

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"ANALISIS COMPARATIVO DE METODOS DE GRADUACION
DE TABLAS DE MORTALIDAD".

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
A C T U A R I O
P R E S E N T A ;
BERNA YOLANDA AGUILERA BONILLA

DIRECTOR DE TESIS: ACT. MARTA AURORA ALDES MICHELL

MEXICO, D. F.



2002

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



REPUBLICA NACIONAL DE COLOMBIA
MINISTERIO DE EDUCACION

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

Análisis Comparativo de métodos de graduación de tablas de mortalidad
realizado por Berna Yolanda Aguilera Bonilla
con número de cuenta 09560912-0 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

Propietario

Propietario

Suplente

Suplente

Act. María Aurora Valdés Michell

Act. Marina Castillo Garduño

Act. Laura Miriam Querol González

Act. Felipe Zamora Ramos

Act. Yolanda Silvia Calixto García

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en C. José Antonio FLORES DEPARTAMENTAL
DE
MATEMÁTICAS

Si no pudiéramos cometer errores, tampoco podríamos progresar. La historia cabalga sobre una serie ininterrumpida de rectificaciones.

En ese proceso continuo, hoy agradezco los dones, aptitudes y actitudes derramados sobre mi para hacer posible mi más grande ilusión. Gracias Dios por la fuerza creadora.

Gracias a mis padres por apoyarme en todo momento y en este trabajo les ofrezco los logros acumulados...

Índice

	Introducción	i
Capítulo 1	<u>Tablas de Mortalidad</u>	
	1.1 Antecedentes de las Tablas de Mortalidad	1
	1.2 Definición de Tabla de Mortalidad	4
	1.3 Tipos de Tablas de Mortalidad	8
Capítulo 2	<u>Graduación de Tablas de Mortalidad</u>	
	2.1 Definición del Proceso de Graduación	10
	2.2 Justificación del Proceso de Graduación	12
	2.3 Clasificación de los Métodos de Graduación	13
Capítulo 3	<u>Métodos de Graduación de Curvas</u>	
	3.1 Hipótesis de Gompertz	14
	3.2 Hipótesis de Gompertz-Makeham	18
	3.3 Wittaker-Henderson y Metodología Propuesta	25
Capítulo 4	<u>Caso práctico de Métodos de Graduación para una serie observada</u>	
	4.1 Estadísticas demográficas	29
	4.2 Aplicación del Método Gompertz	34
	4.3 Aplicación del Método Gompertz-Makeham	41
	4.4 Aplicación de la Metodología Propuesta	49
	Tabla de mortalidad Masculina	56
	Tabla de mortalidad Femenina	57
	Conclusiones	58
	Anexo 1	60
	Anexo 2	61
	Bibliografía	63

Introducción.

Los eventos contingentes representan uno de los campos de estudio de la Actuaría, ya que al establecer probabilidades o tasas de ocurrencia de fenómenos como mortalidad, invalidez, incapacidad permanente y total, morbilidad, etc, se pueden construir modelos matemáticos que asemejan su comportamiento, a fin de establecer la cantidad de recursos necesarios para afrontar dichas contingencias - primas, reservas y anualidades -.

Una forma de facilitar la presentación y manejo de dichas probabilidades o tasas de ocurrencia, es mediante el uso de tablas de mortalidad. Para la elaboración de las mismas, debe recopilarse información sobre la experiencia de mortalidad que se conoce de una cierta población a un tiempo determinado, produciéndose así, una secuencia de tasas de mortalidad a distintas edades que en conjunto representan una ley inicial o patrón de mortalidad. Una vez agrupados los datos iniciales, se observa que las tasas de ocurrencia presentan irregularidades de una edad a otra; sin embargo, considerando que la ley de los grandes números establece que: "El número de muertes que pueden ocurrir en un grupo suficientemente numeroso de personas, no es enteramente arbitrario, sino que está sometido a leyes de promedios cuyo grado de uniformidad y exactitud permite establecer bases de cálculo"; se pueden eliminar dichas irregularidades con el propósito de garantizar una mejor representación de la mortalidad. A este proceso se le conoce como graduación de datos y es uno de los pasos mas importantes en la construcción de tablas de mortalidad, es por esto que en la presente tesis se comparan tres métodos de graduación de probabilidades de vida, con el fin de conocer las ventajas y desventajas que presenta la utilización de cada uno de estos en un caso práctico.

El primer capítulo, se dedica a las tablas de mortalidad, ya que de la elaboración de las mismas se deriva el estudio de la presente tesis. En primer lugar, se numeran las distintas tablas de mortalidad que se han elaborado a través del tiempo, posteriormente se describe la idea básica a partir de la cual se construye una tabla de mortalidad y los principales elementos que la componen, por último se muestra una de las clasificaciones mas aceptadas para las tablas de mortalidad.

En el segundo capítulo se define el proceso de graduación y la importancia del mismo en la construcción de tablas de mortalidad, finalmente se muestra la clasificación de los métodos de graduación dependiendo del tipo de operaciones que se empleen en los mismos.

En el tercer capítulo se explican detalladamente los procedimientos empleados en dos métodos de graduación (Gompertz, Gompertz-Makeham), y se propone un método alternativo que se compara en su complejidad y resultados.

En el cuarto capítulo se muestran los resultados obtenidos de la aplicación de los métodos propuestos en el capítulo tres a un caso práctico.

Capítulo 1.

Tablas de Mortalidad.

1.1 Antecedentes de las tablas de mortalidad.

La humanidad desde tiempos inmemorables desarrolló registros enfocados principalmente a cuantificar las operaciones comerciales; sin embargo, en lo que respecta a la medición de sus poblaciones, aún no se identifica el momento exacto de la existencia del primer padrón con la información relativa a los nacimientos y defunciones.

El primer precedente en donde se vislumbran los elementos de una tabla de mortalidad, se encuentra en los griegos, que anotaban los muertos en guerra con el propósito de ayudar a las viudas y huérfanos de los muertos en combate. Los asirios, hebreos, fenicios y egipcios, dejaron como incógnita este hecho debido a la destrucción de las bibliotecas en Efeso y Alejandría. De los romanos se sabe que hacia el año 578 a. C. Se comenzaron a registrar, por primera vez, los nacimientos y las defunciones con el propósito de recaudar impuestos.

El primer intento por calcular probabilidades de vida humana se llevó a cabo en 1671 por el holandés Witt y Van Hudden. En la misma época el doctor

Neumann realizó una tabla con cierto grado de contenido técnico, en realidad se trata de la primera tabla a la que se atribuye algún valor.

A principios del siglo XVIII, se construyó una tabla de mortalidad que trataba de representar el número de personas vivas en un grupo de población a edad x mediante una expresión matemática (l_x), con el fin de simplificar los cálculos a realizarse para la obtención de la probabilidad de vida de varias personas. Una hipótesis que parecía plausible era admitir que l_x se podía expresar como una función decreciente geoméricamente al transcurso de la edad (x), es decir:

$$l_x = ar^x$$

Donde a y r son constantes.

Pronto se vio que tal hipótesis no convenía, ya que la población estudiada nunca llegaba a anularse por mucho que creciese x (edad). En 1725 Abraham de Moivre formuló una nueva hipótesis que consistía en admitir que la función l_x decrecía en progresión aritmética de la forma:

$$l_x = A - nx$$

Donde A y n son constantes.

Más tarde, el doctor Halley publicó una tabla que por su rigor y tamaño de muestra bien puede llamarse Tabla de Mortalidad, sin embargo tenía un procedimiento de construcción erróneo. Esta tabla fue mejorada en diversas ocasiones, incluyendo la de Simpson en 1742, mejorada a su vez por Dadson, quien se basó en el registro de mortalidad de Londres de 1728 a 1750.

En 1834 el actuario Artur Morgan construye por primera vez una tabla basada en experiencia aseguradora, abarcando un periodo de experiencia que comprende los años 1762 - 1828; a su vez la tabla fue perfeccionada en 1843 mediante las tablas tituladas "Diecisiete Compañías Inglesas (Combined experience)", elaboradas por los mejores actuarios de la época con una muestra de 84,000 pólizas y un periodo de observación que comprende los años 1762 - 1837.

En 1869 el Instituto de Actuarios de Londres y la Facultad de Actuarios de Escocia publicaron, con base en la experiencia de diez compañías inglesas y diez escocesas, en un periodo de veinte años, las tablas Healty Males, Healty Females, Diseased Males and Females y otra sobre riesgos especiales; estas tablas se consideran dentro de las mejores e incluso has sido utilizadas por un largo periodo posterior a su elaboración.

La primera tabla americana "American Experience Table", fue construida por el Actuario Shephard Homan en 1869, con base en los dieciséis primeros años de experiencia de una compañía fundada en 1843, llegando a ser una de las mejores de su tiempo.

Las tablas tituladas "The British Offices Life Tables, 1893" construidas por el Instituto de Actuarios de Londres en 1903 se realizaron para ambos sexos y abarcaron los datos de sesenta compañías de seguros de vida.

Por su parte, el Gobierno de los Estados Unidos publicó en 1916 su primera tabla de mortalidad, elaborada por el profesor J. W. Glover, quien además realizó varias tablas en 1921, separando la mortalidad en ambos sexos, con distinción a su vez de color de razas, personas nativas y extranjeras y según

las distintas ciudades. La Sociedad Actuarial Americana (Canadá y Estados Unidos) construyó una tabla comparativa basada en la experiencia de treinta compañías de América del Norte, publicadas en 1918.

En México, las tablas más conocidas y muy frecuentemente utilizadas son la "Experiencia Mexicana" de 1962 – 1967 y la de 1982 – 1989. Sin embargo, la necesidad de disponer, en el medio asegurador de una tabla reciente elaborada con la experiencia propia ha persistido durante largo tiempo, propiciando cierto interés por desarrollar las estadísticas necesarias para su construcción. Uno de los últimos estudios se refiere a la construcción de las tablas selectas de mortalidad por edad, sexo y antigüedad en vidas aseguradas, elaboradas por el Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM), bajo la coordinación del Actuario Jorge Rendón. Con la experiencia de los años 1987 – 1990 de cinco compañías aseguradoras: Grupo Nacional Provincial; Seguros América, S.A.; Seguros de México, S.A.; Seguros La Comercial, S.A. y Seguros Monterrey, S.A.

1.2 Definición de tabla de mortalidad.

Como ya se mencionó anteriormente, la tabla de mortalidad se desarrolló con el fin de facilitar la presentación de probabilidades o tasas de ocurrencia agrupándolas por edad y sexo; es por esto que Newton Bowers la define como: "El resumen del número de años vividos por un grupo de personas o los años promedio que le restan por vivir a un individuo perteneciente a una generación determinada, considerándose como variable aleatoria la edad al

momento del fallecimiento y bajo el supuesto de que la mortalidad seguirá un comportamiento similar al actual en el futuro. ¹

A partir de esta definición, se puede pensar que para elaborar una tabla de mortalidad, se requiere un grupo de recién nacidos cuya vida se va siguiendo año con año hasta la total extinción del grupo. Es evidente que tal cosa no se puede hacer, aun suponiendo que el grupo fuera suficientemente numeroso para que las observaciones hechas pudieran tener algún valor, ese grupo tardaría alrededor de un siglo en extinguirse y tomando en cuenta las variaciones que se presentan con el paso del tiempo en las condiciones de vida como pueden ser: la higiene, los progresos de la medicina, el mejoramiento de las condiciones de vida de la sociedad, la industrialización de ciudades, el estrés de la población, el tipo de peligrosidad que tienen algunas profesiones, etc.; resulta imposible e inútil seguir desde su nacimiento hasta la muerte a los individuos que forman parte del grupo seleccionado de la población.

Por lo anterior, en vez de tomar un grupo de individuos para seguirlos durante toda su vida y determinar el número de los que sobreviven a cada edad, se prefiere calcular las probabilidades de muerte mediante grupos de personas fácilmente observables para cada una de las edades de estudio. Para facilitar la forma de determinar estas probabilidades, se cuenta con una nomenclatura especial llamada: Funciones Biométricas Estándar; las más importantes son:

- La tabla comienza con un número redondo que representa las personas que viven a la edad más joven, a este número se le conoce como base de la tabla o radix.

¹ Matemáticas Actuariales, Bowers

- $l(x)$: Representa el número de personas que, de un grupo inicial dado, alcanzan exactamente una determinada edad (x); su nomenclatura proviene de la palabra inglesa living.
- $d(x)$: Representa el número personas que muere entre las edades x y $x+1$, es decir:

$$d(x) = l(x) - l(x+1)$$

- $q(x)$: Probabilidad de que una persona de edad exacta x muera antes de alcanzar la edad exacta $x+1$, es decir:

$$q(x) = \frac{d(x)}{l(x)}$$

- $p(x)$: Probabilidad de que una persona de edad exacta x sobreviva a la edad exacta $x+1$, es decir:

$$p(x) = 1 - q(x) = 1 - \frac{d(x)}{l(x)} = \frac{l(x+1)}{l(x)}$$

La nomenclatura anterior se ha enriquecido debido a que las tablas de mortalidad son usadas por varios campos de la ciencia. Por ejemplo:

- Los actuarios, las usan para calcular las primas que se han de cobrar para adquirir seguros de vida, seguros de gastos médicos o pensiones vitalicias, ya que estos se basan en el tiempo que tarda una persona en fallecer.

- Los biólogos dedicados a la estadística, las utilizan para comparar la efectividad de los tratamientos alternativos para la cura de enfermedades.
- Los demógrafos, las usan como herramientas para la proyección de la población, para la estimación de la migración interna, en la construcción de tablas sobre duración de vida matrimonial, de vida activa, etc.
- Los ingenieros las utilizan para estudiar el grado de confianza de sistemas complejos mecánicos y eléctricos.

Sin embargo, para justificar que la mortalidad se puede expresar de forma analítica o como función de sobrevivencia (funciones biométricas), Bowers argumenta que:

- Algunos biólogos han sugerido que la sobrevivencia humana al igual que los fenómenos físicos, pueden ser explicados eficientemente por fórmulas gobernadas por una simple ley de igualdad.
- Es más fácil difundir una función con algunos parámetros que transmitir una serie de probabilidades de muerte agrupadas por características semejantes. Además, se pueden estimar algunos parámetros de la función de sobrevivencia, a partir de bases de datos.

1.3 Tipos de Tablas de Mortalidad.

La cifra significativa en cualquier tabla de mortalidad es la tasa de mortalidad, que es la razón del número de los que mueren durante un año específico en relación con el número de los que viven al principio del mismo; sin embargo, la mortalidad no es un suceso aislado, ya que estudios demográficos muestran que la frecuencia de mortalidad está afectada por factores tales como: la higiene, el grado de escolaridad de las personas, la urbanización del lugar donde habitan, etc.² Por otro lado, una de las principales finalidades de construir tablas de mortalidad, es el cálculo de las primas, reservas y anualidades necesarias para solventar las obligaciones de las compañías aseguradoras; así, a fin de tener un grupo con frecuencias de mortalidad homogéneo e impedir la aceptación de un individuo cuyo riesgo de mortalidad se encuentre por debajo del promedio (es decir, un aspirante que no tenga las mismas condiciones de higiene, escolaridad, urbanización, etc. que el resto de los integrantes del grupo), se realiza un examen médico para decidir si una persona es apta para ingresar al grupo de estudio o no.

Con base en el resultado del examen médico y el tiempo transcurrido desde la aplicación del mismo, las tablas de mortalidad se clasifican en: selectas, últimas y de conjunto.

1. *Tabla Selecta:* Es aquella en donde aparecen las probabilidades de muerte, no solamente de acuerdo a la edad alcanzada, sino también de acuerdo con el tiempo transcurrido desde la fecha del examen médico. Sin embargo aun cuando exista una mortalidad más baja entre las personas que acaban de pasar dicho examen, que entre las personas de la misma edad alcanzada,

² Magec

que hace más tiempo se examinaron, la diferencia entre los dos grupos disminuye gradualmente con el transcurso de la edad hasta desaparecer por completo. Cuando han transcurrido cinco años posteriores a la selección, la probabilidad de muerte de los sobrevivientes casi no es afectada por el tiempo transcurrido desde el examen médico y, prácticamente, es de esperarse que de allí en adelante haya el mismo número de muertes en cada grupo igual, de la misma edad alcanzada. Así, puede decirse que habría la misma probabilidad de muerte en dos grupos de personas, uno de los cuales estuviese formado por los sobrevivientes de las personas que hubiesen asegurado hace 5 años, a los 30 años de edad, y otro, formado por los sobrevivientes de aquellos que se hubiesen asegurado hace 10 años a los 25 de edad. Técnicamente esto se expresa diciendo que "el efecto de la selección ha desaparecido". Aun cuando las tablas selectas teóricamente son correctas para todos los objetos, no suelen ser usadas para los cálculos principales de las compañías de seguros, porque dan origen a muchas complicaciones, sin embargo arrojan la probabilidad de muerte que se debe esperar para las personas aseguradas.

2. **Tablas Últimas:** Se le llama así a las probabilidades de muerte derivadas de una tabla selecta una vez que han transcurrido al menos 6 años desde el examen médico, es decir una vez que se ha terminado el efecto de la selección médica.
3. **Tablas Conjuntas:** Es una tabla basada en todos los datos de la mortalidad, incluyendo los primeros años de entrada y los años después de que los efectos de la selección ya no se sienten, es decir no hace distinciones con respecto a la antigüedad. De hecho, a no ser que se trate de fines especiales, casi todas las compañías usan tablas conjuntas.

Capítulo 2.

Graduación de Tablas de Mortalidad.

2.1 Definición del Proceso de Graduación.

Como se explicó en el capítulo anterior, para construir una tabla de mortalidad se debe seguir a un número de individuos asegurados expuestos al riesgo de muerte a lo largo de un periodo de tiempo; estos se agrupan y clasifican hasta llegar a una tabulación de las muertes registradas a cada edad.

Observando el resultado de los valores agrupados, se puede decir que estos no siguen un patrón uniforme que describa de manera satisfactoria el fenómeno de la mortalidad. Aunque, tratándose de un tema tan complejo que varía por edad, sexo, ocupación, medio ambiente, nacionalidad, estado civil entre otros; no es posible procurar verdadera homogeneidad en los datos agrupados con tan solo un número limitado de observaciones.

Como no se conoce alguna ley de mortalidad, en el estricto sentido de una ley física que a priori muestre un patrón, se debe confiar en la información que la experiencia nos proporciona en un determinado momento. Sin embargo, para obtener resultados confiables, es importante eliminar en la medida de lo posible las irregularidades producidas por los factores anteriormente citados y aplicar algún proceso de graduación.

Así, una definición que encierra de forma global el concepto de graduación es la expresada por Miller: "Sólo contamos con las series de probabilidades dadas por nuestras limitadas observaciones, mediante las cuales debemos estimar las tasas de mortalidad (o probabilidades de muerte) verdaderas y desconocidas. Visto en este camino, el problema de graduación es un problema matemático por el cual se puede estimar y garantizar una representación de las series de tasas o de probabilidades verdaderas de mortalidad que se asume eliminarán las irregularidades de las series de probabilidades observadas."¹

Al aplicar los métodos de graduación a una serie de datos observados, estos proporcionan a la serie graduada dos cualidades esenciales:

1. Suavidad: Que al transitar por la serie de datos, estos no oscilen bruscamente.
2. Ajuste: Que la serie de datos graduada no se aleje de los valores de la serie observada.

La suavidad y el ajuste no son independientes uno del otro. En el proceso de suavizar cambian los valores de la serie observada produciendo un incremento en suavidad a cambio de una reducción en el ajuste. Por lo anterior, estas cualidades son inconsistentes en el sentido de que la suavidad no mejora más allá de un cierto punto sin algún sacrificio de ajuste y viceversa.

Como resultado de este efecto, cualquier serie graduada necesariamente debe tener un punto medio entre ajuste y suavidad, por lo que un método de graduación debe permitir cierta libertad al escoger entre suavidad o ajuste, y la

¹ Elements of graduation, Miller.

decisión depende de la situación del problema específico a tratar y de los objetivos deseados.

