



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
"ACATLAN"

EL USO DE LAS REGLETAS DE COLORES COMO MATERIAL DIDACTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA SUMA Y RESTA EN SEGUNDO GRADO DE EDUCACION PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A :

CLAUDIA GONZALEZ MARTINEZ

ASESORA: LIC. MONICA ORTIZ GARCIA



ACATLAN, EDO. DE MEX.



TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
DE LA BIBLIOTECA

Auditorio a la Dirección General de Bibliotecas de la
UNAM. Instalación en formato electrónico e impreso el
conteo de mil trabajos receptorales.
NOMBRE: Martinez Claudia González
FECHA: 15 de Octubre del 2002
FIRMA: [Signature]

AGRADECIMIENTOS

**A DIOS PORQUE SIEMPRE
HA ESTADO PRESENTE EN MI VIDA**

**A mis padres que siempre me han
brindado su apoyo y comprensión.**

**A mi hija Karen por ser el motivo
para seguir adelante.**

**A mis hermanos: Juana, Abel y Silvia por su apoyo
brindado hasta el momento.**

A mi gran amiga Blanca

**Gracias a mi asesora Mónica Ortiz García
por el apoyo y colaboración para la culminación del
presente trabajo.**

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
--------------------	---

CAPITULO 1

TEORÍAS QUE FUNDAMENTAN EL CONSTRUCTIVISMO PARA OBTENER UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA SUMA Y RESTA

1.1 Constructivismo	4
1.2 Piaget (Teoría psicogenética)	7
1.3 Vigotsky (Teoría sociocultural).....	13
1.4 Bruner (Aprendizaje por descubrimiento)	15
1.5 Ausubel (Aprendizaje significativo).....	19

CAPITULO 2

EL NIÑO DE SEGUNDO GRADO

2.1 Características del niño de segundo grado	22
2.2 Plan de estudio.....	24
2.2.1 Objetivos de primer grado.....	24
2.2.2 Objetivos de segundo grado.....	25

CAPITULO 3

CONCEPTOS BÁSICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y EL MÉTODO DIDÁCTICO CUISENAIRE

3.1 El número	26
3.2 El sistema decimal de numeración	32
3.3 La suma.....	36
3.4 La resta	45
3.5 El método didáctico Cuiseinaire.....	47

CAPITULO 4

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE SUMA Y RESTA EN SEGUNDO GRADO

4.1 Propuesta	62
4.2 Resultados	93
Conclusiones	96
Bibliografía	100
Anexos	102

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo pretende enfatizar la importancia que tiene la utilización de un método didáctico, específicamente el Método Cuisenaire, en la enseñanza de las matemáticas (operaciones básicas: suma y resta), demostrando su eficacia en una Escuela Primaria Pública del área metropolitana con el fin de promover su uso cotidiano en las aulas.

La matemática actualmente es considerada como una herramienta esencial en casi todas las áreas del conocimiento, interviene en la vida cotidiana e incluso los niños, antes de ingresar a la escuela han tenido experiencias matemáticas como contar sus colecciones de objetos, participan en juegos donde se ganan y se pierden puntos, manejan pequeñas cantidades de dinero, han visto números escritos en el mercado, en tiendas o el calendario.

Las matemáticas son parte integral en la vida de las personas, ya que prácticamente en todas las actividades del hombre se requiere de la utilización de conceptos matemáticos y particularmente de la habilidad para realizar las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división. Ésta habilidad se enseña en los primeros años de la vida escolar de los educandos y es la base sobre la cual se construye un conocimiento matemático más complejo, por eso, se deben adquirir adecuadamente, de lo contrario tendrán deficiencias y consigo el fracaso escolar, entorpeciendo el desenvolvimiento adecuado en la vida profesional y cotidiana.

Es conocida la incompetencia numérica de muchos escolares en niveles posteriores e incluso de muchos adultos que, en el mejor de los casos, sólo pueden desempeñarse en el manejo de cálculos aritméticos muy simples. Actualmente es por todos reconocido que la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria se presenta serios problemas, se puede observar en los elevados índices de reprobación. También se refleja en el hecho de que los jóvenes eludan carreras profesionales por el hecho de incluir matemáticas en su plan de estudios.

La mayoría considera a las matemáticas como una materia con alto grado de complejidad.

Lo anterior, entre otros factores, se debe a que a los niños se le dificulta pasar de lo concreto a lo abstracto. Los conocimientos de Piaget han demostrado que el hecho de que un niño sepa recitar la serie numérica, no significa que haya construido el concepto de número.

El niño a través de sus acciones sobre los objetos y la coordinación y reflexión sobre ellos de manera espontánea va aprendiendo acerca de lo que es el número. Por ello es importante que en los primeros grados de primaria se trabaje con material concreto y conforme los alumnos avancen en el proceso de aprendizaje, ir retirando progresivamente el uso del material. En esto se basa la utilización de material didáctico como las regletas de colores; las cuales consisten en cuerpos rectangulares, preferentemente de madera, de diferentes tamaños y colores, dependiendo del número al que representan (se describen con detalle en el capítulo tres). Éste material asocia el color y el tamaño con un valor numérico para facilitar al niño su identificación, a la vez que fomenta la motivación para participar en el juego educativo por lo llamativo que les resulta. El juego es sumamente importante en el aprendizaje del niño y el método Cuisenaire cumple con este requisito, optimizando la adquisición de conocimiento a través de material concreto como lo son las regletas de colores.

Es necesario elevar la calidad de la educación, lo cual exige constantes cambios, basados en la realidad y a las necesidades de los alumnos, pues una de las principales causas de la dificultad que presentan las matemáticas reside en que los contenidos se han trabajado de manera aislada, es decir, fuera de un contexto que les permita a los alumnos descubrir su significado, sentido y utilidad.

El Método Cuisenaire se creó en 1954 en Bélgica y llegó a México en 1963. Actualmente, aunque se conoce y se realizan cursos al respecto, éste no se aplica.

El método tradicional de enseñanza de las matemáticas en el nivel escolar ha estado matizada por una visión inapropiada de la manera en que los niños aprenden los conceptos numéricos y de lo que el maestro puede hacer para apoyar la construcción de este conocimiento; por lo que se trata de evidenciar la relevancia que tiene el uso del método Cuisenaire, el cual se fundamenta en la teoría constructivista. Si bien el método de regletas de colores no surgió durante la corriente constructivista, (sólo retoma a Piaget) si se adecua a ésta teoría; es decir, en el constructivismo el alumno es visto como un constructor activo de su propio conocimiento.

En el capítulo uno se describen brevemente las teorías que sustentan el uso del Método Cuisenaire y que a su vez convergen en la teoría pedagógica que da vez toma mayor fuerza en todo el mundo: el constructivismo. Las teorías que se abordan son la psicogenética de Piaget, la sociocultural de Vigotsky, aprendizaje por descubrimiento de Bruner y aprendizaje significativo de Ausubel.

En el segundo capítulo se muestran las características del niño de segundo grado, también se incluye el plan de estudios de primer grado como antecedente de lo que ya debe de saber el niño de segundo grado.

Asimismo se expone en el tercer capítulo los conceptos básicos de aritmética para abordar el tema (número, sistema decimal de numeración, suma y resta), describiendo también el método Cuisenaire.

La investigación práctica del trabajo se desarrolla en el capítulo cuarto, que es la parte medular, ya que es en éste donde se da a conocer, basándose en los aspectos antes tratados, una serie de actividades que van encausados a la comprensión de la suma y la resta que inicia con el juego libre y termina con juego dirigido. Los resultados se presentan en cuadros y gráficas para su mayor comprensión.

Se observó una diferencia importante en los resultados de los exámenes entre el grupo experimental y el grupo control que reveló la conveniencia de utilizar el método Cuisenaire en la enseñanza de la suma y la resta, ya que al usar éste método los alumnos mejoraron notablemente en todos los rubros evaluados.

CAPITULO 1

TEORIAS QUE FUNDAMENTAN EL CONSTRUCTIVISMO PARA OBTENER UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA SUMA Y RESTA

Han surgido muchas ideas de innovación en la práctica pedagógica, pero si éstas no se fundamentan en una base científica seria, fracasarán, por lo tanto, para hacer de ellas planteamientos válidos y perdurables, es necesario basarlas en teorías sólidas científicamente probadas y con posibilidades de una posterior y actualizada aplicación.

Existen diversas teorías que afirman que todos los niños siguen un mismo proceso de desarrollo, así como presentan las mismas conceptualizaciones aunque con un ritmo evolutivo diferente, dependiendo de las oportunidades de aprendizaje informal que les proporcione el medio sociocultural en que se desenvuelven. Algunas de estas teorías son las expuestas por Piaget, Vigotsky, Bruner y Ausubel. Todos éstos autores confluyen, dentro de sus teorías en tres temas generales:

- a) el desarrollo cognoscitivo
- b) el desarrollo como un proceso constante
- c) explicaciones sobre cómo se aprende

1.1 CONSTRUCTIVISMO.

El constructivismo es una teoría que concibe al ser humano como agente activo que posee una organización cognitiva interna mediante la cual interpreta la realidad y le confiere un significado peculiar, el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores .

El constructivismo plantea la presencia de procesos activos con los que el sujeto cuenta para construir su conocimiento.

En este contexto, la concepción constructivista del aprendizaje presenta tres ideas centrales:

- 1) En primera instancia, el estudiante es el verdadero responsable de su aprendizaje. Si es él quien construye su conocimiento, es obvio que nadie puede sustituirlo en esta tarea.
- 2) Por otra parte, la actividad cognitiva constructiva del alumno se aplica a contenidos y a información que han sido ya elaborados por otros, esto es, los contenidos escolares son saberes culturales que han sido ya conformados y afinados por otros sujetos.
- 3) La actividad constructiva del alumno debe ser orientada por el facilitador(a) pues es él quien debe llevar al alumno a que se acerque en forma gradual a los saberes culturales.

Ahora bien, como puede apoyar el facilitador(a) a los alumnos en la construcción de su conocimiento, es importante mencionar estas ideas:

- Cuando se habla de la actividad cognitiva constructiva del alumno, se supone que éste selecciona y organiza la información a la que está expuesto y que esto lo hace en un conocimiento adquirido previamente. La importancia de esta noción, es ampliamente aceptada, y es Ausubel y sus seguidores quienes más lo han promovido.
- Los conocimientos previos han de permitir la integración del nuevo contenido a la estructura cognoscitiva, con lo cual es posible atribuir significados. La modificación de la estructura es lo que permite establecer relaciones y construir nuevos significados.
- Otro de los rasgos distintivos del constructivismo es el énfasis en la interrelación entre el alumno (con su conocimiento previo), el contenido (presentado lógicamente) y el facilitador (que promueve la relación entre el viejo y el nuevo conocimiento). Son estos tres elementos que permite aprender significativamente.

La teoría de Piaget explica el concepto de desarrollo y de estructuras, analiza cada una de las estructuras así como la manera en que se pasa de una estructura menos compleja a otra más acabada, e insiste sobre el papel activo del niño y la transformación del objeto de conocimiento a través de esa acción transformadora.

Vigotsky, además de abordar el desarrollo, también destaca la importancia que tiene la actividad constructiva del niño. Agrega un ingrediente más: el valor del instrumento con que trabajamos; éste es, el lenguaje. Tal desarrollo instrumento lo proveen la cultura y la sociedad, pero a la vez es un instrumento que el individuo va construyendo.

Ausubel, además de aceptar lo anterior, insiste sobre la importancia de que el aprendizaje sea significativo, tanto en el aspecto intelectual como el afectivo.

Bruner, sostiene que el aprendizaje no es algo que le ocurra al individuo si no algo que el produce, es una actividad compleja que después de adquirir la información tiene que transformarla y evaluarla y destaca la comprensión de la materia que se estudia, para lograr una verdadera comprensión es importante aprender activamente.

Los beneficios de la construcción de los conocimientos son múltiples:

- 1) Se logra un aprendizaje verdaderamente significativo, ya que este es construido directamente por los alumnos.
- 2) Existe una alta posibilidad de que el aprendizaje logrado pueda, ser transferido o generalizado a otras situaciones novedosas (lo que no sucede con los conocimientos que simplemente han sido incorporados, en el sentido amplio del término).
- 3) Hace sentir a los alumnos como capaces de producir conocimientos valiosos lo cual redundará en una mejora sustancial de su autoestima y autoconcepto.

Para resumir las características de la secuencia de problemas que se diseñan en la perspectiva constructivista son:

- 1) El problema inicial es significativo para los alumnos, pueden abordarlo movilizándolo sus conocimientos previos.

- 2) Una vez que los alumnos han entendido lo que se plantea en el problema inicial éste se hace más complejo, haciendo aparecer el obstáculo que impide que el alumno practique con éxito su estrategia inicial y propiciando la búsqueda y práctica de una nueva estrategia.
- 3) Las estrategias sucesivas que se construyen, si las situaciones diseñadas son adecuadas, deben aproximarse progresivamente al conocimiento que se pretende que los niños construyan.
- 4) En todo momento la situación por sí misma debe proveer la retroalimentación necesaria para que el sujeto estime por sí solo si sus acciones lo aproximan o no al resultado buscado, si está equivocado o progresa.

1.2 Piaget (TEORÍA PSICOGENÉTICA)

Para Piaget el aspecto más importante de la psicología reside en la comprensión de los mecanismos del desarrollo de la inteligencia. No es que Piaget no acepte que los aspectos emocionales y sociales sean relevantes, sino que para él la construcción del pensamiento ocupa el lugar más importante.

Su teoría se llama psicogenética porque es la psicología de la génesis, siendo ésta última el desarrollo de las estructuras mentales. Lo principal de esta teoría radica en determinar cómo se puede propiciar el desarrollo de las estructuras mentales, y cómo estimularlo mediante su estudio y análisis.

Según Piaget el individuo recibe 2 tipos de herencia intelectual: por un lado, la herencia estructural y por otro, una herencia funcional.

La *herencia estructural* parte de las estructuras biológicas que determinan al individuo en su relación con el medio ambiente, es decir, la herencia estructural nos lleva a percibir un mundo humano y a partir de ella tenemos la capacidad de entender, conocer, recordar, y memorizar.

La *herencia funcional* produce distintas estructuras mentales que parten de un nivel elemental hasta llegar a un estadio máximo. Gracias a la herencia funcional se organizan distintas estructuras, de las cuales, una de las más importantes es la adaptación (sustentada por la asimilación y la acomodación).

La *adaptación* es un mecanismo mediante el cual, el individuo satisface sus necesidades, adecuándose a la realidad que lo rodea. Sus dos pilares son, como se mencionó anteriormente, la asimilación y la acomodación.

La *asimilación* es un proceso psicológico que equivaldría al proceso biológico de la digestión, es decir, si se recibe un material intelectual nuevo, éste se analiza, se comprende y se asimila en la medida en que es comprendido. Así, lo que no se comprende o no es importante, no se asimila y por lo tanto se olvida. En el caso de las operaciones básicas (suma y resta), si el niño no identifica su importancia o no lo comprende no las verá como necesarios para su adaptación al medio y por lo tanto no las asimilará y las olvidará o tendrá dificultades en algunos de los pasos a seguir para su correcta resolución.

La *acomodación* es una modificación que se presenta para permitir la asimilación. Por ejemplo, en la lectura el niño tiene que comenzar leyendo cosas muy sencillas, que él pueda comprender, en la medida que crezca. Su intelecto podrá entender algo más complicado. A su vez, éstas lecturas irán modificando y le darán cada vez más elementos para comprender ideas más complejas. La mente se irá desarrollando y se irá acumulando a lenguajes, ideas, argumentos cada vez más difíciles. En éste punto, es preciso destacar, que el niño de segundo grado, ya que se encuentra en fase de transición entre la etapa preoperacional y la etapa operacional concreta (etapas del desarrollo cognoscitivo, según Piaget, que se abordará más adelante), necesita, para que se cumpla la acomodación respecto a las matemáticas, comenzar con las operaciones aritméticas básicas más sencillas, que serán la base de otras más complejas, siendo también necesario utilizar material concreto, tangible, para adaptarlo a su etapa de desarrollo cognoscitivo, (en este caso las regletas de colores).

Tanto la *asimilación* como la *acomodación* se repiten constantemente con el fin de facilitar la *adaptación*, esta constante repetición puede automatizar las acciones y por lo tanto éstas se realizan más rápidamente. Al inicio el niño tiene que adaptarse al papel, el lápiz, la forma de los números; pero también en su mente tiene que hacer éstas adaptaciones que, al repetirlas correctamente, una y otra vez, se automatizan y se hacen más rápidamente sin detenerse a pensar en la forma del número y cómo hacerlo. Esto sirve para aplicarlo en una situación que lo requiera.

Una de las aportaciones más importantes de Piaget a la psicología y a la educación en general, es la descripción de los diferentes estadios o etapas del desarrollo del individuo. Éstas las describe desde que el niño nace, pero en este caso se mencionarán las que conciernen a este trabajo y que corresponden con la edad de niños de segundo grado de primaria, es decir, 7 y 8 años.

Entre los 7 y 8 años es una etapa crítica, ya que algunos niños estarán en la etapa preoperatoria, otros en momento de transición y otros más habrán iniciado ya la etapa operacional concreta.

Etapa preoperatoria

Este periodo va de 1.5 años hasta 7-8 años.

En ésta etapa el niño emplea sistemas simbólicos como el lenguaje, el dibujo, la imitación, la imagen mental, el sistema escrito y uno de los más importantes, y en especial porque tiene un papel preponderante en el aprendizaje: es el juego.

Hay distintos tipos de juego: el juego simbólico, que es de gran importancia en la estructuración de la realidad del niño, ya que éste le permite representar una serie de situaciones en las que él asume diferentes roles donde puede practicar las reacciones que tendrá de acuerdo a la situación dada, empleando el simbolismo y la imitación.

Con el juego de reglas, los niños aprender a respetar las normas y a compartir su tiempo y su espacio y sobre todo fomenta la sociabilización.

Los juegos de reglas más tarde se extenderán a los deportes y los campeonatos.

Los juegos de video o de computadora obligan a pasar horas sentado frente al monitor o la pantalla y si comparamos los "beneficios" de éstos juegos contra las desventajas, las últimas son más, ya no se estimula la inteligencia creativa del niño y se fomenta el sedentarismo y el aislamiento.

