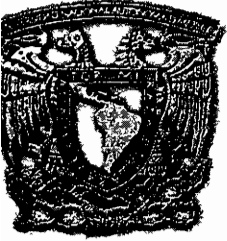


01180
2



DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MODELADO DE TRAFICO URBANO CON

DIFERENTES DENSIDADES DE FLUJO

(MODELOS MULTICLASE DE VEHICULO;

FLUJO HOMOGENEO Y FLUJOS SEPARADOS)

POR:
RODRIGO ALBERTO RINCÓN GÓMEZ

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER

EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

(MECÁNICA)

Director: Dr. Rogelio González O.

Noviembre de 2001

2001/11



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

SALMO 23: EL BUEN PASTOR

*Yahveh es mi pastor, nada me falta.
Por prados de fresca hierba me apacienta.*

*Hacia las aguas de reposo me conduce
y conforta mi alma;
me guía por senderos de justicia,
en gracia de su nombre.*

*Aunque pase por valle tenebroso
ningún mal temeré, porque tu vas conmigo,
tu vara y tu cayado, ellos me sosiegan.*

*Tú preparas ante mi una mesa
frente a mis adversarios;
Unges con óleo mi cabeza;
rebosante está mi copa.*

*Si, dicha y gracia me acompañarán
todos los días de mi vida;
mi morada será la casa de yahveh
a lo largo de los días.*

Que viva Dios y yo con él

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), por todo los conocimientos de ella obtuve y por la beca otorgada para mis estudios de Doctorado en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, durante el periodo de XX a XX, a través de la Dirección de Posgrado de la UNAM:

A Grupo CARSO y a sus socios, por la Beca otorgada para mis estudios de Doctorado a través de la Fundación Telmex, lo mismo que a todas las personas que laboran en Fundación Telmex.

A aquellos profesores que habiendo pertenecido y sin pertenecer a mi comité doctoral, dedicaron un poco de su valioso tiempo en enseñarme, guiarme y darme sabio consejo para llevar a feliz término este trabajo.

A la Asociación Mexicana de Motociclismo A. C. por contribuir con sus valiosos equipos, su tiempo y sus personas en parte de la fase experimental de este trabajo sin esperar nada a cambio.

Pido a Dios, que a todas aquellas personas, que me han hecho llegar sus bendiciones, las reciban de vuelta para ellas, para sus hijos y para los hijos de sus hijos, multiplicadas por el ciento doblado y más. Amen.

ÍNDICE

NOMENCLATURA

INTRODUCCIÓN

- I.1 GENERALIDADES.
- I.2 OBJETIVOS DE LA TESIS.
- I.3 COMENTARIOS ADICIONALES.

CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE

- 1.1 LOS PRIMEROS MODELOS DE FLUJO DE TRÁFICO.
- 1.2 MODELOS MICROSCÓPICOS.
 - 1.2.1 MODELOS DE SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS.
 - 1.2.2 MODELOS DE CÉLULAS AUTÓMATAS.
- 1.3 MODELOS DE CINÉTICA DE GASES.
- 1.4 MODELOS MACROSCÓPICOS DE DINÁMICA DE FLUIDOS.
- 1.5 JERARQUIA DE LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICARRIL.
 - 1.5.1 LOS MODELOS MICROSCÓPICOS MULTICARRIL.
 - 1.5.2 LOS MODELOS CINÉTICOS PARA TRÁFICO MULTICARRIL.
 - 1.5.3 LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICARRIL DE DINÁMICA DE FLUIDOS.

CAPÍTULO 2: MODELADO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

- 2.1 ASPECTOS FUNDAMENTALES DE MEZCLAS NO REACTIVAS.
- 2.2 ECUACIONES GENERALES PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS.
 - 2.2.1 BALANCE DE MASA PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS.
 - 2.2.2 BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS.
- 2.3 MODELADO DE TRÁFICO DE MOTOCICLETAS Y AUTOMÓVILES COMO FLUJO BICLASE HOMOGÉNEO.

2.4 MODELADO DE FLUJO MULTICLASE DE VEHÍCULOS TOTALMENTE INDEPENDIENTES.

2.4.1 ECUACIONES DE CONTINUIDAD PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJOS SEPARADOS.

2.4.2 ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJOS SEPARADOS.

2.5 ESTIMADOS DE GRADIENTES DE PRESIÓN.

2.6 COMENTARIOS ADICIONALES.

CAPÍTULO 3: CICLOS DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS Y VEHÍCULOS LIGEROS EN LA CIUDAD DE MÉXICO.

3.1 DISEÑO EXPERIMENTAL PARA VEHÍCULOS LIGEROS (AUTOMÓVILES, CAMIONETAS Y VAGONETAS).

3.1.1 MEDIDA DE LOS PARÁMETROS A EVALUAR EN EL EXPERIMENTO.

3.1.2 EXPERIMENTO PARA VEHÍCULOS LIGEROS.

3.2 DISEÑO EXPERIMENTAL PARA MOTOCICLETAS

3.3 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

3.4 COMENTARIOS DE LOS CICLOS DE MANEJO OBTENIDOS

CAPÍTULO 4: SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

4.1 MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJO HOMOGÉNEO.

4.2 MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJOS SEPARADOS.

4.3 LOS MODELOS MULTICLASE DE VEHÍCULOS DE FLUJO HOMOGÉNEO CON DATOS DE LA CÉDULA 72 DE CALIFORNIA USA.

4.4 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS.

4.4.1 VALIDACIÓN DEL MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS DE FLUJO HOMOGÉNEO.

- 4.4.2 VALIDACIÓN DEL MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS DE SUBFLUJOS SEPARADOS.
- 4.4.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON DATOS EXPERIMENTALES DE LA CÉDULA 72 DE CALIFORNIA USA Y LA CIUDAD DE MÉXICO.
- 4.4.4 ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA AL CAMBIO DE LAS CONDICIONES INICIALES.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFÍA

APÉNDICE

- A: INSTRUMENTACIÓN E INSTALACIÓN DEL EQUIPO A BORDO DEL VEHÍCULO.
- B: PROCESAMIENTO ESTADÍSTICO DE INFORMACIÓN.
- C: VALORES DE LOS CICLOS DE MANEJO

NOMENCLATURA

Mayúsculas

A	Autos.
AMMAC	Asociación Mexicana de Motociclismo A.C.
B	Freno.
B _x	Distancia.
C	Covarianza, operador de función.
C _e	Coefficiente Cinético.
E ^ϕ	Término de flujo.
EPA	Environment Protection Agency.
F	Prueba de valor.
F ₀	Función independiente del tiempo.
F _x	Distancia.
FTFS	Formally Firstorder Accurate in Time and Space.
G	Ganancia, función de ganancia.
H	Distancia de riesgo o seguridad.
H ₀	Distancia entre 2 vehículos en reposo.
H _A	Línea A.
H _B	Línea B.
INEGI	Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática.
L	Longitud del vehículo, izquierda, perdida, parámetro en célula automática.
LCE	Laboratorio de Control de Emisiones.
M	Motocicletas, parámetro en célula automática
MS	Valores cuadráticos medios
MS _T	Valores cuadráticos medios en total.
MS _E	Valores cuadráticos medios externos
MS _B	Valores cuadráticos medios entre.
N	Número máximo de carriles, número máximo de elementos a analizar.
P	Presión.
P(t)	Ley de distribución
Q _o	Distribución de probabilidad de otros vehículos
R	Relajacion
Re	Número de Reynolds

Red de velocidad

Términos fuente.

Términos fuente.

Suma de cuadrados Externo.

Suma de cuadrados entre.

Suma de cuadrados total.

Tiempo, tiempo de reacción.

Total Variation.

Total Variation Diminution.

Velocidad, ausencia de vehículo.

Velocidad máxima.

Estados Unidos de Norteamérica.

Velocidad, volumen.

Volumen del elemento i.

Masa.

Masa del elemento i.

Posición, distancia.

Suma total de elementos.

Suma de cuadrados.

Minúsculas

Coefficiente de proporcionalidad que depende de la sensibilidad del conductor, autos.

distancia estándar entre vehículos en reposo.

Fuerzas de cuerpo para autos.

Fuerzas de cuerpo para motocicletas

Parámetro determinado por el tráfico, fracción de la densidad

Centímetros cúbicos.

Función, función de distribución, f de Taning

Función de distribución deseada

Función.

Función de ganancia, gravedad terrestre

Distancia entre vehículos

Clase de vehículo

Número de sitio en célula automática

k	Densidad de tráfico actual o presente, independencia de valores.
k_m	Densidad de tráfico máxima.
k_o	Densidad de tráfico óptima.
l_o	Distancia estándar entre vehículos.
m	Motocicletas, masa.
n	Exponente de la ecuación de Greenshield, número del vehículo en análisis, constante de proporcionalidad.
n_i	Tiempo de operación.
$o\Delta x$	Términos despreciables.
p	Función de probabilidad.
p_i	Presión del vehículo i .
q	Flujo de vehículos.
q_m	Flujo de vehículos máximo.
q_o	Flujo de vehículos óptimo.
\hat{q}	Flujo de vehículos modificado.
r	Derecha, riesgo, posición.
s	Distancia.
t	Tiempo.
u	Velocidad
u_f	Velocidad de tráfico libre
u_n	Velocidad del vehículo n .
u_o	Velocidad óptima
\hat{u}	Velocidad modificada
v	Velocidad
v'	Velocidad relativa
\bar{v}_i	Velocidad media.
w	Velocidad media, masa
w_i	Masa del vehículo i
x	Posición, distancia, etc.
\dot{x}	Velocidad
\ddot{x}	Aceleración.
x_o	Punto de origen de observación
y	eje
y_{n-1}	Espaciamento

Griego mayúsculas

Δx	incremento en x.
$\Phi/2$	Cuadrado de velocidad.
Γ	Función derivable.
Θ	Flujo de vehículos.
Θ_e	Coefficiente cinético, varianza de velocidad de equilibrio.

Griego minúsculas

α	Fracción volumen, valor de error en tablas del método de Duncan
β	Constante de variación de presión de Kerner.
β_i	Efecto de bloques.
ε	Fracción volumen.
ϕ	Función de velocidad, función de derivada.
γ_i	Efecto de tratamiento.
φ	Función.
ρ	densidad
π	Número pi.
τ	Tiempo, tiempo de relajación, l/T .
σ_A	Parámetros del tráfico
σ_B	Parámetros del tráfico

INTRODUCCIÓN

I.1 GENERALIDADES

El crecimiento de las ciudades ha traído con síg una diversidad de problemas, como el abasto de bienes de consumo, la prestación de servicios y el transporte de personas. La solución a dichos problemas se a convertido en una prioridad, de manera que estudiosos de diversas áreas del conocimiento estan dedicadas a resolverlos. Gran parte de las investigaciones se han llevado a cabo en el campo en donde se han presentado dichos fenómenos. Y no es de extrañar que en los primeros estudios se realizaran trabajos experimentales que ayudaron a comprender los fenómenos, y que a partir de estos experimentos se haya comenzado a desarrollar la teoría de cada área de la investigación.

Uno de los problemas que ha llamado la atención dentro de las ciudades es el del tráfico, ya que con él van ligados problemas de transporte de personas, de bienes de consumo y la producción de emisiones contaminantes a la atmósfera por fuentes móviles. Los estudios que se han realizado hasta la fecha han sido muy variados en diversas partes del mundo, pues en forma paralela se desarrolla la investigación teórica y la investigación experimental con diversos fines. La experimentación en muchos casos se enfoca a estudios de tiempos y movimientos ya sea para mejorar los servicios de rutas de transporte, para analizar el comportamiento de los conductores, para crear regulaciones que permitan mejorar el comportamiento del tráfico y evitar accidentes o para proteger al medio ambiente, etc. La investigación teórica se ha desarrollado como una contraparte que ayude a simular los fenómenos que se presentan en la realidad sin tener que recurrir a los altos costos de la experimentación. Debido a la complejidad de los fenómenos de tráfico la gran mayoría de los modelos son semiempíricos, o requieren de valores experimentales para funcionar adecuadamente

Los primeros modelos para simular el tráfico eran realmente sencillos, se desarrollaron con base a los resultados de experimentos realizados en ciertas localidades y por tal motivo no eran lo suficiente mente buenos. Estos modelos representaban casos particulares de ciertas condiciones de tráfico, por lo que en ocasiones al extrapolar con estos modelos se obtienen resultados incongruentes

Con el tiempo se han delineado tres ramas básicas para el estudio del tráfico. Estas ramas obedecen a tres puntos de vista de la física, el microscópico, la cinética de gases y macroscópico

alludándose con la dinámica de fluidos. De hecho es común ver en el estado del arte que estos modelos se jerarquizan en estos tres puntos de vista. La evolución de los modelos de tráfico se dio partiendo de modelos microscópicos y en forma casi paralela los modelos macroscópicos, posteriormente se recurrió a la cinética de gases como un punto de vista intermedio entre lo microscópico y lo macroscópico, aunque hay que aclarar que algunos autores consideran que este punto de vista está contenido ya sea en el punto de vista microscópico y macroscópico.

En un principio los modelos sólo consideraban una línea de vehículos, posteriormente consideraron la presencia de más carriles con la finalidad de evaluar autopistas y grandes avenidas, también consideraron el tráfico en dos sentidos cruzados y finalmente consideraron la presencia de distintos tipos de vehículos en el tráfico multicarril asignando un tipo de vehículo por carril.

I.2 OBJETIVOS DE LA TESIS

Con fundamento en lo anterior, los objetivos que se han planteado para el presente trabajo, son los siguientes:

Realizar un diseño experimental, que permita conocer las condiciones de tráfico de vehículos ligeros (automóviles y motocicletas) en la Ciudad de México, de manera que se obtengan parámetros representativos del tráfico, como pudieran ser ciclos de manejo.

Desarrollar un modelo teórico el cual permita predecir el comportamiento de vehículos que circulan por las calles de la Ciudad de México, y que además se toman en cuenta las diferencias entre vehículos (automóviles, motocicletas, camiones, microbuses, etc).

Utilizar el modelo junto con datos reales para analizar el comportamiento de vehículos en distintas condiciones de tráfico que se presentan en las cinco zonas muestreadas en la ciudad de México, tales condiciones son: tráfico pesado intermitente, tráfico fluido (velocidad de cruceo límite), tráfico lento (velocidad de cruceo media) El desarrollo del modelado y los ciclos se realizan como lo indica el diagrama I.1.

Con base en lo anterior, el presente trabajo tiene la siguiente orientación; se presenta un primer capítulo cuyo objetivo es dar una revisión detallada del estado del arte en el desarrollo de modelos de tráfico y mostrar que dentro de los trabajos realizados anteriormente no existe ningún desarrollo con punto de vista macroscópico de modelado multiclase de vehículos, lo que justifica una investigación por demás original en el tema. Habiendo revisado las principales puntos de vista del modelado de tráfico, en el capítulo dos se toma en un principio los fundamentos de mezclas no reactivas de la termodinámica para llevarlos a las ecuaciones de mecánica de fluidos y así se han

desarrollado por primera vez ecuaciones de tráfico multiclase de vehículos con punto de vista macroscópico. Desarrolladas las ecuaciones de conservación de la masa y de cantidad de movimiento, se particularizan las mismas para los casos de flujo multiclase homogéneo y subflujos multiclase de tráfico. Una vez desarrollados los modelos teóricos se observa la necesidad de complementarlos con datos experimentales, por lo que se dedica el capítulo tres al diseño de dos experimentos y su realización (uno para automóviles y otro para motocicletas). De esta forma se han obtenido los ciclos de manejo que aportan dichos datos, cabe señalar que estos ciclos de manejo además de complementar los modelos del precedente, tienen aplicación directa dentro del estudio experimental de los motores de combustión interna alternativos. En el capítulo cuatro se resuelven los modelos de tráfico aplicando los datos experimentales como condiciones de frontera, métodos numéricos clásicos (como el de Lax-Wendrof) y de diferencias finitas de vanguardia "Total Variation Diminishing" (TVD). Se aclara que no se tiene como objetivo del presente trabajo el crear y desarrollar un programa de computo para simular el comportamiento del tráfico, solamente se resolverán los modelos desarrollados en los casos mencionados. Posteriormente en el mismo capítulo se presenta la validación de los modelos con ayuda de métodos estadísticos, como el método de Duncan.