2.2 Justificación del Proceso de Graduación.

Los valores agrupados en una serie de valores observados presentan irregularidades; sin embargo, se tienen razones para creer que las leyes de la naturaleza no exhiben variaciones irregulares o picos, sino que se expresan en términos de funciones continuas y regulares.

Los científicos han demostrado, con base en experimentos, que cualquier conjunto de observaciones de una serie de mediciones correspondientes a una ley física exhiben irregularidades positivas y negativas, y estas irregularidades son mayores en ciertos conjuntos de observaciones. Pero la experiencia con muchos conjuntos de observaciones indican: Cuanto más se incrementa el número de datos, las irregularidades tienden a perder importancia. Por lo cual, si fuera posible tener acceso ilimitados a datos, se cree que las irregularidades serían insignificantes.

Por otro lado, la actuaría justifica el proceso de graduación de una manera práctica: Al utilizar las tasas de mortalidad para el cálculo de primas, reservas, anualidades, etc.; si estas preservan irregularidades de una edad a otra, se producirán inconsistencias desde el punto de vista de que los cálculos deben ser razonablemente regulares.²

² Desplegado de Tablas de Mortalidad a partir de grupos quinquenales de edad, Cedillo

2.3 Clasificación de los métodos de graduación.

Los métodos de graduación se pueden clasificar en tres grupos: gráficos, mecánicos y analíticos.

- A. **Método Gráfico:** Fue uno de los primeros métodos de graduación, su aplicación es rápida y sencilla. Dibujada la gráfica de la serie observada, se traza sobre ella otra curva que, bajo los principios de un buen ajuste: ofrezca mayor regularidad, mantenga la continuidad y reproduzca las características particulares del fenómeno que trata. Suele utilizarse para comparar varios conjuntos de datos, pero no en cálculos de resultados definitivos ya que no ofrece la confiabilidad necesaria, toda vez que depende del criterio y la habilidad manual del operador.
- B. **Método Mecánico:** Se basa en el empleo de fórmulas algebraicas sencillas. Dentro de esta clasificación podemos encontrar el método de promedios móviles que consiste en promediar reiteradas veces grupos de valores de la serie observada, con el fin de obtener de esos promedios un valor medio que se toma como valor ajustado.
- C. **Método Analítico:** Se consideran procedimientos más complejos que los clasificados anteriormente. Este tipo de métodos suponen que la función que reproduce el fenómeno objeto de análisis tiene una fórmula dada, y que su aplicación se realiza con sólo encontrar los valores de las constantes involucradas. Sin embargo, en la realidad no siempre se tiene la ventaja de contar con esa función y por lo tanto el uso de estos métodos se restringe. Dentro de este tipo de métodos se encuentra Gompertz, Gompertz-Makeham y Whittaker-Henderson.

2.3 Clasificación de los métodos de graduación.

Los métodos de graduación se pueden clasificar en tres grupos: gráficos, mecánicos y analíticos.

- A. **Método Gráfico:** Fue uno de los primeros métodos de graduación, su aplicación es rápida y sencilla. Dibujada la gráfica de la serie observada, se traza sobre ella otra curva que, bajo los principios de un buen ajuste: ofrezca mayor regularidad, mantenga la continuidad y reproduzca las características particulares del fenómeno que trata. Suele utilizarse para comparar varios conjuntos de datos, pero no en cálculos de resultados definitivos ya que no ofrece la confiabilidad necesaria, toda vez que depende del criterio y la habilidad manual del operador.
- B. **Método Mecánico:** Se basa en el empleo de fórmulas algebraicas sencillas. Dentro de esta clasificación podemos encontrar el método de promedios móviles que consiste en promediar reiteradas veces grupos de valores de la serie observada, con el fin de obtener de esos promedios un valor medio que se toma como valor ajustado.
- C. **Método Analítico:** Se consideran procedimientos más complejos que los clasificados anteriormente. Este tipo de métodos suponen que la función que reproduce el fenómeno objeto de análisis tiene una fórmula dada, y que su aplicación se realiza con sólo encontrar los valores de las constantes involucradas. Sin embargo, en la realidad no siempre se tiene la ventaja de contar con esa función y por lo tanto el uso de estos métodos se restringe. Dentro de este tipo de métodos se encuentra Gompertz, Gompertz-Makeham y Whittaker-Henderson.

Capítulo 3.

Métodos de Graduación de curvas.

Las principales características que una serie graduada debe reunir son:

- regularidad entre un periodo y otro
- concordancia entre los valores observados y los graduados
- igualdad de la suma de los valores absolutos de las desviaciones positivas y de las negativas
- mínimas desviaciones acumuladas y
- frecuencia en el cambio de signo de las desviaciones.

Frecuentemente los datos disponibles no describen explícitamente el comportamiento de la mortalidad, por lo que es indispensable recurrir al empleo de métodos que auxilien en la predicción de lo que supone podría suceder en el futuro, de continuar con las condiciones que provocan la ocurrencia del fenómeno. En este caso, las funciones más utilizadas son Gompertz y Gompertz-Makeham.

3.1 Hipótesis de Gompertz.

Benjamín Gompertz visualizaba la posibilidad de que la muerte fuera consecuencia del azar y el deterioro de la salud, sin embargo expresó la fuerza

de mortalidad como una función exponencial que considera únicamente las causas de mortalidad producto de la edad; es decir, al transcurso del tiempo, la resistencia del hombre a la muerte crece proporcionalmente a la misma. Definió esa resistencia como tasa instantánea de mortalidad (intensidad de la mortalidad con relación a un tiempo infinitamente pequeño):

$$-\mu x \frac{d(1/\mu x)}{dx} = r \quad (1)$$

Donde:

μx = Tasa instantánea de mortalidad

r = Tasa a la cual crece la resistencia del hombre a la muerte

Integrando con $(1/\mu x)$ constante se tiene:

$$\int \frac{d(1/\mu x)}{(1/\mu x)} dx = -\int r dx$$

$$\ln(1/\mu x) + C_1 = -rx + C_2$$

$$\ln \left[\frac{e^{C_1 - C_2}}{\mu x} \right] = -\ln[e^{rx}]$$

sea:

$$B = e^{C_1 - C_2}, \quad C = e^r$$

Directamente se obtiene una expresión para $\mu\chi$:

$$\mu\chi = BC^x \quad (2)$$

Con B y C constantes a determinar.

Una forma de ajustar una curva Gompertz sobre valores experimentales de l_x sugiere, en primera instancia, poner a $\mu\chi$ en términos de la función de sobre vivencia l_x e integrar.

$$-\int \frac{dLn(l_x)d\chi}{d\chi} = \int BC^x d\chi$$
$$Ln(l\chi) = \frac{-BC^x}{Ln(C)} + Ln(e^{c_1-c_2})$$

$$\text{Sea } Ln(g) = \frac{B}{Ln(C)} \quad , \quad K = e^{c_1-c_2}$$

$$l_x = Kg^{cx} \quad (3)$$

En (3) se encuentran involucradas tres constantes, para determinarlas se toman como base tres grupos de valores experimentales de l_x , no traslapados y con igual número de elementos.

Antes de integrar los grupos, consideremos una transformación de escala y origen (ver anexo1).

Sea un conjunto de n valores experimentales de l_x , que se correspondan con edades equidistantes $\chi_x, \chi_1, \dots, \chi_{n-1}$. Tomemos como nuevo origen el cero y para determinar la nueva escala hagamos $\chi_0=0, \chi_1=1, \dots, \chi_{n-1}=n-1$. Esto lleva a

que $l(0)=l\chi_0$, $l(1)=l\chi_1, \dots$, $l(n-1)=l\chi_{n-1}$. Definamos $Z(i)$ como el valor experimental $l\chi_i$ entonces:

$$Z(i)=l\chi_i \quad , \text{ para } i=1,2,\dots,n-1$$

Donde de acuerdo con la hipótesis de Gompertz, se cumple:

$$Ln(Z(i)) = Ln(K) + C' Ln(g) \text{ para toda } i.$$

Si dividimos los n valores experimentales l_x en tres grupos no traslapados (S_1, S_2, S_3) , con t elementos en cada uno, tendremos:¹

$$S_1 = \sum_{i=0}^{t-1} Ln(Z(i)) = \sum_{i=0}^{t-1} Ln(K) + Ln(g) \sum_{i=0}^{t-1} C^i = tLn(K) + Ln(g) \frac{C^t - 1}{C - 1}$$

$$S_2 = \sum_{i=t}^{2t-1} Ln(Z(i)) = \sum_{i=t}^{2t-1} Ln(K) + Ln(g) \sum_{i=t}^{2t-1} C^i = tLn(K) + Ln(g) \frac{C^t(C^t - 1)}{C - 1}$$

$$S_3 = \sum_{i=2t}^{3t-1} Ln(Z(i)) = \sum_{i=2t}^{3t-1} Ln(K) + Ln(g) \sum_{i=2t}^{3t-1} C^i = tLn(K) + Ln(g) \frac{C^{2t}(C^t - 1)}{C - 1}$$

Calculando las primeras diferencias de las sumas antes expuestas tenemos:

$$\Delta S_1 = S_2 - S_1 = Ln(g) \frac{(C^t - 1)^2}{C - 1} \quad ; \quad \Delta S_2 = S_3 - S_2 = Ln(g) \frac{C^t (C^t - 1)^2}{C - 1}$$

¹ Simplificación de sumas, ver anexo 2

finalmente se obtienen las siguientes constantes:

$$C = \left(\frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} \right)^{1/n}$$
$$\ln(g) = \frac{\Delta S_1 (C-1)}{(C-1)^2}$$
$$\ln(K) = \left(S_1 - \ln(g) \frac{C-1}{C-1} \right) \frac{1}{t}$$

Una vez determinadas estas constantes se sustituyen en la ecuación (3), variando χ por los valores 0,1,2,...,n-1, se obtiene la curva ajustada correspondiente al conjunto de n observaciones experimentales de I_x .

3.2 Hipótesis Gompertz-Makeham.

En 1860, Guillermo Mateo Makeham dio a conocer sus estudios sobre mortalidad, en ellos propuso una modificación a la hipótesis de Gompertz, introduciendo una constante asociada con el efecto de las causas de muerte dependientes del azar, ese azar al que Gompertz había hecho referencia y que por alguna razón no plasmó en su fórmula.

La hipótesis de Gompertz y Makeham define la fuerza de mortalidad como:

$$\mu\chi = A + BC^x \tag{4}$$

En términos de la función de supervivencia l_x :

$$\int \frac{-d \ln(l_x)}{dx} dx = \int (A + BC^x) dx$$
$$\ln(l_x) = -Ax - B \frac{C^x}{\ln(C)} + e^{a_1 - a_2}$$

Sea:

$$-A = \ln(S) \quad ; \quad \frac{-B}{\ln(C)} = \ln(g) \quad ; \quad K = e^{a_1 - a_2}$$

La función de supervivencia resulta:

$$l_x = KS^x g^{C^x} \tag{5}$$

Para determinar las constantes de la ecuación anterior existen varios métodos, aquí se muestran dos:

- ❖ Método de selección de pivotes igualmente espaciados.
- ❖ Método de los grupos no superpuestos.

Método de selección de pivotes igualmente espaciados:

Si en (5) se hace $x=0$, se tiene:

$$l_0 = KS^0 g^{C^0} = Kg$$

Es la raíz de una tabla que empieza en esa edad. Como se ve, K es independiente a la edad y eso permite fijar la raíz de la tabla a voluntad.

Las constantes a determinar son 4, por lo que se necesitan cuatro valores equidistantes de l .

Sean estos los correspondientes a las edades χ , $\chi+t$, $\chi+2t$ y $\chi+3t$, se tiene:

$$\log I_{\chi} = \log K + \chi \log S + C^{\chi} \log g$$

$$\log I_{\chi+t} = \log K + (\chi+t) \log S + C^{\chi+t} \log g$$

$$\log I_{\chi+2t} = \log K + (\chi+2t) \log S + C^{\chi+2t} \log g$$

$$\log I_{\chi+3t} = \log K + (\chi+3t) \log S + C^{\chi+3t} \log g$$

Tomando las primeras diferencias:

$$\Delta \log I_{\chi} = t \log S + C^{\chi} (C^t - 1) \log g$$

$$\Delta \log I_{\chi+t} = t \log S + C^{\chi+t} (C^t - 1) \log g$$

$$\Delta \log I_{\chi+2t} = t \log S + C^{\chi+2t} (C^t - 1) \log g$$

Tomando las segundas diferencias:

$$\Delta^2 \log I_{\chi} = C^{\chi} (C^t - 1)^2 \log g$$

$$\Delta^2 \log I_{\chi+t} = C^{\chi+t} (C^t - 1)^2 \log g$$

Dividiendo las segundas diferencias se llega a:

$$C^t = \frac{\Delta^2 \log I_{\chi+t}}{\Delta^2 \log I_{\chi}} \Rightarrow C = \left(\frac{\Delta^2 \log I_{\chi+t}}{\Delta^2 \log I_{\chi}} \right)^{1/t}$$

Una vez conocido C se despeja g :

$$\log g = \frac{\Delta^2 \log I_{\chi}}{C^{\chi} (C^t - 1)^2} \Rightarrow g = \text{antilog} \left(\frac{\Delta^2 \log I_{\chi}}{C^{\chi} (C^t - 1)^2} \right)$$

Sustituyendo C y g en la primera diferencia se obtiene S :

$$t \log S = \Delta \log l_x - C^x (C^t - 1) \Rightarrow S = \text{antilog} \left(\frac{\Delta \log l_x - C^x (C^t - 1)}{t} \right)$$

Finalmente, se despeja K de la primera ecuación:

$$\log K = \log l_x - x \log S - C^x \log g \Rightarrow K = \text{antilog}(\log l_x - x \log S - C^x \log g)$$

La tabla ajustada mediante este método, sólo se basa en cuatro valores experimentales, por lo que se generaliza en el método de los grupos no superpuestos.

Método de los grupos no superpuestos.

Se dividen todos los datos en cuatro grupos de observaciones sucesivas con igual número de valores observados por grupo. Esto es:

Primer grupo:	$\chi:$	0	1	2...	(m-1)
	$l_\chi:$	l_0	l_1	$l_{2...}$	l_{m-1}
Segundo grupo:	$\chi:$	m	m+1	m+2...	(2m-1)
	$l_\chi:$	l_m	l_{m+1}	$l_{m+2...}$	l_{2m-1}
Tercer grupo:	$\chi:$	2m	2m+1	2m+2...(3m-1)	
	$l_\chi:$	l_{2m}	l_{2m+1}	$l_{2m+2...}$	l_{3m-1}
Cuarto grupo:	$\chi:$	3m	3m+1	3m+2...(4m-1)	
	$l_\chi:$	l_{3m}	l_{3m+1}	$l_{3m+2...}$	l_{4m-1}

Calculando logaritmos decimales para cada una de las observaciones de la ecuación (5) se tiene:

$$\log I_x = \log K + x \log S + C^x \log g$$

Al sumar estos logaritmos para cada grupo de observaciones y denotando por Y_0, Y_1, Y_2 y Y_3 los resultados de dichas sumas se obtiene:

$$Y_0 = m \log K + \frac{m(m-1)}{2} \log S + \frac{C^m - 1}{C - 1} \log g$$

$$Y_1 = m \log K + \left(m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \right) \log S + C^m \frac{C^m - 1}{C - 1} \log g$$

$$Y_2 = m \log K + \left(2m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \right) \log S + C^{2m} \frac{C^m - 1}{C - 1} \log g$$

$$Y_3 = m \log K + \left(3m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \right) \log S + C^{3m} \frac{C^m - 1}{C - 1} \log g$$

Calculando las primeras y segundas diferencias de las sumas expuestas se tiene:

$$\Delta Y_0 = Y_1 - Y_0 = m^2 \log S + \frac{(C^m - 1)^2}{C - 1} \log g$$

(6)

$$\Delta Y_1 = Y_2 - Y_1 = m^2 \log S + C^m \frac{(C^m - 1)^2}{C - 1} \log g$$

(7)

$$\Delta Y_2 = Y_3 - Y_2 = m^2 \log S + C^{2m} \frac{(C^m - 1)^2}{C - 1} \log g \quad (8)$$

$$\Delta^2 Y_0 = \Delta Y_1 - \Delta Y_0 = \frac{(C^m - 1)^3}{C - 1} \log g \quad (9)$$

$$\Delta^2 Y_1 = \Delta Y_2 - \Delta Y_1 = C^m \frac{(C^m - 1)^3}{C - 1} \log g \quad (10)$$

Si se dividen las segundas diferencias se obtiene:

$$C^m = \frac{\Delta^2 Y_1}{\Delta^2 Y_0} \Rightarrow C = \left(\frac{\Delta^2 Y_1}{\Delta^2 Y_0} \right)^{1/m}$$

Sustituyendo C en (9) obtenemos g :

$$\log g = \frac{C - 1}{(C^m - 1)^3} \Delta^2 Y_0 \Rightarrow g = \text{antilog} \left(\frac{C - 1}{(C^m - 1)^3} \Delta^2 Y_0 \right)$$

De (6) y (8) tenemos:

$$\log S = \frac{1}{m^2} \left(\Delta Y_0 \frac{\Delta^2 Y_0}{C^m - 1} \right) \Rightarrow S = \text{antilog} \left[\frac{1}{m^2} \left(\Delta Y_0 \frac{\Delta^2 Y_0}{C^m - 1} \right) \right]$$

El parámetro K no se obtiene de igual forma, sino a partir de la ecuación de mínimos cuadrados:

$$Q = \sum_0^{4m-1} (I_x - KS^x g^{C^x})^2 = 0$$

Sea $V_x = S^x g^{C^x}$ entonces la anterior expresión queda de la forma:

$$\sum_0^{4m-1} (I_x - KV_x)^2 = \sum_0^{4m-1} (I_x^2 - 2KI_xV_x + K^2V_x^2) = 0$$

$$\sum_0^{4m-1} (I_x - KV_x)^2 = \sum_0^{4m-1} (I_x^2 - 2I_x^2 + K^2V_x^2) = 0$$

$$\sum_0^{4m-1} (I_x - KV_x)^2 = \sum_0^{4m-1} (K^2V_x^2 - I_x^2) = 0$$

$$\sum_0^{4m-1} K^2V_x^2 = \sum_0^{4m-1} I_x^2 \Rightarrow$$

$$K^2 = \frac{\sum_0^{4m-1} I_x^2}{\sum_0^{4m-1} V_x^2} = \frac{\sum_0^{4m-1} I_x KV_x}{\sum_0^{4m-1} V_x^2} \Rightarrow$$

$$K = \frac{\sum_0^{4m-1} I_x V_x}{\sum_0^{4m-1} V_x^2}$$

3.3 Whittaker – Henderson y Metodología propuesta.

La metodología propuesta se basa en el método de graduación propuesto por Whittaker – Henderson.

Whittaker - Henderson

El método genera un conjunto de números graduados u_1, u_2, \dots, u_n , a partir de los valores experimentales $u_1'', u_2'', \dots, u_n''$ mediante una función compuesta por una función polinomial y una exponencial. Cuando los valores graduados son generados a partir de los valores experimentales, se tiene un ajuste y cuando son generados a partir de un subconjunto de puntos se tiene una interpolación.

El método consiste en minimizar:

$$(1-l)F + lF' + mS = (1-l) \sum_{i=1}^n w_i (u_i - u_i'')^2 + l \sum_{i=1}^n w_i' (u_i - s_i)^2 + m \sum_{i=1}^{n-1} (\Delta^z u_i - r \Delta^{z-1} u_i)^2$$

Donde:

Para $i=1, 2, \dots, n$.

u_i es un valor graduado;

u_i'' es un valor experimental;

s_i es un valor estándar (valor medio a priori), se introduce con la finalidad de modificar la graduación impuesta sobre valores previamente graduados;

w_i es el peso aplicado a un valor experimental, con $w_i \geq 0$;

w_i' es el peso aplicado a un valor estándar, con $w_i' > 0$;

$z = 1, 2, 3, \dots$ es el grado de diferencias elegido;

l ($0 \leq l \leq 1$) es el peso de ajuste entre el valor graduado y el valor estándar;

m ($m > 0$) es el énfasis de suavidad (generalmente este valor es mayor que la media de los pesos, $\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{n}$);

F mide el ajuste entre los valores dados y los valores generados;

F' mide el ajuste entre los valores graduados y los valores estándar;

Para utilizar este método se debe tener una amplia experiencia en métodos de graduación y tablas de mortalidad, ya que el peso asignado a las variables es subjetivo, porque al utilizar una función polinomial se corre el riesgo de tener una serie con datos oscilantes, cuando se debe tener una serie creciente.

