



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

59

FACULTAD DE CIENCIAS

“ESTUDIO EXPERIMENTAL CON ULTRASONIDO DE LA
ADHERENCIA ENTRE DOS SUPERFICIES PLANAS”.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE FÍSICA

P R E S E N T A

LAURA ESTHER VALIENTE BANUET.

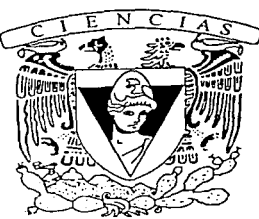
NOMBRE DEL DIRECTOR DE TESIS:



FACULTAD DE CIENCIAS
DR. MARCOSTEY KOO.

2002.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA

Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunico a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Estudio experimental con ultrasonido de la adherencia entre dos superficies planas"

realizado por VALIENTE BANUET LAURA ESTHER

con número de cuenta 9455713-8 , quién cubrió los créditos de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

DR. MARCOS LEY KOO

Propietario

DRA. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH

Propietario

DR. GUILLERMO MONSIVAIS GALINDO

Suplente

DR. RAUL PATRICIO ESQUIVEL SIRVENT

Suplente

FIS. ANDRES VALENTIN PORTA CONTRERAS

H. Leylos

Catalina Stern

[Signature]

[Signature]

[Signature]

Consejo Departamental de Física

[Signature]
DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura U. CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Instituto de Investigaciones Eléctricas por las facilidades prestadas durante este trabajo, al Dr. Leonardo Rejón García por el apoyo que me brindó para la realización de la prueba no destructiva. En especial agradezco al Dr. Marcos Ley Koo por la selección del tema y dirección de la presente tesis.

A todos los sinodales Dr. Guillermo Monsivais, Fis. Andrés Porta y al Dr. Raúl Esquivel por su comprensión, consejos, y revisión de la presente tesis.

Agradezco también a la Dra. Lucía Medina por su ayuda en parte del análisis y consejos para la interpretación de los datos de la presente tesis.

Y sobretodo a la Dra. Catalina Stern, coordinadora del Laboratorio de Acústica, por su ejemplo como mujer científica, por su comprensión, ayuda y por el impulso que nos da a todos sus estudiantes, no sólo en este trabajo sino a largo de toda la licenciatura.

Por último, agradezco a la beca de tesis otorgada por Proyecto **PAPIIT-DGAPA IN 107599.**

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi mamá en primer lugar por toda su dedicación y su constancia en su cariño. A mi hermanita por ser una mujer tan valiosa y por hacerle honor al apellido. A mis hermanos, sobretodo a Juanito, Polo y Lalo porque pase lo que pase, junto con mis dos viejas, yo sé que ellos son la porra. A mi papá por la amistad que hemos formado juntos.

Por último a Cordian Just por su cariño y sus malos chistes.

ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	i
CAPÍTULO I	
ANTECEDENTES	1
1. TÉCNICAS A INCIDENCIA NORMAL	1
2. TÉCNICAS A INCIDENCIA OBLICUA	2
3. TÉCNICAS NO LINEALES	6
CAPÍTULO II	
MARCO TEÓRICO	8
1. ELASTICIDAD	9
2. SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA	13
3. REFLEXIÓN DE ONDAS PLANAS EN MEDIOS ELÁSTICOS	16
4. LEY DE SNELL	22
5. ÁNGULOS CRÍTICOS	24
6. ONDAS SUPERFICIALES	27
ONDAS PLACA	31
7. DIFRACCIÓN DEL HAZ	33
CAPÍTULO III	
DISEÑO EXPERIMENTAL	35
1. MUESTRAS	35
2. ÁNGULOS DE INCIDENCIA	37
3. ULTRASONIDO	37

4. PRUEBA DESTRUCTIVA	39
CAPÍTULO IV	
RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN	41
1. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN	43
2. ÁNGULO ÓPTIMO	46
3. INSPECCIÓN DE LAS PLACAS	51
4. ATENUACIÓN	62
5. VELOCIDADES DE PROPAGACIÓN	65
6. PRUEBA DESTRUCTIVA	68
CONCLUSIONES	70
REFERENCIAS	72

INTRODUCCIÓN

Para estudiar la calidad del pegado entre dos superficies, se toma en cuenta que la modificación de las condiciones de frontera por las fuerzas de adhesión tiene un efecto en la energía de la onda superficial transmitida en el medio. Basándose en las técnicas revisadas en el capítulo II, se hará incidir oblicuamente un haz de ultrasonido en un semi-espacio de aluminio y se dará una relación cualitativa de la velocidad de fase y del coeficiente de atenuación con la calidad de pegado. El ángulo se escoge para que sea el segundo ángulo crítico y se genere una onda superficial que viaje después a través de la interfaz. Las muestras que se describen con detalle en el capítulo III, tienen diversas distribuciones de adhesivo y después del experimento, se medirá la resistencia de las mismas, como en la mayoría de los artículos, con una prueba destructiva descrita en el capítulo III, para comparar lo obtenido en la técnica propuesta y así poder evaluarla.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES

Las llamadas pruebas no destructivas se desarrollaron para conocer el estado de una estructura cualquiera sin dañarla. Actualmente existe una demanda de nuevos materiales menos pesados, que sean resistentes a altas temperaturas, que permitan construcciones modulares, así como materiales de propiedades novedosas. Los procesos de manufactura para obtener dichas propiedades, involucran la combinación de materiales con diferentes características dando lugar a los denominados materiales compuestos. Sin embargo, la capacidad estructural está limitada, entre otras cosas, por la calidad de las uniones entre sólidos, por lo que el estudio de las uniones adherentes sigue siendo una tarea importante para las pruebas no destructivas. De interés en este trabajo son las pruebas no destructivas que utilizan ondas ultrasónicas para la evaluación de las condiciones de adherencia entre sólidos.

1. TÉCNICAS A INCIDENCIA NORMAL

El método de inspección más socorrido al principio fue el de hacer incidir normalmente un haz de ultrasonido. La unión refleja parte de la energía y la amplitud de dicha señal proporciona cualitativamente la fortaleza de unión en cada posición, ya que dependiendo de las condiciones de la interfaz se tendrá una menor o mayor amplitud. Sin embargo, es difícil de establecer una relación cuantitativa pues la señal reflejada depende por un lado de los parámetros del equipo de prueba y por otro, la información en ella contenida, está relacionada con las propiedades compresivas más que con los módulos de corte de la interfaz. Si se considera que el ancho del haz es proporcional a la longitud de onda, λ , entonces la amplitud de la señal contiene la información promedio de los posibles defectos que son sonificados. Los resultados dan una medida cualitativa de las condiciones de unión pero son difíciles de correlacionar en general. Cuando el espesor de la capa de pegamento en la interfaz es delgado y las imperfecciones son planas, la capa interfaz puede modelarse como una capa infinitamente delgada, conectada

por resortes distribuidos para relacionar la reducción de la rigidez interfacial debido a las imperfecciones. Se puede mostrar experimental y teóricamente que los coeficientes de reflexión para una interfaz con condiciones de frontera con resortes depende de la frecuencia. Los trabajos de las referencias [1] y [2], fueron hechos con esta técnica.

Lavrentyev y Beals [3] presentan el método clásico con ultrasonido a incidencia normal para medir la fuerza de unión entre dos materiales idénticos, introduce un análisis del espectro de Fourier de una señal reflejada para medir la fuerza de la unión. Muestran experimentalmente que una unión imperfecta puede caracterizarse por un solo parámetro, la rigidez del resorte interfacial y sugieren correlacionar la rigidez interfacial con la fuerza de la unión para una geometría específica. Sin embargo, la dureza interfacial depende de forma complicada de varias características o parámetros del defecto de unión, tales como tamaño característico, distancia entre los defectos y que tan planos son. Por lo que, en general, se requiere saber la forma en qué fue puesto el pegamento así como su distribución.

2. TÉCNICAS A INCIDENCIA OBLICUA

Las ondas acústicas volumétricas tanto longitudinales como transversales, se relacionan directamente con las propiedades elásticas del material, ya que las fuerzas internas o de esfuerzos del medio se suponen dependientes sólo de la deformación o el esfuerzo, medido respecto al estado de equilibrio. En el caso aquí analizado se tiene una unión superficial por lo que se trabaja con ondas superficiales ya que éstas se localizan cerca de la superficie con una profundidad de cerca de una longitud de onda, por lo que se espera que viajen principalmente en la región de la interfaz la mayor parte de la energía. Más aún porque para incrementar la sensibilidad en los métodos de evaluación se consideró una onda que viajase a lo largo de la interfaz.

Jones y Whittier [4] dieron una descripción simplificada del comportamiento de la unión, introduciendo el comportamiento de una onda elástica para dos espacios diferentes conectados por una unión elástica en una frontera plana, suponiendo que el grosor de la

capa es mucho menor que la longitud de onda. La atención se fijó en la solución correspondiente a la propagación en la interfaz a lo largo de la unión, considerando que las ondas viajando en la interfaz está gobernada por un parámetro que tiene que ver con la rigidez y la longitud de onda.

Posteriormente, Rokhlín *et al* [5] demuestran que una capa delgada de adhesivo localizada entre dos adherentes unidos, localiza la mayor parte de su energía en ondas elásticas en la interfaz. Estudian la velocidad de fase y la pérdida de transmisión de la onda medidas a diferentes tiempos durante el curado del adhesivo. Muestran que la velocidad de fase de la onda y el módulo de corte efectivo de la película interfacial están relacionadas con la fuerza de las uniones adhesivas. Experimentalmente, estiman la fuerza de resistencia con un factor de pérdida de la transmisión que se calcula con el cuadrado de la amplitud de la señal transmitida en cada medida hecha durante el tiempo de curado, entre las amplitudes de las condiciones extremas del pegamento (completamente curado y sin curar). Distinguen las fallas en las uniones como de cohesión, que dependen del pegamento y de adhesión, que se presentan en la interfaz pegamento-sustrato. La fuerza de resistencia de la unión, se determinó en cada espécimen, tanto con las medidas acústicas, como con una prueba Instron. Esta última prueba se utilizó también en el presente trabajo y se describe con detalle en el capítulo III en la sección 5.

Pilarski y Rose [6] consideran la posibilidad de usar una técnica de incidencia oblicua ultrasónica para incrementar la sensibilidad en la detección de debilidades de la unión entre dos semiespacios homogéneos. La técnica es de inmersión en agua y al incidir la onda a diferentes ángulos, se generan tanto ondas longitudinales como transversales en el aluminio. Llevan a cabo un análisis cualitativo de sensibilidad con ondas transversales para localizar imperfecciones interfaciales en uniones rígidas de varios valores finitos. Comparando la amplitud de la onda longitudinal incidente y reflejada, obtienen una excelente sensibilidad para discriminar debilidades en la unión. Encuentran experimentalmente un ángulo de incidencia óptimo, al cual se generan ondas transversales, para la inspección de la estructura unida adhesivamente de aluminio-

aluminio. Al hacer un análisis espectral de muestras con diferentes calidades de pegado, encuentran un corrimiento en la frecuencia máxima dependiendo de la calidad de la unión, donde por calidad de unión se dice que es la resistencia a la separación de dichas superficies en presencia de un esfuerzo de corte. Así mismo, muestran numéricamente que existe una dependencia de la frecuencia del coeficiente de reflexión para uniones intermedias entre diferentes calidades de uniones y ésta puede relacionarse con el corrimiento espectral.

Pilarski *et al* [7] proponen un modelo que incluye explícitamente la barrera sólida, embebida entre los dos semiespacios sólidos, de manera similar a la referencia anterior. Calculan los coeficientes de transmisión y reflexión a incidencia oblicua para ondas longitudinales y transversales encontrando resultados similares pero que incluyen la capa de pegamento. Debe señalarse que las características de la barrera pueden ser elásticas o viscoelásticas puesto que también se conoce la respuesta a un esfuerzo en una capa de material viscoelástico en la interfaz [12].

Rokhlin y Marom [8] consideran que la frontera entre ambos sólidos puede tener alguna falla o ser perfecta. Su estado afecta significativamente el comportamiento de la onda reflejada y las propiedades mecánicas de la interfaz dependiendo de las propiedades de ésta. Cuando el espesor de una interfaz es mucho menor que la longitud de onda, es importante describir las condiciones de frontera con unos pocos parámetros para que sea posible, en el problema inverso, la determinación de las propiedades de la interfaz.

Thomson [11] estudió teóricamente la transmisión de una onda plana elástica a incidencia oblicua a través de un medio estratificado consistente de un número de placas paralelas, de diferentes materiales y espesores. Las ecuaciones para una sección están relacionadas con las siguientes debido a la continuidad de la velocidad de la partícula y del esfuerzo tanto normal como de corte en la interfaz. El planteamiento del método se hizo matricial (matriz de transferencia) para sistematizar el análisis y facilitar los cálculos.

Rokhlin y Wang [13] introducen una expansión asintótica de la matriz de transferencia para la capa de viscoelástico en la interfaz. Cuando la capa de pegamento es muy delgada, se tiene una aproximación razonable si se propone una rigidez transversal única por lo que no importa la capa de pegamento como tal.

Hess [9] presenta una técnica en la que se generan ondas acústicas superficiales con láser al excitar al material. Con esta técnica para generar las ondas superficiales se pueden obtener longitudes de onda mucho más pequeñas y por ende, se incrementa la sensibilidad de las pruebas. La posición de las partículas en una superficie libre, está menos restringida que en el interior del material por lo que la velocidad de la onda superficial, denominada de Rayleigh es cerca de 5 a 13 % menor que las ondas transversales.

Cuando hay una capa de material isotrópico en la parte superior de un semiespacio, se pueden propagar ondas en la interfaz que estén polarizadas en el plano sagital. El espesor de la capa introduce una longitud característica, y por lo tanto, si es comparable con la longitud de onda, la onda de Rayleigh será dispersiva. Esto es, la velocidad de fase depende de la frecuencia. Así mismo, cuando la longitud de onda es mayor que el espesor de la capa, el desplazamiento y las velocidades corresponden a las del sustrato. Para longitudes de onda menores que el espesor, el movimiento se concentra en la vecindad de la película y las velocidades de propagación, se aproximan a aquellos correspondientes a los del material de la capa.

Por otro lado, en el volumen de un material elástico, las ondas transversales y longitudinales, son independientes pero en las ondas superficiales, el movimiento está elípticamente polarizado. Las ondas originadas por un láser, interfieren durante la propagación en un medio dispersivo y se genera una forma de pulso característico que contiene información de las propiedades elásticas y mecánicas de la interfaz, las cuales dependerán, del material de la capa y del sustrato.

Por último, asegura que la cantidad de información que puede extraerse del espectro de la señal, depende del grosor de la película y la longitud de onda mínima. Si la razón del espesor d a la mínima longitud de onda λ es $d/\lambda < 0.1$, sólo puede determinarse el módulo de Young haciendo uso de la teoría lineal de la dispersión. Sin embargo, si $d/\lambda > 1$, entonces, pueden encontrarse más propiedades de la película tales como la densidad, el módulo de Young y la razón de Poisson, al usar una teoría no lineal, es decir, al incluir términos de orden superior.

Recientemente, Chen y Wu [14] describen una nueva técnica de reflectometría, usando ondas longitudinales, de corte y de Rayleigh en la cual miden el coeficiente de reflexión como una función del ángulo de incidencia de un haz de ultrasonido con un ancho finito para agua-aluminio, agua-acero y agua-vidrio. Muestran que las velocidades de la señal reflejada pueden determinarse con suficiente exactitud versus el ángulo de incidencia. Y los valores obtenidos se ajustan bastante bien con los cálculos numéricos basados en el método del espectro angular. Por lo que sería razonable usar esta técnica para medir velocidades en la interfaz y relacionarlas con la calidad de las uniones tal como se sugiere en la mayoría de los artículos antes mencionados.

3. TÉCNICAS NO LINEALES

En la última década se ha encontrado que la función de transferencia de las ondas acústicas que inciden en las interfaces es no lineal. Por ello, se han publicado gran cantidad de artículos al respecto. Aquí se reportan algunos ya que, si bien en el presente trabajo no se utiliza la teoría no lineal, gran parte de sus suposiciones son de utilidad.

Hirsekorn [15] argumenta que los mecanismos de unión al ser de origen mecánico, electromagnético o químico pueden dar lugar a relaciones entre el esfuerzo y la deformación que sean no lineales y pueden causar por tanto una modulación no lineal de las ondas ultrasónicas reflejadas o transmitidas. Los armónicos más altos generados por una onda incidente monocromática dan información acerca de la calidad del

adhesivo. En su artículo presenta un procedimiento en el que utiliza ultrasonido y explota con éste la transferencia no lineal de ultrasonido para distinguir entre uniones débiles y fuertes. Se describen los fundamentos teóricos de su técnica y se deduce un procedimiento de calibración para la medida de fuerza de unión de un adhesivo. Presenta resultados experimentales así como las limitaciones del método y las modificaciones para distinguir el efecto no lineal del equipo de medición. Igualmente Chen *et al* [16] experimentalmente estudian el comportamiento no lineal con la generación de segundos armónicos de ondas de corte volumétricas en interfaces de sólido-sólido y encuentran que ésta es sensible al estado de la interfaz.

Rothenfusser *et al* [17] utilizan el método de generación de segundos armónicos y dan información acerca de las fallas en las capas adhesivas considerando ondas transmitidas. En el caso en el que exista resonancia, la amplitud de deformación de una capa en la interfaz suave se incrementa y por lo tanto la capa contribuye considerablemente a la amplitud del segundo armónico. Esto se estudia mediante el llamado método de elementos finitos. En la referencia [18] se analizan y calculan la amplitud de los armónicos mayores; así mismo, para juzgar la calidad de la unión, se calcula el factor de distorsión, que depende de la amplitud de las vibraciones fundamentales.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

El objetivo del presente capítulo es explicar el fenómeno que se lleva a cabo cuando se hace incidir oblicuamente un haz de ultrasonido en un sólido. Por ello se explicará en principio, qué es lo que pasa cuando se aplica una fuerza sobre la superficie de un material. Esto conduce a una función que, para un rango y tipo de fuerza, no es más que una ecuación de onda. Se presenta el caso en el cual la solución es una onda plana ya que es la más sencilla. Al final de esta sección, se muestra que dado que se cumple el principio de superposición, una solución general, representada por una onda de forma arbitraria, puede expresarse en términos de la suma de éstas. Avanzado un paso más, se da la descripción de cómo son la reflexión y refracción de una haz de sonido en un sólido, llegando hasta las condiciones en que se tiene el caso límite que nos interesa, es decir, en el que la onda es superficial. Entonces, se da una descripción de estas últimas y de su propagación en barreras delgadas en función del espesor, hasta considerar la barrera como una capa. Por último, aunque todo lo anterior es válido para ondas planas, se dan las razones por las que se espera una buena aproximación aún para fuentes extendidas, como son los transductores de ultrasonido.

