

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS DE LA TIERRA**

**MODELADO DE SONDEOS ELÉCTRICOS VERTICALES EN
MEDIOS ESTRATIFICADOS CON VARIACIÓN
EXPONENCIAL DE LA RESISTIVIDAD**

TESIS

que para obtener el título de "Ingeniero Geofísico"
presenta:

Alan Yusen Ley Cooper

Director de Tesis
M.C. David Rey Alatraste Vilchis

México, D.F. 2002

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



REPUBLICA NACIONAL
AZTECA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-I-1219

SR. ALAN YUSEN LEY COOPER
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M. en C. David Rey Alatraste Vilchis y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geofísico:

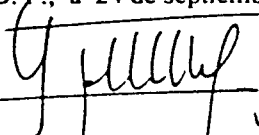
**MODELADO DE SONDEOS ELECTRICOS VERTICALES EN MEDIOS
ESTRATIFICADOS CON VARIACION EXPONENCIAL DE LA RESISTIVIDAD**

- I INTRODUCCION
- II FUNDAMENTOS DEL METODO DE SONDEO
ELECTRICO VERTICAL
- III MEDIOS ESTRATIFICADOS CON RESISTIVIDAD
VARIABLE
- IV EJEMPLO DE APLICACION
- V CONCLUSIONES
BIBLIOGRAFIA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, D. F., a 24 de septiembre de 2001
EL DIRECTOR


ING. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB*RLLR*gtg



*A Toña por su gran respaldo y cariño,
mismo que me permitió la conclusión de
esta etapa. Por ser con quien he construido
grandes expectativas de las etapas venideras,
y ser el idilio de quien he aprendido a
encarar esta vida con más deleite .*

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sentido agradecimiento a Mis Padres, Jenny y Juan, así como a mi hermano Kim, por coexistir en una familia placentera, donde muchas de mis más grandes ilusiones se gestaron y que con agrado manifiesto, he visto fructificar.

Por significar un respaldo sólido de donde apoyarse y conformar un espacio crítico y reflexivo, que al mismo tiempo ha sido confortable y complaciente.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, institución que me vio y ha enseñado a crecer, llorar, reír, gritar, sufrir, gozar, soñar y creo que pensar. Espacio que tiene un especial significado y me permite ser la persona que soy.

A David Alatraste, por ser una persona íntegra que merece el más profundo de los respetos, por su gran bondad y entrega en las aulas universitarias, y por ser el motor que permitió la realización de este anhelado momento.

A mis amigos todos.

ÍNDICE

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN	1
--------------------	---

CAPITULO II

FUNDAMENTOS DEL METODO DE SONDEO ELECTRICO VERTICAL

II.1 Resistividad eléctrica de las rocas.....	5
II.2 Medio homogéneo e Isótropo.....	9
II.3 Medición de la resistividad.....	12
II.4 Profundidad de penetración y espaciamento de los electrodos de corriente.....	14
II.5 Dispositivos electródicos.....	15
II.6 Dispositivo Polo-Polo.....	16
II.7 Dispositivo Wenner.....	17
II.8 Dispositivo Schlumberger.....	18
II.9 La resistividad aparente.....	20
II.10 Medio estratificado.....	21
II.11 Variaciones en las líneas de corriente.....	24

CAPITULO III

MEDIOS ESTARTIFICADOS CON RESISTIVIDAD VARIABLE

III.1 Variación de la resistividad en un mismo estrato.....	29
III.2 Potencial Eléctrico en un medio homogéneo con anisotropía transversal.....	30
III.3 Medio estratificado con variación exponencial.....	35

CAPITULO IV

EJEMPLO DE APLICACIÓN

IV.1 Información general del área.....	41
IV.2 Geología y tectónica regional.....	42
IV.3 Antecedentes y trabajos previos.....	44
IV.4 Metodología	45
IV.5 Interpretación	46
IV.6 Conclusiones del capítulo.....	51

CAPITULO V

CONCLUSIONES	53
--------------------	----

ANEXOS

Anexo1 Resultados de la interpretación

de Sondeos eléctricos Verticales con Capas Constantes.....	55
--	----

Anexo2 Resultados de la interpretación

de Sondeos eléctricos Verticales con Capas Variables.....	59
---	----

BIBLIOGRAFÍA	64
--------------------	----

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

	Página
Tabla I, " <i>Resistividades de algunos materiales</i> "	7
Tabla II " <i>Ventajas y desventajas de los dispositivos Schlumberger y Wenner</i> "	19
Figura 1 " <i>Tierra con resistividad constante</i> "	10
Figura 2, " <i>Arreglo para la medición de la resistividad</i> "	12
Figura 3, " <i>Comportamiento del potencial</i> "	13
Figura 4, " <i>Líneas de corriente con diferentes aperturas entre electrodos</i> "	14
Figura 5, " <i>Dispositivo Polo-Polo</i> "	16
Figura 6, " <i>Dispositivo Wenner</i> "	17
Figura 7, " <i>Dispositivo Schlumberger.</i> "	18
Figura 8 " <i>Variación en la trayectoria de las líneas de corriente</i> ".	25
Figura 9, " <i>Espaciamiento, contra, penetración</i> "	26
Figura 10, " <i>Curva de resistividad aparente para el problema directo</i> "	27
Figura 11 " <i>Espaciamiento, contra, penetración (segundo caso)</i> "	28
Figura 12, " <i>Curva de resistividad aparente (segundo caso).</i> "	28
Figura 13 " <i>Modelo de medio estratificado</i> "	37
Figura 14, " <i>Mapa de localización de la zona de estudio</i> "	42
Figura 15, " <i>Sección de iso-resistividad aparente con resistividad constante</i> "	47
Figura 16, " <i>Sección de iso-resistividad aparente con variación de resistividad exponencial.</i> "	48
Figura 17, " <i>Perfil geoelectrico, con resistividad constante</i> "	49
Figura 18, " <i>Perfil geoelectrico, con variación de resistividades exponenciales</i> "	50

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

En 1827, George Ohm definió una relación, que dedujo empíricamente, entre la corriente que fluye a través de un cuerpo y el voltaje requerido para conducir esta corriente a lo largo del mismo cuerpo.

$$V = RI$$

Ohm descubrió que la corriente, I , es proporcional al voltaje, V , y que la constante de proporcionalidad que permite esta relación, se llama *resistencia*, un valor que se le atribuye a cada material y lo determinan sus propiedades físicas y químicas.

En los métodos de prospección eléctrica la propiedad de los elementos del subsuelo que resulta de mayor interés es la resistividad, no la resistencia, ya que el valor de la resistencia no depende exclusivamente de la composición del material, sino que involucra factores como la geometría del cuerpo, (situación que complicaría por demás, el ya de por sí complejo problema de cuerpos del subsuelo, que raras veces tienen una geometría "simple"). Lo que en geofísica, y en especial en prospección eléctrica se estudia, es la propiedad que describe la capacidad, de los materiales, para conducir la corriente eléctrica independientemente de factores geométricos. Esta propiedad, se conoce como resistividad y se le asigna el símbolo griego ρ .

Los valores de resistividad, son determinantes para intuir la composición de los cuerpos geológicos que se encuentran en el subsuelo. Desde tiempos atrás se ha estudiado esta propiedad en los materiales, y ahora se sabe, que existen objetos que permiten con mayor o menor facilidad, el flujo de corriente eléctrica a través de sus cuerpos.

Todo modelo físico y matemático, es un intento teórico que busca simular la realidad, ésta presenta un gran cantidad de variables que deben ser consideradas o por lo menos tomadas en cuenta con el fin de ser más objetivos en la exposición de resultados

El subsuelo es todo un reto para el análisis de la prospección eléctrica, ya que un mismo cuerpo de roca puede tener diferentes propiedades resistivas. A esto contribuyen diversos factores como pueden ser la profundidad, la temperatura, ligeras variaciones de composición química dentro de un mismo estrato o cuerpo (atribuibles al momento de su génesis) y la relación que guarda el cuerpo con los materiales circundantes, que no siempre son los mismos en todo su espesor y volumen. Tradicionalmente se ha dicho que los cambios en la propiedades eléctricas en el subsuelo, corresponden a cambios de material, o por decirlo de otra forma, a cuerpos geológicos distintos. La complejidad de los componentes del subsuelo, ha dado pie a que la mayoría de los modelo eléctricos que se realizan, consideran capas de resistividad constante, lo que en ocasiones provoca que, para tener una mejor aproximación del modelo se requiera de la inclusión de muchas subcapas en el modelo.

El modelo de capas constantes es sin duda un modelo importante, y el más utilizado, sin embargo se cree (es lo que da pie a este trabajo) que un análisis equivalente es necesario para el caso de variación de la resistividad dentro una misma capa. Esta variación de la resistividad en un mismo estrato, se presenta en ambientes donde existe intrusión salina o en zonas subterráneas, donde la temperatura se incrementa con la profundidad, a este fenómeno se le relaciona con incrementos de la conductividad, por ende con variaciones en los valores de resistividad Van Dam (1976). Existen varios escritos sobre variaciones de resistividad dentro de un estrato, como Meier (1962), Mallick y Roy en (1968), Banerjee et al, (1970) mismos al los que se hará mención en capítulos siguientes.

Las bondades de la función exponencial permiten modelar este tipo de variaciones, ya que un incremento en la resistividad dentro de un mismo estrato puede ser modelado con una variación exponencial con signo positivo, y dependiendo de que tan abrupto sea este cambio, su pendiente se ajustará mediante el factor que se le asigne al exponente. Así mismo un decaimiento en las propiedades resistivas corresponderán a un signo negativo en la función exponencial y el grado de inclinación de la gráfica también podrá ser modificado.

La salinización, es un fenómeno que fue considerado como trascendente en este trabajo, por varias razones, de la cuales fueron dos las que se razonaron como de mayor importancia .

1. Las variaciones eléctricas producto de intrusiones salinas son un fenómeno que contrasta bien los altos y bajos resistivos. Situación que parece idónea para mostrar las variaciones resistivas en un mismo estrato, sin que esto implique un traslado de estrato o incluso un cambio del material componente.
2. Por otro lado las ciencias duras han sido, en múltiples ocasiones, cuestionadas por no contemplar las problemáticas sociales, económicas y ambientales, y en el caso específico de los problemas de salinización y contaminación de mantos, son de tal envergadura que podrían poner en aprietos a toda una nación, como ya ha sucedido en algunos estado de la República mexicana y en otros países, donde los recursos naturales han sido vistos como inagotables. Lugares donde las políticas de conservación, preservación y restauración han quedado en segundo plano. Es intención de este trabajo tratar de dotar con más herramientas a las posibles soluciones que traten de revertir esta impostergable defensa de los recursos naturales.

Los casos de salinización son un problema ambiental que en términos generales se puede decir que afectan tres elementos naturales: el suelo y el subsuelo, los sistemas hidricos y la vegetación. Varias son las causas de la salinización: entre ellas se encuentra el abuso en el empleo de fertilizantes químicos o la drástica disminución de agua en el suelo. Esta disminución puede estar relacionada con actividades de uso y sobreexplotación de los recursos hidricos o con excesos de evaporación de agua en el suelo en zonas áridas desprovistas de vegetación o erosionadas.

En México, la salinización se presenta en zonas costeras por intrusiones salinas que afectan las aguas dulces y en las principales zonas agrícolas ubicadas en los estados del norte de la República.

En este trabajo se pretende mostrar que el modelado de sondeos eléctricos con resistividad exponencial y anisotropía transversal, podrían representar un buen comportamiento del subsuelo. El razonamiento empleado, parte del supuesto que un mismo estrato de roca puede tener ciertas propiedades eléctricas a una profundidad., propiedades que no necesariamente se conservan en toda la extensión del cuerpo en estudio. Esta variación en las propiedades eléctricas, no necesariamente indica un cambio de estrato, incluso no es argumento suficiente para indicar la presencia de una nueva capa geoelectrica. Manifestación que se presenta en varios casos donde existen zonas afectadas por intrusión salina, donde la salinidad aumenta con la profundidad, y en casos donde la temperatura sufre incrementos o disminuciones, variaciones estrechamente ligadas a las propiedades conductivas de un material.

CAPITULO II

FUNDAMENTOS DEL METODO DE SONDEO ELECTRICO VERTICAL

II.1 Resistividad eléctrica de las rocas

Para la aplicación de cualquier método geoelectrónico, el conocimiento de las propiedades de las rocas y los minerales que las constituyen, son elementos de gran importancia. Las propiedades que permiten darle sustento a los desarrollos teóricos de los métodos geofísicos de exploración, son básicamente propiedades que pueden ser medidas o calculadas mediante expresiones matemáticas. Estas propiedades, para los métodos geoelectrónicos son principalmente tres; la resistividad eléctrica (cuya inversa es la conductividad eléctrica), la permeabilidad magnética, y la constante dieléctrica.

La estructura de las rocas (sus fracturas y fisuras), su composición mineralógica (tipo de crucero, elementos químicos, impurezas), el espacio entre las partículas que las constituyen (porosidad), los elementos que albergan estos poros (líquidos y gases), así como la humedad, temperatura y presión a los que son sometidas, son factores que determinan el comportamiento físico de las rocas.

La resistividad eléctrica es una medida física, la cual describe la habilidad o dificultad de una sustancia para conducir la corriente eléctrica, la conductividad es la inversa de la resistividad. Hay dos formas, mediante las cuales las cargas eléctricas son transportadas a través de las rocas, ya sea por electrones (conductividad eléctrica), o por medio de iones (conductividad electrolítica). La mayoría de los minerales formadores de rocas no son buenos conductores eléctricos, y por esto el gran número de las veces, la composición mineralógica tiene poco que ver con la resistividad de las rocas. Salvo en casos de altas concentraciones de minerales conductores.

En ocasiones la corriente es transportada por electrones, esto sucede en las rocas con menas metálicas, pero es la menor de las veces. La corriente eléctrica es principalmente conducida por iones de los fluidos albergados entre los poros y fracturas de las rocas (por lo general este fluido es agua), por ende los factores que determinan la resistividad de las rocas son:

- matriz (medio encajonante)
- interconexión de los poros (porosidad efectiva)
- saturación de fluidos
- resistividad del fluido.

A pesar de que algunos metales y algunos minerales, como el grafito, son buenos conductores eléctricos, la mayoría de los minerales formadores de roca son aislantes eléctricos. Los valores de resistividad en los materiales del subsuelo son principalmente controlados por la movilidad de iones cargados en los fluidos inter-poros. A pesar de que el agua no es un buen conductor eléctrico, el agua subterránea, generalmente contiene cantidades importantes de sales disueltas y otros compuestos que incrementan considerablemente su conductividad eléctrica. De aquí se concluye que la saturación de los fluidos, fracturas y la porosidad tienden a ser los factores dominantes en las mediciones de resistividad eléctrica.

En la Tabla I se muestran algunos rangos de valores de resistividad en diversos materiales. Los amplios rangos de variación se presentan por la gran variedad de posibles impurezas en los materiales, pero también son atribuibles al grado de saturación de fluidos. Perez-Rosales (1983) muestra la relación que existe entre el factor de resistividad y la porosidad. Usando las ecuaciones Archie, Maxwell y Fricke, donde muestra que las ecuaciones elaboradas anteriormente, son particularidades de esta nueva ecuación.

