. (1.4-6b) se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dz} &= -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_1|}{\beta_1} \epsilon_0 \left[A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_1 ds + B \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_2 ds e^{-j\Delta\beta_{21}} \right] \\ \frac{dB}{dz} &= -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_2|}{\beta_2} \epsilon_0 \left[A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_2^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_1 ds e^{j\Delta\beta_{21}} + B \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_2^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_2 ds \right] \end{aligned} \quad (1.4-8)$$

Las funciones A y B en la Ec.(1.4-8) representan la variación en el campo debida a la perturbación para el caso en el cual solo interactúan dos modos.

A continuación analizaremos dos casos comunes:

Caso 1

Cuando existe intercambio de energía entre un modo TE y otro TM.

$$\Delta \hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{bmatrix}$$

En este caso consideramos que se propagan dos modos ópticos uno TE y otro TM y veremos que elementos del tensor producen intercambio de energía entre dos polarizaciones ortogonales.

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{TE} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{TM} = \begin{bmatrix} E_x \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para este caso las Ecs. (1.4-8) son:

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{j\omega|\beta_1|}{4\beta_1} \epsilon_0 \left[A \Delta_{22} \iint_{S \rightarrow \infty} |E_y|^2 ds + B \iint_{S \rightarrow \infty} E_y^* (\Delta_{21} E_x + \Delta_{23} E_z) ds e^{-j\beta_1 z} \right] \quad (1.4-9a)$$

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{j\omega|\beta_2|}{4\beta_2} \epsilon_0 \left[A \iint_{S \rightarrow \infty} (\Delta_{12} E_x^* E_y + \Delta_{32} E_x^* E_z) ds e^{j\beta_2 z} + B \iint_{S \rightarrow \infty} (|\Delta_{11} E_x|^2 + (\Delta_{13} + \Delta_{31}) E_x^* E_z + \Delta_{33} |E_z|^2) ds \right] \quad (1.4-9b)$$

Las Ecs. (1.4-9) representan el intercambio de energía entre un modo TE y un modo TM, podemos ver que los términos de $\Delta \epsilon$ que producen que exista este intercambio de energía son: Δ_{21} , Δ_{12} , Δ_{23} , Δ_{32} , Δ_{13} , Δ_{31} .

Caso 2

Cuando solo se propaga un modo en la guía y la perturbación produce un pequeño cambio su distribución del campo y un cambio en la constante de propagación.

$$\mathbf{E} = A(z) \mathbf{E}_1 e^{-j\beta_1 z} \quad ; \text{ modo óptico que se propaga en la guía.}$$

La Ec. (1.4-6b) para este caso es

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{j\omega|\beta_1|}{4\beta_1} \epsilon_0 A \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_1 ds$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dz} + \frac{j\omega}{4\beta_1} \epsilon_0 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_1 dxy A = 0$$

resolviendo la ecuación anterior obtenemos la variación del modo óptico en función de z :

$$A = A_0 e^{-i\Delta\beta z}$$

$$\Delta\beta = \frac{\omega}{4} \epsilon_0 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_1 dx y \quad (1.4-10a)$$

Utilizando la Ec.(1.4-6a) $\Delta\beta$ puede ser expresado de la siguiente forma.

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{jk_0^2}{2\beta_1} \frac{\Lambda \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_1 ds}{\iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_1 ds}$$

$$\Delta\beta = \frac{k_0^2}{2\beta_1} \frac{\iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_1 dx y}{\iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_1 ds} \quad (1.4-10b)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.4.2 Perturbaciones pequeñas dependientes del tiempo

Cuando el cambio en el índice de refracción del medio depende del tiempo, $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon(x, y, z, t)$. Tenemos:

$$\hat{\epsilon}_t = \hat{\epsilon}(x, y) + \Delta\hat{\epsilon}(z, t)$$

Realizamos un análisis similar al utilizado para el caso estático.

$$\mathbf{E}_{\text{Tot}} = \sum_n A_n(z, t) \mathbf{E}_n(x) e^{i(\omega t - \beta_n z)} \quad (1.4-11)$$

Para este caso las ecuaciones de modos acoplados Ecs.(1.4-6) quedan expresadas como se muestra a continuación.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_n = \frac{-jk_0^2}{2\beta_n \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_n ds} \sum_1 A_1 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_1 ds e^{-i\Delta\beta_n z}$$

$$\Delta\beta_{in} = \beta_i - \beta_n \quad (1.4-12a)$$

donde v_g es la velocidad de grupo de la onda óptica.

La Ec (1.4-12a) se puede simplificar usando la Ec.(1.3-7c) y tenemos:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_n = - \frac{j\omega |\beta_n|}{4 \beta_n} \epsilon_0 \sum_l A_l \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{L} \cdot \mathbf{E}_l ds e^{-j\lambda l_n z} \quad (1.4-12b)$$

$$\Delta \beta_{ln} = \beta_l - \beta_n$$

Las Ecs. (1.4-12) son las ecuaciones de modos acoplados, las cuales describen la transferencia de energía entre modos al existir una perturbación (pequeña y dependiente del tiempo) del índice de refracción. Estas ecuaciones son muy parecidas a las Ecs. (1.4-6) del caso estático, difieren por un término que involucra la derivada con respecto al tiempo de A_n . Se considera que físicamente una perturbación dinámica provoca un efecto muy similar a una perturbación estática, solamente que este cambio tiene que tener una frecuencia igual a la frecuencia de la perturbación. En este caso para eliminar la derivada con respecto al tiempo de A_n , proponemos la siguiente función

$$A_n = \tilde{A}_n e^{j\frac{\Omega}{v_g} z - j\Omega t} \quad (1.4-13)$$

$$\tilde{A}_n = \tilde{A}_n(z)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

donde Ω es la frecuencia de la señal de perturbación. En el caso de dispositivos de óptica integrada para comunicaciones ultra rápidas se entiende que esta señal es una señal de microondas.

Desarrollando la parte izquierda de las Ecs. (1.4-12) tenemos:

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} = \left(+ j \frac{\Omega}{v_g} \tilde{A}_n + \frac{\partial \tilde{A}_n}{\partial z} \right) e^{j\frac{\Omega}{v_g} z - j\Omega t}$$

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial A_n}{\partial t} = \left(- j \frac{\Omega}{v_g} \tilde{A}_n \right) e^{j\frac{\Omega}{v_g} z - j\Omega t}$$

Sumando las dos ecuaciones anteriores tenemos

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_n = \frac{\partial \tilde{A}_n}{\partial z} e^{j\frac{\Omega}{v_g} z - j\Omega t} \quad (1.4-14)$$

Podemos ver que después del cambio de variables, la Ec. (1.4-12) tiene la misma forma que en el caso estático:

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_n}{\partial z} = \frac{-jk_0^2}{2\beta_n} \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \mathbf{E}_n \, ds \sum_1 \bar{\lambda}_1 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_1 \, ds e^{-j\lambda \beta_n z} \quad (1.4-15a)$$

$$\Delta \beta_{in} = \beta_1 - \beta_n$$

simplicando la ecuación anterior puede ser rescrita de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_n}{\partial z} = -\frac{j\omega}{4} \frac{|\beta_n|}{\beta_n} \epsilon_0 \sum_1 \bar{\lambda}_1 \iint_{S \rightarrow \infty} \mathbf{E}_n^* \cdot \Delta \mathcal{E} \cdot \mathbf{E}_1 \, ds e^{-j\lambda \beta_n z} \quad (1.4-15b)$$

$$\Delta \beta_{in} = \beta_1 - \beta_n$$

donde $\bar{\lambda}_n$ esta definido por la Ec.(1.4-13).

Lo estudiado en este capítulo son las bases para el análisis de la interacción paramétrica entre ondas ópticas guiadas y microondas que tiene lugar en un modulador electro-óptico. Por lo que en los siguientes capítulos retomaremos algunas de ecuaciones que se explicaron aquí.



Bibliografia del capitolo 1.

Bahaa. Saleh, Teich. *Fundamentals of photonics*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1991.

Einarsson, Goran. *Principles of lightwave communications*, ed. John Wiley & Sons, Succia, 1996.

Marz, Reinhard. *Integrated optics: desing and modeling*, ed. Artech House Publishers, USA, 1994.

Yariv, Amnon. Yeh, Pochi. *Optical waves in crystal*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1984.

32A

Capítulo 2.
Electro óptica.

Capítulo 2. Electro óptica.

En este capítulo estudiaremos la propagación de ondas electromagnéticas en un cristal anisotrópico. Veremos que para una dirección de propagación en el cristal, en general existen dos polarizaciones lineales llamadas modos propios, cada modo tiene una única dirección de polarización (dirección de \mathbf{D}) y un índice de refracción correspondiente (velocidad de propagación). Se mostrará que las propiedades de una onda que se propaga en este tipo de medios se pueden calcular a través de elipsoide de índice de refracción.

También consideraremos el problema de la propagación de un haz de luz en cristales en presencia de un campo eléctrico externo. Se mostrará que para ciertos tipos de cristales este campo eléctrico puede cambiar el índice de refracción, este efecto es llamado efecto electro-óptico (EO) lineal y a través de este efecto podemos controlar la fase y la intensidad de la luz que se propaga en el cristal.

Por último estudiaremos la interacción paramétrica entre ondas ópticas guiadas y ondas de microondas en un cristal que presenta el efecto EO lineal.

2.1 Propagación de luz en medios anisotrópicos

Un material es anisotrópico si sus propiedades ópticas dependen de la dirección de propagación y del estado de polarización de las ondas de luz. En un medio anisotrópico, cada componente del vector de densidad de flujo eléctrico \mathbf{D} , es una combinación lineal de las tres componentes del vector de campo eléctrico. Por lo que la respuesta del material puede ser descrita con el tensor de permitividad eléctrica ϵ_{ij} .

$$\begin{bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Ex \\ Ey \\ Ez \end{bmatrix}$$

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

los elementos del tensor dependen del sistema de coordenadas que se utilice con relación a la estructura del material.

La propagación de luz en un cristal también puede ser descrita en términos del tensor de impermeabilidad η_{ij} , definido como:

$$\eta_{ij} = \epsilon_0 (\epsilon^{-1})_{ij} \quad ; \quad \text{donde } \epsilon^{-1} \text{ es la inversa de la matriz } \epsilon$$

Siempre es posible escoger un sistema de coordenadas en el cual ϵ_{ij} sea una matriz diagonal, en este ϵ_{ij} caso toma la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Ex \\ Ey \\ Ez \end{bmatrix}$$

los ejes de este nuevo sistema de coordenadas son llamados ejes principales, para estas direcciones de polarización del campo se cumple que los vectores \mathbf{E} y \mathbf{D} son paralelos.

$$n_1 = \left(\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad n_2 = \left(\frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad n_3 = \left(\frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad \text{son los índices de refracción principales.}$$

Una característica importante del tensor ϵ_{ij} es que es un tensor *sea Hermitiano*, para el caso en el que es ϵ_{ij} real, éste debe de ser un *tensor simétrico* ($\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$). Esta característica es necesaria para que se cumpla la conservación de energía

Una representación muy útil del tensor de permitividad es su representación geométrica, la cual es una superficie cuadrática (elipsoide) que en el sistema de coordenadas principal tiene la siguiente forma:

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

este elipsoide es llamado *elipsoide de índice de refracción* y *contiene toda la información* del tensor, ya que sus ejes principales son los mismos que los del tensor (x,y,z) con longitudes $2n_1$, $2n_2$ y $2n_3$ respectivamente, por lo que se relacionan directamente con los índices de refracción principales.

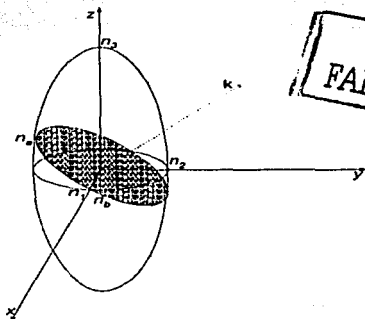
La velocidad de fase de la luz que se propaga a través de un medio anisotrópico depende de su estado de polarización y de su dirección de propagación, debido a esto, la polarización de una onda plana puede variar al propagarse en este tipo medios. Sin embargo, dada una dirección de propagación, existen dos ondas con velocidades de fase y estados de polarización bien definidos llamadas ondas características o modos normales, para los cuales una onda no cambia su polarización al propagarse en el cristal.

Los índices de refracción y la polarización de los modos normales de una onda viajando en la dirección de un vector unitario \hat{k} , se pueden obtener usando el elipsoide de índice de refracción mediante el siguiente procedimiento Fig. 2.1-1:

1. Dibujar un plano normal a \hat{k} que pase por el centro del elipsoide. La intersección de este plano con el elipsoide se llama elipse de índice de refracción.
2. La mitad de la longitud de los ejes mayor y menor de la elipse de índice de refracción son los índices de refracción n_a y n_b de los dos modos normales.
3. Las direcciones de los ejes mayor y menor de la elipse de índice de refracción son las direcciones de los vectores \mathbf{D}_a y \mathbf{D}_b de los dos modos normales.

4. Los vectores E_a y E_b se determinan usando el tensor de permitividad y los vectores D_a y D_b .

Mediante este procedimiento obtenemos la polarización y el índice de refracción de las dos ondas que al propagarse en el cristal en la dirección del vector \hat{k} no cambian su estado de polarización.



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Figura (2.1-1). Elipsoide del índice de refracción. Los ejes (x, y, z) son los ejes principales y n_x, n_y, n_z son los índices de refracción principales. Los índices de refracción de los modos normales de una onda viajando en dirección k son n_a y n_b .

2.1.1 Clasificación de los medios anisotrópicos.

En el caso general, esto es, cuando los tres índices de refracción principales n_x, n_y, n_z son diferentes, el cristal es biaxial; sin embargo, existen muchos materiales en los que dos de sus índices principales son iguales, en este caso se dice que el material es uniaxial y su elipsoide de índice de refracción es un elipsoide de revolución. Si los tres índices son iguales el elipsoide de índice de refracción es una esfera y el material es isotrópico.

A continuación, utilizando el procedimiento descrito anteriormente, obtendremos los modos normales de una onda que viaja en un cristal uniaxial con una dirección de propagación s . Un ejemplo de cristal uniaxial es el niobato de litio (LiNbO_3), el cual es muy utilizado en la fabricación de dispositivos electro-ópticos.

La ecuación de la elipsoide de índice para este tipo de cristales es:

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1$$

donde n_o y n_e son los índices de refracción ordinario y extraordinario respectivamente.

Por simplicidad supondremos que la dirección de propagación s , se encuentra en el plano yz , esto lo podemos hacer ya que el elipsoide de índice es un elipsoide de revolución y por lo tanto es invariante a rotaciones alrededor del eje z .

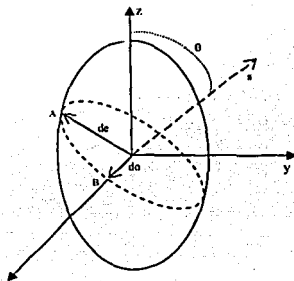


Figura (2.1-2). Ejemplo en cual se encuentran los índices de refracción y la polarización de los modos normales para un cristal uniaxial.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Primero obtenemos la elipse de índice, que es la intersección del elipsoide con el plano que pasa por el origen y es perpendicular al vector s . La longitud OA es igual al índice de refracción $n_e(\theta)$ de la onda extraordinaria, mientras que el índice de la onda ordinaria $n_o(\theta) = OB = n_o$ y su polarización es en la dirección del eje x .

En la figura (2.1-2) podemos ver que al variar el ángulo θ , la polarización de la onda ordinaria se mantiene fija a lo largo del eje x y con un índice de refracción igual a $n_o(\theta) = n_o$, mientras que la polarización de la onda extraordinario varía y su índice de refracción $n_e(\theta)$ puede tomar valores entre n_o y n_e .

De la figura podemos ver que la distancia $OA = n_e(\theta)$ y que las coordenadas del punto A son:

$$y = OA \cos \theta; \quad x = 0; \quad z = OA \sin \theta$$

sustituyendo en la ecuación del elipsoide de índice de refracción y considerando que $OA = n_e(\theta)$, obtenemos el índice de refracción de la onda extraordinaria se relaciona con el ángulo θ de la siguiente manera:

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad (2.1-1)$$

con la Ec. (2.2-1) podemos obtener el índice de refracción de la onda extraordinaria para cualquier dirección de propagación.

Ahora obtendremos las direcciones de los vectores \mathbf{D}_o y \mathbf{D}_e de los dos modos normales,

$$\mathbf{d}_o = \frac{\mathbf{s} \times \mathbf{z}}{|\mathbf{s} \times \mathbf{z}|} \quad (2.1-2a)$$

$$\mathbf{d}_e = \frac{\mathbf{d}_o \times \mathbf{s}}{|\mathbf{d}_o \times \mathbf{s}|} \quad (2.1-2b)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Utilizando la Ec. (2.1-1) y las Ec. (2.1-2), podemos obtener los índices de refracción y las polarizaciones de los dos modos normales de una onda que se propaga en la dirección del vector \mathbf{s} en un cristal uniaxial. En la Fig. (2.1-2) y la Ec. (2.1-2a) se ve claramente que al variar el ángulo, la dirección de polarización del rayo ordinario se mantiene fija, mientras que la del rayo extraordinario cambia.

2.2 Principios de Electro-Óptica

Algunos materiales cambian sus propiedades ópticas cuando se les aplica un campo eléctrico. Esto es debido a la aparición de fuerzas que modifican la posición, la orientación o la forma de las moléculas que constituyen el material. El efecto electro-óptico es el cambio en el índice de refracción del material debido a la aplicación de un campo eléctrico. En ciertos tipos de cristales, se produce un cambio en la dimensión y la orientación del elipsoide del índice de refracción, este cambio en el índice de refracción generalmente es muy pequeño, sin embargo, el efecto sobre una onda óptica que se propaga una distancia mucho mayor que su longitud de onda puede ser muy significativo. Por ejemplo si el índice de refracción se incrementa 10^{-6} y una onda de luz se propaga dentro del medio una distancia igual a 10^6 longitudes de onda, sufrirá un cambio de fase adicional de 2π .

Este efecto nos da la posibilidad de controlar la fase y la intensidad de la luz por lo que se puede utilizar en un gran número de aplicaciones como pueden ser: montar información en un rayo de luz, deflexión de haces de luz, filtros sintonizables, polarizadores activos, etc.

La dependencia del índice de refracción con el campo eléctrico puede ser de dos tipos:

- El índice de refracción tiene una dependencia lineal con el campo eléctrico aplicado, en este caso se le llama efecto electro-óptico lineal o efecto Pockels. Descubierto por F. Pockels en 1893.

Este efecto se presenta en cristales que no tienen centro de simetría como: LiNbO_3 , LiTaO_3 , CdTe , etc

- El índice de refracción tiene una dependencia cuadrática con el campo eléctrico aplicado, en este caso se le llama efecto electro-óptico cuadrático o efecto Kerr. Descubierto por J. Kerr en 1875.

Este efecto se presenta en materiales con centro de simetría como son gases, líquidos y algunos cristales.

El índice de refracción de un medio EO es función del campo eléctrico aplicado, por lo cual lo podemos extender en una serie de Taylor alrededor de $E=0$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$n(E) = n + a_1 E + \frac{1}{2} a_2 E^2 + \dots \quad (2.2-1)$$

donde los coeficientes de la serie son: $n = n(0)$, $a_1 = \frac{dn}{dE}_{E=0}$ y $a_2 = \frac{d^2n}{dE^2}_{E=0}$;

Es conveniente reescribir la ecuación anterior en términos de dos nuevos coeficientes

$r = -2 \frac{a_1}{n}$, y $s = -\frac{a_2}{n}$, llamados coeficientes electro-ópticos, la Ec. (2.2-1) queda:

$$n(E) = n - \frac{1}{2} r n^3 E + \frac{1}{2} s n^3 E^2 + \dots \quad (2.2-2)$$

Los términos de mayor orden en estas series son varios ordenes de magnitudes menores que n , por lo que se pueden despreciar.