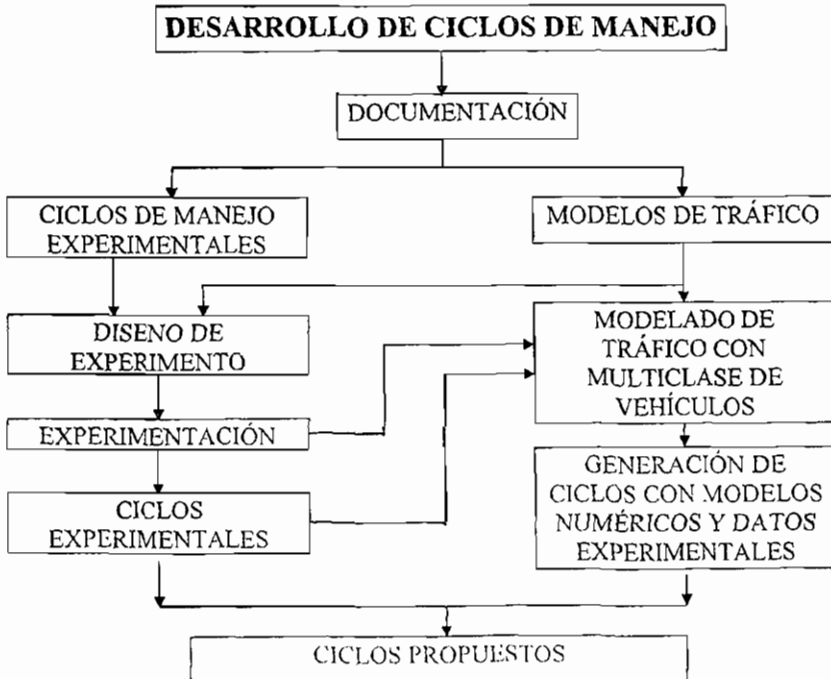


Diagrama 1.1. Secuencia del desarrollo del trabajo de investigación

Por último se presentan en el capítulo cinco las conclusiones del presente trabajo. Este trabajo cuenta con un amplio apartado de referencias consultadas (directas e indirectas), dicho apartado se encuentra dividido según el tema. Para no desviar la atención al tema central de la investigación se crearon algunos apéndices en donde se describen con detalle; el sistema de adquisición de datos a bordo del vehículo, la estimación de los datos técnicos y la metodología para determinar las condiciones de circulación en la ZMCM, el método de Duncan, el análisis de varianza y la recopilación de los valores experimentales de los ciclos de manejo resultantes de la experimentación. De esta forma el lector podrá consultarlos en forma separada si así lo requiere.

I.3 COMENTARIOS ADICIONALES

Las condiciones de operación del flujo de tráfico consideran la introducción de nuevos puntos de vista que se mencionan a continuación. Se presenta un flujo de tráfico en donde existen dos tipos de vehículos en estudio y en que un tipo de vehículos es predominante sobre el otro, en el caso de las figuras I.1 a I.4 se presenta un caso general con más de dos tipos de vehículos en circulación, pero en donde un tipo de vehículos es predominante

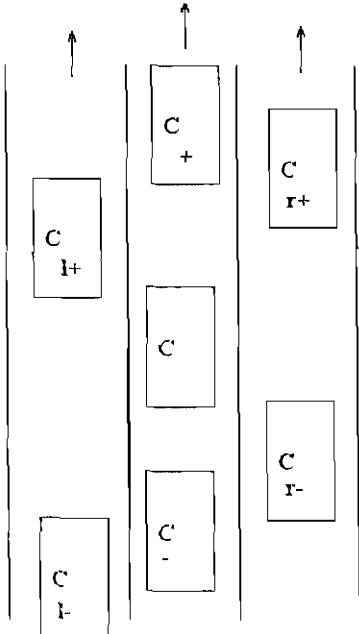


Figura I1 Tráfico vehicular en donde se respetan los carriles

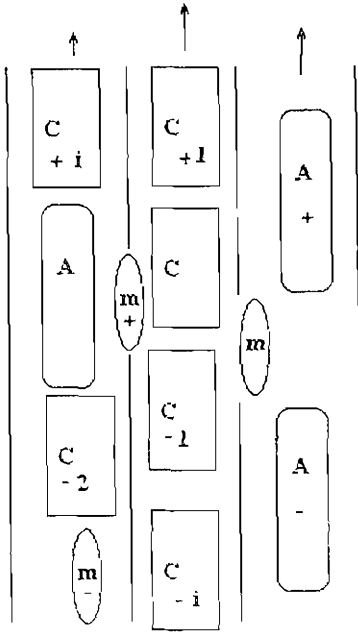


Figura I2 Tráfico vehicular en donde no se respetan los carriles

Las avenidas en donde circulan pueden tener de 2 hasta N carriles, de manera que los vehículos puedan circular con cierta libertad, sin exigir que los vehículos circulen exclusivamente por un solo carril, ver figuras I.1 y I.2.

Se considera que los carriles son suficientemente amplios para que dos vehículos de distinto tipo puedan estar a la par en un instante dado en un mismo carril, y que los carriles se encuentran definidos pero no dibujados en la avenida, ver figuras I.3 y figura I.4. Se considera un medio continuo, con un punto de vista macroscópico y además se toma en cuenta dos clases de vehículos.

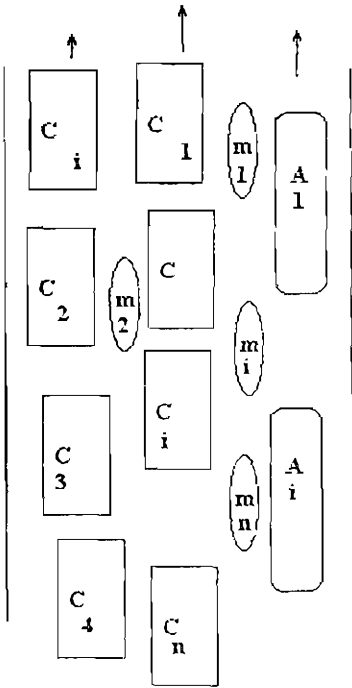


Figura I.3 Tráfico vehicular en donde se respetan los carriles

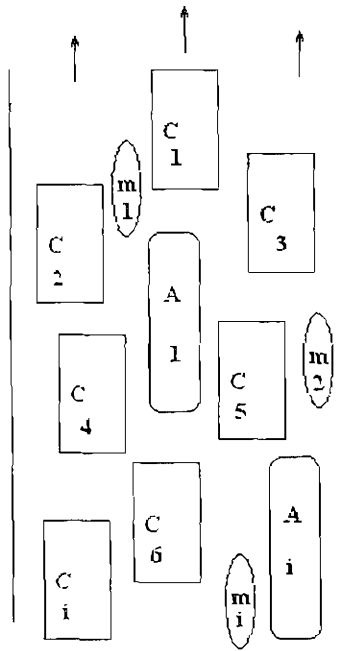


Figura I.4 Tráfico vehicular en donde no se respetan los carriles

CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE

Como se indico en la introducción en este capítulo se presentará una revisión del estado del arte.

Los modelos de flujo de vehículos proveen las relaciones fundamentales de las características microscópicas y macroscópicas del tráfico para condiciones de flujo continuo. Esto incluye la velocidad y la densidad del tráfico. La relación que hay entre dichas variables determina la calidad del servicio que se tenga en las vías de comunicación. Existen relaciones especiales para tráfico libre y tráfico congestionado sin tomar en cuenta interrupciones de circulación como lo pueden ser las intersecciones. A continuación se presentan los puntos de vista que se han desarrollado en el modelado de tráfico

1.1 LOS PRIMEROS MODELOS DE FLUJO DE TRÁFICO

Uno de los primeros modelos que se presentaron fue el modelo lineal, presentado por B. D. Greenshield en 1935, el cual establece una relación lineal de la densidad de tráfico y la velocidad de tráfico, este modelo sirve para bajas densidades de tráfico en ciertos caminos, ya que fue obtenida a partir de datos empíricos en un camino rural de dos carriles. La ecuación es la siguiente:

$$u = u_f - \left(\frac{u_f}{k_j} \right) K \quad (1.1)$$

donde u_f es la velocidad libre de tráfico (velocidad máxima), k_j es la densidad de tráfico pesado (máxima densidad de tráfico), u y k son la velocidad y densidad presentes de tráfico, la densidad se ajusta por medio de mínimos cuadrados. Esta relación indica como la velocidad se aproxima a la velocidad de tráfico libre o máxima u_f , cuando la densidad y el flujo se aproximan a cero. Pero cuando la densidad y el flujo se incrementan la velocidad presente se reduce, mientras el flujo q_m se hace máximo, entonces la velocidad y densidad se aproximan al punto óptimo $u = u_0$ y $q = q_0$. Una vez comentado esto, se presenta la ecuación básica del flujo con su descripción:

$$q = u k \quad (1.2)$$

El flujo es equivalente al producto de la velocidad de los vehículos por la densidad de tráfico, despejando u y substituyendo en la ecuación (1.1) si se resuelve para q se obtiene

$$q = u_f k - \left(\frac{u_f}{k_j} \right) k^2 \quad (1.3)$$

Bajo condiciones de baja densidad de tráfico cuando k tiende a cero, el flujo también se aproxima a cero y la velocidad se aproxima a la velocidad de tráfico libre, en el caso contrario según se incrementa la densidad se aproxima al punto óptimo, sin embargo cuando este punto es rebasado nos aproximamos a la densidad de tráfico congestionado de tal forma que la relación entre la densidad óptima y la de congestionamiento puede ser determinada a partir de la ecuación (1.3) si $dq / dk = 0$ cuando la densidad de tráfico es óptima y se obtiene:

$$0 = u_f - \left(\frac{u_f}{k_j} \right) 2k_0$$

y

$$k_0 = \frac{k_j}{2} \quad (1.4)$$

Esta relación es verdadera solamente cuando la relación entre velocidad y densidad es lineal. La ecuación que relaciona la velocidad con el flujo se puede derivar fácilmente mediante las ecuaciones (1.1) y (1.2) resultando:

$$u = u_f - \left(\frac{u_f}{k_j} \right) \frac{q}{u} \quad (1.5)$$

que resolviendo para q se obtiene:

$$q = \frac{k_j}{u_f} (u_f u - u^2) \quad (1.6)$$

entonces si se utilizan los parámetros de flujo óptimo, se ve claramente que se obtiene:

$$u_0 = \frac{u_f}{2} \quad (1.7)$$

y un flujo máximo:

$$q_m = \frac{u_f k_j}{4} \quad (1.8)$$

Este tipo de modelo desarrollado por Greenshield fue el primero de una serie de modelos de tráfico de régimen único, esto es que todos los vehículos se comportan de acuerdo con esta ley. El segundo modelo de régimen único desarrollado fue el de Greenberg en 1959 [11-13]. El cual presta atención a los modelos con tráfico pesado, usando una analogía hidrodinámica en una sola dimensión:

$$\frac{du}{dt} = \frac{c^2}{k} \frac{\partial k}{\partial x} \quad (1.9)$$

en donde u es la velocidad de tráfico, en millas por hora, k es la densidad de tráfico, en vehículos por milla, x es la distancia a lo largo del trayecto, t es el tiempo y c es un parámetro determinado por el estado de flujo de vehículos, como $u = u(x, t)$ la ecuación (1.9) se convierte en:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{c^2}{k} \frac{\partial k}{\partial x} = 0 \quad (1.20)$$

con la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (1.21)$$

y como $q = k u$ se tiene para la ecuación (1.21):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + k \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.22)$$

si u es función de k , aplicando la regla de la cadena las ecuaciones (1.20) y (1.22) se convierten en:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k}{\partial t} + \left[u + \frac{c^2}{u'k} \right] \frac{\partial k}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial k}{\partial t} + [u + ku] \frac{\partial k}{\partial x} = 4 \end{array} \right. \quad (1.23)$$

del sistema (1.23) se obtiene:

$$\left(k \frac{du}{dk} \right)^2 = c^2 \quad \text{o} \quad \frac{du}{dk} = -\frac{c}{k} \quad (1.24)$$

Resolviendo la ecuación diferencial ordinaria de primer orden se obtiene la siguiente ecuación

$$u = u_0 \ln \left(\frac{k_j}{k} \right) \quad (1.25)$$

Esta ecuación fue validada con datos experimentales.

El siguiente modelo de régimen único fue propuesto por R.T. Underwood [148] al hacer estudios de tráfico en Connecticut. Si se parte de la relación fundamental $q = ku$ y se diferencia con respecto a la densidad de tráfico k , resulta:

$$\frac{dq}{dk} = k \frac{du}{dk} + u \quad (1.26)$$

partiendo de la hipótesis de que con una densidad de tráfico máxima $dq/dk = 0$ entonces la ecuación (1.26) toma la forma:

$$0 = k \frac{du}{dk} + u \quad (1.27)$$

separando las variables e integrando ambos lados, despejando u y aplicando las condiciones de frontera en $k = 0$ y $u = u_f$ se obtiene:

$$u = u_f e^{-k/k_0} \quad (1.28)$$

Esta ecuación requiere de conocer la velocidad libre o máxima del flujo de tráfico y la densidad óptima, y como desventaja tiene que la velocidad nunca llega a cero y la densidad tiende a infinito. Un desarrollo posterior intentó agregar más parámetros con la finalidad de generalizar aun más las ecuaciones, tal es el caso de la ecuación de Drew [148] basado en la ecuación de Greenshields,

$$u = u_f \left[1 - \left(\frac{k}{k_j} \right)^{n+1/2} \right] \quad (1.29)$$

Drew sugirió que n podría variar de -1 a $+1$, en este caso con $n = 0$ el modelo es parabólico, con $n = 1$ el modelo es lineal (ecuación de Greenshield) y con $n = -1$ el modelo es exponencial. Otro modelo similar a este es el de Pipes-Munjjal.

$$u = u_f \left[1 - \left(\frac{k}{k_j} \right)^n \right] \quad (1.30)$$

A estos modelos se les puede añadir los modelos de régimen múltiple, en donde lo que se pretende es tomar varios modelos de régimen único y combinarlos como se muestra en la tabla 1.1.

Dentro de los modelos de tráfico se encuentran los desarrollos de seguimiento de vehículos, entre los años 50 y 60 se empezaron a desarrollar los primeros modelos con Reuschel (1950) y Pipes (1953) [11 12], a finales de los 50 se dio de forma paralela el desarrollo de este tipo de modelos por parte de Kometani y Sasaki en Japón (1958 a 1961), Forbes (1958 a 1968) y de un grupo de ingenieros de la General Motors en USA (1958 a 1963) [11 14], este estudio es particularmente importante porque el trabajo experimental que se llevo a cabo permitió diferenciar los modelos microscópicos de los macroscópicos.

