

01123
10



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**OBTENCIÓN DE LITOLOGÍA Y
POROSIDAD CON REGISTROS
GEOFÍSICOS DE POZOS, EMPLEANDO
TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL.**

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEÓLOGO

P R E S E N T A :

ROSALÍA REYES EMETERIO

DIRECTOR: DR. FERNANDO CASTREJÓN VÁCIO



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

MÉXICO, D. F., CD. UNIVERSITARIA, DICIEMBRE 2003

A M. 0313931



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-1428

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Rosalía Reyes Emeterio

SRITA. ROSALÍA REYES EMETERIO
Presente

FECHA: 06 de Enero del 2003
FIRMA: Rosalía Reyes

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Dr. Fernando Castrejón Vacío y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geólogo:

OBTENCIÓN DE LITOLOGÍA Y POROSIDAD CON REGISTROS GEOFÍSICOS DE POZOS, EMPLEANDO TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

- I INTRODUCCIÓN
- II ANTECEDENTES
- III EVALUACIÓN DE REGISTROS GEOFÍSICOS DE POZOS
- IV METODOLOGÍAS DE OPTIMIZACIÓN LINEAL
- APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA
- CONCLUSIONES
- RECOMENDACIONES
- REFERENCIAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria, D.F., a 15 de noviembre de 2002

EL DIRECTOR

ING. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB*RLLR*gtg

R

B

AGRADECIMIENTOS

Doy gracias a Dios por haberme dado salud para lograr esta meta, y por su protección frente las adversidades.

Agradezco profundamente a mi madre, Margarita Emeterio Nieto, por darme parte de su ser, su cuidado constante, su amor interminable y su apoyo incondicional. Espero su pronta recuperación de su salud.

A mi padre, Librado Reyes Mata, por brindarme su entusiasmo y su amor, aunque él no este presente. "Mamá y papá, siempre estarán en mi corazón"

A mis hermanos, Gabriela, Piedad, Juan, Verónica, Ismael, Monserrat y Moisés por que he aprendido de ellos. Además de sus consejos, regaños y por estar conmigo cuando más los he necesitado.

A mis amigos, Rafa, Leti, Raham, Ricardo, Enrique, y a mis sobrinos por su ayuda y pasar con ellos momentos de alegría.

A todas las personas que de alguna forma me han ofrecido su ayuda y me han motivado.

También agradezco al Dr. Fernando Castrejón Vácio por guiarme durante el desarrollo de este trabajo y al Instituto Mexicano del Petróleo por darme la oportunidad de realizar esta tesis.

Rosalía Reyes Emeterio

**Obtención de litología y porosidad con registros geofísicos de pozos,
empleando técnicas de programación lineal**

CONTENIDO

Introducción.....	i
1. Antecedentes.....	1
1.1 Importancia de las rocas sedimentarias.....	1
1.2 Propiedades petrofísicas de las rocas.....	2
1.2.1 Porosidad.....	2
1.2.1.1 Clasificación de los tipos de porosidad.....	5
1.2.2 Permeabilidad.....	10
1.2.3 Saturación de fluidos.....	12
1.3 Registros de índice de porosidad.....	14
1.3.1 Registro de densidad.....	14
1.3.2 Registro de porosidad neutrón.....	19
1.3.3 Registro sónico de porosidad.....	22
2. Evaluación de registros geofísicos de pozos.....	25
2.1 Evaluación litológica con registros geofísicos de pozos.....	26
2.2 Evaluación de formaciones complejas.....	29
2.3 Evaluación con métodos determinísticos.....	29
2.3.1 Método Lito-porosidad.....	30
2.3.2 Método MID Plot.....	42
2.3.3 Método Romaa – Umaa.....	47
2.4 Evaluación con técnicas de programación lineal.....	50
3. Metodologías de optimización lineal.....	57
3.1 Técnica tipo “Solver”.....	58
3.2 Técnicas propuestas.....	63
4. Aplicación de la metodología.....	66
4.1 Trabajo realizado.....	67
4.2 Modelo completo.....	70
4.3 Modelo restringido.....	73
4.4 Casos de aplicación.....	75
Conclusiones y recomendaciones.....	122
Referencias.....	124

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se inscribe en los esfuerzos que lleva a cabo la Competencia de Yacimientos del Instituto Mexicano del Petróleo, en la evaluación de formaciones complejas. En este sentido, cabe mencionar que la evaluación de la porosidad es un aspecto de gran relevancia; los estudios de yacimientos y análisis de muestras de roca en laboratorio, empleando herramientas como tomografía de Rayos X, indican claramente que existe una subestimación importante de la porosidad total de las formaciones.

Los bajos valores de porosidad son consistentes tanto con el análisis de registros de pozo, como en las evaluaciones convencionales en laboratorio. Bajo esta perspectiva existe una revisión importante de las técnicas para evaluar la porosidad tanto en forma directa en laboratorio, como en técnicas indirectas con los registros de pozo.

Uno de los primeros esfuerzos con los registros de pozo es utilizar modelos combinando litología y porosidad, con el fin de estimar estos parámetros en forma dependiente.

El primer esfuerzo consiste en la utilización de técnicas de programación lineal, en la evaluación de registros de pozo. Esta técnica asegura al menos en la parte numérica, una optimización en cuanto a los resultados obtenidos.

Esta tesis incluye el trabajo desarrollado para probar esta técnica de solución y muestra los resultados obtenidos. En esta introducción se marca la importancia del tema, la necesidad de este trabajo, así como su objetivo general y alcances del mismo.

Los registros geofísicos de pozos son utilizados para medir y evaluar las formaciones cortadas durante la perforación de los pozos. Algunos de los parámetros a evaluar son la porosidad de la formación, la saturación de fluidos y el contenido mineralógico de las formaciones entre otros.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Bajo estas condiciones existen diversos métodos para evaluar el contenido mineralógico de las formaciones, una gran parte de estas técnicas se basa en métodos de tipo determinístico, en donde se plantea la solución de diversos sistemas de ecuaciones.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El planteamiento del problema de esta tesis tiene su origen en la solución de un sistema de ecuaciones lineales, de cuatro por cuatro de la forma $Ax = b$, el cual está basado en un modelo geológico predefinido y en el empleo de los siguientes tres registros geofísicos de índice de porosidad; del tipo sónico (Δt), neutrón (Φ_N) y densidad (ρ_b), como se muestra en el siguiente sistema:

$$\begin{aligned}\Delta t &= \Phi \Delta t_f + V_1 \Delta t_{ma1} + V_2 \Delta t_{ma2} + V_3 \Delta t_{ma3} \\ \Phi_N &= \Phi (\Phi_N)_f + V_1 (\Phi_N)_{ma1} + V_2 (\Phi_N)_{ma2} + V_3 (\Phi_N)_{ma3} \\ \rho_b &= \Phi \rho_f + V_1 \rho_{ma1} + V_2 \rho_{ma2} + V_3 \rho_{ma3} \\ 1 &= \Phi + V_1 + V_2 + V_3\end{aligned}\quad (1)$$

Donde:

- Δt_f es el tiempo de tránsito del fluido [$\mu s/ft$]
- $\Delta t_{ma1,2,3}$ es el tiempo de tránsito de cada matriz [$\mu s/ft$]
- $(\Phi_N)_f$ es la porosidad neutrón del fluido
- $(\Phi_N)_{ma1,2,3}$ es la porosidad neutrón de cada matriz
- $\rho_{ma1,2,3}$ es la densidad de cada matriz [g/cm^3]
- ρ_f es la densidad del fluido [g/cm^3]

son las constantes y Φ = porosidad total de la formación y V_1, V_2, V_3 = volúmenes mineralógicos representan las incógnitas del sistema.

Este modelo de ecuaciones lineales fue propuesto por Burke et al.⁽¹⁾, quienes desarrollaron el método denominado Lito-porosidad, este procedimiento es empleado para la interpretación de formaciones con litología compleja, usando simultáneamente los datos de tres herramientas estándares de índice de porosidad: registro de neutrón compensado (CNL) o el GNT; el registro de densidad compensado (FDC) o el LDL y el registro sónico compensado (BHC).

La solución de este sistema de ecuaciones lineales está constituida por una fracción de porosidad total y tres volúmenes mineralógicos principales de una formación geológica, por ejemplo calcita, dolomita, sílice, anhidrita o arcilla.

El aspecto general de este sistema de ecuaciones lineales está en que su solución debe ser una cantidad no-negativa y su valor debe estar entre cero y uno. Por lo cual, este sistema de ecuaciones debe estar sujeto a restricciones lineales que matemáticamente se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 0 &\leq V_1 \leq 1 \\ 0 &\leq V_2 \leq 1 \\ 0 &\leq V_3 \leq 1 \\ 0 &\leq \Phi \leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Estas restricciones físicas implican que volumétricamente ningún mineral puede tener un valor negativo o que el volumen físico no puede ser mayor a la unidad. Además se debe considerar la siguiente función objetivo:

$$\Phi + V_1 + V_2 + V_3 = 1 \quad (3)$$

Esta ecuación implica que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad.

La problemática planteada puede quedar más clara con el siguiente ejemplo: Para un modelo geológico constituido por dolomita (V_1), calcita (V_2), lutita (V_3), y un fluido base agua dulce se tienen las siguientes constantes (ver tabla I), es decir los coeficientes del sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} \Delta t &= 189 \Phi + 43.5 V_1 + 47.6 V_2 + 110 V_3 \\ \Phi_N &= \Phi + 0.025 V_1 + 0.0 V_2 + 0.35 V_3 \\ \rho_b &= \Phi + 2.87 V_1 + 2.71 V_2 + 2.90 V_3 \\ 1 &= \Phi + V_1 + V_2 + V_3 \end{aligned}$$

Este sistema de ecuaciones puede ser resuelto por algún método matemático común, como el método Gauss o regla de Kramer entre otros.

Ahora falta dar valores a los términos independientes del sistema de ecuaciones y ésto se obtiene de una base de datos de registros geofísicos de índice de porosidad.

La tabla II incluye diez datos de registros de índice de porosidad, así como la solución del sistema de ecuaciones lineales, una porosidad total (Φ) y tres mineralogías, (V_1 , V_2 , V_3), para cada dato:

# datos	Profundidad	PHYN	ROB	DT	Φ	V_1	V_2	V_3	$\Phi+V_1+V_2+V_3=1$
1	3100.2	9.332	2.758	57.208	11.55	143.5	-137.46	-16.6	1
2	3100.5	10.12	2.739	58.332	12.54	155.56	-149.08	-18.01	1
3	3100.81	10.508	2.68	58.781	13.04	161.43	-154.71	-18.76	1
4	3101.11	10.548	2.654	56.284	13.11	162.23	-155.43	-18.91	1
5	3101.42	9.711	2.633	54.81	12.08	149.39	-143.03	-17.45	1
6	3101.72	8.943	2.697	54.96	11.1	137.6	-131.7	-16	1
7	3102.03	8.853	2.698	54.61	10.99	136.24	-130.39	-15.85	1
8	3102.33	9.372	2.738	55.435	11.62	144.25	-138.14	-16.73	1
9	3102.64	11.416	2.69	61.079	14.15	175.27	-168.09	-20.34	1
10	3102.94	12.622	2.589	60.604	15.69	193.81	-185.89	-22.62	1

Tabla II

Matriz	Tiempo de tránsito (Δt_{ma}) $\mu\text{seg}/\text{pie}$	Densidad (ρ_{ma}) g/cm^3	Porosidad neutrón (Φ_N) _{ma} p.u.
Calcita	47.5	2.71	0.0
Dolomita	43.5	2.87	0.025
Lutita	110	2.9	0.35
Anhidrita	50	2.98	0.0
Halita	67	2.04	0.0

Fluido	Tiempo de tránsito (Δt_f) $\mu\text{seg}/\text{pie}$	Densidad (ρ_f) g/cm^3	Porosidad neutrón (Φ_N) _f p.u.
Base agua dulce	189	1.0	1
Base agua salada	185	1.1	1

Tabla I contiene los valores de algunas propiedades físicas de las rocas y fluidos.

La problemática puede observarse en la tabla II en las soluciones, pues V_2 y V_3 son menores a cero y V_1 es mayor que uno. Por lo que estas cantidades no representan una solución física, aunque cumplan con la unidad volumétrica:

$$1 = \Phi + V_1 + V_2 + V_3.$$

Este sistema de ecuaciones lineales (1) no tiene definidos límites físicos ya que

$$V_i < 0 \text{ y } V_i > 1$$

Entonces este sistema se tiene que "adaptar" o formular un método que incluyan las principales restricciones físicas:

$$0 \leq V_1 \leq 1$$

$$0 \leq V_2 \leq 1$$

$$0 \leq V_3 \leq 1$$

$$0 \leq \Phi \leq 1$$

Si resolvemos este sistema con las restricciones físicas, podremos obtener la tabla III con la solución numérica correcta:

# datos	Profundidad	PHYN	ROB	DT	Φ	V_1	V_2	V_3	$\Phi+V_1+V_2+V_3=1$
1	3100.2	9.332	2.758	57.208	0.028	0.455	0.396	0.12	1
2	3100.5	10.12	2.739	58.332	0.039	0.461	0.386	0.11	1
3	3100.81	10.508	2.68	58.781	0.071	0.507	0.37	0.05	1
4	3101.11	10.548	2.654	56.284	0.074	0.444	0.482	0	1
5	3101.42	9.711	2.633	54.81	0.054	0.092	0.854	0	1
6	3101.72	8.943	2.697	54.96	0.058	0.517	0.405	0.02	1
7	3102.03	8.853	2.698	54.61	0.057	0.518	0.408	0.02	1
8	3102.33	9.372	2.738	55.435	0.038	0.491	0.399	0.07	1
9	3102.64	11.416	2.69	61.079	0.067	0.474	0.363	0.1	1
10	3102.94	12.622	2.589	60.604	0.101	0.328	0.57	0	1

Tabla III

Este sistema representa en forma realista las condiciones físicas del medio y tiene un mayor grado de confiabilidad.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

OBJETIVO GENERAL

El objetivo general de este trabajo, es el de desarrollar diversas técnicas de programación lineal para resolver el modelo de ecuaciones lineales con base a restricciones físicas del medio. Este análisis incluye una comparación con datos petrofísicos obtenidos en núcleos, para verificar la confiabilidad de las técnicas desarrolladas.

Finalmente, este trabajo intenta aportar un camino para evaluar en forma realista las formaciones carbonatadas del SE de México, y desarrollar los medios para aportar elementos de base para realizar en forma correcta trabajos de caracterización geológica y petrofísica de los yacimientos.

ALCANCE DEL PROYECTO

Por todo lo que se mencionó anteriormente, se busca desarrollar una metodología de interpretación que permita utilizar la información de registros geofísicos de pozos para evaluar en forma confiable la porosidad total y el volumen de los minerales presentes en las formaciones de estudio; las formaciones de interés son del tipo complejo, en donde se presentan al menos tres minerales formando la roca y dos sistemas de porosidad. Este es el tipo de modelo presente en la mayor parte de las formaciones de interés en México.

El aspecto principal de este trabajo es de utilizar técnicas de programación lineal del tipo "Solver" para ajustar los sistemas de ecuaciones de tipo numérico, a un sistema numérico restringido por condiciones físicas de tipo realista. Esta forma de resolver el sistema de ecuaciones del medio poroso, representa en forma realista las propiedades del yacimiento, por lo que la evaluación de formaciones con este tipo de técnicas ayuda a reducir la incertidumbre en cuanto a las propiedades físicas de los yacimientos.

PAGINACIÓN DISCONTINUA

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1 Importancia de las rocas sedimentarias

Para los geólogos petroleros, la roca sedimentaria es el tipo de roca más importante, por que ésta es frecuentemente porosa para contener grandes cantidades de aceite, gas y agua; además la roca sedimentaria puede contener grandes proporciones de materia orgánica de composición química apropiada para generar y expulsar hidrocarburos en niveles de madurez adecuada.

Una roca sedimentaria siliciclástica está compuesta por granos, matriz, cementante, y poros (Fig.1.1). Los **granos** son partículas detríticas los cuales forman generalmente la estructura de un sedimento.

La **matriz** desde el punto de vista geológico es el detrito más fino que se encuentra en la estructura. Hay un tamaño específico para la distinción entre los granos y la matriz. Los conglomerados generalmente tienen una matriz de arena, y las areniscas pueden tener una matriz de limo y de arcilla. Es importante mencionar la diferencia en lo que se refiere a la interpretación petrofísica, ya que la matriz se define como el volumen de sólidos dentro de la formación. El **cementante** es un crecimiento mineral post-depósito que ocurre en el hueco de un sedimento.

Los **poros** son espacios vacíos no ocupados por granos, matriz, ni cementante. Los poros pueden contener gases, tal como nitrógeno y dióxido de carbono, o hidrocarburos tal como el metano. Los poros pueden estar ocupados por líquidos, por ejemplo agua, agua salada y aceite. Bajo condiciones apropiadas de temperatura y presión, los poros pueden ser llenados por una combinación de líquidos y gases.

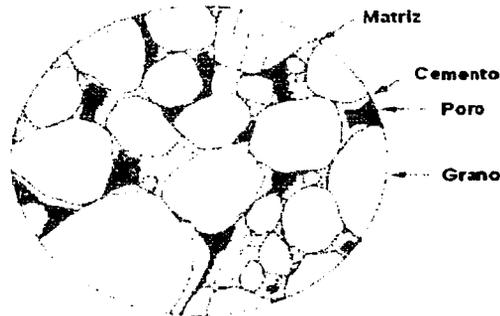


Figura 1.1 Una roca sedimentaria siliciclástica está compuesta de granos y matriz en el momento del depósito, el cemento, ocurre después del depósito, y poros. Los poros son espacios vacíos no ocupados por ninguno de los tres componentes sólidos mencionados.

Después de controversias sobre lo que constituye una roca generadora de hidrocarburos entre geoquímicos y geólogos, se ha aceptado generalmente que la mayoría de las rocas capaces de generar aceite y gas son aquellas que fueron depositadas bajo condiciones reductoras de ambientes marinos y mixtos. Por lo que respecta a las rocas almacenadoras, todas las rocas permeables califican como almacenadoras para el aceite y gas, aun si éstas son de origen ígneo o metamórfico, pues sólo es cuestión de favorecer a la permeabilidad; la mayoría de las rocas almacenadoras son las areniscas y calizas, aunque las lutitas fracturadas han servido localmente como rocas almacenadoras, pero son de baja productividad.

1.2 Propiedades petrofísicas de las rocas

Las propiedades petrofísicas de las rocas como la porosidad, permeabilidad y saturación de fluidos son sumamente importantes para determinar la capacidad de almacenamiento y la capacidad de producción de hidrocarburos.

1.2.1 Porosidad (Φ)

Gran parte de la geología aplicada está enfocada al estudio de los poros de la roca porque en ellos pueden contener aceite, gas y agua. La petrofísica es el estudio de las propiedades físicas de los poros ⁽²⁾ y está situada entre el límite de la ingeniería petrolera y la geología.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El geólogo debe entender la morfología y la génesis de los poros e idealmente, ser capaz de predecir su distribución dentro de las diversas unidades de interés.

Definición de porosidad

La porosidad de una roca es el cociente de su espacio total de espacios vacíos en la roca o poros entre su volumen total. Convencionalmente la porosidad está expresada en porcentaje.

$$\text{Porosidad} = \frac{\text{volumen del espacio total de poros}}{\text{volumen de la roca}} \times 100 \quad (1.1)$$

La porosidad en las rocas tiene un rango de cero, por ejemplo en un pedernal, a cien por ciento teóricamente si el "muestreo" es tomado en una caverna. Típicamente las porosidades en sedimentos tienen un rango de 5 a 25%, y las porosidades entre 25 a 35% son consideradas como excelentes para encontrar un yacimiento de hidrocarburos o un acuífero.

Una distinción importante debe ser hecha entre la porosidad total de una roca y su porosidad efectiva. La *porosidad total* es aquella que incluye la porosidad primaria y secundaria y la *porosidad efectiva* es la cantidad del espacio poral interconectado mutuamente en una roca. Por supuesto, la porosidad efectiva es importante económicamente y es determinada por varios métodos de medición de porosidad principalmente en laboratorio.

Métodos de medición de la porosidad

Existe un gran número de métodos para medir la porosidad de las rocas. Muchos de éstos requieren del análisis directo de una muestra de roca. Sin embargo en la perforación de pozos, es posible hacer mediciones precisas de la porosidad de una roca por medio de técnicas geofísicas indirectas, como registros geofísicos de pozos, especialmente los de índice de porosidad.

a) Métodos directos en la medición de la porosidad

La medición de la porosidad por métodos directos requiere de muestreos de la roca para el análisis. Este muestreo puede ser muestras de mano de los afloramientos geológicos, núcleos de pozos, o cortes pequeños de núcleos. Para todos los métodos para determinar directamente la porosidad es necesario determinar el volumen total de la muestra de roca y el volumen de su porosidad.

La mayoría de los métodos que miden la porosidad lo hacen por medio de la extracción, en el vacío, de los fluidos contenidos en los poros. Por lo tanto, estos métodos no miden la porosidad total pero si la efectiva. Esto es importante porque ésta es la porosidad donde los poros están interconectados la cual es significativa en un acuífero o en un yacimiento de hidrocarburos.

b) Métodos indirectos de la medición de la porosidad

Para la medición de la porosidad es imposible obtener grandes cantidades de muestras de rocas del subsuelo para el análisis de su porosidad la cual puede contener agua, aceite o gas. La porosidad de las rocas contenedoras debe ser conocida en cualquier intento de evaluar su potencial económico. Un número de métodos están ahora disponibles para la medición de la porosidad de las rocas *in situ* cuando se perfora un pozo en el subsuelo. Estos métodos están basados en la medición de varias propiedades geofísicas de la roca las cuales se obtienen por medio de las herramientas de registros.

Diferentes sondas son diseñadas para la medición de diferentes propiedades físicas de la roca. Estas propiedades incluyen la velocidad del sonido en la roca y su densidad. La velocidad del sonido en la roca es registrada continuamente por el uso de un dispositivo acústico, colocado en una sonda en el pozo, y su unidad está en microsegundos por pie ($\mu\text{s}/\text{ft}$). Una vez obtenido el dato de la velocidad del sonido en el fluido y en el mineral o matriz (la velocidad del sonido de la calcita es usada para las calizas, y el sílice para las areniscas), la porosidad es calculada con la siguiente ecuación:

$$\Phi = \frac{\Delta t - \Delta t_{\text{ma}}}{\Delta t_{\text{f}} - \Delta t_{\text{ma}}} \quad (1.2)$$

Donde:

Φ = es la porosidad de la formación.

Δt_{ma} = es el tiempo de tránsito de la matriz [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

Δt_{f} = es el tiempo de tránsito del fluido en el poro [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

Δt = es la lectura del registro sínico [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

1.2.1.1 Clasificación de los tipos de porosidad

Cualquier estudio petrofísico de un yacimiento geológico necesita de una descripción detallada de la cantidad, tipo y génesis de su porosidad. En este subtema se tratará la clasificación de los principales tipos de porosidad y se describirá las variedades comunes de poros. Una gran cantidad de adjetivos se han usado para describir los diferentes tipos de porosidad en los sedimentos.

Los poros de una roca pueden ser estudiados por una variedad de métodos que van desde el examen con lupa o microscopio estereoscópico de superficies pulidas o ásperas de las rocas hasta el estudio de las láminas delgadas por medio del microscopio petrográfico o por el microscopio electrónico de barrido.

Otra técnica eficaz de estudiar la fábrica del poro es impregnar la roca con una resina plástica y entonces disolver la propia roca con un solvente apropiado. El examen del residuo da alguna indicación, no sólo del tamaño y forma de los poros, si no también de la garganta la cual conecta los poros⁽³⁾. El tamaño mínimo de la garganta y la tortuosidad del sistema del poro se relaciona estrechamente con la permeabilidad de la roca.

Estos diferentes métodos muestran que hay un gran número de sistemas de poros. Se han hecho varios esfuerzos por clasificar los tipos de porosidad. Estos rangos de clasificación van desde esquemas esencialmente descriptivos⁽⁴⁾, a aquéllos que combinan el criterio descriptivo y genético⁽⁵⁾ y la clasificación la cual relaciona el tipo de porosidad con la petrografía de la roca⁽⁶⁾.

La clasificación mostrada en la tabla 1.1 divide la porosidad en dos principales variedades las cuales son comúnmente reconocidas⁽⁷⁾. Éstas son la fábrica de *porosidad primaria*, la cual ocurre inmediatamente después del depósito de los sedimentos, y la fábrica de *porosidad secundaria* o post-depósito la cual se forma después de la sedimentación por varias causas.

Tabla 1.1
Una clasificación de los tipos de porosidad

	Tipo	Origen
I. Porosidad Primaria	(a) Intergranular o Interpartícula	Sedimentación
	(b) Intragranular o Intrapartícula	
II. Porosidad Secundaria	(c) Intercristalina	Cementación
	(d) Fenestral	
	(e) Mórdica	Solución
	(f) Vugular	
	(g) Fractura	

Porosidad primaria

La porosidad primaria se forma por definición, cuando un sedimento se deposita. Dos tipos principales de porosidad primaria se pueden encontrar:

(i) Porosidad intergranular

Esta porosidad ocurre entre los espacios de los granos detríticos los cuales forman la fábrica de un sedimento (Fig. 1.2a). Ésta es una porosidad muy importante ya que ella está inicialmente presente en casi todas las rocas sedimentarias. La porosidad intergranular es reducida progresivamente por la diagénesis en carbonatos, pero es el tipo de porosidad dominante en areniscas.

(ii) Porosidad intrapartícula

En arenas carbonatadas, particularmente en aquéllas con restos de fósiles, la porosidad primaria puede estar presente dentro de los granos detríticos.

Por ejemplo, las cavidades de moluscos, amonitas, corales y microfósiles pueden clasificarse como porosidad intrapartícula (Fig.1.2b). Este tipo de porosidad frecuentemente se reduce inmediatamente después del depósito por la infiltración de la matriz micrita. Además, la inestabilidad química del carbonato huésped frecuentemente modifica su porosidad intrapartícula o por otro lado, ésta es eliminada por la diagénesis posterior.

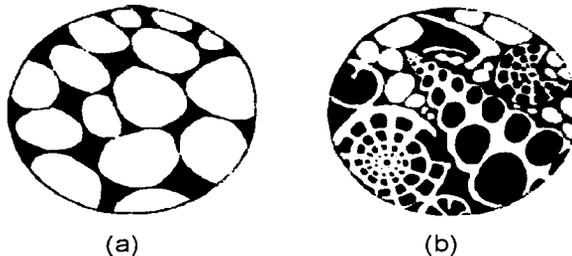


Figura 1.2. Estos esquemas de secciones delgadas ilustran la porosidad primaria, (a) Porosidad intergranular, comúnmente encontrada en areniscas; (b) Porosidad intra-partícula mezclada con la intergranular, típica en arenas con restos de fósiles antes del soterramiento y la diagénesis.

Porosidad secundaria

La porosidad secundaria o de post-depósito es aquella que por definición, es formada después de que un sedimento fue depositado. La porosidad secundaria es más diversa en morfología y su génesis es más compleja que la porosidad primaria. Los principales tipos de porosidad secundaria son:

(i) Porosidad intercrystalina

La porosidad intercrystalina ocurre entre los cristales individuales de una roca cristalina. Por consiguiente, es el tipo de porosidad típica en las rocas ígneas y metamórficas de alto grado, y también para algunas evaporitas. Estrictamente hablando, tal porosidad es de origen primario. Sin embargo, ésta es la característica de los carbonatos los cuales han sufrido la cristalización y es importante particularmente en dolomías recristalizadas. Tales rocas a veces son muy importantes en los yacimientos de aceite. Los poros en rocas cristalinas son esencialmente cavidades planas que se cortan oblicuamente una con otra sin estrechamientos de las gargantas entre los poros adyacentes.

(ii) Porosidad fenestral

El término de porosidad "fenestral" fue propuesta primero por Tebbutt *et al.* ⁽⁸⁾ para una "cavidad casi contemporánea en el almacén de la roca, más grande que los intersticios de una roca soportada por granos".

Este tipo de porosidad es típica en carbonatos. Esto ocurre en fragmentos de arenas carbonatadas, donde se gradúa en porosidad primaria, pero es más característico en lodos con pellets, laminas de alga y lodos homogéneos de origen intermarea y lagunar. La deshidratación contemporánea, litificación y la generación de gas biogénico puede causar laminación y generar poros fenestrales subhorizontales entre las láminas.

(iii) Porosidad vugular

Los vúgulos son un tipo secundario de poro formados por la solución y, como moldes, ellos se encuentran típicamente en carbonatos. Los vúgulos difieren de los moldes, porque éstos cortan transversalmente a la fábrica del depósito primario de la roca (Fig. 1.3a). Por lo tanto los vúgulos tienden a ser más grandes que los moldes. Los vúgulos están frecuentemente rodeados por cristales. Con el incremento de tamaño del vúgulo se gradúa con el término de porosidad de caverna. Choquette y Pray (1970) propusieron que la dimensión mínima de una caverna es un poro la cual permite a un espelólogo entrar. Los vúgulos con dimensiones grandes y las cavernas están comúnmente desarrolladas debajo de las inconformidades donde ésta es referida como paleokarst. Éste sirve como depósito petrolero en un gran número de campos tal como Abqaiq en Arabia Saudita ⁽⁹⁾ y el campo Dollarhide de Texas ⁽¹⁰⁾.

(iv) Porosidad de fracturas

Las fracturas son consideradas un tipo de porosidad secundaria y éstas ocurren frecuentemente en rocas que en sedimentos. Las fracturas, en el sentido de una ruptura de la laminación del depósito, pueden ocurrir al mismo tiempo con la sedimentación. Esto toma a menudo la forma de microfallas causado por hundimiento, deslizamiento y compactación. Las fracturas en sedimentos plásticos son selladas instantáneamente. Sin embargo, en rocas duras pero quebradizas, las fracturas pueden permanecer abiertas después de su formación, por lo que da lugar a la porosidad de fracturas (Fig. 1.3b). Este tipo de porosidad caracteriza a rocas compactas y es, por consiguiente, formada generalmente después que las otras variedades de porosidad.

Es importante mencionar que la porosidad de fractura no sólo se encuentra en areniscas bien-consolidadas y carbonatos, sino también puede estar presente en lutitas, en rocas ígneas y metamórficas.

Las fracturas son más difíciles de observar y analizar que otras porosidades. Aunque el rango de fracturas vaya de microscópico al tamaño de una caverna, ellas son difíciles de estudiar en los núcleos.



Figura 1.3. Estos esquemas de secciones delgadas ilustran la porosidad secundaria, (a) Porosidad vugular producida por la solución irregular; (b) Porosidad de fractura, presente en muchas rocas duras pero quebradizas.

El movimiento tectónico puede formar la porosidad de fractura en dos maneras. La tensión sobre las crestas de los anticlinales compresionales y los pliegues compactos pueden generar la porosidad de fractura. Ésta también está íntimamente asociada con fallas de cualquier tipo; algunos campos petroleros muestran relaciones estructurales con sistemas de fallas individuales. Un ejemplo típico está en los campos de Scipio en el sur de Michigan. Éstos ocurren en una línea recta de aproximadamente 15 km. Los campos individuales son de 0.5 km de ancho. El aceite está entrampado en un cinturón fracturado dolomitizado dentro de la Caliza de Trentón (Ordovícico). Este sistema de fractura fue probablemente causado por el movimiento de una falla profunda en su basamento⁽⁴⁾.

La porosidad de fractura también puede formarse a partir de procesos atectónicos. Ésta se encuentra frecuentemente debajo de las disconformidades. En este lugar las fracturas, una vez formadas por el intemperismo, pueden haber sido agrandadas por la solución (sobre todo en karst de caliza) y preservada sin la pérdida de su porosidad. Las fracturas son sumamente importantes en acuíferos y en yacimientos de hidrocarburos porque una cantidad pequeña de fracturas puede dar una permeabilidad muy grande; las fracturas pueden conectar a muchos poros. Hay una extensa bibliografía de este tipo de porosidad.

La evaluación de la porosidad total y principalmente la estimación de la porosidad de fracturas es un tema de gran interés para la mayor parte de los yacimientos en México, ya que se considera que el 90% de la producción de aceite proviene de este tipo de formaciones.

1.2.2 Permeabilidad (k)

La presencia de la porosidad efectiva da a la roca la propiedad de permeabilidad. La **permeabilidad** es la capacidad de un líquido o gas para fluir a través de un medio poroso. La permeabilidad es controlada por varias variables. Estas incluyen la *porosidad efectiva* de la roca, *la geometría de los poros*, incluyendo su *tortuosidad*, y la medida de las *gargantas entre los poros*, la *fuerza capilar* entre la roca y los fluidos que las invaden, su *viscosidad* y el *gradiente de presión*. La permeabilidad es determinada convenientemente por la ley de Darcy usando la siguiente ecuación:

$$Q = \frac{K \Delta A}{\mu L} \quad (1.3)$$

Donde:

Q = es la proporción del flujo [cm³ / seg]

Δ = es el gradiente de presión [una atmósfera por centímetro]

A = es el área de la sección transversal [cm²]

μ = es la viscosidad [centipoise]

L = es la longitud [cm]

K = es la permeabilidad [darcy]

Esta relación fue originalmente descubierta por H. Darcy en 1856. La permeabilidad es usualmente expresada en unidades darcy. Un darcy es la permeabilidad el cual permite un fluido de un centipoise de viscosidad para fluir 1 cm / seg, bajo un gradiente de presión de una atmósfera por centímetro.

La ley de Darcy es válida con tres condiciones: que no haya reacción entre el fluido y la roca, el sistema de poro es homogéneo, y hay sólo una fase de fluido involucrada. Estas condiciones no son siempre satisfechas en la naturaleza ni en el laboratorio. Por ejemplo, en varios yacimientos petroleros existe una mezcla de gas, aceite y agua, todas ellas con diferentes viscosidades.

La permeabilidad de la mayoría de las rocas se considera menor que un darcy. Para evitar fracciones o decimales, el milidarcy es generalmente usado, siendo una-milésima de un darcy. La permeabilidad de las rocas es altamente variable, dependiendo de la dirección de la medición y del tamaño de las secciones. El rango de la permeabilidad va de 10 a 100 milidarcies el cual es considerado bueno y arriba de este rango son consideradas excepcionalmente altas.

La porosidad y permeabilidad son propiedades independientes de un sedimento. La permeabilidad es baja, si la porosidad no está interconectada, por lo contrario la permeabilidad es alta cuando la porosidad está interconectada y efectiva.

La figura 1.4 muestra las variaciones verticales de la porosidad y permeabilidad que son encontradas en una secuencia rocosa típica.

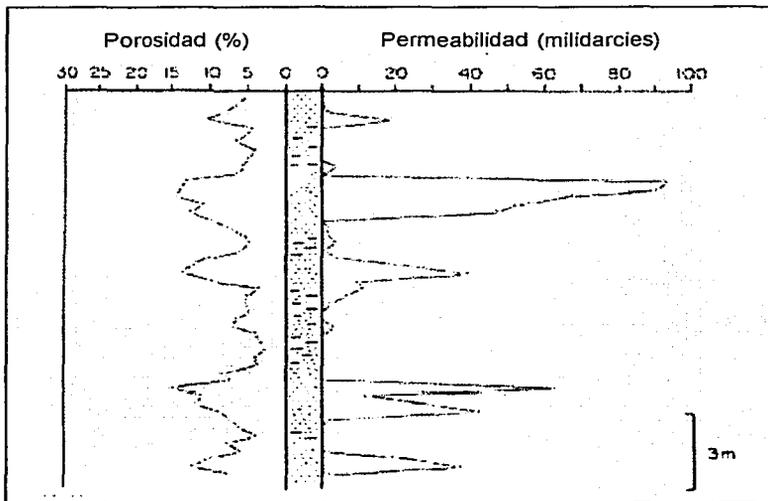


Figura 1.4. Sección vertical de una secuencia de arenisca muestra las variaciones de la porosidad y permeabilidad. La relación muestra que en el incremento de la porosidad, la permeabilidad es común.