También es conveniente obtener una expresión para la impermeabilidad eléctrica de un medio EO, en términos del campo eléctrico:

$$\eta = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} = \frac{1}{n^2} \quad ; \text{ donde } \eta \text{ es la impermeabilidad eléctrica del medio.}$$

$$\Delta \eta = rE + sE^2 \quad ; \text{ donde } \Delta \eta = \eta(E) - \eta(0).$$

En esta expresión podemos ver que los coeficientes r y s son los coeficientes de proporcionalidad de $\Delta \eta$ con E y E^2 .

En el sub-capítulo anterior vimos que la propagación de la luz en un cristal puede ser descrita en términos del tensor de impermeabilidad. También, que los modos normales y su velocidad de fase pueden obtenerse utilizando el elipsoide de índice de refracción.

Cuando un campo eléctrico E con componentes (E_1, E_2, E_3) , es aplicado a un cristal, los elementos del tensor η cambian y como resultado de esto se produce un cambio en el elipsoide de índice de refracción. Una vez que conocemos la función $\eta_{ij}(E)$, podemos determinar el nuevo elipsoide de índice de refracción y las propiedades ópticas del material para cualquier campo eléctrico E que se aplique:

$$\eta_{ij}(\mathbf{E}) - \eta_{ij}(0) \equiv \Delta \eta_{ij} = \sum_k r_{ijk} E_k + \sum_{kl} s_{ijkl} E_k E_l \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.2-3)$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico aplicado y las constantes $r_{ijk} = \frac{\partial \eta_{ij}}{\partial E_k} \Big|_{E=0}$ y

$s_{ijkl} = \frac{\partial^2 \eta_{ij}}{\partial E_k \partial E_l} \Big|_{E=0}$ son los coeficientes electro-ópticos lineal o Pockels y cuadrático o Kerr respectivamente.

Ahora escribimos la ecuación del nuevo elipsoide de índice de refracción:

$$\sum_{ij} \eta_{ij}(E) x_i x_j = 1, \quad i, j = 1, 2, 3$$

FALLA DE ORIGEN

podemos ver que r_{ijk} es un conjunto de 27 coeficientes y que s_{ijkl} es de 81 coeficientes, por lo que es muy conveniente reducir el número de coeficientes independientes, para esto usamos la simetría del tensor η ($\eta_{ij} = \eta_{ji}$), y con esto obtenemos que $r_{ijk} = r_{jik}$ y $s_{ijkl} = s_{jilk}$. Los coeficientes s_{ijkl} también son invariantes a permutaciones de los índices k y l , entonces $s_{ijkl} = s_{ijlk}$, por lo que el número de elementos independientes de r_{ijk} se reduce de 27 a 18 y de 81 a 36 en la matriz s_{ijkl} .

Debido a las simetrías descritas anteriormente, es conveniente renombrar el par de índices (i, j) como un solo índice $I = 1, 2, \dots, 6$ y el par (k, l) por $K = 1, 2, \dots, 6$.

La siguiente tabla muestra la regla utilizada para la contracción de índices:

j, k	$i, l = 1$	2	3
1	1	6	5
2	6	2	4
3	5	4	3

Tabla (2.2-1). Contracción de índices.

Usando esta regla podemos escribir r_{ijk} como r_{Ik} . Algunos ejemplos se muestran a continuación: $r'_{1k} = r'_{11k}$, $r'_{2k} = r'_{22k}$, $r'_{6k} = r'_{12k} = r'_{21k}$, etc.

2.3 Efecto Electro-Óptico lineal (Efecto Pockels)

En el sub-capítulo anterior que el efecto EO es el resultado de la redistribución de las cargas debido a la aplicación de un campo eléctrico, por lo que es de esperarse que dependa de la relación entre la amplitud del campo eléctrico aplicado y la amplitud del campo eléctrico interatómico. En la mayoría de los casos prácticos, el campo eléctrico aplicado es pequeño en comparación con el campo eléctrico dentro del átomo, que es del orden de 10^8 V/cm, por lo que el efecto EO de Kerr es pequeño comparado con el de Pockels, es por esto que cuando existe el efecto EO lineal, el cuadrático generalmente se desprecia. Sin embargo en cristales centro simétricos el efecto EO lineal desaparece y el efecto cuadrático se convierte en el fenómeno dominante.

El efecto EO lineal se describe por la siguiente expresión:

$$\eta_{ij}(\mathbf{E}) = \eta_{ij}(0) + \sum_k r_{ijk} E_k \quad (2.3-1)$$

; donde $i, j, k=1, 2, 3$ y $\eta_{ij}(0)$ es una matriz diagonal con elementos $\frac{1}{n_1^2}$, $\frac{1}{n_2^2}$ y $\frac{1}{n_3^2}$ ya que se utiliza el sistema de coordenadas principal.

En el sub-capítulo anterior vimos que utilizando propiedades de simetría podíamos reducir a 18 el número de elementos independientes del tensor r_{ijk} . Utilizando otras consideraciones de simetría, se puede obtener cuales de esos 18 elementos son cero y las relaciones que existen entre los coeficientes restantes, por lo que considerando la simetría del cristal, se puede derivar la forma, pero no la magnitud, del tensor r_{ijk} . La siguiente tabla muestra la forma del tensor r_{ijk} para diferentes grupos de cristales con simetrías distintas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{bmatrix}$$

Cúbico 43m
[ej., GaAs, CdTe, InAs]

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix}$$

Tetragonal 42m
[ej., KDP, ADP]

$$\begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Trigonal 3m
[ej., LiNbO₃, LiTaO₃]

Tabla (2.3-1). Coeficientes de Pockels r_{jk} (r_{ijk}) para algunos grupos representativos de cristales usando la notación de contracción de índices.

Para determinar las propiedades ópticas de un medio que presenta el efecto Pockels en presencia de un campo eléctrico $\mathbf{E} = (E_1, E_2, E_3)$, se deben de seguir los siguientes pasos:

- Determinar los elementos del tensor de impermeabilidad usando la Ec.(2.3-1).

$$\eta_{ij}(\mathbf{E}) = \eta_{ij}(0) + \sum_k r_{ijk} E_k, \quad i, j, k = 1, 2, 3$$

- Escribir la ecuación para el elipsoide de índice modificado

$$\sum_{ij} \eta_{ij}(\mathbf{E}) x_i x_j = 1, \quad i, j = 1, 2, 3$$

Desarrollando la ecuación anterior y usando la notación de contracción de índices, la podemos reescribir como:

$$\left(\frac{1}{n_1^2} + \sum_k r_{1k} E_k \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_2^2} + \sum_k r_{2k} E_k \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_3^2} + \sum_k r_{3k} E_k \right) z^2 + 2yz \sum_k r_{4k} E_k + 2zx \sum_k r_{5k} E_k + 2xy \sum_k r_{6k} E_k = 1$$

donde $k = 1, 2, 3$ (2.3-2)

de la ecuación anterior podemos ver que en general, los ejes principales de la elipsoide en presencal de un campo electrico, no coinciden con los ejes principales (x, y, z) sin la presencia del campo. Es evidente que las dimensiones y la orientación del elipsoide descrito por la Ec.(2.3-2) dependen de la dirección del campo aplicado y de los 18 elementos de la matriz r_{jk} .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- Determinar los ejes principales del elipsoide de índice modificado, por medio de la diagonalización de la matriz $\eta_{ij}(\mathbf{E})$ y encontrar los índices de refracción principales $n_1(\mathbf{E})$, $n_2(\mathbf{E})$ y $n_3(\mathbf{E})$.
- Dada una dirección de propagación de la luz, por medio del procedimiento descrito en el sub-capítulo (2.1) utilizando el nuevo elipsoide de índice Ec.(2.3-1) se encuentran los modos normales y sus índices de refracción asociados.

2.3.1 Efecto EO de Pockels en LiNbO_3

El LiNbO_3 es un cristal uniaxial ($n_1 = n_2 = n_o = 2.229$, $n_3 = n_e = 2.15$) con simetría Trigonal 3m, utilizando la tabla (2.3-1) sabemos que la matriz r_{ijk} tiene la estructura que se muestra a continuación y de las tablas obtenemos los valores de los coeficientes EO a una longitud de onda de $\lambda = 1150$ nm.

$$\begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{53} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -3.4 & 8.6 \\ 0 & 3.4 & 8.6 \\ 0 & 0 & 30.8 \\ 0 & 28 & 0 \\ 28 & 0 & 0 \\ -3.4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabla (2.3-2). Coeficientes de Pockels r_{ijk} para el LiNO_3 y $\lambda = 1150$ nm

Ahora consideraremos el caso cuando el campo eléctrico se aplica en la dirección del eje c (extraordinario) del cristal $\mathbf{E} = (0, 0, E)$, como se muestra en la figura (2.3-1), utilizando la Ec. (2.3-2) obtenemos que la ecuación del elipsoide de índice en presencia del campo \mathbf{E} , se puede escribir como

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{53}E\right)z^2 = 1 \quad (2.3-3)$$

donde n_o y n_e son los índices de refracción ordinario y extraordinario respectivamente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Debido a que en la Ec. (2.3-3) no existen términos del producto de dos variables distintas, podemos concluir que los ejes principales del elipsoide no cambian, además podemos ver que la longitud en el eje x es igual la del eje y , por lo tanto, en presencia del campo en la dirección del eje c , el cristal se mantiene uniaxial. Los índices de refracción ordinario $n_o(\mathbf{E})$ y extraordinario $n_e(\mathbf{E})$, están dados por las siguientes ecuaciones

$$\frac{1}{n_x^2(\mathbf{E})} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13}E \quad (2.3-4a)$$

$$\frac{1}{n_z^2(\mathbf{E})} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33}E \quad (2.3-4b)$$

los términos $r_{13}E$ y $r_{33}E$ en las Ec. (2.3-4) generalmente son muy pequeños, por lo que podemos usar la aproximación $(1+\Delta)^{-1/2} \approx 1 - \frac{\Delta}{2}$ cuando $|\Delta|$ es muy pequeño, obteniendo que la longitudes de los nuevos semi-ejes $n_o(\mathbf{E})$ y $n_e(\mathbf{E})$ son

$$n_x(\mathbf{E}) = n_o(\mathbf{E}) \approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E \quad (2.3-5a)$$

$$n_y(\mathbf{E}) = n_o(\mathbf{E}) \approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E \quad (2.3-5b)$$

$$n_z(\mathbf{E}) = n_e(\mathbf{E}) \approx n_e - \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E \quad (2.3-5c)$$

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Podemos concluir que cuando se aplica un campo eléctrico a lo largo del eje óptico del LiNbO_3 , el cristal permanece uniaxial con los mismos ejes principales, pero sus índices de refracción principales se modifican de la manera descrita por las Ec. (2.3-5) y la figura (2.3-1).

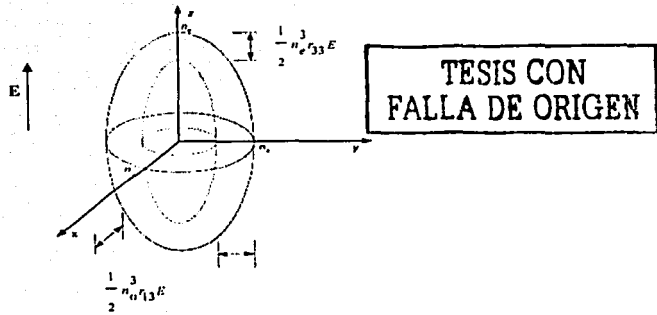


Figura (2.3-1). Modificación del elipsoide del índice de refracción en el LiNbO_3 (cristal trigonal $3m$), producida por la aplicación de un campo eléctrico en la dirección del eje óptico.

Al aplicar un campo eléctrico a lo largo del eje z , el cambio en el índice de refracción para una onda de luz polarizada en la dirección z , (la cual ve el índice extraordinario y el coeficiente electro-óptico más fuerte r_{33}) será:

$$\Delta n_e = \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E$$

mientras que el de una onda polarizada en la dirección x o en la dirección y será:

$$\Delta n_o = \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E$$

De lo anterior podemos ver que el cambio en el índice de refracción para luz polarizada en la dirección z es mucho mayor que el cambio para la luz polarizada en la dirección x o en la dirección y , por lo tanto al realizar dispositivos con este cristal, es conveniente aprovechar el coeficiente r_{33} , porque en este caso el efecto es máximo.

2.4 Interacción paramétrica entre microondas y GOW's

En este sub-capítulo estudiaremos cómo una señal de microondas produce cambios en la propagación de una onda óptica por medio del efecto EO de Pockels. Para esto supondremos que una onda óptica se propaga en un cristal de LiNbO_3 y una onda de microondas produce un campo eléctrico dentro del cristal en la dirección del eje z (para aprovechar el coeficiente r_{33}). Una interacción de este tipo ocurre en un modulador de fase de onda viajera, con este análisis obtendremos las limitaciones en el ancho de banda de este tipo de moduladores.

El campo eléctrico de la señal de microondas dentro del cristal es:

$$E_m = \hat{z} E_s \cos(\Omega t - k_z z)$$

Sabemos que la señal de microondas produce una variación en el índice de refracción de la guía de onda óptica debido al efecto EO lineal, utilizando la Ec. (2.3-5c) obtenemos que esta variación es:

$$\Delta n_e = \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E_s \cos(\Omega t - k_z z)$$

Ahora conociendo el cambio en el índice, podemos utilizar las ecuaciones de modos acoplados para perturbaciones dependientes del tiempo Ec. (1.4-12b) y obtener el cambio que produce la señal de microondas en la onda óptica. En este caso la ecuación de modos acoplados es:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A = -MA \cos(\Omega t - k_z z) \quad (2.4-1)$$

donde $M = -jn_e^3 r_{33} \frac{2\pi}{\lambda_{opt}} \iint E_s |E_{opt}|^2 ds$, v_g es la velocidad de la luz en el LiNbO_3 y $\iint E_s(x, y) |E_{opt}(x, y)|^2 dx dy$, es la integral de traslape (overlap integral) entre el campo de microondas y el modo óptico (normalizado).

En este caso $\Delta\beta = 0$ ya que solo hay un modo óptico, esto es que no hay intercambio de energía de un modo óptico a otro, por lo que únicamente va a haber cambios en la distribución transversal o en la fase de la señal óptica.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Para resolver la Ec. (2.4-1), primero haremos un cambio de variables para eliminar la derivada con respecto del tiempo. Proponemos las siguientes variables

$$\eta = z + v_r t \quad \text{y} \quad \xi = z - v_r t$$

expresamos z y t en términos de las nuevas variables

$$z = \frac{\eta + \xi}{2} \quad t = \frac{\eta - \xi}{2v_r}$$

ahora debemos obtener la derivada con respecto de z y la derivada con respecto de t en términos de η y ξ

$$\frac{\partial F(\eta, \xi)}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial \eta} (1) + \frac{\partial F}{\partial \xi} (1) \quad (2.4-2a)$$

$$\frac{\partial F(\eta, \xi)}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial \eta} v_r - \frac{\partial F}{\partial \xi} v_r \quad (2.4-2b)$$

sustituyendo las Ecs. (2.4-2) en la parte izquierda de la Ec. (2.4-1)

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_r} \frac{\partial}{\partial t} \right) A = 2 \frac{\partial A}{\partial \eta} \quad (2.4-3)$$

haciendo el cambio de variables en la parte derecha de la Ec. (2.4-1) y considerando que

$$k_z = \frac{\Omega}{v_r},$$

$$\alpha = \Omega t - k_z z = \frac{\Omega}{2v_r} (\eta + \xi) = \frac{\Omega}{2} \left[\left(\frac{1}{v_r} - \frac{1}{v_r} \right) \eta - \left(\frac{1}{v_r} + \frac{1}{v_r} \right) \xi \right] \quad (2.4-4)$$

sustituyendo la Ec. (2.4-3) y la Ec. (2.4-4) en la Ec. (2.4-1), la ecuación de modos acoplados que describe la interacción de la señal de microondas con la onda óptica guiada es:

$$2 \frac{\partial \bar{A}}{\partial \eta} = -jM\bar{A} \cos \left[\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_r} - \frac{1}{v_r} \right) \eta - \frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_r} + \frac{1}{v_r} \right) \xi \right] \quad (2.4-5)$$

; donde $\bar{A}(\eta, \xi)$, es función de las nuevas variables.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

resolviendo la Ec. (2.4-5) por el método de separación de variables, obtenemos que

$$\bar{A} = \exp \left(-j \frac{M}{2} \frac{\sin \left[\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} \right) \eta - \frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} + \frac{1}{v_s} \right) \xi \right]}{\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} \right)} \right) C(\xi) \quad (2.4-6)$$

utilizando las condiciones iniciales, $A(z=0) = A(\eta = -\xi) = A_0$, obtenemos $C(\xi)$,

$$C(\xi) = A_0 \exp \left(jM \frac{\sin \left[\frac{\Omega}{v_g} \xi \right]}{\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} \right)} \right) \quad (2.4-7)$$

$$\beta = \frac{\Omega}{v_g} \xi$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

sustituyendo la Ec. (2.4-7) y utilizando las definiciones de β y α , reescribimos la Ec. (2.4-6)

$$\bar{A} = \exp \left(-j \frac{M}{2} \frac{\sin(\alpha) + \sin(\beta)}{\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} \right)} \right)$$

ahora simplificamos la expresión anterior utilizando la identidad trigonométrica $\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$ y hacemos un cambio de variables para transformar $\bar{A}(\eta, \xi)$ en $A(z, t)$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} \right) z$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = \Omega t - \left(\frac{k_s}{2} + \frac{\Omega}{2v_g} \right) z$$

$$A(z, t) = A_0 \exp \left[-jMz \operatorname{sinc} \left[\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_r} - \frac{1}{v_s} \right) z \right] \cos \left(\Omega t - \left(\frac{k_s}{2} + \frac{\Omega}{2v_r} \right) z \right) \right] \quad (2.4-8)$$

$$A(z, t) = A_0 \exp(j\phi)$$

; donde $\phi = \phi(t, z)$

La ecuación anterior describe la interacción que existe entre una señal de microondas y una onda óptica que se propaga en un cristal de LiNbO_3 . *Podemos ver que la señal de microondas únicamente modifica la fase de la señal óptica y que este cambio de fase es igual a $\cos(\Omega t)$ solo que su fase y su amplitud dependen de la frecuencia y de los parámetros de la interacción. La fase de la onda óptica es modulada por la señal de microondas.*

El cambio de fase θ tiene dos términos importantes los cuales analizaremos por separado para ver que efecto produce cada uno:

- 1) El término $\operatorname{sinc} \left[\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_r} - \frac{1}{v_s} \right) z \right] = \operatorname{sinc}(\ell z)$, determina la amplitud del efecto,

por lo que hay que hacer que sea lo más grande posible.



Figura (2.4-1) Amplitud del cambio de fase producido por la señal de microondas.

En la figura podemos ver que al aumentar la frecuencia de la señal de microondas la amplitud del efecto disminuye, o sea que el ancho de banda del modulador depende de este término. Para eliminar la dependencia de la amplitud del cambio de fase con la frecuencia de la señal de microondas, debemos de hacer que $\ell = 0$. Si fijamos Ω y variamos la longitud de interacción, el $|\theta|$ tiene el mismo comportamiento.

