

14 00667



Universidad Nacional Autónoma de México  
Programa de Posgrado en Ciencias de la Administración  
Facultad de Contaduría y Administración  
Facultad de Química  
Instituto de Investigaciones Sociales  
Instituto de Investigaciones Jurídicas

# Tesis

La Aplicación del Modelo Eugene Fama y Kenneth French en el contexto Mexicano

Que para obtener el grado de:

**Maestro en Finanzas**

Presenta: Beatriz Sánchez Estrada

Tutor (Director de la tesis):

M.F. Francisco López Herrera

Asesor de apoyo:

M.F. Juan Alberto Adam Siade

México, D.F.

2002

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**Programa de Posgrado en Ciencias de la  
Administración**

**Oficio: PPCA/EG/2001**

**Asunto:** Envío oficio de nombramiento de jurado de Maestría.

Ing. Leopoldo Silva Gutierrez  
Director General de Administración Escolar  
De esta Universidad  
P r e s e n t e.

At'n.: Biol. Francisco Javier Incera Ugalde  
Jefe de la Unidad de Administración del Posgrado

Me permito hacer de su conocimiento, que la alumna **Beatriz Sánchez Estrada** presentará Examen de Grado dentro del Plan de Maestría en Finanzas, toda vez que ha concluido el Plan de Estudios respectivo y su tesis, por lo que el Subcomité de Nombramiento de Jurado del Programa, tuvo a bien designar el siguiente jurado:

Dr. Hector Salas Harms	Presidente
M.F. Juan Alberto Adam Siade	Vocal
M.A. Ma. Luisa Saavedra García	Secretario
M.F. Francisco López Herrera	Suplente
M.F. Beatriz Valadez Bautista	Suplente

Por su atención le doy las gracias y aprovecho la oportunidad para enviarle un cordial saludo.

Atentamente  
"Por mi raza hablará el espíritu"  
Ciudad. Universitaria, D.F., a 28 de mayo del 2002.  
El Coordinador del Programa

  
Dr. Sergio Javier Jasso Villazul

M.F. (S)

***"Imagination is more important than  
knowledge"***

***Albert Einstein***

# Agradecimientos

## **A Dios:**

Por el don de la vida, lo maravilloso y generoso que ha sido conmigo,  
gracias Padre mío.

## **A mis adorados Papás: Rebeca y Juan,**

Quienes han infundido en mí el espíritu de lucha y amor

"No se puede crecer sin luchar, La lucha es  
indispensable para el crecimiento"

## **A mis queridos: Marco, Vale, Pepé, Ale, Faby, Juanito, Caro, Pau, Rebe, Monse, Omar**

"El hombre que ama la verdad es el que no  
fracasa ante las dificultades de la vida"

## **A mi Director de Tesis: Maestro Francisco López,**

Por compartirme su conocimiento, por su comprensión y paciencia sin la  
cual este trabajo no hubiera sido posible

"Si ahora uno no exige, mañana no servirá  
para nada"

## **A mi Querida Universidad Nacional Autónoma de México**

Mi casa, Fuente inagotable de conocimiento. Quien no distingue, entre sexo,  
religión y condición económica.

"No están adelante los más ricos en talentos,  
sino los más generosos de espíritu"

## **A mis Sinodales:**

Gracias por haber contribuido a mejorar el presente trabajo con su  
conocimiento y experiencia

"Tu vida será estéril y pobre si no aprovechas  
las adversidades"

# Índice

<b>I. Introducción</b>	<b>5</b>
I.I Objetivos de la investigación	8
I.II Hipótesis de la Investigación	8
<b>II. Marco Teórico</b>	<b>9</b>
II.I Decisiones de Consumo e inversión	9
II.I.I Posibles Actitudes de los individuos frente al riesgo	10
II.I.II Decisiones de Inversión en condiciones de Certeza e Incertidumbre	11
II.I.III Curvas de Indiferencia	13
II.I.IV Teoría de la demanda del consumidor: Enfoque de las Curvas de indiferencia.	13
II.I.V Tasa Marginal de Sustitución	15
II.I.VI Características de las Curvas de Indiferencia	15
II.I.VII Determinación de la alternativa óptima	16
II.II Teoría sobre Portafolios de Inversión	17
II.II.I Criterio de Eficiencia y Conjunto Eficiente	17
II.II.II Criterios de Media Varianza (CMV)	21
II.II.III Casos en que es adecuado el CMV	22
II.II.IV La recta del mercado de capitales	25
II.II.V El Teorema de Separación.	27
II.III Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital CAPM	29
II.III.I Los supuestos	29
II.III.II La ecuación del CAPM	30
II.III.III Variables del CAPM y otros Modelos de Equilibrio.	33
II.III.IV Validación Empírica del CAPM	34
II.III.V Contrastación del modelo de fijación de precios de los activos de capital	37
II.III.VI Modelos alternativos al CAPM	40
II.IV Modelo Fama y French	43
II.IV.I Sección cruzada (corte transversal) de los rendimientos esperados del mercado	44
II.IV.II Factores de riesgo comunes en los rendimientos de mercado y bonos.	47
II.IV.III Pruebas de predicción de los rendimientos del mercado de valores	52
II.V ARCH: Modelo de Heteroscedasticidad Autoregresiva	60
II.V.I EGARCH: Modelo de Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Exponencial	62
II.V.II Los Supuestos	63

<b>III. Marco de Referencia</b>	<b>64</b>
III.I Mercado de Valores	64
III.I.I Abanico de Inversiones	65
III.I.II Una opción atractiva	65
III.I.III Instrumentos de los mercados de capitales	66
III.I.IV Datos relevantes del Mercado de Valores en México	66
III.I.V Beneficios del Mercado de Valores	69
III.I.VI El Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)	71
III.I.VII La fórmula para calcular el IPC	72
III.I.VIII Factores de ajuste	73
<b>IV. Estudio Empírico</b>	<b>74</b>
IV. I Análisis Econométrico	74
IV.I.I Planteamiento del problema	74
IV.I.II Especificación del modelo matemático de la teoría	75
IV.I.III Especificación del modelo econométrico de la teoría	77
IV.I.IV Obtención de datos	78
IV.I.V La muestra	78
IV.I.VI Identificación de las variables del modelo Econométrico	79
IV.I.VII Procesamiento de Datos	81
IV.I.VIII Resultados del Análisis	85
<b>V. Conclusiones</b>	<b>101</b>
<b>VI. Bibliografía</b>	<b>105</b>
<b>Anexos en Compact Disk</b>	
A. Glosarios de Términos	
B. Resumen de los resultados de las corridas de regresión	
C. Anexos (Datos Accionarios)	

# I. Introducción

Una empresa no es una caja mágica que otorga beneficios fabulosos rápidamente ni está exenta de riesgos.

La visión de un empresario, socio o accionista, se enfoca a recuperar su inversión, primero, y a multiplicar su riqueza después. Es decir, aspira a disfrutar las utilidades y a beneficiarse de la creación de valor que produzca la actividad de la empresa en el mediano y largo plazo.

El que invierte en la bolsa, que también pretende lograr ganancias elevadas, debe pensar y actuar justo como el empresario y, como éste, debe entender que no va a hacerse rico en un par de pasadas, como si jugara a las cartas. Debe darle tiempo al tiempo.

La trayectoria histórica de los precios del mercado ha demostrado por décadas, que los que han preferido la Bolsa han ganado mucho más de los que han optado por el mercado de dinero. Quien sabe esperar no sólo libra los escollos y caídas de los precios. Si no que obtiene ganancias imposibles de igualar con mecanismos conservadores.

Como accionista, el público puede ver que sus recursos aumentan al ritmo que crecen las empresas de las que es socio. Pero, así como los empresarios no viven de comprar y vender empresas de las que es socio, sino de lo que estas generan con los años, la inversión en las Bolsa debe ser selectiva y permanente, no especulativa.

Nadie debe espantarse. El mercado de dinero es a veces tanto o más riesgoso que el accionario, pero éste con el tiempo, ha demostrado ser el más rentable.

Pero, ¿cómo acceder a él?, si son pocos los inversionistas que lo conocen, así como los modelos y herramientas para seleccionar un portafolio con el máximo rendimiento y mínimo riesgo, el cual es el tema del presente trabajo. "*La aplicación del Modelo de Eugene Fama y Kenneth French en el contexto Mexicano*" empleados para la toma de decisiones de inversión bajo riesgo.



En el área de finanzas se han tenido que utilizar conceptos y modelos financieros, tales como el modelo de valuación de activos de capital (CAPM), para calcular el riesgo y rendimiento de activos financieros que sirvan de base para tomar decisiones sobre alternativas de inversión, financiamiento y también estimar el valor de las empresas. Si bien han sido definidos teóricamente y probados, se ha tenido que aceptar porque son de uso común generalizado, con pleno conocimiento de que presentan debilidades técnicas que provocan desviaciones en los resultados esperados, o que funcionan bajo supuestos irreales en los mercados financieros.

No obstante lo anterior, se considera totalmente factible aplicar, con éxito, como modelo de valuación para el contexto mexicano y probar sus bondades, como el que se propone en la presente investigación: La aplicación del Modelo de Eugene Fama y Kenneth French en el contexto Mexicano.

El Modelo de Valuación de Activo de Capital (CAPM), fue utilizado por primera vez por Sharpe en 1964, para estimar la rentabilidad requerida de un activo financiero en función de los rendimientos promedio del mercado, de la prima por riesgo del mercado y del riesgo de la acción. Este modelo se ha cuestionado a lo largo del tiempo; varios investigadores se han dado a la tarea de demostrar las fallas del modelo, sin embargo, no ha logrado ser desplazado.

La crítica principal que se le hace al modelo, es que para estimar el rendimiento de un valor, sólo se toma como referencia un factor que es el rendimiento promedio del portafolio del mercado.

Una de las propuestas que se han presentado es el Modelo de Eugene Fama y Kenneth French, quienes proponen que en la medida que se consideren otros factores económicos ó características de las empresas, como lo es el tamaño de la empresa y el grado de capitalización en el modelo para estimar los rendimientos, el resultado será más robusto y se eliminará mayor cantidad de riesgo en la estimación.

Por lo anterior, el objetivo central de esta investigación es la exploración de la capacidad de interpretación que nos ofrece ambas teorías para el comportamiento del mercado accionario mexicano y con ello sentar una base para investigaciones subsecuentes.

La hipótesis de investigación es inferir si el modelo de Eugene Fama y Kenneth French, explica los rendimientos financieros de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.

Adicionalmente a esta hipótesis nos propondríamos investigar si el modelo de Eugene Fama y Kenneth French se desempeña mejor que el Modelo CAPM de William Sharpe.

La prueba de la hipótesis de trabajo se lleva a cabo mediante la metodología de análisis econométrico, que son la especificación, estimación y evaluación del modelo de prueba. La estimación de los parámetros dentro de los modelos se llevó a cabo mediante el análisis de regresión utilizado en el método de mínimos cuadrados y el Método ARCH Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.

Es por ello que la estructura de esta investigación se integró de la siguiente forma: en el capítulo II se presenta el marco teórico ubicando en primer término la sustentación del modelo CAPM y los supuestos que subyacen en él, debido a que es el que dio origen a todas las demás postulaciones científicas, enseguida se describe el modelo de FAMA y FRENCH . Finalmente en este apartado se presenta la teoría estadística relacionada con el análisis de regresión.

Por su parte, el capítulo III se ocupa de presentar un marco de referencia de lo que es el Mercado de Valores en México a grandes rasgos.

En el capítulo IV se detalla la metodología utilizada en la investigación que incluye: el planteamiento de problema; especificación del modelo matemático y econométrico de la investigación; la obtención y procesamiento de los datos; el análisis de la información. Así también se presentan los resultados generados.

Por último en el capítulo V se describen las conclusiones de la investigación.

Con la finalidad de facilitar la lectura y comprensión de la tesis, se elaboró un glosario de términos financieros, y en los anexos se incluyen los cuadros con las series accionarias y el resumen de las corridas de regresión.

## **II.I Objetivos de la investigación**

- Demostrar que el Modelo de Fama y French es aplicable en el contexto mexicano con mayor eficiencia que el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital (CAPM)
- Cuantificar el tamaño de la diferencia, si la hubiera, entre los resultados que arroja el modelo de Fama y French y el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital (CAPM)

## **II.I Hipótesis de la investigación**

- El modelo de Eugene Fama y Kenneth French, explica los rendimientos financieros de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.
- El modelo de Eugene Fama y Kenneth French se desempeña mejor que el Modelo CAPM de William Sharpe.

## II. Marco Teórico

En este capítulo se expondrán las bases teóricas que sustentan las decisiones de inversión, tanto en condiciones de certeza como de riesgo. Constituye el fundamento de la Teoría de la Cartera o Portafolio.

### II.I Decisiones de Consumo e inversión

La inversión requiere renunciar al consumo hoy con el fin de tener una cantidad esperada mayor de un bien particular en el futuro. La inversión real requiere el compromiso de fondos en capital físico, mientras que la inversión financiera es la inversión en valores.

Un valor es un derecho financiero representado por una hoja de papel (certificado) sobre ciertos activos. Los valores pueden representar derechos de propiedad sobre activos reales o pueden ser estrictamente derechos financieros que requieren el pago por otro activo financiero bajo circunstancias específicas.

Por una parte resulta fácil establecer la meta de inversión en valores: ganar dinero. Para ganar dinero mediante la inversión en valores se requiere que el inversionista seleccione algún nivel de riesgo<sup>1</sup>. Al comprender que es necesario seleccionar un nivel de riesgo, se vuelve más difícil especificar la meta de la inversión.

En la investigación se utilizarán varios supuestos simplificados sobre el inversionista típico. Primero se supone que el inversionista está interesado sólo en los beneficios monetarios de la inversión. Segundo, también se supone que el inversionista prefiere tener más riqueza que menos, si los demás factores permanecen iguales. Por último, se supone que el inversionista siente aversión al riesgo, es decir, el inversionista

<sup>1</sup> El riesgo se refiere a la probabilidad de que ocurra un evento desfavorable. Si invierte en acciones especulativas (ó en realidad en cualquier acción) estará asumiendo un riesgo con la esperanza de obtener un rendimiento apreciable. El riesgo de las inversiones se relaciona con la probabilidad de que realmente se gane una cantidad inferior al rendimiento esperado – entre más grande sea la probabilidad de obtener un rendimiento bajo o un rendimiento negativo, más riesgosa será la inversión. La varianza y la desviación estándar son medidas del riesgo de las inversiones; la decisión de medir al riesgo mediante la varianza o la desviación estándar implica que el inversionista está interesado en la dispersión que el rendimiento tenga de la media. La palabra riesgo comúnmente se usa como sinónimo de incertidumbre para referirse a la variabilidad de los rendimientos esperados. En términos estadísticos, el riesgo está presente cuando se conoce la distribución probabilística de los rendimientos; y la incertidumbre se presenta cuando no se conoce esta distribución.

prefiere evitar el riesgo siempre que sea posible. Esto no significa que el inversionista se negará a correr riesgos. Más bien significa que exigirá una compensación, bajo la forma de una mayor ganancia esperada de su inversión, por correr el riesgo.

Estas dos últimos supuestos, que parecen describir en forma bastante realista a la mayoría de las personas, presentan la tensión fundamental que caracteriza la inversión en valores. Las oportunidades de inversión que parecen ofrecer el mayor aumento en riqueza también tienden a ser las más riesgosas. Por eso es que el inversionista normalmente se enfrentará a una situación en la cual un beneficio (un rendimiento más alto sobre la inversión) tendrá que ser intercambiado por un elemento no deseado; el riesgo de la inversión. Si no existiera el conflicto entre lo deseable de las grandes utilidades sobre la inversión y el riesgo que llevan consigo el buscar esas grandes utilidades, sería bastante sencillo establecer la meta de las inversiones en valores.

Conociendo el hecho de que el inversionista está en una posición constante de tratar de asegurar altas utilidades sobre la inversión al mismo tiempo que trata de controlar la exposición al riesgo, la meta de la inversión se puede expresar en la forma siguiente:

*Para un determinado nivel de riesgo, asegurar el rendimiento esperado más alto posible,*  
ó,  
*Para una determinada tasa de rendimiento requerida, asegurar el rendimiento con el menor riesgo posible.*

### **II.1.1 Posibles Actitudes de los individuos frente al riesgo**

Para ciertos inversionistas es preferible un rendimiento promedio bajo pero seguro (no hay gran variabilidad), a otro alto, pero inseguro, es decir, con probabilidad de tener pérdidas también altas. A estos inversionistas el agregado de unidades adicionales de riqueza incrementa su satisfacción pero cada vez menos.

Un individuo es adverso al riesgo cuando su función de utilidad marginal<sup>2</sup> es decreciente.

De la anterior definición se deduce que la segunda derivada de la función de utilidad debe ser negativa ( $U'' < 0$ ) y en consecuencia, la función de utilidad de un individuo adverso al riesgo es cóncava. Se deduce que un inversionista adverso al riesgo prefiere un rendimiento cierto a uno incierto con igual valor esperado.

Los individuos dispuestos a correr riesgo para obtener mayores ganancias se caracterizan por tener una función de utilidad con la propiedad que a incrementos iguales en la riqueza corresponden incrementos crecientes en su nivel de satisfacción.

Un individuo es propenso al riesgo cuando su función de utilidad marginal es creciente  $U'' > 0$  y por lo tanto su función de utilidad es convexa.

La tercera categoría de individuos son los que en sus decisiones no toman en cuenta al riesgo. Son los individuos que se rigen por el criterio del máximo rendimiento esperado. La teoría de la utilidad permite considerarlos como un caso particular denominado de indiferencia ante el riesgo y su función de utilidad es constante.

## 11.1.11 Decisiones de Inversión en condiciones de certeza e incertidumbre

Todos los problemas de decisión, ya sean bajo certeza, riesgo o incertidumbre, tienen varios elementos en común. En todos los casos habrá que considerar un conjunto de alternativas, un criterio que permita ordenar esas alternativas y un método que, respetando el criterio mencionado, conduzca a la determinación de la alternativa óptima. Adicionalmente podrá analizarse el efecto agregado de todas las decisiones individuales para establecer las condiciones de equilibrio del mercado en que actúan todos esos individuos.

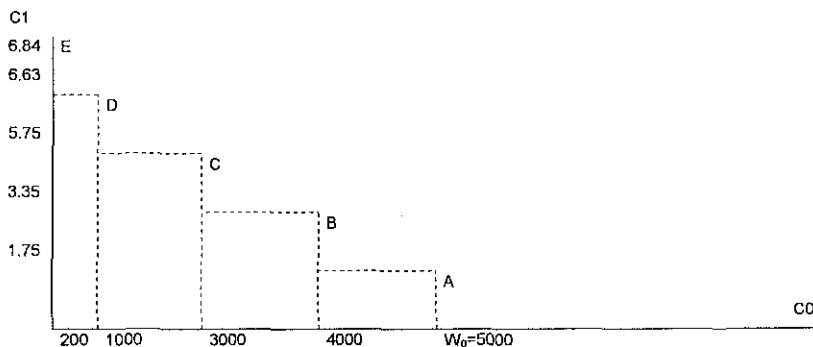
<sup>2</sup> La teoría de utilidad se refiere a un conjunto de alternativas entre las que se define una relación de indiferencia y una relación de preferencia, para un individuo que debe tomar una decisión. Se define asimismo una "función de utilidad", tal que a cada alternativa le hace corresponder un número llamado "utilidad de esa alternativa" y tal que si una alternativa es preferida a otra, entonces la utilidad de la primera es mayor que de la segunda. En estas condiciones se acepta un conjunto de supuestos como axiomas: uno de ellos dice que las alternativas son siempre comparables, es decir que una de ellas es preferida a la otra o bien ambas son siempre indiferentes, para un individuo. En términos de la función de utilidad, lo anterior se expresa:  $U(A) > U(B)$  ó  $U(A) = U(B)$

A fin de estudiar los mencionados elementos considérese a un inversionista, cuyo capital es  $W_0$ , quien debe decidir la proporción de un capital que dedicará al consumo y a la inversión. Por razones de simplicidad se analizará un solo período que comienza y termina en el momento  $t=0$  y  $t=1$  respectivamente. Se supone que los consumos pueden realizarse en esos dos momentos solamente y que las inversiones se hacen al comienzo del período ( $t=0$ ) y el resultado cierto se devenga al fin del mismo ( $t=1$ )

La tabla siguiente muestra ordenadas por valores decrecientes de su tasa de rendimiento, las cinco posibilidades de inversión abiertas a un inversionista que posee un capital inicial  $W_0=5,000$

Activo	Valor al comienzo del período ( $R_0$ )	Valor al fin del período ( $R_1$ )	Tasa de rendimiento del período $r=(R_1-R_0)/R_0$
A	1000	1750	0.75
B	1000	1600	0.60
C	2000	2400	0.20
D	800	880	0.10
E	200	210	0.05

Para resolver este problema de decisión debe determinarse el conjunto constituido por todas las alternativas entre las que puede optar el inversionista. Una de estas alternativas es aquélla en que se consume totalmente el capital inicial al comienzo del período y en consecuencia no se dedican fondos a la inversión ni se realizan consumos al fin del período. Esta alternativa está presentada en la siguiente gráfica por el punto  $W_0$



El conjunto formado por las alternativas representa la colección de posibilidades ciertas de elección ante las que se enfrentan los inversionistas; Y recibe usualmente el nombre de conjunto factible. Si F designa el conjunto factible, formalmente se tiene:

$$F = \{(5000;0), (4000;1750), (3000;3350), (1000;5750), (200;6630), (0;6840)\}$$

Las inversiones en activos físicos no son divisibles, esto es, no pueden invertirse fondos en adquirir parte de ellos, sino que deben ser adquiridos o desechados en su totalidad. A fin de simplificar la presentación teórica siguiente, se expondrá que tales inversiones son infinitamente divisibles. Aceptado el supuesto divisibilidad infinita, existe un conjunto factible constituido por infinitas alternativas, que contiene a las seis ya citadas y, además, todas las resultantes de combinar inversiones en las distintos e innumerables proporciones que ahora son permisibles. Es por ello que, en estas condiciones, se pueden unir los puntos aislados en la figura anterior mediante un trazo continuo que determine una curva representativa del conjunto factible, usualmente denominada por los economistas curva de transformación.

Solo tiene la restricción  $C_0 \geq 0$  y  $C_1 \geq 0$ . El conjunto recibe el nombre de conjunto de oportunidades. Sin embargo, sus posibilidades reales se reducen a tener que elegir entre las alternativas pertenecientes a un subconjunto de aquél; el conjunto factible, representado por la curva de transformación. La pendiente de la curva de transformación decrece a medida que disminuye el consumo  $C_0$  a partir de  $W_0$ , reflejando el hecho de haber ordenado los activos en orden descendente según su tasa de rendimiento.

### **II.1.III Curvas de Indiferencia**

Determinado con precisión el conjunto factible, se debe especificar un criterio que permita ordenar las alternativas posibles según las preferencias del Inversionista mediante las denominadas curvas de indiferencia.

### **II.1.IV Teoría de la demanda del consumidor: Enfoque de las curvas de indiferencia.**

Una Curva de indiferencia muestra las diversas combinaciones del artículo X y el artículo Y que producen igual utilidad o satisfacción al consumidor. Una curva de



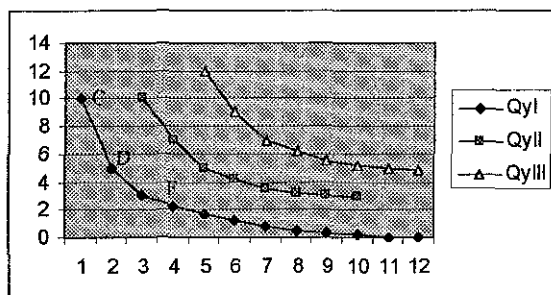
indiferencia superior muestra una mayor satisfacción y una inferior un menor grado de satisfacción.

Los datos de la Tabla 1 corresponden a puntos sobre tres curvas de indiferencia para un consumidor. Graficando estos puntos en un mismo sistema de ejes y uniéndolos mediante curvas suaves, obtenemos las tres curvas de indiferencia que se ven en la gráfica

Todos los puntos sobre la misma curva de indiferencia proporcionan igual satisfacción al consumidor, de esta manera el individuo es indiferente entre 10y y 1x, punto C en la curva de indiferencia I de la II indican mayor satisfacción que los de la curva I pero menor satisfacción que las combinaciones de la curva de indiferencia de III. Con todo, debemos observar que no se especifica la cantidad absoluta de satisfacción. Así pues, solamente necesitamos el orden o el rango o rangos de las preferencias de un consumidor para poder trazar tales curvas.

**Tabla 1**

Curva de Indiferencia I		Curva de Indiferencia II		Curva de Indiferencia III	
Qx	Qy	Qx	Qy	Qx	Qy
1	10	3	10	5	12
2	5	4	7	6	9
3	3	5	5	7	7
4	2.3	6	4.2	8	6.2
5	1.7	7	3.5	9	5.5
6	1.2	8	3.2	10	5.2
7	0.8	9	3	11	5
8	0.5	10	2.9	12	4.9
9	0.3				
10	0.2				



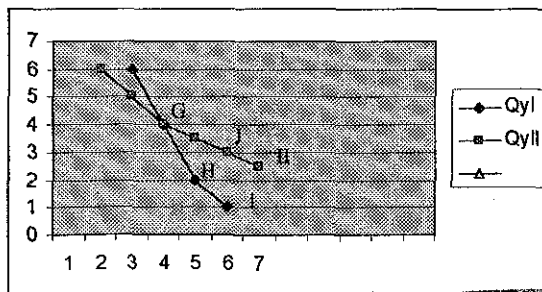
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## II.I.V Tasa Marginal de Sustitución

La tasa marginal de sustitución de Y por X ( $TMS_{xy}$ ) se refiere a la cantidad de Y que el consumidor estaría dispuesto a dar para obtener una unidad adicional de X (y continuar en la misma curva de indiferencia). A medida que el individuo se mueve hacia abajo en la curva de indiferencia, la  $TMS_{xy}$  disminuye. Al pasar del punto C al punto D en la Curva de indiferencia, el individuo renuncia a 5 unidades de Y a cambio de una unidad adicional de X, entonces la  $TMS_{xy} \approx 5$ . De igual manera, del punto D al Punto F en la curva de indiferencia, puede renunciar a cada vez menos Y y más X que tenga el individuo, es decir, entre más bajo sea el punto sobre su curva de indiferencia, más valiosa será para él, cada unidad adicional de Y, y menos valiosa será cada unidad adicional de X, por consiguiente la  $TMS_{xy}$  disminuye.

## II.I.VI Características de las Curvas de Indiferencia

Las curvas de indiferencia muestran tres características básicas: tienen pendiente negativa, son convexas respecto al origen y no pueden intersectarse. Como nos estamos ocupando de bienes económicos, es decir, escasos, si el individuo consume más de X tiene que consumir menos de Y para mantener el mismo nivel de satisfacción, es decir, para permanecer en la misma curva de indiferencia. En consecuencia una curva de indiferencia debe tener pendiente negativa. Es convexa con respecto al origen por que presenta una  $TMS_{xy}$  decreciente. Es posible demostrar que las curvas de indiferencia no pueden intersectarse si observamos la siguiente gráfica que supone lo contrario. G y H son dos puntos en la curva de indiferencia I, y como tales, proporcionan igual satisfacción al consumidor. Además G y J son dos puntos en la curva de indiferencia II, y también proporcionan igual satisfacción al consumidor. Se deduce que H y J son puntos de igual satisfacción, de modo que por definición tienen que estar en la misma curva de indiferencia y no en dos curvas distintas como se ha supuesto. De esta manera, es imposible que las curvas de indiferencia se intersecten.