1.- ELASTICIDAD

Al aplicar una fuerza sobre un cuerpo, se producen deformaciones en todas direcciones y se transmiten debido a las fuerzas elásticas actuando entre las partículas en la vecindad de cada punto. En un sistema cartesiano, la fuerza por unidad de área actuando perpendicular al elemento de área de cara a la dirección $+i$ es, usando notación abreviada:

$$(II.1.-1) \quad \mathbf{T}_i = T_{ij} \hat{i}, \quad \text{donde} \quad i, j = y, z, x.$$

Las componentes T_{ij} ($i, j = y, z, x$) de éstas se llaman componentes de esfuerzo (Ver Figura II.1.-1)

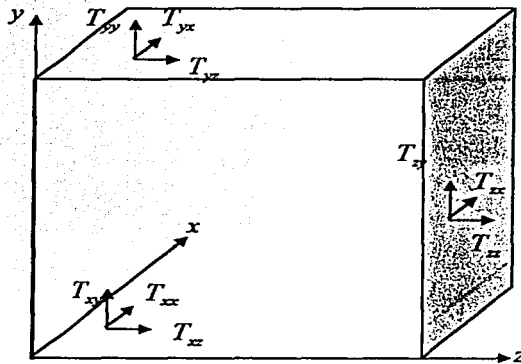


Figura II.1.-1. Esfuerzo actuando en un cubo coordenado

El conjunto de ellas forma el tensor de esfuerzo \mathbf{T} . Si se usa notación matricial, \mathbf{T} queda expresada con la igualdad:

$$(II.1.-2) \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{bmatrix}$$

Usando la segunda ley de Newton, la ecuación de movimiento para cada volumen infinitesimal, está dada por

$$(II.1.-3) \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial j}, \quad i, j = y, z, x$$

donde ρ es la densidad de masa y u_i es la componente en la dirección i -ésima de desplazamiento.

Para deformaciones pequeñas, se observa experimentalmente, que en un medio elástico, éstas son linealmente proporcionales al esfuerzo aplicado. Esto, corresponde a la Ley de Hooke y se expresa como

$$(II.1.-4) \quad T_{ij} = c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial l}, \quad i, j, k, l = y, z, x$$

donde c_{ijkl} son las componentes del tensor de rigidez.

Volviendo a la ecuación (II.1.-3) se tiene que:

$$(II.1.-5) \quad \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(\frac{c_{ijkl}}{\rho} \right) \frac{\partial^2 u_k}{\partial j \partial l}, \quad i, j, k, l = y, z, x.$$

El tensor constante c_{ijkl} da el comportamiento elástico del material. Este, se simplifica nuevamente porque los sólidos que interesan se suponen elásticos isotrópicos, eléctricamente neutros y no-piezoeléctricos. Más aún, como todas las componentes de esfuerzo son simétricas, se cumple que $c_{ijkl} = c_{jikl}$ e igualmente $c_{ijkl} = c_{ijlk}$. Uniendo todas estas condiciones se forma la **tabla II.1.-1** y se simplifica la notación ya que en lugar de 4 subíndices quedan dos, de modo que

$$(II.1.-6) \quad c_{IJ} = c_{ijkl}.$$

I	ij
1	yy
2	zz
3	xx
4	zx, xz
5	yx, xy
6	yz, zy

Tabla II. 1.-1 Abreviación de la notación.

Por lo tanto, el tensor puede ahora expresarse como la matriz de rigidez:

$$(II.1.-7) \quad [c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}$$

Esta debe cumplirse incluso cuando se rota por lo además cumple con que:

$$(II.1.-8) \quad c_{12} = c_{11} - 2c_{44} .$$

Por lo tanto, la matriz $[c]$ tiene solamente dos constantes elásticas independientes. Estas son conocidas como constantes de Lamé λ_L y μ_L y son:

$$(II.1.-9) \quad \lambda_L = c_{12} \quad \text{y} \quad \mu_L = c_{44} .$$

En la tabla II.1.-2, se listan las propiedades elásticas del aluminio y un tipo específico de acrílico que son los materiales que se utilizan en el experimento:

Material (10^{10} N/m^2)	c_{11}	c_{44}
Aluminio	11.1	2.5
Plexiglás	4.9	1.6

Tabla II.1.-2. Constantes elásticas de los materiales utilizados en este trabajo.

Usando el mismo sistema de referencia que en la **Figura II.1.-1**, expandiendo (II.1-5) para u_y , suponiendo que ésta no depende de x y que $u_x = 0$, queda:

$$(II.1.-10) \quad \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = c_{11} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial z} \right) + c_{44} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial z} \right) .$$

Si $u_y = u_y(y)$, es decir, si no se deslaza más que en su dirección de propagación, y , queda:

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \left(\frac{c_{11}}{\rho} \right) \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} = V_l^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2},$$

que es una ecuación de una onda longitudinal cuya velocidad es V_l , y se expresan en términos de las constantes de elasticidad como:

$$(II.1.-11) \quad V_l = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda_L + 2\mu_L}{\rho}}.$$

Contrariamente, si $u_y = u_y(z)$, es decir si el desplazamiento en y sólo depende de z ,

(II.1.-10) queda:

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{c_{44}}{\rho} \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = V_s^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2},$$

donde V_s es la velocidad de las ondas de corte, y se expresa igualmente en términos de las constantes de elasticidad como:

$$(II.1.-12) \quad V_s = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\mu_L}{\rho}}.$$

Por lo que, el problema que nos concierne se reduce a la solución de la ecuación de onda con diferentes condiciones de frontera.

Material	V_l	V_s
Aluminio	6320 m/s	3130 m/s
Pexiglás	2710 m/s	~1350 m/s

Tabla II.1.-3. Velocidades de las ondas transversal y longitudinal.

2.- SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA

La solución más sencilla para una ecuación de onda es la de una onda plana. En este tipo de onda, no hay variaciones en el desplazamiento en dirección perpendicular a la de propagación. Una onda plana, representada por la parte real de

$$(II.2.-1) \quad u_j = \alpha_j \exp[i(kn_j - \omega t)], \quad j = y, z, x$$

que se propaga con velocidad de fase, c , con número de onda $k = \frac{\omega}{c}$ a lo largo de la dirección del *coseno director* n_i , con respecto al eje cartesiano x_i . Al sustituirla en

(II.1.-5) queda

$$(II.2.-2) \quad \rho c^2 \alpha_j = c_{ijkl} n_i n_l \alpha_k,$$

que se rescribe como:

$$(II.2.-3) \quad (\Gamma_{jk} - \delta_{jk} \rho c^2) \alpha_j = 0,$$

donde $\Gamma_{jk} = n_l n_l c_{ijkl}$.

Los tres valores propios de este conjunto, dan las tres componentes de la velocidad de fase y con los tres vectores propios se tendrán las correspondientes componentes de la solución. La ecuación de ésta, puede representarse como:

$$(II.2.-4) \quad F(\xi) = F\left(\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c} - t\right),$$

donde $\xi = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})/c - t$ y $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = n_x x + n_y y + n_z z$. Aquí n_x , n_y y n_z (cosenos directores) son las proyecciones con los ejes coordenados, del vector unitario normal al frente de onda.

Cuando se satisface la condición $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ es decir, cuando el argumento de la función en F permanece constante (planos de fase constante), se vuelve a tratar con ondas planas.

Pero si no es este el caso, el problema de una onda con forma arbitraria se trata en general con el método espectral ya que permite reducir el análisis del comportamiento de la onda con forma arbitraria, cuando se mantiene el principio de superposición. El análisis se reduce a ondas armónicas muy simples y se puede representar a la función $F(\xi)$ como la parte real de la integral de Fourier como

$$(II.2.-5) \quad F(\xi) = \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \Phi(\omega) e^{i\omega\xi} d\omega$$

o bien,

$$(II.2.-6) \quad F(\xi) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{i\omega\xi} d\omega + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^*(\omega) e^{-i\omega\xi} d\omega$$

Si se multiplica esta expresión por $e^{-i\omega'\xi} d\xi$ y se integra sobre ξ desde $-\infty$ hasta $+\infty$, se obtiene la **función de densidad espectral** de una onda plana^[23]:

$$(II.2.-7) \quad \Phi(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) e^{-i\omega\xi} d\xi,$$

donde $\Phi(\omega)$ es la forma general compleja

$$(II.2.-8) \quad \Phi(\omega) = A(\omega) e^{i\phi(\omega)}.$$

Usando la fórmula de inversión de la transformada de Fourier y evaluándola en una sola frecuencia se tiene que

$$(II.2.-9) \quad f(\omega, x, y, z) = \Phi(\omega) e^{i\omega\xi} = \Phi(\omega) \exp \left[i\omega \left(\frac{n_x x + n_y y + n_z z}{c} - t \right) \right]$$

que es nuevamente una onda plana.

Entonces la ecuación (II.2.-9) se reescribe como

$$(II.2.-10) \quad f = \Phi(\omega) \exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t) = \Phi(\omega) \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t).$$

Esta ecuación describe perturbaciones que se propagan con una velocidad c cuya forma permanece constante durante su propagación, la diferenciación con respecto a t , equivale a una multiplicación por $-i\omega$. Entonces, la ecuación para (II.2.-1), puede describirse como

(II.2.-11)

$$\nabla^2 f + k^2 f = 0.$$

Por último, regresando a la ecuación (II.2.-1) se tiene que f no es más que u_i , donde $\Phi(\omega) = \alpha$ para una ω dada. Finalmente, puede verse a u_i como una componente de la suma que representa a la onda de forma arbitraria F . Dado que los problemas que son de interés en este trabajo son la reflexión y transmisión para ondas planas, así como sus casos límite, sólo se analizará en todo el resto del marco teórico para incidencia de ondas planas.

3.- REFLEXIÓN DE ONDAS PLANAS EN MEDIOS ELÁSTICOS

Supóngase que se tiene una onda plana longitudinal con cierto ángulo de incidencia, que la interfaz esta en el plano xz y que las normales a los frentes de onda yacen en el plano yz (Ver Figura II.3.-1).

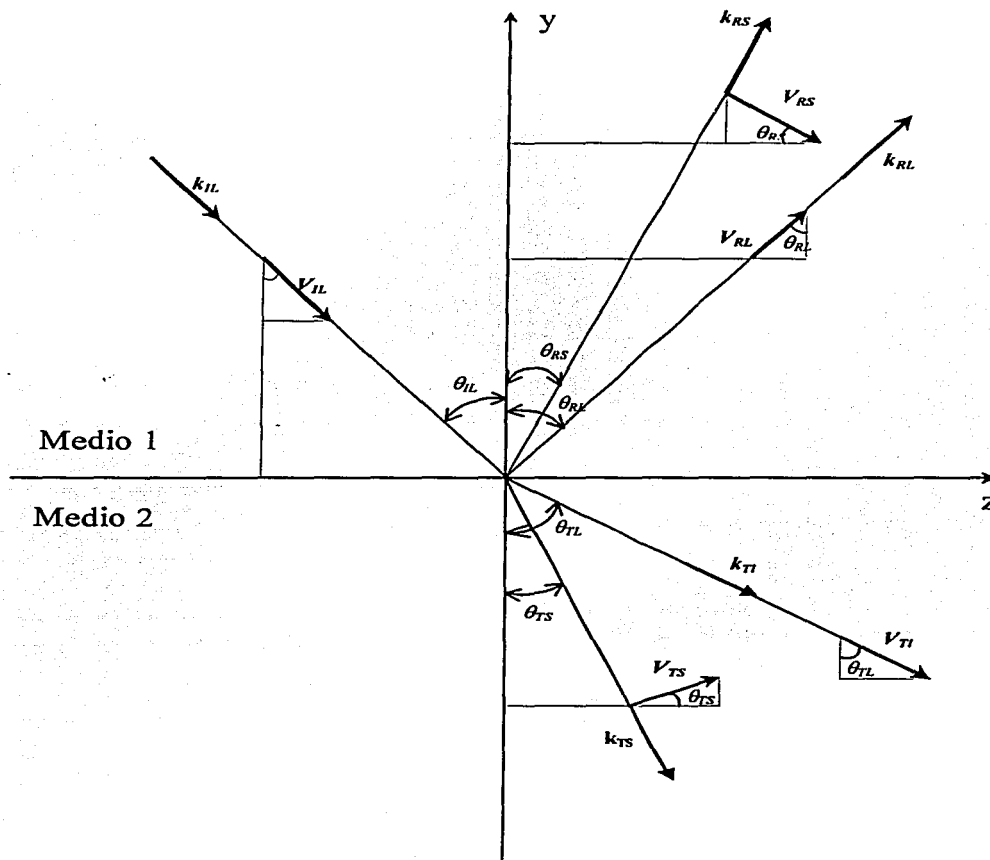


Figura II.3.-1 Dispersión de una onda longitudinal incidiendo oblicuamente en una superficie plana.

Las condiciones de frontera exigen que las componentes de velocidad así como las del tensor de esfuerzo T_{yx} , T_{yy} y T_{yz} sean continuas en la interfaz.

Se sabe que una onda elástica se determina completamente por el vector de desplazamiento $u(x, z, t)$. Sin embargo, experimentalmente lo que se mide usualmente es la velocidad de propagación y dado que u se expresa como (Ec. II.2.-1) $u_j = \alpha_j \exp[i(kn_j t - \omega t)]$, donde $j = y, z$ cuya su velocidad se expresa como

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} = i\omega u_k = V_k,$$

donde V_k es la velocidad de propagación de la onda en la dirección k . El tensor de esfuerzos (Ec. II.1.-9), se rescribe como $T_{ij} = \frac{c_{ijkl}}{i\omega} \frac{\partial V_k}{\partial x_l}$.

Por lo que las componentes que interesan, expresadas en términos de las constantes de matriz de rigidez y las velocidades de onda quedan:

$$(II.3.-1) \quad T_{yy} = \left(\frac{c_{12}}{i\omega} \right) \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right) + \left(\frac{c_{11}}{i\omega} \right) \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)$$

$$T_{yz} = \frac{c_{44}}{i\omega} \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right)$$

$$T_{yx} = \frac{c_{44}}{i\omega} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)$$

Una onda con una dirección arbitraria del vector de onda puede observarse como la superposición de una onda de corte de polarización horizontal (*shear horizontal polarization, SH*), en la cual $u_y = u_z = 0$, $u_x = u$ y una onda de polarización vertical, en la cual $u_x = 0$, $u_y \neq 0$, $u_z \neq 0$, que no interactúan entre sí. Experimentalmente sólo se pueden medir señales que perturben perpendicularmente la superficie de los transductores, ya que esta perturbación es lo que genera un señal electromagnética que es la que finalmente digitaliza la computadora.

En la figura II.3.-1, se muestra la relación entre las velocidades y los vectores de onda y es claro que la velocidad de la onda incidente longitudinal, V_{ll} , se expresa como:

$$\mathbf{V}_{IL} = -\frac{\mathbf{k}_{IL}}{k_L} A_i e^{-ik_{IL} \cdot \mathbf{r}}, \quad \text{donde } \frac{\mathbf{k}_{IL}}{k_L} \text{ es el vector unitario en la}$$

dirección de propagación y A_i la amplitud de la onda incidente.

Así mismo la velocidad de las ondas reflejadas longitudinal y transversal \mathbf{V}_{RL} y \mathbf{V}_{RS} , se expresan como:

$$\mathbf{V}_{RL} = -\frac{\mathbf{k}_{RL}}{k_L} B_L e^{-ik_{RL} \cdot \mathbf{r}}$$

$$\mathbf{V}_{RS} = \frac{\mathbf{x} \times \mathbf{k}_{RS}}{k_s} B_S e^{-ik_{RS} \cdot \mathbf{r}},$$

donde B_s y B_L son la amplitud de la onda reflejada transversal y longitudinal.

Por último, para las ondas transmitidas \mathbf{V}_{TL} y \mathbf{V}_{TS} , se tiene que

$$\mathbf{V}_{TL} = -\frac{\mathbf{k}_{TL}}{k_{TL}} B_{TL} e^{-ik_{TL} \cdot \mathbf{r}}$$

$$\mathbf{V}_{TS} = \frac{\mathbf{x} \times \mathbf{k}_{TS}}{k_{TS}} B_{TS} e^{-ik_{TS} \cdot \mathbf{r}},$$

donde B_{TS} es la amplitud de la onda transmitida transversal y se cumple en cada caso (ver figura II.4.-1) que las proyecciones de las k 's en z son iguales.

Tomando en cuenta las condiciones de frontera para las velocidades, así como para las componentes del tensor de esfuerzos, queda un sistema de ecuaciones que puede ser resuelto con álgebra matricial, se obtienen los coeficientes de reflexión y transmisión. Como ejemplo, considérese el caso en que se hace incidir una onda longitudinal, desde una zapata de Plexiglás a un sustrato de aluminio. Aquí se presenta la gráfica de la reflexión de ondas longitudinales para ángulos de 0 a 90°.

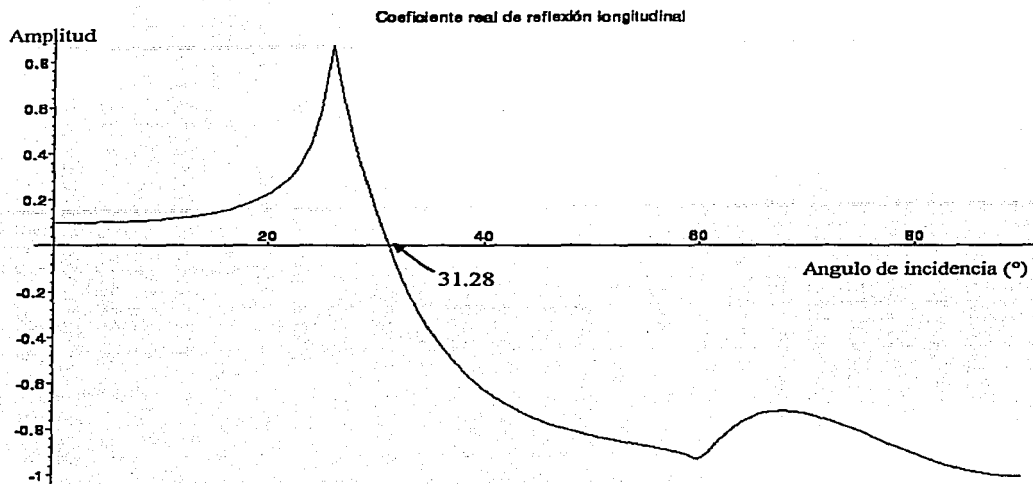


Figura II.3.-2. Coeficiente de reflexión para ondas reflejadas longitudinales.

Un punto de vista alternativo para el estudio de ondas elásticas es el de utilizar un potencial escalar y otro vectorial para representar al vector de desplazamiento de una onda. Para el caso general, el desplazamiento \mathbf{u} puede expresarse en términos del potencial escalar ϕ y el potencial vectorial ψ utilizar el teorema de Helmholtz^[19] como (II.3.-2)

$$\mathbf{u} = \nabla \phi + \nabla \times \psi$$

En el caso de una onda con polarización vertical, el potencial ψ puede escogerse tal que la única componente distinta de cero ser $\psi_x \equiv \psi$. Entonces, de acuerdo a (II.3.-2),

$$(II.3.-3) \quad u_z = \partial \phi / \partial z - \partial \psi / \partial y, \quad u_x = 0, \quad u_y = \partial \phi / \partial y + \partial \psi / \partial z,$$

En esta última, ϕ y ψ pueden llamarse potenciales de ondas longitudinales y transversales, ya que puede mostrarse que satisfacen las ecuaciones de onda

$$(II.3.-4) \quad \nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0, \quad k \equiv \omega / V_L,$$

$$\nabla^2 \psi + \kappa^2 \psi = 0, \quad \kappa = \omega / V_S,$$

donde V_L es la velocidad longitudinal y V_S es la transversal. (Ver las ecuaciones I.1.-.8).

Como se dijo anteriormente, éstas deben de cumplir las condiciones de frontera:

$$(II.3.-5) \quad [T_{yy}] = 0, \quad [T_{yx}] = 0, \quad [u_z] = 0, \quad [u_y] = 0,$$

donde los paréntesis cuadrados indican la diferencia de los valores en cada lado de la frontera.

