

16 01/90



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

ESTUDIOS SOBRE TRANSICIÓN  
Y TURBULENCIA EN FLUJOS DE  
CONVECCIÓN NATURAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN INGENIERÍA  
P R E S E N T A  
RAMÓN TOVAR OLVERA

DIRECTOR DE TESIS: DR. JORGE A. ROJAS MENÉNDEZ

MÉXICO, D.F.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2002



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi esposa

Adriana de Alba Ortega

y a mis padres

Esperanza Olvera García

Francisco Tovar Hernández

con amor y agradecimiento

## **Agradecimientos.**

En este espacio hago patente mi reconocimiento a las personas de quienes recibí su ayuda durante la realización de este proyecto.

Al Dr. Francisco Ávila Segura le agradezco no sólo la concepción y dirección de este proyecto sino también le debo parte sustantiva de mi formación académica y humana. Le agradezco la instrucción que generosamente me otorgó durante el tiempo que tuve la fortuna de convivir con él.

Le agradezco al Dr. Jorge Rojas que haya aceptado ser mi director así como su invaluable ayuda en el desarrollo de la investigación y corrección de la tesis, lo cual fue crucial para la culminación de la misma. Le agradezco también sus enseñanzas y su ejemplo.

Al Dr. Jaywant Arakeri le agradezco sus importantes sugerencias que marcaron la dirección de la investigación, además los meses que estuvo dirigiendo esta investigación en el CIE-UNAM y el tiempo que ha colaborado con nosotros desde el Instituto Tecnológico de la India.

A los miembros de mi Jurado Doctoral, Dra. Gabriela Alvarez, Dr. Abraham Medina, Dra. Guadalupe Huelz, Dr. Francisco Solorio, Dr. Fernando Mendoza y Dr. Eduardo Ramos, les agradezco sus observaciones y sugerencias para mejorar el documento. Al Dr. Federico Poujol le agradezco sus discusiones y atinadas sugerencias al trabajo.

Al Ing. Jorge M. Dada que participó en la investigación de la Convección en un Tubo y a la Ing. Ma. Loreto Cedillo en la investigación de la Convección en la Pared Compuesta les agradezco los meses de trabajo intenso dedicados a la realización de estos estudios.

Agradezco la ayuda en la instalación de los dispositivos ópticos al Mtro. Héctor Perales, al Dr. Gary Settles que me envió una gran cantidad de consejos para la implementación del Schlieren, al Dr. Fernando Mendoza que me asesoró personalmente en la puesta a punto del sistema y al Fis. Hugo Salas que me ayudó en la alineación del láser a través del filtro espacial. El Ing. Benjamín Vargas y el Ing. Guillermo Hernández-Cruz colaboraron en la puesta en funcionamiento de los

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



diversos sistemas de adquisición de datos. Asimismo, la Ing. Carmen Huerta, la Lic. Esther O. García, el Ing. Héctor Cortés y el Ing. Alfredo Quiroz nos asistieron en la operación de los recursos computacionales. La Lic. Ana María Ramírez y Patricia García me apoyaron en la búsqueda de información bibliográfica. El personal técnico del taller mecánico del Centro de Investigación en Energía, Miguel A. Ríos, Simón Ortiz, Ing. Jaime Villalobos, Gregorio Hernández y Javier Ayala, construyeron la cavidad experimental y los soportes de los espejos

A amigos del CIE, Minerva Vargas, Jassón Flores, Manuel Palacios, Vivechana Agarwal, Rafael Castrejón, Alfonso Castrejón, Diana Bedolla, Giovanni Esquivel, Roberto Acosta, Juan Vázquez, Sergio Gamboa, Jesús Quiñones y Ma. de los Angeles Acosta, les agradezco que hayan hecho de este sitio un lugar armonioso para trabajar.

Nuevamente agradezco el apoyo que me han otorgado mis hermanos y hermanas: Daniel, Azucena, Edgardo, Gemma, Imelda, María, Francisco, Violeta, Esther y Helia.

A los investigadores del Centro de Investigación en Energía y miembros del personal administrativo que me apoyaron para la realización de esta investigación les agradezco su colaboración. Agradezco a las personas de la Facultad de Ingeniería que colaboraron para la obtención de una beca de la Dirección General de Estudios de Posgrado.

Agradezco la ayuda económica brindada para la realización de este trabajo a la DGAPA-UNAM con el proyecto IN108398, a la DGEP-UNAM por la beca que me fue concedida y por el apoyo PAEP 207317, y al CONACYT por el apoyo G0044-E para la compra de algunos componente ópticos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# ÍNDICE

Resumen .....	iv
Abstract .....	vii
Nomenclatura .....	ix
Lista de Figuras .....	xii
Lista de Tablas .....	xvi

## 1 ANTECEDENTES .....

---

1.1 Convección natural en un tubo vertical .....	3
1.1.1 Convección de Rayleigh-Bénard (R-B) .....	3
1.1.2 Inestabilidad de Rayleigh-Taylor (R-T) .....	6
1.1.3 Convección en tubos verticales (T-V) .....	8
1.1.4 Semejanzas y diferencias entre los casos R-B, R-T y T-V .....	10
1.2 Convección natural en una pared parcialmente calentada .....	12
1.2.1 Convección natural en paredes verticales .....	13
1.2.2 Pluma de pared originada con una fuente de calor lineal .....	17
1.2.3 Pared compuesta .....	18
1.3 Objetivos y perfil del trabajo .....	19

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE CONVECCIÓN NATURAL

### EN UN TUBO VERTICAL .....

---

2.1 Descripción física del problema de convección en un tubo .....	21
2.2 Planteamiento teórico del problema .....	23
2.3 Diseño experimental .....	25
2.3.1 Casos de estudio .....	25
2.3.2 Aparato experimental .....	26
2.3.3 Instrumentación y visualización .....	28
2.3.4 Procedimiento experimental .....	29

<b><u>3. RESULTADOS DEL ESTUDIO DE CONVECCIÓN NATURAL EN UN TUBO</u></b>	<b>32</b>
3.1 Evolución de la concentración salina en los tanques .....	32
3.2 Visualización del flujo .....	35
3.3 Procesamiento de los datos y cálculo del transporte de especie química .....	40
3.3.1 Conservación de especie química en un volumen de control del tubo .....	41
3.3.2 Conservación de especie química en el sistema .....	42
3.3.3 Procesamiento de los datos experimentales .....	44
3.4 Resultados experimentales .....	49
3.4.1 Tendencias generales del flujo de sal .....	49
3.4.2 Estabilidad marginal .....	52
3.4.3 Analogía del número de Nusselt con el flujo de sal adimensional $Nu_s$ ...	53
3.5 Modelos para flujo laminar y flujo turbulento .....	55
3.5.1 Modelo para flujo mitad y mitad de fluidos no miscibles .....	55
3.5.2 Modelo para flujo turbulento .....	58
3.6 Conclusiones .....	61

#### **4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE CONVECCIÓN EN UNA PARED VERTICAL**

<b><u>PARCIALMENTE CALENTADA</u></b>	<b>63</b>
4.1 Descripción física del problema con la pared parcialmente calentada .....	64
4.2 Planteamiento teórico del problema con calentamiento lateral parcial .....	65
4.3 Cavity experimental .....	67
4.4 Sistema de visualización Schlieren .....	69
4.4.1 Método Schlieren de visualización .....	70
4.4.2 Descripción de los componentes del arreglo óptico .....	72
4.4.3 Método de alineación del sistema de visualización .....	76
4.5 Pruebas preliminares de visualización .....	77
4.6 Sistema de adquisición de imágenes .....	79
4.7 Medición de la temperatura .....	80
4.8 Procedimiento experimental .....	84

## 5. RESULTADOS DEL ESTUDIO DE CONVECCIÓN CON CALENTAMIENTO

<u>LATERAL PARCIAL</u>	86
5.1 Tiempo de calentamiento de la pared .....	86
5.2 Crecimiento de la capa límite .....	89
5.3 Presencia de una inestabilidad en forma de vórtice y de un grupo de ondas viajando en la capa límite .....	92
5.4 Generación de la pluma térmica de pared y llegada del flujo al estado permanente	95
5.5 Comparación entre los casos .....	99
5.6 Conclusiones .....	111

## CONCLUSIONES FINALES 113

Anexo 1. Publicaciones derivadas de esta tesis .....	115
Anexo 2. Resumen de la fotografía ganadora de la Galería de Fluidos 1998 .....	136
Anexo 3. Demostración de la ecuación 3.2 .....	138
Anexo 4. Constantes de la función lineal de la relación lineal entre $F_s$ y $\Delta C$ (Ec. 3.10) y valor de las constantes $m$ y $b$ .....	139
Anexo 5. Demostración de la Ecuación 3.12 y valor de las constantes $K_n$ y $K_{n2}$ .....	141
Anexo 6. Planos de los soportes para los espejos del <i>Schlieren</i> .....	142
Anexo 7. Coordenadas de la posición de los termopares para el experimento de $Ra=5 \times 10^9$ .....	146
Anexo 8. Formato del registro de los experimentos .....	147

## REFERENCIAS 148

## RESUMEN.

Se estudiaron experimentalmente dos problemas de convección natural en los regímenes de transición y de turbulencia. El primero se refiere a la convección natural dentro de un tubo vertical producida por gradientes de concentración salina, el cual se denominó *Convección en un Tubo Vertical*. El segundo problema versa sobre la convección natural adyacente a una pared vertical compuesta, generada por diferencias de temperaturas; este problema se denominó *Convección en una Pared Parcialmente Calentada*.

Para llevar a cabo los experimentos de Convección en un Tubo Vertical se construyó un aparato constituido por dos depósitos unidos por medio de un tubo vertical. El depósito inferior se llenó con líquido de menor densidad (agua) y el depósito superior con líquido de mayor densidad (salmuera) y se observó dentro del tubo el ascenso del agua simultáneo al descenso de la salmuera. Dado que los fluidos eran miscibles entre sí, durante el intercambio de posiciones también se llevó a cabo un proceso de mezclado. Se estudió la variación de los patrones del flujo y el transporte de especie química en función de los parámetros del problema: la diferencia de concentración entre los tanques, el diámetro y la longitud del tubo. El valor máximo del número de Rayleigh, basado en la altura de los tubos y en la diferencia de densidad, fue de  $3.5 \times 10^{13}$ .

A partir de la visualización con la técnica de fluorescencia inducida por luz láser se encontraron cuatro tipos de flujos: laminar mitad y mitad, laminar helicoidal, de transición y turbulento. Se propusieron dos modelos teóricos que tratan de predecir el transporte de especie química a través del tubo, uno para el régimen laminar y otro para el régimen turbulento. Los modelos se compararon con los resultados experimentales, encontrándose una buena concordancia para el modelo de flujo turbulento y un desacuerdo para el modelo de flujo laminar, posiblemente porque en éste no fue tomado en cuenta el efecto del número de Schmidt. Lo más interesante de este trabajo, es que se cree haber encontrado un nuevo tipo de flujo turbulento aproximadamente homogéneo, ocasionado por fuerzas de flotación y con cero esfuerzo cortante promedio.

Para la Convección en una Pared Parcialmente Calentada se construyó una cavidad en cuyo interior se colocó agua inicialmente en reposo y en equilibrio térmico. El movimiento se originó debido a cambios de densidad causados por un incremento súbito de temperatura en la mitad inferior de una de las paredes verticales mientras que la mitad superior se mantuvo térmicamente aislada. Se estudiaron tres casos con valores del número de Rayleigh basados en la altura de la pared caliente de  $2.42 \times 10^9$ ,  $5.3 \times 10^9$  y  $1.26 \times 10^{10}$ .

Con el propósito de visualizar detalladamente el flujo dentro de la cavidad se diseñó y se construyó un sistema de visualización *Schlieren* de grandes dimensiones. El sistema diseñado, además de que es una herramienta de grandes alcances en la detección de flujos en medios transparentes, también resultó ser un aparato innovador en cuanto al uso de grandes espejos hechos en sustratos de poco espesor.

Con la técnica de visualización *Schlieren* se pudieron detectar dos eventos en la transición al estado permanente característicos de esta configuración. Al iniciar el calentamiento de la pared, hubo un engrosamiento uniforme de la capa límite hasta el punto de cambio de condición de frontera (pared caliente-pared adiabática), a partir del cual el flujo se separó de la pared formando un vórtice que avanzó hasta llegar a la superficie libre. La formación del vórtice se atribuyó al choque del fluido en movimiento proveniente de la capa límite contra el fluido en reposo de la mitad superior de la cavidad. Inmediatamente detrás del vórtice se presenció la aparición y el avance vertical de un tren de ondas dentro de la capa límite, este fenómeno se describió como la acumulación periódica de energía en el fluido causada por un desequilibrio en los mecanismos de transferencia de calor asociados ya sea al choque de fluidos mencionado o a los efectos del punto de inicio (*leading edge*) de la formación de la capa límite durante la transición al estado permanente.

En el estado permanente el flujo estuvo constituido por una capa límite adyacente a la pared caliente y por una subsecuente pluma térmica contigua a la pared adiabática. Para  $Ra=2.42 \times 10^9$ , el flujo fue de tipo laminar oscilatorio, mientras que para  $Ra=5.3 \times 10^9$  el flujo fue de transición y para  $Ra=1.26 \times 10^{10}$  el flujo alcanzó el régimen turbulento.

La evolución de la temperatura de la pluma térmica mostró un comportamiento irregular con el número de Rayleigh para los casos estudiados. Para el flujo laminar y de transición se encontró un fuerte decaimiento de la temperatura en la parte baja de la pared adiabática, tal como fue predicho numéricamente por Sparrow *et al.* (1978), pero en el flujo turbulento, el mayor decaimiento de temperatura se presentó a media altura de la pared adiabática.

Con los resultados de los dos problemas propuestos se contribuyó a mejorar el conocimiento del complejo proceso de la transición y del inicio de la turbulencia en convección natural. Este trabajo es un estudio básico pero con un gran potencial para aplicaciones en procesos industriales donde se requiera del mezclado de fluidos o bien para el diseño térmico de edificaciones.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**ABSTRACT.**

Two problems of transition and turbulent natural convection were studied. The first refers to natural convection inside a vertical tube produced by salt concentration gradients, which was named *Convection in a Vertical Tube*. The second problem deals with natural convection adjacent to a vertically composed wall, generated by temperature differences, which was called *Convection in a Partially Heated Wall*.

An experimental arrangement with two tanks joined by a vertical tube was used to carry out the *Convection in a Vertical Tube* experiments. The bottom tank was filled with a less dense liquid (water) and the top tank with a denser liquid (brine). As the experiment started, the water ascended and simultaneously the brine descended throughout the tube. Since the fluids were miscible, they mixed up during the descending/ascending process. The flow patterns and the mass transport as functions of the problem parameters (salt concentration difference between tanks, tube diameter and tube length) were analyzed. In the experiments the maximum Rayleigh number, based on tube length and density difference, was  $3.5 \times 10^{13}$ .

Using a laser induced fluorescence technique, four kinds of flow patterns were found: half and half laminar, helical laminar, transition and turbulence. In order to predict the mass transfer throughout the tube, two models were proposed, one for the half and half laminar regime and another for the turbulent regime. The turbulent flow model was found to be in good agreement with the experimental results. Some discrepancy between the laminar flow model and the experimental results was attributed to the lack of the Schmidt number effect in the model. The most interesting point is that the turbulent flow seems to be a new type of turbulent flow -a nearly homogeneous, buoyancy-driven flow with zero mean shear.

A cavity was built for the *Convection in a Partially Heated Wall* problem. Initially the water was at rest and in thermal equilibrium. Then by a sudden increase of temperature in the lower half of the vertical wall, while the top half was maintained thermally insulated, the fluid started its ascending movement. Three cases were studied for Rayleigh numbers (based on height of the hot wall)  $2.42 \times 10^9$ ,  $5.3 \times 10^9$  and  $1.26 \times 10^{10}$ .



A large double-mirror Schlieren system was designed and implemented to allow a detailed flow visualization inside the cavity. The designed system was an innovative instrument of its own kind, mainly due to the use of big mirrors on lightweight substrates.

In the transient period, the boundary layer presented two main events. The first event proceeded with the heating of the lower half of the wall, which in turn thickened the boundary layer in the horizontal direction and the fluid started to ascend towards the upper half. From the junction point (hot wall/adiabatic wall), the ascending flow started to separate from the adiabatic wall and formed a vortex which moved towards the free surface. The vortex formation was attributed to the collision between the ascending fluid against the fluid at rest at the upper half of the wall. The second event consisted of a wave train travelling along the boundary layer. It was described as a periodic accumulation of energy within the fluid caused by the imbalance of the heat transfer mechanisms associated either to the fluids collision mentioned above or to the effects of the leading edge of the wall.

The steady state flow was constituted by a boundary layer adjacent to the hot wall and by a thermal wall plume contiguous to the adiabatic wall. For  $Ra=2.42 \times 10^9$ , the flow was of the oscillatory laminar type, while for  $Ra=5.3 \times 10^9$  the flow was of the transition type and for  $Ra=1.26 \times 10^{10}$  the flow reached the turbulent regime.

For the cases studied, the temperature along the thermal wall plume showed an irregular behavior with  $Ra$ . While in the laminar and transition flows the temperature decayed strongly in the lower part of the adiabatic wall (in agreement with the numerical predictions of Sparrow *et al.* 1978), in the turbulent flow the temperature decreased mainly at the middle height of the adiabatic wall.

The results of both the proposed problems contribute to enhance the knowledge of the complex processes involving the transition to turbulent flow and the incipient turbulent flow. This work is a basic study with a large potential in industries requiring mixing fluids processes or in the thermal design of the buildings.

## **NOMENCLATURA.**

A	razón de aspecto, área, número de Atwood
$A_T$	razón de aspecto de los tubos
$A_p$	área de la sección circular del tubo
$A_w$	área de la pared caliente
c	valor de la cantidad fluctuación de la concentración salina
C	concentración salina, constante de la relación Nu-Ra
d	diámetro del tubo
E	coeficiente de dispersión axial
$F_s$	flujo de sal
g	aceleración debida a la gravedad
h	altura característica, altura de la placa caliente
$h_0$	coeficiente de transferencia de calor por convección
$h_1$	espesor de la región de mezclado en R-T
H	profundidad de las capas de fluido, distancia entre placas
$H_0$	altura de la pared caliente
$H_1$	altura de la pared adiabática
$H_T$	altura del nivel del agua en la cavidad
k	conductividad térmica
$K_{1,2,\dots}$	constantes
l	longitud horizontal, longitud de los tubos
$\ell$	longitud de mezclado característica
L	longitud característica del contenedor
Nu	número de Nusselt
$Nu_y$	número de Nusselt local
p	presión
$p_i$	presión en la interfase de los fluidos
Pr	número de Prandtl
$q''$	flujo de calor por unidad de área

Q	gasto volumétrico
r	radio del tubo
Ra	número de Rayleigh
Ra <sub>c</sub>	número de Rayleigh crítico
Ra <sub>t</sub>	número de Rayleigh crítico donde inicia la turbulencia
R-B	convección de Rayleigh-Bénard
Re <sub>c</sub>	número de Reynolds característico de la pluma
R-T	inestabilidad de Rayleigh-Taylor
Sc	número de Schmidt
t	tiempo
T	temperatura
T <sub>c</sub>	temperatura de la placa fría en la convección de R-B
T <sub>in</sub>	temperatura del agua a la entrada del intercambiador
T <sub>H</sub>	temperatura de la placa caliente en la convección de R-B
T <sub>out</sub>	temperatura del agua a la salida del intercambiador
T <sub>w</sub>	temperatura de la pared caliente
T <sub>aw</sub>	temperatura de la pared adiabática
T <sub>0</sub>	temperatura inicial del fluido
T <sub>∞</sub>	temperatura del fluido lejos de la frontera
T-V	convección en un tubo vertical
V	vector de velocidad
x	coordenada horizontal
y	coordenada vertical en la pared compuesta
z	coordenada vertical en el tubo

Símbolos

$\alpha$	difusividad térmica
$\alpha_s$	difusividad salina
$\alpha_p$	difusividad térmica de la placa
$\beta$	coeficiente de expansión térmica del fluido
$\delta_p$	espesor de la placa del intercambiador
$\Delta C$	diferencia de concentración salina entre fluidos
$\Delta \rho$	diferencia de densidad entre fluidos
$\Delta T$	diferencia de temperatura entre el fluido y una frontera
$\mu$	viscosidad
$\nu$	viscosidad cinemática
$\rho_0$	densidad promedio del fluido en el tubo
$\rho_1$	densidad del fluido más pesado en R-T
$\rho_2$	densidad del fluido más ligero en R-T
$\rho_m$	densidad promedio
$\nabla^2$	operador Laplaciano

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## LISTA DE FIGURAS.

Figura	Página
1.1 Coeficiente de transferencia de calor, representado por el número de Nusselt, en función del número de Rayleigh. ....	5
1.2 Estratificación inestable de la densidad de las tres configuraciones: (a) R-t, (b) R-B y (c) T-V. Puede verse, en forma general, que en los tres casos la densidad aumenta con respecto a la altura z. ....	11
1.3 Distribuciones de la velocidad y la temperatura en: (a) pared vertical calentada, (b) pluma de pared con una fuente de calor lineal, y nuestro caso (c) pared parcialmente calentada. ....	12
2.1. Convección natural en un tubo vertical. El fluido más denso baja y el menos sube, en dos corrientes con direcciones opuestas dentro del tubo. ....	22
2.2 Aparato experimental. 1 depósito superior con salmuera concentrada. 2 depósito inferior con salmuera diluida. 3 tubo de vidrio. 4 acoplamiento tubo-depósito. 5 succión de la bomba. 6 descarga de la bomba. 7. Sensor de concentración salina. ...	26
2.3 Aparato experimental instalado en sus estructura. ....	30
3.1 Evolución de la concentración salina en ambos depósitos. Con el paso del tiempo, los valores de la concentración en los tanques tienden a igualarse y el valor de $\Delta C$ se aproxima exponencialmente a cero. ....	33
3.2 Evolución de la concentración salina en el tanque superior. La rapidez del descenso o ascenso de la concentración salina depende de los parámetros del problema. ....	34
3.3 Duración de los experimentos en función del diámetro para diferentes longitudes de los tubos. La incertidumbre de los datos se estima del 5%. ....	35
3.4 Estudio taxonómico del flujo. ....	38
3.5 Fotografía que muestra dos frentes en el flujo M-M. $d=2.85$ mm, $l=300$ mm. ....	38
3.6 Fotografía LIF del flujo helicoidal. $\Delta C=25.4 \times 10^{-3}$ g/cm <sup>3</sup> , $d=4.85$ mm, $l=150$ mm. ...	39
3.7 Fotografías LIF que muestran el flujo de transición. Nótese las estructuras en forma de hongos. (a) $\Delta C=25.4 \times 10^{-3}$ g/cm <sup>3</sup> , $d=9.85$ mm, $l=150$ mm. (b) $\Delta C=25.4 \times 10^{-3}$ g/cm <sup>3</sup> , $d=19.85$ mm, $l=300$ mm. Sólo se muestra la parte central de los tubos. ....	39

3.8	Fotografía LIF que muestra la convección turbulenta. Nótese las pequeñas escalas del mezclado. $\Delta C=25.3 \times 10^{-3} \text{g/cm}^3$ , $d=37.85 \text{ mm}$ , $l=600 \text{ mm}$ . . . . .	40
3.9	Evolución de la concentración salina del caso 10-300. Para efectos de realizar el procesamiento de datos se hace una aproximación exponencial que se ajuste a la curva experimental . . . . .	45
3.10	Evolución de la concentración salina en los tanques y de la diferencia de concentración entre éstos . . . . .	46
3.11	Evolución del flujo de sal $F_s$ del experimento No. 19. . . . .	47
3.12	Flujo de sal $F_s$ en función de la diferencia de concentración salina entre los tanques $\Delta C$ para el experimento No. 19 ( $d=9.85 \text{ mm}$ , $l=300 \text{ mm}$ ) . . . . .	48
3.13	Comportamiento del flujo de sal en función de $\Delta C$ y $l$ . . . . .	50
3.14	Comportamiento del flujo de sal en función de $\Delta C$ y $d$ . Se puede apreciar que $F_s$ aumenta con $\Delta C$ y también aumenta con los diámetros de los tubos $d$ , con excepción de $d=4.85 \text{ mm}$ . . . . .	51
3.15	Número de Nusselt salina en función del número de Rayleigh $Ra_L$ para los diferentes experimentos. . . . .	54
3.16	Condiciones de frontera y perfiles de velocidad (a) y de concentración (b) considerado para el modelo laminar M-M . . . . .	56
3.17	Flujo de sal normalizado con el flujo de sal teórico en función de $Ra_d$ , para los tubos de $d=4.85 \text{ mm}$ . . . . .	57
3.18	Flujo de sal normalizado con el flujo de sal turbulento teórico en función del número de Rayleigh para dos casos de $d=36.85 \text{ mm}$ . . . . .	60
4.1	Diagrama en el que se muestra el caso en estudio . . . . .	67
4.2	Fotografía de la cavidad experimental en donde se efectúan los experimentos de convección natural . . . . .	70
4.3	Configuración esquemática del sistema <i>Schlieren</i> básico. . . . .	71
4.4	Sistema de visualización <i>Schlieren</i> modificado en forma de "Z". . . . .	72
4.5	Arreglo final del sistema de visualización <i>Schlieren</i> . . . . .	73
4.6	Conformación de los soportes para espejo. 1) Placa base. 2) Estructura de carga. 3) Placa de acoplamiento. Las medidas están dadas en metros. . . . .	73

4.7 Arreglo experimental donde se muestra de izquierda a derecha: cavidad experimental, espejo plano, espejo parabólico, computadora y cámara de alta resolución. ....	75
4.8 Imágenes preliminares del <i>Schlieren</i> empleando luz blanca .....	78
4.9 Imágenes preliminares del <i>Schlieren</i> empleando (a) un láser verde de 20 mW y (b) un láser rojo de 10 mW. ....	79
4.10 Programa de adquisición de imágenes .....	81
4.11 Lecturas de temperatura promediada y temperatura compensadas de un termopar representativo. ....	82
4.12 Programa de adquisición de datos de temperatura .....	83
5.1 (a) Evolución de la temperatura a la entrada y a la salida del intercambiador de calor. (b) Evolución de la diferencia de temperaturas ( $\Delta t_{HE}=T_{IN}-T_{out}$ ) .....	87
5.2 Visualización del crecimiento de la capa límite junto a la pared caliente. Las dimensiones están dadas en metros. ....	90
5.3 Evolución de la temperatura en la capa límite de la pared caliente .....	91
5.4 Imágenes del <i>Schlieren</i> correspondientes al periodo de formación y avance del vórtice y del tren de ondas .....	94
5.5 Evolución de la temperatura en diferentes puntos de la capa límite y la pluma de pared .....	95
5.6 Periodo final de la formación de la pluma térmica de pared y llegada al estado permanente. Las flechas indican los lugares donde hay fluctuaciones .....	97
5.7 Evolución de la temperatura en estado permanente dependiente del tiempo .....	98
5.8 Crecimiento de la capa límite térmica para los tres casos .....	100
5.9 Formación del vórtice en los tres casos .....	101
5.10 Visualización y medición de la temperatura en el flujo laminar oscilatorio $Ra_{H0}=2.42 \times 10^9$ . Las coordenadas están en metros .....	104

5.11 Fluctuaciones de la temperatura y sus respectivos espectros para el flujo laminar oscilatorio .....	105
5.12 Señales de temperatura en dos estaciones separadas una distancia vertical de 0.10m	106
5.13 Visualización y medición de la temperatura en el flujo de transición. $Ra_{H0}=5.3 \times 10^9$ .....	107
5.14 Visualización y medición de la temperatura en el flujo turbulento. $Ra_{H0}=1.26 \times 10^{10}$ .	108
5.15 Evolución de la temperatura en los tres casos .....	110



## LISTA DE TABLAS.

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
2.1 Combinaciones de diámetros y longitudes del estudio. ....	24
3.1 Tipo de flujo encontrado experimentalmente para cada caso con $\Delta C=25.4 \times 10^{-3}$ g/cm <sup>3</sup> .....	36
3.2 Tipo de flujo encontrado experimentalmente para cada caso con $\Delta C=5 \times 10^{-3}$ g/cm <sup>3</sup> .....	36
3.3 Diferencia de densidad crítica teórica y mínima diferencia de densidad calculada al final de los experimentos .....	51
5.1 Tiempo de crecimiento de la capa límite para los tres casos .....	98
5.2 Tiempo de llegada de la pluma de pared al estado permanente .....	101
5.3 Decaimiento de la temperatura en diferentes zonas de la pared adiabática .....	108
A4.1 Valores de las constantes m, b para los casos de flujo laminar y de flujo de Transición .....	140
A5.1 Valores de las constantes de la relación Nu-Ra <sub>L</sub> .....	141

## 1. ANTECEDENTES.

La convección natural es el proceso de transporte de energía y/o masa en donde el movimiento del fluido es generado por gradientes de densidad en presencia de un campo de fuerzas de cuerpo. Este gradiente de densidad, que a su vez puede ser producido por gradientes de temperatura o de concentración de soluto en el fluido (como sal en los océanos o vapor de agua en el aire), es el mecanismo que suprime el balance que hay entre las fuerzas de presión y las de gravedad de un fluido en reposo dando lugar a las denominadas fuerzas de flotación. A estos fenómenos convectivos se debe el transporte de energía y masa en muchos procesos tanto naturales como artificiales de diversas proporciones. La convección de gran escala ocurre por ejemplo en el manto terrestre, en la atmósfera, en los mares y en los lagos; estos flujos difícilmente se pueden reproducir dentro de un laboratorio (Tritton 1988). Algunos procesos de mediana escala son el transporte convectivo de calor en edificios y en dispositivos térmicos industriales, los cuales sí se pueden modelar experimentalmente en un laboratorio, y esto es precisamente uno de los propósitos de este trabajo. Entre los procesos de pequeña escala se encuentra la convección en placas que tiene importancia por ejemplo en el enfriamiento de circuitos electrónicos, o la convección en cavidades pequeñas para el crecimiento de cristales. Todas estas escalas de convección han sido extensamente estudiadas (Kakac 1985).

Desde una perspectiva práctica al flujo de convección natural se le podría considerar como un fenómeno débil, por los bajos coeficientes de transporte asociados a éste, cuando es comparado con el flujo de convección forzada. Sin embargo, puede llegar a transferir cantidades considerables de masa y energía. En el análisis de este tipo de flujos están involucradas propiedades físicas y geométricas que pueden agruparse en lo que se conoce como el número de Rayleigh; éste puede estar definido en términos de una diferencia de densidad ( $Ra=g\Delta\rho h^3/\mu\alpha$ ), o en términos una diferencia de temperatura ( $Ra=g\beta\Delta T h^3/\nu\alpha$ ), donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $\Delta\rho$  la diferencia de densidad entre fluidos,  $h$  la altura característica,  $\mu$  la viscosidad,  $\nu$  la viscosidad cinemática,  $\alpha$  la difusión térmica,  $\beta$  el coeficiente de expansión térmica y  $\Delta T$  la diferencia de temperatura entre fluidos. El número de Rayleigh representa la razón que hay entre las magnitud de las fuerzas de flotación que generan el movimiento y los efectos viscosos que lo retardan (Turner 1973). Para valores pequeños de  $Ra$  el flujo se presenta en régimen laminar, y cuando este parámetro rebasa un valor crítico el flujo se vuelve turbulento, pasando antes por un régimen de transición. Este régimen turbulento se caracteriza por una mayor velocidad promedio a la que se le suman una serie de fluctuaciones aleatorias; aunado a esto, la temperatura (o la concentración) también presenta fluctuaciones, ocasionando un notorio aumento de los coeficientes de transporte.

Dependiendo de la geometría y de las condiciones de frontera hay una gran variedad de conformaciones en las que se da la convección natural. Las configuraciones más simplificadas se describen en los textos de dinámica de fluidos anotados en la bibliografía (Tritton 1988, Bejan 1995, Turner 1973). Particularmente en este trabajo se presenta un estudio experimental de dos problemas de convección natural en los regímenes de transición y de turbulencia. La geometría y la causa primaria del movimiento convectivo son diferentes en cada uno de ellos. El primer problema se refiere a la convección natural dentro de un tubo vertical cilíndrico, en donde el movimiento se origina debido a la existencia de un gradiente vertical de concentración salina impuesto a través de los extremos del tubo. El segundo problema se trata del flujo convectivo dentro de una cavidad rectangular en donde el movimiento se genera por diferencia de temperatura entre una pared vertical y el fluido de la cavidad. En las secciones 1.1 y 1.2 respectivamente se presentan la descripción y los estudios relacionados a estos dos problemas. Aquí se le denominó al primero *Convección en un Tubo Vertical* y al segundo *Convección en una*

*Pared Parcialmente Calentada.* El estudio de estos dos problemas puede tener aplicación respectivamente en lo que se refiere al mezclado por convección natural y a la transferencia de calor convectiva en edificios.

## **1.1 Convección natural en un tubo vertical.**

La convección natural en un tubo vertical (T-V) tiene algunas similitudes con dos problemas que se han estudiado ampliamente: la convección de Rayleigh-Bénard (R-B) y la inestabilidad de Rayleigh-Taylor (R-T). Con el propósito de explicar el contexto de nuestro problema y más tarde hacer algunas comparaciones, primeramente se hace una breve descripción y un análisis de estos dos problemas y del nuestro. También se mencionan los estudios que se consideran más relevantes y se hace énfasis tanto en las analogías como en las diferencias y limitaciones fundamentales que presentan con respecto a nuestro problema.

### **1.1.1 Convección de Rayleigh-Bénard (R-B).**

El problema de la convección originada por el calentamiento desde abajo o el enfriamiento desde arriba de una capa de fluido de dimensiones horizontales mucho mayores que la dimensión vertical, es un caso clásico de convección natural. Se ha hecho una gran variedad de estudios de la convección de fluido sobre una placa caliente p.e. Turner (1973), Chandrasekhar (1961) y Koshmieder (1993), este último autor hace referencia a casi 500 publicaciones. Las diversas configuraciones, que se distinguen entre ellas principalmente por la situación de la frontera superior, están clasificadas de la siguiente manera: (a) la configuración (R-B) que consta de una capa relativamente delgada de fluido confinada entre dos placas horizontales, la placa inferior se mantiene a una temperatura  $T+\Delta T$  superior a la temperatura promedio del fluido y la placa superior a una temperatura inferior  $T-\Delta T$ ; (b) la configuración de la convección no permanente en donde la placa superior es adiabática; y (c) la convección permanente sobre una placa horizontal colocada en un gran volumen de fluido. Además se tienen los casos (d) con superficie libre conductora (convección de Bénard o de Marangoni) y (e) con superficie libre adiabática. Existe una configuración idealizada (f) en donde la frontera inferior es una superficie libre. Por el parecido que presentan las fronteras de la configuración de R-B a las de este trabajo, ésta será considerada para propósitos de comparación.

Los parámetros del problema de R-B son el número de Rayleigh ( $Ra$ ), el número de Prandtl ( $Pr$ ) y la razón de aspecto definida como  $A=l/h$ , donde  $l$  es una dimensión horizontal y  $h$  es el espaciamiento entre las placas. Experimentalmente se ha encontrado que la transferencia de calor puede ser por efectos puramente conductivos o por efectos convectivos, dependiendo de la magnitud de  $Ra$ .

En el caso conductivo, la densidad del fluido aumenta con la altura debido a la diferencia de temperatura. Sin embargo, debajo de un valor de Rayleigh crítico ( $Ra_c$ ) a pesar de que la estratificación es inestable, no hay movimiento (convección) y la transferencia de calor es completamente por conducción. Cuando el  $Ra$  alcanza este valor crítico se llega a un estado de equilibrio marginal; la magnitud de este valor crítico es diferente para cada una de las configuraciones mencionadas:

$Ra_c$	Condición de frontera	Nombre
1708	(rígida-rígida $T_H, T_C$ , constantes)	(R-B)
1108	(rígida-libre)	(Bénard o Marangoni)
657	(libre-libre)	(caso idealizado)
720	(rígida-rígida, $Q$ fijo)	

Al aumentar el  $Ra$  por encima del valor crítico  $Ra_c$  las fuerzas de flotación superan a las fuerzas viscosas y el modo de transferencia de calor deja de ser conductivo para ser convectivo. Este último es de gran interés en aplicaciones de diversa índole ya que se caracteriza por un notorio aumento de la transferencia de calor a medida que aumenta  $Ra$ , tal como se muestra en la Fig. 1.1. Es importante hacer notar que la manera clásica de expresar los coeficientes de transferencia de calor por convección  $h_0$  es en forma adimensional a través del número de Nusselt ( $Nu=h_0L/k$ ), donde  $L$  es la distancia característica del contenedor y  $k$  es el coeficiente de transferencia de calor por conducción.

Como ya se mencionó, el modo convectivo de transferencia de calor puede llevarse a cabo de manera laminar, de transición o turbulenta plenamente desarrollada dependiendo del valor de  $Ra$ .

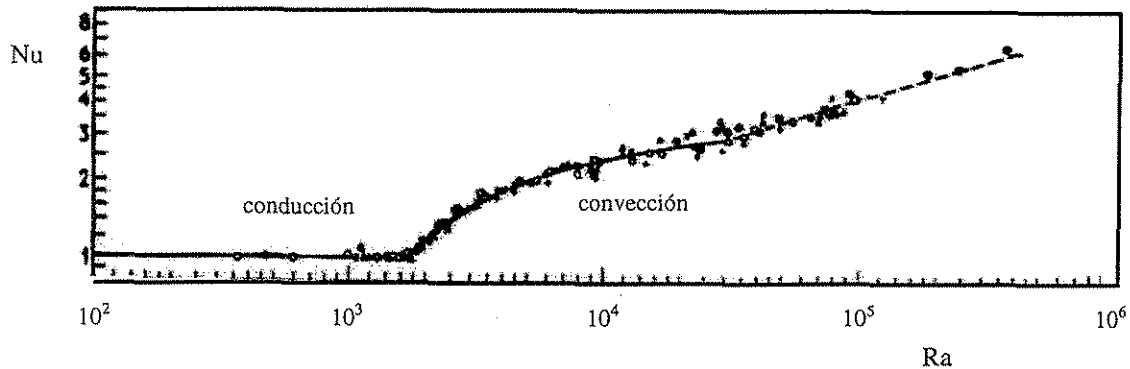


Fig. 1.1. Coeficiente de transferencia de calor, representado por el número de Nusselt, en función del número de Rayleigh.

$Ra < Ra_c$	Conducción
$Ra_c < Ra < Ra_t$	Convección laminar
$Ra_t < Ra$	Convección Turbulenta

donde  $Ra_c$  y  $Ra_t$  son los valores críticos del número de Rayleigh que delimitan los modos y regímenes mencionados. En el caso R-B el valor de  $Ra_c = 1708$  es independiente de  $Pr$  mientras que el valor de  $Ra_t$  sí depende de  $Pr$ , por ejemplo  $Ra_t \sim 10^6$  cuando  $Pr \sim 5$ .

El modo convectivo fue clasificado por primera vez por Krishnamurti (1970) en cuatro tipos de flujos que dependen de  $Ra$  y de  $Pr$ . (i) Para valores de  $Ra$  ligeramente mayores que  $Ra_c$  el flujo es permanente y bidimensional, el movimiento se desarrolla en un patrón regular en forma de rollos alineados en una dirección preferencial; (ii) se puede presentar un flujo permanente tridimensional en forma de patrones hexagonales cuando las propiedades del fluido, principalmente la viscosidad, son muy sensibles a los cambios de temperatura, (iii) al aumentar más aún el número de Rayleigh las estructuras adquieren un carácter tridimensional dependiente del tiempo y (iv) finalmente se llega al régimen turbulento. En este último las estructuras del flujo son termales y plumas que ocupan la mayor parte del espacio entre las placas; las primeras son corrientes de fluido que aparecen intermitentemente y las segundas son corrientes continuas de fluido de forma bidimensional que cambian su posición aleatoriamente, ambos tipos de estructuras son alimentadas por las capas límite horizontales que se desarrollan junto a las fronteras horizontales.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En turbulencia pueden encontrarse otras situaciones más complejas de estudio relativamente recientes como aquellas relacionadas con la teoría del caos; o de un nuevo régimen que se ha denominado *hard turbulence* (Castaining *et al.* 1989) que se identifica por el cambio en la forma del espectro de potencias de las fluctuaciones de temperatura en el interior y también por una pérdida de la coherencia medida por la correlación cruzada entre mediciones locales. El número de Rayleigh en el cual aparece este régimen es del orden de  $10^7$ .

La transferencia de calor del flujo turbulento se puede expresar de manera general como  $Nu=CRa^n$ . Esta aproximación corresponde a la parte turbulenta de  $Ra>10^6$ . Se han realizado muchos estudios para determinar los valores de las constantes C y n (ver Theerthan 1997). Hasta ahora el valor del exponente n ha sido acotado entre 1/3 y 2/7. Cuando n tiene el valor de 1/3,  $h_0$  se hace independiente de la distancia entre placas H.

### 1.1.2 Inestabilidad de Rayleigh-Taylor (R-T).

Otro problema de configuración simplificada que tiene analogía con nuestro problema en cuestión es el denominado *Inestabilidad de Rayleigh-Taylor (R-T)*. Este es un caso de convección natural en donde el movimiento es ocasionado por gradientes de densidad. Estos gradientes de densidad a su vez pueden ser inducidos ya sea por tener dos fluidos diferentes o por tener un mismo fluido pero con gradientes de concentración de soluto. La inestabilidad de R-T se presenta en la interfase de dos capas de fluidos, específicamente cuando una capa de fluido de mayor densidad ( $\rho_1$ ) está sobrepuesta en una capa de fluido de menor densidad ( $\rho_2$ ); esta configuración siempre es inestable (Chandrasekar 1961) ya que la fuerza de gravedad suprime el estado de reposo en cualquier circunstancia, obligando a que el fluido más denso vaya hacia abajo y el menos denso hacia arriba, es decir, se provoca una volcadura de los fluidos llegando a un estado final en donde el fluido más pesado queda en la parte inferior y el más ligero en la parte superior. Cuando los fluidos son miscibles se efectúa un proceso de mezclado durante la volcadura.

Chandrasekhar (1961) estudió matemáticamente, por medio de la teoría lineal, varios casos de la Inestabilidad de Rayleigh-Taylor. Encontró que los cuatro casos considerados como viscoso, invíscido, miscible e inmiscible, eran inestables para cualquier tipo de perturbación. En

otras palabras, basta cualquier perturbación infinitesimal en la interfase para que el sistema salga de su estado de equilibrio estático y de ninguna manera regrese por sí mismo a su estado inicial; el movimiento de fluido resultante da lugar a un modo de transporte convectivo. Es aquí donde reside una de las principales diferencias con el problema de Rayleigh-Bénard, en donde el modo convectivo es antecedido por el modo conductivo.

En el problema de R-T el principal parámetro del flujo es el número de Atwood definido como  $A = \Delta\rho / 2\rho_m = (\rho_1 - \rho_2) / (\rho_1 + \rho_2)$ , donde  $\Delta\rho$  es la diferencia de densidades inicial y  $\rho_m$  es la densidad promedio. Las escalas características son la profundidad de las capas de fluido  $H$  y el espesor de la región de mezclado  $h_1 \sim 2KAgt^2$  ( $K$  es una constante y  $A$  es el número de Atwood). La escala de tiempo  $t \sim (H/gA)^{1/2}$  es el lapso necesario para que la región de mezclado se extienda a través de todo el fluido. Las variables a determinar pueden ser por ejemplo los campos de velocidad, la longitud de onda de los movimiento oscilatorios, las características de la turbulencia, el flujo de especie química, la cantidad de mezclado, etc.

La superposición inicial de las dos capas de fluido se ha conseguido experimentalmente con un método que consiste en tenerlas previamente separadas mediante una placa delgada (Linden *et al.* 1994, Dalziel *et al.* 1999). Al retirar la placa se llega a la situación de inestabilidad descrita y se inicia la evolución del sistema partiendo desde este estado inestable hasta llegar a uno estable. Las estructuras del flujo que resultan durante esta evolución fueron descritas por Youngs (1991) como "burbujas" o como "dedos" por Batchelor (1996) del fluido menos denso que se elevan penetrando en el más denso, y como "clavos" de fluido más denso que descenden y penetran en el menos denso. Estas estructuras no perduran ya que el flujo rápidamente desarrolla una región de mezclado turbulento que llega a extenderse a lo largo de las dos capas de fluido.

Mediante la cuantificación de la energía potencial inicial y final se puede determinar la cantidad de mezclado que hay durante el proceso de volcadura. De esta manera, el estado inicial se distingue por tener un valor máximo de energía potencial; si al final del proceso se tiene un valor mínimo de energía potencial se puede decir que el mezclado fue nulo, esto es, los fluidos sólo intercambiaron posiciones; cuando se llega a un valor intermedio en donde se logra una sola capa de fluido homogéneo, se dice que el mezclado fue óptimo.



### 1.1.3 Convección en tubos verticales (T-V).

Se han reportado varias investigaciones sobre convección natural en tubos verticales con una distribución de densidad inestable. Por una parte se tienen las investigaciones básicas principalmente dedicadas al estudio de la estabilidad (Taylor 1954) y de la evolución del movimiento del fluido cuando es superado el valor del número de Rayleigh crítico  $Ra_c$  (Batchelor y Nitsche 1993). Por otra parte se tienen las investigaciones de problemas aplicados a procesos de mezclado en estado permanente y transitorio (Baird *et al.* 1991) y (Baird *et al.* 1992). En este apartado se hace una breve reseña de estos trabajos, así como también se hace la descripción del problema *Convección en un Tubo Vertical* estudiado en esta tesis.

Los dos casos mencionados en las secciones anteriores (R-B y R-T) suponen la situación idealizada de la ausencia de paredes verticales. Sin embargo, para fines prácticos cualquier fluido siempre debe estar contenido no sólo por una pared inferior sino también por paredes laterales, que en nuestro caso particular es una pared de forma cilíndrica. Taylor (1954) estudió las condiciones de estabilidad de un caso similar al nuestro, que consideraba a un fluido dentro de un tubo vertical sujeto a un gradiente de densidad constante. Por medio de un análisis de estabilidad lineal encontró el valor crítico del gradiente de densidad que corresponde al estado de estabilidad marginal, en donde el fluido deja su estado de reposo. El valor de este gradiente depende de las propiedades del fluido y de la geometría de acuerdo con la relación

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial z_c} \right) = 1087 \frac{\alpha_s \mu}{g d^4}; \quad (1.1)$$

donde  $z$  es la coordenada vertical,  $\alpha_s$  la difusión salina y  $d$  el diámetro del tubo. Dicho de otra manera, el número de Rayleigh crítico  $Ra_c$ , basado en el diámetro y en el gradiente de densidad, es igual a 1087. Este criterio fue confirmado por Lowell (1982) quien midió los gradientes críticos en tubos capilares con radios del orden de 1 mm. El valor del gradiente crítico regularmente es muy pequeño, por ejemplo para un tubo de 1 cm de diámetro que contenga una solución de cloruro de sodio, equivale a 0.03 % de aumento de concentración salina a lo largo de un tubo de un metro de longitud. En aplicaciones este valor regularmente es superado por varios órdenes de magnitud.

Por otro lado, Batchelor y Nitsche (1993) complementaron los estudios de Taylor (1954). Consideraron tubos verticales infinitos, lo cual es una idealización de un caso real con fronteras horizontales lejanas. Encontraron nuevamente que el flujo es estable cuando el número de Rayleigh, basado en la altura y radio del tubo, es menor que 1087. De los tres últimos estudios mencionados queda claro que hay un efecto importante del diámetro y la longitud de los tubos en cuanto a la estabilidad y desarrollo del flujo.

La convección natural dentro de un tubo ha sido estudiada también por sus aplicaciones en dispositivos industriales del área de la Ingeniería Química, p.e. Holmes *et al.* (1991), Baird *et al.* (1991) y Baird *et al.* (1992). Estos investigadores han orientado sus estudios principalmente para determinar el valor del coeficiente de dispersión axial  $E$ . El valor de este coeficiente es la constante de proporcionalidad entre la cantidad de soluto que fluye a través de un área por unidad de tiempo (el flujo  $F_s$ ) y el gradiente de concentración.  $E$  es análogo al coeficiente de difusión molecular de la ley de Fick:

$$F_s = -E \frac{\partial c}{\partial z} \quad (1.2)$$

El coeficiente de dispersión axial se utiliza principalmente para el cálculo en dispositivos con agitación externa; sin embargo, Holmes *et al.* (1991) señalaron que la convección natural puede contribuir al mezclado axial en columnas de extracción a contracorriente. Probaron que este potencial existe cuando se tiene un gradiente de densidad positivo en la dirección vertical.

Baird *et al.* (1991) realizaron una serie de experimentos en estado permanente, en donde a una corriente de fluido de menor densidad ascendiendo por una tubería vertical se le inyectaba continuamente otro fluido miscible más denso. Los coeficientes de dispersión axial fueron obtenidos a partir del análisis de los perfiles de densidad desarrollados. En ausencia de agitación externa el coeficiente  $E$  se relaciona con el gradiente de densidad por medio de la siguiente ecuación:

$$E = \ell^2 \left( \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)^{1/2}, \quad (1.3)$$

en donde  $\ell$  es la longitud de mezclado característica.

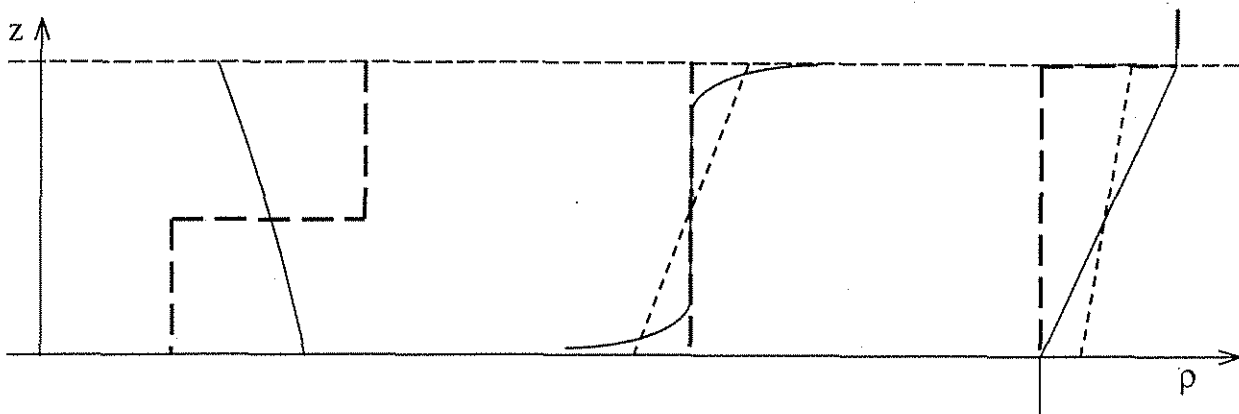
Más tarde Baird *et al.* (1992) hicieron un estudio teórico y experimental de la convección natural dentro de un tubo en estado transitorio. Resolvieron la ecuación de conservación de masa utilizando las relaciones 1.2 y 1.3. El modelo matemático unidimensional, en donde aún queda la longitud de mezclado como parámetro de ajuste, reprodujo razonablemente bien a los resultados experimentales.

El primero de los dos casos de esta tesis se refiere a la convección que se lleva a cabo dentro de un tubo vertical. La disposición experimental inicial consiste de un tubo cilíndrico que está conectado por su extremo superior a un tanque que contiene salmuera de densidad  $\rho_T$  y por su extremo inferior a otro tanque que contienen agua de densidad  $\rho_B < \rho_T$ . Al inicio de los experimentos el tubo cilíndrico también contiene agua. De manera similar a los experimentos tradicionales de R-T, el movimiento convectivo se inicia al retirar una tapa colocada en el extremo superior del tubo. Esta tapa evita un mezclado preliminar de la salmuera del tanque superior con el agua del tubo cilíndrico. Una vez que el fluido obtiene un régimen de movimiento permanente, por efecto de transferencia de masa se desarrolla una distribución de densidad lineal a lo largo del tubo (con un gradiente de densidad positivo en la dirección vertical). En esta situación de estado permanente se estudian cualitativamente los regímenes del movimiento convectivo y se analiza el transporte de especie química. Parte de los resultados se encuentran reportados en el artículo de Arakeri *et al.* (2000) (Anexo 1).

#### 1.1.4 Semejanzas y diferencias entre los casos R-B, R-T y T-V.

En este apartado se intenta describir las similitudes y las diferencias que hay entre los casos en relación a los gradientes de densidad, a la forma geométrica, al carácter temporal o permanente de los procesos, a la forma del transporte y al origen del gradiente de densidad (térmico o de concentración).

Una característica común de los tres casos, R-B, R-T y T-V, es que el movimiento convectivo es provocado por una estratificación inestable del sistema, es decir, un gradiente positivo de densidad en la dirección vertical. Esta condición de estratificación inestable se muestra de manera general en la Fig. 1.2.



(a) R-T (— · — inicial)  
(— final)

(b) R-B (— — inicial)  
(--- conductivo)  
(— convectivo)

(c) T-V (— — inicial)  
(-- conductivo)  
(— convectivo)

Fig. 1.2 Perfiles de densidad de las tres configuraciones: a) R-T, (b) R-B y (c) T-V. Puede verse, en forma general, que en los tres casos la densidad aumenta con respecto a la altura  $z$ .

El perfil de concentración inicial del caso de R-T es en cierto sentido similar al perfil del T-V, ya que en ambos se tiene una condición inicial de función escalón. En el modo conductivo del caso R-B se tiene un gradiente constante de densidad que abarca toda la capa de fluido, este perfil es similar al de nuestro caso del T-V. Sin embargo, al desarrollarse el régimen convectivo de R-B, el perfil de densidad evoluciona a una forma diferente, ya que las zonas de gradiente prácticamente se localizan sólo en regiones cercanas a las fronteras horizontales mientras que en el seno del fluido la densidad promedio se mantiene constante. El flujo es manejado, en gran medida, por las capas límite en las fronteras horizontales.

Como se dijo, los casos de R-B y R-T, son problemas en donde se supone un caso ideal en el que no hay fronteras laterales que contengan al fluido ( $A \gg 1$ ). Esto marca una diferencia fundamental con nuestro problema, en donde el fluido es contenido por una frontera lateral circular, de diámetro relativamente pequeño ( $A \ll 1$ ), lo cual puede tener efectos importantes en el desarrollo del flujo.

La inestabilidad de R-T siempre desarrolla un proceso convectivo dependiente del tiempo, a diferencia de los casos R-B y T-V en donde se pueden desarrollar tanto procesos convectivos como procesos conductivos, regularmente en estado permanente.

## 1.2 Convección natural en una pared parcialmente calentada.

Este segundo caso en estudio se refiere a la convección natural de origen térmico en donde el movimiento es causado por el calentamiento parcial de una de las fronteras laterales, es decir, sólo la mitad inferior de una pared vertical es sometida al calentamiento y la mitad superior se considera adiabática. El flujo que asciende, a causa de los efectos de flotación, tiene una fuerte interacción con esta pared compuesta. Los casos típicos de convección que pueden tener relación con nuestro caso en estudio son la placa caliente vertical y la pluma térmica de pared bidimensional (Fig 1.3). El suministro o extracción de calor se hace comúnmente con un aumento o disminución constante de temperatura, o con un flujo de calor constante en una de las fronteras. Una clasificación general de la convección natural térmica es que el fluido (y el flujo) pueden estar confinados (convección interna) o que las fronteras pueden considerarse muy lejanas (convección externa). De los trabajos realizados en este tema, algunos autores analizaron la evolución temporal del flujo y otros solamente estudiaron el estado permanente.