A continuación analizaremos qué representa el término ℓ y de esta manera comprenderemos por qué razón se debe disminuir para aumentar el ancho de banda del modulador.

$$\ell = \frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} \right) = 0$$

entonces se debe de cumplir que

$$\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s} = 0$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

esta condición se cumple cuando el índice de refracción para la luz n_o es igual al índice de refracción para la señal de microondas n_m ; vemos que $\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_s}$ es una medida de la diferencia en la velocidad de la señal óptica y de la señal de microondas. Cuando la velocidad de fase de la señal de microondas es igual a la velocidad de propagación de la onda óptica, se puede utilizar cualquier longitud de interacción para reducir el voltaje de la señal de comando sin que exista alguna limitación en la frecuencia de esta señal. Sin embargo cuando $v_g \neq v_s$ ó $n_o \neq n_m$, hay un desfaseamiento entre las dos señales que produce una reducción del efecto y, para una frecuencia Ω Fig. (2.4-1) o una longitud de interacción lo suficientemente grande, el efecto se cancela completamente. Esto se explica en la siguiente figura:

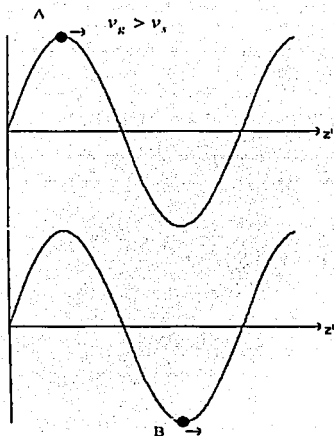


Figura. (2.4-2a,b). Foton moviéndose a una velocidad mayor que v_s .

Imaginemos un sistema de coordenadas que se mueve en la dirección del eje z con una velocidad igual a v_s . De esta manera la señal de microondas se ve como una función senoidal.

Suponemos que un fotón se encuentra en el punto A (Fig. 2.4-2a), si este fotón tiene una velocidad $v_R > v_s$, se moverá a lo largo del eje z' , entonces el efecto cambiará de positivo (punto A) a negativo (punto B) (Fig 2.4-b), por lo que el efecto total (a lo largo de toda la distancia de interacción) se va a sumar y restar hasta que a cierta distancia se anule por completo. También podemos ver que si fijamos la longitud de interacción, el efecto disminuirá al aumentar la frecuencia

Sin embargo cuando las velocidades son iguales, el fotón "verá" el mismo valor de campo eléctrico de microondas a lo largo de toda la distancia de interacción y en este caso no existe limitante en la frecuencia.

Como conclusión podemos decir que *el ancho de banda del modulador depende críticamente de la diferencia en los índices de refracción, o lo que es lo mismo, de la diferencia en la velocidad de fase de la señal de microondas y la velocidad de la onda óptica.*

- 2) El término $\cos\left(\Omega t - \left(\frac{k_s}{2} + \frac{\Omega}{2v_R}\right)z\right)$, determina la frecuencia del efecto la cual es igual a la frecuencia de la señal de microondas (Ω), sin embargo, vemos que este término tiene una fase adicional que depende de la diferencia en los índices de refracción.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejemplo:

A continuación se muestra la manera en la que se puede igualar la velocidad de fase de la señal de microondas con la velocidad de propagación de la onda óptica en un modulador EO de volumen Fig. (2.4-3), formado por una guía de onda rectangular rellena con LiNbO_3 .



Figura. (2.4-3). Modulador EO de volumen, formado por una guía de onda rectangular metálica para microondas rellena con LiNbO_3 .

El índice de refracción del LiNbO_3 para la onda óptica $n_o \approx 2.15$ y para la señal de microondas $n_m \approx 4$; sabiendo esto, podemos ver que una onda óptica se propagaría en un cristal de LiNbO_3 casi tres veces más rápido que una onda de microondas, por lo cual, si estas dos ondas interactúan, no se producirá una modulación en la fase de la luz. Sin embargo, como la guía de onda en la que se propaga la señal de microondas es una guía rectangular, podemos encontrar una frecuencia Ω a cual las velocidades son iguales y la luz puede ser modulada. O visto de otra manera, si fijamos la frecuencia de microondas con la cual queremos modular la luz, podemos variar el tamaño de la guía de onda rectangular hasta que las velocidades se igualen como lo muestra la siguiente figura.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

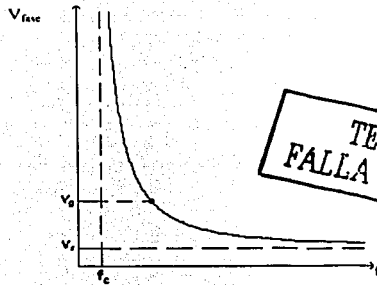


Figura. (2.4-4). Curva de dispersión de una guía de onda rectangular.

Con esto podemos ver que en un modulador de este tipo es posible modular una señal óptica con cualquier frecuencia de microondas, sin embargo, el ancho de banda del modulador no es grande ya que las velocidades solo se igualan en una frecuencia.

En moduladores de óptica integrada no es posible igualar las velocidades de esta manera ya que estos dispositivos generalmente utilizan líneas de microcinta y este tipo de líneas de transmisión casi no tiene dispersión.

El siguiente capítulo explica diferentes formas de igualar las velocidades en moduladores de óptica integrada.

Bibliografía del capítulo 2.

Bahaa. Saleh. Teich. *Fundamentals of photonics*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1991.

Yariv, Amnon. Yeh, Pochi. *Optical waves in crystal*, ed. John Wiley & Sons, USA, 1984.

Yariv, Amnon. *Optical electronics in modern communications*, quinta edición, ed. Oxford University press, USA, 1997.

55-A

**Capítulo 3.
Moduladores
electro-ópticos
de LiNbO_3 .**

Capítulo 3. Moduladores electro-ópticos de LiNbO_3

3.1 Principios básicos de los moduladores EO de óptica integrada en LiNbO_3

A lo largo de los años se han propuesto varios tipos de moduladores de gran ancho de banda, sin embargo, la mayoría de ellos son dispositivos de onda viajera con una estructura de guías de onda óptica de interferómetro Mach-Zehnder fabricadas por difusión de titanio en LiNbO_3 (Ti: LiNbO_3). Los moduladores EO Ti: LiNbO_3 son muy prometedores ya que este tienen coeficientes EO grandes, son muy estables tanto térmica como ópticamente, sus tecnologías de fabricación están muy bien desarrolladas, sus guías de onda óptica se pueden acoplar directamente con fibras ópticas, el chirp de la señal modulada es muy pequeño y su comportamiento depende muy poco de la longitud de onda por lo que se pueden utilizar en sistemas ópticos de transmisión por multiplexación por división de tiempo (TDM) como en sistemas de multiplexación por división de longitud de onda (WDM).

Las guías de onda ópticas utilizadas en moduladores EO de LiNbO_3 se fabrican por difusión de titanio en el cristal (Ti: LiNbO_3), esta técnica de fabricación de guías de onda produce un incremento en el índice de refracción ordinario y en el extraordinario. El aumento de los índices de refracción típicamente es entre 10^{-2} y 10^{-3} dependiendo del grosor de la capa de titanio antes de la difusión y de las condiciones de operación. Esta difusión generalmente se realiza a una temperatura entre los 800 y 1100 °C durante varias horas (entre 8 y 12 horas).

A continuación se presentarán los conceptos básicos del funcionamiento de este tipo de moduladores.

3.1.1 Moduladores de fase en LiNbO_3 .

En el capítulo anterior vimos que al aplicar un campo eléctrico a un cristal EO como el LiNbO_3 se produce un cambio en su índice de refracción, debido al cual podemos modular la fase de la luz que viaja en el cristal, también vimos que el cambio en índice de refracción del LiNbO_3 es mayor cuando la onda de luz esta polarizada en la dirección z y se aplica un campo eléctrico en esa misma dirección, ya que esta onda óptica ve el índice extraordinario y el coeficiente electro-óptico más fuerte r_{33} . Debido a esto, cuando se

quiere diseñar un modulador EO, es importante elegir la orientación del cristal de tal forma que se aproveche el coeficiente r_{33} .

En la Fig.(3.1-1) se muestra un modulador de fase apropiado para el LiNbO_3 . También se muestran dos configuraciones distintas de moduladores de fase y se indica la orientación que debe de tener el cristal para que el cambio en el índice de refracción sea máximo. La diferencia entre estas configuraciones es la posición de los electrodos con respecto a la guía de onda óptica, esta diferencia provoca que la dirección del campo eléctrico que interactúa con la onda óptica guiada sea distinta en cada caso, por lo que la orientación del cristal debe de ser diferente en cada caso:

- Si los electrodos se encuentran a ambos lados de la guía de onda óptica Fig.(3.1-1a), se utiliza el campo eléctrico horizontal. Esta configuración de los electrodos es apropiada para corte X del cristal. Se utiliza el coeficiente r_{33} para los modos ópticos TE.
- Si un electrodo se encuentra arriba de la guía de onda Fig (3.1-1b), se utiliza el campo eléctrico vertical. En este último caso es necesario utilizar una capa aislante de SiO_2 para eliminar pérdidas de la señal óptica en el electrodo, especialmente si la polarización de la luz es perpendicular al plano del sustrato. Esta configuración de los electrodos es apropiada para corte Z y provee modulación máxima para modos TM.

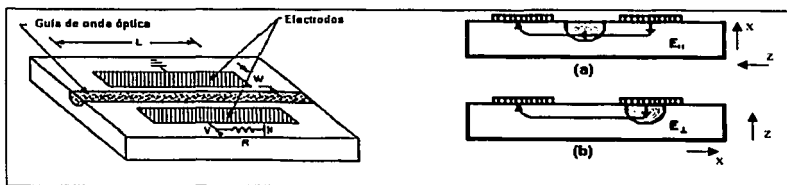


Figura (3.1-1). Configuración de un modulador de fase en LiNbO_3 . En (a) modulador con corte X y en (b) modulador con corte Z. Notese que en ambos casos la onda óptica debe de ser polarizada en la dirección del eje z.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Un parámetro importante de los moduladores EO, es el voltaje que se debe de aplicar en los electrodos para que el cambio de fase inducido sea igual a π , a este voltaje se le nombra $V\pi$.

Los moduladores EO de gran ancho de banda utilizan electrodos de onda viajera, la finalidad de este tipo de electrodos Fig. (3.1-2) es que el electrodo sea como una extensión de la línea de transmisión de la señal moduladora. Por lo que debe de tener la misma impedancia característica que tienen la fuente y el cable. Este es el tipo de modulador que se analizó en el sub-capítulo 2.4.

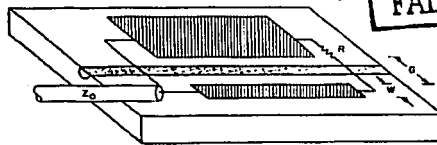


Figura (3.1-2). Esquema de un modulador de fase de onda viajera (TW-EOM).

3.1.2 Moduladores EO amplitud

Para obtener un modulador de amplitud es necesario transformar el cambio de fase inducido electro óptimamente en una modulación de la amplitud de la luz. En moduladores de volumen y en los primeros moduladores integrados se utilizaron dos polarizadores lineales, uno antes y otro después del modulador de fase con ejes a 45° y -45° respecto del sustrato, con esto se excitan dos polarizaciones ortogonales y se produce un desfaseamiento entre los modos TE y TM que depende del voltaje aplicado al modulador de fase debido a que los coeficientes EO que ven los modos TE y TM son diferentes, luego a la salida, el polarizador los mezcla y se produce una modulación de la intensidad de la luz de salida. Sin embargo esta técnica requiere del uso de polarizadores externos ya que no existen polarizadores pasivos de 45° en guías de onda. Los moduladores de amplitud en óptica integrada se han hecho utilizando diferentes estructuras de guías de onda. Los más comunes son los moduladores interferométricos y los de acoplador direccional. Fig (3.1-3).



Figura (3.1-3). Esquema de modulos de amplitud. (a) Con una estructura de acoplador direccional. (b) Interferómetro de Mach-Zehnder.

En un modulador Mach-Zehnder Fig. (3.1-3b) una onda de entrada se divide en dos componentes iguales que se propagan en ambos brazos del interferómetro, los cuales se encuentran suficientemente separados para que no haya acoplamiento entre las dos ondas. Al aplicar un voltaje en el electrodo central al estar los otros dos conectados a tierra, se genera un campo eléctrico con polaridad opuesta cruzando los dos canales del interferómetro, lo que produce que en un canal se incremente el índice de refracción y en el otro se reduzca. Si la diferencia de fase total entre ambos brazos es 0° , a la salida del interferómetro las dos componentes se combinan en fase y una onda igual a la de la entrada continúa propagándose en la guía de salida, sin embargo, si existe una diferencia de fase igual a π , la luz se radia en el sustrato y la energía transmitida es mínima. La relación entre la intensidad transmitida y la intensidad incidente Fig (3.4) esta dada por

$$T = \frac{I_o}{I_i} = \cos^2 \frac{\Delta\beta L}{2} ; \text{ donde } \Delta\beta \text{ es la diferencia de la constante de propagación en los brazos y } L \text{ es la longitud de los brazos. Podemos ver que } \Delta\beta L \text{ es el cambio de fase inducido en la señal óptica.}$$

Un modulador de amplitud de onda viajera Fig.(3.2-1) puede construirse, al hacer que cada brazo del interferómetro sea un modulador de fase de onda viajera. Utilizando la Ec. (2.4-8) sabemos que la diferencia en la fase de las ondas ópticas que se propagan en los dos canales del interferómetro esta dado por

$$\Delta\phi = Mz \text{ sinc} \left[\frac{\Omega}{2} \left(\frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_s} \right) z \right] \cos \left(\Omega t - \left(\frac{k_s}{2} + \frac{\Omega}{2v_f} \right) z \right)$$

la relación entre la intensidad transmitida y la intensidad incidente del modulador esta dada por;

$$T = \frac{I_o}{I_i} = \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

De la ecuación anterior vemos que la intensidad de salida se relaciona directamente con $\Delta\phi$, de esto se entiende que *la respuesta en frecuencia del modulador se relaciona directamente con $\Delta\phi$* . En el sub- capítulo (2.4) vimos que con respecto al tiempo $\Delta\phi$ es igual a $\cos(\Omega t)$, excepto por que tanto su fase como su amplitud dependen de la frecuencia y de los parámetros del modulador. Además sabemos que en una región la función $\cos^2(x)$ tiene un comportamiento lineal, por lo tanto si el dispositivo trabaja en esa región la amplitud de la luz es modulada linealmente con la señal de microondas $\cos(\Omega t)$. Esto lo podemos ver en la Fig(3.1-4). En un modulador de amplitud $V\pi$ es voltaje requerido para que T cambie de 0 a 1.

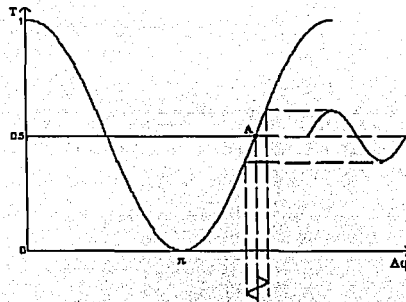


Figura (3.1-4). Transmitancia de un interferómetro de Mach-Zehnder. Si opera en una región cercana al punto A, el dispositivo es un modulador de amplitud lineal.

3.2 Moduladores EO Ti:LiNbO₃ de gran ancho de banda

El desarrollo de moduladores ópticos ultra-rápidos de LiNbO₃ con electrodos de onda viajera es esencial para futuros sistemas de comunicaciones que trabajen a más de 40 Gbps. Sin embargo como se explico en el capítulo 2, el ancho de banda de estos moduladores depende *en primera instancia de la diferencia de velocidades que existe entre la onda óptica guiada y la señal de microondas (señal moduladora) que interactúan parametricamente*, esta diferencia en las velocidades es intrínseca del material y se debe a que el LiNbO₃ tiene constantes dieléctricas grandes en frecuencias de microondas, el ancho de banda también esta limitado *por la impedancia característica del electrodo y las pérdidas de propagación en el electrodo*. En este sub-capítulo se verán las características de un modulador Ti: LiNbO₃ convencional y se explicarán diferentes técnicas utilizadas para aumentar el ancho de banda del modulador.

Un modulador Ti: LiNbO₃ convencional Fig (3.2-1) consiste en un sustrato de LiNbO₃ con *corte z*, con una estructura de guía de onda óptica de interferómetro de Mach-Zehnder, una capa aislante de SiO₂ y una guía de onda coplanar (CPW) con electrodos de oro. Estas guías de onda son las más utilizadas como electrodos de onda viajera para moduladores ópticos Ti: LiNbO₃ debido a que proveen una buena conexión con un cable coaxial, tienen bajas pérdidas, además de que proveen un buen compromiso entre su impedancia característica y el voltaje $V\pi$ [1].

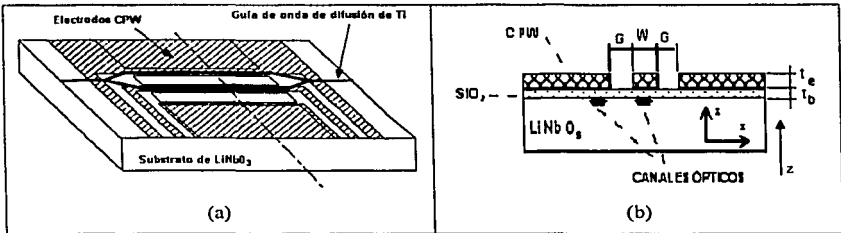


Figura (3.2-1). Vista superior (a) y sección transversal (b) de un Modulador EO Ti:LiNbO₃ Mach-Zehnder con electrodos CPW.

Debido a la diferencia de velocidades el ancho de banda del modulador y el voltaje de control son inversamente proporcionales a la longitud del electrodo, por lo tanto, si queremos aumentar el ancho de banda debemos de disminuir la longitud del electrodo pero debemos tomar en cuenta que al disminuir la longitud de interacción, el efecto EO es menor, por lo que el voltaje V_{π} es mayor que el voltaje V_{π} del modulador con electrodo largo. Esto se muestra en la Fig. (3.2-2), en la que se puede ver que el modulador de 1 cm de longitud tiene un ancho de banda mayor que el de 2 cm, sin embargo, también vemos que la magnitud del cambio de fase es mayor en el de 2 cm, por lo que V_{π} es menor para el modulador de 2 cm.

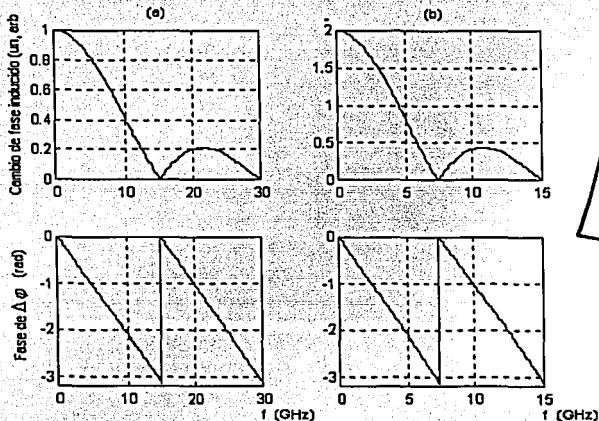
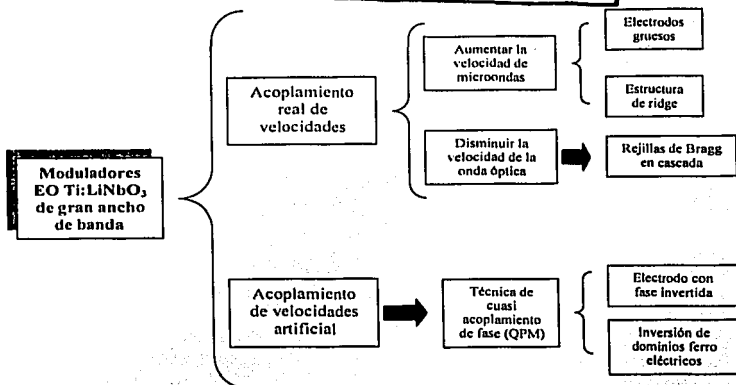


Figura (3.2-2). Respuesta de amplitud $|\Delta\phi|$ y fase $\arg(\Delta\phi)$ de un modulador convencional (a) con $L = 1$ cm (b) con $L = 2$ cm.