Estas condiciones pueden expresarse en términos del potencial para el cual usamos (II.3.-1), (II.3.-3) y también (II.3.-4). Como resultado, se obtienen las siguientes condiciones de frontera en el mismo orden que (II.3.-5):

$$(II.3.-6) \quad [\rho\kappa^{-2}(\partial\psi/\partial y - ip\phi)] = 0, \quad [\rho\kappa^{-2}(\partial\phi/\partial y + ip\psi)] = 0,$$

$$(II.3.-7) \quad [\partial\psi/\partial y - i\xi\phi] = 0, \quad [\partial\phi/\partial y + i\xi\psi] = 0,$$

donde se usa la notación

$$(II.3.-8) \quad p = [\xi^2 - (\kappa^2/2)]\xi^{-1}.$$

En el caso en el que una onda longitudinal (potencial ϕ) o transversal (potencial ψ) incide en la frontera del semiespacio habrá ondas reflejadas longitudinales y transversales. Se consideran ambos casos simultáneamente poniendo

$$(II.3.-9) \quad \begin{aligned} \phi &= \phi' e^{i\alpha y} + \phi'' e^{-i\alpha y} & \alpha &= (k^2 - \xi^2)^{1/2} \\ \psi &= \psi' e^{i\beta y} + \psi'' e^{-i\beta y} & \beta &= (\kappa^2 - \xi^2)^{1/2} \end{aligned}$$

en el semiespacio $z > 0$. Se omite el factor $e^{i(\xi - \alpha x)}$ que aparece en todas las expresiones. Aquí, ϕ'' y ψ'' son las amplitudes de las ondas incidente en la frontera $z = 0$, y ϕ' y ψ' son las amplitudes de las ondas reflejadas. No se pone limitación en la velocidad v en la frontera libre del cuerpo. El esfuerzo en la frontera debe ser igual a cero y por lo tanto, como ρ/κ^2 es diferente de cero, se tienen las condiciones de frontera

$$(II.3.-10) \quad y = 0 \quad \partial\psi/\partial y - ip\phi = 0 \quad \partial\phi/\partial y + ip\psi = 0$$

Sustituyendo en la ecuación (II.3.-9), se obtiene

$$(II.3.-11) \quad \beta(\psi' - \psi'') - p(\phi' + \phi'') = 0, \quad \alpha(\phi' - \phi'') + p(\psi' + \psi'') = 0$$

Se considera ahora el caso en el que una onda longitudinal incide en la frontera, tal que $\phi'' \neq 0$ y $\psi'' = 0$. Se denota $V_{||} = \phi' / \phi''$ como el coeficiente de reflexión de la onda longitudinal y a $V_{\perp} = \psi' / \phi''$ como el coeficiente de transformación de una onda longitudinal en un transversal. Poniendo a $\psi'' = 0$ en (II.3.-11) y dividiendo ambas ecuaciones entre ϕ'' se obtienen los siguientes coeficientes de reflexión

$$(II.3.-12) \quad \beta V_{||} = p(1 + V_{||}) \quad p V_{\perp} = \alpha(1 - V_{||})$$

y por lo tanto

$$(II.3.-13) \quad V_{||} = (\alpha\beta - p^2) / (\alpha\beta + p^2) \quad V_{\perp} = 2\alpha p / (\alpha\beta + p^2)$$

Para el caso en el que

$$(II.3.-14) \quad \alpha\beta = p^2, \quad \text{se tiene que}$$

$$(II.3.-15) \quad V_{||} = 0, \quad V_{\perp} = (\alpha / \beta)^{1/2}.$$

Por lo que la no hay reflexión y existe un cambio de modo, esto es, la onda longitudinal en la frontera va enteramente de longitudinal a transversal.

El caso de incidencia oblicua, es decir en el que los frentes de las ondas transversal y longitudinal hacen un ángulo θ_1 y γ respectivamente con el eje z:

$$(II.3.-16) \quad \xi = k \sin \theta_1 = \kappa \sin \gamma, \quad \alpha = k \cos \theta_1, \quad \beta = \kappa \cos \gamma, \\ p = -\kappa \cos 2\gamma / 2 \sin \gamma.$$

En la sustitución de las ecuaciones (II.3.-16) en (II.3.-13), obtenemos una expresión para los coeficientes de reflexión y transmisión en términos de los ángulos θ_1 y γ :

$$(II.3.-17) \quad V_{||} = (k \cos \theta_1 \tan^2 2\gamma - \kappa \cos \gamma) / (k \cos \theta_1 \tan^2 2\gamma + \kappa \cos \gamma)$$

Cuando se obtiene la siguiente ecuación, para ángulos de cambio de polarización θ_0 y γ_0 (cuando $V_{||} = 0$) se tiene

$$(II.3.-18) \quad k \cos \theta_0 \tan^2 2\gamma_0 - \kappa \cos \gamma_0 = 0,$$

donde θ_0 y γ_0 se suponen relacionados a las primeras relaciones (II.3.-16).

4.- LEY DE SNELL

Considérese una onda plana longitudinal incidiendo sobre una frontera plana en el plano xz entre dos medios isotrópicos con diferentes características elásticas (Fig. II.3.-1). La velocidad de la partícula y el tensor de esfuerzos deben ser continuos en todos los puntos de la frontera, se tiene que

$$\mathbf{V}^{(1)} = \mathbf{V}^{(2)} \quad \text{y} \quad \mathbf{T}^{(1)} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{T}^{(2)} \cdot \mathbf{n},$$

donde los superíndices (1) y (2) denotan los medios respectivos a cada cantidad.

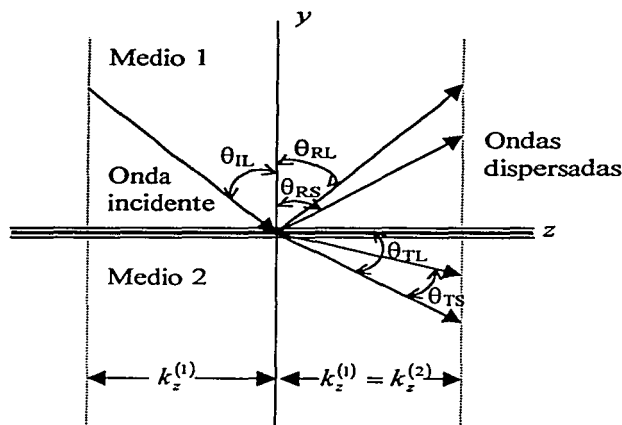


Figura II.4.-1. Onda plana dispersada en una frontera plana entre dos medios isotrópicos.

Esto significa que el campo en ambos lados de la frontera debe tener la misma dependencia funcional en y y z . La restricción de que las ondas incidente y dispersada deben tener todas la misma componente tangencial de \mathbf{k} en la frontera entre los medios, aún y cuando existan varias ondas dispersadas, i.e., cuando se tengan, como en el caso acústico las ondas incidente, longitudinal y transversal. Esto se ilustra en la Figura II.4.-

1 y en la II.4.-2,

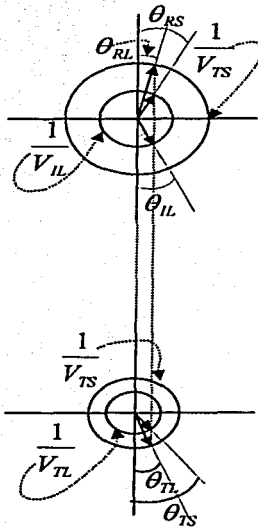


Figura II.4.-2. Construcciones geométricas utilizadas para deducir

la Ley de Snell.

cuando $k_x = 0$. Este hecho es la base para deducir la ley de Snell que queda:

$$(II.4.-1) \quad \frac{\omega}{V_{IL}} \sin \theta_{IL} = \frac{\omega}{V_{TL}} \sin \theta_{TL} = \frac{\omega}{V_{TS}} \sin \theta_{TS},$$

donde θ_{IL} , θ_{TL} , θ_{TS} son respectivamente el ángulo incidente longitudinal, de transmisión longitudinal y transversal. Así mismo, V_{IL} , V_{TL} , V_{TS} son las velocidades incidente longitudinal y de transmisión longitudinal y transversal.

5. - ÁNGULOS CRÍTICOS

Las construcciones geométricas utilizadas para deducir la ley de Snell (Figura II. 4.-2) no siempre tienen intersecciones reales con la superficie de propagación para todas las ondas dispersadas.

Para ondas acústicas existen muchos ángulos críticos que pueden ocurrir debido a la complejidad de la propagación "más lenta" y estos tendrán lugar tanto en la reflexión como para la transmisión. El ángulo crítico de incidencia ocurre cuando la onda transmitida viaja paralela a la frontera, es decir, cuando se tienen ondas superficiales. Para el caso analizado aquí en donde inciden ondas longitudinales, dadas las velocidades acústicas relativas mostradas en la Figura II.5.-1 hay dos ángulos críticos. Estos corresponden a la propagación de onda reflejada de corte que es

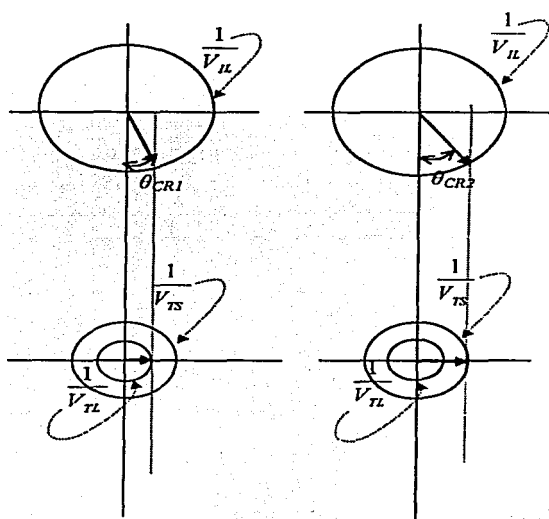


Figura II.5.-1 Ángulos críticos

transmitida paralela a la frontera.

Es claro que el primer ángulo crítico va análogamente a la ecuación II.3.-1 como

$$(II.5.-1) \quad \theta_{CR1} = \sin^{-1} \left(\frac{V_{IL}}{V_{TL}} \right),$$

y el segundo como

$$(II.5.-2) \quad \theta_{CR2} = \sin^{-1} \left(\frac{V_{IL}}{V_{TS}} \right),$$

donde V_{IL} es la velocidad de la onda incidente longitudinal, que para el

material utilizado es de 2720 m/s; V_{TL} y V_{TS} son las componentes de la velocidad transmitida longitudinal y transversal, en este caso el material es el aluminio y valen respectivamente 6374 m/s y 3130 m/s, por lo que los **ángulos críticos son 25.5° y 60.3°**.

Si se supone que $k_x = 0$ y que k_y y k_z son números complejos, se tiene que:

$$(II.5.-3) \quad k_j = k'_j + ik''_j, \quad \text{donde } j = y, z$$

Si se aplica esta condición para la solución de ecuación de onda (II.2.-8), el tipo de onda que se describe es

$$(II.5.-4) \quad f = \Phi(\omega) \exp[i(k'_y y + k'_z z - \omega t) - (k''_y y + k''_z z)].$$

Esta expresión describe una onda que varia su amplitud y cuyos planos de amplitud constante se describen con la ecuación

$$(II.5.-5) \quad k''_y y + k''_z z = C_1.$$

Así mismo, los planos de fase constante se describen con la ecuación

$$(II.5.-6) \quad k'_y y + k'_z z = C_2,$$

donde C_1 y C_2 son constantes. Se puede mostrar que los planos de fase constante son ortogonales a los planos de amplitud constante. De hecho, se cumple que

$$k'_y k''_y + k'_z k''_z = 0,$$

que expresa la condición de ortogonalidad de los planos (II.5.-5) y (II.5.-6).

Una onda de la forma (II.5.-4) usualmente se llama *onda plana inhomogénea*. Esta se propaga en una dirección dada por el vector $\mathbf{k}'(k'_y, k'_z)$ y tiene una amplitud que decrece en una de las direcciones perpendiculares. Por lo que este tipo de onda tiende a cero debido al decaimiento de su amplitud.

Escogiendo un cierto ángulo θ que cumpla que

$$(II.5.-7) \quad k_y = k \sin \theta, \quad k_z = k \cos \theta$$

si k_y , k_z y θ son complejos; como por ejemplo cuando $\theta = (\pi/2) - i\alpha$, donde α es real, sustituyendo esto en (II.5.-7) el conjunto $k_x = k \cosh \alpha$, $k_z = k \sinh \alpha$ y la ecuación (II.2.-8) para una onda plana queda como:

$$(II.5.-8) \quad f = \Phi(\omega) \exp[iky(\cosh \alpha) - kz(\sinh \alpha) - i\omega t]$$

Esta se propaga en la dirección x y y , decreciendo exponencialmente en la dirección z . Su velocidad de propagación es igual a $c_y \equiv \omega/k_y = c/\cosh \alpha$, como se sigue de (II.5.-8). Esto es, siempre es menor que la velocidad de propagación c de una onda plana arbitraria. La longitud de onda correspondiente es igual a $2\pi/k \cosh \alpha = \lambda/\cosh \alpha$, es decir, es menor que la longitud de onda de la misma frecuencia que se propaga en un medio homogéneo. Entre más grande es α , es mayor la longitud de onda y el coeficiente de atenuación de la onda en la dirección z . Todo lo anterior se refiere al caso de ausencia de absorción de la onda en un medio (k - real). La introducción del concepto de inhomogeneidad de las ondas en presencia de absorción no presenta ninguna dificultad fundamental. Sin embargo, en este caso, los planos de fase de y y los planos de amplitudes iguales ya no son perpendiculares entre sí.

6.- ONDAS SUPERFICIALES

En las secciones anteriores se tocan temas que tienen que ver con las ondas superficiales, por ejemplo, cuando se habló del ángulo crítico. Sin embargo, aquí se tratarán con más detalle por ser un tema muy importante en la presente tesis.

Las ondas cuya amplitud decrece exponencialmente cuando se incrementa la distancia desde la superficie son llamadas ondas superficiales. Para propagar ondas superficiales se debe tener una superficie que esté libre de tracción mecánica. Esto es, si el eje perpendicular a dicha superficie es y , se debe cumplir que

$$T_{yx} = T_{yz} = T_{yy} = 0 \quad \text{en} \quad y = 0 \quad \text{que es lo mismo que}$$

$$(II.6.-1) \quad T_{yj} = c_{yjk} \frac{\partial u_k}{\partial t} = 0, \quad \text{donde } j = y, z, x .$$

Las soluciones de la ecuación de onda (II.1-3) que cumplan con la condición (II.6-1) dan lugar a ondas superficiales, que se propagan paralelas a la superficie con una velocidad de fase c , cuyas amplitudes de desplazamiento y por ende sus potenciales decaen rápidamente. Sin pérdida de generalidad, se dice que z es la dirección de propagación y el plano formado por (z, y) , es el plano de sagital.

Suponiendo que las soluciones parciales fuesen de la forma,

$$(II.6-2) \quad u_i = \alpha_i \exp(ikny) \exp[ik(z - vt)] = \alpha_i \exp[i(kn_j j - \omega t)], \quad n_y \equiv n, \quad n_z \equiv 1 \text{ y}$$

$n_x \equiv 0$ que da lugar a una ecuación análoga a (II.2.-3), que tiene como diferencia que en

este caso n_2 no es conocida *a priori*, por lo que las Γ 's no están especificadas explícitamente. Como las raíces de $n^{(n)}$ (raíces del plano inferior complejo del $\det|\Gamma_{ij} - \delta_{ij}\rho c^2| = 0$) que tienen partes reales positivas o con partes imaginarias negativas, son descartadas ya que no se anulan cuando $y \rightarrow \infty$ se reduce el número de ondas parciales quedando a lo más 4 ecuaciones, todas con la misma velocidad de fase. La solución general, dependiendo de las condiciones de frontera, estará dada por la combinación lineal

$$u_i = \sum_{n=1}^3 C_n \alpha_i^{(n)} \exp[i(kn^{(n)}j - \omega t)].$$

Usando (II.6-1), tenemos que en $y = 0$, para cada ecuación, se llega a que la condición para no tener una solución trivial es $\det|d_{mn}| = 0$, donde $d_{jn} = c_{3jkl} \alpha_k^{(n)} b_l^{(n)}$.

Las soluciones no triviales del $\det|\Gamma_{ij} - \delta_{ij}\rho v^2| = 0$ para sólidos isotrópicos quedan determinadas por las dos únicas constantes elásticas independientes c_{11} y c_{44} del tensor elástico y son las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{(II.6-3)} \quad \Gamma_{11} &= c_{11} + c_{44}n^2 & \Gamma_{12} &= 0 & \Gamma_{13} &= (c_{11} - c_{44})n \\ \Gamma_{21} &= 0 & \Gamma_{22} &= c_{44}(1 + n^2) & \Gamma_{23} &= 0 \\ \Gamma_{31} &= (c_{11} - c_{44})n & \Gamma_{32} &= 0 & \Gamma_{33} &= c_{44} + c_{11}n^2. \end{aligned}$$

Los detalles de estas se obtienen determinando los dos valores de $n^{(n)}$ y los correspondientes vectores propios del determinante. Estos son simplificados pues el

desplazamiento no tiene componentes en la coordenada x entonces $n_2 = 0$ y por ende

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{23} = 0.$$

En un sustrato elástico isotrópico, usando nuevamente el potencial vectorial y el escalar, las condiciones de la frontera libre de un semiespacio $z=0$ pueden ser satisfechas por las expresiones obtenidas de (II.6-3) de un sólo término para ϕ y ψ , cuando $\phi'' = \psi'' = 0$. El sistema ecuaciones (II.5.-11) se degenera aquí en las relaciones

$$(II.6.-4) \quad \beta\psi' = p\phi' \quad y \quad p\psi' = -\alpha\phi'$$

Dividiendo una ecuación entre la otra se obtiene la ecuación característica para el número de onda horizontal que se conoce como la onda de Rayleigh

$$(II.6.-5) \quad \alpha\beta = -p^2$$

Si se desprecia la absorción de la onda y se considera que las cantidades k , κ como reales, se encuentra la solución real de esta ecuación ξ_R , esto es las **ondas Rayleigh sin amortiguamiento**. En este caso, p^2 , de acuerdo con (II.5.-8) es real y positivo, la ecuación (II.5.-8) se satisfecerá para α y β imaginarios y de acuerdo con esta se obtienen :

$$(II.6.-6) \quad \alpha = i(\xi_R^2 - k^2)^{1/2} \quad y \quad \beta = i(\xi_R^2 - \kappa^2)^{1/2},$$

donde los valores de las raíces se asumen positivos y se denotan como

$$(II.6.-7) \quad q = (V_L / V_s)^2, \quad s = (\kappa / \xi_R)^2 = (V_R / V_s)^2$$

donde V_R es el valor de la velocidad de Rayleigh. Se describe entonces (7.-5) de la forma

$$(II.6.-8) \quad 4(1-s)^{1/2}(1-sq)^{1/2} = (s-2)^2,$$

que puede ser visto como una ecuación para V_R . Después de elevar al cuadrado se puede poner la relación en la forma

$$(II.6.-9) \quad s^3 - 8s^2 + (24 - 16q)s - 16(1-q) = 0.$$

El lado izquierdo de la ecuación (II.6.-9) es negativo para $s=0$ pues $q < 1$ y es igual a +1 para $s=1$; por lo que la ecuación tiene necesariamente una raíz en el intervalo $0 < s < 1$. En el caso analizado aquí $q = 0.2409$ y el valor real de s es .8718 por lo que $V_R = 0.9337 * V_S$, como en el caso del aluminio $V_S = 3130$ m/s, la velocidad de Rayleigh será de 2922.48 m/s.