Usualmente las rocas de grano fino con alta porosidad tienen una permeabilidad baja, mientras que algunas rocas, como la caliza con baja porosidad puede tener una permeabilidad alta debido a las fracturas que pueda tener ella.

La permeabilidad puede ser medida directamente en el laboratorio con las muestras de roca. La permeabilidad es estimada desde la porosidad después de comparar valores de porosidad y permeabilidad de un número de muestras de la misma formación.

1.2.3 Saturación de fluidos

La saturación de fluidos de una formación es la fracción del volumen poroso ocupado por algún fluido en cuestión. En yacimientos petroleros existen tres tipos de saturaciones de fluidos:

- Saturación de agua (S_w)
- Saturación de gas (S_g)
- Saturación de aceite (S_o)

La **saturación de agua** es la fracción o porcentaje del volumen poroso ocupado por agua de formación. Si sólo existe agua en los poros, entonces la formación tiene una S_w del 100%. La saturación de agua es estimada mediante la ecuación de Archie quien determinó experimentalmente que la saturación de agua en una formación limpia puede ser expresada en términos de:

$$S_w = \sqrt[n]{F (R_w / R_t)} \quad (1.4)$$

Donde:

n es el exponente de saturación, generalmente tiene el valor de 2, aunque puede variar de 1.6 a 2.4 el cual depende del sistema roca fluido.

R_w es la resistividad del agua [$\Omega - m$].

R_t es la resistividad verdadera de la formación [$\Omega - m$].

F es el factor de formación.

El factor de formación (F) puede ser estimada por la siguiente expresión:

$$F = \frac{a}{\phi^m} \quad (1.5)$$

a = es una constante, generalmente tiene valor de 1

m = exponente de cementación y $1 < m \leq 4$.

La **saturación de aceite** es calculada por la diferencia de un total de uno menos la saturación del agua:

$$S_o = 1 - S_w \quad (1.6)$$

Y la **saturación de gas** es determinada por la siguiente ecuación:

$$S_g = S_{hc} - S_o \quad (1.7)$$

1.3 Registros de índice de porosidad

Los registros de densidad, neutrón y sónico se conocen como registros de índice de porosidad porque éstos son utilizados principalmente para determinar la porosidad de las formaciones del subsuelo, un parámetro petrofísico importante. Existe otra clasificación de los registros la cual es función del principio físico de la herramienta, por ejemplo los registros densidad y neutrón son clasificados como radioactivos debido a que el principio físico de sus herramientas es la radioactividad. Por otra parte, el registro sónico es clasificado como acústico porque sus herramientas están basadas en la velocidad del sonido.

La historia de estos registros comenzó en 1941 cuando se introdujo el registro de neutrones; su principio está en emitir neutrones que interactúan con el hidrógeno de la formación, relacionándolo directamente con la porosidad, luego de que los registros eléctricos eran inadecuados para detectar zonas porosas. Ya para 1953 se desarrolló la herramienta de densidad la cual pudo predecir la densidad de la roca *in situ*. Esta herramienta ha evolucionado en la forma de realizar sus lecturas. Últimamente se ha utilizado el registro lito-densidad el cual da una idea de la litología.

1.3.1 Registro de densidad (ρ_b)

El registro de densidad es el resultado de una medición continua de la densidad total de la formación (ρ_b) contra la profundidad del pozo, y es obtenida por las herramientas de densidad: Gamma-Gamma, Densidad Compensada de la Formación (FDC) y lito-densidad (LDT). Este registro es principalmente usado para obtener la porosidad de la formación geológica cuando se conocen las densidades del fluido y de la matriz. Sin embargo para que la porosidad calculada sea un dato confiable se debe hacer algunas correcciones ambientales a los registros geofísicos, por ejemplo el efecto arcilla.

Herramienta Gamma-Gamma

A principio de los años cincuentas es desarrollada la primera herramienta comercial, utilizada en la absorción y emisión de rayos gamma, llamada Gamma-Gamma¹⁹ que inicialmente se utilizó para medir la densidad total *in situ* de la formación como dato auxiliar en la interpretación de mapas gravimétricos.

El *principio físico y operación de la herramienta Gamma-Gamma* consiste de una fuente radioactiva de ⁶⁰Cobalto o ¹³⁷Cesio, y de un detector que se encuentra cerca de ésta. Esta fuente radioactiva, es colocada en un patín en contra de la pared del pozo, emite rayos gamma de mediana energía hacia la formación geológica. Estos rayos gamma que consisten en partículas de alta velocidad y sin masa chocan con los electrones de la formación y en cada choque estos rayos gamma son atenuados predominantemente por *Efecto Compton de Dispersión* que ocurre cuando un rayo gamma colisiona con un electrón y su energía es dividida entre la energía cinética del electrón que es expulsado del átomo y la dispersión de un rayo gamma de menor energía en un ángulo diferente al rayo gamma original. Los nuevos rayos gamma son absorbidos a una distancia fija debido a que tienen menor energía.

La pérdida de energía de los rayos gamma por Efecto Compton es dependiente del número de electrones en la formación geológica y por lo tanto es proporcional a la densidad total de la formación la cual está representada por la ecuación:

$$\rho_e = \rho_b (2Z / A) \quad (1.8)$$

Donde:

ρ_e es la densidad de electrones de la formación [número de electrones/cm³]

ρ_b es la densidad total de la formación [g/cm³]

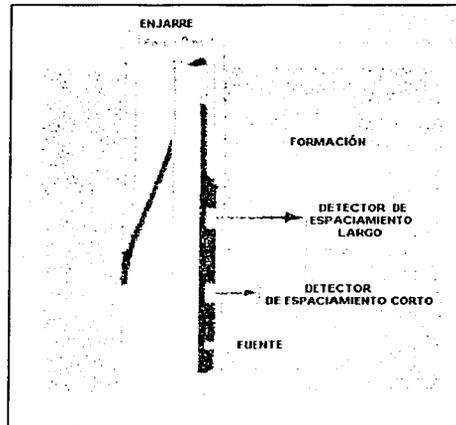
A es el peso atómico [gramo/átomo]

Z es el número atómico [electrones/átomo]

A medida que incrementa la densidad de la formación, la respuesta en el detector es más baja. El registro de densidad, proporcionada por la herramienta Gamma-Gamma, fue aceptado para obtener la porosidad de la formación por que la porosidad puede estar relacionada rigurosamente a la densidad total de la formación (ρ_b).

Herramienta FDC

La herramienta Densidad Compensada de la Formación (FDC) se desarrolló a finales de los años sesentas para compensar el enjarre formado principalmente en formaciones permeables; también para corregir automáticamente irregularidades pequeñas del pozo. Esta herramienta consiste de dos detectores con diferentes espaciamientos desde la fuente radioactiva como se muestra en la figura 1.5.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 1.5 Esquema de la herramienta densidad con doble detector

La herramienta FDC también se fundamenta con el mismo principio físico de la Gamma-Gamma, sólo con la diferencia de que ésta tiene dos detectores y la otra un detector. La profundidad de investigación de la herramienta FDC es de aproximadamente 5 pulgadas desde la pared del pozo. Consecuentemente investiga la zona lavada de las formaciones permeables.

POROSIDAD A PARTIR DEL REGISTRO DE DENSIDAD

El registro de densidad es el resultado de una medición continua de la densidad total de la formación vs. la profundidad del pozo, y es obtenida por las herramientas de densidad ya mencionadas. Este registro es principalmente usado para calcular la porosidad cuando se conocen las densidades del fluido y la matriz, a partir de la siguiente ecuación:

$$\rho_b = \Phi \rho_f + (1-\Phi) \rho_{ma} \quad (1.9)$$

Despejando Φ de (1.9):
$$\Phi = \frac{(\rho_{ma} - \rho_b)}{(\rho_{ma} - \rho_f)} \quad (1.10)$$

Donde:

Φ es la porosidad calculada

ρ_{ma} es la densidad de la matriz [g/cm^3]

ρ_b es la densidad total de la formación [g/cm^3]

ρ_f es la densidad promedio del fluido en el poro [g/cm^3]

La siguiente tabla 1.2 muestra la densidad de la matriz (ρ_{ma}) para algunos minerales comunes en rocas sedimentarias:

Minerales	Densidad de la matriz (ρ_{ma}) (g/cm^3)	Pe (barns por electrón)
Sílice	2.65	1.81
Calcita	2.71	5.08
Dolomita	2.87	3.14
Anhidrita	2.98	5.05
Yeso	2.35	4.0
Halita	2.05	4.65
Barita	4.09	267

Tabla 1.2

Debido a que la herramienta FDC investiga la zona lavada de la formación, la densidad del fluido (ρ_f) está expresada por la ecuación:

$$\rho_f = S_{xo} \rho_{mf} + (1-S_{xo}) \rho_h \quad (1.11)$$

Donde: ρ_{mf} es la densidad del lodo filtrado [g/cm^3].

S_{xo} es la saturación del lodo filtrado en la zona lavada

ρ_h es la densidad del hidrocarburo en la zona lavada [g/cm^3].

En zonas con producción de agua $S_{xo} = 1$ y por lo tanto $\rho_f = \rho_{mf}$. En la práctica ρ_{mf} es calculado de acuerdo al tipo de lodo.

La tabla 1.3 presenta las densidades de algunos fluidos de interés:

Fluido	Densidad (ρ_f) g/cm ³
Base agua dulce	1.0
Base agua (100,000 ppm NaCl)	1.06
Base agua (200,000 ppm NaCl)	1.12

Tabla 1.3

Herramienta Lito-densidad (LDT)

La herramienta lito-densidad (LDT) es un dispositivo relativamente nuevo para la medición de la densidad y es una mejora considerable sobre la herramienta compensada. El espaciamiento de los detectores de la herramienta LDT ha sido reducido. Por lo que el conteo promedio en el detector ha sido incrementado y la incertidumbre estadística de las mediciones ha disminuido. La herramienta LDT hace también que la medición de la densidad sea menos sensitiva a la presencia del enjarre, especialmente en aquellos que contienen valores altos de aditivos (Z), como la barita. El análisis espectral de los rayos gamma detectados hace posible la medición del índice de absorción fotoeléctrica efectiva (Pe) de una sección transversal. Pe , la cual tiene como unidad barns por electrón, es definida como:

$$Pe = (Z/10)^{3.6} \quad (1.12)$$

Una sección transversal volumétrica de absorción fotoeléctrica, U , tiene como unidad barns por volumen y puede estar definida como:

$$U = Pe \rho_e \quad (1.13)$$

La tabla 1.2 lista los valores de Pe y ρ_{ma} para algunas matrices de interés. Los valores de Pe para el lodo filtrado con base agua dulce, aceite y gas son pequeños comparados con estas matrices.

Importancia de la medición de Pe

La medición de Pe es ligeramente afectada por la porosidad en areniscas, calizas y dolomías y por el tipo de fluido (ver tabla 1.4), entonces el Pe es un buen indicador de la litología, especialmente cuando es una litología simple, es decir cuando existe una matriz dominante.

El valor de Pe es usado en combinación con el registro de densidad para analizar la litología cuando se tiene dos minerales, litología simple, y determinar la porosidad. El Pe es también utilizado con el registro de porosidad neutrón y el de densidad para analizar la litología compleja, es decir cuando se tiene más de dos minerales.

Tabla 1.4. Efecto de la porosidad en Pe

Matriz	Φ_i	100% H ₂ O	100% CH ₄
		($\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$)	($\rho_g = 0.01 \text{ g/cm}^3$)
Cuarzo	0.00	1.81	1.81
	0.35	1.54	1.76
Calcita	0.00	5.08	5.08
	0.35	4.23	4.96
Dolomita	0.00	3.14	3.14
	0.35	2.66	3.07

1.3.2 Registro de porosidad neutrón (Φ_N)

El registro neutrón es usado principalmente para identificar formaciones compactas y porosas y evaluar su porosidad. Este registro responde, en primer lugar, a la cantidad de hidrógeno presente en la formación. Así en formaciones limpias cuyos poros pueden estar llenos de agua o de aceite, el registro neutrón determina el valor real de la porosidad.

El registro neutrón en combinación con uno o dos registros de porosidad (densidad o sónico) proporciona valores más exactos de la porosidad y además ayuda a la identificación de la litología, incluyendo la evaluación del contenido de lutita. Las zonas gasíferas pueden identificarse con la siguiente respuesta de los registros de neutrón y densidad: $\Phi_N < \Phi_D$.

Principio de medición de la herramienta neutrónica

La herramienta neutrónica consiste de una fuente radioactiva, (e. j., plutonio-berilio) colocada en la sonda la cual emite continuamente neutrones de alta energía (velocidad) a la formación. Como sabemos los neutrones son partículas eléctricamente neutras cuya masa es casi idéntica a la del átomo de hidrógeno. Estos neutrones viajan a través de la formación retardándose significativamente cuando ellos colisionan con átomos de igual masa, es decir con átomos de hidrógeno. Una vez que los neutrones han sido retardados por colisiones repetidas, éstos son absorbidos por núcleos de átomos pesados causando emisión de rayos gamma, algunos de ellos son registrados por contadores.

Como el hidrógeno es un componente importante del agua y del petróleo, los cuales llenan los poros, la respuesta del índice de hidrógeno se incrementa con la porosidad, es por eso que este registro se clasifica dentro de los registros de porosidad.

La herramienta neutrónica está calibrada para proporcionar una porosidad verdadera sólo en calizas limpias, sin arcilla conteniendo agua. Para determinar esta porosidad en otras litologías se debe combinar el registro neutrón con los registros de densidad y sónico, ya que sus respuestas también dependen de la porosidad y litología. Esta herramienta responde también al gas, la cual tiene menos átomos de hidrógeno por unidad de volumen, pero muestra una porosidad muy baja. El aceite y el agua tienen aproximadamente el mismo índice de hidrógeno.

Tipos de herramientas

Las herramientas neutrónicas y de rayos gamma representan el primer uso de las propiedades radioactivas en los registros de pozos y éstas pueden ser corridas en pozos entubados, así como en pozos llenos de gas o de aire o en lodos base aceite.

Las fuentes radioactivas utilizadas son el plutonio-berilio (Pu-Be) o el americio-berilio (Am-Be) que emiten neutrones con una energía inicial de varios millones de electrón-voltios.

Los equipos neutrónicos son:

El **GNT** (Gamma ray Neutron Tool) es un aparato que emplea un detector que es sensible a los rayos gamma de captura de alta energía y a los neutrones. Éste puede utilizarse en pozos abiertos o entubados. Las curvas de rayos gamma y neutrón se registran al mismo tiempo y juntas resaltan cualitativamente la presencia de lutitas, formaciones permeables y secciones porosas.

En el sistema **SNP** (Sidewall Neutron Porosity) la fuente y detector de neutrones están colocados en una almohadilla (patín) en contacto con la pared del pozo, por esta razón los efectos del pozo disminuyen. Esta herramienta trabaja bien en pozos abiertos y llenos de gas, aunque tuvo su auge en los años sesenta.

El **CNL** (Compensated Neutron Log) es un instrumento con dos detectores de neutrones termales que reciben el número de pulsos para después procesarse con un equipo en superficie para obtener la curva del índice de porosidad neutrónica en el registro, en escala lineal.

Se ha demostrado que el CNL tiene una profundidad radial de investigación bastante mayor que el SNP. Al considerar la relación entre los pulsos en los dos detectores se ha podido reducir considerablemente los efectos del pozo, ya que repercuten en las lecturas. El CNL puede ser utilizado en pozos llenos de líquidos, con o sin tubería de revestimiento, pero no en pozos llenos de gas. El CNL está diseñado para ser corrido en combinación con otros aparatos en pozos abiertos o entubados.

Los equipos neutrónicos tienen su investigación radial que depende de la porosidad de la formación. Podemos decir que a porosidad cero la profundidad de investigación es algo mayor a un pie (30.5cm). En pozos llenos de líquido y a porosidades altas, el radio de investigación es menor porque los neutrones son retardados y capturados más cerca de la pared del pozo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1.3.3 Registro sónico de porosidad (Δt)

El dispositivo sónico convencional mide el tiempo requerido para que una onda acústica recorra una distancia en la formación. Este parámetro es llamado tiempo de tránsito (Δt) y es expresado en microsegundos por pie ($\mu\text{s}/\text{ft}$).

En otras palabras este dispositivo mide el recíproco de la velocidad de la onda compresional del sonido. El tiempo de tránsito en una formación geológica depende de su litología y porosidad.

Para calcular la porosidad se utiliza la ecuación de Wyllie que relaciona el tiempo de tránsito en formaciones consolidadas y limpias:

$$\Phi = \frac{\Delta t - \Delta t_{ma}}{\Delta t_f - \Delta t_{ma}} \quad (1.14)$$

Donde:

Δt_{ma} = es el tiempo de tránsito de la matriz [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

Δt_f = es el tiempo de tránsito del fluido en el poro [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

Δt = es la lectura del registro sónico [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

La tabla 1.5 presenta los valores promedios del tiempo de tránsito para algunas matrices comunes que se utilizan frecuentemente en la ecuación de Wyllie:

Matriz	Tiempo de tránsito ($\mu\text{sec}/\text{ft}$)
Arenisca	55.5
Caliza	47.5
Dolomita	43.5
Anhidrita	50.0

Tabla 1.5

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El valor promedio del tiempo de tránsito del fluido es $189 \mu\text{sec}/\text{ft}$. La presencia de porosidad secundaria, fracturas y vóculos, complica la evaluación cuantitativa del registro sónico. En tales casos, los modelos matemáticos producen una porosidad aparente que refleja sólo la porosidad primaria (intergranular). Comparando la porosidad aparente con la porosidad total (incluye fracturas), obtenida del registro densidad o neutrón, proporciona una magnitud de la porosidad secundaria.

En este registro puede desplegar un valor muy grande y anormal del tiempo de tránsito llamado salto de ciclo (cycle skipping) debido a que el receptor pierde el primer arribo y detecta un arribo posterior.

El fenómeno salto de ciclo ocurre comúnmente en capas delgadas de diferentes velocidades, arenas con gas, formaciones pobremente consolidadas y en formaciones fracturadas. Básicamente el salto de ciclo produce una lectura incorrecta que puede ser útil como un indicador de formaciones fracturadas y con producción de gas.

La profundidad de investigación de las herramientas acústicas varía con la longitud de onda, λ , la cual está relacionada con la velocidad de la formación, v , y la frecuencia, f .

$$\lambda = v / f$$

En rocas sedimentarias, la velocidad del sonido varía desde 5 000 a 25 000 pies / segundos, para una frecuencia de 20 KHz. Por lo tanto, para este rango, la profundidad de investigación varía de 0.75 pies para formaciones suaves a 3.75 pies para formaciones duras.

La **porosidad secundaria**, en su forma de fracturas y vórgulos, puede ser detectada por medio del registro sónico, porque éste responde sólo a la porosidad que está distribuida homogéneamente por toda la matriz, pero cuando la onda acústica pasa por los vórgulos grandes, raramente distribuidos por toda la formación, la onda acústica es esencialmente "desviada". El sónico detecta la porosidad secundaria como si ésta fuera la matriz, por lo que provoca que la lectura, Δt , sea más baja que la porosidad total.

Actualmente se utiliza la herramienta Bore Hole Compensated (**BHC**) para obtener el registro sónico y de ahí calcular la porosidad intergranular de la formación geológica.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Este dispositivo sónico consta de dos transmisores y cuatro receptores. Cada transmisor emite una sucesión de ondas acústicas compresionales que atraviesan el lodo de perforación hasta chocar con la formación, formando un ángulo crítico de incidencia y refractándose para viajar por la pared de la formación y llegar a los receptores.

La trayectoria de la onda acústica se indica en la figura 1.6. Cuando la onda acústica arriba al primer receptor se activa un mecanismo de tiempo la cual se cierra automáticamente cuando esta onda llega al segundo receptor, registrándose el intervalo de tiempo. Este sistema de transmisores y receptores permite eliminar la mayor parte de los efectos del pozo, tales como diámetro de pozo e inclinación de la sonda.

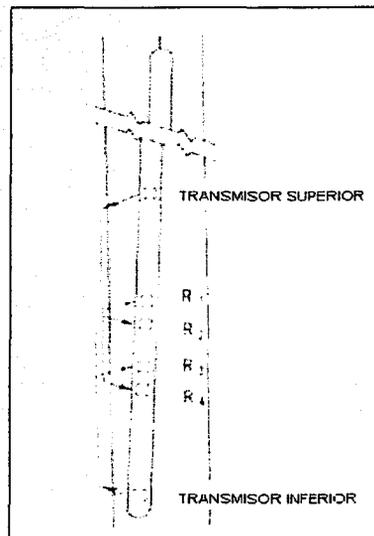


Figura 1.6. Esquema de la herramienta BHC que muestra los pasos de las ondas acústicas para los dos conjuntos de transmisor y receptor. Al promediar las dos mediciones se cancelan los errores debido a la inclinación de la sonda y cambios en el diámetro del pozo.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPÍTULO 2

EVALUACIÓN DE REGISTROS GEOFÍSICOS DE POZOS

A medida que se han desarrollado herramientas, cada vez más sofisticadas, también han avanzado los métodos y técnicas para la interpretación de registros geofísicos de pozos. Diversos métodos de interpretación de registros han sido desarrollados por varios autores y desde diferentes enfoques para obtener la litología y la porosidad de una manera cualitativa y cuantitativa de los yacimientos de hidrocarburos.

El primer método desarrollado es la gráfica cruzada que es útil cuando se trata de una litología simple, es decir la que esta constituida por dos minerales como máximo, pero cuando la litología es una mezcla compleja de minerales, con tres minerales o más, su interpretación de los datos de registros frecuentemente llega a ser ambigua. Los métodos de interpretación que tratan la litología compleja, están en función de planteamientos determinísticos, basados en la solución de un sistema de ecuaciones lineales, hasta la utilización de métodos estadísticos y probabilísticos.

Al final de este capítulo se presentará una introducción a las técnicas de programación lineal y se efectuará su adaptación para su aplicación en el modelo de interpretación propuesto con el método de Lito-porosidad.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

2.1 Evaluación litológica con registros geofísicos de pozos

Una práctica común en la interpretación de registros geofísicos de pozos es la gráfica cruzada constituida por registros de porosidad para obtener la litología y la porosidad con exactitud de una manera cualitativa. Una **gráfica cruzada** o "cross-plot" se forma con la combinación de dos registros de índice de porosidad, teniendo las siguientes combinaciones:

1. Densidad vs. sónico: es una gráfica cruzada utilizada ampliamente en la interpretación de *arenas arcillosas*.
2. Densidad vs. neutrón: es una gráfica cruzada empleada comúnmente en *carbonatos*.
3. Neutrón vs. sónico: es efectiva para estudiar las combinaciones de carbonatos y evaporitas (ver *figura 2.1*).

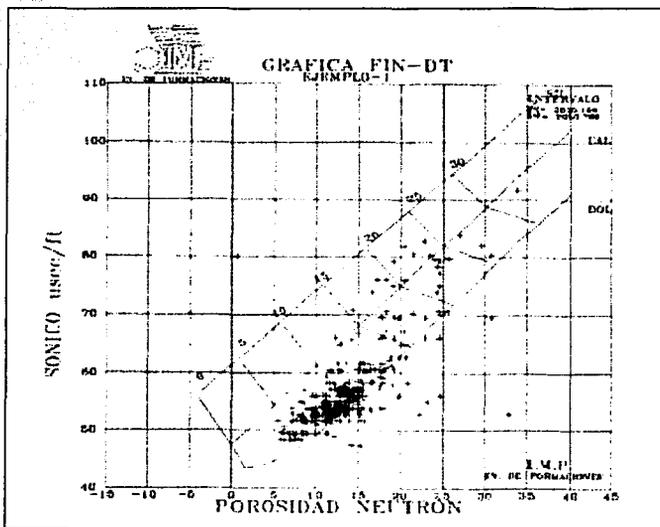


Figura 2.1 Gráfica cruzada sónico vs. neutrón

Las gráficas cruzadas permiten evaluar las formaciones geológicas cuando se trata de **litología simple**, es decir la que esta constituida por dos minerales como máximo, teniendo las siguientes mezclas mineralógicas más probables de los yacimientos de hidrocarburos, aunque éstas pueden contener varias cantidades de arcilla :

Para rocas carbonatadas:

1. Caliza – dolomita
2. Caliza – sílice
3. Dolomita – sílice
4. Dolomita – anhidrita

Para arenas:

1. Sílice – dolomita
2. Sílice – caliza
3. Sílice – minerales pesados
(pirita o siderita)

La determinación de esta litología con esta técnica es un proceso cualitativo, ya que al revisar las gráficas cruzadas podemos inferir o estimar la abundancia de minerales predominantes de la formación como se puede observar en la siguiente figura 2.2.

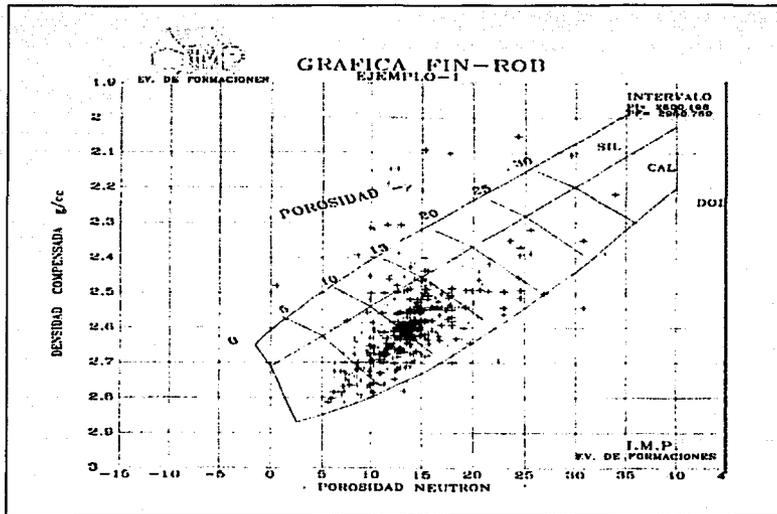


Figura 2.2 Gráfica cruzada densidad vs. neutrón

El análisis de los datos de registros geofísicos con las gráficas cruzadas se basa en la definición de valores de referencia, obtenidos en laboratorio y que se encuentran asociadas con líneas de minerales específicos para cada gráfica.

Este análisis permite además realizar una estimación de la porosidad de las formaciones, en función de la comparación con líneas teóricas de porosidad definidas por segmentos perpendiculares entre los minerales. Las líneas para cada uno de los minerales inician con el valor característico para cada mineral y considerando una porosidad de 0%, de tal forma que se puedan asociar en forma sencilla los rangos de porosidad.

De acuerdo con las observaciones en laboratorio, se ha identificado que los minerales tienen respuestas características en función de la porosidad, el valor de referencia es obtenido de la curva de calcita, el cual presenta un comportamiento lineal entre la porosidad real y las mediciones de los registros, por lo cual la línea característica para la calcita se representa por una recta en las gráficas cruzadas.

En cambio la respuesta para los minerales de dolomita, sílice y anhidrita indican tramos en donde su comportamiento no es lineal, con lo cual se deben realizar ajustes especiales para considerar estas litologías. Estas gráficas cruzadas son elaboradas con base a las relaciones obtenidas en el laboratorio.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2.2 Evaluación de formaciones complejas

La evaluación de formaciones complejas no ha sido fácil de tratar, ya que los métodos de interpretación tienen una limitante, pues sólo se pueden obtener en forma independiente hasta tres minerales, debido a que éstos sólo cuentan con tres registros geofísicos de pozos que están directamente relacionados con la litología de los yacimientos.

Una de las técnicas para evaluar los registros de pozo, son los métodos determinísticos los cuales consideran resolver un sistema de ecuaciones lineales a partir de un modelo geológico predefinido, cuyas soluciones son tres volúmenes mineralógicos y una porosidad total de la formación.

Una formación con **litología compleja** es aquella que contiene tres o más minerales como los minerales de sílice, calcita, dolomita, anhidrita y arcilla. Como sabemos, las rocas sedimentarias tienen varios tipos de minerales, ya que muchas de éstas son combinaciones de material detrítico y de minerales de precipitación química.

2.3 Evaluación con métodos determinísticos

La necesidad de resolver el problema de la cuantificación mineralógica llevó a plantear diversos modelos donde se liga la respuesta de los registros de pozos con los parámetros petrofísicos y litológicos de la formación, por lo que se desarrollaron, durante los años 1969 -1980, una gran cantidad de modelos los cuales buscaban definir, en forma precisa, el problema de la descripción litológica de las formaciones con base a la solución de un problema de tipo determinístico, en donde se pretende resolver un sistema de ecuaciones lineales, cuyas incógnitas representan los minerales de la formación y la porosidad total del sistema.

Los métodos determinísticos están basados en el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales, a partir de un modelo geológico predefinido, cuyas incógnitas representan tres volúmenes mineralógicos y una porosidad total de la formación.

Algunos métodos que son utilizados actualmente son: Lito-porosidad, Lito-densidad y Mid-plot. Estos métodos dependen directamente de los registros de porosidad como son el registro de densidad compensada, el registro índice neutrón y el registro sísmico.

Una limitación importante entre estos métodos es que al utilizar sólo tres registros de porosidad en el sistema de ecuaciones lineales, sólo permitirá involucrar cuatro componentes, el primer componente es la porosidad total y los tres componentes restantes son los volúmenes mineralógicos del sistema.

En este capítulo se describirán las numerosas metodologías que se han desarrollado por varios autores.

2.3.1 Metodo lito-porosidad

El método Lito-porosidad es introducido para la interpretación de formaciones con litología compleja y fue desarrollado por Burke et al ⁽¹⁾. Este método utiliza simultáneamente los datos de tres herramientas estándares de índice de porosidad:

1. Registro neutrón de porosidad del SNP o el GNT
2. Registro densidad compensada de la formación (FDC)
3. Registro sísmico compensado de pozo (BHC)

A partir de las lecturas de estos registros dos parámetros son derivados "M" y "N" los cuales construyen el método Lito-porosidad, llamado también gráfica M – N, donde cada mineral de roca esta representado por un punto único independiente de la porosidad (ver *figura 2.5*).

Para una formación con litología compleja, la posición de los puntos de los registros, sobre la gráfica M-N, están relacionados con los puntos mineralógicos únicos y es de gran ayuda para identificar varios minerales de la formación. Por lo tanto, la información litológica derivada es usada para calcular valores precisos de porosidad.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

DEFINICIONES DE "M" y "N"

El **parámetro "M"** se deriva de la gráfica de registros de densidad (ρ_b) vs. sónico (Δt), como se muestra en la *figura 2.3*, donde todo el rango de porosidad esta cubierto por el mineral A, el 0% de su porosidad esta representada por el 100% de matriz cuya coordenada es $(\Delta t_{ma}, \rho_{ma})$, y el 100% de porosidad esta representada por el punto fluido cuya coordenada es $(\Delta t_f, \rho_f)$, al unir el punto matriz con el punto fluido obtenemos una pendiente "M" única, que describe al mineral A :

$$M = \frac{\Delta t_f - \Delta t_{ma}}{\rho_{ma} - \rho_f} \times 0.01 \quad (2.1)$$

Donde:

Δt_f es el tiempo de tránsito del fluido [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

Δt_{ma} es el tiempo de tránsito de la matriz [$\mu\text{s}/\text{ft}$]

ρ_{ma} es la densidad de la matriz [g/cm^3]

ρ_f es la densidad del fluido [g/cm^3]

El factor 0.01 es introducido arbitrariamente para hacer los valores M compatibles con los de N.

GRAFICA CRUZADA SONICO – DENSIDAD
PARA EL MINERAL "A"

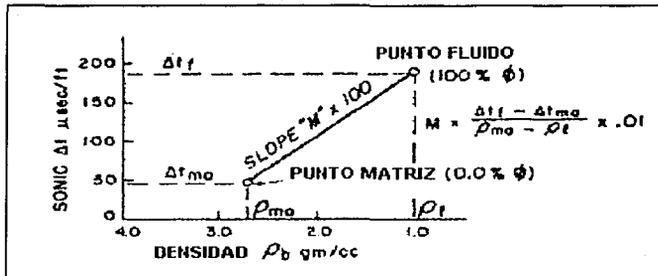


Figura 2.3 Obtención del parámetro M

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

De la misma manera se determina el **parámetro "N"**, pero ahora con la gráfica densidad (ρ_b) vs. neutrón (ϕ_N), como se observa en la *figura 2.4*. Por lo que se tiene la siguiente ecuación:

$$N = \frac{(\phi_N)_f - (\phi_N)_{ma}}{\rho_{ma} - \rho_f} \quad (2.2)$$

Donde:

- $(\phi_N)_f$ es la porosidad neutrón del fluido
- $(\phi_N)_{ma}$ es la porosidad neutrón de la matriz
- ρ_{ma} es la densidad de la matriz [g/cm^3]
- ρ_f es la densidad del fluido [g/cm^3]

GRAFICA CRUZADA NEUTRON - DENSIDAD
PARA EL MINERAL "A"

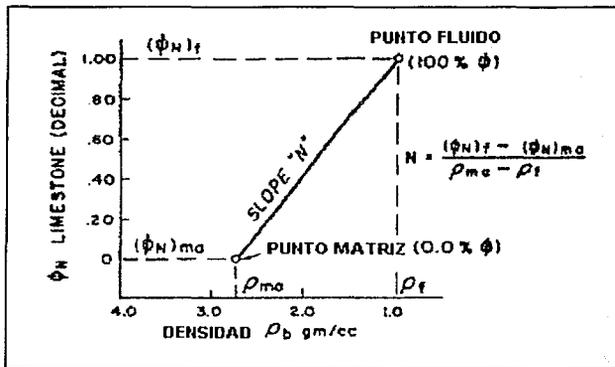


Figura 2.4 Obtención del parámetro N

Las pendientes M y N también están dadas en términos de *registros de porosidad*:

$$M = \frac{\Delta t_f - \Delta t}{\rho_b - \rho_f} \times 0.01 \quad N = \frac{(\phi_N)_f - \phi_N}{\rho_b - \rho_f} \quad (2.3)$$

Por lo tanto, los parámetros M y N sólo dependen de las características de la matriz y del fluido, y son independientes de la porosidad. Esto es verdadero para el mineral A de las *figuras 2.3* y *2.4*; porque la respuesta de la porosidad ha sido lineal entre los puntos matriz y fluido.

La grafica lito-porosidad

La gráfica lito-porosidad se construye por medio de los parámetros M - N y en ella se pueden formar "triángulos litológicos" a partir de puntos mineralógicos únicos que caen en localizaciones ya definidas en la gráfica, por ejemplo los minerales de dolomita, carbonatos de calcio y sílice forman un triángulo litológico. Otro triángulo que se puede crear es con los minerales de yeso, anhidrita y dolomita. Los valores M y N para los minerales comúnmente encontrados en los yacimientos de hidrocarburos están enlistados en la *tabla 2.1*.

La *figura 2.5* es la gráfica lito-porosidad donde se puede observar estos triángulos litológicos, para el caso lodo base agua salada.

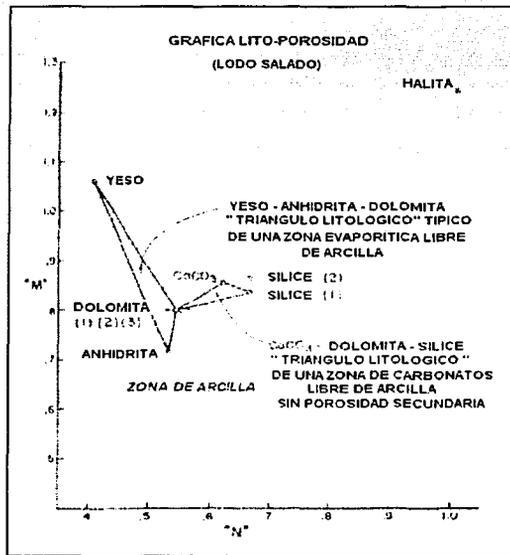


Figura 2.5

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En esta gráfica, cualquier roca cuya matriz este compuesta por tres minerales caerá dentro del triángulo litológico conformado por tres puntos mineralógicos únicos. Los triángulos mostrados en la *figura 2.5* representan normalmente carbonatos libres de arcilla y zonas de evaporita respectivamente.