Usando un electrodo CPW convencional el producto de ancho de banda de 3dB por longitud del electrodo $\Delta f L \approx 9$ GHz cm, para $n_m - n_o \approx 2$. Para superar esta limitación en el ancho de banda, a partir de este modulador se han planteado diferentes técnicas que permiten superar la limitación que existe en un modulador convencional, debido a la diferencia entre las velocidades.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



3.2.1 Moduladores con acoplamiento real de velocidades

El problema de la diferencia en las velocidades puede resolverse aumentando la velocidad de fase de la señal de microondas, esto se logra mediante el uso de estructuras de dos dieléctricos en las cuales una parte significativa de la energía de la señal microondas se propaga en un material que tiene un índice de refracción menor al del sustrato electro-óptico.

Modulador con electrodos gruesos

Una de las técnicas propuestas para aumentar la velocidad de la señal de microondas es el uso de electrodos más gruesos, en este caso el índice de refracción efectivo de la señal de microondas n_{eff} disminuye debido a que una parte significativa del campo de microondas se propaga en el aire y este tiene un índice de refracción menor que el LiNbO_3 . De esta manera, al optimizar el grosor del electrodo (T_e), el ancho del conductor central (W), la separación entre el conductor central y los electrodos de tierra (G) y el ancho de la capa de SiO_2 (T_b), se pueden igualar las velocidades y por lo tanto aumentar el ancho de banda del modulador. Sin embargo como existe una dependencia entre los parámetros del modulador, al igualar las velocidades aumenta $\sqrt{\pi}$. La siguiente tabla muestra de manera cualitativa la dependencia que existe entre los parámetros del modulador.

Si: $T_e \uparrow$	$n_{eff} \downarrow, Z_0 \downarrow, V\pi = \text{cte}$
Si: $T_b \uparrow$	$n_{eff} \downarrow, Z_0 \uparrow, V\pi \uparrow$
Si: $G \uparrow$	$n_{eff} \uparrow, Z_0 \uparrow, V\pi \uparrow$

Por ejemplo, en [4] reportan que el acoplamiento de velocidades se logra cuando $W = 8\mu\text{m}$, $G = 15\mu\text{m}$, $T_b = 0.9\mu\text{m}$ y $T_e = 20\mu\text{m}$. En este caso el producto de $V\pi$ por la longitud de interacción $V\pi L = 13\text{Vcm}$. Sin embargo impedancia característica se vuelve tan baja como $Z_0 = 35\Omega$ lo que hace que la respuesta electro-óptica del modulador caiga rápidamente al aumentar la frecuencia de la señal de microondas, este cambio en Z_0 se debe a que al aumentar T_e , aumenta la capacitancia del electrodo y esto produce que Z_0 disminuya. Para poder mantener a Z_0 cercana a 50Ω , T_b debe de ser mayor que $2\mu\text{m}$ pero esto hace que $V\pi L \approx 20\text{Vcm}$. Utilizando electrodos gruesos se pudieron desarrollar moduladores con un ancho de banda de $\approx 23\text{GHz}$ con $V\pi = 5\text{V}$.

Para superar la relación que existe entre Z_0 y $V\pi$ en este tipo de moduladores se desarrollaron moduladores con estructura de ridge.

Moduladores con estructura de Ridge y electrodos gruesos

La Fig. (3.2-3) muestra un modulador de este tipo el cual es como el descrito anteriormente solo que en este caso en la región de interacción en ambos lados de las guías de onda ópticas se quita el LiNbO_3 con lo que se forman surcos (ridge) en el LiNbO_3 , podemos ver que en estos surcos el LiNbO_3 es remplazado por materiales con constante dieléctrica menor a la del LiNbO_3 , aire y SiO_2 , con esto se disminuye la capacitancia de los electrodos, produciendo un aumento en la impedancia de la guía de onda coplanar. Las estructuras de ridge son capaces de producir acoplamientos casi exactos tanto de velocidades como de impedancias, *permitiendo superar la dependencia de Z_0 con $V\pi$ que existía en los moduladores con electrodos gruesos sin estructura de ridge.*

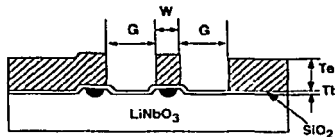


Figura (3.2-3). Sección transversal de un Modulador óptico Ti:LiNbO₃ con estructura de ridge.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Utilizando, este tipo de estructura Noguchi et al [4], lograron desarrollar moduladores EO de $L=2\text{cm}$ con un ancho de banda de 105 GHz excitándolo con pruebas G-S-G. Además de un modulador empacado de $L=4.1\text{cm}$ con $V\pi=5\text{V}$ y un ancho de banda de 40 GHz, para el cual $W=8\mu\text{m}$, $G=25\mu\text{m}$, $T_b=0.6\mu\text{m}$ y $T_e=29\mu\text{m}$.

A pesar de que esta estructura desde el punto de vista de la optimización del modulador EO parece ser una solución ideal, su realización requiere de procesos tecnológicos caros y de una gran precisión. Además el ancho de banda de 3dB está limitado por las pérdidas en los electrodos, *lo que produce que $V\pi$ tenga un comportamiento dependiente de la frecuencia.*

3.2.2 Moduladores con tecnología de cuasi acoplamiento de velocidades (QPM)

En este trabajo de tesis se optimizó un modulador con tecnología QPM, en este subcapítulo se analizarán y obtendrán las características de este tipo de moduladores. Se debe de entender que a diferencia de las dos técnicas descritas en el sub-capítulo (3.2.1), al utilizar esta tecnología no se logran igualar las velocidades, se dice que es un acoplamiento de velocidades artificial.

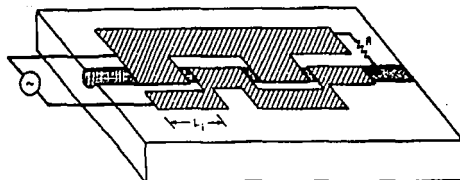
Las técnicas QPM se han realizado mediante el uso de electrodos con fase invertida (PR) y más recientemente mediante la inversión de dominios ferro eléctricos. Estos métodos son muy atractivos ya que, al contrario de los métodos descritos anteriormente, con ellos podemos diseñar moduladores que se pueden fabricar utilizando la tecnología planar de fabricación de circuitos. Otro beneficio evidente de su utilización es que dan la posibilidad de realizar moduladores con respuestas EO planas (o $V\pi$ independiente de la frecuencia), en principio, en cualquier banda de microondas y considerando las pérdidas de propagación, a continuación se explicara que para esto únicamente se debe de encontrar el código espacial de los segmentos de fase invertida correspondiente.

La Fig. (3.2-4a) muestra un modulador con electrodos de fase invertida periódicamente, podemos ver que después de una distancia de interacción Li , el electrodo es desplazado lateralmente, provocando que la dirección del campo eléctrico dentro de la guía de onda óptica se invierta. El valor de Li es tal que para una frecuencia f_i la inversión en la dirección del campo compensa la inversión producida por la diferencia en las velocidades. La amplitud del efecto es cero cuando $z=2Li$, con esto utilizando la Ec. (2.4-8)

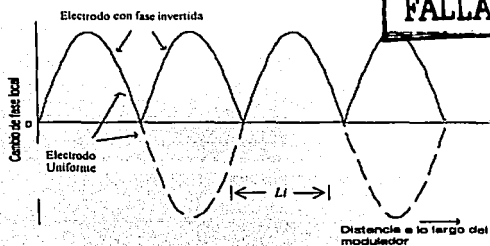
podemos obtener el valor de L_i requerido para que el modulador tenga una respuesta máxima en una frecuencia de microondas f_d :

$$\frac{2\pi n_m}{c} f_d L_i \left(1 - \frac{n_o}{n_m}\right) = \pi \quad (3.2-1)$$

; donde n_m y n_o son los índices de refracción para microondas y para la luz respectivamente.



(a)



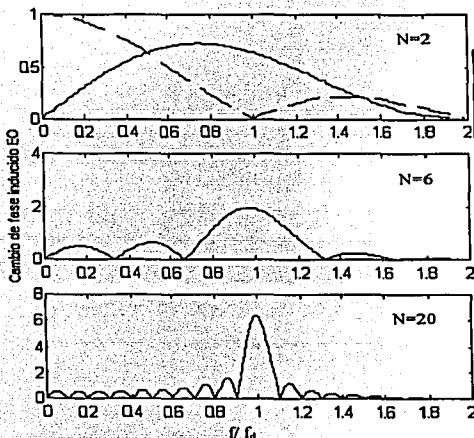
(b)

Figura (3.2-4). (a) Esquema de un modulador con electrodos de fase invertida periódicamente. (b) Cambio de fase inducido EO en un punto z.

El efecto del desplazamiento periódico de los electrodos se ilustra en la Fig. (3.2-4b). Podemos ver que cuando se utiliza un electrodo uniforme, el cambio de fase total es cero para una longitud del electrodo igual a $2L_i$ y una frecuencia de microondas $f = f_d$, es decir, solo existe una modulación útil hasta una longitud del electrodo $z = L_i$, después de esta distancia la modulación se reduce hasta que se cancela completamente cuando $z = 2L_i$.

A diferencia de esto, al utilizar electrodos con inversión de fase, el cambio de fase inducido en cada sección se suma en fase y como consecuencia el voltaje de control se puede reducir, ya que en ausencia de pérdidas la longitud total de interacción estará dada por $L = Nl$ donde N es el número de secciones, puede ser tan grande como se quiera sin que exista degradación en la modulación producida por la diferencia en las velocidades.

La condición para el acoplamiento de velocidades dada por la Ec.(3.2-1) muestra que el uso de electrodos con fase invertida periódicamente no provee un acoplamiento de velocidades en un ancho de banda grande, esta técnica no sirve para aumentar el ancho de banda del modulador. Únicamente provee "acoplamiento de velocidades" para una frecuencia f_d dada por la Ec.(3.2-1). Esto se puede ver en la Fig.(3.2-5).



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura (3.2-5). Respuesta en frecuencia un modulador EO con electrodos de fase invertida periódicamente para diferentes números de secciones N . Junto con $N=2$ se muestra el resultado para un electrodo uniforme de longitud $L=2L_u$.

En la Fig. (3.2-5) para el dispositivo con $N=2$, podemos ver que una señal con frecuencia cero, no induce un cambio de fase en la señal óptica y también se ve que a diferencia del modulador de una sola sección, en este caso el valor más grande del cambio

de fase inducido ocurre en una frecuencia diferente de cero. Para el dispositivo de seis secciones, el valor más grande del cambio de fase inducido ocurre en una frecuencia aún más grande $f \approx f_d$, f_d es la frecuencia en la que se quiere obtener un acoplamiento en las velocidades.

Hasta este momento hemos visto como utilizando la técnica de QPM, podemos hacer que el modulador tenga respuesta en frecuencias altas sin embargo no hemos logrado aumentar el ancho de banda del modulador. Ahora veremos que esto se puede lograr si la longitud de cada una de las secciones es diferente a la de las demás secciones, esto es, realizando las inversiones de fase no periódicamente.

A continuación analizaremos estas estructuras, para esto debemos obtener una expresión con la cual podamos calcular la respuesta en frecuencia del cambio de fase (tanto su amplitud como su fase) producido por un modulador de fase EO con electrodos de fase invertida. En el análisis incluiremos las pérdidas en la señal de microondas. Esto lo haremos utilizando las ecuaciones de modos acoplados para perturbaciones dependientes del tiempo Ec. (1.4-12b). Primero calcularemos la respuesta de un modulador de una sección y después generalizaremos el resultado para obtener la respuesta de un modulador con cualquier número de secciones. Para esto seguiremos el mismo procedimiento que seguimos en el sub-capítulo (2.4).

Consideraremos que al propagarse una onda de microondas por la guía CPW, se induce un campo eléctrico dentro de la guía de onda óptica representado por:

$$E = E_0 e^{j(\omega t - kz) - \alpha z}$$

donde α es el coeficiente de atenuación de la guía CPW.

La perturbación en el índice de refracción de la guía de onda óptica, debida al efecto EO lineal es:

$$\Delta n_e = -\frac{1}{2} n_o^3 r_{33} E_{eff} e^{j(\omega t - kz) - \alpha z}$$

Sustituyendo en la Ec. (1.4-12b). La ecuación de modos acoplados es:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right) A = jMA e^{j(\omega t - kz) - \alpha z} \quad (3.2-2)$$

; donde $M = -n_e^2 r_{33} \frac{\pi}{\lambda_{opt}} E_{eff}$ y v_g es la velocidad de la luz en el LiNbO_3

La Ec.(3.2-1) se resuelve siguiendo los mismos pasos seguidos en el sub-capítulo (2.4), también consideramos la misma condición inicial y obtenemos que el cambio de fase total inducido electro-ópticamente es:

$$\frac{\phi}{L} = jM \frac{e^{j\Omega t}}{(j\beta' + \alpha)L} [1 - e^{-L(j\beta' + \alpha)}] \quad (3.2-3)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

; donde $\beta' = \frac{\Omega}{c} (n_o - n_m)$ y L es la longitud de interacción.

Agrupando términos, podemos describir la ecuación anterior como sigue

$$\frac{\phi}{FL} = \frac{1}{\gamma L} [1 - e^{-j\gamma L}] \quad (3.3-4)$$

; donde $F = jM e^{j\Omega t}$ es el la modulación EO del índice de refracción, y $\gamma = j\beta' + \alpha$

Ahora analizaremos el factor $[1 - e^{-j\gamma L}]$ de la Ec.(3.3-4) para obtener una expresión que nos permita calcular el cambio de fase total para una estructura que tenga N . Vemos que este factor se compone de dos términos:

- El primer término se obtiene de las condiciones de frontera, por lo que tiene información de la fase en el punto en donde empieza el segmento. Es la función $e^{-j\gamma z}$ valuada en el punto donde inicia el segmento. En este caso es igual a uno debido a que la interacción empieza en $z=0$,
- El segundo término es la función $e^{-j\gamma z}$ valuada en el punto donde termina el segmento.

Generalizando la Ec. (3.3-4) y considerando que la fase de la señal de microondas se invierte al final de cada sección, obtenemos una expresión que nos permite calcular el cambio de fase total inducido por un modificador de fase con electrodos de fase invertida:

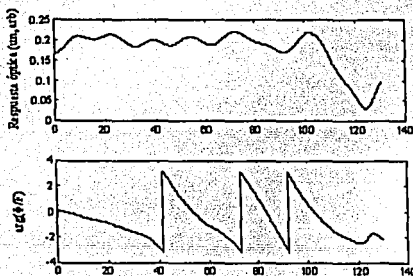
$$\frac{\phi}{FL} = \frac{1}{\gamma L} \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} [\exp(-j\gamma z_n) - \exp(-j\gamma z_{n+1})] \quad (3.3-4)$$

N es el número de segmentos de fase invertida, la longitud del segmento número n es $d_{n+1} = z_{n+1} - z_n$, $z_1 = 0 < z_2 < \dots < z_{N+1} = L$, L es la longitud total de interacción y el término $(-1)^{n+1}$ expresa el cambio de fase de la señal de microondas al final de cada segmento.

La Ec.(3.3-4) nos da el cambio de fase complejo para una longitud L y una función de excitación F dadas, en función de β' que es proporcional a la frecuencia de microondas Ω . Debemos enfatizar que para obtener el desempeño del modulador en el dominio de la frecuencia, debemos de conocer tanto la amplitud como la fase de la función $\frac{\phi}{FL}$. Las cuales representaremos como $\left| \frac{\phi}{FL} \right|$ y $\arg\left(\frac{\phi}{FL}\right)$, respectivamente.

De la Ec.(3.3-4) podemos ver que dados los índices de refracción n_o y n_m , las pérdidas de propagación de microondas y la longitud de interacción, la respuesta en frecuencia del modulador únicamente depende del número de segmentos de fase invertida y de la longitud de cada segmento (código espacial), por esto es que optimizando tanto la longitud de los segmentos como el número de ellos, se puede aumentar el ancho de banda del modulador.

La Fig.(3.2-6) muestra la respuesta en frecuencia de un modulador con estructura QPM optimizado en [8] por L. Chen y C. Ku mediante un algoritmo genético, podemos ver que el ancho de banda del modulador es de $\approx 100\text{GHz}$, sin embargo la fase de la respuesta no es lineal, produce mucha distorsión de pulsos cortos.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura (3.2-6). Respuesta en frecuencia amplitud y fase de un modulador EO con electrodos de fase invertida no periódicamente.

Referencias del capítulo 3.

- Martellucci, Chester, y Bertolotti. *Advances in integrated optics*, ed. Plenum Press, Italia, 1994.
- [1] R. C. Alferness "Waveguide electrooptic modulators" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 30, No.8. pp. 1121-1137. 1982.
 - [2] T.Kazuto Noguchi, Osamu Mitomi, and Hiroshi Miyazawa, "Millimeter-wave Ti:LiNbO₃ optical modulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 615-619, 1998.
 - [3] W. K. Burns, M. M. Howerton, R. P. Moeller, R. Krähenbühl, R. W. McElhanon, and A. S. Greenblatt "Low drive voltage, broad-band LiNbO₃ modulators with and without etched ridges," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 2551-2555, 1999
 - [4] Kazuto Noguchi, Osamu Mitomi, Hiroshi Miyazawa, and Shunji Seki, "A broadband Ti: LiNbO₃ optical modulator with ridge structure," *J. Lightwave Technol.*, vol. 13, pp. 1164-1168, 1995.
 - [5] Osamu Mitomi, Kazuto Noguchi, and Hiroshi Miyazawa, "Design of ultra-broad-band LiNbO₃ optical modulators with ridge structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, pp. 2203-2207, 1995.
 - [6] M. Rangaraj, T. Hosoi, and M. Kondo, "A wide-band Ti:LiNbO₃ optical modulator with a conventional coplanar waveguide type electrode," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 3, pp. 1020-1022, 1992.
 - [7] D. Erasme, and M. G. F. Wilson. "Analysis and optimization of integrated travelling-wave modulators using periodic and nonperiodic phase reversal," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 18, pp. 203-211, 1986.
 - [8] D. Erasme, D. A. Humphreys, A. G. Roddie, and M. G. F. Wilson, "Design and performance of phase reversal traveling wave modulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 6, pp. 933-936, 1998.

71A.

**Capítulo 4.
Método
de optimización
utilizado.**

Capítulo 4. Método de optimización.

TESIS
FALLA DE ORIGEN

4.1 Computación evolutiva y optimización

Hace más de 30 años, a algunos investigadores en diferentes lugares de Estados Unidos y Europa les surgió la idea de copiar los mecanismos de la evolución biológica para desarrollar poderosos algoritmos en problemas de adaptación y optimización. Esto por que muchas estructuras óptimas como la forma de las alas de los pájaros o las ramificaciones de los vasos sanguíneos han surgido a través de la evolución biológica. La idea de utilizar estos mecanismos para la solución de problemas de optimización ha motivado mucha investigación, resultando en algunas aproximaciones que han probado ser efectivas y robustas en una gran variedad de aplicaciones. Típicamente, una aplicación de optimización requiere el encontrar un vector de parámetros del sistema bajo consideración $\vec{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n) \in M$, de tal forma que un cierto criterio $f: M \rightarrow R$ (típicamente llamada función objetivo) se minimice o maximice:

$$f(\vec{d}) \rightarrow \min \quad (4.1-1)$$

La función objetivo puede estar dada por un sistema del mundo real de complejidad arbitraria o por una expresión analítica. Normalmente la solución al problema de optimización (4.1-1) es el encontrar un vector \vec{d}_{opt} de tal forma que $\forall \vec{d} \in M : f(\vec{d}_{opt}) \leq f(\vec{d})$.

