

00386  
2



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
INSTITUTO DE ASTRONOMÍA

EMISIÓN EN RADIO-CONTINUO  
DE FLUJOS ESTELARES EN  
ESTRELLAS DE BAJA MASA



TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)

PRESENTA

RICARDO FRANCISCO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ

NOTA: APARECE UNA RAYA EN TODA LA TESIS

MEXICO D.F.

2002

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

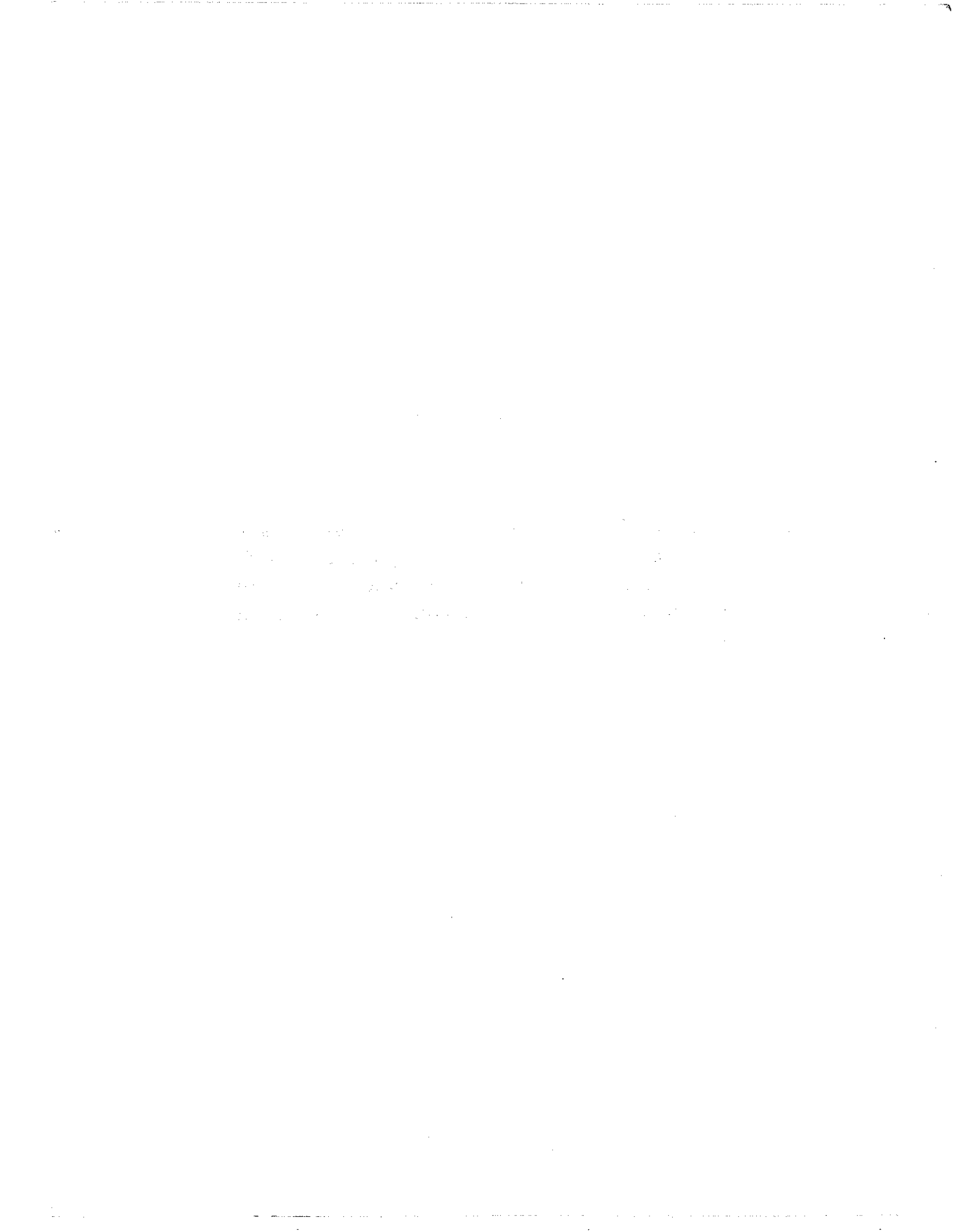
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

RECEIVED  
MAY 1964

A mi hijo Ricardo Alberto,

Gracias Richard, por llenar mi vida de alegría desde aquel día inolvidable en que supe que sería papá. Por crecer a mi lado, y por permitirme ver con un gran orgullo como te has ido convirtiendo en un jovencito.



# Agradecimientos

En primer término, deseo manifestar mi agradecimiento al Dr. Jorge Cantó por haber dirigido mi tesis doctoral. Durante mi formación académica, he aprendido del Dr. Cantó tanto en el ámbito académico como en lo personal. Su dedicación y honestidad hacen del Dr. Cantó un ejemplo a seguir como investigador y como ser humano.

Al Dr. Alejandro Raga, por el equipo de cómputo que me facilitó y por su asesoría en la parte numérica de mi investigación. Adicionalmente, agradezco su apoyo incondicional durante mis estudios de posgrado.

Al Instituto de Astronomía (IAUNAM), por todas las facilidades otorgadas como estudiante asociado durante mis estudios de Maestría y Doctorado, así como por el apoyo económico que me brindó para asistir a congresos e impresión de mi tesis.

Al Dr. Jorge Cantó, al Dr. Alejandro Raga, a la Dra. Elisabete M. De Gouveia Dal Pino, al Dr. Stanley Kurtz, al Dr. Salvador Curiel, al Dr. Marco Martos y al Dr. Eduardo Ramos, por haber aceptado ser sinodales de mi examen de grado. Adicionalmente, agradezco al Dr. Luis F. Rodríguez, al Dr. José Franco y al Dr. Luc Binette por aceptar ser incluidos en la lista propuesta al Comité Académico de posibles sinodales.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por la beca-crédito otorgada durante mis estudios de posgrado a través del proyecto 160299. Asimismo, agradezco a la Dirección General de Estudios de Posgrado (DGEP), por la beca

---

complementaria que me proporcionó.

Adicionalmente, quiero agradecer la amable invitación por parte de la Dra. Elisabete M. de Gouveia Dal Pino para realizar una estancia posdoctoral en el Instituto de Astronomía e Geofísica de la Universidade de São Paulo, Brasil (IAG-USP).

Un agradecimiento muy especial para la Dra. Rosa Izela Díaz, por ser mi primera amiga astrónoma, a la Dra. Anabel Arrieta, por brindarme su amistad, y al M. en C. Eduardo de la Fuente por ser un amigo sincero.

A mi compañera y amiga, la M. en C. Bárbara Pichardo con quien compartí momentos muy especiales. Extrañaré nuestras pláticas de tan diversos temas (excepto las referentes a Dinámica Estelar) que alimentaron nuestra amistad.

Como no quisiera excluir a nadie, agradezco a todos aquellos compañeros y amigos que la Astronomía me ha permitido conocer.

---



---

# Índice General

<b>Agradecimientos</b>	<b>i</b>
<b>I Emisión en radio-continuo de flujos estelares en estrellas de baja masa</b>	<b>1</b>
1 <b>Resumen</b>	<b>3</b>
2 <b>Introducción</b>	<b>9</b>
3 <b>Ionización en vientos estelares de estrellas de baja masa</b>	<b>17</b>
3.1 Ionización en vientos estelares por la estrella central . . . . .	18
3.2 Ionización en un viento estelar por una superficie de trabajo . . . . .	21
3.2.1 Preionización en el viento externo a la superficie de trabajo . . . . .	25
3.2.2 Preionización en el viento interno a la superficie de trabajo . . . . .	31
4 <b>Emisión en radio-continuo de una superficie de trabajo</b>	<b>51</b>
4.1 Espesor óptico en radio-continuo de una onda de choque . . . . .	52
4.2 Espesor óptico en radio-continuo de un viento estelar donde se ha formado una superficie de trabajo . . . . .	53
4.2.1 Espesor óptico de los precursores . . . . .	54
4.2.2 Espesor óptico de la superficie de trabajo . . . . .	56
4.3 Emisión en radio-continuo de una superficie de trabajo . . . . .	59

---

4.3.1	Emisión de la superficie de trabajo formada por un incremento brusco en la velocidad de eyección . . . . .	59
4.3.2	Emisión de la superficie de trabajo formada por un pulso en la velocidad de eyección . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Emisión en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección</b>	<b>71</b>
5.1	Espesor óptico en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección . . . . .	72
5.2	Emisión en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección . . . . .	79
5.3	Comparación con las observaciones en radio-continuo de la fuente central de Serpens . . . . .	85
<b>6</b>	<b>Emisión en radio-continuo de vientos estelares con variaciones sinusoidales en la velocidad de eyección</b>	<b>89</b>
6.1	Formación y evolución dinámica de una superficie de trabajo en un flujo estelar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección . . . . .	90
6.2	Emisión en radio-continuo de una superficie de trabajo formada en un viento estelar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección . . . . .	94
6.2.1	Espesor óptico de la superficie de trabajo . . . . .	95
6.2.2	Emisión en radio-continuo de la superficie de trabajo . . . . .	99
6.3	Emisión en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas de tipo sinusoidal en la velocidad de eyección . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Emisión en radio-continuo de flujos estelares bipolares con variaciones sinusoidales en la velocidad de eyección</b>	<b>111</b>
7.1	Modelo geométrico del flujo bipolar . . . . .	112
7.2	Emisión en radio-continuo de un flujo estelar bipolar con variaciones periódicas de tipo sinusoidal en la velocidad de eyección . . . . .	117

---

<b>8 Conclusiones Generales</b>	<b>125</b>
<b>II Radio-continuum emission from shocked stellar flows in low mass stars</b>	<b>135</b>
<b>9 Summary of the thesis</b>	<b>137</b>
<b>III Apéndices</b>	<b>173</b>
<b>A Distancia y tiempo de enfriamiento en ondas de choque plano-paralelas y estacionarias</b>	<b>175</b>
A.1 Distancia de enfriamiento . . . . .	176
A.2 Tiempo de enfriamiento . . . . .	182
<b>B Dinámica de una superficie de trabajo</b>	<b>189</b>
B.1 Etapa inicial de la superficie de trabajo . . . . .	190
B.2 Etapa final de la superficie de trabajo . . . . .	194
<b>Bibliografía</b>	<b>199</b>

---

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that this is crucial for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

Furthermore, it highlights the need for regular audits and reviews to identify any discrepancies or areas for improvement. This process should be conducted by an independent body to ensure objectivity and fairness.

In addition, the document outlines the responsibilities of various stakeholders, including management, staff, and external partners. Each party has a role to play in maintaining the integrity and reliability of the information provided.

Finally, it stresses the importance of clear communication and collaboration between all parties involved. This will help to ensure that everyone is on the same page and working towards the same goals.

# Parte I

Emisión en radio-continuo de flujos  
estelares en estrellas de baja masa

Handwritten text, possibly bleed-through from the reverse side of the page. The text is faint and difficult to decipher but appears to be organized into several lines or paragraphs.

# Capítulo 1

## Resumen

Las estrellas jóvenes de baja masa presentan intensas eyecciones de gas en forma de vientos estelares y/o flujos bipolares, en las cuales se ha detectado emisión en radiocontinuo interpretada, en la mayoría de los casos, como de origen térmico dadas las densidades de flujo y los índices espectrales observados. El problema principal de esta interpretación consiste en poder explicar los tamaños físicos observados (de algunas decenas de unidades astronómicas) en estas fuentes estelares.

La fotoionización del hidrógeno desde su nivel base de energía puede descartarse debido a que la tasa de fotones UV emitidos por la estrella central es insuficiente para producir regiones de emisión con tamaños físicos  $\sim 50 - 150$  UA, tal como se observan (ver por ejemplo, Natta 1989; Curiel et al. 1993). La fotoionización del hidrógeno desde niveles superiores de energía se ha propuesto como una posible solución a la ionización del gas.

Raga et al. (1990) mostraron que variaciones supersónicas en la velocidad de inyección de un flujo supersónico resultan en la formación de superficies de trabajo (constituídas por dos ondas de choque) que se desplazan a través del flujo estelar. El estudio dinámico de estas superficies de trabajo puede llevarse a cabo aplicando el formalismo analítico desarrollado por Cantó et al. (2000) conociendo con detalle el comportamiento temporal de la velocidad de eyección del gas.



En esta tesis, hemos desarrollado un modelo analítico que permite explicar las densidades de flujo en radio-continuo y los correspondientes índices espectrales observados en flujos estelares de estrellas de baja masa. El modelo está basado en suponer una velocidad de eyección dependiente del tiempo, particularmente estudiamos los casos de una variación de salto (en la cual el flujo estelar cambia bruscamente su velocidad de eyección), y una variación de tipo sinusoidal. Aplicando el formalismo de Cantó et al. (2000) para ambos tipos de variación, calculamos los parámetros dinámicos, como posición y velocidad, de las superficies de trabajo formadas en vientos estelares y flujos bipolares de este tipo de estrellas.

Primero, analizamos el caso (por ser el más simple) de una variación de salto en la velocidad de eyección de un viento estelar. Encontramos que para esta variabilidad se forma instantáneamente una superficie de trabajo que se desplaza a través del flujo con velocidad constante. Efectuando un cálculo detallado de la preionización del viento usando los resultados de los modelos numéricos desarrollados por Kang & Shapiro (1992) para ondas de choque plano-paralelas y estacionarias, encontramos las ecuaciones diferenciales que satisfacen los frentes de ionización de las capas preionizadas por fotones que emergen de cada frente de choque, para el caso en el que se presenta preionización completa. Conocidos los tamaños de las capas ionizadas, obtuvimos el espesor óptico en radio-continuo.

Basándonos en los modelos desarrollados por Ghavamian & Hartigan (1998), estimamos el espesor óptico en radio-continuo de una de onda de choque y, posteriormente, de una superficie de trabajo simplemente sumando las contribuciones de cada choque que la constituyen. Usando parámetros típicos de vientos en estrellas T-Tauri, obtuvimos que la contribución al espesor óptico por el viento preionizado es órdenes de magnitud inferior al espesor óptico de la superficie de trabajo. Por esta razón, hemos ignorado la preionización del gas en el desarrollo posterior de nuestro modelo.

Suponiendo que las variaciones de salto en la velocidad de eyección se presentan periódicamente, se formarán un conjunto de superficies de trabajo en el flujo estelar

de cada una de las cuales obtuvimos sus parámetros dinámicos y, por tanto, sus espesores ópticos. Calculamos el espesor óptico a lo largo de una línea de visión simplemente sumando las contribuciones de las superficies de trabajo intersectadas, y con ello la intensidad que emerge de la línea de visión considerada. Integrando sobre el ángulo sólido esta intensidad, obtuvimos la emisión total de la configuración. Nuestro modelo logra reproducir los flujos e índices espectrales correspondientes observados en la fuente central de Serpens proporcionados por S. Curiel (2002, comunicación privada). Dado que nuestro modelo predice períodos de variabilidad en escalas de tiempo de meses, usando parámetros típicos de vientos en estrellas T-Tauri, proponemos que para hacer un estudio de variabilidad en estas fuentes se requiere de temporadas de observación espaciadas en estas escalas de tiempo.

Posteriormente, analizamos el caso (probablemente más realista) de una variación sinusoidal en la velocidad de eyección. De acuerdo a Cantó et al. (2000), la complejidad en este tipo de variación radica en que las superficies de trabajo no se forman instantáneamente en el flujo estelar, sino que a una cierta distancia de la estrella central. Adicionalmente, las superficies de trabajo se desplazan aceleradamente a través del flujo. Habiendo relacionado la amplitud y la velocidad promedio de una variación sinusoidal con los parámetros de una variación de salto (velocidad inicial y factor de cambio), estimamos el período de oscilación de la eyección del gas. Obtuvimos la posición y velocidad de cada superficie de trabajo formada en el viento estelar, y con ello, el espesor óptico y la emisión de la configuración completa. Encontramos que la densidad de flujo presenta una relativa disminución comparativamente a la variación de salto.

El hecho de que las observaciones en frecuencias de radio de flujos en estrellas T-Tauri muestren frecuentemente morfologías elongadas y bipolares, nos motivó a generalizar nuestro modelo al caso de un flujo eyectado bipolarmente. Suponemos que el gas, al ser eyectado, describe un par de conos opuestos caracterizados por un ángulo de apertura y un ángulo de inclinación respecto al plano del cielo. Por su parte, las

superficies de trabajo formadas en el flujo bipolar, las hemos considerado en nuestro modelo como pequeñas porciones de esfera (casquetes) cuya evolución dinámica es la misma que la de las cáscaras esféricas si no existe una pérdida apreciable de masa por sus bordes. El modelo predice densidades de flujo e índices espectrales que concuerdan razonablemente bien con los valores observados en este tipo de fuentes.





## Capítulo 2

### Introducción

Las estrellas presecuencia principal de baja masa frecuentemente presentan evidencia de intensos flujos de gas que son eyectados ya sea en forma de vientos estelares y/o flujos colimados bipolares (ver por ejemplo, Natta 1989). En estos flujos estelares, se produce emisión en continuo detectable en frecuencias de radio, la cual ha sido interpretada, en la mayoría de los casos, como emisión térmica (libre-libre) dados los flujos e índices espectrales observados. Frecuentemente, el índice espectral es cercano al valor predicho por los modelos de vientos estelares ionizados ( $\sim 0.6$ ) desarrollados por Panagia & Felli (1975) y por Wright & Barlow (1975), sin embargo, en algunos casos (ver por ejemplo, André et al. 1987), se ha detectado emisión en radio-continuo probablemente de origen no-térmico (sincrotrón) dado el índice espectral observado ( $\sim -0.7$ ).

La interpretación de un origen térmico para la emisión producida en estos objetos enfrenta varias dificultades. Existe el problema de la ionización de estos intensos flujos (ver por ejemplo, Rodríguez & Cantó 1983), dado que la fotoionización del hidrógeno desde su nivel base de energía puede descartarse debido a que la tasa de fotones UV emitidos por la estrella central no es suficiente para producir regiones de emisión con tamaños físicos de algunas decenas de unidades astronómicas (50-150 UA), tal como se observan (ver por ejemplo, Natta 1989; Curiel et al. 1993). Alternativamente, se ha propuesto a la fotoionización del hidrógeno desde niveles

superiores de energía como el mecanismo físico posible que resuelva esta dificultad (Thompson 1982, 1987; Evans et al. 1987).

Otros autores (Rodríguez & Cantó 1983 y Torrelles et al. 1985) propusieron que la tasa de ionización necesaria puede obtenerse por la termalización de una pequeña fracción de la energía cinética del gas. Esta termalización puede producirse a través de ondas de choque formadas en un flujo supersónico. Curiel, Cantó, & Rodríguez (1987) desarrollaron un modelo para estimar la emisión en radio-continuo producida por una onda de choque con velocidades  $\sim 100 \text{ km s}^{-1}$ , con el objeto de reproducir el espectro observado de los objetos HH 1 y HH 2. Estas fuentes de emisión han sido interpretadas como ondas de choque formadas en un flujo supersónico debido a la interacción consigo mismo y/o con su medio ambiente.

Recientemente, Ghavamian & Hartigan (1998) han investigado con más detalle la emisión en radio producida por ondas de choque interestelares en un amplio intervalo de velocidades de choque y densidades prechoque. Sus resultados indican que puede producirse una cantidad apreciable de radiación en radio-continuo usando valores típicos de velocidades ( $\simeq 300 \text{ km s}^{-1}$ ) y tasas de pérdida de masa ( $\dot{m} \simeq 10^{-7} - 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ) de flujos estelares en objetos de baja masa.

Por otro lado, Raga et al. (1990) mostraron que variaciones en la velocidad de inyección de un flujo supersónico forman superficies de trabajo (estructuras constituidas por dos ondas de choque) que se desplazan a lo largo del flujo. El estudio dinámico de estas estructuras puede efectuarse usando el formalismo analítico desarrollado por Cantó et al. (2000), donde se presenta un método para resolver las ecuaciones que describen a un flujo supersónico con velocidad y tasa de inyección de masa dependiente del tiempo. Las soluciones analíticas a tales ecuaciones es posible obtenerlas si se conoce la dependencia temporal específica de estas dos cantidades.

Dado que estas superficies de trabajo emiten radiación en continuo detectable en frecuencias de radio, proponemos en esta tesis que la emisión observada en vientos

estelares y/o flujos bipolares de estrellas de baja masa es producida por superficies de trabajo formadas en el flujo estelar como resultado de variaciones periódicas en la velocidad de eyección. Conocido el comportamiento temporal específico de la velocidad de eyección del flujo estelar (como por ejemplo cambios bruscos o variaciones sinusoidales), aplicamos el formalismo desarrollado por Cantó et al. (2000) para estudiar la dinámica de cada superficie de trabajo. Por otra parte, usamos los modelos de Ghavamian & Hartigan (1998), para estimar la emisión producida por cada superficie de trabajo, y, posteriormente, calculamos la emisión integrada de toda la configuración. La tesis ha sido estructurada en la siguiente forma:

En el capítulo 3, analizamos detalladamente la ionización de un viento estelar esféricamente simétrico por ondas de choque dentro de él, proceso comúnmente conocido como preionización. Inicialmente, suponemos que la velocidad de eyección del viento estelar presenta un aumento repentino en su valor. Usando el formalismo de Cantó et al. (2000), se puede mostrar que este tipo de variabilidad produce instantáneamente una superficie de trabajo que se desplaza con velocidad constante a través del flujo estelar. Por tanto, nuestro modelo consiste en un viento externo a la superficie de trabajo, un viento interno con mayor velocidad y dos ondas de choque que constituyen a la superficie de trabajo, la cual se desplaza con una velocidad intermedia. En cada frente de choque emergen fotones con la energía suficiente para preionizar al viento estelar y cuya tasa de producción es función de la velocidad de choque. Si la velocidad de choque es alta ( $\geq 110 \text{ km s}^{-1}$ ), se produce más de un fotón ionizante por átomo de hidrógeno que entra al choque (ver por ejemplo, Shull & Mc Kee 1979; Kang & Shapiro 1992), formándose, para este caso, un par de capas completamente ionizadas (que llamamos capas de Strömgren por su analogía con las regiones HII) en el viento estelar. Primero, estimamos la preionización del viento externo planteando la ecuación de balance de ionización para los fotones ionizantes que emergen del frente de choque externo, tomando en cuenta las recombinaciones en la capa de Strömgren y las partículas neutras que arriban al frente de ionización. Segundo, modelamos al flujo de fotones ionizantes que emergen del choque interno con



la aproximación de dos corrientes para simetría esférica para calcular la preionización del viento interno a la superficie de trabajo. Planteamos la ecuación diferencial que satisface el frente de ionización interno, tomando en cuenta las recombinaciones en la capa de Strömgren interna, las partículas neutras que atraviesan al frente de ionización interno, y la fracción de fotones que atraviesan la región interna sin ser absorbidos incorporándose a la superficie de trabajo.

En el capítulo 4, calculamos la emisión en radio-continuo producida en un viento estelar donde se ha formado una superficie de trabajo como resultado de un cambio brusco en la velocidad de eyección. Inicialmente, estimamos la contribución al espesor óptico por las capas de Strömgren y por la superficie de trabajo a cada tiempo. En el cálculo del espesor óptico de las capas de Strömgren, aplicamos los resultados obtenidos en el capítulo 3 de la preionización del viento estelar. Para estimar el espesor óptico de la superficie de trabajo, aplicamos los resultados de los modelos de Ghavamian & Hartigan (1998) a cada onda de choque y sumamos las contribuciones de cada una de ellas. Dado que la contribución de las capas ionizadas es ignorable respecto al espesor de las ondas de choque, calculamos la emisión de la superficie de trabajo ignorando la preionización del gas. Adicionalmente, resolvemos el caso cuando el aumento en la velocidad de eyección es por un tiempo finito (pulso), es decir, la velocidad nuevamente presenta un aumento repentino en su valor, sin embargo, después de un tiempo finito recupera su valor inicial. Mostramos que, para este tipo de variabilidad, el material de menor velocidad (externo a la superficie de trabajo) se incorpora totalmente a la superficie de trabajo a una cierta distancia de la estrella central pasando por el frente de choque externo, provocando una caída brusca en la emisión en este instante. Al suponer que esta distancia  $\sim 50$  UA, por ser los tamaños físicos observados en radio-continuo en este tipo de flujos, podemos estimar la duración del pulso. Planteamos las ecuaciones que describen la dinámica de la superficie de trabajo a partir del instante en que se incorpora totalmente el viento externo, estimamos el espesor óptico en esta etapa, y calculamos la emisión de la superficie de trabajo desde que se forma hasta que desaparece.

En el capítulo 5, suponemos que el viento estelar presenta una serie de pulsos periódicos en la velocidad de eyección, cada uno de los cuales produce en el viento estelar una superficie de trabajo que pasa por dos etapas distintas durante su evolución dinámica. En la primera de ellas, la superficie de trabajo se desplaza a través del flujo con velocidad constante y está constituida por dos ondas de choque, y en la segunda etapa, la superficie de trabajo es acelerada debido a que está constituida únicamente por el choque interno. Usando los resultados obtenidos en el capítulo 4 para el espesor óptico en radio-continuo de una superficie de trabajo, estimamos el espesor óptico a lo largo de una línea de visión arbitraria sumando las contribuciones de las superficies de trabajo que sean intersectadas por la misma. Encontramos la contribución de la zona interna, en la cual se localizan las superficies de trabajo con velocidad constante, y la correspondiente a la zona externa, donde se encuentran las estructuras aceleradas. Habiendo obtenido el espesor óptico a cada línea de visión, calculamos el flujo total de la configuración integrando la intensidad respecto al ángulo sólido que subtiende la superficie de trabajo externa. Finalmente, comparamos las predicciones de nuestro modelo (flujos e índices espectrales) con las observaciones de este tipo de fuentes estelares.

En el capítulo 6, exploramos otro tipo de variación en la velocidad de eyección del viento estelar, en particular, suponemos una variabilidad de tipo sinusoidal. Inicialmente, estudiamos la evolución dinámica de una superficie de trabajo que se forma en un viento estelar como resultado de una variación sinusoidal en la velocidad de eyección, para lo cual, usamos los resultados obtenidos por Cantó et al. (2000) para este tipo de variabilidad. Conocidas la posición y velocidad de la superficie de trabajo, calculamos los parámetros requeridos (densidad prechoque y velocidad de choque) en cada frente de choque para estimar el espesor óptico de la superficie de trabajo, usando los resultados de Ghavamian & Hartigan (1998) para ondas de choque. Conocido el espesor óptico de la superficie de trabajo, calculamos su emisión e índices espectrales obtenidos de los flujos a distintas frecuencias. Como un siguiente paso en el desarrollo del modelo, suponemos un comportamiento periódico

sinusoidal en la velocidad de eyección del viento estelar. Con esta variabilidad, se forman (periódicamente) superficies de trabajo con las mismas propiedades dinámicas, cada una de las cuales contribuye al espesor óptico y a la emisión del viento estelar. Presentamos los resultados numéricos del flujo en radio-continuo a distintas frecuencias y los índices espectrales que se obtienen a partir de los mismos.

En el capítulo 7, exploramos el caso de un flujo estelar eyectado bipolarmente para el cual suponemos una simetría cónica. Es decir, el material es expulsado de la estrella describiendo un par de conos en direcciones opuestas, caracterizados por un cierto ángulo de apertura y un ángulo de inclinación que forma el eje de eyección con el plano del cielo. Suponemos en nuestro modelo que el comportamiento temporal de la eyección es periódico y de tipo sinusoidal, tal como la estudiamos en el capítulo 6 para vientos estelares esféricamente simétricos. Aplicamos los resultados obtenidos para el comportamiento dinámico de cada superficie de trabajo formada en el flujo bipolar, bajo la suposición que no se presenta una pérdida de masa apreciable por sus bordes. Considerando a las superficies de trabajo como pequeñas porciones de esferas (cuyas dimensiones físicas dependen del ángulo de apertura del flujo bipolar y de la distancia a la estrella central), encontramos los criterios geométricos que nos indican cuando una determinada línea de visión intersecta o no a una superficie de trabajo. Aplicando tales criterios estimamos el espesor óptico a lo largo de cada línea de visión sumando las contribuciones de las superficies de trabajo que sean intersectadas, para posteriormente, calcular la emisión total del flujo estelar bipolar integrando la intensidad respecto al ángulo sólido subtendido por la esfera imaginaria cuyo radio corresponde a la posición de la superficie de trabajo externa. Mostramos las predicciones del modelo para los flujos en radio-continuo a distintas frecuencias y los índices espectrales que se obtienen de los mismos. Asimismo, exploramos la dependencia de la emisión del flujo bipolar con el ángulo de inclinación del eje de eyección con el plano del cielo.

En el capítulo 8, presentamos las conclusiones generales de nuestra investigación,

indicando cuales son los resultados más relevantes de cada uno de los capítulos de la tesis. Hacemos un especial énfasis en cada una de las suposiciones en las que se basa nuestro modelo, y en las predicciones del mismo para la emisión en radio-continuo e índices espectrales de vientos estelares y flujos bipolares en estrellas de baja masa, comparando con los valores observados en este tipo de fuentes. En un intento por esclarecer el problema (abierto hasta hoy día), proponemos a nuestro modelo para explicar la emisión en radio-continuo observada en estos flujos estelares.

Adicionalmente, hemos incluido en la tesis dos Apéndices de cuyo contenido nos apoyamos en el desarrollo del modelo. En el Apéndice A, usamos los modelos numéricos desarrollados por Hartigan et al. (1987) para calcular las distancias y tiempos de enfriamiento de cada onda de choque de una superficie de trabajo formada en un viento estelar como resultado de un aumento repentino en la velocidad de eyección. Estimar la distancia y el tiempo de enfriamiento es fundamentalmente importante para mostrarle al lector la validez de nuestra suposición de choques plano-paralelos y estacionarios de la superficie de trabajo, la cual hemos aplicado en el transcurso de nuestra investigación. En el Apéndice B, estudiamos la evolución dinámica de una superficie de trabajo que se forma en un viento estelar como resultado de un aumento repentino en la velocidad de eyección por un tiempo finito (pulso). Como hemos mencionado previamente, este tipo de variabilidad en la velocidad de eyección produce en el viento estelar una superficie de trabajo que experimenta dos etapas durante su evolución dinámica: una primera etapa en la cual está constituida por dos ondas de choque que se desplazan a través del flujo con velocidad constante, y una segunda etapa en la cual se tiene una estructura de un solo choque (interno) que es acelerada por el viento de mayor velocidad. Por esta razón, hemos dividido el apéndice en dos secciones: en la primera de ellas, resolvemos las ecuaciones presentadas en Cantó et al. (2000) para conocer la posición y velocidad de la superficie de trabajo en la etapa inicial, y en la segunda sección, resolvemos la ecuación de conservación de momento para la etapa final.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Capítulo 3

# Ionización en vientos estelares de estrellas de baja masa

En este capítulo, analizamos el problema de la ionización en los vientos de estrellas jóvenes de baja masa. Inicialmente, se muestra que la ionización producida por fotones que emergen de la estrella no es capaz de reproducir los tamaños físicos de las regiones de emisión observadas en radio-continuo de este tipo de fuentes, lo cual nos permite rechazar esta idea como una posible explicación a la ionización observada en este tipo de estrellas.

Proponemos un modelo en el cual la emisión es producida en las superficies de trabajo formadas en el flujo como resultado de variaciones periódicas en la velocidad de eyección. Al formarse ondas de choque en el viento, parte de su energía cinética es termalizada produciéndose fotones ionizantes que emergen de cada frente de choque preionizando al gas. En particular, al suponer (por ser el caso más simple) un incremento brusco en la velocidad de eyección del viento, se produce instantáneamente una superficie de trabajo (constituída por dos ondas de choque) que se desplaza a través del flujo con velocidad constante. Dados los parámetros específicos del viento, cuantificamos la producción de fotones ionizantes que emergen de cada frente de choque de la superficie de trabajo (basándonos en trabajos previos para ondas de choque plano paralelas y estacionarias). Con tal información es posible plantear las

ecuaciones de balance de ionización tanto en el viento externo como en el viento interno a la superficie de trabajo, a partir de las cuales obtenemos las ecuaciones diferenciales que describen la cinemática de los frentes de ionización en los precursores. Se resuelven las ecuaciones para algunos ejemplos numéricos en los cuales se obtienen la posición y la velocidad de cada frente de ionización como funciones del tiempo.

### 3.1 Ionización en vientos estelares por la estrella central

Las estrellas pre-secuencia principal, como la mayoría de las estrellas, presentan eyecciones de gas conocidas como vientos estelares. Cuando el gas se encuentra ionizado, el balance entre los procesos de ganancias y pérdidas de energía se alcanza a una temperatura  $\sim 10^4$  K, por lo que la interacción de los electrones libres con los iones produce emisión térmica (libre-libre) detectable en frecuencias de radio (radio-continuo).

En una región HII homogénea, donde la densidad del gas es uniforme, su tamaño físico queda especificado por el radio de Strömgren. Este se determina al establecer un balance entre la tasa total de recombinaciones y la tasa de fotones ionizantes emitidos por la estrella. Para un viento estelar, donde la densidad decae como una potencia de la distancia a la estrella ( $n \propto r^{-\alpha}$ ), el gas se encuentra fotoionizado (ionización por fotones estelares) hasta infinito cuando  $\alpha > 3/2$ .

Wright & Barlow (1975) resolvieron el caso particular de un viento estelar cuya densidad disminuye como el cuadrado de la distancia a la estrella ( $n \propto r^{-2}$ ), encontrando el tamaño de la región ionizada (el equivalente a la esfera de Strömgren). En general, un viento estelar se caracteriza por su tasa de pérdida de masa  $\dot{m}$  y por su velocidad de eyección  $v_{\infty}$ . Sea  $\dot{N}$  la tasa de producción de fotones ionizantes

emitidos por la estrella capaces de ionizar el gas hasta una distancia  $r_i$ . Suponiendo que el viento está constituido únicamente por hidrógeno, la ecuación de equilibrio de ionización es simplemente,

$$\dot{N} = \int_{r_0}^{r_i} 4\pi n^2(r) \alpha_B(H^0, T) r^2 dr, \quad (3.1)$$

donde  $r_0$  es la distancia a la cual se origina el viento (el radio de la estrella) y  $\alpha_B(H^0, T)$  es el coeficiente de recombinación de hidrógeno a todos los niveles de energía excepto al estado base (por simplicidad nos referiremos en lo sucesivo a este coeficiente simplemente como  $\alpha_B$ ). Las recombinaciones al estado base de energía son excluidas en esta aproximación (llamada *on-the-spot*) en virtud de que los fotones producidos por las mismas ionizan localmente a otro átomo de la misma especie.

Para una estrella con un viento esféricamente simétrico, la tasa de pérdida de masa y la densidad  $n(r)$  están relacionadas a través de la ecuación de continuidad,

$$\dot{m} = 4\pi r^2 m n(r) v_\infty, \quad (3.2)$$

siendo  $m$  la masa promedio por partícula. Suponiendo  $\dot{m}$  y  $v_\infty$  uniformes, se encuentra a partir de la ecuación (3.2) que la densidad del viento  $n(r)$  está dada por,

$$n(r) = C \frac{1}{r^2}, \quad (3.3)$$

donde,

$$C \equiv \left( \frac{\dot{m}}{4\pi m v_\infty} \right).$$

Sustituyendo la ecuación (3.3) en la ecuación (3.1) e integrando se obtiene,



$$\frac{r_0}{r_i} = 1 - \left(\frac{C_c}{C}\right)^2, \quad (3.4)$$

donde,

$$C_c \equiv \left(\frac{\dot{N}r_0}{4\pi\alpha_B}\right)^{1/2}.$$

Observe que  $C$  se relaciona con los parámetros específicos del viento, en tanto que el valor de  $C_c$  es función de los parámetros físicos de la estrella central.

Por ejemplo, la fracción de fotones emitidos por estrellas de baja masa (tipo T-Tauri) con la energía suficiente para ionizar al hidrógeno es pequeña, por lo cual  $C_c \ll C$  en estas estrellas. Aplicando este resultado en la ecuación (3.4), se deduce que  $r_0/r_i \simeq 1$ , es decir, el frente de ionización se localiza muy cerca de la estrella central.

En estrellas más masivas, la tasa de producción de fotones ionizantes aumenta y los parámetros del viento estelar también se modifican. Sin embargo, en este tipo de estrellas en general ocurre que  $C_c \rightarrow C$  y, por tanto,  $r_0/r_i \simeq 0$ . Este resultado indica que el frente de ionización se aleja de la estrella central en cuyo límite  $r_i \rightarrow \infty$ .

Para el caso particular cuando  $C_c > C$ , la ecuación de balance de ionización (3.1) deja de ser válida. Esto puede interpretarse como que la estrella emite tal cantidad de fotones ionizantes que es capaz de ionizar al viento hasta infinito sin que sean consumidos la totalidad de estos fotones.

Para detectar emisión en radio-continuo se requiere, por un lado, que el gas esté ionizado y, por otro, que la medida de emisión sea alta. Si la tasa de pérdida de masa es alta entonces la medida de emisión también lo es y, como se ha mostrado previamente, en este caso el frente de ionización se localiza cerca de la estrella

central. Sin embargo, se ha detectado emisión en radio-continuo en torno a estrellas T-Tauri con tamaños físicos  $\sim 100$  UA (Natta 1989) que no pueden producirse por fotoionización de la estrella central. Por tanto, es necesario recurrir a algún otro mecanismo físico para intentar explicar la emisión del viento a tales distancias de la estrella central.

Raga et al. (1990) mostraron que variaciones en la velocidad de inyección de un flujo supersónico resultan en la formación de superficies de trabajo constituidas por dos ondas de choque que se desplazan a través del flujo. Uno de los frentes de choque desacelera al flujo corriente arriba en tanto que el otro frente de choque acelera al flujo corriente abajo de menor velocidad. Al suponer que el viento estelar presenta variaciones en su velocidad de eyección se formarán superficies de trabajo en el mismo y en cuyos frentes de choque pueden producirse fotones ionizantes. En las secciones (3.2.1) y (3.2.2), estimamos la preionización del viento estelar por fotones producidos en ondas de choque formadas en el flujo como resultado de variaciones en la velocidad de eyección.

### 3.2 Ionización en un viento estelar por una superficie de trabajo

Considere un viento estelar isotrópico eyectado inicialmente con velocidad  $v_0$  y con una tasa de inyección de masa  $\dot{m}$  constante. Suponga que la velocidad del viento se incrementa repentinamente por un factor  $a$  ( $>1$ ), es decir, el viento comienza a ser expulsado de la estrella con velocidad  $av_0$ . En lo sucesivo nos referiremos a esta variación como una variabilidad de tipo salto.

Supondremos que,

(a) el viento es eyectado con su velocidad terminal. Esta es una aproximación dado que la velocidad terminal del viento se alcanza cuando el gas se ha desplazado unos

cuantos radios estelares (ver por ejemplo Lamers & Cassinelli 1999). Usaremos esta aproximación basándonos en el hecho de que las escalas de distancia de nuestro interés corresponden a decenas de unidades astronómicas (tamaños físicos de las fuentes de radio-continuo en estrellas de baja masa) que representan distancias al menos cuatro órdenes de magnitud superiores a radios estelares de estrellas T-Tauri.

Adicionalmente, consideraremos que,

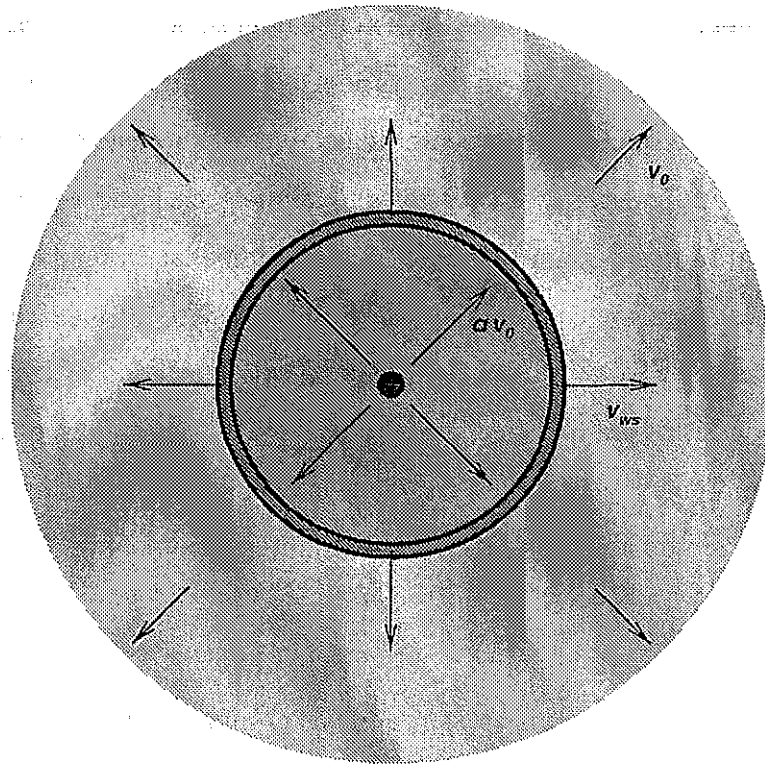
(b) los choques que constituyen a la superficie de trabajo (producida en el viento estelar por este tipo de variación) pueden ser tratados como choques plano-paralelos y estacionarios. La suposición de choque plano-paralelo es válida si las distancias de enfriamiento (de ambos choques) son mucho menores que la distancia de la superficie de trabajo a la estrella central. En este caso, la posición de la superficie de trabajo puede especificarse con una única distancia a la estrella. Por su parte, aproximar a cada choque como estacionario implica que el tiempo de enfriamiento es mucho menor que el tiempo característico de cambio en densidad. En el Apéndice A, se obtienen expresiones analíticas que permiten estimar la distancia a la estrella donde éstas suposiciones dejan de ser válidas.

En el Apéndice B, encontramos (usando el formalismo desarrollado por Cantó et al. 2000) que la variación de salto produce instantáneamente en el flujo estelar una superficie de trabajo (ver Fig. 3.1) que se aleja de la fuente con velocidad constante, dada por,

$$v_{ws} = a^{1/2} v_0, \quad (3.5)$$

por lo que su posición  $r_{ws}$  medida desde la estrella central a un tiempo  $t$  se obtiene mediante la expresión,

$$r_{ws} = r_0 + a^{1/2} v_0 t. \quad (3.6)$$



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA 3.1: Representación esquemática en donde se muestra una superficie de trabajo producida en un viento estelar eyectado inicialmente con velocidad  $v_0$ , el cual cambia bruscamente su velocidad a un valor  $av_0$  ( $a > 1$ ). La velocidad de la superficie de trabajo  $v_{ws}$  corresponde a un valor intermedio entre estas dos velocidades.

Las velocidades de choque, es decir, las velocidades de los flujos *corriente arriba* y *corriente abajo* relativas a la superficie de trabajo también son constantes y están dadas por,

$$v_{is} = (a - a^{1/2}) v_0, \quad v_{es} = (a^{1/2} - 1) v_0, \quad (3.7)$$

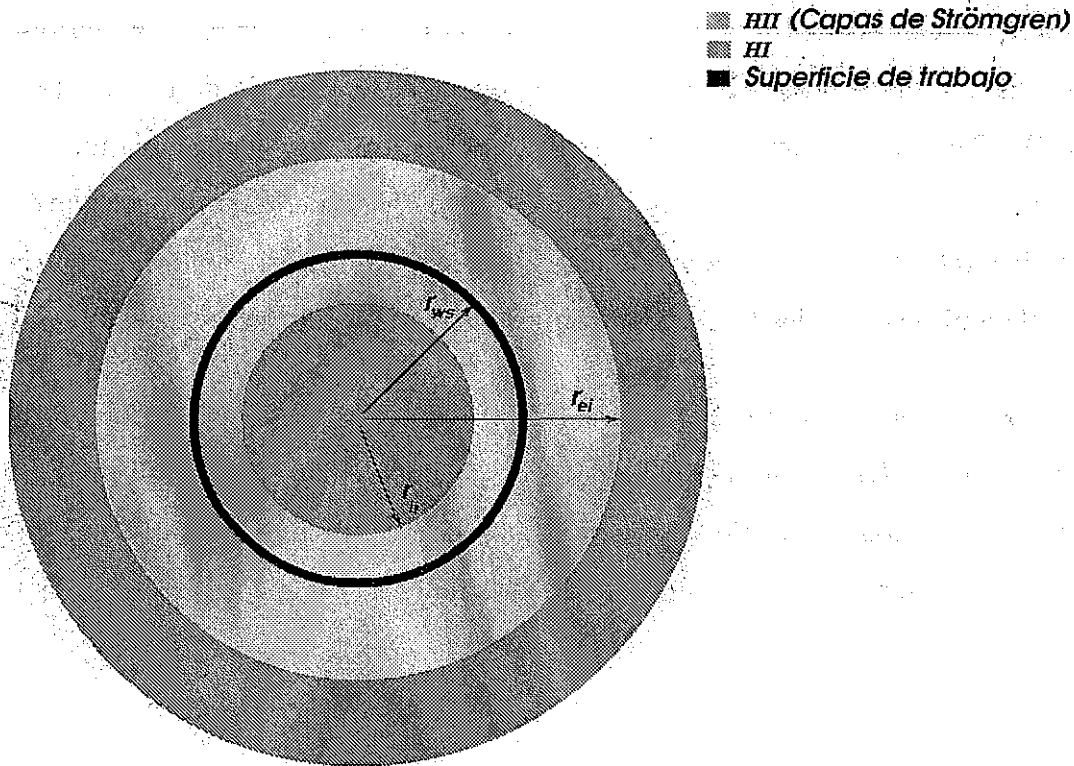
respectivamente.

En cada onda de choque emergen fotones con la energía suficiente para ionizar al hidrógeno. La tasa de producción de fotones ionizantes en ondas de choque plano-paralelas ha sido calculada por diversos autores (ver por ejemplo, Shull & Mc Kee 1979, Raymond et al. 1988, Kang & Shapiro 1992) como función de la densidad

prechoque y la velocidad de choque. En estos modelos, se encuentra que si las velocidades de choque son  $\simeq 110 \text{ km s}^{-1}$  se produce en promedio un fotón ionizante por átomo de hidrógeno que entre al frente de choque. La aplicación al modelo del viento estelar implica que si las velocidades de choque (ec. [3.7]) son superiores a este valor se formarán dos regiones completamente ionizadas llamadas precursores en los flujos *corriente arriba* y *corriente abajo*. En lo sucesivo nos referiremos a estas regiones como capas de Strömgren por su analogía con las esferas de Strömgren en las regiones HII. En la Figura 3.2, se presenta un esquema de un viento estelar en el cual se ha producido una superficie de trabajo con velocidades de choque superiores a  $110 \text{ km s}^{-1}$  preionizando al gas tanto en el viento interno como en el viento externo a la superficie de trabajo.

Kang and Shapiro (1992) reportan en sus modelos el número de fotones ionizantes producidos en una onda de choque por átomo de hidrógeno incidente como función de la velocidad de choque. En virtud de que las velocidades de choque en la superficie de trabajo son constantes, la cantidad de fotones que emerge en cada frente de choque por átomo de hidrógeno incidente es constante y no depende de la distancia a la estrella central. Sin embargo, el material ionizado es menos denso conforme la superficie de trabajo se aleja de la estrella (ec. [3.3]) por lo que la tasa de recombinaciones por unidad de volumen en las capas de Strömgren disminuye. Por tanto, uno espera que las dimensiones físicas de las capas de Strömgren dependan de la ubicación de la superficie de trabajo y, por ende, del tiempo.

En la sección (3.2.1), calculamos la preionización del viento estelar por fotones producidos en la onda de choque externa a la superficie de trabajo. Se obtiene el tamaño de la capa de Strömgren externa como función del tiempo. En la sección (3.2.2), estimamos la preionización del viento estelar interno a la superficie de trabajo modelando al flujo de fotones ionizantes producidos en el choque interno con la aproximación de dos-corrientes para simetría esférica. Este tratamiento nos permite calcular la estructura de ionización en el viento interno y, por tanto, conocer



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA 3.2: Esquematzación de un viento estelar en el cual se ha producido una superficie de trabajo debido a un cambio brusco en la velocidad de eyección. Al suponer que las velocidades de choque son superiores a  $110 \text{ km s}^{-1}$ , se producen dos regiones completamente ionizadas en el viento externo e interno a la superficie de trabajo (llamadas capas de Strömngren) y cuyas dimensiones físicas quedan especificadas por las posiciones de los frentes de ionización externo  $r_{ei}$  e interno  $r_{ii}$  y por la posición de la superficie de trabajo  $r_{ws}$ .

la evolución cinemática de la capa de Strömngren.

### 3.2.1 Preionización en el viento externo a la superficie de trabajo

El viento estelar externo a la superficie de trabajo es pre-ionizado por fotones que emergen del frente de choque externo. En particular, cuando la velocidad de choque  $v_{es} \geq 110 \text{ km s}^{-1}$  el viento se encuentra totalmente ionizado hasta una cierta distancia  $r_{ei}$  de la estrella central que corresponde a la posición del frente de ionización.

La región comprendida entre la posición de la superficie de trabajo  $r_{ws}$  y  $r_{ei}$  corresponde a la capa de Strömgren en el viento externo a la superficie de trabajo (ver Fig. 3.2). Para conocer sus dimensiones físicas durante la evolución dinámica de la superficie de trabajo, es necesario determinar la posición del frente de ionización en cada instante de tiempo. Para tal efecto, se requiere plantear una ecuación de balance de ionización de los fotones ionizantes que emergen del frente de choque.

Usando los modelos de Kang & Shapiro (1992), es posible estimar el número de fotones ionizantes  $\phi(v_{es})$  por átomo de hidrógeno incidente que emerge del frente de choque como función de la velocidad de choque. La tasa de fotones con la energía suficiente para ionizar el viento que emergen del frente de choque es,

$$\dot{N} = 4\pi r_{ws}^2 n(r_{ws}) v_{es} \phi(v_{es}),$$

de lo cual al sustituir las ecuaciones (3.3) y (3.7) se obtiene,

$$\dot{N} = \left(\frac{\dot{m}}{m}\right) (a^{1/2} - 1) \phi(v_{es}). \quad (3.8)$$

Observe que la tasa de fotones ionizantes producidos en el choque es independiente de la posición de la superficie de trabajo, es decir, es constante en el tiempo. Cada uno de estos fotones puede ionizar a un átomo que se haya recombinado en el capa de Strömgren o a un átomo neutro que atraviese el frente de ionización, por lo que la ecuación de balance de ionización para el viento externo es,

$$\dot{N} = \int_{r_{ws}}^{r'_{ei}} 4\pi r^2 n_e^2(r) \alpha_B dr + 4\pi r_{ei}^2 n(r_{ei}) (r'_{ei} - v_0), \quad (3.9)$$

donde  $r'_{ei}$  es la velocidad del frente de ionización externo,  $n_e(r)$  es la densidad electrónica a la distancia  $r$  de la estrella central (en cualquier punto dentro de la capa de Strömgren externa) y  $n(r_{ei})$  es la densidad de hidrógeno neutro en la posición del

frente de ionización. El primer término de la ecuación (3.9) representa la tasa total de recombinaciones en el precursor, mientras que el segundo término corresponde al número total de átomos neutros que se incorporan a la capa de Strömgen por unidad de tiempo.

Dado que el gas está completamente ionizado en la capa de Strömgen, la densidad electrónica  $n_e(r)$  es igual a la densidad total del gas (la fracción de ionización es uno) dada por la ecuación (3.3). Al sustituir en la ecuación (3.9) e integrando se obtiene la ecuación diferencial para la posición del frente de ionización  $r_{ei}$ ,

$$\frac{\dot{N}}{4\pi C v_0} = \frac{\alpha_B C}{v_0 r_{ws}} \left(1 - \frac{r_{ws}}{r_{ei}}\right) + \left[\left(\frac{1}{v_0}\right) r'_{ei} - 1\right]. \quad (3.10)$$

Definimos las variables adimensionales  $\tilde{r}_{ei} = r_{ei}/r_{ws}$  y  $\tilde{t} = t/t_0$ , donde  $t_0$  corresponde al tiempo que requiere la superficie de trabajo para desplazarse una distancia igual a un radio estelar ( $t_0 = r_0/a^{1/2}v_0$ ). En términos de las nuevas variables, la velocidad del frente de ionización se obtiene a partir de la derivada  $r'_{ei} = d(r_{ws} \tilde{r}_{ei})/dt$  de la cual, usando la ecuación (3.6) y la definición para  $\tilde{t}$ , se encuentra,

$$\frac{r'_{ei}}{v_{ws}} = (1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ei} + \tilde{r}_{ei}, \quad (3.11)$$

donde  $\dot{\tilde{r}}_{ei} = d\tilde{r}_{ei}/d\tilde{t}$ .