La lutita está indicada por "zona de arcilla" debajo de las líneas formadas por los puntos mineralógicos de anhidrita y sílice. El punto único de la lutita no existe en la gráfica lito-porosidad, debido a que ella esta constituida por varias mezclas de arcillas y agua asociada, sílice, carbonatos y otros materiales, las arcillas tienden a variar sus características.

TABLA 2.1 COEFICIENTES DE MATRIZ Y VALORES DE M Y N PARA ALGUNOS MINERALES

MINERAL	COEFICIENTES DE LA MATRIZ			LODO SALADO $\Delta t_f = 185$ $\rho_f = 1.10$		LODO BASE AGUA $\Delta t_f = 189$ $\rho_f = 1.00$	
	Δt_{ma}	ρ_{ma}	$(\Phi_{SNP})_{ma}$	M	N	M	N
Sílice (1) ($V_{ma} = 18,000$)	55.5	2.65	-.035	.835	.669	.810	.628
Sílice (2) ($V_{ma} = 19,500$)	51.2	2.65	-.035	.862	.669	.835	.628
CaCO ₃	47.6	2.71	0.00	.854	.621	.827	.585
Dolomita (1) ($\psi = 5.5\%$ a 30%)	43.5	2.87	.035	.800	.544	.778	.513
Dolomita (2) ($\psi = 1.5\%$ a 5.5% y $>30\%$)	43.5	2.87	.02	.800	.554	.778	.524
Dolomita (3) ($\psi = 0.0\%$ a 1.5%)	43.5	2.87	.005	.800	.561	.778	.532
Anhidrita	50.0	2.98	0.00	.718	.532	.702	.505
Yeso	52.0	2.35	0.49	1.060	.408	1.015	.378
Sal	67.0	2.05	0.04	1.240	1.010	1.16	.914

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Triángulos litológicos preferenciales

Intentar cubrir todos los posibles juegos de tres minerales (triángulos litológicos) sería una enorme tarea, y muchas excepciones podrían observarse.

Sin embargo, a partir de un estudio detallado en varias regiones petroleras y de interpretaciones razonables, grupos preferenciales de minerales probables son obtenidos:

1. Dolomita – carbonato de calcio – sílice
2. Dolomita – sílice – anhidrita
3. Dolomita – anhidrita – dolomita

Estos triángulos litológicos son patrones que representan la mayoría de las combinaciones mineralógicas encontradas en rocas carbonatadas libres de arcilla y en rocas evaporíticas.

Otros triángulos litológicos pueden ser creados usando los puntos mineralógicos de la *figura 2.6*. Por ejemplo, la línea punteada entre el carbonato de calcio y la anhidrita crea las combinaciones de dolomita – carbonato de calcio – anhidrita y carbonato de calcio – sílice – anhidrita. Sin embargo, los triángulos señalados por medio de las áreas A, F y G son favorecidos porque ellos tienen una alta probabilidad de ocurrir.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

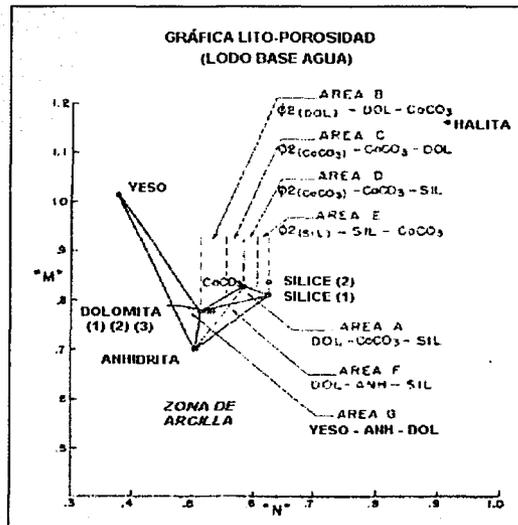
Determinación de las características de las rocas

POROSIDAD SECUNDARIA

Desde la interpretación de sus triángulos litológicos, la gráfica lito-porosidad es usada para determinar el tipo de litología. También es posible que esta gráfica pueda usarse para detectar "la porosidad secundaria" en la forma de vórgulos y fracturas. Esto es debido a que los registros de densidad y neutrón responden a la porosidad total de la formación mientras que el sónico responde sólo a la porosidad que esta distribuida homogéneamente por toda la matriz, pero cuando la onda acústica recorre los vórgulos grandes, raramente distribuidos por toda la formación, la onda acústica es esencialmente "desviada".

El sónico detecta la porosidad secundaria como si ésta fuera la matriz, por lo que provoca que su lectura, Δt , sea más baja que la porosidad total, además la porosidad secundaria (Φ_2) no afecta el cálculo de N, pero M es incrementada a medida que la porosidad secundaria se incrementa.

La *figura 2.6* es una gráfica Lito-porosidad para el caso de lodo base agua dulce (ver valores de M y N en la *tabla 2.1*).



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La región de la porosidad secundaria es mostrada en la *figura 2.6*, arriba de las líneas de sílice – carbonato de calcio – dolomita, marcada por las áreas B, C, D y E y están abiertas hacia arriba. Los límites verticales entre las áreas B – C – D y E no significan ser zonas rígidas.

Actualmente, estas gráficas con los datos de registros de porosidad indican claramente los porcentajes de mineral cuando la porosidad secundaria ocurre. La *tabla 2.2* proporciona los coeficientes de fluidos para varios tipos de porosidad.

TABLA 2.2 COEFICIENTES DE FLUIDOS PARA VARIOS TIPOS DE POROSIDAD

FLUIDOS	Δt_f	ρ_f	$(\phi \rho_f)_f$
POROSIDAD PRIMARIA (Ocupado por líquidos):			
Lodo base agua dulce	189.0	1.00	1.00
Lodo base agua salada	185.0	1.10	1.00
POROSIDAD SECUNDARIA			
En dolomita:			
Lodo base agua dulce	43.5	1.00	1.00
Lodo base agua salada	43.5	1.10	1.00
En CaCO_3 :			
Lodo base agua dulce	47.6	1.00	1.00
Lodo base agua salada	47.6	1.10	1.00
En sílice (1):			
Lodo base agua dulce	55.5	1.00	1.00
Lodo base agua salada	55.5	1.10	1.00
POROSIDAD OCUPADA POR GAS	Ver este artículo ⁽¹⁾ : determinación de la porosidad en formaciones con gas.		

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Un ejemplo en la aplicación del método M-N esta en una secuencia de evaporita y carbonatos como se indica en la figura 2.7:

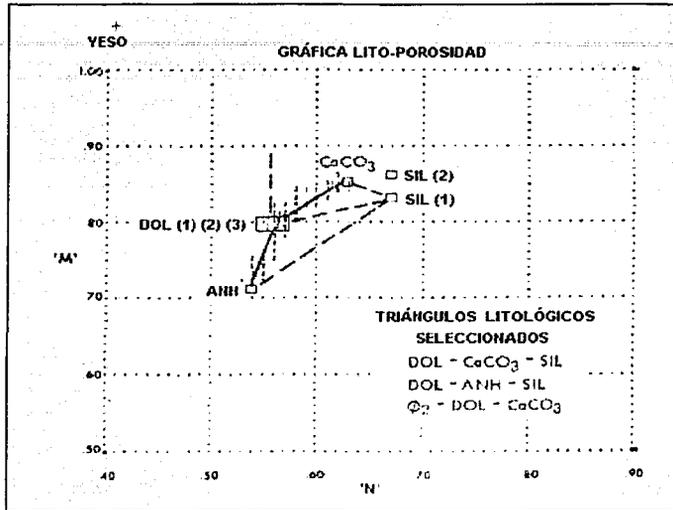


Figura 2.7 Aplicación del método lito-porosidad

Esta gráfica Lito-Porosidad muestra una sección libre de arcilla y que esta compuesta principalmente de dos mezclas binarias de minerales:

- Dolomita – CaCO_3 y
- Dolomita – Anhidrita.

El desarrollo de la porosidad secundaria es menor y esta indicada ligeramente por algunos puntos arriba de la línea Dolomita – CaCO_3 .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Cálculo de la mineralogía y porosidad

Porosidad primaria

Después de trabajar con el triángulo litológico para un intervalo seleccionado de un registro, la porosidad y los porcentajes de los volúmenes mineralógicos son calculados a partir del siguiente sistema de ecuaciones lineales el cual fue desarrollado por Burke J. A. y está basado en un modelo geológico predefinido y en tres registros de porosidad del tipo sónico (Δt), neutrón (Φ_N) y densidad (ρ_b).

$$\begin{aligned}\Delta t &= \Phi \Delta t_f + V_1 \Delta t_{ma1} + V_2 \Delta t_{ma2} + V_3 \Delta t_{ma3} \\ \Phi_N &= \Phi (\Phi_N)_f + V_1 (\Phi_N)_{ma1} + V_2 (\Phi_N)_{ma2} + V_3 (\Phi_N)_{ma3} \\ \rho_b &= \Phi \rho_f + V_1 \rho_{ma1} + V_2 \rho_{ma2} + V_3 \rho_{ma3} \\ 1 &= \Phi + V_1 + V_2 + V_3\end{aligned}\tag{2.4}$$

Donde las incógnitas de este sistema de ecuaciones lineales son:

Φ = es una fracción de la porosidad total de la formación

V_1, V_2 y V_3 = volúmenes mineralógicos

Los símbolos Δt , Φ_N , y ρ_b son datos que se obtienen de los registros de porosidad y ma_1 , ma_2 y ma_3 son las tres matrices seleccionadas de un modelo geológico predefinido.

La solución de este sistema de ecuaciones lineales está constituida por una fracción de porosidad total y tres fracciones de volúmenes mineralógicos como la calcita, dolomita, y sílice.

Los puntos que caen en el interior de un triángulo litológico implican que la solución del sistema, es decir los volúmenes mineralógicos (V_i) tengan valores positivos. La suma de los volúmenes mineralógicos (V_i) más la porosidad dará la unidad.

Existe otro posible caso en que algunos puntos caen ligeramente afuera de cualquier triángulo litológico que se haya escogido. Para estos puntos, un volumen mineralógico negativo es obtenido. La suma de los otros volúmenes mineralógicos más la porosidad será mayor a 1.0 debido a la cantidad negativa.

Uno de los objetivos de esta tesis es el de tratar el caso general en el cual la solución debe ser una cantidad no-negativa y su valor debe estar entre cero y uno. Por lo cual, este sistema de ecuaciones lineales debe estar sujeto a restricciones lineales que matemáticamente se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 0 &\leq V_1 \leq 1 \\ 0 &\leq V_2 \leq 1 \\ 0 &\leq V_3 \leq 1 \\ 0 &\leq \Phi \leq 1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Estas restricciones físicas implican que volumétricamente ningún mineral pueda tener un valor negativo o que el volumen físico no deba ser mayor a la unidad. Además se debe considerar la siguiente función objetivo:

$$\Phi + V_1 + V_2 + V_3 = 1$$

Esta ecuación implica que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad. Este caso general será tratado en los capítulos posteriores. También se debe considerar el caso cuando sólo dos minerales (mezcla binaria) están involucradas.

Cuando el cálculo de la litología tenga un error pequeño, el valor de la porosidad del sistema de ecuaciones lineales (2.4) será exacto *siempre y cuando*:

- Los puntos M y N se encuentran dentro del triángulo litológico utilizado.
- No existan minerales hidratados tales como el yeso y la arcilla.

Porosidad secundaria

Como ya se había discutido anteriormente, el desarrollo de la porosidad secundaria no afecta el valor N para un punto específico en la gráfica lito-porosidad. La *tabla 2.2* enlista los coeficientes de porosidad del registro sónico (Δt_i) para la dolomita, CaCO_3 y sílice.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La mayoría de la porosidad secundaria se desarrolla en mezclas de minerales. Para calcular la cantidad de porosidad presente es necesario considerar el Δt_f igual a Δt_{ma} de la mezcla mineralógica. Por ejemplo, una mezcla 50% - 50% de dolomita - CaCO_3 respectivamente tiene un $\Delta t_f = \Delta t_{ma} = (.5)(43.5) + (.5)(47.6) = 45.5$.

Para cada punto involucrado en los "triángulos litológicos" y en la porosidad secundaria, el tiempo de tránsito de la matriz (Δt_{ma}) es inmediatamente calculado para computar la porosidad. Usando este valor Δt_{f2} como las porosidades secundaria y primaria son obtenidas por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\Delta t &= \Phi_1 \Delta t_f + \Phi_2 \Delta t_{f2} + V_1 \Delta t_{ma1} + V_2 \Delta t_{ma2} \\ \Phi_N &= \Phi_1 (\Phi_N)_f + \Phi_2 (\Phi_N)_{f2} + V_1 (\Phi_N)_{ma1} + V_2 (\Phi_N)_{ma2} \\ \rho_b &= \Phi_1 \rho_f + \Phi_2 \rho_{f2} + V_1 \rho_{ma1} + V_2 \rho_{ma2} \\ 1 &= \Phi_1 + \Phi_2 + V_1 + V_2\end{aligned}\tag{2.6}$$

Donde:

- Φ_1 = es una fracción de porosidad primaria
- Φ_2 = es una fracción de porosidad secundaria
- V_1 y V_2 son fracciones de volúmenes mineralógicos

La porosidad total, $\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2$, esta sujeta a las mismas calificaciones de la porosidad primaria discutidas anteriormente.

El método Lito-porosidad se construye con los parámetros M y N los cuales son independientes de la porosidad. En esta gráfica cada mineral puro esta representado por un punto único sin considerar la porosidad por lo tanto una roca puede ser analizada con la gráfica M-N usando el concepto de los triángulos preferenciales.

Esta técnica tiene las combinaciones de minerales más probables de ocurrir en una región geológica. La porosidad secundaria y cuando está ocupada por gas es detectada por la gráfica Lito-porosidad. Muchos minerales de valor económico son fácilmente identificados.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2.3.2 Método MID Plot

El método MID (Matrix Identification) Plot es otro método de evaluación de litología compleja, desarrollado por Clavier C. ⁽¹¹⁾. Por sus siglas en inglés significa; gráfica de identificación de minerales y es una mejora del método Lito-porosidad ya que éste tiene las siguientes desventajas:

1. Sus parámetros M – N no tienen un significado físico directo y no permite relacionarlos con las propiedades conocidas de las rocas.
2. La gráfica Lito-porosidad presenta ciertas ambigüedades por la multiplicidad de puntos mineralógicos puros; como es el caso de la dolomita, pues muestra tres diferentes puntos en ella. (ver figura 2.5 y 2.6)
3. Finalmente, la salinidad del fluido intersticial (lodo de filtrado) afecta considerablemente la posición de los puntos mineralógicos de la gráfica M - N.

Con el objeto de contrarrestar estas desventajas, la gráfica MID Plot fue elaborada. Su principio no es tan diferente de la gráfica Lito-porosidad.

Las coordenadas M y N son reemplazadas por otros dos parámetros llamados, **densidad aparente** $(\rho_{ma})_a$, y **tiempo de tránsito aparente** $(\Delta t_{ma})_a$ y son característicos de las rocas e independientes de la porosidad. Estos parámetros son obtenidos respectivamente por las gráficas cruzadas de Densidad vs. Neutrón y Sónico vs. Neutrón. Los símbolos $(\rho_{ma})_a$ y $(\Delta t_{ma})_a$ son tomados del método Doble Mineral.

Construcción de la gráfica MID Plot

El método MID Plot no considera a la porosidad, ya que una de sus finalidades es construir una gráfica de la manera más sencilla.

En la construcción del MID Plot (ver figura 2.8) se utiliza la gráfica Densidad vs. Neutrón; los valores de $(\rho_{ma})_a$ son interpolados a lo largo de las líneas equiporosidades entre "la caliza" ($\rho_{ma} = 2.71$ gm/cc) y "la arenisca" ($\rho_{ma} = 2.65$ gm/cc), otra vez "la caliza" pero ahora con "la dolomía" ($\rho_{ma} = 2.87$ gm/cc).

Para la extrapolación arriba de la "arenisca", se construye líneas verticales. Cada línea es graduada en valores de $(\rho_{ma})_a$ igualándola con la distancia ordenada (por ejemplo, A) entre los puntos porosidad de las líneas de la caliza y arenisca y la diferencia actual en la densidad, $2.71 - 2.65 = 0.06 \text{ gm/cc}$. Entonces los valores iguales de $(\rho_{ma})_a$ están conectados por una curva ligera.

La extrapolación debajo de la "dolomía" es más sencilla; las líneas equiporosidades son extendidas tan lejos como se necesita, y la extrapolación se realiza usando las mismas unidades como se hizo para la interpolación.

(Distancia B = $(\rho_{ma})_{DOL} - (\rho_{ma})_{LS} = 2.87 - 2.71 = 0.16 \text{ gm/cc}$). La gráfica cruzada Sónico vs. Neutrón es graduada en valores de $(\Delta t_{ma})_a$. Puesto que, ambas gráficas cruzadas anteriores son afectadas por el tipo de registro neutrón utilizado, se necesitan hacer diferentes gráficas para cada registro neutrón SNP y CNL.

Así como también para la salinidad del agua intersticial de la gráfica Densidad vs. Neutrón; pues necesita hacer diferentes gráficas para el lodo filtrado base agua dulce ($\rho_w = 1.0$) y para base agua salada ($\rho_w = 1.1$). Para lodos muy salinos existen cartas adicionales, pero tales casos son raros.

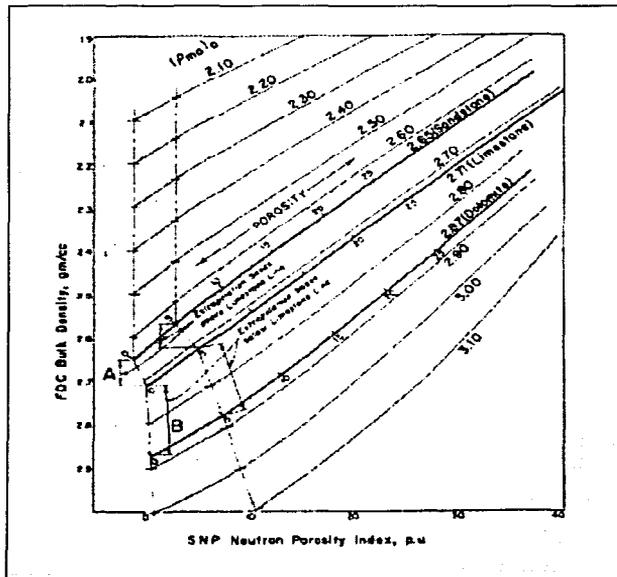


Figura 2.8 Construcción de la gráfica MID Plot

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La ventaja de usar diferentes cartas es por que las ambigüedades, debido a la respuesta no lineal del neutrón y a las variaciones de salinidad del lodo filtrado, son tratadas con la elección de la carta donde los parámetros litológicos son obtenidos. Por lo tanto, los valores de $(\rho_{ma})_a$ y $(\Delta t_{ma})_a$ son únicos e independientes de estas variables, y la carta MID Plot (Figura 2.9) requiere sólo un punto para cada matriz o mineral.

Una vez que los valores de $(\rho_{ma})_a$ y $(\Delta t_{ma})_a$ han sido encontrados a partir de la carta apropiada, el MID Plot es introducido. Las posiciones de la mayoría de las matrices más comunes (caliza, arenisca, dolomía y anhídrita) permanecen igual para cualquier tipo de lodo o herramienta neutrón y para cualquier porosidad.

Las arcillas tienden a graficarse en la parte suroeste. Seis tipos de arcillas comunes son obtenidas a partir de varios registros típicos, pero la experiencia usualmente permite más diagnósticos para llegar a tener un punto arcilla.

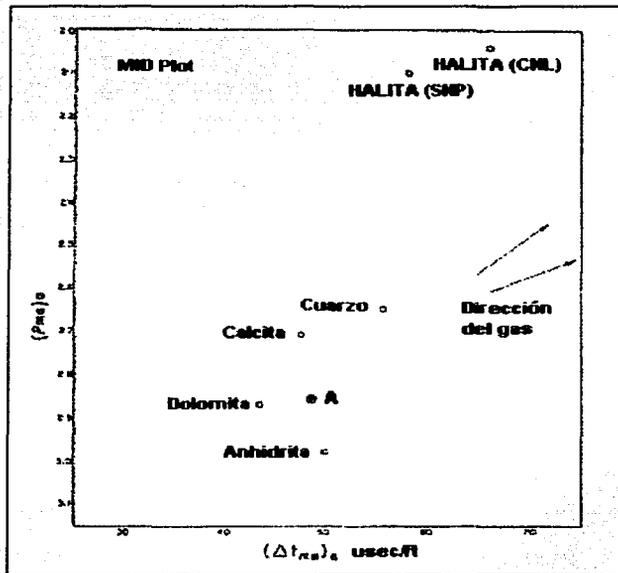


Figura 2.9 Gráfica MID Plot

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Además de que el MID Plot tiene la ventaja de trabajar con parámetros familiares los cuales se se pueden leer desde las cartas, esta técnica también ofrece una mejora en la detección del gas y la identificación litológica en formaciones arcillosas y el análisis de mezclas de anhidrita.

Interpretación con la gráfica Mid Plot

El análisis litológico con la gráfica MID Plot es muy similar al método M – N. En la mayoría de los casos, la gráfica caerá hacia un patrón el cual identifica uno, dos o tres minerales los cuales forman las cuatro rocas comunes en yacimientos de hidrocarburos. Algunos o todos los puntos pueden estar influenciados por la arcilla, gas, porosidad secundaria, o material no consolidado (arenas). Materiales menos comunes como la halita, yeso o sulfuro pueden aparecer.

La *figura 2.10* es una gráfica producida por la computadora demostrando tendencias producidas por estos factores influyentes.

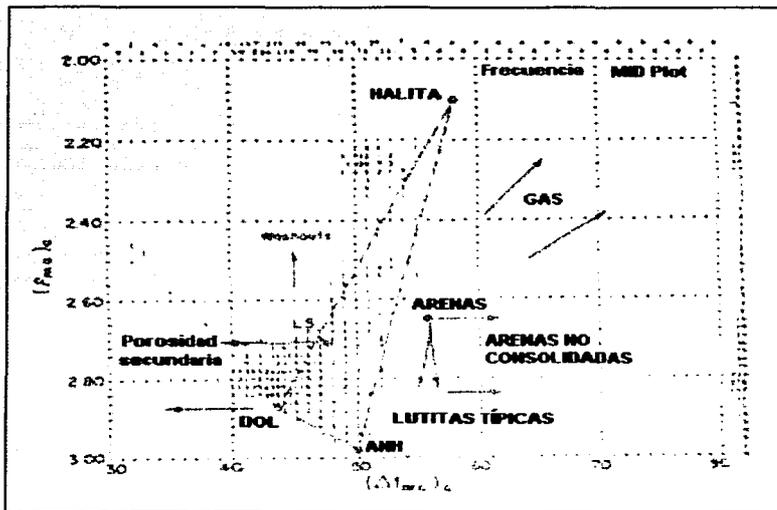


Figura 2.10 Aplicación del método MID Plot

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Lutita

El efecto de la arcilla es, como siempre difícil de tratar debido a la gran variación de sus propiedades. Actualmente, estudios de datos ofrecen una mejora en proporcionar posiciones fijas de los varios tipos comunes de arcillas en la gráfica MID Plot.

Gas

La presencia de gas desplazará los puntos como se indica en la *figura 2.10*. La indeterminación es debido a las variaciones de la densidad del gas y el índice de hidrógeno y a la respuesta incompleta del registro sísmico en zonas invadidas de gas. Sin embargo, la dirección del desplazamiento es justamente única para identificar la mayoría de las ocurrencias de gas.

Porosidad secundaria

Como en la técnica M – N, la presencia de porosidad secundaria en la forma de vórgulos o fracturas ocasionan desplazamientos paralelos al eje del sísmico. En el caso de la gráfica M-N, el desplazamiento esta en el eje vertical M, y los puntos son desplazados hacia arriba. En la gráfica MID Plot , el eje $(\Delta t_{ma})_a$ es horizontal y por lo tanto los puntos son desplazados hacia la izquierda.

Arenas no consolidadas

El efecto de la disminución de la compactación en el registro sísmico produce un desplazamiento de los puntos hacia la derecha de la gráfica MID Plot (ver *Figura 2.10*).

Minerales poco comunes

Tales minerales son la halita, yeso, polihalita, etc., los cuales pueden ser fácilmente identificables en la gráfica MID Plot, si ellos son puros. Cuando ellos se encuentran en una mezcla compleja, se necesitará el conocimiento local y la experiencia del intérprete para clasificarlos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Hay que recordar que los parámetros del MID Plot son aparentemente físicos, excepto donde los puntos caen en las tres líneas mineralógicas básicas. Otros minerales no son graficados normalmente donde sus parámetros mineralógicos actuales deberían estar indicados, por ejemplo, los valores de la halita son: $\Delta t_{ma} = 67.0 \mu\text{sec}$, $\rho_{ma} = 2.03 \text{ gm/cc}$; pero en la gráfica MID Plot, la halita cae en $(\Delta t_{ma})_a = 58.0$ y $(\rho_{ma})_a = 2.10$. La razón es fácilmente observada por la escala arbitraria de las gráficas cruzadas.

El método MID Plot utiliza cantidades aparentemente físicas, $(\rho_{ma})_a$ y $(\Delta t_{ma})_a$, y sus variables son independientes de la porosidad. Estos parámetros, tomados de las gráficas cruzadas sónico-neutrón y densidad-neutrón con una escala apropiada, definen una matriz única o una mezcla de matrices para cada punto sobre el registro. Por lo tanto, los puntos matriz del MID Plot permanecen constantes a pesar de los cambios del lodo de filtrado, porosidad, o tipos de herramientas neutrón (todos éstos afectan significativamente a la gráfica M-N). Lo anterior representa una ventaja en la evaluación de la litología compleja.

2.3.3 Método Romaa - Umaa

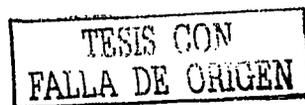
Gardener J.S. y Dumanior J.L.⁽¹²⁾ desarrollaron el método de Lito-densidad (Umaa-Romaa). En este método, los autores involucran la curva Pe que representa el índice de absorción fotoeléctrico el cual es obtenido con el registro de Lito-Density Tool (LDT), el cual es un buen indicador de la matriz de la roca.

Si se establece que la composición química de la formación es conocida, entonces el registro Pe puede ser fácilmente calculado el cual no es afectado por la porosidad y proporciona información útil en cuanto al análisis de litologías complejas junto con el registro de densidad (ρ_b). Esta combinación de registros definen un índice volumétrico de sección de captura (U), el cual sirve para la evaluación cuantitativa de la densidad electrónica de las formaciones, representado por:

$$U = p_e Pe \quad (2.7)$$

Donde:

$$p_e = \frac{p_b + 0.1883}{1.0704}$$



En litologías complejas, (U) es una función lineal del porcentaje de volumen de cada mineral y de su índice respectivo.

La combinación de los registros de densidad compensada y Pe permite analizar la matriz de dos minerales y la porosidad mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales del tipo:

$$\begin{aligned} \rho_b &= \Phi_{ta} \rho_f + V_1 \rho_1 + V_2 \rho_2 \\ Pe \rho_e &= \Phi_{ta} U_f + V_1 U_1 + V_2 U_2 \\ 1 &= \Phi_{ta} + V_1 + V_2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Donde:

- ρ_b = Herramienta de densidad
- Pe = índice de absorción del efecto fotoeléctrico
- ρ_f = Densidad del fluido (asumiendo que $\rho_f = 1$)

En el caso de litologías complejas se requiere aproximar ρ_e a ρ_b y la Φ a la porosidad aparente leídas por los registros de densidad y neutrón, determinando los parámetros U_{maa} que es el valor aparente del índice volumétrico de sección de captura de la matriz. Se propone un planteamiento con base a un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} \rho_{maa} &= P_1 \rho_1 + P_2 \rho_2 + P_3 \rho_3 \\ U_{maa} &= P_1 U_1 + P_2 U_2 + P_3 U_3 \\ 1 &= P_1 + P_2 + P_3 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Donde:

- ρ_{maa} = densidad de la matriz aparente
- U_{maa} = matriz aparente U (obtenida de la gráfica RHOB - Pe)
- $\rho_{1,2,3}$ = densidad de los minerales 1,2,3
- P_{1,2,3} = proporción de los minerales 1,2,3 dentro de la matriz
- U_{1,2,3} = volumen de los minerales 1,2,3 en sección transversal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Se genera la gráfica ρ_{maa} vs. U_{maa} la cual permite resolver cuantitativamente las litologías complejas, un ejemplo de esta combinación es mostrado en la figura 2.11.

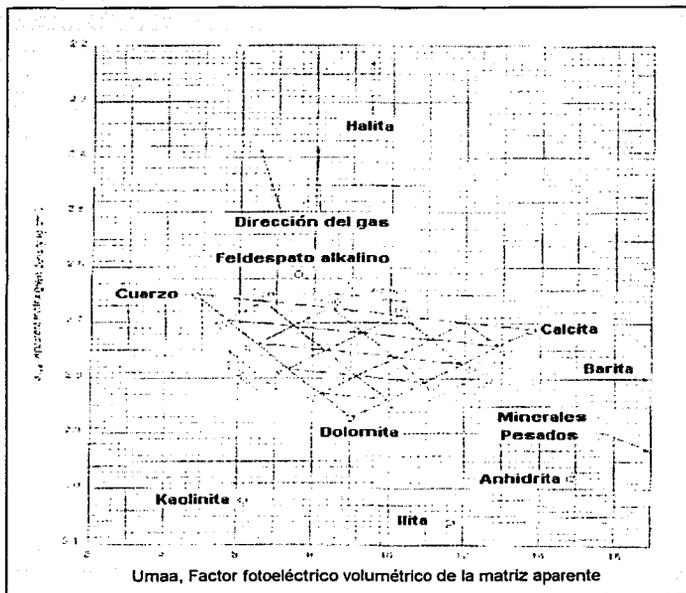


Figura 2.11 Gráfica ρ_{maa} versus U_{maa}

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2.4 Evaluación con técnicas de programación lineal

Con el objetivo de obtener la solución numérica correcta del modelo de ecuaciones lineales (ver *ecuaciones 2.4*), cuyas incógnitas son tres volúmenes mineralógicos y una fracción de porosidad sujeta a restricciones lineales, la técnica de programación lineal puede ayudar a encontrar la solución correcta a este sistema de ecuaciones, pues su teoría trata con restricciones lineales primarias y adicionales de un sistema de ecuaciones. Para su aplicación se tomará en cuenta el modelo de lito-porosidad y se realizará su ajuste con técnicas de programación lineal.

Una de las restricciones usuales es la no-negatividad en cualquier variable independiente del sistema, la cual representa una cantidad tangible; por ejemplo, la producción de trigo de un país debe ser un número no-negativo. La programación lineal, donde la función a ser optimizada y las restricciones son funciones lineales, es un área bien desarrollada de la optimización restringida.

En este subcapítulo se abordará la teoría de la programación lineal, así como la implementación del algoritmo simplex, desarrollado por Dantzig,⁽¹³⁾ para los problemas de programación lineal mediante el cual es base de las técnicas de programación lineal que se desarrollarán en el siguiente capítulo.

Teoría de la programación lineal

El tema de *programación lineal*, también llamada *optimización lineal*, concierne en el mismo con el siguiente problema:

Para N variables independientes x_1, \dots, x_N , maximizar la función

$$Z = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + \dots + a_{0N}x_N \quad (2.10)$$

sujeito a las **restricciones primarias**

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_N \geq 0 \quad (2.11)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

y simultáneamente sujeto a las **restricciones adicionales** $M = m_1 + m_2 + m_3$, donde m_1 tiene la forma:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N \leq b_i \quad (b_i \geq 0) \quad i=1, \dots, m_1 \quad (2.12)$$

m_2 tiene la forma:

$$a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jN}x_N \geq b_j \geq 0 \quad j=m_1+1, \dots, m_1+m_2 \quad (2.13)$$

y m_3 :

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kN}x_N = b_k \geq 0 \quad k = m_1+m_2+1, \dots, m_1+m_2+m_3 \quad (2.14)$$

Los coeficientes a_{ij} pueden tener signo o ser cero. El hecho es que b debe ser positivo (como se indica en las tres ecuaciones de arriba) y es una cuestión sólo de convención, ya que se puede multiplicar cualquier desigualdad por -1 . No hay importancia en particular en el número de restricciones M siendo menor que, igual a, o más grande que el número de N incógnitas.

Un conjunto de valores x_1, \dots, x_N que satisface las restricciones (2.11) - (2.14) es llamado un **vector factible**. La función que tratamos de maximizar se llama la **función objetivo**. El vector factible que maximiza la función objetivo es llamado **vector factible óptimo**. Un vector factible óptimo no puede existir por dos razones:

- (i) No hay vectores factibles, es decir, las restricciones dadas son incompatibles,
- (ii) No hay un máximo, es decir, hay una dirección en un espacio N donde una o más de las variables pueden tender al infinito mientras que satisfacen las restricciones, dando un valor infinito para la función objetivo.

¿Por qué es la programación lineal tan importante?

- (i) Porque "la no-negatividad" es la restricción usual en cualquier variable x_i que representa una cantidad tangible para algunos parámetros físicos, como armas, dólares, kilowatt horas, etc. Para nuestro caso específico se refiere a los porcentajes mineralógicos de las formaciones. Por lo tanto lo anterior se relaciona con la ecuación (2.11).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

(ii) Porque uno está frecuentemente interesado en limitaciones adicionales o límites impuestos por el ser humano o por la naturaleza: cantidades nutricionales mínimas, costos máximos, nivel mínimo tolerable de votantes, etc. Lo anterior está dado por la ecuación (2.12) - (2.14). Para nuestro caso lo representan los límites físicos del modelo.

(iii) Porque la función que se desea optimizar puede ser lineal, o al menos puede ser aproximada por una función lineal. En consecuencia, lo anterior está ligado con la ecuación (2.10).

He aquí un ejemplo específico del problema de la programación lineal.

$N = 4$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$ y $m_3 = 1$, por lo tanto $M = 4$:

$$\text{Maximizar } z = \Phi + V_1 + V_2 + V_3 \quad (2.15)$$

Con la restricción de que todas las variables independientes, Φ , V_1 , V_2 y V_3 , sean no-negativas y con las siguientes restricciones adicionales:

$$\begin{aligned} 189 \Phi + 43.5 V_1 + 47.6 V_2 + 110 V_3 &\leq 79.88 \\ \Phi + 0.025 V_1 + 0.35 V_3 &\leq 19.25 \\ \Phi + 2.87 V_1 + 2.71 V_2 + 2.50 V_3 &\leq 2.34 \\ \Phi + V_1 + V_2 + V_3 &= 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

La respuesta a este ejemplo es $\Phi = 0.23$, $V_1 = 0.18$, $V_2 = 0.58$, $V_3 = 0.00$.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La *figura 2.12* resume algunos términos de la programación lineal que se empleará más adelante.

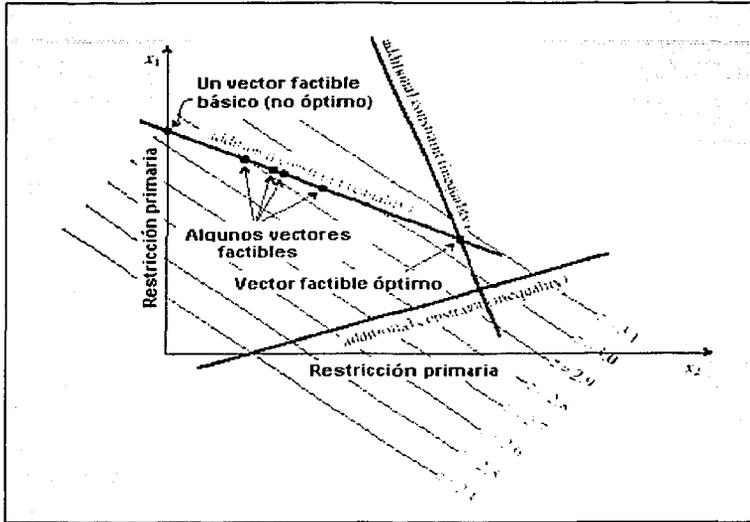


Figura 2.12 Conceptos básicos de la programación lineal. Este es el caso de solo dos variables independientes, x_1 , x_2 , como se muestra. La función lineal z , a maximizar, está representada por sus líneas. Las restricciones primarias requieren que x_1 y x_2 sean positivas. Las restricciones adicionales pueden restringir la solución en regiones (restricciones de desigualdad) o en superficies de menor dimensión (restricciones de igualdad). Los vectores factibles satisfacen todas las restricciones. Los vectores factibles básicos también se encuentran en el límite de la región permitida. El *método simplex* escalona los vectores factibles básicos hasta que el vector factible óptimo sea encontrado.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Teorema fundamental de la optimización lineal

Iniciamos con un espacio de N -dimensiones con muchos vectores candidatos. Entonces construimos el espacio en regiones por medio de cada restricción impuesta. Debido a que las restricciones son lineales, cada límite introducido por este proceso es un plano, o mejor dicho un hiperplano.