Material	Resistividad (Ohm-metro)
Aire	∞
Pirita	3×10^{-1}
Galena	2×10^{-3}
Cuarzo	$4 \times 10^{10} - 2 \times 10^{14}$
Calcita	$1 \times 10^{12} - 1 \times 10^{13}$
Sal de Roca	$30 - 1 \times 10^{13}$
Mica	$9 \times 10^{12} - 1 \times 10^{14}$
Granito	$100 - 1 \times 10^6$
Gabro	$1 \times 10^3 - 1 \times 10^6$
Basalto	$10 - 1 \times 10^7$
Limonitas	$50 - 1 \times 10^7$
Areniscas	$1 - 1 \times 10^8$
Lutitas	$20 - 2 \times 10^3$
Dolomía	$100 - 10,000$
Arenas	$1 - 1,000$
Lodos	$1 - 100$
Agua subterránea	$0.5 - 300$
Agua de Mar	0.2

Tabla I, Resistividades de algunos materiales (Modificada de Ernesto Orellana (1972) y Colorado School of Mines(2000)).

El factor de resistividad de un medio poroso es definido como “la razón de la resistividad del medio cuando éste, está totalmente saturado de un fluido conductor a la resistividad del fluido saturante”. Se parte del hecho que el espacio poroso, puede dividirse en dos regiones: una región de estancamiento (trampas), y otra región de flujo (canales), que son las regiones que participan en el flujo de la corriente eléctrica

En su trabajo Pérez-Rosales (1983) elaboró la siguiente relación entre porosidad y el factor de resistividad:

$$F_R = 1 + G (\phi^m - 1) \dots \dots \dots (1)$$

Donde ϕ es la porosidad total, y es igual a $\phi_f + \phi_s$; porosidad ϕ_f de flujo y porosidad ϕ_s de estancamiento, F_R es el factor de resistividad, y G es un factor que depende de la geometría interna, este puede tener un valor máximo de 1.5, que por analogía es el valor teórico de un sistema disperso de esferas. Conforme la geometría se complica G disminuye. Tanto F_R como ϕ , son valores obtenidos en el laboratorio.

Para encontrar la ecuación (1) la porosidad de flujo debía satisfacer ciertas condiciones (Pérez-Rosales, 1983)

$$\begin{array}{lll} \phi_f = 1 & \text{cuando} & \phi = 1 \\ \phi_f = 0 & \text{cuando} & \phi = 0 \\ \phi_f \leq \phi & \text{el intervalo} & 0 \leq \phi \leq 1 \end{array}$$

Donde las primeras dos condiciones son necesarias, ya que para estos dos valores de porosidad no existen trampas, por lo que:

$$\phi_f = \phi^m \text{ donde } m \geq 1.$$

en donde m es un parámetro que permite determinar la cantidad del volumen poroso que participa en el flujo de la corriente eléctrica. El valor mínimo de m es de 1, lo cual sería equivalente a tener un medio poroso donde no hubiera regiones de estancamiento.

II.2 Medio homogéneo e Isótropo

En el estudio de las corrientes geoelectricas, sabemos que los conductores de electricidad involucrados distan por mucho en ser conductores lineales. Las corrientes que se inyectan al subsuelo se mueven en un medio tridimensional, cuestión que complica su entendimiento físico matemático. Esta es la razón, por la cual las teorías matemáticas elaboradas para modelar los comportamientos de las corrientes geoelectricas han tenido que limitarse a idealizar las condiciones reales del cuerpo en estudio (el subsuelo). Se parte del supuesto que tenemos un subsuelo compuesto por un semiespacio de un resistividad ρ , y otro semiespacio de resistividad infinita, que representa la atmósfera.. Estas condiciones ideales se suponen con el fin de elaborar la teoría para los métodos geoelectricos.

En la Figura 1 se observa, cual seria la forma de calcular la resistividad. Si la tierra tuviese una resistividad constante, fenómeno que como se ha dicho muchas veces no sucede, pero facilita los cálculos y el entendimiento. En el diagrama tenemos un generador o batería conectado a uno de los electrodos llamados de corriente, un amperímetro que mide la cantidad de corriente que entra al subsuelo. A un lado de estos tenemos un par de electrodos conectados a un voltímetro, separados por una distancia r , aqui se mide la diferencia de potencial entre estos dos electrodos llamados electrodos de potencial. Usando la ecuación 2, se calcula la resistividad ρ para un semiespacio homogéneo de resistividad constante.

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \dots\dots\dots (2)$$

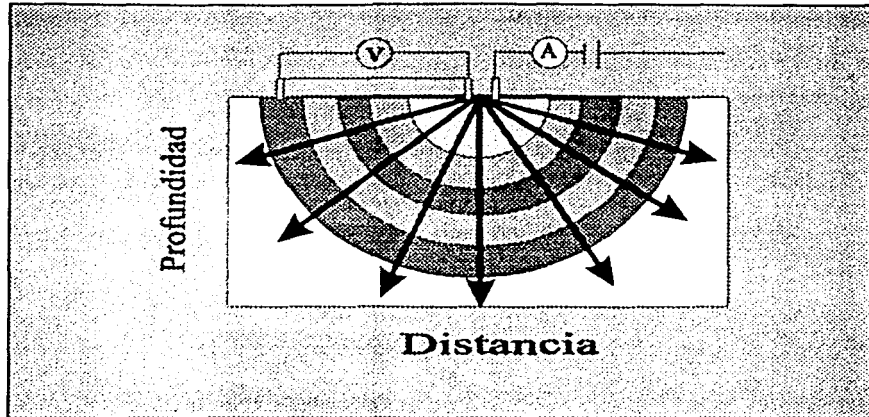


Figura 1. Tierra con resistividad constante, modificada de la pagina web de Colorado School of Mines(2000).

Para comprender el fenómeno físico el dispositivo anterior de corriente continua , se parte del análisis de las ecuaciones de Maxwell.

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \dots\dots\dots(3)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \dots\dots\dots(4)$$

Se considera que se trata de un campo de régimen estacionario (constante en el tiempo), por lo tanto sus derivadas con respecto al tiempo son nulas, esto simplifica las ecuaciones originales, y se obtiene:

$$\nabla \times E = 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$\nabla \times H = J \dots\dots\dots(6)$$

La ecuación de campo eléctrico, muestra que el campo eléctrico E es conservativo o irrotacional, y que se deriva de una función potencial escalar Wangsness (1996), digamos U .

$$\nabla U = -E \dots \dots \dots (7)$$

También se requiere que se cumpla la ley de Ohm, que expresada en forma vectorial, para medios isótropos puede ser escrita de la siguiente forma:

$$J = \sigma E \dots \dots \dots (8)$$

De donde se sabe que la densidad de corriente J en un punto, tiene la misma dirección y el mismo sentido que el campo eléctrico E , el factor de proporcionalidad σ es la conductividad, que a su vez, es el inverso de la resistividad.

En ningún punto del semiespacio conductor puede haber presencia o desaparición de cargas, salvo en los puntos que se encuentran los electrodos de corriente, de aquí se deduce que:

$$\nabla \cdot J = 0 \dots \dots \dots (9)$$

Combinando, relacionando y desarrollando las ecuaciones (8 y 9) se tiene que:

$$\nabla \cdot J = \nabla \cdot (\sigma E) = 0 \dots \dots \dots (10)$$

desarrollando la ecuación 10 se obtiene:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma E) &= \sigma \nabla \cdot E + E \cdot \nabla \sigma \\ &= -\sigma \nabla^2 U + E \cdot \nabla \sigma \\ &= -\sigma \nabla^2 U + E \cdot \nabla \sigma = 0 \end{aligned}$$

Como es considerando un medio homogéneo e isotrópico, la conductividad eléctrica es constante, la conductividad será uniforme $\nabla \sigma = 0$

por lo que la ecuación de Laplace es escrita como:

$$\nabla^2 U = 0 \dots \dots \dots (1)$$

II.3 Medición de la resistividad.

Si se sitúan dos electrodos de corriente, relativamente cerca, y se ponen dos electrodos de potencial en medio de estos dos electrodos de corriente, entonces es posible estimar la resistividad del medio homogéneo. El arreglo se muestra en la Figura 2 :

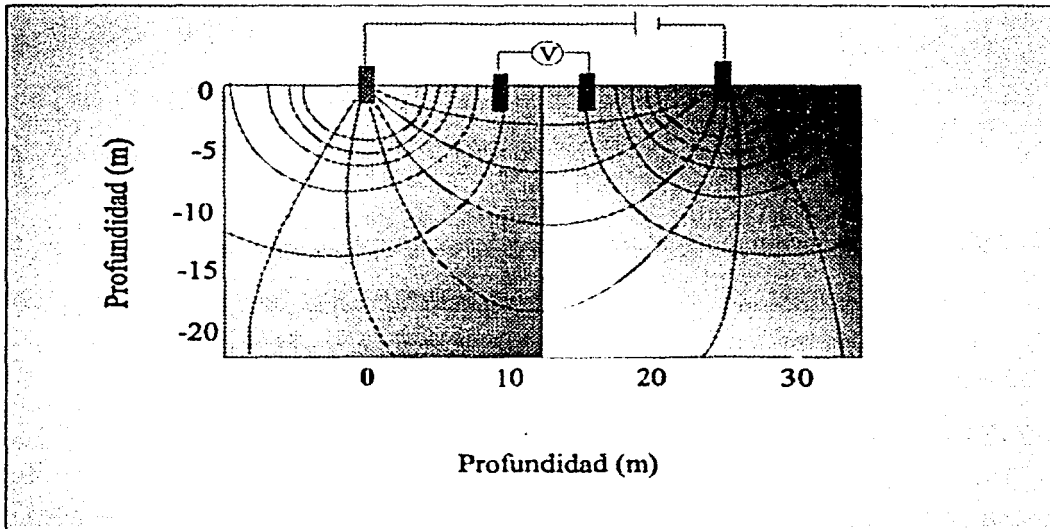


Figura 2 . Arreglo para la medición de la resistividad, modificada de Colorado School of Mines(2000).

El comportamiento del potencial registrado a lo largo de la superficie del terreno, se muestra en la Figura 3.

Con el voltímetro es posible medir la diferencia de potencial ΔV , entre los dos electrodos de potencial. Las posiciones horizontales de los cuatro electrodos de corriente y de potencial, se observan en la parte superior de la Figura 3.

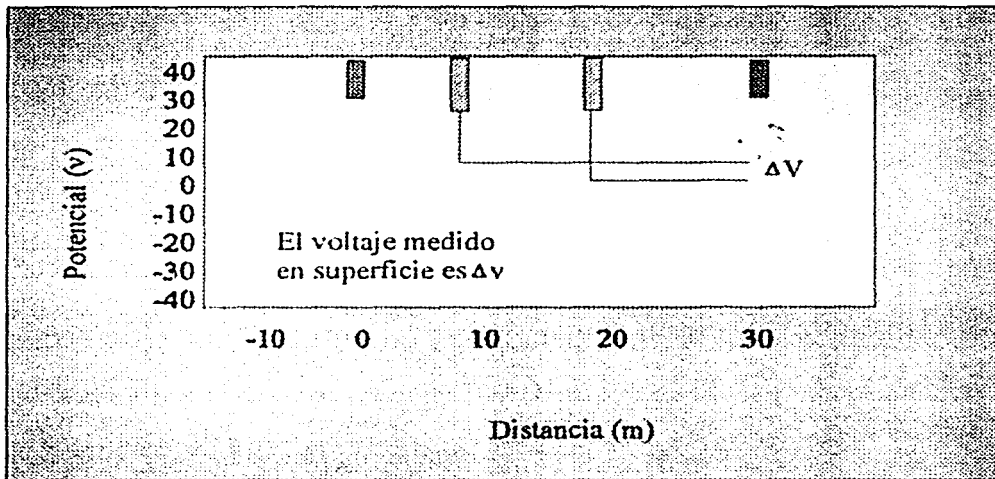


Figura 3. Comportamiento del potencial, modificada de Colorado School of Mines (2000).

Es importante mencionar, que el voltaje registrado en esta Figura 3 es relativamente pequeño (varía con las condiciones del terreno), por ende, la diferencia de potencial es pequeña. La forma de incrementar la lectura del voltaje, es moviendo los dos electrodos de potencial hacia fuera, mas cerca de los de corriente. Algunas de las razones por las que esto no se hace, son por no meter ruido y por no incrementar la profundidad de penetración.

Profundidad de penetración y espaciamiento de los electrodos de corriente.

Como se mostró anteriormente, cuando los dos electrodos de corriente son colocados cercanamente, la corriente fluye siguiendo trayectorias semiesféricas. Si la tierra tuviese una resistividad constante aproximadamente el 50% de la corriente inyectada, penetraría en el subsuelo a una profundidad estrechamente ligada al espaciamiento entre los electrodos de corriente (Roy y Apparao, 1971; Roy, 1972).

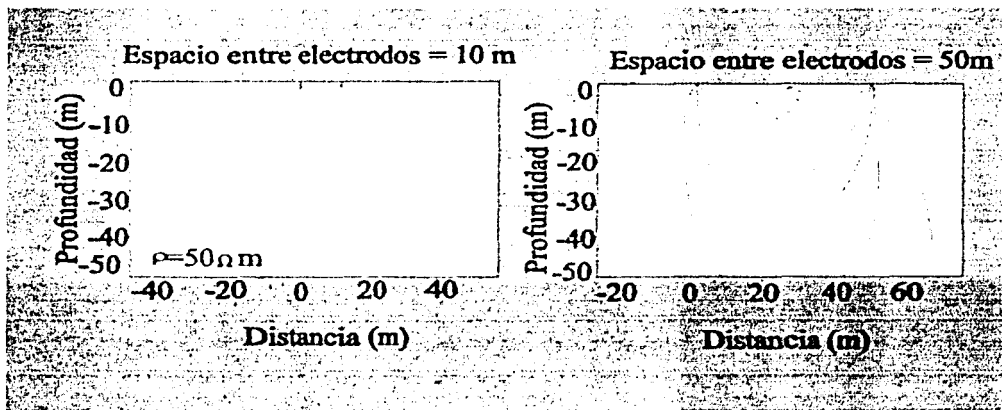


Figura 4. Líneas de corriente con diferentes aperturas entre electrodos.

De la Figura 4 se puede observar, que si se incrementa el espaciamiento entre electrodos, en un mismo medio, la corriente fluirá a mayor profundidad. La resistencia total en las trayectorias (líneas de corriente) se incrementa, conforme el espaciamiento entre electrodos es mayor. Se requiere que el generador de corriente sea mayor para alcanzar mayor penetración. Por lo tanto la mayor penetración la rigen tanto el espaciamiento entre electrodos como el tamaño del generador de corriente, y evidentemente las condiciones del medio.

11.5 Dispositivos electródicos.

Para la creación de un campo eléctrico se requiere un generador de corriente, el cual debe estar conectado a dos electrodos llamados de corriente (circuito emisor). La intensidad de corriente I penetra al subsuelo por el electrodo A y después de recorrer el medio sale por el electrodo B, cerrando así el circuito.

Un dispositivo electródico, es aquel que está compuesto por electrodos de corriente, los cuales generan el campo eléctrico, electrodos de potencial, cable que permita cerrar el circuito de corriente y el de potencial, una fuente, un amperímetro y un voltímetro.