Los tres métodos principales de la computación evolutiva son algoritmos genéticos, programación evolutiva y estrategias de evolución. Todos estos algoritmos se basan en el concepto de una población de individuos, representando soluciones potenciales del problema de optimización, la cual sufre operaciones probabilísticas como mutación, selección y (algunas veces) recombinación para obtener individuos que provean mejores valores de la función objetivo. La mutación introduce innovación en la población mediante la generación de variaciones de los individuos y la recombinación realiza un intercambio de información entre diferentes individuos de la población. La operación de selección impone la evolución permitiendo que los mejores individuos sobrevivan y se reproduzcan en el siguiente ciclo $t+1$. El ciclo principal del algoritmo que consiste en recombinación, mutación, evaluación y selección, se repite hasta que el tiempo de computo se acabe, se

encuentre una solución con un buen desempeño o se satisfaga algún otro criterio de finalización.

El siguiente pseudocódigo resume las principales componentes de un algoritmo evolutivo:

```
t=0;
inicializa P(t)
evalua P(t);
mientras que no termina has
    P'(t)=recombinación de P(t)
    P''(t)= mutación de P'(t);
    Evalua P''(t);
    P(t+1)= selección de los mejores P''(t);
    t= t+1;
Fin del ciclo
```

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En este algoritmo, $P(t)$ denota a una población de μ individuos de la generación t . La población de hijos $P''(t)$ tiene un tamaño $\lambda \geq \mu$ y es generada mediante la mutación (y recombinación) de la población de padres $P(t)$. Los hijos son evaluados calculando el valor de la función objetivo $f(\vec{d})$ para cada una de las soluciones \vec{d} representadas en $P''(t)$ y los que proveen mejores valores de la función objetivo son retro alimentando al proceso para obtener mejores soluciones.

4.2 Planteamiento del problema y método de optimización utilizado

En años recientes se han utilizado diferentes métodos de optimización con los cuales se busca aumentar el ancho de banda de los moduladores EO con estructura de QPM. Tradicionalmente los códigos espaciales no periódicos de los electrodos de fase invertida se obtienen al utilizar algoritmos clásicos como los métodos de Baker y de Newton. Sin embargo, estos algoritmos solo operan si se les define un número de segmentos (N). Por lo tanto las soluciones que arrojan estrictamente no son óptimas debido a que un N óptimo es un parámetro desconocido. Recientemente en [2] fue demostrado que este problema puede solucionarse con la ayuda de un algoritmo genético con el cual obtuvieron una respuesta plana en amplitud de 0 a 100 GHz para un modulador EO sin pérdidas de 1 cm de longitud, sin embargo la fase de la respuesta en frecuencia de este modulador no es lineal Fig.(3.2-6).

En este sub-capítulo se presenta el funcionamiento del algoritmo genético que se utiliza en este trabajo de tesis mediante el cual es posible encontrar un código espacial óptimo de las secciones del electrodo no periódico que puede proveer una respuesta óptica casi perfecta del modulador EO con tecnología QPM en un rango de frecuencia requerido $\Delta f: f_{\max} \leq f \leq f_{\min}$. El algoritmo fue desarrollado considerando un modulador EO Mach-Zehnder de LiNbO_3 con corte-z con guía CPW con inversión de fase como el que se muestra en la Fig.(4.2-1). Su región de interacción EO contiene N secciones de inversión de fase del electrodo, cada una con una longitud $d_{n+1} = y_{n+1} - y_n$. Como se expuso en el capítulo anterior, la guía CPW esta diseñada de tal forma que el desplazamiento transversal de los electrodos invierte la polaridad del campo E (modulador) dentro de la guía de onda óptica. Esto hace posible, que mediante la manipulación de la longitud de las secciones se evite la completa compensación del efecto EO para frecuencias altas de la señal moduladora, que tiene lugar en un modulador de una sola sección.

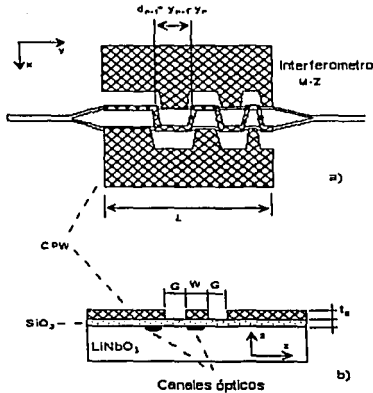


Figura (4.2-1). Vista superior (a) y sección transversal (b) de un modulador de LiNbO_3 con corte-z y con electrodos de fase invertida.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

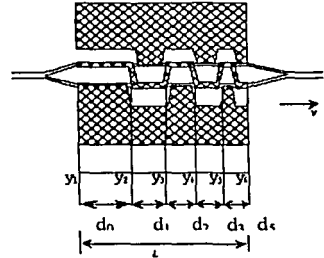


Figura (4.2-2). Modulador de cinco secciones con $N=5$ y un código espacial $\vec{d} = \{d_1, d_2, \dots, d_5\}$. (El vector \vec{d} indica la longitud de cada segmento de fase invertida).

En el sub-captulo (3.2.2) obtuvimos que para una estructura con pérdidas de microondas, el cambio de fase normalizado de la luz en cada brazo del interferómetro se describe por la Ec. (3.3-4)

$$\frac{\phi}{F} = \frac{1}{j\beta' + \alpha} \sum_{n=1}^N X_n \left(e^{-(j\beta' + \alpha)y_n} - e^{-(j\beta' + \alpha)y_{n+1}} \right) \quad (4.2-1)$$

; donde $X_n = (-1)^{n+1}$, $F = -n_0^3 r E_m \pi \lambda_0^{-1} \exp(j\Omega t)$

α caracteriza las pérdidas de microondas de los electrodos, las cuales están dadas por $\alpha = \alpha_0 \sqrt{f}$, donde α_0 usualmente se encuentra en el rango de 0.3-0.6 dB/(cm GHz^{1/2}).

Ya que se explicó el problema a resolver, a continuación se explicará el proceso de optimización utilizado para encontrar un número de secciones óptimo N_{opt} y un vector $\vec{d}_{opt} = \{d_1, d_2, \dots, d_{N_{opt}}\}$ que puedan proveer una respuesta que satisfaga la condición deseada de aplanamiento del $|\phi(\Omega)/M|$ y de linealidad de $\arg(\phi(\Omega)/M)$, dentro de un rango del

frecuencias Δf dado. Como se expuso en el sub-cálculo anterior para poder utilizar un método de computación evolutiva se requiere una función objetivo la cual se debe de minimizar. A continuación obtendremos la función objetivo que utilizamos en nuestra versión de algoritmo genético.

4.2.1 Construcción de la función objetivo

Buscamos una estructura que pueda proveer una respuesta plana en amplitud y lineal en fase, (condición necesaria para un régimen de operación de los moduladores EO que produzca poca distorsión de pulsos cortos) por lo que la función objetivo debe de incluir dos términos: uno que considere la amplitud y el otro la fase de la respuesta en frecuencia.

- Para diseñar un modulador que tenga una respuesta en frecuencia con una amplitud plana en un rango de frecuencias dado $\Delta f: f_{\max} \leq f \leq f_{\min}$, debemos de minimizar la variación de $|\phi/M|$ dentro de ese rango de frecuencias. Por lo que utilizaremos como un parámetro de minimización a la desviación cuadrática de $|\phi/M|$ de su valor promedio, descrita por:

$$U_A = \Delta f \frac{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \phi / M^2 df}{\left(\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \phi / M df \right)^2} - 1 \quad (4.2-2a)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

- Para hacer que la fase de la respuesta en frecuencia sea lineal, debemos de minimizar la desviación de $\arg(\phi/M)$ de la función lineal $F_p = f \Delta f^{-1} [\arg(\phi(f_{\max})) - \arg(\phi(f_{\min}))]$. Por tanto el otro parámetro que se debe de minimizar esta dado por:

$$U_p = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} (\arg(\phi / M) - F_p)^2 df \quad (4.2-2b)$$

Ahora podemos construir la función objetivo, que esta dada por:

$$U(N, \vec{d}) = U_A(N, \vec{d}) + \chi U_p(N, \vec{d}) \rightarrow \min = \delta u, \quad (4.2-3)$$

En la forma en que está dada la función objetivo, requiere de un coeficiente de peso χ (≈ 0.03) para el termino U_p , responsable de la linearización de $\arg(\phi/M)$.

4.2.2 Proceso de optimización

El problema de la optimización que se acaba de plantear lo resolvimos utilizando un algoritmo de evolución que incluye los ciclos computacionales estándares de un algoritmo genético: inicialización, mutación, evaluación y selección del mejor código espacial \bar{d} . A continuación describiremos las operaciones clave que utilizamos en nuestra versión especializada del algoritmo genético, particularmente en la primer etapa, la cual tiene una gran influencia sobre la característica de fase.

Inicialización de la primera generación de padres:

1. Primero inicializamos 320 códigos espaciales [$\bar{d}(1)$, $\bar{d}(2)$, ..., $\bar{d}(320)$], con los cuales se formará la primera generación de padres de la población. Cada código contiene N segmentos $\bar{d}(\mu) = \{d(\mu)_1, d(\mu)_2, \dots, d(\mu)_N\}$, donde $(\mu = 1, 2, \dots, \mu_{\max} = 320)$. La longitud de cada segmento se obtiene utilizando números aleatorios normalmente distribuidos. Se elige el número de segmentos N tres o cuatro veces mayor que el N_{opt} esperado (se puede estimar mediante simulaciones). Después de esto normalizamos las componentes de cada uno de los 320 vectores \bar{d} , de tal forma que la longitud total de interacción sea igual a L , esto es, $\sum_{k=1}^N d_k = L$.

2. Junto con los vectores \bar{d} , inicializamos 320 vectores binarios aleatorios $\bar{\tau}(\mu) = (\tau(\mu)_1, \dots, \tau(\mu)_N)$, donde τ_k denota +1 ó -1. En estos códigos, la probabilidad de que τ_k sea negativo es muy alta ≈ 0.5 . Después el vector binario $\bar{X} = \{(-1)^{n+1}\}$ ($n = 1 \dots N$) de la Ec.(4.2-1), es sustituido por el nuevo vector aleatorio $X'(\mu) = \bar{\tau}(\mu) \bar{X}$. Después de esta fuerte recombinación de los códigos binarios, si dos segmentos seguidos tienen el mismo signo ($X'(\mu) = X'(\mu+1)$), son agrupados en un solo segmento de longitud mayor y se obtiene un nuevo conjunto de vectores nuevos vectores $\bar{d}'(\mu)$.

Después de estas dos operaciones los 320 códigos generados en el primer paso, sufren una mutación con la cual se forma la primer generación de padres compuesta por

320 códigos espaciales $\bar{d}'(\mu)$, donde cada código tiene un número aleatorio de segmentos igual a $N(\mu)$.

3. Por último, se ordenan las componentes de los nuevos vectores $\bar{d}'(\mu)$, acomodando las longitudes de los segmentos d'_i de mayor a menor. Este paso es importante ya que con esto se obtiene que la fase de la respuesta del modulador para $f=f_{\max}$ sea $\leq \pi$. Esto ayuda a disminuir la distorsión que provoca el modulador, debido a que la respuesta en fase del modulador no es completamente lineal.

A continuación se explica esquemáticamente (Esquema.(4.2-1)) el proceso de la inicialización de la primera generación de padres, para esto consideraremos que el número de segmentos de los códigos generados inicialmente es $N=6$ y solo explicaremos el proceso de mutación para uno de los 320 códigos generados. Se entiende que este mismo proceso se aplica a cada uno de los 320 códigos iniciales:

1) Aleatoriamente se genera el código espacial y se normaliza de tal forma que su longitud total: $d_1+d_2+d_3+d_4+d_5+d_6=L$

$$\bar{d}(1) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 & d_6 \\ \hline \end{array}$$

2) Aleatoriamente se genera el vector binario $\bar{\tau}$, con probabilidad $P(\tau_k = -1) = 0.5$

$$\bar{\tau}(1) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Y con esto se obtiene el vector $\bar{X}'(1)$

$$\bar{X} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$\bar{X}'(1) = \bar{\tau}(1) \bar{X} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

después se agrupan los segmentos y se ordenan los componentes de mayor a menor (en este ejemplo suponemos que ya estaban ordenadas). Con esto se obtiene el código padre.

$$\bar{d}'(1) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline d_1 & d_2+d_3 & d_4 & d_5+d_6 \\ \hline \end{array}$$

$$\bar{d}'(1) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline d'_1 & d'_2 & d'_3 & d'_4 \\ \hline \end{array}$$

$$\bar{X}'(1) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

En el ejemplo se generó un código padre de 4 segmentos y cada segmento tiene una longitud aleatoria.

Esquema 4.2-1. Ejemplo de la generación de los códigos padre.

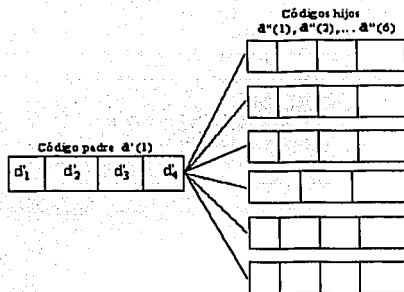
TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Ciclo de evolución P(m):

1. Se seleccionan $p = \frac{320}{h}$ padres, donde $h = 5$ ó 6 es el número de hijos que se va a generar a partir de cada padre seleccionado, de esta manera se mantiene constante el número códigos que se evalúan en cada ciclo (en este algoritmo $\lambda = \mu$). La selección de los padres se hace eligiendo a los códigos $\bar{d}(\lambda)$ que proveen los valores más pequeños de la función objetivo U Ec.(4.2-3). Estos códigos espaciales seleccionados, serán utilizados para generar la población de hijos $\bar{d}'(\lambda)$, donde ($\lambda = 1, 2, \dots, \mu_{\max} = 320$). La nueva población de hijos se obtiene después de aplicarle a los padres seleccionados la operación de mutación, la mutación consiste en dos operaciones:

- La operación $\bar{d}' \pm \delta \bar{d}$, donde $\delta \bar{d}_k$ son números aleatorios normalmente distribuidos y la variación en la longitud de cada segmento es mucho menor que la longitud del segmento, esto es, $\delta y_k \ll d'_k$. Esta operación es una mutación individual de la longitud de cada segmento. Para cada padre se generan aleatoriamente $\frac{h}{2}$ vectores $\delta \bar{d}$.
- Después hacemos la operación de recombinación $\mathcal{X}''(\lambda) = \bar{\tau}(\lambda) \mathcal{X}'(\lambda)$ descrita anteriormente. Sin embargo, ahora, las componentes negativas de $\bar{\tau}(\lambda)$ son generadas con una probabilidad muy pequeña (por ejemplo ≈ 0.008), por lo que en cada ciclo solo ocurre una pequeña mutación en el número de segmentos $N(\lambda)$ ya que la probabilidad de que $\mathcal{X}'(\lambda)$ cambie es muy pequeña. Es evidente que la recombinación también puede producir una transformación local de la longitud del segmento.

A diferencia de la inicialización de la primer generación de padres, en los siguientes ciclos ya no se aplica el proceso de ordenamiento de las componentes de los nuevos vectores $\bar{d}''(\lambda)$, esto es porque si lo aplicamos los hijos podrían dejar de parecerse a los padres.



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Figura (4.2-3). Ejemplo de la mutación de un padre en 6 códigos hijos. Se puede ver que el número de segmentos de los códigos hijo puede ser diferente al del código padre. Sin embargo esto ocurre con una probabilidad muy pequeña.

2. La última operación en el ciclo $P(m)$ es la selección de los mejores códigos espaciales de la población $\bar{a}^*(\lambda)$, mediante la evaluación de la función objetivo $U(\lambda)$ para todos los vectores \bar{a}^* .

Los mejores hijos obtenidos en el ciclo $P(m)$ son considerados como los padres en el siguiente ciclo $P(m+1)$. Debemos de recalcar que el tamaño de la mutación $\pm\delta y_k$ debe de disminuirse cada vez que el valor más pequeño de la función U del ciclo (m) ($U_{\min}(m)$) es mayor que el valor más pequeño de la función U del ciclo anterior $U_{\min}(m-1)$, esto es, que en el ciclo ($m-1$) no mejoraron las características del modulador.

El ciclo continua hasta que el valor más pequeño obtenido de la función objetivo U sea menor que δu ($U_{\min} < \delta u$), donde δu es el valor máximo de la función objetivo deseado. También el ciclo termina cuando el tiempo de computo es mayor a un tiempo dado. Usualmente la solución se obtiene para $m = 25 - 100$.

Referencias del capítulo 4.

- [1] Thomas Bäck, Hans-Paul Schefel "Evolutionary Computation: An Overview", in *Proc. IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pp.20-29, 1996.
- [2] L. Chen, and C. Yu, "Phase reversal electrode optimization in broadband electro-optic modulators by genetic algorithm," *Electron. Lett.*, vol. 35, pp. 931-932, 1999.

02A

**Capítulo 5.
Resultados
y análisis de
resultados.**

Capítulo 5. Resultados y análisis de resultados.

5.1 Resultados de la optimización y discusión de los resultados.

Para realizar las simulaciones consideramos parámetros típicos y bien establecidos en la literatura [1-3] de moduladores *EO* de LiNbO_3 con corte-*z* y guías de onda ópticas estándar de difusión de titanio ($n_o = 2.15$ para $\lambda_o = 1550 \mu\text{m}$) con un tamaño del modo óptico efectivo de $w = 8 \mu\text{m}$ y una guía de onda coplanar (CPW) con electrodos de oro. A pesar de que para llevar a cabo la optimización, únicamente utilizamos dos parámetros: la diferencia en las velocidades (Δn_{eff}) y las pérdidas de propagación en los electrodos (α_e), el análisis incluyó todos los parámetros característicos de la estructura debido a que existe una gran relación entre ellos (como se vio en el capítulo 3). Para las simulaciones consideramos que los electrodos CPW tienen un ancho del conductor central (W) de 7- 8 μm y una separación entre el conductor central y los electrodos de tierra (G) de 13.5- 25 μm , además de que se encuentran depositados sobre una capa de SiO_2 con un ancho (T_b) de 1 μm . Las razones por las cuales elegimos estos rangos de valores son las siguientes:

- Tanto teórica como experimentalmente se ha comprobado que el ancho de banda de un modulador EO aumenta al aumentar el grosor de los electrodos (T_e) debido a que este aumento produce una reducción en la diferencia de velocidades (Δn_{eff}). Sin embargo esto trae como consecuencia negativa una reducción significativa en la impedancia característica (Z_0) de la guía CPW. Por ejemplo si mantenemos fijos $T_b = 0.5 \mu\text{m}$ (valor mínimo de T_b para evitar pérdidas ópticas en los electrodos), $W = 8 \mu\text{m}$ y $G = 15 \mu\text{m}$ y variamos T_e de 5 a 10 [μm], el índice de refracción para microondas n_m cambia de 3 a 2.75 (se aproxima a $n_o = 2.15$), sin embargo la impedancia característica Z_0 se reduce de 48Ω a 37Ω .
- La capa de SiO_2 juega un papel muy importante ya que un incremento en su anchura produce una disminución de n_m y un incremento considerable de Z_0 , por lo que podemos hacer que Z_0 se aproxime a 50Ω . Pero por otro lado el valor de $V\pi$ es directamente proporcional al espesor de la capa. Por lo que el valor de T_b debe de elegirse de tal forma que exista un compromiso razonable entre Δn_{eff} , Z_0 y $V\pi$.
- También se tomó en cuenta que el valor máximo de la integral de traslape (overlap) entre el campo de microondas y la onda óptica guiada, se obtiene cuando

$W \approx w$ (w = ancho del modo óptico), por lo que W debe de estar en el rango de 7-8 μm .

- Y por último, otro punto importante es que entre más grande sea Δn_{eff} se requiere de un mayor número de segmentos N para poder obtener una respuesta de amplitud plana. Sin embargo la respuesta de las estructuras QPM es inversamente proporcional a N , por lo que se requiere que N sea lo más chico posible. Las simulaciones mostraron que al utilizar un criterio de optimización fuerte (δu pequeño y χ grande) se generan códigos con muchos segmentos ($N_{\text{opt}} \geq 10$), los cuales pueden proveer una respuesta del modulador EO casi ideal sin embargo se reduce la magnitud de $|\phi/M|$. Por esta razón utilizamos un criterio relativamente suave $\delta u \approx 0.03$.