Los juegos educativos tienen la finalidad de despertar el interés de los niños en temas que, abordados en la forma tradicional resultan áridos y aburridos. Este tipo de juego resulta gran apoyo, tanto por el aprendizaje que permite como por el interés que despierta, éste es el caso del método Cuisenaire, el cual se aplica principalmente mediante el juego.

Etapa de las operaciones concretas

Se inicia aproximadamente a los 7 años de edad y en esta etapa se dan las bases del desarrollo cognoscitivo mediante las cuales el niño es capaz de ingresar al pensamiento lógico-matemático en su verdadera dimensión.

El tipo de organización que el niño logra en este estadio le permite entender mejor las transformaciones, y el modo en que cada estado de las situaciones queda sometido a aquellas.

Es característico de las transformaciones que, durante su desarrollo, algunas de las partes del objeto se modifiquen mientras otras permanecen inmutables.

Para el entendimiento de las transformaciones es necesaria la comprensión de aquellos aspectos que se conservan, así como de los que se modifican durante las mismas.

En los individuos existe el mismo orden de progresión en la comprensión de las transformaciones: los sujetos primero adquieren la conservación de la sustancia, luego la del peso y después la del volumen.

Otras evidencias de la organización mental que el sujeto ha alcanzado en este momento de su desarrollo son las clasificaciones, las seriaciones y la noción de número.

Las clasificaciones suponen construir clases o conjuntos con las cosas que son semejantes, estableciendo relaciones de inclusión de unas clases en otras y de pertenencia de los elementos hacia cada clase.

En cuanto a la *seriación*, si bien es cierto que las cosas pueden agruparse de acuerdo con sus semejanzas, también lo es que se pueden ordenar conforme a sus diferencias. Por ejemplo, los objetos de diferente tamaño pueden ordenarse en sentido creciente.

Por último, *la noción de número* revela que su adquisición va más allá del aprendizaje de los nombres de los números, del conteo y de la representación gráfica de los signos. El concepto de número está estrechamente relacionado con las operaciones lógicas de clasificación y seriación.

En la etapa de las operaciones concretas, las acciones interiorizadas desde la etapa preoperatoria empiezan a coordinarse entre ellas.

Esto propicia que los niños vayan descubriendo que las acciones se pueden combinar entre sí y que la aplicación de dos acciones sucesivas da lugar a otra acción; que existen acciones que invierten el resultado obtenido, y que son acciones inversas o recíprocas, y que hay acciones que no cambian el resultado, que se pueden considerar como nulas. Todo lo anterior nos remite al concepto de operaciones que Piaget ha utilizado para denominar a este tipo de acciones. Las operaciones son acciones interiorizadas o interiorizables, reversibles y coordinadas en estructuras de conjunto.

De acuerdo a las capacidades descritas en éste periodo de desarrollo del niño, no es casualidad que el plan de estudios contemple la suma y la resta como temas a tratar en esta edad de los niños, ya que al tener la noción de número, la seriación, la clasificación, etc., puede llevar a cabo estas operaciones.

Esta teoría genética es conocida como constructivista en el sentido que para Piaget, el conocimiento no se adquiere solamente por interiorización del entorno social (tal como lo plantea Vigotsky), sino que predomina la construcción realizada desde el interior por parte del sujeto. Así de acuerdo con Kamii, el punto crucial de la teoría Piagetiana desde la visión educativa no son los estadios como tales sino en tanto reflejan el mecanismo del proceso constructivo.

La profunda implicación de la teoría Piagetiana en la educación es que debemos dejar transmitir conocimientos a los alumnos en formas preestablecidas y en vez de eso fomentar su propio proceso constructivo.

Piaget explica el proceso de aprendizaje en términos de adquisición de conocimiento. Por eso establece una marcada diferencia entre maduración y aprendizaje; o sea entre lo heredado y lo adquirido por la experiencia.

De acuerdo con la postura psicogenética, existen dos tipos de aprendizaje en sentido amplio (desarrollo) y el aprendizaje en sentido estricto (aprendizaje de datos y de informaciones puntuales; aprendizaje propiamente dicho). El primero predetermina lo que podrá ser aprendido (la lectura de la experiencia viene en gran parte determinada por los esquemas y estructuras que el sujeto posee) y el segundo puede contribuir a lograr avances en el primero, pero no solo como elemento necesario más no suficiente (en oposición a las versiones del aprendizaje asociativo o acumulativo de ciertas aproximaciones empiristas o conductuales).

De acuerdo con la enseñanza indirecta, el énfasis debe ser puesto en la actividad, la iniciativa y la curiosidad del aprendiz ante los distintos objetivos de conocimiento (lógico-matemático, físico y social convencional y no convencional) suponiendo que esta es una condición necesaria para la auto estructuración y el autodescubrimiento en los contenidos escolares.

El conocimiento lógico-matemático se construye por abstracción reflexiva y no puede ser enseñado, por lo que el profesor debe crear condiciones propicias para que el alumno logre dicho proceso de construcción (el número, la inclusión de clases, la seriación)

El conocimiento físico se descubre por abstracción empírica dado que es característica de los objetos físicos (el sonido, la temperatura), por lo que el profesor debe diseñar situaciones para que el alumno adquiera tal conocimiento

por medio de experiencias de descubrimiento y de contacto directo de dichos objetos.

El conocimiento social puede ser de dos tipos: el que existe en los otros (convencional) y el que se refiere a procesos sociales y relaciones con los otros (no convencional): el primero debe ser enseñado (los domingos no se va a la escuela, los nombres propios se escriben con mayúscula al inicio) y el segundo debe ser animado a que sea apropiado o reconstruido (la noción de ganancia, la noción de rico y pobre, de trabajo).

1.3 VIGOTSKY (TEORÍA SOCIOCULTURAL)

Vigotsky concibe al hombre como un ente producto de procesos sociales y culturales, es a través de este proceso sociocultural como se transmiten los conocimientos acumulados y culturalmente organizados por generaciones y se entrelazan los procesos de desarrollo social con los de desarrollo personal, los cuales se van autogenerando mutuamente.

De manera específica, la educación se coordina con el desarrollo del niño a través de lo que Vigotsky denominó la "zona de desarrollo próximo" (ZDP, la distancia existente entre el nivel real de desarrollo del niño expresada en forma espontánea y/o autónoma y el nivel de desarrollo potencial manifestada gracias al apoyo de otra persona). Este concepto es crucial para explicar de qué manera se entremezcla el desarrollo cognoscitivo y la cultura (esto es, al mismo tiempo que se producen conocimientos y formas sobre cómo enseñarlos, se construye el saber sociocultural).

En este sentido, la instrucción o enseñanza adecuadamente organizada debe de estar basada en la negociación de zonas de desarrollo próximas; es decir debe servir como un imán para hacer que el nivel actual de desarrollo del educando se integre con el potencial. Estas modificaciones, a su vez, pueden promover progresos en el dominio del conocimiento específico y posiblemente en el desarrollo cognoscitivo general. La ZDP es un diálogo entre el niño y su futuro,

entre lo que es capaz de hacer hoy lo que será capaz de hacer mañana y no entre el niño y su pasado.

Para provocar el desarrollo de una ZPD, para trabajar con conceptos matemáticos nuevos, es necesaria la concurrencia de varios factores:

- Una tarea motivadora que genere niveles de dificultad, tanto a nivel individual como colectivo, que impliquen la solicitud de ayuda.
- Un ambiente que ofrezca elementos que permitan resolver la tarea y que estén en la ZPD del niño.
- Un ambiente social que fomente el intercambio de ideas entre los niños.
- Un ambiente social que permita y propicie que los niños soliciten la ayuda del maestro o de un compañero más experto.
- La disposición del maestro de pasar a ser un transmisor de un cuerpo de conocimientos, a ser un experto que proporciona ayuda oportuna a través de la orientación.

En este sentido (el de la interactividad) el alumno es una persona que internaliza (reconstruye) el conocimiento, primero en el plano interindividual y posteriormente en el plano intraindividual, proceso que es denominado ley de la doble formación del desarrollo. El proceso de internalización debe ser extendido como de reconstrucción; lo interesante es que no debe verse como un acto puramente individual sino como una auténtica coautoría, esto es, compartida también por el profesor y los compañeros.

Vigotsky enfatiza la ejecución real de cada individuo de manera espontánea, autónoma e independiente, y el potencial de ejecución que manifiesta con ayuda adecuada. Así, los procesos de internalización o reconstrucción de conocimiento, parten de un plano sociocultural transmitido o exorregulado (regulado por otros) a un plano de interiorización autorregulado (regulado por él mismo).

La teoría de Vigotsky menciona que todas las funciones mentales superiores del individuo se originan en la vida social y se derivan de la internalización de las relaciones sociales. Por lo tanto esta teoría cobra un papel esencial la educación y, en particular, la educación que se imparte de manera liberada en la escuela.

El desarrollo y el aprendizaje irá desde el exterior, o lo que es lo mismo, un proceso de internalización o transformación de las acciones externas sociales, en acciones internas psicológicas, es por eso que la adquisición del conocimiento comienza siendo interpersonal para después hacerse intrapersonal.

“En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces, primero entre personas y después en el interior del niño”(1).

Para Vigotsky, el desarrollo sigue al aprendizaje, que crea al área desarrollo potencial con ayuda de la mediación social e instrumental. Vigotsky defiende la importancia de la relación y la interacción con otras personas como origen de los procesos de aprendizaje y desarrollo humano. “El alumno debe ser visto como un ente social protagonista y producto de las múltiples interacciones sociales en que se ve involucrado a lo largo de su vida escolar y extraescolar” (2).

En este sentido el alumno es una persona que internaliza el conocimiento, primero el individual y posteriormente en el grupal, proceso que Vigotsky denomina como ley de la doble formación del desarrollo. Es por eso que la educación debe promover el desarrollo sociocultural e integral del alumno.

1.4 BRUNER (APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO)

La teoría de Bruner se refiere a la forma en que los individuos, particularmente los niños, representan cognitivamente el mundo en que viven. Él considera que cualquier teoría relacionada con procesos de desarrollo debe tomar en cuenta los siguientes puntos:

El crecimiento intelectual está caracterizado por la independencia creciente de respuesta a los estímulos. Los individuos están al inicio de sus vidas bajo un rígido control de estímulos. Conforme pasa el tiempo se vuelven paulatinamente independientes de los estímulos.

(1) L. S. Vigotsky, Pensamiento y lenguaje, p. 155

(2) L. S. Vigotsky, Desarrollo psicológico y educación, p.92

El crecimiento cognitivo depende del desarrollo de un procesamiento interno de información y de un sistema de almacenamiento que describe la realidad.

El desarrollo intelectual involucra una capacidad creciente de decirse a uno mismo y a otros, en palabras o símbolos, lo que se ha hecho y lo que se hará.

Son necesarias continuas interacciones entre un tutor y quien aprende para lograr un desarrollo cognitivo. No es suficiente con nacer en una comunidad determinada; un miembro de mayor experiencia, sea el padre, la madre o el maestro, ha de interpretar y compartir la cultura con los más jóvenes.

Bruner intentó demostrar la capacidad de los niños para comprender conceptos matemáticos, trabajó estudiando muy de cerca a niños individualmente en situaciones experimentales de enseñanza, de esta manera él empezó a examinar los procesos cognoscitivos de los niños y se preocupó especialmente de cómo representan mentalmente los niños los conceptos e ideas que van aprendiendo.

Piaget había sugerido que el desarrollo suponía una reestructuración constante de los datos y sus relaciones, consecuencias de las interacciones de los niños con su entorno y de su manipulación activa del mismo.

Pero Bruner decía "si queremos sacar partido de nuestro contacto con las regularidades recurrentes del entorno debemos representárnoslas de alguna manera y decir que se trata de memoria pura y simple, supone no entender el problema"(3).

Lo anterior es porque lo más importante de la memoria no es el almacenamiento de la experiencia pasada, sino de la recuperación de lo que es relevante en un formato que se puede utilizar.

Lo arriba mencionado se refiere a la forma en cómo se codifica y se procesa la experiencia anteriormente adquirida, para que de esta manera pueda ser aprovechable cuando se necesite; es así que tal sistema de codificación y procesamiento es lo que podemos llamar presentación.

Es por eso que el concepto de Representación cognitiva ha cobrado importancia y Bruner describe tres modos de representación "enactiva, icónica y simbólica"(4).

(3) Jerome S. Bruner. Desarrollo cognitivo y educación, p. 139

(4) *Ibid.* 140

1. La Representación enactiva es un modo de representar eventos pasados mediante una respuesta motriz adecuada. Se cree que este modo es la única manera por la que los niños puedan recordar las cosas, el etapa de Piaget ha llamado sensoriomotriz; es el caso del niño que cuando deja caer un sonajero imita el movimiento del sonajero con la mano, indicando así que recuerda el objeto con relación a la acción que se realiza sobre el mismo. También los adultos podemos recordar Acciones motrices de forma enactiva, por ejemplo: cuando nuestros músculos se encargan de recordar como se sube a una bicicleta, aunque no se halla montado desde hace años. En ésta el niño comprende el ambiente a través de la acción. No hay imaginación ni lenguaje que ayuden a enseñarle a un niño a andar en bicicleta. Es el conocimiento psicomotor el que le da al niño la pericia para andar en bicicleta. En esta etapa el mover, golpear, jalar y tocar provee las experiencias necesarias de los objetos en el mundo.
2. La Representación icónica nos separa un paso de lo concreto y de lo físico para entrar en el campo de las imágenes mentales. Según Bruner la representación icónica es lo que sucede cuando el niño se imagina una operación o una manipulación, como forma no sólo de recordar el acto, sino también de recrearlo mentalmente cuando sea preciso. Un niño pequeño que esté aprendiendo la seriación puede guardar en forma de imágenes sus experiencias de seriación de bloques por tamaños, de forma que las instrucciones futuras de seriación las puede comprender refiriéndose a las imágenes de lo que ha construido antes.
3. La Representación simbólica es la manera de capturar las experiencias en la memoria, se posibilita sobre todo por la aparición de la competencia lingüística, es decir, un símbolo es una palabra o marca que representa alguna cosa, pero que no tiene que parecerse a dicha cosa. Cuando los niños empiezan a escribir sus operaciones matemáticas, es el principio para ellos de la representación simbólica, como lo es su capacidad de leer estas notaciones matemáticas, lo que les abre sus posibilidades del pensamiento abstracto.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Los modos de representación enactiva, icónica y simbólica se relaciona entre sí evolutivamente y se desarrollan en ese orden, y cada modo depende del anterior y exige mucha práctica en el mismo antes de que se pueda llevar a cabo la transición al modo siguiente.

En este sentido es similar a la teoría de Piaget ya que hace hincapié en "la necesidad de esperar hasta que un niño este preparado, antes de enseñarle conceptos que dependen de que el niño posea operaciones concretas, formales o capacidades similares"(5).

La existencia de estas etapas no significa que cuando se llega a la edad adulta no se codifique la realidad en forma enactiva o icónica, sólo que con la edad y la experiencia el sistema simbólico se vuelve dominante.

La transformación se logra modificando y clasificando la información recibida sensorialmente, adaptándola a las categorías que ya se poseen para comprender el mundo.

Los estudios que realizó Bruner sobre el razonamiento le llevaron a reflexionar sobre los métodos de enseñanza que podían propiciar su desarrollo. El trabajo de Bruner destaca la comprensión de la materia que se estudia, la importancia de aprender activamente para lograr una verdadera comprensión y el valor de proceder inductivamente para promover el aprendizaje.

Además de la utilidad de presentar la información organizada y en código accesible, es también importante que los alumnos se muestren activos y se esfuercen por identificar ellos mismos los conceptos centrales de la materia y sus relaciones. Para ello, Bruner señala que el facilitador o facilitadora deben presentar situaciones que estimulen a los educandos a preguntarse, a experimentar y a indagar. El invitar al alumno para que a partir de ejemplos establezca relaciones y mediante problemas o situaciones incompletas descubra principios, se conoce como *aprendizaje por descubrimiento*. Es evidente que Bruner parte del razonamiento inductivo para generar el aprendizaje en los escolares.

(5) Jean Piaget. Seis estudios de psicología, p.54

1.5 AUSUBEL (APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO)

Ausubel acuñó el término de aprendizaje significativo para definir lo opuesto al aprendizaje repetitivo, la significatividad del aprendizaje se refiere a la posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrarios lo que hay que aprender, el nuevo contenido y lo que ya sabe, lo que se encuentra en la estructura cognitiva de la persona que aprende, sus conocimientos previos. Aprender significativamente quiere decir poder atribuir significado al material objeto de aprendizaje; dicha atribución solo puede estructurarse a partir de lo que ya se conoce, mediante la actualización de esquemas de conocimientos pertinentes para la situación de que se trate. Estos esquemas no se limitan a asimilar la nueva información, sino que el aprendizaje significativo supone siempre su revisión, modificación y enriquecimiento estableciendo nuevas conexiones y relaciones entre ellos, con lo que se asegura la funcionabilidad y la memorización comprensiva de los contenidos aprendidos significativamente.

Por otra parte, la definición misma de aprendizaje significativo supone que la información aprendida es integrada en una amplia red de significados que se ha visto modificada, a su vez, por la inclusión del nuevo material. La memoria no solo es recuerdo de lo aprendido, sino que constituye el bagaje que hace posible abordar nuevas informaciones y situaciones. Lo que se aprende significativamente memorizado, por supuesto, este tipo de memorización tiene poco que ver con la que resulta de la memoria mecánica, que permite la reproducción exacta del contenido memorizado bajo determinadas condiciones. En el caso del aprendizaje significativo, se asegura la memorización en la medida en que lo aprendido ha sido integrado en la red de significados a que mas arriba se aludía Precisamente por este proceso de inclusión, que imprime modificaciones no solo a la estructura integradora, sino también a lo que se integra, también por la misma razón, al contenido del aprendizaje, resulta difícil que este pueda ser reproducido tal cual; pero también por la misma razón, la posibilidad de utilizar dicho conocimiento su funcionalidad es muy elevada, lo que no ocurre en el caso de la mecánica.

En síntesis significativamente supone la posibilidad de atribuir significado a lo que se debe aprender a partir de lo que ya se conoce. Este proceso desemboca en la realización de aprendizajes que pueden ser efectivamente integrados en la estructura cognitiva de la persona que aprende, con lo que asegura su memorización comprensiva y su funcionalidad. Parece, pues, justificado y deseable que las situaciones escolares de enseñanza y aprendizaje persigan la realización de aprendizajes tan significativos como sea posible. Sin embargo, el aprendizaje significativo no se produce gracias al azar, su aparición requiere la congruencia de un cierto número de condiciones que se describen someramente.

