

52



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"EFECTOS DE EXPANSION HIDRODINAMICA Y DE FRONTERA EN LA FUNCION DE CORRELACION DE PIONES EN COLISIONES DE IONES PESADOS RELATIVISTAS"

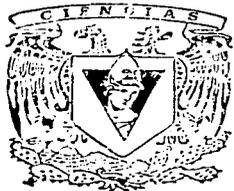
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

ANGEL SANCHEZ CECILIO



FACULTAD DE CIENCIAS UNAM

DIRECTOR DE TESIS DR. JOSE ALEJANDRO AYALA MERCADO



FACULTAD DE CIENCIAS SECCION ESCOLAR 2002



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la
INAM a difundir en formato electrónico e impreso el
contenido de mi trabajo recepcional.

RE: Angel Sanchez Cecilia

2 de septiembre del 2002



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Efectos de expansión hidrodinámica y de frontera en la función de correlación de
piones en colisiones de iones pesados relativistas"

realizado por Angel Sánchez Cecilio

con número de cuenta 9211152-5 , quién cubrió los créditos de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	DR. JOSE ALEJANDRO AYALA MERCADO
Propietario	DR. LUIS MANUEL MONTAÑO ZETINA
Propietario	DRA. MERCEDES RODRIGUEZ VILLAFUERTE
Suplente	DR. ELEAZAR CUAUTLE FLORES
Suplente	DR. ARNULFO MARTINEZ DAVALOS

Consejo Departamental de Física

DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura

**Efectos de Expansión Hidrodinámica y de Frontera en la Función de
Correlación de Piones en Colisiones de Iones Pesados Relativistas**

por

Angel Sánchez Cecilio

Tesis entregada para satisfacer parcialmente los
requisitos para obtener el título de

Físico

en la

FACULTAD DE CIENCIAS
de la
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Comité de tesis:

Dr. José Alejandro Ayala Mercado
Dr. Luis Manuel Montaña Zetina
Dra. Mercedes Rodríguez Villafuerte
Dr. Eleazar Cuautle Flores
Dr. Arnulfo Martínez Dávalos

2002

H

La tesis de Angel Sánchez Cecilio es aprobada:

Director de tesis	Fecha
	Fecha
	Fecha
	Fecha
	Date

Universidad Nacional Autónoma de México

2002

**Efectos de Expansión Hidrodinámica y de Frontera en la Función de
Correlación de Piones en Colisiones de Iones Pesados Relativistas**

**Derechos reservados 2002
por**

Angel Sánchez Cecilio

A mi hijo Eduardo Akatzin...

Índice general

Índice de figuras	VI
Prefacio	1
I Introducción	3
1. Efecto Hanbury-Brown Twiss	4
1.1. Interferometría estelar	4
1.2. Interferometría con ondas y/o partículas.	7
1.2.1. Descripción matemática de la luz.	7
1.2.2. Interferencia de dos haces de luz parcialmente coherentes . . .	9
1.2.3. Dependencia de la coherencia del tamaño angular de la fuente: Coherencia espacial	10
1.2.4. Dependencia de la coherencia de la diferencia de camino: Coherencia temporal	13
1.2.5. Correlación entre las fluctuaciones de intensidad	15
1.3. Principios de los interferómetros de Michaelson y de intensidad. . . .	16
1.3.1. Franja de visibilidad	16
1.3.2. Correlación entre las fluctuaciones de las corrientes de salida de dos detectores fotoeléctricos.	18
1.4. Interferometría de partículas	20
1.4.1. Fluctuaciones en un haz homogéneo	20
1.4.2. Correlación entre las fluctuaciones de dos haces de luz	25
II Plasma de cuarks y gluones:	
Señales	27
2. Plasma de cuarks y gluones	28
2.1. ¿Qué persigue el programa de iones pesados?	30
2.2. Cromodinámica cuántica	30

2.2.1.	El modelo de bolsa	32
2.2.2.	Cromodinámica cuántica en la red	36
2.3.	Formación y evolución del plasma de cuarks y gluones	40
2.4.	Observables del plasma de cuarks y gluones	41
2.4.1.	Creación de alta densidad de materia hadrónica.	42
2.4.2.	Creación de altas temperaturas	43
2.4.3.	Flujo radial colectivo y transverso	43
2.4.4.	Imagen espacio-temporal de la zona de reacción.	44
2.4.5.	Remanentes de la hadronización: Aumento de la extrañeza	45
2.4.6.	Cenizas del plasma: Hipermateria	46
2.4.7.	Radiación del plasma: Fotones directos y dileptones térmicos.	46
2.4.8.	Restauración de la simetría quiral	47
2.4.9.	Supresión de cuarkonia: Supresión de J/ψ	47
3.	Interferometría de piones en colisiones de iones pesados relativistas	49
3.1.	Mecánica Cuántica del efecto HBT	49
3.2.	Información contenida en la función de correlación	51
3.3.	Aplicación del efecto HBT en la física de altas energías.	54
3.4.	Extracción de la geometría de la Fuente.	54
3.4.1.	La importancia de la geometría de la fuente	54
3.4.2.	¿Como se obtiene la geometría de la fuente?	55
3.5.	Fuentes de caoticidad $\lambda < 1$	56
III	Modelo	58
4.	Modelo de una fuente de piones con expansión y frontera	59
4.1.	Líquido de piones	59
4.1.1.	Propiedades del helio líquido (^4He)	60
4.1.2.	Fenómeno de superficie	62
4.1.3.	Modelo de Ayala y Smerzi	64
4.2.	El modelo de líquido de piones en expansión	70
5.	Función de correlación de dos piones en un modelo de fuente con expansión y frontera	75
5.1.	Función de correlación de un sistema con frontera	75
5.2.	Función de correlación en el modelo de un líquido de piones en expansión	78
5.3.	Comportamiento de la función de correlación.	79
6.	Conclusiones	84
	Bibliografía	87

Índice de figuras

1.1. Interferómetro estelar de Michaelson.	5
1.2. Interferómetro de Young	10
1.3. Ilustración del teorema Cittert-Zernike	11
1.4. Ilustración de la teoría de coherencia temporal.	14
1.5. Diagrama de un interferómetro de intensidad simple.	18
2.1. Diagrama de fase en el plano $\mu - T$. Figura tomada de [1]	35
2.2. Esquema de una red, en donde se muestra la asociación de las matrices $U_{\mu}(x)$ de $SU(3)$ con los enlaces de la red. Figura tomada de [2]	37
2.3. Variación de la densidad de energía en unidades de T^4 en QCD para tres sabores de cuarks. Temperatura crítica alrededor de 170 MeV. Figura tomada de [1]	39
3.1. Los cuatro posibles procesos en la emisión y detección de dos partículas. 51	
3.2. Gráfica típica de una función de correlación, para una fuente gaussiana. 55	
3.3. Contribuciones estimadas de piones provenientes de resonancias a la correlación HBT. Figura tomada de la Ref. [3]	57
4.1. Curva de dispersión de neutrones por ^4He líquido.	61
4.2. Dispersión de piones en materia nuclear densa. Figura tomada de [4]	61
4.3. Transición de un pión a través de la frontera	63
4.4. Temperatura crítica vs el número de partículas para diferentes valores del radio de la fuente R	65
4.5. Distribución de momento invariante $m d^2 N / m_\pi^2 d m_\pi d y$ para $y = 1,4$ para diversos valores de los parámetros R, T, N	68
4.6. Distribución de momento invariante $m d^2 N / m_\pi^2 d m_\pi d y$ para $y = 1,4$ para $R = 8 \text{ fm}$, $T = 120 \text{ MeV}$ y $N = 150$ que corresponde a un valor de $\mu = 94,3 \text{ MeV}$	69
4.7. Distribución de momento invariante $m d^2 N / m_\pi^2 d m_\pi d y$ para $y = 1,4$ para $R = 6 \text{ fm}$, $T = 120 \text{ MeV}$ y $N = 200$ que corresponde a un valor de $\mu = 169,1 \text{ MeV}$	69

- 4.8. Sistemática de la distribución de momento invariante $m^2 N/m_i^2 dn_i dy$ variando (a) el radio R , (b) la temperatura T y (c) la velocidad superficial de expansión β para $\gamma = 0$. (d) Distribución para $\eta_{lab} = 3,0$ 73
- 4.9. Comparación del modelo con los datos experimentales de colisiones Au+Au a energías de 11.6A GeV. (a) Comparación de datos correspondientes a piones negativos, (b) para piones positivos. 74
- 5.1. (a): $C_2(q)$ para un valor fijo de $K = 500$ y para $R = 6$ fm (línea continua) y $R = 10$ fm (línea punteada). El ancho de C_2 decrece a medida que R se incrementa. (b): $C_2(q)$ para un valor fijo de $R = 6$ fm y para $K = 300$ MeV (línea delgada), $K = 500$ MeV (línea punteada) y $K = 700$ MeV (línea gruesa). Para los valores elegidos de K el ancho de C_2 se incrementa a medida que K se incrementa. (c): $C_2(q)$ para un valor fijo de $R = 6$ fm y para $K = 50$ MeV (línea delgada), $K = 100$ MeV (línea punteada) y $K = 200$ MeV (línea gruesa). Para los valores elegidos de K el ancho de C_2 decrece a medida que K se incrementa. En todos los casos, la temperatura, la velocidad de expansión superficial y el potencial químico permanecieron fijos y con los valores: $T = 120$ MeV, $\beta = 0,5c$ y $\mu = 0$ respectivamente. 80
- 5.2. $C_2(q)$ para el valor fijo de $R = 6$ fm y diferentes valores de la fracción de población del estado base. Para $\mu = 0$ (línea delgada) la población del estado base es despreciable y $\lambda \sim 1$. No obstante cuando la población del estado base llega a ser una fracción significativa de la multiplicidad total, e.g., para $\mu = 315$ MeV, $N_g/N = 0,37$, y $\lambda \sim 0,62$ (línea punteada). Cuando la mayoría de las partículas ocupan el estado base, e.g., para $\mu = 317,5$ MeV, $N_g/N = 0,77$, $\lambda \sim 0,23$ (línea gruesa), y como consecuencia la función de correlación tiende a ser más plana. 81
- 5.3. R_{eff} para un valor fijo de $R = 6$ fm como una función de K para un sistema en expansión y frontera (línea punteada), un sistema en expansión y sin frontera (línea gruesa), y un sistema con frontera y sin expansión (línea delgada). Nótese que en el primer caso, R_{eff} alcanza un valor máximo para un valor de $K \sim \eta T$, mientras que para el segundo caso, R_{eff} decrece con el incremento de K , y en el tercer caso R_{eff} crece con el incremento de K . También para el caso del sistema en expansión y sin frontera el parámetro R_{Gauss} se ha elegido de tal manera que el radio rms de éste coincide con el caso de la esfera rígida con $R = 6$ fm. 82

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por darme su apoyo y, haberme brindado la confianza y fortaleza para realizar este sueño que ahora es una realidad, gracias padres.

Agradezco al Dr. Alejandro Ayala Mercado por su inmensa generosidad que ha tenido para conmigo y por todo el conocimiento del que me ha brindado durante todo el trabajo de tesis. Gracias Alejandro por tu apoyo y tu confianza.

Agradezco a Diana Pimentel y a mi hijo Eduardo por darme su cariño y comprensión durante todo este tiempo, los quiero mucho.

Agradezco a mis hermanas Claudia y Fabiola, por ser una luz en mi camino también por haberme dado ánimos para seguir adelante, a mi hermano Octavio y a mi Sobrino Daniel por ser tan traviosos y latosos.

Agradezco a los profesores de la Fac. de Ciencias de la UNAM por haberme brindado parte de sus conocimientos, en especial a los Drs. Ma. Ester Brandan, Juan Manuel Lozano Mejía, Gerardo Carmona, Eugenio Ley Koo, Matias Moreno Ytriago, Alfonso Mondragón y Myriam Mondragón.

Agradezco a la Facultad de ciencias por haberme permitido conocer y convivir con personas tan extraordinarias, que han abierto mi visión sobre mí y mi alrededor, como los son mis amigos de generación Hector Cruz Ramirez, Luisa Jaime González, José Antonio Gaytan, Francisco Salgado Rangel, Sinuhé Támez Lorenzana, ...

Agradezco al Instituto de Ciencias Nucleares el haberme abierto sus puertas para conocer parte de la investigación que ahí se hace así como el apoyo técnico de la Srita. Trinidad Ramirez, el Fis. Antonio Ramirez Fernández y la Lic. Magdalena Sierra.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme abierto sus puertas.

Prefacio

La interferometría de piones en el contexto de las colisiones de iones pesados relativistas (RHIC por sus siglas en ingles) comprende el estudio de la función de correlación entre dos piones idénticos producidos en procesos hadrónicos. Una forma de cuantificar tal correlación es mediante la comparación de la probabilidad conjunta de encontrar dos piones $P(p_1, p_2)$ a el producto de las probabilidades de encontrar un solo pion $P(p_1)P(p_2)$ esto es

$$C(p_1, p_2) = \frac{P(p_1, p_2)}{P(p_1)P(p_2)}.$$

El nombre de interferometría de piones se usa para enfatizar la analogía que hay entre ésta disciplina y la bien conocida técnica de interferometría de segundo orden o de intensidad, desarrollada por Hanbury-Brown y Twiss [5] [6] para medir el tamaño de objetos estelares. En la teoría cuántica de la dispersión, la aplicación de la interferometría para deducir propiedades estructurales de los blancos fue formalizada por Goldberger, Lewis y Watson [7]. Posteriormente la idea de usar interferometría con piones para deducir la estructura espacio-temporal en procesos hadrónicos de altas energías fue desarrollada por Kopylov y Podgoretsky, Shuryak y Cocconi. Experimentalmente, la técnica fue usada por primera vez por Goldhaber, Goldhaber, Lee y Pais [8] para determinar las dimensiones de la región de aniquilación en procesos $p\bar{p}$. Estos autores sugirieron que la interferometría es una consecuencia de que la función de onda para dos piones idénticos sea simétrica, i.e., consecuencia de la simetrización de Bose-Einstein. La interferometría de piones también se aplica a otros procesos tales como colisiones πp , pp y Kp para determinar las dimensiones espacio-temporales de la región de interacción de la fuente de piones.

La interferometría de piones ha revelado que la correlación de piones no solamente brinda información sobre la estructura espacio-temporal de la región de producción de piones sino también el grado de coherencia del campo de piones producidos i.e. la función de correlación nos brinda tanto información geométrica como dinámica de la producción de piones en una reacción dada.

Por esta razón es natural que las ideas sobre la interferometría de piones hayan encontrado un lugar en el campo de las colisiones nucleares relativistas, ya que los modelos propuestos para tales colisiones involucran conceptos geométricos clásicos tales como trayectorias clásicas y parámetros de impacto. Por lo tanto, la determinación de la estructura espacio-temporal por medio de esta técnica se usa para restringir tales modelos, e.g., los valores de los parámetros que representan las dimensiones, la vida media de la región de producción de piones, o en su caso, la magnitud de la expansión hidrodinámica, al ser posible comparar estos modelos con los datos experimentales.

Por otra parte en años recientes se han creado aceleradores más potentes con los cuales es posible conseguir acelerar partículas a energías capaces de crear materia hadrónica a altas densidades y temperaturas con lo cual se ha especulado que los cuarks sufren una transición de fase de un estado ligado a un estado libre, *i.e.*, que es posible obtener lo que hoy se conoce como el plasma de cuarks y gluones [9]. La gran importancia de que este plasma exista tiene que ver entre otras cosas con la información que podemos obtener acerca de las etapas tempranas de evolución del universo. Sin embargo, dadas las dimensiones en estas reacciones nos enfrentamos al problema de que no es posible medir directamente ni la temperatura ni el tamaño donde se crea dicho plasma. Esta es el área donde la interferometría de piones juega un papel importante ya que por medio de esta técnica es posible determinar las cantidades físicas involucradas. Esta tesis por lo tanto tiene como uno de sus propósitos introducir al lector a la aplicación de la técnica de interferometría de piones en las colisiones de iones pesados relativistas. Por tal motivo ha sido dividida de la siguiente manera: en el primer capítulo se hace una revisión histórica de la técnica de Hanbury-Brown y Twiss (HBT) [5] y sus aplicaciones en astrofísica. Asimismo se hace un tratamiento clásico y cuántico (estadística de fotones) en la Interferometría de la luz, y en ambos casos se tiene el mismo efecto. En el capítulo 2 se discute brevemente el objetivo del programa de iones pesados relativistas, así como algunas de las herramientas matemáticas que han llevado a los físicos a postular la existencia de un nuevo estado de la materia conocido hoy en día como el plasma de cuarks y gluones (o QGP por sus siglas en inglés). También se mencionan algunas de las posibles señales que nos indicarían su formación. También se discute la aplicación de la técnica HBT a colisiones nucleares. En el capítulo 3 se trata un caso más específico del efecto HBT, Interferometría de piones en el contexto de colisiones de iones pesados relativistas. Dada la importancia de la geometría de la fuente, también mencionamos como se obtiene su tamaño a partir de la función de correlación de dos piones. En el capítulo 4 se dan los argumentos que permiten considerar un líquido de piones en vez de un gas durante los últimos instantes del enfriamiento del QGP y se analizaran los modelos propuestos por A. Ayala y A. Smerzi [10], y A. Ayala, J. Barreiro y L. M. Montaño [11] donde se han introducido fuentes de piones con frontera (una consecuencia de considerar un líquido) y expansión hidrodinámica (una consecuencia de la alta densidad de piones en una región pequeña del espacio) respectivamente. En el capítulo 5 se obtendrá la función de correlación para dos piones sujetos a las restricciones del segundo modelo observando la sistemática que esta presenta. Así mismo, se comparará la función de correlación obtenida a partir del modelo de A. Ayala, J. Barreiro y L. M. Montaño con un modelo de fuente gaussiana con expansión y se observará qué efectos tiene sobre la correlación de los piones el hecho que la fuente tenga o no frontera, y por último en el capítulo 6 se darán las conclusiones de este trabajo.

Parte I

Introducción

Capítulo 1

Efecto Hanbury-Brown-Twiss

1.1. Interferometría estelar

La idea de aplicar la interferometría para medir el tamaño de objetos estelares surgió poco después de uno de los trabajos de Young, en los cuales investigó el efecto que tiene sobre el patrón de interferencia el hecho de emplear más de una fuente puntual de luz. El resultado de este estudio fue que la variación de los mínimos de visibilidad en el patrón de interferencia eran múltiplos enteros de la cantidad $\frac{\lambda_0}{D}$ donde λ_0 es la longitud de onda de la luz y D es la distancia entre las fuentes puntuales [12]. Los primeros en proponer el uso de este método como una forma para determinar el tamaño angular de objetos astronómicos fueron Fizeau y poco después Michaelson, ya que éstos son bastante pequeños y lejanos como para poder utilizar telescopios. El método fue exitosamente usado para medir los diámetros angulares de satélites planetarios y la separación angular entre estrellas binarias, cuyos diámetros eran pequeños comparados con su separación. Este método tenía el inconveniente, cuando era aplicado para medir el tamaño angular de una sola estrella, de que la resolución de las franjas de interferencia no se lograban distinguir, por el hecho que la fuente era demasiado pequeña y lejana. Además no se podían mover las aberturas del interferómetro, ya que con esto se obtendría una mayor resolución. Más tarde, por el año de 1920 fue, el propio Michaelson al que se le ocurrió cómo vencer este último inconveniente. Propuso un mecanismo basado en espejos móviles, como los mostrados en la Fig. 1.1, en el cual se podía variar la distancia aparente entre las aberturas del interferómetro de Young. Este nuevo instrumento es conocido como el *interferómetro estelar*, el cual fue montado en el Observatorio del Monte Wilson, ya que la estructura del mismo era bastante rígida para soportarlo.

La primera estrella cuyo diámetro angular fue exitosamente medido fue Betelgeuse (α Orionis). El valor encontrado fue de 0.047 segundos de arco. La pequeñez de este número se debe a las dificultades inherentes en las mediciones, las cuales se veían afectadas por las variaciones del índice de refracción de la atmósfera. Otra de las dificultades con la que se encontraron fue que la separación entre los espejos

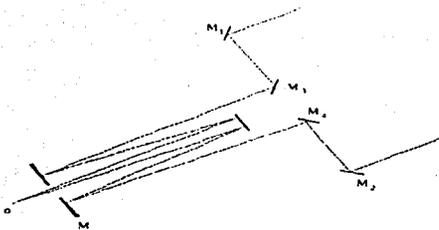


Figura 1.1: Interferómetro estelar de Michaelson.

exteriores (M_1 y M_2) no podía ser mayor a 6m, además de las que se tenían al operar un instrumento tan grande que requería de un soporte mecánico bastante estable, ya que las magnitudes que se medían eran demasiado pequeñas. Debido a estas inconveniencias se desecharon todos los intentos por crear interferómetros estelares de mayor tamaño.

En el año de 1949 la tecnología del radar, que había sido desarrollada en la segunda guerra mundial, abrió el campo de la radioastronomía en el período de la posguerra y permitió el descubrimiento de las estrellas más brillantes del firmamento. Inmediatamente después surgió el problema de cómo medir el tamaño de estas estrellas de manera distinta a la empleada hasta ese momento.

Este es el problema que Robert Hanbury, radioastrónomo en Jodrell Bank, resolvió en 1949. La idea básica fue: "si la radiación recibida en dos lugares es mutuamente coherente, entonces las fluctuaciones en la *intensidad* de las señales recibidas en aquellos dos lugares también están correlacionadas. [13]" Hanbury-Brown colaboró junto con Twiss, ya que su formación matemática le permitiría hacer el análisis de la correlación de la intensidad.

La primera prueba de la interferometría de la intensidad tuvo lugar en 1950, cuando Hanbury-Brown y Twiss midieron el diámetro del sol usando dos radio-telescopios operando a una longitud de onda de 2.4m (en la banda de FM). Esta fue una demostración totalmente espectacular de la técnica. Acto seguido, se dieron a la tarea de medir los diámetros angulares de Cas A y Cyg A, también fuentes de radio, logrando una resolución de pocos kilómetros. La interferometría de la intensidad tiene una íntima relación con la interferometría de la amplitud de Michaelson, como fue notado por Hanbury-Brown y Twiss, ya que ésta mide esencialmente el cuadrado de la suma de las amplitudes A_1 y A_2 que llegan a los detectores 1 y 2:

$$|A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + (A_1^* A_2 + A_1 A_2^*) \quad (1.1)$$

El último término entre paréntesis es llamado la "franja de visibilidad", V , que es la

parte interesante de la señal. Promediada sobre todas las variaciones aleatorias de la señal, V^2 es simplemente:

$$\langle V^2 \rangle = 2\langle |A_1|^2 |A_2|^2 \rangle + \langle A_1^{*2} A_2^2 \rangle + \langle A_1^2 A_2^{*2} \rangle \quad (1.2)$$

Mientras que había sido demostrado teóricamente y experimentalmente que la interferometría de la intensidad funcionaba bien con ondas de radio, no era claro que ésta también funcionara para la luz visible. Fue entonces que decidieron probar esta técnica en la óptica, con un experimento sencillo, en el cual usaron un haz de una lámpara de mercurio (como fuente térmica) y un espejo semiplanteado que dividía al haz en dos, midiendo las correlaciones de intensidad entre los dos haces separados, lo cual hicieron esencialmente comparando las intensidades en dos puntos diferentes del haz aún sin separar. Variando las trayectorias relativas entre los dos espejos y los detectores pudieron variar la separación temporal, τ , de los puntos. Lo que encontraron fue que cuando τ era grande no había correlación de intensidad, la correlación aumentaba cuando τ decrecía. La escala temporal característica es el tiempo de coherencia del haz, el cual, en este caso, es esencialmente h/T donde T es la temperatura de la fuente. Este experimento fue la demostración crucial de que los "fotones se agrupan", *i.e.*, que los fotones en un haz térmico aparentemente no correlacionado tienden a ser detectados en pares muy cercanos. Sus resultados fueron recibidos con gran incredulidad, y por ello se hicieron varios experimentos tratando de contradecirlos. Al final el resultado de Hanbury-Brown y Twiss prevaleció, con ayuda de un artículo particularmente importante de Purcell [14] en el cual se mostraba el efecto HBT en términos de las fluctuaciones del campo eléctrico, y mediante la óptica cuántica de Born.

Convencidos con estas demostraciones que la interferometría de la intensidad funcionaba con la luz, Hanbury-Brown y Twiss se dieron a la tarea de aplicar esta técnica para medir el tamaño angular de la estrella Sirius (α Canis Majoris A) estudiando las correlaciones de la intensidad óptica entre dos telescopios que requerían únicamente tener una buena recolección de luz y no una gran resolución. Hanbury-Brown y Twiss fueron capaces de construir un par de reflectores de 5 pies de diámetro después de la segunda guerra mundial. Las señales de los dos telescopios fueron correlacionadas electrónicamente (aunque en la conexión física actual no es necesario para observar el efecto). Los datos que obtuvieron conducen a un diámetro angular de Sirius de $0.0068'' \pm 0.0005'' = 3,1 \times 10^{-8}$ radianes, una medición muy imprevista para un objeto a una distancia de 2.7 pc. La poca cantidad de datos que obtuvieron (4 datos en 5 meses) revela que las condiciones climáticas fueron poco favorables.

Actualmente la interferometría de Michaelson ha sido reemplazada completamente por la interferometría de la intensidad en astronomía. En radioastronomía, la interferencia de la amplitud es la base del VLA (Very Large Array) en Socorro, Nuevo México, y en el VLBI extendido, en los cuales se comparan las amplitudes de radio en radiotelescopios separados. No obstante, en el 2004 se planea mandar en un satélite

un interferómetro óptico de Michaelson, el cual será capaz de resolver objetos hasta 5 μ s de arco.

1.2. Interferometría con ondas y/o partículas.

Hace más de un siglo se creía que la mecánica ondulatoria era la teoría que describía perfectamente el comportamiento de la luz. Poco tiempo después se realizaron experimentos en los que se demostraba que la luz presentaba también un comportamiento de partícula, al igual que otros en los que se demostraba que las partículas hasta entonces conocidas (neutrón, electrón etc.) presentaban comportamientos ondulatorios (difracción de neutrones etc). Parece haber una contradicción entre ambos conceptos, cuando éstos se piensan en términos clásicos. Motivados por estos nuevos acontecimientos varios físicos como Heisenberg, Schrödinger y otros formularon la teoría que hoy es conocida como mecánica cuántica, en la cual se lograba mostrar que los comportamientos de onda y de partícula se complementan el uno con el otro. En esta teoría el comportamiento de onda de la luz es asociado con la función de onda de un ensamble de fotones cuyas funciones de onda individuales se traslapan dando origen a los efectos ondulatorios de la luz. Por estos antecedentes en esta sección se hace una revisión del efecto Hanbury-Brown Twiss desde ambos puntos de vista, *i.e.*, desde el punto de vista ondulatorio de la luz en donde ésta es una consecuencia de la teoría electromagnética y desde el punto de vista de partículas en donde la luz se piensa compuesta de fotones. Se verá que en ambos casos la correlación que se observa es una consecuencia de las fluctuaciones ya sea de las ondas electromagnéticas o de las fluctuaciones en la estadística de los fotones. Destacamos que todo el análisis que se presenta es independiente de otros fenómenos que intervengan en el proceso de detección.

