

01127
8



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MODELO MATEMÁTICO DE UN
DISPOSITIVO DE CONVERSIÓN DE
ENERGÍA DEL MAR DE COLUMNA
OSCILANTE DE AGUA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO

PRESENTA:

CARLOS ESCOBAR DEL POZO



ASESOR: DR. FEDERICO MÉNDEZ LAVIELLE

MÉXICO, D. F.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2003

A



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A lo largo de mi vida han sido muchas las personas que han dejado una profunda huella en mi vida y que han participado en alguna forma en la culminación de este ciclo. Este espacio lo aprovecho para hacer un pequeño homenaje a todos ellos.

A mi familia por su apoyo, amor y comprensión. A mis padres y hermano por su gran amor y todo lo que esto significa. A mi abuela, a la familia Aranzabal del Pozo, a la familia Guzmán del Pozo (completa) por el apoyo y el cariño brindado.

A mis amigos Beto, Poncho, Alfredo, Juan Pablo, Rodrigo, Sabino y Héctor V., por estar conmigo en cualquier situación y apoyo incondicional.

A Carina, Toño, Marcos, Jorge, Miguel, Alejandro, Jorge M., Coral, Pilar, los mecánicos: Agustín, José Luis, Rafael, Luis Enrique, Rodrigo, Julián, Luis; por su amistad, su compañía en las clases y por hacer mi estancia en la universidad amable y divertida.

Al Ing. Yukihiro Minami por todos sus consejos, pero sobre todo por pasar de profesor a amigo.

Al Dr. Federico Méndez Lavielle por su confianza, su apoyo, sus enseñanzas y por ser un guía para mí.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la oportunidad de realizar mis estudios.

Resumen

En este trabajo se presenta un panorama general de las energías renovables y en particular de la energía del océano, se da una explicación de las tres formas principales en las que se encuentra la energía del océano, las cuales son: energía contenida en mareas y corrientes, olas y energía térmica. Se describen los dispositivos más importantes para extraer energía del océano, para cada una de las formas antes mencionadas, así como su funcionamiento. Entre estos dispositivos se destaca a los de cavidad resonante, los cuales serán el objeto de este estudio.

Posteriormente, se presenta la deducción del modelo matemático para el dispositivo de cavidad resonante, partiendo de la ecuación de la energía. El modelo describe el movimiento de la superficie de agua dentro del dispositivo; este movimiento depende de siete parámetros de diferente naturaleza (geométricos, disipativos, efectos del mar).

Una vez que se tiene el modelo matemático, se realizan las simulaciones numéricas variando los parámetros de interés, empleando un método Runge-Kutta. Para determinar las mejores condiciones de operación del dispositivo se tendrían que ver los efectos que tienen cada uno de los parámetros en el comportamiento del dispositivo. En este caso solamente se analiza la influencia de los parámetros asociados a efectos disipativos y efectos de la masa agregada.

Los resultados de las simulaciones muestran, por un lado, el desplazamiento de la superficie de la columna de agua contenida en el dispositivo, y por el otro, el trabajo y la generación de entropía asociados al proceso, bajo diferentes condiciones. A partir de dichos resultados se obtienen conclusiones de la influencia de los parámetros en el comportamiento del dispositivo.

Índice

Nomenclatura	v
Prólogo	vii
1 Conceptos preliminares	1
1.1 Importancia del trabajo	1
1.2 Energía del océano	2
1.2.1 Energía de las mareas y corrientes marinas	3
1.2.2 Energía de las olas	5
1.2.3 Energía térmica del océano	12
2 Dedución del modelo matemático: oscilador no lineal	14
3 Metodología de solución	32
3.1 Descripción de cálculos	33
3.2 Método numérico: algoritmo Runge-Kutta-Fehlberg	40
3.3 Metodología empleada en el análisis	41
3.4 Datos usados para las simulaciones	41

4	Resultados	44
4.1	Simulaciones	44
4.2	Generación de entropía	53
4.3	Trabajo adimensional	55
5	Conclusiones	56
	Referencias	60
Apéndice A	Códigos en Matlab	62

Nomenclatura

A	Amplitud de la ola
C_p	Constante del proceso politrópico
C_r	Coefficiente de radiación amortiguada (radiation damping)
D	Diámetro del dispositivo
f_f	Coefficiente de pérdidas por fricción
g	Constante de la aceleración de la gravedad ($\underline{g} = 9.81 \text{ m/s}^2$)
h	Longitud del dispositivo que se encuentra debajo del nivel del agua
h_2	Profundidad del mar
h_f	Pérdidas asociadas
H	Longitud del dispositivo que está fuera del agua.
k	Número de onda
K	Coefficiente de pérdidas por formación de vórtices
L	Longitud de la bahía
L_{carac}	Longitud característica
m	Masa agregada
n	Índice politrópico ($n = 1.4$ para el aire)
P_a	Presión dentro de la cámara en condiciones iniciales
P_{ext}	Presión relacionada con la amplitud de las olas
P_H	Presión hidrostática
P_i	Presión dentro de la cámara de compresión
P_{i0}	Presión inicial dentro de la cámara de compresión
$S_{\text{gen},a}$	Generación de entropía adimensional
S_{gen}	Generación de entropía.
S_2	Área transversal del dispositivo
t	Tiempo
t_R	Tiempo de referencia
T_0	Temperatura ambiente (20 °C)
V_i	Volumen dentro de la cámara de compresión
W	Trabajo asociado al dispositivo
W_{perd}	Pérdida del trabajo disponible asociado al dispositivo
W_R	Trabajo real asociado al dispositivo
w_a	Trabajo adimensional
$w_{\text{perd},a}$	Pérdida de trabajo disponible adimensional
X	Posición de la superficie de agua dentro del dispositivo
X_R	Posición de referencia

Letras Griegas

α	Parámetro del modelo, masa agregada adimensional
β	Parámetro del modelo, efectos disipativos
z	Posición adimensional
γ	Parámetro del modelo, relación geométrica
ε	Longitud asociada al efecto de masa agregada
λ	Longitud de onda de la ola
π	Relación de presiones, entre presión hidrostática y la de referencia
ρ	Densidad del agua de mar ($\rho=1025.61 \text{ kg/m}^3$)
τ	Tiempo adimensional
ϖ	Parámetro de frecuencia ($\varpi=\omega t_R$)
ω	Frecuencia de las olas del mar
ψ	Relación de presiones, presión asociada al mar y de referencia
Ψ	Relación de presiones, atmosférica y de referencia

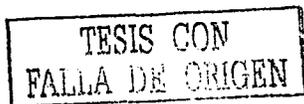
Prólogo

Las energías renovables han adquirido importancia en los últimos años debido a la preocupación existente por el abastecimiento de la energía en el futuro. Dentro de las fuentes de energías renovables se ha considerado al océano como una buena opción debido a la gran cantidad de energía contenida en el océano en diferentes formas.

Para extraer y convertir la energía del océano se han desarrollado diversos dispositivos; uno de éstos es el de cavidad resonante el cual se basa en la compresión de un fluido por el movimiento de una columna de agua oscilante, para después hacer pasar el fluido por una turbina.

Se han realizado diferentes estudios del dispositivo de cavidad resonante. Knott y Flower [1] desarrollaron un modelo matemático del comportamiento del dispositivo a finales de la década de los setenta; en los últimos dos años diversos autores han realizado estudios con el fin de mejorar el funcionamiento del dispositivo. Varias instituciones y empresas, como la empresa británica Wavegen y el Centro de Ciencia y Tecnología Marina de Japón (JAMSTEC), han trabajado en el diseño e instalación de los dispositivos de cavidad resonante.

Para la instalación de estos dispositivos es necesario conocer las condiciones del lugar donde se instalará (presión atmosférica, temperatura ambiente, oleaje, profundidad de la



bahía, etc.), así como las características de la estructura del dispositivo (materiales, geometría, entre otras), ya que de esto dependerá el rendimiento del dispositivo.

El objetivo principal de este trabajo es determinar las condiciones en las que se obtiene el mejor rendimiento termodinámico del dispositivo. Para este fin se desarrolla un modelo matemático que describa el movimiento de la columna oscilante de agua contenida en el dispositivo tomando en cuenta efectos geométricos, disipativos y efectos asociados a las características del mar; además se establece una metodología para analizar el trabajo y la generación de entropía asociados al dispositivo de cavidad resonante bajo diferentes condiciones de operación.

En el presente estudio se analiza la influencia solamente de dos parámetros: el primero de ellos asociado a un efecto provocado por el movimiento del mar y las oscilaciones de la columna de agua, conocido como masa agregada; el segundo asociado a los efectos disipativos. Con el análisis de los dos parámetros se muestra la metodología que se emplea para determinar la influencia de los parámetros y con esto conocer las mejores condiciones de operación del dispositivo.

En el análisis se espera que al aumentar los efectos disipativos aumente la generación de entropía, por consiguiente disminuya el trabajo asociado al dispositivo. En cuanto a los efectos de la masa agregada se espera que al aumentar éstos se incremente la amplitud del movimiento oscilante de la columna de agua y con esto aumente el trabajo asociado.

PAGINACIÓN DISCONTINUA

1 Conceptos preliminares

1.1 Importancia del trabajo

Existe la preocupación en todo el mundo por la generación de energía en los próximos años; esto se debe en gran parte a las políticas de reducción de emisiones con las cuales se restringirá el uso de crudos pesados y carbón de baja calidad. Al mismo tiempo, se espera que los costos tanto de producción como de transporte de estos energéticos sean altos por lo que los combustibles fósiles, posiblemente, dejarán de ser la mejor opción para generar electricidad. Una de las posibles alternativas para generar energía eléctrica en grandes cantidades son las plantas nucleares; sin embargo, tales sistemas provocan problemas ecológicos, además de no ser bien aceptadas por la sociedad por los accidentes que han ocurrido.

Por estas razones el Consejo Mundial de Energía (World Energy Council) contempla que las energías renovables como la energía solar, eólica y marina, tomarán un papel preponderante a partir del año 2020, siempre y cuando los gobiernos y el sector privado incentiven su aplicación.

En el caso de la energía contenida en el océano se han desarrollado diferentes formas de extracción y conversión de energía. Se espera que con estos dispositivos se puedan satisfacer algunos de los requerimientos energéticos de las ciudades e industrias. Una de las tecnologías de conversión más populares son los dispositivos de cavidades resonantes,

en especial la columna oscilante de agua (oscillating water column, OWC), la cual es una cavidad con una abertura por debajo de la superficie del mar que permite la entrada y salida de agua y otra de menor tamaño en la parte superior para expulsar el fluido comprimido.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo matemático para un dispositivo de cavidad resonante asociado al movimiento de la columna de agua. Para llevar a cabo el estudio se toman en cuenta los efectos disipativos y los efectos de la masa agregada; los resultados del movimiento del oscilador permiten obtener el trabajo desarrollado por el dispositivo, así como la generación de entropía en diferentes situaciones con el fin de conocer las mejores condiciones en las que opera el oscilador. Con el análisis anterior se puede obtener el mayor rendimiento termodinámico de este tipo de dispositivos, ya sea que se utilice para la generación de energía eléctrica, la compresión de un fluido o cualquier otro propósito.