Con base en este método y estudios previos se propone utilizar una función doble exponencial en lugar de un polinomio y una exponencial para eliminar la subjetividad de dar diferentes pesos a las funciones; esto es:

$$l_x = e^{ae^{-bx}}$$

Sea:

$$l_x = e^{ae^{-bx}}$$

Al sacar logaritmo natural, tenemos:

$$\ln(l_x) = ae^{-bx}$$

Multiplicando por (-1) ambos lados de la ecuación:

$$-\ln(I_x) = -ae^{-\alpha x}$$

Aplicando nuevamente logaritmo natural:

$$\ln[-\ln(I_x)] = \ln(-a) - \alpha x$$

Esto representa la ecuación de la recta:

$$y = b + mx$$

Donde:

$$y = \ln[-\ln(I_x)]$$

$$b = \ln(-a)$$

$$e^b = -a \Rightarrow a = -e^b$$

$$m = -\alpha$$

Como conocemos los valores de “y” y “x”, se puede encontrar la pendiente y la ordenada al origen vía ecuaciones normales. Esto es:

$$y = b + mx$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n y_i = nb + m \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n b x_i + \sum_{i=1}^n m x_i^2$$

Donde:

$$m = \frac{\begin{vmatrix} \sum y_i & n \\ \sum x_i y_i & \sum x_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum x_i & n \\ \sum x_i^2 & \sum x_i \end{vmatrix}}$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} \sum x_i & \sum y_i \\ \sum x_i^2 & \sum x_i y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum x_i & n \\ \sum x_i^2 & \sum x_i \end{vmatrix}}$$

Capítulo 4

Caso práctico de Métodos de Graduación para una serie observada.

4.1 Estadísticas demográficas

Para el desarrollo de este capítulo, se utilizó la información estadística de 10 años (1990 – 1999) proporcionada por una Compañía Privada. Esta compañía cuenta con un sistema de seguridad social preventivo; es decir, realizan exámenes médicos periódicos a su personal, por lo cual sus estadísticas vitales difieren de las utilizadas por las compañías aseguradoras.

A continuación se muestran las frecuencias totales y frecuencias de mortalidad, por edad y sexo.

Frecuencia Total Masculina

EDAD	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
40	64	65	54	77	66	59	67	65	78	74
41	60	63	64	52	74	68	54	64	65	78
42	75	58	62	64	49	73	68	54	63	64
43	90	75	59	61	63	49	73	68	52	63
44	72	89	75	57	60	61	49	73	67	53
45	73	70	89	73	55	60	63	49	70	67
46	77	73	70	86	73	54	60	63	47	68
47	63	76	73	68	85	73	55	59	64	46
48	70	61	76	70	64	80	73	55	58	65
49	73	70	61	73	66	62	83	73	56	57
50	75	72	70	62	68	61	62	82	74	54
51	76	75	71	67	60	62	66	61	82	73
52	72	77	75	70	67	50	67	66	61	86
53	89	71	76	73	69	54	59	67	66	62
54	76	89	71	76	73	61	65	60	67	68
55	88	76	89	71	76	63	69	65	60	66
56	76	88	76	87	69	64	73	69	66	60
57	79	76	87	78	86	67	74	74	69	64
58	84	79	75	87	78	84	69	74	75	66
59	79	83	79	74	87	77	86	69	74	74
60	70	78	82	79	79	86	78	85	70	73
61	63	71	77	82	79	70	87	77	85	68
62	61	62	70	76	81	77	72	87	74	84
63	62	61	62	71	75	81	77	81	86	74
64	45	62	60	61	69	73	79	77	71	85
65	47	44	62	58	61	67	72	79	75	71
66	29	47	44	62	59	60	64	71	77	74
67	43	29	47	44	62	59	60	63	71	76
68	51	42	28	47	43	62	59	56	63	71
69	36	51	42	27	45	43	60	57	56	63
70	34	35	49	42	27	45	42	58	56	55
71	22	34	34	46	40	26	44	42	57	53
72	20	22	34	31	47	40	26	41	41	56
73	19	20	22	34	29	46	40	25	41	39
74	22	18	20	22	32	29	46	38	25	41
75	19	22	17	18	22	32	29	45	37	24
76	12	19	21	16	19	21	32	28	44	37
77	14	10	19	20	15	19	18	31	27	44
78	13	14	9	18	20	15	17	18	29	24
79	14	12	13	9	17	19	19	17	18	28
80	8	14	12	13	8	16	19	15	15	17
81	10	7	14	12	11	7	16	14	14	14
82	9	10	6	14	11	10	7	15	14	14
83	7	9	8	5	13	11	10	7	14	15
84	5	7	8	7	4	12	11	8	7	14
85	3	4	4	6	7	3	11	10	8	7
86	2	3	4	3	6	6	2	11	9	7
87	2	2	3	3	3	7	5	2	10	7
88	2	2	1	1	3	3	5	4	2	7
89	4	2	2	1	1	2	3	3	4	1
90	2	4	2	2	1	1	1	2	3	3
91		2	4	2	2		1	1	2	3
92	1		2	2	2	2	0	1		2
93		1		2	1	2	2		1	
94			1		1	1	0	2		1
95	1			1		1	1		1	
96		1					1			1
97			1					1		
98				1					1	
99										
Total	2,263	2,307	2,336	2,370	2,379	2,330	2,447	2,476	2,522	2,560
Edad Promedio	55.8	56.3	56.8	57.1	57.5	58.2	58.3	58.6	58.9	59.1

Frecuencia de Mortalidad Masculina

EDAD	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
40										
41				1						
42	1							1		
43										
44		1								
45										
46										
47				1				1	1	
48										
49										
50					1					1
51			1					1		
52					1					
53		1								
54							2			1
55										
56	1					1				
57			1		1		1			1
58			2							
59		1	1	1	1					1
60	1							2		
61			2						2	3
62		1				1		1	1	
63					2	2	1		1	1
64			1	1	1	1	1		2	
65		1				2	1		1	
66	2						4	1		2
67					1			3		
68		1	1					3		
69				1	2		2	2		1
70			2			1	1	1	2	1
71	2		1	1	2		1	1		2
72	2			3	2	1		3	1	1
73	1				2			2		2
74		1			1			1	1	
75			1	1				2		1
76	1		1	1	1	1			1	1
77		2		1			3	1	1	1
78			1	1	1		2		1	2
79	3	1	1			2			1	1
80					1			1		2
81	1	1			2	2			2	1
82			1		2			1	1	
83			2	1	1				1	
84			1	1		1		2		
85		1	3			1	1		1	
86	1			1		2	1			2
87	2			1			1	1	1	3
88	2		1	2			2	1		2
89						1		2		1
90							1			
91						1			1	
92				2						
93	1				1					
94					1		2		1	
95								1		
96					1					
97								1		
98										
99					1					1
Total	21	15	24	21	26	21	27	36	28	34
Edad Promedio	74.8	66.8	72.1	74.8	73.9	74.1	74.0	72.1	73.8	74.1

Frecuencia Total Femenina

EDAD	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
40	22	25	23	24	33	20	21	30	28	26
41	22	22	25	22	23	33	21	21	30	29
42	14	22	22	26	20	23	33	21	21	31
43	22	14	22	22	25	20	23	34	21	21
44	18	23	14	20	22	25	20	23	33	21
45	22	18	22	13	21	22	25	20	24	33
46	15	22	19	23	13	20	22	25	21	24
47	18	16	22	18	23	13	20	22	26	21
48	16	18	17	21	18	23	13	20	22	26
49	13	18	18	14	21	17	23	13	20	19
50	23	13	18	19	14	22	17	23	14	21
51	21	23	13	18	21	14	24	16	24	14
52	17	22	23	13	20	19	14	24	16	28
53	12	20	18	24	13	18	19	14	24	15
54	12	18	18	24	25	13	18	19	15	24
55	25	12	20	19	23	26	13	18	15	15
56	28	25	12	21	21	23	27	14	20	19
57	22	27	27	12	22	22	23	28	14	20
58	27	22	28	28	14	23	21	24	28	14
59	28	28	23	28	28	14	23	22	25	29
60	22	28	30	23	28	28	15	25	23	25
61	20	23	29	30	23	29	28	15	25	27
62	19	21	23	29	30	23	28	29	18	25
63	20	19	21	23	28	31	24	27	31	19
64	18	20	19	21	23	28	31	23	27	32
65	18	17	20	20	22	24	29	31	24	26
66	20	18	18	22	22	22	24	30	31	25
67	11	20	18	19	22	24	24	25	31	31
68	10	11	21	20	20	22	25	24	25	31
69	9	11	11	21	20	20	23	27	23	25
70	6	10	12	11	23	20	21	22	26	24
71	9	6	10	12	12	24	22	21	22	27
72	10	9	3	9	13	12	26	22	19	22
73	13	10	9	6	7	13	11	27	23	20
74	8	12	11	9	6	7	12	11	27	23
75	4	8	12	12	9	6	7	12	11	26
76	4	4	8	11	14	9	5	7	13	11
77	9	4	4	7	12	15	9	6	7	13
78	9	9	4	4	7	12	15	9	7	7
79	9	9	9	5	5	8	11	15	9	7
80	7	8	9	9	4	5	7	11	16	9
81	7	7	7	9	8	4	5	6	10	15
82	2	7	7	5	9	8	4	5	6	10
83	4	2	7	6	5	8	6	5	5	6
84		4	2	6	5	4	8	7	5	6
85	4		4	2	7	4	5	7	8	5
86	4	4		4	2	7	4	4	7	8
87	1	4	3	3	3	4	7	4	3	8
88	1		3	3		3	4	9	3	3
89		1		3	3		3	4	8	2
90	1		1	1	2	2	0	3	3	7
91				1	1	2	2	1	2	3
92						1	2	1	1	2
93	1						1	2	1	1
94		1						1	2	1
95			1						1	2
96				1						1
97										
98										
99										
TOTAL	584	716	746	774	815	840	869	910	947	984
Edad Promedio	57.8	58.0	58.3	58.8	58.9	59.5	59.9	60.3	60.5	60.8

Frecuencia de Mortalidad Femenina

EDAD	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
40										1
41										
42										
43										
44										
45										
46										
47										
48										1
49										
50										
51										
52										
53						1				
54										
55					1					
56										
57					1					
58							1			
59							1			
60										
61							1			1
62					1					
63		1						1		
64								1		
65										1
66									1	1
67		1						1		
68				1					1	
69					1			1	1	
70			1					1	1	
71									2	
72				1	2				1	
73	1				1		1			
74		1			2		1			2
75							1			
76	1			1						
77				1						1
78							1			
79						1	2	1		
80		1			2					1
81			1		1			1	1	
82				2			2		1	
83				1	2	1				
84		1	1	2		1		1		
85						1				
86					1			1		
87									1	1
88		1	1						2	1
89	1				1					1
90					1	1			2	
91								1		
92										
93										
94										
95					1					
96										
97										
98										
99										
Totál	3	6	4	9	18	6	11	11	15	12
Edad Promedio	79.3	76.0	80.8	78.7	76.4	79.0	72.6	75.2	77.9	70.9

4.2 Aplicación del Método Gompertz

En la aplicación de este método, primero se calculó la probabilidad de muerte (q_x) con base en las frecuencias de mortalidad agrupadas por grupos quinquenales de edad; a partir de esta, se obtuvo la probabilidad de vida ($1 - q_x$) y sobre ésta se aplicó la metodología expuesta en el capítulo tres.

Para obtener el desplegado de la probabilidad de muerte por edad, se aplicó una transformación de escala y origen (ver anexo 1).

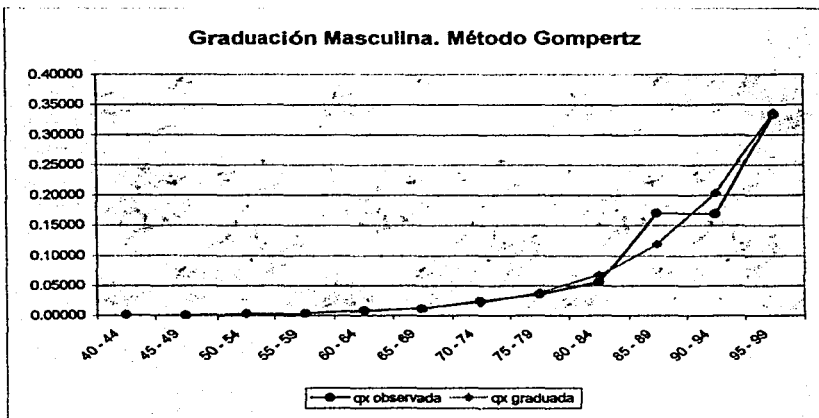
Para medir el ajuste de las probabilidades generadas sobre las observadas, se aplicó el vector de probabilidades de muerte graduada por edad a las frecuencias totales registradas por año, comparándose los muertos totales generados de esta forma contra la mortalidad real total por edad.

A continuación se muestran los resultados.

GRADUACIÓN MASCULINA MÉTODO GOMPERTZ

EDAD	qx	px	ln (px)	qx'	
	1990 - 1999	1990 - 1999		1990 - 1999	
40 - 44	0.00123	0.99877	0.0012	0.00088	S1
45 - 49	0.00090	0.99910	0.0009	0.00139	
50 - 54	0.00289	0.99711	0.0029	0.00229	
55 - 59	0.00346	0.99654	0.0035	0.00392	S2
60 - 64	0.00815	0.99185	0.0082	0.00685	
65 - 69	0.01151	0.98849	0.0118	0.01212	
70 - 74	0.02377	0.97623	0.0241	0.02155	S3
75 - 79	0.03548	0.96452	0.0361	0.03833	
80 - 84	0.05616	0.94384	0.0578	0.06786	
85 - 89	0.17051	0.82949	0.1869	0.11884	
90 - 94	0.16923	0.83077	0.1854	0.20384	
95 - 99	0.33333	0.66667	0.4055	0.33692	

Coeficientes		
C	G	K
1.803325	0.99937415	0.99974223



**GRADUACIÓN MASCULINA
MÉTODO GOMPERTZ**

Coeficientes		
C	G	K
1.803328	0.999374148	0.999742231

Edad	x	C ^x	Ln(px)	px'	qx'
40	0	1 00000	0 000684	0 999117	0 000983
41	0.2	1 12516	0 000962	0 999038	0 000987
42	0.4	1 26599	0 001050	0 998950	0 001050
43	0.6	1 42444	0 001150	0 998851	0 001148
44	0.8	1 60273	0 001261	0 998740	0 001260
45	1	1 80332	0 001387	0 998614	0 001386
46	1.2	2 02803	0 001529	0 998473	0 001527
47	1.4	2 28299	0 001687	0 998314	0 001688
48	1.6	2 56873	0 001868	0 998136	0 001864
49	1.8	2 89023	0 002067	0 997935	0 002065
50	2	3 25196	0 002284	0 997708	0 002291
51	2.2	3 65900	0 002549	0 997455	0 002545
52	2.4	4 11697	0 002835	0 997169	0 002831
53	2.6	4 63225	0 003158	0 996847	0 003153
54	2.8	5 21203	0 003521	0 996485	0 003516
55	3	5 86436	0 003929	0 996079	0 003921
56	3.2	6 59837	0 004389	0 995621	0 004379
57	3.4	7 42423	0 004906	0 995118	0 004904
58	3.6	8 35446	0 005487	0 994528	0 005472
59	3.8	9 39999	0 006142	0 993877	0 006123
60	4	10 57536	0 006879	0 993145	0 006855
61	4.2	11 89900	0 007707	0 992322	0 007678
62	4.4	13 38830	0 008640	0 991398	0 008602
63	4.6	15 05400	0 009689	0 990358	0 009642
64	4.8	16 94943	0 010869	0 989190	0 010810
65	5	19 07034	0 012187	0 987877	0 012123
66	5.2	21 45777	0 013691	0 986402	0 013598
67	5.4	24 14345	0 015373	0 984745	0 015255
68	5.6	27 16578	0 017265	0 982894	0 017116
69	5.8	30 56532	0 019393	0 980794	0 019206
70	6	34 38092	0 021788	0 978447	0 021553
71	6.2	38 69533	0 024483	0 975814	0 024186
72	6.4	43 50849	0 027515	0 972860	0 027140
73	6.6	48 99782	0 030927	0 969547	0 030453
74	6.8	55 11921	0 034765	0 965832	0 034168
75	7	62 01800	0 039084	0 961770	0 038230
76	7.2	69 78025	0 043944	0 957308	0 042992
77	7.4	78 51404	0 049412	0 951789	0 048211
78	7.6	88 34096	0 055564	0 945952	0 054048
79	7.8	99 38783	0 062486	0 939426	0 060574
80	8	111 83859	0 070274	0 932138	0 067862
81	8.2	125 83646	0 079038	0 924005	0 075995
82	8.4	141 58632	0 088898	0 914839	0 085061
83	8.6	159 20745	0 099992	0 904644	0 095156
84	8.8	178 74658	0 112475	0 893520	0 106390
85	9	201 68131	0 126520	0 881156	0 118944
86	9.2	228 82401	0 142324	0 867340	0 132680
87	9.4	255 32612	0 160105	0 852054	0 147946
88	9.6	287 28307	0 180111	0 835177	0 164823
89	9.8	323 23960	0 202622	0 816587	0 183413
90	10	363 68692	0 227950	0 796164	0 203836
91	10.2	409 21771	0 256449	0 773785	0 226205
92	10.4	460 43593	0 288514	0 749376	0 250524
93	10.6	518 08470	0 324592	0 722823	0 277178
94	10.8	582 90636	0 365187	0 694067	0 305933
95	11	655 86277	0 410862	0 663079	0 336921
96	11.2	737 95245	0 462253	0 629863	0 370137
97	11.4	830 31555	0 520077	0 594475	0 405525
98	11.6	934 23894	0 585138	0 557029	0 442971
99	11.8	1051 16952	0 658343	0 517709	0 482291
100	12	1182 73528	0 740710	0 476775	0 523225