En primer lugar, para que una persona pueda aprender significativamente, es necesario que el material que debe aprender se preste a ello, que sea potencialmente significativo. Es decir, se trata de que la información, el contenido que se le propone, sea significativo desde el punto de vista de su estructura interna, que sea coherente, claro y organizado, no arbitrario ni confuso. Cuando no es así, la tarea de atribuir significado se dificulta enormemente y en muchas ocasiones se bloquea, optándose entonces por aprender de una forma mecánica y repetitiva ese contenido cuyas características hacen imposible abordarlo de otro modo. Esta condición se limita únicamente a la estructura misma del contenido, si no que abarca también la presentación que de él se efectúa, aspecto que puede contribuir decisivamente a la posibilidad de atribuirle algún significado en la medida en que ayude a disponer de relieve su coherencia, estructura y significatividad lógica, así como aquellos aspectos susceptibles de ser relacionados con esquemas de conocimiento previos, ya existentes en la estructura cognoscitiva de la persona que aprende.

Una segunda condición para que se produzca un aprendizaje significativo, no basta con que el material a aprender sea potencialmente sea significativo, es decir que respete la condición anterior, sino que es necesario, además que el alumno disponga del bagaje indispensable para efectuar la atribución de significados que caracteriza el aprendizaje significativo. En otras palabras se requiere que disponga de los conocimientos previos pertinentes que le van a permitir el nuevo aprendizaje.

Ausubel considera que toda situación de aprendizaje en la escuela tiene dos dimensiones: el que ocurre por repetición y el que es verdaderamente significativo.

En el *aprendizaje por recepción*, el alumno recibe los contenidos en una forma terminada, tal y como se espera que los aprenda; interesa que los asimile para poder reproducirlos posteriormente.

El *aprendizaje significativo* se distingue por dos rasgos: la posibilidad de vincular el contenido nuevo con lo que el alumno ya sabe en forma no arbitraria; y la disposición del educando para asignar un significado propio a ese contenido (ésta es la finalidad del método Cuisenaire). El *aprendizaje repetitivo o memorístico* se produce cuando el contenido nuevo no puede relacionarse lógicamente (se percibe como datos sin sentido), o cuando el alumno no cuenta con los conocimientos previos para incorporarlo (esto sucede en el método tradicional de enseñanza).

La Teoría de Ausubel postula que el aprendizaje significativo surge al relacionar nuevas ideas o conceptos con las que ya existen en la estructura cognoscitiva del sujeto. El hecho de que un conocimiento se olvide con rapidez, estaría señalando que no hubo el establecimiento de relaciones que permitieran anclar la nueva información. Es claro entonces que, para que un alumno aprenda significativamente es preciso que establezca vínculos explícitos entre lo nuevo y lo ya existente en su cognición.

Basados en las teorías mencionadas, se revisará en el siguiente capítulo las características del niño de segundo grado, encontrándose en un promedio de edad de 7 años. También se incluye el Plan de Estudios de primer grado como antecedente de lo que ya debe saber el niño de segundo grado.

CAPITULO 2

EL NIÑO DE SEGUNDO GRADO

2.1 CARACTERÍSTICAS DEL NIÑO DE SEGUNDO GRADO

El desarrollo se realiza a lo largo de una secuencia progresiva y dinámica de diferentes estadios. El orden de las secuencias de los diferentes estadios no varía ya que este desarrollo se realiza en forma discontinua y no uniforme. Se ha de tener presente que la pluralidad de estructuras y funciones que caracterizan la personalidad tiende a desarrollarse y a integrarse en cada uno de los diferentes estadios evolutivos, y en función de las características propias de cada individuo. Otro aspecto destacable es el de la existencia de determinados momentos, aprendizajes. De esta forma, el nivel alcanzado en cada estadio determina y condiciona el siguiente y hemos de tener presente que no todos los individuos son iguales.

En la etapa de las operaciones concretas, que es donde se ubica el alumno de segundo grado atraviesa por prolongados periodos de calma y concentración, durante los cuales, elabora interiormente sus impresiones, abstraído del mundo exterior. Da inicio a una etapa de maduración progresiva que desembocará en la adolescencia, al punto de alcanzar la madurez física total. Se enlistan las características de la siguiente manera:

- Manifiesta interés concreto
Es un buen oyente, piensa las cosas antes de hacerlas.
- Actitud mental mucho más activa conciencia de sí mismo y de los demás.

Entre el niño de primero y el de segundo hay una diferencia cronológica limitada, pero entre ellos se presentan similitudes en la etapa de desarrollo y, sin embargo, ya aparecen diferencias, que hacen que cada uno presente características propias de su edad. Las siguientes características psicológicas, motoras y muestran de modo sencillo la evolución sufrida en tan corto periodo por los niños.

Características psicológicas

Presenta un marco egocéntrico menos marcado, participa en juegos grupales con sus compañeros. Se presenta el animismo y antropomorfismo al dar vida y forma humana a objetos inanimados.

Características sociales

En esta etapa el niño se muestra un ser más social. Y se muestra más complacido al contar con otros. Puede ser responsable en ciertas cosas pues entiende que esto le gana el reconocimiento de los demás. Entre las actitudes más marcadas en esta etapa están:

- Admira maestros y compañeros más grandes, a los que exige mayor proximidad.
- Se manifiesta menos egoísta, pero al entrar en contradicciones, tiende a pelear con compañeros.
- Va reconociendo la necesidad de respetar las reglas en el juego. De lo contrario recibirá el rechazo de los otros.
- Actitud de rechazo al sexo femenino, pero de aceptación en juegos grupales.
- Puede alterar su estabilidad afectivo-emocional por algunos sucesos como la caída de los dientes, el aumento de peso y talla.

Características Psico-motoras

Va adquiriendo más conciencia de su cuerpo al realizar ejercicios, reconoce ya tres dimensiones: encima-debajo, derecha-izquierda y delante-detrás. A esta edad se van desarrollando sus posibilidades motoras, aunque las coordinativas no por completo. Reafirmará su lado prominente y dará inicio al desarrollo de la coordinación motriz fina.

Las siguientes características nos dan un cuadro más amplio de lo que sucede en este sentido.

- Muy activo e incansable, aunque pasivo por momentos.
- Va tomando conciencia de la situación de los objetos en relación consigo mismo y con el espacio.
- La experiencia perceptivo motriz cobra en este grado una importancia relevante para que el alumno la utilice como un medio efectivo, que relacione su cuerpo con los objetos y las personas que lo rodean.

- Identifica y discrimina estímulos perceptuales variados.
- Aumenta su capacidad de aprendizaje a través del tacto y el oído.

2.2 PLAN DE ESTUDIOS

El Plan de Estudios de la SEP es un proyecto que abarca cambios sustanciales en donde se observa que está fundamentado teóricamente en diversas teorías, pero predominando la Psicogenética de Piaget y aportaciones de diversos autores como Vigotsky, Bruner, Ausubel, César Coll, por lo que adquiere un enfoque constructivista.

Actualmente para el desarrollo de las matemáticas se sugiere utilizar y trabajar 6 horas a la semana de acuerdo a la distribución del tiempo de trabajo del Plan de Estudios 1993, dándole prioridad a esta asignatura, debido a su importancia en vida de los educandos.

El enfoque consiste en dar mayor énfasis a la formación de habilidades para la resolución de problemas y desarrollar el razonamiento a partir de situaciones prácticas y basándose en las experiencias con las que ya cuenta el niño, con el fin de que se promueva la construcción de conceptos y resulten las matemáticas para el alumno una herramienta funcional y flexible que le permita resolver situaciones problemáticas que le planteen en cualquier momento.

A continuación se muestran los objetivos que debe cubrir el Plan de Estudios de la SEP para la materia de matemáticas, específicamente de aritmética, para primero y segundo grado de Educación Primaria.

En esta investigación se trabajó con alumnos de segundo grado, pero es importante conocer los objetivos que debieron haberse cubierto en primer grado.

2.2.2 OBJETIVOS DE PRIMER GRADO (6)

- Utilicen y comprendan el significado de los números naturales hasta de dos cifras en diversos contextos.
- Resuelvan problemas de suma y resta de números naturales hasta de dos cifras, mediante procedimientos no convencionales.

(6) SEP. Libro para el maestro, primer grado, p.10

- Desarrollen la habilidad para realizar estimaciones y cálculos mentales de sumas y restas sencillas.

2.2.2 OBJETIVOS DE SEGUNDO GRADO (7)

- Utilicen y comprendan el significado de los números naturales, hasta de tres cifras, en diversos contextos.
- Resuelvan problemas de suma y resta de números naturales hasta de tres cifras, utilizando el procedimiento convencional.
- Desarrollen la habilidad para realizar estimaciones y cálculos mentales de sumas y restas, con números hasta de dos cifras.

El Plan de Estudios de segundo grado contempla los siguientes temas:

- Lectura de cantidades hasta 999
- Conteo
- Agrupamiento y desagrupamiento
- Series numéricas
- Sucesor y antecesor
- Valor posicional

Una vez descrito el Plan de estudio es necesario definir ciertos conceptos relacionados con los términos aritméticos que se deben cubrir y se hace necesario describir el Método Cuisenaire.

CAPÍTULO 3

CONCEPTOS BÁSICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y EL MÉTODO DIDÁCTICO CUISENAIRE

3.1 EL NÚMERO

En la antigüedad, para simplificar la vida diaria una de las grandes preocupaciones era expresar numéricamente distintas situaciones que representaran la cantidad. Así surgió la aritmética junto con un sistema de numeración para satisfacer necesidades de la vida cotidiana.

En las civilizaciones primitivas, la numeración solo llegaba hasta dos o tres. Los números mayores a éstos carecían de nombre; sólo se les designaba como "muchos" o "incontables".

Las formas de percibir las colecciones de objetos estaban relacionadas con el tamaño de cada una de ellas. Así, los números eran propiedades de las colecciones, sin separarlos de los objetos concretos, es decir, sin llegar a establecer una concepción abstracta.

De esta manera, en algunas culturas *mano fue utilizada para cinco y hombre para veinte*, por la relación de "tantos como dedos" tienen "la mano" o "el hombre"; es decir, mediante la comparación.

El número de objetos de una colección es una propiedad de ésta, pero el número en sí, el número abstracto, es una propiedad abstraída de la colección concreta y considerada en sí misma.

Con esta base surge una definición del número: "Un número es la propiedad común a todas las colecciones cuyos objetos puedan ponerse en correspondencia biunívoca (apareamiento) unos con otros, y que es diferente en aquellas colecciones para las cuales esa correspondencia no es posible"(8).

Los números aparecieron como un sistema con sus relaciones y con sus reglas, ya que las propiedades de un número tienen sentido o consisten en sus relaciones con otros números.

(8) Margarita Gómez Palacio, El niño y sus primeros años en la escuela, p. 111-112

Durante el desarrollo del descubrimiento de los números y sus relaciones, los hombres fueron estableciendo paulatinamente algunas leyes generales: que la suma no depende ni del orden de los sumandos, ni del orden en que se cuenten los objetos de una colección, de donde se desprenden los números ordinales (1°, 2°, 3°) y cardinales (1, 2, 3). El contenido del concepto del número abstracto reside en las reglas, en las relaciones mutuas del sistema de números.

La necesidad de contar y comunicar a otros el resultado de las operaciones hizo que surgieran los nombres y los símbolos o signos de los números, materializándose así el concepto de número abstracto y permitiendo la concepción de números tan grandes como aquéllos que no podían descubrirse por observación o enumeración.

El aprendizaje escolar no parte nunca de cero, sino que siempre se ve precedido por las ideas que el niño ha construido acerca de aquello que se le va a enseñar. Antes de acudir a la escuela, habrá tenido ya la oportunidad de elaborar ciertas hipótesis acerca de las cantidades y su representación.

Cuando los niños ingresan a primer grado de educación primaria ya poseen un importante acervo de conocimientos numéricos que han ido adquiriendo a partir de diversas experiencias concretas, relacionadas principalmente con el conteo.

Para Piaget, "el número es una estructura mental que construye cada niño mediante una aptitud natural, para pensar, en vez de aprenderla" (9).

Desde muy pequeño el niño se dedica con gran entusiasmo a contar. Con esta actividad aprende a individualizar y a ordenar los objetos y empieza a dar sentido a la serie de números que aprende a recitar.

Es de gran importancia precisar los niveles de construcción numérica que sigue el niño previos al aprendizaje de la suma y la resta, los cuales determinaran las dificultades que pudieran detectarse posteriormente.

"El niño aprende los primeros números desde muy chico y con frecuencia fuera de la escuela. Desde los 2 o 3 años saben decir uno y dos, donde dos tiene la significación de muchos" (10).

(9) Jean Marie Dolle. Para comprender a Jean Piaget, p. 160

(10) Gérard Vergnaud. El niño, las matemáticas y la realidad, p. 101

Esta serie numérica hablada aumenta progresivamente cuando el niño va creciendo pero al situarse en dicha recitación de números puede ubicarse en dos niveles diferentes: (11).

- 1) *El nivel de la simple recitación (canción).* El niño se dedica a recitar palabras que sabe deben seguirse. Sin embargo, la actividad del conteo implica no solamente que el niño recite la serie numérica, sino que al mismo tiempo haga corresponder la recitación con la exploración de un conjunto de objetos.
- 2) *El nivel de conteo propiamente dicho:* la recitación del conteo numérico se acompaña de gestos manuales y movimientos de los ojos, que muestran que el niño ejerce su actividad al establecer una correspondencia entre el conjunto de los objetos, por una parte, y la serie numérica hablada, por la otra.

Estos niveles corresponden a los componentes lógicos del número y se clasifican de la siguiente manera:

Primer componente: Clase numérica: Todos los números en sí, representan clases numéricas: la clase del 1, la clase del 2, la clase del 3, etc.

Es importante tener presente que las diferentes clases numéricas son abstracciones mentales, el cuatro no está en los objetos sino en la mente de uno mismo. Cuando se evoca un número, lo que se hace es identificar a que clase pertenece de acuerdo con su propiedad numérica, de lo contrario siempre se tendría que estar viendo los objetos para relacionarlos con la numerosidad que poseen.

No necesariamente se tiene que percibir visualmente los elementos de un conjunto para poder definir a que clase numérica pertenece. Los niños comienzan a desarrollar la noción de clase numérica a partir de la observación de conjuntos físicos. Sin embargo, eso no quiere decir que el número pueda verse en los objetos.

Segundo componente: La noción de orden. Cuando los niños cuentan deben colocar los objetos en orden ya sea física o mentalmente a fin de evitar contar dos veces o dejar de contar alguno.

(11) Gérard Vergnaud. Op. Cit, p. 101-102

Dentro de la noción de orden se encuentra la relación de inclusión y clases.

"la relación de inclusión corresponde a la manera en que es posible determinar la dimensión mayor de la clase, frente a las subclases que tiene menos elementos que la primera" (12).

Es decir, en la clase del cinco están incluidas las subclases del uno, dos, tres y cuatro; y se ubica después del cuatro y antes del seis porque es mayor que el primero pero menor para el segundo.

En este sentido, el niño va comprendiendo que la posición de los números dentro de la serie numérica no es arbitraria, depende las relaciones que ya anteriormente haya establecido el niño con los signos de mayor que, y menor que.

Asimismo, el número ocupa una determinada posición en la serie de acuerdo a su magnitud, por ejemplo: el cuatro se ubica después del tres y antes del cinco.

Con respecto a las estructuras lógicas de Piaget que apoya la construcción del número, la inclusión de clases subyace en la inclusión numérica que, como se mencionó anteriormente, el dos incluye al uno, el tres incluye al dos, etc. (con las regletas: donde el rojo (2) incluye al blanco(1), el verde claro (3) incluye al rojo (2), etc.). Cuando el niño descubre la inclusión de clases, sabe que, por ejemplo, en una colección de regletas rojas y rosas siempre va a ser mayor el conjunto de todas las regletas que el de sólo las regletas rosas puesto que éstas, lo mismo que el conjunto de solamente las regletas rojas, son sólo una parte del total, es decir, una porción de regletas que constituyen la totalidad de la colección. Esto facilitará que comprenda la inclusión numérica (el uno (blanco) está incluido en el dos (rojo), el dos (rojo) en el tres (verde claro), el tres (verde claro) en el cuatro (rosa), etc.).

La clasificación permite al niño entender las relaciones de clase numérica y de inclusión jerárquica implicadas en los números, en tanto que la seriación le posibilita para reconocer las relaciones de ordenación numérica en función de la comparación entre sus distintas magnitudes.

(12) Margarita Gómez Palacio, op. cit., p. 115

La seriación posee dos propiedades: (13)

- 1) La *transitividad* o relación que se establece entre un elemento de una serie con el siguiente , y entre éste y el posterior , para deducir la relación que existe entre el primero y el último de los elementos considerados.

Ejemplos:

- a) Si Andrés llegó antes que Bernardo y Bernardo llegó antes que Carlos, necesariamente Andrés llegó antes que Carlos.

En el caso específico de las regletas:

- b) Si la regleta amarilla con valor de 5 es mayor que la regleta rosa que tiene el valor de 4, y la regleta rosa es mayor que la regleta verde claro con valor de 3, se deduce que la regleta amarilla es mayor que la regleta verde claro.
- 2) La *reciprocidad* : consiste en el establecimiento de las relaciones entre los elementos de tal manera que al invertir el orden de la comparación, el orden de la relación también se invierta.

Ejemplo:

La regleta verde claro (3) es mayor que la regleta roja (2), la regleta roja (2) es menor que la regleta verde claro (3).

Lo característico es que la afirmación posee igual significado; es la forma de referirse a la relación lo que varía, dependiendo de la dirección que se siga al recorrer la serie.

La reciprocidad permite considerar a cada elemento de la serie como el final de dos relaciones inversas, en donde cada elemento (excepto el primero y el último de cada serie) es al mismo tiempo mayor y menor que otros que le anteceden o que le siguen.

Con lo anterior, se afirma que para que el niño tenga una conformación lógica del número, debe fusionar las relaciones lógicas implicadas en la clasificación y en la seriación.

Por otra parte, y para establecer la equivalencia de dos conjuntos, se recurre a la operación de correspondencia.

(13) Gérard Vergnaud, op. cit., p. 31

"La correspondencia es la relación que existe transitivamente entre los miembros de un conjunto"(14).