1.2.1. Descripción matemática de la luz.

En varios artículos clásicos ha sido establecido que la luz visible de origen térmico tiene las propiedades de un proceso aleatorio gaussiano. Así pues, el vector eléctrico de una onda de luz puede ser representado como la superposición de un conjunto de componentes de Fourier de diferentes frecuencias, con amplitudes y fases estadísticamente independientes las cuales están aleatoriamente distribuidas; de esta manera si $E^{(r)}(t)$ ($-\infty \leq t \leq \infty$) es una componente cartesiana del campo eléctrico en un punto fijo del espacio entonces ésta puede ser representada por la integral de Fourier.

$$E^{(r)}(t) = \int_0^{\infty} a(\nu) \cos(\phi(\nu) - 2\pi\nu t) d\nu. \quad (1.3)$$

donde $a(\nu)$ es la densidad espectral. La Ec.(1.3) puede ser transformada a su forma analítica asociando con $E^{(r)}$ la función conjugada $E^{(i)}$ de manera que

$$E(t) = E^{(r)}(t) + iE^{(i)}(t) \quad (1.4)$$

donde

$$E^{(i)}(t) = \int_0^{\infty} a(\nu) \text{sen}(\phi(\nu) - 2\pi\nu t) d\nu \quad (1.5)$$

de forma que $E(t)$ es

$$E(t) = \int_0^{\infty} a(\nu) e^{i(\phi(\nu) - 2\pi\nu t)} d\nu \quad (1.6)$$

Alternativamente, si $E^{(r)}$ se representa por una integral de Fourier de la forma

$$E^{(r)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\nu) e^{-2\pi i\nu t} d\nu \quad (1.7)$$

donde

$$v(\nu) = \frac{1}{2} a(\nu) e^{i\phi(\nu)} \quad (1.8)$$

entonces la forma analítica de $E(t)$ asociada es

$$E(t) = 2 \int_0^{\infty} v(\nu) e^{-2\pi i\nu t} d\nu, \quad (1.9)$$

de esta manera $E(t)$ puede obtenerse de una integral de Fourier de $E^{(r)}$ simplemente suprimiendo las frecuencias negativas y multiplicando a las amplitudes de frecuencia positiva por un factor de 2. A partir de la Ec.(1.9) se tienen las siguientes relaciones

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E^*(t) E(t) dt = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} |v(\nu)|^2 d\nu \quad (1.10)$$

$$= 4 \int_0^{\infty} |v(\nu)|^2 d\nu, \quad (1.11)$$

ya que es conveniente, cuando se trata con procesos aleatorios estacionarios, asumir hasta cierto punto que $E(t)$ está definida para todos los valores de t . En la práctica, las observaciones se realizan en tiempos finitos $-T \leq t \leq T$, pero son válidas si T es muy grande, comparado con cualquier período característico de la onda de luz (i.e., el tiempo de coherencia). Por lo cual se debe de definir la intensidad promedio del campo con respecto al tiempo finito T . Esto se hace representado al campo por la función

$$E_T^{(r)}(t) = \begin{cases} E^{(r)}(t) & , \text{ si } |t| \leq T \\ 0 & , \text{ si } |t| > T \end{cases}$$

y por analogía con la Ec.(1.9) ésta última se puede escribir como

$$E_T(t) = 2 \int_0^{\infty} v_T(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu \quad (1.12)$$

de manera que el promedio temporal de la intensidad dada por la Ec.(1.11) es

$$\frac{1}{2} \langle E^*(t) E(t) \rangle = \langle E^{(r)^2}(t) \rangle = 2 \int_0^{\infty} G(\nu) d\nu \quad (1.13)$$

donde

$$G(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|v_T(\nu)|^2}{2T} \quad (1.14)$$

de manera que la $G(\nu)d\nu$ es la contribución a la intensidad total producidas por todas las componentes del campo con frecuencias en el rango $\nu + d\nu$ y se conoce como la densidad espectral de la luz

1.2.2. Interferencia de dos haces de luz parcialmente coherentes

Consideremos un experimento del tipo de Young, donde dos orificios P_1, P_2 sobre una pantalla opaca A son iluminados por una fuente térmica de luz S, tal como se muestra en la Fig. 1.2. Los dos orificios permiten el paso de luz a una segunda pantalla B. Si los campos en P_1, P_2 son representados por sus formas analíticas $E_1(t), E_2(t)$, entonces el campo total en Q estará dado por la superposición de éstos, es decir

$$E_Q(t) = k_1 E_1(t) + k_2 E_2(t + \tau) \quad (1.15)$$

donde k_1, k_2 son constantes que toman en cuenta tanto la forma de los orificios, la amplitud y diferencia de fase de la onda difractada así como la distancia de los orificios al punto Q; τ es la diferencia de los tiempos que le toma a la radiación electromagnética en viajar de P_1 a Q y de P_2 a Q. La intensidad en Q, es el promedio

temporal del cuadrado de la parte real $E^{(r)}$ la cual, despreciando constantes, puede escribirse como:

$$I_Q = \langle E_Q^*(t) E_Q(t) \rangle. \quad (1.16)$$

De las Ecs.(1.15) y (1.16) se tiene que:

$$I_Q = |k_1|^2 I_1 + |k_2|^2 I_2 + 2 \text{Re} \{ k_1^* k_2 \Gamma_{12}(\tau) \}, \quad (1.17)$$

donde $\Gamma_{12}(\tau)$ es llamada la función de coherencia mutua de la luz [15] en los dos orificios y se define como

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t) E_2(t + \tau) \rangle. \quad (1.18)$$

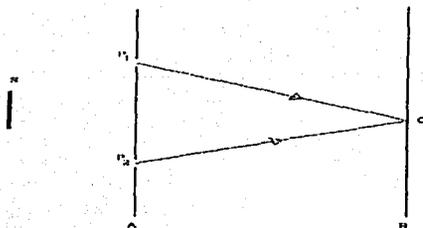


Figura 1.2: Interferómetro de Young

Asimismo las intensidades en cada uno de los orificios pueden ser expresadas en términos de estas Γ de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\Gamma_{11}(0) &= \langle E_1(t)E_1(t) \rangle = I_1 \\ \Gamma_{22}(0) &= \langle E_2(t)E_2(t) \rangle = I_2\end{aligned}\quad (1.19)$$

La Ec.(1.17) puede ser escrita de manera más general en términos del grado de coherencia.

$$\gamma_{12}(\tau) = (I_1 I_2)^{-1/2} \Gamma_{12}(\tau) \quad (1.20)$$

tal que

$$I_Q = I_{1Q} + I_{2Q} + 2(I_{1Q} I_{2Q})^{1/2} \text{Re}[\gamma_{12}(\tau)] \quad (1.21)$$

donde I_{1Q} y I_{2Q} son las intensidades producidas en Q por cada uno de los orificios separadamente.

La Ec.(1.21) muestra que la intensidad en cualquier punto sobre la segunda pantalla podrá ser encontrada a partir de un conocimiento de las intensidades en este punto, en el cual deberán ser producidas de manera independiente por cada uno de los orificios, y la parte real del grado de coherencia entre la luz en los orificios para un valor apropiado de τ . A la inversa, esto también es posible, por lo menos en principio, para encontrar el grado de coherencia de la luz en los dos orificios haciendo mediciones de la luz sobre la pantalla B.

1.2.3. Dependencia de la coherencia del tamaño angular de la fuente: Coherencia espacial

Supongamos que en el experimento de interferencia ilustrado en la Fig. 1.3, el punto Q es equidistante de los dos orificios P_1, P_2 de manera tal que la diferencia de

tiempo $\tau = 0$. De esta manera la Ec.(1.21) se escribe como

$$I_Q = I_{1Q} + I_{2Q} + 2(I_{1Q}I_{2Q})^{1/2}\text{Re}[\gamma_{12}(0)]. \quad (1.22)$$

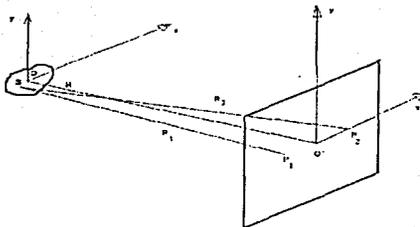


Figura 1.3: Ilustración del teorema Cittert-Zernike

Si ahora se altera la separación entre P_1, P_2 , el tamaño angular de la fuente, o la longitud de onda de la luz, entonces el grado de coherencia en los orificios (γ_{12}) también variará. Nos referiremos a ésta como una variación de la coherencia espacial para distinguirla de la coherencia temporal que se discutirá más adelante. La dependencia de la coherencia espacial de estos tres parámetros es la relación fundamental de la cual depende toda la interferometría estelar y está expresada por el teorema de Van Cittert-Zernike. Siguiendo a Born y Wolf [12] el teorema de Van Cittert-Zernike puede ser presentado como sigue: consideremos los dos puntos P_1, P_2 sobre la pantalla A en la Fig.1.3, la cual es iluminada por una fuente extendida σ . Por simplicidad se tomará a la fuente como si estuviese contenida en un plano paralelo a A y a una distancia muy grande comparada con el tamaño de la fuente y la separación de los orificios, de manera que todos los ángulos entre OO' y las líneas que unen los puntos de la fuente con los puntos P_1 y P_2 son extremadamente pequeños. Además para separar los efectos de coherencia espacial y temporal, debemos suponer que P_1 y P_2 son equidistantes de la fuente, de tal manera que la diferencia de camino ($R_1 - R_2$) de cualquier punto de la fuente a P_1, P_2 sea pequeña comparada con la longitud de coherencia ($c/\Delta\nu$) de la luz. También por simplicidad tomaremos que la luz que llega hasta los puntos P_1 y P_2 es cuasi-monocromática; en otras palabras, esto quiere decir que el ancho de banda óptico $\Delta\nu$ está restringido por filtros pasa-bandas (los cuales no se muestran en la figura) de manera que $\Delta\nu/\nu_0 \ll 1$, donde ν_0 es la frecuencia promedio del filtro. Consideremos ahora a la superficie de la fuente dividida en un gran número de fuentes pequeños e independientes $d\sigma_1, d\sigma_2, \dots$ con dimensiones pequeñas comparadas con la longitud de onda λ_0 de la luz. Entonces si E_{m1}, E_{m2} son las

amplitudes complejas de la onda en los puntos P_1, P_2 debido a una fuente elemental $d\sigma_M$, la función de coherencia mutua de la luz en estos puntos es

$$\Gamma_{12}(0) = E_1^*(t)E_2(t) = \sum_m E_{m1}(t)E_{m2}(t) + \sum_{m \neq n} E_{m1}^*(t)E_{n2}(t). \quad (1.23)$$

El segundo término de esta ecuación es nulo ya que por hipótesis no existe correlación entre diferentes elementos de la fuente y por lo tanto ésta se reduce a lo siguiente

$$\Gamma_{12}(0) = \sum_m E_{m1}(t)E_{m2}(t) \quad (1.24)$$

si $I(S)$ es la intensidad por unidad de área de la fuente y R_1, R_2 son las distancias de un punto S a P_1, P_2 , entonces se puede mostrar que la Ec.(1.24) se convierte en

$$\Gamma_{12}(0) = \int_{\sigma} (I(S)/R_1 R_2) e^{2\pi i(R_1 - R_2)/\lambda_0} dS. \quad (1.25)$$

De esta última ecuación se tiene que el grado de coherencia $\gamma_{12}(0)$, definido por la Ec.(1.20), se transforma en

$$\gamma_{12}(0) = (I_1 I_2)^{-1/2} \int_{\sigma} (I(S)/R_1 R_2) e^{2\pi i(R_1 - R_2)/\lambda_0} dS, \quad (1.26)$$

donde

$$I_1 = \int_{\sigma} (I(S)/R_1^2) dS \quad I_2 = \int_{\sigma} (I(S)/R_2^2) dS. \quad (1.27)$$

Sean x, y , las coordenadas de un punto sobre la fuente, y X_1, X_2 las coordenadas de los puntos P_1, P_2 sobre la pantalla; tomemos los dos conjuntos de ejes paralelos y P_1, P_2 sobre el eje X , con lo que tenemos que la diferencia de camino es

$$R_1 - R_2 \approx (X_1^2 - X_2^2)/2R - (X_1 - X_2)x/R \quad (1.28)$$

y haciendo $R_1 \approx R_2 \approx R_3$, la Ec.(1.26) se reescribe como

$$\gamma_{12}(0) = \frac{e^{i\psi} \iint_{\sigma} I(x, y) \exp[-2i\pi(X_1 - X_2)x/\lambda_0 R] dx dy}{\iint_{\sigma} I(x, y) dx dy}, \quad (1.29)$$

donde

$$\psi = (2\pi/\lambda_0)[(X_1^2 - X_2^2)/2R]. \quad (1.30)$$

La Ec.(1.29) es una forma del teorema de Van Cittert-Zernike y es la relación fundamental que estábamos buscando. Esta expresa el hecho que el grado de coherencia $\gamma_{12}(0)$ de la luz en dos puntos P_1, P_2 está dado por la transformada de Fourier de la distribución de la intensidad sobre la fuente, normalizada con el equivalente de la fuente de una distribución lineal paralela a la línea que une a P_1 con P_2 . El factor $e^{i\psi}$

representa el corrimiento de fase $(2\pi/\lambda_0)(OP_1 - OP_2)$ y es uno en el caso en el que P_1, P_2 sean equidistantes de la fuente.

En el resultado de la Ec.(1.29) se han hecho varias suposiciones para simplificar la discusión de las cuales hay dos puntos que son muy notables. Primero, la suposición que la luz que llega a los puntos P_1 y P_2 es cuasi-monocromática es ciertamente justificada cuando se usa un interferómetro de intensidad ya que por razones prácticas se deben usar filtros ópticos de un cierto ancho de banda. Tal filtro no se usa en el interferómetro estelar de Michaelson y en este caso éste es necesario para hacer la convolución de la expresión para $\gamma_{12}(0)$ con la distribución de la luz. El segundo punto que hemos asumido, de nuevo por simplicidad, es que la fuente está contenida en un plano, lo cual no es cierto para una estrella, y aun menos para estrellas dobles. Esto es de cualquier modo únicamente para mostrar que el resultado es válido para una estrella con tal que su distancia sea mucho mayor que cualquier otra dimensión en el sistema completo. Nótese que la distribución de la intensidad a lo largo de la fuente, a la cual nos referimos, es la distribución proyectada sobre un plano normal a la dirección de la fuente a los puntos P_1, P_2 .

1.2.4. Dependencia de la coherencia de la diferencia de camino : Coherencia temporal

Discutiremos ahora el efecto de la diferencia de camino o tiempo relativo de retraso en dos haces de luz mutuamente coherentes. La pregunta que deseamos responder se ilustra en la Fig. 1.4 . Supongamos que una onda plana proveniente de una fuente distante S ilumina los dos puntos P_1, P_2 por medio de un espejo semiplatado M de tal manera que P_1 y P_2 coincidan perfectamente cuando son vistos desde de la fuente. Si $MP_1 = MP_2$ entonces la luz proveniente de S llega simultáneamente a P_1, P_2 y el grado de coherencia, si éste puede ser medido, será $\gamma_{12}(0) = 1$. Cuando movemos P_1 a P'_1 cuidando que P'_1 y P_2 coincidan cuando son vistos desde la fuente, se introduce un tiempo de retardo $\tau = (MP'_1 - MP_1)/c$ entre los campos en P'_1 y P_2 sin alterar su coherencia espacial. El problema ahora es encontrar cómo $\gamma_{12}(\tau)$ depende de τ .

Si representamos a las ondas en P_1 y P_2 por las señales analíticas $E_1(t), E_2(t + \tau)$ entonces puede mostrarse que la coherencia espacial mutua esta dada por

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1^*(t)E_2(t + \tau) \rangle = 4 \int_0^\infty G_{12}(\nu)e^{-2\pi i\nu\tau} d\nu \quad (1.31)$$

sustituyendo esto último en la Ec. (1.20) se tiene

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\int_0^\infty G_{12}(\nu)e^{-2\pi i\nu\tau} d\nu}{\int G_{12}(\nu) d\nu} \quad (1.32)$$

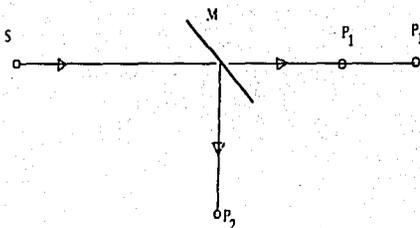


Figura 1.4: Ilustración de la teoría de coherencia temporal.

donde, por analogía con la Ec.(3.12)

$$G_{12}(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{v_{T1}^*(\nu) v_{T2}(\nu)}{2T} \right] \quad (1.33)$$

G_{12} se llama la densidad espectral mutua de los dos haces en P_1, P_2 .

La Ec.(1.33) expresa el importante resultado que la coherencia mutua varía directamente como la transformada de Fourier de la densidad espectral mutua de los dos haces de luz. Si los espectros en P_1, P_2 son idénticos, lo que sucede en muchos de los casos, entonces $\Gamma_{12}(\tau)$ corresponde a la función de autocorrelación de la luz. En este caso la Ec.(1.31) es una ley, en términos ópticos, del teorema de Wiener-Khinchin, el cual es bien conocido en la teoría de procesos estacionarios aleatorios. Este teorema afirma que la función de autocorrelación de un proceso estacionario aleatorio está dada por la transformada de Fourier de su espectro de potencia, el cual es el principio de la espectroscopia de Fourier.

Si consideramos el caso simple cuando la densidad espectral mutua $G_{12}(\nu)$ es uniforme sobre un cierto ancho de banda $\Delta\nu$ alrededor de la frecuencia ν_0 y $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \ll 1$, entonces de la Ec.(1.32) se tiene que

$$\gamma_{12}(\tau) = \left[\frac{\text{sen}(\pi\nu\tau)}{\pi\nu\tau} e^{-2\pi i\nu_0\tau} \right]. \quad (1.34)$$

Esta función se hace cero por primera vez cuando el tiempo relativo de retardo es τ_0 o cuando la diferencia de camino es l_0 donde

$$\tau_0 = 1/\Delta\nu \quad \text{y} \quad l_0 = c/\Delta\nu. \quad (1.35)$$

τ_0 se conoce usualmente como el tiempo de coherencia y l_0 como la longitud de coherencia de la luz.

1.2.5. Correlación entre las fluctuaciones de intensidad

Un interferómetro de intensidad mide la correlación entre las fluctuaciones de intensidad en dos puntos separados en un campo parcialmente coherente. En esta sección estamos interesados únicamente en establecer el principio general para que tal correlación exista sin considerar el método para su medición. Considérese de nuevo los puntos P_1, P_2 iluminados por una fuente distante de tamaño angular finito (Fig. 1.3). Siguiendo la discusión dada por Mandel [16] las intensidades en P_1, P_2 son

$$I_1(t) = E_1^*(t)E_1(t), \quad I_2(t) = E_2^*(t)E_2(t) \quad (1.36)$$

y la correlación entre estas intensidades esta dada por

$$\begin{aligned} \langle I_1(t)I_2(t+\tau) \rangle &= \langle E_1^*(t)E_1(t)E_2^*(t+\tau)E_2(t+\tau) \rangle \\ &= \langle E_1^{(r)2}(t)E_2^{(r)2}(t+\tau) \rangle + \langle E_1^{(r)2}(t)E_2^{(i)2}(t+\tau) \rangle \\ &\quad + \langle E_1^{(i)2}(t)E_2^{(r)2}(t+\tau) \rangle + \langle E_1^{(i)2}(t)E_2^{(i)2}(t+\tau) \rangle \end{aligned} \quad (1.37)$$

ahora $E_1^{(r)}(t), E_2^{(r)}(t), E_1^{(i)}(t)$ y $E_2^{(i)}(t)$ son todas variables aleatorias gaussianas. De este modo se tiene que

$$\langle E_1^{(r)2}(t)E_2^{(r)2}(t+\tau) \rangle = \frac{1}{4}I_1I_2 + 2 \left[\langle E_1^{(r)}(t)E_2^{(r)}(t+\tau) \rangle \right]^2 \quad (1.38)$$

y expandiendo esta ecuación puede mostrarse que

$$\langle E_1^{(r)2}(t)E_2^{(r)2}(t+\tau) \rangle = \frac{1}{4}I_1I_2 + \frac{1}{2} \{ \text{Re} [\Gamma_{12}(\tau)] \}^2, \quad (1.39)$$

similarmente se tiene que

$$\begin{aligned} \langle E_1^{(i)2}(t)E_2^{(r)2}(t+\tau) \rangle &= \frac{1}{4}I_1I_2 + \frac{1}{2} \{ \text{Im} [\Gamma_{12}(\tau)] \}^2 \\ \langle E_1^{(r)2}(t)E_2^{(i)2}(t+\tau) \rangle &= \frac{1}{4}I_1I_2 + \frac{1}{2} \{ \text{Im} [\Gamma_{12}(\tau)] \}^2 \\ \langle E_1^{(i)2}(t)E_2^{(i)2}(t+\tau) \rangle &= \frac{1}{4}I_1I_2 + \frac{1}{2} \{ \text{Re} [\Gamma_{12}(\tau)] \}^2. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Sustituyendo las Ecs.(1.40) en la Ec.(1.37) se obtiene

$$\langle I_1(t)I_2(t+\tau) \rangle = I_1I_2 + \Gamma_{12}^2(\tau) = I_1I_2[1 + |\gamma_{12}(\tau)|^2]. \quad (1.41)$$

Ya que estamos interesados en las *fluctuaciones* de la intensidad ΔI_1 y ΔI_2 , alrededor de los valores medios I_1 e I_2 tenemos

$$\langle I_1(t)I_2(t+\tau) \rangle = I_1I_2 + \langle \Delta I_1(t)\Delta I_2(t+\tau) \rangle. \quad (1.42)$$

Comparando la Ec.(1.41) con la Ec.(1.42)

$$\langle \Delta I_1(t) \Delta I_2(t + \tau) \rangle = |\Gamma_{12}(\tau)|^2 \quad (1.43)$$

y

$$\langle \Delta I_1(t) \Delta I_2(t + \tau) \rangle = I_1 I_2 |\gamma_{12}(\tau)|^2. \quad (1.44)$$

La Ec.(1.44) establece el principio básico sobre el cual depende un interferómetro de intensidad. Si los campos en dos puntos separados son parcialmente coherentes, entonces las fluctuaciones en estos dos puntos están correlacionadas. Esta correlación es, como era de esperarse, proporcional al cuadrado del grado de coherencia $|\gamma_{12}(\tau)|^2$.

En este punto debemos notar que en el análisis previo se ha tratado con luz linealmente polarizada y en una posterior discusión de un instrumento práctico se deberá tratar con luz sin polarizar, pero esto no ha de preocuparnos pues como mostró Mandel [16], la correlación para luz sin polarizar es la mitad que la esperada para luz polarizada y ello se debe a que el campo tiene dos componentes ortogonales que son totalmente independientes y por ende no están correlacionadas. De esta manera para luz sin polarizar la Ec.(1.44) es

$$\langle \Delta I_1(t) \Delta I_2(t + \tau) \rangle = \frac{1}{2} I_1 I_2 |\gamma_{12}(\tau)|^2 \quad (1.45)$$

1.3. Principios de los interferómetros de Michaelson y de intensidad.

1.3.1. Franja de visibilidad

El funcionamiento del interferómetro estelar de Michaelson puede ser entendido claramente a partir del teorema de Cittert-Zernike. Supongamos por simplicidad que las condiciones utilizadas para demostrar el teorema se satisfacen, asimismo suponemos que el grado de coherencia de los haces de luz en el punto Q, está dado por

$$\gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)| e^{i(\alpha - \delta)} \quad (1.46)$$

donde α es cualquier fase inicial entre las ondas que llegan a los orificios y δ es la diferencia en la frecuencia ν_0 debido a la diferencia de camino ($P_1Q - P_2Q$), de modo que la Ec.(1.21) se escribe como

$$I_Q = I_{1Q} + I_{2Q} + (I_{1Q} I_{2Q})^{1/2} |\gamma_{12}(\tau)| \cos(\alpha - \delta) \quad (1.47)$$

donde

$$\begin{aligned} \delta &= (2\pi/\lambda_0)(P_1Q - P_2Q) \\ \tau &= (P_1Q - P_2Q)/c \end{aligned} \quad (1.48)$$

y donde I_{1Q} e I_{2Q} son las intensidades que son producidas por los orificios P_1, P_2 en Q , actuando de manera independiente. La Ec.(1.47) muestra que la distribución sobre la pantalla cercana a Q varía sinusoidalmente donde los máximos se localizan en

$$\alpha - \delta = 2m\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.49)$$

Esto corresponde a un sistema de franjas brillantes y oscuras cuyos máximos y mínimos de intensidad están dados por

$$\begin{aligned} I_{max} &= I_{1Q} + I_{2Q} + (I_{1Q}I_{2Q})^{1/2}|\gamma_{12}(\tau)| \\ I_{min} &= I_{1Q} + I_{2Q} - (I_{1Q}I_{2Q})^{1/2}|\gamma_{12}(\tau)| \end{aligned} \quad (1.50)$$

de modo que, de la definición de las franjas de visibilidad usada por Michaelson se tiene que la franja de visibilidad cercana al punto Q es

$$V_{nearQ} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2(I_{1Q}I_{2Q})^{1/2}}{I_{1Q} + I_{2Q}} |\gamma_{12}(\tau)| \quad (1.51)$$

de esta manera midiendo las franjas de visibilidad es posible encontrar el grado de coherencia de la luz en los dos espejos separados. Aun más, si éstas mediciones son hechas para varias separaciones de los espejos entonces éstas nos darán la transformación de Fourier de la distribución de la intensidades de la estrella y de ahí su diámetro angular.

Por ejemplo si la estrella se representa por un disco de brillo uniforme, entonces la franja de visibilidad V_d observada a una separación d de los espejos, está dada por

$$V_d = (2J_1(\pi d\theta/\lambda_0))/(\pi d\theta/\lambda_0), \quad (1.52)$$

donde J_1 es la función de Bessel de primer orden y θ es el diámetro angular de la estrella. De esta última ecuación se sigue de inmediato que la primera raíz de la función de Bessel se encuentra en

$$d = 1,22\lambda/\theta. \quad (1.53)$$

Por lo tanto, si se mide el valor crítico de d será posible encontrar el diámetro angular de la estrella (equivalente a un disco uniforme). Es interesante notar de la Ec.(1.51) que la franja de visibilidad contiene únicamente el módulo del grado de coherencia complejo y no el argumento. El argumento será encontrado en principio midiendo la posición de las franjas. Así, las franjas cercanas al punto Q serán desplazada en dirección paralela a la línea P_1, P_2 por una cierta cantidad x dada por

$$x = (\lambda_0/2\pi)(AB/P_1P_2), \quad (1.54)$$

donde x es medida respecto a la posición de las franjas las cuales fueron producidas por luz de longitud de onda λ_0 radiada en fase por P_1, P_2 . En la práctica es difícil

hacer una medición de éstas, si no imposible, incluso con grandes interferómetros, ya que estos requieren que los instrumentos observen a la estrella con extrema precisión; desafortunadamente la variación atmosférica introduce corrimientos de fase en la luz que llega a los dos pequeños espejos y causa que las franjas de visibilidad se muevan rápidamente en el plano focal.

1.3.2. Correlación entre las fluctuaciones de las corrientes de salida de dos detectores fotoeléctricos.

En la sección anterior se encontró que las fluctuaciones en la intensidad de la luz en dos puntos separados están correlacionadas cuando estos dos puntos son iluminados por luz parcialmente coherente y sin polarizar (Ec. (1.45)),

$$\langle \Delta I_1(t) \Delta I_2(t + \tau) \rangle = \frac{1}{2} I_1 I_2 |\gamma_{12}(\tau)|^2. \quad (1.55)$$

Ya que la interferencia de las ondas en la salida de un detector fotoeléctrico se representa como las "fluctuaciones rectificadas" de la luz incidente, es de esperar que la interferencia de los dos detectores expuestos a luz parcialmente coherente esté correlacionada, mientras que para el ruido electrónico esto no sucede.

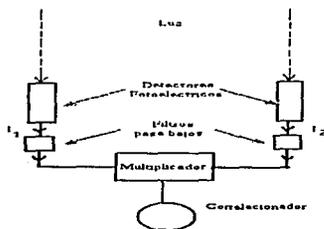


Figura 1.5: Diagrama de un interferómetro de intensidad simple.

Considerando un interferómetro de intensidad simple como el mostrado en la Fig. 1.5, el cual consiste de dos detectores fotoeléctricos seguidos de dos filtros pasabajos idénticos que alimentan al multiplicador. Como deseamos conocer la dependencia de la coherencia del promedio en la salida del multiplicador, debemos primero recordar que en la Ec.(1.45) la respuesta a esta pregunta fue dada en términos de la correlación entre las fluctuaciones instantáneas de la intensidad, mientras que en la práctica en un detector se requiere de un tiempo de respuesta es finito. El proceso de emisión fotoeléctrico debe, en nuestra descripción semiclassical, considerarse

como un promedio de la intensidad de la luz sobre algunos ciclos. Además, al existir inevitablemente algún tiempo finito de respuesta, debido a la dispersión producida por el transporte de los electrones en el detector, éste será promediado sobre muchos ciclos de la luz. Típicamente el tiempo de respuesta de un fotomultiplicador completo se encuentra en el rango $0,5 - 5 ns$ y así, en efecto, la salida es un promedio de la intensidad de la luz en más de un millón de ciclos. Mandel [16] trató estos procesos escribiendo la corriente $i(t)$ como

$$i(t) = \left(\frac{\alpha e}{T}\right) \int_{-T/2}^{T/2} I(t+t') dt' \quad (1.56)$$

donde T es el tiempo sobre el cual la intensidad es promediada, mostrando que para luz sin polarizar la correlación entre las fluctuaciones en $i(t)$ es

$$\langle \Delta i_1(t) \Delta i_2(t) \rangle = \frac{\alpha^2 e^2 \bar{I}_1 \bar{I}_2}{2T^2} \iint_{-T/2}^{T/2} |\gamma_{12}(t' - t'')|^2 dt' dt'' \quad (1.57)$$

En nuestro caso, donde el espectro de la luz es idéntico en los dos detectores, tenemos

$$\gamma_{12}(\tau) = \gamma_{12}(0) \gamma_{11}(\tau) \quad (1.58)$$

y suponiendo que $T \gg 1/\Delta\nu$ la Ec.(1.57) se puede escribir como

$$\langle \Delta i_1(t) \Delta i_2(t) \rangle = \frac{1}{2} \alpha^2 e^2 \bar{I}_1 \bar{I}_2 |\gamma_{12}(0)|^2 (\tau_0/T) \quad (1.59)$$

donde

$$\tau_0 = \int_{-\infty}^{\infty} |\gamma_{11}(\tau)|^2 dt. \quad (1.60)$$

Con lo que el efecto de promediar sobre un tiempo de resolución T reduce la correlación por un factor τ_0/T , donde τ_0 es la longitud de coherencia de la luz. Es fácil mostrar que este tiempo de resolución puede ser representado con un filtro pasa-bajos de ancho de banda $\Delta f (\approx 1/T)$ y de la Ec.(1.35) se sigue que el tiempo de coherencia τ_0 puede ser expresado en términos del ancho de banda óptico $\nu (\approx 1/\tau_0)$. Para el caso de un ancho de banda rectangular se tiene que $\tau_0/T = 2\Delta f/\Delta\nu$ de modo que la Ec.(1.59) puede ser escrita como

$$\langle \Delta i_1(t) \Delta i_2(t) \rangle = \alpha^2 e^2 \bar{I}_1 \bar{I}_2 |\gamma_{12}(0)|^2 (\Delta f/\Delta\nu). \quad (1.61)$$

De esta discusión se sigue que se puede representar el tiempo de respuesta combinado del fotocátodo, el fotomultiplicador y los circuitos entre la salida del fotomultiplicador y el multiplicador lineal por un simple filtro pasa-bajos mostrado en la Fig. 1.5. En este diagrama los tiempos de respuesta de los fotodetectores y el multiplicador son nulos y el filtro pasa-bajos tiene una ganancia de 1 y cero para fases fuera del ancho de banda de 0 a Δf .