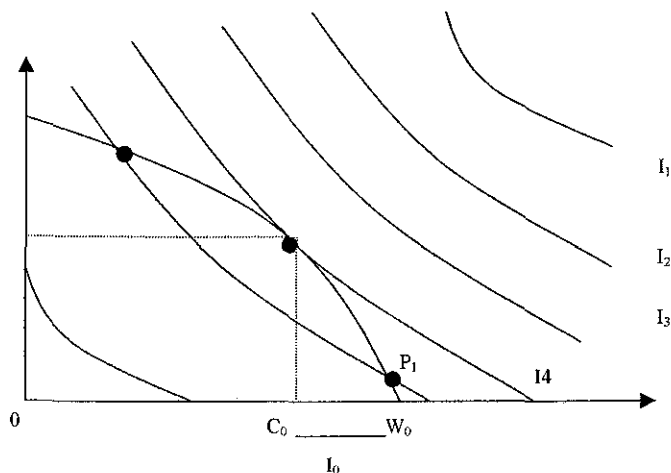
**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## II.1.VII Determinación de la alternativa óptima

Una vez caracterizado el conjunto factible a través de la curva de transformación y precisada la jerarquía de preferencias del Inversionista mediante su mapa de indiferencia, se esta en condición de dar solución al problema que presenta la determinación de la alternativa óptima para ese Inversionista. En la figura siguiente se representa en un mismo diagrama el mapa de indiferencia y la curva de transformación de consumos al principio y al final del período, para un inversionista cuya riqueza es  $W_0$ .

La alternativa óptima está representada por el punto P en que una de las curvas de indiferencia es tangente a la curva de transformación. Esto es así por cuanto el Inversionista está restringido a elegir una alternativa perteneciente a su conjunto factible representado por la curva de transformación. De las infinitas alternativas factibles elegirá aquélla que le proporcione la mayor satisfacción de acuerdo a su escala de preferencias, lo que implica que tratará de alcanzar una curva de indiferencia situada lo más alejada posible del origen de coordenadas 0. El punto P representa una alternativa que a la vez es factible y preferida a cualquier otra que no sea factible.

Nótese que la combinación óptima de consumos al comienzo y al final del período, determina también cuál es el monto de la inversión óptima en activos físicos. En efecto, la alternativa P se alcanza con un consumo inicial  $C_0$  y una inversión por valor de  $I_0 = W_0 - C_0$ , cuyo rendimiento permite solventar el consumo  $C_1$  al realizar al final del período.



## **II.II Teoría sobre Portafolios de Inversión**

Teoría propuesta por Harry Markowitz en la cual los inversionistas buscan maximizar su rentabilidad a la vez que minimizan el riesgo asumido. La teoría sostiene que el riesgo total para un rendimiento dado de un portafolio bien diversificado es menor que el de cada una de las acciones que conforman dicha cartera tomadas individualmente ya que mediante la diversificación se puede eliminar el riesgo específico de las acciones permaneciendo solamente el riesgo sistemático que depende del comportamiento del mercado en su conjunto.

La Teoría propone que hay que buscar las carteras eficientes, que son aquellas que proporcionan un mayor rendimiento para un riesgo dado, o el menor riesgo para un determinado rendimiento. Propone que un inversionista puede reducir la desviación típica de la rentabilidad de un portafolio eligiendo acciones cuyas oscilaciones no estén positivamente correlacionadas entre sí.

### **II.II.I Criterio de Eficiencia y Conjunto Eficiente**

Las reglas de decisión hasta ahora presentadas se caracterizan por permitir en todos los casos decidir de entre dos opciones si una de ellas es preferida a la otra o bien si son indiferentes. Para que ello sea fácilmente posible es necesario disponer de una cantidad de información relativamente grande. Si no se dispone de tal información, puede suceder que en determinados casos no sea posible comparar dos alternativas a efectos de decidirse por una de ellas. Sin embargo, existe la posibilidad de encontrar un conjunto de alternativas que con seguridad no serán elegidas por ningún elector que tenga alguna característica prefijada. Un criterio que permita determinar tal conjunto será denominado "criterio de eficiencia". Las alternativas que pertenecen al conjunto indeseable se dirán "ineficientes". En estas condiciones es posible replantear el proceso de decisiones de inversión en dos etapas:

Mediante el uso de un criterio de eficiencia apropiado a la clase de inversionistas que se considere, se reduce el número de alternativas de inversión factibles a aquellas consideradas eficientes por el conjunto de los inversionistas. Cada Inversionista determina, entre todas las alternativas eficientes, aquella óptima de acuerdo a su preferencia subjetiva.

En determinadas circunstancias es menester comparar dos criterios de eficiencia referidos a la misma clase de inversionistas. En esas condiciones un criterio es más eficiente que otro si el conjunto eficiente que le corresponde contiene menos alternativas que las del otro. El óptimo puede definirse así: "un criterio de eficiencia es óptimo entre todos los referidos a un mismo tipo de inversionistas (tienen funciones de utilidad con alguna característica común) si el conjunto eficiente que origina es el del mínimo número de elementos"

Se ha visto que un criterio de eficiencia es tanto más eficiente cuando mayor sea la reducción que opere en el conjunto de alternativas. El grado de eficiencia depende de la cantidad de información disponible acerca de las actitudes de los inversionistas que se consideran. Sin embargo, si un criterio de eficiencia incorpora demasiadas condiciones acerca del comportamiento de los inversionistas resulta poco práctico; en efecto, el número de inversionistas al que puede aplicarse puede llegar a ser tan pequeño que hace inútil el criterio desde el punto de vista de su aplicación. Es una cuestión pragmática encontrar el adecuado equilibrio. En lo que se sigue se expondrán tres criterios que incorporan cada vez más información y en consecuencia se aplican a clases de inversionistas cada vez más restringidas.

Una característica común es que no se realizan suposiciones acerca de la distribución de probabilidad de los rendimientos aleatorios de los inversionistas ni se especifica una determinada función de utilidad de los inversionistas. Sólo se hacen supuestos muy generales acerca de ciertos comportamientos de los mismos, los que pueden ser formalizados mediante distintas funciones de utilidad.

Estos criterios reciben el nombre genérico de "criterios de predominio estocástico". El primero, CPE-I, es el de carácter más general ya que sólo presupone que los Inversionistas son racionales en el sentido de preferir más rendimiento a menos. Técnicamente esto implica que la función de utilidad debe ser creciente y, por lo tanto, su primera derivada será positiva. Su generalidad es tal que incluye tanto a los Inversionistas adversos como a los neutrales o propensos al riesgo.

Supuesto que un Inversionista con función de utilidad  $U$ , tal que  $U' \geq 0$  desea decidir entre dos alternativas  $A$  y  $B$ , el criterio CPE-I es el siguiente:

$A$  es preferida a  $B$  si y sólo si, para todo valor de  $R$ ,  $F_A(R) \leq F_B(R)$  y  $F_A < F_B(R)$  para al menos un valor de  $R$ .

$F_A(R) \leq F_B(R)$  son las funciones de distribución (o de probabilidad acumulada) de los rendimientos aleatorios  $R$  de las alternativas  $A$  y  $B$ , respectivamente.

Puede demostrarse que entre todos los criterios aptos para individuos racionales  $U' \geq 0$  el CPE-I es el óptimo en el sentido definido anteriormente.

El segundo criterio, CPE-II, se aplica a una categoría más restringida de inversionistas que el CPE-I, pues el supuesto de racionalidad se agrega al de aversión al riesgo. Técnicamente esto implica que la función de utilidad, además de ser creciente, es cóncava, es decir, debe cumplirse que  $U' \geq 0$  y  $U'' \leq 0$ . Estas condiciones reducen el conjunto eficiente de tal modo que es un subconjunto del conjunto eficiente correspondiente al CPE-I

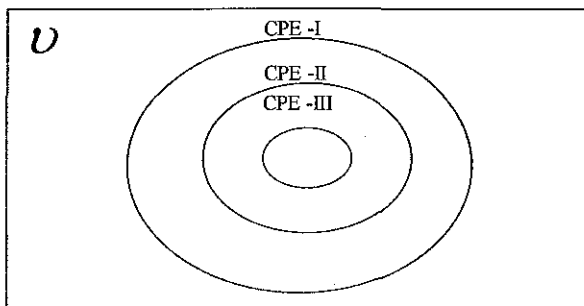
La regla de decisión, en este caso, es la siguiente:

Sí  $U' \geq 0$  y  $U'' \leq 0$  entonces  $A$  es preferida a  $B$  sí y sólo sí, para todo valor de  $R$ ,

$G_A(R) \leq G_B(R)$  y  $G_A < G_B(R)$ , para al menos de un valor de  $R$ , donde

$$G_A(R) = \int_{-\infty}^R F_A(t) dt \quad \text{y} \quad G_B(R) = \int_{-\infty}^R F_B(t) dt$$

El CPE-II es óptimo entre los criterios referidos a individuos racionales y adversos de riesgo.



$U$  Es el conjunto de alternativas de inversión factibles. Las zonas interiores a cada una de las curvas cerradas representan los conjuntos de alternativas eficientes según los tres criterios de predominio estocástico.

A pesar de su menor generalidad que el CPE-I, este criterio todavía es suficientemente amplio como para poder aplicarse a inversionistas cuyas funciones de utilidad varían dentro de una gran franja, a los tres tipos de funciones de utilidad definidas correspondientes a individuos racionales y adversos al riesgo, categoría a la que se refiere el CPE-II

El CPE-III es el que más condiciones impone al comportamiento del inversionista, incorpora una mayor cantidad de información acerca de la información eficiente correspondiente será un subconjunto del conjunto eficiente CPE-I. Este criterio se aplica solamente a inversionistas racionales y adversos al riesgo, cuya aversión absoluta es decreciente.

Si  $U' \geq 0$ ,  $U'' \leq 0$  y  $U''' \geq 0$  entonces A es preferida a B sí y sólo sí, para todo valor de R,  $H_A(R) \leq H_B(R)$  y  $H_A(R) < H_B(R)$ , para al menos de un valor de R, donde

$$H_A(R) = \int_{-\infty}^R G_A(t) dt \quad \text{y} \quad H_B(R) = \int_{-\infty}^R G_B(t) dt$$

Se ha demostrado que este criterio también es óptimo entre los que se refieren a la misma categoría de inversionistas. El tipo de función de utilidad de éstos es menos general que el correspondiente a las categorías anteriores. Así, de las tres funciones de utilidad vistas, sólo las logarítmicas describen comportamientos a los que puede aplicarse al CPE-III como criterio de eficiencia.

Los inversionistas podrían evaluarse tomando en consideración su rendimiento esperado y riesgo. Los tres criterios de predominio estocástico son coincidentes en lo que atañe a la consideración necesaria para que una alternativa de inversión sea preferida a otra son, para los tres, que el rendimiento esperado de la primera sea mayor o igual que el de la segunda. Sin embargo, no ocurre lo mismo con el desvío típico de los rendimientos como indicador de riesgo pues,  $\sigma_A \leq \sigma_B$  no es una condición necesaria para que A sea preferida a B.

La medida de riesgo utilizada es la varianza o desviación estándar. Si la distribución de los rendimientos es simétrica, entonces la varianza es el doble de la semi-varianza, y en consecuencia proporciona la misma información, pero con la ventaja de su tratamiento matemático más simple y además por ser uno de los parámetros de la distribución.

### II.II.II Criterios de Media - Varianza

Los criterios de predominio estocástico permiten separar las inversiones ineficientes aún sin conocer la función de utilidad del inversionista, con lo que facilitan la decisión de inversión en un contexto de información limitada. Sin embargo, estos criterios requieren el conocimiento completo de la variable aleatoria que representa los rendimientos, lo que equivale a conocer todos los momentos de la misma. Un supuesto simplificador es que sólo es necesario conocer los dos primeros momentos para poder discriminar entre inversiones eficientes e ineficientes. El criterio de la media - varianza (CMV), supone que los inversionistas toman sus decisiones basadas solamente en la consideración de esos dos primeros momentos: el rendimiento esperado y la varianza. Si esto es así, ello implica aceptar que la utilidad esperada del Inversionista depende de sólo dos variables, es decir,

$$EU [E_{(R)}, \sigma^2_{(R)}]$$

Si se supone que el Inversionista es racional ( $U' \geq 0$ ), entonces es razonable pensar que prefiere más rendimiento esperado a menos. Por lo tanto la función debe crecer con el rendimiento esperado, supuesta la varianza constante, formalmente debe ser :

$$\frac{\partial EU}{\partial E_{(R)}} > 0$$

Si el individuo es adverso al riesgo y éste se mide mediante la varianza, se observa que la utilidad esperada decrece al crecer la varianza, supuesto que el rendimiento esperado es constante.

$$\frac{\partial EU}{\partial \sigma^2_{(R)}} < 0$$

Si a las consideraciones anteriores se agregan los resultados empíricos mencionados anteriormente acerca de la poca relevancia de los momentos superiores al segundo en el proceso de decisión, resulta entonces factible la definición de un criterio de eficiencia apto para individuos racionales y adversos al riesgo, de la siguiente manera:



*Definición del criterio CMV:* Una alternativa A domina a otra B si y sólo si

$$E(R_A) \geq E(R_B) \quad \text{y} \quad \sigma^2(R_A) < \sigma^2(R_B)$$

O bien,

$$E(R_A) > E(R_B) \quad \text{y} \quad \sigma^2(R_A) \leq \sigma^2(R_B)$$

Se deduce de esta definición que una condición necesaria para que una alternativa sea preferida a otra es que su rendimiento esperado sea mayor o igual que el de ésta.

Puede probarse que esta condición también se verifica para el primer y segundo criterios de predominio estocástico. Sin embargo, también es necesario, según el CMV, que la varianza de la alternativa preferida sea menor o igual que la de la otra, cosa que no sucede con los criterios de predominio estocástico.

### II.II.III Casos en que es adecuado el CMV

El criterio de Media – Varianza es un criterio de eficiencia especialmente apropiado en los dos siguientes casos : 1) cuando la función de utilidad de los Inversionistas es cuadrática y 2) cuando las tasas de los rendimientos de las inversiones tienen una distribución normal<sup>3</sup>

1) Las funciones de utilidad cuadráticas son de la forma

$$F: (-\infty; \frac{1}{2k}) \rightarrow R/U_{(R)} = R - kR^2 \quad (k > 0)$$

En este caso la utilidad esperada se calcula,

$$EU_{(R)} = E(R - kR^2) = E_{(R)} - kE_{(R^2)} \quad (1)$$

$$\sigma^2_{(R)} = E_{(R^2)} - [E_{(R)}]^2$$

de donde

$$E_{(R^2)} = \sigma^2_{(R)} + [E_{(R)}]^2 \quad (2)$$

<sup>3</sup> La prueba formal de esta aserción fue realizada en : TOBIN, J., Liquidity Preference as Behaviour Toward Risk, Review of Economics Studies, Feb 1958

Sustituyendo (2) en (1) se tiene

$$EU(R) = E(R) - k \{ \sigma^2_{(R)} + [E_{(R)}]^2 \}$$

Que puede escribirse

$$EU(R) = E_{(R)} - k[E_{(R)}]^2 - k\sigma^2_{(R)} \quad (3)$$

La fórmula (3) muestra que en el caso de que el inversionista tenga una función de utilidad cuadrática, su utilidad esperada sólo de la media  $E_{(R)}$  y la varianza  $\sigma^2_{(R)}$  con lo que resulta ser una función del tipo  $EU [E_{(R)}; \sigma^2_{(R)}]$

La derivada con respecto al rendimiento esperado es

$$\frac{\partial EU(R)}{\partial E(R)} = 1 - 2k E_{(R)}$$

Esta derivada es siempre positiva por la definición de función de utilidad cuadrática es

$$R \leq \frac{1}{2k}$$

De donde se deduce

$$E_{(R)} \leq \frac{1}{2k}$$

Lo que implica

$$1 - 2k E_{(R)} \geq 0$$

El hecho que la derivada sea siempre positiva muestra lo apropiado del CMV en el caso de función de utilidad cuadrática, pues significa que en estas condiciones el inversionista prefiere siempre, a igualdad de riesgo (varianza), el mayor rendimiento esperado. La derivada de la utilidad esperada con respecto a la varianza es:

$$\frac{\partial EU(R)}{\partial \sigma^2(R)} = -k < 0 \quad (4)$$

Lo que indica que en este caso se cumple también la otra condición que implica el CMV, es decir, que los inversionistas prefieren menos riesgo (varianza) *ceteris paribus*, ya que significa que la utilidad esperada es decreciente con el riesgo

$$\frac{\partial EU}{\partial \sigma^2(R)} < 0$$

En resumen, el hecho de tener una función de utilidad cuadrática implica que el inversionista es racional y adverso al riesgo, lo que parece razonable. Sin embargo, implica también que la aversión al riesgo es creciente, lo que no parece concordar con la mayoría de las observaciones.

Otro inconveniente es que el modelo cuadrático no permite considerar tasas de rendimiento superiores a  $\frac{1}{2}k$ , con lo que no sería apto en el caso de rendimientos elevados.

Si los Inversionistas son adversos al riesgo pero su función de utilidad no es cuadrática. (v.g. exponencial o logarítmica), entonces no es teóricamente apropiado el CMV. Se ha probado que, en la medida que los rendimientos no lleguen a tomar valores grandes, el CMV es aplicable como una buena aproximación a pesar de que la función de utilidad no sea cuadrática.

Estos inconvenientes han llevado a los investigadores a buscar otros fundamentos que justifiquen el uso del CMV

En este sentido han logrado probar que si se supone que los rendimientos de las inversiones están normalmente distribuidos, entonces el CMV es un criterio de eficiencia apropiado para una amplia clase de funciones de utilidad, no necesariamente cuadráticas, a las que sólo se impone la condición de ser cóncavas. La demostración se basa en que la función de distribución normal depende de sólo dos parámetros: la media y la varianza, y en que es posible probar que, en el supuesto de normalidad el CMV y el CPE-II son equivalentes, es decir, conducen a las mismas decisiones al comparar dos alternativas de inversión. Puesto que, según se ha expresado el CPE-II es un criterio óptimo para todos los individuos racionales

adversos al riesgo, se concluye que, en el caso de rendimientos distribuidos normalmente, el CMV también lo es.

Surge entonces la cuestión acerca de la validez empírica del supuesto de normalidad de los rendimientos, pues de ella dependerá en gran medida la aplicación práctica del criterio CMV. Es razonable suponer que una apreciable proporción de las decisiones de inversión puede explicarse sobre la base de la media y la varianza. En efecto, es un hecho que la mayoría de los inversionistas tienden a diversificar sus tenencias y también lo que es la manera más corriente de lograrlo es a través de colocaciones en fondos comunes de inversión. Las tasas de rendimientos de estos fondos deben seguir una distribución aproximadamente normal, por cuanto resultan ser el agregado de un gran número de rendimientos de los títulos que los componen y el Teorema central del límite asegura que la media de una muestra de  $n$  valores tiende a estar normalmente distribuida cuando el número  $n$  es suficientemente grande.

#### II.II.IV La recta del mercado de capitales.

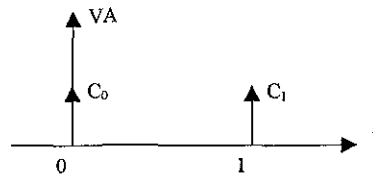
Se infiere que todo inversionista se enfrentará a un conjunto de portafolios eficientes, constituidos por activos de riesgo, similar a la frontera eficiente. Sin embargo, se ha supuesto que, junto con las oportunidades de inversión en activos de riesgo, existe en el mercado la posibilidad de colocar o tomar fondos en activos sin riesgo que proporcionan cierto rendimiento  $R_L$ . Resulta entonces que  $R_L$  no es una variable aleatoria sino una constante, y en consecuencia se verifica:

$$E(R_L)=R_L \quad ; \quad \sigma E(R_L)=0$$

Por lo tanto, se infiere dado que hemos supuesto condiciones de certeza, que todos los inversionistas pueden tomar o prestar dinero a una tasa libre de riesgo  $R_L$  que es la misma para todas las operaciones.

Supóngase que un inversionista cuyos flujos de fondos netos al inicio y al final del período en consideración son  $C_0$  y  $C_1$  respectivamente. El valor actual de esos flujos de fondos al principio del período a la tasa  $R_L$  es:

$$VA = C_0 + C_1(1+R_L)^{-1}$$



El valor de VA obtenido en la fórmula anterior representa el consumo máximo que puede realizar al principio del período, financiando dicho consumo con su ingreso inicial  $C_0$  más un préstamo tomado por el valor de  $C_1(1+R_L)^{-1}$  pagadero con sus intereses al fin del período mediante su ingreso final de  $C_1$ . También puede interpretarse VA como el valor actual de la alternativa  $(C_0; C_1)$  de consumo al principio y al final del período.

Por ejemplo si la alternativa óptima del inversionista es la combinación  $C_0=1000$ ,  $C_1=2400$  y la tasa de interés es  $R_L=0.20$ , entonces, aplicando la fórmula se tiene:

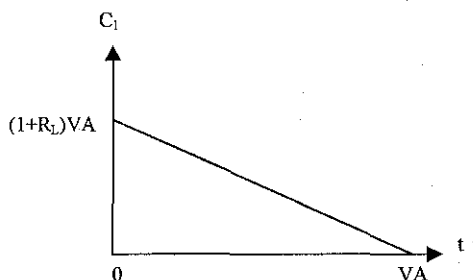
$$A = 1000 + 2400(1+0.2)^{-1} = 3000$$

Resulta entonces, que el valor actual de sus consumos ó, lo que es lo mismo, el consumo máximo se podría realizar al principio del período es 3000. Si en la fórmula, se multiplica miembro a miembro por  $(1+R_L)$  y se despeja  $C_1$  se obtiene:

$$C_1 = (1+R_L) VA - (1+R_L) C_0$$

Si se fijan los valores de  $R_L$  y VA resulta una ecuación lineal del tipo  $C_1 = a + mC_0$ , lo que nos muestra que, dada una tasa cierta  $R_L$  existen infinitas alternativas de consumo  $(C_0; C_1)$  que tienen un mismo valor actual fijo VA. Todas esas alternativas están representadas por puntos situados sobre una línea recta cuya ecuación es  $C_1 = a + mC_0$ .

En la siguiente figura esta gráficamente la recta. Su pendiente es  $m=-(1+R_L)$ , su intersección con el eje  $OC_1$ , es  $a=(1+R_L)VA$  y con el eje  $OC_0$  es  $VA$ .



Operando en el mercado de dinero, es decir, tomando o prestando fondos a la tasa libre de riesgo, el inversionista puede moverse sobre la recta (variar sus combinaciones de consumo inicial y final) tanto como desee, sin alterar el valor actual de sus consumos. Es por ello que la recta recibe el nombre de Recta del Mercado de Capitales.

#### II.II.V El Teorema de separación.

El marco de referencia del teorema quedará fijado al hacer explícitos los supuestos o hipótesis del mismo. Es conveniente agruparlos en dos categorías:

##### 1. Supuestos referidos al mercado:

- 1.1 Está dado un conjunto finito de activos de riesgos en los cuales es factible invertir proporciones arbitrarias de capital.
- 1.2 Existe en el mercado la posibilidad de realizar operaciones con rendimiento cierto (sin riesgo). Todas devengan la misma tasa, sean operaciones de colocación o toma de fondos y éstas últimas puedan realizarse por montos ilimitados.
- 1.3 El mercado en que se negocian los activos mencionados es perfecto en el sentido de la teoría económica, por ejemplo: Las transacciones particulares no afectan los precios.
- 1.4 El rendimiento de los activos de riesgo en cada período se define como el cambio en su precio de mercado más los dividendos en efectivo percibidos en el mismo período.
- 1.5 Se considera que no existen costos de transacción ni impuestos que afecten estas operaciones.

- II. Supuestos referidos al inversionista:
- 2.1 Cada activo es visualizado como un generador de rendimientos aleatorios. Las variables aleatorias que representan a los mismos tienen una distribución de probabilidad conjunta que el inversionista está en condiciones de asignar.
  - 2.2 Considera que el riesgo de su inversión es proporcional a la variación o dispersión de sus rendimientos esperados.
  - 2.3 Toma de decisiones exclusivamente basándose en la consideración de los aspectos expresados en 2.1 y 2.2. Más técnicamente, la función de utilidad del inversionista depende solamente de dos variables: la esperanza matemática y la desviación estándar de los rendimientos esperados.
  - 2.4 Prefiere mayores a menores rendimientos esperados (procura maximizar el rendimiento esperado para cada nivel de riesgo) y menor a mayor riesgo (procura minimizar la desviación estándar para cada nivel de rendimiento esperado) técnicamente esto significa que la función de utilidad del inversionista es creciente con el rendimiento esperado y decreciente con el riesgo.

El comportamiento del inversionista, en síntesis, está basado en el criterio media varianza. Se ha demostrado que es correcto si se supone que el inversionista es adverso al riesgo y la distribución conjunta de los rendimientos es normal.

En estas condiciones el Teorema de separación afirma:

Toda decisión de inversión en una combinación constituida por activos de riesgo y sin riesgo es separable en dos etapas:

- I. Encontrar el portafolio óptimo formado exclusivamente por activos de riesgo
- II. Determinar la mezcla óptima entre el portafolio de riesgo óptimo y el activo sin riesgo

Mientras que la etapa I es objetiva, esto es, que todos los inversionistas coinciden en la elección del mismo portafolio óptimo, la etapa II es subjetiva pues la elección de la combinación óptima depende de las preferencias individuales.

## II.III Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital CAPM

Dentro de las teorías financieras se han desarrollado modelos para relacionar el rendimiento de los valores y su riesgo. Una de las teorías más empleadas en la actualidad, que consideran rendimiento y riesgo, es el modelo de fijación de precios de los activos de capital (CAPM).

Es habitual citar a este modelo con las iniciales CAPM por su denominación en inglés "Capital Asset Pricing Model", expresión que se traduce como "Modelo de Valuación de los Activos de Capital". Fue desarrollado independientemente por SHARPE<sup>4</sup> Y LINTNER<sup>5</sup>, y publicado a mediados de la década de los 60. Ambos se basaron en los trabajos previos de Markowitz y Tobin al suponer que todos los Inversionistas del mercado actúan de acuerdo a las normas del Criterio Media – Varianza.

### II.III.1 Los supuestos

Este modelo se desarrolla en un mundo hipotético donde se hacen los siguientes supuestos acerca de los inversionistas y del conjunto de las oportunidades de cartera:

- Los inversionistas son individuos que tienen aversión al riesgo y buscan maximizar la utilidad esperada de su riqueza al final del período.
- Ellos toman sus decisiones de inversión basándose sólo en la consideración del valor medio y la varianza de la distribución de probabilidades de los rendimientos.
- Los inversionistas son tomadores de precios y poseen expectativas homogéneas acerca de los rendimientos de los activos, los cuales tienen una distribución normal conjunta.
- Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte de decisión, esto es, concuerdan exactamente en la definición del período que abarca su decisión de inversión.
- Existe un activo libre de riesgo tal que los inversionistas pueden pedir un préstamo o prestar montos ilimitados a la tasa libre de riesgo.
- Las cantidades de todos los activos son negociables y perfectamente divisibles.

---

<sup>4</sup> SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, Sept. 1964

<sup>5</sup> LINTNER, J., Security prices, risk and maximal gains from diversification, *Journal of Finance*, Dec. 1965



- Los mercados de activos están libres de fricciones; la información no tiene costo alguno y está al alcance de todos los inversionistas.
- No existen imperfecciones en el mercado (como impuestos, leyes, etcétera)
- Existe homogeneidad en las expectativas y el conjunto de inversiones factibles. Esto significa que todos los inversionistas del mercado se enfrentan al mismo conjunto factible de inversiones y perciben de la misma forma el rendimiento esperado y la desviación de los rendimientos.

Estos supuestos muestran que el CAPM se basa en los postulados de la teoría microeconómica, en donde el consumidor (el inversionista con aversión al riesgo) elige entre curvas de indiferencia que le proporcionan la misma utilidad entre el riesgo y el rendimiento. Esta elección entre el riesgo y el rendimiento lleva al inversionista, por un lado, a la formación de carteras y a la búsqueda de portafolios que incluyan, además de los activos riesgosos, valores cuya tasa es libre de riesgo, y por otro lado a enfrentarse a un mercado de fondos prestables que debe estar en equilibrio en cada momento del tiempo. Adicionalmente, como todo consumidor racional, el inversionista adverso al riesgo buscará maximizar el rendimiento esperado sobre sus activos y minimizar el riesgo. Esta conducta de los inversionistas hace que exista un conjunto de portafolios únicos que maximizan el rendimiento esperado de un activo y minimizan el riesgo; a esta serie de portafolio se le llaman comúnmente portafolios eficientes.