**GRADUACIÓN MASULINA
MÉTODO GOMPertz**

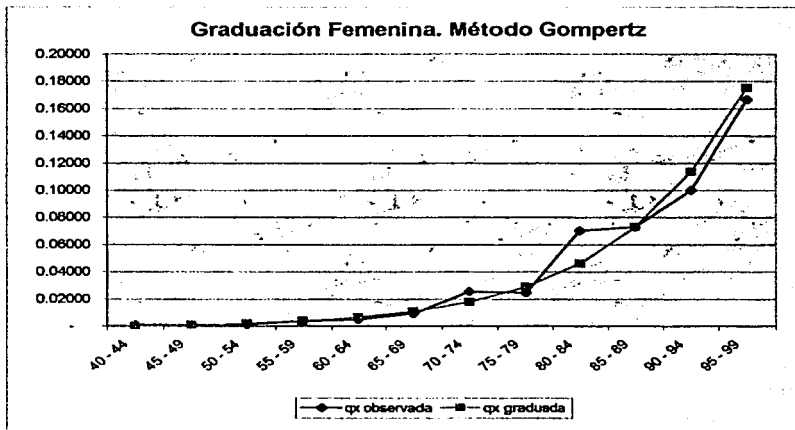
Edad	Prueba de ajuste										Total	Frec Real	Dif	Dif ²
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999				
40	0.06	0.06	0.05	0.07	0.06	0.05	0.06	0.05	0.07	0.07	0.69	1	0.41	0.17
41	0.06	0.06	0.06	0.05	0.07	0.07	0.05	0.06	0.06	0.08	0.82	1	0.38	0.15
42	0.08	0.06	0.07	0.07	0.05	0.08	0.07	0.06	0.07	0.07	0.66	1	0.34	0.11
43	0.10	0.09	0.07	0.07	0.07	0.06	0.08	0.08	0.06	0.07	0.75	0	0.75	0.58
44	0.09	0.10	0.09	0.07	0.08	0.08	0.06	0.09	0.08	0.07	0.83	1	0.17	0.03
45	0.12	0.11	0.11	0.13	0.08	0.08	0.08	0.07	0.10	0.08	0.93	0	0.83	0.88
46	0.11	0.13	0.12	0.11	0.11	0.08	0.08	0.10	0.10	0.10	1.02	0	1.02	1.05
47	0.13	0.11	0.14	0.13	0.12	0.15	0.14	0.10	0.11	0.08	1.12	3	1.88	3.55
48	0.15	0.14	0.13	0.15	0.14	0.13	0.17	0.15	0.11	0.12	1.25	0	1.25	1.57
49	0.17	0.16	0.16	0.14	0.16	0.14	0.14	0.19	0.17	0.12	1.56	3	1.99	1.83
50	0.19	0.19	0.18	0.17	0.15	0.16	0.17	0.18	0.21	0.19	1.76	2	1.44	2.08
51	0.20	0.22	0.21	0.20	0.18	0.14	0.19	0.19	0.17	0.24	1.98	1	0.88	0.81
52	0.29	0.27	0.24	0.23	0.22	0.17	0.19	0.21	0.21	0.20	2.16	1	1.18	1.35
53	0.27	0.31	0.25	0.27	0.26	0.21	0.23	0.21	0.24	0.24	2.48	3	0.52	0.27
54	0.35	0.30	0.35	0.28	0.30	0.25	0.27	0.25	0.24	0.28	2.84	0	2.84	8.04
55	0.33	0.39	0.33	0.38	0.30	0.28	0.32	0.30	0.28	0.26	3.19	2	1.18	1.41
56	0.46	0.43	0.41	0.38	0.42	0.33	0.36	0.36	0.34	0.31	3.69	4	0.31	0.10
57	0.48	0.51	0.48	0.45	0.53	0.46	0.38	0.40	0.41	0.36	4.22	2	2.22	4.93
58	0.48	0.53	0.56	0.54	0.50	0.59	0.58	0.42	0.45	0.45	4.79	5	0.21	0.04
59	0.48	0.55	0.59	0.63	0.61	0.54	0.67	0.59	0.65	0.50	5.31	5	0.17	0.08
60	0.52	0.53	0.60	0.65	0.70	0.66	0.62	0.75	0.64	0.72	5.83	7	1.31	1.39
61	0.60	0.59	0.60	0.68	0.72	0.78	0.74	0.68	0.83	0.71	6.94	7	0.06	0.00
62	0.49	0.67	0.65	0.66	0.75	0.79	0.85	0.83	0.77	0.92	7.37	7	0.37	0.14
63	0.57	0.53	0.75	0.72	0.74	0.81	0.87	0.98	0.91	0.86	7.72	5	2.72	7.41
64	0.39	0.54	0.60	0.64	0.80	0.82	0.87	0.97	1.05	1.01	7.98	10	2.02	4.07
65	0.66	0.44	0.72	0.67	0.85	0.95	0.90	0.96	1.08	1.16	8.45	4	4.45	19.82
66	0.87	0.72	0.81	0.80	0.92	0.86	0.93	0.96	1.08	1.22	8.93	5	3.93	15.48
67	0.69	0.98	0.81	0.52	0.68	0.83	0.93	1.15	1.09	1.21	9.22	8	1.22	1.49
68	0.73	0.75	1.06	0.81	0.58	0.97	0.91	1.25	1.21	1.19	9.55	9	0.55	0.30
69	0.53	0.82	0.82	1.16	0.97	0.63	1.06	1.02	1.38	1.28	9.67	10	0.33	0.11
70	0.54	0.60	0.92	0.84	1.28	1.08	0.71	1.11	1.11	1.52	9.72	13	3.28	10.78
71	0.58	0.61	0.67	1.04	0.88	1.40	1.22	0.76	1.25	1.19	9.59	7	2.68	8.72
72	0.75	0.62	0.68	0.75	1.09	0.98	1.57	1.30	0.95	1.40	10.01	4	6.01	38.13
73	0.73	0.94	0.65	0.73	0.84	1.23	1.11	1.72	1.42	0.92	10.20	6	4.20	17.61
74	0.57	0.82	0.80	0.68	0.82	0.90	1.38	1.20	1.89	1.59	10.71	6	4.71	22.14
75	0.67	0.48	0.92	0.93	0.72	0.92	0.87	1.49	1.30	2.12	10.46	9	1.48	2.14
76	0.70	0.76	0.49	0.97	1.08	0.81	0.92	0.57	1.57	1.02	9.57	8	1.57	2.45
77	0.85	0.73	0.79	0.55	1.03	1.15	0.91	1.03	1.06	1.70	9.61	6	3.30	10.87
78	0.54	0.95	0.81	0.88	0.54	1.08	1.29	1.02	1.02	1.15	9.30	10	0.07	0.07
79	0.76	0.53	1.06	0.91	0.84	0.53	1.22	1.37	1.06	0.99	9.27	9	4.34	19.73
80	0.77	0.65	0.51	1.19	0.94	0.85	0.60	1.28	1.28	1.19	9.44	5	3.40	11.70
81	0.67	0.86	0.76	0.48	1.24	1.05	0.95	0.67	1.33	1.43	9.42	6	3.42	11.70
82	0.53	0.74	0.85	0.74	0.43	1.28	1.17	0.85	0.74	1.49	8.83	5	3.83	14.67
83	0.36	0.88	0.48	0.95	0.83	0.36	1.31	1.19	0.95	0.63	7.72	7	0.72	0.53
84	0.27	0.40	0.43	0.40	1.05	0.80	0.27	1.46	1.16	0.61	6.51	5	2.49	6.20
85	0.30	0.30	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	4.22	4	0.22	0.10
86	0.37	0.40	0.53	0.40	0.83	0.40	0.74	0.40	0.33	1.15	4.94	4	0.22	0.10
87	0.20	0.30	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	3.01	2	1.01	1.01
88	0.33	0.33	0.16	0.16	0.49	0.49	0.82	0.66	0.33	1.04	4.22	4	0.22	0.10
89	0.73	0.37	0.37	0.18	0.18	0.37	0.55	0.55	0.73	0.18	4.22	4	0.22	0.10
90	0.41	0.82	0.41	0.41	0.20	0.20	0.20	0.41	0.61	0.61	4.28	4	0.28	0.76
91	.	0.45	0.30	0.45	0.45	0.45	0.23	0.23	0.45	0.68	3.85	2	1.85	3.41
92	0.25	.	0.50	0.50	0.50	0.50	0.55	0.25	0.25	0.50	3.01	2	1.01	1.02
93	.	0.20	.	0.55	0.28	0.55	0.55	.	0.28	.	2.49	2	0.49	0.24
94	.	.	0.51	.	0.31	0.31	0.34	0.61	.	0.21	1.84	4	2.16	4.68
95	0.34	.	.	0.34	.	0.34	0.34	0.34	0.34	0.21	1.68	0	1.68	2.84
96	.	0.37	0.37	.	.	0.37	1.11	2	0.89	0.79
97	.	.	0.41	0.41	.	.	0.63	1	0.81	0.68
98	.	.	.	0.44	0.44	.	0.69	1	0.11	0.01
99	0.60	1	1.00	1.00
100	0.00	0	.	.

Total	298.72
Desviación estándar	2.2313
Correlación	0.6766
Coefficiente de variación	0.5230

GRADUACIÓN FEMENINA MÉTODO GOMPERTZ

EDAD	q_x	p_x	$\ln(p_x)$	q_x'	
	1990 - 1999	1990 - 1999		1990 - 1999	
40 - 44	0.00085	0.99915	0.0008	0.00013	S1
45 - 49	0.00100	0.99900	0.0010	0.00083	
50 - 54	0.00106	0.99894	0.0011	0.00193	
55 - 59	0.00366	0.99634	0.0037	0.00368	S2
60 - 64	0.00491	0.99509	0.0049	0.00846	
65 - 69	0.00920	0.99080	0.0092	0.01087	
70 - 74	0.02533	0.97467	0.0257	0.01783	S3
75 - 79	0.02450	0.97550	0.0248	0.02881	
80 - 84	0.07034	0.92966	0.0729	0.04601	
85 - 89	0.07263	0.92737	0.0754	0.07275	
90 - 94	0.10000	0.90000	0.1054	0.11374	
95 - 99	0.16667	0.83333	0.1823	0.17522	

Coeficientes		
C	G	K
1.590381	0.99882423	1.00104549



**GRADUACIÓN FEMENINA
MÉTODO GOMPERTZ**

Coeficientes		
C	G	K
1.690361	0.998624227	1.001046460

Edad	x	C^x	Ln(px)	px'	qx'
40	0	1 00000	0.000132	0.999868	0.000132
41	0.2	1 09724	0.000246	0.999754	0.000246
42	0.4	1 20393	0.000371	0.999629	0.000371
43	0.6	1 32099	0.000509	0.999491	0.000509
44	0.8	1 44944	0.000660	0.999340	0.000660
45	1	1 59038	0.000826	0.999174	0.000826
46	1.2	1 74502	0.001008	0.998992	0.001008
47	1.4	1 91470	0.001208	0.998793	0.001207
48	1.6	2 10088	0.001427	0.998574	0.001426
49	1.8	2 30517	0.001667	0.998334	0.001666
50	2	2 52921	0.001931	0.998071	0.001929
51	2.2	2 77525	0.002220	0.997782	0.002218
52	2.4	3 04511	0.002538	0.997466	0.002534
53	2.6	3 34121	0.002886	0.997118	0.002882
54	2.8	3 66609	0.003268	0.996737	0.003263
55	3	4 02257	0.003687	0.996319	0.003681
56	3.2	4 41371	0.004148	0.995861	0.004139
57	3.4	4 84288	0.004653	0.995368	0.004642
58	3.6	5 31379	0.005207	0.994840	0.005193
59	3.8	5 83048	0.005814	0.994282	0.005798
60	4	6 39742	0.006481	0.993540	0.006460
61	4.2	7 01948	0.007213	0.992613	0.007197
62	4.4	7 70203	0.008016	0.991506	0.007994
63	4.6	8 45095	0.008897	0.990142	0.008859
64	4.8	9 27289	0.009864	0.990184	0.009816
65	5	10 17434	0.010925	0.991335	0.010865
66	5.2	11 16365	0.012089	0.987994	0.012016
67	5.4	12 28971	0.013366	0.986723	0.013277
68	5.6	13 44023	0.014767	0.985341	0.014659
69	5.8	14 74711	0.016305	0.983826	0.016172
70	6	16 18107	0.017992	0.982169	0.017831
71	6.2	17 75446	0.019843	0.980353	0.019647
72	6.4	19 48094	0.021874	0.978364	0.021636
73	6.6	21 37509	0.024102	0.976186	0.023814
74	6.8	23 45353	0.026547	0.973802	0.026198
75	7	25 73407	0.029230	0.971193	0.028807
76	7.2	28 23636	0.032174	0.968338	0.031662
77	7.4	30 98196	0.035404	0.965215	0.034785
78	7.6	33 99454	0.038948	0.961800	0.038200
79	7.8	37 30005	0.042837	0.958067	0.041933
80	8	40 92698	0.047104	0.953998	0.046012
81	8.2	44 90657	0.051786	0.949532	0.050468
82	8.4	49 27313	0.056923	0.944867	0.055333
83	8.6	54 06428	0.062560	0.939357	0.060643
84	8.8	59 32130	0.068744	0.933565	0.066435
85	9	65 08949	0.075531	0.927251	0.072748
86	9.2	71 41857	0.082977	0.920373	0.079627
87	9.4	78 36306	0.091146	0.912894	0.087116
88	9.6	85 98281	0.100111	0.904737	0.095263
89	9.8	94 34347	0.109847	0.895882	0.104118
90	10	103 51710	0.120739	0.886285	0.113735
91	10.2	113 58274	0.132851	0.875932	0.124168
92	10.4	124 62713	0.145575	0.864625	0.135475
93	10.6	136 74543	0.158931	0.852298	0.147712
94	10.8	150 04208	0.173474	0.838968	0.160941
95	11	164 63164	0.192620	0.824700	0.175220
96	11.2	180 83904	0.211472	0.809392	0.190608
97	11.4	198 20463	0.232136	0.792838	0.207162
98	11.6	217 47735	0.254810	0.775064	0.224936
99	11.8	238 62408	0.279688	0.756020	0.243980
100	12	261 82705	0.306985	0.735881	0.264339

**GRADUACIÓN FEMENINA
MÉTODO GOMPERTZ**

Prueba de ajuste													Total	Frec Real	Dif	DIF ²
Edad	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999						
40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	1	0.87	0.93	
41	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.05	0	0.06	0.00	
42	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.09	0	0.09	0.01	
43	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.11	0	0.11	0.01	
44	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.15	0	0.15	0.02	
45	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.18	0	0.18	0.03	
46	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02	0.03	0.02	0.02	0.02	0.21	0	0.21	0.04	
47	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03	0.03	0.24	0	0.24	0.06	
48	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	0.04	0.04	0.28	1	0.72	0.52	
49	0.02	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.02	0.03	0.03	0.03	0.29	0	0.29	0.09	
50	0.04	0.03	0.03	0.04	0.03	0.04	0.03	0.04	0.03	0.04	0.04	0.35	0	0.35	0.13	
51	0.05	0.05	0.03	0.04	0.05	0.03	0.05	0.04	0.05	0.03	0.04	0.42	0	0.42	0.18	
52	0.04	0.06	0.08	0.03	0.05	0.05	0.04	0.06	0.04	0.07	0.04	0.49	0	0.48	0.24	
53	0.06	0.05	0.07	0.07	0.04	0.05	0.06	0.04	0.07	0.04	0.55	1	0.45	0.20		
54	0.04	0.07	0.06	0.08	0.08	0.04	0.06	0.06	0.05	0.08	0.62	0	0.62	0.38		
55	0.09	0.04	0.07	0.07	0.08	0.10	0.05	0.07	0.07	0.06	0.70	1	0.30	0.09		
56	0.11	0.10	0.05	0.09	0.09	0.10	0.11	0.06	0.08	0.08	0.86	0	0.86	0.74		
57	0.10	0.13	0.13	0.06	0.10	0.10	0.11	0.13	0.06	0.09	1.01	1	0.01	0.00		
58	0.14	0.11	0.15	0.15	0.07	0.12	0.11	0.12	0.15	0.07	1.19	1	0.19	0.04		
59	0.16	0.16	0.13	0.16	0.16	0.08	0.13	0.13	0.14	0.17	1.44	1	0.44	0.19		
60	0.14	0.18	0.19	0.15	0.18	0.18	0.10	0.16	0.15	0.16	1.60	0	1.60	2.55		
61	0.14	0.17	0.21	0.22	0.17	0.21	0.20	0.11	0.18	0.19	1.79	2	0.21	0.04		
62	0.15	0.17	0.18	0.22	0.24	0.18	0.22	0.23	0.13	0.20	1.94	1	0.94	0.68		
63	0.18	0.17	0.19	0.20	0.25	0.27	0.21	0.24	0.27	0.17	2.15	2	0.15	0.02		
64	0.16	0.20	0.19	0.21	0.23	0.27	0.30	0.23	0.27	0.21	2.35	1	1.35	1.19		
65	0.20	0.18	0.22	0.22	0.24	0.26	0.32	0.34	0.26	0.28	2.51	1	1.51	2.28		
66	0.24	0.22	0.22	0.26	0.26	0.26	0.29	0.36	0.37	0.30	2.79	2	0.79	0.62		
67	0.15	0.27	0.24	0.25	0.29	0.32	0.32	0.33	0.41	0.41	2.99	2	0.99	0.97		
68	0.15	0.16	0.31	0.29	0.29	0.32	0.37	0.35	0.37	0.45	3.06	2	1.06	1.13		
69	0.15	0.18	0.18	0.34	0.32	0.32	0.37	0.44	0.37	0.40	3.07	3	0.07	0.01		
70	0.11	0.18	0.21	0.20	0.41	0.36	0.37	0.39	0.48	0.43	3.12	3	0.12	0.01		
71	0.18	0.17	0.20	0.24	0.24	0.47	0.43	0.41	0.43	0.53	3.24	2	1.24	1.54		
72	0.22	0.19	0.06	0.19	0.28	0.26	0.56	0.48	0.41	0.48	3.14	5	1.66	3.47		
73	0.31	0.24	0.21	0.14	0.17	0.31	0.26	0.64	0.55	0.48	3.31	3	0.31	0.16		
74	0.21	0.31	0.29	0.24	0.16	0.16	0.31	0.28	0.71	0.60	3.30	6	2.70	7.28		
75	0.12	0.23	0.35	0.35	0.26	0.17	0.20	0.35	0.32	0.75	3.08	2	1.08	1.17		
76	0.13	0.13	0.25	0.35	0.44	0.28	0.16	0.22	0.41	0.35	2.72	2	0.72	0.52		
77	0.31	0.14	0.14	0.24	0.42	0.52	0.31	0.21	0.24	0.45	2.99	2	0.99	0.88		
78	0.34	0.34	0.15	0.15	0.27	0.46	0.57	0.34	0.27	0.27	3.17	1	2.17	4.71		
79	0.38	0.38	0.38	0.21	0.21	0.34	0.46	0.63	0.38	0.29	3.65	4	0.35	0.12		
80	0.32	0.37	0.41	0.41	0.19	0.23	0.32	0.51	0.74	0.41	3.91	4	0.09	0.01		
81	0.35	0.35	0.35	0.45	0.40	0.20	0.25	0.30	0.50	0.76	3.94	4	0.06	0.00		
82	0.11	0.39	0.39	0.28	0.50	0.44	0.22	0.28	0.33	0.55	3.49	5	1.51	2.29		
83	0.24	0.12	0.42	0.36	0.39	0.49	0.36	0.30	0.30	0.36	3.27	4	0.73	0.53		
84	0.27	0.13	0.40	0.32	0.32	0.27	0.53	0.47	0.32	0.40	3.12	4	2.08	2.98		
85	0.29	0.29	0.15	0.51	0.51	0.29	0.36	0.51	0.58	0.36	3.35	1	2.35	5.51		
86	0.32	0.32	0.32	0.32	0.16	0.56	0.32	0.32	0.56	0.72	3.58	2	1.58	2.51		
87	0.09	0.35	0.26	0.26	0.26	0.35	0.61	0.35	0.26	0.52	3.05	2	1.05	1.10		
88	0.10	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.38	0.66	0.29	0.29	2.76	5	2.24	5.01		
89	0.11	0.11	0.11	0.31	0.31	0.31	0.31	0.42	0.83	0.21	2.50	3	0.50	0.25		
90	0.11	0.11	0.11	0.23	0.23	0.23	0.34	0.34	0.80	0.27	4	1.73	2.98			
91	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12	0.25	0.25	0.12	0.25	0.37	1.49	1	0.49	0.24		
92	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.14	0.27	0.14	0.14	0.27	0.95	0	0.95	0.90		
93	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.15	0.30	0.15	0.15	0.15	0.69	0	0.69	0.79		
94	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.16	0.32	0.16	0.16	0.16	0.66	0	0.66	0.80		
95	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.18	0.35	0.18	0.18	0.35	0.70	0	0.70	0.49		
96	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.19	0.38	0.19	0.19	0.38	0.74	1	0.62	0.38		
97	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.20	0.40	0.20	0.20	0.40	0.77	0	0.77	0.52		
98	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.21	0.42	0.21	0.21	0.42	0.80	0	0.80	0.55		
99	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.22	0.44	0.22	0.22	0.44	0.83	0	0.83	0.58		
100	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.23	0.46	0.23	0.23	0.46	0.86	0	0.86	0.61		

Total	66.07
Desviación estándar	1.0494
Correlación	0.6239
Coefficiente de variación	0.6628

4.3 Aplicación del Método Gompertz - Makeham

En la aplicación de este método, primero se calculó la probabilidad de muerte (q_x) con base en las frecuencias de mortalidad para cada edad, se obtuvo la probabilidad de vida ($1 - q_x$) y se aplicó la metodología de los grupos no superpuestos; sin embargo, para obtener mejores resultados para la probabilidad de muerte femenina, primero se suavizó q_x de los datos originales utilizando promedios móviles, se obtuvo la probabilidad de vida y sobre esta se utilizó la metodología de los grupos no superpuestos.