Reescribiendo la Ec.(1.61) como

$$\overline{c(d)} = \langle \Delta i_1(t) i_2(t) \rangle = c^2 A^2 \alpha^2 n^2 |\gamma_d(0)|^2 \Delta \nu \Delta f, \quad (1.62)$$

donde $\overline{c(d)}$ es la correlación o el promedio temporal de la salida del multiplicador cuando los detectores son separados por una distancia d , A es el área de cada uno de los detectores, n es la intensidad de la luz en fotones por unidad de ancho de banda óptico, por unidad de área y unidad de tiempo y $|\gamma_d(0)|$ es el grado de coherencia correspondiente a $\tau = 0$ y a una línea de base d .

De la Ec.(1.62) vemos que la correlación observada en cualquier línea de base d es proporcional a $|\gamma_d(0)|^2$, el cuadrado de los módulos del grado de coherencia complejo. De la Ec.(1.51) se tiene que éste también es proporcional al cuadrado de la *franja de visibilidad* en el interferómetro estelar de Michelson.

1.4. Interferometría de partículas

El primero en proponer y demostrar la correlación detectada en los experimentos con fotones fue Purcell [14] quien aseguró que ésta debería ser entendida en términos de fluctuaciones no clásicas de los fotones. En esta sección se discutirá el problema desde el punto de vista de Purcell, en términos del número de fotones que llegan a un detector en un cierto intervalo de tiempo y se mostrará que la varianza y correlación son simplemente derivables si se considera que un haz de fotones es asociado estadísticamente con ondas gaussianas aleatorias. Esta suposición, la cual está implícita en la discusión de Purcell y confirmada por los resultados de Hanbury-Brown Twiss [5], es suficiente para una descripción totalmente estadística de las fluctuaciones. Como se mostrará, esto es consistente con el principio de incertidumbre, que en el caso apropiado conduce a la estadística de Bose-Einstein y que las fluctuaciones en intervalos de tiempo cortos y largos es la densidad de fluctuaciones de un ensamble de bosones en una y varias celdas del espacio fase, respectivamente. Veremos que la correlación entre las fluctuaciones en haces de luz parcialmente coherente depende de la degeneración de éstos, de manera que el efecto será básicamente asociado a un efecto de onda como fue sugerido por Hanbury-Brown Twiss [5].

1.4.1. Fluctuaciones en un haz homogéneo

Considérese un haz de luz incidiendo en un detector fotoeléctrico, donde n_T fotoelectrones son expulsados en un cierto intervalo de tiempo T . Únicamente los fotoelectrones y no los fotones son observables y en la siguiente discusión se considera solamente el comportamiento estadístico de los fotoelectrones. Aunque es tentador asociar la expulsión de un fotoelectrón con el arribo de un fotón, esta idea es inadmisibles por el principio de incertidumbre para intervalos de tiempo menores que el recíproco del ancho de frecuencias del haz de luz.

Supongamos que la luz llega de una fuente gaussiana aleatoria emitiendo una línea espectral estrecha centrada en la frecuencia ν_0 , y que la forma de la línea puede ser descrita por la densidad espectral normalizada $\phi(\nu)$ con

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\nu) d\nu = 1 \quad \text{y} \quad \phi(\nu) = \phi(-\nu) \quad (1.63)$$

Si bien la forma de $\phi(\nu)$ es arbitraria, supondremos que su ancho efectivo $\Delta\nu_0$ definido por

$$\Delta\nu_0^2 = 2 \int_0^{\infty} (\nu - \nu_0)^2 \phi(\nu) d\nu \quad (1.64)$$

es pequeño comparado con ν_0 . Supondremos por el momento que la luz está linealmente polarizada, y denotaremos a la amplitud instantánea por $y(t)$, y a la intensidad correspondiente, *i.e.*, el cuadrado de $y(t)$ promediada sobre algunos ciclos, por $P(t)$, esto es

$$P(t) = \frac{\nu_0}{\tau} \int_{t-\tau/2\nu_0}^{t+\tau/2\nu_0} Q(t') dt' \quad (1.65)$$

donde $Q(t) = y^2(t)$ y τ es un entero pequeño. Denotaremos a esta forma de promedio como un "promedio local" esto es

$$\frac{\nu_0}{\tau} \int_{t-\tau/2\nu_0}^{t+\tau/2\nu_0} Q(t') dt' = \langle Q(t) \rangle \quad (1.66)$$

de manera que $P(t) = \langle Q(t) \rangle$.

La restricción de que el haz de luz sea homogéneo garantizará que la diferencia de fase entre diferentes elementos del haz no sea muy grande. Más específicamente, se asumirá que la diferencia de fase entre dos elementos distintos es mucho menor que $2\pi\nu_0/\Delta\nu_0$, de manera que la intensidad de la función de correlación mutua disminuya con el aumento del retraso.

Asociemos a los fotones con ondas aleatorias gaussianas $y(t)$, definiendo una probabilidad de que un fotoelectrón sea expulsado en un corto intervalo de tiempo entre t y $t + dt$. Si consideramos transiciones de primer orden en las cuales un fotón produce un fotoelectrón, entonces esta probabilidad estará dada por $\alpha P(t) dt$, donde α es la sensibilidad cuántica del detector fotoeléctrico, la cual se supondrá que permanece constante en un rango angosto de frecuencias $\Delta\nu_0$. La observable $P(t)$ brinda el único enlace entre las descripciones de onda y de partícula del haz.

Denotemos con $p_n(t, T)$ la probabilidad de que n fotoelectrones sean expulsados en un intervalo de tiempo t y $t + T$. Esta probabilidad es una función estocástica del tiempo. En particular, de la definición,

$$p_1(t, dt) = \alpha P(t) dt \quad (1.67)$$

y el valor de expectación de n en el intervalo de t a $t + T$ será, por hipótesis

$$\alpha \int_t^{t+T} P(t') dt'. \quad (1.68)$$

la condición dada por la Ec.(1.67) conduce de primeros principios a la distribución de Poisson en n , esto es

$$p_n(t, T) = \frac{1}{n!} \left[\alpha \int_t^{t+T} P(t') dt' \right]^n \exp \left[-\alpha \int_t^{t+T} P(t') dt' \right] \quad (1.69)$$

$p_n(t, T)$ no es una distribución que pueda ser encontrada experimentalmente. Dado que el intervalo de tiempo $[t, t + T]$ es único y las fluctuaciones de $P(t)$ son aleatorias entonces los promedios que se realicen sobre un ensamble en dicho intervalo de tiempo serán equivalentes a los promedios temporales para procesos estacionarios. Pero la acción de promediar a $p_n(t, T)$ sobre el tiempo cuando $P(t)$ fluctúa, en general, no resultará en otra distribución de Poisson. Este hecho resulta, como veremos, de asociar a los fotones con ondas aleatorias gaussianas, y además se podría decir que las fluctuaciones de las ondas conducen a las fluctuaciones no clásicas de los cuantos. Es claro que el caso límite $T \rightarrow \infty$ el valor de expectación de n es independiente de t , y de esta manera la distribución de probabilidad $p_n(t, T)$ permanece poissoniana.

Para determinar el número promedio de cuentas en un intervalo de tiempo T fijo, usamos la Ec.(1.69) y promediamos sobre n y t . De las propiedades de la distribución de Poisson se tiene que dicho promedio es

$$\begin{aligned} \overline{n_T} &= \sum_{n=0}^{\infty} \overline{np_n(t, T)} \\ &= \frac{\alpha \int_t^{t+T} P(t') dt'}{\alpha \overline{P} T} \end{aligned} \quad (1.70)$$

donde la barra indica el promedio temporal.

De igual modo de las propiedades de la distribución de Poisson se tiene que

$$\begin{aligned} \overline{n_T^2} &= \overline{\alpha \int_t^{t+T} P(t') dt' + \left[\alpha \int_t^{t+T} P(t') dt' \right]^2} \\ &= \overline{n_T} + \alpha^2 \int_0^T \int_0^T R_P(x-y) dx dy, \end{aligned} \quad (1.71)$$

donde $R_P(\tau)$ es la función de autocorrelación de $P(t)$. Transformando la integral doble a una sola integral mediante un cambio de variable se tiene que la Ec.(1.71) se reduce a

$$\overline{n_T^2} = \overline{n_T} + 2\alpha^2 \int_0^T (T-t) R_P(\tau) d\tau. \quad (1.72)$$

Para procesos aleatorios gaussianos se tiene que la función de autocorrelación $R_{PP}(\tau)$ [17] esta dada por

$$R_{PP}(\tau) = \bar{P}^2 [1 + 2\langle \gamma^2(\tau) \rangle] \quad (1.73)$$

donde $\gamma(\tau)$ es la función de autocorrelación normalizada.

Sustituyendo las Ecs.(1.72) y (1.73) se tiene que las fluctuaciones en el número de fotones estará dado por

$$\begin{aligned} \overline{\Delta n_T^2} &= \overline{n_T^2} - \bar{n}_T^2 \\ &= \bar{n}_T + 4\alpha^2 \bar{P}^2 \int_0^T (T - \tau) \langle \gamma^2(\tau) \rangle d\tau. \end{aligned} \quad (1.74)$$

En este último resultado se ve claramente que las fluctuaciones de los fotones son mayores que lo esperado clásicamente. Este resultado es característico de agrupamiento de bosones y ello se sigue, como vimos, de que asociamos a los fotones con ondas gaussianas aleatorias. Si denotamos con $\frac{1}{4}\xi T$ a la integral que aparece en la Ec.(1.74), entonces esta se puede escribir en la forma

$$\overline{\Delta n_T^2} = \bar{n}_T (1 + \bar{n}_T (\xi/T)). \quad (1.75)$$

Para evaluar la Ec.(1.75), usamos dos casos límites que son interesantes. Uno de estos es cuando $\Delta\nu_0 T \ll 1$ y el otro cuando $\Delta\nu_0 T \gg 1$.

Caso $\Delta\nu_0 T \ll 1$.

En este caso se tiene que el intervalo de tiempo es muy pequeño comparado con el tiempo de coherencia asociado con el ancho de frecuencias del haz. Por otro lado se tiene que la función de autocorrelación normalizada varía lentamente en este intervalo de tiempo T, tomando un valor aproximadamente constante alrededor de 1/2 [17] [18]. Con esto, la integral denotada por ξ es aproximadamente T y por lo tanto la Ec.(1.75) se puede escribir como

$$\overline{\Delta n_T^2} = \bar{n}_T (1 + \bar{n}_T) \quad (1.76)$$

Esta última ecuación es la bien conocida fórmula para las fluctuaciones de los números de ocupación de una celda en el espacio fase de un ensamble de bosones, por lo cual se tiene que los fotoelectrones obedecen, para intervalos de tiempo T muy cortos, la estadística de bosones. La razón de este comportamiento radica en el hecho que el tamaño de la celda unitaria del espacio fase es comparable con el tiempo de coherencia del haz, así como en el hecho que los fotones son intrínsecamente indistinguibles. En la región visible del espectro \bar{n}_T , y por ende el grado de degeneración, son normalmente pequeños y el comportamiento no clásico de un haz de fotones difícilmente es observado.

Finalmente el porcentaje de fluctuaciones definido por

$$\frac{\overline{\Delta n_T^2}^{1/2}}{\bar{n}_T} = \left(1 + \frac{1}{\bar{n}_T}\right)^{1/2} \quad (1.77)$$

es siempre mayor que la unidad, aun a altas intensidades. Esta característica es propia de un ensamble de bosones y es además totalmente diferente del comportamiento clásico de partículas, para el cual el porcentaje de fluctuaciones tiende a cero a altas intensidades.

Caso $\Delta\nu_0 T \gg 1$.

Esta condición fue analizada por varios autores tales como Purcell [14], Hanbury-Brown y Twiss [5] entre otros. En este límite tenemos que la integral definida por ξ no dependerá del tiempo esto es

$$\frac{1}{4} T \xi \simeq \int_0^{\infty} T \langle \gamma^2(\tau) \rangle d\tau = \frac{1}{4} T \int_{-\infty}^{\infty} 2 \langle \gamma^2(\tau) \rangle d\tau. \quad (1.78)$$

Se puede mostrar que para este caso la variación del factor de autocorrelación normalizado está acotado, i.e., $\langle \gamma^2(\tau) \rangle \leq \frac{1}{2}$ y además dado que éste cambia muy lentamente se puede asumir que dicha variación es proporcional a $1/\Delta\nu_0$, esto es:

$$\xi = \frac{\kappa}{\Delta\nu_0} \quad (1.79)$$

donde κ es un número que depende de la densidad espectral, pero que es del orden de la unidad. Sustituyendo esta última relación en la Ec.(1.75) obtenemos

$$\overline{\Delta n_T^2} = \bar{n}_T \left(1 + \frac{\kappa \bar{n}_T}{\Delta\nu_0 T} \right) \quad (1.80)$$

Esta relación fue obtenida por primera vez por Purcell, y es a su vez equivalente a la obtenida por Hanbury-Brown y Twiss cuando la integral sobre el tiempo se cambia a una integral sobre frecuencias. De la Ec.(1.80) es fácil notar que el factor de degeneración es menor que obtenido en el caso anterior. Eso se debe al hecho que ahora estamos considerando a todo un volumen del espacio fase $\Delta\nu_0 T$ con s celdas, con lo que el número promedio de fotones por celda es $\bar{n}_T/s = \bar{n}$. de modo que la Ec.(1.80) se puede reescribir de la siguiente forma

$$\overline{\Delta n_T^2} = \bar{n}_T (1 + \kappa \bar{n}) = \bar{n}_T \left(1 + \frac{\kappa s \bar{n}^2}{\bar{n}_T} \right) \quad (1.81)$$

Esta ecuación representa la densidad de fluctuaciones en un volumen grande del espacio fase. En ésta se observa que la degeneración es menor que la obtenida en el caso anterior y ello se debe a que ahora los intervalos de tiempo T son muy grandes y en consecuencia no todos los fotones son intrínsecamente indistinguibles. Este resultado no es de nuevo un resultado de la estadística clásica y ello se debe al hecho que varios fotones continúan ocupando una celda del espacio fase.

De la Ec.(1.80) es interesante notar que el porcentaje de fluctuaciones, dado por

$$\frac{\overline{\Delta n_T^2}^{1/2}}{\bar{n}_T} = \left(\frac{1}{\bar{n}_T} + \frac{\kappa}{\Delta\nu_0 T} \right)^{1/2} \quad (1.82)$$

es mayor o menor que la unidad, dependiendo del valor que tome \bar{n}_T , por lo cual podemos decir que \bar{n}_T no obedece la estadística de Bose-Einstein.

1.4.2. Correlación entre las fluctuaciones de dos haces de luz

En esta sección se muestra, que los resultados obtenidos por Hanbury-Brown y Twiss, para la correlación entre las fluctuaciones de dos haces son deducidos a partir de la Ec.(1.69). Además dicha correlación tiende a ser menor que la que obtenida para un solo haz a menos que los haces sean degenerados. Supongamos, sin pérdida de generalidad, que se tienen dos haces de la misma densidad espectral e intensidades, i.e., $\overline{P_1} = \overline{P_2} = \overline{P}$, de manera que la función de correlación normalizada para los dos haces es

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{J_{12}(\tau)}{\overline{P}^2} \quad (1.83)$$

donde $J_{12} = \overline{y_1(t+\tau)y_2(t)}$ es la función de correlación de los dos haces. A partir de la Ec.(1.69) se tiene que

$$\overline{n_1 n_2} = \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} \overline{n_1 n_2 p_{n_1}(t, T) p_{n_2}(t, T)} \quad (1.84)$$

de donde, haciendo uso de las propiedades de la distribución de Poisson esta última relación se reduce a

$$\overline{n_1 n_2} = \alpha^2 \int_0^T \int_0^T R_{P_1, P_2}(y-x) dx dy \quad (1.85)$$

donde R_{P_1, P_2} es la función de correlación mutua de las dos intensidades. Transformando esta integral doble a una sola integral mediante el cambio de variable $\tau = y - x$, la Ec.(1.87) toma la siguiente forma

$$\overline{n_1 n_2} = 2\alpha^2 \int_0^T R_{P_1, P_2}(\tau) d\tau. \quad (1.86)$$

Usando el resultado obtenido por Wolf [12] [17] análogo a la Ec.(1.73) para un par de haces, se tiene que la función de correlación mutua esta dada por

$$R_{P_1, P_2}(\tau) = \overline{P}^2 [1 + 2\langle \gamma_{12}^2(\tau) \rangle]. \quad (1.87)$$

Por otro lado, sabemos que la correlación entre las fluctuaciones de dos variables estadísticas esta dada por el promedio del producto de cada una de estas, esto es

$$\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} = \overline{n_1 n_2} - \overline{n_1} \overline{n_2}. \quad (1.88)$$

Sustituyendo las Ecs. (1.86), (1.87) y (1.70) en la Ec. (1.88) obtenemos que la correlación entre las fluctuaciones de los dos haces es

$$\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} = 4\alpha^2 \overline{P}^2 \int_0^T (T-\tau) \langle \gamma_{12}^2(\tau) \rangle d\tau. \quad (1.89)$$

El valor de esta integral depende de la forma explícita de $\langle \gamma_{12} \rangle$, pero al igual que antes podemos considerar dos casos límites: $\Delta\nu_0 T \ll 1$ y $\Delta\nu_0 T \gg 1$ en los cuales este factor depende únicamente del valor que toma en $\tau = 0$ [17] esto es

Para $\Delta\nu_0 T \ll 1$

$$\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} = 2\bar{n}_1 \bar{n}_2 \langle \gamma_{12}^2(0) \rangle \quad (1.90)$$

y para $\Delta\nu_0 T \gg 1$

$$\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} = 2\bar{n}_1 \bar{n}_2 \left(\frac{\kappa}{\Delta\nu_0 T} \right) \langle \gamma_{12}^2(0) \rangle. \quad (1.91)$$

De estas dos ecuaciones es claro que $\overline{\Delta n_1 \Delta n_2}$ es directamente proporcional al grado de degeneración de los haces, i.e., al número de fotones que ocupan la misma celda del espacio fase.

Frecuentemente, en los experimentos, lo que se hace no es medir las fluctuaciones en el número de cuentas de cada uno de los detectores sino la superposición de éstas, i.e., $n = n_1 + n_2$ por lo que las fluctuaciones de n estarán dadas por

$$\overline{\Delta n^2} = \overline{\Delta n_1^2} + \overline{\Delta n_2^2} + 2\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} \quad (1.92)$$

De las Ecs.(1.76) y (1.90) se tiene que, para el caso límite $\Delta\nu_0 T \ll 1$ las fluctuaciones en el número de cuentas están dadas por

$$\overline{\Delta n^2} = \bar{n} \left\{ 1 + \bar{n} - 2 \frac{\overline{\Delta n_1 \Delta n_2}}{\bar{n}} [1 - 2\langle \gamma_{12}^2(0) \rangle] \right\}, \quad (1.93)$$

mientras que para el otro caso límite $\Delta\nu_0 T \gg 1$, de las Ecs.(1.80) y (1.91), las fluctuaciones estarán dadas por

$$\overline{\Delta n^2} = \bar{n} \left\{ 1 + \bar{n} \left(\frac{\kappa}{\Delta\nu_0 T} \right) - 2 \frac{\overline{\Delta n_1 \Delta n_2}}{\bar{n}} \left(\frac{\kappa}{\Delta\nu_0 T} \right) [1 - 2\langle \gamma_{12}^2(0) \rangle] \right\}. \quad (1.94)$$

Dado que $\langle \gamma_{12}^2(0) \rangle \leq \frac{1}{2}$, se tiene que la degeneración en la distribución de n será menor que la de n_1 y n_2 , esta diferencia se debe precisamente a que, en ambas ecuaciones, aparece el factor de coherencia γ_{12} . De modo que este factor puede ser asociado con el grado de ocupación de una celda del espacio fase, por lo cual, para haces completamente coherentes, se tendrá un comportamiento estadístico de n idéntico al de n_1 y n_2 .

En resumen, se ha mostrado que las fluctuaciones en un haz se deben principalmente al hecho de haber asociado fotones con ondas gaussianas aleatorias, tales como las producidas en procesos térmicos. Asimismo se ha mostrado que a intervalos de tiempo suficientemente pequeños el comportamiento estadístico de los fotones presenta un cierto tipo de agrupamiento, i.e., los fotones en lugar de distribuirse aleatoriamente en el tiempo salen en grupos bien "localizados" ocupando la misma celda del espacio fase. Lo mismo sucede para intervalos de tiempo muy grandes, pero ahora el agrupamiento de los fotones se ve disminuido debido a que no todos los fotones que se detectan salieron al mismo tiempo (i.e., los fotones pueden pertenecer a grupos distintos).

Parte II

**Plasma de cuarks y gluones:
Señales**

Capítulo 2

Plasma de cuarks y gluones

Hay varias teorías acerca del origen del universo, sin embargo sólo una de éstas es aceptada por la mayoría de la comunidad científica, la llamada teoría del Big-Bang. Esta teoría surgió poco después de que Hubble descubriera que las galaxias se alejaban unas de otras, *i.e.*, como si éstas se encontrasen en la superficie de un globo que se está inflando, lo cual llevo a pensar que la evolución del universo comenzó con una gran explosión hace aproximadamente 15 mil millones de años.

Durante los primeros instantes de la gran explosión, la temperatura del universo era superior a 10^{32}K por lo que se cree que durante esta etapa del universo, todas las interacciones que hoy conocemos (*i.e.*, la interacción gravitacional, electrodébil y fuerte) estaban unificadas. Por debajo de la temperatura de 10^{32}K la interacción gravitacional se separó de las otras tres interacciones, las cuales aun permanecieron unidas durante un período de tiempo 10^{-44} a 10^{-34} segundos. Se especula que fue entonces cuando un campo escalar comenzó a transmitir parte de su energía a alguna partícula llamada X, que eran las responsables de mediar las interacciones entre los cuarks, gluones y leptones, originando así un cambio de fase. Lo trascendente de este cambio de fase, fue que durante esta transición se liberaron enormes cantidades de energía, esto propicio que el universo se expandiera bruscamente de manera tal que el factor de escala aumentó 80 órdenes de magnitud en tan sólo 10^{-30} segundos. A esta etapa se le conoce con el nombre de *inflación*. Las partículas X se tornaron masivas y poco tiempo después éstas decayeron en partículas más estables: cuarks y leptones. De modo que el universo en este período era un ensamble homogéneo de cuarks y gluones libres, este estado se le conoce como el plasma de cuarks y gluones (QGP por sus siglas en inglés). Debido a la inflación del universo, la temperatura disminuyó rápidamente de manera que a una temperatura del orden de 10^{15}K , las partículas W^{\pm} y Z^0 , responsables de la interacción débil, adquirieron masa, del mismo modo que lo hicieron las partículas X, originándose así una nueva transición de fase. Es justo en este momento cuando las interacciones electrodébiles se desacoplaron para siempre de las interacciones fuertes. Todo ello ocurrió 10^{-12} segundos después de la gran explosión, liberado una gran cantidad de energía pero ya no tan espectacular como

en el período de inflación. Cuando la temperatura del universo disminuyó por debajo de 10^{13}K , los cuarks y los gluones se unieron para formar lo que hoy se conoce con el nombre de hadrones (protones, neutrones, etc.). Durante un cierto intervalo de tiempo los hadrones, leptones y fotones coexistieron junto con sus respectivas antipartículas hasta el punto en que la temperatura bajo lo suficiente y las partículas se dejaron de aniquilar con sus antipartículas. Hay indicios de que los fenómenos que ocurrieron en la fase de transición de un universo dominado por radiación a uno dominado por materia, tuvo consecuencias para las etapas posteriores en la evolución del universo. Las grandes fluctuaciones de la densidad del QGP podría haber llevado a la formación de estructuras a gran escala. Por ejemplo, se piensa que las galaxias se formaron por la contracción gravitacional de regiones del universo, causadas por las fluctuaciones de masa, que eran más densas que el promedio.

En los últimos años, se ha hecho un gran esfuerzo tanto humano como tecnológico, por crear aceleradores de partículas que trabajando a grandes energías han podido producir altas densidades de materia y energía, semejantes a las que existieron durante los primeros instantes del universo, en el laboratorio. La colisión de dos iones pesados acelerados a casi la velocidad de la luz podría producir una estructura relativamente pequeña de material caliente y denso con un tiempo de vida suficientemente largo como para permitir la formación de un estado de QGP. Uno de los factores por los que se piensa que se logran la temperatura y densidad requerida para la formación del plasma es la presencia de colisiones múltiples en la interacción. Un nucleón puede chocar con muchos otros nucleones y depositar una gran cantidad de energía en la región de la colisión. El número de colisiones depende de las dimensiones del blanco. Esto establecería una situación física comparable a la de la Gran Explosión.

El proceso físico que está detrás de la transición de fase de la materia hadrónica es consecuencia de la cromodinámica cuántica (o QCD, por sus siglas en inglés). Comúnmente los cuarks están confinados dentro de los hadrones debido a la propiedad conocida como confinamiento del color. Ya que la fuerza de color es constante, el potencial crece linealmente con la distancia. Por esta razón es imposible desconfinar una partícula hadrónica obteniendo como resultado sus cuarks constituyentes, para esto se requeriría; una fuerza infinitamente grande. Sin embargo para distancias muy pequeñas la fuerza de color es débil. Por lo tanto, cuando la materia hadrónica se encuentra a densidades muy altas, la unión entre los cuarks se debilita. Inclusive la carga de color de los cuarks está apantallada por los gluones, los cuales anulan las fuerzas de enlace entre los cuarks. Eventualmente el cuark encontraría a otros en sus vecindades. El cuark no estará asociado con un hadrón. Como consecuencia, con una densidad de materia suficientemente alta en un volumen mayor al que ocupa un hadrón, los cuarks se moverán en un ambiente desconfinado pero aun sin color neto.

Pero existe un inconveniente: al lograr recrear el plasma, no nos sería posible observar a los cuarks libres de manera directa, ya que éstos contienen carga de color. Lo que si es observable son los residuos del estado transitorio del QGP. Existe una gran variedad de sondas individuales. Las sondas leptónicas, γ , e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ llevan

información sobre el espectro de fluctuaciones electromagnéticas en el estado del QGP; la abundancia de cuarkonia, Ψ , Ψ' , Υ , Υ' lleva información sobre las fluctuaciones del campo cromoelectrónico en el QGP. El arsenal de pruebas hadrónicas, π , K , p , \bar{p} , Λ , Ξ , Ω , ϕ , ρ ,... proveen información de la química del sabor así como del transporte del número bariónico. La teoría sugiere que con decaimientos tales como $\rho \rightarrow e^+e^-$ las propiedades de la hadronización y rompimiento de la simetría quiral podrían ser estudiadas de manera indirecta. Los patrones de interferencia de la estadística cuántica en las correlaciones de $\pi\pi$, NO , pp , $\Lambda\Lambda$, proveen de una idea con la cual la geometría espacio-temporal de cenizas hadrónicas del QGP podría verse [19].

Este capítulo por tanto está dedicado a mencionar en que consisten algunos de los modelos en QCD en los cuales la transición de materia hadrónica al QGP se obtiene bajo ciertas condiciones. Asimismo se mencionan las señales que se esperan sean observadas como una consecuencia de la transición.

2.1. ¿Qué persigue el programa de iones pesados?