Las restricciones de igualdad de la forma (2.14) obligan a la región factible en hiperplanos de menor dimensión, mientras que las restricciones de desigualdad simplemente dividen la región factible en secciones permitidas y no permitidas.

Cuando todas las restricciones son impuestas, hay una región factible la cual podría no tener vectores factibles. Debido a que la región factible está limitada por hiperplanos, ésta es geoméricamente un poliedro convexo o simplex.

Si hay una región factible, ¿Puede un vector factible óptimo estar en algún lugar en su interior, afuera de los límites? No, porque la función objetivo es lineal.

Esto significa que la función objetivo siempre tiene un vector gradiente diferente a cero. Por lo que también significa que podríamos siempre incrementar la función objetivo inclinando la pendiente hasta llegar a la pared del límite.

El límite de cualquier región geométrica tiene una dimensión menor que su interior. Por lo tanto podemos dirigir el gradiente proyectado hacia la pared límite hasta que alcance una orilla de esa pared. Nosotros podemos entonces dirigir esa orilla, así sucesivamente, hacia abajo no importa el número de dimensiones, hasta que finalmente lleguemos a un punto, un vértice del simplex original. Debido a que este punto tiene todas las N dimensiones de sus coordenadas definidas, éste debe ser la solución de las N ecuaciones simultáneas presentadas desde el conjunto original de ecuaciones y desigualdades de (2.11) - (2.14).

Los puntos que son vectores factibles y que satisfacen N de las restricciones de igualdad, son llamados **vectores factibles básicos**.

Si $N > M$, entonces un vector factible básico tiene al menos $N - M$ de sus componentes igual a cero, puesto que al menos muchas de las restricciones (2.11) se necesitarán para constituir el total de las N . Pongo de otra manera, casi los componentes M de un vector factible básico no son cero.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El *método simplex*, publicado primero por Dantzig en 1948, el cual es una manera de organizar un procedimiento de modo que:

(i) Una serie de combinaciones se efectúe para que la función objetivo se incremente en cada paso, y (ii) el vector factible óptimo sea alcanzado después de un número de iteraciones que no vaya más del orden de M o N .

Método simplex para una forma normal restringida

Una forma normal del problema de la programación lineal es no tener restricciones de la forma (2.12) o (2.13), sino tener sólo restricciones de igualdad de la forma (2.14) y la no-negatividad de la forma (2.11). Para nuestro propósito, será útil considerar más condiciones, con esta propiedad adicional:

Cada restricción de igualdad de la forma (2.14) debe tener al menos una variable que tenga un coeficiente positivo y *que aparezca únicamente en una sola restricción*. Entonces se procede a escoger una variable en cada restricción de igualdad (ecuación) y a solucionarla. De esta manera, las variables elegidas son llamadas *variables de mano izquierda* o *variables básicas*, y hay varias M restricciones ($= m_3$) de ellas. Las variables restantes $N - M$ son llamadas *variables de mano derecha* o *variables no básicas*. Obviamente esta *forma normal restringida* puede ser lograda solo en el **caso de $M \leq N$** de modo que este es el caso que vamos a considerar.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Rutina implementando el método simplex

Esta rutina esta basada en el algoritmo desarrollado por Kuenzi, Tzschach, y Zehnder ⁽¹⁴⁾. Aparte de los valores de entrada de M , N , m_1 , m_2 , m_3 , la entrada principal a la rutina es un arreglo bidimensional \mathbf{a} . Esta entrada ocupa las primeras filas $M + 1$ y las columnas $N + 1$ de \mathbf{a} . Sin embargo, nota que la referencia esta hecha internamente a la fila $M + 2$ de \mathbf{a} . Por lo tanto las dimensiones físicas de \mathbf{a} son:

$$(MP \text{ y } NP) \quad (2.17)$$

Donde:

$$\begin{aligned} NP &\geq N + 1 \text{ y} \\ MP &\geq M+2 \end{aligned}$$

En los datos de salida, la tabla \mathbf{a} esta indicada por dos arreglos de enteros. **iposv** (j) contiene, para $j = 1 \dots M$, el número i cuya variable original x_i esta ahora representada por la fila $j + 1$ de \mathbf{a} . Por lo tanto éstas son las variables de mano izquierda de la solución. (La primera fila de \mathbf{a} es por supuesto la fila-z.).

Un valor $i > N$ indica que la variable es una y_i que una x_i , $x_{N+j} = y_i$.

Del mismo modo, **izrov** (j) contiene, para $j = 1 \dots N$, el número i cuya variable original x_i es ahora una variable de mano derecha, representada por la columna $j + 1$ de \mathbf{a} . Todas estas variables son cero en la solución. El significado de $i > N$ es el mismo como lo anterior, excepto que $i > N + m_1 + m_2$ denota una variable inactiva o artificial la cual sólo fue usada internamente y ahora debe ser ignorada completamente.

La bandera **icase** es regresada como cero si una solución finita es encontrada, +1 si la función objetivo es infinita, -1 si ninguna solución satisface las restricciones dadas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍAS DE OPTIMIZACIÓN LINEAL

Después de estudiar el problema de la programación lineal y el algoritmo simplex, bases fundamentales de las metodologías de optimización lineal, ahora en este capítulo se describe una metodología de optimización lineal del tipo "Solver". Esta técnica fue desarrollada por la compañía Frontline Systems y se encuentra en Microsoft Excel, Lotus 1-2-3, y Quattro Pro.

Como sabemos, un área bien desarrollada de la optimización restringida es la programación lineal por lo que actualmente existen varias técnicas de programación lineal, algunas de ellas es Solver, el programa Linear Program de Mukund Thapa y algunas subrutinas para lenguajes de programación de alto nivel.

Algunos ejemplos típicos, en la aplicación de estas herramientas, están en la economía especialmente en las finanzas e inversión; en la industria y algunas áreas de la ingeniería. En el cuarto capítulo se aplicará esta técnica para obtener la solución correcta del sistema de ecuaciones con sus restricciones lineales adaptadas (ecs. 2.4).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.1 Técnica tipo "Solver"

Solver es un programa de optimización lineal y su propósito básico es de encontrar la mejor manera de distribuir recursos limitados o escasos. Esos recursos podrían ser materia prima, tiempo, dinero o cualquier suministro limitado. La solución óptima puede significar ganancias máximas, costos mínimos, o lograr la mejor calidad posible.

Para finalidades de esta tesis, Solver es empleado como una herramienta sencilla para resolver problemas derivados de la optimización en diversos modelos. De esta forma, puede ser empleada en la evaluación de litología y porosidad con registros de pozos.

Elementos del modelo solver

Para poder utilizar Solver, se debe construir un modelo que especifique: Los recursos a ser distribuidos, usando **variables decisivas**, [Solución]. Los límites de los recursos, llamada **restricciones**, y [Condiciones físicas]. La optimización, llamada **función objetivo**.

Solver encontrará valores en las variables decisivas que satisfagan las restricciones mientras que optimiza (maximizando o minimizando) el objetivo. La hoja de cálculo Excel de Microsoft proporciona una forma apropiada para construir y explicar este modelo.

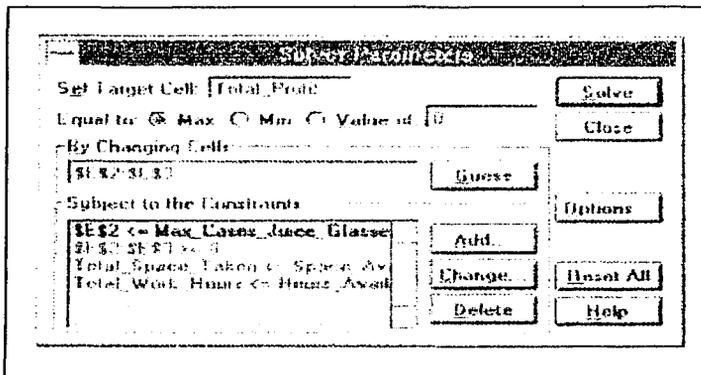


Figura 3.1 Parámetros de Solver

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Las **variables decisivas** miden las cantidades de los recursos, tal como dinero, para ser distribuido para algún propósito, o el nivel de alguna actividad, tal como el número de productos para ser manufacturado, las libras o galones de una sustancia química, etc. La **función objetivo** es una función lineal que depende de las variables. Para nuestro problema a resolver el cual consiste en obtener numéricamente, tres volúmenes mineralógicos, V_1 , V_2 , V_3 y una porosidad total, Φ , representan las variables decisivas y la función objetivo es:

$$\Phi + V_1 + V_2 + V_3 = 1$$

Esta función implica que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad.

En el último capítulo se describirá mejor este problema el cual se le adaptarán restricciones. Las restricciones juegan un papel importante en determinar que valores pueden ser asumidos por las variables decisivas, y que tipo de objetivo se puede lograr.

Definición de restricciones

Las restricciones reflejan los límites en el mundo real. Para definir una restricción, se debe primero calcular un valor basado en las variables decisivas. Entonces se coloca un límite (\leq , $=$ ó \geq) en él.

Restricciones generales. Por ejemplo, si las celdas A1:A4 contienen tres volúmenes mineralógicos y una porosidad total, se podría utilizar la celda B1 para calcular = SUMA (A1:A4), y entonces se define una restricción B1 =1 para aclarar que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad.

Límites en las variables. Por supuesto, se puede colocar un límite directamente en una variable decisiva, tal como $A1 \geq 0$ y $A1 \leq 1$. Límites inferiores y superiores en las variables son manejados eficientemente por la mayoría de los programas de optimización y son muy útiles en muchos problemas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

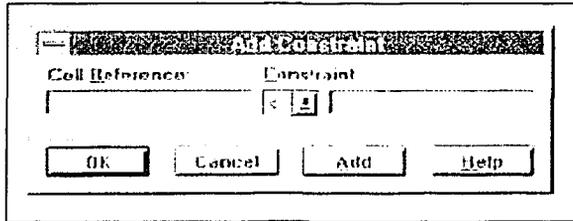


Figura 3.2 Restricciones en "Solver"

Restricciones físicas

Muchas restricciones son determinadas por la naturaleza física del problema. Por ejemplo, siguiendo con nuestro modelo a resolver (ecs. 2.4), las variables decisivas cuantifican los volúmenes mineralógicos, V_1 , V_2 , V_3 y la porosidad total de la formación, Φ , un número negativo en estos parámetros no tendría sentido común. Este tipo de restricción de no-negatividad es muy común. Aunque pueda ser obvio, la restricción en la celda A1 ≥ 0 debe ser declarada explícitamente, porque Solver no tiene otra manera de saber que los valores negativos no son permitidos. Las restricciones de nuestro problema de ecuaciones son:

$$\begin{aligned} 0 &\leq V_1 \leq 1 \\ 0 &\leq V_2 \leq 1 \\ 0 &\leq V_3 \leq 1 \\ 0 &\leq \Phi \leq 1 \end{aligned}$$

Estas restricciones físicas implican que volumétricamente ningún mineral pueda tener un valor negativo o que el volumen físico no deba ser mayor a la unidad.

Restricciones enteras

La optimización avanzada permite especificar restricciones que requieren variables decisivas sólo para asumir valores enteros (números enteros) en la solución. Por ejemplo, si se está planeando tener un conjunto de camiones para hacer diferentes viajes, una solución con fracciones de camiones no sería una solución útil. Las restricciones enteras normalmente pueden ser aplicadas sólo en las variables decisivas.

Interpretación de las soluciones

Una solución, un conjunto de valores en las variables decisivas, que satisface las restricciones en el modelo Solver, es llamada una **solución factible**. La mayoría de los algoritmos de optimización primero trata de encontrar una solución factible, y entonces la mejora encontrando otra solución factible que incremente o decrezca el valor de la función objetivo. Una **solución óptima** es una solución factible donde la función objetivo alcanza un valor máximo o mínimo. Una **solución óptima global** es aquella donde no hay soluciones factibles con el mejor valor en la función objetivo. Una **solución óptima local** es aquella donde no hay otra solución factible "en la vecindad" con el mejor valor en la función objetivo.

Solver está diseñado para encontrar soluciones óptimas y cualquier solución y ésta depende de la naturaleza de las relaciones matemáticas entre las variables, la función objetivo y las restricciones y también del algoritmo utilizado.

Dificultad en resolver un modelo solver

Existen tres factores principales que determinan que tan difícil es encontrar una solución óptima en un modelo Solver son:

- Las **relaciones matemáticas** entre el objetivo, las restricciones y las variables decisivas.
- El **tamaño del modelo** (número de variables decisivas y restricciones) y su **escasez**
- El uso de **variables enteras** - La memoria y la velocidad de solución puede incrementarse exponencialmente a medida que se añada más variables enteras.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Relaciones matemáticas

- Problemas de optimización lineal
- Problemas de optimización no-lineal uniforme
- Problemas de optimización global
- Problemas de optimización no-uniforme

Estos tipos de relaciones matemáticas en un modelo (Por ejemplo, lineal o no lineal) determinan que tan difícil es solucionarlo y la confianza que se pueda tener en su solución para que sea verdaderamente la óptima.

Estas relaciones también tienen una relación directa en el tamaño máximo de los modelos que puedan resolverse. Un modelo que consiste con una mayor parte de relaciones lineales que de relaciones no lineales generalmente debe ser resuelto con métodos de optimización no lineales.

Pocos programas avanzados de optimización pueden romper un problema en partes lineales, no-lineales uniforme y no uniforme y aplicar el método más apropiado en cada parte – pero en general, se debe tratar de acercar las relaciones matemáticas a un modelo lineal como sea posible.

Problemas de programación lineal – donde todas las relaciones son lineales – pueden ser solucionados hasta ciento de miles de variables y restricciones, dada una suficiente memoria y velocidad. Modelos con diez mil variables y restricciones pueden ser resueltos en minutos (a veces en segundos) con computadoras modernas. Se puede tener la confianza en que las soluciones obtenidas son globalmente óptimas.

Problemas de optimización no-lineal uniforme – donde todas las relaciones son funciones uniformes (es decir funciones cuyas derivadas son continuas) – pueden ser solucionados hasta diez mil variables y restricciones, dada suficiente memoria y velocidad. Modelos con miles de variables y restricciones pueden ser solucionados frecuentemente en minutos en computadoras modernas. Los resultados obtenidos son localmente óptimos, pero no globalmente óptimas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Problemas de optimización global – problemas de optimización no-lineal uniforme donde se busca la solución óptima global – donde pueden ser solucionados frecuentemente hasta cientos de variables y restricciones, con suficiente memoria y velocidad. Depende del método de solución. Las soluciones obtenidas son globalmente óptimas.

Problemas de optimización no-uniforme – donde las relaciones pueden incluir funciones como IF, CHOOSE, LOOKUP y otras parecidas – pueden ser solucionados hasta veintenas, y ocasionalmente hasta cientos de variables y restricciones, dada suficiente memoria y velocidad. Las soluciones obtenidas son “buenas” (es decir mejores que otras soluciones alternativas) – ellas no garantizan ser las óptimas globalmente o localmente.

3.2 Técnicas propuestas

La optimización, búsqueda numérica, abarca dos partes: la programación lineal y la programación cuadrática. Un área bien desarrollada particularmente es la programación lineal, por lo que actualmente existen varios programas de computación que resuelven el problema de la programación lineal como **Solver** y **Linear Program** creado por Thapa, Mukund N. y Dantzig, George B.

Otro programa es una **subrutina en Fortran**, lenguaje de programación de alto nivel, la cual pudiera ser empleada para obtener la solución numérica del sistema de ecuaciones en cuestión con sus restricciones. Esta subrutina fue desarrollada por *Numerical Recipes Software* de la Universidad de Cambridge.

Para finalidades de esta tesis, esta subrutina llamada simplex en Fortran es empleada, como una herramienta para resolver problemas derivados de la optimización lineal en diversos modelos. De esta forma, puede ser empleada en la evaluación de los registros de pozos.

He aquí un ejemplo de aplicación de la subrutina simplex, la cual soluciona nuestro problema matemático en cuestión de este trabajo de tesis:

$N = 4$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$ y $m_3 = 1$, por lo tanto $M = 4$:

$$\text{Maximizar } z = \Phi + V_1 + V_2 + V_3$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Con la restricción de que todas las variables independientes, Φ , V_1 , V_2 y V_3 , sean no-negativas y con las siguientes restricciones adicionales:

$$\begin{aligned} 189 \Phi + 43.5 V_1 + 47.6 V_2 + 110 V_3 &\leq 64.69 \\ \Phi + 0.025 V_1 + 0.35 V_3 &\leq 15.35 \\ \Phi + 2.87 V_1 + 2.71 V_2 + 2.50 V_3 &\leq 2.58 \\ \Phi + V_1 + V_2 + V_3 &= 1 \end{aligned}$$

Después de correr la subrutina auxiliado de un programa principal se tienen los siguientes resultados:

		y1	y3	x4
	1.00	0.00	0.00	0.00
x1	0.14	-0.01	-0.26	-0.58
y2	15.19	0.01	0.49	0.36
x2	0.69	-0.11	-9.06	-4.93
x3	0.16	0.12	9.32	4.52

Donde:

- x1 es la porosidad total de la formación (Φ) = **0.14**
- x2 es el volumen mineralógico de la dolomita (V_1) = **0.69**
- x3 es el volumen mineralógico de la calcita (V_2) = **0.16**
- x4 es el volumen mineralógico de la lutita (V_3) = **0.00**

El subprograma simplex encontró valores que satisfacen las restricciones físicas las cuales consisten en que volumétricamente ningún mineral pueda tener un valor negativo o que el volumen físico no pueda ser mayor a la unidad.

También cumple con la función objetivo:

$$\begin{aligned} \Phi + V_1 + V_2 + V_3 &= 1 \\ 0.14 + 0.69 + 0.16 + 0.00 &= 1 \end{aligned}$$

Esta ecuación implica que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Por otro lado, se tiene otra herramienta de optimización lineal llamada **Linear Program** desarrollado por Thapa, Mukund N. y Dantzig, George B. en 1996. El problema de la programación lineal generalmente es solucionado por el método simplex. Esta herramienta utiliza una implementación directa de este método, y es llamado como DTZG Primal Simplex. Otros de sus métodos de solución que también maneja son Fourier-Motzkin Elimination y Primal Affine / Dikin.

Para aplicar la herramienta Linear Program se requiere de sus datos de entrada los cuales consisten de las constantes y términos independientes de un sistema de ecuaciones lineales. Después se definen sus restricciones, por ejemplo considerando los mismos datos del ejemplo anterior se tiene lo siguiente:

Minimize	X1	X2	X3	X4		RHS
OBJECTIVE	0	0	0	0		
Row 1	189	43.5	47.6	110	<=	64.69
Row 2	1	0.025	0	0.35	<=	15.35
Row 3	1	2.87	2.71	2.5	=	2.58
Row 4	1	1	1	1	=	1
Lower Bound	0	0	0	0		
Upper Bound	NONE	NONE	NONE	NONE		

Una vez introducidos los datos de entrada, se procede a la aplicación de Linear Program, por lo que se tiene los siguientes resultados:

	Status	Value	Lower	Upper	Red.Cost
OBJ	BASIC	0.0000			
X1	BASIC	0.1410	0.0000	NONE	0.0000
X2	BASIC	0.6944	0.0000	NONE	0.0000
X3	BASIC	0.1646	0.0000	NONE	0.0000
X4		0.0000	0.0000	NONE	0.0000
S1		0.0000	0.0000	NONE	0.0000
S2	BASIC	15.1916	0.0000	NONE	0.0000
S3		0.0000	0.0000	NONE	0.0000
A4		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Donde:

- x1 es la porosidad total de la formación (Φ) = **0.14**
- x2 es el volumen mineralógico de la dolomita (V_1) = **0.69**
- x3 es el volumen mineralógico de la calcita (V_2) = **0.16**
- x4 es el volumen mineralógico de la lutita (V_3) = **0.00**

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

En esta parte de la tesis, se reportan los resultados de la metodología propuesta a casos reales, de registros geofísicos de pozos en formaciones complejas de carbonatos.

La intención inicial en esta actividad es la de evaluar con las técnicas convencionales, estimar el error en esta primera interpretación; posteriormente se evalúa con las técnicas de programación lineal y se determina de igual forma el error ligado con esta interpretación.

Los puntos de control, para verificar la confiabilidad de las técnicas empleadas será la correlación con los datos petrofísicos y su correspondiente evaluación entre los errores estimados. Cabe mencionar el empleo de un volumen importante de información, del que se presentan cuatro casos, con el fin de mostrar las ventajas de aplicación de la técnica.

4.1 Trabajo realizado

Uno de los objetivos en el desarrollo de este trabajo es de resolver un sistema de ecuaciones lineales, desarrollado por Burke et al.⁽¹⁾, el cual es un procedimiento introducido para la interpretación de formaciones con litología compleja. Este sistema de ecuaciones está basado en un modelo geológico predefinido y en el empleo de los siguientes tres registros de índice de porosidad; del tipo sónico (Δt), neutrón (Φ_N) y densidad (ρ_b) como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= \Phi \Delta t_f + V_1 \Delta t_{ma1} + V_2 \Delta t_{ma2} + V_3 \Delta t_{ma3} \\
 \Phi_N &= \Phi (\Phi_N)_f + V_1 (\Phi_N)_{ma1} + V_2 (\Phi_N)_{ma2} + V_3 (\Phi_N)_{ma3} \\
 \rho_b &= \Phi \rho_f + V_1 \rho_{ma1} + V_2 \rho_{ma2} + V_3 \rho_{ma3} \\
 1 &= \Phi + V_1 + V_2 + V_3
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Donde:

- Δt_f es el tiempo de tránsito del fluido [$\mu s/ft$].
- $\Delta t_{ma1,2,3}$ es el tiempo de tránsito de cada matriz [$\mu s/ft$].
- $(\Phi_N)_f$ es la porosidad neutrón del fluido.
- $(\Phi_N)_{ma1,2,3}$ es la porosidad neutrón de cada matriz.
- $\rho_{ma1,2,3}$ es la densidad de cada matriz [g/cm^3].
- ρ_f es la densidad del fluido [g/cm^3].

son las constantes y Φ = porosidad total de la formación y V_1, V_2, V_3 = volúmenes mineralógicos representan las incógnitas del sistema.

Su solución está constituida por una fracción de porosidad total y tres volúmenes mineralógicos principales de una formación geológica, por ejemplo calcita, dolomita, sílice, anhidrita o arcilla.

El aspecto general de este sistema de ecuaciones está en que su solución debe ser una cantidad no-negativa y su valor debe estar entre cero y uno. Por lo tanto, este sistema de ecuaciones lineales debe estar sujeto a restricciones lineales que matemáticamente se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 0 &\leq V_1 \leq 1 \\ 0 &\leq V_2 \leq 1 \\ 0 &\leq V_3 \leq 1 \\ 0 &\leq \Phi \leq 1 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Estas restricciones físicas implican que volumétricamente ningún mineral pueda tener un valor negativo o que el volumen físico no pueda ser mayor a la unidad. Además se debe considerar la siguiente función objetivo:

$$\Phi + V_1 + V_2 + V_3 = 1 \tag{4.3}$$

Esta ecuación implica que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad.

Para obtener la solución numérica correcta de este sistema de ecuaciones lineales con sus restricciones físicas se empleará la técnica de programación lineal del tipo "Solver". La forma de trabajar de Solver es con problemas que se puedan formular como una ecuación o como un sistema de ecuaciones lineales con varias incógnitas (4.1), admitiéndose también las llamadas desigualdades. Como ya se ha mencionado en el capítulo anterior, que para construir este modelo de ecuaciones con esta técnica se requieren de sus elementos: variables decisivas, restricciones y una función objetivo, además de las relaciones matemáticas que ligan estos elementos.

Por lo tanto, Solver encontrará valores en las *variables decisivas*, tres volúmenes mineralógicos (V_1 , V_2 , V_3) y una fracción de porosidad total de la formación (Φ), que satisfagan las restricciones (4.2) mientras que optimiza la función objetivo (4.3). Solver trata con números, por lo que cuantificará los varios elementos del modelo.

La siguiente tabla muestra algunos resultados de la aplicación de Solver:

# datos	Profundidad	PHYN	ROB	DT	Φ	V_1	V_2	V_3	$\Phi+V_1+V_2+V_3=1$
1	3100.2	9.332	2.758	57.208	0.028	0.455	0.396	0.12	1
2	3100.5	10.12	2.739	58.332	0.039	0.461	0.386	0.11	1
3	3100.81	10.508	2.68	58.781	0.071	0.507	0.37	0.05	1
4	3101.11	10.548	2.654	56.284	0.074	0.444	0.482	0	1
5	3101.42	9.711	2.633	54.81	0.054	0.092	0.854	0	1
6	3101.72	8.943	2.697	54.96	0.058	0.517	0.405	0.02	1
7	3102.03	8.853	2.698	54.61	0.057	0.518	0.408	0.02	1
8	3102.33	9.372	2.738	55.435	0.038	0.491	0.399	0.07	1
9	3102.64	11.416	2.69	61.079	0.067	0.474	0.363	0.1	1
10	3102.94	12.622	2.589	60.604	0.101	0.328	0.57	0	1

Tabla II

Estas son las soluciones correctas, Φ , V_1 , V_2 , y V_3 , las cuales representan en forma realista las condiciones físicas del medio y por lo tanto tienen un mayor grado de confiabilidad.

En los casos de aplicación con esta técnica se presentan dos alternativas:

- a) Modelo completo** el cual considera el sistema de ecuaciones (4.1) con sus respectivas restricciones (4.2).
- b) Modelo restringido** es aquel donde el sistema de ecuaciones (4.1) tiene un dato conocido, el cual es el volumen de arcilla (V_3). Además de considerar las restricciones (4.2). El modelo restringido tiene su base en trabajos previos desarrollados en el Instituto Mexicano del Petróleo, en donde se ha concluido que los parámetros de las arcillas son tan cercanos a los de los carbonatos (calcita y dolomita) que no existe en los modelos simples, una forma precisa para evaluar y diferenciar estos minerales.

4.2 Modelo completo

El modelo completo es aquel que considera el sistema de ecuaciones lineales (4.1) con sus respectivas restricciones (4.2). Ahora se seleccionará un modelo geológico como se muestra a continuación:

1. Dolomita (V_1)
2. Calcita (V_2)
3. Lutita (V_3)
4. Fluido base agua dulce

Este modelo se basa en un análisis de la descripción de muestras litológicas, en donde se identifica una formación de carbonatos, intercalados con secuencias calcáreas – arcillosas. Por lo tanto se tiene el siguiente modelo completo con sus respectivas constantes (ver tabla I):

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= 189 \Phi + 43.5 V_1 + 47.6 V_2 + 110 V_3 \\
 \Phi_N &= \Phi + 0.025 V_1 + 0.0 V_2 + 0.35 V_3 \\
 \rho_b &= \Phi + 2.87 V_1 + 2.71 V_2 + 2.50 V_3 \\
 1 &= \Phi + V_1 + V_2 + V_3
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Las restricciones físicas “adaptadas” a este sistema son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 0 &\leq V_1 \leq 1 \\
 0 &\leq V_2 \leq 1 \\
 0 &\leq V_3 \leq 1 \\
 0 &\leq \Phi \leq 1
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Además se debe considerar la función objetivo:

$$\Phi + V_1 + V_2 + V_3 = 1 \tag{4.6}$$

Esta ecuación implica que la suma de todos los componentes sólidos de la roca y la porosidad están restringidas a la unidad.

Matriz	Tiempo de tránsito (Δt_{ma}) $\mu\text{seg}/\text{pie}$	Densidad (ρ_{ma}) g/cm^3	Porosidad neutrón (Φ_N) _{ma} p.u.
Calcita	47.6	2.71	0
Dolomita	43.5	2.87	0.025
Lutita	110	2.5	0.35
Anhidrita	50	2.98	0
Halita	67	2.04	0

Fluido	Tiempo de tránsito (Δt_f) $\mu\text{seg}/\text{pie}$	Densidad (ρ_f) g/cm^3	Porosidad neutrón (Φ_N) _f p.u.
Base agua dulce	189	1.0	1
Base agua salada	185	1.1	1

Tabla I contiene los valores de algunas propiedades físicas de las rocas y fluidos

Los términos independientes, Δt , Φ_N y ρ_b , de este modelo de ecuaciones se obtienen de una base de datos de registros geofísicos de pozos.

Ahora se aplicará la técnica de optimización lineal a casos reales, de registros geofísicos de pozos en formaciones complejas de carbonatos.

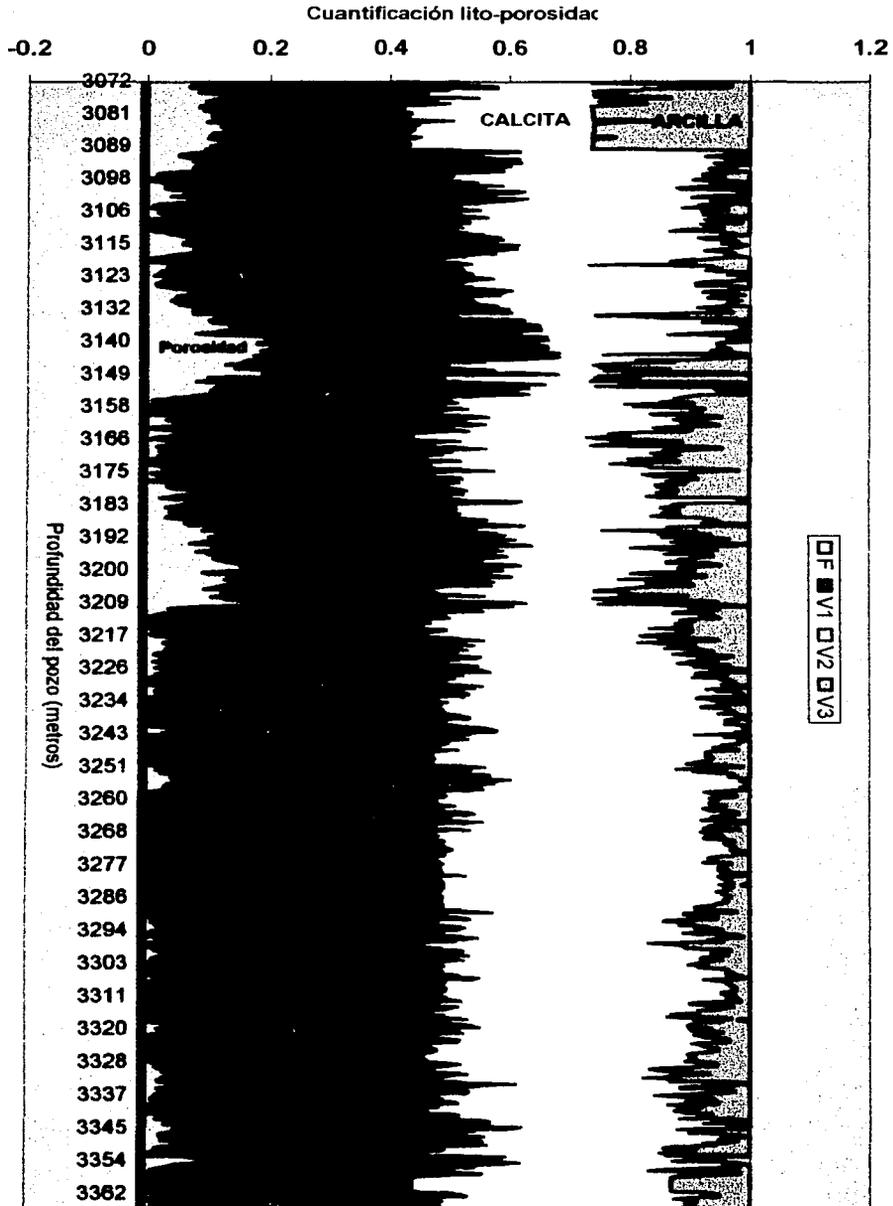
Caso de ejemplo del modelo completo

El registro litológico y petrofísico 4.1 muestra un ejemplo del modelo completo, el cual utiliza una base de datos de registros geofísicos de pozos. En el registro puede observarse la presencia de tres minerales por todo el pozo y una porosidad total (F), siendo la siguiente:

- Dolomita (V_1)
- Calcita (V_2)
- Lutita (V_3)

La cuantificación de la calcita y la dolomita es relativamente alta y ambas presentan casi las mismas cantidades por todo el pozo. Por lo contrario, el volumen de arcilla representa una parte mínima. La porosidad total disminuye con la profundidad del pozo.

EJEMPLO DEL MODELO COMPLETO



4.1 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.3 Modelo restringido

El modelo restringido es otra alternativa de plantear el sistema de ecuaciones (4.1), donde el volumen de arcilla (V_3) es un dato conocido del sistema. Por lo que se deben hacer los ajustes al sistema de ecuaciones para integrarlo a un modelo Solver. Para mostrar el modelo restringido se empleará el mismo modelo geológico del otro modelo anterior:

$$\begin{aligned}
 \Delta t - 110 V_3 &= 189 \Phi + 43.5 V_1 + 47.6 V_2 \\
 \Phi_N - 0.35 V_3 &= \Phi + 0.025 V_1 + 0.0 V_2 \\
 \rho_b - 2.90 V_3 &= \Phi + 2.87 V_1 + 2.71 V_2 \\
 1 - V_3 &= \Phi + V_1 + V_2
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Sus restricciones físicas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 0 &\leq V_1 \leq 1 \\
 0 &\leq V_2 \leq 1 \\
 0 &\leq V_3 \leq 1 \\
 0 &\leq \Phi \leq 1
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\text{Y ahora la función objetivo es: } \Phi + V_1 + V_2 = 1 - V_3 \tag{4.9}$$

Por lo tanto el modelo Solver obtendrá dos volúmenes mineralógicos, dolomita (V_1), calcita (V_2) y una porosidad total (Φ).