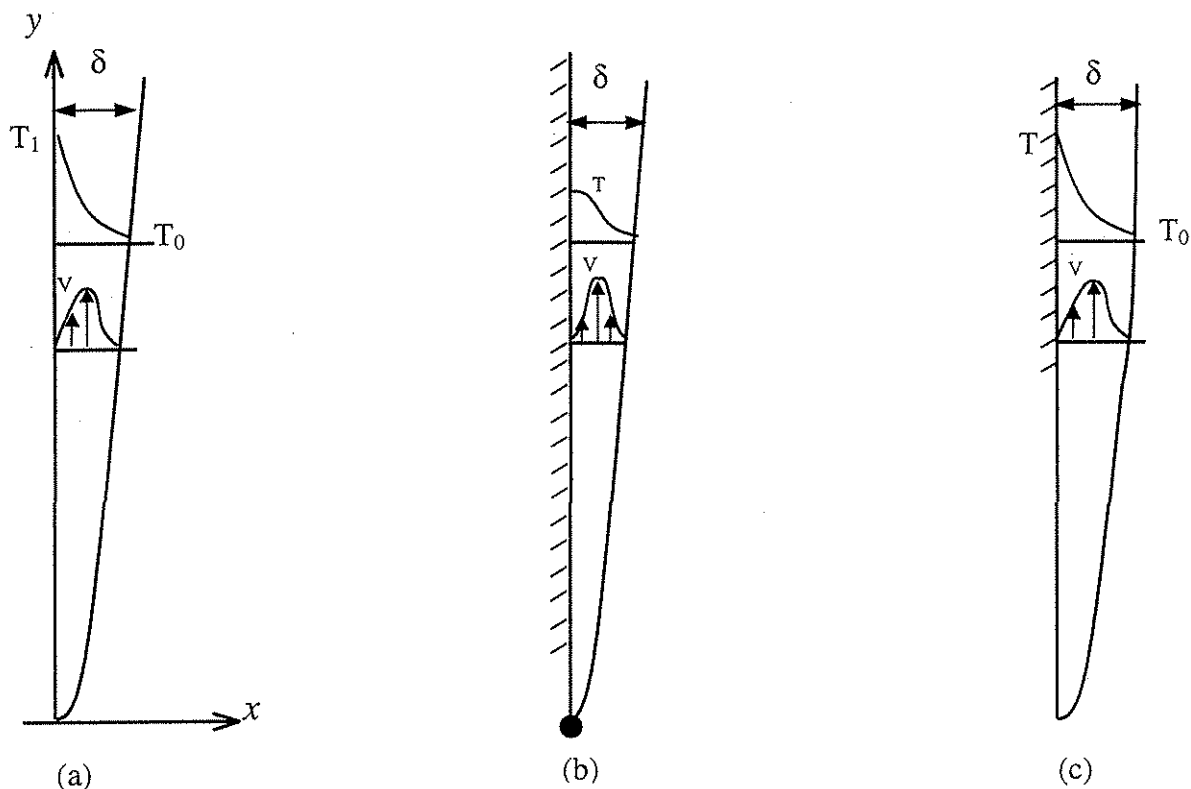


Fig. 1.3 Distribuciones de la velocidad y la temperatura en: (a) pared vertical calentada, (b) pluma de pared con una fuente de calor lineal, y nuestro caso (c) pared parcialmente calentada.

De la misma manera que en la sección anterior, se revisarán los estudios previos de nuestro caso y además se revisarán los dos casos de convección natural arriba mencionados que han sido muy estudiados y que presentan grandes analogías con el nuestro.

### 1.2.1 Convección natural en paredes verticales.

El flujo convectivo en una pared vertical caliente, es un flujo externo que está comprendido en la categoría de flujos tipo capa límite, lo que quiere decir que la dimensión transversal del flujo es mucho menor que su dimensión longitudinal. En esta categoría también se encuentran la pluma térmica de pared y el flujo en la pared parcialmente calentada. Una característica importante que diferencia al caso de convección en capas horizontales (sec. 1.1.1) con los casos con calentamiento lateral, estriba en que en estos últimos el movimiento se da siempre que haya un gradiente de temperatura, sin importar que tan pequeño sea.

El flujo de la pared caliente está descrito por Tritton (1988) de la siguiente manera. La pared vertical se encuentra ubicada junto a una gran extensión de fluido y tiene una temperatura uniforme  $T_1$  mayor que la del fluido  $T_0$ , esto es  $T_1 > T_0$ . La dimensión horizontal de la placa se supone muy grande por lo que el flujo se puede considerar bidimensional. El fluido cercano a la placa es calentado por conducción térmica y se eleva. Cuando el número de Rayleigh (o de Grashof  $Gr = g\beta\Delta T h^3 / \nu^2$ ) es suficientemente grande, y la velocidad generada de esta manera es suficientemente alta hace que la energía térmica sea transportada por advección en la dirección  $y$ , antes de poder penetrar más allá en la dirección  $x$ . Es por esto que la convección ocurre completamente en una capa límite delgada. Fuera de ésta el fluido permanece casi en reposo y a temperatura  $T_0$ . Éste sólo se mueve muy lentamente hacia la placa, a medida que entra fluido a la capa límite, la cantidad de fluido que se mueve hacia arriba a lo largo de la placa aumenta con la altura  $y$ . La forma general de los perfiles de velocidad y de temperatura se muestran en la Fig. 1.3 (a). Tanto el espesor de la capa límite  $\delta$ , la velocidad máxima  $v_{max}$  y la transferencia de calor varían con  $y$ , mientras que la diferencia de temperatura a través de la capa límite es constante ( $\Delta T = T_1 - T_0$ ). Los parámetros del flujo son el número de Ra basado en la altura de la placa  $h$ , y el número de Prandtl.

En general, en el análisis de este tipo de flujos se ha considerado la presencia de dos capas límites, la térmica y la hidrodinámica. A partir de un análisis de escalas de las ecuaciones de conservación, para fluidos con  $Pr > 1$ , Bejan (1993) presentó los valores característicos de los espesores de las dos capas límite, de la velocidad vertical máxima y del número de Nusselt local para un flujo en régimen laminar:

$$\delta_T \sim y Ra^{-1/4} \quad \delta_v \sim y Ra^{-1/4} Pr^{1/2} \quad v \sim \frac{\alpha}{y} Ra_h^{1/2} \quad Nu_y \sim Ra_h^{1/4}$$

Estas escalas son las mismas que las presentadas por Patterson e Imberger (1980) para la capa límite que se desarrolla dentro de una cavidad con calentamiento lateral, sin embargo, en ésta última el flujo global es más complejo debido al acoplamiento de la capa límite con las capas horizontales de intrusión.

Los parámetros que determinan las características del flujo son el número de Rayleigh y el número de Prandtl, o su cociente  $Gr = Ra/Pr$ . Schlichting (1979) mencionó que el flujo de la capa límite es laminar para  $Ra < 10^8$  y turbulento para  $Ra > 10^{10}$ . Sin embargo Bejan (1993), basado en el análisis de datos experimentales, estableció un criterio universal de la transición hacia la turbulencia que no sólo depende de  $Ra$  sino también de  $Pr$ , quedando el valor de la transición como  $Ra/Pr \sim 10^9$ , o  $Gr \sim 10^9$ .

El régimen de transición hacia la turbulencia ( $Gr \sim 10^9$ ), se caracteriza por la presencia de estructuras periódicas con escalas características de longitud y de tiempo. En cambio, en el régimen turbulento las estructuras se comportan de forma completamente irregular. Este tipo de flujo tiene una importancia relevante en aplicaciones prácticas ya que, por ejemplo, el valor de la transferencia de calor al pasar del régimen laminar al turbulento aumenta en forma considerable.

El estudio de flujos convectivos en régimen de transición y turbulencia adquirió gran interés en los setentas. Godaux y Gebhart (1974) hicieron una descripción de la transición, señalaron que en una primera etapa unas pequeñas perturbaciones entran en el flujo laminar desde los alrededores y se hacen bidimensionales. Cuando éstas son llevadas por el flujo, un efecto de filtrado amplifica únicamente una pequeña banda de frecuencias y la energía de las fluctuaciones

se concentra esencialmente en una sola frecuencia. La segunda etapa se caracteriza por la amplificación de disturbios transversales y su interacción con las fluctuaciones bidimensionales. Este mecanismo causa la generación de un flujo secundario que no pudieron explicar claramente. Pero siguiendo un tratamiento similar al dado a la convección forzada, sugirieron que la interacción de los disturbios con el flujo medio, a través de los esfuerzos de Reynolds, es la que produce el flujo secundario mediante la presencia de vórtices longitudinales y que esto lleva a la transición. En la tercera etapa se produce un rompimiento, aparentemente más complejo que en convección forzada. La capa cortante genera rápidamente disturbios oscilantes. Éstos en convección forzada son producidos en forma intermitente en la capa límite y son los precedentes a la formación de *burst* turbulentos. Pero los autores no encontraron este tipo de *burst*, solamente encontraron que aguas arriba las fluctuaciones de la velocidad afectaron los perfiles de la temperatura media, lo que llamaron el inicio de la transición térmica. A partir de ese punto la capa límite se engrosó y las fluctuaciones de la temperatura se incrementaron y se expandieron hacia fuera. Por tanto el rompimiento a la turbulencia no es un evento esencialmente instantáneo sino que es el resultado de una secuencia de mecanismos acoplados. Esto no fue una descripción definitiva pero dejó en claro que en flujos convectivos el acoplamiento entre las temperaturas y la velocidad implica que la transición sea más compleja que en convección forzada.

Para el caso de flujo turbulento, en 1978 Cheesewright y Doan presentaron resultados experimentales (correlaciones espacio-tiempo), mediante los cuales concluyeron que existe una subcapa relativamente independiente del flujo principal y que las escalas importantes de la turbulencia cambian relativamente lento en la dirección normal a la pared, indicando que las estructuras turbulentas son uniformes. En 1979 George y Capp identificaron, para el caso de turbulencia completamente desarrollada, mediante argumentos de escala una capa interna y una externa y propusieron relaciones universales para los perfiles de velocidad y de temperatura de la capa límite. Consideraron que la capa interna contenía una región de variación lineal de la velocidad y de la temperatura, y otra región donde estas variables dependían de la raíz cúbica y la inversa de la raíz cubica de la distancia respectivamente. La capa exterior comenzaba a partir de la posición en donde el valor de la velocidad vertical presentaba su máximo; en esta capa consideraron que los efectos viscosos y de conducción eran despreciables. Más tarde Tsuji y Nagano (1988) realizaron mediciones detalladas de velocidad y temperatura en la capa límite y a



pesar de que encontraron que los perfiles de velocidad en la capa interior solamente se aproximaron a una recta en una sección muy pequeña, lo que implicaba que el concepto de subcapa viscosa usado en flujos de convección forzada no aplicaba, no mencionaron la subdivisión en regiones de George y Capp (1979). Sin embargo Tian y Karayiannis (2000) usaron la subdivisión de la capa interna para explicar sus resultados en la parte media de la pared vertical calentada de una cavidad.

Por otra parte, en los últimos años se ha trabajado muy intensamente en encontrar métodos numéricos adecuados para el análisis del problema de convección natural en placas verticales, entre éstos se encuentran los métodos de diferencias finitas, los de volumen finito, los de simulación de grandes vórtices y los de simulación directa. A pesar de que este último método está adquiriendo gran importancia últimamente, su aplicación a flujos turbulentos es limitada. En los años setentas la tendencia fue la de obtener soluciones numéricas usando modelos de turbulencia como el de longitud de mezclado de Cebeci y Khattab (1975), a partir de modelos desarrollados originalmente para problemas de convección forzada como el de Cebeci y Smith (1974). Los resultados fueron considerados satisfactorios y más tarde Cheesewright y Dasthas (1983) justificaron este enfoque diciendo que la estructura del flujo cerca de la pared en el caso de flujos de convección natural era similar a la de flujos de convección forzada. Dado que este tipo de modelos resultó inadecuado cuando se requirieron detalles como la historia del transporte de la turbulencia, fueron necesarias nuevas propuestas. Como puede verse en los modelos recientes de turbulencia para flujos de convección natural, Xu *et al.* (1998) y So *et al.* (2000), se ha estado poniendo gran énfasis en distinguir las características del flujo cerca y lejos de la pared proponiendo diferentes modelos para cada una de dichas regiones. Sin embargo como los primeros autores indican, la mayor parte de los modelos actuales requieren de mucho tiempo de cómputo y no dan resultados con suficiente exactitud.

Como puede verse, a pesar de la gran cantidad de estudios, teóricos, experimentales y numéricos, que se han hecho respecto a los flujos convectivos-turbulentos en paredes verticales aún siguen sin quedar completamente claros algunos detalles del flujo en las diferentes regiones de la capa límite.

### 1.2.2 Pluma de pared originada con una fuente de calor lineal.

El segundo problema clásico relacionado con el tema de interés es el de plumas de pared. Solamente como referencia definiremos lo que se conoce como pluma térmica; ésta es una columna de fluido caliente que se eleva a partir de una fuente localizada de calor —una fuente lineal produce una pluma bidimensional y una fuente puntual produce una pluma axisimétrica—. Para el caso de flujo laminar en plumas se han hecho análisis teóricos usando las aproximaciones de capa límite y se han encontrado relaciones simples de cómo varía el espesor, la velocidad máxima y la temperatura de una pluma bidimensional con la altura. Por ejemplo Tritton (1988) presenta las siguientes relaciones:

$$\delta \sim y^{2/5}, \quad V_{\max} \sim y^{1/5} \quad \text{y} \quad (T_{\max} - T_0) \sim y^{-3/5}$$

En el caso de plumas de pared el flujo convectivo es generado por una fuente lineal de calor localizada a lo largo de la base de una pared vertical. Igualmente, para el caso de flujo laminar se han hecho estudios teóricos para encontrar relaciones similares a las mencionadas para plumas térmicas. Por ejemplo Jaluria y Gebhart (1977) mencionan que la dependencia en  $y$  del decaimiento de la temperatura no es afectado por la presencia de la pared, esto es  $(T_{\max} - T_0) \sim y^{-3/5}$ , pero el coeficiente de proporcionalidad si cambia de un caso al otro. Para números de Prandtl de orden uno la diferencia de temperaturas local en el caso de la pluma de pared es más grande por un factor cercano a dos que el caso de la pluma bidimensional.

En plumas de pared, al igual que en el caso de capa límite en pared vertical, se tiene una zona de flujo laminar que al incrementar la distancia de la fuente de calor se transforma en un régimen de transición y después un régimen turbulento. En el trabajo de Grella y Faeth (1975) la transición la definen en términos del número de Reynolds local ( $Re_y = V_{\max} y / \nu$ ) y se lleva a cabo cuando  $Re_y$  es del orden de 13500 al igual que el caso de pared vertical estudiado por Cheesewright (1968). Estos autores obtuvieron resultados experimentales para plumas de pared en régimen turbulento en el rango de  $Re_y$  entre 18000 y 70000, encontraron que la cantidad de flujo entrante en una pluma de pared es considerablemente menor que el correspondiente en plumas bidimensionales, dando por resultado velocidades más altas. En este tipo de flujos, la interacción flotación/turbulencia y el papel que juega la pared para inhibir los movimientos de

grandes escalas responsables en gran parte del mezclado turbulento, requieren mayor atención para lograr mejores modelos de predicción. En trabajos recientes Lai *et al.* (1986) y Sangras *et al.* (1998), (1999) y (2000) presentaron resultados experimentales que definen características de la turbulencia en este tipo de flujos. Los primeros autores usaron técnicas ópticas para medir la velocidad y la concentración y para visualizar las estructuras del flujo, su trabajo se desarrolló dentro de un enfoque concerniente a las características del flujo turbulento para validar soluciones numéricas. Además presentaron resultados numéricos usando dos modelos de turbulencia, uno de longitud de mezclado simplificado y otro de alto orden. Encontraron buenas predicciones para valores medios pero no así para las propiedades turbulentas. En los tres artículos de los segundos autores se presentan resultados enfocados a mejorar el entendimiento del proceso de mezclado en plumas turbulentas de pared. Mediante la técnica de fluorescencia inducida por luz láser (LIF) midieron valores medios y las fluctuaciones de la fracción de mezcla, y con la de anemometría láser (LDA) midieron valores medios y fluctuaciones de la velocidad. Encontraron que en la zona lejana de la fuente de calor (zona de *self preserving*) la pluma de pared mezcla mucho más lentamente que plumas térmicas con la misma condición de generación de la pluma. No obstante la importancia de estos resultados se puede ver, por las discrepancias que ellos mismos encontraron, que los detalles de las estructuras turbulentas en este tipo de flujos aún no están bien entendidos.

Es importante hacer notar que los resultados de este tipo de estudios ya se están aplicando a la solución de problemas en edificaciones como puede verse en Beausoleil-Morrison (2001).

### 1.2.3 Pared compuesta.

Finalmente el problema que aquí se propone, el de una pared compuesta, muy poco se ha estudiado. Después de una extensiva búsqueda bibliográfica solamente se encontró el artículo de Sparrow *et al.* (1978) donde se analiza el caso de flujo laminar en una pared vertical calentada en su mitad inferior y adiabática en la mitad superior. El análisis de soluciones de semejanza del tipo de capa límite no aplicó por lo que usaron una solución numérica de las ecuaciones de conservación para el caso bidimensional. Encontraron que la temperatura cayó rápidamente justo

al comenzar la zona de pared adiabática, seguido de un decaimiento más suave que obedeció a una ley de potencia:

$$(T_{aw}-T_{\infty})/(T_w-T_{\infty}) \sim (y/H_0)^{-3/5} \quad (1.4)$$

mientras que la velocidad máxima  $U_{max}$  se incrementó más rápidamente cerca del punto de cambio de condición de frontera seguido de una variación potencial:

$$\frac{U_{max}}{(g\beta\Delta TH_0)^{1/2}} \sim \left(\frac{y}{H_0}\right)^{1/5}$$

en donde  $T_{aw}$ ,  $T_w$  y  $T_{\infty}$  son respectivamente las temperaturas de la pared adiabática, de la pared caliente y de la masa de fluido, y  $H_0$  es la altura de la pared caliente.

Estos resultados fueron idénticos a los que encontraron Gebhart y Jaluria (1977) para plumas de pared mediante el método de semejanza. Park y Tien (1990) presentaron un método aproximado para el análisis de convección natural en superficies térmicamente no uniformes, para su aplicación en el enfriamiento de circuitos electrónicos. Usaron un método de superposición, que aunque ellos mismos reconocen que estrictamente no se puede aplicar a casos no lineales, dio errores pequeños y resultó ser fácilmente aplicable en problemas técnicos. El caso de transición y turbulencia al parecer no ha sido considerado, a pesar de que, como en el caso de régimen laminar, presenta condiciones que pueden ayudar a mejorar el entendimiento de los procesos de convección natural en paredes verticales.

### 1.3 Objetivos y perfil del trabajo.

Para los dos problemas en estudio se ha mencionado que aún quedan algunos tópicos por resolver, de los regímenes de transición y de turbulencia, relativos al tipo de flujo que se desarrolla y al transporte de propiedades.

El primer objetivo de este trabajo es clasificar los diferentes regímenes en los que se desarrolla el flujo en el tubo en función de tres variables involucradas en el número de Rayleigh: la diferencia de densidad, el diámetro y la longitud del tubo. Además cuantificar la cantidad de soluto que se transporta bajo las diferentes condiciones y proponer modelos teóricos que predigan dentro lo posible al fenómeno.

El segundo objetivo consiste en conocer, por medio de la experimentación, las características globales del flujo en la pared compuesta durante el periodo transitorio y en el estado permanente. Además clasificar los regímenes del flujo, describir la evolución de la temperatura y analizar las fluctuaciones térmicas.

Los capítulos dos y tres están dedicados respectivamente a presentar el planteamiento y los resultados del problema de *Convección en un Tubo Vertical* y de igual forma los capítulos cuatro y cinco para el problema de *Convección en una Pared Parcialmente Calentada*. Al final de la tesis, en las conclusiones finales, se presentan las aportaciones más relevantes de este trabajo.

## **2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE CONVECCIÓN NATURAL EN UN TUBO VERTICAL.**

En este capítulo se define el problema de la convección natural en un tubo, se formulan las ecuaciones de conservación que describen al proceso y se presenta el arreglo experimental.

### **2.1 Descripción física del problema de convección en un tubo.**

El problema se describe como la convección de dos líquidos miscibles (salmuera fuerte y salmuera débil) que fluyen a contracorriente dentro de una sección de pruebas tubular. Las fuerzas de flotación causantes del movimiento son producidas por la diferencia de densidad que hay entre los dos líquidos. Se utiliza cloruro de sodio mezclado en agua para crear la diferencia de densidad.

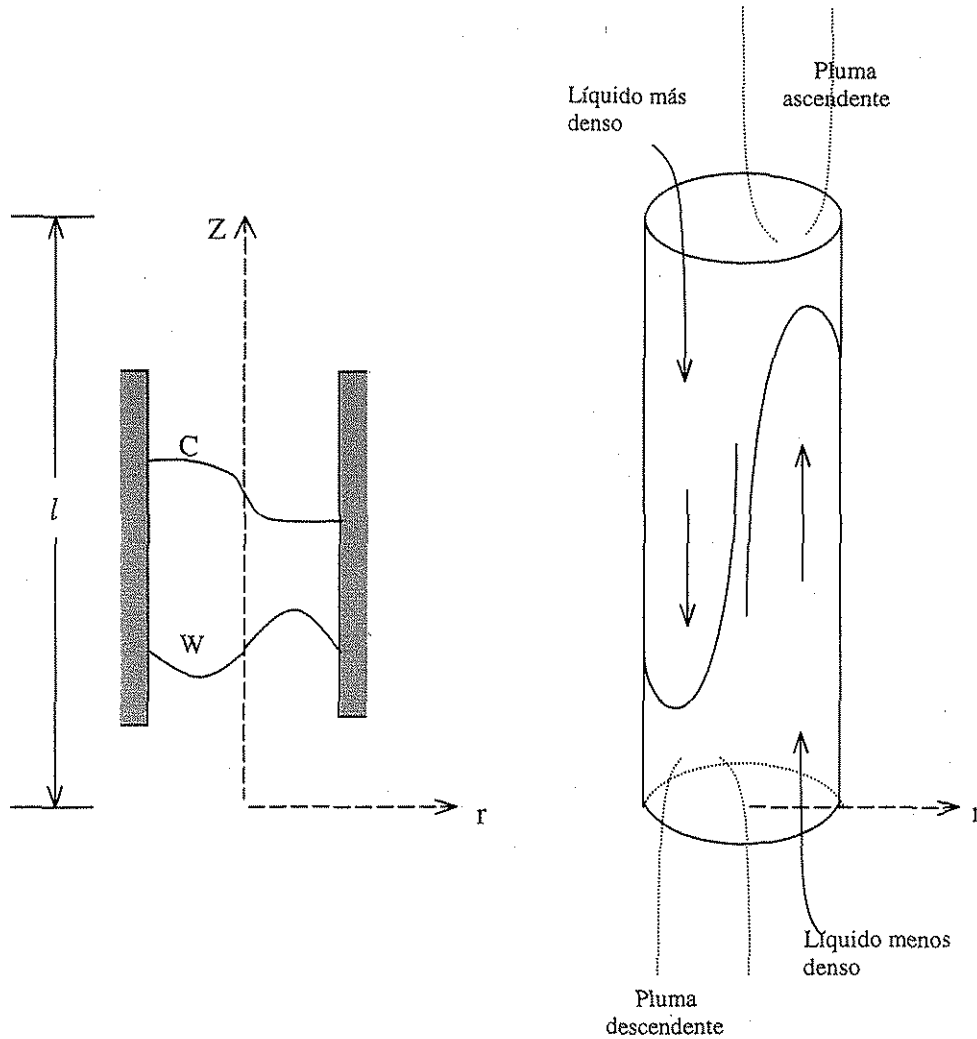


Fig. 2.1 Convección natural en un tubo vertical. El fluido más denso baja y el menos sube, en dos corrientes opuestas dentro del tubo.

La configuración inicial propuesta es similar al arreglo de inestabilidad de Rayleigh-Taylor, con la diferencia de que aquí se tienen dos tanques en lugar de uno solo. El tanque superior contiene fluido de mayor densidad  $\rho_T$  y el tanque inferior fluido de menor densidad  $\rho_B$ , la concentración de soluto en el interior de los tanques es homogénea ( $\nabla C=0$ ); los dos tanques están unidos por medio de un tubo vertical. Esencialmente lo que se observa a través del tubo es el proceso de 'volcadura' de los dos fluidos, esto es, el fluido pesado baja mientras el fluido ligero sube hasta que se logra un equilibrio. Ya que los dos fluidos son miscibles, durante el

## 2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.

intercambio de posiciones también se efectúa un proceso de mezclado, mayormente cuando el flujo es turbulento. El proceso se lleva a efecto adiabáticamente.

La diferencia de densidad entre los depósitos es una variable que disminuyó durante la ejecución de los experimentos, esto es,  $\frac{\partial \Delta C}{\partial t} \leq 0$ . Se hicieron varios experimentos cambiando las dimensiones del tubo y de esta manera se analizó su influencia en la dinámica del proceso. Así, al igual que la convección de R-B, se pueden encontrar diferentes tipos de flujo dependiendo de los tres parámetros del problema: la diferencia de densidad (o de concentración), el diámetro y la longitud del tubo. Más adelante se verá para que valores de estas variables el flujo se desarrolla en régimen laminar, de transición o turbulento.

En este estudio el fenómeno convectivo se inicia accionando un sencillo mecanismo de compuerta que separa al depósito superior del conjunto tubo-depósito inferior, dando lugar a la formación de las dos corrientes que circulan en sentidos opuestos a través de la sección de pruebas.

### 2.2 Planteamiento teórico del problema.

Las ecuaciones de conservación que describen al fenómeno, considerando al fluido Newtoniano e incompresible y al proceso adiabático, son:

masa  $\text{div } \mathbf{V} = 0$

cantidad de movimiento  $\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g}$

especie química  $\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla C = \alpha_s \nabla^2 C$

y la ecuación de estado  $\rho = \beta_s C + \rho_0$



## 2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.

$V$  es el vector de velocidad,  $t$  el tiempo,  $\rho$  la densidad,  $P$  la presión,  $\mu$  la viscosidad,  $g$  la aceleración debida a la gravedad,  $C$  la concentración salina,  $\alpha_s$  el coeficiente de difusión salina y  $\beta_s$  el coeficiente de expansión salina. Más adelante en la sección 3.5 se especificarán las condiciones de frontera.

El problema se describe como la convección en un tubo vertical abierto en ambos extremos, con una diferencia de densidad, o de concentración a través de éste. Como en el caso de la convección natural de Rayleigh-Bénard, los parámetros adimensionales del problema son:

$$\text{Número de Rayleigh} \quad Ra_L = \frac{g \Delta\rho l^3}{\rho_0 \nu \alpha_s}$$

$$\text{Número de Schmidt} \quad Sc = \frac{\nu}{\alpha_s}$$

$$\text{Razón de aspecto del tubo} \quad A_T = \frac{d}{l}$$

en donde  $\Delta\rho$  es la diferencia de densidad que hay entre los fluido de los tanques,  $\rho_0$  es la densidad promediada a lo largo del tubo,  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $d$  es el diámetro y  $l$  es la longitud del tubo.

En algunos casos es más apropiado usar otra definición del número de Rayleigh como  $Ra_d$  que es el número de Rayleigh basado en el diámetro del tubo

$$Ra_d = \frac{g \Delta\rho d^3}{\rho_0 \nu \alpha_s}$$

Algunos de los valores que adquieren estos parámetros adimensionales en este estudio son de interés. Por ejemplo el número de Schmidt, es de aproximadamente 670, lo que muestra que la difusión de sal es despreciable en comparación con la de momento. A una diferencia de concentración de  $0.025 \text{ g/cm}^3$  y para una longitud del tubo de 0.60 m, se obtiene un valor elevado de  $Ra_L$  ( $\sim 10^{13}$ ) correspondiente a un flujo turbulento. La razón de aspecto estudiada en esta tesis es menor que uno ( $0.008 \leq A_T \leq 0.25$ ) por lo que los efectos de pared juegan un papel importante. De esta manera, el presente problema se puede catalogar como convección natural en celdas altas

## 2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.

con elevado número de Rayleigh y elevado número de Schmidt. La convección térmica con elevados números de Rayleigh y de Prandtl generalmente se obtiene con fluidos muy viscosos que se mueven a lo largo de grandes escalas, como es la convección en el manto terrestre.

### 2.3 Diseño experimental.

En esta sección se presentan los casos en estudio, enseguida se describe el aparato experimental construido y su instrumentación, y finalmente se explica la metodología para realizar los experimentos.

#### 2.3.1 Casos de estudio.

Este es un estudio paramétrico en donde las variables independientes son la diferencia de concentración salina entre los tanques  $\Delta C$ , el diámetro  $d$  y la longitud del tubo  $l$ . Se estudian doce casos en total, que corresponden a doce tubos diferentes, combinando cuatro diámetros (4.85, 9.85, 19.85 y 36.85 mm) y tres longitudes (150, 300 y 600 mm). También se realizaron algunos experimentos con tubos de 2.9 mm de diámetro.

Tabla 2.1 Combinaciones de diámetros y longitudes del estudio.

Longitud (mm)	Diámetro (mm) y $A_T (d/l)$			
	4.85	9.85	19.85	36.85
<b>150</b> $d/l$	5-150 (0.0323)	10-150 (0.0657)	20-150 (0.1323)	37-150 (0.2457)
<b>300</b> $d/l$	5-300 (0.0162)	10-300 (0.0328)	20-300 (0.0662)	37-300 (0.1228)
<b>600</b> $d/l$	5-600 (0.0081)	10-600 (0.0164)	20-600 (0.0331)	37-600 (0.0614)

La diferencia de concentración entre los tanques  $\Delta C$  es una variable que va disminuyendo durante el tiempo de ejecución de los experimentos. Así, en cualquier momento del experimento,  $\Delta C$  se obtiene restando el valor de la concentración salina de la salmuera diluida del tanque inferior del valor de la concentración salina de la salmuera concentrada del tanque superior,

## 2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.

$\Delta C = C_T - C_B$ . Este valor queda acotado por un valor inicial  $\Delta C_0$  y un valor final  $\Delta C_F$ . En este estudio todos los experimentos se iniciaron con salmuera en el tanque superior  $C_{T0} = 25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  y con agua destilada en el tanque inferior ( $C_{B0} = 0$ ), con lo cual  $\Delta C_0 = C_{T0}$ . La diferencia de concentración al final de los experimentos cuando ya no hay movimiento de fluido es  $\Delta C_F$ .

### 2.3.2 Aparato experimental.

Para llevar a cabo los experimentos del problema planteado, se diseñó y construyó el aparato que se muestra esquemáticamente en la Fig. 2.2. Consta de dos tanques rectangulares conectados por medio de un tubo vertical. Las tapas superiores e inferiores son placas de acrílico de  $15 \times 15 \text{ cm}$  y de 1.3 cm de espesor, y las paredes laterales son vidrios de 15 cm de longitud, 10 cm de altura y 4 mm de espesor. La capacidad de cada tanque es aproximadamente de  $1750 \text{ cm}^3$ .

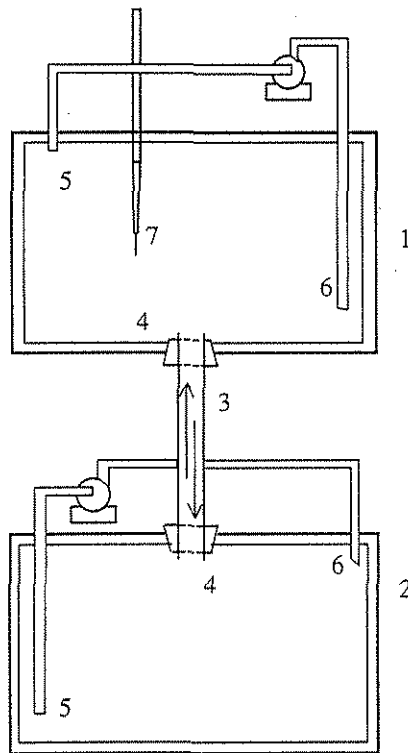


Fig. 2.2 Aparato experimental. 1 depósito superior con salmuera concentrada. 2 depósito inferior con salmuera diluida. 3 tubo de vidrio. 4 acoplamiento tubo depósito. 5 succión de la bomba. 6 descarga de la bomba. 7 sensor de concentración salina.

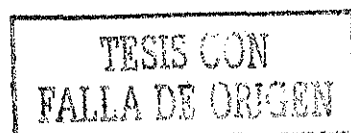
## *2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.*

El tanque superior tiene una abertura de  $12.5 \times 12.5$  cm. en la tapa superior lo cual facilita su llenado así como las maniobras dentro de él; en la tapa inferior se le hizo una perforación cónica que se asienta sobre un tapón de goma; al tapón de goma se le hace la perforación apropiada para ajustarse suavemente al extremo superior del tubo que conecta a ambos tanques.

El tanque inferior está cerrado por todos sus lados y tiene un arreglo similar de perforación cónica y tapón de goma en la tapa superior para ajustarse al extremo inferior del tubo. Los tapones de goma utilizados para el ensamble minimizan la carga en los tubos, los cuales son de vidrio, y además facilitan el cambio de tubo para los diferentes experimentos.

En las pruebas preliminares se observó que la pluma de salmuera diluida que emergía desde el tanque inferior hacia el tanque superior, fluía verticalmente a través de éste para formar un estrato de salmuera diluida en la superficie, por encima de la salmuera concentrada; de la misma manera se formaba un estrato de salmuera concentrada en el fondo del tanque inferior. Esto alteraba la condición de concentración homogénea dentro de los tanques propuesta en la descripción del problema, y además provocaba que el gradiente de concentración en el tubo se mantuviera constante a lo largo del tiempo. Por lo anterior fue necesario instalar dos pequeñas bombas (una en cada depósito) que continuamente mezclaran el líquido y evitaran la estratificación en los depósitos. El flujo de las bombas fue suficientemente pequeño y las entradas y salidas se ubicaron en las orillas de tal manera que perturbaran lo menos posible cerca de los extremos del tubo.

El aparato experimental queda sostenido en una estructura hecha ex profeso. El tanque superior se coloca sobre dos rieles horizontales de la estructura, mientras que el tanque inferior se coloca sobre un gato de plataforma. Una vez que quedan todos los componentes embonados se da el ajuste final levantando ligeramente el depósito inferior con el gato, con lo que queda el tubo de vidrio prensado entre ambos depósitos. Otra facilidad que ofrece la estructura es que la posición de los rieles se puede cambiar para poder colocar tubos de mayor o de menor longitud.



### 2.3.3 Instrumentación y visualización.

Durante los experimentos la salinidad del fluido del depósito superior (que estuvo continuamente homogeneizado) se midió periódicamente mediante un sensor que consta de cuatro electrodos que miden la variación de conductividad eléctrica del fluido. La conductividad eléctrica varía de manera proporcional a la salinidad. El aparato de medición (Micro Scale Conductivity and Temperature Instrument model 125 MSCTI-125 Precision Measurements Engineering, Encinitas Ca.) se conecta directamente a un voltímetro. Por medio de las lecturas de voltaje, se puede conocer la concentración salina, ya que la relación entre voltaje y concentración salina se establece por medio de un polinomio de calibración obtenido previamente. El método de calibración se encuentra detallado en la tesis de Tovar (1998) y en la de Dada (1999). El voltímetro a su vez es conectado a una estación de trabajo HP385 que lee los datos de voltaje por medio de un programa diseñado en HP-VEETEST (Visual Engineering Environment), mismo que contabiliza el tiempo entre cada una de las mediciones de voltaje. El programa muestra tanto los datos de voltaje como los de tiempo en la pantalla y los graba en archivos distintos. El periodo entre mediciones sucesivas de voltaje se programó en función de la rapidez de cambio de concentración en los depósitos de cada uno de los experimentos, y varió en un rango de 2.5s y 50.5s.

Un segundo programa hace la lectura del archivo de voltaje y lo procesa por medio del polinomio de tercer grado, generado de la calibración, para obtener lecturas en gramos de cloruro de sodio por centímetro cúbico de solución ( $\text{g/cm}^3$ ). Un tercer programa crea un archivo que contiene los tiempos reales de cada una de las lecturas de voltaje, mediante la adición de los tiempos parciales obtenidos en el primer programa.

El método de visualización que se utilizó en este trabajo es el de fluorescencia inducida por luz láser (LIF por sus siglas en inglés). Este método consiste en formar una hoja de luz láser por medio de un prisma cilíndrico, el aparato láser que se utiliza es de luz verde de  $\lambda=532$  nm, de argón de 150 mW. La hoja de luz se alinea con el eje axial del tubo vertical. A la solución salina contenida en el depósito superior, se le agregan 7 ml de fluoresceína diluida previamente en una

proporción volumétrica de 1/100. La fluoresceína reacciona químicamente al ser iluminada por la luz láser a su paso por el tubo emitiendo una luz propia de color verde brillante. De esta manera es posible distinguir el fluido que baja (salmuera concentrada) de aquél que sube (salmuera diluida), mismo que carece de color. Es posible observar una zonas con una gama de tonos desde verde brillante, a un verde tenue, las cuales muestran porciones ya mezcladas. El periodo de alto contraste en este método es relativamente corto, debido a que el proceso convectivo mezcla relativamente rápido (para efectos de contraste) la salmuera que contiene fluoresceína con la que no tiene.

#### **2.3.4 Procedimiento experimental.**

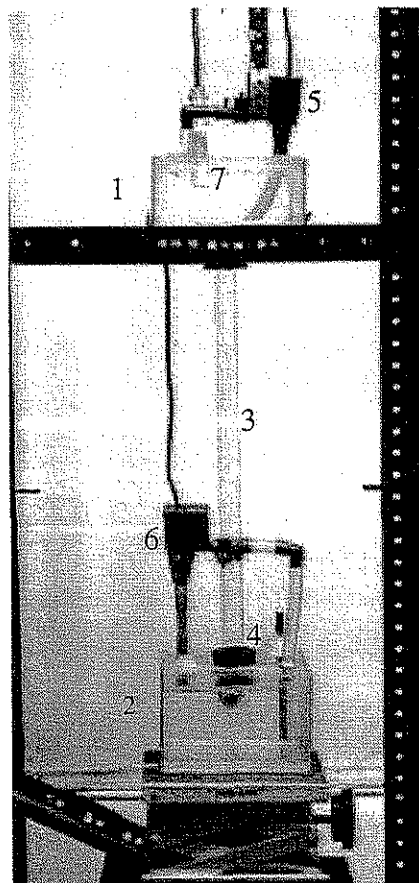
Previo a cada corrida experimental fue necesario realizar una cuidadosa rutina que consistió del ensamble y llenado del aparato experimental, la instalación de los instrumentos de medición y de visualización, el encendido de los diversos aparatos, y la alimentación de los datos pertinentes a la computadora. Esto último se hizo con el objeto de tener listo el arranque del sistema de adquisición de datos que fue simultáneo con la puesta en marcha del experimento.

Para el ensamble del aparato primeramente se coloca el depósito inferior sobre el gato de plataforma. Se selecciona el tubo de vidrio en turno y se le colocan en los extremos los correspondientes tapones de goma. Hay que recordar que los tapones son previamente horadados a la medida exterior de los tubos para que funcionen como empaquetadura de las dos uniones tubo-depósito. Se les aplica una delgada capa de grasa de silicón para asegurar el sellado. Enseguida se embona verticalmente el tubo de vidrio sobre el depósito inferior, asentando la empaquetadura en su orificio cónico; se instala el tanque superior en los rieles de la estructura, justamente encima del tubo haciendo coincidir el orificio cónico del tanque con la empaquetadura restante; se procede a levantar el depósito inferior mediante el gato hasta el punto en que el tubo quede presionado entre ambos depósitos. Finalmente mediante el uso de una plomada se asegura que el tubo quede en posición vertical.

Una vez armado el aparato (Fig. 2.3) se procede a llenarlo. Para ello se introduce lentamente agua destilada a través de la válvula de drenado hasta llenar el tanque inferior; se purga la bomba de homogeneización inferior y se extraen las burbujas usando una manguera

## 2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.

capilar y una jeringa (es importante sacar todas las burbujas ya que si se llegan a adherir a los sensores de conductividad ocasionan graves errores en la medición); se introduce más agua destilada hasta que el tubo también quede lleno; se obtura su extremo superior con una tapadera de plástico, la cual más tarde será retirada para que inicie la corrida experimental. Enseguida se vierte salmuera de la concentración prevista en el tanque superior hasta llenarlo y se le agregan 7 ml de fluoresceína diluida; se purga la bomba superior de homogeneización y se introduce el sensor de conductividad. Posteriormente se cubre la superficie con una película de nylon para minimizar pérdidas de líquido por evaporación



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Fig. 2.3 Aparato experimental instalado en su estructura. 1 depósito superior. 2 depósito inferior. 3 tubo de vidrio. 4 acoplamiento tubo depósito. 5 bomba superior. 6 bomba inferior. 7 sensor de salinidad.

## 2. Planteamiento del problema de convección natural en un tubo vertical.

Para preparar la técnica de visualización se alinea la hoja de luz láser longitudinalmente con el eje axial del tubo y se enfoca la cámara fotográfica. Para la medición de la concentración se enciende el sistema de adquisición de datos, se programa el número deseado de lecturas y el intervalo de tiempo entre ellas (estos parámetros varían según el caso en estudio y fueron determinados en las pruebas preliminares). Finalmente se pone en marcha el sistema de adquisición de datos y al mismo tiempo se da inicio al experimento retirando cuidadosamente la tapadera de plástico antes mencionada.

Iniciado el experimento se hacen las tomas fotográficas de visualización LIF (en algunos casos también se visualizó el flujo mediante la técnica de *shadograph*) y se hace la adquisición de datos de concentración y de tiempo. Al final de los experimentos, se calibra nuevamente el medidor de concentración, se toman muestras de los fluidos en su estado final y se miden los volúmenes de líquido contenido en los tanques y en el tubo.

Se realizaron más de veinte experimentos preliminares para lograr identificar los factores que ocasionan situaciones indeseables en la evolución del fenómeno en estudio y aquéllos que introducen errores en la medición, entre los que se puede mencionar: estratificación de los fluidos dentro de los tanques, evaporación en la superficie del tanque superior, desajustes del medidor de concentración, cambios de concentración en las muestras testigo de calibración y perturbaciones en el flujo de convección natural debido a efectos de las bombas, entre otros. Con el control de lo anterior se logró obtener resultados que muestran repetitividad dentro de un rango de  $\pm 0.25 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  ( $\pm 1\%$  de  $C_{T0}$ ). La incertidumbre en la medición de la salmuera del depósito superior se estima de  $\pm 0.5 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  ( $\pm 2\%$  de  $C_{T0}$ ).



### **3. RESULTADOS DEL ESTUDIO DE CONVECCIÓN NATURAL EN UN TUBO.**

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de los experimentos y el análisis global del fenómeno hecho a partir de éstos. Asimismo se incluye un estudio taxonómico del flujo basado en los resultados de la visualización. Se proponen dos modelos matemáticos que tratan de predecir el comportamiento del flujo y del transporte de materia, uno para el régimen laminar y otro para el régimen turbulento, mismos que se comparan con los resultados experimentales.

#### **3.1 Evolución de la concentración salina en los tanques.**

Como se dijo en el capítulo anterior el experimento inicia retirando el tapón de plástico que inicialmente separa a ambos líquidos confinados dentro del aparato experimental. El efecto global ocasionado por la convección –que fue detectado por el sistema de medición– es una disminución gradual de la concentración salina en el tanque superior y un correspondiente

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

aumento de la misma en el tanque inferior (Fig. 3.1). Un experimento se da por terminado cuando ya no hay movimiento de fluido dentro del tubo. En ese momento ha cesado el transporte convectivo de especie química y el valor de la concentración salina en ambos tanques se ha acercado de manera exponencial hasta un valor constante, que corresponde al promedio pesado de la concentración en ambos tanques. Al final del experimento el valor de  $\Delta C$  se ha aproximado también de manera exponencial a cero.

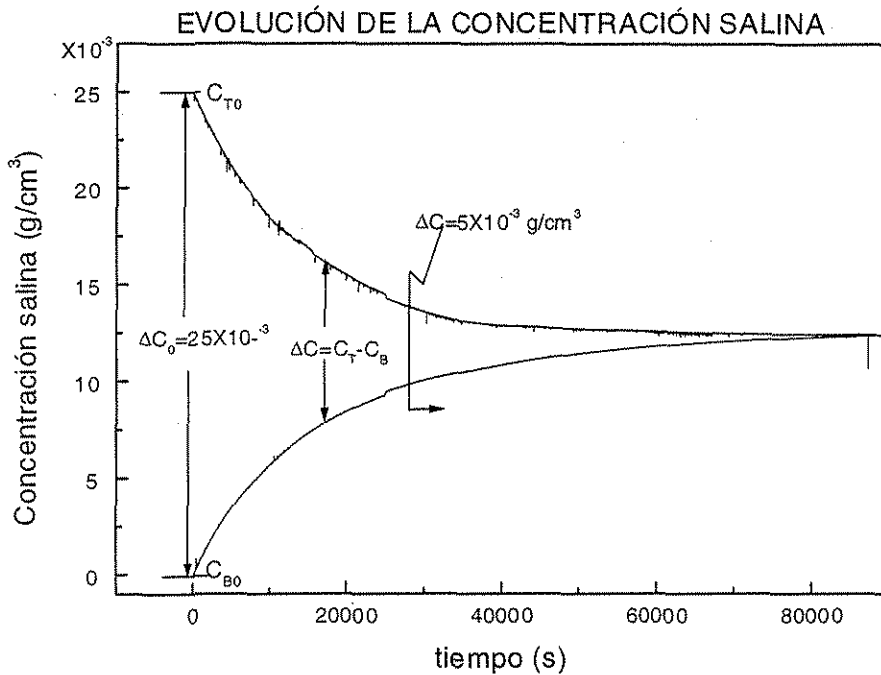


Figura 3.1 Evolución de la concentración salina en ambos depósitos. Con el paso del tiempo, los valores de la concentración en los tanques tienden a igualarse y el valor de  $\Delta C$  se aproxima exponencialmente a cero.

La rapidez con que se da el cambio de la concentración depende de la geometría del tubo: en cuanto más amplio y más corto sea el tubo, la variación de la concentración en los tanques es más rápida y la duración del experimento es menor, en otras palabras, el transporte de especie química es más eficiente en tubos con mayor razón de aspecto  $A_T$ , los cuales ofrecen menos restricciones al flujo. En la Fig. 3.2 se muestra la evolución de la concentración salina en los tanques de los dos experimentos extremos de la serie en estudio, el de menor y el de mayor duración respectivamente. El inciso (a) corresponde al tubo más ancho y más corto ( $d=37.85$  mm,

TEXTO CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

$l=150$  mm,  $A_T=0.245$ ) y el inciso (b) corresponde al más delgado y más largo ( $d=4.85$  mm,  $l=600$  mm,  $A_T=0.008$ ). Puede verse que el experimento (a) tarda del orden de  $3.5 \times 10^3$  s (1 h) en terminar, mientras el experimento (b) tarda mucho más, del orden de  $3 \times 10^5$  s (80 h). La duración de los experimentos se relaciona con la velocidad de migración de soluto desde el tanque superior hasta el tanque inferior, o flujo de sal  $F_s$ . El análisis del flujo de sal en función de los parámetros del problema y la clasificación de los regímenes del flujo son el tema principal de este capítulo.

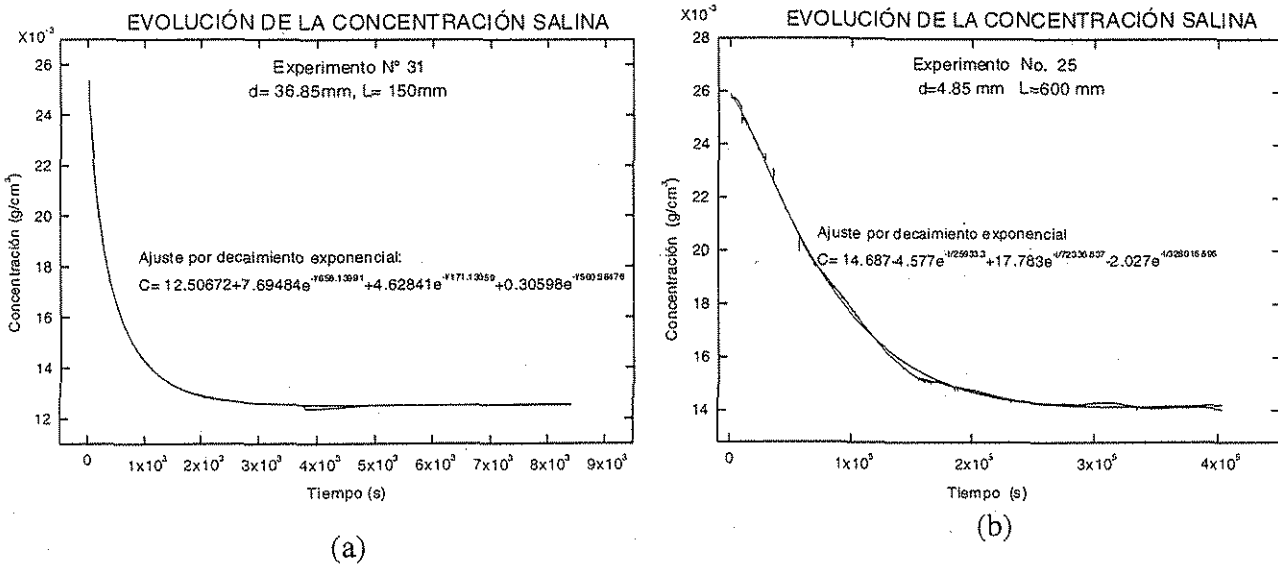


Fig. 3.2 Evolución de la concentración salina en el tanque superior. La rapidez del descenso o ascenso de la concentración salina depende de los parámetros del problema.

Los resultados de la evolución de la concentración de los doce casos en estudio cualitativamente son similares entre ellos ya que todos presentan un decaimiento de forma exponencial de la concentración respecto al tiempo, tal como lo muestran las Figuras 3.1 y 3.2. Esto fue señalado por Dada (1998) en donde explica que aunque cuantitativamente las gráficas son distintas, todas presentan características generales que pueden resumirse básicamente en un rápido descenso de la concentración respecto al tiempo al inicio del experimento, debido a movimientos con mayor velocidad; más tarde, la pendiente disminuye debido a que la "fuerza motriz", es decir  $\Delta C$ , ha disminuido dando lugar a una disminución de la velocidad del flujo. En la Fig. 3.3 se muestra la duración aproximada de los experimentos para los doce casos en estudio, la cual varió entre una y ochenta horas.

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

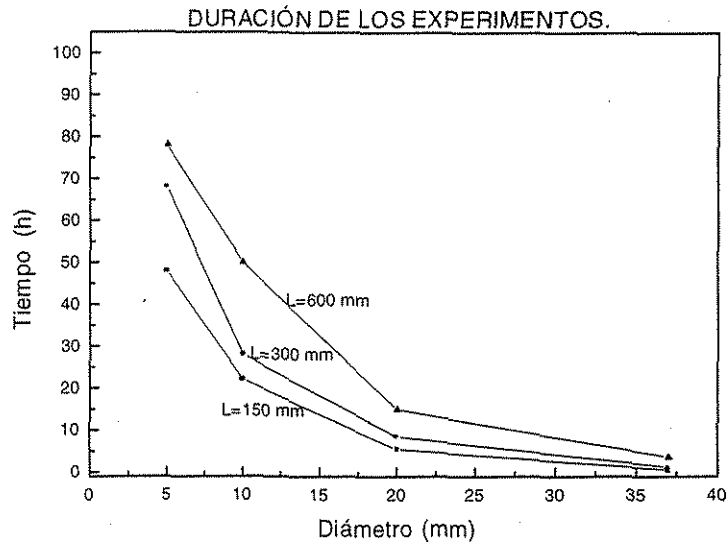


Fig. 3.3. Duración de los experimentos en función del diámetro para diferentes longitudes de los tubos. La incertidumbre de los datos se estima del 5%.

#### 3.2 Visualización del flujo.

Mediante el método de visualización de hoja de luz láser y fluoresceína LIF, fue posible fotografiar en cada uno de los casos el tipo de flujo desarrollado dentro de los tubos. Específicamente para este fin se efectuaron adicionalmente veinticuatro experimentos de visualización de corta duración ( $t < 300s$ ) con diferencias de concentración salina de  $25.4 \times 10^{-3}$  y  $5.1 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ . Estas diferencias de concentración se escogieron para observar y fotografiar el flujo que corresponde a la parte inicial y a la parte intermedia de las corridas experimentales, y de esta manera identificar rápidamente si se conserva el mismo tipo de flujo a lo largo de éstas. La brevedad de estos experimentos de visualización se debió al corto periodo de alto contraste, causado por la rapidez de mezclado de la fluoresceína, en el cual se puede diferenciar con claridad el flujo ascendente del descendente. De esta serie de experimentos se obtuvieron para cada uno de los casos varias fotografías del flujo\*, de las cuales se escogieron las más representativas para formar el estudio taxonómico de la Fig. 3.4.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

\* Cabe mencionar que se aprovecharon estos experimentos para generar un archivo de video grabado en cinta magnética, el cual está disponible en el CIE-UNAM.

3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

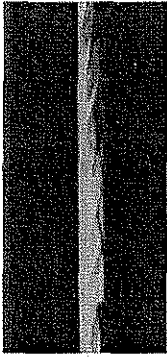

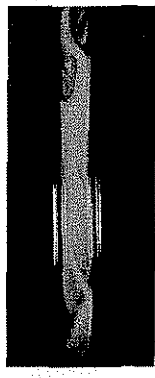
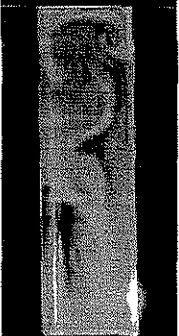
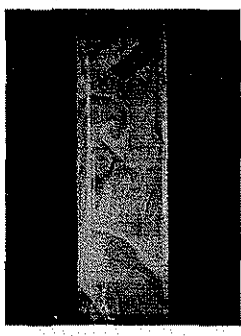
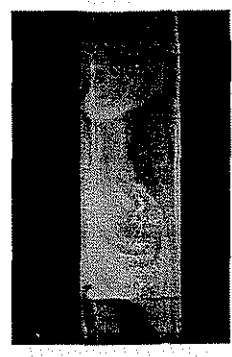
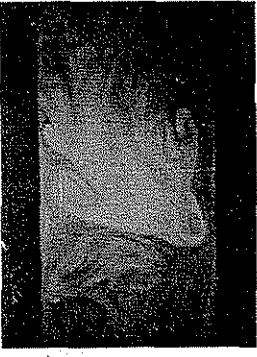
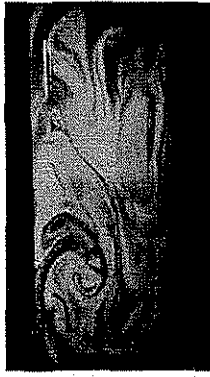
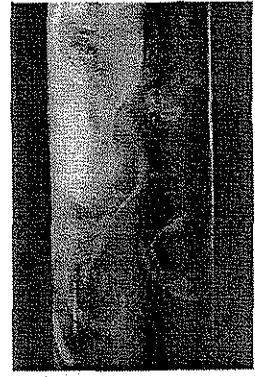
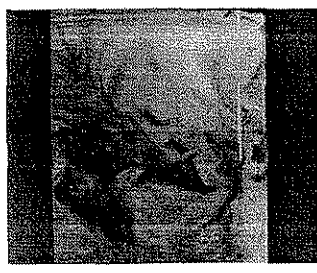
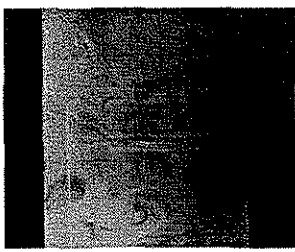

ESTUDIO TAXONÓMICO DEL FLUJO ( $\Delta C=25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ )			
DIÁMETRO (mm)	LONGITUD (mm)		
	150	300	600
4.85			
9.85			
19.85			
36.85			

Fig. 3.4 Estudio taxonómico del flujo.