La importancia de la correspondencia radica en que, al realizarla de manera biunívoca (relación de uno a uno entre los elementos de dos conjuntos), se pueden comparar los conjuntos y decidir si son o no equivalentes. Después se pueden ordenar dichas clases mediante su puesta en correspondencia biunívoca, así como construir la serie numérica considerando la relación +1 y -1. Así, la fusión de la clasificación y la seriación se realiza por medio de la correspondencia.

Por lo tanto, la clasificación define la cardinalidad del número, mientras que la seriación su ordinalidad.

Más tarde, el niño tiene que identificar que el número es un elemento de la vida cotidiana presente en casi todo momento y a su vez el número puede tener diferentes significados en función del contexto particular que se emplea. (15)

Contexto de secuencia: Aquí el número se emplea simplemente como una recitación verbal en el cual los números pronunciados no guardan ninguna relación con el objeto. Se trata solamente de una mera canción (esto se da cuando los pequeños suelen repetir la secuencia numérica para practicarla y memorizarla).

Contexto de conteo: El número pronunciado guarda una correspondencia biunívoca con un objeto determinado. De esta manera física o mental cada elemento contado se va separando progresivamente del conjunto de los elementos no contados.

Contexto cardinal: El número se puede emplear para expresar una cantidad particular de objetos o sucesos, es decir, para determinar la cardinalidad de un conjunto: dúo, terna, etc.

Contexto ordinal: El número se utiliza para marcar la posición de un elemento dentro de un conjunto ordenado.

(14) Gérard Vergnaud, *op. cit.*, p. 103

(15) SEP, *Guía para el maestro, segundo grado Educación Primaria*, p. 17-18

Contexto de medida: El número se aplica en este contexto cuando describe la cantidad de unidades en que se ha dividido una magnitud continua, tales como la capacidad y el peso. Esto es, una magnitud continua, puede ser medida únicamente después de que ha sido dividido en unidades. Las unidades de medida pueden ser convencionales como el litro, gramo, etc., o bien arbitrarias.

Contexto de código: Los números se emplean, algunas veces para distinguir diferentes clases de elementos como etiquetas o símbolos. En este contexto cada número representa los elementos que pertenecen a una misma clase.

Ejemplo: cuando se hacen equipos dentro de un salón de clases se denomina la etiqueta del equipo 1, equipo 2, etc. No importando el número de elementos que lo conforman.

Contextos combinados: El número puede encontrarse en cada uno de los contextos arriba mencionados por separado, o bien, combinando dos o tres significados descritos.

Ejemplo: En un billete de lotería se pueden encontrar el número de la serie como parte del código de identificación pero a la vez, indicando una posición relativa en la ordenación de todas las series de una misma fecha.

El niño se enfrenta cotidianamente con todos estos contextos del número, sin embargo, cada uno de ellos supone un nivel de complejidad diferente que le es accesible o no según su desarrollo conceptual.

3.2 EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN

La necesidad de contar, comparar y hacer operaciones con números cada vez más grandes propició que algunos sistemas de numeración evolucionarán aún más para facilitar el manejo de dichos números.

Actualmente, el sistema de numeración decimal es el de mayor relevancia y esto hace necesario profundizar en su conocimiento. Es importante por lo tanto, establecer la diferencia entre sistema numérico y sistema de numeración.

Se puede decir que un sistema numérico es "un conjunto de números que posee propiedades y características independientes de los signos usados para su

representación. Un sistema de numeración, en cambio, es un conjunto de signos y reglas que permiten la representación de los números, determinan las formas en que se combinan para construir los numerales (que son la representación de los números) y establecen las formas de operar con ellos”(16).

La comprensión cabal del Sistema Decimal de Numeración implica un proceso que, en el caso del niño, requiere de material concreto (regletas de colores) en los cuales paulatinamente, y de acuerdo con las posibilidades que el desarrollo cognoscitivo le va dando, va construyendo conocimiento a este respecto y generalizándolos, también poco a poco, a otros contextos más complejos.

Los adultos, incluso los maestros mismos, en general consideran que si un niño se equivoca al efectuar el algoritmo de la suma olvida de “llevar” o de “pedir” en la resta, etc., es que no ha entendido estas operaciones básicas. Esto puede ser cierto, sin embargo rara vez (por no decir nunca) se ve la relación de estos “olvidos” o dificultades en la operación con la comprensión del Sistema Decimal de Numeración por parte del niño.

Para poder operar en este sistema es necesario comprender las leyes que lo rigen, su funcionamiento y las derivaciones que de ella se desprende.

El sistema de numeración presenta dos características: *la base y la posición*, en las cuales se prescinde de la representación de las potencias de la base y se concede un valor variable a las cifras según el lugar que ocupan en la representación convencional de los números.

Actualmente nuestro sistema de numeración tiene diez signos, cantidad que corresponde al número de su base. Ellos son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

“El número diez desempeña una función especial ya que sirve de base, por eso se le dio el nombre de decimal, el cual tiene por significado diez” (17).

(16) Margarita Gómez Palacio, op. cit., p. 119

(17) Margarita Gómez Palacio, El sistema de numeración decimal, p. 61

En el *valor posicional* cada signo tendrá cierto valor, dependiendo del lugar que ocupe en el numeral. En el elemento 727, el numeral de la derecha tiene un valor de siete unidades, mientras que el mismo numeral y colocado en el extremo izquierdo (que ocupa otro lugar, el de las centenas), tiene un valor de setecientos unidades.

En relación con las cifras se denomina *valor relativo* y *valor absoluto*, dependiendo de su posición, lo que implica que el orden de escritura de los números modifica la cantidad representada.

El sistema decimal de numeración posee base 10, lo que significa que se requieren de diez unidades simples para formar una unidad de segundo orden (decena) y diez decenas (diez unidades de segundo orden) para formar una unidad de tercer orden (centena), y así sucesivamente; es decir, que cada diez unidades de cualquier orden forman una unidad del orden inmediato superior. A este proceso se le llama *agrupamiento* y al *proceso inverso desagrupamiento*, el cual consiste en descomponer toda unidad en diez unidades del orden inmediato superior, excepto en el caso de las unidades simples. Un ejemplo de desagrupamiento es la notación desarrollada:

$$423 = (400 + 20 + 3).$$

El *agrupamiento* y el *desagrupamiento* se rigen por la ley de cambio. Dicha ley constituye uno de los ejes centrales en la comprensión del sistema decimal de numeración.

Dentro de las actividades que se contemplan en el Método Cuisenaire, para fomentar en los alumnos el uso del Sistema Decimal de Numeración se encuentran aquellas que están encaminadas a la comprensión del agrupamiento, por ejemplo:

Actividad de la decena; los alumnos deben coleccionar regletas con diferentes colores que representen unidades inferiores a la decena; al reunir un total de diez unidades deben canjear sus regletas por una que represente a la decena (en este caso una regleta color naranja).

Para representar gráficamente el sistema de numeración decimal se escribe, y se lee, de izquierda a derecha, de forma horizontal y en orden decreciente, a partir de

las unidades de mayor orden. Por ejemplo, 532 se escribe primero el 5 por corresponder a la posición del orden mayor; después el 3, que corresponde al orden inmediato inferior; para terminar con el 2, que corresponde a la posición destinada para las unidades del orden de menor valor.

El cero, según su posición, indica la ausencia de unidades del orden en el cual aparece.

Habitualmente no se tiene suficiente conciencia de que la conceptualización del cero representa una serie de dificultades para los niños, sobre todo cuando éstos se han venido creando ideas contradictorias acerca de él, sin relacionarlo con valor posicional y el agrupamiento. En algunos aspectos tal dificultad deriva de las características de la propia lógica infantil, pero en buena parte también se debe a una enseñanza que obliga a los niños a memorizar “productos terminados”, sin darles suficiente oportunidad para descubrir y comprender el Sistema Decimal de Numeración, es decir, sin permitirles construir por sí mismos este conocimiento. Todo ello trae como consecuencia que para los niños el cero puede “aparecer” y “desaparecer” mágicamente, se le puede convertir en diez o simplemente, cuando les causa algún conflicto, lo eliminan porque “el cero no vale”. La dificultad que representa para los niños el uso del cero se ve con mayor claridad cuando aparece en una operación. Por ejemplo, en una suma del tipo 202 simplemente “se bajan” los números diferentes de cero donde éste aparece. En una resta de “pedir prestado” se le convierte en 10 agregándole un uno que no se sabe de dónde viene o, al igual que la suma, se baja el número diferente de cero, sin quedar muy claro si esto es cuando dicho número está en el minuendo o en el sustraendo. Muchas de las dificultades que los niños en general tienen con el cero se originan en la contradicción que, desde el punto de vista de la lógica infantil, implica el tener que poner “algo” (un signo) para indicar que no hay nada: “si no hay nada, ¿para qué pongo...?”.

El trabajo con agrupamientos resulta muy valioso para que los niños comprendan la utilidad del cero con respecto a la representación de una cantidad. Mediante él pueden observar las transformaciones entre los diferentes agrupamientos, así como el valor posicional de los números, y finalmente lograr cambiar su hipótesis

dé que un número se escribe de determinada manera porque "así debe ser" llegando a comprender la verdadera razón de ello.

Cabe señalar que el cero, como concepto, cumple también la función de operador que multiplica el valor del número al cual le sigue (en cualquier notación), por el valor de la base. Por ejemplo: el cero puesto después del cuatro (40) multiplica al cuatro por la base (por diez).

Otra de las características es la regla de composición interna del sistema: un sucesivo (+1) y un antecesor (-1), lo cual se identifica como algoritmo del sistema.

El Sistema Decimal de Numeración se encuentra relacionado estrechamente con el concepto de número y con la representación de cantidades (representa a los números de manera no ambigua, compara a los números a través de su escritura). Por lo anterior, se deduce que no es un concepto parcial ni aislado, ya que la comprensión de algunas de sus propiedades, como la ley de cambio para el agrupamiento y el desagrupamiento, y el valor posicional de las cifras, permitirá a su vez la comprensión de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división, con cierta facilidad.

3.3 SUMA

"La suma es el resultado de la unión de conjuntos, es decir, consiste en adicionar los elementos de cada uno de los conjuntos representados por números. La operación, cuyo resultado será otro número formado por tantos elementos como tengan sus componentes. A los componentes que intervienen en la operación se denomina sumandos y el resultado suma o total"(18).

Se simboliza con el signo (+), de modo que la operación 3 y 2 son los sumandos y 5 la suma. Esta expresión se lee "tres más dos igual a cinco" o bien, "la suma de tres y dos son cinco".

(18) J. E. Thompson. Aritmética, p.6

PROBLEMAS DE TIPO ADITIVO

Los problemas de tipo aditivo son aquellos cuya solución requiere adiciones o sustracciones, y por medidas a los números de la misma naturaleza. De modo que es posible sumar una medida a otra y encontrar como resultado una medida.

Los números naturales son los más simples, equivalen a medidas de objetos aislables, mientras que los números relativos representan a las transformaciones que se pueden llevar a cabo sobre la medida.

Dos medidas se pueden agregar una a otra, y obtener como resultado una medida. Vergnaud (1991) lo explica así:

- Si Pablo tiene 6 canicas de vidrio en su bolsillo derecho y 8 canicas de acero en su bolsillo izquierdo, tiene en total 14 canicas.

6 es la medida del conjunto de canicas de vidrio;

8 es la medida del conjunto de canicas de acero;

14 es la medida del conjunto-unión de los dos primeros.

- Si yo voy a poner a lo largo del muro de mi cocina una mesa de 1.55 metros y una lavadora de 0.660 metros de largo, es necesario que yo disponga de un largo total igual a 2.15 metros, al menos.

1.55; 0.60 y 2.15 son respectivamente las medidas de la mesa, de la lavadora y del largo del total.

Los ejemplos anteriores muestran una forma de relaciones aditivas donde los números que intervienen son todos de la misma naturaleza. Aun cuando en el primero los números representan cardinales y en el segundo longitudes, en ambos casos se refieren a una medida; 6 (canicas) se agrega otra medida (8 canicas, para obtener una tercera medida (14).

La diferencia entre *medidas*, *estados* y *transformaciones* se remite a distintos tipos de números:

Los números naturales son números sin signo, por lo que representan *medidas* pero no pueden representar transformaciones, ya que éstas sólo pueden ser positivas (+) o negativas (-) y, por tanto, se representan por medio de los números

relativos (+4, -6. etc.). Las transformaciones alteran la medida de un conjunto de objetos en tanto que agregan (+) o quitan (-) elementos a ese conjunto.

Los números naturales representan medidas de conjuntos, mientras que los relativos indican las transformaciones que sufren esas medidas.

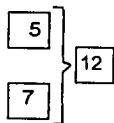
Por otra parte, cuando en un problema intervienen *cantidades discretas* (es decir, separables en unidades), se expresan mediante los números enteros, ya sea que se trate de medidas o de transformaciones.

Cuando se trabaja con *cantidades continuas* (áreas, longitudes, etc) se utilizan los números decimales. Estos últimos, al ser de adquisición más tardía desde el punto de vista cognitivo, su manejo en general representa mayores dificultades para el niño.

Existen *seis categorías de las relaciones aditivas*:

1ª. Categoría: Dos medidas se componen para dar una medida.

Ejemplo: "María tiene 5 flores en la mano derecha y 7 en la izquierda. Tiene en total 12 flores". Como 5, 7 y 12 son números naturales, el esquema correspondiente sería:



Tanto 5 como 7 son, en este caso, medidas.

La ecuación correspondiente es:

$5+7=12$ donde + significa la adición de esas dos medidas (dos números naturales).

Si en este problema, conociendo 5 y 7, colocamos la incógnita en el lugar correspondiente al 12 y preguntamos ¿cuántas flores tiene María en total? Obtendremos directamente la adición $5+7=12$.

Si en cambio, conociendo 5 y 12 preguntamos ¿cuántas flores tiene María en la mano izquierda? La ecuación correspondiente podríamos representarla con $12-5=7$ (resolución canónica) o bien, $5+ _ =12$ que correspondería a la búsqueda del complemento aditivo: $5+7=12$.

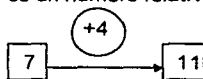
Esta primera categoría incluye a los problemas aditivos más sencillos. Sin embargo, a veces el solo hecho de ubicar la incógnita donde la hemos colocado en el segundo caso (en una de las medidas que se componen) ya puede traer dificultades a algunos niños. En cambio pueden resolver con toda facilidad el problema si la incógnita está en la suma de las dos medidas que se componen.

2ª. Categoría: Una transformación opera sobre una medida para dar una medida.

Ejemplo: "Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Gano 4 canicas. Ahora tiene 11.

7 y 11 son números naturales; +4 es un número relativo.

Esquema:



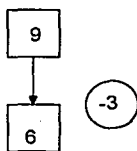
Ecuación: $7 + (+4) = 11$

+ es la ley de composición que corresponde a la aplicación de una transformación sobre una medida, es decir, a la adición de un número natural (7) y de un número relativo(+4).

3ª. Categoría: Una relación une dos medidas.

Ejemplo: "Juan tiene 9 años. Elena es 3 años menor que él. Entonces tiene 6 años"

Esquema:



Ecuación: $9 + (-3) = 6$

En este problema no hay transformación. Existe una relación estática entre un estado (9) y otro (6). El signo + indica la adición de un número natural (9) y otro

relativo (-3). Desde luego esto no significa que se trata de hacer una operación "con números negativos", pues para obtener el resultado sólo hay que restar $9-3=6$ (o, nuevamente, buscar el complemento aditivo: $3+6=9$).

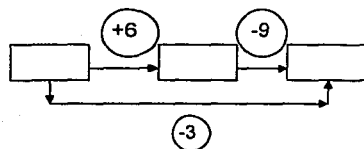
Los de la 1ra. y 2ª categoría son los que suele plantear la escuela, y ocasionalmente pueden aparecer de la 3ª categoría.

Las categorías siguientes en general caen fuera de los contenidos escolares.

4ª. Categoría: *Dos transformaciones se componen para dar una transformación.*

Ejemplo: "Pablo ha ganado seis canicas ayer y ha perdido 9 hoy. En total ha perdido 3".

ESQUEMA

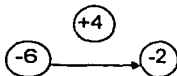


Indica que dos estados están siendo relacionados por una formación (-3). Sin embargo aquí los estados no son relevantes puesto que se está operando exclusivamente sobre las transformaciones +6, -3 y -9. Por tanto en la ecuación $(+6) + (-9) = (-3)$ el signo + representa la adición de dos números relativos (dos transformaciones) que dan por resultado un número negativo.

5ª. Categoría: *Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar un estado relativo.*

Ejemplo: "Pablo debe 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. No le debe más que 2".

Esquema:



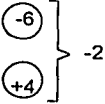
La ecuación $(-6) + (+4) = (-2)$ señala la adición de dos números relativos (indicada por $+$) de diferente naturaleza, ya que -6 y -2 son estados, mientras que $+4$ corresponde a una transformación.

6ª. Categoría: *Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar un estado relativo.*

Primer ejemplo: "Pablo debe 6 canicas a Enrique pero Enrique le debe a él 4. Pablo, debe entonces 2 canicas a Enrique.

-6 , $+4$, -2 son números relativos.

Esquema:



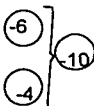
The diagram shows two circles, one containing -6 and one containing $+4$. A large right-facing curly bracket groups these two circles, and to the right of the bracket is the number -2 .

EL esquema muestra que todos estos números corresponden a estados (no hay transformación) y, por tanto, son de la misma naturaleza.

Nuevamente el signo $+$ indica la adición de dos números relativos: $(-6) + (+4) = (-2)$.

Segundo ejemplo: "Pablo debe 6 canicas a Enrique y 4 canicas a Antonio. Debe 10 canicas en total".

Esquema:



The diagram shows two circles, one containing -6 and one containing -4 . A large right-facing curly bracket groups these two circles, and to the right of the bracket is the number -10 .

EL esquema constituye una de las variantes posibles en esta categoría, donde los tres estados se representan con signo negativo puesto que indican lo que Pablo debe. Como remiten a la composición de relaciones entre personas diferentes, aquí la ecuación $(-6) + (-4) = (-10)$ implica una relación entre Pablo y Enrique y otra entre Pablo y Antonio.

En el primer ejemplo, en cambio, las relaciones son únicamente entre Pablo y Enrique.