Los electrodos pueden tener cualquier disposición geométrica, si conocemos las distancias entre los electrodos, la intensidad de corriente y la diferencia de potencial, entonces es posible calcular la resistividad aparente, mediante la siguiente expresión:

$$\rho_a = k \frac{\Delta V}{I} \dots \dots \dots (12)$$

donde k es un coeficiente que depende exclusivamente de la disposición o geometría del arreglo, ΔV es la diferencia de potencial medida entre los electros MN e I es la intensidad de corriente que circula entre los electrodos A y B

II.6 Dispositivo Polo-Polo

Es el dispositivo mas sencillo, y se compone de dos electrodos, el electrodo de corriente o fuente A y el electrodo de potencial M en. Estos electrodos se encuentran separados a una distancia r , como se observa en la Figura 5. La resistividad aparente, puede ser calculada a partir de la mediciones de diferencia de potencial ΔV , y la intensidad de corriente " I ". La expresión para el cálculo de la resistividad se muestra en la Figura 5.

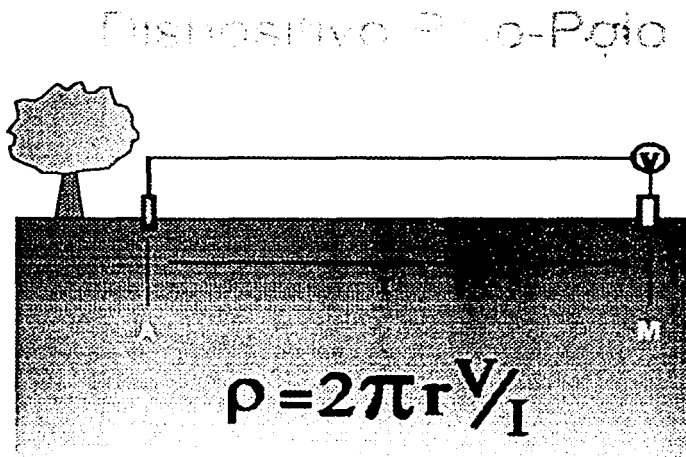


Figura 5. Dispositivo Polo-Polo.

II.7 Dispositivo Wenner

En este arreglo los dos electrodos de corriente A, B y los electrodos de potencial M, N se alinean equidistantemente, unos de otros. La resistividad aparente se calcula, obteniendo la mediciones de diferencia de potencial, ΔV , y la intensidad de corriente, I . La expresión que se muestra en la Figura 6, es la ecuación dada para resistividad aparente con la distancia fija entre electrodos con valor a . De aquí se puede obtener una gráfica que muestre resistividad aparente contra espaciamento entre electrodos, que nos sirve para interpretar las variaciones de resistividad a distinta profundidad.

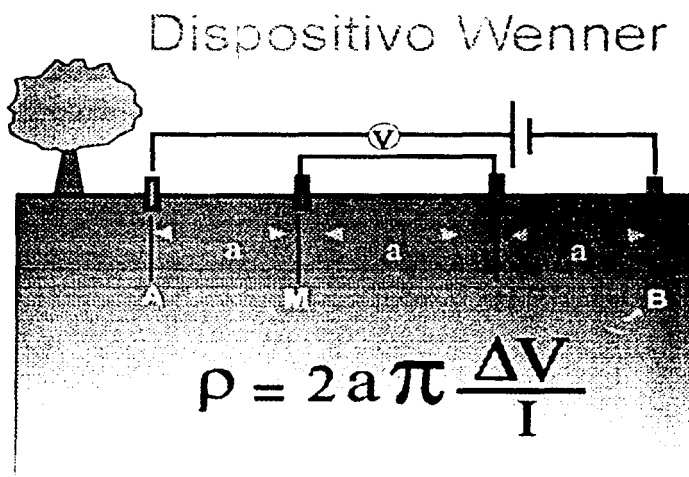


Figura 6. Dispositivo Wenner

II.8 Dispositivo Schlumberger.

En este arreglo los dos electrodos de corriente A, B y los dos electrodos de potencial M, N , son alineados unos con otros, pero la distancia entre ellos no es equidistante. Los electrodos de corriente, se encuentran a la misma distancia s del centro del arreglo. Los electrodos de potencial también se encuentran a la misma distancia $a/2$ del centro del arreglo, pero esta distancia es mucho menor que la distancia s .

Dispositivo Schlumberger

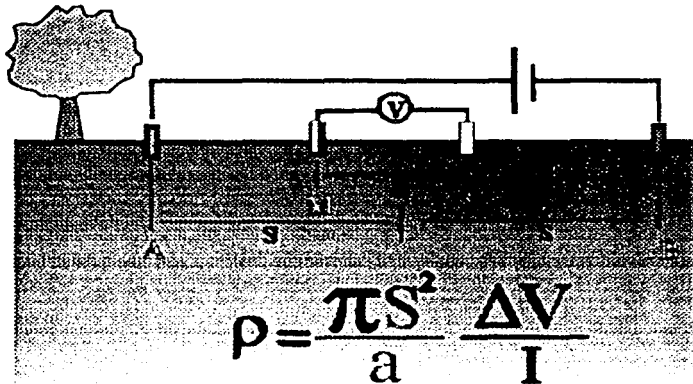


Figura 7. Dispositivo Schlumberger.

Todos los Dispositivos Eléctricos, tiene ventajas y desventajas. Aquí se han propuesto tres tipos de arreglos, pero existen muchos más. La zona de estudio y las características de la misma, es lo que determina cual dispositivo es el idóneo. En la Tabla II, se hace mención de algunas diferencias entre los dispositivos Schlumberger y Wenner, resaltando sus fortalezas y debilidades

Schlumberger		Wenner	
Ventajas	Desventajas	Ventajas	Desventajas
Se requiere mover solo los dos electrodos de corriente durante las mediciones.			Se requiere mover los cuatro electrodos durante las mediciones.
	Dado que el espaciamiento entre los electrodos de potencial es pequeño, comparado con el espaciamiento de los electrodos de corriente, para los tramos de mayor espaciamiento se requiere de voltímetros de gran precisión.	El espaciamiento entre los electrodos de potencial, varía de igual forma al espaciamiento de los electrodos de corriente. Por lo que no se requiere de voltímetros tan precisos.	
Como los electrodos de potencial permanecen fijos, los efectos de variaciones de resistividad, en zonas laterales cercanas son de menor influencia.			Como los electrodos son desplazados para cada lectura las variaciones laterales pueden influir en las lecturas. Sobre todo variando las profundidades de penetración.

Tabla II "Ventajas y desventajas de los dispositivos Schlumberger y Wenner"

11.9 La resistividad aparente.

Primero se analiza el caso para un medio homogéneo, con dos electrodos de corriente y dos electrodos de potencial. Uno de los electrodos de corriente se supone situado en el infinito. La ecuación para la diferencia de potencial, será:

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right] = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{a}{r(r+a)} \dots\dots\dots(13)$$

De donde r es la distancia del electrodo de corriente al electrodo de potencial y a es la distancia entre los electrodos de potencial, obtenemos el despeje siguiente:

$$\rho = 2\pi \left[r \frac{(r+a)}{a} \frac{\Delta V}{I} \right] \dots\dots\dots(14)$$

La ecuación 14 es utilizada para calcular la resistividad ρ de un medio homogéneo. Ahora si el medio no fuese homogéneo tendríamos una resistividad ficticia ρ_a .

Si conocemos las posiciones de los electrodos, y medimos la cantidad de corriente que es inyectada al subsuelo I , y la diferencia de potencial entre los dos electrodos de potencial, ΔV , podemos conocer la resistividad aparente, ρ_a , del medio con la ecuación que sigue:

$$\rho_a = \frac{2\pi\Delta V}{I} \left[\frac{(r+a)}{a} r \right] \dots\dots\dots(15)$$

La resistividad calculada es conocida como resistividad aparente, ρ_a . Se le llama resistividad aparente, dado que si la resistividad en el medio no fuese constante u homogénea, la resistividad calculada propuesta no representaría la resistividad verdadera del medio. Esta resistividad que representa las propiedades resistivas del medio, no es un promedio de las resistividades involucradas, puede incluso ser mayor o menor a todas ellas.

Esta resistividad ρ_a , se obtiene aplicando a los datos obtenidos en un medio heterogéneo, la expresión correspondiente a un medio homogéneo.

II.10 Medio estratificado

De acuerdo con Orellana (1972) *"un medio estratificado, está compuesto por dos semiespacios . El primero de ellos, de conductividad nula, representa la atmósfera; el segundo, que representa el terreno, es un medio heterogéneo compuesto de medios parciales homogéneos e isotropos, de extensión lateral indefinida y cuyas superficies de separación son paralelas entre si y al plano aire- terreno"*.

Cada medio parcial isotropo, tendrá un espesor y una resistividad específica que lo caracterizará y distinguirá de los otros medios que se encuentren ya sea, subyaciéndola o suprayaciéndola. A esto se le conoce como capa geoelectrica.

Se da por entendido que esta definición de medio estratificado simula considerablemente bien, las condiciones del subsuelo, sin embargo las condiciones reales son de comportamiento mucho más complejo.

La expresión que permite el cálculo del potencial en la superficie, se obtiene gracias al análisis elaborado por Stefanescu (1930).

Como se vio en el medio homogéneo, la densidad de corriente se relaciona con la intensidad del campo eléctrico E a través de la ley de ohm.

$$E = \rho J$$

El potencial eléctrico U en corriente directa satisface la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots(16)$$

Por como se han definido medio estratificado, las condiciones del problema son tales, que el campo potencial tiene simetría vertical cilíndrica. Conviene así que la ecuación de Laplace sea escrita como:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = 0 \dots\dots\dots(17)$$

Como la solución debe ser simétrica con respecto a la vertical, la primera y segunda derivada en θ será cero, por lo que la ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots(18)$$

La solución general, de la ecuación diferencial, se obtiene a partir de encontrar soluciones particulares al problema, se propone que la solución tiene la siguiente forma:

$$U(r,z) = R(r)W(z) \dots\dots\dots(19)$$

Solución propuesta que se lee como el producto de dos funciones con una sola variable, situación que simplifica la resolución del problema. Al sustituir la ecuación 19 en la 18, y dividir toda la expresión entre la solución propuesta, se obtiene la expresión:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{Rr} \frac{dR}{dr} + \frac{1}{W} \frac{d^2 W}{dz^2} = 0 \dots\dots\dots(20)$$

Se divide la ecuación y se iguala a una constante arbitraria λ^2 .

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{Rr} \frac{dR}{dr} = -\lambda^2 \dots\dots\dots(21)$$

$$\frac{1}{W} \frac{d^2 W}{dz^2} = \lambda^2 \dots\dots\dots(22)$$

La solución para la ecuación 22, es la siguientes:

$$W(z) = Ce^{-\lambda z} \quad y \quad W(z) = Ce^{\lambda z} \dots\dots\dots(23)$$

Ecuaciones diferenciales similares a la ecuación 21, han dado pie al desarrollo de una nueva teoría, sobre funciones especiales llamadas funciones de Bessel. Cuya solución puede ser escrita como:

$$R(r) = CJ_0(\lambda r) \dots\dots\dots(24)$$

Ecuación donde J_0 es la función Bessel de primera especie y de orden cero.

Combinando las ecuaciones 23 y 24, las soluciones particulares de la ecuación 18:

$$R(r) = Ce^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \quad y \quad R(r) = Ce^{\lambda z} J_0(\lambda r) \dots\dots\dots(25)$$

donde tanto C como λ son constantes arbitrarias, cualquier combinación lineal de estas soluciones es una solución de la ecuación diferencial. Por lo tanto haciendo que λ varíe de cero a infinito, y permitiendo que las constantes C varíen en dependencia de λ , se obtiene la solución general de la ecuación 18.

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} [\Phi(\lambda)e^{-\lambda z} + \Psi(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(26)$$

En esta ecuación tanto $\Phi(\lambda)$ como $\Psi(\lambda)$ son funciones arbitrarias de λ , donde las condiciones de frontera son las condicionantes físicas que determinan la forma de estas funciones. La ecuación 26 puede ser escrita como:

$$U(r, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi\sqrt{r^2 + z^2}} \dots\dots\dots(27)$$

donde ρ_1 es la resistividad de un cuerpo homogéneo e I es la intensidad de corriente. Con base en la teoría de Bessel se sabe que la integral de Lipschitz es:

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \dots\dots\dots(28)$$

usando la integral de Lipschitz la ecuación 27 se puede escribir como:

$$U(r, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \dots\dots\dots(29)$$

De aquí se desprende la solución general del problema planteado para medios estratificados :

$$U_i = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} [e^{-\lambda z} + \Theta_i(\lambda)e^{-\lambda z} + X_i(\lambda)e^{-\lambda z}] J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \dots\dots\dots(30)$$

donde $\Theta_i(\lambda)$ y $X_i(\lambda)$ son funciones arbitrarias de λ y el subíndice i se refiere a cambios de capa.

II.11 Variaciones en las líneas de corriente

En la Figura 8 se muestra como son las variaciones, verticales seguidas por las trayectorias de la corriente (claras) en un medio de resistividad variable. El modelo de la izquierda muestra un medio donde la capa superior es de alta resistividad (250 ohm-m) y sobreyace a un capa de menor resistividad (50 ohm-m).

El modelo derecho, es el mismo caso pero con los valores de resistividad invertido, la capa superior ahora es la de menor resistividad. Las líneas (oscuras) de corriente son las trayectoria que hubiera seguido la corriente si la resistividad fuese constante en el medio, e igual al valor asignado a la primera capa.

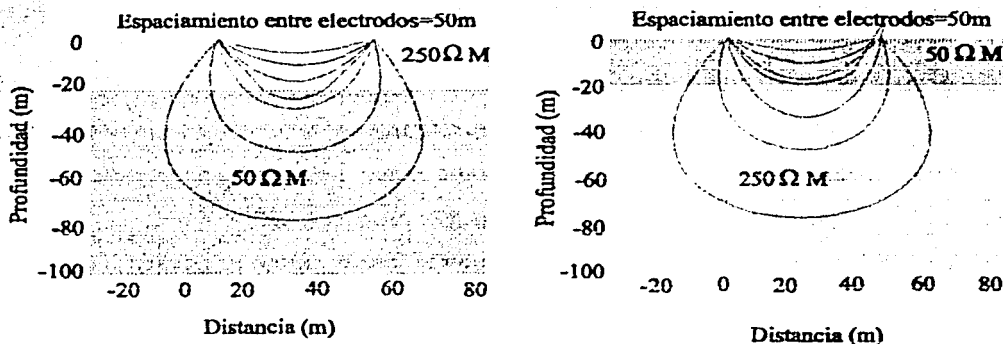


Figura 8. Variación en la trayectoria de las líneas de corriente.

Esta Figura 8 muestra, las desviaciones que presentan las líneas de corriente en contraste con el medio homogéneo. Es interesante observar, en el medio estratificado, que el flujo de corriente se desvía y es atraído por el medio de menor resistividad. En el diagrama izquierdo las líneas parecen a haber sido comprimidas, mientras en el diagrama derecho las líneas parecieran alargadas. Lo que permite claramente apreciar la preferencia de la corriente por viajar a través de medios que oponen menos resistencia (menos resistivos).