1.2 Energía del océano

El océano es el colector solar más grande del mundo, por lo que se puede extraer energía térmica de él. Además, por efecto del sol y del viento también contiene energía mecánica por las mareas, corrientes marinas y olas.

Algunos partidarios de las energías renovables opinan que con el 0.1% de la energía contenida en el océano se podría satisfacer 5 veces la demanda actual de electricidad a

nivel mundial; para lograrlo se necesitarían plantas de gran escala cerca de las playas así como sistemas flotantes; sin embargo, las tecnologías siguen en desarrollo para conseguir los mejores rendimientos y disminuir los costos de operación. Debido a esta gran cantidad de energía contenida, organismos e instituciones de diferentes países como el Reino Unido, Japón, EUA y Noruega, han diseñado equipos para extraer la energía, tanto térmica como mecánica del océano, y al mismo tiempo tratar que los costos de generación así como de instalación sean competitivos con las plantas de combustibles fósiles.

A continuación se tratarán brevemente los tres tipos de energía oceánica y los dispositivos más prometedores con los que se cuenta actualmente para extraer dicha energía.

1.2.1 Energía de las mareas y corrientes marinas

Todas las zonas costeras experimentan durante el día una marea baja y una alta. Esto se ha tratado de aprovechar con ciertos desarrollos tecnológicos, con los que se puede llegar a generar energía eléctrica, siempre y cuando la diferencia entre las mareas, alta y baja, sea mayor o igual a 5 metros.

La tecnología más popular para transformar la energía oceánica de las mareas en electricidad es muy similar a las plantas hidroeléctricas tradicionales. Para esto se requiere construir una presa en la bahía o en un estuario, donde se colocan las compuertas y turbinas. El principio de funcionamiento es que la marea produzca la diferencia entre

los niveles del agua de ambos lados para abrir las compuertas y hacer pasar el agua por las turbinas.

En Francia se encuentra funcionando la estación La Rance, la cual genera 240 MW. Ésta se encuentra en el estuario del río Rance. La planta entró en operación en 1966 y actualmente produce el 90% de la energía utilizada en la provincia de Bretón. En Canadá construyeron una pequeña planta piloto de 20 MW, Rusia también cuenta con otra planta de 0.4 MW.

Los dispositivos para extraer energía de las corrientes marinas son: los molinos y las turbinas.

- Molino

Este dispositivo se instala en canales entre pequeñas islas o estrechos formados entre tierra firme y una isla y resultan ser muy parecidos a los grandes molinos de viento. Las hélices son movidas por las corrientes de agua de las zonas costeras que llegan a moverse con una velocidad entre los 5 y 8 nudos (9 a 14.5 km/h), aproximadamente. Estos molinos generan mucha más energía que los molinos de viento.

- Turbina

Las turbinas para corrientes son parecidas a las que se emplean en las plantas de energía eólica, se colocan en el fondo en arreglos similares a las plantas antes mencionadas. Las condiciones óptimas de operación son para corrientes entre 3.6 y 4.9 nudos (6.4 a 8.8 km/h). Dentro de este rango de velocidades de corrientes

una turbina de 15 m de diámetro genera la misma energía que una turbina de viento de 60 m de diámetro. Normalmente los arreglos de estas turbinas se colocan a una profundidad aproximada de 20 a 30 m.

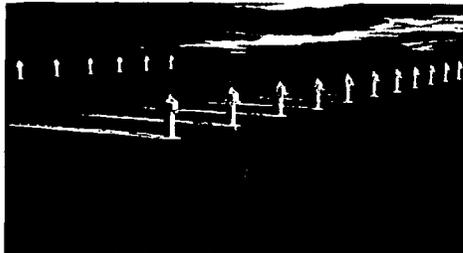


Figura 1.1 Ilustración de arreglo de turbinas.

En la actualidad, La Unión Europea, China, Filipinas, Indonesia y Japón han identificado lugares propicios para colocar “granjas” con este tipo de turbinas.

1.2.2 Energía de las olas

Una de las atracciones del mar son las olas y al hablar de energía del océano en lo primero que se piensa es en la energía contenida en las olas. En realidad sí se puede extraer mucha energía de las olas, incluso algunos analistas creen que se pueden generar 2 Tera Watts a partir del oleaje.

Es común que en cualquier playa se encuentren olas; sin embargo, no en todas las costas se puede generar energía eléctrica; existen lugares con condiciones apropiadas para

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

hacerlo como la costa oeste de Escocia, el norte de Canadá, sur de África, Australia, nordeste y noroeste de los Estados Unidos.

Una clasificación general de las tecnologías que aprovechan la energía de las olas se basa en la ubicación de los dispositivos y se dividen en sistemas flotantes y fijos. Los sistemas flotantes se colocan en aguas con profundidades mayores a los 40 m, con el fin de aprovechar toda la energía contenida en el movimiento de las olas ya que al llegar a aguas poco profundas éstas pierden parte de su energía al disiparse al contacto con el fondo. Los sistemas fijos se colocan en las bahías o playas. Las ventajas que estos sistemas presentan son que requieren de una menor inversión inicial para su construcción, así como un costo de mantenimiento menor con respecto a los sistemas flotantes. La desventaja en relación a los sistemas flotantes es que pueden generar menos energía eléctrica debido a que las olas al llegar a la playa han perdido parte de su energía.

La aplicación inmediata para los sistemas fijos radica en poder satisfacer las necesidades eléctricas de pequeñas comunidades cercanas al mar.

De los sistemas fijos y flotantes, existen diferentes dispositivos para extraer energía basados en distintos principios de funcionamiento; a continuación se presentan los más importantes, destacando los de cavidad resonante.

- Pato Salter (Salter duck)

Diseñado por Stephen Salter y construido por la universidad de Edimburgo, el pato Salter es un cilindro aplanado que se estabiliza mediante un eje fijo, de tal suerte que el cilindro tiene movimientos ascendentes y descendentes conforme pasen las olas. El movimiento del cilindro se puede usar para bombear algún fluido y llevarlo a una turbina.

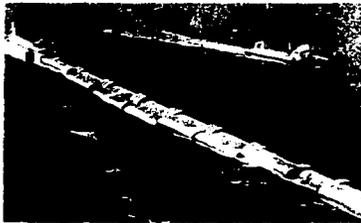


Figura 1.2 Ilustración del dispositivo del tipo pato Salter.

Este dispositivo es muy eficiente en la conversión de la energía de las olas a electricidad y se puede obtener mayor potencia si se colocan varias líneas de estos aparatos.

- “Ballena de potencia” (Mighty whale)

Es un dispositivo del tipo de columna oscilante de agua. Se compone de una plataforma flotante con cámaras donde el aire puede comprimirse por el movimiento de una columna de agua, para generar electricidad mediante turbinas Wells colocadas apropiadamente.

El sistema absorbe la energía de las olas lo que provoca que a la salida del dispositivo las aguas estén en calma, por lo que son ideales para la acuicultura y los deportes acuáticos. Por esta razón se ha pensado colocarlos como rompeolas y las zonas que se encuentren protegidas por estos dispositivos usarlas como zonas turísticas y para acuicultura.

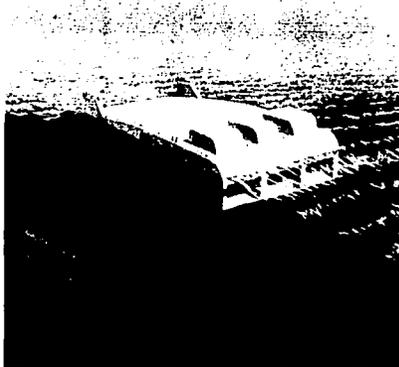


Figura 1.3 Ilustración de un dispositivo “ballena” de potencia.

Japón cuenta con un prototipo funcionando en la bahía de Gosako, desarrollado por el Centro de Ciencia y Tecnología Marina de Japón (Japan Marine Science and Technology Center, JAMSTEC). Cuenta con dos generadores de 10 kW y 50 kW, además de 2 generadores de 30 kW cada uno, teniendo una capacidad máxima de 110 kW con un costo de construcción de 80 millones de pesos.

Este prototipo que se encuentra en operación desde hace 2 años, ha demostrado ser seguro y duradero, y en un futuro se realizarán pruebas para mejorar su eficiencia así como analizar las ventajas de construcción comercial desde el punto de vista económico.

- Ostra circular (Circular sea clam)

Diseñado en la Universidad de Coventry, es uno de los dispositivos más prometedores. Se trata de una estructura circular dividida en varias cámaras de paredes flexibles, las cuales al ser empujadas por las olas comprimen el aire que se encuentra en las cámaras. Este aire se lleva a turbinas (tipo Wells) para generar electricidad.

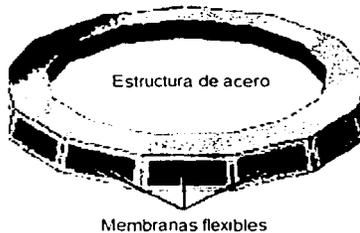


Figura 1.4 Esquema del dispositivo de ostra circular.

La última versión tiene un diámetro de 60 m y está dividida en 12 cámaras. Los creadores de este equipo esperan generar 1 MW a un costo que pueda competir con las plantas de generación de electricidad tradicional.

- Cavidad resonante (columna oscilante de agua)

Consiste en una estructura parcialmente sumergida con una abertura por debajo de la superficie del mar que permite la entrada y salida de agua de la estructura.

Su funcionamiento se basa en que al llegar las olas a la estructura, la columna de agua contenida dentro del dispositivo se eleva comprimiendo al fluido de trabajo. De esta manera, el fluido comprimido se puede emplear en algún proceso de manera directa o para mover una turbina y generar energía eléctrica. Al retirarse la ola el nivel de la columna de agua baja, aspirando el fluido de trabajo hacia la cámara. Este último paso se aprovecha al utilizar turbinas Wells, donde el movimiento del rotor se mantiene en el mismo sentido sin importar la dirección en la que fluye el aire o el fluido que se esté utilizando.

En países asiáticos y en el Reino Unido se han realizado múltiples pruebas con estos dispositivos. Actualmente estos países realizan investigaciones para aumentar la eficiencia de los aparatos de columna oscilante.

Se han construido varias plantas basadas en el principio de la columna oscilante de agua. La primera planta comercial se encuentra en Escocia, en la isla Islay generando 500 kW, entró en funcionamiento en Noviembre del 2000. En las islas Azores se está construyendo una planta de 500 kW y la India tiene una planta a prueba, esta última se construyó sobre un rompeolas.

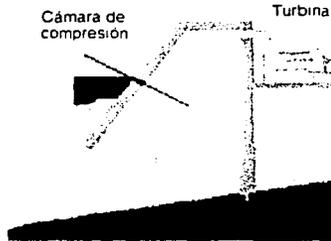


Figura 1.5 Ilustración de columna oscilante de agua de estructura.

Es importante mencionar que el dispositivo anterior es el objeto del presente estudio y para esto se han hecho algunas simplificaciones que se muestran en el siguiente capítulo con la ayuda de la figura 2.1.