Sustituyendo la ecuación (3.11) en la ecuación (3.10), se obtiene la ecuación diferencial para el frente de ionización en las variables adimensionales,

$$\gamma = \left(\frac{1}{1 + \tilde{t}}\right) \left(1 - \frac{1}{\tilde{r}_{ei}}\right) + \lambda \left[(1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ei} + \tilde{r}_{ei}\right], \quad (3.12)$$

donde,



$$\gamma = \frac{\dot{N}r_0}{4\pi\alpha_B C^2} + \frac{v_0 r_0}{\alpha_B C},$$

y,

$$\lambda = \frac{a^{1/2} v_0 r_0}{\alpha_B C}.$$

Al formarse la superficie de trabajo comienzan a producirse fotones ionizantes después de un tiempo igual al tiempo de enfriamiento (ver Apéndice A). En nuestro modelo suponemos que lo anterior ocurre instantáneamente, por lo que la condición inicial para resolver la ecuación diferencial (3.12) es,

$$\tilde{r}_{ei}(\tilde{t} = 0) = 1. \quad (3.13)$$

Al formarse la superficie de trabajo (en  $\tilde{t} = 0$ ), los fotones ionizantes que emergen del frente de choque se consumen únicamente en ionizar a las átomos neutros que lo atraviesan. Por tanto, el primer término de la ecuación (3.12) se anula y la ecuación que describe la cinemática del frente de ionización, al momento de formarse la superficie de trabajo, es simplemente,

$$\gamma = \lambda \left[ (1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ei} + \tilde{r}_{ei} \right]_{\tilde{t}=0},$$

de donde se obtiene, aplicando la ecuación (3.11), que la velocidad con la cual se desplaza inicialmente el frente de ionización es,

$$r'_{ei}(t = 0) = \left( \frac{\gamma}{\lambda} \right) v_{ws}. \quad (3.14)$$

Para  $\tilde{t} \rightarrow \infty$ , el segundo término de la ecuación (3.12) nuevamente es el que domina respecto al término que corresponde a las recombinaciones. Los fotones ionizantes producidos en el choque se consumen principalmente en la ionización de las partículas neutras que se incorporan al frente de ionización en tanto que las recombinaciones en la capa de Strömngren pueden ser ignoradas. Lo anterior puede explicarse al considerar que la densidad del viento decae como el inverso del cuadrado de la distancia (ec. [3.3]), y por tanto que la tasa de recombinaciones disminuye como la distancia a la cuarta potencia. Usando la ecuación (3.12), se obtiene para este límite que,

$$\gamma \simeq \lambda \left[ (1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ei} + \tilde{r}_{ei} \right]_{\tilde{t} \rightarrow \infty},$$

de lo cual se deduce que,

$$r'_{ei}(t \rightarrow \infty) \rightarrow \left( \frac{\gamma}{\lambda} \right) v_{ws}. \quad (3.15)$$

Por tanto, la velocidad del frente de ionización a tiempos suficientemente grandes se aproximará al valor inicial (ecs. [3.14] y [3.15]).

En la Figura 3.3, presentamos dos ejemplos de la solución a la ecuación (3.12). Consideramos los casos particulares de un viento estelar cuya velocidad de eyección inicial es  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , el cual incrementa su valor por factores de  $a = 2.5$  y  $a = 3.0$ . (con estos valores de  $a$  se producen en ambos casos las dos capas de Strömngren al tener velocidades de choque suficientemente altas). Para ambos modelos, la tasa de pérdida de masa permanece constante con un valor de  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . Las velocidades de choque para el frente de choque externo corresponden a  $v_{es} = 116.23 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 146.41 \text{ km s}^{-1}$  (ec. [3.7]), para las cuales  $\phi(116.23) = 1.22$  y  $\phi(146.41) = 1.90$ , respectivamente (Kang & Shapiro 1992). Adicionalmente, hemos supuesto que el viento estelar está constituido únicamente por hidrógeno.

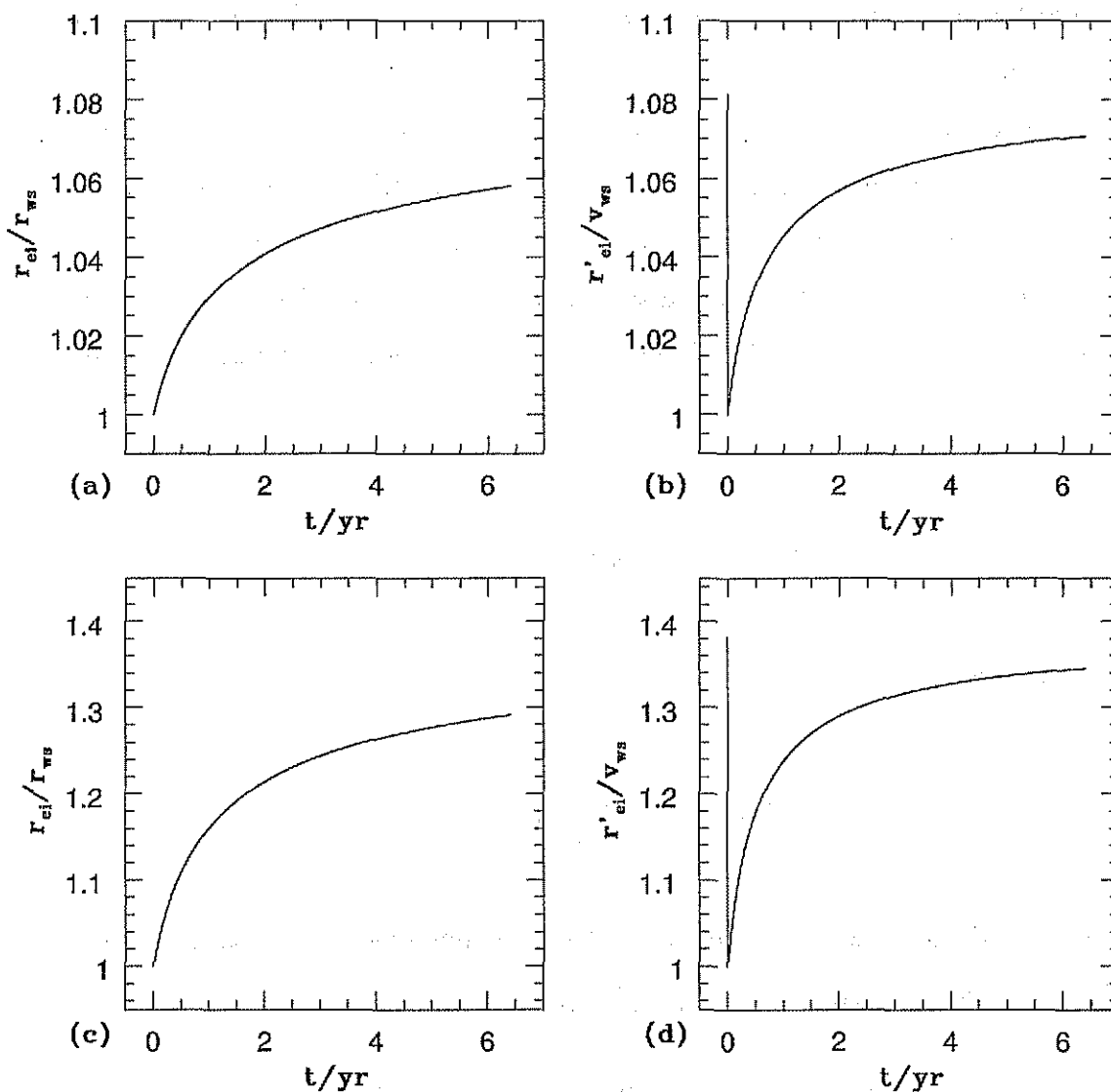


FIGURA 3.3: Soluciones numéricas para la posición y velocidad del frente de ionización externo a la superficie de trabajo producida en un viento estelar con velocidad de eyección inicial de  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , el cual presenta un incremento en su valor por un factor  $a = 2.5$  (Fig. 3.3a y 3.3b) y  $a = 3.0$  (Fig. 3.3c y 3.3d). La tasa de pérdida de masa en ambos modelos es de  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  la cual permanece constante y donde se ha supuesto que el viento estelar está constituido únicamente por hidrógeno. Tanto la posición como la velocidad del frente de ionización se expresan relativas a los correspondientes valores de la superficie de trabajo. La descripción de las gráficas se presenta en el texto.

Las Figuras 3.3a y 3.3c muestran los resultados numéricos de la posición del frente de ionización relativa a la posición de la superficie de trabajo para ambos modelos ( $a = 2.5$  y  $3.0$ ). Puede observarse que las curvas tienden asintóticamente a un valor constante, el cual aumenta conforme la velocidad de choque es más alta produciéndose una mayor tasa de fotones ionizantes en el choque. El hecho de que el frente de ionización tienda a una fracción de la distancia de la superficie de trabajo a la estrella, implica que  $r_{ei} \propto t$  para  $t \rightarrow \infty$ , por lo que el ancho de la capa de Strömgen crecerá linealmente con el tiempo en este límite. Las Figura 3.3b y 3.3d muestran los resultados numéricos de la velocidad del frente de ionización relativa a la velocidad de la superficie de trabajo para los mismos modelos. Se puede observar que la velocidad del frente de ionización tiende asintóticamente al valor inicial para  $t \rightarrow \infty$ , tal como lo mostramos analíticamente (ecs. [3.14] y [3.15]) a partir de la ecuación (3.12). Para valores del tiempo intermedios, las recombinaciones en la capa de Strömgen son importantes, particularmente cuando la velocidad del frente de ionización alcanza su valor mínimo ( $r'_{ei}/v_{ws} \simeq 1$ ). Como puede observarse en las gráficas, lo anterior ocurre a tiempos muy cortos y en un intervalo de tiempo muy breve, debido a que el gas ionizado en la capa de Strömgen se recombina en escalas de tiempo del orden del tiempo de recombinación ( $t_r$ ). Este tiempo característico es proporcional al inverso de la densidad del gas ( $t_r \propto 1/n_e\alpha_B$ ), lo cual indica que el mismo crecerá conforme se aleje la superficie de trabajo de la estrella central (ver ec. [3.3]). Por tanto, la tasa de recombinaciones irá disminuyendo en la capa de Strömgen y los fotones ionizantes producidos en el choque se consumirán principalmente en ionizar a las partículas neutras que atraviesen al frente de ionización.

### 3.2.2 Preionización en el viento interno a la superficie de trabajo

El viento interno a la superficie de trabajo corresponde al viento con mayor velocidad ( $av_0$ ). Tal como se mencionó en la sección (3.2), al instante en que este material

comienza a ser eyectado se produce una superficie de trabajo que se aleja de la estrella con velocidad constante. Al incorporarse material al choque interno empiezan a producirse fotones ionizantes que preionizan al viento. Cuando las velocidades de choque son altas ( $\geq 110 \text{ km s}^{-1}$ ), se producen suficientes fotones como para producir una región completamente ionizada en el material prechoque (capa de Strömgren interna). Análogamente al caso del viento externo (tratado en la sección 3.2.1), se forma un frente de ionización localizado a una distancia  $r_{ii}$  (al tiempo  $t$ ) de la estrella que conjuntamente con la posición  $r_{ws}$  de la superficie de trabajo delimitan a la capa de Strömgren interna (Fig. 3.2). Tal como ocurrió en el tratamiento del viento externo, se espera que la posición del frente de ionización (relativa a la superficie de trabajo) cambie en el tiempo, así como el tamaño de la capa de Strömgren. Para conocer la cinemática del frente de ionización es necesario plantear una ecuación de balance de ionización para los fotones ionizantes producidos en el choque interno que permita determinar  $r_{ii}$  como función del tiempo.

La producción de fotones ionizantes en el choque interno por unidad de tiempo se obtiene mediante la expresión,

$$\dot{N} = 4\pi r_{ws}^2 n(r_{ws}) v_{is} \phi(v_{is}),$$

de lo cual se obtiene al sustituir las ecuaciones (3.3) y (3.7),

$$\dot{N} = \left(\frac{\dot{m}}{m}\right) \left(1 - \frac{a^{1/2}}{a}\right) \phi(v_{is}), \quad (3.16)$$

por lo que es independiente de la posición de la superficie de trabajo.

Estos fotones se consumen al ionizar a los átomos neutros que atraviesen al frente de ionización interno en la posición  $r_{ii}$  así como a los átomos que se han recombinado en la capa de Strömgren, cuyo volumen queda determinado por  $r_{ii}$  y  $r_{ws}$ .

Sin embargo, a diferencia con la preionización del viento externo, existe una cierta cantidad de fotones ionizantes que logran escapar del precursor sin ser consumidos y que se incorporan a la superficie de trabajo. Por lo tanto, la ecuación de balance de ionización en el viento interno es,

$$\dot{N} = \int_{r_{ii}}^{r_{ws}} 4\pi r^2 n_e^2(r) \alpha_B dr + 4\pi r_{ii}^2 n(r_{ii}) (av_0 - r'_{ii}) + G_+(r_{ws}) \quad (3.17)$$

donde  $r'_{ii}$  es la velocidad del frente de ionización interno,  $n_e(r)$  es la densidad electrónica a la distancia  $r$  de la estrella central (en cualquier punto dentro de la capa de Strömngren) y  $n(r_{ii})$  es la densidad de hidrógeno neutro en la posición del frente de ionización. El primer término en la ecuación (3.17) corresponde al número de recombinaciones por unidad de tiempo que se presentan en la capa de Strömngren, el segundo término representa la cantidad de átomos neutros que atraviesan al frente de ionización por unidad de tiempo, en tanto que  $G_+(r_{ws})$  (la notación utilizada se explica más adelante en la sección de la aproximación de dos corrientes) corresponde a la cantidad de fotones ionizantes que escapan del precursor sin ser consumidos y que se incorporan a la superficie de trabajo por unidad de tiempo.

En virtud de que el gas en el precursor está totalmente ionizado,  $n_e(r)$  está dada por la ecuación (3.3). Sustituyendo en la ecuación (3.17) e integrando se obtiene,

$$\frac{\dot{N}}{4\pi C av_0} = \frac{\alpha_B C}{av_0 r_{ws}} \left( \frac{r_{ws}}{r_{ii}} - 1 \right) + \left[ 1 - \left( \frac{1}{av_0} \right) r'_{ii} \right] + \frac{G_+(r_{ws})}{4\pi C av_0} \quad (3.18)$$

En términos de las mismas variables adimensionales definidas en la sección (3.2.1) (ver ec. [3.11]), la velocidad del frente de ionización interno está dada por,

$$\frac{r'_{ii}}{v_{ws}} = (1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ii} + \tilde{r}_{ii}, \quad (3.19)$$

donde  $\dot{\tilde{r}}_{ii} = d\tilde{r}_{ii}/d\tilde{t}$ .

Sustituyendo la ecuación (3.19) en la ecuación (3.18), se encuentra la ecuación diferencial (en las variables adimensionales) que satisface el frente de ionización interno,

$$\psi [1 - g_+(1)] - \frac{a}{\alpha^{1/2}} \lambda = \left( \frac{1}{1 + \tilde{t}} \right) \left( \frac{1}{\tilde{r}_{ii}} - 1 \right) - \lambda \left[ (1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ii} + \tilde{r}_{ii} \right], \quad (3.20)$$

donde,

$$\psi = \frac{\dot{N} r_0}{4\pi \alpha_B C^2},$$

$$g_+(1) = \frac{G_+(r_{ws})}{\dot{N}},$$

y  $\lambda$  está definida tal como en la sección (3.2.1).

Cuando el material de velocidad  $av_0$  comienza a ser eyectado y la superficie de trabajo se forma, las partículas que ingresan al frente de choque comienzan a producir fotones ionizantes después de un cierto tiempo de enfriamiento (ver Apéndice A). Nuevamente suponemos que esto ocurre inmediatamente, por lo que la condición inicial para integrar la ecuación (3.20) es,

$$\tilde{r}_{ii}(\tilde{t} = 0) = 1. \quad (3.21)$$

Para poder resolver la ecuación (3.20) y conocer la posición del frente de ionización interno, se requiere determinar la fracción de fotones  $g_+(1)$  que escapan del precursor al tiempo  $t$  sin ser absorbidos y que se incorporan a la superficie de trabajo. Para la determinación de  $g_+(1)$ , hemos modelado al flujo de fotones ionizantes producidos en el choque interno con la aproximación de dos-corrientes en simetría esférica.

### Aproximación de dos-corrientes para simetría esférica

Suponga que los fotones producidos en cada elemento de superficie del choque interno emergen isotrópicamente. La trayectoria de cada uno de estos fotones está caracterizada por una componente radial y una componente tangencial. La componente radial de un fotón al emerger del choque interno está dirigida directamente a la estrella, sin embargo, si el mismo fotón sigue su trayectoria sin ser absorbido logrando pasar por la mínima distancia a la estrella su componente radial cambia de sentido (Fig. 3.4). La aproximación de dos-corrientes consiste en suponer que, a la distancia  $r$  ( $< r_{ws}$ ), una fracción de los fotones se desplaza radialmente hacia la estrella central (que por convención denotaremos como la dirección -), y otra fracción de fotones se dirige radialmente hacia la superficie de trabajo (en la dirección +) (ver Fig. 3.5).

Sea  $F_-$  el flujo de fotones ionizantes (fotones por unidad de area y por unidad de tiempo) que a la distancia  $r$  se dirigen radialmente hacia la estrella central, y  $F_+$  el flujo de los fotones ionizantes que se dirigen radialmente hacia la superficie de trabajo. Definimos,

$$G_- = 4\pi r^2 F_-, \quad G_+ = 4\pi r^2 F_+, \quad (3.22)$$

como la cantidad total de fotones que atraviesan por unidad de tiempo la esfera imaginaria de radio  $r$  desplazándose radialmente en dirección a la estrella y en dirección a la superficie de trabajo, respectivamente. Tanto  $G_-$  como  $G_+$  se modifican por dos razones al evaluarse a una distancia  $r$  y a una distancia  $r + dr$  de la estrella central: (a) por efecto geométrico y, (b) por absorciones que se presenten en la trayectoria de los fotones. A continuación encontramos como se modifican  $G_-$  y  $G_+$  en ambos casos.

En primera instancia, suponga que los fotones producidos en el choque no son absor-



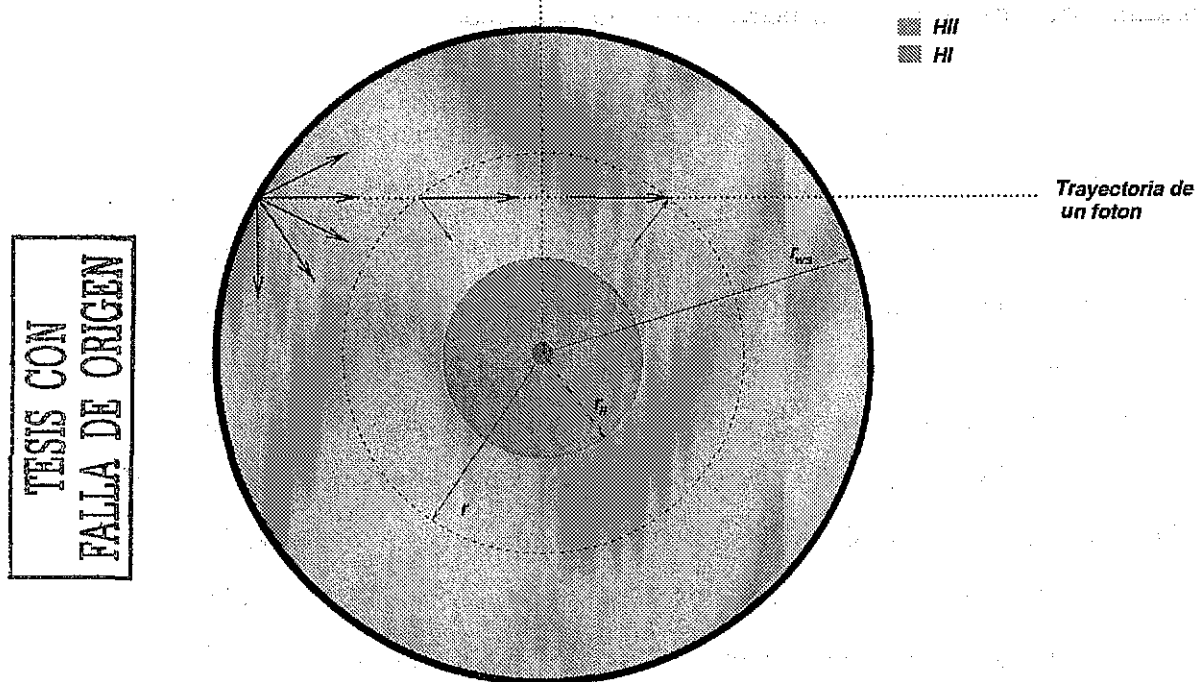


FIGURA 3.4: Representación esquemática de la emisión isotrópica de fotones en un elemento de área del choque interno de la superficie de trabajo .A una distancia  $r$  arbitraria de la estrella algunos fotones presentan una componente radial de su trayectoria dirigida a la estrella y aquellos que no han sido absorbidos en el camino su componente radial está dirigida hacia la superficie de trabajo.

bidos. Dado que la emisión es isotrópica,  $F_-$  y  $F_+$  son constantes en cualquier punto a una una distancia  $r$  ( $< r_{ws}$ ) y, por tanto,  $F_- = F_+$ . Derivando las expresiones de la ecuación (3.22) respecto a  $r$  se obtiene una razón de cambio  $2G_-/r$  para  $G_-$  y  $G_+$ . Esta cantidad ( $2G_-/r$ ) nos indica como cambian  $G_-$  y  $G_+$  únicamente por el efecto geométrico de pasar de una esfera imaginaria de radio  $r$  a otra distinta de radio  $r + dr$ .

En cuanto a los cambios en  $G_-$  y  $G_+$  por absorciones considere lo siguiente:

El flujo de fotones que atraviesa un elemento de área (cuando la emisión es isotrópica) es  $F = \pi I$  donde  $I$  es la intensidad específica (fotones ionizantes por  $s^{-1} cm^{-2} str^{-1}$ ). En la aproximación de dos-corrientes, la intensidad media  $J$  corresponde

simplemente al promedio aritmético de las intensidades específicas, que en términos de los flujos puede expresarse como,

$$J = \frac{1}{2\pi}(F_- + F_+). \quad (3.23)$$

Suponiendo por simplicidad que la ionización de los átomos neutros con densidad  $n_0$  (a la distancia  $r$  de la estrella) ocurren en el valor umbral de la sección eficaz de ionización de hidrogeno  $a_0$ , la cantidad de fotones que ionizan al gas neutro por unidad de volumen y unidad de tiempo se obtiene por,

$$4\pi J n_0 a_0 = 2n_0 a_0 (F_- + F_+). \quad (3.24)$$

Multiplicando la ecuación (3.24) por la superficie de la esfera imaginaria de radio  $r$  lo que se obtiene es la cantidad de fotones absorbidos (al ionizar átomos neutros) por unidad de longitud y por unidad de tiempo. Por tanto, los cambios en  $G_-$  y  $G_+$  por el efecto de la absorción de fotones al recorrer una distancia  $dr$  ( $> 0$ ) son  $2n_0 a_0 G_- dr$  y  $-2n_0 a_0 G_- dr$ , respectivamente.

Al tomar en cuenta los cambios en  $G_-$  y  $G_+$ , tanto por efecto geométrico ( $2G_-/r$ ) como por las absorciones en la trayectoria de los fotones ( $2n_0 a_0 G_- dr$ ,  $-2n_0 a_0 G_- dr$ ), se encuentran las ecuaciones diferenciales que satisfacen ambas cantidades,

$$\frac{1}{2} \frac{dG_-}{dr} = n_0 a_0 G_- + \frac{G_-}{r}, \quad (3.25)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dG_+}{dr} = -n_0 a_0 G_+ + \frac{G_-}{r}, \quad (3.26)$$

las cuales se integran con las condiciones de frontera,

$$G_-(r_{ws}) = \dot{N}, \quad G_+(r_{ii}) = 0. \quad (3.27)$$

La condición de frontera para  $G_-$  indica que la cantidad de fotones que se desplazan radialmente hacia la estrella en la superficie del frente de choque interno debe corresponder a la producción total de fotones ionizantes que emergen del mismo. Por otra parte, la condición para  $G_+$  establece que en la posición del frente de ionización no existen fotones que se desplacen radialmente hacia la superficie de trabajo, en virtud de que el gas se encuentra neutro en la región comprendida entre la superficie de la estrella y el frente de ionización.

En equilibrio de ionización local en cada punto de la capa de Strömgen, existe un balance entre las fotoionizaciones y las recombinaciones de los electrones libres con los iones por unidad de volumen y unidad de tiempo. Al suponer que el viento está constituido únicamente por hidrógeno, la ecuación de equilibrio de ionización establece que,

$$n_0 a_0 4\pi J = n_+^2 \alpha_B, \quad (3.28)$$

donde  $n_+$  es la densidad de hidrógeno ionizado. Despejando  $n_0$  de la ecuación (3.28) y utilizando la ecuación (3.23) se obtiene para la densidad de hidrógeno neutro,

$$n_0 = \left( \frac{2\pi r^2 n_+^2 \alpha_B}{a_0} \right) \frac{1}{G_- + G_+}. \quad (3.29)$$

Sustituyendo la ecuación (3.29) en las ecuaciones (3.25) y (3.26) se obtiene,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dg_-}{d\tilde{r}} \right) = \xi \left( \frac{g_-}{g_- + g_+} \right) \frac{1}{\tilde{r}^2} + \frac{g_-}{\tilde{r}}, \quad (3.30)$$

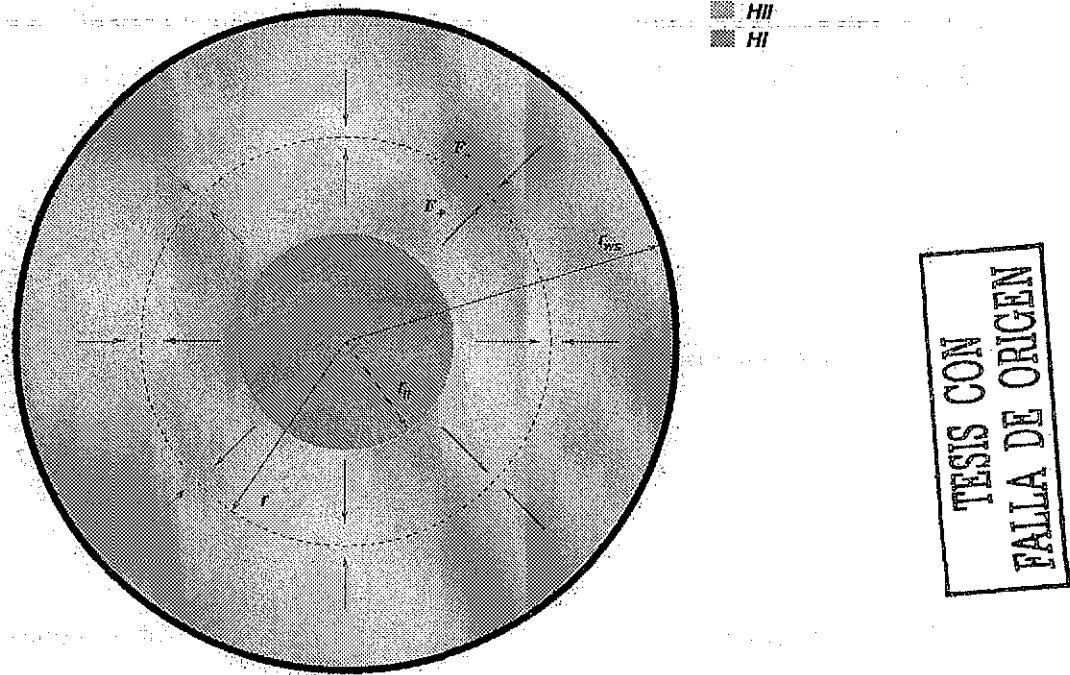


FIGURA 3.5: Representación esquemática de la aproximación de dos-corrientes en simetría esférica aplicada a la región interna de la superficie de trabajo producida en un viento estelar. Los flujos de fotones ionizantes en dirección radial a la estrella y a la superficie de trabajo se denotan por  $F_-$  y  $F_+$  respectivamente, dependiendo ambos de la distancia  $r$  a la estrella central.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dg_+}{d\tilde{r}} \right) = -\xi \left( \frac{g_+}{g_- + g_+} \right) \frac{1}{\tilde{r}^2} + \frac{g_-}{\tilde{r}}, \quad (3.31)$$

donde  $\tilde{r} = r/r_{ws}$ ,  $g_- = G_-/\dot{N}$ ,  $g_+ = G_+/\dot{N}$  y  $\xi = 2\pi C^2 \alpha_B / \dot{N} r_{ws}$ . Las condiciones de frontera (3.27) en las nuevas variables son,

$$g_-(1) = 1, \quad g_+(\tilde{r}_{ii}) = 0. \quad (3.32)$$

Las ecuaciones diferenciales (3.30) y (3.31), conjuntamente con las condiciones de frontera (3.32), describen el comportamiento del flujo de fotones ionizantes en la aproximación de dos-corrientes para simetría esférica, y pueden ser integradas numéricamente para conocer la posición y velocidad del frente de ionización a cualquier

tiempo. Sin embargo, también es posible obtener una solución analítica aproximada del problema. Para tal efecto, restando las ecuaciones (3.30 y (3.31) se obtiene,

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\tilde{r}} (g_- - g_+) = \xi \frac{1}{\tilde{r}^2}. \quad (3.33)$$

Integrando la ecuación (3.33) se encuentra,

$$g_+ = g_- + 2\xi \frac{1}{\tilde{r}} - c_1, \quad (3.34)$$

donde  $c_1$  es una constante de integración por determinar. Los fotones que constituyen a  $g_+$  a una distancia y a un instante dado corresponde tan solo a una fracción de los fotones que constituían a  $g_-$  a la misma distancia pero a un tiempo anterior (ver Fig. 3.4), el resto de los fotones fueron absorbidos en el camino. Por este argumento, se espera que  $g_+ < g_-$  para cualquier distancia y en cualquier instante de tiempo. Bajo esta suposición, aproximando a primer orden la ecuación (3.30) se obtiene,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dg_-}{d\tilde{r}} \right) \simeq \xi \left( 1 - \frac{g_+}{g_-} \right) \frac{1}{\tilde{r}^2} + \frac{g_-}{\tilde{r}}. \quad (3.35)$$

Al sustituir la ecuación (3.34) en la ecuación (3.35) se encuentra que  $g_-$  satisface la ecuación diferencial,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dg_-}{d\tilde{r}} \right) \simeq \xi \left( -2\xi \frac{1}{\tilde{r}} + c_1 \right) \frac{1}{\tilde{r}^2 g_-} + \frac{g_-}{\tilde{r}}, \quad (3.36)$$

la cual es integrable analíticamente. Su solución es,

$$g_- = \left[ \frac{2}{15} \left( \frac{15 c_2 \tilde{r}^6 + 10 \xi^2 - 6 c_1 \xi \tilde{r}}{\tilde{r}^2} \right) \right]^{1/2}, \quad (3.37)$$

donde  $c_2$  es una segunda constante de integración. Las condiciones de frontera indicadas en (3.32) permiten calcular las constantes  $c_1$  y  $c_2$  de lo cual se obtienen expresiones para  $g_-$  y  $g_+$  en términos de  $\xi$  y  $\tilde{r}_{ii}$ . Sin embargo, se requiere de una condición de frontera adicional que permita calcular las propiedades cinemáticas del frente de ionización como función del tiempo. Esta condición se obtiene al tomar en cuenta que todos los átomos neutros que entran a la capa de Strömngren deben ser ionizados.

La cantidad de átomos neutros que atraviesan por unidad de tiempo el frente de ionización en la posición  $r_{ii}$  está dada por,

$$\eta = 4\pi r_{ii}^2 n_0(r_{ii}) [av_0 - r'_{ii}], \quad (3.38)$$

los cuales deben ser ionizados (por pertenecer a la capa de Strömngren) y corresponder unívocamente a la cantidad de fotones que se dirigen radialmente hacia la estrella en la misma posición  $r_{ii}$ . Si la cantidad de fotones que alcanzan a llegar a la posición  $r_{ii}$  fuese mayor que la cantidad de átomos neutros que se incorporan a la capa de Strömngren, el frente de ionización se localizaría a una distancia menor y, por tanto, más cerca de la estrella central. Por el contrario, si los átomos neutros excediese a la cantidad de fotones que llegan al frente de ionización, entonces la capa de Strömngren dejaría de estar completamente ionizada. Por tanto,  $g_-(\tilde{r}_{ii})$  debe satisfacer,

$$g_-(\tilde{r}_{ii}) = \eta/\dot{N}. \quad (3.39)$$

Definiendo  $b \equiv g_-(\tilde{r}_{ii})$  (por simplicidad en la notación), se obtiene la condición de frontera al sustituir las expresiones (3.3) y (3.19) en la ecuación (3.38),

$$b = \frac{1}{(1 - \alpha^{-1/2}) \phi(v_{is})} \left[ 1 - \alpha^{-1/2} \left[ (1 + \tilde{t}) \dot{\tilde{r}}_{ii} + \tilde{r}_{ii} \right] \right]. \quad (3.40)$$

Por otra parte, aplicando la condición de frontera (3.32) para  $g_+$  y la ecuación (3.34) evaluada en  $r_{ii}$ , se obtiene la primera constante de integración,

$$c_1 = g_-(\bar{r}_{ii}) + 2\xi \frac{1}{\bar{r}_{ii}}. \quad (3.41)$$

Sustituyendo (3.41) en la ecuación (3.37) y evaluándola en  $r_{ii}$ , se encuentra la segunda constante de integración,

$$c_2 = \frac{b^2}{2\bar{r}_{ii}^4} + \frac{2\xi b}{5\bar{r}_{ii}^5} + \frac{2\xi^2}{15\bar{r}_{ii}^6}. \quad (3.42)$$

Usando la condición de frontera (3.32) para  $g_-$ , sustituyendo (3.41) y (3.42) en la ecuación (3.37) y evaluándola en  $\bar{r} = 1$ , se obtiene la ecuación de segundo grado para  $b$ ,

$$b^2 + \frac{4\xi}{5} \left( \frac{1 - \bar{r}_{ii}^5}{\bar{r}_{ii}} \right) b + \frac{4\xi^2}{15} \left( \frac{1 + 5\bar{r}_{ii}^6 - 6\bar{r}_{ii}^5}{\bar{r}_{ii}^2} \right) - \bar{r}_{ii}^4 = 0, \quad (3.43)$$

cuyas soluciones son,

$$b = \frac{1}{15\bar{r}_{ii}^2} \left[ -6\xi\bar{r}_{ii} + 6\xi\bar{r}_{ii}^6 \pm 3^{1/2}\bar{r}_{ii} \left( 75\bar{r}_{ii}^6 - 8\xi^2 + 96\xi^2\bar{r}_{ii}^5 - 100\xi^2\bar{r}_{ii}^6 + 12\xi^2\bar{r}_{ii}^{10} \right)^{1/2} \right]. \quad (3.44)$$

La solución física de la ecuación (3.44) corresponde a la raíz positiva en virtud de ser la que cumple con la condición (3.32) para  $g_-$ .

Para obtener la solución final del tratamiento al viento interno, es posible proceder de dos maneras distintas (pero equivalentes) para describir la cinemática del frente

de ionización interno a la superficie de trabajo. Por un lado, igualando las ecuaciones (3.40) y (3.44) proporcionan una ecuación diferencial para la posición del frente de ionización interno  $r_{ii}$ , obtenida directamente del modelo de la aproximación de dos-corrientes para simetría esférica. Sin embargo, la otra manera de proceder en la solución del problema consiste en obtener a partir del modelo de la aproximación de dos-corrientes la cantidad de fotones ionizantes que arriban al frente de choque interno incorporándose a la superficie de trabajo sin ser absorbidos [ $g_+(1)$ ]. Sustituyendo  $g_+(1)$  en la ecuación (3.20), es posible resolverla numéricamente para obtener las propiedades cinemáticas del frente de ionización. La ventaja de proceder de esta forma, y por la cual la hemos elegido, es que nos permite efectuar un tratamiento análogo al que se planteó para el caso del viento externo, y que, por tanto, permite conocer a cualquier tiempo cual de los términos (entre las recombinaciones en la capa de Strömgren, los fotones ionizantes consumidos en la ionización del material neutro que arriba al frente de ionización, y la cantidad de fotones que escapan de la capa de Strömgren sin ser absorbidos) es el que domina.

Evaluando la ecuación (3.34) en  $\tilde{r} = 1$ , usando la condición de frontera (3.32) para  $g_-$ , y sustituyendo el valor de  $c_1$  dado por (3.41) se obtiene,

$$g_+(1) = 1 + 2\xi - \left( b + 2\xi \frac{1}{\tilde{r}_{ii}} \right). \quad (3.45)$$

Sustituyendo la ecuación (3.45) en la ecuación (3.20) e integrándola con la condición inicial (3.21) se obtiene la solución completa para la preionización del viento interno a la superficie de trabajo.

Las Figuras 3.6 (a-d) y 3.7 (a-d) muestran los resultados numéricos de la ionización del viento interno a la superficie de trabajo correspondientes a los mismos modelos que presentamos en la Figura 3.3 para la ionización del viento externo. La velocidad de choque en el frente de choque interno para el modelo con  $a = 2.5$  es  $v_{is} = 183.77 \text{ km s}^{-1}$  y, para el modelo con  $a = 3.0$  la velocidad de choque es  $v_{is} = 253.59 \text{ km}$



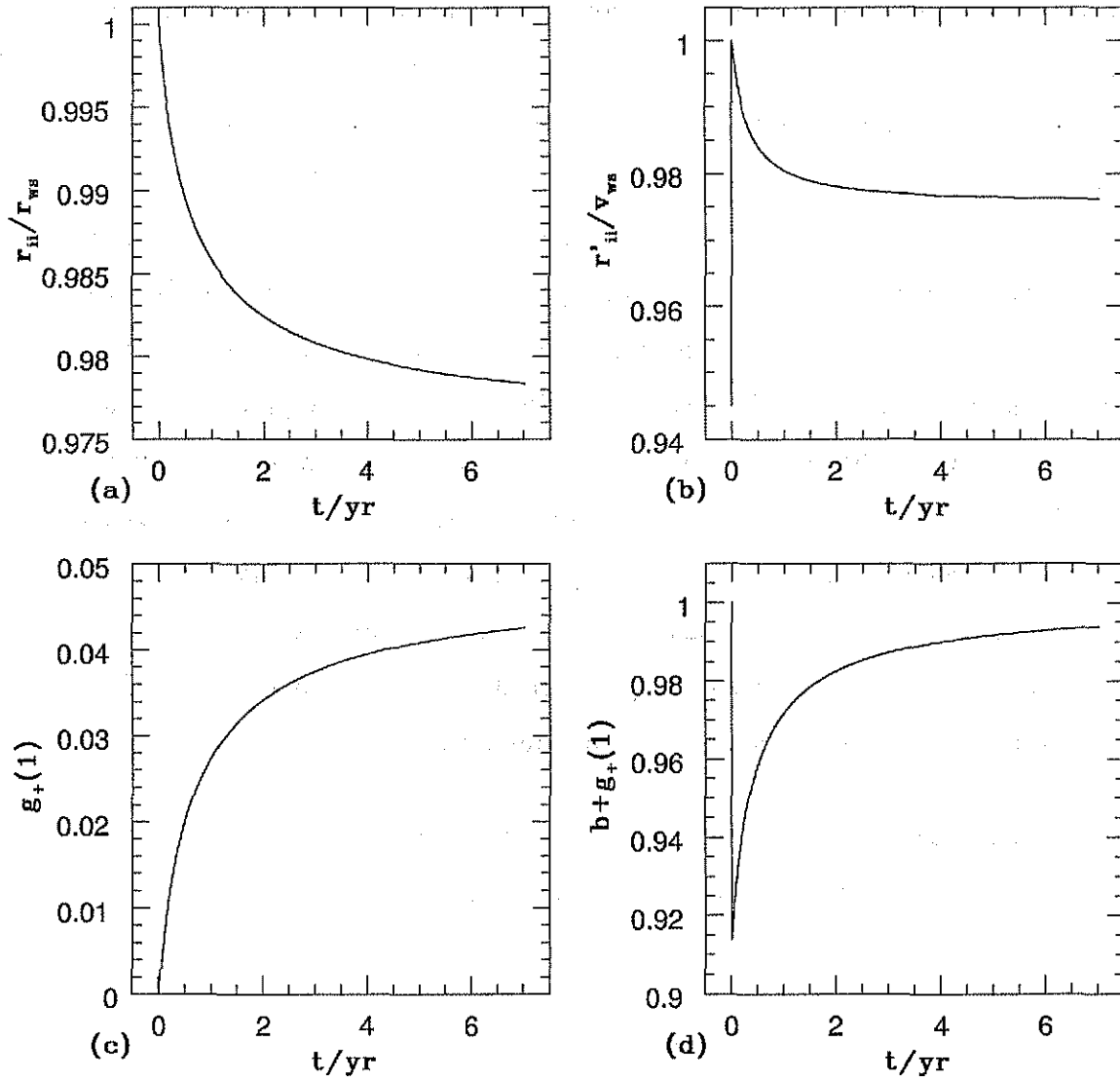


FIGURA 3.6: Soluciones numéricas para la ionización del viento interno a una superficie de trabajo formada en un viento estelar eyectado inicialmente con una velocidad  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , el cual incrementa su velocidad de eyección por un factor de  $a = 2.5$ . La tasa de pérdida de masa se supone constante con un valor de  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . En las Figuras 3.6a y 3.6b se presentan las gráficas correspondientes a la posición y velocidad del frente de ionización interno, respectivamente. La fracción de fotones  $g_+(1)$  se presenta en la Figura 3.6c, en tanto que la fracción de fotones  $b + g_+(1)$  se muestra en la Figura 3.6d. La descripción de las gráficas se presenta en el texto.

$s^{-1}$  (ec. [3.7]). Con estas velocidades de choque, se producen  $\phi(183.77) = 2.74$  y  $\phi(253.59) = 4.18$  fotones ionizantes por partícula entrante al choque (Kang & Shapiro 1992). Hemos supuesto nuevamente que el viento estelar está constituido únicamente por hidrógeno.

Comparando las Figuras 3.3a y 3.6a, y las Figuras 3.3c y 3.7a, encontramos que para un mismo modelo, el frente de ionización externo se aleja más de la superficie de trabajo que el frente de ionización interno a un tiempo dado, pese a que  $\phi(v_{es}) < \phi(v_{is})$ . Esto se debe al efecto geométrico de considerar un viento estelar con simetría esférica, en el cual el gas preionizado por el choque externo es menos denso que el gas preionizado por el choque interno (ec. [3.3]). En virtud de que el camino libre medio de los fotones ionizantes es inversamente proporcional a la densidad del medio, los fotones que emergen del frente de choque externo logran atravesar (en promedio) una distancia mayor que los fotones que emergen del frente de choque interno formando, por tanto, una capa más gruesa. Este efecto se esquematiza en la Figura 3.2.

En lo que respecta a las velocidades del frente de ionización (Fig. 3.6b y 3.7b), encontramos nuevamente que, durante un breve lapso de tiempo, las recombinaciones son importantes para la cinemática del frente de ionización. En el análisis del frente de ionización externo encontramos en la sección (3.2.1) que en  $\tilde{t} = 0$  y  $\tilde{t} \rightarrow \infty$ , la fracción de fotones que se consumen en las recombinaciones es poco relevante, de lo cual se dedujo que la velocidad del frente de ionización al incrementar el tiempo tendería asintóticamente al valor inicial tal como lo muestran las Figuras 3.3b y 3.3d. Sin embargo, lo anterior no ocurre para la velocidad del frente de ionización interno, sino que tiende a un valor superior en el límite  $\tilde{t} \rightarrow \infty$ . La diferencia la produce el hecho de que existe una fracción de fotones ionizantes que escapan de la capa de Strömgen interna sin ser absorbidos (Figs. 3.6c y 3.7c). Para un observador en un sistema de referencia fijo, este hecho produce que el cociente entre la velocidad del frente de ionización y la velocidad de la superficie de trabajo se incremente respecto al valor inicial.

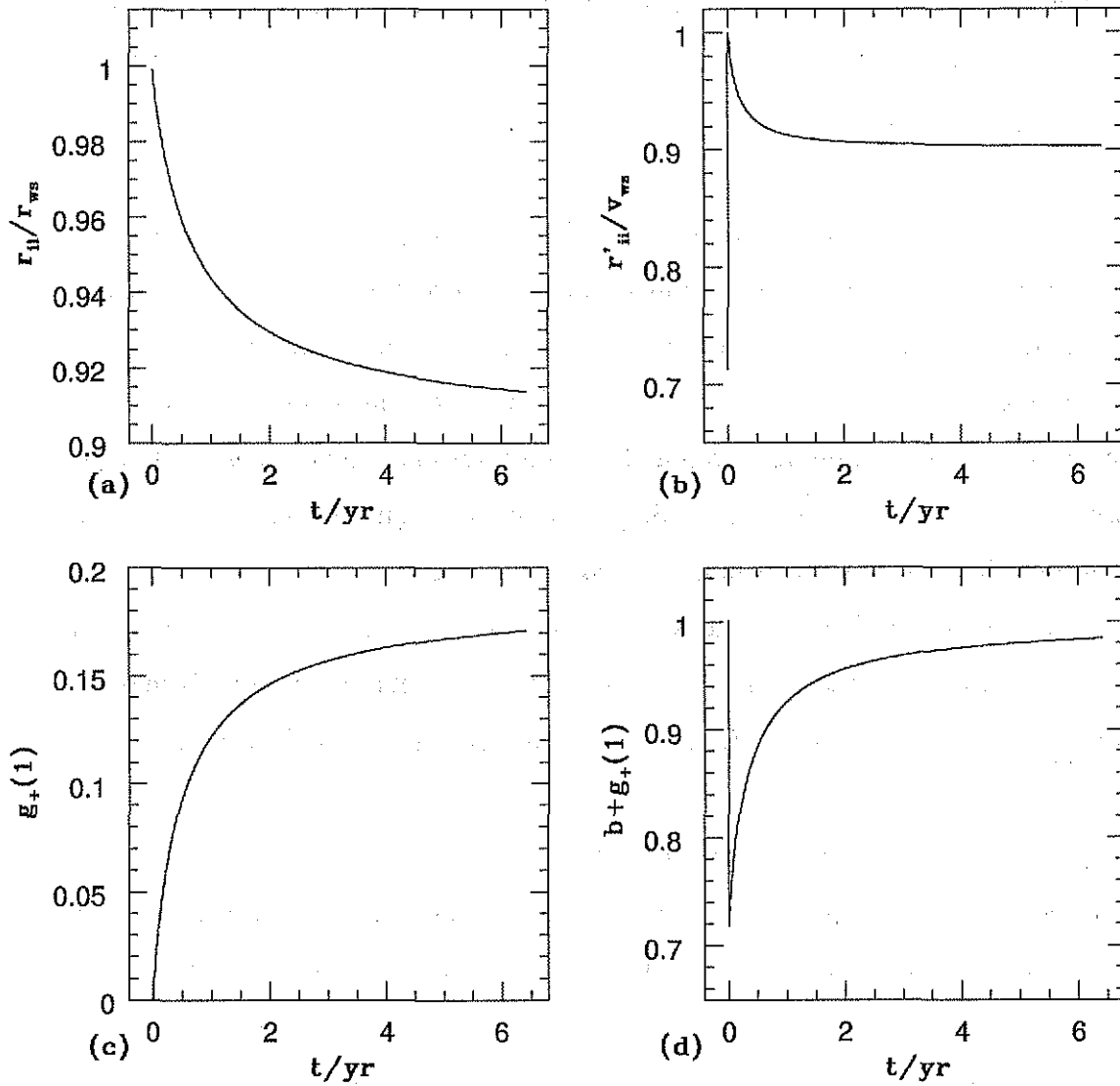


FIGURA 3.7: Soluciones numéricas para la ionización del viento interno a una superficie de trabajo formada en un viento estelar eyectado inicialmente con una velocidad  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ . La velocidad de eyección presenta un aumento brusco por un factor de  $a = 3.0$ , con una tasa de pérdida de masa constante de  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . En las Figuras 3.7a y 3.7b se presentan las gráficas correspondientes a la posición y velocidad del frente de ionización interno, respectivamente. La fracción de fotones  $g_+(1)$  se muestra en la Figura 3.7c, en tanto que la fracción de fotones  $b + g_+(1)$  se muestra en la Figura 3.7d. La descripción de las gráficas se presenta en el texto.

Del análisis de las Figuras 3.6d y 3.7d, puede deducirse el intervalo de tiempo (para cada modelo considerado) en el cual las recombinaciones llegan a ser importantes. Al formarse la superficie de trabajo (en  $\tilde{t} = 0$ ), el consumo de los fotones ionizantes se debe exclusivamente a la ionización de las partículas neutras que arriban al frente de choque por lo que  $g_-(1) = 1$  y  $g_+(1) = 0$ . Para tiempos intermedios, se vuelve relevante la fracción de fotones ionizantes que se consumen en ionizar a las partículas que se han recombinado previamente en la capa de Strömngren, produciendo que  $b + g_+(1) < 1$ . En el límite  $\tilde{t} \rightarrow \infty$ , las recombinaciones llegan a ser ignorables por el efecto de la disminución en la densidad del gas (ec. [3.28]), y por lo cual,  $b + g_+(1) \rightarrow 1$ .

Por los resultados obtenidos y presentados en las Figuras 3.6 y 3.7, en las cuales se observan comportamientos asintóticos de los parámetros del viento interno (tales como  $g_+(1)$ ,  $r_{ii}$  y  $r'_{ii}$ ), uno infiere que es posible encontrar soluciones analíticas más sencillas para el caso límite cuando  $\tilde{t} \rightarrow \infty$ . Aplicando el hecho de que la absorción de fotones ionizantes por átomos neutros dentro de la capa de Strömngren corresponde tan solo a una pequeña fracción del total de fotones emitidos (prácticamente a cualquier tiempo), entonces pueden ignorarse los primeros términos de las ecuaciones (3.25) y (3.26). Haciendo lo anterior se obtiene que,

$$\frac{1}{2} \frac{dG_-}{dr} = \frac{G_-}{r}, \quad (3.46)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dG_+}{dr} = \frac{G_+}{r}. \quad (3.47)$$

Las ecuaciones (3.46) y (3.47) se integran fácilmente y pueden resolverse usando las mismas condiciones de frontera indicadas en (3.27).

Integrando la ecuación (3.46) se encuentra que,

$$G_- = A_1 r^2, \quad (3.48)$$

donde  $A_1$  es una primera constante de integración. Para determinar el valor de  $A_1$  se evalúa la ecuación (3.48) en  $r_{ws}$  y se aplica la condición de frontera (3.27) para  $G_-$ . Haciendo lo anterior y sustituyendo en (3.48) se obtiene que  $G_-$  está dada por,

$$G_- = \dot{N} \frac{r^2}{r_{ws}^2}. \quad (3.49)$$

Por otra parte, sustituyendo la ecuación (3.49) en la ecuación (3.47) e integrando se encuentra que,

$$G_+ = \dot{N} \frac{r^2}{r_{ws}^2} + A_2, \quad (3.50)$$

en donde  $A_2$  es una segunda constante de integración. Para obtener su valor se evalúa la expresión (3.50) en  $r_{ii}$  y se utiliza la condición de frontera (3.27) para  $G_+$ . Sustituyendo el resultado en (3.50) se encuentra que  $G_+$  está dada por,

$$G_+ = \frac{\dot{N}}{r_{ws}^2} (r^2 - r_{ii}^2). \quad (3.51)$$

Las ecuaciones (3.49) y (3.51) pueden también expresarse en términos de las variables adimensionales definidas previamente en esta misma sección. En las nuevas variables los flujos de fotones ionizantes en el viento interno bajo la aproximación de dos corrientes para  $\tilde{t} \rightarrow \infty$  son,

$$g_-(\tilde{r}) = \tilde{r}_0^2, \quad (3.52)$$

y

$$g_+(\tilde{r}) = \tilde{r}^2 - \tilde{r}_{ii}^2. \quad (3.53)$$

Finalmente, evaluando la ecuación (3.53) en  $\tilde{r} = 1$  se obtiene la cantidad de fotones que escapan del capa de Strömngren para tiempos donde se ha alcanzado el comportamiento asintótico,

$$g_+(1) = 1 - \tilde{r}_{ii}^2. \quad (3.54)$$

Al sustituir  $r_{ii}^2$  por  $g_-(r_{ii})$  en la ecuación (3.54), de acuerdo a la ecuación (3.52), se deduce que  $g_+(1) = 1 - g_-(r_{ii})$ . Este resultado es justamente la suposición que se hizo al comienzo de este análisis, donde se ignoró el término de las recombinaciones para tiempos en los que se ha alcanzado un comportamiento asintótico en los parámetros involucrados para la ionización del viento interno ( $\tilde{t} \rightarrow \infty$ ). Observe que los resultados presentados en los gráficos de las Figuras 3.6 y 3.7 satisfacen la predicción de la ecuación (3.54).