Es este trabajo de tesis, se optimizaron cinco estructuras con características distintas, las cuales las nombramos como “A”, “B”, “C”, “D” y “E”, en la tabla (5.1) se muestran los parámetros de todas ellas. A continuación se explica cada caso y se presentan los resultados obtenidos mediante el proceso de optimización.

Estructura	T_b [μm]	T_e [μm]	W [μm]	G [μm]	n_m	L [cm]	α_0 [dB/(cmGHz ^{1/2})]	Δf [GHz]	$V\pi$ [V]	N_{opt}
A	1	5	8	15	2.6	4	0.5	0-50	20.5	7
B	1	5	7.3	13.5	2.5	4	0.5	0-40	17.7	6
C	1	15	25	8	2.5	6	0.37	0-50	14	7
D	1	15	25	8	2.5	6	0.37	0-25	9.5	5
E	1	15	25	8	2.5	6	0.37	0-90	24	15

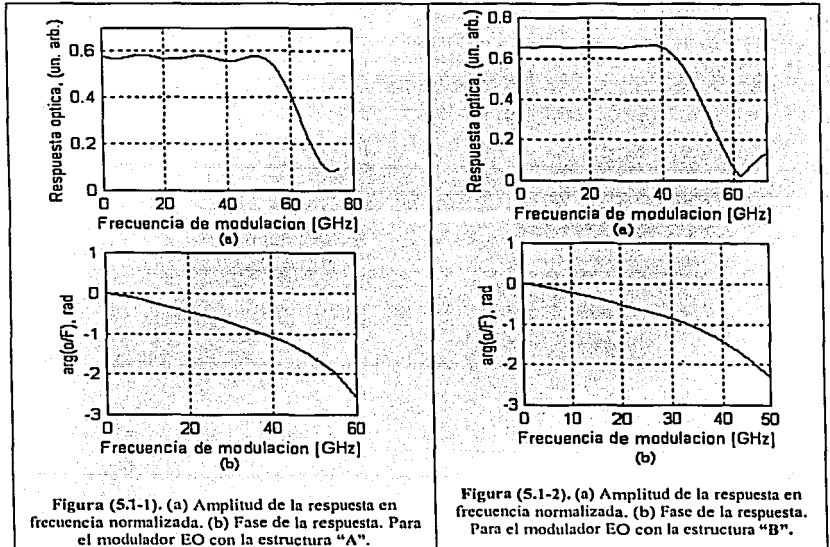
Tabla (5.1). Características de la guía CPW, ancho de banda, número de segmentos óptimo y valor del voltaje de control obtenido. Para todas las estructuras que fueron optimizadas.

5.1.1 Estructuras “A” y “B”

El análisis llevado a cabo en [4] muestra que la guía CPW que posee una impedancia característica de 50 Ω y un valor relativamente pequeño de $n_m = 2.6$ puede realizarse si $T_b = 1.0 \mu\text{m}$, $T_e = 5.0 \mu\text{m}$, $W = 8 \mu\text{m}$ y $G = 15 \mu\text{m}$. En este caso, debido a que $T_b = 1.0 \mu\text{m}$ el producto $V\pi L$ se incrementa de 8.5 V·cm (valor mínimo, cuando $T_b = 0.5 \mu\text{m}$) a aproximadamente 12 V·cm. Este conjunto de parámetros los elegimos como el caso “A”. El cual se compara con un caso similar “B”, que tiene un $n_m = 2.5$ (menor que el del caso

“A”), pero tiene una $Z_0 = 48 \Omega$. Para ambos casos las pérdidas de microondas son relativamente altas: $\alpha_0 = 0.5 \text{ dB}/(\text{cmGHz}^{1/2})$. Tanto para el caso “A” como para el caso “B” la longitud de interacción L es de 4 cm, la cual es casi la máxima longitud que se puede realizar en sustratos comerciales de LiNbO_3 de tres pulgadas de longitud.

La amplitud de la respuesta en frecuencia normalizada de las estructuras “A” y “B” obtenida después de la optimización se muestra en la Fig. (5.1-1a) y Fig. (5.1-2a) respectivamente, es importante mencionar que la normalización es con respecto al valor de la respuesta en DC de un modulador con los mismos parámetros de la guía CPW y con una longitud de interacción $L = 1 \text{ cm}$ ($\sqrt{\pi}L \approx 12 \text{ V} \cdot \text{cm}$). La fase de la respuesta en frecuencia se muestra en la Fig. (5.1-1b) y Fig. (5.1-2b). Se entiende que las soluciones se obtuvieron al minimizar la Ec.(4.2-3) mediante el método descrito en el sub-capítulo (4.2). Los rangos de frecuencia son: $\Delta f_1 = 0\text{-}50 \text{ GHz}$ para “A” y $\Delta f_2 = 0\text{-}40 \text{ GHz}$ para “B”. Los códigos espaciales obtenidos se presentan en la tabla (5.2) y se ilustran en la Fig. (5.1-6)



En la Fig. (5.1-1) y Fig. (5.1-2) se puede ver que para ambos casos, dentro de su respectivo rango de frecuencias Δf , la respuesta obtenida es muy plana en amplitud $|\phi/M|$ y lineal en fase $\arg(\phi/M)$. También se puede ver que la amplitud de la respuesta de la estructura "B" es mayor que la de la estructura "A", esto se debe a que el número de segmentos de la estructura "B" es menor que el de la "A". El voltaje de control $V\pi$ de las estructuras "A" y "B" es = 20.5 V y 17.7V respectivamente, estos valores se obtienen ya que al normalizar la amplitud de la respuesta, el valor unitario de la respuesta en las Fig.(5.1-1a) y Fig.(5.1-2a) corresponde a $V\pi=12$ V.

Para poder disminuir el voltaje de control de estos moduladores, una de las posibilidades que tenemos es aumentar la longitud de interacción, sin embargo los electrodos en los casos "A" y "B" tienen un espesor $T_e = 5.0\mu\text{m}$ lo que hace que las pérdidas de los electrodos sean relativamente grandes, por esta razón, un aumento en la longitud de interacción produce un aumento significativo en el número de segmentos N_{opt} requeridos para obtener una respuesta plana y con fase lineal. Por lo que cuando L aumenta

$\frac{L}{N_{opt}}$ aumenta muy poco y se entiende que $|\phi/M| \propto \frac{L}{N_{opt}}$, por lo que $V\pi$ casi no disminuye.

Para que un aumento en L sea una manera efectiva de reducir $V\pi$ se deben de utilizar guías CPW con menos pérdidas.

5.1.2 Estructuras "C", "D" y "E"

En estos tres casos se utilizan electrodos que tienen menos pérdidas, para obtener valores de α_0 más chicos aumentamos el grosor de los electrodos y por consiguiente para mantener la impedancia característica en 50 Ω , también aumentamos la separación entre electrodos (G).

Los casos "C", "D" y "E", corresponden a estructuras de 6 cm de longitud con $T_b=1.0\mu\text{m}$, $T_e = 15\mu\text{m}$, $W=8\mu\text{m}$ y $G = 25\mu\text{m}$. Los parámetros característicos $n_m=2.5$ y $Z_0=50\Omega$ de esta guía de onda coplanar son muy similares a los del caso "A" sin embargo para estos casos las pérdidas son mucho menores $\alpha_0 \approx 0.37$ dB/(cmGHz^{1/2}).

La estructura "C" es comparable con la estructura "A" ya que se optimizó en el rango $\Delta f=0-50$ GHz, en la Fig. (5.1-3) podemos ver que esta nueva estructura presenta una respuesta óptica de mayor amplitud que la del caso "A". "Es interesante observar que

su código espacial Fig.(5.1-6c) se parece al código de la estructura "A" Fig. (5.1-6a)". El voltaje de control de esta estructura es = 14.1 V, el cual es un valor comparable con los valores de $V\pi$ a frecuencia de 40 GHz de la mayoría de los moduladores EO con guías CPW convencionales [1-3] y con el del modulador con electrodos de fase invertida presentado en [6] ($Z_0=40\Omega$), sin embargo este último se optimizó en un rango de frecuencias $\Delta f= 0- 15$ GHz. La respuesta de la estructura "D" Fig. (5.1-4), muestra que en un rango similar $\Delta f= 0- 25$ GHz, obtuvimos una respuesta casi ideal, con un el voltaje de control $V\pi= 9.5$ V, que es menor al del modulador presentado en [6], el número de segmentos para este caso es $N_{opt} = 5$.

La respuesta del modulador con la estructura "E" se muestra en la Fig.(5.1-5) y demuestra que la respuesta del modulador, puede optimizarse en un rango de frecuencias tan grande como 0- 90 GHz. Sin embargo el voltaje de control requerido es grande $V\pi\approx 24$ V.

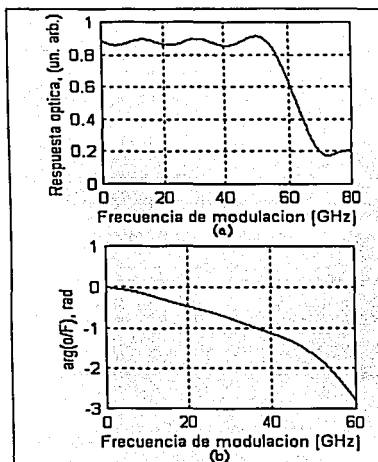


Figura (5.1-3). (a) Amplitud de la respuesta en frecuencia normalizada. (b) Fase de la respuesta. Para el modulador EO con la estructura "C".

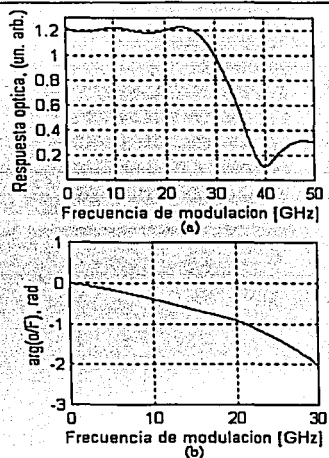


Figura (5.1-4). (a) Amplitud de la respuesta en frecuencia normalizada. (b) Fase de la respuesta. Para el modulador EO con la estructura "D".

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

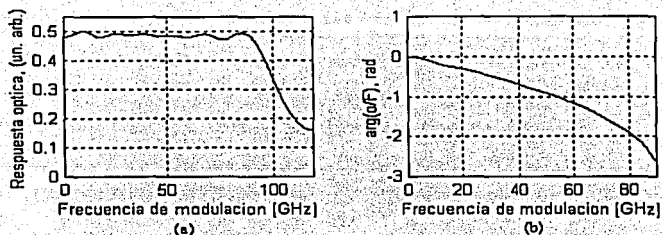


Figura (5.1-5). (a) Amplitud de la respuesta en frecuencia normalizada. (b) Fase de la respuesta. Para el modulador EO con la estructura "E".

Los códigos espaciales óptimos de las cinco estructuras descritas anteriormente son presentado en la tabla (5.2) y la Fig. (5.12-6).

Estructura	Longitud de la sección: $d_{N+1} = Y_{N+1} - Y_N$, (cm)							
	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
A	0.9186	0.5890	0.5516	0.5675	0.5563	0.5487	0.2680	
B	1.0813	0.7319	0.6846	0.6797	0.5613	0.2609		
C	1.3775	0.8773	0.8206	0.8426	0.8260	0.8315	0.4241	
D	1.9506	1.2839	1.1724	1.0962	0.4966			
E	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
	0.7455	0.4440	0.416	0.4207	0.4158	0.4145	0.4193	0.4272
	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	
	0.4167	0.4041	0.3441	0.3071	0.2973	0.3407	0.1858	

Tabla (5.2).Códigos espaciales óptimos para los casos "A", "B", "C", "D" y "E".

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

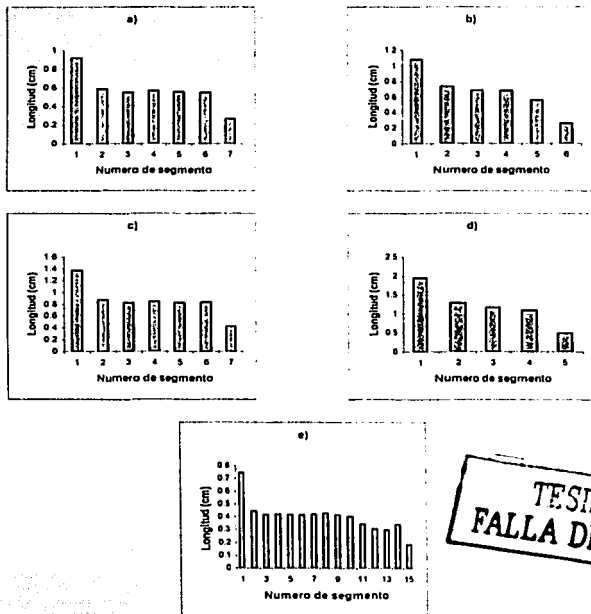


Figura (5.1-6). Códigos espaciales óptimos para los casos a) "A", b) "B", c) "C", d) "D" y e) "E".

Podemos ver que los códigos espaciales de las cinco estructuras optimizadas son muy similares ya que para todos se cumple que el primer segmento es aproximadamente 1.5 veces más grande que el segundo, después del cual los segmentos siguientes tienen casi la misma longitud exceptuando el último que en todos los casos mide un poco más de la mitad del penúltimo segmento. Fijándonos en esto, podemos entender claramente la razón por la cual entre mayor es el número de segmentos, menor es la amplitud de la respuesta, como se explica a continuación: el primer segmento es el encargado de fijar el nivel de la respuesta para de ya que los siguientes segmentos son casi de la misma longitud por lo que el efecto total de éstos, es casi cero lo que es lo mismo para de es casi como si solo existiera el primer segmento. Con esto se entiende que entre más grande sea el primer

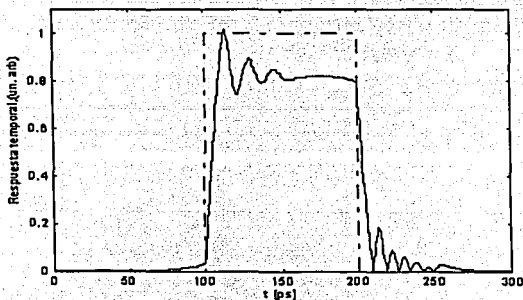
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

segmento, más grande es el cambio de fase inducido por una señal de dc. Y es claro que entre más segmentos tenga el modulador, la longitud de éstos debe de ser menor por lo tanto entre mayor es el número de segmentos, menor es la amplitud de la respuesta para dc y debido a que la respuesta las estructura optimizadas es muy plana, lo anterior se cumple en todo el ancho de banda del modulador.

5.1.3 Respuesta temporal del modulador

La respuesta temporal del modulador fue analizada utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT). Se presentan los resultados obtenidos para la estructura "C", una situación similar ocurre para todos los casos.

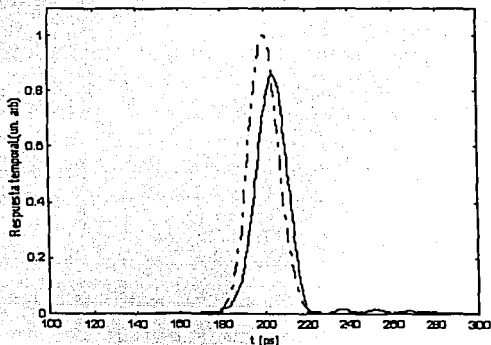
La Fig.(5.1-7) muestra la respuesta temporal de la estructura "C" y el pulso eléctrico de entrada. Podemos ver que la señal óptica de salida reproduce muy bien la forma del pulso rectangular de entrada con un ancho de $\tau=100$ ps, pero tiene distorsión de tipo oscilatorio.



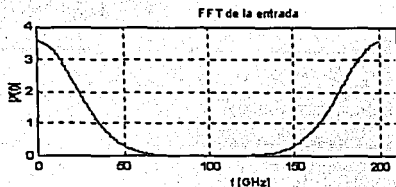
Figura(5.1-7). Respuesta temporal del modulador EO estructura "C" a un pulso rectangular con ancho de $\tau=100$ ps. La curva punteada muestra la entrada

**YESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

La Fig.(5.1-8) muestra que el modulador tiene una respuesta muy buena a un pulso Gaussiano de entrada con ancho de $\tau_g=20$ ps (casi no produce distorsión del pulso), para este caso el ancho de banda de la señal de entrada es $1/\tau_g = 50\text{GHz} = \Delta f$, como se ve en la Fig.(5.1-9). Por lo tanto este modulador puede proveer el una tasa de modulación de 50-Gb/s, como se muestra en la Fig.(5.1-10)

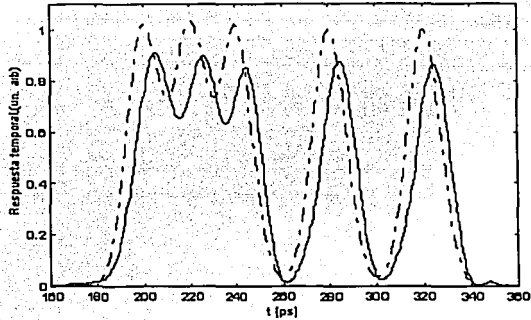


Figura(5.1-8). Respuesta temporal del modulador EO estructura "C" a un pulso gaussiano con ancho de $\tau=20$ ps. La curva punteada muestra la entrada.



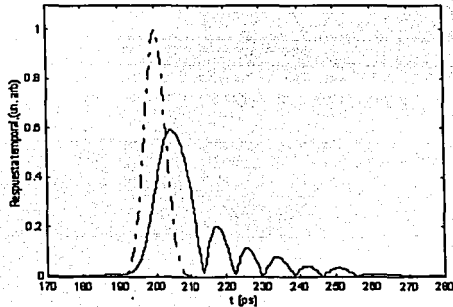
Figura(5.1-9). Espectro de un pulso gaussiano con ancho de $\tau=20$ ps.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



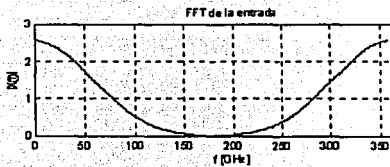
Figura(5.1-10). Respuesta temporal del modulador EO estructura "C" a una secuencia de pulsos gaussianos con ancho de $\tau=20$ ps con una tasa de 50 Gbps. La curva punteada muestra la secuencia de entrada (1 0 1 0 1 1 1).

La Fig.(5.1-11) muestra la respuesta del modulador cuando la señal de entrada tiene un ancho que excede significativamente el ancho de banda del modulador, se puede ver que para este caso la señal de salida es muy distorsionada con respecto al pulso Gaussiano de entrada de ancho $\tau_g=8$ ps; $1/\tau_g = 125\text{GHz} > \Delta f$.



Figura(5.1-10). Respuesta temporal del modulador EO estructura "C" a un pulso gaussiano con ancho de $\tau=8$ ps. La curva punteada muestra la señal de entrada.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Figura(5.1-11). Espectro de un pulso gaussiano con ancho de $\tau=8$ ps.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Referencias del capítulo 5.