Haciendo a $\phi'' = \psi'' = 0$ en (II.5.-9) y tomando en cuenta a (II.6.-4), (II.6.-6) y (II.6.-7) se obtienen los potenciales de las ondas de Rayleigh:

$$\phi = \phi' \exp\left[-(1-qs)^{1/2} \xi_R z\right]$$

$$\psi = (i/2)(s-2)(1-s)^{-1/2} \phi' \exp\left[-(1-s)^{1/2} \xi_R z\right]$$

donde ϕ' es una constante arbitraria que caracteriza a la amplitud de la onda.

De acuerdo con (II.6.-9) y tomando en cuenta a (II.6.-4), separando la parte real, obtenemos las componentes de desplazamiento:

$$u_z = A \xi_R \left\{ \exp[-(1-qs)^{1/2} \xi_R x] - \frac{1}{2}(2-s) \exp[-(1-s)^{1/2} \xi_R y] \right\} \sin(\xi_R r - \omega t)$$

$$u_y = A \xi_R (1-qs) \left\{ \exp[-(1-qs)^{1/2} \xi_R x] - 2(2-s)^{-1} \exp[-(1-s)^{1/2} \xi_R y] \right\} \cos(\xi_R r - \omega t)$$

donde $A = -\phi'$ es una constante.

Las cantidades difieren en fase por un cuarto de periodo por lo que las trayectorias de las partículas son elipses cuyos ejes principales son paralelos a los ejes y y z .

ONDAS PLACA

En general, el sustrato que sostiene a la onda superficial se supone como de profundidad infinita. Esto es sólo una aproximación, ya que es suficiente que la penetración de la onda sea pequeña, con respecto al espesor del sustrato y que no haya radiación de energía desde la superficie de propagación al sustrato. Cuando estas condiciones no se cumplen, las condiciones de frontera de la superficie inferior deben tomarse en cuenta y el problema se complica mucho más. Se muestra en la siguiente **figura II.6.-1** que cuando se tiene una relación de por lo menos $kh = 15$, donde k es el

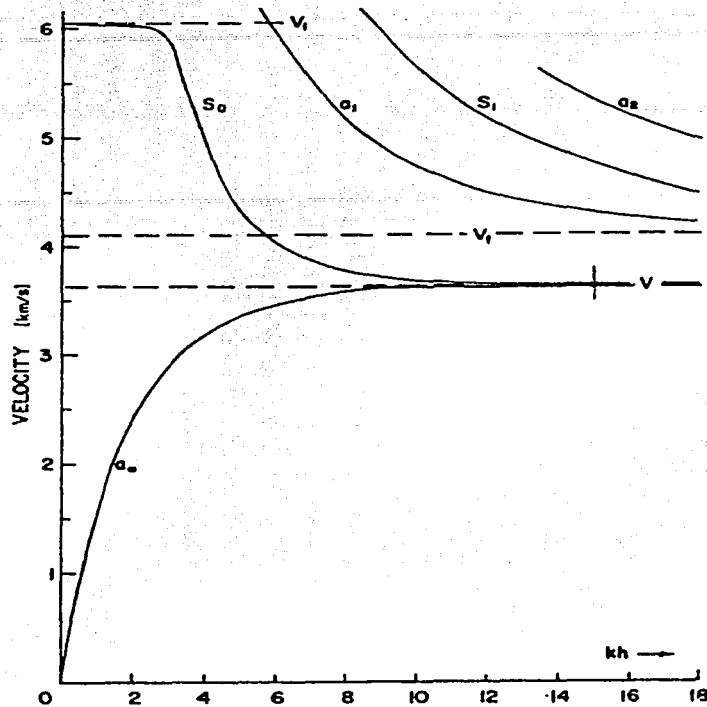


Fig. 2.3. Dispersion curves for symmetric (*s*) and antisymmetric (*a*) modes of an isotropic plate of thickness *h*. Material is fused quartz, and *v*, *v*₁, and *v*₂ are the Rayleigh velocity and the bulk transverse and longitudinal velocities, respectively

Figura II.6.-1. Curvas de dispersión para los modos simétricos (*s*) y antisimétricos (*a*) de modos en placas isotrópicas de espesor con respecto a *kh*.

número de onda y *h* es ancho del placa, entonces no se tendrán ondas placa. Como la placa inferior, que es donde se generan las ondas superficiales, tiene un espesor de 5.2 mm, para una frecuencia de 2.25 MHz, *kh* tiene un valor de 24.97, por lo que no interesan en el presente trabajo las ondas placas ya que la profundidad de penetración de la onda es pequeña comparada con el espesor del sustrato escogido.

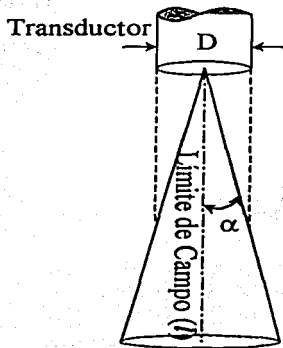
7.- DIFRACCIÓN DEL HAZ

Para una fuente con forma de un pistón circular puede suponerse que emite ondas planas en el límite de campo que se expresa con la expresión

$$(II.7.-1) \quad l = \frac{D^2 f}{4V},$$

donde D es el diámetro de la fuente, f es la frecuencia del transductor y V es la velocidad del sonido en el material^[21]. Por lo que para el plexiglás ($V_1 = 2720$ m/s), el límite de campo con un transductor con un diámetro de 1.27×10^{-2} m, es de 3.33×10^{-2} m.

Por otro lado, en la misma referencia se encuentra que, en el límite de campo, la mayor parte de la energía viaja en un lóbulo central que puede modelarse, a partir del límite de campo como un cono que se abre un ángulo 2α , que está dado por la relación:



(II.7.-2)

$$\sin \alpha = 1.22 \frac{V}{fD}.$$

Por ende la "sombra" de sonido tendrá un ancho S , que está dado por $S = 2r \tan \alpha$, r es la distancia desde el centro del transductor hasta la superficie de incidencia (Ver Figura II.7.-1).

Figura II.7.-1 Ancho de la mancha de sonido

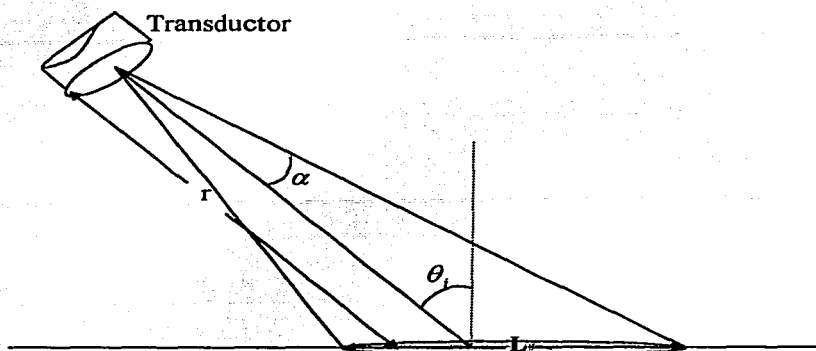


Figura II.7.-2 Largo del haz

Así mismo, tendrá un largo L , que está dado usando la Ley de los Senos por la relación

$$L = \frac{r \sin \alpha}{\cos(\theta_i + \alpha)} + \frac{r \sin \alpha}{\cos(\theta_i - \alpha)}, \text{ donde } \theta_i \text{ es el ángulo de incidencia (Ver Figura II.7.-2).}$$

A continuación tabulan tanto los anchos como los largos de las “manchas” de sonido en el caso analizado aquí, donde $V_i = 2720$ m/s, para los ángulos 0° , 30° , 40° , 50° y 60° a las distancias a las que quedan dependiendo de éstos últimos.

Semi-ángulo de difracción:	6.67 °				
Angulo de incidencia:	0 °	30 °	40 °	50 °	60 °
Distancia total (1×10^{-2} m)	3.7	3.8	3.9	4.0	4.3
Ancho de la sombra (1×10^{-2} m)	0.86	0.88	0.91	0.94	1.00
Largo de la sombra (1×10^{-2} m)	0.91	1.04	1.18	1.43	1.89

Tabla II.7.-1 Características del haz en el zapata utilizada

Por lo que es claro que la teoría a utilizar es una aproximación cuyos límites están dados precisamente con las dimensiones del haz. Se encontró en la referencia^[14] del capítulo 1, se puede mejorar caracterizando al campo del transductor como una función de primer orden de Bessel, sin embargo, eso no se hará en este trabajo.

CAPÍTULO III**DISEÑO EXPERIMENTAL**

El objetivo perseguido en el dispositivo experimental aquí descrito, es que al hacer incidir oblicuamente un haz de ultrasonido en una superficie de aluminio, se genere una onda superficial que viaje por la interfaz entre dos placas de aluminio para con ello evaluar la calidad de la unión entre ambas. Aquí se describen la forma y funcionamiento del experimento.

1.- MUESTRAS

En la Figura III.-1 se representan las muestras que se utilizaron; éstas se hicieron con dos placas de aluminio, la placa superior de 0.20 cm de espesor y la inferior de 0.50 cm. Ambas de 8.90 cm de largo y de ancho, la superior 10.20 cm y la más pequeña, 3.00 cm. Se utiliza aluminio ya que es poco dispersivo.

Como la calidad del pegado depende en gran medida de las condiciones de las superficies, se limpiaron cuidadosamente con agua, jabón y por último con acetona, eliminando así cualquier residuo de grasa; sin embargo, no se le dio ningún acabado superficial, más allá de un ligero pulido con lija de agua de grano 1500.

El pegamento utilizado es un parche epóxico de HYSOL-IDAEL y el control de cantidad y distribución de pegamento, será por medio del peso del mismo y el área de contacto resultará de la expansión, supuesta constante, producida por un peso aproximado de 3 Kg.

La resistencia mecánica de la unión de un par de placas puede variar en dos cosas principalmente, la cantidad de pegamento y la distribución del mismo. Para controlar la distribución del pegamento, se utilizó cinta adhesiva en la superficie inferior para cubrir las secciones que se desea queden libres de pegamento, removiéndose una vez que el pegamento ha sido aplicado.

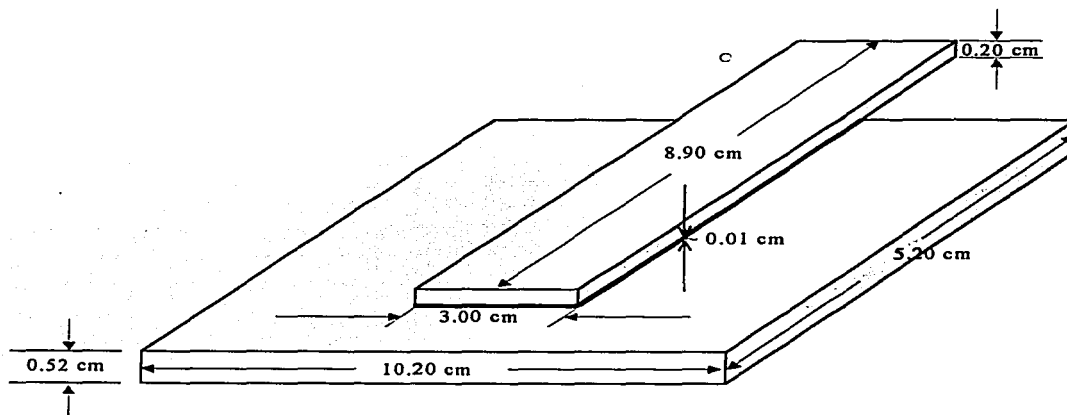


Figura III.-1 Dimensiones de las muestras.

Se hicieron en total 4 muestras que difieren en la cantidad de pegamento así como en su distribución. En la figura III.-2 se muestra un esquema de cómo se distribuyó el pegamento en la placa más pequeña. Estas últimas tendrán áreas con pegamento (zona

sombreada en la figura) de un 100 %, 0% y dos casos intermedios con una distribución del pegamento, igual pero con diferentes cantidades, es decir, con un 60% y 40%.

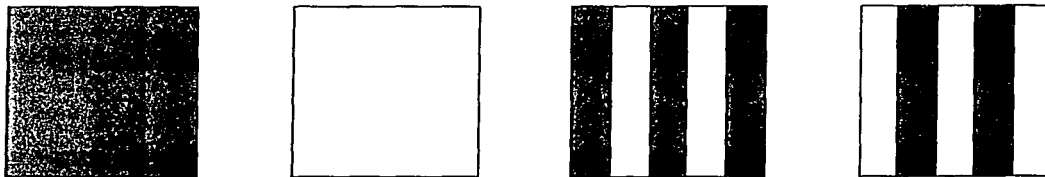


Figura III.-2 Muestras hechas

2.- ÁNGULOS DE INCIDENCIA

Cada uno de los transductores se colocaron en una zapata, con la que se fijó el ángulo de incidencia. En la figura III.-3 se muestra una zapata que consiste en un semicírculo de 2.1 cm de radio que permite que el ángulo de incidencia se varíe desde 0° hasta $60^\circ (\pm 5^\circ)$. Se tomó en cuenta que los ángulos críticos entre el aluminio y el material de la zapata son de 25.5° y 60.3° para determinar el ángulo de incidencia que se utilizó.

Las zapatas se colocaron sobre la placa más gruesa y se mantienen paralelas durante todo el experimento.

3.- ULTRASONIDO

Los transductores ultrasónicos que se utilizaron fueron de la marca PANAMETRICS, no enfocados, de contacto y con un diámetro de 0.635 ± 0.0005 cm,

cuya frecuencia central, de acuerdo al proveedor es de 2.25 MHz. La excitación de estos, se hace por medio de una tarjeta de ultrasonido de Physical Acoustics (PR-100) en una computadora que es controlada por *software* hecho en este mismo Laboratorio de Pruebas no Destructivas, del I.I.E.. Así mismo, la digitalización y almacenamiento de los datos se controlan por medio de la computadora desde una tarjeta Physical Acoustics (AD-500).

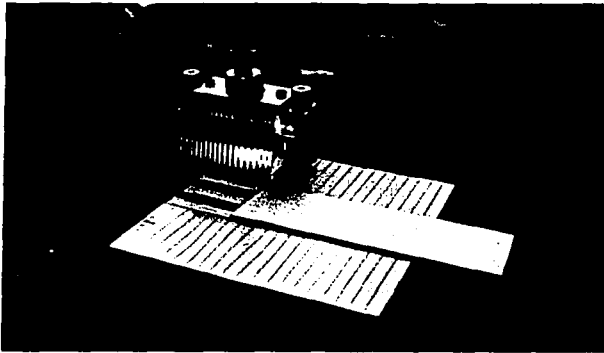


Figura III.-3. Fotografía de las zapatas utilizadas

Ya que el ancho de la “sombra” de sonido es de 0.81 cm según la tabla de la sección 7 del capítulo II, se hicieron barridos en la dirección del *eje x* (Figura II.7.-1), y los pasos sugeridos para el movimiento a lo ancho de las placas, fueron considerando estos anchos, de 0.5 cm.

El diagrama de flujo de la figura III-4 muestra el proceso que se lleva a cabo para cada una de las mediciones correspondientes a una señal. Se inicia con la excitación del transductor emisor a cierto ángulo de incidencia, que genera una onda que pasa por la muestra, y que es medida por el transductor receptor. La señal recibida, regresa a la

Tarjeta de Ultrasonido; ésta manda la señal recibida a la Tarjeta de Digitalización que despliega la señal capturada en el monitor de la computadora y lo almacena en el disco duro. Se cambia entonces el punto en el que se mide y se hace nuevamente el mismo proceso hasta que se recorre toda la placa. A este proceso se le llamará en lo sucesivo, *corrida*.

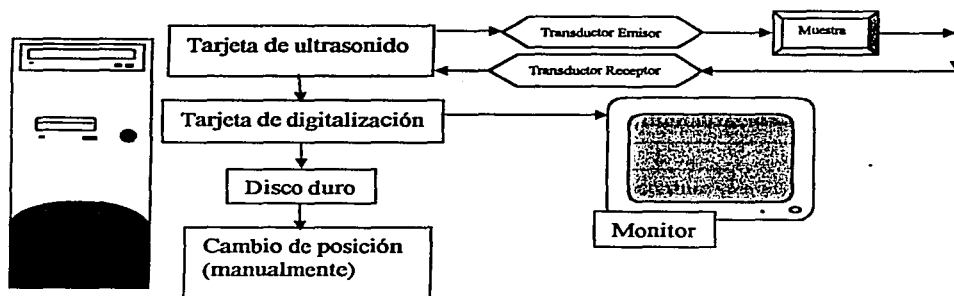


Figura III-4. Diagrama de flujo

4.- PRUEBA DESTRUCTIVA

La prueba destructiva fue realizada en el Laboratorio Mecánico del IIE. En ésta se fijaron la placa gruesa y la delgada por medio de dos tenazas como las mostradas en la figura III.-5.

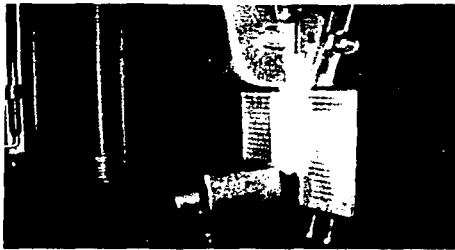
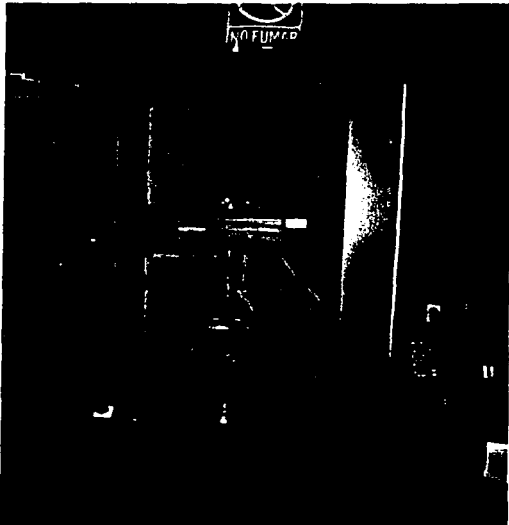


Figura III-5. Tenaza con las que se fijó a las placas.



Una vez que se fijaron, la tenaza superior, que fue donde se fijó la placa más delgada, se empieza a mover hacia arriba con una razón de desplazamiento constante de $1.67 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ hasta que la placa se destruye.

Figura III-6 Máquina Instron

La fuerza que se aplicó para la destrucción de la placa la registra la máquina, así como el tiempo que requirió para hacerlo.

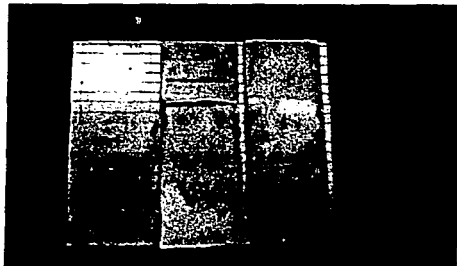


Figura III-7. Placa destruida por la máquina Instron

CAPÍTULO IV

RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN

En el presente capítulo se divide en tres partes principales y se describen a continuación someramente. La primera parte del experimento consistió en estimar la velocidad de propagación de las ondas de ultrasonido en todas las placas que sirvieron de medio de propagación de la onda superficial. El ángulo utilizado tanto de incidencia como de transmisión fue de 40° y se varió la distancia entre las zapatas de 5 en 5 milímetros. Para encontrar la velocidad, se midió en cada distancia el tiempo correspondiente al pico de mayor amplitud en la señal encontrada.

