

5

---

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE**  
**MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CALIBRACIÓN DE UN PATRÓN BIDIMENSIONAL  
METÁLICO PARA CALIBRAR MÁQUINAS DE MEDIR  
POR COORDENADAS.**

**T E S I S**

**Que para obtener el Título de  
INGENIERO MECÁNICO-ELECTRICISTA  
(AREA MECÁNICA)**

**Presenta**

**EDUARDO ALVA SÁNCHEZ**

**Director de tesis:**

**ING. GERARDO RUIZ BOTELLO.**

**Codirector:**

**ING. SERGIO PADILLA OLVERA.**

**México, D.F.**

**2002**

---

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# PAGINACIÓN DISCONTINUA

---

A México, el país que  
amo entrañablemente y  
espero siempre  
enaltecer.

A la Universidad Nacional  
Autónoma de México, Madre  
Pía con filial gratitud.

A la Facultad de Ingeniería, Alma  
Máter con profunda devoción.

---

---

**A mi madre- Quien con sus cuidados y atenciones,  
estuvo cerca de mi cuando la necesite  
de una manera desinteresada.**

**A mis hermanos y toda mi Familia- Gracias por todo su apoyo.**

**Al Ing. Gerardo Ruiz Botello- Con especial gratitud por su  
dedicación y apoyo para la  
conclusión del presente trabajo.**

**Al Ing. Sergio Padilla Olvera- Gracias por el apoyo brindado  
para el presente trabajo.**

---

# ÍNDICE.

	página
Índice.....	I
Índice de figuras.....	III
Índice de tablas.....	VI
Capítulo I.- Introducción.....	1
Capítulo II -Marco de referencia.	
2.1 Antecedentes.....	6
2.2 Métodos de prueba.....	7
2.3 Desarrollos recientes de patrones de calibración.....	7
2.4 Calibración de los patrones.....	13
2.5 Ventajas de los patrones bidimensionales.....	15
Capítulo III.- Diseño de la placa.	
3.1 Introducción.....	16
3.2 Diseño del patrón bidimensional.....	17
3.3 Análisis de elemento finito.....	23
3.3.1 Introducción.....	23

3.3.2-Estudio de elemento finito para la construcción del patrón bidimensional metálico.....25

3.3.3-Estudio de elemento finito para determinar la deformación de la placa en diferentes posiciones de medición.....26

## Capítulo IV.- Calibración de la placa.

4.1-Algoritmo para la calibración de la placa.....38

4.2-Prueba de la bondad del algoritmo.....45

4.3-Calibración del patrón bidimensional metálico.....51

    4.3.1-Diseño del palpador.....52

    4.3.2-Procedimiento de la medición de la placa.....57

4.4 Estimación de incertidumbre.....64

    4.4.1-Incertidumbre de las medidas tomadas.....64

    4.4.2-Incertidumbre del patrón bidimensional metálico.....70

## Capítulo V.- Resultados y conclusiones.

5.1-Introducción.....87

5.2 Análisis de resultados.....86

5.3 Conclusiones.....101

Apéndice .....104

Referencias.....123

Bibliografía.....125

## Índice de figuras

### Capítulo I -Introducción.

	página
Figura 1.1. Máquina de Medición por Coordenadas (MMC).....	2
Figura 1.2.-Grados de libertad en x de la Máquina de Medición por coordenadas (MMC).....	4

### Capítulo II -Marco de referencia.

Figura 2.1-Posiciones de la placa de agujeros para la calibración de MMC según Trapet.....	12
Figura 2.2.- Ejemplo de las medidas de la malla.....	14

### Capítulo III.- Diseño de la placa.

Figura 3.1.- Rodamiento de bolas de acero a rótula 2303 SKF.....	21
Figura 3.2.-Dibujo del patrón bidimensional metálico.....	22
Figura 3.3.-Elemento finito.....	24
Figura 3.4.-Patrón bidimensional metálico.....	27
Figura 3.5. Generación de malla.....	28
Figura 3.6-Restricciones del patrón (posición a).....	29
Figura 3.7-Restricciones del patrón (posición b).....	30
Figura 3.8-Restricciones del patrón (posición c).....	31



Figura 3.9.-Restricciones del patrón (posición d).....	32
Figura 3.10.-Análisis de desplazamiento por esfuerzos (posición a).....	34
Figura 3.11.Análisis de desplazamiento por esfuerzos (posición b).....	35
Figura 3.12.-Análisis de desplazamiento por esfuerzos (posición c).....	36

## Capítulo IV.- Calibración de la placa.

Figura 4.1.-Ejemplo de las medidas de la malla.....	39
Figura 4.2. Distancias $m_i$ desde el punto $(x, y)$ hacia sus ocho puntos vecinos.....	40
Figura 4.3. Diagrama de bloques del algoritmo.....	44
Figura 4.4.-Malla de 25x15mm con 24 nodos.....	45
Figura 4.5.-Comparador óptico.....	46
Figura 4.6.-Sección de la malla de la figura 4.4.....	47
Figura 4.7.- Regla de vidrio.....	50
Figura 4.8.- Patrón bidimensional metálico.....	51
Figura 4.9.- Palpador.....	52
Figura 4.10.- Dibujo del palpador.....	53
Figura 4.11.-Deformación del vástago del palpador de las mediciones.....	54
Figura 4.12.- $f_1$ como función de $\alpha$ , para diferentes valores de $F_M$ cuando $\tan\beta=0$ y $\tan\beta=0.1$ con un vástago de $L=21\text{mm}$ y $\varnothing=0.8\text{mm}$ <sup>[38]</sup> .....	56
Figura 4.13.-Posiciones de medición del patrón bidimensional metálico.....	57

Figura 4.14-Posición final de los centros de las esferas virtuales del patrón en 2 dimensiones.....62

Figura 4.15-Posición final en 3D de los centros de las esferas virtuales del patrón con respecto al plano promedio.....63

Figura 4.16.-Desviación estándar calculada de las medidas tomadas.....74

Figura 4.17-Diagrama de bloques para el cálculo de desviación de la malla.....79

## Capítulo V.- Resultados y conclusiones.

Figura 5.1.-Análisis de desplazamiento por esfuerzos (posición B).....88

Figura 5.2 Posiciones de medición del patrón bidimensional metálico.....97

Figura 5.3.-Desviación estándar de las medidas tomadas.....99

## APÉNDICE.

Figura A.1.-Distribución de las distancias  $D_i$  en la malla.....104

## Índice de tablas

página

### Capítulo II -Marco de referencia.

Tabla 2.1- Desarrollos recientes de patrones de calibración del PTB Alemania.....	8
---	---

### Capítulo III.- Diseño de la placa.

Tabla 3.1.- Matriz de selección de material .....	18
---	----

### Capítulo IV.- Calibración de la placa.

Tabla 4.1.-Valores nominales y ajustados de la malla de Autocad.....	48
Tabla 4.2.-Comparación entre datos a 20 aumentos y datos a 100 aumentos.....	50
Tabla 4.3.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico.....	58
Tabla 4.4.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico.....	60
Tabla- 4.5-Posición final de Los centros de las esferas virtuales del patrón.....	61
Tabla 4.6.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC en la dirección "X".....	67

Tabla 4.7-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC en dirección "Y".....	69
Tabla 4.8.-Desviación estándar (s) del patrón bidimensional metálico.....	73
Tabla 4.9.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico utilizando las medidas ideales obtenidas con la ecuación (25).....	76
Tabla 4.10.-Resultado de $\chi_m^2$ , $\chi_c^2$ y $S_c$ en mm.....	78
Tabla 4.11.-Incertidumbres estándar según referencia (27) ..	85
Tabla 4.12.- Cálculo de la incertidumbre en el proceso de calibración del patrón bidimensional metálico.....	86

## Capítulo V.- Resultados y conclusiones.

Tabla 5.1.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico.....	90
Tabla 5.2.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico.....	93
Tabla 5.3-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC en dirección "X".....	94
Tabla 5.4-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC en dirección "Y".....	96
TABLA 5.5-Desviación estándar del patrón bidimensional metálico.....	98

## APÉNDICE

Tabla A.1.-Valores nominales y ajustados de la malla de Autocad.....	106
Tabla A.2.-Comparación entre datos a 20 aumentos y datos a 100 aumentos.....	107

Tabla A.3.-Datos tomados del patrón bidimensional metálico con ayuda de la MMC.....	108
Tabla A.4.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico.....	112
Tabla A.5.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico.....	114
Tabla- A.6-Posición final de los centros de las esferas virtuales del patrón.....	115
Tabla A.7.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC en la dirección "X".....	116
Tabla A.8-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC en dirección "Y".....	117
Tabla A.9.-Desviación estándar del patrón bidimensional metálico.....	119
Tabla A.10.-Valores de $\chi_c^2$ .....	120
Tabla A.11.-Números al aleatorios.....	122

# Capítulo I

## Introducción.

Desde su aparición, las máquinas de medir por coordenadas (MMC (figura 1.1)) han revolucionado la metrología dimensional y se han convertido en parte fundamental de los sistemas de calidad de la industria manufacturera, garantizando una alta confiabilidad en sus mediciones para lograr satisfacer las especificaciones del producto o servicio. Ante tal panorama, se ha visto la necesidad de crear métodos de prueba confiables para las MMC.

Los métodos de prueba deben ser versátiles, confiables, exactos y aplicarse periódicamente. En un ambiente industrial es importante que el tiempo de interrupción de operación de la máquina sea mínimo, por lo que los requisitos que debe reunir un patrón de calibración son los siguientes:<sup>[1]</sup>

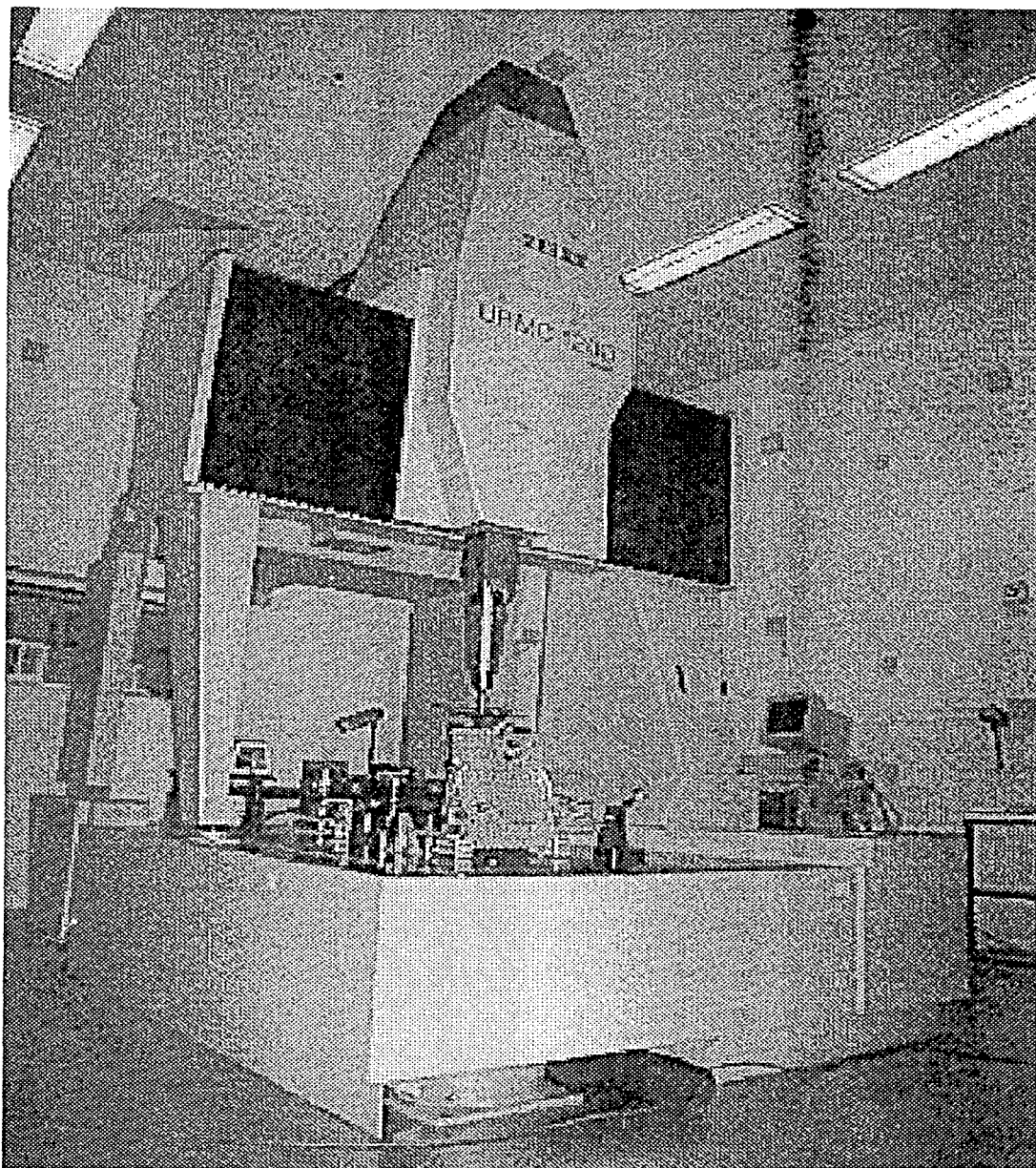


Figura 1.1. Máquina de Medición por Coordenadas (MMC)

1. Debe asegurarse la trazabilidad a patrones nacionales e internacionales de longitud.
2. Debe basarse en el uso de especímenes de prueba como patrones, porque solamente las mediciones reales sobre objetos pueden revelar todos los tipos de errores.
3. La incertidumbre de medición debe ser adecuada a la mayoría de las máquinas de coordenadas usadas.
4. Debe ser un concepto tan uniforme como sea posible.
5. Los resultados deben permitir al usuario una fácil interpretación.
6. El concepto debe ser grandemente compatible con patrones y métodos existentes.
7. El costo en términos de personal, entrenamiento, logística, hardware y software, debe ser tan bajo como sea posible.

Además, el patrón debe ser capaz de permitir determinar los 21 errores de tipo geométrico posibles en las MMC, los cuales se pueden identificar al considerar a cada una de las partes móviles como cuerpos rígidos; por lo tanto, para cada eje de movimiento se tendrán seis desviaciones posibles, tres translaciones y tres rotaciones, y siendo tres los ejes que se encuentran en movimiento se tendrán 18 errores, los tres restantes se tienen cuando los ejes no son mutuamente perpendiculares (figura 1.2).

En el mercado se pueden encontrar patrones unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales. En el presente trabajo se optó por la construcción de un patrón bidimensional, ya que presenta ciertas ventajas. Los patrones



bidimensionales necesitan menos posiciones para poder determinar los 21 errores geométricos que los unidimensionales, por que al medir un artefacto bidimensional, se puede obtener información de dos de sus ejes y la perpendicularidad entre ellos en una sola posición, además son más económicos, fáciles de transportar y de mayor facilidad para calibrar que los tridimensionales, debido a que estos últimos ocupan un mayor volumen y son más inestables dimensionalmente.

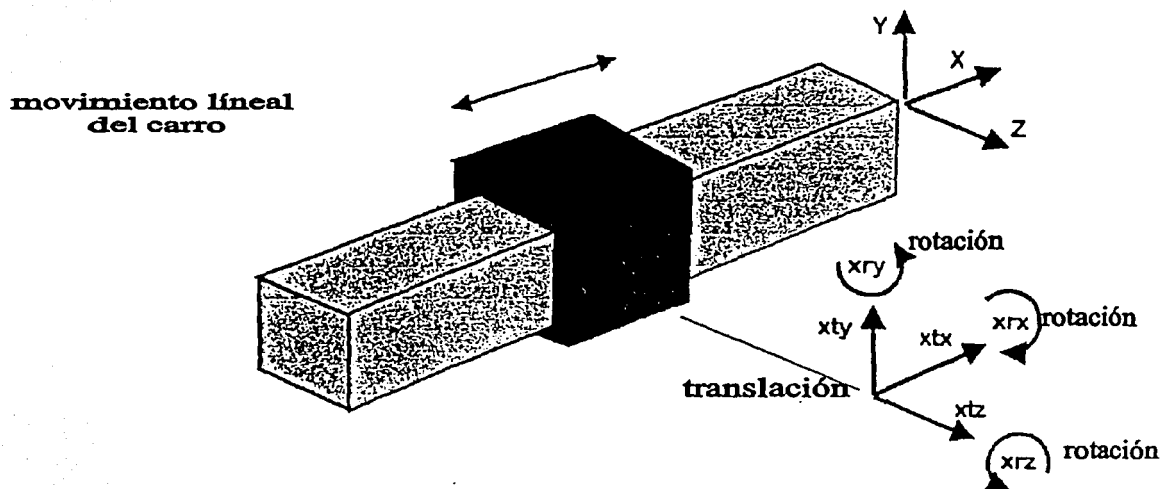


Figura 1.2.-Grados de libertad en x de la máquina de medición por coordenadas (MMC)

La calibración de las placas no es muy conocida, ya que las empresas dedicadas a su construcción mantienen por razones obvias, cierto hermetismo sobre este conocimiento, la información que se tiene disponible es a través de congresos y universidades que se han dedicado a la investigación en este tópico.

El objetivo del presente trabajo es desarrollar un método confiable para la calibración de patrones bidimensionales metálicos. Por lo que se propone la utilización de un algoritmo para este fin.

En el capítulo II se abarcarán los desarrollos recientes de los patrones, calibración de los mismos y métodos de prueba, así como de las normas existentes. Con estas referencias se tendrán las herramientas básicas para el diseño del patrón de calibración.

En el capítulo III se explican todas las consideraciones que se tomaron para llegar al diseño final del patrón, se anexa también un estudio de elemento finito del diseño final de la placa, con el objeto de observar las alteraciones geométricas que sufre por los cambios de temperatura y deformaciones por efectos de carga.

El capítulo IV se enfoca a la calibración de la placa. Aquí, se propone la utilización de un algoritmo, para el cual se realizaron diferentes experimentos, esto último con el fin de ver si efectivamente el algoritmo converge hacia valores reales. Así mismo, se hace el cálculo de la incertidumbre de la medición.

Finalmente, en el capítulo V se exponen y analiza los resultados obtenidos, llegando a las conclusiones del presente trabajo.

## Capítulo II

### Marco de referencia.

#### 2.1-Antecedentes.

Desde la aparición de las MMC, los fabricantes y usuarios de las mismas se han visto en la necesidad de buscar acuerdos para la aplicación de los métodos de prueba. La primera asociación importante creada fue la CMMA (asociación de fabricantes de máquinas de medición por coordenadas) en 1982<sup>[2]</sup>; posteriormente, algunos países crearon sus normas nacionales para evaluar el desempeño de las MMC, en los Estados Unidos ANSI/ASME publica su norma en 1989, y la ISO hace lo propio con su norma ISO(10360-2) en 1994<sup>[3]</sup>. Las normas anteriores presentan ciertas diferencias; por ejemplo, la cantidad de posiciones y el número de repeticiones con que se deben de medir los patrones, ésto se debe principalmente a que existen en el mercado diferentes métodos de prueba y patrones de calibración.

## 2.2-Métodos de prueba.

Los métodos de prueba para las MMC son clasificados en diferentes niveles dependiendo de su aplicación, por ejemplo verificación periódica, pruebas de aceptación y calibración<sup>[4,5]</sup>.

En una prueba de aceptación y calibración el tiempo no es un factor importante ya que se desea obtener la máxima información acerca de los errores o defectos del sistema de medición, es decir la exactitud del sistema de palpación, los errores geométricos, la planicidad de la mesa, perpendicularidad entre los ejes, etc<sup>[6]</sup>.

En una verificación periódica las prioridades son diferentes, ya que en un ambiente industrial el tiempo de interrupción de operación de la máquina debe ser lo más corto posible<sup>[6]</sup>.

## 2.3-Desarrollos recientes de patrones de calibración.

Los patrones de calibración de las MMC, se pueden categorizar de acuerdo a sus coordenadas espaciales asociadas con sus características principales de calibración. Éstos pueden ser objetos de una dimensión, por ejemplo bloques patrón y barras de esferas; bidimensionales, como placas de esferas y de agujeros; tridimensionales, como estructuras espaciales y cubos de esferas<sup>[2]</sup>. En la tabla 2.1 se puede apreciar algunos ejemplos.

Tabla 2.1- Desarrollos recientes de patrones de calibración del PTB  
Alemania.

## Especificaciones

En 1 dimensión

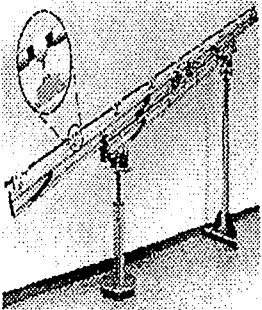
Tipos	Dimensiones (mm)	Incertidumbre De la calibración	Materiales	Aplicaciones	Ventajas
Barra modular con esferas en los extremos  	4000	$1 \mu\text{m} + 2.5 \times 10^{-6} \times l$	-----	Examen de grandes CMM, y sistemas de medidas móviles	

Tabla 2.1- Desarrollos recientes de patrones de calibración del PTB  
Alemania. (continuación)

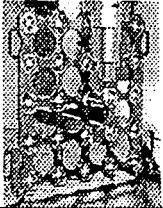
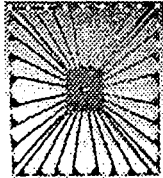
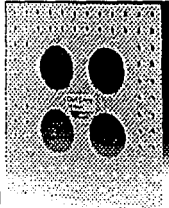
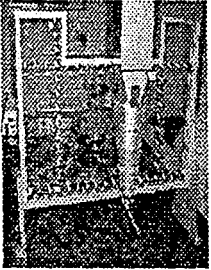
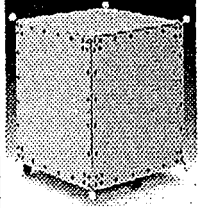
En 2 dimensiones					
Tipos	Dimensiones (mm)	Incertidumbre De la calibración	Materiales	Aplicaciones	Ventajas
Placa estándar de esferas 	532 x532	$0.6 \mu\text{m} + 0.9 \times 10^{-6} \times L$	acero	Examen de CMM	Ofrecido como estándar por varios fabricantes
Placa de esferas 	960x960	$1 \mu\text{m}$ (relacionada a la distancia de las bolas)	Compuestos de fibra de carbón	Corrección y calibración de CMM	Ligero (7Kg)
Placa de agujeros 	550x550	$0.6 \mu\text{m} + 0.4 \times 10^{-6} \times L$	Zerodur	Corrección y calibración de CMM	Incertidumbre de calibración pequeña, alta estabilidad, y coeficiente de expansión térmica casi cero

Tabla 2.1- Desarrollos recientes de patrones de calibración del PTB  
Alemania. (continuación)

Placa de agujeros 	650 x 650	1 $\mu\text{m}$ (relacionada a la distancia de las bolas)	Cristal de cuarzo	Corrección y calibración de CMM	Coeficiente de expansión térmica casi cero
En 3 dimensiones					
Tipos	Dimensiones (mm)	Incertidumbre De la calibración	Materiales	Aplicaciones	Ventajas
Cubo con esferas 	300x300x300 y 400x400x400	En acero y aluminio de 1.5 $\mu\text{m}$  En vidrio templado de 0.5 $\mu\text{m}$	Acero, aluminio y vidrio templado	Corrección y calibración de CMM	Calibración simple en 15 minutos y se puede determinar la estabilidad de las CMM en función del tiempo

La ventaja de los patrones unidimensionales es la facilidad de uso. Los bloques patrón o patrones a pasos se puede considerar como el método más simple para probar las MMC. La prueba consiste en la medición de patrones de longitud en varias posiciones y orientaciones en el volumen de medición de las MMC<sup>[2]</sup>.

Los patrones bidimensionales presentan la ventaja sobre los unidimensionales de necesitar un menor tiempo de calibración, al emplear menos posiciones para determinar los 21 errores geométricos posibles de las MMC. Ésto se logra cuando el espécimen de prueba es medido en el volumen de medición de la MMC<sup>[1]</sup>.

Asimismo, se puede obtener una mayor información con dos posiciones diferentes de un espécimen de prueba bidimensional, que de un patrón a pasos medido en siete posiciones; mientras que con bloques patrón se necesita mínimo 10 posiciones y orientaciones en el volumen de medición, para obtener los errores geométricos.

Entre los patrones bidimensionales encontramos la placa de agujeros, la cual tiene maquinados de alta precisión, y las distancia entre los ejes de los agujeros están certificadas en un plano, estas placas pueden determinar los 21 errores de tipo geométrico. Trapet<sup>[7]</sup> desarrollo en PTB un método para determinar los errores paramétricos (figura 2.1). El lo considera un buen método para las pruebas de aceptación. Las componentes del error están correlacionadas, por lo que deben ser separadas por operaciones matemáticas.



Para esto, el PTB creó un programa llamado KALKOM que permite evaluar cada una de los componentes de error<sup>[7]</sup>.

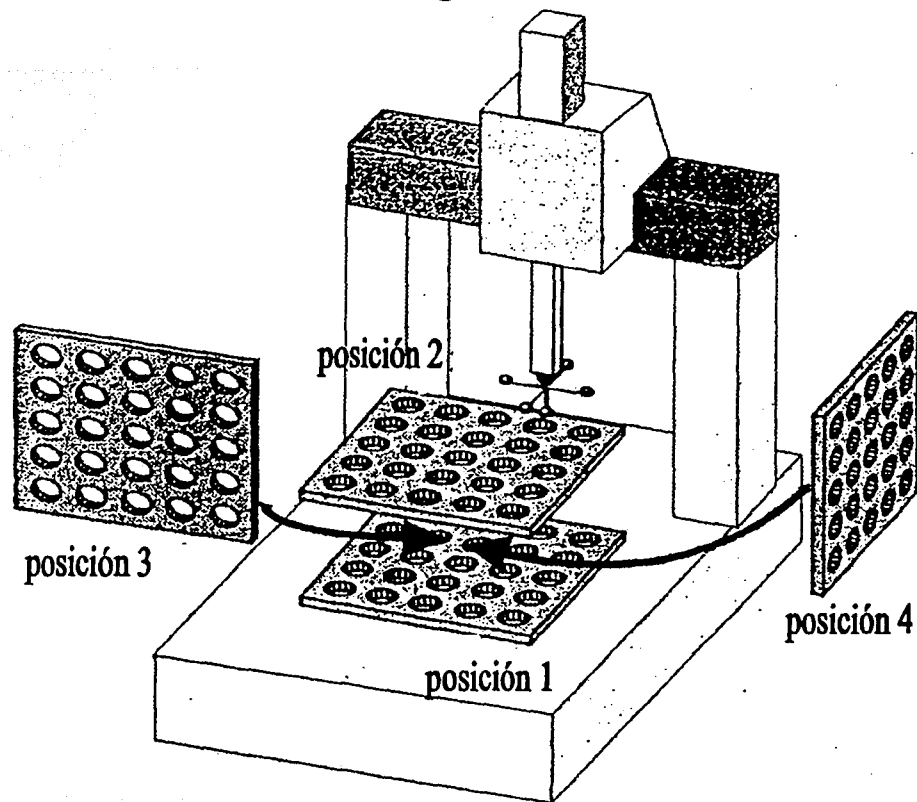


Figura 2.1-Posiciones de la placa de agujeros para la calibración de MMC según Trapet<sup>[7]</sup>.

Por último, se tiene a los artefactos en tres dimensiones, los cuales son más exactos que los patrones unidimensionales o bidimensionales, pero presentan problemas de transporte, de alto costo, calibración y estabilidad, lo cual no ha permitido que se generalice su uso<sup>[1]</sup>.

## 2.4-Calibración de los patrones.

La calibración de los patrones no es muy conocida, ya que las empresas que las fabrican no lo divulgan. La información que se tiene disponible es a través de congresos, universidades e instituciones dedicados a la investigación en el tema.

En la calibración de los patrones es necesario medir las posiciones relativas del artefacto. Por ejemplo, en una placa de esferas se tendrá que medir la posición relativa de todas las esferas en una máquina de medir de muy alta calidad, cuyos errores sean inferiores a 0,2 micrómetros<sup>[9]</sup>. Debido al alto costo y sofisticación de estas máquinas, pocas empresas e instituciones pueden realizar este proceso.

Por tal motivo se han buscado métodos alternativos de calibración los cuales no requieran de máquinas tan exactas, ésto se puede lograr al utilizar algoritmos<sup>[9]</sup>.

En una placa de agujeros o esferas se tendrá que la posición relativa entre los centros de las esferas o los ejes de los agujeros según sea el caso, son invariables de la orientación y posición del patrón, por lo que se puede explotar esta propiedad y crear un modelo matemático, que correlacione medidas y distancias relativas entre los centros o ejes y que sean las mismas para cualquier orientación o posición.

H. Haitjiema<sup>[9]</sup> describe un método para la calibración de patrones de dos dimensiones, al usar intersecciones de medidas de distancias en 1 dimensión. La evaluación de las dimensiones requerirá de la aproximación por mínimos cuadrados. En este método se toman mediciones entre los centros de las esferas en forma horizontal, vertical y en sus diagonales, como se muestra en la figura 2.2.

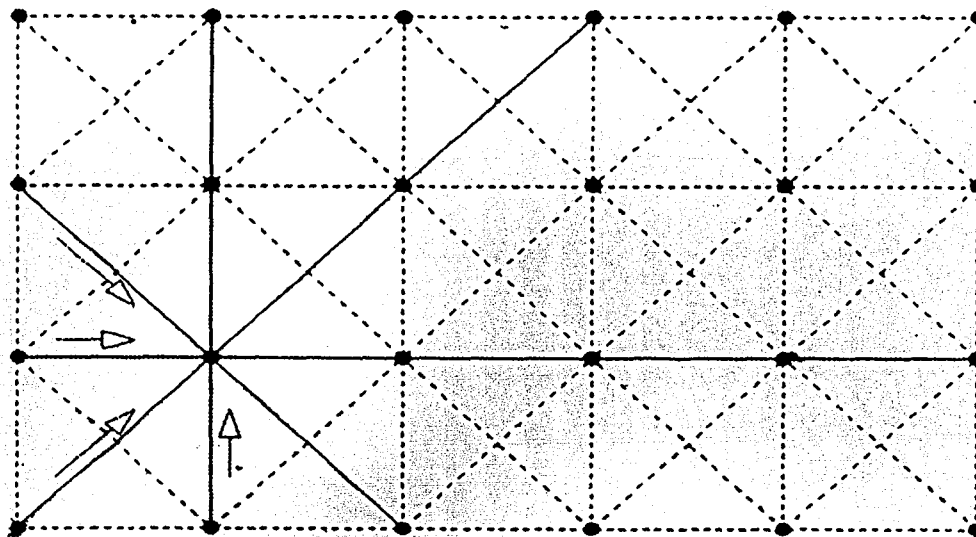


Figura 2.2.- Ejemplo de las medidas de la malla. Las flechas indican la dirección de las medidas.

En el Capítulo IV se hablará más a fondo del método en cuestión.

## 2.5.- Ventajas de los patrones bidimensionales.

Las ventajas de los patrones bidimensionales son<sup>[1]</sup>:

-Un solo objeto calibrado es suficiente para determinar las 21 componentes de error.

-Dos posiciones diferentes de un espécimen de prueba bidimensional produce más información que un patrón a pasos medido en siete posiciones.

-La exactitud del método de medición es alta, del orden de  $2\mu\text{m}$ .

-El transporte, precio, calibración y manejo de los objetos bidimensionales son mucho más favorables que en el caso de los objetos tridimensionales, debido a que estos últimos ocupan un mayor volumen y son más inestables dimensionalmente.

## Capítulo III

### Diseño de la placa.

#### 3.1-Introducción.

En él capítulo II se clasificaron los patrones de acuerdo a sus coordenadas espaciales asociadas con sus características principales de calibración. En la presente tesis se optó por la construcción de un patrón bidimensional, por las diversas ventajas que poseen sobre los patrones unidimensionales y tridimensionales (ver capítulo II).

Los patrones bidimensionales pueden presentar diferentes geometrías en donde los objetos de referencia pueden ser bolas o agujeros, el tamaño varía según el fabricante, el modelo y su aplicación. También encontramos patrones de aluminio, vidrio templado, fibras de carbón, cristal de cuarzo, etc.

En este capítulo se abarcara todos los aspectos tomados para la construcción y fabricación de la placa bidimensional.

---

### 3.2-Diseño del patrón bidimensional.

Es importante señalar que en el desarrollo de un patrón de calibración de una MMC, es necesario tomar en cuenta varios factores que pueden alterar la exactitud del mismo, como puede ser el tipo de material empleado, la complejidad de la geometría, el tipo de maquinado y acabado. Otro factor importante a considerar es el costo.

Todo lo anterior fue tomado en cuenta en el diseño del patrón, el cual se basó en el principio de una placa de agujeros, pero con la diferencia de que ésta llevará insertos o cavidades esféricas (3D).

Para obtener un patrón que reúna las características descritas anteriormente, se realizó previamente un estudio técnico<sup>(1)</sup> en el cual participaron el Laboratorio de Metrología en colaboración con el Departamento de Diseño Mecánico, ambos del Centro de Instrumentos de la UNAM. En dicho estudio se establecieron las dimensiones óptimas de la placa así como las posiciones y cantidad de los objetos de medición.

Para poder llegar a la conclusión anterior se utilizó el análisis de esfuerzos y deformaciones, donde se garantizó deformaciones menores a  $2\mu\text{m}$  entre centros de las cavidades.

Para dicho análisis fue necesario especificar el material del patrón, desde un principio se desechó la idea de utilizar materiales compuestos o cerámicos debido a su costo,

por lo que se decidió utilizar un material metálico debido a su menor costo, mayor facilidad de manejo y maquinado. A continuación se muestra la matriz de selección de material.

Tabla 3.1.-Matriz de selección de material						
	Módulo de elasticidad	Cte. Lineal térmica	Densidad	Maquina-bilidad	costo	
Material	0,25	0,25	0,20	0,15	0,15	
Al 7075-T6	7 1,75	7 1,75	7 1,4	8 1,2	5 0,75	6,85
ANSI-1022	9 2,25	8 2	3 0,6	6 0,9	6 0,9	6,65
ANSI-H13	9 2,25	8 2	3 0,6	5 0,75	6 0,9	6,5

El material elegido fue aluminio 7075-T6, este material reúne las propiedades deseadas en el patrón.

#### ALUMINIO 7075-T6

COMPOSICIÓN: Al 90%, Cr 0.18-0.28%, Cu 1.2-2%,  
Fe Max. 0.5% Mg 2.1-2.9 %, Mn Max. 0.3,  
Si Max. 0.4%, Ti Max. 0.2%, Zn 5.1-6.1%,  
Zr+Ti Max. 0.25%

#### PROPIEDADES MECÁNICAS:

Densidad \_\_\_\_\_ 2,81 g/cc  
Dureza Brinell \_\_\_\_\_ 150 carga de 500Kg  
con una bola de 10mm  
Dureza Rockwell A \_\_\_\_\_ 53,5  
Esfuerzo de fluencia \_\_\_\_\_ 505Mpa  
Esfuerzo último \_\_\_\_\_ 570Mpa  
Elongación (%) \_\_\_\_\_ 11

Módulo de elasticidad \_\_\_\_\_ 72Gpa  
 Módulo de Poisson \_\_\_\_\_ 0,33  
 Esfuerzo a la fatiga \_\_\_\_\_ 160Mpa  
 500,000,000 Ciclos.

