01968
23

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO
EN PSICOLOGÍA
RESIDENCIA EN PSICOLOGÍA ESCOLAR

"LA COMPRENSIÓN DEL TEXTO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE SUMA Y RESTA: UNA INTERVENCIÓN CON NIÑOS DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA"

REPORTE DE EXPERIENCIA PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRÍA EN PSICOLOGÍA
P R E S E N T A:

HILDA PAREDES DÁVILA

DIRECTORA DEL REPORTE: DRA. ILEANA SEDA SANTANA.
COMITÉ TUTORIAL: DR. MIGUEL LÓPEZ OLIVAS..
DRA. DOLORES MERCADO CORONA
DRA BENILDE GARCÍA CABRERO
DRA. ROSA DEL CARMEN FLORES MACÍAS.
DRA. SILVIA MACOTELA FLORES.
MTRA. FAYNE ESQUIVEL ANCONA.

MEXICO, D.F. NOVIEMBRE DE 2002

Dedico este trabajo a mis padres:

Sra. Hilda Dávila de Paredes.
Sr. Raúl Paredes Ramírez.

Por su infinito amor y apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

A la Dra. Ileana Seda Santana:

Por su invaluable orientación, apoyo y amistad.

A la Dra. Silvia Macotela Flores:

Por permitirme continuar creciendo como universitaria, académica y profesionista.

A la Dra. Rosa del Carmen Flores Macías:

Por sus constantes y pacientes orientaciones en el campo de la psicología y las matemáticas

Al Dr. Miguel López Olivas:

Por sus acertados comentarios al final del trabajo.

A las profesoras de la Residencia en Psicología Escolar:

Dra. Benilde García Cabrero, Dra. Guadaupe Acle Tomasini, Mtra Estela Jiménez Hernández, Mtra. Lizbeth Vega Pérez por compartirme sus valiosos conocimientos y experiencias profesionales.

A mis compañeras de la Residencia:

Belem, Lourdes y Anahí por permitirme aprender de ellas y con ellas.

Al personal de la División de Educación Continua de la Facultad de Psicología, UNAM:

Por el apoyo brindado durante la realización de mis estudios de Maestría, en especial a la Lic. Josette Benavides Tourres, ex jefa de la División de Educación Continua, Hilda Velásquez Flores, Nancy Arias y Ma. Concepción Ruíz.

A mis hijos Alex y Mariana:

Por tratar de entender los retos que su madre se ha fijado, pero sobre todo por hacerme tan inmensamente feliz.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La propuesta curricular de enseñanza de las matemáticas establecida por la Secretaría de Educación Pública se centra en la solución de problemas como el medio para enseñar a los alumnos a analizar, planear, evaluar, razonar y comunicarse en ésta área (SEP, 1993).

Sin embargo, en muchas ocasiones los niños presentan dificultades para solucionar el problema debido a una inadecuada comprensión del texto del problema, ya que las dificultades que se presentan en el texto de un problema matemático son similares a las de un texto narrativo o expositivo (Parra y Saiz, 2001) puesto que:

a) Son textos cuya lógica interna requiere que el lector establezca relaciones (causales y temporales) para su comprensión
b) Requiere que quienes resuelvan el problema organicen los datos vinculándolos según esas relaciones y evalúen la información adquirida para tomar decisiones

Por lo tanto, una gran cantidad de investigadores (Ginsburg, 1977; Carpenter & Moser, 1984; Kamii, 1988; Resnick y Ford,1990; Baroody, 1994; Nunes y Bryant, 1997; entre otros) se han interesado en conocer más acerca de la forma cómo los niños comprenden y solucionan los problemas matemáticos.

Los resultados de las investigaciones han permitido establecer que en la comprensión del texto de un problema matemático están implicados los conocimientos previos del alumno, diversos factores numéricos y factores lingüísticos.

Respecto a los conocimientos previos o esquemas estos le permiten al alumno organizar y relacionar los conocimientos previos con los nuevos Así por ejemplo, en la solución de un problema, el alumno incluye los conocimientos nuevos en las diferentes categorías que posee sobre problemas usando el contenido y el repertorio de soluciones que ya conoce (Ausubel, Novack y Hanesian1983).

Durante la solución del problema matemático, el alumno requiere entender el orden y las relaciones de las palabras y símbolos contenidos en el enunciado así como también su significado pero en un contexto matemático (factores lingüísticos) y debe poseer las bases numéricas para realizar el o los diversos algoritmos que se necesiten para solucionar el problema (factores numéricos).

"Sin un conocimiento adecuado para comprender un problema, el niño tiene muy pocas bases para elegir y poner en práctica una estrategia, para encontrar la solución y comprobar el resultado" (Podall y Comellas, 1996, págs. 132-133).

Considerando la interrelación de los factores numéricos, lingüísticos y de los conocimientos previos de los alumnos, en este trabajo se describe un programa de intervención basado en un enfoque cognitivo que se llevó a cabo dentro del aula de una escuela oficial de la Ciudad de México para promover y desarrollar en niños de quinto grado escolar estrategias que les permitieran comprender el texto de diversos tipos de problemas de suma y resta.

Dicho trabajo corresponde al proyecto desarrollado durante el último año de la Residencia en Psicología Escolar de la Maestría en Psicología Profesional de la Facultad de Psicología de la UNAM. Cabe señalar que el proyecto se llevó a cabo con tres grados escolares (primero, tercero y quinto de primaria); no obstante, sólo se hará referencia a las actividades realizadas con los 27 niños y niñas que cursaban el quinto grado de primaria.

Aunque el plan y programa de estudio de quinto grado enfatiza el planteamiento y solución de problemas de multiplicación y división con números decimales y fraccionarios (SEP, 1993), la evaluación diagnóstica realizada a los alumnos de este grupo y grado escolar mostró que los alumnos presentaban dificultades en la comprensión del texto de problemas de suma y resta

Por lo que se decidió centrar el objetivo de ésta intervención en diversos tipos de problemas de suma y resta, ya que estos se considerán como la base para otros aprendizajes más complejos como los relacionados con la multiplicación, la división y el álgebra (Flores, 2002).

El presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente forma: En la primera parte se realiza una revisión teórica respecto a diversos temas que justifican la intervención realizada. Entre los temas que se abordan se destacan: la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria, los diversos tipos de problemas matemáticos de suma y resta y los factores que intervienen en la comprensión de problemas matemáticos.

En la segunda parte de este trabajo se describe el método, el diseño y la evaluación utilizados. Asimismo, se señalan los resultados obtenidos realizando una discusión al respecto y se mencionan las conclusiones que se pueden desprender de ésta intervención.

Finalmente, la tercera parte del trabajo lo constituyen los anexos, entre los cuáles se encuentra una muestra de la evaluación por portafolio grupal que se utilizó durante la intervención.

Respecto a los resultados obtenidos, estos indican que al final de dicho programa de intervención, se logró que los niños identificaran la información necesaria y no necesaria del problema, determinaran la incógnita y los datos numéricos, analizando las relaciones entre ambos, representaran los datos numéricos a través de gráficas y cuadros de datos y seleccionaran el algoritmo adecuado para solucionar el problema

Durante el desarrollo de este trabajo, se presenta un análisis de las estrategias erróneas y acertadas que emplearon los niños y niñas al solucionar los problemas matemáticos y se analizan los entendimientos que los mismos demuestran al respecto, así como también se describe la opinión de los niños y la maestra responsable de grupo respecto a los beneficios del programa de intervención.

Mediante la enseñanza de estrategias que favorezcan una mayor comprensión del texto del problema, como son: la identificación de los datos necesarios para resolver el problema, la identificación de la incógnita que se plantea y de los datos numéricos que se requieren para solucionarlo, entre otros, se espera que los alumnos mejoren la solucionen de los diversos problemas de suma y resta que se les presentan y que generalicen dichas estrategias a otro tipo de problemas como los de multiplicación, división y fracciones que son los que se promueven en el quinto grado escolar

LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

En México, la enseñanza actual de las matemáticas propuesta por la Secretaría de Educación Pública (SEP), tiene sus fundamentos teóricos en las teorías constructivistas del aprendizaje, principalmente las propuestas por Piaget y Vigotsky, los cuales señalan la capacidad del alumno para construir su propio aprendizaje, a partir de experiencias previas y en interacción con los otros.

A continuación se describen las aportaciones de estos dos teóricos respecto al proceso de enseñanza–aprendizaje y su relación con las matemáticas.

a) Aportaciones de Piaget

La idea central de la teoría de Piaget (1981) es que el conocimiento no es una copia de la realidad, ni tampoco se encuentra totalmente determinado por las restricciones que imponga la mente del individuo, sino que es el producto de una interacción entre estos dos elementos. Por lo tanto, el sujeto construye su conocimiento a medida que interactúa con la realidad

Para lograr lo anterior, resulta de enorme importancia que el niño viva experiencias relacionadas con la manipulación de objetos físicos o bien, la posibilidad de vivir situaciones que le acerquen a otro tipo de objetos de conocimiento; es decir, que se acerque todo aquello que en un momento dado le interese conocer, pues esto le llevará a desarrollar el conocimiento de los mismos.

Durante el proceso de aprendizaje el niño cometerá errores, los cuales también son constructivos ya que gracias a ellos, podrá saber más acerca de aquello que desea conocer.

Dichos errores, le hacen ver que la hipótesis construida no es la correcta, le llevan a reflexionar, continuar la investigación, construir y probar nuevas hipótesis que paulatinamente le llevan a la correcta Al reconstruir un conocimiento llega a "conocerlo" como si él mismo lo hubiera inventado (SEP, 1987)

Una tesis fundamental en la teoría piagetana es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas anteriores y primitivas. Para ello, Piaget (1981) establece momentos o etapas, (sensoriomotora, preoperatoria, operatoria concreta y operatoria formal) con límites no rígidos que permiten al niño construir un cierto tipo y grado de conocimiento y no otro.

Para promover el aprendizaje de los alumnos se deben diseñar y presentar situaciones que, apelando a las estructuras anteriores de que disponen, les permitan asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje.

El proceso mediante el cual el niño construye sus conocimientos, no se da en un aislamiento total, sino que forma parte de la interacción del niño con el medio que le rodea

Aunque es cierto que la teoría de Piaget nunca negó la importancia de los factores sociales en el desarrollo de la inteligencia, también es cierto que es poco lo que aportó al respecto, excepto una formulación muy general de que el individuo desarrolla su conocimiento en un contexto social

Piaget *(1967) señala* que el niño construye tres distintos *tipos* de conocimientos: El conocimiento del mundo físico, el conocimiento social y el conocimiento lógico – matemático, los cuales están estrechamente interrelacionados y cada nuevo avance en el campo de alguno de ellos tiene repercusión en los demás

Respecto al conocimiento lógico-matemático, este se refiere a los conceptos de número, espacio y tiempo. El número para Piaget es una síntesis de dos clases de relaciones que el niño crea entre los objetos Una de esas es el orden y la otra la inclusión de clases.

Al contar los objetos, la manera de asegurarse de no saltar unos o de contar otros más de una vez es ponerlos en un orden; pero si la única acción mental sobre los objetos fuera el ordenamiento, entonces estos no podían cuantificarse puesto que el niño los consideraría uno por uno y no como un grupo de muchos al mismo tiempo. Para cuantificar objetos como grupo el niño tiene que ponerlos también en relación de inclusión de clases (Kamii, 1988).

Así, el concepto de número implica las operaciones lógicas de *seriación, clasificación y conservación de cantidad*. La seriación es la habilidad cognitiva para seriar u ordenar las cosas en un continuo de acuerdo con alguna propiedad y se relaciona con el aspecto ordinal (Bernal, 1990).

La clasificación implica distinguir las características de las cosas para separarlas y ordenarlas de acuerdo a esas características, lo cual se relaciona con el aspecto cardinal del número.

La conservación de cantidad (el número de objetos en el conjunto que permanece constante independientemente de la forma en que se coloquen u ordenen los objetos) es imprescindible para poder captar tanto el aspecto cardinal como ordinal del número

Las aportaciones de Piaget a la educación han favorecido que la educación se centre en métodos basados en el desarrollo cognitivo de los alumnos, lo que ha generado una gran cantidad de investigaciones respecto a la psicogénesis de diversos conceptos escolares, entre los que se encuentran los conceptos matemáticos.

b) Aportaciones de Vigotsky

Lev Semenovich Vigotsky ofreció una alternativa a muchas de las ideas de Piaget Mientras que este último describía al niño como un pequeño científico que construía casi solo su idea del mundo, Vigotsky (1978 y 1985) proponía que el desarrollo cognoscitivo depende en gran medida de las relaciones con la gente que esté presente en el mundo del niño y las herramientas que la cultura le da para apoyar el pensamiento.

Dado que los niños adquieren sus conocimientos, ideas, actitudes y valores a partir de su trato con los demás, una de las contribuciones esenciales de Vigotsky (1985) ha sido la de concebir al sujeto como un ser eminentemente social y al conocimiento mismo, como un producto social.

Para Vigotsky todos los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc) se adquieren primero en un contexto social y luego se internalizan. Pero precisamente esta internalización es un producto del uso de un determinado comportamiento cognitivo en un contexto social (Medina,1995)

Respecto a la enseñanza, Vigotsky señaló que ésta debe coordinarse con el desarrollo del niño para promover niveles superiores de desarrollo y autorregulación, por lo que plantea la *Zona de Desarrollo Próximo*.

Según sus propios términos "no es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un compañero más capaz. El estado de desarrollo mental de un niño puede determinarse únicamente si se lleva a cabo una clasificación de sus dos niveles: del nivel real de desarrollo y de la zona de desarrollo potencial " (Vigotsky, 1978, pág 86)

La participación del maestro como un experto que enseña, es el de promover la zona de desarrollo próximo, las cuales se promueven dentro de un contexto interpersonal maestro-alumno (experto-novato en general) y el interés del profesor consiste en trasladar al educando de los niveles inferiores a los superiores de la zona, apoyando y guiando al alumno con base en sus desempeños alcanzados, por lo que el proceso de enseñanza va de la exorregulación a la autorregulación (Hernández, 1998).

La participación del profesor en el proceso de enseñanza debe ser directiva en un primer momento, creando lo que Bruner (1980) ha denominado "andamiaje". De ésta forma, el profesor utiliza apoyos estratégicos que le permitan al alumno solucionar el problema a aprender como son el planteamiento de preguntas claves o la inducción del autocuestionamiento en el alumno.

A medida que aumenta la competencia del alumno, el profesor reduce su dirección con el fin de que el alumno se involucre por completo en la tarea. Por lo tanto, el alumno debe ser visto como un ente social, protagonista y producto de las múltiples interacciones sociales en que se ve involucrado a lo largo de su vida escolar y extraescolar

Numerosas investigaciones (Coll, y Solé, 1990; Johnson, Johnson y Holubec, 1990; Ovejero, 1991; Echeitia, 1995; Resnick y Ford, 1990) han comprobado que el alumno aprende de forma más eficaz cuando lo hace en un contexto de colaboración e intercambio con sus compañeros, ya que la interacción social favorece el aprendizaje mediante la creación de conflictos cognitivos que causan un cambio conceptual

En otras palabras, el intercambio de información entre compañeros que tienen diferentes niveles de conocimiento provoca una modificación de los conocimientos previos del individuo y acaba produciendo aprendizaje.

Al respecto Vigotsky le otorga un papel esencial al lenguaje, ya que es el instrumento que regula las relaciones con los demás, con el medio y con uno mismo. "El individuo se sirve del lenguaje para organizar su pensamiento y expresar lo que pretende lograr; de ésta manera, el lenguaje está integrado a la acción" (Medina, 1995, pág. 49).

Con base en los supuestos teóricos de Piaget y de Vigotsky, se pueden desprender una serie de principios aplicables a la enseñanza y aprendizaje de los niños en el área de matemáticas, los cuáles son:

a) La adquisición del conocimiento se considera como un proceso de construcción activa y no una mera absorción por parte del sujeto. Para que se produzca un aprendizaje significativo es necesario que el sujeto establezca relaciones entre los conceptos, lo que le lleva a sucesivas elaboraciones y reestructuraciones del conocimiento hasta lograr las representaciones cognitivas adecuadas

b) La información previa ocupa un papel crucial en el aprendizaje ya que constituye la base para la adquisición y comprensión de nueva información. En el ámbito de las matemáticas, el conocimiento informal que ha desarrollado el niño a lo largo de su vida en situaciones cotidianas, deben constituir el punto de partida de la enseñanza formal

   Gay y Cole (1991) señalan que es necesario conocer mejor las matemáticas inherentes a las actividades de la vida diaria en la cultura de los niños a fin de construir a partir de ellas, puentes y ligamentos efectivos para unas matemáticas más abstractas como las que la escuela pretende enseñar

c) Para que los niños sean competentes en lo que a las matemáticas se refiere, es decir, que se sientan a gusto con los números, que capten y entiendan la información que se le presenta mediante gráficas, diagramas, o cuadros es necesario que la apliquen en una gran variedad de contextos. Esta diversidad permitirá conseguir una estructura de conocimientos bien interrelacionados y funcionales en diversas situaciones

d) Debido a que los procesos cognoscitivos de los niños en edad escolar aún no se han consolidado, se requiere que el docente u otro adulto interesado en desarrollar dichos procesos, realice propuestas en la zona de desarrollo próximo del niño para ayudar a que se consoliden

e) Los contenidos curriculares del área del área de matemáticas conllevan elementos culturales que son transmitidos socialmente (aspecto simbólico, reglas del sistema de numeración, unidades convencionales, entre otras) por lo que es necesario transmitirle al niño los contenidos del saber históricamente constituido.

Considerando las propuestas de Piaget y Vigotsky, la SEP (1993) establece como propósito general en el área de matemáticas que los alumnos adquieran la capacidad de utilizarlas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.

"Lo que se pretende a través de ésta nueva propuesta es elevar la calidad del aprendizaje a través de que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés" (SEP, 1993, págs. 52-53).

Desde ésta perspectiva, la solución de problemas representa el núcleo alrededor del cual se organiza la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS CENTRADA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aunque la solución de problemas ha estado siempre presente como uno de los puntos claves de la enseñanza de las matemáticas, a lo largo del tiempo se pueden identificar tres etapas en lo que respecta a la importancia que se les ha dado (Podall y Comellas, 1996):

a) <u>Etapa algorítmica</u>: En la cual la enseñanza de las matemáticas se centraba en la memorización de las técnicas con el objetivo de resolver los problemas básicos de matemáticas.

b) <u>Etapa de la matemática moderna</u>: En la cual se da importancia a las relaciones y operaciones con el objetivo de fundamentar el razonamiento y la capacidad lógica a diferencia de la matemática tradicional centrada solo en el cálculo

c) Etapa de resolución de problemas: Surge como una tendencia que defiende una enseñanza más relacionada con la realidad y la solución de problemas reales y concretos.

En esta etapa se coloca siempre en primer plano a la comprensión: La comprensión tiene que preceder a los ejercicios o prácticas de carácter formalizado que se propongan desarrollar la memoria, la precisión mecánica o la rapidez Estamos convencidos de que lo importante es ayudar a los niños a comprender las nociones matemáticas y a reconocer el tipo de cálculo o de procesos mentales que requiere una situación problemática" (Informe de la Mathematical Association Británica cit en Hughes, 1986, pág. 22).

Esta nueva tendencia hace que cambie la concepción de lo que se entiende por un problema matemático. Para Verganud (1991) un problema matemático es una situación en la que están involucrados objetos, propiedades de los objetos y relaciones entre ellos que establecen una incógnita que hay que esclarecer.

Por su parte, Prieto (1993) señala que: Un problema es la formulación de una situación en la que ciertos elementos, factores o condiciones son conocidos y otros desconocidos Si los problemas exigen la aplicación de habilidades o conocimientos para llegar a la solución, se pueden definir como verdaderos problemas matemáticos" (pag. 188)

Respecto a las habilidades o conocimientos que necesita una persona para solucionar un problema se encuentran la memoria, la atención, la percepción, la codificación, la comprensión, el conocimiento lingüístico y semántico del problema y la metacognición (Mayer, 1986; Prieto, 1993, Podall y Comellas, 1996, Hernández y Soriano, 1999)

En un problema matemático existe una incógnita con respecto a las relaciones entre las propiedades de los objetos; el alumno debe comprender cuál es la incógnita, cuáles son los objetos, sus propiedades y las relaciones para poder solucionar el problema. Por ejemplo:

Carlos tiene veintiocho pelotas, trece son azules y las demás pelotas son rojas ¿Cuántas pelotas son rojas?
Incógnita: ¿Cuántas pelotas rojas tiene Carlos, si en total tiene veintiocho pelotas y trece de ellas son azules?
Objetos: Pelotas que tiene Carlos
Propiedades: Trece pelotas azules y las demás son pelotas rojas
Relaciones: En total son veintiocho pelotas, trece de ellas son azules y las demás son rojas.

En lo que respecta a los problemas matemáticos aditivos, es decir, problemas en los que se realiza una suma o una resta (algoritmos en los que se centra el presente trabajo), la variedad de los mismos ha estado determinada en términos de acciones en las cuales se tenga que: combinar, cambiar o comparar e igualar los objetos o elementos contenidos en el problema matemático (Riley , Greeno y Heller, 1983; Carpenter & Moser, 1984; Vergnaud, 1991; Puente, 1994, Nunes y Bryant, 1997).

A partir de éstas acciones, se han establecido las características de cada tipo de problemas matemáticos. En el siguiente apartado se describen cada uno de ellos

TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE SUMA Y RESTA

Para fines de éste trabajo, se describirán los siguientes tipos de problemas matemáticos de suma y resta, de acuerdo a la clasificación planteada por Flores (2002) y la cual se basa en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1991):

- De combinación o problemas parte-parte-todo
- De cambio o problemas de estado-transformación-estado
- De comparación

✓ **<u>Problemas de combinación o problemas parte-todo</u>**: En este tipo de problemas, los números se refieren a series de objetos, por lo que no se transforma ninguna cantidad. Estos problemas se pueden presentar de dos tipos:

TIPOS DE PROBLEMAS DE COMBINACIÓN O PARTE-PARTE-TODO	EJEMPLO
Se dan dos conjuntos y se pregunta por el resultado	Mariana tiene 3 pelotas rojas y 5 azules ¿Cuántas pelotas tiene en total?
Se da la cantidad de un conjunto y la cantidad de la unión y se pregunta por la cantidad del otro conjunto	Mariana tiene 8 pelotas Tres son rojas y el resto son azules ¿Cuántas pelotas azules tiene Mariana?

✓ **<u>Problemas de cambio o problemas de estado-transformación-estado</u>**: En éstos problemas se juntan o se separan objetos (Puente, 1994). Flores (2002) define a los problemas donde se juntan objetos como transformaciones positivas (+) y a los problemas donde se separan objetos como transformaciones negativas (-).

La característica de los problemas de cambio es que hay una cantidad inicial y una acción directa o implícita que causa un incremento o decremento de la cantidad de los objetos (Vergnaud,1991; Nunes y Bryan, 1997) Existe una condición inicial, la cual es seguida de un cambio y que produce un resultado final

Este tipo de problemas presentan tres modalidades, ya sea juntando o separando objetos:

1) Se da la cantidad inicial y la magnitud del cambio y el sujeto debe obtener el resultado

JUNTAR O TRANSFORMACION	SEPARAR O TRANSFORMACION
Mariana tenía 3 pelotas. Alex le dio 5 más ¿Cuántas pelotas tiene Mariana en total?	Mariana tenía 8 pelotas Le dio 3 a Alex ¿Cuántas pelotas le quedan?

2) Se conoce la cantidad inicial y el resultado y el sujeto debe obtener la magnitud del cambio.

JUNTAR O TRANSFORMACION	SEPARAR O TRANSFORMACION
Mariana tiene 3 pelotas ¿Cuántas pelotas más necesita para tener 8?	Mariana tenía 8 pelotas. Le dio algunas a Alex y ahora le quedan 5 ¿Cuántas pelotas le dio Mariana a Alex?

3) La cantidad inicial es desconocida y los otros elementos son dados

JUNTAR O TRANSFORMACION	SEPARAR O TRANSFORMACION
Mariana tenía algunas pelotas. Alex le dio 3 pelotas más y ahora tiene 8 pelotas ¿Cuántas pelotas tenía Mariana al principio?	Mariana tenía algunas pelotas Le dio 3 a Alex. Ahora le quedan 5 ¿Cuántas pelotas tenía Mariana al principio?

✓ **Problemas de comparación:** Implican comparaciones de dos elementos distintos, uno de los elementos cumple la función de referente y el otro funciones de "comparado". El tercer objeto del problema es la diferencia o la cantidad que excede entre ambos objetos. Cada uno de los elementos puede servir de incógnita.

TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACION	EJEMPLO
Objeto referente menor que el objeto comparado, incógnita en la diferencia	Mariana tiene 3 pelotas y Alex tiene 8 pelotas ¿Cuántas pelotas más que Mariana tiene Alex?
Objeto referente mayor que el objeto comparado, incógnita en la diferencia	Mariana tiene 8 pelotas y Alex tiene 3. ¿Cuántas pelotas menos que Mariana tiene Alex?
Objeto referente menor que el objeto comparado incógnita en el conjunto comparado	Alex tiene 3 pelotas. Mariana tiene 5 pelotas más que Alex. ¿Cuántas pelotas tiene Mariana?
Objeto referente mayor que el objeto comparado incógnita en el conjunto comparado	Alex tiene 5 pelotas. El tiene 3 pelotas menos que Mariana ¿Cuántas pelotas tiene Mariana?
Objeto referente menor que el objeto comparado, incógnita en el conjunto referente	Mariana tiene 8 pelotas. Ella tiene 5 pelotas más que Alex ¿Cuántas pelotas tiene Alex?
Objeto referente mayor que el objeto comparado, incógnita en el conjunto referente	Mariana tiene 8 pelotas. Alex tiene 3 pelotas menos que Mariana ¿Cuántas pelotas tiene Alex?

Al solucionar problemas matemáticos, muchos niños presentan dificultades debido a una inadecuada comprensión del texto del problema más que a la realización de las operaciones matemáticas propiamente dichas (Nesher, 1982; De Corte y Verschaffel, 1987; Resnick y Ford, 1990; Pimm, 1990; Baroody, 1994; Defior, 1996; Podall y Comellas, 1996; Cordero, 2001; Gónzalez-Pienda, 2001). A continuación se describe la importancia de comprender los problemas matemáticos para lograr solucionarlos.

LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Riley, Greeno y Heller (1983) plantean que la adquisición de la habilidad para resolver problemas matemáticos depende en gran medida de la capacidad del alumno para comprender el texto del problema.