A continuación se muestran los resultados.

**GRADUACIÓN MASCULINA
MÉTODO GOMPERTZ - MAKEHAM**

EDAD	qx	px	Log10(pvx)	qx
	1900 - 1999	1900 - 1999		1900 - 1999
40	0 00151	0 99849	0 00066	0 00335
41	0 00156	0 99844	0 00068	0 00337
42	0 00159	0 99841	0 00069	0 00338
43	-	1 00000	-	0 00340
44	0 00152	0 99848	0 00066	0 00342
45	-	1 00000	-	0 00345
46	-	1 00000	-	0 00348
47	0 00453	0 99547	0 00197	0 00352
48	-	1 00000	-	0 00357
49	-	1 00000	-	0 00362
50	0 00441	0 99559	0 00192	0 00369
51	0 00289	0 99711	0 00126	0 00376
52	0 00145	0 99855	0 00063	0 00385
53	0 00146	0 99854	0 00063	0 00396
54	0 00425	0 99575	0 00185	0 00408
55	-	1 00000	-	0 00423
56	0 00275	0 99725	0 00119	0 00440
57	0 00531	0 99469	0 00231	0 00459
58	0 00259	0 99741	0 00113	0 00482
59	0 00639	0 99361	0 00279	0 00509
60	0 00646	0 99354	0 00281	0 00539
61	0 00522	0 99878	0 00402	0 00575
62	0 00538	0 99462	0 00234	0 00616
63	0 00972	0 99028	0 00424	0 00664
64	0 01026	0 98974	0 00448	0 00720
65	0 00785	0 99215	0 00342	0 00784
66	0 01704	0 98296	0 00746	0 00859
67	0 00722	0 99278	0 00315	0 00945
68	0 00958	0 99042	0 00418	0 01045
69	0 01667	0 98333	0 00730	0 01160
70	0 02032	0 97968	0 00891	0 01293
71	0 02500	0 97500	0 01100	0 01447
72	0 03631	0 96369	0 01606	0 01622
73	0 02222	0 97778	0 00976	0 01830
74	0 01365	0 98635	0 00597	0 02067
75	0 02256	0 97744	0 00897	0 02340
76	0 02410	0 97590	0 01059	0 02656
77	0 04147	0 95853	0 01840	0 03019
78	0 04520	0 95480	0 02009	0 03437
79	0 05556	0 94444	0 02482	0 03919
80	0 04380	0 95620	0 01945	0 04473
81	0 07377	0 92623	0 03328	0 05109
82	0 04505	0 95495	0 02002	0 05840
83	0 06061	0 93939	0 02715	0 06678
84	0 06024	0 93976	0 02698	0 07638
85	0 10769	0 89251	0 04949	0 08735
86	0 12727	0 87273	0 05912	0 09987
87	0 20455	0 79545	0 09938	0 11414
88	0 33333	0 66667	0 17609	0 13035
89	0 17391	0 82609	0 08297	0 14873
90	0 04762	0 95238	0 02119	0 16243
91	0 11765	0 88235	0 05436	0 18288
92	0 16667	0 83333	0 07918	0 21506
93	0 22222	0 77778	0 10914	0 24850
94	0 66667	0 33333	0 47712	0 28674
95	-	1 00000	-	0 31650
96	0 66667	0 33333	0 47712	0 35564
97	-	1 00000	-	0 39810
98	0 50000	0 50000	0 30103	0 44372
99	-	1 00000	-	0 49216

Y0

Y1

Y2

Y3

**GRADUACIÓN MASCULINA
MÉTODO GOMPERTZ - MAKEHAM**

Coeficientes							
g =	1.0000090	g' =	0.9998704	C =	1.1560979	K =	0.9967750
x	x'	B*x	C*x	Vx	Vx*px	px'	qx'
40	-	1.00	1.00	0.999870	0.998362	0.996646	0.003354
41	1.00	1.00	1.16	0.999859	0.998302	0.996635	0.003365
42	2.00	1.00	1.34	0.999845	0.998258	0.996620	0.003380
43	3.00	1.00	1.55	0.999827	0.998227	0.996602	0.003398
44	4.00	1.00	1.79	0.999804	0.998200	0.996580	0.003420
45	5.00	1.00	2.07	0.999777	0.998177	0.996553	0.003447
46	6.00	1.00	2.39	0.999744	0.998144	0.996520	0.003480
47	7.00	1.00	2.76	0.999705	0.998105	0.996481	0.003519
48	8.00	1.00	3.19	0.999658	0.998058	0.996434	0.003566
49	9.00	1.00	3.69	0.999603	0.998003	0.996379	0.003621
50	10.00	1.00	4.27	0.999537	0.997951	0.996314	0.003686
51	11.00	1.00	4.93	0.999460	0.997875	0.996237	0.003763
52	12.00	1.00	5.70	0.999369	0.997792	0.996145	0.003854
53	13.00	1.00	6.59	0.999263	0.997700	0.996040	0.003960
54	14.00	1.00	7.62	0.999139	0.997593	0.995916	0.004084
55	15.00	1.00	8.81	0.998994	0.997470	0.995772	0.004228
56	16.00	1.00	10.18	0.998825	0.997333	0.995603	0.004397
57	17.00	1.00	11.77	0.998628	0.997183	0.995407	0.004593
58	18.00	1.00	13.61	0.998399	0.997020	0.995179	0.004821
59	19.00	1.00	15.74	0.998133	0.996845	0.994914	0.005086
60	20.00	1.00	18.19	0.997824	0.996658	0.994606	0.005394
61	21.00	1.00	21.03	0.997466	0.996456	0.994249	0.005751
62	22.00	1.00	24.32	0.997051	0.996230	0.993835	0.006165
63	23.00	1.00	28.11	0.996570	0.995981	0.993356	0.006644
64	24.00	1.00	32.50	0.996012	0.995709	0.992808	0.007200
65	25.00	1.00	37.57	0.995366	0.995388	0.992156	0.007844
66	26.00	1.00	43.44	0.994619	0.994917	0.991411	0.008589
67	27.00	1.00	50.22	0.993754	0.994295	0.990550	0.009450
68	28.00	1.00	58.06	0.992754	0.993542	0.989553	0.010447
69	29.00	1.00	67.12	0.991598	0.992570	0.988400	0.011600
70	30.00	1.00	77.60	0.990262	0.991444	0.987068	0.012932
71	31.00	1.00	89.71	0.988717	0.990100	0.985529	0.014471
72	32.00	1.00	103.71	0.986934	0.988505	0.983751	0.016249
73	33.00	1.00	119.90	0.984924	0.986708	0.981698	0.018302
74	34.00	1.00	138.62	0.982697	0.984680	0.979329	0.020671
75	35.00	1.00	160.26	0.979755	0.982355	0.976595	0.023405
76	36.00	1.00	185.27	0.976193	0.980061	0.973444	0.026556
77	37.00	1.00	214.19	0.971949	0.977826	0.969811	0.030189
78	38.00	1.00	247.63	0.967051	0.975646	0.965627	0.034373
79	39.00	1.00	286.28	0.961519	0.973530	0.960911	0.039189
80	40.00	1.00	330.97	0.955362	0.971480	0.955730	0.044728
81	41.00	1.00	382.63	0.948678	0.969491	0.949806	0.051094
82	42.00	1.00	442.36	0.941445	0.967563	0.943199	0.058401
83	43.00	1.00	511.41	0.933628	0.965697	0.935919	0.066781
84	44.00	1.00	591.24	0.925261	0.963892	0.928023	0.076377
85	45.00	1.00	683.53	0.916364	0.962140	0.919525	0.087349
86	46.00	1.00	790.23	0.906960	0.960440	0.910527	0.099873
87	47.00	1.00	913.58	0.897082	0.958794	0.899961	0.114139
88	48.00	1.00	1.056.19	0.887763	0.957202	0.889649	0.130351
89	49.00	1.00	1.221.06	0.878028	0.955664	0.879514	0.148726
90	50.00	1.00	1.411.66	0.868890	0.954182	0.869513	0.169487
91	51.00	1.00	1.632.02	0.860372	0.952754	0.860174	0.192860
92	52.00	1.00	1.896.78	0.852403	0.951386	0.851593	0.219063
93	53.00	1.00	2.181.30	0.844992	0.950077	0.843700	0.248300
94	54.00	1.00	2.521.78	0.838140	0.948825	0.836493	0.280740
95	55.00	1.00	2.915.44	0.831850	0.947628	0.829860	0.316503
96	56.00	1.00	3.370.54	0.826025	0.946484	0.823790	0.355660
97	57.00	1.00	3.896.67	0.820660	0.945391	0.818198	0.398105
98	58.00	1.00	4.504.93	0.815748	0.944348	0.813082	0.443718
99	59.00	1.00	5.208.14	0.811281	0.943354	0.808346	0.492664
100	60.00	1.00	6.021.12	0.807250	0.942419	0.803981	0.545039

**GRADUACIÓN MASCULINA
MÉTODO GOMPERTZ - MAKEHAM**

Edad	Prueba de ajuste											Total	Frec Real	Dif	Dif ²
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999					
40	0.21	0.22	0.18	0.26	0.22	0.18	0.22	0.22	0.26	0.26	2.22	1	1.22	1.50	
41	0.20	0.21	0.22	0.17	0.25	0.23	0.18	0.22	0.22	0.26	2.16	1	1.16	1.37	
42	0.26	0.20	0.21	0.22	0.17	0.25	0.23	0.18	0.21	0.22	2.13	1	1.13	1.28	
43	0.31	0.25	0.20	0.21	0.21	0.17	0.25	0.23	0.18	0.21	2.22	0	2.22	4.92	
44	0.25	0.30	0.26	0.19	0.21	0.21	0.17	0.25	0.23	0.18	2.24	1	1.24	1.56	
45	0.25	0.24	0.31	0.25	0.19	0.21	0.22	0.17	0.24	0.23	2.31	0	2.31	5.32	
46	0.27	0.25	0.24	0.30	0.25	0.19	0.21	0.22	0.16	0.24	2.33	0	2.33	5.45	
47	0.22	0.27	0.26	0.24	0.30	0.26	0.19	0.21	0.23	0.16	2.33	3	0.67	0.45	
48	0.25	0.22	0.27	0.25	0.23	0.29	0.26	0.20	0.21	0.23	2.40	0	2.40	5.74	
49	0.26	0.25	0.22	0.26	0.24	0.22	0.29	0.26	0.20	0.21	2.44	0	2.44	5.94	
50	0.28	0.27	0.26	0.25	0.25	0.22	0.23	0.27	0.20	0.27	2.51	3	0.49	0.24	
51	0.29	0.28	0.27	0.25	0.23	0.23	0.25	0.23	0.31	0.27	2.61	2	0.61	0.37	
52	0.28	0.30	0.29	0.27	0.26	0.19	0.26	0.25	0.24	0.33	2.66	1	1.66	2.77	
53	0.35	0.28	0.30	0.29	0.27	0.21	0.23	0.27	0.26	0.25	2.72	1	1.72	2.95	
54	0.31	0.36	0.29	0.31	0.30	0.25	0.27	0.25	0.27	0.28	2.88	3	0.12	0.01	
55	0.37	0.32	0.36	0.30	0.32	0.27	0.28	0.27	0.25	0.26	3.06	0	3.06	9.34	
56	0.33	0.39	0.33	0.36	0.30	0.28	0.32	0.30	0.29	0.26	3.20	2	1.20	1.44	
57	0.36	0.36	0.40	0.36	0.39	0.31	0.34	0.34	0.32	0.29	3.46	4	0.54	0.29	
58	0.40	0.42	0.40	0.38	0.44	0.39	0.40	0.33	0.36	0.32	3.72	2	1.72	2.95	
59	0.40	0.42	0.40	0.38	0.44	0.39	0.44	0.35	0.38	0.36	3.96	5	1.02	1.05	
60	0.38	0.42	0.44	0.43	0.33	0.45	0.42	0.46	0.38	0.39	4.17	6	0.63	0.63	
61	0.36	0.41	0.44	0.47	0.45	0.40	0.50	0.44	0.49	0.39	4.36	7	2.64	6.94	
62	0.38	0.38	0.43	0.47	0.50	0.47	0.44	0.54	0.46	0.52	4.59	4	0.59	0.34	
63	0.41	0.41	0.41	0.47	0.50	0.54	0.51	0.47	0.57	0.49	4.78	7	2.22	4.91	
64	0.32	0.45	0.43	0.44	0.50	0.53	0.57	0.55	0.51	0.61	4.91	7	2.09	4.37	
65	0.37	0.35	0.49	0.46	0.48	0.53	0.56	0.62	0.59	0.56	5.00	5	0.00	0.00	
66	0.25	0.40	0.39	0.53	0.51	0.52	0.55	0.61	0.66	0.64	5.04	10	4.96	24.59	
67	0.41	0.27	0.44	0.42	0.59	0.56	0.57	0.60	0.67	0.72	5.24	4	1.24	1.53	
68	0.44	0.53	0.44	0.29	0.49	0.45	0.55	0.62	0.69	0.66	0.74	5.45	5	0.45	0.21
69	0.42	0.59	0.49	0.31	0.52	0.50	0.70	0.68	0.65	0.73	5.57	8	2.43	5.92	
70	0.44	0.45	0.63	0.54	0.35	0.58	0.54	0.75	0.72	0.71	5.73	9	3.27	10.70	
71	0.32	0.49	0.49	0.69	0.58	0.38	0.64	0.61	0.82	0.77	5.79	10	4.21	17.74	
72	0.32	0.36	0.55	0.50	0.76	0.65	0.42	0.67	0.67	0.91	5.82	13	7.18	51.59	
73	0.35	0.37	0.40	0.52	0.53	0.84	0.73	0.46	0.75	0.71	5.77	7	1.23	1.53	
74	0.45	0.37	0.41	0.45	0.66	0.60	0.95	0.79	0.52	0.95	6.06	4	2.06	4.23	
75	0.44	0.51	0.40	0.44	0.51	0.75	0.68	1.05	0.87	0.66	6.23	6	0.23	0.05	
76	0.32	0.50	0.55	0.42	0.50	0.56	0.85	0.74	1.17	0.98	6.61	6	0.61	0.38	
77	0.42	0.30	0.57	0.60	0.45	0.57	0.58	0.94	1.00	0.82	1.33	6.88	9	2.45	6.00
78	0.45	0.48	0.31	0.62	0.68	0.52	0.58	0.62	0.82	0.68	6.08	8	1.92	3.67	
79	0.55	0.47	0.51	0.35	0.67	0.74	0.59	0.67	0.71	1.10	6.25	9	2.56	7.03	
80	0.36	0.63	0.54	0.68	0.36	0.72	0.85	0.67	0.67	0.76	6.13	6	0.13	0.02	
81	0.51	0.36	0.72	0.51	0.56	0.36	0.82	0.92	0.72	0.66	6.23	9	2.77	7.65	
82	0.53	0.58	0.35	0.82	0.64	0.58	0.41	0.88	0.88	0.82	6.48	5	1.48	2.20	
83	0.47	0.60	0.53	0.33	0.87	0.73	0.67	0.47	0.93	1.00	6.61	6	0.61	0.37	
84	0.38	0.53	0.61	0.53	0.31	0.92	0.84	0.61	0.53	1.07	6.34	5	1.34	1.79	
85	0.26	0.35	0.35	0.70	0.61	0.26	0.96	0.87	0.70	0.61	5.88	7	1.32	1.75	
86	0.20	0.30	0.40	0.30	0.80	0.60	0.20	1.10	0.90	0.70	5.49	7	1.51	2.27	
87	0.23	0.23	0.34	0.34	0.34	0.80	0.57	0.23	1.14	0.80	5.82	9	3.98	15.82	
88	0.26	0.26	0.13	0.13	0.39	0.39	0.65	0.52	0.26	0.91	3.91	10	6.09	37.06	
89	0.59	0.30	0.30	0.15	0.15	0.30	0.45	0.45	0.59	0.15	3.42	4	0.58	0.34	
90	0.34	0.68	0.34	0.34	0.17	0.17	0.17	0.34	0.51	0.51	3.56	1	2.56	6.55	
91		0.39	0.77	0.35	0.39		0.19	0.19	0.39		5.68	2	1.28	1.63	
92	0.22		0.44	0.44	0.44	0.44			0.44		2.63	2	0.63	0.40	
93		0.25	0.40	0.25	0.50	0.50	0.50		0.25		2.23	2	0.23	0.06	
94			0.28	0.28	0.28	0.28		0.56		0.28	1.68	4	2.32	5.36	
95	0.32					0.32			0.32		1.58	0	1.58	2.50	
96		0.35					0.36			0.36	1.07	2	0.93	0.87	
97			0.40					0.40			0.60	0	0.60	0.53	
98				0.44					0.44		0.88	1	0.11	0.01	
99											0.00	1	1.00	1.00	
100											0.00	0			

∑ Total 295.60
 Desviación estándar **2.2196**
 Correlación **0.8223**
 Coeficiente de variación **0.5287**

**GRADUACIÓN FEMENINA
MÉTODO GOMPERTZ - MAKEHAM**

EDAD	qx	px	Log10(ia)	qx'
	1900 - 1990	1900 - 1990		1900 - 1990
40	0.00395	0.9960474	0.00172	0.00118
41	0.00132	0.9986825	0.00057	0.00128
42	-	1.0000000	-	0.00139
43	-	1.0000000	-	0.00151
44	-	1.0000000	-	0.00164
45	-	1.0000000	-	0.00180
46	-	1.0000000	-	0.00197
47	0.00168	0.9983165	0.00073	0.00216
48	0.00168	0.9983165	0.00073	0.00237
49	0.00168	0.9983165	0.00073	0.00261
50	-	1.0000000	-	0.00287
51	-	1.0000000	-	0.00317
52	0.00175	0.9982456	0.00076	0.00349
53	0.00175	0.9982456	0.00076	0.00386
54	0.00350	0.9965004	0.00152	0.00426
55	0.00175	0.9982548	0.00076	0.00471
56	0.00328	0.9967187	0.00143	0.00521
57	0.00299	0.9970083	0.00130	0.00576
58	0.00434	0.9956842	0.00189	0.00638
59	0.00280	0.9973003	0.00122	0.00705
60	0.00402	0.9959785	0.00175	0.00782
61	0.00405	0.9959509	0.00176	0.00865
62	0.00679	0.9932074	0.00296	0.00958
63	0.00550	0.9944959	0.00240	0.01061
64	0.00558	0.9944246	0.00243	0.01175
65	0.00571	0.9942945	0.00248	0.01301
66	0.00728	0.9927205	0.00317	0.01440
67	0.00903	0.9909737	0.00394	0.01594
68	0.01142	0.9885841	0.00499	0.01765
69	0.01417	0.9858328	0.00620	0.01954
70	0.01902	0.9849822	0.00657	0.02162
71	0.02125	0.9787511	0.00933	0.02393
72	0.02273	0.9772711	0.00998	0.02647
73	0.03456	0.9654385	0.01528	0.02929
74	0.02930	0.9707022	0.01291	0.03239
75	0.02986	0.9701445	0.01316	0.03582
76	0.02173	0.9782656	0.00854	0.03960
77	0.01952	0.9804801	0.00856	0.04376
78	0.02709	0.9729063	0.01193	0.04856
79	0.03503	0.9649720	0.01549	0.05341
80	0.04811	0.9518940	0.02141	0.05894
81	0.05924	0.9407647	0.02652	0.06511
82	0.06824	0.9317596	0.03070	0.07184
83	0.09370	0.9063004	0.04273	0.07924
84	0.07449	0.9255091	0.03362	0.08737
85	0.06461	0.9353856	0.02901	0.09627
86	0.04111	0.9588912	0.01823	0.10603
87	0.09133	0.9066663	0.04160	0.11671
88	0.11819	0.8818144	0.05462	0.12838
89	0.16590	0.8341954	0.07873	0.14112
90	0.13611	0.8638889	0.06354	0.15500
91	0.08444	0.9055556	0.04308	0.17018
92	0.02778	0.9722222	0.01223	0.18650
93	-	1.0000000	-	0.20424
94	-	1.0000000	-	0.22350
95	0.16667	0.8333333	0.07918	0.24423
96	0.16667	0.8333333	0.07918	0.26653
97	0.16667	0.8333333	0.07918	0.29045
98	-	-	-	0.31601
99	-	-	-	0.34323