Existen gran variedad de problemas que pueden derivarse de una sola categoría y ver cuántas cosas se puede estar pidiendo al niño en un problema determinado.

C	D	U	
1	1	2	decenas
		+	1+2=3
		4	
		2	
		2	
	3	8	

y finalmente las centenas:

C	D	U	
1	1	2	centenas
		+	
		4	
		2	
		2	
	1	3	8

Entonces tenemos como resultado: $112+4+22=138$

Cuando al sumar las cifras de dos o más números obtenemos numerales de un sólo dígito en cada posición, es decir, un dígito menor de 10 en las unidades, las decenas, centenas, etc., como en el ejemplo anterior que es una operación sencilla.

Pero cuando al sumar obtenemos numerales de dos dígitos en una o más posiciones, o sea, un numeral mayor que 10, no es tan fácil hallar el resultado.

Para sumar 24 y 38, por ejemplo:
primero sumamos las unidades

$$\begin{array}{r}
 \text{D U} \\
 + 24 \\
 38 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{unidades} \\
 4+8=12
 \end{array}$$

Como el resultado (12) es un número mayor que 10 y la posición de las unidades sólo puede ser ocupada por un numeral de un solo dígito, escribimos el numeral 2 en esa posición (que designa dos unidades y sumamos el numeral 1) que representa una decena o 10 unidades con los numerales de la posición siguiente.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \text{D U} \\
 + 24 \\
 38 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{decenas} \\
 1+2+3=6
 \end{array}$$

Al efectuar esta suma es común pensar: "cuatro más ocho, doce". Escribimos entonces el 2 y decimos que "llevamos" 1. A continuación se suman las decenas:

$$\begin{array}{r}
 \text{D U} \\
 + 24 \\
 38 \\
 \hline
 62
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{decenas} \\
 1+2+3=6
 \end{array}$$

Para la iniciación de la suma, el método Cuisenaire sugiere que se utilice las regletas de colores.

Las regletas de colores corresponden a los números y éstos pueden manejarse y compararse a través de diversas combinaciones que servirán como introducción a la suma.

Por ejemplo, uniendo las regletas rosa (4) y rojo (2) dan como resultado la regleta verde oscuro (6) o de la unión de las regletas verde claro (3) dos veces, dan como resultado 6 ó uniendo la regleta amarilla (5) y blanca (1) se obtiene el mismo resultado.

El ejemplo anterior muestra claramente las combinaciones que se realizan para el comienzo de operaciones aritméticas. Con esta actividad el niño va adquiriendo un lenguaje más técnico (cuatro más dos, igual a seis, tres más tres, es igual a seis, cinco más uno, igual a seis).

3.4 RESTA

Restar o sustraer consiste en encontrar uno de los sumandos a partir del conocimiento del otro sumando y la suma de la operación. Al primer componente del par ordenado de la operación de sustracción se le llama minuendo (el número al que se resta el otro número); el segundo componente, sustraendo (el número que se resta), y al número que se asocia a éstos , diferencia o resta (el resultado de la operación). El símbolo de la sustracción es (-), de manera que en la operación siguiente se ilustra de mejor forma:

$$\begin{array}{r}
 6 \quad \text{-----} \text{ minuendo} \\
 - \\
 4 \quad \text{-----} \text{ sustraendo} \\
 \hline
 2 \quad \text{-----} \text{ diferencia}
 \end{array}$$

Esta expresión se lee "seis menos cuatro igual a dos", o bien, la diferencia de seis y cuatro es dos.

Como en el caso de la adición, restar números de una sola cifra es muy sencillo, ya que se requiere de poco tiempo para entenderla y descubrir que el resultado de

una sustracción siempre es un número sumado al sustraendo da como resultado el minuendo; por ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 - \\
 5 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 , \quad \text{porque} \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 + 5 \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

Esto explica porque la sustracción y la adición son operaciones inversas.

Además, casi siempre efectuamos mentalmente las restas, pero cuando se trata de restar números de varias cifras, tenemos que escribir los elementos de la sustracción. Aunque podemos hacerlo en forma horizontal, se prefiere la representación vertical, como en la adición.

Ejemplo: 583
 -432

Como puede verse, cada dígito del minuendo es mayor que el dígito correspondiente del sustraendo de modo que para hallar la diferencia basta con encontrar un número que sumando al dígito de cada posición del sustraendo dé como resultado el dígito correspondiente del minuendo. Las cifras de cada número deben restarse por su valor relativo, es unidades con unidades, decenas con decenas y centenas con centenas, como en la adición.

Ejemplo:

	C	D	U
	9	8	3
	-4	3	2

	5	5	1

Ya que $5+4=9$, $5+3=8$ y $1+2=3$

Entonces, el resultado de: $983-432= 551$

Efectuar una sustracción no es tan sencillo cuando un dígito del minuendo -o varios dígitos- es menor que el dígito correspondiente del sustraendo.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 5481 \\ - 3652 \\ \hline \end{array}$$

3.5 EL MÉTODO DIDÁCTICO CUISENAIRE

Tradicionalmente, se ha venido empleando un sistema de enseñanza mecánica y memorística, mediante los cuales se pretende que el alumno aprende automáticamente una serie de nociones y reglas sin una base de comprensión y sin significado. Las matemáticas son la materia de estudio más rechazada y menos aprendida por lo que es necesario introducir actividades que promuevan su conceptualización a partir de experiencias concretas.

Dada la importancia que tiene el uso del material concreto en segundo grado de primaria, en el momento actual existe un material específico para el aprendizaje de las matemáticas y es el método George Cuisenaire dando origen a las regletas de colores, las cuales se utilizan en juegos sensoriales para que el alumno relacione las cosas con el concepto de número natural, en el cálculo y las operaciones aritméticas fundamentales (adición, sustracción, multiplicación y división). Éste es el método didáctico que esta investigación propone y a continuación se describe.

El método Números en color, también llamado regletas de colores o método Cuisenaire fue creado por el profesor Georges Cuisenaire Hottelet en la ciudad

de Thuin (Bélgica), después de numerosos trabajos de investigación y experimentos realizados a partir de 1936.

Siendo maestro rural, le asombró, la facilidad que tienen los niños en aprender y retener las canciones, juntamente con las dificultades para aprender la aritmética y más aún retener lo aprendido. El profesor Cuisenaire trabajó en el anonimato durante largos años, tiempo que aprovechó para perfeccionar el procedimiento del método que le dio el éxito en el ámbito de las matemáticas. En 1952 publicó su primer libro y un año más tarde el Dr. Caleb Gattegno se interesó en su labor, convirtiéndose en su colaborador.

A partir de 1954, el Método Números en color fue conocido y aceptado por distintos países europeos.

El Método Cuisenaire llegó a México en el año de 1963, gracias a la profesora María Suárez de Betancourt, quien lo aplicó por primera vez en la Esc. Prim. "José Vasconcelos" luego en la primaria "República de Brasil" anexo a la Escuela Nacional de Maestros, trabajando con grupos de los primeros tres grados de primaria obteniendo resultados satisfactorios.

El Método Cuisenaire tiene la virtud de ser fácil en su utilización para los maestros y los alumnos, además de ser bien aceptado por estos últimos.

Gracias al método los maestros propician en el aula, principalmente, la espontaneidad y la libertad de trabajar, ejercitando operaciones matemáticas, como la suma y la resta, a través de actividades lúdico-didácticas, dando como resultado una respuesta más favorable que la que se obtiene al utilizar la enseñanza tradicional, es decir, el trabajo realizado con el Método Cuisenaire nos permite acceder a un trabajo colectivo, en donde los alumnos aportan, aceptan o rechazan los procedimientos que se les están presentando y dándose una mayor comunicación, además de algo fundamental: el gusto que adquieren por aprender matemáticas.

El Método Cuisenaire propicia la agilidad mental, favorece la enseñanza de las matemáticas, así como un rápido y eficaz aprendizaje del cálculo de la suma y resta.

Las respuestas alcanzadas son adecuadas ya que permiten el logro de una educación más completa gracias a la aplicación del Método Cuisenaire, debido a que éste es apropiado a la edad de los niños, porque toma en cuenta objetos concretos, colores y juegos que llaman su atención contribuyendo a incrementar su desarrollo intelectual.

Es importante enfatizar que las regletas de colores pueden ser fácilmente manejadas por los alumnos, debido a que ellos al estar interactuando con el material se convierten en descubridores, creadores y sobre todo se apropian del concepto de número, entendiendo, asimilando, adoptando y apoderándose de todas aquellas ideas que al principio son ajenas y que finalmente manejan, entienden y hacen suyas. "La comprensión del número y de las operaciones no surge la observación de los objetos sino únicamente de la manipulación de los mismos"(19).

La manipulación de las regletas de colores conduce al descubrimiento de los números y facilita más pronto la obtención del resultado ya sea de un ejercicio o de un problema.

El maestro sólo participará como guía y coordinador, es por eso que se considera importante saber emplearlo adecuadamente.

"El material utilizado no sirve simplemente para la visualización, sino para la ejecución de actividades que deben conducir a la interiorización (Piaget) y a la realización de operaciones mentales"(20).

Conjugando las imágenes visuales y táctiles el alumno debe ser capaz de entregar la regleta que se le indique.

El conocimiento concreto se afina desde los siete años hasta los once, de acuerdo a los periodos de inteligencia infantil propuestos por Jean Piaget. En este período se denomina como el de las operaciones concretas.

(19) A. Fricke. El cálculo y las operaciones con ayuda del Método Cuisenaire, p. 7

(20) *Ibid.* P. 9

Es por ello que en el Método Números en color cuando los alumnos establecen relaciones con las regletas al manipularlas y jugar con ellas, están indicando una experiencia que los conducirá al conocimiento concreto, y cuando, gracias al método toman conciencia de la finalidad y el uso de las relaciones numéricas, la idea de número puede comprenderse.

Después interiorizan las operaciones mediante los ejercicios que realizan con las regletas, dando lugar a la aparición del pensamiento lógico que, a pesar de no encontrarse en el período formal muy bien puede alcanzarlo, aunque no en su totalidad.

El Método Cuisenaire permite partir de su práctica para lograr y agilizar el desarrollo de la lógica en los niños, especialmente matemática, en este caso, aplicado a la suma y a la resta con la ayuda del material: las regletas de colores.

Inclusive el propio Piaget da su opinión acerca del material utilizado en el método Números en color, diciendo que éste es:

“Excelente cuando da lugar a manipulaciones activas y a descubrimientos realizados por el niño mismo en la línea de desarrollo operatorio espontáneo” (21).

De acuerdo a lo anterior, considero que el método Cuisenaire es un conductor, facilitador y agilizador que permite a los alumnos desarrollar sus aptitudes lógico-matemáticas y afianzar sus conceptos partiendo del material concreto.

El Método Cuisenaire permite que los alumnos, al encontrarse en plena interacción con el material, desarrollan su capacidad para pensar más fácilmente y, por ende, recuerden los procesos después de comprender lo que resultará muy favorable en la adquisición del aprendizaje básico que deben tener, en este caso al sumar y restar.

Características de las regletas

El material para la aplicación del Método Cuisenaire está constituido por reglitas o barras de madera, es decir, prismas rectangulares de 1 cm de cada lado y con una longitud que va de 1 a 10 cm (cada centímetro equivale a una unidad, de tal

(21) Jean Piaget. *Psicología y Pedagogía*, p. 59

manera que la reglita que mide 9 cm representa al número 9). Para denominar y encontrar rápidamente una reglita se relaciona cada tamaño con un color específico, Cada longitud está asociada a un color diferente y simboliza un número.

El juego total de reglitas que integran una "Caja Cuisenaire" es de 301 piezas diferentes y se compone de la manera que indica el siguiente cuadro:

COLOR	NUMERAL (número que representa)	SIMBOLO	LONGITUD	NUMERO DE PIEZAS	FAMILIA DE COLORES
blanco	1	b	1 cm	100	blanco
rojo	2	r	2 cm	50	rojo
rosa	4	R	4 cm	25	
café	8	c	8 cm	12	
amarillo	5	a	5 cm	20	amarillo
naranja	10	N	10 cm	10	verde
verde claro	3	v	3 cm	33	
verde oscuro	6	V	6 cm	16	
azul	9	A	9 cm	11	
negro	7	n	7 cm	14	negro

Al trabajar con los niños es imprescindible que éstos cuenten con el número de regletas necesarias.

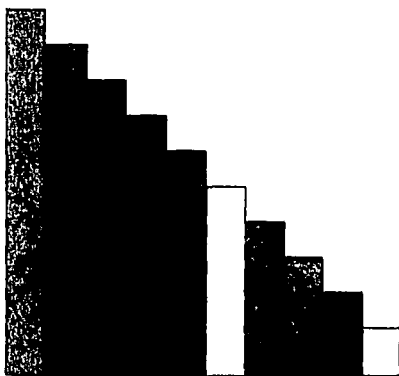
El número que se requiere depende del tipo de ejercicios y de la tarea a realizar. Se recomienda disponer de una caja completa para cada dos niños, aunque lo óptimo, sería que cada niño tuviera una caja.

El color y el tamaño

El color es la segunda base del método números en color, la primera base es la dimensión. Cuisenaire eligió los colores de las regletas sobre las bases de las siguientes consideraciones:(22)

(22)Diego Angel Márquez. *La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color*, p.56

- a) La utilidad didáctica de agrupar las longitudes de las regletas en cinco "familias de colores" según las relaciones naturales que presiden la construcción de los números.
- b) Una lógica de adulto, que incita, en la medida de lo posible, a hacer coincidir las relaciones naturales de los números con las relaciones naturales de los colores, manteniendo los contrastes entre los colores y las diversas familias.
- c) En el interior de una familia dada, la regleta menos larga corresponde al color menos denso. En la familia de las rojas, la roja es un color menos denso que la rosa y ésta de una coloración menos densa que la café.
- d) La regleta que constituye la unidad es de color blanco. El cubo unidad debe poder integrarse en la construcción de todas las familias por la vía de adición 1 por 1.



La asociación de color a la longitud contribuye al fácil reconocimiento del número.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Las regletas mantienen una compatibilidad entre los colores que también cuentan con un parentesco matemático; es decir, si se observan de la familia roja (roja, rosa y café) advertimos una relación del doble y mitad; la rosa es el doble de la regleta roja y la mitad del café.

Además de la característica anterior, cabe mencionar que " el color agrega un elemento suplementario, de representación sensorial que contribuye a la fijación del número y de sus relaciones con los otros números"(23).

Sin embargo, es necesario advertir que Cuisenaire no pretendió realizar un estudio profundo en cuanto a la teoría del color en las matemáticas, sino únicamente valerse de los colores como auxiliares para la práctica del método que lleva su nombre.

Los colores se asocian en familias

La unidad (madera natural o blanca) constituye una clase singular. La serie 2,4,8 (familia roja) constituye una clase binaria que se obtiene duplicando sucesivamente:

$$2=2*1$$

$$4=2*2,$$

$$8=4*2$$

La serie 5,10 (familia amarilla) es binaria y se obtiene igualmente duplicando:

$$10=5*2$$

La serie 3,6, 9 (familia verde) es una clase mixta binaria-ternaria:

$$3=3*1$$

$$6=3*2$$

$$6=2*3$$

$$9=3*3$$

(23) Ibid. p. 26

La clase 7, es también una clase singular.

Los alumnos descubren las relaciones elementales entre los números, en principio duplicando o fraccionando en dos mitades:

$$2=2*1$$

$$4=2*2$$

$$8=4*2$$

$$10=5*2$$

Las dos primeras familias (roja y amarilla) conducen al conocimiento básico del sistema decimal. Posteriormente se establecen las relaciones menos simples que resultan de triplicar o de dividir por tres.

$$3=3*1$$

$$9=3*3$$

El 7, al que no se puede llegar ni duplicando ni triplicando, surge la comprobación de una vacío entre el 6 y el 8.

ASPECTO LÚDICO

El juego es una parte importante en la vida de los niños y debe aprovecharse para favorecer el aprendizaje.

El juego es una actividad que la mayoría de nosotros practicamos y que está presente en todos los momentos de nuestra vida, pero especialmente en la vida infantil.

Gracias ala acción lúdica, los niños liberan su imaginación, manipulando el material, ejercitan su creatividad y su desarrollo cognitivo lógicamente aumenta.

El juego tiene diversas etapas y una de ellas aparece cuando los pequeños encuentran en el periodo preoperacional, esta etapa se denomina "juego de práctica. Este juego auxilia el desarrollo motor grueso de los infantes

aproximadamente de 5 a 6 años de edad, ya que en este momento es cuando los niños ejercitan su motricidad al lanzar objetos y ordenar regletas, entre otras actividades.

Este periodo también se caracteriza porque los niños desde los 5 años comienzan a construir sus propias creaciones tanto físicas como mentales, es decir, hacen uso de diversos materiales que tienen a su alcance para organizar y realizar composiciones, que luego interiorizan.

El juego es el inicio, es el punto de partida para resolver problemas y en ello se basa el Método Cuisenaire.

Dentro de los materiales que los alumnos pueden utilizar se encuentran las regletas de colores que les sirve para construir un sinnúmero de creaciones que imaginan o que imitan de su realidad; por lo tanto "esta clase de construcción requiere de una reconstrucción o acomodación para llenar las necesidades de la realidad; puede ser una oportunidad de crear inteligentemente y resolver problemas"(24).

Es así como Cuisenaire fundamentó su método en las ventajas del juego, ya que los niños al jugar liberan su pensamiento sin proponérselo además de realizar dicha acción sin sufrir intromisión alguna e influencia de ningún adulto.

FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS

Este método de los números en color asocia a ver, hacer, calcular, verificar y comprender.

1) *Visión*

- a) *El color* permite distinguir cada número y sus múltiplos representado por colores afines.
- b) *La dimensión* exige la intervención activa de los ojos y de las manos, asociando las percepciones simultáneas.
- c) *Asociación de color y dimensión*, intervención de todos los sentidos y de la actividad intelectual.

(24) Ed Labinowicz. Introducción a Piaget, p. 69

Esta clasificación facilita la identificación, las agrupaciones de familias y las relaciones de los números y hace la fijación cómoda, precisa, durable, preparando el camino hacia la percepción mental.

2) *Acción*

Satisface el deseo de actuar mediante la realización espontánea de combinaciones numerosas libremente inventadas por el niño. Estas combinaciones exigen tanteos y verificaciones previos.