Lo anterior se puede comprobar en el estudio realizado por Lester y Garofalo (cit. en De Corte, 1993) Estos autores les presentaron a niños americanos que cursaban el tercer y quinto grado de primaria una serie de problemas matemáticos como el siguiente:

"Tom y Sue visitaron una granja en la que había gallinas y cerdos. Tom dijo: "Hay 18 animales". Sue dijo: "Sí, y tienen 52 patas en total". ¿Cuántos animales de cada clase había en la granja?"

Los autores encontraron mediante una entrevista realizada a los alumnos, que la mayoría de ellos resolvían el problema aplicando la estrategia de la palabra clave, esto es que: "Los alumnos de tercer grado sumaban porque el problema decía *en total*, mientras que los alumnos de quinto grado la expresión *cuántos de cada una* elicitaba la división" (págs. 146-147).

Por su parte, Reusser (cit. en De Corte, 1993) presentó a un grupo de niños el siguiente problema: "Hay 26 ovejas y 10 cabras en un barco ¿Qué edad tiene el capitán?" En este caso, la respuesta que brindaron los niños más frecuentemente fue 36.

Las respuestas dadas por los niños a ambos problemas permite enfatizar cómo los niños solucionan el problema sin haber realmente comprendido el texto del problema: "Los niños calculan ciegamente...... incluso ofrecen una respuesta numérica a un problema sin sentido" (Reusser, cit en De Corte, 1993, pág 117).

Comprender un problema matemático implica que el alumno posea los conocimientos previos que le permitan abstraer o generalizar objetos, hechos y conceptos nuevos y las interrelaciones entre éstos (Greeno, 1973; Puente, 1994; Marshall, 1995; Hernández y Soriano, 1999; Flores, 2002)

De igual forma, al solucionar un problema matemático, los niños requieren comprender la escritura y lectura de las cantidades, los agrupamientos, el valor posicional, la representación gráfica (tablas, cuadros, gráficas) y el valor del cero dependiendo del lugar que ocupa, entre otros

Finalmente, el discurso matemático incluye términos especializados y significados distintos de los habituales en el habla cotidiana (Pimm, 1990), por lo tanto, al solucionar un problema matemático, el niño debe comprender el estilo del lenguaje del texto del problema adecuándolo a las circunstancias matemáticas

Por lo tanto, en la comprensión de problemas matemáticos están implicados tres factores:

a) Conocimientos previos
b) Factores numéricos
c) Factores lingüísticos

Aunque cada uno de estos factores se describen por separado, todos se interrelacionan en la solución de problemas matemáticos.

FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

a) Conocimientos previos

Para tratar de explicar el proceso de comprensión, se ha desarrollado la noción de esquemas en donde los conocimientos previos constituyen marcos de referencia o esquemas elaborados durante el desarrollo cognitivo que le sirven al sujeto para abstraer, generalizar, simplificar o modificar la información nueva que se le presenta.

Existen muchas investigaciones que sugieren que los niños inventan una gran parte de sus propias matemáticas y que asisten a la escuela con un buen y desarrollado sistema matemático informal (Ginsburg, 1977; Kamii, 1988; Resnick y Ford, 1990; Marshall, 1995; Fuenlabrada y Aválos, 1996; Nunes y Bryant, 1997).

El Libro para el Maestro (SEP, 1998) menciona que los problemas matemáticos se plantean con el fin de promover en los niños el desarrollo de una serie de actividades, reflexiones, estrategias y discusiones, que les permitan la construcción de conocimientos nuevos o la búsqueda de la solución a partir de los conocimientos que ya poseen

"Al resolver problemas, los niños generan sus propios recursos de solución; utilizan sus conocimientos previos, mismos que al ser reorganizados, les permiten crear estrategias de solución novedosas. Estas estrategias espontáneas son informales al principio e incluso en muchas ocasiones son largas y poco sistemáticas; pero poco a poco, mediante la secuencia de problemas pertinentes y con la ayuda del maestro, van evolucionando hacia estrategias y conocimientos convencionales " (Fuenlabrada y Aválos, 1996. pág. 32).

Los conocimientos previos también son utilizados por los niños al solucionar un problema para comprender cómo se relacionan los diferentes elementos de la información contenida en el problema; es decir, requiere de marcos de referencia que contengan la suma de todo lo que el individuo conoce acerca de ese problema para solucionarlo y a su vez, reflexionar, inferir y evaluar su propia ejecución. (Prieto, 1993).

Por lo tanto, en la comprensión de problemas matemáticos están implicados tres factores:

a) Conocimientos previos
b) Factores numéricos
c) Factores lingüísticos

Aunque cada uno de estos factores se describen por separado, todos se interrelacionan en la solución de problemas matemáticos.

FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

a) Conocimientos previos

Para tratar de explicar el proceso de comprensión, se ha desarrollado la noción de esquemas en donde los conocimientos previos constituyen marcos de referencia o esquemas elaborados durante el desarrollo cognitivo que le sirven al sujeto para abstraer, generalizar, simplificar o modificar la información nueva que se le presenta.

Existen muchas investigaciones que sugieren que los niños inventan una gran parte de sus propias matemáticas y que asisten a la escuela con un buen y desarrollado sistema matemático informal (Ginsburg, 1977; Kamii, 1988; Resnick y Ford, 1990; Marshall, 1995; Fuenlabrada y Ávalos, 1996; Nunes y Bryant, 1997).

El Libro para el Maestro (SEP, 1998) menciona que los problemas matemáticos se plantean con el fin de promover en los niños el desarrollo de una serie de actividades, reflexiones, estrategias y discusiones, que les permitan la construcción de conocimientos nuevos o la búsqueda de la solución a partir de los conocimientos que ya poseen

"Al resolver problemas, los niños generan sus propios recursos de solución; utilizan sus conocimientos previos, mismos que al ser reorganizados, les permiten crear estrategias de solución novedosas. Estas estrategias espontáneas son informales al principio e incluso en muchas ocasiones son largas y poco sistemáticas; pero poco a poco, mediante la secuencia de problemas pertinentes y con la ayuda del maestro, van evolucionando hacia estrategias y conocimientos convencionales " (Fuenlabrada y Ávalos, 1996. pág. 32).

Los conocimientos previos también son utilizados por los niños al solucionar un problema para comprender cómo se relacionan los diferentes elementos de la información contenida en el problema; es decir, requiere de marcos de referencia que contengan la suma de todo lo que el individuo conoce acerca de ese problema para solucionarlo y a su vez, reflexionar, inferir y evaluar su propia ejecución. (Prieto, 1993).

Flores (2002) señala que: "Los problemas son comprendidos porque hay señales en el texto que llevan a la activación de los esquemas alrededor de los cuales el texto se organiza y sobre los que se pueden emplear procedimientos particulares de solución" (pág. 11)

De ésta forma, comprender un problema matemático implica que el niño logre formarse una representación del mismo. "Para comprender la realidad y actuar sobre ella, el niño debe ser capaz de construir representaciones mentales de dicha realidad" (Vergnaud, 1991, pág.67).

Carpenter (1985) preocupado por entender el proceso que usa el sujeto para relacionar la información nueva con la ya existente, observa como el estudiante incluye los conocimientos nuevos en las diferentes categorías que posee sobre problemas, usando el contenido y el repertorio de soluciones que ya conoce.

Así por ejemplo, en un primer momento, el alumno se hace una idea de la categoría del problema y de las operaciones que implica (sustracción, multiplicación, etc). Este proceso activa sus esquemas o el conocimiento previo de los elementos relevantes y la información activada se usa para formular hipótesis acerca del proceso más eficaz para llegar a la solución

En la medida en que se avanza, el sujeto va realizando inferencias acerca del significado del problema; especialmente se plantea la representación conceptual o gráfica del mismo, lo que da lugar a la comprensión del problema.

No obstante, los conocimientos previos o esquemas con los que cuenta un sujeto no siempre favorecen una mayor comprensión, ya que no todos son de igual naturaleza, es decir, algunos consisten en simplificaciones de alguna idea más compleja, mientras que otros consisten en deformaciones o modificaciones de la explicación correcta de un fenómeno.

En el dominio matemático, esto se ve reflejado en los errores que presentan los niños al resolver problemas matemáticos, ya que la mayoría suelen estar vinculados con concepciones equívocas acerca de la tarea (Ginsburg, 1977) Por ejemplo, si al niño se le ha enseñado que siempre se le resta al número mayor el número menor, cuando se le presenta al niño la siguiente resta:

$$\begin{array}{r} 253 \\ -\underline{118} \\ 145 \end{array}$$

El niño resta el dígito menor de la columna del dígito mayor sin tener en cuenta cuál está arriba En este ejemplo, el error se debe a que el niño realiza una simplificación o deformación de la información nueva.

El análisis de los errores sistemáticos en matemáticas, también fue estudiado por Brown y Burton (1978) quienes no sólo definieron algunos de los procedimientos sistemáticos de sustracción errónea, sino que desarrollaron un programa de ordenador (llamado Buggy) capaz de diagnosticar los algoritmos en operaciones de resta de tres dígitos en que se cometían errores sistemáticos. Estos autores encontraron 14 errores que aparecen con más frecuencia al realizar operaciones de resta *(Ver Anexo 1)*.

En resumen, el interés en los errores matemáticos se debe a que estos tienen su origen en procedimientos incorrectos debido a una falta de conocimientos previos necesarios, o bien debido a que estos últimos, simplifican o deforman la nueva información (Puente, 1994; Marshall, 1995).

Sin embargo, el análisis de estos errores permite también conocer cómo está comprendiendo el niño el problema, si está o no analizando la estructura del texto para llegar a la solución o si solamente se está guiando por alguna "pista" que lo ayude a identificar la operación que debe utilizar; lo anterior enfatiza la importancia que juegan en la comprensión no sólo los esquemas con los que cuentan los niños sino también los factores numéricos y los lingüísticos.

b) Factores numéricos

Los factores numéricos que intervienen en la comprensión del problema matemático son:

- la adquisición del concepto de número
- la utilización del sistema numérico decimal
- el conocimiento y manejo del algoritmo
- la representación gráfica

Diversos autores (Piaget, 1967; Kamii, 1988; Nunes y Bryant, 1997, entre otros) señalan que los niños deben tener el concepto de número para entender las matemáticas.

Específicamente, para poder realizar operaciones aditivas (sumas y restas) estos autores señalan que: "Si los niños no entienden las propiedades de composición aditiva, resulta difícil que los estudiantes comprendan y manejen sumas y restas Aunque la correspondencia biunívoca (uno a uno) es importante, no es suficiente para que los niños comprendan el sistema de numeración Por lo tanto, se requiere que los niños comprendan la composición aditiva del número, es decir, que cualquier número *n* puede descomponerse en otros dos números precedentes en la lista ordinal de números, de tal forma que al sumarlos obtenga *n*" (Nunes y Bryant, 1997, pág 63).

Por su parte, Vergnaud (1991) menciona que algunos elementos relacionados con el concepto de número que hacen más complicado un problema son:

a) Cuando en lugar de utilizar cantidades referidas a canicas, estampas o personas, se trata de operar con cantidades que se refieren a distancia, peso, longitud, etc

Esto significa que suele ser más fácil operar con cantidades discontinuas (que pueden contarse por unidades) como botones frutas, etcétera que con cantidades discontinuas como líquidos, kilómetros, o minutos, ya que las primeras se prestan a la posibilidad de conteo concreto, lo cual no es fácil con las cantidades continuas donde habría que hacer representaciones de unidades de medida.

b) Un mismo problema al que sólo se le cambian las cantidades (menores por mayores) puede no resolverlo el niño, aunque haya tenido éxito con cantidades menores. Por lo tanto, las magnitudes de los números implicados en el problema contribuyen a hacer más fácil o más difícil un problema.

Por ejemplo, es más fácil operar con números pequeños como 6 y 9 que con números grandes como 3411 y 5214. Además, los números pequeños en general facilitan hacer mentalmente el cálculo de las operaciones

c) Ciertos números como 50, 2000, 3420, etc. permiten operar mediante el sólo cálculo mental o utilizar otros procedimientos eficaces no canónicos, mientras que los números como 6853, 7914, etc. hacen necesario recurrir a los algoritmos de las diversas operaciones.

Respecto al sistema numérico decimal, su utilización no puede limitarse a que el niño sepa que los números se agrupan en unidades, decenas, centenas, etcétera. Para poder operar con este sistema en todos los campos en que es pertinente, se requiere comprender las leyes que lo rigen, su funcionamiento y las derivaciones que de ellas se desprenden dentro de los diferentes contextos en que es utilizado.

Por lo tanto, se requieren comprender principalmente:

a) La escritura y lectura de cantidades: En donde el niño tiene que saber distinguir si se trata de un seis (6) o un (9) (Defior, 1996).

b) Los agrupamientos: Dado que nuestro sistema de numeración es un sistema de base diez, al tener diez unidades de cualquier tamaño el niño debe reagruparlas en decenas, centenas o millares; se repite el mismo procedimiento indefinidamente de acuerdo al reagrupamiento del orden superior de cada clase: la clase de las unidades, la clases de los millares, la clase de los millones, etc. (Nunes y Bryant, 1997).

c) El valor posicional: Cuando se trata de multidígitos, los niños tiene que comprender que no se trata de una hilera de números sin más sino que cada uno de ellos tiene un significado propio en función del lugar que ocupa y que en su conjunto, expresan una relación global.

Por ejemplo, 32 no se lee como "tres y dos" sino como "treinta y dos" Por lo tanto, la clave es comprender el papel de la posición que ocupan las cifras en cada caso y reconocer que los números de varias cifras, representan una expresión numérica que hay que aprender a codificar y decodificar de acuerdo a si está en el lugar de las decenas, centenas o millares (Defior, 1996).

d) El cero: A los niños se les enseña que el cero tiene un valor nulo, lo que provoca que muchos niños cometan una serie de errores sistemáticos por desconocimiento del papel que juega el cero dependiendo del lugar que ocupa en una determinada cifra. Por ejemplo, muchos niños leen 7007 como "setecientos siete" o incluso como "setenta y siete" (Defior, 1996).

Otro factor numérico que suele acarrear dificultades a los niños al momento de solucionar un problema es el conocimiento y manejo del algoritmo, ya que frecuentemente los niños, habiendo entendido las relaciones implicadas en el problema y lo que se debe hacer, al final obtienen un resultado incorrecto porque su conocimiento del algoritmo no es adecuado

Lo anterior suele suceder debido a un aprendizaje mecánico donde los pasos para realizar el algoritmo son memorizados. "Los niños no hacen más que tratar de recordar y seguir las instrucciones del maestro respecto a que se deben de sumar unidades con unidades y decenas con decenas, o de que en multiplicación, se deja el lugar conforme los productos parciales correspondientes a las decenas o a las centenas, pero no entienden por qué es necesario hacerlo así" (SEP, 1991, pág 75).

Una dificultad que los niños suelen presentar y que está relacionada con el manejo del algoritmo es la inadecuada discriminación de los datos numéricos que se requieren utilizar para resolver el problema

Al respecto, la SEP (1991) señala que: "Con sorprendente frecuencia los niños proceden a hacer operaciones tomando como dato todo número que aparezca en un problema Si se dice por ejemplo: A Pepe le compraron un yoyo porque sacó diez en la escuela, o algo similar, y de ahí se desprende un problema donde el diez de calificación nada tiene que ver, no será raro que el niño lo sume o lo reste en combinación con los números que sí constituyen datos del problema, como puede ser el costo del yoyo y la denominación del billete con que se pagó, a partir de los cuáles se pregunta cuánto fue el cambio recibido" (SEP 1991, pág 61)

Por lo tanto, los niños deben identificar los datos numéricos que sean relevantes en el problema y con ellos llevar a cabo el algoritmo necesario para solucionar el problema.

Finalmente, los niños también deben entender la información matemática que se presenta en ecuaciones, gráficas, diagramas o cuadros, y a su vez ellos también deben poder utilizar éstas diferentes formas de representación gráfica para comunicar sus resultados con los demás (Hughes, 1986; Defior, 1996; Nunes y Bryant, 1997)

Algunos investigadores (Ferreiro, 1979, Sastre y Moreno, 1980; Kamii, 1988) han encontrado en el campo de la lecto-escritura y las matemáticas que los niños son capaces de producir representaciones gráficas espontáneas para expresar palabras, cantidades y ecuaciones aritméticas.

Estos autores encontraron que en el caso de niños pequeños, éstas no son estrictamente convencionales; es decir, los niños realizan dibujos de objetos (representaciones figurativas), escriben números aislados o signos no aritméticos para tratar de representar cantidades o acciones de adición o sustracción.

Una investigación que resulta interesante porque permite observar como los niños representan ecuaciones numéricas de suma y resta fue la realizada por De Corte y Verschaffel (1987). Estos autores encontraron que los niños de primer grado son capaces de resolver problemas de suma y resta pero ninguno de ellos fue capaz de formular espontáneamente la ecuación numérica para representar la solución del problema.

Lo anterior indica que pese a que los maestros enfaticen la escritura de las ecuaciones aritméticas, los niños no los utilizan como una réplica, sino que hacen uso de sus propios recursos gráficos (no convencionales) para expresar lo que ellos comprenden de las relaciones inherentes a las operaciones de adición y sustracción.

Por lo tanto, esto pone en evidencia una diferencia cualitativa entre los niveles de comprensión que el niño puede expresar a través de sus procedimientos de solución y la representación gráfica de ecuaciones. Lo que a su vez habla de que una cosa es comprender las relaciones de un problema y otra muy diferente expresar gráficamente ésta comprensión utilizando signos aritméticos convencionales

Los factores numéricos se relacionan a su vez con la redacción del problema, es decir, con la sintaxis y semántica del problema; por ejemplo, en ocasiones los datos numéricos se presentan en el orden en que se va a operar con ellos. Esto nos lleva a abordar los factores lingüísticos que intervienen en el proceso de comprensión de problemas matemáticos.

c) Factores lingüísticos

El lenguaje juega un papel muy importante en la adquisición del conocimiento matemático El niño transforma y construye su conocimiento en interacción con el maestro y sus compañeros.

A través de las actividades y de las discusiones en matemáticas se va desarrollando la comprensión de expresiones y términos de este tipo, y se va progresando en el desarrollo del lenguaje matemático, enriqueciendo, a su vez, su lenguaje habitual (Pimm, 1990; Puente, 1994; Hernández y Soriano, 1999).

No obstante, Pimm (1990) señala que el discurso matemático incluye términos especializados y significados distintos de los habituales en el habla cotidiana; es decir, las matemáticas contienen muchas palabras pertenecientes al lenguaje corriente como: "son", "quitar", "diferencia", "por" "me llevo", las cuales provocan a menudo confusión en los niños. Por lo tanto, para que un niño aprenda matemáticas debe comprender los estilos del lenguaje adecuados a las circunstancias matemáticas

A tal estilo del lenguaje Halliday (cit. en Pimm, 1990, pág. 117) lo denominó registro matemático: "Es el conjunto de significados que pertenecen al lenguaje de las matemáticas...... .no sólo el simple uso de términos técnicos sino también determinadas expresiones e incluso ciertos modos caracteristicos de argumentar".

Por ejemplo, cuando se les pregunta a los niños : "¿Cuál es la diferencia entre 11 y 6?", algunos señalan que el 11 tiene dos números y el 6 no; o bien, contestan que el 6 es curvo y el once son verticales. Por lo tanto, "Una de las tareas decisivas para quien aprende matemáticas consiste en reconocer cuándo las matemáticas se verbalizan" (Hughes, 1986, pág. 64)

En lo que respecta a la solución de problemas matemáticos, Mayer (1986) y Hughes (1986) señalan que al solucionar un problema matemático se debe:

a) Traducir el problema desde su contexto en la vida real para convertirlo en un adecuado cálculo matemático; es decir, trasladar las palabras a un lenguaje matemático

b) Realizar el cálculo matemático

c) Traducir de nuevo al contexto real el resultado de este cálculo.

No obstante, al resolver problemas matemáticos, los estudiantes, por lo general, esperan que estos consistan en textos breves en los que no falten ni sobren datos, cuya secuencia lógica de organización de los datos responda a la sucesión de operaciones que los alumnos deberán realizar para resolverlos, y que además posean palabras claves que no dejen duda de lo que tienen que hacer, como por ejemplo, si incluyen la palabra "más", la operación a realizar deberá ser una suma, o si el problema presenta la palabra "perdió", se deberá de realizar una resta (SEP, 1995).

Respecto a las palabras claves, los alumnos las utilizan palabras que se presentan en el problema como desencadenantes automáticos de la operación que deben utilizar; así palabras como: más, ganar, recibir, comprar, entre otras, le indican una suma; por el contrario, palabras como: menos, perder, entregar, vender, entre otras, le indican al niño que debe realizar una resta

En una investigación sobre comprensión de problemas matemáticos Hegarty, Mayer y Monk (1995) demostraron que los alumnos universitarios que no tienen éxito, es decir, que cometen errores a la hora de resolver problemas, basan su solución en los números y palabras clave que seleccionan a partir del texto del problema, lo que ellos llaman estrategia de traducción directa o método rápido

En este tipo de estrategia, los estudiantes intentan seleccionar los números y los principales términos relacionales del problema y después basan su plan de resolución en éstos, lo que implica combinar los números utilizando las operaciones aritméticas que se derivan de la interpretación de las palabras "más" o "menos".

Los estudiantes que tienen éxito, es decir, aquellos que no cometen errores construyen un modelo de situación descrita en el problema y basan su plan de solución en este modelo, denominado estrategia del modelo-problema.

El modelo del problema se diferencia del texto en que es una representación basada en el objeto y no una representación basada en la proposición. Este modelo mental se convierte después en la base de la construcción de un plan de solución

A su vez Gónzalez-Pienda (2001) ofrece una réplica de los experimentos realizados por Hegarty y cols. con 36 alumnos del sexto curso de educación primaria, en donde confirma que los alumnos con éxito tienden más a construir una representación significativa del problema, mientras que los alumnos sin éxito se centran más en las palabras clave y en los números

Con respecto a la estructura lingüística de los problemas de suma, los alumnos consideran que en los problemas de suma se agrega a la cantidad inicial otra cantidad y de este modo, la cantidad inicial crece (Avila, 1994)

Un ejemplo de este tipo de estructura lingüística es el siguiente: En la cooperativa había 300 tortas, después trajeron 250 tortas ¿Cuántas tortas hay ahora en la cooperativa?.

Sin embargo, existen problemas de suma en donde en lugar de agregar a la cantidad inicial otra cantidad, se trata de encontrar la cantidad inicial. Por ejemplo:

En el recreo se vendieron 410 tacos y quedan 200 tacos ¿Cuántos tacos había al iniciar la venta?

Aunque los dos problemas se resuelven utilizando el algoritmo de suma, no todos los niños logran resolver el segundo problema, ya que no se trata de agregar a la cantidad inicial otra cantidad, sino se trata de encontrar la cantidad inicial: por lo tanto, los niños tienen que invertir el planteamiento del problema y el razonamiento que de él se deriva:

Planteamiento inicial	Inversión del planteamiento
$X - 410 = 200$	$200 + 410 = X$

Con base en lo anterior, Avila (1994) concluye que la forma en cómo esté planteado el problema de suma determinará la complejidad del mismo ya que obligará al alumno a realizar operaciones de pensamiento diferentes.

Respecto a la resta, ésta misma autora describe que la mayoría de los niños consideran que se utiliza una resta cuando el problema menciona que una cantidad inicial disminuye porque se gasta, se vende o se regala. Por ejemplo: En la cooperativa escolar había 94,780 pesos y se dieron 35,945 pesos para el día del niño. ¿Cuánto dinero quedó en la cooperativa?

Sin embargo, existen problemas en los cuales se conoce la cantidad que se tiene al inicio y la que se tiene al final, pero hay que buscar una diferencia entre lo que se tenía al principio y lo que se tiene al final, y esa cantidad, la diferencia, no puede ser mayor que el total que se tiene. Por ejemplo: En la cooperativa escolar *había 19,518 pesos antes del recreo, ahora hay 87, 625 pesos ¿Cuánto se vendió* en el recreo?

Por lo tanto, Avila (1994) concluye que: "Para que los niños puedan resolver problemas como los que se presentaron, necesitan construir otro significado para la resta: la operación que permite encontrar una diferencia Podemos decir entonces que, el significado encontrar una diferencia es menos simple que el significado de quitar, disminuir, el cual los niños construyen sin ir a la escuela" (pág 109).

En resumen, para solucionar un problema matemático es indispensable comprender su estructura lingüística, en lo que respecta a:

- El vocabulario utilizado
- La forma de presentar la información
- El algoritmo a utilizar

Con base en los planteamientos antes descritos, en los que se resalta la importancia de los factores lingüísticos, numéricos y de conocimientos previos para comprender y resolver un problema, se pueden extraer una serie de sugerencias útiles en la práctica educativa.

ESTRATEGIAS PARA PROMOVER LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Con el fin de ayudar a los alumnos a comprender los problemas matemáticos, diversos investigadores señalan el uso de diversas estrategias como son: identificar de qué trata el problema, identificar los datos necesarios para solucionarlo, propiciar la representación del problema y favorecer la estimación de los resultados. A continuación se describen cada una de ellas.

Polya (1974) desarrolló un modelo prescriptivo de solución de problemas en el cuál incluía la comprensión del problema como la primera fase para solucionar el problema.

Este autor describe los siguientes procedimientos o estrategias que permiten comprender el problema:

- Cerciorarse de que se conoce la incógnita, los datos y las condiciones que relacionan esos datos.
- Cerciorarse de que se comprende la índole del estado final, del estado inicial y de las operaciones permisibles.
- Trazar un gráfico o diagrama que represente visualmente el problema.

Por su parte, la SEP (1991) señala que el nivel de comprensión lectora del alumno es fundamental para solucionar un problema, por lo que sugiere dar por escrito el problema al alumno para que lo lea y realizarle preguntas sobre lo que trata el problema.

En caso de que el alumno no haya comprendido el problema o lo haya hecho parcialmente, se requiere leer en voz alta el problema dejando al a vista el texto del problema y analizar por partes el texto, haciéndole preguntas al niño hasta asegurarse de que ha comprendido lo enunciado en él

Por su parte Baroody (1994) y Defior (1996) señalan que comprender un problema matemático implica que el alumno entienda de lo que trata el problema, analizar cual es la información esencial y cual es la irrelevante, determinar la incógnita y los datos, examinar las relaciones entre ambos, decidir qué métodos son adecuados para llegar a la solución (y cuáles no) y dislumbrar que se espera encontrar.