Lo que persigue el programa de iones pesados relativistas es recrear las condiciones de alta densidad bariónica y de energía que prevalecieron en el universo temprano, *i.e.*, instantes después de haber ocurrido el Big-Bang, para así conocer más sobre la naturaleza de la transición de fase de QGP a materia hadrónica y estudiar el plano fase de la QCD. Para alcanzar esta meta se han creado en los últimos años aceleradores como el AGS en BNL que acelera partículas a una energía de 11 GeV/nucleón, SPS en el CERN que alcanza energías de 160 GeV/nucleón y más recientemente el RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) en BNL, éste último en particular, es capaz de alcanzar energías del orden de 200 GeV/nucleón en el centro de masa, y actualmente se está construyendo ALICE en CERN que alcanzará energías del orden de 14.5 TeV/nucleón.

2.2. Cromodinámica cuántica

Muchos de los físicos de altas energías concuerdan con el hecho que QCD es una teoría bien establecida de las interacciones fuertes. QCD es una teoría de norma no abeliana, cuyo grupo de norma es el grupo del color $SU(3)$. Algunas veces será conveniente variar el número de colores, y tomar a $SU(N)$ como el grupo de norma. Existen seis familias de cuarks o seis sabores diferentes, *up*, *down*, *strange*, *charm*, *beauty* y *top*. Los últimos tres cuarks son muy pesados por lo que estos no juegan ningún papel en esta discusión, ya que sus masas son mucho mayores que la escala de energía característica, la cual es menor a 100 MeV, mientras que el papel del cuark *strange* es intermedio. Frecuentemente se considera que las masas de los cuarks *up* y *down* como cero ya que éstas son del orden de 10 MeV, lo cual es mucho menor que la escala de energía que estamos considerando.

QCD es una teoría de campo, que es renormalizable, y como en todas las teorías de este tipo, la constante de acoplamiento g es una función de la escala de energía $Q: g = g(Q)$. La propiedad más notable de QCD, que es característica de las teorías no abelianas, es que la constante de acoplamiento tiende a cero como el inverso del logaritmo de la escala de energía, cuando esta escala de energía tiende a infinito. Esta propiedad conocida como libertad asintótica, implica que la teoría de perturbaciones se puede aplicar sólo a altas energías, o de manera más precisa en procesos con grandes transferencias de momento, los así llamados procesos duros (o hard processes). Este aspecto de la teoría, se ha puesto a prueba en una gran variedad de experimentos y no se ha encontrado discrepancia alguna, dentro de la incertidumbre teórica y experimental.

Cuando la escala de energía decrece, en contraparte de la libertad asintótica, la constante de acoplamiento crece, y como consecuencia la teoría de perturbaciones ya no es posible aplicarla debido a que ya no será posible expresar a cada una de las observables como una expansión en serie de potencias de $g^2(Q)$. De manera que, los procesos suaves (o soft processes), aquéllos en los que hay poca transferencia de momento, o propiedades de baja energía de los hadrones (espectro de masa, anchos de resonancia, longitudes de dispersión,...) no pueden ser estudiadas con teoría de perturbaciones. Actualmente esto es una cuestión de principios, y no simplemente una cuestión de cuando la constante de acoplamiento sea grande. Aun no se han hecho buenas aproximaciones analíticas, y las aproximaciones perturbativas han desarrollado en dos direcciones:

(i) modelos de baja energía, los cuales intentan incorporar alguna de las características del lagrangiano de QCD.

(ii) simulaciones numéricas de una versión discreta de QCD, esto es, *lattice* QCD.

El modelo más interesante del tipo (i), es el lagrangiano quiral efectivo: este se basa en la observación de que una de las características más evidentes de la física hadrónica de bajas energías es la existencia de una partícula ligera, este es, el pion. Esta partícula es presumiblemente un bosón de Goldstone, el cual no tiene masa en el caso cuando los cuarks *up* y *down* tampoco tienen masa. El rompimiento de simetría correspondiente es la simetría quiral $SU(2) \times SU(2)$, y el modelo del lagrangiano quiral usa esta propiedad como punto de partida. Sin embargo, a pesar de sus utilidades y éxitos fenomenológicos, no puede ser usado en cualquier comparación cuantitativa seria entre QCD y el experimento.

El otro camino, es el de simulaciones numéricas de *lattice* QCD, que es en principio limitado por el poder computacional. Sin embargo, a pesar de que las simulaciones de *lattice* muestran una gran dependencia del tamaño, ésta ha sido capaz de reproducir con gran precisión el espectro de hadrones. Por otra parte *lattice* ha sido decisivo en convencer a los físicos que a temperaturas o densidades suficientemente altas ocurre una transición de fase. A temperatura cero, para densidades del orden de la densidad nuclear, cuarks y gluones se encuentran confinados en hadrones, i.e., no existe una situación tal como cuarks o gluones libres propagándose en el vacío. La situación

puede cambiar cuando la temperatura se eleva por encima de la temperatura crítica T_C que es del orden de 150 MeV, entonces se obtiene un gas de cuarks y gluones que ha sido llamado el plasma de cuarks y gluones. La misma situación ocurre a temperatura cero para densidades suficientemente altas (o mejor dicho, para potenciales químicos altos), o cuando se incrementan ambos la temperatura y el potencial químico. La importancia de que esto ocurra desde el punto de vista conceptual, radica en la identificación de un nuevo estado de la materia.

La discusión se desarrollará en base a un estudio perturbativo del plasma de cuarks y gluones en una situación idealizada donde el plasma está en equilibrio, o sólo ligeramente fuera de él. Una aproximación perturbativa es posible como consecuencia de la libertad asintótica: a altas temperaturas, la constante de acoplamiento $g(T)$ es pequeña: $g(T) \sim 1/\ln(T/\Lambda)$. A temperaturas verdaderamente grandes, el plasma de cuarks y gluones es muy semejante a un gas ideal. Sin embargo, esta situación es afectada por divergencias infrarrojas, lo que no lleva a una jerarquía de energías, escalas o longitudes. Además, para la escala perturbativa $l_p = 1/T$, existe una escala de longitud eléctrica o de Debye, $l_{el} = 1/gT$, una escala de longitud magnética $l_{mag} = 1/g^2T$, y quizá otras escalas las cuales limitan la aplicabilidad de la teoría de perturbaciones.

La misma jerarquía de escalas, también se encuentra en plasmas de QED (electrodinámica cuántica), donde las partículas son iones, electrones y positrones, las cuales son relevantes, por ejemplo, en el centro de algunas estrellas.

En los últimos años se ha hecho un gran progreso en el entendimiento del papel de estas escalas en teoría de perturbaciones.

2.2.1. El modelo de bolsa

Primero examinaremos la posibilidad de una transición de fase con un modelo sencillo, el modelo de bolsa (the bag model), el cual intenta incorporar, de manera cruda, las dos principales características de QCD: libertad asintótica y confinamiento. Los hadrones son representados como burbujas de vacío, o bolsas, en un medio confinado. Dentro de las bolsas, los cuarks se mueven libremente en primera aproximación (en principio se puede tratar de mejorar este modelo tomando en cuenta las interacciones con gluones en teoría de perturbaciones, pero no es claro que esta estrategia sea viable, dada la crudeza del modelo). Fuera de la bolsa, los cuarks y gluones no pueden encontrarse como partículas libres. Esta característica se consigue suponiendo una densidad de energía constante B , la bolsa constante, para el vacío, la cual mantiene a los cuarks y gluones confinados. Por lo tanto en este modelo la energía de un hadrón se compone de la energía asociada con el volumen de la bolsa debido a la densidad de energía finita del vacío, y la energía cinética de los cuarks dentro de la bolsa. Suponiendo, por simplicidad, que la bolsa es esférica con radio R , la energía cinética es de la forma C/R , del principio de incertidumbre, de manera que

la energía del hadrón E_H es [20]

$$E_H = \frac{4\pi}{3} R^3 B + \frac{C}{R}. \quad (2.1)$$

Minimizando la energía E_H se tiene que

$$R = \left(\frac{C}{4\pi B} \right)^{1/4}. \quad (2.2)$$

La masa del hadrón M esta dada por

$$M = \frac{16\pi}{3} R^3 B, \quad (2.3)$$

y la presión P por

$$P = -\frac{\partial E_H}{\partial V} = -B + \frac{C}{4\pi R^4}. \quad (2.4)$$

La contribución debida al vacío es balanceada por la contribución de la energía cinética de los cuarks, de tal manera que la presión total se anula en equilibrio.

El orden para derivar una condición para la transición de fase entre la fase hadrónica y la fase del plasma de cuarks y gluones, es comparando sus funciones termodinámicas. El potencial gran canónico $\Omega = -PV$ en un volumen V para un gas de bosones con un grado de libertad es

$$\Omega = VT \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \ln [1 - e^{-\beta(\omega_k - \mu)}], \quad (2.5)$$

donde μ es el potencial termodinámico, V es el volumen, $T = \beta^{-1}$ es la temperatura absoluta y $\omega_k = (k^2 + m^2)^{1/2}$ es la energía de los bosones. Para bosones sin masa y $\mu = 0$, la Ec.(2.5) después de una integración por partes da

$$\Omega = -\frac{VT^4}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = -\frac{\pi^2 VT^4}{90}, \quad (2.6)$$

un resultado que es familiar de la radiación del cuerpo negro. El resultado general para un gas de bosones sin masa y con potencial químico cero es

$$\Omega = -\nu_b \frac{\pi^2 VT^4}{90}, \quad (2.7)$$

donde ν_b es el número de grados de libertad. De la Ec.(2.7), $P = -\partial\Omega/\partial V$ y la relación $E = 3PV$ entre la energía y la presión las cuales son válidas para un gas ideal ultrarrelativista, podemos derivar la presión y la densidad de energía ε

$$P = \nu_b \frac{\pi^2 VT^4}{90} \quad \varepsilon = \frac{\pi^2 VT^4}{30}. \quad (2.8)$$

Ya que el potencial químico se anula por hipótesis, la entropía S se deriva inmediatamente de $\Omega = E - TS$, lo que conduce a una densidad de entropía $s = 4\varepsilon/3T$. Necesitaremos también la densidad de partículas deducida a partir del número promedio de partículas \bar{N} (para un grado de libertad):

$$\bar{N} = V \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\beta k} - 1} = \frac{VT^3}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \frac{VT^3}{\pi^2} \zeta(3) \quad (2.9)$$

donde $\zeta(p)$ es la función de Riemann: $\zeta(3) \simeq 1,202$. De la Ec.(2.9) se obtiene una relación interesante entre la densidad de partículas y la densidad de entropía, ésta es

$$s = \frac{2\pi^4}{45\zeta(3)} n \simeq 3,6n \quad (2.10)$$

Haciendo el análisis correspondiente a fermiones tenemos que la función de partición gran canónica es

$$\Omega = -VT \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \ln [1 + e^{-\beta(\varepsilon_p - \mu)}] \quad (2.11)$$

con $\varepsilon_p = (p^2 + m^2)^{1/2}$. Para fermiones sin masa, tomando en cuenta tanto a las partículas como a las antipartículas en el potencial gran canónico, y con un grado de libertad se tiene que

$$\begin{aligned} \Omega &= -\frac{VT^4}{6\pi^2} \int_0^\infty k^3 dk \left[\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_p - \mu)}} + \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_p + \mu)}} \right] \\ &= -\frac{V}{6\pi^2} \left[\frac{7\pi^4 T^4}{60} + \frac{\mu^2 \pi^2 T^2}{2} + \frac{\mu^4}{4} \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Analicemos primero la transición de fase con potencial químico cero; en este caso el sistema está constituido principalmente de piones. La forma más conveniente para trabajar con una fórmula analítica es despreciando la masa de los piones, por lo que la presión del gas hadrónico esta dada por la Ec.(2.8) con $\nu_b = 3$, que corresponde a los tres estados de carga de los piones, mientras que la presión de la fase del plasma es, de las Ecs.(2.8) y (2.12),

$$P = \left(\nu_b + \frac{7}{4} \nu_f \right) \frac{\pi^2 T^4}{90} - B \quad (2.13)$$

esta ecuación generaliza la Ec.(2.4), para un plasma de cuarks y gluones agregando a la energía libre un factor de BV , que representa la energía del vacío perturbativo dentro del medio confinado. El número de grados de libertad bosonicos es $2(N^2 - 1)$, donde N es el número de colores, mientras que $\nu_f = 2NN_f$, donde N_f es el número

de sabores. Introduciendo los valores físicos $N = 3$ y $N_f = 2$, que corresponden a los cuarks sin masa *up* y *down*, en la Ee.(2.13) se tiene

$$P = \frac{37}{90} \pi^2 T^4 - B \quad (2.14)$$

La igualdad entre las presiones de la fase del plasma y la fase hadrónica da como resultado una temperatura crítica de

$$T_C = \left(\frac{45B}{17\pi^2} \right)^{1/4} \simeq 144 \text{ MeV} \quad (2.15)$$

En principio el modelo de la bolsa puede ser usado para determinar la línea de transición entre la fase hadrónica y la de plasma en el plano (μ, T) . Desafortunadamente, el modelo es menos convincente para potenciales químicos distintos de cero.

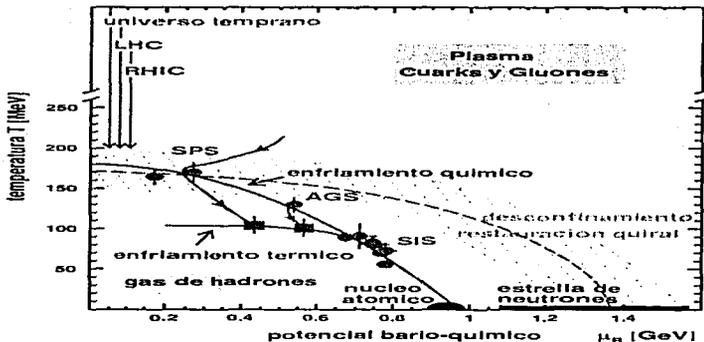


Figura 2.1: Diagrama de fase en el plano $\mu - T$. Figura tomada de [1]

En la siguiente sección, como veremos, *lattice* QCD confirma el valor $T \simeq 150 \text{ MeV}$ para la temperatura crítica con potencial químico cero. Desafortunadamente no hay una estimación confiable del potencial químico crítico a temperatura cero. Generalmente se supone que la transición ocurrirá a una densidad de tres a cinco veces la densidad nuclear, de tal manera se puede suponer un comportamiento en el plano fase (μ, T) , como el mostrado en la Fig. 2.1.

2.2.2. Cromodinámica cuántica en la red

Un aspecto paradójico en la discusión de las interacciones fuertes es que varios de los resultados han sido obtenidos suponiendo que estas interacciones son débiles. A una transferencia grande de momento esta suposición es válida, por la propiedad de la libertad asintótica.

Para trabajar con QCD en la región donde las interacciones fuertes son verdaderamente fuertes, necesitamos responder las siguientes preguntas: Primera, ¿cómo describiremos a las fuerzas que mantienen unidos a los cuarks para formar los hadrones? Segunda, ¿cuál es la descripción apropiada de los sistemas cuark-anticuark y de tres cuarks ligados por estas fuerzas? Y finalmente, ¿cómo calcular las amplitudes de dispersión y elementos de matriz de las corrientes, usando estos estados ligados?

En este momento no hay una derivación completa de la fuerza entre los cuarks del lagrangiano de QCD. Cálculos explícitos se han hecho únicamente en el límite del acoplamiento débil y fuerte. En el límite del acoplamiento débil, el resultado es un potencial de Coulomb con una constante de acoplamiento, que es asintóticamente libre. En el límite del acoplamiento fuerte, por otra parte, se obtiene como resultado un potencial lineal, el cual confina al color. Sin embargo no discutiremos la aproximación del acoplamiento fuerte para una teoría de campo cuántica. Hay una razón simple para esto: En una teoría cuántica de campo en la cual la constante de acoplamiento g^2 es muy grande, las partículas elementales, o sus estados ligados, típicamente adquieren masa que crece con g^2 . Para $g^2 \rightarrow \infty$, estas masas llegan a ser comparables a la masa de la partícula Λ y la teoría del campo deja de tener una descripción localmente continua.

La solución a este problema fue propuesta por primera vez por Ken Wilson en 1974. Lo que propuso fue que se reemplazara al espacio-tiempo continuo por una red de puntos discretamente espaciados. Una red así es fácil de visualizar en el espacio tiempo euclidiano, de manera que al usar la integral funcional de los campos sobre la red, se puede uno aproximar a las funciones de Green euclidianas. Esta teoría está bien definida en el límite del acoplamiento fuerte. Una teoría de este tipo es muy semejante al modelo en la red para un sistema magnético. Una teoría de red con variables de espín fluctuantes en cada lugar de ésta se describe ampliamente por una teoría cuántica de campos escalares con la simetría de las variables fundamentales del espín. Típicamente, el límite del acoplamiento fuerte de la teoría cuántica del campo corresponde al límite de altas temperaturas del sistema magnético, en el cual el tamaño de la correlación es mucho menor que el espaciamiento de la red. El decrecimiento de la constante de acoplamiento corresponde al decrecimiento de la temperatura. Eventualmente la constante de acoplamiento llega a acercarse a un punto fijo del grupo de renormalización, de modo que se puede usar este punto fijo para definir un límite de la integral funcional de la red en la cual el espaciamiento de la red tiende a cero.

Para crear un modelo de la red, se necesita encontrar un conjunto de variables sobre la red discreta que correspondan en su mayoría a campos de norma no abelianos.

Wilson propuso que las variables fundamentales para tal teoría deberían ser los elementos de línea que unen a dos vértices cercanos v_1 y v_2 , esto es

$$U(v_1, v_2) = P e^{i\eta \int dx^\mu A_\mu^\alpha t^\alpha} \quad (2.16)$$

Para construir la teoría de norma de la red con un grupo de norma G , se debe integrar sobre un grupo finito de transformaciones U para cada enlace de la red. Tomando el producto de estas matrices U alrededor de una trayectoria cerrada, se pueden construir observables invariantes de norma. Un lagrangiano también puede ser construido como una suma de productos de invariantes de norma de las matrices U (Fig. 2.2) sobre lazos (loops) cercanos de la red.

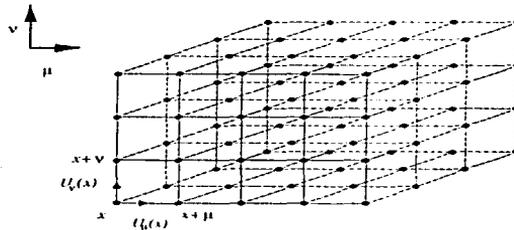


Figura 2.2: Esquema de una red, en donde se muestra la asociación de las matrices $U_\mu(x)$ de $SU(3)$ con los enlaces de la red. Figura tomada de [2]

En un sistema de espines, la propiedad definida de la fase de alta temperatura es el decaimiento exponencial de las correlaciones

$$\langle \vec{s}(0) \cdot \vec{s}(x) \rangle \sim e^{-|x|/\xi}, \quad (2.17)$$

cuando $|x| \rightarrow \infty$. La propiedad análoga de funciones de correlación invariantes de norma de matrices U alrededor de una trayectoria cerrada P es

$$\langle \prod_P U \rangle \sim e^{-A/\xi^2} \quad (2.18)$$

donde A es el área encerrada por la trayectoria. Este comportamiento en realidad se ve explícitamente en la expansión de la teoría de norma de la red de Wilson para el acoplamiento fuerte. Un par de fuentes de color que se colocan apartadas a una

distancia R para un tiempo euclidiano T son representadas por un lazo rectangular grande de ancho R y longitud T , de modo que comparando el resultado con la expresión para la energía de un estado excitado en el tiempo euclidiano,

$$\langle e^{-H\kappa T} \rangle \sim e^{-R\kappa/\xi^2} \quad (2.19)$$

por lo que podemos decir que las fuentes estáticas de carga de norma, en el límite del acoplamiento fuerte, se atraen unas con otras por una energía potencial de la forma

$$V(R) \sim R/\xi^2, \quad (2.20)$$

a R suficientemente grande. Análogamente cuando se introducen cuarks dinámicos en la teoría de norma de la red y se estudian sus propiedades en el límite del acoplamiento fuerte, las configuraciones con una gran separación de las fuentes de color, son suprimidas en la integral funcional euclidiana por factores de la forma de la Ec.(2.18), por lo que, el límite del acoplamiento fuerte predice el permanente confinamiento de los cuarks en estados ligados de un solo color.

El argumento que se ha dado se aplica igualmente bien a teorías basadas en grupos de simetría abelianos o no abelianos. Sin embargo, las teorías de norma no abelianas poseen una propiedad adicional importante, que es la libertad asintótica, lo que nos permite conectar para distancias cortas, la imagen de cuarks y gluones libres, con una imagen a grandes distancias, de cuarks y gluones confinados en estados de color.

De este modo, aproximando a QCD con una teoría de norma en la red, con espaciamiento no nulo y volumen espacio-temporal finito, reducimos la integral funcional a un número de integraciones saltadas, esto es, una integral sobre el grupo de matrices de $SU(3)$ para cada uno de los enlaces de la red. Una red de tamaño, por ejemplo, 20^4 permitirá que el espaciamiento de la red sea mucho menor que el tamaño de un hadrón, mientras que el tamaño completo de la red sea mucho mayor que un radio hadrónico. De este modo se podrán calcular las funciones de correlación, evaluando las integrales numéricamente, por el método de Monte Carlo. Este método numérico ha llegado a ser la principal herramienta teórica para los cálculos cuantitativos en la física de hadrones [21]. Este método actualmente ha dado la masa de los mesones y bariones con precisiones de entre el 10 % y 20 %.

Por otro lado, las transiciones de fase son asociadas con el rompimiento de la simetría, y por supuesto, la simetría de la acción de la red juega un papel principal. La acción S_G de una teoría de norma pura, con grupo de norma $SU(N)$ tiene una simetría global $Z(N)$. Esta simetría se rompe espontáneamente en la transición de fase y el parámetro de orden correspondiente es el valor de expectación del exceso de energía libre. Cuando los cuarks son agregados al lagrangiano, la simetría global $Z(N)$ se pierde. Sin embargo, en el caso de cuarks sin masa, existe otra simetría global de la acción, ésta es, la simetría quiral, con el grupo de simetría $SU(N_f) \times SU(N_f)$, la cual es rota espontáneamente a bajas temperaturas. El parámetro de orden local es en este caso el condensado de cuarks $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$, donde ψ es el campo de cuarks. El condensado

de cuarks es distinto de cero a bajas temperaturas, donde la simetría quiral está rota, y cero cuando la temperatura es cercana a la temperatura de transición, donde la simetría quiral está restaurada.

En el caso de la restauración de la simetría quiral, también es posible usar argumentos de universalidad, para estudiar el carácter de la transición relacionando la teoría con modelos simples. Se ha mostrado que la transición es de primer orden para $N_f \geq 3$, mientras que para $N_f = 2$ la transición es de segundo orden, aunque esta situación no es enteramente clara.

Retornando a la temperatura crítica, en la actualidad las simulaciones numéricas no han logrado establecer un escalamiento asintótico para las teorías de norma $SU(2)$ y $SU(3)$; sin embargo, omitiendo las violaciones de escalamiento en el cociente de cantidades físicas, de tal manera que se pueda calcular $T_c/\Lambda_{\overline{MS}}$, o $T_c/\sqrt{\sigma}$, o T_c/m_ρ , donde $\Lambda_{\overline{MS}}$, σ y m_ρ son la escala de masa de QCD en el llamado esquema de renormalización \overline{MS} , la tensión de la cuerda y la masa del mesón ρ respectivamente. de cualquier modo parece ser que las mejores estimaciones de la temperatura crítica, provienen de la razón T_c/m_ρ la cuales son

$$\text{Teoría de norma pura } SU(3) : T_c = 240 \pm 20 \text{ MeV} \quad (2.21)$$

$$N_f = 2 : T_c = 150 \pm 10 \text{ MeV.} \quad (2.22)$$

De este modo ha sido posible, mediante simulaciones numéricas con la ecuación de estado, calcular el comportamiento de varias cantidades físicas como lo son la densidad de energía y la presión cuyo comportamiento se muestra en la Fig. 2.3. El comportamiento de estas cantidades físicas puede entenderse en términos de los

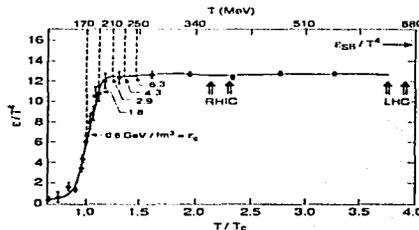


Figura 2.3: Variación de la densidad de energía en unidades de T^4 en QCD para tres sabores de cuarks. Temperatura crítica alrededor de 170 MeV. Figura tomada de [1]

grados de libertad que tiene el sistema ya que cuando los cuarks se hallan confinados los grados de libertad son menos de los que hay cuando pasan a la fase del plasma,

esto se ve claramente en la Ec.(2.13) del modelo de bolsa.

2.3. Formación y evolución del plasma de cuarks y gluones

Cascada de Partones

Las colisiones de iones pesados relativistas es la herramienta más prometedora para crear un plasma de cuarks y gluones en el laboratorio. En QCD se ha predicho que la densidad de energía varía como $A^{2/3}$, donde A es la masa nuclear, pero varía logarítmicamente con la energía del centro de masa. Con el fin de alcanzar temperaturas por arriba de la temperatura crítica T_c la energía cinética de los núcleos debe rápidamente termalizarse en un tiempo del orden de $1 \text{ fm}/c$ [22].

Las primeras ideas sobre el mecanismo en que la energía se deposita, se basaron en el modelo de cascada de partones, o el rompimiento de los tubos de flujo de color. Más recientemente, modelos microscópicos que se han construido, permiten el estudio de los procesos en que se deposita la energía en el espacio-tiempo así como en el espacio de momentos, en un marco de QCD perturbativo. Los modelos son basados en el concepto de que los núcleos que chocan pueden ser descompuestos en su subestructura partónica. Las interacciones perturbativas entre estos partones pueden continuar hasta el punto de llegar a la termalización. Se ha encontrado que las cascadas partónicas dan unos valores de la energía depositada menores a la mitad de las esperadas en RHIC y mayores en una gran fracción a energías de LHC

Los modelos de cascadas de partones predicen una rápida termalización de la energía depositada. Ello es causado por una combinación de la degradación de la energía radiativa y la separación de los partones en un amplio rango de rapidezces. La distribución del momento transversal de los partones inicialmente dispersados posee un alto grado exponencial cuando los procesos radiativos se toman en cuenta. El flujo libre origina que la distribución local de momento longitudinal de partones coincida con la distribución transversal después de un tiempo aproximadamente igual al tiempo promedio de interacción entre partones. Los modelos predicen que la termalización ocurre en un tiempo del orden de $0.3\text{-}0.5 \text{ fm}/c$ a energías del RHIC [22].

Debido a las grandes secciones transversas y altas probabilidades de colisión de los gluones, el plasma de partones termalizado es inicialmente rico en gluones y pobre en cuarks[22]. El equilibrio químico del plasma de partones se desarrolla en varios escenarios en un tiempo de varios fm/c , pero puede ser más rápido si los procesos de orden alto en QCD son importantes. Otro resultado interesante concierne a la homogeneidad de las condiciones iniciales. La cascada de partones conduce a que la energía se deposita en forma inhomogénea, por fluctuaciones de la sección transversal.

esto se ve claramente en la Ec.(2.13) del modelo de bolsa.

2.3. Formación y evolución del plasma de cuarks y gluones

Cascada de Partones

Las colisiones de iones pesados relativistas es la herramienta más prometedora para crear un plasma de cuarks y gluones en el laboratorio. En QCD se ha predicho que la densidad de energía varía como $A^{2/3}$, donde A es la masa nuclear, pero varía logarítmicamente con la energía del centro de masa. Con el fin de alcanzar temperaturas por arriba de la temperatura crítica T_c la energía cinética de los núcleos debe rápidamente termalizarse en un tiempo del orden de $1 \text{ fm}/c$ [22].

Las primeras ideas sobre el mecanismo en que la energía se deposita, se basaron en el modelo de cascada de partones, o el rompimiento de los tubos de flujo de color. Más recientemente, modelos microscópicos que se han construido, permiten el estudio de los procesos en que se deposita la energía en el espacio-tiempo así como en el espacio de momentos, en un marco de QCD perturbativo. Los modelos son basados en el concepto de que los núcleos que chocan pueden ser descompuestos en su subestructura partónica. Las interacciones perturbativas entre estos partones pueden continuar hasta el punto de llegar a la termalización. Se ha encontrado que las cascadas partónicas dan unos valores de la energía depositada menores a la mitad de las esperadas en RHIC y mayores en una gran fracción a energías de LHC

Los modelos de cascadas de partones predicen una rápida termalización de la energía depositada. Ello es causado por una combinación de la degradación de la energía radiativa y la separación de los partones en un amplio rango de rapideces. La distribución del momento transversal de los partones inicialmente dispersados posee un alto grado exponencial cuando los procesos radiativos se toman en cuenta. El flujo libre origina que la distribución local de momento longitudinal de partones coincida con la distribución transversa después de un tiempo aproximadamente igual al tiempo promedio de interacción entre partones. Los modelos predicen que la termalización ocurre en un tiempo del orden de $0.3\text{-}0.5 \text{ fm}/c$ a energías del RHIC [22].