TABLA 1.1 MODELOS MULTIRÉGIMENES

MODELO/REGIMEN	LIBRE	TRANSICIÓN	CONGESTIONADO
EDIE	$u = 54.9e^{-k/163.9}$ $k \leq 50$	—————	$u = 26.8 \ln \left(\frac{162.5}{k} \right)$ $k \geq 50$
MODELO LINEAL DE 2 REGÍMENES	$u = 60.9 - 0.515k$ $k \leq 65$	—————	$u = 40 - 0.265k$ $k \geq 65$
MODELO DE GREENBERG MODIFICADO	$u = 48$ $k \leq 35$	—————	$u = 40 - 0.265k$ $k \geq 35$
MODELO LINEAL DE TRES REGÍMENES	$u = 50 - 0.098k$ $k \leq 40$	$u = 81.4 - 0.098k$ $40 \leq k \leq 65$	$u = 40 - 0.265k$ $k \geq 65$

Los problemas de tráfico han atraído cada vez más la atención, por lo que se han desarrollado modelos y sistemas de solución a los mismos más complicados. Como ya se ha mencionado, esto ha desembocado en tres grandes ramas para el desarrollo de modelos de tráfico; estas ramas son los modelos microscópicos, los modelos de cinética de gases, y los modelos macroscópicos. Entre los modelos de tráfico microscópicos que se han desarrollado están los modelos de seguimiento de vehículos (car following models) [III 1 - II 22] y luego los modelos de células autómatas (cellular automaton models) [III 1 - II 22]. Los modelos de cinética de gases (gas kinetic models) [IV 1 - IV 7] son un término medio entre los puntos de vista macroscópicos y microscópicos.

Por último están los modelos Macroscópicos, basados en la dinámica de fluidos (fluid dynamics models) [III 1 - III 13]. Algunos autores hacen referencia en que los modelos de cinética de gases y los modelos de dinámica de fluidos estarían comprendidos dentro de los modelos macroscópicos, sin embargo una gran parte de los autores considera que los modelos macroscópicos son exclusivamente los modelos de dinámica de fluidos.

1.2 MODELOS MICROSCÓPICOS

1.2.1 MODELOS DE SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS

Estos modelos se basan fundamentalmente en las ecuaciones de movimiento de cada uno de los vehículos, y proveen valores cuantitativos sobre el tiempo de aceleración de un vehículo que sigue a otro y en el momento que el vehículo precedente cambia su velocidad. El espaciamiento entre vehículos x depende de la velocidad v y se estima como,

$$y_n(t) = x_{n+1} - x_n(t) \quad (1.31)$$

y se considera también la variación de la velocidad de cada vehículo

$$u_n(t) = \frac{dx_n}{dt} - v \quad (1.32)$$

de manera que la ecuación de movimiento de cada vehículo es

$$\frac{Mdu_n(t)}{dt} = F\{u_n(t), f_1(u_{n-1}(\tau) - v, (\tau)), f_2(v_n(\tau))\} \quad (1.33)$$

en donde τ es una función del tiempo. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan este tipo de modelos son del tipo:

$$\dot{x}_{n+1}(t + T) = a[\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \tag{1.34}$$

donde n es el número del primer vehículo o del vehículo en análisis y $n+1$ es el número del vehículo que le sigue, como se observa en esta ecuación en el subíndice el símbolo $+$ relaciona únicamente dos vehículos a la vez, T es el tiempo de retraso entre ambos vehículos y a es un coeficiente de proporcionalidad, el cual depende de la sensibilidad de los conductores, en un caso simple la sensibilidad se considera constante, sin embargo este tipo de modelo se puede complicar en casos no lineales, como en los estudios realizados por G.F. Newell [11 17, 11 21], Denos C [11 15], Gazis, Montrol, R. Herman, B. Potts y R.W. Rothery [11 14, 11 18 & 11 20], quienes obtuvieron ecuaciones del tipo:

$$\dot{x}_{n+1}(t + T) = \alpha x_{n+1}^m \frac{[\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)]}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^l} \tag{1.35}$$

en donde los exponentes toman los valores mostrados en la tabla (1.2) según el tipo de modelo:

TABLA 1.2: VALORES DE M y L PARA LA ECUACIÓN 1.35

MODELO	M	L
Lineal	0	0
Espaciamiento inverso	1	0
Velocidad, Espaciamiento inv ²	1	2

En algunos de estos modelos se incluyen aspectos psico-fisiológicos dentro del parámetro de la sensibilidad en la constante a , el cual en ocasiones depende de las velocidades de los vehículos. En los casos en que se tiene un sistema de control insensible se recurre a reglas que gobiernen la falta de este factor, una practica recomendada por su sencillez es aplicar el código de California, que sugiere seguir a un vehículo a una distancia proporcional al espacio de un vehículo y por cada 10 millas por hora en que se incrementa la velocidad se debe incrementar a su vez la distancia entre vehículos dejando un espacio que es igual al de un vehículo más 15 pies, esto implica que el espaciamento sería $y_{n-1} = x_n + b + Tv_n + L_{n-1}$, en donde b es una distancia estándar entre vehículos en reposo, L_n es la longitud del vehículo n y T una constante de tiempo. Cabe notar que estos tipos de modelos no son muy efectivos cuando se tienen densidades de trafico muy bajas, ya que se pierde el concepto de seguimiento de vehículos según lo muestra Leslie C. Edie [11 16], pero sirvieron en un principio para

analizar la estabilidad del flujo y perturbaciones en el flujo de tráfico, haciendo comparaciones con muestreos experimentales, los cuales consistieron en conectar dos vehículos con un cable retráctil, que ayudaba a medir la separación que se producía entre los vehículos.

Las consideraciones que rigen el movimiento de los vehículos están dadas también en forma lógica, en función de las velocidades v_n y v_{n+1} y la distancia que hay entre ellos dada por $h = x_n - x_{n+1}$ (ver figura 1.1) de esta manera también se puede estimar la percepción visual en función de estas variables de manera que el conductor acelera y desacelera según las condiciones que se presentan entre él y el conductor que le precede. De manera que se pueden encontrar expresiones de la forma:

$$H_{a,b}: v_n - v_{n+1} = \mp k_{\mp} (h - H_0)^2 \mp v_0 \tag{1.36}$$

En donde H_0 es la distancia cuando los vehículos se encuentran en reposo, y v_0 y k son valores psicológicos estimados. Otras expresiones están relacionadas con la aceleración y desaceleración del vehículo, con los casos de mantener una distancia segura o una distancia deseada como se muestra en la tabla (1.3):

TABLA 1.3: PROCEDIMIENTOS DEL MODELO DE SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS	
CONDICIÓN	PROCEDIMIENTO
Distancia de Riesgo	$H: h = H_0 + T_r v_{n+1}$
Distancia Segura	$H: h = H_0 + T_r v_n$
Distancia Deseada	$H: h = H_0 + T_r v_d$

$H: h = H_0 + l, v$ se lee como H está definida como o es función de $h = H_0 + l, v$

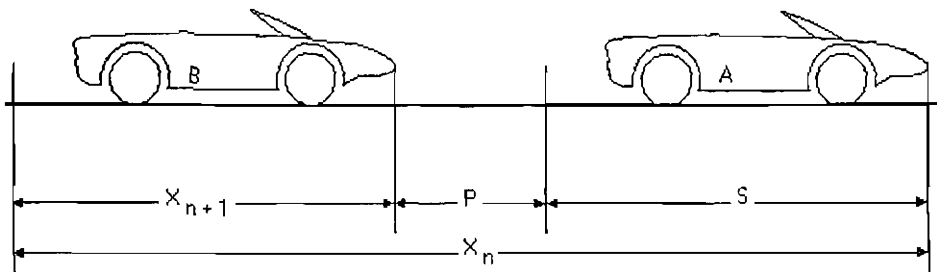


Figura 1.1. Esquema representativo de la teoría de seguimiento de vehículos, el vehículo A representa en las ecuaciones el vehículo n , mientras que el vehículo B representa al vehículo $n+1$, algunos autores presentan la separación entre vehículos de defensa delantera del vehículo $n+1$ la defensa trasera del vehículo n , mientras que otros toman como referencia ambas defensas delanteras como en este esquema o los centros de masa de cada uno de los vehículos

Las investigaciones más recientes muestran que estos modelos son utilizados para estudiar el congestionamiento de tráfico (M.Bando y K Hasabe)^[11.4] y transiciones de fase en ecuaciones diferenciales que simulan el flujo de los vehículos (Takashi y Ken Nakanishi)^[11.2]. En el estudio de M.Bando se introdujo una función para la velocidad, la cual depende de la velocidad del vehículo aguas abajo, y estudia la estabilidad del flujo, tanto con una solución analítica como con métodos numéricos. Dentro de este tipo de modelados se han generado desarrollos bajo dos puntos de vista, el primero se basa en la idea de que cada vehículo se mantiene a una distancia segura (que le llaman distancia legal) del vehículo precedente, a este punto de vista se le conoce como “teoría de seguir al líder”, al otro punto de vista se basa en que cada vehículo tiene su velocidad (también llamada *velocidad legal o permitida*) que depende de la distancia que este tiene con respecto del vehículo precedente. En este último caso se tienen ecuaciones de la forma:

$$V(\Delta x) = \tanh(\Delta x - 2) + \tanh 2 \quad (1.37)$$

o

$$V(\Delta x_j) = \tanh(\Delta x_j - h_c) + \tanh(h_c) \quad (1.38)$$

Donde “ h_c ” es la distancia legal o de seguridad, y donde se obtiene el punto óptimo de la función cuando en $\Delta x_j = h_c$.

1.2.2 MODELOS DE CÉLULAS AUTÓMATAS

Dentro de los modelos matemáticos hay varios niveles de discretización para describir los modelos físicos, tal es el caso de las ecuaciones diferenciales, ecuaciones en diferencias, mapeado y la célula automática. De entre todos estos tipos de ecuaciones la célula automática es la que considera la mayor *discontinuidad física* de todos los modelos.

En lo particular las variables se toman de un conjunto finito de valores discretos, tomando en cuenta que un espacio topológico en donde cualquier conjunto consiste de elementos que se consideren como puntos simples separados es llamado un espacio discreto^[1.12], estos modelos han sido empleados en muchos fenómenos físicos, de hecho se toma como una analogía de la teoría de la célula de gas automática en la dinámica de gases, sin embargo también han presentado problemas matemáticos y en el caso específico del estudio del tráfico, este tipo de modelo ha simplificado el comportamiento de los conductores en forma extrema. Los vehículos son descritos como recuadros o secciones rectangulares y velocidades locales, que en ocasiones se encuentran relacionadas con esos cuadros. En general el comportamiento de los vehículos se da por reglas lógicas sencillas. El comportamiento del vehículo

suele ser como sigue: si la velocidad del vehículo en estudio es menor a la velocidad máxima permitida y si existe suficiente espacio en la dirección del movimiento entonces el vehículo puede incrementar su velocidad en una unidad. Desaceleración; si el vehículo que se encuentra adelante está muy próximo y viaja a menor velocidad entonces el vehículo en estudio baja su velocidad en una unidad cuando acelera. La velocidad de los vehículos también se puede determinar mediante funciones aleatorias (11.9), incrementando o decrementando la velocidad en una unidad si es lo que se desea. La velocidad del vehículo se determina por el avance, ya que un vehículo que tiene una velocidad v , avanzará v sitios por el tiempo.

Los estudios que se realizan con los modelos de célula automática son muy variados por ejemplo: Ofer Biham y Alan Meddleton (1992) (11.1), hacen uso de este tipo de modelos para estudiar un fenómeno de tráfico simple en dos dimensiones desde baja densidad en donde los vehículos se mueven a alta velocidad hasta alcanzar alta densidad en donde los vehículos se detienen. Takahashi Nagatani (1993) (11.2), estudia el efecto de cruzamiento en dos direcciones en un modelo de célula automática, así como las correspondientes aglomeraciones resultantes, y del desorden que se crea al aplicar en 2-D un modelo de esta naturaleza, en este caso se incrementan las condiciones e inclusive se cuestiona el que dos vehículos en direcciones perpendiculares lleguen a ocupar una misma localidad a un mismo tiempo, los transitorios ocurren por supuesto cuando se tienen altas densidades de tráfico. Por otro lado José Cuesta y Froilan C. Martínez entre otros (1993) (11.3), utilizan modelos de 2dD para el estudio de tráfico en ciudades observando que bastan algunos elementos básicos para determinar los diagramas de fase de tráfico, como lo son la densidad y el efecto aleatorio (11.2-11.4).

También son comunes las ecuaciones a partir de modelos dinámicos de tráfico basados en la ecuación de movimiento de cada uno de los vehículos, se estudia la estabilidad de los flujos tanto analítica como numéricamente. M.Bando y K Hasebe (1995) (11.4). Dentro de los modelos de célula automática es posible encontrar diagramas de fase de tráfico ya sea en tráfico fluido o en congestionado, como lo muestra H. Emmerich (1995) (11.5), es común que estos estudios se realicen para carreteras de un solo carril, con la finalidad de probar leyes de distribución de vehículos como puede ser $P(t) \approx t^{2/3}$, analizando en los diagramas de fase la frecuencia de las ondas en el tráfico, como lo presentan Kai Nagel y Maya Paczuki (1995) (11.6) ó M Schreckenberg y A Schashneider (1995) (11.7-11.8).

Muchos investigadores recurren a la célula automática para el estudio de tráfico en carreteras de un solo carril, ya que ofrece una gran versatilidad por su relativa sencillez, pues también facilita distinguir tres

tipos de comportamiento según los intervalos de velocidad; para una velocidad máxima = 1, para una velocidad entre 1 e infinito que depende de la densidad de tráfico y para una velocidad infinita en donde la densidad de tráfico que vale cero, los transitorios se encuentran en ecuaciones de segundo orden (Marton 1997) [11.9]. La ecuación modificada Korteweg-de Vries suele ser utilizada inclusive en otros tipos de fenómenos, pero mediante un método matemático se lleva a un dominio discreto para aplicarlo a la célula automática, esto permite obtener modelos de segundo orden, como el propuesto por Heike Emmerich y Takashi Nagatani (1998) [11.10,11]. Para solucionar los modelos de célula automática se han propuesto una serie de soluciones una de ellas es el límite ultra discreto [11.12]:

$$\lim_{\delta \rightarrow +0} \epsilon \log(e^{A/\epsilon} + e^{B/\epsilon} + \dots) = \max(A, B, \dots) \quad (1.39)$$

Como ya se ha mencionado, el modelo de célula automática se rige por una serie de reglas; una de las reglas fundamentales que sigue este tipo de modelos es la regla 184 que preserva el número de las primeras célula automática en el modelo lineal con la ecuación:

$$U_j^{t+1} = f(U_{j-1}^t, U_j^t, U_{j+1}^t) \quad (1.40)$$

Donde j es el número del sitio, t es el tiempo, U tiene valor 0 o 1 (0 y 1 implican la ausencia de vehículo y velocidad dentro de la célula, en este caso la presencia de un vehículo incluye una cierta velocidad ya determinada por el modelo) y f es una función Booleana, por lo que cada célula o casilla no puede tener dos valores 1 y 0 a la vez, pero de cualquier forma este tipo de funciones se estabiliza conforme el tiempo avanza partiendo de cualquier condición inicial.