## PROPIEDADES TÉRMICAS:

Cte. lineal 20°C \_\_\_\_\_ 23,6µm/m-°C 20-100°C  
 Cte. Lineal 250°C \_\_\_\_\_ 25,2µm/m-°C promedio  
 del rango de 20-300°C.  
 Calor específico \_\_\_\_\_ 0,96J/g-°C  
 Conductividad térmica \_\_\_\_\_ 130W/m-K

Los insertos de cavidad esférica empleados fueron rodamientos de bolas de acero a rótula 2303 SKF (figura 3.1), sus especificaciones se pueden observar a continuación.

## ACERO ANSI 1022.

COMPOSICIÓN: C 0.17-0.23%  
 Fe 98.68-99.13  
 Mn 0.7-1%  
 P Max. 0.04  
 S Max. 0.04

## PROPIEDADES MECÁNICAS:

Densidad \_\_\_\_\_ 7,858 g/cc  
 Dureza Brinell \_\_\_\_\_ 163 carga de 500Kg  
 con una bola de 10mm  
 Dureza Rockwell B \_\_\_\_\_ 84



Módulo de elasticidad \_\_\_\_\_ 72Gpa  
 Módulo de Poisson \_\_\_\_\_ 0,33  
 Esfuerzo a la fatiga \_\_\_\_\_ 160Mpa  
 500,000,000 Ciclos.

## PROPIEDADES TÉRMICAS:

Cte. lineal 20°C \_\_\_\_\_ 23,6µm/m-°C 20-100°C  
 Cte. Lineal 250°C \_\_\_\_\_ 25,2µm/m-°C promedio  
 del rango de 20-300°C.  
 Calor específico \_\_\_\_\_ 0,96J/g-°C  
 Conductividad térmica \_\_\_\_\_ 130W/m-K

Los insertos de cavidad esférica empleados fueron rodamientos de bolas de acero a rótula 2303 SKF (figura 3.1), sus especificaciones se pueden observar a continuación.

## ACERO ANSI 1022.

COMPOSICIÓN: C 0.17-0.23%  
 Fe 98.68-99.13  
 Mn 0.7-1%  
 P Max. 0.04  
 S Max. 0.04

## PROPIEDADES MECÁNICAS:

Densidad \_\_\_\_\_ 7,858 g/cc  
 Dureza Brinell \_\_\_\_\_ 163 carga de 500Kg  
 con una bola de 10mm  
 Dureza Rockwell B \_\_\_\_\_ 84

Esfuerzo de fluencia	346Mpa
Esfuerzo último	565Mpa
Elongación (%)	30
Módulo de elasticidad	200Gpa
Módulo de Poisson	0,25

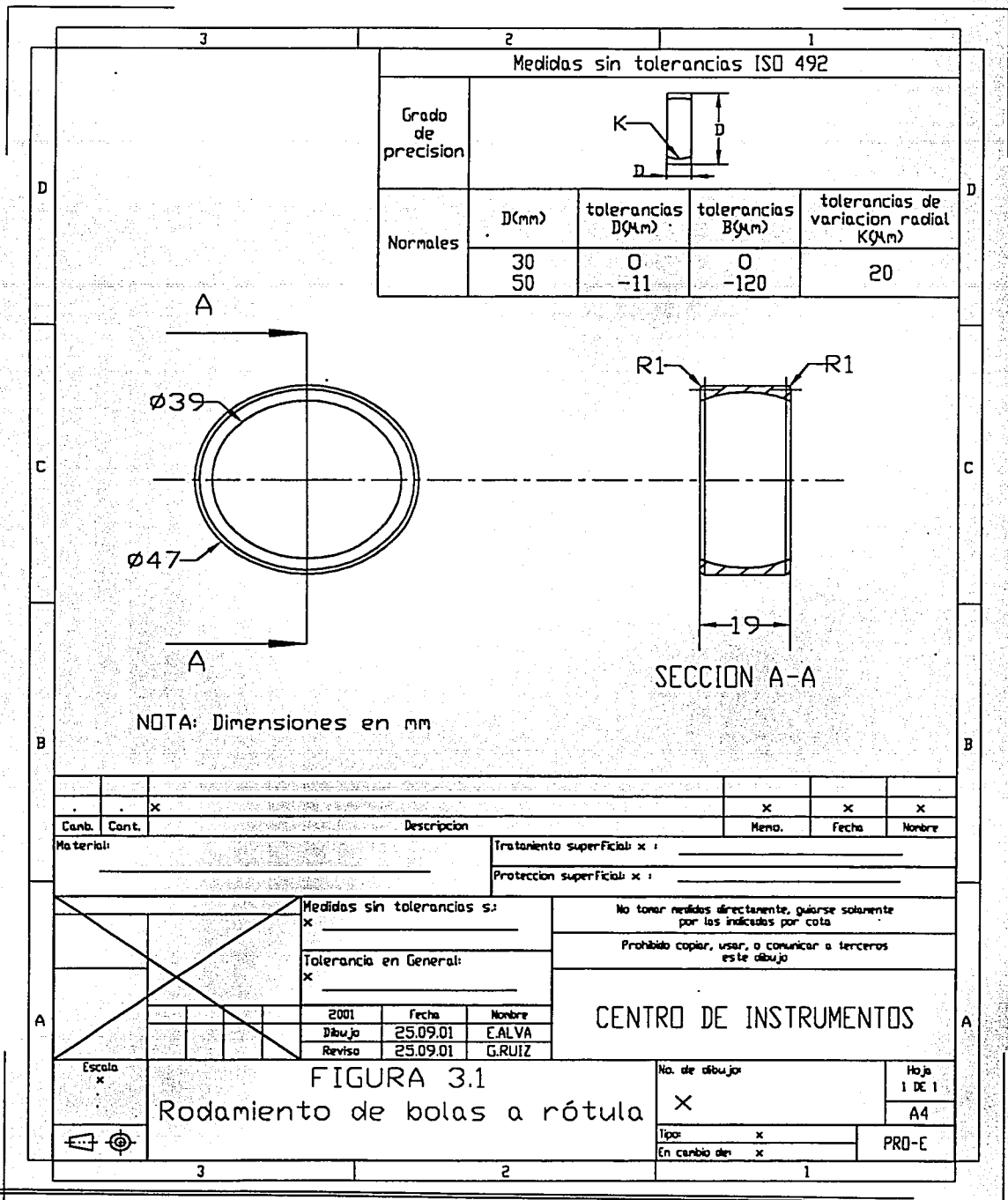
## PROPIEDADES TÉRMICAS:

Cte. lineal 20°C	11,5µm/m-°C	20-100°C
Cte. Lineal 250°C	12,2µm/m-°C promedio	del rango de 20-300°C.
Calor específico	0,472 J/g-°C	
Conductividad térmica	51,9 W/m-K	

Con esta información se procedió a realizar los estudios de esfuerzo y deformación, mediante técnicas numéricas de elemento finito con NISA-DISPLAY<sup>(1)</sup>. Adelante se detallan dichos estudios.

Con toda la información que se recabó en el estudio técnico<sup>(1)</sup>, se obtuvieron las medidas apropiadas para la construcción del patrón de calibración. (figura 3.2)

La placa fue maquinada en un centro de maquinado Fadal, modelo VCM-15, la cual presenta una exactitud de 5µm en una longitud de 0,5m, el patrón terminado resulto diferente al diseño en la medida de 325mm (ver figura 3.2), al ser de 350mm, por lo que la posición de los elementos de medición se desplazó 25mm, perdiendo la simetría en uno de sus ejes. En un futuro se pretende hacer la corrección de la placa.



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

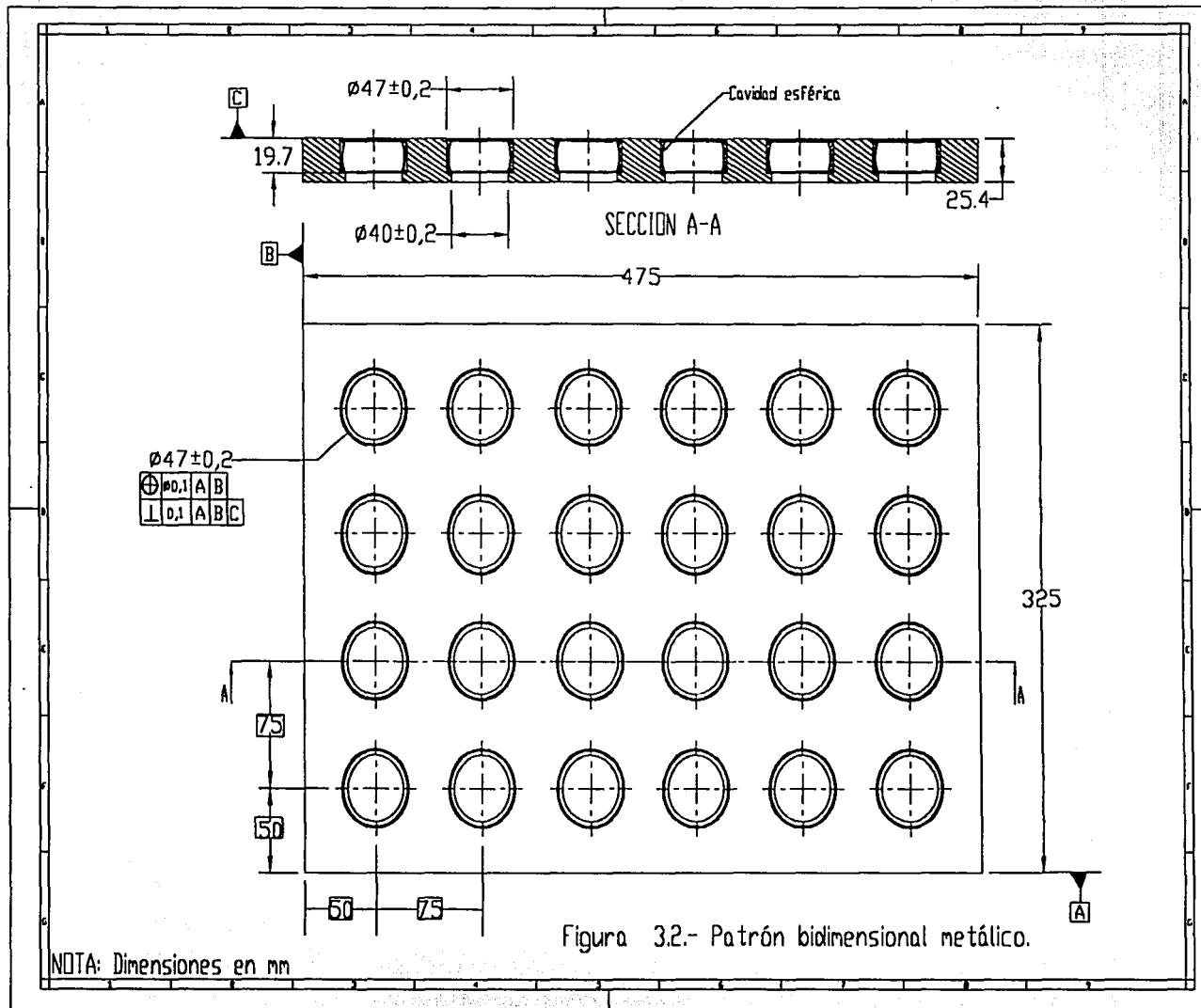


Figura 3.2.- Patrón bidimensional metálico.

### 3.3-Análisis de elemento finito.

#### 3.3.1-Introducción.

El análisis por elemento finito o método del elemento finito es un procedimiento numérico para el análisis de estructuras y medios continuos, por ejemplo; análisis de esfuerzos, transferencia de calor, vibraciones, flujos, lubricación, campos eléctrico y magnético, etc. En la actualidad se cuenta con programas que son capaces de realizar estos análisis, que resultarían demasiado complicados para resolver por métodos analíticos clásicos.

Los programas de análisis de elemento finito (FEA), necesitan la ayuda de los sistemas de modelado de sólidos, para poder realizar los modelos de la piezas a analizar, en la mayoría de los casos están provistos de una interfase a uno o más paquetes de análisis de elemento finito, que permiten la transmisión directa de la geometría del modelo a paquetes de FEA.

En el análisis de elemento finito una región se divide en formas geométricas simples llamadas elementos finitos (figura 3.3), las propiedades del material y las condiciones externas que actúan sobre el mismo son consideradas sobre estos elementos, al considerar debidamente las cargas y restricciones, se da lugar a un conjunto de ecuaciones. La solución de esas ecuaciones nos da el comportamiento aproximado del elemento.

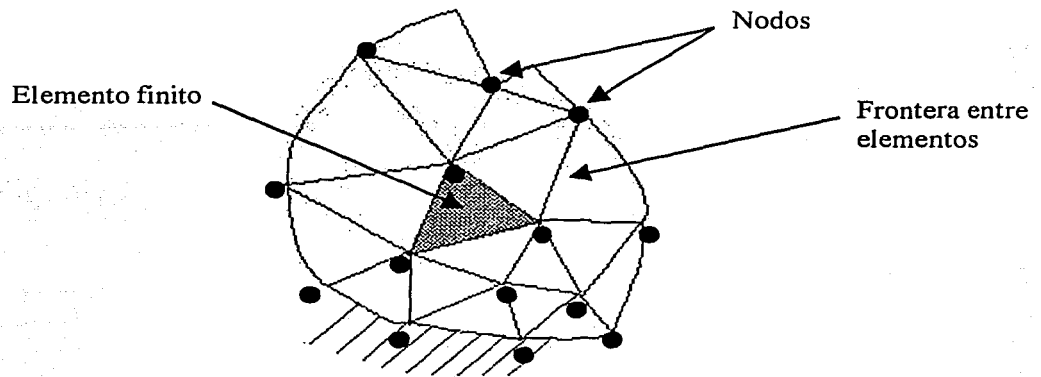


Figura 3.3.-Elemento finito

En el método del elemento finito, las fronteras y el interior de la región están subdivididas por líneas (ó superficies) en un número finito de subregiones. Un número de puntos nodales son establecidos con la malla. Los elementos pueden tener fronteras rectas ó fronteras curvas.

Un análisis de elemento finito típico involucra los siguientes pasos:

- A. Discretizar (dividir) la estructura o medio continuo en elementos finitos. Los programas de generación de malla, llamados preprocesadores, ayudan a hacer este trabajo.
- B. Formular las propiedades de cada elemento.
- C. Aplicación de condiciones de frontera. (Cargas y restricciones en análisis de estructuras)
- D. Solución del sistema de ecuaciones algebraicas para determinar las respuestas.

### 3.3.2-Estudio de elemento finito para la construcción del patrón bidimensional metálico.

Para la construcción del patrón bidimensional metálico se realizó un estudio técnico de elemento finito con NISA-DISPLAY<sup>[1]®</sup>, para poder encontrar las dimensiones óptimas del patrón, considerando una deformación máxima  $2\mu\text{m}$  y tres puntos de apoyo para lograr obtener una planitud aceptable en la placa; el primer estudio se realizó con un espécimen de  $600\times 800\text{mm}$  y  $25\text{mm}$  de espesor sin agujeros, y un segundo análisis con 32 cavidades, espaciadas igualmente a  $100\text{mm}$  entre centros, de donde se obtuvo que los desplazamientos máximos producidos son de  $38.61\mu\text{m}$  y  $39.37\mu\text{m}$  respectivamente. La comparación entre ambas corridas demostró que la placa pierde rigidez cuando existen orificios e insertos. Para reducir las deformaciones se optó por cambiar el espesor de la placa y se encontró que para que el patrón presentase deformaciones inferiores a  $2\mu\text{m}$  eran necesarios espesores de  $127$  y  $51\text{mm}$  respectivamente, lo que hace a las placas muy pesadas y poco factibles.

Con base en lo anterior, se decidió regresar al espesor de  $25\text{mm}$ , pero con dos distintos tamaños, de  $550\times 700\text{mm}$  con 63 orificios y de  $325\times 475\text{mm}$  con 24 orificios (figura 3.2), ambas con orificios para cavidades de  $47\text{mm}$  espaciados igualmente a  $75\text{mm}$ . Debido al tiempo consumido en las corridas, se realizaron pruebas bidimensionales de las placas con distintas posiciones de los apoyos hasta obtener la posición

óptima, donde se encontró deformaciones que varían de  $5,4\mu\text{m}$  y  $21,4\mu\text{m}$  para el primer caso, mientras que para la segunda placa más pequeña se obtuvieron deformaciones entre  $1,5\mu\text{m}$  y  $4,3\mu\text{m}$ .

Del estudio técnico se concluyó que la mejor placa fue la de  $325 \times 475 \text{mm}$  con 24 orificios (figura 3.2). En el estudio técnico<sup>(1)</sup> sólo se analizó a la placa en una posición. A continuación se presentan los estudios de elemento finito realizados en diferentes posiciones, donde se analizan sus deformaciones a causa de su propio peso y al efecto de la temperatura.

### 3.3.3-Estudio de elemento finito para determinar la deformación de la placa en diferentes posiciones de medición.

Para el análisis por elemento finito de la placa se utilizó el programa Ideas<sup>®</sup>, aplicándolo en los modelos que se elaboraron en Pro-engineer<sup>®</sup> (figura 3.4). Con este análisis se determinaron las deformaciones a los que estará sometido el patrón en sus diferentes posiciones (frontal, vertical y horizontal).



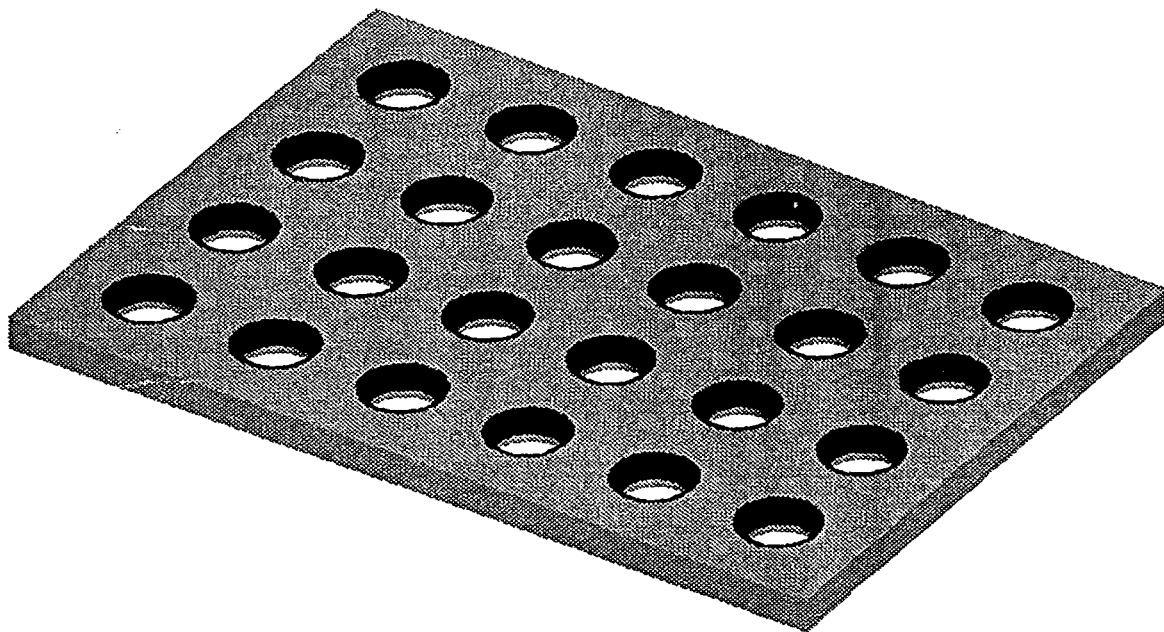


Figura 3.4.-Patrón bidimensional metálico

Para los análisis se realizaron los siguientes pasos:

1.-La generación del modelo en Pro-engineer® (figura 3.4).

2.-El mallado del modelo, esto con ayuda del software Ideas®; aquí se utilizó elementos Brick lineales para la creación de la malla (figura 3.5).

Número de elementos.- 21763

Número de nodos.- 43299

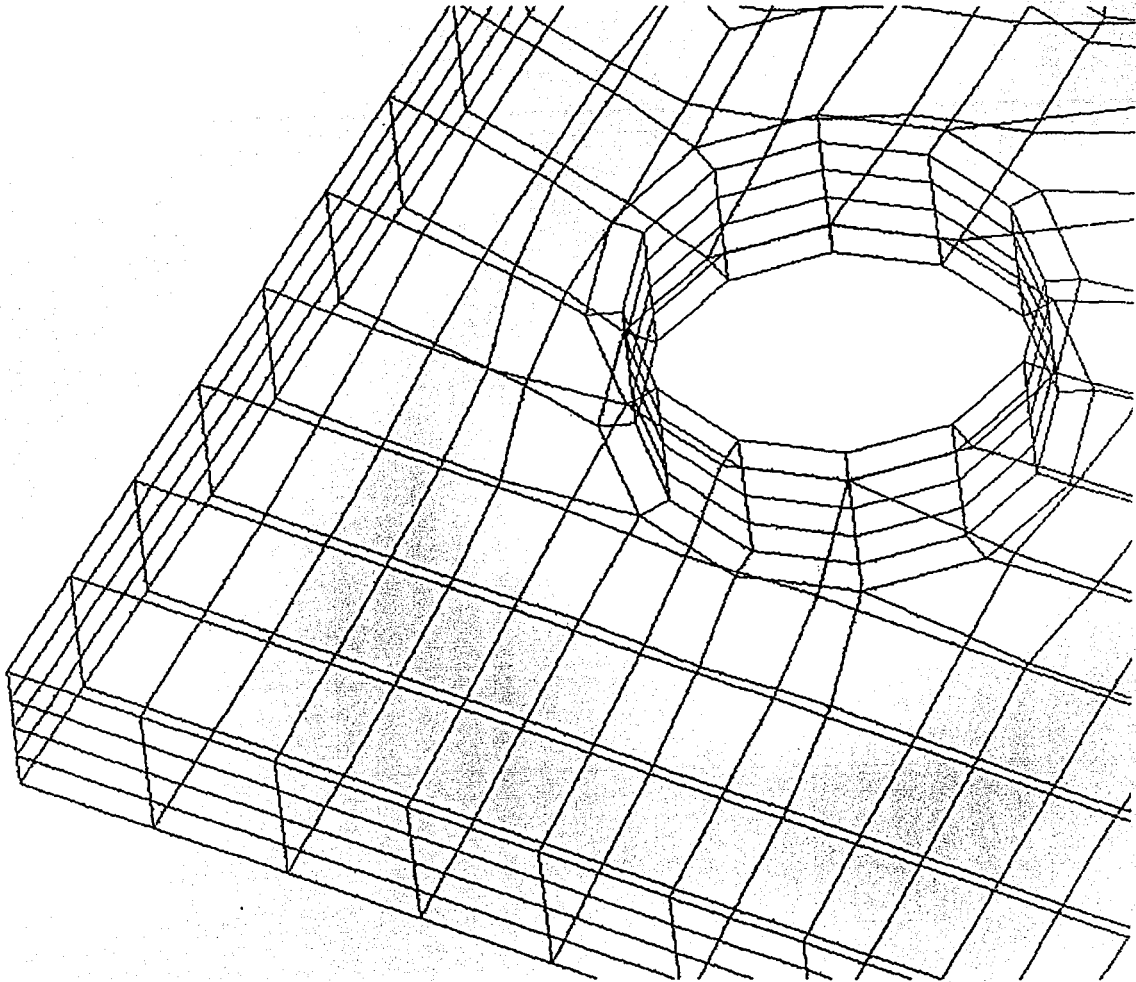


Figura 3.5. Generación de malla.

3.-Se implantaron las condiciones de frontera del patrón en sus diferentes posiciones de prueba como se muestran en las figuras 3.6, 3.7, 3.8 y 3.9.

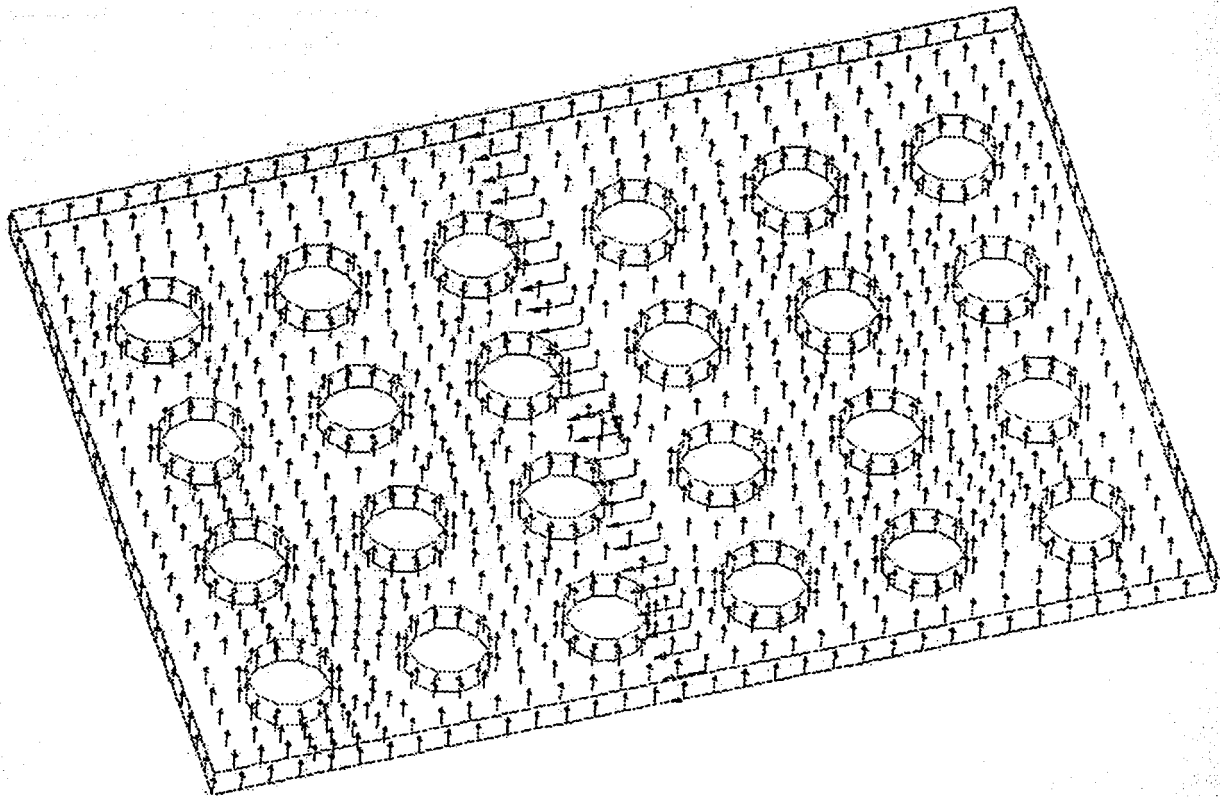


Figura 3.6-Restricciones del patrón (posición a).

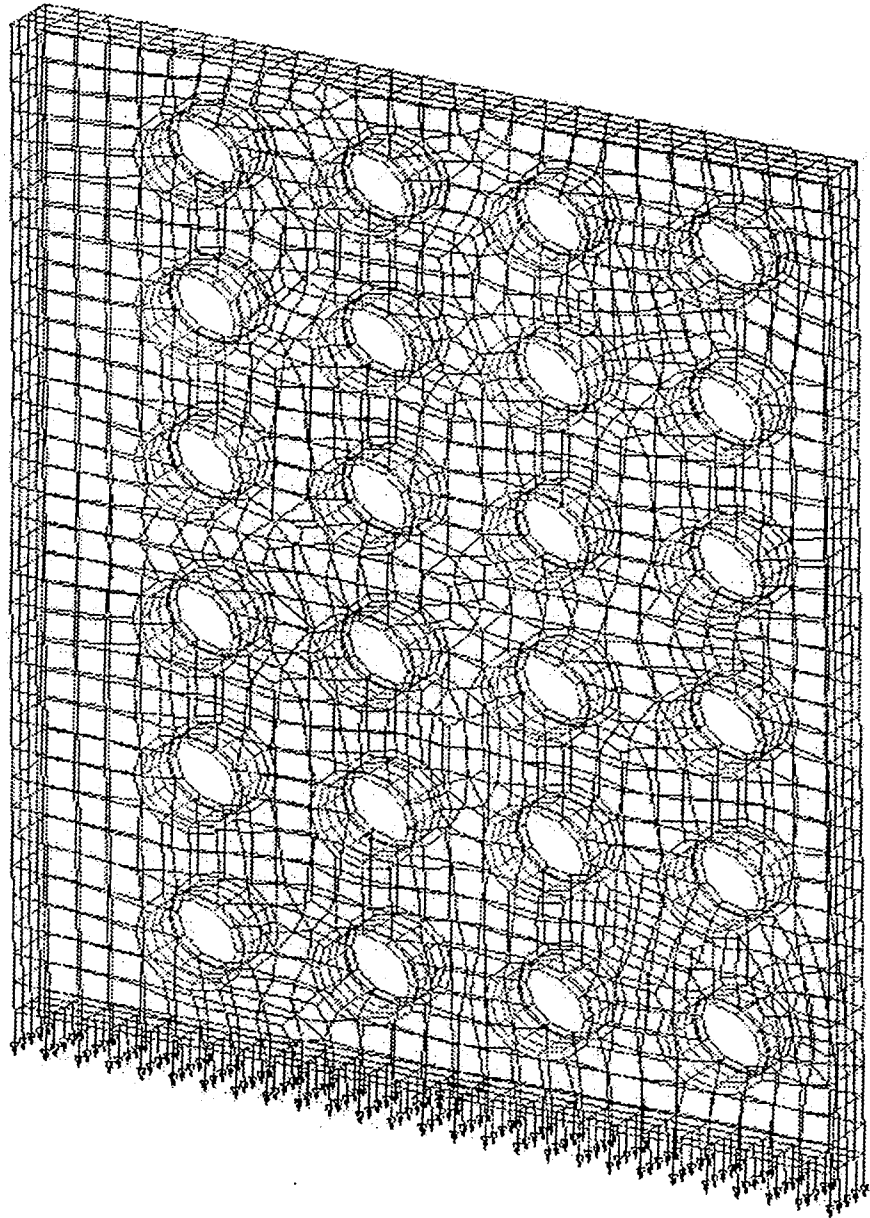


Figura 3.7-Restricciones del patrón (posición b).

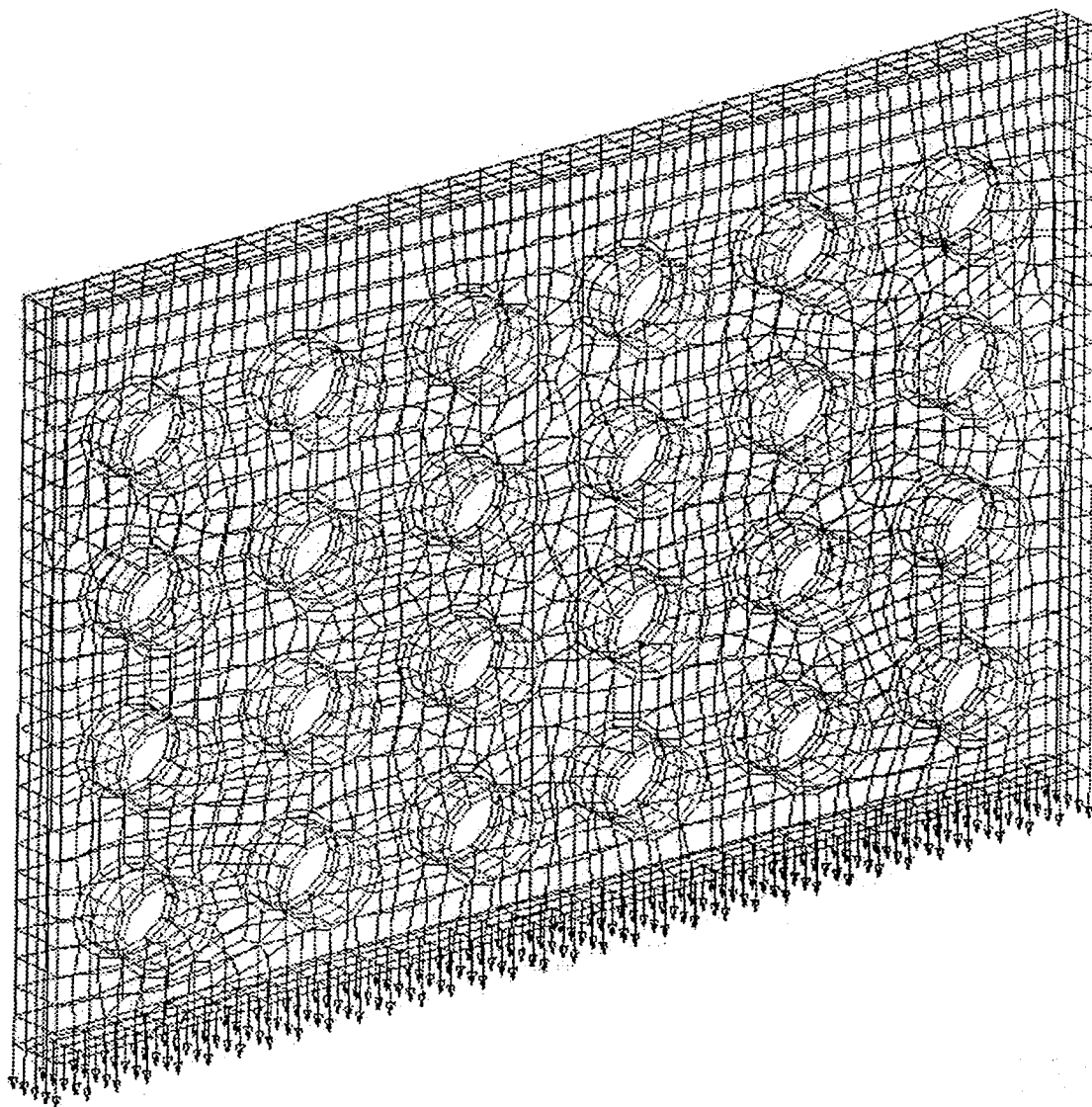


Figura 3.8-Restricciones del patrón (posición c).