En la siguiente parte, sólo se utilizó una placa y se hizo incidir a diferentes ángulos el haz para encontrar no sólo una explicación a cada una de las señales encontradas, sino también el ángulo óptimo para hacer la inspección de la unión que es finalmente el objetivo del presente trabajo. Los ángulos de incidencia que se utilizaron, tomando en cuenta que el primer ángulo crítico es de 25.5° (ver **Figura II.2.-5**), fueron 30° , 40° , 50° y finalmente 60° . Para cada una de los ángulos, se variaron las distancias entre las zapatas, de 5 en 5 milímetros.

Con lo obtenido del análisis anterior, se decidió ya que la amplitud de la señal era mayor, que se inspeccionarían las placas con un haz ultrasonido incidiendo a un ángulo de 60° . Por lo que a continuación se hizo un "barrido" de las placas a todo lo largo de las mismas manteniendo ahora no sólo los ejes de los transductores sobre el mismo plano y el mismo ángulo de incidencia sino también una distancia de 3.0 cm entre los bordes de las zapatas (ancho de la placa pequeña). Después, se unieron a las placas ya inspeccionadas con las placas pequeñas tal como se mostró en la figura III.-1, con las distribuciones ya antes descritas y se hizo el mismo barrido con el mismo ángulo de incidencia.

A partir de los datos encontrados, se hace, en la sección 3, la transformada de Fourier, tanto de los datos de las placas libres como de las placas pegadas en la zona central (Figura IV.-8). Se define un coeficiente de atenuación a partir del teorema de Parseval, con la división entre las magnitudes de la densidad espectral antes y después de unirse a la placa pequeña. Se muestra una gráfica de la división punto a punto de dichas magnitudes alrededor de la frecuencia central. Al integrar el cociente de las magnitudes de los espectros a lo largo de todas las frecuencias, se encuentra que las atenuaciones, en general son proporcionales al porcentaje de área pegada y como se esperaba, son mayores cuando se tiene un área mayor de pegado. Esta relación no parece aplicable a la placa con un 60% de pegamento. El motivo es que el espesor del pegamento en esta placa fue mayor que en los otros casos.

Se hizo entonces una gráfica en la que se relacionan la atenuación y el esfuerzo requerido y se encuentra que se requiere un mayor esfuerzo cuando se tiene una señal que se atenuó más.

Con la "pestaña" que se le dejó se le hizo una prueba de tensión cortante Instron (Ver figura III.-5 y III.-6), se encontraron los esfuerzos necesarios para destruir la unión entre las placas. Graficando el esfuerzo contra el área de porcentaje de pegamento, se encuentra que son proporcionales, y como se esperaba el fuerza debería ser mayor el esfuerzo requerido para despegar placas con mayor área de pegamento.

Por último, se encuentra a partir de los cambios de la fase del espectro de frecuencia de las placas antes y después de la unión, el tiempo de retardo de la señal y con ello, las velocidades de fase de las ondas. Se encuentra que en general se hacen cada vez más cercanas a la velocidad en el sustrato libre, entre mayor área de pegado se tenga.

1.- VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

Se hizo incidir el haz de ultrasonido a 40° en cada una de las placas antes de ser unidas a la placa pequeña y se varió la distancia entre las zapatas en pasos de 0.5 cm desde 0.0 hasta 5.0 cm. En la **Figura IV.-1** se grafican dos señales típicas para dos distancias entre los bordes de las zapatas. En éstas se observan 3 grupos de onda principalmente que se mueven juntos a lo largo del tiempo.

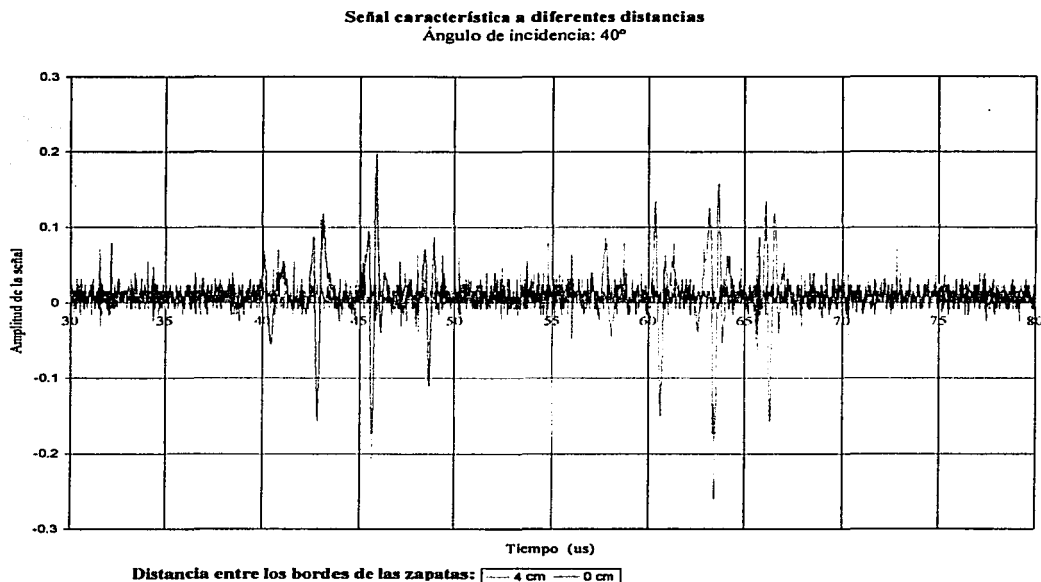


Figura IV.-1. Gráfica de las señales características de la placa libre 4 incidiendo a 40° con una distancia entre los bordes de la zapata de 4.0 cm y 0.0 cm.

Tomando el tiempo correspondiente a la amplitud mayor de cada pico en cada una de las distancias, se encuentra una gráfica del inverso de la velocidad como la mostrada

en la **Figura IV.-2**. Esta fue hecha con *Excel* y la regresión presentada es la hecha por el mismo programa .

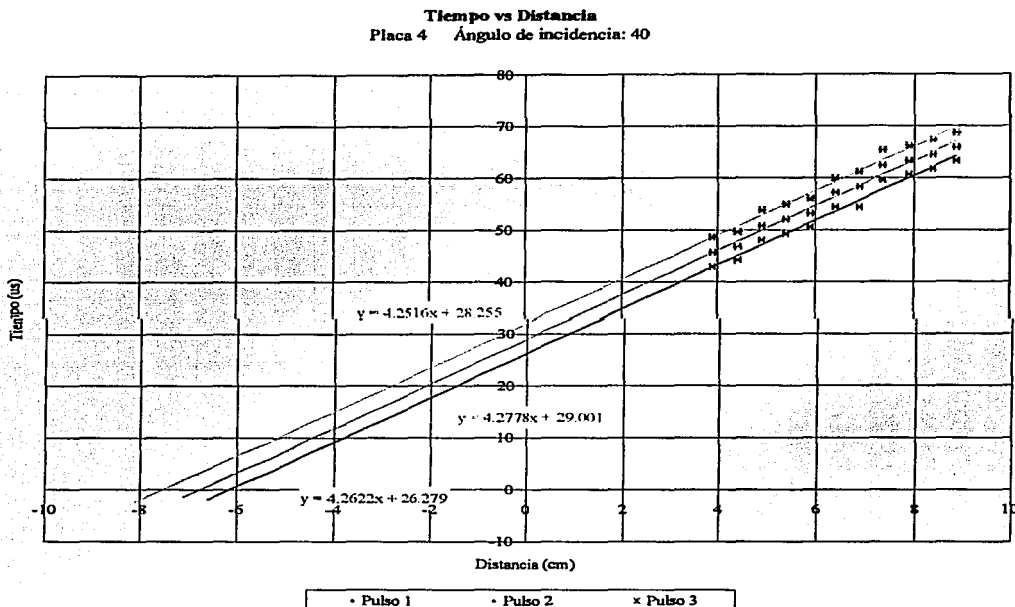


Figura IV.-2. Gráfica del inverso de la velocidad en la placa 4 incidiendo a 40° .

En la **Tabla IV.-1** se enlistan los valores de las velocidades, así como las ordenadas al origen de cada recta encontradas en cada una de las placas.

Placa	Velocidad (m/s)			Ordenada al origen (μs)		
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Placa 1	2316.8	2310.8	2321.8	28.4	31.0	30.1
Placa 2	2290.7	2285.7	2291.2	26.0	28.7	31.8
Placa 3	2369.5	2381.7	2366.5	27.0	32.0	28.2
Placa 4	2346.2	2337.6	2352.0	26.3	29.0	28.2

Tabla IV.-1. Velocidades y ordenadas al origen en cada una de las placas.

Haciendo el promedio para cada pico de las velocidades y ordenadas al origen y propagando los errores en cada caso, se encuentra para cada grupo la velocidad con sus incertidumbres y se presentan en la **Tábla IV.-2**.

Placa	Velocidad	Ordenada
Grupo 1	$2330.8 \pm 38.7 \text{ m/s}$	$26.9 \pm 1.5 \mu\text{s}$
Grupo 2	$2328.9 \pm 52.7 \text{ m/s}$	$29.6 \pm 2.2 \mu\text{s}$
Grupo 3	$2332.9 \pm 41.7 \text{ m/s}$	$30.2 \pm 1.8 \mu\text{s}$

Tabla IV.-2 Velocidades y ordenadas al origen de cada una de los grupos, haciendo incidir una onda ultrasónica a 40° .

Por lo que se puede ver que todas las placas tienen una velocidad superficial aproximadamente igual para cada uno de los picos y se mueven paralelos en todas las placas. En la siguiente sección que busca una explicación a cada uno de los picos, sin embargo, es de esperarse, ya que viajan juntos a todo lo largo de la placa, que sean debidos a la distancia que viaja la onda sobre la superficie.

2.- ANGULO ÓPTIMO

Con lo hecho en la sección anterior, se encuentra que incidiendo a 40° se propaga una onda superficial que es similar en todos los casos. Para determinar el ángulo que

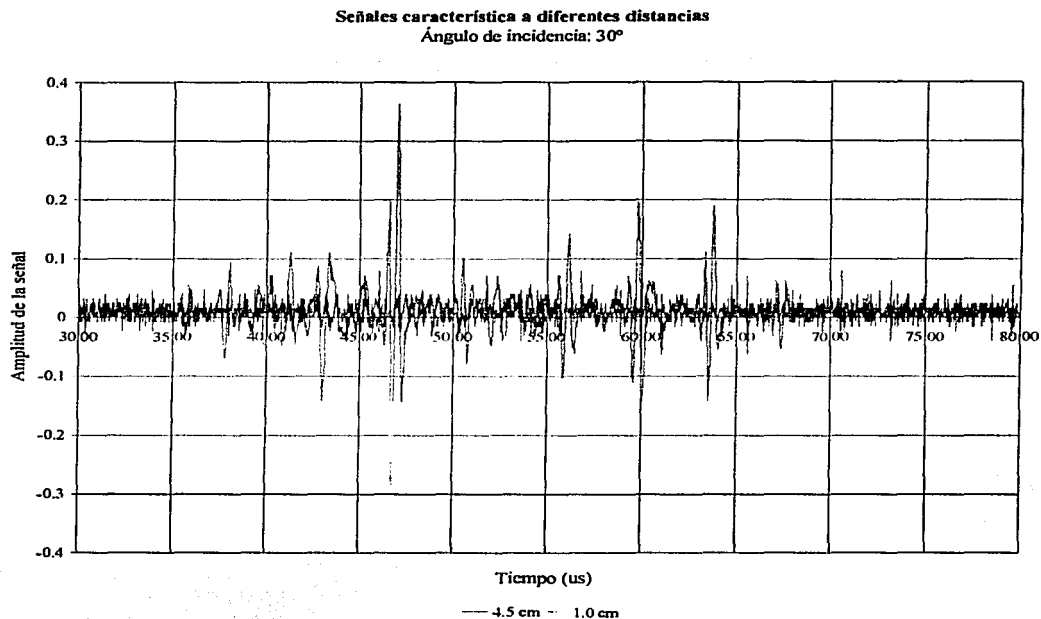


Figura IV.-3. Señales características con las zapatas a 4.5 y 1.0 cm, incidiendo a 30° .

era mejor utilizar, estimar en cada ángulo la velocidad de propagación de la onda en la placa que sirvió de base así como dar una explicación razonable de cada los grupos principales de onda, se hizo incidir por medio de la zapata un haz de ultrasonido en una de las placas (Placa 4). Los ángulos de incidencia utilizados, considerando que el primer ángulo crítico era de 25.5° , así como que el coeficiente de reflexión se hace menor que cero a partir de lo 32° (Ver **Figura II.5.-2**), fueron 30° , 40° , 50° y por último 60° ya que este es el valor máximo que se puede lograr con las zapatas. En cada uno de los ángulos se varió, igual que en la sección anterior, la distancia entre los bordes de las zapatas de 5 en 5 mm. En cada una de las gráficas mostradas en las **figuras IV.-1, IV.-3**

y IV.-4, se muestran dos señales medidas que son prototipo, con diferentes distancias entre las zapatas, para los ángulos 40° , 30° y 50° respectivamente.

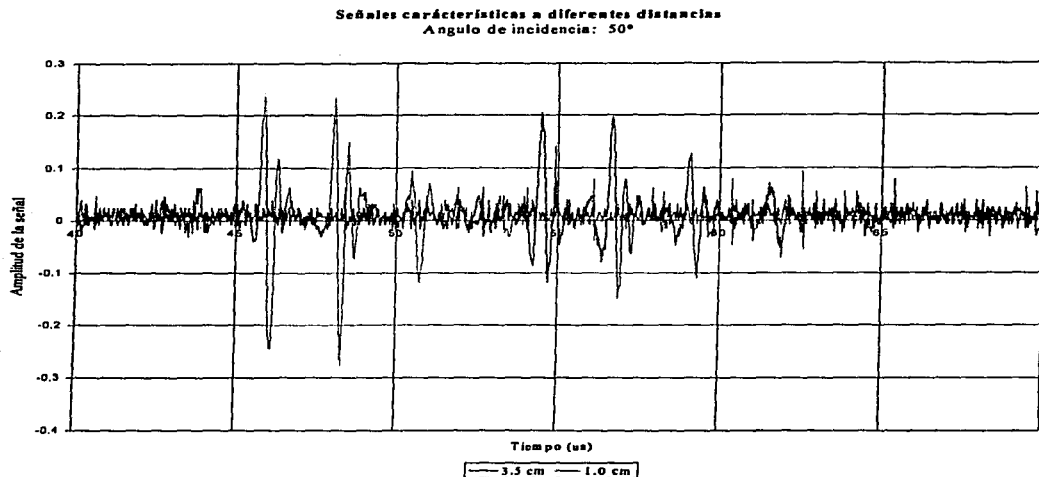


Figura IV.-4 Gráfica de las señales características de la placa 4 incidiendo a 50° con una distancia entre los bordes de la zapata de 3.5 cm y 1.0 cm.

Se puede observar también tres grupos de onda que viajan paralelos en el tiempo pero el lapso de tiempo entre los grupos es menor si se hace más grande el ángulo de incidencia.

Se tomó, igual que en la sección anterior el tiempo correspondiente a la amplitud mayor de cada pico, para cada una de las distancias y se encontraron gráficas del inverso de la velocidad como la mostrada en la **Figura IV.-2** y se tabularon sus valores así como sus ordenadas al origen en la **tabla IV.-3**.

Placa 4							
Ángulo de incidencia	Velocidad (m/s)				Ordenada		
	Pulso 1	Pulso 2	Pulso 3	Pulso 4	Pulso 1	Pulso 2	Pulso 3
30°	2275.7	2422.0	2389.0	2530.9	17.9	23.7	27.1
40°	2346.2	2337.6	2352.0	2746.2	26.3	29.0	28.2

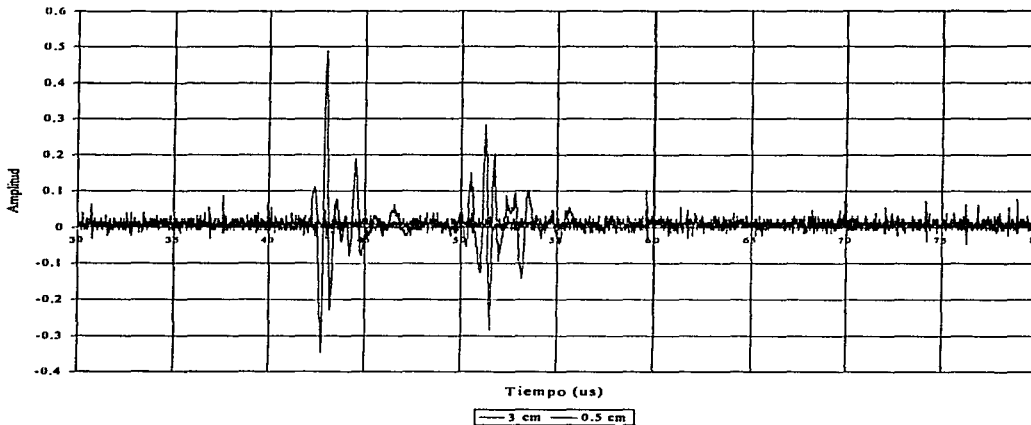
50 °	2660.0	2715.0	2735	2878.1	28.0	30.7	33.2
60 °	2986.5			2922.5	31.8		

Tabla IV.-3 Valores de las velocidades y ordenadas al origen para cada pico con respecto al ángulo.

El valor de la velocidad encontrado cuando se incide a 60° a diferencia de los casos anteriores, se encuentra que sólo se tiene un pulso que tiene una mayor amplitud (Figura IV.-5), y con una velocidad que tiene un valor muy cercano a la *Velocidad de la* Figura IV.-5. Pulso encontrado a 60°

onda Rayleigh (Figura IV.-6). Esto, debido a que en 60° está el ángulo crítico y por lo

Señales características a diferentes distancias
Ángulo de incidencia: 60°



tanto, ϕ'' y ψ'' son iguales a cero y quedan las ecuaciones (II.6.-4) con las que se llega a la expresión (II.6.-9) que es con la que se define el valor de la velocidad de Rayleigh.

Para encontrar la velocidad de la onda superficial en el primer ángulo crítico, se tiene la condición (II.5.-14). Suponiendo que no tengo casi atenuación, tomando en cuenta que el aluminio es muy poco dispersivo, se llega a la misma expresión en (II.6.-9) pero ahora

$$(IV.4.-1) s = \left(\frac{k_i}{\xi_{sup}} \right)^2 = \left(\frac{V_{sup}}{V_i} \right)^2$$

En esta ecuación se debe cumplir que en el segundo ángulo crítico se tenga que

$$\xi_{\text{sup}} = \frac{\hbar \cdot r}{c} \omega.$$

Ya que se debe cumplir en el segundo ángulo crítico que $\xi_R = \xi_{\text{sup}} (\theta_{\text{sup}} = 0) = k_R$.

Usando entonces esto, se define un ángulo $\theta_{\text{sup}} = \theta_i - \theta_{CR2}$, donde $\theta_{CR1} \leq \theta_i \leq \theta_{CR2}$.