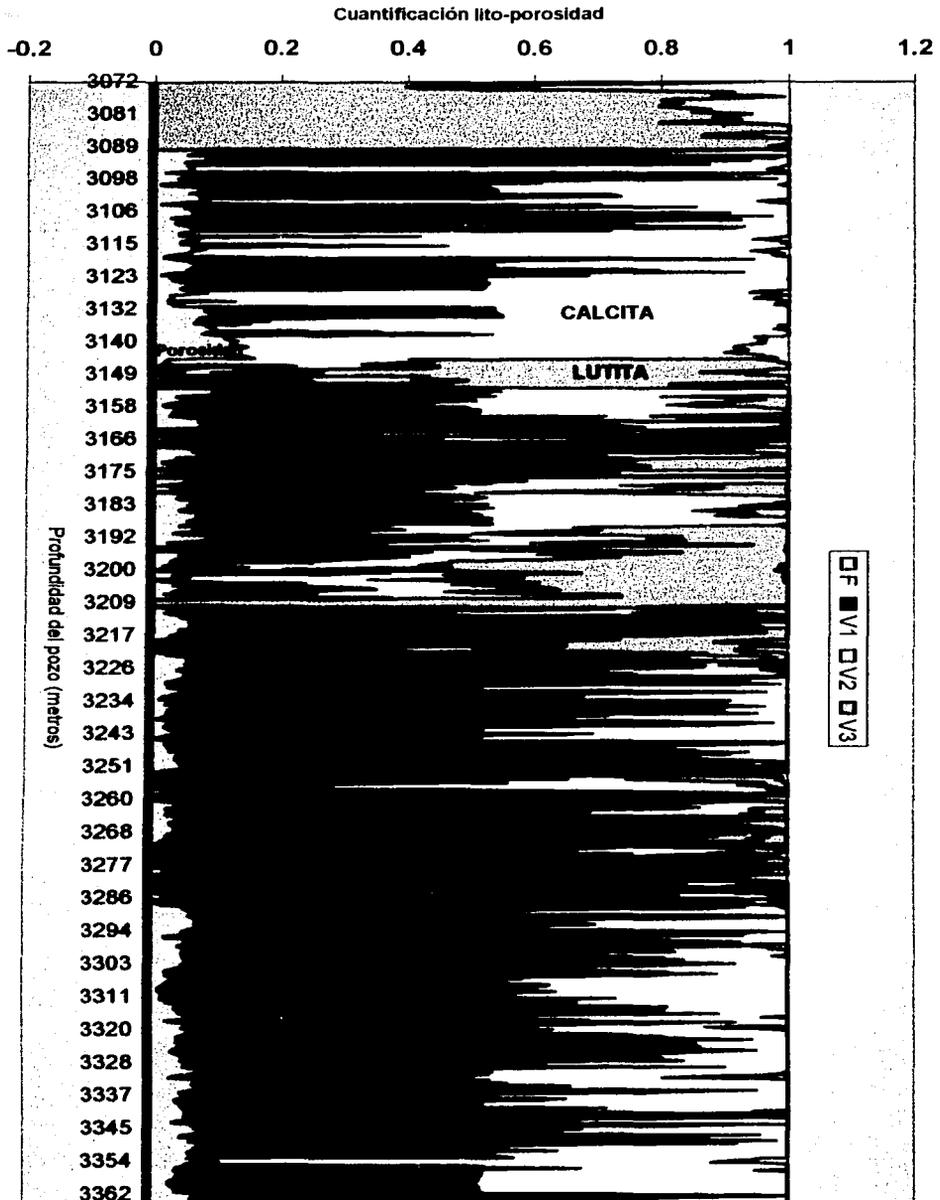
Caso de ejemplo del modelo restringido

El registro litológico y petrofísico 4.2 presenta un ejemplo del modelo restringido, el cual emplea la misma base de datos de registros geofísicos de pozos del ejemplo anterior. En él se observa una mezcla de tres minerales por toda la formación, siendo la siguiente:

- Dolomita (V_1)
- Calcita (V_2)
- Lutita (V_3)

El contenido de estas mineralogías es irregular. La cuantificación de la dolomita se incrementa notablemente por la mitad del pozo, la cual podría indicar geológicamente una dolomitización de la calcita. La porosidad total (F) es mínima, pero es regular por todo el pozo.

EJEMPLO DEL MODELO RESTRINGIDO



4.2 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.4 Casos de aplicación

Para cada uno de los casos de aplicación que se presentan en este subcapítulo se tiene un modelo de referencia, el cual se comparará con cada uno de los modelos, completo y restringido, obtenidos por la técnica de programación lineal del tipo Solver, teniendo los siguientes juegos:

- a) Modelo completo y Modelo de referencia
- b) Modelo restringido y Modelo de referencia

Estas comparaciones permitirán obtener diferencias litológicas y petrofísicas en ambos modelos. Además se podrá calcular los errores medios cuadráticos de cada parámetro litológico y petrofísico de estos modelos, por ejemplo el error medio cuadrático de la porosidad total se obtendrá con la formula:

$$\text{Error medio cuadrático} = \frac{\sqrt{\sum (\Phi - \Phi_{TH})^2}}{N}$$

Donde:

- Φ = porosidad total obtenida por el modelo completo o restringido
- Φ_{TH} = porosidad total teórica (modelo de referencia)
- N = número de datos de los registros geofísicos de pozos

Y para el volumen mineralógico se tiene:

$$\text{Error medio cuadrático} = \frac{\sqrt{\sum (V - V_{TH})^2}}{N}$$

Donde:

- V = volumen mineralógico obtenido por el modelo completo o restringido
- V_{TH} = volumen mineralógico teórico (modelo de referencia)
- N = número de datos de los registros geofísicos de pozos

Interpretación litológica y petrofísica del primer caso

Este primer caso se trata de un pozo en formaciones de carbonatos, cuyo registro compuesto está presentado en la Figura 4.3.

Se trata de una secuencia carbonatada, parcialmente dolomitizada, cuya porosidad en la zona del yacimiento es principalmente de tipo secundaria por cavidades de disolución y fracturas.

En este registro se identifican al menos tres grandes unidades:

- a) Intervalo 3,290 – 3,333 mbmr que se identifica como la roca sello del yacimiento, formado por secuencias de carbonatos arcillosos parcialmente dolomitizado.
- b) La zona del yacimiento, en el intervalo 3,333 – 3,409 constituido por una brecha calcárea en partes dolomitizada con abundantes cavidades de disolución y fracturas.
- c) Una unidad calcáreo – arcillosa en el intervalo 3,409 – 3,435.

La Figura 4.4 muestra la gráfica neutrón-densidad para el primer caso de aplicación. Se trata de una secuencia de carbonatos parcialmente dolomitizados, la porosidad con base a esta gráfica indica una alta variación entre 5 y 20%. Aún cuando en las formaciones estudiadas se presentan series arcillosas; esta gráfica no indica una tendencia clara a la zona de arcillas.

La combinación densidad-sónico para el primer caso es mostrado en la Figura 4.5. En esta gráfica no se aprecia claramente una tendencia litológica. La porosidad varía entre 7 y 20%. En esta gráfica la zona de arcillas se marca en:

$$\Delta t_{cl} = 90 \text{ } [\mu\text{s/ft}]$$

$$\rho_{cl} = 2.45 \text{ } [\text{g/cm}^3]$$

La gráfica neutrón-sónico en el primer caso está mostrada en la Figura 4.6. Para este ejemplo, la mineralogía predominante es una caliza con una incipiente dolomitización. La porosidad total varía entre 5 y 20%.

La gráfica combinada de lito-porosidad es mostrada en la Figura 4.7 para el primer caso. De acuerdo a esta combinación la litología predominante es una caliza parcialmente dolomitizada. Se distinguen intervalos arcillosos y algunos con porosidad secundaria.

La Figura 4.8 incluye la gráfica MID-Plot para el primer ejemplo de aplicación. De nueva cuenta esta gráfica indica una caliza ligeramente dolomitizada. No se aprecia porosidad secundaria ni los intervalos arcillosos.

Es evidente una variación de la litología, por lo que se realizó la cuantificación de la mineralogía con las opciones mencionadas. La Figura 4.9 muestra la evaluación realizada considerando el modelo restringido.

La Figura 4.10 incluye el caso del modelo de referencia, el cual es el evaluado con la técnica de lito-porosidad, sin considerar ninguna opción de optimización.

Por otra parte, la Figura 4.11 incluye una opción completa de optimización, por medio de la técnica de programación lineal.

La primera conclusión de este trabajo es que la técnica de optimización no aporta por sí mismo, resultados satisfactorios. Para lograr una mejor definición, se debe de estimar el volumen de arcilla y luego este valor se introduce en el sistema de ecuaciones. De esta forma, las opciones a considerar son el modelo restringido y su comparación con el modelo de referencia.

Comparaciones entre el modelo restringido y el modelo de referencia del primer caso

La cuantificación de la *porosidad total* y su distribución entre el modelo restringido y el de referencia es casi igual por todo el pozo. Su error medio cuadrático es mínimo, pues es de 0.1 por ciento.

Los minerales de *Calcita* y *Dolomita* muestran diferencias en su cuantificación entre estos modelos. Sus errores son relativamente altos; pues el de la Dolomita es 0.62 y de la Calcita es 0.64. Sin embargo, las distribuciones de estas mineralogías coinciden en ciertas profundidades para ambos modelos.

Por lo que se refiere al volumen de Lutita y su distribución en el pozo es la misma para ambos modelos, ya que éste es el volumen mineralógico conocido.

Errores medios cuadráticos

Los siguientes errores se obtuvieron de la comparación del modelo completo y el de referencia:

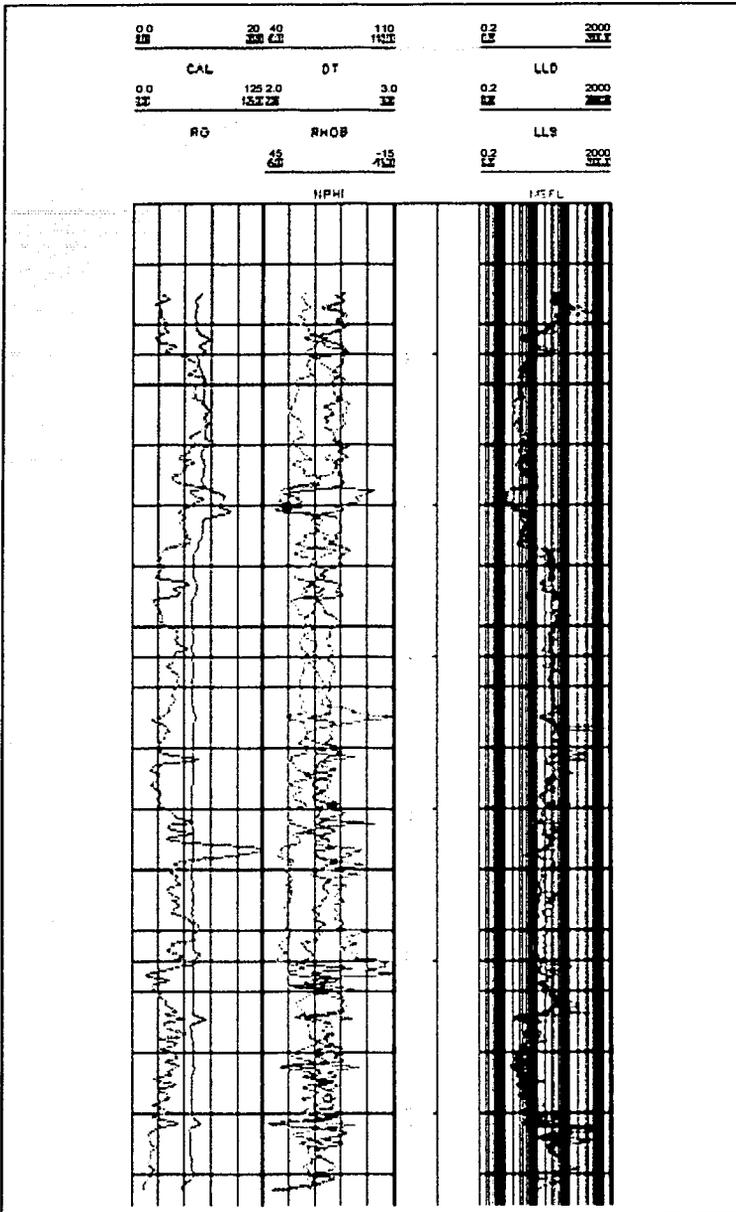
PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.21
Dolomita	0.73
Calcita	0.62
Lutita	0.67

Y los siguientes errores se determinaron de la comparación del modelo restringido y el de referencia:

PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.1
Dolomita	0.62
Calcita	0.64
Lutita	0.0

Los errores en el "modelo restringido" disminuyen notablemente en comparación con los del "modelo completo". Esto es debido a que el modelo restringido tiene un dato conocido. Por eso este modelo tiene más confiabilidad en sus resultados que el modelo completo.

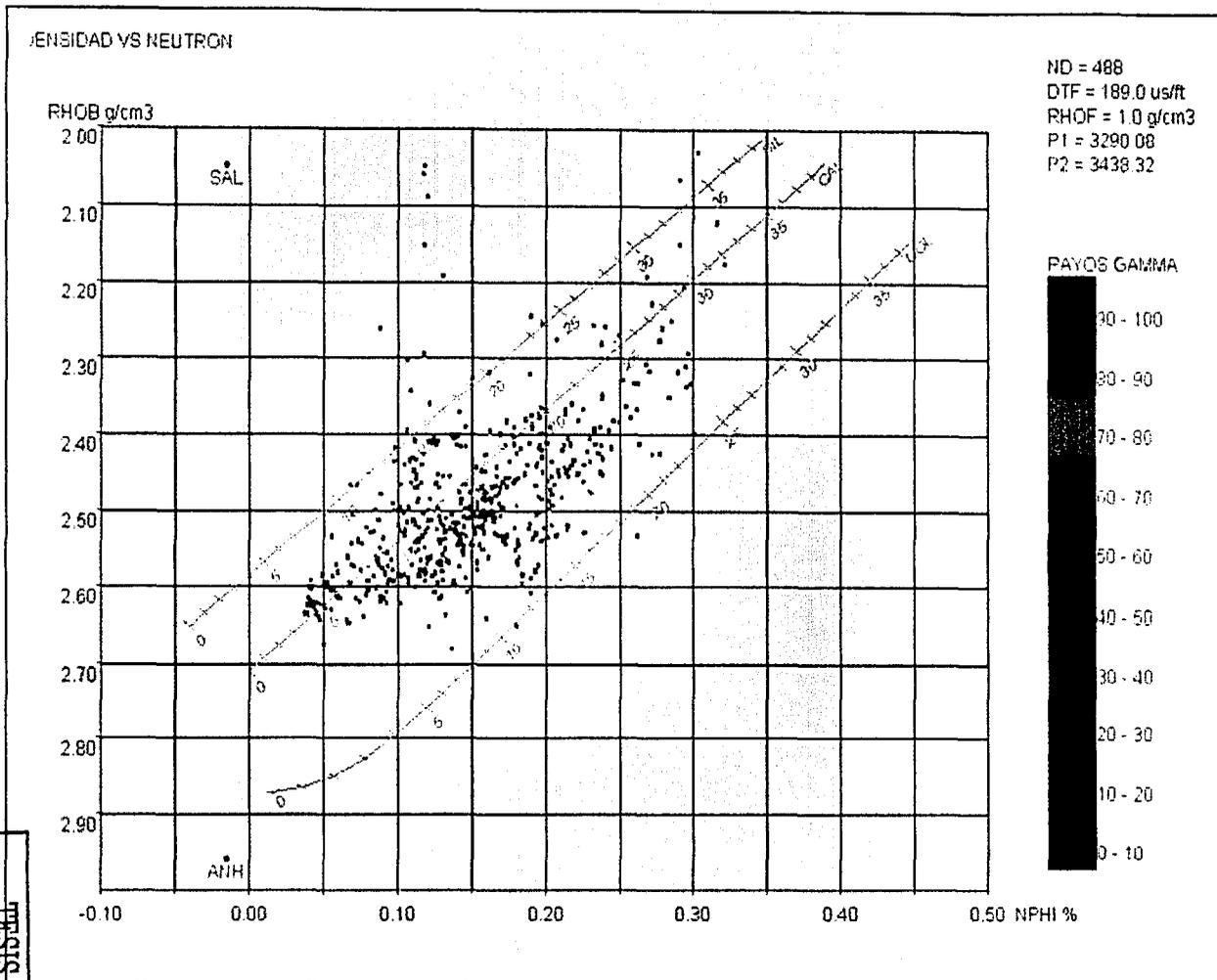
Primer caso



TESIS CON
FALLA DE ORIGE

4.3 Registro geofísico de pozo

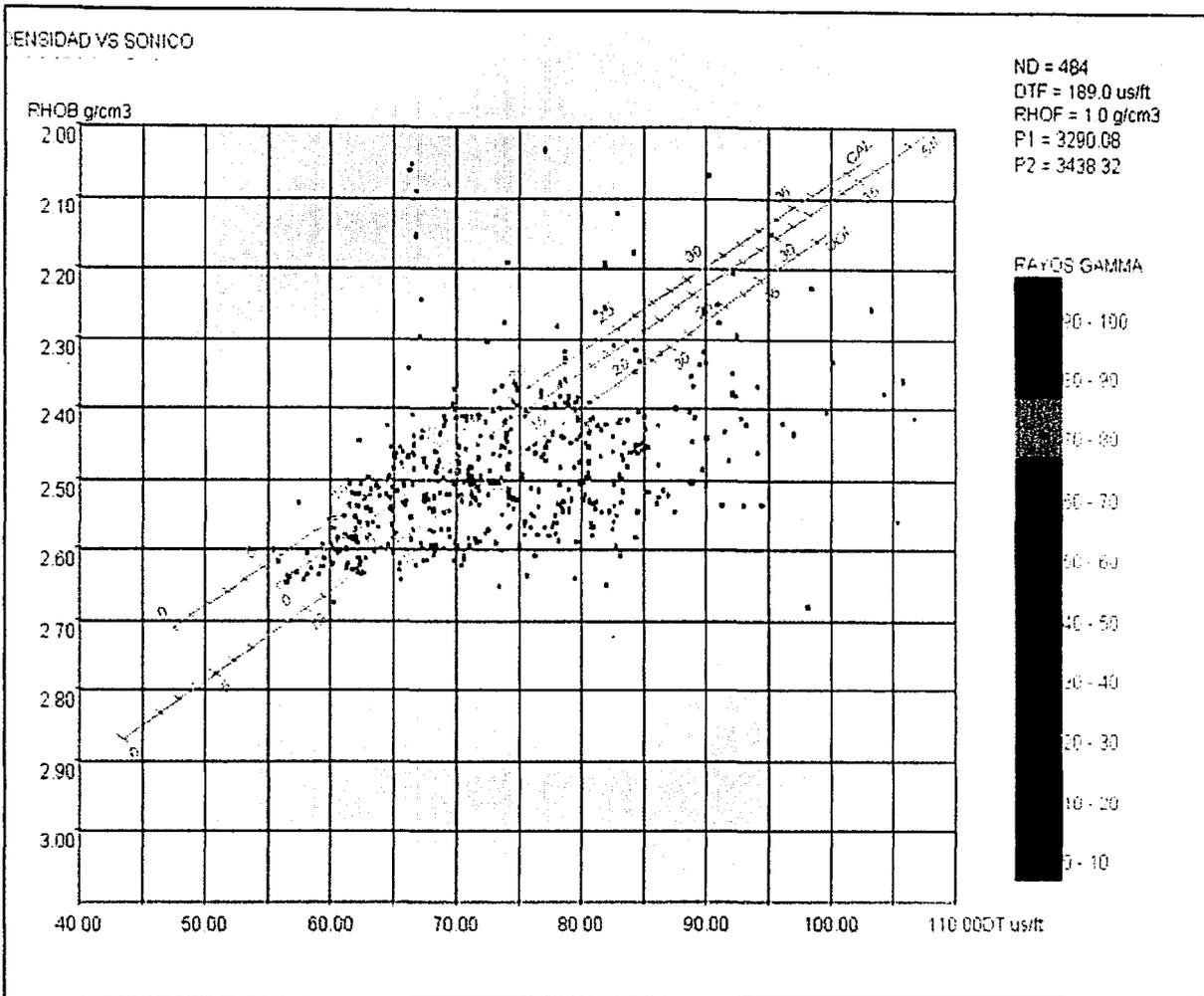
Primer caso



4.4 Gráfica cruzada: densidad vs. neutrón

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

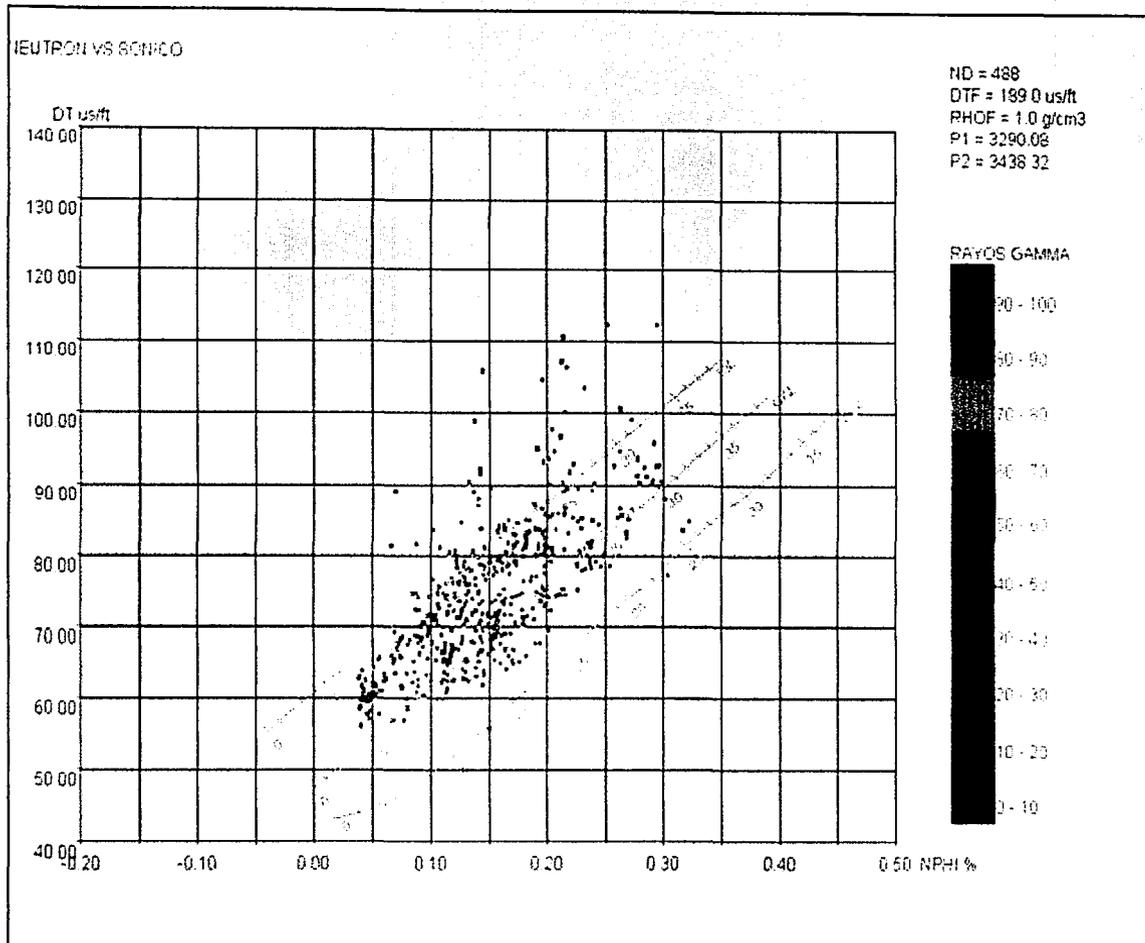
Primer caso



4.5 Gráfica cruzada: densidad vs. sónico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

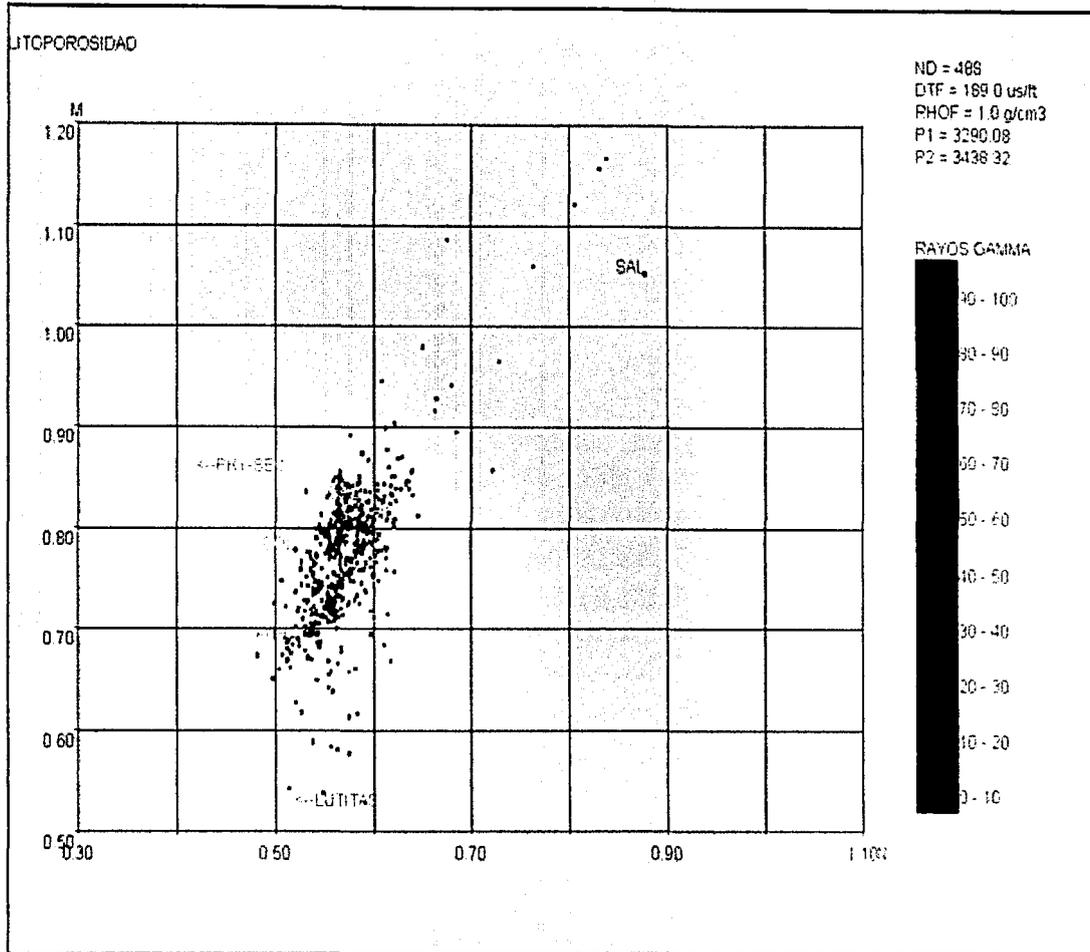
Primer caso



4.6 Gráfica cruzada: neutrón vs. sónico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

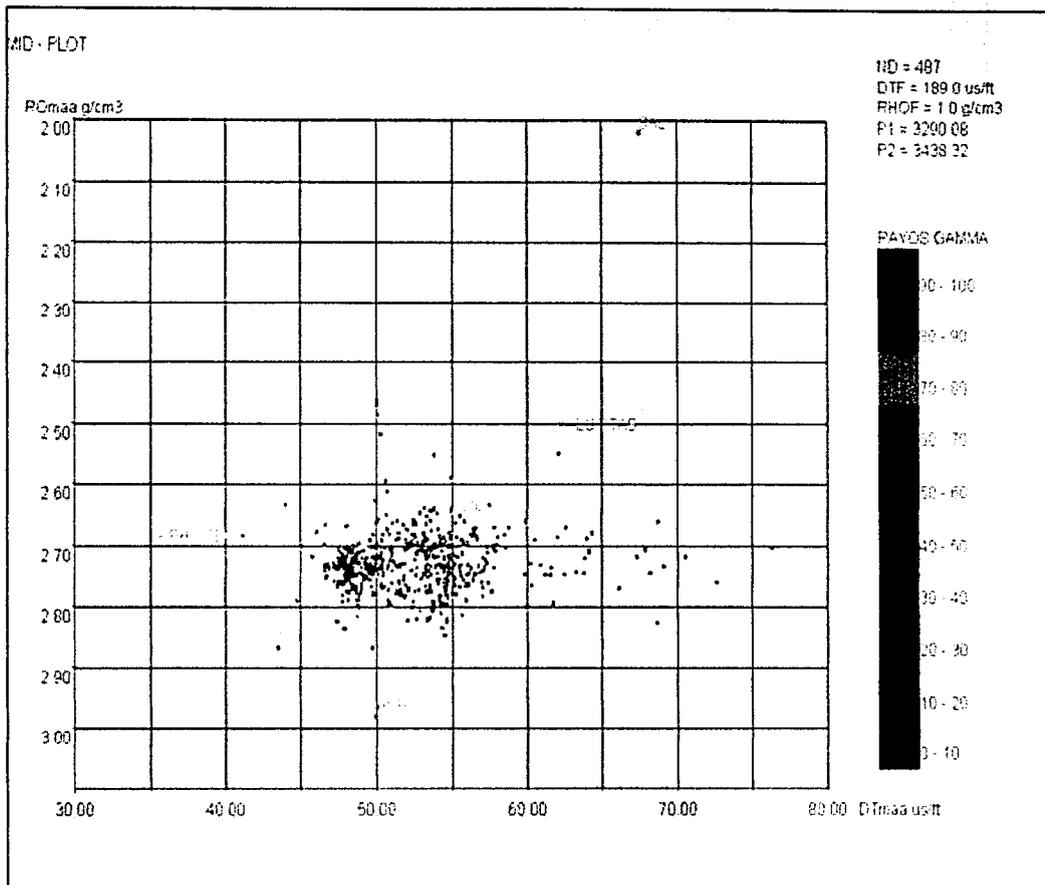
Primer caso



4.7 Gráfica lito-porosidad

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

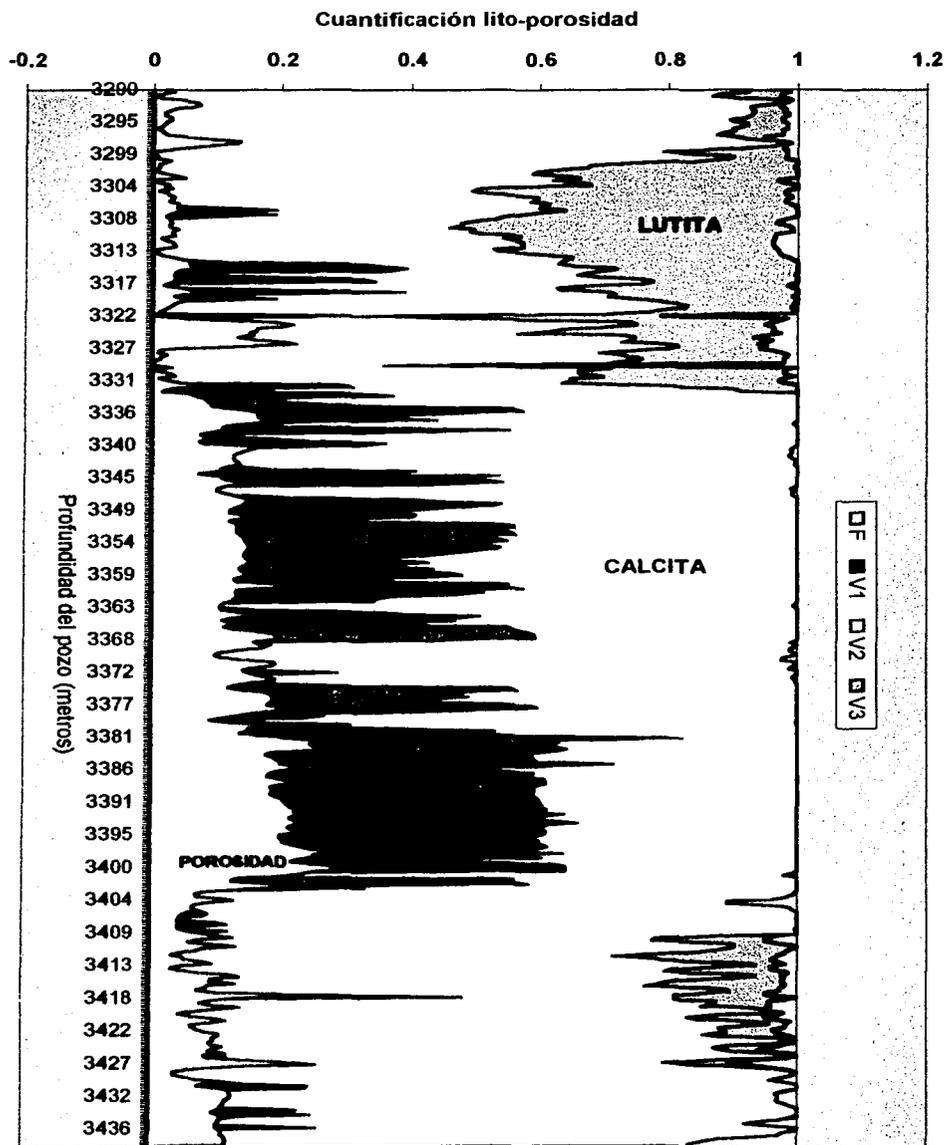
Primer caso



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.8 Gráfica MID-Plot

PRIMER CASO: MODELO RESTRINGIDO

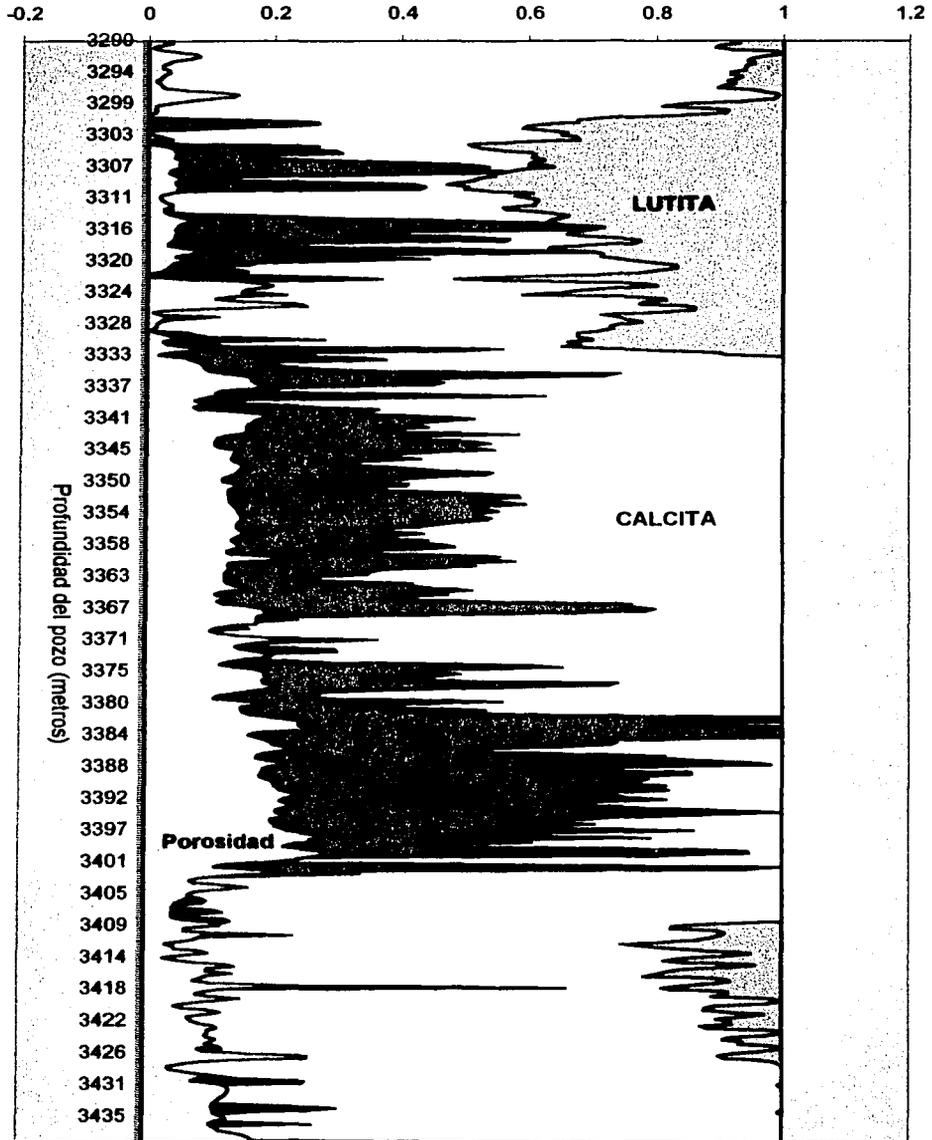


4.9 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

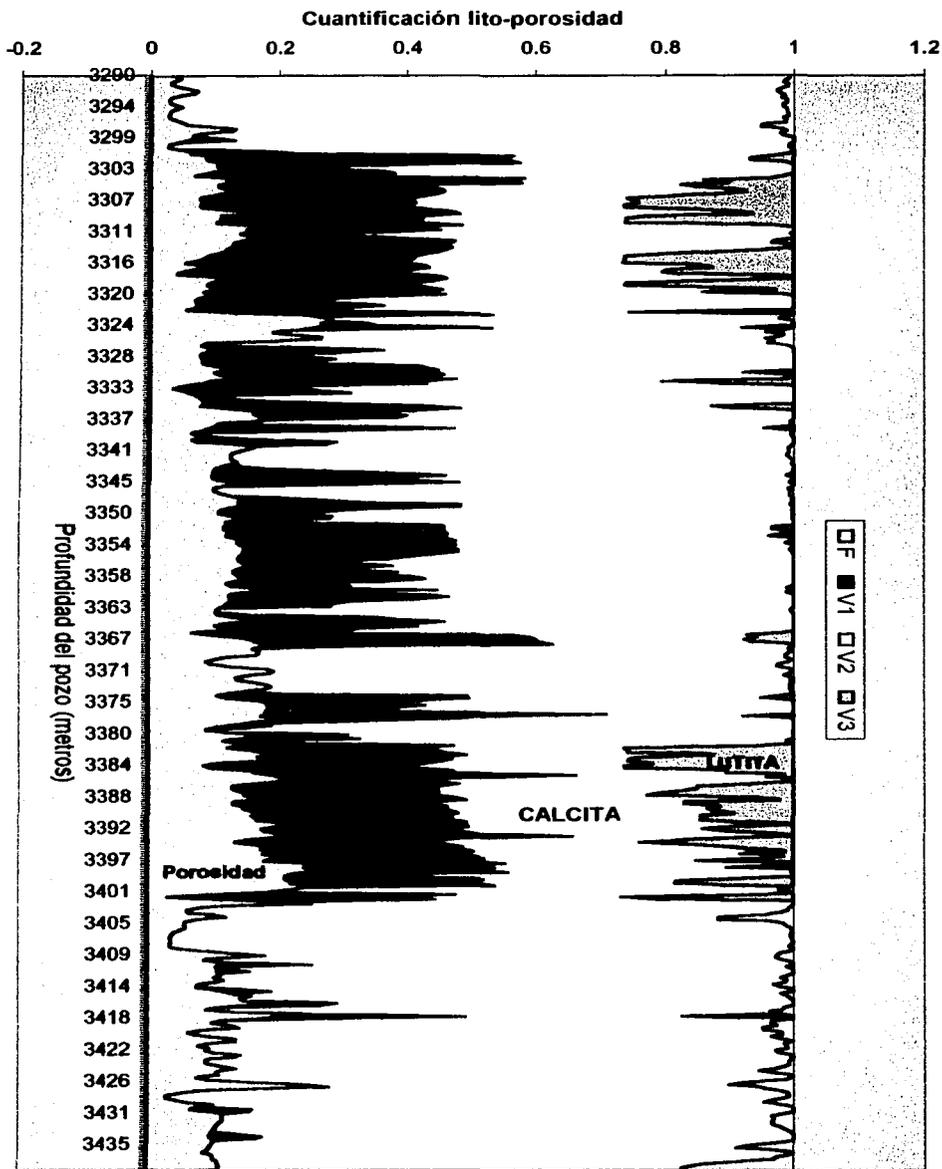
MODELO DE REFERENCIA DEL CASO 1

Cuantificación lito-porosidad



4.10 Registro litológico y petrofísico

PRIMER CASO: MODELO COMPLETO



4.11 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Interpretación litológica y petrofísica del segundo caso

Este segundo caso se trata de un pozo en rocas carbonatadas, cuyo registro compuesto está presentado por la Figura 4.12.