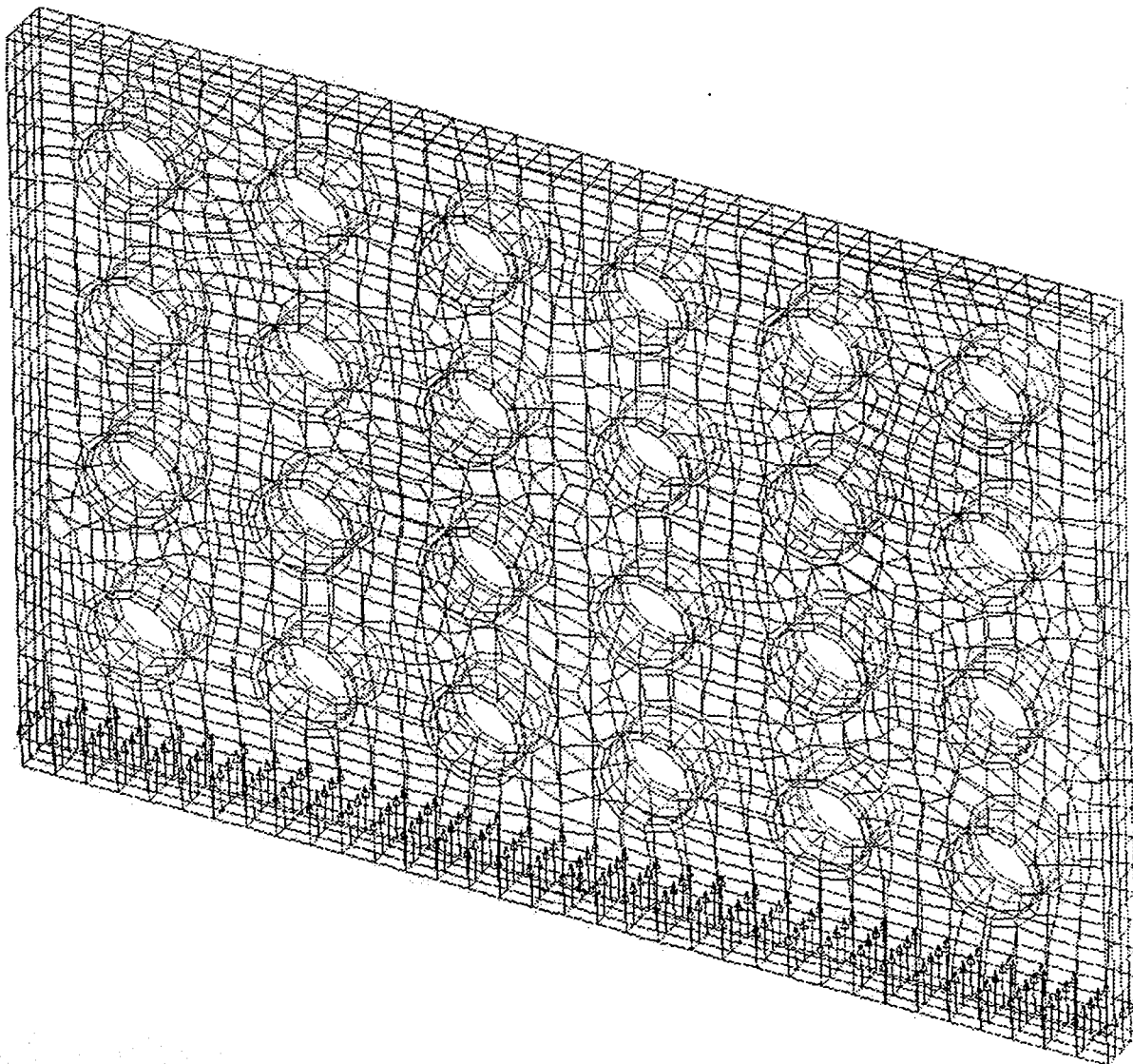


Figura 3.9.-Restricciones del patrón (posición d).

Las flechas indican los nodos que se encuentran restringidos en movimiento, sin embargo la dirección de las mismas no indica que se encuentren restringidos en ese sentido. Los nodos restringidos son los que se encuentran en contacto con la zona de apoyo de la placa.

Es importante señalar que se tienen cuatro diferentes posiciones, debido a que el patrón no es simétrico en uno de sus ejes.

4.-Por último se establecieron las propiedades de los materiales.

En el caso del análisis de la deformación debida a los esfuerzos a los que se encuentra sometido el patrón, es necesario establecer la densidad, módulo de elasticidad y módulo de Poisson de cada material (patrón e inserto).

En el caso del análisis de la deformación debido a la temperatura es necesario también el coeficiente de dilatación.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el análisis de elemento finito, las figuras muestran el desplazamiento que sufre el patrón.

Los desplazamientos son ilustrados por medio de colores y se encuentran magnificados para su mejor interpretación.

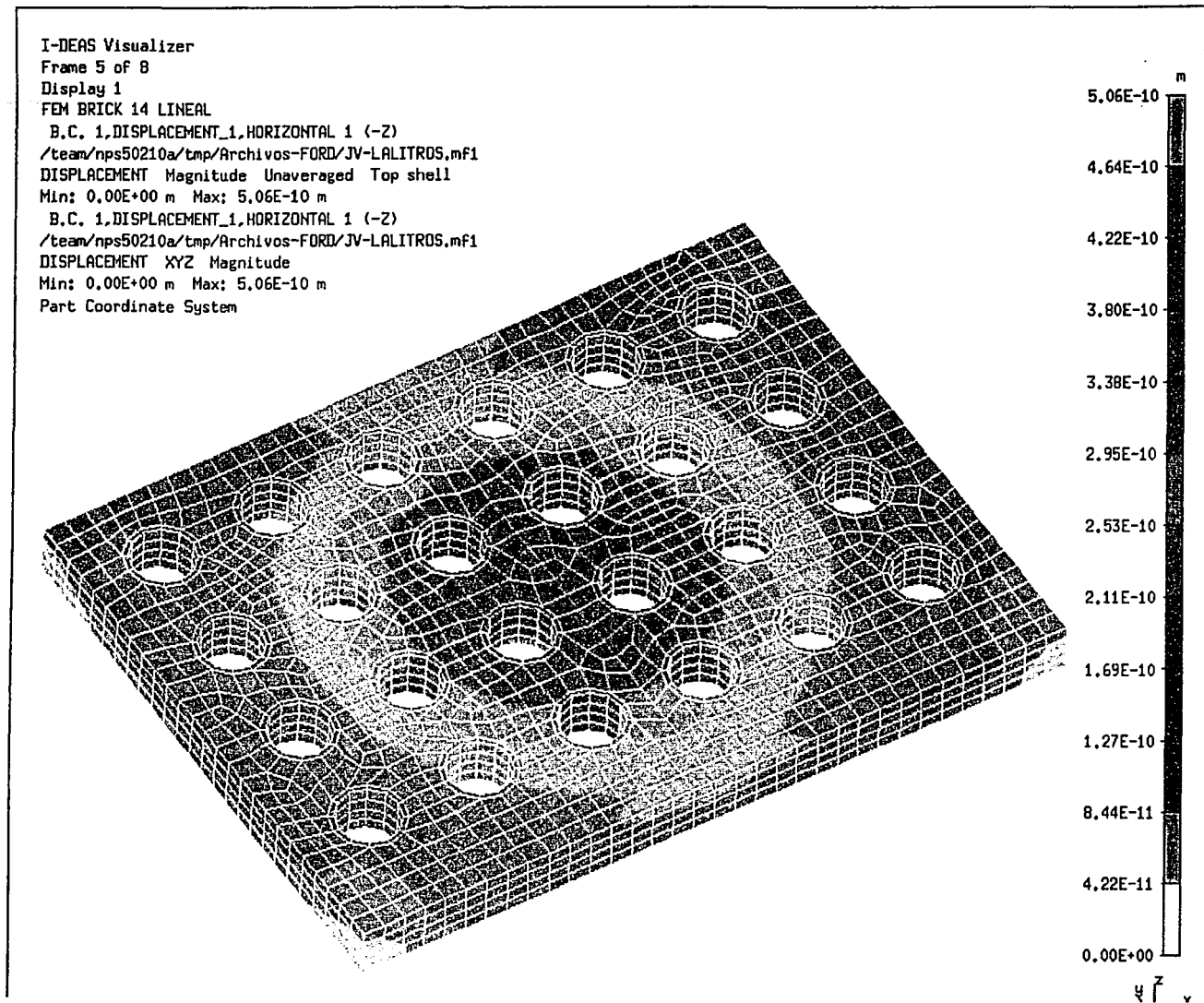


Figura 3.10.-Análisis de desplazamiento por esfuerzos  
(posición a).



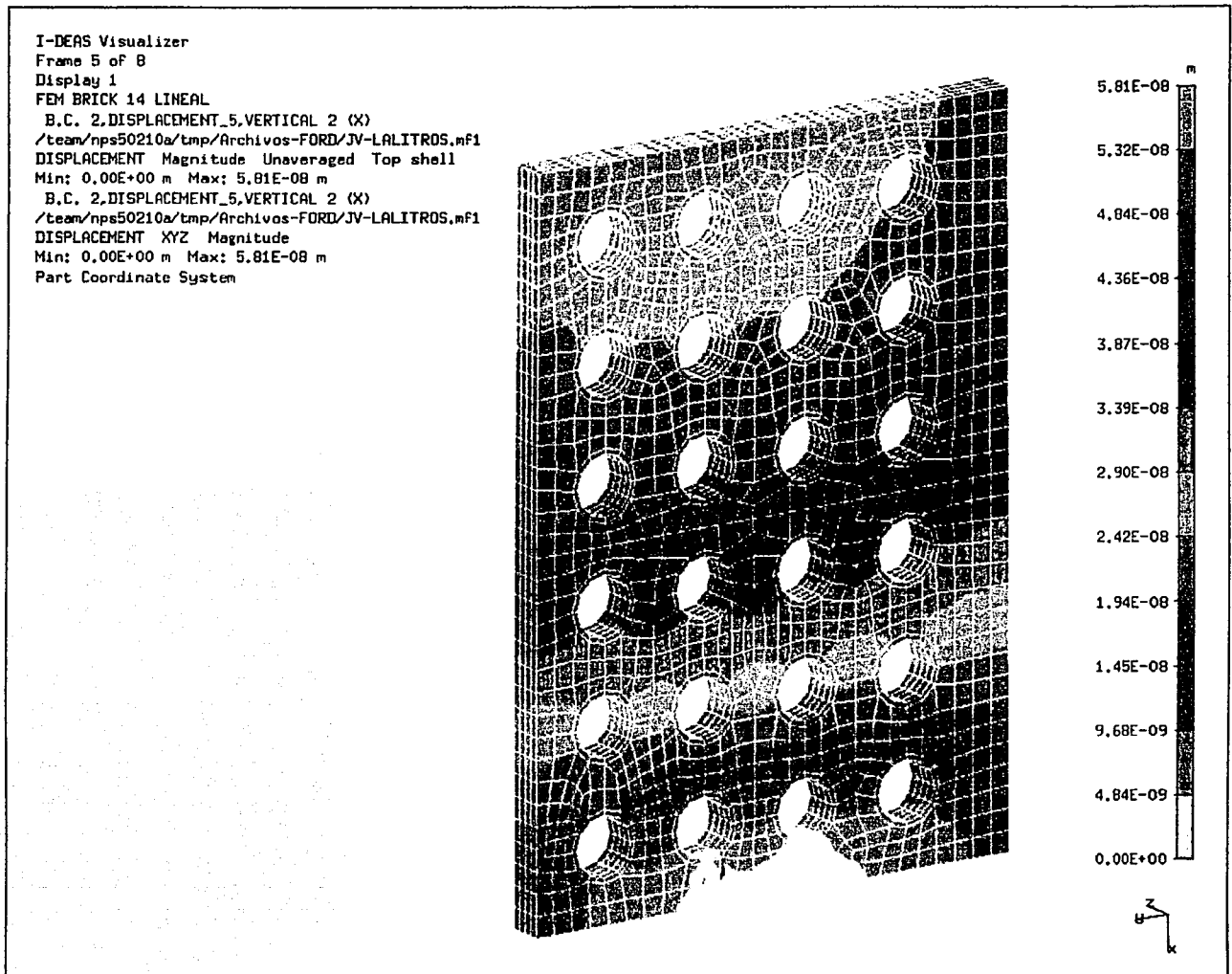


Figura 3.11. Análisis de desplazamiento por esfuerzos  
(posición b).

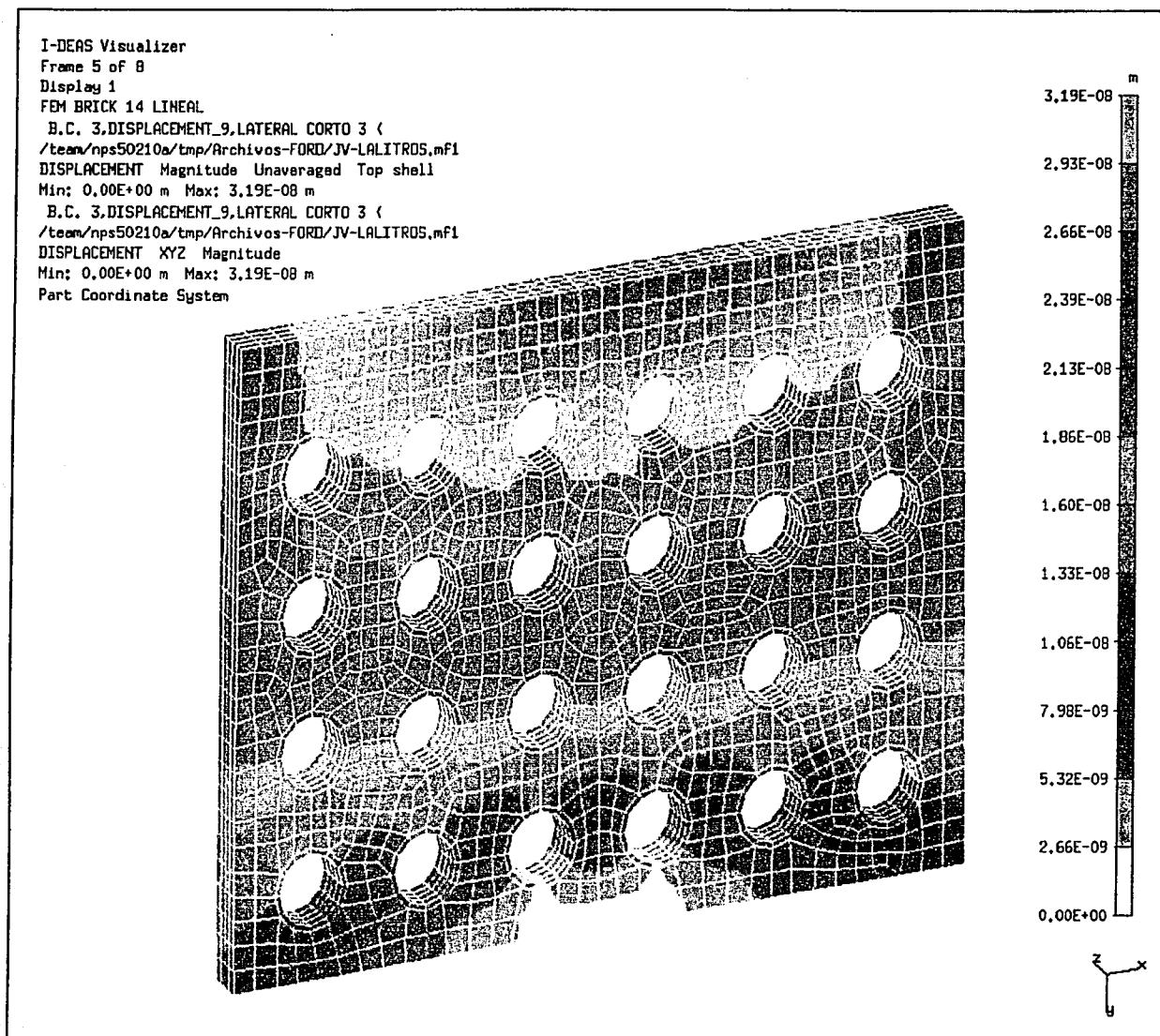


Figura 3.12.-Análisis de desplazamiento por esfuerzos (posición c).

Los análisis de elemento finito, demuestran que el diseño de la placa es el correcto, ya que las deformaciones que presentan son menores a  $2\mu\text{m}$  en todas las posiciones de estudio. También se puede apreciar que los orificios en la placa llegan a afectarla y que las máximas deformaciones se presentan en la parte superior de la misma, esto se explica y analiza con cuidado en el capítulo V.

## Capítulo IV

### Calibración de la placa.

#### 4.1- Algoritmo para la calibración de la placa.

El método para la calibración de la placa<sup>(9)</sup> se basa en una malla de 6x4 nodos como la mostrada en la figura 4.1, donde se miden las distancias entre los 24 nodos en las direcciones (x, y) y en las diagonales, con lo que se obtienen 68 medidas.

Las medidas son evaluadas por el método de los mínimos cuadrados, donde la sumatoria de la diferencia entre las distancias tomadas y nominales son elevadas al cuadrado, para garantizar que todos los valores sean positivos y obtener un valor más representativo. Lo anterior puede ser escrito como:

$$Q^2 = \sum_{i=1}^k \left[ \sqrt{(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2} - m_i \right]^2 \quad (1)$$

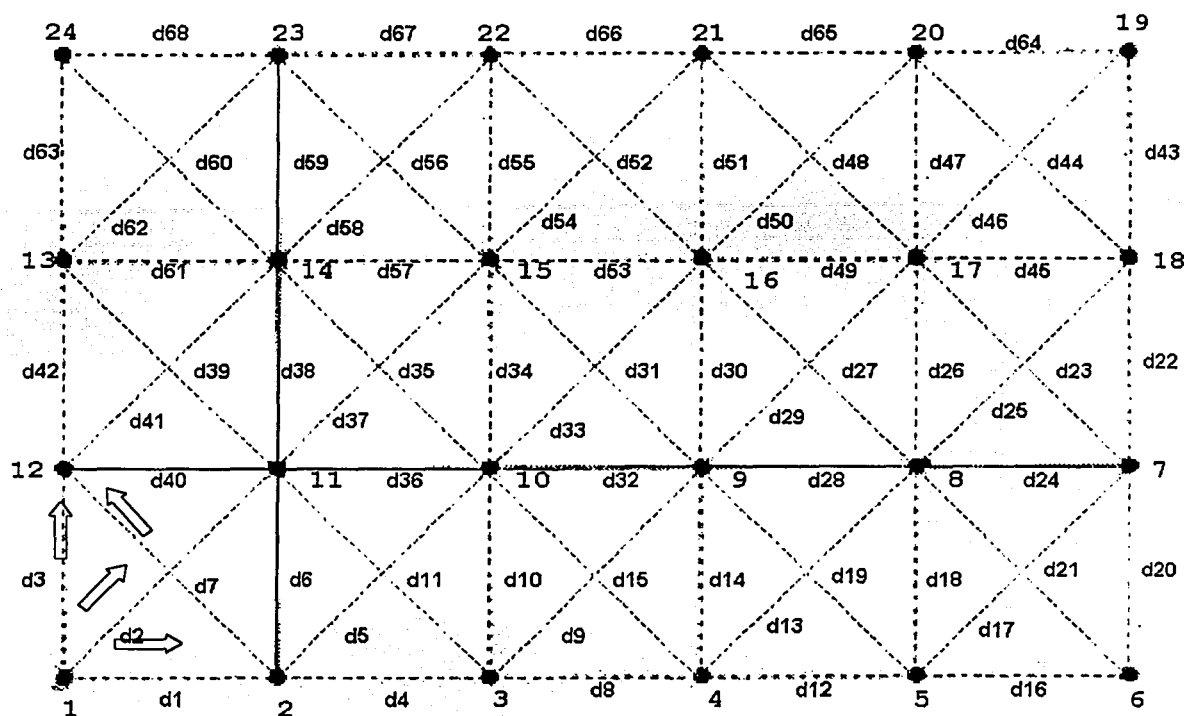


Figura 4.1.-Ejemplo de las medidas de la malla. Las flechas indican la dirección de las medidas.

Donde  $a$  y  $b$  cambian con respecto a  $i$ ,  $m$  son las distancias medidas, "X" y "Y" son las coordenadas de los valores nominales y  $k$  es el número de mediciones.

La ecuación (1) es minimizada considerando un punto de la malla rodeado por ocho puntos vecinos, con esto se tienen 8 mediciones, como se ilustra en la figura 4.2.

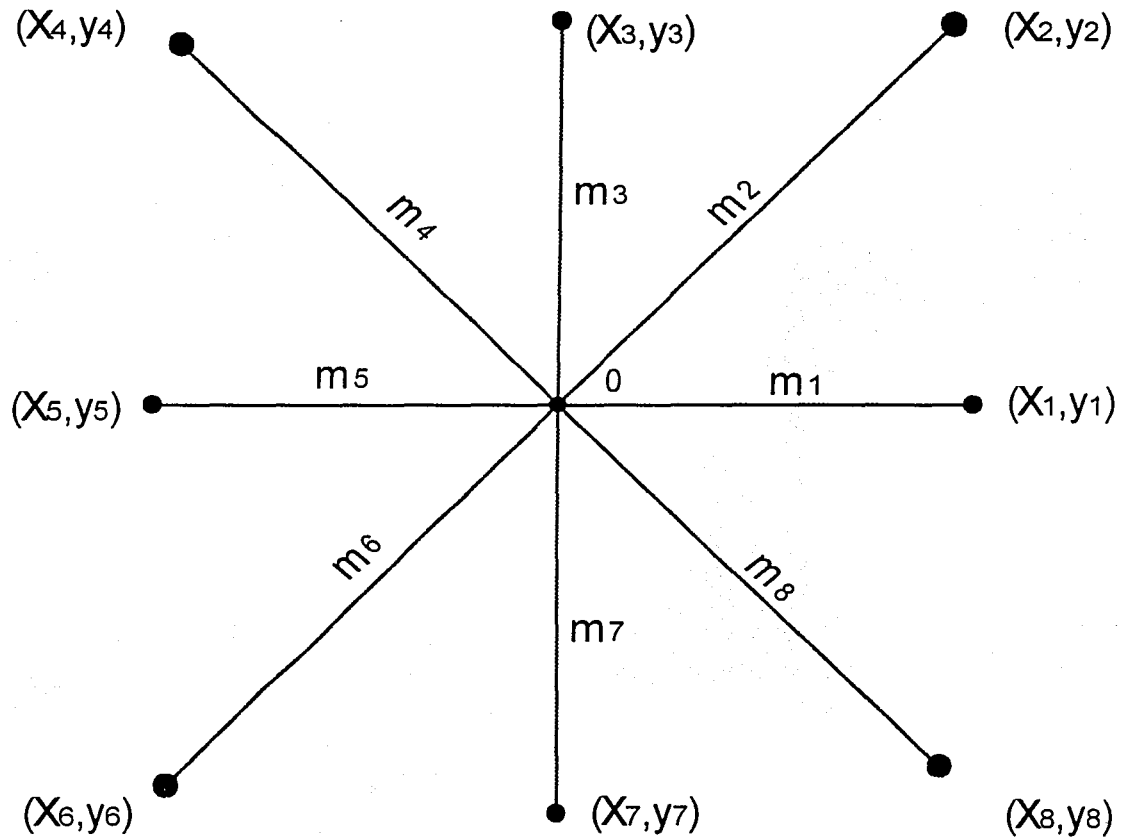


Fig. 4.2. Distancias  $m_i$  desde el punto  $(x, y)$  hacia sus ocho puntos vecinos.

Por lo tanto la ecuación (1) es reducida a:

$$Q^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \sqrt{(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2} - m_i \right]^2 \quad (2)$$

La ecuación (2) puede ser reducida aún más haciendo  $dQ^2/dx$  igual a cero, por lo tanto la solución será:

$$\frac{\partial Q^2}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \left[ \sqrt{(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2} - m_i \right]^2 = 0 \quad (3)$$

Considerando que los valores en la dirección en "y" no son tan importantes en el análisis en "x" se puede despreciar el termino  $(Y_1 - Y)^2$ , reduciendo la ecuación a:

$$\frac{\partial Q^2}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \left[ \sqrt{(X_i - X)^2} - m_i \right]^2 = 0$$

$$\frac{\partial Q^2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (X_i - X)^2 - 2m_i(X_i - X) + m_i^2 \right]$$

$$\frac{\partial Q^2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ X_i^2 - 2X_i X + X^2 - 2m_i X_i + 2m_i X + m_i^2 \right]$$

$$\frac{\partial Q^2}{\partial x} = -2X_i + 2X + 2m_i = 0$$

$$X = X_i - m_i \quad (4)$$

Donde  $X$  representa el error en la distancia  $i$ , por lo tanto se tendrá:

$$X = E_x \quad (5)$$

Si consideramos solamente dos medidas en la dirección "x",  $m_1$  y  $m_5$ :

$$E_x + E_x = (X_1 - m_1) + (X_5 - m_5)$$

$$2E_x = (X_1 - m_1) + (X_5 - m_5)$$

$$E_x = \frac{(X_1 - m_1)}{2} + \frac{(X_5 - m_5)}{2} \quad (6)$$

La ecuación (6) es un promedio de los errores del nodo de la malla para la dirección en "x"; con estos resultados se determinan las nuevas distancias  $X_1$  y  $X_5$  al sumarles el error correspondiente, más adelante se da un ejemplo para su mejor entendimiento. Es importante señalar que los valores de las coordenadas ( $X$ ,  $Y$ ), son tomados como absolutos. Lo mismo es aplicado para la dirección en "y", considerando las medidas  $Y_3$  y  $Y_7$ . En las direcciones diagonales también se puede utilizar la ecuación (6) cuando el sistema coordenado es rotado  $45^\circ$ .

La mejor estimación de la posición del nodo (0) de la figura 4.2, será el promedio del resultado de la ecuación (6) en todas las direcciones. El procedimiento se repite para



todos los nodos, logrando ajustar así toda la malla. Cuando este procedimiento se lleva a la práctica se debe atender a los siguientes puntos:

1. -Los valores nominales de todos los puntos se consideran como puntos de inicio del proceso.

2. -Las mediciones en la dirección "x" predicen que la coordenada "y" no cambia y viceversa, sin afectar la solución final.

3. -Los puntos de los bordes y las esquinas de la malla son tratados de forma análoga.

4. -Después de cada iteración en la cual se ajustan todos los puntos de la malla, la orientación es recuperada transformando las coordenadas del punto inferior izquierdo como (0,0) y el punto inferior derecho como (0) en la dirección "y".

5. -La iteración es repetida hasta que el cambio relativo  $Q^2$  es menor que  $10^{-4}$  en iteraciones sucesivas.

El proceso anterior se resume en el siguiente diagrama de bloques: (figura 4.3)

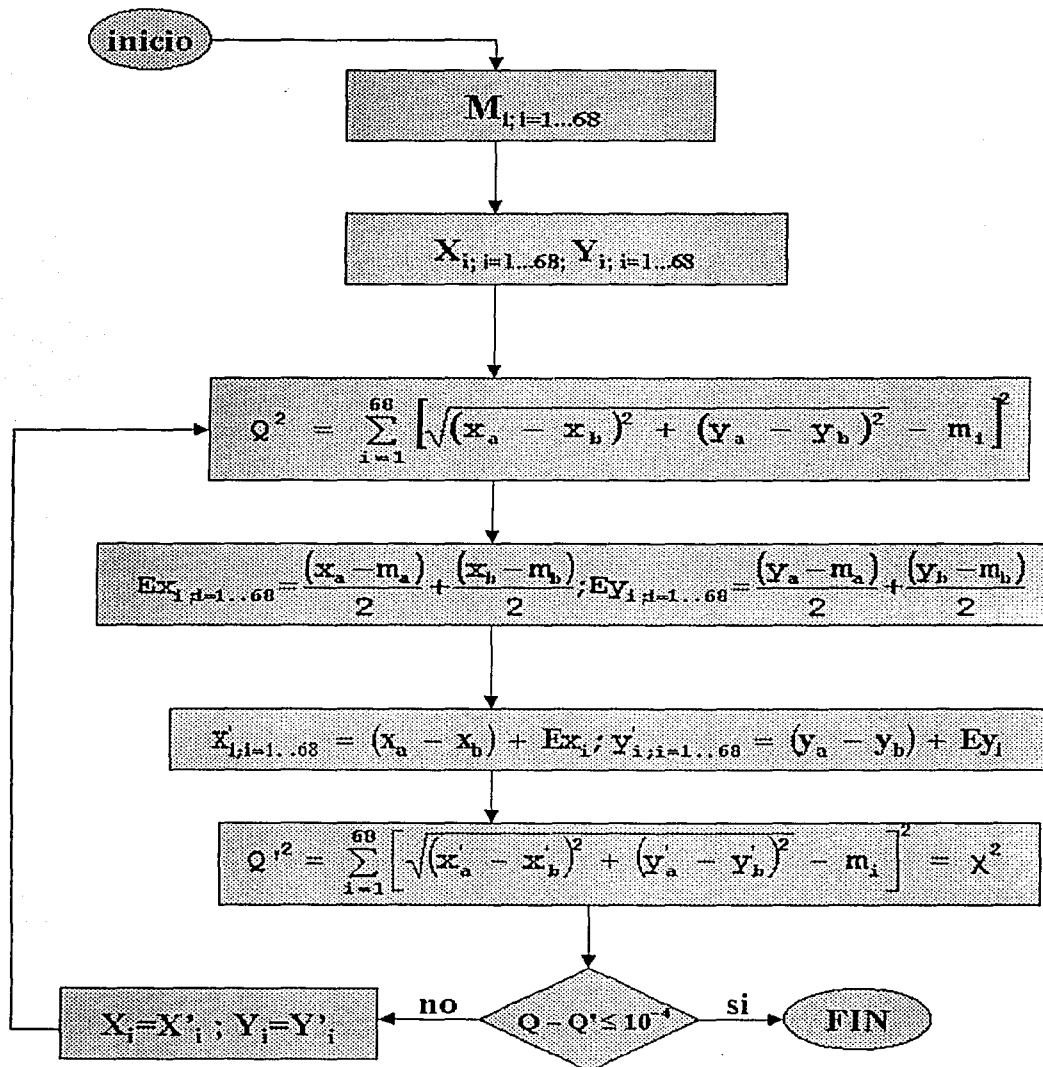
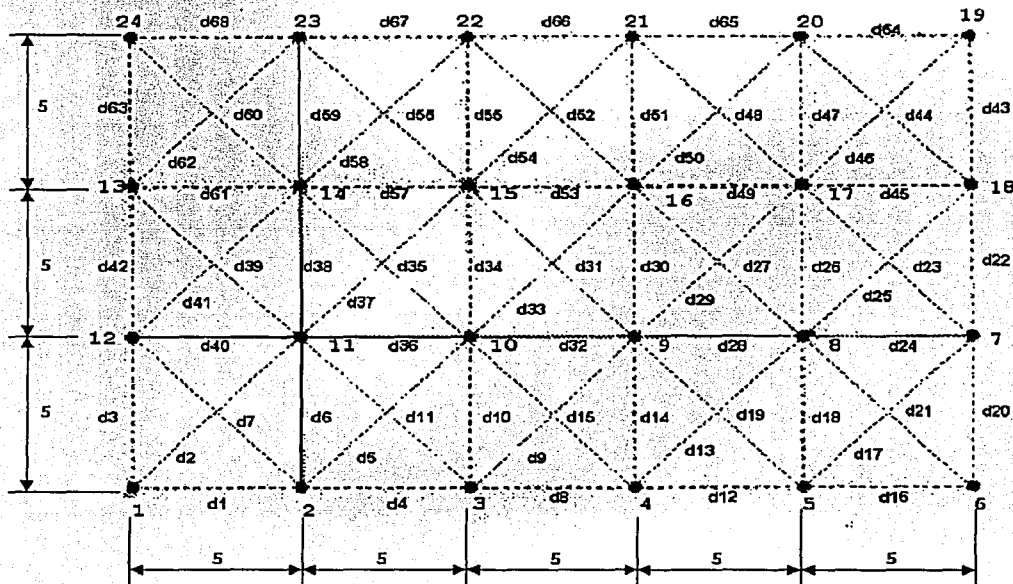


Figura 4.3. Diagrama de bloques del algoritmo.

## 4.2-Prueba de la bondad del algoritmo.

Para comprobar la efectividad y claridad del método anterior se realizaron una serie de ejercicios. El primero consistió en desarrollar una malla en Autocad de 25x15 mm con 24 nodos y cuadros que presentaban una separación de 5 milímetros (figura 4.4).

Se optó por utilizar una impresora láser para lograr una mejor calidad en los trazos de las líneas al momento de elaborar la impresión. La malla en cuestión se colocó sobre un porta objetos de vidrio y se sujetó con cinta adhesiva de doble cara, con esto se evita la deformación del papel y se reducen los efectos por cambios de temperatura.



Una vez preparada la malla se tomaron 68 mediciones en un comparador óptico a 20 aumentos (figura 4.5), y se repitió el procedimiento 3 veces; con estos valores se calcularon las nuevas coordenadas de la malla utilizando las ecuaciones (1) y (6). Los datos completos se pueden ver en el apéndice A.

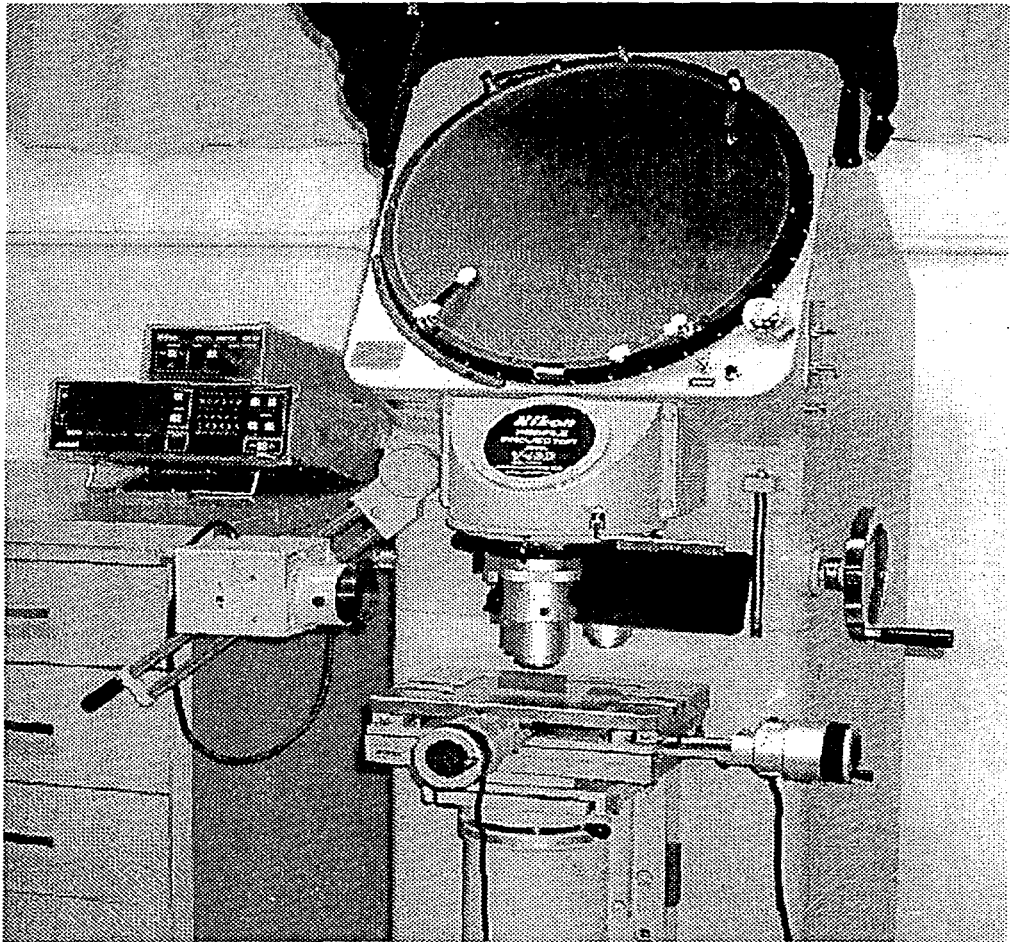


Figura 4.5.-Comparador óptico

Al realizar los cálculos se tomaron en cuenta solo las medidas en la direcciones "x" y "y", por considerar suficiente estos datos para comprobar si el método converge y simplificar el procedimiento, sin embargo, en los cálculos de la placa final se tomarán en cuenta todas las medidas. Por lo tanto las medidas que se encuentran en las diagonales como las distancias,  $d_2$ ,  $d_5$ ,  $d_7$ ...etc, son calculadas con ayuda de las formulas de los senos y cosenos.