## EMISIÓN EN RADIO-CONTINUO DE UNA SUPERFICIE DE TRABAJO

## Capítulo 4

# Emisión en radio-continuo de una superficie de trabajo

En este capítulo, calculamos la emisión en radio continuo producida en un viento estelar en el cual se ha formado una superficie de trabajo debido a variaciones en la velocidad de eyección. Particularmente, suponemos la variabilidad de tipo salto que fué explicada en el capítulo 3. Primero, calculamos los espesores ópticos de los precursores (capas de Strömngren) a cualquier línea de visión que pase por la estrella central, es decir, perpendicular a los frentes de ionización. Para tal efecto hemos aplicado los resultados del modelo de la preionización del viento desarrollado en las secciones (3.2.1) y (3.2.2). Por otra parte, encontramos expresiones analíticas que permiten estimar el espesor óptico de la superficie de trabajo basándonos en modelos numéricos para ondas de choque plano-paralelas desarrollados por otros autores. Como resultado de estos cálculos, mostramos que la contribución dominante al espesor óptico (por órdenes de magnitud) es la correspondiente a la de la superficie de trabajo. En consecuencia, ignoramos la emisión producida en las capas de Strömngren limitándonos simplemente a estimar el flujo proveniente de la superficie de trabajo. Presentamos algunos ejemplos numéricos, tanto para el flujo como para los índices espectrales de la emisión de la superficie de trabajo, donde se comprueban las predicciones para los comportamientos temporales del modelo



analítico. Adicionalmente resolvemos el caso en el que se presenta un pulso en la velocidad de eyección, en el cual se presenta un incremento en la velocidad por un intervalo de tiempo finito después del cual el viento recupera su velocidad inicial.

## 4.1 Espesor óptico en radio-continuo de una onda de choque

Ghavamian & Hartigan (1998) desarrollaron cálculos detallados para la emisión libre-libre producida en ondas de choque plano paralelas en el medio interestelar. Sus resultados son presentados en forma de temperaturas de brillo e índices espectrales como función de la velocidad de choque, la densidad prechoque y el ángulo de visión.

Con el objeto de usar sus resultados en cálculos posteriores para la emisión producida por la superficie de trabajo, primero se requiere convertir las temperaturas de brillo que reportan en espesores ópticos efectivos. Suponga que la temperatura de brillo puede escribirse como,

$$T_B(\nu) = T_e (1 - e^{-\frac{\bar{\tau}_\nu}{\cos\theta}}) \quad (4.1)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de visión,  $\bar{\tau}_\nu$  es el espesor óptico promedio en la dirección perpendicular al choque,  $\nu$  es la frecuencia y  $T_e$  es la temperatura de excitación promedio.

Como una aproximación fijaremos  $T_e = 10^4$  K y dado que  $\bar{\tau}_\nu$  es proporcional a  $\nu^{-2.1}$  en radio-continuo (para emisión térmica), usamos la ecuación (4.1) así como los cálculos de Ghavamian & Hartigan (1998) (modelo con  $\theta = 0$  y densidad prechoque  $n_0 = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ ) para estimar la dependencia del espesor óptico promedio con la densidad prechoque ( $n_0$ ) y con la velocidad de choque ( $v_s$ ). Nuestros resultados puede representarse por,

$$\bar{\tau}_\nu = \beta \left( \frac{n_0}{\text{cm}^{-3}} \right) \left( \frac{v_s}{100 \text{ km s}^{-1}} \right)^\gamma \left( \frac{T_e}{10^4 \text{ K}} \right)^{-0.55} \left( \frac{\nu}{5 \text{ GHz}} \right)^{-2.1}, \quad (4.2)$$

donde  $\beta$  y  $\gamma$  son constantes que adquieren distintos valores de acuerdo a la velocidad de choque. Para  $20 \text{ km s}^{-1} \leq v_s \leq 58 \text{ km s}^{-1}$ , se encuentra que  $\beta = 3.61 \times 10^{-7}$  y  $\gamma = 5.785$ . Para velocidades de choque superiores, ( $58 \text{ km s}^{-1} \leq v_s \leq 100 \text{ km s}^{-1}$ ), se obtienen  $\beta = 1.07 \times 10^{-7}$  y  $\gamma = 3.548$ .

La ecuación (4.2) es una representación simplificada de los resultados de los modelos de Ghavamian & Hartigan (1998) con algunas desventajas, como por ejemplo, que no puede aplicarse a choques con velocidades  $\simeq 100 \text{ km s}^{-1}$  y densidades prechoque  $n_0 > 10^7 \text{ cm}^{-3}$ , a las cuales se tienen (de acuerdo a Ghavamian & Hartigan 1998), valores para  $T_B$  superiores a  $10^4 \text{ K}$ . Sin embargo, puede usarse como una estimación preliminar dado que es lo suficientemente precisa para el intervalo de velocidades de choque consideradas en esta tesis (ver sección 4.3.1)

## 4.2 Espesor óptico en radio-continuo de un viento estelar donde se ha formado una superficie de trabajo

Considere un viento estelar cuya variabilidad en la velocidad de eyección es de tipo salto. Es decir, el gas se eyecta inicialmente con velocidad  $v_0$  incrementando repentinamente su valor a la velocidad  $av_0$  ( $a > 1$ ), y con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m}$  constante. Como ya se ha mencionado previamente (y se muestra en el Apéndice B), para este tipo de variación en la velocidad de eyección se produce instantáneamente una superficie de trabajo que se desplaza a través del flujo estelar con velocidad constante. Para poder calcular la emisión en radio continuo producida en el viento donde se ha formado una superficie de trabajo, es necesario conocer previamente el espesor óptico a cada línea de visión. Por ello se requiere calcular la contribución al

espesor óptico tanto por los precursores como por ambos choques que constituyen a la superficie de trabajo (ver Fig. 3.2). En cuanto al espesor óptico de las capas de Strömgren, se requieren conocer sus dimensiones físicas y, por tanto, la cantidad de material que contribuye al mismo. En lo que respecta el espesor óptico de la superficie de trabajo se conoce que es función de la densidad prechoque (ec. [4.2]). Por tanto, el espesor óptico a lo largo de una línea de visión arbitraria depende de la posición de ambos frentes de ionización y de la distancia de la superficie de trabajo a la estrella central. Es por ello, que el espesor óptico es una función del tiempo. En la sección (4.2.1) aplicamos los modelos desarrollados en las secciones (3.2.1) y (3.2.2) referentes a la preionización del viento con el objetivo de calcular el espesor óptico de los precursores. En la sección (4.2.2) estimamos el espesor óptico de la superficie de trabajo basándonos en los resultados obtenidos en la sección (4.1).

#### 4.2.1 Espesor óptico de los precursores

Considere la línea de visión pasando por la estrella central, es decir, aquella que atraviese perpendicularmente a la capa de Strömgren externa, a la superficie de trabajo y a la capa de Strömgren interna (ver Fig. 3.2). El espesor óptico medido tendrá la contribución de las capas ionizadas y de la superficie de trabajo. Al calcular el espesor óptico de estas capas ionizadas es necesario conocer su grosor para determinar la cantidad de gas que contribuye en la línea de visión considerada. Se ha mostrado previamente en las secciones (3.2.1) y (3.2.2) que el ancho de las capas de Strömgren depende la posición de la superficie de trabajo (ver por ejemplo Figs. 3.3a, 3.6a y 3.7a), por lo que su espesor óptico será función del tiempo.

El espesor óptico en radio-continuo de un elemento de longitud  $dr$  con densidad de electrones  $n_e(r)$  y densidad de protones  $n_p(r) = n_e(r) = n(r)$ , a la frecuencia  $\nu$  está dado por (Panagia & Felli, 1975),

$$d\tau_\nu = n^2(r)\chi_\nu dr, \quad (4.3)$$

donde,

$$\left(\frac{\chi_\nu}{\text{cm}^5}\right) = 8.436 \times 10^{-28} \left(\frac{\nu}{10 \text{ GHz}}\right)^{-2.1} \left(\frac{T_e}{10^4 \text{ K}}\right)^{-1.35}$$

La contribución al espesor óptico por la capa de Strömngren externa se obtiene de integrar la expresión (4.3) desde la posición de la superficie de trabajo hasta la correspondiente al frente de ionización,

$$\tau_{ew} = \int_{r_{ws}}^{r_{ei}} n^2(r) \chi_\nu dr. \quad (4.4)$$

Análogamente, para la capa de Strömngren interna,

$$\tau_{iw} = \int_{r_{ii}}^{r_{us}} n^2(r) \chi_\nu dr. \quad (4.5)$$

Al sustituir la ecuación (3.3) en las ecuaciones (4.4) y (4.5) se obtienen expresiones directamente integrables de las cuales se encuentran,

$$\tau_{ew} = \frac{1}{3} C^2 \frac{\chi_\nu}{r_0^3} \left(1 - \frac{1}{\tilde{r}_{ei}^3}\right) \frac{1}{(1 + \tilde{t})^3}, \quad (4.6)$$

y,

$$\tau_{iw} = \frac{1}{3} C^2 \frac{\chi_\nu}{r_0^3} \left(\frac{1}{\tilde{r}_{ii}^3} - 1\right) \frac{1}{(1 + \tilde{t})^3}, \quad (4.7)$$

donde hemos aplicado la ecuación (3.6) y la definición de  $\tilde{t}$  presentada en la sección (3.2.1). Cabe mencionar que para poder estimar numéricamente los espesores ópticos en las ecuaciones (4.6) y (4.7) aplicamos nuestros resultados de los modelos

desarrollados en las secciones (3.2.1) y (3.2.2) para la preionización del viento estelar por ondas de choque. En particular, se resuelven las ecuaciones (3.12) y (3.20) para conocer la posición de los frentes de ionización a cualquier tiempo.

Observe de las ecuaciones (4.6) y (4.7) que una vez que los parámetros cinemáticos del frente de ionización alcanzan su comportamiento asintótico (esto es que la posición de cada frente de ionización tiende a una fracción constante de la posición de la superficie de trabajo tal como se muestra en los ejemplos de las Figs. 3.3a, 3.6a y 3.7a), entonces la dependencia temporal de los espesores ópticos de los precursores está dada únicamente por el inverso del cubo del tiempo.

#### 4.2.2 Espesor óptico de la superficie de trabajo

Para estimar el espesor óptico de una superficie de trabajo se deben sumar las contribuciones de los choques externo e interno. Es posible estimar el espesor óptico de cada uno de ellos usando los resultados de los modelos de Ghavamian & Hartigan (1998) y que hemos representado de manera simplificada con la ecuación (4.2).

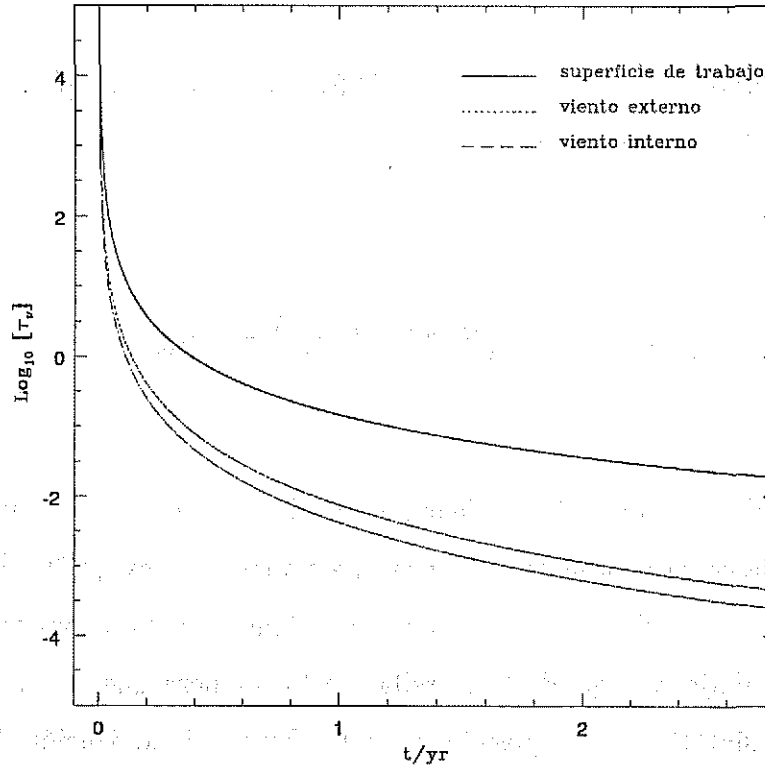
El espesor óptico del choque externo (usando las mismas unidades para cada parámetro físico que en la ec. [4.2]) está dado por,

$$\tau_{es} = \beta_e T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} v_{es}^{\gamma_e} n_{es}, \quad (4.8)$$

en tanto que el correspondiente al choque interno es,

$$\tau_{is} = \beta_i T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} v_{is}^{\gamma_i} n_{is}, \quad (4.9)$$

donde las velocidades de choque están dadas por la ecuación (3.7), y los subíndices  $e$  e  $i$  se refieren al choque externo e interno, respectivamente. Las constantes  $\beta_e$ ,



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA 4.1: Espesores ópticos de los precursores (líneas discontinuas) y de la superficie de trabajo (línea continua) en  $\lambda = 6 \text{ cm}$  a lo largo de una línea de visión pasando por la estrella central (es decir, perpendicular tanto a los frentes de ionización como a los frentes de choque). El viento estelar presenta una velocidad inicial de eyección de  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$  con un aumento repentino por un factor de  $a = 3$ . La tasa de pérdida de masa se supone constante con un valor de  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ .

$\gamma_e$ ,  $\beta_i$  y  $\gamma_i$  adquieren su valor en función de las velocidades de choque con el mismo criterio indicado en la sección (4.1).

Las densidades prechoque  $n_{es}$  y  $n_{is}$  se obtienen al evaluar la ecuación (3.3) en la posición de cada frente de choque (ec. [3.6]), es decir,

$$n_{es} = \left( \frac{\dot{m}}{4\pi m v_0} \right) \frac{1}{r_{ws}^2}, \quad n_{is} = \left( \frac{\dot{m}}{4\pi m a v_0} \right) \frac{1}{r_{ws}^2}, \quad (4.10)$$

donde hemos hecho la suposición de que la distancia entre los frentes de choque es

ignorable respecto a la distancia a la estrella (ver Apéndice A).

Sustituyendo las expresiones (4.10) en (4.8) y (4.9) se encuentra el espesor óptico de la superficie de trabajo  $\tau_{ws}(= \tau_{es} + \tau_{is})$ ,

$$\tau_{ws} = \frac{C}{r_0^2} T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} (\beta_e v_{es}^{\gamma_e} + \beta_i v_{is}^{\gamma_i}) \frac{1}{(1 + \tilde{t})^2}. \quad (4.11)$$

Note que la caída del espesor óptico de la superficie de trabajo con el tiempo ( $\propto \tilde{t}^{-2}$ ) es más débil que la correspondiente a los precursores ( $\propto \tilde{t}^{-3}$ , ecs. [4.6] y [4.7]). Por esta razón, se espera que el espesor óptico esté dominado por los choques conforme la superficie de trabajo se aleje de la estrella, de tal manera que, al alcanzarse el comportamiento asintótico en las posiciones de los frentes de ionización, las contribuciones de los precursores lleguen a ser ignorables.

En la Figura 4.1, se presentan los gráficos (en escala logarítmica) correspondientes al comportamiento temporal de los espesores ópticos en  $\lambda = 6$  cm de los precursores y de la superficie de trabajo en un viento estelar con los mismos parámetros que los utilizados en el modelo de la Figura 3.7. Puede observarse que al formarse la superficie de trabajo tanto los precursores como los choques son ópticamente gruesos ( $\tau_{ew} \gg 1, \tau_{iw} \gg 1$  y  $\tau_{ws} \gg 1$ ). Conforme la superficie de trabajo se aleja de la estrella central ( $\tilde{t} \rightarrow \infty$ ), la emisión producida en cada zona llega a ser ópticamente delgada ( $\tau_{ew} \ll 1, \tau_{iw} \ll 1$  y  $\tau_{ws} \ll 1$ ), lo cual se debe esencialmente a una disminución en la densidad del gas con la distancia a la estrella. Esto se presenta en escalas de tiempo muy pequeñas y, una vez que el sistema se vuelve ópticamente delgado, el espesor óptico dominante es el de la superficie de trabajo por órdenes de magnitud ( $\sim 2$  para nuestro ejemplo). Por esta razón, ignoraremos en cálculos posteriores la contribución al espesor óptico (y por ende al flujo) de las capas de Strömgren, limitándonos simplemente a las ondas de choque en la superficie de trabajo.

### 4.3 Emisión en radio-continuo de una superficie de trabajo

En esta sección, calculamos el flujo de una superficie de trabajo para dos variaciones específicas en la velocidad de eyección. En primera instancia (sección 4.3.1) se asume un incremento instantáneo en la velocidad de eyección ( $v_0 \rightarrow av_0$  con  $a > 1$ ), permaneciendo esta velocidad posteriormente. El segundo caso tratado (sección 4.3.2) es el de un pulso donde se presenta un cambio análogo al considerado en la sección (4.3.1) con la diferencia de que, después de un cierto tiempo finito, la velocidad de eyección recupera su valor inicial ( $v_0$ ).

#### 4.3.1 Emisión de la superficie de trabajo formada por un incremento brusco en la velocidad de eyección

Considerese un viento estelar eyectado inicialmente con velocidad  $v_0$  y con una tasa de inyección de masa constante  $\dot{m}$ . La velocidad de eyección se incrementa por un factor  $a$  ( $>1$ ), permaneciendo la misma velocidad ( $av_0$ ) posteriormente.

Sea  $\tau_{ws}(\mu)$  el espesor óptico de la superficie de trabajo (formada por esta variación en la velocidad) a lo largo de una línea de visión que intersecte a los choques interno y externo a un ángulo  $\theta$  respecto a la normal a la superficie de trabajo (Fig. 4.2). Cada línea de visión intersecta a la superficie de trabajo tanto en el lado que se aproxima como en el que aleja del observador. Este hecho conduce a incluir un factor 2 en el espesor óptico a cada línea de visión. Por tanto, el flujo en radio-continuo detectado a una distancia  $D$  del observador se calcula mediante la expresión,

$$S_\nu = 2\pi B_\nu \left( \frac{r_{ws}}{D} \right)^2 \int_0^1 \left( 1 - e^{-2\tau_{ws}(\mu)} \right) \mu d\mu, \quad (4.12)$$

donde  $\mu = \cos \theta$ ,  $B_\nu$  es la función de Planck ( $\propto \nu^2$  en la aproximación de Rayleigh-



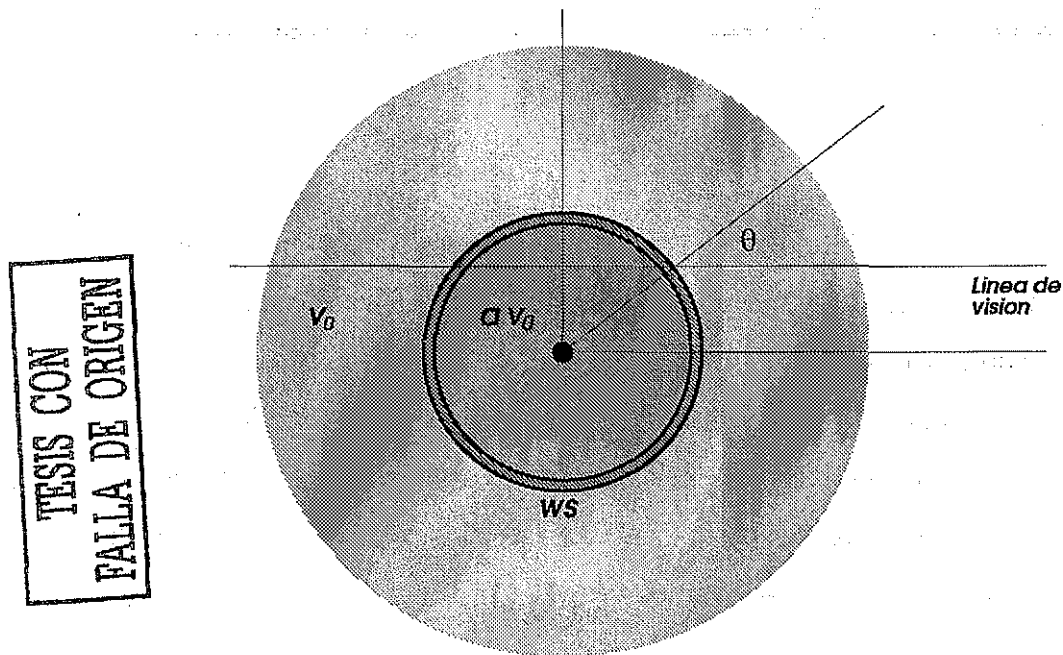


FIGURA 4.2: Diagrama esquemático donde se muestra una línea de visión arbitraria formando un ángulo  $\theta$  con la normal a los frentes de choque. Note que se atraviesa a la superficie de trabajo tanto en el lado que se aproxima al observador como en el que se aleja.

Jeans) y,

$$\tau_{ws}(\mu) = \frac{\tau_{ws}(1)}{\mu}, \quad (4.13)$$

siendo  $\tau_{ws}(1)$  el espesor óptico de la superficie de trabajo a una línea de visión perpendicular a los frentes de choque (ec. [4.11]).

La integral de la ecuación (4.12) puede resolverse en forma analítica. Definiendo por simplicidad  $\tau_0 = 2 \tau_{ws}(1)$  y efectuando el cambio de variable  $x = \tau_0/\mu$  puede mostrarse fácilmente que,

$$I(\tau_0) = \int_0^1 (1 - e^{-2 \tau_{ws}(\mu)}) \mu d\mu = \tau_0^2 \left[ \int_{\tau_0}^{\infty} (1 - e^{-x}) \frac{dx}{x^3} \right],$$

de lo cual se obtiene;

$$I = \frac{1}{2} (1 - e^{-\tau_0}) + \frac{1}{2} \tau_0^2 \left[ \frac{e^{-\tau_0}}{\tau_0} - \Gamma(0, \tau_0) \right], \quad (4.14)$$

donde  $\Gamma$  es la función Gamma incompleta, la cual está relacionada con la función Exponencial mediante la expresión (ver, por ejemplo, Abramowitz & Stegun 1970),

$$E_n(x) = x^{n-1} \Gamma(1 - n, x). \quad (4.15)$$

Usando la ecuación (4.15) y la expresión en serie,

$$\Gamma(-m, z) = \frac{(-1)^m}{m!} \left[ E_1(z) - e^{-z} \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(-1)^j j!}{z^{j+1}} \right], \quad (4.16)$$

se obtienen,

$$E_1(\tau_0) = \Gamma(0, \tau_0), \quad (4.17)$$

y,

$$\frac{E_2(\tau_0)}{\tau_0} = \frac{e^{-\tau_0}}{\tau_0} - E_1(\tau_0). \quad (4.18)$$

Sustituyendo (4.17) en (4.14) y aplicando (4.18) se encuentra la solución,

$$I(\tau_0) = \frac{1}{2} (1 - e^{-\tau_0}) + \frac{\tau_0}{2} E_2(\tau_0), \quad (4.19)$$

misma que al sustituirse en la expresión para el flujo (ec. [4.12]) en términos de las variables originales se encuentra,

$$S_\nu = 2\pi B_\nu \left(\frac{r_{ws}}{D}\right)^2 \left[ \frac{1}{2} \left(1 - e^{-2\tau_{ws}(1)}\right) + \tau_{ws}(1) E_2[2\tau_{ws}(1)] \right] \quad (4.20)$$

El índice espectral de la emisión  $\alpha_\nu = (\nu/S_\nu)(dS_\nu/d\nu)$  obtenido a partir de la ecuación (4.20) es,

$$\alpha_\nu = \frac{2 - 4.4 \tau_{ws}(1) E_2[2\tau_{ws}(1)] (1 - e^{-2\tau_{ws}(1)})^{-1}}{1 + 2 \tau_{ws}(1) E_2[2\tau_{ws}(1)] (1 - e^{-2\tau_{ws}(1)})^{-1}}. \quad (4.21)$$

Las ecuaciones (4.20) y (4.21) representan la solución analítica para calcular el flujo en radio-continuo y el índice espectral de la emisión producida por la superficie de trabajo.

En la sección (4.2.2), mostramos que al momento de formarse una superficie de trabajo es ópticamente gruesa ( $\tau_{ws}(1) \gg 1$ ) de lo cual se infiere (usando la ec. [4.20]) que a tiempos cortos,

$$S_\nu \simeq \pi B_\nu \left(\frac{r_{ws}}{D}\right)^2, \quad (4.22)$$

donde hemos aplicado el hecho de que  $E_2[x \rightarrow \infty] \rightarrow 0$ . Por tanto, mientras la superficie de trabajo es ópticamente gruesa el flujo  $S_\nu \propto t^2$  (ec. [3.6]). Eventualmente, la superficie de trabajo se vuelve ópticamente delgada, lo cual ocurre a un tiempo de transición  $t_c$  para el cual  $\tau_{ws}(1) \simeq 1$ . Este tiempo es función de la frecuencia a la que se observe ( $t_c \propto \nu^{-1.05}$ , ver ec. [4.11]). Para tiempos posteriores a  $t_c$ , el flujo de la superficie de trabajo tiende a un valor constante dado que el flujo es proporcional a  $r_{ws}^2$  ( $\propto t^2$ ) y el espesor óptico  $\tau_{ws}(1) \propto t^{-2}$ . En este límite  $\tau_{ws}(1) \ll 1$  y  $E_2[x \rightarrow 0] \rightarrow 1$ . Sustituyendo las ecuaciones (3.6) y (4.11) en la ecuación (4.20) se obtiene,

$$\left(\frac{S_\nu}{mJy}\right) \rightarrow \eta \left(\frac{\dot{m}}{10^{-6}M_\odot yr^{-1}}\right) \left(\frac{T_{ex}}{10^4K}\right)^{-0.55} \left(\frac{D}{150pc}\right)^{-2} \left(\frac{\nu}{5GHz}\right)^{-0.1}, \quad (4.23)$$

siendo,

$$\eta = 1.14 \times 10^8 \left[ \beta_e (a^{1/2} - 1)^{\gamma_e} \left(\frac{v_0}{100km\ s^{-1}}\right)^{\gamma_e - 1} + \beta_i \frac{(a - a^{1/2})^{\gamma_i}}{a} \left(\frac{v_0}{100km\ s^{-1}}\right)^{\gamma_i - 1} \right]$$

La expresión (4.23) resulta ser muy útil para hacer una estimación del flujo en radio continuo de una superficie de trabajo (producida en un viento estelar que cambia bruscamente su velocidad de eyección), en virtud de que los tiempos de transición  $t_c$  en general son muy cortos y, por tanto, el flujo de la superficie de trabajo (prácticamente durante toda su evolución) está dado por la ecuación (4.23).

En lo que respecta al índice espectral (ec. [4.21]), cuando  $\tau_{ws}(1) \gg 1$  la función exponencial (de segundo orden)  $E_2[2\tau_{ws}(1)] \rightarrow 0$  y, por tanto,  $\alpha_\nu \rightarrow 2$ . Conforme la superficie de trabajo se aleja de la estrella central, su espesor óptico disminuye ( $\tau_{ws}(1) \ll 1$ ) en tanto que  $E_2[2\tau_{ws}(1)] \rightarrow 1$ , por lo que  $\alpha_\nu \rightarrow -0.1$ .

En las Figuras 4.3 y 4.4, se muestra un ejemplo numérico para los flujos de una superficie de trabajo y los índices espectrales de la emisión a diferentes longitudes de onda. Hemos elegido para este ejemplo valores representativos en flujos estelares de estrellas tipo T Tauri en la nube de Taurus (Edwards et al. 1987, Natta 1989): una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot yr^{-1}$  constante, y una velocidad inicial de eyección  $v_0 = 300 km\ s^{-1}$  la cual incrementa bruscamente su valor a  $390 km\ s^{-1}$  ( $a = 1.3$ ) manteniéndose posteriormente a ésta velocidad (con estos valores la superficie de trabajo formada se desplaza a  $v_{ws} = 342.05 km\ s^{-1}$  y las velocidades de choque son  $v_{is} = 47.95 km\ s^{-1}$  and  $v_{es} = 42.05 km\ s^{-1}$ , ver ecs. [3.5] y [3.7]). La distancia a la estrella central (con  $r_0 = 1 R_\odot$ ) es de  $D = 150 pc$  (Elias 1978). Presentamos los resultados para algunas de las longitudes de onda utilizadas más

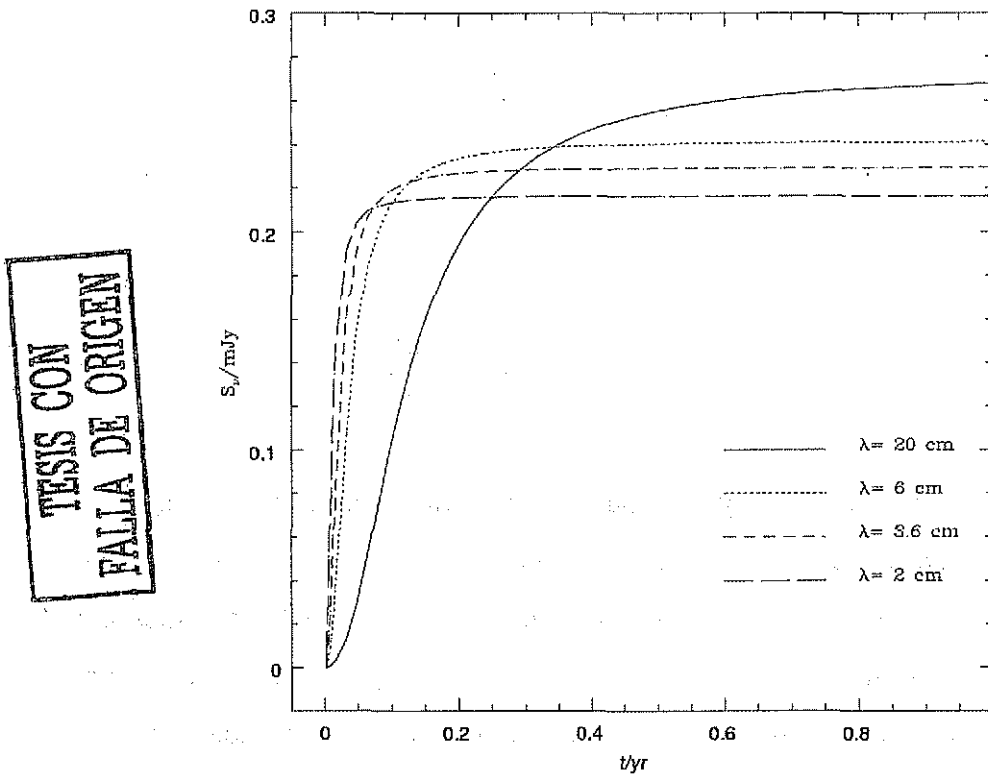
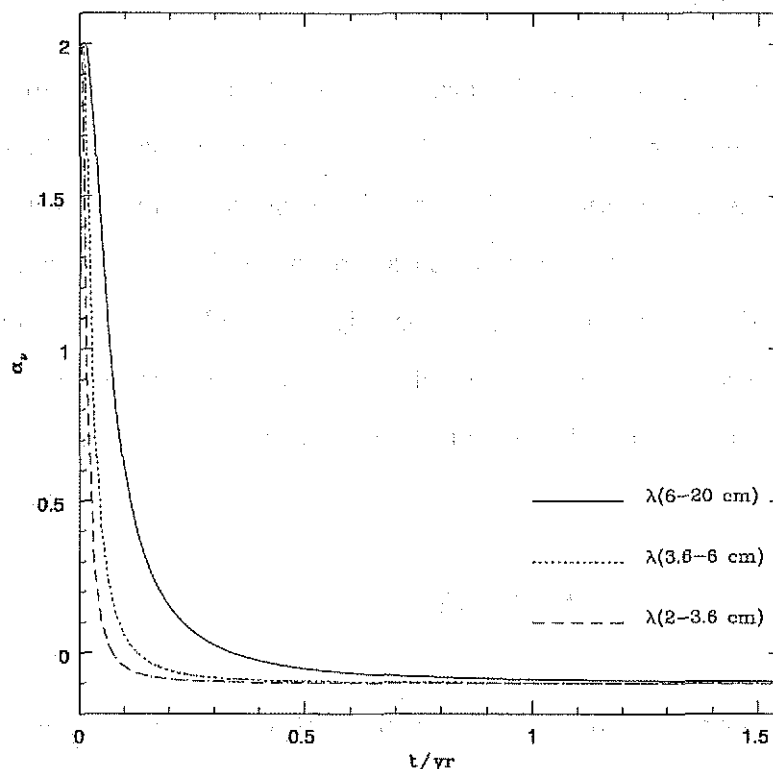


FIGURA 4.3: Flujos en radio continuo a  $\lambda = 2, 3.6, 6$  y  $20$  cm de una superficie de trabajo formada en un viento estelar como resultado de un cambio brusco en la velocidad de eyección. La velocidad inicial del viento es  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$  con un factor de cambio  $a = 1.3$ . Se ha supuesto una tasa de pérdida de masa (constante)  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  y una distancia a la estrella central de  $D = 150 \text{ pc}$ . La explicación física de los comportamientos de las curvas se presenta en el texto.

frecuentemente ( $\lambda = 2, 3.6, 6$  y  $20$  cm). Observe en la figura que inicialmente el flujo es superior a longitudes de onda cortas ( $\lambda = 2$  cm) que a longitudes de onda más largas ( $\lambda = 20$  cm) acorde a lo predicho en la ecuación (4.22). Por el contrario, el flujo se incrementa conforme la longitud de onda es más larga en el régimen ópticamente delgado (ec. [4.23]). Por otra parte, los tiempos de transición (del régimen ópticamente grueso al delgado) son más cortos a bajas longitudes de onda tal como lo inferimos a partir de la ecuación (4.11).



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA 4.4: Índices espectrales para el modelo presentado en la Fig. 4.3. Inicialmente, la superficie de trabajo es ópticamente gruesa ( $\alpha_\nu = 2$ ) a todas las frecuencias, llegando a ser ópticamente delgada ( $\alpha_\nu \rightarrow -0.1$  más rápidamente a longitudes de onda cortas) conforme se aleja de la estrella.

#### 4.3.2 Emisión de la superficie de trabajo formada por un pulso en la velocidad de eyección

Suponga la misma variación en la velocidad de eyección del viento descrita al comienzo de la sección (4.3.1). Suponga además que en  $t = -(\tau - \delta\tau)$  (con  $\delta\tau < \tau$ ) el material de velocidad  $v_0$  comienza a ser eyectado. En  $t = 0$  se presenta un aumento instantáneo en la velocidad, por lo que material de velocidad  $av_0$  comienza a expulsarse de la estrella formándose una superficie de trabajo en el viento estelar (ver Apéndice B). Esta velocidad permanece durante un intervalo de tiempo  $\delta\tau$  (finito), después del cual la velocidad de eyección recupera su valor inicial  $v_0$ . Por tanto, la

duración completa del pulso es  $\tau$ .

En este caso, la superficie de trabajo formada presenta un comportamiento inicial idéntico al descrito en la sección (4.3.1). Sin embargo, la etapa de velocidad constante de la superficie de trabajo termina cuando el viento de menor velocidad ( $v_0$ ) se incorpora completamente a la misma, pasando por el choque externo. Haciendo una descripción balística del problema, es decir, ignorando los efectos de presión por tratarse de flujos altamente supersónicos, el viento externo se incorpora totalmente a un tiempo  $t_{m1}$  (posterior a la formación de la superficie de trabajo) dado por,

$$t_{m1} = \frac{\tau - \delta\tau}{a^{1/2} - 1}, \quad (4.24)$$

cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia de la estrella,

$$r_{m1} = r_0 + a^{1/2}v_0 \left( \frac{\tau - \delta\tau}{a^{1/2} - 1} \right). \quad (4.25)$$

En este instante ( $t = t_{m1}$ ), el flujo de la superficie de trabajo presenta una importante disminución en su valor debido a que el choque externo desaparece. En la realidad, esta caída se presenta en una escala de tiempo igual al tiempo de enfriamiento ( $t_{enf}$ ). En el Apéndice A, se muestra que  $t_{enf} \ll t_{m1}$ , lo que nos permite suponer que la caída en el flujo es prácticamente instantánea.

A tiempos posteriores ( $t > t_{m1}$ ), el choque externo desaparece permaneciendo una estructura con un solo choque la cual es acelerada por el viento rápido de velocidad  $av_0$ . En esta etapa (ver Apéndice B), la velocidad y la posición de la superficie de trabajo están dadas por,

$$v_{ws}(\hat{t}) = v_0 \psi(\hat{t}), \quad (4.26)$$

$$r_{ws}(\tilde{t}) = r_0 \varphi(\tilde{t}), \quad (4.27)$$

respectivamente, donde,

$$\psi(\tilde{t}) = a - \frac{a - a^{1/2}}{[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}}, \quad (4.28)$$

$$\varphi(\tilde{t}) = 1 + \frac{a^{1/2}}{2}(\tilde{\tau} - \tilde{\delta\tau}) + \frac{a^{1/2}}{\zeta_1}[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})] \left[ 1 - \frac{2(1 - a^{-1/2})}{[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}} \right], \quad (4.29)$$

habiéndose definido la constante  $\zeta_1$  como,

$$\zeta_1 \equiv 2 \left( \frac{a^{1/2} - 1}{a^{1/2} + 1} \right) \frac{1}{\tilde{\tau} - \tilde{\delta\tau}}.$$

Usando las ecuaciones (4.26)-(4.29) es posible calcular tanto la velocidad de choque como la densidad prechoque en esta etapa de estructura de un solo choque para la superficie de trabajo.

La velocidad del choque interno está dada por,

$$v_{is}(\tilde{t}) = \frac{a - a^{1/2}}{[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}} v_0, \quad (4.30)$$

de donde se observa que  $v_{is}(\tilde{t}_{m1})$  corresponde a la velocidad del choque interno en la etapa inicial (ec. [3.7]). Para  $\tilde{t} \rightarrow \infty$ , la velocidad de choque  $v_{is} \rightarrow 0$ .

Esta etapa termina cuando el material rápido (de velocidad  $av_0$ ) se ha incorporado totalmente a la superficie de trabajo, lo cual ocurre al tiempo,



$$t_{m2} = t_{m1} + \frac{t_0}{\zeta_1} \left[ \left[ \frac{\zeta_1(\tilde{\tau} + \delta\tilde{\tau}) + 2(1 - \zeta_1\tilde{t}_{m1})}{4(1 - a^{-1/2})} \right]^2 - 1 \right], \quad (4.31)$$

cuando la superficie de trabajo se localiza a la distancia,

$$r_{m2} = r_0 \varphi(\tilde{t}_{m2}), \quad (4.32)$$

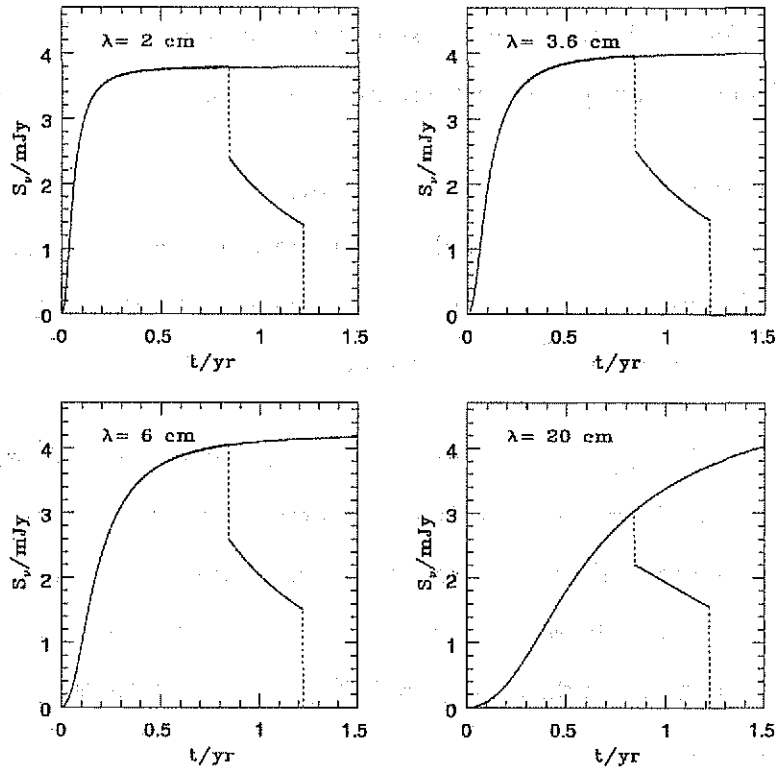
de la estrella central.

Antes de proceder a efectuar un cálculo numérico de la emisión de la superficie de trabajo, es necesario especificar el período  $\tau$  (así como el intervalo  $\delta\tau$ ) del pulso. Los tamaños físicos observados en fuentes de radio continuo asociadas con estrellas T Tauri en la nube de Taurus están comprendidos entre 75 y 150 UA (Natta 1989). Para la fuente central de Serpens se ha estimado un tamaño físico  $\simeq 60$  UA (Curiel et al. 1993). Al identificar estas dimensiones con el radio  $r_{m1}$  al tiempo  $t_{m1}$  cuando la emisión de la superficie de trabajo muestra una disminución importante en su valor, es posible estimar el período del pulso  $\tau$ .

Utilizando por simplicidad un valor típico de  $r_{m1} = 50$  UA y suponiendo que  $\delta\tau = \tau/2$ , se deduce a partir de la ecuación (4.25) que el período de variación de la velocidad de eyección está dado por,

$$\left( \frac{\tau}{yr} \right) = 4.76 \left( \frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}} \right)^{-1} \left( \frac{a^{1/2} - 1}{a^{1/2}} \right). \quad (4.33)$$

Para calcular la emisión de la superficie de trabajo se procede de la siguiente manera. Dadas la velocidad inicial de eyección del viento ( $v_0$ ) y el factor de cambio en la misma ( $a$ ) se estima (usando ec. [4.33]) el período  $\tau$  y, por tanto el intervalo de tiempo  $\delta\tau$  en el cual el viento de mayor velocidad es eyectado (suponiendo  $\delta\tau = \tau/2$ ). Para tiempos  $t < t_{m1}$  (cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

FIGURA 4.5: Flujos en radio-continuo a 2 cm, 3.6 cm, 6 cm and 20 cm en un viento estelar con  $\delta\tau \rightarrow \infty$  (líneas continuas) y  $\delta\tau = 0.35$  yr (líneas discontinuas). La velocidad inicial de eyección supuesta en el modelo es  $v_0 = 200$  km s $^{-1}$  la cual se incrementa en un factor 2 ( $av_0 = 400$  km s $^{-1}$ ). La tasa de pérdida de masa se supone constante en el modelo con un valor de  $\dot{m} = 5 \times 10^{-7} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  para un fuente localizada a una distancia de  $D = 150$  pc.

menor a 50 UA) la emisión está dada por la ecuación (4.20). Una vez que la superficie de trabajo entra en su etapa de aceleración ( $t > t_{m1}$ ), se sustituye la ecuación (4.27) en la ecuación (4.10) para obtener la densidad prechoque. El resultado obtenido así como la velocidad de choque (ec. [4.30]) se sustituyen en el espesor óptico de la superficie de trabajo (dado simplemente por la ec. [4.9] en esta etapa). Finalmente, se utiliza la ecuación (4.12) para el cálculo del flujo.

En la Figura 4.5, presentamos una comparación de los flujos calculados para la

## EMISIÓN EN RADIO-CONTINUO DE UNA SUPERFICIE DE TRABAJO

superficie de trabajo cuando ésta es producida debido a una variación de pulso en la velocidad de eyección ( $\delta\tau$  finita) y cuando se forma como resultado de una variación de salto en la misma (lo cual puede interpretarse como un pulso con  $\delta\tau \rightarrow \infty$ ).

Los parámetros del modelo son:  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ ,  $av_0 = 400 \text{ km s}^{-1}$ ,  $\dot{m} = 5 \times 10^{-7} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  y  $D = 150 \text{ pc}$ . Con estos valores se deduce un período  $\tau = 0.7 \text{ yr}$  ( $\delta\tau = 0.35 \text{ yr}$ ) para la variación de pulso. La etapa de velocidad constante termina en  $t_{m1} = 0.84 \text{ yr}$ ; en tanto que la etapa de aceleración termina en  $t_{m2} = 1.22 \text{ yr}$ .

Cuando el viento estelar experimenta una variación de pulso, el flujo presenta una caída brusca en  $t_{m1} = 0.84 \text{ yr}$ , tiempo a partir del cual muestra un comportamiento decreciente como resultado de que la velocidad de choque (en el choque interno) disminuye con el tiempo en la etapa de aceleración de la superficie de trabajo. El flujo muestra una segunda caída en  $t_{m2} = 1.22 \text{ yr}$ , instante en el cual el choque interno deja de emitir.

## Capítulo 5

# Emisión en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección

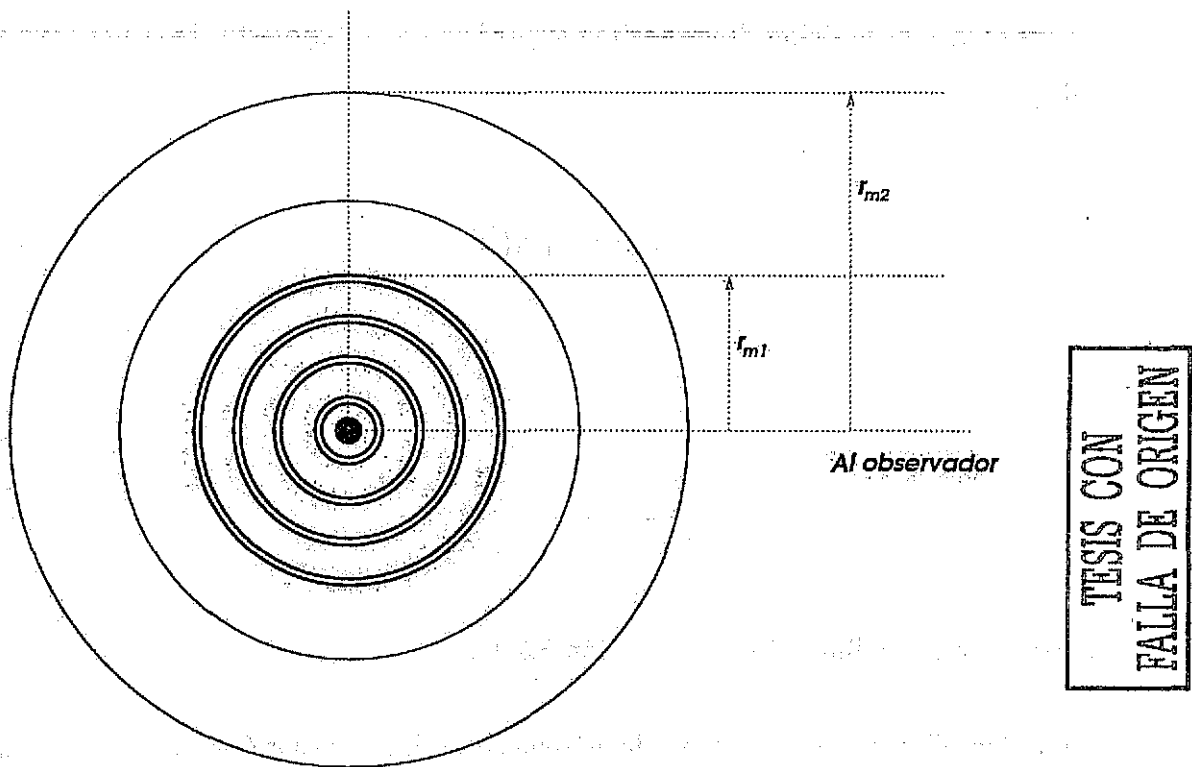
En este capítulo, calculamos la emisión en radio continuo producida en un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección. Suponemos que el viento experimenta una serie de pulsos (como los descritos en el capítulo anterior) al momento de expulsarse de la estrella. Cada vez que uno de estos pulsos se presente, se formará una superficie de trabajo que pasará por dos etapas durante su evolución dinámica (una en la que se desplaza con velocidad constante y otra en la cual es acelerada). Basándonos en los resultados obtenidos para el espesor óptico en radio-continuo de una superficie de trabajo, calculamos el espesor óptico a cada línea de visión sumando las contribuciones de todas las superficies de trabajo que sean intersectadas. Encontramos la contribución de una zona interna (en la cual cada una de las superficies de trabajo está constituida por dos ondas de choque) y de una zona externa (en la que están presentes estructuras de un solo choque). Conocido el espesor óptico a cada línea de visión, calculamos el flujo en radio continuo del viento estelar y su variación temporal a distintas frecuencias. Comparamos las predicciones de nuestro modelo con observaciones de este tipo de fuentes, en parti-

cular, logramos reproducir razonablemente bien (con parámetros típicos de vientos estelares en estrellas T Tauri) los flujos e índices espectrales observados en la fuente central de Serpens.

## 5.1 Espesor óptico en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección

Considere un viento estelar con velocidad de eyección variable y periódica en el tiempo. Suponga que la variabilidad consiste en una serie de pulsos (sección 4.3.2) que se repiten con un período  $\tau$ . Suponga que en  $t = 0$  se presenta el primer salto en la velocidad de eyección del gas (la velocidad  $v_0$  se incrementa al valor  $av_0$ ) formándose la primera superficie de trabajo. Después de un cierto tiempo  $\delta\tau$ , el viento recupera su velocidad inicial  $v_0$  la cual se mantiene durante un intervalo de tiempo  $\tau - \delta\tau$ . En ese instante ( $t = \tau$ ), el viento experimenta un nuevo salto en su velocidad de eyección con las mismas características en magnitud y en duración que el salto previo. Se ha formado una segunda superficie de trabajo en el viento estelar. Al dejar evolucionar al sistema encontramos que la  $j$ -ésima superficie de trabajo se formará al tiempo  $t = (j - 1)\tau$ .

En la sección (4.3.2) y en el Apéndice B, mostramos que cada superficie de trabajo experimenta dos etapas distintas durante su evolución dinámica. Una superficie de trabajo recién formada se desplaza a través del flujo con velocidad constante. Eventualmente, el material con velocidad  $v_0$  (eyectado previamente a la formación de la superficie de trabajo) se incorporará totalmente al choque provocando que el material con velocidad  $av_0$  (eyectado posteriormente a su formación) acelere a la superficie de trabajo constituida a partir de entonces por un solo choque. Este tipo de variabilidad establece claramente dos regiones características en el viento



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

FIGURA 5.1: Representación esquemática de un viento estelar constituido por varias superficies de trabajo formadas como resultado de pulsos periódicos en la velocidad de eyección. La distancia  $r_{m1}$  separa la región dentro de la cual las superficies de trabajo están constituidas por dos choques de la región donde se encuentran las estructuras de un solo choque. A distancias mayores a  $r_{m2}$  las superficies de trabajo no emiten.

estelar (ver Fig. 5.1) delimitadas por  $r_{m1}$  (ec. [4.25]) y  $r_{m2}$  (ec. [4.32]). Las superficies de trabajo localizadas en la región interna ( $r < r_{m1}$ ) están constituidas por dos choques cada uno de los cuales contribuye a su espesor óptico. En la región externa ( $r_{m1} \leq r < r_{m2}$ ), únicamente los choques internos de las superficies de trabajo contribuyen a sus espesores ópticos. Las superficies de trabajo localizadas a distancias mayores a  $r_{m2}$  no emiten.

La estimación del espesor óptico de una superficie de trabajo requiere el conocimiento de la etapa de su evolución dinámica en la que se encuentra. A un tiempo  $t$  arbitrario la  $j$ -ésima superficie de trabajo tiene un tiempo real de evolución  $t_j = t - (j - 1)\tau$ , dado que debe restársele el tiempo al cual se forma.

Para  $t_j < t_{m1}$  la posición de la  $j$ -ésima superficie de trabajo está dada por (ver ec. [3.6]),

$$r_{ws[j]} = r_0 \Lambda(\tilde{t}_j), \quad (5.1)$$

donde,

$$\Lambda(\tilde{t}_j) = 1 + \tilde{t} - (j-1)\tilde{\tau}, \quad (5.2)$$

usando tiempos adimensionales (sección 3.2.1).

A una línea de visión que pase por la estrella central, el espesor óptico  $\tau_{ws[j]}$  ( $=\tau_{es[j]} + \tau_{is[j]}$ ) tiene la contribución de los choques externo e interno (ver ecs. [4.8] y [4.9]), por lo que,

$$\tau_{ws[j]} = \xi \frac{1}{\Lambda^2(\tilde{t}_j)}, \quad (5.3)$$

siendo,

$$\xi = 5.20 \times 10^{12} \left( \frac{T_e}{10^4 K} \right)^{-0.55} \left( \frac{\nu}{5 GHz} \right)^{-2.1} \left( \frac{\dot{m}}{10^{-7} M_\odot yr^{-1}} \right) \times$$

$$\left[ \beta_e (a^{1/2} - 1)^{\gamma_e} \left( \frac{v_0}{100 km s^{-1}} \right)^{\gamma_e - 1} + \frac{\beta_i}{a} (a - a^{1/2})^{\gamma_i} \left( \frac{v_0}{100 km s^{-1}} \right)^{\gamma_i - 1} \right], \quad (5.4)$$

y donde hemos usado las ecuaciones (3.7) y (4.10).