Debido a las grandes secciones transversas y altas probabilidades de colisión de los gluones, el plasma de partones termalizado es inicialmente rico en gluones y pobre en cuarks[22]. El equilibrio químico del plasma de partones se desarrolla en varios escenarios en un tiempo de varios fm/c , pero puede ser más rápido si los procesos de orden alto en QCD son importantes. Otro resultado interesante concierne a la homogeneidad de las condiciones iniciales. La cascada de partones conduce a que la energía se deposita en forma inhomogénea, por fluctuaciones de la sección transversal.

Los "hot spots", originados por dispersiones partónicas altamente inelásticas, podrían ser observables en las fluctuaciones no estadísticas en la distribución final de hadrones.

Modelos Hidrodinámicos

Después del equilibrio de los momentos, la evolución del plasma de cuarks y gluones a su disolución final se puede describir en términos de la hidrodinámica relativista. De acuerdo con los resultados de los modelos de cascada de partones, las condiciones iniciales para esta evolución en la región de rapidez central son las invariantes entre translaciones de Lorentz longitudinales como fue anticipado por Bjorken [22]. Suponiendo que únicamente hay expansión longitudinal, la temperatura entonces decrece como $\tau^{-1/3}$, donde τ es el tiempo propio local. De este modo, el enfriamiento aumenta por la expansión transversa generada por las altas presiones dentro del plasma, cuando la temperatura es muy cercana a T_c . La vida media del plasma se ha estimado en 4 fm/c, después de la cual una fase mixta de cuarks y hadrones se formará cuando la transición de fase sea de primer orden. Debido a la expansión transversa, después de un tiempo del orden de 10 fm/c la fase mixta decae. La vida media de la fase mixta puede ser grande, si el plasma fuera formado a la temperatura crítica, en donde la presión es mínima. Se ha especulado que esto ocurre a energías accesibles en RHIC, en un régimen en donde nuestro entendimiento del mecanismo de termalización es muy limitado. Con una vida media mayor ($\gg 10$ fm/c) la fase mixta podría ser detectada por sus efectos en las correlaciones de dos partículas.

La aproximación hidrodinámica llega a ser inválida cuando las distancias típicas entre las partículas excede el camino libre medio. Esto ocurre inmediatamente después de la transición de fase cuark-hadrón, cuando la temperatura cae por debajo de 120 – 130 MeV. Ya que varios hadrones tienen un camino libre medio diferente, el enfriamiento es diferente, con los mesones K^+ enfriándose primero, seguidos de por nucleones, K^- y finalmente los piones.

2.4. Observables del plasma de cuarks y gluones

Una investigación experimental del plasma de cuarks y gluones requiere una identificación apropiada de las herramientas experimentales para observar su formación y estudiar sus propiedades. Sin embargo, un serio problema es el tamaño y vida media del plasma ya que éstos son demasiado pequeños, de algunos fm de diámetro y quizá de 5 fm/c a 10 fm/c de duración. Además, las señales del plasma de cuarks y gluones compiten con lo que se emite de la fase del gas hadrónico caliente que sigue a la hadronización del plasma, y son modificadas por las interacciones del estado final en la fase hadrónica. A pesar de esto, en décadas pasadas se han desarrollado una gran variedad de ideas para lograr una identificación e investigación de la fase del plasma cuando ésta sea alcanzada. Aquí, sólo mencionaremos en qué consisten las señales que se espera que ocurran cuando la fase del plasma se logre alcanzar.

2.4.1. Creación de alta densidad de materia hadrónica.

Se ha propuesto en las últimas dos décadas que la colisión de dos núcleos puede ser usada para crear materia nuclear altamente excitada. El momento longitudinal se convierte vía colisiones múltiples en momento transverso y en partículas, originando una zona de alta densidad de energía. Se han propuesto ondas de choque nuclear como el mecanismo primario de creación de altas densidades de energía en colisiones con $\sqrt{s} \leq 20$ GeV. En el caso de las ondas nucleares de choque se ha predicho que la presión puede alcanzar un valor de 10^{23} Mbar ~ 100 MeV/fm³ [23]

El término poder de frenamiento nuclear caracteriza los grados de frenamiento el cual sufre un nucleón incidente cuando éste choca con un núcleo. Para colisiones A+A el frenamiento se manifiesta en un corrimiento en la distribución de rapidez de los nucleones incidentes alrededor de la rapidez central. Los sistemas pesados, tales como Pb+Pb o Au+Au, son más apropiados para la creación de altas densidades de materia bariónica.

La forma de la distribución de la rapidez bariónica da claras indicaciones de un fenómeno crítico. Esto se debe a la fuerte dependencia de la distribución de rapidez bariónica con la sección transversal barión-barión, un rápido cambio en la forma de la distribución escalada $dN/d(y/y_p)$ con la variación de la energía del haz incidente, es una clara señal para nuevos grados de libertad los cuales se revelan durante la reacción (i.e., desconfinamiento), e.g. debido a fenómenos tales como una dispersión crítica. El ancho de la distribución $dN/d(y/y_p)$ para bariones es inversamente proporcional a su sección transversal.

La creación de una zona de alta densidad bariónica y de energía alrededor de la rapidez central resulta en excitaciones masivas de los nucleones incidentes. Un estado con una gran cantidad de resonancias puede asimismo formarse. Cálculos con modelos de transporte indican que estos estados excitados de materia bariónica son dominados por la resonancia Λ_{1232} con una vida media aparentemente grande (>10 fm/c) y un volumen de varios cientos de fm³ en colisiones Au+Au en el AGS.

El grado de frenamiento se usa también para estimar la densidad de energía guardada durante la colisión dentro del escenario de Bjorken de escalamiento hidrodinámico. La distribución de rapidez de las partículas producidas durante la colisión con $y = y_{cm}$, es usada para estimar la densidad de energía inicial en la zona de reacción:

$$\epsilon = \frac{m_T}{\tau_0 A} \frac{dN}{dy} \Big|_{y=y_{cm}} \quad (2.23)$$

Aquí A es el área de la región transversa de traslape en la colisión y m_T la masa transversa de las partículas producidas. El tiempo propio de producción es muy incierto pero se estima que es del orden de 0.5-1 fm/c. Las estimaciones para las densidades de energía en el CERN/SPS a un tiempo propio de $\tau_0 \sim 1$ fm/c, son del orden de $\epsilon \approx 1$ a 5 GeV/fm³, con densidades bariónicas superiores a $\rho \leq 1$ fm⁻³. En el RHIC las densidades de energía que pueden ser alcanzadas son superiores a 20 GeV/fm³

2.4.2. Creación de altas temperaturas

La zona de reacción densa y caliente consiste de los nucleones que incidieron y produjeron partículas. El modelo de la bola de fuego (*fireball*) considera a estos hadrones como una mezcla de gases ideales en equilibrio termodinámico. Para temperaturas cercanas a 50 MeV y densidades moderadas, las distribuciones de Bose-Einstein y de Fermi-Dirac para bosones y bariones puede aproximarse por la distribución de Maxwell-Boltzmann con una temperatura T y un potencial químico μ como los únicos parámetros libres.

El equilibrio cinético se cree que es visible en los grados de libertad transversos. Por lo tanto, la distribución de masa transversa y momento transverso se usan para extraer la temperatura a partir de la inclinación espectral. Se ha sugerido que la ecuación de estado (la densidad de energía ϵ vs. temperatura T) podría probarse experimentalmente graficando el momento transverso promedio $\langle p_t \rangle$ vs. la densidad de rapidez dN/dy o la densidad de energía transversa dN/dE_T . Si una transición de fase ocurre (*i.e.*, un cambio rápido en el número de grados de libertad) se espera encontrar una curva monótonicamente creciente interrumpida por una meseta. Esta meseta es causada por la saturación de $\langle p_t \rangle$ durante la fase mezclada. Sin embargo, estudios detallados en modelos hidrodinámicos muestran que la meseta es borrada debido al flujo colectivo.

El flujo colectivo, así como las resonancias influyen fuertemente en el espectro de partículas. Para partículas ligeras, tales como el deuterón, la influencia del flujo colectivo se hace visible en la forma del espectro del momento transverso [23].

2.4.3. Flujo radial colectivo y transverso

La función de excitación del flujo colectivo transverso es la señal que puede probar la compresión de la materia nuclear. Se ha mostrado que las funciones de excitación del flujo son sensitivas a las ecuaciones de estado y pueden ser usadas para detectar los estados de materia nuclear anormal y transiciones de fase.

En la aproximación dinámica de un fluido, el flujo colectivo transverso está directamente vinculado con la presión de la materia en la zona de reacción.

Con la presión $P(\rho, S)$ (donde ρ es la densidad y S la entropía), es posible generar un momento colectivo transverso \vec{p}_x escribiendo éste como

$$\vec{p}_x = \int_t \int_A P(\rho, S) dA dt \quad (2.24)$$

donde dA representa el elemento de superficie entre la materia interactuante y la presión es la suma de la presión potencial y cinética.

En diversos modelos se ha predicho la existencia de un flujo colectivo directo, para el cual se pueden distinguir dos tipos de señales de su formación:

- a) El retroceso de materia comprimida en el plano de reacción y

b) la salida de la materia participante fuera del plano de reacción.

Se ha mostrado que las ecuaciones de estado nuclear presentan una fuerte dependencia de estos efectos colectivos. Para haces de altas energías, sin embargo, el proyectil y el blanco se desacoplan rápidamente de la zona de reacción, dando lugar a una emisión preferencial de materia en el plano de reacción, aun a rapidez central.

Debido a esta dependencia directa de las ecuaciones de estado, $P(\rho, T)$, las funciones de excitación proveen información única sobre la transición de fase. La formación de materia nuclear, *e.g.*, produce una reducción del flujo colectivo.

Para transiciones de fase de primer orden, la presión permanece constante en la región de coexistencia de fases, lo cual resulta en una velocidad del sonido nula $c_s = \sqrt{\partial p / \partial \epsilon}$.

La expansión del sistema ocurre de este modo por gradientes de presión, por lo que la expansión depende crucialmente de c_s . La materia en la fase mezclada se expande menos rápido que un gas de hadrones o un QGP a la misma densidad de energía y entropía. En el caso de cambios rápidos en las ecuaciones de estado sin transición de fase, los gradientes de presión son finitos, pero tan pequeños que el sistema se expande lentamente.

La limitación en el modelo del fluido hidrodinámico es la suposición de una termalización instantánea. Esto llega a ser poco real cuando la energía de los haces se incrementa, ya que debido a la pérdida de rapidez promedio de sólo una unidad por cada colisión protón-protón, los nucleones de este modo requieren de varias colisiones para la termalización. Un cálculo más realista es el formado por tres fluidos, en donde estos representan la bola de fuego (*fireball*) de las partículas producidas y únicamente se supone un equilibrio térmico local, produciéndose valores bajos de flujo.

2.4.4. Imagen espacio-temporal de la zona de reacción.

La interferometría de partículas idénticas, tales como los pares $\pi\pi$, KK o pp , es usada para extraer información sobre la dinámica espacio-temporal, volumen de enfriamiento y geometría de las colisiones de iones pesados.

La aplicación del efecto HBT a las partículas emitidas en reacciones de iones pesados, tales como protones, piones o kaones, mediante la función de correlación de dos partículas permite inferir el radio longitudinal y transverso, así como la vida media y el patrón del flujo de la emisión de la fuente en el momento del enfriamiento. El inverso de los anchos R_{out} de la función de correlación "out" y R_{side} de la función de correlación "side" son usadas para extraer una medida de la duración de la emisión de partículas ($R_{out}^2 - R_{side}^2$) y el tamaño transverso de la fuente (R_{side}) [23].

La prolongación del tiempo de vida en la colisión durante la fase mezclada, se ha observado por medio de un aumento del cociente del inverso de los anchos (R_{out}/R_{side}) de la función de correlación de dos partículas en las direcciones "out" y "side". Sin embargo, si se incluyen las resonancias de vida media larga el cociente (R_{out}/R_{side}) se ve reducido.

Las interacciones en el estado final entre partículas no idénticas podrá proveer no sólo la información de la duración de la emisión sino también de emisión de cada especie. Recientemente se ha mostrado que una anisotropía en la distribución espacio temporal de las partículas emitidas se refleja en la dependencia direccional de las correlaciones de partículas diferentes (*e.g.* $p-K$) y de esta manera es posible usarla para medir directamente la secuencia de la emisión de partículas de diferentes tipos [23].

Un análisis combinado de los espectros de una y dos partículas produce una reconstrucción del estado geométrico y dinámico de la fuente en el enfriamiento. Esta información es usada como una poderosa guía para las simulaciones dinámicas del proceso de colisión.

La interferometría HBT no ha mostrado hasta ahora evidencia para el tiempo de retraso de la formación del QGP a energías del SPS. Las muchas complicaciones del análisis HBT en colisiones nucleares se deben a la existencia de un fuerte flujo colectivo que distorsiona el patrón de interferencia.

2.4.5. Remanentes de la hadronización: Aumento de la extrañeza

En colisiones protón-protón, la producción de partículas que contienen al cuark extraño, está fuertemente suprimida en comparación con las producidas con cuarks u y d [23]. Se ha argumentado que esta supresión se debe a que la masa del par $s\bar{s}$ es muy grande. La supresión se incrementa con el contenido de extrañeza de las partículas producidas en colisiones protón-protón.

En el caso de la formación del QGP, el par $s\bar{s}$ se produce vía las interacciones de dos gluones o pares $q\bar{q}$. La escala de tiempo del equilibrio de extrañeza debido a interacciones entre gluones se ha estimado de 3 a 6 fm/c, dependiendo de la temperatura del plasma.

Con estos argumentos la producción de mesones y bariones extraños y multi-extraños aumentará fuertemente en la presencia del QGP en comparación con un escenario hadrónico a la misma temperatura. Sin embargo, el equilibrio no será lo suficientemente rápido como para causar una saturación en la producción de hadrones extraños antes del enfriamiento del QGP.

En particular, suponiendo que los potenciales químicos son bajos, $\mu_d \approx \mu_u \approx 0 = \mu_s$ y una temperatura T mayor que la masa del cuark extraño m_s , las densidades de todos los cuarks y anticuarks son casi las mismas en el QGP. Aquí la probabilidad de formar anti-hiperones con la combinación de cuarks u , d y s es casi la misma que la de formar bariones extraños y no extraños con la combinación de cuarks u , d y s , si el proceso de enfriamiento es rápido y con una aniquilación despreciable [23].

Las abundancias relativas de varias especies de partículas extrañas permite la determinación del equilibrio de extrañeza relativa, la saturación en el contenido total de extrañeza (γ_s) y su neutralidad en la aproximación termo-química. Las proporciones

de estas partículas son calculadas suponiendo un escenario de gas hadrónico o un escenario como el QGP, y se hace una comparación de los valores obtenidos de los modelos en ambos escenarios en conjunción con otras variables termodinámicas del sistema, tales como la temperatura, el potencial bario-químico, y la entropía [22].

Estudios teóricos han mostrado que el aumento de la extrañeza no puede ser destruido ni generado por las interacciones durante la fase rota. El proceso de fragmentación durante la fase de hadronización contribuye significativamente a las abundancias de hadrones extraños, pero esto no invalida la utilidad del aumento de extrañeza como una señal del plasma.

2.4.6. Cenizas del plasma: Hiper materia

La abundante producción de bariones extraños observada a energías del AGS y SPS ha llevado a especular sobre las implicaciones de la formación de hiper materia. Las especulaciones sobre la existencia de tales objetos multi-extraños, con números bariónicos $B > 100$, se han hecho por décadas, en especial en astrofísica. Tales estados son permitidos por el modelo estándar, aunque su existencia en la naturaleza no ha sido probada, *e.g.*, en forma de estrellas de neutrones extraños.

2.4.7. Radiación del plasma: Fotones directos y dileptones térmicos.

Los procesos más prominentes para la creación de fotones (térmicos) directos en el QGP son $q\bar{q} \rightarrow \gamma q$ (aniquilación) y $gq \rightarrow \gamma q$ (dispersión Compton). El índice de producción y distribución de momento de los fotones depende de las distribuciones de momento de los cuarks, anticuarks y gluones en el plasma. Si el plasma se encuentra en equilibrio termodinámico, los fotones llevan información sobre este estado termodinámico en el momento de su producción.

En un escenario hadrónico la reacción $\pi\pi \rightarrow \gamma\rho$ y la dispersión Compton $\pi\rho \rightarrow \gamma\pi$ contribuyen de manera importante en la producción de fotones, de modo que en la vecindad de la temperatura crítica T_c , la forma del espectro de los fotones es igual al de los emitidos por el plasma.

Sin embargo, una clara señal de los fotones del plasma podría ser visible para momentos transversos p_T en el rango 2-5 GeV/c si un plasma verdaderamente caliente se forma inicialmente. El espectro de fotones en el rango de 1-2 GeV son mayoritariamente emitidos de la fase mezclada. Los efectos de flujo transversal hacen difícil la separación de las contribuciones de ambas fases, y destruyen la correlación entre la forma y la temperatura del espectro de los fotones [22].

Análogamente a la formación de un fotón real vía una aniquilación cuark-anticuark, un fotón virtual podría ser creado en la misma forma, el cual decae subsecuentemente en un par l^+l^- (un dileptón). También la radiación de frenado

(bremsstrahlung) de la dispersión de cuarks con gluones podría convertirse en dileptones.

Los dileptones llevan también información sobre el estado termodinámico del medio en el momento de producción en la misma forma que los fotones directos - ya que los dileptones interactúan sólo electromagnéticamente éstos pueden salir de la zona de reacción básicamente inalterados.

2.4.8. Restauración de la simetría quiral

La restauración de la simetría quiral en colisiones nucleares resulta en la formación de dominios de condensados quirales desorientados. Este término describe una coherencia en la excitación del campo de piones correspondiente a un desordenamiento del parámetro quiral de orden $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$. Tales dominios decaen en piones neutros o cargados, favoreciendo las razones de piones cargados N_{π^0}/N_{π} los cuales son sustancialmente diferentes de un tercio. Esto explica porqué en los estados finales se observa con mayor probabilidad una fracción mayor de piones cargados que de piones neutros.

Un condensado quiral desorientado se describe por medio de una onda no lineal en el modelo sigma. Tales ondas son excitadas por un aumento de inestabilidades locales durante la transición de la fase de quiralidad restaurada a alta temperatura de QCD a la fase de baja temperatura, en la cual la simetría quiral se rompe. El aumento de la longitud de onda de los modos en el parámetro de orden quiral ocurre con total neutralidad si la transición se desarrolla fuera del equilibrio.

Esta imagen ha sido parcialmente confirmada en cálculos numéricos basados en el modelo sigma lineal. Como la longitud de coherencia es inversamente proporcional a la razón de aumento de las inestabilidades, grandes dominios de campos de piones coherentemente excitados podrían emerger si el parámetro de orden quiral está lejos de su valor de equilibrio, como probablemente ocurre en una reacción de iones pesados. Desviaciones iniciales de la neutralidad del isospín no necesariamente destruyen la utilidad de esta sonda. La proporción observada de piones cargados es sustancialmente diferente de $\frac{1}{3}$ o correlaciones de carga distintas de cero podrían ser una señal directa de la transición de fase quiral.

Los dominios del condensado quiral desorientado pueden también contribuir a la producción de antibariones a través de la formación de defectos topológicos en el parámetro de orden. Tales defectos se originan en la intersección de las paredes del dominio quiral, las cuales llevan el número bariónico y eventualmente evolucionan en bariones y antibariones, esto se considera como una señal de la transición de fase en las regiones del espacio fase que normalmente son pobres en bariones.

2.4.9. Supresión de cuarkonia: Supresión de J/ψ

En 1986 Matsui y Satz propusieron que la supresión de mesones pesados (cuarkonia) podría proveer una de las señales para el desconfinamiento en QCD a altas

temperaturas. La idea se basa en analogía con la conocida transición Mott en sistemas de materia condensada. A altas densidades, el apantallamiento de Debye en un plasma de cuarks y gluones, reduce el rango de la fuerza atractiva entre cuarks y anticuarks pesados, y por encima de alguna densidad crítica impide la formación de estados base. En la mayoría de los estados ligados se espera que se disuelvan conforme la temperatura del sistema aumente. Los estados ψ' y Ξ_c no se ligarán a una temperatura cercana a T_c , mientras que el estado ψ se disolverá a una temperatura de $\approx 1,2T_c$. Estados más pesados como los formados por $b\bar{b}$ o $c\bar{c}$ requieren de longitudes de onda de apantallamiento mucho más cortas para que se disuelvan [23].

En la parte experimental, se ha logrado medir en colisiones centrales de núcleos en el SPS una supresión en la producción de J/ψ y ψ' . La supresión que se ha observado es mayor que en colisiones centrales de núcleos con núcleos. Asimismo, como se ha mencionado, esta supresión se debe al apantallamiento de color que sufre el par $c\bar{c}$ en un medio desconfinado. De igual modo, se ha dicho que esto ocurre como resultado de las interacciones del estado final de un medio hadrónico denso. Una supresión similar también ocurre en la producción de J/ψ en interacciones hadrón-núcleo e interacciones de núcleos- μ . Sin embargo, las razones ψ'/ψ medidas en las interacciones protón-protón y protón-núcleo se han encontrado que son constantes, e independientes de la masa nuclear del blanco.

Varias teorías describen que la supresión del J/ψ y ψ' requiere de la formación de altas densidades de materia en comovimiento, ya sea materia hadrónica o desconfina-da. Un mejor conocimiento de los mecanismos de las interacciones del J/ψ en materia hadrónica o materia desconfinada, así como las interacciones en los estados inicial y final, son importantes para un entendimiento de la supresión [22].

Capítulo 3

Interferometría de piones en colisiones de iones pesados relativistas

Como ya se mencionó en el capítulo I, a mediados de los 50's fue formulado un nuevo tipo de interferometría por R. Hanbury Brown y R. Q. Twiss. Esta nueva interferometría de la intensidad, o de HBT, como comúnmente se le conoce, fue aplicada en astronomía para deducir la extensión angular de las estrellas. Poco tiempo después de esta formulación, se mostró que este efecto es universal y que puede ser observado en cualquier tipo de fuente que emita.

Los primeros que aplicaron este método en colisiones nucleares fueron Goldhaber y colaboradores, para determinar el tamaño de la región de aniquilación en procesos $p\bar{p}$ [8], aprovechando el hecho de que en este tipo de procesos se producen una gran cantidad de piones.

Como se ha visto en el capítulo I el efecto HBT es diferente de la interferometría clásica, la cual tiene una interpretación clásica en términos de la naturaleza ondulatoria de la luz. Sin embargo, el efecto HBT es una consecuencia de la estadística cuántica, como será mostrado más adelante. Los bosones idénticos tienden a ocupar el mismo estado cuántico, mientras que los fermiones exhiben un comportamiento opuesto *i.e.*, se produce una especie de repulsión o interrelación entre partículas en el mismo estado cuántico. Ambos efectos han sido observados experimentalmente y han permitido estimar la estructura espacio-temporal de las colisiones nucleares.

3.1. Mecánica Cuántica del efecto HBT

En la óptica clásica, la transformada de Fourier de un patrón de interferencia contiene la información de la estructura espacial de la fuente. Análogamente, las coordenadas de partículas idénticas en el espacio de momento contienen información acerca de la estructura de la fuente de donde fueron emitidas, ya que la posición y el momento lineal están relacionadas a través de las relaciones canónicas de conmutación.

Esta información esta contenida en las propiedades asociadas a la simetría de la función de onda de varias partículas. Mientras que en la interferometría clásica el efecto es asociado a los fenómenos de una sola partícula, el efecto en la interferometría HBT es entre pares (tripletes, etc.) de partículas.

Una derivación simple de este efecto desde el punto de vista cuántico es el siguiente: Consideremos dos fuentes a y b , cada una emitiendo una partícula, y dos detectores 1 y 2, como se ilustra en la Fig. 3.1. En esta figura se pueden identificar 4 procesos diferentes que son los siguientes

i) la fuente a emite dos partículas, cada una de ellas detectadas en cada uno de los detectores. ii) El proceso anterior se repite para la fuente b . iii) Cada una de las fuentes emiten una partícula, las cuales son detectadas en cada uno de los detectores, *i.e.*, $a \rightarrow 1$ y $b \rightarrow 2$ y, finalmente, iv) la fuente a emite una partícula la cual es detectada en 2 y la fuente b emite otra partícula que es detectada en 1, *i.e.*, $a \rightarrow 2$ y $b \rightarrow 1$.

Los dos primeros procesos son distinguibles por lo que no se produce ningún tipo de interferencia. Estos corresponden a la detección independiente de partículas de cada una de las fuentes. Únicamente los procesos iii) y iv) son coherentes cuánticamente, dando lugar a efectos de interferencia. En el proceso de detección tenemos dos posibles casos, que las partículas sean fermiones o bosones. La función de onda asociada a este par de partículas está dada por

$$\Psi_{p_1 p_2}(1, 2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \Psi_{p_1}(1) \Psi_{p_2}(2) \pm \Psi_{p_1}(2) \Psi_{p_2}(1) \} \quad (3.1)$$

donde el signo - es para fermiones y el signo + es para bosones. Por lo que la probabilidad de detectar dos partículas en 1 y 2 con momentos p_1 y p_2 es

$$\begin{aligned} |\Psi_{p_1 p_2}(1, 2)|^2 = P(p_1, p_2) &= |\Psi_{p_1}(1)|^2 |\Psi_{p_2}(2)|^2 \pm |\Psi_{p_1}(2) \Psi_{p_2}(1)|^2 \\ &= P_1(p_1) P_2(p_2) \pm P_{12}(p_1, p_2) \end{aligned} \quad (3.2)$$

De la Ec.(3.2) se observa que para el caso de los fermiones (signo -) se presenta un fenómeno de anticorrelación *i.e.*, que la probabilidad de encontrar a dos fermiones con los mismos números cuánticos es prácticamente nula, como si estos experimentaran una fuerza de repulsión y ello se debe a que estas partículas obedecen el principio de exclusión de Pauli. Mientras que para el caso de los bosones (signo +) lo que se observa es que la probabilidad de encontrar a dos bosones en el mismo estado es doble a la correspondiente a fermiones, lo cual se debe a que la función de onda asociada a este tipo de partículas es totalmente simétrica.

La interferometría se cuantifica en términos de lo que se conoce como la función de correlación la cual se define como el cociente entre la probabilidad de detectar dos partículas y el producto de las probabilidades de detectar cada una de ellas independientemente, esto es

$$C(p_1, p_2) = \frac{P(p_1, p_2)}{P_1(p_1) P_2(p_2)}. \quad (3.3)$$

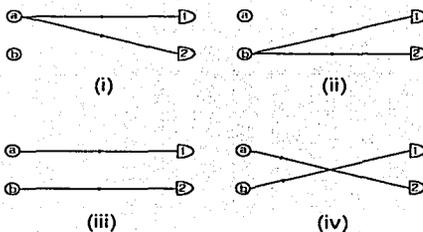


Figura 3.1: Los cuatro posibles procesos en la emisión y detección de dos partículas.

Sustituyendo la Ec.(3.2) en la Ec.(3.3) se tiene que la función de correlación está dada por

$$C(p_1, p_2) = 1 + \frac{P_{12}(p_1, p_2)}{P_1(p_1)P_2(p_2)} \quad (3.4)$$

Este efecto está presente para todos los pares de bosones idénticos, incluyendo a los piones y kaones producidos en colisiones de altas energías.

La interferometría de partículas en colisiones data de 1962 cuando G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Y. Lee y A. Pais estudiaron la correlación angular de los piones producidos en colisiones $p\bar{p}$ en el Bevatron. De acuerdo a Pais, la idea de investigar la interferometría en la física de partículas fue concebida de manera independiente a la formulada en el caso astronómico. Este método es ahora una técnica estándar en colisiones de altas energías, de iones pesados, de interacciones mesón nucleón, de procesos de aniquilación electrón-positrón, etc.