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

Las fotografías de esta figura corresponden a los doce casos en estudio para una diferencia de concentración entre los tanques  $\Delta C = 25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ . En las fotografías sólo se muestra una porción intermedia de los tubos de  $40 \pm 5 \text{ mm}$  de altura. El tanque superior es el que contiene inicialmente la tinta fluorescente por lo que las zonas claras corresponden al fluido con mayor concentración.

En el recuadro que corresponde al diámetro de 19.85 y longitud de 300 mm se encuentra la fotografía que resultó ganadora en el concurso "La Mejor Fotografía de la Galería de Fluidos 1998" que fue organizado por la División de Dinámica de Fluidos de la sociedad Mexicana de Física. La fotografía y su descripción se encuentra en el Anexo 2.

Dependiendo de la diferencia de concentración  $\Delta C$ , del diámetro del tubo  $d$  y de la longitud  $l$  del mismo, se observaron cuatro tipos de flujo que aquí se denominaron (i) laminar mitad y mitad (M-M), (ii) laminar helicoidal, (iii) transición y (iv) turbulento. En la Tabla 3.1 y en la Tabla 3.2 se encuentra la clasificación de los flujos en función de dos de los tres parámetros mencionados. En éstas se anexó también el tipo de flujo para tubos de 2.9 mm de diámetro.

Tabla 3.1 Tipo de flujo encontrado experimentalmente para cada caso con  $\Delta C = 25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ .

LONGITUD (mm)	DIÁMETRO (mm)				
	2.9	4.85	9.85	19.85	36.85
150	M-M	Helicoidal	Transición	Transición	Turbulento
300	M-M	Helicoidal	Transición	Transición	Turbulento
600	M-M	Helicoidal	Transición	Transición	Turbulento

Tabla 3.2 Tipo de flujo encontrado experimentalmente para cada caso con  $\Delta C = 5 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ .

LONGITUD (mm)	DIÁMETRO (mm)				
	2.9	4.85	9.85	19.85	36.85
150	M-M	M-M	Transición	Transición	Turbulento
300	M-M	M-M	Transición	Transición	Turbulento
600	M-M	M-M	Transición	Transición	Turbulento

De la Fig. 3.4 y de las Tablas 3.1 y 3.2, se deduce que el tipo de flujo depende principalmente del diámetro del tubo; después de la diferencia de concentración entre tanques  $\Delta C$ ; y en menor escala, de la longitud del tubo. La primera afirmación se basa en que al comparar el tipo de flujo de un tubo dado con el tipo de flujo de otro tubo de diferente diámetro, en la mayoría de los casos los patrones son diferentes.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

#### Flujo laminar mitad y mitad.

En el flujo M-M, en una de las mitades de la sección transversal del tubo el flujo va hacia abajo y en la otra mitad del tubo el flujo va hacia arriba. Se observó este tipo de flujo solamente en los tubos de 2.9 mm y en los de 4.85 mm de diámetro con diferencias de concentración pequeñas, es decir, a bajos números de Rayleigh ( $Ra_d < 10^8$ ). En algunos casos se observaron frentes de 1 ó 2 diámetros de largo aproximadamente moviéndose axialmente en el tubo. Un frente descendente es más pesado y se mueve más rápido que el resto del fluido que desciende; de igual manera un frente ascendente es más liviano que el resto del fluido ascendente. La Fig. 3.5 es una fotografía obtenida con la técnica de proyección de sombras *shadowgraph* que muestra ambos frentes.

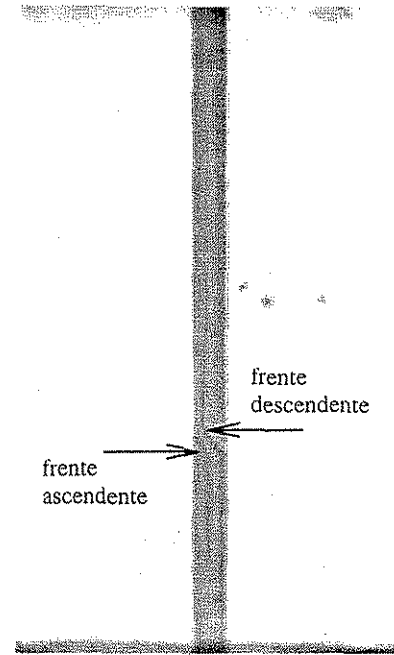


Fig. 3.5 Fotografía que muestra dos frentes en el flujo M-M.  $d=2.5$  mm,  $l=300$ mm.

#### Flujo laminar Helicoidal.

Este flujo fue observado en los tubos de 4.85 mm de diámetro (Fig. 3.6), excepto para diferencias de concentración pequeñas, que es cuando se obtiene el flujo M-M. Al igual que el caso M-M, el flujo helicoidal está dividido en fluido ascendente y descendente, y es permanente. En el flujo M-M la interfase entre el fluido que baja y el que sube es vertical y recta; sin embargo, en el flujo helicoidal la interfase está trenzada. La interfase es similar a lo que se obtendría de una tira de papel que fuera sostenida en uno de sus extremos mientras el otro extremo fuera girado muchas vueltas; yendo a lo largo de una orilla de la tira se trazaría una hélice. De este modo los dos flujos (ascendente y descendente) toman trayectorias helicoidales con una interfase común (trenzada). En algunos casos se observó mezclado entre los fluidos de las dos corrientes. Aparentemente el flujo M-M es inestable por encima de un número de Rayleigh crítico (todavía sin determinar) y la inestabilidad conduce al flujo helicoidal.

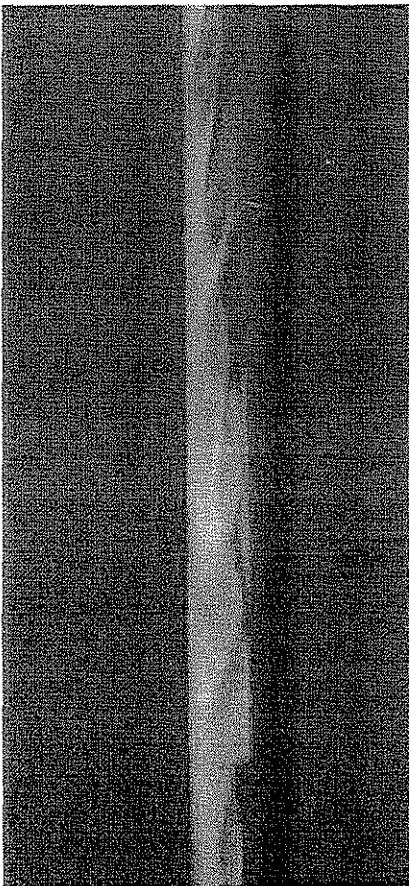


Fig. 3.6 Fotografía LIF del flujo helicoidal.  
 $\Delta C=25.4 \times 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup>,  $d=4.85$  mm,  $l=150$ mm.

*Flujo de transición.*

En los tubos con diámetro de 9.85 y 19.85 mm, con números de Rayleigh aún mayores ( $Ra_d > 10^{10}$ ), se observó que el flujo era no-estacionario y tridimensional (Fig. 3.7). Aún hay una demarcación entre el flujo que sube y el que baja, y hay un aumento de mezclado entre ambos. Un evento típico de mezclado involucra colisiones de masas de fluido descendente con masas de fluido ascendente, que frecuentemente conducen a capas de cortante que se desestabilizan y provocan la formación de vórtices. También se pueden apreciar estructuras en forma de hongo. Estos remolinos parecen tener la escala del diámetro del tubo. El flujo es dependiente del tiempo, pero al menos en los tubos de 9.85 mm de diámetro el flujo no es turbulento, esto se puede afirmar porque el rango de escalas, característico de los flujos turbulentos no está presente.

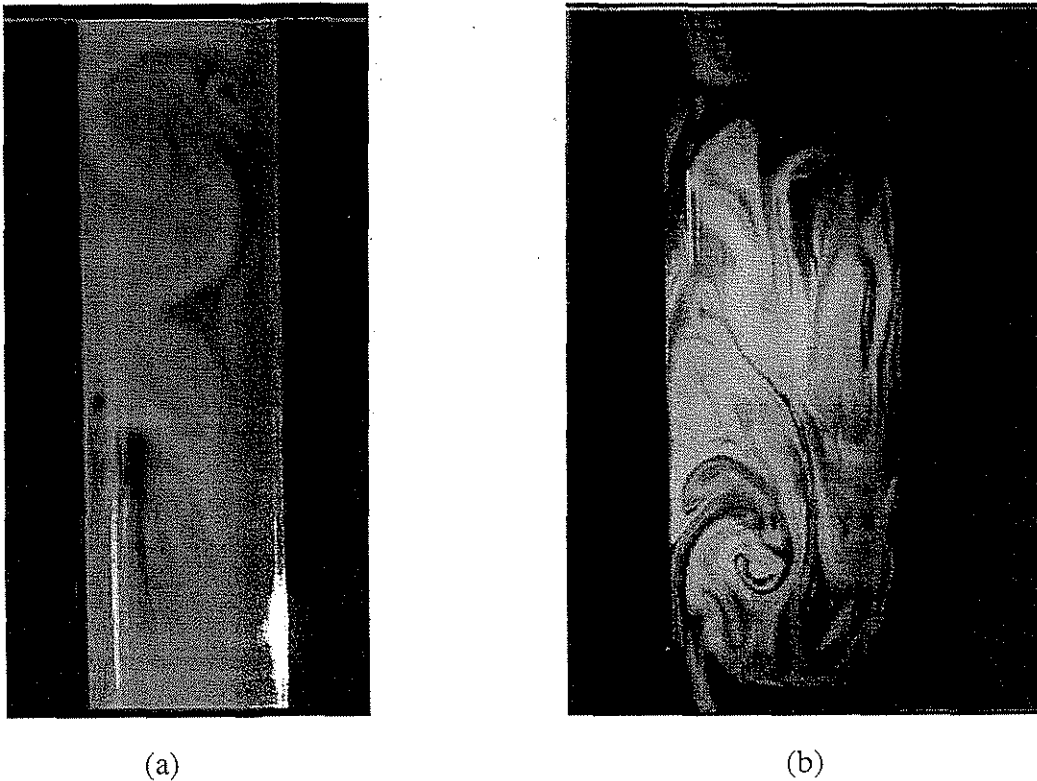


Fig. 3.7 Fotografías LIF que muestran el flujo de transición. Nótese las estructuras en forma de hongos. (a)  $\Delta C = 25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,  $d = 9.85 \text{ mm}$ ,  $l = 150 \text{ mm}$ . (b)  $\Delta C = 25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,  $d = 19.85$ ,  $l = 300 \text{ mm}$ . Sólo se muestra la parte central de los tubos.



### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

#### *Flujo turbulento.*

Lo que es un verdadero flujo turbulento se observa en los tubos de 37.85 mm de diámetro (Fig. 3.8). El flujo es caótico y tridimensional; no se distingue ninguna de las estructuras arriba mencionadas y los movimientos de las masas de fluido son mucho más rápidos. Se observan colisiones de las masas de fluido que se mueven en direcciones opuestas, y la formación y rompimiento de capas de cortante. Durante estas interacciones se crean grandes áreas interfaciales, lo cual aumenta en mucho el mezclado del fluido más denso con el menos denso.

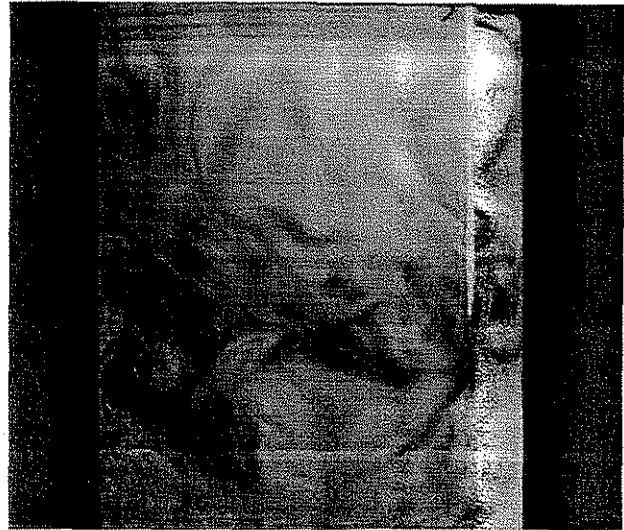


Fig. 3.8 Fotografía LIF que muestra la convección turbulenta. Nótese las pequeñas escalas del mezclado.  $\Delta C=25.4 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,  $d=37.85$ ,  $l=600$  mm.

Debido a las colisiones también se pueden tener casos en que las masas de fluido más pesada se muevan hacia arriba en lugar de hacia abajo, y casos similares de fluido más ligero yendo hacia abajo. Ambos efectos, el del mezclado y el del flujo en reversa, contribuyen a la reducción del flujo de sal, o en otras palabras, contribuyen a una mayor duración de los experimentos.

#### **3.3 Procesamiento de los datos y cálculo del transporte de especie química.**

Antes de presentar las tendencias generales del flujo es necesario mostrar cómo utilizando argumentos de conservación, se procesaron los datos experimentales para encontrar a partir de éstos tanto la evolución temporal del flujo de sal a través del tubo  $F_s(t)$  como la evolución temporal de la diferencia de concentración salina entre los tanques  $\Delta C(t)$ . Los valores de la concentración salina del tanque superior y los tiempos en que ésta fue medida forman la base experimental de datos utilizada para el análisis. Al final del procedimiento se obtendrá  $F_s$  en función de  $\Delta C$ .

### 3.3.1 Conservación de especie química en un volumen de control del tubo.

Utilizando el principio de conservación de especie química dentro de un volumen infinitesimal en coordenadas cilíndricas, con sus direcciones radial, angular y axial ( $r, \theta, z$ ) y sus respectivas velocidades  $U_r, U_\theta$  y  $W$ , se obtiene la ecuación de conservación de especie para un volumen de control (Bird *et al.* 1960):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left( U_r \frac{\partial C}{\partial r} + U_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} + W \frac{\partial C}{\partial z} \right) = \alpha_s \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (3.1)$$

$t$  es el tiempo,  $\alpha_s$  es el coeficiente de difusión salina y  $C$  es la concentración salina en gramos de soluto por centímetro cúbico de solución. En este caso el eje  $z$  coincide con el eje del tubo y es positivo hacia arriba.

El primer término de la Ec. 3.1 representa el almacenamiento neto de masa de sal por unidad de volumen y de tiempo, esto es en  $\text{g/cm}^3\text{s}$ . En otros casos, cuando  $C$  está expresada de forma adimensional, o sea como la fracción de masa de soluto por unidad de masa de solución, el primer término representa el almacenamiento de masa de sal por unidad masa de solución por unidad de tiempo [1/s]. Los siguientes tres términos de la Ec. 3.1 representan el transporte de sal por advección, y los tres términos del lado derecho representan el transporte difusivo.

El uso de la nomenclatura para valores estadísticos es el siguiente: las cantidades con una barra encima significa que se han promediado tales cantidades dentro del área de una sección transversal del tubo  $A_P$ , y la diferencia que hay entre una variable y su promedio será anotada en letras minúsculas. Así para la concentración:

$$\overline{C} = \frac{1}{A_P} \int_A C dA, \quad c = C - \overline{C}$$

Suponiendo que el volumen total de los fluidos en los tanques no cambia con el tiempo y que los fluidos son incompresibles, en cualquier sección transversal del tubo y en cualquier instante, el flujo volumétrico que sube es igual al flujo volumétrico que baja, lo cual se expresa como:

$$\overline{W} = \frac{1}{A_P} \int_A W dA = 0$$

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

Así se llega a la importante conclusión que la velocidad promedio en el tubo es cero.

El efecto combinado del campo de velocidades con la distribución de concentración determina la cantidad de sal que atraviesa una sección transversal del tubo. Estas dos variables son funciones continuas del espacio y del tiempo, y su producto da lugar al transporte advectivo de especie química o gasto másico  $\dot{m}_s$ . El gasto másico que va hacia arriba se expresa matemáticamente para cualquier altura  $z$  como:

$$\dot{m}_s = \int_A CW dA = \overline{CW} A_p = \overline{cW} A_p \quad (3.2)$$

La demostración de la última igualdad se encuentra en el Anexo 3. Si se hace un balance de especie química en un volumen de control cilíndrico, y se iguala el término advectivo con el término de almacenamiento, resulta la siguiente relación para el gradiente de  $\dot{m}_s$ :

$$\frac{\partial \dot{m}_s}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_A (CdA) \right] = -A_p \frac{\partial \overline{C}}{\partial t}$$

Esta igualdad implica que en un volumen de control de altura  $dz$ , la diferencia de flujo de masa de dos estaciones separadas por una distancia  $dz$ , es igual a la razón de almacenamiento de masa de sal dentro del volumen de control. En caso de que  $(\partial \overline{C} / \partial t) = 0$ , entonces  $\dot{m}_s$  sería constante a lo largo del tubo, pero esto no significa que  $\dot{m}_s$  dejaría de ser función del tiempo.

#### 3.3.2 Conservación de especie química en el sistema.

En la serie de experimentos desarrollados se midió continuamente el valor de la concentración salina en el tanque superior  $C_T$ , obteniéndose la correspondiente serie de datos de concentración en función del tiempo, los cuales representan la evolución de la concentración salina del tanque superior  $C_T$  en el lapso que duran los experimentos. A partir de argumentos de conservación de especie se pueden encontrar relaciones para conocer a cualquier tiempo el valor de la concentración en el tanque inferior  $C_B$  (en función de  $C_T$ ) y por lo tanto la diferencia de concentración  $\Delta C$  entre los tanques. Cabe recordar que esta diferencia de concentración figura entre los parámetros más importantes de este estudio, ya que es el mecanismo que origina el

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

transporte de momento y de masa del fenómeno convectivo, y es indispensable conocer su valor a través del tiempo para hacer el análisis del flujo en función de esta variable. De los datos de la evolución de  $C_T$  también se puede encontrar  $F_s$  que es la cantidad de sal que emigra por unidad de tiempo y de área del tubo desde el tanque superior hasta el inferior.

Se define a  $C_{T0}$  y  $C_{B0}$  como los valores de la concentración salina en los tanques superior e inferior respectivamente al inicio de los experimentos. Por conservación de especie resulta

$$V_T C_T + V_B C_B + A_P \int_0^l \bar{C} dz = V_T C_{T0} + V_B C_{B0} + A_P \int_0^l \bar{C}_0 dz = m_s \quad (3.3)$$

donde  $V_T$  y  $V_B$  son respectivamente los volúmenes de los tanques superior e inferior y  $m_s$  es la masa total de sal en el sistema. La primera integral representa la masa de sal que hay dentro del tubo. Considerando que las propiedades de ambos fluidos son aproximadamente iguales, en cualquier momento después de iniciado el experimento la concentración promedio dentro del tubo es  $(C_T + C_B)/2$  y al sustituir este valor en la Ec. 3.3 se obtiene

$$V_T C_T + V_B C_B + V_P \left( \frac{C_T + C_B}{2} \right) = C_T \left( V_T + \frac{V_P}{2} \right) + C_B \left( V_B + \frac{V_P}{2} \right) = m_s$$

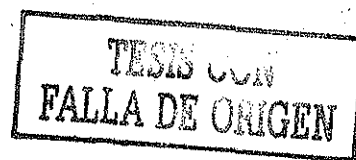
donde  $V_P$  es el volumen del tubo. Se puede despejar la concentración del tanque inferior  $C_B$

$$C_B = \frac{m_s}{(V_B + 1/2 V_P)} - \frac{C_T (V_T + 1/2 V_P)}{(V_B + 1/2 V_P)} \quad (3.4)$$

y al restar  $C_B$  de  $C_T$ , se obtiene la diferencia de concentración  $\Delta C$  (o de densidad) en términos de  $C_T$ ,  $m_s$  y los volúmenes:

$$\Delta C = (C_T - C_B) = C_T \frac{(V_T + V_B + V_P)}{\left( V_B + \frac{V_P}{2} \right)} - \frac{m_s}{\left( V_B + \frac{V_P}{2} \right)} \quad (3.5)$$

Únicamente el primer experimento fue instrumentado con dos sensores de concentración, para comprobar la validez de las ecuaciones 3.4 y 3.5. Se compararon los valores de  $C_B$  y  $\Delta C$  medidos contra los calculados por medio de estas ecuaciones y se encontró una concordancia con un rango de error de  $\pm 0.5 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  (4% referido a  $\Delta C_0$ ).



### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

Una vez encontrado  $\Delta C$  en términos de  $C_T$ , se prosigue a determinar la cantidad de sal que emigra hacia el tanque inferior por unidad de tiempo y unidad de área transversal del tubo; este valor se obtiene también en términos de los datos medidos de  $C_T$  y de  $t$ . Para conseguirlo primero se hace un balance de masa dentro del tubo definiendo a  $\dot{m}_{sT}$  como el gasto másico de sal en el extremo superior del tubo y  $\dot{m}_{sB}$  en el extremo inferior

$$\dot{m}_{sT} = V_T \frac{dC_T}{dt}, \quad \dot{m}_{sB} = V_B \frac{dC_B}{dt}, \quad \dot{m}_{sT} - \dot{m}_{sB} = A_p \frac{d}{dt} \int_0^l \bar{C} dz$$

Estas relaciones resultan respectivamente de la conservación de masa en el tanque superior, en el tanque inferior y en el tubo. En los experimentos, se puede considerar como buena aproximación

$$\dot{m}_{sT} = \dot{m}_{sB} = \dot{m}_s = V_T \frac{dC_T}{dt}$$

El flujo de sal  $F_s$  queda definido como la cantidad de masa de sal que va hacia abajo por unidad de tiempo y de área transversal del tubo.

$$F_s = -\bar{c}w = -\frac{V_T}{A_p} \frac{dC_T}{dt} \quad (3.6)$$

En la siguiente sección se utiliza esta ecuación para obtener  $F_s$  a partir de los datos experimentales.

#### 3.3.3 Procesamiento de los datos experimentales.

Para ilustrar el procesamiento de los datos experimentales se ha escogido como ejemplo el experimento No. 19 que corresponde al caso 10-300. Los datos de concentración salina y los tiempos de adquisición se obtuvieron automáticamente mediante la instrumentación descrita en la sección 2.3.3. Estos datos de  $C_T$  como función de  $t$  representan en forma gráfica (Fig. 3.9) la evolución de la concentración salina en el tanque superior. Con este grupo de datos experimentales se encontró una aproximación de ajuste tipo decaimiento exponencial por medio del método de mínimos cuadrados, que puede ser desde primer hasta tercer orden, la cual se

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

utiliza más tarde para el cálculo del flujo de sal. El valor típico del error estándar de esta función normalizado con respecto a  $C_{T0}$  fue del orden de  $1 \times 10^{-3}$ .

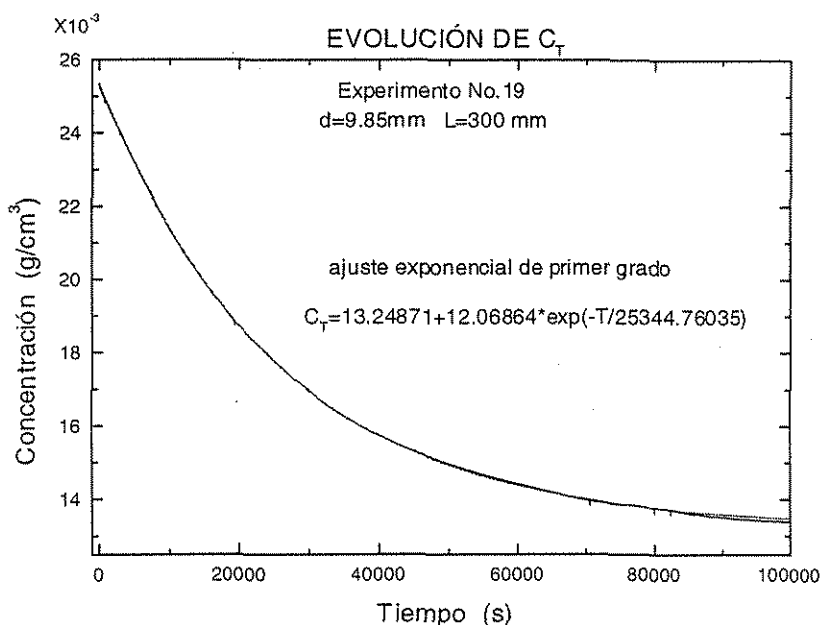


Fig. 3.9 Evolución de la concentración salina del caso 10-300. Para efectos de realizar el procesamiento de datos se hace una aproximación exponencial que se ajuste a la curva experimental.

En la Fig. 3.10 se muestra gráficamente además de la evolución de  $C_T$  la evolución de  $C_B$  y de  $\Delta C$ , éstas dos últimas fueron calculadas con las ecuaciones 3.4 y 3.5. Como se dijo anteriormente, la sal que se pierde en el tanque superior se gana en el tanque inferior, y así es como la concentración del último aumenta a medida que disminuye la del primero, tal como se muestra gráficamente en la Fig. 3.10.

A medida que transcurre el tiempo, los valores de  $C_T$  y  $C_B$  tienden cada uno hacia un valor constante. Idealmente, al final del experimento, la concentración de ambos tanques debería llegar a un mismo valor el cual sería el promedio pesado de las concentraciones iniciales; también idealmente el valor de  $\Delta C$  tendería a cero. Sin embargo, al final de los experimento se encontró una pequeña diferencia de concentración entre los tanques, de aproximadamente  $1.5 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ .

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

Con base en los datos colectados al final de cada uno de los experimentos, se dedujo que este remanente en la diferencia de concentración es el error global acumulado durante la ejecución de los experimentos, que equivale al error global estimado de 5%, y se atribuye principalmente a dos causas inherentes al sistema experimental: a la pérdida de líquido en el tanque superior por evaporación y a errores introducidos por el medidor de conductividad.

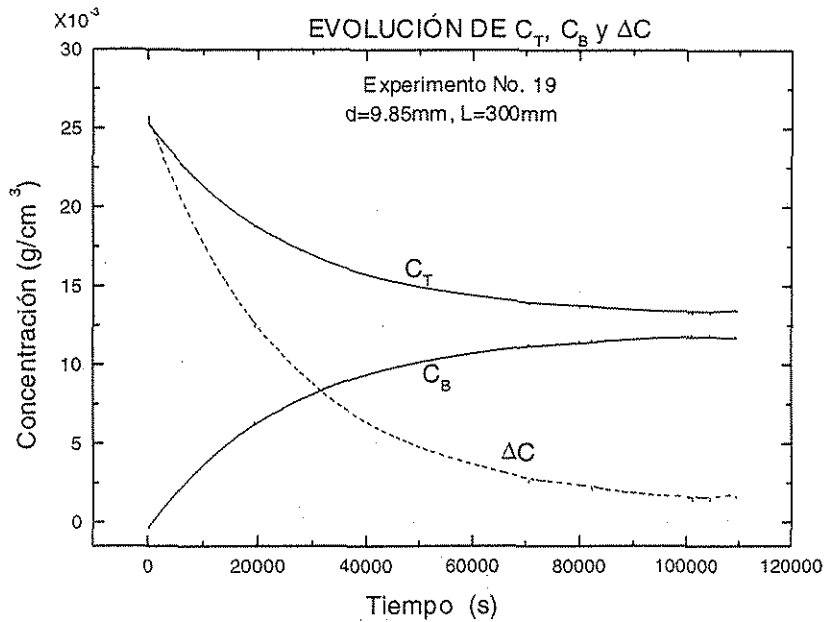


Fig. 3.10 Evolución de la concentración salina en los tanques y de la diferencia de concentración entre éstos.

El flujo de sal  $F_s$  se calcula con la ecuación 3.6. Para esto, primero se obtiene la aproximación funcional de  $C_T(t)$

$$C_T = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}, \quad (3.7)$$

después se calcula su derivada

$$\frac{dC_T}{dt} = -\frac{K_2}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (3.8)$$

y ésta se multiplica por  $V_T/A_P$

$$F_s = -\frac{V_T}{A_P} \frac{K_2}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (3.9)$$

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

$K_1$ ,  $K_2$  y  $\tau$  son las constantes de la función que más se aproxima a los datos experimentales. A partir de la última expresión se obtuvieron los datos de la Fig. 3.11 que representan al flujo de sal en función del tiempo.

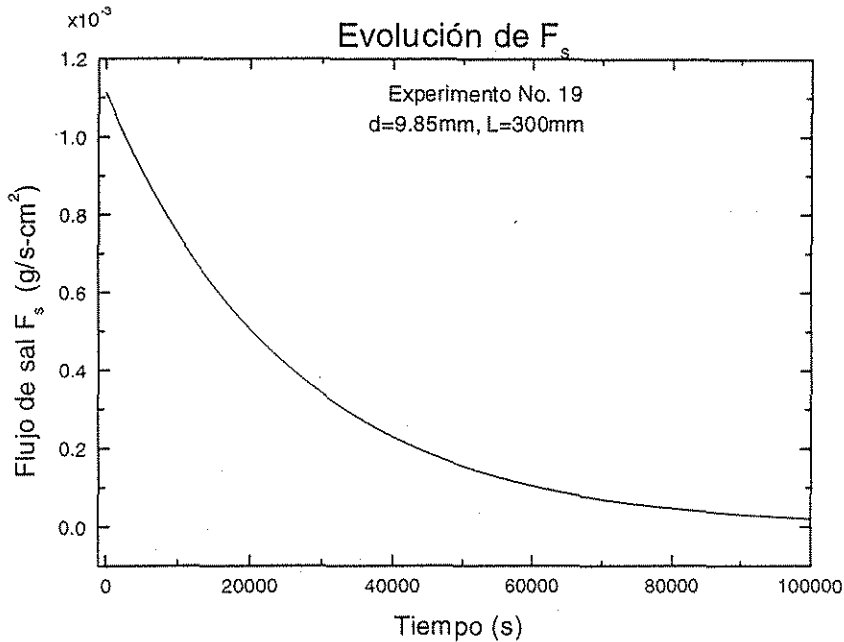


Fig. 3.11 Evolución del flujo de sal  $F_s$  del experimento No. 19.

Tanto la evolución de la diferencia de concentración como la evolución del flujo de sal tienen un comportamiento de tipo decaimiento exponencial, ya que ambas funciones dependen de la evolución de la concentración salina en el tanque superior. Es decir, si se considera que la concentración salina sigue una función de decaimiento exponencial de primer orden del tipo de la ecuación (3.7) entonces las ecuaciones (3.5) y (3.6) toman la forma

$$\Delta C \propto K_3 + K_4 e^{-t/\tau} \quad F_s \propto \frac{V_T}{A_p} \frac{K_2}{\tau} e^{-t/\tau}$$

y por consiguiente

$$F_s \propto m\Delta C + b, \tag{3.10}$$

en donde  $m$  y  $b$  son las constantes de esta función lineal (los valores de estas constantes para cada caso se encuentran en el Anexo 4).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

El flujo de sal en función de la diferencia de concentración  $F_s(\Delta C)$  se obtiene colocando las series de datos numéricos de estas dos variables como parejas coordinadas, con  $\Delta C$  en el eje horizontal y  $F_s$  en el eje vertical (Fig.3.12). Como es de esperar resulta una función lineal, solamente hay que señalar que  $\Delta C$  se calculó directamente de los datos experimentales de  $C_T$ , mientras que  $F_s$  se calculó a partir de la función exponencial de ajuste. Hay que aclarar que este comportamiento lineal sólo se cumple en el caso de que la función de ajuste sea una exponencial de primer orden.

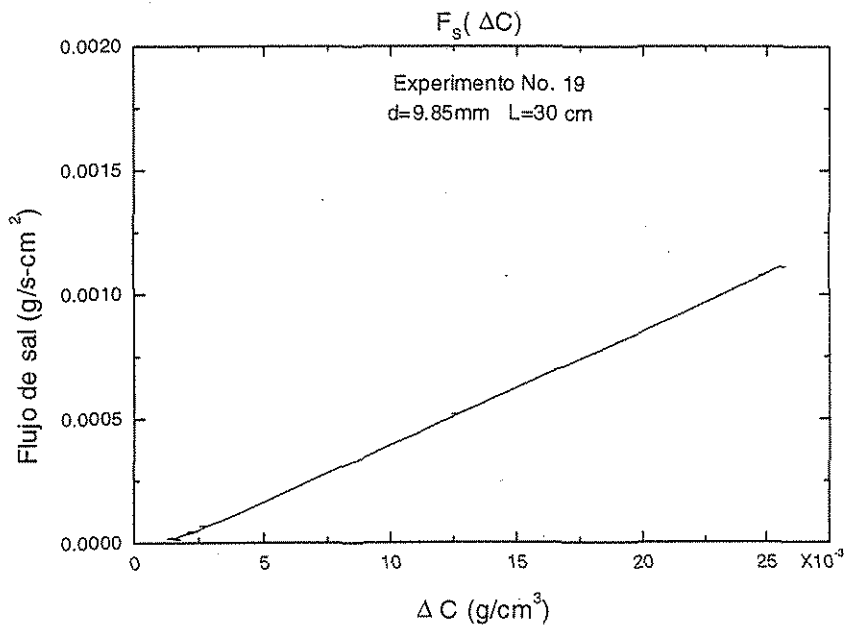


Fig. 3.12. Flujo de sal  $F_s$  en función de la diferencia de concentración salina entre los tanques  $\Delta C$  para el experimento No. 19 ( $d=9.85$  mm,  $l=300$  mm).

Nota: Las pequeñas discontinuidades de la línea de la Fig. 3.12 son resultado de las pequeñas diferencias que hay entre los datos experimentales y la función de ajuste mencionados.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.4 Resultados experimentales.

En esta sección se presentan los valores del flujo de sal  $F_s$  y sus tendencias generales en función de las variables del estudio.

#### 3.4.1 Tendencias generales del flujo de sal $F_s$ .

El flujo de sal multiplicado por el área de la sección transversal del tubo  $F_s A_P = -\overline{cw} A_P$  determina que tan rápido se agota la sal en el tanque superior, o equivalente a que tan rápido ésta se acumula en el tanque inferior. Un mayor flujo de sal se obtiene si todo el fluido que va hacia abajo ( $w < 0$ ) tiene una alta concentración ( $c > 0$ ), (similarmente cuando  $w > 0$ ,  $c < 0$ ) y adicionalmente si  $|w|$  y  $|c|$  son lo mayor posible. El valor máximo de  $F_s$  que se obtiene con el valor óptimo de  $c$  es cuando se presentan dos corrientes de fluido, en donde la que viaja hacia abajo es salmuera pura del tanque superior y la que viaja hacia arriba es salmuera pura del tanque inferior, sin que haya mezcla a lo largo del tubo, el valor de  $c$  en cada corriente sería  $\Delta C/2$  y  $-\Delta C/2$  respectivamente. La máxima velocidad probablemente será aquella que se obtiene suponiendo al flujo laminar mitad y mitad, del cual una solución será dada más adelante. Otro caso interesante es cuando no hay movimiento del fluido, para un Rayleigh menor al valor crítico, en donde la transferencia de sal es solamente por difusión molecular.

De los datos medidos de la concentración salina en el tanque superior  $C_T$  a lo largo del tiempo  $t$  y utilizando las ecuaciones 3.5 y 3.6, se obtuvo la diferencia de concentración entre los tanques  $\Delta C$  y el flujo de sal  $F_s$ , ambos en función del tiempo. Así, para cualquier tiempo dado se obtiene  $F_s$  como función de  $\Delta C$  para cada uno de los casos en estudio. Éstos se presentan gráficamente en las Figuras 3.13 y 3.14. La longitud y el diámetro del tubo se anotan como parámetros.

A partir de estas figuras se pueden hacer tres observaciones generales del flujo de sal:

(i) En los casos de régimen laminar y de transición ( $d=4.85, 9.85$  y  $19.85$  mm)  $F_s$  presenta un aumento aproximadamente lineal con  $\Delta C$ . En el flujo turbulento ( $d=36.85$  mm)  $F_s$  presenta un aumento no-lineal con  $\Delta C$ .

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

(ii) En cada una de las gráficas de la Fig. 3.13 se muestran los flujos de sal en función de  $\Delta C$  manteniendo constantes los diámetros de los tubos y variando su longitud con el propósito de observar la dependencia del flujo con respecto a la longitud del tubo. Como se puede observar el flujo de sal disminuye a medida que aumenta la longitud de los tubos.

(iii) Similarmente, en las gráficas de la Fig. 3.14 se muestra la dependencia con respecto al diámetro; se puede observar que  $F_s$  aumenta a medida que aumenta el diámetro de los tubos. Sin embargo en los casos que corresponden al diámetro de 4.85 mm (5-150, 5-300, 5-600) el valor de  $F_s$  está por encima de la tendencia general. Esto se debe probablemente a que se trata de un flujo mitad y mitad cercano al caso ideal arriba citado.

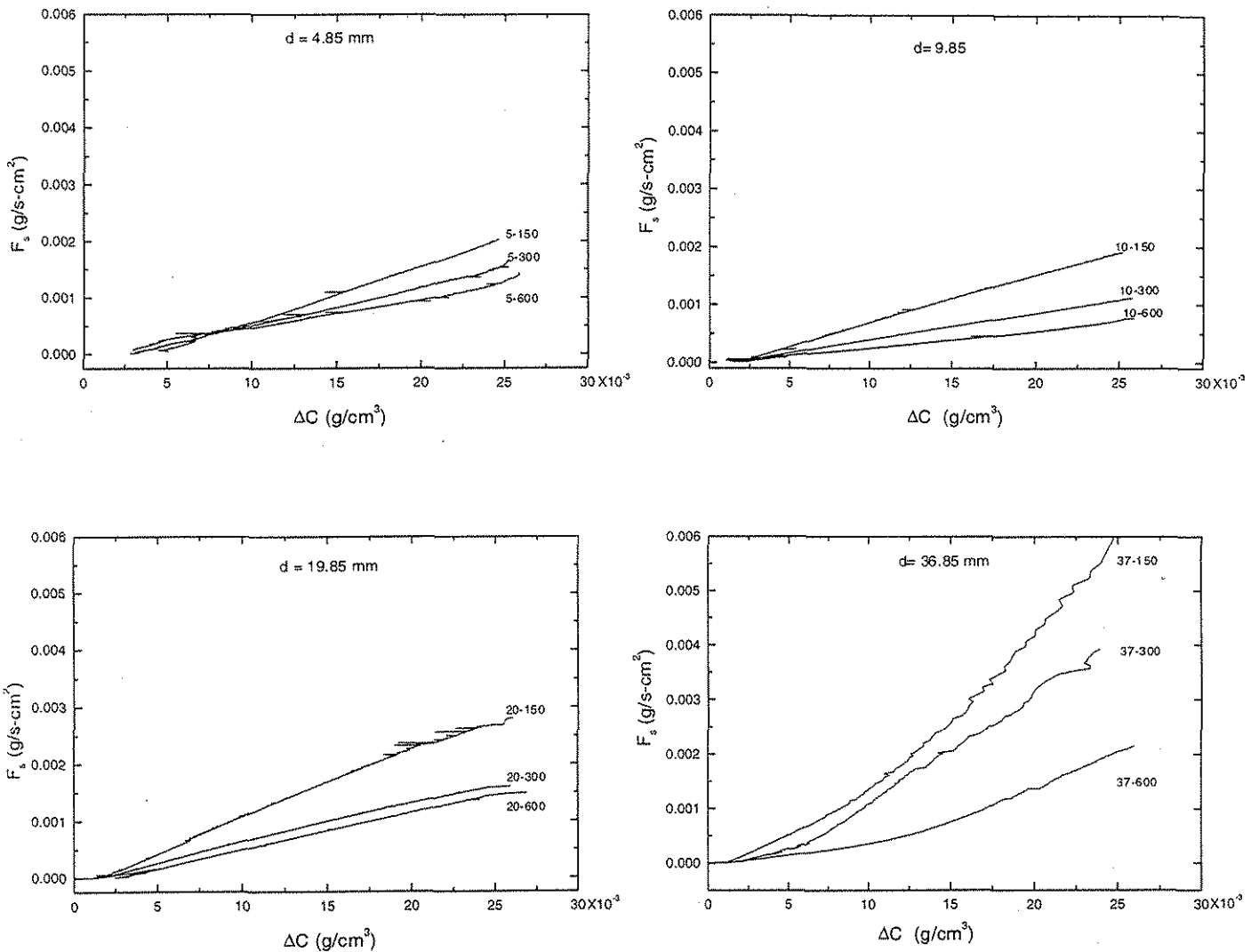


Fig. 3.13 Comportamiento del flujo de sal en función de  $\Delta C$  y  $l$ .

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

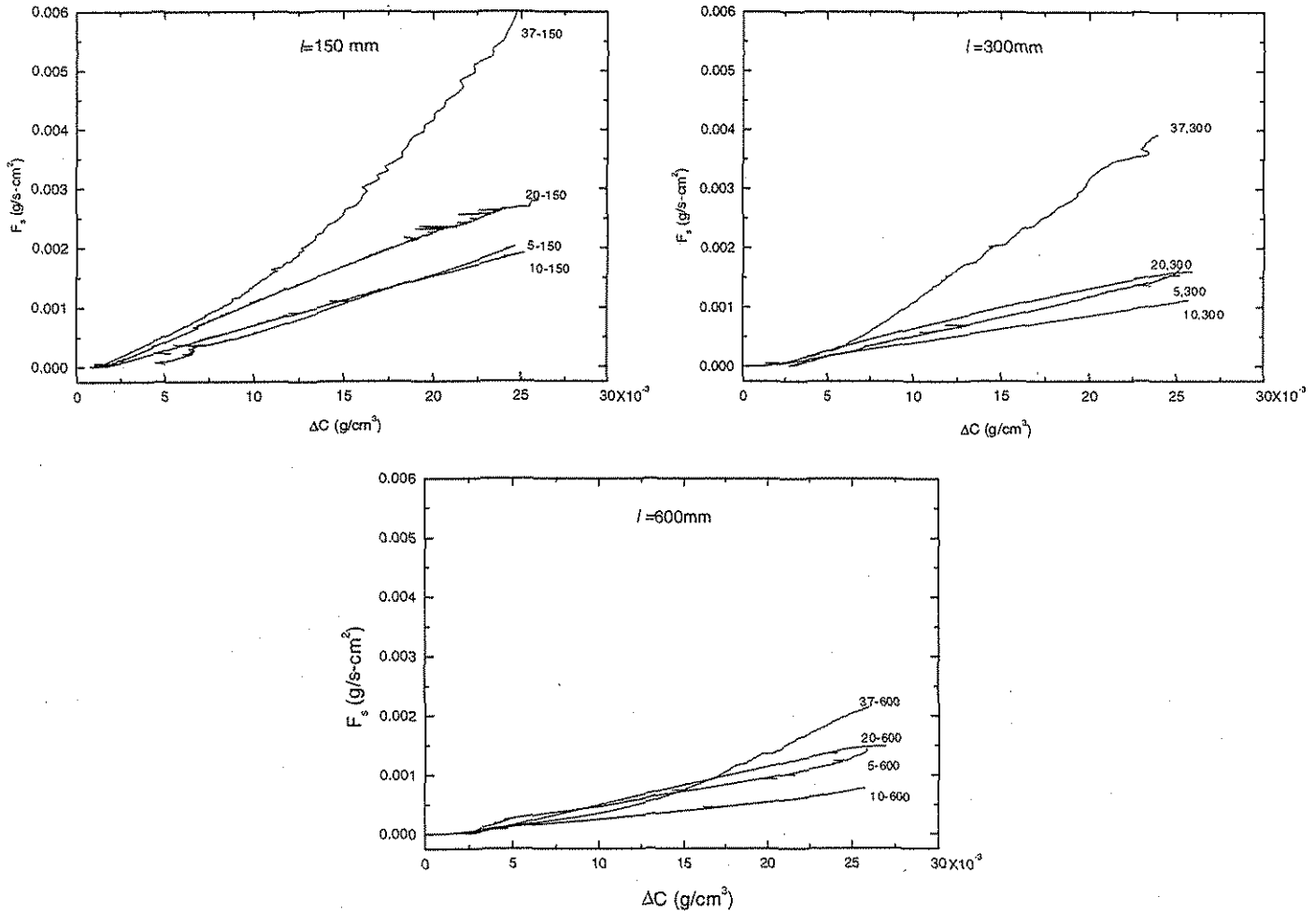


Fig. 3.14 Comportamiento del flujo de sal en función de  $\Delta C$  y  $d$ . Se puede apreciar que  $F_s$  aumenta con  $\Delta C$  y también aumenta con  $d$ , con excepción de los casos con  $d=4.85$ mm.

Del análisis de las gráficas anteriores queda claro que  $F_s$  siempre aumenta con  $\Delta C$  y con  $d$ , excepto para  $d=4.85$ mm, y disminuye con  $l$ . En este complejo proceso de transporte, el flujo de sal puede aumentar por varias razones, entre las cuales se puede mencionar (i) aumento de la velocidad al aumentar las fuerzas de flotación por una mayor diferencia de concentración salina, obteniendo un notable aumento en el producto  $F_s = \overline{-cw}$ , (ii) aumento de la velocidad al disminuir los efectos viscosos sobre el flujo debidos a un mayor diámetro de los tubos. Asimismo el flujo de sal se puede reducir por (iii) el mezclado que hay entre el fluido que baja con el fluido que sube, lo cual reduce el valor de ambos  $c$  y  $w$ ; principalmente al aumentar la longitud de los tubos y (iii) cuando algunas porciones del fluido más pesado se muevan hacia arriba o porciones de fluido más ligero se muevan hacia abajo, en los dos últimos casos se reduce la correlación del flujo  $F_s = \overline{-cw}$ .

### 3.4.2 Estabilidad marginal.

Un caso interesante del flujo de sal es cuando no hay movimiento de fluido y la transferencia de sal es solamente por difusión molecular; entonces  $F_s$  está dado por  $F_s = \alpha_s \Delta C / l$ . El análisis de estabilidad (Batchelor y Nitsche 1993) muestra que no hay movimiento cuando el diámetro del tubo es muy pequeño o la diferencia de densidad es muy pequeña, o dicho con más precisión cuando el número de Rayleigh basado en el gradiente de densidad  $Ra_G < 1087$ . Este análisis está hecho para un incremento lineal de la densidad con la altura y sin variaciones radiales. Esta condición es la que aparentemente se tiene al final de nuestros experimentos.

En las Figuras 3.13 y 3.14, se observa que  $F_s = 0$  para valores de  $\Delta C > 0$ . Se puede decir que esta pequeña diferencia de concentración medida al final de los experimentos  $\Delta \rho_f$  debería tener el mismo valor del gradiente crítico de densidad predicho por la teoría de estabilidad  $\Delta \rho_c$ . Para aclarar este punto se calcularon ambos valores para los casos con menor razón de aspecto y se anotaron en la Tabla 3.3.  $\Delta \rho_f$  se calculó a partir de  $\Delta C_f$  por medio de la ecuación de estado ( $\Delta \rho = 0.70 \Delta C_f$ ) y  $\Delta \rho_c$  se calculó por medio de la Ec. 1.1.

Tabla 3.3 Diferencia de densidad crítica teórica y diferencia de densidad encontrada al final de los experimentos.

$d$ mm	$l$ mm	$A_T$ ( $d/l$ )	$\Delta \rho_c$ Teórico ( $\times 10^{-3}$ ) ( $g/cm^3$ )	$\Delta \rho_f$ Exp ( $\times 10^{-3}$ ) ( $g/cm^3$ )
4.85	600	0.0081	0.160	2.0
4.85	300	0.0162	0.080	2.1
9.85	600	0.0164	0.006	1.5
4.85	150	0.0323	0.004	3.5

De esta tabla podemos ver que los mínimos valores experimentales encontrados están muy por encima de los valores teóricos de estabilidad. Esto se puede explicar al tomar en cuenta el error experimental acumulado (en uno de los casos de hasta  $3.5 \times 10^{-3} g/cm^3$ ) inherente al sistema experimental que se discutió en la sección 3.3.3. Este error se atribuyó a la falta de precisión en los cálculos de  $\Delta C$ , la cual fue afectada por las pérdidas (principalmente por evaporación) de líquido en el transcurso de los experimentos, estas pérdidas no fueron previstas

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

en el diseño experimental y por tanto no hubo manera de cuantificarlas y hacer la compensación al procesar los datos experimentales.

Además, tomando como ejemplo el valor teórico mayor  $\Delta\rho_c=0.16\times 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup> (corresponde al tubo más delgado y más largo), puede verse que aún es menor que la incertidumbre del medidor de concentración, estimada de  $\pm 0.5\times 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup>. Los demás valores teóricos están muy por debajo de dicha incertidumbre. Aún evitando las pérdidas por evaporación, cuando la diferencia de concentración alcanzara valores tan pequeños dejaría de ser medida correctamente por el aparato.

Sin embargo para valores de  $\Delta C$  superiores a  $2.5\times 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup>, el error acumulado a causa de la evaporación se estima que es menor del 5% ( $1.25\times 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup>), y el análisis del flujo de sal de la sección 3.4.1 puede considerarse válido. Se requiere un estudio especialmente dedicado a esta incipiente convección para medir con precisión los valores críticos experimentales de  $\Delta\rho_c$ .

#### 3.4.3 Analogía del número de Nusselt con el flujo de sal adimensional $Nu_s$ .

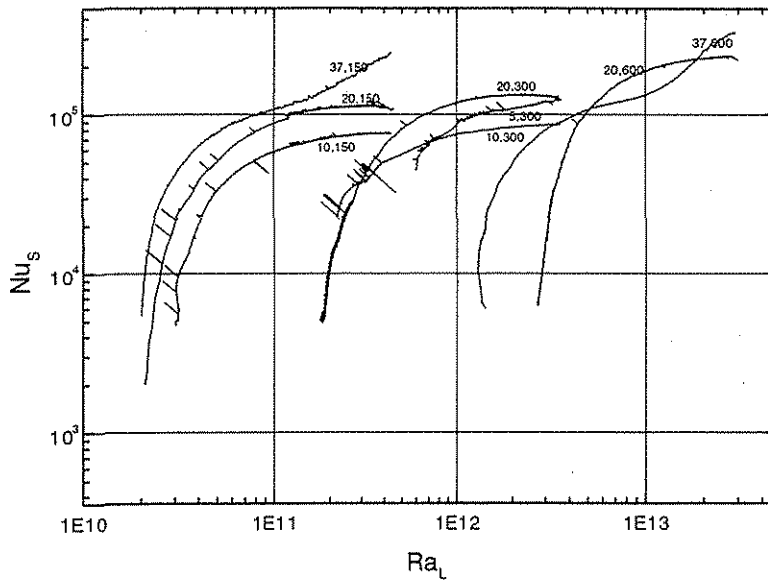
Otra manera de mostrar los resultados del flujo de sal en función de las variables del experimento es proponiendo una relación adimensional del flujo de sal  $Nu_s$  (Nusselt salino) análoga al número de Nusselt térmico (Bejan 1995), el cual se define aquí como el flujo de sal experimental dividido por el flujo de sal debido sólo a la difusión molecular,

$$Nu_s = \frac{F_s l}{\alpha_s \Delta C} \quad (3.11)$$

y el número Rayleigh  $Ra_L$  basado en la longitud del tubo, Fig. 3.15.

Como se dijo anteriormente, se trata de convección con altos valores de  $Ra$  que en este caso resultan en altos valores de  $Nu_s$ . Así, los efectos advectivos superan hasta por cinco órdenes de magnitud a los efectos difusivos.

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Fig. 3.15 Número de Nusselt salino  $Nu_s$  en función del número de Rayleigh  $Ra_L$  para los diferentes experimentos.

Puede verse que los resultados no se aproximan a una curva única (ni siquiera cuando se utiliza otras definiciones alternativas del número de Rayleigh), es decir no muestran una tendencia única, como en el caso de convección de R-B, con respecto a un solo parámetro ( $Ra_L$ ). En los flujos laminares  $Nu_s$  presenta una tendencia asintótica hacia un valor constante a medida que aumenta el  $Ra_L$ . Ésto se desprende directamente del comportamiento lineal que tiene  $F_s$  con  $\Delta C$ , y haciendo las operaciones pertinentes (ver Anexo 5) cada una de las curvas se podría aproximar a una curva con la forma

$$Nu_s \sim K_n + \frac{K_{n2}}{Ra_L} \quad (3.12)$$

$K_n$  y  $K_{n2}$  son constantes de ajuste las cuales están anotadas en el Anexo 5, y pueden ser utilizadas para el cálculo de  $Nu_s$ .

Como puede verse el valor de la asíntota  $K_n$  para los casos laminares y de transición ( $d=4.85, 9.85$  y  $19.85$ ) es cercana a  $10^5$ . Particularmente en estos casos la tendencia asintótica podría cambiar al aumentar  $Ra$  y obtener flujos turbulentos. Para esto se propone en un futuro realizar experimentos que evolucionen de régimen laminar a régimen turbulento, con mayor  $\Delta C$  manteniendo los mismos valores de diámetro y longitud del tubo.

### 3.5 Modelos para flujo laminar y flujo turbulento.

Se proponen dos modelos que tratan de predecir el comportamiento del fenómeno. El modelo para flujo laminar se obtiene a partir de la simplificación y la solución de las ecuaciones de conservación y el modelo para flujo turbulento se obtiene a partir de argumentos físicos.

#### 3.5.1 Modelo para flujo mitad y mitad de fluidos no miscibles.

En este modelo se considera que el flujo en el tubo vertical es paralelo y completamente desarrollado. Se supone que el fluido más pesado ( $\rho=\rho_T$ ) va hacia abajo en una de las mitades del tubo, en el área localizada en  $0\leq\theta<\pi$ , y el fluido más ligero ( $\rho=\rho_B$ ) va hacia arriba en la otra mitad,  $\pi\leq\theta<2\pi$ . Los fluidos en las dos corrientes tienen la misma viscosidad cinemática y no son miscibles, o sea, se supone que la difusividad de la sal en agua es cero. Con  $U_r, U_\theta=0$  (flujo paralelo) y  $d/dz=0$ , (flujo completamente desarrollado), las ecuaciones de Navier-Stokes se simplifican a

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$$

en las direcciones  $r$  y  $\theta$ , y

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \rho \nu \nabla^2 W$$

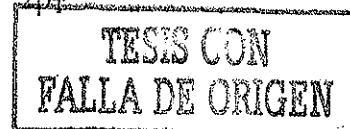
en la dirección  $z$ , en donde  $\nabla^2$  es el operador Laplaciano en el plano  $r-\theta$ . Las condiciones de frontera son cero velocidad en la pared ( $r=d/2$ ) y en la interfase ( $\theta=0, \theta=\pi$ ). (Fig. 3.16).

A partir de las ecuaciones de movimiento en  $r$  y en  $\theta$  se tiene que la presión solo es función de la coordenada vertical  $z$ :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz} = \frac{dp_i}{dz}$$

en donde  $p_i$  es la presión en la interfase ( $\theta=0, \theta=\pi$ ). En esta interfase la velocidad es cero, por tanto el gradiente de presión es igual al gradiente de presión hidrostática generado por el fluido  $-dp/dz=\rho_0g$ , donde  $\rho_0=(\rho_T+\rho_B)/2$ . Así, la ecuación en la dirección  $z$  es  $0=-g(\rho-\rho_0)/\rho+\nu\nabla^2W$ , y escrita separadamente para el flujo que sube y el que baja se convierte en

$$\nu\nabla^2W = -\frac{\beta_s\Delta C}{2\rho_B}g \quad (\text{hacia arriba}) \quad \nu\nabla^2W = \frac{\beta_s\Delta C}{2\rho_T}g \quad (\text{hacia abajo})$$





### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

Para asegurar simetría se supone que  $(\Delta\rho/\rho_0) \ll 1$  y se reemplaza  $\rho_B$  y  $\rho_T$  por  $\rho_0$  en los denominadores de los lados derecho de las ecuaciones anteriores.