El primer supuesto enmarca el estudio del Modelo Markowitz – Tobin referente a las decisiones de inversión según el criterio CMV. Tobin demostró que CMV es adecuado cuando la función de distribución de los rendimientos es normal o de Gauss, o bien cuando la función de utilidad subjetiva del inversionista es del tipo cuadrático. Los restantes supuestos tienen por objeto normalizar el conjunto de alternativas al que se enfrentan los inversionistas.

### **II.III.II La ecuación del CAPM**

Según los supuestos anteriores, el modelo CAPM requiere de la existencia del equilibrio en el mercado y de la presencia de portafolios eficientes. Se sabe que si existe equilibrio, los precios de todos los activos deben ajustarse hasta que todos sean sostenidos por los inversionistas, es decir, los precios deben establecerse de modo que la oferta de todos los activos sea igual a la demanda por sostenerlos. En equilibrio, entonces, no debe haber exceso de demanda y oferta de activos.

El rendimiento esperado de cualquier activo está relacionado con el índice del mercado en forma lineal por la fórmula.

$$E_i = \alpha_i + \beta_i E_M$$

El inversionista requerirá un premio (prima) sobre la tasa  $R_L$  por invertir en un activo de riesgo. Esta prima es igual a la diferencia entre el rendimiento esperado de su inversión de riesgo y el de una inversión sin riesgo.

$$E_i - R_L$$

El problema es encontrar, si es que existe, una relación de equilibrio entre el premio al riesgo exigido en el mercado por invertir en un activo de riesgo y el premio que ofrece la cartera de mercado. La respuesta a este problema es, de acuerdo al CAPM, la mencionada relación de tipo lineal está expresada por la ecuación:

$$\begin{array}{ccc} E_i - R_L & = & \beta (E_M - R_L) \\ \text{Prima al riesgo por invertir en } i & & \text{Prima al riesgo por invertir en } M \end{array}$$

En la fórmula puede observarse que la prima al riesgo del activo  $i$  es directamente proporcional a la beta de ese activo, y que el factor de proporcionalidad es el premio al riesgo de la cartera de mercado.

La fórmula  $E_i = \alpha_i + \beta_i E_M$  muestra que  $\beta_i$  es una medida de la sensibilidad con que el rendimiento esperado del activo  $i$  responde a cambios en el rendimiento esperado de la cartera de mercado. Por otra parte se ha mostrado que  $\beta$  es una apropiada medida del riesgo no diversificable del activo  $i$ . De acuerdo al CAPM, en equilibrio el premio requerido para colocar fondos en el activo  $i$ , es mayor cuanto mayor sea su sensibilidad a los cambios del mercado o, lo que es igual, cuando mayor sea su riesgo no diversificable. Precisamente de esto último se desprende una importante conclusión. El mercado no paga prima por riesgo diversificable Otra consecuencia que se deriva de la relación  $E_i - R_L = \beta (E_M - R_L)$  es una clasificación de los títulos y carteras del mercado en dos categorías de acuerdo a su beta. En efecto, la mencionada ecuación puede escribirse.

$$E_i = R_L + \beta (E_M - R_L)$$

La ecuación que resume el equilibrio de mercado y la existencia de portafolios eficientes es:

$$(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \frac{\sigma_{im}}{\sigma^2_m}$$

Esta ecuación es la expresión del modelo de fijación de los precios de los activos de capital, la cual nos dice que la tasa de rendimiento esperada sobre un activo es igual a la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ), más una tasa de premio por el riesgo:

$$[E(R_m) - R_f] \frac{\sigma_{im}}{\sigma^2_m}$$

Este premio al riesgo es el precio al riesgo,  $E(R_m) - R_f$ , multiplicado por la cantidad de riesgo,  $\sigma_{im} / \sigma^2$ . La cantidad de riesgo es llamada beta,  $\beta_i$ , que es la relación entre la covarianza del rendimiento de la acción y el rendimiento del portafolio de mercado con la varianza del rendimiento del portafolio de mercado.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma^2_m} = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

Esta beta mide el riesgo sistemático o no diversificable que surge de aspectos como inflación, guerras, recesiones y altas tasas de interés, que son factores que afectan a todas las empresas en forma conjunta. Puesto que todas las empresas se ven afectadas simultáneamente por estos factores, este tipo de riesgo no puede ser eliminado por diversificación.

El riesgo diversificable o riesgo no sistemático surge por aspectos como pleitos, huelgas, programas de comercialización con o sin éxito y otros eventos que son únicos para una empresa en particular. Puesto que estos eventos son esencialmente individuales, sus efectos sobre una cartera pueden ser eliminados mediante diversificación.

Desde el punto de vista estadístico, los valores de beta se calculan por medio de la siguiente regresión lineal, también conocida como línea característica del mercado de valores.

$$R_{it} = \alpha + \beta_i R_{m,t} + e_{it}$$

donde:

$R_{it}$  = tasa de rendimiento del activo  $i$  en el período  $t$

$\alpha$  = intercepto de la regresión o rendimiento autónomo

$\beta_i$  = coeficiente que mide el grado de riesgo del activo con respecto al rendimiento de mercado

$R_{m,t}$  = rendimiento del mercado durante el período  $t$

$E_{it}$  = término de error aleatorio de la regresión en el período  $t$

### II.III.V Variables del CAPM y otros Modelos de Equilibrio.

Se han dedicado muchos estudios a determinar la influencia en el CAPM de cambios en algunos de los supuestos del modelo. Llama la atención el hecho que las conclusiones fundamentales se mantienen inalteradas en lo sustancial.

Se ha visto, que al modificar de maneras distintas el supuesto de la existencia de una sola tasa cierta de colocación y toma de fondos, no se han originado cambios en la relación de equilibrio CAPM. En forma similar se ha mostrado que algo análogo sucede si se cambia alguno de los restantes supuestos y se mantienen los otros.

Se han realizado estudios acerca de la influencia producida por la eliminación de los supuestos de no - existencia de costo de transacción, impuestos, homogeneidad en las expectativas, etc. En todos estos casos se deja sin efecto uno de los supuestos y se mantienen los restantes sin alterar sustancialmente el CAPM. Cuando se eliminan conjuntamente dos o más supuestos, se ha mostrado que en la mayoría de los casos se pierden las propiedades básicas del CAPM.

El CAPM no es el único modelo de equilibrio, pero la mayoría de los modelos alternativos son muy similares. Un modelo que responde a un enfoque distinto es el Modelo de Valuación por Arbitraje (APT Arbitrage Pricing Theory). La diferencia fundamental con el CAPM es que elimina el supuesto de que los inversionistas son individuos que tienen aversión al riesgo. En consecuencia es más general al no haber restricciones en cuanto al criterio de decisión de los inversionistas: supone que el proceso generador de los rendimientos es del tipo multi - índice. A partir de ese modelo se deriva una relación de equilibrio del tipo:

$$E_i = E_c + (E_{i1} - E_c) \beta_{i1} + \dots + (E_{ik} - E_c) \beta_{ik}$$

Donde

- $E_i$ : Rendimiento esperado del activo i
- $E_c$ : Rendimiento esperado de la cartera beta cero
- $E_{ij}$ : Rendimiento esperado del índice j

La ventaja principal del Modelo de Valuación por Arbitraje es su mayor generalidad, al no suponer que los Inversionistas son adversos al riesgo y que deciden de acuerdo al CMV. Además no precisa acerca de la existencia de la cartera de mercado M, la que es remplazada por la cartera beta cero. El modelo CAPM supone que el único factor que determina los rendimientos de los activos es el rendimiento de la cartera del mercado. En cambio el Modelo de Valuación por Arbitraje supone que un conjunto específico de factores es el que determina el rendimiento de los activos. El problema principal es que el modelo no indica cuál es ese conjunto de factores y en consecuencia cualquier titubeo de la validez empírica del mismo se confunde con uno acerca de la corrección en la elección del conjunto de factores que se utilice. En otras palabras, que el Modelo de Valuación por Arbitraje no supere una determinada prueba empírica podría deberse simplemente a la incorrecta elección del conjunto de factores y no necesariamente a que el modelo sea inadecuado.

### II.III.V Validación Empírica del CAPM

El primer problema que se presenta en tal sentido es el diseño de las pruebas a realizar y la medida en que éstas suministran información acerca de los aspectos teóricos que se desean probar.

$$E_i = R_L + \beta (E_M - R_L)$$

La fórmula esta expresada en términos ex – ante, es decir, que sus variables y parámetros se refieren a valores futuros. Sin embargo, las pruebas se realizan en base a datos ex – post . Surge entonces la cuestión acerca de la corrección de esta metodología. Un argumento intuitivo en su favor es que los valores observados sobre

períodos suficientemente largos pueden tomarse como una aproximación razonable de los valores futuros, si se mantienen ciertas condiciones más o menos estables.

EL MIU (Modelo de Índice Único) establece que

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + e_{it}$$

$$E_i = \alpha_i + \beta_i E_M$$

Restando miembro a miembro

$$R_{it} - E_i = (R_{Mt} - E_M) \beta_i + e_{it}$$

Sustituyendo  $E_i$

$$R_{it} - [R_L + (E_M - R_L) \beta_i] = (R_{Mt} - E_M) \beta_i + e_{it}$$

$$R_{it} = R_L + (R_{Mt} - E_M) \beta_i + e_{it}$$

Donde:

$R_L$ : Tasa Libre de riesgo

$E_M$ : Rendimiento esperado de la cartera de mercado

$\beta_i$ : Es la medida de sensibilidad con que el rendimiento esperado del activo  $i$  responde a cambios en el rendimiento esperado de la cartera de mercado. Es una medida apropiada del riesgo no diversificable del activo  $i$ .

$e_{it}$ : Término de disturbancia estocástica

La ecuación resultante puede contrastarse con datos ex post para el período  $t$  y analizar el grado de concordancia entre éstos y los valores teóricos. Sin embargo, debe advertirse que hay tres supuestos básicos subyacentes:

1. El MIU se verifica en todos los períodos
2. El CAPM se verifica en todos los períodos
3. Las betas son estables en el tiempo.

Resulta entonces que una prueba basada en la ecuación  $R_{it} = R_L + (R_{Mt} - E_L) \beta_i + e_{it}$

En realidad contrasta simultáneamente las tres hipótesis mencionadas y no solamente el CAPM. Otra manera de realizar pruebas es contrastar algunas propiedades que se derivan del CAPM.

- A mayor riesgo medido por beta corresponde mayor rendimiento.
- No hay premio por el riesgo diversificable
- El rendimiento es una función lineal de beta.
- En todos estos casos se ha establecido que las observaciones son razonablemente concordantes con las hipótesis.

Sin embargo, Roll<sup>6</sup> ha enunciado una serie de argumentos que hacen dudar acerca de la validez de esas pruebas como soportes empíricos del CAPM. Ha mostrado que si las betas se calculan utilizando datos históricos mediante el MIU, eligiendo cualquier portafolio eficiente ex – post como representativo del mercado, entonces es una consecuencia lógica – deductiva (no empírica) la verificación de una de las variantes beta cero del CAPM, en otras palabras, la mencionada relación se verifica en todos los casos independientemente de los hechos, siempre que se calcule la beta en la forma indicada; pero entonces las pruebas realizadas de esa manera no dan soporte empírico a la relación teórica de equilibrio. Por otra parte, si la cartera elegida como representativa del mercado no es eficiente, entonces se deduce que no se verificará la citada relación Lineal: De lo anterior resulta que pruebas efectuadas eligiendo carteras que no sean exactamente la cartera M del mercado, no son pruebas empíricas acerca de la validez del CAPM, sino solamente acerca de sí la cartera elegida es eficiente o no. Luego de otras consideraciones, Roll concluye que no es posible realizar pruebas empíricas del CAPM, salvo que sea conocida la exacta composición de la cartera del mercado y que se utilice esa verdadera cartera de mercado en esas pruebas.

En conclusión si bien las pruebas realizadas no son metodológicamente satisfactorias como soporte empírico del CAPM, sus resultados no son contradictorios con la validez del modelo y por lo tanto tampoco existe evidencia empírica relevante como para rechazarlo. Parece entonces razonable utilizarlo toda vez que sea útil, al menos hasta que se encuentre un modelo mejor.

---

<sup>6</sup> ROLL, R., *A critique of the Asset Pricing Theory's tests; Part I: on past and potential testability of theory*, Journal of Financial Economics, 4, 129-176

## II.III.VI Contratación del modelo de fijación de precios de los activos de capital

El último contraste de cualquier modelo estriba en si explica o no los hechos. Sin embargo, se presentan dos problemas a la hora de contrastar el modelo de equilibrio de Activos Financieros. Primero, el relativo a la rentabilidad esperada, ya que únicamente podemos observar rentabilidad real. La rentabilidad de la acción refleja expectativas, pero también incluyen muchas perturbaciones: un cúmulo de sorpresas que lleva a algunas acciones a desviaciones típicas de 30 ó 40 por ciento al año. Segundo, la cartera del mercado debería de incluir todas las inversiones con riesgo, incluidas acciones, obligaciones, mercancías, inmuebles, incluso capital humano. La mayoría de los índices de mercado contienen únicamente una muestra de las acciones ordinarias.

Ningún estudio ha abordado adecuadamente el segundo problema. Sin embargo, el trabajo de Fama y MacBeth<sup>7</sup> se refiere a los principales errores que se cometen al tener que trabajar con rentabilidad real en lugar de esperada.

Fama y MacBeth agruparon todas las acciones de la Bolsa de Nueva York en 20 carteras, luego representaron gráficamente la beta estimada de cada cartera para el período de los siguientes cinco años. Los resultados arrojaron que la beta estimada de cada cartera es suficientemente indicativa para los inversionistas acerca de su rentabilidad futura.

Si el modelo de equilibrio de activos financieros es correcto, los inversionistas no deberían esperar que algunas de estas carteras proporcionase mejores o peores resultados que una combinación comparable de CETES o letras del Tesoro Norteamericano con la cartera del mercado. Por tanto, la rentabilidad esperada de cada cartera, dada la rentabilidad del mercado, debería encontrarse sobre las líneas del mercado de cada portafolio.

Se pudo observar que los rendimientos reales de las carteras de Fama y MacBeth se colocaron aproximadamente a lo largo de estas líneas, pero es interesante conocer por qué las carteras no se colocan exactamente sobre las líneas. ¿Es esto debido a que el modelo de equilibrio de activos financieros es sólo una aproximación a los

---

<sup>7</sup> Eugene F. Fama, EFFICIENT CAPITAL MARKETS: A REVIEW OF THEORY AND EMPIRICAL WORK. Modern Developments in Investment Management, Praeger Publishers, 1972. Pags. 109-171



mercados reales? Fama y MacBeth trabajan con rentabilidades reales, mientras que el modelo de equilibrio de activos financieros está basado en expectativas; además, Fama y MacBeth no incluían todos los activos riesgosos en su índice de mercado.

Las betas calculadas utilizando un índice del mercado de acciones parecen sugerir algo sobre la rentabilidad esperada, pero no se puede estar seguro de lo que se encontraría si se calculan las betas utilizando la cartera completa del mercado con todos los activos riesgosos

Hay otros caminos para comprobar el modelo de equilibrio de activos financieros. Si se considera que el modelo es equivalente a decir que la cartera del mercado es eficiente. Las carteras eficientes ofrecen una rentabilidad esperada mayor para sus riesgos. Esto no significa que siempre suministrarán a sabiendas la mayor rentabilidad esperada, pero al menos alerta si alguna pérdida pudiese deberse tan sólo a la mala suerte. Esto da lugar a que los índices de las acciones ordinarias del mercado no sean carteras eficientes.

El modelo de equilibrio de activos financieros también predice que la beta sólo es la razón por la que la rentabilidad esperada difiere. Pero se tienen algunas evidencias de que la rentabilidad media de las acciones de pequeñas empresas ha sido sustancialmente mayor que la predicha por el modelo de equilibrio de activos financieros.

Se requiere que la regresión cumpla con los supuestos de mínimos cuadrados ordinarios para que la beta sea el mejor estimador insesgado.

El método de mínimos cuadrados ordinarios; para la estimación de un modelo lineal de dos variables, se basa en los siguientes supuestos:

Supuesto 1: El valor medio de los errores estocásticos es igual a cero:  $E(u_i/X_i)=0$

Supuesto 2: No existe autocorrelación entre los errores:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(u_i, u_j) &= E\{(u_i - E(u_i)) (u_j - E(u_j))\} \\ &= E(u_i, u_j) \\ &= 0 \text{ para } i \neq j \end{aligned}$$

Supuesto 3: Homoscedasticidad ó igual varianza entre los errores.

Supuesto 4: Covarianza cero entre los errores y la variable  $X_i$

$$\begin{aligned}\text{Cov}(u_i, X_i) &= E\{(u_i - E(u_i)) (X_i - E(X_i))\} \\ &= E(u_i X_i) \\ &= 0\end{aligned}$$

Supuesto 5: El modelo de regresión esta correctamente especificado

La beta se puede interpretar como el grado de respuesta de la variabilidad de los rendimientos de la acción a la variabilidad de los rendimientos del mercado si  $\beta_j > 1$ . Por el contrario, si  $\beta_j < 1$ , el valor de  $i$  será menos riesgoso que el rendimiento del mercado. Si  $\beta_j = 1$ , el rendimiento del valor  $i$  variará en la misma proporción que la variación del rendimiento de mercado.

Frecuentemente a las acciones cuya  $\beta_j > 1$  se les suele llamar acciones riesgosas; para aquéllas que presentan una  $\beta_j < 1$ , se les conoce como acciones defensivas, y si  $\beta_j = 1$ , las acciones son conocidas como de riesgo promedio. Además, existe una clase de acciones cuyo coeficiente  $\beta_j$  es negativo. A este tipo de acciones se les denomina super-defensivas.

Una vez que se obtiene  $\beta_j$  ésta se utiliza para determinar el rendimiento requerido de la acción por medio de la ecuación del CAPM, que empíricamente se calcula como:

$$R_i = R_f + (R_{mt} - R_{ft}) \beta_j + e_{it}$$

Donde en primer lugar se ha agregado el tiempo en las variables; en segundo lugar, se ha eliminado la variable de expectativa,  $E$ , por que se usan datos *ex post* para probar el CAPM y el tercer punto importante a destacar es que se añade un término de error  $e_{it}$ . Para probar el modelo CAPM se ha utilizado la siguiente expresión:

$$R_{it} - R_{ft} = a + \beta_j (R_{mt} - R_{ft}) + e_{it}$$

O bien,

$$R_{it}-R_{ft} = \beta_j (R_{mt}-R_{ft}) + e_{it}$$

Como la tasa libre de riesgo se restó de ambos lados de las ecuaciones, la interpretación del término  $(R_{it}-R_{ft})$  sería el exceso del rendimiento del *i-ésimo* título o acción. Es decir, para CAPM, se tomó el exceso de rendimiento del mercado multiplicado por su beta.

### II.III.VI Modelos alternativos al CAPM

El CAPM considera que el rendimiento de un activo está determinado únicamente por la tasa de interés libre de riesgo y el rendimiento que proporcione un portafolio teórico, llamado de mercado, de acuerdo con la correlación entre la volatilidad del rendimiento del activo y la del rendimiento de ese portafolio. Es decir, en última instancia es esta volatilidad relativa la que determina la prima por el nivel de riesgo sistemático a que está expuesto el activo. Sin embargo, no explica las causas o factores subyacentes que originan dicha correlación. A pesar de que es ampliamente utilizado para la valuación de activos de capital y de que se ha generalizado su uso a otras áreas importantes de las finanzas, el CAPM ha sido seriamente cuestionado tanto por sus cimientos teóricos como por los resultados empíricos que arrojan las pruebas de su validez. En lo particular, destaca el surgimiento de una teoría alternativa: la Arbitrage Pricing Theory (APT) o Teoría de la Valuación por Arbitraje, desarrollada por Ross (1976)

Para la APT el rendimiento del activo tiene su origen en diversos factores de riesgo, no únicamente un índice del mercado. En la teoría de Ross (1976) existen inversionistas que consideran que el rendimiento se genera por un modelo de la forma  $x_i = E_i + \beta_{i1}\tilde{\delta}_1 + \dots + \beta_{ik}\tilde{\delta}_k + \tilde{\epsilon}_i$ , en donde,  $x_i$  es el rendimiento total del activo *i* que influye en el riesgo sistemático del activo *k*,  $\tilde{\delta}_i$  es el factor de riesgo de cada variable,  $\beta_{ik}$  es la magnitud de cada variable *i* que influye en el riesgo sistemático del activo *k*,  $\tilde{\epsilon}_i$  es el riesgo no sistemático inherente de cada activo *i*.  $E\{\tilde{\delta}_i\} = E\{\tilde{\epsilon}_i\} = 0$  y los  $\tilde{\epsilon}_i$  no están mutuamente correlacionados estocásticamente. Además, no se impone una restricción a la distribución multivariada de  $(\tilde{\epsilon}_i, \tilde{\delta}_i)$ . Las  $\tilde{\delta}_i$ , entonces no son conjuntamente independientes o incluso independientes de las  $\tilde{\epsilon}_i$ , no tienen varianzas y no se requiere que estén normalmente distribuidas. El inversionista muestra

aversión relativa al riesgo y la información es libre y disponible de forma simultánea por parte de los inversionistas: así también la relación que establece el APT se mantendrá aún en condiciones de profundo desequilibrio. Asimismo, los inversionistas pueden diferir acerca de cómo se distribuyen las diferentes variables que intervienen en el modelo APT; sin embargo, esto no viola la condición básica de arbitraje, manteniéndose la relación.

Aunque es muy extensa la literatura, tanto teórica como la que reporta resultados empíricos de investigaciones realizadas en diferentes contextos, se describen a continuación sólo algunos trabajos para el caso mexicano.

Herrera (2000) en su investigación desarrolla un modelo multifactorial para probar la eficiencia del modelo de valuación de precios de arbitraje en el mercado financiero mexicano. La prueba consistió en analizar el comportamiento mensual de los factores macroeconómicos durante un período de seis años e identificar y seleccionar aquellos que son relevantes para formar parte del modelo utilizado para estimar los rendimientos de 35 emisoras que integran el índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de valores. El modelo general multifactorial quedó integrado por los factores: 1) Índice de precios y cotizaciones; 2) diferencias de tasas; 3) Precio del petróleo; 4) Producto interno bruto. De la aplicación del modelo multifactorial se desprendió que el rendimiento de 33 de las emisoras tan sólo lo explica el IPC, del cual no encontró suficiente evidencia empírica para aplicarse en el contexto mexicano. No obstante, pudo demostrar que el APT sobrevalúa el rendimiento de las emisoras y que comparado con el CAPM, éste último tiende a sobrevalorarlo con mayor intensidad. Asimismo, demostró en su investigación que los rendimientos de las emisoras son estadísticamente diferentes si se calculan ya sea utilizando el APT o con el CAPM.

Vázquez (2001) realiza un estudio de la APT en México, que va del período de 1992 a 2000. Mediante el análisis de componentes principales conforma factores de riesgo y los relaciona con los rendimientos de las acciones en el período, por medio de un modelo de regresión lineal múltiple. Las variables macroeconómicas utilizadas son: 1) costo porcentual promedio; 2) inflación; 3) producto interno bruto; 4) índice de volumen físico de la producción industrial; 5) precio del petróleo; 6) tipo de cambio con respecto del dólar americano; 7) circulante; 8) deuda pública; 9) saldo de la cuenta corriente; 10) saldo de la cuenta de capital; 11) reservas internacionales; 12) índice de mercado y; 13) tasa de desempleo; se emplea la tasa de rendimiento de los CETES a 28 días como la aproximación de la tasa de interés libre de riesgo. Con las tasas de

crecimiento de esas variables macroeconómicas, en términos reales, se realizó el análisis de los componentes principales obteniendo cinco factores y así se determinó qué variables eran representativas de cada factor y por lo tanto de riesgo sistemático. Las variables más significativas para la explicación del riesgo sistemático fueron las tasas de cambio en el circulante, la inflación, el precio del petróleo, el índice de mercado y las reservas internacionales. Los factores de riesgo  $F_{kt}$ , en donde  $k = 1, \dots, 5$  y  $t =$  período de tiempo; se obtuvieron con las puntuaciones factoriales que consideran las cargas factoriales de cada variable en cada factor y los cambios o variaciones de cada variable en el momento  $t$ . En síntesis, el estudio de Vázquez constituye una prueba estadística favorable al potencial de la APT para explicar el rendimiento de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de valores.

También el trabajo de Fama y French (1993), objeto del presente estudio, es un referente importante, pues encuentran que cuando se forman portafolios tanto con base en la razón entre el valor de su capital en libros y el valor del mismo en el mercado como con base en la capitalización, además de la prima por riesgo de mercado, es posible explicar el rendimiento autónomo que el CAPM no pudo. Es decir, parece ser entonces que existen más factores de riesgo sistemático a tomar en cuenta que el de mercado e introducen la posibilidad de explicar la exposición de los activos al riesgo sistemático con base en las características de las emisoras.

## II.IV El Modelo de Fama y French

Fama y French (1992-1993) encontraron que las dos variables: valor de Mercado (ME) y la razón de valor en libros/ valor de mercado (book equity to market equity BE/ME) captura mucho del porcentaje de rendimiento si las acciones son valuadas racionalmente. Diferencias sistemáticas en los rendimientos promedio son debidas a diferencias en el riesgo. Así, con una valuación racional, el factor tamaño (ME, stock price times) y el BE/ME debe ser sensible a los factores de riesgo en el rendimiento.

Fama y French confirmaron que los portafolios de mínimo riesgo relacionados con el tamaño y la razón BE/ME agregan variaciones substanciales a los rendimientos, explicados por un portafolio de mercado. Además de estos tres factores el Modelo de equilibrio de mercado (Asset Pricing Model) incluye al mercado como factor de riesgo. Capturando la sección cruzada del rendimiento promedio de las acciones de Estados Unidos.

Los rendimientos promedio, en sección cruzada, de las acciones de NYSE, Amex y NASDAQ se explican no sólo por el riesgo del mercado sino también por dos factores observables; el tamaño de la empresa y la razón de valor en libros /valor de mercado de capitales.

Para imitar el rendimiento del factor tamaño, Fama y French usan el portafolio SMB (small minus big) que es largo en acciones de empresas pequeñas y corto en las empresas grandes. Para el factor BE/ME es corto en acciones con baja BE/ME, éste es el portafolios HML (High minus Low).

El modelo de valuación con los tres factores de Fama y French es :

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + [E(R_M) - R_f] \beta_{i1} + E(R_S - R_B) \beta_{i2} + E(R_H - R_L) \beta_{i3}$$

Con restricciones

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 0 & (R_S - R_B) - R_f &> 0 \\ & & (R_H - R_L) - R_f &> 0 \end{aligned}$$

Después de controlar el riesgo de mercado y el BE/ME, los activos con alta exposición al factor de riesgo tamaño ( $\beta_{12}$ ) deben tener mayor rendimiento esperado que los que tienen baja exposición al factor tamaño, los activos con alta exposición a la razón BE/ME del capital, debe tener mayor rendimiento esperado que los activos con baja exposición a la razón BE/ME.

$\alpha_i$  se puede estimar mediante

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + (R_{Mt} - R_{ft}) \beta_{i1} + (R_{St} - R_{Bt}) \beta_{i2} + (R_{Ht} - R_{Lt}) \beta_{i3} + E_{it}$$

Fama y French estudiaron si el comportamiento de los precios existentes, en relación con el tamaño de el factor "book-to-market-equity (BE/ME)", refleja el comportamiento de los ingresos y bajo BE/ME señales de ingresos fuertes. Además los precios existentes previenen la reversión de crecimiento de ingresos, observado después un rango.