Se trata de formaciones constituidas por secuencias carbonatadas parcialmente dolomitizadas, en la cual su porosidad es principalmente del tipo secundaria por fracturas naturales y por cavidades de disolución. En el registro se identifican al menos dos grandes unidades:

- a) La roca sello del yacimiento, en el intervalo 3,530 – 3,549 mbmr está constituida por dolomías arcillosas.
- b) El intervalo 3,550 – 3,598 se tiene la zona del yacimiento formado por una brecha calcárea en partes dolomitizada con abundantes cavidades de disolución y fracturas naturales.

La Figura 4.13 muestra la combinación neutrón – densidad del segundo caso de aplicación. Se distingue una caliza - dolomitizada con porosidad en el rango 2 a 10%. No se hacen evidentes los intervalos arcillosos.

La combinación densidad-sónico para el segundo ejemplo es representado por la Figura 4.14. No hay en este caso una evidencia clara de la litología. De nueva cuenta los intervalos arcillosos se identifican en la zona vecina al punto:

$$\Delta t_{cl} = 70 \text{ } [\mu\text{s/ft}]$$

$$\rho_{cl} = 2.6 \text{ } [\text{g/cm}^3]$$

La Figura 4.15 presenta la combinación neutrón – sónico del segundo caso. Una vez más se aprecia que la litología principal es una caliza dolomitizada con el rango de porosidad entre 2 y 7%.

La gráfica de lito-porosidad es mostrada en la Figura 4.16. Se marca que la litología es una caliza dolomitizada. Se aprecia la tendencia de los intervalos arcillosos, así como abundantes intervalos con porosidad secundaria.

La gráfica MID-Plot indica una formación con alta incidencia de porosidad secundaria, constituida por calizas parcialmente dolomitizadas. Esta gráfica se muestra en la Figura 4.17.

Las Figuras 4.18 a 4.20 presentan las diversas salidas de los modelos de interpretación.

Comparaciones entre el modelo restringido y el modelo de referencia del segundo caso

La cuantificación de la *porosidad total* se termina, en el modelo restringido, en la profundidad de 3,598 metros aproximadamente, en cambio en el modelo de referencia la porosidad total continúa su cuantificación hasta al final del pozo. Además en el modelo de referencia la porosidad total es mayor que en el modelo restringido, pues su valor máximo es de 0.1 aproximadamente.

Los minerales de *Calcita* y *Dolomita* muestran diferencias entre estos modelos. Una diferencia notable está en el volumen de Dolomita en el modelo restringido, pues éste tiene valores altos de hasta 0.9, en el intervalo 3,598 – 3,606 metros. Sus errores son relativamente altos; pues el de la Dolomita es 1.92 y de la Calcita es 2.04. El volumen de *Lutita* y su distribución en el pozo es la misma para estos modelos, ya que éste es el volumen mineralógico conocido. Por eso su error es de 0.00 por ciento.

Errores medios cuadráticos

Los siguientes errores se obtuvieron por la comparación del modelo completo y el de referencia:

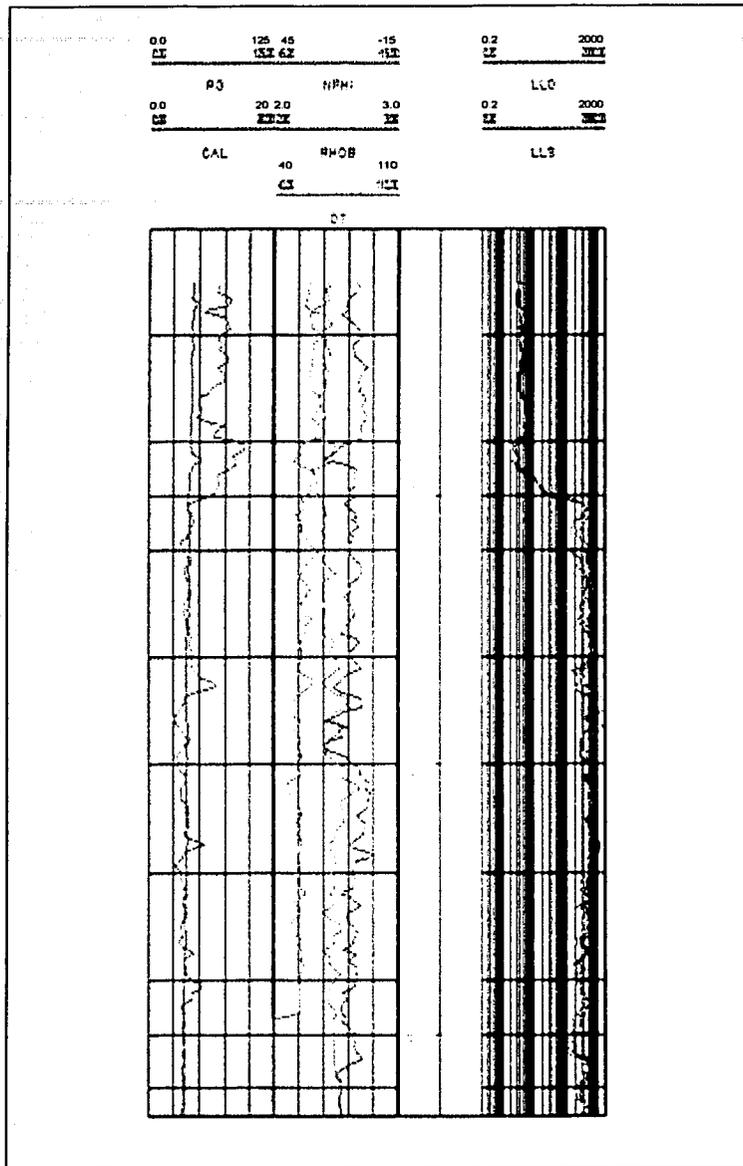
PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.29
Dolomita	1.83
Calcita	1.99
Lutita	1.27

Y los siguientes errores se determinaron por la comparación del modelo restringido y el de referencia:

PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.21
Dolomita	1.92
Calcita	2.04
Lutita	0.0

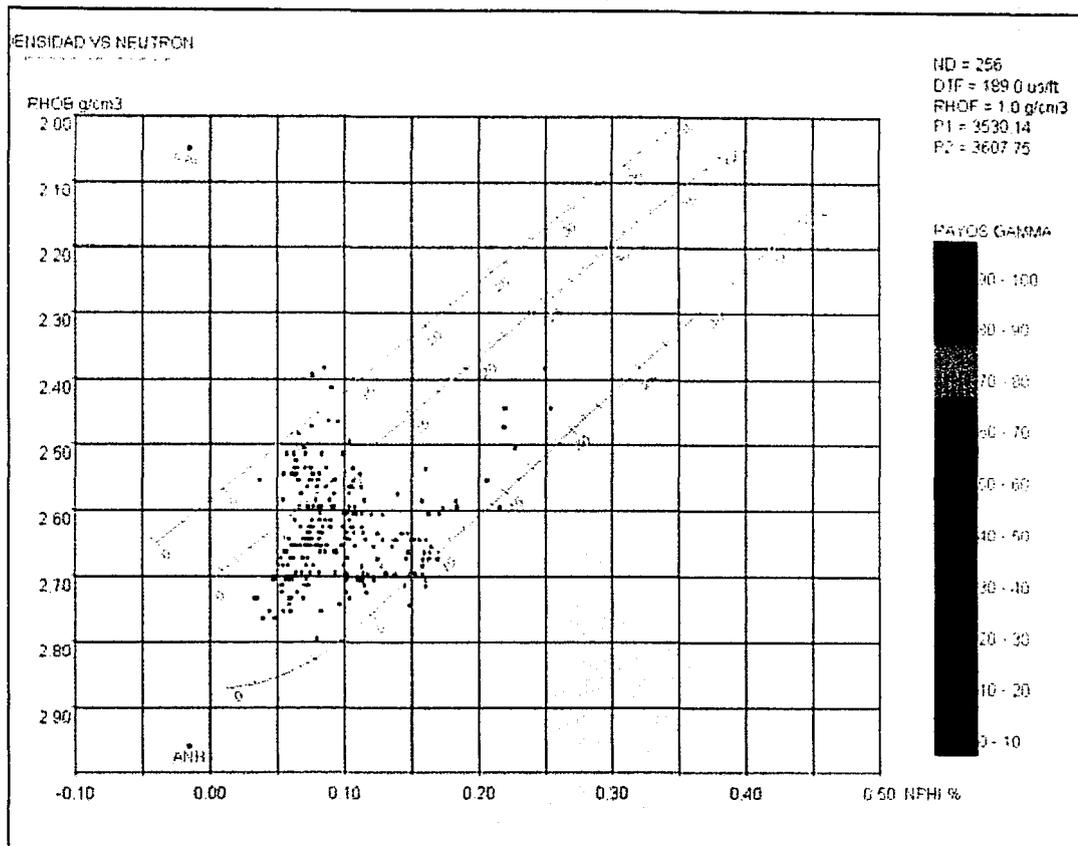
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Segundo caso



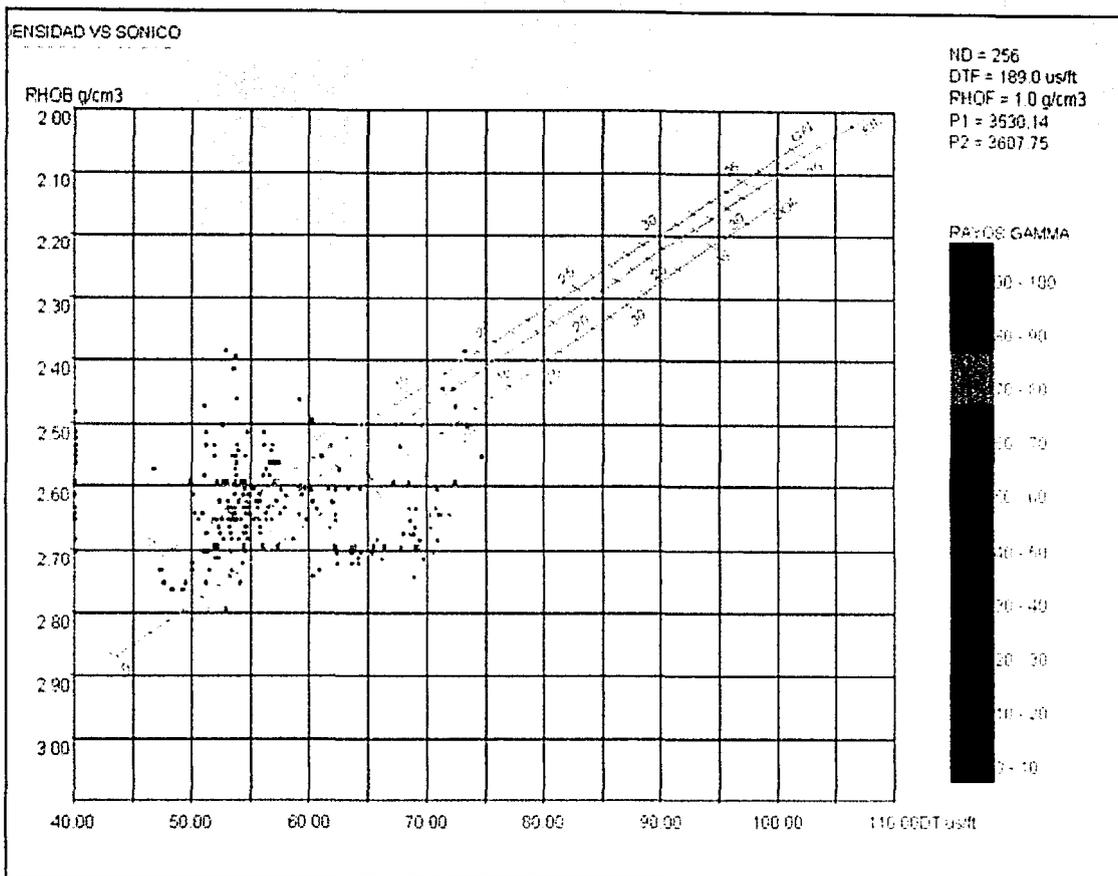
4.12 Registro geofísico de pozo

Segundo caso



4.13 Gráfica cruzada: densidad vs. neutrón

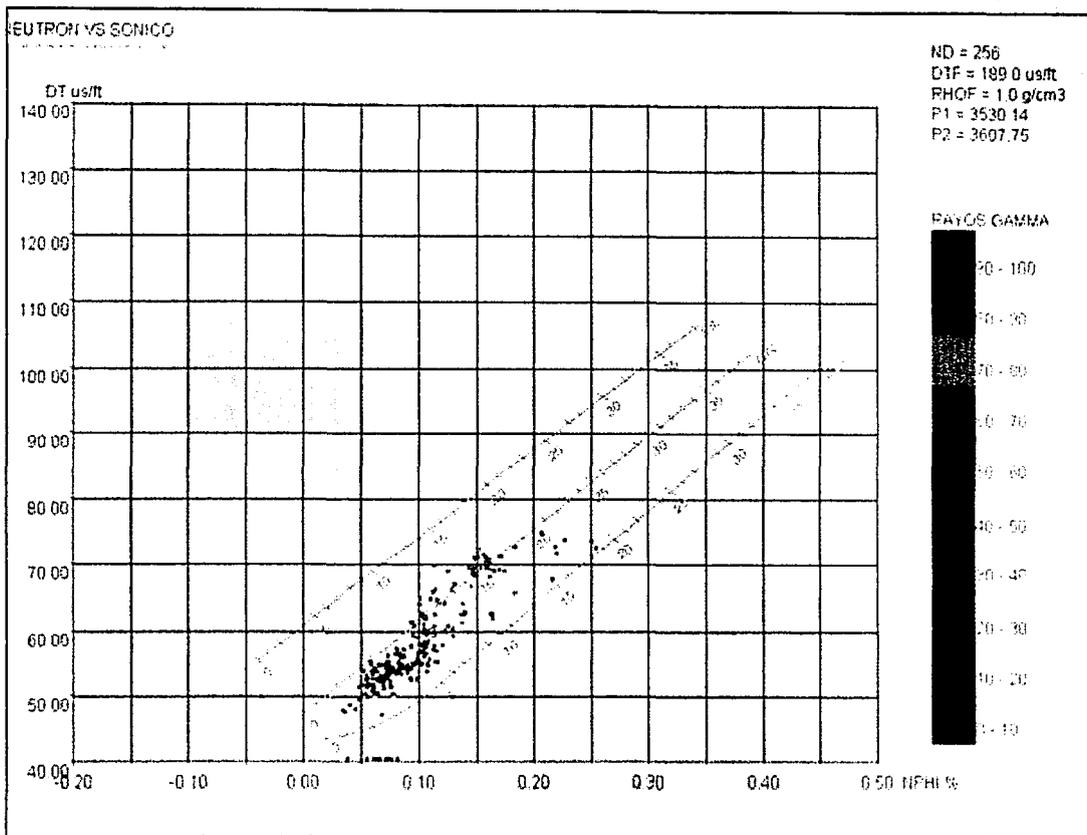
Segundo caso



4.14 Gráfica cruzada: densidad vs. sónico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

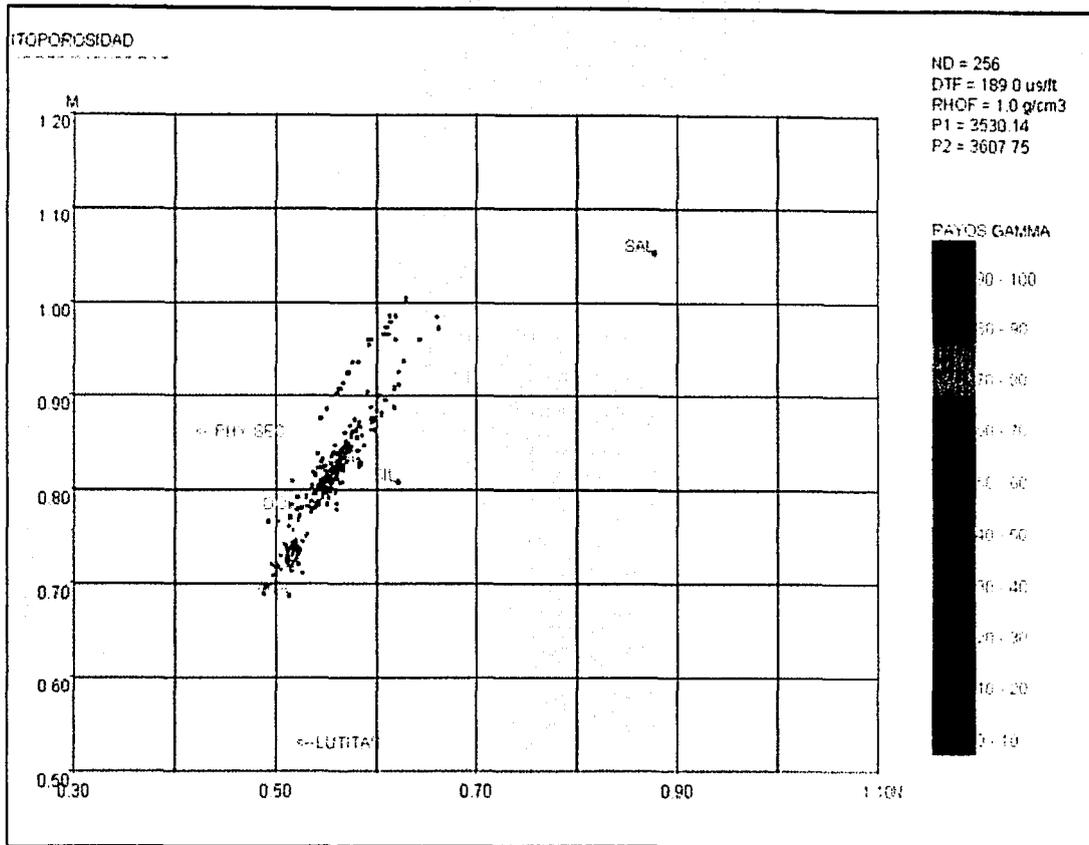
Segundo caso



4.15 Gráfica cruzada: neutrón vs. sónico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

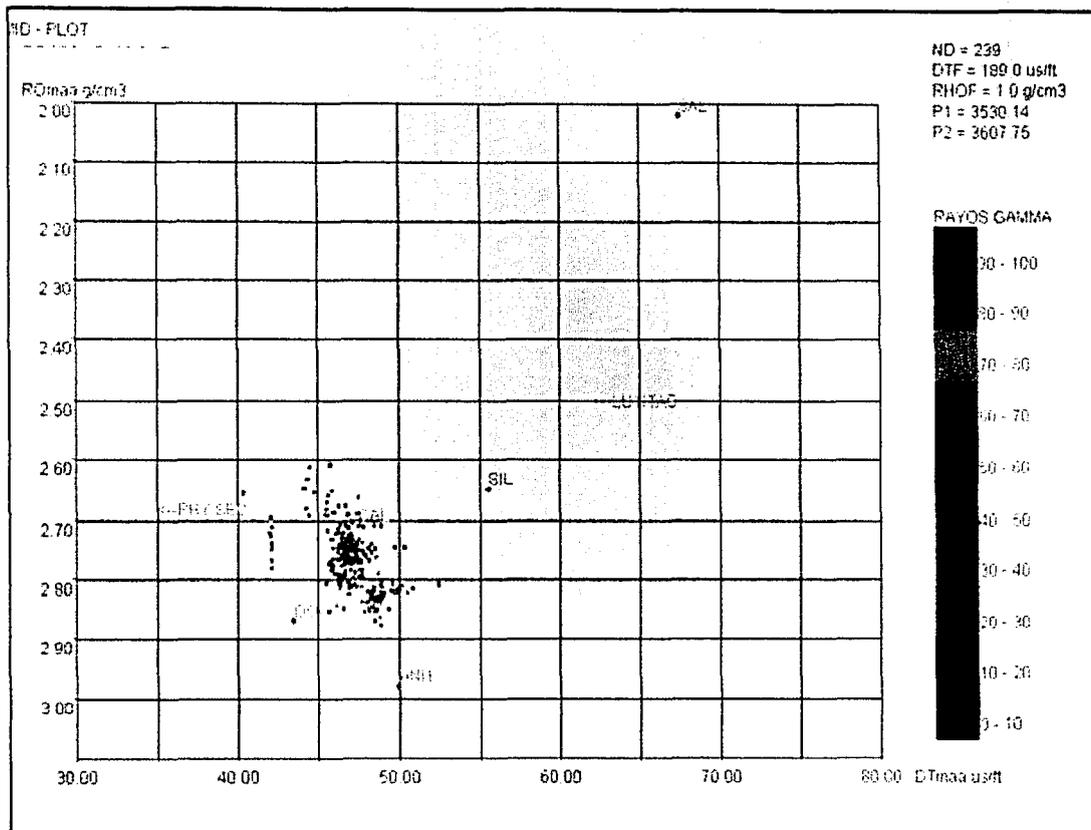
Segundo caso



4.16 Gráfica lito-porosidad

TESIS CON
FALTA DE ORIGEN

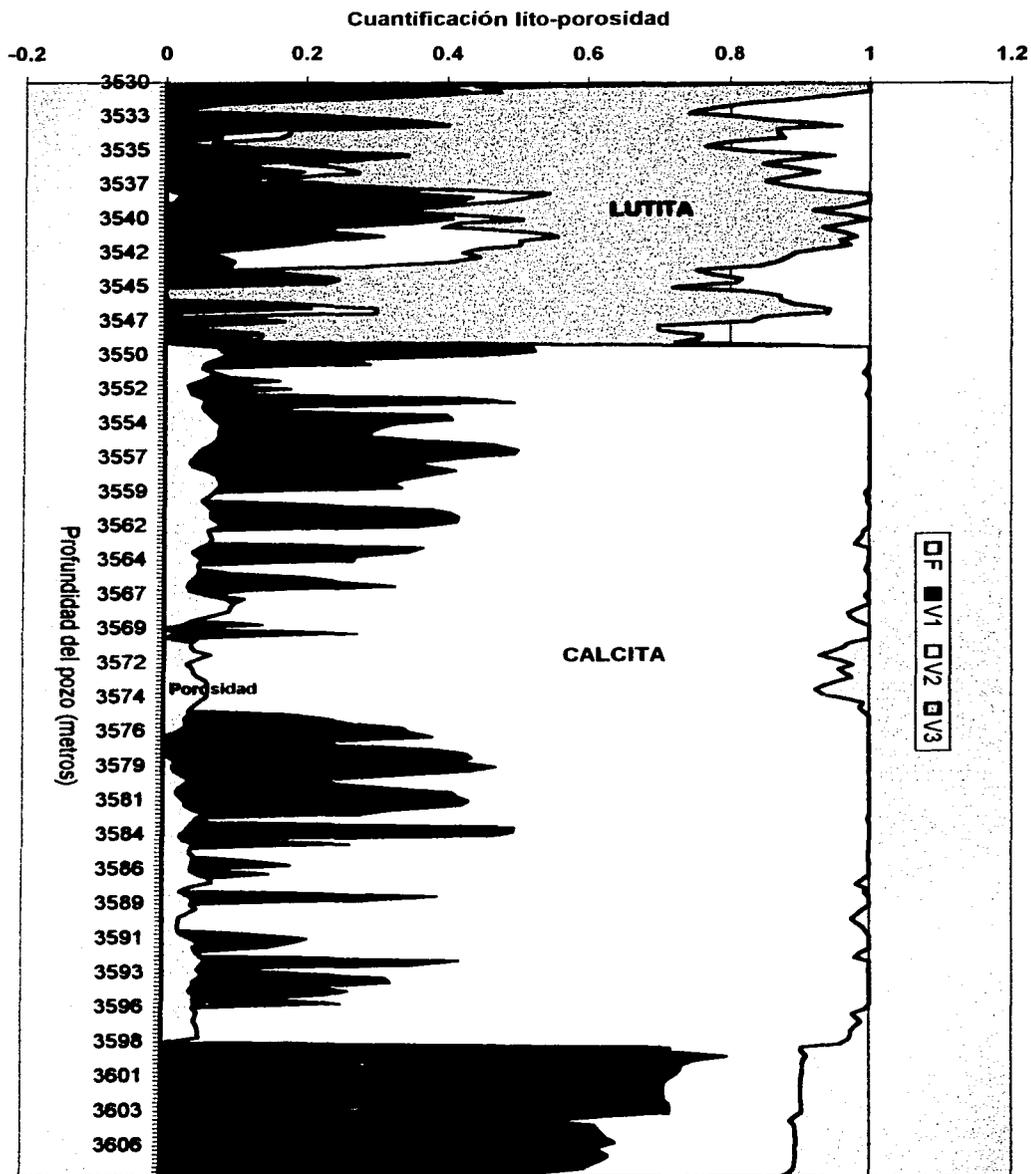
Segundo caso



4.17 Gráfica MID-Plot

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

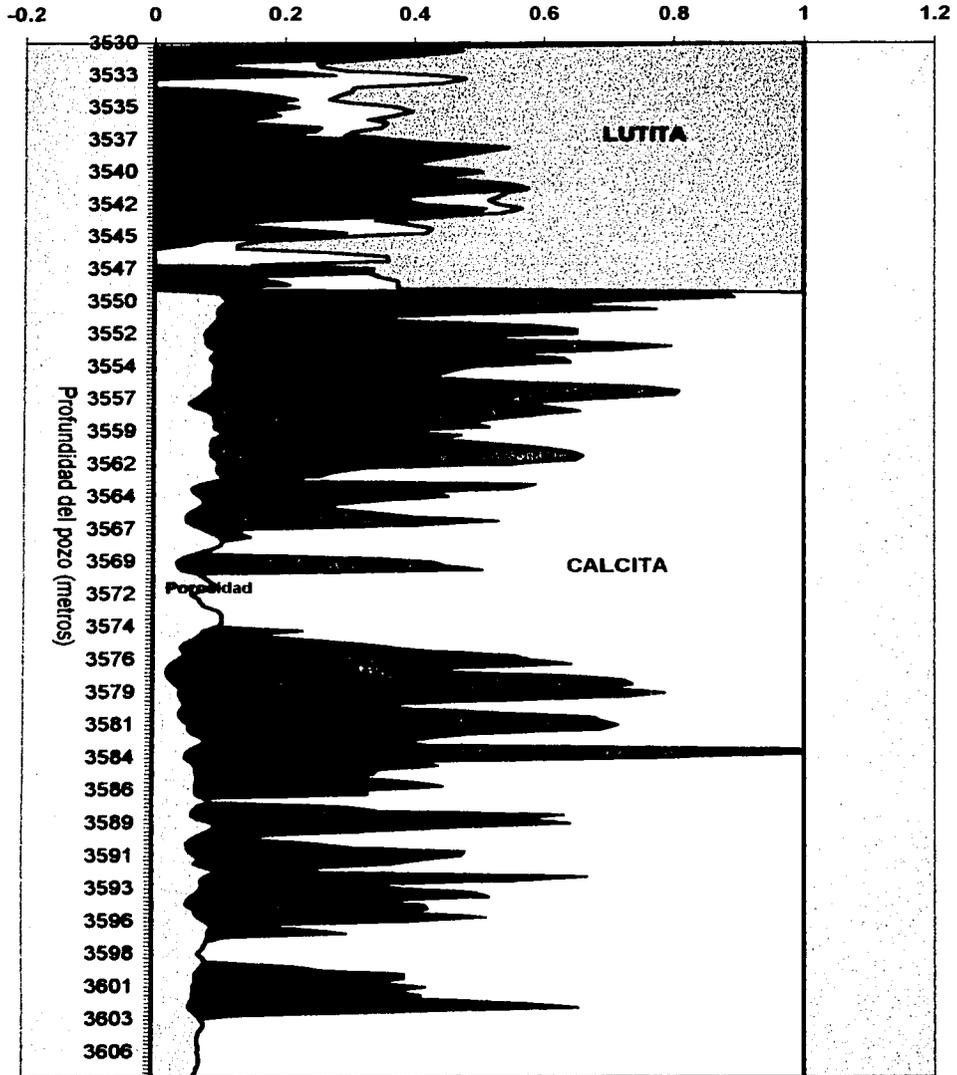
SEGUNDO CASO: MODELO RESTRINGIDO



4.18 Registro litológico y petrofísico

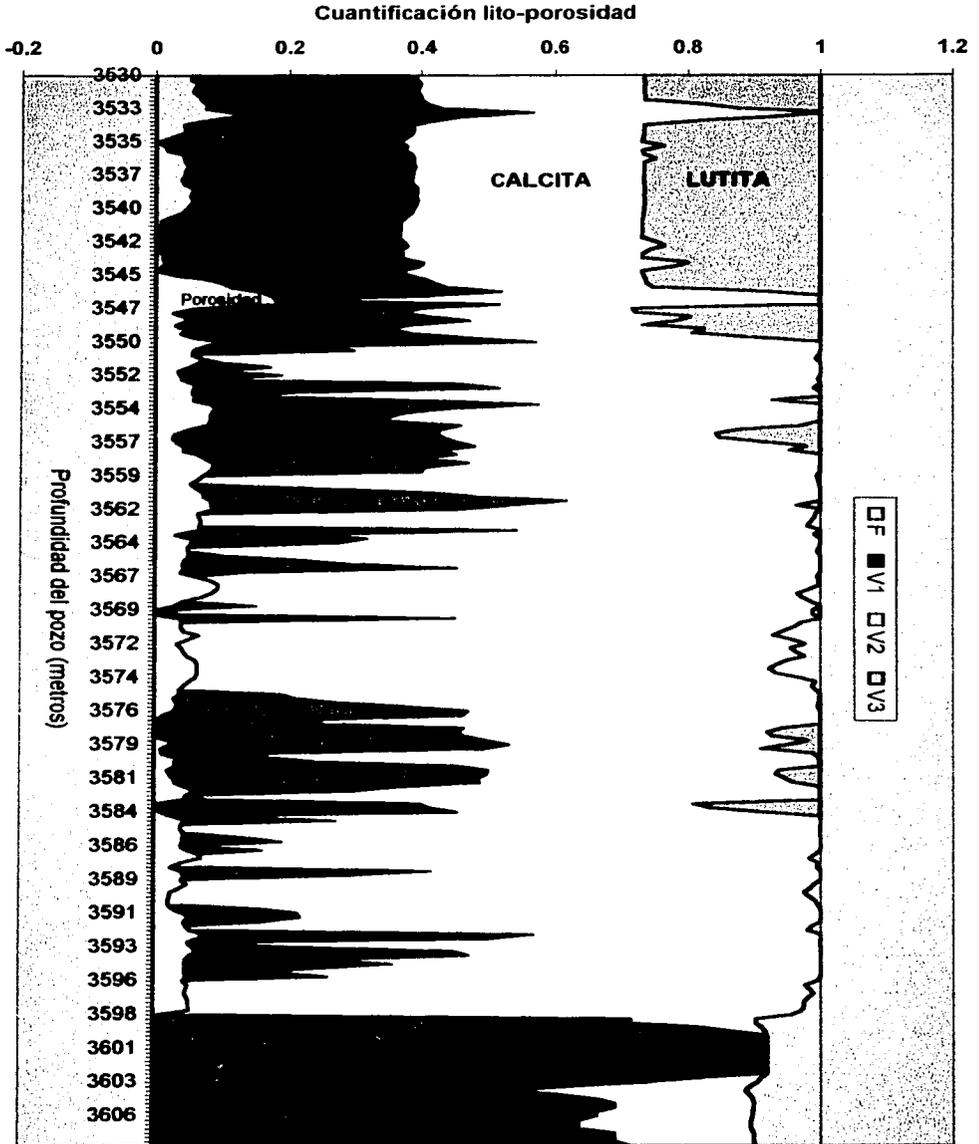
MODELO DE REFERENCIA DEL CASO 2

Cuantificación lito-porosidad



4.19 Registro litológico y petrofísico

SEGUNDO CASO: MODELO COMPLETO



4.20 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Interpretación litológica y petrofísica del tercer caso

En el tercer caso se trata de un pozo en formaciones carbonatadas, cuyo registro geofísico de pozo está presentado en la figura 4.21.

Se trata de una secuencia carbonatada, parcialmente dolomitizada, cuya porosidad en la zona del yacimiento es principalmente de tipo secundario por cavidades de disolución y fracturas naturales. En este registro se observa al menos dos grandes unidades:

- a) El intervalo 3,260 – 3,273 mbmr se identifica una secuencia caliza arcillosa siendo ésta la roca sello.
- b) La zona del yacimiento está en el intervalo 3,273 – 3,324 constituido por una brecha calcárea en partes dolomitizada con abundantes cavidades de disolución y fracturas naturales.

La Figura 4.22 muestra la gráfica neutrón-densidad para el tercer caso de aplicación. Se trata de una formación de carbonatos con una incipiente dolomitización cuyo rango de porosidad con base a esta gráfica varía entre 1 y 14%. En estas formaciones estudiadas se presentan series arcillosas; esta gráfica no indica una tendencia clara a la zona de arcillas.