- Canales reducidos (Tapped chanel)

Estos sistemas generan energía eléctrica de manera similar a las plantas hidroeléctricas. Consiste en un canal cuya sección transversal se va reduciendo, con esto el nivel del agua aumenta para poder pasar una barrera que separa al mar de un depósito, de tal suerte que el agua que se logra almacenar es la que posteriormente moverá a las turbinas para generar electricidad.

Para la construcción de estos canales se requiere de ciertas características de la costa como una diferencia pequeña de altura entre la marea alta y la baja, así como encontrar algún acantilado con características especiales. Por esta razón no se han podido construir canales con propósitos comerciales. Sin embargo, en

Noruega se realizó un intento en la década de los ochenta con este tipo de planta. Por desgracia una tormenta le ocasionó graves daños y en la actualidad no se encuentra en operación.

- Sistemas de péndulo

Es muy parecido a la columna oscilante de agua. Este sistema se compone de una caja abierta hacia el mar, a la cara abierta se le coloca una compuerta con bisagras para que se mueva libremente. Al chocar las olas con el dispositivo, la compuerta se mueve hacia un lado y regresa a su posición cuando la ola se retira, este movimiento es el que se aprovecha para generar energía o comprimir aire y enviarlo a una turbina.

No se ha construido ningún dispositivo de gran tamaño en el mundo hasta ahora, sin embargo se han hecho varias pruebas en diferentes laboratorios.

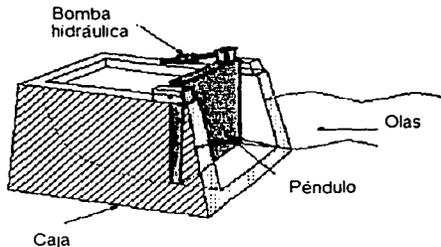


Figura 1.6 Ilustración del sistema de péndulo.

1.2.3 Energía térmica del océano

Este tipo de conversión de energía se conoce por sus siglas en inglés OTEC (Ocean Thermal Energy Conversion). En este caso se utiliza la energía térmica contenida en el océano, ya que es el colector solar más grande del mundo, para generar electricidad.

Los sistemas OTEC trabajan mejor cuando la diferencia de temperaturas entre la capa superficial y el fondo es del orden de 20°C, estas condiciones se pueden encontrar en zonas tropicales.

Este tipo de tecnología se originó en 1881 por Jacques Arsene d'Arsonoval, quien propuso extraer la energía térmica del océano. En 1930 se construyó una planta en Cuba con una capacidad de 22 kW con una turbina de baja presión. En 1935 se construyó otra planta en Brasil; sin embargo, las olas destruyeron ambos sistemas. En 1956 científicos franceses diseñaron otra planta del mismo tipo pero ésta jamás fue construida.

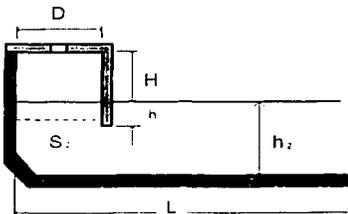
En 1974 los Estados Unidos, por medio del Laboratorio de Energía Natural de Hawaii, iniciaron su participación en este tipo de dispositivos. Años después el gobierno japonés se interesó y actualmente participa realizando investigaciones al respecto.

El gobierno de los Estados Unidos tiene algunos proyectos que incluyen pequeñas plantas; entre estos se encuentra una planta de 8 MW apoyada por una turbina de gas de 2 MW, conjunto con el cual se reemplazará a una planta de turbina de gas existente, por último es conveniente mencionar el que una compañía privada norteamericana tiene programado construir una planta de 10 MW en Guam con estas características.

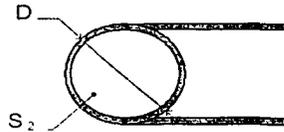
2 Deducción del modelo matemático: oscilador no lineal

El objetivo de todo modelo matemático es predecir de manera confiable algún fenómeno, en este caso el modelo servirá para determinar el trabajo asociado al oscilador, (columna oscilante de agua) así como la generación de entropía del proceso.

Para el desarrollo del modelo se considera que la estructura es circular con un diámetro "D" y se encuentra sumergida una profundidad "h" quedando sobre la superficie del agua una distancia "H" de la estructura. En este caso haremos las mismas consideraciones hechas por Knott y Flower [1]: la estructura se encuentra en una bahía con profundidad constante e infinitamente ancha y el diámetro de la estructura es muy pequeño en comparación con la longitud de la ola, con el fin de tener un movimiento uniforme dentro del dispositivo además de que alrededor de la estructura se mantenga la presión y la elevación uniformes.



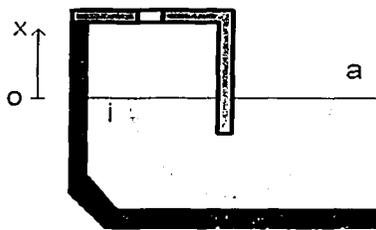
(a)



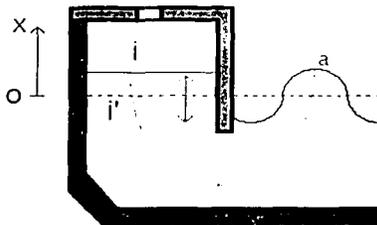
(b)

Figura 2.1 Diagramas del dispositivo: (a) vista lateral; (b) vista superior.

Para aplicar el principio de la conservación de la energía, es indispensable considerar que existen líneas de corriente que conectan al punto "i" de la superficie dentro del dispositivo con el punto "a" de la superficie exterior como se muestra en la siguiente figura.



(a)



(b)

Figura 2.2 Líneas de corriente entre un punto exterior al dispositivo y otro interior (a) estado en reposo; (b) columna de agua en movimiento.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

De la línea de corriente antes mencionada se toma un elemento infinitesimal, de tal suerte que se tiene un tubo de corriente como el que se muestra en la fig. 2.3.

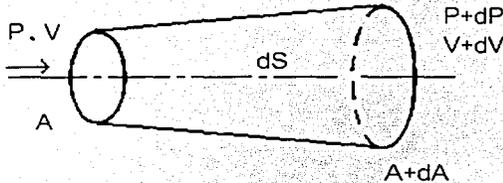


Figura 2.3 Porción de línea de corriente infinitesimal, donde P es la presión, V la velocidad, A el área transversal.

El tubo de corriente mostrado será el volumen de control para el presente estudio, entonces la ecuación de conservación de masa [2] en forma integral para el volumen de control es la siguiente:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dV + m_{\text{sale}} - m_{\text{entra}} = 0. \quad (2.1)$$

En la ecuación (2.1) dV es la diferencial de volumen definida como el área transversal multiplicada por la longitud del elemento, es decir: $dV = AdS$; m es el gasto másico definido de la siguiente manera: $m = \rho VA$; m_{sale} es el gasto másico que sale del volumen de control y el gasto que entra al sistema es m_{entra} .

El agua lo consideramos un fluido incompresible, cuya densidad es constante a lo largo de la línea de corriente y se tiene un flujo estacionario, entonces la ecuación anterior se puede escribir de la siguiente forma:

$$m_{sate} - m_{entra} = dm = 0, \quad (2.2)$$

La ecuación de la energía [2] para el volumen de control en la dirección de la corriente se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C.} e \rho dV + \iint_{S.C.} e \rho (V \cdot n) dA. \quad (2.3)$$

En la ecuación (2.3) E es la energía total del sistema, Q es el calor, W es el trabajo, y por último e es la energía por unidad de masa, y se compone por las contribuciones de la energía interna, energía cinética, energía potencial [2], esto es:

$$e = e_{interna} + e_{cinetica} + e_{potencial}$$

$$e = \hat{h} + \frac{1}{2} V^2 + gz \quad (2.4)$$

Se considera que el agua de mar se encuentra prácticamente a temperatura constante, es decir, que los cambios de temperatura son muy pequeños, por lo que el flujo de calor en el elemento infinitesimal es despreciable.

En cuanto al término del trabajo por unidad de tiempo se consideran las aportaciones debidas al trabajo asociado a las pérdidas a lo largo de la línea de corriente y al trabajo de las fuerzas de presión. éste último sólo se produce en la superficie del volumen de control ya que en el interior se producen fuerzas iguales y opuestas cuyos trabajos se anulan. Entonces el término del trabajo se desarrolla de la siguiente forma:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW_p}{dt} - \frac{dW_f}{dt} \quad (2.5)$$

En la ecuación (2.5) W_p es el trabajo debido a las fuerzas de presión y W_f el trabajo asociado a las pérdidas del sistema.

El trabajo debido a las fuerzas de presión por unidad de tiempo a lo largo del volumen de control, es la integral sobre la superficie del volumen de control dado en la fig. 2.3; entonces, el trabajo total se define de la siguiente manera [2]:

$$W_p = \iint_{s.c.} (P)(V \cdot n) dA, \quad (2.6)$$

donde V es la velocidad del fluido, n es un vector unitario normal a la superficie del volumen de control, P es la presión en la superficie del volumen de control y dA es la diferencial de área.

Sustituyendo las definiciones (2.4), (2.5) y (2.6) en la ecuación de la energía (2.3), la ecuación puede escribirse como:

$$-\iint_{S.C.} (\rho)(V \cdot n) dA + W_f = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C.} \rho \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) dV + \iint_{S.C.} \rho \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) (V \cdot n) dA \quad (2.7)$$

El término de la izquierda de la ecuación (2.7) se puede incorporar al término del lado derecho de la misma ecuación, ya que ambas son integrales de superficie, entonces la ecuación se puede describir de la siguiente manera:

$$W_f = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C.} \rho \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) dV + \iint_{S.C.} \rho \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz + \frac{p}{\rho} \right) (V \cdot n) dA \quad (2.8)$$

Ambos términos integrales se pueden evaluar de manera aproximada de la siguiente forma, para el primer término del lado derecho de la ecuación (2.8):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C.} \rho \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) dV \approx \frac{\partial}{\partial t} \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho A dS, \quad (2.9)$$

y el segundo término de la ecuación (2.8) se desarrolla de la siguiente forma:

$$\iint_{s'} \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz + \frac{P}{\rho} \right) \rho (V \cdot n) dA = \iint_{s''} \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz + \frac{P}{\rho} \right) dh =$$

$$\left[\hat{n} + d\hat{n} + \frac{1}{2} (V + dV)^2 + g(z + dz) + \frac{1}{\rho} (P + dP) \right] (m + dm) -$$

$$\left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz + \frac{P}{\rho} \right) m. \quad (2.10)$$

entonces la ecuación (2.10), despreciando los términos de diferenciales elevados a alguna potencia y tomando en cuenta la ecuación de conservación (2.2), se puede escribir como:

$$\iint_{s'} \left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz + \frac{P}{\rho} \right) \rho (V \cdot n) dA \approx m \left(d\hat{n} + V dV + g dz + \frac{dP}{\rho} \right). \quad (2.11)$$

Sustituyendo (2.9) y (2.11), la ecuación (2.8) se puede escribir de la siguiente forma:

$$W_f = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho A dS \right] + m \left(d\hat{n} + V dV + g dz + \frac{dP}{\rho} \right) \quad (2.12)$$

Con esta ecuación se describe el comportamiento dinámico del fluido contenido en el elemento infinitesimal y para describir el comportamiento a lo largo de la línea de corriente se integra a lo largo de dicha línea.

$$W_f = \int_s \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\hat{n} + \frac{1}{2} V^2 + gz \right) \rho A dS \right] + \int_s m \left(d\hat{n} + V dV + g dz + \frac{dP}{\rho} \right) \quad (2.13)$$

En el primer término del lado izquierdo de la ecuación (2.13), la energía interna no cambia o sufre pequeños cambios en comparación con las otras variables, por lo que se desprecia, lo mismo sucede con el término de la energía potencial. Tomando esto último en consideración además de que el área y la densidad son constantes a lo largo de la línea de corriente y dividiendo la ecuación entre el flujo, se describe la ecuación (2.13) de la siguiente manera:

$$\frac{W_f}{\dot{m}} = w_f = \int_S \frac{\rho A}{\dot{m}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\left[\frac{1}{2} V^2 \right] dS \right) + \int_S \left(d\dot{u} + V dV + g dz + \frac{dP}{\rho} \right) \quad (2.14)$$

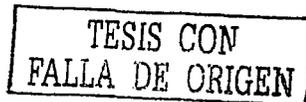
donde w_f es el trabajo asociado a las pérdidas por unidad de masa.