El resultado de la ecuación (1) en esta primera iteración fue de  $Q^2=0,021925$ . Después de ajustar la malla con ayuda de la ecuación (6) de donde se obtienen los errores de cada nodo (figura 4.6), se obtuvo el nuevo valor de  $Q^2=0,00292$ . La diferencia entre esta nueva  $Q^2$  y la anterior fue de 0,019, por lo cual el procedimiento se vuelve a repetir hasta que el cambio relativo de  $Q^2$  es menor que  $10^{-4}$  en 2 iteraciones sucesivas.

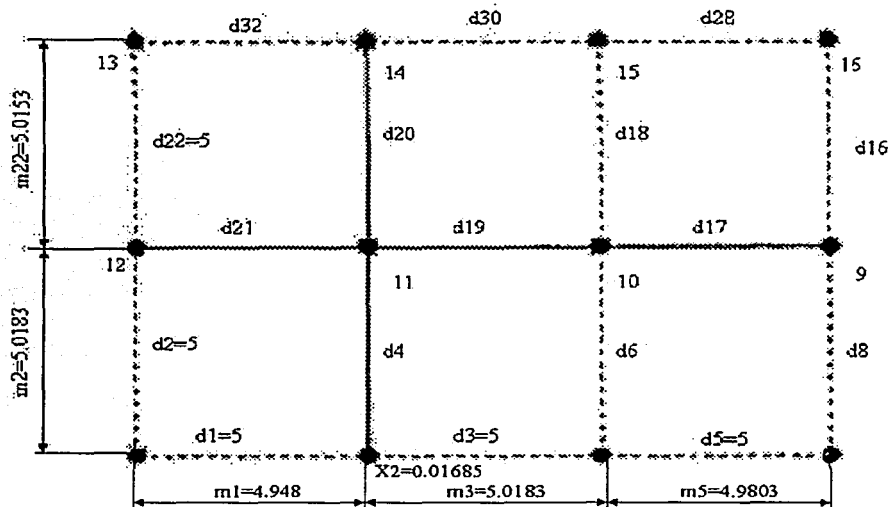


Figura 4.6.-Sección de la malla de la figura 4.4.

Para ajustar la malla los errores son sumados a las distancias iniciales; en el caso del nodo 2 (figura 4.6) el error en la dirección "x" es de  $X_1 = 0,01685$ , este valor es sumado a la distancia d1 con lo que se obtiene el nuevo  $d_1 = 5,01685$ . De manera análoga son ajustados todos los puntos de la malla. En la tabla 4.1 se ilustran los valores nominales de la malla y los valores finales después de ajustarla.

**Tabla 4.1.-Valores nominales y ajustados de la malla de Autocad en mm.**

Distancias	Nominales	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración
d1	5,0000	4,9650	4,9569	4,9548	4,9545
d2	7,0711	7,0673	7,0617	7,0580	7,0552
d3	5,0000	5,0168	5,0131	5,0135	5,0148
d4	5,0000	4,9811	4,9774	4,9758	4,9761
d5	7,0711	7,0761	7,0764	7,0773	7,0771
d6	5,0000	5,0203	5,0209	5,0226	5,0241
d7	7,0711	7,0583	7,0500	7,0487	7,0494
d8	5,0000	4,9887	4,9881	4,9860	4,9841
d9	7,0711	7,0809	7,0810	7,0808	7,0791
d10	5,0000	5,0070	5,0023	5,0041	5,0071
d11	7,0711	7,0657	7,0637	7,0672	7,0722
d12	5,0000	4,9898	4,9934	4,9952	4,9961
d13	7,0711	7,0785	7,0798	7,0810	7,0803
d14	5,0000	5,0148	5,0089	5,0076	5,0078
d15	7,0711	7,0546	7,0446	7,0437	7,0470
d16	5,0000	4,9827	4,9827	4,9827	4,9827
d17	7,0711	7,0827	7,0811	7,0786	7,0750
d18	5,0000	5,0145	5,0128	5,0130	5,0135
d19	7,0711	7,0671	7,0607	7,0588	7,0601
d20	5,0000	5,0182	5,0161	5,0128	5,0100
d21	7,0711	7,0647	7,0636	7,0638	7,0659
d22	5,0000	5,0223	5,0268	5,0291	5,0302
d23	7,0711	7,0660	7,0684	7,0697	7,0693
d24	5,0000	4,9920	4,9920	4,9920	4,9920
d25	7,0711	7,0956	7,0951	7,0947	7,0956
d26	5,0000	5,0178	5,0159	5,0150	5,0145
d27	7,0711	7,0787	7,0773	7,0750	7,0718
d28	5,0000	4,9857	4,9825	4,9809	4,9801
d29	7,0711	7,0827	7,0788	7,0784	7,0802
d30	5,0000	5,0267	5,0233	5,0217	5,0208

Tabla 4.1.-Valores nominales y ajustados  
de la malla de Autocad en mm.

d31	7,0711	7,0737	7,0748	7,0747	7,0732
d32	5,0000	4,9800	4,9772	4,9773	4,9782
d33	7,0711	7,0828	7,0714	7,0671	7,0669
d34	5,0000	5,0165	5,0081	5,0039	5,0018
d35	7,0711	7,0922	7,0971	7,0940	7,0886
d36	5,0000	4,9910	4,9965	5,0007	5,0027
d37	7,0711	7,0564	7,0423	7,0418	7,0454
d38	5,0000	5,0192	5,0164	5,0150	5,0144
d39	7,0711	7,0676	7,0554	7,0480	7,0431
d40	5,0000	4,9742	4,9658	4,9588	4,9532
d41	7,0711	7,0645	7,0605	7,0605	7,0614
d42	5,0000	5,0243	5,0198	5,0176	5,0165
d43	5,0000	5,0133	5,0133	5,0133	5,0133
d44	7,0711	7,0919	7,0928	7,0951	7,0986
d45	5,0000	4,9953	4,9953	4,9953	4,9953
d46	7,0711	7,0727	7,0719	7,0696	7,0660
d47	5,0000	5,0217	5,0217	5,0217	5,0217
d48	7,0711	7,1083	7,1052	7,1038	7,1045
d49	5,0000	4,9970	4,9978	4,9983	4,9985
d50	7,0711	7,0632	7,0628	7,0624	7,0607
d51	5,0000	5,0333	5,0333	5,0333	5,0333
d52	7,0711	7,0829	7,0799	7,0820	7,0861
d53	5,0000	4,9970	4,9970	4,9966	4,9962
d54	7,0711	7,0961	7,0986	7,0981	7,0956
d55	5,0000	5,0333	5,0333	5,0333	5,0333
d56	7,0711	7,0933	7,1003	7,1041	7,1064
d57	5,0000	4,9823	4,9750	4,9713	4,9697
d58	7,0711	7,0678	7,0550	7,0486	7,0442
d59	5,0000	5,0247	5,0247	5,0247	5,0247
d60	7,0711	7,0732	7,0638	7,0623	7,0631
d61	5,0000	4,9678	4,9606	4,9606	4,9625
d62	7,0711	7,0588	7,0538	7,0509	7,0492
d63	5,0000	5,0333	5,0333	5,0333	5,0333
d64	5,0000	5,0013	5,0013	5,0013	5,0013
d65	5,0000	4,9895	4,9836	4,9806	4,9791
d66	5,0000	4,9882	4,9875	4,9901	4,9929
d67	5,0000	4,9863	4,9854	4,9853	4,9839
d68	5,0000	4,9595	4,9461	4,9398	4,9367

En la tabla 4.1 se observa que el método converge, sin embargo no sabemos si está convergiendo a un valor real.

Debido a esto se decidió hacer un segundo experimento pero ahora utilizando una regla de vidrio grado 1 modelo 72-116/H11-50 de Mitutoyo (figura 4.7); la regla se midió a 20

aumentos y se ajustaron los valores con ayuda del algoritmo descrito anteriormente.

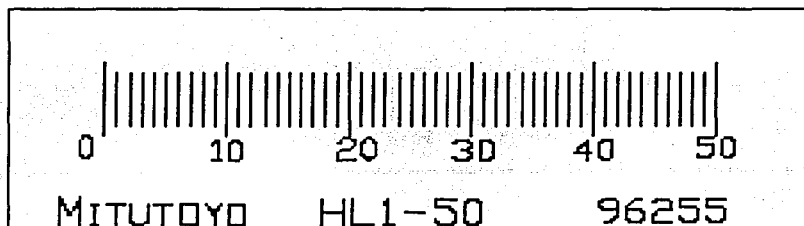


Figura 4.7.- Regla de vidrio.

Posteriormente se midió la regla a 100 aumentos y se compararon los resultados obtenidos con los valores a 20 aumentos sin ajustar y ajustados (tabla 4.2).

TABLA 4.2.-COMPARACIÓN ENTRE DATOS A 20 AUMENTOS Y DATOS A 100 AUMENTOS EN mm.						
	A 20 AUMENTOS	A 100 AUMENTOS	ERROR	A 20 AUMENTOS	A 100 AUMENTOS	ERROR
			CUADRÁTICO	AJUSTADOS		CUADRÁTICO
d1	1,0001	0,9994	5,102E-07	0,9995	0,9994	3,189E-10
d2	1,0001	1,0009	5,102E-07	1,0009	1,0009	3,189E-10
d3	1,0003	1,0004	2,041E-08	1,0004	1,0004	0
d4	0,9973	0,9983	0,000001	0,9963	0,9983	3,789E-06
d5	0,9990	0,9999	7,347E-07	0,9999	0,9999	1,993E-09
d6	1,0016	1,0010	3,265E-07	1,0011	1,0010	9,646E-09
d7	0,9989	0,9989	0	0,9989	0,9989	5,102E-09
d8	0,9999	1,0001	8,163E-08	1,0001	1,0001	7,972E-11
d9	0,9991	0,9986	3,265E-07	0,9987	0,9986	7,972E-09
d10	0,9989	0,9997	7,347E-07	0,9997	0,9997	7,972E-11
d11	1,0000	0,9984	2,469E-06	0,9984	0,9984	7,972E-11
d12	0,9991	1,0006	2,041E-06	1,0007	1,0006	6,457E-09
d13	1,0006	1,0004	2,041E-08	1,0005	1,0004	2,87E-09
d14	0,9950	0,9973	5,224E-06	0,9938	0,9973	0,0000125
d15	0,9981	0,9996	2,041E-06	0,9997	0,9996	1,563E-08
d16	1,0016	1,0001	2,041E-06	1,0002	1,0001	3,189E-10
d17	0,9983	0,9995	1,474E-06	0,9996	0,9995	9,646E-09
D18	1,0013	1,0000	1,653E-06	1,0000	1,0000	0
			0,005			0,004



Se puede apreciar como los valores ajustados con ayuda del algoritmo a 20 aumentos muestran una tendencia hacia los valores de 100 aumentos; con esto se puede concluir que el método converge hacia valores reales y puede ser utilizado en la calibración de nuestra placa.

#### 4.3-Calibración del patrón bidimensional metálico.

Una vez que se comprobó el algoritmo se comenzó a trabajar sobre el patrón bidimensional metálico (figura 4.8), para medirlo en la MMC, pero los palpadores que se tenían no eran adecuados para la medición ya que los vástagos de los mismos tocaban a las superficies de la cavidad esférica antes de que lo hiciera la esfera.

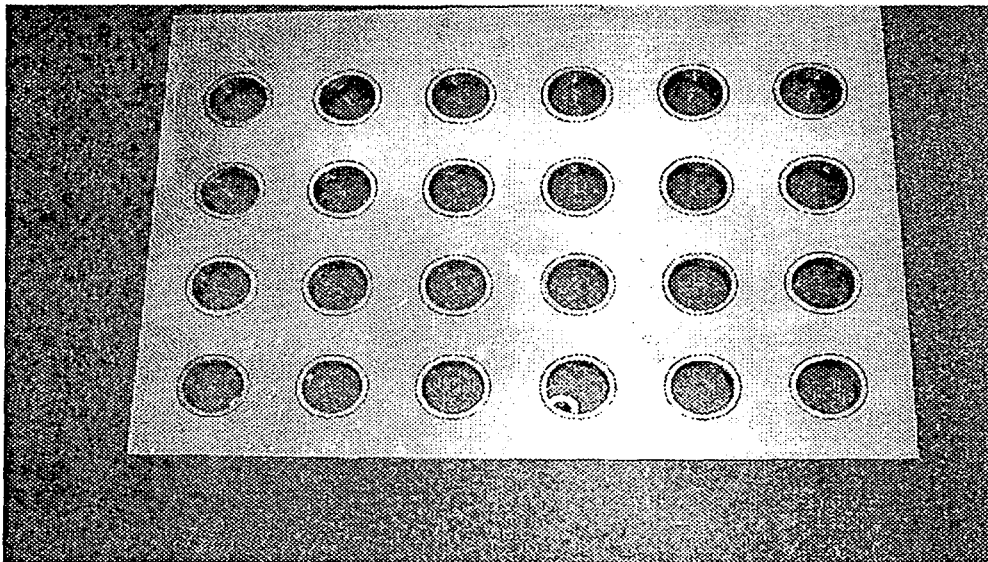


Figura 4.8.- Patrón bidimensional metálico.

Por lo anterior se resolvió construir un palpador que sirviera para realizar la prueba (figura 4.9).

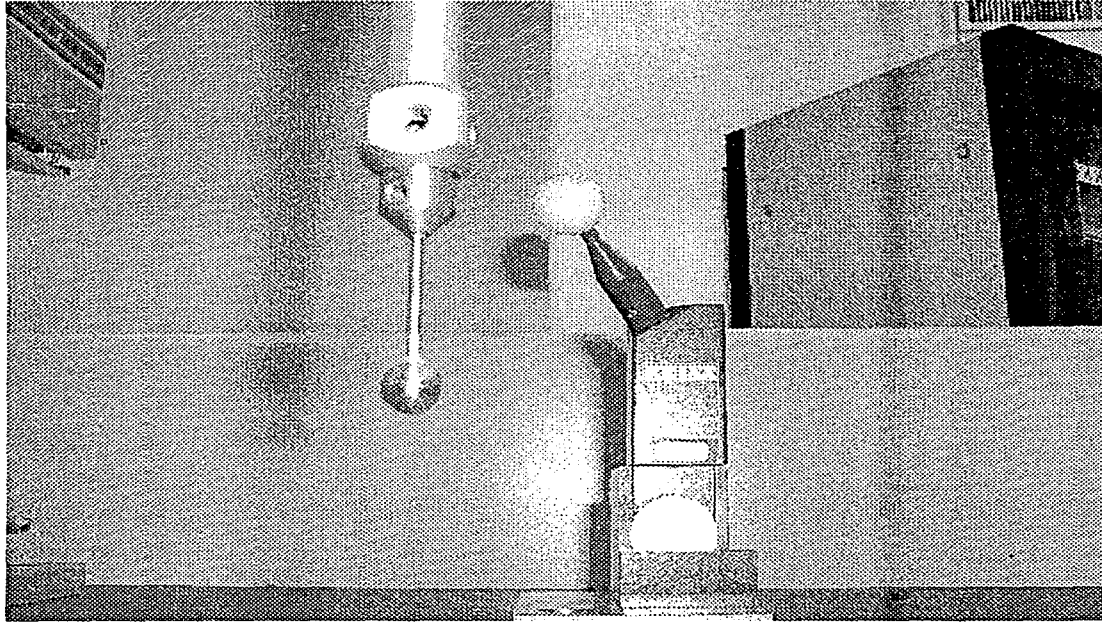
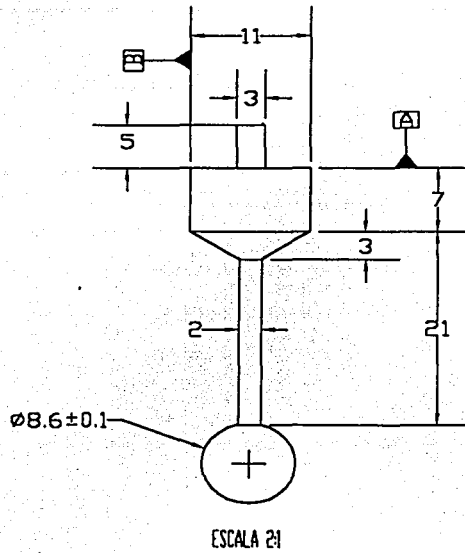


Figura 4.9.- Palpador.

#### 4.3.1-Diseño del palpador.

Para poder garantizar que la esfera del palpador toque la superficie de los insertos antes del vástago se decidió utilizar una esfera de acero de  $\varnothing 8,7$  mm (figura 4.10), la cual fue soldada al vástago con soldadura de plata. Sin embargo al utilizar una esfera grande en combinación con un vástago de diámetro mucho menor se generan una mayor acumulación de errores.



NOTA: Dimensiones en mm.  
Tolerancias generales  $\pm 1$

Material: \_\_\_\_\_

Tratamiento superficial: x : \_\_\_\_\_

Proteccion superficial: x : \_\_\_\_\_

<del>Medidas sin tolerancias s.</del>	
Grado de Precision	<del>Normal</del>
Normales	<del>Normal</del>

<del>Medidas sin tolerancias s.</del>		
Tolerancia en General:		
2001	Fecha	Nombre
Dibujo	25.09.01	EALVA
Reviso	25.09.01	G.RUIZ

No tomar medidas directamente, guíarse solamente por las indicadas por cota

Prohibido copiar, usar, o comunicar a terceros este dibujo

**CENTRO DE INSTRUMENTOS**

Escala
2:1

**PALPADOR CON ESFERA DE ACERO**

No. de dibujo:	X	Hoja
Tipo:	x	1 DE 1
En cambio de:	x	A4
		PRO-E

Lo anterior se explica con la figura 4.11, donde se puede observar como el vástago del palpador se dobla si se hace una palpación lateral, especialmente con palpadores largos y delgados, esto a causa de la fuerza que recibe el vástago al palpar el objeto de medición. Las máquinas de medición por coordenadas ya tienen compensado este tipo de error si la medida es tomada en un ángulo  $\alpha=0^\circ$ .

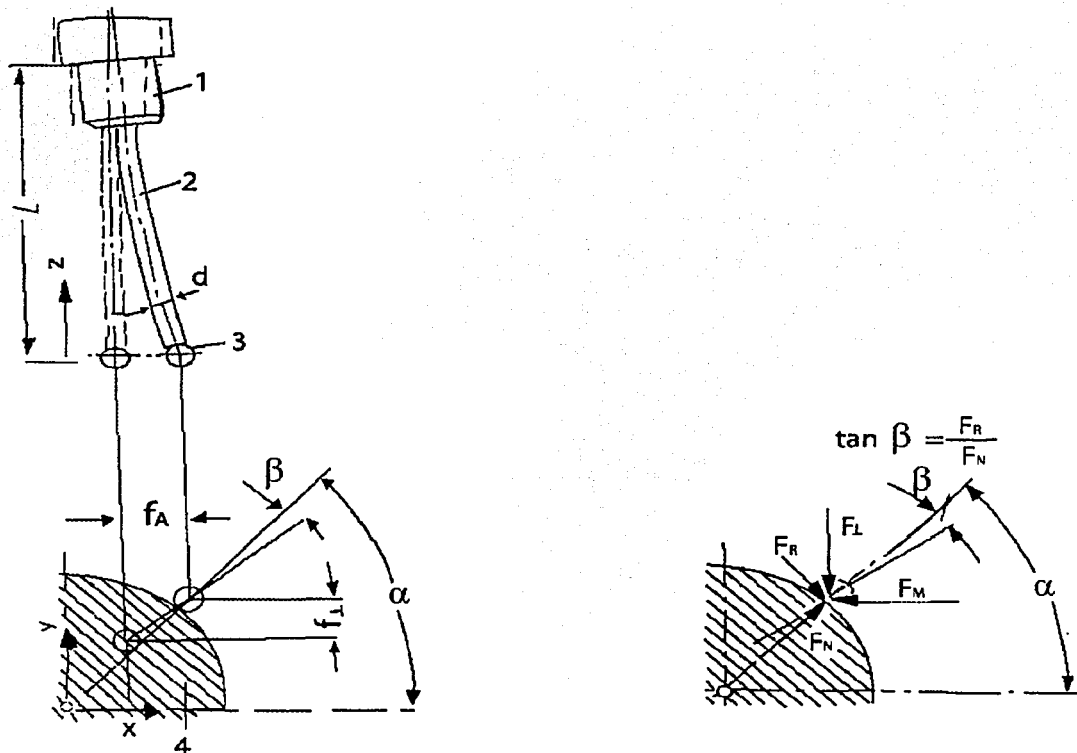


Figura 4.11.-Deformación del vástago del palpador en las mediciones<sup>[11]</sup>.

- Donde:
- 1- Cabezal de la MMC.
  - 2- Vástago.
  - 3- esfera del palpador.
  - 4- objeto de medición.
- $f_A$  Desplazamiento de la esfera en dirección horizontal.
- $f_L$  Desplazamiento de la esfera en dirección vertical.
- $F_M$  Fuerza de la medición.
- $F_L$  Fuerza en dirección vertical donde:  $F_L = F_M e^{0,0548\alpha}$ .
- $F_N$  Fuerza normal.
- $F_R$  Fuerza resultante.
- $\alpha$  Ángulo de medición.
- $\beta$  Ángulo de fricción.

En la figura 4.11 se puede apreciar que existen otros factores que intervienen, como la fuerza con que se realice la medición, ya que a mayor fuerza, mayor será la deformación del vástago. Por último tenemos los errores que se generan por la fricción entre la esfera del palpador y el objeto de medición, este error depende de los materiales y de la fuerza de medición.

La figura 4.12 muestra los desplazamientos  $f_L$  de la esfera del palpador en función del ángulo de medición  $\alpha$ , para diferentes valores de  $F_M$ .

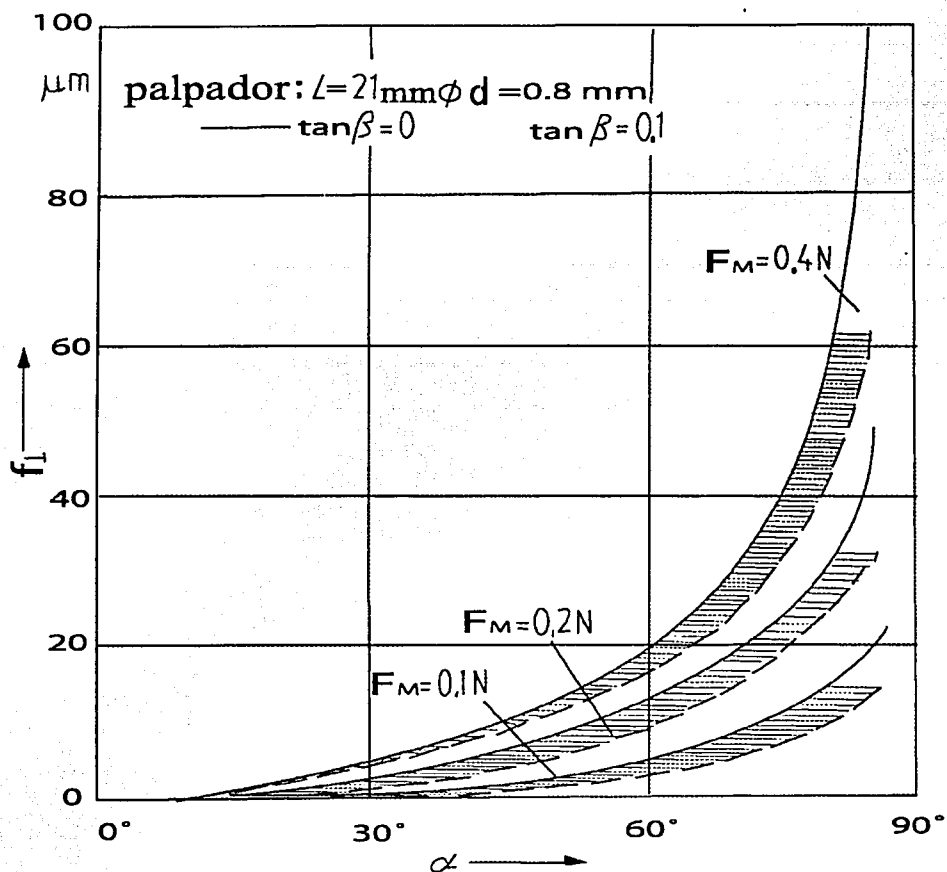


Figura 4.12.- $f_l$  como función de  $\alpha$ , para diferentes valores de  $F_M$  cuando  $\tan\beta=0$  y  $\tan\beta=0,1$  con un vástago de  $L=21\text{ mm}$  y  $d=0,8\text{ mm}^{[11]}$ .

Donde:  $F_M$  Fuerza de la medición.

$\alpha$  Ángulo de medición.

$\beta$  Ángulo de fricción.

En la gráfica anterior se ve claramente que a mayor ángulo  $\alpha$  y a mayor fuerza se tendrá un mayor error.

#### 4.3.2- Procedimiento de medición de la placa.

Se planteó la medición de la placa en varias posiciones para cancelar los errores de la máquina; en cada posición se hicieron tres mediciones (figura 4.13), y con el promedio de los datos se procedió a ajustarlos con ayuda del algoritmo descrito anteriormente. Los resultados finales se pueden apreciar en la tabla 4.3 y 4.4.

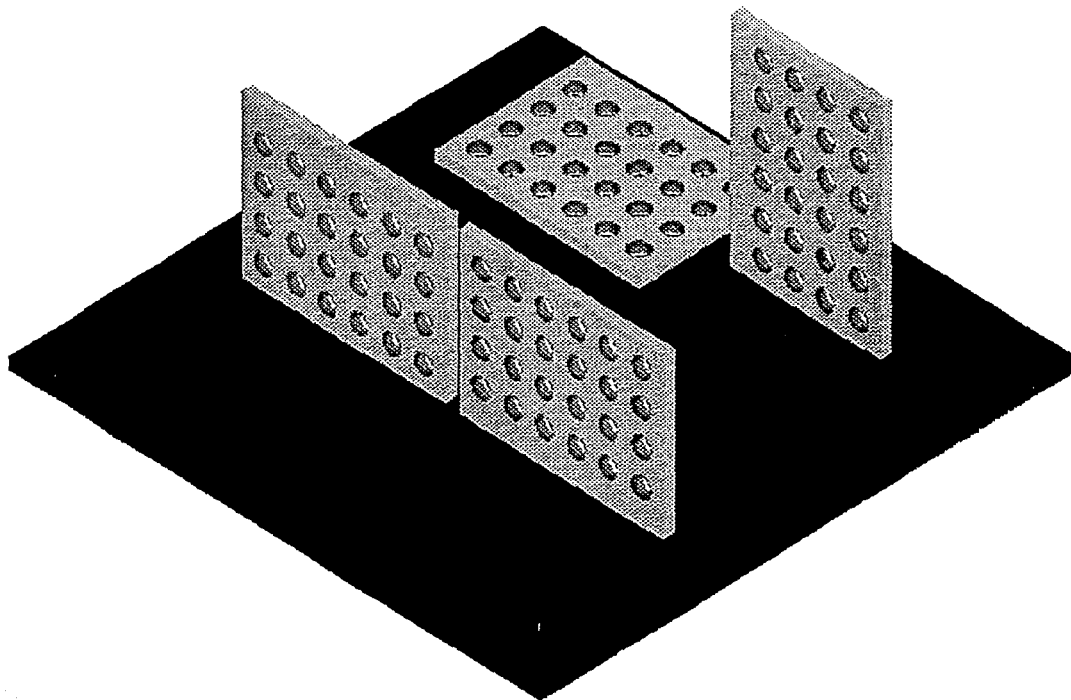
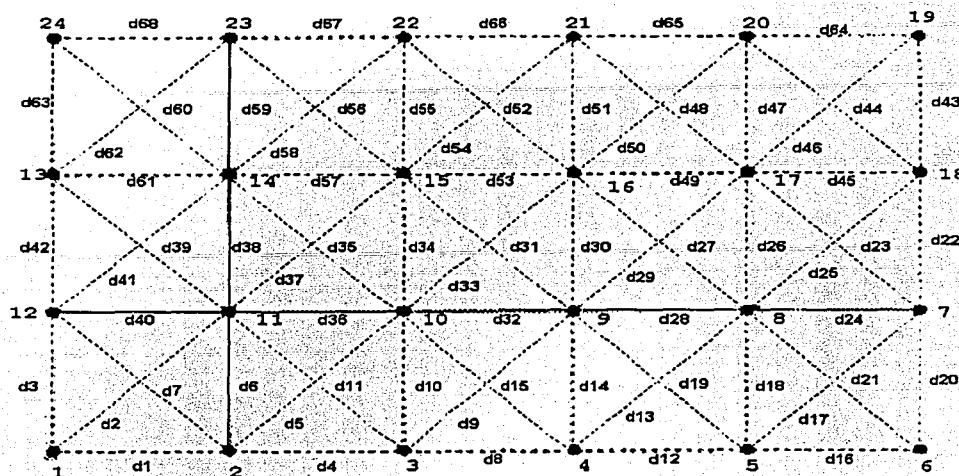


Figura 4.13.-Posiciones de medición del patrón bidimensional metálico.

TABLA 4.3.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico



Datos en mm.

distancias	Nominales	medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración	Q <sup>2</sup> (Ec.1)
d1	75	75,0091	75,0044	75,0045	75,0059	75,0074	2,89E-06
d2	106,066	106,067	106,0775	106,071	106,0721	106,0724	2,92E-05
d3	75	74,9977	74,9997	74,9984	74,9979	74,9977	0,00E+00
d4	75	74,9996	75,004	75,0014	74,9998	74,9991	2,50E-07
d5	106,066	106,0648	106,0821	106,075	106,0739	106,0724	5,78E-05
d6	75	74,9988	75,001	74,9996	74,9991	74,9988	0,00E+00
d7	106,066	106,0762	106,0626	106,0671	106,0665	106,0673	7,92E-05
d8	75	75,0084	75,0092	75,0099	75,0097	75,0093	8,10E-07
d9	106,066	106,075	106,0842	106,0795	106,0801	106,0796	2,12E-05
d10	75	75,0005	75,0016	75,0003	75	75,0001	1,60E-07
d11	106,066	106,0684	106,0597	106,0624	106,0613	106,0618	4,36E-05
d12	75	75,0099	75,0077	75,0088	75,0094	75,0096	9,00E-08
d13	106,066	106,0738	106,0822	106,0766	106,077	106,0767	8,41E-06
d14	75	75,0001	75,0014	75	74,9996	74,9997	1,60E-07
d15	106,066	106,0716	106,0631	106,0664	106,0656	106,0663	2,81E-05
d16	75	75,0055	75,0055	75,0055	75,0055	75,0055	0,00E+00
d17	106,066	106,0734	106,0863	106,0783	106,0764	106,0753	3,61E-06
d18	75	74,998	75,0002	74,9983	74,9978	74,9977	9,00E-08
d19	106,066	106,0689	106,0629	106,0662	106,0651	106,0654	1,23E-05
d20	75	74,9947	74,9982	74,995	74,9942	74,9941	3,60E-07
d21	106,066	106,0654	106,0566	106,061	106,0619	106,0629	6,25E-06
d22	75	75,0017	75,0045	75,0031	75,0024	75,002	9,00E-08
d23	106,066	106,0735	106,077	106,0758	106,0772	106,0778	1,85E-05
d24	75	75,0115	75,0115	75,0115	75,0115	75,0115	0,00E+00



Datos en mm.							
distancias	nominales	Medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración	$Q^2(\text{Ec.1})$
d25	106,066	106,076	106,0757	106,0752	106,0731	106,0721	1,52E-05
d26	75	75,0024	75,0041	75,0033	75,0028	75,0026	4,00E-08
d27	106,066	106,073	106,0782	106,0761	106,0759	106,076	9,00E-06
d28	75	75,007	75,0092	75,0081	75,0075	75,0072	4,00E-08
d29	106,066	106,075	106,0732	106,0736	106,073	106,0724	6,76E-06
d30	75	75,0028	75,0043	75,0035	75,0031	75,003	4,00E-08
d31	106,066	106,0763	106,0776	106,0772	106,0776	106,078	2,89E-06
d32	75	75,0117	75,0093	75,0094	75,0099	75,0105	1,44E-06
d33	106,066	106,076	106,0748	106,0746	106,0742	106,0739	4,41E-06
d34	75	75,0028	75,0043	75,0035	75,0032	75,003	4,00E-08
d35	106,066	106,0686	106,0723	106,0708	106,0697	106,0692	3,60E-07
d36	75	75,0028	75,0072	75,0062	75,0056	75,0051	5,29E-06
d37	106,066	106,0694	106,0743	106,0725	106,0717	106,071	2,56E-06
d38	75	75,0032	75,0037	75,0034	75,0033	75,0033	1,00E-08
d39	106,066	106,0747	106,0716	106,071	106,0704	106,071	1,37E-05
d40	75	75,0101	75,0064	75,006	75,0064	75,0068	1,09E-05
d41	106,066	106,0756	106,0729	106,0727	106,0743	106,075	3,60E-07
d42	75	75,0017	75,0022	75,002	75,0018	75,0017	0,00E+00
d43	75	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	0,00E+00
d44	106,066	106,0773	106,0853	106,0858	106,0874	106,0878	1,10E-04
d45	75	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	0,00E+00
d46	106,066	106,0778	106,0698	106,0693	106,0677	106,0673	1,10E-04
d47	75	75,0058	75,0058	75,0058	7,0058	75,0058	0,00E+00
d48	106,066	106,0767	106,0883	106,0869	106,0864	106,0861	8,84E-05
d49	75	75,0105	75,0098	75,0101	75,0103	75,0104	1,00E-08
d50	106,066	106,077	106,0656	106,0669	106,0674	106,0676	8,84E-05
d51	75	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	0,00E+00
d52	106,066	106,0751	106,0853	106,0838	106,0832	106,083	6,24E-05
d53	75	75,0114	75,011	75,0115	75,0117	75,0116	4,00E-08
d54	106,066	106,0791	106,0686	106,0702	106,0708	106,0711	6,40E-05
d55	75	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	0,00E+00
d56	106,066	106,0658	106,0765	106,0736	106,0723	106,0719	3,72E-05
d57	75	74,9996	75,0055	75,0028	75,0011	75,0003	4,90E-07
d58	106,066	106,0721	106,0689	106,0682	106,0675	106,067	2,60E-05
d59	75	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	0,00E+00
d60	106,066	106,0694	106,0743	106,0727	106,0724	106,0728	1,16E-05
d61	75	75,0109	75,0052	75,0051	75,0064	75,0079	9,00E-06
d62	106,066	106,0794	106,068	106,069	106,0709	106,0722	5,18E-05
d63	75	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	0,00E+00
d64	75	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	0,00E+00
d65	75	75,0086	75,0095	75,0091	75,0088	75,0087	1,00E-08
d66	75	75,0084	75,0085	75,008	75,008	75,0081	9,00E-08
d67	75	74,9987	75,0036	75,0011	75,0001	74,9996	8,10E-07
d68	75	75,0058	75,0022	75,0016	75,0025	75,0034	5,76E-06
						$\chi^2$	0,00074

En la tabla 4.4 se muestran los errores que tienen cada uno de los nodos, y como se van comportando al ser ajustados con ayuda del algoritmo, el error mostrado es el resultado de sustituir los valores medidos y ajustados en la ecuación 5.