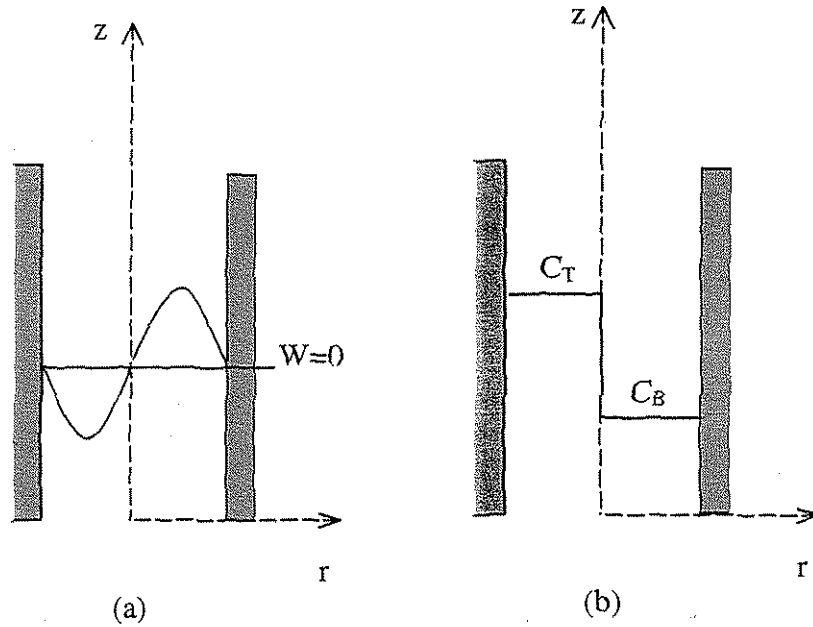


Fig. 3.16 Condiciones de frontera y perfiles de velocidad (a) y de concentración (b) considerados para el modelo laminar M-M.

La solución es la misma que para un flujo completamente desarrollado en un tubo con una sección transversal semicircular inducido por un gradiente de presión constante, pero sustituyendo el gradiente de presión con el término  $g\beta_s\Delta C/2\rho_0$ . La solución de White (1991) da la velocidad promedio en cada una de las mitades del tubo

$$\overline{W}_m = 0.0236 (d/2)^2 \frac{\beta_s \Delta C}{\rho \nu} g$$

El flujo de sal  $(-c\overline{w}) = \Delta C \overline{W}_m$  está dado por

$$F_l = 0.0059 \frac{d^2 \beta_s (\Delta C)^2}{\rho \nu} g \quad (3.13)$$

el subíndice  $l$  indica que es para flujo laminar. La relación muestra la dependencia del flujo de sal en varios parámetros y particularmente es interesante notar que en este problema, planteado como un balance entre fuerzas de flotación y fuerzas viscosas, la solución es independiente de la longitud del tubo.

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

En un experimento, aún cuando el flujo fuera mitad y mitad, debido a la difusión se esperaría que el flujo de sal fuera menor que el valor teórico. Por lo que la ecuación (3.8) da un valor teórico máximo y puede ser usado para adimensionalizar los valores experimentales del flujo de sal.

La Fig. 3.17 muestra el valor del flujo experimental normalizado con  $F_l$ , como función de  $Ra_d$  para los casos de diámetro de 4.85 mm. En tubos de este diámetro el flujo es laminar M-M para valores pequeños de  $Ra_d$  y de tipo laminar helicoidal para valores mayores de  $Ra_d$ .  $F_l$  es el flujo teórico para flujo laminar M-M inmiscible y  $Ra_d$  es el número de Rayleigh basado en el diámetro. Los valores normalizados del flujo de sal alcanzan tan sólo valores entre 0.02 y 0.06. Es claro que debido a la difusión y al mezclado resultan valores del flujo de sal mucho menores que los valores teóricos para flujo laminar M-M; la diferencia se acentúa cuando el flujo tiende a ser helicoidal (asociado al aumento de  $Ra_d$ ) así como también al aumentar la longitud de los tubos. El flujo de sal normalizado para tubos de mayor diámetro es aún mucho menor: cercano a 0.005 para tubos de 9.85 mm de diámetro, y 0.001 para tubos con diámetro de 36.85 mm.

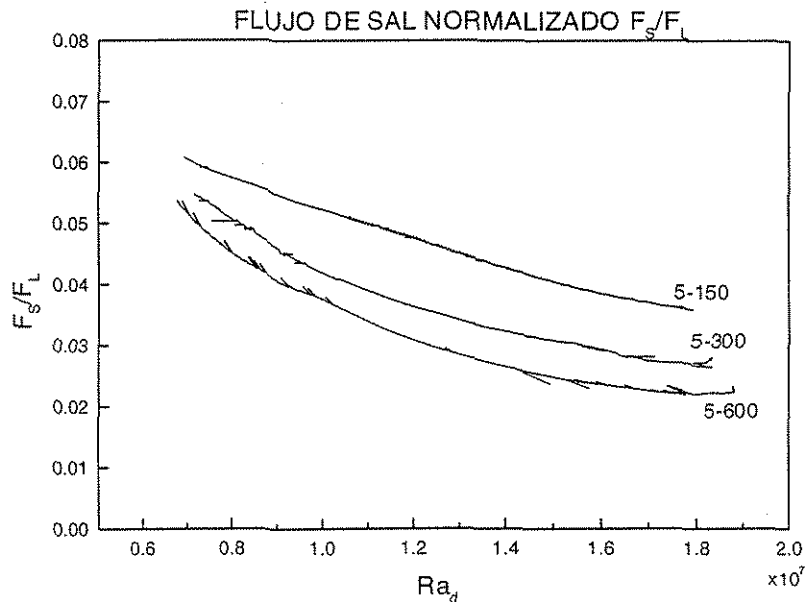


Fig. 3.17 Flujo de sal normalizado con el flujo de sal teórico en función de  $Ra_d$ , para los casos con  $d=4.85$  mm.

### 3.5.2 Modelo para flujo turbulento.

En este modelo se hacen ciertas suposiciones basadas en argumentos físicos y dimensionales para llegar a una relación del flujo de sal cuando el flujo es turbulento.

Se supone flujo completamente desarrollado, el flujo es idéntico (refiriéndose al promedio) en diferentes ubicaciones de  $z$ , y se supone que el flujo es permanente (otra vez refiriéndose al promedio). La primera suposición va a ser válida si el tubo es bastante largo ( $l/d \gg 1$ ) y se encuentra bastante lejos de los dos extremos; que tan largo y que tan lejos tendrá que ser determinado de los experimentos, por medio de la medición las propiedades del flujo a partir de los extremos y de la localización del lugar en donde ya no haya cambios de las mismas. Una situación similar resulta en flujo turbulento en tubería completamente desarrollado causado por gradientes de presión. En ese caso, el flujo completamente desarrollado se obtiene aproximadamente a una distancia entre los 20 y 50 diámetros de la entrada. En la longitud en donde el flujo está completamente desarrollado, los perfiles de velocidad promedio y los perfiles de los esfuerzos turbulentos promedio no cambian con la distancia axial y el gradiente de presión axial es constante.

A partir de la condición de flujo completamente desarrollado se tiene que el gradiente de densidad (o concentración) promedio  $d\langle C \rangle/dz = \text{constante}$ . Para el flujo turbulento se usa  $\langle \rangle$  para denotar promedio temporal y primas para denotar fluctuaciones del promedio temporal. Similar al gradiente de presión en el caso de flujo en tubos, aquí se tiene el gradiente de densidad como la fuerza motriz del flujo de convección natural. Los parámetros independientes son entonces  $d\langle C \rangle/dz$ ,  $\rho$ ,  $g$ , y  $d$ . La viscosidad y la difusividad no son considerados, como es una suposición usual en flujos turbulentos.

En el caso de convección en un tubo vertical, se ha visto que no hay flujo medio, esto es  $\overline{W}=0$ . De la visualización del flujo también se vio que cuando éste es turbulento no hay una clara distinción entre las corrientes que suben y las que bajan. Así, los parámetros relevantes que describen el flujo son el flujo de sal  $-\overline{\langle w'c' \rangle}$ , los promedios de los cuadrados de las velocidades

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

fluctuantes ( $\langle u_r'^2 \rangle$ ,  $\langle u_\theta'^2 \rangle$ , y  $\langle w'^2 \rangle$ ) y las fluctuaciones de concentración  $\langle c'^2 \rangle$ . Como se dijo arriba, las primas denotan desviación del promedio temporal.

Se supone que flujo de sal es proporcional al producto de una velocidad, (digamos  $W_{\text{turb}}$ ) y a una concentración (digamos  $C_{\text{turb}}$ ). Se puede pensar que estas magnitudes están asociadas con una masa típica de fluido o un 'remolino' o 'eddy': una masa de fluido más pesado con un exceso de densidad sobre el ambiente =  $C_{\text{turb}}$ , moviéndose hacia abajo con una velocidad  $W_{\text{turb}}$ . De la lista anterior de parámetros independientes se obtiene

$$C_{\text{turb}} = \frac{d\langle C \rangle}{dz} d$$

La magnitud de la velocidad se puede obtener como la velocidad alcanzada por la masa de fluido durante la caída libre en alguna distancia (una longitud de mezclado 'mixing length'). Se hace la suposición que la longitud de mezclado tiene la misma magnitud que el diámetro. Así

$$W_{\text{turb}} = \left( \frac{C_{\text{turb}} g d}{\rho} \right)^{1/2} = \left( \frac{d\langle C \rangle}{dz} \frac{g d^2}{\rho} \right)^{1/2}$$

Entonces la relación para el flujo de sal turbulento es

$$F_T = C_{\text{turb}} W_{\text{turb}} = K_T \left( \frac{d\langle C \rangle}{dz} \right)^{3/2} \left( \frac{g}{\rho} \right)^{1/2} d^2,$$

donde  $K_T$  es una constante de ajuste. Despreciando los efectos de los extremos se puede escribir  $d\langle C \rangle/dz = (C_T - C_B)/l = \Delta C/l$ . Entonces la expresión anterior se convierte en

$$F_T = K_T \frac{\Delta C^{3/2} g^{1/2} d^2}{\rho^{1/2} l^{3/2}} \quad (3.14)$$

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

Nótese que la dependencia en los varios parámetros es diferente de aquella obtenida en el caso de flujo laminar mitad y mitad (Ec. 3.13). En contraste al caso de flujo laminar, en el flujo turbulento está presente la dependencia en longitud ( $\approx l^{3/2}$ ) y no se encuentra la viscosidad.

Se ha encontrado visualmente que el flujo es turbulento para diámetros de 36.85 mm. Se puede ver que en estos tubos el flujo de sal es del mismo orden que el calculado mediante la ecuación 3.14. La Figura 3.18 muestra para los tubos de 300 y 600 mm de largo, la variación del flujo normalizado ( $F_s/F_T$ ) con el número de Rayleigh basado en el diámetro (con  $K_T=1$ ). La constante  $K_T$  de la ecuación (3.14), a partir del gráfico, debe ser de 0.7. El flujo normalizado es casi constante con el número de Rayleigh para  $l=300$  mm pero para  $l=600$  mm éste aumenta hasta en más de un 50%; este aumento de  $F_s/F_T$  puede ser producto de la disminución de  $F_T$  con  $l^{3/2}$ , sin embargo por el momento no se puede dar una clara explicación de este comportamiento. Se requieren más experimentos que cubran un mayor rango de número de Rayleigh para validar y extender estos resultados.

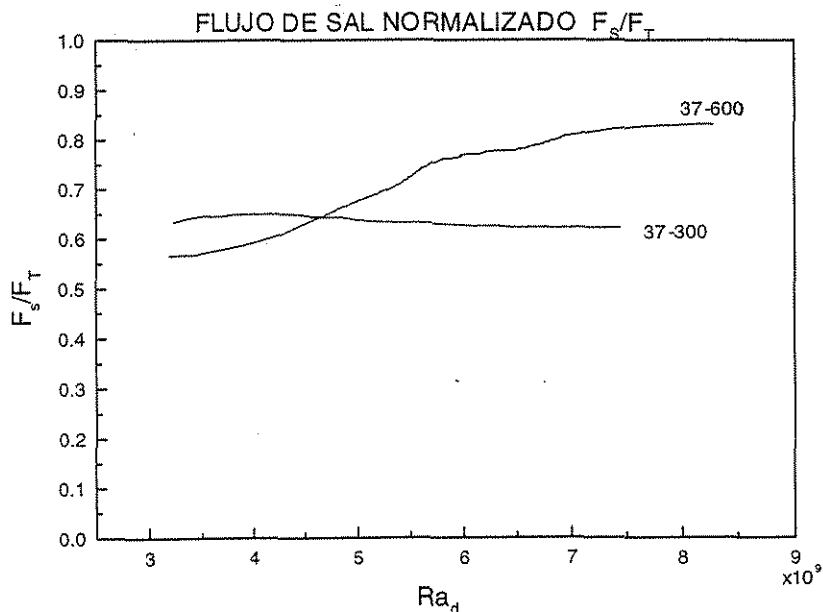


Fig. 3.18 Flujo de sal normalizado con el flujo de sal turbulento teórico en función del número de Rayleigh para dos casos de tubos con  $d=36.85$  mm.

### 3.6 Conclusiones.

Se han presentado resultados preliminares de la convección natural en un tubo vertical.

- (i) Se presentaron los valores del flujo de sal  $F_s$  en función de los parámetros del flujo: diámetro y longitud de los tubos y número de Rayleigh.
- (ii) Se ha dado la solución para el flujo laminar M-M de fluidos con difusividad cero ( $Sc \rightarrow 0$ ).
- (iii) Se hizo un modelo teórico para el flujo turbulento.

Lo que se cree que es más interesante es el flujo turbulento. Éste parece ser diferente de los otros tipos de flujo turbulento de los que uno está familiarizado: flujos libres de cortante como chorros, estelas, plumas, o flujos limitados por paredes como flujo turbulento en tubería, o flujo en una pared vertical caliente. En el caso de convección de tubo vertical se tiene un flujo turbulento generado por efectos de flotación con cero flujo promedio y cero esfuerzo de corte promedio. Aquí el promedio se refiere a la media aritmética temporal. Por lo tanto en cualquier punto espacial del flujo los promedios temporales de la velocidad vertical y del esfuerzo cortante son cero. El flujo es homogéneo en la dirección vertical y parece ser casi homogéneo en la dirección horizontal; debido al cero flujo promedio la pared (lateral) parece sólo contener al flujo, y no tiene los efectos de pérdidas que tiene por ejemplo el flujo turbulento inducido por gradientes de presión en tubería. Además de las propiedades del fluido y la gravedad, los únicos parámetros que entran en juego son el diámetro del tubo y el gradiente de densidad.

Este flujo tiene relevancia para la convección de R-B turbulenta y, durante las últimas fases de la inestabilidad de Rayleigh-Taylor. En la convección de R-B el flujo lejano a las paredes (en el seno de la cavidad) es similar a aquél que se obtiene en la convección en un tubo vertical. En la convección de R-B, es bien sabido que la pared determina predominantemente la dinámica del flujo, pero un tema de interés actual es la interacción entre el flujo de la pared y el flujo en el seno, p.e. ver Theerthan y Arakeri (1999) y Theerthan y Arakeri (2000). La comprensión de esta interacción puede ayudar a resolver la controversia respecto al exponente de la correlación entre el número de Nusselt y el número de Rayleigh (Niamela *et al.* 2000). La convección en un tubo vertical puede dar luz en el mezclado turbulento que se da durante la inestabilidad de Rayleigh-Taylor, donde, al igual que en el caso de la convección del tubo, se

### 3. Resultados del estudio de convección natural en un tubo.

obtiene un movimiento simultáneo de fluido pesado y fluido ligero. Finalmente, la convección turbulenta del tubo vertical puede ser similar, en cuanto a sus propiedades estadísticas, a la turbulencia homogénea decadente originada por efectos de flotación que fue estudiada por Batchelor *et al.* (1991) usando simulación numérica, con la excepción de que en nuestro caso la turbulencia no es decadente, en el sentido de que las fluctuaciones no disminuyen con el tiempo ni con la distancia (ver Batchelor 1957) cuando se mantiene  $\Delta C$  constante.

Se requiere de más trabajo para aclarar varios de los puntos tratados; los dos más importantes se listan enseguida:

- (i) Resolver el problema de flujo laminar para números de  $Sc$  finitos para realmente comparar los datos experimentales.
- (ii) Determinar con precisión los valores de los números de Rayleigh de transición, cuando el flujo cambia de un régimen a otro.

## 4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE CONVECCIÓN EN UNA PARED VERTICAL PARCIALMENTE CALENTADA.

En este capítulo se hace la descripción y el planteamiento teórico de la convección natural que se desarrolla dentro de una cavidad calentada lateralmente. En este caso sólo la mitad inferior de la pared vertical es sometida al calentamiento. Enseguida se describe la cavidad experimental en donde se lleva a cabo el fenómeno convectivo. La visualización se realiza mediante el uso de un sistema *Schlieren* y la evolución térmica se registra mediante una red de termopares. Éste es un estudio básico experimental que puede tener aplicaciones relacionadas con el transporte de calor en edificios o en dispositivos térmicos diversos, por ejemplo, cuando sólo una porción de la pared de un edificio se calienta por efectos de la radiación solar o cuando se tiene transferencia de calor a través de una pared compuesta por dos secciones hechas de materiales diferentes.

Es necesario señalar que la construcción e instalación del sistema *Schlieren* es una parte importante de este trabajo, principalmente porque representa una infraestructura de gran magnitud en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del CIE-UNAM, pero también porque requirió de un gran esfuerzo y dedicación superar las dificultades técnicas inherentes a su construcción y puesta en funcionamiento. Recientemente, Settles (2001) calificó a este sistema como muy exitoso dentro de la categoría de sistemas *Schlieren* de grandes dimensiones y destacó



#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

nuestra innovación de usar espejos construidos en substratos de vidrio ligeros. Del contenido de este capítulo se derivaron las publicaciones de Tovar *et al.* (2001a) y Tovar *et al.* (2002) del Anexo 1.

##### 4.1 Descripción física del problema con la pared parcialmente calentada.

El problema tratado en este capítulo se refiere al estudio de la convección de un líquido que inicialmente se encuentra en reposo y en equilibrio térmico dentro de una cavidad. Los movimientos convectivos se originan debido a cambios de densidad del fluido causados por un incremento de temperatura en la mitad inferior de una de las fronteras verticales denominada **pared parcialmente calentada** (en adelante se le denominará a la fracción inferior que es calentada **pared caliente** y a la fracción superior que se mantiene térmicamente aislada **pared adiabática**). El problema consiste en conocer, a través de experimentación, la evolución global del flujo y de la temperatura en el tiempo en que la corriente de fluido llega hasta la superficie; clasificar los regímenes en que se desarrolla el flujo en el estado permanente, encontrar las escalas características del fenómeno y analizar las oscilaciones térmicas que surgen en éste.

La convección se inicia en la cavidad cuando la pared caliente se somete a un aumento súbito de temperatura. Debido a este calentamiento se forma, en la parte cercana a la pared caliente, una **capa límite** que alimenta a una subsecuente **pluma térmica**, esta última se desarrolla a lo largo de la pared adiabática. A su vez, la pluma térmica alimenta a una intrusión térmica horizontal que viaja en la parte superior de la cavidad por debajo de la superficie libre. Dadas las condiciones físicas y geométricas de los experimentos el flujo puede alcanzar regímenes laminar, de transición o de turbulencia totalmente desarrollada. El trayecto global de las corrientes de fluido a medida que evoluciona el flujo hacia el estado permanente se muestra esquemáticamente en la Fig. 4.1.

Como puede verse, la pared central que está compuesta por la pared caliente y la pared adiabática, quedó localizada en medio de la cavidad dividiéndola en dos simétricas; esto se hizo con la finalidad de simplificar las condiciones de frontera. Ya que el fenómeno se presenta por duplicado y dada la simetría, se tratará indistintamente el lado izquierdo o el derecho como zona de análisis.

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

Se estudian tres casos en los cuales se mantiene la geometría descrita y se varía la diferencia de temperaturas entre la pared y el fluido en la cavidad  $\Delta T$  en los valores de 2.5, 5, y 10 °C. Los correspondientes números de Rayleigh basados en la altura de la pared caliente son de  $2.42 \times 10^9$ ,  $5.3 \times 10^9$  y  $1.26 \times 10^{10}$ .

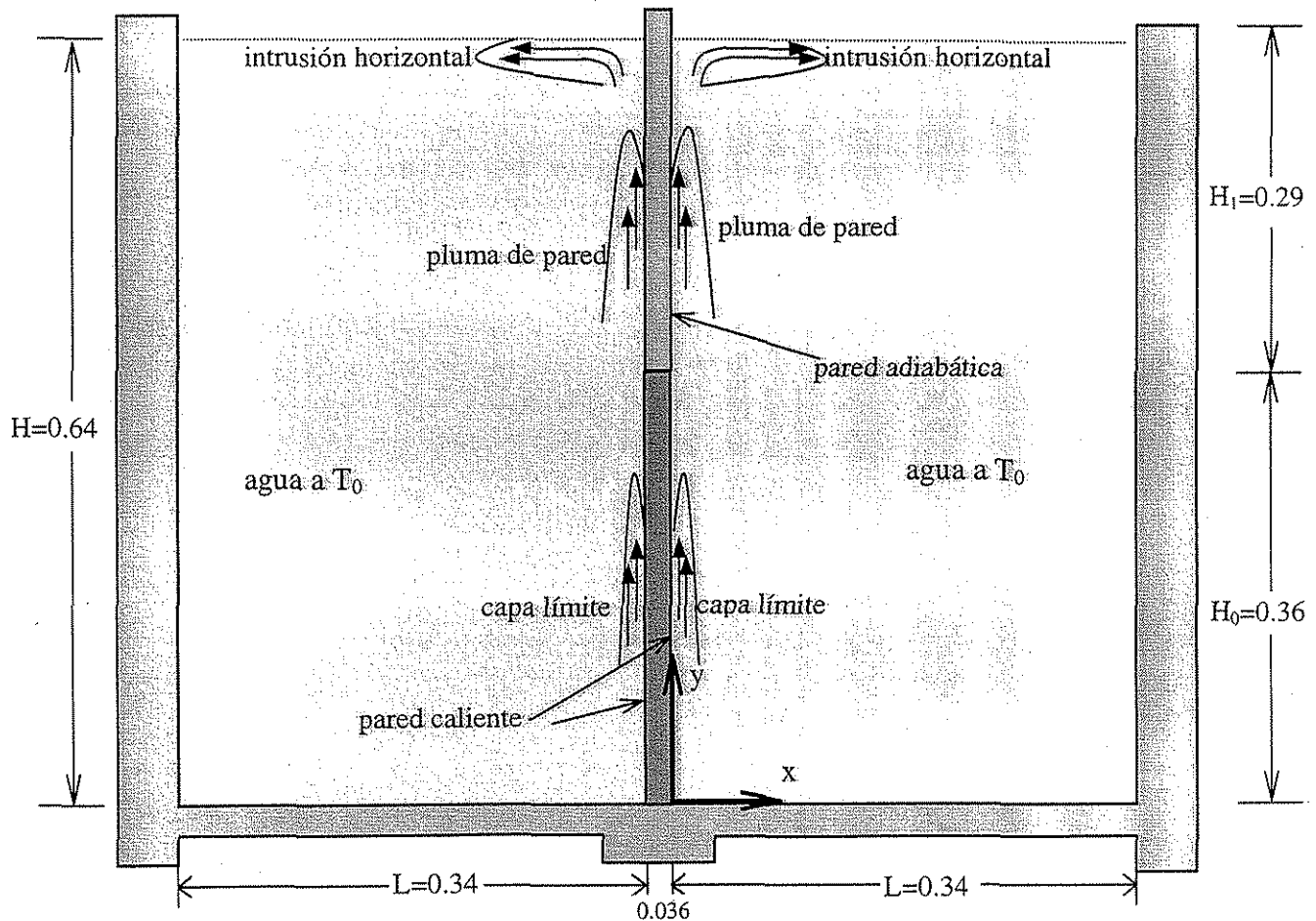


Fig. 4.1. Diagrama en el que se muestra el caso en estudio.

#### 4.2 Planteamiento teórico del problema con calentamiento lateral parcial.

Las ecuaciones que describen el fenómeno, considerando al flujo bidimensional y la aproximación de Boussinesq, son:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

Ecuación de movimiento en x 
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u$$

Ecuación de movimiento en y 
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v + g\beta(T-T_0)$$

Ecuación de energía 
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \nabla^2 T$$

en donde  $u, v$  son las componentes horizontal y vertical de la velocidad;  $x, y$  son las coordenadas horizontal y vertical;  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $\rho$  es la densidad,  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\alpha$  es el coeficiente de difusión térmica,  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica,  $p$  es la presión,  $\rho_0$  es la densidad inicial del fluido y  $T$  es la temperatura. Los parámetros del problema son el número de Rayleigh  $Ra_{H_0}$  basado en la altura de la pared caliente  $H_0$ , el número de Prandtl y el número de Reynolds  $Re_c$  característico de la pluma.

$$Ra_{H_0} = \frac{g \beta \Delta T H_0^3}{\nu \alpha} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad Re_c = \frac{u_{\max} l_u}{\nu}$$

Las condiciones iniciales (para  $t \leq 0$ ) en  $0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H$  son:

$$T=T_0, \quad u=0, \quad v=0,$$

y las condiciones de frontera son:

Para $x=0, \quad 0 < y < H_0,$	$0 < t < \infty$	$\Rightarrow$	$u=0, \quad v=0,$	$T=T_1$
Para $x=0, \quad H_0 < y < H,$	$0 < t < \infty$	$\Rightarrow$	$u=0, \quad v=0,$	$\partial T / \partial x = 0$
Para $x \rightarrow \infty, \quad 0 < y < H,$	$0 < t < \infty$	$\Rightarrow$	$u=0, \quad v=0,$	$T=T_0$
Para $y=0, \quad 0 < x < L$	$0 < t < \infty$	$\Rightarrow$	$u=0, \quad v=0,$	$\partial T / \partial y = 0$
Para $y=H \quad 0 < x < L$	$0 < t < \infty$	$\Rightarrow$	$u=0, \quad v=0,$	$\partial T / \partial y = 0$

El problema de la pared parcialmente calentada fue resuelto numéricamente por Sparrow *et al* (1978) para flujo laminar en estado permanente usando la aproximación de capa límite. En la sección 5.5 se hará una comparación dentro de las limitaciones experimentales de los resultados del presente estudio con esta solución. El conjunto de ecuaciones presentado fue usado

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

por Patterson e Imberger (1980) para determinar las escalas características del flujo laminar en una cavidad. Siguiendo dicha metodología se utilizarán algunas de estas escalas para el análisis del flujo en la pared vertical parcialmente calentada.

#### 4.3 Cavity experimental.

Dentro de la cavidad que se muestra en la Fig. 4.2 es donde experimentalmente se produce la convección. Esta cavidad está dividida por medio de una pared central en dos tanques que miden 0.34m de largo por 0.202m de ancho en la base y 0.651m de altura con una capacidad de 0.045 m<sup>3</sup> cada uno. El largo total de la cavidad, incluyendo los dos tanques y el intercambiador de calor es de 0.716 m. El diseño de dos tanques iguales se planteó con la finalidad de tener condiciones de frontera simétricas en ambos lados de la pared central y además para facilitar la visualización del flujo.

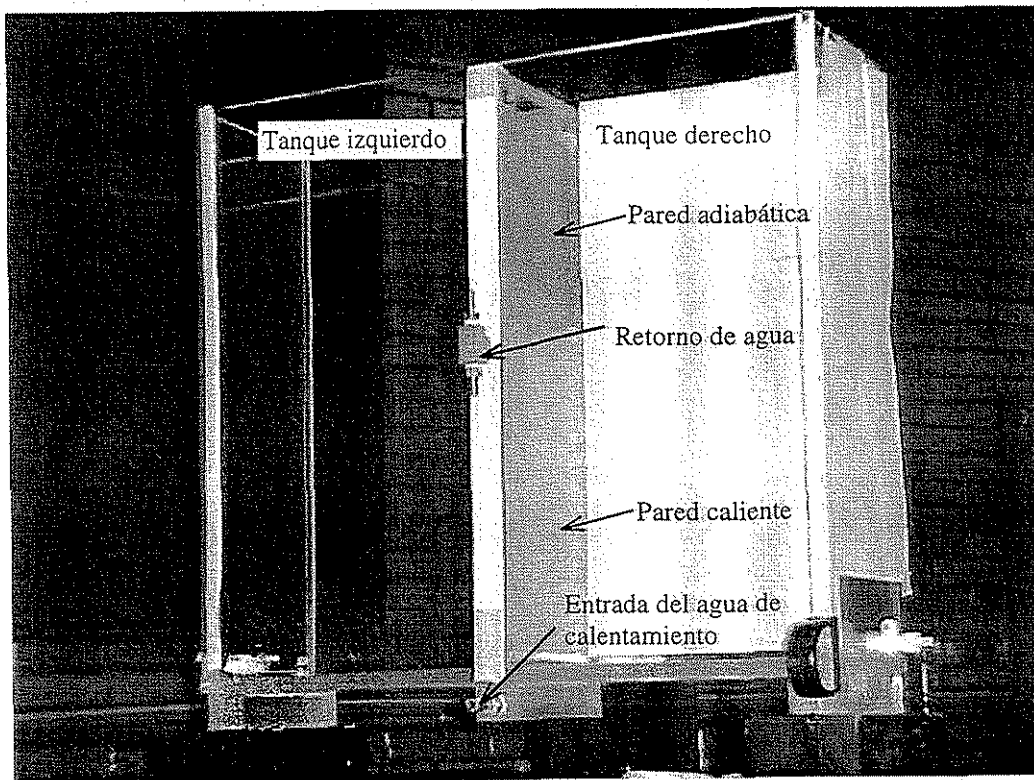


Fig. 4.2 Fotografía de la cavidad experimental en donde se efectúan los experimentos de convección natural.

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

La pared central mide 0.65 m de alto por 0.202 m de ancho por 0.036 m de espesor. Tal como se planteó, esta pared está compuesta en su parte inferior por un intercambiador de calor con una altura  $H_0$  de 0.36m y en su parte superior por una placa de acrílico de 0.29m de alto. El intercambiador de calor es un recipiente rectangular con un volumen de  $1.915 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ; las paredes por donde se transfiere la energía térmica hacia el interior de la cavidad están hechas de placas de acero inoxidable de 0.001m de espesor; las otras dos paredes verticales están hechas de placas de acrílico de 0.018m de espesor. La parte superior está unida a la placa de acrílico que forma la pared adiabática y la parte inferior se ensambla sobre la base de la cavidad haciéndola coincidir con los conductos de inyección del agua de calentamiento hechos en la base de la cavidad.

La base de la cavidad está hecha con una placa de acrílico de 0.716m de largo  $\times$  0.202m de ancho  $\times$  0.018m de espesor, en la parte media de ésta se hicieron cuatro ranuras a través de las cuales pasa el agua de calentamiento desde el distribuidor hasta el intercambiador de calor. Las paredes izquierda y derecha de la cavidad también son de acrílico y miden 0.65 m de alto  $\times$  0.202m de ancho  $\times$  0.018m de espesor. Las paredes frontal y anterior de la cavidad son vidrios de 0.012m de espesor. Esto permite efectuar la visualización del flujo convectivo por medio del sistema *Schlieren*. Se probaron vidrios más delgados, pero éstos sufrieron pandeamiento por la presión generada al introducir el agua a la cavidad. A su vez este pandeamiento originaba desviaciones irregulares de la luz, afectando gravemente la calidad de las imágenes del *Schlieren*.

La cavidad queda sostenida en su base por tres soportes rectangulares de acrílico. El soporte de en medio también funciona como distribuidor del agua de calentamiento, ya que tiene en su cuerpo un conducto horizontal que desembocan en cuatro conductos verticales. Por estos conductos se inyecta agua caliente hacia el intercambiador de calor durante los experimentos, pasando el agua primero a través de las cuatro ranuras hechas en la base de la cavidad.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4.4 Sistema de Visualización *Schlieren*.

En el análisis experimental de flujos convectivos las técnicas ópticas han jugado un papel muy importante, principalmente por ser no intrusivas. El cambio en la densidad del fluido ocasionado por el calentamiento, causa a su vez cambios en el índice de refracción del fluido. Cuando se hace pasar un haz de luz a través de un medio con cambios de índice de refracción, éste sufre dos tipos de alteraciones: una en su trayectoria y otra en su fase. Ambos efectos se han aprovechado tanto para visualizar los flujos como para hacer mediciones cuantitativas de la densidad del fluido. Las técnicas para hacer estos estudios son conocidas como *shadowgraph*, *Schlieren* e interferometría (Merzkirch 1987, Goldstein 1996). La información cualitativa y/o cuantitativa que se puede obtener con cada una de ellas es diferente, por ejemplo Schöpf y Patterson (1996) utilizaron un sistema *shadowgraph* para visualizar patrones globales del flujo en una cavidad mientras que Kameda *et al.* (1997) utilizaron un sistema *Schlieren* para visualizar detalles del flujo alrededor de un proyectil y Lin *et al.* (1996) utilizaron un interferómetro holográfico para visualizar y para medir temperaturas en el estudio de plumas térmicas generadas en paredes inclinadas. Para el proyecto que se está desarrollando en el Centro de Investigación en Energía (CIE) se escogió, de un análisis costo-beneficio, la técnica *Schlieren* que proporciona información de la derivada del índice de refracción, en la dirección normal al haz de luz.

El sistema *Schlieren* se diseñó para la observación de zonas donde el fluido presenta gradientes de temperatura y/o densidad y para determinar patrones del flujo en áreas relativamente grandes ( $\sim 0.40\text{m}^2$ ). Con este sistema es posible distinguir cuando el flujo es en régimen laminar, o de transición o de turbulencia plenamente desarrollada. En los siguientes párrafos se explica el arreglo óptico y la metodología que se ha seguido para su instalación.



#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

##### 4.4.1 Método *Schlieren* de visualización.

El arreglo óptico básico para esta técnica se presenta esquemáticamente en la Fig. 4.3. Se compone de una fuente de luz colocada en el foco de una lente para generar frentes de onda paralelos, que sirven a su vez para iluminar el flujo a ser observado. Una segunda lente conocida como “cabeza del *Schlieren*” concentra nuevamente los rayos de luz hacia su punto focal. En el plano focal de la cabeza del *Schlieren* se coloca una navaja que deja pasar sólo parte de la luz. Las imágenes resultantes se pueden proyectar en una pantalla o en una cámara fotográfica, o también pueden ser grabadas en video para su análisis posterior (Merzkirch 1987).

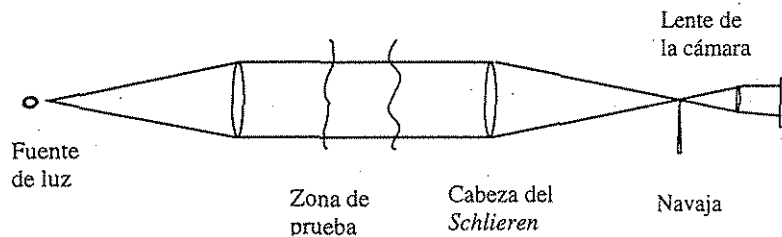


Fig. 4.3 Configuración esquemática del sistema *Schlieren* básico.

Con el fin de llevar a cabo la visualización de nuestros experimentos se escogió la configuración del *Schlieren* modificada en forma de “Z” que se presenta en la Fig. 4.4. En este arreglo las dos lentes del sistema básico se substituyeron por grandes espejos de 0.711 m de diámetro y 7.36 m de distancia focal. La razón de este cambio se debe a que es más fácil construir espejos con un diámetro del orden de un metro que lentes de ese mismo diámetro, y por consiguiente con los espejos se logra aumentar el área transversal de prueba. Actualmente esta configuración es la más usada (Hecht 1987). El sistema que se construyó en el CIE es uno de los más grandes de nuestro país y podrá ser utilizado en una gran variedad de proyectos.

Aunque la configuración “Z” del *Schlieren* involucra un desplazamiento transversal de la fuente luminosa con respecto al eje focal del primer espejo lo cual provoca ciertas aberraciones, éstas no son notorias gracias a la gran distancia focal de los espejos.

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

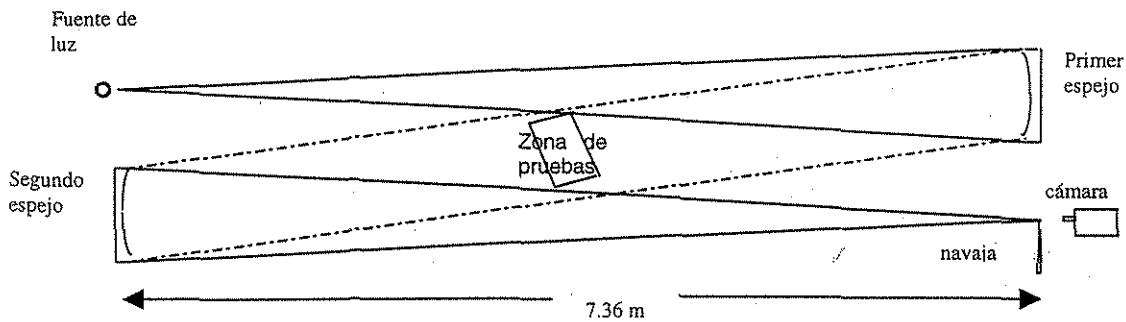


Fig. 4.4 Sistema de visualización *Schlieren* modificado en forma de "Z".

El funcionamiento del sistema *Schlieren* se basa en la forma en que la luz es interceptada por la navaja en el plano focal del segundo espejo. Cuando no hay disturbios en la sección de prueba la navaja resta iluminación uniformemente en la imagen. Sin embargo, cuando hay disturbios que desvíen cierta cantidad de rayos, existe la posibilidad de que estos rayos desviados dejen de ser interceptados por la navaja y aporten intensidad luminosa en un área específica de la imagen. Existe la posibilidad opuesta de que los rayos desviados sean interceptados por la navaja produciendo un oscurecimiento en una parte de la imagen. En otras palabras, si la dirección de la deflexión de los rayos es en dirección opuesta a la navaja se obtiene un aumento en la intensidad de la imagen y si la deflexión es en dirección de la navaja se obtiene un oscurecimiento.

El contraste de las imágenes depende de la altura de la imagen disminuida por la navaja en el plano focal  $a$ , dividida por la distancia focal del segundo espejo  $f$ , es decir  $a/f$ . Entre menor sea esta razón el contraste es mayor, pero dado que la reducción de  $a$  por la penetración de la navaja tiene un límite permitido, la sensibilidad queda en cierta manera determinada por la distancia focal (Merzkirch 1987). En nuestro caso la distancia focal de los espejos se escogió como la más grande posible para el lugar seleccionado para su instalación.

Cabe mencionar que por razones prácticas, a la hora de colocar el equipo en el laboratorio, fue necesario modificar al sistema *Schlieren* de manera que el haz de rayos convergentes, reflejado por el segundo espejo, se desviara de su curso por medio de un espejo plano de primera



#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

superficie de 0.32 m de diámetro, Fig 4.5. Con esto se logró que la imagen focal del segundo espejo quedara en una mejor posición dentro del laboratorio.

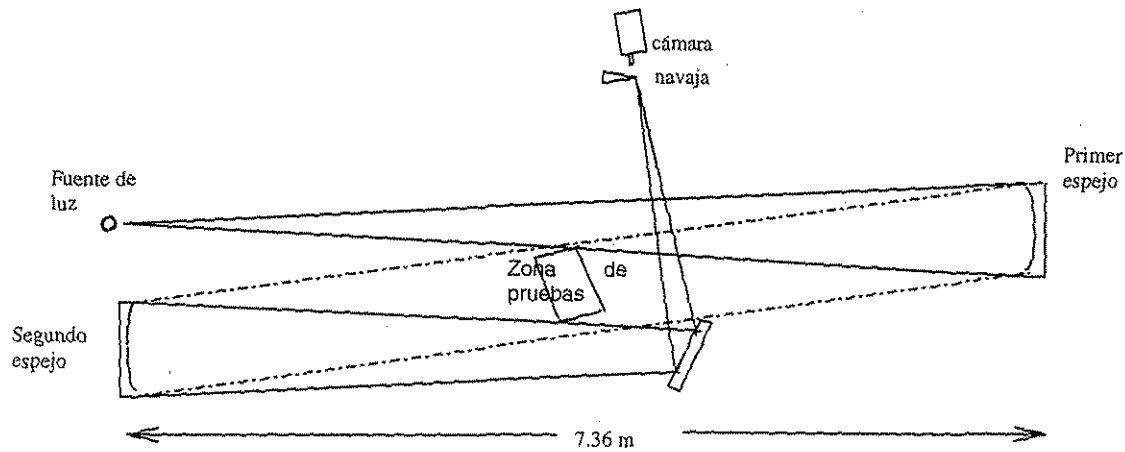


Fig. 4.5 Arreglo final del sistema de visualización *Schlieren*.

#### 4.4.2 Descripción de los componentes del arreglo óptico.

##### Espejos parabólicos.

La capacidad del sistema *Schlieren* depende fuertemente de las especificaciones de los espejos. Al mismo tiempo estas especificaciones están sujetas a las condiciones de espacio de laboratorio, al presupuesto disponible y a la factibilidad técnica para construirlos. Como resultado de lo anterior, se mandaron fabricar a la compañía norteamericana Glass Mountain dos espejos con las siguientes especificaciones:

- Geometría de casquete parabólico, distancia focal de 7.36 m, foco ubicado sobre el eje de simetría y apertura libre de 0.676 m.
- Sustrato de vidrio flotado de 0.710 m de diámetro y 0.025 m de espesor.
- Superficie reflectora de aluminio mejorado con precisión de  $\lambda/2$  en el 95% del área y calidad de 80/50 (rasguños/hoyos).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

##### Soportes para los espejos.

Para sostener y orientar los espejos se diseñaron y se fabricaron dos soportes hechos a la medida. Cada soporte está constituido por tres componentes principales aquí denominados placa base, estructura de carga y placa de acoplamiento. Los planos de estos componentes se encuentran en el Anexo 6. La Fig. 4.6 representa esquemáticamente un soporte completo.

La placa base está hecha de acero y mide 0.860 m de largo por 0.660 m de ancho y 0.0125 m de espesor. Una de sus funciones es transmitir homogéneamente hacia una mesa la carga de los demás componentes. También funciona como plataforma de referencia para poder dar movimientos laterales y de elevación a la estructura de carga. Para esto la placa base cuenta en su borde con ocho salientes verticales de acero perforados horizontalmente y roscados; estas salientes dan apoyo a los tornillos horizontales con los cuales el operador puede ajustar la posición x-z de la estructura de carga.

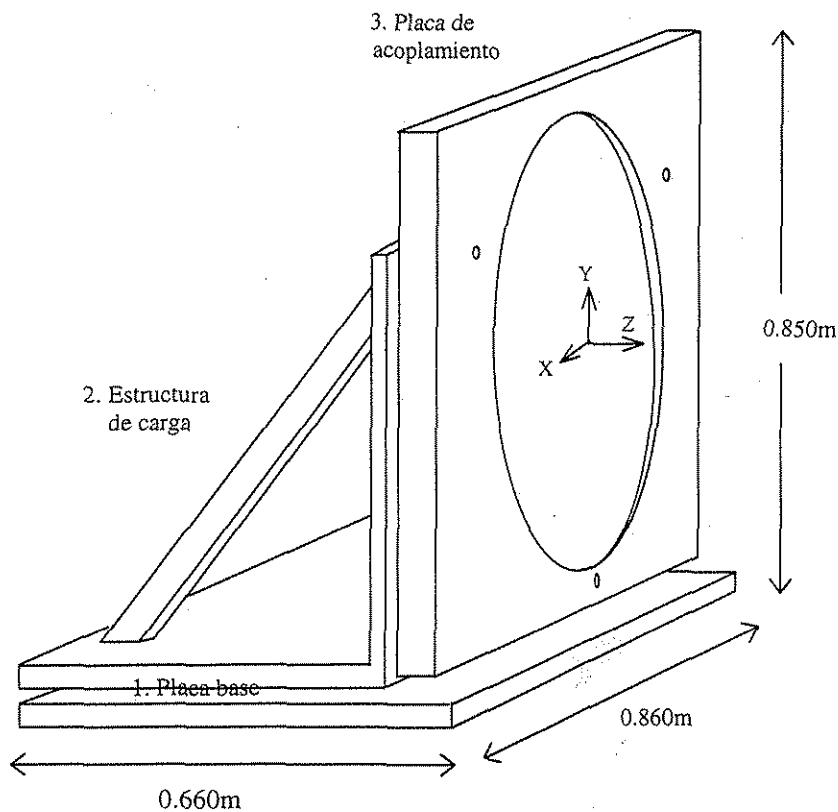


Fig. 4.6 Conformación de los soportes para espejo. 1) Placa base. 2) Estructura de carga. 3) Placa de acoplamiento.

#### *4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.*

La estructura de carga, que también es de acero, mide 0.800 m de largo, 0.550 m de ancho y 0.670 m de alto. Básicamente está compuesta por una placa vertical, una horizontal y dos brazos de refuerzo. Todas estas piezas están soldadas entre sí formando una estructura rígida. Cuenta con cuatro orificios roscados, ubicados simétricamente en la placa horizontal cerca de las esquinas, en donde se colocan respectivamente los tornillos que le dan sustento. Con este juego de tornillos se puede manipular la inclinación y elevación de esta estructura y por tanto del espejo que sostiene. La placa vertical tiene tres perforaciones roscadas con el objeto de insertar los tornillos horizontales que cargan y dan el ajuste fino a la placa de acoplamiento.

La placa de acoplamiento se fabricó a partir de una placa de aluminio de 0.80 m de anchura, 0.82 m de altura y 0.025 m de espesor que se maquinó para obtener una gran perforación cilíndrica con el diámetro igual al del espejo que soporta más 4 mm lo cual permite la instalación del espejo. La parte frontal del maquinado se desvanece formando un tope cónico con el mismo ángulo del bisel del espejo, de esta forma se asegura que el espejo se apoye concéntricamente en la placa a lo largo de todo su perímetro. Con este tope el espejo queda asegurado por delante y por detrás se fija a la placa por medio de tres piezas atornilladas. Finalmente, la placa de acoplamiento tiene tres perforaciones que coinciden axialmente con los orificios de la estructura de carga; a través de estos orificios pasan los tornillos horizontales encargados de transferir el peso del conjunto placa-espejo hacia la estructura de carga. En la separación que existe entre la estructura de carga y la placa de acoplamiento se cuenta con tres resortes a compresión los cuales contrarrestan la fuerza de los tornillos horizontales, lo que permite un ajuste fino y suave de la placa de acoplamiento. El centro geométrico entre los tres tornillos coincide con el eje focal del espejo, por lo que se puede cambiar la dirección del espejo sin ocasionarle ningún movimiento de traslación perceptible.

Con la combinación del movimiento relativo de la estructura con respecto a la base y del movimiento relativo de la placa de acoplamiento con respecto a la estructura, se proporciona a los espejos seis grados de libertad; es decir, tres movimiento de traslación y tres movimientos de giro. Con estos seis grados de libertad se puede orientar a los espejos en la forma que sea requerida para su buen funcionamiento.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

##### Espejo plano.

El fin de este espejo complementario es doblar el haz de luz proveniente del segundo espejo hacia el interior del laboratorio, para facilitar el manejo de la navaja y la cámara. Este espejo se fabricó en el Centro de Investigación en Óptica A. C. con las siguientes características: diámetro de 0.32m, espesor de 0.06m, precisión de  $\lambda/4$ , recubrimiento de aluminio mejorado y sustrato de vidrio flotado.

##### Fuente de luz, cámara de video y monturas.

El sistema *Schlieren*, además de los espejos, cuenta con una fuente de luz láser de helio-neón de 10 mW y longitud de onda de 632.8 nm, un filtro espacial compuesto por un objetivo de microscopio de 40X y un *pinhole* de 5 micras, una navaja y una serie de monturas y dispositivos de laboratorio para colocar estos instrumentos. Igualmente se instaló una cámara de video digital de alta resolución controlada por una computadora y por un *software y hardware* de adquisición de imágenes. El sistema *Schlieren* instalado en el laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del CIE -UNAM se muestra en la Fig. 4.7.

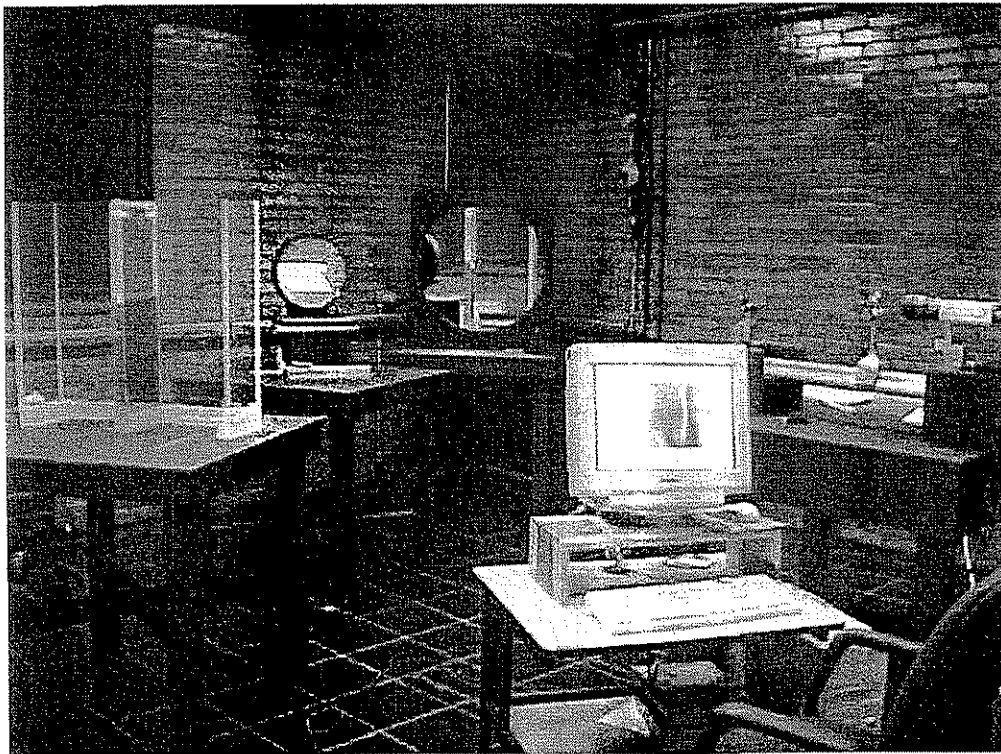


Fig. 4.7. Arreglo experimental donde se muestra de izquierda a derecha: cavidad experimental, espejo plano, espejo parabólico, computadora y cámara de alta resolución.

#### 4.4.3 Método de alineación del sistema de visualización.

Para poner en operación el sistema se requiere alinear cuidadosamente todos los componentes con la siguiente metodología (Settles 2000).

- i) Colocar todos los componentes en ubicaciones preestablecidas, con una tolerancia del orden de milímetros.
- ii) Verificar que el centro del láser, el de los tres espejos y el de la cámara se encuentren al mismo nivel, con la misma tolerancia del punto anterior.
- iii) Poner los espejos en posición estrictamente vertical manipulando los tornillos instalados en la estructura de carga.
- iv) Incidir la luz láser exactamente al centro del primer espejo y orientarlo de tal manera que la luz se refleje en el centro del segundo espejo, para ubicar al espejo plano, a la navaja y a la cámara en el trayecto de la luz proveniente del segundo espejo.
- v) Verificar que los ángulos de la configuración Z sean iguales.
- vi) Ubicar y alinear el filtro espacial frente a la luz láser para formar un haz de luz divergente que sea proyectado sobre el primer espejo, el cual refleje un haz de luz con frentes de onda paralelos hacia el segundo espejo y éste envíe un haz convergente hacia el espejo plano y de ahí al borde de la navaja y a la cámara.
- vii) Colocar una pantalla en el lugar donde se espera se encuentre el punto focal del segundo espejo. Se observa cómo el cono de luz convergente se puede concentrar primero en una imagen en forma de elipse vertical y a cierta distancia en forma de una elipse horizontal, característica de un sistema formador de imágenes con astigmatismo. Haciendo los ajustes pertinentes en los espejos se consigue que ambas imágenes de luz concentrada coincidan en el mismo punto en el espacio. Finalmente toda la luz queda concentrada en el punto focal del segundo espejo (la cual ha sido "doblada" por el espejo plano). Este punto focal es conjugado del punto donde se encuentra la fuente puntual de luz láser.
- viii) Situar la navaja en el punto focal y por medio de prueba y error buscar el lugar preciso en donde al ser insertada la navaja en el haz provoque un oscurecimiento homogéneo de la imagen que se capta en la cámara; ahí se coloca de manera definitiva la navaja.

#### 4.5. Pruebas preliminares de visualización.

El sistema de visualización *Schlieren* se instaló en un espacio de 6.4 m de largo por 5 m de ancho, el cual se adecuó como cuarto oscuro. Para la puesta en marcha del equipo se realizaron varias pruebas preliminares que consistieron en colocar en la sección de prueba objetos calientes como, por ejemplo, un cautín eléctrico o una lámpara o la mano de una persona.

Para obtener los resultados que se presentan en esta sección se hicieron mejoras progresivas del sistema. Este mejoramiento consistió de tres fases, cada una de éstas aquí la referimos con relación al tipo de luz que se usó como fuente puntual de iluminación. Las pruebas se iniciaron usando una fuente de luz blanca proveniente de una bombilla de halógeno, después se empleó una fuente de luz láser verde de  $\lambda=532$  nm de 20 mW, y al final se empleó un láser rojo de  $\lambda=632.8$  nm de 10 mW. Este último tipo de luz es el que finalmente quedó instalado.

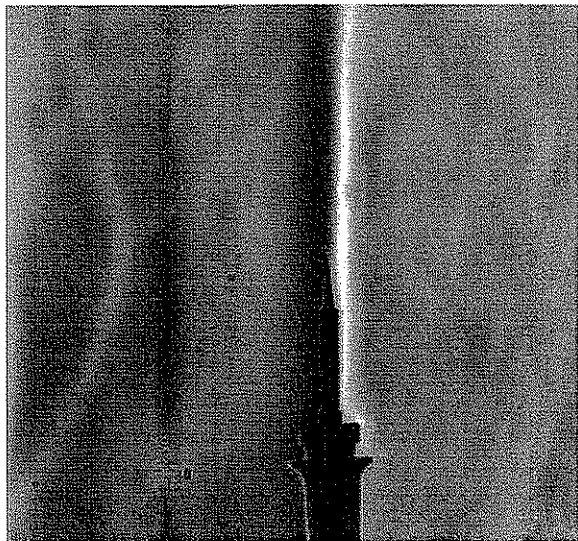
Las imágenes presentadas en la Fig. 4.8 corresponden a la fuente de luz blanca. Los incisos (a) y (b) son imágenes de la pluma térmica desprendiéndose de un cautín eléctrico, en (a) el aire caliente ascendió en régimen laminar mientras que en (b) se distingue cómo el flujo pasó de laminar a turbulento. El inciso (c) muestra la pluma térmica laminar que emergió de un foco encendido. Finalmente el inciso (d) muestra la pluma térmica generada por una mano.

La Fig. 4.9 (a) muestra la pluma térmica de un cautín obtenida con luz verde y (b) presenta la pluma térmica en una mano iluminada con luz roja. Estas últimas imágenes presentan mayor contraste que las anteriores, por lo cual la luz blanca fue desechada. El paso de la luz verde a la roja fue circunstancial debido a que la fuente en el primero fue un láser de estado sólido que no mantuvo a lo largo del tiempo la misma intensidad mientras que en el segundo se usó un láser de HeNe que operó satisfactoriamente.