Usando la definición del flujo, $\dot{m} = \rho V A$ y haciendo uso de que: $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} V^2 \right) = V \frac{\partial V}{\partial t}$,

entonces la ecuación (2.14) puede escribirse:

$$w_f = \int_S \frac{\partial V}{\partial t} dS + \int_S \left(d\dot{u} + V dV + g dz + \frac{dP}{\rho} \right) \quad (2.15)$$

Al evaluar las integrales del segundo término quedan definidos los cambios de las propiedades desde el punto exterior al punto dentro de la estructura. Como se había mencionado el cambio de la energía interna es despreciable.



Lo anterior es equivalente a:

$$\int \frac{\partial I'}{\partial t} ds + \frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + gX_1 - w_{j1} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + gX_2 - w_{j2} \quad (2.16)$$

El término transitorio que aparece en el lado izquierdo de la ecuación (2.16) representa la inercia total del elemento de fluido y comprende la masa de agua contenida dentro de la estructura más una masa que se encuentra en las afueras del tubo que se le conoce como masa agregada, y se define como una cierta cantidad de masa de agua excitada, que no está contenida en el tubo, por el movimiento de la columna de agua [3].

Tomando en cuenta que la velocidad y elevación en el punto exterior (a) son despreciables con respecto a la velocidad y elevación del punto en el interior del dispositivo, la ecuación de la Energía aplicada entre los puntos mencionados, como se muestra en la figura 2.2b, se transforma en:

$$\int \frac{\partial u}{\partial t} ds + \frac{u^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gX - w_f = \frac{P_a + P_{ex} \text{sen}(\omega t)}{\rho} \quad (2.17)$$

Para evaluar la integral del lado izquierdo de la ecuación (2.17) se emplea la deducción utilizada por Knott y Flower [1]; y ésta se evalúa en dos partes, una que va a lo largo de la línea de corriente desde el punto (a) en la superficie exterior hasta el punto (i') que se encuentra dentro de la estructura, como se muestra en la fig. 2.2b. La segunda parte se

evalúa desde el último punto (i') a un punto (i) en la superficie de la columna de agua contenida en el cilindro.

El segundo término del lado izquierdo de la ecuación (2.17) es la velocidad con la que se mueve la superficie de la columna de agua. Suponiendo un movimiento unidireccional en X esta velocidad se define de la siguiente manera:

$$V = \frac{dX}{dt} \quad (2.18)$$

El último término de la ecuación (2.17) engloba los efectos disipativos, es decir, las pérdidas asociadas al sistema, en este caso se consideran los siguientes: la fricción del agua con las paredes de la estructura; la formación de vórtices en la entrada del tubo, (éstos se forman debido a que la corriente encuentra la pared del dispositivo), y por último, un efecto de amortiguamiento conocido como “radiation damping”, este efecto se debe al movimiento de la columna de agua [4].

El término del lado derecho de la ecuación (2.17) se refiere a la presión externa asociada al oleaje; ésta se compone de dos partes: una debida a la presión atmosférica y la otra relacionada con el oleaje. Como se puede observar las olas se representan con una función seno, esto ciertamente representa una situación idealizada. P_{ext} se define como la presión hidrostática de las olas ($P_{ext} = \rho g A$, donde A es la amplitud de las olas) y no se toma en cuenta la presión dinámica debida a la disposición de la estructura.

Evaluando la integral, desarrollando el término de pérdidas y tomando en cuenta la definición (2.18), la ecuación (2.17) se expresa como:

$$\begin{aligned}
 & [h(1 + \varepsilon) + X] \frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 + \left[\frac{K}{2} + \frac{d}{D} f_1 + C_r \right] X | \dot{X} | + \frac{P_s - P_w}{\rho} + gX \\
 & = \frac{P_{ex}}{\rho} \sin(\omega t)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

El primer término del lado izquierdo de la ecuación (2.19) resulta de evaluar la integral. El término ε representa los efectos de la masa agregada que se traduce en un alargamiento virtual del tubo, este alargamiento será igual a la longitud sumergida de la estructura (h) multiplicada por la constante ε . En los aparatos de cavidad resonante la columna de agua funciona como un pistón, el cual es empujado por una masa de agua, parte de dicha masa es la contenida dentro del tubo y la otra parte que se encuentra fuera del dispositivo (masa agregada). Para entender este efecto con los generadores de olas que tienen movimientos oscilatorios, se considera que el movimiento del generador excita una cierta cantidad de masa de agua, y esta última no sólo se encuentra contenida en el tubo del dispositivo sino que una parte está fuera de la estructura, del mismo modo esta masa que se encuentra fuera de la estructura es a la que se conoce como masa agregada.

El tercer término de la ecuación (2.19) se refiere a las pérdidas asociadas al sistema y para desarrollar el modelo se consideran tres efectos, los cuales se describen a continuación: $\frac{K}{2}$ representa la formación de vórtices a la entrada del tubo, fenómeno que

ha sido estudiado por Müller y T. J. T. Whittaker [5], en su trabajo muestran los efectos de la presencia de vórtices en el desempeño del dispositivo; el factor f_1 se refiere a las pérdidas debidas a la fricción entre la columna de agua y la pared de la estructura; y por último, el coeficiente C_r cuantifica los efectos de amortiguamiento (diversos autores le llaman "radiation damping" a este efecto), el cual se debe al movimiento de la columna de agua. Este último efecto de amortiguamiento se presenta debido a que el movimiento de la columna de agua genera ondas que se mueven en sentido contrario al movimiento de las olas del mar.

Multiplicando la ecuación (2.19) por ρS_2 (S_2 es el área transversal del dispositivo como se muestra en la fig. 2.1) la ecuación queda:

$$\begin{aligned} & [\rho S_2 h + \rho S_2 h \varepsilon + \rho S_2 X] \frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{\rho S_2}{2} \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 + \left[\frac{K}{2} + \frac{d}{D} f_1 + C_r \right] \rho S_2 X |X| + \\ & \rho S_2 \frac{P_1 - P_a}{\rho} + \rho S_2 g X = S_2 P_{ext} \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (2.20)$$

En el primer término de la izquierda de la ecuación (2.20) aparece la expresión $\rho S_2 h \varepsilon$, que representa los efectos de la masa agregada. De esta manera la masa agregada se define como:

$$m = \rho S_2 h \varepsilon. \quad (2.21)$$

Sustituyendo esto último en la ecuación (2.20) y dividiendo todo entre $\rho S_2 h$ se tiene que:

$$\left[1 + \frac{m}{\rho S_2 h} + \frac{X}{h} \right] \frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{1}{2h} \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 + \left[\frac{K}{2h} + \frac{1}{D} f_1 + \frac{C_L}{h} \right] X |X| + \frac{P_c - P_a}{\rho h} + \frac{gX}{h} = \frac{P_{ext}}{\rho h} \text{sen}(\omega t). \quad (2.22)$$

En esta última ecuación el término $\frac{m}{\rho S_2 h}$, que se encuentra en el primer término del lado izquierdo, ha sido caracterizado por Wang [6] para diferentes profundidades. Este término es uno de los parámetros importantes en el estudio y por simplicidad se denominará como α .

Dentro de la cámara de compresión se supone un proceso politrópico [7], por lo tanto: $P_c V_c^n = \text{constante} = C_c$, donde P_c es la presión dentro de la cámara de compresión y sabemos que el volumen dentro de la cámara está dado por:

$$V_c = S_2(H - X) = S_2 H \left(1 - \frac{X}{H} \right).$$

Por lo tanto es factible escribir a la presión dentro de la cámara como:

$$P_c = \frac{C_c}{\left[S_2 H \left(1 - \frac{X}{H} \right) \right]^n}. \quad (2.23)$$

Además, el tercer término, que considera los efectos disipativos, tiene unidades del inverso de la longitud [L^{-1}], de tal suerte que esto permite tener una longitud característica, L_{carac} , definida como:

$$L_{carac} = \left[\frac{f_1}{D} + \frac{1}{h} \left(\frac{K}{2} + C_r \right) \right]^{-1}. \quad (2.24)$$

Sustituyendo los términos α , P_1 y L_{carac} , la ecuación puede escribirse de la siguiente forma:

$$\left(1 + \alpha + \frac{X'}{h} \right) \frac{d^2 X'}{dt^2} + \frac{1}{2h} \left(\frac{dX'}{dt} \right)^2 + \frac{1}{L_{carac}} X' |X'| + \frac{C_t}{\rho h \left[S_2 H \left(1 - \frac{X'}{H} \right) \right]^n} = \frac{P_u}{\rho h} + \frac{gX'}{h} = \frac{P_{ext}}{\rho h} \text{sen}(\omega t). \quad (2.25)$$

La ecuación (2.25) se puede convertir en adimensional mediante el uso de las siguientes variables adimensionales:

$$\chi = \frac{X'}{X_R}, \quad \tau = \frac{t}{t_R},$$

donde X_R y t_R representan la distancia y el tiempo de referencia, respectivamente, donde $X_R = h$. En las líneas siguientes se caracterizarán estos parámetros fijos del sistema.

Al hacer el cambio de variable en la ecuación (2.25) se define el tiempo de referencia t_R a partir del cuarto término de la izquierda de la ecuación antes dicha, entonces se define de la siguiente manera:

$$t_R = \left[\frac{\rho h^2 [S_2 H]^n}{C_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

De esta manera la ecuación adimensional de movimiento del oscilador asociado a la columna de agua puede reescribirse como:

$$(1 + \alpha + \chi) \frac{d^2 \chi}{d\tau^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\chi}{d\tau} \right)^2 + \beta \chi |\chi| + \frac{1}{[(1 - \gamma \chi)]^n} - P_u \frac{[S_2 H]^n}{C_1} + \frac{\rho g h [S_2 H]^n}{C_1} - \chi = P_{cu} \frac{[S_2 H]^n}{C_1} \operatorname{sen} \left(\omega \left(\frac{\rho h^2 [S_2 H]^n}{C_1} \right)^{\frac{1}{2}} \tau \right). \quad (2.26)$$

En la ecuación (2.26) aparecen varios parámetros de interés para el presente estudio. En el primer término del lado izquierdo de la esta ecuación aparece el parámetro α que representa los efectos de la masa agregada como se mencionó anteriormente.