YO

Y1

Y2

Y3

**GRADUACIÓN FEMENINA
MÉTODO GOMPertz - MAKEHAM**

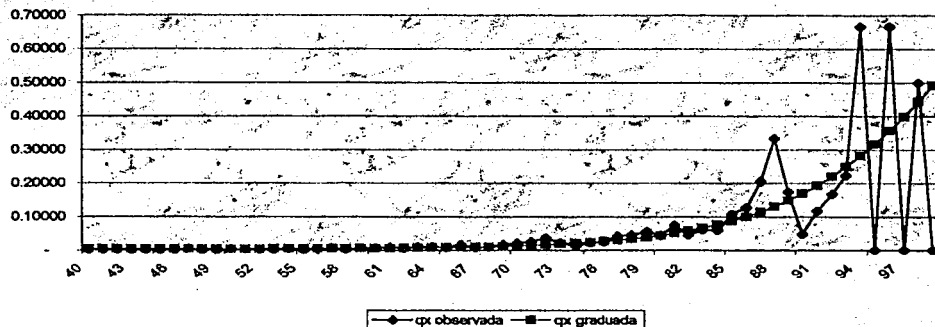
Coeficientes									
g = 1 0000176		g = 0 9989371		C = 1 1067056			K = 0 9998798		
x	x'	B*x	C*x	Vx	Vx*2	Vx*px	px'	qx'	
40	0	1.00	1.00	0.998937	0.997875	0.994989	0.998617	0.001183	
41	1	1.00	1.11	0.998841	0.997684	0.997525	0.998721	0.001279	
42	2	1.00	1.22	0.998734	0.997469	0.996734	0.998613	0.001387	
43	3	1.00	1.36	0.998612	0.997227	0.996127	0.998492	0.001508	
44	4	1.00	1.50	0.998476	0.996955	0.995676	0.998356	0.001644	
45	5	1.00	1.66	0.998324	0.996651	0.995324	0.998204	0.001796	
46	6	1.00	1.84	0.998153	0.996310	0.995153	0.998034	0.001966	
47	7	1.00	2.03	0.997963	0.995930	0.994963	0.997843	0.002157	
48	8	1.00	2.25	0.997750	0.995506	0.994750	0.997630	0.002370	
49	9	1.00	2.49	0.997513	0.995033	0.994513	0.997393	0.002607	
50	10	1.00	2.76	0.997249	0.994505	0.994249	0.997129	0.002871	
51	11	1.00	3.05	0.996955	0.993918	0.993955	0.996835	0.003165	
52	12	1.00	3.38	0.996627	0.993266	0.993627	0.996507	0.003493	
53	13	1.00	3.74	0.996263	0.992540	0.993263	0.996143	0.003857	
54	14	1.00	4.13	0.995858	0.991734	0.992837	0.995738	0.004262	
55	15	1.00	4.56	0.995409	0.990838	0.992361	0.995299	0.004711	
56	16	1.00	5.06	0.994909	0.989845	0.991845	0.994790	0.005210	
57	17	1.00	5.60	0.994355	0.988742	0.991380	0.994236	0.005764	
58	18	1.00	6.20	0.993741	0.987520	0.990842	0.993621	0.006379	
59	19	1.00	6.86	0.993059	0.986166	0.990279	0.992940	0.007060	
60	20	1.00	7.60	0.992303	0.984665	0.989631	0.992184	0.007816	
61	21	1.00	8.41	0.991465	0.983004	0.988745	0.991346	0.008654	
62	22	1.00	9.30	0.990537	0.981164	0.987809	0.990418	0.009582	
63	23	1.00	10.30	0.989508	0.979129	0.986803	0.989391	0.010609	
64	24	1.00	11.40	0.988371	0.976878	0.985661	0.988252	0.011748	
65	25	1.00	12.61	0.987111	0.974389	0.984479	0.986993	0.013007	
66	26	1.00	13.96	0.985717	0.971638	0.983151	0.985596	0.014402	
67	27	1.00	15.45	0.984174	0.968598	0.981691	0.984056	0.015944	
68	28	1.00	17.10	0.982468	0.965243	0.980125	0.982349	0.017651	
69	29	1.00	18.92	0.980581	0.961538	0.978469	0.980463	0.019537	
70	30	1.00	20.94	0.978495	0.957452	0.976730	0.978377	0.021623	
71	31	1.00	23.17	0.976190	0.952946	0.974911	0.976072	0.023928	
72	32	1.00	25.65	0.973643	0.947981	0.972913	0.973526	0.026474	
73	33	1.00	28.38	0.970831	0.942512	0.970727	0.970714	0.029286	
74	34	1.00	31.41	0.967726	0.936493	0.968273	0.967609	0.032391	
75	35	1.00	34.76	0.964299	0.929873	0.965510	0.964183	0.035817	
76	36	1.00	38.47	0.960519	0.922598	0.962643	0.960404	0.039596	
77	37	1.00	42.58	0.956352	0.914609	0.959684	0.956237	0.043763	
78	38	1.00	47.12	0.951759	0.905845	0.956592	0.951644	0.048356	
79	39	1.00	52.15	0.946700	0.896240	0.953339	0.946586	0.053414	
80	40	1.00	57.71	0.941130	0.885726	0.949956	0.941017	0.058983	
81	41	1.00	63.81	0.935003	0.874231	0.946451	0.934991	0.065109	
82	42	1.00	70.69	0.928267	0.861679	0.942819	0.929155	0.071845	
83	43	1.00	78.23	0.920866	0.847995	0.938981	0.923756	0.079254	
84	44	1.00	86.58	0.912743	0.833100	0.934952	0.917634	0.087366	
85	45	1.00	95.82	0.903835	0.816918	0.930683	0.903727	0.096273	
86	46	1.00	106.04	0.894077	0.799373	0.926192	0.893969	0.106031	
87	47	1.00	117.36	0.883398	0.780391	0.921474	0.883291	0.116709	
88	48	1.00	129.88	0.871726	0.759906	0.916531	0.871621	0.128279	
89	49	1.00	143.74	0.858987	0.737859	0.911363	0.858884	0.141116	
90	50	1.00	159.08	0.845104	0.714201	0.905976	0.845003	0.154997	
91	51	1.00	176.05	0.830000	0.688900	0.900361	0.829900	0.170100	
92	52	1.00	194.84	0.813597	0.661939	0.894531	0.813499	0.186501	
93	53	1.00	215.63	0.795819	0.633328	0.888498	0.795724	0.204276	
94	54	1.00	238.64	0.776586	0.603101	0.882261	0.776503	0.223497	
95	55	1.00	264.10	0.755881	0.571326	0.875824	0.755770	0.244230	
96	56	1.00	292.28	0.733557	0.538105	0.869191	0.733468	0.266532	
97	57	1.00	323.47	0.709637	0.503385	0.862364	0.709552	0.290448	
98	58	1.00	357.98	0.684073	0.467996	0.855351	0.683981	0.316009	
99	59	1.00	396.18	0.656851	0.431454	0.848154	0.656772	0.343278	
100	60	1.00	438.46	0.627985	0.394365	0.840779	0.627509	0.372091	

**GRADUACIÓN FEMENINA
MÉTODO GOMPERTZ - MAKEHAM**

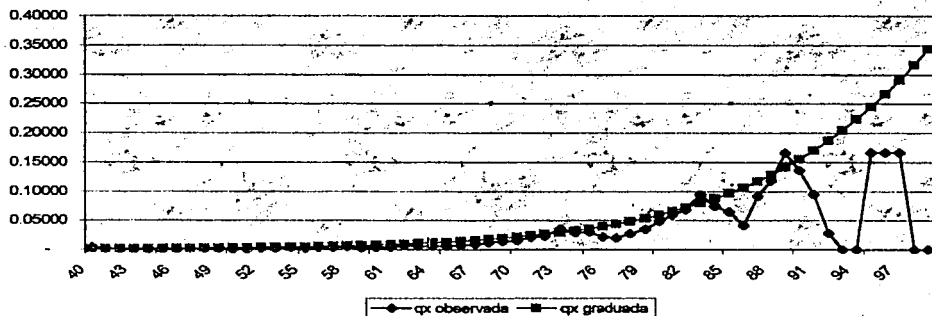
Edad	Prueba de ajuste										Total	Frec Real	Dif	Dif ²
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999				
40	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.02	0.02	0.04	0.03	0.03	0.30	1	0.70	0.49
41	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04	0.32	0	0.32	0.10
42	0.02	0.03	0.03	0.04	0.03	0.03	0.05	0.03	0.03	0.04	0.32	0	0.32	0.10
43	0.03	0.02	0.03	0.03	0.04	0.03	0.03	0.05	0.03	0.03	0.34	0	0.34	0.11
44	0.03	0.04	0.02	0.03	0.04	0.04	0.03	0.04	0.05	0.03	0.36	0	0.36	0.13
45	0.04	0.03	0.04	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.06	0.40	0	0.40	0.16
46	0.03	0.04	0.04	0.05	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.40	0	0.40	0.16
47	0.04	0.03	0.05	0.04	0.05	0.03	0.04	0.05	0.06	0.05	0.43	0	0.43	0.18
48	0.04	0.04	0.04	0.05	0.04	0.05	0.03	0.05	0.05	0.07	0.47	1	0.53	0.28
49	0.03	0.05	0.05	0.04	0.05	0.04	0.06	0.03	0.05	0.05	0.46	0	0.46	0.21
50	0.07	0.04	0.05	0.05	0.04	0.04	0.06	0.05	0.07	0.04	0.53	0	0.53	0.28
51	0.07	0.07	0.04	0.06	0.07	0.04	0.08	0.05	0.08	0.04	0.60	0	0.60	0.36
52	0.06	0.08	0.08	0.05	0.07	0.07	0.05	0.08	0.06	0.09	0.68	0	0.68	0.46
53	0.08	0.07	0.09	0.09	0.05	0.07	0.07	0.05	0.09	0.06	0.73	1	0.27	0.07
54	0.06	0.09	0.08	0.10	0.11	0.06	0.08	0.08	0.06	0.10	0.81	0	0.81	0.65
55	0.12	0.06	0.09	0.09	0.11	0.12	0.06	0.09	0.09	0.07	0.90	1	0.10	0.01
56	0.14	0.13	0.06	0.11	0.11	0.12	0.14	0.07	0.10	0.10	1.08	0	1.08	1.17
57	0.13	0.16	0.16	0.07	0.13	0.13	0.13	0.16	0.08	0.12	1.25	1	0.25	0.06
58	0.17	0.14	0.18	0.18	0.09	0.15	0.13	0.15	0.18	0.09	1.46	1	0.46	0.21
59	0.20	0.20	0.16	0.20	0.20	0.10	0.16	0.16	0.18	0.20	1.75	1	0.75	0.56
60	0.17	0.22	0.23	0.18	0.22	0.22	0.12	0.20	0.18	0.20	1.93	0	1.93	3.73
61	0.17	0.20	0.25	0.26	0.20	0.25	0.24	0.13	0.22	0.23	2.15	2	0.15	0.02
62	0.18	0.20	0.22	0.28	0.29	0.22	0.27	0.28	0.15	0.24	2.33	1	1.33	1.76
63	0.21	0.20	0.22	0.24	0.30	0.33	0.25	0.29	0.33	0.20	2.58	2	0.58	0.33
64	0.19	0.23	0.22	0.25	0.27	0.33	0.36	0.27	0.32	0.38	2.82	1	1.02	3.31
65	0.23	0.22	0.26	0.26	0.29	0.31	0.38	0.40	0.31	0.34	3.00	1	2.00	4.02
66	0.29	0.26	0.26	0.32	0.32	0.32	0.35	0.43	0.45	0.36	3.34	2	1.34	1.80
67	0.18	0.32	0.29	0.30	0.35	0.38	0.38	0.40	0.49	0.49	3.59	2	1.59	2.52
68	0.18	0.19	0.37	0.35	0.35	0.39	0.44	0.42	0.44	0.55	3.69	2	1.69	2.85
69	0.18	0.21	0.21	0.41	0.39	0.39	0.45	0.53	0.45	0.49	3.71	3	0.71	0.51
70	0.13	0.22	0.26	0.34	0.30	0.43	0.45	0.48	0.55	0.52	3.78	3	0.78	0.61
71	0.22	0.14	0.24	0.29	0.29	0.57	0.53	0.50	0.53	0.65	3.95	2	1.95	3.80
72	0.26	0.24	0.08	0.24	0.34	0.32	0.69	0.58	0.50	0.58	3.84	5	1.16	1.35
73	0.38	0.29	0.26	0.18	0.21	0.38	0.32	0.79	0.67	0.59	4.07	3	1.07	1.15
74	0.26	0.39	0.36	0.29	0.19	0.23	0.39	0.36	0.87	0.74	4.08	6	1.92	3.68
75	0.14	0.29	0.43	0.43	0.32	0.21	0.25	0.43	0.39	0.93	3.63	2	1.63	3.36
76	0.16	0.16	0.32	0.44	0.55	0.36	0.20	0.28	0.51	0.44	3.41	2	1.41	1.97
77	0.39	0.18	0.18	0.31	0.53	0.66	0.39	0.26	0.31	0.57	3.76	2	1.76	3.11
78	0.44	0.44	0.19	0.19	0.34	0.58	0.73	0.44	0.34	0.34	4.01	1	3.01	9.08
79	0.48	0.48	0.48	0.27	0.27	0.43	0.59	0.80	0.48	0.37	4.65	4	0.65	0.42
80	0.41	0.47	0.53	0.53	0.24	0.29	0.41	0.65	0.94	0.53	5.01	4	1.01	1.03
81	0.46	0.46	0.46	0.59	0.52	0.26	0.33	0.39	0.65	0.98	5.08	4	1.08	1.16
82	0.14	0.50	0.50	0.36	0.65	0.57	0.29	0.36	0.43	0.72	4.53	5	0.47	0.22
83	0.32	0.16	0.55	0.48	0.40	0.63	0.48	0.40	0.40	0.48	4.28	4	0.28	0.08
84	-	0.35	0.17	0.52	0.44	0.35	0.70	0.61	0.44	0.52	4.11	6	1.89	3.59
85	0.39	-	0.39	0.18	0.67	0.39	0.48	0.67	0.77	0.48	4.43	1	3.43	11.76
86	0.42	0.42	-	0.42	0.71	0.74	0.42	0.42	0.74	0.58	4.77	2	2.77	7.68
87	0.12	0.47	0.35	-	0.35	0.47	0.82	0.47	0.35	0.70	4.08	2	2.08	4.36
88	0.13	-	0.39	0.39	-	0.39	0.51	1.16	0.39	0.39	3.72	5	1.28	1.63
89	-	0.14	-	0.42	0.42	-	0.42	0.56	1.13	0.28	3.95	3	0.39	0.15
90	0.15	-	0.15	0.15	0.31	0.31	-	0.46	0.46	1.08	3.10	4	0.80	0.81
91	-	-	-	0.17	0.17	0.34	0.34	0.17	0.34	0.51	2.04	1	1.04	1.08
92	-	-	-	-	-	0.19	0.37	0.19	0.19	0.37	1.31	0	1.31	1.70
93	0.20	-	-	-	-	-	0.20	0.41	0.20	0.20	1.23	0	1.23	1.50
94	-	0.22	-	-	-	-	-	0.22	0.45	0.22	1.12	0	1.12	1.25
95	-	-	0.24	-	-	-	-	-	0.24	0.49	0.98	0	0.98	0.95
96	-	-	-	0.27	-	-	-	-	-	0.27	0.53	1	0.47	0.22
97	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0.00	0
98	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0.00	0
99	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0.00	0
100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0.00	0

Total	94.33
Derivación estándar	1.2538
Correlación	0.6288
Coefficiente de variación	0.7918

Graduación Masculina. Método Gompertz - Makeham



Graduación Femenina. Método Gompertz - Makeham



4.4 Aplicación de la Metodología Propuesta

En la aplicación de este método, primero se suavizó qx de los datos originales utilizando promedios móviles, se obtuvo la probabilidad de vida $(1 - qx)$ y sobre esta se utilizó la metodología propuesta.

A continuación se muestran los resultados.