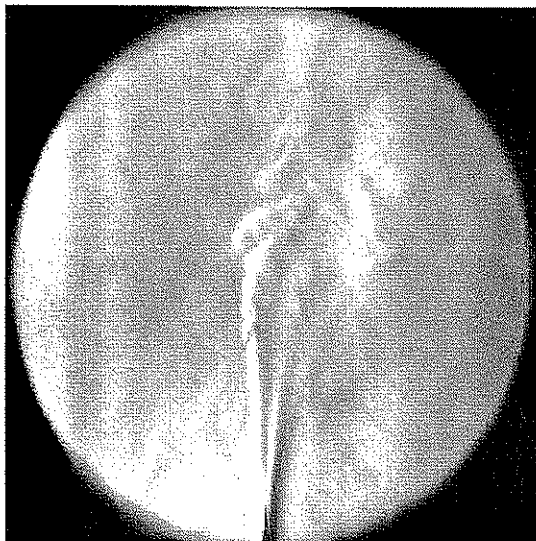
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

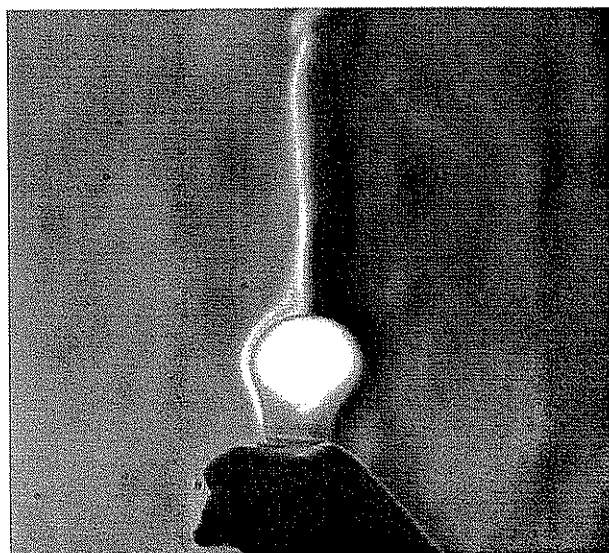
(a)



(b)



(c)



(d)

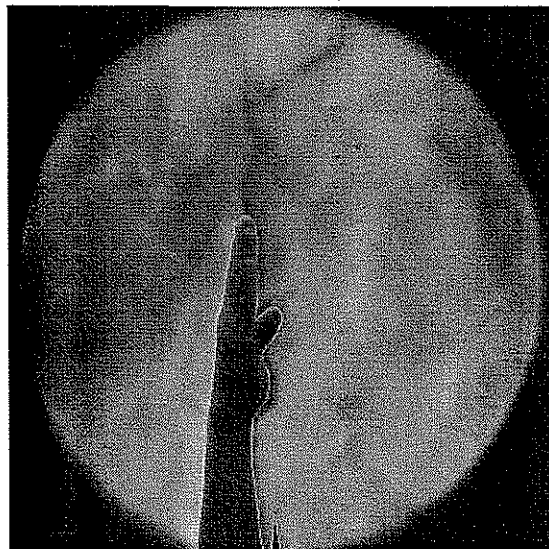


Fig. 4.8 Imágenes preliminares del *Schlieren* empleando luz blanca.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

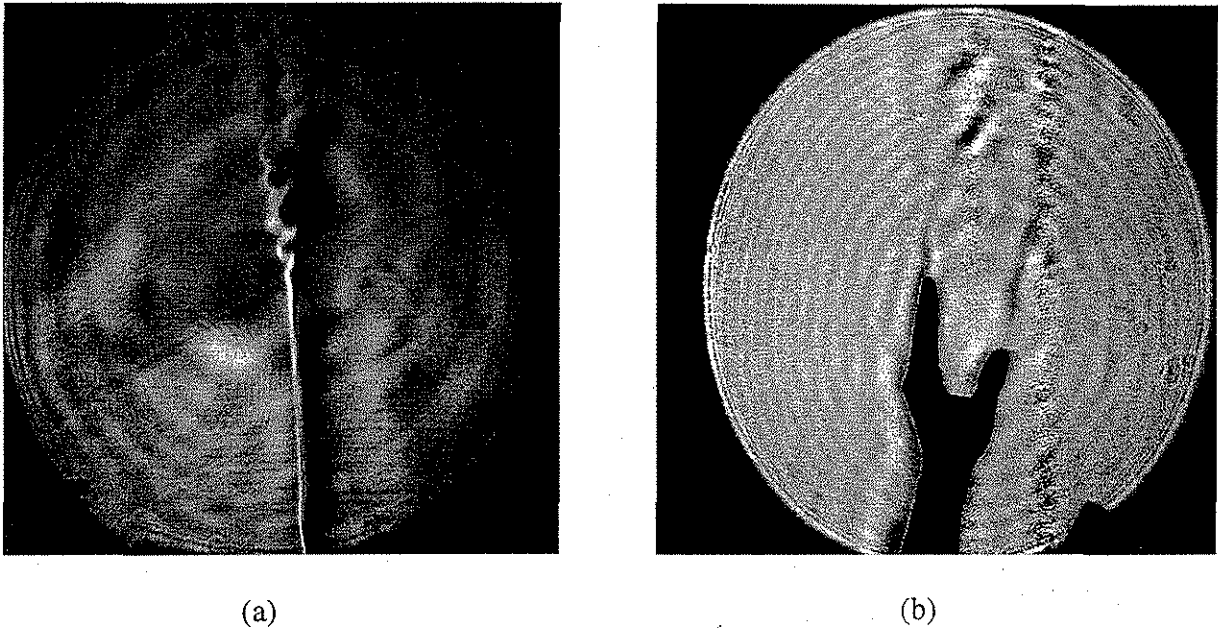


Fig. 4.9 Imágenes preliminares del *Schlieren* empleando (a) un láser verde de 20 mW y (b) un láser rojo de 10 mW.

#### 4.6 Sistema de adquisición de imágenes.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Las imágenes del *Schlieren* captadas por la videocámara se registraron y se procesaron digitalmente en tiempo real por medio de un sistema de adquisición y procesamiento de imágenes. Posteriormente esta información se utilizó para observar y analizar el fenómeno, es decir, posterior al experimento se pudo obtener información cualitativa y cuantitativa del proceso.

Los dispositivos que componen a este sistema de adquisición son una cámara digital Kodak modelo ES 1.0 de  $10^6$  pixeles, una tarjeta electrónica de adquisición de imágenes National Instruments modelo 1424, una computadora personal, el *software* de adquisición Lab-View y el de procesamiento Paint Shop Pro.

Dentro del ambiente de programación Lab-View, se desarrolló un programa capaz de controlar automáticamente la filmación digital del desarrollo del fenómeno convectivo. Las tareas que desempeña este programa son adquirir  $n$  imágenes, pasar la información digital obtenida a un



#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

formato gráfico, desplegar las imágenes en pantalla, guardar individualmente cada imagen en un archivo y al mismo tiempo nombrar y ordenar de manera ascendente tales archivos. En otros dos archivos se anota respectivamente el tiempo entre capturas de imágenes sucesivas, y la fecha y hora de adquisición de cada una. El programa mencionado se muestra en la Fig. 4.10. Su estructuración así como los detalles de funcionamiento se encuentran en la tesis de Cedillo (2001).

#### 4.7 Medición de la temperatura.

La medición de la temperatura del fluido contiguo a las paredes caliente y adiabática se realizó con termopares. Por medio del registro de la temperatura en puntos estratégicos de estas paredes se puede observar por ejemplo el desarrollo de la capa límite térmica, el avance de la pluma térmica de pared y las oscilaciones térmicas. A partir del análisis de las trazas de la temperatura también se puede inferir el tipo de flujo que se presenta, que puede ser laminar, oscilatorio o turbulento.

Previo a cada experimento se realizó un cuidadoso procedimiento de calibración del sistema para encontrar una constante de compensación para cada termopar. Por medio de esta constante la precisión obtenida fue de  $\pm 0.1$  °C. En la Fig. 4.11 se presenta un ejemplo de la calibración de un termopar representativo de todo el conjunto. En esta figura, los cuadros son el valor promedio de doscientas cincuenta lecturas tomadas, los puntos pequeños son las lecturas corregidas mediante la constante de compensación, y el centro del círculo exterior que rodea a los puntos citados, corresponde a la lectura de los termómetros de precisión tomados como referencia. Cuando las lecturas compensadas se localizan al centro de los círculos, se tiene el valor óptimo de la compensación. En general las medias aritméticas compensadas quedaron dentro del círculo cuyo diámetro representa una incertidumbre de error de  $\pm 0.15$  °C.



#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

Una vez calibrados, los termopares se colocan en diversos puntos estratégicos al interior de la cavidad experimental sobre las paredes caliente y adiabática. En esta región es donde se desarrollan los procesos de mayor interés que son la evolución de la capa límite y de la consecuente pluma de pared. Los criterios para establecer las ubicaciones precisas de los termopares fueron de origen analítico y experimental. El primero se refiere al cálculo de los espesores de la capa límite y la pluma, y el segundo consiste en colocar a prueba y error los sensores para localizar las regiones importantes por medio del análisis de las señales que arrojen. Siguiendo ambos criterios los termopares fueron colocados sobre las paredes caliente y adiabática a distancias perpendiculares que van desde cero hasta 2 cm. También se reservaron algunos termopares para sensar la temperatura del medio ambiente, de la masa de agua al interior de la cavidad y del agua de entrada y de salida del intercambiador de calor. En el Anexo 7 se dan las coordenadas de la ubicación de los termopares de cada experimento.

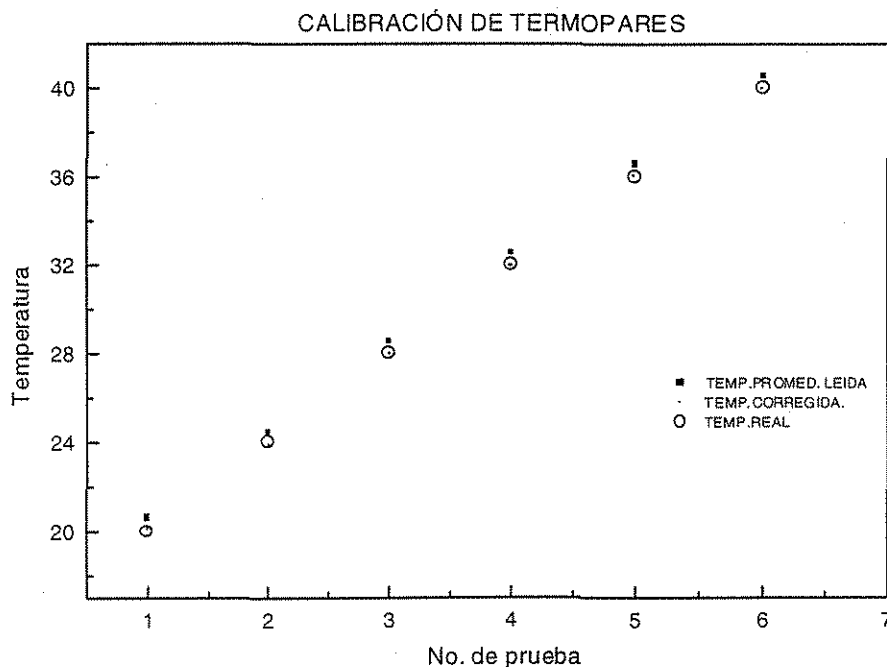


Fig. 4.11 Lecturas de temperatura promediadas (■) y temperaturas compensadas (●) de un termopar representativo.

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

El registro de la evolución puntual de la temperatura dentro de la cavidad se llevó a cabo por medio de un sistema automático de adquisición de datos, basado en una computadora personal y el *software* y *hardware* de la marca National Instruments. Los principales componentes del sistema son el conjunto de termopares tipo T que se instalaron en el interior de la cavidad, un acondicionador de señales modelo SCXI-1100, una tarjeta de adquisición de datos de alta velocidad modelo PCI MIO-16E1 y una computadora personal.

Se elaboró un programa de adquisición de temperaturas en tiempo real dentro del ambiente LabVIEW, el cual adquiere y procesa cíclicamente las señales emitidas por los  $m$  termopares (Fig. 4.12).

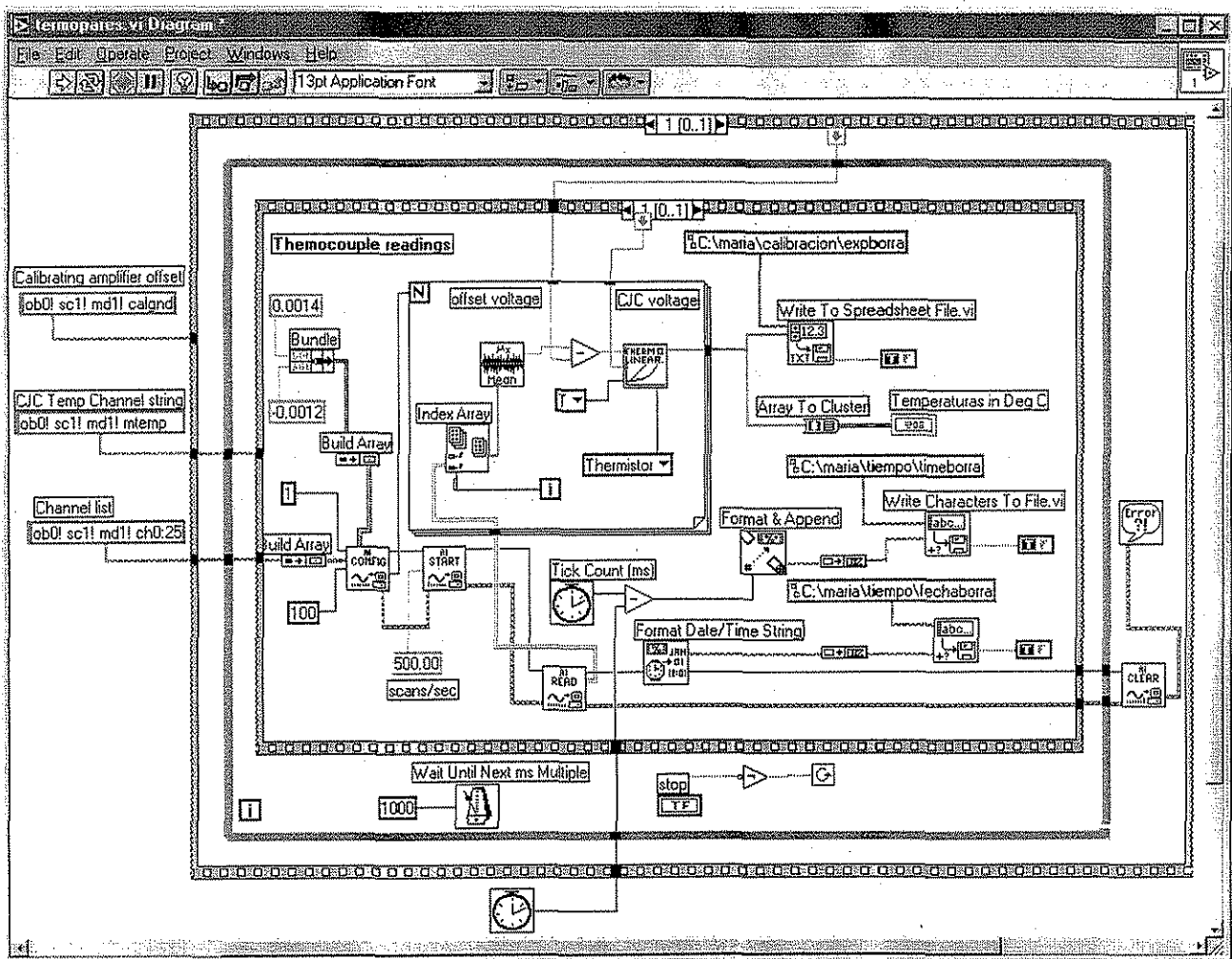


Fig. 4. 12 Programa de adquisición de datos de temperatura.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

#### 4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.

En cada ciclo el programa hace un barrido del voltaje de los termopares, promediando cierto número de lecturas de cada uno, y mediante un polinomio de noveno grado se transforman estos promedios de voltaje a valores de temperatura. Enseguida estos valores son desplegados en pantalla y guardados en un archivo. Automáticamente queda anotado en otro archivo el tiempo entre tomas (en milisegundos) y la fecha y hora de adquisición. Los detalles del diseño y funcionamiento de este programa se encuentran en la tesis de Cedillo (2001).

#### 4.6 Procedimiento experimental.

El procedimiento experimental tiene como propósito integrar los cuatro sistemas que constituyen al aparato experimental y sincronizar su funcionamiento. Cabe recordar que estos cuatro sistemas son la cavidad experimental, el sistema *Schlieren*, el sistema de adquisición de imágenes y el sistema de adquisición de temperaturas. El procedimiento queda resumido en los siguientes pasos:

1. Alinear el *Schlieren* como está descrito en la sección 4.3.
2. Colocar los termopares calibrados dentro de la cavidad y conectarlos al sistema de adquisición.
3. Llenar la cavidad de fluido (agua en este caso) y colocar la navaja en el nuevo punto focal. Éste se modifica debido a cambios de trayectoria que sufre el haz al pasar por el agua.
4. Igualar los relojes de las dos computadoras para que la toma de datos tenga el mismo tiempo de referencia.
5. Encender la videocámara y ajustar el enfoque.
6. Abrir los dos programas de adquisición (imágenes y temperaturas) y suministrarles los datos requeridos: cantidad de cuadros a tomar, nombre genérico de los archivos para las imágenes y las temperaturas y nombre de los archivos para los tiempos.
7. Programar el baño de temperatura constante y conectar las mangueras de alimentación y retorno hacia el intercambiador de calor de la cavidad. Esperar a que el agua de calentamiento alcance la temperatura programada.

#### *4. Planteamiento del problema de convección en una pared parcialmente calentada.*

8. Comenzar la corrida experimental haciendo circular el agua caliente a través del intercambiador de calor. Con diez segundos de anticipación se ponen a funcionar los dos sistema de adquisición con la finalidad de prevenir fallas en el arranque de éstos e incluso para asegurar la captura de los detalles iniciales del fenómeno.
9. Realizar el experimento y la adquisición de datos.
10. Concluir el experimento cerrando el suministro de agua caliente y detener los programas de adquisición.
11. Apagar los instrumentos en general y colocar las protecciones de los espejos.
12. Llenar la hoja de registro al final del experimento (ver un ejemplo en el Anexo 8).

En el siguiente capítulo se presentan tanto los resultados de visualización y de medición de temperatura obtenidos con el aparato experimental como el análisis de los mismos.

## **5. RESULTADOS DEL ESTUDIO DE CONVECCIÓN CON CALENTAMIENTO LATERAL PARCIAL.**

En este capítulo se presentan los resultados experimentales de la convección en una pared parcialmente calentada. Se hace una descripción detallada del flujo basada en el análisis conjunto de las imágenes obtenidas con el sistema *Schlieren* y las mediciones de temperatura conseguidas por medio de termopares. Particularmente se analiza la influencia que tiene en el flujo la magnitud del número de Rayleigh. Se inicia con el cálculo del tiempo necesario para que la pared caliente alcance la temperatura predeterminada, seguido del establecimiento de las longitudes y de los tiempos característicos del flujo para un caso, y finalmente se compara el comportamiento del flujo entre los casos de número de Rayleigh de  $2.42 \times 10^9$ ,  $5.3 \times 10^9$  y  $1.26 \times 10^{10}$ .

### **5.1 Tiempo de calentamiento de la pared.**

A la suma del tiempo necesario para llenar de agua caliente al intercambiador más el tiempo de conducción de la placa de acero la llamamos tiempo de calentamiento de la pared. Ya que la formación y crecimiento de la capa límite junto a la pared caliente tienen una escala de tiempo relativamente pequeña, es importante que experimentalmente se consiga el calentamiento

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

de la pared en un tiempo menor, de lo contrario dicha escala quedaría completamente dominada por la escala de tiempo del calentamiento de la pared y consecuentemente se alterarían significativamente las características del flujo asociadas a este periodo transitorio correspondientes a un incremento súbito de la temperatura de una pared vertical.

Para simplificar la explicación se va a utilizar el caso de  $Ra_{HO}=5.3 \times 10^9$  como ejemplo; sin embargo, el comportamiento global es similar en los tres casos analizados. El proceso se inició inyectando el agua de calentamiento hacia el interior del intercambiador de calor para lograr el aumento de temperatura en la pared caliente. El momento en que el agua de calentamiento se introdujo al intercambiador se tomó como tiempo inicial de referencia  $t_0=0s$ . Este momento quedó registrado, por medio del sistema de adquisición de temperaturas, como una inflexión en la señal de temperatura del termopar  $T_{in}$  colocado a la entrada del intercambiador, Fig. 5.1(a). Este cambio al comienzo del experimento se detectó ya que la toma de datos se inició 14s antes de que se inyectara el agua de calentamiento.

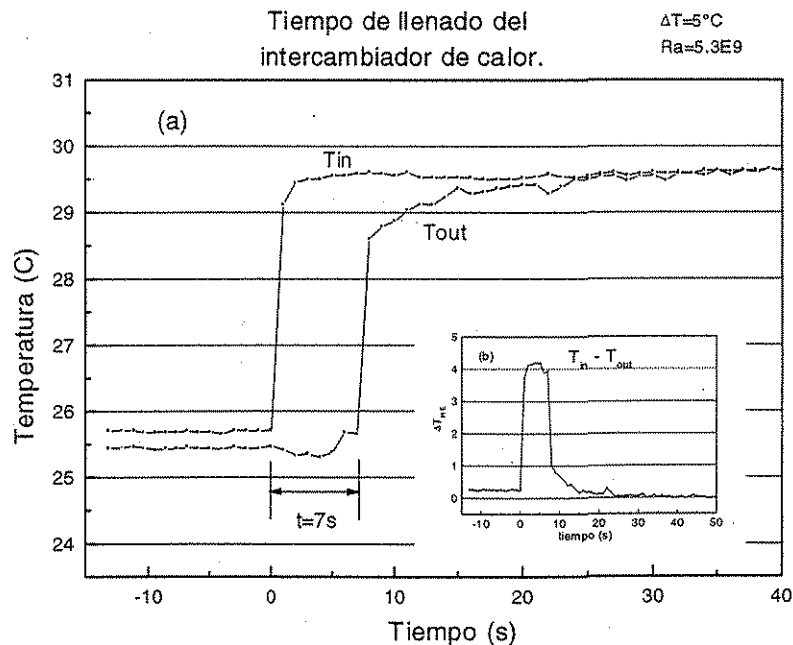


Fig. 5.1 (a) Evolución de la temperatura a la entrada y a la salida del intercambiador de calor. (b) Evolución de la diferencia de temperaturas ( $\Delta T_{HE}=T_{in}-T_{out}$ ).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

El gasto volumétrico de agua  $Q$  fue de  $2.6 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ , con lo cual el intercambiador con un volumen de  $1.915 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  se llenó en aproximadamente 7s, esto es, a una velocidad vertical de llenado de 0.05 m/s. Una vez que éste se llenó, el agua caliente se mantuvo en recirculación. El tiempo de llenado quedó indicado por la inflexión de la señal de temperatura del termopar  $T_{\text{out}}$  colocado a la salida del intercambiador, Fig.5.1 (a). Este tiempo se confirmó por medio de la visualización, ya que coincidió con el tiempo en el cual las imágenes mostraron que el agua de calentamiento comenzó a circular por la tubería de retorno. El tiempo que tarda en difundirse el calor a través de la placa metálica se considera despreciable, ya que es del orden de  $\delta_p^2/\alpha_p \sim 0.25\text{s}$ , donde  $\delta_p$  es el espesor de la placa y  $\alpha_p$  es su coeficiente de difusión térmica. Por tanto el tiempo total de calentamiento es igual al tiempo de llenado que en todos los casos fue del orden de 7 segundos.

Después de que se llenó el intercambiador persistió por algunos segundos una notoria diferencia de temperatura entre el agua que entró y la que salió del intercambiador  $\Delta T_{\text{HE}}$ , Fig 5.1 (b). Este enfriamiento del agua que circula dentro del intercambiador de calor podría estar asociado con el alto valor inicial del flujo de calor promedio  $\overline{q''}$ , i.e., alto valor del número de Nusselt promedio basado en la altura  $y=H_0$

$$\overline{Nu}_{H_0} = \overline{q''} H_0 / k \Delta T \quad (5.1)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del fluido y  $\Delta T$  es la diferencia de temperatura entre la pared caliente y el líquido del interior de la cavidad. La diferencia  $\Delta T_{\text{HE}}$  disminuyó rápidamente con el tiempo y decayó de manera oscilatoria hasta volverse prácticamente cero hacia los 25s. El comportamiento oscilatorio de  $Nu_y$  ya ha sido reportado para convección en cavidades en los trabajos numéricos de Patterson e Imberger (1980) y de Schladow (1989).

El valor  $\Delta T_{\text{HE}}$  en estado permanente dentro del intercambiador se puede estimar si se conoce el valor correspondiente de la transferencia de calor por convección natural en la pared caliente  $\overline{q''}$  y se hace un balance de energía en el intercambiador de calor. Primero se despeja  $\overline{q''}$  de la ecuación 5.1.

$$\overline{q''} = \frac{k \Delta T \overline{Nu}_y}{H_0} \quad (5.2)$$

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

Enseguida, se obtiene el valor de  $\overline{Nu}_y$  a partir de la relación  $Nu \propto (Ra, Pr)$  dada por Churchill y Chu (1975) para paredes verticales:

$$\overline{Nu}_y = \left[ 0.825 + \frac{0.387 Ra_y^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right]^2 = 2532$$

Este valor se substituye en la ecuación (5.2) para obtener  $\overline{q''} = 2048 \text{ W/m}^2$ , el cual se multiplica por el área de las dos paredes de intercambio de calor  $2A_w$  para el flujo de calor total  $q_0$

$$q_0 = \overline{q''} \times 2A_w = 298 \text{ W}$$

A partir de un balance de energía en el intercambiador de calor se tiene que la energía térmica ganada por el fluido del interior de la cavidad es cedida por el fluido circulando en el interior del intercambiador:

$$298 \text{ W} = \dot{m} C_p \Delta T_{HE}$$

donde  $C_p$  es el calor específico del agua y  $\dot{m}$  es el gasto másico  $\rho Q = 0.260 \text{ kg/s}$ . De lo anterior se obtiene  $\Delta T_{HE} = 0.30^\circ\text{C}$ .

Experimentalmente  $\Delta T_{HE}$  tendió a cero, pero el valor exacto no se pudo obtener ya que la incertidumbre asociada a los termopares fue de  $\pm 0.1^\circ\text{C}$ .

### 5.2 Crecimiento de la capa límite.

El desarrollo del flujo hacia el estado permanente en los tres casos es una serie de eventos en donde primeramente se tiene el crecimiento de la capa límite junto a la pared caliente, seguido por un lapso de tiempo con movimientos inestables del flujo, pasando después a la formación de la pluma térmica de pared y finalmente se llega al estado permanente. Para ilustrar este proceso evolutivo se utilizará nuevamente el caso de  $Ra_{H0} = 5.3 \times 10^9$  como ejemplo representativo de los tres casos en estudio. Considerando la cantidad de información con que se cuenta, se describirán los fenómenos en cuestión y enseguida se hará una breve discusión de éstos. Más adelante se mostrarán las influencias que tiene el valor de  $Ra$  en el patrón del flujo.

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

La Fig. 5.2 contiene una secuencia de imágenes, obtenidas con la técnica *Schlieren*, del crecimiento de la capa límite. Las imágenes muestran la pared central (pared compuesta) de la cavidad y la zona adyacente a ésta en el plano x-y. La fotografía tomada en  $t=0s$  corresponde al momento en que el agua de calentamiento comienza a entrar al intercambiador de calor. En este momento aún no hay ningún cambio dentro de la cavidad, así que esta imagen sirve como patrón de comparación de los siguientes cuadros.

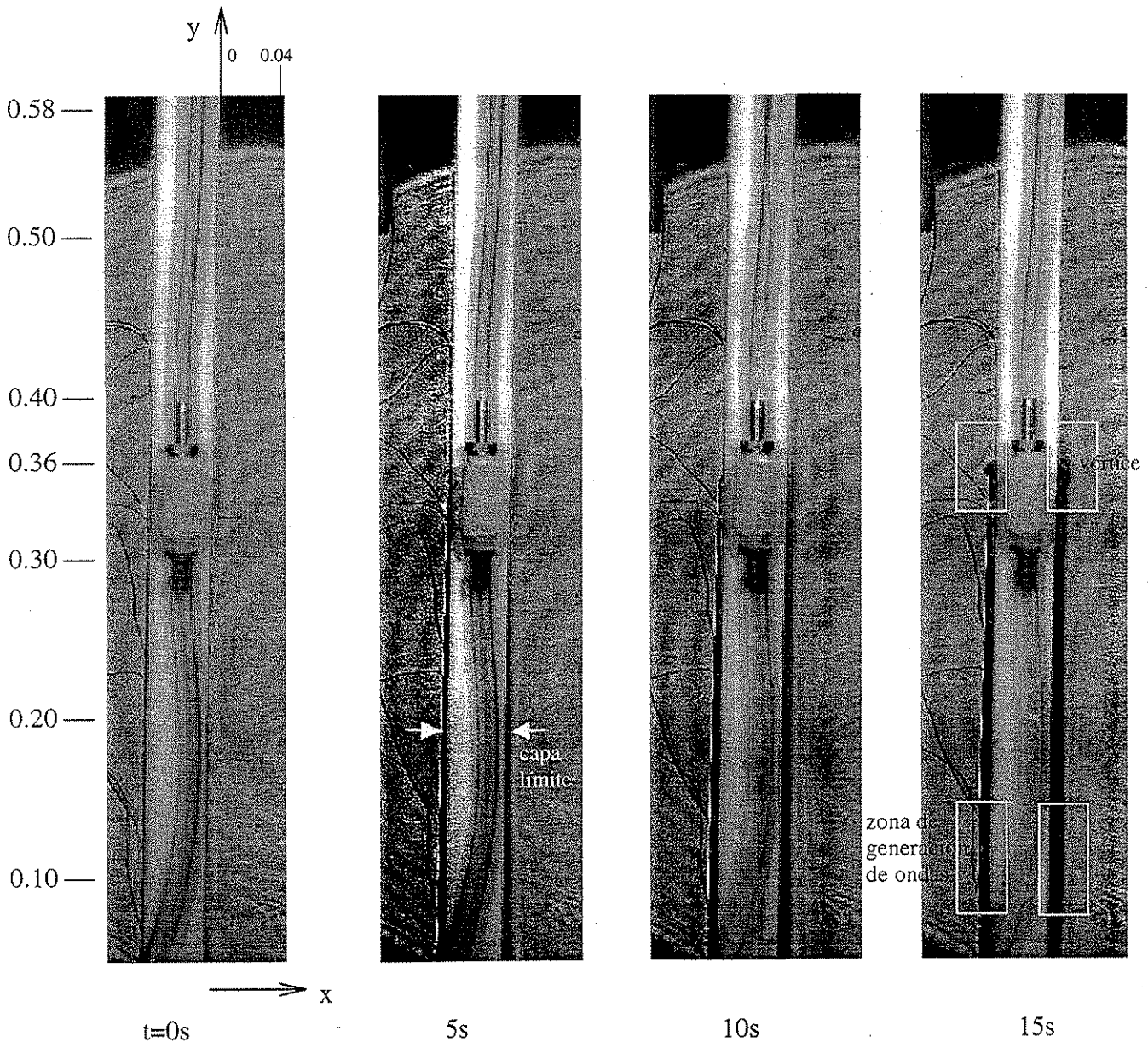


Fig. 5.2 Visualización del crecimiento de la capa límite junto a la pared caliente\*. Las dimensiones están dadas en metros.

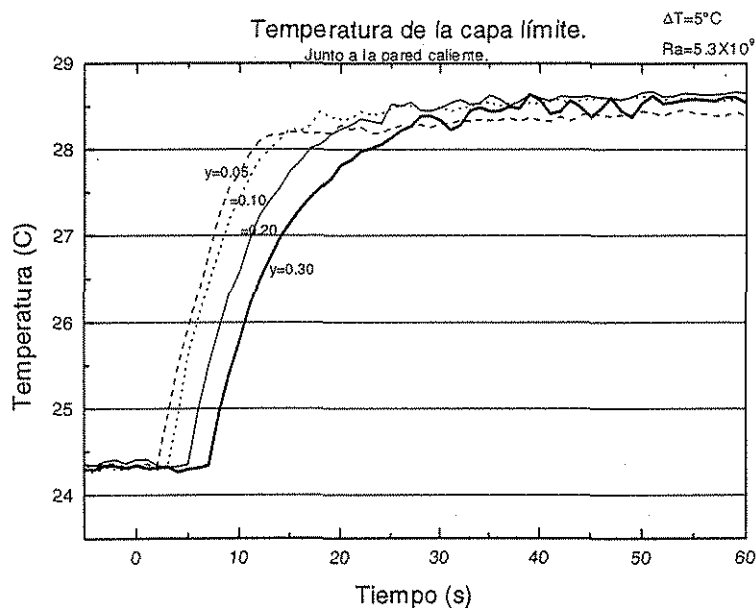
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

\* En estas fotografías la pared vertical aparece ligeramente inclinada debido a que la cámara de video no se niveló correctamente.

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

A los 5s se pueden distinguir dos franjas oscuras, ubicadas simétricamente una a cada lado del intercambiador, las cuales son las capas límites térmicas. A este tiempo las capas son más gruesas en la parte inferior y más delgadas en la parte superior como consecuencia del llenado ascendente del intercambiador. Durante algunos segundos continúan aumentando su grosor hasta alcanzar un valor permanente de aproximadamente  $6 \times 10^{-3}$  m a los 15s. También a los 15s se ve la incipiente formación de un vórtice en la parte superior de la capa límite a la altura de la unión entre la pared caliente y la pared adiabática ( $y=0.36$ m) y la generación de un tren de ondas térmico en la parte inferior de la pared caliente.

Por otro lado, en la Fig. 5.3 se muestran las temperaturas que fueron medidas en este mismo periodo y en la misma región de la capa límite; se observa el tiempo en que los termopares (en  $y=0.05$ ,  $0.10$ ,  $0.20$  y  $0.30$  m) detectaron el aumento de temperatura de la pared caliente. Las cuatro inflexiones de la temperatura indican precisamente que el nivel del agua de calentamiento subió a una velocidad de  $0.05$  m/s. Las temperaturas de estos termopares inmersos en la capa límite junto a la pared caliente alcanzaron el 90% del incremento local de temperatura en estado permanente (90% de  $\sim 4.5^\circ\text{C}$ ) a los tiempos de 12, 16, 20, y 26 s respectivamente. Hay que notar que en esta región, por efecto de que los termopares no estaban en completa unión con la pared caliente, éstos midieron una temperatura promedio entre la temperatura de la pared y la del fluido cercano a ella.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Fig. 5.3 Evolución de la temperatura en la capa límite de la pared caliente.

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

En esta misma figura se puede apreciar como la señal de la temperatura del termopar colocado en  $y=0.30\text{m}$  alcanza el estado permanente de una forma aparentemente oscilatoria. Este comportamiento oscilatorio podrá comprobarse más adelante con la visualización y compararse con lo observado en otros trabajos.

El tiempo teórico característico de la formación de la capa límite  $\tau=h^2/\alpha Ra^{1/2}$  obtenido del análisis de Patterson e Imberger (1980) es de 12.5s y es del mismo orden de magnitud del tiempo de crecimiento de la capa límite encontrado a partir de los termopares: 26s y del obtenido de la visualización: 15s. La diferencia entre el tiempo obtenido a través de la visualización y el obtenido por los datos de los termopares se atribuye a la resolución de cada una de las técnicas, teniéndose mayor certidumbre en el tiempo de los termopares. El valor teórico es obtenido con la suposición de un calentamiento instantáneo de la pared, y como se dijo anteriormente, en el experimento este calentamiento toma cerca de siete segundos.

### 5.3 Presencia de una inestabilidad en forma de vórtice y de un grupo de ondas viajando en la capa límite.

Inmediatamente después que se ha formado la capa límite se pueden distinguir dos eventos que son muy notorios y que están ligados entre sí. En la Fig. 5.2 se vió por un lado que a partir de 15s, el fluido caliente comenzó a formar un vórtice incipiente a la altura de la unión de la pared caliente con la pared adiabática. Este fenómeno aquí lo describimos como el choque del fluido en movimiento proveniente de la capa límite contra el fluido en reposo de la mitad superior de la cavidad, atribuido obviamente al cambio de condición de frontera. Por otro lado, también a partir de los 15s, en la parte baja de la capa límite en  $y\approx 0.10\text{ m}$ , se inició la formación de un tren de ondas térmicas con movimiento ascendente. Estas fluctuaciones pueden describirse como la acumulación de energía en el fluido caliente causada por un desequilibrio en los mecanismos de transferencia de calor asociado con el choque del fluido arriba mencionado o pueden atribuirse a efectos de la zona inicial de la capa límite. Un comportamiento oscilatorio similar en placas verticales fue reportado por Joshi y Gebhart (1987) y en cavidades por Schladow (1990) y por Schöp y Patterson (1995). Este tren de ondas fue asociado al efecto del punto de inicio (*leading edge effect*) de la formación de la capa límite durante la transición al estado permanente.

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

En las imágenes del *Schlieren* de la Fig. 5.4 se ve como a los 20s el vórtice continúa estableciéndose. A los 30s el vórtice que se encuentra a una altura entre los 0.36 y 0.40 m presenta un notorio crecimiento y se ve que el tren de ondas se ha desplazado hasta  $y=0.30$  m. Al surgir el vórtice se provoca un gran mezclado del fluido caliente proveniente de la capa límite con el fluido frío del interior de la cavidad. Durante el periodo comprendido entre 40 y 60s el vórtice continúa ascendiendo y penetrando al interior de la cavidad, la mayor parte de su energía térmica se mezcla al pasar por la masa de fluido frío y la energía restante alcanza a llegar a la superficie. Durante este tiempo las ondas aparentemente alcanzan al vórtice.

La figura 5.5 muestra la temperatura como función del tiempo, observándose que el termopar  $T_9$ , que se encuentra en  $y=0.40$  pero despegado de la pared ( $x=0.02$ m), es el único que claramente detecta el paso del vórtice. Ahí la temperatura se incrementó en más de  $1^\circ\text{C}$  entre  $29 < t < 37$ s, lo cual corresponde al paso del vórtice observado en la Fig. 5. 4.

Por otra parte, el paso del tren de ondas térmicas en la capa límite de la pared caliente fue detectado por el termopar  $T_4$ , colocado en  $y=0.30$ m. Éste tuvo un aumento monótono de la temperatura entre los 7 y 26s, relacionado al crecimiento de la capa límite. Sin embargo a partir de los 26s registró varias fluctuaciones, las cuales en esta posición cesaron a los 50s. El tren de ondas persistió como tal durante cierto tiempo y cierta distancia. A este efecto se atribuye el notorio aumento de temperatura observado en el termopar  $T_7$ , a partir de los 36s, (este tiempo corresponde, según la visualización a la llegada del tren de ondas). El incremento fue seguido por un par de fluctuaciones que terminaron de pasar a los 43s, y que fueron seguidas por el paso de otras hasta los 58s. Es posible que el tren de ondas, el cual aparentemente tuvo una mayor velocidad que el flujo de capa límite, haya dado alcance al vórtice en  $y=0.42$ m, de tal suerte que éste ya sólo fue levemente percibido por el termopar  $T_{11}$  colocado en  $y=0.50$  entre los 60 y 65s.

5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

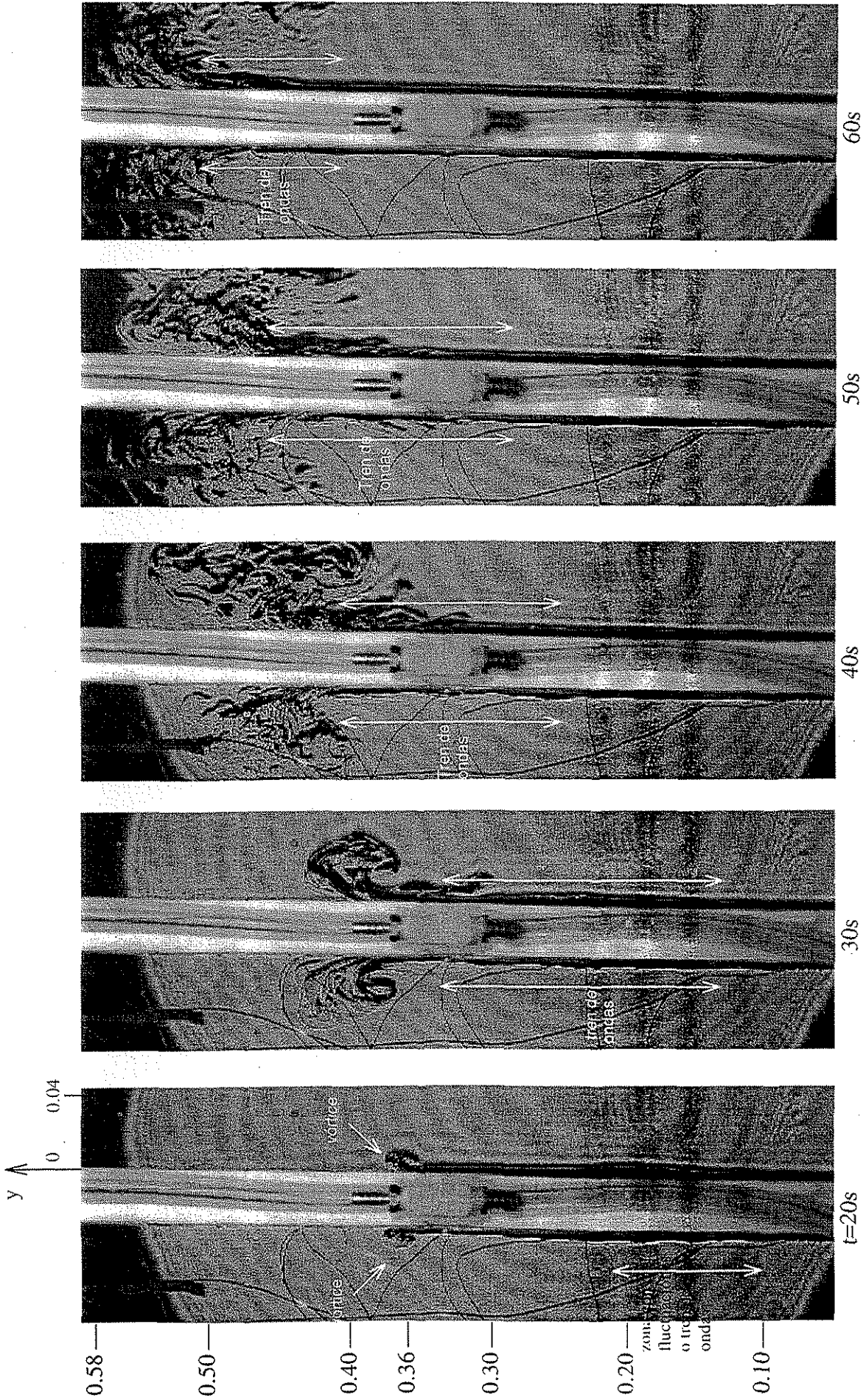
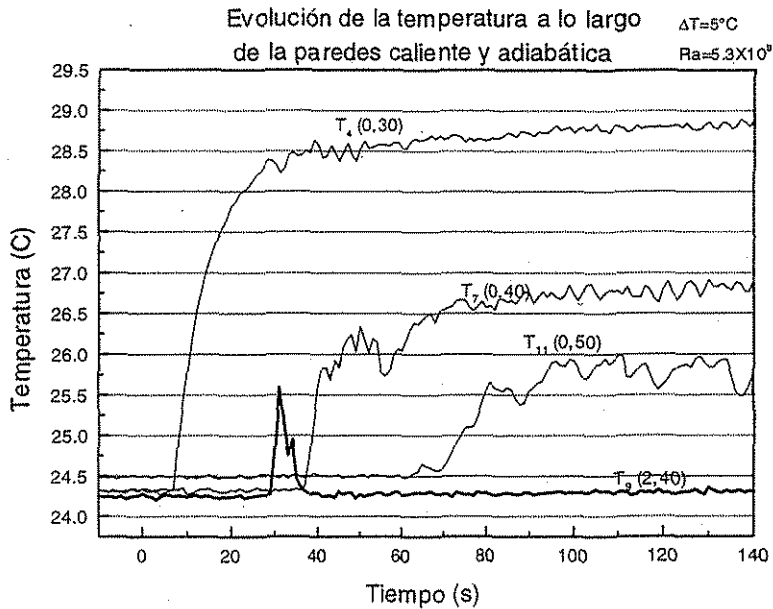


Fig. 5.4 Imágenes del Schlieren correspondientes al periodo de formación y avance del vórtice y del tren de ondas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Fig. 5.5 Evolución de la temperatura en diferentes puntos de la capa límite y la pluma de pared.

### 5.4 Generación de la pluma térmica de pared y llegada del flujo al estado permanente.

El tren de ondas térmicas parece jugar un papel muy importante en la formación de la pluma de pared. Como se vio en la Fig. 5.4 a media altura de la pared adiabática alcanzó al vórtice, quedando al frente del fluido ascendente; sin embargo, al interactuar con dicho vórtice parte de su energía se disipó en el seno de la cavidad. El fluido que viajó detrás del tren de ondas conformó de manera definitiva a la pluma de pared en un proceso que duró desde los 60s hasta los 100s.

En la Fig. 5.6 se observa primeramente, a los 70s, entre  $y=0.50\text{m}$  y  $y=0.58\text{m}$  la salida del tren de ondas y por debajo ( $0.36\text{m} < y < 0.50\text{m}$ ) se tiene el inicio de la formación de la pluma de pared. El final del tren de ondas térmico está marcado por un fuerte gradiente vertical de temperatura. A los 80s se distingue que el gradiente de temperaturas avanzó hasta  $y=0.55\text{m}$ ; este gradiente se manifiesta en las imágenes, a la izquierda del intercambiador, principalmente por las líneas curvas de tonos claros. A los 90s se ve un nuevo grupo de ondas que van viajando entre  $y=0.45\text{m}$  y  $y=0.55\text{m}$ , y como se verá más adelante este será el patrón de flujo dominante.



## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

A partir de los 100s la corriente que incluye la capa límite y la pluma llega a un estado permanente en el sentido de que sus características promediadas en el tiempo son constantes, aunque el flujo sigue dependiendo del tiempo. En el estado permanente se distingue toda una serie de fluctuaciones térmicas e hidrodinámicas, viajando dentro de toda la corriente vertical convectiva. Desafortunadamente debido a limitaciones de cómputo, en este experimento no se obtuvieron imágenes más allá de los 120s, lo que limitó la observación del estado permanente. Sin embargo se puede ver en las imágenes de 100s y de 110s que las ondas tienen su origen a una altura cercana a la unión pared caliente/pared adiabática y que tienen una longitud de onda entre 0.03 y 0.04 m. Dada su regularidad no parecen ser estructuras turbulentas. A la altura de  $y=0.55$  m se ve un aumento del espesor de la capa límite con gradientes de temperatura que reflejan el efecto de entrada de fluido frío del interior de la cavidad (*entrainment*) similar al fenómeno descrito por Sangras *et al.* (2000) para plumas de pared turbulentas. Este comportamiento se comentará más adelante con los resultados de temperaturas.

El fluido caliente que se transporta en la capa límite y subsecuentemente en la pluma de pared, al llegar a la superficie libre se transforma en una corriente horizontal denominada intrusión térmica. Esta corriente queda fuera del campo de observación del sistema de visualización y su análisis del alcance de este estudio.

La adquisición de temperaturas y de imágenes fue hecha simultáneamente y con la misma frecuencia ( $1 \text{ s}^{-1}$ ), por lo cual existe una correlación obvia entre ellas, esto es, las fluctuaciones de temperatura que se observan en la Fig. 5.7 están asociadas al paso de las estructuras hidrodinámicas observadas en la Fig. 5.6. Así, por ejemplo, el paso del gradiente vertical de temperatura que se mencionó como el final del tren de ondas quedó marcado por la inflexión de la traza de temperatura a los 58s para  $y=0.40\text{m}$ ; a los 80s para  $y=0.50\text{m}$ , y a los 100s para  $y=0.60\text{m}$  (estas inflexiones están señaladas con una flecha en la Fig. 5.7).

5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

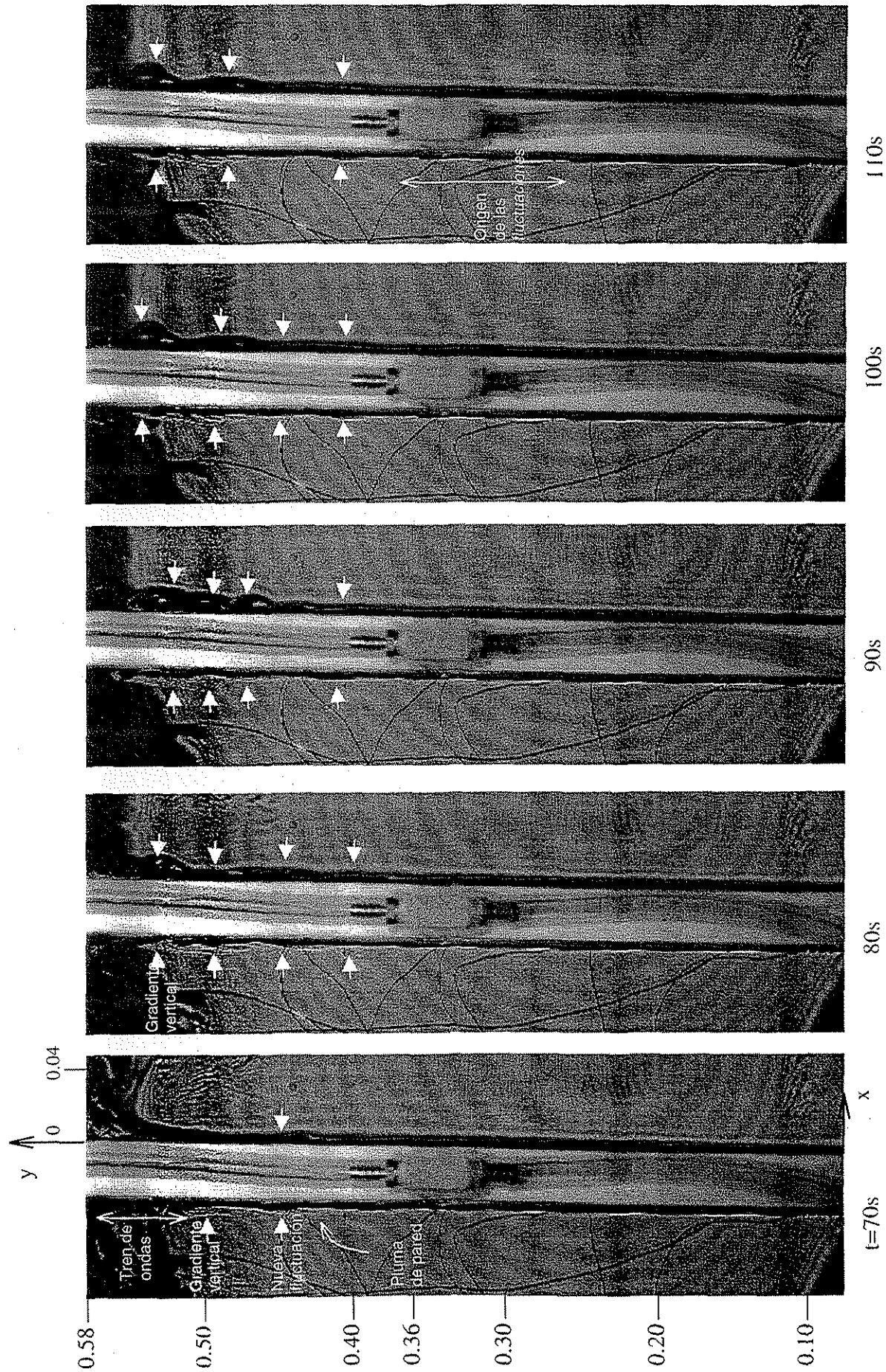


Fig. 5.6 Período final de la formación de la pluma térmica de pared y llegada del flujo al permanente. Las flechas indican los lugares donde hay fluctuaciones.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

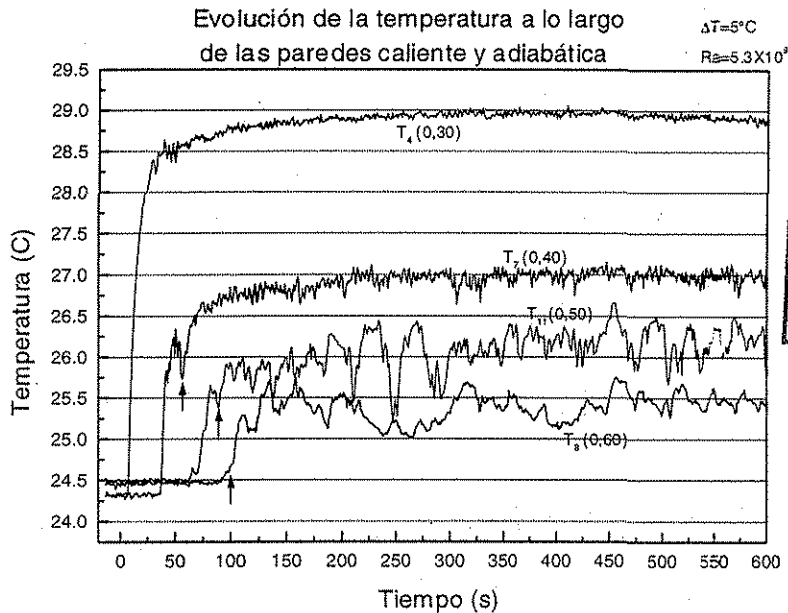


Fig. 5.7 Evolución de la temperatura en estado permanente dependiente del tiempo.

Al mismo tiempo, en esta misma Fig. 5.7 se puede ver otros detalles importantes del desarrollo de la pluma térmica. Se tiene una fuerte disminución de temperaturas de la traza  $T_4$  en la pared caliente a la  $T_7$  en la pared adiabática. Esto está de acuerdo con los resultados de Sparrow *et al* (1978) donde se mencionó que la temperatura de la pared adiabática cayó rápidamente justo después de  $y=H_0$ , seguido de un decaimiento más lento como el que se ve entre  $T_7$  y  $T_{11}$ . Para tiempos mayores a 120s, que es el tiempo final de la visualización, otro punto importante es el incremento en la amplitud de las oscilaciones de la temperatura con la altura. La traza  $T_4$ , después de las fluctuaciones iniciales, se desarrolla con temperaturas casi constantes, mientras que en  $T_7$  se alcanza a detectar fluctuaciones con amplitud del orden de  $0.3^\circ\text{C}$  y en  $T_{11}$  las fluctuaciones tienen amplitudes de más de  $1.0^\circ\text{C}$ . Finalmente en  $T_8$  la amplitud de las fluctuaciones decae a un valor de  $0.5^\circ\text{C}$ . Los cambios en la temperatura a la altura de  $y=0.50\text{m}$  para  $t > 100$  parecen estar relacionados con la onda de mayor dimensión observada en la imagen correspondiente a 110s y que se dijo tener un comportamiento tipo entrada de fluido frío (*entrainment*). Las fuertes caídas de temperatura por ejemplo en  $t = 220\text{s}$  y en  $t = 250\text{s}$  solamente se pueden deber a una entrada de fluido frío del seno de la cavidad, de acuerdo nuevamente con lo mencionado por Sangras *et al* (2000). La combinación del comportamiento de pared caliente a la altura de  $y=0.30\text{m}$ , con variaciones muy leves de temperatura, con el comportamiento típico de plumas de pared ( $y > 0.40\text{m}$ ) en un solo problema resulta muy atractivo tanto del punto de vista del fenómeno físico como para la validación de futuros trabajos numéricos. Un punto que puede

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

del fenómeno físico como para la validación de futuros trabajos numéricos. Un punto que puede resultar muy interesante para ser desarrollado más adelante es correlacionar las temperaturas de  $T_1$  con las de  $T_7$  y las de  $T_7$  con las de  $T_{11}$  con un pequeño corrimiento en el tiempo. Esto nos daría una idea de la persistencia de las estructuras con la distancia.