3) *Cálculo*

El manejo de las regletas hace nacer en el niño la necesidad de realizar cálculos como medio de satisfacer sus ansias de descubrimientos. Los ejercicios provocan la automatización y la mecanización que conduce a la fijación.

4) *Verificación*

El niño puede verificar sus errores, que el mismo podrá rectificar, dando a este método el carácter fundamental de método autodidáctico.

5) *Comprensión*

Ver y hacer, calcular y verificar, facilitan la comprensión.

JUEGO LIBRE Y DIRIGIDO

El juego libre

El juego libre es un ejercicio recreativo que los niños realizan, en el que actúan sin estar sujetos a ninguna regla; la única consigna es jugar con las regletas. Constituye una pre-ejercitación sensorial, ya que los alumnos realizan ejercicios motores que los estimulan para captar relaciones matemáticas a nivel inconsciente.

El juego libre consiste en hacer que los alumnos practiquen su creatividad al manipular el material; que conozcan las regletas, sepan el nombre de los diferentes colores que los componen y adviertan los distintos tamaños que existen entre ellos.

La finalidad del juego libre es lograr la familiarización con el manejo de las regleta; además de favorecer el desarrollo de su destreza y capacidad creadora.

Los niños emplearán el juego libre en construcciones, castillos, etc. La imaginación del alumno es asombrosamente rica, le permitirá transformar las atractivas regletas de colores en castillos, trenes, torres, pirámides, parques, etc.

El estar en contacto con el material el alumno realizará múltiples descubrimientos, comprobará que existen regletas del mismo color, que todas las del mismo color son de igual tamaño, que existen regletas de distinto color y éstas son de distintos tamaños.

Al estimularse la construcción libre e individual. Los niños cuentan lo que construyen y que regletas utilizan para las distintas partes.

El juego dirigido

Esta etapa del método se denomina como tal, porque es el momento en que los alumnos juegan en conjunto bajo la dirección del profesor, aceptando y respetando reglas que han sido establecidas con anterioridad.

El objetivo del juego dirigido es iniciar a los niños en la ejercitación sensorial que se adquieren a través de diversos ejercicios en los que los pequeños diferencian los tamaños y las dimensiones comparando regletas.

FORMACIÓN DE ESCALERAS

Los trenes son construcciones formadas por regletas unidas por sus extremos que pueden ser del mismo color o diferente. Este tipo de ejercicio consiste en buscar la regleta equivalente a dos propuestas. El trabajo esencial se realiza con trenes de únicamente dos regletas propuestas. Esta actividad es fundamental ya que constituye un primer acercamiento a la suma, en sí, los trenes forman parte de la operación de adición como tal.

Este ejercicio inicia durante la práctica del juego dirigido y termina hasta que los niños ya no titubean al tomar la regleta equivalente.

DESCOMPOSICIÓN DE REGLETAS

Este ejercicio consiste en tomar una regleta cualquiera y buscar las distintas posibilidades de equivalencia.

Los alumnos notarán que las regletas pueden cambiar de lugar y no alterar la equivalencia (iniciación a la propiedad conmutativa).

La finalidad de esta actividad es encontrar las distintas combinaciones de sumandos que dan como suma una regleta dada. Los alumnos realizan así una actividad preparatoria para la suma. En realidad ya están sumando sin darse cuenta, gracias al soporte concreto de las regletas de colores que harán el puente a la abstracción. Se contribuye de esta manera a que los alumnos sumen sin utilizar los dedos haciéndolo rápidamente y comprendiendo las propiedades conmutativa y asociativa de la adición.

CARDINALIDAD

El cardinal resulta atribuir a cada regleta un número como conjunto de regletas blancas (la regleta blanca es la unidad).

LA ADICIÓN

Los niños irán representando los trenes en forma aditiva por color y luego en forma numérica.

Ejemplos:

símbolos: $a + R = A$

numerales: $5 + 4 = 9$

símbolos: $v + r + a = N$

numerales: $3 + 2 + 5 = 10$

Es importante que los alumnos conozcan dos propiedades muy importantes de la suma: la conmutativa y la asociativa. (25)

CONMUTATIVA

La adición tiene la propiedad de la conmutación, es decir que no se altera el resultado cuando cambia el orden de sus términos o de sus regletas. Y desde un principio el niño está comprendiendo y verificando lo que esto significa.

$$R + v = n$$

$$v + R = n$$

ASOCIATIVA

Con las regletas es muy fácil presentar en aritmética la propiedad asociativa en la que permite a los alumnos agrupar los sumandos. Para ello utilizan el paréntesis.

(25) A. Fricke. Cálculo operativo con regleta de colores, segunda parte, p. 15

$$r + r + r + r = c$$

El niño ha descubierto que dos rojas forman una rosa y puede ser lo siguiente:

$$(r + r) + (r + r) = c$$

$$R + R = c$$

Así, el niño está efectuando la ley asociativa de la suma, tan fácil de captar con este método.

LA DECENA

Esta fase inicia cuando los niños suman sin problema hasta el número diez. El paso inicial es el siguiente: cubre tu regleta naranja con blancas para saber cuantas contiene en total, el niño cuenta inmediatamente las blancas que son y dice diez.

Al mismo tiempo que inician en este conocimiento de la regleta naranja (decena) están captando a la unidad.

La regleta blanca se denomina como la unidad.

LA RESTA

Para iniciar en esta operación de la resta e introducir al niño a su comprensión, es necesario basarse en la búsqueda de complementos.

Este ejercicio de complementariedad es una manera de realizar la resta en forma aditiva.

Cuando el alumno forma trenes, él ya sabe que está sumando. Al transformar la situación y mostrar una regleta base (minuyendo), superponiendo otra de menor valor (sustraendo), el alumno medirá con la vista el espacio restante y buscará el complemento que es la resta o diferencia.

Ejemplo:

$$A - b = c$$

$$9 - 1 = 8$$

Este método o cualquier otro, no es, sino un medio, un instrumento que el maestro deberá saber emplear adecuadamente, ya que éste depende del buen uso que se le dé y todo esto tomando en cuenta el dominio que el educador tenga del material.

Una vez precisadas las bases teóricas y definidos los conceptos claves de la materia a tratar (aritmética) y descrito el Método Cuisenaire se abordará la investigación en el siguiente capítulo donde se aplicara dichos conceptos y al mismo tiempo el uso de las regletas de colores que se pretende evaluar en forma práctica.

CAPÍTULO 4

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE SUMA Y RESTA EN SEGUNDO GRADO

4.1 PROPUESTA

Como se mencionó en capítulos anteriores la matemática es una materia de difícil abordaje tanto para los alumnos como para el profesor, donde intervienen principalmente tres factores:

1. Las características propias de la matemática (abstracta).
2. Las características del desarrollo infantil.
3. Por las técnicas de enseñanza.

Para optimizar su aprendizaje, no podemos aportar a modificar los dos primeros, en cambio si podemos trabajar sobre el último factor: la técnica de enseñanza, lo cual va a determinar el éxito o el fracaso en el aula y en la vida diaria del alumno; por lo que es de gran importancia poner énfasis en utilizar el método que mejor convenga a este fin.

Una vez descritas las teorías del desarrollo infantil en capítulos previos, resulta obvio que se deben tener en cuenta al aplicar los métodos de enseñanza si queremos mejorar el aprendizaje.

De acuerdo a lo anterior y teóricamente hablando el método tradicional de enseñanza de la suma y resta resulta no ser el más adecuado para el aprendizaje de éstas operaciones básicas, por lo que este trabajo propone la utilización del método didáctico como lo es el Método Cuisenaire para propiciar un aprendizaje dinámico donde los alumnos vayan construyendo sus propios conocimientos en base a convertir en concreto el material que es abstracto como son los números y las operaciones aritméticas y así adecuarse a sus capacidades de acuerdo a su desarrollo cognoscitivo; esto mediante la

manipulación del material didáctico (regletas de colores). Al mismo tiempo se hace amena una asignatura que normalmente perciben aburrida despertando su curiosidad y motivación por lo que el aprendizaje debe resultar significativo para los alumnos.

Dada la importancia que tiene el uso del material concreto en segundo grado, en la actualidad se dispone de un material específico para el aprendizaje de las matemáticas que tiene su antecedente en los métodos activos de los grandes pedagogos Decroly y María Montessori. El método de este último fue modificado por Georges Cuisenaire Hottelot dando origen a las regletas de colores. Si bien el Método Cuisenaire no es nuevo, en cambio no está muy bien difundido en las aulas y prácticamente no lo emplean en la mayoría de las escuelas a pesar de que existen cursos para profesores acerca del Método de los números en color, éste no se aplica, por lo que el presente trabajo pretende contribuir a su difusión presentando datos reales y actuales acerca de la conveniencia de su uso, haciendo también la comparación con el método tradicional de enseñanza en forma práctica en el ambiente habitual y tiempos programados según la SEP.

La finalidad de la pedagogía es optimizar el aprendizaje mediante la adecuada enseñanza y ésta es, también la finalidad de este trabajo, el cual pretende validar esta afirmación mediante datos estadísticos reales y empleando el método científico.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL: Demostrar la efectividad del uso de las regletas de colores como material didáctico para facilitar el aprendizaje de la suma y resta en segundo grado de educación primaria.

OBJETIVOS PARTICULARES

1. Analizar la relación entre las etapas de desarrollo infantil y la importancia que tiene la aplicación de las regletas de colores como método didáctico.
2. Fundamentar la aplicación de las regletas de colores en base a la teoría constructivista.
3. Justificar la aplicación de las regletas de colores en la suma y resta en segundo grado de primaria.
4. Describir el método Cuisenaire como facilitador del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
5. Evaluar la efectividad de las regletas de colores en segundo grado de Educación Primaria.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿Los niños(as) de segundo grado de educación primaria aprenden de una manera más significativa (sumas y restas) con el apoyo de las regletas de colores?

HIPÓTESIS

El grupo de niños que utilizarán las regletas de colores (grupo experimental) en la solución de suma y resta incrementarán significativamente sus conocimientos al resolver dichas operaciones; mientras que el grupo de niños que recibe un método de enseñanza tradicional de las matemáticas (grupo control) no mostrará ningún incremento significativo en sus conocimientos.

HIPÓTESIS NULA:

El grupo experimental no mostrará ningún incremento significativo en sus conocimientos al resolver operaciones de suma y resta, por lo cual no habrá ninguna diferencia entre el grupo control y el experimental.

METODOLOGÍA

VARIABLES

VARIABLE INDEPENDIENTE: Uso de las regletas de colores.

VARIABLE DEPENDIENTE: Adquisición del aprendizaje significativo en las operaciones de la suma y resta.

Este estudio se clasifica como comparativo quasi-experimental. Es comparativo porque se confrontan dos grupos (control y experimental) y es quasi-experimental porque los sujetos no fueron elegidos en forma aleatoria, sino que, fueron seleccionados en base al puntaje obtenido en el pretest (los de menor puntaje para el grupo experimental y los de mayor puntaje para el grupo control).

CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA

La fase experimental se realizó con alumnos de segundo grado de primaria en la Escuela Primaria Federal "Gertrudis Bocanegra", Turno, Vespertino, ubicada en Av. Juárez No. 8 Col. San Mateo Tecoloapan , Municipio Atizapán de Zaragoza, Edo. de México.

Se tomaron dos grupos: 2° Grupo A y 2° Grupo B. En cada uno de estos grupos había veinte alumnos inscritos (los cuales asistían regularmente en el período que duro la fase experimental).

A los dos grupos (40 alumnos) se les aplicó la prueba pretest con la finalidad de elegir a los alumnos con menor rendimiento en dicha prueba.

Se tomaron a diez alumnos con menor calificación en la prueba pretest del 2° Grupo A y a diez alumnos del 2° Grupo B con menor calificación en la misma prueba. Estos veinte alumnos conformaron el *grupo experimental* con los cuales se utilizaron las regletas de colores.

El *grupo control* se conformó por los diez alumnos del 2° Grupo A con mayor calificación en la prueba pretest, junto con los diez alumnos del 2° Grupo B con mayor calificación en dicha prueba. Este grupo siguió con sus clases ordinarias, es decir, la enseñanza tradicional de las matemáticas en sus grupos respectivos.

El *grupo experimental* (los niños con calificaciones más bajas en el pretest), estuvo integrado por veinte alumnos de los cuales eran 13 niños y 7 niñas con edades entre los siete y ocho años.

El *grupo control* (los niños con calificaciones más altas en el pretest), estuvo integrado por veinte alumnos de los cuales eran 9 niños y 11 niñas.

MÉTODO

Para la aplicación del pretest se reunieron a ambos grupos en un mismo salón.

En primer lugar se llevó una dinámica grupal para obtener la confianza de los alumnos y así disminuir el estrés normal, habitual, previo a la resolución de cualquier examen. Esta dinámica denominada "el buzón", se llevó a cabo de la siguiente forma:

Se entregó a cada uno de los alumnos un lápiz y una tarjeta donde se les pidió que anotaran el nombre de una ciudad o un país sin que se repitiera. Se eligió a un alumno al azar y se retiró su asiento para que no pudiera ser utilizado por nadie, de tal manera que solo un alumno permaneciera de pie y el resto sentados. El que estaba pie tenía que decir "Traigo un paquete de ... (cualquier ciudad) a... (cualquier otra ciudad).

Los alumnos que tenían en sus tarjetas los nombres de las ciudades que se habían mencionado debían levantarse de sus asientos y cambiarse a otro, así que el niño que inicialmente estaba de pie tenía la oportunidad de ocupar algún asiento y quien se quedara sin asiento mencionaría otras dos ciudades y así sucesivamente.

Terminada la actividad se les mencionó el objetivo de la visita, explicándoles a grandes rasgos en que consistía el proyecto de investigación. Posteriormente se les entregó la prueba pretest que consistía en 7 sumas y 7 restas (el cual se describirá más adelante) y se les pidió que lo resolvieran en la forma en que ellos acostumbran contestar aclarándoles que no tenía ningún valor para su calificación y que disponían de todo el tiempo que fuera necesario.

Después de aplicar el pretest el grupo control siguió tomando clases habituales en sus respectivos grupos, mientras que el grupo experimental hizo lo mismo en el

resto de las asignaturas, con excepción de la materia de matemáticas, para lo cual salían de su salón de clase para utilizar las regletas de colores.

MATERIALES

- 10 cajas de regletas de colores
- 10 dados de signos (+) y (-)
- 10 dados con los colores: blanco, rojo, verde claro, rosa y amarillo.
- 10 dados con los colores: verde oscuro, negro, café, azul y naranja.

(En cada uno de los dados de colores se repitió un color porque el dado tiene seis caras y solo son cinco colores).

- Hojas blancas, lápices, gomas, tarjetas.
- 20 platos desechables
- reforzadores: estrellitas

ACTIVIDADES

Las actividades se realizaron durante los meses de Noviembre y Diciembre del 2000 y Enero del 2001, los días martes y jueves en el horario de 14:30 a 16 horas, con un total de veinte sesiones.

En la primera sesión se llevo una dinámica para establecer una buena relación entre los niños y la instructora (tesista), Se les explico a grandes rasgos y de forma sencilla el programa, mencionándoles el objetivo general, así como cada una de las fases que lo componen.

Por último, se establecieron en conjunto algunas pequeñas reglas para el adecuado funcionamiento del grupo, como no faltar, evitar en lo posible salir del lugar asignado, respetar a sus compañeros.

A cada uno se les repartió unas hojas, un lápiz que utilizaron en algunas sesiones para realizar ejercicios.

Las sesiones se dividieron en dos fases: dos sesiones para el juego libre y dieciocho para juego dirigido. Las actividades realizadas fueron organizadas de lo más sencillo a lo más complejo.

La instructora de las actividades se encargaba de preparar el material previamente y planeaba las sesiones con anterioridad, guiaba la ejecución del juego dirigido y en general sólo cumplió con la función de coordinar, ya que los alumnos debían ser los sujetos activos y ella sólo debía observar, escuchar, analizar, valorar el ambiente en que se desenvolvía, vigilar el orden guardando la distancia y tratando de intervenir lo menos posible para no limitar la iniciativa de los educandos.

A continuación se muestran las actividades como estrategias didácticas, siendo éstas la parte medular del programa...

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN:

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EN LA SOLUCIÓN DE LA SUMA Y LA RESTA CON EL APOYO DE LAS REGLETAS DE COLORES DE CUISENAIRE.

OBJETIVO GENERAL DEL PROGRAMA: Al final del programa los alumnos serán capaces de resolver operaciones de suma y resta.

TEMA	OBJETIVO ESPECIFICO	MATERIAL	ACTIVIDADES	TIEMPO	OBSERVACIONES
La ensalada	Que los alumnos manipulen el material con el fin de familiarizarse con él.	1 caja de regletas para cada equipo, integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. Pedir a los alumnos que hagan una ensalada con ellas, es decir, que revuelvan todas las regletas. Indicar a los alumnos que pueden construir lo que ellos quieran y lo que se les ocurra en ese momento. 	1 hora 30 minutos.	Al principio los alumnos no sabían que hacer, sin embargo el trabajar en equipo les permitió tener ideas, se inicio conociendo los materiales en donde se les permitió jugar y manipular las regletas. Construyeron diferentes figuras: torres, parques, escuela, granja, etc.

Mano manazo	Que los alumnos identifiquen los colores de las regletas.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. Indicar a los alumnos que deben revolver todas las regletas y colocar las manos atrás. <p>La coordinadora indica "toma el color rojo con la mano derecha".</p>	1 hora 30 minutos	Los alumnos tomaron la regleta indicada, aunque al inicio se confundían con la noción de derecha e izquierda.
-------------	---	--	--	-------------------	---

Los trenes	Que los alumnos construyan trenes en los colores indicados.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Pedir a los alumnos que construyan un tren con regletas de diferente color y de variadas longitudes. • Hacer un tren que tenga las regletas amarilla, rosa, blanca y naranja. 	1 hora 30 minutos	Construyeron tres trenes con los colores indicados. Los alumnos colocaron sus regletas en forma precisa de los trenes. Después quitaron su tren y fabricaron otros, dictado por los mismos niños.
Mayor que, menor que.	Que los alumnos identifiquen las regletas por tamaño.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Pedir a los alumnos que muestren varias regletas de diferentes tamaños e indicar cuál es la regleta más grande, más pequeña. 	1 hora 30 minutos.	Los niños identificaron varias regletas de diferentes tamaños.