De igual forma, Stemberg (cit en Prieto, 1993) enfatiza que es necesario seleccionar los componentes necesarios para resolver un problema, esto es asegurarse de que se han considerado todos los datos del problema, desechando los datos irrelevantes del problema: "Hay que enfocar la atención hacia lo relevante, sin olvidar considerar las relaciones oportunas entre todos los datos del problema" (pág. 22)

Castillo (1997) señala algunas técnicas para ayudar a comprender mejor los problemas matemáticos Dichas técnicas son:

a) Expresarlo con palabras
b) Separar los datos relevantes de los no relevantes
c) Señalar los datos que faltan
d) Poder explicar en qué consiste
e) Buscar problemas semejantes
f) Buscar escenarios en los que se puede presentar ese problema
g) Representar en otro formato (gráficas, diagramas, dibujos, etc.)
h) Reconocer la meta del problema

Para muchos autores (Resnick y Ford, 1990; Vergnaud, 1991; Newell y Simon, 1992; Stemberg, cit. en Prieto, 1993; SEP, 1995) el entrenamiento en la representación de la estructura de un problema constituye un aspecto esencial para resolver el problema.

Muchos de los problemas que ha simple vista resultan complicados, resultan más fáciles cuando se representan mediante cuadros, tablas, ecuaciones, redes semánticas, mapas conceptuales, entre otros.

Por otra parte, desde los años ochentas, se ha destacado la importancia de enseñar a los estudiantes estrategias estimativas para resolver problemas matemáticos, con el fin de que calculen los resultados antes de solucionarlos en forma convencional y/o para que comprueben la congruencia del resultado obtenido (SEP, 1995; Defior, 1996; Duhalde y Gónzalez, 1997; Hernández y Soriano, 1999).

Reys (1986) menciona que "La estimación permite decidir el tipo de respuesta requerida, escoger y llevar a cabo las estrategias apropiadas, y revisar la sensatez de la respuesta" (pág. 48).

Para que los niños aprendan a realizar estimaciones, se requiere:

- ⊙ Observar si para solucionar un problema es necesario utilizar datos exactos o estimaciones

- ⊙ Seleccionar una estrategia de estimación: La estrategia más predominante en la enseñanza ha sido el redondeo sin embargo existen otras estrategias que son útiles como los extremos, promedios y números compatibles

  Al aumentar el repertorio de estrategias estimativas en los alumnos a través de la práctica y la enseñanza, estos se dan más cuenta de las opciones disponibles, y por ende, les permite elegir cual o cuales de ellas pueden utilizar dependiendo del tipo de problema que se les presente. Además, si una estrategia resulta laboriosa o requiere de mucho tiempo, se debe aplicar una nueva estrategia.

- Obtener resultados razonables: En muchas ocasiones, cuando las personas realizan una estimación, proporcionan respuestas sin sentido. Para que esto no ocurra, es necesario verificar si la respuesta corresponde a la situación dada. Por ejemplo:

Uno balón de básquet-ball nuevo cuesta:
$14.00 $140 $1,400 $14,000.00

Un segundo criterio se refiere a la manipulación de los números Por ejemplo:

Estima cuántos dígitos debe tener la respuesta al siguiente problema

PROBLEMA	NUMERO DE DIGITOS
132 + 929	3 4 5 6

Como se ha podido observar, la enseñanza de las matemáticas propuesta por la SEP se centra en la solución de problemas matemáticos. Al solucionar un problema, es necesario que el alumno lo comprenda

En la comprensión de problemas matemáticos están implicados los conocimientos previos de los alumnos, sus competencias numéricas y sus entendimientos respecto a la forma en cómo se plantea lingüísticamente el problema.

Con base en la fundamentación teórica revisada, en las demandas escolares de la escuela primaria donde se llevó a cabo la residencia y en las necesidades de los niños determinadas a partir de la evaluación diagnóstica realizada, en el presente trabajo se promueve y desarrollan estrategias en niños y niñas de quinto grado escolar que les permitan comprender los diversos tipos de problemas de suma y resta.

En el siguiente apartado se describe el método que se utilizó en ésta intervención

MÉTODO

El presente trabajo parte de las necesidades y sugerencias de la Directora y maestros de una escuela primaria oficial de la Ciudad de México, en la cual se llevó a cabo la Residencia correspondiente a la Maestría en Psicología Escolar.

Dichos profesores solicitaron que las actividades que se fueran a realizar durante los dos años de Residencia tuvieran como eje rector la "Comprensión". De ahí, se diseñó un proyecto que se denominó "Comprender para Aprender" el cual pretendió promover la comprensión en las áreas de lectura, escritura y matemáticas, con el fin de elevar el rendimiento académico de los alumnos, y de esta forma, contribuir a su desarrollo integral.

Cabe señalar que, durante el primer año de Residencia en ésta escuela se llevó a cabo un análisis del contexto escolar, considerando para ello las cinco categorías propuestas por Ornelas (1998): orientación, contenidos, cobertura, recursos y organización

Asimismo, en ese mismo año, se realizaron dos intervenciones con dos grados escolares distintos En la primera intervención se diseñó, desarrolló y evaluó un Programa para consolidar la lecto-escritura de tres niños de primer grado con bajo rendimiento académico en las áreas de lectura y escritura.

En lo que respecta a la segunda intervención, ésta se realizó con el grupo de segundo grado (con 22 niños y niñas en total) con el fin de promover en los niños la expresión escrita de diversos tipos de textos

En el segundo y último año de la Residencia, se determinó que sería en el área de matemáticas donde se promovería la comprensión de los alumnos de ésta escuela primaria.

Después de revisar la bibliografía, de evaluar las fortalezas y necesidades que presentaban los niños y considerar los intereses solicitados por los profesores de la escuela se delimitó el objetivo del trabajo de intervención.

OBJETIVO

Promover y desarrollar estrategias de comprensión en los niños que les permitieran solucionar diversos tipos de problemas de suma y resta.

POBLACIÓN

El presente trabajo sólo se centrará en las actividades realizadas con el grupo de quinto grado, el cual se eligió como grupo focal, aunque en total se trabajó con 65 alumnos que cursaron el primero, tercero y quinto grado escolar, con quienes se realizaron actividades similares de acuerdo a sus conocimientos previos y nivel escolar.

Se eligió el grupo de quinto grado debido a la disposición que la maestra mostró por el presente trabajo, así como también a los resultados obtenidos en la evaluación diagnóstica que se realizó (los cuales se detallan más adelante) y que mostraron ampliamente la importancia de los conocimientos previos y los factores numéricos y lingüísticos en la comprensión de los problemas matemáticos

Dicho grupo de quinto grado estuvo conformado por 27 niños y niñas en total, de los cuales 10 eran niñas y 17 eran niños. Su edad variaba de los 10 a los 11 años, aunque había un niño de nueve años y dos niños de 12 años De acuerdo al ingreso familiar mensual reportado en la solicitud de ingreso a la escuela por los padres de estos niños y niñas, su nivel socio-económico era medio-bajo. Asimismo, la mayoría de estos niños y niñas, eran hijos de padres divorciados o madres solteras.

Sexo	Edad promedio	Nivel socioeconómico	Núcleo familiar
10 niñas y 17 niños	10-11 años	Medio-bajo	Padres divorciados o madres solteras

ESCENARIO

El escenario correspondió al salón de clases asignado al grupo de 5to. "B" La hora específica para trabajar con el grupo fue determinada por el profesor responsable de este grupo; de ésta forma, se trabajó durante una hora dos veces a la semana (jueves de 11:00 a 12:00 hrs. y viernes de 8:30 a 9:30 hrs.) teniendo un total de 21 sesiones de Septiembre del 2000 a Junio del 2001.

En general, el salón se encontraba bien ventilado e iluminado. En él existían sillas, mesas, un escritorio con su respectiva silla, un estante, un pizarrón, gises, borrador y diversos tipos de materiales como pliegos de papel, cubos de madera, libros, entre otros.

MATERIALES UTILIZADOS

Pizarrón	Revistas
Gises	Catálogos
Hojas blancas	Estambre
Colores	Estampas
Lápices	Fichas
Goma	Dados
Cartulinas	Fichero de Matemáticas de 5to. grado (SEP,1998)
Báscula	"Gran enciclopedia de los niños" (Tormont Publication Inc, 1999).

DIAGNÓSTICO

El diagnóstico que se realizó consistió en lo siguiente:

- **Observaciones dentro del aula.**
- **Aplicación de un cuestionario de intereses, usos y dificultades de las matemáticas.**
- **Realización de una evaluación académica.**

Se realizaron dos **observaciones dentro del aula** (antes y después del recreo) con el fin de conocer las interacciones entre los alumnos, de los niños y niñas con la maestra y de la maestra con los niños y niñas Durante las observaciones que se realizaron en el grupo, se pudo observar una adecuada integración de los niños y niñas.

Asimismo, se observó que los niños y niñas participaban activamente en las actividades que la maestra realizaba

En general, se observó que la maestra mantenía un buen control de la disciplina en el grupo; para ello, utilizaba la técnica de economía de fichas mediante la cual reforzaba las conductas adecuadas de los alumnos.

Se aplicó también un **cuestionario de intereses, usos y dificultades de los alumnos respecto a las matemáticas,** el cual consistía en tres preguntas:

1. ¿Qué es lo que más te gusta de las matemáticas?
2. *Da un ejemplo de alguna actividad que realices fuera de la escuela* en donde utilices las matemáticas
3. ¿En que te gustaría que te apoyara?

Lo anterior permitió identificar en los niños su motivación hacia las matemáticas, si consideran a las matemáticas inmersas en todos los ámbitos de su vida diaria, así como también su nivel de metacognición para identificar los conocimientos que aún no han consolidado y por lo tanto, requieren apoyo

Respecto a la primera pregunta: *¿Qué es lo que más te gusta de las matemáticas?* Los niños mencionaron más frecuentemente que les gustaban las sumas, posteriormente los quebrados y por último las multiplicaciones. Aunque también dos niños comentaron que no les gustaba nada de las matemáticas.

En lo que respecta a la segunda pregunta: *Da un ejemplo de alguna actividad que realices fuera de la escuela en donde utilices las matemáticas*, los niños mencionaron más frecuentemente que las utilizaban cuando jugaban, por ejemplo a la lotería o a escaleras y serpientes o en el fútbol para llevar el marcador de los goles. Asimismo, otros niños comentaron que utilizaban las matemáticas cuando iban a la tienda a comprar dulces.

En cuanto a la tercera pregunta: *¿En que te gustaría que te apoyara?* De un total de 17 niños que contestaron el cuestionario, 14 solicitan apoyo para la realización de las divisiones. Los tres restantes comentaron que les gustaría que se les apoyara en la raíz cuadrada, en los problemas o en las operaciones.

Finalmente, se llevó a cabo una **evaluación académica,** adaptándose el cuestionario de evaluación que desarrolló Flores para cuarto grado, como parte de una investigación realizada por García y Seda (2000) *(Ver anexo 2)*

Dicha cuestionario evaluaba los siguientes conceptos matemáticos: ordenamiento de cantidades, identificación de unidades, identificación de cifras hasta decenas de millar, solución de problemas de suma y resta, conversiones, solución de problemas sumando fracciones, identificación de operaciones a realizar, solución de problemas sumando horas, solución de problemas con representaciones, realización de algoritmos de suma y resta, solución de problemas de combinación

A continuación se presenta el cuadro de los resultados obtenidos por los niños en cada uno de los reactivos (algunos reactivos se agrupan dado que evalúan conceptos similares, como los reactivos 4 y 5 que evalúan la identificación de unidades; los reactivos 8 y 9 es la solución de problemas sumando horas; los reactivos 12 y 13 se refieren a la identificación de cifras hasta decenas de millar; los reactivos 14 y 15 evalúan la identificación de unidades y los reactivos 17 y 18 evalúan la solución de problemas de combinación).

Se crearon tres categorías para calificar los cuestionarios. Estas categorías fueron: **1** el alumno no realizó el ejercicio; **2** el alumno realizó el ejercicio incorrectamente y **3** el alumno realizó el ejercicio correctamente.

RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN ACADÉMICA INICIAL CORRESPONDIENTE AL GRUPO DE 5TO. "B"

NIÑO	1	2	3	4-5	6	7	8-9	10	11a	11b	12-13	14-15	16	17-18	COMENTARIOS
Francisco	3	1	3	1	1	3	3	1	1	1	1	1	3	3	En las sumas multiplicó y en las restas sumó
Karen	3	3	3	1	3	1	3	3	3	1	3	3	3	3	Al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Edgar	3	1	3	3	3	3	3	3	3	2	1	3	3	3	No elaboró las restas
Luis Enrique	3	1	3	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	2	No realizó las sumas y en las restas al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Montse	1	3	3	1	3	3	1	1	3	1	1	1	1	3	Al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Sandra	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	2	En sumas tiene problemas con el valor posicional (le falta agregar o agrega de más); en restas problemas con valor posicional y al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Verónica	3	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1	2	1	2	En sumas se le olvida llevar y en restas al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Vannia	3	3	3	1	1	3	1	1	2	1	1	2	1	2	En una suma se le olvidó llevar y en restas no entendí que hizo.
Diego	3	3	3	3	3	1	1	3	3	1	3	3	2	3	Al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Luis R.	3	3	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	3	2	En restas se le olvida valor posicional
Erick E.	3	3	3	1	3	3	2	3	2	1	3	3	3	3	En una suma le faltó sumar el último sumando y en restas, al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Daniel	3	3	2	1	1	3	1	1	3	1	1	1	1	2	No realizó las restas
Mauricio	3	3	3	1	3	3	1	1	2	1	2	3	3	2	En una suma se le olvidó llevar; en restas al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Valeria	3	3	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1	No realizó las sumas ni las restas
Angel	1	3	2	3	3	1	2	1	2	1	1	1	1	1	En sumas se le olvida llevar y en restas también.
Irving	3	3	3	1	3	3	2	1	1	1	1	1	1	3	En sumas, anota el número completo (13,14,15) y en restas identifica que al minuendo y sustraendo pero si el primero es menor que el segundo anota cero como respuesta
Octavio	1	1	1	1	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	No realizó las sumas ni las restas.
Jaime	1	3	3	1	1	1	2	3	1	1	1	2	1	1	No realizó las sumas ni las restas
Michelle	1	3	2	3	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	En una suma no sumó la última cifra y dos restas no realizó
Alan	3	3	2	3	1	1	2	3	3	2	1	1	3	1	En una resta se le olvidó lo que llevaba
Genaro	3	3	2	3	3	1	2	3	2	1	1	1	1	1	En una suma se le olvidó llevar y las restas no las realizó (aunque borró una y se nota que al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Diana	3	3	1	1	3	3	2	3	3	1	1	1	2	1	En restas, al número mayor le resta indiferentemente el número menor
Darinka	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	2	3	2	1	En una resta, tiene problemas con el valor posicional.
Omar	3	3	3	3	1	1	2	3	1	1	1	1	1	1	Sólo realizó una suma y ninguna resta
David	1	3	3	3	3	1	3	3	3	1	3	2	3	3	En restas se le olvida valor posicional
Mario	1	3	2	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	No realizó las sumas ni las restas.

1: NO REALIZÓ EL EJERCICIO   2: REALIZÓ EL EJERCICIO INCORRECTAMENTE   3: REALIZÓ EL EJERCICIO CORRECTAMENTE

Dicha evaluación permitió identificar los conocimientos previos de los alumnos en el área de matemáticas. Se observó que la mayoría de los conocimientos previos de estos alumnos consistían en deformaciones o modificaciones de la explicación correcta de un concepto o algoritmo, dando lugar a diversos errores que cometían cuando resolvían problemas matemáticos.

Los conocimientos previos identificados en los alumnos fueron:

Ψ *Al plantearles un problema, no identificaron cual era la incógnita del problema planteado*

En el siguiente problema (reactivo 5): "Juan fue a la torteria y se comió una torta de $7.70, 1 refresco de $3.50 y un flan de 2 40 Pagó con un billete de $100 ¿Cuánto le dieron de cambio?. El 33% de los niños resuelven incorrectamente el problema debido a que sólo realizan la suma que corresponde a cuánto fue lo que gastó Juan en la torteria, pero ya no realizan la resta que correspondería a cuánto le dieron de cambio, lo que indica que no identificaron cual era la incógnita del problema planteado.

5.- Juan fue ala tortería y se comió: Una torta de $7 70, 1 refresco de $3.50, y un flan de $2.40 pagó con un billete de $100 ¿Cuánto le dieron de cambio? (a)

Realiza aquí tus operaciones:

$$\begin{array}{r} 7.70 \\ +\ 3.50 \\ 2.40 \\ \hline 13.60 \end{array}$$

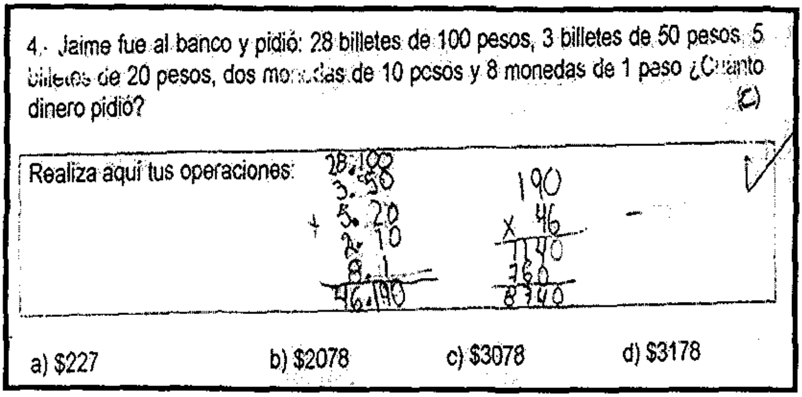
a) $13.60 b) $4.00 c) $86.40 d) $5.60

Ψ *Al resolver un problema, utilizan todos los números que aparecen en el mismo*

Cuando en un problema existen diversos números, el 63% también de los niños utilizaron todos los números que se mencionan en el problema, aunque no todos se requieren utilizar en un algoritmo para resolverlo.

El siguiente problema (reactivo 4) representa un ejemplo de lo anterior:

"Jaime fue al banco y pidió: 28 billetes de 100 pesos, 3 billetes de 50 pesos, 5 billetes de 20 pesos, dos monedas de 10 pesos y 8 monedas de un peso ¿Cuánto dinero pidió?



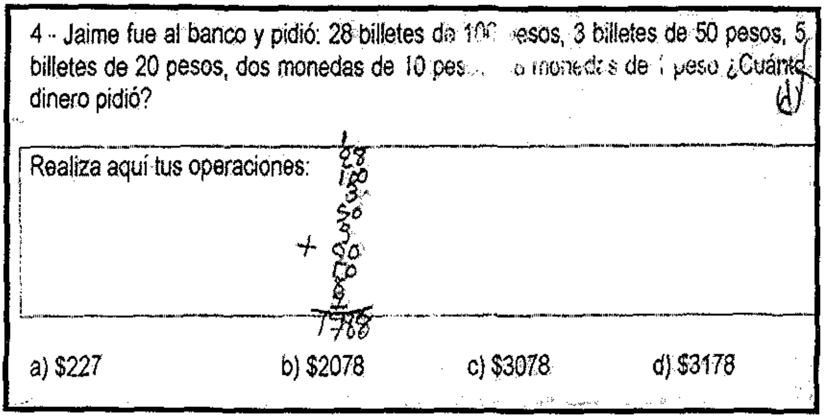
4.- Jaime fue al banco y pidió: 28 billetes de 100 pesos, 3 billetes de 50 pesos, 5 billetes de 20 pesos, dos monedas de 10 pesos y 8 monedas de 1 peso ¿Cuánto dinero pidió? c)

Realiza aquí tus operaciones: 28.100 3.50 + 5.20 2.10 8.1 46.190 — 190 x 46 1140 760 8740

a) $227 b) $2078 c) $3078 d) $3178

Como se puede observar en esta primera muestra, la niña utiliza el punto decimal para unir los dos números (28 y 100 por ejemplo), haciendo de ésta forma una sola cantidad y sumar cada una de éstas uniones.

Otro ejemplo lo constituye esta segunda muestra, en donde la niña suma todos los números que se mencionan en el problema.



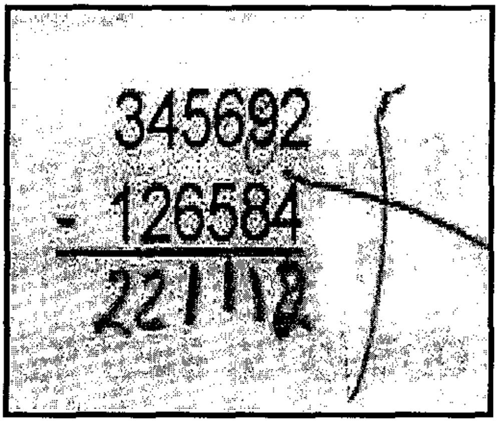
4.- Jaime fue al banco y pidió: 28 billetes de 100 pesos, 3 billetes de 50 pesos, 5 billetes de 20 pesos, dos monedas de 10 pesos y 8 monedas de 1 peso ¿Cuánto dinero pidió? d)

Realiza aquí tus operaciones: 28 100 3 50 5 + 20 2 10 8 1 1788

a) $227 b) $2078 c) $3078 d) $3178

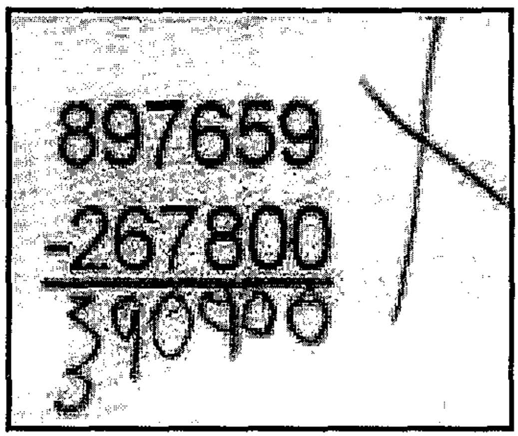
- El 37% de los alumnos *restó el número menor de cada columna del dígito mayor sin considerar cual estaba en la parte de arriba*

Ejemplo:



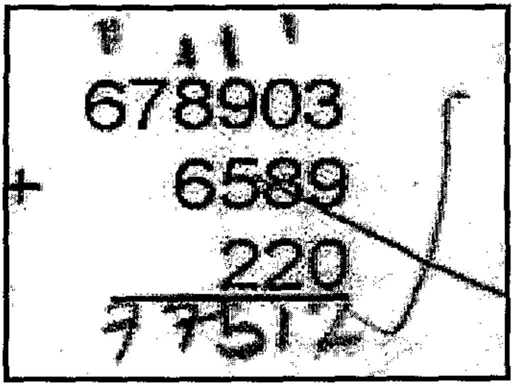
Ψ El 30% *al restar a un número cualquiera cero el resultado que obtuvieron era cero.*

Ejemplo:



Cabe señalar que el 33% de los niños no realizaron las sumas ni las restas, aunque sí resolvieron hasta la parte final del cuestionario, lo que indica que no fue por falta de tiempo que no resolvieron éstas operaciones

Ψ El 88% no verificaron los datos que obtenían al sumar o al restar



En este caso, el alumno está sumando cantidades de hasta seis cifras y el resultado que obtiene es una cantidad de sólo cinco cifras.

Aunque en la evaluación de intereses los niños y niñas mencionan que les gustaría que se les apoyara en la realización de los algoritmos de división o raíz cuadrada, de acuerdo a los resultados de la evaluación diagnóstica, se observó que la mayoría de estos niños y niñas carecían de un entendimiento adecuado para solucionar problemas de sumas y restas, por lo que se decidió que la intervención se centraría en la solución de problemas de suma y resta

A continuación se describe el diseño de la intervención realizada. Dicho diseño se ha organizado en dos partes. En la primera parte se mencionan las estrategias de enseñanza utilizadas en la intervención.

La segunda parte se refiere a cómo se llevó a cabo la intervención con base en los indicadores establecidos. Se presentan viñetas de diálogos entre la facilitadora y los niños con el fin de mostrar lo ocurrido en clase. En cada viñeta se señala el indicador que se aborda, las estrategias de enseñanza utilizadas y un breve comentario al respecto

DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN

La intervención que se realizó se fundamentó en los supuestos teóricos del enfoque cognitivo, en el cual la concepción de enseñanza se centra en el estudiante y en facilitar su aprendizaje

a) Estrategias de enseñanza utilizadas

Para fines de este trabajo, dicha intervención se caracterizó por las siguientes estrategias:

ESTRATEGIAS UTILIZADAS
▪ Partir de los conocimientos previos de los alumnos para solucionar problemas
▪ Explicar el objetivo de la actividad a realizar
▪ Exponer y modelar un concepto o procedimiento
▪ Proporcionar a los alumnos diversos tipos de problemas de suma y resta
▪ Promover el trabajo cooperativo entre los estudiantes
▪ Promover la comprensión de los alumnos a través de crear desequilibrio cognitivo (contradicciones en cuanto a lo que ya saben con respecto al conocimiento nuevo):

A continuación se describe en qué consistió cada una de ellas.

- **Partir de los conocimientos previos de los alumnos para solucionar problemas**: Las actividades que se realizaron se caracterizaron por la participación por parte de los alumnos en la construcción de su propio conocimiento. Es decir, se partía de una situación cotidiana (como ir de compras) o divertida (como jugar al tiro al blanco) para que los niños fueran relacionando sus conocimientos previos con las experiencias nuevas.

Con base en estas actividades, se elaboraron diversos problemas matemáticos que cobraron sentido y no fueron nada más, algoritmos que se realizaron en forma aislada, en una situación no significativa para el alumno.

Durante la intervención, se realizaron diversas actividades como tiro al blanco, pesarse en una báscula, realizar compras a través de catálogos, entre otras y, a partir de los datos obtenidos, la facilitadora planteaba problemas. De ésta forma con este tipo de situaciones, los niños matematizaban situaciones de la vida diaria a hechos, objetos o conceptos matemáticos que debían aprender en la escuela.

Asimismo, a partir de éstas situaciones cotidianas, en las cuales los alumnos se desempeñaban favorablemente, se intentaba propiciar en ellos, una mayor confianza y por ende, un mayor interés en las matemáticas y en su deseo de progresar

- Explicar el objetivo de la actividad a realizar: Después de saludar a los estudiantes y realizar algunas preguntas sobre cómo les había ido durante la semana o sobre lo que se había hecho en la sesión anterior, se mencionaba el objetivo de la sesión a realizar ese día; es decir, se describían las actividades de aprendizaje a realizar durante la sesión.

El mencionar el objetivo de la sesión se utilizaba como estrategia preinstruccional para preparar y alertar al estudiante respecto a qué y cómo va a aprender, promoviendo la activación de sus conocimientos previos. Asimismo, el esclarecer a los alumnos las intenciones educativas o los objetivos, les ayuda a desarrollar expectativas adecuadas sobre el curso y a encontrar sentido y/o valor funcional a los aprendizajes involucrados en el curso (Díaz Barriga y Hernández, 1998).

- Exponer y modelar un concepto o procedimiento: La exposición se realizó con el fin de presentar a los niños la definición de un concepto (por ejemplo, que es información relevante y que es información irrelevante), o bien, para ayudarlos a comprender ciertos conocimientos (por ejemplo, los agrupamientos).