La combinación de la visualización con la medición de las temperaturas con los termopares nos ha proporcionado información muy valiosa para detectar detalles del comportamiento del flujo que de otra manera difícilmente se hubieran encontrado.

### 5.5 Comparación entre los casos.

En esta sección se comparan los resultados para números de Rayleigh de  $2.42 \times 10^9$  y  $1.26 \times 10^{10}$  con resultados de  $Ra = 5.3 \times 10^9$  presentados en las secciones 5.2 a 5.4. A pesar de que el fenómeno global transitorio se desarrolla de forma similar para los tres casos, cada uno tiene sus propias escalas de longitud y de tiempo. Un punto importante que hay que destacar es que el régimen de flujo en estado permanente si difiere considerablemente de caso a caso.

#### Crecimiento de la capa límite.

El final de la formación de la capa límite de los tres casos se presenta en las fotografías de la Fig. 5.8. La capa límite en cada una de ellas está representada por la línea oscura, paralela a la pared, que abarca desde el límite inferior hasta el límite de la pared caliente con la pared adiabática ( $y=0.36m$ ). El espesor de dicha capa de fluido fue de aproximadamente 0.006m para todos los casos.

El tiempo de crecimiento de la capa límite obtenido de la teoría de Patterson e Imberger (1980) y el que se calculó con las técnicas experimentales para los tres casos se presenta en la Tabla 5.1

Tabla 5.1 Tiempo de crecimiento de la capa límite para los tres casos.

Caso	Tiempo de crecimiento de la capa límite (s)		
	Teoría (P&I)	Fotografías	Termopares
$Ra_{H0} = 2.42 \times 10^9$	18.5s	20s	30s
$Ra_{H0} = 5.30 \times 10^9$	12.5s	15s	26s
$Ra_{H0} = 1.26 \times 10^{10}$	8.1s	12s	20s

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

Es conveniente destacar que el tiempo de llenado del intercambiador de 7s mantuvo una influencia en el tiempo de desarrollo de la capa límite que se manifestó como un retraso en los valores experimentales respecto a los tiempo teóricos. El efecto fue mayor para  $Ra_{H0} = 1.26 \times 10^{10}$  donde el tiempo teórico de crecimiento de la capa límite y el tiempo de llenado del intercambiador fueron equivalentes.

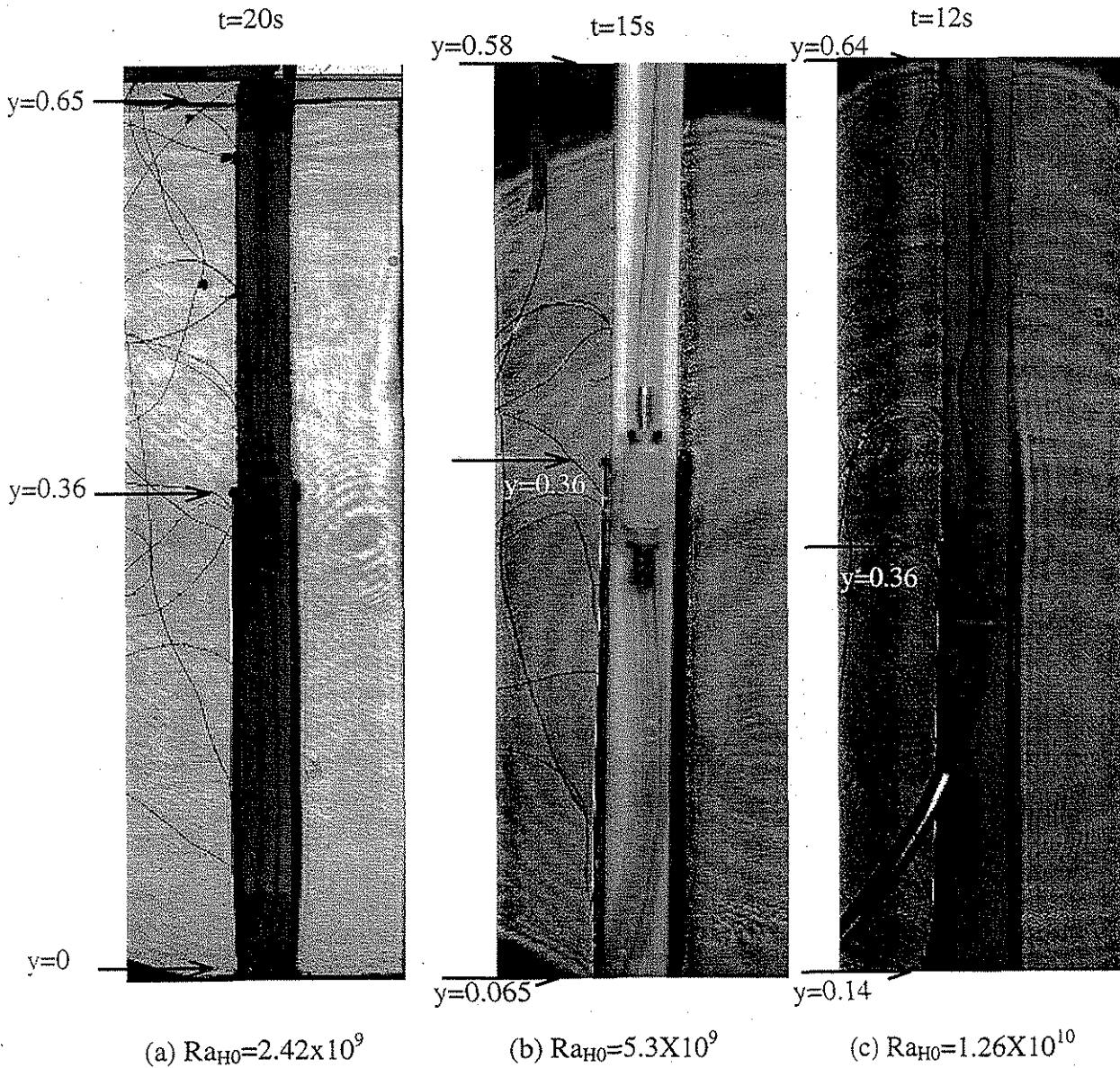


Fig. 5.8 Crecimiento de la capa límite térmica para los tres casos.

Nota: En el cuadro (c), al lado derecho de la pared, se distingue una franja negra que va más arriba del límite pared caliente/pared adiabática, la cual no representa a la capa límite, sino que es un error óptico que se tuvo a lo largo de este experimento.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### Formación del vórtice y paso de las fluctuaciones.

El vórtice que se describió como uno de los fenómenos peculiares del choque del flujo generado entre la capa límite de la pared caliente con el fluido en reposo de la pared adiabática tiene sus particularidades para cada  $Ra_{H0}$ . En el caso de  $Ra_{H0}=2.42 \times 10^9$  el vórtice tardó 25s en avanzar 0.05m, mientras que para  $Ra_{H0}=1.26 \times 10^{10}$ , recorrió la misma distancia en sólo 13s. La estructura interna del vórtice también difiere, para el primer caso se presentaron gradientes de temperatura (líneas claras al lado izquierdo del intercambiador) bien definidos mientras que para  $Ra_{H0}=1.26 \times 10^{10}$  los gradientes de temperatura mostraron tonos muy irregulares dando la idea clara de un mezclado en forma turbulenta.

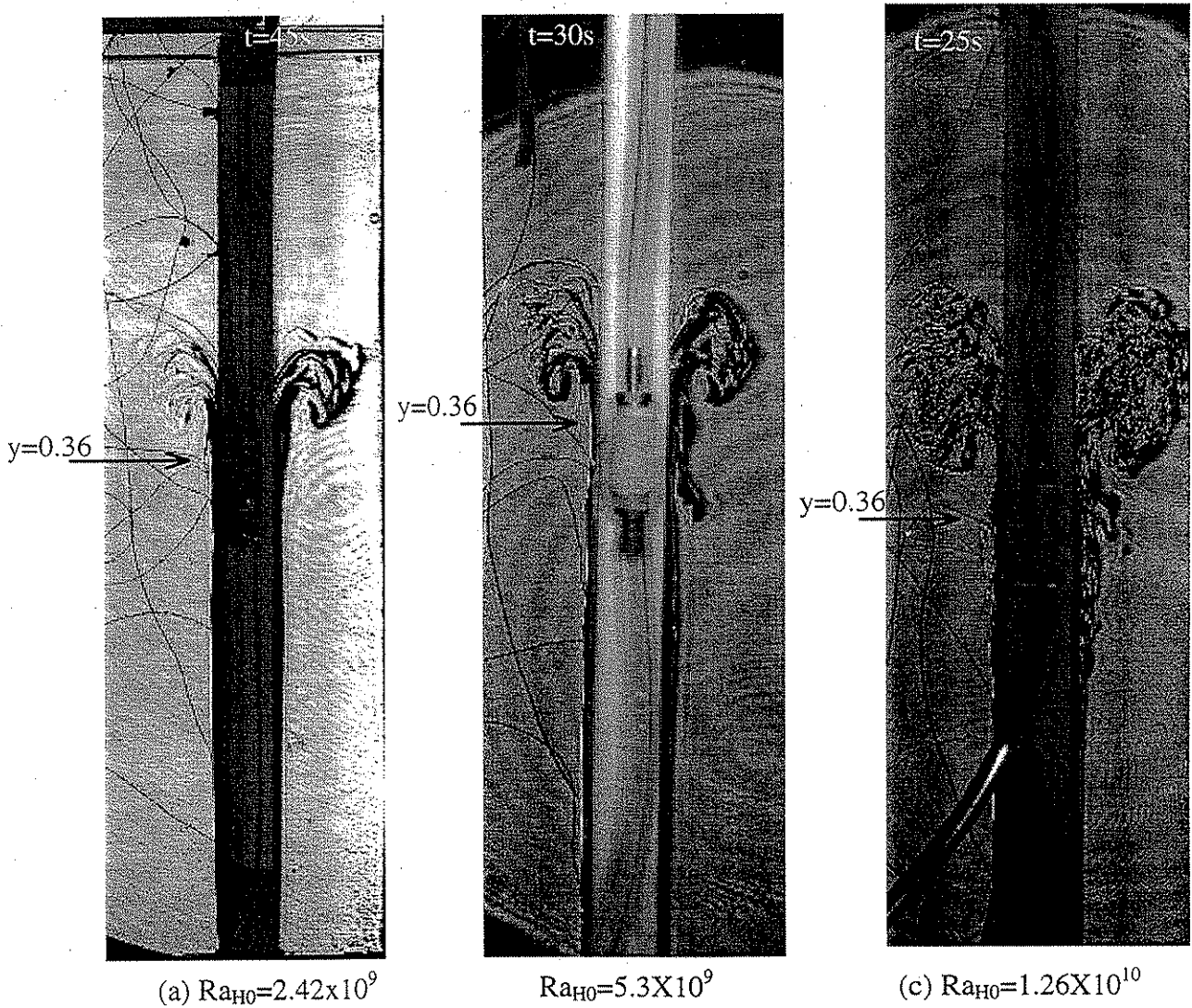


Fig. 5.9 Formación del vórtice en los tres casos.



## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

Por otro lado, se mencionó que el tren de ondas para el caso de  $Ra_{HO}=5.3 \times 10^{10}$  avanzó hasta  $y \sim -0.30m$  en 26s y alcanzó al vórtice en  $y=0.42m$  a los 38s; para el caso de  $Ra_{HO}=2.42 \times 10^9$  éste llegó a  $y \sim -0.30m$  a los 34s, y alcanzó al vórtice en  $y \sim -0.42m$  a los 50s. Para el  $Ra_{HO}=1.26 \times 10^{10}$  el tren de ondas alcanzó al vórtice en  $y \sim -0.36m$  antes de los 20s.

### Estado permanente.

El tiempo de llegada de la pluma de pared al estado permanente para cada caso está anotado en la tabla 5.2. Siguiendo la tendencia descrita en el párrafo anterior se tiene que los tiempos característicos disminuyeron considerablemente al incrementarse  $Ra_{HO}$ . La estructura interna del flujo adyacente a la pared adiabática presenta características dependiendo de  $Ra_{HO}$  que denominamos flujo en régimen (i) laminar oscilatorio, (ii) transición y (iii) turbulento, los cuales se describen a continuación.

Tabla 5.2 Tiempo de llegada de la pluma de pared al estado permanente.

Caso	Llegada al estado permanente	Régimen desarrollado
$Ra_{HO}=2.42 \times 10^9$	180s	Laminar oscilatorio
$Ra_{HO}=5.3 \times 10^9$	100s	Transición
$Ra_{HO}=1.26 \times 10^{10}$	60s	Turbulento

### Flujo laminar oscilatorio.

En la Fig. 5.10(a) se observa que la capa límite tiene un comportamiento laminar en la parte correspondiente a la pared caliente ( $y < 0.36m$ ) y un comportamiento ondulatorio ordenado en la parte superior. Las oscilaciones parecen tener su origen cerca de la unión pared caliente/pared adiabática. Las líneas oscuras del lado derecho de la pared a la altura del termopar  $T_{12}$  indican que fluido caliente se desprende de la pluma y se introduce al fluido frío del medio (este proceso es conocido como *detrainment*). A partir de  $y \sim -0.40m$  el flujo se organiza principalmente en estructuras periódicas bidimensionales que se mueven a una velocidad de aproximadamente 0.011m/s y aumentan sus dimensiones a medida que adquieren mayor altura.

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

Las fluctuaciones periódicas de la temperatura con respecto al tiempo, Fig. 5.10 (b), reflejan el paso de las estructuras mencionadas. En esta figura las trazas de temperatura corresponden a tres termopares colocados a la misma altura ( $y=0.40\text{m}$ ) y a la misma profundidad ( $z=0.08\text{m}$ ), pero a diferente distancia respecto a la pared. En los dos termopares alejados de la pared ( $T_0$  y  $T_6$ ) se ven paquetes de ondas, por ejemplo en  $420 < t < 430$  y en  $450 < t < 475$  asociados a las estructuras periódicas. La correlación entre las dos señales es excelente. La señal del termopar pegado a la pared mantiene una razonable correlación con las otras dos, pero se puede decir que los efectos del borde de la capa límite decaen al acercarse a la pared. En las Figs. 5.10 (c), (d) y (e) se presenta el espectro de frecuencias correspondiente a las tres señales de temperatura, donde la frecuencia dominante es de 0.13 Hz. La coincidencia de este valor en las señales nos indica que las estructuras se mantienen en la dirección  $x$ .

En las Fig. 5.11 (a) se comparan las señales obtenidas con dos termopares colocados a la misma altura y a la misma separación de la pared pero a diferentes profundidades,  $z=0.075\text{m}$  y  $z=0.08\text{m}$  (el plano central de la cavidad está en  $z=0.10\text{m}$ ). En este caso se ve que las fluctuaciones de la Fig. 5.11 (b) y (c) tienen la misma frecuencia dominante, lo que implica que los efectos tridimensionales son pequeños. La diferencia de amplitud se puede atribuir a pequeños errores en el posicionamiento de los termopares, principalmente en la dirección  $x$ .



5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

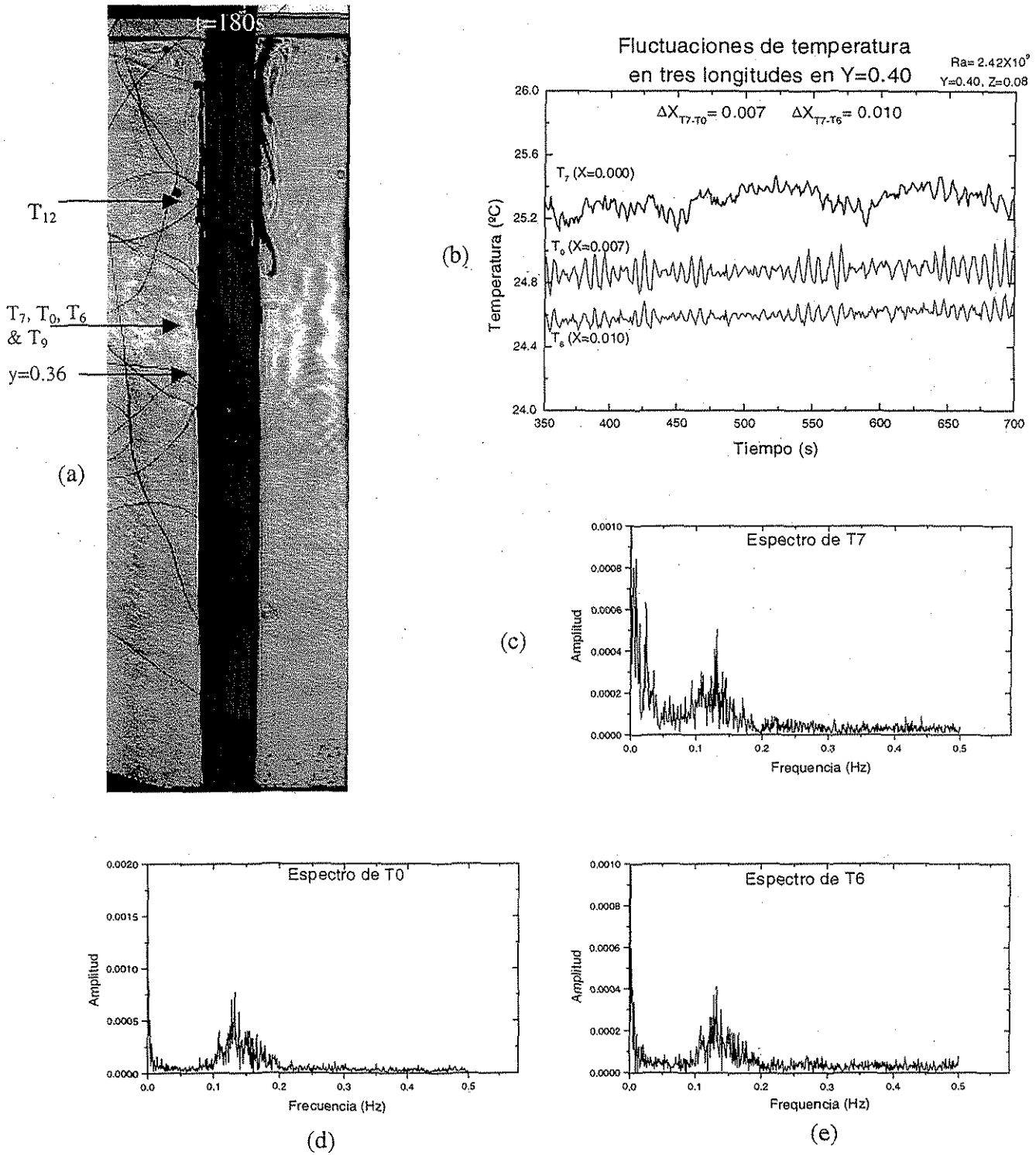


Fig 5.10. Visualización y medición de la temperatura en el flujo laminar oscilatorio.  $Ra_{H0}=2.42 \times 10^9$ . Las coordenadas están dadas en metros.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

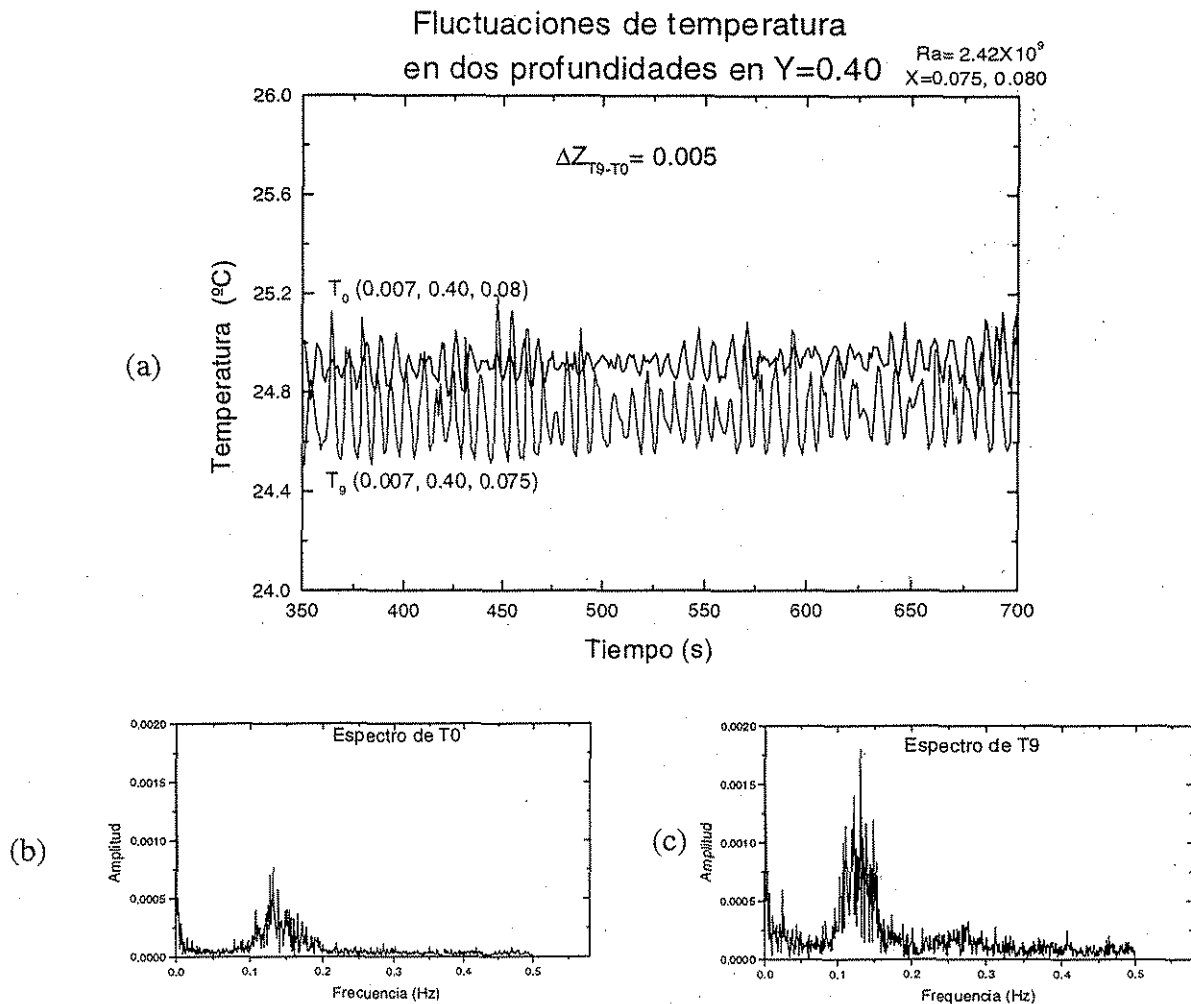


Fig. 5. 11 Fluctuaciones de la temperatura y sus respectivos espectros para el flujo laminar oscilatorio.

La Fig. 5. 12 presenta la variación de la temperatura en dos puntos separados por una distancia vertical de 0.10m ( $y=0.40m$ ,  $y=0.50m$ ) y separados de la pared distancias similares y localizados a profundidades parecidas. En este caso a la señal del termopar  $T_{12}$  se le aplicó un corrimiento de 11s, que es igual al tiempo que tarda en desplazarse un partícula de fluido entre estas dos estaciones. Con este corrimiento se aprecia una buena correlación entre las señales, lo que hace patente que las estructuras persisten al ascender.

5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

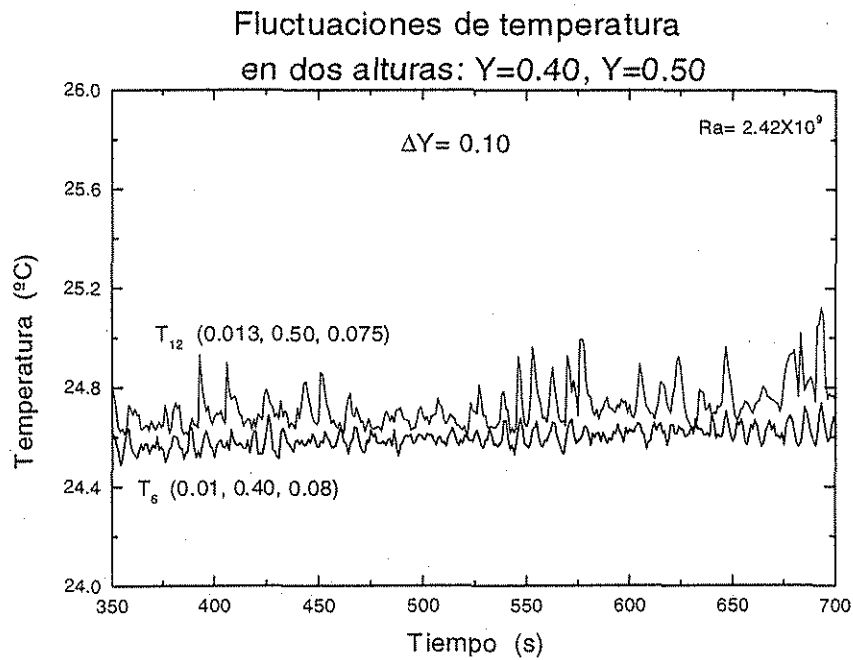
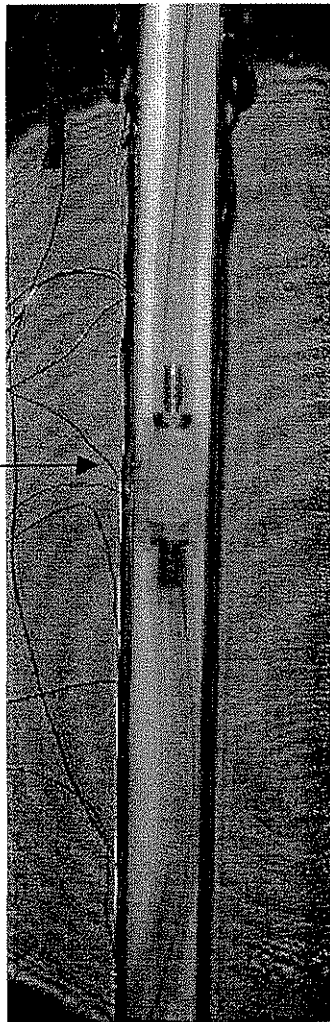


Fig. 5.12 Señales de temperatura en dos estaciones separadas una distancia vertical de 0.10m.

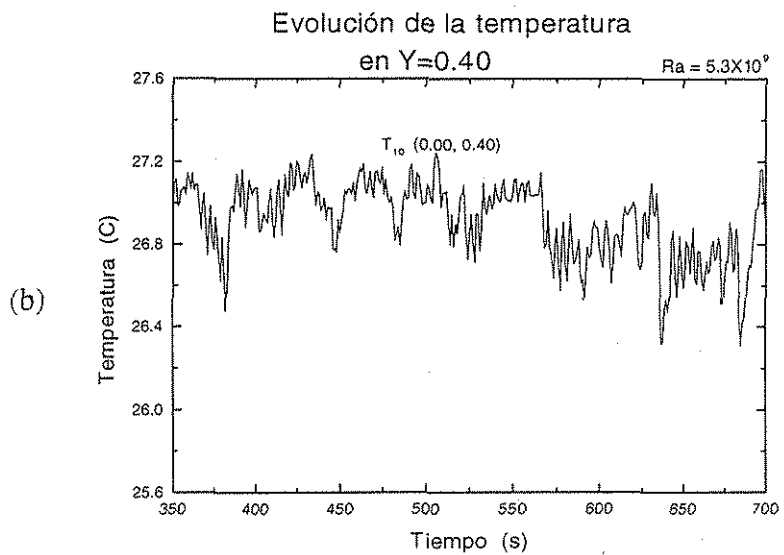
Del conjunto de Figs. 5.10 a 5.12 se demostró que el flujo de la pluma de pared mantiene una organización periódica con unas frecuencias dominantes que caracterizan a este flujo como no turbulento.

*Flujo de transición.*

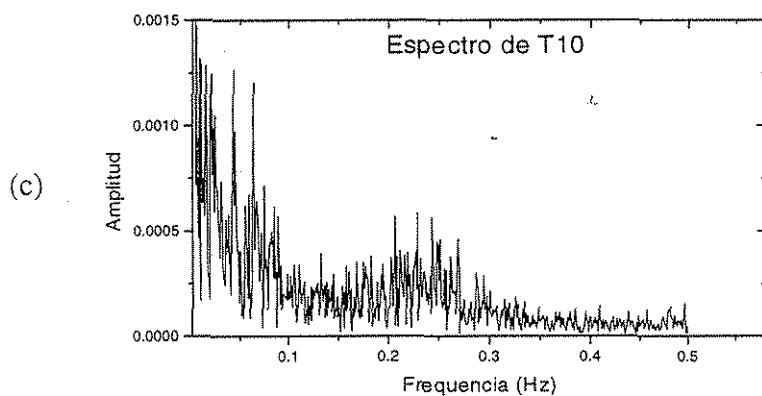
El flujo en régimen de transición corresponde al caso descrito en la sección 5.2 a 5.5. Aquí solo como referencia se presenta nuevamente la imagen correspondiente a  $t=100s$  y una gráfica de la evolución de la temperatura correspondiente a un punto junto a la pared adiabática a una altura de 0.40m. Comparando la señal de  $T_{10}$  de la Fig. 5.13(b) con la correspondiente  $T_7$  de la Fig. 5.10(b) se puede constatar el aumento de amplitud de las fluctuaciones de temperatura. En la Fig. 5.13 (c) Además de que aparecen bajas frecuencias (entre 0 y 0.1 Hz) que son características del régimen de transición, se tiene una frecuencia dominante de 0.23 Hz, que es mayor en un 80% respecto al caso del flujo laminar oscilatorio y de amplitud similar.



(a)



(b)



(c)

Fig. 5.13. Visualización y medición de la temperatura en el flujo de transición.  $Ra_{H0}=5.3 \times 10^9$ .

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

### Flujo turbulento.

En este flujo se observó en la parte superior las características típicas de la turbulencia, aunque nuevamente en la parte inferior se presentó un flujo laminar uniforme, (Fig. 5.14a). A partir de la región comprendida entre  $y=0.40\text{m}$  y  $y=0.50\text{m}$  se aprecian cambios de temperatura (experimentalmente se observan cambios de color, no visibles en la figura) con una distribución espacial aleatoria. En la Fig. 5.14(b) se ven fluctuaciones de alta y baja frecuencia. Las primeras están asociadas a remolinos de menor escala de longitud del fenómeno turbulento y las segundas posiblemente remolinos mayores asociados a los efectos de entrada de fluido frío de los alrededores (*entrainment*). En el espectro de frecuencias de la Fig. 5.14 (c) no hay una frecuencia dominante como en los casos anteriores, lo que afirma que este caso corresponde a un flujo turbulento.

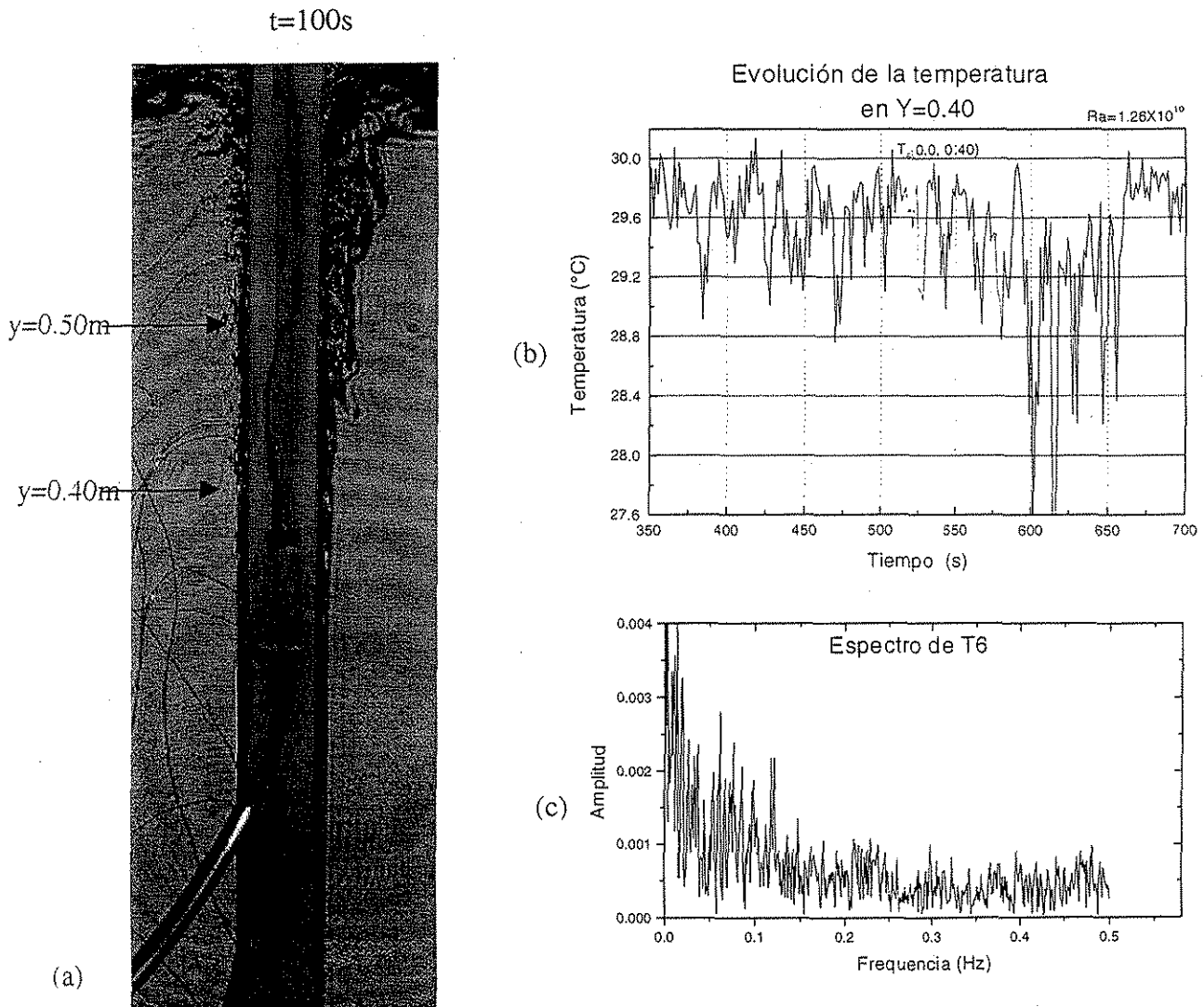


Fig. 5.14. Visualización y medición de la temperatura en el flujo turbulento.  
 $Ra_{H0}=1.26 \times 10^{10}$ .

## 5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

La caída de temperatura en el estado permanente al salir el flujo de la pared caliente varió de manera no monótonica con  $Ra_{H0}$  para los tres casos estudiados. En las gráficas (a) y (b) de la Fig. 5.15 se puede ver que la disminución de temperatura en el estado permanente entre  $y=0.30m$  y  $y=0.40m$  fue de un 30% y un 36% de  $\Delta T_0$ ; en (c) fue de un 20%. Entre  $y=0.40m$  y  $y=0.50m$  hubo una disminución de 12% en (a), 15% en (b) y 30% en (c). Estas disminuciones de temperatura encontradas experimentalmente se comparan con los resultados obtenidos por Sparrow *et al.* (1978) en la Tabla 5.3 Estos autores predijeron que hay un fuerte decaimiento de la temperatura en la parte baja de la pared adiabática, y más arriba la temperatura sigue la función de potencia expresada en la Ecuación 1.4.

Tabla 5.3 Decaimiento de la temperatura en diferentes zonas de la pared adiabática.  $Y/H_0$  es cociente de la coordenada vertical y la altura de la pared caliente.

Caso	Región		
	$Y/H_0$ (1-1.11)	$Y/H_0$ (1.11-1.38)	$Y/H_0$ (1.38-1.66)
Sparrow <i>et al.</i> (1978)	<b>0.38</b>	<b>0.12</b>	<b>0.10</b>
$Ra_{H0}=2.42 \times 10^9$	0.30	0.12	0.10
$Ra_{H0}=5.30 \times 10^9$	0.36	0.15	0.12
$Ra_{H0}=1.26 \times 10^{10}$	0.20	0.30	0.05

A partir de esta tabla se puede ver que los casos (a) laminar oscilatorio y (b) de transición siguen de manera general lo calculado por Sparrow, pero hay discrepancias en el caso (c) de flujo turbulento.

En este capítulo se presentaron los resultados de la convección natural en una pared parcialmente calentadas. En la siguiente sección se listan las principales aportaciones de este estudio.

5. Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.

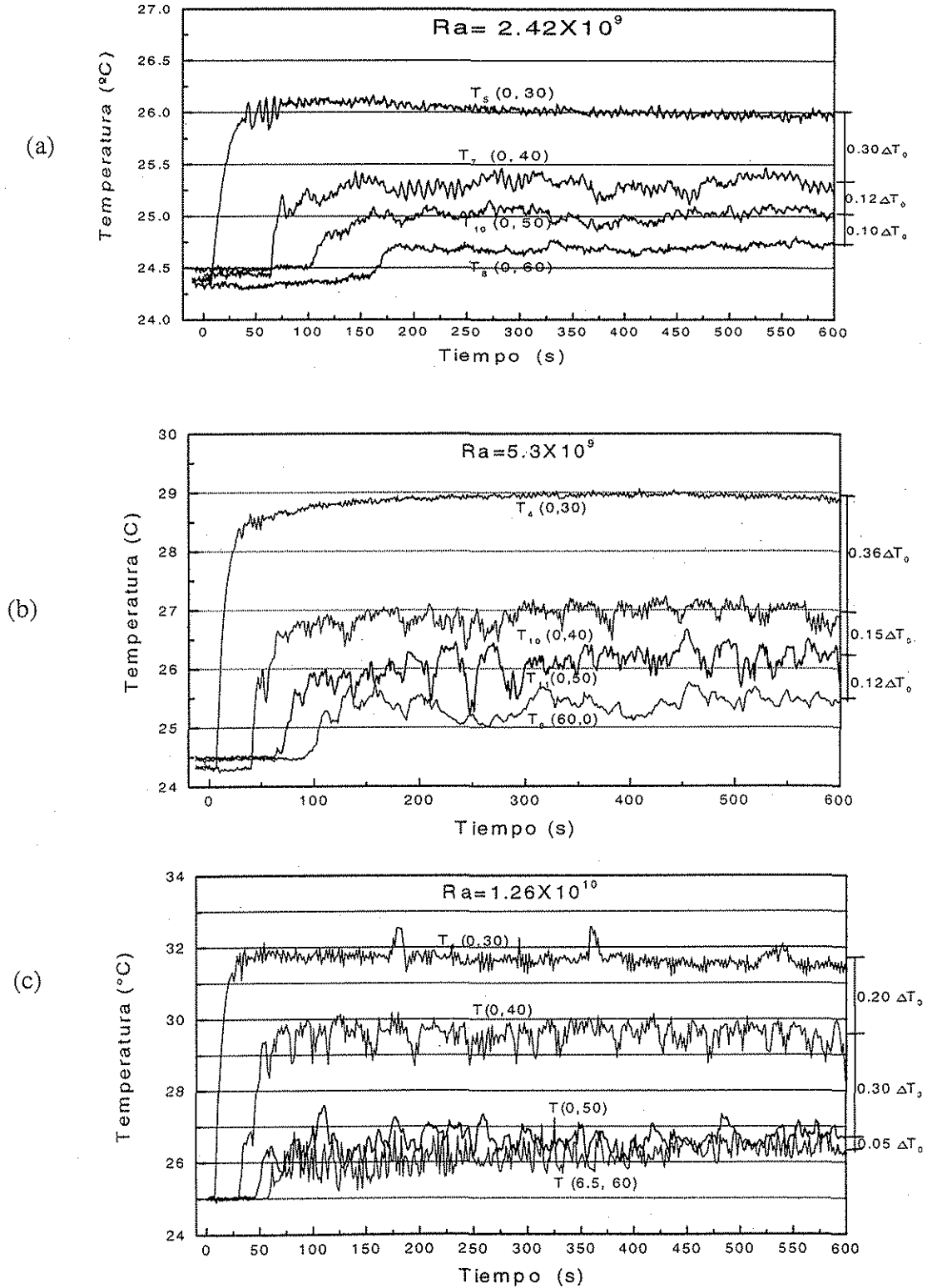


Fig. 5.15. Evolución de la temperatura en los tres casos. Las coordenadas están dadas en centímetros.

## 5.6 Conclusiones

A continuación se mencionan los nuevos conocimientos aportados producto de este trabajo.

1. Se hizo una amplia visualización del flujo convectivo mediante la técnica *Schlieren* y se midieron las temperaturas en puntos localizados dentro del mismo flujo. Éste comprende la capa límite y la pluma de pared. Se logró una caracterización del flujo en su evolución al estado permanente. La combinación de la visualización con la medición de temperaturas proporcionó información muy valiosa para detectar detalles del comportamiento del flujo que de otra manera difícilmente se hubieran encontrado.
2. La presencia de un vórtice y de un tren de ondas son características generales del estado transitorio en todos los experimentos realizados. Por lo tanto estas características, propias de esta configuración, son independiente del número de Rayleigh al menos dentro del rango de los experimentos.
3. El efecto del choque al cual se atribuye la formación del vórtice no parece haber sido mencionado en los trabajos referentes a la pluma de pared ni a la placa vertical con calentamiento uniforme.
4. En el estado permanente la capa límite en la zona de la pared caliente tuvo características de flujo laminar uniforme para los tres valores de  $Ra_{H0}$  estudiados.
5. Se identificaron tres regímenes de flujo de la pluma de pared dependientes de  $Ra_{H0}$ : laminar oscilatorio, de transición y turbulento. A un  $Ra_{H0}=2.42 \times 10^9$ , el flujo fue laminar oscilatorio y se desarrolló en estructuras periódicas que se transportaron en la dirección vertical a través de la capa límite; en el flujo de transición,  $Ra_{H0}=5.30 \times 10^9$ , la periodicidad no fue tan marcada y se distinguió una incipiente turbulencia principalmente en la parte alta de la pluma. En el caso



5. *Resultados del estudio de convección con calentamiento lateral parcial.*

turbulento,  $Ra_{H0}=1.26 \times 10^{10}$ , las fluctuaciones se extendieron en espacio y en tiempo en un amplio rango, y no se encontró una frecuencia dominante.

6. Para los dos primeros casos las temperaturas en la pluma de pared decayeron rápidamente en la región contigua a la unión pared caliente/pared adiabática, (hasta  $0.36\Delta T_0$  en una distancia vertical de  $0.11H_0$ ). Este comportamiento concuerda con los resultados numéricos de Sparrow et al (1978). Sin embargo, no hay coincidencia para el caso de flujo turbulento. Será necesario encontrar un modelo que represente a este último.

Como trabajo futuro se propone realizar mediciones de velocidad con las técnicas de anemometría láser (LDA) y de velocimetría por imágenes de partículas (PIV), así como medir con mayor precisión los valores experimentales de  $\overline{Nu}_y$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CONCLUSIONES FINALES.

En este trabajo se estudió la convección natural generada mediante dos mecanismos distintos; por gradientes de concentración de soluto y por gradientes de temperatura, en dos configuraciones diferentes. Con los resultados obtenidos se contribuyó a mejorar el entendimiento de las características del flujo y de la transferencia de masa o de calor, desde el régimen laminar hasta rebasar el umbral de la turbulencia.

Para abordar los problemas propuestos se desarrolló una infraestructura experimental robusta basada en las técnicas de visualización de fluorescencia inducida con láser (LIF), de proyección de sombras (*shadowgraph*) y de detección de gradientes de índice de refracción (*Schlieren*); así como en un sistema de medición de temperaturas y en un sistema de medición de concentraciones, ambos acoplados a adquiridores de datos de alta precisión. También se construyeron dos dispositivos experimentales.

El sistema *Schlieren*, detallado en el Capítulo 4, es una aportación importante de este trabajo ya que constituye, hasta donde se tiene conocimiento, el único sistema de grandes dimensiones en nuestro país. Además al haber sido acoplado con un sistema de adquisición de imágenes de alta resolución y de haberse puesto en sincronía con un sistema de adquisición de temperatura resultó tener grandes ventajas para el análisis de flujos de convección natural. Este sistema constituye una tecnología de punta que seguramente será utilizada en futuros proyectos del grupo de Transferencia de Energía y Masa del CIE-UNAM.

En el estudio de Convección Natural en Tubos Verticales, se varió el valor del número de Rayleigh ( $Ra_d$ ) encontrándose cuatro regímenes de flujo con diferentes grados de complejidad. Se elaboraron dos modelos teóricos que predicen el transporte de propiedades en los diferentes regímenes, su validez a la luz de los datos experimentales resultó limitada, sin embargo su importancia radica en que dan la pauta para que mediante modelos sencillos se puedan explicar algunas de las características del fenómeno. Lo más interesante que se encontró en este problema

fue que al aumentar el número de Rayleigh ( $Ra_d$ ), por encima de un valor crítico, resultó un tipo de flujo turbulento que a la fecha no se había reportado. Este flujo turbulento se distingue por ser homogéneo, no-decadente, con cero flujo másico promedio y con cero esfuerzo cortante promedio.

En el problema de Convección en una Pared Parcialmente Calentada se varió el número de Rayleigh ( $Ra_{H0}$ ) en tres valores, encontrándose en la zona superior, correspondiente a la pared adiabática, flujos en regímenes laminar oscilatorio, de transición y turbulento. Primeramente se encontraron peculiaridades en el proceso de desarrollo de la capa límite, en la pared caliente, y de la pluma de pared, en la pared adiabática. Se observó en los tres regímenes la formación y el avance de un vórtice y el paso de un tren de ondas. En el estado estacionario se encontraron frecuencias dominantes de la temperatura en los regímenes laminar oscilatorio y de transición pero no para el flujo turbulento. Finalmente se obtuvo un buen acuerdo de la temperatura medida experimentalmente, excepto en el caso turbulento, con la solución numérica dada por Sparrow *et al.* (1978).

No obstante la relevancia de los resultados encontrados en los dos problemas tratados, queda claro que aun quedan muchos puntos por estudiar. Se propone como trabajo futuro el complementar los resultados de temperatura y de concentración con mediciones de velocidad usando las técnicas de anemometría láser y de velocimetría por imágenes de partículas. Además de hacer un análisis más elaborado de las señales sobretodo en los casos de flujo turbulento.

## Anexo 1. Publicaciones derivadas de esta tesis.

En este anexo están contenidas las publicaciones derivadas de esta investigación.

En revistas con arbitraje internacional.

J. H. Arakeri, F. E. Avila, J. M. Dada and **R. Tovar**. *Convection in a Long Vertical Tube Due to Unstable Stratification -A New Type of Turbulent Flow?* Current Science, **79**, pp 859-866 (2000).

Publicaciones especiales.

F. E. Avila, **R. Tovar**, J.H. Arakeri, J. M. Dada. *Volutes Inherent to a Turbulent Process*, dentro del artículo de G. Huelsz *Galery of Fluids*. Revista Mexicana de Física, **46**, 405-412 (2000).

En revistas con arbitraje nacional.

**R. Tovar**, M. L. Cedillo and J. Rojas. "A Large Double -Mirror Schlieren System for the Analisis of Natural Convection Flows" Artículo aceptado para su publicación en la revista Instrumentation & Development.

En memorias de congresos nacionales.

- **R. Tovar**, M. L. Cedillo y J. Rojas. *Sistema Schlieren de Grandes Dimensiones para el Análisis de Flujos de Convección Natural*. XVI Congreso Nacional de Instrumentación. Querétaro Qro. (2001a).

- Trabajos presentados en congresos nacionales

**R. Tovar**, M. L. Cedillo y J. Rojas. *Visualización y Medición de Temperaturas en un Flujo de Convección Natural en una Pared Vertical*. VII Congreso de la División de Dinámica de Fluidos de la Sociedad Mexicana de Física. Morelia Mich. (2001b).

# Convection in a long vertical tube due to unstable stratification – A new type of turbulent flow?

Jaywant H. Arakeri<sup>\*,§</sup>, Fransisco E. Avila<sup>†</sup>, Jorge M. Dada and Ramon O. Tovar

<sup>\*</sup>Department of Mechanical Engineering, Indian Institute of Science, Bangalore 560 012, India  
<sup>†</sup>Centro De Investigacion en Energia, Temixco, UNAM, Mexico

We present experimental results of free convection in a vertical tube due to an unstable density difference imposed between the two (open) ends of the tube. Two tanks of fluids connect the two ends of the tube with the top-tank fluid heavier than the bottom-tank fluid. We use salt mixed with water to create the density difference. The convection in the tube is in the form of relatively heavier fluid going down and lighter fluid going up simultaneously; the mean flow at any cross section of the tube is zero. Depending on the Rayleigh number we observe different types of flow, with turbulent flow being observed at the higher Rayleigh numbers. We believe this is a new type of turbulent flow – a nearly homogeneous, buoyancy-driven flow with zero mean shear.

Flows caused by buoyancy, called free or natural convection, abound in nature and engineering. The convection observed on a hot road surface in no-wind conditions is an example. Convection is generally caused by unstable stratification (for example, density increasing with height in a gravitational field). Density gradients are often caused by a temperature gradient, or a gradient of concentration of some species (e.g. salt in the oceans, water vapour in air). The dynamics in free-convection flows is mainly determined by the Rayleigh number – a measure of the ratio of buoyancy forces to diffusive effects.

Two simple configurations of free convection have been extensively studied, viz. Rayleigh–Benard convection and Rayleigh–Taylor instability. Rayleigh–Benard (R–B) convection is convection of a fluid between two horizontal plates, with the bottom plate hotter than the top plate. Because of the temperature difference, the fluid density increases from the bottom plate to the top plate. However, below a critical Rayleigh number, even though the stratification is unstable, there is no flow (convection) and heat transfer is entirely by conduction; the Rayleigh number increased beyond this critical value results in laminar convection, often in the form of rolls, and a further increase in the Rayleigh number leads to turbulent convection (see ref. 1).

<sup>§</sup>For correspondence. (e-mail: jaywant@mecheng.iisc.ernet.in)

<sup>†</sup>Sadly, Fransisco passed away during the writing of this paper. We have fond memories of him.

Rayleigh–Taylor instability occurs when a layer of heavier fluid (say salt water) lies on top of a layer of lighter fluid (say fresh water). Dalziel *et al.*<sup>2</sup> report recent work on this subject. In this configuration the layers can be in equilibrium; pressure varies linearly with depth in each of the layers. But this is unstable equilibrium: a small perturbation of the interface increases the perturbation indefinitely with the heavier fluid trying to go down and the lighter fluid trying to go up. Some mixing between the top and bottom fluids occurs during the overturning. Eventually motion ceases and a stable density gradient is obtained. For an immiscible pair of fluids of say water over air there is negligible mixing and, eventually, the water and air layers just interchange places. One common way of doing a Rayleigh–Taylor stability experiment is to have a thin plate initially separating the two fluids which is then rapidly pulled away.

In this article we describe preliminary results of free convection in a vertical tube. The setup is similar to a Rayleigh–Taylor stability setup, except that we have a long vertical tube between the tanks containing the heavier fluid at the top and the lighter fluid at the bottom (Figure 1). So essentially we look at the 'overturning' process of the two fluids through the tube. We used sodium chloride salt mixed in water to create the density difference. As in Rayleigh–Benard convection, we find different types of flow depending on the values of the parameters of the problem: the density difference, and diameter and length of the tube. In particular, at a high enough Rayleigh number we observe the flow to be turbulent, which we believe is a new type of turbulent flow.

## Experimental setup

The experimental setup consisted of two tanks connected by a vertical tube. The top tank was open at the top and had a tapered hole in the bottom plexiglas wall to fit a rubber stopper; an appropriate sized hole was made in the stopper to snugly fit the tube. The bottom tank was closed on all sides and had a similar rubber stopper arrangement on the top wall to fit the bottom end of the tube. The rubber stoppers minimized the load



## SPECIAL SECTION:

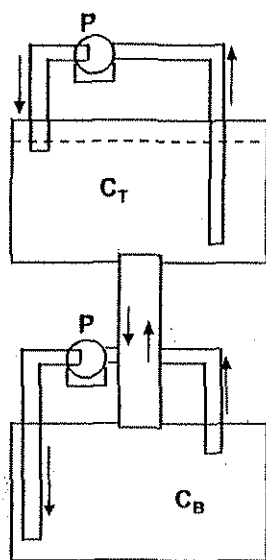


Figure 1. Schematic of the experimental setup. The pumps in the two tanks are marked P.

on the tubes, which were made of glass, and also allowed us to quickly change the tube for a different experiment. The side walls of the tanks were made of glass. Two small aquarium water pumps were used to continuously mix the fluids in the two tanks and prevent stratification. The flow rates in the pumps were small enough and the locations of the exits and inlets of the pumps were such as to create as small a disturbance as possible near the tube ends.

The volumes of the two tanks were approximately 1750 cc each. A total of twelve tubes were used in the experiments, with four diameters (4.85, 9.85, 19.85 and 36.85 mm) and three lengths (150, 300 and 450 mm). A few visualization experiments were conducted with 2.5 mm diameter tubes.

Following is the experimental procedure. We calibrated the conductivity probes, used to measure salt concentration, before and after each experiment. We filled the bottom tank and the tube with distilled water, and the top tank with brine (typically  $0.05 \text{ g cm}^{-3}$  concentration), noting down the volumes of the distilled water and brine added. We switched on the pumps prior to the start of each experiment. Initially, a stopper blocked the top end of the tube; pulling of the stopper initiated the experiment. Due to the convection the salt concentration in the top tank continuously decreased with time (Figure 2). Concentration in the top tank was measured from the start of the experiment till the convection had visibly stopped. In the smallest diameter and longest tube (4.85 mm dia, 600 mm long) the convection continued for about 100 h, whereas in the largest diameter tube the convection continued for about 1 h.

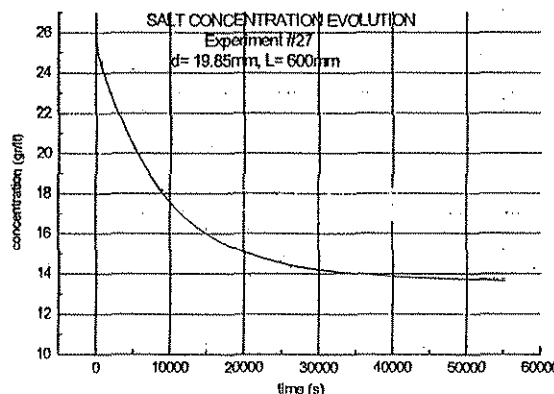


Figure 2. A typical variation of concentration of salt in the top-tank fluid with time. The case shown corresponds to tube diameter = 19.85 mm and tube length = 600 mm.

Salt concentration was measured with one or two micro-conductivity probes (Model 125 MSC11, Precision Measurements Engineering), placed in the top tank. The concentration versus time data were stored in a computer for further analysis. Two conductivity probes were used to check that mixing by the pump was adequate and there was no concentration gradient in the tank fluid. We mainly visualized the flow using the laser-induced-fluorescence (LIF) technique. A small amount of sodium fluorescent dye was initially mixed in the top tank fluid. A vertical sheet of laser light, created with a cylindrical lens, passed through the vertical tube (in which the convection was taking place). We used a 150 mW argon-ion laser. In some cases, we also visualized the flow using the shadowgraph technique.