La combinación densidad-sónico para el tercer caso es mostrada en la Figura 4.23. En esta gráfica se aprecia una secuencia de caliza. La porosidad tiene un rango de 5 a 12%. En esta gráfica la zona de arcilla se marca en:

$$\Delta t_{cl} = 64 \text{ } [\mu\text{s}/\text{ft}]$$

$$\rho_{cl} = 2.55 \text{ } [\text{g}/\text{cm}^3]$$

La gráfica combinada de lito-porosidad es mostrada en la Figura 4.24 para el tercer caso. De acuerdo a esta gráfica la litología predominante es una caliza ligeramente dolomitizada. Se distingue un intervalo arcilloso. La presencia de porosidad secundaria es clara.

La Figura 4.25 incluye la gráfica MID-Plot para el tercer ejemplo de aplicación. De nueva cuenta esta gráfica indica una caliza ligeramente dolomitizada. Se aprecia una baja incidencia de porosidad secundaria, además se nota una tendencia de los intervalos arcillosos.

Las Figuras 4.26 a 4.28 muestran las diferentes salidas de los modelos de interpretación.

Comparaciones entre el modelo restringido y el modelo de referencia del tercer caso

En el modelo de referencia la cuantificación de la *porosidad total* es más alta que en el modelo restringido. Su error medio cuadrático es de 0.24 por ciento, el cual es más pequeño en relación con el "modelo completo" (ver tablas de errores).

En el modelo restringido aparece un volumen de dolomita en el intervalo 3,260 – 3,273, mientras que en el de referencia no existe este volumen para el mismo intervalo. En el modelo de referencia el contenido de la dolomita es mayor que en el restringido. Para estos modelos los errores de las mineralogías son: el de la Dolomita es 1.47 y de la Calcita es 1.68.

Errores medios cuadráticos

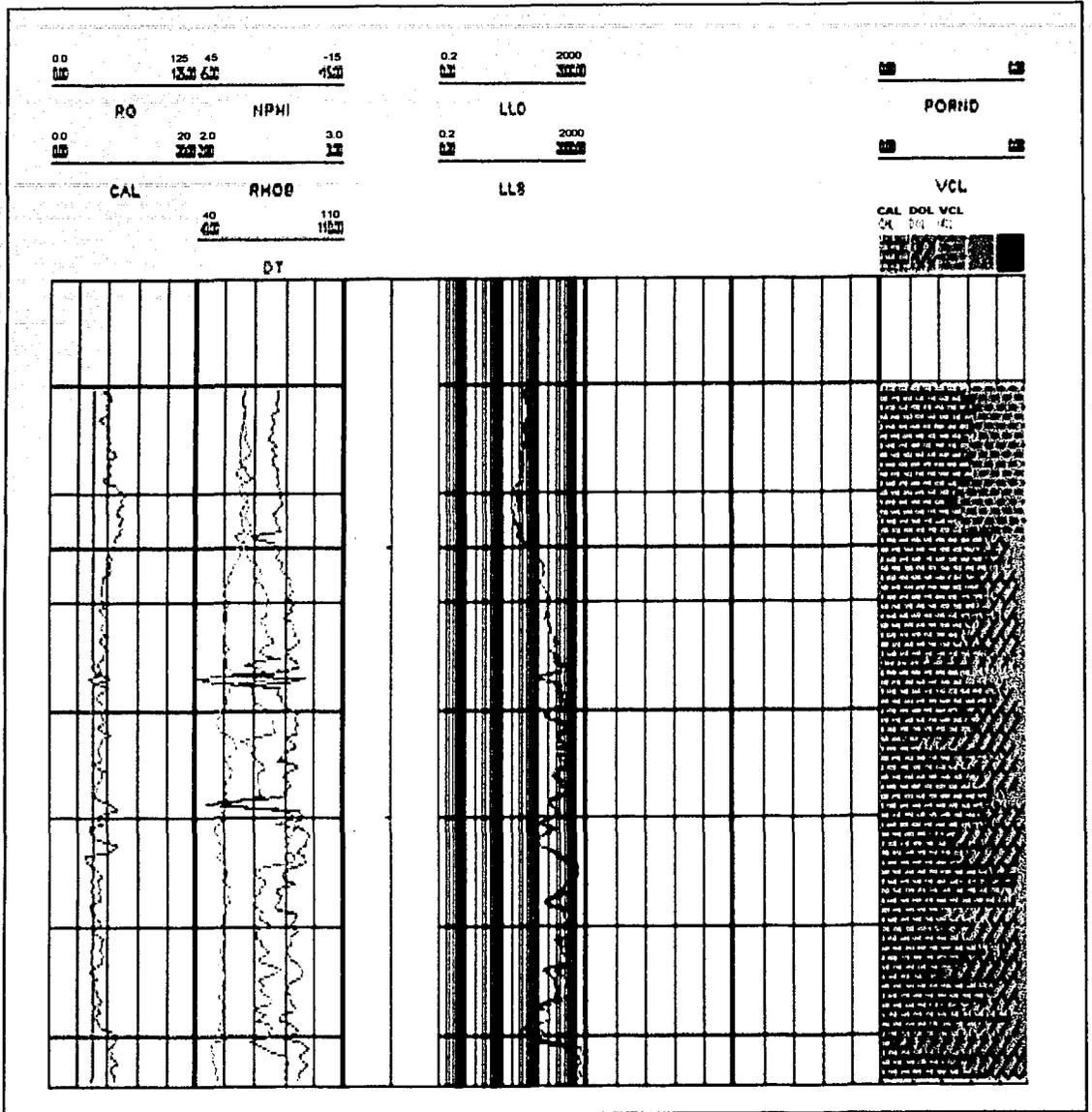
Los siguientes errores se obtuvieron de la comparación del modelo completo y el de referencia:

PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.42
Dolomita	1.31
Calcita	1.52
Lutita	1.33

Y los siguientes errores se determinaron de la comparación del modelo restringido y el de referencia:

PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.24
Dolomita	1.47
Calcita	1.68
Lutita	0.0

Tercer caso



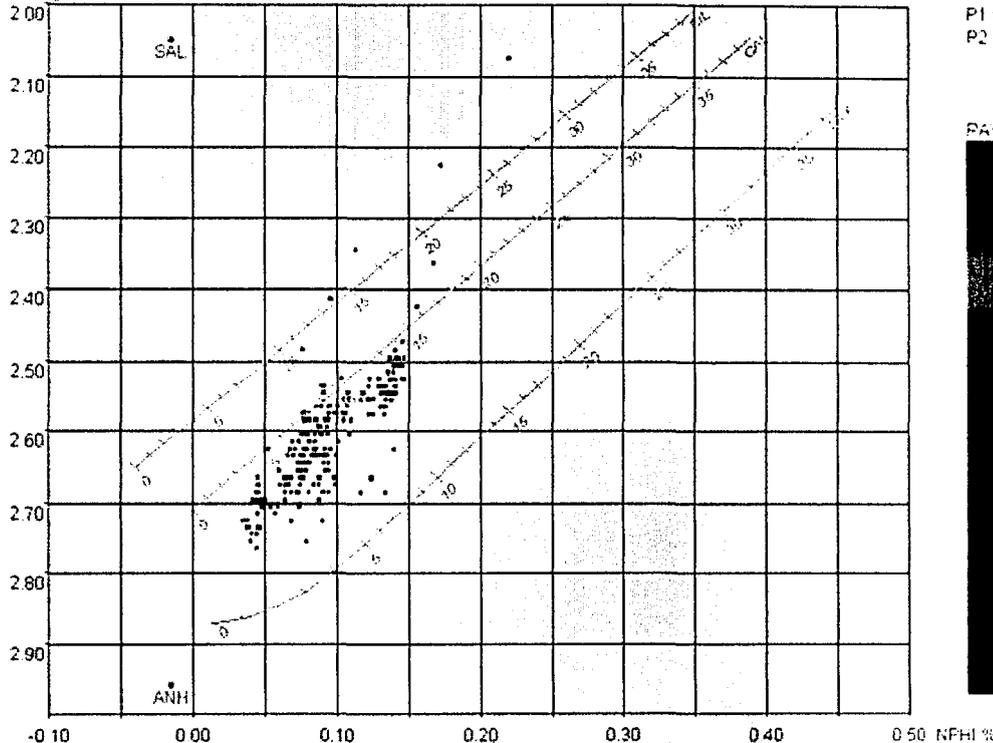
4.21 Registro geofísico de pozo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tercer caso

ENSIDAD VS NEUTRON

RHOB g/cm3



ND = 210
 DTF = 189.0 us/ft
 RHCF = 1.0 g/cm³
 P1 = 3260 30
 P2 = 3324 83

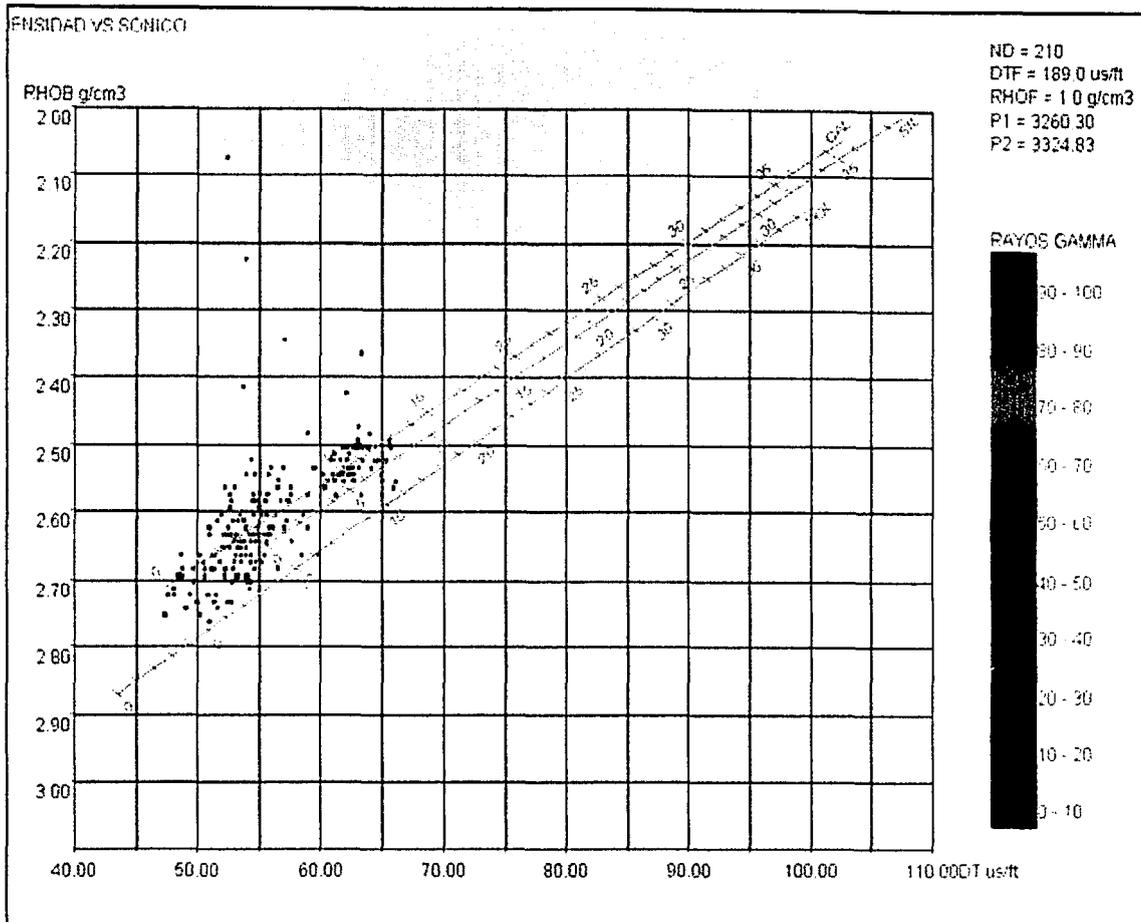
RATOS GAMMA

90 - 100
 80 - 90
 70 - 80
 60 - 70
 50 - 60
 40 - 50
 30 - 40
 20 - 30
 10 - 20
 0 - 10

4.22 Gráfica cruzada: densidad vs. neutrón

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

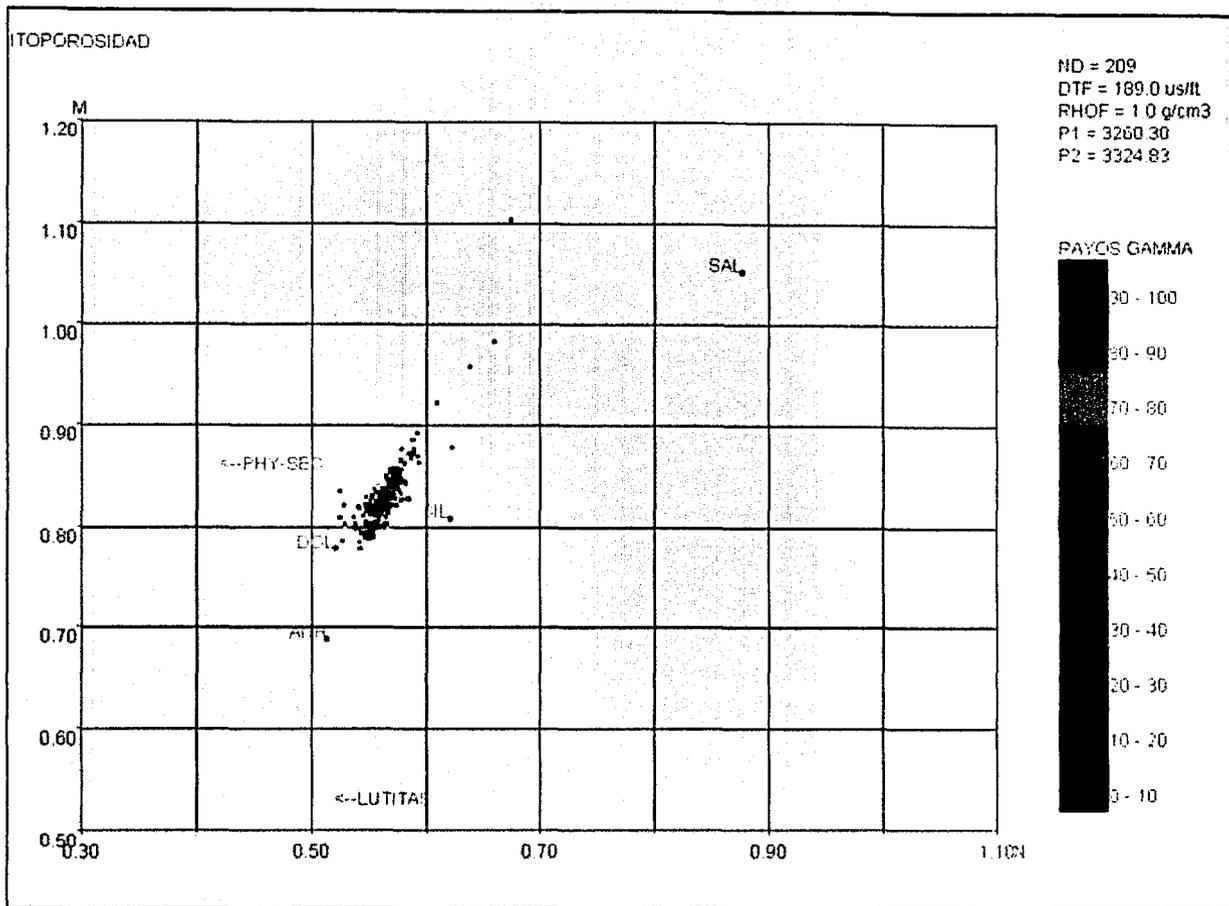
Tercer caso



4.23 Gráfica cruzada: densidad vs. sónico

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

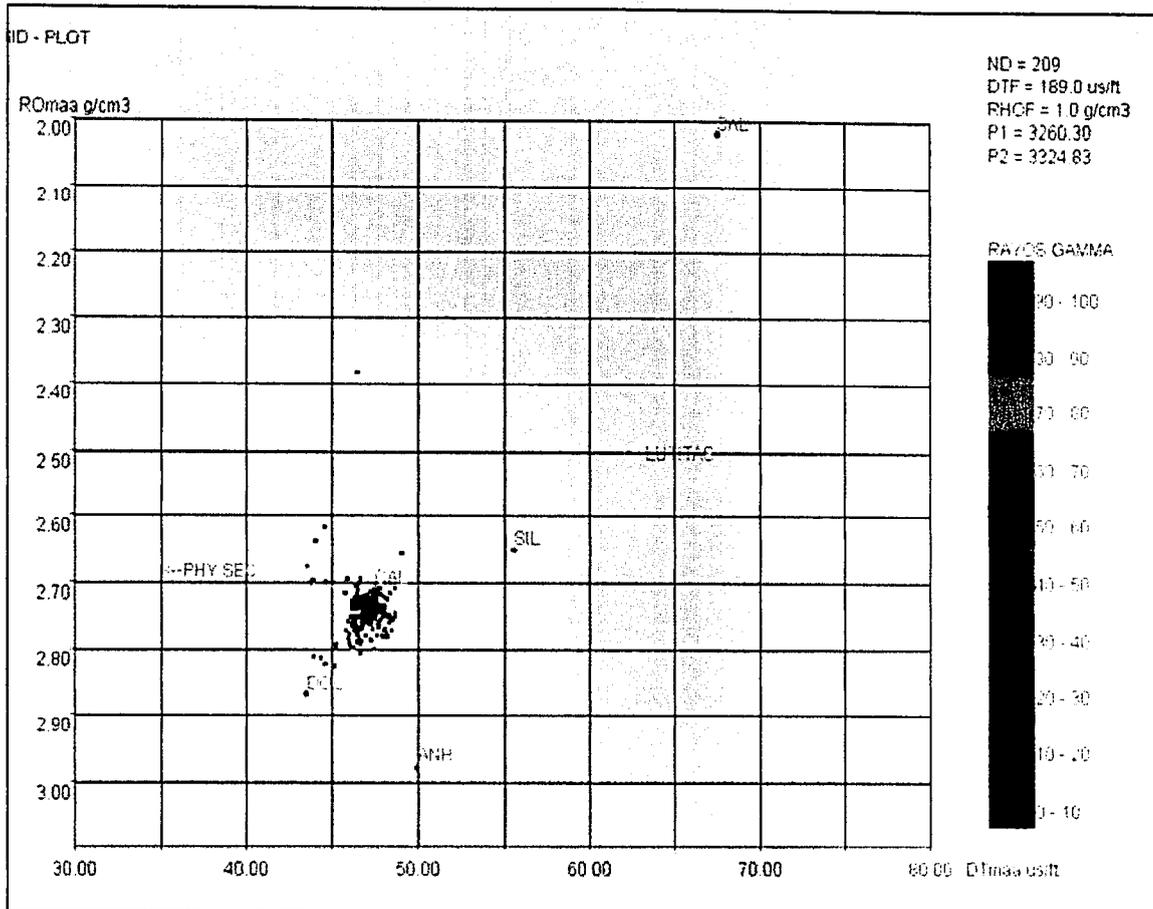
Tercer caso



4.24 Gráfica lito-porosidad

TESIS CON
 FALTA DE ORIGEN

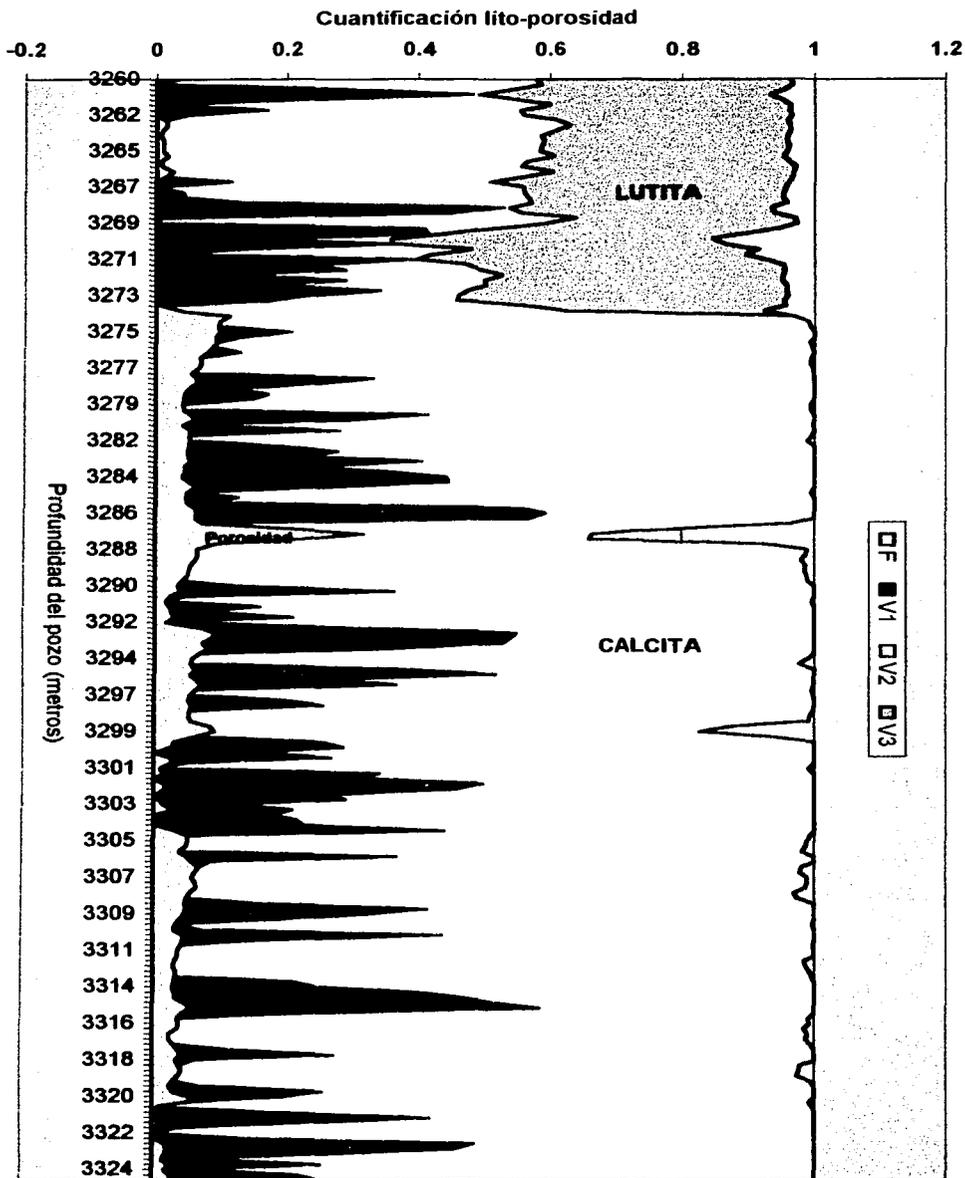
Tercer caso



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.25 Gráfica MID-Plot

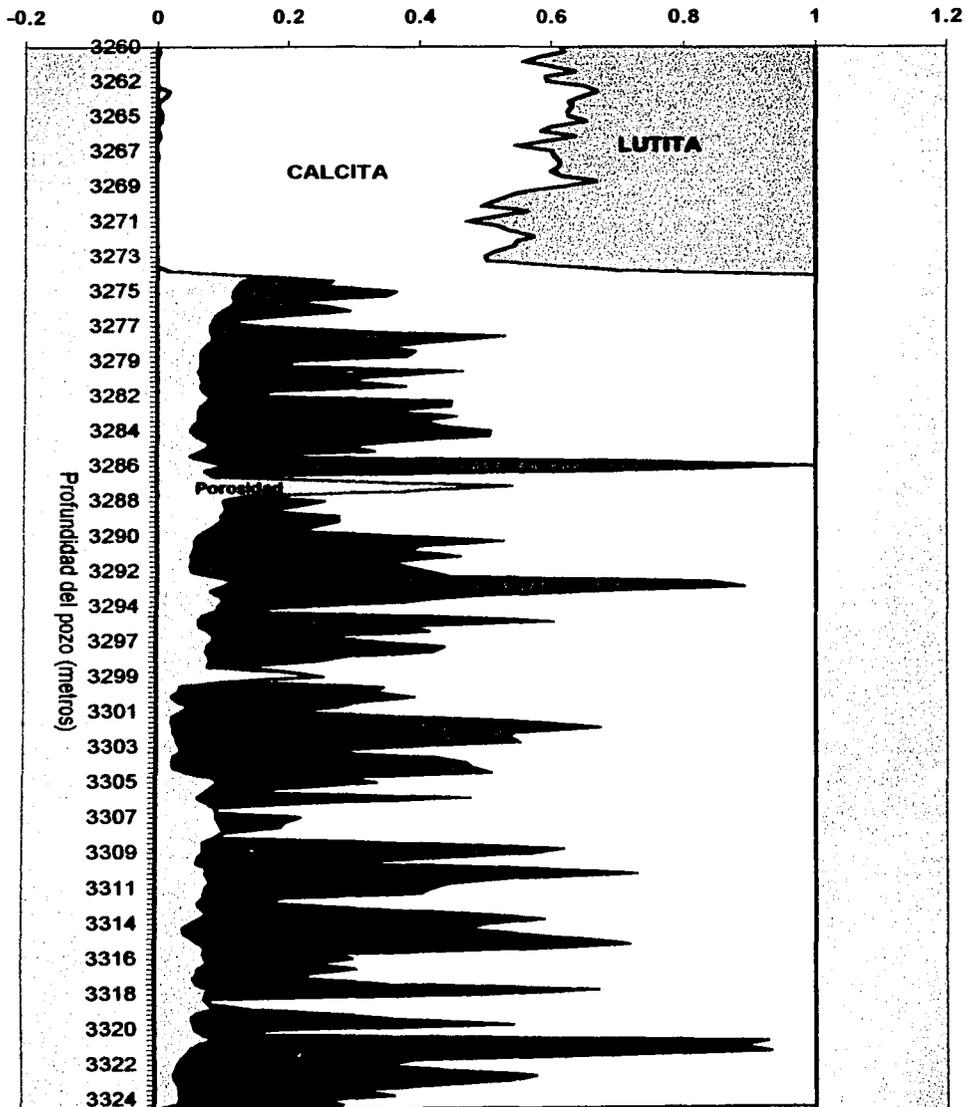
TERCER CASO: MODELO RESTRINGIDO



4.26 Registro litológico y petrofísico

MODELO DE REFERENCIA DEL CASO 3

Cuantificación lito-porosidad

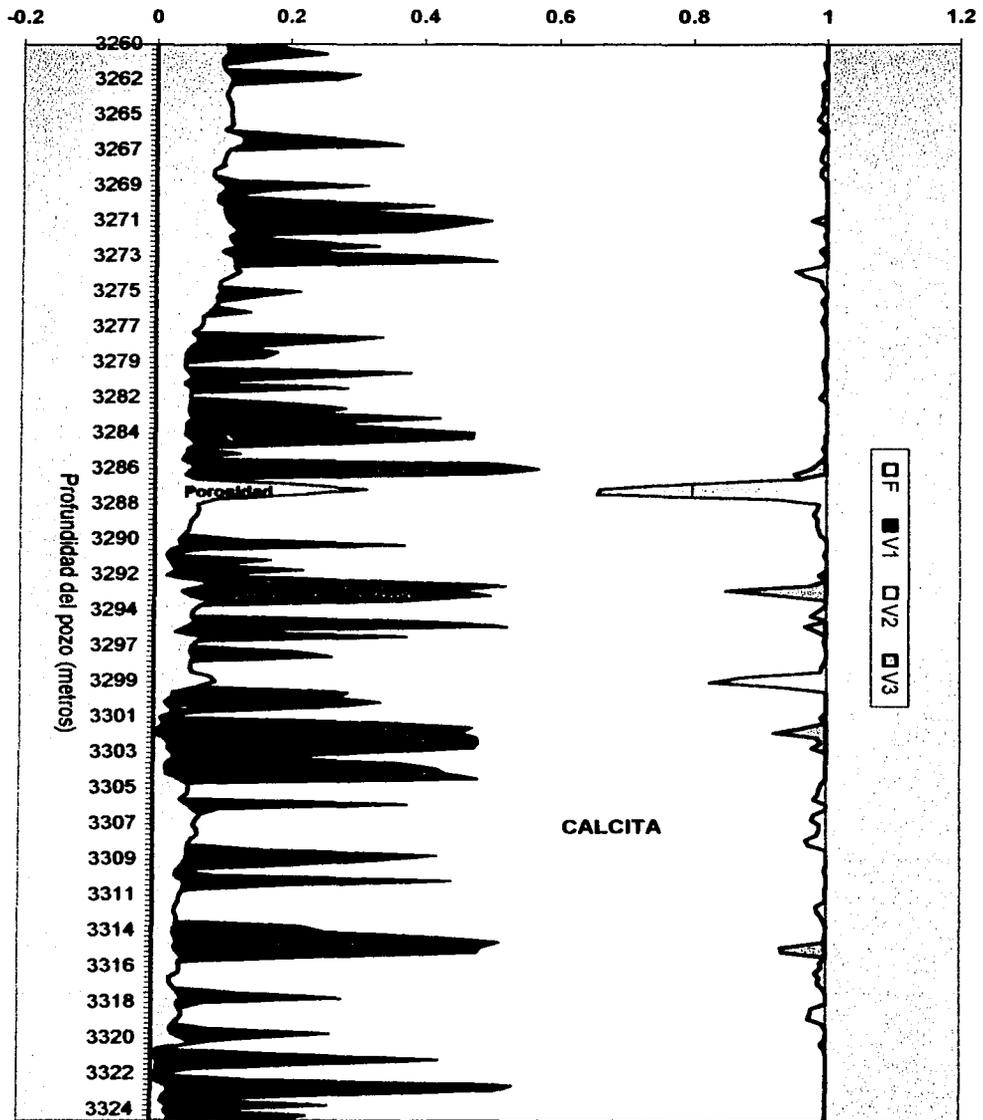


4.27 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TERCER CASO: MODELO COMPLETO

Cuantificación lito-porosidad



4.28 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Interpretación litológica y petrofísica del cuarto caso

Este último caso consiste de un pozo en formaciones de carbonatos, cuyo registro geofísico está presentado en la figura 4.29.

Se trata de una secuencia carbonatada, parcialmente dolomitizada, cuya porosidad en la zona del yacimiento es principalmente de tipo secundaria por cavidades de disolución y fracturas naturales. En este registro se identifican al menos tres grandes unidades:

a) Intervalo 3,315 – 3,332 mbmr que se identifica como la roca sello del yacimiento, formado por secuencias de carbonatos dolomitizados y arcillosos.

b) La zona del yacimiento, en el intervalo 3,333 – 3,429 está constituido por una brecha calcárea dolomitizada con abundantes cavidades de disolución y fracturas.

La Figura 4.30 muestra la combinación densidad – neutrón del cuarto caso de aplicación. Se distingue una caliza dolomitizada con porosidad de rango 1 a 18%. No se hacen evidentes los intervalos arcillosos.

La gráfica densidad-sónico para el cuarto ejemplo es representado por la Figura 4.31. No hay en este caso una evidencia clara de la litología. El intervalo arcilloso se identifica en la zona vecina al punto:

$$\Delta t_{cl} = 85 \text{ } [\mu\text{s}/\text{ft}]$$

$$\rho_{cl} = 2.60 \text{ } [\text{g}/\text{cm}^3]$$

La Figura 4.32 presenta la combinación neutrón – sónico del cuarto caso. Una vez más se aprecia que la litología principal es una caliza dolomitizada con el rango de porosidad entre 3 y 15%.

La gráfica de lito-porosidad es mostrada en la Figura 4.33. Se marca que la litología es una caliza dolomitizada. Se aprecia la tendencia de los intervalos arcillosos, así como abundantes intervalos con porosidad secundaria.

La gráfica MID-Plot indica una formación con incidencia de porosidad secundaria, constituida por calizas parcialmente dolomitizadas. Esta gráfica se muestra en la Figura 4.34.

Las Figuras 4.35 a 4.37 se presentan las diversas salidas de modelos de interpretación.

Comparaciones entre el modelo restringido y el modelo de referencia del cuarto caso

Para ambos modelos la cuantificación de la *porosidad total* y su distribución es casi la misma, excepto por un rango pequeño de 3,315 – 3,330 metros aproximadamente. Su error medio cuadrático es de 0.18 por ciento, el cual es más pequeño que el del "modelo completo" (ver tablas de errores).

En el modelo restringido se tiene que el volumen de *Calcita* es más alto que en el modelo de referencia. Por lo contrario, en el modelo de referencia el volumen de la *Dolomita* tiene valores más altos por todo el pozo que en el modelo restringido. El volumen de *Lutita* y su distribución en el pozo es la misma para ambos modelos, ya que éste es el volumen mineralógico conocido. Por eso, su error es de 0.00 por ciento.