Para  $t_j \geq t_{m1}$  la  $j$ -ésima superficie de trabajo se encuentra ya en su etapa de aceleración, por lo que su distancia a la estrella se obtiene a partir de la ecuación (4.27),

$$r_{ws[j]} = r_0 \varphi(\tilde{t}_j), \quad (5.5)$$

donde  $\varphi$  está dada por la ecuación (4.29).

En esta etapa el espesor óptico tiene únicamente la contribución del choque interno (ec. [4.9]). Usando las expresiones para la densidad prechoque interna (ec. [4.10]) y la velocidad de choque interna (ec. [4.30]) se obtiene,

$$\tau_{ws[j]} = \Xi(\tilde{t}_j) \frac{1}{\varphi^2(\tilde{t}_j)}, \quad (5.6)$$

siendo,

$$\begin{aligned} \Xi(\tilde{t}_j) = & 5.20 \times 10^{12} \left( \frac{T_e}{10^4 K} \right)^{-0.55} \left( \frac{\nu}{5 GHz} \right)^{-2.1} \left( \frac{\dot{m}}{10^{-7} M_\odot yr^{-1}} \right) \times \\ & \left[ \frac{\beta_i}{a} \left( \frac{a - a^{1/2}}{[1 + \zeta_1(\tilde{t}_j - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}} \right)^\gamma \left( \frac{v_0}{100 km s^{-1}} \right)^{\gamma-1} \right]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Observe que para  $\tilde{t}_j = \tilde{t}_{m1}$  la expresión (5.7) se reduce al término correspondiente al choque interno de la expresión (5.4).

Las ecuaciones (5.3)-(5.4) y (5.6)-(5.7) proporcionan el espesor óptico de la j-ésima superficie de trabajo (de acuerdo a la etapa de su evolución dinámica en la que se encuentre) a una línea de visión perpendicular a su(s) frente(s) de choque(s).

Para un cálculo posterior del flujo integrado de la región, es necesario conocer el espesor óptico efectivo de cada superficie de trabajo a cada línea de visión. Cada una de ellas queda especificada unívocamente por su proyección  $r$  en el eje  $y$  (ver Fig. 5.2). En lo sucesivo nos referiremos a la proyección  $r$  como parámetro de impacto de la línea de visión.



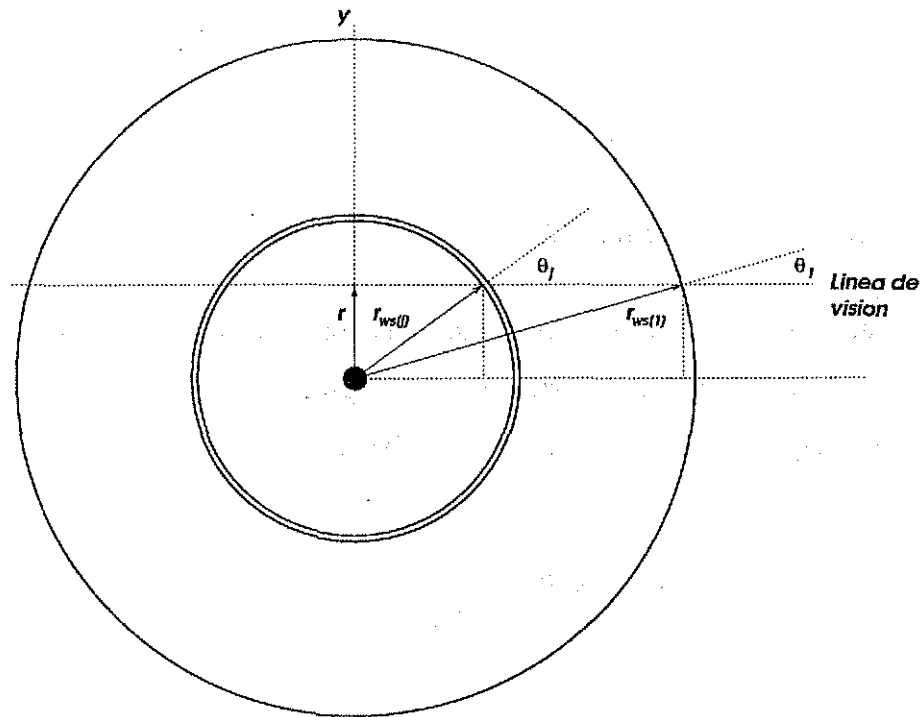


FIGURA 5.2: Diagrama en donde se muestran los ángulos de intersección que forma una línea de visión arbitraria con la normal a la primera superficie de trabajo en la posición  $r_{ws[1]}$  y la normal a la  $j$ -ésima superficie de trabajo en la posición  $r_{ws[j]}$ . Una línea de visión se especifica unívocamente por su proyección  $r$  en el eje  $y$ .

Sean  $\theta_1$  y  $\theta_j$  los ángulos que forma una línea de visión arbitraria con los vectores normales a la primera y a la  $j$ -ésima superficies de trabajo, respectivamente. En la Figura 5.2, se observa claramente que,

$$r_{ws[1]} \sin \theta_1 = r_{ws[j]} \sin \theta_j,$$

de lo cual es fácil demostrar (definiendo  $\mu = \cos \theta$ ) que los ángulos de intersección están relacionados por la expresión,

$$\mu_j = \left[ 1 + \frac{\tilde{r}_{ws[1]}^2}{\tilde{r}_{ws[j]}^2} (\mu_1^2 - 1) \right]^{1/2} \quad (5.8)$$

con  $\tilde{r}_{ws[j]} = r_{ws[j]}/r_0$  (análogamente para  $\tilde{r}_{ws[1]}$ ).

Por tanto, el espesor óptico de la  $j$ -ésima superficie de trabajo en una línea de visión que forme un ángulo  $\theta_j$  con la normal a la superficie de trabajo en el punto de intersección está dado por,

$$\tau_{ws[j]}(\mu_j) = \frac{\tau_{ws[j]}}{\mu_j}, \quad (5.9)$$

(ver ec. [4.13]).

Las líneas de visión con parámetros de impacto comprendidos entre las superficies de trabajo  $ws[i+1]$  y  $ws[i]$  ( $r_{ws[i+1]} < r \leq r_{ws[i]}$ ) intersectan desde la primera hasta la  $i$ -ésima superficie de trabajo (ver Fig. 5.3). El espesor óptico total es la suma de las contribuciones de cada superficie de trabajo intersectada, por lo que,

$$\tau^{(i)}(\mu_1) = 2 \tau_{ws[1]}(\mu_1) + \dots + 2 \tau_{ws[i]}(\mu_i). \quad (5.10)$$

donde el superíndice  $(i)$  es utilizado para indicar el número de cáscaras que atraviesa la línea de visión considerada, y el factor 2 se introduce en cada término por la contribución al espesor óptico de cada superficie de trabajo tanto del lado que se aleja como del que se aproxima al observador.

Aplicando (5.9) a cada término de la ecuación (5.10) y expresando  $\mu_j$  en términos de  $\mu_1$  (ec. [5.8]) se obtiene,

$$\tau^{(i)}(\mu_1) = \sum_{j=1}^i \frac{2 \tau_{ws[j]}}{\left[1 + \frac{\tilde{r}_{ws[1]}^2}{\tilde{r}_{ws[j]}^2} (\mu_1^2 - 1)\right]^{1/2}}. \quad (5.11)$$

Note que la ecuación (5.11) con  $i = 1$  se reduce a la expresión para una sola superficie de trabajo (ec. [4.13]). La ecuación (5.11) proporciona el espesor óptico a cada línea de visión con parámetro de impacto comprendido entre las superficies de trabajo  $ws[i+1]$  y  $ws[i]$ .

Para cubrir completamente la región, debe variarse  $i = 1 \rightarrow n$  donde  $n$  es el número total de cáscaras en el viento estelar al tiempo  $t$ . Es importante hacer notar que el valor de  $n$  depende del tiempo al cual se esté observando. Inicialmente se incrementa conforme se forman nuevas superficies de trabajo. Una vez que la cáscara externa alcanza el radio  $r_{m2}$  (Fig. 5.1),  $n$  varía en  $\pm 1$  debido a que una siguiente cáscara se forma en el viento antes de que otra superficie de trabajo arribe también a  $r_{m2}$ . Para las líneas de visión que intersecten a todas las superficies de trabajo, su parámetro de impacto está comprendido entre  $r = 0$  y  $r_{ws}[r]$ . Una estimación de  $n$  requiere calcular separadamente las superficies de trabajo que contribuyen al espesor óptico en la zona interna ( $r < r_{m1}$ ) y en la zona externa ( $r_{m1} \leq r < r_{m2}$ ).

Para  $r < r_{m1}$ , el número máximo de superficies de trabajo que contribuyen al espesor óptico puede obtenerse comparando la distancia recorrida por una superficie de trabajo antes de que desaparezca su choque externo ( $r_{m1} - r_0$ ) con la separación  $\delta r (= r_0 \tilde{\tau})$  entre dos superficies de trabajo cualesquiera (note que en esta región todas las cáscaras son equidistantes debido a que se forman sucesivamente en intervalos de tiempo separados por un período  $\tau$  desplazándose con la misma velocidad). Por tanto, el número máximo de superficies de trabajo en esta región está dado por el número entero inmediato superior a,

$$\frac{1}{2(a^{1/2} - 1)}$$

donde hemos usado la ecuación (4.25) y hemos supuesto  $\delta\tau = \tau/2$ .

Para  $r_{m1} \leq r < r_{m2}$ , puede estimarse el número máximo de superficies de trabajo que contribuyen al espesor óptico a partir del cociente,

$$\frac{\tilde{t}_{m2} - \tilde{t}_{m1}}{\tilde{\tau}}$$

donde el numerador se obtiene directamente a partir de la ecuación (4.31).

## 5.2 Emisión en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas en la velocidad de eyección

En la sección 5.1, mostramos que un viento estelar con variaciones periódicas en su velocidad de eyección produce un conjunto de superficies de trabajo cada una de las cuales se desplaza a través del viento pasando por dos etapas en su evolución dinámica (ver Fig. 5.1).

La emisión producida en esta configuración del viento estelar puede ser estimada sumando los espesores ópticos de las  $i$  ( $i = 1 \rightarrow n$ ) superficies de trabajo intersectadas por cada línea de visión para obtener el espesor óptico total  $\tau^{(i)}(\mu_1)$  (ec. [5.11]) y, con ello, calcular la intensidad (suponiendo una temperatura de excitación uniforme de  $10^4$  K) que emerge en la dirección de la línea de visión considerada. El flujo total se obtiene integrando la intensidad calculada a cada línea de visión sobre el ángulo sólido definido por la superficie de trabajo más lejana a la estrella central.

La expresión equivalente al flujo de una sola superficie de trabajo (calculado en la sección 4.3.1, ec. [4.12]) para el caso de un viento estelar donde se han formado varias de ellas es,

$$S_\nu = 2\pi B_\nu \frac{r_{ws[1]}^2}{D^2} \int_0^1 \left(1 - e^{-\tau^{(i)}(\mu_1)}\right) \mu_1 d\mu_1. \quad (5.12)$$

Para resolver la integral de la ecuación (5.12) es conveniente dividir el parámetro  $\mu_1$  en intervalos definidos por las posiciones de las distintas superficies de trabajo. En cada intervalo para  $\mu_1$  calculamos el número de cáscaras ( $i$ ) que contribuyen al espesor óptico.

Definimos  $\mu_{1,i}(= \cos \theta_{1,i})$  como el coseno del ángulo que forma la línea de visión

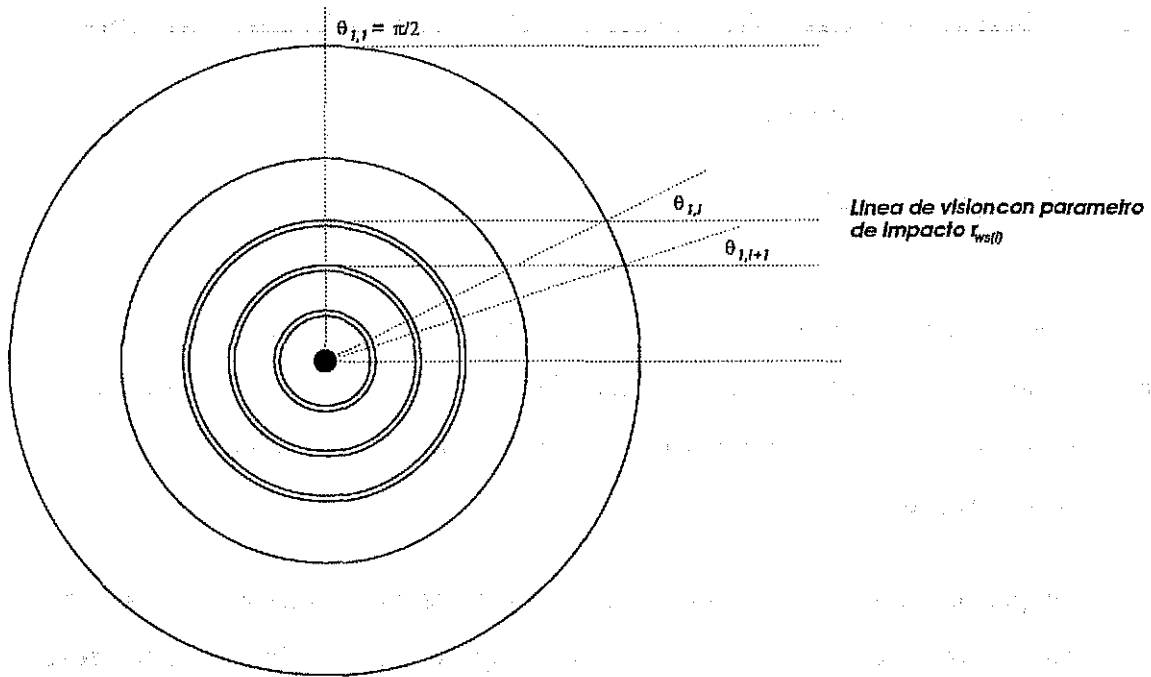


FIGURA 5.3: Diagrama en donde se muestran las líneas de visión con parámetros de impacto  $r_{ws[i]}$  y  $r_{ws[i+1]}$ , las cuales forman los ángulos  $\theta_{1,i}$  y  $\theta_{1,i+1}$  con la normal a la primera superficie de trabajo en los puntos de intersección. En particular, cuando el parámetro de impacto es  $r_{ws[1]}$  el ángulo de intersección es  $\pi/2$ .

cuyo parámetro de impacto es  $\tilde{r}_{ws[i]}$  con la normal a la superficie de trabajo externa en el punto de intersección (ver Fig. 5.3). Es claro de la figura que  $\mu_{1,i}$  está dado por,

$$\mu_{1,i} = \left(1 - \frac{\tilde{r}_{ws[i]}^2}{\tilde{r}_{ws[1]}^2}\right)^{1/2} \quad (5.13)$$

En el intervalo comprendido entre  $\mu_{1,i}$  y  $\mu_{1,i+1}$  el número de cáscaras que contribuyen al espesor óptico es  $i$ . Para considerar todos los intervalos de  $\mu_1$  hacemos variar  $i = 1 \rightarrow n$ . Note que para  $i = n$  el valor de  $\mu_{1,i+1}$  no está definido (debido a que la cáscara  $n + 1$  no existe), sin embargo el intervalo se completa haciendo  $\mu_{1,i+1} = 1$ .

Finalmente, el flujo total de la configuración se obtiene sumando las contribuciones de cada uno de los intervalos de  $\mu_1$ ,

$$S_\nu = 2\pi B_\nu \frac{r_{ws[1]}^2}{D^2} \left[ \int_{\mu_{1,n}}^1 \left(1 - e^{-\tau^{(n)}(\mu_1)}\right) \mu_1 d\mu_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\mu_{1,i}}^{\mu_{1,i+1}} \left(1 - e^{-\tau^{(i)}(\mu_1)}\right) \mu_1 d\mu_1 \right], \quad (5.14)$$

donde el espesor óptico  $\tau^{(n)}(\mu_1)$  corresponde a las líneas de visión que intersectan a todas las superficies de trabajo (ec. [5.11] con  $i=n$ ).

En las Figuras 5.4 y 5.5, presentamos un ejemplo de los flujos en radio-continuo predichos por el modelo desarrollado en esta sección para un viento estelar con variaciones (pulsos) periódicas en la velocidad de eyección. En la Figura 5.6, se muestran los correspondientes índices espectrales. La velocidad inicial del viento es  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$  la cual se incrementa en un 30% ( $a = 1.3$ ). El período de variación del viento con estos valores resulta ser  $\tau = 0.20 \text{ yr}$  (ver ec. [4.33]). Hemos supuesto que la tasa de pérdida de masa es constante con un valor  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  para una estrella localizada a  $D = 150 \text{ pc}$  del observador.

Inicialmente, los flujos muestran un incremento constante debido a la formación de nuevas superficies de trabajo (observe en la Fig. 4.3 el comportamiento del flujo de una sola superficie de trabajo a distintas frecuencias). Este comportamiento se mantiene hasta que la superficie de trabajo externa ( $ws[1]$ ) arriba a  $r_{m1}$ , lo cual ocurre al tiempo  $t_{m1} = 0.7 \text{ yr}$  en este ejemplo. Puede observarse una caída en el flujo (excepto a  $\lambda = 20 \text{ cm}$ ) similar a la que experimenta una superficie de trabajo cuando comienza su etapa de aceleración (Fig. 4.5). Observe que a  $\lambda = 20 \text{ cm}$  no se encuentra este comportamiento, debido esencialmente a que los tiempos de transición de la etapa ópticamente gruesa a ópticamente delgada para una superficie de trabajo dependen del valor de la frecuencia (ver sección 4.3.1). Es por ello que las cáscaras más internas aún se encuentran en su etapa ópticamente gruesa (a  $\lambda = 20 \text{ cm}$ ), donde su flujo aumenta ( $\propto \nu^2$ ), cuando la superficie de trabajo externa alcanza

EMISIÓN EN RADIO-CONTINUO DE VARIAS SUPERFICIES DE TRABAJO

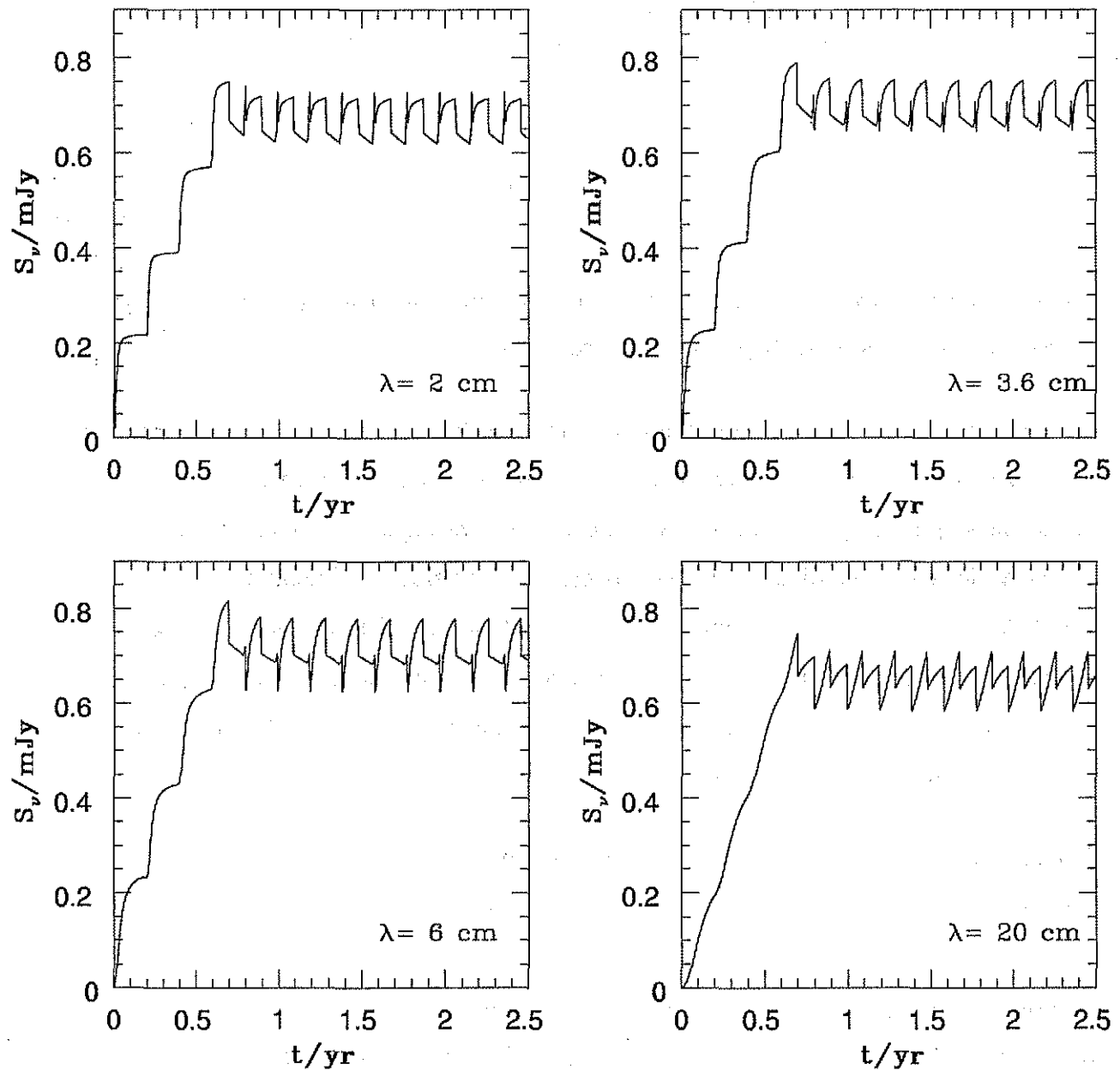
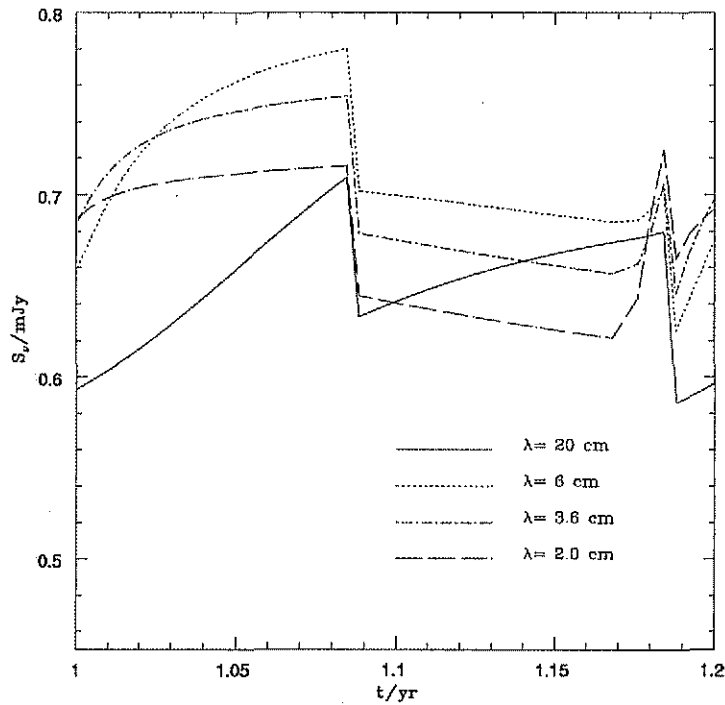


FIGURA 5.4: Flujos en radio continuo a  $\lambda = 2, 3.6, 6$  y  $20$  cm de un viento estelar con variaciones periódicas (pulsos) en su velocidad de eyección. La velocidad inicial del viento es  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$  con un factor de cambio  $a = 1.3$ . Con estos parámetros el período de variación del viento es de  $\tau = 0.20$  yr. Se ha supuesto una tasa de pérdida de masa (constante)  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  y una distancia a la estrella central  $D = 150$  pc. La explicación física de las gráficas se presenta en el texto.



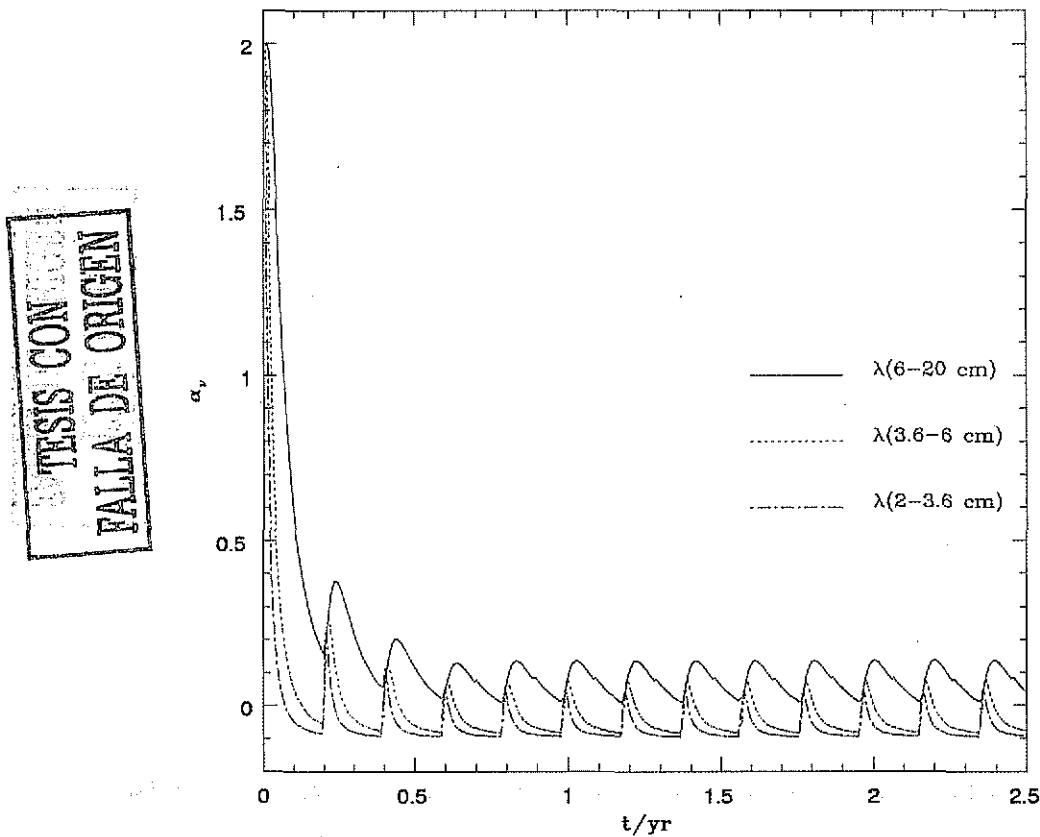
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA 5.5: Flujos en radio continuo a  $\lambda = 2, 3.6, 6$  y  $20$  cm en un período de variación para el modelo presentado en la Fig. 5.4.

el valor  $r_{m1}$  empezando a decaer su flujo. En la Figura 5.5, mostramos los mismos flujos en un intervalo de tiempo igual a un período de variación, donde se observa claramente este efecto a las distintas frecuencias consideradas. En  $t_{m2} = 0.8$  yr desaparece la superficie de trabajo externa (primera en formarse) provocando una segunda caída en el flujo. Posteriormente, la emisión tiende a un comportamiento periódico debido a que nuevas superficies de trabajo se van formando en el flujo reemplazando a aquellas que arriban a la región no-emisora ( $r > r_{m2}$ ). En nuestro ejemplo contribuyen al flujo de 4 a 5 superficies de trabajo a cualquier tiempo.

El comportamiento de los índices espectrales (Fig. 5.6) muestra que inicialmente el espectro es ópticamente grueso ( $\alpha_p = 2$ ). Conforme las superficies de trabajo externas llegan a ser ópticamente delgadas, el índice espectral disminuye mostrando un comportamiento variable con un valor cercano a  $\alpha_p = -0.1$ .





TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

FIGURA 5.6: Índices espectrales obtenidos a partir de los flujos mostrados en la Fig. 5.4. Inicialmente, el espectro es ópticamente grueso ( $\alpha_\nu = 2$ ) presentando un comportamiento variable con un valor cercano a  $\alpha_\nu = -0.1$ .

En las gráficas de los flujos e índices espectrales se obtienen perfiles distintos a cada frecuencia, lo cual es una consecuencia de la dependencia del espesor óptico de una superficie de trabajo con la frecuencia. A bajas frecuencias ( $\lambda = 20 \text{ cm}$ ), la mayoría de las superficies de trabajo presentes en el flujo son ópticamente gruesas y la formación o desaparición de una de ellas tiene un efecto moderado en el flujo total de la configuración. Por el contrario, la mayoría de las superficies de trabajo son ópticamente delgadas a frecuencias más altas ( $\lambda = 2 \text{ cm}$ ), y cualquier pequeño cambio en el espesor óptico tiene una importante repercusión en el flujo emitido. Lo anterior explica también que las curvas en los índices espectrales presenten picos más pronunciados a bajas que a más altas longitudes de onda.

TABLA 1

EMISIÓN EN RADIO-CONTINUO DE LA FUENTE  
CENTRAL DE SERPENS

OBSERVACIONES <sup>(1)</sup>				MODELO <sup>(2)</sup>		
$\lambda$ (cm)	$S_\nu$ (mJy)	$\Delta S_\nu$ <sup>(3)</sup> (mJy)	Indice Espectral	$S_\nu$ (mJy)	$\Delta S_\nu$ <sup>(3)</sup> (mJy)	Indice Espectral
6	2.20	0.20	0.21	2.21	0.51	0.26
3.6	2.45	0.31		2.53	0.54	

(1) S. Curiel (2002, comunicación privada).

(2) Parámetros del modelo:  $\dot{m} = 1.4 \times 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ ,  $a = 2.0$ ,  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ ,  $D=300 \text{ pc}$  y  $\tau=0.7 \text{ yr}$ .

(3) Desviación estándar.

### 5.3 Comparación con las observaciones en radio-continuo de la fuente central de Serpens

Observaciones en radio-continuo de la nube molecular de Serpens (Rodríguez et al. 1989) muestran una fuente triple de emisión localizada en su interior. Esta nube molecular es una región de formación estelar ubicada a  $\sim 300 \text{ pc}$  de nosotros (ver por ejemplo, Curiel et al. 1993). Este objeto consiste de una región central con morfología elongada y dimensiones físicas de  $\sim 60 \text{ UA}$ , y de dos lóbulos simétricos (flujo bipolar) a una distancia de  $1800 \text{ UA}$  de la parte central.

En nuestro modelo para vientos estelares con velocidad de eyección variable, hemos supuesto simetría esférica para la eyección del gas. Por esta razón, hemos aplicado

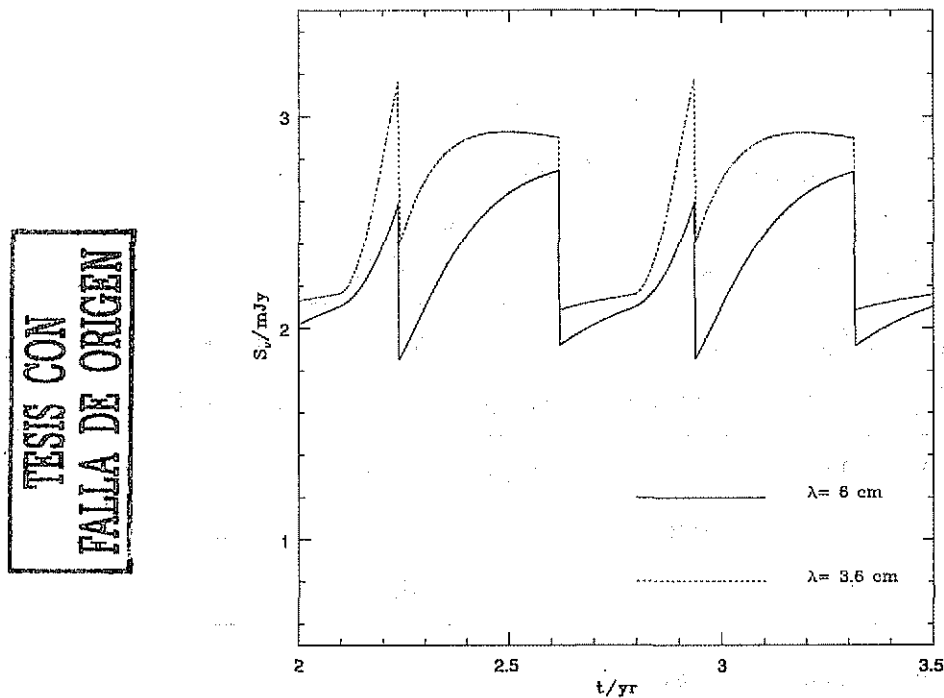


FIGURA 5.7: Predicción teórica para el comportamiento temporal del flujo en radio-continuo a  $\lambda = 3.6$  y  $6$  cm del modelo presentado en la Tabla 1, donde se compara con las observaciones de la fuente central de Serpens.

el modelo teórico desarrollado en las secciones (5.1) y (5.2) para intentar reproducir los flujos en radio-continuo e índices espectrales observados en la fuente central de Serpens.

En la Tabla 1, presentamos los flujos promedio observados y la amplitud de las variaciones (desviaciones estándar) de la fuente central de Serpens a  $3.6$  cm (6 puntos entre 1990 y 1998) y  $6$  cm (5 puntos entre 1990 y 1998) junto con el índice espectral entre estas dos longitudes de onda calculado a partir de los flujos promedio. Los datos nos fueron proporcionados amablemente por S. Curiel (2002, comunicación privada) y representan el único conjunto de datos disponible para estimar la variabilidad de esta fuente.

En la misma tabla, presentamos los resultados del modelo teórico para un viento

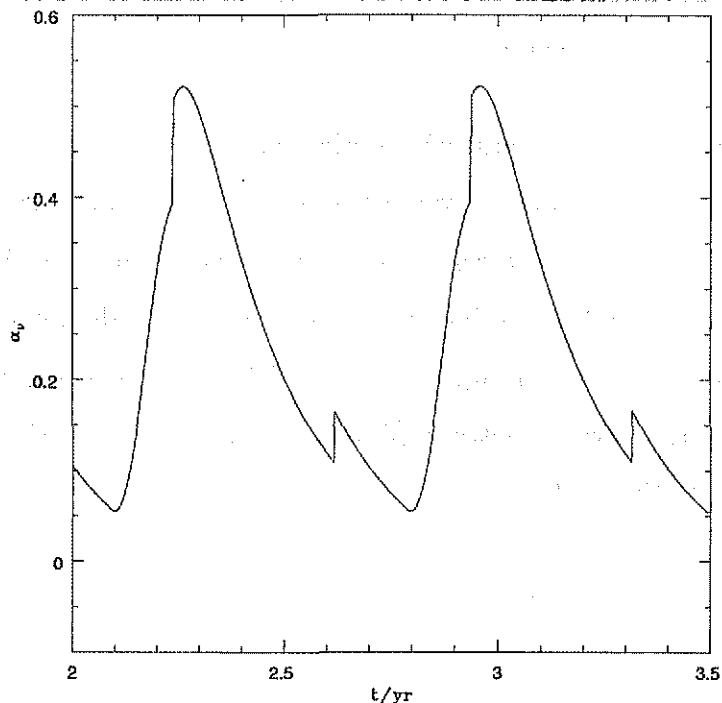


FIGURA 5.8: Índice espectral entre  $\lambda$  (3.6-6 cm) correspondiente a los flujos presentados en la Fig. 5.7.

estelar con los siguientes parámetros: una variación en la velocidad de eyección de  $200 \text{ km s}^{-1}$  a  $400 \text{ km s}^{-1}$  (lo que representa un factor de cambio  $a = 2$ ), con un período de variabilidad  $\tau = 0.7 \text{ yr}$  y una tasa de pérdida de masa de  $\dot{m} = 1.4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . Con estos parámetros, la velocidad de las superficies de trabajo en la etapa inicial de su evolución dinámica es de  $280 \text{ km s}^{-1}$ , la cual se encuentra en el intervalo de velocidades estimadas para las cáscaras que emergen de esta fuente (Curiel et al. 1993). El período de variación de 0.7 yr resulta de suponer un tamaño físico de la región emisora ( $r_{m1}$  en nuestro modelo) de 50 UA, similar al observado ( $\sim 60$  UA, Curiel et al. 1993). El valor de la tasa de pérdida de masa fue ajustado para reproducir los flujos promedio observados. En la tabla, se muestra que los flujos promedio y el índice espectral obtenidos del modelo reproducen bien los valores observados en esta fuente. Sin embargo, la amplitud de las variaciones predichas por el modelo son superiores (por un factor  $\sim 2$ ) a las calculadas a partir de las

observaciones. Por la simplicidad del modelo y los pocos datos observacionales no debe sorprendernos esta discrepancia.

En la Figura 5.7, se muestra la predicción teórica del comportamiento temporal del flujo a  $\lambda = 3.6$  y 6 cm para el mismo modelo de viento estelar que logra reproducir los valores observados en la fuente central de Serpens (ver Tabla 1). Encontramos que el valor del flujo a  $\lambda = 6$  cm oscila en el intervalo comprendido entre  $1.8 \rightarrow 2.7$  mJy, en tanto que a  $\lambda = 3.6$  cm el flujo varía entre  $2.1 \rightarrow 3.2$  mJy. En la Figura 5.8, mostramos el índice espectral  $\alpha$  entre  $\lambda$  (3.6-6 cm) obtenido a partir de los flujos que presentamos en la Figura 5.7.

## Capítulo 6

# Emisión en radio-continuo de vientos estelares con variaciones sinusoidales en la velocidad de eyección

En este capítulo, analizamos el caso de flujos estelares eyectados isotrópicamente (con simetría esférica) suponiendo una variación de tipo sinusoidal en la velocidad de eyección del gas. La complejidad para este tipo de variabilidad, comparativamente al caso de la eyección de tipo salto analizada en los capítulos anteriores, radica en el hecho de que las superficies de trabajo no se forman instantáneamente sino que a una cierta distancia de la estrella central. Adicionalmente, la(s) superficie(s) de trabajo formada(s) se desplazan con velocidad variable en el tiempo. Sin embargo, una vez conocida la evolución dinámica de una superficie de trabajo (que nos permita determinar su posición y velocidad a cada tiempo), podemos calcular las densidades prechoque y las velocidades de choque. Mostramos que la velocidad de choque es función del tiempo para una variación sinusoidal en la velocidad de eyección. Posteriormente, calculamos el espesor óptico de la superficie de trabajo cuyo comportamiento muestra un crecimiento inicial hasta alcanzar un valor máximo para después decaer rápidamente. Por su parte, el flujo muestra también un comportamiento creciente, alcanzando un valor máximo a partir del cual disminuye

drásticamente, debido esencialmente a la variación en la velocidad de choque. Al suponer un comportamiento sinusoidal periódico en la velocidad de eyección, se forma en el flujo estelar una configuración de varias superficies de trabajo de la cual obtenemos su emisión total en radio-continuo. Comparativamente al caso de la variación de pulsos tratados en el capítulo 5, mostramos que una variación de tipo sinusoidal produce una emisión menor usando parámetros similares para el flujo estelar.

## 6.1 Formación y evolución dinámica de una superficie de trabajo en un flujo estelar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección

Considere un flujo estelar eyectado con tasa de pérdida de masa  $\dot{m}$  constante y con una velocidad de eyección dependiente del tiempo de la forma,

$$v_e(\tau) = v_w - v_c \sin(\omega\tau), \quad (6.1)$$

donde  $v_w$ ,  $v_c$  y  $\omega$  son constantes que representan el valor medio de la velocidad, la amplitud de la oscilación y la frecuencia, respectivamente (ver Fig. 6.1).

En Cantó et al. (2000), se muestra que la primera superficie de trabajo (para este tipo de variación) se forma en la posición,

$$r_c = -\frac{v_w}{\omega} \frac{[1 - (v_c/v_w) \sin \omega\tau_c]^2}{(v_c/v_w) \cos \omega\tau_c}, \quad (6.2)$$

al tiempo,

$$t_c = \tau_c - \frac{1}{\omega} \frac{[1 - (v_c/v_w) \sin \omega\tau_c]}{(v_c/v_w) \cos \omega\tau_c}, \quad (6.3)$$

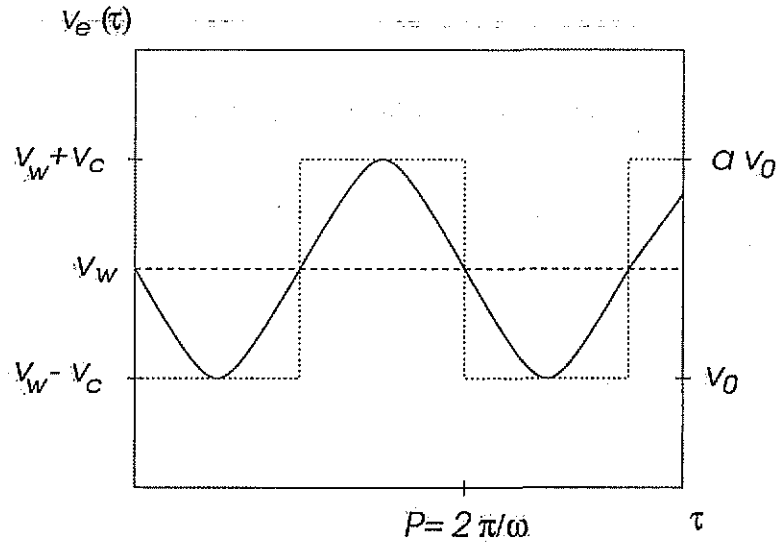


FIGURA 6.1: Gráfica de la velocidad de eyección de un viento estelar correspondiente al comportamiento sinusoidal (línea continua) y de tipo salto (línea punteada). El período de variación es denotado por  $P$  y  $\tau$  representa el tiempo de eyección.

donde  $\tau_c$  corresponde al tiempo al cual se eyecta el material del cual se forma la superficie de trabajo,

$$\tau_c = \frac{\pi}{\omega} - \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left[ \frac{-1 + (1 + 8(v_c/v_w)^2)^{1/2}}{2(v_c/v_w)} \right]. \quad (6.4)$$

Definimos las variables,

$$\bar{\tau} \equiv \frac{1}{2} (\tau_1 + \tau_2), \quad (6.5)$$

$$\Delta\tau \equiv \frac{1}{2} (\tau_2 - \tau_1), \quad (6.6)$$

donde  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son los tiempos de eyección del flujo corriente abajo y corriente arriba de la superficie de trabajo, respectivamente. En términos de estas variables, la ecuación a resolver para obtener los parámetros dinámicos de la superficie de trabajo (posición y velocidad) es la ecuación de segundo grado,



$$a_{\Delta\tau} \sin^2(\omega\bar{\tau}) + b_{\Delta\tau} \sin(\omega\bar{\tau}) + c_{\Delta\tau} = 0, \quad (6.7)$$

donde los coeficientes están dados por,

$$a_{\Delta\tau} = \frac{v_c}{v_w} [(\omega\Delta\tau)^2 - \sin^2(\omega\Delta\tau)], \quad (6.8)$$

$$b_{\Delta\tau} = (\omega\Delta\tau) [\sin(\omega\Delta\tau) - (\omega\Delta\tau)\cos(\omega\Delta\tau)], \quad (6.9)$$

$$c_{\Delta\tau} = \frac{v_c}{v_w} \sin(\omega\Delta\tau) [\sin(\omega\Delta\tau) - (\omega\Delta\tau)\cos(\omega\Delta\tau) - (\omega\Delta\tau)^2 \sin(\omega\Delta\tau)]. \quad (6.10)$$

(note que existe un error tipográfico en la ec. [35] de Cantó et al., 2000; el tercer término en la expresión para  $c_{\Delta\tau}$  debe ser negativo).

La raíz positiva de la ecuación (6.7) proporciona la solución con  $|\sin(\omega\tau)| \leq 1$  que corresponde a la solución física del problema. Al formarse la superficie de trabajo  $\tau_1 = \tau_2$ , por lo que  $\Delta\tau = 0$  (ver ec. [6.6]). Por otra parte, los tiempos de eyección  $\tau_1$  y  $\tau_2$  pueden estar espaciados a los más en un intervalo de tiempo igual a un período de variación ( $2\pi/\omega$ ), lo que corresponde a  $\Delta\tau = \pi/\omega$ . Por tanto, para resolver la ecuación (6.7) usamos a  $\Delta\tau$  como parámetro libre en el intervalo  $0 \rightarrow \pi/\omega$ . Note que para  $\Delta\tau \rightarrow 0$  se obtiene correctamente  $\bar{\tau} \rightarrow \tau_c$ . Conocidos  $\Delta\tau$  y  $\bar{\tau}$ , usamos las ecuaciones (6.5) y (6.6) para obtener  $\tau_1$  y  $\tau_2$ . Posteriormente, usamos el formalismo desarrollado en Cantó et al. (2000) para obtener los parámetros dinámicos de la superficie de trabajo.

La aplicación al modelo de un viento estelar requiere especificar la frecuencia  $\omega$  de la variación. Para ello, es posible relacionar el valor medio y la amplitud de

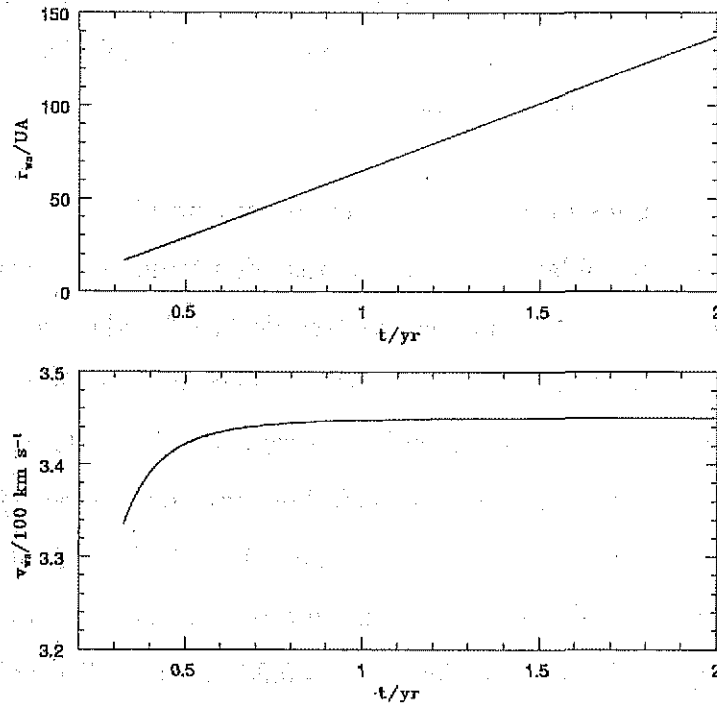


FIGURA 6.2: Posición  $r_{ws}$  y velocidad  $v_{ws}$  de la superficie de trabajo formada en un viento estelar donde se presenta una variación sinusoidal en la velocidad de eyección con los siguientes parámetros: velocidad media  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$ , amplitud  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$  y frecuencia  $w = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ . La tasa de pérdida de masa es  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ .

una variación sinusoidal en la velocidad de eyección con el factor de cambio  $a$  y la velocidad inicial  $v_0$  en una variación de tipo salto (ver Fig. 6.1) a partir de las ecuaciones,

$$v_w = \frac{v_0}{2} (a + 1), \quad (6.11)$$

$$v_c = \frac{v_0}{2} (a - 1). \quad (6.12)$$

Habiendo especificado  $v_w$  y  $v_c$ , obtenemos los parámetros  $a$  y  $v_0$  usando las ecuaciones (6.11) y (6.12), con los cuales estimamos el período de variabilidad  $P$  (ec. [4.33]).

Conocido el período obtenemos la frecuencia  $\omega = 2\pi/P$  de la variación sinusoidal. Hemos denotado por  $P$  al período de variación en la eyección del viento para evitar una posible confusión con el tiempo de eyección  $\tau$ .

En la Figura 6.2, mostramos un ejemplo numérico para un viento estelar eyectado con una variación tipo sinusoidal (ec. [6.1]). La tasa de pérdida de masa que hemos supuesto es  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  y los parámetros de la velocidad de eyección son  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$ . Con estos valores se predice un valor para la frecuencia de  $\omega = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ , suponiendo una región emisora de 50 UA para la correspondiente variación de pulso en la velocidad de eyección (ver ec. [4.33]). En la gráfica correspondiente a la posición  $r_{ws}$  de la superficie de trabajo se observa que la formación de los choques en el viento no es instantánea. En este ejemplo particular, la superficie de trabajo se forma a un tiempo  $t_c = 0.33 \text{ yr}$  a una distancia  $r_c = 16.67 \text{ UA}$  de la estrella central. En la gráfica de la velocidad  $v_{ws}$  de la superficie de trabajo, se puede observar un incremento inicial con un comportamiento asintótico a un valor constante ( $v_{ws} \rightarrow v_w$ ) que para nuestro ejemplo es de  $345 \text{ km s}^{-1}$ . En Cantó et al. (2000), se muestran soluciones analíticas para una variación sinusoidal en el caso particular  $v_c/v_w < 1$  en donde se encuentra justamente que  $v_{ws} \simeq v_w$ .

## 6.2 Emisión en radio-continuo de una superficie de trabajo formada en un viento estelar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección

Considere un flujo estelar con una variación sinusoidal en su velocidad de eyección como la descrita en la ecuación (6.1). En la sección (6.1), mostramos el procedimiento para calcular los parámetros dinámicos (como la posición y velocidad) de la superficie de trabajo formada en el flujo estelar como resultado de este tipo de variación. Análogamente al caso de la variación de pulso tratada en el capítulo 4,

el cálculo de la emisión en radio-continuo producida por la superficie de trabajo requiere de la estimación previa de su espesor óptico, considerando la contribución de las ondas de choque interna y externa que la constituyen. A continuación procedemos a calcular los espesores ópticos de ambos choques usando los resultados obtenidos en la sección (6.1) para la posición y velocidad de la superficie de trabajo. El procedimiento es similar al desarrollado en la sección (4.2.2) para la variación de salto en la velocidad de eyección.

### 6.2.1 Espesor óptico de la superficie de trabajo

El espesor óptico en radio-continuo de una onda de choque puede estimarse usando los modelos de Ghavamian & Hartigan (1998) para ondas de choque plano-paralelas y estacionarias (ver sección 4.1). Se encuentra que el espesor óptico de la onda de choque es directamente proporcional a la densidad prechoque y a una potencia de la velocidad de choque (ver ec. [4.2]) al efectuar un ajuste de ley de potencias a las temperaturas de brillo de los modelos de Ghavamian & Hartigan 1998. Para poder aplicar estos resultados, debemos conocer las densidades prechoque y velocidades de choque cuando el flujo es eyectado con una variación sinusoidal.

El formalismo analítico desarrollado por Cantó et al. (2000), muestra que (en general) las densidades de masa prechoque de una superficie de trabajo están dadas por,

$$\rho_{1,2} = \frac{\dot{m}(\tau_{1,2})}{[v_{1,2} - (t - \tau_{1,2}) \frac{dv_{1,2}}{d\tau_{1,2}}] A_{ws}}, \quad (6.13)$$

donde los subíndices 1,2 se refieren a los flujos *corriente abajo* y *corriente arriba* respectivamente, y  $A_{ws}$  es la sección eficaz del flujo estelar en la posición de la superficie de trabajo.

Inicialmente, suponga que la eyección del gas es esféricamente simétrica. En este

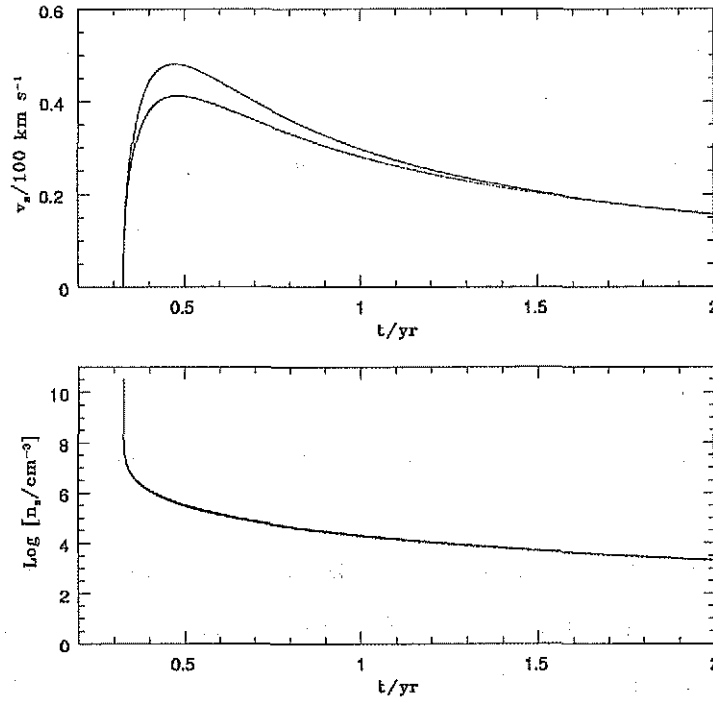


FIGURA 6.3: Velocidades de choque externa  $v_{es}$  (línea discontinua) e interna  $v_{is}$  (línea continua) y densidades prechoque  $n_{1,2}$  de la superficie de trabajo para el mismo modelo presentado en la Fig. 6.2.

caso particular,  $A_{ws}$  corresponde a la superficie de la esfera cuyo radio está dado por la posición  $r_{ws}$  de la superficie de trabajo. Aplicando la ecuación (6.13) para este caso particular, es fácil mostrar que las densidades (de partículas) prechoque del viento externo e interno están dadas por,

$$\left(\frac{n_{1,2}}{cm^{-3}}\right) = 1.12 \times 10^8 \frac{\left(\frac{\dot{m}}{10^{-7} M_{\odot} yr^{-1}}\right)}{\left[\left(\frac{v_{1,2}}{100 km s^{-1}}\right) - \left(\frac{t-\tau_{1,2}}{yr}\right) \frac{d(v_{1,2}/100 km s^{-1})}{d(\tau_{1,2}/yr)}\right] \left(\frac{r_{ws}}{UA}\right)^2}, \quad (6.14)$$

respectivamente.