**TABLA 4.4.-RESULTADOS FINALES DEL PATRÓN  
BIDIMENSIONAL METÁLICO EN MM.**

nodos	Primera iteración		Segunda iteración		tercera iteración		cuarta iteración	
	Error en x	Error en y	Error en x	Error en y	Error en x	Error en y	Error en x	Error en y
1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,00436	-0,00124	0,00017	-0,00222	0,00137	-0,00086	0,00151	-0,00031
3	0,00402	0,00048	-0,00257	-0,00116	-0,00165	0,00014	-0,00073	0,00043
4	0,00915	0,00006	0,00074	-0,00135	-0,00019	0,00008	-0,00037	0,00042
5	0,00768	-0,00196	0,00111	-0,00219	0,00056	-0,00026	0,00028	0,00028
6	0,00546	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
7	0,01145	-0,00180	0,00000	-0,00315	0,00000	-0,00087	0,00000	-0,00008
8	0,00920	0,00023	-0,00112	-0,00193	-0,00056	-0,00055	-0,00028	-0,00007
9	0,00931	0,00141	0,00005	-0,00143	0,00059	-0,00034	0,00057	0,00002
10	0,00722	0,00164	-0,00105	-0,00131	-0,00055	-0,00029	-0,00057	0,00004
11	0,00643	0,00098	-0,00039	-0,00136	0,00033	-0,00055	0,00044	-0,00022
12	0,01009	-0,00031	0,00366	-0,00128	0,00405	-0,00049	0,00372	-0,00018
13	0,01088	0,00225	0,00564	-0,00029	0,00578	-0,00014	0,00449	-0,00007
14	0,00523	0,00369	-0,00014	-0,00025	0,00129	-0,00012	0,00147	-0,00006
15	0,00551	0,00425	-0,00272	-0,00073	-0,00165	-0,00036	-0,00088	-0,00018
16	0,01096	0,00428	0,00058	-0,00075	0,00012	-0,00038	-0,00003	-0,00019
17	0,00980	0,00409	0,00034	-0,00083	0,00017	-0,00042	0,00009	-0,00021
18	0,00912	0,00450	0,00000	-0,00141	0,00000	-0,00071	0,00000	-0,00035
19	0,01040	0,00733	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
20	0,00950	0,00575	-0,00045	0,00000	-0,00023	0,00000	-0,00011	0,00000
21	0,00852	0,00578	-0,00049	0,00000	-0,00002	0,00000	0,00010	0,00000
22	0,00355	0,00570	-0,00248	0,00000	-0,00100	0,00000	-0,00049	0,00000
23	0,00224	0,00418	-0,00066	0,00000	0,00091	0,00000	0,00095	0,00000
24	0,00580	0,00283	0,00357	0,00000	0,00423	0,00000	0,00332	0,00000

Por último se presentan las posiciones finales de los centros de las esferas virtuales del patrón.

Tabla- 4.5-Posición final de los centros de las esferas virtuales del patrón			
En mm.			
nodo	Dirección X	Dirección Y	Dirección Z
1	0,0000	0,0000	0,0000
2	75,0074	-0,0003	0,8865
3	150,0065	0,0004	0,9023
4	225,0158	0,0004	0,7333
5	300,0254	0,0003	0,9345
6	375,0309	0,0000	0,9527
7	375,0448	74,9941	0,6372
8	300,0333	74,9980	0,9195
9	225,0261	75,0001	0,8775
10	150,0156	75,0005	0,8894
11	75,0105	74,9985	0,8658
12	0,0037	74,9977	0,7311
13	0,0045	149,9995	0,8606
14	75,0123	150,0018	0,8733
15	150,0126	150,0035	0,9161
16	225,0242	150,0030	0,9489
17	300,0346	150,0006	0,8779
18	375,0437	149,9961	0,7231
19	375,0336	225,0034	0,8303
20	300,0232	225,0064	0,8440
21	225,0145	225,0088	0,9411
22	150,0063	225,0092	0,8819
23	75,0068	225,0060	0,8055
24	0,0033	225,0023	0,8775

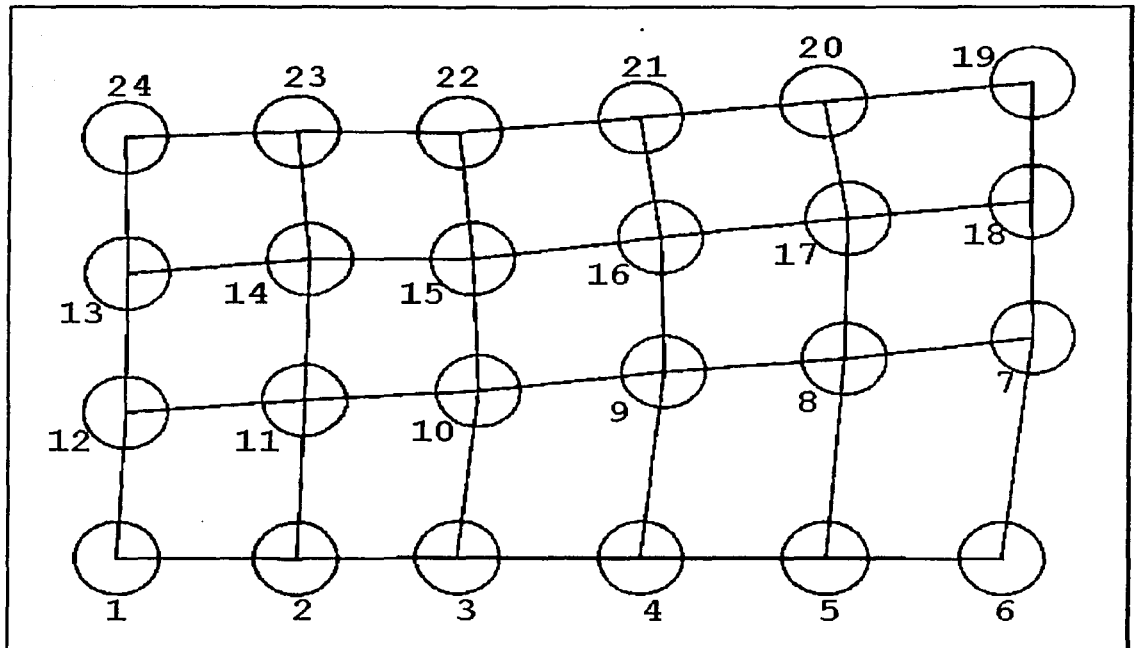


Figura 4.14-Posición final de los centros de las esferas virtuales del patrón en 2 dimensiones.

Los errores en las posiciones finales de las esferas que se presentan en la figura 4.14, están magnificados para su mejor interpretación. Sin embargo para darnos una mejor idea de como se encuentran ubicados los centros de las esferas se calcula el plano promedio en Z con ayuda de la regresión lineal múltiple y se obtiene figura 4.15.

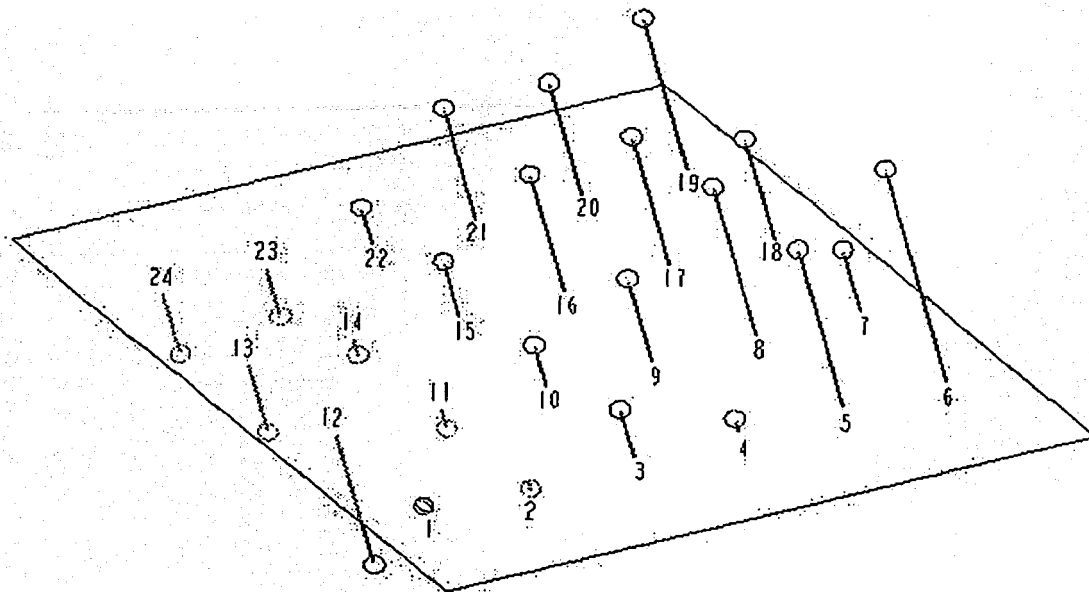


Figura 4.15-Posición final en 3D de los centros de las esferas virtuales del patrón con respecto al plano promedio.

La discusión y análisis de los resultados finales se plantean en el capítulo V.

#### 4.4.-Estimación de la incertidumbre.

El alto grado de exactitud que deben de tener los patrones de calibración obligan a evaluar la incertidumbre en las mediciones.

Cuando se da a conocer el resultado de las medición en una cierta cantidad física, es indispensable dar una indicación cuantitativa de la calidad del resultado, para que pueda tenerse una idea de su confiabilidad. Para lo anterior se utiliza la incertidumbre, que se puede explicar como un parámetro asociado con el resultado de la medida, que caracteriza la dispersión de los valores.

##### 4.4.1.-Incertidumbre de las medidas tomadas.

Para poder evaluar la calidad de las mediciones en nuestro patrón se tiene una serie de mediciones que se repiten  $N$  cantidades de veces, por lo que el tipo de incertidumbre que se utiliza es la tipo  $A^{(12)}$ , el cuál es un método de evaluación de la incertidumbre por medio de análisis estadístico de una serie de observaciones.

Así pues, la estimación explícita es:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (7)$$

Donde  $X_1, X_2, \dots, X_N$  son las  $N$  repeticiones de medidas.

En algunos casos, la estimación puede evaluarse con la ecuación:

$$Y = \bar{Y} = \sum_{k=1}^n Y_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k}) \quad (8)$$

lo cual no es sino una media aritmética de n determinaciones independientes  $Y_k$  de  $Y$ , donde  $X_{1,k}$  es la observación  $k$  de  $X_1$ .

En la mayoría de los casos, la mejor estimación del valor esperado  $\mu_q$  de una cantidad  $q$ , y para la cual se han hecho  $n$  mediciones independientes  $q_k$  es la medida aritmética o promedio  $\bar{q}$ :

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (9)$$

La observación individual  $q_k$  difieren en valor debido a variaciones aleatorias, por lo que se utiliza la varianza experimental de las observaciones, que es un estimador de la varianza de la distribución de probabilidad de  $q$ , por lo tanto se tendrá:

$$S^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2 \quad (10)$$

En donde  $n-1$  son los grados de libertad, en las evaluaciones de incertidumbre tipo A se tiene este tipo de grados de libertad cuando  $x_1 = \bar{X}_1$ .

Si la ecuación (10) se escribe de la siguiente manera:

$$S(q_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2} \quad (11)$$

se tendrá la desviación típica experimental que caracteriza la variabilidad de los valores observados  $q_k$ , es decir, su dispersión alrededor de la media  $\bar{q}$ .

Por otro lado, la mejor estimación de la varianza de la media, es:

$$S^2(\bar{q}) = \frac{S^2(q_k)}{n} \quad (12)$$

Si la ecuación (12) se escribe de la siguiente manera:

$$S(\bar{q}) = \sqrt{\frac{S^2(q_k)}{n}} \quad (13)$$

La ecuación (13) es conocida como la desviación típica experimental de la media, cuantifica qué tan bien  $\bar{q}$  estima el valor esperado de  $q$ , y se puede utilizar como una medida de la incertidumbre de  $\bar{q}$ .

Resumiendo lo anterior, la evaluación tipo A de la incertidumbre típica de un conjunto de medidas  $X_k$ , tal como se definió previamente, se logra con la ecuación:



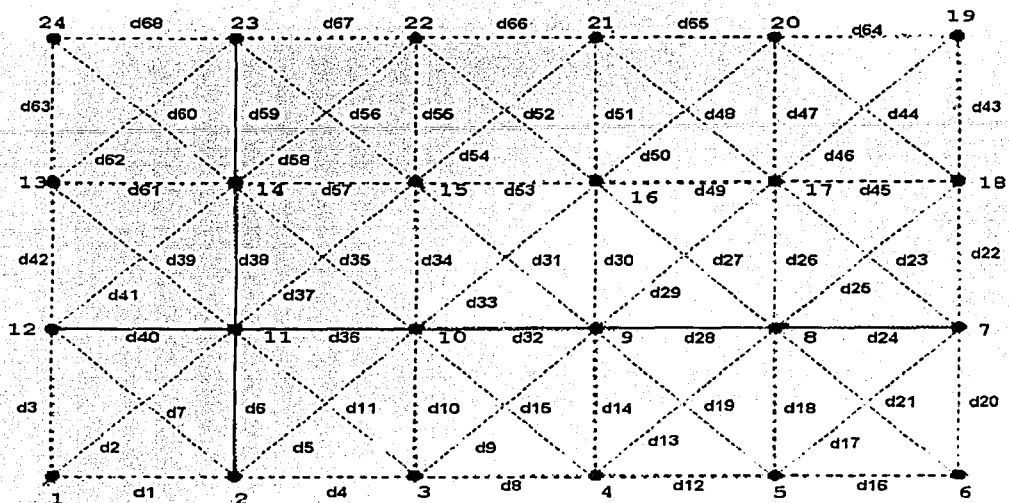
$$u(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (14)$$

Al utilizar las fórmulas para analizar los datos medidos en la máquina de medición por coordenadas se tiene la tabla 4.6.

Tabla 4.6.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC dirección X						
Datos en mm.						
nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC. 10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC.12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
1	0	0	0	0	0	0
2	75,0091	1.86E-06	0,0014	1.55E-07	0,0004	0,0004
3	150,0087	3.20E-06	0,0018	2.67E-07	0,0005	0,0005
4	225,0171	5.66E-06	0,0024	4.72E-07	0,0007	0,0007
5	300,0270	4.22E-06	0,0021	3.52E-07	0,0006	0,0006

Datos en mm.						
nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC. 10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC.12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
6	375,0325	5.41E-06	0,0023	4.51E-07	0,0007	0,0007
7	375,0393	7.30E-06	0,0027	6.09E-07	0,0008	0,0008
8	300,0278	2.57E-06	0,0016	2.34E-07	0,0005	0,0005
9	225,0208	4.60E-06	0,0021	3.83E-07	0,0006	0,0006
10	150,0092	7.11E-06	0,0027	5.93E-07	0,0008	0,0008
11	75,0064	2.44E-06	0,0016	2.03E-07	0,0005	0,0005
12	-0,0037	1.04E-06	0,0010	8.65E-08	0,0003	0,0003
13	-0,0015	2.86E-06	0,0017	2.38E-07	0,0005	0,0005
14	75,0094	1.23E-06	0,0011	1.03E-07	0,0003	0,0003
15	150,009	2.67E-06	0,0016	2.23E-07	0,0005	0,0005
16	225,0205	3.48E-06	0,0019	2.90E-07	0,0005	0,0005
17	300,0309	8.56E-06	0,0029	7.14E-07	0,0008	0,0008
18	375,0401	4.58E-06	0,0021	3.82E-07	0,0006	0,0006
19	375,0407	6.14E-06	0,0025	5.12E-07	0,0007	0,0007
20	300,0303	4.43E-06	0,0021	3.69E-07	0,0006	0,0006
21	225,0217	5.11E-06	0,0023	4.26E-07	0,0007	0,0007
22	150,0133	5.47E-06	0,0023	4.55E-07	0,0007	0,0007
23	75,0146	5.52E-06	0,0023	4.60E-07	0,0007	0,0007
24	0,0088	1.06E-05	0,0033	9.65E-07	0,0010	0,0010

Tabla 4.7.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC dirección Y



Datos en mm.

nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC.10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC. 12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
1	0	0	0,0000	0	0	0,0000
2	-0,0038	1.96E-06	0,0014	1.63E-07	0,0004	0,0004
3	-0,0062	2.25E-06	0,0015	1.87E-07	0,0004	0,0004
4	-0,0057	3.44E-06	0,0019	2.86E-07	0,0005	0,0005
5	-0,0035	1.00E-06	0,0010	8.37E-08	0,0003	0,0003
6	0,0001	4.17E-06	0,0020	3.48E-07	0,0006	0,0006
7	74,9948	5.34E-06	0,0023	4.45E-07	0,0007	0,0007
8	74,9946	4.82E-06	0,0022	4.38E-07	0,0007	0,0007
9	74,9944	4.21E-06	0,0021	3.51E-07	0,0006	0,0006
10	74,9943	6.14E-06	0,0025	5.11E-07	0,0007	0,0007
11	74,9949	3.71E-06	0,0019	3.09E-07	0,0006	0,0006
12	74,9977	1.19E-05	0,0035	9.93E-07	0,0010	0,0010
13	149,9994	5.09E-06	0,0023	4.24E-07	0,0007	0,0007
14	149,9981	6.93E-06	0,0026	5.78E-07	0,0008	0,0008
15	149,9971	6.89E-06	0,0026	5.75E-07	0,0008	0,0008

Datos en mm.						
nodo	Media	Varianza	Desviación típica	Varianza experimental de la medida	Desviación típica de la medida	Incertidumbre típica
	(EC. 9)	(EC.10)	(EC. 11)	(EC. 12)	(EC. 13)	(EC. 14)
16	149,9971	7.94E-06	0,0028	6.61E-07	0,0008	0,0008
17	149,9970	1.12E-05	0,0033	9.32E-07	0,0010	0,0010
18	149,9965	8.59E-06	0,0029	7.16E-07	0,0008	0,0008
19	225,0038	9.76E-06	0,0031	8.13E-07	0,0009	0,0009
20	225,0027	8.54E-06	0,0029	7.12E-07	0,0008	0,0008
21	225,0029	1.10E-05	0,0033	9.14E-07	0,0010	0,0010
22	225,0028	9.57E-06	0,0031	7.98E-07	0,0009	0,0009
23	225,0023	6.11E-06	0,0025	5.09E-07	0,0007	0,0007
24	225,0022	5.66E-06	0,0024	5.15E-07	0,0007	0,0007

Los datos de las tablas 4.6 y 4.7 muestran la incertidumbre de las mediciones tomadas del patrón en la maquina de medición por coordenadas, se puede observar que la incertidumbre típica es la esperada en este tipo de maquinas, en el capítulo V se abunda más acerca de los resultados obtenidos.

#### 4.4.2.-Incertidumbre del patrón bidimensional metálico.

Para estimar la incertidumbre de las medidas del patrón bidimensional metálico, se utiliza una distribución chi-cuadrado, la cual se aplica en muestras de tamaño  $N < 30$ , ya que estudios realizados con este tipo de distribución en pequeñas muestras, demuestran una mejor aproximación a la realidad.

Sea el estadístico:

$$\chi^2 = \frac{Ns^2}{\sigma^2} \quad (15)$$

donde  $\chi^2$  es chi-cuadrado,  $\sigma^2$  la desviación típica estándar de la muestra,  $s^2$  es la desviación típica de la población y  $N$  es el tamaño de la muestra. Si se considera la desviación típica como 1, tendremos:

$$\chi^2 = Ns^2 \quad (16)$$

Al recordar la ecuación (2) podemos ver que el valor mínimo de  $Q^2$  es  $\chi^2$ , ya que para  $\chi^2=0$  las frecuencias observadas y estimadas o calculadas concuerdan exactamente:

$$Q^2 = \sum_{i=1}^k \left[ \sqrt{(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2} - m_i \right]^2 = \chi^2 \quad (17)$$

Si se despeja  $s$  de la ecuación (15) se tendrá:

$$s = \sqrt{\frac{\sigma^2 \chi^2}{N}} \quad (18)$$

Si se consideran muestras de tamaño  $N$  extraídas de una población normal con desviación típica  $\sigma$ , y para cada muestra se calcula el valor  $\chi^2$ , se puede obtener una distribución muestral para  $\chi^2$ . Esta distribución es llamada distribución chi-cuadrado, y viene dada por:

$$Y = Y_0 (\chi^2)^{\frac{1}{2}(v-2)} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} = Y_0 \chi^{v-2} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} \quad (19)$$

donde  $v=N-1$  es el número de grados de libertad,  $Y_0$  es una constante que depende de  $v$ , de modo que el área bajo la curva sea 1. El valor máximo de  $Y$  se presenta cuando  $\chi^2=v-2$  para  $v \geq 2$ . Por lo tanto si:

$$\begin{aligned}\chi^2 &= v - 2 \\ v &= N - 1 \\ \chi^2 &= N - 3\end{aligned}\quad (20)$$

La ecuación (20) muestra el comportamiento de toda la población, pero si se quiere tomar una porción de esta población, la ecuación quedará:

$$\chi^2 = N - k' - 3 \quad (21)$$

donde  $k'$  es el número de parámetros de la población que debe estimarse a partir de las observaciones de la muestra. Por lo tanto la ecuación (18) queda de la siguiente forma:

$$S = \sqrt{\frac{\chi^2}{N - k' - 3}} \quad (22)$$

En el caso particular de nuestro patrón el tamaño de la muestra es igual a  $2n$ , donde  $n$  es el número de centros de esfera de nuestro patrón y el 2 se debe a que se tiene medidas en dirección "X" y "Y". Según H. Haitjiema<sup>(9)</sup> se puede considerar como un mejor promedio de las medidas ( $2n/k'$ ), por lo tanto tendremos:

$$S = \sqrt{\frac{\chi^2}{2n - k' - 3} \left( \frac{2n}{k'} \right)} \quad (23)$$

Al utilizar las fórmulas descritas anteriormente se tiene la tabla 4.8, donde se muestran las desviaciones estándar del patrón bidimensional metálico.

**TABLA 4.8-Desviación estándar (S) del patrón bidimensional metálico. (mm)**

Nodos	Dirección en X	Dirección en Y
1	0,0000	0,0000
2	0,0013	0,0014
3	0,0008	0,0009
4	0,0006	0,0007
5	0,0004	0,0005
6	0,0000	0,0000
7	0,0005	0,0005
8	0,0005	0,0005
9	0,0006	0,0005
10	0,0009	0,0007
11	0,0010	0,0007
12	0,0012	0,0006
13	0,0014	0,0007
14	0,0007	0,0004
15	0,0008	0,0007
16	0,0008	0,0008
17	0,0009	0,0009
18	0,0010	0,0008
19	0,0011	0,0011
20	0,0011	0,0014
21	0,0010	0,0013
22	0,0008	0,0009
23	0,0012	0,0011
24	0,0008	0,0003

Al evaluar la desviación en nuestro patrón utilizando los datos de la tabla 4.8 se grafican en la figura 4.16.

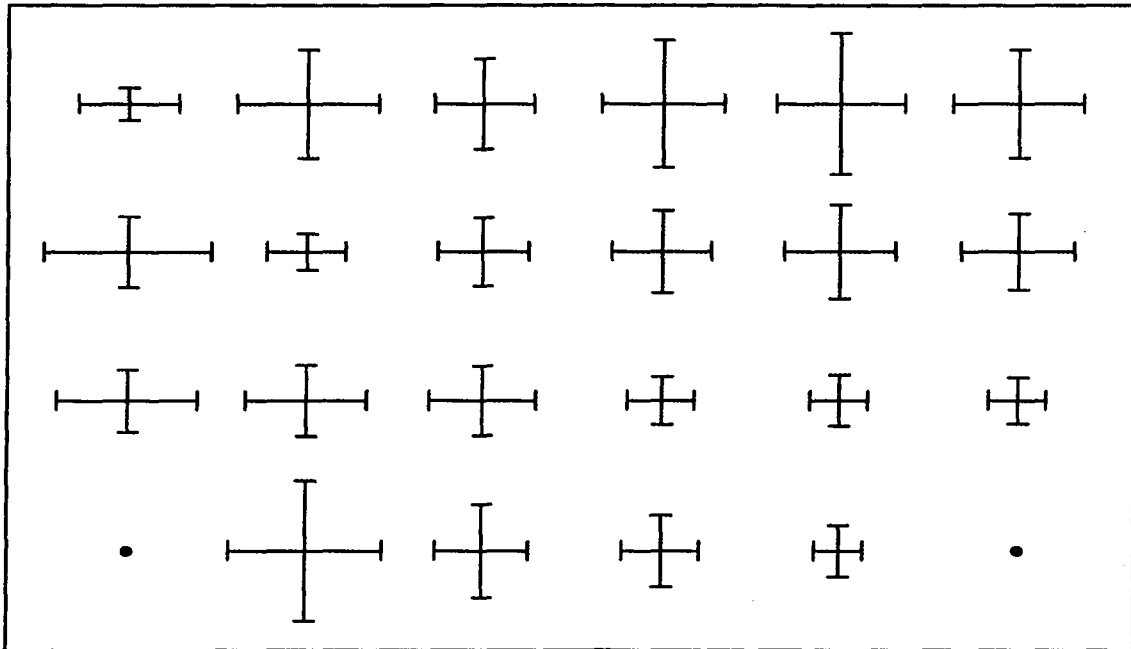


Figura 4.16.-Desviación estándar calculada de las medidas tomadas (tabla 4.8).

En la figura 4.16, los rangos de las desviaciones están en el orden de los micrómetros, sin embargo los datos no presentan una tendencia lógica, esto podría deberse a falta de abundancia de datos, lo cual se explica con mayor detenimiento en el capítulo V.

Con la ecuación (23) se puede determinar la incertidumbre del patrón en cada uno de los centros de las esferas, sin embargo para calcular la incertidumbre total de la placa, se utiliza el método de Monte Carlo, consistente en



reemplazar una población real por un universo teórico descrito por alguna distribución de probabilidad propuesta; esta población teórica se muestra por medio de una tabla de números aleatorios, los cuales se obtuvieron con ayuda de una calculadora manual, utilizando una distribución normal estándar.

Primero se debe de asumir que las medidas tomadas son los datos teóricos, con lo cual en primera instancia puede ser observado como una medida ideal:

$$m_i = \sqrt{(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2} \quad (24)$$

donde  $m$  representa las medidas tomadas del patrón en forma ideal, "X" e "Y" son las coordenadas nominales de los centros de la esferas virtuales del patrón. Estas medidas son ideales ya que dan un valor  $\chi^2=0$ , por lo tanto las frecuencias observadas y teóricas concuerdan exactamente.

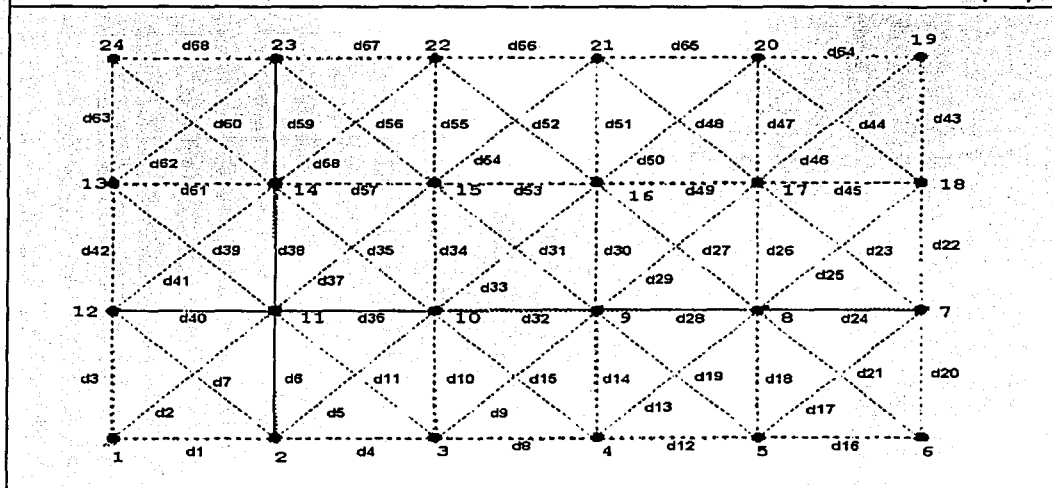
Por lo tanto al utilizar el método de Monte Carlo se tiene que:

$$m_i = \sqrt{(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2} + rs, \quad (25)$$

donde  $r$  es un número aleatorio,  $s$  es la desviación típica (ec.(23)) y  $m$  son las medidas simuladas a partir de la distancia entre los nominales (X, Y) más un término compuesto del producto de un número aleatorio  $r$  por la desviación estándar de la distancia ( $s$ ).

Los datos que se obtienen con el método de Monte Carlo, sustituyen a los datos medidos del patrón y se vuelve a realizar el cálculo con el algoritmo (ecuación 1), obteniéndose así una nueva  $\chi^2$ , la cual se denominará  $\chi_c^2$  (tabla 4.9).

TABLA 4.9.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico utilizando las medidas ideales obtenidas con la ecuación (25)



Datos en mm.

distancias	Nominales	medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	$Q^2(\text{Ec.1})$
d1	75,0000	75,0091	75,0044	75,0045	75,0059	1,01E-05
d2	106,0660	106,0670	106,0775	106,0710	106,0721	2,66E-05
d3	75,0000	74,9977	74,9997	74,9984	74,9979	4,21E-08
d4	75,0000	74,9996	75,0040	75,0014	74,9998	2,64E-08
d5	106,0660	106,0648	106,0821	106,0750	106,0739	8,40E-05
d6	75,0000	74,9988	75,0010	74,9996	74,9991	9,38E-08
d7	106,0660	106,0761	106,0626	106,0671	106,0665	9,38E-05
d8	75,0000	75,0084	75,0092	75,0099	75,0097	1,69E-06
d9	106,0660	106,0750	106,0842	106,0795	106,0801	2,59E-05
d10	75,0000	75,0005	75,0016	75,0003	75,0000	1,89E-07
d11	106,0660	106,0684	106,0597	106,0624	106,0613	5,08E-05
d12	75,0000	75,0099	75,0077	75,0088	75,0094	3,09E-07
d13	106,0660	106,0737	106,0822	106,0766	106,0770	1,05E-05
d14	75,0000	75,0001	75,0014	75,0000	74,9996	1,73E-07
d15	106,0660	106,0716	106,0631	106,0664	106,0656	3,57E-05
d16	75,0000	75,0055	75,0055	75,0055	75,0055	2,02E-28

Todos los datos están en mm.						
distancias	Nominales	medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	Q <sup>2</sup> (Ec.1)
d17	106,0660	106,0734	106,0863	106,0783	106,0764	8,65E-06
d18	75,0000	74,9980	75,0002	74,9983	74,9978	8,10E-08
d19	106,0660	106,0689	106,0629	106,0662	106,0651	1,40E-05
d20	75,0000	74,9947	74,9982	74,9950	74,9942	2,95E-07
d21	106,0660	106,0654	106,0566	106,0610	106,0619	1,24E-05
d22	75,0000	75,0017	75,0045	75,0031	75,0024	4,99E-07
d23	106,0660	106,0734	106,0770	106,0758	106,0772	1,42E-05
d24	75,0000	75,0115	75,0115	75,0115	75,0115	8,08E-28
d25	106,0660	106,0760	106,0757	106,0752	106,0731	8,85E-06
d26	75,0000	75,0024	75,0041	75,0033	75,0028	1,73E-07
d27	106,0660	106,0730	106,0781	106,0761	106,0759	8,00E-06
d28	75,0000	75,0070	75,0092	75,0081	75,0075	3,15E-07
d29	106,0660	106,0750	106,0732	106,0736	106,0730	3,96E-06
d30	75,0000	75,0028	75,0043	75,0035	75,0031	1,42E-07
d31	106,0660	106,0763	106,0776	106,0772	106,0776	1,55E-06
d32	75,0000	75,0117	75,0093	75,0094	75,0099	2,93E-06
d33	106,0660	106,0760	106,0748	106,0746	106,0742	3,15E-06
d34	75,0000	75,0028	75,0043	75,0035	75,0032	1,31E-07
d35	106,0660	106,0686	106,0723	106,0708	106,0697	1,32E-06
d36	75,0000	75,0028	75,0072	75,0062	75,0056	8,10E-06
d37	106,0660	106,0694	106,0743	106,0725	106,0717	5,29E-06
d38	75,0000	75,0032	75,0037	75,0034	75,0033	1,54E-08
d39	106,0660	106,0747	106,0716	106,0710	106,0704	1,90E-05
d40	75,0000	75,0101	75,0064	75,0060	75,0064	1,39E-05
d41	106,0660	106,0756	106,0729	106,0727	106,0743	1,59E-06
d42	75,0000	75,0017	75,0022	75,0020	75,0018	2,10E-08
d43	75,0000	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	2,02E-28
d44	106,0660	106,0773	106,0853	106,0858	106,0874	1,02E-04
d45	75,0000	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	8,08E-28
d46	106,0660	106,0777	106,0698	106,0693	106,0676	1,02E-04
d47	75,0000	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	0,00E+00
d48	106,0660	106,0767	106,0882	106,0869	106,0864	9,31E-05
d49	75,0000	75,0105	75,0098	75,0101	75,0103	2,92E-08
d50	106,0660	106,0770	106,0656	106,0669	106,0673	9,23E-05
d51	75,0000	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	2,02E-28
d52	106,0660	106,0751	106,0853	106,0838	106,0832	6,64E-05
d53	75,0000	75,0114	75,0110	75,0115	75,0117	4,97E-08
d54	106,0660	106,0791	106,0686	106,0702	106,0708	6,88E-05
d55	75,0000	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	2,02E-28
d56	106,0660	106,0657	106,0765	106,0736	106,0723	4,35E-05
d57	75,0000	74,9996	75,0055	75,0028	75,0011	2,39E-06
d58	106,0660	106,0720	106,0689	106,0682	106,0675	2,03E-05
d59	75,0000	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	2,02E-28
d60	106,0660	106,0693	106,0742	106,0727	106,0724	9,06E-06
d61	75,0000	75,0109	75,0052	75,0051	75,0064	2,02E-05
d62	106,0660	106,0794	106,0680	106,0690	106,0709	7,27E-05
d63	75,0000	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	0,00E+00
d64	75,0000	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	0,00E+00
d65	75,0000	75,0086	75,0095	75,0091	75,0088	5,06E-08
d66	75,0000	75,0084	75,0085	75,0080	75,0080	1,85E-07
d67	75,0000	74,9987	75,0036	75,0011	75,0001	1,98E-06
d68	75,0000	75,0058	75,0022	75,0016	75,0025	1,10E-05
					$\chi^2_c$	0,0011

Por lo tanto, para calcular la incertidumbre de la medición,  $S_m$ , a partir de la incertidumbre calculada  $S_c$ , se tendrá la siguiente fórmula:

$$S_m = S_c \sqrt{\frac{\chi_m^2}{\chi_c^2}} \quad (26)$$

donde  $\chi_m^2$  es el resultado de la sumatoria cuadrática de la diferencia entre los valores finales ajustados y los valores medidos (tabla 4.3 columna 8),  $\chi_c^2$  es el resultado de la sumatoria cuadrática de la diferencia entre los valores finales ajustados y los valores medidos obtenidos con el método de Monte Carlo (tabla 4.9, columna 7),  $S_c$  es el resultado de la ecuación (23) utilizando  $\chi_m$  y por último  $S_m$  es la desviación total de la malla. Todos estos datos se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 4.10.- resultado de $\chi_m^2$ , $\chi_c^2$ y $S_c$ en mm.	
$\chi_m^2$	0,0007
$\chi_c^2$	0,0011
$S_c$	0,0082

En conclusión, el procedimiento para obtener la desviación se resume en el diagrama de bloques de la figura 4.17.