Cabe mencionar que este tipo de modelo se han utilizado en conjunto con ecuaciones diferenciales o en diferencias ya conocidas, tal es el caso de la ecuación de Burger (Katsuhiko Nishina y Daisuke Takahashi) [11.4]; existen modelos de célula automática para flujo de tráfico de segundo orden en el tiempo (Heike Emmerich, Takashi Nagatani y Ken Nakamishi) [11.10]; también son muy comunes los análisis de congestión de tráfico mediante flujo granular como otra versión de la célula automática (Douglas A Kurtze y Daniel C Hong) Se menciona también que el flujo granular ha sido utilizado para simular movimiento colectivo de organismos vivientes, este tipo de modelo permite con cierta facilidad modelar inclusive con dos niveles de cruzamiento (Takashi Nagatani) [11.2] y es usado para simular transitorios dinámicos en conjunto con la auto organización (Ofer Biham y Alan Middleton).

Este tipo de modelos se ha introducido como una alternativa más en forma reciente para estudiar el fenómeno de tráfico. Sin embargo, como ya se mencionó, este modelo ultra discreto se ha complementado con ecuaciones en derivadas parciales como la ecuación de Burger, esto se logra discretizando la ecuación, obteniendo :

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(M, U_{j-1}^t, L - U_j^t) - \min(M, U_j^t, L - U_{j+1}^t) \quad (1.41)$$

Si U y los parámetros M y L son todos enteros entonces U para cualquier t y j será siempre entero.

Otra de las ecuaciones ampliamente usadas en este tipo de modelos es la ecuación de Korteweg-de Vries (KdV), el modelo obtenido en este caso es:

$$u_j^{t+2} + \max(0, u_{j+1}^{t+1} - L) - \max(0, u_{j+1}^{t+1} - M) = u_{j+1}^t + \max(0, u_j^{t+1} - L) - \max(0, u_j^{t+1} - M) \quad (1.42)$$

Otro modelo propuesto dentro de la célula automática es el de Nagel y Schreckenberg (117), que distingue 7 estados posibles para cada célula, el estado 0 se refiere a una célula no ocupada mientras que los estados 1 a 6 corresponden a automóviles de velocidad 0 a 5 respectivamente, las células se arreglaron en una única dirección. Como comentario a este modelo, es que se validaron los resultados mediante experimentos realizados.

Un modelo propuesto por Biham, Middleton y Levine (111) tiene como finalidad el simular mediante células autómatas en dos dimensiones; en este modelo se permite tener tres tipos de estados en las células. Estos estados son; a) moviéndose hacia arriba, b) célula vacía y c) vehículos moviéndose a la derecha, ellos encontraron que la transición de un congestionamiento dinámico se da con la densidad crítica de $\rho = \rho_c$ ($\rho_c = 0.3$ a 0.4).

Nagatani presenta una versión modificada a este modelo introduciendo un cruzamiento aleatorio, teniendo un cruzamiento simple y un cruzamiento doble, el primer cruzamiento se da por un estado triple de las células mientras que al de doble cruzamiento se le da un cuarto estado en que se tienen ambas velocidades hacia arriba y hacia la derecha en una célula, esto es posible debido a que se excluye la densidad de los vehículos y en el caso de requerirse la densidad de la célula, se toma la mitad de cada uno de los vehículos. En este caso se tienen velocidades medias tanto para el eje x como para el eje y .

$$\langle v_y \rangle = 1 - \rho_x(1 - c) / \langle v_x \rangle \quad (1.43 \text{ a})$$

y

$$\langle v_x \rangle = 1 - \rho_y(1 - c) / \langle v_y \rangle \quad (1.43 \text{ b})$$

Siendo c una fracción de la densidad, con valores de 0.0, 0.3, 0.4, 0.6, y 0.8.

Este tipo de modelos permite que se sobrepongan las velocidades pues cada vehículo trata de moverse o se mueve a un mismo tiempo, en el caso de tres estados esto no sucede pues se elegirá a uno de los vehículos en forma aleatoria, la intención de utilizar este tipo de modelos es para dar una solución flexible a los modelos de tráfico en redes. Este tipo de modelo también se utiliza para representar el tráfico en vías rápidas (multicarriles) y en su caso investigar los transitorios de fases de congestionamientos (Heike Hemmerich 1998) [II 10, II 11 y II 15]. Es posible encontrar aplicaciones de ecuaciones de la mecánica de fluidos ultra discretizadas, como lo muestran Nishinari y Takahashi (1998) [II 12]. En este caso la ecuación se deriva al llevar al dominio discreto la ecuación de Burger mediante la transformación de Cole-Hopf, que se convierte en célula autómatas bajo las condiciones convenientes.

1.3 MODELOS DE CINÉTICA DE GASES

En forma histórica se desarrollaron de manera independiente los modelos macroscópicos y los modelos microscópicos. Los modelos de cinética de gases se desarrollaron como una analogía a la dinámica de gases y se han hecho partiendo de la suposición de que los vehículos (y sus conductores) pueden tener un comportamiento que es simulado por un modelo microscópico; de lo anterior se observa que los modelos de cinética de gases se pueden obtener a partir de modelos microscópicos y de igual forma los modelos macroscópicos a partir de modelos de cinética de gases. Los modelos de cinética de gases en general se basan en la ecuación de Boltzmann, comúnmente consisten en una ecuación que evoluciona de una distribución estadística sobre el estado físico. Este tipo de ecuaciones tienen la virtud de explicar la transición que existe entre los modelos microscópicos y los macroscópicos. Se basan en funciones de distribución del tipo $f = f(t, x, v)$ en 3 dimensiones. La ecuación de cantidad de movimiento es asociada a términos de pérdida y de ganancia de velocidad, que a su vez están relacionados con funciones de distribución las cuales pueden ser gaussianas

Dentro de los modelos que se han creado están los de Prigogine (1961)^[11617], pionero en este ramo al introducir un término para tomar en cuenta las interacciones que detienen el tráfico. La ecuación de movimiento desarrollada por Prigogine era una combinación de un término de flujo libre, un término de reducción de la velocidad y un término de relajación.

$$f_t + v f_x = C(f, f) = S_p(f, f) + R_p(f) \quad (1.44)$$

donde:

$$S_p(f, f) = (1 - P(\rho)) f \int_0^{\infty} (v' - v) f(v') dv' \quad (1.45)$$

que es el término de reducción de la velocidad y representa las interacciones de frenado de un vehículo y que a su vez depende de la probabilidad P. Regularmente P es función de ρ la densidad en forma lineal, como por ejemplo:

$$P(\rho) = 1 - \frac{\rho}{\rho_m} \quad (1.46)$$

y la relajación:

$$R_p(f) = \frac{f - f_D}{T(\rho)} \quad (1.47)$$

Toma en cuenta la aceleración de los vehículos a su velocidad deseada. La distribución de velocidades deseadas se asume de la forma:

$$f_D(x, v, t) = \rho(x, t) F_0(v) \quad (1.48)$$

Donde F_0 es una función dada que no depende de T. El tiempo de relajación T se asume dependiente de ρ :

$$T(\rho) = \frac{\rho}{\rho_m - \rho} \quad (1.49)$$

Obviamente esta ecuación no es válida para una ρ cercana a ρ_m y debe emplearse otra. Este modelo tiene algunos puntos débiles, uno de ellos es cuando la distribución de velocidades deseadas " F_0 " se ha fijado y no depende de la evolución del tráfico.

Estas ecuaciones permiten analizar los solitones que se generan en tráfico pesado a partir de un método asintótico aplicado a la ecuación de Korteweg-de Vries (Teruhisa 1995) [VI.1] y que además estos solitones caracterizan a este tipo de tráfico y que según Paul Nelson y Alexandros Sopasakis (IV.7) predice en forma estrecha los congestionamientos de tráfico cuando hay grandes concentraciones, sin embargo la mayoría de los sucesores retomó el tema mediante el uso de métodos de relajación. También está en uso el modelo de Pavleri-Fontana. Este modelo introdujo una función de distribución generalizada $g(x, v, t, w)$, que describe el número de vehículos con velocidad v y la velocidad deseada w . La función de distribución deseada f se calcula como:

$$f(x, v, t) = \int_{\tilde{w}} g(x, v, t, \tilde{w}) d\tilde{w} \quad (1.50)$$

y la distribución de velocidad deseadas f_D por: $f_D(x, v, t)$.

$$f_D(x, v, t) = \int g(x, v, t; w) dv \quad (1.51)$$

la ecuación cinética es:

$$g_t + vg_x = S_p(f, g) + R_p(g) \quad (1.52)$$

con un término de solución:

$$S_p(f, g) = (1 - P) \left[f \int_{\tilde{w}} (v' - v) g(x, v', t; \tilde{w}) d\tilde{w} - g \int_{\tilde{w}} (v - v') f(x, v', t) dv' \right] \quad (1.53)$$

Este término se obtuvo en forma muy similar a como lo obtuvo Prigogine. El término de relajación es:

$$R_p(g) = -dv \left(\frac{\tilde{w} - v}{T} g \right) \quad (1.54)$$

aquí la idea básica es describir un exponente de aceleración del vehículo para alcanzar la velocidad deseada w con un tiempo de relajación T . Para los modelos de Pavleri-Fontana y de Prigogine la función f está dada por una ecuación tipo:

$$f_t + vf_x = C'(f)(x, v, t) \quad (1.55)$$

con valores iniciales y de frontera. En este caso C es un operador que actúa en la función de distribución de velocidades f y depende de v . Pero en x y T solo dependen de $f(x, v, T)$. Estas ecuaciones no son muy adecuadas para tráfico no homogéneo y corresponden más bien a un tipo de tráfico diluido (por basarse en la teoría de Boltzman). Para describir en forma adecuada el funcionamiento de los modelos de tráfico con estas teorías es conveniente incluir los efectos de las distancias entre los vehículos, tal y como lo hace Enskog en su teoría para gases densos, los que permite analizar en mejor forma los fenómenos de perturbación.

Algunos autores como H. Lehmannhan (1996) [VI 6], se han basado en el modelo de Pavieri para representar un estudio semi-empírico con una serie de soluciones para f , tanto en estado estacionario como en estado dependiente del tiempo, se observa que de esta forma se pueden representar un buen número de fenómenos de tráfico. Aun cuando este modelo es muy importante algunos otros autores como Nelson y Sopasakis (1998) [VI 7], comentan que el modelo de Prigogine hace uso de suposiciones no triviales, como lo son; la distribución de velocidades, por lo que el artículo versa en verificar dichas suposiciones y la ecuación tiene una familia de parámetros de soluciones. Cuando se tiene baja densidad, la solución sigue las tendencias de aglomeraciones de tráfico.

Los modelos derivados de las ecuaciones de Navier Stokes por lo general representan un comportamiento macroscópico del movimiento vehicular, las ecuaciones de tráfico del tipo de Euler son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.56)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho \Theta)}{\partial x} + \frac{1}{\tau} (V_0 - V) - (1-p)\rho \Theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\tau} (V_c(\rho, V, \Theta) - V)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + V \frac{\partial \Theta}{\partial x} = -2\Theta \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{2}{\tau} (C - \Theta) = -\frac{2P}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{2}{\tau} (C - \Theta)$$

Donde ρ es la densidad, Θ es el flujo de vehículos, t es el tiempo, P es la presión, v y V son velocidades y τ es el inverso del tiempo de relajación. Los términos $(V_0 - V)/\tau$ y $2(C - \Theta)/\tau$ resultan de la aceleración de los vehículos, debido a los conductores y son consecuencia de que las unidades vehículo-conductor son sistemas activos. El término $-(1-p)\rho\Theta$ resulta de la interacción entre los

vehículos, sin este término la velocidad se incrementaría en los cuellos de botella (como sucede con cualquier fluido) lo cual es irreal.

Estos modelos deben contar con ecuaciones de corrección para casos específicos de tráfico, como lo son los espacios finitos existentes entre vehículos, lo cual es una deficiencia de los sistemas macroscópicos, el término divergente viscoso causa la homogeneización del flujo de vehículos, mientras que el término divergente de la presión en ocasiones es causa de un incremento en la velocidad, misma que es casi nula cuando se incrementa la densidad del tráfico. Estas ecuaciones pueden demostrar como el congestinamiento de tráfico se puede formar espontáneamente cuando se tiene de flujo de vehículos determinístico, aun cuando las fluctuaciones en el tráfico sean despreciables, pues estos fenómenos se presentan en las autopistas (B. S. Kerner 1995) [VI 2].

Muchos trabajos desarrollados se refieren a vías de un solo carril con flujo unidimensional, como por ejemplo: (Nelson 1995) [VI 3], y Dirk Helbing (1996) [VI 4] que muestran como construir un modelo de tráfico a partir de leyes básicas de aceleración e interacción de vehículos con la teoría de cinética de gases, así como la determinación de los parámetros del modelo, mismos que son difíciles de obtener empíricamente, este tipo de modelos puede derivar en ecuaciones del tipo de Euler o de Navier-Stokes. Algunos de los modelos no necesariamente requieren de ecuaciones tan complicadas como lo muestran Wegener y Klar (1996) [VI 5].

1.4 MODELOS MACROSCÓPICOS DE DINÁMICA DE FLUIDOS

Como se ha mencionado, la aproximación básica a los modelos macroscópicos la dieron Lighthill y Whitham [III 13], en donde utilizaron las propiedades fundamentales de conservación, aplicada a los vehículos, de manera que en forma local se puede expresar la conservación como:

$$\rho_t(x, t) + q_x(x, t) = 0 \quad (1.57)$$

en donde ρ es la densidad, y q el gasto vehicular, se necesita de la dependencia de ρ con q . Para simplificar el modelo asumen un flujo de estado permanente, por lo que la relación entre la densidad de tráfico y el flujo de tráfico está dada por:

$$q(v, t) = q^v(\rho(v, t)) = f(v, t)u^v(\rho(v, t)) \quad (1.58)$$

donde q^v y u^v se obtienen de un flujo de tráfico homogéneo y la ecuación diferencial resultante es:

$$\rho_t + q^{e'}(\rho)\rho_x = 0 \quad (1.59)$$

Es cierto que hay quienes consideran que los modelos de cinética de gases se pueden incluir dentro del conjunto de los modelos macroscópicos. Diversos autores han desarrollado modelos macroscópicos a partir de los modelos de cinética de gases como se pueden mencionar a Konhauser [III 2, III 3], Helbing [III 5, III 7], Klar y Wegener [IV 5, IV 6], entre otros. Sin embargo, en los modelos macroscópicos es frecuente que se aplique con mayor énfasis el término viscoso de las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos, o en ocasiones se tiene un fluido no viscoso en donde se propaga una onda; tal sería el caso de una onda sonora o alguna onda similar viajando por algún conducto.

Regularmente estos modelos son unidimensionales, por lo que muchos de los desarrollos resultan en la ecuación de Burger [I 1-1 4]. Los modelos que incorporan la ecuación de cantidad de movimiento en general tienen una solución o varias soluciones suavizadas. Suelen ser prácticas para determinar las ondas en las fases de tráfico y explican porque se generan aglomeraciones fantasmas, como en el análisis de Tomishimitsu y Hideo [I 1], en donde se muestra que la fluctuación del tráfico en una avenida sigue la ley $1/f$ para espectros de bajas frecuencias (1976).

La popularidad de la ecuación de Burger a propiciado que algunos autores como Ronald E. Mikens [I 2, I 3] (1986) presenten soluciones exactas para la ecuación. Regularmente este tipo de ecuaciones no cuenta con muchas soluciones exactas por lo que se hace necesario obtener soluciones por diferencias finitas (R.E. Mikens 1998). También es posible analizar la aglomeración de vehículos en el tráfico utilizando un método reductivo de perturbación, partiendo de ecuaciones en diferencias que cuando se reducen se obtiene una ecuación de mecánica de fluidos que en muchos casos es la ecuación de Burger, con las escalas típicas de tiempo $t^{1/2}$ y $t^{-1/2}$, para una distribución aleatoria de velocidades (Takahashi y Heike Emmerich [I 4] 1998).