Por su parte, las velocidades de choque se obtienen con las expresiones,

$$v_{es} = v_{ws} - v_1, \quad v_{is} = v_2 - v_{ws}, \quad (6.15)$$

donde la velocidad  $v_{ws}$  de la superficie de trabajo la obtenemos siguiendo el procedimiento explicado en la sección (6.1).

En la Figura 6.3, mostramos los resultados obtenidos a partir de las ecuaciones (6.14) y (6.15) para el mismo modelo de viento estelar con variación de tipo sinusoidal presentado en la Figura 6.2. Presentamos la evolución temporal de las velocidades de choque interna (línea continua) y externa (línea discontinua), así como de las densidades prechoque. Observe que ambas velocidades de choque presentan un comportamiento similar en el tiempo, al mostrar un rápido aumento en su valor desde la formación de la superficie de trabajo hasta alcanzar un valor máximo (el cual es ligeramente superior en el choque interno), a partir del cual las velocidades de choque comienzan a disminuir con el tiempo. En la gráfica donde se muestran las densidades prechoque (prácticamente idénticas en ambos choques) se observa una caída en su valor desde la formación de la superficie de trabajo (instante para el cual son infinitas) disminuyendo a  $\simeq 10^5 \text{ cm}^{-3}$  (en este ejemplo particular) cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia  $\simeq 50 \text{ UA}$  de la estrella central (ver Fig. 6.2).

Conocidas las densidades prechoque y las velocidades de choque a cada tiempo, podemos aplicar los resultados obtenidos en la sección (4.1) para estimar el espesor óptico de una onda de choque representado simplificadaamente a través de la ecuación 4.2. Para calcular el espesor óptico de la superficie de trabajo debemos tomar en cuenta la contribución de los choques externo e interno.

La contribución del choque externo al espesor óptico de la superficie de trabajo se obtiene de sustituir  $n_1$  (ec. [6.14]) y  $v_{es}$  (ec. [6.15]) en la ecuación (4.2), de lo cual se encuentra,

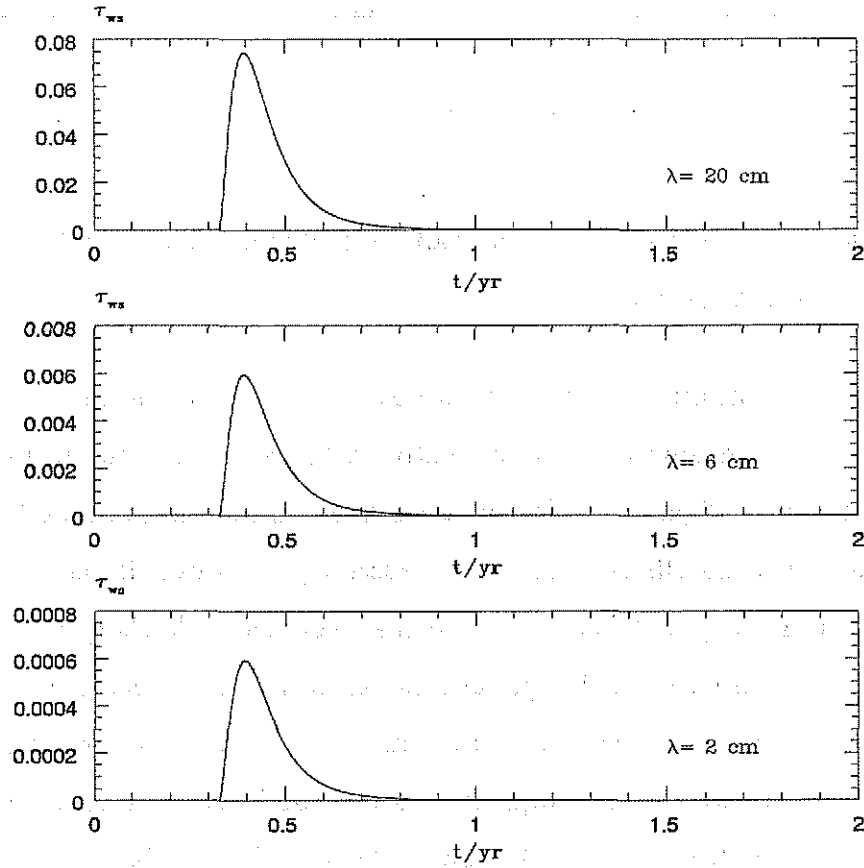


FIGURA 6.4: Espesor óptico en radio-continuo a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm de una superficie de trabajo formada en un viento estelar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección. Los parámetros del viento son los indicados en la Fig. 6.2.

$$\tau_{es}(t) = \beta_e T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} v_{es}^{\gamma_e}(t) n_1(t). \quad (6.16)$$

Procediendo de manera análoga, se obtiene que la contribución del choque interno está dada por,

$$\tau_{is}(t) = \beta_i T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} v_{is}^{\gamma_i}(t) n_2(t), \quad (6.17)$$

donde cada parámetro de las ecuaciones (6.16) y (6.17) está expresado en las mismas

unidades que en la ecuación (4.2). Por tanto, el espesor óptico de la superficie de trabajo  $\tau_{ws}$  se obtiene simplemente sumando las expresiones (6.16) y (6.17).

En la Figura 6.4, se muestran las gráficas correspondientes al espesor óptico  $\tau_{ws}$  de la superficie de trabajo (para el mismo modelo de viento estelar presentado en la Fig. 6.2) a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm. En ellas se observa que la superficie de trabajo es ópticamente delgada ( $\tau_{ws} \ll 1$ ) en todas las frecuencias a cualquier tiempo, mostrando un incremento inicial debido al aumento en las velocidades de choque (ver Fig. 6.3), y una disminución posterior como resultado tanto de la caída en las velocidades de choque como en las densidades prechoque. Se muestra que el espesor óptico es superior a bajas frecuencias ( $\lambda = 20$  cm) que a más altas frecuencias ( $\lambda = 2$  cm) como se espera debido a que  $\tau_{ws} \propto \nu^{-2.1}$  (ecs. [6.16]-[6.17]).

### 6.2.2 Emisión en radio-continuo de la superficie de trabajo

El cálculo de la emisión en radio-continuo de la superficie de trabajo formada en un viento estelar con una variación sinusoidal en la velocidad de eyección, requiere conocer la intensidad específica a cada línea de visión e integrar respecto al ángulo subtendido por la superficie de trabajo a cada tiempo.

Hemos mostrado previamente (ver Fig. 4.2) que una línea de visión queda especificada unívocamente por el ángulo  $\theta$  que forma con la normal a la superficie de trabajo en el punto de intersección. El espesor óptico de la superficie de trabajo a lo largo de una línea de visión arbitraria está dado por la expresión,

$$\tau_{ws}(\mu) = \frac{\tau_{ws}}{\mu}, \quad (6.18)$$

donde  $\mu = \cos \theta$  con  $\theta : 0 \rightarrow \pi/2$ , y  $\tau_{ws}$  es el espesor óptico a lo largo de la línea de visión pasando por la estrella central (obtenida al sumar ecs. [6.16] y [6.17]).



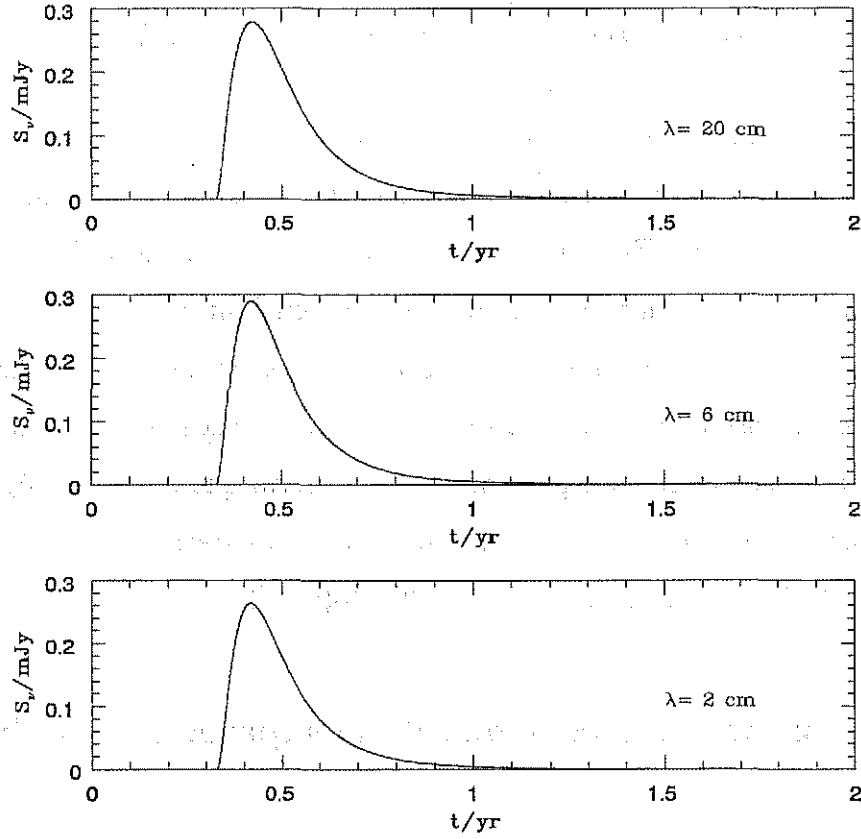


FIGURA 6.5: Flujo en radio-continuo a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm de la superficie de trabajo formada en un viento estelar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección. La distancia a la estrella central es de  $150$  pc con los mismos parámetros del viento indicados en la Fig. 6.2.

Usando la ecuación (4.12), se puede mostrar que el flujo en radio-continuo de la superficie de trabajo está dado por,

$$\left(\frac{S_\nu}{\text{mJy}}\right) = 4.82 \times 10^{13} \left(\frac{r_{ws}}{D}\right)^2 \left(\frac{\nu}{5 \text{ GHz}}\right)^2 I[2\tau_{ws}(\mu)], \quad (6.19)$$

donde  $D$  es la distancia a la fuente de emisión e  $I[2\tau_{ws}(\mu)]$  corresponde a la solución analítica dada por la ecuación (4.19). Para obtener la expresión (6.19), hemos usado la aproximación de Rayleigh-Jeans para la función de Planck,

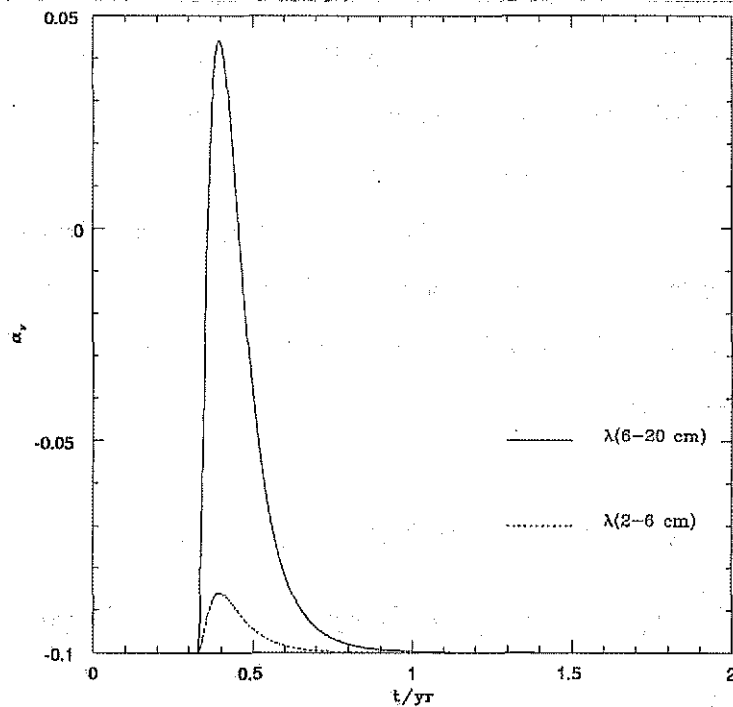


FIGURA 6.6: Índices espectrales entre 2-6 cm (línea discontinua) y entre 6-20 cm (línea continua) correspondientes a los flujos presentados en la Fig. 6.5.

$$B_\nu = 7.67 \times 10^{-14} \left( \frac{\nu}{5 \text{ GHz}} \right)^2 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ str}^{-1}. \quad (6.20)$$

En la Figura 6.5, presentamos los resultados para el cálculo del flujo de la superficie de trabajo formada en un viento estelar que presenta una variación sinusoidal en la velocidad de eyección (ec. [6.1]). Hemos usado los mismos parámetros del modelo de viento estelar presentado en la Figura 6.2, suponemos una distancia a la fuente  $D = 150 \text{ pc}$ . Las gráficas se presentan a las longitudes de onda  $\lambda = 2, 6, \text{ y } 20 \text{ cm}$  en las cuales se muestra que el comportamiento temporal en el flujo es similar al del espesor óptico debido a que la superficie de trabajo es (en este ejemplo) ópticamente delgada desde su formación. Puede observarse que el flujo es parecido en las distintas longitudes de onda, mostrando una emisión máxima ligeramente mayor a bajas frecuencias ( $\lambda = 20 \text{ cm}$ ) que a más altas frecuencias ( $\lambda = 2 \text{ cm}$ ).

En la Figura 6.6, presentamos las gráficas de los índices espectrales  $\alpha_\nu$ , correspondientes a los flujos mostrados en la Figura 6.5. Puede observarse que  $\alpha_\nu \ll 2$  tanto a altas frecuencias ( $\lambda$  2-6 cm) como a más bajas frecuencias ( $\lambda$  6-20 cm) indicándonos que la superficie de trabajo es ópticamente delgada durante toda su evolución dinámica (ver también Fig. 6.4). En ambos casos, el comportamiento de los índices espectrales es similar mostrando un aumento inicial en su valor hasta alcanzar un máximo (el cual es superior a bajas frecuencias) para posteriormente disminuir asintóticamente ( $\alpha \rightarrow -0.1$ ).

### 6.3 Emisión en radio-continuo de un viento estelar con variaciones periódicas de tipo sinusoidal en la velocidad de eyección

Considere un viento estelar con una variación periódica de tipo sinusoidal (ec. [6.1]). El viento estelar es eyectado con una velocidad promedio  $v_w$ , con una amplitud de variación  $v_c$ , y con un período de variabilidad  $P$  ( $=2\pi/\omega$ ).

Cantó et al. (2000) presentan la solución para la obtención de los parámetros dinámicos de la primera superficie de trabajo en formarse (ver sección 6.1). La solución corresponde a una ecuación de segundo grado (ec. [6.7]),

$$y(\bar{\tau}) = \sin(\omega\bar{\tau}) = \frac{-b_{\Delta\tau} + (b_{\Delta\tau}^2 - 4 a_{\Delta\tau} c_{\Delta\tau})^{1/2}}{2 a_{\Delta\tau}}, \quad (6.21)$$

donde los coeficientes  $a_{\Delta\tau}$ ,  $b_{\Delta\tau}$  y  $c_{\Delta\tau}$  están dados por las expresiones (6.8), (6.9) y (6.10), respectivamente.

La formación de sucesivas superficies de trabajo en el viento estelar se presentarán en intervalos de un período de variación, por lo que la generalización a la solución (6.21) de la ecuación (6.7) es,

$$\sin [(2k + 1) \pi - \omega \bar{\tau}] = \frac{-b_{\Delta\tau} + (b_{\Delta\tau}^2 - 4 a_{\Delta\tau} c_{\Delta\tau})^{1/2}}{2 a_{\Delta\tau}}, \quad (6.22)$$

donde  $k$  corresponde a un número entero. Es posible demostrar que la solución para  $\bar{\tau}$  con  $k = 0$  en (6.22) conduce a las expresiones obtenidas para la primera superficie de trabajo en formarse (ecs. [6.2]-[6.4]). La solución con  $k = 1$  corresponde a la segunda superficie de trabajo y, en general,  $k = j - 1$  representa la solución de la  $j$ -ésima superficie de trabajo.

Siguiendo el formalismo general de Cantó et al. (2000), es posible conocer la evolución dinámica de cada superficie de trabajo formada en el viento estelar. Sea  $v_{1,j-1}$  la velocidad del viento corriente abajo eyectado al tiempo  $\tau_{1,j-1}$ , y  $v_{2,j-1}$  la velocidad del flujo corriente arriba eyectado al tiempo  $\tau_{2,j-1}$ . La posición de la  $j$ -ésima superficie de trabajo está dada por,

$$r_{ws[j]} = \frac{v_{1,j-1} v_{2,j-1}}{v_{2,j-1} - v_{1,j-1}} (\tau_{2,j-1} - \tau_{1,j-1}), \quad (6.23)$$

al tiempo,

$$t_j = \frac{\tau_{2,j-1} v_{2,j-1} - \tau_{1,j-1} v_{1,j-1}}{v_{2,j-1} - v_{1,j-1}}. \quad (6.24)$$

donde  $t_j$  representa su tiempo de evolución dinámica. Este tiempo está relacionado con el tiempo real  $t$  por la expresión,

$$t_j = t - \left[ t_c + (j - 1) \left( \frac{2\pi}{\omega} \right) \right], \quad (6.25)$$

donde el segundo término de la ecuación representa el tiempo de formación de la  $j$ -ésima superficie de trabajo y  $t_c$  el tiempo al que se forma la primera cáscara en el viento estelar (ec. [6.3]).

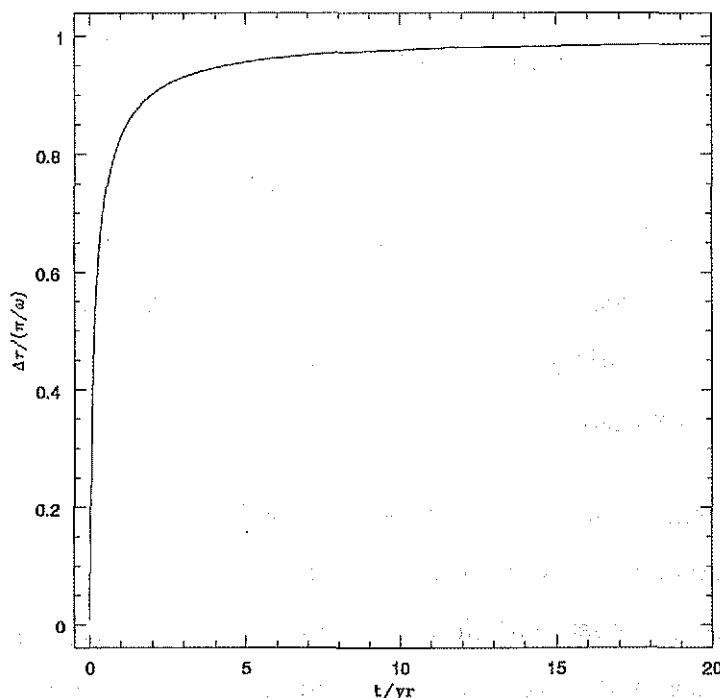


FIGURA 6.7: Gráfica donde se muestra la relación entre el parámetro  $\Delta\tau$  normalizado a la mitad del período ( $\pi/\omega$ ) y el tiempo real de evolución dinámica de una superficie de trabajo. Los parámetros del viento estelar corresponden a los del modelo presentado en la Fig. 6.2 con los cuales se obtiene un valor de  $\omega = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ .

Dado que  $\Delta\tau : 0 \rightarrow \pi/\omega$  independientemente del valor de  $j$  (ver ec. [6.6]), procedimos de la siguiente manera para la obtención de los parámetros dinámicos de cada superficie de trabajo presente en el flujo estelar.

Inicialmente, determinamos el tiempo real de evolución  $t_j$  de cada superficie de trabajo al tiempo  $t$ . Conocido  $t_j$  para cada valor de  $j$ , efectuamos una interpolación en la gráfica de la Figura 6.7 a partir de la cual obtuvimos el valor  $\Delta\tau$  correspondiente a cada superficie de trabajo. Note que la Figura 6.7 corresponde específicamente a los parámetros del viento estelar indicados al pie de la misma, sin embargo, el comportamiento es similar para otros valores de la velocidad de eyección del viento. Dada  $\Delta\tau$  obtuvimos el valor de  $\bar{\tau}$  (ec. [6.22]) con  $k = j - 1$ . Conocidos  $\Delta\tau$  y  $\bar{\tau}$ , calculamos los parámetros  $\tau_{1,j-1}$ ,  $v_{1,j-1}$ ,  $\tau_{2,j-1}$  y  $v_{2,j-1}$  de los flujos corriente abajo

y corriente-arriba, respectivamente. Finalmente, usamos la ecuación (6.23) para determinar la posición de cada superficie de trabajo, y las ecuaciones obtenidas en Cantó et al. (2000) para conocer los demás parámetros dinámicos de las mismas.

Conocida la configuración del sistema de varias superficies de trabajo, es decir, habiendo determinado la posición y velocidad de cada una de ellas al tiempo  $t$ , procedimos a estimar el espesor óptico a lo largo de cada línea de visión. Para ello, calculamos el espesor óptico individual de cada superficie de trabajo y el número de ellas que son intersectadas a la línea de visión considerada con un cierto parámetro de impacto (tratamiento análogo al desarrollado en la sección 5.1 para la variación de pulsos periódicos en la velocidad de eyección).

El espesor óptico de la  $j$ -ésima superficie de trabajo (en la línea de visión que pasa por la estrella central) se estima usando las ecuaciones (6.16) y (6.17), de lo cual se obtiene,

$$\tau_{ws[j]} = \left[ \beta_e v_{es}^{\gamma_e}(t_j) n_1(t_j) + \beta_i v_{is}^{\gamma_i}(t_j) n_2(t_j) \right] T_e^{-0.55} \nu^{-2.1}. \quad (6.26)$$

Para una línea de visión arbitraria formando un ángulo  $\theta_j$  con la normal a la  $j$ -ésima superficie de trabajo en el punto de intersección, el espesor óptico está dado por,

$$\tau_{ws[j]}(\mu_j) = \frac{\tau_{ws[j]}}{\mu_j}, \quad (6.27)$$

donde  $\mu_j = \cos \theta_j$ .

Por tanto, el espesor óptico integrado a lo largo de la línea de visión se obtiene sumando las contribuciones de cada superficie de trabajo intersectada por la misma, es decir,

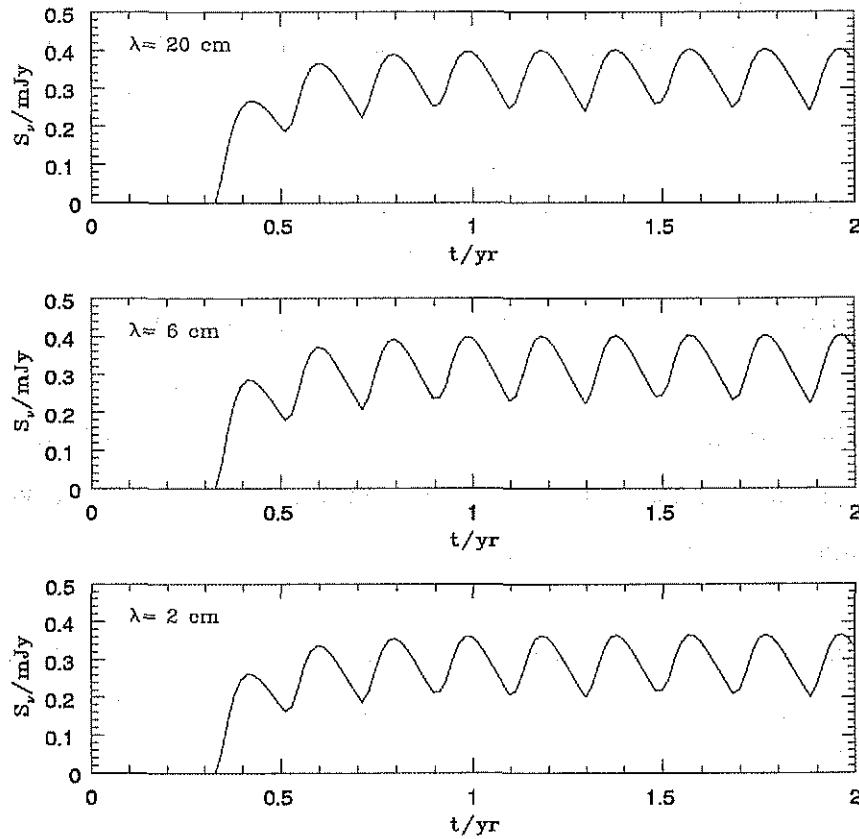


FIGURA 6.8: Flujo en radio-continuo a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm de un viento estelar con una variación sinusoidal periódica en la velocidad de eyección. La distancia a la estrella es de  $150$  pc y los parámetros del viento corresponden al modelo de la Fig. 6.2.

$$\tau^{(i)}(\mu_1) = \sum_{j=1}^i \frac{2 \tau_{ws[j]}}{\left[1 + \frac{\tilde{r}^2}{\tilde{r}_{ws[j]}^2} (\mu_1^2 - 1)\right]^{1/2}}, \quad (6.28)$$

donde hemos usado la ecuación (5.8) para el ángulo  $\mu_j$ . El factor 2 toma en cuenta que cada superficie de trabajo se intersecta tanto por el lado que se aproxima al observador como por el que se aleja.

Para poder calcular el flujo integrado de la región, dividimos en varios intervalos al parámetro  $\mu_1$  de acuerdo a la posición de la  $i$ -ésima superficie de trabajo ( $ws[i]$ )

y de la inmediata posterior en haberse formado ( $ws[i + 1]$ ). Sea  $\mu_{1,i}$  el coseno del ángulo que forma la línea de visión cuyo parámetro de impacto es  $r_{ws[i]}$  con la normal a la superficie de trabajo externa en el punto de intersección (ver Fig. 5.3 y ec. [5.13]). Observe que las líneas de visión con parámetros de impacto tales que  $\mu_{1,i} \leq \mu_1 < \mu_{1,i+1}$  intersectan las primeras  $i$  superficies de trabajo. Por tanto, el flujo en radio-continuo integrado sobre el ángulo sólido definido por la superficie de trabajo externa ( $ws[1]$ ) se calcula con la expresión,

$$\left(\frac{S_\nu}{mJy}\right) = 4.82 \times 10^{13} \left(\frac{r_{ws}}{D}\right)^2 \left(\frac{\nu}{5 \text{ GHz}}\right)^2 \left[ \int_{\mu_{1,n}}^1 \left(1 - e^{-\tau^{(n)}(\mu_1)}\right) \mu_1 d\mu_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\mu_{1,i}}^{\mu_{1,i+1}} \left(1 - e^{-\tau^{(i)}(\mu_1)}\right) \mu_1 d\mu_1 \right], \quad (6.29)$$

donde  $\tau^{(n)}(\mu_1)$  es el espesor óptico a lo largo de las líneas de visión que intersectan a todas las superficies de trabajo (ec. [6.28] con  $i=n$ ).

En la Figura 6.8, presentamos los flujos en radio-continuo a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm predichos por el modelo para un viento estelar con velocidad de eyección periódica de tipo sinusoidal (ec. [6.1]). La velocidad media del viento es  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$  con una amplitud de  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$ , valores con los cuales se predice un período de variación de  $\simeq 0.2 \text{ yr}$  ( $\omega = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ ). Hemos supuesto que la distancia a la fuente es  $D = 150 \text{ pc}$ . Observamos un comportamiento similar del flujo a las distintas longitudes de onda siendo ligeramente superior a bajas frecuencias ( $\lambda = 20 \text{ cm}$ ) que a más altas frecuencias ( $\lambda = 2 \text{ cm}$ ). Inicialmente, el flujo se incrementa hasta el valor máximo correspondiente a una sola superficie de trabajo (ver Fig. 6.5), lo que ocurre a un tiempo  $t \simeq 0.4 \text{ yr}$  a partir del cual comienza a disminuir debido a la caída en las velocidades de choque de la única superficie de trabajo formada en el flujo hasta ese instante. En  $t \simeq 0.5 \text{ yr}$  se forma en el flujo estelar una nueva superficie de trabajo produciendo un nuevo incremento en la emisión



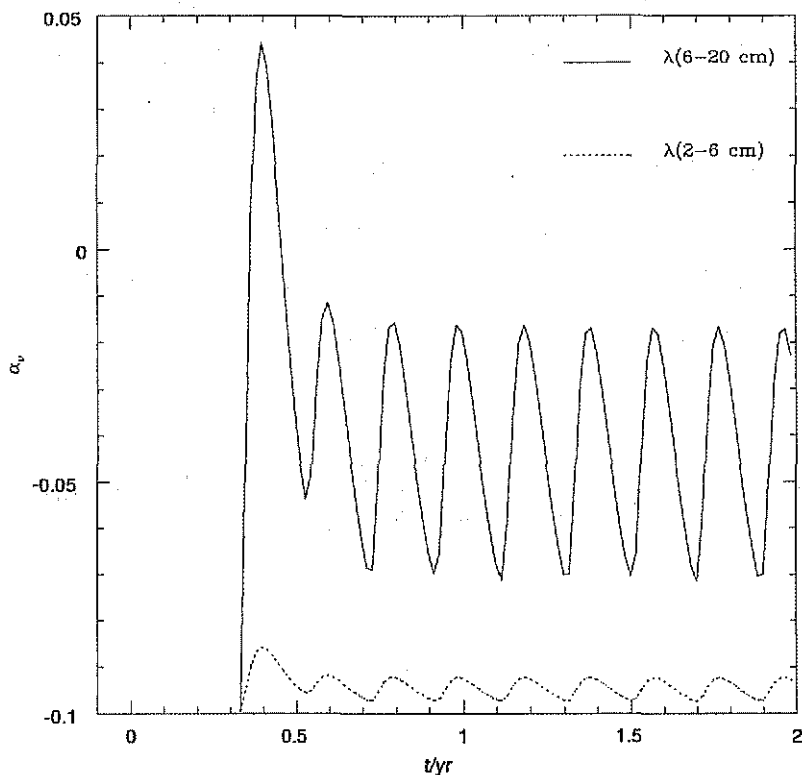


FIGURA 6.9: Índices espectrales entre 2-6 cm (línea discontinua) y entre 6-20 cm (línea continua) correspondientes a los flujos presentados en la Fig. 6.8.

hasta el instante en que las velocidades de choque (de la segunda superficie de trabajo) también comienzan a disminuir (en  $t \simeq 0.6$  yr). En nuestro ejemplo, la emisión presenta un comportamiento periódico a partir de un tiempo  $t \simeq 0.8$  yr cuyo período de variabilidad es el mismo que el de la eyección del viento estelar. La distancia recorrida por la superficie de trabajo externa a este tiempo es  $\simeq 50$  UA que representa el tamaño físico de la región emisora. Este resultado no debe sorprendernos, debido a que el período de variabilidad de la eyección del viento se obtuvo al suponer justamente esta distancia para el radio  $r_{m1}$  correspondiente a un pulso de variación (ver sección 4.3.2).

En la Figura 6.9, presentamos el comportamiento en los índices espectrales obtenidos a partir de los flujos mostrados en la Figura 6.8. Se encuentra que el viento

estelar (con los parámetros de nuestro ejemplo) es ópticamente delgado desde la formación de la primera superficie de trabajo a todas las frecuencias, mostrando un comportamiento periódico con el mismo período de variación de la eyección del flujo estelar. El índice espectral es superior a bajas frecuencias ( $\lambda$  6-20 cm) que a mas altas frecuencias ( $\lambda$  2-6 cm) conforme al hecho de que  $\tau_{ws[j]} \propto \nu^{-2.1}$  (ec. [6.26]).

## FLUJOS ESTELARES BIPOLARES CON VARIACIONES SINUSOIDALES

ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN DE LA ACTIVIDAD ESTELAR EN EL SOL Y EN LAS ESTRELLAS DE ENANOS ROJOS

ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN DE LA ACTIVIDAD ESTELAR EN EL SOL Y EN LAS ESTRELLAS DE ENANOS ROJOS

ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN DE LA ACTIVIDAD ESTELAR EN EL SOL Y EN LAS ESTRELLAS DE ENANOS ROJOS

ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN DE LA ACTIVIDAD ESTELAR EN EL SOL Y EN LAS ESTRELLAS DE ENANOS ROJOS

ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN DE LA ACTIVIDAD ESTELAR EN EL SOL Y EN LAS ESTRELLAS DE ENANOS ROJOS

## Capítulo 7

# Emisión en radio-continuo de flujos estelares bipolares con variaciones sinusoidales en la velocidad de eyección

En el presente capítulo, analizamos el caso de un flujo estelar bipolar con velocidad de eyección variable de tipo sinusoidal. Suponemos que el gas es eyectado de la estrella en dos direcciones opuestas desplazándose en un par de conos con un cierto ángulo de apertura y una determinada inclinación respecto al plano del cielo (ambas cantidades son parámetros libres en nuestro modelo). En este sistema, se formarán superficies de trabajo cuya evolución dinámica suponemos que es la misma que la descrita en el capítulo 6 para vientos estelares esféricamente simétricos (lo cual indica implícitamente que las superficies de trabajo formadas en flujos con simetría cónica no pierden una cantidad apreciable de masa por sus bordes). En nuestro modelo, consideramos a las superficies de trabajo como porciones de esferas cuyas dimensiones físicas dependen del ángulo de apertura del cono y de la distancia a la estrella central. Encontramos que el espesor óptico de una superficie de trabajo es función del parámetro de impacto y del ángulo azimutal proyectado en el plano del

cielo. Adicionalmente, estimamos el espesor óptico a lo largo de una línea de visión sumando las contribuciones de las superficies de trabajo que sean intersectadas por la misma. Finalmente, calculamos la emisión en radio-continuo producida en un flujo estelar bipolar en el cual se han formado varias superficies de trabajo, encontrando la dependencia con el ángulo de inclinación del flujo estelar con el plano del cielo y con el ángulo de apertura del cono.

## 7.1 Modelo geométrico del flujo bipolar

Considere un flujo estelar eyectado bipolarmente describiendo un par de conos opuestos con un determinado ángulo de apertura  $\theta_a$ . Suponga que el eje del flujo estelar forma un ángulo  $\theta_i$  con el plano del cielo, el cual es eyectado con una velocidad variable de tipo sinusoidal (ec. [6.1]). En un flujo estelar con estas características, se formarán sucesivamente superficies de trabajo cada una de las cuales presentará una evolución dinámica como la descrita en la sección 6.1, si suponemos que no hay pérdidas apreciables de masa por su bordes.

Definimos el sistema de referencia  $[x, y, z]$  como aquel en el cual el plano  $[y, z]$  corresponde al plano del cielo y  $x$  al eje perpendicular al plano en dirección al observador (ver Fig. 7.1). Seleccionamos un segundo sistema de referencia  $[x', y', z']$  en el cual  $z'$  coincide con el eje de eyección del flujo estelar. Haciendo coincidir al eje  $y'$  con  $y$ , entonces el eje  $x'$  se obtiene de rotar a  $x$  un ángulo  $\theta_i$ . Observe que al seleccionar al eje  $z$  como la proyección del eje del jet en el plano del cielo, la transformación de coordenadas de un sistema al otro dependerá únicamente de un ángulo (en nuestro modelo  $\theta_i$ ).

El primer aspecto por resolver cuando la eyección del flujo es bipolar, consiste en determinar bajo que condiciones una línea de visión arbitraria (la cual se especifica por sus coordenadas  $(y, z)$  en el plano del cielo) intersecta a una superficie de trabajo. En el modelo esférico, esta condición de intersección la obtuvimos a partir

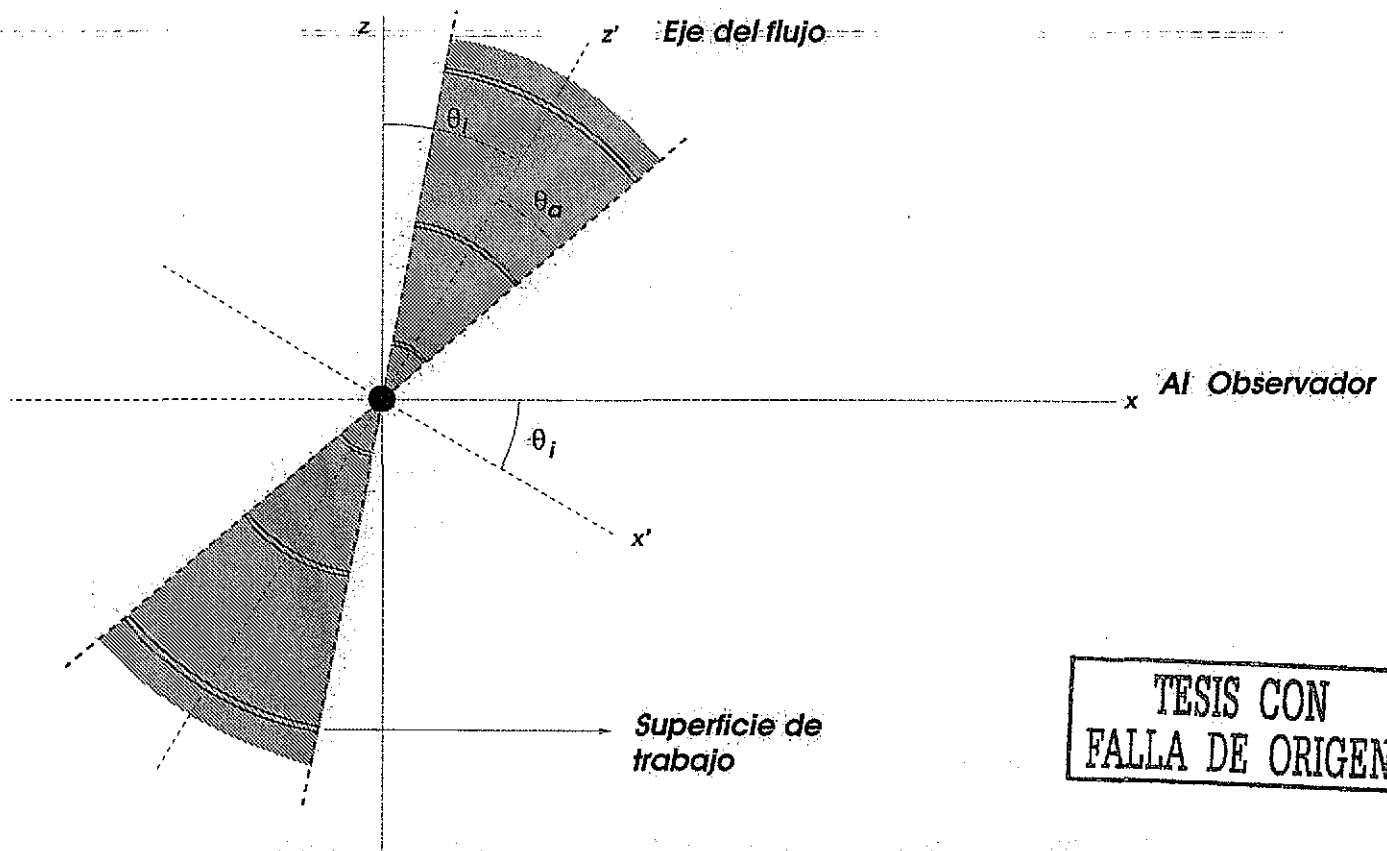


FIGURA 7.1: Diagrama esquemático de la eyección bipolar con simetría cónica definido por su ángulo de apertura  $\theta_a$  y por el ángulo de inclinación  $\theta_i$  que forma el eje del flujo estelar ( $z'$ ) con el plano del cielo  $y - z$ . Los ejes  $y, y'$  son perpendiculares al plano de la figura.

del parámetro de impacto de la línea de visión considerada y comparándolo con la distancia de la superficie de trabajo a la estrella central (ver sección 6.1). En un modelo bipolar, se requiere de un parámetro adicional para determinar si una línea de visión intersecta o no a una superficie de trabajo. Usando coordenadas esféricas, este parámetro adicional resulta ser el ángulo azimutal  $\Phi$  proyectado sobre el plano del cielo (ver Fig. 7.2). Cada línea de visión se especifica con el ángulo  $\Theta$  que forma con el eje  $x$  (relacionado con el parámetro de impacto) y el ángulo azimutal  $\Phi$ .

En nuestro modelo, consideramos a la  $j$ -ésima superficie de trabajo formada en el flujo estelar como una porción de la esfera de radio  $r_{ws[j]}$  (Fig. 7.3a). Cada uno de

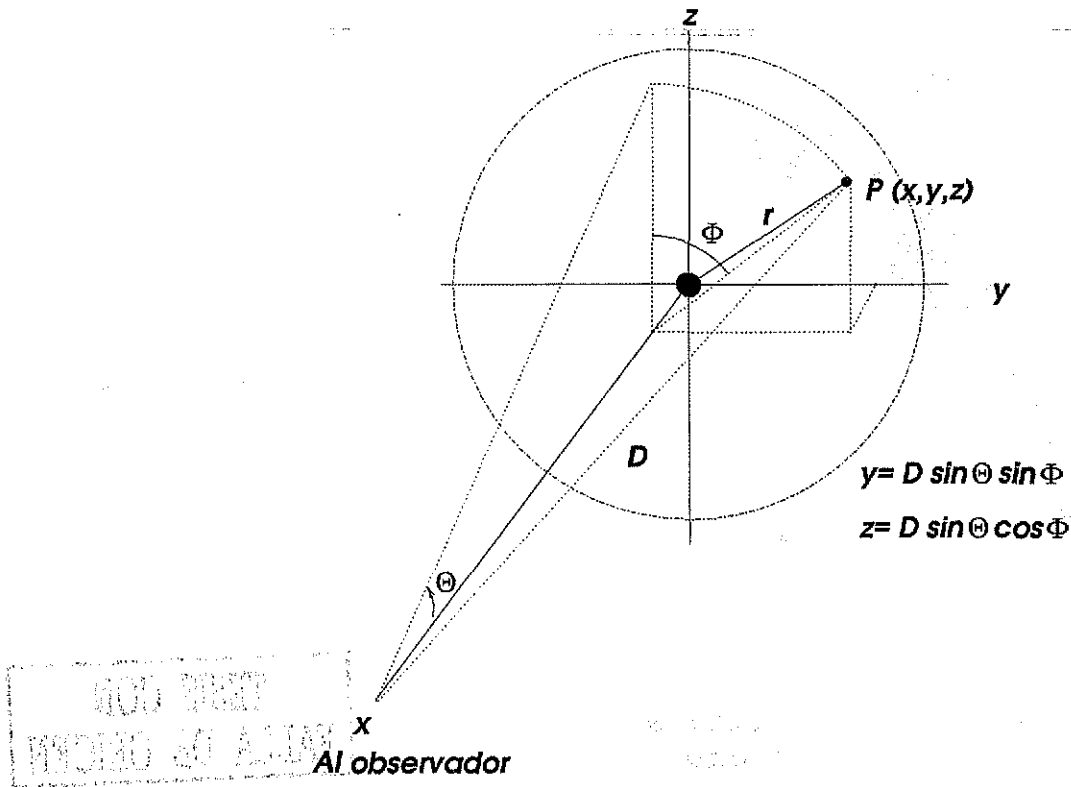


FIGURA 7.2: Diagrama donde se muestra el sistema de coordenadas definido por el plano del cielo  $y - z$  y el eje perpendicular  $x$  con dirección al observador. Una línea de visión arbitraria, la cual queda especificada con los ángulos  $\Theta$  y  $\Phi$ , intersecta a una esfera imaginaria de radio  $r$  en el punto  $P(x, y, z)$  a una distancia  $D$  del observador.

los puntos que pertenecen a la superficie de trabajo satisfacen la ecuación de una esfera en ambos sistemas de coordenadas  $[x, y, z]$  y  $[x', y', z']$ . Es decir,

$$r_{ws[j]}^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (7.1)$$

de lo cual encontramos que,

$$x = \pm (r_{ws[j]}^2 - y^2 - z^2)^{1/2}, \quad (7.2)$$

donde el símbolo  $(\pm)$  nos indica que es posible que una línea de visión intersecte a

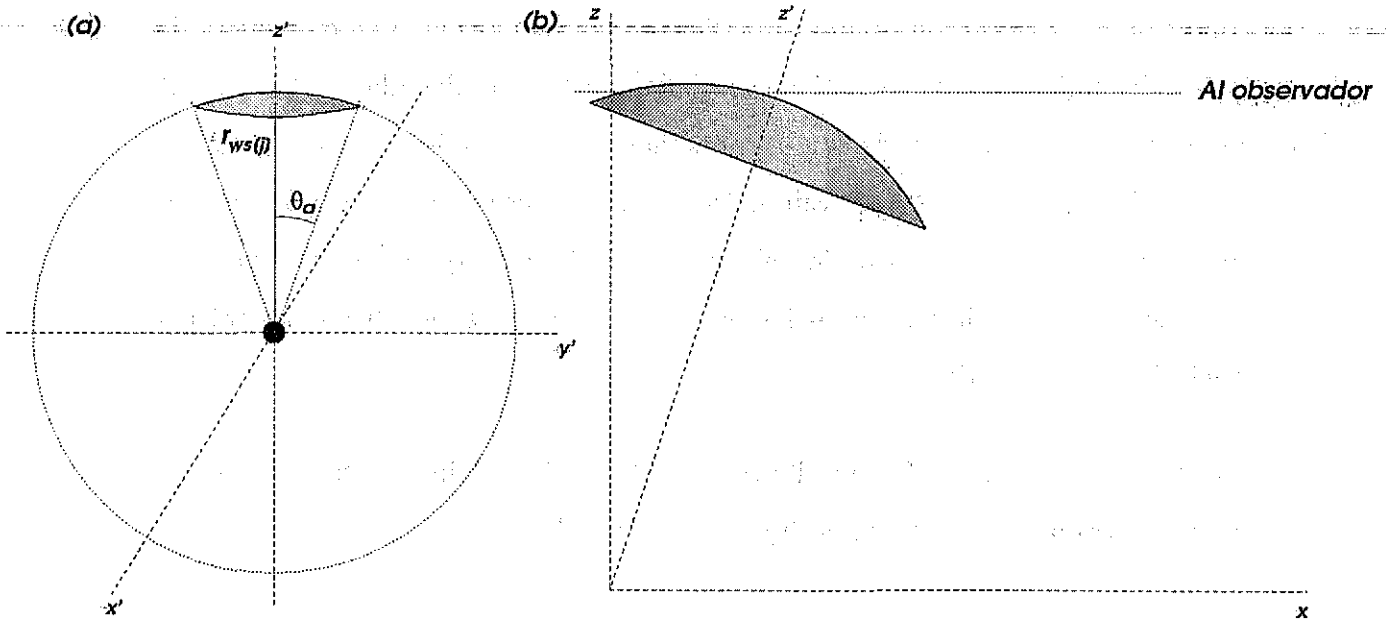


FIGURA 7.3: Diagrama esquemático donde se muestra: (a) a una superficie de trabajo como porción de una esfera con radio  $r_{ws[j]}$ , y (b) a una línea de visión que intersecta a la superficie de trabajo en dos puntos con distintas coordenadas  $z'$  para un solo valor de  $z$ .

la superficie de trabajo en dos puntos distintos, es decir, dos puntos con distintas coordenadas  $z'$  pero con un solo valor de  $z$  (Fig. 7.3b).

La transformación del sistema de coordenadas  $[x, y, z]$  al sistema  $[x', y', z']$  se obtiene mediante la rotación de los ejes  $x$  y  $z$  por un ángulo  $\theta_i$ . Sustituyendo la ecuación (7.2) en la transformación correspondiente se encuentran,

$$x' = \pm(r_{ws[j]}^2 - y^2 - z^2)^{1/2} \cos \theta_i - z \sin \theta_i,$$

$$y' = y,$$

$$z' = \pm(r_{ws[j]}^2 - y^2 - z^2)^{1/2} \sin \theta_i + z \cos \theta_i. \quad (7.3)$$



La condición de intersección de una superficie de trabajo formada en cualquiera de los conos del flujo bipolar, se obtiene al comparar las coordenadas  $z'$  (ec. [7.3]) de una línea de visión arbitraria con la coordenada correspondiente a los bordes del cascarón esférico ( $\pm r_{ws[j]} \cos \theta_a$ ). Supondremos que el observador se encuentra a una distancia mucho mayor que el radio del cascarón esférico  $r_{ws[j]}$ , lo cual nos permite hacer la aproximación de que todos los puntos de la esfera se localizan a la misma distancia  $D$  del observador.

Para el cono superior ( $z' > 0$ ), una línea de visión arbitraria interseca a la  $j$ -ésima superficie de trabajo formada en el flujo estelar cuando,

$$z' \geq r_{ws[j]} \cos \theta_a.$$

Sustituyendo la ecuación (7.3) y expresando las coordenadas  $y$  y  $z$  en términos de los ángulos  $\Theta$  y  $\Phi$  (ver Fig. 7.2), se obtiene que la condición de intersección en el cono superior es,

$$\begin{aligned} \pm (r_{ws[j]}^2 - D^2 \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi - D^2 \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi)^{1/2} \sin \theta_i \\ + D \sin \Theta \cos \Phi \cos \theta_i \geq r_{ws[j]} \cos \theta_a. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Análogamente, para el cono inferior del flujo bipolar ( $z' < 0$ ) se obtiene que la condición de intersección está dada por,

$$\begin{aligned} \pm (r_{ws[j]}^2 - D^2 \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi - D^2 \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi)^{1/2} \sin \theta_i \\ + D \sin \Theta \cos \Phi \cos \theta_i \leq -r_{ws[j]} \cos \theta_a. \end{aligned} \quad (7.5)$$

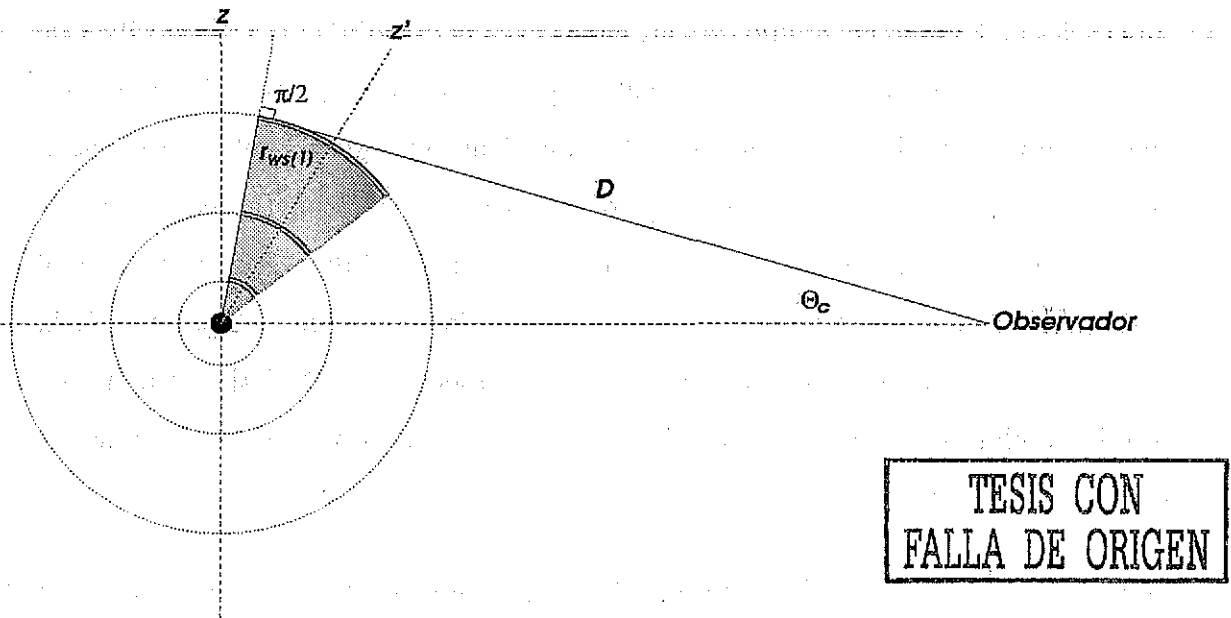


FIGURA 7.4: Diagrama donde se muestra el ángulo  $\Theta_c$  formado por la línea de visión tangente a la esfera imaginaria de radio  $r_{ws[1]}$ .