3.2. Información contenida en la función de correlación

Consideremos una función de onda simple de un par de partículas idénticas:

$$\Psi_2(p_1, p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi(p_1, p_2) \pm \psi(p_2, p_1)) \quad (3.5)$$

donde p_i denota el cuadrimomento de la i -ésima partícula. El signo (-) + es para tomar en cuenta la (antisimetría) simetría de la función de onda de los (fermiones) bosones. Como se vió en la sección anterior el signo es la base fundamental de la correlación. Si suponemos que tenemos dos partículas libres, se puede considerar que éstas tienen

asociadas ondas planas *i.e.*,

$$\begin{aligned}\psi(p_1, p_2) &\sim e^{ip_1 x_1} e^{ip_2 x_2} \\ \psi(p_2, p_1) &\sim e^{ip_2 x_1} e^{ip_1 x_2}\end{aligned}\quad (3.6)$$

donde r_i es el cuatrivector espacio-temporal de la i -ésima partícula. La densidad de probabilidad de dos partículas está dada por

$$P(p_1, p_2) = \int_{\text{source}} d^4 x_1 d^4 x_2 |\Psi_2(p_1, p_2)|^2 S_i(x_1, p_1) S_i(x_2, p_2) \quad (3.7)$$

donde $S_i(x_i, p_i)$ es la función de distribución de densidad de la fuente o función de emisión, la cual es una densidad en el espacio fase de las partículas en la fuente [24] [25]. Esta contiene toda la información necesaria para especificar completamente a la fuente, y además puede ser usada para cualquier observable. Por ejemplo el espectro de una sola partícula es

$$P_1(p) = E_p \frac{dN}{d^3 p} = E_p \langle \hat{a}^\dagger(p) \hat{a}(p) \rangle \quad (3.8)$$

normalizando al número total de partículas

$$\int \frac{d^3 p}{E_p} P_1(p) = \langle N \rangle \quad (3.9)$$

lo que tenemos es

$$P_1(p) = \int d^4 x S_i(x, p) \quad (3.10)$$

de modo que el espectro de dos partículas es

$$P_2(p_1, p_2) = E_1 E_2 \frac{dN}{d^3 p_1 d^3 p_2} = E_1 E_2 \langle \hat{a}^\dagger(p_1) \hat{a}^\dagger(p_2) \hat{a}(p_2) \hat{a}(p_1) \rangle \quad (3.11)$$

normalizando al número total de pares de partículas

$$\int \frac{d^3 p}{E_p} P_2(p_1, p_2) = \langle N(N-1) \rangle \quad (3.12)$$

lo que tenemos es lo siguiente

$$P_2(p_1, p_2) = \int d^4 x_1 d^4 x_2 S_i(x_1, p_1) S_i(x_2, p_2) \quad (3.13)$$

Del mismo modo, la función de correlación se puede construir de la función de emisión, pero se debe tener cuidado al aplicar la Ec.(3.7). La simetría o antisimetría de una función de onda es un producto de las simetrías espacial, espín y componentes

de isospín, esto es, $L+S+T=$ par (impar) para estados simétricos (antisimétricos), donde L es el momento angular relativo, S el espín y T el isospín del sistema. En el caso de partículas escalares o pseudo-escalares, las propiedades de simetría están dadas únicamente para la componente espacial, lo cual se impone al introducir el término de intercambio en la Ec.(3.5). Para el caso de partículas no escalares, como lo es el protón, las funciones de onda espacial y de espín deben ser ambas simétricas o antisimétricas (el isospín es fijo en estados del singulete) así como la condición $L+S+T=$ impar. En este caso la Ec.(3.7) no será suficiente en cuanto no se incluya la parte del espín de la función de onda en la integral. Para pares de partículas escalares, sustituyendo las ondas planas de la Ec.(3.6) en la Ec.(3.7) se tiene

$$P(p, p') = \int_{source} d^1x d^1x' S(x, p) S^*(x', p') \pm \int_{source} d^1x d^1x' S(x, p) e^{iqx} S^*(x', p') e^{iq'x'} \quad (3.14)$$

donde $q = (p - p')$ es el cuadrimomento relativo de un par de partículas. Examinando esta última ecuación lo que vemos es que el primer término es el producto de los espectros de dos partículas, y el segundo término es el cuadrado de la transformada de Fourier de la densidad de la fuente la cual contiene la información espacial como se mostrará más adelante. Dividiendo la Ec.(3.14) por el espectro de una sola partícula, lo que se obtiene es lo que se conoce como la función de correlación

$$C_2(p, p') = 1 \pm \frac{\int_{source} d^1x d^1x' S(x, p) e^{iqx} S^*(x', p') e^{iq'x'}}{\int_{source} d^1x d^1x' S(x, p) S^*(x', p')} \quad (3.15)$$

Para bosones, lo que vemos es que hay un aumento en el espectro de dos partículas en comparación con el espectro de una sola partícula. Cambiando a coordenadas de momento relativo $q = (p - p')$ y momento promedio $K = \frac{1}{2}(p + p')$ la función de correlación se puede reescribir de la siguiente manera

$$C_2(q, K) = 1 \pm \frac{|\int_{source} d^1x S(x, K) e^{iqx}|^2}{|\int_{source} d^1x S(x, K)|^2} \quad (3.16)$$

Hasta aquí la derivación ha sido independiente del modelo, explotando solamente propiedades generales de simetría de las partículas idénticas y su estadística. Sin embargo, la función de correlación mide la magnitud de la transformada de Fourier normalizada de la función de emisión, no su valor en cualquier punto. De esta manera, una función de emisión dada caracteriza completamente a una fuente, pero una función de correlación determinada experimentalmente no determina de manera única una función de emisión. Por lo tanto, a fin de extraer una parametrización de la función de emisión se deben hacer algunas suposiciones respecto a su forma. Esto puede ser entendido más intuitivamente con el siguiente argumento. A fin de caracterizar completamente a una fuente genérica se deben de tomar no menos de diez parámetros independientes -tres para la extensión espacial, tres ángulos de Euler

para su orientación, tres componentes de velocidad y una extensión temporal. Un par de partículas tiene únicamente seis grados de libertad independientes en el espacio de momentos - las componentes del momento relativo q y del promedio K . Por lo tanto es necesario trabajar en el contexto de algún modelo para interpretar la información contenida en la función de correlación.

3.3. Aplicación del efecto HBT en la física de altas energías.

Aunque en cualquier especie de partícula se puede usar la interferometría de la intensidad, en la física de altas energías suele elegirse comúnmente los piones cargados. Ello se hace por las siguientes razones: primero, el pion es el mesón más ligero, éstos son producidos en grandes cantidades. Esto es importante desde el punto de vista estadístico, ya que el número de pares por evento es proporcional al cuadrado de la multiplicidad. Segundo, es mucho más fácil detectar partículas cargadas que partículas neutras, lo cual reduce las dificultades experimentales. Son preferibles los piones negativos, la razón es porque el estado inicial contiene un gran número de protones. En altas energías ello se puede identificar de manera errónea como piones y ya que el efecto HBT es debido a la estadística cuántica de partículas idénticas, tal identificación errónea puede disminuir las correlaciones reales. Se debe mencionar que los fotones también sufren de este tipo de contaminación en procesos de altas energías a causa de los decaimientos de los π^0 y mesones vectoriales. No obstante, a diferencia de los fotones, las partículas cargadas son sujetas a los efectos de Coulomb y a interacciones en el estado final, lo cual no puede ser despreciado. En este trabajo sólo nos interesa saber los efectos que tiene la expansión y la frontera en la fuente por lo cual nos olvidaremos de los efectos de Coulomb, ello no significa que sean irrelevantes para la función de correlación. Para mayor detalle pueden verse las siguientes referencias [26, 27, 28]

3.4. Extracción de la geometría de la Fuente.

3.4.1. La importancia de la geometría de la fuente

Hasta el momento se ha insistido en que la interferometría de piones nos puede brindar información sobre la geometría de la fuente de donde provienen tales piones, pero no se ha mencionado porqué es importante el saber tal cosa. La importancia de conocer tal información radica en que en colisiones de iones pesados relativistas se ha especulado que a ciertas densidades de energía ($\sim 600\text{MeV}/\text{fm}^3$) es posible obtener un nuevo estado de la materia, el plasma de cuarks y gluones [1], tal como se ha mencionado en el capítulo anterior. Sin embargo en una colisión lo único que

se puede saber de manera directa es la energía con la que chocan cada uno de los núcleos pero no el tamaño de la zona de reacción, y es por lo tanto aquí donde la interferometría de piones juega un papel importante, ya que es ésta la que nos puede brindar tal información y con ello saber si se alcanzó la densidad de energía suficiente para la transición de materia nuclear al plasma de cuarks y gluones.

3.4.2. ¿Como se obtiene la geometría de la fuente?

La información espacio-temporal de la fuente de piones está contenida en el ancho de la función de correlación bajo cierta parametrización. La parametrización más simple de la función de correlación es aquella en la que ésta está en función del momento relativo q y del momento total K del par. Como un ejemplo supongamos que se tiene una fuente la cual tiene asociada una función de correlación del tipo gaussiano en la variable q para momento promedio del par fijo, tal como se muestra a continuación

$$C_2(q) = 1 + \lambda e^{-(qR)^2 - (q\tau)^2} \quad (3.17)$$

donde λ es el parámetro de caoticidad, cuyo valor es ≤ 1 ; q es el momento relativo del par, τ la vida media de la fuente. La gráfica que se obtiene experimentalmente de la función de correlación, para una fuente gaussiana totalmente caótica es la que se indica en la Fig.3.2. En la figura se representa una distribución de probabilidades

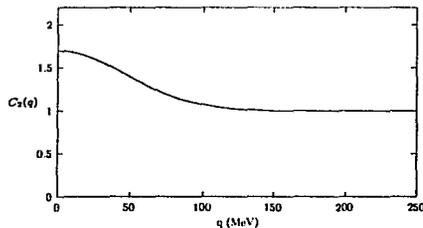


Figura 3.2: Gráfica típica de una función de correlación, para una fuente gaussiana.

de detectar dos piones con momentos p_1, p_2 provenientes de una fuente con extensión espacial R . Pero el ancho de la gráfica de la función de correlación nos dice que existe un cierto rango de valores en el momento relativo Δq , para los cuales es más probable detectar dos piones. Este ancho se relaciona con la extensión espacial de la fuente por medio del principio de incertidumbre de Heisenberg, ya que los piones que son emitidos de la fuente tienen una cierta incertidumbre en la posición $\Delta r \approx R$, esto es

$$\Delta q \Delta r \approx 1 \quad (3.18)$$

De este modo, si conocemos experimentalmente Δq , lo que tenemos es que la extensión espacial de la fuente estará dada por su inverso,

$$\Delta r = R \approx \frac{1}{\Delta q} \quad (3.19)$$

Es aquí donde la parametrización juega un papel importante en la extracción de la información de la fuente, ya que por ejemplo, la parametrización dada por la Ec.(3.17) distingue la dependencia del espacio y tiempo del sistema en evolución, en donde τ es el tiempo que dura de la colisión.

Existen otros tipos de parametrizaciones (tal como la de Yano-Koonin-Podgoretskii, o YKP) en donde se tiene en cuenta que la colisión no es totalmente simétrica. Aquí no abundaremos más en este tema ya que en el modelo que proponemos la simetría es esférica por lo que con una parametrización del tipo discutido bastará.

3.5. Fuentes de caoticidad $\lambda < 1$

El parámetro de caoticidad, λ , en general se encuentra de manera experimental que es menor a la unidad, como una consecuencia de efectos físicos intrínsecos y dificultades experimentales. El efecto más fundamental podría ser el que la fuente exhibe un nivel de coherencia, como en un láser, o una forma de condensado de piones u otros bosones. Las mediciones del efecto HBT de piones de un condensado quiral desordenado en una colisión de iones pesados ultrarrelativistas muestra una reducción en λ . No obstante, la dispersión por otras partículas en el volumen de colisión tiende a destruir la fase de correlación en los procesos de producción.

Si la fuente es totalmente caótica, las mediciones no necesariamente dan $\lambda = 1$. La primera razón es el simple pero importante problema de contaminación de la muestra con otras partículas erróneamente identificadas, e.g. un e^- o K^- con un π^- , de manera que se incluyen en el conjunto de datos pares de partículas que no son idénticas. La segunda razón, como ya se mencionó en la sección 3.3, es que las partículas presentan interacciones en el estado final por efectos de Coulomb.

Otro efecto físico que provoca la reducción de λ es la producción de piones por resonancias de vida media larga. Tales piones parecen llegar de una fuente con un gran radio, lo cual da un aumento en la correlación HBT para valores del momento relativo q muy bajos. En efecto, quizá la mitad de los piones producidos en colisiones de iones pesados ultrarrelativistas provienen de resonancias, que aquéllos producidos de manera directa.

Los piones producidos de resonancias de vida media corta, e.g. $\rho \rightarrow \pi\pi$ o $\Delta \rightarrow N\pi$, son producidos dentro del volumen de colisión y no son emitidos. De este modo, la resonancia η tiene una vida media del orden de $1.2 \text{ \AA}/c$, y los tres piones en los cuales ésta decae parecen ser producidos a una distancia relativamente enorme del

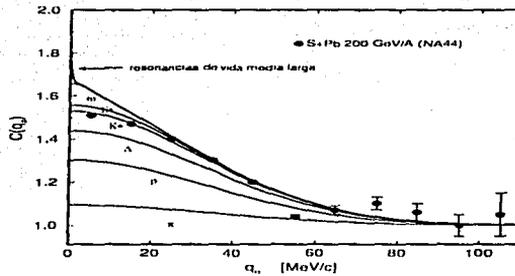


Figura 3.3: Contribuciones estimadas de piones provenientes de resonancias a la correlación HBT. Figura tomada de la Ref. [3]

orden de \AA del volumen de la colisión. La ω tiene alrededor de 24 fm, la η' tiene como 800 fm, etc. En resumen, el volumen de la colisión es rodeado por un halo de piones provenientes de las resonancias. La Fig. 3.3 ilustra como los piones de diferentes resonancias contribuyen a la función de correlación, aquí como una función de la componente *out* del momento relativo, en una colisión central S-Pb en el CERN. Experimentalmente se ha encontrado que el efecto de las resonancias conduce a una reducción de λ de un 30 % para piones, y $\sim 10\%$ para kaones [3], ya que una fracción pequeña de kaones son producidos por resonancias de vida media larga, con lo que la función de correlación ya no alcanza el valor máximo de 2. Como se verá mas adelante, los efectos de expansión y frontera en una fuente también modifican la función de correlación

Parte III

Modelo

Capítulo 4

Modelo de una fuente de piones con expansión y frontera

Hasta el momento sólo se ha mencionado que las partículas idénticas que provienen de una fuente caótica presentan correlación, independientemente del método de detección. Entonces la pregunta inmediata es: ¿Existen otras fuentes de correlación aparte de las cuánticas? La respuesta es sí, y estas otras fuentes de correlación, como veremos a lo largo de este capítulo, son la presencia de la frontera y la expansión en la fuente, aparte de la que surge de los efectos de Coulomb. Por lo tanto este capítulo está dedicado a analizar como es que se introducen los efectos de expansión y de frontera en una fuente de piones y analizar los efectos que tienen estas nuevas "restricciones" de la fuente en la función de correlación de un par de piones y el espectro de un solo pion.

4.1. Líquido de piones

La mayor diferencia cualitativa entre un líquido y un gas es la existencia de una interacción atractiva entre sus constituyentes, ello hace que se genere una especie de tensión superficial. Como una consecuencia de esta superficie, a los constituyentes del sistema les es más difícil abandonar al líquido. En esta sección se presentan indicaciones teóricas y experimentales de que este tipo de comportamiento también es cierto para un sistema con alta densidad bariónica, como por ejemplo aquel que se forma durante el enfriamiento del plasma de cuarks y gluones en colisiones de iones pesados relativistas. La discusión se desarrolla en dos direcciones diferentes. La primera está inspirada por la experiencia en la física de bajas temperaturas, especialmente en el trabajo de Landau sobre las propiedades del helio (^4He) líquido, y la segunda es hacer uso de la similitud entre los llamados cuasi-piones (o piones modificados por materia) y fonones en helio líquido. En particular ambos son bosones de Goldstone, lo cual lleva a que sus formas de interacción sean similares.

4.1.1. Propiedades del helio líquido (${}^4\text{He}$)

Las ondas de piones no sólo son dispersadas en la materia caliente, sino que también interactúan simultáneamente con otras partículas cambiando así sus propiedades. En términos formales esto provoca que el operador de masa de los piones Π contenga no solamente una parte imaginaria sino también una parte real. La curva de dispersión es definida como una solución para $\omega(k)$ de la ecuación

$$\omega^2 = k^2 + m_\pi^2 + \Pi(\omega, k, T). \quad (4.1)$$

En esta sección veremos que Π conduce a modificaciones de la curva de $\omega(k)$ y que ésta tiene consecuencias en varios procesos de interés experimental. El problema de una sola partícula que interactúa simultáneamente con otras fue estudiado por ejemplo por Fermi por el año de 1930, cuando consideró la propagación de neutrones lentos en materia ordinaria. Fermi introdujo la noción "pseudopotencial", relacionado con la longitud de dispersión a en un núcleo y su densidad n

$$U_{eff} = 2\pi n a / m, \quad (4.2)$$

donde m es la masa de la partícula. De acuerdo a Weinberg, la longitud de dispersión para la interacción de pion-pion es tal que su valor promedio es

$$a_{promedio} = 0,067 / m_\pi \quad (4.3)$$

Como resultado, el pseudopotencial inducido por la baja energía de dispersión $\pi\pi$ es aproximadamente igual a

$$U_{eff} = 0,015 T^3 / F_\pi^2 \quad (4.4)$$

donde se ha sustituido una fórmula aproximada para la densidad de un gas ideal de piones $n_\pi = 0,36 T^3$.

La mayoría de las interacciones pion-pion son proporcionales al momento de los piones, como consecuencia, el potencial colectivo dado por la Ec.(4.4) crece también con el momento. Tal situación es común para todos los bosones de Goldstone; mencionemos dos casos muy conocidos en los cuales la curva de dispersión se modifica fuertemente para valores grandes de k , de tal manera que se desarrolla un mínimo secundario en la curva. (1) en la Fig. 4.1 se muestra la famosa curva de dispersión de excitaciones elementales en helio (${}^4\text{He}$) líquido, medidas directamente por experimentos de dispersión de neutrones. Es de notarse un mínimo secundario el cual fue llamado por Landau el mínimo "rotón". (2) En la Fig. 4.2 se muestra la curva de dispersión de piones en materia nuclear densa y fría, evaluada teóricamente. Recordando cómo Landau llegó a la idea de "rotón", el estudio los datos de la densidad de energía de líquido de ${}^4\text{He}$ como una función de la temperatura y notó que ésta decrece más rápidamente que T^4 para temperaturas no demasiado pequeñas. Entonces el asumió que el espectro de fonones era distorsionado de manera descendente y por lo tanto

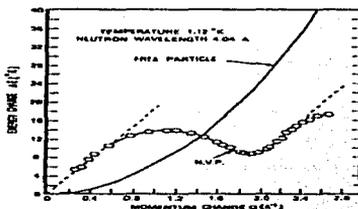


Figura 4.1: Curva de dispersión de neutrones por ^4He líquido.

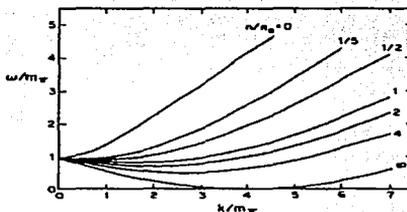


Figura 4.2: Dispersión de piones en materia nuclear densa. Figura tomada de [4]

presentaba otro mínimo para momentos distintos de cero. Landau escribió la densidad de energía de ^4He como la energía de los fonones sin interactuar

$$\epsilon(T) = \int d^3k \frac{\omega(k)}{\exp[\omega(k)/T] - 1}, \quad (4.5)$$

y explicó que la distorsión de $\omega(k)$ debía explicar el fuerte aumento de $\epsilon(T)$.

Antes de seguir adelante aclaremos una cuestión que confunde a mucha gente: el hacer la modificación en ambos casos ¿corresponde a una interacción repulsiva o atractiva? El corrimiento propuesto de la curva de dispersión hacia abajo, implica que las partículas son atraídas una con otra. Y aún así, esto da una contribución positiva tanto a la presión como a la densidad de energía. Observando la última ecuación es fácil de entender porqué esta situación es diferente al caso de un gas. La disminución en el exponente es más importante que en el numerador. En un gas de piones el

número de partículas no es fijo y la atracción hace posible tener más partículas a la misma temperatura.

Ahora estamos en la misma posición de Landau. Sabemos que nuestra curva $\epsilon(T)$ aumenta más rápido que para piones libres. Supongamos que eso se representa como un gas de "cuasi-piones" que no interactúan. ¿Qué curva $\omega(k)$ puede simular esto?

El comportamiento cualitativo esperado de la curva de dispersión se muestra en la Fig. 4.2: el "pseudopotencial" es despreciablemente repulsivo a momentos pequeños pero llega a ser atractivo a momentos altos. No buscamos tener muchos parámetros libres, de modo que no especularemos sobre el mínimo secundario y supondremos una parametrización para la curva de dispersión modificada

$$\omega(k) = [m_{\pi}^2 + u(T)^2 k^2]^{1/2} \quad (4.6)$$

introduciendo el índice de refracción $u(T)$ dependiente de la temperatura. La razón del porque se tomó esta forma es porque el operador de masa de piones $\Pi(\omega, k)$ en el límite quiral comienza con términos cuadráticos en ω y k , de esta manera la Ec.(4.1) da una forma simple para la curva de dispersión. Claro que existen más términos en ω y k y por ejemplo el mínimo secundario sería mejor desarrollado. Con la Ec.(4.6) se tiene que el momento escala con $u(T)$, de manera que la integral dada por la Ec.(4.5) lleva un término extra de $u(T)^{-3}$, con esto se tiene la siguiente estimación en la velocidad de los cuasipiones

$$u(T) = [c(T)/\epsilon_{gas}(T)]^{1/3}, \quad (4.7)$$

donde ϵ_{gas} se refiere a la densidad de energía para un gas sin interacción. Ahora, a $T < 100\text{MeV}$ la distancia entre los piones es muy grande, $\sim 1/T$, de manera que la interacción es pequeña de modo que la aproximación de un gas es buena y como consecuencia se tiene de la Ec.(4.7) que $u(T)$ es cercana a 1, pero a temperaturas mayores, ésta comienza a decrecer aproximadamente como $u \sim T^{-2/3}$ y a una temperatura alrededor de 200 MeV ésta es de alrededor de $u_c = \frac{1}{2}$. Si éste es el caso, se verá un poco más adelante existen consecuencias importantes en el espectro de partículas secundarias y aún más allá, para la imagen espacio-temporal de las colisiones a altas energías.

4.1.2. Fenómeno de superficie

Si la interacción colectiva entre las partículas, crea un potencial (dependiente del momento), su presencia produce efectos importantes en la superficie del sistema, donde la fuerza (gradiente de este potencial) es substancial.

Primero que nada, aparece una **tensión superficial** [29] la cual nunca había sido incluida en los cálculos hidrodinámicos de los sistemas en expansión. El efecto de la superficie tiene consecuencias directas en el espectro de un pion así como en la función de correlación de dos piones, como se verá más adelante.

Otro fenómeno de superficie (menos trivial) es la llamada "impedancia de superficie". Ésta es bien conocida en la física de bajas temperaturas desde los experimentos de Kapitza con ^4He líquido. En la práctica ésta reduce fuertemente la transferencia de calor durante la fase con frontera. La física es simple: esto es porque a las cuasipartículas les resulta difícil penetrar a la fase con frontera.

De manera más precisa, la propagación a través de la frontera tiene dos regímenes diferentes, dependiendo de la relación entre el ancho característico de la frontera d y la longitud de onda λ . Si $d \ll \lambda$ las cuasipartículas se dividen en dos, propagándose en dos diferentes fases. (Esto es lo que ocurre cuando, por ejemplo, la luz sale de un vidrio). En el límite opuesto, $d \gg \lambda$, es posible tener un paquete de onda y considerar su movimiento como el de una partícula clásica saliendo de una barrera de potencial. La fuerza que actúa sobre ésta en la frontera, es tal que la componente normal a la frontera k_t , se ve disminuida. Esquemáticamente se muestra en la Fig. 4.3, los cuasipiones procedentes del punto A en la curva de temperatura T_2 al punto B.

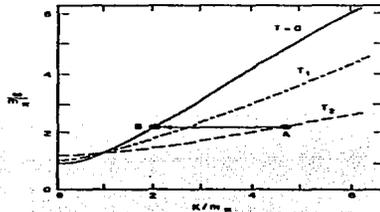


Figura 4.3: Transición de un pion a través de la frontera

De la conservación de energía se tiene que

$$\omega_{dentro} [(k_{t,dentro}^2 + k_t^2)^{1/2}] = \omega_{fuera} [(k_{t,fuera}^2 + k_t^2)^{1/2}] \quad (4.8)$$

(las componentes del momento k_t en el plano de la frontera no cambian). Por ejemplo, con la parametrización dada por la Ec.(4.7) se tiene

$$k_{t,fuera}^2 = u^2 k_{t,dentro}^2 - k_t^2 (1 - u^2) \quad (4.9)$$

Si el lado derecho de esta última ecuación es negativa, la partícula se refleja en la frontera [29].

En esta sección se han dado los argumentos necesarios del porqué es necesario considerar un sistema de piones como un líquido en vez de un gas, claro bajo ciertas condiciones. De este modo, el paso que sigue es plantear un modelo en el cual se

tomen en cuenta los efectos de frontera y ver como es que se ven afectadas tanto el número de estados, así como el espectro de un pion. Por lo tanto en la sección que sigue se analizará el modelo propuesto por A. Ayala y A. Smerzi en donde introducen una frontera a una fuente de piones para después en la sección siguiente comparar con los efectos que tiene una expansión hidrodinámica de una fuente de piones con frontera (modelo del líquido de piones en expansión).

4.1.3. Modelo de Ayala y Smerzi

Como ya se ha mencionado en la sección anterior una consecuencia directa de tener un líquido de piones en vez de un gas es la aparición de una frontera la cual provoca que los piones que emergen de la zona de reacción en una colisión tengan la posibilidad de ser reflejados por ésta última. Por lo tanto una buena aproximación para simular tal efecto es pedir que la función de onda fuera de la frontera sea nula. Cuando la separación promedio de los piones dentro del sistema es mayor que el rango de la interacción fuerte, lo que sucede es que el sistema sufre un transición de fase de líquido a gas (enfriamiento). Pero como dicho proceso es rápido, entonces lo que se tiene es que la distribución de momento de los piones estará dominada por la distribución justo antes del enfriamiento [27]. Es por ello que es razonable usar la frontera antes de la transición para calcular la distribución de momentos de los piones observados. Los piones en tal sistema tienen una distribución de momentos que es modificada por la presencia de la frontera. Por ejemplo, la frontera hace que las funciones de onda de los piones se anulen en la región exterior.

De esta manera cuando el sistema de piones es tratado como un sistema confinado justo antes del enfriamiento, y las funciones de onda cumplen con las condiciones de frontera, se tiene que el conjunto de estados forma ahora un conjunto discreto. En este caso la contribución a la densidad de estados es mayor a altos momentos en comparación con la distribución de Bose-Einstein.

En esta sección se calculará la distribución de piones individuales, cuando éstos son producidos en una colisión de iones pesados relativistas, suponiendo que durante el enfriamiento los piones están en equilibrio térmico y con los efectos de frontera incorporados.

Recordando que un sistema que consiste de un número N fijo de bosones con espín cero, que interactúan débilmente, en equilibrio térmico, a una temperatura T se describe por un ensamble gran canónico obedeciendo la estadística de B-E. Si E_i representa la energía del estado de la i -ésima partícula, entonces el número de partículas N , el potencial químico y la temperatura están relacionadas por

$$N = \sum_i \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/T} - 1} \quad (4.10)$$

debido a que $n(E_i)$ no puede ser negativa, tenemos la condición que $\mu < E_0$, donde E_0 es el estado de energía más bajo de la partícula. Para un número fijo de partículas,

μ es función de la temperatura. La característica más peculiar de la Ec.(4.10) es que cuando T se aproxima a un valor crítico T_c , μ se aproxima al valor de E_0 , de este modo este estado de energía tiende a estar más ocupado a medida que T se acerca a T_c .

Se puede estimar el valor de dicha temperatura crítica T_c considerando el límite continuo de la Ec. (4.10). El resultado es que para un sistema de bosones relativistas que interactúan débilmente, T_c está dada por

$$N = \frac{Vm^3}{2\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{T_c}{mJ} \right) e^{mj/T_c} K_2 \left(\frac{mj}{T_c} \right) \quad (4.11)$$

donde V es el volumen, m es la masa de los bosones y K_2 es la función de Bessel segundo tipo y de orden 2. No obstante, lo anterior limita la asignación a un peso cero al estado de energía más bajo. Ya que es claro que cuando $T \rightarrow T_c$, es necesario regresar a la imagen discreta y tener en cuenta la contribución de los estados de energía individuales a las cantidades tales como la distribución de momentos. Por esta razón es necesario hacer suposiciones generales sobre la evolución del sistema.

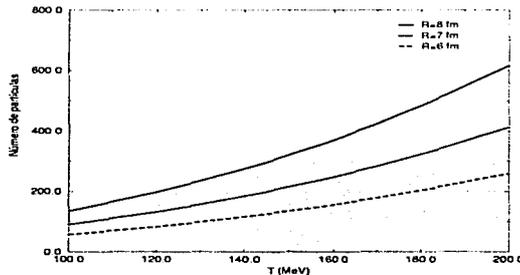


Figura 4.4: Temperatura crítica vs el número de partículas para diferentes valores del radio de la fuente R

Supongamos que el sistema de piones producidos después de la colisión está en equilibrio térmico durante el tiempo de formación. Esto corresponde a suponer que la razón de colisión antes del tiempo de desacople es mayor que la razón de expansión.