**GRADUACIÓN MASCULINA
MÉTODO DOBLE EXPONENCIAL**

Edad	Prueba de ajuste										Total	Frac Real	DIF	DIF ²	
	1950	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999					
40	0.04	0.04	0.03	0.04	0.04	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.08	1	0.82	0.39
41	0.04	0.04	0.04	0.03	0.05	0.04	0.03	0.04	0.04	0.04	0.05	0.41	1	0.59	0.34
42	0.05	0.04	0.04	0.05	0.04	0.05	0.05	0.04	0.05	0.05	0.05	0.45	1	0.55	0.30
43	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05	0.04	0.06	0.06	0.04	0.05	0.53	0	0.53	0.28
44	0.07	0.08	0.07	0.05	0.05	0.05	0.06	0.04	0.07	0.06	0.05	0.60	1	0.40	0.16
45	0.07	0.07	0.09	0.07	0.08	0.06	0.06	0.06	0.05	0.07	0.07	0.68	0	0.89	0.46
46	0.09	0.08	0.08	0.10	0.08	0.06	0.07	0.07	0.05	0.08	0.07	0.77	0	0.77	0.59
47	0.06	0.10	0.09	0.09	0.11	0.09	0.07	0.08	0.08	0.06	0.05	0.85	3	2.15	4.83
48	0.10	0.09	0.11	0.10	0.09	0.12	0.11	0.08	0.08	0.09	0.09	0.87	0	0.97	0.83
49	0.12	0.11	0.16	0.12	0.11	0.12	0.11	0.13	0.12	0.09	0.09	1.09	0	1.09	1.18
50	0.14	0.13	0.13	0.14	0.12	0.13	0.13	0.15	0.13	0.10	0.12	1.23	3	1.77	2.13
51	0.15	0.15	0.14	0.14	0.12	0.13	0.13	0.15	0.17	0.15	0.14	1.41	2	0.58	0.35
52	0.16	0.18	0.17	0.16	0.15	0.11	0.15	0.17	0.17	0.19	0.17	1.57	1	0.57	0.33
53	0.23	0.18	0.19	0.19	0.18	0.14	0.15	0.17	0.17	0.18	0.17	1.75	3	0.98	0.85
54	0.22	0.26	0.20	0.22	0.21	0.17	0.19	0.17	0.19	0.19	0.22	2.32	0	2.32	5.40
55	0.26	0.24	0.29	0.23	0.24	0.20	0.22	0.21	0.19	0.21	0.22	2.62	0	0.83	0.39
56	0.27	0.32	0.27	0.31	0.25	0.23	0.26	0.25	0.24	0.22	0.63	2	0.26	0.20	
57	0.32	0.31	0.35	0.32	0.35	0.27	0.30	0.30	0.28	0.26	0.30	3.05	4	0.85	0.80
58	0.38	0.36	0.34	0.30	0.35	0.38	0.31	0.34	0.34	0.30	0.50	2	1.50	2.24	
59	0.40	0.42	0.40	0.38	0.44	0.39	0.44	0.35	0.38	0.38	0.38	3.98	5	1.02	1.04
60	0.40	0.45	0.47	0.45	0.42	0.49	0.45	0.49	0.40	0.42	0.42	4.42	5	0.58	0.34
61	0.40	0.45	0.48	0.52	0.51	0.45	0.56	0.49	0.54	0.44	0.46	4.86	7	2.14	4.59
62	0.44	0.44	0.50	0.55	0.58	0.55	0.52	0.62	0.53	0.60	0.53	5.34	4	1.34	1.78
63	0.50	0.50	0.50	0.57	0.60	0.65	0.62	0.57	0.69	0.60	0.57	5.79	7	1.21	1.45
64	0.41	0.56	0.54	0.55	0.62	0.66	0.71	0.69	0.64	0.77	0.61	6.15	7	0.85	0.72
65	0.49	0.45	0.62	0.62	0.66	0.71	0.69	0.64	0.77	0.72	0.64	6.44	5	1.44	2.09
66	0.33	0.53	0.50	0.70	0.82	0.88	0.73	0.81	0.87	0.84	0.88	8.68	10	3.34	11.18
67	0.55	0.37	0.60	0.56	0.79	0.75	0.76	0.80	0.90	0.97	0.70	4	3	3.05	8.27
68	0.73	0.60	0.40	0.67	0.61	0.88	0.84	0.80	0.90	1.01	0.74	4	5	2.44	5.86
69	0.58	0.81	0.67	0.43	0.72	0.59	0.95	0.91	0.89	1.01	0.73	8	9	0.33	0.11
70	0.61	0.63	0.89	0.75	0.48	0.81	0.75	1.04	1.00	0.99	0.73	8	9	1.97	1.14
71	0.44	0.68	0.68	0.96	0.80	0.52	0.88	0.84	1.14	1.06	0.83	10	10	3.98	3.98
72	0.45	0.49	0.76	0.70	1.06	0.90	0.58	0.92	0.92	1.28	0.85	13	4	4.95	24.48
73	0.48	0.50	0.55	0.68	0.73	1.16	1.01	0.63	1.03	0.98	0.79	7	0	0.94	0.88
74	0.52	0.51	0.55	0.62	0.90	0.92	1.30	1.07	0.71	1.16	0.27	4	4	4.27	18.22
75	0.80	0.70	0.54	0.60	0.70	1.01	0.92	1.42	1.17	0.76	0.41	8	8	2.41	5.78
76	0.42	0.67	0.74	0.57	0.67	0.74	1.13	0.98	1.56	1.31	0.81	6	6	2.81	7.81
77	0.55	0.40	0.75	0.79	0.59	0.75	0.71	1.23	1.07	1.74	0.60	9	9	0.40	0.16
78	0.58	0.62	0.40	0.80	0.89	0.67	0.75	0.80	1.29	1.06	0.85	8	8	0.15	0.03
79	0.59	0.50	0.64	0.45	0.64	0.94	0.74	0.64	0.89	1.39	0.04	9	9	0.96	0.92
80	0.44	0.79	0.72	0.72	0.44	0.89	1.05	0.83	0.83	0.94	0.70	6	6	1.60	2.56
81	0.62	0.43	0.67	0.74	0.68	0.43	0.49	1.04	1.04	0.97	0.60	6	6	0.43	2.05
82	0.62	0.69	0.42	0.97	0.75	0.60	0.77	0.54	0.61	0.68	0.27	7	7	2.69	7.26
83	0.54	0.70	0.62	0.39	1.01	0.85	0.55	1.04	0.95	0.69	0.51	12	1	1.87	2.77
84	0.43	0.61	0.68	0.61	0.35	1.04	0.95	0.69	0.61	1.21	0.71	5	5	2.17	4.73
85	0.29	0.30	0.39	0.77	0.68	0.29	1.08	0.98	0.77	0.68	0.27	7	7	0.73	0.53
86	0.22	0.32	0.43	0.32	0.86	0.65	0.22	1.18	0.97	0.75	0.52	7	7	1.08	1.18
87	0.24	0.24	0.36	0.36	0.36	0.36	0.40	0.60	0.24	1.20	0.84	5	9	3.79	13.89
88	0.27	0.27	0.13	0.13	0.40	0.40	0.67	0.53	0.27	0.93	4.00	10	6	6.00	35.88
89	0.59	0.30	0.30	0.15	0.15	0.30	0.45	0.45	0.59	0.15	3.41	4	4	0.59	0.34
90	0.33	0.66	0.33	0.33	0.18	0.18	0.18	0.33	0.49	0.49	3.46	1	1	2.46	8.07
91		0.37	0.73	0.37	0.37	0.37	0.18	0.18	0.37	0.55	3.11	2	2	1.11	1.24
92			0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.20	0.20	0.41	2.44	2	2	0.44	0.19
93		0.22		0.45	0.22	0.45	0.45		0.22		2.02	2	2	0.07	0.00
94			0.25		0.25	0.25		0.50		0.25	1.49	4	4	2.51	6.30
95				0.27		0.27	0.27	0.27	0.27		1.37	0	0	1.37	1.88
96		0.30						0.30		0.30	0.91	2	2	1.09	1.20
97			0.33						0.33		0.66	0	0	0.66	0.44
98				0.36						0.36	0.73	1	1	0.27	0.07
99											0.00	1	1	1.00	1.00
100											0.00	0	0		

Total	215.77
Desviación estándar	1.8927
Coeficiente	0.6775
Coeficiente de variación	0.4479

**GRADUACIÓN FEMENINA
MÉTODO DOBLE EXPONENCIAL**

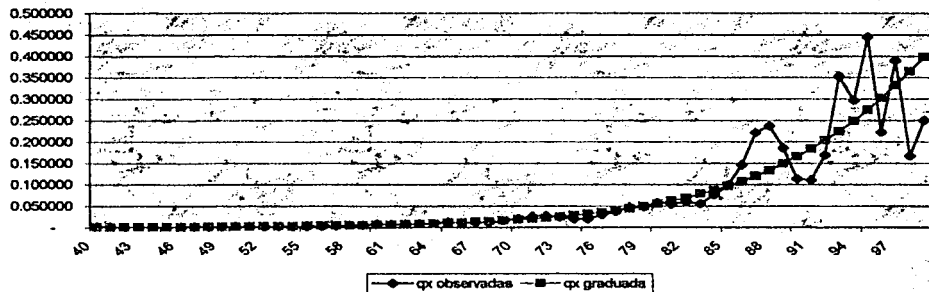
Edad	qx	m =		Coeficientes						y'	y	qx'
		qx	px	ln(px)	y	x	0	b =	-7.4625			
40	0 003953	0 003953	0 996047	0 003960	5 531410	0	0	-	7 458900	0 000576	998424	0 000578
41	-	0 001318	0 998682	0 001318	6 631343	1	1	6 6313	7 352500	0 000641	999359	0 000641
42	-	-	1 000000	-	-	2	4	-	7 246100	0 000713	999287	0 000713
43	-	-	1 000000	-	-	3	9	-	7 139700	0 000793	999207	0 000793
44	-	-	1 000000	-	-	4	16	-	6 926900	0 000891	999019	0 000891
45	-	-	1 000000	-	-	5	25	-	6 620500	0 001091	998695	0 001091
46	-	-	1 000000	-	-	6	36	-	7 033300	0 000882	999118	0 000882
47	-	0 001684	0 998316	0 001685	6 386037	7	49	44 7023	6 714100	0 001214	998787	0 001213
48	0 005051	0 001684	0 998316	0 001685	6 386037	8	64	51 0893	6 607700	0 001350	998651	0 001349
49	-	0 001684	0 998316	0 001685	6 386037	9	81	57 4743	6 501300	0 001501	998500	0 001500
50	-	-	1 000000	-	-	10	100	-	6 394900	0 001670	998321	0 001669
51	-	-	0 998246	-	-	11	121	-	6 288500	0 001858	998144	0 001856
52	-	0 001754	0 998246	0 001756	6 344759	12	144	76 1371	6 182100	0 002056	997936	0 002064
53	0 005263	0 001754	0 998246	0 001756	6 344759	13	169	82 4819	6 075700	0 002298	997705	0 002295
54	-	0 003500	0 996500	0 003506	5 653358	14	196	79 1470	5 969300	0 002556	997447	0 002553
55	0 005236	0 001745	0 998255	0 001747	6 363012	15	225	95 2502	5 862900	0 002843	997161	0 002839
56	-	0 003281	0 996719	0 003287	5 717873	16	256	91 4860	5 756500	0 003162	996843	0 003157
57	0 004608	0 002992	0 997009	0 002996	5 810415	17	289	98 7771	5 650100	0 003517	996489	0 003511
58	0 004608	0 004336	0 995664	0 004345	5 438680	18	324	97 8962	5 543700	0 003912	996096	0 003904
59	0 004032	0 002800	0 997200	0 002804	5 876845	19	361	111 6612	5 437300	0 004351	995664	0 004342
60	-	0 004021	0 995979	0 004030	5 514096	20	400	110 2819	5 330900	0 004840	995172	0 004828
61	0 008032	0 004049	0 995951	0 004057	5 507228	21	441	115 6518	5 224500	0 005383	994631	0 005369
62	0 004115	0 006793	0 993207	0 006816	4 988515	22	484	109 7473	5 118100	0 005987	994031	0 005969
63	0 008230	0 005504	0 994496	0 005519	5 199501	23	529	119 5885	5 010700	0 006660	993363	0 006637
64	0 004167	0 005575	0 994425	0 005591	5 186602	24	576	124 4784	4 905300	0 007407	992620	0 007380
65	0 004329	0 005705	0 994295	0 005722	5 163478	25	625	129 0868	4 798900	0 008229	991795	0 008208
66	0 008621	0 007280	0 992720	0 007306	4 491038	26	676	127 8950	4 692500	0 009164	990878	0 009123
67	0 008889	0 009026	0 990974	0 009067	4 703807	27	729	126 9832	4 586100	0 010193	989859	0 010141
68	0 009569	0 011416	0 988584	0 011482	4 467012	28	784	125 0763	4 479700	0 011337	988727	0 011273
69	0 015789	0 014167	0 985833	0 014269	4 249697	29	841	123 2412	4 373300	0 012610	987470	0 012530
70	0 017143	0 015018	0 984982	0 015132	4 180960	30	900	122 5288	4 268900	0 014025	986073	0 013927
71	0 012121	0 021249	0 978751	0 021478	3 840728	31	961	119 0626	4 160500	0 015600	984521	0 015479
72	0 034863	0 027529	0 972721	0 027591	3 772644	32	1024	120 7246	4 054100	0 017351	982799	0 017201
73	0 021583	0 034762	0 965438	0 035173	3 347480	33	1089	110 4668	3 947700	0 019299	980886	0 019114
74	0 047619	0 029298	0 970702	0 029736	3 515412	34	1156	119 5240	3 841300	0 021466	978763	0 021237
75	0 018692	0 029055	0 970145	0 030310	3 496270	35	1225	122 3694	3 734900	0 023876	976407	0 023593
76	0 023256	0 021734	0 978266	0 021974	3 817892	36	1296	137 4441	3 628500	0 026556	973794	0 026206
77	0 032259	0 019520	0 980480	0 019713	3 926478	37	1369	145 2797	3 522100	0 029537	970895	0 029105
78	0 012048	0 027094	0 972906	0 027467	3 584753	38	1444	136 0606	3 415700	0 032893	967680	0 033220
79	0 045977	0 035028	0 964972	0 035656	3 338332	39	1521	130 0196	3 309300	0 036542	964118	0 036882
80	0 047059	0 048106	0 958184	0 049302	3 009800	40	1600	120 9920	3 202900	0 040544	960111	0 039828
81	0 051282	0 059235	0 947065	0 061062	2 795862	41	1681	114 6303	3 096500	0 045207	955799	0 044201
82	0 079365	0 068240	0 931760	0 070680	2 649586	42	1764	111 2826	2 990100	0 050282	950961	0 049039
83	0 047074	0 093700	0 906300	0 098384	2 318873	43	1849	99 7115	2 883700	0 055927	945608	0 054392
84	0 127660	0 074491	0 925509	0 077411	2 586522	44	1936	112 5794	2 777300	0 062206	939689	0 060311
85	0 021739	0 064614	0 935286	0 065796	2 706106	45	2025	121 7749	2 670900	0 069180	933149	0 066891
86	0 044444	0 041109	0 958991	0 041978	3 170517	46	2116	145 8484	2 564500	0 076958	925929	0 074071
87	0 057143	0 091334	0 908666	0 095777	2 345729	47	2209	110 2493	2 458100	0 085597	917964	0 082036
88	0 172414	0 118186	0 888194	0 125774	2 073272	48	2304	99 5170	2 351700	0 095207	909185	0 090815
89	0 125000	0 165805	0 834195	0 181288	1 706761	49	2401	83 6759	2 245300	0 105896	899518	0 104882
90	0 200000	0 136111	0 863089	0 146311	1 822020	50	2500	96 1010	2 139900	0 117784	888888	0 111112
91	0 083333	0 094444	0 905556	0 099207	2 310550	51	2601	117 8981	2 032500	0 131008	877711	0 122789
92	-	0 027778	1 000000	0 027222	0 261711	52	2704	185 6129	1 926100	0 145715	864404	0 135596
93	-	-	1 000000	-	-	53	2809	-	1 819700	0 162074	850378	0 149622
94	-	-	1 000000	-	-	54	2916	-	1 713300	0 180270	835045	0 164955
95	-	0 166667	0 833333	0 182322	1 701983	55	3032	93 6091	1 608900	0 200508	818131	0 181685
96	0 500000	0 166667	0 833333	0 182322	1 701983	56	3136	95 3131	1 500500	0 222019	800010	0 199900
97	-	0 166667	1 000000	0 182322	1 701983	57	3249	97 0131	1 394100	0 248056	780016	0 219684
98	-	-	1 000000	-	-	58	3364	-	1 287700	0 276700	758885	0 241115
99	-	-	1 000000	-	-	59	3481	-	1 181300	0 306680	738039	0 264039
100	-	-	1 000000	-	-	60	3600	-	1 074900	0 341322	718023	0 289177

GRADUACIÓN FEMENINA MÉTODO DOBLE EXPONENCIAL

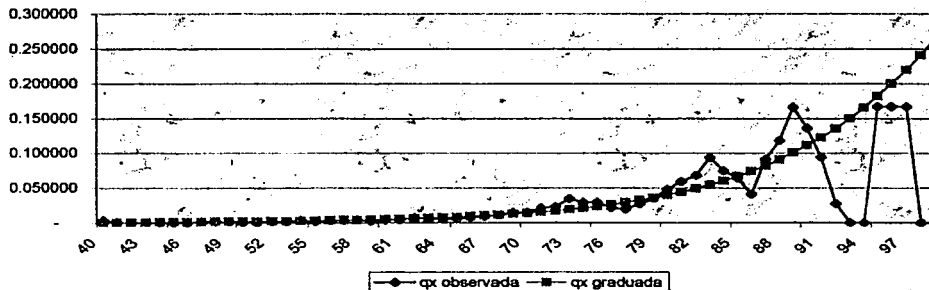
Edad	Prueba de Justicia										Total	Frec Real	Dif	Dif ²	
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999					
40	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.15	1	0.85	0.73	
41	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.16	0	0.16	0.03	
42	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02	0.17	0	0.17	0.03
43	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.02	0.18	0	0.18	0.03	
44	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.19	0	0.19	0.04	
45	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.22	0	0.22	0.05	
46	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.03	0.22	0	0.22	0.05	
47	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.03	0.03	0.03	0.24	0	0.24	0.08	
48	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.03	0.03	0.03	0.24	1	0.73	0.54	
49	0.02	0.03	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.26	0	0.26	0.07	
50	0.04	0.02	0.03	0.03	0.02	0.04	0.03	0.04	0.02	0.04	0.31	0	0.31	0.09	
51	0.04	0.04	0.02	0.04	0.04	0.04	0.03	0.04	0.03	0.04	0.35	0	0.35	0.12	
52	0.04	0.05	0.05	0.03	0.04	0.04	0.03	0.05	0.03	0.05	0.40	0	0.40	0.18	
53	0.05	0.04	0.06	0.06	0.03	0.04	0.04	0.03	0.06	0.03	0.44	1	0.58	0.37	
54	0.03	0.05	0.05	0.06	0.06	0.03	0.05	0.05	0.04	0.08	0.48	0	0.48	0.23	
55	0.07	0.03	0.06	0.05	0.05	0.07	0.07	0.04	0.05	0.05	0.54	1	0.48	0.21	
56	0.08	0.08	0.04	0.07	0.07	0.07	0.09	0.04	0.06	0.06	0.66	0	0.66	0.43	
57	0.08	0.09	0.08	0.04	0.08	0.08	0.08	0.04	0.05	0.07	0.76	1	0.24	0.08	
58	0.11	0.09	0.11	0.11	0.05	0.09	0.08	0.09	0.11	0.05	0.88	0	0.11	0.01	
59	0.12	0.12	0.10	0.12	0.12	0.06	0.10	0.10	0.11	0.13	1.08	1	0.08	0.01	
60	0.11	0.14	0.14	0.11	0.14	0.14	0.07	0.12	0.11	0.12	1.19	0	1.18	1.42	
61	0.11	0.12	0.16	0.16	0.12	0.16	0.15	0.08	0.19	0.14	1.34	2	0.68	0.44	
62	0.11	0.13	0.14	0.17	0.18	0.14	0.17	0.17	0.10	0.15	1.45	1	0.45	0.20	
63	0.13	0.13	0.14	0.15	0.19	0.21	0.16	0.18	0.21	0.13	1.61	2	0.39	0.15	
64	0.12	0.15	0.16	0.18	0.15	0.17	0.21	0.23	0.28	0.23	2.12	2	0.77	0.58	
65	0.16	0.14	0.16	0.18	0.18	0.18	0.20	0.24	0.25	0.31	2.28	1	0.90	0.80	
66	0.18	0.16	0.18	0.20	0.20	0.20	0.20	0.22	0.25	0.20	2.21	1.90	0.12	0.01	
67	0.11	0.20	0.18	0.19	0.22	0.24	0.24	0.25	0.31	0.31	2.38	2	0.28	0.08	
68	0.11	0.12	0.24	0.23	0.23	0.25	0.28	0.27	0.28	0.35	2.38	2	0.38	0.38	
69	0.11	0.14	0.24	0.26	0.25	0.25	0.29	0.34	0.29	0.31	2.38	3	0.62	0.38	
70	0.08	0.14	0.17	0.15	0.32	0.28	0.28	0.31	0.38	0.33	2.44	3	0.58	0.32	
71	0.14	0.09	0.15	0.19	0.19	0.37	0.34	0.33	0.34	0.42	2.55	2	0.55	0.31	
72	0.17	0.15	0.05	0.15	0.22	0.21	0.45	0.30	0.33	0.36	2.68	5	2.51	8.28	
73	0.26	0.18	0.17	0.11	0.13	0.15	0.25	0.21	0.52	0.44	3.08	2.68	0.34	0.12	
74	0.17	0.25	0.23	0.19	0.13	0.15	0.25	0.23	0.28	0.28	3.08	8	3.32	11.05	
75	0.09	0.19	0.28	0.28	0.21	0.14	0.17	0.28	0.57	0.49	2.88	6	0.52	0.28	
76	0.10	0.10	0.21	0.29	0.37	0.44	0.13	0.18	0.34	0.29	2.25	2	0.25	0.08	
77	0.26	0.12	0.12	0.20	0.35	0.44	0.26	0.17	0.20	0.38	2.50	7	0.25	0.08	
78	0.29	0.29	0.13	0.13	0.23	0.39	0.48	0.28	0.23	0.23	2.68	1	1.68	2.83	
79	0.32	0.32	0.32	0.18	0.18	0.29	0.39	0.54	0.32	0.25	3.12	4	0.88	0.77	
80	0.28	0.32	0.36	0.36	0.16	0.20	0.26	0.44	0.64	0.36	3.39	4	0.81	0.36	
81	0.31	0.31	0.31	0.40	0.35	0.18	0.22	0.27	0.44	0.66	3.45	4	0.55	0.31	
82	0.10	0.34	0.36	0.36	0.46	0.39	0.20	0.25	0.29	0.49	3.09	5	1.91	3.65	
83	0.22	0.11	0.38	0.33	0.27	0.44	0.48	0.27	0.27	0.33	2.94	4	1.06	1.13	
84	0.24	0.12	0.36	0.30	0.24	0.44	0.48	0.42	0.30	0.36	2.83	6	3.17	10.02	
85	0.27	0.27	0.13	0.13	0.47	0.27	0.33	0.47	0.63	0.33	3.08	1	2.08	4.31	
86	0.30	0.30	0.30	0.30	0.15	0.52	0.30	0.30	0.52	0.67	3.33	2	1.33	1.78	
87	0.08	0.33	0.25	0.25	0.33	0.57	0.33	0.25	0.49	0.78	2.7	2	0.87	0.76	
88	0.09	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.38	0.82	0.27	0.27	2.63	5	2.37	5.80	
89	0.11	0.10	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.40	0.80	0.20	2.41	3	0.59	0.35	
90	0.11	0.11	0.11	0.11	0.22	0.22	0.22	0.33	0.33	0.78	2.22	4	1.78	3.16	
91	-	-	0.12	0.12	0.12	0.25	0.25	0.12	0.25	0.37	1.47	1	0.47	0.22	
92	-	-	-	-	-	0.14	0.14	0.14	0.14	0.27	0.95	0	0.95	0.90	
93	0.15	-	-	-	-	-	-	0.15	0.15	0.15	0.82	0	0.82	0.82	
94	-	0.16	-	-	-	-	-	0.16	0.16	0.33	0.73	0	0.73	0.53	
95	-	-	0.18	-	-	-	-	-	0.18	0.20	0.40	1	0.60	0.36	
96	-	-	-	0.20	-	-	-	-	-	0.28	0.73	0	0.73	0.53	
97	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0	-	-	
98	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0	-	-	
99	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0	-	-	
100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.00	0	0	-	-	

Total	64.67
Desviación estándar	1.0382
Covariancia	0.6434
Coefficiente de variación	0.5557

Graduación Masculina. Método Doble Exponencial



Graduación Femenina. Método Doble Exponencial



A continuación se muestran las tablas de mortalidad construidas con las probabilidades graduadas (método de la doble exponencial) y se incluyen las tablas de mortalidad construidas a partir de las probabilidades correspondientes a la experiencia mexicana que utilizan las Compañías Aseguradoras; esto, con la finalidad de justificar la construcción de nuevas tablas de mortalidad.