El parámetro β que aparece en el tercer término de la ecuación (2.26) representa los efectos disipativos. Este parámetro se define de la siguiente forma:

$$\beta = \frac{h}{L_{sumergida}} \quad (2.27)$$

En el cuarto término de la ecuación aparece la relación entre la longitud sumergida de la estructura y la longitud que se encuentra sobre la superficie de agua; a esta relación se le llama γ y se define como:

$$\gamma = \frac{h}{H} \quad (2.28)$$

A partir del término del lado derecho de la ecuación (2.26) se define un parámetro adimensional que relaciona la frecuencia de las olas, una de las características básicas del movimiento del mar, con el tiempo de referencia propuesto. El parámetro se define de la siguiente manera:

$$\sigma = \omega t_R = \omega \left[\frac{\rho h^2 [S_2 H]^n}{C_1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

En los últimos tres términos de la ecuación (2.26) también se puede observar el parámetro $\frac{[S_2 H]^n}{C_1}$, que refleja la naturaleza del proceso de compresión politrópica y la cual se puede definir como una presión P_{i0} , que en este caso es igual a la presión que se tiene al inicio cuando el mar está en calma, es decir es la presión dentro de la cámara cuando no hay movimiento.

Sustituyendo α y P_{10} en la ecuación anterior se tiene que:

$$(1 + \alpha + \chi) \frac{d^2 \chi}{d\tau^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\chi}{d\tau} \right)^2 + \beta \chi |\chi| + \frac{1}{[(1 - \gamma\chi)]^n} - \frac{P_w}{P_{10}} + \frac{\rho g h}{P_{10}} \chi = \frac{P_{ext}}{P_{10}} \text{sen}(\omega\tau). \quad (2.30)$$

De ésta última se tienen claramente los parámetros que relacionan las diferentes presiones con la presión de referencia (P_{10}).

- Relación entre la presión hidrostática (P_H) y la de referencia; esta presión se debe a la columna de agua cuando el mar se encuentra en calma:

$$\frac{\rho g h}{P_{10}} = \frac{P_H}{P_{10}} = \pi \quad (2.31)$$

- Relación entre la presión atmosférica y la de referencia:

$$\frac{P_a}{P_{10}} = \psi \quad (2.32)$$

- Relación entre la presión asociada al mar (forzante) y la presión de referencia, donde la excitación se calcula como la presión hidrostática de una columna de agua con una altura igual a la amplitud de la ola:

$$\frac{\rho g A}{P_{10}} = \frac{P_{ext}}{P_{10}} = \psi \quad (2.33)$$

Sustituyendo los parámetros anteriores se tiene que la ecuación (2.29) es el modelo adimensional con múltiples parámetros. En consecuencia, la determinación de la posición de la superficie libre de agua dentro de la cavidad es una función

multiparamétrica dada por: $\chi = \chi(\alpha, \beta, \gamma, \psi, \varphi, \omega, \tau)$, que satisface la ecuación de un oscilador no lineal dada por:

$$(1 + \alpha + \chi) \frac{d^2 \chi}{d\tau^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\chi}{d\tau} \right)^2 + \beta \chi |\dot{\chi}| + \frac{1}{[(1 - \gamma\chi)]^n} - \varphi + \pi\chi = \psi \text{sen}(\omega\tau) \quad (2.34)$$

la cual debe resolverse considerando las siguientes condiciones iniciales:

$$\tau = 0: \chi = 0, \quad \frac{d\chi}{d\tau} = 0. \quad (2.35)$$

3 Metodología de solución

El modelo matemático que se obtuvo es una ecuación diferencial ordinaria no lineal, lo que se traduce en la imposibilidad de desarrollar una solución analítica general, situación que deriva en la necesidad de utilizar un método numérico. Con los resultados obtenidos de estas soluciones, que al mismo tiempo son simulaciones del comportamiento del resonador, es factible determinar el comportamiento ante diferentes circunstancias del dispositivo.

En este proyecto se analiza la influencia solamente de dos de los siete parámetros obtenidos. El primero de éstos es el efecto de la masa agregada representada a través del parámetro α , debido a que no existen en la literatura reportes del comportamiento del resonador para diferentes valores del parámetro. El segundo parámetro engloba los efectos disipativos β : fricción, formación de vórtices a la entrada del tubo y la radiación, la razón por la que se seleccionó este parámetro radica en la importancia que tiene con el fin de observar la eficiencia del resonador; además de contar con la posibilidad de observar el comportamiento ideal, es decir, sin efectos disipativos para obtener la entropía generada.

A continuación se describirá el método numérico empleado, se presentarán los cálculos realizados para la obtención de constantes del modelo, el trabajo realizado por el dispositivo y la entropía generada.

Dentro del modelo matemático se manejan algunas constantes como: la constante del proceso politrópico C_i , la presión de referencia P_{i0} y por último, para definir el parámetro de la masa agregada α , es necesario conocer el número y la longitud de onda. A continuación se muestra la metodología que se puede emplear en la determinación de dichas constantes y el parámetro de la masa agregada, así como las consideraciones realizadas.

3.1 Descripción de cálculos

Constante del proceso politrópico (C_i)

Para el desarrollo del modelo matemático se considera que dentro de la cámara de compresión se presenta un proceso politrópico por lo que es necesario conocer el valor de la constante de dicho proceso con el fin de obtener los valores de ψ , Ψ , π así como t_R .

Para un proceso politrópico se tiene la siguiente relación [7]:

$$P_{i0} \cdot V_i^n = C_i. \quad (3.1)$$

Además se considera que el aire dentro de la cámara se comporta como un gas ideal, por lo que se utiliza la ley de los gases ideales [7]:

$$P = \rho R_{aire} T_0. \quad (3.2)$$

Con la expresión (3.1) y la ayuda de la ley de los gases ideales se calcula la presión de referencia (P_{i0}), tomando en cuenta que la temperatura dentro de la cámara cuando el mar está en calma es igual a la temperatura ambiente, entonces la presión que se obtiene es la siguiente:

$$P_{i0} = \rho R_{\text{aire}} T_0 = 1.2 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \cdot 287 \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \text{K}} \right] \cdot 293.15 [\text{K}] = 100960.86 [Pa] \quad (3.3)$$

Una vez que la presión está definida es factible conocer la constante del proceso politrópico, considerando el volumen dentro de la cámara cuando el mar está en calma. Esto es:

$$C_i = P_{i0} \cdot V_i^n = 100960.86 \cdot (12.5)^{1.4} = 31.158 \times 10^6 \quad (3.4)$$

Parámetro α

El parámetro adimensional α representa el efecto de la masa agregada. En el presente estudio se desea conocer el impacto que tiene dicho parámetro en el funcionamiento del dispositivo, para esto es necesario conocer un rango de valores de α que sean representativos de la operación en una situación real del dispositivo.

Dentro de los resultados de Wang [6] se presenta una gráfica que relaciona el parámetro α con el número de onda multiplicado por la longitud de la bahía para diferentes profundidades.

El número de onda (k) se define como:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.5)$$

Donde λ es la longitud de onda de la ola. Para calcular esta longitud se utiliza la teoría lineal de ondas [3], la cual nos dice que la longitud de onda se puede obtener de la siguiente relación:

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h_2}{\lambda}\right) \quad (3.6)$$

Donde T es el periodo de las olas dado en segundos, h_2 es la profundidad de la bahía en metros.

En el presente estudio se emplea la teoría lineal de onda debido a que se considera que las olas se representan con una función seno, además la longitud de onda es mucho mayor que la profundidad de la bahía y en estos casos la teoría es confiable para obtener las características de las ondas.

Una vez que se conoce el número de onda se puede leer directamente de la gráfica el valor de α , o si se prefiere partiendo de la gráfica se obtiene un polinomio y con este se calcula el valor del parámetro.

Trabajo asociado al dispositivo

El trabajo por compresión se define de la siguiente manera [7]: $W = \int P dV$, y para el caso bajo análisis la presión, P , será la presión dentro de la cámara de compresión y la diferencial de volumen es conocida. De la ecuación (2.8) se sabe que la presión dentro de la cámara y la diferencial de volumen están dados por:

$$P = P_1 = \frac{C_1}{[S_2 H(1 - \gamma X)]^n}, \quad (3.7)$$

$$dV = A \cdot dX. \quad (3.8)$$

Haciendo el cambio de variable adimensional de la posición en la ecuación (3.8) y sustituyendo la presión y la diferencial de volumen, entonces la ecuación se puede escribir como:

$$W = \frac{A \cdot h \cdot C_1}{[S_2 H]^n} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dX}{(1 - \gamma X)^n}. \quad (3.9)$$

Donde C_1 , S_2 , H , A , h y γ son constantes conocidas.

El factor $\frac{A \cdot h \cdot C_1}{[S_2 H]^n}$ tiene unidades de trabajo por lo que se puede dividir toda la ecuación por dicho factor y se define al trabajo adimensional de la manera siguiente:

$$w_u = \frac{W}{A \cdot h \cdot C_p} = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} \frac{d\chi}{(1 - \gamma\chi)^n} \quad (3.10)$$

y la solución de la integral resulta:

$$w_u = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} \frac{d\chi}{(1 - \gamma\chi)^n} = \frac{1}{\gamma(n-1)} \left[(1 - \gamma\chi_{\max})^{1-n} - (1 - \gamma\chi_{\min})^{1-n} \right]. \quad (3.11)$$

Para obtener un valor numérico del trabajo adimensional se requiere conocer χ_{\max} y χ_{\min} , estos valores se obtienen de los resultados de la simulación numérica del modelo, ecuación (2.19), así como el parámetro γ y el índice politrópico para el aire.

Generación de entropía

El concepto de exergía, es decir, el trabajo disponible ha tomado fuerza durante los últimos años. Esto se debe a que se ha mostrado que no es suficiente conocer los balances de energía y las eficiencias energéticas; también es necesario y de gran importancia saber la cantidad de energía disponible para realizar trabajo.

Este concepto de exergía está íntimamente ligado al de generación de entropía, ya que la destrucción de exergía o pérdida de trabajo disponible se relaciona con la generación de entropía por medio del teorema de Guy-Stodola [9].

Uno de los objetivos del presente proyecto es el de determinar las condiciones bajo las cuales la generación de entropía es la mínima posible, ya que esto permite definir las condiciones bajo las cuales se dispondrá de la mayor exergía posible, es decir, el mayor trabajo disponible. Obtener la generación de entropía mínima se debe tratar con mucho cuidado ya que el problema es multiparamétrico; en este caso sólo se analizan los efectos que tienen dos parámetros (masa agregada α y los efectos disipativos β) en la generación de entropía asociada al sistema.