Una de las consecuencias de esta "desviación" de las líneas de corriente, es como afectan los valores medidos de resistividad aparente. Para los dos ejemplos mostrados en el diagrama anterior, las repercusiones serían; en el diagrama de la izquierda, como las líneas de corriente están siendo atraídas por la capa menos resistiva. La densidad de corriente, hacia la superficie (donde estamos midiendo el potencial) será menor, que si el medio estratificado fuera homogéneo. De forma análogo en el diagrama de la derecha la densidad de corriente será mayor a la esperada en un medio homogéneo. La ecuación para el cálculo de resistividad aparente depende de una serie de variables, la distancia entre electrodos la intensidad de corriente y la densidad de corriente, la cual a su vez, es proporcional a la diferencia de potencial. Por lo tanto los valores de resistividad aparente

disminuirán y aumentarán (con respecto a los obtenidos en medio homogéneo), respectivamente para los diagramas anteriores.

La distancia entre los electrodos de corriente influye de manera importante en la penetración de las líneas de corriente, en la Figura 9, se observa la profundidad de penetración contra el espaciamiento entre los electrodos de corriente, en un mismo medio, donde los electrodos de potencial permanecen fijos y los de corriente van abriéndose progresivamente.

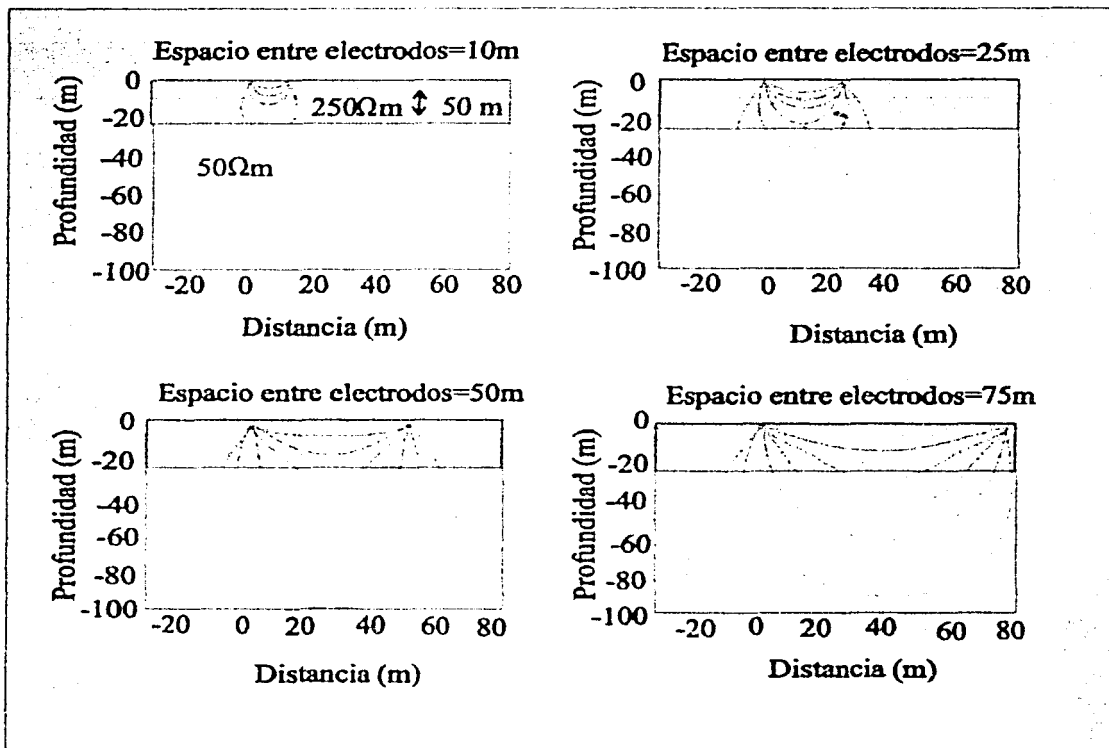


Figura 9. Representación del espaciamiento contra penetración.

Al trazar la gráfica la resistividad aparente, contra varias aberturas de electrodos de corriente, manteniendo fijos los electrodos de potencial, obtendríamos lo que se conoce como la curva de resistividad aparente, que como se puede comprobar depende, en gran medida, del arreglo o dispositivo eléctrico.

La curva de la Figura 10 representa gráficamente, en escala logarítmica, la solución del llamado “problema directo”.

$$U = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} N(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda$$

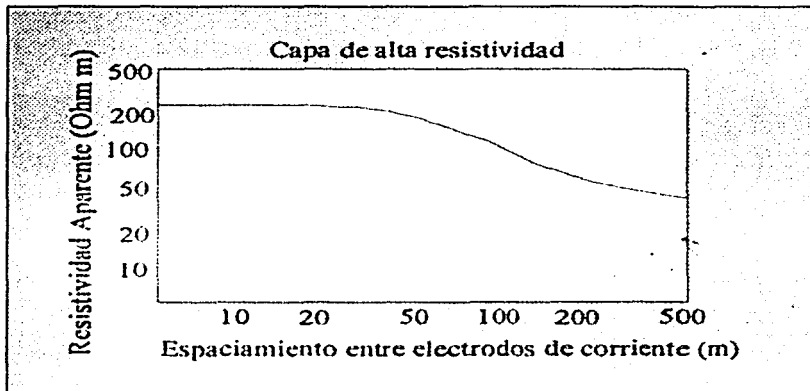


Figura 10. Curva de resistividad aparente para el problema directo.

Para un caso similar al anteriormente expuesto, pero donde la capa superficial es la de menor resistividad las líneas de corriente se comportarían como en la Figura 11.

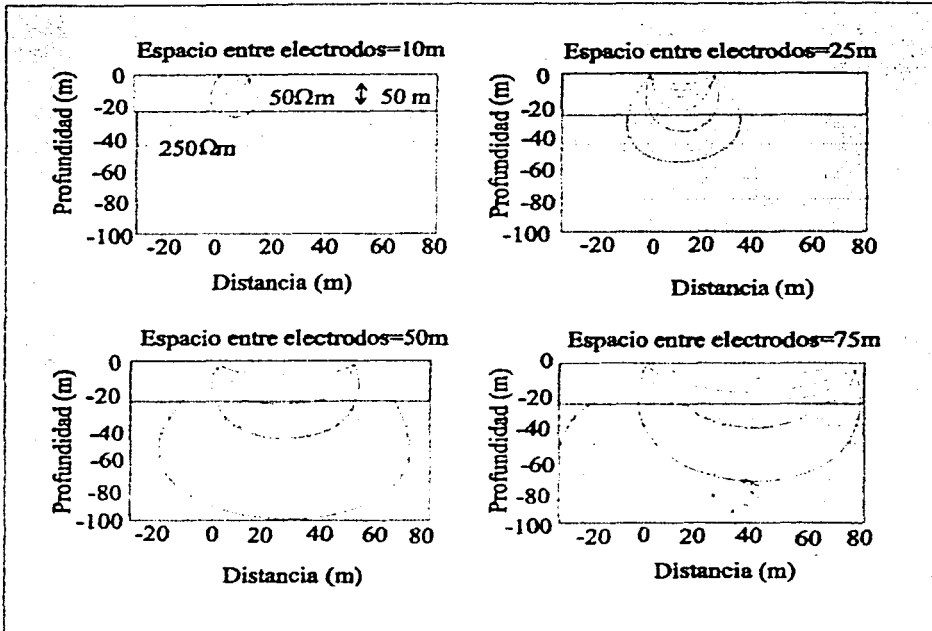


Figura 11. Representación del espaciamento contra penetración (segundo caso).

La curva de resistividad aparente que nos arrojaría este modelo de la Figura 11, se muestra en la Figura 12

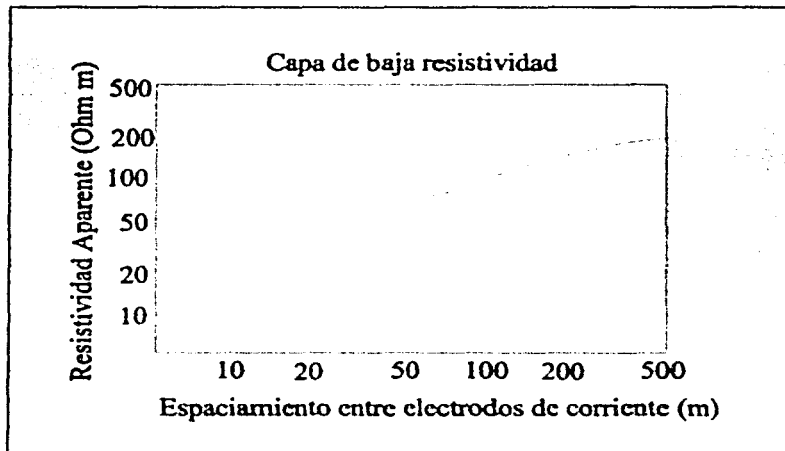


Figura 12. Curva de resistividad aparente para el problema directo (segundo caso).

CAPITULO III

MEDIOS ESTRATIFICADOS CON RESISTIVIDAD VARIABLE

III.1 Variación de la resistividad en un mismo estrato

Anteriormente se han abordado dos medios resistivos, medio homogéneo y medio estratificado, a través de los cuales viaja la corriente eléctrica. En los casos previos, la resistividad de cada capa es constante. Bajo estas condiciones se han mostrado los diferentes arreglos eléctricos, las propiedades que a estos medios son atribuibles, e incluso se mostró algunas curvas de resistividad aparente típicamente esperadas en estos medios con valores de resistividad dados. El desarrollo matemático partiendo de las ecuaciones de Maxwell, y la ley de Ohm proporcionan las herramientas necesarias para realizar los cálculos de potencial y resistividad aparente.

El modelo de capas constantes es un modelo importante, sin embargo existen casos en los cuales dentro de las mismas capas existen variaciones. Un análisis paralelo es necesario para el caso en el que la variación de la resistividad dentro una misma capa se presenta en alguna de sus direcciones. La mayoría de los trabajos considera cambios en la profundidad (aunque se han elaborado trabajos para variaciones laterales). La variación en este caso no es considerada un nuevo estrato, sin embargo las variaciones de resistividad, son considerables, en este trabajo se presenta como la variación exponencial permite una mejor aproximación al modelo.

Esta situación, de variación de la resistividad en un mismo estrato, se ha presentado en ambientes que existe intrusión salina o en zonas profundas, donde la temperatura se incrementa, a este fenómeno se relaciona con incrementos de la conductividad, por ende con variaciones en los valores de resistividad Van Dam (1976).

Existen varios escritos sobre variaciones de resistividad dentro de un estrato, como Meier (1962) quien consideró un semiespacio en donde la conductividad varía de forma lineal

con la profundidad, Mallick y Roy en (1968) modelan con tres capas y una variación lineal de conductividad en la segunda capa, Banerjee et al, (1970) consideraron un semiespacio con variación exponencial, entre otros.

Para determinar el potencial eléctrico se utilizó el desarrollo de una relación de recurrencia de la función Kernel, la cual se multiplica por la función de Bessel de orden cero, y se integra para así obtener los valores de resistividad aparente, para distintas aperturas de los electrodos de corriente. La teoría que permite tener mayor comprensión de lo que aquí se menciona, tiene sustento en los escritos de Wagness (1996), Ernesto Orellana (1972) y Koefoed (1968).

Kim y Lee (1996) resolvieron el caso de un medio estratificado en el cual cada uno de los estratos podría presentar variación de la resistividad con la profundidad. Ellos obtuvieron una expresión para el cálculo de la resistividad aparente en un medio con estas características. Posteriormente Simón-Velázquez y Alatríste-Vilchis (1998) implementaron un programa de computo basado en la relación de recurrencia de Kim y Lee (1996) y en el método de Anderson (1978) para evaluar la función de resistividad aparente para diferentes dispositivos electródicos de medición.

III.2 Potencial Eléctrico en un medio homogéneo con anisotropía transversal

Como se vio en capítulos previos, los métodos de corriente continua satisfacen la ecuación que involucra al campo eléctrico E, donde este campo es conservativo o irrotacional y deriva de una función potencial escalar.

De estas ecuaciones obtenemos la ecuación de Laplace.

$$\nabla^2 \cdot U = 0 \dots\dots\dots(31)$$

Un campo potencial, que se crea a partir de una fuente puntual, en la superficie de un medio horizontalmente estratificado, es simétrico con respecto a una línea vertical que atraviesa la fuente generadora de corriente, de acuerdo a esta simetría es conveniente expresar la ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas.

La ecuación válida para un medio del tipo heterogéneo está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma \nabla^2 U + \nabla \sigma \cdot \nabla U = 0 \dots\dots\dots(32)$$

que puede ser rescrita como:

$$\sigma \nabla^2 U + \frac{1}{\sigma} (\nabla \sigma \cdot \nabla U) = 0 \dots\dots\dots(33)$$

Para el caso de un modelo unidimensional (variación en una sola dirección)

$$\sigma = \sigma(z) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{\partial \sigma}{\partial \phi} = 0 \dots\dots\dots(34)$$

y la simetría del problema nos indica que:

$$U = U(r, z) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} = \frac{\partial U}{\partial \phi} = 0 \dots\dots\dots(35)$$

escribiendo la ecuación general en coordenadas cilíndricas, esta se reduce a:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(36)$$

Resolviendo por el método de separación de variables, utilizando una solución de la forma :

$$U(r,z) = R(r) \cdot Z(z) \dots\dots\dots(37)$$

Tendremos:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = R(r) \frac{dZ(z)}{dz} \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = R(r) \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} \dots\dots\dots(38)$$

$$\frac{\partial U}{\partial r} = Z(z) \frac{dR(r)}{dr} \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = Z(z) \frac{d^2 R(r)}{dr^2} \dots\dots\dots(39)$$

aplicadas a la ecuación para el modelo unidimensional (variación en una dirección) se obtiene:

$$Z(z) \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} Z(z) \frac{dR(r)}{dr} + R(r) \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \frac{R(r)}{\sigma(z)} \frac{dZ(z)}{dz} \frac{d\sigma(z)}{dz} = 0 \dots\dots\dots(40)$$

si ahora se divide la ecuación anterior entre la solución propuesta, R(r) Z(z) la ecuación se modifica de la siguiente forma:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{rR(r)} \frac{dR(r)}{dr} + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \frac{1}{\sigma(z) Z(z)} \frac{dZ(z)}{dz} \frac{d\sigma(z)}{dz} = 0 \dots\dots\dots(41)$$

igualando los dos primeros sumandos a $-\lambda^2$ y los otros dos iguales a λ^2 ; se obtiene:

$$-\lambda^2 + \lambda^2 = 0 \qquad \lambda \in [0, \infty) \dots\dots\dots(42)$$

resolviendo estas ecuaciones se tiene:

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \lambda^2 R(r) = 0 \dots\dots\dots(43)$$

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dz} \frac{dZ(z)}{dz} - \lambda^2 Z(z) = 0 \dots\dots\dots(44)$$

las soluciones de las ecuaciones diferenciales son:

$$R(r) = \hat{R}(\lambda, r) \dots\dots\dots(45)$$

$$Z(z) = \hat{Z}(\lambda, r) \dots\dots\dots(46)$$

La solución general será la combinación lineal de las soluciones particulares para cada valor de λ , acotada por, $\lambda \in [0, \infty)$.