### Parameters

We are looking at free convection in a vertical tube open at the two ends, with an imposed density, or concentration, difference across it. As in Rayleigh-Benard convection, the non-dimensional parameters of the problem are:

$$\text{Rayleigh number, } Ra_l = \frac{g\Delta C l^3}{\rho\nu\alpha}$$

$$\text{Prandtl number, } Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{Aspect ratio, } AR = \frac{d}{l}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

where  $\Delta C$  is the concentration (or density) difference between the top tank and bottom tank fluids,  $\rho$ , is the density of the fluid averaged over the length of the tube,  $g$  is acceleration due to gravity,  $\nu$  is the kinematic viscosity,  $\alpha$  is the diffusivity of the species causing

INSTABILITIES, TRANSITIONS AND TURBULENCE

the density gradient,  $d$  is tube diameter, and  $l$  is tube length.

Sometimes it is more appropriate to use other definitions of Rayleigh number:  $Ra_d$ , Rayleigh number based on the tube diameter, and  $Ra_G$ , Rayleigh number based on the density gradient, instead of density difference, and diameter.

Some values of the parameters are of interest. The Prandtl number, or strictly the Schmidt number, is about 670, showing diffusion of salt is negligible in comparison to that of momentum. At a concentration difference of  $0.025 \text{ g/cm}^3$  and for a tube length = 600 mm, the Rayleigh number =  $3.5 \times 10^{13}$ . The AR ranges from about 0.008 to about 0.25. For comparison, study of turbulent Rayleigh-Benard thermal convection is usually with  $Pr \sim 1$  (for air  $Pr = 0.7$  and for water  $Pr = 6.7$ ); the Rayleigh number is usually of the order of  $1 \times 10^8$ , but the highest value achieved, reported recently<sup>3</sup>, using cryogenic helium is about  $1 \times 10^{17}$ ; and AR is usually greater than unity. Thus the present problem pertains to very large Rayleigh number, high Prandtl number convection in tall cells. High Prandtl number, high Rayleigh number convection is generally obtained with very viscous fluids convecting over a large scale, as in convection in the earth's mantle.

Basic relations

From the salt concentration (in the top tank) versus time data we calculate the flux of salt, and the concentration difference between the two tank fluids as functions of time. This is done using mass conservation equations.

We use cylindrical polar coordinates ( $r$ ,  $\theta$  and  $z$ ) with velocities in the three directions respectively,  $U_r$ ,  $U_\theta$  and  $W$ . The  $z$ -axis coincides with tube axis and is positive upwards. An overbar over a quantity denotes the quantity averaged over the cross-section of the tube. The difference between a quantity and its average is written in small case. Thus for concentration

$$\bar{C} = \int_A C dA, \quad c = C - \bar{C}.$$

Fluid volumes in each of the two tanks do not change with time. Thus, at any cross-section of the tube and any instant of time (assuming water to be incompressible) the volume flow rate of the fluid going down = the volume flow rate of fluid going up, or

$$\int_A W dA = \bar{W} = 0.$$

We come to the important conclusion that the mean velocity at any cross-section is zero.

The mass flow rate of salt  $\dot{m}_s$  going up at any  $z$  is

$$\dot{m}_s = \int_A C W dA = \bar{c} W A_p,$$

where  $A_p$  is the cross-sectional area of the tube. From mass conservation of salt at any  $z$  we have the gradient of  $\dot{m}_s$ ,

$$\frac{\partial \dot{m}_s}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_A (C dA) \right) = -A_p \frac{\partial \bar{C}}{\partial t}.$$

The equation states that in a control volume height  $dz$ , the difference in mass flow rates at two stations  $dz$  apart is equal to the rate at which mass of salt changes in the control volume. If  $(\partial \bar{C} / \partial t) = 0$ , then  $\dot{m}_s$  is constant along the length of the tube; however,  $\dot{m}_s$  can still be a function of time.

At any time let  $C_T$  and  $C_B$  be the concentrations of salt in the top and bottom tanks respectively, and  $C_{T0}$  and  $C_{B0}$  the concentrations at the start of the experiment. Mass conservation of salt gives

$$V_T C_T + V_B C_B + A_p \int_0^l \bar{C} dz = V_T C_{T0} + V_B C_{B0} + A_p \int_0^l \bar{C}_0 dz = M_s,$$

Where  $V_T$  and  $V_B$  are respectively the top and bottom tank fluid volumes,  $A_p$  is the pipe cross section area, and  $M_s$  is the total mass of salt in the system. The integral on the left-hand side is the mass of the salt in the tube. Assuming the average salt concentration in the tube at any time is  $(C_T + C_B)/2$ , we obtain the following relation for the concentration or density difference in terms of the concentration in the top tank:

$$\Delta C = (C_T - C_B) = C_T \frac{(V_T + V_B + V_p)}{(V_B + V_p/2)} - \frac{M_s}{(V_B + V_p/2)}, \quad (1)$$

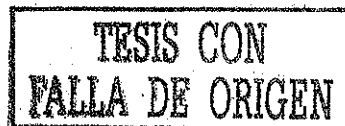
where  $V_p$  is the volume of the tube.

Let  $\dot{m}_{sT}$  be mass flow rate of salt at the top end of the tube and  $\dot{m}_{sB}$  at the bottom end of the tube. Then

$$\dot{m}_{sT} = V_T dC_T / dt, \quad \dot{m}_{sB} = -V_B \frac{dC_B}{dt},$$

$$\dot{m}_{sT} - \dot{m}_{sB} = \frac{d}{dt} \int_0^l \bar{C} dz.$$

The relations respectively are from salt mass conservation in the top tank, bottom tank and in the tube. In



our experiments, to a good approximation, we can assume

$$\dot{m}_{sT} = \dot{m}_{sB} = \dot{m}_s = V_T \frac{dC_T}{dt}$$

Then flux, mass flow rate of salt going down per unit cross sectional area of the tube is,

$$F = -cW = -\frac{V_T}{A_p} \frac{dC_T}{dt} \quad (2)$$

### Flow visualization observations

Depending on the concentration difference, the tube diameter and the tube length we observe one of four types of flow which we term (i) half-and-half (HAH), (ii) helical, (iii) unsteady-laminar and (iv) turbulent. These are described below. It may be noted that the flow visualization pictures given in this paper show just a few centimetres length of the central portion of the tube.

#### Half-and-half flow

In a HAH flow, in one half of the cross section of the tube flow is downward, and in the other half the flow is upward. We observed the HAH flow only in the 2.5 mm dia tube and in the 4.85 mm dia tube at small concentration differences, essentially meaning at low Rayleigh numbers. In some cases we observed moving fronts, about 1–2 tube diameters long. A downward moving front is heavier and moves faster than the rest of the

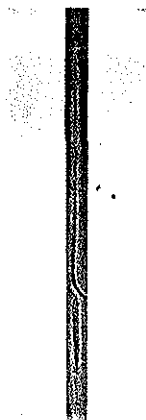


Figure 3. Shadowgraph picture showing two fronts in HAH convection. Tube diameter is 2.5 mm.



Figure 4. LIF picture showing helical convection. Tube diameter 4.8 mm; tube length = 150 mm; concentration difference = 0.025 g/cc. Top-tank fluid is dyed. Only the central length of the tube is shown.

down-going fluid; similarly an upmoving front is lighter than the rest of the up-going fluid. Figure 3 is a shadowgraph picture showing both down-going and up-going fronts.

#### Helical flow

We observed helical flow in the 4.85 mm dia tube (Figure 4), except at small concentration differences when the flow was HAH (Figure 4). As in HAH flow the helical flow is equally divided between up-going and down-going fluid, and is steady. In HAH flow the interface between the up-going and down-going flows is vertical and straight; however, in helical flow the interface is twisted. The interface looks like what one would get if a long strip of paper is held at one end and the other end is turned through many turns; going along one edge of the strip one would trace an helix. Thus the two flows (up and down) take helical paths with a common (twisted) interface. In most cases we observe some mixing between the fluids in the two streams. Apparently the HAH flow is unstable above some (yet undetermined) critical Rayleigh number and the instability leads to helical flow.



## INSTABILITIES, TRANSITIONS AND TURBULENCE

### Unsteady-laminar flow

In the 9.85 mm and 19.85 diameter tubes (i.e. at still higher Rayleigh numbers) we observe the flow to be unsteady and three dimensional, but laminar (Figures 5 and 6). There is no clear demarcation between the up-going and down-going flows, and there is a lot of mixing between the two. A typical mixing event involves collision of a downward going mass of fluid with an upward going mass of fluid, often leading to shear layers which go unstable with the formation of vortices. One also sees mushroom type structures (see Figure 5). The eddies seem to scale with the diameter of the tube. The flow is chaotic, but at least in the 9.85 mm dia tube the flow is not turbulent: a range of scales, characteristic of turbulent flows is not present.

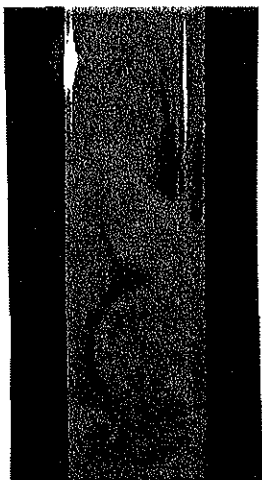


Figure 5. LIF picture showing unsteady-laminar convection. Note the mushroom structure. Tube diameter = 9.85 mm; concentration difference = 0.025 g/cc.



Figure 6. LIF picture showing unsteady-laminar convection. Tube diameter = 19.85 mm; Tube length = 300 mm; concentration difference = 0.025 g/cc.

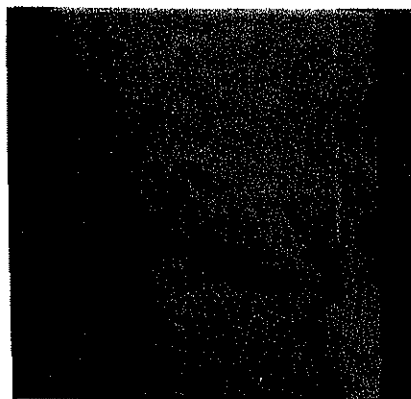


Figure 7. LIF picture showing turbulent convection. Note the small length scales of mixing. Tube diameter = 37 mm; concentration difference = 0.025 g/cc.

### Turbulent flow

What appears to be a truly turbulent flow is observed in the 36.85 mm diameter tube (Figure 7). Like in the 9.85 mm and 19.85 diameter tubes, the flow is chaotic and three dimensional. We observe collisions of fluid masses moving in opposing directions, and the formation and breakup of shear layers. During these interactions large interfacial areas are created greatly enhancing the mixing between the heavier and lighter fluids. Also because of collisions we can have instances when heavier masses of fluid move up instead of down, and similarly instances when lighter fluid masses go down. Both mixing and flow direction reversal contribute to reduction of flux, or in other words to slowing down of the experiment.

### Flux relations

The flux times the tube cross sectional area,  $-c\bar{w}A_p$ , determines how fast the top tank depletes salt, or equivalently how fast the bottom tank accumulates salt. A large flux is obtained if all the down-going fluid ( $w < 0$ ) has higher density ( $c > 0$ ) (similarly when  $w > 0$ ,  $c$  is  $< 0$ ), and in addition if  $|w|$  and  $|c|$  are as large as possible. The maximum possible  $c$  is  $\Delta C$ , when all the down-going fluid is pure top tank fluid and all the up-going fluid is pure bottom tank fluid; there is no mixing of the two in the tube. The maximum possible velocity is probably what is obtained by assuming half-and-half laminar flow, and whose solution is given below. Flux can be reduced due to two reasons. One, mixing between down-going and up-going fluids reduces the values of both  $c$  and  $w$ ; two, heavier fluid moving down, or vice versa, reduces the correlation.

SPECIAL SECTION:

A trivial case is when there is no flow and the salt transfer is just by molecular diffusion; then flux is given by  $F = \alpha \Delta C / l$ . Stability analysis<sup>4</sup> shows that when the tube is thin enough or density difference small enough, or more precisely the gradient Rayleigh number  $Ra_G < 1087$ , there is no flow. (This analysis is for a density increasing linearly with height.) We never observed a no-flow case in any of our experiments as the Rayleigh number was above the critical value, except perhaps towards the end of an experiment when the density differences were too low to be measured by our instrumentation.

Next we derive expressions for the flux of salt in the vertical tube for two cases: (i) laminar half-and-half flow of immiscible fluids and (ii) turbulent convection.

*Laminar HAH flow of immiscible fluids*

Consider fully developed parallel flow in the vertical tube. We assume the heavier fluid (density =  $\rho_T$ ) is going down in one half of the tube, say  $\pi > \theta \geq 0$ , and the lighter fluid (density =  $\rho_B$ ) is going up in the other half,  $2\pi > \theta \geq \pi$ . Fluids in the two streams have same kinematic viscosity and are immiscible (equivalent to saying diffusivity of salt is zero). With  $U_r = U_\theta = 0$  (parallel flow) and  $d/dz = 0$  (fully developed flow), the Navier-Stokes equations simplify to

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$$

in the  $r$  and  $\theta$  directions, and

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \nu \nabla^2 W,$$

is the  $z$  direction, where  $\nabla^2$  is the Laplacian operator in the  $r - \theta$  plane. The boundary conditions are zero velocity at the wall ( $r = d/2$ ) and at the interface ( $\theta = 0, \theta = \pi$ ).

From a control-volume momentum balance,  $-dp/dz = \rho_0 g$ , where  $\rho_0 = (\rho_T + \rho_B)/2$ . Then the equation in the  $z$  direction,  $0 = -(\rho - \rho_0)/\rho_0 + \nu \nabla^2 W$ , which written separately for the upward going and downward going fluids becomes

$$\nu \nabla^2 W = -\frac{\Delta C}{2\rho_B} g \quad (\text{upward})$$

$$\nu \nabla^2 W = \frac{\Delta C}{2\rho_T} g \quad (\text{downward}).$$

To ensure symmetry we assume  $(\Delta C/\rho_0) \ll 1$  and replace  $\rho_B$  and  $\rho_T$  by  $\rho_0$  in the denominators on the right hand sides of the above equations.

Solution is same as that of a fully developed flow in pipe with a semi-circular cross section driven by a constant pressure gradient, but with the pressure gradient replaced by  $g\Delta C$ . The solution<sup>5</sup> gives the average velocity in each half of the tube as

$$\bar{W} = 0.03721(d/2)^2 \frac{\Delta C}{\rho \nu} g.$$

The flux  $(-\overline{wc}) = \Delta C \bar{W} / 2$  is given by

$$F_l = 0.0059 \frac{d^2 (\Delta C)^2}{\rho \nu} g, \tag{3}$$

where subscript  $l$  represents laminar flow. The relation shows the dependence of flux on various parameters and interestingly no dependence on the tube length.

In an experiment, even when the flow is HAH, because of diffusion of salt we would expect the flux to be lower than the theoretical value; the scaling will also probably change if diffusion is included. However eq. (3) gives a theoretical maximum value and can be used to non-dimensionalize experimental flux values.

*Turbulent flow*

We make certain assumptions based on dimensional and physical arguments to arrive at a relation for flux when the flow is turbulent. Clearly other expressions can be obtained by making different assumptions.

We assume fully developed flow – the flow is identical (in an average sense) at different  $Z$  locations, and we assume the flow is steady (again in an average sense). The first assumption will be valid if the tube is sufficiently long ( $(ld) \gg 1$ ) and we are far enough away from the two ends; how long and how far will have to be determined from experiments. A similar situation arises in fully developed, pressure-gradient driven turbulent pipe flow. In that case, fully developed flow is achieved about 20–50 diameters from the entrance, and in the length of the pipe where the flow is fully developed, profiles of mean velocity and, for example, profiles of the mean turbulent stresses do not change with axial distance; and the axial pressure gradient is constant.

From the fully developed flow condition we have the mean density (or concentration) gradient  $d\langle C \rangle / dz = \text{constant}$ . (For the turbulent flow we use  $\langle \rangle$  to denote time average, and prime to denote deviation from the time average.) Like the pressure gradient in the case of the pipe flow, we have the density gradient as the driving force in the vertical-tube convection flow. The independent parameters are then  $d\langle C \rangle / dz$ ,  $\rho$ ,  $g$ , and  $d$ . Viscosity and diffusivity are not considered, an usual assumption in turbulent flow.

INSTABILITIES, TRANSITIONS AND TURBULENCE

In the vertical-tube convection case we have seen there is no mean flow, i.e.  $\overline{W} = 0$ . From flow visualization we have seen that when the flow is turbulent there are no two clear streams of upgoing and downgoing fluids. Thus the relevant parameters describing the flow are the flux  $-(\overline{dc'})$ , and means of the squares of fluctuating velocities ( $\langle u_r'^2 \rangle$ ,  $\langle u_g'^2 \rangle$  and  $\langle w'^2 \rangle$ ) and of concentration fluctuations ( $\langle c'^2 \rangle$ ). Prime denotes deviation from the time average.

We assume the flux to be proportional to the product of a velocity scale (say  $W_{turb}$ ) and a concentration scale (say  $C_{turb}$ ). These quantities may be thought of as associated with a typical fluid mass or an eddy: say a heavier fluid mass with an excess density over the ambient  $= C_{turb}$ , and moving down with a velocity  $W_{turb}$ . From the above list of independent parameters we get

$$C_{turb} = \frac{d(C)}{dz} d.$$

The velocity scale can be obtained as the velocity attained by the fluid mass during free fall over some distance (a mixing length). We assume the mixing length scales as the diameter. Thus

$$W_{turb} = \left( \frac{C_{turb} g d}{\rho} \right)^{1/2} = \left( \frac{d(C)}{dz} \frac{g d^2}{\rho} \right)^{1/2}.$$

Then the relation for turbulent flux is

$$F_T = K_T \left( \frac{d(C)}{dz} \right)^{3/2} \left( \frac{g}{\rho} \right)^{1/2} d^2,$$

where  $K_T$  is a constant. Neglecting the end effects we can write  $d(C)/dz = (C_T - C_b)/l = \Delta C/l$ . Then the above expression becomes

$$F_T = K_T \frac{\Delta C^{3/2} g^{1/2} d^2}{\rho^{1/2} l^{3/2}} \tag{4}$$

Note that the dependence on the various parameters is different from that obtained in the laminar HAH flow case (eq. (3)). In contrast to the laminar flow case, in the turbulent flow a length dependence ( $= l^{-3/2}$ ) is present and viscosity does not enter the picture.

**Experimental flux results**

We compare the experimentally obtained flux of salt with the theoretically predicted flux. As mentioned earlier, from the measured salt concentration in the top tank fluid we calculate the density difference ( $\Delta C$ ) using relations (1) and the flux ( $F$ ) using relation (2).

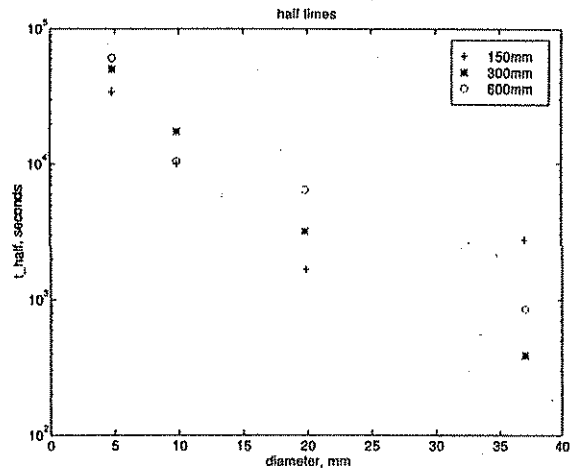
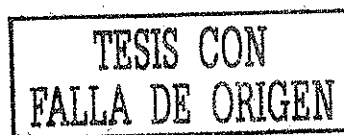


Figure 8. The half-times in the experiments with different diameter and different length tubes.

First, to give an idea of the durations of the experiments. Figure 8 shows the half-times obtained in all the experiments we have conducted. Faster mixing is obtained as the tube diameter increases, and for a given diameter the mixing is slower for a longer tube. The half time ranges from about 400 s in the case of the 36.85 mm diameter, 150 mm long tube to about  $6 \times 10^4$  seconds in the case of the 4.8 mm diameter, 600 mm long tube.

Figure 9 shows for the 4.85 mm diameter cases the flux normalized by  $F_l$  (the theoretical flux for laminar HAH flow of immiscible fluids) vs Rayleigh number based on diameter. Recall in this diameter tube the flow is laminar helical type. The normalized flux values are only about 0.02 to 0.04. Clearly diffusion and mixing results in flux values much lower than theoretical values. The normalized flux value is even lower for convection in the larger diameter tubes: about 0.005 for 9.85 mm diameter tubes, and 0.001 for 36.85 mm diameter tubes.

At the other extreme is turbulent flow. We had discussed that the flow in the 36.85 mm diameter tubes appeared to be turbulent visually. We can check whether the flux in these tubes scales as predicted by the relation (4), which is for turbulent flow. Figure 10 shows, for the 300 mm and 600 mm tube lengths, the normalized flux ( $F/F_T$ ) data plotted versus the Rayleigh number based on the diameter ( $K_T$  has been taken to be unity in calculating  $F_T$  in the plot). The data for the two diameters collapse to a reasonable extent. The normalized flux appear to be nearly constant with Rayleigh number. The constant  $K_T$ , in eq. (4), from the plot is about 0.5. More experiments covering a wider range of Rayleigh numbers are needed to validate and extend these results.



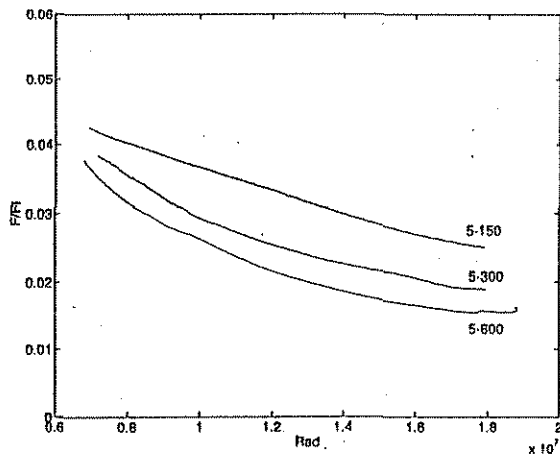


Figure 9. Plot of flux normalized by theoretical laminar flux vs Rayleigh number in the case of 4.85 mm diameter tube.

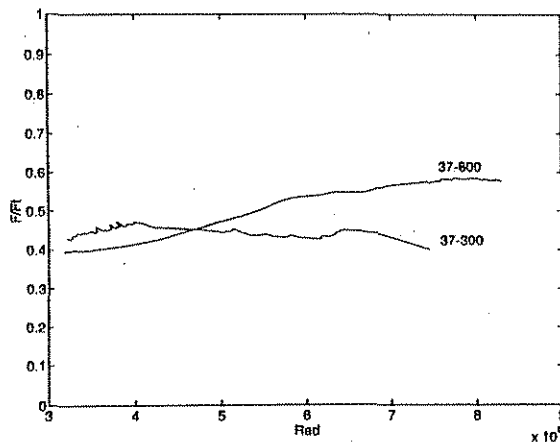


Figure 10. Plot of flux normalized by theoretical turbulent flux vs Rayleigh number in the case of 36.85 mm diameter tube.

## Conclusions

We have presented preliminary results on natural convection in a vertical tube. More work is needed to resolve a number of issues; two main ones are listed below:

- (i) We have given the solution for laminar HAH flow of fluids with zero diffusivity ( $Pr \rightarrow \infty$ ). We need to solve for finite Prandtl numbers to realistically compare data from experiments.
- (ii) We need to precisely determine the values of the transition Rayleigh numbers, when the flow switches from one type of flow to the other.

But what we think is interesting is the turbulent flow. It appears to be different from the other types of turbulent flow which we are familiar with: free shear flows like jets, wakes, plumes, or wall bounded flows like turbulent flow in a pipe, flow on a heated vertical wall. We have in the vertical-tube convection case a buoyancy-driven turbulent flow with zero mean flow and zero mean shear. Here mean refers to time average. Thus at any spatial point in the flow the time averages of the vertical velocity and of the shear are zero. The flow is homogeneous in the vertical direction and appears to be nearly homogeneous in the horizontal direction; because of zero mean flow the (side) wall seems to just 'contain' the flow, and does not have the overwhelming influence it has, for example, in the pressure-driven turbulent pipe flow. Besides the fluid properties and gravity, the only parameters are tube diameter and the forcing term, the density gradient.

This flow has relevance to turbulent R-B convection and during the later stages of Rayleigh-Taylor instability. In R-B convection the flow away from the walls (in the core) is similar to what is obtained in the vertical-tube convection. In R-B convection, it is well known that the wall predominantly determines the dynamics, but an issue of current interest is the interaction between the wall and core flows<sup>5,6</sup>. An understanding of this interaction may help resolve the controversy regarding the exponent in the Nusselt number-Rayleigh number correlation<sup>3</sup>. The vertical-tube convection can shed light on the turbulent mixing during Rayleigh-Taylor instability, where, as in the tube convection case, a simultaneous motion of heavy and light fluids is obtained. Finally, the vertical-tube turbulent convection may be similar to the decaying homogeneous buoyancy-driven turbulence studied by Batchelor *et al.*<sup>8</sup>, using numerical simulation, except that, in our case the turbulence is non-decaying.

1. Turner, J. S., *Buoyancy Effects in Fluids*, Cambridge, 1972.
2. Daziel, S. B., Linden, P. F. and Youngs, D. L., *J. Fluid Mech.*, 1999, 399, 1-48.
3. Niamela, J. J., Skrbek, L., Sreenivasan, K. R. and Donnelly, R. J., *Nature*, 2000, 404, 837-840.
4. Batchelor, G. K. and Nitsche, J. M., *J. Fluid Mech.*, 1993, 252, 419-448.
5. White, F. M., McGraw Hill, 1991.
6. Theerthan, S. A. and Arakeri, J. H., *J. Fluid Mech.*, 1998, 373, 221.
7. Theerthan, S. A. and Arakeri, J. H., *Phys. Fluids*, 2000, 12, 884.
8. Batchelor, G. K., Canuto, V. M. and Chasnov, J. R., *J. Fluid Mech.*, 1991, 235, 349-378.

ACKNOWLEDGEMENT. J.H.A. acknowledges the travel support from the Third World Academy of Sciences, and thanks the people at CIE who made the stay in Mexico during March to June, 1998 a pleasant one. We thank Murali Cholehari for help in manuscript preparation.

## Volutes inherent to a turbulent process

F.E. Avila and R. Tovar

*Centro de Investigación en Energía, Universidad Nacional Autónoma de México  
62580, Temixco, Mor., Mexico*

J.H. Arakery

*Indian Institute of Science, India*

J.M. Dada

*Universidad La Salle, Cuernavaca, Mexico*

A turbulent natural convection mixing process of two fluids of different density inside a cylindrical cavity is studied. The mixing efficiency depends strongly on whether the flow regime is: laminar, transitional or turbulent. Figure 3 shows a variety of capricious shapes that the flow takes during a turbulent process. The dark parts show the shapes that the low-density fluid takes when it goes upwards and the green parts show the shapes that the high-density fluid takes when it goes downwards.

In the lower left part of this two-dimensional view one can see a current of low-density fluid that goes upward and originates twin vortices. In three-dimensions this current

probably forms a toroidal structure with a mushroom shape, typical of this regime, originated by the interaction between the two fluids.

Flow visualization technique: Laser sheet and fluorescein.

### Acknowledgments

The authors wish to thank DGIA-UNAM, PUE-UNAM and the Third World Academy of Science for financial support. R. Tovar holds a scholarship from the DGEP-UNAM.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FIGURE 3. Volutes inherent to a turbulent natural convection mixing process of two fluids of different density inside a cylindrical cavity.



## SISTEMA SCHLIENEN DE GRANDES DIMENSIONES PARA EL ANÁLISIS DE FLUJOS DE CONVECCIÓN NATURAL.

R. Tovar, M. L. Cedillo y J. Rojas

Centro de Investigación en Energía y Posgrado en Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, Priv. Xochicalco s/n. Col. Centro, Temixco Mor., 62580 México.

e-mail. rto@cie.unam.mx, mlcr@cie.unam.mx, jrm@cie.unam.mx

### RESUMEN

Se diseñó y construyó un sistema Schlieren con dos espejos de 0.711 m de diámetro y 7.36 m de distancia focal. Este sistema, además de permitir el análisis de flujos convectivos en áreas considerablemente grandes, da imágenes con alto contraste debido a la gran distancia focal de los espejos. Después de algunos ajustes al sistema se logró distinguir claramente flujos de convección natural tanto en régimen laminar como en régimen turbulento. Los resultados obtenidos en una pared vertical parcialmente calentada muestran la capacidad del sistema para ser usado en el análisis de patrones complejos de flujos convectivos. La información visual de los flujos se captó a través de un sistema automatizado de toma de imágenes.

### ABSTRACT

*A Schlieren system was designed and implemented using two mirrors 0.711 m of diameter and 7.36 m of focal length. The system not only allow the analysis of convective flows in areas considerably large but also provide a high contrast images due to the large focal length. Good quality patterns of laminar and turbulent convective flows were observed after some adjustments of the system. Results in a vertical partially heated wall showed the capacity of the system to be used in the analysis of complicated convective flow patterns. The visual flow information was captured and processed in a computer.*

### 1. INTRODUCCIÓN.

Los flujos de convección natural se originan cuando en un fluido se presentan gradientes inestables de densidad en presencia de un campo gravitacional. Estos gradientes de densidad son el mecanismo que suprime el balance que hay entre las fuerzas de presión y las de gravedad de un fluido en reposo, dando lugar a las denominadas fuerzas de flotación. Flujos de este tipo han sido estudiados por Tovar *et al.* [1,2] y por Ostrach [3]; éste último hizo una amplia revisión sobre el tema.

En el análisis experimental de flujos convectivos las técnicas ópticas han jugado un papel muy importante, principalmente por ser no intrusivas. El mencionado cambio en la densidad, causa a su vez cambios en el índice de refracción del fluido. Cuando se hace pasar un haz de luz a través de un medio con cambios de índice de refracción, éste sufre dos tipos de alteraciones: una en su trayectoria y otra en su fase, ambos efectos se han aprovechado tanto para visualizar los flujos como para hacer mediciones cuantitativas de la densidad del fluido. Las técnicas para hacer estos estudios son conocidas como *shadowgraph*, *Schlieren* e interferometría [4,5]. La información cualitativa y/o cuantitativa que se puede obtener con cada una de ellas es diferente, por ejemplo Schöpf & Patterson [6] utilizaron un sistema *shadowgraph* para visualizar patrones globales del flujo en una cavidad mientras que Kameda *et al.* [7] utilizaron un sistema *Schlieren* para visualizar detalles del flujo alrededor de un proyectil y Lin *et al.* [8] utilizaron un interferómetro holográfico para visualizar y para medir temperaturas en el estudio de plumas térmicas generadas en paredes inclinadas. Para el proyecto que se está desarrollando en el Centro de Investigación en Energía

\* Dedicamos este trabajo a la memoria del Dr. F. E. Avila cuya iniciativa fue crucial para este proyecto.



(CIE) se escogió, de un análisis costo-beneficio, la técnica *Schlieren* que proporciona información de la derivada del índice de refracción, en la dirección normal al haz de luz.

El sistema Schlieren se está utilizando en el estudio y observación de la convección natural que se originan dentro de una cavidad experimental construida especialmente para obtener flujos con un número de Rayleigh de hasta  $10^{10}$ . En esta cavidad se puede observar el movimiento laminar y oscilatorio de los fluidos, así como también los movimientos de transición hacia la turbulencia y los movimientos turbulentos totalmente desarrollados. En los siguientes párrafos se explica el arreglo óptico, la metodología que se ha seguido para su instalación y los resultados de la visualización del flujo en la cavidad.

## 2. MÉTODO SCHLIEREN DE VISUALIZACIÓN.

El arreglo óptico básico para esta técnica se presenta esquemáticamente en la Fig. 1. Consiste de una fuente de luz colocada en el foco de una lente para generar un campo de luz paralela; en este campo, que funciona como sección de prueba, se coloca el flujo a ser observado. Una segunda lente conocida como "cabeza del Schlieren" concentra nuevamente los rayos de luz hacia su punto focal. En el plano focal de la cabeza del Schlieren se coloca una navaja que deja pasar sólo parte de la luz. Las imágenes resultantes se pueden proyectar en una pantalla o en una cámara fotográfica, o también pueden ser grabadas en video para su posterior análisis.

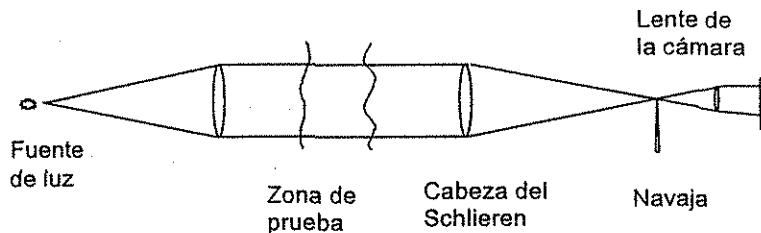


Fig. 1. Configuración esquemática del sistema Schlieren básico. A la segunda lente se le denomina "cabeza del Schlieren".

## 3. SISTEMA SCHLIEREN MODIFICADO.

Con el fin de llevar a cabo la visualización de nuestros experimentos se escogió la configuración del Schlieren en forma de "Z" que se presenta en la Fig. 2. En este arreglo las dos lentes del sistema básico se substituyeron por grandes espejos de 0.711 m de diámetro. La razón de este cambio se debe a que es más fácil construir espejos con un diámetro del orden de un metro que lentes de ese mismo diámetro, y por consiguiente con los espejos se logra aumentar el área transversal de prueba. Actualmente esta configuración es la más usada en su tipo [9]. El sistema que se construyó en el CIE es uno de los más grandes de nuestro país y podrá ser utilizado en una gran variedad de proyectos.

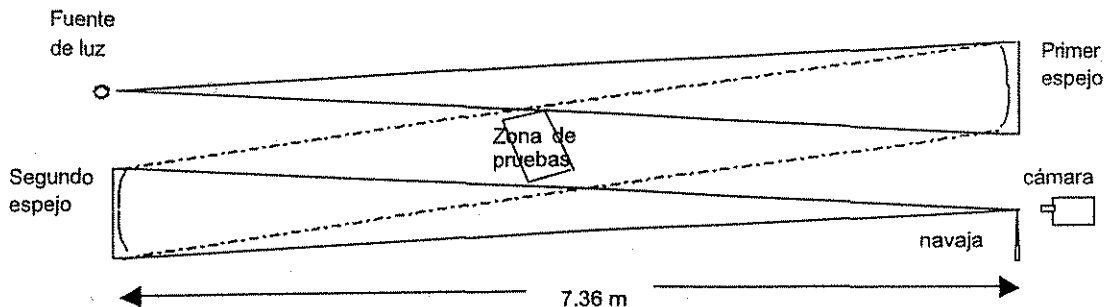


Fig. 2. Sistema de visualización Schlieren modificado que se diseñó para nuestra aplicación. Consiste de una fuente de luz, un filtro espacial, dos espejos, una navaja y una video-cámara de alta resolución.



SOMI XV

OPT 13-1

Como ya se mencionó el sistema Schlieren se basa en la forma en que la luz es interceptada por la navaja en el plano focal del segundo espejo. Cuando no hay disturbios en la sección de prueba la navaja resta iluminación uniformemente en la imagen. Sin embargo, cuando hay disturbios que desvíen cierta cantidad de rayos, existe la posibilidad de que estos rayos desviados dejen de ser interceptados por la navaja y aporten intensidad luminosa en un área específica de la imagen. Existe la posibilidad opuesta de que los rayos desviados sean interceptados por la navaja produciendo un oscurecimiento en una parte de la imagen. En otras palabras, si la dirección de la deflexión de los rayos es en dirección opuesta a la navaja se obtiene un aumento en la intensidad de la imagen y si la deflexión es en dirección de la navaja se obtiene un oscurecimiento.

El contraste en las imágenes depende de la altura de la imagen disminuida por la navaja en el plano focal ( $a$ ), dividida por la distancia focal del segundo espejo ( $f$ ), es decir ( $a/f$ ). Entre menor sea esta razón el contraste es mayor, pero dado que la reducción de ( $a$ ) por la penetración de la navaja tiene un límite permitido, la sensibilidad queda en cierta manera determinada por la distancia focal [4]. En nuestro caso la distancia focal de los espejos se escogió como la más grande posible para el lugar seleccionado para su instalación.

Cabe mencionar, que por razones prácticas, a la hora de colocar el equipo en el laboratorio fue necesario modificar al sistema Schlieren de manera que el haz de rayos convergentes, reflejado por el segundo espejo, se desviara de su curso por medio de un espejo plano de primera superficie de 0.32 m de diámetro, Fig 3. Con esto se logró que la imagen focal del segundo espejo quedara dentro del mismo laboratorio.

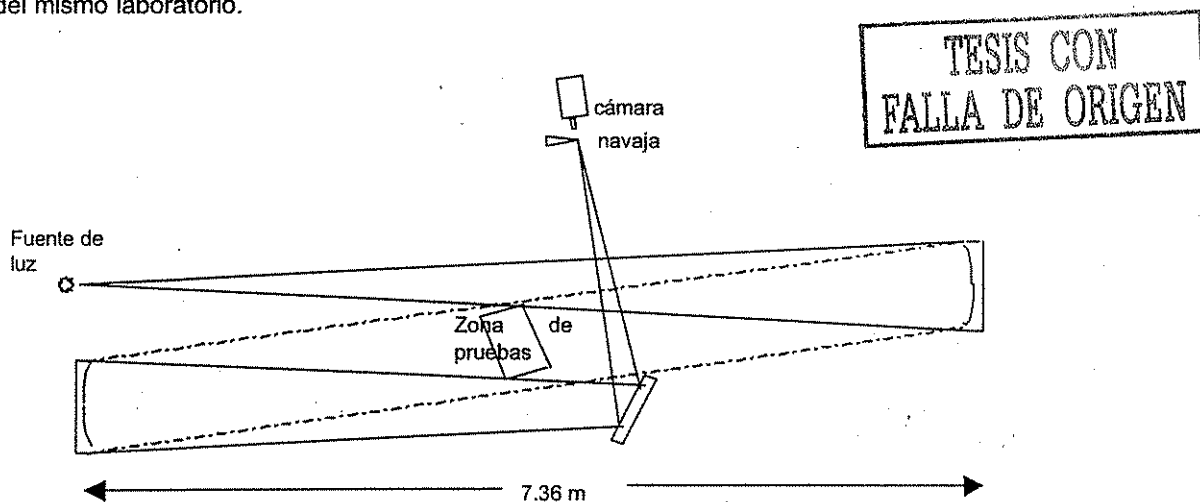


Fig. 3 Arreglo final del sistema de visualización Schlieren. Puede verse un espejo extra colocado en el haz de rayos convergentes con la finalidad de cambiar su dirección.

#### 4. DESCRIPCIÓN DE LOS COMPONENTES DEL ARREGLO ÓPTICO.

##### 4.1 Espejos parabólicos.

La capacidad del sistema Schlieren depende fuertemente de las especificaciones de los espejos. Al mismo tiempo estas especificaciones están sujetas a las condiciones de espacio de laboratorio, al presupuesto disponible y a la factibilidad técnica para construirlos. Como resultado de lo anterior se mandaron fabricar a la compañía norteamericana Glass Mountain dos espejos con las siguientes especificaciones:

- Geometría de casquete parabólico, distancia focal de 7.36 m, foco ubicado sobre el eje de simetría y apertura libre de 0.676 m.





SOMI XV

OPT 13-1

- Sustrato de vidrio flotado de 0.711 m de diámetro y 0.025 m de espesor.
- Superficie reflectora de aluminio mejorado con precisión de  $\lambda/2$  en el 95% del área y calidad de 80/50 (rasguños/hoyos).

#### 4.2 Soportes para los espejos.

Para sostener y orientar los espejos se diseñaron y se fabricaron dos soportes hechos a la medida. Cada soporte está constituido por tres componentes principales aquí denominados placa base, estructura de carga y placa de acoplamiento. La Fig. 4 representa esquemáticamente un soporte completo.

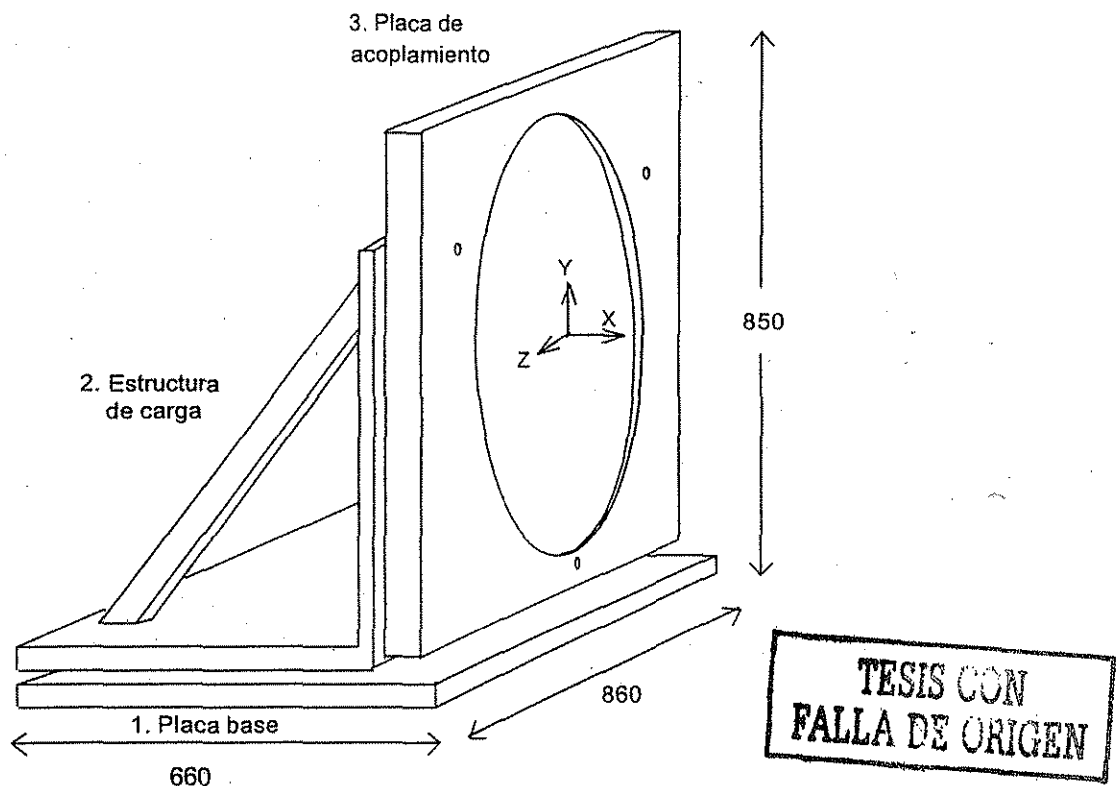


Fig. 4. Conformación de los soportes para espejo. 1) Placa base. 2) Estructura de carga. 3) Placa de acoplamiento. Las medidas están dadas en milímetros.

La placa base está hecha de acero y mide 0.860 m de largo por 0.660 m de ancho y 0.0125 m de espesor. Una de sus funciones es transmitir homogéneamente hacia una mesa la carga de los demás componentes. También funciona como plataforma de referencia para poder dar movimientos laterales y de elevación a la estructura de carga. Para esto la placa base cuenta en su borde con ocho "pestañas" de acero perforadas horizontalmente y roscadas; estas pestañas dan apoyo a los tornillos horizontales con los cuales el operador puede ajustar la posición XZ de la estructura de carga.

La estructura de carga, que también es de acero, mide 0.800 m de largo, 0.550 m de ancho y 0.670 m de alto. Básicamente está compuesta por una placa vertical, una horizontal y dos brazos de refuerzo. Todas estas piezas están soldadas rigidamente entre sí. Cuenta con cuatro orificios roscados, ubicados simétricamente en la placa horizontal cerca de las esquinas, en donde se colocan respectivamente los tornillos que le dan sustento. Con este juego de tornillos se puede



## SOMI XV

## OPT 13-1

manipular la inclinación y elevación de esta estructura y por tanto del espejo que sostiene. La placa vertical tiene tres perforaciones roscadas con el objeto de insertar los tornillos horizontales que cargan y dan el ajuste fino a la placa de acoplamiento.

La placa de acoplamiento se fabricó a partir de una placa de aluminio de 0.80 m de anchura, 0.82 m de altura y 0.025 m de espesor que se maquinó para obtener una gran perforación cilíndrica con el diámetro igual al del espejo que soporta; el maquinado tiene 2 mm de holgura que permite la instalación del mismo. La parte frontal del maquinado se desvanece formando un tope cónico con el mismo ángulo del bisel del espejo, de esta forma se asegura que el espejo se apoye concéntricamente en la placa a lo largo de todo su perímetro. Con este tope el espejo queda asegurado por el frente y por el reverso se detiene por medio de tres piezas atornilladas que lo presionan contra la placa. Finalmente, la placa de acoplamiento tiene tres perforaciones que coinciden axialmente con los orificios de la estructura de carga; a través de estos orificios pasan los tornillos horizontales encargados de transferir el peso del conjunto placa-espejo hacia la estructura de carga. En la separación que existe entre la estructura de carga y la placa de acoplamiento se cuenta con tres resortes a compresión los cuales contrarrestan la fuerza de los tornillos horizontales permitiendo un ajuste fino y suave de la placa de acoplamiento. El centro geométrico entre los tres tornillos coincide con el eje focal del espejo, permitiendo cambiar la dirección del espejo sin ocasionarle ningún movimiento de traslación perceptible.

Con la combinación del movimiento relativo de la estructura con respecto a la base y del movimiento relativo de la placa de acoplamiento con respecto a la estructura, se proporciona a los espejos seis grados de libertad; es decir, tres movimiento de traslación y tres movimientos de giro. Con estos seis grados de libertad se puede orientar a los espejos en la forma que sea requerida para su buen funcionamiento.

#### 4.3 Espejo plano.

El fin de este espejo complementario es doblar el haz de luz proveniente del segundo espejo hacia el interior del laboratorio, para remediar la falta de espacio. Este espejo se fabricó en el Centro de Investigación en Óptica con las siguientes características: diámetro de 0.32 m, espesor de 0.06 m, precisión de  $\lambda/4$ , recubrimiento de aluminio mejorado y sustrato de vidrio flotado.

#### 4.4 Fuente de luz, cámara de video y monturas.

El sistema Schlieren, además de los espejos, cuenta con una fuente de luz láser de helio-neón de 10 mW y longitud de onda de 638 nm, un filtro espacial compuesto por un objetivo de microscopio de 40X y un *pinhole* de 5 micras, una navaja y una serie de montura y dispositivos de laboratorio para colocar estos instrumentos. Igualmente se instaló una cámara de video digital de alta resolución controlada por una computadora y por un *software* y *hardware* de adquisición de imágenes.

El sistema *Schlieren* se instaló en un espacio de 6.4 m de largo por 5 m de ancho dentro del laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del CIE-UNAM, Fig. 5.

### 5. MÉTODO DE ALINEACIÓN DEL SISTEMA DE VISUALIZACIÓN.

Para poner en operación el sistema se requiere alinear cuidadosamente todos los componentes con la siguiente metodología.

- i) Colocar todos los componentes en ubicaciones preestablecidas, con una tolerancia en la medición del orden  $\pm 1$  milímetro.
- ii) Verificar que el centro del láser, el de los tres espejos y el de la cámara se encuentren al mismo nivel, con la misma tolerancia del punto anterior.
- iii) Poner los espejos en posición estrictamente vertical manipulando los tornillos instalados en la estructura de carga.
- iv) Incidir la luz láser exactamente al centro del primer espejo y orientarlo de tal manera que la luz se refleje en el centro del segundo espejo, para ubicar al espejo plano, a la navaja y a la cámara en el trayecto de la luz proveniente del segundo espejo.
- v) Verificar que los ángulos de la configuración Z sean iguales.



## SOMI XV

## OPT 13-1

- vi) Ubicar y alinear el filtro espacial frente a la luz láser para formar un haz de luz divergente que sea proyectado sobre el primer espejo, el cual refleje un haz de luz paralela hacia el segundo espejo y éste envíe un haz convergente hacia el espejo plano.
- vii) Colocar una pantalla en la región donde se encuentra el punto focal del segundo espejo. Se observa cómo el cono de luz convergente se puede concentrar primero en una imagen en forma de elipse vertical y a cierta distancia en forma de una elipse horizontal. Haciendo los ajustes pertinentes en los espejos se consigue que ambas imágenes de luz concentrada se acerquen entre sí lo más posible. Finalmente toda la luz queda concentrada en las inmediaciones del punto focal del segundo espejo (la cual ha sido "doblada" por un tercer espejo).
- viii) Situar la navaja en el punto focal y por medio de prueba y error buscar el lugar preciso en donde al ser insertada la navaja en el haz provoque un oscurecimiento homogéneo de la imagen que se capta en la cámara; ahí se coloca de manera definitiva la navaja.
- La configuración "Z" del Schlieren involucra un desplazamiento transversal de la fuente luminosa con respecto al eje focal del primer espejo provocando ciertas aberraciones, sin embargo, gracias a la gran distancia focal de los espejos éstas no son notorias.

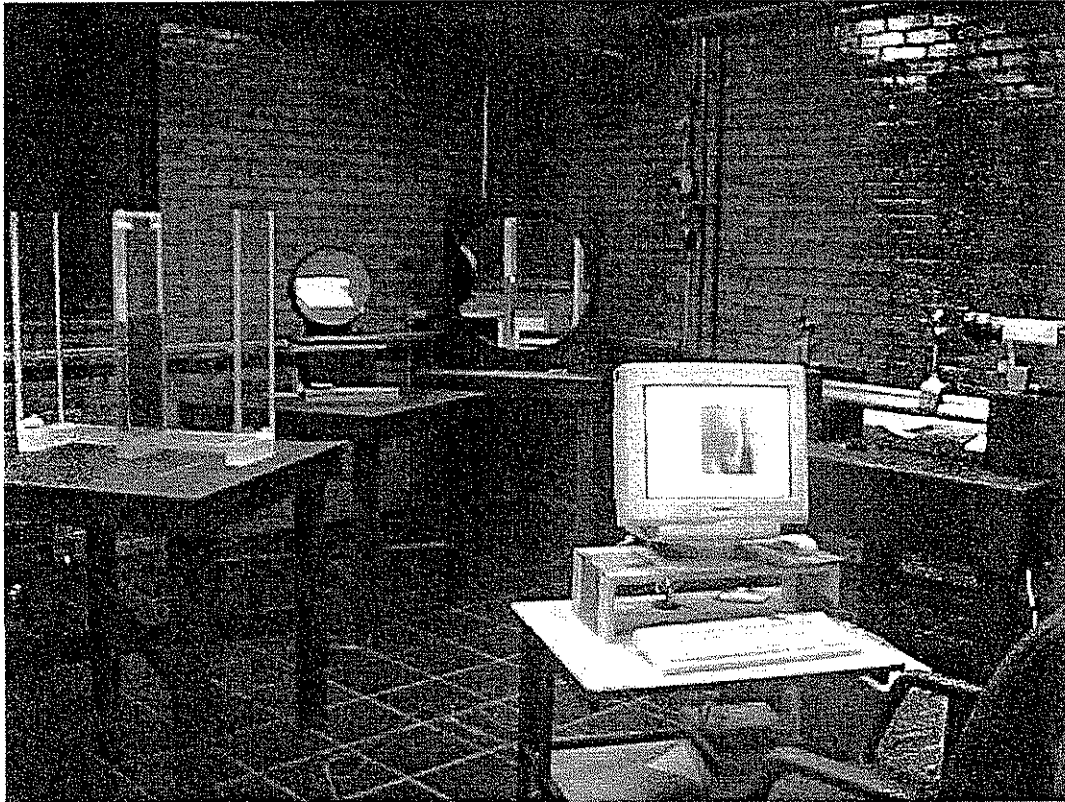


Fig. 5. Arreglo experimental donde se muestra de izquierda a derecha: cavidad experimental, espejo plano, espejo parabólico, computadora y cámara de alta resolución.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**6. PRUEBAS PRELIMINARES DE VISUALIZACIÓN.**

Para la puesta en marcha del equipo se realizaron varias pruebas preliminares que consistieron en colocar en la sección de prueba objetos calientes como por ejemplo, un caufín eléctrico o una lámpara o la mano de una persona.

Los resultados que se presentan en esta sección se obtuvieron haciendo mejoras progresivas del sistema. Este mejoramiento consistió de tres fases. cada una de éstas aquí la referimos con relación al tipo de luz que se usó como fuente puntual de iluminación. Las pruebas se iniciaron usando una fuente de luz blanca proveniente de una bombilla de halógeno, después se empleó una fuente de luz láser verde de  $\lambda=532$  nm, y al final se empleó un láser rojo de  $\lambda=638$  nm. Este último tipo de luz es el que finalmente quedó instalado.

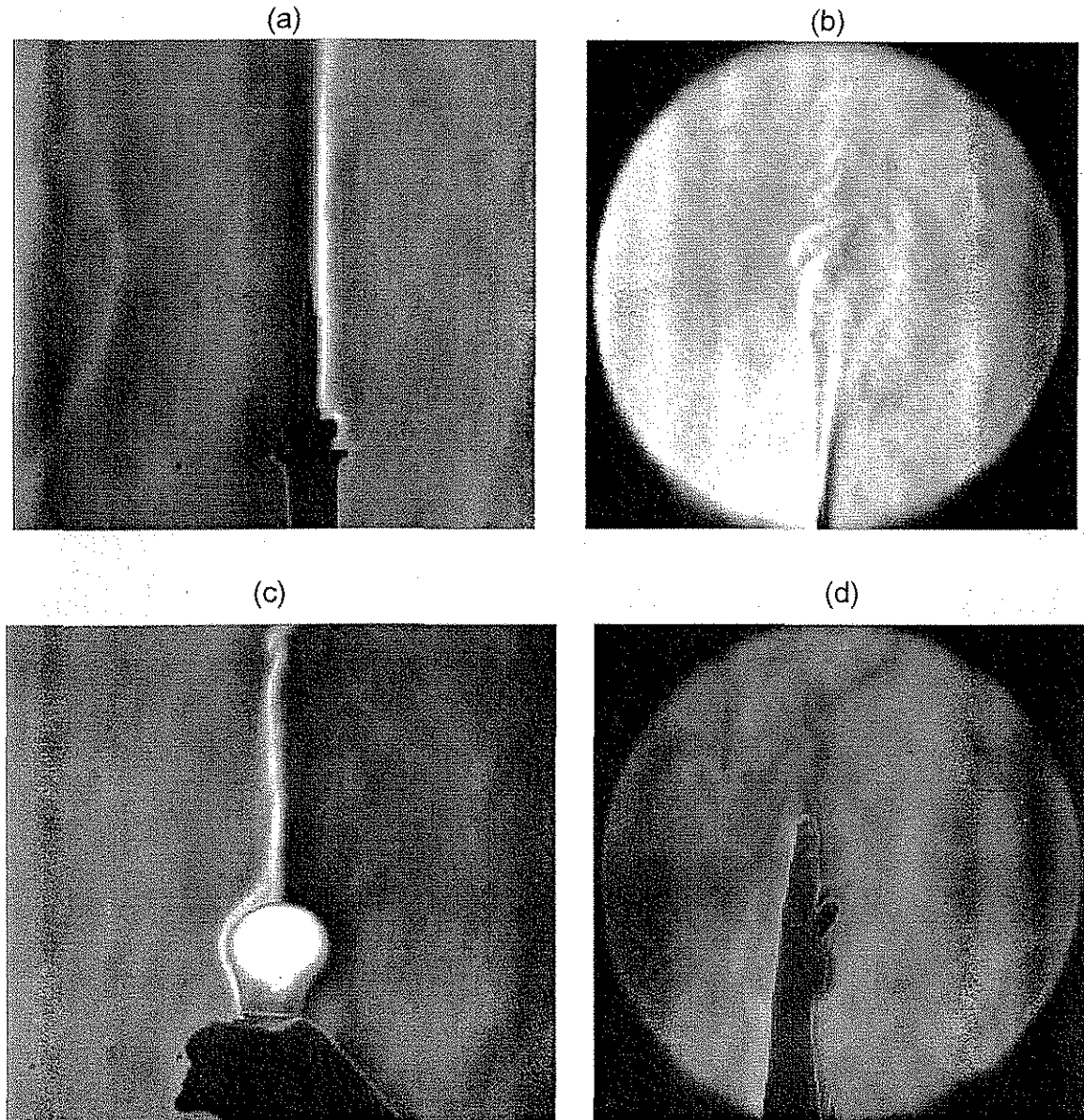


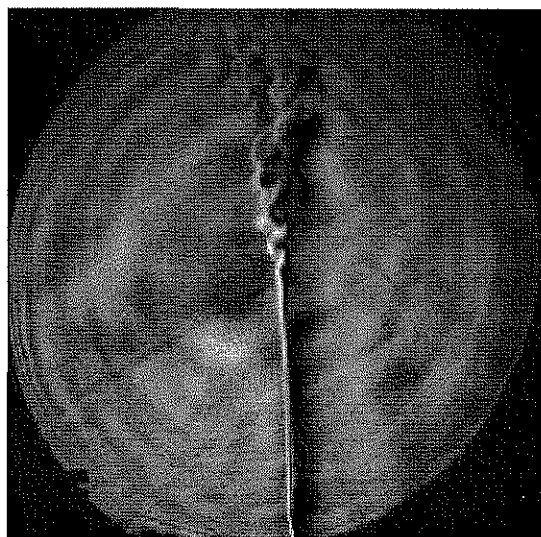
Fig. 6. Imágenes preliminares del Schlieren empleando luz blanca.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

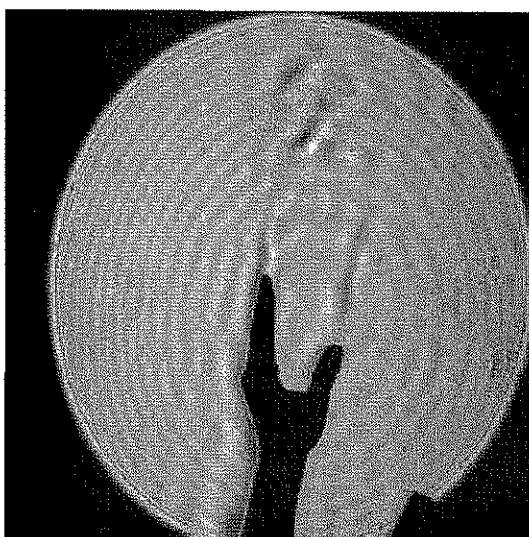


Las imágenes presentadas en la Fig. 6 corresponden a la fuente de luz blanca. Los incisos (a) y (b) son imágenes de la pluma térmica desprendiéndose de un caufín eléctrico, en la primera el aire caliente ascendió en régimen laminar mientras que en la segunda se distingue cómo el flujo pasó de laminar a turbulento. El inciso (c) muestra la pluma térmica laminar que emergió de un foco encendido. Finalmente el inciso (d) muestra la pluma térmica generada una mano.