Como ya se ha mencionado los modelos de tráfico de dinámica de fluidos se presentan en una primera instancia en forma sencilla, como la ecuación de Burger, en ocasiones deducida de las ecuaciones de Navier Stokes o a través de un desarrollo sencillo como se muestra enseguida. Se considera que los vehículos se mueven a lo largo de un camino en un carril único, con velocidad variable. Dado que los vehículos tienen dimensiones diferentes, la densidad variará de vehículo a vehículo, por lo tanto no estará bien definida. Sin embargo si se observa el tráfico desde una distancia prudente, el tamaño de

los vehículos será despreciable y la densidad del flujo de vehículos será una función suave $\rho(x, t)$ lo mismo que el flujo de vehículos $q(x, t)$ en donde el flujo neto de vehículos se puede calcular matemáticamente por:

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} \rho(s, t) ds = q(x, t) - q(x - \Delta x, t) \quad (1.60)$$

Los vehículos no son creados ni destruidos salvo en las entradas y salidas, que son propiamente fuentes y sumideros. Ahora se supone que se agregan o retiran vehículos de algún punto del incremento de distancia Δx , sea $k(x, t)$ la cantidad en que varía la densidad en los puntos en donde se agregan o retiran vehículos, y suponiendo que $k(x, t)$ es una función continua y conocida y donde k siempre es mayor que cero, ya sea una fuente o un sumidero. En cualquier evento se tiene que

$\int_x^{x+\Delta x} k(s, t) ds$ es la cantidad de flujo que entra o sale del sistema Δx debido a fuentes y sumideros dicha expresión deberá añadirse a la ecuación (1.60), resultando:

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} \rho(s, t) ds = q(x, t) - q(x + \Delta x) + \int_x^{x+\Delta x} k(s, t) ds. \quad (1.61)$$

dividiendo la expresión por Δx , con:

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} \rho(s, t) ds = \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial \rho(s, t)}{\partial t} ds = \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} \Delta x + o(\Delta x) \quad (1.62)$$

donde $o(\Delta x)$ denota términos que se hacen cero mucho más rápidamente que Δx cuando Δx tiende a cero en el límite se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} + k \quad (1.63)$$

La ecuación (1.63) envuelve a las propiedades no conocidas ρ y q , pero para relacionarlos se requiere de la expresión $q = q(\rho)$ como una función suave

Entonces la ecuación se convierte en.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{dq}{d\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + k \quad (1.64)$$

Se tiene un modelo advectivo con $q = \rho u$, donde la difusión estipula que $q = -n \delta \rho / \delta x$, con n como una constante de proporcionalidad, sustituyendo la función en la ecuación (1.64) se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + k \quad (1.65)$$

De las observaciones de los patrones de tráfico, se infiere que la velocidad de los vehículos depende de la densidad de tráfico en un camino. Suponiendo que U_m es la velocidad máxima que cualquier vehículo es capaz de alcanzar (únicamente limitada por los intervalos reglamentados) y ρ_m la densidad máxima posible en donde los vehículos se encuentran prácticamente defensa con defensa, entonces la velocidad se relaciona con ρ por:

$$U(\rho) = U_m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m} \right) \quad (1.66)$$

Esta relación implica que cualquier conductor se mueve a la misma velocidad en cualquier densidad. Así como la densidad se incrementa el espacio entre los vehículos disminuye y la velocidad cambiará automáticamente, aun cuando inicialmente hay vehículos rápidos y lentos, los rápidos alcanzaran a los lentos sin poderlos rebasar, el modelo también desprecia los efectos de cualquier curva y zonas de paso lento.

Como el modelo es advectivo y después de aplicar la regla de la cadena de la diferenciación a la ecuación (1.65)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} = -\frac{dq}{d\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.67)$$

y de la ecuación (1.66) se tiene

$$\frac{dq(\rho)}{d\rho} = u_m \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_m} \right) \quad (1.68)$$

Desde que ρ aparece en la ecuación (1.67) se da la no linealidad y se obtiene una ecuación cuasilineal diferencial parcial tomando una densidad ρ promedio y asumiendo que ρ varía muy poco de la

densidad promedio. De esta forma se puede linealizar respecto a ρ . Ahora consideremos un observador localizado en x_0 en la carretera, que vea una densidad de tráfico, de pronto el observador se mueve a una velocidad \hat{x} que le permite ver una densidad de tráfico constante y se mueve a una velocidad en que $x(t)$ es su posición en el tiempo t , ahora se considera además que el modelo es afectado por efectos viscosos del tráfico, se tiene que la relación $q = \rho u$ considera a , o equivalentemente;

$$\hat{u} = \frac{\hat{q}}{\rho} = u - \frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.69)$$

Donde v es un escalar positivo, $\delta\rho/\delta x$ es positivo si ρ se incrementa, lo que implica que \hat{u} es menor que el valor de u , dado cuando se ignora el cambio de densidad. Como resultado de usar la velocidad modificada \hat{u} en vez de u , la ecuación de tráfico se transforma en:

$$\hat{u} = u_m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m} \right) - \frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.70)$$

considerando que $\hat{q} = \rho \hat{u}$ entonces la ecuación (1.70) se puede re escribir como:

$$\hat{q} = u_m \left(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_m} \right) - v \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.71)$$

derivando la ecuación (1.71) con respecto a ρ se obtiene

$$\frac{d\hat{q}}{d\rho} = u_m \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_m} \right) - \frac{d}{d\rho} \left(v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \quad (1.72)$$

aplicando la ecuación (1.64) y la regla de la cadena se reduce a la ecuación de Burger

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_r \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_m} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = v \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \quad (1.73)$$

Como se observa la ecuación de Burger combina la difusión y la advección. El primero de los términos es no permanente y dependiente del tiempo, el segundo de los términos es convectivo y el tercero de los términos es viscoso. Cuando este término se incluye la ecuación es parabólica, si se desprecia el término viscoso, la ecuación quedará compuesta del término dependiente del tiempo y del término convectivo resultando en una ecuación hiperbólica, análoga a la ecuación de Euler para fluidos no viscosos. Para resolver la ecuación en estas condiciones se pueden utilizar métodos como el de Lax, Lax-Wendroff, MacCormack, Rusanov, y algunos otros métodos un poco más complicados; estos métodos también pueden ocuparse para la ecuación de Burger cuando cuenta con el término viscoso, sin embargo hay que aplicarlos con las debidas reservas. Hay que recordar que esta ecuación puede tener solución exacta para ciertas condiciones iniciales y de frontera y son útiles para poder comparar los modelos numéricos que se utilizan. Para la ecuación de Burger con término viscoso, se recomiendan los métodos FTCS (*"First-order accurate in time and second-order accurate in space"*), DuFort-Frankel, Brailovska, Lax Wendroff y para la ecuación viscosa, Allen-Cheng y Briley-Macdonald. Todos los métodos mencionados anteriormente son métodos numéricos en diferencias finitas [VIII 5-VIII 15].

El método FTCS tiene como solución a la ecuación de Burger:

$$u_j^{n+1} = \frac{r}{2}(2 - \text{Re}_{\Delta x})u_{j+1}^n + (1 - 2r)u_j^n + \frac{r}{2}(2 + \text{Re}_{\Delta x})u_{j-1}^n \quad (1.74)$$

donde:

$$\text{Re}_{\Delta x} = \frac{c\Delta x}{\mu} = \frac{u\Delta x}{\mu} \quad (1.75)$$

y r se define como

$$r = \frac{\mu\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (1.76)$$

Para el método Brailovskaya (método predictor corrector) se tiene:

Predictor

$$\bar{u}_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(F_{j+1}^n - F_{j-1}^{n+1}) + r(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) \quad (1.77)$$

Corrector

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\overline{F_{j+1}^{n+1}} - \overline{F_{j-1}^{n+1}}) + r(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) \quad (1.78)$$

donde:

$$\overline{F_{j+1}^{n+1}} = \frac{\overline{u_{j+1}^{n+1}}^2}{2} \quad (1.79)$$

y

$$\overline{F_{j-1}^{n+1}} = \frac{\overline{u_{j-1}^{n+1}}^2}{2} \quad (1.80)$$

Algo importante de este método es que el término viscoso no cambia cuando se pasa de la etapa predictora a la correctora. También es importante considerar que la sugerencia de Carter [VII 2] para la estabilidad del método:

$$\Delta t \leq \min \left[\frac{(\Delta x)^2}{2\mu}, \frac{\Delta x}{|A|} \right] \quad (1.81)$$

donde:

$$A = \frac{\partial(cu)}{\partial u} \quad (1.82)$$

La ecuación de Burger ha sido usada para simular efectos de racimo (cluster) en condiciones iniciales de tráfico homogéneo (B.S. Kerner) [IV 2, IV 3], fluctuaciones del tráfico en una vía rápida (Toshimitsu Musha y Hideyo Higuchi [I 1]) Algunos de los modelos originales ocupan ecuaciones de mayor orden, como lo son las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden (A. Chronopoulos, A. Lyrantzis, P. Michalopoulos C Rhee y P Yi) [III 1] toman un modelo propuesto por Lighthill y Whitham [III 13] (pioneros en el campo) y lo aplican a la ecuación implícita de Euler, en estos casos lo que se presenta es una discretización para resolver dichos modelos por métodos fiables y conocidos como el de Lax o el de Lax-Wendroff. Estos modelos tienen la habilidad de amplificar efectos de pequeñas alteraciones con tráfico pesado y en ocasiones se presentan velocidades negativas en las colas de los congestionamientos, pues algunos métodos cuentan con efectos disipativos inherentes al método

Cabe mencionar que algunos artículos solamente están enfocados a presentar modelos, mientras que otros presentan soluciones a estos mismos con algunas alteraciones; estas soluciones regularmente se realizan mediante métodos numéricos (Guoqing Liu, Anastasios S Lyrantzis y Panos G. Michalopoulos) [IV 1]. Algunas de estas soluciones suelen presentar ondas que se mueven en contra del

flujo a una velocidad mucho menor que la velocidad con la que se mueven los vehículos, este fenómeno se presenta tanto en la realidad como en el modelado, sobre todo cuando se intenta simular el tráfico en entradas a avenidas o salidas en avenidas o simplemente cuando se presentan cuellos de botella.

Otros modelos recurren a los métodos numéricos implícitos y explícitos para resolver problemas de tráfico para el flujo continuo en que además se agregaron efectos de inercia a las soluciones numéricas y se tomaron datos de las autopistas de Mineápolis (Chronopoulos y Lyrintz 1993). Con este tipo de ecuaciones Kerner y Konhauser (1993) [III 2] demostraron que para un flujo de tráfico inicialmente homogéneo, se puede generar una región de tráfico lento y de mayor densidad y si la densidad de tráfico aumenta entonces se pueden generar ondas que viajen en contra sentido junto con el embotellamiento, lo que genera el llamado embotellamiento fantasma, además también han estudiado estos fenómenos en función de la densidad y bajo fenómenos de perturbación (1996) [III 3].

Kutrze y Hong (1995) [III 4] modelan el flujo de tráfico en una carretera sin entradas ni salidas mediante una ecuación que considera un medio continuo similar a las ecuaciones de mecánica de fluidos, se observa la inestabilidad del flujo cuando crecen las aglomeraciones de tráfico; en este caso las inestabilidades son modeladas con ayuda de una ecuación del tipo de Kortweg-de Vries, en donde se pueden identificar los solitones obteniéndose familias de los mismos. Por su parte Choi y Lee [III 5], modelan el tráfico en el límite hidrodinámico con las ecuaciones de Navier Stokes, con la finalidad de observar las ondas y su fluctuación en $1/f$.

Este tipo de modelos son derivados de situaciones de tráfico casi homogéneas bajo efectos de no equilibrio, en que se incluyen reacciones de frenado (D. Helbing 1995) [III 6, III 7]. Helbing también tomó el modelo de dinámica de fluidos de Kerner y Konhauser [III 9] y se extendió con una ecuación que permite la varianza en la velocidad de los vehículos, lo que permite observar los incrementos en la velocidad de los vehículos una vez pasado el tráfico pesado además de que toma en cuenta los espacios de seguridad de los vehículos, por lo que el modelo nunca rebasa el máximo de densidad permitido.

Por su parte Liu y Anastasio [III 8] presentan un modelo continuo de alto orden, el cual exhibe soluciones suaves más que discontinuas, además muestra como se presentan pequeñas perturbaciones en tráfico pesado y se presentan fluctuaciones de velocidad cercanas a los valores de equilibrio (1997) [III 9]. Algunas investigaciones son particularmente complicadas pues se consideran ciudades con

centros de negocios aglomerados como área de estudio; en este caso Wong (1998) [III 10] utiliza ecuaciones de mecánica de fluido haciendo analogías con el flujo de fluidos y obteniendo relaciones de costo v/s flujo, considera además casos de fluctuación de tráfico y se complementó con un ejemplo numérico para validar el modelo.

Algunos modelos han sido cuestionados por su inconsistencia sobre como aplican la ecuación de continuidad como lo demuestra Dirk Heidemann [III 11] en el modelo presentado por Kuehne, cabe mencionar que la falta de consistencia se da por el hecho de que muchos modelos son válidos en ciertas aplicaciones, perdiendo toda validez fuera de las mismas, por lo que no deben ser utilizadas a menos que se modifiquen adecuadamente. Las ecuaciones propuestas por Kuehne son:

$$\frac{\partial(vk)}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \quad (1.83)$$

y

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = c(V(k) - v) - \frac{c_0^2}{k} \frac{\partial k}{\partial x} \quad (1.84)$$

Que de acuerdo con Heidemann [IV 3], son ecuaciones que no fueron claramente establecidas, además de que no tienen una interpretación empírica, porque si v y k son velocidades y densidades empíricas entonces v y k no son continuas con respecto a x y a t y las derivadas no existen. Las ecuaciones de Navier Stokes para tráfico han sido desarrolladas ampliamente (Dirk Helbing) [III 6, III 7] como un modelo muy completo para vehículos con velocidad deseada v_0 y velocidad actual v en el lugar r , para una carretera de varios carriles en una sola dirección sin entradas ni salidas dando la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial v} \left(\rho \frac{v_0 - v}{\tau} \right) - \frac{\partial \rho(r, v, t)}{\partial T} (P'_0(v_0, r, t) - P_0(v_0; r, t)) \\ = (1 - p) \int_0^\infty dv \int dw_0 v - w \hat{\rho}(r, v, w_0, t) \hat{\rho}(r, w, v_0, t) \\ - (1 - p) \int_0^\infty dw \int dw_0 w - v \hat{\rho}(r, v, w_0, t) \hat{\rho}(r, w, v_0, t) \end{aligned} \quad (1.85)$$

El segundo término de la primera parte de la ecuación describe un cambio espacial de la densidad debido al movimiento de los vehículos con velocidad v y es llamado termino convectivo, el tercer término delinea un ajuste de la velocidad actual a la velocidad deseada dentro del tiempo de relajación,

el cuarto termino es una adaptación a la distribución de velocidades presentes a una distribución razonable de las velocidades deseadas. Las ecuaciones (1.86 y 1.78) [III 6, III 7] describen la interacción entre los vehículos.

$$\frac{\partial p}{\partial T} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial x} = 0 \quad (1.86)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\tau} [V_c(\rho, V, \Theta) - V] \quad (1.87)$$

Estas ecuaciones permiten manejar arreglos macroscópicos, que resultan en las ecuaciones (1.88 y 1.89):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + V \frac{\partial \Theta}{\partial x} = -\frac{2P}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + \frac{2}{\tau} (C - \Theta) + (1-p)k \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad (1.88)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = -C \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{P \partial V_0}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\zeta \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{\tau} (C_c(\rho, V, \Theta, C) - C) + \frac{(1-p)}{2} \zeta \frac{\partial C}{\partial x} \quad (1.89)$$

con los coeficientes cinéticos:

$$\zeta = k(c/\Theta) = 3\rho\tau C, \quad (1.90)$$

$$C_c(\rho, V, C, \Theta) = \Theta_0 - (2/\sqrt{\pi})\tau(1-p)\rho C\sqrt{\Theta} \quad (1.91)$$

Donde x es la posición, p es la probabilidad de alcanzar un carro de menor velocidad, v y V son velocidades, ρ es la densidad, t es el tiempo, C es la covarianza, T es el tiempo de reacción, τ es el tiempo de relajación, y Θ es la varianza de velocidad.