- [9] M. Rangaraj, T. Hosoi, and M. Kondo, "A wide-band Ti:LiNbO₃ optical modulator with a conventional coplanar waveguide type electrode," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 3, pp. 1020-1022, 1992.
- [10] D. W. Dolfi, and T. R. Ranganath, "50 GHz velocity-matched broad wavelength LiNbO₃ modulator with multimode active section," *Electron. Lett.*, vol. 28, pp. 1197-1198, 1992.
- [11] G.K. Gopalakrishnan, R.D. Esman, C.H. Bulmer, and W.K. Burns. "Broadband drive voltage measurements in LiNbO₃ traveling wave modulators" Analog and Digital Optoelectronics, Optical Multiple Access Networks, Integrated Optoelectronics, Smart Pixels, LEOS 1992 Summer Topical Meeting Digest, pp.5-6, 1992.
- [12] O. Mitomi, K. Noguchi, and H. Miyazawa, "Broadband and low driving-voltage LiNbO₃ optical modulators," *IEEE Proc. Optoelectron.*, vol. 145, pp. 360-364, 1998.
- [13] D. W. Dolfi, M. Nazarathy, and R. L. Jungerman "40 GHz electro-optic modulator with 7.5 drive voltage" *IEEE Electr. Lett.* V.24, No.9, pp.528-529. 1988.
- [14] Kwok Wah Hui, Kin Seng Chiang, Boyu Wu, and Z. H. Zhang, "Electrode optimization for high-speed traveling-wave integrated optic modulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 232-238, 1998.

ada

Conclusiones.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se describieron las bases teóricas de la interacción paramétrica entre ondas ópticas guiadas (GOW's) y ondas de microondas. A partir de esto se explicó el funcionamiento de los moduladores electro ópticos de onda viajera.

Se presentaron cinco nuevos códigos espaciales de electrodos CPW con inversión de fase para moduladores EO Mach-Zehnder de LiNbO_3 con corte-z, los cuales abren la posibilidad de utilizar moduladores EO con tecnología de QPM en aplicaciones temporales. Suponemos que estos códigos debido a que tienen respuesta en amplitud plana y lineal en fase dentro de los rangos de frecuencia (dc- 25, 40, 50 y 90 GHz), pueden ser útiles para sistemas de comunicaciones ópticas ultra rápidas.

Se demostró que la tecnología de QPM permite diseñar moduladores con la impedancia característica requerida de la guía CPW (50Ω) y con voltaje de control V_{π} relativamente bajo e independiente de la frecuencia. Esto utilizando electrodos con un espesor moderado (5-15 μm), sin que se tengan que utilizar estructuras de ridge las cuales son utilizadas para obtener acoplamiento exacto de velocidades e impedancias.

También se es importante subrayar que el algoritmo genético utilizado resultó ser muy eficiente para resolver el problema de la optimización de los moduladores EO con estructura de QPM.

Suponemos que para disminuir el voltaje de control de las estructuras presentadas se debe de disminuir el diámetro de la guía de onda óptica, el ancho del electrodo central y la distancia entre electrodos.

Los resultados de este trabajo de tesis se presentan en un artículo de investigación "Phase-Reversal Broad-Band Traveling-Wave LiNbO_3 Electrooptic Modulator Optimized for Time-Domain Applications by Genetic Algorithm" (se anexa), el cual fue publicado en *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 8, No.6, november/december 2002.

96

Apéndice.

97

Phase-Reversal Broad-Band Traveling-Wave LiNbO₃ Electrooptic Modulator Optimized for Time-Domain Applications by a Genetic Algorithm

O. V. Kolokoltsev, Celia Sánchez Pérez, and Rodrigo Amezcua Correa

Abstract—Several new nonperiodic spatial codes for phase-reversal coplanar waveguides (CPWs) used in the framework of the quasi-phase-match technique (QPM) for broadening the optical response of z-cut LiNbO₃ electrooptic modulators (EOMs) are presented. The peculiarity of the codes is that they open the possibility for time-domain applications of EOMs based on the nonperiodic QPM structures. They were obtained by using a specialized version of the genetic algorithm that generates an optimal length and number of the phase-reversal sections. The codes provide both flat amplitude and nearly linear phase frequency responses of the EOM within several important for fiber-optic/radio systems, frequency ranges: from dc to 25, 40, and 90 GHz. The phase-reversal structures described here were optimized taking into account the CPW electrode losses and under the matching condition with 50 Ω -sources. They possess as low value of the drive voltage (V_{π} , required for realization of 100% EO modulation efficiency) as possible for EOMs based on QPM, under the above conditions.

Index Terms—Coplanar waveguides, electrooptic modulator (EOM), genetic algorithm, integrated optics, Mach-Zehnder interferometer, optical response, quasi-phase-match (QPM) technique, velocity mismatch.

BROAD-BAND electrooptic modulators (EOMs), which can provide multigigabit optical response, play a key role in many fiber-optic/radio signal processing and communications systems, determining their informational capacity. It is well known that the bandwidth of EOMs, in the first instance, strongly depends on the velocity mismatch between the parametrically interacting lightwaves and microwaves (modulation, or drive field), which, as a rule, takes place for any known electrooptic materials. Especially, this problem is very serious for the integrated EOMs with traveling-wave electrodes (TW-EOMs) based on the ferroelectric substrates, such as classical LiNbO₃ and LiTaO₃. These materials are characterized by large electrooptic coefficients, well-developed fabrication technology, and good thermal and photo stability. However, their large low-frequency dielectric constant causes significant velocity mismatch that restricts the bandwidth of the conventional modulators by a few gigahertz [1]. It has been shown that the problem can be successfully solved by increasing the phase velocity of the microwaves through concentration of their field in the waveguide region with a lower

dielectric constant, by using, for example, ultrathick electrodes [2] or etched ridge LiNbO₃ structures with thickened electrodes [2]–[6]. Another interesting solution, proposed recently in [7], is based on optical waveguide channels with cascaded Bragg gratings used to slow down the optical guided wave. These approaches can provide exact velocity match, allowing one to decrease the drive voltage (V_{π}) by increasing the EO interaction length (L). For example, the EO bandwidth of 105 GHz has been demonstrated by Noguchi et al. [5] for a z-cut ridge LiNbO₃ Mach-Zehnder modulator ($L = 2$ cm) excited by G-S-G probes. The lowest value of V_{π} of 5 V at 40 GHz was realized for the analogous 4.1-cm-long packaged devices [6]. Although these approaches seem to be ideal solutions from the point of view of the optimization of EOM, their realization require a number of high-precision technological operations. Also, note, the 3-dB bandwidth of the above velocity-matched structures is restricted by the electrode losses, which cause a frequency-dependent behavior of V_{π} .

Here, we consider the other approach, the so-called quasi-phase-match (QPM) technology, which have been realized, first, by using the phase-reversal electrodes [8]–[13] and, more recently, by the domain inversion of ferroelectric substrates [14]–[16]. These methods attract attention of the specialists because, in contrast to the above solutions, they are based on the conventional planar technologies. Another evident benefit from their application is that they give the opportunity to realize flat EO response (or frequency-independent V_{π}), in principle, within any microwave band, at any real magnitudes of the electrode losses, by finding the corresponding spatial code of the phase-reversal segments.

This work is concentrated on the nonperiodic spatial code problem that occupies a principal place in QPM technology applied for broadening the EOM frequency response. Traditionally, the nonperiodic codes of the phase-reversal segments are found by using such classical algorithms as Barker code [9] or Newton [11] methods. These algorithms, however, can operate only with a preliminary given number of the segments (N). Hence, their solutions are not strictly optimal, since an optimal N is the unknown parameter, and it must be found theoretically, especially at the condition when the bandwidth required is ≈ 100 GHz. Recently, Chen and Yu [17] have shown that this problem can be solved with the help of such a powerful means as the genetic algorithm (GA). Using a specific cut-and-exchange crossover operation, to determine an optimal N of phase-reversal electrode sections ($N = 25$), the authors of [17] have obtained flat amplitude response, from dc to 100 GHz,

Manuscript received August 15, 2002. This work was supported by the DGAPA under Grant IN107100 and the UNAM Science Foundation.

The authors are with the Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México, 04510, CD Universidad, D.F., México (e-mail: oleg@aliph.cinvestav.unam.mx).

Digital Object Identifier 10.1109/JSTQE.2002.806680

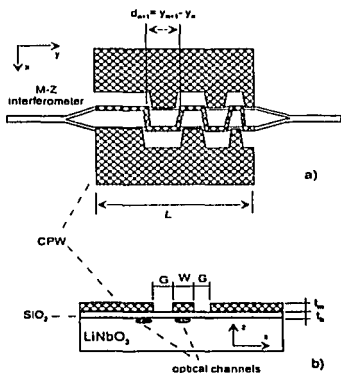


Fig. 1. Schematic view of z-cut LiNbO₃ modulator with phase-reversal CPW electrodes. (a) Top view. (b) Cross section.

for a 1-cm-long lossless EOM. In this work we present new solutions based on nonperiodic spatial codes, which can provide short-pulse operation regime of the z-cut LiNbO₃ TW-EOM with QPM structure. They have been obtained by a specialized version of the GA with very simple but efficient crossover operation, which is also described here. The algorithm is oriented to obtaining both the flat amplitude and linear phase-frequency response for the EOM based on a coplanar waveguide (CPW) structure with typical values of the electrode losses. It should be stressed that in this case the use of the classical algorithms is very problematic, because they require complex analytical pre-processing and, mostly, only the amplitude response flatness, i.e., the frequency-domain applications of the QPM structures, has been discussed in the literature. The advantage of the structures presented here, compared to the modulators without etched ridges reported earlier [9]–[17], [26], [27], is that they are simultaneously optimized on three important parameters for time-domain applications: over the frequency ranges from dc to 25, 40, and 90 GHz they can provide frequency-independent V_{π} of 10, 14, and 24 V, respectively, a constant signal group delay, and nearly exact impedance matching with 50- Ω sources. It should be pointed out that nonperiodic codes decrease the EO interaction efficiency because of their compensating character. For this reason, we consider the devices with 4- and 6-cm-long interaction regions, in order to decrease V_{π} to the usual values of commercial EOMs.

1. FORMULATION OF THE PROBLEM AND OPTIMIZATION METHOD

Here, we consider the z-cut LiNbO₃ Mach-Zehnder modulator with the phase-reversal CPW shown schematically in Fig. 1. Its EO interaction region contains N phase-reversal

electrode sections with the length $d_{n+1} = y_{n+1} - y_n$. The CPW is designed so that the transversal x -offsets of the electrode sections reverse the polarity of the modulation E-field in the electrooptic waveguide channel. This makes possible, by manipulating the length of the sections, to avoid the complete compensation of the electrooptic effect caused by the velocity mismatch that usually takes place in a single section case for high-frequency components of the modulation field, if their effective mismatch length $\Lambda_n = \pi/\beta$ is less than the total interaction length (L). Here $\beta = 2\pi f \Delta n_{\text{eff}}/c$ characterizes the mismatch period, f is the microwave frequency, $\Delta n_{\text{eff}} = N_m - n_0$, N_m , and n_0 are, respectively, the effective refractive index of the microwave and the optical wave, and c is the free space light velocity. As shown below, it is possible to find an optimal nonperiodic spatial code of the electrode sections that can provide almost perfect broad-band optical response of EOM, within a required frequency range $\Delta f : f_{\text{max}} \leq f \leq f_{\text{min}}$.

For the structure with microwave losses, the normalized EO complex phase shift $\phi(f, f(y_n))$ of the lightwave in each arm of the interferometer can be described by the well-known equation [8]

$$\frac{\phi}{M} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^N X_n \left(e^{-j(\beta + \alpha)y_n} - e^{-j(\beta + \alpha)y_{n+1}} \right), \quad X_n \equiv (-1)^n \quad (1)$$

where $M = -\frac{1}{2} \Gamma E_m \pi \lambda_0^{-1} \exp(j\omega t)$ is the EO modulation index, λ_0 and ω are the optical wavelength and frequency, respectively, E_m is the effective amplitude of the microwave E-field between the CPW electrodes shown in Fig. 1, and α characterizes microwave losses of the electrodes, which are given by $\alpha = \alpha_0/\lambda$, where α_0 usually lies within of 0.3–0.6 dB/(cm $\sqrt{\text{GHz}}$). The optimization problem, then, can be formulated as finding an optimal N (N_{opt}) and a vector $\vec{y} = (y_1, \dots, y_{N_{\text{opt}}})$, which would satisfy a desirable flatness of $|\phi(f)/M|$ and linearity of $\arg(\phi(f)/M)$, within a given Δf . In the framework of the GA procedure, the solution can be obtained through the minimization of the so-called objective function, which, for the case considered, can be given as follows:

$$U(N, \vec{y}) \equiv U_A(N, \vec{y}) + \chi U_P(N, \vec{y}) \rightarrow \min \equiv \delta u \quad (2)$$

where

$$U_A = \frac{1}{\Delta f F_A^2} \int_{f_{\text{min}}}^{f_{\text{max}}} \left| \frac{\phi}{M} \right|^2 df - 1 \quad (3)$$

describes the integral quadratic deviation of $|\phi/M|$ from its average value $F_A = 1/\Delta f \int_{f_{\text{min}}}^{f_{\text{max}}} |\phi/M| df$

$$\text{and } U_P = \int_{f_{\text{min}}}^{f_{\text{max}}} \left(\text{arg} \left(\frac{\phi}{M} \right) - F_P \right)^2 df \quad (4)$$

is the deviation of $\arg(\phi/M)$ from the linear function $F_P = f \Delta f^{-1} [\text{arg}(\phi(f_{\text{max}})) - \text{arg}(\phi(f_{\text{min}}))]$. In the given form, the objective function requires the weighted coefficient $\chi = 0.008 - 0.03$ for the term U_P that is responsible for the linearization of $\arg(\phi/M)$.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

The above optimization problem was solved by an evolutionary algorithm that includes the standard GA computation cycles with the following operations: initialization, mutation, fitness evaluation, and selection of the best \mathcal{Y} [18]. Here, we describe some key operations applied in our specialized version of the GA, particularly its first step that strongly influences the phase characteristic of the solution to (1). It consists of initialization of normally distributed random numbers forming the first parent generation of the populations $\mathcal{Y}(\mu) = \{y(\mu)_1, \dots, y(\mu)_N\}$, containing N segments, where μ is the population number ($\mu_{\max} = 320$). It should be stressed that N must be three or four times larger than the expected N_{opt} (it can be estimated), and the components of $\mathcal{Y}(\mu)$ must be normalized so that $\sum d_k = L$. Simultaneously, binary code vectors $\bar{r}(\mu) = \{\tau(\mu)_1, \dots, \tau(\mu)_N\}$, where τ_k denotes +1 or -1, are also initialized. In this code, negative τ_k are randomly generated with a high probability of ≈ 0.5 . Then, the initial binary code vector $\bar{X} = \{(-1)^{n_i}\}$ ($n_i = 1 \dots M$) in (1) is substituted by the new random vector set $\bar{X}'(\mu) = \bar{r}(\mu)\bar{X}$. After this "strong" recombination between the binary codes, (1) now is describing 320 new random segment sequences in which some "neighboring" segments can acquire the same polarity of the modulation field, and, therefore, such "neighbors" can be grouped in a single section. This means that the mutation described forms the parent generation of 320 spatial codes $\mathcal{Y}'(\mu)$ consisting of a different number of the segments ($N(\mu)$). Then, we apply the ordering operation of the components of $\mathcal{Y}'(\mu)$ by arranging the domain lengths d'_k in descending order. This operation is motivated by the following fact. It can be shown, for example, that if $d_n - d_{n+1} = 1/N = \text{Const}$ ($N \geq 10$), then $\arg(\phi(f))$ given by (1) is linear within a certain Δf . In particular, (1) with $y_n = y_{0n}(1 - N^{-1}n)$ describes a linear $\arg(\phi(f))$ from dc to $f_{\max} = 100$ GHz, $G(f) = \partial(\arg(\phi(f)))/\partial f = \text{Const}$, if a length of the first domain $y_0 \leq \Lambda_m(f_{\max})$. Moreover, G , which determines the group delay of optical signal envelope, is very small: $f_{\max} G \leq \pi$ rad.

The evolutionary cycle ($P(m)$) looks as follows. A T% of the parents \mathcal{Y}' is selected under the criterion that they provide smallest values of the objective function U , to generate λ the so-called child populations (\mathcal{Y}''), (here: $\lambda = \mu$). It is realized by the mutation operation, which consists of: 1) the operation $\mathcal{Y}' \pm \delta y'_k$, where δy_k are normally distributed random numbers, $\delta y_k \ll y'_k$ (it is the individual mutation) and 2) the recombination operation $\bar{X}''(\lambda) = \bar{r}(\lambda)\bar{X}'(\lambda)$ described above. However, now, the negative units in $\bar{r}(\lambda)$ are generated with a low probability of ≈ 0.008 , i.e., only a small mutation of N takes place in each cycle. It is evident that the recombination also makes a local transformation of the segment length. The last operation in $P(m)$ is again the selection of the best $\mathcal{Y}''(\lambda)$ by means of the evaluation of the objective functions $U(\lambda)$. The data obtained in $P(m)$ are considered, then, as the parent data in the next cycle $P(m+1)$. Note that the mutation step $\pm \delta y_k$ must be decreased each time when the smallest $U(m+1) > U(m)$. This loop of the algorithm continues until a smallest $U < du$ or the computing time is exhausted. Usually the solution can be obtained for $m = 50 - 100$, that takes ≈ 2.5 min with a Pentium II-class PC.

II. SIMULATION RESULTS AND DISCUSSION

For the simulations we took typical parameters well-established in the literature [19]–[25] for z-cut LiNbO₃ EOMs based on the standard Ti-diffused optical waveguides ($n_0 = 2.15$ at $\lambda_0 = 1.55$ μm) with the effective optical mode size of $w = 8$ μm , and CPW with gold-plated electrodes. Although for the optimization problem considered here, we need to use immediately only two parameters, the velocity mismatch (Δn_{eff}) and the electrode losses (α), the analysis has to involve all the characteristic parameters of the structure because of the strong relations between them. Here, we consider the CPW with the central electrode width (W) of 7–8 μm and the electrode gap (G) of 14–25 μm , deposited on the SiO₂ buffer layer with the thickness (t_b) of 1 μm . This choice can be explained as follows. It has been proved theoretically and experimentally that broadening the EOM frequency response can be realized by increasing the electrode thickness (t_m) that significantly decreases the velocity mismatch Δn_{eff} . The negative consequence of this, however, is that the characteristic impedance (Z_c) of CPW also significantly decreases. For example, for $t_b = 0.5$ μm (it is the minimal value needed to eliminate the optical losses caused by the electrodes), $W = 8$ μm and $G = 15$ μm , the microwave effective index N_m changes from 3.0 to 2.75, i.e., it approaches n_0 , however Z_c becomes very low, it decreases from 48 Ω to 37 Ω , as t_m grows from 5 to 10 μm . The SiO₂ thickness also plays a very important role. Its increase leads to a certain decrease of N_m and a significant increase of Z_c , so that its value can be set to be equal to 50 Ω . On the other hand, however, this increases V_e . It should be noted that V_e is mainly determined by the thickness of the SiO₂ buffer layer. Therefore, t_b should be chosen very carefully to provide a reasonable compromise between Δn_{eff} , Z_c , and V_e . For this reason, most low-drive-voltage broad-band TW-EOMs with a conventional CPW possess low Z_c of 35–43 Ω [2], [26]–[28]. It should be also taken into account that the overlap integral between the modulation field and the optical guided wave mode has a maximum value when $W \approx w$, i.e., W lies between 7–8 μm . Another important point is that large Δn_{eff} requires a greater number of the segments (N) to obtain high flatness of the amplitude response. However, the amplitude response of QPM structures is inversely proportional to N . Hence, it is necessary to find such conditions when N could be as small as possible. The simulations show that strong optimization criteria (small δu and large χ) lead to the generation of long codes ($N_{opt} \geq 10$), which can provide almost an ideal optical response of the EOM, but, in turn, this restricts the magnitude of $|\phi/M|$. For this reason, here we used the relatively weak criteria $\delta u/U \approx 0.03$.