El juego del chocolatito	Que los alumnos discriminen regletas por color y por tamaño.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Pedir a los alumnos que coloquen sobre la palma de su mano dos o tres regletas distintas e indicar que las froten con ambas manos simulando hacer un chocolate con un molinillo, después de esto colocar sus manos atrás y mencionar que muestren la regleta por color o por tamaño. 	1 hora 30 minutos	<p>Los alumnos estuvieron contentos con esta actividad y únicamente con el sentido del tacto presentaron aquella regleta que les pidió. En un principio algunos recurrían a la vista, pero se les explico que era necesario que lo hicieran a través del tacto.</p> <p>Observé la alegría que les dio al obtener exactamente aquella regleta que se les pidió y se sintieron orgullosos.</p> <p>Los alumnos relacionaron el tamaño y el color en este juego.</p>
-----------------------------	---	--	--	----------------------	--

La Flor	Que los alumnos identifiquen las regletas de diferentes tamaños y colores-	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Indicar a cinco alumnos que pasen al frente y se formen en una fila y a cada uno se les da una regleta distinta (de la blanca a la amarilla) cuidando que las manos estén atrás, los niños no debían verlas; y se dice "Adivina , adivinador, de que color esta flor", el niño levanta la regleta que se le pida. 	1 hora 30 minutos	En un inicio los alumnos no sabían como iba a ser la actividad, sobre todo cuando se les pidió que pararan al frente, posteriormente todo el grupo estuvo gustoso de pasar adelante. Indudablemente en esta actividad la dificultad era mayor que en las anteriores, los niños no tenían que comparar puesto que tenían una sola regleta en la mano.
---------	--	--	---	-------------------	--

El pescador	Que los alumnos identifiquen las regletas de diferentes tamaños y colores	1 caja de regletas por equipo integrado por dos alumnos. 20 platos desechables.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Entregar a cada alumno un plato desechable. • Indicar que coloquen en cada plato regletas de todos tamaños y hagan un círculo y se acomoden el plato en la cabeza deteniendola con una mano y con la otra mano tomar la regleta que se les pide cantando la canción del pescadito "En el agua clara, que bota en la fuente, un lindo pescado, sale de repente...." • La coordinadora indica terminada la canción "Denme una regleta verde claro"...etc. 	1 hora 30 minutos.	<p>Los alumnos estuvieron muy contentos con el juego del pescador, sobre todo porque formaron un círculo donde iban caminando y cantando la canción al mismo tiempo buscaban la regleta que se les pidió en ese momento.</p> <p>En esta actividad los alumnos comenzaron a trabajar por comparación de unas con otras .</p>
-------------	---	---	---	--------------------	---

La suma	Que los alumnos realicen actividades de suma.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Pedir a los alumnos que tomen una regleta rosa y una blanca, colocándola una tras de otra, en seguida se les pregunta ¿qué color de regleta forman las dos juntas?, la cual tenían que colocar debajo de las dos anteriores o sea su equivalente. 	1 hora 30 minutos.	En esta actividad los alumnos estuvieron un poco desconcertados porque ya no iban a trabajar con canción, sin embargo se mostraron muy activos al realizar la actividad y compararon sus resultados con los demás compañeros.
---------	---	--	---	--------------------	---

La resta	Que los alumnos realicen actividades de resta.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Pedir a los alumnos que con el material contesten las siguientes cuestionamientos. <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué regleta me hace falta para completar una regleta azul, si tengo una amarilla? 2. ¿Qué regleta me hace falta para completar una regleta naranja, si tengo una café?... 	1 hora 30 minutos	Los alumnos estuvieron contentos al realizar la actividad, uno de ellos comentó que se le dificultaba realizar la operación y estaba feliz porque llegando a casa se lo iba comentar a su mamá.
----------	--	--	---	-------------------	---

<p>La suma y la resta</p>	<p>Que los alumnos realicen ejercicios de suma y resta</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos. • 1 dado con los colores: blanco...amarilla. • 1 dado con los colores: verde oscuro...naranja. • 1 dado de signos (+) y (-) 	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo. • Mencionar que cada integrante del equipo de forma consecutiva debe tirar el dado 1, luego el dado de signos y posteriormente el dado 2. • Pedir que al termino de cada tirada deben buscar el color de las regletas que de como resultado la operación que indican los dados. • En esta actividad independientemente del signo que indique el dado; en la resta el dado que marque el número mayor será el minuendo y el dado que marque el número menor será el sustrayendo. En la suma ambos serán los sumandos. 	<p>1 hora 30 minutos</p>	<p>Los alumnos estuvieron contentos al ver los nuevos materiales que se les estaba dando en ese momento (dado de signos y dados de colores).</p> <p>Los alumnos se cuestionaron sobre el por qué de las combinaciones de resultados; además pudieron confrontar sus resultados con los demás compañeros.</p>
---------------------------	--	---	---	--------------------------	--

Las unidades y decenas	Que los alumnos identifiquen el concepto de unidades y decenas	1 caja de regletas para cada equipo y integrado por dos alumnos.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Explicar qué es una unidad y decena. • Pedir a los alumnos que tomen 10 unidades con las regletas de color blanco y busquen cual es su equivalente. • Indicar que formen una decena con las regletas y que ellos mencionen su equivalente. 	1 hora 30 minutos	Los alumnos mostraron interés en el tema.
------------------------	--	--	--	-------------------	---

La decena	Que los alumnos realicen cambios de regletas de diferentes colores por una de color naranja.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos • Dados de colores	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. • Indicar que cada jugador por turnos lanza sus dados de colores y toma las regletas correspondientes. A partir de la segunda ronda, cada jugador forma un tapete y al final de la quinta ronda, cada jugador cambia su tapete por otra de color naranja. • Gana quien haya reunido más regletas de color naranja. <p>En caso de empate, gana quien haya tenido aparte de las naranjas, la regleta de mayor tamaño.</p>	1 hora 30 minutos	Los alumnos mostraron entusiasmo en esta sesión, porque hicieron cambios con la regleta color naranja, cada vez que reunían 10 unidades. En esta sesión se introdujo lo que es una decena.
-----------	--	---	--	-------------------	---

La decena	Que los alumnos identifiquen la base de nuestro sistema de numeración decimal.	1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos Dados de colores	<ul style="list-style-type: none"> Organizar a los alumnos por equipo y entregarles una caja de regletas. Indicar a los alumnos que por turnos lancen el dado y tomen la regleta que corresponda con el número de puntos. Cada vez que junten los puntos necesarios para cambiar dos o más regletas hacen el cambio por una regleta naranja. <p>Ejem. Si tienen una regleta rosa y una café, se cambia por una regleta naranja y otra roja.</p> <ul style="list-style-type: none"> Gana el jugador que primero reúna tres regletas naranjas. 	1 hora 30 minutos	Uno de los alumnos comentó que nuestras manos tienen 10 dedos, o sea 10 unidades y esto nos da una decena e identificó la regleta que representa los diez dedos de las manos, es decir, la regleta naranja.
-----------	--	---	---	-------------------	---

La centena	Que los alumnos representen la centena.	<p>1 caja de regletas para cada equipo integrado por dos alumnos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dados de colores 	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuir el grupo en equipos de trabajo con 4 elementos. • A cada equipo se le proporciona 2 cajas de regletas. • Los alumnos por turnos deben empezar a jugar con sus decenas. • Colocar sus diez decenas y empezar a separar una a una las decenas y contar sucesivamente: diez, veinte... cien. 	1 hora 30 minutos	Los alumnos mostraron entusiasmo en esta sesión, sobre todo porque estuvieron utilizando más regletas de color naranja.
------------	---	---	---	-------------------	---

DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO

Tanto en el pretest como en el postest se les pidió datos personales (nombre y edad) y datos generales: escuela, fecha, grado y grupo (se muestra el modelo en el anexo). Ambos constaron de 29 reactivos.

En los tres primeros reactivos se evaluó el conocimiento del signo para lo cual , en el reactivo 1 se les pidió que escribieran el signo de suma (+) , en el reactivo 2 se les pidió que escribiera el signo de la multiplicación (debido a que lo confunden con el de la suma) y en el reactivo 3 el signo de la resta (-).

Se calificó la respuesta correcta con 1 punto e incorrecta con 0 puntos.

En los reactivos de la 4 a la 6 se evaluó la identificación de las decenas, en éstos reactivos estaban escritos diferentes números donde se les pidió que subrayaran el dígito que representara las decenas (correcta 1 punto e incorrecta 0 puntos).

En los reactivos de la 7 a la 9 se evaluó la identificación de las centenas, en estas preguntas estaban escritas diferentes números y se les pidió que subrayaran el dígito que representara las centenas (correcta 1 punto e incorrecta 0 puntos).

En los reactivos de la 10 a la 15 se evaluó el dictado de las cantidades, se les pidió que escribieran el número que se les mencionaba.

Aquí se calificaron dos aspectos:

a) Que no presentará ni adición y/o omisión de números en la cantidad dictada:

ejem.1.(agrega números a la cifra dictada):

Número dictado: 108

Número escrito: 1008

ejem. 2. (omite números en la cifra dictada):

Número dictado: 109

Número escrito: 19

b) Conservación del lugar de la columna: el niño ubica de manera incorrecta la posición de los dígitos en la columna correspondiente.

ejem.

50

+ 109

Se les dictó 3 sumas y 3 restas. (correcta 1 punto e incorrecta 0 puntos).

En los reactivos de la 16 a la 22 consistió en la resolución de sumas con números enteros que iban de un grado de dificultad menor (2 sumandos de 2 cifras cada una) a un grado de dificultad mayor (3 sumandos de 3 cifras cada uno).

Aquí se calificaron tres aspectos:

- a) Suma incorrectamente: la respuesta incorrecta se debe a que el niño al juntar un dígito con otro escribe un resultado erróneo.

ejem.

28

+ 13

33 → el niño escribe 3

- b) Olvida "llevar"; la respuesta incorrecta se debe a que el niño olvidó sumar el número de unidades "llevadas" en la columna de la decenas.

Ejem.

116

+ 84

190

- c) Suma independientemente una o más columnas; la respuesta incorrecta se debe a que el niño suma de manera independiente la columna.

Ejem.

14

+ 36

410

En esta suma la diferencia con la anterior era que ya se manejaban las centenas.

Ejem.

$$\begin{array}{r} 175 \\ + 436 \\ \hline \end{array}$$

Se calificaron igualmente tres aspectos:

- a) suma incorrecta.
- b) olvida "llevar"
- c) suma independiente una o más columnas.

Aquí en esta suma la diferencia con la anterior era que se manejaban 3 cantidades y en estas se podían identificar hasta la centenas.

Ejem.

$$\begin{array}{r} 443 \\ + 176 \\ \hline 102 \end{array}$$

Ejem.

$$\begin{array}{r} 443 \\ + 176 \\ \hline 102 \longrightarrow \text{olvido sumar este número.} \\ 719 \end{array}$$

En los reactivos de la 23 a la 29 debían resolver restas con números enteros que van de lo más simple a lo más complejo y se calificó si el resultado era correcto e incorrecto, ya fuera por sumar en lugar de restar.

RESTA INCORRECTAMENTE; la respuesta incorrecta se debe a que el niño al quitar un número dentro del otro, escribe un resultado erróneo.

ejem.

$$\begin{array}{r} 48 \\ - 22 \\ \hline \end{array}$$

5 → en lugar de 6

SUMA EN LUGAR DE RESTAR; la respuesta incorrecta se debe a que el niño en lugar de realizar una resta, realiza una suma:

ejem.

$$\begin{array}{r} 76 \\ - 43 \\ \hline 119 \end{array}$$

RESTA CUANDO EL NÚMERO QUE REPRESENTA A LAS UNIDADES EN EL SUSTRAENDO ES MAYOR, EL NÚMERO QUE REPRESENTA LAS UNIDADES EN EL MINUENDO.

Ejem.

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 76 \\ \hline \end{array}$$

11 → en lugar del número 9

OLVIDA QUITAR LO PRESTADO; la respuesta incorrecta se debe a que el niño no quita el dígito al número que le "prestó".

Ejem.

$$\begin{array}{r} 93 \\ - 78 \\ \hline 25 \end{array}$$

el niño no transforma el número a 8 y de ahí resta.

RESTA CUANDO EXISTE EL NÚMERO CERO EN EL MINUENDO; la respuesta incorrecta se debe al desconocimiento del procedimiento para darle valor al cero "pidiendo prestado" a la columna de las decenas.

Ejem.

$$\begin{array}{r} (10) \\ 200 \\ - 132 \\ \hline 132 \end{array}$$

Tanto en el pretest como en el postest los reactivos fueron los mismo, así como los rubros a evaluar de tal forma que lo único que difería entre uno y otro eran los valores numéricos.

Ambos fueron diseñados en base a las habilidades matemáticas que debían adquirir los alumnos de segundo grado de Educación Primaria de acuerdo al Plan de Estudios de la SEP.

PROCESAMIENTO DE DATOS

Se diseñó una base de datos en el programa de computación Excel versión 5.0 de Windows 2000 donde se capturó la información de cada examen.

La forma en que se capturó la información fue la siguiente:

Se elaboraron 4 cuadros en donde se registraron cada uno de los exámenes y toda la información que éstos contenían, se organizaron por filas y columnas en donde cada fila se ubicaba un examen y en cada columna un reactivo o pregunta,

la puntuación se anotó en el lugar correspondiente.

Ejemplo:

	(+)
EXAMEN 1	1
EXAMEN 2	0

En el ejemplo en el examen 1 se calificó la identificación del signo de la suma (+), donde se obtuvo la respuesta correcta por lo que se le asignó 1 punto.

En el examen 2 para la misma pregunta fue incorrecta, por lo tanto se asignó 0 puntos, este mismo proceso se realizó para todos y cada una de las preguntas.

El cuadro 1 contenía los datos del pretest en el grupo control.

El cuadro 2 representaba los datos del pretest en el grupo experimental.

El cuadro 3 tenía los datos del pretest en el grupo control.

El cuadro 4 presentaba los datos del posttest en el grupo experimental.

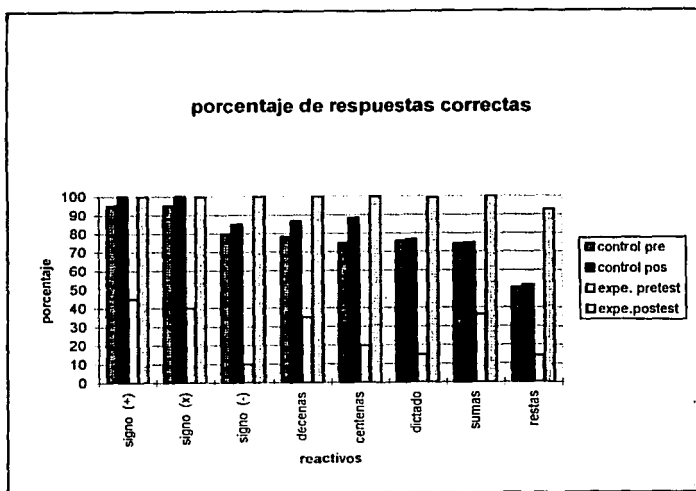
En cada uno de los cuatro cuadros se realizaron los cálculos estadísticos como son: moda, media (promedio), mediana, desviación estandar y rango para cada reactivo.

Se elaboró un cuadro de resumen donde se sacó el porcentaje de respuestas correctas para cada reactivo como 100% el total de respuestas correctas de ese reactivo. Este procedimiento se aplicó para el pretest y el posttest de los grupos control y experimental.

Posteriormente se elaboraron las gráficas, en base a los cuadros mencionados, para la presentación de los resultados en una forma más fácil de comprender.

CUADRO 1 PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS

HABILIDAD EVALUADA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST
signo (+)	95	100	45	100
signo (x)	95	100	40	100
signo (-)	80	85	10	100
decenas	78.33	86.67	35	100
centenas	75	88.33	20	100
dictado	75.83	76.67	15	99.17
sumas	74.29	75	36.43	100
restas	50.71	52.14	14.29	92.86

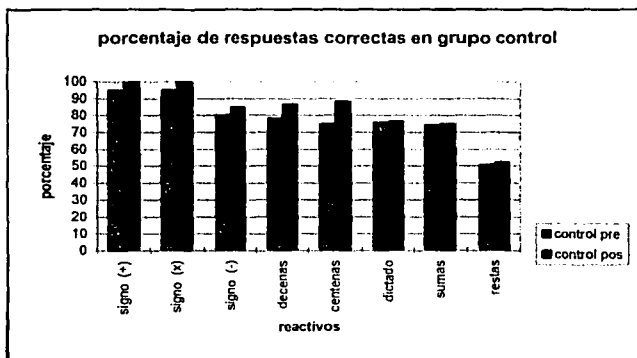


**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

CUADRO 2 PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS

GRUPO CONTROL

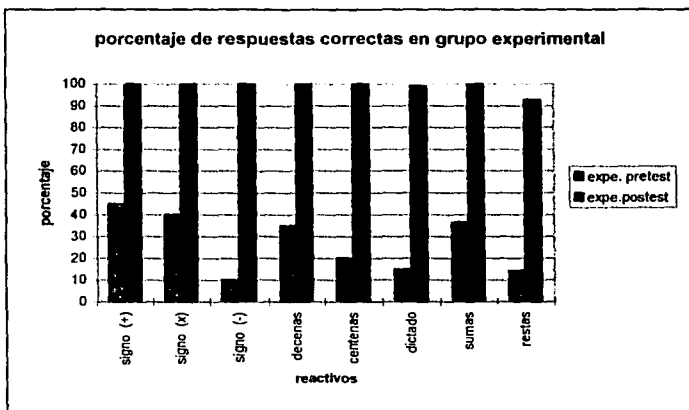
HABILIDAD EVALUADA	PRETEST	POSTEST
signo (+)	95	100
signo (-)	95	100
signo (x)	80	85
decenas	78.33	86.67
centenas	75	88.33
dictado	75.83	76.67
sumas	74.29	75
restas	50.71	52.14



CUADRO 3 PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS

GRUPO EXPERIMENTAL

HABILIDAD EVALUADA	PRETEST	POSTEST
signo (+)	45	100
signo (x)	40	100
signo (-)	10	100
decenas	35	100
centenas	20	100
dictado	15	99.17
sumas	36.43	100
restas	14.29	92.86

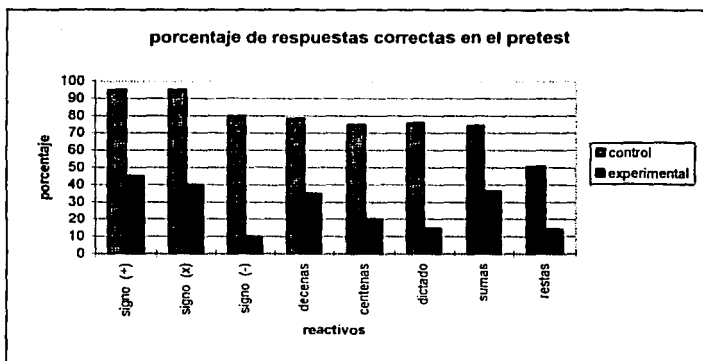


TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CUADRO 4 PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS

PRETEST

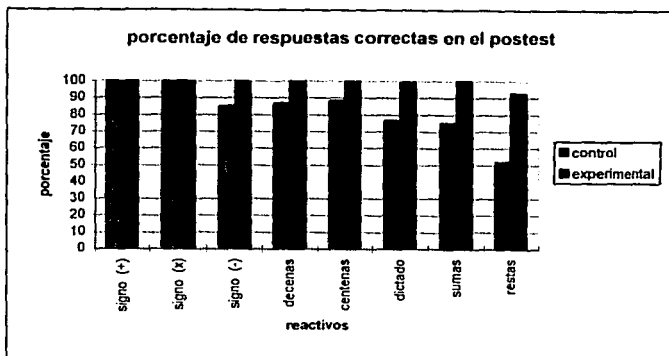
HABILIDAD EVALUADA	CONTROL	EXPERIMENTAL
signo (+)	95	45
signo (x)	95	40
signo (-)	80	10
decenas	78,33	35
centenas	75	20
dictado	75,83	15
sumas	74,29	36,43
restas	50,71	14,29



CUADRO 5 PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS

POSTEST

HABILIDAD EVALUADA	CONTROL	EXPERIMENTAL
signo (+)	100	100
signo (x)	100	100
signo (-)	85	100
decenas	86.67	100
centenas	88.33	100
dictado	76.67	99.17
sumas	75	100
restas	52.14	92.86



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.2 RESULTADOS

En el grupo control el 55% eran niñas (11 niñas) y 45% niños (9 niños), con un promedio de edad de 7.55, con una moda de 7 (la mayoría tenía 7 años en ese momento).