El teorema de Gouy-Stodola dice que la generación de entropía multiplicada por una temperatura de referencia del sistema es igual a la pérdida de trabajo disponible [9], esto es:

$$W_{\text{perd}} = T_0 \cdot S_{\text{gen}} \quad (3.12)$$

La ecuación anterior también suele definirse como la diferencia entre el trabajo máximo posible y el trabajo real:

$$W_{\text{perd}} = W_{\text{max}} - W_R \quad (3.13)$$

En ingeniería esta última definición es muy importante, ya que describe las pérdidas de trabajo disponible y el trabajo máximo disponible. Sin embargo, presenta un problema el cual radica en que no existe ningún instrumento que mida de manera directa la cantidad de trabajo hecho por alguna máquina o dispositivo en general.

En el presente estudio se puede conocer el trabajo ideal, es decir sin los efectos disipativos, y el trabajo real bajo diferentes condiciones de operación del dispositivo, por lo que la última expresión es de gran utilidad ya que se puede conocer de manera directa la pérdida de trabajo disponible así como relacionarlo con la generación de entropía, la cual está ligada a las irreversibilidades del proceso. Para realizar esto último se combinan las ecuaciones anteriores de la siguiente manera:

$$W_{\text{perd}} = W_{\text{max}} - W_{\text{R}} = T_0 \cdot S_{\text{gen}} \quad (3.14)$$

El trabajo máximo de la expresión (3.14) está dado cuando no se toman en cuenta los efectos disipativos, es decir el parámetro β de la ecuación (2.19) es igual a cero.

Para expresar la entropía en forma adimensional se utiliza la ecuación (3.10), que define el trabajo adimensional. Sustituyendo ésta en la ecuación (3.12) se obtiene:

$$W_{\text{perd}} = \frac{A \cdot d \cdot C_1}{[S_2 H]^n} \cdot w_{\text{perd},a} = T_0 \cdot S_{\text{gen}} \quad (3.15)$$

De esta última ecuación se puede definir la generación de entropía adimensional dada por la siguiente expresión:

$$S_{\text{gen},a} = \frac{S_{\text{gen}}}{\frac{A \cdot d \cdot C_1}{T_0 [S_2 H]^n}} \quad (3.16)$$

3.2 Método numérico: algoritmo de Runge-Kutta-Fehlberg

La ecuación diferencial ha resuelto con el método de Runge-Kutta-Fehlberg, el cual es un método con error de truncamiento de orden cinco discutido por Burden [8]. Las ventajas de este método es que sólo requiere de cinco evaluaciones mientras que los métodos de Runge-Kutta tradicionales de orden cuatro y cinco usados simultáneamente requieren de diez evaluaciones por paso.

Algoritmo de Runge-Kutta-Fehlberg

ENTRADA: ecuación diferencial
condiciones iniciales

SALIDA: x, v

Paso 1 (definir los parámetros):

Tomar $h = a$

$i = b$

Salida (w)

Paso 2 (definir las condiciones iniciales):

Tomar $t = 0$

$w = (1, 0)$

Paso 3 Mientras que $t < t_{\max}$ seguir los pasos 4 – 6

Paso 4 Tomar $K_1 = h \cdot f_1(w, t)$;

$$K_2 = h \cdot f_1\left(w + \frac{1}{4} K_1, t + \frac{1}{4} h\right);$$

$$K_3 = h \cdot f_1\left(w + \frac{3}{32} K_1 + \frac{9}{32} K_2, t + \frac{3}{8} h\right);$$

$$K_4 = h \cdot f_1\left(w + \frac{1932}{2197} K_1 - \frac{7200}{2197} K_2 + \frac{7296}{2197} K_3, t + \frac{12}{13} h\right);$$

$$K_5 = h \cdot f_1\left(w + \frac{439}{216} K_1 - 8K_2 + \frac{3680}{513} K_3 - \frac{845}{4104} K_4, t + h\right);$$

Paso 5 Tomar $t = t + h$;

$$w = w + \frac{25}{216} K_1 + \frac{1408}{2565} K_2 + \frac{2197}{4104} K_3 - \frac{1}{5} K_4$$

Paso 6 SALIDA w

3.3 Metodología empleada en el análisis

La metodología seguida para el análisis de la influencia para ambos parámetros se muestra a continuación:

- Se determina el rango de valores en los que se puede encontrar el parámetro que se está estudiando.
- Se realizan las simulaciones numéricas variando dicho parámetro.
- Con los datos obtenidos se obtienen las curvas del comportamiento del oscilador (movimiento de la superficie de la columna de agua), trabajo y generación de entropía asociados al dispositivo.
- En las gráficas se puede determinar si existe un máximo, ya sea del trabajo y/o la generación de entropía. Con estos resultados se pueden determinar los valores del parámetro más conveniente.

3.4 Datos usados para las simulaciones

A continuación se presenta la tabla 3.1 con los valores empleados para realizar las simulaciones numéricas, en principio se presentan los parámetros adimensionales que se mantendrán fijos en las diferentes simulaciones. En la tabla 3.2 se muestran los valores de los parámetros adimensionales que permanecen constantes en el análisis.

Concepto	Símbolo	Valores
Temperatura de referencia	T_0	20 °C
Presión ambiente	P_{amb}	101.325 kPa
Densidad del agua de mar	ρ	1025.61 kg/m ³
Densidad del aire	ρ_{aire}	1.2 kg/m ³
Aceleración de la gravedad	g	9.81 m/s ²
Constante del aire	$R_{u,aire}$	287 m ² /s ² K
Índice Politrópico del aire	n	1.4
Amplitud de la ola*	A	2.35 m
Período de la ola*	T	9 s
Longitud de onda de la ola	λ	74.4 m
Número de onda	k	0.0844 m ⁻¹
Profundidad del mar*	h_2	8 m
Longitud de la bahía*	L	9.55 m
Longitud de la estructura sumergida*	d	2 m
Longitud de la estructura sobre el agua*	H	5 m
Díámetro de la estructura*	D	3.91 m
Área transversal de la estructura*	S_2	12 m ²
Coefficiente de fricción*	f	0.05
Coefficiente de pérdidas**	$(C_r + K/2)$	5
Presión asociada al mar	P_{ext}	23.643 kPa
Presión hidrostática	P_h	20.122 kPa
Presión de referencia	P_{i0}	100.960 kPa
Constante del proceso politrópico	C_1	31.157 x 10 ⁶

Tabla 3.1 Valores empleados para calcular los parámetros adimensionales

+ Datos de Tseng [10], *Datos de Wang [6], **Datos de Czitrom [4]

Parámetros	Símbolo	Valores
Relación geométrica	γ	0.4
Relación de presión hidrostática	π	0.1993
Relación de presión ambiente	Ψ	1.0036
Relación de presión asociada al mar	ψ	0.23418
Frecuencia adimensional	ϖ	0.02239

Tabla 3.2 Valores de los parámetros adimensionales del modelo matemático

Con el fin de estudiar el comportamiento del dispositivo bajo diferentes condiciones se variaron los valores de los parámetros α y β , a continuación en la tabla 3.3 se muestran los valores que se tomaron así como las combinaciones de valores para los cuales se hicieron simulaciones numéricas.

β	α								
	0	0.5	1	1.5	2.5	3.25	4	4.795	5.5
0									
0.075									
0.15									
0.2									
0.25									
0.3									
0.4									
0.5									
0.6									
0.7									
0.795927									
1									

Tabla 3.3 Valores de los parámetros α y β para los cuales se realizaron simulaciones numéricas

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4 Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones para diferentes valores de los efectos de la masa agregada representados por el parámetro α y los efectos disipativos cuantificados por el parámetro β . La mayoría de estas curvas presenta la evolución temporal de la posición de la superficie libre de agua χ .

Posteriormente se muestran los resultados de la generación de entropía y trabajo adimensional para un rango de los parámetros antes mencionados.

4.1 Simulaciones

Simulación con valores $\alpha=4.79$ y $\beta=0$

En las figs. 4.1 y 4.2 se observa el comportamiento del oscilador cuando no están presentes los efectos disipativos para un valor de α dado.

En ambas figuras se puede apreciar que la columna de agua tiene un movimiento oscilatorio, sin embargo este movimiento no es uniforme ya que la amplitud de la superficie de la columna de agua varía. En la fig. 4.2 se aprecia con mayor claridad este movimiento no uniforme, que además no es periódico. Cabe señalar que el movimiento se mantiene de esta misma forma a lo largo del tiempo.

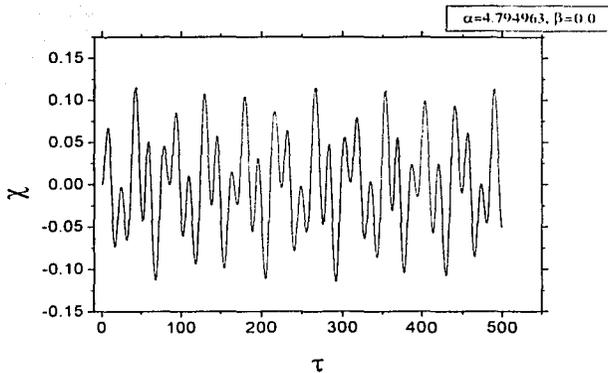


Figura 4.1 Comportamiento del oscilador.

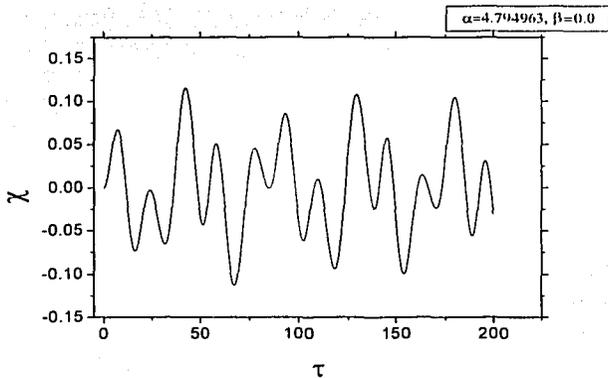


Figura 4.2 Inicio del movimiento del oscilador, estado transitorio.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Simulación con valores $\alpha=4.79$ y $\beta=0.3$

Las figs. 4.3 a 4.5 muestran el movimiento de la columna de agua cuando el parámetro $\beta=0.3$. En la fig. 4.3 se aprecia el comportamiento del oscilador desde un tiempo cero hasta que alcanza el estado permanente. La fig. 4.4 es un acercamiento al inicio de la figura previa, en ésta se observan perturbaciones similares a las que se presentaron en el caso anterior, cuando no se tomaron en cuenta los efectos disipativos, sin embargo conforme se va alcanzando el estado permanente estas perturbaciones desaparecen y finalmente cuando se alcanza el estado permanente, el movimiento de la columna se hace uniforme y suave.