Para una multiplicidad promedio dada, se puede usar un ensamble gran canónico para describir las propiedades estadísticas del sistema de piones. Pero no sólo basta la estadística para describir la evolución del sistema, sino también se tiene que tomar en cuenta el hecho de que al momento del desacople de los piones, el sistema de piones tiene un tamaño finito y está confinado con las fronteras de un cierto volumen. La

forma de este volumen es ciertamente importante. Dada la forma en que se da la colisión entre iones pesados a energías ultrarrelativistas se tiene que la forma más adecuada para el volumen de los piones es una con simetría cilíndrica. Además el tiempo de desacoplamiento no necesariamente es el mismo sobre todo el volumen. Aun así para energías del AGS (Alternating Gradient Synchrotron) se conoce que las colisiones centrales sufren un grado de frenado considerable. De este modo comparando con datos a estas energías ($\sqrt{s} \sim 5 \text{ A GeV}$) lo que se propone es utilizar un sistema con simetría esférica de manera que el tiempo de desacoplamiento sea único en el sistema de referencia del centro de masa. El escenario que se propone para el sistema es el siguiente: al momento del desacoplamiento, cuando las interacciones fuertes han cesado, el sistema de piones (de una especie dada) está en equilibrio térmico y se encuentra confinado en una esfera de radio R vista desde el centro de masa de los núcleos en colisión.

Se comenzará estimando la temperatura crítica para un condensado de Bose-Einstein. La Fig. 4.4 se ha graficado N vs T_c calculada a partir de la Ec.(4.11), para diferentes valores de R . Recordando que la multiplicidad en colisiones de iones pesados relativistas se incrementa con la energía invariante \sqrt{s} de la colisión. A energías del AGS ($\sqrt{s} \sim 5 \text{ A GeV}$) por ejemplo, la multiplicidad promedio por evento producida en colisiones centrales es del orden de 400-500, y de esta manera el número promedio de piones de un tipo en particular es aproximadamente un tercio de lo anterior. De la Fig. 4.4 se nota que el valor de la T_c para un número de piones de una especie en particular entre 100-200 es bastante alta y decrece cuando el volumen se incrementa. De la discusión anterior, se tiene que la contribución de los estados discretos de energía tiene que ser propiamente tomada en cuenta. Para encontrar tal contribución, lo que se tiene que hacer es resolver la ecuación de onda relativista correspondiente a estados estacionarios de una partícula dentro de una esfera de radio R

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (4.12)$$

la condición de frontera correspondiente a una esfera rígida se logra imponiendo que

$$\psi(|\mathbf{r}| = R, t) = 0 \quad (4.13)$$

para describir el confinamiento inicial antes del enfriamiento.

Las soluciones normalizadas a la Ec.(4.12), para la condición de frontera dada por la Ec.(4.13) son [10]

$$\psi(\mathbf{r}, t)_{klm'} = \frac{1}{R J_{l+3/2}(kR)} \left(\frac{1}{r E_{kl}} \right)^{1/2} Y_{lm'}(\hat{\mathbf{r}}) J_{l+1/2}(kr) e^{-iE_{kl}t} \quad (4.14)$$

donde J_n es una función de Bessel del primer tipo y $Y_{lm'}(\hat{\mathbf{r}})$ son los armónicos esféricos. El número cuántico k está dado por la solución a

$$J_{l+1/2}(kR) = 0 \quad (4.15)$$

de manera que los eigenvalores de la energía están relacionados con k por

$$E_{kl} = \sqrt{k^2 + m^2} \quad (4.16)$$

La contribución normalizada a la distribución de momentos del estado de energía con números cuánticos klm' está dada por la distribución de Wigner, ya que ésta nos proporciona la información de como es la distribución de partículas en el espacio fase. Tal contribución está dada por,

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{p})_{klm'} &= \int d^3r d^3R e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \psi^*(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{t}} \psi(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2}) \\ &= 2E_{kl} |\psi_{klm'}(\mathbf{p})|^2, \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde r y R son las coordenadas relativa y promedio respectivamente.

Debido a la simetría azimutal del problema, la función de onda en el espacio de momentos no depende del número cuántico m' , de manera que ésta es sólo una función de la magnitud del momento

$$\psi_{klm'}(\mathbf{p}) = \psi_{kl}(\mathbf{p}) \delta_{m'0}. \quad (4.18)$$

De acuerdo con la distribución térmica de momento ésta está dada por

$$\frac{d^3N}{d^3p} = \sum_{k,l} \frac{\phi_{kl}(p)}{e^{(E_{kl}-\mu)/T} - 1} \quad (4.19)$$

donde $\phi_{kl}(p)$ está dada explícitamente por

$$\phi_{kl}(p) = \frac{(2l+1)}{2\pi p} \left[\frac{k J_{l+1/2}(pR)}{(k^2 - p^2)} \right]^2 \quad (4.20)$$

y μ es calculado a partir de

$$N = \sum_i \frac{(2l+1)}{e^{(E_i-\mu)/T} - 1} \quad (4.21)$$

para N fija. En general lo que se espera es un aumento para momentos transversos altos, con relación a la distribución de Bose-Einstein normal, debido al tamaño finito del sistema en el enfriamiento, lo cual resulta en una mayor densidad de estados que contribuyen más a altos momentos que a bajos. La distribución a bajos momentos puede ser también afectada a bajos momentos por un potencial químico finito.

La Fig. 4.5 muestra la distribución de momento transverso $m d^2N/m_t^2 dm_x dy$ para una rapidez fija de $\gamma = 1,4$, que para colisiones Au+Au a energías de 10.8 A GeV/c en el AGS, corresponde a $\gamma_{lab} \approx 3$ un valor típicamente bajo para las rapidices de los piones. La distribución de los piones se muestra como una función de p_t calculada de

las Ecs.(4.19) y (4.20) para diversos valores de R , T , y N y para el potencial químico correspondiente a N calculado a partir de la Ec.(4.21). Para el conjunto de parámetros elegidos, el mayor efecto es el encorvamiento hacia arriba de la distribución para valores altos del momento transverso p_t en comparación con una simple exponencial a la misma temperatura. También se encuentra que, de acuerdo con la Ref. [27], la distribución comienza por abajo de la exponencial simple y decrece poco para valores intermedios de p_t a medida que R decrece.

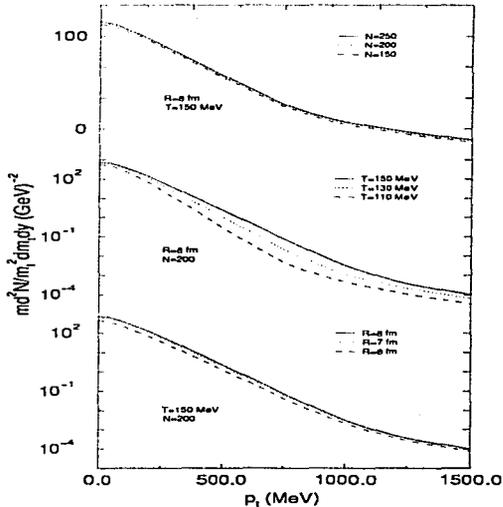


Figura 4.5: Distribución de momento invariante $md^2N/m^2 dm_t dy$ para $y = 1,4$ para diversos valores de los parámetros R , T , N

En la Fig. 4.6 se muestra la distribución para $R = 8$ fm, $T = 150$ MeV, $N = 150$ MeV, comparada con una distribución de Bose-Einstein con los mismos parámetros y un potencial químico correspondiente al mismo número de partículas. En esta gráfica se nota cómo la distribución en términos de los estados discretos se desvía de la distribución de Bose-Einstein y que, dado que los parámetros están lejos de la región crítica de condensación de B-E, ambas distribuciones coinciden a momentos p_t bajos. Esta situación cambia a p_t bajos, cuando los parámetros están cercanos a la región

crítica. Esto es representado en la Fig. 4.7 donde se muestra las distribuciones para $R = 6$ fm, $T = 120$ MeV, $N = 200$. Nótese que esta figura implica dos distribuciones diferentes dN/dy después de la integración sobre p_t . La diferencia es el resultado de haber incluido la contribución del condensado en los estados discretos en comparación con el caso discreto. En la primera contribución del condensado a los estados discretos ha sido extendida sobre diferentes estados, aunque si bien ésta está concentrada en los estados más bajos [10].

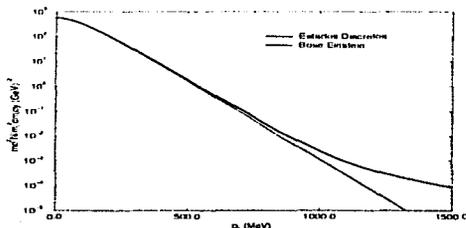


Figura 4.6: Distribución de momento invariante $md^2N/m_t^2 dm_t dy$ para $y = 1,4$ para $R = 8$ fm, $T = 120$ MeV y $N = 150$ que corresponde a un valor de $\mu = 94,3$ MeV.

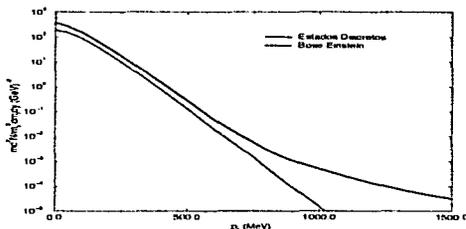


Figura 4.7: Distribución de momento invariante $md^2N/m_t^2 dm_t dy$ para $y = 1,4$ para $R = 6$ fm, $T = 120$ MeV y $N = 200$ que corresponde a un valor de $\mu = 169,1$ MeV.

Hasta ahora se han discutido los efectos que ha tenido sobre el espectro de un pion el hecho de haber introducido una frontera, por lo tanto el paso siguiente es ver cómo es que se ve afectado el espectro de un pion cuando se introduce una expansión hidrodinámica.

4.2. El modelo de líquido de piones en expansión

Debido a que en la zona de reacción en la colisión de iones pesados relativistas se forman altas densidades de materia que son de aproximadamente 8 veces la materia nuclear [30], ello causa que dentro del líquido de piones, se genere una gran cantidad de dispersiones y como consecuencia de esto se creen gradientes de presión que hacen que la materia densa tienda a expandirse. Como una consecuencia de esta expansión se tendrá que la separación espacial entre los piones será mayor, en algún momento, que el rango de la fuerza de interacción, de modo que el líquido sufre una transición a la fase de gas, pero la transición entre la fases líquido-gas es muy rápida [11], de modo que la distribución de momentos de un pion estará determinada por la distribución justo antes del enfriamiento.

Considerando un escenario en el cual el sistema de piones, de una especie dada, esté en equilibrio térmico y confinado en una esfera de radio R vista desde el sistema del centro de masa de los núcleos en colisión en el tiempo del desacoplamiento. Como ya se dijo en la sección anterior, este tiempo no necesariamente es el mismo en todo el volumen de la reacción, no obstante consideraremos el modelo de la bola de fuego donde se considera que el desacoplamiento tiene lugar sobre una superficie de tiempo constante en el espacio-tiempo. Esta suposición es esencialmente correcta si el intervalo de tiempo del enfriamiento es corto en comparación con la vida media del sistema.

En la ausencia de expansión, la solución está dada por la Ec.(4.14). Para lo cual se requirió resolver la ecuación de Klein-Gordon, Ec.(4.12), sujeta a la condición dada por la Ec.(4.13) y finita en el origen. La manera de incorporar los efectos de flujo hidrodinámico, es observar que la presencia de un movimiento ordenado, representado por un campo de cuadrivelocidad $u^\mu = \gamma(\tau)(1, \mathbf{v}(\tau))$, tiende a redistribuir los momentos en cada una de las celdas del fluido, visto desde un sistema de referencia dado (en nuestro caso el centro de masa). La tendencia de la materia a ocupar un mayor volumen es compensada por la redistribución de momentos en cada celda que se hace cada vez más estrecha [31]. La distribución en las celdas está también centrada alrededor del momento asociado con la velocidad del elemento de fluido. En consecuencia, el espectro térmico en cada celda deberá ser descrito por encima del flujo colectivo, esto es, con referencia al momento colectivo del elemento de fluido. Para describir el comportamiento de un sistema de piones con expansión y frontera, se hace la sustitución del operador de momento p^μ por $p^\mu - mu^\mu$, donde m es la masa del pion. El término mu^μ representa el momento colectivo de un elemento de fluido de piones dado. De esta manera la ecuación de Klein-Gordon se transforma en lo siguiente

$$\left[- \left(i \frac{\partial}{\partial t} - m\gamma(\tau) \right)^2 + [-i\nabla - m\gamma(\tau)\mathbf{v}(\tau)]^2 + m^2 \right] \psi(x, t) = 0 \quad (4.22)$$

pidiendo soluciones estacionarias sujetas a la condición dada por la Ec.(4.13) y finitas

en el origen. Considerando una parametrización de la 3-velocidad $\mathbf{v}(\tau)$ que escala con la distancia al centro de la bola de fuego [26] esto es

$$\mathbf{v}(\tau) = \beta \frac{r}{R} \hat{\mathbf{r}}, \quad (4.23)$$

en donde se identifica a esta velocidad como la velocidad del flujo transversal y se ignora cualquier asimetría entre las expansiones transversal y longitudinal. Aquí el parámetro β representa la velocidad de la superficie de la bola de fuego, con $0 < \beta < 1$. La expresión correspondiente para γ es

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2 r^2 / R^2}}. \quad (4.24)$$

Con este factor, la Ec.(4.22), sólo se puede resolver de manera numérica. Por lo tanto para dar una solución analítica, se aproxima a la función γ por los primeros términos de su expansión en serie de Taylor

$$\gamma(\tau) = 1 + \frac{\beta^2 r^2}{2 R^2}. \quad (4.25)$$

Esta aproximación es válida para valores no muy grandes de β . En este caso, la Ec.(4.22), se convierte en una ecuación para una partícula moviéndose en un pozo armónico esférico con una frontera rígida.

Las soluciones al estado estacionario están dadas por [11]

$$\begin{aligned} \psi_{nlm'}(r, t) &= \frac{A_{nl}}{\sqrt{2E_{nl}}} e^{-iE_{nl}t} e^{im\beta r^2/(2R)} Y_{lm'}(\hat{\mathbf{r}}) e^{-\alpha_{nl}^2 r^2/2r^2} \\ &\times {}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\epsilon_{nl}^2}{4\alpha_{nl}^2}, l+3/2, \alpha_{nl}^2 r^2\right), \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde ${}_1F_1$ es la función hipergeométrica confluyente y $Y_{lm'}$ son los armónicos esféricos. Las cantidades A_{nl} son las constantes de normalización y son encontradas a partir de la condición

$$\int d^3r \psi_{nlm'}^*(r, t) \frac{\partial}{\partial t} \psi_{nlm'}(r, t) = 1. \quad (4.27)$$

Los parámetros de α_{nl} y ϵ_{nl} están relacionados con los eigenvalores de la energía por

$$\begin{aligned} \alpha_{nl}^4 &= m(E_{nl} - m)\beta^2/R^2 \\ \epsilon_{nl}^2 &= E_{nl}(E_{nl} - 2m) \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde E_{nl} son las soluciones a

$${}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\epsilon_{nl}^2}{4\alpha_{nl}^2}, l+3/2, \alpha_{nl}^2 R^2\right) = 0 \quad (4.29)$$

La contribución normalizada a la distribución de momentos de los estados de energía con números cuánticos n, l, m' está dada en términos del valor absoluto del cuadrado de la transformada de Fourier de la Ec.(4.26), esto es

$$\psi_{nlm'}(\mathbf{p}) = \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \psi_{nlm'}(\mathbf{r}). \quad (4.30)$$

Ya que el problema presenta simetría azimutal, la función de onda en el espacio de momentos no depende del número cuántico m' y por lo tanto ésta es sólo una función de la magnitud del momento

$$\psi_{nlm'}(\mathbf{p}) = \psi_{nl}(p) \delta_{m'0}. \quad (4.31)$$

De este modo, la distribución de momentos se obtiene pesando la contribución de cada estado por el factor estadístico de Bose-Einstein y sumando todas las contribuciones sobre todos los estados posibles

$$\frac{d^3N}{d^3p} = \sum_{n,l} \frac{\phi_{nl}(p)}{e^{(E_{nl}-\mu)/T} - 1} \quad (4.32)$$

donde $\phi_{nl}(p)$ está definida por

$$\phi_{nl}(p) = \frac{2E_{nl}}{(2\pi)^3} |\delta_{m'0} \psi_{nlm'}(p)|^2, \quad (4.33)$$

y el potencial químico, al igual que en la sección anterior, es calculado a partir de

$$N = \sum_i \frac{(2l+1)}{e^{(E_i-\mu)/T} - 1} \quad (4.34)$$

para un número fijo de partículas. La Ec.(4.34) se sigue de la Ec.(4.32) después de una integración sobre d^3p .

En la Fig. 4.8 se muestra la sistemática obtenida variando los parámetros involucrados. Las curvas en las Figs. 4.8(a), 4.8(b) y 4.8(c) fueron calculadas para piones con rapidez $y = 0$, para la cual la suposición de expansión esférica no es tan importante ya que éstos no experimentan los efectos de flujo longitudinal. La Fig. 4.8(a) muestra el comportamiento de la distribución para una temperatura fija a $T = 120$ MeV, una velocidad de superficie $\beta = 0,5$ y un número total de partículas de $N = 150$, para distintos valores del radio R . Nótese la forma convexa de la distribución a $m_l = m$ bajos para valores grandes en el radio R y la transición a una forma cóncava a medida que el radio R decrece. Esto se debe a un efecto de densidad [11], ya que para valores grandes de R y un número fijo de partículas, la densidad es menor que para valores del radio más pequeños. En el último caso, el valor tomado para el potencial químico está alejado del valor de la energía del primer estado, mientras que en el otro caso, el

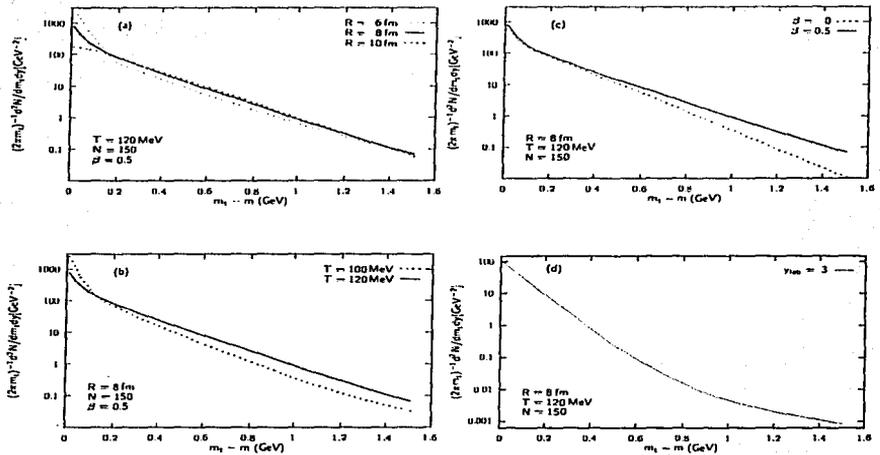


Figura 4.8: Sistemática de la distribución de momento invariante $m_t^2 N/m_t^2 dm_t dy$ variando (a) el radio R , (b) la temperatura T y (c) la velocidad superficial de expansión β para $y = 0$. (d) Distribución para $y_{lab} = 3,0$.

potencial químico es cercano a la energía de este estado y por lo tanto la contribución del estado de más baja energía contribuye con un peso estadístico apreciable.

En la Fig. 4.8(b) se muestra el comportamiento de la distribución cuando se varía la temperatura, manteniendo fijos los valores del radio $R = 8$ fm, la velocidad de expansión superficial $\beta = 0,5$ y el número total de partículas $N = 150$. En esta figura se nota de nuevo el efecto de la condensación de Bose-Einstein, ya que para los valores cercanos a los valores críticos ($T = 100$ MeV) la curva aumenta más la inclinación para $m_t - m$ bajos, tal como se había encontrado en la sección anterior. La Fig. 4.8(c) compara el caso cuando la velocidad superficial toma los valores $\beta = 0$ y $\beta = 0,5$, para una temperatura de $T = 120$ MeV, un radio $R = 8$ fm y un número total de partículas $N = 150$, el efecto que se muestra es un aumento en la inclinación de las curvas a medida que la velocidad superficial aumenta. Por último, en la Fig. 4.8(d) se muestra el comportamiento lejos de la región central, para valores en los parámetros de $T = 120$ MeV, $N = 150$ partículas, $\beta = 0,5$ y $R = 8$ fm, para una rapidez en

el laboratorio de $y = 3,0$, en donde es de notarse un aumento en la curvatura para valores de $m_t - m$ grandes. Este efecto puede ser atribuido a la alta densidad de estados con eigenvalores de alta energía en comparación al caso sin frontera.

Los autores de este modelo compararon con datos experimentales de colisiones $Au+Au$ a energías de 11.6A GeV [11], en un intervalo de rapidez de $|\Delta y| < 1$ alrededor de la rapidez central, obteniendo una muy buena descripción de los mismos, tal como se muestra en la Fig. 4.9,

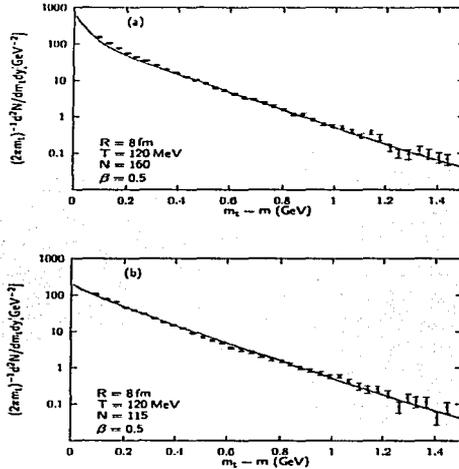


Figura 4.9: Comparación del modelo con los datos experimentales de colisiones $Au+Au$ a energías de 11.6A GeV. (a) Comparación de datos correspondientes a piones negativos, (b) para piones positivos.

Como se ha observado a lo largo de este capítulo los efectos de frontera y de expansión influyen de manera muy notable en el espectro de un pion ya que como se vió el efecto combinado de ambos hace que la distribución de momento tenga una forma cóncava a momentos altos, hecho que no se tiene con otros modelos que no incluyen tales efectos. Ya que en colisiones de iones pesados relativista es posible alcanzar altas densidades y altas temperaturas en las colisiones, este fenómeno puede presentarse. En el siguiente capítulo se analizan las consecuencias del modelo para la función de correlación de 2 piones

Capítulo 5

Función de correlación de dos piones en un modelo de fuente con expansión y frontera

Como ya vimos en el capítulo anterior, la expansión y la frontera impuestas a una fuente de piones modifica sustancialmente el comportamiento de la distribución de momento de un pion. Por otro lado ya que la interferometría es muy sensible al tamaño de la fuente así como a su dinámica, lo que esperamos es que ésta también se vea afectada por la frontera y la expansión. Por lo tanto en este capítulo veremos como estos dos efectos introducen un comportamiento diferente en la función de correlación de dos piones, siendo de este modo nuevas fuentes de correlación aparte de la cuántica. La forma en que se ha dividido este capítulo es la siguiente: En la secc. 5.1 veremos el formalismo para encontrar la función de correlación de un sistema con frontera. En la secc. 5.2 aplicaremos este formalismo a las eigenfunciones encontradas en el modelo de A. Ayala, J. Barreiro y L. M. Montaño de una fuente de piones con expansión y frontera. En la secc. 5.3 analizaremos el comportamiento de la función de correlación en este modelo, veremos el significado que toma el parámetro de caoticidad, y por último, obtendremos el comportamiento del radio efectivo de la fuente y lo compararemos con el de otro tipo de fuentes.

5.1. Función de correlación de un sistema con frontera

En el capítulo 3 se vió de manera general cómo se construye una función de correlación, ahora lo que haremos en esta sección es desarrollar una función de correlación de dos piones de un sistema de piones con frontera en un volumen finito, siguiendo muy de cerca a la Ref. [32].

Supongamos que el operador de creación en coordenadas espaciales puede ser

expresado como

$$\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \psi_{\lambda}^*(\mathbf{x}) \quad (5.1)$$

donde $\hat{a}_{\lambda}^{\dagger}$ es el operador de creación, para crear un pión en un estado cuántico caracterizado por un número cuántico λ . Entonces $\psi_{\lambda}(\mathbf{x})$ es una de las eigenfunciones pertenecientes a un conjunto completo, las cuales satisfacen la condición de ortonormalidad

$$\int d\mathbf{x} \psi_{\lambda}^*(\mathbf{x}) \psi_{\lambda'}(\mathbf{x}) = \delta_{\lambda, \lambda'} \quad (5.2)$$

y la relación de completéz

$$\sum_{\lambda} \psi_{\lambda}^*(\mathbf{x}) \psi_{\lambda'}(\mathbf{y}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (5.3)$$

análogamente, el operador de aniquilación en coordenadas espaciales se escribe como

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda} \hat{a}_{\lambda} \psi_{\lambda}(\mathbf{x}) \quad (5.4)$$

En el espacio de momentos, el correspondiente operador de creación de piones $\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{p})$ y el operador de aniquilación $\hat{\psi}(\mathbf{p})$ son expresados como

$$\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) = \sum_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \bar{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{p}), \quad \hat{\psi}(\mathbf{p}) = \sum_{\lambda} \hat{a}_{\lambda} \bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}), \quad (5.5)$$

donde

$$\bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \psi_{\lambda}(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{x}. \quad (5.6)$$

Escribamos al operador de matriz de densidad de nuestro sistema bosónico como

$$\hat{\rho} = \exp \left[-\frac{1}{T} (\hat{H} - \mu \hat{N}) \right], \quad (5.7)$$

donde

$$\hat{H} = \sum_{\lambda} E_{\lambda} a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda}, \quad \hat{N} = \sum_{\lambda} a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda}, \quad (5.8)$$

son los operadores hamiltoniano y de número, respectivamente; T es la temperatura.

La correspondiente normalización está incluida explícitamente en la definición del valor de expectación de observables, como por ejemplo para el caso de un operador \hat{A}

$$\langle \hat{A} \rangle = \frac{\text{tr} \{ \hat{\rho} \hat{A} \}}{\text{tr} \{ \hat{\rho} \}}. \quad (5.9)$$

Ya que la función de correlación está dada en términos de la distribución de uno y dos piones, notemos que la distribución de un solo pion puede ser escrita como

$$P_1(\mathbf{p}) = \langle \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{p}) \hat{\psi}(\mathbf{p}) \rangle = \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'} \bar{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{p}) \bar{\psi}_{\lambda'}(\mathbf{p}) \langle \hat{a}_{\lambda}^\dagger \hat{a}_{\lambda'} \rangle. \quad (5.10)$$

El valor de expectación $\langle \hat{a}_{\lambda}^\dagger \hat{a}_{\lambda'} \rangle$ está relacionado con la probabilidad de ocupación del estado λ , N_{λ} de una sola partícula por

$$\langle \hat{a}_{\lambda}^\dagger \hat{a}_{\lambda'} \rangle = \delta_{\lambda, \lambda'} N_{\lambda}. \quad (5.11)$$

Para un sistema bosónico en equilibrio a una temperatura T y potencial químico μ , ésta se representa por la distribución de Bose-Einstein

$$N_{\lambda} = \frac{1}{\exp \left[\frac{1}{T} (E_{\lambda} - \mu) \right] - 1}. \quad (5.12)$$

De esta manera sustituyendo las Ecs.(5.12) y (5.11) en la Ec.(5.10) obtenemos el espectro de una sola partícula para una especie de pion como

$$P_1(\mathbf{p}) = \sum_{\lambda} N_{\lambda} \bar{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{p}) \bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}). \quad (5.13)$$

De manera similar, la función de distribución de dos piones puede ser escrita como

$$\begin{aligned} P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= \langle \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{p}_1) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{p}_2) \hat{\psi}(\mathbf{p}_1) \hat{\psi}(\mathbf{p}_2) \rangle \\ &= \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} \bar{\psi}_{\lambda_1}^*(\mathbf{p}_1) \bar{\psi}_{\lambda_2}^*(\mathbf{p}_2) \bar{\psi}_{\lambda_3}(\mathbf{p}_1) \bar{\psi}_{\lambda_4}(\mathbf{p}_2) \times \langle \hat{a}_{\lambda_1}^\dagger \hat{a}_{\lambda_2}^\dagger \hat{a}_{\lambda_3} \hat{a}_{\lambda_4} \rangle \\ &= P_1(\mathbf{p}_1) P_1(\mathbf{p}_2) + \left| \sum_{\lambda} N_{\lambda} \bar{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{p}_1) \bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}_2) \right|^2, \end{aligned} \quad (5.14)$$

donde se ha utilizado la factorización

$$\langle \hat{a}_{\lambda_1}^\dagger \hat{a}_{\lambda_2}^\dagger \hat{a}_{\lambda_3} \hat{a}_{\lambda_4} \rangle = \langle \hat{a}_{\lambda_1}^\dagger \hat{a}_{\lambda_4} \rangle \langle \hat{a}_{\lambda_2}^\dagger \hat{a}_{\lambda_3} \rangle + \langle \hat{a}_{\lambda_1}^\dagger \hat{a}_{\lambda_3} \rangle \langle \hat{a}_{\lambda_2}^\dagger \hat{a}_{\lambda_4} \rangle. \quad (5.15)$$

Por lo tanto, de acuerdo a la Ec.(3.3) la función de correlación está dada por

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \frac{\left| \sum_{\lambda} N_{\lambda} \bar{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{p}_1) \bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}_2) \right|^2}{\sum_{\lambda} N_{\lambda} |\bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}_1)|^2 \sum_{\lambda} N_{\lambda} |\bar{\psi}_{\lambda}(\mathbf{p}_2)|^2}. \quad (5.16)$$

De la ecuación anterior se ve inmediatamente que si $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 = 0$ se tiene que $C_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}) = 2$. También notamos que el resultado para la función de correlación de la Ec.(5.16) refleja la simetrización sobre diferentes estados (y de esta manera la incertidumbre en la determinación de un estado del pion).