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} F(\lambda) \hat{R}(\lambda, r) \hat{Z}(z, \lambda) d\lambda \dots\dots\dots(47)$$

donde $F(\lambda)$ es la variable de integración que depende de λ .

Al resolver la ecuación diferencial $Z(z)$

$$\frac{d^2 Z(z)}{d(z)} + \frac{1}{\sigma(z)} \frac{d\sigma(z)}{dz} \frac{dZ(z)}{dz} - \lambda^2 Z(z) = 0 \dots\dots\dots(48)$$

la cual puede ser rescrita como:

$$\frac{d^2 Z(z)}{d(z)} + \beta \frac{dZ(z)}{dz} - \lambda^2 Z(z) = 0 \dots\dots\dots(49)$$

se tiene que:

$$\gamma^2 + \beta\gamma - \lambda^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\lambda^2}}{2} \dots\dots\dots(50)$$

cuyas raíces son:

$$\gamma = \frac{\beta}{2} - \left(\frac{\beta^2}{4} + \lambda^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \gamma' = -\frac{\beta}{2} - \left(\frac{\beta^2}{4} + \lambda^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Por lo que la solución será:

$$Z(z) = c_1 e^{-\gamma z} + c_2 e^{\gamma' z} \dots\dots\dots(51)$$

De acuerdo con Wait (1983), la expresión de potencial se puede escribir como:

$$U(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1+k}{1-k} J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(52)$$

Donde k es el llamado coeficiente de reflexión y puede ser expresado de las siguientes formas (Wait, 1983):

$$k = \frac{\lambda - \lambda_c}{\lambda + \lambda_c} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \dots\dots\dots(53)$$

Por lo tanto;

$$U(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1 + \frac{\lambda - \gamma_c}{\lambda + \gamma_c}}{1 - \frac{\lambda - \gamma_c}{\lambda + \gamma_c}} J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(54)$$

$$U(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\gamma_c} J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(55)$$

En donde, al incluir el valor de γ se obtiene:

$$U(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{-\frac{\beta}{2} + \left(\lambda^2 + \frac{\beta^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(56)$$

III.3 Medio estratificado con variación exponencial

Al igual que se hizo para medio homogéneo, en el capítulo II se utilizaron las ecuaciones del potencial eléctrico ecuación 7, la ley de Ohm ecuación 8 y la ecuación 9, que señala que la conductividad varía con la profundidad. Estas ecuaciones son las que dan los fundamentos teóricos para el desarrollo matemático siguiente.

De estas ecuaciones (al igual que como se vio en medio homogéneo,) se obtiene la ecuación de Laplace, ecuación 22, la cual puede ser escrita en coordenadas cilíndricas, y se muestra como sigue:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(57)$$

Se utiliza el método de separación de variables y entonces es posible definir al potencial como:

$$\Phi(r,z) = R(r) Z(z) \dots\dots\dots(58)$$

Se sustituye la ecuación 58 en la ecuación 57 (expresión de potencial para ecuaciones cilíndricas) y como se mencionó en medio homogéneo, se divide encontrando así, ecuaciones similares, a las ecuaciones 21 y 22.

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \lambda^2 R(r) = 0 \dots\dots\dots(59)$$

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \frac{1}{\sigma(z)} \frac{d\sigma(z)}{dz} \frac{dZ(z)}{dz} - \lambda^2 Z(z) = 0 \dots\dots\dots(60)$$

Donde λ^2 es una constante de separación y cuya solución general tiene la siguiente forma:

$$\Phi(r, z) = \int_0^{\infty} F(\lambda) R(\lambda, r) Z(\lambda, z) d\lambda \dots\dots\dots(61)$$

La solución para la ecuación 59 es:

$$R(\lambda, r) = C J_0(\lambda, r) \dots\dots\dots(62)$$

Donde C es una constante y J_0 es la función de Bessel de primer especie y orden cero.

Para conocer la solución de Z(z) se considera un modelo, donde se supone un medio estratificado en el cual la resistividad varía de forma exponencial y cuya expresión en la n-ésima capa es:

$$\rho_n = \alpha_n e^{\beta_n z}$$

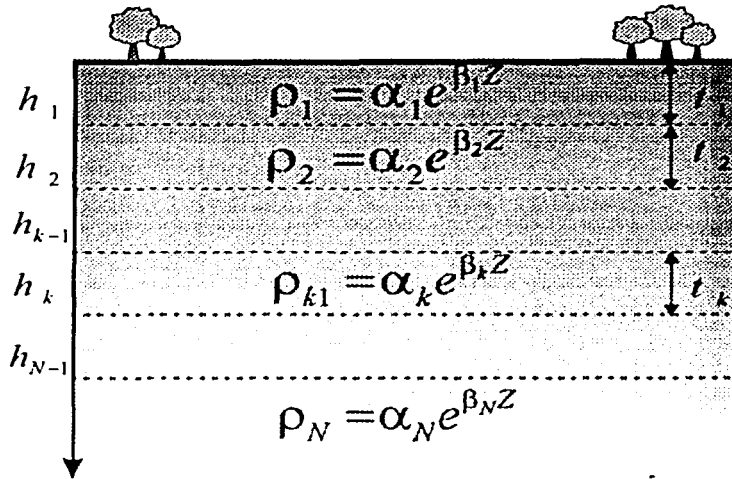


Figura 13. Modelo de medio estratificado.

donde, α_n y β_n son constantes reales.

La ecuación diferencial para $Z(z)$ tendrá dos soluciones ya que se trata de un par de raíces

$$Z(\lambda, z) = ce^{\Gamma_1^+ z} \dots \dots \dots (63)$$

$$Z(\lambda, z) = ce^{\Gamma_1^- z} \dots \dots \dots (64)$$

en donde las raíces, están dadas por la siguiente expresiones:

$$\Gamma_k^+ = \frac{\beta_k + \sqrt{\beta_k^2 + 4\lambda^2}}{2}, \quad \Gamma_k^- = \frac{\beta_k - \sqrt{\beta_k^2 + 4\lambda^2}}{2} \dots \dots \dots (65)$$

Con lo que se obtiene la solución general de la ecuación de Laplace:

$$\Phi_k = \int_0^{\infty} [A_k(\lambda)e^{\Gamma_k z} + B_k(\lambda)e^{-\Gamma_k z}] J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(66)$$

donde (k=1,2,3,.....N)

A la ecuación 66 se le aplican, las siguientes condiciones de frontera, las cuales permiten tanto acotar el problema como adecuarlo a lo que se esta buscando:

1. Cuando la profundidad tiende a infinito, el potencial eléctrico se aproximará a cero.
2. La componente vertical de la densidad de corriente eléctrica, debe ser cero en la superficie del terreno.
3. En las superficies de contacto entre dos capas, el potencial eléctrico debe ser continuo.
4. En las superficies de contacto entre dos capas, la componente vertical de la densidad de corriente debe ser continua.

Evaluando la ecuación en la superficie del terreno donde $z = 0$ obtenemos que:

$$\Phi_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} [1 + 2\theta_1(\lambda)] J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots(67)$$

donde $\theta_1(\lambda)$ representa a la función Kernel que se obtiene de la siguiente expresión:

$$\theta_1(x) = \frac{-1}{e^{2\lambda h_1} \frac{\rho_1 - \lambda \rho_2 S_2(\lambda)}{\rho_1 + \lambda \rho_2 S_2(\lambda)}} + 1 \dots\dots\dots (68)$$

si se definen los parámetros:

$$E^+ = e^{\Gamma_k^+ t_k}, \quad E^- = e^{\Gamma_k^- t_k} \dots\dots\dots (69)$$

en donde:

$$(e^{-\Gamma_k^- h_{k-1}})(e^{\Gamma_k^- h_k}) = e^{\Gamma_k^- t_k} \dots\dots\dots (70)$$

la función $S_2(\lambda)$ es definida por Kim y Lee (1996) como una relación de recurrencia que permite evaluar para cualquier "k".

$$S_k(\lambda) = \frac{(E^+ E^-) + P_k S_{k+1}(\lambda) (\Gamma_k^- E^- - \Gamma_k^+ E^+)}{(\Gamma_k^+ E^+ - \Gamma_k^- E^-) + P_k S_{k+1}(\lambda) (\Gamma_k^+ \Gamma_k^- E^- - \Gamma_k^- \Gamma_k^+ E^+)} \dots\dots\dots (71)$$

Teniendo los anteriores valores de potencial, se procederá aplica un filtro digital, que permita evaluar con velocidad y precisión las integrales de transformación de Hankel .

Anderson (1979) definió la transformación de Hankel para el Kernel $k(\lambda)$ de orden n , como:

$$K(b) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\lambda) J_n(b\lambda) d\lambda \dots\dots\dots (72)$$

donde J_n es la función de Bessel, y el resto del argumento de la integral es el Kernel. Para el diseño del filtro; primero se usa la transformación; $x = \ln b$, $y = \ln(1/\lambda)$, en la ecuación 72, se multiplican ambos lados por e^x , lo que da la siguiente ecuación:

$$e^x K(e^x) = \int_{-\infty}^{\infty} k(e^{-y}) [e^{x-y} J_n(e^{x-y})] dy \dots\dots\dots (73)$$

la cual tiene la forma de una integral de convolución, donde $k(e^{-y})$ es la función de entrada y $e^x K(e^x)$ es la función de salida, el término entre paréntesis es la llamada función de respuesta del filtro.

CAPITULO IV
EJEMPLO DE APLICACIÓN:
Zona Costera de Hermosillo, Sonora.

IV.1 Información general del área.

Para este ejemplo de aplicación se utilizaron datos del trabajo presentado por Flores-Márquez et al. (1999) los cuales fueron tomados en la región noreste del país, conocida como la zona costera de Hermosillo, Sonora. Esta región se caracteriza por tener un clima árido y ser una zona desértica, determinada por su ubicación geográfica, que caracteriza al cinturón de zonas áridas alrededor del mundo. La zona de estudio se sitúa en el distrito de riego No. 51, el cual es considerado una de las regiones agrícolas más importantes del país (Figura 14). La mayor parte del agua utilizada para el riego de los cultivos de la zona, así como la destinada a la ciudad de Hermosillo y varias poblaciones aledañas, proviene de la extracción de agua subterránea. El uso indiscriminado del agua, la creciente densidad demográfica en la zona, la escasa recarga del manto así como el poco control en la extracción, son algunas de las causas de la escasez de agua en la región y la importancia de la misma.

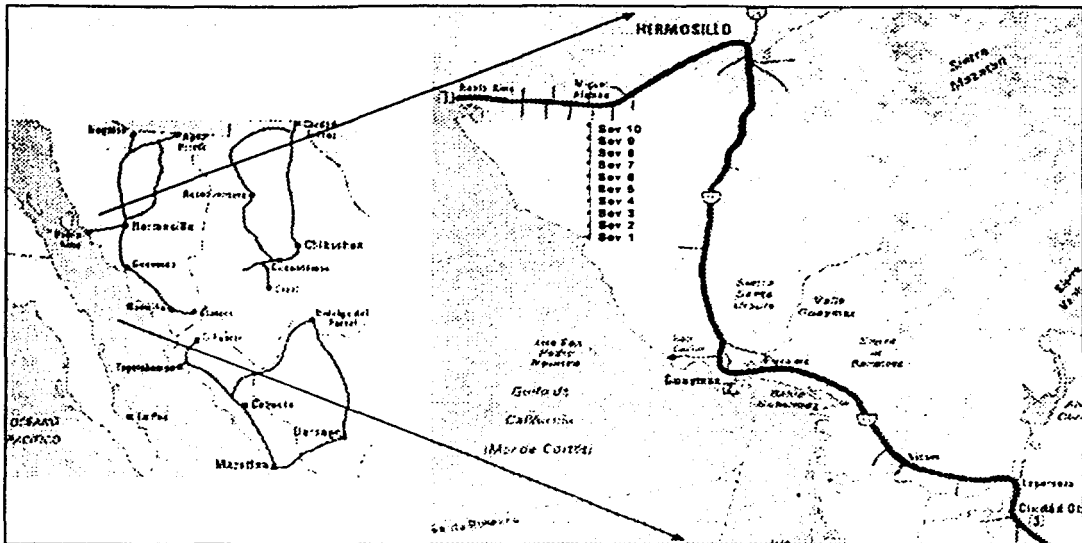


Figura 14. Mapa de localización de la zona de estudio.

De acuerdo con algunos estudios realizados, se ha observado que la sobreexplotación del acuífero que suministra el agua en la región, ha provocado el abatimiento de los niveles freáticos y un desequilibrio en el flujo subterráneo, provocando el avance de un frente de intrusión de agua salada. La extracción rebasa la recarga natural del sistema, lo que ha originado que el acuífero este contaminado por el agua salada, lo cual tiene repercusiones demográficas, sociales y económicas de gran envergadura.

Otro tipo de contaminación que se sufre en el área de estudio, es aquella proveniente de los fertilizantes que son utilizados de manera regular en la zona, para el control de plagas y enfermedades agrícolas, los cuales también han provocado el decaimiento en la calidad del agua y los suelos de la zona (Chavarria, 1999).

IV.2 Geología y tectónica regional.

Las rocas que afloran en la región son principalmente sedimentarias e igneas, existen algunos afloramientos de rocas metamórficas. La edad de las rocas presentes, van del Precámbrico al Cenozoico.

Las rocas que se han descrito como del precámbrico se dividen en dos grandes paquetes; un basamento metamórfico de esquistos y gneises cuyos protolitos probablemente fueron lutitas, ortocuarcitas y andesitas. El paquete sedimentario esta representado por cuarcitas y dolomitas. Arellano (1956) y Cevallos y Weber (1980), Morán-Zenteno (1984).

Las rocas del paleozoico están representadas en su gran mayoría por rocas marinas tanto de aguas someras como de aguas profundas, las cuales han sido clasificadas como calizas, areniscas y algunas dolomitas. El espesor del este paquete de rocas ha sido estimado aproximadamente alrededor de 4,500 metros por Cooper y Arellano(1946) y Roldán-Quintana (1984).

El Mesozoico lo representan tres unidades con distinta litología, la mas antigua esta compuesta por rocas sedimentarias areniscas, calizas y lutitas, la segunda son rocas volcánicas andesíticas, y finalmente en este paquete se encuentran rocas clásticas y carbonatadas, asi como rocas igneas ácidas. Rangin (1978), Anderson y Silver (1969). Las rocas del Cenozoico se caracterizan por ser de vulcanismo ácido, principalmente riolitas e ignimbritas, aunque también se han descubierto andesitas y basaltos.

En el Terciario la región de Sonora estuvo sujeta a una serie de fallamientos que cortan todas las estructuras y unidades anteriores. Posteriormente hubo un importante episodio volcánico, que permitió la formación de rocas de origen igneo. Se reportan dos miembros; el inferior que está compuesto principalmente por flujos andesíticos y el miembro superior principalmente por tobas y flujo de cenizas. (Cochemé y Demant, 1991).

Finalmente una serie de ciclos de glaciación dieron pie a la acumulación de una secuencia de sedimentos no consolidados; gravas, arenas, limos y arcillas representan el Cuaternario, los cuales presumiblemente son provenientes de las sierras circundantes. También se reporta la presencia de aluvión, como los depósitos mas recientes de la columna estratigráfica.