En general algunos autores como Stopher (1992) [IV 1], Hermmann y Kerner (1998) [III 11] y Axel Klar y Raimond Wegener (1999) [IV 5, IV 6], dan una comparación de efectos diversos sobre el comportamiento del tráfico en modelos tanto microscópicos como macroscópicos, mostrando propiedades muy completas de los efectos de tráfico y evaluando el desempeño de los mismos, los últimos inclusive creando una jerarquía en modelos de tráfico.

Los modelos multicarriles suelen basarse en modelos para un solo carril. Nagatani (1997)^[IV 2] presenta un modelo de tráfico para estudiar la segregación de vehículos en secciones de carretera multicarriles, mediante las ecuaciones de Boltzman en forma discreta que se resuelven numéricamente. Lo más relevante es un trabajo de Sertge P. Y Hoogedoorn Pietcon^[IV 4], en donde se presenta un modelo de célula automática multivehículo y multicarril (multifásico), el cual varía en clase únicamente por carril, cada carril tiene una velocidad para cada tipo de vehículo que circula (1999) por este carril.

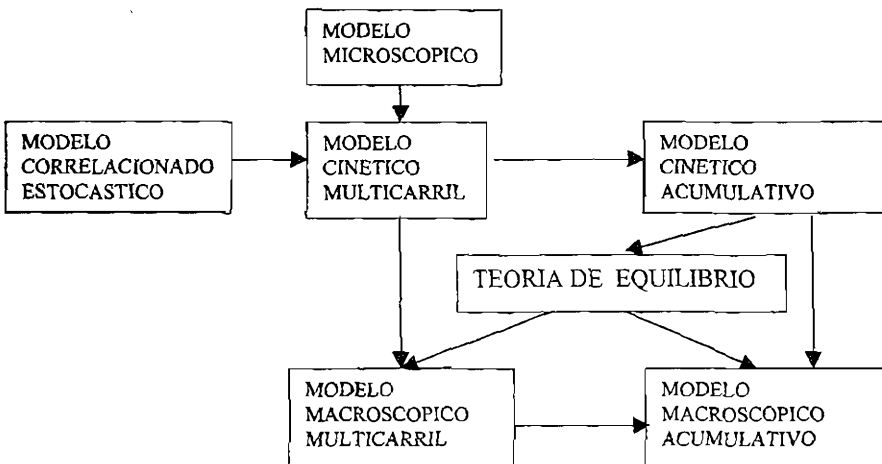
Los experimentos que se realizan para diagnóstico y estudio del tráfico son variados ^[V 1 a V 12], en algunos se presenta un método de análisis para encontrar respuestas promedio a los viajes según la categoría de viaje o tipo de persona que lo realiza, algunos incluyen un análisis socioeconómico (V.R. Rengaraju 1995)^[IV 1]. Mientras que Kerner y Rehborn (1996)^[V 2], realizaron experimentos en vías libres alemanas, analizando la estructura del tráfico en 13.1 km, instrumentando las vías de tráfico para tal efecto. También demostraron en otro experimento como la complejidad del tráfico esta ligada a variables de espacio y tiempo, presentando tres tipos de tráfico: tráfico libre, tráfico sincronizado y aglomeraciones de tráfico. En 1997 realizaron una investigación con un gran número de mediciones en las vías rápidas de Alemania, donde se muestra que existen un gran número de propiedades macroscópicas de transiciones en los flujos de tráfico, tráfico sincronizado y emboteffamientos.

Otro tipo de investigaciones en este campo se refiere al diseño de experimentos y metodologías realizados con la finalidad de extraer datos representativos del modo de manejo de los habitantes de una población. La finalidad de estos experimentos es obtener ciclos de manejo, para combatir la contaminación ambiental generada por los medios de transporte. Al respecto se han realizado una gran cantidad de investigaciones, sobre todo en los Estados Unidos, específicamente en el estado de California, y en la Unión Europea, por el grupo INREST^[V 4-V 11] y en Francia desde principios de los 1990 hasta la fecha así como otros investigadores.

1.5 JERARQUÍA DE LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICARRIL

Se jerarquizan esencialmente tres puntos de vista para estudio de los fenómenos de tráfico multicarril. Los primeros y más simples se refieren a los modelos microscópicos o de seguimiento de líder (vehículos), en donde se modela el comportamiento de un único vehículo en función del vehículo que lo precede. Los modelos macroscópicos se basan en ecuaciones de dinámica de fluidos, los cuales han sido motivo de grandes controversias. Mientras que los modelos de cinética de gases o modelos

de Boltzman representan un término medio entre los puntos de vista macroscópico y microscópico. En general la relación que existe entre los modelos de tráfico MULTICARRIL se pueden describir como sigue:



1.5.1 LOS MODELOS MICROSCÓPICOS MULTICARRIL

Los modelos se basan en la reacción a los espacios disponibles, el vehículo avanzará y cambiará de carril libremente, según se presenten los espacios disponibles, cabe mencionar que estos espacios dependen de la velocidad de los demás vehículos. Se considera una carretera con N carriles, denotando con c al vehículo en estudio, siendo c_+ y c_- los vehículos antes y después del vehículo en estudio. Para los carriles izquierdo y derechos se denotan los vehículos como; c_{l+} , c_{l-} , c_{r+} y c_{r-} , las velocidades se denotan con los mismos subíndices. Como lo importante en este tipo de modelos son los espacios disponibles, regularmente se definen dichos espacios disponibles como:

$$\left. \begin{aligned} H_L(v) &= H_0 + vT_L, \\ H_R(v) &= H_0 + vT_R, \\ H_B(v) &= H_0 + vT_B, \end{aligned} \right\} \quad (1.92)$$

Donde L y R significan izquierdo y derecho, y B frenado en ingles. Para poder desarrollar el modelado se toman en cuenta las posibilidades de avance llamadas interacciones, como lo son.

Cambio de carril a la izquierda, en caso de que la velocidad del vehículo en consideración sea mayor que la velocidad del carril en donde se encuentra o que la del vehículo que lo precede y si existe espacio suficiente en el carril de la izquierda.

Cambio de carril a la derecha, cuando la velocidad del vehículo en estudio es menor que la velocidad del vehículo que lo sigue y claro esta si existe espacio disponible en el carril de la derecha.

Frenado, que se da cuando la velocidad del vehículo en estudio es mayor que la velocidad del vehículo que lo precede y no puede cambiar de carril.

Aceleración (seguimiento), si la velocidad del vehículo en consideración es menor que la velocidad del vehículo que lo precede y si el vehículo desea incrementar su velocidad, en este caso la aceleración se determina también en la medida de que se pueda dar el frenado nuevamente.

Las consideraciones anteriores son validas para los carriles centrales, en el caso de los carriles extremos estas consideraciones se tienen que modificar.

1.5.2 LOS MODELOS CINÉTICOS PARA TRÁFICO MULTICARRILES

Como en la sección anterior, se asume que se tienen desde $\alpha = 1$, hasta N carriles. Las variables básicas en una aproximación cinética son el vehículo en estudio y la distribución vehicular en cada línea. La función de distribución de línea es $f_{\alpha}(x, v)$ que describe la cantidad de vehículos en x con velocidad v en cada carril

La distribución de vehículos se da por $f_{\alpha}^{(2)}(x, v, h, v_+)$, que describe el número de pares de vehículos en x, v con velocidad v y los vehículos en $x + h$ con velocidad v_+ . Así como las interacciones que hay entre estos vehículos. Si se integra sobre dichas funciones se tiene:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_{\alpha}^{(2)}(x, v, h, v_+) dh dv_+ = f_{\alpha}(x, v) \quad (1.93)$$

en donde el superíndice (2) indica que la distribución se da por pares de vehículos.

Si $F_\alpha(x, v)$ denota la probabilidad de distribución en v de los vehículos en x , por ejemplo $f_\alpha(x, v) = \rho_\alpha(x) F_\alpha(x, v)$. Se denota por $F_\alpha^+(v_+; h, v, x)$ la distribución de probabilidad en v_+ de los demás vehículos a una distancia h de los vehículos en x y velocidad v . $Q_\alpha(h; v, x)$ denota la distribución de probabilidad de los demás vehículos en h para un vehículo en x con velocidad v . Entonces se tiene:

$$f_\alpha^{(2)}(x, v, h, v_+) = F_\alpha^+(v_+; h, v, x) Q_\alpha(h; v, x) f_\alpha(x, v) \quad (1.94)$$

Los vehículos principales se distribuyen de acuerdo con la distribución de probabilidad $F_\alpha \forall$ en $x + h$:

$$F_\alpha^+(v_+; h, v, x) = F_\alpha(x + h, v_+) \quad (1.95)$$

y para Q se puede utilizar la expresión:

$$Q_\alpha(h; v, x) = q(h; v, f_\alpha(x, v)) \quad (1.96)$$

Donde $q(h; v, f)$ es la distribución de los pares de vehículos principales teniendo como referencia un vehículo con velocidad v bajo la suposición de que las velocidades de dichos vehículos se distribuyen de acuerdo con la distribución de la función f . Esta última función debe ser determinada para cada carril así como las probabilidades de cambio de carril, partiendo de la teoría de modelado en un solo carril. Las distancias entre los vehículos principales se representan por funciones de probabilidad D_n , las cuales se asumen independientes unas de las otras mientras que la posición de los vehículos está determinada por las funciones también de probabilidad X_n , definidas por $X_{n+1} = X_n + D_n$ con X_1 ya establecidas. Sin embargo las funciones de probabilidad V_i estarán dadas por las funciones de distribución f , dando esto:

$$\int_0^\infty f dv = \rho \quad (1.97)$$

El proceso aleatorio (V, X) se puede ver como un proceso de renovación de Markov. El flujo de los vehículos principales (en estudio) se puede estimar como:

$$q(h; v, f) = \int_0^\infty \rho^{(n)}(h, v, f) X_{(h, v, f)}(h) \quad (1.98)$$

el parámetro ρ y se determina por los requerimientos de que el espacio medio entre los vehículos es igual a $1/\rho$, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\left\langle \int_0^{\infty} h q(h; \rho, f) dh \right\rangle = \frac{1}{\rho} \quad (1.99)$$

Para el estudio de los vehículos principales se considera que el flujo aguas abajo se distribuye uniformemente entre las líneas H_B y H_A (frenado y aceleración).

La probabilidad de cambio de carril se basa en las funciones de distribuciones de probabilidad como las ecuaciones (1.94), (1.95) y (1.96), uno se fija en el espacio un punto x y determina la distribución entre la distancia B_x entre el punto x y el siguiente vehículo en turno detrás de x y la distancia F_x entre x y el vehículo enfrente de x resultando:

$$B_x = x - X_{N_x} \quad (1.100)$$

$$F_x = X_{N_x+1} - x \quad (1.101)$$

Si

$$X_{N_x} < x < X_{N_x+1} \quad (1.102)$$

Con la distribución de probabilidades Q definida como:

$$Q(h; \rho, f) = \int_0^h q(h'; \rho, f) dh' \quad (1.103)$$

la ecuación cinética se obtiene para las funciones de distribución (f_1, \dots, f_N) en los N carriles bajo consideraciones similares a la teoría cinética de los gases, se deben determinar los operadores cinéticos de interacción, los operadores de ganancia G y pérdida L . Esto se logra utilizando las interacciones microscópicas como base, combinadas con el procedimiento estándar para derivar las ecuaciones cinéticas.

Se obtiene entonces:

$$\begin{aligned} \partial_t f_a + v \partial_x f_a = \bar{C}_a^+ (f_1^{(2)}, \dots, f_N^{(2)}, f_1, \dots, f_N) = \\ \cong (\bar{G}_{*B}^+ - \bar{L}_B^+) (f_{a-1}, f_a^{(2)}, f_{a+1}) + (\bar{G}_A^+ - \bar{L}_A^+ + G_F^+ - \bar{L}_F^+) (f_a^{(2)}) + \\ + [\bar{G}_L^+ (f_{a-1}^{(2)}, f_a) - \bar{L}_R^+ (f_{a-1}, f_a^{(2)}, f_{a+1})] (1 - \delta_{a,1}) + \\ [\bar{G}_R^+ (f_{a+1}^{(2)}, f_a, f_{a+2}) - \bar{L}_L^+ (f_a^{(2)}, f_{a+1})] (1 - \delta_{a,N}) \end{aligned} \quad (1.104)$$

Donde δ_{ij} es la delta de Kronecker [IV 5, IV 6]. El tráfico de la corriente suele estar controlado por el vehículo de menor velocidad, además de estar limitada entre la velocidad mínima y la velocidad máxima permitidas, y se maneja una función de densidad por cada carril, en dichas funciones se representan las pérdidas o las ganancias de los vehículos por cada carril dependiendo de la velocidad de cada vehículo y la forma en que interactúan, así pues la función de densidad en un carril N enésimo se puede calcular como:

$$\frac{\partial f_N(v, t)}{\partial t} = -f_N(v, t) \int_v^{v_{max}} dv' (v' - v) f_N(v', t) + f_{N-1}(v, t) \int_{v_{min}}^v dv' (v - v') f_{N-1}(v', t) \quad [IV 5, IV 6] \quad (1.105)$$

Esta ecuación es difícil de resolver analíticamente, por lo que la serie completa de ecuaciones desde la 1 hasta la N se resuelven por métodos numéricos previa discretización, habiendo hecho esto se demostró a través de métodos numéricos como se da la segregación de autos lentos en una avenida con varios carriles, tomando en cuenta que en dicha avenida hay carriles de alta y baja velocidad.