En el grupo experimental había un 35% (7 niñas) y un 65% de niños (13 niños). Tenían un promedio de 7.3 años de edad, con una moda de 7 (la mayoría tenía 7 años).

En el pretest el grupo control obtuvo un porcentaje alto al identificar los signos (+), (*) y (-) con un 95%, 95% y 80% respectivamente, mientras que el grupo experimental obtuvo un porcentaje bajo (45%, 40% y 10% respectivamente), y en el resto de los reactivos el grupo control osciló entre 74% a 78% de respuestas correctas, con excepción de la resolución de restas donde obtuvo un 50.71%. El grupo experimental obtuvo el menor puntaje en la resolución de restas con un 14.29% y en el dictado de cantidades 15% (el control tuvo 75.83% en este rubro).

En el postest el grupo control, mejoró su porcentaje de respuestas correctas en todos los rubros, por ejemplo en la identificación de decenas, de 78.33 que obtuvo en el pretest subió a 86.67% en el postest, sin embargo en la resolución de sumas, de 50.71% en el pretest subió solamente a 52.14%.

El grupo experimental obtuvo mayor puntaje en todas las habilidades evaluadas por ejemplo, en dictado de cantidades del 15% que obtuvo en el pretest subió a 99.17%, en la resolución de restas del 14.29% subió a 92.86%.

El puntaje del grupo experimental en el postest fue superior al del grupo control en todos los reactivos, por ejemplo en la identificación de decenas obtuvo el 100% y el grupo control 86.67%, en la resolución de sumas tuvo el 100% y el control 75%.

Ya que se eligió para el grupo experimental a los niños que tuvieran menor puntaje en el pretest, en éste grupo hubo un 65% de niños y el grupo control se seleccionó en base a mayor puntaje en el pretest y en el grupo control hay un 55% de niñas por lo tanto en esta muestra (los 40 niños de segundo grado de primaria)

la mayor parte de las niñas tienen más habilidades matemáticas del tipo de las que se evaluaron en este trabajo de investigación.

En el pretest se observa que hay una gran diferencia entre las habilidades que tienen los niños del grupo control y experimental, por ejemplo, en el rubro de dictado de cantidades, el grupo control tiene 75.83% de respuestas correctas y el experimental sólo 15%. En ambos grupos el menor puntaje se observó en la resolución de restas, aunque el puntaje del grupo experimental fue mucho más bajo (14.29%).

El grupo control, en el postest mejoró muy poco sus puntajes obtenidos en el pretest, esto era de esperarse ya que, estuvieron recibiendo la información tradicional sobre estos aspectos en sus clases normales.

En el postest se observa una mejoría muy notable en el grupo experimental, ya que en el rubro de resolución de restas, donde ambos grupos, tuvieron el puntaje más bajo que en el resto de los reactivos el grupo experimental tuvo 92.86% de respuestas correctas, mientras que el grupo control, si bien, mejoró su puntaje obtenido en el pretest, quedó por debajo del grupo experimental con 52.14%.

Al analizar los resultados del grupo control se observó en el postest mejoró sus puntajes; en algunos rubros la mejora fue mínima (tal como se muestra en cuadros y gráficas correspondientes) y en algunos otros rubros el porcentaje fue mayor, pero ninguno superó al porcentaje obtenido por el grupo experimental. Sin embargo lo igualó sólo en dos rubros que fueron en la identificación del signo (+) y en la identificación del signo (*); siendo inferior en el puntaje con respecto al grupo experimental en el resto de los reactivos.

Cabe destacar que el grupo experimental se integró por los niños que obtuvieron menor porcentaje de respuestas correctas en la prueba pretest y esto enfatiza más la eficacia del método didáctico (regleta de colores), ya que los niños de éste grupo en el pretest estaban por debajo del porcentaje de respuestas correctas que obtuvieron los niños del grupo control, sin embargo superaron a éste último en el postest.

En los aspectos *cualitativos* se observó que conforme transcurrieron las sesiones se iba incrementando la participación de los alumnos al mismo tiempo su interés crecía.

Se observó también que los alumnos fueron mostrando mayor seguridad al responder a las indicaciones dadas por la instructora de las actividades, asimismo creció su interés que se reflejó al plantear dudas que surgían y externarlas; cabe señalar que en la aclaración de éstas no solamente participaba la instructora sino que los mismos niños proporcionaban la orientación requerida por sus compañeros, de esta forma fueron construyendo activamente su conocimiento.

Una apreciación cualitativa proveniente de una persona con poco contacto con esta investigación, espontáneamente externo su opinión, se trató de una maestra quien sabía que se iba a aplicar una técnica diferente a la tradicional con algunos de sus alumnos; sin embargo no participó en el proceso. Su opinión fue que después de la aplicación del método observó un cambio radical en sus alumnos que participaron en las sesiones, encontrando una mejoría no sólo en la asignatura de matemáticas, sino que también los encontró más participativos en general, incluso en otras materias; y refirió que a su parecer estaban más motivados.

En este sentido, el método de los números en color sí funciona como un medio para el razonamiento de conceptos numéricos en el aprendizaje.

Con la aplicación de las regletas de colores se puede corroborar que el aprendizaje favoreció en diversos aspectos como es la integración grupal para la realización de trabajos en equipo, permitió a los alumnos poner en práctica habilidades y destrezas para la búsqueda de conocimientos para expresar tanto ideas como sentimientos y emociones. De acuerdo con las observaciones se concluye que la utilización de material concreto (regletas de colores) favorece inicialmente aspectos cualitativos del aprendizaje en los alumnos.

El uso de las regletas de colores tiene efectos positivos en el proceso enseñanza-aprendizaje, ante lo cual, la experiencia obtenida con el grupo experimental determina una doble respuesta favorables y son el cuantitativo y cualitativo.

CONCLUSIONES

De acuerdo con la investigación acerca del uso y aplicación del material: regletas de colores para la enseñanza de la suma y resta, puedo decir que, la presente investigación ha sido ampliamente satisfactoria porque pude comprobar la hipótesis y alcanzar el objetivo propuesto en un principio.

En una muestra poblacional, las habilidades matemáticas se polarizan, es decir, en aproximadamente la mitad de la muestra, las habilidades matemáticas se les facilitan con respecto a los planes de estudio de la SEP para el segundo grado de primaria, mientras que la otra mitad de la muestra las habilidades son muy inferiores a las que marca el plan de estudios.

Este método es un recurso didáctico que permite reforzar las nociones matemáticas, sin embargo en este trabajo fue recuperado no solo la utilidad sino la practicidad del mismo, la cual consiste en economizar tiempos y costos, dando al educando un conocimiento permanente que le permitirá desarrollar nuevas estructuras cognitivas en la formación de los conceptos numéricos.

Las regletas de colores constituyen un recurso didáctico eficaz para el aprendizaje de la suma y la resta, así como el número, sistema decimal, agrupación y demás conceptos básicos de aritmética y resulta tan efectivo por las características didácticas con las que cuenta como lo es el color, el cual se asocia con un número al que representa, de esta forma involucra el sentido de la vista; la dimensión o el tamaño refuerza esta asociación con el sentido del tacto. Al manipular el material los niños relacionan más fácilmente el concepto de número con una situación real y tangible, lo que propicia la comprensión y la asimilación de los conceptos antes mencionados.

Debido a que el método Cuisenaire emplea el juego como columna vertebral para el aprendizaje, facilita el proceso al acrecentar la motivación de los niños hacia una asignatura que normalmente les parece aburrida y aparentemente sin ninguna aplicación en la vida diaria. El juego facilita el aprendizaje ya que además de la

motivación, por medio de la manipulación del material concreto los niños se familiarizan con conceptos abstractos puesto que pueden ver materialmente las operaciones de suma y resta, experimentando personalmente el proceso, y comprobando el resultado por medio de la asociación de las reglitas con un valor numérico.

Este método ha sido aprobado en diversos países pero la relevancia del presente trabajo es que muestra su eficacia actual a través de resultados medibles.

Es importante aclarar que, aunque se ha demostrado que las regletas de colores son un método útil que permite al alumno construir su propio conocimiento, no es la panacea de la educación, ya que es un recurso didáctico valioso para el docente no es utilizado en los procesos áulicos, debido a que es desconocido por algunos profesores o conocen el método y no lo aplican. Al utilizar el material implica más tiempo y esfuerzo por parte del maestro al emplear varias horas al inicio, sin embargo a la larga los resultados son favorables. Así, pues vale la pena ver recompensados los esfuerzos al aplicar métodos didácticos como éste.

Al llevar a la práctica las actividades propuestas en el programa, los niños estuvieron desconcertados en un principio, debido al material nuevo que se les presentaba, sin embargo al trabajar en equipo pudieron darse cuenta de las posibilidades que éste les ofrecía, tales como jugar, manipular, construir, reforzar las nociones de derecha e izquierda.

Lo anterior permitió a los alumnos a adquirir una mejor empatía con sus compañeros, llegando al nivel de la sociabilización, puesto que se promovió la interacción social desde el momento en que los educandos no sólo trabajan en forma individual, sino en equipo. Propiciándose así las discusiones en la confrontación de resultados de las nociones matemáticas que se trabajaron.

Los alumnos estuvieron contentos y dinámicos con las actividades en las que fueron partícipes.

En la práctica pedagógica impera un sistema tradicional de enseñar. Durante generaciones hemos pensado que el maestro enseña y el alumno aprende. Este es el más fuerte de los cientos de paradigmas que existen en educación. En los últimos 30 años hemos visto que tanto como pedagogos como psicólogos han tratado de cambiar ese paradigma y han ofrecido teorías, modelos explicativos y consejos para mejorar la práctica pedagógica. Los resultados han sido casi nulos y la verdadera razón de esto es doble: el miedo al fracaso y a hacer cosas en forma diferente al resto de la gente.

Las deficiencias conceptuales que se van arrastrando hasta el nivel universitario tienen como única razón para explicarlas que nunca fueron realmente asimiladas por el sujeto.

Diseñar situaciones de construcción del conocimiento no es una tarea fácil y menos lo es llevarla a cabo, pero si se tiene la disposición se logra cambios favorables.

El conocimiento matemático pueda ser aprehendido por simple transmisión de información, es decir, con la forma tradicional de enseñanza, es hoy muy cuestionable. Así aparece el propósito de que el niño construya su conocimiento matemático a partir de su experiencia propia, de la reflexión sobre la organización de su misma actividad.

Cuando queremos que el alumno adquiera un conocimiento matemático determinado lo que solemos hacer es preguntarnos cuál es la manera más clara y sencilla de presentarle este conocimiento. Para ello, lo descomponemos en conocimientos parciales, presentamos luego los más elementales, siguiendo la secuencia: de lo más sencillo a lo más complejo. Así, por ejemplo, cuando queremos enseñar el sistema decimal de numeración (SDN) enseñamos primero los números del 1 al 9; después, a hacer agrupamientos y decenas. La comprensión cabal del Sistema Decimal de numeración implica un proceso que, en el caso del niño, requiere no del curso del año escolar sino de un recorrido de años en las cuales paulatinamente, y de acuerdo con las posibilidades que el desarrollo cognoscitivo le va dando, va construyendo conocimientos a ese

respecto y generalizándolos, también poco a poco, a otros contextos más complejos.

El aprendizaje de la suma y resta tiene que ver en primer lugar con el razonamiento lógico que tiene el niño de acuerdo a su nivel evolutivo. El razonamiento transitivo es una de las habilidades lógicas que intervienen en algunos problemas para la mejor comprensión de éstas operaciones básicas.

Es por ello que el Método Números en color cuando los niños establecen relaciones con las regletas al manipularlos y jugar con ellas, están iniciando una experiencia que los conducirá al conocimiento concreto, y cuando, gracias al método toman conciencia de la facilidad y el uso de las relaciones numéricas, la idea de número puede comprenderse. Después interiorizan las operaciones mediante las actividades que realizan con el material, dando lugar a la aparición del pensamiento lógico.

Asimismo, la pedagogía tiene como objetivo fundamental formar docentes y esto incluye capacitarlos en la enseñanza de las matemáticas en base a estrategias didácticas utilizando material concreto para favorecer el aprendizaje como parte importante del desarrollo intelectual del niño.

Cabe señalar que este trabajo no está concluido, sino es una aproximación de lo que debería ser la enseñanza de las matemáticas desde un punto de vista constructivista; por tal motivo, se puede enriquecer aún más con este trabajo.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

BIBLIOGRAFÍA

- ABRUCH, Linder Miguel. Metodología de las Ciencias Sociales. México. UNAM. 1994.
- BRUNER, J.S. Desarrollo cognitivo y educación. España. 1985.
- DOLLE, Jean Marie. Para comprender a Jean Piaget. México. Trillas. 1993
- FRICKE, A. El cálculo y las operaciones. Buenos Aires. Kapelusz. 1967.
- FRICKE, A. Cálculo operativo con reglita de colores. Buenos Aires. Kapelusz. 1967.
- FUENLABRADA, Irma. Juega y aprende matemáticas. Libros del Rincón. México. SEP. 1994.
- FUENLABRADA, Irma. Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar. Libros del Rincón. México. 1994.
- GOMEZ, Palacio Margarita. El niño y sus primeros años en la escuela. México. SEP. 1995.
- GOMEZ, Palacio Margarita. El sistema de numeración decimal. México. SEP. 1987.
- LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget. México. Fondo Educativo Interamericano. 1982.
- MARQUEZ, Diego Angel. La enseñanza de las matemáticas por el método de los números en color. Método Cuisenaire. Buenos Aires. Ateneo. 1967.
- NUNES, Terezinha. Las matemáticas y su aplicación. México. Siglo XXI. 1997.
- PIAGET, Jean. Psicología y pedagogía. Barcelona. Ariel. 1969.

PIAGET, Jean. Seis estudios de psicología. Barcelona. Planeta. 1993.

POZO, Juan Ignacio. Teorías cognitivas del aprendizaje. España. 1996

SEP. Guía para el maestro. Segundo grado. Educación Primaria. México. SEP. 1992.

SEP. Libro para el maestro, primer grado. México. SEP. 2000.

SEP. Libro para el maestro, segundo grado. México. SEP. 2000.

SEP. Plan y Programas de estudio 1993 Educación Básica Primaria. México. SEP. 1993.

THOMPSON, J.E. Aritmética. México. Hispanoamericana. 1967

UNAM. Organización Académica de la Licenciatura en Pedagogía. México. ENEP-ACATLAN. 1986.

UPN. La matemática en la escuela I. México. UPN. 1988.

UPN. La matemática en la escuela III. México. UPN. 1988.

VERGNAUD, Gerard. El niño, las matemáticas y la realidad. México. Trillas. 1991.

VIGOTSKY, L. S. Desarrollo psicológico y educación. España. Alianza. 1990.

VIGOTSKY, L.S. Pensamiento y lenguaje. Buenos Aires. Pleyade 1985.

ANEXOS

PRETEST

Escuela: _____

Grado: _____ Grupo: _____

Nombre del alumno(a): _____

Edad: _____ Fecha _____

1. A. ()

B. ()

C. ()

2. A. 25

B. 8

C. 132

3. A. 630

B. 828

C. 39

DICTADO

4. A.

B.

C.

D.

E.

F.

5. SUMAS

33	37	28	14	116
+ 15	+ 62	+ 13	+ 36	+ 84
—	—	—	—	—

175	443
+436	+176
—	102
	—

6. RESTAS

48	76	85	93	132
- 22	- 43	- 76	- 78	- 84
_____	_____	_____	_____	_____

200	104
-132	- 96
_____	_____

POSTEST

Escuela: _____

Grado: _____

Grupo: _____

Nombre del alumno(a): _____

Edad: _____

Fecha _____

1. A. ()

B. ()

C. ()

2. A. 184

B. 6

C. 75

3. A. 742

B. 936

C. 28

DICTADO

4. A.

B.

C.

D.

E.

F.

5. SUMAS

42	58	78	16	184
+ 17	+ 31	+ 15	+ 45	+ 16
_____	_____	_____	_____	_____

362	182
+259	+127
_____	302

6. RESTAS

54	32	76	54	424
- 32	- 11	- 38	- 27	- 58
_____	_____	_____	_____	_____

300	108
-158	- 89
_____	_____