Errores medios cuadráticos

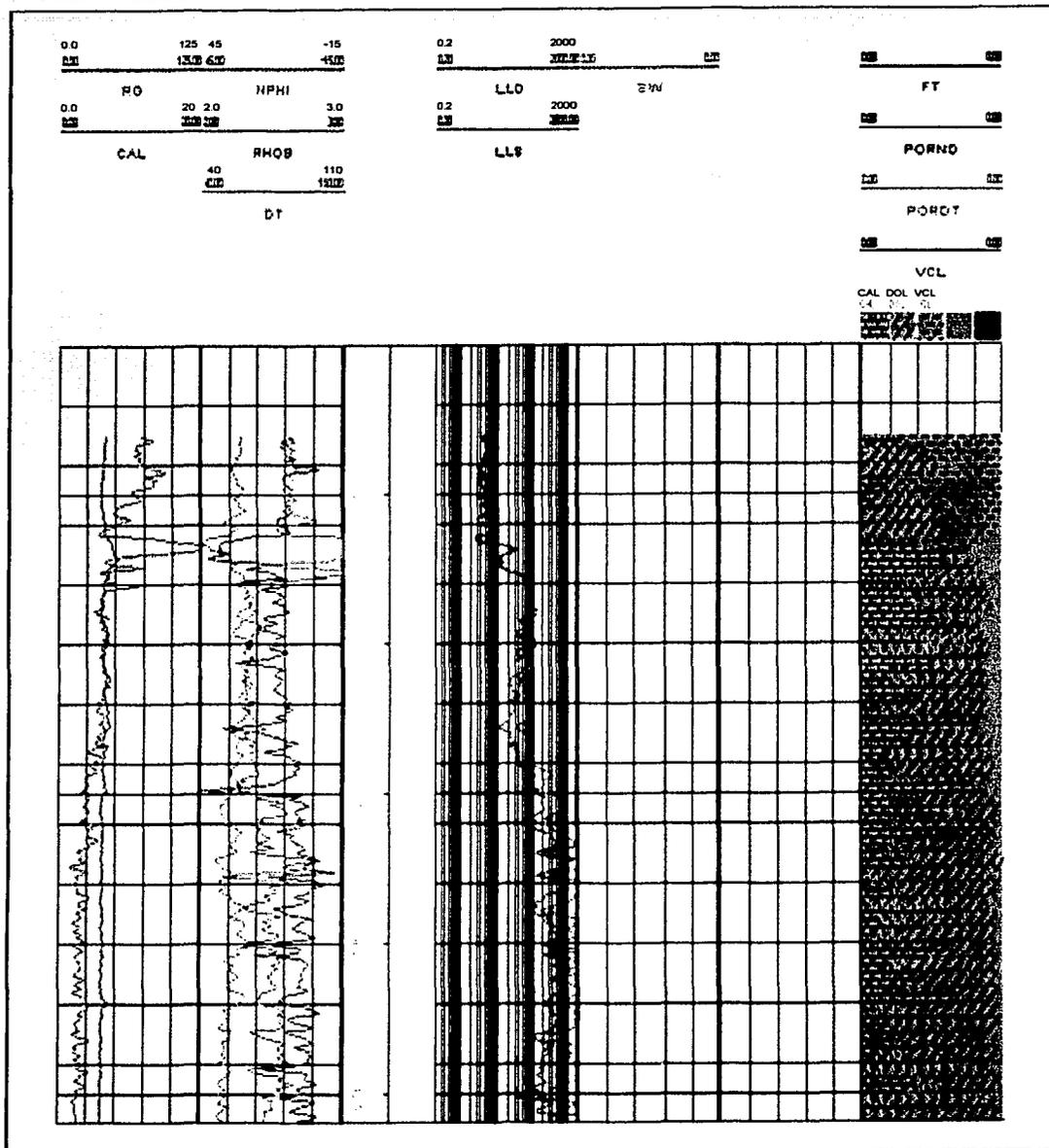
Los siguientes errores se obtuvieron en comparación del modelo completo y el de referencia:

PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.26
Dolomita	1.44
Calcita	1.37
Lutita	0.85

Y los siguientes errores se determinaron en comparación del modelo restringido y el de referencia:

PARÁMETROS	ERRORES (%)
Porosidad total	0.18
Dolomita	1.52
Calcita	1.55
Lutita	0.0

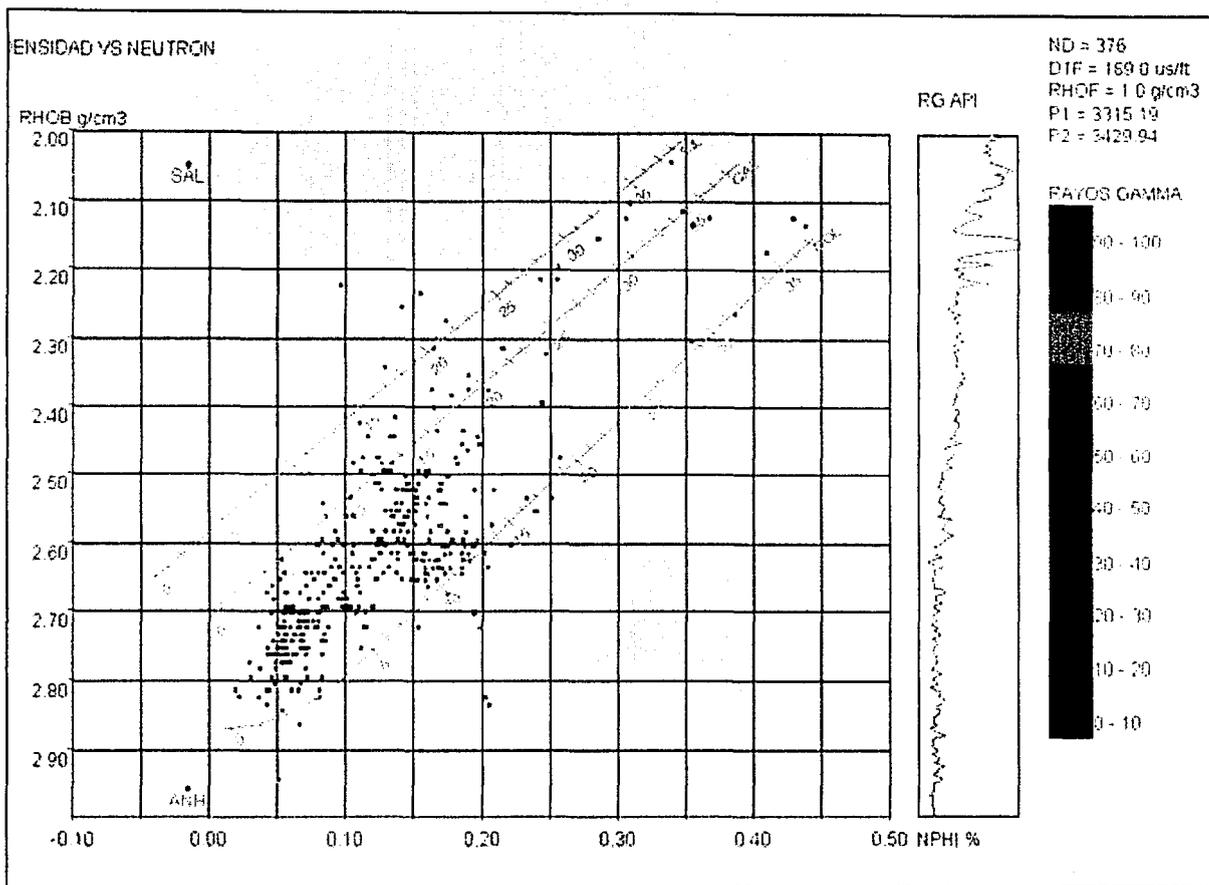
Cuarto caso



4.29 Registro geofísico de pozo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

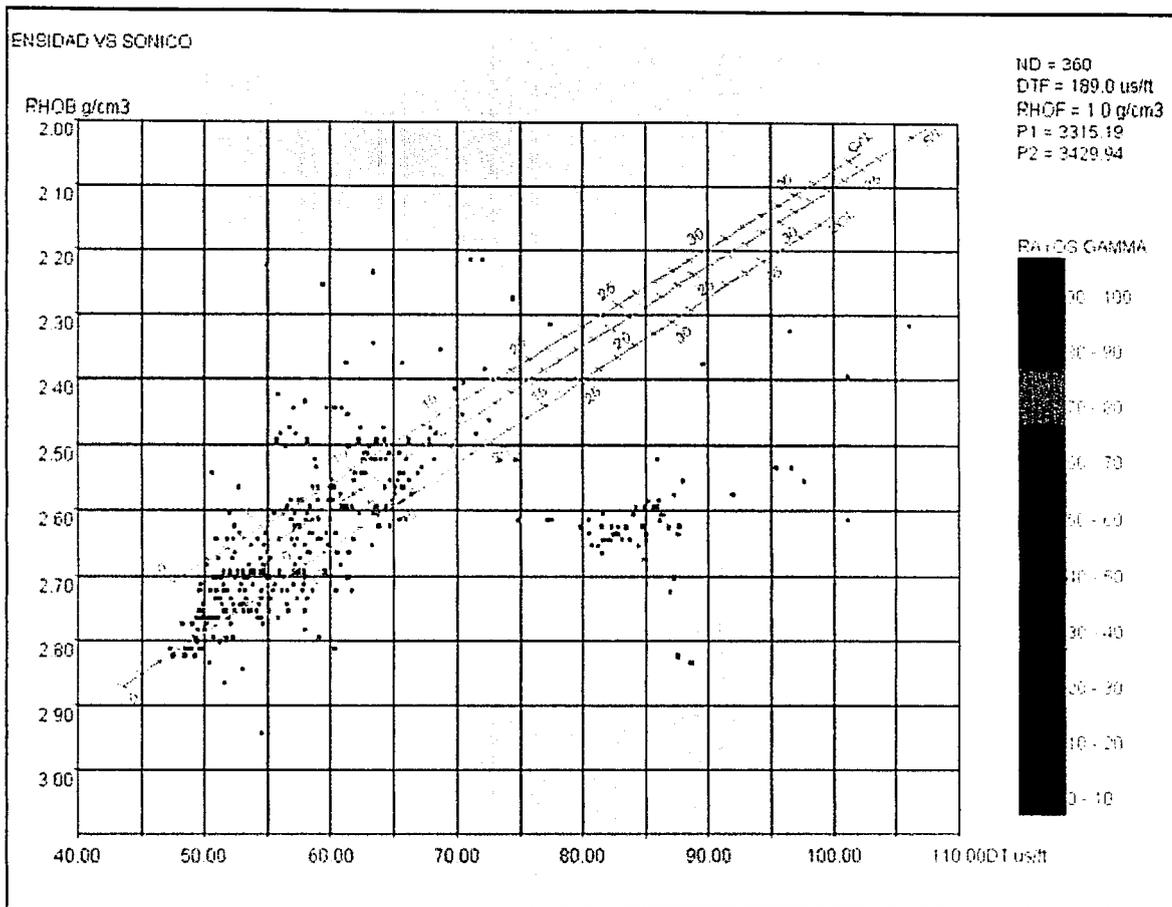
Cuarto caso



4.30 Gráfica cruzada: densidad vs. neutrón

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

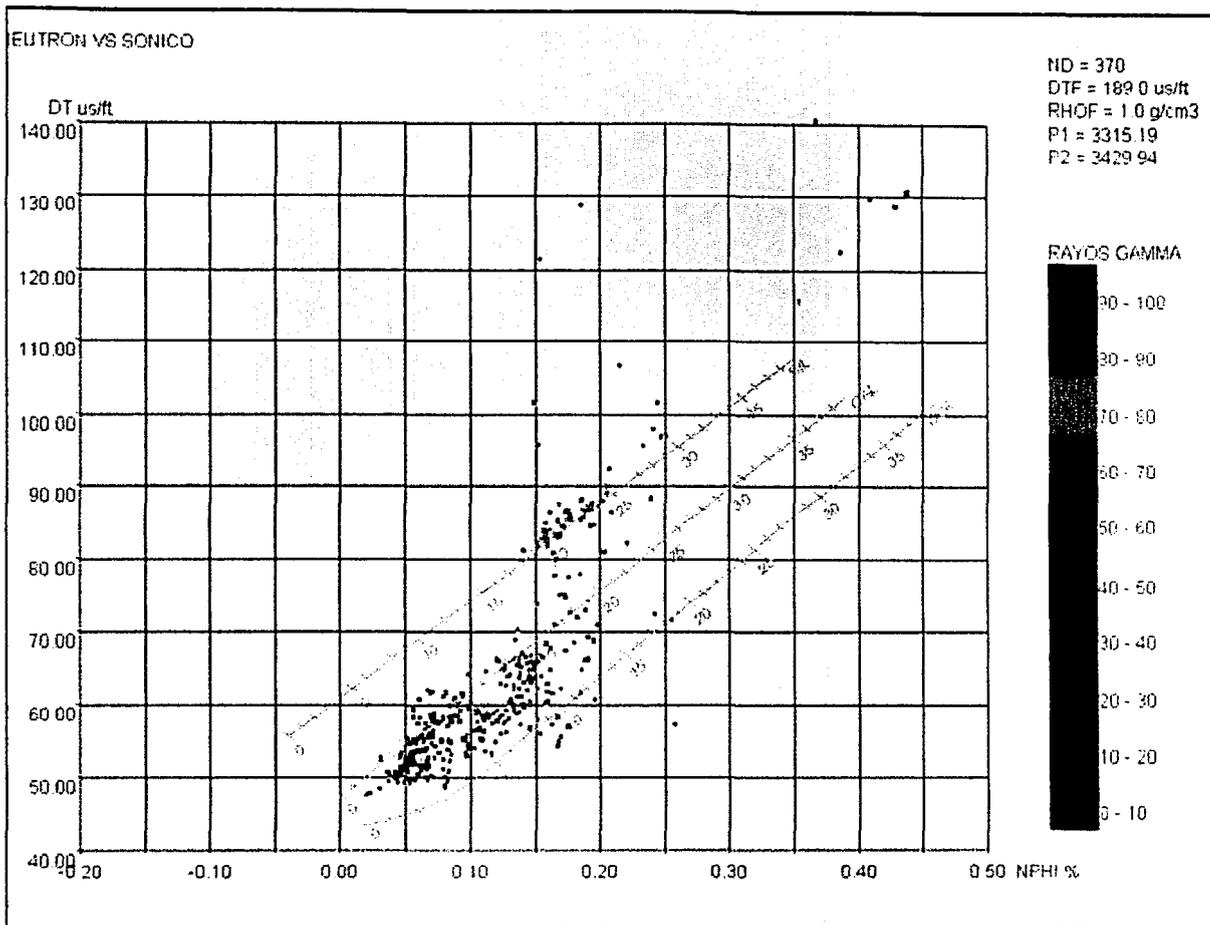
Cuarto caso



4.31 Gráfica cruzada: densidad vs. sónico

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

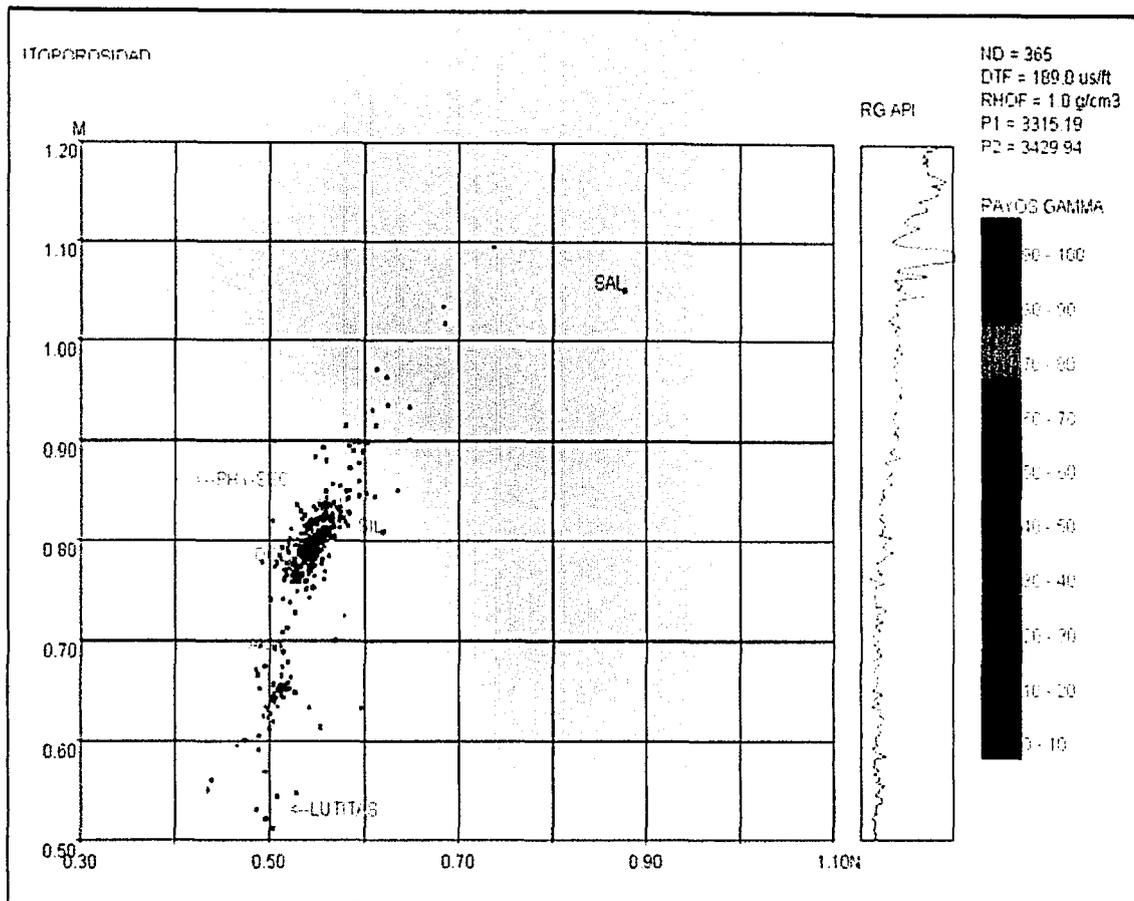
Cuarto caso



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.32 Gráfica cruzada: neutrón vs. sónico

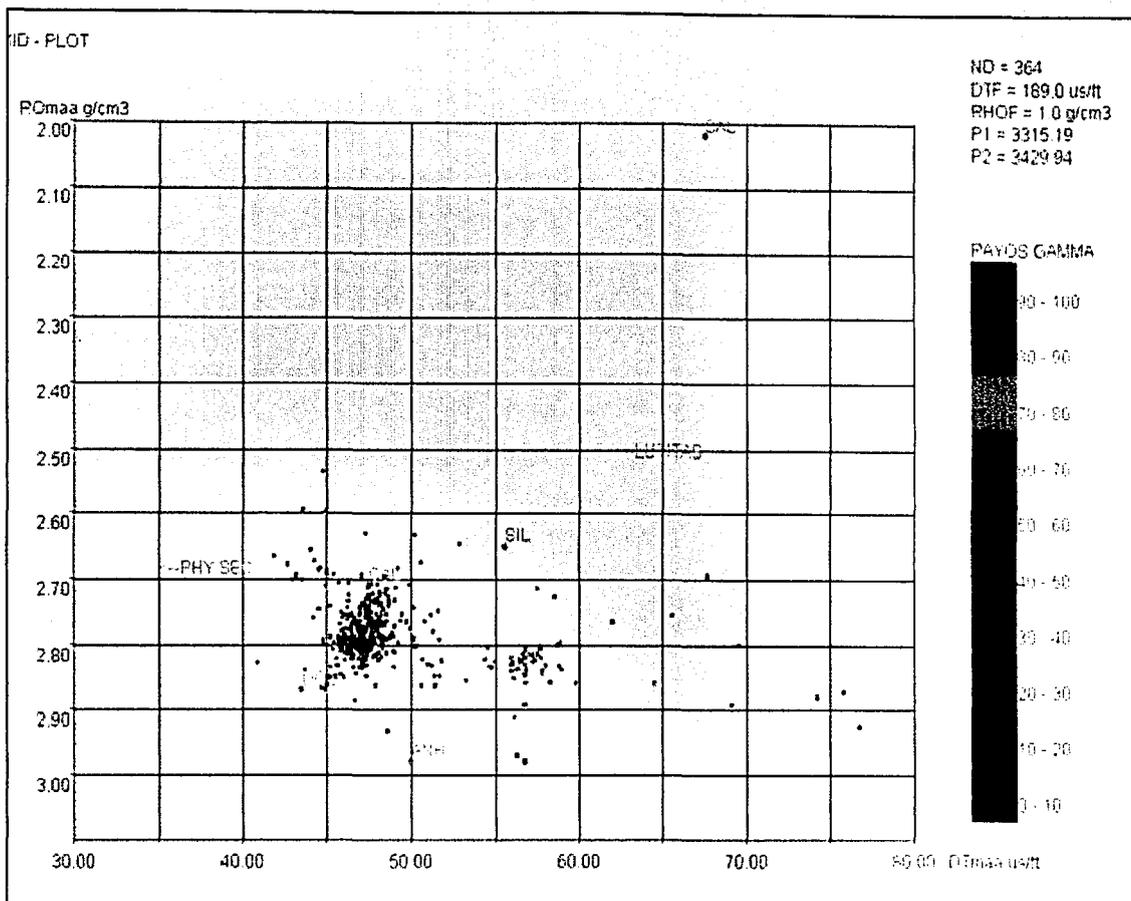
Cuarto caso



TESIS CON
 FALTA DE ORIGEN

4.33 Gráfica lito-porosidad

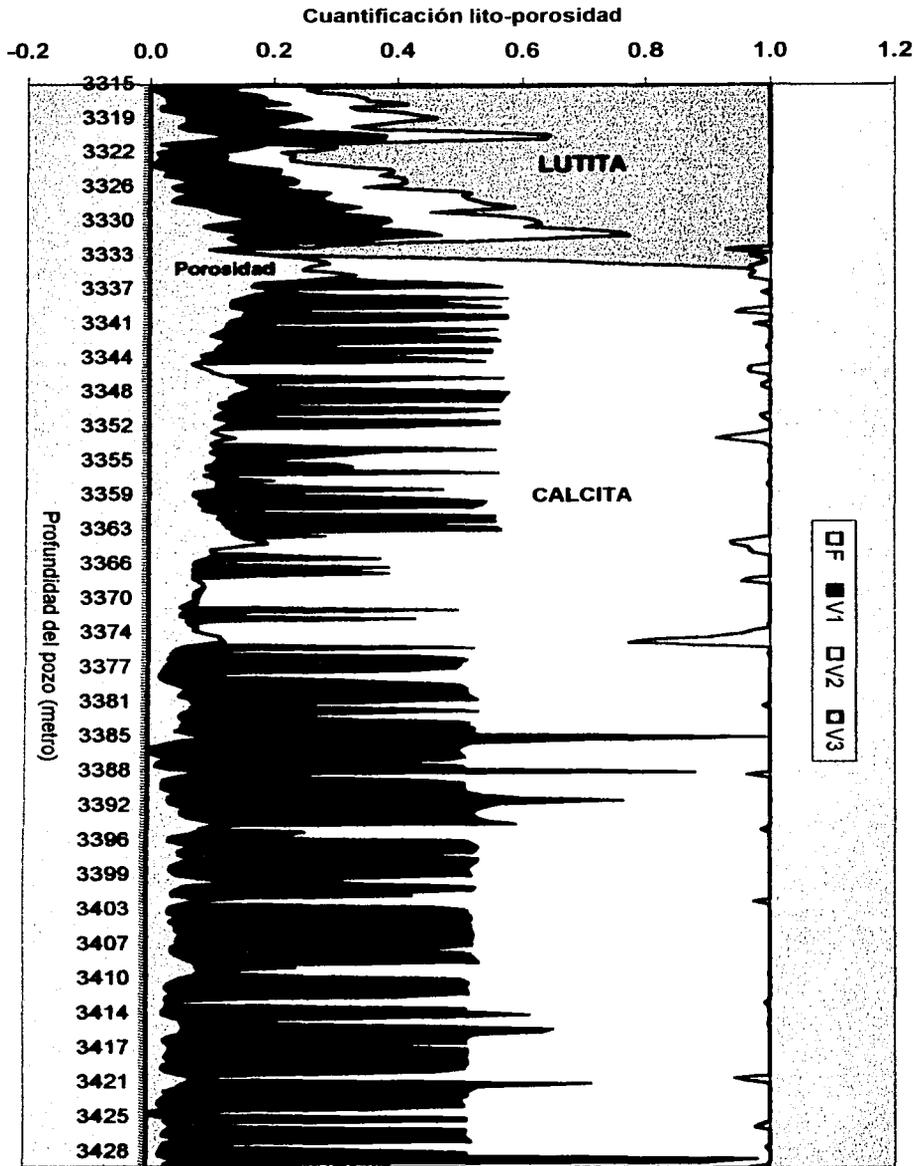
Cuarto caso



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.34 Gráfica MID-Plot

CUARTO CASO: MODELO RESTRINGIDO

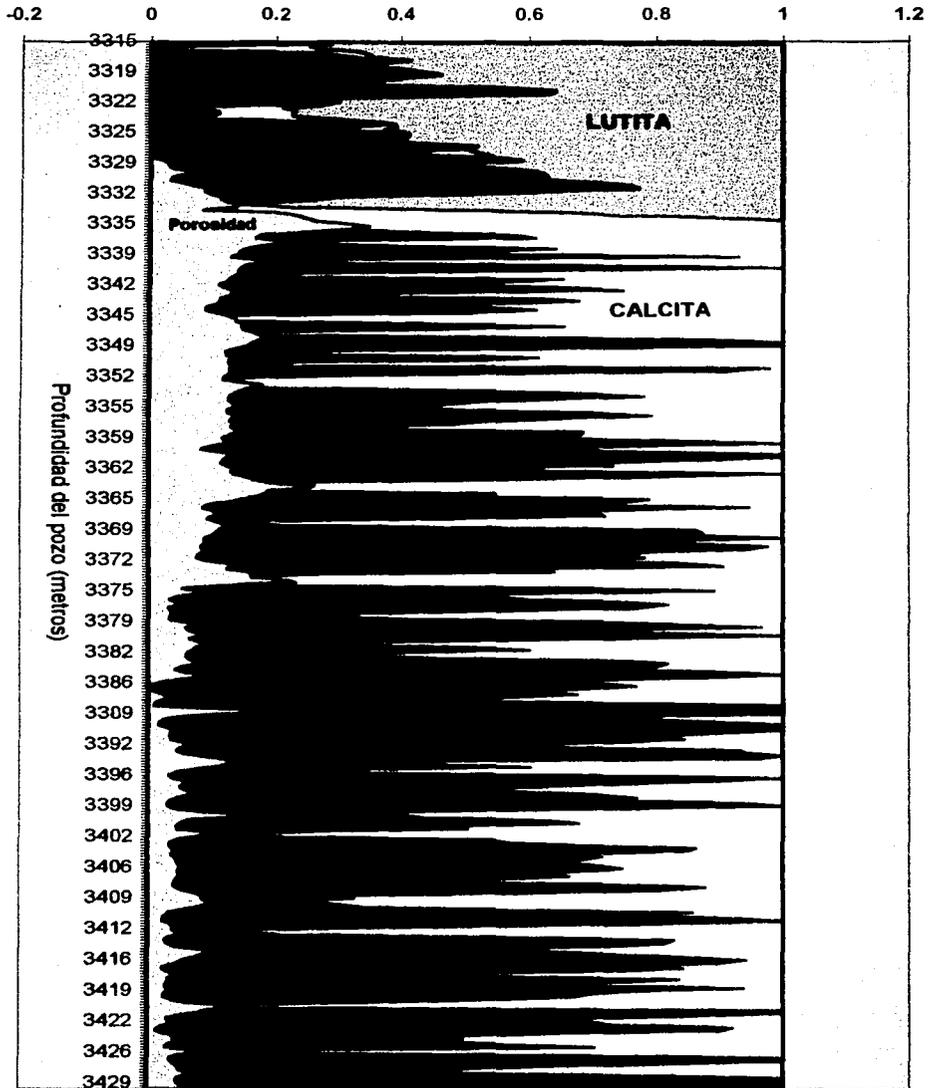


4.35 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MODELO DE REFERENCIA DEL CASO 4

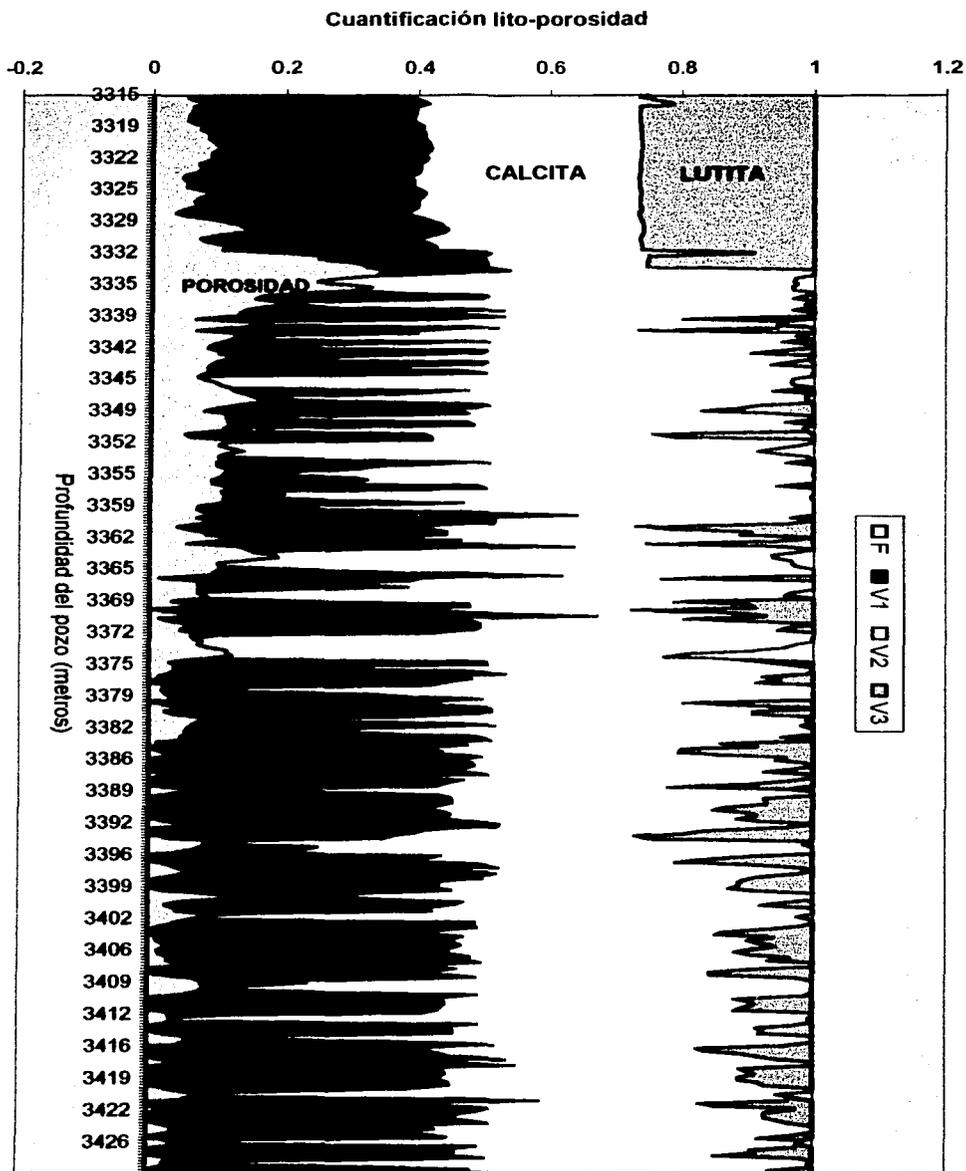
Cuantificación lito-porosidad



4.36 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CUARTO CASO: MODELO COMPLETO



4.37 Registro litológico y petrofísico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resultados

La evaluación efectuada en estos cuatro casos mostró los siguientes resultados:

1. El volumen de cada uno de los minerales es sensiblemente diferente con las técnicas de optimización, cuando se compara con el modelo de base.
2. La litología obtenida con el modelo de optimización es más precisa, al compararlo con datos directos.
3. Para el caso de la mineralogía el modelo de optimización debe utilizarse como primera opción.
4. La optimización numérica del sistema de ecuaciones refleja errores numéricos inferiores, a los del caso de referencia.
5. La optimización del sistema de ecuaciones aporta en conjunto una mejor opción desde el punto de vista numérico. Sin embargo la optimización del sistema de ecuaciones impacta en forma negativa a la porosidad.
6. El punto anterior implica que la optimización del sistema de ecuaciones se logra al reducir la porosidad del sistema.
7. En general los resultados del modelo optimizado reducen la porosidad del sistema. Aspecto que no verifica la base de este trabajo, que indicaba que la porosidad debería ser mayor que el caso de referencia.
8. Una solución al respecto es modificar los parámetros de las matrices de las formaciones de carbonatos. Los mejores valores para el sistema son logrados cuando el valor de referencia del mineral dolomita es modificado.

9. La mejor opción del sistema con incremento de porosidad y litología optimizada es obtenida con los siguientes parámetros de matriz:

Dolomita:

$$\rho_{ma} = 2.84 \text{ [g/cm}^3\text{]}$$

$$\Phi_{ma} = 0.02$$

$$\Delta t_{ma} = 45 \text{ [}\mu\text{s/ft]}$$

Por lo anterior, para que este modelo pueda aportar resultados satisfactorios, se tienen que modificar los valores de referencia de la dolomita y no tomar en consideración los valores de literatura:

Dolomita:

$$\rho_{ma} = 2.87 \text{ [g/cm}^3\text{]}$$

$$\Phi_{ma} = 0.025$$

$$\Delta t_{ma} = 43.5 \text{ [}\mu\text{s/ft]}$$

Cuando estas modificaciones son efectuadas el método propuesto aporta resultados satisfactorios.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al terminar este trabajo se llegaron a las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- Se ha mostrado que los registros geofísicos de pozos, principalmente los de índice de porosidad, densidad, porosidad neutrón y sónico, pueden ser utilizados para obtener la litología y la petrofísica de las formaciones de los yacimientos.
- Con el empleo de la técnica de programación lineal del tipo Solver se puede determinar la porosidad total de la formación y litología de los yacimientos de una manera cuantitativa.
- Los registros litológicos discutidos en este trabajo representan un comportamiento numérico con el que se puede deducir la composición litológica y petrofísica de las formaciones.
- La metodología de interpretación desarrollada en esta tesis permite evaluar las formaciones complejas, además de poder utilizar la información de los registros geofísicos de pozos.
- Para obtener resultados satisfactorios fue necesario modificar los valores de referencia de la dolomita.
- Los resultados del modelo completo no son satisfactorios ya que éste no diferencia las mineralogías de las formaciones complejas. Por lo contrario el modelo restringido tiene una mejor definición en las mineralogías por que el volumen de arcilla es un dato conocido en el sistema de ecuaciones lineales.
- En la mayoría de los casos, el error medio cuadrático de los parámetros litológicos y petrofísicos del modelo restringido es menor que el del modelo completo y por lo tanto éste tiene un mayor grado de confiabilidad.

- La metodología Solver es empleada como una herramienta sencilla para resolver problemas derivados de la optimización en diversos modelos, como el restringido y el completo. De esta forma, puede ser empleada en la evaluación de los registros de pozos, sin embargo debe aplicarse con precaución, toda vez que las técnicas de optimización reducen el error numérico, pero pueden introducir errores de tipo geológico.
- Para el caso de formaciones complejas se requiere evaluar el volumen de arcilla con una técnica independiente y evaluar posteriormente la litología con un sistema modificado.
- La interpretación de registros geofísicos de pozos es una tarea delicada que debe ser validada con información directa, derivada del análisis y descripciones de núcleos.

REFERENCIAS

1. Burke, J. A., Campbell, R. L., y Schmidt, A. W. **The Litho-porosity crossplot: a method of determining rock characteristics for computation of log data.** *Trans.*, SPWLA 10th Annual Logging Symposium, Houston (Mayo, 1969) paper Y.
2. Archie, G. E. (1950). **Introduction to petrophysics of reservoir rocks.** *Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.* 34, (943-961)
3. Wardlaw, N. C. (1976). **Pore geometry of carbonate rocks as revealed by pore casts and capillary pressure.** *Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.* 60, (254-257).
4. Levorsen, A. I. (1967). **The Geology of petroleum.** Freeman, New York. 724pp.
5. Choquette, P.W. y Pray, L.C. (1970). **Geologic nomenclature and classification of porosity in sedimentary carbonates.** *Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.* 54.
6. Robinson, R. B. (1966). **Classification of reservoir rocks by surface texture.** *Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.* 50, 547-559.
7. Murray, R. C. (1960). **Origin of porosity in carbonate rocks.** *J. sedim. Petrol.* 30. 59-84.
8. Tebbutt, G. E., Conley, C. D. y Boyd, D. W. (1965). **Lithogenesis of a distinctive carbonate fabric.** *Wyo. Univ. Contrib. Geol.* 4, No. 1.
9. McConnell, P. C. (1951). **Drilling and production techniques that yield nearly 850,000 barrels per day in Saudi Arabia's fabulous Abqaiq field.** *Oil Gas. J.* Dec. 20 th, 1951, 197.
10. Stormont, D. H. (1949). **Huge caverns encountered in Dollarhide Field.** *Oil Gas J.* Abril 7, 1949, 66-68.
11. Clavier, C. y Rust, D. H.: **MID Plot: a new lithology technique.** *Log analyst* (Nov.-Dec. 1976) XVII, No. 6, 16-24.
12. Gardener J. S. y Dumanior J. L. (1980) **Litho-density log interpretation.** SPWLA, Annual Logging Symposium, Lafayette, LA, Julio 8-11.

13. Dantzig, G. B. 1963, **Linear programming and extensions**. (Princeton, NJ: Princeton University Press)
14. Kuenzi, H.P., Tzschach, H.G., y Zehnder, C.A. 1971, **Numerical methods of mathematical optimization**. (New York: Academic Press)
15. Mussett Alan E. y Aftab Khan M. **Looking into the earth: an introduction to geological geophysics**, Cambridge, 2000, pp. 285-304
16. Selley Richard C. **Applied sedimentology**. 2da. Impresión 1992, Londres.
17. Well Servicing and workover **Petroleum geology and reservoirs**. Universidad de Texas, 2da. Edición, 1992.
18. Schlumberger **Interpretación de perfiles**, Vol.1: Fundamentos, Edición 1972.
19. Schlumberger **Principios y aplicaciones de interpretación de registros**, 1989.
20. Schlumberger **Log interpretation charts**. 1997.
21. Poupon, A., Hoyle, W.R., y Schmidt, A. W.: **Log analysis in formations with complex lithologies**, *JPT* (Aug. 1971) 995-1005; *Trans.*, AIME, 251
22. Leestma, S. y Nyhoff L. **FORTRAN 77 for engineers and scientists: with an introduction to Fortran 90 "**, E.U. 1996, 4ta. edición, Editorial Prentice Hall.
23. Leestma, S. y Nyhoff L. **FORTRAN 90 for engineers and scientists**. E.U. 1997, Editorial Prentice Hall.
24. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. y Flannery, B.P. **Numerical recipes in Fortran** (The art of scientific computing), 2da. Edición, 1992. Universidad de Cambridge.
25. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. y Flannery, B.P. **Numerical recipes in Fortran 90** (The Art of Parallel Scientific Computing), Vol.2, 2da. Edición, 1996. Universidad de Cambridge.

Sitios de Internet consultados:

1. www.solver.com
2. www.nr.com