La probabilidad de cambio de carril se obtiene de un modelo simple homogéneo estocástico en donde se inicia con la distribución de vehículos principal (distribución de vehículos del carril de partida) y se asume que la distribución de vehículos en el nuevo carril se da con una función de distribución f

También se considera a un vehículo con una velocidad v y una probabilidad $P_y(v, f, Y = L, R)$ para que sé del cambio de carril, de izquierdo a derecho o de derecho a izquierdo. Si se cruza el umbral (línea divisoria de carriles) entonces quiere decir que se determinó la probabilidad y de que existe suficiente espacio en el otro carril, en tales circunstancias significa que se presentó un espacio entre el vehículo que cambia de carril con velocidad v y el carro líder en el nuevo carril con una distancia de al menos $H_v(v, Y = L, R)$ y su seguidor en el nuevo carril con velocidad v' debe tener una distancia de al menos $H_{v'}(v', Y = L, R)$ y a la probabilidad $P_x(v, v', f, Y = L, R)$ de un cambio de carril con velocidad v

teniendo un seguidor en una línea con velocidad "v", hará que las posiciones se den por $h_1 = H_y^s(v)$ y $h_2 = H_y^s(v')$. Lo que lleva a calcular una probabilidad de cambio de carril:

$$P_y(v, v', f) = \langle \rho \int_{H_y^s(v) + H_y^s(v')}^{\infty} q(h'; f) dh' dn \rangle \quad [IV 5, IV 6] \quad (1.106)$$

Promediando en la expresión anterior todas las velocidades v' se tiene la probabilidad deseada P_y para que un vehículo cambie de carril si tiene una velocidad v . Las interacciones de cambio de carril se dan por:

Interacción de cambio a la Izquierda / Derecha:

$$G_{L/R}^+(f_{\alpha \mp 1}, f_{\alpha}) = \int_{\hat{v}_{\pm}(v)} P_{L/R}(v, f_{\alpha}(x)) |v - \hat{v}_{\pm}| q_B(v, f_{\alpha \mp 1}(x)) f_{\alpha \mp 1}(x, v) F_{\alpha \mp 1}(x + H_B(v), \hat{v}_{\pm}) d\hat{v}_{\pm} \quad [IV 5, IV 6] \quad (1.107)$$

Y el término de pérdidas:

$$L_{L/R}^+(f_{\alpha}, f_{\alpha \pm 1}) = G_{L/R}^+(f_{\alpha}, f_{\alpha \mp 1}) \quad (1.108)$$

En esta misma forma se presentan en las tablas (1.4) y (1.5) los términos de ganancia y pérdidas para el frenado, la aceleración y la aceleración libre que se aplican en las ecuaciones (1.104 y 1.105).

Usando las aproximaciones anteriores se obtiene, para la ecuación cinética:

$$\begin{aligned} \partial_t f_{\alpha} + v \partial_x f_{\alpha} = & \tilde{C}_{\alpha}^+(f_1, \dots, f_N) = (G_{+B} - L_B^+)(f_{\alpha-1}, f_{\alpha}, f_{\alpha+1}) + \\ & + [\tilde{G}_L^+(f_{\alpha-1}, f_{\alpha}) - L_R^+(f_{\alpha-1}, f_{\alpha}, f_{\alpha+1})] [1 - \delta_{\alpha,1}] + [\tilde{G}_R^+(f_{\alpha+1}, f_{\alpha}, f_{\alpha+2}) - L_L^+(f_{\alpha}, f_{\alpha+1})] [1 - \delta_{\alpha,N}] \end{aligned} \quad [IV 5, IV 6] \quad (1.109)$$

El modelo cinético acumulado multicarril se obtiene de tomar del modelo anterior asumiendo que la función de distribución f_{α} es la misma en todos los carriles y asumiendo que las ecuaciones sobre los carriles 1 a N son iguales. Entonces se considera que:

$$f = f_1 = \dots = f_N = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha}, \quad (1.110)$$

$$F = F_1 = \dots = F_N = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N F_\alpha \tag{1.111}$$

derivando las ecuaciones, para ganancias y pérdidas.

$$C_C^+(f) = G_B^+(f) - L_B^+(f) + G_A^+(f) - L_A^+(f) + G_F^+(f) - L_F^+(f) \tag{1.112}$$

$$G_B^+(f) = \iint_{\hat{v} > \hat{v}_+} P_B^C(\hat{v}, \hat{v}_+, f(x + H_B(\hat{v})), f(x)) |\hat{v} - \hat{v}_+| \sigma_B(v, \hat{v}) \times q_B(\hat{v}, f(x)) f(x, \hat{v}) F(x + H_B(\hat{v}), \hat{v}_+) d\hat{v} d\hat{v}_+ \tag{1.113}$$

y

$$L_B^+(f) = \int_{\hat{v} > \hat{v}_+} P_B^C(v, \hat{v}_+, f(x + H_B(\hat{v})), f(x)) |v - \hat{v}_+| \times q_B(v, f(x)) f(x, v) F(x + H_B(v), \hat{v}_+) d\hat{v}_+ \tag{1.114}$$

TABLA 1.4 TERMINOS DE GANANCIA [IV.5, IV.6]

INTERACCION	TERMINOS
FRENADO	con: $\tilde{G}_B^+(f_{\alpha-1}, f_\alpha, f_{\alpha+1}) = \iint_{\hat{v}_+} P_B(\hat{v}, \hat{v}_+, f_{\alpha-1}(x + H_B(v)), f_{\alpha+1}(x)) \hat{v} - \hat{v}_+ \sigma_B(v, \hat{v}) q_B(\hat{v}, f_\alpha(x)) f_\alpha(x, \hat{v}) F_\alpha(x + H_B(\hat{v}), \hat{v}_+) d\hat{v} d\hat{v}_+$ $\sigma_B(v, \hat{v}) = \frac{1}{\hat{v}(1-\beta)} X_{[\hat{v}, \hat{v}_+]}(v)$
ACELERACIÓN	con: $G_A^+(f_\alpha) = \iint_{\hat{v} < \hat{v}_+} \hat{v} - \hat{v}_+ \sigma_A(v, \hat{v}) q_A(\hat{v}, f_\alpha(x)) f_\alpha(x, \hat{v}) F_\alpha(x + H_A(\hat{v}), \hat{v}_+) d\hat{v} d\hat{v}_+$ $\sigma_A(v, \hat{v}) = \frac{1}{\min(w, \alpha\hat{v}) - \hat{v}} X_{[\hat{v}, \min(w, \alpha\hat{v})]}(v)$
ACELERACIÓN LIBRE	Se usa q_1, H_1 y $\sigma_F(v - \hat{v}) = F_D(v)$ en vez de q_A, H_A y σ_A

TABLA 1.5 TERMINOS DE PÉRDIDAS [IV.5, IV.6]

INTERACCION	TERMINOS
FRENADO	$\tilde{L}_B^+(f_{\alpha-1}, f_\alpha, f_{\alpha+1}) = \int_{\hat{v}_+} P_B(\hat{v}, \hat{v}_+, f_{\alpha-1}(x + H_B(v)), f_{\alpha+1}(x)) v - \hat{v}_+ q_B(v, f_\alpha(x)) f_\alpha(x, v) F_\alpha(x + H_B(\hat{v}), \hat{v}_+) d\hat{v}_+$
ACELERACIÓN	$L_A^+(f_\alpha) = \int_{\hat{v}_+} v - \hat{v}_+ q_A(v, f_\alpha(x)) f_\alpha(x, v) F_\alpha(x + H_A(\hat{v}), \hat{v}_+) d\hat{v}_+$
ACELERACIÓN LIBRE	Se usa q_1 y H_1 en vez de q_A y H_A

1.5.3 LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICARRILES DE DINÁMICA DE FLUIDOS

El último nivel jerárquico está dado por una descripción de la dinámica de fluidos sobre la base de ecuaciones de cantidad de movimiento, densidad y velocidad para derivar un modelo macroscópico; para derivar dicho modelo se procede en forma similar a la cinética de gases. Si se multiplica la ecuación (1.109) de la cinética de gases por una propiedad $\phi(v)$ e integrándola con respecto a v se obtiene:

$$\partial_t \int \phi f_\alpha dv + \partial_x \int v \phi f_\alpha dv = \int \phi(v) C_\alpha^+(f)(x, v, t) dv \quad (1.115)$$

se define la densidad n_α^ϕ de la propiedad f como:

$$n_\alpha^\phi = \int \phi f_\alpha dv \quad (1.116)$$

Lo interesante de derivar la ecuación de dinámica de fluidos, a partir del método de Enskog_[1v,9] es el identificar los términos de flujo y fuente en la ecuación. El flujo ϕ debido a los términos advectivos será:

$$g_\alpha^\phi = \int v \phi f_\alpha dv \quad (1.117)$$

Para obtener el flujo se separa la interacción de Enskog en una interacción local y una desviación del término local

$$C_\alpha^+ = C_\alpha - (C_\alpha - C_\alpha^+) \quad (1.118)$$

donde el término local es.

$$\begin{aligned} C_\alpha(f_1, \dots, f_N) = & (G_{1B} - L_B)(f_{\alpha-1}, f_\alpha, f_{\alpha+1}) + \\ & + [G_L^+(f_{\alpha-1}, f_\alpha) - L_R^+(f_{\alpha-1}, f_\alpha, f_{\alpha+1})](1 - \delta_{\alpha,1}) + [G_R^+(f_{\alpha+1}, f_\alpha, f_{\alpha+2}) - L_l^+(f_\alpha, f_{\alpha+1})](1 - \delta_{\alpha,N}) \end{aligned} \quad (1.119)$$

Re-escribiendo la ecuación de balance se tiene:

$$\partial_t n_\alpha^\phi + \partial_x q_\alpha^\phi + E_\alpha^\phi = S_\alpha^\phi \quad (1.120)$$

Con el término de flujo:

$$E_\alpha^\phi = \int \phi(v) [C_\alpha(f)(x, v, t) - C_\alpha^*(f)(x, v, t)] dv \quad (1.121)$$

y el término fuente:

$$S_\alpha^\phi = \int \phi(v) C_\alpha(f)(x, v, t) dv \quad (1.122)$$

1.6 COMENTARIOS FINALES DEL CAPÍTULO 1

De lo anteriormente expuesto se observa que existe una tendencia a desarrollar modelos más poderosos que contemplen diversos tipos de vehículos dentro del tráfico, sin embargo en la actualidad sólo un modelo basado en la teoría cinética de los gases considera el flujo multicarriles y con la limitante que solamente existe una clase de vehículo por carril, por lo que resulta por demás atractivo el desarrollar un modelo que considere un flujo homogéneo con diversas clases de vehículos, tal es el caso de una analogía con los flujos multifásicos, pero tomando en cuenta que en cada tipo de vehículo es incapaz de cambiar de forma a otro tipo de vehículo, se simplifica la ecuación de movimiento y su respectiva solución.

CAPÍTULO 2 MODELADO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

De lo expuesto en el capítulo 1 se observa que no existe un modelo de tráfico multiflujo de vehículos que se base en un punto de vista macroscópico o utilice ecuaciones de la mecánica de fluidos. Por tal motivo en este capítulo se tiene como objetivo el desarrollo de dicho modelo por vez primera, para esto se revisará la teoría de mezclas no reactivas^[IV.10 y IV.11]. Esta teoría se llevará a las ecuaciones de la mecánica de fluidos para desarrollar un modelo, que fundamentado en estas analogías, sirva para simular tráfico multiclase de vehículos.

2.1 ASPECTOS FUNDAMENTALES DE MEZCLAS NO REACTIVAS

Como ya se mencionó es conveniente revisar los fundamentos de una mezcla. Las propiedades extensivas como lo son volumen, energía, etc. son aditivas. Así la mezcla de volumen V es la suma de las clases de vehículos individuales.

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (2.1)$$

en términos de los volúmenes específicos v_i y masa m_i , esta relación da:

$$mV = \sum_{i=1}^n m_i V_i \quad (2.2)$$

hagamos w_i sea la fracción de masa de la clase de vehículo i entonces:

$$w_i = m_i / m \quad (2.3)$$

así las ecuaciones (2.2) y (2.3) muestran que:

$$V = \sum_{i=1}^n W_i V_i \quad (2.4)$$

similarmente, la energía del flujo en total se puede estimar como.

$$U = \sum_{i=1}^n W_i U_i \quad (2.5)$$

Ahora se asume que el sistema consiste de un número de elementos tal que los espacios que existen entre ellos nos permita considerarlos como un flujo de partículas en donde las discontinuidades son suaves o pueden ser suavizadas, ya que se analiza el flujo de vehículos desde un punto de vista macroscópico. En este caso al tomar la derivada de las propiedades, estas existen y son continuas a menos que otra cosa se especifique en su momento. Así para una propiedad del sistema por unidad de volumen ψ , se utilizará el teorema de transporte de Reynolds, para relacionar los sistemas de referencia eulerianos con los sistemas de referencia lagrangianos.

Para un volumen V que puede cambiar con el tiempo t , existe para una superficie fija la siguiente identidad matemática:

$$\frac{d}{dt'} \iiint_{V(t)} \psi dV = \iiint \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot \psi \mathbf{v}_i \right) dV \quad (2.6)$$

En la ecuación (2.6) el sistema se mueve con velocidad \mathbf{v}_i , donde la derivada con respecto al tiempo acarrea el superíndice i para enfatizar este hecho. El volumen V es el mismo para todas las clases de elementos, igualando la cantidad de cambio de masa de las clases de vehículos i a la magnitud de su producción por reacciones. En flujo multifásico el volumen de flujo ocupado por la clase de elemento i no puede ser ocupado por las otras clases de elementos de distinta dimensión al mismo tiempo y en el mismo lugar. Esta distinción introduce en el concepto de la fracción de volumen de la clase de elemento i . En la literatura de mezclas no reactivas y mezclas reactivas esto está definido por α_i o ε_i , siendo preferida ε_i por la literatura en ingeniería química. Consistentemente con la literatura común el volumen de la clase de elemento i es v_i en un sistema de volumen V , resulta:

$$V_i = \iiint_{V(t)} \varepsilon_i dV \quad (2.7)$$

donde la sumatoria de $\varepsilon_i = 1$. Note que el fluido es incompresible y no hay cambios de clase de elemento (una motocicleta no puede convertirse en automóvil ni viceversa), por lo que \mathbf{v}_i permanece constante. Entonces la aplicación al teorema de transporte de Reynolds dado por la ecuación (2.6) conduce a la ecuación de continuidad de flujo multiclase

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} + \nabla \cdot \varepsilon_i v_i = 0 \quad (2.8)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ clases.

2.2 ECUACIONES GENERALES PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS.

En este apartado se retoman las ecuaciones anteriores y se procede a desarrollar a partir de aquí las ecuaciones de masa y de cantidad de movimiento para el flujo multiclase de vehículos, estas ecuaciones son simplemente la suma de las clases de elementos que por analogía serán considerados como vehículos de distintas clases. Estas ecuaciones deben ser reducidas a una forma sencilla que considere una clase de vehículo única a través del desvanecimiento de la interacción con las otras clases de vehículos.

2.2.1 BALANCE DE MASA PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS.

La masa del flujo puede estar dada en términos de la densidad de tráfico ρ , en un sistema multiclase de volumen V como:

$$m_i = \iiint_{V(t)} \varepsilon_i \rho_i dV \quad (2.9)$$

el balance de masa Lagrangiano resulta del movimiento de la masa m_i con la velocidad v_i ,

$$\frac{dm_i}{dt'} = \frac{d}{dt'} \iiint_V \varepsilon_i \rho_i dv = \iiint_V m'_i dV \quad (2.10)$$

donde la ecuación (2.10) define las fuentes volumétricas de masa m_i , una aplicación del teorema de transporte de Reynolds aplicado a un elemento arbitrario de volumen da la ecuación de continuidad por para cada clase de vehículos i

$$\frac{\partial (\varepsilon_i \rho_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_i \rho_i v_i) = m'_i \quad (2.11)$$

En la ecuación (2.11) el término m'_i incluye la fracción de volumen ε_i . Es mejor definir en términos de una fuente por unidad de volumen de clase de vehículo i , así que $m'_i = \varepsilon_i m'_i$ donde m'_i es la cantidad específica de producción de la clase de vehículos i .