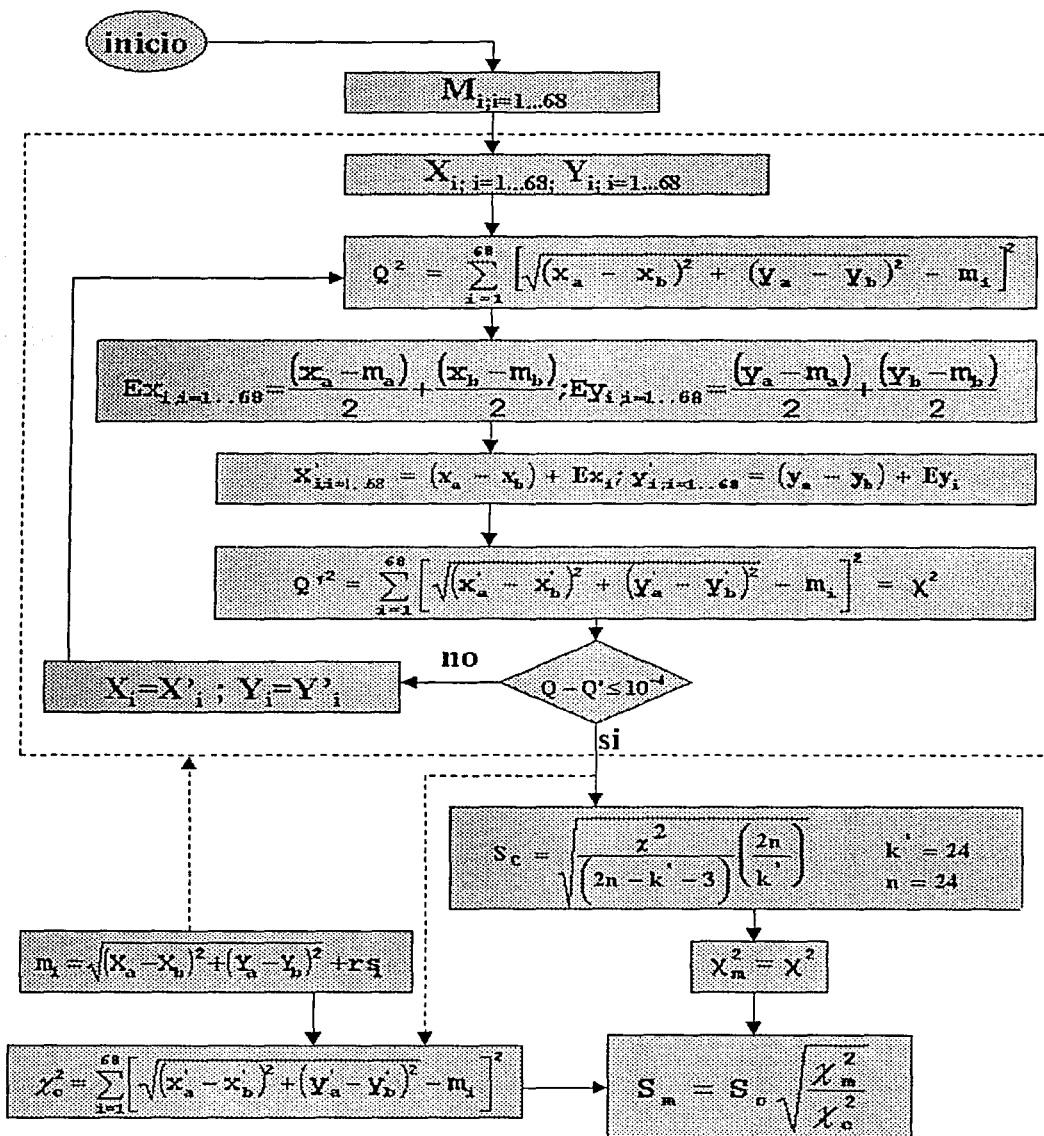


Figura 4.17-Diagrama de bloques para el cálculo de desviación de la malla.

A continuación se calcula la desviación del patrón bidimensional metálico, con ayuda de la ecuación (26), con lo que se obtiene:

$$S_m = \pm 7 \mu\text{m}$$

Por último, se puede calcular de manera aproximada la incertidumbre total del proceso, con ayuda de la incertidumbre típica combinada y la incertidumbre expandida. El cálculo a detalle puede realizarse de acuerdo a la referencia [12].

La incertidumbre típica combinada se utiliza cuando se tiene diferentes factores de influencia cada uno con una incertidumbre asociada; en nuestro caso está presente la incertidumbre del palpador y otros factores que pueden influir en los resultados, como la temperatura, el operador, etc. Para calcularla se utiliza la raíz cuadrada de una suma de términos al cuadrado, los cuales son las incertidumbres particulares de cada uno de los factores de influencia (tipo B).

Finalmente tendremos la incertidumbre expandida, la cual nos da un intervalo de confianza alrededor de nuestro resultado de la incertidumbre total, con lo que se espera que se abarque una fracción grande de la distribución de valores que se podría atribuir razonablemente al mensurando.

Para calcular la incertidumbre expandida se debe de multiplicar la incertidumbre combinada por un factor de

cobertura K. La selección del factor de cobertura K dependerá del nivel de confianza requerido, y su valor estará, por lo común, entre 2 y 3; sin embargo, cuando la distribución de probabilidad que caracteriza a la incertidumbre es aproximadamente normal y el número de grados de libertad efectivos es de tamaño significativo, puede asignarse a K el valor de 2<sup>[12]</sup>. Este es el caso de nuestro patrón.

Por lo tanto al calcular la incertidumbre combinada se tendrá:

$$S_C = \sqrt{S_M^2 + S_P^2 + S_{MMC}^2 + S_T^2 + S_{DM}^2} \quad (27)$$

donde:  $S_C$  es la incertidumbre combinada.

$S_M$  es la incertidumbre de la malla.

$S_P$  es la incertidumbre del palpador.

$S_{MMC}$  es la incertidumbre de la MMC.

$S_T$  es la incertidumbre por efectos de la temperatura.

$S_{DM}$  es la incertidumbre por deformación mecánica.

Para poder obtener el valor de la incertidumbre del palpador nos referimos a la figura 4.12, de donde se obtiene la siguiente ecuación:

$$S_P = \pm 0,9208 e^{0,0548\alpha} \mu\text{m}$$

Donde:  $S_P$  es la incertidumbre debida a la palpación de la medida.

$\alpha$  es el ángulo de palpación.

Asumiendo que los datos tomados de nuestro patrón fueron tomados con un ángulo de  $30^\circ$ , se tendrá una incertidumbre de:

$$S_p = \pm 4,8 \mu\text{m}$$

Para calcular la incertidumbre de la MMC se utilizan las siguientes fórmulas, obtenidas de un estudio de calibración de la MMC.

$$U_{x95\%} = \pm \left( 2,9 + \frac{L}{250} \right) \mu\text{m}$$

$$U_{y95\%} = \pm \left( 3,6 + \frac{L}{250} \right) \mu\text{m}$$

donde:  $U_{x95\%}$  es la incertidumbre de la MMC en dirección X con una cobertura de 95%.

$U_{y95\%}$  es la incertidumbre de la MMC en dirección Y con una cobertura de 95%.

L es la distancia de la medida tomada en mm.

Por lo tanto, considerando que las medidas tomadas del patrón fueron de 75mm se tendrá:

$$U_{x95\%} = \pm 3,2 \mu\text{m}$$

$$U_{y95\%} = \pm 3,9 \mu\text{m}$$

Para calcular la incertidumbre por efectos de la temperatura se utiliza el coeficiente de dilatación térmica del aluminio, el cual es:

$$\theta = 23,6 \mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$$



considerando que nuestro patrón presenta una longitud máxima de 475mm y la temperatura se mantuvo bajo control con una variación por diversas causas de 0,3°C, se tendrá una incertidumbre por efectos de temperatura de:

$$S_T = \pm 3,4 \mu\text{m}$$

Por último la incertidumbre debida a deformaciones mecánicas se obtiene del estudio de elemento finito realizado en el capítulo III, donde se obtuvo una deformación máxima de  $\pm 0,0581 \mu\text{m}$ .

Por lo tanto al realizar los cálculos correspondientes se obtiene:

$$S_T = \sqrt{7^2 + 4,8^2 + 3,9^2 + 3,4^2 + 0,0581^2}$$

$$S_T = \pm 9,9 \mu\text{m}$$

Por último la incertidumbre expandida será:

$$U = \pm K(S_T) \quad (28)$$

$$U = \pm 19,8 \mu\text{m}$$

A continuación se analiza la incertidumbre según referencia (13), para lo cual se propone el siguiente modelo para las posiciones X e Y de cada nodo:

$$I_{x,y} = L_{x,y} + \delta_p + \delta_{MMC} + \delta_T + \delta_{DM} \quad (29)$$

donde:

$L_{x,y}$  - Longitud de las coordenadas X e Y.

$\delta_p$  - La desviación producida por el palpador.

$\delta_{mmc}$  - La desviación de la longitud nominal producida por la medición de la mmc.

$\delta_T$  - La desviación producida por la variación de la temperatura

$\delta_{DM}$  - La desviación producida por la deformación mecánica.

Sustituyendo:

$L_{x,y}$  = Longitud de las coordenadas X e Y, en mm.

$$\delta_p = \pm 0,9208 e^{0,0548\alpha} \mu\text{m}$$

$$\delta_{mmc} = \pm \left( 2,9 + \frac{L}{250} \right)_x \mu\text{m} ; \quad \delta_{mmc} = \pm \left( 3,6 + \frac{L}{250} \right)_y \mu\text{m} ; \quad L \text{ en}$$

mm.

$$\delta_T = L\theta\Delta T \text{ donde } \theta \text{ es } 0.0236 \mu\text{m}/\text{mm}^\circ\text{C}$$

$\delta_{DM}$  = La desviación producida por la deformación mecánica en  $\mu\text{m}$ .

Por lo tanto nuestro modelo será:

$$I_x = L_x + 0,92e^{0,0548\alpha} + \left( 2,9 + \frac{L}{250} \right)_x + L\theta\Delta T + \delta_{DM} \mu\text{m} \quad (30)$$

$$I_y = L_y + 0,92e^{0,0548\alpha} + \left( 3,6 + \frac{L}{250} \right)_y + L\theta\Delta T + \delta_{DM} \mu\text{m} \quad (31)$$

De los modelos anteriores se obtienen las tablas 4.11 y 4.12 donde se muestran las fuentes de incertidumbre consideradas en nuestro proceso de calibración, y se realiza el cálculo aquella.

Tabla.4.11.-Incertidumbres estándar según referencia (13)			
Fuente	Valor ( $\mu\text{m}$ )	Factor	Incertidumbre Estándar ( $\mu\text{m}$ )
Malla (asociada a la longitud de las coordenadas X e Y)	$\pm 7$	$\frac{1}{2}$	$\pm 3,5$
Palpador	$\pm 4,8$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\pm 2,8$
De la MMC	$\pm 3,6$	$\frac{1}{2}$	$\pm 1,8$
Temperatura	$\pm 0,007$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\pm 0,004$
Deformación	$\pm 0,0581$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\pm 0,03$

En la tabla anterior se muestran las incertidumbres particulares de cada uno de los factores de influencia consideradas en el proceso de la calibración del patrón, como se puede apreciar se encuentran multiplicadas por un factor, el cual depende del tipo de distribución de probabilidad de cada una de las incertidumbres.

En la tabla 4.12 se muestran los cálculos de la incertidumbre del proceso; aquí la incertidumbre estándar es multiplicada por un coeficiente de sensibilidad el cual se obtiene de la derivada parcial de cada uno de los términos de la ecuación 31 con respecto a cada uno de los parámetros ( $L$ ,  $\alpha$ ,  $\theta\Delta T$  y  $\delta_{DM}$ ).

Tabla 4.12.- Cálculo de la incertidumbre en el proceso de calibración del patrón bidimensional metálico.

Fuente	Distribución	Incertidumbre Estándar ( $\mu\text{m}$ )	Coficiente de sensibilidad	Incertidumbre $\mu\text{m}$
Malla	Normal	$\pm 3,5$	$1 + \frac{1}{250} + 0,007$	$\pm 3,54$
Palpador	Rectangular	$\pm 2,8$	$0,05e^{0,0548\alpha}$	$\pm 0,7$
De la MMC	Normal	$\pm 1,8$	$1 + \frac{1}{250} + 0,007$	$\pm 1,82$
Temperatura	Rectangular	$\pm 0,004$	75	$\pm 0,3$
Deformación	Rectangular	$\pm 0,03$	1	$\pm 0,03$
				$I_T = \pm 6,39$
		K		$(K) \times (I_T) = \pm 12,78$

En la tabla 4.12 se aprecia que la incertidumbre combinada nos da un total de  $\pm 6,39\mu\text{m}$ , la cual es multiplicada por un factor de cobertura K, que como ya se explicó anteriormente tiene un valor de 2, por lo tanto la incertidumbre expandida será de  $\pm 12,8\mu\text{m}$ .

Todos los resultados obtenidos en este capítulo, se analizan y discuten en el próximo capítulo.

## Capítulo V

### Resultados y conclusiones.

#### 5.1-Introducción.

En este capítulo se abarcará el análisis de los resultados del presente trabajo, enfocándonos en primer lugar al diseño de la placa, aquí discutiremos los resultados derivados del estudio de elemento finito. Posteriormente, nos enfocaremos a los resultados de la calibración del patrón y del análisis de la incertidumbre del mismo y por último las conclusiones finales.

#### 5.2.-Análisis de resultados.

Al diseñar el patrón se estableció como condición primordial, el que no existieran deformaciones mayores a  $2\mu\text{m}$  por efectos de cargas o cambios de temperatura; esta condición se llegó a cumplir con el diseño final del patrón, y se comprobó con el análisis de elemento finito donde se puede observar que el caso más crítico en cuanto a la deformación se presenta en la posición b (figura 5.1).

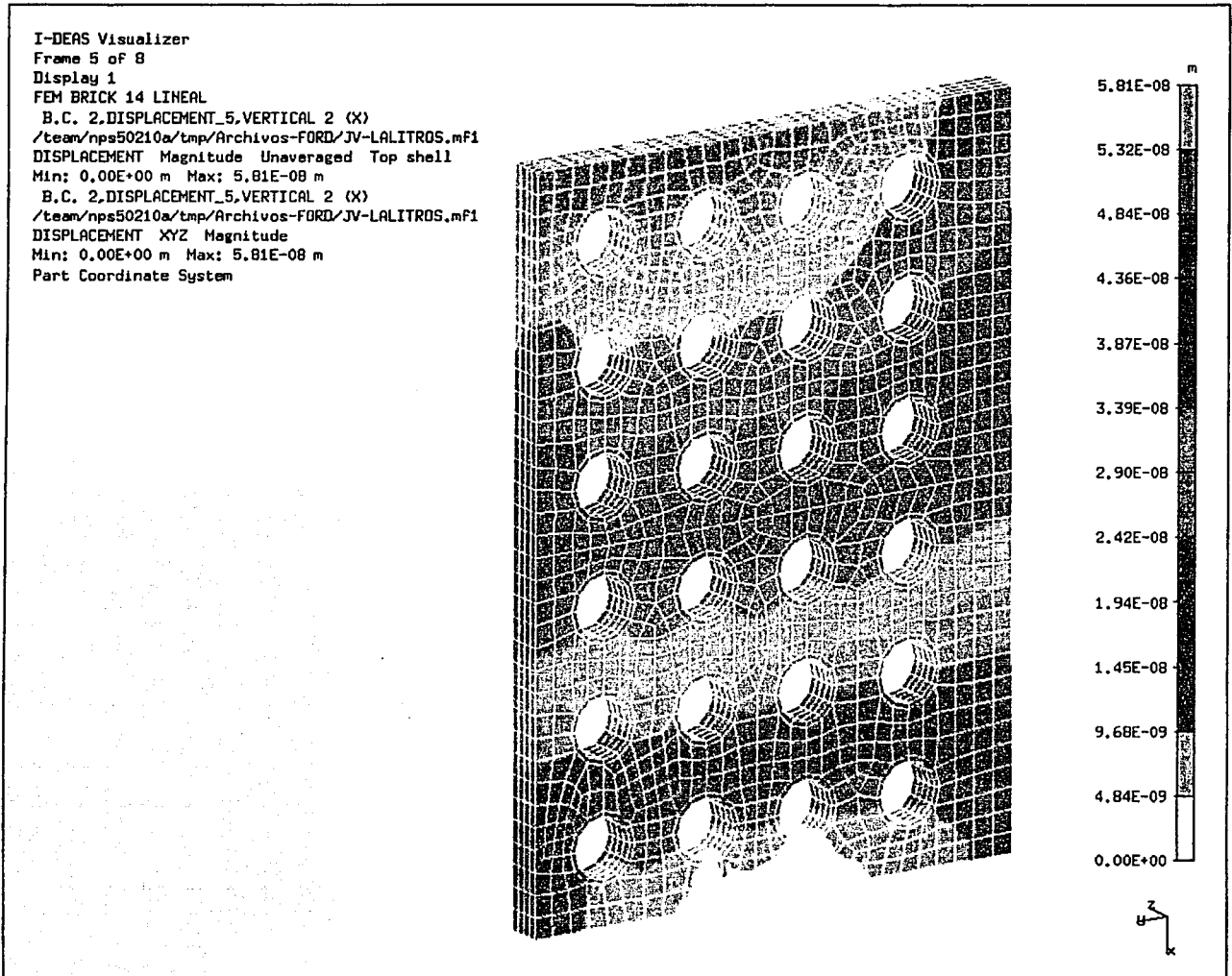


Figura 5.1. Análisis de desplazamiento por esfuerzos  
(Posición b, ver capítulo III)

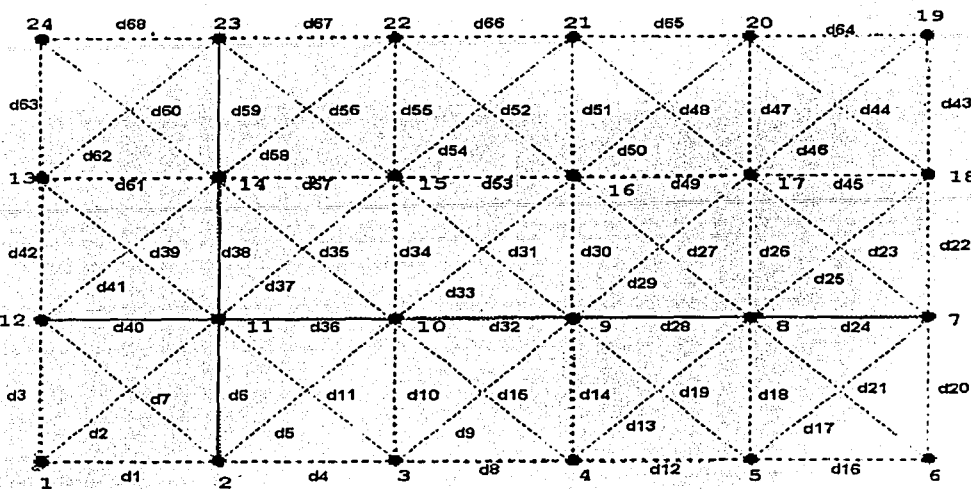
Los desplazamientos son ilustrados por medio de colores y se encuentran magnificados para su mejor interpretación. En este análisis el patrón se deforma por su propio peso, por lo que es obvio que en esta posición se presente la máxima deformación. Como la pieza tiende a comprimirse y los desplazamientos se van acumulando, la parte superior de la misma tiene la máxima deformación de  $0,0581\mu\text{m}$ , mientras que en la parte inferior se presenta la mínima deformación  $0\mu\text{m}$ .

Otro efecto importante que se puede apreciar en el análisis anterior, es que los orificios en el patrón generan una menor rigidez en la pieza; esto se debe a que el material tiende a comprimirse por su propio peso, donde las capas superiores tiende a empujar al material de las capas inferiores, sin embargo estas últimas generan una resistencia que impide que se deforme libremente, mientras que en las zonas donde se tienen los orificios, el material se deforma con mayor libertad.

La deformación por efecto de cambios de temperatura se puede mantener bajo control, siempre y cuando la variación de temperatura durante la medición sea relativamente pequeña (menor o igual a  $0,3^{\circ}\text{C}$ ).

A continuación se analizara los resultados de la calibración de la placa con ayuda del algoritmo descrito en la sección 4.1. Los resultados finales se aprecian en la tabla 5.1 y 5.2.

TABLA 5.1.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico





## Resultados y conclusiones..

Datos en mm.							
distancias	nominales	Medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración	Q <sup>2</sup> (Ec.1)
d25	106,066	106,076	106,0757	106,0752	106,0731	106,0721	1,52E-05
d26	75	75,0024	75,0041	75,0033	75,0028	75,0026	4,00E-08
d27	106,066	106,073	106,0782	106,0761	106,0759	106,076	9,00E-06
d28	75	75,007	75,0092	75,0081	75,0075	75,0072	4,00E-08
d29	106,066	106,075	106,0732	106,0736	106,073	106,0724	6,76E-06
d30	75	75,0028	75,0043	75,0035	75,0031	75,003	4,00E-08
d31	106,066	106,0763	106,0776	106,0772	106,0776	106,078	2,89E-06
d32	75	75,0117	75,0093	75,0094	75,0099	75,0105	1,44E-06
d33	106,066	106,076	106,0748	106,0746	106,0742	106,0739	4,41E-06
d34	75	75,0028	75,0043	75,0035	75,0032	75,003	4,00E-08
d35	106,066	106,0686	106,0723	106,0708	106,0697	106,0692	3,60E-07
d36	75	75,0028	75,0072	75,0062	75,0056	75,0051	5,29E-06
d37	106,066	106,0694	106,0743	106,0725	106,0717	106,071	2,56E-06
d38	75	75,0032	75,0037	75,0034	75,0033	75,0033	1,00E-08
d39	106,066	106,0747	106,0716	106,071	106,0704	106,071	1,37E-05
d40	75	75,0101	75,0064	75,006	75,0064	75,0068	1,09E-05
d41	106,066	106,0756	106,0729	106,0727	106,0743	106,075	3,60E-07
d42	75	75,0017	75,0022	75,002	75,0018	75,0017	0,00E+00
d43	75	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	0,00E+00
d44	106,066	106,0773	106,0853	106,0858	106,0874	106,0878	1,10E-04
d45	75	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	0,00E+00
d46	106,066	106,0778	106,0698	106,0693	106,0677	106,0673	1,10E-04
d47	75	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	0,00E+00
d48	106,066	106,0767	106,0883	106,0869	106,0864	106,0861	8,84E-05
d49	75	75,0105	75,0098	75,0101	75,0103	75,0104	1,00E-08
d50	106,066	106,077	106,0656	106,0669	106,0674	106,0676	8,84E-05
d51	75	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	0,00E+00
d52	106,066	106,0751	106,0853	106,0838	106,0832	106,083	6,24E-05
d53	75	75,0114	75,011	75,0115	75,0117	75,0116	4,00E-08
d54	106,066	106,0791	106,0686	106,0702	106,0708	106,0711	6,40E-05
d55	75	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	0,00E+00
d56	106,066	106,0658	106,0765	106,0736	106,0723	106,0719	3,72E-05
d57	75	74,9996	75,0055	75,0028	75,0011	75,0003	4,90E-07
d58	106,066	106,0721	106,0689	106,0682	106,0675	106,067	2,60E-05
d59	75	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	0,00E+00
d60	106,066	106,0694	106,0743	106,0727	106,0724	106,0728	1,16E-05
d61	75	75,0109	75,0052	75,0051	75,0064	75,0079	9,00E-06
d62	106,066	106,0794	106,0668	106,069	106,0709	106,0722	5,18E-05
d63	75	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	0,00E+00
d64	75	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	0,00E+00
d65	75	75,0086	75,0095	75,0091	75,0088	75,0087	1,00E-08
d66	75	75,0084	75,0085	75,008	75,008	75,0081	9,00E-08
d67	75	74,9987	75,0036	75,0011	75,0001	74,9996	8,10E-07
d68	75	75,0058	75,0022	75,0016	75,0025	75,0034	5,76E-06
						$\chi^2$	0,00074

En la tabla 5.1 se presentan las 68 distancias que fueron medidas del patrón, los valores nominales son las distancias que en teoría debería tener la placa, como se puede apreciar los centros de los insertos se encuentran espaciados igualmente a 75mm, mientras que las distancias diagonales son de 106,066mm. En la columna siguiente se presenta el promedio de las distancias tomadas con la MMC y en las columnas subsecuentes tenemos los resultados de las iteraciones al utilizar el algoritmo, aquí se tomo como un resultado aceptable el tener un cambio relativo de  $Q^2$  menor a  $10^{-4}$  en dos iteraciones sucesivas. El termino  $Q^2$  es la diferencia entre la iteración y las distancias medidas (ver capítulo IV).

En la tabla 5.1 se puede apreciar como los resultados después de cada iteración van convergiendo hacia el valor real del patrón (ver capítulo IV).

Por lo tanto, se tendrá que los resultados finales después de utilizar el algoritmo serán los que se presentan en la columna de la iteración 4.

En la tabla 5.2, se presentan los errores que tienen cada uno de los centros de los insertos en las direcciones "X" e "Y", mostrando como se van comportando al ser ajustados con ayuda del algoritmo, el error mostrado es el resultado de la sumatoria de todas las  $Q^2$  del nodo en cuestión.

TABLA 5.2.-RESULTADOS FINALES DEL PATRÓN BIDIMENSIONAL METÁLICO EN MM.

nodos	Primera iteración		Segunda iteración		Tercera iteración		Cuarta iteración	
	error en x	error en y	error en x	error en y	error en x	error en y	error en x	error en y
1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,00436	-0,00124	0,00017	-0,00222	0,00137	-0,00086	0,00151	-0,00031
3	0,00402	0,00048	-0,00257	-0,00116	-0,00165	0,00014	-0,00073	0,00043
4	0,00915	0,00006	0,00074	-0,00135	-0,00019	0,00008	-0,00037	0,00042
5	0,00768	-0,00196	0,00111	-0,00219	0,00056	-0,00026	0,00028	0,00028
6	0,00546	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
7	0,01145	-0,00180	0,00000	-0,00315	0,00000	-0,00087	0,00000	-0,00008
8	0,00920	0,00023	-0,00112	-0,00193	-0,00056	-0,00055	-0,00028	-0,00007
9	0,00931	0,00141	0,00005	-0,00143	0,00059	-0,00034	0,00057	0,00002
10	0,00722	0,00164	-0,00105	-0,00131	-0,00055	-0,00029	-0,00057	0,00004
11	0,00643	0,00098	-0,00039	-0,00136	0,00033	-0,00055	0,00044	-0,00022
12	0,01009	-0,00031	0,00366	-0,00128	0,00405	-0,00049	0,00372	-0,00018
13	0,01088	0,00225	0,00564	-0,00029	0,00578	-0,00014	0,00449	-0,00007
14	0,00523	0,00369	-0,00014	-0,00025	0,00129	-0,00012	0,00147	-0,00006
15	0,00551	0,00425	-0,00272	-0,00073	-0,00165	-0,00036	-0,00088	-0,00018
16	0,01096	0,00428	0,00058	-0,00075	0,00012	-0,00038	-0,00003	-0,00019
17	0,00980	0,00409	0,00034	-0,00083	0,00017	-0,00042	0,00009	-0,00021
18	0,00912	0,00450	0,00000	-0,00141	0,00000	-0,00071	0,00000	-0,00035
19	0,01040	0,00733	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
20	0,00950	0,00575	-0,00045	0,00000	-0,00023	0,00000	-0,00011	0,00000
21	0,00852	0,00578	-0,00049	0,00000	-0,00002	0,00000	0,00010	0,00000
22	0,00355	0,00570	-0,00248	0,00000	-0,00100	0,00000	-0,00049	0,00000
23	0,00224	0,00418	-0,00066	0,00000	0,00091	0,00000	0,00095	0,00000
24	0,00580	0,00283	0,00357	0,00000	0,00423	0,00000	0,00332	0,00000

En la tabla 5.2 se observa como el nodo 1 tiene errores de cero, en la dirección "X" e "Y", mientras que el nodo 6 presenta errores de cero en la dirección "X", esto se hace con la finalidad de recuperar la orientación de la malla después de cada iteración (ver capítulo IV).

Al observar los valores de los errores de la tabla 5.2 se aprecia como van disminuyendo después de cada iteración; esto nos indica que los valores convergen, sin embargo, para obtener la calidad de los resultados se realizaron estudios

de incertidumbre de las medidas tomadas, así como de los resultados finales al utilizar el algoritmo.

En las tablas 5.3 y 5.4 se presentan los resultados de la incertidumbre de los datos tomados en la MMC, en la dirección "X" e "Y". Aquí se presenta un estudio completo de cada nodo, donde se dan los resultados de su media, varianza, desviación típica, varianza experimental de la media, desviación típica de la media y la incertidumbre (ver capítulo IV).

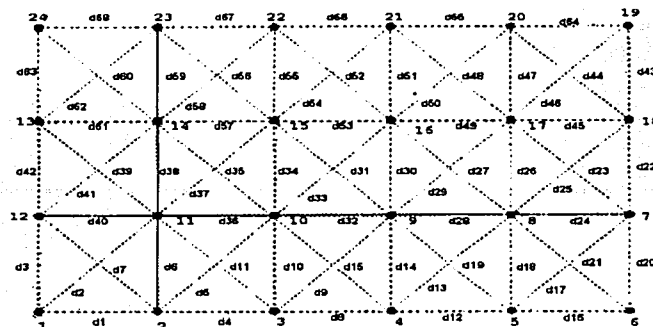
**Tabla 5.3.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC dirección X**

**Datos en mm.**

nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC. 10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC.12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
1	0	0	0	0	0	0
2	75,0091	1.86E-06	0,0014	1.55E-07	0,0004	0,0004
3	150,0087	3.20E-06	0,0018	2.67E-07	0,0005	0,0005
4	225,0171	5.66E-06	0,0024	4.72E-07	0,0007	0,0007
5	300,0270	4.22E-06	0,0021	3.52E-07	0,0006	0,0006

Datos en mm.						
nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC. 10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC.12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
6	375,0325	5.41E-06	0,0023	4.51E-07	0,0007	0,0007
7	375,0393	7.30E-06	0,0027	6.09E-07	0,0008	0,0008
8	300,0278	2.57E-06	0,0016	2.34E-07	0,0005	0,0005
9	225,0208	4.60E-06	0,0021	3.83E-07	0,0006	0,0006
10	150,0092	7.11E-06	0,0027	5.93E-07	0,0008	0,0008
11	75,0064	2.44E-06	0,0016	2.03E-07	0,0005	0,0005
12	-0,0037	1.04E-06	0,0010	8.65E-08	0,0003	0,0003
13	-0,0015	2.86E-06	0,0017	2.38E-07	0,0005	0,0005
14	75,0094	1.23E-06	0,0011	1.03E-07	0,0003	0,0003
15	150,009	2.67E-06	0,0016	2.23E-07	0,0005	0,0005
16	225,0205	3.48E-06	0,0019	2.90E-07	0,0005	0,0005
17	300,0309	8.56E-06	0,0029	7.14E-07	0,0008	0,0008
18	375,0401	4.58E-06	0,0021	3.82E-07	0,0006	0,0006
19	375,0407	6.14E-06	0,0025	5.12E-07	0,0007	0,0007
20	300,0303	4.43E-06	0,0021	3.69E-07	0,0006	0,0006
21	225,0217	5.11E-06	0,0023	4.26E-07	0,0007	0,0007
22	150,0133	5.47E-06	0,0023	4.55E-07	0,0007	0,0007
23	75,0146	5.52E-06	0,0023	4.60E-07	0,0007	0,0007
24	0,0088	1.06E-05	0,0033	9.65E-07	0,0010	0,0010

Tabla 5.4.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC dirección Y



Datos en mm.

nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC.10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC. 12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
1	0	0	0,0000	0	0	0,0000
2	-0,0038	1.96E-06	0,0014	1.63E-07	0,0004	0,0004
3	-0,0062	2.25E-06	0,0015	1.87E-07	0,0004	0,0004
4	-0,0057	3.44E-06	0,0019	2.86E-07	0,0005	0,0005
5	-0,0035	1.00E-06	0,0010	8.37E-08	0,0003	0,0003
6	0,0001	4.17E-06	0,0020	3.48E-07	0,0006	0,0006
7	74,9948	5.34E-06	0,0023	4.45E-07	0,0007	0,0007
8	74,9946	4.82E-06	0,0022	4.38E-07	0,0007	0,0007
9	74,9944	4.21E-06	0,0021	3.51E-07	0,0006	0,0006
10	74,9943	6.14E-06	0,0025	5.11E-07	0,0007	0,0007
11	74,9949	3.71E-06	0,0019	3.09E-07	0,0006	0,0006
12	74,9977	1.19E-05	0,0035	9.93E-07	0,0010	0,0010
13	149,9994	5.09E-06	0,0023	4.24E-07	0,0007	0,0007
14	149,9981	6.93E-06	0,0026	5.78E-07	0,0008	0,0008
15	149,9971	6.89E-06	0,0026	5.75E-07	0,0008	0,0008
16	149,9971	7.94E-06	0,0028	6.61E-07	0,0008	0,0008
17	149,9970	1.12E-05	0,0033	9.32E-07	0,0010	0,0010
18	149,9965	8.59E-06	0,0029	7.16E-07	0,0008	0,0008
19	225,0038	9.76E-06	0,0031	8.13E-07	0,0009	0,0009
20	225,0027	8.54E-06	0,0029	7.12E-07	0,0008	0,0008
21	225,0029	1.10E-05	0,0033	9.14E-07	0,0010	0,0010
22	225,0028	9.57E-06	0,0031	7.98E-07	0,0009	0,0009
23	225,0023	6.11E-06	0,0025	5.09E-07	0,0007	0,0007
24	225,0022	5.66E-06	0,0024	5.15E-07	0,0007	0,0007

Los datos que se exponen en las tablas anteriores, reflejan la calidad de las medidas tomadas, donde se puede ver que son congruentes, dan confiabilidad y credibilidad a las medidas tomadas con la MMC.

La medición del patrón se planteó en diferentes posiciones, para neutralizar errores inherentes de la MMC, así como en diferentes días de toma de los datos y diferente tipo de usuario. Las posiciones planteadas fueron 4, como se muestran en la figura 5.2.

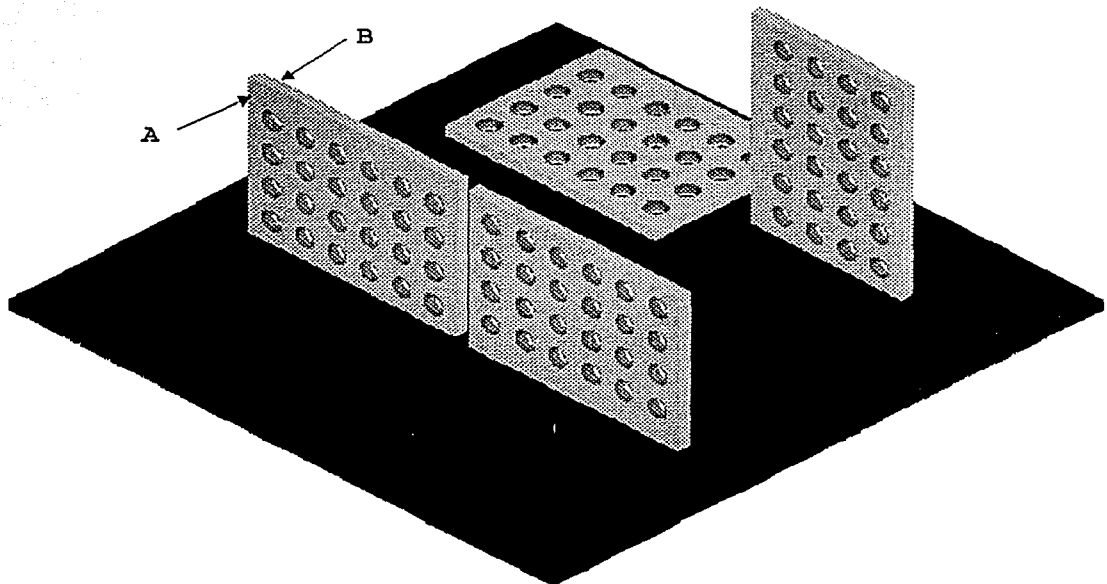


Figura 5.2.-Posiciones de medición del patrón bidimensional metálico.