Dicha exposición se llevó a cabo en un máximo 15 minutos, en donde se relacionaba lo que la facilitadora mencionaba con los conocimientos que los niños ya poseían. De igual forma, durante la exposición, se realizaban preguntas a los niños con el fin de que estos participaran activamente en las experiencias del aprendizaje

El modelaje se llevó a cabo solucionando en el pizarrón el conocimiento expuesto y hablándoles a los niños en voz alta respecto la forma en cómo se estaba procediendo.

- Proporcionar a los alumnos diversos tipos de problemas de suma y resta: La intervención se llevó a cabo planteando a los alumnos diversos problemas de suma y resta, de acuerdo a la clasificación realizada por Vergnaud (1991).

Algunos de los problemas matemáticos que se plantearon a los niños de 5to grado durante la intervención fueron:

PROBLEMA	CLASE	EJEMPLO*
Parte-parte-todo	▪ Incógnita en una de las medidas elementales	▪ Cinco de los lápices de colores que Martín tiene en su lapicera son amarillos y tres rojos ¿Cuantos lápices de colores tiene Martín en total en su lapicera?

Respecto a los *problemas de estado-transformación-estado* se presentaron a los niños problemas tanto de transformación positiva como negativa (Flores, 2002) en los cuales se conocía la cantidad inicial y el resultado, debiendo el niño de obtener la magnitud del cambio.

Asimismo, se presentaron problemas en donde la cantidad inicial era desconocida para el niño y los otros elementos se proporcionaban. Los siguientes son algunos ejemplos:

SITUACIÓN	CLASE	EJEMPLOS
Estado-transformación-Estado	▪ Incógnita en la transformación cuando es una transformación positiva.	▪ David tenía 27 puntos que obtuvo al jugar al Tiro al blanco Volvió a jugar y ganó algunos puntos Al terminar de jugar tenía 59 puntos ¿Cuántos puntos ganó David en sus juegos?
	▪ Determinar el valor de la transformación cuando es una transformación negativa	▪ Carlos tenía $850.00 Fue a la tienda porque escuchó en la radio que todo el departamento de niños tenía descuento y compró un perfume para su hijo Al salir de Aurrera tenía $573.00 ¿Cuánto le costó el perfume a Carlos?
	▪ Identificar el estado inicial cuando es una transformación positiva.	▪ Antes de ir a la tienda Ana porque necesitaba comprar algunas cosas tenía algo de dinero. Después fue al banco y sacó del cajero $250.00 y así juntó $1571.00 ¿Cuánto dinero tenía Ana antes de ir al banco?
	▪ Transformación negativa y se desconoce el estado inicial	▪ Juan fue a la tienda pero no contó el dinero que su mamá le había dado para comprar algunas cosas Compró un cepillo dental y unos rastrillos y gastó $93.00 y le quedaron $189.00 ¿Cuánto dinero tenía Juan al llegar a la tienda?

Algunos ejemplos de *problemas de comparación entre dos medidas* que se presentaron a los niños fueron:

SITUACIÓN	CLASE	EJEMPLOS
Comparación entre dos medidas	▪ Conjunto referente menor que el conjunto comparado incógnita en la diferencia	▪ Los lentes para el sol marca Calvin Klein cuestan $439 00 y el reloj Citizen resistente al agua cuesta $1320 00 ¿Cuánto dinero más que los lentes cuesta el reloj?
	▪ Conjunto referente mayor que el conjunto comparado incógnita en la diferencia	▪ El anillo de oro con brillantes cuesta $1870.00 y el monedero de piel cuesta $239 00 ¿Cuánto dinero menos que el anillo cuesta el monedero?
	▪ Conjunto referente menor que el conjunto comparado incógnita en el conjunto comparado	▪ La licuadora de 12 velocidades Marca Moulinex cuesta $394.00 y el horno de microondas cuesta $929 00 más que la licuadora ¿Cuánto cuesta el horno de microondas?
	▪ Conjunto referente mayor que el conjunto comparado. incógnita en el conjunto comparado	▪ La corbata de seda cuesta $496 00 y el perfume para niño cuesta $189.00 menos que la corbata de seda ¿Cuánto cuesta el perfume para niño?
	▪ Conjunto referente menor que el conjunto comparado incógnita en el conjunto referente	▪ El horno de microondas cuesta $1329.00. este horno cuesta $829.00 más que el monedero de piel ¿Cuánto cuesta el monedero?
	▪ Conjunto referente mayor que el conjunto comparado incógnita en el conjunto referente	▪ Luis fue a la tienda que está a 2 cuadras de su casa y gastó $639 00 Él gastó $179.00 menos que la señora que pagó antes que él. ¿Cuánto dinero gastó la señora?

- **Promover el trabajo cooperativo entre los estudiantes**: El trabajo cooperativo entre alumnos y alumnas resultó fundamental en la comprensión de problemas matemáticos porque permitió que los estudiantes expresaran entre iguales en qué consistía el problema matemático, así como también reflexionaron y discutieron sobre las formas de solucionar un problema, o bien sobre los resultados encontrados por cada alumno.

De ésta forma, se socializaron los conocimientos y estrategias de solución de problemas, propiciando la argumentación de éstas estrategias y finalmente, la puesta en común de los procedimientos encontrados por las parejas o equipos para acercarse a la estrategia convencional.

Con base en lo anterior, las siguientes actividades fueron frecuentes:

- Discutir con sus compañeros como solucionar el problema
- Explicar a sus compañeros como se resolvió el problema y observar cómo lo resolvieron los demás
- Comparar sus respuestas con las de los otros compañeros
- Exponer frente a sus compañeros lo que hicieron para resolver el problema

- <u>**Promover la comprensión de los alumnos a través de crear desequilibrio cognitivo (contradicciones en cuanto a lo que ya saben con respecto al conocimiento nuevo)**</u>: La función de la facilitadora fue ser una guía, cuya función era ayudar al alumno a que estableciera las relaciones sustantivas entre lo que ya conocía y lo que iba a aprender, promoviendo la reflexión sobre su conocimiento matemático mediante el debate de ideas (tanto con la facilitadora como con sus compañeros) y verbalizando y escribiendo lo que descubría.

b) Implantación de la Intervención

La planeación, desarrollo y evaluación de la intervención se llevó a cabo con base en una serie de indicadores, los cuáles se obtuvieron a partir del diagnóstico realizado a los niños.

Dichos indicadores fueron los siguientes:

INDICADORES
❖ Información del problema
❖ Incógnita que se plantea
❖ Datos numéricos que se requieren utilizar
❖ Representación del problema
❖ Algoritmo utilizado (suma, resta o ambos)
❖ Estimaciones razonables

❖ <u>**Información del problema**</u>: Los niños debían expresar con sus propias palabras de lo que trataba el problema, así como también identificar la información relevante (o necesaria para resolver el problema) y la irrelevante (o innecesaria).

"INFORMACIÓN DEL PROBLEMA"

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Partir de los conocimientos previos de los alumnos
- Explicar el objetivo de la actividad a realizar
- Exponer y modelar un concepto
- Modificar las ideas erróneas de los alumnos, creando conflicto cognitivo.

(Los niños y la facilitadora trabajaron la sesión anterior con el tema de los perros; los niños buscaron información respecto a las razas que existen de los perros, sus características, su alimentación cuidados, entre otros y expusieron ante el grupo sus trabajos. Después de saludar a los alumnos y recordarles lo visto la sesión anterior, la facilitadora les mencionó el objetivo de ésta sesión).

Facilitadora: El día de hoy vamos a identificar la información que nos sirve para resolver un problema y la información que no nos sirve para resolver un determinado problema. Fíjense en el siguiente problema: (el problema se encuentra en una cartulina que la facilitadora pegó en el pizarrón y lo lee en voz alta)
"En el salón de 5to. "B" de la escuela SECOFI los niños se han interesado por el tema de los perros. El perro Doberman come 713 croquetas. Este perro come 118 croquetas más que el perro chihuahueño. ¿Cuántas croquetas come el perro chihuahueño?"
Facilitadora: ¿Ustedes creen que toda la información que está en este problema nos sirve para solucionar el problema?
Mauricio: No toda, sólo donde están los números, que son los que utilizamos para hacer una suma y el resultado es 931.
Facilitadora: ¿Cómo sabes que tienes que hacer una suma, Mauricio?
Mauricio: Ah, pues porque dice más y entonces hay que sumar.
Facilitadora: No precisamente se tiene que hacer una suma, Mauricio. Pero haber dime, el que tú sepas que los niños del 5to. "B" de la escuela SECOFI se han interesado por el tema de los perros, ¿Te sirve para saber que datos numéricos utilizar o para saber que operación, suma o resta o multiplicación, debes aplicar?
Mauricio: No, porque no hay números que utilizar.
Facilitadora : Sí hay números, hay un cinco que es del 5to."B", pero no nos sirve para resolver el problema, porque lo que preguntan es que "¿Cuántas croquetas come el perro chihuahueño?" y el que nos digan que los niños del 5to. "B" se han interesado en por el tema de los perros no nos ayuda a contestar la pregunta. Lo que si nos sirve es que "el perro Doberman come 713 croquetas y que este perro come más croquetas que el chihuahueño, que come 118 croquetas más". A la información que nos sirve para responder el problema la vamos a llamar información relevante o necesaria, y a la información que no nos sirve para responder el problema, porque no se relaciona con la pregunta o no nos ayuda a solucionar el problema, la vamos a llamar información irrelevante o innecesaria, en este caso sería: "En el salón de 5to "B" de la escuela SECOFI los niños se han interesado por el tema de los perros".
Mauricio: Ah entonces la información que nos sirve es información importante porque con esa información podemos solucionar el problema, dependiendo de los que nos pregunten y la que no nos sirve es innecesaria ¿verdad?.

El ejemplo anterior corresponde a la sesión en donde se les explica brevemente en qué consiste la información necesaria o relevante para solucionar el problema y la innecesaria o irrelevante. Cabe señalar que el problema que se les presenta corresponde a un tema que los niños habían investigado previamente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Durante la intervención, se observó que los niños mostraban un gran interés por proporcionar el resultado de un problema guiándose por "pistas" o "claves" que se encuentran en el mismo; por ejemplo, como lo menciona Mauricio "donde están los números" o bien realizar una suma por que en el problema está la palabra "más". El que los niños identifiquen la información relevante y la irrelevante permite identificar y relacionar dicha información con la incógnita del problema

- **Incógnita que se plantea**: Este indicador se refiere a que los niños fueran capaces de identificar lo que se preguntaba en el problema

"INCÓGNITA QUE SE PLANTEA"

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Trabajo colaborativo
- Partir de los conocimientos previos de los alumnos
- Explicar el objetivo de la sesión
- Proporcionar a los alumnos diversos tipos de problemas

Facilitadora: "Por favor reúnanse en equipos de tres personas cada equipo, en donde uno de los integrantes va a ser el que lea la información, otro integrante será el secretario o el que escriba y el tercero será quién expondrá ante el grupo lo que realizaron".
Alumno 1: "En esta mesa estamos sentados 4 y siempre trabajamos todos juntos."
Alumna 2: "Si, también nosotras siempre trabajamos juntas y lo hacemos muy bien todas juntas.
Facilitadora: Está bien, van a formar sus equipos con el número de integrantes de mínimo 2 personas y máximo 5 personas, pero una regla va a ser que todos trabajen, no quiero ver a ninguno de ustedes sin *trabajar. ¿Está bien?"*
Alumnos: "¡¡Sí!!"
Facilitadora: "Cada equipo deberá elegir una tarjeta la cual contiene un problema matemático relacionado con el tema de los planetas; cada problema es distinto uno de otro. Lo que van a hacer es resolver el problema, identificando: (la facilitadora pega en el pizarrón una cartulina y va leyendo lo siguiente)
a) Sobre qué trata el problema
b) ¿Cuáles son los datos numéricos que nos proporciona el problema?
c) ¿Qué es lo que pregunta el problema?
Tienen 15 minutos para resolver las preguntas y al terminar cada equipo va a exponer ante el grupo sus respuestas.
Problema del equipo 1: Venus tiene una temperatura de 480° y la Tierra tiene 458° menos que Venus ¿Cuál es la temperatura de la Tierra?
Michelle: Bueno, de lo que trata el problema es de ¿Cuál es la temperatura de la Tierra? Y para *eso* tenemos que restar 480 menos 458 y el resultado es 22.
Karen: Sí, pero esa es la pregunta del problema. Yo creo que de lo que trata el problema es de dos planetas, Venus y la Tierra , que tienen temperaturas distintas y entonces hay que averiguar qué temperatura tiene la Tierra.
Sandra: Los datos que nos dan son 480 y 458
Michelle: Los datos que nos da el problema son que Venus tiene una temperatura de 480° y la tierra tiene 458° menos
Verónica: Lo que pregunta el problema es lo que había dicho Michelle, ¿Cuál es la temperatura de la Tierra?

Karen: El problema se puede resolver con una resta A ver tú que sabes, hazla para ver si son 22 como dijo Michelle. (se dirige a Sandra)
Sandra: El resultado es 22°.
Verónica: Hay que hacer un dibujo sobre la Tierra y sobre Venus para que cuando expongamos se los enseñemos a todos
Michelle: Sí es buena idea.

Como se puede observar en esta sesión, al inicio de la intervención se decidió que los alumnos trabajaran en equipos de tres personas para que cada uno de ellos tuviera una función específica que realizar (lector, secretario y expositor). Sin embargo, los alumnos solicitaron trabajar con quienes ellos ya conocían, o bien, con quienes estaban sentados en la misma mesa

Por lo tanto, se estableció que al formar equipos, estos podrían ser de mínimo 2 personas y máximo 5 personas, pero todos debían participar para solucionar el problema En general, las sesiones subsecuentes ellos continuaron decidiendo el número de integrantes de cada equipo, aunque en ocasiones se les solicitó que trabajaran en parejas, con el fin de tener un mayor control en el grado de avance que presentaba cada alumno, a lo cual ellos no se opusieron

En el ejemplo anterior resulta importante señalar cómo las alumnas van retroalimentando las respuestas de las demás, así como también, identificando las fortalezas de cada miembro del grupo: "Hazla tú que sabes" (la operación de resta), o bien dando ideas para lograr una mejor exposición ante el grupo (hacer un dibujo).

Esto último se observó también en los demás equipos, los cuales elaboraron un resumen sobre el sistema solar, que lo presentaron como introducción a su exposición de solución del problema o bien, se apoyaron en los diagramas que existían en el salón de clases para realizar su exposición, lo que permite inferir que los alumnos estaban interesados en la actividad que realizaban.

- **Datos numéricos que se requieren utilizar**: Como se mencionó en el apartado de Diagnóstico, cuando se les presentó a los niños un problema que contenía muchos datos numéricos, los niños utilizaban todos los datos numéricos sin discriminar cuáles debían utilizar y cuáles no para solucionar el problema

Por lo tanto, con este indicador se pretendía que los niños identificarán los datos numéricos que se requerían utilizar para solucionar el problema

"DATOS NUMÉRICOS QUE SE REQUIEREN UTILIZAR"

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Crear conflicto cognitivo
- Conocimientos previos

Facilitadora: ¿Qué estás haciendo, Vero?
Verónica: Estoy tratando de solucionar este problema.
Facilitadora: ¿Me puedes leer el problema que estás solucionando, por favor?
Verónica: Sí: "En 1974 la población de un país era de 2849 habitantes. En ese año la población del país era de 187 habitantes menos que 5 años después, o sea 1979. ¿Cuántos habitantes había en 1979?"
(El anterior problemas es un problema de comparación entre dos medidas en donde el conjunto referente es mayor que el conjunto comparado y hay una incógnita en el conjunto comparado)
Facilitadora: ¿Y qué es lo que estás haciendo para solucionar el problema, Vero?
Verónica: Pues lo que estoy haciendo es sumar 187, más 5, más 1979.

$$\begin{array}{r} 187 \\ +\quad 5 \\ \underline{1979} \end{array}$$

Facilitadora: ¿Eso son los datos numéricos que necesitas para solucionar el problema?
Verónica: ¡Ah no! También me falta el 2849.

$$\begin{array}{r} 2849 \\ 187 \\ +\quad 5 \\ \underline{1979} \end{array}$$

Facilitadora: Vero, el dato numérico de 2849 ¿A qué información corresponde?
Verónica: Al número de personas que había en 1974
Facilitadora: Y el numero 5 ¿A que corresponde?
Verónica: Dice que a 5 años después, o sea 1979.
Facilitadora: Fíjate bien, 5 años después de 1974, ¿Cuál año sería?
Verónica: 1975, 76, 77, 78, 1979 (Cuenta con los dedos cada año)
Facilitadora: Entonces 5 años después de 1974 sería 1979, por lo tanto, 5 años ¿Necesitamos sumar los también?
Verónica: Pues no porque 1974 más 5 años es 1979, cuando dice 5 años es información irrelevante.
Facilitadora: Muy bien, Vero. En este problema hay información relevante y también irrelevante. Oye Vero y ¿Porqué también sumas 1979?
Verónica: Porque también es un número
Facilitadora: Pero ese número ¿A que información corresponde?
Verónica: No sé
Facilitadora: 1979 corresponde a una fecha a un año en específico, como 1974. A lo mejor el problema en lugar de decir 1974 podría decir: En Abril, la población de un país era de 2849. Lo mismo sucede con 1979, quizá la pregunta podría ser ¿Cuántos habitantes habría en Diciembre?
Verónica: A entonces tampoco tengo que sumar 1979, lo único que tengo que hacer es sumar 2849 más 187.
Facilitadora: Muy bien, Vero, pero acuérdate de acomodar unidades con unidades, decenas con decenas y centenas con centenas, ¿Cómo lo harías?

Verónica: primero escribo 2849 y pongo unidades decenas y centenas, empezando como nos dijo al revés de cómo leemos de derecha a izquierda y abajo del 9 pongo el 7 abajo del 4 pongo el 8 y abajo del 8 pongo el 1.

$$\begin{array}{r} \text{cdu} \\ 2849 \\ \underline{+\ 187} \end{array}$$

Como se puede observar en este ejemplo, la niña tiene claro que operación utilizar, sin embargo, utiliza todos aquellos números que existen en el problema para solucionarlo, sin comprender cuáles son datos numéricos o cuál de esos números corresponden a información adicional

En el caso de 1979, dichos números corresponden a una fecha, específicamente a un año y lo que hace la facilitadora es cambiar dicho año por un mes y de ésta forma, mostrarle a la niña que no se requiere utilizarlos al hacer la operación.

Lo mismo sucede con el número cinco el cual corresponde a una información adicional que da el problema (información irrelevante), ya que el problema aclara más adelante que corresponde al año de 1979 (*5 años después, o sea 1979*).

Por otro lado, es importante señalar que la niña no ha consolidado el valor posicional de las cantidades a utilizar, ya que por ejemplo escribe el número 5 en el lugar de las centenas y alinea el número 187 con las unidades de millar

Sin embargo, al recordarle la facilitadora que debe acomodar las cifras unidades con unidades, decenas con decenas, etc., la niña recuerda la estrategia que anteriormente les había brindado la facilitadora de acomodar las cifras empezando al revés de cómo leen; es decir de derecha a izquierda.

- **Representación del problema**: El objetivo de este indicador era que los niños fueran capaces de interpretar y elaborar un cuadro de datos o una gráfica a partir de los datos que obtenían al realizar una determinada actividad (por ejemplo, los puntajes que obtenían al lanzar un dardo en el juego de tiro al blanco)

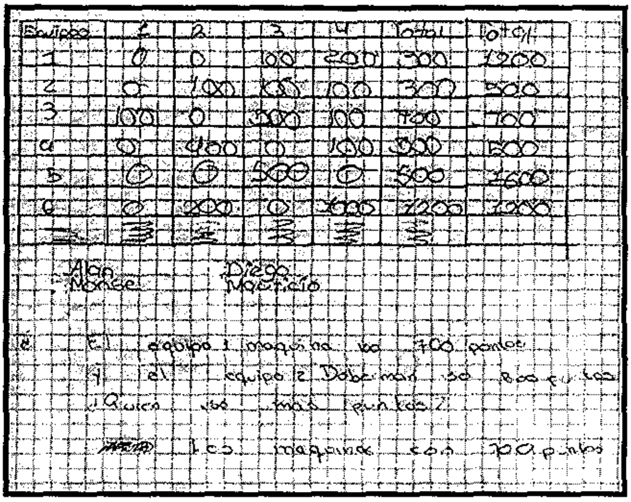
"REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA"

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Explicación del objetivo
- Conocimientos previos
- Aprendizaje colaborativo

Facilitadora: El día de hoy vamos a jugar al tiro al blanco ¿Quién ha jugado este juego? (Se les muestra la cartulina y los dardos elaborados)

Luis Enrique: Yo he jugado en la feria, pero con globos.
Francisco: Yo he jugado con uno que tiene mi hermano en su recámara, pero como no tengo dados le aviento pedazos de papel mojado
Vannia: Yo también he jugado con mis primos en la feria.
Facilitadora: Para empezar a jugar, necesito que se organicen en equipos de 4 participantes cada equipo y que a cada equipo le pongan un nombre. Ya están listos (Se les dan a los alumnos algunos minutos (2 a 3 minutos) para que se organicen. ¿Ya están listos?. Muy bien. A ver díganme ¿Qué tenemos que hacer para resultar ganadores en este juego?
David: Ah, necesitamos que todos los del equipo le atinemos al circulo más chiquito, que es el que vale 1000, pero eso va a ser muy difícil.
Luis Enrique: Cuando yo juego en la feria lo que tengo que hacer es romper los globos que yo más pueda, para que me den un regalo.
Facilitadora: En este juego, lo que hay que hacer es cada uno de ustedes le tiene que atinar como dijo David al círculo más pequeño para que ganen más puntos, y sean los ganadores. Las reglas del juegos son: Tirar sólo una vez cada integrante del equipo, no gritar y no burlarse de sus compañeros. Ahora díganme ¿Cómo vamos a saber qué equipo es el que más puntos ha anotado?
Darinka: Pues hay que ir anotando en el pizarrón, los puntos que obtiene cada uno de nosotros.
Facilitadora: Muy bien Darinka, una forma de saber cuántos puntos ha realizado cada equipo es elaborar un cuadro de datos. Un cuadro de datos nos sirve para anotar los datos que se obtienen, en este caso al jugar tiro al blanco. En una cuadro de datos existen columnas y filas (se señala con el dedo cada una de ellas). En cada fila vamos a anotar el nombre de cada equipo y en las columnas se van a anotar los puntos que obtuvo cada integrante del equipo. A ver, cuál equipo es el que primero va a lanzar los dardos.
Jaime: Nosotros, nuestro equipo se llama Doberman.
Alan: Después seguimos nosotros que somos el equipo máquina azul
(Tira cada uno de los integrantes de los equipos y se nota en el cuadro de datos los puntajes de cada equipo).
Facilitadora: Al sumar los puntos que cada integrante realizó, ¿Cuál de los dos equipos hizo más puntos?
Grupo 5to. "B": El equipo 1 llamado "máquina" ganó
Facilitadora: ¿Y porqué ganó el equipo máquina? A ver Genaro, explícame por favor, a que se debe que ganó el equipo máquina?
Genaro: Porque en el equipo Doberman el primer integrante no le atinó a ningún circulo, el segundo obtuvo 400 el tercero tampoco le atinó por lo que tuvo cero y el cuarto obtuvo 100, en total sacaron 500 puntos Pero en el equipo máquina el primer integrante si le atinó y sacó 100, el segundo falló, el tercero ganó 500 y el último ganó 100, por lo que al sumarlos dan 700.
(Se pidió a diversos alumnos que comentaran las expresiones aditivas de cada equipo, es decir, porque un equipo había obtenido mayor puntaje que otro equipo)
Facilitadora: Ahora, cada equipo va a elegir una tarjetita blanca, en la cual está escrito un problema. Por equipos resuelvan el problema que eligieron.
(Al terminar de resolver cada equipo su problema, lo expuso ante el grupo)



Equipos	1	2	3	4	Total	Total
1	0	0	100	200	300	1200
2	0	100	100	100	300	500
3	100	0	300	100	400	700
4	0	400	0	100	500	500
5	0	0	500	0	500	1600
6	0	200	0	1000	1200	1200

Alan Diego
Monse Mauricio

¿El equipo 1 maquina va 700 puntos y el equipo 2 Doberman 30 800 puntos ¿Quien va mas puntos?

los maquinas con 700 puntos

Como se puede observar, en ésta actividad se retoman los conocimientos previos de los niños como son el haber jugado tiro al blanco (en la feria o en su casa) para que realicen una actividad. Los puntos que obtienen al tirar al blanco se anotan en un cuadro de datos y con base en los puntajes obtenidos por cada equipo, los alumnos comentan las diversas expresiones aditivas que existen y resuelven diversos problemas matemáticos

- **Algoritmo utilizado (suma, resta o ambas)**: Con este indicador se pretendía evaluar dos aspectos. Por un lado, conocer cómo los niños resolvían los problemas de comparación entre dos medidas, observando si las palabras "más" o "menos" los inducían a hacer una suma o una resta

Por otro lado, este indicador también se consideró para mostrarles a los niños la forma de llevar a cabo la suma y la resta. En cuanto a la suma, se desarrolló una actividad contenida en el fichero de tercer grado para explicar los agrupamientos. Para resolver las restas se creó la analogía de "Cumpleaños"

A continuación se presenta un ejemplo que corresponde al primer aspecto

"ALGORITMO UTILIZADO"

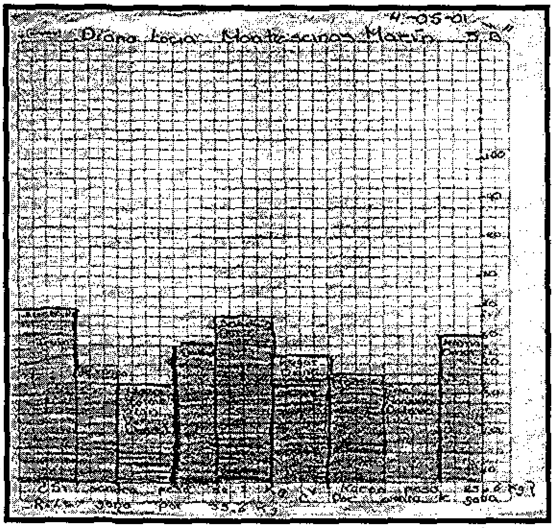
A) En problemas de comparación entre dos medidas

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Explicar el objetivo de la actividad a realizar
- Partir de conocimientos previos
- Promover el trabajo colaborativo
- Crear conflicto cognitivo
- Exponer un concepto

(Después de saludarlos, la facilitadora les explica el objetivo de la sesión de ese día).
Facilitadora: El día de hoy vamos a jugar a pesarnos en una báscula para ver quién pesa más y quién pesa menos y al terminar de pesarnos con los datos numéricos que obtengamos vamos a solucionar problemas matemáticos. Para realizar este juego hay 3 reglas a seguir: 1) Que nadie se burle de los demás; 2) Que todos trabajen y, 3) Que no griten. Cada uno de ustedes va a pasar al centro y se va a ir pesando y los demás deben anotar el peso de cada uno ¿Cómo se pueden organizar los datos numéricos que se van a obtener?
Omar: A través de un cuadro de datos o haciendo una gráfica
Facilitadora: Muy bien, Omar. Cada uno de ustedes puede ir organizando sus datos mediante un cuadro de datos o representándolos a través de una gráfica. En la báscula, como es digital, nos van a aparecer los kilos y los gramos que pesa cada uno de ustedes. Antes del punto, los números que aparecen corresponden a los kilos y después del punto, los números corresponden a los gramos. ¿Cuántos gramos hacen un kilo?
David: 1000 gramos
Facilitadora: Muy bien David, un kilo está compuesto por 1000 gramos. A ver Mario, tú vas a ser el primero en pesarte y vamos a ver cuántos kilos y cuántos gramos pesas.
(Se sube Mario a la báscula y aparece en la báscula que pesó 51.8)
Facilitadora: El 51 ¿A qué corresponde?
Mario: A los kilos que peso
Facilitadora: Y el número 8 que aparece después del punto a que corresponde.
Diego: A que pesa 51 kilos y 8 gramos
Facilitadora: En este caso, Mario pesa 51 kilos y 800 gramos. Por lo tanto, a los números que aparezcan después del punto, serán los gramos que se tengan pero multiplicados por 100. Así que 8x100 es igual a 800 gramos, pero para no hacernos bolas, ustedes vayan anotando los datos numéricos tal y como aparece en la báscula, pero tengan presente lo que les acabo de decir de que esa cantidad corresponde a 100 gramos o quinientos gramos, etcétera.
(Después de que se pesaron todos los niños, se consideran dos niñas, Sandra, quién es la niña más gordita del salón y Karen quién es una niña muy delgadita, para preguntarles a los alumnos lo siguiente):
Facilitadora: Ahora fíjense bien, ¿Cuántos kilos pesó Sandra?
Grupo: 59.2
Facilitadora: ¿Cuántos kilos pesó Karen?
Grupo: 25.6
Facilitadora: Si yo les pregunto: "Karen pesó 25 kilos y Sandra pesó 59 kilos. ¿Cuántos kilos más que Karen tiene Sandra? ¿Qué operación tienen que hacer, una suma o una resta? (Se manejan sólo números enteros ya que desde el diagnóstico no se consideró la realización de sumas o restas con decimales)
Octavio: Sí es más hay que hacer una suma
Diana: Cómo crees a poco Sandra va a tener 84 kilos más que Karen, está gordita pero no es para tanto. Lo que hay que hacer es una resta y así sabemos cuántos son los kilos que tiene Sandra de más a comparación de Karen.