Tabla de Mortalidad Masculina
Experiencia de una Compañía Privada

Edad	l(x)	d(x)	q(x)	p(x)	e(x)
40	1.000	1	0.000574	0.999426	41.29
41	999	1	0.000643	0.999357	40.33
42	999	1	0.000722	0.999278	39.35
43	998	1	0.000810	0.999190	38.38
44	997	1	0.000908	0.999092	37.41
45	996	1	0.001015	0.998993	36.45
46	995	1	0.001143	0.998897	35.48
47	994	1	0.001282	0.998818	34.53
48	993	1	0.001439	0.998651	33.57
49	991	2	0.001614	0.998396	32.62
50	990	2	0.001810	0.998150	31.67
51	988	2	0.002031	0.997969	30.73
52	986	2	0.002278	0.997722	29.78
53	984	3	0.002555	0.997445	28.86
54	981	3	0.002866	0.997134	27.93
55	973	3	0.003215	0.996785	27.01
56	975	4	0.003606	0.996394	26.10
57	972	4	0.004044	0.995956	25.19
58	968	4	0.004536	0.995484	24.30
59	964	5	0.005088	0.994912	23.41
60	959	5	0.005706	0.994294	22.53
61	953	6	0.006399	0.993601	21.66
62	947	7	0.007176	0.992824	20.80
63	940	8	0.008047	0.991993	19.95
64	933	8	0.008923	0.991111	19.11
65	924	9	0.010116	0.989882	18.26
66	915	10	0.011344	0.988656	17.47
67	905	12	0.012717	0.987283	16.67
68	893	13	0.014256	0.985744	15.88
69	880	14	0.015980	0.984020	15.11
70	866	16	0.017810	0.982090	14.36
71	851	17	0.020070	0.979930	13.62
72	834	19	0.022489	0.977511	12.90
73	815	21	0.025194	0.974806	12.20
74	794	22	0.028221	0.971779	11.51
75	772	24	0.031606	0.968394	10.85
76	748	26	0.035389	0.964611	10.20
77	721	29	0.039615	0.960305	9.57
78	693	31	0.044335	0.955665	8.97
79	662	33	0.049602	0.950398	8.39
80	629	35	0.055476	0.944524	7.82
81	594	37	0.062023	0.937977	7.28
82	557	39	0.069314	0.930686	6.76
83	519	40	0.077427	0.922593	6.27
84	478	41	0.086443	0.913557	5.79
85	437	42	0.096454	0.903546	5.34
86	395	42	0.107555	0.892445	4.91
87	352	42	0.119866	0.880154	4.50
88	310	41	0.133433	0.866567	4.12
89	269	40	0.148427	0.851793	3.75
90	229	38	0.164940	0.835960	3.41
91	191	35	0.183085	0.818915	3.08
92	156	32	0.202972	0.797028	2.77
93	124	28	0.224707	0.775293	2.47
94	97	24	0.248386	0.751614	2.19
95	73	20	0.274891	0.725909	1.92
96	53	16	0.301886	0.698114	1.64
97	37	12	0.331801	0.668199	1.35
98	25	9	0.363839	0.636161	1.02
99	16	6	0.397950	0.602042	0.60
100	9	4	0.434062	0.565938	-

Tabla de Mortalidad Masculina
Experiencia Mexicana Compañías Aseguradoras

Edad	l(x)	d(x)	q(x)	p(x)	e(x)
40	1.000	3	0.002610	0.997390	36.94
41	997	3	0.002760	0.997240	36.05
42	995	3	0.002930	0.997070	35.15
43	992	3	0.003110	0.996890	34.25
44	989	3	0.003300	0.996700	33.36
45	985	3	0.003510	0.996490	32.47
46	982	4	0.003740	0.996250	31.58
47	978	4	0.003990	0.996010	30.70
48	974	4	0.004260	0.995740	29.82
49	970	4	0.004560	0.995440	28.95
50	966	5	0.004890	0.995110	28.08
51	961	5	0.005250	0.994750	27.22
52	956	5	0.005650	0.994350	26.37
53	951	6	0.006090	0.993910	25.52
54	945	6	0.006580	0.993420	24.67
55	939	7	0.007120	0.992880	23.83
56	932	7	0.007720	0.992280	23.01
57	925	8	0.008390	0.991610	22.18
58	917	8	0.009120	0.990880	21.37
59	909	9	0.009940	0.990060	20.57
60	900	10	0.010850	0.989150	19.76
61	890	11	0.011860	0.988140	18.99
62	879	11	0.012970	0.987040	18.22
63	868	12	0.014220	0.985780	17.46
64	856	13	0.015620	0.984400	16.71
65	842	14	0.017130	0.982870	15.96
66	828	16	0.018830	0.981170	15.25
67	812	17	0.020710	0.979290	14.55
68	795	18	0.022790	0.977210	13.86
69	777	20	0.025100	0.974900	13.18
70	758	21	0.027650	0.972390	12.52
71	737	22	0.030480	0.969520	11.87
72	714	24	0.033610	0.966390	11.24
73	690	26	0.037100	0.962930	10.64
74	665	27	0.040880	0.959120	10.05
75	638	29	0.045090	0.954910	9.48
76	609	30	0.049730	0.950270	8.92
77	579	32	0.054840	0.945160	8.39
78	547	33	0.060460	0.939540	7.88
79	514	34	0.066640	0.933360	7.38
80	479	35	0.073410	0.926590	6.91
81	443	36	0.080830	0.919170	6.46
82	407	36	0.088950	0.911050	6.03
83	372	37	0.097810	0.902190	5.62
84	336	36	0.107430	0.892560	5.22
85	300	35	0.117890	0.882110	4.85
86	264	34	0.129100	0.870900	4.50
87	230	33	0.141140	0.858860	4.17
88	198	30	0.154030	0.845970	3.85
89	167	28	0.167800	0.832200	3.56
90	139	25	0.182530	0.817630	3.27
91	114	23	0.198060	0.801940	3.00
92	91	20	0.214570	0.785430	2.74
93	72	17	0.232010	0.767990	2.49
94	55	14	0.250380	0.749620	2.25
95	41	11	0.269660	0.730340	2.00
96	30	9	0.289820	0.710170	1.74
97	21	7	0.311860	0.689140	1.48
98	15	5	0.332730	0.667270	1.19
99	10	3	0.355360	0.644640	0.64
100	6	2	0.378710	0.621290	-

Tabla de Mortalidad Femenina
Experiencia de una Compañía Privada

Edad	l(x)	d(x)	q(x)	p(x)	e(x)
40	1,000	1	0 000576	0 999424	43 76
41	999	1	0 000641	0 999359	42 83
42	999	1	0 000719	0 999287	41 86
43	998	1	0 000793	0 999207	40 89
44	997	1	0 000862	0 999116	39 92
45	996	1	0 000931	0 999019	38 96
46	995	1	0 001091	0 998909	37 99
47	994	1	0 001213	0 998787	37 04
48	993	1	0 001349	0 998651	36 08
49	992	1	0 001500	0 998500	35 13
50	990	2	0 001668	0 998331	34 18
51	989	2	0 001856	0 998144	33 24
52	987	2	0 002064	0 997936	32 30
53	985	2	0 002295	0 997705	31 37
54	983	3	0 002553	0 997447	30 44
55	980	3	0 002839	0 997161	29 52
56	977	3	0 003157	0 996843	28 60
57	974	3	0 003511	0 996499	27 69
58	971	4	0 003904	0 996096	26 79
59	967	4	0 004342	0 995650	25 89
60	963	5	0 004828	0 995172	25 01
61	958	5	0 005369	0 994631	24 13
62	953	6	0 005969	0 994031	23 26
63	947	6	0 006631	0 993369	22 40
64	941	7	0 007380	0 992620	21 55
65	934	8	0 008205	0 991795	20 71
66	926	8	0 009122	0 990878	19 88
67	918	9	0 010141	0 989859	19 06
68	909	10	0 011273	0 988727	18 26
69	898	11	0 012530	0 987470	17 47
70	887	12	0 013927	0 986073	16 69
71	875	14	0 015479	0 984521	15 92
72	861	15	0 017201	0 982799	15 17
73	846	16	0 019114	0 980886	14 44
74	830	18	0 021237	0 978763	13 72
75	813	19	0 023593	0 976407	13 02
76	793	21	0 026205	0 973794	12 33
77	773	22	0 029105	0 970895	11 67
78	750	24	0 032320	0 967680	11 02
79	726	26	0 035882	0 964116	10 38
80	700	28	0 039829	0 960171	9 77
81	672	30	0 044201	0 955799	9 17
82	642	31	0 049096	0 951041	8 60
83	611	33	0 054392	0 945908	8 04
84	578	35	0 060311	0 939609	7 51
85	543	36	0 066851	0 933149	6 99
86	506	38	0 074071	0 925929	6 49
87	469	38	0 082036	0 917964	6 01
88	430	39	0 090815	0 909285	5 54
89	391	39	0 100482	0 899918	5 10
90	352	39	0 111112	0 889888	4 67
91	313	38	0 122789	0 877211	4 25
92	274	37	0 135596	0 864404	3 84
93	237	36	0 149622	0 850378	3 45
94	202	33	0 164955	0 835045	3 05
95	168	31	0 181681	0 818315	2 66
96	136	28	0 199900	0 800100	2 25
97	110	24	0 219684	0 780316	1 81
98	86	21	0 241115	0 758885	1 32
99	65	17	0 264261	0 735739	0 74
100	48	14	0 289177	0 710823	-

Tabla de Mortalidad Femenina
Experiencia Mexicana Compañías Aseguradoras

Edad	l(x)	d(x)	q(x)	p(x)	e(x)
40	1,000	1	0 000850	0 999150	41 69
41	999	1	0 000950	0 999050	40 76
42	998	1	0 001070	0 998930	39 80
43	997	1	0 001190	0 998810	38 85
44	996	1	0 001340	0 998650	37 89
45	995	1	0 001490	0 998510	36 94
46	993	2	0 001660	0 998340	36 00
47	991	2	0 001850	0 998150	35 06
48	990	2	0 002060	0 997940	34 12
49	988	2	0 002290	0 997710	33 19
50	985	3	0 002540	0 997480	32 27
51	983	3	0 002810	0 997190	31 35
52	980	3	0 003100	0 996900	30 44
53	977	3	0 003430	0 996570	29 53
54	974	4	0 003780	0 996220	28 64
55	970	4	0 004170	0 995800	27 74
56	966	4	0 004590	0 995410	26 86
57	962	5	0 005050	0 995050	25 98
58	957	5	0 005550	0 994450	25 12
59	951	6	0 006100	0 993900	24 26
60	946	6	0 006720	0 993280	23 41
61	939	7	0 007400	0 992600	22 56
62	932	8	0 008150	0 991850	21 73
63	925	8	0 008990	0 991010	20 91
64	916	9	0 009910	0 990090	20 10
65	907	10	0 010920	0 989080	19 30
66	897	11	0 012050	0 987950	18 51
67	887	12	0 013290	0 986710	17 74
68	875	13	0 014670	0 985330	16 98
69	862	14	0 016190	0 983810	16 23
70	848	15	0 017870	0 982130	15 50
71	833	16	0 019720	0 980280	14 78
72	816	18	0 021770	0 978230	14 08
73	799	19	0 024020	0 975980	13 39
74	779	21	0 026520	0 973480	12 72
75	759	22	0 029260	0 970740	12 07
76	737	24	0 032280	0 967720	11 43
77	713	25	0 035610	0 964390	10 81
78	687	27	0 039270	0 960730	10 21
79	660	29	0 043300	0 956700	9 63
80	632	30	0 047720	0 952280	9 07
81	602	32	0 052560	0 947440	8 52
82	570	33	0 057810	0 942130	7 99
83	537	34	0 063580	0 936320	7 48
84	503	35	0 070030	0 929970	6 99
85	468	36	0 077000	0 923000	6 52
86	432	37	0 084640	0 915360	6 06
87	395	37	0 093030	0 906970	5 62
88	358	37	0 102210	0 897790	5 20
89	322	36	0 112250	0 887740	4 79
90	286	35	0 123250	0 876750	4 40
91	250	34	0 135260	0 864740	4 02
92	217	32	0 148350	0 851650	3 64
93	184	30	0 162620	0 837380	3 28
94	154	28	0 178150	0 821850	2 92
95	127	25	0 195090	0 805090	2 56
96	102	22	0 213270	0 786730	2 17
97	80	19	0 233030	0 766970	1 75
98	62	16	0 254350	0 745650	1 28
99	46	13	0 277280	0 722720	0 72
100	33	10	0 301880	0 698120	-

Conclusiones

La información estadística sobre la cual se aplicaron los métodos de graduación expuestos en el capítulo tres es limitada, ya que se trata de una población cerrada (personal docente y pensionado de una compañía privada). Debido a esto, no existe una representatividad de la población sobre la cual se sustenta la Ley de los grandes Números, dando como resultado diversos problemas que dificultaron el cálculo de los coeficientes de las ecuaciones presentadas en cada uno de los métodos de graduación.

Para atenuar estos problemas, se construyeron grupos quinquenales de edad, se utilizó interpolación lineal (para las edades que carecían de frecuencias de mortalidad) y se usaron promedios móviles; siendo este último el que arrojó resultados factibles. Así, comparando las tablas de resultados de las pruebas de ajuste realizadas a cada uno de los métodos de graduación, se observa que el método de la Doble Exponencial proporciona la menor desviación estándar y el mayor coeficiente de correlación, por lo que este método se considera el óptimo para este caso específico.

Con base en lo anterior, se pone de manifiesto la posibilidad de estudio de la ciencia actuarial sobre este tema, donde las metas por alcanzar dependen de la habilidad matemática y de los resultados a los que se desea llegar.

Por otro lado, al comparar la tabla de mortalidad generada con el método de la Doble Exponencial contra la tabla de mortalidad utilizada por las Compañías Aseguradoras se observa que la esperanza de vida (e_x) de la Compañía Privada es mayor que la esperanza de vida de las Compañías Aseguradoras, este fenómeno se debe al sistema de seguridad social con que cuenta la Compañía

Privada, ya que al prevenir enfermedades de eleva la esperanza de vida y la calidad de la misma. De esta forma se justifica la construcción de nuevas Tablas de Mortalidad con resultados más apegados a sus estadísticas vitales.

En términos generales, se puede decir que la decisión de optar por alguno de los métodos de graduación aquí expuestos o algún otro, se ve influenciada por la información estadística inicial y el propósito para el cual se empleará la tabla de mortalidad construida. No tendría sentido utilizar un proceso muy elaborado si el objetivo no lo justifica.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

ANEXO 1.

TRANSFORMACION DE ESCALA.

Supóngase que se tiene una función $y = Ux$ que asume los valores:

x	y
22	123
24	234
26	345
28	456
30	567

Obsérvese que se tiene la misma curva si se transforma el origen de las coordenadas y la escala, es decir:

x	x'
22	0
24	1
26	2
28	3
30	4

De este modo es más sencilla la valuación de valores en las fórmulas de ajuste y suavidad.

ANEXO 2.

SIMPLIFICACIÓN DE SUMAS.

Sea:

$$S = \sum_{i=0}^{t-1} C^i = C^0 + C^1 + C^2 + \dots + C^{t-1} \Rightarrow SC = C^1 + C^2 + C^3 + \dots + C^t$$

Restando tenemos:

$$SC - S = C^t - C^0 = C^t - 1$$

Simplificando:

$$S(C-1) = C^t - 1$$

$$S = \frac{C^t - 1}{C - 1}$$

Análogamente se hace para $\sum_{i=1}^{2i-1} C^i$

Sea:

$$S = \sum_{i=1}^{2i-1} C^i = C^1 + C^{t+1} + C^{t+2} + \dots + C^{2i-1} \Rightarrow SC = C^{t+1} + C^{t+2} + C^{t+3} + \dots + C^{2i}$$

Restando tenemos:

$$SC - S = C^{2t} - C^t = C^t(C^t - 1)$$

Simplificando:

$$S(C-1) = C^t(C^t - 1)$$
$$S = \frac{C^t(C^t - 1)}{C - 1}$$

Bibliografía

Alejandro Mina Valdes

Las funciones de Gompertz y Makeham en el análisis actuarial y demográfico en México
Séptima reunión Nacional de Actuarios, 1987

Bowers, Gerber, Hickman, Jones, Nesbit

Actuarial Mathematics
Society of Actuaries

Damodar Gujarati

Econometría Básica
McGraw - Hill

Frank E. Knorr

Multidimensional Whittaker – Henderson graduation
Transactions of Society of Actuaries, 1984 Vol. 36

Gabriela de Yta Macías

Fórmulas de interpolación y graduación en tablas de mortalidad
Tesis ITAM

John Magee

El Seguro de vida
Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana

José González Galé

Elementos de Cálculo Actuarial
Ediciones Macchi

Joseph B. Maclean

Seguro de vida
Ciencias y Letras

Maria Cedillo Sánchez y Guillermo Daniel Cruz Reyes

Despliegado de Tablas de Mortalidad a partir de grupos quinquenales de edad
Serie Estudios 9
Conferencia Interamericana de Seguridad Social

Manuel Mendoza Ramírez, Ana María Madrigal Gómez, Evangelina Martínez
Torres

Modelos estadísticos de mortalidad, análisis de datos : 1991-1998
Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 1999

Miller Morton D., S. B. Henry, A. S. Charles, H. W. Hugh
Elements of graduation
American Institute of Actuaries

Miriam Mata Campo
Comparativo de métodos de graduación aplicado a series de mortalidad
Tesis ITAM

Simón Sauri Rodica
Las funciones de sobrevivencia en la descripción y proyección de la
mortalidad mexicana, 1940 – 2000
Tesis Colmex

Walter B. Lowrie
An extension of Whittaker – Henderson method of graduation
Transactions of Society of Actuaries, 1982 Vol. 34