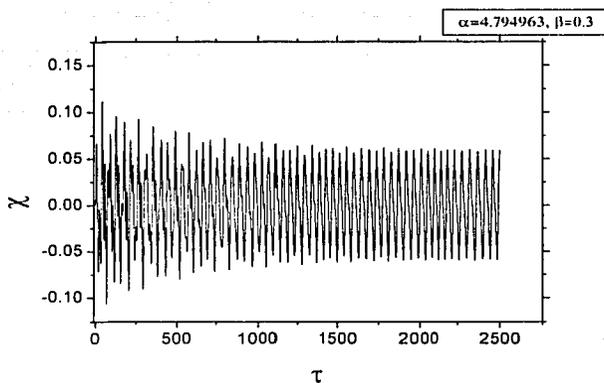


Figura 4.3 Comportamiento del oscilador.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

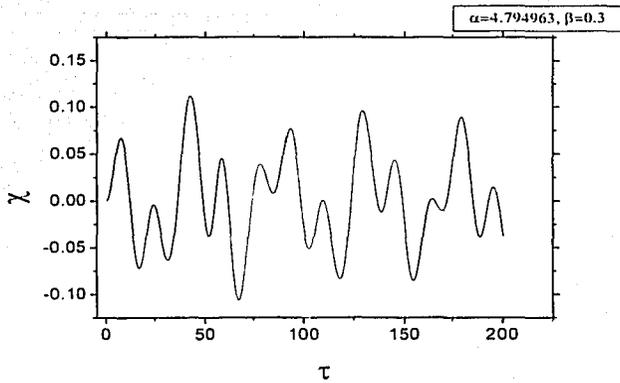


Figura 4.4 Inicio del oscilador

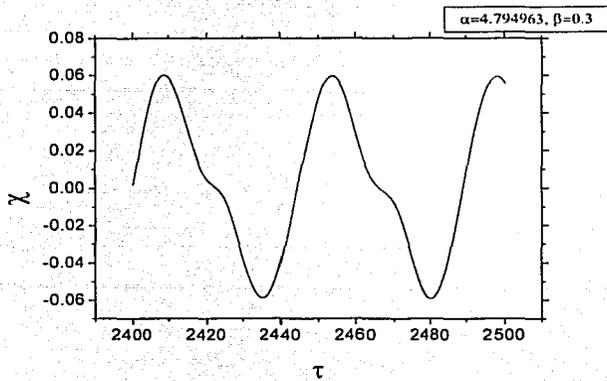


Figura 4.5 Estado permanente del oscilador

Simulación con valores $\alpha=4.79$ y $\beta=0.79$

Las figs. 4.6, 4.7 y 4.8 describen el movimiento de la columna de agua cuando los efectos disipativos son grandes ($\beta=0.794963$), en comparación con los resultados anteriores. Se puede apreciar el mismo comportamiento que en el caso previo. La diferencia más importante entre ambos es que el estado permanente se alcanza mucho antes cuando los efectos disipativos son mayores, sin embargo en el estado transitorio se siguen presentando las perturbaciones en el movimiento y se van desvaneciendo conforme pasa el tiempo hasta alcanzar el estado permanente.

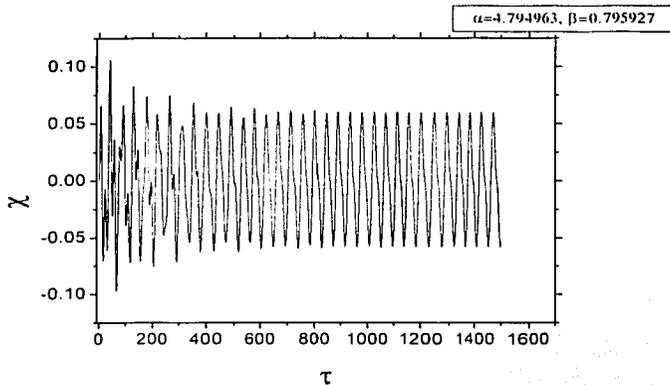


Figura 4.6 Comportamiento del oscilador

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

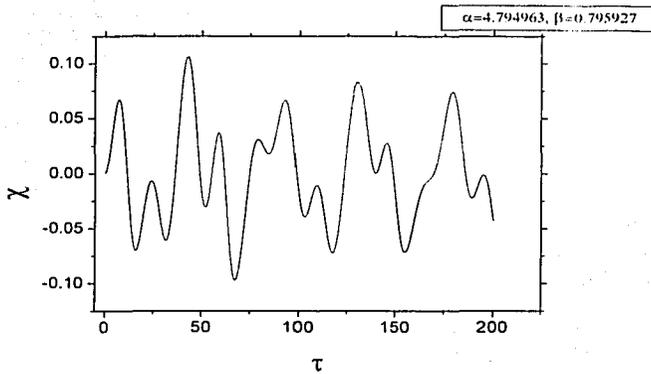


Figura 4.7 Inicio, estado transitorio.

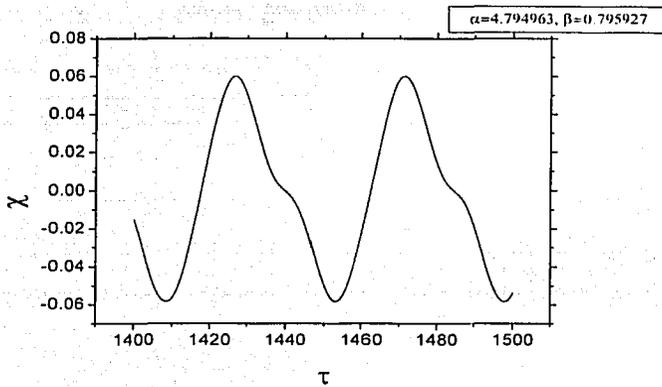


Figura 4.8 Estado permanente del oscilador

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Simulación con valores $\alpha=2.5$ y $\beta=0$

En la figura 4.9 se observa el comportamiento del oscilador en el caso ideal, es decir, sin efectos disipativos para un valor de $\alpha = 2.5$, a diferencia de las primeras curvas. Como se puede apreciar presenta el mismo comportamiento mostrado en la fig. 4.1, donde tampoco se tomaban en cuenta los efectos disipativos pero los efectos de la masa agregada son menores en este caso.

En esta figura se observa que la amplitud del movimiento varía de forma considerable, además se aprecian perturbaciones similares a las que se muestran en las figuras anteriores.

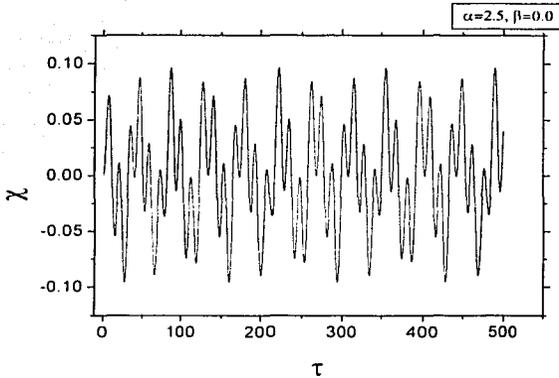


Figura 4.9 Comportamiento del oscilador

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Simulación con valores de $\alpha=2.5$ y $\beta=0.79$

En la fig. 4.10 se puede observar un comportamiento similar al de los casos anteriores, lo destacable de la figura es que la etapa del transitorio es muy pequeña en comparación con las gráficas anteriores. De nuevo en la figura hay una etapa en la cual el movimiento presenta pequeñas perturbaciones, y conforme aumenta el valor de τ , el movimiento se estabiliza hasta alcanzar el estado permanente; es entonces cuando se presenta el movimiento uniforme.

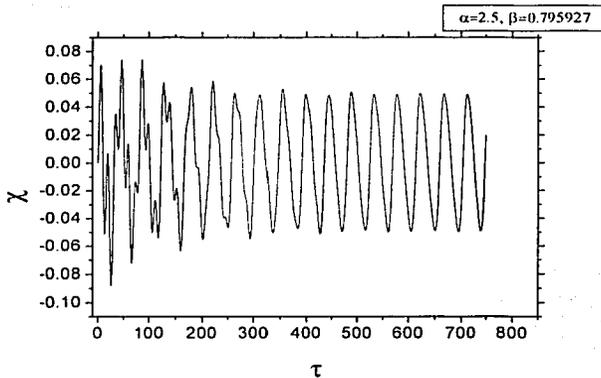


Figura 4.10 Comportamiento del oscilador

TESIS CON
FALLA DE TIPO EN

Simulación con valores de $\alpha = 0$ y $\beta = 0$

En la fig. 4.11 se observa el comportamiento en el caso en que los parámetros α y β son nulos. Se aprecia el movimiento oscilatorio de la superficie de la columna de agua, este movimiento presenta las perturbaciones que ya se habían observado en los casos en los que no se presentan los efectos disipativos, la diferencia es que ahora estas perturbaciones tienen una amplitud prácticamente constante en relación a las observadas anteriormente.

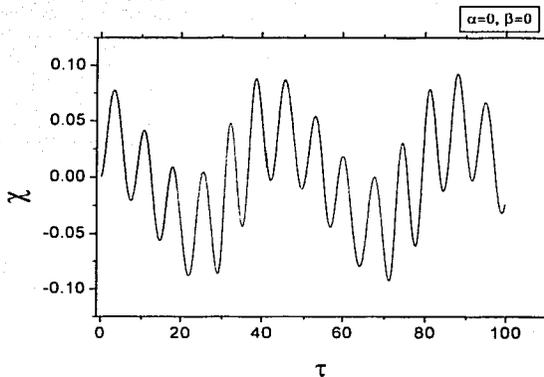


Figura 4.11 Comportamiento del oscilador

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.2 Generación de entropía.

En la figs. 4.12 y 4.13 se aprecia la influencia de los efectos disipativos y los efectos de la masa agregada en la generación de entropía. En la figura 4.12 se observa que los efectos disipativos representados por el parámetro β conducen a una generación de entropía constante para valores de $\beta > 0.2$.

La influencia del parámetro de la masa agregada α en el comportamiento del dispositivo es más notoria que en el caso de los efectos disipativos, se puede observar que para diferentes valores de α la generación de entropía cambia.

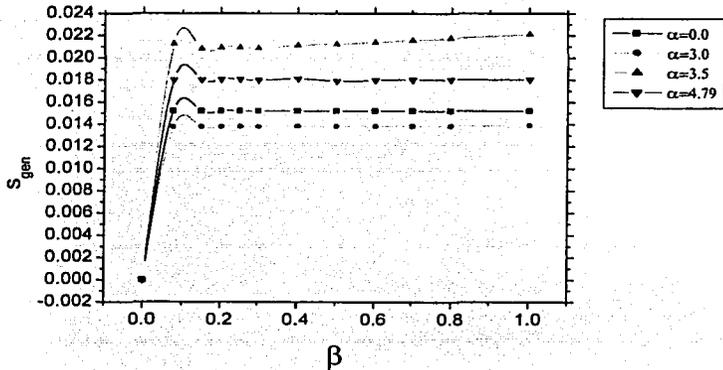


Figura 4.12 Generación de entropía adimensional contra β

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En la fig. 4.13 se observa que existe un valor del parámetro α para el cual la generación de entropía es máxima así como un valor de α para el cual la generación de entropía es mínima. Los valores del parámetro α para el cual la generación de entropía es máxima es el mismo para diferentes valores del parámetro β ; del mismo modo para el valor mínimo de generación de entropía.