Cada posición tiene 6 posiciones más, ya que se planeó la medición del patrón a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ , tanto en la cara anterior como en la posterior (lado A y lado B), para la medición de cada una de las esferas virtuales del patrón se palpó 16 veces en tres diferentes planos, abajo, en medio y arriba. A causa de problemas técnicos con la MMC, la cual ya no fue posible usar, sólo se pudieron tomar 12 mediciones completas del patrón. Por lo tanto se trabajó con los datos que se tenían para analizar las incertidumbres del patrón bidimensional metálico después de utilizar el algoritmo.

TABLA 5.5-Desviación estándar del patrón bidimensional metálico. (mm)		
Nodos	Dirección en X	Dirección en Y
1	0,0000	0,0000
2	0,0013	0,0014
3	0,0008	0,0009
4	0,0006	0,0007
5	0,0004	0,0005
6	0,0000	0,0000
7	0,0005	0,0005
8	0,0005	0,0005
9	0,0006	0,0005
10	0,0009	0,0007
11	0,0010	0,0007
12	0,0012	0,0006
13	0,0014	0,0007
14	0,0007	0,0004
15	0,0008	0,0007
16	0,0008	0,0008
17	0,0009	0,0009
18	0,0010	0,0008
19	0,0011	0,0011
20	0,0011	0,0014
21	0,0010	0,0013
22	0,0008	0,0009
23	0,0012	0,0011
24	0,0008	0,0003



En la tabla 5.5 se muestran las desviaciones de los datos finales, que se obtienen al ajustar las medidas con el algoritmo descrito en el capítulo IV.

Para poder darnos una mejor idea de cómo se están comportando las desviaciones estándar en cada uno de los centros de las esferas se presenta la siguiente figura.

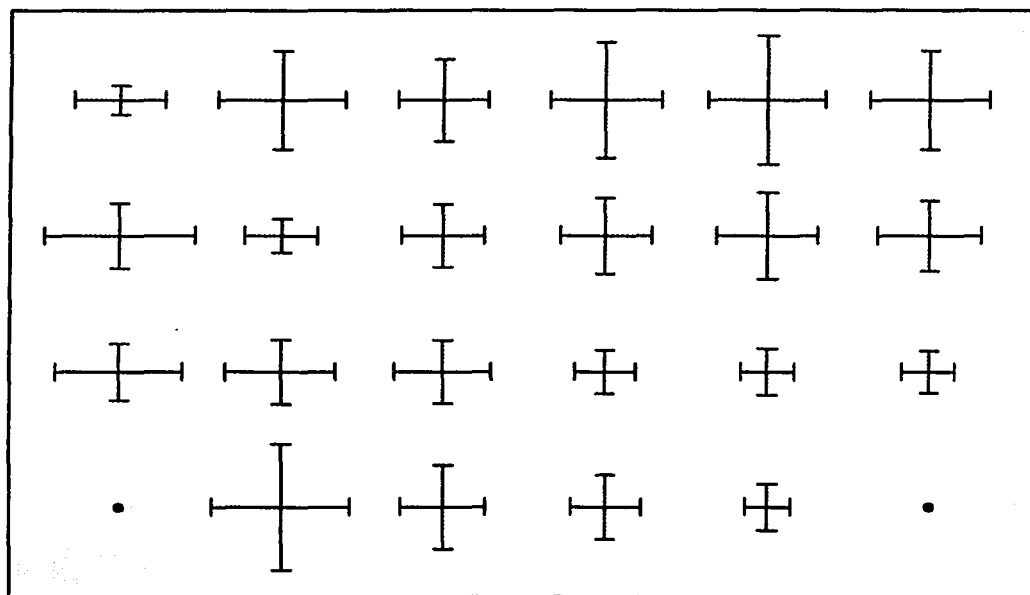


Figura 5.3.-Desviación estándar de las medidas tomadas.

En la figura 5.3, las desviaciones están en el orden de los micrómetros, sin embargo los datos no presentan una tendencia lógica, esto se puede explicar por la falta de abundancia de datos.

A continuación se muestra la desviación de la malla obtenida apartir de al ecuación (26) del capítulo IV.

$$S_m = \pm 7 \mu\text{m}$$

Este resultado indica que las posiciones finales de la placa pueden tener una incertidumbre de  $\pm 7 \mu\text{m}$  debido al ajuste de la malla con el algoritmo descrito en el capítulo anterior. Sin embargo existen más factores que pueden alterar el resultado, habiéndose tomado en cuenta en este caso la desviación de la malla, la palpación de las medidas, la desviación de la MMC, la temperatura y la deformación mecánica. Estos factores fueron analizados por dos diferentes métodos según las referencias (12) y (13) obteniéndose respectivamente las siguientes incertidumbres:

$$S_T = \pm 9,9 \mu\text{m} \quad \text{según referencia (12)}$$

$$I_T = \pm 6,4 \mu\text{m} \quad \text{según referencia (13)}$$

Finalmente tendremos la incertidumbre expandida; por lo tanto el resultado final de la incertidumbre del proceso de medición de nuestro patrón será:

$$U = \pm 19,80 \mu\text{m} \quad \text{según referencia (12)}$$

$$U = \pm 12,80 \mu\text{m} \quad \text{según referencia (13)}$$

La diferencia en estos resultados obedece principalmente al hecho de aplicar, en el caso de la referencia (13), los factores correspondientes a la distribución estadística de cada una de las incertidumbres de los factores de influencia, siendo en este caso de los tipos normal y rectangular; así cómo de multiplicar el valor resultante por el coeficiente de sensibilidad de cada uno de ellos.

También en el caso de la referencia (12), se aplica una suma de términos, correspondientes a la incertidumbre de cada uno de los factores de influencia, cada uno de ellos elevados al cuadrado, y a cuyo resultado se aplica la raíz cuadrada, mientras que en el caso de la referencia (13), se hace una suma algebraica de las incertidumbres.

Con lo anterior puede asegurarse que la incertidumbre total se encuentra entre  $\pm 12,85\mu\text{m}$  y  $\pm 19,8\mu\text{m}$ .

### 5.3-Conclusiones.

El diseño del patrón bidimensional metálico, como se comprobó en los análisis de elemento finito, tiene las dimensiones apropiadas y longitudes de referencia apropiadas como patrón de calibración.

La manufactura del patrón bidimensional metálico es factible y versátil, esto debido a la geometría de la placa.

El método de calibración del patrón bidimensional metálico, descrito detalladamente en el capítulo IV, permite realizar la calibración de este tipo de artefactos con una MMC.

La incertidumbre del proceso de calibración es aceptable, ya que está entre  $\pm 12,8\mu\text{m}$  y  $\pm 19,8\mu\text{m}$ ; si quisiéramos llegar a una exactitud mayor se tendrá que fabricar la placa con mayor exactitud y calibrarla con una MMC también más exacta y controlar la temperatura. Una forma de compensar la falta de una MMC muy exacta puede ser con una cantidad muy abundante de datos. Otra manera de hacerlo es utilizando la MMC, como instrumento para posicionar un dispositivo interferométrico.

El patrón bidimensional metálico permitiría realizar la calibración de máquinas de medición por coordenadas cuya exactitud fuera no menor a  $\pm 19,8\mu\text{m}$ , con un presupuesto de costo, personal, tiempo y logística bajo.

La bondad de este ejercicio de calibración y de la aplicación del algoritmo de ajuste, es que permiten conocer con exactitud la posición de los centros de cada una de las esferas virtuales de la placa, esto es sus coordenadas "X" e "Y", a partir de un centro de referencia fijo, referido como origen con coordenadas (0,0), así como de las distancias entre ellos. El conocimiento exacto de las coordenadas con una incertidumbre asociada bien determinada, resulta muy útil para la calibración de otras máquinas.

Queda como trabajo a futuro completar el estudio con una cantidad mayor de datos y posiciones de medición, ya que en el presente trabajo no se tuvo la oportunidad de realizar todas las medidas requeridas para un estudio de esta magnitud, además de mejorar la manufactura del patrón bidimensional metálico.

# APÉNDICE

Para poder entender mejor las siguientes tablas se da a continuación las abreviaturas utilizadas en las mismas.

Valores nominales.- Son los valores teóricos iniciales.

Valores medidos.- Son los valores obtenidos de la medición en el microscopio, comparador óptico o en la Máquina de Medición por Coordenadas.

D1...D68.- Son las distancias entre los nodos. Figura A.1

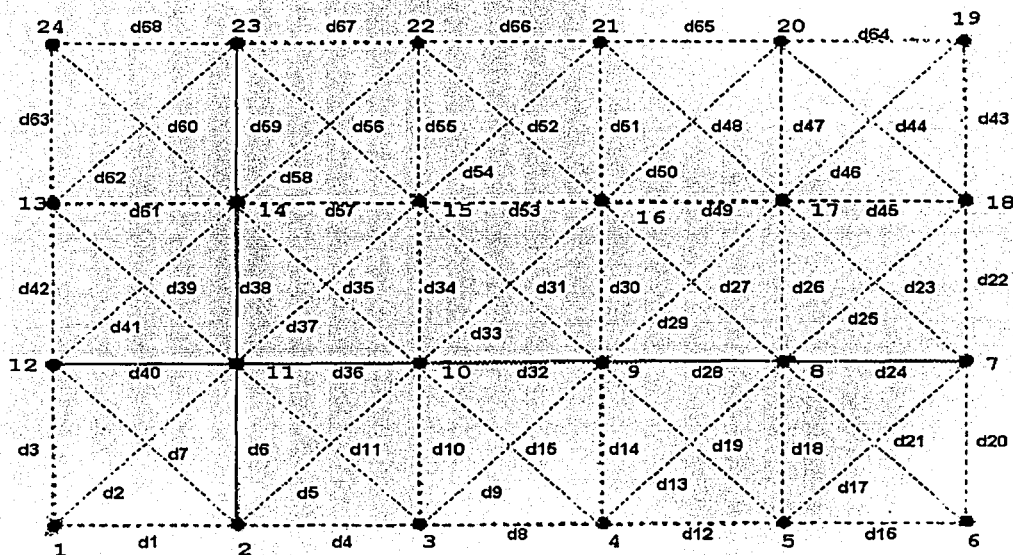


Figura A.1.- Distribución de las distancias  $D_i$  en la malla.

Error en  $n$  iteración.- Es la diferencia al cuadrado entre el promedio de los datos medidos y los datos teóricos o ajustados según sea el caso.

$N$  iteración.-Són los valores ajustados de la malla.

$Q_1$ .- Es la sumatoria de los errores en la  $n$  iteración.

A continuación se muestran los resultados de los experimentos de la bondad del algoritmo descrito en el capítulo IV.

Tabla A.1.-Valores nominales y ajustados de la malla de Autocad en mm.					
distancias	Nominales	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración
d1	5,0000	4,9650	4,9569	4,9548	4,9545
d2	7,0711	7,0673	7,0617	7,0580	7,0552
d3	5,0000	5,0168	5,0131	5,0135	5,0148
d4	5,0000	4,9811	4,9774	4,9758	4,9761
d5	7,0711	7,0761	7,0764	7,0773	7,0771
d6	5,0000	5,0203	5,0209	5,0226	5,0241
d7	7,0711	7,0583	7,0500	7,0487	7,0494
d8	5,0000	4,9887	4,9881	4,9860	4,9841
d9	7,0711	7,0809	7,0810	7,0808	7,0791
d10	5,0000	5,0070	5,0023	5,0041	5,0071
d11	7,0711	7,0657	7,0637	7,0672	7,0722
d12	5,0000	4,9898	4,9934	4,9952	4,9961
d13	7,0711	7,0785	7,0798	7,0810	7,0803
d14	5,0000	5,0148	5,0089	5,0076	5,0078
d15	7,0711	7,0546	7,0446	7,0437	7,0470
d16	5,0000	4,9827	4,9827	4,9827	4,9827
d17	7,0711	7,0827	7,0811	7,0786	7,0750
d18	5,0000	5,0145	5,0128	5,0130	5,0135
d19	7,0711	7,0671	7,0607	7,0588	7,0601
d20	5,0000	5,0182	5,0161	5,0128	5,0100
d21	7,0711	7,0647	7,0636	7,0638	7,0659
d22	5,0000	5,0223	5,0268	5,0291	5,0302
d23	7,0711	7,0660	7,0684	7,0697	7,0693
d24	5,0000	4,9920	4,9920	4,9920	4,9920
d25	7,0711	7,0956	7,0951	7,0947	7,0956
d26	5,0000	5,0178	5,0159	5,0150	5,0145
d27	7,0711	7,0787	7,0773	7,0750	7,0718
d28	5,0000	4,9857	4,9825	4,9809	4,9801
d29	7,0711	7,0827	7,0788	7,0784	7,0802
d30	5,0000	5,0267	5,0233	5,0217	5,0208
d31	7,0711	7,0737	7,0748	7,0747	7,0732
d32	5,0000	4,9800	4,9772	4,9773	4,9782
d33	7,0711	7,0828	7,0714	7,0671	7,0669
d34	5,0000	5,0165	5,0081	5,0039	5,0018
d35	7,0711	7,0922	7,0971	7,0940	7,0886
d36	5,0000	4,9910	4,9965	5,0007	5,0027
d37	7,0711	7,0564	7,0423	7,0418	7,0454
d38	5,0000	5,0192	5,0164	5,0150	5,0144
d39	7,0711	7,0676	7,0554	7,0480	7,0431
d40	5,0000	4,9742	4,9658	4,9588	4,9532
d41	7,0711	7,0645	7,0605	7,0605	7,0614
d42	5,0000	5,0243	5,0198	5,0176	5,0165
d43	5,0000	5,0133	5,0133	5,0133	5,0133
d44	7,0711	7,0919	7,0928	7,0951	7,0986
d45	5,0000	4,9953	4,9953	4,9953	4,9953
d46	7,0711	7,0727	7,0719	7,0696	7,0660



Tabla A.1.-Valores nominales y ajustados de la malla de Autocad en mm.

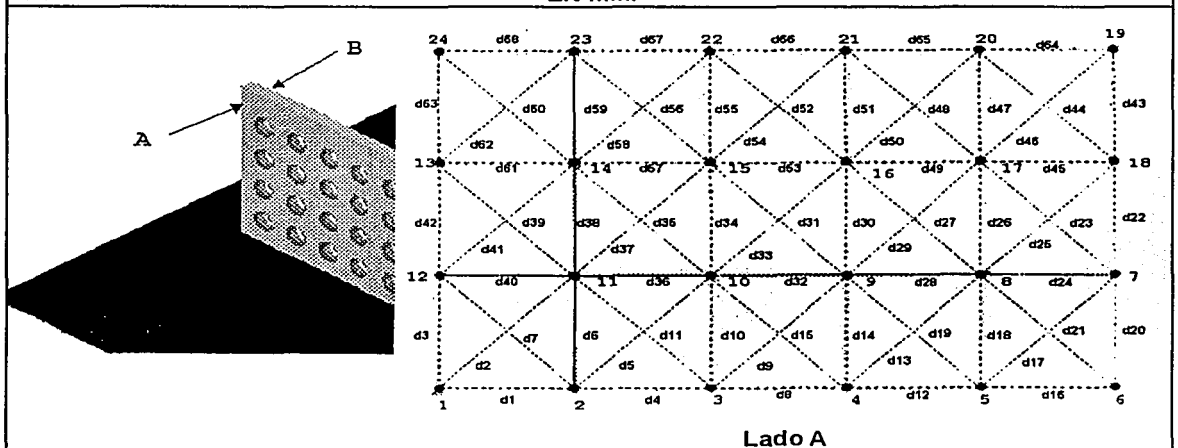
d47	5,0000	5,0217	5,0217	5,0217	5,0217
d48	7,0711	7,1083	7,1052	7,1038	7,1045
d49	5,0000	4,9970	4,9978	4,9983	4,9985
d50	7,0711	7,0632	7,0628	7,0624	7,0607
d51	5,0000	5,0333	5,0333	5,0333	5,0333
d52	7,0711	7,0829	7,0799	7,0820	7,0861
d53	5,0000	4,9970	4,9970	4,9966	4,9962
d54	7,0711	7,0961	7,0986	7,0981	7,0956
d55	5,0000	5,0333	5,0333	5,0333	5,0333
d56	7,0711	7,0933	7,1003	7,1041	7,1064
d57	5,0000	4,9823	4,9750	4,9713	4,9697
d58	7,0711	7,0678	7,0550	7,0486	7,0442
d59	5,0000	5,0247	5,0247	5,0247	5,0247
d60	7,0711	7,0732	7,0638	7,0623	7,0631
d61	5,0000	4,9678	4,9606	4,9606	4,9625
d62	7,0711	7,0588	7,0538	7,0509	7,0492
d63	5,0000	5,0333	5,0333	5,0333	5,0333
d64	5,0000	5,0013	5,0013	5,0013	5,0013
d65	5,0000	4,9895	4,9836	4,9806	4,9791
d66	5,0000	4,9882	4,9875	4,9901	4,9929
d67	5,0000	4,9863	4,9854	4,9853	4,9839
d68	5,0000	4,9595	4,9461	4,9398	4,9367

TABLA A.2.-COMPARACIÓN ENTRE DATOS A 20 AUMENTOS Y DATOS A 100 AUMENTOS EN mm.

	A 20 AUMENTOS	A 100 AUMENTOS	ERROR	A 20 AUMENTOS	A 100 AUMENTOS	ERROR
			CUADRÁTICO	AJUSTADOS		CUADRÁTICO
d1	1,0001	0,9994	5,102E-07	0,9995	0,9994	3,189E-10
d2	1,0001	1,0009	5,102E-07	1,0009	1,0009	3,189E-10
d3	1,0003	1,0004	2,041E-08	1,0004	1,0004	0
d4	0,9973	0,9983	0,000001	0,9963	0,9983	3,789E-06
d5	0,9990	0,9999	7,347E-07	0,9999	0,9999	1,993E-09
d6	1,0016	1,0010	3,265E-07	1,0011	1,0010	9,646E-09
d7	0,9989	0,9989	0	0,9989	0,9989	5,102E-09
d8	0,9999	1,0001	8,163E-08	1,0001	1,0001	7,972E-11
d9	0,9991	0,9986	3,265E-07	0,9987	0,9986	7,972E-09
d10	0,9989	0,9997	7,347E-07	0,9997	0,9997	7,972E-11
d11	1,0000	0,9984	2,469E-06	0,9984	0,9984	7,972E-11
d12	0,9991	1,0006	2,041E-06	1,0007	1,0006	6,457E-09
d13	1,0006	1,0004	2,041E-08	1,0005	1,0004	2,87E-09
d14	0,9950	0,9973	5,224E-06	0,9938	0,9973	0,0000125
d15	0,9981	0,9996	2,041E-06	0,9997	0,9996	1,563E-08
d16	1,0016	1,0001	2,041E-06	1,0002	1,0001	3,189E-10
d17	0,9983	0,9995	1,474E-06	0,9996	0,9995	9,646E-09
d18	1,0013	1,0000	1,653E-06	1,0000	1,0000	0
			0,005			0,004

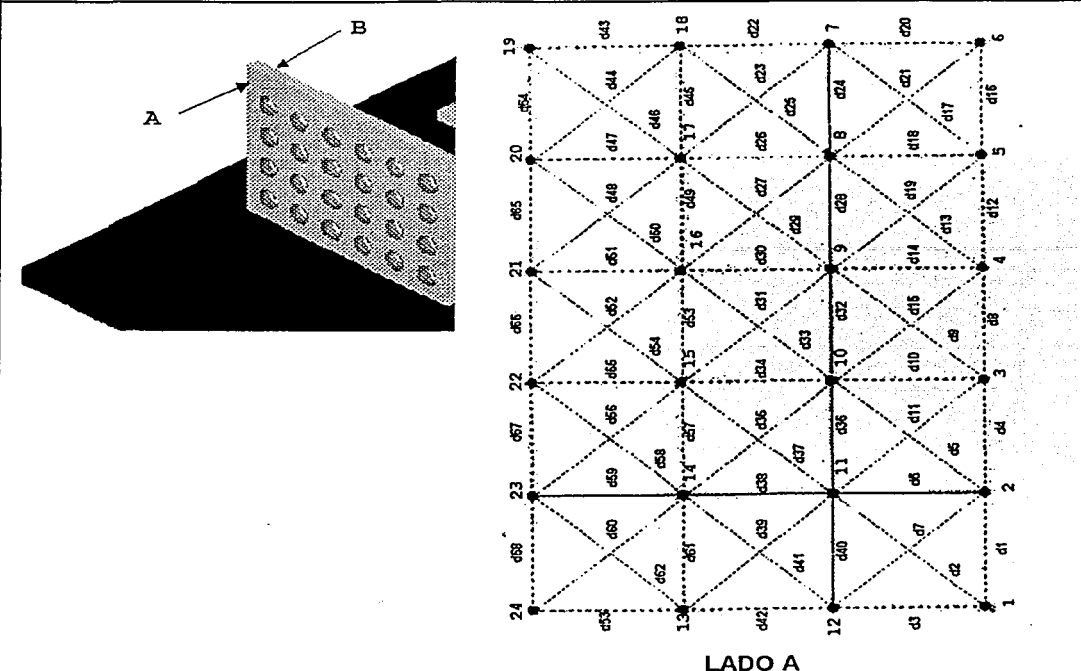
La tabla A.3 muestra los datos tomados del patrón bidimensional metálico, se muestra una figura la cual indica la posición del patrón en la toma de los datos, vista desde arriba.

TABLA A.3.-DATOS TOMADOS DEL PATRÓN BIDIMENSIONAL METÁLICO CON AYUDA DE MMC EN MM.



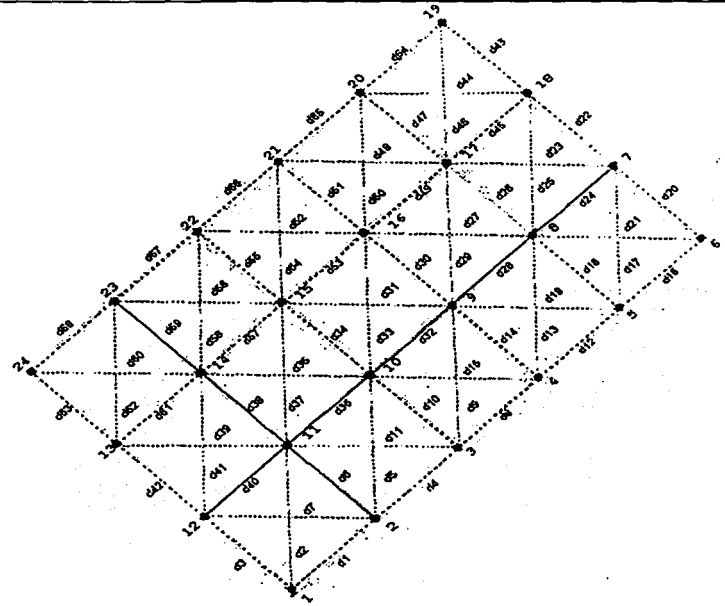
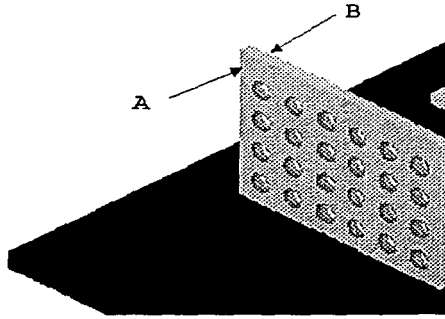
Nodo	Direc en x	direc en y	direc en z	direc en x	Direc en y	direc en z	direc en x	direc en y	direc en z
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	75,0097	-0,0047	0,8861	75,0105	-0,0051	0,8905	75,0100	-0,0041	0,8814
3	150,0120	-0,0060	0,9081	150,0110	-0,0077	0,9082	150,0100	-0,0067	0,8977
4	225,0200	-0,0060	0,7334	225,0210	-0,0073	0,7395	225,0180	-0,0042	0,7137
5	300,0300	-0,0031	0,9612	300,0290	-0,0051	0,9412	300,0300	-0,0046	0,9213
6	375,0360	-0,0008	0,9539	375,0350	-0,0038	0,9650	375,0350	-0,0019	0,9409
7	375,0410	74,9920	0,6297	375,0400	74,9904	0,6399	375,0400	74,9913	0,6166
8	300,0310	74,9927	0,9151	300,0280	74,9916	0,9257	300,0300	74,9900	0,9035
9	225,0230	74,9928	0,8701	225,0250	74,9907	0,8672	225,0220	74,9915	0,8662
10	150,0090	74,9921	0,9176	150,0090	74,9911	0,8848	150,0160	74,9930	0,8712
11	75,0078	74,9951	0,8562	75,0067	74,9923	0,8643	75,0072	74,9925	0,8532
12	-0,0044	74,9961	0,7275	-0,0042	74,9954	0,7284	-0,0034	74,9970	0,7190
13	-0,0021	149,9980	0,8532	-0,0034	149,9970	0,8558	-0,0020	149,9970	0,8441
14	75,0096	149,9950	0,8698	75,0093	149,9950	0,8635	75,0095	149,9950	0,8549
15	150,0100	149,9960	0,9069	150,0090	149,9940	0,9124	150,0100	149,9950	0,8977
16	225,0230	149,9950	1,0649	225,0210	149,9940	0,9319	225,0210	149,9940	0,9109
17	300,0380	149,9900	0,8579	300,0310	149,9920	0,8796	300,0320	149,9940	0,8622
18	375,0430	149,9940	0,7308	375,0410	149,9910	0,7220	375,0410	149,9910	0,6957
19	375,0430	224,9990	0,8124	375,0400	224,9980	0,8229	375,0410	224,9990	0,7939
20	300,0310	225,0000	0,8899	300,0290	224,9970	0,0901	300,0300	225,0000	0,8834
21	225,0230	225,0000	0,9658	225,0220	224,9970	0,9272	225,0220	225,0000	0,9106
22	150,0140	225,0000	0,8730	150,0120	224,9980	0,8573	150,0120	225,0000	0,8640
23	75,0138	225,0000	0,8576	75,0123	224,9980	0,0857	75,0125	225,0000	0,8477
24	0,0075	225,0010	0,8651	0,0073	225,0000	0,8647	0,0080	224,9990	0,8565

TABLA A.3.-DATOS TOMADOS DEL PATRÓN BIDIMENSIONAL METÁLICO CON AYUDA DE MMC EN MM.



Nodo	direc en x	direc en y	direc en z	direc en x	direc en y	direc en z	direc en x	direc en y	direc en z
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	75,0080	-0,0021	0,8949	75,0074	-0,0019	0,8947	75,0099	-0,0031	0,8903
3	150,0080	-0,0047	0,9062	150,0070	-0,0035	0,9097	150,0080	-0,0060	0,9019
4	225,0160	-0,0043	0,7333	225,0150	-0,0030	0,7394	225,0170	-0,0064	0,7343
5	300,0260	-0,0034	0,9376	300,0250	-0,0017	0,9383	300,0270	-0,0037	0,9270
6	375,0330	0,0043	0,9417	375,0290	0,0009	0,9562	375,0300	-0,0008	0,9450
7	375,0370	74,9966	0,6442	375,0370	74,9980	0,6485	375,0390	74,9957	0,6405
8	300,0260	74,9953	0,9250	300,0270	74,9974	0,9286	300,0270	74,9947	0,9217
9	225,0180	74,9953	0,8825	225,0190	74,9978	0,8883	225,0210	74,9957	0,8778
10	150,0070	74,9964	0,8912	150,0080	74,9984	0,8945	150,0090	74,9959	0,8892
11	75,0069	74,9972	0,8730	75,0064	74,9981	0,8750	75,0081	74,9961	0,8694
12	-0,0026	74,9900	0,7364	-0,0029	75,0022	0,7407	-0,0014	74,9993	0,7419
13	0,0005	150,0020	0,8678	-0,0010	150,0040	0,8710	0,0018	150,0010	0,8758
14	75,0101	150,0010	0,8786	75,0093	150,0020	0,8825	75,0114	150,0000	0,8844
15	150,0100	150,0010	0,9253	150,0100	150,0020	0,9279	150,0100	150,0000	0,9260
16	225,0210	150,0010	0,9470	225,0200	150,0020	0,9472	225,0220	150,0000	0,9450
17	300,0310	150,0000	0,8948	300,0300	150,0010	0,8965	300,0320	149,9990	0,8955
18	375,0410	149,9980	0,7381	375,0390	150,0010	0,7347	375,0410	149,9990	0,7291
19	375,0400	225,0040	0,8378	375,0390	225,0070	0,8435	375,0410	225,0050	0,8418
20	300,0330	225,0040	0,9256	300,0300	225,0080	0,9230	300,0320	225,0060	0,9253
21	225,0230	225,0060	0,9502	225,0230	225,0090	0,9486	225,0230	225,0060	0,9536
22	150,0140	225,0070	0,8987	150,0130	225,0080	0,8985	150,0150	225,0060	0,9051
23	75,0160	225,0060	0,8837	75,0150	225,0060	0,8857	75,0168	225,0050	0,8884
24	0,0012	225,0060	0,8914	0,0134	225,0060	0,8913	0,0121	225,0050	0,8971

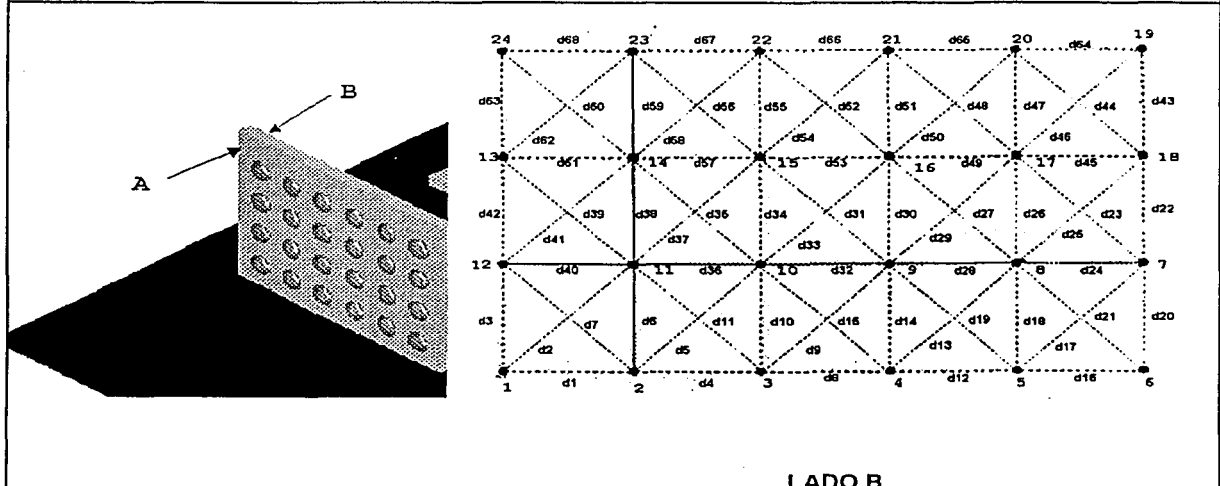
TABLA A.3.-DATOS TOMADOS DEL PATRON BIDIMENSIONAL METALICO CON AYUDA DE MMC EN MM.



LADO A

	Direc en x	direc en y	direc en z	direc en x	direc en y	direc en z	direc en x	Direc en y	direc en z
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	75,0070	-0,0047	-0,8872	75,0100	-0,0042	-0,8486	75,0103	-0,0069	-0,8893
3	150,0070	-0,0067	-0,9106	150,0080	-0,0078	-0,8698	150,0090	-0,0093	-0,9050
4	225,0140	-0,0085	-0,7379	225,0180	-0,0066	-0,7369	225,0180	-0,0090	-0,7304
5	300,0250	-0,0036	-0,9333	300,0270	-0,0029	-0,9321	300,0270	-0,0050	-0,9305
6	375,0300	0,0018	-0,9609	375,0310	0,0000	-0,9489	375,0330	-0,0021	-0,9529
7	375,0340	74,9959	-0,6517	375,0390	74,9948	-0,6332	375,0380	74,9936	-0,6283
8	300,0260	74,9957	-0,9333	300,0270	74,9947	-0,9064	300,0280	74,9945	-0,9177
9	225,0170	74,9946	-0,8945	225,0220	74,9934	-0,8742	225,0200	74,9927	-0,8737
10	150,0060	74,9942	-0,9017	150,0100	74,9928	-0,8778	150,0090	74,9896	-0,8779
11	75,0045	74,9946	-0,8801	75,0070	74,9939	-0,8620	75,0066	74,9916	-0,8595
12	-0,0044	74,9966	-0,7403	-0,0042	75,0013	-0,7207	-0,0034	74,9940	-0,7226
13	-0,0030	149,9990	-0,8796	-0,0006	149,9990	-0,8522	-0,0017	149,9960	0,8433
14	75,0077	149,9970	-0,8938	75,0092	149,9970	-0,8657	75,0099	149,9950	-0,8619
15	150,0050	149,9970	-0,9377	150,0080	149,9960	-0,9101	150,0090	149,9930	-0,9065
16	225,0160	149,9970	-0,9616	225,0220	149,9970	-0,9314	225,0190	149,9940	-0,9283
17	300,0260	149,9980	-0,9048	300,0300	149,9970	-0,8743	300,0290	149,9950	-0,8736
18	375,0350	149,9990	-0,7463	375,0400	149,9960	-0,7124	375,0380	149,9950	-0,7089
19	375,0350	225,0070	-0,8625	375,0390	225,0050	-0,8209	375,0400	225,0030	-0,8192
20	300,0250	225,0040	-0,9452	300,0290	225,0030	-0,9032	300,0290	225,0000	-0,9012
21	225,0160	225,0020	-0,9712	225,0210	225,0030	-0,9320	225,0190	224,9990	-0,9320
22	150,0080	225,0030	-0,9191	150,0120	225,0020	-0,8783	150,0130	224,9980	-0,8443
23	75,0095	225,0020	-0,9012	75,0154	225,0010	-0,8583	75,0152	224,9990	-0,8559
24	0,0068	225,0020	-0,9042	0,0110	225,0020	-0,8595	0,0095	224,9990	-0,8607

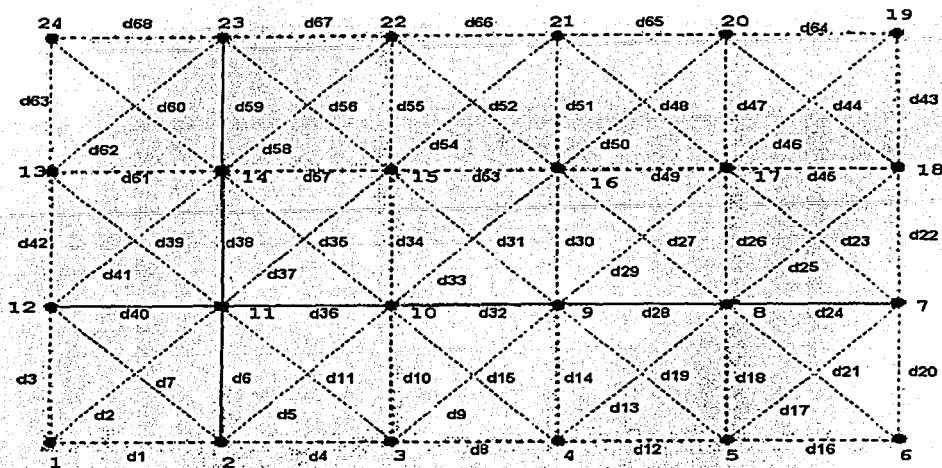
TABLA A.3.-DATOS TOMADOS DEL PATRON BIDIMENSIONAL METALICO CON AYUDA DE MMC EN MM.