Por lo que volviendo a (IV.4.-1) queda:

$$s = \left(\frac{V_{\text{sup}}}{V_i} \right)^2 = \left(\frac{k_t}{k_R \cos(\theta_i - \theta_{CR2})} \right)^2 = \frac{V_{\text{sup}}}{V_i \cos(\theta_i - \theta_{CR2})}.$$

Despejando entonces a V_{sup} queda:

$$(IV.4.-2) \quad V_{\text{sup}} = s^{1/2} V_i \cos(\theta_i - \theta_{CR2}).$$

Haciendo los cálculos para los diferentes ángulos de incidencia a partir de ésta última ecuación, se encuentra la velocidad denominada predicha de la Tabla IV.3 que son en la mayoría de los casos un poco menores a las encontradas pero con una aproximación aceptable. Las incertidumbres asociadas a las velocidades no se calculan ya que, desafortunadamente sólo se hicieron estas pruebas para en una de las placas.

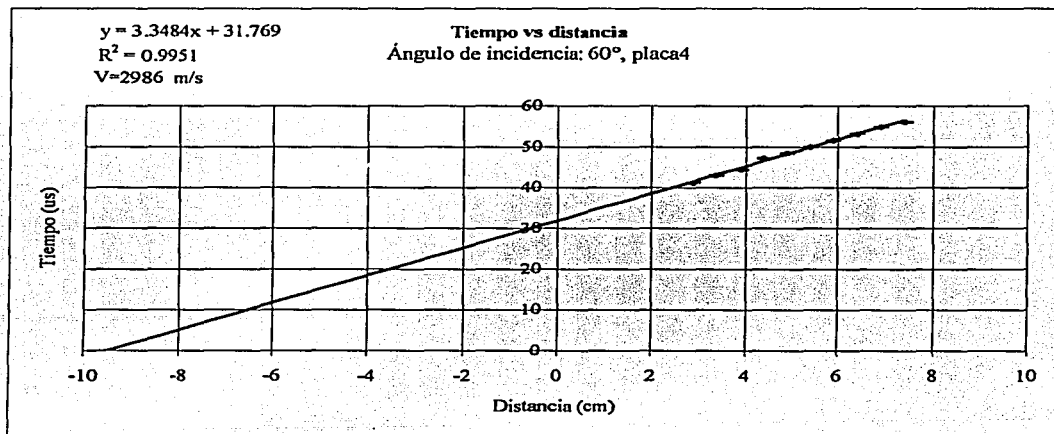


Figura IV.-6. Gráfica de velocidad de la onda incidiendo a 60°.

Más aún, aseverando que la velocidad es superficial, se puede dar una explicación a los picos laterales cuando se observa que el lapso de tiempo entre los picos laterales se hace cada vez más pequeño. A partir de la figura 4.-7, es plausible que parte de la onda se retrasa por las condiciones de frontera en la superficie entre el aluminio y la zapata, que como es de esperarse, se hace menor a medida que se tiene un ángulo de incidencia mayor hasta el punto en que para 60° , se junta con el pulso principal.

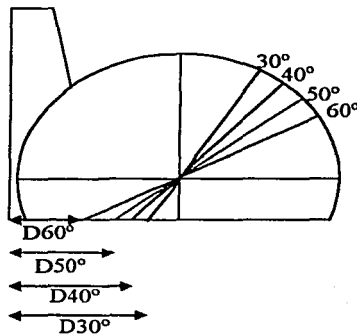


Figura IV.-7. En esta figura se muestran un diagrama de la zapata vista desde perfil, se marcan con diferentes colores las distancias recorridas en la superficie de la zapata dependiendo del ángulo de incidencia.

Luego entonces, se escoge a 60° como el ángulo de incidencia para hacer el experimento ya que sólo tengo un pulso de señal y además porque la magnitud real del coeficiente de reflexión es mínimo, por lo que el coeficiente imaginario es máximo y eso implica que la mayor parte de la energía (ver sección 5 del capítulo II) se va a la onda superficial.

3.- INSPECCION DE LAS PLACAS

Se hicieron las corridas descritas en el capítulo III a lo largo de cada una de las placas. En cada una de las corridas, se envía una señal desde el transductor emisor y la captura en el receptor. Las medidas se hicieron lo largo de cada una de las placas, manteniendo las zapatas paralelas, con sus bordes a 3 cm de distancia, ya que este es el ancho de la placa pequeña.

Todas las gráficas se hicieron con MatLab y se utilizó una transformada rápida de Fourier para encontrar cada uno de los espectros. Las gráficas se hicieron para todas las placas pero se presentan, por claridad, sólo los correspondientes a la Placa 4 ya que en esta se tuvo un 100% área de pegamento y es en estas donde hay una mayor diferencia entre las gráficas antes y después del pegado.

Con propósitos ilustrativos en la **figura IV.-8**, se muestra la posición del transductor que se denomina “Zona central”, el otro era colocado en paralelo. En la **figura IV.-9**, se muestran las señales temporales y su densidad espectral, $|S(f)|^2$ de la placa antes de pegarle la placa pequeña y en la **figura IV.-10** después de pegarse.

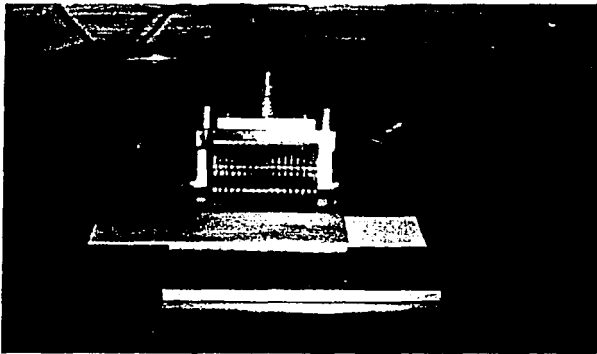


Figura IV.-8. Transductor en una zona central de la placa.

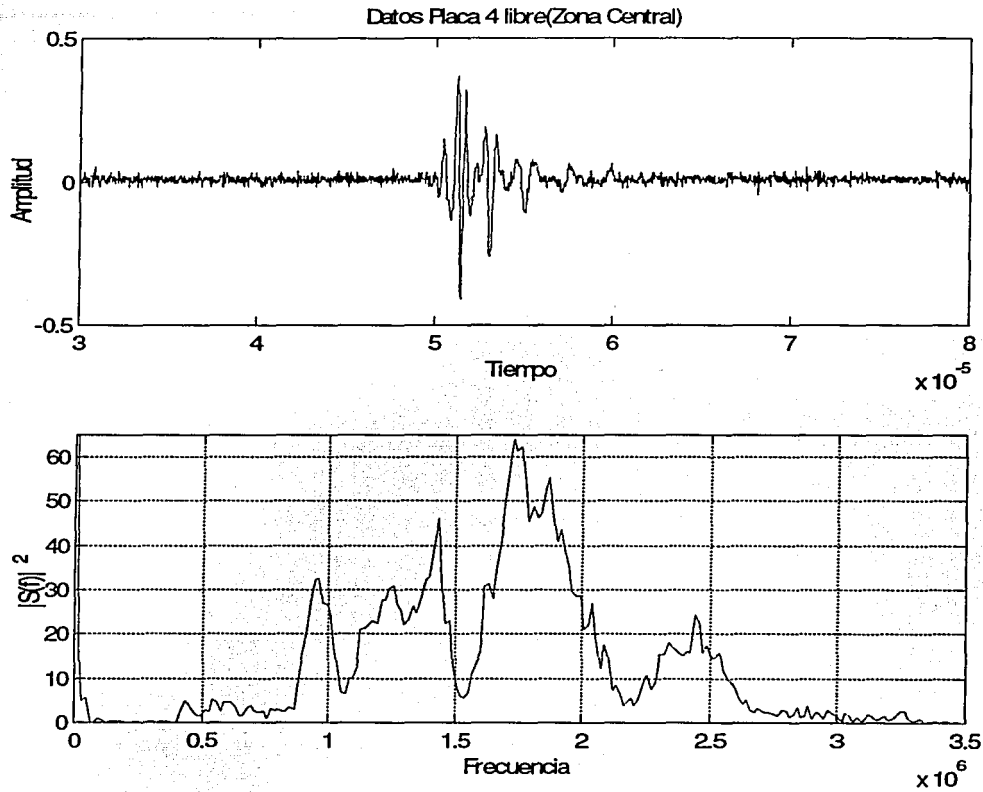


Figura IV.-9. Señal, espectro y espectro al cuadrado de la placa 4 antes de haber sido pegada incidiendo a 60° en una zona central.

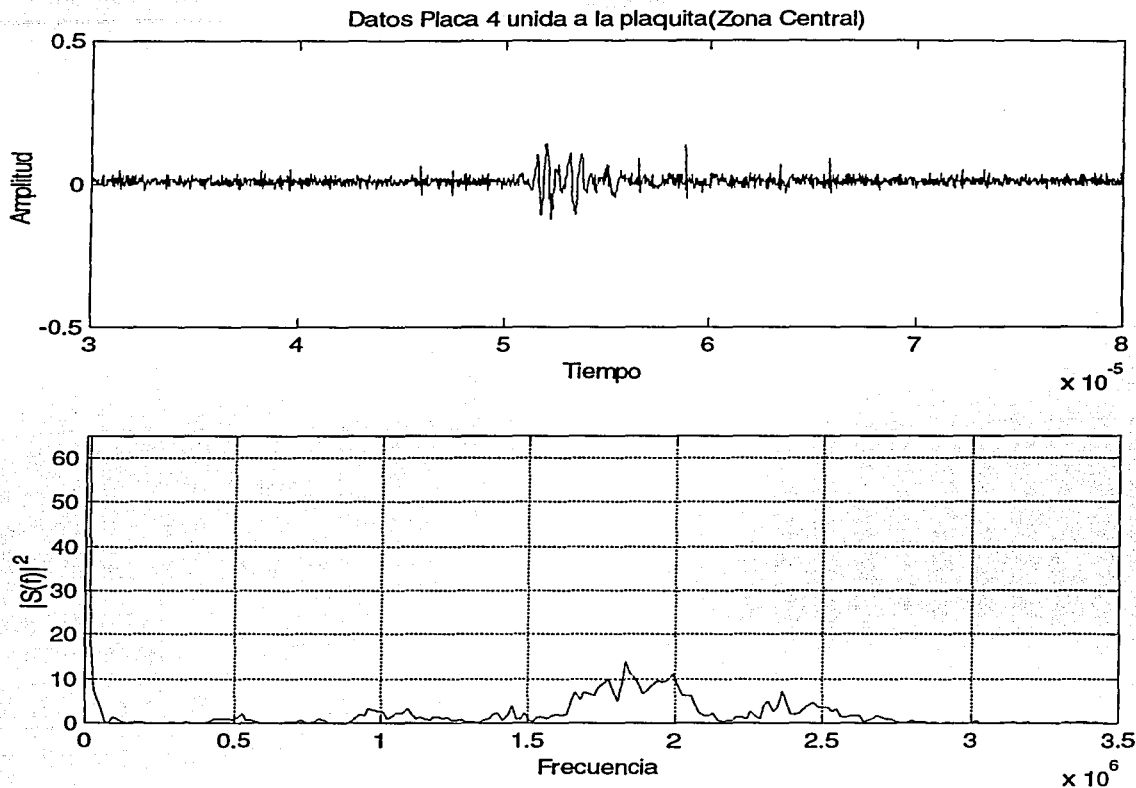


Figura IV.-10. Señal, espectro y espectro al cuadrado de la placa 4 cuando ya se le pegó la placa pequeña incidiendo a 60° en una zona central.

De la comparación entre las señales graficadas, se encuentra que su amplitud disminuye mucho, por lo que se espera tener una atenuación grande. Observando la densidad espectral al cuadrado, se encuentra que gran parte de las frecuencias se absorben una vez que se pegaron las placas. Así mismo, se puede ver que aparecen frecuencias a los lados de la frecuencia central. Esta comparación será aún más clara cuando se muestre adelante una comparación entre las magnitudes de los espectros en cada una de las placas.

Para verificar si hay efectos de orilla apreciables, se hicieron medidas no sólo en las partes centrales de las placas sino también en las orillas de la placa. En las **figura IV.-11** se muestra a lo que nos referimos como orilla 1 de la placa grande.

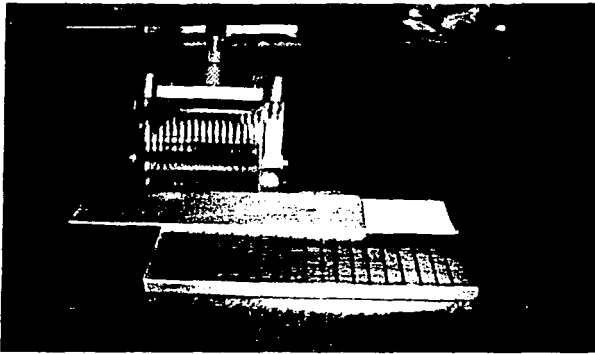


Figura IV-11. Orilla de la placa gruesa denominada como “Orilla 1”.

En las **figuras IV.-12** se muestran la señal en la orilla 1 antes de haber pegado la placa pequeña y en la **figura IV.-13**, después.

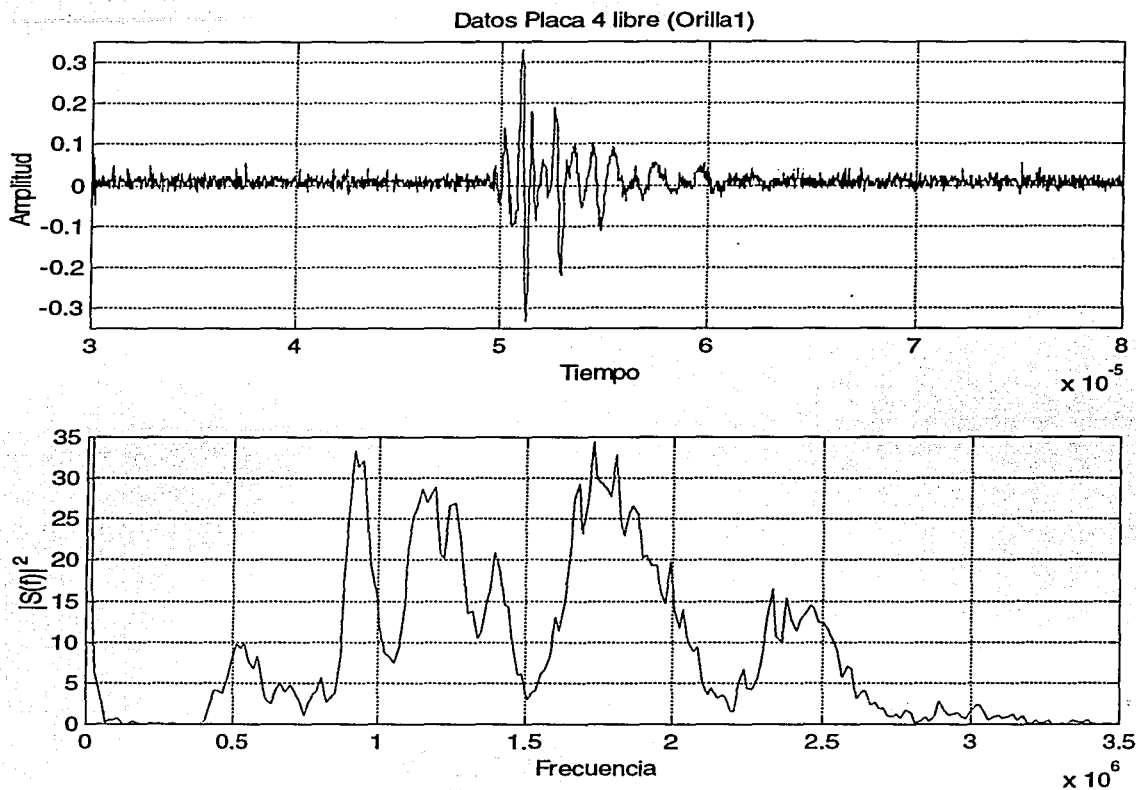


Figura IV.-12. Señal, espectro y espectro al cuadrado de la placa 4 antes de haber sido pegada incidiendo a 60° en una de sus orillas.

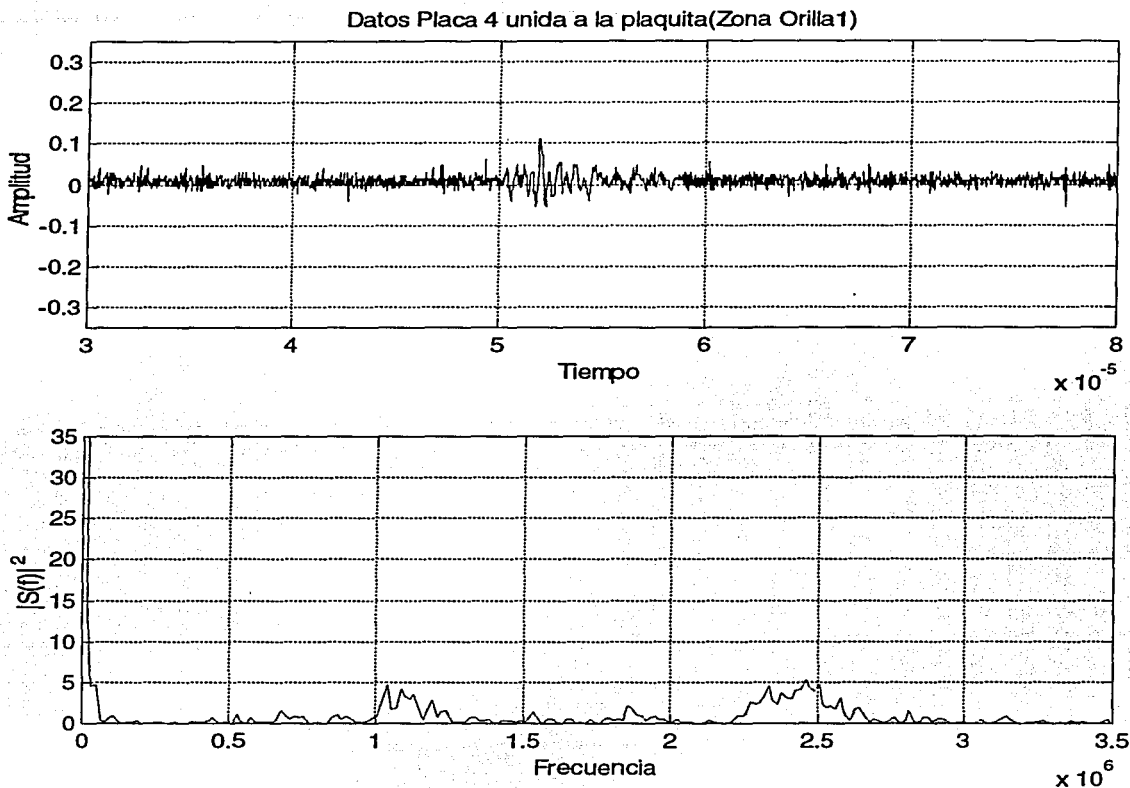


Figura IV.-13. Señal, espectro y espectro al cuadrado de la placa 4 cuando ya se le pegó la placa pequeña incidiendo a 60° en la zona de la orilla 1.

Como es de esperarse, la amplitud de la señal de la orilla de la placa es igual que en la zona central pero con una amplitud menor. Sin embargo, tengo la señal tiene una “cola” mayor que se asocia a los efectos de frontera dados por la orilla de la placa. Igual que en el caso anterior, se tienen frecuencias laterales a la frecuencia central, que hacen pensar que de alguna forma la unión y la orilla absorben algunas y generan en otras.