5.2. Función de correlación en el modelo de un líquido de piones en expansión

Con la formulación dada en la sección anterior procedemos a encontrar las funciones de onda que satisfacen las condiciones de frontera y de expansión en el modelo de la Ref. [11] donde las eigenfunciones correspondientes están dadas por la Ec.(4.26). De acuerdo con la normalización adoptada en la Ec.(4.26) la distribución de un pion dada por la Ec.(5.13) se transforma en

$$P_1(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} 2E_{\lambda} N_{\lambda} \psi_{\lambda}^*(\mathbf{p}) \psi_{\lambda}(\mathbf{p}). \quad (5.17)$$

Análogamente, y bajo la suposición de una factorización completa de la matriz de densidad de dos partículas, la distribución de dos piones puede escribirse como (con la normalización adoptada en la Ec.(4.26))

$$P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = P_1(\mathbf{p}_1)P_1(\mathbf{p}_2) + \left| \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} 2E_{\lambda} N_{\lambda} \psi_{\lambda}^*(\mathbf{p}_1) \psi_{\lambda}(\mathbf{p}_2) \right|^2, \quad (5.18)$$

de donde la función de correlación de dos piones C_2 , escrita en términos de P_1 y P_2 , está dada por

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \frac{|\sum_{\lambda} E_{\lambda} N_{\lambda} \psi_{\lambda}^*(\mathbf{p}_1) \psi_{\lambda}(\mathbf{p}_2)|^2}{\sum_{\lambda} E_{\lambda} N_{\lambda} |\psi_{\lambda}(\mathbf{p}_1)|^2 \sum_{\lambda} E_{\lambda} N_{\lambda} |\psi_{\lambda}(\mathbf{p}_2)|^2}. \quad (5.19)$$

Al igual que en la sección anterior tenemos que una consecuencia de la factorización es que $C_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}) = 2$. Lo cual es comúnmente asociado con una producción completamente caótica de piones [33], la cual es una situación que se supone ocurre en las colisiones de iones pesados relativistas dada la gran cantidad de dispersiones que sufren los piones en la región de producción. En contraste, si las partículas fueron producidas de manera completamente coherente, ellas ocupan un estado cuántico y la distribución de momentos de dos partículas será simplemente el producto de dos distribuciones de un solo pion, lo que conduce a una ausencia del efecto HBT.

Una vez hechos los ajustes adecuados, con la normalización de las eigenfunciones del modelo con expansión y frontera, a la función de correlación de dos piones, es posible llevar a cabo un análisis para describir el comportamiento de C_2 como una función de las diversas variables y parámetros involucrados. Cabe mencionar que el número de parámetros libres en el modelo es solamente 3 a saber: la temperatura T , el radio del sistema R y el potencial químico, ya que el número de partículas y el potencial químico están relacionados por la Ec.(4.34). De igual modo, la velocidad superficial β de la Ec.(4.23) y la temperatura guardan una relación entre sí independiente del perfil de velocidad del sistema, para mayores detalles véase la Ref. [34]. Para el problema simétricamente esférico descrito aquí, la función de correlación depende del ángulo

entre los momentos de cada partícula. Por simplicidad, consideraremos el caso en el cual los momentos de cada una de las partículas son paralelos entre sí *i.e.*, $\mathbf{p}_1 \parallel \mathbf{p}_2$. En este caso, la suma en el numerador del segundo término en la Ec.(5.19) puede ser simplificada con la ayuda del teorema de la adición para los armónicos esféricos

$$\sum_{m'=-l}^l Y_l^{m'}(\hat{\mathbf{p}}_1) Y_l^{m'*}(\hat{\mathbf{p}}_2) = \frac{2l+1}{4\pi}. \quad (5.20)$$

De esta manera, la función de correlación que se obtiene por medio de la Ec.(5.19) sustituyendo las eigenfunciones correspondientes al modelo con expansión y frontera, en las coordenadas del momento relativo $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ y el momento promedio $\mathbf{K} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2$ esta dada por

$$C_2(q, K) = 1 + \frac{|\sum_{\lambda} E_{\lambda} N_{\lambda} \psi_{\lambda}(K + \frac{q}{2}) \psi_{\lambda}^*(K - \frac{q}{2})|^2}{\sum_{\lambda} E_{\lambda} N_{\lambda} |\psi_{\lambda}(K + \frac{q}{2})|^2 \sum_{\lambda} E_{\lambda} N_{\lambda} |\psi_{\lambda}(K - \frac{q}{2})|^2}, \quad (5.21)$$

la cual determinamos de manera numérica dando novedosos resultados en el comportamiento del radio efectivo, como veremos en la última sección de este capítulo.

5.3. Comportamiento de la función de correlación.

La Fig. 5.1 muestra el comportamiento de $C_2(q)$ como una función de q , la magnitud de la diferencia de los momentos del par $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$. En la Fig. 5.1(a) se muestra $C_2(q)$ para un valor fijo en la magnitud del momento promedio del par en $K = 500$ MeV para dos valores del radio del sistema $R = 6, 10$ fm. Es de notar que para un valor fijo de K el ancho de la función de correlación decrece a medida que R se incrementa. En la Fig. 5.1(b), se muestra $C_2(q)$ para un valor fijo de $R = 6$ fm y tres valores de $K = 300, 500, 700$ MeV. Para los valores elegidos de K , el ancho de la función de correlación se incrementa a medida que K se incrementa. En la Fig. 5.1(c) se muestra $C_2(q)$ para un valor fijo del radio $R = 6$ fm y tres valores de $K = 50, 100, 200$ MeV. Nótese que en este caso, el ancho de la función de correlación decrece a medida que K se incrementa. En todas estas figuras, la temperatura y la velocidad de expansión superficial se mantienen fijas, con valores de $T = 120$ MeV y $\beta = 0,5c$ respectivamente. Estos valores para T y β han sido elegidos de acuerdo con el análisis de la Ref. [34], donde se encontró una correlación entre el flujo transverso de velocidad y la temperatura de enfriamiento tal que altas temperaturas implican una baja velocidad de expansión y vice versa.

Vale la pena mencionar también que en las figuras anteriores, el valor del potencial químico μ que aparece en la Ec.(5.19) se tomó fijo e igual a $\mu = 0$. El comportamiento de $C_2(q)$ para diferentes valores del potencial químico se muestra en la Fig. 5.2. Nótese que cuando el potencial químico está por debajo del valor para la condensación de Bose-Einstein no se introducen cambios en la forma de la función de correlación. Esto

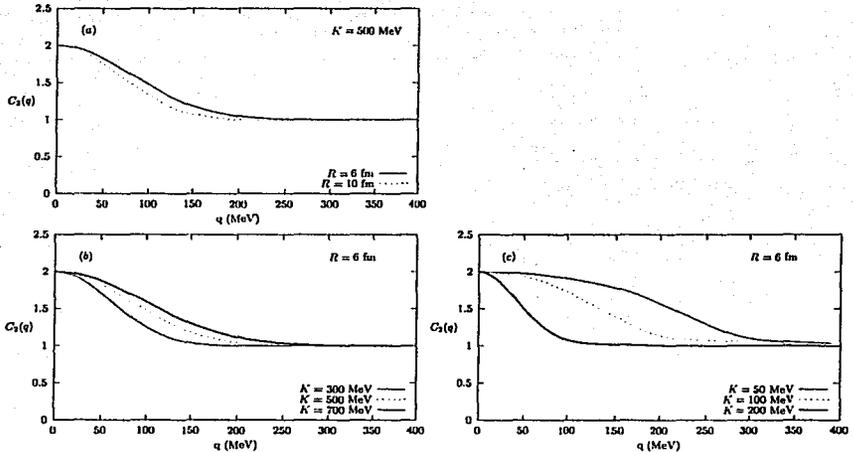


Figura 5.1: (a): $C_2(q)$ para un valor fijo de $K = 500$ y para $R = 6$ fm (línea continua) y $R = 10$ fm (línea punteada). El ancho de C_2 decrece a medida que R se incrementa. (b): $C_2(q)$ para un valor fijo de $R = 6$ fm y para $K = 300$ MeV (línea delgada), $K = 500$ MeV (línea punteada) y $K = 700$ MeV (línea gruesa). Para los valores elegidos de K el ancho de C_2 se incrementa a medida que K se incrementa. (c): $C_2(q)$ para un valor fijo de $R = 6$ fm y para $K = 50$ MeV (línea delgada), $K = 100$ MeV (línea punteada) y $K = 200$ MeV (línea gruesa). Para los valores elegidos de K el ancho de C_2 decrece a medida que K se incrementa. En todos los casos, la temperatura, la velocidad de expansión superficial y el potencial químico permanecieron fijos y con los valores: $T = 120$ MeV, $\beta = 0,5c$ y $\mu = 0$ respectivamente.

puede entenderse notando que aun cuando se incrementa la densidad del sistema, y de esta manera el valor de μ , no introducimos un aumento en la cantidad de correlación del conjunto de partículas ligado pero sin interactuar. Esta situación cambia cuando, para una temperatura y tamaño dados del sistema, μ es tal que es posible que el estado base alcance una significativa fracción de la población total de partículas. Esto también se muestra en la Fig. (5.2). En este caso, la población del estado base ha sido tratada de manera separada a la de los piones provenientes de estados excitados, ya que la primera se origina de un estado cuántico puro, en contraste con la suposición

que conduce a la Ec.(5.18). El peso asignado a los piones que llegan del estado base es igual a la razón de la población del estado base N_g a la multiplicidad total N . Correspondientemente, la función de correlación $C_2(q)$ se hace más plana y la intersección con el eje vertical, ocurre para valores más pequeños a 2, esto es, $\lambda = 1 - N_g/N$. De esta manera, como la multiplicidad se incrementa, este comportamiento indica que para una temperatura y volumen dado del sistema, los piones son predominantemente emitidos del estado base. Esto está de acuerdo con el análisis de la Ref. [35].

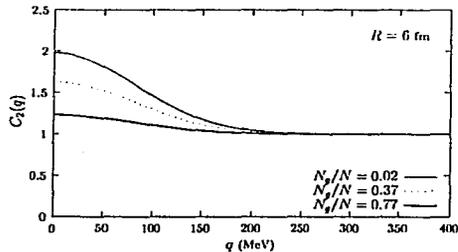


Figura 5.2: $C_2(q)$ para el valor fijo de $R = 6$ fm y diferentes valores de la fracción de población del estado base. Para $\mu = 0$ (línea delgada) la población del estado base es despreciable y $\lambda \sim 1$. No obstante cuando la población del estado base llega a ser una fracción significativa de la multiplicidad total, *e.g.*, para $\mu = 315$ MeV, $N_g/N = 0,37$, y $\lambda \sim 0,62$ (línea punteada). Cuando la mayoría de las partículas ocupan el estado base, *e.g.*, para $\mu = 317,5$ MeV, $N_g/N = 0,77$, $\lambda \sim 0,23$ (línea gruesa), y como consecuencia la función de correlación tiende a ser más plana.

Otra propiedad de un sistema de piones con expansión y frontera, que se puede extraer de la función de correlación $C_2(q)$ es el comportamiento del radio efectivo del sistema R_{eff} como función del momento promedio del par K . La cantidad relevante en la que debemos prestar atención es al cociente $\eta = T/\gamma(R)m\beta$ de la escala de energía asociada con el movimiento aleatorio, *i.e.*, T y la asociada con el movimiento ordenado, *i.e.* $\gamma(R)m\beta$. Para valores pequeños de K en comparación con ηT -que es cuando el momento promedio del par se debe en su mayor parte al movimiento aleatorio- R_{eff} es una función creciente de K . Esto puede ser entendido notando que el incremento de K corresponde a un incremento en los momentos de cada uno de los piones del par. Consecuentemente, los estados cuánticos que contribuyen a las distribuciones de momentos P_1 y P_2 son aquellos con un incremento mayor en los números cuánticos. Pero, de acuerdo con la Ec.(5.12) estos estados son suprimidos por su peso estadístico y por lo tanto, solamente aquellos otros estados con números

cuánticos más pequeños -y consecuentemente con una mayor extensión en el espacio de coordenadas- contribuyen de manera significativa a la función de correlación, la cual decae rápidamente como función de q con el incremento de K , conduciendo a un incremento en el tamaño de la región aparente de emisión de partículas. No obstante, para $K > \eta T$, el movimiento colectivo domina sobre la componente térmica en K y el efecto físico relevante que dicta el comportamiento de R_{eff} es la correlación entre la región espacial de emisión de piones y el momento del par introducido por la expansión colectiva, de tal modo que los piones más rápidos son más probables de ser emitidos de puntos cercanos en el espacio [36] conduciendo a una reducción en el tamaño en la región aparente de emisión de partículas.

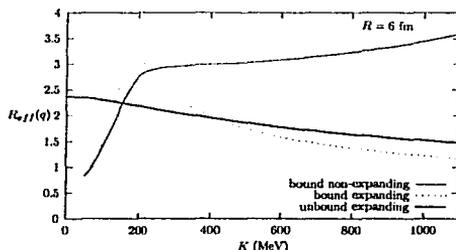


Figura 5.3: R_{eff} para un valor fijo de $R = 6$ fm como una función de K para un sistema en expansión y frontera (línea punteada), un sistema en expansión y sin frontera (línea gruesa), y un sistema con frontera y sin expansión (línea delgada). Nótese que en el primer caso, R_{eff} alcanza un valor máximo para un valor de $K \sim \eta T$, mientras que para el segundo caso, R_{eff} decrece con el incremento de K , y en el tercer caso R_{eff} crece con el incremento de K . También para el caso del sistema en expansión y sin frontera el parámetro R_{Gauss} se ha elegido de tal manera que el radio rms de éste coincida con el caso de la esfera rígida con $R = 6$ fm.

El comportamiento de R_{eff} como una función de K se muestra en la Fig. 5.3 (línea punteada). Nótese que la curva presenta un máximo para un valor de $K \sim \eta T$ donde $\eta = T/\gamma(R)m\beta$. La curva se obtuvo ajustando a las funciones de correlación C_2 Gaussianas de la forma

$$g(q) = 1 + e^{-q^2 R_{eff}^2}. \quad (5.22)$$

La Ec.(5.22) es una buena descripción a la función de correlación para K grandes. Para valores de K pequeños, el ajuste no es tan bueno. Por comparación, en la Fig. 5.3 también se muestra el comportamiento de R_{eff} para un sistema en expansión y sin frontera (línea gruesa), y para un sistema con frontera pero sin los efectos de la

expansión hidrodinámica (línea delgada). Para el primero elegimos una distribución Gaussiana en el espacio fase esféricamente simétrica dada por

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = e^{-x^2/2R_0^2} e^{-\gamma(x)(E_p - v\mathbf{p})/T} \quad (5.23)$$

con $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ y v y $\gamma(x)$ dadas por las Ecs.(4.23) y (4.25), respectivamente. La función de correlación está dada en términos de $G(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ por [36]

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \frac{|\int d^3x G(\mathbf{x}, \frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2}) e^{-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\mathbf{x}}|^2}{(\int d^3x G(\mathbf{x}, \mathbf{p}_1)) (\int d^3x G(\mathbf{x}, \mathbf{p}_2))} \quad (5.24)$$

Para el sistema sin frontera y con expansión, las eigenfunciones están dadas en términos de las funciones de Bessel de primer tipo [10] (véase también Ref. [32]). La expresión correspondiente para R_{eff} se obtiene, al igual que antes, ajustando a $C_2(q)$ curvas Gaussianas de la forma de la Ec.(5.22). Nótese que la curva que representa el radio efectivo como función de K para un sistema con frontera pero sin expansión crece a medida que K aumenta, lo cual concuerda con el análisis de la Ref. [32]. En contraste, la curva que representa el radio efectivo para un sistema sin frontera pero en expansión decrece monotónicamente a medida que K se incrementa, lo cual también concuerda con el análisis de la Ref. [36].

Capítulo 6

Conclusiones

A lo largo de esta tesis, se habló de los orígenes de la interferometría de partículas (o efecto HBT) vimos como esta técnica surgió en aplicaciones en la radioastronomía y como es que se obtuvieron mejores mediciones en los tamaños angulares de objetos astronómicos en comparación con el uso del interferómetro de Michaelson, ya que ésta no dependía de las condiciones ambientales durante las observaciones. De esta manera se hicieron a un lado los inconvenientes que presentaba la interferometría de la amplitud. El efecto HBT se puede explicar desde dos puntos de vista, el clásico (considerando a la luz como ondas electromagnéticas) o desde el punto de vista cuántico (considerando a la luz como partículas). Desde el punto de vista clásico, el efecto se debe a una correlación entre las fluctuaciones en la intensidad del campo de una fuente parcialmente coherente. Desde el punto de vista cuántico de la luz este efecto se debe a fluctuaciones en la estadística de los fotones, lo cual surge como consecuencia de haber asociado ondas gaussianas aleatorias con fotones, tales como los producidos en procesos térmicos.

Esta nueva técnica fue poco tiempo después aplicada a la física de altas energías para determinar el tamaño de la región de interacción en procesos $p\bar{p}$, y de esta manera saber cuanta energía se estaba depositando en esa pequeña región del espacio. La inquietud por saber cuanta energía se ha depositado en una colisión entre dos partículas, $A + A$, se debe a que se ha especulado que a energías del orden de 1 GeV/fm³ [9] es posible alcanzar un nuevo estado de la materia, denominado QGP. Este nuevo estado de la materia nos permitiría entre otras cosas comprender más sobre los primeros instantes del universo. Este nuevo estado de la materia no puede ser observado de manera directa ya que no es posible observar un cuark o un gluon en estado libre, por lo que se han desarrollado una serie de teorías para identificar los remanentes del plasma tales como los hadrones, leptones y fotones, que dependiendo de su naturaleza, proveen de cierta información sobre los estados tempranos del QGP. La interferometría entre los piones nos brinda información sobre la región espacio temporal de la zona de reacción, los leptones nos brindan información sobre las fluctuaciones del campo electromagnético [23], la supresión de J/ψ brinda información

sobre el posible desconfinamiento en QCD, etc.

Mucha gente se ha concentrado en las señales de formación del QGP y pocos se han preocupado en la física que hay en el proceso de enfriamiento, *i.e.*, en el proceso de hadronización. Durante esta etapa se emite una gran cantidad de partículas entre las cuales las más abundantes son los piones. Al aprovechar las propiedades cuánticas de estas partículas nos es posible obtener la geometría de la región de reacción, ya que por medio del ancho de la función de correlación de dos piones es posible determinar la extensión espacial de la fuente de piones. Este hecho es una consecuencia directa del principio de incertidumbre de Heisenberg, ya que el ancho de la función de correlación nos da el rango de valores en el momento relativo Δq para los cuales es más probable detectar dos piones, y como los piones son emitidos en alguna parte de la región de la fuente, con extensión $\Delta r = R$, entonces se tiene $\Delta q \Delta r \sim 1$. Una característica de las funciones de correlación es que éstas alcanzan un valor de 2 cuando los piones detectados tienen los mismos momentos y provienen de una fuente totalmente caótica. Ya que de los piones que son detectados no todos provienen de un proceso caótico sino también de resonancias, entonces la función de correlación de dos piones se ve modificada y ésta no alcanza necesariamente el valor máximo de 2. Asimismo, como se mostró en el capítulo 5, la función de correlación se ve modificada por el hecho que existan estados en los que mas de un pion es emitido. Así una fuente de piones que no sea totalmente caótica produce una función de correlación semejante a la obtenida de una fuente de piones provenientes de resonancias.

El hecho de que exista una producción de piones muy grande (~ 300) en una colisión, junto con el hecho de que este tipo de partículas tienden a sentirse atraídas dado sus propiedades, nos llevó a pensar que los modelos que se habían propuesto para una fuente de piones con características de gas, tenía que modificarse por una de un líquido de piones. Las consecuencias directas de esta nueva consideración nos llevó a introducir una frontera a la fuente de piones, la cual se ajustaba de una manera más adecuada a la distribución experimental de un pion. Otra consecuencia de haber introducido la frontera es que el número de estados del sistema de piones crecía más rápidamente en comparación con la de una fuente gaussiana. Más allá de este modelo y dada la gran cantidad de dispersiones que sufren los piones dentro del "líquido" fue necesario introducir un modelo en el que se tomaran en cuenta los efectos de expansión y de frontera en la función de correlación de dos piones. En este modelo al igual que en el modelo de una fuente con frontera y sin expansión, se considera que la razón de colisiones entre los piones antes del desacoplo es mayor que la razón de expansión por lo que el comportamiento de los piones es totalmente dominado por este estado y no por estados posteriores al desacoplo. Este modelo se comparó con datos experimentales del espectro de un pion dando como resultado una muy buena aproximación a los mismos.

En este trabajo estudiamos los efectos que una frontera confinante junto con una expansión hidrodinámica juegan en la función de correlación de dos piones, en el contexto de colisiones de iones pesados relativistas. Se argumentó que una frontera

confinante puede ser producida como consecuencia de la alta densidad de piones que se alcanza en el enfriamiento en colisiones centrales.

Mostramos que para un volumen dado del sistema y una temperatura, variando la multiplicidad, (y de esta manera el potencial químico) no se introduce ningún cambio en la función de correlación $C_2(q)$ cuando μ está por debajo de los valores para la condensación de Bose-Einstein. No obstante la intersección de la función $C_2(q)$ ocurre para valores menores a 2 cuando el potencial químico está más allá del valor para el cual se da la condensación de Bose-Einstein. Un comportamiento similar podría esperarse para una densidad de piones dada si la temperatura de enfriamiento está por debajo de la temperatura crítica para la condensación. No obstante, éste es un escenario menos probable en este tipo de colisiones.

Encontramos el comportamiento de $C_2(q)$ cuando variamos ya sea R o K manteniendo las otras variables fijas. Ya que la importancia de la función de correlación radica básicamente en la información que ésta brinda sobre el tamaño físico del sistema producido durante la colisión, un resultado importante de este trabajo es la dependencia funcional del radio efectivo del sistema R_{eff} con el momento promedio del par K . Mostramos que la competencia entre la escala de energía asociada al movimiento colectivo y el movimiento aleatorio, $\gamma(R)m\beta$ y T , respectivamente, produce un máximo para R_{eff} para un valor de $K \sim \eta T$, donde $\eta = T/\gamma(R)m\beta$. El origen físico de este comportamiento radica en los efectos combinados de la frontera confinante y la expansión hidrodinámica. En el régimen donde K se debe básicamente al movimiento aleatorio, los efectos de frontera son los más importantes y R_{eff} crece como función de K . No obstante, en el régimen donde K se debe básicamente a la expansión colectiva, el tamaño efectivo del sistema está dictado por la correlación entre los puntos de emisión y el momento promedio del par y R_{eff} decrece como una función de K .

Bibliografía

- [1] U. Heinz. The little bang: Searching for quark-gluon matter in relativistic heavy-ion collisions. *Nucl.Phys.A*, 685:414-431, 2001.
- [2] D. G. Richards. Lattice gauge theory-qcd from quarks to hadrons. *Lectures given at 14th Annual HUGS at CEBAF (HUGS 99), Newport News, Virginia, 1-18 Jun 1999.* nucl-th/0006020.
- [3] G. Baym. The physics of hanbury brown-twiss intensity interferometry: from stars to nuclear collisions. *Acta Phys. Polon. B*, 29:1839-1884, 1998.
- [4] C. Gale and J. Kapusta. Dilepton radiation from high temperature nuclear matter. *Phys. Rev. C*, 35(6):2107, 1987.
- [5] R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss. Interferometry of the intensity fluctuations in light. *Phys. Rev.*, 132:300, 1957.
- [6] R. Hanbury-Brown. *The intensity Interferometer*. Halsted Press, 1957.
- [7] M. L. Goldberger. H. W. Lewis and K. M. Watson. Use of intensity correlations to determine the phase of a scattering amplitude. *Phys. Rev.*, 132:2764, 1963.
- [8] G. Goldhaber S. Goldhaber W. Lee and A. Pais. Influence of bose-einstein statistics on the antiproton-proton annihilation process. *Phys. Rev.*, 120:300, 1960.
- [9] K. Kainulainen J. Ambjorn, P. Damgaard and K. Rummukainen, editors. *Hunting down the quark-gluon plasma in relativistic heavy-ion collisions*. World Scientific Publ. Co., Singapore, 1999.
- [10] A. Ayala and A. Smerzi. Density and boundary effects on pion distributions in relativistic heavy-ion collisions. *Phys. Lett. B*, 405:20, 1997.
- [11] A. Ayala J. Barreiro and L. M. Montaño. Density and expansion effects on pion spectra in relativistic heavy-ion collisions. *Phys. Rev. C*, 60:0149041, 1999.
- [12] Born and Wolf. *Principles of the Optics*. Pergamon Press, 1991.

- [13] R. Hanbury-Brown. *Boffin*. Adam Higler, Bristol, 1991.
- [14] E. M. Purcell. *Nature Lond.*, 178:1449, 1956.
- [15] L. Mandel and E. Wolf. Coherence properties of optical fields. *Rev. Mod. Phys.*, 37:231-287, 1965.
- [16] L. Mandel and E. Wolf. Correlation in the fluctuating outputs from two square-law detectors illuminated by light of any state of coherence and polarization. *Phys. Rev.*, 124(6), 1961.
- [17] L. Mandel. Fluctuations of photon beams and their correlations. *Proc. Phys. Soc.*, 72:1037, 1958.
- [18] L. Mandel. Fluctuations of photon beams: The distribution of the photon-electrons. *Proc. Phys. Soc.*, pages 233-243, 1959.
- [19] L. M. Montaño. *La polarización de Λ_0 en colisiones de iones pesados ultra-relativistas*. PhD thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 1998.
- [20] M. Le Bellac. *Thermal Field Theory*. Cambridge, University Press, 1996.
- [21] M. E. Peskin and D. V. Schoeder. *An introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [22] J. W. Harris and B. Müller. The search for the quark-gluon plasma. *Ann. Rev. Nucl. Part. Phys.*, 46:71, 1996.
- [23] H. Stöcker S. A. Bass, M. Gyulassy and W. Greiner. Signatures of quark-gluon-plasma formation in high energy heavy-ion collisions: A critical review. *J. Phys. G*, 72:3-20, 1998.
- [24] B. V. Jacak U. Heinz. Two-particle correlations in relativistic heavy-ion collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 49:529-579, 1999.
- [25] B. Lasiuk. *Multi-Particle Bose-Einstein Correlations at 158 GeV A*. PhD thesis, University of California, 1997.
- [26] H. W. Barz. Combined effects of nuclear coulomb field, radial flow, and opaqueness on two-pion correlations. *Phys. Rev. C*, 59(4):2214, 1999.
- [27] M. G. H. Mostafa and Cheuk-Yin Wong. Boundary and coulomb effects on boson system in high-energy heavy-ion collisions. *Phys. Rev. C*, 51(4):2135, 1995.

- [28] G. Baym A. Ayala and J. L. Popp. The quantum mechanics of particle-correlation measurements in high-energy heavy-ion collisions. *Nucl. Phys. A*, 660:101-117, 1999.
- [29] E. V. Shuryak. Physics of the liquid pion. *Phys. Rev D*, 42(5):1764, 1990.
- [30] L. Ahle *et al.* Particle production at high baryon density in central au+au reactions at 11.6a gev/c. *Phys. Rev C*, 57(2):R466, 1998.
- [31] P. J. Siemens and J. O. Rasmussen. Evidence for a blast wave from compressed nuclear matter. *Phys. Rev. Lett.*, 42:880, 1979.
- [32] Q. H. Zhang and S. S. Padula. Small size boundary effects on two-pion interferometry. *Phys. Rev. C*, 62:024902, 2000.
- [33] M. Gyulassy S. K. Kauffmann and Lance. W. Wilson. Pion interferometry of nuclear collisions. i. theory. *Phys. Rev. C*, 20(6):2267, 1979.
- [34] S. Esumi *et al.* Transverse flow at ultrarelativistic energies. *Phys. Rev. C*, 55(5):R2163, 1997.
- [35] S. Pratt. Pion lasers from high-energy collisions. *Phys. Lett. B*, 301:159-164, 1993.
- [36] S. Pratt. Pion interferometry for exploding sources. *Phys. Rev. Lett.*, 53:1219, 1984.