Haciendo variar  $\Phi : 0 \rightarrow 2\pi$  y  $\Theta : 0 \rightarrow \Theta_c$  (ver Figs. 7.2 y 7.4) aplicando las condiciones de intersección (7.4) y (7.5), se toman en cuenta ambos conos del flujo bipolar (Fig. 7.1). Es claro que, usando un ángulo de apertura  $\theta_a = \pi/2$  para cada cono del flujo estelar, se resuelve el caso de superficies de trabajo esféricas independientemente del ángulo de inclinación  $\theta_i$  (ver Fig. 7.3a).

## 7.2 Emisión en radio-continuo de un flujo estelar bipolar con variaciones periódicas de tipo sinusoidal en la velocidad de eyección

Considere un flujo estelar eyectado con variaciones periódicas de tipo sinusoidal (ec. [6.1]). Suponga que la eyección del flujo se presenta en forma bipolar describiendo un par de conos simétricos respecto al plano  $[x', y']$  como se muestra en la Figura 7.1. En la sección 6.3, mostramos que este tipo de variabilidad produce periódicamente

superficies de trabajo en el flujo estelar, cuyos parámetros dinámicos son posibles de obtener aplicando el formalismo desarrollado por Cantó et al. (2000). Supondremos que las superficies de trabajo formadas en un viento estelar (modelo con simetría esférica) y aquellas formadas en un flujo bipolar (modelo con simetría cónica) experimentan la misma evolución dinámica cuando la velocidad de eyección presenta el mismo comportamiento temporal en ambos casos. Como se mencionó al inicio de la sección 7.1, esta suposición es válida cuando las superficies de trabajo formadas en el flujo bipolar no pierden una cantidad apreciable de masa por sus bordes durante su evolución dinámica.

Considerando lo anterior, hemos aplicado al caso bipolar los resultados obtenidos en las secciones 6.2 y 6.3 para los espesores ópticos de las superficies de trabajo formadas en un viento estelar esféricamente simétrico. Sin embargo, en un flujo bipolar existe la diferencia de que el espesor óptico a lo largo de una línea de visión depende de dos parámetros en lugar de uno solo (como ocurre en el caso de un viento estelar esférico). En la sección 7.1, encontramos los criterios geométricos que nos indican cuando una línea de visión intersecta a una superficie de trabajo (ecs. [7.4] y [7.5]), donde mostramos una dependencia con un par de ángulos  $\Theta$  y  $\Phi$ . Para estimar el espesor óptico a lo largo de una línea de visión (definida por los valores específicos de  $\Theta$  y  $\Phi$ ), sumamos las contribuciones de las  $i$  superficies de trabajo que son intersectadas por la misma, es decir,

$$\tau_{\nu}(\Theta, \Phi) = \sum_{j=1}^i \frac{\tau_{ws[j]}(\Theta, \Phi)}{\left[1 + \frac{r_{ws[1]}^2}{r_{ws[j]}^2} (\cos^2 \theta_1 - 1)\right]^{1/2}}, \quad (7.6)$$

donde  $\tau_{ws[j]}(\Theta, \Phi)$  es el espesor óptico de la  $j$ -ésima superficie de trabajo, dado por,

$$\tau_{ws[j]}(\Theta, \Phi) = \left[ \beta_e v_{es}^{\gamma_e}(t_j) n_1(t_j) + \beta_i v_{is}^{\gamma_i}(t_j) n_2(t_j) \right] T_e^{-0.55} \nu^{-2.1}, \quad (7.7)$$

(ec. [6.26]) si se cumplen las condiciones (7.4)-(7.5), o en el caso de que no se

cumplan,

$$\tau_{ws[j]}(\Theta, \Phi) = 0. \quad (7.8)$$

Debemos destacar un par de aspectos importantes de la ecuación (7.6). En primer lugar, observe que el ángulo  $\theta_1$  que forma una línea de visión pasando por la estrella central con la normal a la superficie de trabajo externa en el punto de intersección, está relacionado con el ángulo  $\Theta$  (medido desde la posición del observador) a través de la ecuación,

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{D \sin \Theta}{\tau_{ws[1]}} \right),$$

por lo cual, al usar a  $\Theta$  como parámetro libre fijamos automáticamente el valor de  $\theta_1$  y, por tanto, éste último no aparece como argumento del espesor óptico. En segundo lugar, note que en la ecuación (7.6) no se ha incluido el factor 2 que aparece en la ecuación (6.28) correspondiente al caso esféricamente simétrico, en virtud de que, en el caso bipolar, las condiciones de intersección (7.4)-(7.5) involucran dos valores de la coordenada  $z'$  representados por el símbolo  $(\pm)$ .

Habiendo estimado el espesor óptico a lo largo de cada línea de visión, es posible calcular la emisión en radio continuo producida en el flujo estelar fijando el ángulo de apertura del jet ( $\theta_a$ ) y su inclinación respecto al plano del cielo ( $\theta_i$ ). El flujo total se obtiene integrando la intensidad correspondiente a cada línea de visión sobre el ángulo sólido (ver por ejemplo, Rybicki & Lightman 1979), es decir,

$$S_\nu = B_\nu \int_0^{2\pi} \int_0^{\Theta_c} \left( 1 - e^{-\tau_\nu(\Theta, \Phi)} \right) \sin \Theta \, d\Theta \, d\Phi, \quad (7.9)$$

donde  $B_\nu$  es la función de Planck en la aproximación Rayleigh-Jeans (ec. [6.20]) y,

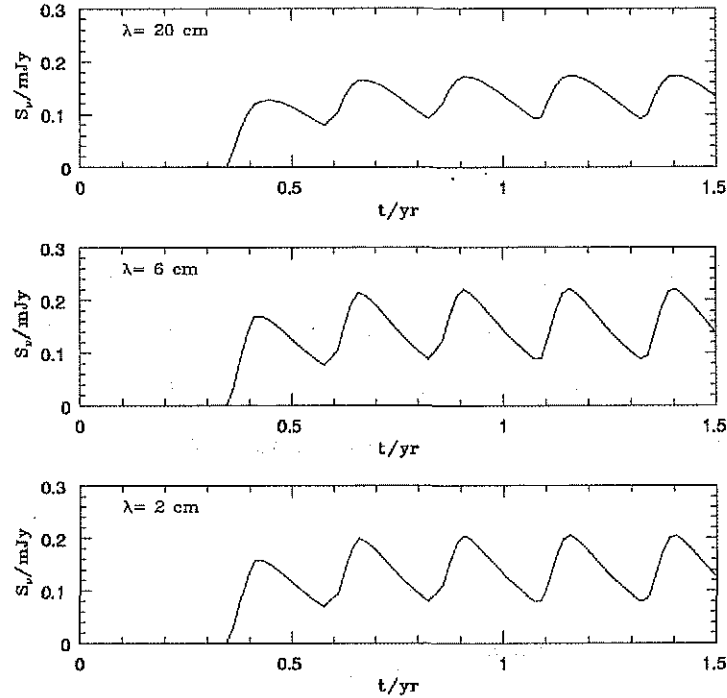
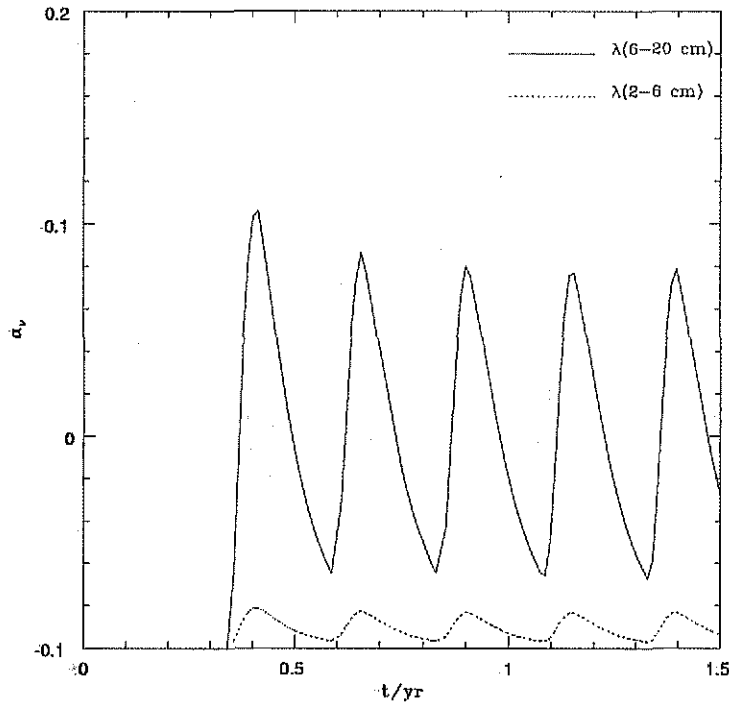


FIGURA 7.5: Flujo en radio-continuo a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm de un flujo estelar bipolar con variación sinusoidal en la velocidad de eyección. Los parámetros del flujo bipolar son: velocidad media del flujo  $v_w = 360 \text{ km s}^{-1}$  con una amplitud  $v_c = 60 \text{ km s}^{-1}$  y un período de variación  $P = 0.25 \text{ yr}$ . Hemos supuesto una tasa de inyección de masa por la estrella  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  localizada a  $D = 150 \text{ pc}$  del observador. El ángulo de apertura del flujo estelar es  $\theta_a = 30^\circ$  cuyo eje forma un ángulo de inclinación  $\theta_i = 45^\circ$  respecto al plano del cielo.

$$\Theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{r_{ws[1]}}{D} \right),$$

representa el ángulo que forma la línea de visión tangente a la esfera (imaginaria) de radio  $r_{ws[1]}$  con el eje  $x$  (ver Fig. 7.4).

En la Figura 7.5, presentamos un ejemplo numérico de la solución a la ecuación (7.9). Se muestra el flujo en radio-continuo a  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm predicho por nuestro modelo, para un flujo bipolar con ángulo de apertura  $\theta_a = 30^\circ$  y cuyo eje forma



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN FÍSICA Y QUÍMICA  
 UNAM

FIGURA 7.6: Índices espectrales entre 2-6 cm (línea discontinua) y entre 6-20 cm (línea continua) calculados a partir de los flujos en radio-continuo mostrados en la Figura 7.5.

un ángulo de  $\theta_i = 45^\circ$  respecto al plano del cielo. Los parámetros de la velocidad de eyección del flujo son: velocidad media  $v_w = 360 \text{ km s}^{-1}$  con una amplitud de variación  $v_c = 60 \text{ km s}^{-1}$  y un período  $P = 0.25 \text{ yr}$ . Hemos supuesto una tasa de inyección de masa por la estrella  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  localizada a una distancia  $D = 150 \text{ pc}$  del observador. La Figura 7.5 muestra un comportamiento similar en todas las frecuencias, aunque comparativamente inferior a la emisión producida en vientos estelares esféricamente simétricos con el mismo tipo de variación en la velocidad de eyección (ver capítulo 6). La primera superficie de trabajo se forma en el flujo bipolar a un tiempo  $t_c = 0.34 \text{ yr}$ , cuando se localiza a una distancia  $r_c = 16.77 \text{ UA}$  de la estrella central. En este instante, el flujo empieza a incrementarse hasta alcanzar el valor máximo de la emisión correspondiente a una sola superficie de trabajo, disminuyendo posteriormente debido a la caída en las velocidades de choque (sección 6.2.1). Después de un período de variación ( $t = 0.59 \text{ yr}$ ), se forma en el

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

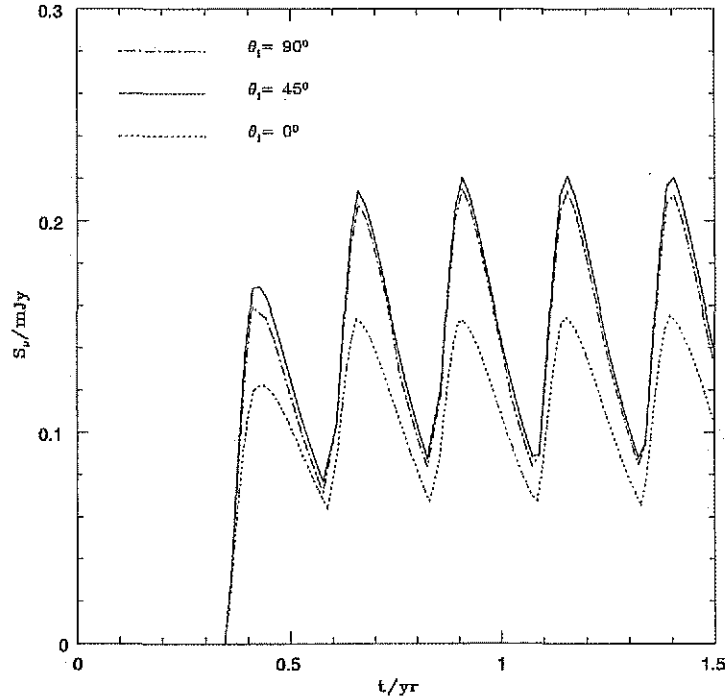


FIGURA 7.7: Flujo en radio-continuo a  $\lambda = 6$  cm de una eyección estelar bipolar con variación sinusoidal en la velocidad de inyección. El ángulo de apertura del flujo es  $\theta_a = 30^\circ$  y los ángulos de inclinación son  $\theta_i : 0^\circ, 45^\circ$  y  $90^\circ$  respecto al plano del cielo. Los parámetros del flujo bipolar son: velocidad media del flujo  $v_w = 360 \text{ km s}^{-1}$  con una amplitud de  $v_c = 60 \text{ km s}^{-1}$  y un período de variación de  $\simeq 0.25 \text{ yr}$ . Hemos supuesto que la tasa de inyección de masa por la estrella central es  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  localizada a una distancia  $D = 150 \text{ pc}$  del observador.

flujo estelar una segunda superficie de trabajo, provocando que la emisión vuelva a incrementarse. A tiempos posteriores, el flujo presenta un comportamiento periódico debido a la formación de nuevas superficies de trabajo en intervalos de tiempo de un período  $P$ . El período de variación del flujo corresponde al de la velocidad de eyección del gas.

En la Figura 7.6, mostramos los índices espectrales entre  $\lambda(2-6 \text{ cm})$  y  $\lambda(6-20 \text{ cm})$  calculados a partir de los flujos en radio-continuo mostrados en la Figura 7.5. Encontramos que el flujo estelar es ópticamente delgado a todas las longitudes de onda,

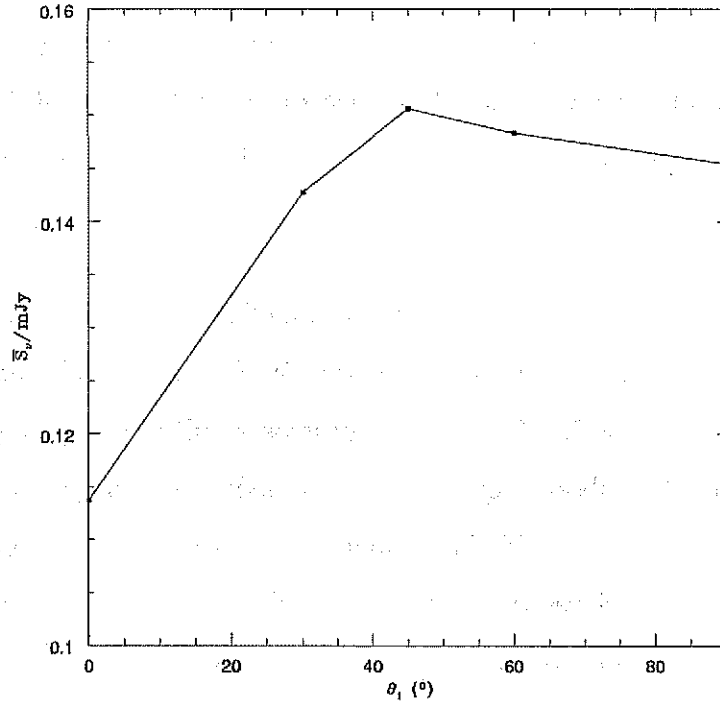


FIGURA 7.8: Flujo en radio-continuo promedio como función del ángulo de inclinación  $\theta_i$ . Los parámetros del flujo estelar corresponden al modelo presentado en la Fig. 7.7.

mostrando un comportamiento periódico y similar al de vientos estelares esféricamente simétricos, con el mismo período de variación que el correspondiente a la velocidad de eyección del gas ( $P = 0.25$  yr). Se observa que el índice espectral es superior a bajas frecuencias ( $\lambda$  6-20 cm) que a más altas frecuencias ( $\lambda$  2-6 cm), dado que el espesor óptico  $\tau_{ws[j]} \propto \nu^{-2.1}$  (ec. [7.7]).

En las Figuras 7.7 y 7.8, presentamos un ejemplo de la dependencia en la emisión producida por el flujo estelar con el ángulo de inclinación  $\theta_i$ . La Figura 7.7 muestra el flujo en radio-continuo a  $\lambda = 6$  cm proveniente de una eyección estelar bipolar con un ángulo de apertura  $\theta_a = 30^\circ$  usando distintos ángulos de inclinación  $\theta_i (= 0^\circ, 45^\circ, \text{ y } 90^\circ)$  respecto al plano del cielo. Hemos supuesto que el flujo estelar es eyectado con una velocidad media  $v_w = 360 \text{ km s}^{-1}$ , con una amplitud de variación  $v_c = 60 \text{ km s}^{-1}$  y un período  $P = 0.25$  yr. La tasa de inyección de masa por la estrella



central es  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  localizada a una distancia  $D = 150$  pc del observador. Observamos que, para un mismo conjunto de parámetros de la velocidad de eyección (velocidad media, amplitud y período), la emisión producida por el flujo estelar es superior para el caso en el cual el eje de eyección bipolar forma un ángulo  $\theta_i = 45^\circ$  respecto al plano del cielo.

Debido a este comportamiento en la emisión, promediamos el flujo a  $\lambda = 6$  en un intervalo de tiempo igual a un período de variación  $P$  usando diferentes ángulos de inclinación  $\theta_i (= 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ \text{ y } 90^\circ)$ . Nuestros resultados los mostramos en la Figura 7.8, en la cual se observa que el flujo promedio tiene un comportamiento creciente en el intervalo  $\theta_i : 0^\circ \rightarrow 45^\circ$  hasta alcanzar un valor máximo en  $45^\circ$ . Para ángulos de inclinación superiores ( $\theta_i : 45^\circ \rightarrow 90^\circ$ ), el flujo promedio disminuye con una pendiente menos pronunciada.

Finalmente, verificamos que los resultados del modelo desarrollado en este capítulo para el caso particular de un flujo bipolar con un ángulo de apertura  $\theta_a = 90^\circ$ , independientemente del valor del ángulo de inclinación  $\theta_i$ , coincidieran con los correspondientes al modelo desarrollado en el capítulo 6 para vientos estelares esféricamente simétricos. Por tanto, ambos tratamientos resultan ser equivalentes para vientos estelares eyectados isotrópicamente.

## Capítulo 8

### Conclusiones Generales

En esta tesis, proponemos que la emisión en radio-continuo observada en flujos estelares de estrellas de baja masa, como vientos estelares con simetría esférica y flujos bipolares, es producida en ondas de choque generadas en el flujo estelar como resultado de una velocidad de inyección dependiente del tiempo. Nuestro modelo se basa en suponer variaciones periódicas en la velocidad de inyección de un flujo supersónico que resultan en la formación de superficies de trabajo (Raga et al. 1990), y cuyo estudio dinámico efectuamos basándonos en el modelo analítico desarrollado por Cantó et al. (2000). Estas superficies de trabajo emiten radiación en continuo detectable en frecuencias de radio. En particular, exploramos dos diferentes tipos de variabilidad en la velocidad de eyección del flujo estelar: una variación de tipo salto, que consiste en un aumento brusco en la velocidad de eyección, y una variación de tipo sinusoidal. En ambos casos, hemos supuesto que la tasa de inyección de masa permanece constante.

Inicialmente, consideramos la variación de salto en la velocidad de eyección (por ser el caso más simple), donde suponemos que el flujo estelar comienza a ser eyectado con velocidad  $v_0$  incrementándose bruscamente a un valor  $av_0$  ( $a > 1$ ). Este tipo de variabilidad, produce instantáneamente una superficie de trabajo que se desplaza a través del flujo con velocidad constante y cuyo valor es intermedio entre ambas velocidades ( $a^{1/2}v_0$ ). Adicionalmente, consideramos dos casos particulares de este

tipo de variabilidad: en el primero de ellos, suponemos que la velocidad  $av_0$  del flujo estelar permanece por tiempo indefinido, y en el segundo caso, suponemos que el flujo estelar es eyectado con velocidad  $av_0$  por un tiempo finito, después del cual, la velocidad de eyección es nuevamente  $v_0$  (pulso en la velocidad de eyección). Encontramos que la diferencia fundamental en ambos casos, radica en la evolución dinámica de la superficie de trabajo. En el primer caso, la superficie de trabajo se desplaza en todo momento con velocidad constante, estando constituida por dos ondas de choque. En el segundo caso, la superficie de trabajo experimenta dos etapas distintas durante su evolución dinámica: una etapa inicial, en que se desplaza con velocidad constante, y una segunda etapa, en la cual el choque externo ha desaparecido por haberse incorporado totalmente a la superficie de trabajo el viento con menor velocidad ( $v_0$ ), razón por la cual la superficie de trabajo es acelerada hasta que el material con mayor velocidad ( $av_0$ ) se incorpora totalmente a la superficie de trabajo.

En primera instancia, supusimos una simetría esférica para la eyección del flujo estelar (viento estelar). Una vez formada la superficie de trabajo en el viento, nos preguntamos si es o no importante el efecto de la preionización del gas por los fotones producidos en cada onda de choque, es decir, si debemos tomar en cuenta la contribución a la emisión total por el viento preionizado. Para resolver este cuestionamiento, analizamos separadamente la preionización en el viento externo (con velocidad  $v_0$ ) y en el viento interno (con velocidad  $av_0$ ) a la superficie de trabajo, suponiendo velocidades de choque lo suficientemente elevadas ( $\geq 110 \text{ km s}^{-1}$ ) como para generar en el viento estelar dos capas completamente ionizadas (capas de Strömgren) delimitadas por cada frente de ionización y la posición de la superficie de trabajo.

En el análisis del viento externo, planteamos la ecuación de balance de ionización para los fotones que emergen del frente de choque externo, considerando la fracción de ellos que es consumida en ionizar a las partículas neutras que arriban al frente de

ionización y la fracción que se consumen en la ionización de los átomos que se han recombinado en la capa de Strömgren. Encontramos que la producción de fotones ionizantes que emergen del frente de choque (la cual es independiente del tiempo para simetría esférica) se consumen principalmente en ionizar a las partículas neutras que atraviesan al frente de ionización, prácticamente durante toda la evolución dinámica de la superficie de trabajo. La posición y velocidad del frente de ionización (relativos a los valores correspondientes de la superficie de trabajo) presentan un comportamiento asintótico para tiempos suficientemente grandes ( $t \rightarrow \infty$ ) y cuyos valores dependen de la velocidad de choque que se considere. Entre mayor sea esta velocidad, el frente de ionización se alejará más del frente de choque y con mayor velocidad. Mostramos que el valor al cual tiende la velocidad del frente de ionización corresponde al valor inicial, lo cual ocurre debido a que en ambas etapas ( $t = 0$  y  $t \rightarrow \infty$ ), las recombinaciones en la capa de Strömgren son ignorables y todos los fotones se consumen principalmente en ionizar a las partículas neutras que atraviesan al frente de ionización.

Análogamente, planteamos la ecuación de balance de ionización para el viento interno a la superficie de trabajo correspondiente a los fotones que emergen del frente de choque interno. Esta ecuación involucra un término adicional en comparación con el caso del viento externo, dado que existe una fracción de fotones que logran atravesar la capa ionizada sin ser absorbidos en su trayectoria, incorporándose nuevamente a la superficie de trabajo. Para cuantificar esta cantidad, modelamos al flujo de fotones que se producen en el choque interno bajo la aproximación de dos-corrientes en simetría esférica, de lo cual encontramos que la fracción de fotones que no son absorbidos se incrementa con la velocidad de choque mostrando un comportamiento asintótico a un valor constante para  $t \rightarrow \infty$ . A diferencia del viento externo, obtuvimos que la velocidad del frente de ionización para  $t \rightarrow \infty$  es distinta del valor correspondiente en  $t = 0$ , lo cual es de esperarse si tomamos en cuenta que inicialmente la fracción de fotones que escapan de la región interna sin ser absorbidos es nula. Un aspecto interesante por comentar, es el hecho de que, para un mismo conjunto de parámetros

del viento estelar ( $a, v_0$  y  $\dot{m}$ ), encontramos que el ancho de la capa de Strömgen externa es mayor que el ancho de la capa interna pese a que la velocidad de choque interna es superior y que, por tanto, la tasa de producción de fotones ionizantes es más alta que en el choque externo. La razón del porqué ocurre esto, radica en que la densidad del viento disminuye como el cuadrado de la distancia a la estrella, por lo que el camino libre medio de los fotones en el viento externo es mayor que en el viento interno.

Al haber estudiado la preionización del viento estelar, procedimos a calcular el espesor óptico en radio-continuo a lo largo de una línea de visión perpendicular a los frentes de ionización y a la superficie de trabajo. En el cálculo de la contribución al espesor óptico por las capas ionizadas, usamos nuestros resultados previos para conocer la posición de los frentes de ionización en cada capa de Strömgen. Por otra parte, estimamos el espesor óptico de la superficie de trabajo sumando las contribuciones de las dos ondas de choque que la constituyen, donde cada una de ellas la obtuvimos usando los resultados numéricos de los modelos de Ghavamian & Hartigan (1998). Los resultados que obtuvimos fueron contundentes, el espesor óptico de la superficie de trabajo ( $\propto t^{-2}$ ) es órdenes de magnitud superior a la contribución de las capas ionizadas ( $\propto t^{-3}$ ), razón por la cual, ignoramos la preionización del gas en cálculos posteriores de la emisión en radio-continuo de un flujo estelar.

Posteriormente, encontramos una solución analítica para la emisión de la superficie de trabajo en términos de una función exponencial. Nuestra solución predice un aumento inicial del flujo  $\propto t^2$  mientras la superficie de trabajo se encuentre en el régimen ópticamente grueso. A partir de un cierto tiempo crítico  $t_c$  (el cual es función de la frecuencia a la que se observe), la superficie de trabajo se vuelve ópticamente delgada y el flujo tiende a un valor constante. El modelo predice un aumento del flujo con la frecuencia en la etapa ópticamente gruesa de la superficie de trabajo, y un valor inferior a más altas frecuencias en el régimen ópticamente delgado. Encontramos una ecuación simple para estimar el flujo en radio-continuo

de una superficie de trabajo ópticamente delgada en términos de las velocidades de choque, la tasa de pérdida de masa del viento estelar, la distancia a la fuente de emisión y la frecuencia a la que se observe.

En el caso de que la variabilidad en la eyección del viento estelar consista en un pulso, el comportamiento inicial del flujo es idéntico al caso de una variación de salto. Sin embargo, mostramos que al momento en que se incorpora totalmente el viento con menor velocidad ( $v_0$ ), el flujo presenta una caída debido a que desaparece el choque externo de la superficie de trabajo. Hemos supuesto que esta disminución en el flujo es instantánea, pese a que en realidad ocurre en escalas de tiempo del orden del tiempo de enfriamiento, sin embargo, este último es muy inferior al tiempo de evolución dinámica de la superficie de trabajo (Apéndice A). Posteriormente, el flujo decae debido a que el choque interno es acelerado por el viento con mayor velocidad ( $av_0$ ), provocando que la velocidad de choque disminuya continuamente hasta que la superficie de trabajo deja de emitir al instante en que el viento rápido se ha incorporado totalmente pasando por el frente de choque interno. La duración del pulso la estimamos suponiendo que el choque externo desaparece cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia de 50 UA de la estrella central, obteniendo intervalos de tiempo en escala de meses.

Al suponer que se presentan pulsos periódicos en la velocidad de eyección del viento estelar, encontramos que se formarán nuevas superficies de trabajo. La evolución dinámica de una superficie de trabajo cualquiera difiere de la que le precede por un intervalo de tiempo igual a un período de variación, formándose en el viento estelar una zona interna, en la cual se localizan superficies de trabajo (equidistantes entre sí) en la etapa inicial de velocidad constante, y una zona externa, donde se encuentran las superficies de trabajo aceleradas. Calculamos el espesor óptico a lo largo de cada línea de visión sumando la contribución de cada cáscara que sea intersectada por la misma, e integramos la intensidad respecto al ángulo sólido subtendido por la superficie de trabajo externa para obtener el flujo en radio-continuo del viento

estelar. Mostramos que el comportamiento inicial del flujo con el tiempo (a diferentes frecuencias) consiste en incrementos sucesivos del orden del valor máximo en la emisión de una superficie de trabajo, hasta el instante en que la cáscara externa arriba a la región donde es acelerada. A partir de este momento, el flujo tiende a un comportamiento periódico con el mismo período de variabilidad que el correspondiente a la velocidad de eyección del viento. El modelo predice que la emisión presentará dos caídas en su valor en un intervalo de tiempo igual a un período, la primera de ellas se presentará cuando una superficie de trabajo comience a acelerarse, y la segunda, al momento en que una cáscara acelerada deje de emitir. En el mismo intervalo de tiempo, la emisión se incrementará cuando una nueva superficie de trabajo se forme en el viento estelar. Encontramos que las diferencias particulares en el comportamiento temporal del flujo a distintas frecuencias se deben a que el tiempo de transición (del régimen ópticamente grueso al delgado) es distinto en cada una de ellas. En cuanto a los índices espectrales, mostramos que el viento es ópticamente grueso al formarse la primera superficie de trabajo por lo que el índice espectral  $\alpha_\nu = 2$  en todas las frecuencias. Conforme evoluciona el sistema, las superficies de trabajo más alejadas de la estrella llegan a ser ópticamente delgadas, en tanto que las recién formadas son ópticamente gruesas, dando como resultado un comportamiento periódico en el índice espectral con un valor  $\alpha_\nu (\geq -0.1)$  superior a más bajas frecuencias.

A continuación, comparamos las predicciones de nuestro modelo con observaciones de este tipo de objetos estelares. Para ello, usamos las observaciones de la fuente central de Serpens que nos fueron amablemente proporcionadas por S. Curiel (2002, comunicación privada) correspondientes a los flujos a  $\lambda = 3.6$  y  $6$  cm, con su respectivo índice espectral, para 5 temporadas de observación comprendidas entre 1990 y 1998. El valor del flujo promedio a cada longitud de onda y el correspondiente índice espectral logramos reproducirlos usando un modelo de viento estelar con los siguientes parámetros: una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 1.4 \times 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ , una velocidad de eyección inicial  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$  con un factor de cambio  $a = 2$  ( $av_0 =$

$400 \text{ km s}^{-1}$ ), una distancia a la fuente  $D = 300 \text{ pc}$ , y un período de variabilidad de  $0.7 \text{ yr}$ , obtenido de suponer un tamaño físico de la región emisora de  $50 \text{ UA}$  (similar al observado de  $60 \text{ UA}$ ).

En un intento por explorar otro tipo de dependencias temporales en la velocidad de eyección (probablemente más realistas), supusimos que el viento es eyectado con una variabilidad de tipo sinusoidal. Esta variación en la velocidad presenta la complejidad, comparativamente a la variabilidad de pulso, de que las superficies de trabajo no se forman instantáneamente sino que a una cierta distancia de la estrella desplazándose con velocidad variable en el tiempo. Usando los resultados de Cantó et al. (2000) para una variación sinusoidal, calculamos la posición y velocidad de la superficie de trabajo a cada tiempo, y con ello, las densidades prechoque y las velocidades de choque. Mostramos que la velocidad de choque es nula al momento de formarse la superficie de trabajo y se va incrementando hasta alcanzar un valor máximo a partir del cual disminuye con el tiempo. Por su parte, la densidad prechoque es infinita al tiempo  $t_c$  en el que se forma la superficie de trabajo, disminuyendo drásticamente a tiempos cortos ( $t \simeq t_c$ ) y más lentamente para  $t \rightarrow \infty$ .

Habiendo calculado las densidades prechoque y las velocidades de choque en ambos frentes de choque de una superficie de trabajo, usamos nuevamente los resultados de los modelos desarrollados por Ghavamian & Hartigan (1998) para estimar el espesor óptico. Encontramos que éste aumenta desde que se producen los choques en el viento (instante en el cual es cero) hasta alcanzar un valor máximo, como resultado del aumento inicial en las velocidades de choque, a partir del cual disminuye rápidamente. Usando valores típicos de vientos en estrellas T-Tauri, encontramos que la superficie de trabajo es ópticamente delgada durante toda su evolución dinámica.

Conocido el espesor óptico de la superficie de trabajo, procedimos a calcular la emisión en radio-continuo encontrando que el flujo presenta un comportamiento creciente desde la formación de la superficie de trabajo hasta el momento en que alcanza un valor máximo, a partir del cual el flujo disminuye rápidamente tal como



ocurre con el espesor óptico. Por otra parte, los índices espectrales muestran también un crecimiento inicial en todas las longitudes de onda alcanzando un valor máximo y caer abruptamente a tiempos posteriores ( $\alpha_\nu \rightarrow -0.1$ ).

En el caso de que la variabilidad sinusoidal en la velocidad de eyección del viento estelar se presente de manera periódica, se forma una superficie de trabajo cada ocasión que transcurre un intervalo de tiempo igual a un período de variabilidad. Para obtener la emisión total de esta configuración, generalizamos las ecuaciones correspondientes a una sola superficie de trabajo para conocer la posición y velocidad de cada cáscara a cualquier tiempo y, con ello, estimar el espesor óptico a lo largo de cada línea de visión. Integrando respecto al ángulo sólido de la región emisora, encontramos que el flujo en radio-continuo muestra un comportamiento periódico en todas las longitudes de onda, con el mismo período de variabilidad de la eyección del gas. Para determinar el valor de este último, relacionamos la amplitud de la oscilación sinusoidal y el valor medio de la velocidad de eyección con el factor de cambio y la velocidad del viento inicial correspondientes a una variación de salto. Suponiendo un tamaño físico de 50 UA y valores típicos de vientos en estrellas T-Tauri, obtuvimos periodos de variabilidad en escala de meses. Asimismo, los índices espectrales muestran un comportamiento oscilante a todas las longitudes de onda con un valor  $\alpha_\nu \geq -0.1$ .

Motivados por el hecho de que las observaciones muestran morfologías bipolares en un gran número de flujos estelares en estrellas de baja masa, nos propusimos extender nuestro modelo a este tipo de eyecciones. Para ello, supusimos que el material es expulsado por la estrella en dos direcciones opuestas describiendo un par de conos caracterizados por el ángulo de apertura y el ángulo de inclinación del eje del flujo bipolar respecto al plano del cielo. Si la eyección del gas presenta un comportamiento periódico de tipo sinusoidal, se formarán continuamente superficies de trabajo con las mismas propiedades dinámicas que las que obtuvimos para el caso de vientos estelares esféricamente simétricos, siempre y cuando no se presenten

pérdidas apreciables de masa por su bordes.

En nuestro modelo, supusimos que las superficies de trabajo formadas en el flujo bipolar pueden considerarse como pequeñas porciones de esfera (cascarones esféricos) cuyo tamaño físico depende del ángulo de apertura del cono y de la distancia a la estrella central. Con esta suposición, aplicamos los resultados que obtuvimos para la evolución dinámica de las superficies de trabajo formadas en un viento estelar, y nos preocupamos simplemente por su intersección a lo largo de cada línea de visión considerando una simetría cónica bipolar. Encontramos los criterios geométricos en coordenadas esféricas (uno para cada cono) que nos indican cuando una superficie de trabajo es intersectada, y con ello, estimamos el espesor óptico a lo largo de cada línea de visión.

Posteriormente, calculamos el flujo en radio-continuo del sistema integrando la intensidad a cada línea de visión respecto al ángulo sólido de la configuración. Obtuvimos que el comportamiento temporal tanto del flujo como de los índices espectrales son muy similares al caso de vientos estelares esféricamente simétricos. Sin embargo, para un mismo conjunto de parámetros de la velocidad de eyección del gas, la emisión en el caso bipolar es comparativamente inferior al caso de un viento estelar debido a que hemos considerado a las superficies de trabajo como pequeñas porciones de esfera.

Uno de los resultados con mayor importancia de nuestro modelo, consiste en que la emisión producida en un flujo bipolar depende de manera importante con el ángulo de inclinación que forma el eje de eyección con el plano del cielo. Cabe mencionar que los resultados de nuestro modelo para un flujo bipolar coinciden con los resultados del modelo de vientos estelares cuando el ángulo de apertura del cono es de  $90^\circ$ , independientemente del ángulo de inclinación. Es decir, que hemos encontrado dos formas alternativas, pero equivalentes, para calcular el flujo en radio-continuo a distintas frecuencias y sus correspondientes índices espectrales de vientos estelares esféricamente simétricos eyectados por estrellas de baja masa.

Proponemos al modelo que hemos desarrollado a lo largo de esta tesis, como una posible explicación a la emisión en radio-continuo detectada en flujos estelares de estrellas de baja masa. Las predicciones de nuestro modelo, en cuanto a la magnitud de los flujos en radio-continuo e índices espectrales, reproducen razonablemente bien los valores observados en estos objetos, considerando parámetros típicos de flujos estelares en estrellas T-Tauri. Sin embargo, para comparar las predicciones del modelo concernientes al comportamiento temporal de los flujos e índices espectrales, se requiere de un conjunto de observaciones (no disponible hasta hoy día) de algunas de estas fuentes en escalas de tiempo inferiores a los períodos de variabilidad que nuestro modelo predice (del orden de algunos meses).

Como continuación a esta investigación, realizaré durante mi estancia posdoctoral simulaciones numéricas de flujos estelares en objetos jóvenes de baja masa, entre otros temas. El proyecto de investigación incluye simulaciones hidrodinámicas tridimensionales de vientos estelares sujetos a variaciones periódicas en la velocidad de eyección, para las cuales supondremos variabilidades de tipo salto y sinusoidales. Adicionalmente, desarrollaremos simulaciones numéricas de flujos bipolares con variaciones de tipo diente de sierra, en la cuales se presenta inicialmente un aumento lineal en la velocidad de eyección, seguido de una caída abrupta en su valor. Este tipo de variabilidad parece ser el indicado para reproducir la morfología observada en los objetos HH.

El desarrollo de estas simulaciones numéricas es particularmente importante porque nos servirá como marco de referencia a las predicciones de nuestro modelo. A partir de ellas, se obtendrán soluciones más realistas para flujos estelares en estrellas jóvenes de baja masa relajando las diversas aproximaciones y suposiciones que el desarrollo de un modelo analítico requiere.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## Parte II

# Radio-continuum emission from shocked stellar flows in low mass stars

WED WEST  
EMERSON CO ALBANY

2

1887

1000  
1000  
1000

## Capítulo 9

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### Summary of the thesis

Young stars of low and intermediate masses frequently show continuum emission in radio frequencies. The observed flux densities and spectral indices indicate that, in most cases, this emission is of thermal (free-free) origin and is produced in the powerful stellar winds and/or bipolar outflows emanating from the stars. However, this interpretation faces the problem of the ionization of the wind. Photoionization can be ruled out due to the lack of enough UV photons emitted by this kind of stars. In this thesis, we present a model in which the emission (and ionization) is produced by internal shocks in the flow. These shocks are the result of periodic variations of the velocity of the flow at injection. It is shown that the free-free radio emission predicted by the model is in good agreement with those observed in young stars of low and intermediate masses.

The summary is organized as follows. In section I, we present an introduction, giving the antecedents of the problem. In section II, we present the model, together with our basic assumptions. In section III, we use the results of Ghavamian & Hartigan (1998) to obtain the optical depth (in radio-continuum) from a shock wave given the shock velocity and preshock density. Section IV shows the results obtained for the predicted radio-continuum fluxes in centimeter wavelengths and the corresponding

spectral indices for a single working surface. In section V, we present the results of the model for a wind with periodic variations in its parameters forming a set of outgoing working surfaces. Section VI shows the results obtained for the emission and spectral indices for a stellar wind with a sinusoidal ejection velocity. In section VII, we model a bipolar outflow with a sinusoidal ejection velocity. Finally, we give our conclusions in section VIII.

## I. Introduction

Radio-continuum emission is frequently observed coincident with young stars of low and intermediate masses (Evans et al. 1987, Natta 1989, Curiel et al. 1993). Both the observed flux densities and spectral indices suggest a thermal (free-free) origin for this emission. Also, since in most cases the spectral index is close to that predicted by models of ionized stellar winds (Panagia & Felli 1975; Wright & Barlow 1975), this has been adopted as the most likely interpretation for this emission. Backing this interpretation there is the fact that recently formed stars indeed possess strong supersonic flows either in the form of stellar winds or of collimated jets (e.g. Natta 1989).

However, it has also been recognized that there are serious difficulties in producing the ionization in these flows (see for instance Rodríguez & Cantó 1983). Photoionization of hydrogen from its ground level can be ruled out due to the lack of the required UV photons rate with enough energy to ionize these powerful winds. Ionization from upper energy levels has been proposed as an alternative that may solve this problem (Thompson 1982, 1987; Evans et al. 1987).

Several years ago, Rodríguez & Cantó (1983) and Torrelles et al. (1985) pointed out that the necessary ionization rate could also be obtained by thermalizing a small fraction (a few tenths) of the kinetic energy of the flow, even if the wind is neutral

when leaving the stellar surface. Such a thermalization could be produced by shocks in the supersonic flow as it encounters obstacles in its way out. Years later, Curiel, Cantó, & Rodríguez (1987) worked out a model for the thermal radio continuum emission generated by a shock wave with velocities around  $100 \text{ km s}^{-1}$ , in order to explain the observed centimeter spectrum of Herbig-Haro objects 1 and 2. These objects are most likely shock waves excited by a supersonic jet interacting with itself and/or with its environment.

Recently, Ghavamian & Hartigan (1998) have investigated in more detail the radio emission of interstellar shock waves in a wide range of shock velocities and different preshock densities. Their results indicate that a sizeable amount of radio-continuum radiation can be produced in shocks with the sort of velocities and densities expected in the flows emanating from low-mass, recently formed stars.

Supersonic flows are always subject to the development of shock waves given the right conditions and mechanical support. In particular, Raga et al. (1990) show that supersonic variabilities in the ejection velocity in a supersonic flow result in the formation of two-shock wave structures (called working surfaces) which travel down the flow. These working surfaces emit continuum radiation that may be detected in radio.

In this thesis, we have estimated the emission in radio-frequencies of the working surfaces generated in a stellar wind and/or a bipolar outflow subject to variations in its injection velocity. For this, we have used the formalism of Cantó et al. (2000) to obtain the kinematical properties of the working surfaces, that is, their velocities, positions, shock velocities and preshock densities given the variations of the injected flow. We then use the results of Ghavamian & Hartigan (1998) to estimate the emission of each working surface, to finally obtain the emission of the whole configuration.



## II. The dynamical model

We consider an isotropic stellar wind with mass loss rate  $\dot{m}$  and terminal velocity  $v_0$  subject to periodic variations in the latter quantity. In particular, we will assume variations such that the terminal velocity suddenly increases by a factor  $a$  ( $> 1$ ) during a finite interval of time  $\delta\tau$ , and then instantaneously returning back to its original value (here in after we will refer to this variability as a jump variation). The changes repeat periodically with a period  $\tau$  ( $> \delta\tau$ ).

$$v_{ws} = a^{1/2}v_0. \quad (9.1)$$

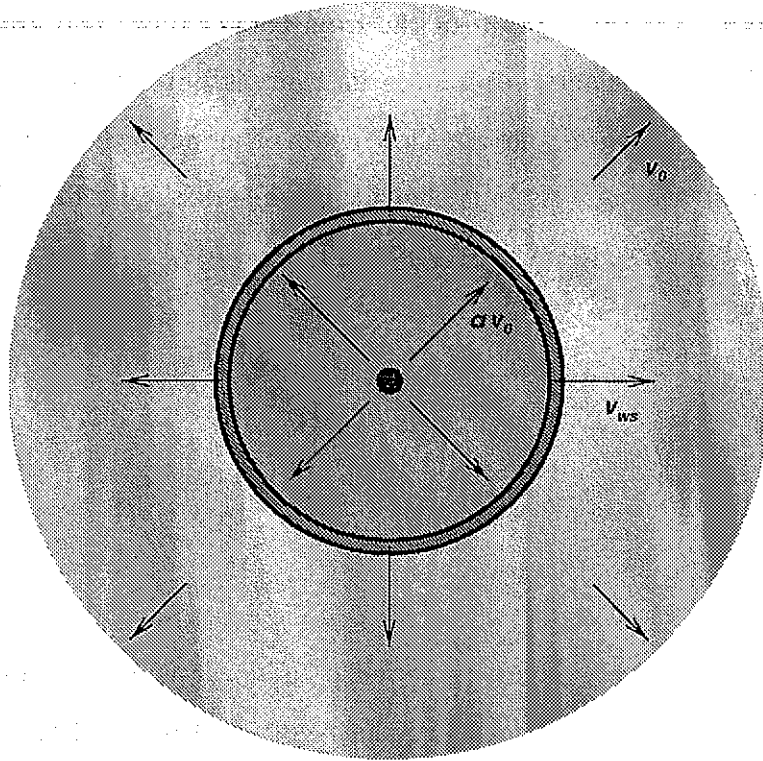
Each time one of these changes takes place, a working surface is formed as fast material overruns the lower velocity material in front of it. The velocity of the working surface is thus intermediate between these two velocities and two shocks bound the working surface. The inner one decelerates the fast upstream flow while the outer one accelerates the downstream low velocity flow, up to the velocity of the working surface (see Fig. 9.1).

Using the formalism in Cantó et al. (2000) it can be shown (see Appendix B.1) that each working surface forms instantaneously (as the fast flow begins to be ejected) at the base of the wind (assumed to be the stellar radius) and moves with a constant velocity given by,

Since the working surface moves with constant velocity, its distance  $r_{ws}$  to the central star after a time  $t$  since the beginning of the fast flow is simply,

$$r_{ws} = r_0 + v_{ws}t, \quad (9.2)$$

where  $r_0$  is the stellar radius. The shock velocities (the relative velocity between



TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

FIGURA 9.1: Schematic diagram showing a working surface produced in the wind initially ejected with velocity  $v_0$ , which instantaneously changes its value to  $av_0$  ( $a > 1$ ). The working surface velocity  $v_{ws}$  is intermediate between these two velocities. The two thick circles represent the shocks bounding the working surface.

the working surface and the flow entering the shock) for the internal and external shocks are also constant and given by,

$$v_{is} = a^{1/2}(a^{1/2} - 1) v_0, \quad v_{es} = (a^{1/2} - 1) v_0, \quad (9.3)$$

respectively (note that  $v_{is} > v_{es}$ ).

We must emphasize that in the star's frame of reference both shocks move outwards, that is, their radii increase with time. In fact, in the approximation adopted in this thesis in the sense that the width of the working surface is negligible with respect to its distance from the star (see Appendix A.1), the spatial velocities of both shocks are equal and equal to the velocity of the working surface. This approximation has

been used in deriving equation (9.3). In the frame of reference traveling with the working surface the inner shock moves inwards, that is, into the fast wind, while the outer shock moves outwards into the slow wind. Therefore, the working surface becomes thicker as it evolves. As it is shown in Appendix A.1, this effect can be ignored at scale distances  $\leq 10^4$  AU.

The preshock particle densities are,

$$n_{is} = \left( \frac{\dot{m}}{4\pi m a v_0} \right) \frac{1}{r_{ws}^2}, \quad n_{es} = \left( \frac{\dot{m}}{4\pi m v_0} \right) \frac{1}{r_{ws}^2}, \quad (9.4)$$

where  $m$  is the mean mass per nucleon.

This initial stage of constant velocity ends when the low velocity downstream material is completely engulfed by the working surface (note that the low velocity flow is detached from the fast flow ejected in the previous period since we are assuming highly supersonic flows). After this time, the outer shock disappears and the only material that feeds the working surface is the fast upstream flow. This second stage begins at a time,

$$t_{m1} = \frac{\tau - \delta\tau}{a^{1/2} - 1}, \quad (9.5)$$

when the working surface is at a distance,

$$r_{m1} = r_0 + a^{1/2} v_0 \left( \frac{\tau - \delta\tau}{a^{1/2} - 1} \right). \quad (9.6)$$

It is shown in Appendix B.2 that the working surface velocity and position are now given by,

$$v_{ws}(\dot{t}) = v_0 \psi(\dot{t}), \quad (9.7)$$

$$r_{ws}(\tilde{t}) = r_0 \varphi(\tilde{t}), \quad (9.8)$$

where

$$\psi(\tilde{t}) = a - \frac{a - a^{1/2}}{[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}}, \quad (9.9)$$

$$\varphi(\tilde{t}) = 1 + \frac{a^{1/2}}{2}(\tilde{\tau} - \delta\tilde{\tau}) + \frac{a^{1/2}}{\zeta_1}[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})] \left[ 1 - \frac{2(1 - a^{-1/2})}{[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}} \right], \quad (9.10)$$

with the constant  $\zeta_1$  defined by,

$$\zeta_1 = 2 \left( \frac{a^{1/2} - 1}{a^{1/2} + 1} \right) \frac{1}{\tilde{\tau} - \delta\tilde{\tau}},$$

and  $\tilde{t}$  is a dimensionless time given by  $\tilde{t} = t/t_0$  with  $t_0 = r_0/a^{1/2}v_0$ .

The shock velocity of the surviving (inner) shock is given by,

$$v_{is}(\tilde{t}) = \frac{a - a^{1/2}}{[1 + \zeta_1(\tilde{t} - \tilde{t}_{m1})]^{1/2}} v_0, \quad (9.11)$$

and substitution of equation (9.8) into equation (9.4) gives the preshock density. This second stage also ends when all of the fast material is incorporated into the working surface. This happens at a time,

$$t_{m2} = t_{m1} + \frac{t_0}{\zeta_1} \left[ \left[ \frac{\zeta_1(\tilde{\tau} + \delta\tilde{\tau}) + 2(1 - \zeta_1\tilde{t}_{m1})}{4(1 - a^{-1/2})} \right]^2 - 1 \right]. \quad (9.12)$$

when the working surface is at a distance,

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

$$r_{m2} = r_0 \varphi(\tilde{t}_{m2}). \quad (9.13)$$

After this time (and distance) the working surface travels freely with a constant velocity given by,

$$v_{fws} = v_0 \psi(\tilde{t}_{m2}), \quad (9.14)$$

and expanding laterally with the local sound speed. We will assume that in this final, free stage there is no emission from the working surface.

### III. The radio-continuum emission from a shock wave

Ghavamian & Hartigan (1998) have performed detailed calculations of the free-free emission expected to emanate from planar interstellar shock waves. Their results are shown in the form of brightness temperatures and spectral indices as functions of the shock velocity, the preshock density and the view angle. However, in order to use these results to estimate the emission of the working surfaces described above, keeping the calculations as simple as possible, we were forced to convert brightness temperatures into effective optical depths.

In our model, any line of sight intersects more than one shock wave (even one working surface has two shocks). Therefore, the easiest way to estimate their combined contribution was to assume a unique excitation temperature for all of them, then to estimate their individual effective optical depths (using the results of Ghavamian & Hartigan 1998) to finally obtain a total effective optical depth by simply adding

together each individual optical depth. With the total optical depth and a unique excitation temperature, the emergent intensity follows directly. To this purpose we proceed as follows.

First, we assume that the brightness temperature can be written as

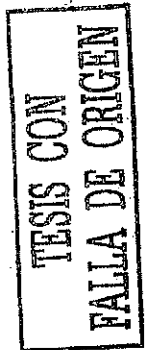
$$T_B(\nu) = T_{ex} (1 - e^{-\frac{\bar{\tau}_\nu}{\cos\theta}}) \quad (9.15)$$

where  $\theta$  is the view angle,  $\bar{\tau}_\nu$  is an average optical depth in the direction perpendicular to the shock,  $\nu$  is the frequency and  $T_{ex}$  is an average excitation temperature. Next, we fix  $T_{ex}$  to  $10^4$  K and, since  $\bar{\tau}_\nu$  is proportional to  $\nu^{-2.1}$  in the radio, we use equation (9.15) and the calculations of Ghavamian & Hartigan (1998) for  $T_B$  (their models with  $\theta = 0$  and preshock density  $10^5 \text{ cm}^{-3}$ ) to estimate the dependence of the average optical depth on the preshock density ( $n_0$ ) and shock velocity ( $v_s$ ). Our results can be represented by,

$$\bar{\tau}_\nu = \beta \left( \frac{n_0}{\text{cm}^{-3}} \right) \left( \frac{v_s}{100 \text{ km s}^{-1}} \right)^\gamma \left( \frac{T_{ex}}{10^4 \text{ K}} \right)^{-0.55} \left( \frac{\nu}{5 \text{ GHz}} \right)^{-2.1}, \quad (9.16)$$

where  $\beta$  and  $\gamma$  are constants that take different values according to the shock velocity. For  $20 \text{ km s}^{-1} \leq v_s \leq 58 \text{ km s}^{-1}$ , we find that  $\beta = 3.61 \times 10^{-7}$  and  $\gamma = 5.785$ . For higher velocities ( $58 \text{ km s}^{-1} \leq v_s \leq 100 \text{ km s}^{-1}$ ) we obtain  $\beta = 1.07 \times 10^{-7}$  and  $\gamma = 3.55$ .