En la **figura IV.-14**, se muestra la otra orilla que es de interés en las muestras, que es la que se hace en la orilla de la placa pequeña. Para esta se grafican, al igual que en los

casos anteriores, la señal, su espectro y su espectro al cuadrado en ese punto antes de que se pegara la placa pequeña, **Figura IV.-15**, y cuando ya se unió la placa pequeña en la **Figura IV.-16**.

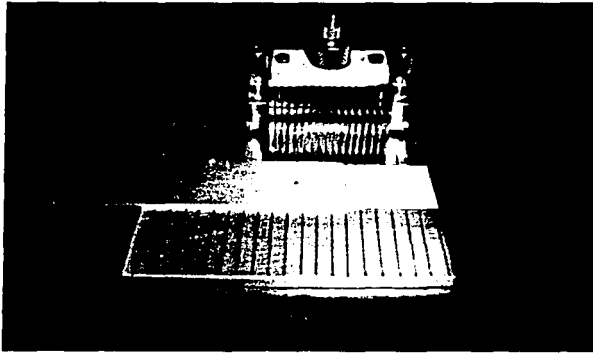


Figura IV.-14. Orilla de la placa pequeña.

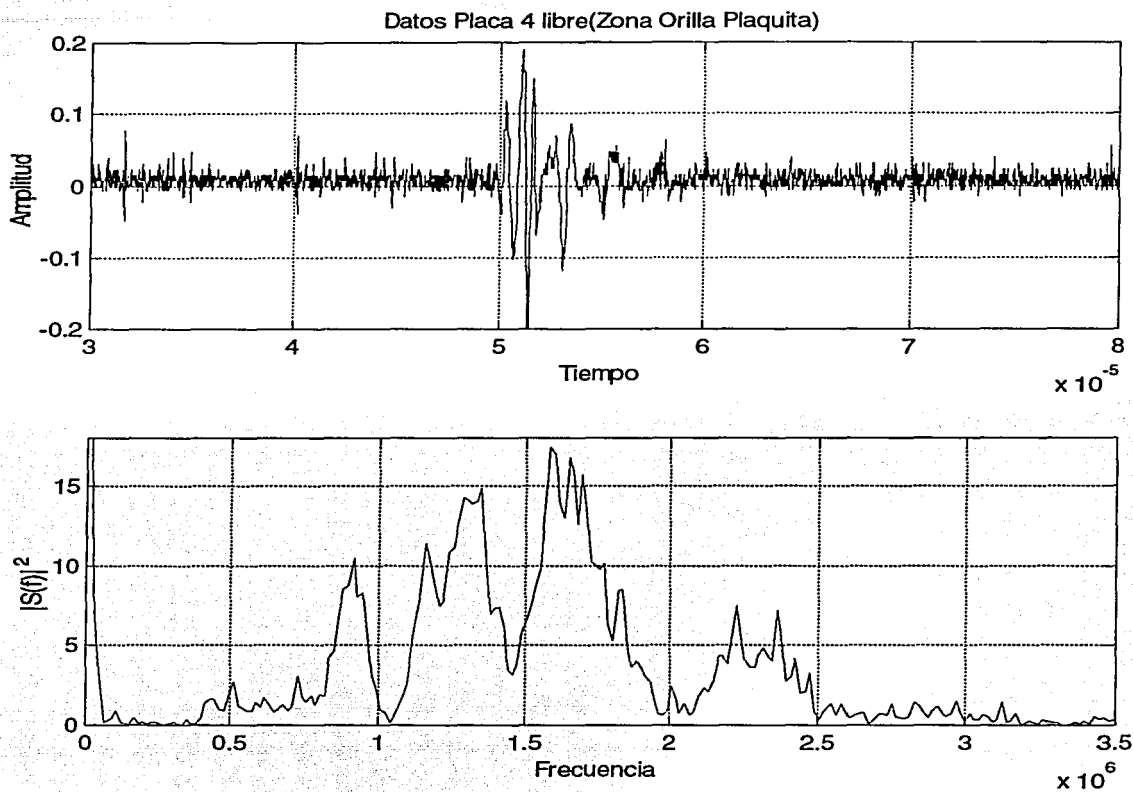


Figura IV.-15. Señal, espectro y espectro al cuadrado de la placa 4 libre (antes de haber sido unida a la placa pequeña) en el punto en el que la orilla de la plaquita estará.

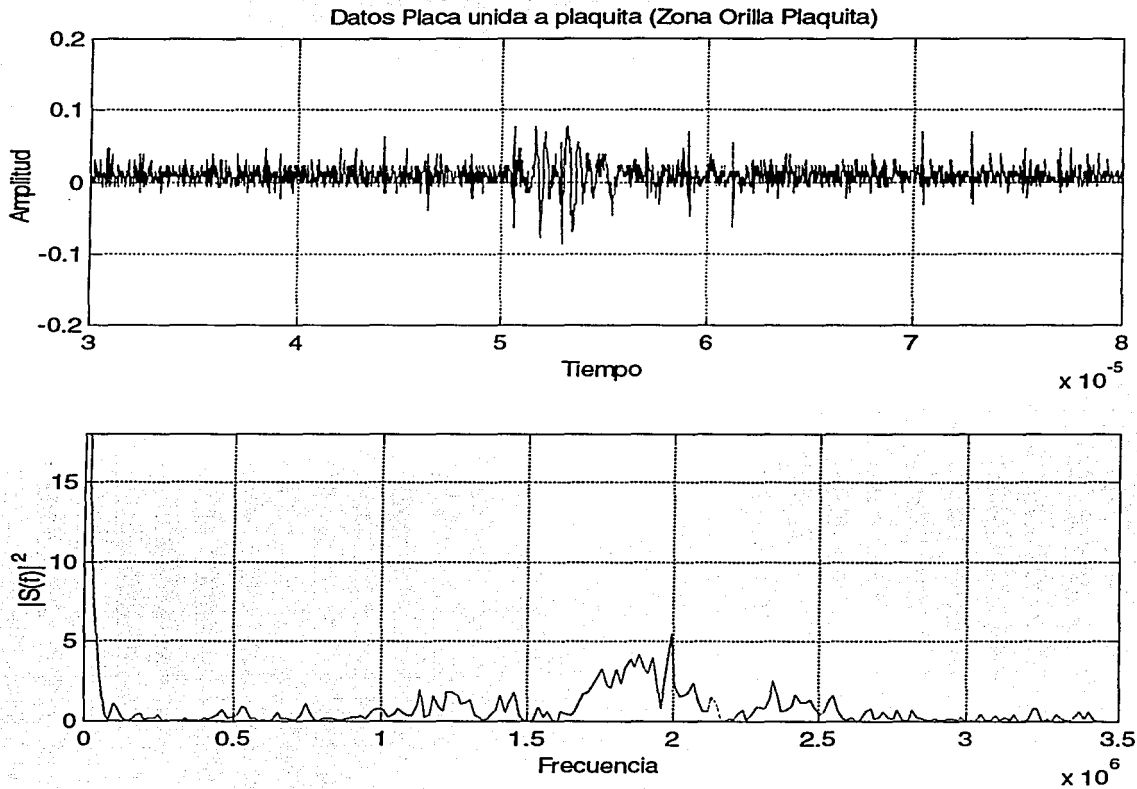


Figura IV.-16. Señal, magnitud al cuadrado del espectro de la placa 4 incidiendo a 60° en donde está la orilla de la plaquita.

En estas señales, más que en la orilla 1, se tiene mucho más ruido en la parte final de la señal. Esto, debido a la difracción del haz debido al ángulo de la placa pequeña (Ver figura IV.-14). Sin embargo, el espectro al cuadrado del espectro de la frecuencia es muy parecido al de la zona central. Es de esperarse que aún y cuando se tengas diversas amplitudes, dependiendo de la zona en que se inspecciona la unión, se tenga en esencia la

misma información dentro de la señal y por lo tanto la técnica sea válida para cualquier punto de la misma.

A continuación se muestra en cada una de las graficas de la **figura IV.-17**, la magnitud de los espectros de las placas ya unidas.

Como se mencionó anteriormente, los espectros de las señales dan la impresión de que dependiendo del porcentaje de área de pegamento, la unión absorbe en unas frecuencias y emite en otras.

Por otro lado, de los espectros de todas las placas sin haber sido unidas, se encuentra que la frecuencia central es de aproximadamente 1.72 MHz; por lo que se cree que la frecuencia del sistema es esa; esto puede ser por que el transductor se haya descalibrado quizá por envejecimiento o por las condiciones en que se ha mantenido, así como, de que es probable que la tarjeta de digitalización no esté dando los tiempos reales.

No se profundiza más en la descripción de los espectros ya que en la siguiente sección se presenta el análisis encontrado a partir de la fase y magnitud de los espectros para cada una de las placas.

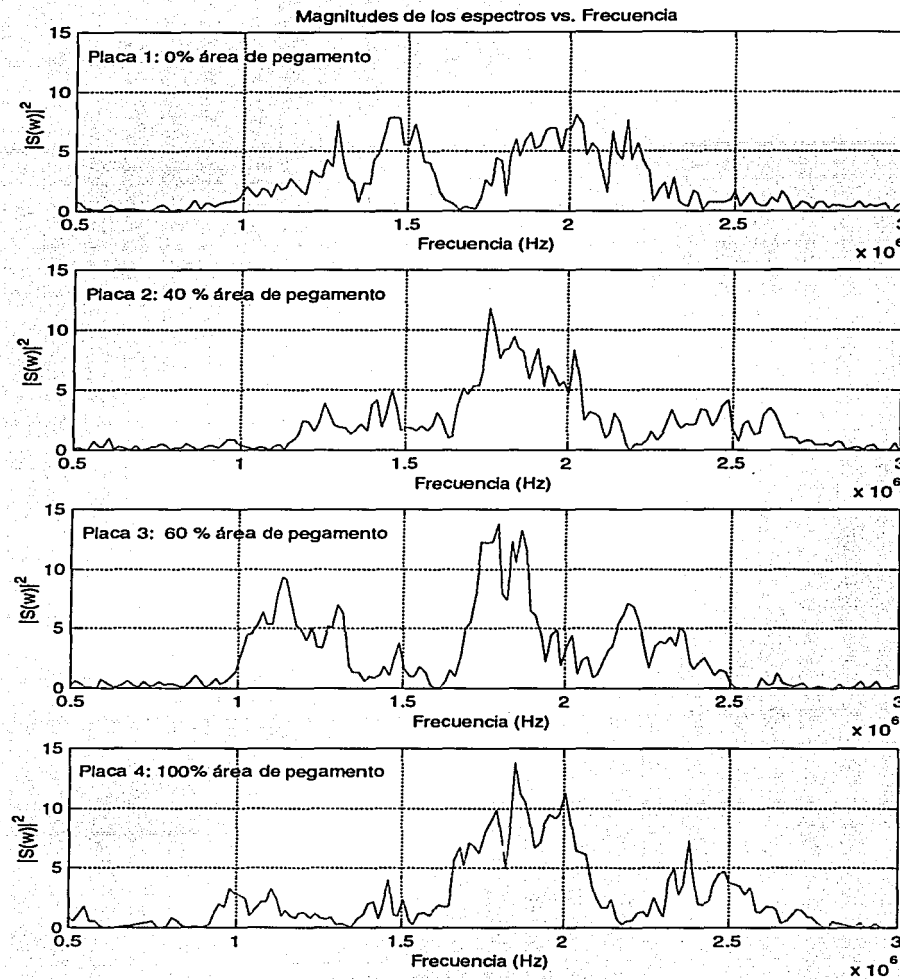


Figura IV.-17. Magnitudes de los espectros de las placas con 100, 60, 40 y 0% de área de pegamento.

4.- ATENUACION

Se puede definir un coeficiente de atenuación A por manejabilidad en decibeles,

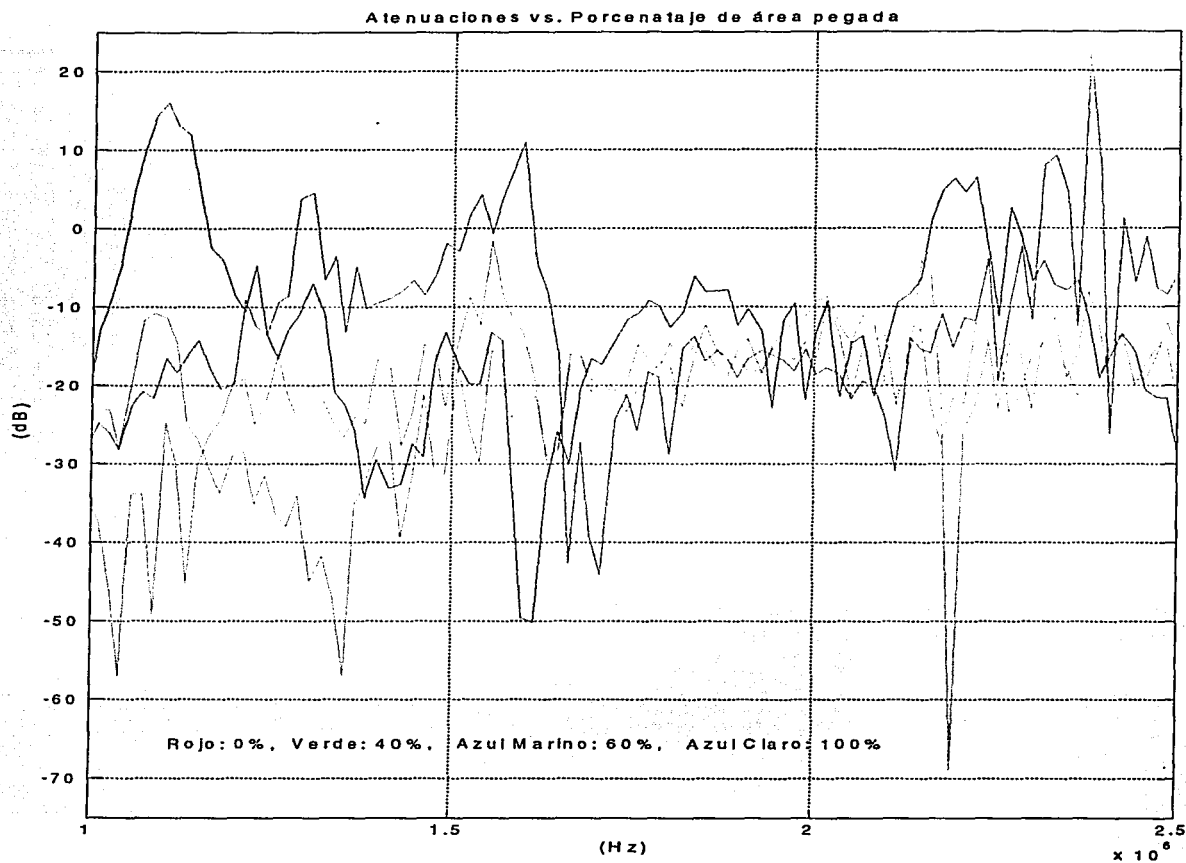
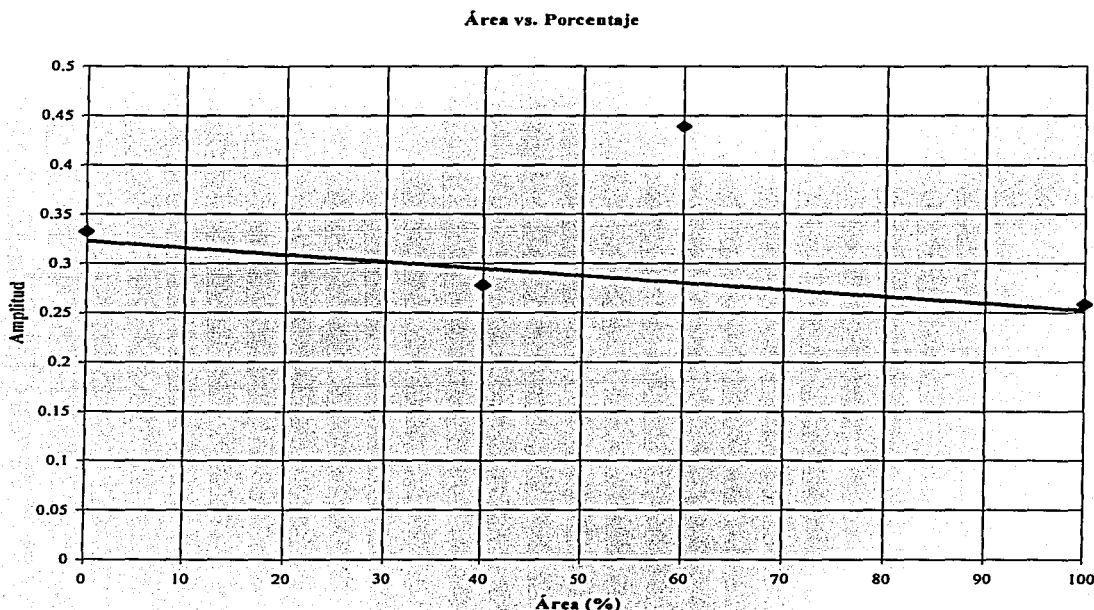


Figura 4-15. Atenuación de la señal alrededor de la frecuencia central del transductor

como la división punto a punto dada por $A \equiv 10 * \log \left(\frac{|S_f|}{|S_i|} \right)^2$, donde $|S_i|$ es la magnitud de la densidad espectral en la placa sola, mientras que $|S_f|$ cuando y ambas magnitudes de dichas cantidades están relacionadas con la energía del sistema. En la Figura IV.-15. se muestra esta división punto a punto para cada frecuencia alrededor de la frecuencia central en la zona central.

Utilizando ahora las integrales de la densidad espectral sobre todo el intervalo de frecuencias del espectro, se encuentra, por el teorema de Parseval^[24], el coeficiente general de atenuación de toda la placa y se relaciona con el área de pegado en la Figura



IV.-16.

Figura IV.-16. Atenuación de cada vs. Porcentaje de Área de pegado

Se muestra entonces que entre mayor porcentaje de área de pegado se tenga, mayor atenuación se tiene y tal como esperaba, se tuvo la mayor atenuación cuando se tuvo un 100% de área de pegamento. La atenuación de la placa con 60 % de porcentaje de pegado, se cree que fue mayor debido a que el espesor de la capa de pegamento en este caso, fue mayor que en los otros casos y la capa de pegamento atenuaba entonces mucho más. Para mejorar entonces este experimento, podría verse cómo es el cambio de la atenuación dependiendo del espesor de la capa de pegamento.

5.- VELOCIDADES DE PROPAGACIÓN

La fase del espectro de frecuencia de una onda plana, $\Phi = A(\omega)e^{j\phi(\omega)}$, se relaciona directamente con función de su señal como $f = \Phi e^{-j\omega\left(\frac{n \cdot r}{c} - t\right)} = A(\omega)e^{-\left[\omega\left(\frac{n \cdot r}{c} - t\right) - \phi(\omega)\right]}$.

En el experimento, cuando la onda viaja a través de la interfaz, la fase de la señal sufre una modificación debido a que la onda se retrasa por la presencia del pegamento. En la **Figura 4.-16**, se muestra cómo cambia la fase de las placas de antes a después de haber sido pegadas alrededor de la frecuencia central. La diferencia

entre estas fases en el mismo lugar, queda $(t_D - t_A)\omega = (\phi_D - \phi_A)$ ó

$$(IV.5.-1) \quad \omega \Delta t = \Delta \phi.$$

Pero encontrar a $\Delta \phi$, equivale a calcular la diferencia entre las fases de la transformada de Fourier de la función de onda de la placa Antes y Después de la unión y esta es:

$$(IV.5.-2) \quad \Delta \phi = \phi_A(\omega) - \phi_D(\omega),$$

donde $\phi_A(\omega)$ es la fase de la onda antes de la unión y $\phi_D(\omega)$, después de la unión.