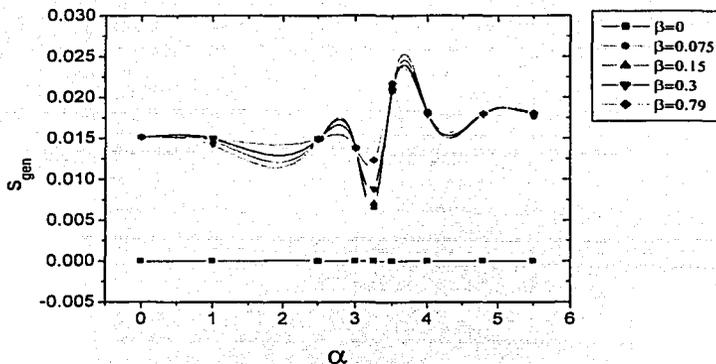


Figura 4.13 Generación de entropía adimensional contra α .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.3 Trabajo adimensional

En la fig. 4.14 se observa el trabajo adimensional asociado contra el parámetro α para diferentes valores del parámetro β . Se puede observar que para un mismo valor del parámetro α el máximo trabajo se obtiene cuando no hay efectos disipativos. Se aprecia que para valores del parámetro β el comportamiento es similar. Destaca la existencia de un valor de α para el cual el trabajo adimensional es máximo.

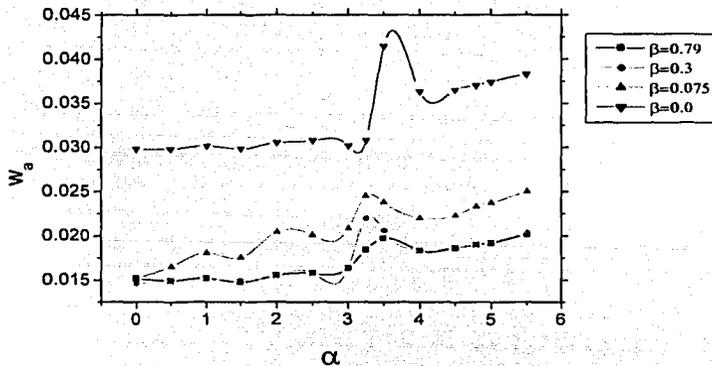


Figura 4.14 Trabajo adimensional asociado al dispositivo contra α

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Conclusiones

En este trabajo se desarrolló el modelo matemático del dispositivo de cavidad resonante, con la obtención de éste se realizaron diversas simulaciones con el fin de obtener la influencia de los parámetros de la masa agregada y de los efectos disipativos sobre las oscilaciones.

La influencia de los efectos disipativos se puede apreciar al comparar las figuras que muestran el desplazamiento de la superficie de la columna de agua cuando los efectos disipativos están presentes y los resultados cuando éstos son nulos. El primer efecto es que la amplitud del movimiento oscilatorio de la columna de agua es mayor en el caso ideal, es decir cuando no hay efectos disipativos, en comparación con los casos cuando los efectos están presentes. Una consecuencia de esto es que el trabajo realizado por el oscilador del caso ideal, sin importar el valor de α , resulta mayor que en los casos cuando existen los efectos disipativos.

Otro efecto apreciable en el movimiento de la columna de agua es el de un amortiguamiento a lo largo del tiempo, esto se puede apreciar en las figuras que muestran el comportamiento completo del oscilador, desde $\tau=0$ hasta que se alcanza el estado permanente. En dichas figuras se puede ver que el movimiento de la columna de agua tiene una cierta amplitud al inicio y conforme avanza el tiempo adimensional el movimiento se atenúa y va reduciendo la amplitud del mismo.

Las perturbaciones que muestra la fig. 4.11 desaparecen conforme el valor de β aumenta, es decir, cuando este parámetro es muy pequeño las perturbaciones tardan más tiempo en desaparecer además de que son muy marcadas, conforme aumenta el parámetro β las perturbaciones se desvanecen en menos tiempo y desde el inicio son más pequeñas en comparación con las que se presentan para valores de β pequeños. Este efecto se puede apreciar en las figs. 4.3, 4.6, 4.10.

Existe una influencia importante del parámetro β sobre la generación de entropía cuando adquiere valores menores a 0.2, como se aprecia en la fig. 4.12. Al tener valores de β mayores a 0.2 la generación de entropía no depende de este parámetro manteniéndose prácticamente constante, sólo en el caso cuando $\alpha = 3.5$ la generación de entropía aumenta ligeramente conforme el valor del parámetro β aumenta en una relación lineal. Este resultado es de importancia ya que en un principio se pensaba que los efectos disipativos serían los responsables principales de la generación de entropía.

Los efectos de β sobre el trabajo asociado al dispositivo es muy claro para valores muy pequeños de dicho parámetro, conforme los efectos disipativos son menores el trabajo aumenta de manera notable. El comportamiento de las curvas es prácticamente igual, estas curvas se distinguen una de otra cuando se alcanza el valor de α para el cual el trabajo es máximo, como se aprecia en la fig. 4.14

Los efectos de la masa agregada tienen una gran influencia en el comportamiento del dispositivo. En lo referente al movimiento de la columna de agua, si aumenta el valor del

parámetro α la amplitud del movimiento también aumenta, esto se traduce en un aumento del volumen de la cámara de compresión.

El parámetro que representa los efectos de la masa agregada tiene una marcada influencia en la generación de entropía asociada al dispositivo, en la fig. 4.12 se observa que al variar el valor de este parámetro hay un cambio considerable entre las diferentes curvas. La curva muestra que hay un valor del parámetro α en el que se tiene la mayor generación de entropía y existe otro valor, diferente que $\alpha = 0$, en el que se tiene la menor generación de entropía. Con los resultados presentes no se puede determinar con exactitud los valores de α en los que se presentan los casos mencionados.

En cuanto al trabajo asociado al dispositivo para diferentes valores de β las curvas se pueden dividir en tres partes, la primera es una línea recta con pendiente positiva desde $\alpha = 0$ hasta un valor de $\alpha \approx 3$; la segunda parte se puede apreciar que existe un valor de α para el cual el trabajo asociado es máximo, esta parte va de valores de $\alpha \geq 3$ hasta $\alpha \leq 3.75$; y la última parte es una línea recta con pendiente positiva diferente a la pendiente de la recta para valores $\alpha < 3$.

La existencia de un valor de α para el cual el trabajo es el máximo es de gran importancia, ya que se puede obtener el trabajo máximo en el caso de controlar los efectos de la masa agregada, éstos se pueden controlar cambiando la geometría del dispositivo, en la referencia [3] se presenta un cuadro en el cual se muestran los efectos de la masa agregada para diferentes geometrías.

Para pequeños valores del parámetro β y grandes valores de α se obtiene el trabajo máximo, a pesar que se puede tener una alta generación de entropía. En el caso de que sea costoso reducir los efectos disipativos, es decir para valores de β grandes, es recomendable que los valores del parámetro α sean de 3.25 aproximadamente, esto se puede lograr cambiando la geometría del dispositivo.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

Referencias

1. Knott, G. F., Flower, J. O., *Simulation studies of the basic non-linear effects of wave-energy conversion by an overtopping water-column*. Energy Conversion 19, 59 – 69.
2. White, F. M., *Mecánica de Fluidos*, 1ª ed., McGraw-Hill, México, 2000.
3. McCormick, M. E., *Ocean Wave Energy Conversión*, 1ª ed., John Wiley & Sons, USA, 1981.
4. Czitrom, S. P. R., Godoy, R., Prado E., Pérez, P., Peralta-Fabi, R., *Hydrodynamics of an oscillating water column seawater pump, Part I: theoretical aspects*. Ocean Engineering 27, 1181 – 1198.
5. Müller, G., Whittaker, T. J. T., *Visualisation of flow conditions inside a shoreline wave power station*. Ocean Engineering 22, 629 – 641.
6. Wang, D. J., Katory, M., Li, Y. S., *Analytical and experimental investigation on the hydrodynamic performance of onshore wave-power devices*. Ocean Engineering 29, 871 – 885.
7. Çengel, Y. G., y Boles, M. A., *Thermodynamics an Engineering Approach*, 2ª ed., McGraw-Hill, USA, 1994.
8. Burden, R. L., *Análisis Numérico*, 3ª ed., Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1985. Pág. 243 – 260.

9. Bejan, A., *Entropy Generation Minimization, the method of thermodynamic optimization of finite-size systems and finite-time processes*, 1ª ed., CRC Press, USA, 1996. pag. 21 – 23.
10. Tseng, R. S., Wu, R. H., Huang, C. C., *Model study of a shoreline wave-power system*. Ocean Engineering 27, 801 – 821.

Páginas en Internet

www.energy.org.uk

www.wavegen.co.uk

www.erec.gov.us

www.jamstec.go.jp

www.fujitaresearch.com

Apéndice A Códigos en Matlab

Códigos de ft-1 y r_k_qp

A continuación se lista el código de los programas en MATLAB usados para llevar a cabo las simulaciones descritas en el trabajo.

ft-1.m (función)

%Sistema de ecuaciones diferenciales, se expresa como una matriz.

```
function [ft1] = ft1(x,t)
```

```
%ft1 = [X2;  
%      ((u*sin(v*(t)))-(0.5*X2*X2)-(b*X2*(abs(X2)))-(1/(1-(g*X1))^n)+1-  
(c*X1))*(1/(1+a+X1))  
%      ];
```

```
ft1 = [x(2)  
      ((0.33563281*sin(160.4022973*t))-(0.5*x(2)*x(2))-(0.795918*x(2)*(abs(x(2))))-  
(1/((1-(0.4*x(1)))^1.4))+1-(80.201148*x(1)))*(1/(1+4.791193+x(1))))  
      ];
```

r_k_qp.m (método numérico)

%Programa principal, aquí se llama a la función (sistema de ecuaciones).

```
% Archivo r_k_qp.m
```

```
clear, clf  
format long
```

```
% parámetros
```

```
h = 0.1; i = 0;
```

```
% condiciones iniciales
```

```
t(1) = 0; v(:,1) = [ 1.0; 0.0]; u(:,1) = v(:,1);
```

```
while t < 25
```

```
    i = i + 1;
```

```
    k1 = h * ft1(v(:, i), t(i));
```

```

k2 = h * ft1(v(:, i) + k1/4, t(i) + h/4);
k3 = h * ft1(v(:, i) + 3*k1/32 + 9*k2/32, t(i) + 3*h/8);
k4 = h * ft1(v(:, i) + 1932*k1/2197 - 7200*k2/2197 + 7296*k3/2197, t(i) + 12*h/13);
k5 = h * ft1(v(:, i) + 439*k1/216 - 8*k2 + 3680*k3/513 - 845*k4/4104, t(i) + h);
% k6 = h * ft1(v(:, i) - 8*k1/27 + 2*k2 - 3544*k3/2565 + 1859*k4/4104 - 11*k5/40, t(i)
+ h/2);
v(:, i+1) = v(:, i) + (25*k1/216 + 1408*k3/2565 + 2197*k4/4104 - k5/5);
t(i+1) = t(i) + h;

end

fid=fopen('simul.txt','w');
fprintf(fid,'%2.9f %2.9f\n',v);

v

plot(t, v(1,:));

% Fin del programa

```