Although it is clear that equation (9.16) is only a crude, oversimplified representation of the results of Ghavamian & Hartigan (1998) with several and potentially severe drawbacks (for instance, it cannot represent shocks with velocities around  $100 \text{ km s}^{-1}$  which, according to Ghavamian & Hartigan (1998), have  $T_B$  greater than  $10^4$  K) we use it as a preliminary estimate of the emission of a working surface since it seems to be accurate enough for the range of shock velocities considered in this thesis.



In addition, we will neglect the contribution to the total optical depth by the precursor (in both downstream and upstream directions) because the optical depth of the working surface is orders of magnitude higher (see chapter 3 and section 4.2 of this thesis).

#### IV. The radio-continuum emission from one working surface

Consider one working surface which is at a distance  $r_{ws}$  from the star at time  $t$  and assume that the working surface is thin enough to be described by this unique distance (it is shown in Appendix A that this is a good approximation).

Let  $\tau_\nu(\mu)$  be the optical depth of the working surface along a line of sight intersecting the working surface at an angle  $\theta$  from the normal ( $\mu = \cos\theta$ ), then the flux observed at a distance  $D$  is,

$$S_\nu = 2\pi B_\nu \left( \frac{r_{ws}}{D} \right)^2 \int_0^1 (1 - e^{-2\tau_\nu(\mu)}) \mu d\mu, \quad (9.17)$$

where  $B_\nu$  is the Planck function,  $\tau_\nu(\mu) = \tau_\nu(1)/\mu$  and  $\tau_\nu(1)$  is the optical depth perpendicular to the working surface. The factor two in front of the optical depth in equation (9.17) takes into account the fact that any line of sight intersects both the approaching and receding sides of a given working surface. Equation (9.17) has the analytic solution,

$$S_\nu = 2\pi B_\nu \left( \frac{r_{ws}}{D} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} (1 - e^{-2\tau_\nu(1)}) + \tau_\nu(1) E_2[2\tau_\nu(1)] \right] \quad (9.18)$$

where  $E_2[z]$  is the second order exponential integral.

The spectral index of the emission  $\alpha_\nu = (\nu/S_\nu)(dS_\nu/d\nu)$  is given by,

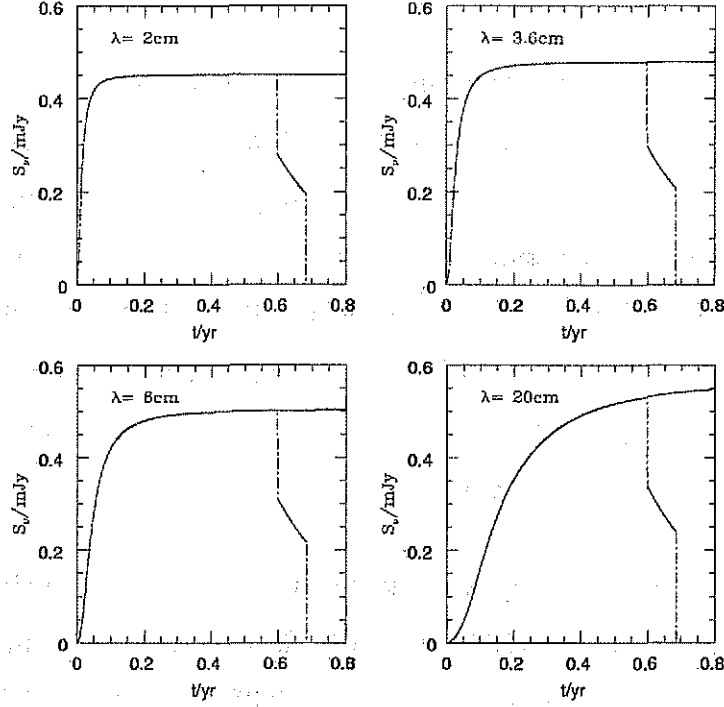

 TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA 9.2: Predicted radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 3.6, 6$  and  $20$  cm from an isotropic stellar wind with a variation time  $\delta\tau \rightarrow \infty$  (solid lines) and  $\delta\tau = 0.0836$  yr (dashed lines). The initial injection velocity adopted is  $v_0 = 350$  km s $^{-1}$  which suddenly increases by 30% ( $a = 1.3$ ) with a steady mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot}$  yr $^{-1}$ . The source is located at a distance  $D = 150$  pc from the observer. The behaviour of the flux is described in detail in the text.

$$\alpha_{\nu} = \frac{2 - 4.4 \tau_{\nu}(1) E_2[2\tau_{\nu}(1)] (1 - e^{-2\tau_{\nu}(1)})^{-1}}{1 + 2 \tau_{\nu}(1) E_2[2\tau_{\nu}(1)] (1 - e^{-2\tau_{\nu}(1)})^{-1}}. \quad (9.19)$$

According to our simplified model for emission of shocks, we write the optical depth of the working surface as

$$\tau_{\nu}(1) = \tau_{is} + \tau_{es}, \quad (9.20)$$

where  $\tau_{is}$  and  $\tau_{es}$  are the normal optical depths of the internal and external shocks,



respectively.

We are now in the position of calculating the radio-continuum flux from a single working surface. We have to specify the radius of the source  $r_0$  and its distance  $D$ ; the mass loss rate  $\dot{m}$  and the terminal velocity  $v_0$ , together with the change factor  $a$ , and the duration  $\delta\tau$  of the variations. Then, we use these input parameters to find the working surface velocity (eq. [9.1] or [9.7]) and its position (eq. [9.2] or [9.8]); the shock velocities (eq. [9.3] or [9.11]) and the preshock densities (eq. [9.4]); the shock optical depths (eq. [9.16]) and the optical depth of the working surface (eq. [9.20]). Figures 9.2 and 9.3 show an example.

We have chosen for this example representative values for T Tauri stars in the Taurus cloud (Edwards et al. 1987, Natta 1989):  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ ,  $v_0 = 350 \text{ km s}^{-1}$ ,  $a = 1.3$  ( $v_{ws} = 399.06 \text{ km s}^{-1}$ ,  $v_{is} = 55.94 \text{ km s}^{-1}$  and  $v_{es} = 49.06 \text{ km s}^{-1}$ ),  $r_0 = 1 R_{\odot}$  and  $D = 150 \text{ pc}$  (Elias 1978). We show the results for some of the most frequently observed wavelengths in the radio and for two variation time intervals:  $\delta\tau = 0.0836 \text{ yr}$  (see below) and  $\delta\tau \rightarrow \infty$ .

The limit  $\delta\tau \rightarrow \infty$  means that the variation in the wind velocity last forever (once it changes, it never returns to its original value). Figures 9.2 and 9.3 show that at the beginning, the working surface is optically thick at all wavelengths ( $\alpha_{\nu} \simeq 2$ ) and the flux grows as  $t^2$  (the radius of the working surface is proportional to  $t$ ). Eventually, however, the working surface becomes optically thin [ $\tau_{\nu}(1) \simeq 1$ ]. This happens at different times (see Fig. 9.2 and Fig. 9.3) depending on the emission wavelength. This transition time varies as  $\nu^{-1.05}$  since the optical depth is proportional to the preshock density (eq. [9.16]) which decreases as the square of the time (eqs. [9.2] and [9.4]). For later times, the working surface becomes optically thin and the spectral index  $\alpha_{\nu}$  tends to -0.1 (Fig. 9.3) while the flux tends to a constant value (Fig. 9.2) because the flux is proportional to  $r_{ws}^2$  ( $\propto t^2$ , see eq. [9.2]) and the optical depth  $\tau_{\nu}(1)$  decreases as  $t^{-2}$ . In this limit,  $\tau_{\nu}(1) \ll 1$  and the exponential integral  $E_2[z] \rightarrow 1$  in equation (9.18). Substitution of equations (9.2), (9.16) and (9.20) into

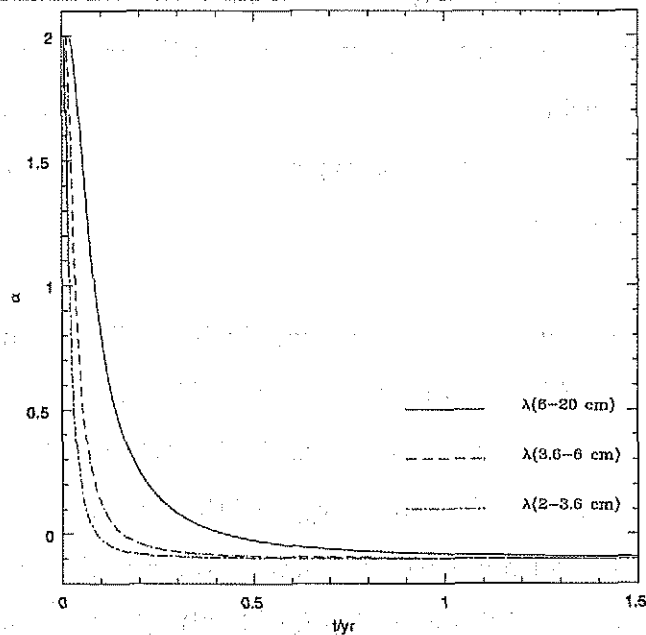


FIGURA 9.3: Spectral indices for the model described in Fig. 9.2 for  $\delta\tau \rightarrow \infty$ . Initially, the working surface is optically thick ( $\alpha_\nu = 2$ ) at all wavelengths, becoming optically thin ( $\alpha_\nu = -0.1$ ) as it moves away from the star.

equation (9.18) gives,

$$\left(\frac{S_\nu}{mJy}\right) \rightarrow \eta \left(\frac{\dot{m}}{10^{-6}M_\odot yr^{-1}}\right) \left(\frac{T_{es}}{10^4 K}\right)^{-0.55} \left(\frac{D}{150pc}\right)^{-2} \left(\frac{\nu}{5GHz}\right)^{-0.1}, \quad (9.21)$$

with,

$$\eta = 1.14 \times 10^8 \left[ \beta_i \frac{(a - a^{1/2})^{\gamma_i}}{a} \left(\frac{v_0}{100km s^{-1}}\right)^{\gamma_i - 1} + \beta_e (a^{1/2} - 1)^{\gamma_e} \left(\frac{v_0}{100km s^{-1}}\right)^{\gamma_e - 1} \right],$$

where the subscripts  $i$  and  $e$  indicate the internal and external shock velocities, respectively.

For finite  $\delta\tau$ , however, the outer shock eventually disappears and the flux suffers a sudden, instantaneous, decrease at all wavelengths as it is shown in Figure 9.2. In

our example, this happens at a time  $t_{m1} = 0.6$  yr after the beginning of the change. Afterwards, the only contribution to the flux is that of the inner shock whose shock velocity is steadily decreasing (see above) and so is the emitted flux (see Fig. 9.2). In our example, the inner shock also disappears at a time  $t_{m2} = 0.68$  yr and the working surface stops emitting.

The sizes of the radio continuum sources associated with T Tauri stars in the Taurus cloud are in the 75 to 150 AU interval (Natta 1989). Also, the central source of the radio jet in Serpens shows a physical size of  $\simeq 60$  AU (Curiel et al. 1993). If one identifies those dimensions with the radius ( $r_{m1}$ ) of the working surface at time  $t_{m1}$  when the emission of the working surface shows a dramatic decrease, we can then estimate the time interval  $\delta\tau$  of the variation (eq. [9.6]). For the example described above, we have assumed (for simplicity)  $\delta\tau = \tau/2$ ,  $r_{m1} = 50$  AU and neglected  $r_0$ . The results are  $\delta\tau = 0.0836$  yr ( $\tau = 0.1672$  yr) which is the value used in our example. The preshock particle densities at  $r_{m1}$  for the internal and external shock are  $n_{is} = 9.9 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$  and  $n_{es} = 1.3 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ , respectively.

## V. The radio-continuum emission from a stellar wind with a periodic variation in the ejection velocity

A stellar wind with a periodic variation in the ejection velocity generates a set of outgoing working surfaces. According to our simplified model for the emission of shocks, the flux emitted by such a configuration can be estimated by simply adding the optical depths of the working surfaces intersected by each line of sight to obtain the total optical depth along this line of sight, and then use this optical depth to estimate the intensity (adopting a uniform excitation temperature of  $10^4$  K) emerging from this direction. The flux is finally obtained by integrating this intensity over the solid angle.

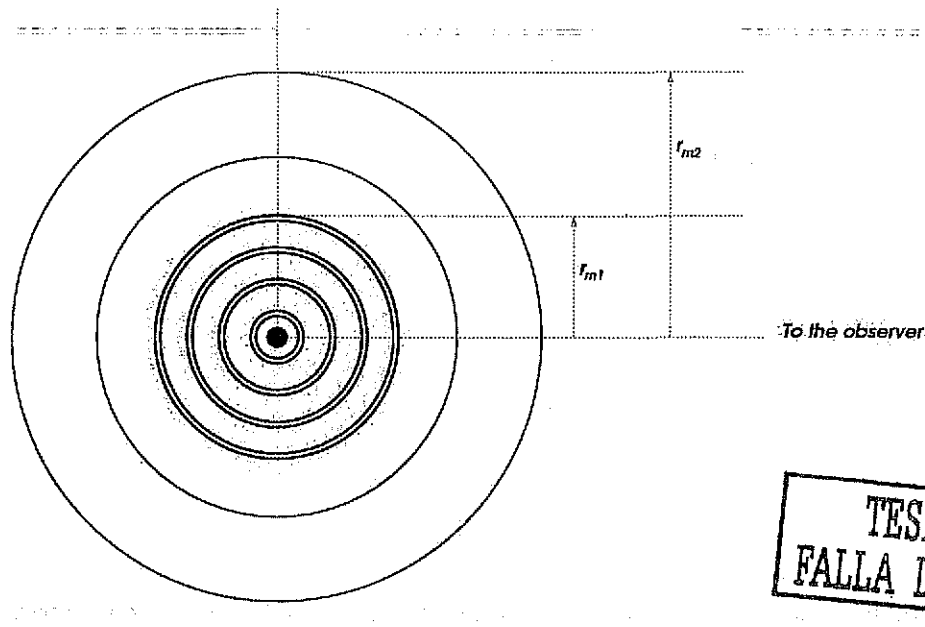


FIGURA 9.4: Schematic diagram of a stellar wind with a set of outgoing working surfaces formed by a periodic variation in the ejection velocity. Working surfaces inside  $r_{m1}$  (two-shock wave structures) move with constant velocity starting to be accelerated at  $r_{m1}$  (one-shock wave structures) where their emission decreases drastically. Working surfaces outside  $r_{m2}$  do not emit.

Consider the variability described in section II. That is, consider a stellar wind with mass loss rate  $\dot{m}$  and terminal velocity  $v_0$  subject to periodic variations in the latter quantity. In particular, we will assume variations such that the terminal velocity suddenly increases by a factor  $a$  ( $> 1$ ) during a finite interval of time  $\delta\tau$ , and then instantaneously returning back to its original value. The changes repeat periodically with a period  $\tau$  ( $> \delta\tau$ ).

This variability sets two characteristic radii:  $r_{m1}$  and  $r_{m2}$  (see Fig. 9.4). Working surfaces inside  $r_{m1}$  have two bounding shocks and its optical depth is given by equation (9.20). For working surfaces between  $r_{m1}$  and  $r_{m2}$  only the inner shock contributes to the total optical depth since the outer one has disappeared. Working surfaces outside  $r_{m2}$  do not emit.

An example is shown in Figure 9.5. For this example, we have adopted the same

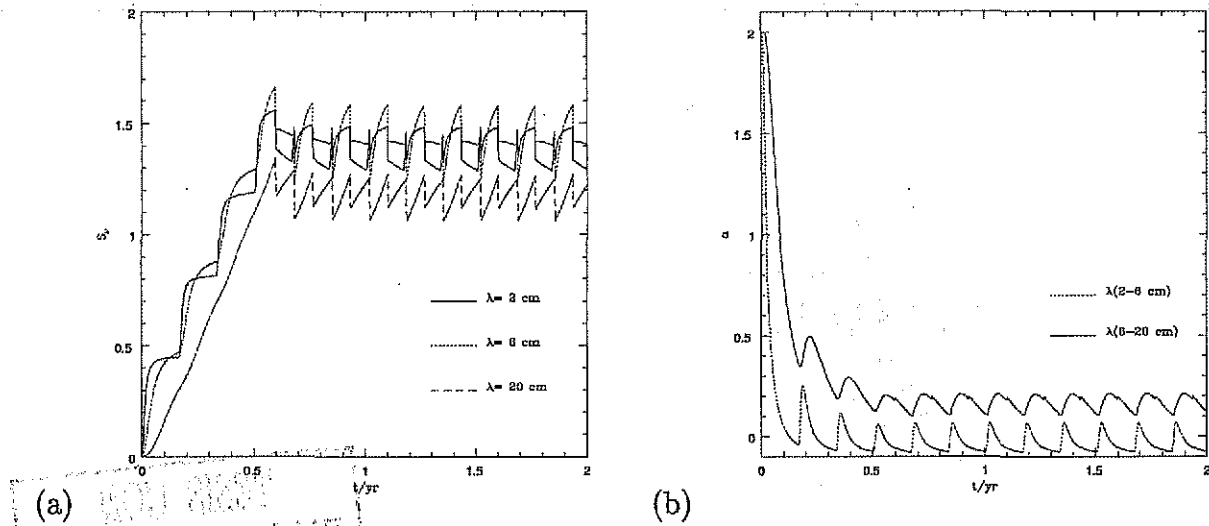


FIGURA 9.5: Predicted (a) radio-continuum fluxes at 2 cm (solid line), 6 cm (dotted line) and 20 cm (dashed line), and (b) spectral indexes  $\alpha_{2-6}$  (dotted line), and  $\alpha_{6-20}$  (solid line) from a stellar wind with a periodic variation in the ejection velocity. The wind parameters are the same as those used in the model presented in Fig. 9.2. The physical description of the plots is given in the text.

wind parameters that we used in Figure 9.2 (dashed lines) with a variation period  $\tau = 0.1672$  yr.

Initially, the flux has a constant bumpy increase due to the formation of new working surfaces, until the outermost one is beyond  $r_{m1}$  (at a time  $t = 0.6$  yr in this example). After this, the emission tends to a steady, periodically varying behavior as new working surfaces replace the old ones that enter the non-emitting ( $r_{ws} > r_{m2}$ ) zone. In this example there are four to five working surfaces present at every time and the total flux is around three to four times the maximum values achieved by a single working surface (see Fig. 9.2 and 9.5). The variation period is equal to the wind variation period  $\tau$ .

The spectral indices behave as follows. First, as the inner (and only) working surface dominates the flux, the spectrum shows itself as optically thick ( $\alpha_\nu = 2$ ). However, as the outer, optically thin, working surfaces become more and more important the

TABLE 1

RADIO CONTINUUM EMISSION FROM THE CENTRAL  
SOURCE OF THE SERPENS JET

$\lambda$ (cm)	OBSERVATIONS <sup>(1)</sup>			MODEL <sup>(2)</sup>		
	$S_\nu$ (mJy)	$\Delta S_\nu$ <sup>(3)</sup> (mJy)	Spectral Index	$S_\nu$ (mJy)	$\Delta S_\nu$ <sup>(3)</sup> (mJy)	Spectral Index
6	2.20	0.20		2.21	0.51	
			0.21			0.26
3.6	2.45	0.31		2.53	0.54	

(1) S. Curiel (2002, private communication).

(2) Model parameters:  $\dot{m} = 1.4 \times 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ ,  $a = 2.0$ ,  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ ,  $D = 300 \text{ pc}$  and  $\tau = 0.7 \text{ yr}$ .

(3) Standar Deviation

spectral index decreases adopting a varying value ( $\alpha_\nu \geq -0.1$ ) ones.

The behaviour of the flux and the spectral indices show different shapes at different wavelengths and this is a consequence of the dependence of the optical depth of a working surface with frequency. At low frequencies ( $\lambda = 20 \text{ cm}$ ) most of the working surfaces present in the flow are optically thick and the appearance and disappearance of one of them has a moderate effect on the total flux of the configuration. On the other hand, at higher frequencies ( $\lambda = 2 \text{ cm}$ ) most of the working surfaces are optically thin and even small changes in the optical depth has a sizable consequence in the emitted flux. This also explains why the bumps in the spectral index are more sharply peaked at lower than at higher wavelengths.

Table 1 shows the observed averages of the flux densities and variation amplitudes (rms standard deviations) of the radio continuum central source in the Serpens jet.

(see for instance Curiel et al. 1993) at 3.6 cm (6 points between 1990 and 1998) and 6 cm (5 points between 1990 and 1998), together with the spectral index between these two wavelengths calculated from these average fluxes. The data were kindly provided to us by S. Curiel (2002, private communication) and represents, to our knowledge, the only homogeneous data set available for estimating the time variability of this source.

In the same table, we also present the results from a model with a mass loss rate of  $\dot{m} = 1.4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , a velocity variation from 200 to 400 km s<sup>-1</sup> ( $a = 2$ ) and a period of 0.7 yr. The adopted velocity variation gives a velocity of 280 km s<sup>-1</sup> for the working surfaces which is in the range of the deduced velocities of the blobs emanating from this source (Curiel et al. 1993). The variation period of 0.7 yr, results in a physical size of the emitting region ( $r_{m1}$ , see above) of 50 AU, similar to that observed ( $\sim 60$  AU, Curiel et al. 1993). Finally, the mass loss rate was adjusted to match the observed average fluxes. It is clear from Table 1 that the average fluxes and the spectral index obtained from the model are in good agreement with the observed values of this source. However, the amplitude variations predicted by the model are greater by a factor  $\sim 2$  than those computed from the observations. Given the simplicity of our model and the poor statistics of the observations we find this discrepancy not too surprising.

## VI. The radio-continuum emission from a stellar wind with a sinusoidal variation in the ejection velocity

Consider a stellar wind ejected with constant mass loss rate  $\dot{m}$  and an injection velocity  $v_e(\tau)$  of the form,

$$v_e(\tau) = v_w - v_c \sin(\omega\tau), \quad (9.22)$$

where  $v_w$ ,  $v_c$  and  $\omega$  are constants.

Cantó et al. (2000) show that the first working surface is formed at a distance  $r_c$  from the source given by,

$$r_c = \frac{v_w}{\omega} \frac{[1 - (v_c/v_w) \sin \omega \tau_c]^2}{(v_c/v_w) \cos \omega \tau_c}, \quad (9.23)$$

at a time,

$$t_c = \tau_c - \frac{1}{\omega} \frac{[1 - (v_c/v_w) \sin \omega \tau_c]}{(v_c/v_w) \cos \omega \tau_c}, \quad (9.24)$$

where  $\tau_c$  is the ejection time,

$$\tau_c = \frac{\pi}{\omega} - \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left[ \frac{-1 + (1 + 8(v_c/v_w)^2)^{1/2}}{2(v_c/v_w)} \right]. \quad (9.25)$$

If we define the new variables,

$$\bar{\tau} \equiv \frac{1}{2} (\tau_1 + \tau_2), \quad (9.26)$$

$$\Delta\tau \equiv \frac{1}{2} (\tau_2 - \tau_1), \quad (9.27)$$

being  $\tau_1$  and  $\tau_2$  the ejection time of the flow directly downstream and upstream of the working surface (respectively), then the equation that describes the dynamical evolution of the working surface is (see Cantó et al. 2000),

$$a_{\Delta\tau} \sin^2(\omega\bar{\tau}) + b_{\Delta\tau} \sin(\omega\bar{\tau}) + c_{\Delta\tau} = 0, \quad (9.28)$$



with,

$$a_{\Delta\tau} = \frac{v_c}{v_w} [(\omega\Delta\tau)^2 - \sin^2(\omega\Delta\tau)], \quad (9.29)$$

$$b_{\Delta\tau} = (\omega\Delta\tau) [\sin(\omega\Delta\tau) - (\omega\Delta\tau)\cos(\omega\Delta\tau)], \quad (9.30)$$

$$c_{\Delta\tau} = \frac{v_c}{v_w} \sin(\omega\Delta\tau) [\sin(\omega\Delta\tau) - (\omega\Delta\tau)\cos(\omega\Delta\tau) - (\omega\Delta\tau)^2 \sin(\omega\Delta\tau)]. \quad (9.31)$$

The sign + in the solution of equation (9.28) corresponds to the physical solution, because it gives  $|\sin(\omega\tau)| \leq 1$  (note that there is a typographical error in eq. [35] of Cantó et al., 2000; the third term in eq. [9.31] must be negative).

The working surface is formed at time  $t_c$ , when  $\tau_1 = \tau_2$  and  $\Delta\tau = 0$  (see eq. [9.27]). On the other hand, for  $\tau_1 = 0$ ,  $\tau_2 = 2\pi/\omega$  we obtain  $\Delta\tau = \pi/\omega$ . Consequently, we use  $\Delta\tau$  as the free parameter in the interval  $0 \rightarrow \pi/\omega$  in order to solve equation (9.28). Given  $\Delta\tau$  and  $\bar{\tau}$ , we use equations (9.26) and (9.27) to obtain  $\tau_1$  and  $\tau_2$ . Then, we use the formalism in Cantó et al. (2000) to calculate the position and velocity of the working surface.

In Figure 9.6, we present an example for the position and velocity of the working surface formed in a stellar wind with a sinusoidal velocity at injection. We have assumed a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , a mean velocity  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$  and an amplitude  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$ . If one relates  $v_w$  and  $v_c$  with the parameters  $a$  and  $v_0$  of a jump variation (see section II), it is possible to estimate the oscillation period  $P (= 2\pi/\omega)$ , and the frequency  $\omega$ . Assuming a physical size of 50 AU for  $r_{m1}$  (eq. [9.6]), the jump variation model predicts a period  $P = 0.195 \text{ yr}$  and  $\omega = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ . It can be observed that the working surface is not formed in the flow instantaneously, but (in our example) at a time  $t_c = 0.33 \text{ yr}$  and at a distance

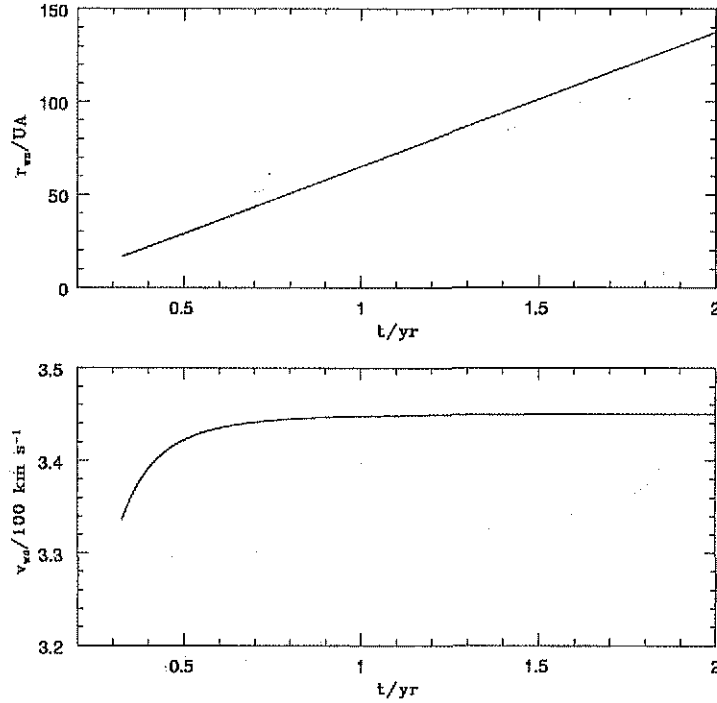


FIGURE 9.6: Position  $r_{ws}$  and velocity  $v_{ws}$  of the working surface formed in a stellar wind with a sinusoidal variation in its velocity at injection. The parameters of the model are: mean velocity  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$ , an amplitude  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$  and frequency  $w = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ . We have assumed a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ .

$r_c = 16.67 \text{ UA}$  from the central star. On the other hand, the velocity of the working surface  $v_{ws} \rightarrow v_w$  in the limit  $t \rightarrow \infty$ .

Using the formalism of Cantó et al. (2000), it can be shown that the preshock densities ( $n_1$  in downstream direction and  $n_2$  in upstream direction) of a working surface, formed in a spherical wind ejected with a sinusoidal variation, are given by,

$$\left(\frac{n_{1,2}}{\text{cm}^{-3}}\right) = 1.12 \times 10^8 \frac{\left(\frac{\dot{m}}{10^{-7} M_\odot \text{ yr}^{-1}}\right)}{\left[\left(\frac{v_{1,2}}{100 \text{ km s}^{-1}}\right) - \left(\frac{t - \tau_{1,2}}{\text{yr}}\right) \frac{d(v_{1,2}/100 \text{ km s}^{-1})}{d(\tau_{1,2}/\text{yr})}\right] \left(\frac{r_{ws}}{\text{UA}}\right)^2}, \quad (9.32)$$

with shock velocities,

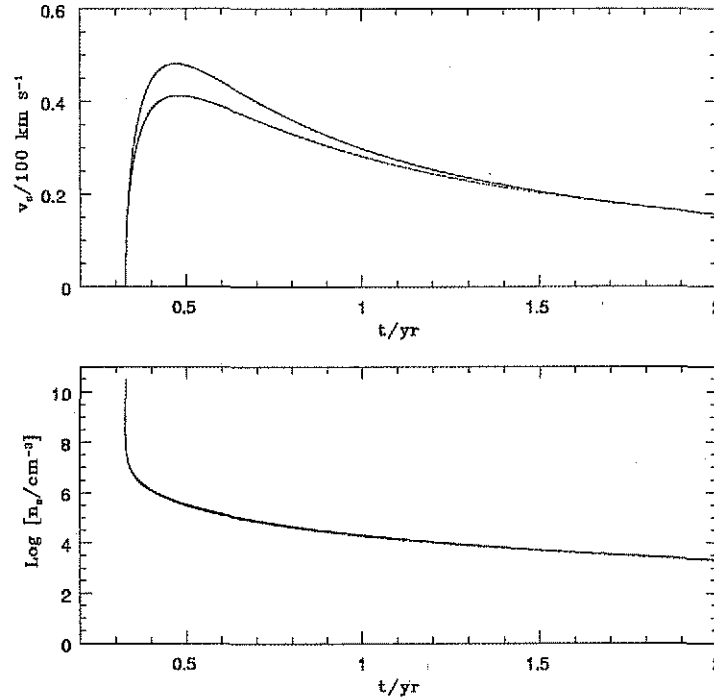


FIGURA 9.7: Shock velocities  $v_{es}$  (línea discontinua) and  $v_{is}$  (línea continua), and preshock densities  $n_{1,2}$  of the working surface formed in a stellar wind with the same parameters presented in Fig. 9.6.

$$v_{es} = v_{ws} - v_1, \quad v_{is} = v_2 - v_{ws}. \quad (9.33)$$

In Figure 9.7, we show the shock velocities and preshock densities calculated for the same model presented in Figure 9.6. It can be observed an initial increase in both external (dotted line) and internal (solid line) shock velocities, reaching a maximum value and then decrease. The preshock densities (the same in both shocks) show a decreasing behaviour with a value  $\simeq 10^5 \text{ cm}^{-3}$  at a distance  $\simeq 50 \text{ AU}$  from the central star (see also Fig. 9.6).

Given the preshock densities and shock velocities, the optical depth of the working surface can be estimated. Using the calculations of Ghavamian & Hartigan (1998)

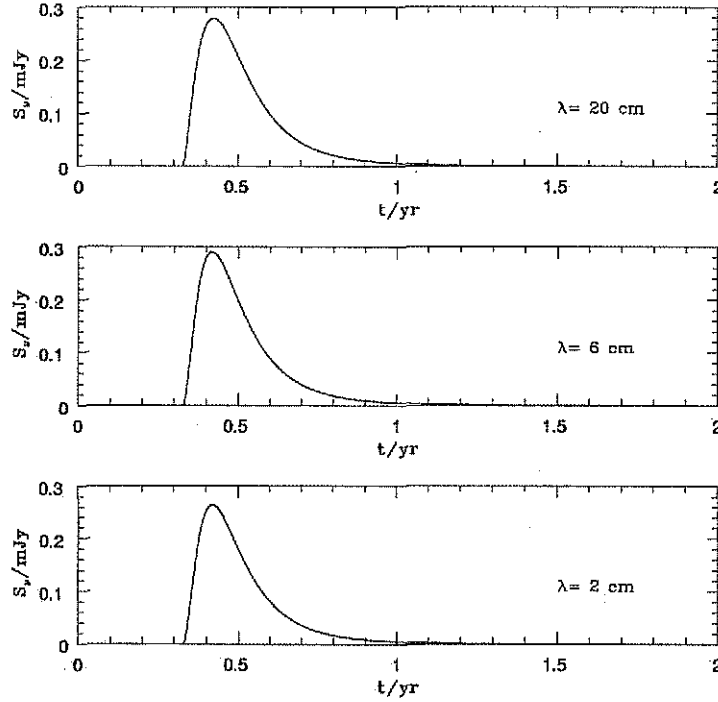


FIGURA 9.8: Predicted radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm from a working surface formed in a stellar wind with a sinusoidal ejection velocity. The parameters of the stellar wind are: a mean velocity  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$  with an amplitud  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$  and frequency  $w = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ . We have assumed a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  and a distance  $D = 150 \text{ pc}$  to the observer.

and our results of section III, we obtain for the external shock,

$$\tau_{es}(t) = \beta_e T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} v_{es}^{\gamma_e}(t) n_1(t), \quad (9.34)$$

and for the internal one,

$$\tau_{is}(t) = \beta_i T_e^{-0.55} \nu^{-2.1} v_{is}^{\gamma_i}(t) n_2(t). \quad (9.35)$$

The optical depth of the working surface is estimated by simply adding both the external and internal shock contributions ( $\tau_{ws} = \tau_{es} + \tau_{is}$ ). Once we have estimated

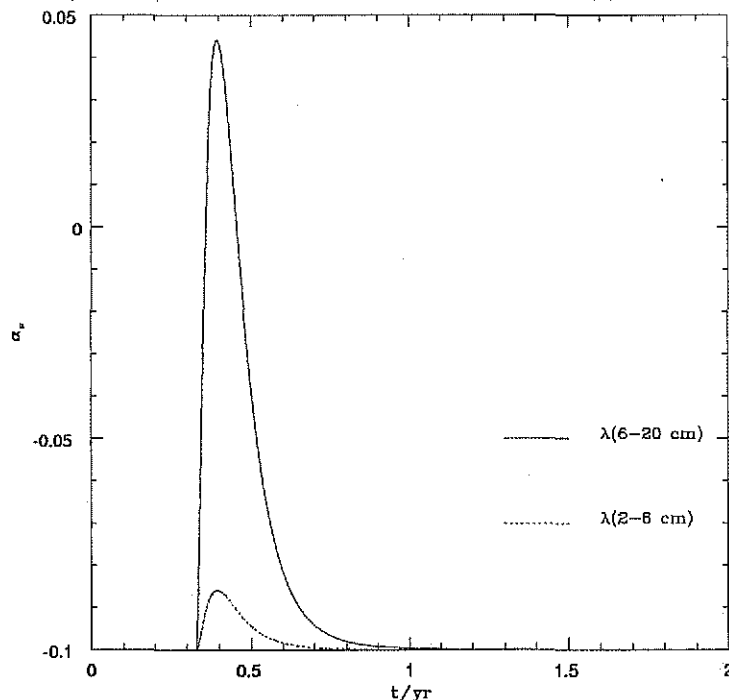


FIGURA 9.9: Spectral indices between  $\lambda(2 - 6)$  cm (dotted line) and between  $\lambda(6 - 20)$  cm (solid line) obtained from the fluxes presented in Fig. 9.8.

the optical depth of the working surface, we are able to compute the flux density (eq. [9.18]) and spectral indices (eq. [9.19]) predicted by our model. In Figures 9.8 and 9.9, we present an example.

Figure 9.8 shows the radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm from a working surface formed in a stellar wind with a sinusoidal ejection velocity (eq. [9.22]). We have assumed a mean velocity  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$ , an amplitude  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$  with an oscillation frequency  $\omega = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ , a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , and a distance  $D = 150 \text{ pc}$  to the observer. A similar behaviour at all frequencies can be observed, showing an initial increase until a maximum value is reached. Afterwards, the fluxes decrease because both shock velocities and preshock densities also decrease.

In Figure 9.9, we present the spectral indices between  $\lambda(2 - 6)$  cm (dotted line) and

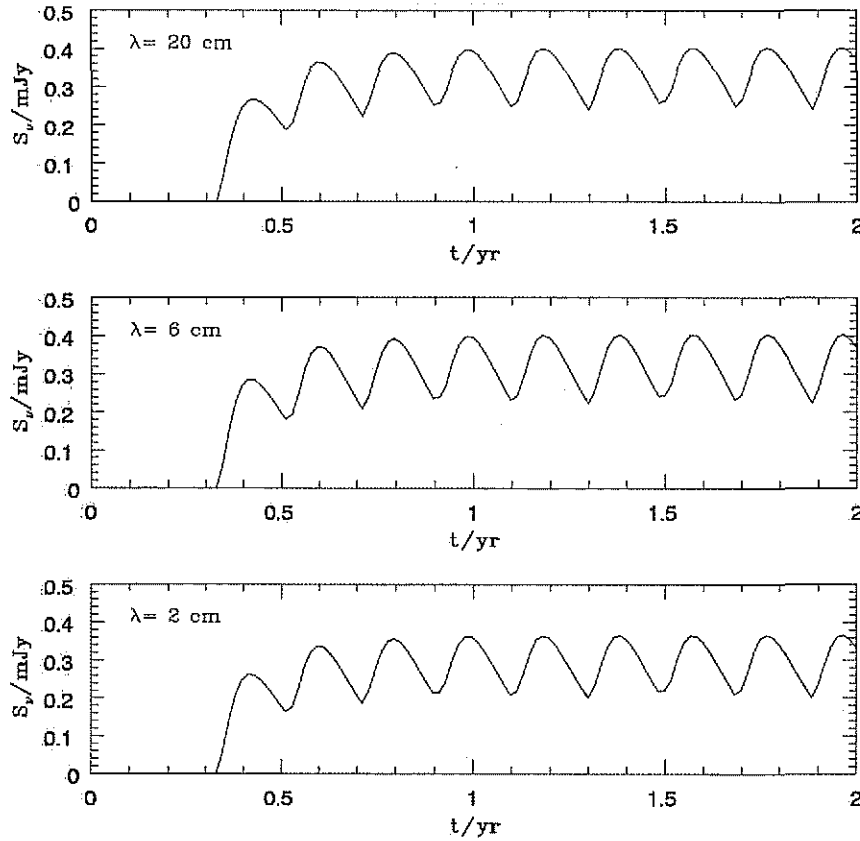


FIGURA 9.10: Predicted radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm for a stellar wind with a sinusoidal variation in the ejection velocity. The wind is ejected with a mean velocity  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$ , an amplitude  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$  and a frequency  $\omega = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ . The mass loss rate is assumed to be  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  and the distance to the source  $D = 150 \text{ pc}$ .

between  $\lambda(6 - 20)$  cm (solid line) obtained from the fluxes presented in Fig. 9.8. It can be observed that the spectral index decreases with frequency as we expected (see eqs. [9.16] and [9.19]). The working surface is always optical thin in our example.

A periodically varying behaviour in the ejection velocity results in the formation of several working surfaces. As we mentioned before, the first working surface forms at a time  $t_c$ , the second one forms after a period  $P$ , and so on. The flux emitted by such a configuration is obtained in the same way that we did in the case of the jump variation, that is, by simply adding the optical depths of the working surfaces

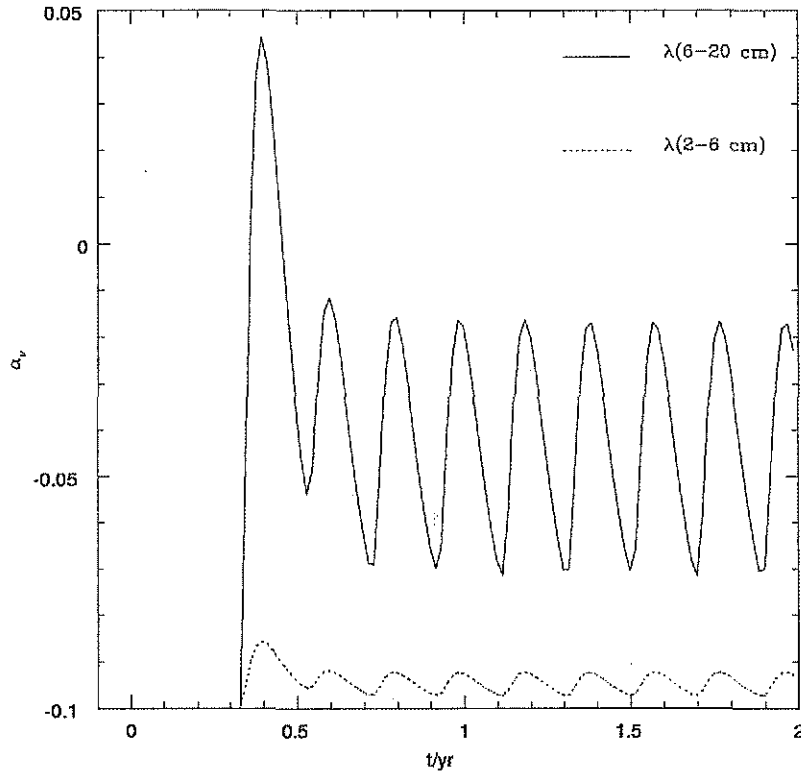


FIGURA 9.11: Spectral indices between  $\lambda$  2-6 cm (dotted line) and between  $\lambda$  6-20 cm (solid line) obtained from the fluxes presented in Fig. 9.11.

intersected by each line of sight to obtain the total optical depth along this line of sight, and then use it to calculate the intensity (in our simplified model with uniform excitation temperature of  $10^4$  K) emerging from this direction. Finally, the flux is obtained by integration of this intensity over the solid angle.

In Figure 9.10, we show an example for the predicted radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 6$  y 20 cm for a stellar wind with a sinusoidal variation in the ejection velocity (eq. [6.1]). The wind is ejected with a mean velocity  $v_w = 345 \text{ km s}^{-1}$ , an amplitude  $v_c = 45 \text{ km s}^{-1}$  and a frequency  $w = 32.21 \text{ yr}^{-1}$ . We have assumed a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$  and a distance to the source  $D = 150 \text{ pc}$ . Since the formation of the first working surface, the flux (at every wavelength) shows an increase reaching a maximum value at  $t \simeq 0.4 \text{ yr}$ , from which it starts to decrease.

At  $t \simeq 0.5$  yr, a new working surface is formed and the flux increases again showing a periodically varying behaviour (with the same period of the ejection velocity) because the formation of new working surfaces.

In Figure 9.11, the spectral indices obtained from the fluxes presented in Figure 9.10 are shown. We have found in our example that the stellar wind is optically thin (at every wavelength) since the formation of the first working surface. It is also observed a periodically varying behaviour, being the spectral index greater at low frequencies ( $\lambda$  6-20 cm) than at higher frequencies ( $\lambda$  2-6 cm).

## VII. The radio-continuum emission from a bipolar outflow with a sinusoidal variation in the ejection velocity.

Consider a bipolar outflow ejected with conically symmetry from a central star. The opening angle of the cones is  $\theta_a$  and the angle between the outflow axis and the plane of the sky is  $\theta_i$  (see Fig. 9.12). The time dependence in the ejection velocity of the outflow is assumed to be sinusoidal (eq. [6.1]). Assuming that the working surfaces do not loss an appreciable amount of mass sideways, we can apply the results obtained in section VI for the dynamical evolution of a working surface formed in a stellar wind with a sinusoidal variability in the ejection velocity. The main difference between them (a bipolar outflow and a stellar wind with spherically symmetry) stands in the intersection of a working surface by a given line of sight. In order to find the conditions that indicate us if a working surface is intersected or not by a line of sight, we have assumed that every working surface formed in the bipolar outflow can be described as a portion of a sphere (casque). The physical dimensions of these casques depends on its position and the opening angle  $\theta_a$ .

Let  $[x, y, z]$  and  $[x', y', z']$  be two frames of reference as defined in Figure 9.12. Every point of the  $j$ -th working surface (at a distance  $r_{ws[j]}$  from the central star) satisfies



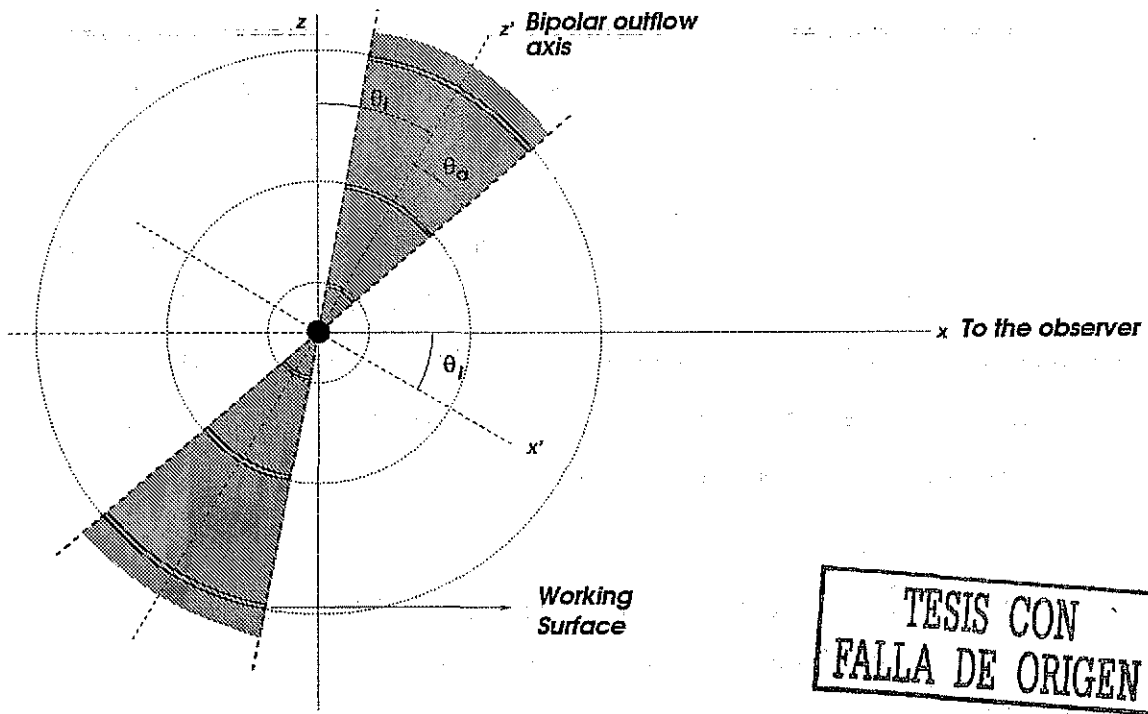


FIGURA 9.12: Schematic diagram showing a bipolar ejection with conically symmetry from a central star. The opening angle of the cones is  $\theta_a$  and the inclination angle of the outflow axis [ $z'$ ] with the plane of the sky [ $y - z$ ] is  $\theta_i$ . The axes  $y, y'$  are perpendicular to the figure.

the equation of a sphere in both reference systems, that is,

$$r_{ws[j]}^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (9.36)$$

from which we find that,

$$x = \pm (r_{ws[j]}^2 - y^2 - z^2)^{1/2}, \quad (9.37)$$

where the symbol ( $\pm$ ) indicate us the possibility that a line of sight intersects twice the working surface.

Using equation (9.37), the transformation equations between the frames of reference

are,

$$x' = \pm (r_{ws[j]}^2 - y^2 - z^2)^{1/2} \cos \theta_i - z \sin \theta_i,$$

$$y' = y,$$

$$z' = \pm (r_{ws[j]}^2 - y^2 - z^2)^{1/2} \sin \theta_i + z \cos \theta_i. \quad (9.38)$$

Therefore, the  $j$ -th working surface formed in the approaching cone ( $z' > 0$ ) is intersected when,

$$z' \geq r_{ws[j]} \cos \theta_a, \quad (9.39)$$

where  $z'$  is obtained from equation (9.38).

Analogously, the intersection condition of the  $j$ -th working surface formed in the receding cone ( $z' < 0$ ) is given by,

$$z' \leq -r_{ws[j]} \cos \theta_a. \quad (9.40)$$

The total flux emitted by the bipolar outflow is obtained as we did in the case of a stellar wind. We add the optical depths of the working surfaces intersected by each line, taking into account the conditions (9.39)-(9.40), to obtain the total optical depth along this line of sight, and then we are able to estimate the intensity emerging from this direction. Then, we calculate the flux by integrating intensity over the solid angle.

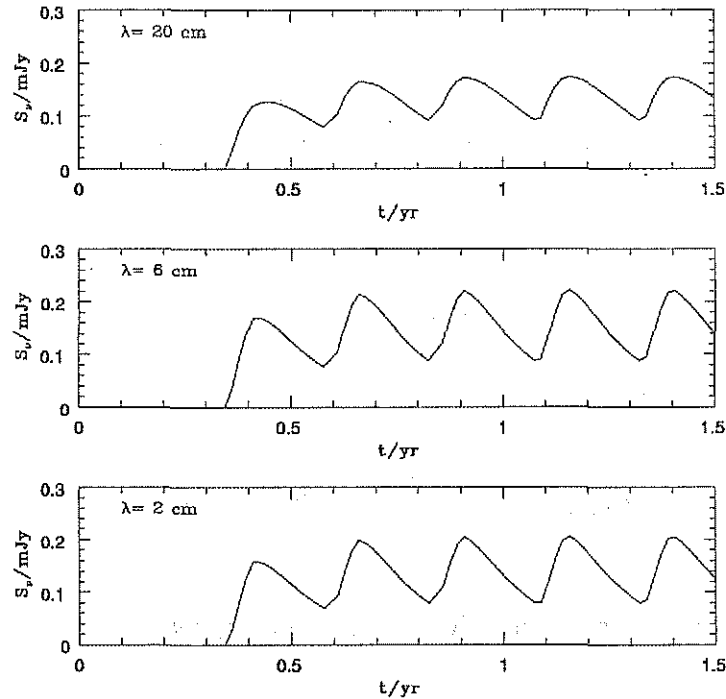


FIGURA 9.13: Predicted radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm for a bipolar outflow with a sinusoidal ejection velocity. The mean ejection velocity is  $v_w = 360 \text{ km s}^{-1}$ , with an amplitud  $v_c = 60 \text{ km s}^{-1}$  and a period  $P = 0.25$  yr. We have assumed a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  and a distance to the source  $D = 150$  pc to the observer. The opening angle of the cones are  $\theta_a = 30^\circ$  with an inclination angle  $\theta_i = 45^\circ$ .

Figure 9.13 shows the predicted radio-continuum fluxes at  $\lambda = 2, 6$  y  $20$  cm from a bipolar outflow with a sinusoidal ejection velocity. The opening angle of the cones is  $\theta_a = 30^\circ$  and the inclination angle between the axis flow and the sky plane is  $\theta_i = 45^\circ$ . The outflow is ejected from the central star with a mean velocity  $v_w = 360 \text{ km s}^{-1}$ , an amplitud  $v_c = 60 \text{ km s}^{-1}$  and with an oscillation period  $P = 0.25$  yr. We have assumed a constant mass loss rate  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  and a distance  $D = 150$  pc from the observer. The emission shows at every wavelengths a similar behaviour to that obtained in the case of a stellar wind with sinusoidal ejection velocity, however, the emission from a bipolar outflow is weaker. In our example, the first working surface is formed at a time  $t_c = 0.34$  yr and at a distance  $r_c = 16.77$  AU from the

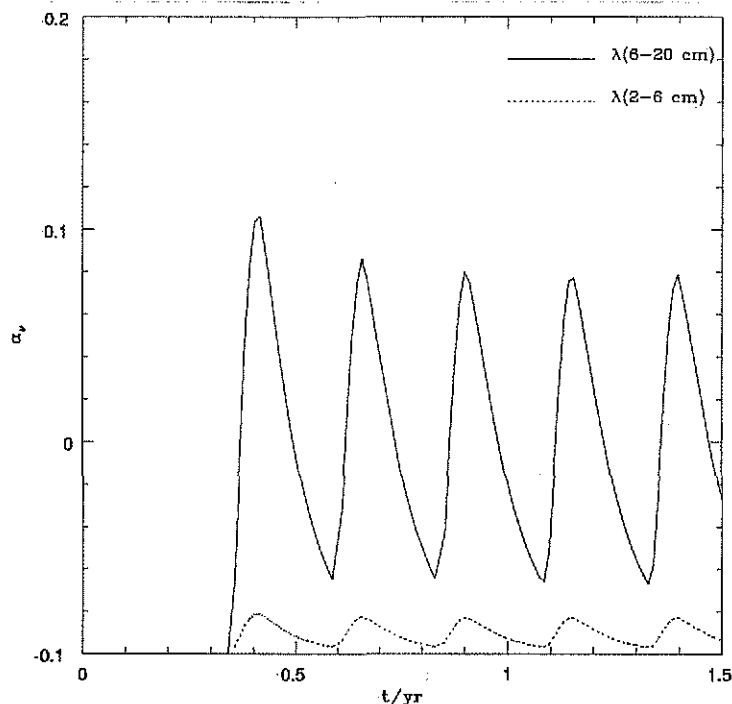


FIGURA 9.14: Spectral indices between 2-6 cm (dotted line) and between 6-20 cm (solid line) obtained from the radio-continuum fluxes presented in Fig. 9.13.

central star. The flux (at every wavelength) increases reaching a maximum value at  $t \simeq 0.4$  yr, from which it begins to decrease. At  $t \simeq 0.6$  yr, new working surfaces (one in each cone) are formed in the outflow, thus the flux increases again and tends to a periodically varying behaviour (with the same period than the ejection velocity) because of the formation of new working surfaces.