Facilitadora: Muy bien Diana. Aunque en el problema diga la palabra más, lo que hay que hacer es fijarnos que es lo qué nos pregunta el problema y en este caso, se tiene que hacer una resta. Ahora fíjense bien en este otro problema: Karen pesó 26 kilos ella pesó 33 kilos menos que Sandra ¿Cuántos kilos pesó Sandra?
Alan: Pues ahora lo que hay que hacer es una suma porque lo que nos preguntan es por el peso de Sandra y dice que Karen tiene 33 kilos menos, o sea que Sandra tiene 33 kilos más que Karen.
Facilitadora: Muy bien, aunque en este problema también hay una palabra menos, o en otros problemas nos digan que perdió, que regaló, no significa que tenemos que hacer una resta. Al igual que las palabras más, ganó o juntó, que tampoco pueden significar hacer una suma, lo importante hay que observar qué es lo que nos pregunta el problema. Ahora reúnanse por equipos y cada equipo les voy a dar un problema distinto en donde existen las palabras más y menos, lo que tienen que hacer es contestar las siguientes preguntas antes de resolver el problema:
1) ¿De qué trata el problema?
2) ¿Qué pregunta el problema?
3) ¿Cuál es el resultado?



1- Mauricio pesa 32.6 Kg. y Karen 46.6 Kg. ¿Cuant
Kg más que ? Mauricio tiene Karen ?

R 14 Kg

2- ¿Cuantos Kilos tiene Mauricio? R 32.6 Kg

3- ¿Cuantos Kilos tiene Karen? 46.6 Kg

4- ¿Qué pregunta el problema? R de cuantos Kg tiene mas Karen que Mauricio

$$\begin{array}{r} 46.6 \\ -\ 32.6 \\ \hline 14.0 \end{array}$$

En este ejercicio, la facilitadora ejemplifica un problema de comparación entre dos medidas con dos niñas en las cuáles es muy visible la diferencia entre pesos, con el fin de que los niños puedan observar fácilmente el error al realizar una suma en lugar de una resta.

Lo anterior, les ayudó a los niños comprender más fácilmente qué es lo que se preguntaba en el problema y por ende, las relaciones existentes en los problemas de comparación entre dos medidas.

Con respecto a las muestras, se observa que los niños representan a través de cuadros y de gráficas los datos numéricos que se obtienen. En cuanto a las respuestas que brindan los niños a las preguntas que los ayudan a identificar los datos del problema y la relación que se establece en el mismo, como son "¿Cuántos kilos tiene Mauricio?" y "¿Cuántos kilos tiene Karen?". Se observa también que establecen una inversión de lo que pregunta el problema y eligen la operación correcta que se debe realizar ordenando los datos en el algoritmo correctamente y en orden inverso a cómo se les presentan.

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, la actividad que se desarrolló para explicar los agrupamientos consistió en una actividad propuesta por el Fichero de tercer grado escolar (SEP, 1998), la cual tiene como objetivo que los alumnos reflexionen sobre el algoritmo de la suma con transformaciones.

"ALGORITMO UTILIZADO"

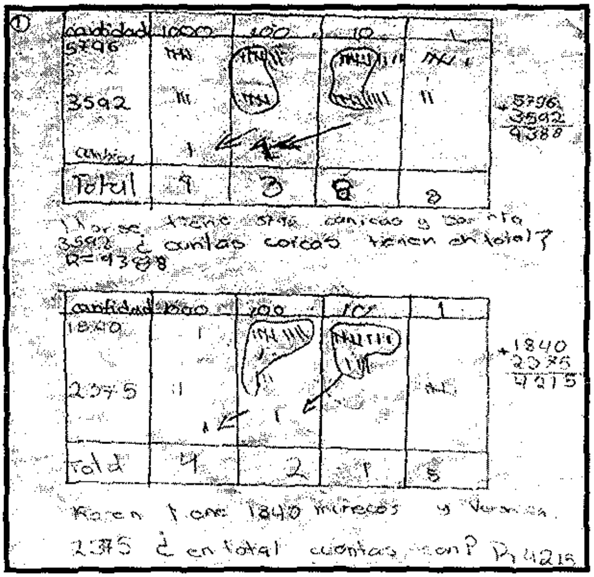
B) Agrupamientos

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Exponer y modelar un concepto
- Partir de conocimientos previos
- Promover el aprendizaje colaborativo

Facilitadora: Recuerdan los puntajes que obtuvo cada equipo al tirar tiro al blanco. Les voy a entregar los cuadros de datos que realizó cada equipo (La facilitadora entrega a cada equipo el cuadro de datos que elaboraron la sesión anterior). Ahora lo que voy a hacer es representar dos cantidades que se obtuvieron al tirar al blanco en un cuadro de datos para que comprendan cómo se suman las cantidades. (La facilitadora elabora en el pizarrón un cuadro de datos). Por ejemplo las cantidades 1281 y 3155 correspondientes a los puntajes totales obtenidos por los equipos Eminem y Máquina. La primera columna corresponde a las unidades, la segunda a las decenas, la tercera a las centenas y la cuarta a las unidades de millar; cada número lo vamos a ir representando con palitos. Por ejemplo, la primera cantidad 1281 ¿Cuantos palitos ponemos en las unidades?
Grupo: 1
Facilitadora: ¿En las decenas?
Grupo: 8
(Se hace lo mismo con los otros números y con la otra cantidad)

Facilitadora: Para contar cuántos palitos tenemos en total, es muy importante que al sumar los palitos en cada una de las columnas no haya más de 10 palitos, porque recuerden que nuestro sistema es decimal, es decir que tenemos números distintos del 0 al 9 y que a partir del 10 los números se repiten nuevamente. En caso de que existan más de 10 palitos los pasamos a los cambios y los sumamos en la siguiente columna.
(Al concluir, la facilitadora pide que pase un número a realizar el algoritmo de la suma)
Facilitadora: Ahora vamos a ver si la cantidad que representamos es la misma que obtendríamos si realizáramos una operación de suma. Pasa por favor Mauricio.
(Mauricio realiza en el pizarrón la suma y entre todo el grupo lo va ayudando a sumar)
Facilitadora: ¿Qué resultado nos dio?
Grupo: El mismo que nos salió al hacer el cuadro de datos.
Facilitadora: Muy bien, al realizar las sumas lo que hacemos al ir anotando arriba cuánto llevamos son estos cambios o transformaciones , dado que no podemos anotar por ejemplo el número 13 al sumar 8 y 5 por lo que anotamos 3 y los diez que nos sobraron lo pasamos a la siguiente columna. Ahora va a pasar al pizarrón a hacer otro ejercicio y cada uno de ustedes va a elaborar un cuadro como el que está en el pizarrón y va a hacer lo mismo. Las cantidades que les voy a poner no corresponden ya a los puntajes obtenidos en el tiro al blanco, por lo que con esas cantidades ustedes van a inventar un problema.
(La facilitadora escribe en el pizarrón las cantidades 5796 y 3592 y las cantidades 1840 y 2375 y pasan dos niños a representarlas y realizar la suma correspondiente. Posteriormente, la facilitadora les solicita que cada equipo elabore un problema que contenga dichos datos).



Como se puede observar, la facilitadora parte de los puntajes obtenidos en la sesión anterior para ejemplificar la actividad a realizar en esta sesión con el fin de contextualizar a los niños en las actividades que realizan y no darles en un principio cantidades aisladas.

No obstante, una vez que brinda a los niños cantidades no obtenidas en la actividad anterior, les solicita a los niños que elaboren un problema con el fin de evaluar cómo los niños están planteando problemas; es decir, si establecen una relación entre dos situaciones y la incógnita.

De acuerdo a las muestras presentadas, los niños representan adecuadamente las cantidades y asimismo, elaboran correctamente problemas de cambio o estado-transformación-estado principalmente

Finalmente, utilizando las estrategias de partir de los conocimientos previos, exponer o modelar un concepto y crear conflicto cognitivo en los alumnos se explicaron las restas en las cuales el dígito menor se encuentra arriba y el dígito mayor se encuentra abajo, a través de hacer analogías con su edad.

"ALGORITMO UTILIZADO"

C) <u>En la realización de las restas:</u>

ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

- Conocimientos previos
- Conflicto cognitivo
- Exponer y modelar un concepto

(Esta sesión es la continuación de la sesión en donde los niños solucionaron problemas de comparación, y que se mencionó anteriormente cuando se ejemplificó el inciso a) de este indicador)

Facilitadora: Al equipo 3 le tocó el siguiente problema: "Genaro pesó 47 kilos y Verónica pesó 39 kilos ¿Cuántos kilos menos que Genaro tiene Verónica?" ¿Cómo se puede resolver este problema?
Auria: Restando 47menos 39 y el resultado es 8.
Facilitadora: El equipo 3 obtuvo otro resultado, ellos tienen como resultado lo siguiente (la facilitadora escribe en el pizarrón la resta y el resultado):

$$\begin{array}{r} 47 \\ \underline{-39} \\ 12 \end{array}$$

Facilitadora: ¿Qué fue lo que hicieron?
Verónica (integrante del equipo 3): Lo que hicimos fue restar 9 menos 7 es igual a 2 y 4 menos 3 es igual a 1.
Facilitadora: Pero fíjense bien, la cantidad es 47 menos 39 y el 7 está arriba y el 9 abajo y no al revés el 9 arriba y el 7 abajo. Imagínense que ustedes tienen 9 años ¿Pueden regresar a tenerse 7 años?
Grupo: No

Facilitadora: Lo que sí pueden hacer es tener más edad pueden seguir creciendo, entonces pueden pedir préstados unos años al número que está enseguida. ¿Cuántos años le pueden pedir prestados al número de enseguida? Recuerden que el 4 tiene 4 decenas porque está en el lugar de las decenas.
David: Nos puede prestar una decena que serían 10, y en lugar de 4 decenas quedarían 3 decenas.
Facilitadora: Muy bien, David le podemos pedir prestado una decena al 4 y este se convertiría en 3 y nosotros en lugar de tener siete años podemos "crecer" y tener 17 años. Entonces si tengo nueve años ¿Cuántos años me faltan para tener 17 años, Vero?
Verónica: (Cuenta con los dedos) 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 y 17. Me faltan 8 años para tener 17 años
Facilitadora: Muy bien, Vero y si tengo tres años, cuantos me falta para tener tres años.
Verónica: Pues nada, cero.
Facilitadora: Muy bien, Vero si tienes tres años y quieres tener tres años, te falta cero años. ¡Felicidades, hoy es tu cumpleaños!

La analogía de "cumpleaños" sirvió para explicar las restas en donde en una columna el digito menor se encuentra arriba del dígito mayor, ya que lo que frecuentemente hacían los niños era restar el dígito mayor del menor, sin importarles el lugar que ocupaban dichos dígitos

Con ésta estrategia en donde se retoma un hecho cotidiano (la edad) se intenta que los niños comprendan, con base en sus esquemas previos, la realización de las restas de este tipo que causaban confusión en los niños.

- **Actividades de estimación**: Aunque este indicador no surgió del diagnóstico realizado, con base en la bibliografía revisada (Reys, 1986; SEP, 1995; Defior, 1996; Duhalde y Gónzalez, 1997; Hernández y Soriano, 1999) y en el tipo de actividades realizadas, se consideró importante el que los niños estimaran el valor de los datos con los cuales iban a trabajar en la solución de problemas, y que dichos valores fueran acordes o razonables a su valor real.

Por lo tanto, se les proporcionó a los niños catálogos de productos sin precio o recortes de productos en donde, los niños debían de proporcionar precios a los productos.

"ESTIMACIÓN"

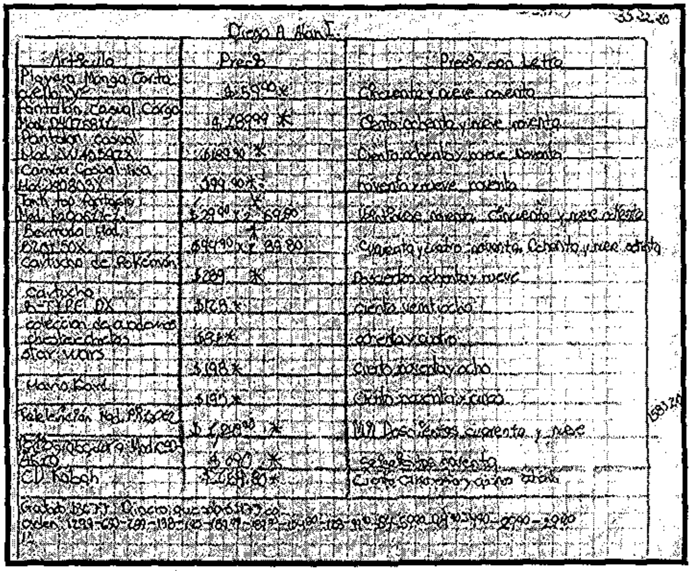
ESTRATEGIA UTILIZADAS:

- Conocimientos previos
- Conflicto cognitivo
- Aprendizaje cooperativo

Facilitadora: El día de hoy vamos a jugar a las compras. Necesito que formen equipos y a cada equipo le voy a dar un catálogo de productos como éste (La facilitadora muestra el catálogo a los alumnos). A cada uno de ustedes les voy a entregar una tarjeta de crédito que tiene ahorrados $3,854.00 con los cuáles podrán comprar todos los artículos que quieran, sólo que tienen que dejar en su tarjeta $177.00 para los gastos de envío, es decir, dado que ustedes van a comprar por catálogo y no están ahí en la tienda comprando sus productos, deberán de solicitar por teléfono los productos que van a comprar y una persona se los llevará hasta su casa.
Darinka: Ah sí, yo vi en la televisión que uno puede comprar discos y hablar por teléfono y se los envía a su casa.
Facilitadora: Exactamente, ustedes van a hacer lo mismo pero con los productos que vienen en el catálogo. Cada una de sus compras la van a anotar en un cuadro de datos el cual deberá contener en una columna el artículo que compraron, en la siguiente columna, el precio de ese artículo y en la tercera columna anotarán su precio con letra (La facilitadora dibuja en el pizarrón un cuadro de datos con esas características). En cada fila ustedes anotarán cada uno de los productos que comprarán. Recuerden que deben de dejar $177.00 en su tarjeta, que ese dinero no se pueden gastar (La facilitadora entrega los catálogos a cada equipo y su tarjeta de crédito).
Mauricio (Equipo 1): Lo que podemos ir haciendo es ir restando de $3,854.00 lo que vayamos comprando. Cada uno de nosotros va eligiendo un producto y así hasta dejar $177.00. Yo elijo un reloj y va a costar $150.00, entonces en la tercera columna hay que escribir cuanto nos queda si gastamos $150.00 (hace la operación en su cuaderno). El restante es $3704.00.
Erick (Equipo 1): Yo voy a comprar un monedero y va a costar $50.00 porque es más barato que el reloj
Diego (Equipo 2): Hay que comprar una playera manga corta cuello "V" y su precio va a ser de $59.90 pesos; luego hay que comprar una televisión a colores.
Alán: No mejor hay que comprar primero un pantalón casual porque con la televisión se nos va a acabar casi todo nuestro dinero, compramos la televisión ya hasta el último, al cabo que tenemos mucho dinero y si nos va a alcanzar, pero primero hay que comprar muchas cosas.

Credito: $3,854.00

Nombre	Precio	Restante
	150	3704
reloj		3404
Monedero	50	3384
Secadora	300	3374
cepillo	20	2574
agua	10	2814
[illegible]	300	2711
corbata	60	2564
zapatos	100	2514
Agenda electronica	100	2214
calculadora	50	1914
camara	300 400 900	
portafolio		1014
colchón	100	914
[illegible]	100	814
chocolates	200	614
perfume	150	450
[illegible]	150	
cuadros	100	364
	70	264
[illegible]		
libro	17	197
colores		197



Diego A. [illegible]

Artículo	Precio	Precio con letra
Playera Manga Corta [illegible]	$59.90 *	Cincuenta y nueve noventa
Pantalón Casual Cargo Mod. [illegible]	$189.99 *	Ciento ochenta y nueve noventa
Pantalón casual Mod. [illegible]	$189.90 *	Ciento ochenta y nueve noventa
Camisa Casual lisa Mod. [illegible]	$99.90 *	Noventa y nueve noventa
Tank top Fantasía Mod. [illegible]	$29.90 x 2 $59.80 *	[illegible] noventa, Cincuenta y nueve ochenta
Bermuda Mod. [illegible]	$44.90 x 2 89.80 *	Cuarenta y cuatro noventa, Ochenta y nueve ochenta
Cartucho de Pokémon	$289 *	Doscientos ochenta y nueve
Cartucho [illegible]	$128 *	Ciento veintiocho
colección de [illegible]	$84 *	ochenta y cuatro
Star wars	$198 *	Ciento noventa y ocho
Mario Kart	$195 *	Ciento noventa y cinco
Televisión Mod. [illegible]	$1,249.90 *	Mil Doscientos cuarenta y nueve
[illegible] Mod. [illegible]	$690 *	Seiscientos noventa
CD Kabah	$[illegible].80 *	Ciento [illegible]

Gastado [illegible] Dinero que sobró [illegible]
orden 1299-690-289-198-195-189.9-189.9-[illegible]-128-99.9-84-59.90-[illegible]-2990-2990

Como se puede observar, los niños estiman adecuadamente los precios de cada producto haciendo uso de sus conocimientos previos para establecer por ejemplo, que un pantalón en más barato que un horno de microondas.

Resulta también interesante observar las estrategias que utilizan los niños para ir estimando el resultado, ya que la mayoría compraba una cierta cantidad de productos y sumaba su costo para ver cuánto llevaban y no pasarse.

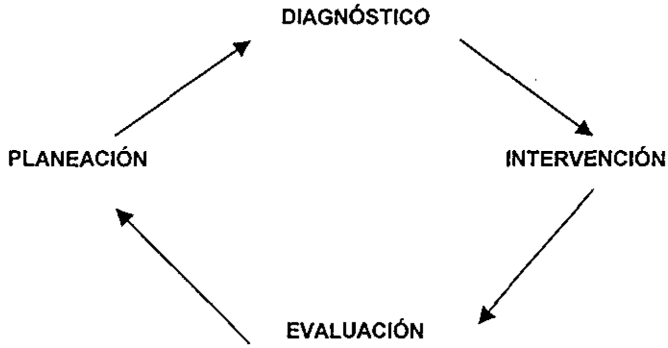
Algunos niños hacían una resta de lo que tenían ($3854.00) menos lo que habían gastado hasta ese momento (sumando previamente lo que habían comprado), para ver cuánto les sobraba todavía y podían gastar

A través de las estrategias utilizadas y de los indicadores establecidos se ha podido observar cómo se llevó a cabo la intervención. Sin embargo, los indicadores se plantearon no solamente para guiar la planeación e intervención, sino también con el fin de analizar a través de muestras o producciones, los entendimientos de los niños.

Dicho análisis conforma lo que se denomina en este trabajo el apartado de Evaluación que a continuación se describe.

EVALUACIÓN

La evaluación se entendió como parte de un proceso cíclico en el que intervenían la planeación, el diagnóstico y la intervención



En el presente trabajo, la evaluación de los resultados obtenidos en cada sesión, se realizó mediante las siguientes técnicas:

a) Un diario o bitácora
b) La elaboración de un portafolio o carpeta de evaluación grupal

Un diario o bitácora de trabajo: Para Medina y Verdejo (2001) el diario o bitácora se centra en técnicas de observación y registro de acontecimientos para plasmar la experiencia de aprendizaje durante determinados períodos de tiempo y/o actividades.

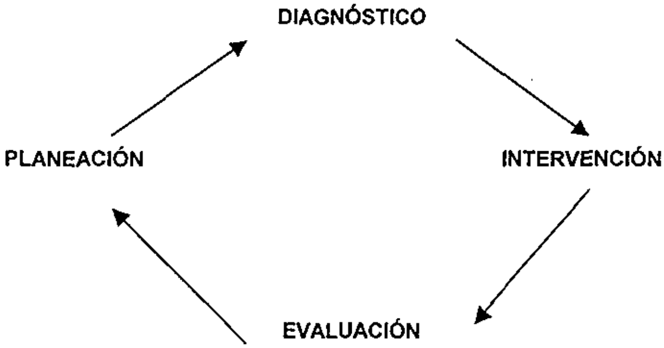
La bitácora se utilizó en el presente trabajo para plasmar las experiencias de aprendizaje de la facilitadora, así como también los comentarios de algunos estudiantes, los cuales mostraban su proceso de aprendizaje.

Por lo tanto, la bitácora contenía una serie de reflexiones sobre lo que ocurrió entre lo planeado y lo logrado, reflexiones sobre el proceso de aprendizaje tanto de los alumnos como de la facilitadora que ayudaban a diagnosticar los puntos débiles y fuertes de la intervención, y a actuar en consecuencia (Klinger y Vadillo. 2000)

A continuación se presenta un ejemplo de lo plasmado en la bitácora:

EVALUACIÓN

La evaluación se entendió como parte de un proceso cíclico en el que intervenían la planeación, el diagnóstico y la intervención



En el presente trabajo, la evaluación de los resultados obtenidos en cada sesión, se realizó mediante las siguientes técnicas:

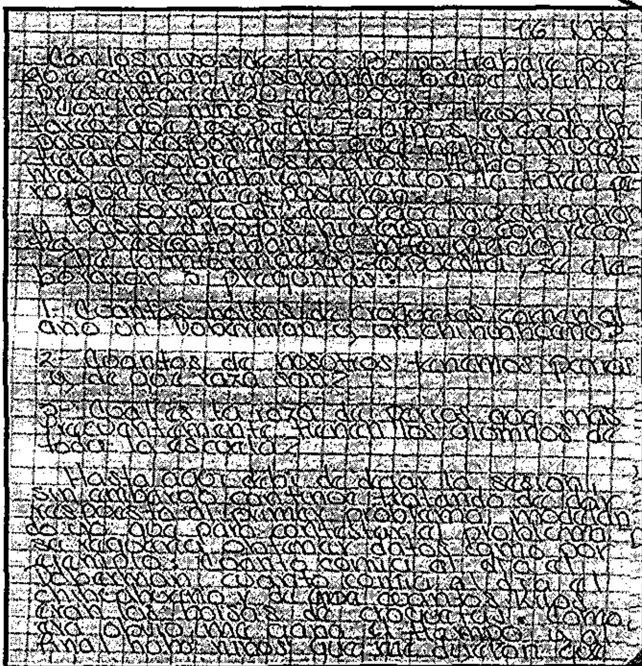
a) Un diario o bitácora
b) La elaboración de un portafolio o carpeta de evaluación grupal

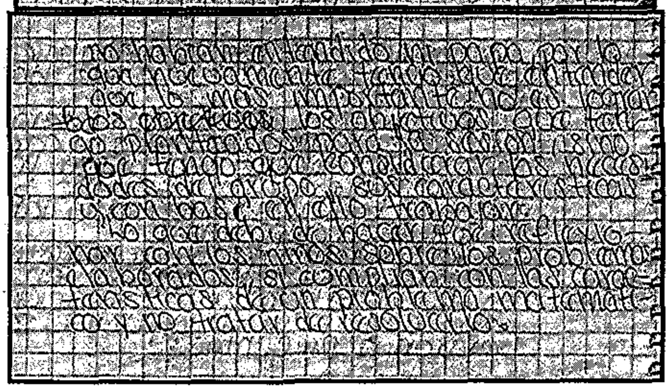
<u>Un diario o bitácora de trabajo</u>: Para Medina y Verdejo (2001) el diario o bitácora se centra en técnicas de observación y registro de acontecimientos para plasmar la experiencia de aprendizaje durante determinados períodos de tiempo y/o actividades.

La bitácora se utilizó en el presente trabajo para plasmar las experiencias de aprendizaje de la facilitadora, así como también los comentarios de algunos estudiantes, los cuales mostraban su proceso de aprendizaje.