La Fig. 7 (a) muestra la pluma térmica de un caufín obtenida con luz verde y la Fig. 7 (b) presenta la pluma térmica en una mano iluminada con luz roja. Las imágenes de la Fig. 7 presentan mayor contraste por lo que la luz blanca fue desechada. El paso de la luz verde a la roja fue circunstancial debido a que la fuente en el primero fue un láser de estado sólido que no mantuvo a lo largo del tiempo la misma intensidad mientras que en el segundo se usó un láser de HeNe que operó satisfactoriamente.



(a)



(b)

Fig. 7. Imágenes preliminares del Schlieren empleando (a) un láser verde de 20 mW y (b) un láser rojo de 10 mW.

## 7. RESULTADOS EN UNA APLICACIÓN PARTICULAR DEL SCHLIEREN.

El sistema Schlieren se está utilizando actualmente en el CIE -UNAM para la visualización de la capa límite y la pluma de pared convectivas que se desarrollan en el interior de una cavidad experimental. Los detalles del fenómeno quedan fuera del alcance de este artículo y solamente se presentan unas imágenes como ejemplo de la utilidad de la técnica. La cavidad está dividida por medio de una pared central en dos tanques de volúmenes iguales de 40 litros cada uno con la finalidad de obtener condiciones simétricas. La pared central está compuesta en su parte inferior por un intercambiador de calor metálico (pared caliente), con el cual se suministra energía térmica hacia el interior de la cavidad. La parte superior de esta pared central está hecha de una placa de acrílico, aquí considerada como pared adiabática. Para efectuar la visualización por medio del Schlieren, las paredes frontal y anterior se hicieron de vidrios de 12 mm de espesor.

En la Fig. 8 se presenta una serie de imágenes representativas del proceso de convección natural en estudio. Cada uno de los cuadros corresponde a una etapa típica del proceso dentro de la cavidad experimental. Estas tres etapas son: formación de la capa límite ( $t=17s$ ), formación de la pluma térmica de pared y presencia de un vórtice ( $t=27s$ ), y llegada del proceso al estado permanente ( $t=67s$ ). Es necesario aclarar que a la corriente de fluido adyacente a la pared caliente se le denomina capa límite, y a la subsecuente corriente de fluido que viaja más arriba contigua a la pared adiabática se le denomina pluma térmica de pared.

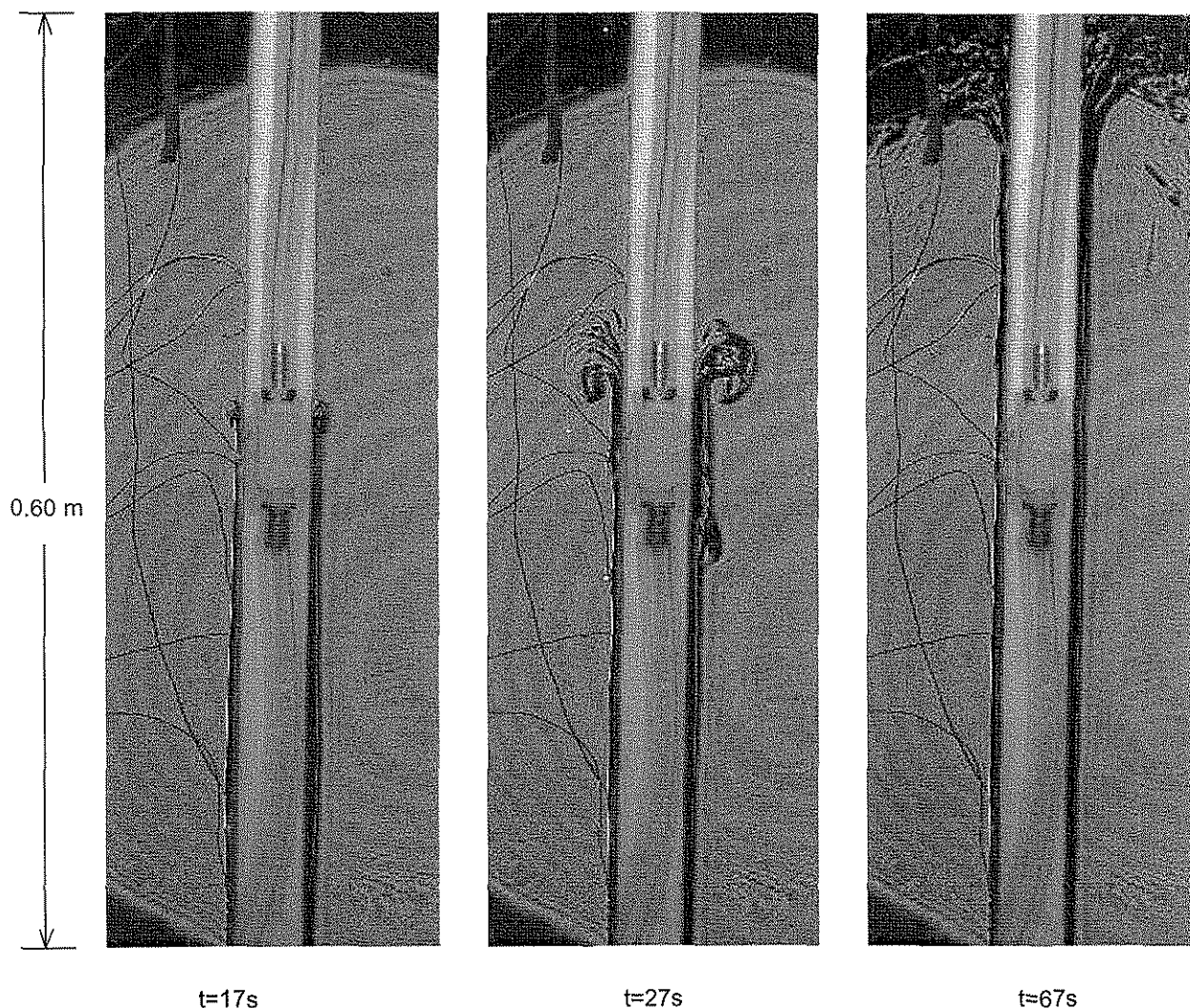
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





SOMI XV

OPT 13-1



t=17s

t=27s

t=67s

Fig. 8 Imágenes representativas de las diferentes etapas de la convección natural dentro de la cavidad experimental.

Estos resultados fueron obtenidos de manera automática con un programa de adquisición de imágenes creado para este fin.

Además de la información cualitativa del flujo que actualmente se obtiene con el sistema Schlieren también, en principio, se puede conseguir información cuantitativa, ya que el gradiente de índice de refracción (o gradiente de densidad) en el fluido se manifiesta como un cambio local en la intensidad de iluminación de la imagen del Schlieren. Es decir, el patrón de iluminación representa un gradiente de densidad que depende de la distribución de temperatura, de este modo, el patrón de iluminación en la imagen representa cuantitativamente a un gradiente de temperatura en el fluido. Sin embargo para lograr dicha información se requiere de un procedimiento de calibración que a la fecha no se ha desarrollado.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### CONCLUSIONES.

Con el sistema Schlieren del CIE-UNAM es posible analizar flujos convectivos en áreas transversales del orden de  $0.4 \text{ m}^2$ , siendo ésta considerablemente mayor que la que se obtiene con sistemas más comunes; por ejemplo en el sistema de Schöpf & Patterson [6] el área transversal es de  $0.07 \text{ m}^2$  y en el de Kameda *et al* [7] es de  $0.031 \text{ m}^2$ . Con la gran distancia focal de los espejos y el uso de luz láser se logró tener un factor alto de sensibilidad. Se propuso una rutina para facilitar la instalación y operación del sistema. Las imágenes preliminares sirvieron para mejorar y definir los alcances del sistema. Se comprobó que es posible detectar cambios pequeños en el índice de refracción producidos por pequeñas perturbaciones como en el caso de la temperatura en la mano de una persona o el distinguir estructuras de flujos turbulentos como los producidos en la pluma térmica de un caudín. Las imágenes del flujo convectivo en una pared verticalmente calentada mostraron la capacidad del sistema en el análisis de los patrones complejos del flujo.

### AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen la ayuda económica brindada para la realización de este trabajo a la DGAPA-UNAM con el proyecto IN108398, a la DGEP-UNAM por el apoyo PAEP 207317 y la beca concedida a R. Tovar, y al CONACYT por el apoyo G0044-E para la compra de algunos componentes ópticos.

Se agradece al Ing. G. Hernández y al Ing. H. D. Cortés por su ayuda en el montaje experimental y en el desarrollo del *software*.

### REFERENCIAS.

1. R. Tovar, F. E. Avila, J. Rojas y B. Vargas, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **26**, 7 (1999) 955-64.
2. R. Tovar, F. E. Avila y J. Rojas, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **28**, 2 (2001) 221-31.
3. S. Ostrach, *J. Heat Transfer*, **110** (1988) 1175-90.
4. W. Merzkirch, *Flow Visualization*, 2<sup>nd</sup> ed., (Academic Press, Germany), (1987).
5. R. J. Goldstein, *Fluid Mechanics Measurements*, 2<sup>nd</sup> ed., (Taylor & Francis, USA), (1996).
6. W. Schöpf and J. C. Patterson, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **39**, 16 (1996) 3497-509.
7. M. Kameda, H. Abe, H. Chinju, M. Konno, Y. Watanabe, and F. Higashino, *Journal of Flow Visualization & Image Processing*, **4**, 3 (1997) 223-31.
8. H.-T. Lin, J.-J. Chen, L.-W. Kung, W.-S. Yu & Y.-M. Chen, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **39**, 11 (1996) 2243-52.
9. E. Hecht, *Optics*, 2<sup>nd</sup> ed., (Addison-Wesley, USA), (1994).

intenso transversal a dos de las paredes del ducto. Se estudian los casos en que las paredes son eléctricamente aislantes o bien conductoras delgadas. El flujo se origina por un gradiente constante de temperaturas que puede establecerse entre las paredes del ducto transversales al campo magnético o bien entre las paredes paralelas al mismo. El problema se resuelve utilizando el método espectral de colocación que permite determinar la estructura de las capas límite laterales (paralelas al campo magnético) donde se presentan altas velocidades cuando las paredes del ducto son conductoras delgadas. Trabajo apoyado por DGAPA-UNAM Proyecto IN103100.

bimodales del oleaje al variar la función de distribución angular de la energía y algunos parámetros que definen los espectros. Se emplea el método propuesto por Lavrenov y Ocampo-Torres<sup>1</sup> para evaluar la integral de Boltzman y calcular las interacciones no lineales entre el oleaje local y el distante. Se realizaron 21 experimentos numéricos y los resultados mostraron que las interacciones no lineales son más intensas cuando los picos espectrales se acercan entre sí, ya sea en el dominio de la frecuencia o en el de la dirección de propagación. Al variar la función de distribución angular se encontró que mientras más estrecho es el espectro, el rango de distribución de las interacciones en el plano frecuencia – dirección es menor. Con la función de distribución angular de la energía  $\cos^{2\alpha}$  se encontró transferencia de energía a componentes que viajan en dirección contraria al viento.

<sup>1</sup> Lavrenov, I. V., and Ocampo, F. J., *Izv. Atmospheric and Ocean. Phys.*, vol. 35, no. 2, 254-265, 1999.

SIV.4

**VISUALIZACIÓN Y MEDICIÓN DE TEMPERATURAS EN UN FLUJO DE CONVECCIÓN NATURAL EN UNA PARED VERTICAL.** R. Tovar<sup>1</sup> DEPII-CIE-UNAM, M. L. Cedillo ITZ-CIE-UNAM, J. Rojas CIE-UNAM. Haciendo uso de un interferómetro que se diseñó y construyó en el CIE-UNAM y de mediciones de temperaturas obtenidas con termopares cuidadosamente calibrados se analizó el comportamiento transitorio de la capa límite generada por efectos de flotación en una pared vertical parcialmente calentada. Esta pared presentó en su mitad inferior una condición de temperatura uniforme y en su mitad superior una condición adiabática. El fenómeno en su estado permanente se caracterizó por un flujo de capa límite en la zona adyacente a la pared caliente y de una subsecuente pluma térmica contigua a la pared adiabática. Se estudiaron tres casos con números de Rayleigh de  $5 \times 10^8$ ,  $1 \times 10^9$ ,  $5 \times 10^9$  y los resultados se compararon entre sí. En todos los casos, al iniciar el calentamiento se vio un crecimiento uniforme de la capa límite hasta el punto de cambio de condición de frontera, a partir del cual el flujo se separó de la pared formando un vórtice que avanzó hasta llegar a la superficie. Más tarde se alcanzó un estado permanente oscilatorio. Las variaciones de la temperatura con el tiempo reflejaron diferentes comportamientos dependiendo de la altura. En la zona de la pared caliente las temperaturas presentaron un comportamiento uniforme mientras que en la parte superior la amplitud de las temperaturas varió en forma aleatoria. Se obtuvo una buena correlación entre las variaciones de la temperatura y las oscilaciones observadas con el Schlieren.

Con apoyo de DGAPA IN108398 y de PAEP 207317, Becario de la DGEP.

SV.2

**SANEAMIENTO DEL PUERTO DE ENSENADA MEDIANTE UN SISTEMA DE BOMBEO POR ENERGÍA DE OLEAJE (SIBEO).** M. en C. Ismael Nuñez (1), Dr. Steven Czitrom (1) y Dra. Isabel Ramírez(2) 1. Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, UNAM. 2. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada. El puerto de Ensenada, Baja California, se encuentra contaminado por las sustancias que se han vertido a sus aguas durante décadas. Se propone el uso de SIBEOs para introducir agua limpia y oxigenada con el objeto de promover el saneamiento paulatino del puerto mediante la dilución de sus aguas y la promoción de la biodegradación de la materia orgánica acumulada. Se presentan los resultados de varias corridas de un modelo numérico bidimensional, impulsado por la marea M2 y el flujo de los SIBEOs, para ilustrar diversos escenarios posibles y poder hacer recomendaciones para la instalación de los SIBEOs a lo largo del rompeolas del puerto.

**SESIÓN 5: Oceanografía e Hidráulica.**

**Martes 16, 17:00-18:00**

Moderador: Dr. Rubén Morales Pérez, IMTA

**SV.1 INTERACCIONES NO LINEALES EN ESPECTROS BIMODALES.** P. Rosales, F. Ocampo Torres Oceanografía Física, CICESE, Ensenada B.C., Y. Juantorena, Instituto de Meteorología, La Habana, Cuba y I. Lavrenov, Institute for Arctic and Antarctic Research, St. Petersburg, Rusia. Se analiza el comportamiento de las interacciones no lineales en espectros

SV.3

**EVALUACIÓN DE LAS ESCALAS DE TURBULENCIA EN LA MODELACIÓN DE LA HIDRODINÁMICA DE LAGOS SOMEROS.** M. Escalante ([mescalane@taloc.imta.mx](mailto:mescalane@taloc.imta.mx)) y H. Ramírez ([hleon@taloc.imta.mx](mailto:hleon@taloc.imta.mx)). Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. La modelación hidrodinámica de lagos tradicionalmente se hace con modelos integrados en la vertical. Actualmente con el avance tecnológico de las computadoras las técnicas anteriores han sido cuestionadas debido a que se ha demostrado que inhiben algunos procesos físicos como son los movimientos de alta frecuencia en la dinámica de lagos. En este trabajo se presenta un modelo de circulación que representa en tres dimensiones este tipo de corrientes; el modelo ha sido calibrado y validado con mediciones en la laguna de Coyuca de Benítez (Estado de Guerrero). Se presenta una aplicación para esta



## Anexo 2. Resumen de la fotografía ganadora de la Galería de Fluidos 1998.

Se estudia un proceso de mezclado entre dos fluidos de diferente densidad que se efectúa por convección natural en régimen turbulento dentro de una cavidad cilíndrica.

La fotografía muestra una gran variedad de formas caprichosas que asumen los fluidos en el proceso. Las partes oscuras indican las formas que el fluido de menor densidad toma durante su ascenso; los tonos verdes muestran aquellas que el fluido más denso toma durante su descenso. En la parte inferior izquierda puede verse una corriente de fluido que asciende y da origen a una estructura en forma de hongo, típica de este régimen. En dos dimensiones esta estructura aparece como dos vórtices; en tres dimensiones este hongo muy probablemente sea una estructura toroidal que se cierra sobre sí misma, originada por la compenetración entre fluidos.

Fotografía tomada el 20 de agosto de 1998 en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del Centro de Investigación en Energía de la UNAM. Temixco, Mor.

PALETA DE ORIGEN

Técnica de Visualización:	Hoja de luz láser y fluoresceína
Película:	Kodak ASA 400
Tiempo de exposición:	1/15 s
Cámara:	Nikkon con lente de 52 mm
Estudiantes:	Jorge M. Dada y Ramón Tovar
Dirección del Proyecto:	Dr. Francisco E. Ávila CIE-UNAM Dr. Jaywant H. Arakeri, IISc, India

Agradecimientos: Proyecto financiado por la Dirección General de Intercambio Académico-UNAM, el Programa Universitario de Energía-UNAM y la Third World Academy of Science. R. Tovar es becario de la Dirección General de Estudios de Posgrado-UNAM.



### Anexo 3. Demostración de la ecuación 3.2

El gasto másico de sal que va hacia arriba a través del tubo fue expresado como

$$m_s = \int_A CW dA = \overline{CW} A_p = \overline{cw} A_p \quad (3.2)$$

donde  $C$  es el valor instantáneo de la concentración salina,  $W$  es la velocidad vertical instantánea,  $c$  es el valor de las fluctuaciones de la concentración  $C$  alrededor de su valor medio  $\overline{C}$

$$c = C - \overline{C} ,$$

$w$  es el valor de las fluctuaciones de la velocidad

$$w = W - \overline{W}$$

y  $\overline{cw}$  es el producto medio de las fluctuaciones de concentración y de velocidad.

Para que se cumpla la última igualdad de la ecuación (3.2) es necesario demostrar que

$$\overline{CW} = \overline{cw} \quad (3.2b)$$

De las definiciones de  $c$  y de  $w$  se tiene que

$$W = \overline{W} + w , \quad C = \overline{C} + c$$

Si se sustituyen estos valores en (3.2b) resulta

$$\overline{CW} = \overline{(\overline{C} + c)(\overline{W} + w)} = \overline{\overline{C}\overline{W}} + \overline{\overline{C}w} + \overline{c\overline{W}} + \overline{cw}$$

Dado que la velocidad promedio en el tubo es cero, el primer y tercer término del lado derecho desaparecen. Además, ya que el promedio de las fluctuaciones es cero, también desaparece el segundo término del lado derecho. Con lo anterior queda hecha la demostración.

#### Anexo 4. Demostración de la relación lineal entre $F_s$ y $\Delta C$ (Ec. 3.10) y valor de las constantes $m$ y $b$ .

Esta demostración está basada en la suposición de que la evolución salina del tanque superior  $C_T(t)$  está dada por un decaimiento exponencial del tipo:

$$C_T = K_1 + K_2 e^{-t/\tau} \quad (3.7)$$

en donde  $K_1$ ,  $K_2$  y  $\tau$  son las constantes de la función que más se aproxima a los datos experimentales. La derivada de  $C_T$  respecto al tiempo es:

$$\frac{dC_T}{dt} = -\frac{K_2}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (3.8)$$

al substituir la ecuación 3.8 en la definición del flujo de sal (Ec. 3.6) se obtiene

$$F_s = -\frac{V_T}{A_p} \frac{dC_T}{dt} = \frac{V_T}{A_p} \frac{K_2}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (3.9)$$

en donde  $V_T$  es el volumen del tanque superior y  $A_p$  es el área transversal del tubo.

Por otro lado, del balance de masa en el sistema se obtuvo la ecuación para la diferencia de concentración entre los tanques  $\Delta C$  en función de la concentración del tanque superior  $C_T$  y de los demás parámetros del problema ( $V_T$ ,  $V_B$ ,  $V_p$  y  $m_s$ )

$$\Delta C = (C_T - C_B) = C_T \frac{(V_T + V_B + V_p)}{\left(V_B + \frac{V_p}{2}\right)} - \frac{m_s}{\left(V_B + \frac{V_p}{2}\right)} \quad (3.5)$$

Estos parámetros se pueden agrupar haciendo las siguientes sustituciones

$$V_{Tot} = V_T + V_B + V_p \quad K_V = \frac{V_{Tot}}{V_B + V_p/2} \quad K_m = \frac{m_s}{V_B + V_p/2}$$

Se substituye la ecuación 3.7 en la ecuación 3.5 para obtener

$$\Delta C = K_V C_T - K_m = K_V K_1 + K_V K_2 e^{-t/\tau} - K_m \quad (3.5b)$$

De la anterior se despeja el término exponencial

$$e^{-t/\tau} = \frac{\Delta C - K_V K_1 + K_m}{K_V K_2}$$

y se sustituye en la ecuación 3.7 para obtener la relación lineal de  $F_s$  en función de  $\Delta C$

$$F_s = \frac{V_T}{A_p} \frac{K_2}{\tau} \frac{\Delta C - K_V K_1 + K_m}{K_V K_2} = \frac{1}{\tau} \frac{V_T}{A_p} \frac{\Delta C}{K_V} - \frac{1}{\tau} \frac{V_T}{A_p} \frac{K_1 K_V - K_m}{K_V}$$

en donde las constantes m y b de la ecuación 3.10 quedan definidas como

$$m = \frac{V_T}{\tau A_p K_V} \quad \text{y} \quad b = -\frac{V_T}{\tau A_p} \left( K_1 - \frac{K_m}{K_V} \right)$$

Los valores de estas constantes se presentan en la Tabla A4.1 para los casos de flujo laminar y de flujo de transición.

Tabla A4.1 Valores de las constantes m, b de la relación lineal entre  $F_s$  y  $\Delta C$ .

Caso	$m \times 10^3 \text{ (cm s}^{-1}\text{)}$	$b \times 10^5 \text{ (g cm}^{-2} \text{s}^{-1}\text{)}$
5-150	95.4	-40.8
10-150	81.24	-14.1
20-150	119.6	-16.1
5-300	66.5	-28.8
10-300	45.9	-5.3
20-300	62.4	-7.9
5-600	52.0	-12.0
10-600	29.7	-4.6
20-600	30.7	-8.7

## Anexo 5. Demostración de la Ecuación 3.12 y valor de las constantes $K_n$ y $K_{n2}$ .

A partir de la suposición de que la evolución salina en el tanque superior es una función dependiente del tiempo de la forma  $C_T = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$  (Ec. 3.7), resultó que  $F_s$  es una función lineal de  $\Delta C$  del tipo  $F_s = m\Delta C + b$  (Ec. 3.10). Las constantes  $m$  y  $b$  fueron dadas en el Anexo 4. Ya que se quiere encontrar la relación del  $Nu_s$  en función de  $Ra_L$  (Ec. 3.12), primero invocamos a la definición de  $Nu_s$  (Ec. 3.11) y ahí sustituimos la relación lineal mencionada

$$Nu_s = \frac{F_s l}{\alpha_s \Delta C} = \frac{l}{\alpha_s \Delta C} (m \Delta C + b) = \frac{l m}{\alpha_s} + \frac{l b}{\alpha_s \Delta C} \quad (3.11b)$$

Por otro lado, de la definición de  $Ra_L$  se despeja  $\Delta C$

$$Ra_L = \frac{g \beta_s \Delta C l^3}{\rho_0 \nu \alpha_s} \quad \Rightarrow \quad \Delta C = \frac{Ra_L \rho_0 \nu \alpha_s}{g \beta_s l^3}$$

Y se sustituye en la definición de  $Nu_s$  (3.11b)

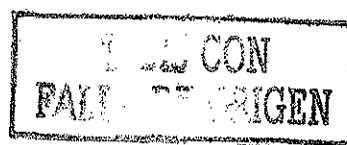
$$Nu_s = \frac{l m}{\alpha_s} + \frac{g \beta_s l^4}{Ra_L \rho_0 \nu \alpha_s^2} = K_n + \frac{K_{n2}}{Ra_L}$$

$$K_n = \frac{l m}{\alpha_s} \quad \text{y} \quad K_{n2} = \frac{g \beta_s l^4}{\rho_0 \nu \alpha_s^2},$$

los valores de las constantes están dados en la siguiente tabla.

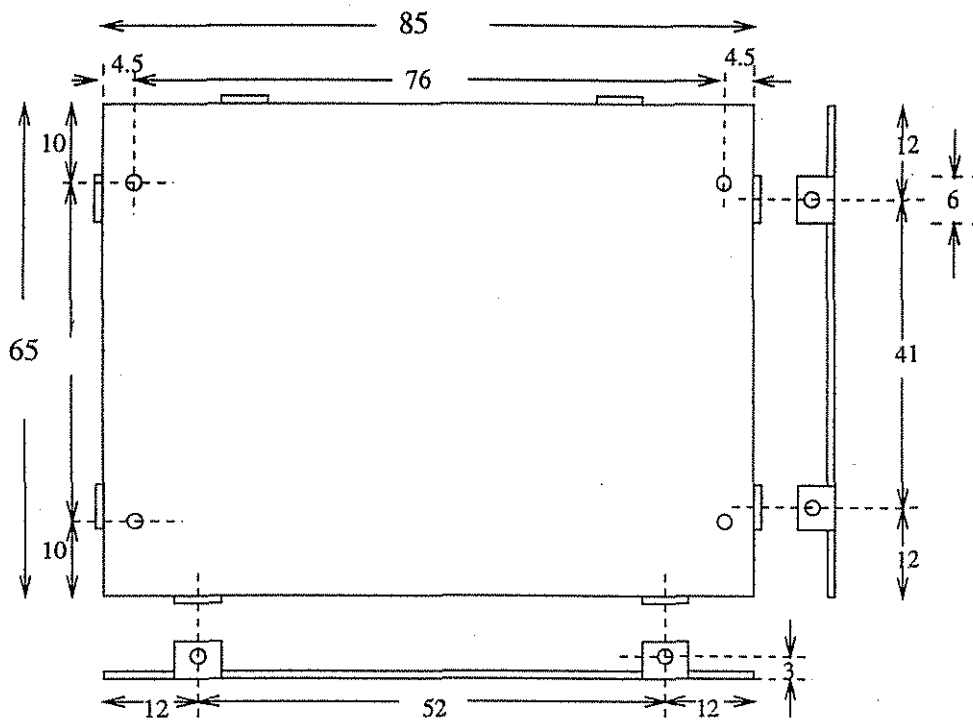
Tabla A5.1 Valores de las constantes de la relación  $Nu$ - $Ra_L$ .

caso	$K_n$	$b \times 10^5 \text{ (g cm}^{-2} \text{ s}^{-1}\text{)}$
5-150	114480	$-9.6758 \times 10^{23}$
10-150	97488	$-3.5612 \times 10^{15}$
20-150	143520	$-4.066 \times 10^{15}$
5-300	159600	$-1.1638 \times 10^{17}$
10-300	110160	$-2.1418 \times 10^{16}$
20-300	149760	$-3.1925 \times 10^{16}$
5-600	249600	$-7.759 \times 10^{21}$
10-600	142560	$-2.974 \times 10^{17}$
20-600	147360	$-5.625 \times 10^{17}$



## Anexo 6. Planos de los soportes para los espejos del Schlieren.

### PLACA BASE.



#### NOTAS:

Material de placa de acero al carbon de 1/2 o 3/8

Todos los barrenos con rosca fina de 1/2

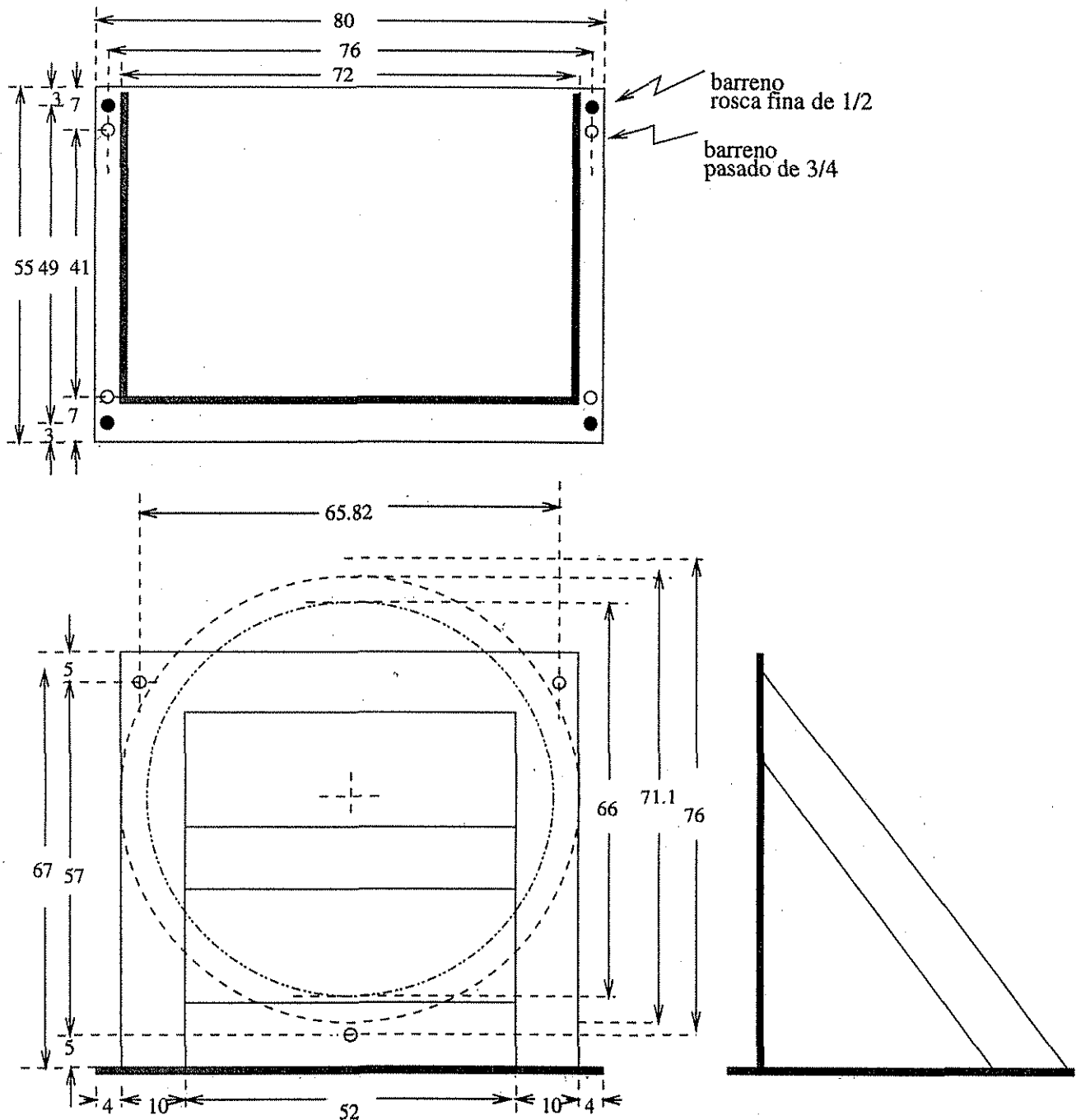
Escala 1:10

Dibujo: Ramon Tovar

Fecha: Agosto de 1999

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## ESTRUCTURA DE CARGA.



**NOTAS:**

Material de placa de acero de 1/2

Barrenos con rosca fina de 1/2

Barrenos pasados de 3/4

Escala 1:10

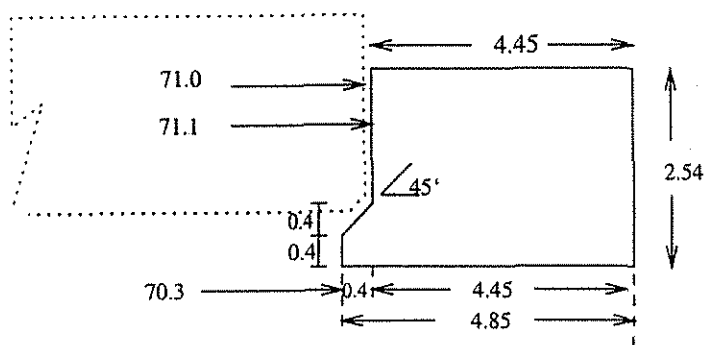
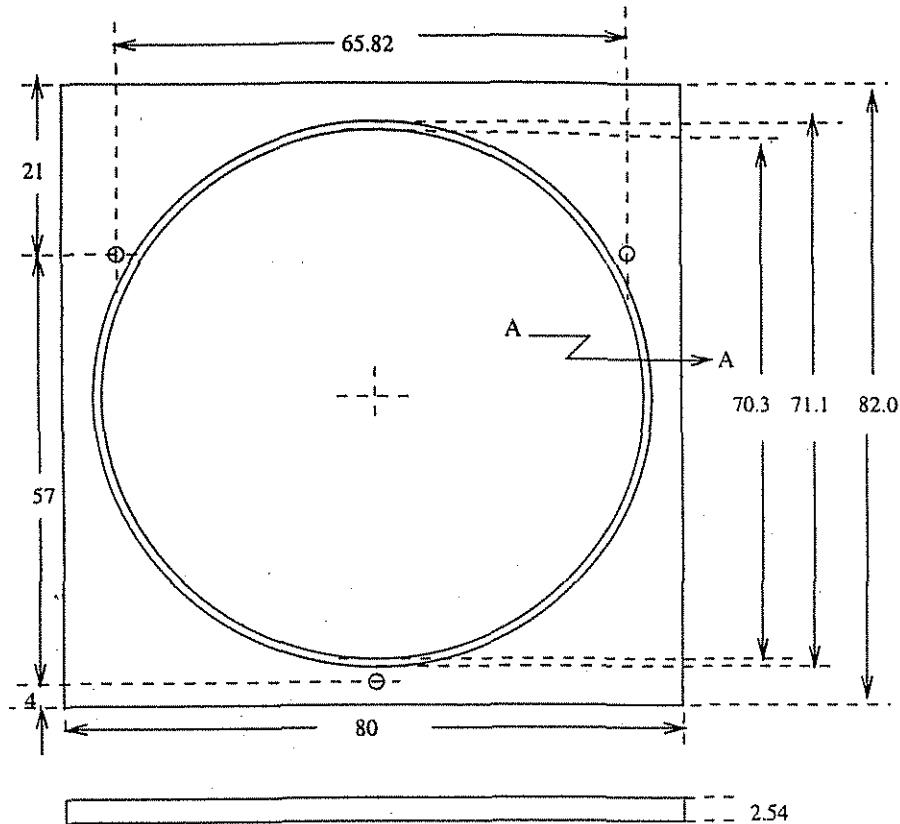
Acotacion en cm

Dibujo Ramon Tovar agosto de 1999

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



# PLACA DE ACOPLAMIENTO



CORTE A-A

**NOTAS:**

Material de placa de aluminio de 1"

Barrenos pasados de 9/16

Escala 1:10

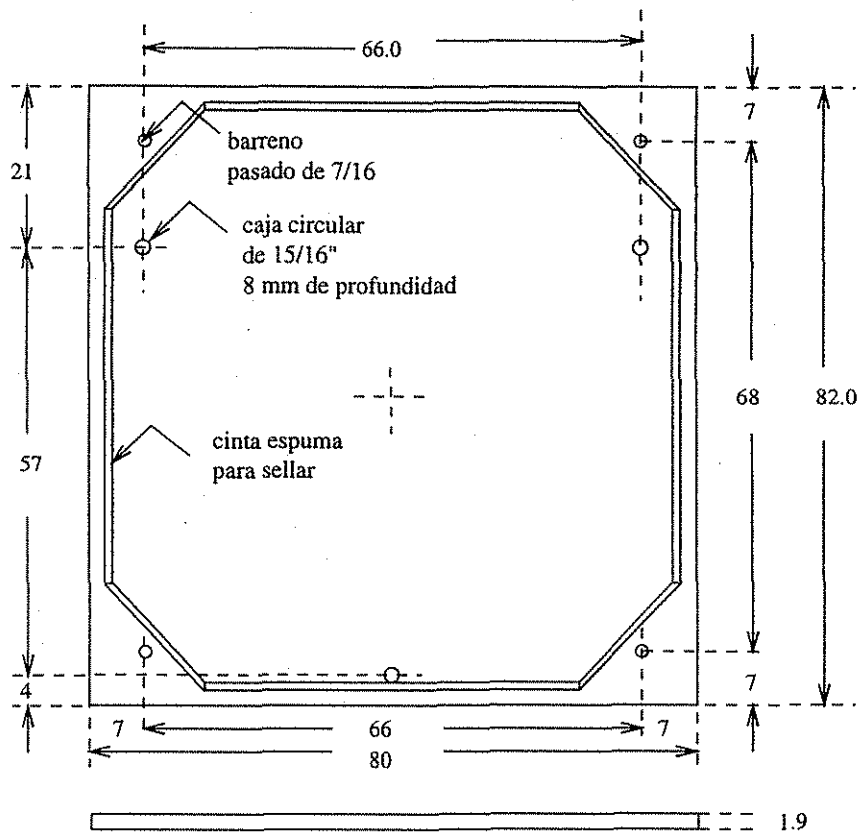
Acotacion en cm

Dibujo: Ramon Tovar noviembre de 1999

Archivo: arol

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

## TAPA DE MADERA.



### NOTAS:

Material de triplay de 3/4"

4 Barrenos pasados de 7/16

Escala 1:10

Acotacion en cm

Dibujo: Ramon Tovar febrero de 2000

Archivo: tapa

**Anexo 7. Coordenadas de la posición de los termopares para el experimento de  $Ra=5 \times 10^9$ .**

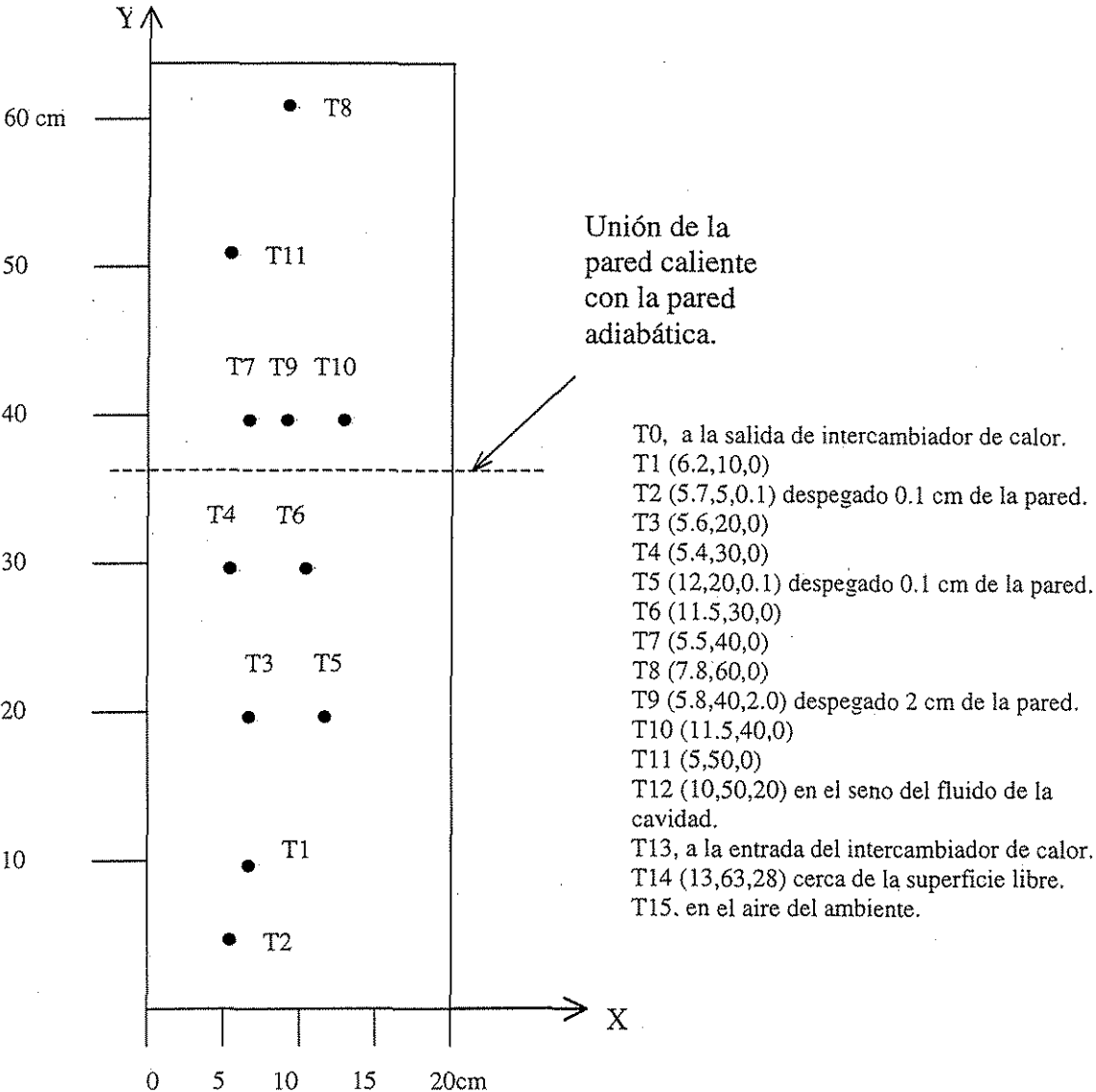


Figura A7.1 Ubicación de los termopares sobre un lado de la pared central de la cavidad. Las coordenadas están en centímetros.

**Anexo 8. Formato del registro de los experimentos.**

1. Distancia focal.	736.6 cm.
2. Arreglo óptico.	Láser rojo 10mW+filtro espacial 40x+navaja+cámara.
3. Nivel del agua en la cavidad.	64 cm.
4. Temperatura Ambiente.	24.8°C.
5. Temperatura del agua de la cavidad.	24.3°C.
6. Temperatura inicial del neslab.	29.9°C.
7. Temperatura final del neslab.	30°C.
8. Temp. inicial neslab con termómetro	30°C.
9. Temp. final neslab con termómetro.	30°C.
10. Tipo de experimento.	Schlieren.
11. Duración del experimento	2 minutos.
12. No.de imágenes	120
13. Cuadros/s	1
14. Nombre del archivo.	c:/maria/exp2012-00.
15. Hora del experimento.	5:10:00 pm
16. Fecha del experimento.	20-Dic-00

## REFERENCIAS

- Baird M. H. I. and Rama Rao N. V. *Axial Mixing in a Reciprocating Plate Column in Presence of Very Small Density Gradients*. *AIChE J.* **37**, 1091-1099 (1991).
- Baird M. H. I., Aravamudan K. and Rama Rao N. V. *Unsteady Axial Mixing by Natural Convection in a Vertical Column*. *AIChE Journal* **38**, 1825-1834, (1992).
- Batchelor, G. K. *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge Science Classics, Cambridge (1953).
- Batchelor G., *The Life and Legacy of G. I. Taylor*. Cambridge University Press, Cambridge (1996).
- Batchelor, G. K. and Nitsche. *Instability of Stratified Fluid in a Vertical Cylinder*. *J. Fluid Mech.* **252**, 419-448 (1993).
- Beausoleil-Morrison I. *An Algorithm for Calculating Convection Coefficients for Internal Building Surfaces for the Case of Mixed Flow in Rooms*. *Energy and Buildings*. **33**, 351-361, (2001).
- Bejan, A. *Convection Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York (1995).
- Bejan, A. *Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York (1993).
- Bird R. B. Stewart W. E. and Lightfoot E. N., *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons, Japan (1960).
- Castaining B. Gunaratne G., Heslot F., Kadanoff L., Libchaber A., Thomae S., Wu S., Zleski S. and Zanetti G. *Scaling of Hard Thermal Turbulence in Rayleigh-Bénard Convection*. *J. Fluid Mech.* **204**, 1-30 (1989).
- Cedillo M. L. *Instalación, Instrumentación y Puesta en Marcha de un Sistema Schlieren para el Análisis de Flujos de Convección Natural*, Tesis de Licenciatura, Zacatepec (2001).
- Cebeci T. and Smith A. M. O. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. Academic Press (1974).
- Cebeci T. and Khattab A. *Prediction of Turbulent Free-Convective-Heat Transfer from a Vertical Plate*. *ASME J. Heat Transfer*, **97**, 469-471 (1975).
- Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and Hidromagnetic Stability*. Dover Publication Inc., New York (1961).
- Cheesewright R. *Turbulent Natural Convection from a Vertical Plane Surface*. *J. Heat Transfer* **90**, 1-8 (1968).



- Cheesewright R. and Doan K. S. *Space-Time Correlation Measurement in a Turbulent Natural Convection Boundary Layer*. Int. J. Heat Mass Transfer **21**, 911-921 (1978).
- Churchil S. W. and H. H. S. Chu. *Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection From a Vertical Plate*. Int. J. Heat Mass Transfer, **18**, 1323-1329 (1975).
- Dada J. M. *Procesos de Mezclado por Convección Natural en Régimen Turbulento*. Tesis de Licenciatura, Cuernavaca (1999).
- Dalziel S. B., Linden P. F. *Self-similarity and Internal Structure of Turbulence Induced by Rayleigh Taylor Instability*. J. Fluid Mech. **399**, 1-48 (1999).
- Gebhart B. and Jaluria Y. *Buoyancy-Induced Flow Arising from a Line Thermal Source on an Adiabatic Vertical Surface*. Int. J. Heat Mass Transfer. **20**, 153-157 (1977).
- George W. G. And Capp S. P. *A Theory for Natural Convection Turbulent Boundary Layers Next to a Heated Vertical Surfaces*, Int. J. Heat Mass Transfer **22**, 813-826 (1979).
- Gill A. E. *The Boundary-Layer Regime for Convection in a Rectangular Cavity*. J. Fluid Mech. **26**, 515-536 (1966).
- Godaux F. and Gebhart B. *An Experimental Study of the Transition of Natural Convection Flow Adjacent to a Vertical Surface*. Int. J. Heat Mass Transfer. **17**, 93-107 (1974).
- Goldstein R. J., *Fluid Mechanics Measurements*, 2<sup>nd</sup> Ed., Taylor & Francis, USA (1996).
- Grella J. J. and Faeth G. M. *Measurements in a Two-Dimensional Thermal Plume Along Vertical Adiabatic Wall*. J. Fluid Mech. **71**, 701-710 (1975).
- Hecht E. *Optics*. 2<sup>nd</sup>. Ed. Addison-Wesley, USA (1987).
- Hinze J. O. *Turbulence*. Mc. Graw-Hill Inc (1987).
- Holmes, T. L., Karr A. E. and Baird M. H. I. *Effect of Unfavorable Continuous Phase Density Gradient on Axial Mixing*, AIChE J. **37**, 360-369, USA (1991).
- Ivey G. N. *Experiments on Transient Natural Convection in a Cavity*. J. Fluid Mech. **144**, 389-401 (1984).
- Jaluria Y. and Gebhart B. *Buoyancy-Induced Flow Arising From a Line Thermal Source on an Adiabatic Vertical Surface*. Int. J. Heat Mass Transfer. **20**, 153-157 (1977).
- Kakac. S., Aung w., Viskanta R., *Natural Convection Fundamentals and Applications*, Hemisphere, USA (1985).
- Kameda M., Abe H., Chinju H., Konno M, Watanabe Y. and Higashino F. *Journal of Flow Visualization & Image Processing*, **4**, 223-231 (1997).

- Koschmieder E. L. *Bénard Cells and Taylor Vortices*. Cambridge, New York (1993).
- Krishnamurti, R. *On the transition to turbulent convection*. J. Fluid Mech. **42**, 295-320 (1970).
- Lai M. C., Jeng S. M. and Faeth. *Structure of Turbulent Adiabatic Wall Plumes*. ASME J. Heat Transfer. **108**, 827-834 (1986).
- Lin H-T., Chen J-J., Kung L.W., Yu W-S. & Chen Y-M., Int. J. Heat Mass Transfer, **39**, 2243-2252 (1996).
- Linden P. F., Redondo J. M. and Youngs D. L. *Molecular Mixing in Rayleigh-Taylor instability*. J. Fluid Mech. **265**, 97-124 (1994).
- Lowell, M. E. and Anderson J. L., *Stable Concentration Gradients in a Vertical Tube*, Chem. Eng. Comm., **18**, 93-102 (1982).
- Merzkirch W. *Flow visualization*. 2<sup>nd</sup> Ed. Academic Press, Inc. USA (1987).
- Niamela J. J, Skrbek L., Sreenivasan K. R. & Donnelly R. J. *Turbulent Convection at Very High Rayleigh Numbers*. Nature **404**, 837-840 (2000).
- Opstelten I. J. *Experimental Study on Transition Characteristics of Natural Convection Flow*. Ph. D. Thesis, Technische Universiteit Delft (1994).
- Park S. H. and Tien C. L. *An Approximate Analysis for Convective Heat Transfer on Thermally Nonuniform Surfaces*. ASME J. Heat Transfer. **112**, 952-958 (1990).
- Patterson, J., and Imberger J. *Unsteady Natural Convection in a Rectangular Cavity*. J. Fluid Mech. **100**, 65-86 (1980).
- Sangras, R., Dai Z. and Faeth G. M. *Mixing Structure of Plane Self-Preserving Buoyant Turbulent Plumes*. ASME J. Heat Transfer. **120**, 1033-1041 (1998).
- Sangras, R., Dai Z. and Faeth G. M. *Mixture Fraction Statistics of Plane Self-Preserving Buoyant Turbulent Adiabatic Wall Plumes*. ASME J. Heat Transfer. **121**, 837-843 (1999).
- Sangras, R., Dai Z. and Faeth G. M. *Velocity Statistics of Plane Self-Preserving Buoyant Turbulent Adiabatic Wall Plumes*. ASME J. Heat Transfer. **122**, 693-700 (2000).
- Schladow S. G. *Oscillatory Motion in a Side-heated Cavity*. Journal of Fluid Mechanics, **213**, 589-610 (1989).
- Schlichting, H. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, USA (1979).
- Schöpf W. and Patterson J. C. *Visualization of Natural Convection in a Side-Heated Cavity*. Int. J. Heat Mass Transfer, **39**, 3497-3509 (1996).
- Settles G. S. Comunicación Personal. (2000).

- Settles G. S. *Schlieren and Shadograph Techniques*. Springer. Germany (2001).
- So R. M. C., Sommer T. P. and Zhao C. Y. *Effects of Near-Wall Reynolds-Stress Modeling on the Calculation of the Turbulent Thermal Field*. Int. J. Heat Fluid Flow. **21**, 164-175 (2000).
- Sparrow E. M., Patankar S. V. and Abdel-Wajed R. M. *Development of Wall and Free Plumes Above a Heated Vertical Plate*. ASME J. Heat Transfer. **100**, 184-190 (1978).
- Taylor G. I. *Diffusion and Mass Transport in Tubes*. Proc. Phys. Soc. **67**, 857-869 (1954).
- Theerthan S. A., *Turbulent Free Convection Over Horizontal Surfaces*. Ph. D. Thesis. Dept. of Mechanical Eng., Indian Institute of Science (1997).
- Theerthan S. A and Arakeri J. H. *Planform Structure and Heat Transfer in Turbulent Free Convection Over Horizontal Surfaces*. Physics of Fluids. **12** 884-894 (2000).
- Theerthan S. A and Arakeri J. H. *A New Model for Near Wall Dynamics in Turbulent Rayleigh - Bénard Convection*. J. of Fluid Mech. **373**, 221-254 (1998).
- Tian Y. S. and Karayiannis T. G. *Low Turbulence Natural Convection in Air Filled Cavity*. Part I: The Thermal and Fluid Flow Fields" IJHMT. **43**, 849-866 (2000).
- Tovar R. *Estudios Experimentales de Convección Natural en Fluidos Estratificados*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México (1997).
- Tovar R., Avila F. E., Rojas J. and Vargas B. *Buoyancy Driven Flow of Two Stratified Liquids in a Cavity*. Int. Comm. Heat Mass Transfer, **26**, 955-964 (1999).
- Tovar R., Avila F. E. and Rojas J. *Buoyancy Driven Flow of Two Stratified Liquids Numerical vs. Experimental Results*. Int. Comm. Heat Mass Transfer, **28**, 221-231 (2001).
- Tritton D. J. *Physical Fluid Dynamics* 2<sup>nd</sup> Ed. Oxford University Press, (1988).
- Tsuji T. and Nagano Y. *Turbulence Measurements in a Natural Convection Boundary Layer Along Vertical Flat Plate*. IJHMT. **31**, 21101, (1988).
- Turner J. S. *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, (1973).
- White F. M. *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill. Inc. USA (1991).
- Xu W., Chen Q. and Nieuwstadt F. T. M. *A New Turbulence Model for Near-Wall Natural Convection*. Int. J Heat and Mass Transfer **41**, 3161-3176 (1998).
- Youngs D. L. *Three Dimensional Numerical Simulation of Turbulent Mixing by Rayleigh-Taylor Instability*. Phys. Fluids A **3**, 1312-1320, (1991).