A partir de dicho cambio de fase y de la relación (IV.5.-1), se encuentra que el tiempo de retardo está dado entonces por:

$$(IV.5.-3) \quad \Delta t = \frac{\Delta \phi}{\omega} = \frac{\Delta \phi}{2\pi F},$$

donde F es la frecuencia.

Por lo que la velocidad de fase, c , está dada ahora por:

$$(IV.5.-4) \quad c = \frac{\lambda}{\Delta t + T} = \frac{\lambda}{\frac{\Delta \phi}{2\pi F} + \frac{1}{F}}$$

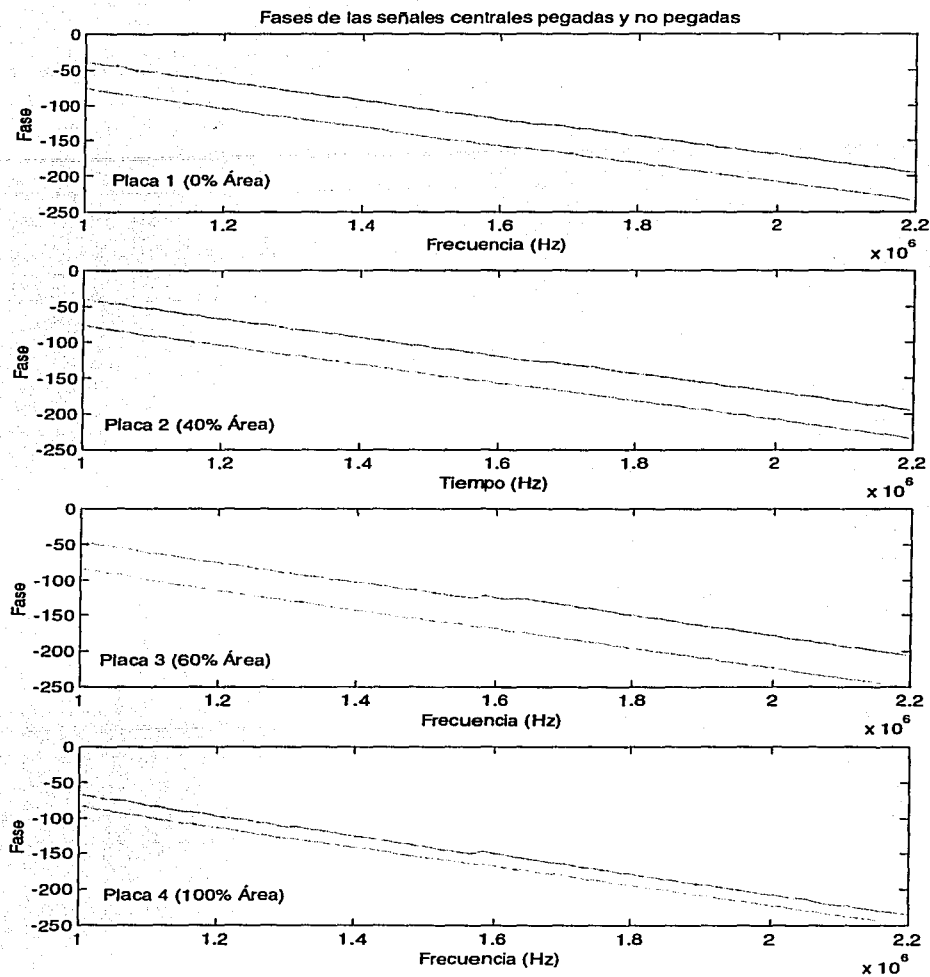
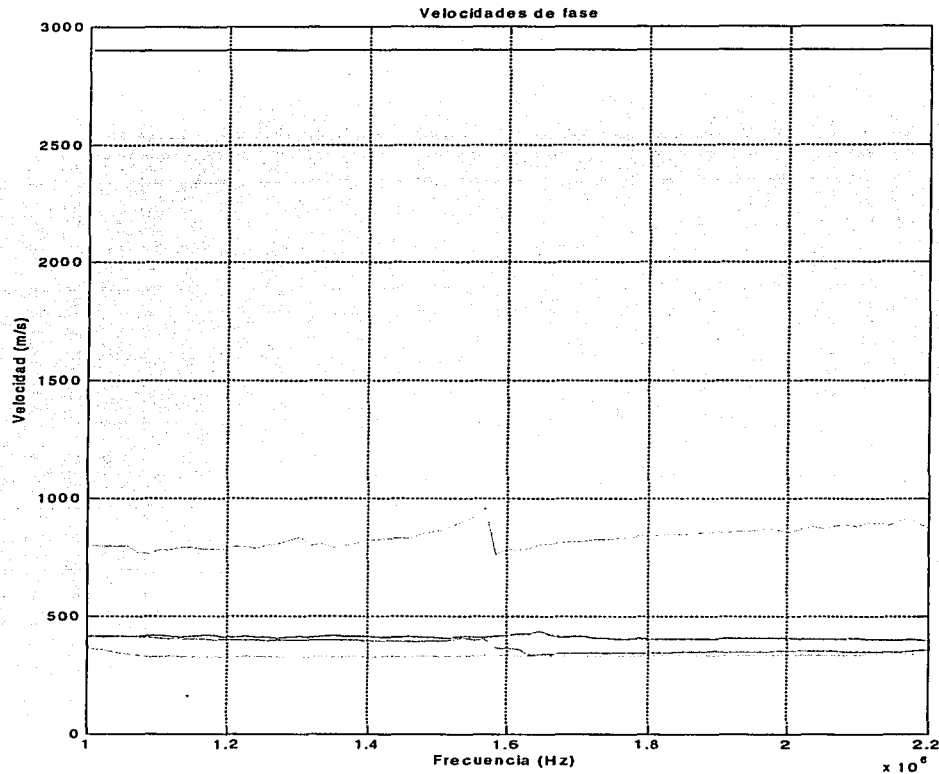


Figura IV.-16. Fase de los espectros de Fourier antes y después de haber sido pegadas alrededor de la frecuencia central

Aplicando la ecuación IV.5.-4 a cada frecuencia, en la fase del espectro angular, se encuentra la velocidad de fase alrededor de la frecuencia central y se grafica en la figura IV.-17.



Negro V1. Azul V0%. Verde V40%. Rojo V60%. Cyan V100%

Figura IV.-17. Velocidades de propagación de las ondas para los diferentes casos.

Se encuentra, como se esperaba, que ésta aumenta dependiendo de la calidad de la unión. Sin embargo, la placa completamente despegada tiene un comportamiento que difiere de la predicción, que se cree es debido a que entre la placa quedaba un poco del acoplante (Vaselina) usado entre la zapata y la placa.

6.- PRUEBA DESTRUCTIVA

Por último, se comprobó que los resultados obtenidos estuvieran de acuerdo con la resistencia a un esfuerzo al realizar una prueba que destruye las placas con una máquina conocida como Instron. Se encontró que la placa con 100 % de unión se destruyó cuando se le hubo aplicado una fuerza de 2146.53 N. Para la placa con un 60% de unión, se encontró que se destruyó para 1589.22 N. La placa con 40% de pegado, se destruyó al momento de colocarla en la máquina por lo que no se pudo tener una medición de la misma. En la figura IV.-17, se muestran estos resultados que concuerdan con lo que se esperaba ya que se necesita un mayor esfuerzo para despegar, por ejemplo, la placa con mayor cantidad de pegamento.

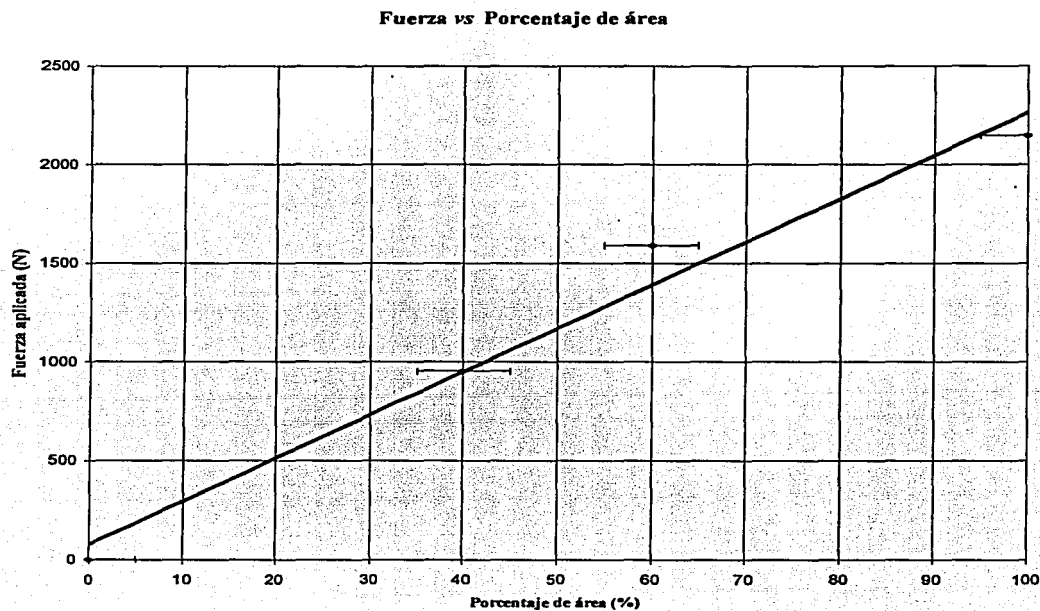


Figura IV.-17. Esfuerzo vs. Área de pegado

Haciendo entonces una relación entre la Figura IV.-16 y la IV.-17, se encuentra que la atenuación es directamente proporcional a la fuerza que debe aplicarse para destruir a la placa, i.e., a la resistencia de la unión.

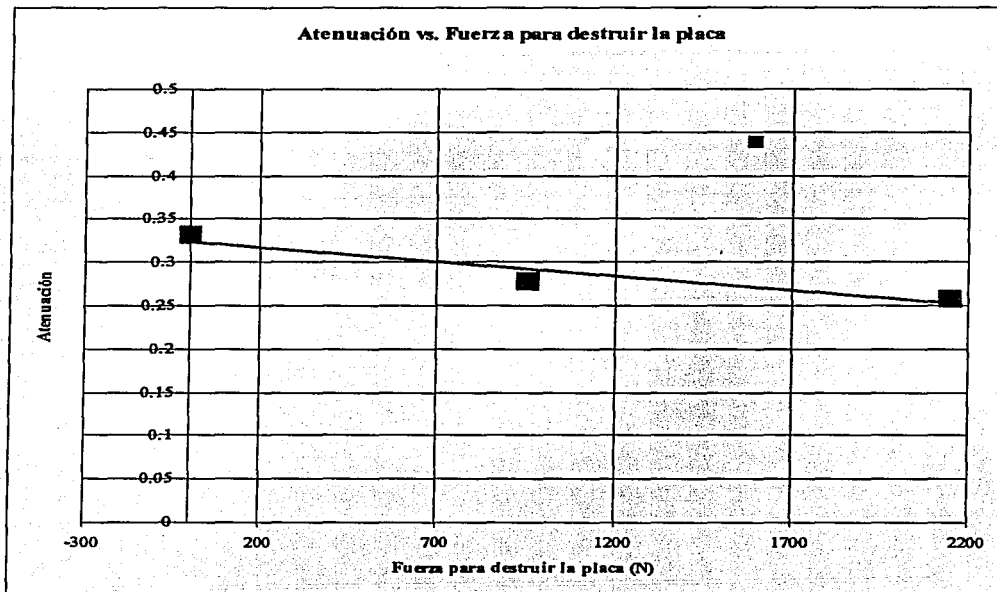


Figura IV.-18. Fuerza para destruir la placa vs. Atenuación de la onda.

CONCLUSIONES

Para dar una evaluación de la calidad de pegado entre dos placas se han desarrollado diversas técnicas que prometen dar por lo menos una evaluación cualitativa de la calidad de la unión. Para ello, se hace uso de conceptos como atenuación o velocidad de fase. El presente trabajo es un intento para encontrar estas relaciones dando además el soporte físico a cada una de las conclusiones a las que se llegan con este tipo de técnicas.

En base a lo visto en el presente trabajo, se encontró que la velocidad de propagación de la onda superficial detectada por este método entre el primer y el segundo ángulo crítico en la placa libre, depende del ángulo de incidencia como $s^{1/2}V_i \cos(\theta_i - \theta_{CR2})$. A partir del estudio de la placa libre, se determinó que el ángulo óptimo para inspeccionar las placas en el sistema propuesto es 60° .

Se inspeccionaron las placas tanto cuando éstas estaban libres como cuando ya estaban unidas a las placas pequeñas. Se hizo entonces un análisis espectral de las señales que se obtuvieron y se encuentra que para las placas solas, se tiene una frecuencia central de 1.725 MHz. En las magnitudes de los espectros de las placas unidas se encuentra que se absorben principalmente las frecuencias centrales y genera en frecuencias laterales y la distribución de las frecuencias "sobrevivientes" depende de la calidad de la unión. Aunque no se hace un análisis más detallado de éste, aún y cuando se crea que de él se pueden sacar conclusiones que pueden ser importantes, ese será un trabajo a *posteriori*, interesante realizar.

Se encontró la velocidad de fase de las ondas superficiales que pasan por la interfaz de las placas, a partir de la fase del espectro de Fourier. Se encuentra que la velocidad de fase de la onda superficial sufre una alteración dada por el pegamento y la placa pequeña hace que se tenga un retardo que implica una menor velocidad. Esta, tal como se predijo, se encuentra que es mas cercana a la velocidad de fase en el aluminio cuando se tiene una mejor calidad de unión.

CONCLUSIONES

Así mismo, a partir de la magnitud de los espectros se encuentra una relación entre la atenuación de las señales y el porcentaje de área que; dicha relación en principio parece que es lineal. Sería importante que se hicieran más muestras para tener una mayor cantidad de puntos y poder dar una relación más confiable.

Por último, con los resultados obtenidos de la prueba de esfuerzos en la que se da la fuerza con la que se destruyó la placa, se hizo una relación entre la atenuación y dicho esfuerzo. Se encontró, que hay una relación proporcional entre la atenuación y la calidad de pegado. Por lo que en principio, al medir con esta técnica, entre mayor atenuación en la señal se tenga, se espera ya que la unión de las placas sea mejor.

La presente técnica da resultados que se cree que son de utilidad. Sin embargo, se cree que el experimento debe repetirse con más distribuciones de pegamento. Además, a partir de lo encontrado con la placa con 60 % de área de pegado, en la que se tuvo un espesor de pegamento mayor, será bueno hacer una relación, para un mismo porcentaje de área de unión, una relación entre el espesor y la calidad de unión.

REFERENCIAS

1. **Servicio social “Caracterización ultrasónica de uniones sólido-sólido”**
Fecha de término: 11 de Julio del 2001,
Instituto de Investigaciones Eléctricas, Temixco, Morelos.

2. **Sesión simultánea “Evaluación no destructiva de la adhesión de dos superficies planas por medio de ultrasonido”, L. Valiente, Fac. Ciencias, UNAM, M. Ley, Instituto de Investigaciones Eléctricas. XLIII Congreso Nacional de Física, 2000.**

3. **Ultrasonic measurement of the diffusion bond strength**
A. I. Lavrentyev y J. T. Velas
Ultrasonics 28 (2000) pp. 513-516

4. **Waves at Flexibly Bonded Interface**
J. P. Jones y J. S. Whittier.
J. Appl. Phys. (1967) pp. 905-908

5. **An ultrasonic interface-wave method for predicting the strength of adhesive**
S. I. Rokhlin, M. Hefets y M. Rosen.
J. Appl. Phys. 52 (1981) pp.- 2847-2851

6. **A transverse-wave ultrasonic oblique-incidence technique for interfacial weakness detection in adhesive bonds.**
 A. Pilarski y J. L. Rose
 J. Appl. Phys., **63** (1988) pp. 300-307

7. **The angular and frequency characteristics of reflectivity from a solid layer embedded between two solids with imperfect boundary conditions**
 A. Pilarsky, J. L. Rose y K. Balasubramaniam
 J. Acoust. Soc. Am., **87** (1990) pp.532-542.

8. **Lamb wave mode selection concepts for interfacial**
 A. Pilarski y J.L. Rose
 J. of Nondestruct. Eval., **11** (1992) pp. 237-249

9. **Surface Acoustic Waves In Materials Science**
 P. Hess.
 Phys. Today, **55** (2002) pp. 42-47

10. **Study of adhesive bonds using low-frequency obliquely incident ultrasonic waves**
 Rokhlin, S.I. y D. Marom.
 J. Acoust. Soc. Am. **80**, (1986) pp. 585-590

11. Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium

Thomson, William T.

J. Applied Physics, 21 (1950) pp. 89-93

12. Tesis de licenciatura “Estudio de la propagación de las ondas de esfuerzo en una interfaz elástica - viscoelástica”,

Asesor: Porta Contreras V. Andrés

Autora: Escobedo Estrada Ingrid

Facultad de Ciencias, UNAM.

13. Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids

Rokhlin, S.I. y Y. J. Wang

J. Acoust. Soc. Am. 89 (1991) pp.503-515

14. Reflectometry using longitudinal, shear and Rayleigh waves

W. Chen y J. Wu

Ultrasonics, 38 (2000) pp. 909-913

15. Nonlinear transfer of ultrasound by adhesive joints in a theoretical description

S. Hirsekorn

Ultrasonics, **39** (2001) pp. 57-68

16. Observation of nonlinear acoustic effects at isotropic solid-solid interfaces

J. Chen, W. Jiang y Y. Shui

J. Acoust. Soc. Am. 109 (2001) pp. 501-507

17. Acoustic nonlinearities in adhesive joints

Rothenfusser, M., M. Mayr, J. Baumann.

Ultrasonics, **38** (2000) pp. 322-326

18. Assessment of the adhesion quality of fusion-welded silicon wafers with nonlinear ultrasound

A. Wegner, A. Koka, K. Janser, U. Netzelmann, S. Hirsekorn

Ultrasonics, **38** (2000) pp. 316-321

19. Análisis vectorial

Davis, Harry y Arthur D. Zinder

6ta. Edición, McGraw-Hill

1992, pp. 274

20. Acoustic Surface Waves

Editor A. A. Oliner
Springer Verlag
1978, Alemania
x-331

21. Nondestructive Testing Handbook

Birks, Albert S.
American Society for Nondestructive Testing
1991, pp.197-198.

22. Acoustic Fields and Waves in Solids

Vol. I y Vol. II
Auld, Bertram Alexander
Ed. John Wiley & Sons , Estados Unido de Norte América, 1973
vii-423

23. Waves in Layered Media

Leonid .Maksimovich Brenkhovskikh
Academic Press, 1980 vii-503

24. A student's guide to Fourier transforms with applications in physics and engineering

James, John Francis

Cambridge University Press, 2000.

25. Introducción al cálculo y al análisis matemático

Courant, Richard y Fritz John

Editorial Limusa, México, 1991

26. Análisis básico variable compleja

Marsden, Jerrold E. y Michael J. Hoffman

Ed. Trillas, 1996.