Por lo tanto, la bitácora contenía una serie de reflexiones sobre lo que ocurrió entre lo planeado y lo logrado, reflexiones sobre el proceso de aprendizaje tanto de los alumnos como de la facilitadora que ayudaban a diagnosticar los puntos débiles y fuertes de la intervención, y a actuar en consecuencia (Klinger y Vadillo. 2000)

A continuación se presenta un ejemplo de lo plasmado en la bitácora:





La elaboración de un portafolios grupal: La evaluación por portafolios o de carpeta permite valorar el proceso de desarrollo del aprendizaje y habilidades complejas por parte del alumno durante el periodo de enseñanza, de tal manera que se puedan ir introduciendo cambios durante dicho proceso (Tierney, Carter and Desai, 1991; Valencia, 1993; Paris and Ayres, 1994; Johnson and Rose, 1997; Barbera, 2001).

Consiste en hacer una colección de trabajos (por ejemplo: ensayos, análisis de textos, composiciones escritas, problemas matemáticos resueltos, dibujos, según lo que deseemos evaluar) que los aprendices realizaron y los cuales demuestran las habilidades y logros de los estudiantes, cómo piensan, cómo cuestionan, analizan, sintetizan, producen o crean y cómo interactúan (intelectual, emocional y social) con otros; es decir, permite identificar los aprendizajes de conceptos, procedimientos y actitudes de los estudiantes

Padilla (2001) señala que lo que se puede incluir en una carpeta en matemáticas es:

- Descripción de los resultados de las investigaciones matemáticas.
- Análisis de situaciones problemáticas.
- Descripciones y diagramas de procesos para resolver problemas
- Estudios estadísticos y representaciones gráficas.
- Informes de investigaciones de ideas matemáticas, especialmente las de relación: funciones y gráficas, aritmética y álgebra, las de geometría, etc.
- Respuestas a preguntas de carácter abierto
- Informes de grupo

Por su parte Marienberg (cit. en Arter, 1990) ha utilizado la evaluación por portafolios en el área de matemáticas para promover la autorreflexión o autoevaluación de ocho estudiantes pertenecientes al Distrito de Hillsboro en Oregón, a quienes les realizó las siguientes preguntas:

a) Describe las tareas que hiciste
b) ¿Qué aprendiste del área de matemáticas?
c) ¿Cómo se relacionó con lo que has aprendido antes?
d) De lo que hiciste, te sientes más seguro en:
e) ¿Qué es lo que todavía no entiendes?

La elaboración de un portafolio se puede realizar en forma individual o grupal. Johnson & Rose (1997) mencionan que en el portafolio individual se coleccionan las muestras de cada estudiante, mientras que en el portafolio grupal se coleccionan muestras de trabajo de diferentes estudiantes; en ambos casos, se pretende observar las habilidades y avances logrados por los estudiantes.

Con el fin de presentar la forma en cómo se llevó a cabo la evaluación por portafolios, en el *anexo 3* se presenta una parte del portafolio grupal que se menciona en este trabajo

Con base en lo anterior, el proceso de evaluación realizado en este trabajo se convirtió en una actividad cíclica, continua y reflexiva, que permitió planear y llevar a cabo la siguiente sesión, ya que al concluir cada sesión se revisaban las muestras de los niños para identificar sus entendimientos respecto a los conocimientos abordados en clase.

Asimismo, se anotaban en la bitácora las reflexiones sobre lo que ocurrió entre lo planeado y lo logrado y sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos y de la facilitadora

Al final de la intervención y con base en el análisis realizado a las muestras elaboradas por los niños a través de los indicadores planteados, se obtuvieron los siguientes resultados que se presentan a continuación.

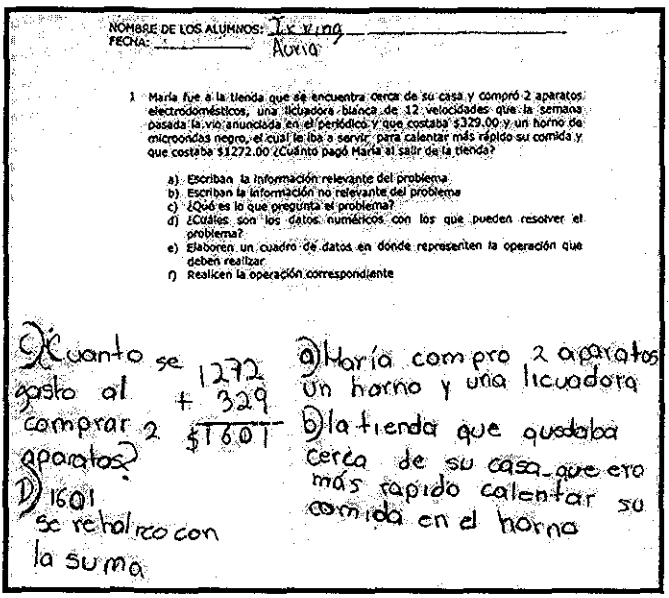
RESULTADOS Y DISCUSION

El siguiente cuadro engloba los resultados generales que se obtuvieron al finalizar la intervención en la identificación por parte de los niños de cada uno de los indicadores establecidos:

ALUMNOS QUE:	INFORM. DEL PROBLEMA	INCOGNITA PLANTEADA	DATOS NUMÉRICOS	REPRESENT. DEL PROBLEMA	ALGORITMO UTILIZADO	ESTIMAC.
IDENTIFICAN	45.55%	81.9%	81.9%	75%	72.8%	72.8%
NO IDENTIFICAN	54.5%	18.1%	18.1%	25%	27.2%	27.2%

Como se puede observar, en donde los niños aún presentan dificultades para comprender un problema es en la **identificación de la información del problema,** ya que el 54.5% de los niños no identificó alguna de los dos tipos de información que se les solicitó Algunos de las estrategias erróneas que realizaron fueron:

- *No anotaron los datos numéricos*


NOMBRE DE LOS ALUMNOS: Irving
FECHA: _______ Aurio

1 María fue a la tienda que se encuentra cerca de su casa y compró 2 aparatos electrodomésticos, una licuadora blanca de 12 velocidades que la semana pasada la vio anunciada en el periódico y que costaba $329.00 y un horno de microondas negro, el cual le iba a servir para calentar más rápido su comida y que costaba $1272.00 ¿Cuánto pagó María al salir de la tienda?

a) Escriban la información relevante del problema
b) Escriban la información no relevante del problema
c) ¿Qué es lo que pregunta el problema?
d) ¿Cuáles son los datos numéricos con los que pueden resolver el problema?
e) Elaboren un cuadro de datos en donde representen la operación que deben realizar
f) Realicen la operación correspondiente

c) ¿Cuanto se gasto al comprar 2 aparatos?
1272 + 329 = $1601
D) 1601 se rehalizo con la suma

a) María compro 2 aparatos un horno y una licuadora
b) la tienda que quedaba cerca de su casa que era más rapido calentar su comida en el horno

Esta muestra ejemplifica cómo los niños en este problema de parte-parte-todo sólo señalan los objetos del problema (un horno y una licuadora) pero no señalan las propiedades de dichos objetos, es decir el costo de cada uno de ellos, lo cual les permitirá establecer la incógnita ¿Cuánto pago María al salir de la tienda?

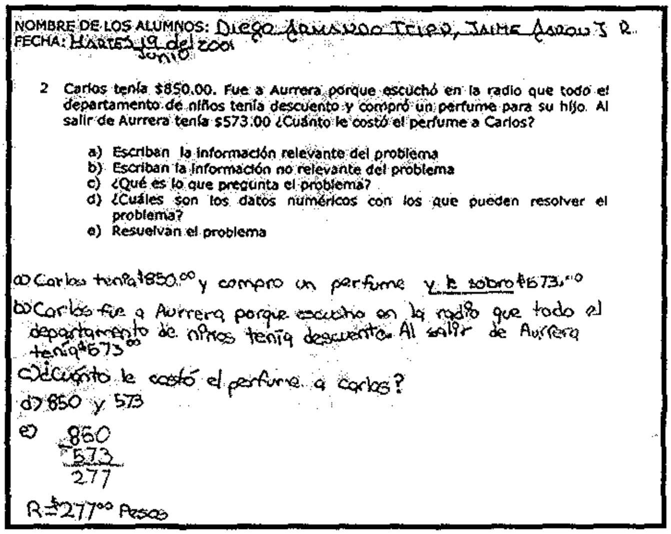
Respecto a la **incógnita del problema**, se observa que los niños identifican la pregunta del problema aunque no la anotan de forma textual, ya que cambian la palabra "pagó" por "gastó"; lo anterior indica un conocimiento de su parte respecto al significado de las palabras utilizadas y al contexto en el que se están utilizando ya que al pagar una mercancía se gasta dinero (Mayer, 1986)

De igual forma, cuando se les pregunta sobre cuáles son los **datos numéricos** con los que se puede resolver el problema, los niños no los identifican nuevamente aunque en la realización del algoritmo se observa que pese a que el problema contiene otros números como dos (2) que se refiere al total de aparatos que compró María y 12 correspondiente a las velocidades de la licuadora, los niños utilizan sólo aquellos números que requieren para solucionar el problema, ordenando las cantidades de acuerdo a su valor posicional y tomando en cuenta la cantidad que llevan.

Lo anterior valida el porcentaje obtenido del 81.9% correspondiente a los niños que identificaron los **datos numéricos** que se requerían para solucionar el problema.

Como señala la SEP (1991) "Es muy frecuente que los niños procedan a hacer operaciones tomando como dato todo número que aparezca en un problema"; por lo tanto, es necesario brindar estrategias a los niños que los apoyen para identificar los datos numéricos que se requieren para solucionar el problema.

- *Mencionan información relevante en la información irrelevante o viceversa*


NOMBRE DE LOS ALUMNOS: Diego Armando Tejeda, Jaime Aaron J. R.
FECHA: Martes 19 de Junio del 2001

2 Carlos tenía $850.00. Fue a Aurrera porque escuchó en la radio que todo el departamento de niños tenía descuento y compró un perfume para su hijo. Al salir de Aurrera tenía $573.00 ¿Cuánto le costó el perfume a Carlos?

a) Escriban la información relevante del problema
b) Escriban la información no relevante del problema
c) ¿Qué es lo que pregunta el problema?
d) ¿Cuáles son los datos numéricos con los que pueden resolver el problema?
e) Resuelvan el problema

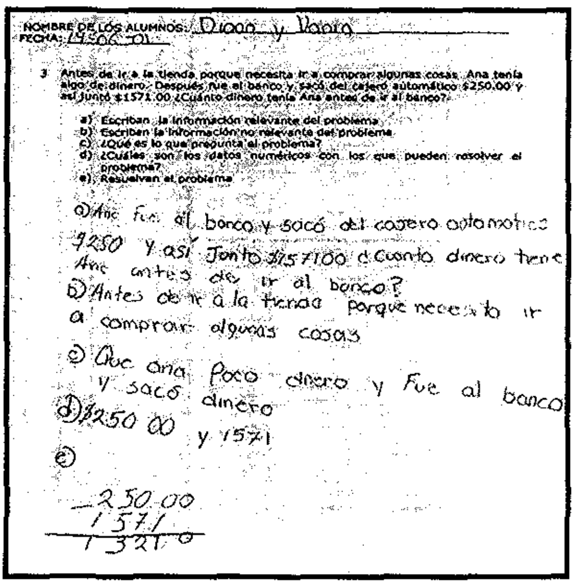
a) Carlos tenía $850.00 y compro un perfume y le sobro $573.00
b) Carlos fue a Aurrera porque escucho en la radio que todo el departamento de niños tenía descuento. Al salir de Aurrera tenía $573.00
c) ¿Cuánto le costó el perfume a carlos?
d) 850 y 573
e) 850 − 573 = 277
R= $277.00 Pesos

Cuando se les solicita a los niños que identifiquen la **información** no relevante en este problema de transformación-estado –transformación con incógnita en la transformación, transformación negativa los niños anotan que "Al salir de Aurrera tenía $573.00"; dicha información corresponde a información necesaria en el problema, ya que corresponde a un dato numérico que se requiere para solucionar el problema.

No obstante, cabe destacar cómo los niños sintetizaron dicha **información** al anotarla en la información necesaria ya que cambian las palabras "Al salir de Aurrera tenía" por "le sobró" lo que señala una comprensión de las expresiones y *términos utilizados en el problema matemático* (Hernández y Soriano, 1999; Puente, 1994 y Pimm, 1990), así como también un conocimiento del contexto en el que está planteado el problema (Mayer, 1986), lo cual hace referencia a la importancia de los factores lingüísticos en la comprensión de problemas.

Respecto a la identificación por parte de los niños de la **incógnita planteada**, el 81.9% de los niños la identificó correctamente, mientras que el 18.1% no la identificó.

En la siguiente muestra correspondiente a la solución de un problema de estado-transformación estado con incógnita en el estado inicial, transformación positiva se observa que las niñas no identifican la **incógnita del problema** y sólo *intentan describir las situaciones el problema* ("Que Ana [gana] poco dinero y fue al banco y sacó dinero)


NOMBRE DE LOS ALUMNOS: Diana y Vania
FECHA: 14-06-01

3 Antes de ir a la tienda porque necesita ir a comprar algunas cosas, Ana tenía algo de dinero. Después fue al banco y sacó del cajero automático $250.00 y así juntó $1571.00 ¿Cuánto dinero tenía Ana antes de ir al banco?

a) Escriban la información relevante del problema
b) Escriban la información no relevante del problema
c) ¿Qué es lo que pregunta el problema?
d) ¿Cuáles son los datos numéricos con los que pueden resolver el problema?
e) Resuelvan el problema

a) Ana fue al banco y sacó del cajero automatico $250 y así junto $1571.00 ¿Cuanto dinero tene Ana antes de ir al banco?
b) Antes de ir a la tienda porque necesita ir a comprar algunas cosas
c) Que ana poco dinero y fue al banco y sacó dinero
d) $250.00 y 1571
e)

250.00
1571
1321.0

Cómo se puede observar, las niñas identifican parcialmente la **información** relevante del problema, ya que obvian el que antes de ir a la tienda "Ana tenía algo de dinero", lo cual se relaciona con la pregunta del problema: "¿Cuánto dinero tenía Ana antes de ir al banco?".

Como lo señala Parra y Saiz (2001) cuando un lector lee un problema matemático, requiere para comprenderlo, establecer relaciones causales y temporales. En este caso, entre la información relevante del problema y la incógnita del mismo, existe una relación causal y temporal, la cual no logran comprender las niñas al no identificar ni la información relevante ni la incógnita del problema

Cabe destacar que en lo que se refiere a los **datos numéricos**, las niñas realizan el algoritmo de la resta sin cambian el orden de presentación de los mismos; es decir restan 250 menos 1571

Lo anterior permite observar como los estudiantes, por lo general, esperan que la secuencia lógica de organización de los datos responda a la sucesión de operaciones que los alumnos deberán realizar para resolverlos (SEP, 1995).

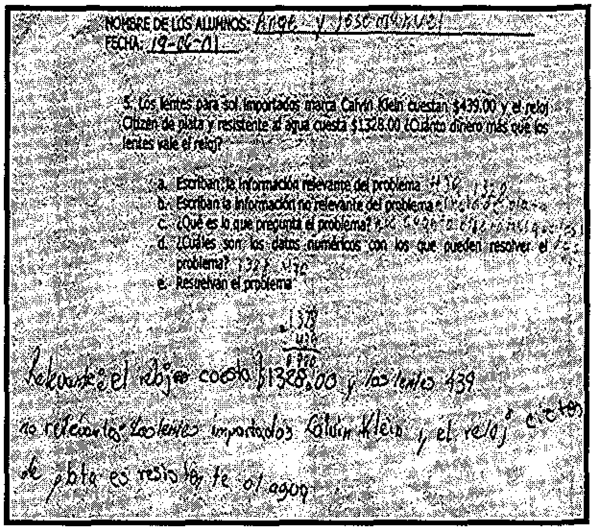
Aunque las alumnas eligen el **algoritmo** adecuado para solucionar el problema, restan el dígito menor de la columna del dígito mayor sin tener en cuenta cuál está arriba.

Asimismo, dado que el dígito de arriba en la comuna es cero, las alumnas escriben el dígito de abajo en la respuesta; es decir uno.

Dichas estrategias erróneas fueron las que continuaron utilizando el 27.2% de los niños al final de la intervención.

Lo anterior permite observar como los esquemas de las alumnas respecto a la resta, no se modificaron con la intervención, ya que para ellas en la resta siempre se le debe de "quitar" al número mayor

Una muestra que permite ejemplificar los entendimientos de los niños respecto a las palabras "más" y "menos" contenidas en el problema, lo constituye la siguiente, en donde se les presentó a los niños un problema de comparación entre dos medidas cuyo conjunto referente era menor que el conjunto comparado y la incógnita se encontraba en la diferencia


NOMBRE DE LOS ALUMNOS: Angel y José Manuel
FECHA: 19-06-01

5. Los lentes para sol importados marca Calvin Klein cuestan $439.00 y el reloj Citizen de plata y resistente al agua cuesta $1328.00 ¿Cuánto dinero más que los lentes vale el reloj?

a. Escriban la información relevante del problema
b. Escriban la información no relevante del problema
c. ¿Qué es lo que pregunta el problema?
d. ¿Cuáles son los datos numéricos con los que pueden resolver el problema? 1328 439
e. Resuelvan el problema

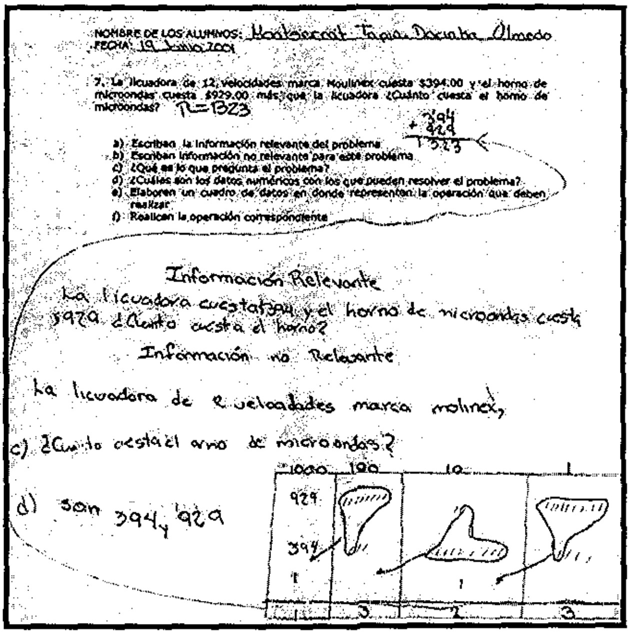
relevante: el reloj costo $1328.00 y los lentes 439
no relevante: los lentes importados Calvin Klein y el reloj citizen de plata es resistente al agua

En ésta muestra, al contrario que en la muestra anterior, los niños organizan la información del problema en el orden en el que se van a utilizar los datos del algoritmo; es decir, en el problema primero se mencionan los lentes para sol y su costo y después el reloj y su costo Sin embargo, los niños mencionan primero el reloj y posteriormente los lentes.

Como lo señalan Carpenter, Matthews, Limquist y Silver (1994); SEP (1995); Hegarty, Mayer y Monk (1995) y Gónzalez Pienda (2001), en algunos problemas matemáticos existen palabras claves que pueden funcionar como indicadores de la operación que el niño debe utilizar. El tipo de problema que se les presentó a estos niños contiene la palabra "más" que hubiera podido conducir a los niños a realizar una suma No obstante, Angel y José Manuel eligieron el **algoritmo** adecuado (una resta) para solucionar el problema; además, realizaron correctamente la operación.

Respecto a la **representación del problema** el 75% de los niños realizó la representación de los agrupamientos y/o elaboró cuadros de datos en el ejercicio de estimación solicitado.

Un ejemplo de lo realizado por los niños respecto a la representación de los agrupamientos es el siguiente:



NOMBRE DE LOS ALUMNOS:
FECHA: 19 Junio 2001

7. La licuadora de 12 velocidades marca Moulinex cuesta $394.00 y el horno de microondas cuesta $929.00 más que la licuadora ¿Cuánto cuesta el horno de microondas? R=1323

a) Escriban la información relevante del problema
b) Escriban información no relevante para este problema
c) ¿Qué es lo que pregunta el problema?
d) ¿Cuáles son los datos numéricos con los que pueden resolver el problema?
e) Elaboren un cuadro de datos en donde representen la operación que deben realizar
f) Realicen la operación correspondiente

Información Relevante

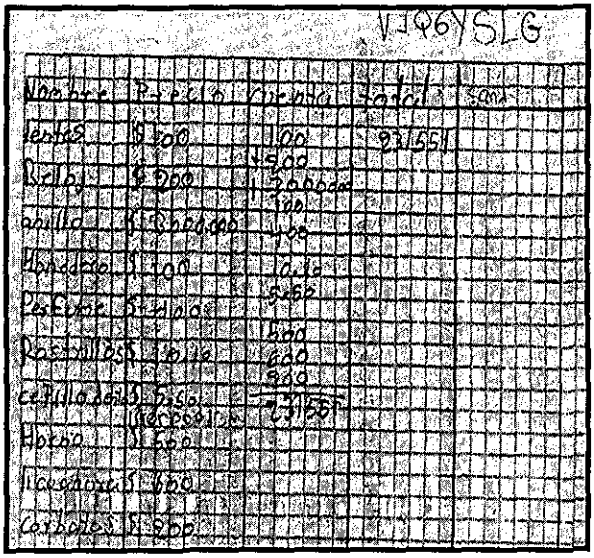
Información no Relevante

Como se puede observar, las alumnas realizan el algoritmo de la suma y representan las transformaciones que se llevan a cabo al tener diez unidades, reagrupándolas ya sea en decenas, centenas o millares.

El realizar la representación de los agrupamientos permite a las alumnas verificar el resultado que obtuvieron en la suma, ya que incluso con una flecha unen ambos resultados, como una forma de comprobar el resultado

Aunque en este problema existe un número (12) que corresponde a las velocidades con que cuenta la licuadora, las niñas no lo consideran como dato numérico necesario para resolver el problema.

Finalmente, cuando se les solicitó a los alumnos que estimaran diversos artículos, elaborando además un cuadro de datos para organizarlos, el 72.8% realizó adecuadamente las **estimaciones** y el cuadro de datos; mientras que el 27.2% presentó dificultades en el valor posicional y la lecto-escritura de los números.



En ésta muestra las niñas asignan un valor de $3,000,000.00 al anillo de brillantes, siendo el valor que les sigue de $600.00, por lo que se observa un rango de diferencia considerable entre ambos objetos.

Reys (1986) señala que en la estimación se requiere obtener resultados razonables, ya que en muchas ocasiones, cuando los niños realizan una estimación, proporcionan respuestas sin sentido. Para que esto no ocurra, es necesario verificar si la respuesta corresponde a la situación dada.

En el cuadro de datos las niñas colocan una columna de "cuenta" en la cual suman todas las cantidades estimadas, teniendo errores en el valor posicional y en la escritura de cantidades.

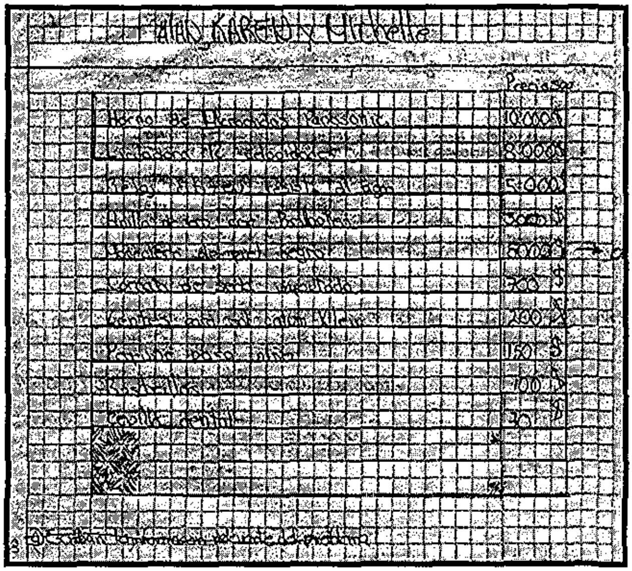
En cuanto al valor posicional, el niño debe de comprender que cada uno de los números tiene un significado propio en función del lugar que ocupa y que en su conjunto, expresan una relación global.

Por lo tanto, la clave es comprender el papel de la posición que ocupan las cifras en cada caso y reconocer que los números de varias cifras, representan una expresión numérica que hay que aprender a codificar y decodificar de acuerdo a si está en el lugar de las decenas, centenas o millares (Defior, 1996).

Aunado a lo anterior, en la escritura y lectura de cantidades el niño tiene que saber distinguir si se trata de un 3,000 o de 3,000,000 como en este caso

La mayoría de los alumnos asignan valores mayores a aquellos artículos que de acuerdo a sus conocimientos previos cuestan más como son: el anillo de oro, el reloj, el horno de microondas y la licuadora. Entre los artículos que señalan con un menor valor se encuentran el cepillo dental y el rastrillo

Asimismo, algunos alumnos, al realizar su cuadro de datos, organizan los artículos de mayor a menor precio



En la última sesión se les aplicó a los alumnos un cuestionario con el fin de conocer su opinión sobre diversos aspectos del programa de intervención llevado a cabo con ellos *(Ver anexo 4)*

En dicho cuestionario, los alumnos comentaron que aprendieron jugando a resolver muchos tipos de problemas matemáticos de suma y resta, y a pensar cómo resolver el problema, poniendo atención en lo que les preguntaba y en los datos que les daban. Los alumnos comentan que aprendieron a hacer sumas y restas entendiendo porque les tenía que "prestar el número de al lado

La utilización de juegos como parte de la intervención tenía dos objetivos: Por un lado, presentar a los alumnos actividades cotidianas que les permitieran relacionar sus conocimientos previos con situaciones nuevas en las cuales los niños matematizaban situaciones cotidianas a hechos, objetos o conceptos matemáticos.

De ésta forma, los problemas matemáticos que se debían resolver cobraban sentido y no eran nada más la realización de algoritmos que se realizaban en forma aislada.

Por otro lado, a través de los juegos se pretendía motivar a los niños para que participaran, propiciando en ellos una mayor confianza y por ende, un mayor interés en las matemáticas.

Al respecto, Zapata (1995) menciona: "...... la mejor situación para aprender, resulta ser aquella en donde la actividad es tan agradable y satisfactoria para el aprendiz, que este no la pude diferenciar del juego o la considera como actividad integrada: juego-trabajo. Por lo tanto, el juego se constituye como una herramienta operativa que brinda amplias posibilidades a la practica educativa; por un lado como elemento renovador de la enseñanza, y por el otro, como medio para el aprendizaje que posibilita el desarrollo integral del niño".