Finalmente está el tamaño del mercado y los factores BE/ME en los ingresos como en los rendimientos. El mercado y el factor ingreso ayuda a explicar éstos en los rendimientos, pero no encontramos enlace entre el factor BE/ME en los ingresos y rendimientos.

#### **II.IV.1 Sección cruzada (corte transversal) de los rendimientos esperados del mercado**

Dos variables fácilmente medidas, el factor tamaño y la razón valor en libros /valor de mercado BE/ME por sus siglas en inglés (book – to – market equity), se combinan para capturar la sección cruzada (corte transversal) de los rendimientos asociados con el mercado ( $\beta$ ), tamaño, apalancamiento, valor en libros /valor de mercado y la razón ingreso precio. Además, cuando las pruebas lo permiten para la variación en  $\beta$  que no este relacionada con el tamaño, la relación entre el mercado  $\beta$  y el rendimiento promedio, la relación es irrelevante, aún cuando  $\beta$  sea la única variable explicatoria.

El modelo CAPM de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Black (1972) ha transformado las formas académicas de ver al rendimiento y el riesgo. La predicción central del modelo

es que el portafolio del mercado de una inversión es la eficiencia de la varianza, en el sentido de Markowitz (1959).

La eficiencia del portafolio del mercado implica que: a) los rendimientos esperados son una función lineal positiva de sus  $\beta$ s; b) la  $\beta$  del mercado es suficiente para describir la sección cruzada de los rendimientos.

Existen muchas contradicciones empíricas en el modelo de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Black (1972), *SLB*. La más importante es el efecto tamaño de Banz (1981).

Banz encuentra que el valor de mercado (ME) adiciona alguna explicación a la sección cruzada de los rendimientos que provienen del mercado  $\beta$ . Así también explica que el rendimiento es alto en acciones pequeñas, mientras que para acciones grandes el rendimiento es demasiado bajo.

Otra contradicción al modelo de *SLB* es la relación positiva entre el apalancamiento y rendimiento, documentado por Bhandari (1988). Esto es plausible ya que el apalancamiento esta asociado con el riesgo y el rendimiento esperado. Sin embargo, en el modelo de *SLB*, el riesgo del apalancamiento debe ser capturado por el mercado  $\beta$ . Bhandari encuentra que, el apalancamiento ayuda a explicar la sección cruzada de los rendimientos en las pruebas en las que incluye el factor tamaño (ME), así como la  $\beta$ .

Stattman (1980), Rosenberg, Reid, y Lanstein (1985) encuentran que los rendimientos promedio en el Mercado de Valores de Estados Unidos están relacionados positivamente con la razón valor en libros (BE) y el valor de mercado (ME).

Chan, Hamao y Lakonishok (1991) encuentran que el valor en libros (BE) y el valor de mercado (ME) también presenta una fuerte explicación a la sección cruzada de los rendimientos en el mercado de valores de Japón.

Finalmente, Basu (1983) muestra que la razón ingreso/precio (E/P) ayuda a explicar la sección cruzada de los rendimientos en el mercado de valores de Estados Unidos, en las pruebas también incluye los factores tamaño y mercado  $\beta$ .



Ball (1978) argumenta que la razón E/P captura la explicación de todos los factores no mencionados en los rendimientos esperados; la relación E/P es probablemente la más grande (Los precios son más bajos con relación a los ingresos) para mercados con grandes riesgos y rendimientos esperados (cualquiera que sean las fuentes de riesgo no nombradas).

El argumento de Ball para la razón E/P puede también aplicarse de igual forma que el tamaño (ME), apalancamiento y BE/ME, todas ellas pueden ser consideradas de diferentes maneras para extraer información de los precios, del riesgo y del rendimiento esperado (Keim (1988)).

Por otra parte, desde que las variables E/P, ME, apalancamiento y BE/ME son usadas para explicar el rendimiento, es razonable esperar que algunas de ellas son redundantes entre sí para describir el rendimiento.

Por lo tanto, uno de los objetivos de Fama y French fue el evaluar el articulamiento de las variables del mercado  $\beta$ , tamaño, E/P, apalancamiento, BE/ME en la sección cruzada de los rendimientos del mercado de valores de NYSE, Amex y NASDAQ.

Black, Jensen y Scholes (1972) y Fama y MacBeth (1973) encuentran que, como predijo el modelo de SLB, hay una relación simple positiva entre los rendimientos y el mercado  $\beta$ , durante los períodos previos a 1969. Así como Reinganum (1981) y Lakonishok y Shapiro (1986), Fama y French encuentran que la relación entre los rendimientos esperados y  $\beta$  desaparece durante los períodos más recientes (1963-1990), aún cuando la  $\beta$  es usada sólo para explicar los rendimientos.

A diferencia de la relación simple entre  $\beta$  y el rendimiento promedio, la relación entre el rendimiento, tamaño, apalancamiento, E/P y BE/ME son fuertes. En pruebas multivariadas la relación negativa entre el tamaño y el rendimiento es robusta a la inclusión de otras variables. La relación positiva del valor en libros / valor de mercado y rendimiento también persiste en competencia con otras variables.

Además, no obstante, a que el tamaño atrae más la atención, la variable valor en libros tiene un papel más fuerte y consistente en la explicación de los rendimientos.

Los resultados de Fama y French son: a)  $\beta$  no parece a ayudar a explicar la sección cruzada de los rendimientos promedio; b) la combinación de tamaño y BE/ME parece absorber el apalancamiento y la razón E/P en los rendimientos, al menos durante periodo de 1963 a 1990.

Si los activos son valorados racionalmente los resultados sugieren que los riesgos del mercado son multidimensionales. Una dimensión del riesgo generada por el tamaño ME y otra dimensión de riesgo, se genera por la razón BE/ME.

Es posible que el riesgo capturado por la razón BE/ME es el factor de Chan y Chen (1991). Ellos postulan que los ingresos prospectos de las empresas están asociados con un factor de riesgo en los rendimientos. Mientras que en las empresas que el mercado señala que tienen prospectos pobres de ingreso son asociadas con factores de riesgo en los rendimientos. Señalados por el mercado como de precios bajos y grandes razones de valor en libros y valor de mercado, teniendo rendimientos esperados más altos (estos son penalizados con costos más altos de capital) que las empresas con prospectos fuertes.

Es también posible, sin embargo, que la razón BE/ME tan sólo capture la maraña de los caprichos de lo irracional del mercado, con respecto a los prospectos de las empresas.

Cualquiera que sean las causas económicas fundamentales, el resultado principal esta bien fundamentado en dos variables medibles: tamaño (ME) y la razón valor en libros / valor de mercado (BE/ME) los cuales proveen de una poderosa pero sencilla caracterización de la sección cruzada en los rendimientos promedio para el período de 1963 a 1990.

#### **II.IV.II Factores de riesgo comunes en los rendimientos de mercado y bonos.**

Se identifican cinco factores de riesgo comunes en los rendimientos del mercado y bonos. Hay tres factores de mercado: un factor predominante de mercado y factores relacionados al tamaño de la empresa y su valor en libros/ valor de mercado. Hay dos factores para los bonos en el mercado relacionados a la madurez y riesgo implícitos.

Los rendimientos del mercado tienen variación compartida debida a los factores de mercado y están ligados a los rendimientos de bonos a través de la variación compartida en los factores de bono de mercado, excepto para los corporativos de nivel bajo, los factores de mercado de bono capturan la variación común en los rendimientos de bono. Lo más importante es que los cinco factores parecen explicar los rendimientos esperados en el mercado y los bonos.

La sección cruzada de los rendimientos en los mercados de valores de Estados Unidos muestra una pequeña relación al mercado  $\beta$  de Sharpe (1964), Lintner(1965) y Black (1972). Por otra parte, variables que no tienen un papel importante en el CAPM muestran una importancia para explicar la sección cruzada de los rendimientos. La lista de variables de rendimientos determinados empíricamente incluye el tamaño ME (precio de acción y número de acciones), apalancamiento, ingreso/precio E/P y la razón valor en libros / valor de mercado BE/ME.

Fama y French (1992) estudian la interrelación del papel de la  $\beta$ , tamaño, E/P, apalancamiento y BE/ME en la sección cruzada de los rendimientos promedio. Fama y French encuentran que usada sola o en combinación con otras variables la  $\beta$ , la pendiente y las diferencias de la regresión del rendimiento del mercado tienen poca información de los rendimientos promedio. Mientras que usada en combinación con las variables tamaño, E/P, apalancamiento y BE/ME tienen poder explicativo.

Las variables tamaño ME y el valor en libros / valor de mercado BE/ME capturan aparentemente los papeles del apalancamiento y E/P en los rendimientos promedio. La conclusión es que en dos variables determinadas empíricamente, tamaño y BE/ME hacen un buen trabajo explicativo en la sección cruzada de los rendimientos en el mercado de valores de NYSE, Amex y NASDAQ para el periodo de 1963 a 1990.

El estudio extiende las pruebas que se hicieron para la fijación de precios de Fama y French (1992) en tres formas:

- a) Crecen el conjunto de los rendimientos de los activos para ser explicados. El único activo considerado en Fama y French (1992) son los mercados comunes. Si los mercados están integrados, un modelo sencillo debería explicar el rendimiento de bonos. Las pruebas incluyen al gobierno de Estados Unidos, bonos compartidos y acciones.

- b) También amplían el conjunto de variables usadas para explicar los rendimientos. Las variables tamaño y BE/ME en el modelo de Fama y French (1992) están dirigidos hacia las acciones. Expanden la estructura de las variables en términos que probablemente jueguen un papel en los rendimientos de los bonos. El objetivo es examinar cuales variables son importantes en el rendimiento de bonos y ayuden a explicar los rendimientos de las acciones y viceversa. La teoría es que si los mercados están integrados hay probablemente un conflicto en el proceso de rendimiento para las acciones y los bonos.
- c) Quizá la más importante, la aproximación a la prueba de los modelos de fijación de precios es diferente. Fama y French (1992) usan las regresiones de la sección cruzada de Fama y MacBeth (1973). La sección cruzada de rendimientos de acciones es regresada con variables hipotéticas para explicar los rendimientos. Sería difícil agregar bonos a las regresiones de la sección cruzada una vez que las variables explicatorias como el tamaño y el BE/ME no tienen un significado obvio para el gobierno y bonos corporativos.

Fama y French usan la aproximación por regresión de series de tiempo de Black, Jensen y Sholes(1972). Los rendimientos mensuales en acciones y bonos son regresados al rendimiento de un portafolio de mercado de acciones y una imitación del portafolio de mercado para tamaño, BE/ME y los factores término – estructura de riesgo en los rendimientos.

Los intervalos de la regresión por series de tiempo son factores de carga que a diferencia del tamaño o de BE/ME, tienen una clara interpretación como factores de riesgo sensibles para bonos, así como para acciones.

Las regresiones de series de tiempo son también convenientes para los estudios de dos importantes tópicos:

- a) Uno de los temas centrales es : si se fijan racionalmente los precios de los activos, las variables que están relacionadas a los rendimientos, tales como el tamaño y BE/ME procuran la sensibilidad para factores de riesgo (corporativos y no diversificables) en los rendimientos. Las regresiones de series de tiempo dan evidencia directa en particular de los intervalos, y los valores de  $R^2$  muestran portafolios para reproducir factores de riesgo relacionados al tamaño y BE/ME capturan las variaciones compartidas en rendimientos de acciones y bonos no explicados para otros factores.

b) Las regresiones de series de tiempo usan rendimientos en exceso de bonos y precios de acciones mensuales sustrayéndole la tasa libre de riesgo *Treasury Bill* mensual. Como variables dependientes ya sea rendimientos en exceso o rendimientos de un portafolio de inversión cero como variable explicatoria. En tales regresiones, una buena explicación del modelo de fijación de precios produce intersecciones que son indistinguibles desde cero (Merton (1973)). El intercepto estimado provee una medida simple del rendimiento y una prueba formal de cómo diferentes combinaciones de factores comunes capturan la sección cruzada.

Por lo tanto, los modelos de fijación de precios en base al intercepto de las regresiones de rendimiento en exceso, imponen un estándar riguroso. Los modelos competitivos requieren explicar la tasa mensual, así como los rendimientos a largo plazo de acciones y bonos.

Los preceptos de Fama y French son fáciles de resumir. Para portafolios contruidos para reproducir los factores de riesgo relacionados con el tamaño y BE/ME, capturan las variaciones comunes importantes en los rendimientos de las acciones.

Además, para los portafolios de acciones se examinan los interceptos de las regresiones de tres factores que incluyen el rendimiento en exceso del mercado en los rendimientos que reproducen los factores tamaño y BE/ME cuando están muy cercanos a cero; así un factor de mercado y la estimación para los factores de riesgo relacionados al tamaño y el BE/ME juegan un buen papel al explicar la sección cruzada de los rendimientos de acciones.

La interpretación de las regresiones de series de tiempo para acciones es interesante. Como las regresiones de la sección cruzada de Fama y French (1992), las regresiones de series de tiempo muestran que los factores tamaño y BE/ME pueden explicar las diferencia en los rendimientos de acciones, pero, esos factores por si solos no pueden explicar la gran diferencia entre el rendimiento y la tasa libre de riesgo mensual. Esa tarea se la dejamos al factor mercado. En regresiones que también incluyen los factores tamaño y BE/ME, todo el portafolio de acciones produce intercepto en el factor mercado que también tiende a 1. El premio al riesgo para el factor mercado, entonces, relaciona los rendimientos en acciones con la tasa libre de riesgo mensual.

Para bonos, los portafolios que reproducen los factores término – estructura, el premio por invertir en el portafolio del mercado captura mucha de la variación en los rendimientos en el gobierno de los Estados Unidos y portafolios de bonos corporativos.

Los factores término – estructura también explican los rendimientos sobre bonos, pero el premio para los factores de término – estructura como los rendimientos en exceso en bonos son tendientes a cero. Así, la hipótesis de que todos los portafolios de bonos del gobierno y corporativos tienen los mismos rendimientos esperados a largo plazo no puede ser refutada.

La variación común en rendimientos de acciones es capturada en gran parte por tres portafolios de rendimientos de acciones y la variación común en rendimientos de bonos es explicada en gran manera por dos portafolios de rendimientos de bonos. Los mercados de acciones y bonos, sin embargo, están lejos de la segmentación estocástica usada solo en regresiones de series de tiempo, los factores de término – estructura capturan una fuerte variación en los rendimientos de acciones.

Verdaderamente los intervalos en los factores de término – estructura en las regresiones para acciones se parece mucho a la de los bonos. Pero, cuando los factores de mercado de acciones se incluyen en las regresiones todos los portafolios se inclinan casi de la misma manera en los dos factores término – estructura y en el factor de mercado en los rendimientos.

Como resultado, un portafolio de mercado de acciones captura la variación común en los rendimientos de las acciones asociadas con el factor mercado y los dos factores término – estructura. La relación estocástica entre el mercado de bonos y acciones parecen alejarse de los factores término – estructura, usando solo, el rendimiento en exceso de mercado y los rendimientos que reproducen para el tamaño, y los factores BE/ME capturan la variación común en rendimientos de bonos, pero cuando los dos factores de término - estructura están incluidos en las regresiones de bonos, el poder explicatorio de los factores de mercado de acciones desaparece para todo, excepto para los bonos corporativos de bajo grado.

En pocas palabras, el resultado sugiere que existen al menos tres factores de mercado de acciones y dos factores de término - estructura en los rendimientos. Los rendimientos de acciones tienen variación compartida debido a los tres factores del mercado de acciones, y están relacionados a los rendimientos de bonos, para la variación compartida en los dos factores término - estructura. Excepto para los bonos corporativos de bajo grado, solo los dos factores de término – estructura parecen predecir variaciones comunes en los rendimientos de los bonos del gobierno y corporativos.

## II.IV.III Pruebas de predicción de los rendimientos del mercado de valores

### Rendimientos sobre horizontes pequeños

En recientes estudios en mercados eficientes se hicieron pruebas de forma débil que cuestionan lo siguiente: ¿podrían los especuladores encontrar tendencias en los precios históricos, que los pusieran en la posición de obtener ganancias extraordinarias? Esto es esencialmente una prueba de la eficiencia del análisis técnico.

El trabajo de Kendall y Roberts <sup>8</sup>, ambos analizan la posible existencia de patrones en los precios de las acciones, sugieren que tales patrones no se encuentran. Fama <sup>9</sup>, más tarde analizó corridas de los precios de las acciones para ver si el mercado de valores exhibe un "momento" que pueda ser explotado (Una corrida es una secuencia de incrementos o decrementos consecutivos en los precios) por ejemplo, si los últimos tres cambios en los precios diarios de las acciones fueron positivos, ¿podríamos suponer que el próximo movimiento será a la alza?

Fama clasificó los movimientos diarios de los precios de las acciones para 30 acciones industriales del índice Dow Jones, como positivas, cero o negativas; para probar la consistencia de las corridas. Encontró que ni los rendimientos positivos o negativos persistían a una extensión que pudiera contradecir la hipótesis de la eficiencia del mercado. Aunque había alguna evidencia de corridas sobre intervalo de tiempo muy corto (menos de un día), la tendencia de las corridas para persistir fue muy pequeña.

Los resultados de Fama indican una correlación serial muy pequeña, en los rendimientos del mercado de acciones, las correlaciones seriales se refieren a la tendencia de los rendimientos de acciones a ser relacionados con rendimientos pasados.

---

<sup>8</sup> Harry Roberts, "Stock Market 'Patterns' and Financial Analysis: Methodological Suggestions", *Journal of Finance* 14 (March 1959)

<sup>9</sup> Eugene Fama "The Behavior of Stock Market Prices" *Journal of Business* 38 (January 1965)

Una correlación serial positiva, significa que los rendimientos positivos tienden a seguir rendimientos positivos (un tipo de momento de propiedad). Una correlación serial negativa significa que los rendimientos positivos tienden a ser seguidos por rendimientos negativos.

Herramientas estadísticas más poderosas en estudios recientes, han confirmado los resultados de Fama, ambos, Conrad y Kaul<sup>10</sup> y Lo y Mackinlay<sup>11</sup> examinan rendimientos semanales de las acciones del mercado de valores de Nueva York y encuentran correlaciones seriales positivas para pequeños horizontes. Sin embargo, como en el estudio de Fama los coeficientes de correlación de rendimientos semanales tienden a ser ligeramente pequeños, al menos para acciones grandes, cuyos datos de precios son los más susceptibles de modificarse. Así, mientras esos estudios demuestran las tendencias de los precios en períodos cortos, la evidencia no sugiere claramente la existencia de oportunidades de mercado.

Una versión más sofisticada de análisis de tendencias, es una "regla de filtro" (una regla para comprar o vender acciones de acuerdo a los movimientos de los precios recientes). Una técnica de filtro da una regla para comprar o vender una acción, dependiendo de los movimientos del precio en el pasado, una regla por ejemplo podría ser: "comprar si los dos últimos cambios resultaron en un incremento del precio de la acción"; una más convencional podría ser: "comprar con seguridad, si su precio se incremento en 1% y retenerla hasta que su precio se incremente más de 1% desde la subsecuente alza". Alexander y Fama<sup>12</sup> y Blume<sup>13</sup> encontraron que tales reglas de filtro regularmente no generan beneficios al mercado.

La conclusión de la mayoría de la pruebas de forma débil, usando rendimientos de corto plazo es que la hipótesis del mercado eficiente es validada por datos del mercado de acciones. Para ser precisos, se deberá tomar en cuenta las críticas de los escépticos del mercado eficiente quienes argumentan que cualquier regla de filtro o

---

<sup>10</sup> Jennifer Conrad y Gautam Kaul, "Time-Variation and Expected Returns", *Journal of Business* 61 (October 1988), pp.409-25

<sup>11</sup> Andrew W. Lo and A. Craig Mackinla, "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test," *Review of Financial Studies* 1 (1988), pp 41-66

<sup>12</sup> Sidney Alexander, "Price Movement in Speculative Markets: Trends o Random Walks, No. 2" in Paul Cootner (ed.), *The Random Character of Stock Market Prices* (Cambridge, Mass: MIT Press 1964).

<sup>13</sup> Eugene Fama, and Marshall Blume, "Filter Rules and Stock Market Trading Profits," *Journal of Business* 39 (Supplement January 1966)



análisis de tendencia que pueda ser probado estadísticamente es puramente mecánico.

### **Rendimientos sobre horizontes largos**

Mientras los estudios de rendimientos de horizonte corto han detectado una correlación serial positiva menor en los precios de mercado, estudios más recientes de rendimientos de horizonte largo (esto es, rendimientos de períodos de varios años) han encontrado sugerencias de correlaciones seriales de largo término negativas muy pronunciadas, el último resultado ha dado pie a hipótesis novedosas, las cuales aseguran que los precios de las acciones deberían comportarse o asimilar las noticias relevantes en sus precios, tales comportamientos nos conducen a correlaciones seriales positivas (momento) sobre horizontes de tiempo corto. La subsecuente corrección al comportamiento conduce a una ejecución pobre o débil seguida de una ejecución buena y viceversa. Las correcciones significan que una corrida de rendimientos positivos eventualmente tenderá a ser seguida por un rendimiento negativo, conduciendo a correlaciones seriales negativas sobre horizontes largos. Esos episodios de aparente inestabilidad seguidos por una corrección dan a los precios de las acciones la apariencia de fluctuación alrededor de sus valores puros y sugiere que los precios del mercado muestran una volatilidad excesiva comparada al valor intrínseco.

Los resultados del horizonte lejano son dramáticos, pero los estudios están lejos de ofrecer una evidencia contundente para estimar la eficiencia de los mercados. Primero los resultados del estudio necesitan no ser interpretados como evidencia para las novedades del mercado de acciones. Una interpretación alternativa de esos resultados asegura que estos indican solo la prima del riesgo de mercado que varía en el tiempo, la respuesta de los precios de mercado hacia la variación en la prima de riesgo, pueden conducirnos a inferir incorrectamente la presencia de la reversión principal y una volatilidad excesiva en los precios. Por ejemplo cuando la prima de riesgo y el rendimiento requerido en los mercados nacientes, los precios de las acciones se mantienen. Cuando el mercado, entonces, nace (en promedio) a esta tasa más grande de rendimiento los datos dan la impresión de una recuperación de los precios de las acciones. La impresión de inestabilidad y corrección es de hecho no más que una respuesta racional de los precios del mercado a los cambios en las tasas de descuento.

Segundo, esos estudios sufren de problemas estadísticos. Porque ellos confían en rendimientos medidos en períodos largos de tiempo, esas pruebas de necesidad están basadas en algunas observaciones de rendimiento de horizonte largo, aunque, parece que mucho del soporte estadístico para explicar la reversión en los precios del mercado de acciones deriva de los rendimientos durante la gran depresión.

Otros períodos no proveen el soporte necesario para las hipótesis novedosas.

Varios estudios han documentado la habilidad de variables observadas fácilmente para predecir rendimientos de mercado. Por ejemplo, Fama y French<sup>14</sup> muestran que el rendimiento de mercado de acciones agregado tiende a ser más alto cuando en la razón dividendo / precio, el rendimiento del dividendo es alto. Campbell y Shiller<sup>15</sup> encuentran que los rendimientos de los ingresos pueden predecir rendimientos de mercado. Keim y Stambaugh<sup>16</sup> muestran que los datos del mercado de bonos tales como el diferencial entre el rendimiento en alto y bajo grado de bonos corporativos, también ayudan a predecir rendimientos del mercado abierto.

Otra vez, la interpretación de esos resultados es difícil. Por una parte, éstos pueden implicar que los rendimientos de las acciones pueden ser precedidos lo cual viola la hipótesis del mercado eficiente. Más probablemente, esas variables son válidas para la variación en la prima del riesgo del mercado. Por ejemplo, dado un nivel de dividendos o ingresos, los precios de las acciones van a ser más bajos y los rendimientos de los dividendos y los ingresos van a ser más altos cuando la prima de riesgo (y por lo tanto, el rendimiento esperado del mercado) es más grande. Así, un rendimiento más alto de dividendos o ingresos va a estar asociado con rendimientos de mercado más grande. Esto no indica una violación de eficiencia de mercado.

La predicción de rendimiento de mercado es debida a la predicción en la prima de riesgo, no en rendimientos anormales de riesgo ajustado.

---

<sup>14</sup> Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "Dividend Yields and Expected Stock Returns," *Journal of Finance Economics* 22 (October 1988), pp. 3-5

<sup>15</sup> John Y. Campbell, and Robert Shiller, "Stock Prices, Earnings and Expected Dividends," *Journal of Finance* 43 (July 1988), pp. 661-76.

<sup>16</sup> Donald B. Keim, and Robert F. Stambaugh, "Predicting Returns in the Stock and Bond Markets," *Journal of Financial Economics* 17 (1986) pp. 357-90

Fama y French<sup>17</sup> muestran que el diferencial del rendimiento entre bonos de grado alto y bajo es mejor para predecir rendimientos en bonos de grado bajo que para bonos de rendimientos de grado alto.

Y todavía mejor, para rendimientos de acciones, que para rendimientos de bonos, sugiriendo que la predicción en los rendimientos es de hecho, una prima de riesgo, en lugar de una evidencia de ineficiencia del mercado. De la misma manera, el hecho de que el rendimiento del dividendo en las acciones ayuda a predecir rendimientos de mercados de bonos sugiere que el rendimiento captura una prima de riesgo común a ambos mercados más que especular en el mercado de capitales.

### **Estrategias de Portafolio y Anomalías del Mercado**

El análisis fundamental nos obliga a observar un rango de información más grande para crear portafolios que hagan análisis técnico y prueben el valor del análisis fundamental por lo tanto, son correspondientemente más difíciles de evaluar. Ellos han, sin embargo, revelado un número de anomalías las cuales son evidencia de que parece inconsistente, con la hipótesis de mercado eficiente.

Un problema más grande con esas pruebas, es que muchas requieren ajustes al riesgo para la ejecución del portafolio y muchas pruebas usan el CAPM para hacer ajustes al riesgo. Sabemos que, mientras beta parece ser una variable relevante para describir el riesgo de las acciones, el mercado medido empíricamente, entre el riesgo medido por beta y los rendimientos esperado difiere de las predicciones del CAPM. Si usamos el CAMP para ajustar los rendimientos del portafolio, para el riesgo, ajustes inapropiados nos conducen a la conclusión de que varias estrategias de portafolio pueden generar rendimientos superiores, cuando el procedimiento de ajuste del riesgo ha fallado.

Las pruebas de rendimiento con ajuste de riesgo, son pruebas de la hipótesis de la eficiencia del mercado y del procedimiento de ajuste de riesgo. Si parece que una estrategia de portafolio puede generar rendimientos superiores, entonces, debemos escoger entre descartar la hipótesis de eficiencia de mercados o descartar la técnica

---

<sup>17</sup> Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "Business Conditions and Expected Return on Stocks and Bonds," *Journal of Financial Economics* 25 (November 1989). pp. 3-22

de ajuste de riesgo. Usualmente la técnica de ajuste de riesgo se basa en más afirmaciones cuestionables que la hipótesis de eficiencia de mercados; si descartamos el procedimiento nos quedamos sin una conclusión para la eficiencia del mercado.

Un ejemplo de este problema es el descubrimiento de Basu (1977, 1983) de que las acciones del portafolio de la razón cuyo factor Precio/Ingresos es bajo, tiene rendimientos promedio más altos, que los portafolios con factor P/E alto. El efecto P/E (las acciones de baja razón P/E han presentado rendimientos promedio de riesgo ajustado más altos que acciones con razón P/E alta).

Esto podría ser una sorpresa y para nosotros una conclusión confusa, por que el análisis de las razones P/E es un procedimiento sencillo. Mientras puede ser posible generar rendimientos superiores aplicando trabajo pesado y mucha perspicacia, esto difícilmente parece sugerir que siguiendo una técnica básica es suficiente para generar rendimientos anormales. Una posible interpretación de esos resultados es que el modelo CAPM tiene una deficiencia en que los rendimientos no son propiamente ajustados para el riesgo.