The analysis conducted in [23] shows that the CPW that possesses the characteristic impedance of 50 Ω , required for most microwave systems, and the relatively low value of $N_m = 2.6$ can be realized if $t_b = 1.0$ μm , $t_m = 5.0$ μm , $W = 8$ μm , and $G = 15$ μm . In this case, the low-frequency product $V_e L$ increases from its smallest value of 8.5 V · cm (it is determined by minimal $t_b \approx 0.5$ μm) to about 12 V · cm. We will call this set of parameters, to be used in the optimization problem, as the case "A." It is compared here with the similar case ("B") with $W = 7.3$ μm and $G = 13.5$ μm , which gives smaller



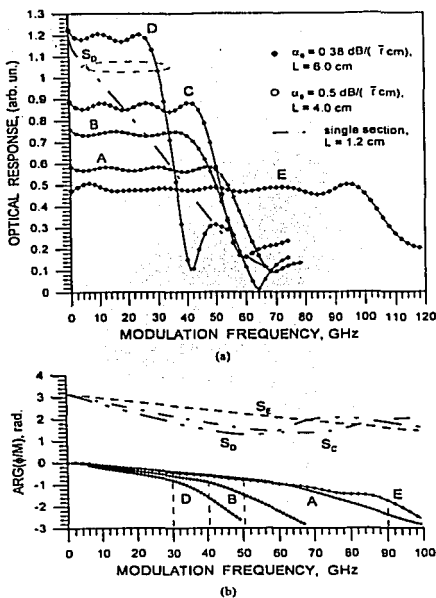


Fig. 2. (a) Normalized amplitude frequency response of EOM with SiO₂ thickness $t_s = 1.0 \mu\text{m}$. Curves A and B correspond to $L = 4 \text{ cm}$, and $t_m = 5.0 \mu\text{m}$: for A: $N_m = 2.6$ ($W = 8 \mu\text{m}$ and $G = 15 \mu\text{m}$), and for B: $N_m = 2.5$ ($W = 7.3 \mu\text{m}$ and $G = 13 \mu\text{m}$). Curves C, D, E are obtained at $L = 6 \text{ cm}$, and $t_m = 15.0 \mu\text{m}$: $N_m = 2.5$ ($W = 8 \mu\text{m}$ and $G = 25 \mu\text{m}$). Curve S_0 shows the response of a single-section EOM that has the same DC value of V_s as structure "D." The corresponding spatial codes are presented in Table I. (b) Argument of the optical output as a function of the modulation frequency. Curves A, B, D, and E present the phase response of the corresponding phase-reversal structures, and curves S_0 , S_1 , and S_2 illustrate the phase response of equivalent single-section modulators with dc values of V_s , which are equal to the drive voltages of the structures "C," "D," and "E," respectively.

$N_m = 2.5$, but somewhat lower $Z_c = 48 \Omega$ [23]. For the given parameters the electrode losses are still relatively high: $\alpha_0 = 0.5 \text{ dB}/(\text{cm} \sqrt{\text{GHz}})$. The optimized amplitude frequency responses for the structures "A" and "B," normalized to dc response of an equivalent single-section modulator with $L = 1 \text{ cm}$ ($V_s L \approx 12 \text{ V} \cdot \text{cm}$), as well as their arguments are shown in Fig. 2(a) and (b), respectively. The results were obtained for $L = 4 \text{ cm}$. It is close to the maximal active length that can be realized on the 3-in substrates. The solutions were obtained when minimizing (2) over the frequency ranges $\Delta f_1 = 0 - 50 \text{ GHz}$, for the case "A," and $\Delta f_2 = 0 - 40 \text{ GHz}$, for the case "B." The corresponding optimal spatial codes are presented in Table I,

and the code for the case "A" is also illustrated in Fig. 3(a). As can be seen in Fig. 2(a) and (b), in both cases the amplitude responses and $\text{arg}(\phi/M)$ possess, respectively, good flatness and linearity, within the given Δf_k . As expected, the maximum value of $\text{arg}(\phi/M)$ does not exceed that of π rad. Also, structure "B" shows a larger value of the normalized amplitude compared to structure "A," because its code length generated is smaller than N_{opt} for "A" [Fig. 2(b)]. Taking into account that the unit value of the response in Fig. 2(a) corresponds to $V_s \approx 12 \text{ V}$, the drive voltage for structures "A" and "B" is estimated to be $\approx 20 \text{ V}$ and 16 V , respectively. The last case therefore, is preferable, from this point of view.

One of the possibilities to decrease the drive voltage is to increase the total interaction length, taking into account that 4-in and 5-in LiNbO₃ substrates will be commercialized in the near future. Although the structures based on the 5- μm -thick electrodes considered can be realized in the framework of planar conventional technologies, their relatively high value of the electrode losses leads to a significant increase of N_{opt} as we increase L . Since, as mentioned, $|\phi/M| \propto L/N_{\text{opt}}$, this way cannot be effective if L/N_{opt} grows slowly. Smaller values of α_0 can be realized by using thicker electrodes. In this case, the electrode gap has to be correspondingly increased to keep the characteristic impedance equal to 50Ω [22]. The amplitude responses for the modified 6-cm-long structures with $t_m = 15 \mu\text{m}$ and $G = 25 \mu\text{m}$ ($W = 8 \mu\text{m}$, $t_s = 1.0 \mu\text{m}$) are presented by curves C, D, and E in Fig. 2(a). The characteristic parameters of such a CPW are the same as in the previous case, $N_m \approx 2.5$ and $Z_c \approx 50 \Omega$, however, its estimated $\alpha_0 \approx 0.37 \text{ dB}/(\text{cm} \sqrt{\text{GHz}})$. As can be seen in Fig. 2(a), curve C, the new phase-reversal CPW optimized for the range $\Delta f = 0 - 40 \text{ GHz}$ (the case "C") exhibits a higher value of the response compared to the case "A." It is remarkable that the structure of its spatial code, shown in Fig. 3(b), looks like the spatial code in Fig. 3(a). The drive voltage of this phase-reversal CPW is $\approx 14 \text{ V}$. It is comparable with the values of V_s at $f = 40 \text{ GHz}$ of most broad-band TW-EOMs with a conventional CPW [26]–[28] and with a phase-reversal CPW presented in [9] ($Z_c = 40 \Omega$) and [13] ($V_s = 15 \text{ V}$); however, the last one was optimized within $\Delta f = 0 - 15 \text{ GHz}$. The response "D" in Fig. 2(a) and (b) shows that a similar frequency range, in our case 0–25 GHz, can be obtained at $V_s = 10 \text{ V}$ and $N_{\text{opt}} = 5$. Curve E in Fig. 2(a) and (b) demonstrates that the modulator response can also be optimized from dc to 90 GHz. However, the drive voltage in this case, $V_s \approx 24 \text{ V}$, is somewhat high. The corresponding spatial code for this frequency range is illustrated in Fig. 3(c). The spatial codes for the described structures are summarized in Table I. Also, for the comparison, Fig. 2(a) and (b) demonstrates typical frequency responses of single section modulators, which have the same dc value of V_s as the structures "D," "C," and "E."

The temporal optical response of the modulator was analyzed with the help of the fast Fourier transform (FFT). Fig. 4 shows the temporal response of structure "C," as well as the response of a single-section modulator with $\Delta n_{\text{eff}} = 0$, $\alpha_0 = 0$, and $L = 1 \text{ cm}$ used here as the reference. It is supposed that the static parameters of the modulators considered, like the overlap integral, are equivalent. Fig. 4 shows that the output optical

TABLE I
SPATIAL CODES FOR THE QPM STRUCTURE

Structure	Section Length: $d_{n+1} = Y_{n+1} - Y_n$ (cm)							
	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
A	0.9186	0.5890	0.5516	0.5675	0.5563	0.5487	0.2680	
B	1.0813	0.7319	0.6846	0.6797	0.5613	0.2609		
C	1.3775	0.8773	0.8206	0.8426	0.8260	0.8315	0.4241	
D	1.9506	1.2839	1.1724	1.0962	0.4966			
E	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
	0.7455	0.4440	0.416	0.4207	0.4158	0.4145	0.4193	0.4272
	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	
	0.4167	0.4041	0.3441	0.3071	0.2993	0.3407	0.1858	

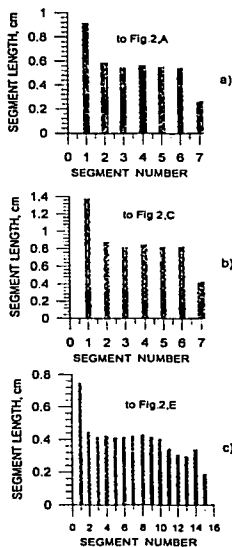
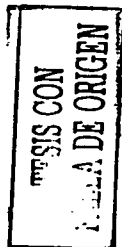


Fig. 3. Optimal spatial codes of phase-reversal electrodes for the cases (a) "A," (b) "C," and (c) "E."

signal reproduces quite well the form of the rectangular electrical input pulse with width $\tau = 100$ ps, but possesses a small

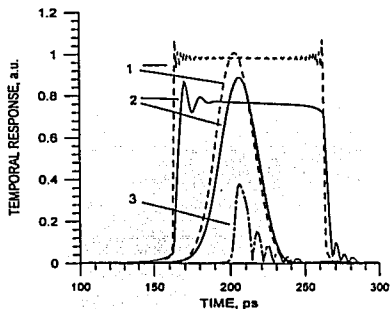


Fig. 4. Temporal response of the EOM: curves 1 and 2 show the responses of an ideal ($\alpha_0, \Delta\tau_{\text{EOM}} = 0$) single-section EOM with $L = 1$ cm and EOM with the phase-reversal structure "C," respectively, to the rectangular and Gaussian modulation pulses. Curve 3 demonstrates the temporal response of structure "C" to the input Gaussian pulse with width $\tau_p = 10$ ns.

oscillating-type distortion caused by the cut-off frequency of the longest section in the spatial code to take place at $f \approx 45$ GHz, where the arg. becomes $> \pi$ rad. For example, curve 3 in Fig. 4 illustrates the situation when the spectrum of the Gaussian input pulse significantly exceeds the Δf of the structure (the pulsewidth parameter here is $\tau_p \approx 10$ ps). In this case, the output signal is very distorted. However, curve 2 in Fig. 4 shows that the modulator exhibits very good response to the Gaussian input pulse with $\tau_p \approx 21$ ps, i.e., when $1/\tau_p \approx \Delta f$. Hence, the code can provide the 40-Gb/s communication standard required for fiber-optic communications. A similar situation takes place for all the codes described.

III. CONCLUSION

In this work, we have presented several new spatial codes for phase-reversal CPWs of z-cut LiNbO₃ EOMs, which open the possibility of using the EOMs based on QPM structures for time-domain applications. Also, we would like to stress that the GA method has shown its high efficiency for the optimization problem that includes broad-band equalization of both the amplitude and the phase-frequency characteristics of the EOM, in the case when the electrode losses of CPW are included into the analysis. We suppose that the frequency-independent amplitude response simultaneously with the constant group delay of the EOM, obtained within the given frequency ranges (from dc to 25, 40, and 90 GHz), can be useful for high-speed optical systems, as well as for prospective multiple-channel fiber-radio communications operating in the millimeter-wave range. Note that the frequency ranges (Δf_k) presented here can be somewhat broadened or compressed by scaling the length of the phase-reversal sections, i.e., by the operation $d_k \times$ (scaling factor). Another useful fact is that the spectra can also be scaled with respect to Δn_{eff} . Also, it is important to mention that a flexibility of QPM technology allows one to design broad-band modulators with the required characteristic impedance of CPW and relatively low frequency-independent drive voltage by using the electrodes with a moderate thickness (5-15 μm), without involving the ridge structures, which are used to obtain the velocity and impedance matching. We suppose that further progress in decreasing the drive voltage of QPM-based modulators should be associated with simultaneously decreasing the effective diameter of the optical guided wave (w), the central electrode width, and the electrode gap [1]. It has been shown, for example in [22], that, if $u = 4 \mu\text{m}$, $W = 4.5 \mu\text{m}$, and $G = 8 \mu\text{m}$, the drive voltage-length product can be as small as 5.4 V \cdot cm with 1- μm -thick SiO₂ buffer layer.

ACKNOWLEDGMENT

The authors gratefully acknowledge E. M. Kussal and R. Ortega, Universidad Nacional Autónoma de México, for their constructive discussions and helpful comments.

REFERENCES

- [1] R. C. Alfemess, "Waveguide electrooptic modulators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-30, pp. 1121-1137, Aug. 1982.
- [2] W. K. Burns, M. M. Howerton, R. P. Moeller, R. Krähenbühl, R. W. McElhannon, and A. S. Greenblatt, "Low drive voltage, broad-band LiNbO₃ modulators with and without etched ridges," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 2551-2555, 1999.
- [3] K. Noguchi, O. Mitomi, H. Miyazawa, and S. Seki, "A broadband Ti:LiNbO₃ optical modulator with ridge structure," *J. Lightwave Technol.*, vol. 13, pp. 1164-1168, 1995.
- [4] O. Mitomi, K. Noguchi, and H. Miyazawa, "Design of ultra-broad-band LiNbO₃ optical modulators with ridge structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, pp. 2203-2207, 1995.
- [5] T. K. Noguchi, O. Mitomi, and H. Miyazawa, "Millimeter-wave Ti:LiNbO₃ optical modulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 615-619, 1998.
- [6] M. M. Howerton, R. P. Moeller, A. S. Greenblatt, and R. Krähenbühl, "Fully packaged, broad-band LiNbO₃ modulator with low drive voltage," *IEEE Photon Technol. Lett.*, vol. 11, pp. 792-794, 2000.
- [7] H. F. Taylor, "Enhanced electrooptic modulation efficiency utilizing slow-wave optical propagation," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, no. 10, pp. 1875-1883, 1999.
- [8] D. Erasme and M. G. F. Wilson, "Analysis and optimization of integrated travelling-wave modulators using periodic and nonperiodic phase reversal," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 18, pp. 203-211, 1986.
- [9] D. W. Dolfi, M. Nazaryati, and R. L. Jungerman, "40 GHz electro-optic modulator with 7.5 drive voltage," *IEEE Electron. Lett.*, vol. 24, pp. 528-529, Sept. 1988.
- [10] Y. Zhou, M. Iztuts, and T. Sueta, "Design consideration of traveling-wave modulators with phase reversed electrodes," in *Proc. IEEE Region 10 Conf. Comput. and Comm. and Communication Systems*, vol. 2, Hong Kong, Sept. 24-27 1990, pp. 692-696.
- [11] K.-W. Hui, H.-Y. Wu, Y.-M. Chou, J.-H. Peng, and K. S. Chiang, "Design of modified phase reversal electrode in broad-band electrooptic modulators at 100 GHz," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 142-145, 1997.
- [12] D. Erasme, D. A. Humphreys, A. G. Roddie, and M. G. F. Wilson, "Design and performance of phase reversal traveling wave modulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 6, pp. 933-936, 1988.
- [13] K. W. Hui, K. S. Chiang, B. Wu, and Z. H. Zhang, "Electrode optimization for high-speed traveling-wave integrated optic modulators," *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 232-238, 1998.
- [14] S. A. Samson, R. F. Tavlykaev, and R. V. Ramaswamy, "A domain-reversed Δn -switch with uniform electrodes," in *Proc. IEEE LEOS Annu. Meeting*, vol. 2, 1996, pp. 95-96.
- [15] R. V. Ramaswamy, R. F. Tavlykaev, and R. V. Ramaswamy, "Bandpass traveling-wave Mach-Zehnder modulator in LiNbO₃ with domain reversal," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, pp. 610-612, May 1997.
- [16] H. Murata, K. Kinoshita, G. Miyaji, A. Montomo, and T. Kobayashi, "Quasi-velocity-matched LiTaO₃ guided-wave optical phase modulator for integrated ultrashort optical pulse generators," *Electron. Lett.*, vol. 36, no. 17, pp. 1459-1460, 2000.
- [17] L. Chen and C. Yu, "Phase reversal electrode optimization in broadband electro-optic modulators by genetic algorithm," *Electron. Lett.*, vol. 35, pp. 931-932, 1999.
- [18] T. Döck and H.-P. Scheffel, "Evolutionary computation: An overview," *Proc. IEEE Int. Conf. Evolutionary Computation*, pp. 20-29, 1996.
- [19] K. Kaetano, T. Kitho, H. Jumonji, T. Nozawa, M. Yanagibashi, and T. Suzuki, "Spectral-domain analysis of coplanar waveguide traveling-wave electrodes and their applications to Ti:LiNbO₃ Mach-Zehnder optical modulators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, pp. 1595-1601, 1991.
- [20] T. Kitazawa, D. Polillo, and H. Ogawa, "Analysis of CPW for LiNbO₃ optical modulator by extended spectral-domain approach," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 2, pp. 313-315, 1992.
- [21] —, "Analysis of LiNbO₃ optical modulator using coplanar-type electrodes," *IEEE Microwave Symp. Dig.*, 1993.
- [22] X. Boyu, X. Guangjun, and J. Xiaomin, "Traveling wave electrode optimization for high speed electro-optic modulators using fourier series method," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, pt. J, vol. 141, pp. 381-390, 1994.
- [23] X. Zhang and T. Miyoshi, "Optimum design of coplanar waveguide for LiNbO₃ optical modulator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, pp. 523-528, 1995.
- [24] O. Mitomi, K. Noguchi, and H. Miyazawa, "Broadband and low driving-voltage LiNbO₃ optical modulators," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, pt. J, vol. 145, pp. 360-364, 1998.
- [25] N. N. Feng and D. G. Fang, "Design of traveling-wave electrodes with finite thickness and conductivity by method of lines combined with genetic algorithm," in *Proc. IEEE Int. Conf. Microwave and Millimeter Wave Technology*, 1998, pp. 591-594.
- [26] M. Rangaraj, T. Hosoi, and M. Kondo, "A wide-band Ti:LiNbO₃ optical modulator with a conventional coplanar waveguide type electrode," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 3, pp. 1020-1022, 1992.
- [27] D. W. Dolfi and T. R. Ranganath, "50 GHz velocity-matched broad wavelength LiNbO₃ modulator with multimode active section," *Electron. Lett.*, vol. 28, pp. 1197-1198, 1992.
- [28] G. K. Gopalakrishnan, R. D. Esman, C. H. Bulmer, and W. K. Burns, "Broadband drive voltage measurements in LiNbO₃ traveling wave modulators," *Analog and Digital Optoelectronics. Optical Multiple Access Networks, Integrated Optoelectronics, Smart Pixel, LEOS 1992 Summer Topical Meeting Dig.*, pp. 5-6, 1992.

103

O. V. Kolokoltsev was born in Irlene, Belo-Russia, on September 10, 1960. He received the M.Sc. and Ph.D. degrees from the National Taras Shevchenko University of Kiev (NTSU), Ukraine, in 1988 and 1995, respectively, in Radiophysics.

From 1988 to 1994, he was a Research Fellow, and from 1994 to 1999 an Assistant Professor with Quantum Radiophysics Department of NTSU. In 1999, he joined the Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET) of Universidad Nacional de México. He is currently a Head of Microwave Photonics Laboratory of CCADET, which is specialized on electrooptic, spin-wave-magnetooptic, and soliton based optical components for optical processing and communications systems. He was the recipient of a 1997-1998 Royal Society Fellowship, the Joule Laboratory of the University of Salford, U.K.

Celia Sánchez Pérez was born in Mexico DF, Mexico, on January 5, 1972. She received the B.Sc. degree in electrical and electronic engineering from Universidad Nacional Autónoma de México UNAM, and the M.Sc. and the Ph.D. degrees in optoelectronics from The Institut National Polytechnique de Grenoble, INPG, France, in 1997 and 2000, respectively.

She joined the Microwave Photonics Laboratory CCADET, UNAM in 2002, as a Research Fellow after a postdoctoral position at GeO INPG, France. Her research interests include electrooptical modulators, optical amplifiers, and advanced integrated optical glass components for passive applications.

Rodrigo Amezcua Correa was born in Mexico City, Mexico, on August 18, 1979. He received the Bachelor degree in telecommunication engineering from the National University of Mexico (UNAM), Mexico City, Mexico, in 2002.

In 2001, he joined to the Microwave Photonics Laboratory of Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico of UNAM. His main area of interest is in integrated optics and microwave systems in telecommunications.