Asimismo, los alumnos mencionan que aprendieron a trabajar en equipo. Respecto al trabajo en equipo, Díaz Barriga y Hernández (1998) señalan que "Aunque los alumnos en una situación de enseñanza parten de sus esquemas o conocimientos previos, es a través de la acción conjunta y los intercambios comunicativos con los otros, que se construye el aprendizaje".

Asimismo, "Se ha demostrado que los estudiantes aprenden más, les agrada más la escuela, establecen mejores relaciones con los demás, aumenta su autoestima y aprenden habilidades sociales más efectivas cuando trabajan en equipo" (Díaz Barriga y Hernández, 1998).

Lo anterior muestra la satisfacción, interés y beneficios obtenidos desde el punto de vista de los alumnos respectos a las actividades realizadas en la intervención.

Por otro lado, y con el fin de conocer la opinión de la maestra responsable del grupo con respecto a las matemáticas y a las actividades realizadas con sus alumnos y si éstas produjeron un cambio en el aprendizaje de los mismos, se le realizó un a entrevista *(Ver anexo 5)*

En dicha entrevista comentó que la importancia de la intervención radica en que se les proporcionó a los niños diversas estrategias que los ayudaran a resolver los problemas matemáticos como: identificar la información relevante e irrelevante del problema, identificar los datos numéricos que se les proporcionaban para solucionar el problema, y mostrarles los procesos de agrupación en la suma, entre otros.

Asimismo, menciona que a partir de la intervención realizada observó que el interés y gusto por las matemáticas incrementó en los niños ya que le sugerían frecuentemente realizar cuadros de datos para organizar los datos que les proporcionaba y ubicaban más fácilmente los datos importantes de un problema

De igual forma, la maestra señaló que se presentaron cambios en la conducta de los niños al ponerlos a trabajar en equipos; es decir, los niños mostraron mayor interés al trabajar, mayor tolerancia a los compañeros, mayor apoyo entre ellos y mayor organización al trabajar por equipos

En general, la maestra comenta que observó cambios en los niños en cuanto a su codificación, resolución, estimación y obtención de datos específicos

Finalmente, la maestra menciona que en sus clases de Ciencias Naturales, Geografía e Historia ha retomado de la intervención el indicador de representación del problema para la lelaboración de cuadros de datos, gráficas y tablas en éstas materias, lo que indica una transferencia de los conocimientos adquiridos en matemáticas a otras áreas del conocimiento

Como se puede observar en la tabla de resultados generales que se presentó al inicio de este apartado, el programa de intervención favoreció el desarrollo de estrategias de comprensión en los niños, las cuales les permitieron solucionar diversos problemas de suma y resta

Lo anterior, se puede constatar también con las opiniones que brindan los alumnos y la maestra responsable del grupo con respecto a la intervención.

A continuación, se presentan las Conclusiones que se desprenden de los resultados obtenidos de este trabajo, respecto a su importancia en la educación y en la psicología educativa, así como también se mencionan las limitaciones del mismo.

CONCLUSIONES

En el conjunto de políticas que perfilan el modelo de educación que el actual gobierno plantea, se resalta la necesidad e importancia de que los alumnos lean y comprendan adecuadamente los problemas matemáticos para poder elegir y desarrollar una estrategia que les permita solucionar el problema.

"La competencia lectora (decodificar y comprender)..... requiere, cada vez más, la capacidad de poder enfrentarse a diversos tipos de textos, con propósitos, estructuras discursivas y disposiciones gráficas peculiares Se ésta articulando con la matemática, como herramienta para resolver problemas mediante lenguajes simbólicos" (pág. 49)

Por lo tanto, la comprensión se considera una actividad crucial para el aprendizaje de todas las áreas académicas escolares, ya que los alumnos se enfrentan continuamente a una gran cantidad de información, la cual deben adquirir, discutir y utilizar con base a los esquemas que ya poseen.

Diversos investigadores del campo de la psicología educativa (Resnick y Ford, 1990; Pimm, 1990; Baroody, 1994; Defior, 1996; Podall y Comellas, 1996; Cordero, 2001 y Gónzalez-Pienda, 2001) han señalado la importancia de que los niños comprendan el texto de los problemas matemáticos, ya que las dificultades que la mayoría de los niños presentan se deben a una incomprensión del texto del problema, más que a una deficiente realización de los algoritmos matemáticos.

En la comprensión del texto de un problema matemático intervienen 3 factores que se encuentran interrelacionados entre sí: 1) Conocimientos previos del alumno; 2) Factores numéricos y 3) Factores lingüísticos.

Considerando los tres factores, en el presente trabajo se llevó a cabo un programa de intervención con el fin de promover y desarrollar estrategias de comprensión en los niños que les permitieran solucionar diversos tipos de problemas de suma y resta

Con base en los resultados obtenidos, se puede concluir que aunque el plan y programa de estudio de la SEP (1993) establezca que la enseñanza de las matemáticas en quinto grado escolar se debe centrar en el planteamiento de problemas matemáticos con números decimales y fraccionarios en los que se lleva a cabo el algoritmo de la multiplicación y la división para solucionarlos, los niños de este grado con los que se llevó a cabo la intervención presentaban dificultades en la solución de problemas de suma y resta.

Dichas dificultades se relacionaron con la comprensión del texto matemático para identificar que era lo que les preguntaba el problema, cuáles eran los datos necesarios para resolver el problema, cómo llevar a cabo el algoritmo de la resta cuando el dígito menor de una columna se encuentra en la parte de arriba, o bien cuando se resta a un número cualquiera cero.

A través de la implantación del programa de intervención dentro del aula, se logró que los alumnos participantes adquirieran estrategias más efectivas para comprender y solucionar diversos tipos de problemas matemáticos. Particularmente, se comprobó que el identificar la incógnita planteada, los datos numéricos y el algoritmo que se requiere utilizar son de gran ayuda para guiar a los niños en la solución de un problema.

Para lograr que los niños relacionaran sus conocimientos previos con la información nueva que se les planteaba en el problema, se trabajó con los alumnos partiendo de experiencias vívidas como por ejemplo jugar tiro al blanco o pesarse en una báscula o realizar compras en una tienda, y a partir de los datos obtenidos, se elaboraban diversos tipos de problemas matemáticos que los alumnos debían resolver.

Lo anterior favoreció a su vez los niños matematizaran situaciones de la vida diaria a hechos, objetos y conceptos matemáticos que debían aprender en la escuela, propiciando a su vez una mayor confianza y por ende, un mayor interés en las matemáticas y en su deseo de aprender.

Por otro lado, el análisis continuo de los errores cometidos por los niños en la solución de los problemas matemáticos fueron guiando la intervención. Por lo tanto, los errores representaron una oportunidad para aprender, ya que se promovía la comprensión de los alumnos a través de crear conflicto cognitivo; es *decir, contradicciones entre los errores cometidos y las estrategias nuevas que se* les presentaban.

Finalmente, el realizar las actividades dentro del aula y en presencia de la profesora responsable de grupo contribuyó a que las estrategias llevadas a cabo en el área de matemáticas se utilizaran en otras áreas como Ciencias Naturales, Geografía e Historia, específicamente en lo que se refiere a la representación de la información mediante tablas, gráficas y cuadros.

Dentro de las <u>limitaciones</u> de este trabajo, se encuentran:

La falta de control grupal por parte de la facilitadora. lo cual señalaron tanto la maestra como los niños fue un factor que intervino desfavorablemente, evitando lograr en algunas sesiones un óptimo aprendizaje.

Otra limitación se refiere a las dificultades presentadas para desarrollar la intervención debido a la constante realización de actividades solicitadas a los niños por la escuela dentro del horario pactado para trabajar con ellos, como por ejemplo: Ensayos para la poesía coral, ensayos para diversos festivales. alargamiento del recreo por juntas de profesores, visitas a diversos lugares fuera de la escuela, entre otras, las cuales son descritas por Rockwell (1995) y Jackson

(1998) como actividades de demora, dispersas e irrelevantes pero cotidianas en el aula.

No obstante, el presente trabajo constituye una forma de realizar programas de intervención acordes a las demandas y necesidades de la institución, así como también representa una forma distinta de obtención, aplicación (dentro del aula) y evaluación de datos los cuales brinden información respecto a los procesos cognitivos de los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático

Por lo tanto, se considera deseable continuar investigando más ampliamente sobre los factores que intervienen en la comprensión de problemas matemáticos, con el fin de conocer los entendimientos que muestran los niños de diversos grados escolares y plantear estrategias de intervención acordes a cada grado

BIBLIOGRAFIA

Arter, J. (1990). *Using portafolios in instructional and assessment. State of the art Summary*. Mecanograma.

Ausubel, D. P.; Novack, J D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa* México: Trillas.

Avila, A (1994). *Los niños también cuentan*. México: SEP.

Barbera, G. (2001). Evaluación por portafolios en la Universidad. En: *www.ub edu/forum/barbera.htm*.

Baroody, A.J. (1994) *El pensamiento matemático de los niños*. España: Aprendizaje Visor.

Bartlett, F.C. (1932). *Thinking: An experimental and social study* New York: Basic Books.

Bernal, S (1990). *El número en la matemática preescolar: Su evolución*. Tesina de Licenciatura. Facultad de Psicología, UNAM

Brown, L and Burton , R. (1978). Diagnostic models for procedural in basic mathematical skills. *Cognitive science*, 4, 379-426

Bruner, J. (1980). *La importancia de la educación*. Barcelona: Paidós.

Carpenter, T. & Moser, J.M. (1984) The acquisition of addition and substraction concepts in grades on through three. *Journal of Research in Mathematics Education*, 15, 170-201

Carpenter, T (1985) Learning to add and substract: An exercise in problem solving. En: Silver, E A. (Ed) *Teaching and learning mathematical problem solving*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

Carpenter, T.; Matthews, W.; Lmiquist, M and Silver, E.A. (1994). Achievement in mathematics: Results from the National assessment. *Elementary School Journal*, 84, 485-495.

Carraher;,T.; Carraher,D. y Schliemann, A. (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo XXI.

Castelo, M. y Monereo, C. (2001) La evaluación por carpetas en la universidad: Un sistema de autorregulación del propio aprendizaje En: *http:// ccd.usc.es/actividades/congreso/monereo6a.htm*.

Castillo, M A (1997). ¿Cómo explicar la reslación del pensamiento lógico-matemático con el cálculo en la resolución de problemas?. En http://cidipmar.fundacite.arg.gov.ve/parxviii/volxviii.htm.

Coll. , C. y Solé, I. (1990). La interacción profesor alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En Coll, C; Palacios, J y Marchesi, A (eds.) *Desarrollo psicológico y educación II*. Madrid: Alianza.

Cordero, J.A. (2001) Resolución de problemas. En *www.xtec.es/jcord1/problema.htm*.

De Corte , E. (1993). La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: Hacia un modelo de intervención basado en la investigación En: En: Beltrán, J A ; Bermejo, V ; Prieto, M D y Vence D *Intervención psicopedagógica* Madrid: Pirámide

De Corte, E., Verschffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.

Defior, S. (1996) *Las dificultades de aprendizaje: Un enfoque cognitivo. Lectura, escritura y matemáticas* España: Aljibe.

Díaz Barriga, F.; Hernández, G. (1998). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.* México: McGraw Hill.

Duhalde, M E. y Gónzalez, M.T (1997). *Encuentros cercanos con las matemáticas*. Argentina: Aiqué.

Echeitia, G. (1995) *El aprendizaje cooperativo: Un análisis psicosocial de sus ventajas respecto a otras estructuras del aprendizaje.* Madrid: Siglo XXI

Ferreiro, E. y Teberosky, A. (1979) Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño. México: Siglo XXI.

Flores, R. (2002). *El conocimiento matemático de los niños en problemas de adición y sustracción: Un estudio sobre las relaciones entre conceptos, esquemas y representación.* Universidad Autónoma de Aguascalientes. Centro de Ciencias Sociales y Humanidades. Doctorado Interinstitucional en Educación.

Fuenlabrada, I y Aválos, A (1996). Cómo se resuelven los problemas matemáticos. Las estrategias espontáneas vs. las estrategias convencionales. En: *Educación 2001.* Número 19, Diciembre 1996

García, B. y Seda, I. (2000). *La calidad de la investigación básica en México.* (Mecanograma). México: Presidencia de la República

Ginsburg, H (1977). *Children's arithmetic: The learning process.* New York: D. Van Nostrand Compañy.

Gónzalez-Pienda. J.A. (2001) Comprensión de problemas aritméticos: Una comparación entre alumnos con y sin éxito en la resolución de problemas. En: *http:// copsa.cop.es/congresoiberoa/base/educati/et154.htm*

Greeno, J.G. (1973). The structure of memory and the process of solving problems. En R. Solso (Ed). *Contemporary issues in cognitive psychology.* Washington, D C: The Loyola Symposium.

Hegarty, M.; Mayer, R.E.; y Monk, C A (1995). Comprehension of arithmetic word problems. A comparación of successful and unsuccessful problems solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87, 18-32.

Hernández, F y Soriano, E. (1999) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria.* Madrid: La Muralla

Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación.* México: Paidós Educador.

Hughes, M (1986) *Los niños y los números. Las diferencias en el aprendizaje de las matemáticas.* España: Nueva Paideia.

Jackson, P. W. (1998). *La vida en las aulas.* Madrid: Morata.

Johnson, Johnson y Holubec (1990) *Circles of learning Cooperation in the classroom.* Minesota: Interaction Book Co.

Johnson, N.C & Rose, L.M. (1997). *Portfolios Clarifyng, constructing and enhancing.* Pensylvania: Technomic Publishing Co. Inc.

Kamii, C. (1988) *El niño reinventa la aritmética: Implicaciones de la teoría de Piaget.* Madrid: Visor

Klingler, C. y Vadillo, G. (2000), *Psicología cognitiva. Estrategias en la practica docente.* México: McGraw Hill.

Marshall, S.P. (1995) *Schemas in problem solving.* New York: Cambridge University Press.

Mayer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición.* Barcelona: Piados.

Medina, A (1995). *Dimensión sociocultural de la enseñanza. La herencia de Vigotsky.* México: ILCE

Medina, A. y Verdejo, J. (2001). Técnicas alternativas para la evaluación. En: *www.redescolar.ilce.edu.mx*

Nesher, P (1982) Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems En Carpenter, T P. ; Moser, J M.& Romberg, T A. (eds). *Addition and Subtraction : A cognitive perspective.* (25-38). Hillsdale, N.J :Lawrence Erlbaum Associates, Publisher.

Newell, A. and Simon, H.A (1992) *Human problem solving.* Englewood, N.J. Prentice-Hall

Nunes y Bryant (1997) *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño.* México: Siglo XXI.

Ornelas, C (1998). *El sistema educativo mexicano La transición de fin de siglo.* México: Centro de Investigación y Docencia Económicas (CIDE), Nacional Financiera y Fondo de Cultura Económica.

Ovejero, A. (1991) *Aprendizaje cooperativo* Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.

Padilla, F (2001). La evaluación en matemáticas. En: *www nti.educa.rcanaria.es/ccpmat/evamat.htm*

Paris, S.G. and Ayres, L.R. (1994). *Becoming Reflective Students and Teachers with Portafolios and Authentic Assessment.* Washington, D.C. American Psychological Association.

Parra, C. y Saiz,I. (2001). La comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos. En: *www.zona.mcye gov.ar/ZonaAula/ZonaAula04/2.html.*

Piaget, J. (1967). *La génesis del número en el niño.* Buenos Aires: Guadalupe.

Piaget, J. (1981). *La representación del mundo en el niño* Madrid: Morata

Pimm, D. (1990) *El lenguaje matemático en el aula.* España: Morata

Podall, M. y Comellas, M.J. (1996) *Estrategias de aprendizaje Su aplicación en las áreas verbal y matemática.* España: Laertes Psicología.

Polya, G. (1974) *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Trillas

Prieto, M.D (1993). La enseñaza de las matemáticas como solución de problemas. En: Beltrán, J.A.; Bermejo, V ; Prieto, M.D. y Vence , D. *Intervención psicopedagógica* Madrid: Pirámide.

Puente, A. (1994). *Estilos de aprendizaje y enseñanza.* Madrid: CEPE

Resnick y Ford (1990) *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* España: Paidós.

Reys, R. (1986). Matemáticas y enseñanza. En *Revista de la Sociedad Matemática* (1) Vol. 1 México

Riley, M.S.; Greeno, J.G; Heller, J.I. (1983) Development of children's problem solving ability in arithmetic. En Ginsburg, H.P. (ed). *The development of mathematical thinking.* New York: Academic Press.

Rockwell, E. (1995) *La escuela cotidiana*. México: Fondo de cultura económica.

Sastre, G. y Moreno, M (1980). *Descubrimiento y construcción de conocimientos* Barcelona: Gedisa

Secretaría de Educación Pública (1987). *Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Fascículo 1: El sistema decimal de numeración.* México: SEP

Secretaría de Educación Pública (1991). *Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas Fascículo 2:Problemas y operaciones de suma y resta.* México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (1993) *Plan y programas de estudio.* Primaria. México: SEP

Secretaría de Educación Pública (1995). *La enseñanza de las matemáticas en la Escuela Primaria. Lecturas.* México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (1998). *Fichero de actividades de Matemáticas quinto grado.* México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (1998). *Fichero de actividades de Matemáticas tercer grado.* México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (1998) *Libro de texto de Matemáticas quinto grado.* México: SEP

Secretaría de Educación Pública (1998). *Libro para el maestro. Matemáticas quinto grado* México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2001). *Programa Nacional de Educación 2001-2006.* México: SEP

Seda, I. (2002). Evaluación por portafolios: Un enfoque para la enseñanza (En Prensa). En: *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*

Schön, D., (1992) *The reflective practitioner.* New York: Basic Books.

Tierney, R.; Carter, M A. & Desai, L. (1991). *Portfolio assesment in the Reading-Writing Classroom.* U.S.A.: Christopher-Gordon Publisher.

Tormont Publication Inc. (1999). *Gran Enciclopedia de los niños.* Cánada: Tormont.

Valencia, S. (1993) Método de carpeta para la evaluación de la lectura en clase: Los porqué, los qué y cómo. En: *Comunicación, lenguaje y educación* 19-20. 69-75.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad.* México: Trillas.

Vigotsky, L.S. (1978) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Madrid: Grijalbo

Vigotsky, L.S. (1985). *Pensamiento y lenguaje* Buenos Aires: Pleyade

Zapata, O.A. (1995). *Aprender jugando en la escuela primaria. Didáctica de la psicología genética.* México: Pax.

ANEXO 1

ERRORES QUE APARECEN CON MÁS FRECUENCIA AL REALIZAR OPERACIONES DE RESTA (Brown y Burton, 1978)

* Al tomar prestado de una columna cuyo dígito de arriba es 0, el estudiante escribe 9 en su lugar, pero no sigue la operación de "tomar prestado" en la columna a la izquierda del 0. Ejemplo: 103-45=158
* El estudiante resta el dígito menor de la columna del dígito mayor sin tener en cuenta cual está arriba. Ejemplo: 253-118=145
* El estudiante cambia el 0 por 9 sin continuar la operación de "tomar prestado", a no ser que el 0 sea parte de un 10 en la parte izquierda del número. Ejemplo: 803-508=395.
* Siempre que el dígito de arriba en una columna es 0, el estudiante escribe el dígito de abajo en la respuesta; es decir, 0-N=N Cuando es necesario que el estudiante "tome prestado"v de una columna cuyo dígito de arriba es 0 se salta esa columna y toma prestado de la siguiente
* Siempre que el dígito de arriba en una columna es 0, el estudiante escribe el dígito de abajo en la respuesta; es decir, 0-N=N El estudiante "toma prestado de 0 de forma incorrecta. No resta el 1 del 0, aunque sí suma correctamente 10 al dígito de arriba de la columna en que se encuentra.
* El estudiante resta el dígito menor de cada columna del dígito mayor sin tener en cuenta cual está en la parte de arriba. La excepción se da cuando el dígito de arriba es 0, entonces escribe un 0 como resultado de esa columna; es decir, 0-N=0. Ejemplo: 203-98=205.
* Siempre que el dígito de arriba en una columna es 0, el estudiante escribe 0 en el resultado; es decir, 0-N=0. Cuando es necesario que el estudiante "tome prestado de una columna cuyo dígito de arriba es 0, se salta esa columna y toma prestado de la siguiente.
* Al tomar prestado de una columna cuyo dígito superior es 0, el estudiante escribe 9 en su lugar, pero no sigue la operación de "tomar prestado"en la columna a la izquierda del cero. Siempre que en una columna el dígito de abajo es 0, el estudiante escribe 0 en el resultado; es decir, N-0=0.
* El estudiante escribe 0 en la respuesta cuando el dígito de arriba o el de abajo es 0 Ejemplo: 302-192=290
* Al tomar prestado de una columna cuyo dígito superior es 0, el estudiante escribe 9 en su lugar, pero no sigue la operación de "tomar prestado" en la columna a la izquierda del 0 Siempre que el dígito de arriba en una columna es 0 el estudiante escribe el dígito de abajo en la respuesta; es decir. 0-N=N
* Cuando es necesario que el estudiante 'tome prestado' de una columna cuyo dígito de arriba es 0. se salta esa columna y toma prestado de la siguiente Ejemplo: 304-75=139
* Siempre que el dígito de abajo en una columna es 0, el estudiante escribe 0 en el resultado; es decir, N-0=N Ejemplo: 403-208=105
* Siempre que el dígito de arriba en una columna es 0, el estudiante escribe el dígito de abajo en la respuesta; es decir. 0-N=N Ejemplo: 140-21=121
* Cuando hay un cero en la parte de arriba el estudiante escribe el dígito de abajo en la respuesta La excepción se da cuando el 0es parte de un 10 en las columnas de la izquierda del número de arriba Ejemplo: 908-395=693

ANEXO 2

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE PSICOLOGÍA

EVALUACIÓN DIAGNOSTICA PARA QUINTO GRADO

DATOS DE IDENTIFICACIÓN:
Nombre del alumno: ______________________________________
Sexo: __________________ Edad: _________________
Fecha de Aplicación: ______________________________________

INSTRUCCIONES: Lee con cuidado cada pregunta. Si necesitas realizar una operación para elegir la respuesta correcta, escríbela en el espacio indicado junto a cada pregunta. Elige la opción que coincida con tu resultado. Si tu resultado no coincide con ninguna de las opciones, revísalo. Si aún no coincide, ELIGE LA LETRA QUE CONTENGA LA RESPUESTA que tu consideras correcta y ANÓTALA EN EL PARÉNTESIS QUE ESTÁ DEL LADO DERECHO DE LA PREGUNTA.

1.- Los choferes de 4 diferentes camiones de carga hicieron un recorrido la semana pasada Observa las distancias que recorrió cada uno:

Pedro	3952 kilómetros
Pablo	4299 kilómetros
Antonio	3876 kilómetros
Juan	4380 kilómetros

Si ordenas de más a menos los kilómetros que recorrió cada uno de los choferes ¿En qué orden quedarían los nombres? ( )

a) Juan, Pedro, Antonio, Pablo
b) Pedro, Juan, Pablo, Antonio
c) Antonio, Pablo, Juan, Pedro
d) Juan, Pablo, Pedro, Antonio

2.- De qué número de trata, si tiene: Una decena de millar, ocho unidades de millar, cero centenas, siete decenas, y cuatro unidades ( )

a) 1874 b) 18074 c) 47081 d) 4781

3.- Sonia fue al mercado y gastó: $2 80 en una lechuga, $4.50 en ½ kilo de jitomate y $8.50 en un kilo de manzana Indica cómo pagó ( )

Realiza aquí tus operaciones:

a) Con una moneda de $10, una moneda de $5 y 4 monedas de 20 centavos
b) Con una moneda de $10, 3 monedas de $1 peso y 4 moneda de 20 centavos
c) Con un billete de $20 y le dieron $5.20 de cambio
d) Ninguna de las anteriores

4.- Jaime fue al banco y pidió: 28 billetes de 100 pesos, 3 billetes de 50 pesos, 5 billetes de 20 pesos, dos monedas de 10 pesos y 8 monedas de 1 peso ¿Cuánto dinero pidió? ( )

Realiza aquí tus operaciones:

a) $227 b) $2078 c) $3078 d) $3178

5.- Juan fue ala tortería y se comió: Una torta de $7 70, 1 refresco de $3.50, y un flan de $2.40. pagó con un billete de $100 ¿Cuánto le dieron de cambio? ( )

Realiza aquí tus operaciones:

a) $13.60 b) $4 00 c) $86 40 d) $5 60

6 - La familia Gómez se come ½ de tortilla al día.
¿Cuánto se comerá en tres días? ( )

a) 1 kilo b) 1 3/3 kilo c) 1 ¼ kilo d) 1 ½ kilo

7.- En una huerta hay 285 árboles. 96 son naranjos y los demás son limones ¿Cuál de las siguientes respuestas te dice cuántos limoneros hay? ( )

a)	b)	c)	d)
$\begin{array}{r} 96 \\ \underline{-285} \\ 211 \end{array}$	$\begin{array}{r} 285 \\ \underline{+96} \\ 381 \end{array}$	$\begin{array}{r} 285 \\ \underline{-96} \\ 189 \end{array}$	$\begin{array}{r} 285 \\ \underline{-96} \\ 111 \end{array}$

8.- un camión que viaja en una autopista recorre 80 kilómetros en una hora. Si su destino está a 174 kilómetros ¿Cuánto tardará en llegar? ( )

Realiza aquí tus operaciones:

a) Una hora
b) Dos horas
c) *Un poco más de dos horas*
d) Un poco menos de dos horas

9 - Este es el programa para el paseo a las pirámides de la escuela "Miguel Hidalgo": salida a las 8:15 horas El viaje a las pirámides durará una hora y 45 minutos. En las pirámides estarán 3 horas y 30 minutos ¿A qué hora regresarán de las pirámides? ( )

Realiza aquí tus operaciones:

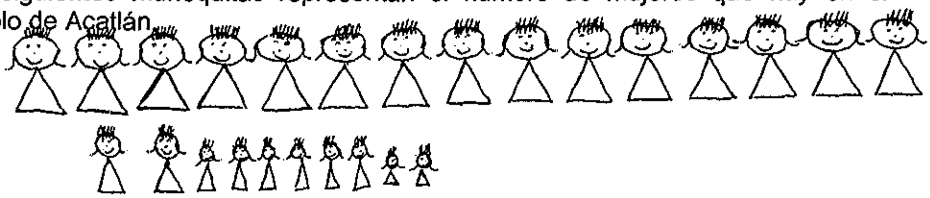
a) a las 12:30 b) a la 1:30 c) a las 10:45 d) a la 1:00

10.- Las muñequitas que se presentan a continuación representan a las mujeres que hay en una ciudad:

= 1000 = 10

= 100 = 1

Las siguientes muñequitas representan el número de mujeres que hay en el pueblo de Acatlán



¿Cuántas mujeres hay en total en el pueblo de Acatlán? ( )

a) 125 b) 15362 c) 1562 d) 15262

11 - Resuelve las siguientes operaciones:

```
  125789          368012          678903
+  23321        +  13789        +   6589
     453             324             220
```

```
  345692          589030          897659
- 126584        - 275964        -267800
```

12 - En las siguientes cifras: 28645 y 13256 ¿Qué números ocupan el lugar de las decenas de millar? ( )

a) 6 y 2 b) 8 y 3 c) 2 y 1 d) 5 y 6

13 - ¿Cuantas centenas de millar tiene la cifra: 786540? ( )

a) 7 b) 6 c) 5 d) 8

14.- En el número 14837 ¿Cuántas unidades vale el 8? ( )

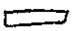
a) 8 b) 800 c) 80 d) 8000

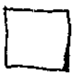
15.- En el número 23481 ¿Cuántas unidades vale el 0? ( )

a) 3000 b) 300 c) 30 d) 23000

16 - Fijate bien:

 equivale a una unidad

 equivale a una decena

 equivale a una centena

Ahora, representa el número 986

17.- Alex compró 27 estampas, su papá le regaló 18 estampas más, pero como su primo Andrés no tenía estampas, Alex le regaló 15 estampas ¿Con cuantas estampas se quedó Alex en total? ( )

Realiza aquí tus operaciones:

a) 45 b) 12 c) 3 d) 30

18.- Mariana vende canastos en un mercado los fines de semana El viernes antes de ir a vender ella tenía 167 canastos; ese mismo día vendió 26 canastos y el sábado vendió 32 canastos ¿Con cuántos canastos se quedó Mariana para vender el domingo? ( )

Realiza aquí tus operaciones:

a) 58 canastos b) 109 canastos c) 141 canastos d) 135 canastos

ANEXO 3

EVALUACIÓN POR PORTAFOLIO
DEL PROCESO DE COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN NIÑOS DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA

ELABORADO POR:

HILDA PAREDES DÁVILA

SEPTIEMBRE 2002

INTRODUCCIÓN

Como parte de las actividades realizadas en la Residencia en Psicología Escolar correspondiente a la Maestría en Psicología Profesional, se llevó a cabo un programa de intervención con 27 niños que cursaban el quinto grado en una escuela primaria oficial de la Ciudad de México, con el fin de promover y desarrollar estrategias de comprensión que les permitieran solucionar diversos *tipos de problemas matemáticos de suma y resta*

Dicho programa de intervención se fundamentó en los enfoques cognoscitivo y sociocultural, según los cuáles comprender un problema matemático implica que el individuo posea estructuras previas o esquemas que le permitan representarse el problema, para lo cual requiere entender el significado de las palabras del mismo y poseer las bases numéricas para realizar diversos algoritmos que le proporcionen un resultado

El diseño de la intervención consideró el empleo de seis estrategias de enseñanza: partir de los conocimientos previos de los alumnos para solucionar el problema; explicar el objetivo de la actividad a realizar; exponer y modelar un concepto o procedimiento; proporcionar a los alumnos diversos tipos de problemas de suma y resta; promover el trabajo cooperativo entre los estudiantes y promoverla comprensión de los alumnos a través de crear desequilibrio cognitivo, es decir, contradicciones en cuanto a lo que ya saben con respecto al conocimiento nuevo.