Esto tiene sentido, ya que si dos firmas tienen los mismos ingresos esperados, entonces las acciones con mayor riesgo se venderán a un precio más bajo y menor razón P/E. Debido a su riesgo más grande, la acción con P/E bajo también tendrá rendimientos esperados más altos. Por lo tanto, a menos que la beta se ajuste y describa por completo al riesgo, P/E actuará como una variable útil para describir el riesgo y será asociada con rendimientos anormales si el CAPM se usa para establecer comparación de modelos.

### **El Efecto de la Compañía Pequeña**

Una de las anomalías más frecuentes con respecto a la hipótesis de eficiencia de mercado es el así llamado tamaño o efecto compañía – pequeña, originalmente documentado por Banz (1981). Banz encuentra que las tasas de rendimiento ajustadas y totales tienden a mantenerse con incrementos en el tamaño relativo de la compañía medido por el valor del mercado del capital sobresaliente de la firma. Dividiendo todas las acciones del NYSE en quintiles de acuerdo al tamaño de la firma, Banz encontró que el rendimiento anual promedio de las compañías en el quintil de tamaño más pequeño fue 19.8% más grande que el rendimiento promedio de las compañías en el quintil de tamaño más grande.

Esto es una prima enorme, imagine rendimientos en exceso de esta cantidad en un portafolio de un billón de dólares. Aún es remarcable que seguir una regla sencilla, tal como investigación de empresas de capitalización baja, debería hacer capaz a un inversionista de ganar rendimientos en exceso.

Después de todo, cualquier inversionista puede medir el tamaño de su empresa sin ningún costo. No deberíamos esperar el más mínimo esfuerzo para obtener grandes recompensas.

Estudios recientes [Keim (1983), Reinganum (1983), Blume y Stambaugh (1983)], mostraron que el efecto de compañía pequeña ocurre virtualmente básicamente en las dos primeras semanas de Enero. El efecto tamaño, es de hecho, un efecto compañía - pequeña en Enero.

Algunos investigadores creen que el efecto Enero esta vinculado al pago de impuestos al final del año. La hipótesis es que, mucha gente vende acciones que han disminuido en precio, durante los meses previos para liberar sus pérdidas de capital antes del fin del período de impuestos. Tales inversionistas no siguen los procedimientos de esas ventas en el mercado de acciones hasta después de que cambio el año. Así, el incremento en la demanda de acciones provoca una presión a la alza en los precios que resulta en el efecto Enero. Finalmente, el efecto Enero se torna más dramático para las compañías más pequeñas porque el grupo de firmas pequeñas incluye como una importancia empírica acciones con la más grande variabilidad de precios durante el año. El grupo, por lo tanto incluye relativamente un gran número de firmas que han disminuido o han ido a la baja suficientemente, como para generar ventas por la deducción de impuestos.

Algunas evidencias empíricas mantienen la creencia de que el efecto Enero está relacionado con la venta de acciones antes del pago de los impuestos. Por ejemplo, Ritter (1988) muestra que la razón de compra de acciones a ventas individuales, esta debajo de lo normal, a finales de Diciembre, y arriba de lo normal a principios de Enero. Esto es consistente con el balance en el pago de impuestos. Reinganum (1983) encontró que dentro de las clases de tamaño, las firmas que han ido a la baja más severamente en precio tuvieron rendimientos más grandes en Enero.

La pregunta fundamental es: ¿por qué los participantes en el mercado no explotan el efecto Enero y de este modo finalmente lo eliminan al ordenar los precios de las acciones a niveles apropiados?. Una posible explicación no tan clara, es la segmentación del mercado en dos grupos: inversionistas institucionales, quienes invierten primero en compañías grandes e inversionistas individuales, quienes invierten desproporcionadamente en compañías individuales.

De acuerdo a este punto de vista, los administradores de grandes portafolios institucionales representan el motor detrás de los mercados eficientes. Son profesionales que buscan oportunidades de beneficio y ordenan los precios para sus niveles apropiados. Los inversionistas institucionales no parecen comprar al menudeo en el mercado, quizá a causa de las limitaciones en las posiciones permitidas del portafolio, de tal manera que las anomalías de la firma pequeña persisten sin la fuerza de su participación.

#### **Razón valor en libros / valor de mercado**

Fama y French, y Reinganum<sup>18</sup> muestran que un poderoso pronosticador de rendimientos es la razón valor en libros / valor de mercado de las empresas. Fama y French clasificaron las firmas en diez grupos de acuerdo a la razón valor en libros / valor de mercado y examinaron la tasa promedio mensual de rendimiento de cada uno de los diez grupos, durante el período Julio de 1963 a Diciembre de 1990. El decil con la razón valor en libros más baja, tuvo un rendimiento mensual promedio de 1.65%, mientras que el decil con la razón más grande en promedio tuvo 0.72% por mes.

La gran dependencia de los rendimientos en la razón valor en libros es independiente de beta sugiriendo que las compañías con razón valor de mercado bajo están relativamente no depreciadas o que la razón mercado en libros está sirviendo como una garantía para un factor de riesgo, que afecta el equilibrio de los rendimientos esperados.

---

<sup>18</sup> Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "The Cross Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance* 47 (1992), pp. 427-65; Marc R. Reinganum, "The Anatomy of a Stock Market Winner", *Financial Analysts Journal*, March-April 1988, pp. 272-84

## II.V ARCH: Modelo Heteroscedasticidad Autoregresiva

Los modelos ARCH fueron introducidos por Engle (1982) y generalizados como GARCH (generalización del ARCH) por Bollerslev (1986). Estos modelos son ampliamente usados en varias ramas de la econometría, especialmente en análisis de series de tiempo financieras.

El problema de autocorrelación es una característica de la información de series de tiempo y la heteroscedasticidad una característica de la información de corte transversal. ¿Puede surgir la heteroscedasticidad en información de series de tiempo? Y, ¿Cómo?.

Los investigadores comprometidos en la proyección de series de tiempo financieras, tales como precios de acciones, tasas de inflación, tasas de cambio, etc., han observado que su habilidad para predecir tales variables varía considerablemente de un período de tiempo a otro; para algunos períodos de tiempo, los errores de proyección son relativamente pequeños, durante otro período de tiempo. Esta variabilidad podría deberse muy bien a la volatilidad en los mercados financieros. Sensibles con ellos son los rumores, a los trastornos políticos, a cambio en las políticas gubernamentales monetarias y fiscales y a factores similares. Esto sugeriría que la varianza de los errores de predicción no es constante sino que varía de un período a otro, es decir hay una clase de autocorrelación en la varianza de los errores de predicción.

Puesto que puede suponerse que el comportamiento de los errores de predicción depende del comportamiento de las perturbaciones  $u_i$  (de la regresión), puede presentarse una situación de autocorrelación en la varianza de  $u_i$ . Para captar esta correlación, Engle desarrolló el modelo autoregresivo de heteroscedasticidad condicional (ARCH)<sup>19</sup>. La idea central del ARCH es que la varianza de  $u$  en el tiempo  $t$  ( $= \sigma_t^2$ ), depende del tamaño del término de error al cuadrado el tiempo  $(t-1)$ , es decir

$u_{t-1}^2$  Para ser más específico, recuérdese el modelo de regresión con  $k$  variables

---

<sup>19</sup> R. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation" *Econometría*, vol 50, no.1, 1982, pp.987-1007

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$$

y supóngase que su condicional a la información disponible en el tiempo  $(t-1)$ , el término de perturbación se distribuye así:

$$u_t \approx N[0, (\alpha_0 + \alpha u_{t-1}^2)]$$

es decir,  $u_t$  está normalmente distribuido con media cero y varianza de  $(\alpha_0 + \alpha u_{t-1}^2)$ ,

La normalidad de  $u_t$  no es nueva. Lo nuevo es que la varianza de  $u$  en el tiempo  $t$  depende de la perturbación al cuadrado en el tiempo  $(t-1)$ , dando así la apariencia de correlación serial. Puesto que en  $u_t \approx N[0, (\alpha_0 + \alpha u_{t-1}^2)]$  la varianza de  $u_t$  depende del término de perturbación al cuadrado en el período de tiempo anterior, el proceso se denomina ARCH. Pero éste se puede generalizar fácilmente. Es así como un proceso ARCH  $(p)$  puede escribirse como

$$\text{var}(u_t) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2$$

Si no hay autocorrelación en la varianza del error, se tiene que  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ , en cuyo caso  $\text{var}(u_t) = \sigma_0$  y se tiene el caso de varianza homoscedástica del error.

Como lo ha mostrado Engle, fácilmente puede realizarse una prueba sobre la hipótesis nula anterior efectuando la siguiente regresión:

$$\hat{u}_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \hat{\alpha}_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \dots + \hat{\alpha}_p \hat{u}_{t-p}^2$$

donde  $\hat{u}$ , como es usual denota los residuos Mínimos Cuadrados estimados del modelo de regresión original. Se puede probar la hipótesis nula  $H_0$  mediante la prueba F usual analizada en forma alterna, calculando  $nR^2$ , donde  $R^2$  es el coeficiente de determinación obtenido en la regresión auxiliar, puede mostrar que:



$$nR^2 \approx \chi_p^2$$

Es decir,  $nR^2$  sigue la distribución Ji cuadrada con un número de *grados de libertad* igual al número de términos autoregresivo en la regresión auxiliar. Por lo tanto si el efecto ARCH se encuentra, se tendrá que utilizar el método de mínimos cuadrados generalizados.

Resumiendo, en el modelo ARCH, la varianza condicional del término de error está correlacionada serialmente con los valores pasados del término de error al cuadrado. Este modelo ha demostrado ser bastante útil en la modelación y predicción de muchas variables financieras, tales como tasas de cambio, tasas de inflación, etc.

#### II.V.I EGARCH: Modelo de Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Exponencial

Una generalización del modelo ARCH es el llamado GARCH, en el cual la varianza condicional de  $u$  en el tiempo  $t$  es dependiente no solamente de las perturbaciones al cuadrado, sino también sobre las varianzas condicionales pasadas.

El modelo EGARCH, Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, propuesto por Nelson (1991) puede ser un modelo adecuado para nuestros fines pues está diseñado para acomodar la volatilidad asimétrica. La asimetría de la volatilidad significa que ésta es mayor en las caídas del mercado que en las alzas, aunque estas sean proporcionales a aquéllas. De esta forma, mediante la especificación EGARCH (1,1) se puede modelar la varianza del término de perturbación aleatoria condicional a las noticias de volatilidad del período previo como:

$$\log(\sigma_{it}^2) = \omega_i + \varphi_i \log(\sigma_{i,t-1}^2) + \alpha_i \left[ \frac{\varepsilon_{i,t-1}}{\sigma_{i,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] + \gamma_i \frac{\varepsilon_{i,t-1}}{\sigma_{i,t-1}},$$

## II.V.II Los Supuestos

Nuestro objetivo no es solo obtener  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$  sino hacer inferencia sobre los verdaderos  $\beta_0$  y  $\beta_1$ . Se desea saber que tan cerca están  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$  de sus contrapartes en la población o que tan cerca está  $\hat{Y}_i$  de la verdadera  $E(Y \setminus X_i)$ . Para este fin, no solo se debe especificar la forma funcional del modelo, sino también se deben hacer ciertos supuestos sobre  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ . Esta expresión muestra que  $Y_i$  depende  $X_i$  y de  $\varepsilon_i$ . Por consiguiente, mientras no se especifique la forma como se crean o generan las  $X_i$  y las  $\varepsilon_i$  ó, a manera de hacer alguna inferencia estadística sobre las  $Y_i$ , como se ve en  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$ . Así, los supuestos hechos de las variables  $X_i$  y el término de error son muy críticos para lograr una interpretación válida de los valores estimados de la regresión.

El modelo de Gauss o modelo clásico de regresión lineal, el cual es el cimiento de la mayor parte de la teoría econométrica, plantea 10 supuestos:

Número del supuesto	Tipo de Violación
1	No linealidad en parámetros
2	Regresor (es) estocástico(s)
3	Media de $\varepsilon_i$ distinta de cero
4	Heteroscedasticidad
5	Perturbaciones autocorrelacionadas
6	Covarianza distinta de cero entre las perturbaciones y el regresor
7	Menos observaciones muestrales que número de regresores
8	Variabilidad insuficiente en regresores
9	Sesgo de especificación
10	Multicolinealidad
11	Normalidad de las perturbaciones (este supuesto no hace parte del modelo)

## III. Marco de Referencia

### III.1 Mercado de Valores

El mercado de valores es un mercado como cualquier otro; existen oferentes (vendedores) y Demandantes (compradores) de productos financieros listados en la Bolsa.

Entre los oferentes están las empresas (personas morales) y el gobierno, que concurren al mercado para satisfacer sus necesidades de financiamiento a través de los mercados de capitales y deuda.

Los demandantes son los inversionistas, tanto individuales como institucionales, mexicanos y extranjeros, quienes concurren al mercado en busca de alternativas de inversión que le resulten atractivas por el nivel de beneficios y diversificación que puedan obtener.

El mercado de capitales está compuesto por las acciones que son títulos representativos del capital social de la empresa que los emite y otorgan a sus tenedores iguales derechos, así como por otros instrumentos que representen compromisos de capital a futuro, tales como las obligaciones convertibles.

Los instrumentos del mercado de deuda están representados por valores que comprometen a la empresa que los emite a realizar pagos de acuerdo a ciertos plazos y tasa. Estos instrumentos son: certificados de participación, obligaciones, pagarés y papel comercial; a ellos deben añadirse los instrumentos de deuda emitidos por los bancos: aceptaciones bancarias, pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento cuenta en dólares, bonos bancarios de desarrollo, bonos bancarios de infraestructura, bonos privados, pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento, obligaciones subordinadas, obligaciones subordinadas convertibles.

Los valores gubernamentales: certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes), Bonos de Desarrollo (Bondes) y Udibonos, pagaré de indemnización carretero, UDIS, reporto sobre títulos del gobierno, entre otros.

### III.1.1 Abanico de Inversiones

Son muchas las oportunidades que el mercado de valores ofrece para diversificar sus inversiones, sin embargo, son pocos los inversionistas que las conocen. La riqueza de alternativas de inversión que están disponibles en la Bolsa Mexicana de Valores reside en su diversidad, que se potencializa por las combinaciones que se pueden hacer entre ellas.

#### III.1.1.1 Una opción atractiva

La inversión financiera comprende dos áreas: la bancaria tradicional y la bursátil<sup>20</sup>, que a su vez se divide en dos mercados: capitales y de deuda.

En el mercado de capitales hay empresas que tienen también necesidad de recursos, pero en ese caso deciden no pedir prestado, sino vender parte de su capital social, por lo que quienes compran sus valores (acciones) se convierten en socios de la compañía, con todos los derechos y obligaciones que ello implica. En el caso de la inversión bursátil en instrumentos de deuda, el beneficio en forma de rendimiento se obtiene al financiar las necesidades de recursos del gobierno, de empresas privadas y bancos.

Estas entidades emiten títulos a cambio de los cuales reciben en préstamo el dinero de los inversionistas, a quienes corresponden regresándoles su capital, más un porcentaje adicional –rendimiento- después de un lapso predeterminado.

Los dos mercados –capitales y deuda- forman parte del mercado de valores organizado, del cual la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) es sede, y en el que pueden participar todo tipo de inversionistas, tanto personas físicas como morales.

<sup>20</sup> Puede clasificarse en: *Función al tiempo*. Se refiere al corto y largo plazo. Cuando se habla de corto plazo se hace referencia al mercado de dinero (CETES, tesobonos, papel comercial, etc). Cuando el plazo es mayor a un año, se habla del mercado de capitales (acciones, obligaciones, pagarés de mediano plazo, etc). *En función de la renta*. Se divide en instrumentos de deuda (antes se conocían como de renta fija), éstos tienen una fecha de amortización y fechas de pago de interés. Por otro lado se encuentran los instrumentos que no garantizan pago por concepto de interés ni ganancia alguna, ni poseen fecha de vencimiento, éstos son los instrumentos de renta variable. *En función del destino de los fondos*. En ella se consideran dos mercados, el mercado primario en el que los recursos que invierte una persona o empresa van a dar al gobierno o a las empresas. El mercado secundario que es el que da liquidez al mercado financiero; en este mercado el tenedor de un título lo vende a otra persona. La empresa o el gobierno ya no reciben nada de los recursos que se están transfiriendo.

### III.I.III Instrumentos de los mercados de capitales y de títulos de deuda.

#### □ Mercado de capitales

Acciones

Certificados de Participación Ordinaria (CPO's) sobre Acciones

Obligaciones

#### □ Mercado de Títulos de deuda

Emitidos por las empresas

Certificados de Participación Ordinaria (CPO's)

Pagarés

Papel comercial

*Emitidos por instituciones bancarias*

Pagarés

Aceptaciones

Certificados de depósito

Bonos

*Emitidos por el Gobierno Federal*

Cetes

Udibonos

Bondes, entre otros.

### III.I.IV Datos relevantes del Mercado de Valores en México

Muchas personas consideran que la importancia de un mercado de valores está centrada en las ganancias o pérdidas espectaculares que registra la Bolsa Mexicana de Valores, sin embargo, también es un mecanismo alternativo de financiamiento para las empresas y el gobierno, ya sea a través de la colocación de capital o deuda.

Durante los últimos seis años, en materia de financiamiento al sector privado, diversas empresas obtuvieron capital por 2,653 millones de dólares a través del mercado accionario y otras más emitieron deuda por 6,674 millones de dólares.

En su conjunto, el financiamiento neto a este sector ascendió a 9,327 millones de dólares desde diciembre de 1994 hasta este año. Hay que recordar que justamente el sexenio pasado inició con una severa crisis económica, la más importante en la historia del país, lo que propició que el crédito bancario prácticamente desapareciera y que, por lo tanto, las alternativas de financiamiento no bancario retomaran importancia. Una de ellas fue justamente el mercado de valores.

Pero tan importante ha sido el financiamiento a las empresas con capital privado, del gran público ahorrador, como la captación de inversión extranjera. La inversión extranjera en el mercado accionario aumentó de manera constante, y ha dado muestras de gran estabilidad, aún en los momentos de mayor dificultad económica para el país. Esta pasa de representar 18% del valor de mercado en 1994, a 45% en la actualidad, confirmando que existe amplia confianza en la conducción de la política económica, por parte del inversionista extranjero.

De hecho, al considerar los efectos que la crisis económica más reciente tuvo en el mercado de valores, fundamentalmente en lo relativo al desempeño de los precios de las acciones y montos operados, las instituciones bursátiles fueron capaces de superar la adversidad, al tiempo que se hicieron más eficientes y se prepararon para competir en un entorno global.

Pero, ¿hacia dónde apunta el mercado de valores? La modernización del mercado de valores debe sustentarse en tres líneas de acción:

- Una reforma legal integral.
- Una reforma profunda en la regulación secundaria hacia un esquema flexible y abierto a la innovación.
- Un plan de promoción de una mayor penetración financiera a través del mercado de valores.

El plan de modernización comprende los factores que inciden en la oferta, en la demanda y la intermediación y que no sólo cuente con esta última.

Por el lado de la demanda es necesario promover al vehículo de las Sociedades de inversión un elemento importante para lograr la democratización de capital y una mayor profundidad de la intermediación financiera, tal y como lo ha sido en mercados

de países desarrollados donde han mostrado crecimientos exponenciales o incluso como en el caso específico de España, donde las sociedades de inversión con rendimiento fijo o garantizado se convirtieron en un factor relevante para el despegue hacia la masificación del mercado de valores.

En lo referente a intermediación, se debe considerar una homologación total de las prácticas y figuras de intermediación observadas en otros mercados.

La tercera línea de acción depende básicamente del esfuerzo que los intermediarios y la industria en su conjunto estén comprometidos a realizar en lo que se visualiza como el plan de promoción para lograr una mayor penetración financiera, que debiera incluir al menos los siguientes aspectos:

Un programa de impulso a la autorregulación, con normas orientadas a tutelar el interés público y de los diversos participantes en el proceso de ahorro, inversión y financiamiento.

El establecimiento de una normatividad para regular las estadísticas básicas de la actividad de intermediación de valores, sociedades de inversión, productos derivados y ramas análogas de actividad para otorgar a los propios órganos autorregulatorios la función de fuente oficial, cuando así corresponda.

Todo tiene como objetivo reforzar el aspecto de transparencia y confianza en los mercados.

También, es importante aplicar un programa de desarrollo de inversionistas institucionales que abarque la revisión del régimen de bancos, Siefore, fondos de pensiones, compañías de seguros y rentas vitalicias de las mismas casas de bolsa, arrendadoras, compañías de fianzas e incluso fondos y tesorerías estatales y municipales.

Asimismo sería necesario crear un programa de impulso a la cultura financiera del ahorro y la inversión, como acciones con las que se pretende generar un incremento en el número de inversionistas, contemplando el impulso a esquemas de cuentas individuales y voluntarias de ahorro para el retiro e incluso aspectos logísticos, como simplificar la contratación y promover la compra - venta de valores vía Internet.

### III.I.V Beneficios del Mercado de Valores

Acudir al mercado de valores para obtener financiamiento bursátil trae consigo una serie de beneficios que incrementan el potencial de negociación de la empresa, entre otros destacan los siguientes:

□ **Aumenta el valor de la empresa**

Las empresas que se vuelven públicas al emitir acciones resultan más atractivas y tienden a generar mayor valor para sus accionistas que las de empresas privadas (aquéllas que no cotizan en el mercado bursátil). Esto se debe a que sus títulos tienen liquidez, son más conocidas, a que su gestión es institucional, y a que proporcionan información al público inversionista.

□ **Fortalece la estructura Financiera**

Una de las formas más eficientes para lograr los planes de expansión y modernización de la empresa, es basarlos en esquemas de financiamiento competitivos, mismos que se pueden obtener a través del mercado de valores. Al fortalecer la estructura financiera mediante una oferta pública de instrumentos de deuda o capital, es posible:

- Optimizar costos financieros
- Obtener Liquidez inmediata
- Consolidar y reestructurar pasivos
- Modernizarse y crecer
- Financiar investigación y desarrollo

□ **Obtener reconocimiento financiero**

El acceso al financiamiento bursátil a través de la colocación de acciones o la emisión de títulos de deuda en el mercado de valores. Es un procedimiento exigente. Obtenerlo constituye por sí mismo un reconocimiento al grado de madurez de la empresa y liderazgo de sus directivos. Poseer este nuevo activo



intangible facilita y expande las opciones para allegarse en un futuro de mayores recursos financieros en mejores condiciones.

□ Mejora la imagen y proyección

Cotizar en la Bolsa Mexicana de Valores constituye un poderoso atractivo que puede ser empleado para respaldar todas aquéllas estrategias destinadas a fortalecer su imagen de empresa profesional y pública, facilitando alianzas, fusiones y adquisiciones.

□ Flexibiliza las finanzas de los empresarios

Los accionistas originales pueden diversificar su inversión y con ello su riesgo, incrementar su liquidez y obtener la flexibilidad para toma de decisiones sobre su patrimonio aprovechando las posibilidades que ofrece la participación en el mercado bursátil.

### **III.I.VI El Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)**

El IPC forma parte de los múltiples índices que nuestra sociedad considera para medir el comportamiento de la actividad económica. Así como el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) es uno de varios índices utilizados para medir la inflación, el IPC es el principal indicador - más no el único - de la actividad del mercado accionario en México; es calculado y está construido conforme a las prácticas internacionales en la materia.

La BMV genera 12 índices compuestos por muestras representativas de acciones. Todos tienen el propósito de informar y apoyar en el análisis de las emisoras que llevan a cabo en su proceso de toma de decisiones los intermediarios e inversionistas.

Un índice mide el valor de una variable en el tiempo, teniendo como base una fecha determinada. Un índice de precios de acciones representa el valor de un conjunto de títulos accionarios en el tiempo. Las fluctuaciones en los precios de los valores cotizados en la BMV responden a la libre interacción entre la oferta y la demanda. La tendencia general de las variaciones en los precios de las acciones, generada por las operaciones de compra - venta durante la sesión de remates.

Un índice accionario se construye con series accionarias seleccionadas con base en su representatividad, en el giro de los emisores (sector económico al que pertenecen), bursatilidad (facilidad con la que se puede comprar o vender una acción) y el valor de mercado o capitalización (último precio de la acción por el número de acciones en circulación). El número y tipo de series accionarias consideradas para el cálculo de cada uno de los índices, varía en función del índice de que se trate.

Todos los índices se recalculan (generando un nuevo valor) cada vez que se realiza una transacción de compra - venta de acciones que incide en el precio de alguna de las series accionarias que componen su muestra.

EL IPC se considera el indicador del desarrollo del mercado accionario en su conjunto, en función de las variaciones de precios de una selección de acciones (o muestra), balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la BMV.

La muestra empleada para su cálculo se integra por emisoras de distintos sectores de la economía y se revisa semestralmente. En caso de que alguna emisora ya no cumpla con el criterio de selección, se le reemplaza por alguna otra que si califique.

El peso relativo de cada una de las series accionarias que componen la muestra para el cálculo del IPC se explica por su valor de mercado. Es decir, se trata de un índice ponderado por valor de capitalización. Esto significa que el cambio en el precio de una serie accionaria con un alto valor de mercado, impacta en mayor medida el valor IPC que cuando ocurre un cambio equivalente en el precio de una serie accionaria de menor valor de mercado.

La fecha base del cálculo del principal índice bursátil es el 30 de octubre de 1978 y su valor fue de 100. Se consideran en él 35 series accionarias clasificadas como de alta y media bursatilidad, es decir, las más negociadas en el mercado tanto por volumen como por importe.

A diferencia de otros índices de este tipo, el valor del IPC se relaciona con el día anterior y no con el valor de la fecha base, debido a que la muestra es revisada periódicamente con el objeto de considerar a las emisoras Líderes, y no permitir que

esta se vuelva anacrónica y obsoleta, perdiendo consecuentemente su representatividad.

El procedimiento aplicado por la BMV para la selección de la muestra toma en cuenta el índice de bursatilidad, el cual se calcula considerando el desempeño, durante los últimos seis meses, de las siguientes variables:

- Importe negociado
- Volumen de acciones negociadas
- Rotación (importe/valor de capitalización)
- Número de operaciones efectuadas
- Total de días de negociación efectiva

El valor de capitalización de las emisoras, que constituye el ponderador en el cálculo del IPC, es también considerado para la selección de la muestra.

La muestra se somete a revisión y actualización con una periodicidad semestral. Los cambios en la muestra – series accionarias que entran y salen de ella -, se dan a conocer con cinco días hábiles de anticipación al inicio del nuevo período, con la finalidad de dar tiempo suficiente a los participantes del mercado para ajustar sus portafolios de inversión, si lo consideran pertinente.

### III.1.VII La fórmula para calcular el IPC

$$I_t = I_{t-1} \left( \frac{\sum_i^n P_{it} Q_{it}}{\sum_i^n P_{i,t-1} Q_{i,t-1}} \right)$$

Donde:

- $I_t$  IPC del día t
- $P_{it}$  Precio de la emisora i en el día t\*
- $Q_{it}$  Acciones de la emisora i en el día t
- $F_i$  Factor de ajuste por derechos pagados por la acción i al día t
- $t-i$  Día hábil inmediato anterior
- i 1,2,3,...,n

\* El Pit empleado para determinar el valor IPC de las 14:50 a las 15:00 hrs., equivale al promedio del Pit, ponderado por el volumen de los 10 minutos anteriores a que se efectúe el cálculo del índice. El objetivo es obtener un precio que sea representativo de las operaciones realizadas durante los últimos 10 minutos anteriores a que se efectúe el cálculo del índice. El objetivo es obtener un precio que sea representativo de las operaciones realizadas durante los últimos 10 minutos de operación, para emplearlo en el cálculo del cierre del índice.

La suma del valor de capitalización de las sesiones de remates de todas las emisoras incluidas en la muestra, dividido entre la suma del valor de capitalización del día anterior, determina la variación del IPC de un día a otro.