LADO B

	direc en x	direc en y	direc en z	direc en x	Direc en y	direc en z	direc en x	direc en y	direc en z
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	75,0106	-0,0042	-0,8926	75,0084	-0,0024	-0,8913	75,0073	-0,0027	-0,8910
3	150,0100	-0,0054	-0,9121	150,0080	-0,0053	-0,9094	150,0070	-0,0052	-0,8883
4	225,0190	-0,0054	-0,7348	225,0150	-0,0036	-0,7325	225,0140	-0,0041	-0,7329
5	300,0280	-0,0030	-0,9338	300,0250	-0,0036	-0,9369	300,0250	-0,0021	-0,9203
6	375,0360	0,0008	-0,9587	375,0330	0,0008	-0,9561	375,0320	0,0016	-0,9519
7	375,0420	74,9959	-0,6362	375,0440	74,9967	-0,6382	375,0400	74,9965	-0,6399
8				300,0290	74,9963	-0,9200	300,0270	74,9972	-0,9172
9	225,0230	74,9953	-0,8803	225,0220	74,9959	-0,8787	225,0190	74,9966	-0,8761
10	150,0110	74,9955	-0,8858	150,0110	74,9960	-0,8963	150,0060	74,9964	-0,8848
11	75,0066	74,9962	-0,8690	75,0068	74,9955	-0,8586	75,0023	74,9959	-0,8689
12	-0,0038	74,9992	-0,7321	-0,0052	74,9992	-0,7304	-0,0043	75,0022	-0,7326
13	-0,0002	149,9990	-0,8639	-0,0015	150,0000	-0,8593	-0,0042	150,0020	-0,8609
14	75,0109	149,9990	-0,8815	75,0084	149,9990	-0,8719	75,0078	150,0020	-0,8708
15	150,0110	149,9970	-0,9198	150,0090	149,9970	-0,9017	150,0080	149,9980	-0,9212
16	225,0230	149,9960	-0,9363	225,0210	149,9970	-0,9413	225,0200	149,9990	-0,9405
17	300,0330	149,9980	-0,8073	300,0310	149,9990	-0,8607	300,0290	150,0010	-0,8473
18	375,0430	149,9970	-0,7203	375,0410	149,9980	-0,7184	375,0390	149,9990	-0,7201
19	375,0450	225,0060	-0,8384	375,0440	225,0050	-0,8387	375,0420	225,0080	-0,8313
20	300,0330	225,0040	-0,9047	300,0320	225,0030	-0,9207	300,0320	225,0050	-0,9162
21	225,0240	225,0040	-0,9365	225,0220	225,0030	-0,9241	225,0230	225,0050	-0,9410
22	150,0160	225,0040	-0,8896	150,0170	225,0030	-0,8959	150,0130	225,0050	-0,8595
23	75,0182	225,0030	-0,8542	75,0164	225,0030	-0,8766	75,0142	225,0040	-0,8715
24	0,0103	225,0030	-0,8828	0,0097	225,0030	-0,8790			

TABLA A.4.-Resultados finales del patrón bidimensional metálico



Datos en mm.

distancias	Nominales	medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración	Q <sup>2</sup> (Ec.1)
D1	75	75,0091	75,0044	75,0045	75,0059	75,0074	2,89E-06
D2	106,066	106,067	106,0775	106,071	106,0721	106,0724	2,92E-05
D3	75	74,9977	74,9997	74,9984	74,9979	74,9977	0,00E+00
D4	75	74,9996	75,004	75,0014	74,9998	74,9991	2,50E-07
d5	106,066	106,0648	106,0821	106,075	106,0739	106,0724	5,78E-05
d6	75	74,9988	75,001	74,9996	74,9991	74,9988	0,00E+00
d7	106,066	106,0762	106,0626	106,0671	106,0665	106,0673	7,92E-05
d8	75	75,0084	75,0092	75,0099	75,0097	75,0093	8,10E-07
d9	106,066	106,075	106,0842	106,0795	106,0801	106,0796	2,12E-05
d10	75	75,0005	75,0016	75,0003	75	75,0001	1,60E-07
d11	106,066	106,0684	106,0597	106,0624	106,0613	106,0618	4,36E-05
d12	75	75,0099	75,0077	75,0088	75,0094	75,0096	9,00E-08
d13	106,066	106,0738	106,0822	106,0766	106,077	106,0767	8,41E-06
d14	75	75,0001	75,0014	75	74,9996	74,9997	1,60E-07
d15	106,066	106,0716	106,0631	106,0664	106,0656	106,0663	2,81E-05
d16	75	75,0055	75,0055	75,0055	75,0055	75,0055	0,00E+00
d17	106,066	106,0734	106,0863	106,0783	106,0764	106,0753	3,61E-06
d18	75	74,998	75,0002	74,9983	74,9978	74,9977	9,00E-08
d19	106,066	106,0689	106,0629	106,0662	106,0651	106,0654	1,23E-05
d20	75	74,9947	74,9982	74,995	74,9942	74,9941	3,60E-07
d21	106,066	106,0654	106,0566	106,061	106,0619	106,0629	6,25E-06
d22	75	75,0017	75,0045	75,0031	75,0024	75,002	9,00E-08
d23	106,066	106,0735	106,077	106,0758	106,0772	106,0778	1,85E-05
d24	75	75,0115	75,0115	75,0115	75,0115	75,0115	0,00E+00

Datos en mm.							
distancias	nominales	Medidos	1 iteración	2 iteración	3 iteración	4 iteración	Q <sup>2</sup> (Ec.1)
d25	106,066	106,076	106,0757	106,0752	106,0731	106,0721	1,52E-05
d26	75	75,0024	75,0041	75,0033	75,0028	75,0026	4,00E-08
d27	106,066	106,073	106,0782	106,0761	106,0759	106,076	9,00E-06
d28	75	75,007	75,0092	75,0081	75,0075	75,0072	4,00E-08
d29	106,066	106,075	106,0732	106,0736	106,073	106,0724	6,76E-06
d30	75	75,0028	75,0043	75,0035	75,0031	75,003	4,00E-08
d31	106,066	106,0763	106,0776	106,0772	106,0776	106,078	2,89E-06
d32	75	75,0117	75,0093	75,0094	75,0099	75,0105	1,44E-06
d33	106,066	106,076	106,0748	106,0746	106,0742	106,0739	4,41E-06
d34	75	75,0028	75,0043	75,0035	75,0032	75,003	4,00E-08
d35	106,066	106,0686	106,0723	106,0708	106,0697	106,0692	3,60E-07
d36	75	75,0028	75,0072	75,0062	75,0056	75,0051	5,29E-06
d37	106,066	106,0694	106,0743	106,0725	106,0717	106,071	2,56E-06
d38	75	75,0032	75,0037	75,0034	75,0033	75,0033	1,00E-08
d39	106,066	106,0747	106,0716	106,071	106,0704	106,071	1,37E-05
d40	75	75,0101	75,0064	75,006	75,0064	75,0068	1,09E-05
d41	106,066	106,0756	106,0729	106,0727	106,0743	106,075	3,60E-07
d42	75	75,0017	75,0022	75,002	75,0018	75,0017	0,00E+00
d43	75	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	75,0073	0,00E+00
d44	106,066	106,0773	106,0853	106,0858	106,0874	106,0878	1,10E-04
d45	75	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	75,0091	1,00E+00
d46	106,066	106,0778	106,0698	106,0693	106,0677	106,0673	1,10E-04
d47	75	75,0058	75,0058	75,0058	7,0058	75,0058	0,00E+00
d48	106,066	106,0767	106,0883	106,0869	106,0864	106,0861	8,84E-05
d49	75	75,0105	75,0098	75,0101	75,0103	75,0104	1,00E-08
d50	106,066	106,077	106,0656	106,0669	106,0674	106,0676	8,84E-05
d51	75	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	75,0058	0,00E+00
d52	106,066	106,0751	106,0853	106,0838	106,0832	106,083	6,24E-05
d53	75	75,0114	75,011	75,0115	75,0117	75,0116	4,00E-08
d54	106,066	106,0791	106,0686	106,0702	106,0708	106,0711	6,40E-05
d55	75	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	75,0057	0,00E+00
d56	106,066	106,0658	106,0765	106,0736	106,0723	106,0719	3,72E-05
d57	75	74,9996	75,0055	75,0028	75,0011	75,0003	4,90E-07
d58	106,066	106,0721	106,0689	106,0682	106,0675	106,067	2,60E-05
d59	75	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	75,0042	0,00E+00
d60	106,066	106,0694	106,0743	106,0727	106,0724	106,0728	1,16E-05
d61	75	75,0109	75,0052	75,0051	75,0064	75,0079	9,00E-06
d62	106,066	106,0794	106,068	106,069	106,0709	106,0722	5,18E-05
d63	75	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	75,0028	0,00E+00
d64	75	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	75,0104	0,00E+00
d65	75	75,0086	75,0095	75,0091	75,0088	75,0087	1,00E-08
d66	75	75,0084	75,0085	75,008	75,008	75,0081	9,00E-08
d67	75	74,9987	75,0036	75,0011	75,0001	74,9996	8,10E-07
d68	75	75,0058	75,0022	75,0016	75,0025	75,0034	5,76E-06
						$\chi^2$	0,00074

**TABLA A.5.-RESULTADOS FINALES DEL PATRÓN  
BIDIMENSIONAL METÁLICO EN MM.**

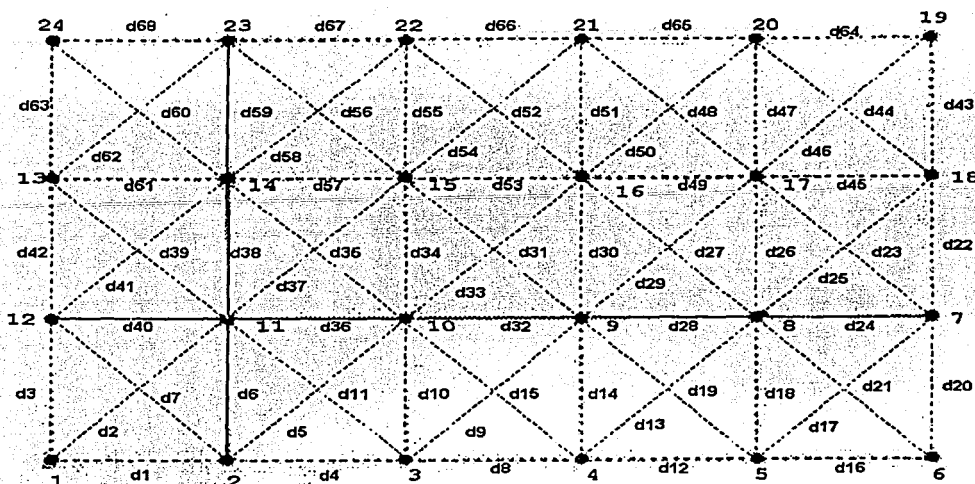
nodos	Primera iteración		Segunda iteración		tercera iteración		cuarta iteración	
	error en x	Error en y	error en x	error en y	error en x	error en y	error en x	error en y
1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,00436	-0,00124	0,00017	-0,00222	0,00137	-0,00086	0,00151	-0,00031
3	0,00402	0,00048	-0,00257	-0,00116	-0,00165	0,00014	-0,00073	0,00043
4	0,00915	0,00006	0,00074	-0,00135	-0,00019	0,00008	-0,00037	0,00042
5	0,00768	-0,00196	0,00111	-0,00219	0,00056	-0,00026	0,00028	0,00028
6	0,00546	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
7	0,01145	-0,00180	0,00000	-0,00315	0,00000	-0,00087	0,00000	-0,00008
8	0,00920	0,00023	-0,00112	-0,00193	-0,00056	-0,00055	-0,00028	-0,00007
9	0,00931	0,00141	0,00005	-0,00143	0,00059	-0,00034	0,00057	0,00002
10	0,00722	0,00164	-0,00105	-0,00131	-0,00055	-0,00029	-0,00057	0,00004
11	0,00643	0,00098	-0,00039	-0,00136	0,00033	-0,00055	0,00044	-0,00022
12	0,01009	-0,00031	0,00366	-0,00128	0,00405	-0,00049	0,00372	-0,00018
13	0,01088	0,00225	0,00564	-0,00029	0,00578	-0,00014	0,00449	-0,00007
14	0,00523	0,00369	-0,00014	-0,00025	0,00129	-0,00012	0,00147	-0,00006
15	0,00551	0,00425	-0,00272	-0,00073	-0,00165	-0,00036	-0,00088	-0,00018
16	0,01096	0,00428	0,00058	-0,00075	0,00012	-0,00038	-0,00003	-0,00019
17	0,00980	0,00409	0,00034	-0,00083	0,00017	-0,00042	0,00009	-0,00021
18	0,00912	0,00450	0,00000	-0,00141	0,00000	-0,00071	0,00000	-0,00035
19	0,01040	0,00733	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
20	0,00950	0,00575	-0,00045	0,00000	-0,00023	0,00000	-0,00011	0,00000
21	0,00852	0,00578	-0,00049	0,00000	-0,00002	0,00000	0,00010	0,00000
22	0,00355	0,00570	-0,00248	0,00000	-0,00100	0,00000	-0,00049	0,00000
23	0,00224	0,00418	-0,00066	0,00000	0,00091	0,00000	0,00095	0,00000
24	0,00580	0,00283	0,00357	0,00000	0,00423	0,00000	0,00332	0,00000



Tabla- A.6-Posición final de los centros de las esferas virtuales del patrón en mm.		
nodo	Dirección X	Dirección Y
1	0,0000	0,0000
2	75,0074	-0,0003
3	150,0065	0,0004
4	225,0158	0,0004
5	300,0254	0,0003
6	375,0309	0,0000
7	375,0448	74,9941
8	300,0333	74,9980
9	225,0261	75,0001
10	150,0156	75,0005
11	75,0105	74,9985
12	0,0037	74,9977
13	0,0045	149,9995
14	75,0123	150,0018
15	150,0126	150,0035
16	225,0242	150,0030
17	300,0346	150,0006
18	375,0437	149,9961
19	375,0336	225,0034
20	300,0232	225,0064
21	225,0145	225,0088
22	150,0063	225,0092
23	75,0068	225,0060
24	0,0033	225,0023

A continuación se mostraran las tablas de los análisis estadísticos hechos en el presente trabajo.

Tabla A.7-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC dirección X



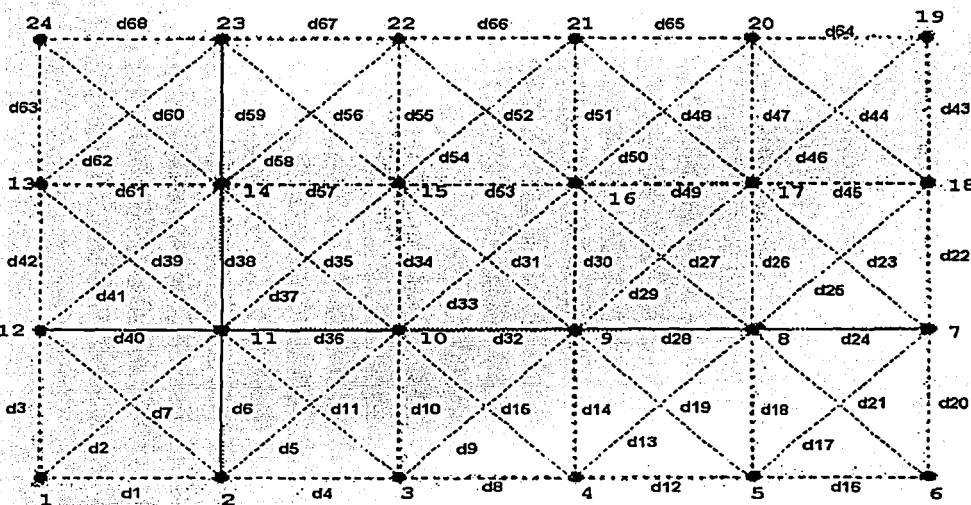
Datos en mm.

nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC. 10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC.12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
1	0	0	0	0	0	0
2	75,0091	1.86E-06	0,0014	1.55E-07	0,0004	0,0004
3	150,0087	3.20E-06	0,0018	2.67E-07	0,0005	0,0005
4	225,0171	5.66E-06	0,0024	4.72E-07	0,0007	0,0007
5	300,0270	4.22E-06	0,0021	3.52E-07	0,0006	0,0006
6	375,0325	5.41E-06	0,0023	4.51E-07	0,0007	0,0007
7	375,0393	7.30E-06	0,0027	6.09E-07	0,0008	0,0008
8	300,0278	2.57E-06	0,0016	2.34E-07	0,0005	0,0005
9	225,0208	4.60E-06	0,0021	3.83E-07	0,0006	0,0006
10	150,0092	7.11E-06	0,0027	5.93E-07	0,0008	0,0008
11	75,0064	2.44E-06	0,0016	2.03E-07	0,0005	0,0005
12	-0,0037	1.04E-06	0,0010	8.65E-08	0,0003	0,0003
13	-0,0015	2.86E-06	0,0017	2.38E-07	0,0005	0,0005
14	75,0094	1.23E-06	0,0011	1.03E-07	0,0003	0,0003
15	150,009	2.67E-06	0,0016	2.23E-07	0,0005	0,0005
16	225,0205	3.48E-06	0,0019	2.90E-07	0,0005	0,0005
17	300,0309	8.56E-06	0,0029	7.14E-07	0,0008	0,0008

Datos en mm.

nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC. 10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC. 12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
18	375,0401	4.58E-06	0,0021	3.82E-07	0,0006	0,0006
19	375,0407	6.14E-06	0,0025	5.12E-07	0,0007	0,0007
20	300,0303	4.43E-06	0,0021	3.69E-07	0,0006	0,0006
21	225,0217	5.11E-06	0,0023	4.26E-07	0,0007	0,0007
22	150,0133	5.47E-06	0,0023	4.55E-07	0,0007	0,0007
23	75,0146	5.52E-06	0,0023	4.60E-07	0,0007	0,0007
24	0,0088	1.06E-05	0,0033	9.65E-07	0,0010	0,0010

Tabla A.8.-Incertidumbre de los datos tomados en la MMC dirección Y



Datos en mm.

nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC.10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC. 12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
1	0	0	0,0000	0	0	0,0000
2	-0,0038	1.96E-06	0,0014	1.63E-07	0,0004	0,0004
3	-0,0062	2.25E-06	0,0015	1.87E-07	0,0004	0,0004
4	-0,0057	3.44E-06	0,0019	2.86E-07	0,0005	0,0005

Datos en mm.						
nodo	Media (EC. 9)	Varianza (EC.10)	Desviación típica (EC. 11)	Varianza experimental de la medida (EC. 12)	Desviación típica de la medida (EC. 13)	Incertidumbre típica (EC. 14)
5	-0,0035	1.00E-06	0,0010	8.37E-08	0,0003	0,0003
6	0,0001	4.17E-06	0,0020	3.48E-07	0,0006	0,0006
7	74,9948	5.34E-06	0,0023	4.45E-07	0,0007	0,0007
8	74,9946	4.82E-06	0,0022	4.38E-07	0,0007	0,0007
9	74,9944	4.21E-06	0,0021	3.51E-07	0,0006	0,0006
10	74,9943	6.14E-06	0,0025	5.11E-07	0,0007	0,0007
11	74,9949	3.71E-06	0,0019	3.09E-07	0,0006	0,0006
12	74,9977	1.19E-05	0,0035	9.93E-07	0,0010	0,0010
13	149,9994	5.09E-06	0,0023	4.24E-07	0,0007	0,0007
14	149,9981	6.93E-06	0,0026	5.78E-07	0,0008	0,0008
15	149,9971	6.89E-06	0,0026	5.75E-07	0,0008	0,0008
16	149,9971	7.94E-06	0,0028	6.61E-07	0,0008	0,0008
17	149,9970	1.12E-05	0,0033	9.32E-07	0,0010	0,0010
18	149,9965	8.59E-06	0,0029	7.16E-07	0,0008	0,0008
19	225,0038	9.76E-06	0,0031	8.13E-07	0,0009	0,0009
20	225,0027	8.54E-06	0,0029	7.12E-07	0,0008	0,0008
21	225,0029	1.10E-05	0,0033	9.14E-07	0,0010	0,0010
22	225,0028	9.57E-06	0,0031	7.98E-07	0,0009	0,0009
23	225,0023	6.11E-06	0,0025	5.09E-07	0,0007	0,0007
24	225,0022	5.66E-06	0,0024	5.15E-07	0,0007	0,0007

**TABLA A.9-Desviación estándar del patrón bidimensional metálico. (mm)**

<b>Nodos</b>	<b>Dirección en X</b>	<b>Dirección en Y</b>
1	0,0000	0,0000
2	0,0013	0,0014
3	0,0008	0,0009
4	0,0006	0,0007
5	0,0004	0,0005
6	0,0000	0,0000
7	0,0005	0,0005
8	0,0005	0,0005
9	0,0006	0,0005
10	0,0009	0,0007
11	0,0010	0,0007
12	0,0012	0,0006
13	0,0014	0,0007
14	0,0007	0,0004
15	0,0008	0,0007
16	0,0008	0,0008
17	0,0009	0,0009
18	0,0010	0,0008
19	0,0011	0,0011
20	0,0011	0,0014
21	0,0010	0,0013
22	0,0008	0,0009
23	0,0012	0,0011
24	0,0008	0,0003

Tabla A.10.-Valores de  $\chi_c^2$

nodo	1 corrida	2 corrida	3 corrida
1	4,3375E-08	7,2189E-07	2,8556E-08
2	2,4464E-06	9,3983E-08	5,9915E-08
3	2,6183E-14	3,8368E-10	1,9433E-09
4	4,9947E-12	3,0652E-11	2,208E-13
5	2,4028E-08	1,0308E-07	2,5247E-07
6	8,8706E-09	1,2797E-09	2,278E-09
7	8,5024E-07	4,9505E-06	2,5659E-06
8	1,8301E-14	1,5612E-07	9,8332E-10
9	1,6085E-08	1,0335E-07	6,415E-09
10	1,7161E-08	1,6001E-09	2,6834E-10
11	4,8265E-06	4,3677E-10	3,4915E-07
12	1,5252E-11	1,7526E-10	2,6276E-08
13	3,3983E-08	9,2094E-08	1,965E-07
14	6,2814E-09	1,3178E-08	7,4094E-11
15	3,2117E-06	1,0064E-06	2,0713E-10
16	0	0	0
17	2,0587E-07	2,101E-07	8,0883E-08
18	7,6727E-09	4,6785E-10	3,7759E-09
19	1,3288E-06	5,6325E-07	1,0298E-12
20	7,0127E-09	6,7566E-10	5,4509E-10
21	1,13E-06	1,1437E-07	4,7005E-11
22	2,5021E-08	1,898E-08	1,4475E-10
23	1,3518E-06	3,9618E-07	1,1074E-10
24	0	0	0
25	2,8543E-08	2,222E-08	1,3072E-07
26	1,5445E-14	9,3288E-10	1,2358E-08
27	1,9177E-08	6,7019E-08	5,3422E-07
28	6,3575E-09	5,815E-09	1,5499E-08
29	2,514E-07	1,777E-07	4,1999E-08
30	1,3473E-08	9,0982E-10	1,2852E-08
31	1,3716E-07	7,808E-08	2,4445E-08
32	2,5896E-07	1,103E-07	2,3303E-08
33	2,8052E-13	2,8964E-07	7,9801E-09
34	4,7783E-09	8,0487E-10	4,0889E-09
35	1,2589E-07	3,628E-08	1,0836E-07
36	7,6653E-07	5,4554E-07	6,9006E-08
37	4,7573E-07	4,3796E-08	3,9989E-08
38	4,2645E-10	1,1999E-09	4,1153E-10
39	1,7892E-06	2,5396E-07	3,9237E-08
40	1,3182E-06	6,7803E-07	1,5494E-07
41	4,426E-08	3,5367E-09	4,658E-08
42	1,9719E-09	2,3917E-10	1,738E-13
43	0	0	0

Tabla A.10.-Valores de  $\chi^2$

44	4,3617E-07	1,7586E-06	1,0011E-07
45	0	0	0
46	9,715E-06	3,9404E-06	2,2244E-07
47	0	0	0
48	8,7802E-06	7,9313E-06	7,5323E-06
49	1,2405E-11	2,5487E-09	1,235E-09
50	8,7747E-06	1,342E-06	5,6338E-06
51	0	0	0
52	5,8749E-06	6,6806E-07	4,5977E-07
53	4,7233E-09	1,442E-13	1,8949E-10
54	6,5469E-06	1,0532E-10	4,1959E-07
55	0	0	0
56	1,2442E-08	1,523E-06	4,059E-07
57	4,8257E-08	1,8706E-08	3,1451E-08
58	1,1324E-07	1,4867E-06	9,5567E-07
59	0	0	0
60	2,1834E-14	4,1061E-09	1,4818E-07
61	6,4412E-07	4,8453E-07	1,8868E-06
62	5,3127E-08	6,3958E-07	2,6533E-07
63	0	0	0
64	0	0	0
65	1,1267E-15	2,1955E-09	2,9201E-10
66	2,334E-10	9,1885E-13	1,0345E-08
67	5,4966E-08	1,6419E-07	1,3983E-11
68	6,1317E-08	4,1852E-08	9,6157E-08

0,2119	-0,9999	0,8643	-0,5368	-0,1719	0,9277
-0,9821	0,9965	-0,1925	-0,8407	0,1537	0,2990
0,0026	0,9713	-0,3093	0,2947	0,6961	0,2816
-0,0446	-0,5398	-0,1104	0,9055	0,0094	0,5303
-0,0548	0,9953	0,1135	0,3750	-0,1776	-0,1474
-0,9965	0,9993	-0,3785	-0,7167	-0,5050	0,3426
-0,3085	0,5398	-0,7445	-0,1526	-0,5360	-0,5538
0,0003	-0,9938	-0,9841	0,3461	-0,0781	0,0093
0,0808	0,0062	0,2047	0,9461	-0,0510	0,6267
-0,9773	0,2119	0,2984	0,4254	-0,1222	0,1015
-0,9987	-0,0062	-0,0095	0,1760	-0,2686	0,6523
0,0228	0,9999	-0,0771	0,6368	0,9443	0,1513
0,1841	0,0668	0,3030	0,9365	0,4426	-0,7819
-0,6179	-0,9953	0,8950	0,9460	-0,0671	0,9219
-0,9713	0,0668	0,5437	-0,9576	0,0078	0,6666
-0,6915	0,9990	-0,1683	-0,3907	0,0043	0,8005
0,5000	0,9995	0,5051	-0,4997	0,3134	0,2114
-0,9974	-0,9641	-0,2463	-0,3251	-0,6997	0,2697
-0,9998	-0,9990	-0,6509	0,0055	0,0009	0,2001
0,5000	0,9998	0,1552	0,0040	-0,1394	0,2531
-0,9773	0,9332	-0,3109	-0,4944	0,0063	-0,0025
-0,7258	0,0548	0,6321	0,6063	0,0552	-0,3130
-0,9999	0,4602	0,5413	0,2865	0,0091	0,3715
-0,9981	-0,2420	0,4791	-0,8767	0,2210	-0,7029
0,1841	0,9987	0,1624	0,7045	0,3939	-0,4815
0,0010	-0,0002	0,2378	0,0690	-0,8655	0,4145
0,1587	0,5793	0,2966	0,5024	-0,8374	-0,9914
0,4602	0,0876	-0,4401	-0,3038	-0,7185	-0,1957
0,8159	-0,3085	-0,6860	0,6007	0,3335	0,5106
-0,9974	0,9713	0,2592	-0,7506	0,9742	-0,8619
-0,9641	0,0005	0,7274	-0,6748	-0,4070	-0,2461
-0,9641	0,1151	0,6292	0,0072	-0,2892	0,7661
0,0010	-0,5398	-0,9832	0,9330	0,1632	0,0086
-0,6179	0,2420	-0,2536	0,1999	0,5716	0,3030



# REFERENCIAS

- 1.-PALOMINO David, Sergio Padilla, Gerardo Ruiz Botello, Gabriel Ascanio, José Sánchez, "Informe técnico", México: Centro de Instrumentos, 1996, 27p.
- 2.-P.A.C. Miguel, T.G. King and E.J. Davis, "CMM verification: a survey"; Measurement, Vol 17, Netherlands: Elsevier Science Ltd. 1996, Pág. 1-16.
- 3.-ISO 10360-2:20001 Geometrical Product Specifications (GPS)-Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM)-Part 2: CMMs used for measuring size, Geneva, S.
- 4.-KUNZMANN H. et al. "A uniform concept for calibration, acceptance test, and periodic inspection of CMM using reference objects", Annals of the CIRP 39, 1988, 515-518
- 5.-TRAPET E. "Ensuring the accuracy of coordinate measuring machines", Tutorial of 6<sup>th</sup> International Precision Engineering Seminar, Braunschweig, Germany: 1991, 15p.
- 6.-BARRERA R. "Comparación de diferentes normas internacionales y artefactos para la verificación de CMM", Querétaro: Centro Nacional de Metrología (CENAM), 1997, 889-893.
- 7.-TRAPET Eugen, "Quality Assurance of CMM", Workshop at CENAM, Queretaro (México): CENAM, December 1998, 54p.
- 8.-SÁNCHEZ V. José, Ascanio Gabriel, Padilla O. Sergio, Ruiz B. Gerardo, Ramírez S. Joel, "Patrones bidimensionales de vidrio para calibrar MCC", México: SOMI VIII Congreso Nacional de Instrumentación, 1993, 266-271.

9.-HAITJIEMA H., "Calibration of a 2-D grid using 1-D length measurements", Torino: Proceedings of the XIII IMEKO world congress, september 1994, Pág 1652-1657.

10.-Feinmess (en línea), "Reference Hole Plate System", Marzo 1999 (citado el 15 de Abril del 2001), disponible en [www.feinmess.de](http://www.feinmess.de)

11.-HERAUSGEGEBEN Von, H.j. Warnecke und W. Dutschke, "Fertigungsmeßtechnik", Berlin: Springer-Verlag, 1991, 414p.

12.-MIRANDA Martín del Campo Javier, "Evaluación de la incertidumbre en datos experimentales", México D.F: Instituto de física de la UNAM, 2000, 21p.

13.-ISO/IEC (wiht BIPM, IFCC, IUPAC, IUPAP, OIML): " Guide to the expression of uncertainty in measurement", 1994, ISBN 92 67 101889.

# BIBLIOGRAFÍA

- 14.-ABBE M. and M. Sawabe, "Geometric calibration of CMM by means of 3-dimensional coordinate comparison", Nederland: 6<sup>th</sup> IMEKO Symposium, September 8-10, 1998, P'g. 3-8.
- 15.-BOURDET P, C. Lartigue and F Leveaux, "Effects of data point distribution and mathematical model on finding the best-fit sphere to data", Precision Engineering, Vol. 15, 1993, 150-157.
- 16.-BRYAN J.B., "A simple method for testing measuring machines and machine tools-part 1: Principles and Applications", Precision Engineering, Vol. 4, 1982, 61-69.
- 17.-CAUCHICK Miguel Paulo I, Tim King, Alvaro Abackerli, "A review on methods for probe performance verification", Measurement, Vol 23, 1998, 15-33.
- 18.-CRESTO Pier Carlo, "Selfcalibrating with application to CMMs geometry error correction, Advanced metrological tools in metrology", Torino, Italy: October, 1993, 167-173.
- 19.-HUSER-Teuchert D, E. Trapet, H. Schwenke, F. Waldele and Wiegend, "Calibration of CMM based on ball plates", SOMI IX Congreso nacional de Instrumentación, México 1994, 1646-1651
- 20.-KATSUSHI Furutani. Kenji Iwamoto, Hideki Takezawa, Naotake mohri, "Multiple degrees-of-freedom arm with passive joints for one the machine measurement system by calibrating with geometry solids", Presicion Engineering, 1999, 113-125.
- 21.-KNAPP W., U. Tschudi, A. Bucher "Comparison of different artifacts for interim CMMs checking: a report from the Swiss Standards Committee", Precision Engineering, Vol. 13, 1991, 277-291.
- 22.-KRUTH J.P, P. Vanherck, L De Jonge, "Self calibration method and software error correction for 3-dimensional CMM

- using artefact measurements", Measurement, Vol. 14, Netherlands, 1994, 157-167.
- 23.-LINGARD P.S., M. E. Purss, C. M. Sona, E. G. Thwaite and G. H. Mariasson, "Temperature perturbation effects in a high precision CMM", Precision Engineering, Vol. 11, 1991, 41-51.
- 24.-NORGARD Hanse Hans n, Leonerdo De Chiffre, "An industrial comparison of MCC in Scandinavia with focus on uncertainty statements", Precision Engineering, Vol. 23, 1999, 185-195.
- 25.-OUYANG, I.S. Jawahir J.F, "Ball array Calibration on CMM using a gage block", Measurement, Vol. 16, 1995, Netherlands, 219-229.
- 26.-PALOMINO M. David, Padilla O. Sergio, Ascanio G. Gabriel, Ruiz B. Gerardo, Nava S Rigoberto Sánchez V. José, "Desarrollo de un patrón bidimensional para MMC", México, SOMI IX Congreso nacional de Instrumentación, 1994, 296-299.
- 27.-Sanchez J., G. Ruiz, R. Nava and S.Padilla, "An alternative method for calibrating and mapping errors in CMM" México: SOMI IX Congreso nacional de Instrumentación, 1994, 1676-1680.
- 28.-WALTER link, "Metrología mecánica, Expresión de la incertidumbre de medición" México: Centro de capacitación del instituto de metrología Mitutoyo, 1997, 156-199.
- 29.-WERNER lotze, "ScanMax a novel 3D CMM for the shopfloor environment", Measurement, Vol. 18, Netherlands, 1996, 17-25.
- 30.-WEEKERS W,G., P.H.J. Schellekens, "Compensation for dynamic errors of CMM", Measurement, Vol. 20, Netherlands, 1997, 197-209.
- 31.-WILLIAM J. Thompson, "Chebyshev polynomials: after the spelling the rest is easy", Computers in physics, Vol. 8, No. 2, marzo 1994, 161-165.
- 32.-ZELENY V., "CMM calibration in the Czech Republic", 6<sup>th</sup> IMEKO Symposium, September 8-10, 1998, 743-749

33.-Physikalisch-Technische Bundesanstalt PTB (en línea), "Coordinate Metrology section Equipment", enero 1999 (citado el 15 de Abril del 2001), disponible en [www.ptb.de](http://www.ptb.de)

34.-3D Firmengruppe (en línea), "CMM Geometric Accuracy Bridge Check", marzo 2000 (citado el 26 de Noviembre del 2001), disponible en [www.3d-net.de](http://www.3d-net.de).