La planeación, desarrollo y evaluación de la intervención se llevó a cabo con base en una serie de indicadores que se determinaron a partir del diagnóstico realizado con los niños Dichos indicadores fueron: información del problema, incógnita que se plantea en el problema, datos numéricos que se requieren utilizar para solucionar el problema, representación del problema, algoritmo utilizado (suma, resta o ambos) y realización de estimaciones razonables

Se eligió la evaluación por portafolio en este programa de intervención por considerarla como la técnica más idónea para evaluar y analizar los entendimientos de los niños respecto al proceso de comprensión de problemas matemáticos.

La evaluación por portafolios se basa en el análisis de los desempeños de los alumnos observados en una determinada área de aprendizaje (lectura, escritura o matemáticas) (Seda, 2002). El portafolios por lo tanto, es una colección de los trabajos de los estudiantes para analizar en ellos sus habilidades y avances logrados Los trabajos seleccionados, así como la organización de los mismos dependerá del propósito para el cual se ha diseñado y la audiencia a quién será dirigido.

Un portafolio se puede elaborar coleccionando las muestras de cada estudiante, lo cual sería un portafolio individual, o bien coleccionando las muestras de diferentes estudiantes por lo que sería un portafolio grupal.

El portafolio que aquí se presenta es un portafolio grupal elaborado con el propósito de mostrar el progreso en el desarrollo del proceso de comprensión de problemas matemáticos de los diferentes alumnos que participaron en el programa de intervención antes mencionado.

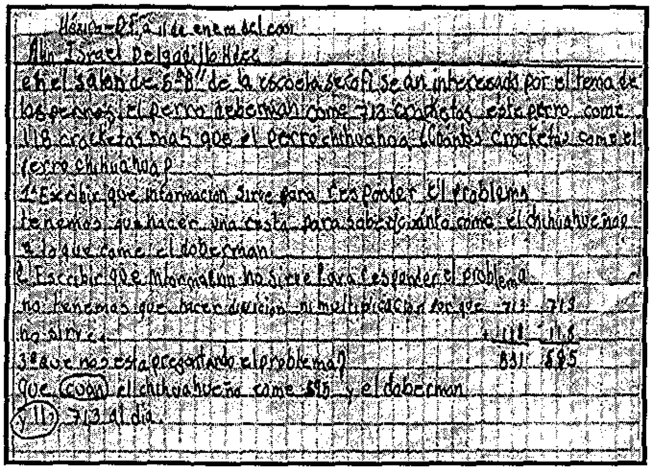
El portafolio contiene los trabajos de los niños que reflejan sus habilidades iniciales en la comprensión de los problemas y los logros alcanzados al finalizar el programa.

El portafolio se organiza presentando las muestras de los niños realizadas al inicio (durante el mes de enero), a la mitad (durante el mes de marzo) y al final del programa de intervención (durante el mes de junio).

En cada una de las muestras se mencionan los indicadores que se evalúan (información del problema, incógnita que se plantea en el problema, datos numéricos que se requieren utilizar para solucionar el problema, representación del problema, algoritmo utilizado y realización de estimaciones razonables). Asimismo, se realiza un comentario por parte de la facilitadora respecto a las habilidades y avances logrados por los alumnos en ese trabajo y en ese momento.

Al final del portafolio, se presenta una reflexión por parte de facilitadora respecto al *programa de intervención llevado a cabo.*

MUESTRAS DE LOS NIÑOS REALIZADAS AL INICIO DEL PROGRAMA DE INTERVENCIÓN (ENERO DE 2001)



México D.F. a 11 de enero del 200[illegible]
Alan Israel Delgadillo Hdez
en el salón de 6º "B" de la escuela [illegible] se an interesado por el tema de
los perros, el perro doberman come 713 croquetas este perro come
118 croquetas más que el perro chihuahua ¿Cuántas croquetas come el
perro chihuahua?
1ª Escribir que información sirve para responder el problema
tenemos que hacer una resta para saber cuánto come el chihuahueño
y lo que come el doberman
2ª Escribir que información no sirve para responder el problema
no tenemos que hacer división ni multiplicación porque 713 713
no sirve. +118 -118
3ª que nos esta preguntando el problema? 831 595
que cuan el chihuahueño come 595 y el doberman
y 11? 713 al día.

Indicadores que se evalúan:

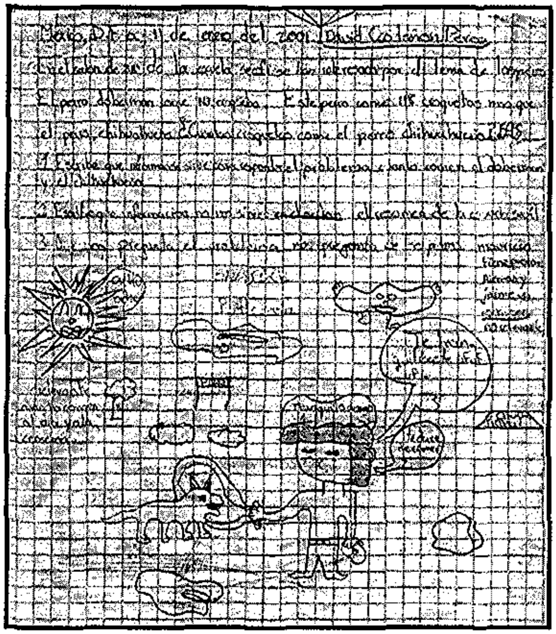
- Información del problema: Información relevante e información irrelevante.
- Incógnita del problema.

Comentario:

En esta muestra realizada durante el mes de enero (al inicio del programa) se observa que el alumno centra su interés en establecer qué algoritmo se debe utilizar para solucionar el problema, pero sin identificar que información le sirve y qué información no le sirve en el problema, por lo que la elección del algoritmo la realiza azarosamente.

Al cuestionar la facilitadora al alumno de porqué utilizaba una resta y no una suma, el alumno realiza la suma y dado que no sabe cual de los dos algoritmos utilizar, enfatiza en la segunda pregunta que se le realiza de qué información no le sirve para solucionar el problema que no tiene que hacer "división ni multiplicación porque no sirve"

Esta actitud de determinar el algoritmo que se requería para solucionar el problema fue muy común al inicio del programa de intervención, lo que permitía observar que los alumnos no comprendían el problema sino que sólo se centraban en establecer qué algoritmo utilizar, pero no llegaban a establecer las relaciones que se presentaban en el problema, ni lo que se preguntaba en el mismo.



Indicadores que se evalúan:

- Información del problema: Información relevante e información irrelevante.
- Incógnita del problema.

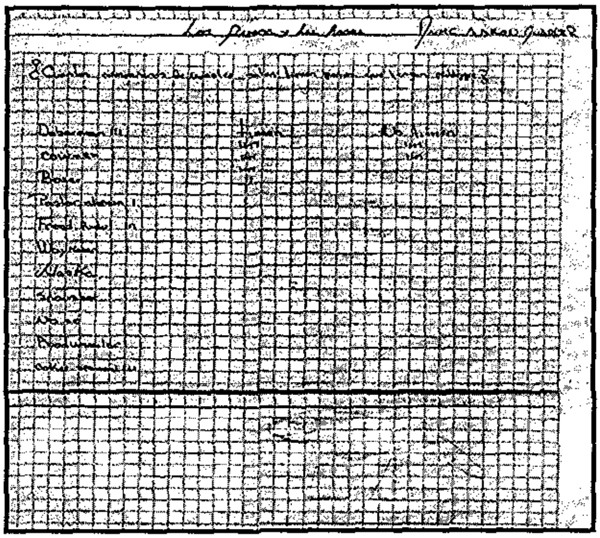
Comentario:

En esta muestra a diferencia de la anterior, aunque el alumno no se centra en determinar el algoritmo que requiere utilizar para solucionar el problema, tampoco determina claramente qué información le sirve y cuál no le sirve para solucionarlo.

Respecto a la información relevante o que le sirve para resolverlo menciona que "cuánto come el doberman y el chihuahueño" lo cuál podría ser parte de la pregunta del problema.

Respecto a qué es lo que pregunta el problema, señala que "nos pregunta de los perros" lo cuál puede ser muy vago y confuso, ya que de los perros se pueden establecer diversas preguntas.

Por lo tanto, se observa que la comprensión de este alumno es deficiente en la solución de problemas matemáticos.



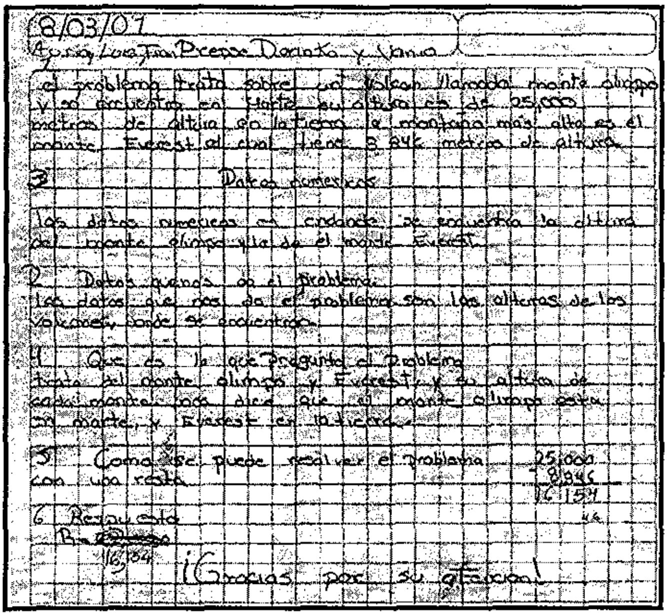
Indicadores que se evalúan:

- Representación del problema

Comentario:

Al inicio del programa de intervención, aunque se observa que los niños tienen conocimientos previos sobre la forma de organizar los datos, en este caso señalando dos categorías "tienen y "no tienen", no establecen una representación de los datos a través de un cuadro de datos o de una gráfica y sólo señalan la cantidad en cada categoría a través de "palitos"

MUESTRAS DE LOS NIÑOS REALIZADAS A LA MITAD DEL PROGRAMA DE INTERVENCIÓN (MARZO DE 2001)


8/03/07

el problema trata sobre un volcan llamado monte olimpo y se encuentra en Marte su altura es de 25,000 metros de altura en la tierra la montaña más alta es el monte Everest el cual tiene 8 846 metros de altura

3 Datos numericos

los datos numericos en cuando se encuentra la altura del monte olimpo y la de el monte Everest

2 Datos que nos da el problema

los datos que nos da el problema son las alturas de los volcanes, donde se encuentran

4 Que es lo que pregunta el problema

trata del monte olimpo y Everest y su altura de cada monte nos dice que el monte olimpo esta en marte, y Everest en la tierra

5 Como se puede resolver el problema con una resta

25,000
- 8,846
16,154

6 Respuesta

16,154

¡Gracias por su atención!

Indicadores que se evalúan:

- Información del problema
- Datos numéricos que se requieren utilizar
- Incógnita que se plantea
- Algoritmo que se requiere utilizar

Comentario:

Como se puede observar en esta muestra conforme se avanzaba en el programa de intervención se abordaban un mayor número de indicadores; es decir, a diferencia de las muestras anteriores en donde sólo se observa dos indicadores (información e incógnita del problema), en ésta muestra se evalúan dos indicadores más: datos numéricos y algoritmo que se requiere utilizar.

El problema de comparación con incógnita en la diferencia y conjunto referente mayor que el comparado que se les presenta es el siguiente:

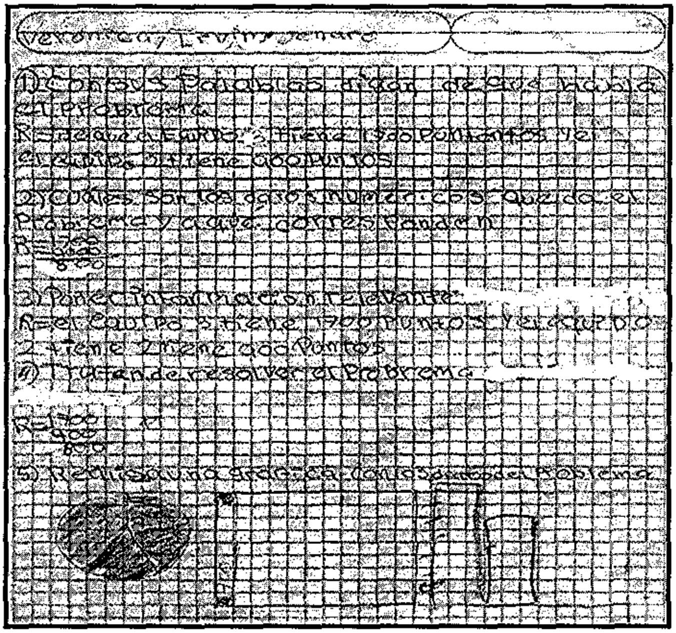
"En Marte se encuentra un volcán apagado llamado Monte Olimpo el cual tiene 25,000 metros de altura. En la tierra la montaña más alta es el Monte Everest, el cual tiene 8,846 metros de altura ¿Cuántos metros menos que el Monte Olimpo tiene el monte Everest?"

Respecto a la información del problema, los niños enuncian casi literalmente el problema que se les presentó y no obvian información irrelevante cómo podría ser que en la tierra la montaña más alta es el monte Everest o bien, que el Monte Olimpo se encuentra en Marte.

En lo que respecta a los datos numéricos, identifican que es la altura de los montes donde se encuentran dichos datos pero no señalan sus cantidades.

La pregunta del problema no la identifican y lo que hacen es señalar de lo que trata el problema.

Finalmente, eligen el algoritmo adecuado que es una resta sin que la palabra "más" contenida en el problema influya para que lleguen a realizar una suma, y realizan la operación adecuadamente.



Indicadores que se evalúan:

- Información del problema (Información relevante)
- Datos numéricos del problema
- Algorítmo que se requiere utilizar
- Representación del problema

Comentario:

En esta muestra, se introduce el indicador de representación del problema observando que los alumnos presentan conocimientos previos al respecto; es decir, realizan una gráfica circular y una gráfica de barras

El problema que se les presentó a los alumnos fue el siguiente: "El equipo 3 tiene 1700 puntos y el equipo 2 tiene 900 puntos ¿Cuántos puntos menos que el equipo 3 tiene el equipo 2?"

Los alumnos señalan adecuadamente de lo que trata el problema y la información relevante del mismo. De igual forma identifican los datos numéricos del problema y realizan una resta para resolver el problema.

MUESTRAS DE LOS NIÑOS REALIZADAS AL FINAL DEL PROGRAMA DE INTERVENCIÓN (JUNIO DE 2001)

NOMBRE DE LOS ALUMNOS: Montserrat Tapia Daniela Olmedo
FECHA: 19 Junio 2001

7. La licuadora de 12 velocidades marca Moulinex cuesta $394.00 y el horno de microondas cuesta $929.00 más que la licuadora ¿Cuánto cuesta el horno de microondas? R=1323

$$\begin{array}{r} 394 \\ +\ 929 \\ \hline 1323 \end{array}$$

a) Escriban la información relevante del problema
b) Escriban información no relevante para este problema
c) ¿Qué es lo que pregunta el problema?
d) ¿Cuáles son los datos numéricos con los que pueden resolver el problema?
e) Elaboren un cuadro de datos en donde representen la operación que deben realizar
f) Realicen la operación correspondiente

Información Relevante
La licuadora cuesta $394 y el horno de microondas cuesta $929 ¿Cuánto cuesta el horno?

Información no Relevante
La licuadora de 12 velocidades marca molinex,

c) ¿Cuánto cuesta el orno de microondas?

d) son 394, 929

1000	100	10	1
929 394 1		1	
1	3	2	3

Perfume para niño	$ 170	11,300
Licuadora 12 velocidades	$ 1,500	2,600
Reloj Citizen resist. al agua	$ 381	1,500
Microondas Panasonic	$ 11,300	381
Lentes para sol	$ 160	200
Cepillo de dientes	$ 30	170
Anillo de diamantes	$ 2,600	160
Monedero de piel negro	$ 60	30
Corbata de seda importada	$ 200	26
Pasadores	$ 20	60

Gastamos 16,301

Montserrat y Daniela

Indicadores que se evalúan:

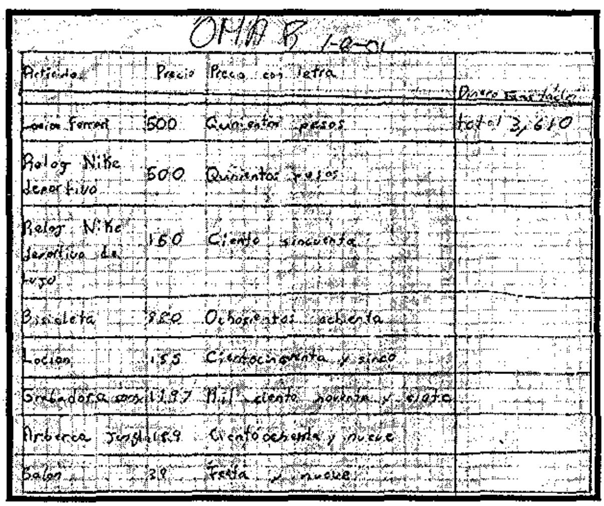
- Información del problema (Información relevante e irrelevante)
- Incógnita que se plantea
- Datos numéricos del problema
- Algoritmo que se requiere utilizar
- Representación del problema
- Estimaciones razonables

Comentario:

Al final de la intervención (durante el mes de junio), se evaluaron todos los indicadores que se establecieron en el diseño de la intervención para la solución de diversos tipos de problemas de suma y resta.

Como se puede observar en la muestra presentada, los niños fueron capaces de solucionar un problema correctamente atendiendo a cada una de las preguntas que se les planteaban

Respecto a las estimaciones realizadas estas fueron razonables, estableciendo precios de acuerdo a las características de los productos que se les presentaron Asimismo, las estimaciones las organizaron en un cuadro de datos en el cual establecieron columnas y filas, incluso en algunos cuadros de datos los alumnos realizan hasta cuatro columnas y por lo tanto, cuatro categorías como se puede observar en la siguiente muestra.



OMAR 1-6-01

Articulo	Precio	Precio con letra	Dinero [illegible]
Locion Ferrari	500	Quinientos pesos	total 3,610
Relog Nike deportivo	500	Quinientos pesos	
Relog Nike deportivo de lujo	160	Ciento sincuenta	
Bisicleta	880	Ochosientos ochenta	
Locion	155	Cientocincuenta y sinco	
Grabadora con [illegible]	1197	Mil ciento noventa y siete	
Arbierca [illegible]	189	Ciento ochenta y nueve	
Balon	39	Treita y nueve	

REFLEXIÓN FINAL ACERCA DE LA EXPERIENCIA PROFESIONAL DURANTE LA INTERVENCIÓN

El concebir este trabajo, el estructurarlo, desarrollarlo y replantearlo continuamente ha sido una labor ardua, difícil, pero a la vez enriquecedora y satisfactoria en muchos sentidos

Resultó difícil el llevar a cabo un trabajo como el que aquí se plantea porque a la vez que uno aprende se hacen las cosas; es decir, se aprende haciendo (Schön, 1992). Lo anterior implica ser capaz de articular los conocimientos teórico-metodológicos enseñados con las habilidades para seleccionar, adaptar o crear técnicas y procedimientos pertinentes a las necesidades de la población a la que uno se enfrenta, desarrollando a la vez una actitud responsable y de compromiso ético en la labor que como psicólogo se desempeña.

Para ello, la formación en escenarios auténticos y el trabajo de supervisión por parte del tutor jugaron un papel crucial en el desarrollo de las competencias (conocimientos, habilidades y actitudes) a adquirir

Aunado a lo anterior, existieron dos aspectos que presentaron grandes dificultades en lo personal. Por un lado, el concretizar el trabajo a desarrollar con los niños, es decir, el establecer de toda el área de las matemáticas en qué trabajar

Al respecto, la evaluación diagnóstica facilitó lo anterior, ya que con base en ésta evaluación se determinaron los conocimientos previos de los alumnos, tanto los pertinentes como los no pertinentes o erróneos en el área de matemáticas, y a partir de ellos, se estableció el objetivo del programa a implantar.

Por lo tanto, a lo largo de todo el programa de intervención el diagnóstico daba lugar a la planeación de la intervención y dicha intervención se evaluaba para a su vez establecer un nuevo diagnóstico, convirtiéndose así en un proceso continuo y cíclico de constante reflexión.

Otro aspecto que fue difícil abordar se refiere al control del grupo; las primeras sesiones frente al grupo me permitió valorar la labor de los maestros, así como también aprendí que conforme uno va involucrando a los niños, el control de grupo se da por añadidura

Lo anterior implica reconocer que los niños poseen conocimientos informales y a partir de estos conocimientos, diseñar las actividades que favorezcan un aprendizaje significativo, lo que conlleva a su vez a que los niños aprendan que las matemáticas no son aburridas ni abstractas o lejanas a su vida diaria

Asimismo, se requiere ser sensible a los entendimientos de los niños, analizarlos con detenimiento y no solo establecer como correctos o incorrectos los ejercicios que realizan.

Al respecto, la evaluación por portafolios fue de suma importancia ya que me ayudó a observar dichos entendimientos, las dificultades y confusiones que los niños presentaban y con base en ellas, ir implantando o modificando el programa de intervención.

En general, todos los niños se involucraron en las actividades que se realizaron para promover su comprensión, aunque unos avanzaron más que otros en lograr dicha comprensión No obstante, los niños aprendieron que lo importante no es decir si se requiere hacer una suma o una resta o ambas para solucionar el problema como sucedía al principio del programa de intervención, sino que es necesario comprender el problema para poder solucionarlo correctamente

Considero que nuestro papel como psicólogos escolares consiste en promover y prevenir, más que corregir, el desarrollo integral del niño, tanto en los aspectos cognoscitivos, como en los afectivos y sociales y su relación con el ámbito escolar, familiar y comunitario.

En esta perspectiva, el compromiso de los psicólogos escolares estriba en contribuir al mejoramiento de las condiciones educativas, en congruencia con los desarrollos conceptuales, científicos y tecnológicos de la disciplina psicológica.

ANEXO 4

NOMBRE: ____
FECHA: ____

1.- Describe las actividades que realizamos en clase

2.- ¿Qué fue lo que aprendiste en las clases que tuvimos?

3.- ¿Qué es lo que todavía no entiendes cuando solucionas un problema matemático?

4.- ¿Qué fue lo que más te gustó de las clases que tuvimos?

5.- ¿Qué fue lo que **NO** te gustó de las clases que tuvimos?

6 .- ¿Cuál de tus trabajos te gustó más y porqué?

7.- ¿Cuál de tus trabajos **No** te gustó y porqué?

8.- COMENTARIOS

ANEXO 5

ENTREVISTA A PROFESORAS

Nombre de la profesora: ______________________________________

Grado y Grupo: __________. Años de servicio: _____. Fecha: ________________

<u>ANTES DE INICIAR LAS PREGUNTAS</u>: *Agradecer a la maestra el tiempo brindado para la entrevista, la oportunidad de trabajar con su grupo y la confianza otorgada.*

1.- Su opinión respecto a mi intervención con el grupo (forma de trabajo, trato con los niños, comunicación con la profesora)

2.- Si observó cambios en los niños en el área de matemáticas o en su conducta debido a mi intervención

3.- ¿Qué opina respecto a la enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas?

4.- ¿De las actividades realizadas con los niños ha retomado algo para su clase?

5.- Recomendaciones y/o sugerencias