### III.I.VIII Factores de ajuste

En Virtud de que el valor de capitalización de las emisoras es utilizado como elemento ponderador dentro de la muestra, cualquier cambio en el número de valores inscritos modifica el valor del índice. En consecuencia, se requiere modificar el valor de las emisoras que decreten derechos (pago de dividendos) o registren movimientos corporativos (escisiones, fusiones, suscripción, capitalización), aplicando un factor de ajuste al valor de capitalización del día previo a la emisión del derecho o del movimiento corporativo, para eliminar su influencia sobre el precio de las series accionarias que componen el IPC y así mantener su fidelidad.

Tipo de movimiento	Ajuste requerido
Dividendo en efectivo	Decremento de capital
Capitalización	Ninguno
Escisión	Reducción de capital
Obligaciones Convertibles	Incremento de capital
Reestructuración accionaria	Cambio de Capital
Suscripción	Incremento de Capital
Suscripción (serie nueva)	Decremento de Capital
Split (reverse)	Ninguno

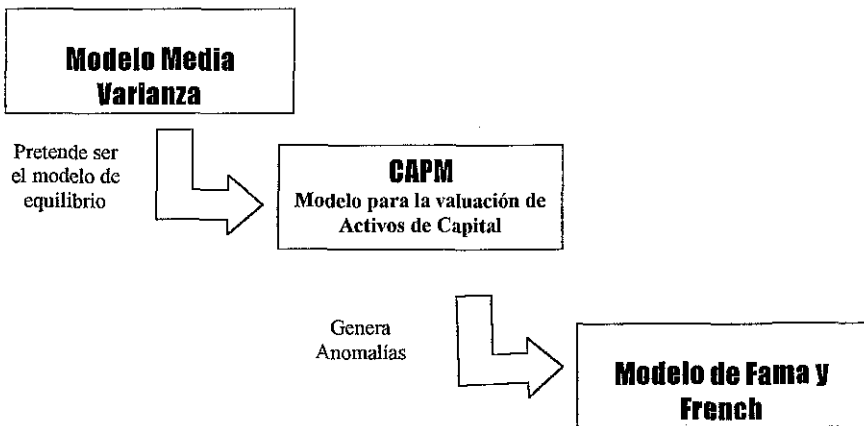
## IV. Estudio Empírico

### IV.1 Análisis econométrico

#### IV.1.1 Planteamiento del Problema

¿ Puede explicar satisfactoriamente los rendimientos financieros de las acciones de empresas Mexicanas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores el Modelo de Eugene Fama y Kenneth French?

¿Cuáles son las diferencias entre el modelo de Eugene Fama y Kenneth French y el Modelo de Valuación de Activos de Capital?



Si el Modelo de Fama y French es válido para el caso Mexicano, entonces, se puede plantear como hipótesis para realizar la presente investigación que:

H<sub>0</sub>: El modelo de Eugene Fama y Kenneth French, explica los rendimientos financieros de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores

Adicionalmente a esta hipótesis nos propondríamos investigar si el modelo de Eugene Fama y Kenneth French se desempeña mejor que el Modelo CAPM de William Sharpe

#### IV.1.II Especificación del modelo matemático de la teoría

##### El modelo CAPM

El CAPM establece que el rendimiento de un activo, bajo condiciones de equilibrio, se relaciona de forma lineal con el rendimiento del portafolio del mercado:

$$R_i = R_f + \beta_i (E_M - R_f)$$

en donde:

$R_f$  = Rendimiento del activo libre de riesgo;

$R_i$  = Rendimiento esperado del activo  $i$ ;

$E_M$  = Rendimiento esperado del portafolio del mercado;

$\beta_i$  = Representa la volatilidad de los cambios entre el rendimiento del activo  $i$  respecto de los cambios del rendimiento del portafolios del mercado  $M$ ; a dicha variable se le conoce como "beta" tal que,

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}$$

En donde,

$Cov(R_i, R_M)$  = covarianza del rendimiento del activo  $i$ ,  $R_i$ , con el rendimiento de la cartera del mercado,  $R_M$ .

$\sigma_M^2$  = varianza del rendimiento del mercado.

Así, el rendimiento de un activo es consecuencia del nivel de su exposición, medida por su beta, al riesgo sistemático o de mercado que es medido a su vez por los cambios del rendimiento del portafolio de mercado en exceso de la tasa sin riesgo.

El modelo supone, entre otras cosas, que el inversionista es racional y posee un portafolio eficiente, el CAPM se ocupa del riesgo sistemático, mismo que se mide por la sensibilidad (coeficiente Beta) de la acción o portafolio respecto de los movimientos del mercado.

### El Modelo de Fama y French

Para imitar el rendimiento del factor tamaño, Fama y French usan el portafolio SMB (small minus big) que es largo en acciones de empresas pequeñas y corto en las empresas grandes. Para el factor BE/ME es corto en acciones con baja BE/ME, éste es el portafolios HML (High minus low).

El modelo de valuación con los tres factores de Fama y French es :

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + [E(R_M) - R_f] \beta_{i1} + E(R_S - R_B) \beta_{i2} + E(R_H - R_L) \beta_{i3}$$

Con restricciones

$$\alpha_i = 0 \quad (R_S - R_B) - R_f > 0$$

$$(R_H - R_L) - R_f > 0$$

Después de controlar el riesgo de mercado y el BE/ME, los activos con alta exposición al factor de riesgo tamaño ( $\beta_{i2}$ ) deben tener mayor rendimiento esperado que los que tienen baja exposición al factor tamaño, los activos con alta exposición a la razón BE/ME del capital, debe tener mayor rendimiento esperado que los activos con baja exposición a la razón BE/ME;  $\alpha_i$  se puede estimar mediante

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + (R_{Mt} - R_{ft}) \beta_{i1} + (R_{St} - R_{Et}) \beta_{i2} + (R_{Ht} - R_{Lt}) \beta_{i3} + \varepsilon_{it}$$

#### IV.I.III Especificación del modelo econométrico de la teoría

##### Modelo CAPM

$$E(R_i) - R_f = \alpha + \beta(R_M - R_f) \quad \text{Modelo matemático}$$

$$R_i - R_f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1(R_M - R_f) + \varepsilon_{it} \quad \text{Modelo econométrico}$$

donde:

$$\alpha_i = 0$$

$R_i$  = tasa de rendimiento del activo  $i$

$\alpha$  = intercepto de la regresión o rendimiento autónomo

$\beta_i$  = coeficiente que mide el grado de riesgo del activo con respecto al rendimiento de mercado. Beta del activo  $i$  (coeficiente de su volatilidad en el mercado)

$R_M$  = rendimiento del mercado (medido por el IPC)

$\varepsilon_i$  = término de error aleatorio de la regresión

##### Modelo de Fama y French

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + E(R_M - R_f) \beta_{i1} + E(R_S - R_B) \beta_{i2} + E(R_H - R_L) \beta_{i3} \quad \text{Modelo matemático}$$

$$R_i - R_f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_0 MMF + \hat{\beta}_1 SMB + \hat{\beta}_2 HML + \varepsilon_{it} \quad \text{Modelo econométrico}$$

donde:

$$\hat{\alpha} = 0$$

$$\hat{\beta}_0 \neq 0, \hat{\beta}_1 \neq 0 \text{ y } \hat{\beta}_2 \neq 0$$

$MMF$  = Premio al riesgo por invertir en  $M$ , Mercado menos tasa libre de riesgo

$SMB$  = Small minus Big. Rendimiento de empresas pequeñas menos grandes

$HML$  = High minus Low. Diferencia de la razón de empresas con gran Valor en libros / Valor en mercado menos la de las pequeñas.

$\varepsilon_i$  = riesgo no sistemático inherente de cada activo  $i$



#### IV.I.IV Obtención de datos

La investigación toma como base todas las empresas que no han dejado de cotizar ininterrumpidamente en la Bolsa Mexicana de Valores, desde Enero de 1992 hasta el tercer trimestre del 2001.

Se utilizaron los precios de las acciones a fin del mes para todo el período de estudio, así como los rendimientos, rendimientos en exceso, Valor en libros, Capitalización de la Empresa y Capitalización del Mercado. También se utilizaron los datos correspondientes al Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores, así como lo correspondiente a la tasa de CETES. La base de Datos, se puede consultar en el apéndice anexo.

#### IV.I.V La muestra

Emisora	Clave
1 Alfa S.A. A	ALFA
2 Apasco S.A.	APASCO
3 Bimbo Gpo A	BIMBOA
4 Cementos Chihuahua B	GCCB
5 Cemex S.A. CPO	CEMEXCPO
6 Comercial Mexicana UBC	COMERCIUBC
7 Continental Grupo	CONTAL
8 Cydsa S.A. A	CYDSASAA
9 Desc Soc Fom Ind B	DESCB
10 Gcarso A1	GCARSOA1
11 GInd Saltillo B	GISSAB
12 ICA Soc Controlad	ICA
13 Kimberly Clark Mex A	KIMBERA
14 Maseca GI B	MASECAB
15 Penoles Industrias	PE&OLES
16 Savia A	SAVIAA
17 Soriana Organizacio B	SORIANAB
18 Telefonos de Mexico A	TELMEXA
19 Transp Marítima Mex A	TMMA
20 Tubos de Acero Mex	TAMSA
21 Vitro A	VITRO
22 Wal Mart de Mexico C	WALMEXC
23 Wal Mart de Mexico V	WALMEXV

#### IV.1.VI Identificación de las variables del modelo econométrico

En esta investigación se emplearon las siguientes variables y se definen conceptual y operacionalmente como sigue:

- Rendimiento de la Acción: Ganancia o utilidad que produce una inversión en activos financieros.

$$r_{it} = \frac{P_{Act}}{P_{Ant}} - 1$$

$P_{Act}$  = Precio de cierre de la acción en el final del mes  $t$

$P_{Ant}$  = Precio de cierre de la acción en el final del mes  $t-1$

- Rendimiento Esperado de la acción  $i$

$$E(R) = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n}$$

$r_t$  rendimiento del activo  $i$

- Rendimiento Libre de Riesgo

Se tomó el rendimiento mensual correspondiente a la tasa de CETES a 28 días, ya que es libre de riesgo y de corto plazo.

$$r_{ft} = \left( \frac{CETES_t}{CETES_{t-1}} - 1 \right) \frac{30}{360}$$

- Rendimiento en Exceso durante el mes  $t$  para la acción  $i$

$$r_{it} - r_{ft}$$

Rendimiento del activo  $i$  menos el rendimiento del activo libre de riesgo.

- Rendimiento del Mercado para el período  $t$

Se tomó comparando los niveles del Índice de Precios y Cotizaciones de la

$$\text{Bolsa Mexicana de Valores } RM_t = \left( \frac{IPyC_t}{IPyC_{t-1}} - 1 \right)$$

- Rendimiento en Exceso del Mercado para el período t

$$RM_t - r_{ft}$$

- HML : High minus Low.

Para imitar el rendimiento del factor Valor en Libros /Valor en Mercado se usó el portafolio HML (High minus Low) que es largo en acciones de empresas grandes y corto en acciones con baja VL/VM

VL: Valor en Libros

VM: Precio Acción

- SMB : (small minus big)

Para imitar el rendimiento del factor tamaño, Fama y French usan el portafolio SMB (small minus big) que es largo en acciones de empresas pequeñas y corto en las empresas grandes. CE/CM

CE: Capitalización Bursátil

CM: Capitalización Bursátil de todo el Mercado

Los indicadores que se construyeron y se utilizaron en el análisis para la validación y comprobación de la hipótesis fueron:

$\hat{f}$	Tasa de rendimiento estimada
$\sigma^2$	Varianza de los rendimientos
$\sigma$	Desviación estándar de los rendimientos
$\sigma_{rM}$	Covarianza de los rendimientos del activo financiero y del mercado
$\rho$	Coefficiente de correlación de orden cero y parciales
$R^2$	Coefficiente de determinación simple y múltiple
$\beta_i$	Riesgo del mercado, o pendiente del factor i

#### IV.1.VII Procesamiento de Datos

Las bases de datos se diseñaron y establecieron en *Microsoft Excel para Windows 97*



Microsoft Excel.Ink

Para el procesamiento de datos se utilizó el paquete econométrico *Econometric Views* versión 3.1.



EViews 3.1.Ink

#### Procedimiento

Se realizó una macro en Excel que calcula para cada serie de tiempo accionaria:

- El Rendimiento de Enero de 1992 a Septiembre del 2001
- El Rendimiento Esperado Mensual de Enero de 1992 a Noviembre del 2001 y así sucesivamente hasta Septiembre del 2001.
- La razón Valor en libros / Valor de Mercado
- La capitalización Bursátil/Capitalización Bursátil Total

#### Cálculo del Factor High minus Low HML

- Se tomaron los Rendimientos esperados y la razón valor en libros/valor de mercado de cada activo en el mismo período.
- Se ordenaron por la razón en valor libros/valor de mercado.
- Se calcularon deciles para la razón  $((VL_i/VM_i) - (VL_n/VM_n))/10$
- Se calculó el rendimiento del portafolio, el cual es corto con acciones de baja VL/VM Decil 1 (Low) y largo en acciones con alto VL/VM Decil 10 (High)

#### Cálculo del Factor Small minus Big SMB

- Se tomaron los Rendimientos esperados y la razón capitalización Bursátil/Capitalización Bursátil Total (CE/CT) de mercado de cada activo en el mismo período.
- Se ordenaron por la razón en CE/CT de mercado.
- Se calcularon deciles para la razón  $((CE_i/CT_i) - (CE_n/CT_n))/10$
- Se calculó el rendimiento del portafolio largo con acciones de bajo CE/CT Decil 1 (Small) y corto en acciones con alto CE/CT Decil 10 (Big)

### **Cálculo del Rendimiento en Exceso**

- Para cada rendimiento mensual de cada activo se le substrajo el rendimiento de la tasa libre de riesgo (se emplea la tasa de rendimiento de los CETES a 28 días como la aproximación de la tasa de interés libre de riesgo) quedando así, el rendimiento en exceso. Formándose las siguientes series de tiempo, mismas que se introdujeron en Eviews.

## Series accionarias con las variables del Modelo Fama y French

Fecha	RM IPC	Rf CETES	$E(R_{it}-R_{ft})$	Rp SMALL	Rp BIG	SMB	Rp High	Rp Low	$[E(R_{it} - R_{ft})]$
Nov-96	0.02439	0.02423	0.00015	0.030051	-0.001087	0.02896	0.05544	-0.02024	0.03520
Dic-96	0.02107	0.02271	-0.00164	0.0286968	-0.000896	0.02780	0.05355	-0.02010	0.03346
Ene-97	0.08513	0.01826	0.06688	0.030536741	-0.001147	0.02939	0.05655	-0.02314	0.03340
Feb-97	0.05314	0.01549	0.03765	0.031417968	-0.001156722	0.03026	0.05346	-0.02279	0.03068
Mar-97	-0.02421	0.01716	-0.04137	0.029309364	-0.001210466	0.02810	0.05072	-0.02159	0.02913
Abr-97	0.00230	0.01643	-0.01412	0.033229703	-0.001376949	0.03185	0.05595	-0.02235	0.03360
May-97	0.05649	0.01526	0.04123	0.034729145	-0.001345192	0.03338	0.06061	-0.02265	0.03796
Jun-97	0.12325	0.01742	0.10583	0.038059462	-0.00152525	0.03653	0.07281	-0.02962	0.04319
Jul-97	0.13680	0.01475	0.12205	0.041178939	-0.001693834	0.03949	0.07566	-0.03221	0.04345
Ago-97	-0.08276	0.01632	-0.09908	0.035996197	-0.001405179	0.03459	0.06376	-0.02850	0.03526
Sep-97	0.14480	0.01409	0.13071	0.037359099	-0.001488772	0.03587	0.06008	-0.02717	0.03291
Oct-97	-0.12659	0.01745	-0.14404	0.034176539	-0.001335961	0.03284	0.05152	-0.02436	0.02716
Nov-97	0.07030	0.01682	0.05348	0.035409543	-0.001482336	0.03393	0.05467	-0.02841	0.02627
Dic-97	0.05122	0.01563	0.03559	0.036010564	-0.001799779	0.03421	0.05841	-0.03046	0.02795
Ene-98	-0.12621	0.01444	-0.14065	0.033249486	-0.001347196	0.03190	0.04463	-0.02496	0.01967
Feb-98	0.04707	0.01672	0.03036	0.034793492	-0.001637904	0.03316	0.04727	-0.02367	0.02360
Mar-98	0.04844	0.01654	0.03190	0.034765891	-0.001673512	0.03309	0.04675	-0.02899	0.01776
Abr-98	0.01641	0.01507	0.00134	0.035021649	-0.001672043	0.03335	0.04069	-0.02943	0.01126
May-98	-0.11151	0.01596	-0.12746	0.032753545	-0.001560244	0.03119	0.02807	-0.02706	0.00101
Jun-98	-0.05461	0.01625	-0.07086	0.030246291	-0.001525713	0.02872	0.03567	-0.02506	0.01062
Jul-98	-0.00879	0.01668	-0.02547	0.031104457	-0.001618583	0.02949	0.03827	-0.02542	0.01285
Ago-98	-0.29518	0.02263	-0.31781	0.024666511	-0.001260892	0.02341	0.02109	-0.01834	0.00275
Sep-98	0.19317	0.02871	0.16446	0.025696605	-0.001467885	0.02423	0.03890	-0.02005	0.01884
Oct-98	0.14146	0.02761	0.11385	0.023880495	-0.001426528	0.02245	0.03950	-0.01831	0.02120
Nov-98	-0.07484	0.02691	-0.10175	0.021810003	-0.001239575	0.02057	0.03580	-0.01642	0.01938
Dic-98	0.05034	0.02600	0.02434	0.022433045	-0.001324523	0.02111	0.03518	-0.01750	0.01768
Ene-99	-0.00044	0.02758	-0.02801	0.023266115	-0.001483223	0.02178	0.03739	-0.01860	0.01880
Feb-99	0.07652	0.02226	0.05426	0.025219787	-0.001614202	0.02361	0.03635	-0.01983	0.01651
Mar-99	0.15715	0.01806	0.13909	0.025389446	-0.001557273	0.02383	0.03255	-0.02091	0.01164
Abr-99	0.09818	0.01661	0.08157	0.027725942	-0.001644977	0.02608	0.02952	-0.02276	0.00676
May-99	0.01167	0.01650	-0.00483	0.026248622	-0.001656706	0.02459	0.02729	-0.02172	0.00556
Jun-99	0.06424	0.01702	0.04722	0.024440123	-0.00159671	0.02284	0.01916	-0.02078	-0.00162
Jul-99	-0.09763	0.01647	-0.11410	0.021538047	-0.001562812	0.01998	0.02342	-0.01872	0.00470
Ago-99	-0.03298	0.01653	-0.04950	0.021857856	-0.001633361	0.02022	0.02513	-0.01869	0.00645
Sep-99	-0.00716	0.01637	-0.02352	0.021312659	-0.001611165	0.01970	0.02587	-0.01964	0.00623
Oct-99	0.07918	0.01478	0.06441	0.020589144	-0.001720482	0.01887	0.01860	-0.01834	0.00026
Nov-99	0.12588	0.01443	0.11146	0.025417106	-0.001844745	0.02357	0.01820	-0.02101	-0.00281
Dic-99	0.16189	0.01354	0.14834	0.029165753	-0.002077059	0.02709	0.02756	-0.02447	0.00309
Ene-00	-0.07633	0.01397	-0.09029	0.024817124	-0.001815743	0.02300	0.02527	-0.02138	0.00389
Feb-00	0.11888	0.01274	0.10613	0.020887748	-0.002001568	0.01889	0.02733	-0.01743	0.00990
Mar-00	0.01421	0.01073	0.00348	0.020590985	-0.002091406	0.01850	0.03035	-0.01456	0.01579
Abr-00	-0.11141	0.01064	-0.12205	0.017066631	-0.001912415	0.01515	0.02368	-0.01180	0.01188
May-00	-0.10233	0.01288	-0.11520	0.0146183	-0.001772517	0.01285	0.02334	-0.01202	0.01132
Jun-00	0.16560	0.01418	0.15143	0.013658149	-0.001867761	0.01179	0.02074	-0.01055	0.01020
Jul-00	-0.06248	0.01129	-0.07377	0.014337939	-0.001744224	0.01259	0.01550	-0.01155	0.00395
Ago-00	0.02312	0.01251	0.01061	0.014915427	-0.001807858	0.01311	0.01391	-0.01162	0.00229
Sep-00	-0.04955	0.01258	-0.06214	0.012060675	-0.00155378	0.01051	0.05956	-0.01029	0.04927
Oct-00	0.00942	0.01427	-0.00485	0.009803939	-0.001589987	0.00821	0.06095	-0.00930	0.05165
Nov-00	-0.11598	0.01507	-0.13105	0.006975903	-0.001489381	0.00549	0.05709	-0.00615	0.05094
Dic-00	-0.00008	0.01466	-0.01474	0.006802837	-0.001509484	0.00529	0.05806	-0.00173	0.05633
Ene-01	0.14945	0.01485	0.13460	0.006021558	-0.001633395	0.00439	0.06300	-0.00550	0.05750
Feb-01	-0.07154	0.01308	-0.08462	0.005015912	-0.001644558	0.00337	0.05937	-0.00412	0.05525
Mar-01	-0.05043	0.01286	-0.06329	0.004209513	-0.001628782	0.00258	0.05880	-0.00399	0.05481
Abr-01	0.04528	0.01160	0.03368	0.003375346	-0.001661544	0.00171	0.05998	-0.00410	0.05589
May-01	0.10157	0.00897	0.09261	0.004995169	-0.00171479	0.00328	0.06190	-0.00568	0.05622
Jun-01	0.01073	0.00743	0.00330	0.002720842	-0.001672926	0.00105	0.06068	-0.00253	0.05815
Jul-01	0.02877	0.00783	0.03660	0.001478707	-0.001704894	-0.00023	0.06184	-0.00127	0.06057
Ago-01	-0.02528	0.00634	-0.03163	0.001412445	-0.001844683	-0.00043	0.06339	-0.00100	0.06239
Sep-01	-0.14375	0.00806	-0.15181	-0.003126895	-0.001760664	-0.00489	0.06021	-0.00055	0.05966

### Estimación mínimo cuadrática y análisis econométrico mediante Eviews

Una vez que se han capturado y asignado una etiqueta o nombre de campo en Eviews, las series de observaciones de la variable dependiente e independiente  $x_1 \dots x_n$ , se hicieron cuatro tipos de corridas para cada uno de los activos. Una con el método de mínimos cuadrados ordinarios evaluando el modelo CAPM y la segunda evaluando el modelo Fama y French. La tercera y cuarta fueron con el método EGARCH, para CAPM y Fama y French respectivamente.

Cuya representación a través de los comandos de Eviews es:

- 1) Mínimos cuadrados ordinarios – CAPM  
LS REALFA C MMF
- 2) Mínimos cuadrados ordinarios – Fama y French  
LS REALFA C MMF SMB HML
- 3) EGARCH -CAPM  
ARCH(E) REALFA C MMF
- 4) EGARCH – Fama y French  
ARCH(E) REALFA C MMF SMB HML

Donde LS ó ARCH(E), es el comando para que se ejecute la estimación de parámetros de la regresión, y corresponde a la variable dependiente  $x_1 \dots x_n$  a las variables independientes o explicativas, c al coeficiente de intercepción o término constante de la regresión. Además de la estimación de los valores de los coeficientes paramétricos, se obtiene en la pantalla de salida los estadísticos de prueba para evaluar la estimación, incluyendo entre otros datos adicionales para el análisis, el valor del estadístico Durbin Watson que, como se ha señalado, permite determinar si se ha violado o no el supuesto de independencia estadística entre los términos sucesivos de error estocástico.

#### IV.1.VIII Resultados del Análisis

Después de haber hecho el procesamiento, ahora se desarrollará el análisis de los resultados de la regresión. Se corrió una regresión múltiple para cada emisora, la cual se definió como la variable dependiente y los cuatro factores no correlacionados entre sí anotados como variables independientes.

Se presenta primero el análisis de las corridas de regresión probando el modelo CAPM con mínimos cuadrados y con el método GARCH. Así como las ecuaciones estimadas para las especificaciones correspondientes respectivamente a la prueba del modelo del mercado que, como se ha mencionado corresponde a  $r_{it} - r = \alpha + \beta(r_{mt} - r_{ft}) + u_{it}$ , donde la diferencia del rendimiento de la acción  $i$  y del rendimiento del activo libre de riesgo es la variable dependiente, mientras que la variable independiente es la diferencia entre el rendimiento del mercado de valores, medido por el IPC, y el rendimiento libre de riesgo. Es decir, la versión del CAPM en la forma de rendimientos excesivos.

---

##### Ecuaciones Estimadas CAPM (Mínimos cuadrados ordinarios)

---

REALFA	= -0.03492490486 + 1.055952671*MMF
REAPASCO	= -0.01678520774 + 0.6619713193*MMF
REBIMBOA	= -0.003366418458 + 0.4056524609*MMF
RECEMEXCPO	= -0.00511573226 + 1.003756216*MMF
RECOMERCIUBC	= -0.01258705294 + 0.9637678618*MMF
RECONTAL	= -0.002563822177 + 0.7652141678*MMF
RECYDSASAA	= -0.03706643333 + 0.4206907476*MMF
REDESCB	= -0.02780783032 + 0.815294031*MMF
REGCARSOA1	= -0.02204714858 + 1.129494133*MMF
REGCCB	= -0.02086155009 + 0.9306610143*MMF
REGISSAB	= -0.02882909484 + 0.8460441237*MMF
REICA	= -0.03955194627 + 0.8905655149*MMF
REKIMBERA	= -0.01700686887 + 0.6622624557*MMF
REMASECAB	= -0.02948691146 + 0.6503897933*MMF
REPENOLES	= -0.03365429203 + 0.4348084473*MMF
RESAVIAA	= -0.05693724859 + 0.1325036969*MMF
RESORIANAB	= -0.01000468615 + 1.124608411*MMF
RETAMSA	= -0.007503844388 + 1.109423053*MMF
RETELMEXA	= 0.009445513295 + 0.9311237134*MMF
RETMMA	= -0.01426125802 - 0.06755562401*MMF
REVITRO	= -0.02029586513 + 0.9260535017*MMF
REWALMEXC	= -0.002592472331 + 0.9407524436*MMF
REWALMEXV	= -0.0007859333704 + 0.9622846031*MMF

---



Posteriormente se muestran para cada parámetro estimado el valor  $T^{21}$ , para determinar su significancia estadística. El valor de probabilidad que muestra la significancia estadística exacta alcanzada en la prueba. Así como los valores correspondientes al coeficiente de determinación  $R^2$  (R-squared)<sup>22</sup>, el valor alcanzado de significancia conjunta de los parámetros  $F^{23}$  y el valor estadístico Durbin-Watson<sup>24</sup> para detectar la presencia de autocorrelación, ya que ésta ocasiona que los coeficientes estimados mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios no sean los de mínima varianza y, por lo tanto, no sean los mejores estimadores lineales insesgados.

---

<sup>21</sup> Un primer criterio para evaluar el ajuste de la ecuación de regresión estimada es probar la significancia de los coeficientes estimados (pendiente de la ecuación estimada). Lo que se desea saber es si cada una de las variables independientes contribuyen significativamente, desde el punto de vista estadístico, a explicar la variable dependiente, mediante la prueba T. Con  $n-k$  grados de libertad ( $n$ =número de observaciones,  $k$ =número de parámetros estimados), al nivel de confianza elegido se rechaza  $H_0$  si el valor de la T calculada es mayor que el valor crítico de las tablas.

<sup>22</sup> Mientras más cercano sea su valor a 1 mayor es el ajuste de la regresión.