Durante el Cretácico la zona de subducción se ubicaba en la zona occidental de la Placa Norteamericana, produciendo esfuerzos compresivos de dirección E-W que produjeron un arco volcánico plutónico (Damon et al, 1983) y afectó los sedimentos continentales y marinos teniendo como resultado grandes pliegues (Rangin, 1977). Posteriormente durante el Eoceno-Mioceno estas estructuras fueron sometidas a esfuerzos de tensión, que produjo fallamientos importantes.

IV.3 Antecedentes y trabajos previos

Los estudios en la zona han sido enfocados al acuífero de la costa de Hermosillo, Jiménez (1965) realiza las primeras indagaciones y reporta que la explotación del acuífero va desde 1945 con 15 pozos, para 1950 había 258 pozos y en 1955 eran 484 pozos en funcionamiento. Fue hasta 1963 que se reglamentó la extracción de agua subterránea. Posteriormente se establece un programa de extracción, con el fin de evitar contaminación del acuífero por intrusión salina.

Marin-Stillman et al. (1996) reportan la realización de sondeos eléctricos verticales y azimutales donde se busca determinar una posible anisotropía de las características eléctricas del subsuelo. Para la interpretación de los sondeos utilizaron un programa de modelación basado en un algoritmo de filtros digitales lineales. Steinich et al. (1997) realizó sondeos eléctricos verticales y azimutales en la zona vadosa del acuífero para estimar las propiedades hidráulicas del medio.

Hay estudios en la zona (Castro-García, 1998), en donde reportan la inversión de datos gravimétricos, lo cual permitió encontrar la topografía y profundidad del basamento que se encuentra entre 300 y 3500m, con una estructura del tipo alternancia de horsts y grabens.

IV.4 Metodología

Se considera que los métodos eléctricos en su modalidad de sondeo eléctrico vertical, son adecuados para la exploración hidrogeológica ya que la resistividad del subsuelo, se rige por la porosidad y calidad del agua, lo que facilita la detección de buenos contraste resistivos.

En este trabajo se procedió a comparar dos modelos de interpretación de los sondeos eléctricos. En primer lugar se hizo una reinterpretación de diez sondeos eléctricos verticales, que se muestran en la Figura 14, utilizando el modelo unidimensional clásico basado en medios estratificados de resistividad constante. Posteriormente se utilizó otro modelo unidimensional en el cual la resistividad presenta variación con la profundidad.

Para la primera parte de la interpretación (modelo con capas de resistividad constante) se utilizó el programa IPI2Win, desarrollado por la Universidad Estatal de Moscú, el cual es capaz de detectar contrastes de resistividad entre 0.0001 a 10000 [$\Omega \cdot m$]; con el cual se resuelve el problema directo usando filtrado lineal, y el problema inverso se resuelve mediante una variación del algoritmo de Newton (menor número de capas) y el enfoque de Tikhonov. Los resultados de la interpretación de cada uno de los 10 sondeos que componen esta sección se muestran en el Anexo 1.

La segunda parte de la interpretación, (modelo con capas de variación exponencial), se realizó con paquetería diversa (hoja de cálculo, graficación, etc.) y con un programa elaborado en lenguaje FORTRAN, desarrollado a partir del modelo propuesto por Kim y Lee (1996). El programa permite el cálculo de la función de resistividad aparente para capas de resistividad variable, con variación exponencial. En el Anexo 2 se muestran los resultados de la interpretación con este modelo. Con ambos modelos se procedió a construir las secciones de isoresistividades aparentes para hacer una interpretación cualitativa y posteriormente se construyeron los perfiles geoelectricos, en los que ya se presentan los resultados de la interpretación cuantitativa. Con esta información se realiza una

comparación cualitativa de ambos modelos tomando en cuenta el problema para el cual fueron obtenidos los datos originalmente.

IV.5 Interpretación

Esta sección tiene una orientación casi Norte-Sur, siendo el sondeo 1 el más cercano a la línea de costa y el sondeo 10 el más cercano a la ciudad de Hermosillo. como se puede observar en la Figura 14. El valor promedio de resistividad de la zona es de 36 (ohm-metro), mismo que se utilizará de base para reflejar los contrastes entre las unidades geológicas involucradas en la zona. En ambas secciones de isorresistividad (Figuras 15 y 16) se observa una zona de baja resistividad con un rango que se ubica entre los 20 y 30 ohm-metro.

En el modelo de resistividad constante (Figura 15), esta zona se encuentra aproximadamente a los 75 metros de AB/2, y se extiende a lo largo de todos los SEV's de la sección. Esta zona sección es cortada por una zona de resistividad alta que es más somera pero solo se encuentra entre los sondeos 2 y 3 con aberturas entre 10 y 15 metros. Hacia el final del perfil se encuentra otra zona de alta resistividad con valores por arriba de los 60 ohm-metro, entre los SEV's 8 y 9 y ligeramente menores en el SEV-10. Es importante mencionar que esta región se extiende hasta aberturas mayores a los 100 metros de AB/2, por lo cual podemos considerar que se encuentra a profundidades mayores que la primera zona de alta resistividad ya mencionada para esta sección. En las demás partes de esta sección se puede observar un comportamiento de la resistividad muy uniforme con resistividades relativamente bajas que llegan a ser inferiores a los 10 ohm-metro. Estos valores son comunes en zonas que presentan los efectos de la intrusión salina en un acuífero del tipo que existe en la zona de estudio.

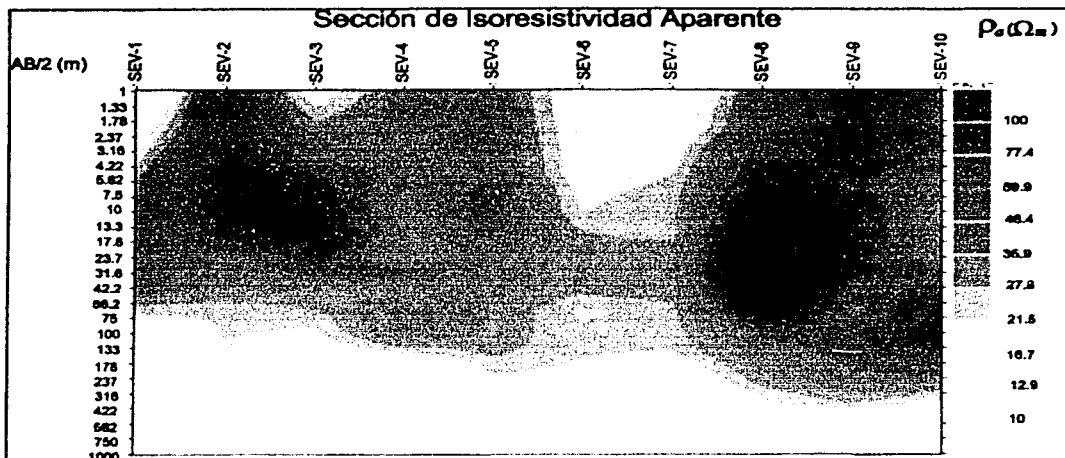


Figura 15. Sección de isoresistividad aparente con resistividad constante.

Para el segundo modelo (Figura 16) se puede observar que el comportamiento es el mismo que ya se describió anteriormente para esta sección, es decir las dos zonas anómalas de alta resistividad que cortan a la zona de baja resistividad que se extiende a lo largo de la mayor parte de la sección. En este caso las resistividades más bajas están representadas en color azul mientras que las resistividades altas se muestran en tonos de color rojo. Es importante mencionar que la presentación de ambas secciones es diferente dado que fueron elaboradas con software diferente, sin embargo el análisis de estas secciones nos muestra la gran similitud ya señalada anteriormente.

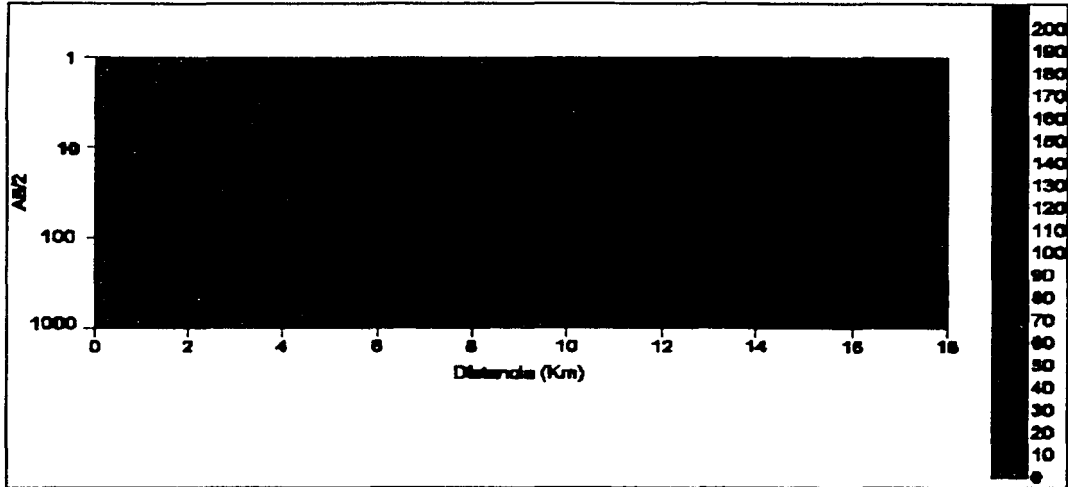


Figura 16. Sección de iso-resistividad aparente con variación de resistividad exponencial.

En lo que se refiere a los perfiles geoelectricos elaborados, se puede observar que para el caso de resistividades constantes (Figura 17) se muestra una serie de bloques sólidos de gran extensión, con los que se puede identificar una serie de capas geoelectricas que podríamos asociar, de acuerdo con los contrastes de resistividad de cada contacto, sin perder de vista que se trata de una correlación de modelos unidimensionales, para elaborar una representación bidimensional. Con esta representación se puede relaciona las unidades geoelectricas con las posibles unidades geológicas presentes en la zona. Este tipo de interpretación para la zona de estudio ya fue descrita por Flores-Márquez et al. (1999) y Castro-Garcia (1998).

Aquí se identificó la presencia de tres contactos geoelectricos. Los bloques de tonos naranjas que observan en la Figura 17, presentan profundidades variables, con resistividades intermedias que fluctúan entre 20 y 70 ohm-metro. Este cuerpo puede ser asociado a las capas superficiales y en algunas zonas, como entre los SEV's 1,2 y 3 señalan el límite con las capas de tonos amarillos, que pueden ser zonas de transición de la resistividad, entre las capas superficiales y el medio saturado.

El cuerpo de menor resistividad que está entre 1-15 (ohm-metro), con tonos amarillos y profundidades intermedias, es la segunda capa con características resistivas distintas y que puede estar asociado a otra de las unidades geológicas, en las cuales se está manifestando la zona que presenta la intrusión salina.

Finalmente tenemos un cuerpo de mayor resistividad, tonos cafés, con resistividades mayores de 100 ohm-metro con profundidades que llegan a ser mayores de 300 metros. Este cuerpo parece estar relacionado con una especie de basamento resistivo que estaría funcionando como una capa sello que no permite la filtración del agua a mayores profundidades.

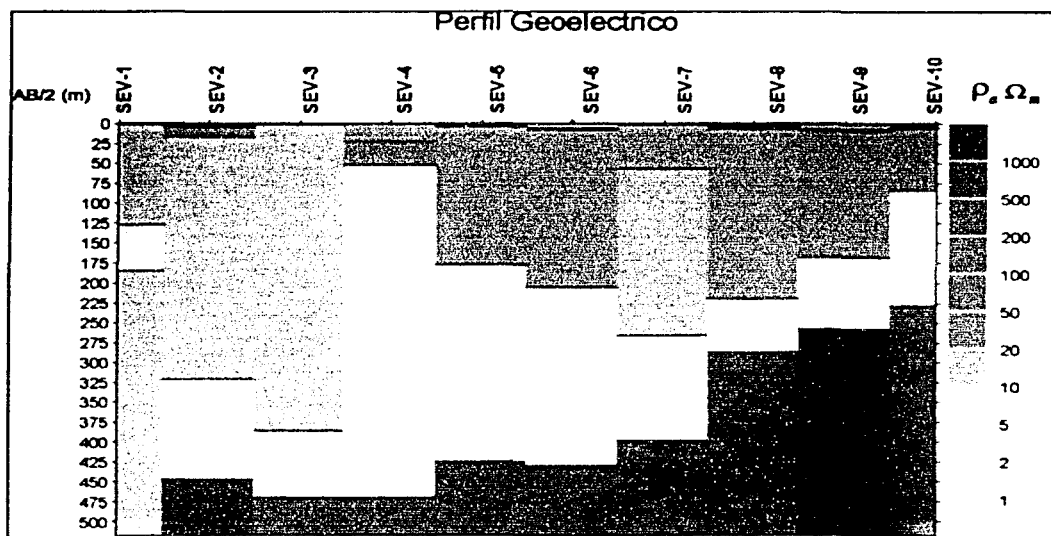


Figura 17. Perfil geoelectrico con resistividad constante.

Para el caso del perfil obtenido con el método de interpretación propuesto en este trabajo (Figura 18), se interpretaron dos fuertes contrastes eléctricos que pudieran correlacionarse con las unidades geológicas. Las capas que involucran colores desde naranjas a verdes, son capas de resistividades altas (superiores a los 50 Ohm-metro), estas capas parecen estar asociadas a las capas superficiales de la zona de estudio y como se puede ver los sondeos

mas lejanos de la línea de costa, estos valores se van incrementando gradualmente. De acuerdo con la información geológica reportada, se podrían suponer que su composición es del tipo de conglomerados y arenas.

Se pueden apreciar otra capa geoelectrica de tonos azules y valores de resistividad menores a los 25 ohm-metro, que se podrían asociar con cuerpos granulares más porosos y que probablemente están saturados con agua salada. Es importante mencionar el comportamiento que se aprecia debajo de los sondeo 6 y 7 , que contrasta con el resto de los sondeos y se presenta como una discontinuidad en la resistividad de esta zona. Existen reportes que han interpretado esta discontinuidad como una zona de fallamiento (Castro-García, 1998). El reporte de ésta zona de fallamiento permite dar una explicación al fenómeno, y suponer que existe una componente de flujo vertical que esta saturando el material con agua salada. Esto es un aspecto muy importante para el mejor conocimiento del acuífero ya que se ve que algunos rasgos estructurales son elemento fundamental en el proceso de intrusión salina.

Los perfiles muestran un comportamiento que apunta a que el comportamiento de la intrusión salina es un proceso de gran dispersión que tiene como resultado; que la calidad del agua, y por ende la propiedades eléctricas, varían tanto con la profundidad como con la distancia de la línea de costa.

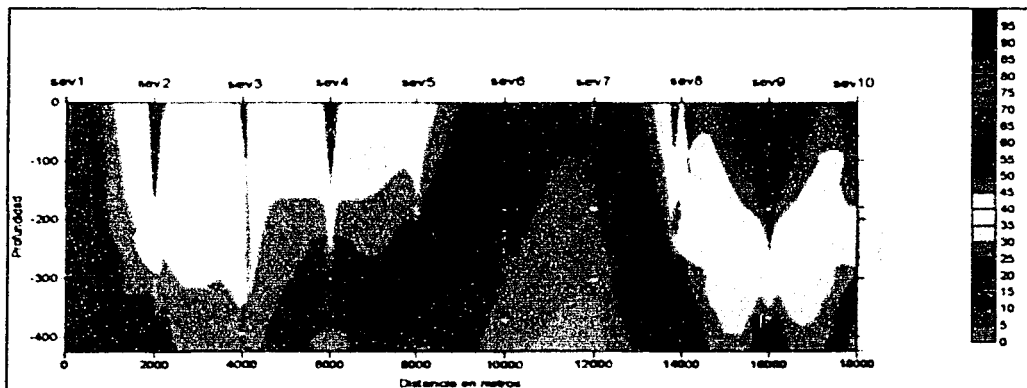


Figura 18. Perfil geoelectrico con variación de resistividad exponencial.