In Figure 9.14, we present the spectral indices obtained from the fluxes showed in Figure 9.13. We have found in our example that the stellar outflow is optically thin (at every wavelength) since the formation of the first working surface. It is observed a periodically varying behaviour, being the spectral index greater at low frequencies ( $\lambda$  6-20 cm) than at higher frequencies ( $\lambda$  2-6 cm).

In addition, we have computed the mean flux at  $\lambda = 6$  cm for different values of  $\theta_i$  ( $= 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$ ). We have assumed an opening angle  $\theta_a = 30^\circ$  and the

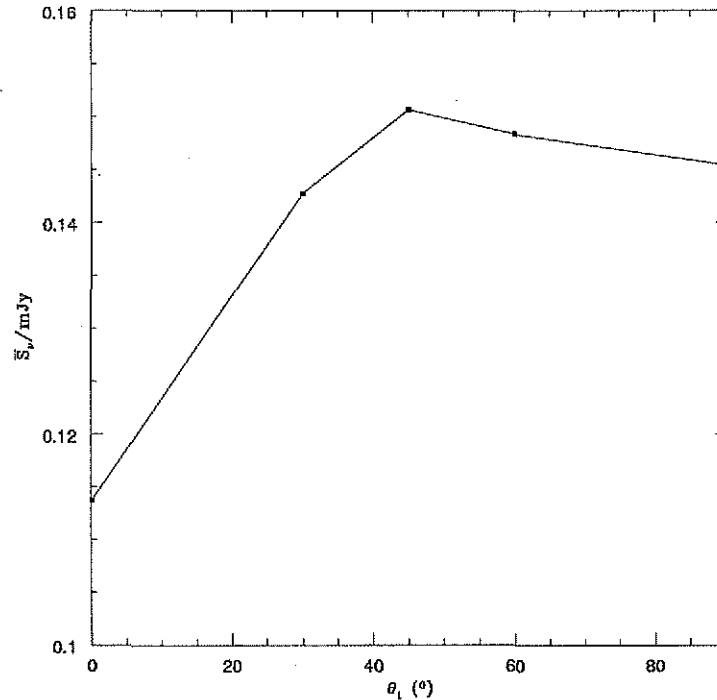


FIGURA 9.15: Mean radio-continuum fluxes as function of the inclination angle  $\theta_i$ . The parameters of the flow are those indicated in Fig. 9.13.

same parameters for the ejection velocity of the stellar outflow used in the model of Figure 9.13. Our results are shown in Figure 9.15, where one can see that the flux is maximum for  $\theta_i = 45^\circ$  using these parameters. In the interval  $\theta_i : 0^\circ \rightarrow 45^\circ$ , the mean flux increases, and it decreases for greater values of  $\theta_i$  ( $: 45^\circ \rightarrow 90^\circ$ ).

## VIII. Conclusions

*Radio continuum emission detected from stellar flows in low mass stars, either in the form of stellar winds or bipolar outflows, cannot be produced by photoionization. We propose a model in which the emission is produced by working surfaces (two-shock wave structures) forming in the flow due to variabilities in the ejection velocity. In this thesis, we have explored two different kind of variation in the ejection velocity.*

First, we assumed a jump variation in the ejection velocity, that is, a sudden increase in it. This variability instantaneously forms a working surface which is initially optically thick at all radio-frequencies (the spectral index is  $\alpha_\nu = 2.0$ ) while the flux grows as  $t^2$ . At later times, the working surface becomes optically thin (the transition time for different frequencies varies as  $\nu^{-1.05}$ ) and the spectral index  $\alpha_\nu \rightarrow -0.1$  while the flux tends to a constant value. In the case that the wind parameters return to their original values, the behaviour of the flux and the spectral index are initially identical to those described above. However, the outer shock eventually disappears and the flux shows a sudden decrease at all wavelengths. Afterwards, the only contribution to the flux is that of the inner shock whose shock velocity is steadily decreasing, and so is the emitted flux. Eventually, the inner shock also disappears and the working surface stops emitting.

A stellar wind with a periodic variation in the ejection velocity generates a set of outgoing working surfaces. This variability sets two characteristic regions. Working surfaces with two bounding shocks and working surfaces with a single shock. Initially, the flux has a constant bumpy increase due to the formation of new working surfaces, until the external shock of the outermost working surface disappears. Afterwards, the flux tends to a periodically varying behaviour as new working surfaces replace the old ones. The total flux is several times the maximum value achieved by a single working surface and the flux variation period is equal to the wind variation period. In addition, at the beginning the inner (and only) working surface dominates the flux and the spectrum is optically thick ( $\alpha_\nu = 2.0$ ). While the outer working surfaces become optically thin, the spectral index decreases adopting a varying value intermediate between optically thick ( $\alpha_\nu = 2.0$ ) and optically thin ( $\alpha_\nu = -0.1$ ). The model predicts fluxes and spectral indices in good agreement with those associated with recently formed low mass stars (see for instance Curiel et al. 1993). In particular we have shown that the model can reproduce in a satisfactory way the observed average radio continuum fluxes and spectral indices of the central source of the Serpens radio jet.

Second, we suppose a sinusoidal variability in the ejection velocity. We studied both the case of an isotropic stellar wind and a bipolar outflow with this variation in velocity at injection. For this variability, the working surfaces do not form instantaneously, but form at a certain distance from the central star. Afterwards, they move outwards with a time dependent velocity. The shock velocities increase reaching a maximum value from which they start to decrease and so the emitted flux. The working surfaces are optically thin at all wavelengths for typical values of the stellar winds in T-Tauri stars.

Observations of stellar flows in low mass stars frequently show bipolar morphologies. For this reason, we have extend our model to these kind of ejections. We have assumed that the flow is ejected in opposite directions from a central star with conically symmetry. Assuming that there is not an appreciable sideway mass loss from the working surfaces formed in the outflow, we applied the results obtained for the dynamical evolution of working surfaces formed in an isotropic stellar wind with a sinusoidal variability in the ejection velocity. The main difference in both models consists in the intersection conditions of a working surface by a given line of sight to estimate the optical depth. We have considered every working surface in the bipolar outflow as a portion of a sphere (casque) which physical dimensions depend on its position and the opening angle of the cones. Our model predicts that the mean flux for a bipolar outflow (with an opening angle of  $30^\circ$ ) is maximum for an inclination angle of  $45^\circ$ , using typical parameters for stellar flows in T-Tauri stars.

We have written a paper where we present the main results obtained from our model of stellar wind with periodically ejection velocity, in particular, assuming a periodically jump variation. The paper has been accepted for publication in The Astrophysical Journal tentatively scheduled for the v580 n1 ApJ November 20 , 2002 issue. In a future work, we plan to publish our results for the model of stellar flows (stellar winds and/or bipolar outflows) with a sinusoidal behaviour in the ejection velocity.

## SUMMARY OF THE THESIS

---



## SUMMARY OF THE THESIS

---

## Parte III

## Apéndices

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

SECRET  
OFFICE OF THE DIRECTOR  
CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY

## Apéndice A

# Distancia y tiempo de enfriamiento en ondas de choque plano-paralelas y estacionarias

En este Apéndice, presentamos la estimación de las distancias ( $d_{co}$ ) y tiempos de enfriamiento ( $t_{co}$ ) en cada onda de choque de una superficie de trabajo formada en un viento estelar como resultado de una velocidad de eyección dependiente del tiempo. Para ello, hemos usado los resultados de los modelos numéricos desarrollados por Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) para ondas de choque radiativas, plano-paralelas y estacionarias.

Cada onda de choque de la superficie de trabajo puede aproximarse como un choque plano-paralelo mientras su distancia de enfriamiento sea mucho menor que la posición de la superficie de trabajo respecto a la estrella central ( $d_{co} \ll r_{ws}$ ). Encontramos expresiones analíticas que nos permiten estimar a qué distancia de la estrella esta suposición deja de ser válida ( $d_{co}/r_{ws} \simeq 1$ ), en términos de los parámetros del viento estelar.

Por su parte, la aproximación de choque estacionario requiere que el tiempo característico de cambio en densidad  $t_n$  obtenido por la expresión,

$$t_n = \frac{n}{|dn/dt|}, \quad (\text{A.1})$$

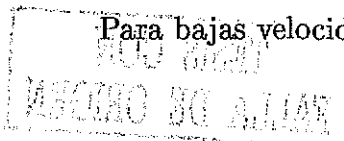
donde  $n$  es la densidad partículas prechoque, sea mucho mayor al tiempo de enfriamiento de la onda de choque ( $t_{co} \ll t_n$ ). Estimamos la distancia de la superficie de trabajo a la estrella central al instante en que la suposición de choque estacionario deja de ser válida ( $t_{co}/t_n \simeq 1$ ).

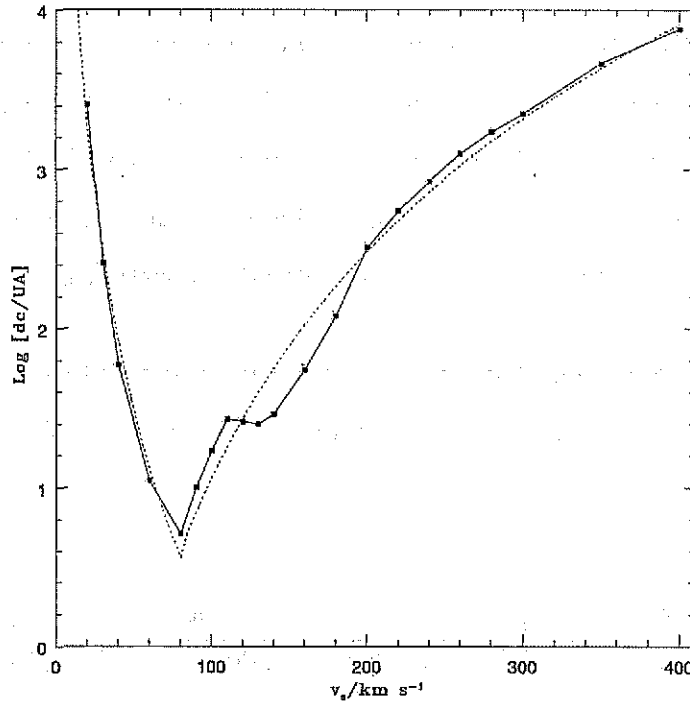
## A.1 Distancia de enfriamiento

En los modelos de Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) se calcula la distancia de enfriamiento  $d_{co}$  para un amplio intervalo de velocidades de choque  $v_s$  ( $20 \text{ km s}^{-1} \leq v_s \leq 400 \text{ km s}^{-1}$ ) y distintas densidades prechoque. En cálculos posteriores, supondremos que  $d_{co}$  corresponde a la distancia (medida desde el frente de choque) a la cual el gas ha disminuído su temperatura a  $10^3 \text{ K}$ .

La Figura A.1 muestra los resultados numéricos (en escala semilogarítmica) obtenidos por Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) para  $d_{co}$  en Unidades Astronómicas (puntos) correspondientes a una densidad prechoque de  $100 \text{ cm}^{-3}$ , donde se observa que la curva cambia de un comportamiento decreciente a creciente a una velocidad de choque  $v_s \simeq 80 \text{ km s}^{-1}$ . Adicionalmente, los modelos de Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) con una densidad prechoque  $n = 1000 \text{ cm}^{-3}$  muestran que la distancia de enfriamiento es inversamente proporcional a la densidad prechoque. Usando los puntos de la Figura A.1, efectuamos un ajuste de ley de potencia (líneas discontinuas) para bajas velocidades de choque ( $v_s \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ) y para velocidades más altas ( $v_s > 80 \text{ km s}^{-1}$ ), con el objeto de encontrar expresiones analíticas que proporcionen la distancia de enfriamiento dadas la velocidad de choque y la densidad prechoque.

Para bajas velocidades de choque ( $v_s \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ) obtuvimos,





TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURA A.1: Gráfica semilogarítmica de la distancia de enfriamiento  $d_{co}$  como función de la velocidad de choque  $v_s$ . Los puntos representan los modelos numéricos desarrollados por Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) suponiendo una densidad prechoque de  $100 \text{ cm}^{-3}$ , y las líneas discontinuas indican los ajustes correspondientes de leyes de potencia.

$$\left(\frac{d_{co}}{UA}\right) = 1.32 \left(\frac{v_s}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-4.51} \left(\frac{n}{100 \text{ cm}^{-3}}\right)^{-1}, \quad (\text{A.2})$$

en tanto que para velocidades de choque superiores ( $v_s > 80 \text{ km s}^{-1}$ ) encontramos,

$$\left(\frac{d_{co}}{UA}\right) = 11.48 \left(\frac{v_s}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{4.73} \left(\frac{n}{100 \text{ cm}^{-3}}\right)^{-1}. \quad (\text{A.3})$$

La aplicación de las ecuaciones (A.2)-(A.3), para estimar las distancias de enfriamiento de una superficie de trabajo formada en un viento estelar, requiere de conocer con detalle el comportamiento temporal de la velocidad de eyección. Suponga (por

simplicidad) que el viento estelar es eyectado con una variación de salto (descrita al comienzo de la sección 3.2), es decir, el viento es eyectado inicialmente con velocidad  $v_0$  incrementando repentinamente su valor por un factor  $a$  ( $> 1$ ), y con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m}$  constante. De acuerdo al formalismo desarrollado por Cantó et al. (2000), este cambio en la velocidad produce instantáneamente una superficie de trabajo que se desplaza a través del flujo con velocidad constante.

Las densidades prechoque, en el frente de choque interno y externo de la superficie de trabajo, se calculan evaluando la ecuación (3.3) en su posición (ec. [3.6]), obteniéndose,

$$\left(\frac{n_{is}}{100 \text{ cm}^{-3}}\right) = \frac{5.12 \times 10^{11}}{a} \left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right) \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-1} \frac{1}{(1 + \tilde{t})^2}, \quad (\text{A.4})$$

$$\left(\frac{n_{es}}{100 \text{ cm}^{-3}}\right) = 5.12 \times 10^{11} \left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right) \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-1} \frac{1}{(1 + \tilde{t})^2}, \quad (\text{A.5})$$

respectivamente. El tiempo  $\tilde{t}$  ( $= t/t_0$ , con  $t_0 = r_0/a^{1/2}v_0$ ) representa una cantidad adimensional en términos del intervalo de tiempo requerido por la superficie de trabajo para recorrer una distancia igual a un radio estelar ( $r_0$ ).

Sustituyendo la ecuación (3.7) para la velocidad de choque interna  $v_{is}$  ( $\leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ) y (A.4) en la ecuación (A.2), se obtiene la distancia de enfriamiento en el choque interno de la superficie de trabajo,

$$\left(\frac{d_{co}^{[is]}}{UA}\right) = 2.58 \times 10^{-12} a (a - a^{1/2})^{-4.51} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-3.51} (1 + \tilde{t})^2, \quad (\text{A.6})$$

en tanto que para el choque externo (con  $v_{es} \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ) se obtiene;

$$\left(\frac{d_{co}^{[es]}}{UA}\right) = 2.58 \times 10^{-12} (a^{1/2} - 1)^{-4.51} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-3.51} (1 + \tilde{t})^2. \quad (\text{A.7})$$

Análogamente, para velocidades de choque superiores ( $v_{is}, v_{is} > 80 \text{ km s}^{-1}$ ), la distancia de enfriamiento en cada choque se obtiene sustituyendo la ecuación (3.7) y las ecuaciones (A.4)-(A.5) en (A.3). Para el choque interno encontramos que,

$$\left(\frac{d_{co}^{[is]}}{UA}\right) = 2.24 \times 10^{-11} a (a - a^{1/2})^{4.73} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{5.73} (1 + \tilde{t})^2, \quad (\text{A.8})$$

en tanto que para el choque externo obtuvimos,

$$\left(\frac{d_{co}^{[es]}}{UA}\right) = 2.24 \times 10^{-11} (a^{1/2} - 1)^{4.73} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{5.73} (1 + \tilde{t})^2. \quad (\text{A.9})$$

Note en las ecuaciones (A.6)-(A.9) que la distancia de enfriamiento ( $d_{co}^{[is]}$  y/o  $d_{co}^{[es]}$ ) aumenta con el cuadrado del tiempo, en tanto que la posición de la superficie  $r_{ws}$  presenta un crecimiento lineal (ver ec. [3.6]), dada la variación de salto en la velocidad de eyección del viento que hemos supuesto. Esperamos entonces que el cociente entre ambas cantidades sea una función lineal del tiempo, por lo cual, llegará a ser

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



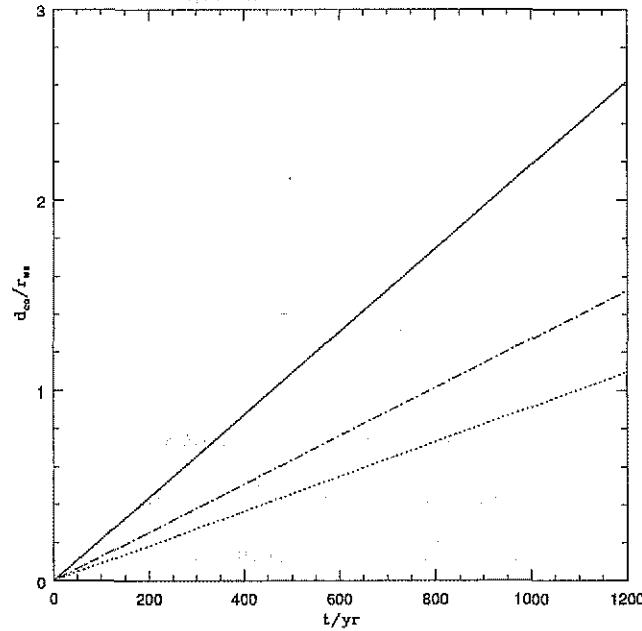


FIGURA A.2: Gráfica donde se muestra el comportamiento temporal de la distancia de enfriamiento del choque interno (línea punteada), de la distancia de enfriamiento del choque externo (línea discontinua) y de la suma entre ambas (línea continua) relativas a la posición de la superficie de trabajo. El modelo corresponde a un viento estelar eyectado inicialmente con velocidad  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$  el cual presenta un aumento en su valor por un factor  $a = 1.3$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Con estos parámetros de la eyección del viento, las velocidades de choque son  $v_{is} = 47.95 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 42.05 \text{ km s}^{-1}$ .

de orden unidad en algún momento. A partir de este instante, la aproximación de choque plano-paralelo para los choques de la superficie de trabajo dejará de ser válida.

En la Figura A.2, presentamos los resultados obtenidos para la distancia de enfriamiento, tanto del choque interno como del externo, relativas a la posición de la superficie de trabajo. Adicionalmente, mostramos la distancia de enfriamiento de la superficie de trabajo calculada como la suma de las distancias correspondientes a ambos choques ( $d_{co}^{[ws]} = d_{co}^{[is]} + d_{co}^{[es]}$ ). Los parámetros del modelo son: una velocidad

de eyección inicial  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$ , la cual incrementa su valor por un factor  $a = 1.3$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Con estos valores, las velocidades de choque resultan ser  $v_{is} = 47.95 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 42.05 \text{ km s}^{-1}$  (ver ec. [3.7]), por lo cual estimamos las distancias de enfriamiento usando las ecuaciones (A.6)-(A.7) correspondientes a bajas velocidades de choque ( $\leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ).

Encontramos para el modelo anterior, que la aproximación de choque plano-paralelo para el choque externo deja de ser válida a un tiempo  $t = 792 \text{ yr}$ , cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia  $r_{ws} = 5.7 \times 10^4 \text{ UA}$  de la estrella central. Por su parte, la aproximación para el choque interno es válida hasta un tiempo  $t = 1100 \text{ yr}$ , cuando  $r_{ws} = 7.9 \times 10^4 \text{ UA}$ . Encontramos que la distancia de enfriamiento de la superficie de trabajo llega a ser comparable a su distancia de la estrella central ( $d_{co}^{[ws]}/r_{ws} \simeq 1$ ) a un tiempo  $t = 467 \text{ yr}$  y a una distancia  $r_{ws} = 3.36 \times 10^4 \text{ UA}$ .

En la Figura A.3, presentamos un segundo ejemplo para las distancias de enfriamiento relativas a la posición de la superficie de trabajo. Los parámetros de este modelo son: una velocidad de eyección inicial  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , la cual incrementa su valor por un factor  $a = 2.5$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. En este caso, las velocidades de choque son  $v_{is} = 183.77 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 116.23 \text{ km s}^{-1}$  (ver ec. [3.7]), por lo cual, las distancias de enfriamiento las hemos calculado usando las ecuaciones (A.8)-(A.9) correspondientes a altas velocidades de choque ( $> 80 \text{ km s}^{-1}$ ).

Encontramos para este ejemplo, que la distancia de enfriamiento es superior en el choque interno que en el choque externo de la superficie de trabajo, por tratarse de una función creciente con la velocidad de choque (ec. [A.3]). Los resultados numéricos indican que el suponer al choque interno como plano-paralelo es válido hasta un tiempo  $t = 168 \text{ yr}$ , cuando se localiza a una distancia  $r_{ws} = 1.12 \times 10^4 \text{ UA}$  de la estrella central, en tanto que para el choque externo, la suposición deja de ser válida en  $t = 3593 \text{ yr}$  cuando  $r_{ws} = 2.39 \times 10^5 \text{ UA}$ . Obtuvimos que la distancia de enfriamiento de la superficie de trabajo llega a ser comparable con la distancia

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

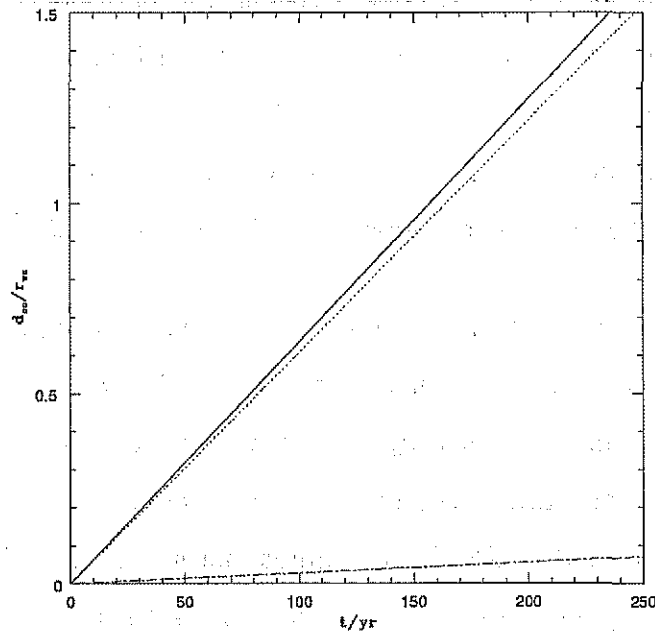


FIGURA A.3: Distancia de enfriamiento del choque interno (línea punteada), del choque externo (línea discontinua) y la suma entre ambas (línea continua) relativas a la posición de la superficie de trabajo. Los parámetros de la eyección del viento son: una velocidad inicial  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , la cual se incrementa por un factor  $a = 2.5$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Para este modelo, las velocidades de choque resultan ser  $v_{is} = 183.77 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 116.23 \text{ km s}^{-1}$ .

a la estrella central ( $d_{co}^{[ws]}/r_{ws} \simeq 1$ ) a un tiempo  $t = 161 \text{ yr}$  y a una distancia  $r_{ws} = 1.07 \times 10^4 \text{ UA}$ .

## A.2 Tiempo de enfriamiento

Los modelos numéricos desarrollados por Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) proporcionan el tiempo de enfriamiento ( $t_{co}$ ) para un amplio intervalo de velocidades de choque  $v_s$  ( $20 \text{ km s}^{-1} \leq v_s \leq 400 \text{ km s}^{-1}$ ) y distintas densidades prechoque. En cálculos posteriores, supondremos que  $t_{co}$  corresponde al tiempo que requiere el gas postchoque para disminuir su temperatura a  $10^3 \text{ K}$ .

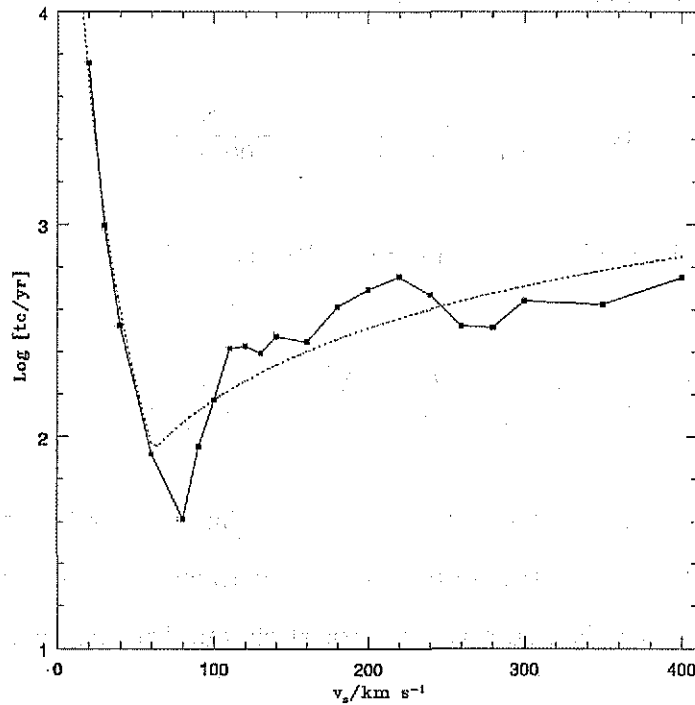


FIGURA A.4: Gráfica semilogarítmica del tiempo de enfriamiento  $t_{co}$  como función de la velocidad de choque  $v_s$ , obtenida de los modelos numéricos desarrollados por Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) suponiendo una densidad prechoque de  $100 \text{ cm}^{-3}$  (puntos). Las líneas discontinuas indican los ajustes correspondientes de leyes de potencia.

En la Figura A.4, se muestran los resultados (en escala semilogarítmica) obtenidos por Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) para  $t_{co}$  en yr (puntos) correspondientes a una densidad prechoque de  $100 \text{ cm}^{-3}$ , en la cual puede apreciarse claramente un cambio en el comportamiento a bajas velocidades de choque ( $v_s \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ) respecto a velocidades más altas ( $v_s > 80 \text{ km s}^{-1}$ ). Adicionalmente, los modelos de Hartigan, Raymond & Hartmann (1987) con una densidad prechoque de  $1000 \text{ cm}^{-3}$  muestran una dependencia inversa (aproximadamente) del tiempo de enfriamiento con la densidad prechoque. Efectuamos un ajuste de ley de potencia en ambos regímenes (líneas discontinuas) a fin de obtener expresiones analíticas que proporcionen el tiempo de enfriamiento conocidas la velocidad de choque y la densidad prechoque.

Para velocidades de choque pequeñas ( $v_s \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ), encontramos que el tiempo

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

de enfriamiento puede aproximarse por la ecuación,

$$\left(\frac{t_{co}}{yr}\right) = 15.01 \left(\frac{v_s}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-3.58} \left(\frac{n}{100 \text{ cm}^{-3}}\right)^{-1}, \quad (\text{A.10})$$

en tanto que para velocidades de choque más altas ( $v_s > 80 \text{ km s}^{-1}$ ) obtuvimos,

$$\left(\frac{t_{co}}{yr}\right) = 149.45 \left(\frac{v_s}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{1.12} \left(\frac{n}{100 \text{ cm}^{-3}}\right)^{-1}. \quad (\text{A.11})$$

Sustituyendo las velocidades de choque (ec. [3.7]) y las densidades prechoque (ecs. [A.4]-[A.5]) en la ecuación (A.10), suponiendo una variación de salto en la velocidad de eyección del viento estelar, se obtiene para el choque interno (con  $v_{is} \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ),

$$\left(\frac{t_{co}^{[is]}}{yr}\right) = 2.93 \times 10^{-11} a (a - a^{1/2})^{-3.58} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-2.58} (1 + \hat{t})^2, \quad (\text{A.12})$$

en tanto que para el choque externo (con  $v_{es} \leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ),

$$\left(\frac{t_{co}^{[es]}}{yr}\right) = 2.93 \times 10^{-11} (a^{1/2} - 1)^{-3.58} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^{-2.58} (1 + \hat{t})^2. \quad (\text{A.13})$$

Para velocidades de choque más altas ( $v_{is}, v_{es} > 80 \text{ km s}^{-1}$ ), el tiempo de enfriamiento en cada choque se obtiene al sustituir la ecuación (3.7) y las ecuaciones (A.4)-(A.5) en la ecuación (A.11), de lo cual encontramos para el choque interno,

$$\left(\frac{t_{co}^{[is]}}{yr}\right) = 2.92 \times 10^{-10} a (a - a^{1/2})^{1.12} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} yr^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 km s^{-1}}\right)^{2.12} (1 + \tilde{t})^2, \quad (A.14)$$

en tanto que para el choque externo obtuvimos que,

$$\left(\frac{t_{co}^{[es]}}{yr}\right) = 2.92 \times 10^{-10} (a^{1/2} - 1)^{1.12} \times$$

$$\left(\frac{\dot{m}}{10^{-6} M_{\odot} yr^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{v_0}{100 km s^{-1}}\right)^{2.12} (1 + \tilde{t})^2. \quad (A.15)$$

Por otra parte, es sencillo demostrar que el tiempo característico de cambio en densidad (ec. [A.1]), para ambos frentes de choque de una superficie de trabajo, puede expresarse como,

$$t_n = t_0 \frac{\eta}{|d\eta/dt|}, \quad (A.16)$$

donde  $\eta = n(r_{ws})/n(r_0)$ , siendo  $n(r_{ws})$  la densidad prechoque y  $n(r_0)$  la densidad del viento estelar en la superficie de la estrella (ambas obtenidas usando la ec. [3.3]). Calculando la derivada y simplificando en la ecuación (A.16), obtenemos que el tiempo característico de cambio en densidad (expresado en yr) está dado por,

$$\left(\frac{t_n}{yr}\right) = \left(\frac{t_0}{yr}\right) \frac{1 + \tilde{t}}{2}. \quad (A.17)$$

Dado que el tiempo de enfriamiento aumenta con el cuadrado del tiempo (ecs. [A.12]-[A.15]) y que, por su parte, el tiempo característico de cambio en densidad crece

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

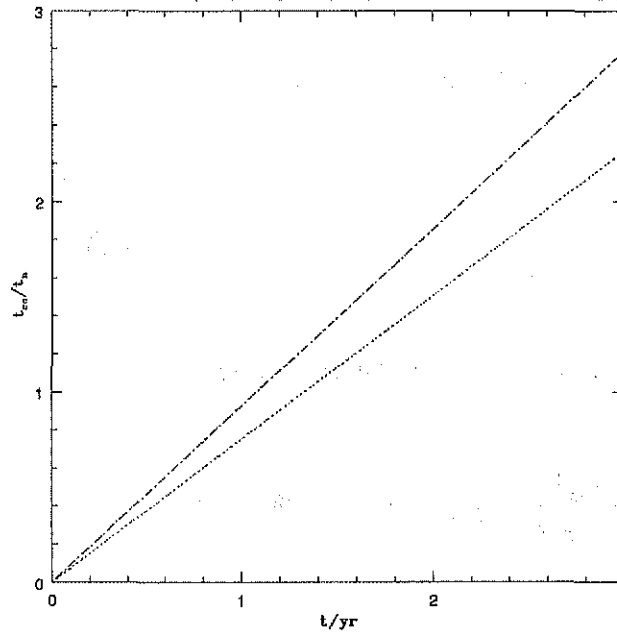


FIGURA A.5: Gráfica donde se muestra el comportamiento temporal de los tiempos de enfriamiento del choque interno (línea punteada) y del choque externo (línea discontinua) relativos al tiempo característico de cambio en densidad. El modelo corresponde a un viento estelar eyectado inicialmente con velocidad  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$  el cual presenta un aumento en su valor por un factor  $a = 1.3$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Con estos parámetros de la eyección del viento, las velocidades de choque son  $v_{is} = 47.95 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 42.05 \text{ km s}^{-1}$ .

linealmente con el tiempo (ec. [A.17]), se espera una función lineal para el cociente entre ambas cantidades. Por tanto, el tiempo de enfriamiento en cada choque llegará a ser del orden de  $t_n$  en algún momento, a partir del cual la aproximación de choque estacionario deja de ser válida.

En la Figura A.5, presentamos los resultados obtenidos para los tiempos de enfriamiento (relativos al tiempo  $t_n$ ) de los choques interno y externo de una superficie de trabajo, formada en un viento estelar como resultado de una variación de salto en la velocidad de eyección. Los parámetros del modelo corresponden a una velocidad de eyección inicial  $v_0 = 300 \text{ km s}^{-1}$ , que se incrementa por un factor  $a = 1.3$  con

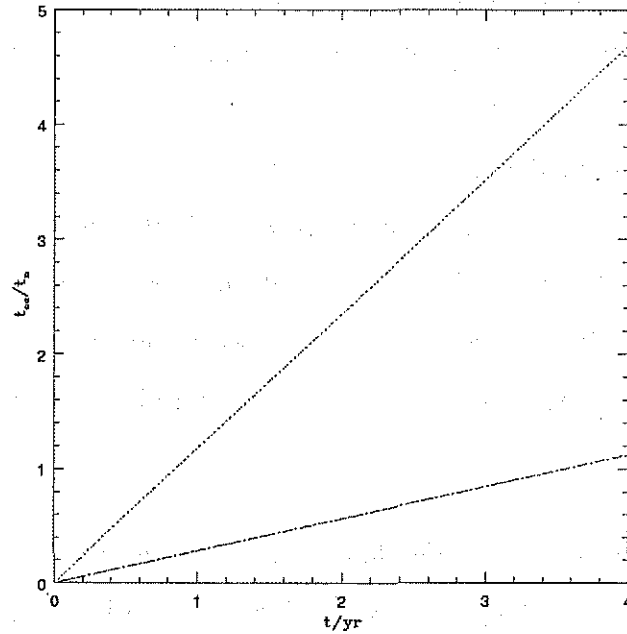


FIGURA A.6: Tiempo de enfriamiento del choque interno (línea punteada) y del choque externo (línea discontinua) relativos al tiempo característico de cambio en densidad. El modelo corresponde a un viento estelar eyectado con velocidad inicial  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , el cual presenta un aumento en su valor por un factor  $a = 2.5$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Con estos parámetros de la eyección del viento, las velocidades de choque son  $v_{is} = 183.77 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 116.23 \text{ km s}^{-1}$ .

una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Dados estos valores, las velocidades de choque son  $v_{is} = 47.95 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 42.05 \text{ km s}^{-1}$  (ec. [3.7]), por lo cual calculamos los tiempos de enfriamiento usando las ecuaciones (A.12)-(A.13) correspondientes a bajas velocidades de choque ( $\leq 80 \text{ km s}^{-1}$ ).

El ejemplo anterior muestra que la aproximación de choque estacionario aplicada al choque interno de la superficie de trabajo es válida hasta un tiempo  $t = 1.33 \text{ yr}$ , cuando se localiza a una distancia  $r_{ws} = 95.67 \text{ UA}$  de la estrella central. Por su parte, la aproximación en el choque externo es válida hasta un tiempo  $t = 1.10 \text{ yr}$ , correspondiente a una distancia de  $r_{ws} = 79.33 \text{ UA}$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



La Figura A.6 muestra los tiempos de enfriamiento (relativos a  $t_n$ ) de los choques interno y externo de una superficie de trabajo, formada en un viento estelar como resultado de una variación de salto en la velocidad de eyección. El viento es eyectado inicialmente con una velocidad  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , incrementándose por un factor  $a = 2.5$  con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  constante. Dados estos parámetros, las velocidades de choque resultan ser  $v_{is} = 183.77 \text{ km s}^{-1}$  y  $v_{es} = 116.23 \text{ km s}^{-1}$  (ec. [3.7]), por lo cual usamos las ecuaciones (A.14)-(A.15) para obtener los tiempos de enfriamiento correspondientes a altas velocidades de choque ( $> 80 \text{ km s}^{-1}$ ).

Encontramos que la aproximación de choque estacionario en el choque externo es válida hasta un tiempo  $t = 3.86 \text{ yr}$ , correspondiente a una distancia de  $r_{ws} = 256.67 \text{ UA}$  de la estrella central. Para el choque interno, obtuvimos que la aproximación es válida hasta  $t = 1.02 \text{ yr}$ , correspondiente a una distancia  $r_{ws} = 58.33 \text{ UA}$ .



## Apéndice B

# Dinámica de una superficie de trabajo

Considere un viento estelar isotrópico eyectado inicialmente con velocidad  $v_0$  y con una tasa de inyección de masa  $\dot{m}$  constante. Suponga que la velocidad del viento se incrementa repentinamente por un factor  $a$  ( $>1$ ), es decir, el viento comienza a ser expulsado de la estrella con velocidad  $av_0$ , recuperando su velocidad inicial ( $v_0$ ) después de un tiempo finito. Este tipo de variabilidad forma en el flujo una superficie de trabajo que presenta dos etapas distintas en su evolución dinámica. En la primera de ellas, la superficie de trabajo consiste en una estructura de dos ondas de choque que se desplaza con velocidad constante a través del flujo. Después de un determinado tiempo, el viento con menor velocidad ( $v_0$ ) se incorpora completamente a la superficie de trabajo pasando por el frente de choque externo. A partir de este momento, el choque externo desaparece y la superficie de trabajo pasa a una nueva etapa de su evolución dinámica. En esta segunda etapa, la superficie de trabajo consiste en una estructura de un solo choque la cual es acelerada por el viento con velocidad  $av_0$ .

En la sección B.1, analizamos la etapa inicial de la superficie de trabajo. Mostramos que un salto en la velocidad de inyección de un flujo supersónico produce instantáneamente una superficie de trabajo que se desplaza a través del flujo con velocidad

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

constante. Usando el formalismo desarrollado en Cantó et al. (2000), encontramos los parámetros dinámicos de la superficie de trabajo (tales como posición y velocidad) considerando este tipo de variación en la velocidad de eyección de un viento estelar.

En la sección B.2, describimos la dinámica de la superficie de trabajo en la etapa de estructura de un solo choque. Partiendo de la expresión de conservación de momento para el choque interno de la superficie de trabajo, encontramos expresiones analíticas de la posición y velocidad de la superficie de trabajo en su etapa de aceleración.

## B.1 Etapa inicial de la superficie de trabajo

Considere un flujo supersónico moviéndose en la dirección  $r$  con velocidad  $v_e(\tau)$  donde  $\tau$  es el tiempo al cual el flujo es eyectado. Dado que el flujo es supersónico, es posible aproximar su movimiento como balístico, ignorando los efectos de presión en su movimiento. Bajo esta aproximación, la velocidad  $v(r, t)$  del flujo a la distancia  $r$  de la fuente al tiempo  $t$  está dada por,

$$v(r, t) = v_e(\tau) = \frac{r}{t - \tau}. \quad (\text{B.1})$$

Suponga que dos parcelas de gas son eyectadas a los tiempos  $\tau = 0$  y  $\tau = \delta\tau$  con las velocidades  $v_1$  y  $v_1 + \delta\tau \cdot (dv_e(\tau)/d\tau)_{\tau=0}$ , respectivamente. Si  $(dv_e(\tau)/d\tau)_{\tau=0} > 0$  ambas parcelas tendrán la misma posición al tiempo,

$$t_c = \frac{v_1}{(dv_e(\tau)/d\tau)_{\tau=0}}, \quad (\text{B.2})$$

en donde se ha aplicado el límite cuando  $\delta\tau \rightarrow 0$ . Por tanto, la distancia (medida desde la fuente) a la cual las dos parcelas se encontrarán es,

$$\tau_c = \frac{v_1^2}{(dv_e(\tau)/d\tau)_{\tau=0}}. \quad (\text{B.3})$$

Raga et al. (1990) mostraron que la interacción de estas parcelas de gas producen discontinuidades constituidas por dos ondas de choque conocidas como superficies de trabajo. El estudio de la dinámica de las superficies de trabajo formadas en el flujo debido a una velocidad de eyección variable puede efectuarse usando el formalismo presentado en Cantó et al. (2000).

Considere el caso de un viento estelar con tasa de pérdida de masa constante  $\dot{m}$  y velocidad terminal  $v_0$  la cual se incrementa instantáneamente (salto brusco) por un factor  $a$  ( $> 1$ ). Este cambio en la velocidad del viento produce la interacción de dos flujos con distintas velocidades (flujo con velocidad  $av_0$  choca con el flujo que fué eyectado previamente con velocidad  $v_0$ ). Sea  $r_{ws}$  la posición de la superficie de trabajo formada por esta interacción,  $v_1$  y  $v_2$  las velocidades de los flujos *corriente abajo* y *corriente arriba* de la superficie de trabajo las cuales corresponden a tiempos de eyección  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , respectivamente. De la ecuación (B.1) se encuentra,

$$v_1 = \frac{r_{ws}}{t - \tau_1}, \quad (\text{B.4})$$

y,

$$v_2 = \frac{r_{ws}}{t - \tau_2}. \quad (\text{B.5})$$

Dado que  $v_1 = v_0$  y  $v_2 = av_0$ , se sigue de las ecuaciones (B.4) and (B.5) que,

$$t = \frac{a \tau_2 - \tau_1}{a - 1}, \quad (\text{B.6})$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

y,

$$r_{ws} = \frac{a (\tau_2 - \tau_1)}{a - 1} v_0. \quad (\text{B.7})$$

Siguiendo el formalismo presentado en Cantó et al. (2000), puede mostrarse que la masa atrapada entre los dos choques de la superficie de trabajo está dada por,

$$m_{ws} = \dot{m} (\tau_2 - \tau_1), \quad (\text{B.8})$$

desplazándose a la velocidad,

$$v_{ws} = \frac{a \tau_2 - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} v_0. \quad (\text{B.9})$$

Por otra parte, la posición de la superficie de trabajo corresponde a la posición del centro de masa. Por lo que,

$$r_{ws} = t v_{ws} - r_0, \quad (\text{B.10})$$

donde  $r_0$  en nuestro caso particular está dado por,

$$r_0 = \frac{a \tau_2^2 - \tau_1^2}{2(\tau_2 - \tau_1)} v_0. \quad (\text{B.11})$$

Sustituyendo las ecuaciones (B.6), (B.7), (B.9) y (B.11) en la ecuación (B.10) se obtiene,

$$\tau_1 = -a^{1/2} \tau_2. \quad (\text{B.12})$$

A partir de la ecuación (B.6) y (B.12) se encuentran las expresiones,

$$\tau_2 = -\frac{1 - a^{1/2}}{a^{1/2}} t, \quad (\text{B.13})$$

$$\tau_1 = (1 - a^{1/2}) t, \quad (\text{B.14})$$

donde el signo negativo en la ecuación (B.13) indica tiempos previos a la formación de la superficie de trabajo (ver al final de esta sección).

Al conocerse  $\tau_1$  y  $\tau_2$  como funciones del tiempo  $t$  (ecs. [B.13] y [B.14]), es posible calcular los parámetros dinámicos de la superficie de trabajo. Sustituyendo en la ecuación (B.8) se obtiene,

$$m_{ws} = \frac{a - 1}{a^{1/2}} \dot{m} t, \quad (\text{B.15})$$

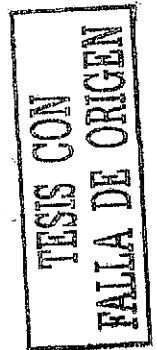
a partir de (B.9),

$$v_{ws} = a^{1/2} v_0, \quad (\text{B.16})$$

en tanto que de la ecuación [B.7] se deduce que,

$$r_{ws} = a^{1/2} v_0 t. \quad (\text{B.17})$$

Este resultado (ec. [B.17]) indica que, al presentarse un cambio brusco en la velocidad de eyección del viento, se forma instantáneamente (en  $t = 0$ ) una superficie de trabajo que se desplaza a través del flujo con velocidad constante (ec. [B.16]).



## B.2 Etapa final de la superficie de trabajo

Considere un viento estelar con una tasa de pérdida de masa  $\dot{m}$  constante y una velocidad de eyección inicial  $v_0$  sujeto al tipo de variaciones periódicas descritas en el capítulo 5, donde suponemos que la velocidad del flujo se incrementa repentinamente por un factor  $a$  ( $> 1$ ) durante un intervalo de tiempo finito  $\delta\tau$ , después del cual recupera su velocidad inicial. Se supone que estos cambios se presentan en el flujo con un período  $\tau$  ( $> \delta\tau$ ).

Cada vez que uno de estos cambios se presenta, se produce una superficie de trabajo debido a la interacción del material rápido (con velocidad  $av_0$ ) con el material lento (con velocidad  $v_0$ ). En la sección B.1, mostramos que una variación de salto en un flujo supersónico produce una superficie de trabajo que se desplaza con velocidad constante. Cuando la velocidad del viento se incrementa por un intervalo de tiempo finito, la etapa de velocidad constante en la evolución dinámica de la superficie de trabajo también durará un intervalo de tiempo finito. El tiempo que establece el final de esta etapa es  $t_{m1}$  (ec. [4.24]) cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia de la estrella  $r_{m1}$  (ec. [4.25]). En ese instante, el material con menor velocidad ( $v_0$ ) se ha incorporado totalmente a la superficie de trabajo. Posteriormente, las ecuaciones de conservación de masa y de momento para la superficie de trabajo (constituída ya por un solo choque) son,

$$\frac{d}{dt}m_{ws} = \frac{\dot{m}}{av_0}(av_0 - v_{ws}), \quad (\text{B.18})$$

y,

$$\frac{d}{dt}(m_{ws}v_{ws}) = av_0 \frac{d}{dt}(m_{ws}), \quad (\text{B.19})$$

respectivamente, donde  $m_{ws}$  y  $v_{ws}$  son la masa y la velocidad de la superficie de tra-

bajo al tiempo  $t (> t_{m1})$ . Las condiciones iniciales para poder resolver las ecuaciones (B.18) y (B.19) corresponden al valor de  $m_{ws}$  y  $v_{ws}$  al iniciar esta etapa ( $t = t_{m1}$ ). La condición inicial para la masa se obtiene al sustituir la ecuación (4.24) en la ecuación (B.15),

$$m_1 = \left( \frac{a^{1/2} + 1}{a^{1/2}} \right) \dot{m} (\tau - \delta\tau), \quad (B.20)$$

en tanto que la velocidad inicial corresponde a la ecuación (3.5),

$$v_1 = a^{1/2} v_0. \quad (B.21)$$

Integrándose la ecuación (B.19) se encuentra,

$$m_{ws} (av_0 - v_{ws}) = m_1 v_0 a^{1/2} (a^{1/2} - 1), \quad (B.22)$$

y combinando (B.18) y (B.22) se obtiene la ecuación diferencial para  $m_{ws}$ ,

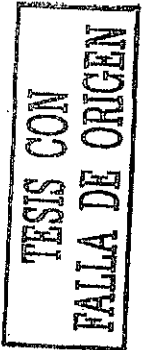
$$m_{ws} \frac{d}{dt} m_{ws} = \frac{m_1 \dot{m}}{a} (a - a^{1/2}). \quad (B.23)$$

Integrando (B.23) se obtiene,

$$m_{ws} = m_1 \left[ 1 + \frac{2\dot{m}(a^{1/2} - 1)}{m_1 a^{1/2}} (t - t_{m1}) \right]^{1/2}. \quad (B.24)$$

Sustituyendo las ecuaciones (B.20) y (B.24) en (B.22) se encuentra la expresión para la velocidad de la superficie de trabajo,

$$v_{ws}(\hat{t}) = v_0 \psi(\hat{t}), \quad (B.25)$$





donde,

$$\psi(\bar{t}) = a - \frac{a - a^{1/2}}{[1 + \zeta_1(\bar{t} - \bar{t}_{m1})]^{1/2}}, \quad (\text{B.26})$$

con  $\bar{t} = t/t_0$  (donde  $t_0$  está definido como en la sección 3.2.1) y la constante  $\zeta_1$  está dada por,

$$\zeta_1 = 2 \left( \frac{a^{1/2} - 1}{a^{1/2} + 1} \right) \frac{1}{\bar{\tau} - \delta\bar{\tau}}.$$

Observe de las ecuaciones (B.25) y (B.26) que en  $\bar{t} = \bar{t}_{m1}$ ,  $v_{ws} = v_1$  ( $\psi = a^{1/2}$ ). En el límite  $\bar{t} \rightarrow \infty$ , la velocidad de la superficie de trabajo  $v_{ws} \rightarrow av_0$  ( $\psi \rightarrow a$ ).

La posición  $r_{ws}$  de la superficie de trabajo se obtiene al integrar la ecuación (B.25) de lo cual se encuentra,

$$r_{ws}(\bar{t}) = r_0 \varphi(\bar{t}), \quad (\text{B.27})$$

donde,

$$\varphi(\bar{t}) = 1 + \frac{a^{1/2}}{2}(\bar{\tau} - \delta\bar{\tau}) + \frac{a^{1/2}}{\zeta_1} [1 + \zeta_1(\bar{t} - \bar{t}_{m1})] \left[ 1 - \frac{2(1 - a^{-1/2})}{(1 + \zeta_1(\bar{t} - \bar{t}_{m1}))^{1/2}} \right].$$

Esta etapa termina al momento en el que el viento rápido (con velocidad  $av_0$ ) se incorpora completamente a la superficie de trabajo, lo cual ocurre al tiempo,

$$t_{m2} = t_{m1} + \frac{t_0}{\zeta_1} \left[ \left[ \frac{\zeta_1(\bar{\tau} + \delta\bar{\tau}) + 2(1 - \zeta_1\bar{t}_{m1})}{4(1 - a^{-1/2})} \right]^2 - 1 \right], \quad (\text{B.28})$$

cuando la superficie de trabajo se localiza a una distancia de la estrella,

$$r_{m2} = r_0 \varphi(\tilde{t}_{m2}). \quad (\text{B.29})$$

Después de este tiempo y de esta distancia, la superficie de trabajo se desplaza libremente con la velocidad (constante),

$$v_{fws} = v_0 \psi(\tilde{t}_{m2}), \quad (\text{B.30})$$

expandiéndose lateralmente con la velocidad del sonido local.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1980  
MAY 1980  
MAY 1980

---

---

# Bibliografía

Abramowitz, M., & Stegun, I. 1970, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications Inc., New York

André, P., Montmerle, T., and Feigelson, E.D. 1987, AJ, 93, 1182

Cantó, J., Raga, A.C., & D'Alessio, P. 2000, MNRAS, 313, 656

Curiel, S., Cantó, J., & Rodríguez, L.F. 1987, Rev. Mexicana Astron. Astrof., 14, 595

Curiel, S., Rodríguez, L.F., Morán, J.M., & Cantó, J. 1993, ApJ, 415, 191

Edwards, S., Cabrit, S., Strom, S.E., Heyer, I., Strom, K.M., & Anderson, E. 1987, ApJ, 321, 473

Elias, J.H. 1978, ApJ, 224, 857

Evans, N.J.,II, Levreault, R.M., Beckwith, S., & Skrutskie, M. 1987, ApJ, 320, 364

Ghavamian, P., & Hartigan, P. 1998, ApJ, 501, 687

Kang, H., & Shapiro, P.R. 1992, ApJ, 386, 432

Lamers H., & Cassinelli, J. 1999, Introduction to Stellar Winds, ed. Cambridge University Press

Natta, A. 1989, ESO Workshop on: Low Mass Star Formation and Pre-Main Se-

quence Objects, Edited by Bo Reipurth (ESO), 365

Panagia, N., & Felli, M. 1975, A&A, 39, 1.

Raga, A.C., Cantó, J., Binette, L., & Calvet, N. 1990, ApJ, 364, 601

Raymond, J.C., Hartigan, P., & Hartmann, L. 1988, ApJ, 326, 323

Rodríguez, L.F., & Cantó, J. 1983, Rev. Mexicana Astron. Astrof., 8, 163

Rybicki, G.B., & Lightman, A.P. 1979, Radiative Processes in Astrophysics, ed. John Wiley & Sons

Shull, J.M., & McKee, C.F. 1979, ApJ, 227, 131

Thompson, R.I., 1982, ApJ, 257, 171

Thompson, R.I., 1987, ApJ, 312, 784

Torrelles, J.M., Cantó, J., Rodríguez, L.F., Ho, P.T.P., & Morán, J.M. 1985, ApJ, 294, L117

Wright, A.E., & Barlow, M.J. 1975, MNRAS, 170, 41