<sup>23</sup> Valor crítico a un nivel de significancia. Mediante el valor calculado de F también se puede probar la significancia conjunta de los coeficientes de la regresión, es decir, para determinar si existe relación lineal entre Y y las variables explicativas. Si el valor calculado de F es mayor que el valor crítico de la prueba (valor en tablas) se puede rechazar simultáneamente las hipótesis nulas de no-relación lineal entre las variables dependientes y las explicativas y de que  $R^2=0$ .

<sup>24</sup> Se puede detectar la existencia de correlación entre términos sucesivos de error (correlación serial o de primer orden) mediante el estadístico  $d$  de Durbin y Watson. Debido a que  $-1 \leq \rho \leq 1$ , de la última expresión del estadístico de Durbin-Watson se desprende que  $0 \leq d \leq 4$ , por lo que cuando no hay correlación,  $\rho=0$ , entre los términos de error  $d=2$ . De lo anterior se deriva que como regla empírica se acepte que: a) no hay autocorrelación de primer orden entre los términos de error cuando el valor del estadístico es cercano a 2, b) hay autocorrelación positiva de primer orden (los términos sucesivos de error tienen los mismos signos) cuando su valor es igual o próximo a 0, y c) hay autocorrelación negativa de primer orden (a un término de error con un signo dado le sigue un término de error con signo opuesto) mientras más cercano sea el valor de  $d$  a 4.

# Resumen de las Regresiones CAPM

Método Mínimos cuadrados ordinarios

Tabla 1

Emisora	MMF													
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	R-squared	Adjusted R-squared	Log likelihood	Durbin-Watson stat	F-statistic	Prob(F-statistic)
1 REALFA	-0.0349	0.0133	-2.6222	0.011 *	1.0560	0.1404	7.5236	-	0.4983	0.4895	51.8285	2.1682	56.6046	-
2 REAPASCO	-0.0168	0.0119	-1.4106	0.1638	0.6620	0.1254	5.2792	-	0.3284	0.3166	58.4783	2.3265	27.8700	0.0000
3 REBINBOA	-0.0034	0.0141	-0.2384	0.8124	0.4057	0.1488	2.7264	0.0085	0.1154	0.0998	48.3848	2.1718	7.4331	0.0085
4 RECEXPCO	-0.0051	0.0099	-0.5185	0.6061	1.0038	0.1040	9.6547	-	0.3881	0.3773	69.5340	1.8619	93.2128	-
5 RECOMERCIBUC	-0.0126	0.0152	-0.8274	0.4114	0.9638	0.1603	6.0122	-	0.3610	0.3498	43.9869	2.3502	36.1463	-
6 RECONTAL	-0.0026	0.0128	-0.2004	0.8419	0.7652	0.1348	5.6750	-	0.3610	0.3498	54.1922	2.0910	32.2052	-
7 RECYDSASAA	-0.0371	0.0140	-2.6530	0.0103 *	0.4207	0.1472	2.8573	0.0060	0.1253	0.1099	49.0048	2.0210	8.1643	0.0060
8 REDESCB	-0.0278	0.0129	-2.1505	0.0358 *	0.8153	0.1363	5.9831	-	0.3858	0.3750	53.5719	2.2548	35.7979	-
9 REGCARSOA1	-0.0220	0.0088	-2.5059	0.0151 *	1.1295	0.0927	12.1828	-	0.3778	0.3668	76.2933	2.4140	148.4215	-
10 REGCCB	-0.0209	0.0114	-1.8262	0.0731	0.9307	0.1204	7.7313	-	0.3620	0.3508	60.8868	1.9934	59.7723	-
11 REGISSAB	-0.0288	0.0141	-2.0420	0.0458 *	0.8460	0.1488	5.6866	-	0.3620	0.3508	48.3887	2.5150	32.3376	-
12 REICA	-0.0396	0.0183	-2.1642	0.0347 *	0.8906	0.1926	4.6243	-	0.2728	0.2601	33.1617	1.8241	21.3838	0.0000
13 REKIMBERA	-0.0170	0.0106	-1.6057	0.1139	0.6623	0.1116	5.9337	-	0.3818	0.3710	65.3476	2.2962	35.2086	-
14 REWASECAB	-0.0295	0.0196	-1.5035	0.1382	0.6504	0.2067	3.1470	0.0026	0.1480	0.1331	28.9965	2.0319	9.9033	0.0026
15 REPEÑOLES	-0.0337	0.0156	-2.1548	0.0354 *	0.4348	0.1646	2.6419	0.0106	0.1091	0.0935	42.4318	1.9985	6.9795	0.0106
16 RESAVIAA	-0.0569	0.0197	-2.8920	0.0054 *	0.1325	0.2075	0.6387	0.5256	0.0071	-0.0103	28.7705	1.0643	0.4079	0.5256
17 RESORIANAB	-0.0100	0.0102	-0.9762	0.3331	1.1246	0.1080	10.4128	-	0.4632	0.4537	67.2866	2.1461	108.4266	-
18 RETANSA	-0.0075	0.0150	-0.4998	0.6191	1.1094	0.1582	7.0125	-	0.4632	0.4537	44.7636	2.1534	49.1753	-
19 RETELMEXA	0.0094	0.0069	1.3675	0.1768	0.9311	0.0728	12.7922	-	0.4632	0.4537	90.5678	2.8884	163.6404	-
20 RETMNA	-0.0143	0.0188	-0.7574	0.4519	-0.0676	0.1984	-0.3405	0.7348	0.0020	-0.0155	31.4016	1.7508	0.1159	0.7348
21 REVITRO	-0.0203	0.0131	-1.5528	0.1260	0.9261	0.1377	6.7232	-	0.4423	0.4325	52.9368	2.0497	45.2012	-
22 REWALMEXC	-0.0026	0.0090	-0.2880	0.7744	0.9408	0.0949	9.9183	-	0.4423	0.4325	74.9481	2.2041	98.3730	-
23 REWALMEXY	-0.0008	0.0089	-0.0886	0.9297	0.9623	0.0935	10.2891	-	0.4423	0.4325	75.7781	2.1913	105.8647	-

\* Significancia del 5% ó 1%

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Analicemos en primer término el coeficiente de determinación  $R^2$  (R-squared Adjusted) que reveló cada tipo de regresión, es decir, para cada emisora seleccionaremos el modelo que arrojó un  $R^2$  mayor.

En la tabla 1 se observa que 16 de los modelos presentaron un  $R^2$  menor al 50%, por tanto, el modelo de regresión sólo explica, según el caso, ese porcentaje de las variaciones en los rendimientos de la emisora. En estas ecuaciones la prima por riesgo en el mercado de valores MMF o rendimiento en exceso explica menos del 50% del rendimiento excesivo de la acción o prima que se supone paga la acción en función de su nivel de riesgo en el mercado.

En el caso de la acción TMMA el valor de  $R^2$  es inferior a .01 por lo que no explica ni siquiera el 1% de su rendimiento excesivo.

En lo que corresponde al estadístico Durbin-Watson podemos ver que la mayoría de las ecuaciones permiten rechazar la hipótesis nula de autocorrelación en los términos de error. Salvo RESAVIAA con un indicador de 1.06434, por lo que el valor calculado para dicho estadístico se ubica en la región de indeterminación.

Como se observa en las ecuaciones y los resultados para cada modelo de regresión y emisora, casi todas las ecuaciones resultaron significativas. Por lo tanto, estos resultados pueden usarse como argumentos a favor del CAPM.

Ahora revisemos los resultados probando CAPM con el método EGARCH. Realizamos esta prueba para resolver problemas de heteroscedasticidad, la cual es una característica de la información de corte transversal. Mientras que el problema de autocorrelación es una característica de la información de serie de tiempo.

Veamos como se comporta el modelo CAPM y el Modelo FAMA y FRENCH utilizando el método EGARCH.



## Resumen de las Regresiones CAPM

---

### Ecuaciones CAPM Método ARCH Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

---

REALFA = -0.006523172979 + 1.150419334\*MMF  
REAPASCO = -0.01741943287 + 0.7327122637\*MMF  
REBIMBOA = -0.003146050509 + 0.3909771234\*MMF  
RECEMEXCPO = -0.00475534943 + 1.178060466\*MMF  
RECOMERCIUBC = -0.04821854711 + 1.044233649\*MMF  
RECONTAL = -0.009932835798 + 0.7493575349\*MMF  
RECYDSASAA = -0.04412338037 + 0.6412311203\*MMF  
REDESCB = -0.02494967023 + 0.8095474313\*MMF  
REGCARSOA1 = -0.02672077075 + 1.163181707\*MMF  
REGCCB = -0.03084138913 + 1.024070405\*MMF  
REGISSAB = -0.05320426356 + 0.7048234022\*MMF  
REICA = -0.03058881118 + 1.148843293\*MMF  
REKIMBERA = -0.02090284287 + 0.6786650969\*MMF  
REMASECAB = -0.05985339101 + 0.4813208138\*MMF  
REPENOLES = -0.03214780976 + 0.6237319941\*MMF  
RESAVIAA = -0.04255142572 - 0.009724549442\*MMF  
RESORIANAB = -0.00937085416 + 1.11243037\*MMF  
RETAMSA = -0.0277556482 + 0.8779499499\*MMF  
RETELMEXA = 0.009548631417 + 1.071545267\*MMF  
RETMMA = -0.01755630214 + 0.01446903555\*MMF  
REVITRO = -0.02605331305 + 0.9921544889\*MMF  
REWALMEXC = -0.004288466628 + 0.9166809841\*MMF  
REWALMEXV = -0.001470382307 + 1.094676525\*MMF

---

# Resumen de las Regresiones del Modelo CAPM

Método EGARCH  
Tabla 2

Emisión	MMF		EGARCH(1)		Variance Equation		Prob.	R-squared	Adjusted R-squared	Log likelihood	Durbin-Watson stat	S.D. dependent var	F-statistic	Prob(F-statistic)		
	Coefficient	Std. Error	Coefficient	Std. Error	Prob.	Prob.										
REALFA	-0.0065	0.0104	0.5300	1.1504	0.1474	-	0.9384	0.0146	-	0.4549	0.4034	62.8962	2.0361	0.1431	8.9448	0.0000
REAPASCO	-0.0174	0.0112	0.1191	0.7327	0.0965	-	0.4108	0.5908	0.4668	0.3246	0.2609	60.3581	2.3920	0.1105	5.0939	0.0007
REBIMBOA	-0.0031	0.0147	0.8307	0.3910	0.1707	0.0220	-0.3120	0.6044	0.6057	0.1152	0.0317	50.0630	2.1784	0.1143	1.3802	0.2466
RECEMEXCPO	-0.0048	0.0035	0.1763	1.1781	0.0477	-	-0.4924	0.2063	0.0170	0.3258	0.2622	78.3190	1.9525	0.1219	16.0215	-
RECOMERCILUBC	-0.0482	0.0107	-	1.0442	0.0574	-	0.7334	0.0000	-	0.3572	0.2965	51.8534	2.1701	0.1480	5.1214	0.0007
RECONTRAL	-0.0099	0.0038	0.0087	0.7494	0.0449	-	0.6596	0.0222	-	0.0863	0.0001	53.8398	2.0539	0.1137	1.0014	0.4261
RECYOSASAA	-0.0441	0.0133	0.0009	0.6412	0.0973	-	0.3738	0.2336	0.1095	0.0863	0.0001	57.1422	2.2533	0.1256	6.6417	0.0001
REDESCB	-0.0250	0.0150	0.0960	0.8085	0.1060	-	-0.8991	0.1380	-	0.3852	0.3272	77.4810	2.3921	0.1271	27.3188	-
REGARSOA1	-0.0267	0.0096	0.0053	1.1632	0.1139	-	0.1540	0.8156	0.8502	0.4999	0.4527	65.4389	1.9576	0.1245	10.5945	-
REGCCB	-0.0308	0.0097	0.0015	1.0241	0.0923	-	-0.2872	0.2339	0.2195	0.3194	0.2552	51.3705	2.3652	0.1345	4.9753	0.0008
REGISSAB	-0.0532	0.0137	0.0001	0.7048	0.1258	-	0.1156	0.2457	0.6380	0.3194	0.2552	51.3705	2.3652	0.1345	4.9753	0.0008
REIFA	-0.0209	0.0112	0.0237	1.1489	0.2114	-	0.8478	0.1197	-	0.2472	0.1762	41.6269	1.8711	0.1631	3.4809	0.0086
REKIMBERA	-0.0209	0.0112	0.0625	0.6787	0.1327	-	0.9230	0.0828	-	0.3801	0.3216	69.6154	2.2924	0.1025	6.4996	0.0001
REMASECAB	-0.0599	0.0140	-	0.4813	0.0915	-	-0.3268	0.2350	0.1645	0.1031	0.0185	38.9202	2.0146	0.1617	1.2189	0.3132
REPEÑOLES	-0.0321	0.0147	0.0282	0.6237	0.1115	-	-0.0344	0.7403	0.9630	0.0884	0.0024	45.3251	1.9541	0.1260	1.0282	0.4106
RESAVTAA	-0.0426	0.0054	-	-0.0097	0.0473	0.6370	0.9398	0.0190	-	-0.0108	-0.1062	68.4131	0.0000	0.1504	1.0782	-
RESORJANAB	-0.0094	0.0105	0.3701	1.1124	0.1290	-	0.3536	0.7357	0.5307	0.4268	0.3727	68.1756	2.1530	0.1329	20.1544	-
RETANSA	-0.0278	0.0136	0.0407	0.6780	0.1663	-	0.9726	0.0199	-	0.4268	0.3727	68.1756	2.1530	0.1329	20.1544	-
RETELMEXA	0.0095	0.0050	0.0555	1.0715	0.0272	-	0.7577	0.0000	-	0.4268	0.3727	68.1756	2.1530	0.1329	20.1544	-
RETMAMA	-0.0176	0.0027	-	0.0145	0.0308	0.6380	0.1844	0.1144	0.1069	-0.0016	-0.0961	44.5055	0.0000	0.1435	1.7875	-
REVITRO	-0.0261	0.0038	0.0079	0.9922	0.0811	-	0.8723	0.0150	0.4380	0.3850	0.3850	58.7034	2.0838	0.1332	8.2617	0.0000
REVALMEXC	-0.0043	0.0061	0.4844	0.9167	0.0592	-	0.3934	0.1822	0.0308	0.4380	0.3850	58.7034	2.2236	0.1131	18.2446	-
REVALMEXV	-0.0015	0.0087	0.8652	1.0947	0.0955	-	-0.7874	0.1993	0.0001	0.4380	0.3850	58.7034	2.1176	0.1142	18.6521	-

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Comparado con Mínimos cuadrados ordinarios, el ajuste de las ecuaciones estimadas en la tabla 2 es menos satisfactorio utilizando el método de EGARCH ya que en 15 de las ecuaciones estimadas el valor de  $R^2$  (R squared) es menor al 50%, siendo menor en todos los caso el ajuste de  $R^2$  haciendo la regresión con el método EGARCH teniendo una variación de hasta 6% como es el caso COMERCIUBC. Mientras que GCCB, pierde significancia al bajar su valor de 0.51187 a 0.49987

En lo que corresponde al estadístico Durbin-Watson la mayor parte de las ecuaciones permite rechazar la hipótesis nula de autocorrelación en los términos de error. Sin embargo, el indicador tiene una variación de decremento en 13 ecuaciones, siendo las más críticas RESORIANAB y TELMEXA, donde, podemos decir que existe autocorrelación positiva de primer orden ya que su valor es igual a cero.

Revisemos ahora los resultados probando FAMA y FRENCH con el método de Mínimos Cuadrados

## Resumen de las Regresiones FAMA Y FRENCH

### Método Mínimos cuadrados ordinarios

Ecuaciones Fama y French	Método Mínimos Cuadrados	LS	Least Squares (NLS And ARMA)
REALFA	= -0.08236219445 + 1.008990672*MMF + 2.248094053*SMB + 0.02028562129*HML		
REAPASCO	= -0.009063489354 + 0.6655810974*MMF - 0.1697030621*SMB - 0.1622893422*HML		
REBIMBOA	= -0.05154676392 + 0.3946774396*MMF + 0.4971745449*SMB + 1.467701777*HML		
RECEMEXCPO	= -0.01068768236 + 1.004607126*MMF - 0.04562371339*SMB + 0.2532834062*HML		
RECOMERCIUBC	= -0.02023613752 + 0.9441742073*MMF + 0.9471909127*SMB - 0.4704394174*HML		
RECONTAL	= -0.05387981401 + 0.7380962944*MMF + 1.279955272*SMB + 0.9552398384*HML		
RECYDSASAA	= -0.101188246 + 0.3864788341*MMF + 1.61526203*SMB + 1.18073963*HML		
REDESCB	= -0.1069034475 + 0.7695630043*MMF + 2.16414948*SMB + 1.317367181*HML		
REGCARSOA1	= -0.04335551949 + 1.121361398*MMF + 0.379362353*SMB + 0.5199010317*HML		
REGCCB	= -0.01443936464 + 0.938347117*MMF - 0.3689577124*SMB + 0.04959551656*HML		
REGISSAB	= -0.09210279013 + 0.7948287155*MMF + 2.442932288*SMB + 0.4772472517*HML		
REICA	= -0.08391503983 + 0.8857432374*MMF + 0.2008164864*SMB + 1.559609461*HML		
REKIMBERA	= -0.03414306659 + 0.6597082288*MMF + 0.1112041474*SMB + 0.5751825158*HML		
REMASECAB	= -0.06164902233 + 0.6501129403*MMF - 0.01098919026*SMB + 1.257532587*HML		
REPENOLES	= -0.06353117098 + 0.4185844104*MMF + 0.7663963662*SMB + 0.5389870303*HML		
RESAVIAA	= -0.1461052389 + 0.009835768358*MMF + 5.898590386*SMB - 1.317180717*HML		
RESORIANAB	= -0.05234625324 + 1.080506379*MMF + 2.112864*SMB - 0.06798421898*HML		
RETAMSA	= -0.005170812753 + 1.106664081*MMF + 0.1359663402*SMB - 0.2007331366*HML		
RETELMEXA	= 0.005277961493 + 0.9244216671*MMF + 0.3228089732*SMB - 0.09973812566*HML		
RETMMA	= -0.01670006187 - 0.08919442555*MMF + 1.050625616*SMB - 0.7565193267*HML		
REVITRO	= -0.1194045686 + 0.8776759406*MMF + 2.27765585*SMB + 2.00237389*HML		
REWALMEXC	= -0.006172639269 + 0.9367067127*MMF + 0.1940562643*SMB - 0.01822866495*HML		
REWALMEXV	= -0.007692923717 + 0.9570026279*MMF + 0.2516558026*SMB + 0.06426229246*HML		

# Resumen de las Regresiones FAMA Y FRENCH

Método Mínimos cuadrados ordinarios

Tabla 3

Emisora	C			MMF			SMB			t-Statistic	Prob.
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Coefficient	Std. Error	t-Statistic		
REALFA	-0.082362	0.043462	-1.895047	0.0633	0.141217	0.448111	7.144952	-	1.342456	1.674613	0.0997
REALPACO	-0.009063	0.040074	-0.226167	0.8219	0.130211	5.111577	-	-	1.237822	-0.137098	0.8915
REBIMBOA	-0.051547	0.046068	-1.118926	0.2680	0.394677	2.636711	0.1019	-	1.422958	0.349395	0.7281
RECENEXCPO	-0.010688	0.033160	-0.322308	0.7484	1.004507	0.107744	9.324038	-	1.024246	-0.045444	0.9646
RECOMEXCIUBC	-0.020236	0.050678	-0.399307	0.6912	0.944174	0.164665	5.733922	-	1.565354	0.605097	0.5476
RECONTAL	-0.053880	0.042428	-1.269800	0.2095	0.137859	5.353979	-	-	1.310535	0.976666	0.3330
RECYDSASAA	-0.101188	0.046104	-2.194781	0.0324	0.149802	2.579824	0.0126	-	1.424089	1.134238	0.2816
REDESCB	-0.043356	0.042072	-2.540946	0.0139	0.136702	5.629477	-	-	1.299536	1.665325	0.1015
REGCANSOAI	-0.093556	0.029374	-1.475985	0.1457	0.121361	11.749070	-	-	1.299536	1.665325	0.1015
REGCCB	-0.014439	0.038433	-0.375704	0.7086	0.938347	0.124877	7.514171	-	0.907307	0.418119	0.6775
REGISSAB	-0.092103	0.046325	-1.968193	0.0518	0.794829	0.150520	5.280553	-	1.187120	-0.310801	0.7571
REICA	-0.083915	0.060138	-1.395384	0.1685	0.885743	0.195401	4.532961	-	2.442932	1.420890	0.0934
REKIMBERA	-0.034143	0.035362	-0.965529	0.3385	0.659708	0.114899	5.741623	-	0.200816	1.857599	0.1443
REMASECAB	-0.061649	0.055147	-0.946302	0.3481	0.650113	0.211678	3.071230	0.0033	1.092269	0.101810	0.9143
REPENGLES	-0.063531	0.052441	-1.211469	0.2309	0.418584	0.170394	2.456568	0.0172	2.122281	-0.005461	0.9957
RESAVIAA	-0.146105	0.055280	-2.643024	0.0107	0.009836	0.179616	0.054760	0.9565	1.618819	0.473137	0.6380
RESORTIANAB	-0.052346	0.032769	-1.597431	0.1159	1.080306	0.106475	10.448020	-	1.707484	3.454551	0.0011
RETELMSA	-0.005171	0.050539	-0.102313	0.6189	0.924422	0.164213	6.739217	-	1.012181	2.087436	0.0415
RETELMSA	0.009278	0.023171	0.227783	0.8207	0.924422	0.075288	12.278520	-	1.561036	0.087099	0.9309
RETMINA	-0.016700	0.062999	-0.266776	0.7906	-0.889194	0.203400	-0.438518	0.6627	0.715709	0.451034	0.6537
REVIURO	-0.119405	0.041195	-2.898511	0.0054	0.877676	0.133852	6.557048	-	1.050826	0.543357	0.5891
REWALMEXC	-0.006173	0.030310	-0.203654	0.8394	0.936707	0.099482	9.511407	-	2.277656	1.272442	0.0790
REWALMEXV	-0.007693	0.029884	-0.257425	0.7978	0.957003	0.097100	9.855805	-	0.923067	0.272630	0.7862

# Resumen de las Regresiones FAMA Y FRENCH

Método Mínimos cuadrados ordinarios  
Tabla 3 (continúa)

Emisora	HML	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	R-squared	Adjusted R-squared	S.E. of regression	Durbin-Watson stat	S.D. dependent var	F-statistic	Prob(F <= statistic)
REALFA	0.02086	0.765458	0.026501	0.9790	0.9790	0.329039	0.292441	0.100829	2.256381	0.143130	20.624830	-
REAPASCO	-0.162269	0.705796	-0.229938	0.8190	0.8190	0.329039	0.292441	0.092970	2.333604	0.110525	8.990658	0.000061
REBIMSOA	1.467702	0.811359	1.808943	0.0759	0.0759	0.170503	0.125258	0.106875	2.282548	0.114271	3.768410	0.015649
RECEMEXCFO	0.253283	0.584017	0.433692	0.6662	0.6662	0.401789	0.369159	0.117570	1.867334	0.121915	30.222830	-
RECOMERTIUBC	-0.470439	0.892552	-0.527072	0.6003	0.6003	0.381210	0.347458	0.098431	2.378509	0.148025	12.312560	0.000003
RECONTAL	0.955240	0.747256	1.278239	0.2065	0.2065	0.161081	0.115322	0.106958	2.148324	0.121851	11.294380	0.000007
RECYDASAA	1.180740	0.811993	1.494126	0.1516	0.1516	0.427279	0.396039	0.097605	2.070411	0.113716	3.520195	0.020852
REDECSB	1.317367	0.740985	1.777860	0.0810	0.0810	0.3193	0.287775	0.063148	2.475410	0.125594	13.677580	0.000001
REGCARSOAI	0.519901	0.517339	1.004952	0.3193	0.3193	0.354971	0.486775	0.089162	1.998643	0.124458	19.336950	-
REGCCB	0.049596	0.676886	0.732270	0.9419	0.9419	0.361970	0.361970	0.107471	2.620147	0.134545	11.968250	0.000004
REGISSAB	0.477247	0.815882	0.584946	0.5610	0.5610	0.306449	0.268619	0.139515	1.970503	0.163136	8.100684	0.000147
REICA	1.559609	1.059154	1.472505	0.1466	0.1466	0.393052	0.359945	0.082038	2.370434	0.102543	11.872420	0.000004
REKIMBERA	0.575183	0.622803	0.923539	0.3598	0.3598	0.126819	0.126819	0.151137	2.033701	0.161741	3.807625	0.014953
REMACAB	1.257533	1.147387	1.095957	0.2779	0.2779	0.115303	0.057047	0.121661	1.026061	0.125956	2.389402	-
REPENOLIS	0.539987	0.823608	0.583567	0.5619	0.5619	0.310317	0.272909	0.128245	1.608178	0.150999	8.256632	0.000126
RESAVIAA	-1.317181	0.873594	-1.332906	0.1816	0.1816	0.464151	0.434923	0.075022	2.364915	0.132907	40.757570	-
RESORIANAB	-0.067984	0.577138	-0.117795	0.9067	0.9067	0.464151	0.434923	0.117247	2.161693	0.155973	15.880270	-
RETANSA	-0.200733	0.890402	-0.225517	0.8224	0.8224	0.464151	0.434923	0.053755	2.325294	0.103447	53.264850	-
RETELMEXA	-0.099738	0.408091	-0.244401	0.8078	0.8078	0.078406	-0.024590	0.145227	1.778397	0.143473	0.536006	0.659566
RETMMA	-0.755519	1.102514	-0.686177	0.4955	0.4955	0.078406	-0.024590	0.095570	2.260705	0.133230	19.238930	-
REVITRO	2.002374	0.725536	2.759854	0.0078	0.0078	0.533817	0.485436	0.079316	2.210062	0.113120	31.701630	-
REWALMEXC	-0.016229	0.533817	-0.034148	0.9729	0.9729	0.533817	0.485436	0.069329	2.203306	0.114197	34.121030	-
REWALMEXV	0.064262	0.526225	0.122096	0.9033	0.9033	0.533817	0.485436	0.069329	2.203306	0.114197	34.121030	-

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Vemos en la Tabla 3 que el ajuste de las ecuaciones estimadas nuevamente no es siempre satisfactorio pues en 14 de las ecuaciones estimadas el valor de  $R^2$  (R squared) es menor al 50%, por tanto, el modelo de regresión sólo explica, según el caso, ese porcentaje de las variaciones en los rendimientos de la emisora.

Sin embargo, si lo comparamos con la prueba del CAPM con mínimos cuadrados, fue mejor, ya que dos emisoras se ajustaron teniendo una  $R^2$  mayor de 0.5 siendo Alfa y Vitro.

En el caso de la acción TMMA el valor de  $R^2$  es mayor a .028 por lo que se explica mejor que en la prueba del CAPM con mínimos cuadrados.

En lo que corresponde al estadístico Durbin-Watson fue significativo en todas las ecuaciones ya que permiten rechazar la hipótesis nula de autocorrelación en los términos de error, al igual que con el CAPM de mínimos cuadrados, permitiendo inferir que en ellas no se encuentra un error de especificación en el modelo.