IV.6 Conclusiones del capítulo

Con base en los resultados obtenidos de la interpretación y comparación de los modelos utilizados en este ejemplo, se puede observar que el uso de estos, resulta adecuado para representar de manera más cercana, la estructura real en el subsuelo para el estudio de las zonas con intrusión salina. Como se mostró anteriormente, los perfiles de isorresistividad aparente obtenidos con cada uno de los modelos de interpretación que se presentan en este ejemplo, tienen una gran similitud debido a que los rangos de error que se obtuvieron en la interpretación de cada SEV están en el rango entre 7% y 9% en ambos modelos. En dichas secciones, se puede observar la presencia de zonas de anomalía de resistividad caracterizadas por altos resistivos en un medio de resistividad relativamente alta. También es clara la presencia de una zona de discontinuidad entre los SEV's 5 y 8 del perfil de manera similar a lo mostrado por Castro-García (1998).

En lo que se refiere a los perfiles geoelectricos se puede observar diferencias importantes en la manera de presentar la información, sin embargo, el análisis de ambos modelos de interpretación nos permite identificar los rasgos principales presentes. En primer lugar, se observa que para la parte superficial del perfil, se tiene una zona de resistividades relativamente altas (entre 30 y 100 ohm-metro) que parecen estar asociadas a los materiales del tipo arenas y arcillas descritas por Castro-García (1998) que alcanzan espesores entre 70 y 120 metros. En el modelo de resistividad variable, estos materiales llegan a alcanzar los 200 metros de espesor debido a que se puede observar un cambio gradual con las demás unidades.

Uno de los rasgos que se resaltan en el perfil construido con el modelo de capas variables es la zona de variación lateral que se describió anteriormente y que se presenta entre los SEV's 5 y 8. Esta zona presenta cambios laterales muy marcados y que con el modelo aquí propuesto se pueden apreciar más claramente debido a los valores de resistividad obtenidos. Esta zona fue interpretada por Flores-Márquez (1999) como una zona de fallamiento que pone en contacto a material del tipo de arenas y gravas con un material de alta permeabilidad y que parece estar saturado con agua salada. Esta interpretación apoya el

supuesto de la presencia de una componente de flujo vertical controlada estructuralmente por esta zona de fallamiento. Esta situación podría acelerar el proceso de intrusión salina y tener la presencia de agua de mala calidad a profundidades más someras, situación que ya se observa en la región.

Es importante mencionar que la presentación de ambas secciones es diferente dado que fueron elaboradas con software diferente, sin embargo el análisis de estas secciones nos muestra la gran similitud ya señalada anteriormente, teniendo como consecuencia que este tipo de modelo pueda ser de utilidad en el estudio de esta zona.

CAPITULO V

CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos con la realización de este trabajo, en el cual se presenta el uso de modelos no tradicionales en el modelado y la interpretación de la curva de resistividad aparente de un sondeo eléctrico vertical, se puede establecer las siguientes conclusiones:

1. Se han presentado algunos aspectos teóricos y prácticos del método de sondeo eléctrico vertical que son generalmente aplicados en diversos estudios del subsuelo. Asimismo se señaló que la interpretación tradicional para esta técnica, utiliza modelos unidimensionales de medios estratificados en los cuales la resistividad eléctrica es constante en cada uno de los estratos.

2. Una de las áreas en las que tiene un gran importancia el uso de este método de prospección geofísica es la exploración geohidrológica. Los resultados de un estudio con dicho método permiten conocer diferentes características de los acuíferos, como la geometría, además de permitir identificar algunas situaciones problemáticas como la salinización debida al fenómeno de intrusión marina en las zonas costeras.

3. En este trabajo se realizó un análisis del fundamento físico-matemático sobre un método alternativo para la interpretación de un sondeo eléctrico vertical, el cual está basado en el uso de medios estratificados en los cuales la resistividad de cada una de las capas muestra variación con la profundidad. Lo que se pudo mostrar con esto, es que el comportamiento de la función exponencial es una herramienta que permite ajustar las variaciones de la resistividad eléctrica dentro de un mismo cuerpo geológico, a diferencia del método de resistividad constante que implica la necesidad de incluir un mayor número de capas o estratos y, por ende, un cambio litológico.

4. Con el uso del modelo de interpretación aquí propuesto, se pudo ver en el ejemplo de aplicación, que es posible delimitar la posición de la zona que se encuentra afectada por la invasión de agua salada en el acuífero, la cual se extiende prácticamente a lo largo de todo el perfil lo cual coincide con la interpretación que se han presentado en diversos trabajos previos.

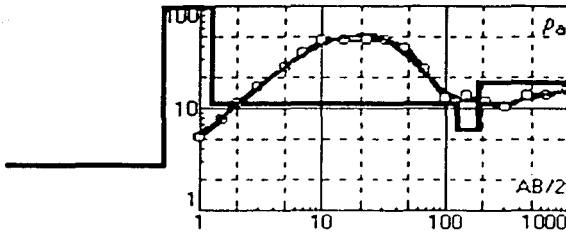
5. De la comparación realizada para el caso de la zona costera de Hermosillo, se puede apreciar que para algunas situaciones, el tratamiento exponencial se apega de forma mas veras al comportamientos de variaciones resistivas dentro de un mismo estrato en el subsuelo. Esto implica que podemos considerar a este tipo de modelos como una técnica adecuada para ciertos casos en los cuales el comportamiento geológico, los procesos de sedimentación y génesis de las rocas, así como la misma formación de suelos son sujetos a un sin numero de variables climáticas, de temperatura, presión y de composición. Lo anterior, sin duda modifica el comportamiento resistivo dentro de un mismo cuerpo geológico, circunstancia que nos permite afirmar que existe un salto de estrato o un cambio litológico. Asi mismo existen otro tipo de fenómenos naturales que ocurren en el subsuelo, que también modifican los valores de resistividad en una misma capa geoelectrica, como es el caso de las intrusiones salinas (ejemplo abordado en esta tesis), niveles de humedad y presión entre otros, que nos sugiere variaciones graduales en las propiedades de los materiales (porosidad, saturación, etc.) y no solamente cambios radicales a profundidades bien delimitadas.

6. Es importante mencionar que el método aquí propuesto no pretende venir a sustituir los métodos tradicionales de interpretación; la intención es considerarlo como una opción más para el estudio de algunos problemas (como en el ejemplo presentado) y que nos sirva para encontrar una representación mas cercana a las condiciones reales en el subsuelo

7. Finalmente, se debe de considerar que el método que se implementó en este trabajo considera solamente el modelado directo la curva de resistividad aparente, por lo que sería muy interesante abordar el problema inverso para hacer aun mas efectivo el uso de este tipo de modelos en la interpretación.

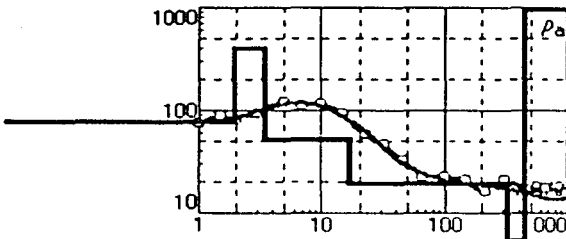
Anexo I Resultados de la interpretación de Sondeos eléctricos Verticales con Capas Constantes

SEV1
error 7.38%



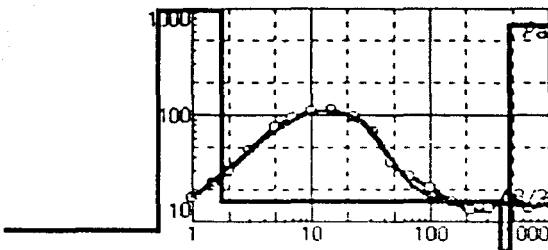
N	ρ	h	d	Alt
1	2.75	0.5	0.5	-0.5
2	1504	0.737	1.24	-1.237
3	11.3	126	127	-126.8
4	6.17	58	185	-184.8
5	17.9			

SEV2
error 8.88%



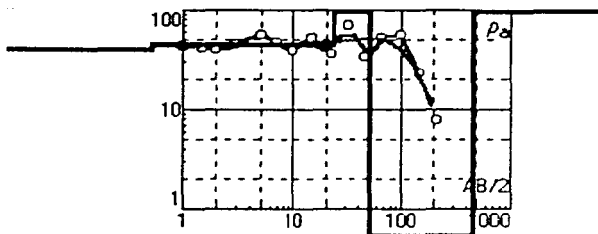
N	ρ	h	d	Alt
1	76.5	1.92	1.92	-1.923
2	395	1.49	3.42	-3.416
3	51	13.3	16.7	-16.74
4	19.3	305	322	-321.9
5	2	126	448	-447.5
6	1135			

SEV3
error 9.38%



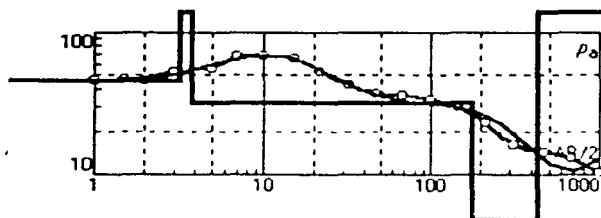
N	ρ	h	d	Alt
1	8.41	0.5	0.5	-0.5
2	1375	1.23	1.73	-1.732
3	15.7	385	387	-386.9
4	1.63	82.9	470	-469.9
5	699			

SEV4
error 16.1%



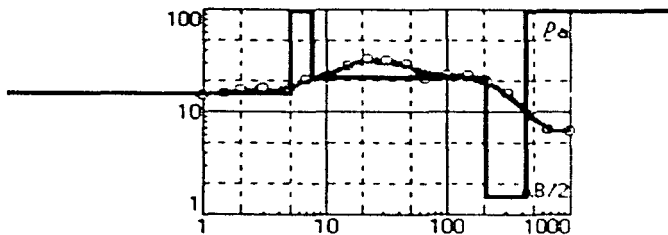
N	ρ	h	d	Alt
1	40.3	0.509	0.509	-0.5093
2	45.3	22.3	22.8	-22.76
3	95.6	29.7	52.5	-52.45
4	0.217	417	470	-469.6
5	686			

SEV5
error 9.25%



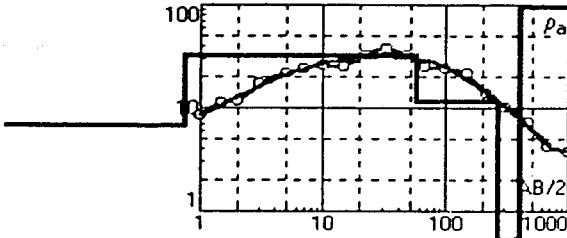
N	ρ	h	d	Alt
1	45.9	3.22	3.22	-3.221
2	807	0.569	3.79	-3.79
3	31.7	173	177	-177.1
4	3.38	248	425	-425
5	714			

SEV6
error 5.97%



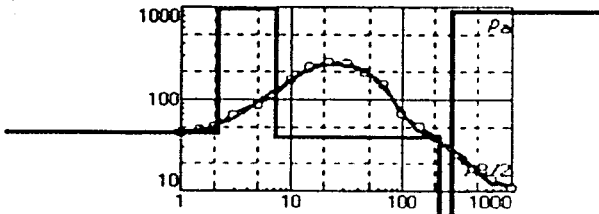
N	ρ	h	d	Alt
1	15.2	4.98	4.98	-4.98
2	134	2.77	7.75	-7.75
3	21.3	198	206	-205.8
4	1.5	224	430	-429.8
5	800			

SEV7
error 7.28%



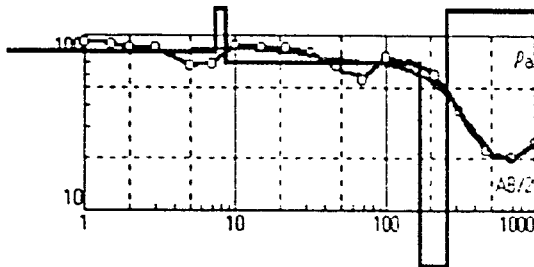
N	ρ	h	d	Alt
1	6.61	0.737	0.737	-0.737
2	32.8	55.5	56.2	-56.24
3	11.6	210	266	-266.2
4	0.488	133	399	-399.2
5	800			

SEV8 error 6.02%



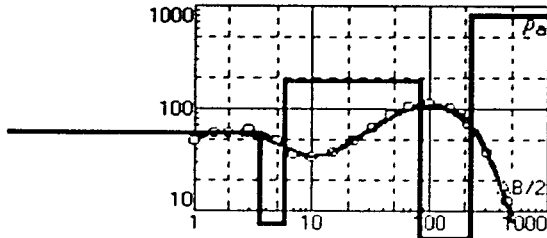
N	ρ	h	d	Alt
1	43.5	2.18	2.18	-2.18
2	1386	4.97	7.15	-7.15
3	38.4	213	220	-220.1
4	0.772	66.6	287	-286.8
5	899			

SEV9
error 9.89%



N	ρ	h	d	Alt
1	81.6	7.41	7.41	-7.411
2	141	1.34	8.75	-8.747
3	69.9	159	168	-167.6
4	2.35	90.7	258	-258.3
5	1206			

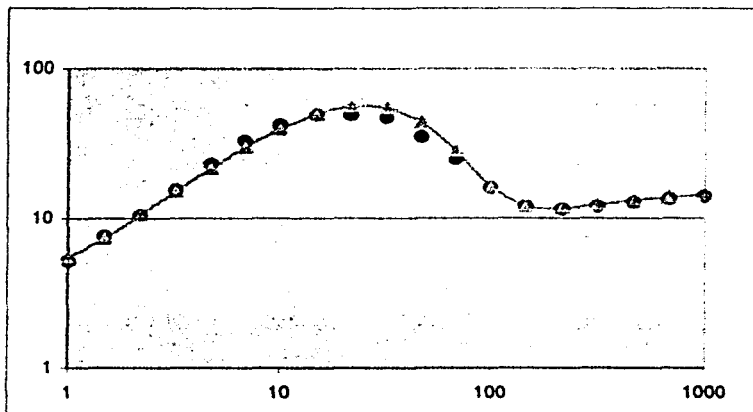
SEV10
error 7.6%



N	ρ	h	d	Alt
1	57.8	3.56	3.56	-3.555
2	7.44	2.14	5.7	-5.698
3	185	77.8	83.5	-83.47
4	0.0759	144	227	-227.1
5	801			

Anexo2 Resultados de la interpretación de Sondeos eléctricos
Verticales con Capas Variables.

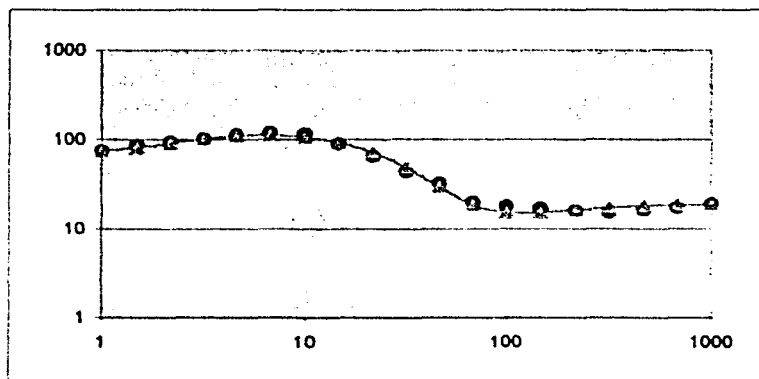
Sev1



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	0.8	4	0
2	8.3	1555	-0.627
3	180	8.5	0.003
4	INFINITO	15	0

error 8.94%

Sev2

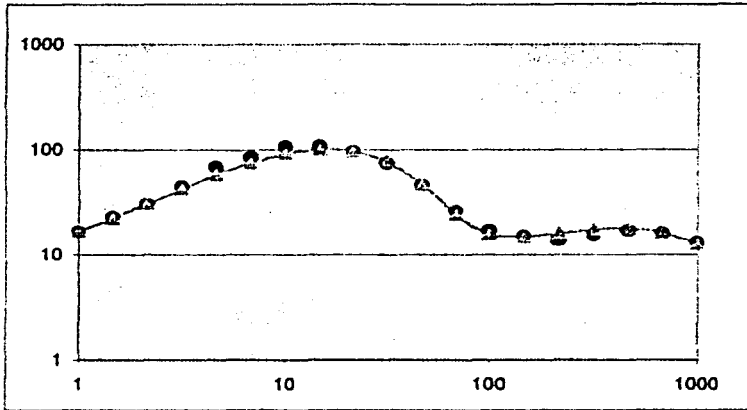


MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	1	70	0
2	35	170	-0.087
3	100	8	0.008
4	INFINITO	19	0

error 8.17%

ESTA TESIS NO SALI
DE LA BIBLIOTECA

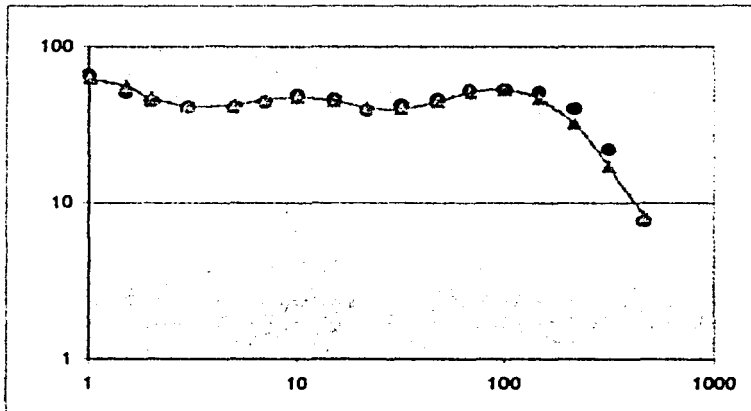
Sev3



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	0.8	12.5	0
2	21	420	-0.18
3	330	9.5	0.005
4	70	60	-0.012
5	INFINITO	25	0

error 7.86%

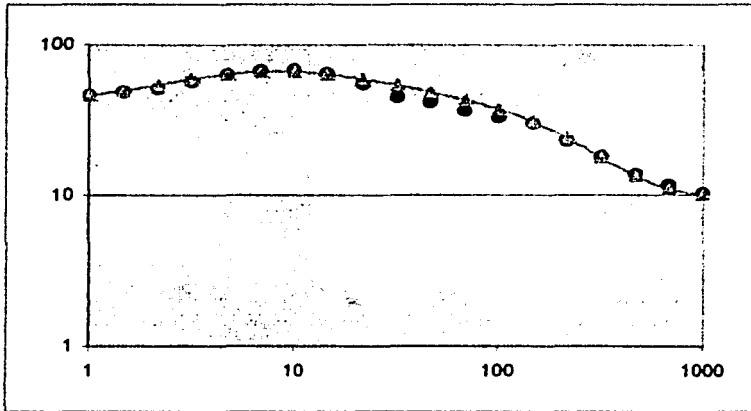
Sev4



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	1	68	0
2	3	7	0.803
3	15	78	-0.097
4	19	18	0.081
5	160	84	-0.018
6	INFINITO	4.7	0

error 8.54%

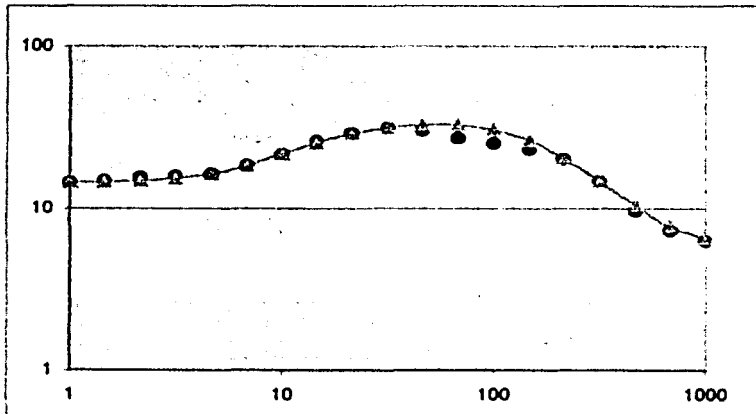
Sev5



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	1	44	0
2	12	80	-0.031
3	200	55	-0.008
4	INFINITO	9.5	0

error 8.37%

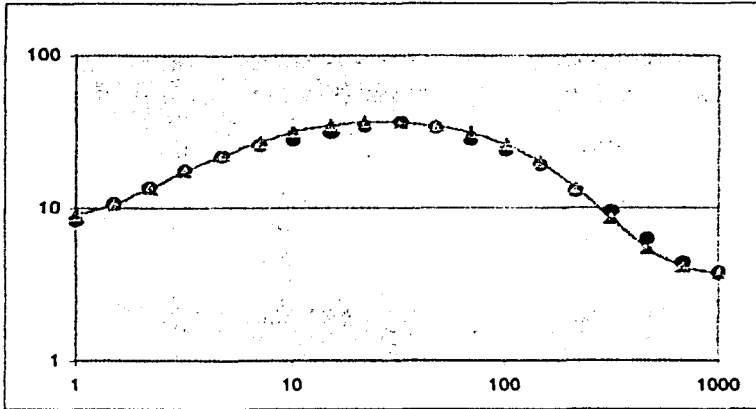
Sev6



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	4	14.5	0
2	60	38	-0.002
3	250	33	-0.006
4	INFINITO	5.8	0

error 8.28%

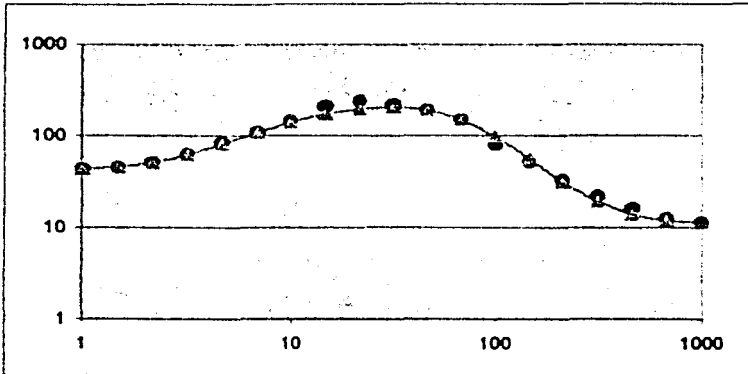
Sev7



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	1	7.8	0
2	3	55	-0.066
3	200	45	-0.012
4	INFINITO	3.5	0

error 7.30%

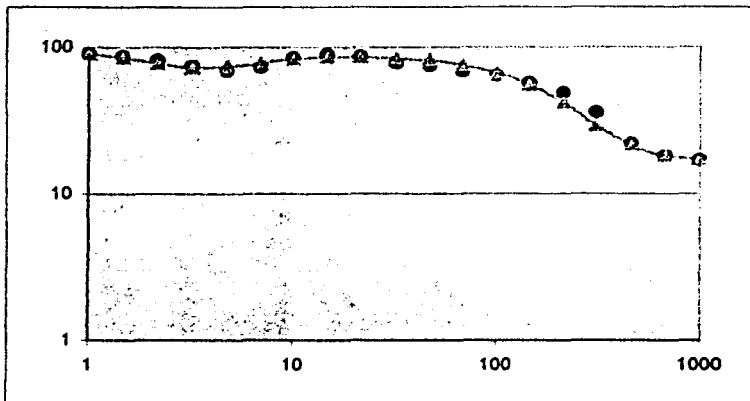
Sev8



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPEJOR	ALFA	BETA
1	2	42.5	0
2	38	450	-0.042
3	180	90	-0.011
4	INFINITO	11	0

error 9.34%

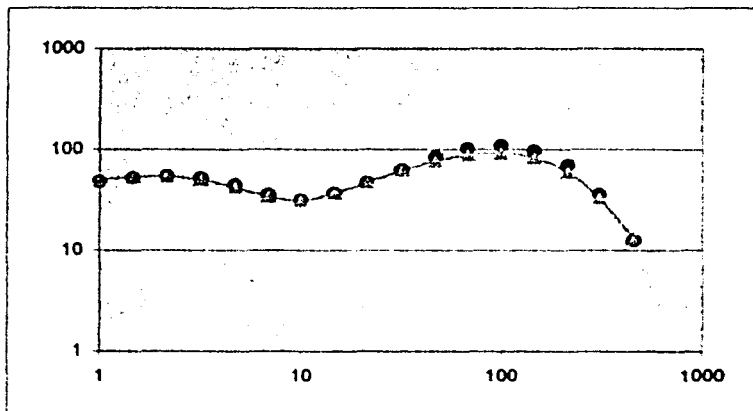
Sev9



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPESOR	ALFA	BETA
1	1	95	0
2	3	30	0.377
3	95	93	-0.006
4	210	50	-0.005
5	INFINITO	17	0

error 7.41%

Sev10



MODELO GEOELECTRICO			
CAPA	ESPESOR	ALFA	BETA
1	0.5	42	0
2	5	110	-0.479
3	15	10	0.202
4	275	210	-0.016
5	INFINITO	2	0

error 8.05%

VI BIBLOGRAFIA

- Anderson, T.H. y Silver L.T. (1969) Mesozoic magnetism events of the nordeen Sonora, coastal region, Mexico: *Geol. Soc. America Abs.*
- Anderson, T.H. y Silver L.T. (1978). Rocas precámbricas y paleozoicas de la región de Caborca, Sonora, México. UNAM. *Primer simposio sobre geología y potencial minero en el estado de Sonora*
- Anderson, W.L. (1979) Numerical integration of related Hankel transforms by adaptive digital filtering. *Geophysics*, Vol. 44, No.7
- B. Banerjee, B.J. Sengupta and B.P. Pal, (1980) Apparent resistivity of a multilayerd earth with a layer having exponetially varying conductivity. *Geophysical Prospecting*, 28.
- Castro J.A. (1998). Modelo Numérico de intrusión Salina en la costa de Hermosillo Sonora con base en estudios geofisicos. UNAM. Instituto de Geofisica. *Tesis de maestría.*
- Chavarría Villaseñor, Juan Andrés. (1999) Estudio Geoelectrico del acuífero del Valle del Yaqui, Sonora. Tesis Profesional, Facultad de Ingenieria UNAM. (inédita).
- Cochemé, J.J y Demant, Alain., (1991) Geology of the Yecora area, northern Sierra Madre Occidental, Mexico: *The Geological Society of America, Special paper.*, 254
- Colorado School of Mines, (2000) Página Web
http://www.mines.edu/fs_home/tboyd/GP311. Imágenes modificadas con el consentimiento de Thomas M. Boyd, responsable de la página en la universidad de Colorado.
- Damon et.,al. (1983) Geochronology of the porphyry copper deposits and related mineralization of Mexico. *Canadian Journal of Earth Science* Vol. 20
- Jiménez, V. A., (1965) Condiciones de las aguas subterráneas en el Distrito de Riego N-51, Costa de Hermosillo, Son. Rev. Ing. Hidráulica en México, Vol. XIX, N-3
- Kim Hyoung-Soo and Kiehwa Lee (1996) Response of a multilayer earth with layers having exponetially varying resistivities *Geophysics*, Vol. 61, No 1.
- Koefoed, O. (1968) The application of the Kernel Function in Interpreting Goelectrical Resistivity Measurements. Gebruder Borntraeger, Berlin 111 páginas
- Mallick K y Roy A. (1968). Resistivity Sounding on a two layer earth with transitional boundary, *Geophysical Prospecting* 16, 436-446

- Marín, L.E. Steinic., en prensa. Hydrogeological investigations in northwestern Yucatan, Mexico using resistivity surveys. *Ground Water*
- Orellana, (1972) Prospección Geoeléctrica en corriente continua. Editorial Paraninfo Madrid, España
- Pérez-Rosales Candelario (1983) Teoría sobre la relación entre factor de resistividad y porosidad. *Revista del Instituto Mexicano del Petróleo*, Vol. XV, No. 4.
- Rangin C. (1977) Tectónicas sobrepuestas sobre Sonora Septentrional, México, *Revista del instituto de Geología*, UNAM. V.1, no.1
- Rangin C. (1978) Speculative model of Mesozoic geodynamics, central Baja California and Sonora, Mexico: *Pacific Coastal Paleogeography Symposium 2*.
- Roy, A. (1972) Depth of investigation in Wenner, three-electrode and dipole DC resistivity methods. *Geophysical prospecting*, Vol. 20, pp. 329-341.
- Roy, A. y A. Apparao (1971) Depth of investigation in direct current methods. *Geophysics*, Vol. 36, pp 943-958.
- Simón-Velásquez, Ma Isabel y Alatríste-Vilchis, David (1998) Interpretación de Sondeos Eléctricos Verticales Utilizando un Modelo Anisotrópico de Variación Exponencial en Casos de Zonas con Intrusión Salina. *VIII Simposium de Geofísica en Veracruz 98*.
- Stefanescu, S.S. y Schlumberger, C. y M. (1930) Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales, homogènes et isotropes. *Jour. Physique et le Radium*. Vol, 1, pp. 132-140.
- Steinic, B., Simón, I., Chavarria, J. A. and Marín, L., (1997) Geophysical investigations of the vadose zone in the vally of Hermosillo aquifer, Sonora, México. *Geofísica Internacional*, Vol 36, No.3 pp 191-200.
- Stillman, L., Steinich, B., Velásquez, G., Simón, I., Gonzáles, R., (1996) Caracterización Geoquímica de los Sistemas de Flujo del Valle de Hermosillo, Sonora. Instituto de Geofísica, UNAM.
- Van Dam, J.C. (1976) Possibilities and limitations of resistivity method of geoelectrical problems. *Geopl.*, 14, pp 179-193
- Wangsness, (1996) Campos Electromagnéticos. Editorial Limusa, México DF.
- Wait, J.R. (1982) Geo-electromagnetism: Academic p