Podemos concluir que con el método de Mínimos Cuadrados el Modelo de FAMA y FRENCH se explican mejor los rendimientos que con el modelo CAPM como se ve en las  $R^2$  ya que todas se ajustaron mejor al modelo FAMA y FRENCH. Las cuales van de un incremento de 0.04% a 30.34%

Comparemos ahora los resultados revisando FAMA y FRENCH con el método ARCH

## Resumen de las Regresiones FAMA Y FRENCH

Método EGARCH Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

---

### Ecuaciones Fama y French Método ML – ARCH Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

---

REALFA = -0.1872438851 + 1.007302477\*MMF + 4.511956391\*SMB + 1.584386193\*HML  
REAPASCO = -0.004723007063 + 0.7140868015\*MMF - 0.252151467\*SMB - 0.2470953472\*HML  
REBIMBOA = -0.06137013824 + 0.4070769505\*MMF + 1.173006917\*SMB + 1.286459056\*HML  
RECEMEXCPO = -0.007826107003 + 1.164222337\*MMF - 0.02609662395\*SMB + 0.2320390406\*HML  
RECOMERCIUBC = -0.02032827569 + 1.011562965\*MMF - 0.2183216843\*SMB - 0.5893033614\*HML  
RECONTAL = -0.06029450717 + 0.6101307841\*MMF + 1.055319533\*SMB + 0.5332006332\*HML  
RECYDSASAA = -0.1078504351 + 0.6107378968\*MMF + 1.697748206\*SMB + 0.8319375487\*HML  
REDESCB = -0.04954345304 + 0.7514176888\*MMF - 0.5472987919\*SMB + 1.278039298\*HML  
REGCARSOA1 = -0.06899151118 + 1.278812436\*MMF + 1.090771227\*SMB + 0.9279591735\*HML  
REGCCB = -0.05421311647 + 1.006744246\*MMF + 0.548379389\*SMB + 0.5183917554\*HML  
REGISSAB = -0.1135155457 + 0.6193508714\*MMF + 1.073534556\*SMB + 1.239401789\*HML  
REICA = -0.06396690111 + 0.8733890837\*MMF + 0.2940545321\*SMB + 0.5221378143\*HML  
REKIMBERA = -0.05798542489 + 0.630865564\*MMF + 0.4839471358\*SMB + 1.335217062\*HML  
REMASECAB = -0.1193198606 + 0.4788869835\*MMF + 1.836998035\*SMB + 0.7326646375\*HML  
REPEÑOLES = -0.07675751175 + 0.4134329494\*MMF + 1.479897564\*SMB + 0.6938718865\*HML  
RESAVIAA = -0.105825793 + 0.0325747035\*MMF + 4.333879593\*SMB - 1.084557117\*HML  
RESORIANAB = -0.04525794155 + 1.0903182\*MMF + 1.882659096\*SMB - 0.1863900406\*HML  
RETAMSA = 0.009185827139 + 0.9293804167\*MMF + 0.4060099599\*SMB - 1.596208358\*HML  
RETELMEXA = -0.006209366318 + 1.037043663\*MMF + 0.193506046\*SMB + 0.4440931605\*HML  
RETMMA = -0.01655090379 + 0.008084497305\*MMF + 0.006379416384\*SMB - 0.07478141457\*HML  
REVITRO = -0.1185142192 + 1.035788096\*MMF + 1.580094458\*SMB + 1.594516543\*HML  
REWALMEXC = 0.02429916678 + 0.9699104233\*MMF - 0.8098956363\*SMB - 0.2499793041\*HML  
REWALMEXV = -0.03913285107 + 0.9953870149\*MMF + 1.292743745\*SMB + 0.6305682527\*HML

---



# Resumen de las Regresiones FAMA Y FRENCH

Método EGARCH Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

Tabla 4 (continúa)

Emisora	HML			C			Variance Equation			Prob.	R-squared	Adjusted R-squared	S.E. of regression	Sum squared resid
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.						
REALFA	1.584386	0.216745	7.309917	0.0000 *	-3.131638	0.603009	-5.193347	-	0.472338	0.399914	0.110876	0.626964		
REAPASCO	-0.247095	0.639351	-0.386478	0.6991	-3.407663	2.955186	-1.153113	0.2488	0.327216	0.234873	0.096678	0.476678		
REIMBOA	1.286459	1.041502	1.235195	0.2168	-4.939725	4.731558	-1.043995	0.2965	0.162445	0.047487	0.111525	0.634325		
RECEMEXCPO	0.232039	0.301354	0.769988	0.4413	-9.313860	1.219942	-7.634575	-	0.0000	0.0000	0.081581	0.339424		
RECOMERCIALIBC	0.589303	0.487438	-1.208981	0.2267	-0.435368	0.262033	-1.661505	0.0966	0.358892	0.270897	0.126395	0.814763		
RECONCAL	0.833201	0.329299	1.630937	0.1029	-1.501593	0.380062	-3.950914	0.0001	0.334467	0.243119	0.106009	0.571300		
RECYDSASAA	0.511938	0.236094	3.523752	0.0004 *	-1.802371	0.385427	-4.676295	-	0.104217	-0.018734	0.114776	0.671854		
REDESCB	1.278039	0.720915	1.772803	0.0763	-8.307809	0.800247	-10.381560	-	0.365721	0.278664	0.106669	0.580287		
REGCARSOA1	0.927959	0.195577	4.744714	0.0000 *	-3.772300	0.463290	-8.143713	-	0.497295	0.428296	0.073443	0.275085		
REGCCB	0.518392	0.617621	0.839337	0.4013	-5.943356	1.486411	-3.998459	0.0001	0.497295	0.428296	0.073443	0.275085		
REGSSAB	1.239402	0.696422	1.779671	0.0751	-3.800093	1.024565	-3.708984	0.0002	0.285185	0.187073	0.121310	0.750516		
REICA	0.522138	0.626445	0.833493	0.4046	-0.207138	0.020825	-9.946548	-	0.288731	0.191105	0.146722	0.109799		
REKIMBERA	1.335217	0.455621	2.930479	0.0034 *	-0.219534	0.298901	-0.734472	0.4627	0.374042	0.288126	0.086518	0.381753		
REMASECAB	0.732665	0.311953	2.348640	0.0188 *	-6.907435	0.451442	-15.300820	-	0.096150	-0.027908	0.163982	1.3714		
REPENOLAS	0.693872	0.934234	0.742718	0.4577	-5.886839	3.203019	-1.837903	0.0651	0.110045	-0.012106	0.126716	0.816911		
RESAVIAA	-1.084557	0.762531	-1.422312	0.1549	-0.257915	0.572831	-0.450247	0.6525	0.283729	0.185417	0.135742	0.939716		
RESORIANAB	-0.186390	0.575766	-0.323725	0.7461	-2.849986	4.388378	-0.649440	0.5161	0.401900	0.226205	0.078999	0.318282		
RETAMSA	-1.596208	0.671098	-2.378501	0.0174 *	-0.356534	0.441190	-0.808119	0.4190	0.401900	0.226205	0.078999	0.318282		
RETELMEXA	0.444093	0.127501	3.483060	0.0005 *	-2.150677	0.538835	-4.013981	0.0001	0.001612	-0.135421	0.152880	0.635976		
RETNMA	-0.074781	0.312497	-0.239303	0.8109	-2.150677	0.459177	-4.683766	0.5864	0.001612	-0.135421	0.152880	0.635976		
REVITRO	1.594517	0.361873	4.406288	0.0000 *	-0.146311	0.272584	-0.544091	0.5864	0.001612	-0.135421	0.152880	0.635976		
REWALMEXC	-0.249979	0.100722	-2.481867	0.0131 *	-2.379402	0.025321	-93.891510	-	0.0000	0.0000	0.073443	0.275085		
REWALMEXV	0.630568	0.088758	7.104325	0.0000 *	-3.379402	0.626634	-5.392950	-	0.0000	0.0000	0.073443	0.275085		

# Resumen de las Regresiones FAMA Y FRENCH

Método EGARCH Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

Tabla 4 (continúa)

Emisora	Durbin-Watson stat	Mean dependent var	S.D. dependent var	F-statistic	Prob(F-statistic)
REALFA	2.04923	-0.037506	0.143130	6.521829	0.000017 *
REAPASCO	2.37265	-0.018404	0.110525	3.543481	0.003544 *
REBIMBOA	2.25425	-0.004358	0.114271	1.413083	0.220575
RECEMEXCPO	1.95215	-0.007570	0.121915	11.218490	-
RECOMERCUIBC	2.26085	-0.014943	0.148025	4.078538	0.001272 *
RECONTAL	2.02987	-0.004435	0.121851	3.661471	0.002822 *
RECYDSASAA	2.06179	-0.038095	0.113716	0.847632	0.553633 *
REDESCB	2.18878	-0.029801	0.125594	4.200903	0.001010 *
REGCARSOA1	2.39470	-0.024808	0.127137	17.544220	-
REGCCB	1.92743	-0.023137	0.124458	7.207312	0.000005 *
REGISSAB	2.24264	-0.030897	0.134545	2.906734	0.012306 *
REICA	1.87774	-0.041729	0.163136	2.957541	0.011135 *
REKIMBERA	2.34327	-0.018626	0.102543	4.353580	0.000758 *
REMASECAB	1.95866	-0.031077	0.161741	0.775044	0.610938
REPENOCLES	2.01731	-0.034717	0.125956	0.900893	0.513127
RESAVIAA	1.53143	-0.057261	0.150399	2.886012	0.012819 *
RESORIANAB	2.35357	-0.012754	0.132907	16.166610	-
RETAMSA	2.00095	-0.010216	0.155973	5.011377	0.000226 *
RETELMEXA	2.13263	0.007169	0.103447	18.827210	-
RETMMA	1.78875	-0.014096	0.143473	0.011767	0.999999
REVITRO	2.20914	-0.022560	0.133230	6.289731	0.000024 *
REWALMEXC	2.11811	-0.004892	0.113120	12.130500	-
REWALMEXV	2.15186	-0.003138	0.114197	12.720470	-

Al igual que en el modelo CAPM, Fama y French pierde significancia utilizando el método EGARCH. Ya que en sólo 6 de las 23 ecuaciones la  $R^2$  resultó significativa (tabla 4), sin embargo, comparado con mínimos cuadrados, todas las ecuaciones pierden significancia, siendo las más críticas ALFA, REGCCB y REVITRO con una  $R^2$  0.472338, 0.497295 y 0.463317 respectivamente ya que son menores de 0.5

En lo que se refiere al estadístico Durbin-Watson la mayor parte de las ecuaciones permite rechazar la hipótesis nula de autocorrelación en los términos de error. Este indicador casi no se vio afectado, si lo comparamos con el análisis del modelo Fama y French usando mínimos cuadrados ya que sólo tres ecuaciones tuvieron una disminución de menos del 8%, siendo estos casos los de APASCO, CEMEXCPO y TMMA.

Ahora, si comparamos CAPM con Fama y French utilizando EGARCH, tiene un comportamiento similar en lo que a  $R^2$  se refiere. Observando una mejoría en el indicador Durbin-Watson utilizando el modelo de Fama y French.

## Conclusiones

Un problema que se presentó al realizar la investigación es el de las fuentes de información, es decir, no se tiene la suficiente en bases de datos, aunado al hecho de que muchas de las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores tienen relativamente poco tiempo cotizando (o dejan de cotizar por un tiempo), a veces menos de 10 años. Este dato es relevante ya que si lo comparamos con otros mercados, por ejemplo el de Estados Unidos donde Eugene Fama y Kenneth French realizaron su investigación, los historiales de información son muy amplios y esto permite al investigador tener una mejor perspectiva del adecuado o mal funcionamiento del modelo en diferentes momentos del tiempo; las condiciones económicas, políticas y sociales son cambiantes y en esos mercados la determinación de los verdaderos factores de riesgo es más factible (son mercados más desarrollados), ya que entre más datos históricos se tengan, es más preciso probar qué factores se mantienen a lo largo del tiempo, a diferencia de los que afectan a los activos solamente en algún período determinado.

Por lo tanto, es importante mencionar que el presente trabajo de investigación es perfectible tanto en método como en fuentes de información, también hay que reconocer que las consideraciones antes expuestas (y otras que no se tomaron en consideración por posible omisión), hacen que la investigación futura sea muy amplia, haciendo evidente que falta aún mucho trabajo teórico y empírico sobre la misma para producir una teoría más acabada y, por tanto, de mayor alcance general. Por lo que de momento tendremos que conformarnos con ver a los resultados del presente trabajo como una primera aproximación y, desde un punto de vista optimista, como base para formular cuestionamientos y suposiciones pertinentes que orienten la investigación.

Apoiados con los modelos de regresión, se obtuvieron los principales estimadores de los coeficientes para cada factor, así como la estimación de los modelos de regresión; tanto para los estimadores como para los modelos, se aplicaron las pruebas de hipótesis de significancia y una vez comprobada su validez estadística, se seleccionaron aquellas que mejor explicaban las variaciones de los rendimientos de las emisoras.

No obstante, que se probó la validez estadística de los modelos de regresión, se encontró que en 14 de las 23 ecuaciones, el modelo explica menos del 50% de las variaciones de los rendimientos. Asimismo se observó que tres modelos explicaron las variaciones de los rendimientos entre el 50% y 60%; finalmente los modelos Cemex, Telmex, Gcarso y Soriana explicaron más del 60%.

Asimismo, la prueba estadística permite afirmar, con una confianza del 90%, 95% e incluso del 99% que existen betas diferentes de cero, correspondiente a los factores Small minus Big (SMB) y High minus Low (HML) que permiten explicar el rendimiento en el 43% y 52% respectivamente de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores para la muestra que se tomó; de este modo, la evidencia es acorde con el modelo de Fama y French en el sentido de que el riesgo es conformado por diversos factores del medio en que se desarrolla la empresa.

Partiendo de la base teórica que plantea Fama y French, se encontró que en algunos casos es posible mejorar la explicación que ofrece la teoría de Sharpe y otros que se basan sólo en la relación entre los rendimientos de los activos financieros y los movimientos de los mercados de valores. Por tanto, se puede desprender también de esta investigación que el modelo de Fama y French, sí constituye un avance teórico importante para la teoría del mercado de valores en general.

En lo que respecta a las conclusiones de la investigación se presentan, de tal suerte que se relacionen los objetivos, las preguntas de la investigación y la hipótesis, con los hallazgos y logros obtenidos.

*¿ El Modelo de Eugene Fama y Kenneth French puede explicar satisfactoriamente los rendimientos financieros de las acciones de empresas Mexicanas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores?*

*¿El modelo de Eugene Fama y Kenneth French se desempeña mejor que el Modelo CAPM de William Sharpe?*

Para alcanzar el primer objetivo de la investigación se calcularon, utilizando modelos de regresión múltiple, las estimaciones puntuales de los rendimientos para cada emisorá, aunque los resultados son provisionales, se encuentra alguna evidencia a favor de las variables consideradas por el modelo como explicativas de los rendimientos de los activos estudiados en el modelo de Fama y French. Este resultado



es consistente con la hipótesis que se desprende de la teoría del modelo de Fama y French, según la cual existen diversos factores de la empresa (las variables tamaño y valor en libros/valor de mercado), no sólo el rendimiento del mercado, que explican los rendimientos accionarios.

Se mostró evidencia de que el modelo de Fama y French puede ser aplicable en México con la muestra seleccionada, pero el nivel de ajuste es bajo, conforme a la teoría se supone que las variables de la empresa explican los rendimientos; sin embargo, dicha teoría fue desarrollada en otro contexto y no necesariamente se tiene que cumplir en nuestro mercado.

A lo largo de esta investigación se encontró evidencia para responder la pregunta dos. Donde sí demuestra la existencia de evidencia para poder afirmar que el modelo de Fama y French se desempeña mejor que el Capital Assets Pricing Model (CAPM), sin embargo, el hecho de que el factor de riesgo de mercado haya resultado significativo en todas las regresiones sugiere que el CAPM, no obstante sus limitaciones, tiene mucho que decir respecto a los rendimientos de los activos. Cabe señalar también que estos coeficientes son bastante semejantes a los obtenidos con el modelo de Fama y French.

El rendimiento del mercado de valores demostró contar con una capacidad explicativa en el proceso de generación de rendimientos de los activos, por lo que dicha variable es necesaria, pero no suficiente, para construir una explicación de dicho proceso.

Con base en la evidencia empírica, podemos considerar probada la hipótesis de que el rendimiento del mercado de valores no es el único factor explicativo del rendimiento accionario en la Bolsa Mexicana de valores, dado que se ha encontrado la evidencia de ello a través del análisis de los rendimientos de los activos financieros que se analizaron, pues, es muy probable que no capture elementos esenciales de dicho proceso.

En conclusión, se puede afirmar que todos los resultados obtenidos constituyen evidencias probatorias, aunque no fuertes, pero a favor de la hipótesis de que el modelo incluya información adicional proveniente de variables de la empresa, como el factor tamaño y grado de capitalización. Además de lo correspondiente al rendimiento del mercado, es capaz de ofrecer una explicación más completa sobre el proceso de generación de los rendimientos bursátiles en el mercado accionario mexicano. Es

decir, la prueba es favorable a nuestra hipótesis de trabajo. Implica que la evidencia encontrada constituye a su vez una prueba general de viabilidad de considerar teorías alternativas al CAPM para explicar de mejor forma el proceso de generación de los rendimientos de los activos financieros.

El trabajo de Fama y French, es interesante y no necesariamente se comporta igual en todos los mercados (como se observa en el presente estudio), lo que permite que sea un tema de discusión en los círculos de los investigadores, al menos en los grandes mercados, en donde siguen fluyendo los trabajos y se realizan aportaciones para el desarrollo de la teoría financiera.

Se podría considerar como algo necesario que la investigación de la teoría de portafolios de inversión se oriente fundamentalmente a la búsqueda de nuevas líneas de investigación que puedan explicar de manera más general el proceso de generación de rendimientos de los activos financieros. Evidentemente, las líneas de investigación que pudieran desprenderse siguiendo esta propuesta deberán de partir de él, y contribuir al desarrollo teórico de la economía financiera, por lo que también las contribuciones reales de esta rama de la ciencia económica son decisivas para el desarrollo de la teoría relacionada con la fijación de precios y generación de rendimientos de los activos financieros.

En lo que corresponde a los analistas de valores, las implicaciones de los resultados de este estudio pudieran ser señales que para contar con una mejor perspectiva en la evaluación de activos financieros, si toman en consideración la influencia que diversos factores de riesgo inherentes a la inversión pueden tener y no exclusivamente el riesgo del modelo CAPM. Y, por tanto, para desarrollar mejor su papel de consejeros del público inversionista deberán considerar de manera explícita otros factores de empresa como los aquí planteados. Por otra parte a los inversionistas, como sabemos, lo que le interesa es la ganancia y ganarle al mercado, por lo que este tipo de investigación le brinda elementos y/o herramientas de valuación, es decir, le puede servir para determinar si los activos están bien valuados.

## Bibliografía

- ALEXANDER, Sidney. PRICE MOVEMENT IN SPECULATIVE MARKETS: TRENDS O RANDOM WALKS, NO. 2. in Paul Cootner (ed.), The Random Character of Stock Market Prices (Cambridge. Mass: MIT Press 1964).
- AMLING, Frederick. INVESTMENTS AND INTRODUCTION TO ANALYSIS & MANAGEMENT. Sixth Edition. Prentice Hall
- BLACK Fisher: 1972. CAPITAL MARKET EQUILIBRIUM WITH RESTRICTED BORROWING", Journal of Business, 45, 444-455
- BREALEY, Richard A. And Myers Stewart C. PRINCIPLES OF CORPORATE FINANCE. Sixth Edition. McGraw-Hill, Inc. 2000
- BODIE, Zvi. ESSENTIALS OF INVESTMENTS. Second Edition. Irwin 1995
- BUTLER, Kirt. MULTINATIONAL FINANCE. South-Western College Publishing.
- CAMPBELL, John Y Shiller Robert. STOCK PRICES, EARNINGS AND EXPECTED DIVIDENDS. Journal of Finance 43 (July 1988), pp. 661-76.
- CLARK, Jack. MANAGEMENT OF INVESTMENTS. Second Edition McGraw-Hill Publishing Company.
- CONRAD, Jennifer y Kaul, Gautam. TIME-VARIATION AND EXPECTED RETURNS. Journal of Business 61 (October 1988), pp.409-25
- COPELAND, Thomas E. And Weston J. Fred. FINANCIAL THEORY AND CORPORATE POLICY. Third edition. Addison-Wesley Publishing Company
- ELTON, Edwin J. y GRUBER Martin J.: 1995. MODERN PORTFOLIO THEORY AND INVESTMENT ANALYSIS, John Wiley & Sons, Nueva York
- ENGLE, R. AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY WITH ESTIMATES OF THE VARIANCE OF UNITED KINGDOM INFLATION *Econométrica*, vol 50, no.1,1982, pp.987-1007
- FAMA, Eugene F. THE BEHAVIOR OF STOCK MARKET PRICES. Journal of Business 38, (Enero de 1965) pp. 34-105
- FAMA, Eugene F. L. Fisher, M. Jensen y R. Roll. THE ADJUSTMENT OF STOCK PRICES TO NEW INFORMATION. *International Review* 10.-Febrero, 1969, pp 1-21
- FAMA, Eugene y Marshall Blume. FILTER RULES AND STOCK MARKET TRADING PROFITS. Journal of Business 39 (Supplement January 1966)
- FAMA, Eugene F. y French Kenneth. DIVIDEND YIELDS AND EXPECTED STOCK RETURNS. Journal of Finance Economics 22 (October 1988). pp. 3-5

- FAMA, Eugene F. y French Kenneth. BUSINESS CONDITIONS AND EXPECTED RETURN ON STOCKS AND BONDS. *Journal of Financial Economics* 25 (November 1989). pp. 3-22
- FAMA, Eugene F. y French Kenneth. THE CROSS-SECTION OF EXPECTED STOCK RETURNS. *The Journal of Finance*, 47 (Junio de 1992) pp. 427-465
- FAMA, Eugene F. y French Kenneth. COMMON RISK FACTORS IN THE RETURNS ON STOCKS AND BONDS. *The Journal of Finance Economics*, 33 (Febrero de 1993) pp. 3-56
- FAMA, Eugene F. Y MacBeth James D. 1973. RISK, RETURN AND EQUILIBRIUM EMPIRICAL TEST. *Journal of Political Economy*. 71. Pp 607-636
- FAMA, Eugene F. MULTIFACTOR PORTAFOLIO EFFICIENCY AND MULTIFACTOR ASSET PRICING. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 31, pp. 441-465
- FULLER, Russell. MODERN INVESTMENTS AND SECURITY ANALYSIS. McGraw-Hill International Editions.
- GRINOLD, Richard. ACTIVE PORTAFOLIO MANAGMENT. Irwin.
- GUJARATI, Damodar. ECONOMETRIA. Tercera Edición. McGraw-Hill
- HAUGEN, Robert. MODERN INVESTMENT THEORY. Third Edition, Prentice Hall
- HERRERA, Gregorio. LA EFICIENCIA DEL MODELO DE EVALUACION DE PRECIOS DE ARBITRAJE (APT): EL CASO MEXICANO. Tesis de Doctorado en Administración, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM, México. 2000
- HUANG, Chi-Fu. FOUNDATIONS FOR FINANCIAL ECONOMICS. North Holland.
- KEIM, Donald y Stambaugh, Robert F. PREDICTING RETURNS IN THE STOCK AND BOND MARKETS. *Journal of Financial Economics* 17 (1986) pp. 357-90
- KOLB, Robert. INVERSIONES. University of Miami. Limusa Noriega Editores. 2000
- LINTNER, John: 1965. THE VALUATION OF RISK ASSETS AND THE SELECTION OF RISKY INVESTMENTS IN STOCK PORTFOLIOS AND CAPITAL BUDGETS. *The Review of Economics and Statistics*, vol. XLVII, N° 1, febrero, 13-37
- LUENBERGER, David G. INVESTMENT SCIENCE. Oxford University Press. 1998
- LO, Andrew W y Mackinla, Craig. STOCK MARKET PRICES DO NOT FOLLOW RANDOM WALKS: EVIDENCE FROM A SIMPLE SPECIFICATION TEST. *Review of Financial Studies* 1 (1988), pp 41-66
- LOPEZ, Francisco. RENDIMIENTO Y RIESGO EN LA BOLSA MEXICANA DE VALORES. Tesis de Maestría en Finanzas, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM, México. 1999

- López, Herrera Francisco y Vázquez Téllez Francisco Javier. "UN MODELO DE LA APT EN LA SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS ACCIONARIOS EN EL MERCADO MEXICANO". División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM. 2002
- López, Herrera Francisco y Vázquez Téllez Francisco Javier. "UN MODELO MULTIFACTORIAL PARA LA BOLSA MEXICANA DE VALORES" Ponencia en Primero Internacional y VI Congreso anual. Paradigmas emergentes de la administración en las sociedades. Abril 2002. ACACIA
- LUENBERGER, David. INVESTMENT SCIENCE. Oxford University Press.
- MARKOWITZ, Harry M.: 1952. PORTFOLIO SELECTION. Journal of Finance, 12, 77-91
- MARKOWITZ, Harry M.: 1959. PORTFOLIO SELECTION: EFFICIENT DIVERSIFICATION OF INVESTMENTS John Wiley & Sons, Nueva York
- MERTON, Robert C.: 1972, "AN ANALYTIC DERIVATION OF THE EFFICIENT PORTFOLIO FRONTIER", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. VII, nº 4, septiembre, 1851-1872
- MERTON, Robert C.: 1973. AN INTERTEMPORAL CAPITAL ASSET PRICING MODEL. Econometrica, 41, nº 5, septiembre, 867-888
- MOSSIN, Jan: 1966. EQUILIBRIUM IN A CAPITAL ASSET MARKET. Econometrica, vol. 34, Nº 4, octubre , 768-783
- ROBERTS, Harry. STOCK MARKET 'PATTERNS' AND FINANCIAL ANALYSIS: METHODOLOGICAL SUGGETIONS. Journal of Finance 14 (March 1959)
- ROLL, Richard y Ross, Stephen A. AN EMPIRICAL INVESTIGATION OF THE ARBITRAGE PRICING THEORY. Journal of Financial, VOL XXXV, No. 35, Diciembre 1980, 1073-1103
- ROLL, R., A CRITIQUE OF THE ASSET PRICING THEORY'S TESTS; PART I: ON PAST AND POTENTIAL TESTABILITY OF THEORY, Journal of Financial Economics, 4, 129-176
- ROSS, Stephen. FUNDAMENTOS DE FINANZAS CORPORATIVAS. Segunda Edición. McGraw-Hill
- ROSS, Stephen A.: 1976. THE ARBITRAGE THEORY OF ASSET PRICING. Journal of Economic Theory, 13, 341-360
- ROSS Stephen, Westerfield Randolph, Jaffe Jefferey. CORPORATE FINANCE. Fifth Edition Irwin McGraw-Hill, 1999
- SALVATORE, Dominick. MICROECONOMÍA- Edit McGrawHill. Segunda Edición, 1988

- SANTOMERO, Anthony. FINANCIALS MARKETS, INSTRUMENTS & INSTITUTIONS. Second Edition. McGraw-Hill Irwin, 2000
- SHARPE William F.: 1963, "A SIMPLIFIED MODEL FOR PORTFOLIO ANALYSIS", Management Science, IX, N° 2, enero, 277-293
- SHARPE William F.: 1964, CAPITAL ASSET PRICES: A THEORY OF MARKET EQUILIBRIUM UNDER CONDITIONS OF RISK, Journal of Finance, XIX, N° 3, septiembre, 425-442
- SHARPE William F.: 1970, PORTFOLIO THEORY AND CAPITAL MARKETS, McGraw-Hill, Nueva York
- SHARPE William F.: 2000, PORTFOLIO THEORY AND CAPITAL MARKETS, The Original Edition, McGraw-Hill, Nueva York
- SHLEIFER, Andrei. INEFFICIENT MARKETS, AN INTRODUCTION TO BEHAVIORAL FINANCE. Oxford University Press. 2000
- TOBIN James: 1958, LIQUIDITY PREFERENCE AS BEHAVIOR TOWARD RISK, The Review of Economic Studies, 26, 65-86
- VARIAN, Hal. MICROECONOMIA INTERMEDIA. UN ENFOQUE ACTUAL. Cuarta Edición. Universidad de California. 2001
- VAZQUEZ, Francisco J. VALIDACION EMPIRICA DEL MODELO APT, ARBITRAGE PRICING THEORY, EN MEXICO PARA CONFORMAR Y ADMINISTRAR PORTAFOLIOS DE INVERSION EN TITULOS ACCIONARIOS. Tesis de Maestría en Finanzas, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM, México. 2001
- VILLEGAS, Eduardo. ADMINISTRACION DE INVERSIONES. Edit. McGrawHill . pp.174. 1997