La conservación de masa requiere que la suma de m'_i sobre la clase de vehículo i sea cero esto es:

$$\sum_{i=1}^n m'_i = 0 \quad (2.12)$$

Más aun, m'_i debe ser invariante bajo el cambio de referencia de formas conocido como el principio de relatividad de Galileo u objetividad material. Esto implica que para flujos de 2 clases de vehículos m'_i y el de un término fuente como una interferencia, debe ser una función de la clase de vehículo relativa únicamente más que una función de clases de vehículos individuales

Para el caso de un flujo homogéneo se observa que la suma de la ecuación (2.11) da como resultado:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial(\varepsilon_i \rho_i)}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \nabla \cdot (\varepsilon_i \rho_i v_i) = \sum_{i=1}^n m'_i \quad (2.13)$$

Para reducir esta ecuación a una clase de vehículo simple, es natural definir la densidad de mezclas ρ en la forma usual que se haría en 2 clases de vehículos como:

$$\rho = \sum_{i=1}^{n(\text{clases})} \varepsilon_i \rho_i \quad (2.14)$$

Nótese que la fracción de peso w_i esta dado por la ecuación (2.15):

$$W_i = (\varepsilon_i \rho_i) / \rho \quad (2.15)$$

El segundo término en la ecuación (2.13) muestra que es natural definir el peso promedio de la velocidad V como:

$$\rho V = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i v_i \quad (2.16)$$

La ecuación (2.15) muestra que esta velocidad está promediada con el peso de las fracciones.

Desde que se realiza $\sum_{i=1}^n m'_i = 0$ por la ecuación de la masa, la ecuación de la mezcla se observa como la ecuación de una sola clase de vehículo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \bullet \rho \mathbf{v} = 0 \quad (2.17)$$

Para relacionar las ecuaciones de energía con aquellas para una sola clase de vehículo es necesario el derivar algunas identidades para una mezcla multicomponente. Se define una velocidad relativa con respecto a la velocidad promedio como:

$$\mathbf{v}_{i,rel} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v} \quad (2.18)$$

Entonces la suma de las velocidades (2.18) multiplicadas por $\varepsilon_i \rho_i$ y la definición de \mathbf{v} (ecuación 2.16) muestran que:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i \mathbf{v}_{i,rel} = 0 \quad (2.19)$$

Ahora considerando una función Γ derivable. El movimiento del flujo con la clase de vehículo i da como resultado:

$$\frac{d\Gamma}{dt'} = \frac{d\Gamma(t, x_i(t))}{dt} = \frac{d\Gamma}{dt} + \nabla \Gamma \bullet \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla \Gamma \bullet \mathbf{v}_i \quad (2.20)$$

por la regla de la cadena y la definición de \mathbf{v}_i , donde el movimiento de la mezcla resulta

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d\Gamma(t, x_i(t))}{dt} = \frac{d\Gamma}{dt} + \nabla \Gamma \bullet \frac{dx}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla \Gamma \bullet \mathbf{v} \quad (2.21)$$

Previamente se ha establecido que las propiedades como mezcla de energía son definidas como:

$$\Gamma' = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i \Gamma \quad (2.22)$$

donde $\varepsilon_i \rho_i / \rho$ es la fracción pesada de i , la diferencia entre (2.20) y (2.21) resulta:

$$\frac{d\Gamma}{dt'} - \frac{d\Gamma}{dt} = \nabla \Gamma \bullet v_{i,rel} \quad (2.23)$$

Derivando (2.21) con v y usando (2.22) resulta:

$$\rho \frac{d\Gamma}{dt} + \Gamma \frac{d\rho}{dt} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i \left(\frac{d\Gamma_i}{dt} - \nabla \Gamma_i \bullet v_{i,rel} \right) + \Gamma_i \left(\frac{d(\varepsilon_i \rho_i)}{dt'} - \nabla \varepsilon_i \rho_i \bullet v_{i,rel} \right) \quad (2.24)$$

donde la primera Γ sea Γ_1 y luego $\varepsilon_i \rho_i$, pero la ecuación de continuidad (2.17) se puede escribir como:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\nabla \bullet v \quad (2.25)$$

mientras que la conservación de la masa de la clase de vehículo i puede ser re escrita en términos de una densidad parcial $\varepsilon_i \rho_i$, como:

$$\frac{1}{\varepsilon_i \rho_i} \frac{d(\varepsilon_i \rho_i)}{dt'} = -\nabla \bullet v_i + \frac{m'_i}{\varepsilon_i \rho_i} \quad (2.26)$$

sustituyendo (2.24) y (2.22) en (2.26) y re escribiendo se tiene

$$\rho \frac{d\Gamma}{dt} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i \frac{d\Gamma_i}{dt_i} - \nabla \bullet \varepsilon_i \rho_i \Gamma_i v_{i,rel} + \Gamma_i m'_i \quad (2.27)$$

2.2.2 BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS.

El balance de cantidad de movimiento sigue la aproximación de Bowen para una mezcla multicomponente. La cantidad de cambio de cantidad de movimiento de una partícula o sistema moviéndose con una velocidad v_i equivale a la suma de fuerzas actuando en el sistema. En un flujo

multifásico las fuerzas externas y de contacto son fácilmente identificables. Como una analogía se desarrollara a partir de aquí la ecuación de cantidad de movimiento para el tráfico multiclase de vehículo, estimando dichos aspectos ya que, similarmente al flujo multifásico existe la interacción de influencias equivalentes a “fuerzas invisibles” de la clase de vehículo i con las otras clases de vehículos y con los otros vehículos de la misma clase, esta influencia es equivalente a una fuerza que es conocida como la del suministro de cantidad de movimiento p_i . Existen inclusive las influencias de una fuerza debida a la adición de la masa de clase de vehículo i , similarmente a la aproximación multicomponente, se asume que dicha fuerza se agrega a la clase de vehículo i a su velocidad.

Matemáticamente se puede establecer como siguen el balance de cantidad de movimiento de la clase de vehículo i :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \rho_i v_i \varepsilon_i dV = f_i \tag{2.28}$$

con:

$$f_i = \oint_{\partial V(t)} T_i da + \iiint_{V(t)} \rho_i f_i \varepsilon_i dV + \iiint p_i dV + \iiint m'_i v_i dV \tag{2.28'}$$

donde el primer término representa las fuerzas de superficie, el segundo término representa las fuerzas externas, el tercero las fuerzas de interacción entre clase de vehículos y el último de los términos representa el cambio de cantidad de movimiento debido al cambio de clase de vehículos

Una aplicación del teorema de la divergencia resulta:

$$\oint_{\partial V} T_i da = \iiint_V \nabla \cdot T_i dV \tag{2.29}$$

Una aplicación del teorema de transporte de Reynolds al lado derecho de la ecuación (2.28') y el uso de las ecuaciones (2.29) y (2.28) seguidos por una contradicción estándar da los tres balances de cantidad de movimiento para cada clase de vehículo i como se ve en la ecuación (2.30):

$$\frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i \otimes \bar{v}_i) = \nabla \cdot T_i + \rho_i \varepsilon_i f_i + p_i + m'_i \bar{v}_i \tag{2.30}$$

donde \otimes denota la multiplicación diádica de 3×1 del vector de velocidad \bar{v}_i , para dar matrices de 3×3 y operar con la divergencia $\nabla \bullet = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ para dar un vector tridimensional. Diferenciando los productos del lado izquierdo de la ecuación (2.30), el resultado se puede escribir como:

$$\rho_i \varepsilon_i \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i \bullet \nabla \bar{v}_i + \bar{v}_i \left(\frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i)}{\partial t} + \nabla \bullet \rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i - m_i' \right) = \nabla \bullet T_i + \rho_i \varepsilon_i f_i + p_i \quad (2.31)$$

Si se utiliza la ecuación de continuidad (2.11), el término en el paréntesis resulta ser cero. La aceleración en la ecuación (2.31) en la dirección x puede ser escrita como:

$$\frac{du_i}{dt'} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + v_i \bullet \nabla u_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial u_i}{\partial y} + w_i \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (2.32)$$

Así el balance de cantidad de movimiento para la clase de vehículo i se convierte en:

$$\rho_i \varepsilon_i \frac{du_i}{dt'} = \nabla \bullet T_i + \rho_i \varepsilon_i f_i + p_i \quad (2.33)$$

(masa/vol). (aceleración de la clase de vehículo i) fuerzas de interacción = cantidad de movimiento flujo interno + fuerzas de cuerpo + fuerzas superficiales).

Dividiendo la ecuación (2.33) por la fracción vacía, ε_i muestra ser esencialmente idéntico al balance de cantidad de movimiento de la mezcla multicomponente. Para obtener balances significativos se necesita especificar la interacción de fuerzas p_i y construir expresiones para los esfuerzos T_i . La interacción de fuerzas consiste del arrastre entre las clases de vehículos y de las fuerzas de masa que dependen del gradiente de velocidad y de otras fuerzas que intervienen (fuerzas colisionales); luego la suma de las fuerzas de interacción p_i es cero.

$$\sum_{i=1}^{n_{\text{veh}}} p_i = 0 \quad (2.34)$$

La expresión más simple para el esfuerzo, análogamente con la teoría de una sola clase de vehículo es a través de la definición de presión de clase de vehículo p_i vía la matriz de identidad:

$$T_i = -p_i I \quad (2.35)$$

la ecuación (2.35) es similar a la expresión para el esfuerzo parcial dado por Bowens, para una mezcla de fluidos con una viscosidad lineal. El derivó una expresión para el esfuerzo envolviendo a la matriz de viscosidades de componentes individuales.

En el caso de un flujo homogéneo la suma de los balances de cantidad de movimiento dados por la ecuación (2.36) sobre n clase de vehículos da como resultado:

$$\sum_{i=1}^n \rho_i \varepsilon_i \frac{dv_i}{dt'} = \sum_{i=1}^n \nabla \cdot T_i + \sum_{i=1}^n \rho_i \varepsilon_i f_i + \sum_{i=1}^n P_i \quad (2.36)$$

Para relacionar el movimiento a lo largo de las clases de vehículos con aquellos moviéndose con la mezcla. Sea Γ la velocidad v en la identidad (2.36) y usando la ecuación (2.18) se obtiene:

$$\rho \frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^n \rho_i \varepsilon_i \frac{dv_i}{dt'} - \nabla \varepsilon_i \rho_i i_{i,rel} \otimes v_{i,rel} + v_i m_i' \quad (2.37)$$

el uso de la ecuación (2.24) en (2.36) da el balance de cantidad de movimiento en forma convectiva expresada por (2.38):

$$\rho \frac{dv}{dt} + \sum_{i=1}^n \nabla \varepsilon_i \rho_i v_{i,rel} \otimes v_{i,rel} = \nabla \cdot T + \rho f \quad (2.38)$$

donde f es definido por:

$$\rho f = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i f_i \quad (2.39)$$

El tensor de esfuerzo de mezcla T correspondiente a la parte interna del sistema multicomponente de esfuerzos está definido por:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (2.40)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i + m_i' v_i = 0 \quad (2.41)$$

Las interacciones entre las clases de vehículos tienden a desaparecer como se muestra en la ecuación (2.41). La ecuación de mezcla (2.38) muestra que el balance de cantidad de movimiento, a lo largo de una velocidad promedio contiene contribuciones debidas a las clases de vehículos (velocidades relativas) dadas por el segundo término del lado izquierdo de la ecuación (2.38).

2.3 MODELADO DE TRÁFICO DE MOTOCICLETAS Y AUTOMÓVILES COMO FLUJO BICLASE HOMOGÉNEO.

En el flujo multifásico el balance de cantidad de movimiento está dado por las ecuaciones (2.28) y (2.28'), las cuales al simplificarse se pueden reescribir como se indica en la ecuación (2.1), cuando no existe cambio de clase de vehículo (un automóvil no se convierte en motocicleta o viceversa). Para el caso particular en que se tiene tráfico biclase de vehículos con flujo unidireccional, estado permanente para una mezcla de autos y motocicletas, con una fracción volumen sobre un elemento $a\Delta x$ fijo en el espacio dentro del tráfico vehicular y considerando que:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \cong 0 \quad (2.42)$$

y

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \cong 0 \quad (2.43)$$

de donde se desprende en lo particular el balance de cantidad de movimiento.

$$\rho_a v_a \varepsilon_a v_a a \Big|_x^{x+\Delta x} + \rho_m v_m \varepsilon_m v_m a \Big|_x^{x+\Delta x} + P a \Big|_x^{x+} - (\bar{P} + \bar{\sigma}) \Delta a = -g(\rho_a \varepsilon_a + \rho_m \varepsilon_m) a \Delta x - (\tau_a + \tau_m) \pi D_i \Delta x \quad (2.44)$$

Donde el primer término del lado izquierdo es la cantidad neta de cantidad de movimiento del flujo de autos $\rho_a v_a$, con una velocidad $\varepsilon_a v_a a$ que sale del elemento $a\Delta x$. El segundo término el lado izquierdo es la cantidad neta de cantidad de movimiento de motocicletas $\rho_m v_m$ con un flujo de motocicletas $\varepsilon_m v_m a$ que sale del elemento $a\Delta x$. El tercer miembro del lado izquierdo representa la cantidad de movimiento de salida debido a los efectos de presión actuando en las distintas clases de vehículos de

motocicletas y autos. El cuarto término representa la cantidad de movimiento debida a los esfuerzos normales (cuando cambian de tamaño los carriles). El último término del lado izquierdo representa la fuerza normal debida a los esfuerzos ejercidos en la pared, por el cambio de área donde $\bar{P} = p(x')$ con $x < x' < x + \Delta x$, el primer término del lado derecho representa la acción de fuerzas gravitacionales en el flujo de autos y motocicletas y el segundo término del lado derecho representa la cantidad de cantidad de movimiento disipado debido al esfuerzo en las paredes (con posible influencia). Aplicando el teorema del valor medio para una sección de área constante (cancelando el elemento Δx en la ecuación), se tiene (antes de eliminar el gradiente de presión y los esfuerzos cortantes):

$$\frac{d}{dt} \left(\rho_a \varepsilon_a v_a + \rho_m \varepsilon_m v_m \right) + \frac{d}{dx} \left(\rho_a \varepsilon_a v_a^2 + \rho_m \varepsilon_m v_m^2 \right) = - \frac{dP}{dx} - \frac{d\sigma}{dx} - g(\rho_a \varepsilon_a - \rho_m \varepsilon_m) - \frac{4(\tau_{wa} + \tau_{wm})}{D_t} \quad (2.45)$$

Donde por una analogía de la ecuación de Fanning se puede expresar:

$$\frac{4(\tau_{wa} + \tau_{wm})}{D_t} = \frac{4}{D_t} \left(\frac{1}{2} \rho_a \varepsilon_a v_a^2 f_{aF} + \frac{1}{2} \rho_m \varepsilon_m v_m^2 f_{mF} \right) \quad (2.46)$$

f_m y f_A son coeficientes empíricos equivalentes a la f de Fanning.

2.4 MODELADO DE FLUJO MULTICLASE DE VEHÍCULOS TOTALMENTE INDEPENDIENTES

Uno de los fenómenos que suele presentarse dentro del flujo multiclase de vehículos es la presencia de subflujos de vehículos dentro de un flujo principal, el análisis de este tipo de fenómenos resulta complejo y con la intención de evitar un uso extensivo de correlaciones para tratar de predecir un flujo separado de diversos vehículos en una misma dirección, situación que pueda presentarse en una avenida o carretera en donde los carriles no se encuentren marcados, o los conductores no respeten las líneas que marcan los carriles, se requerirá de la utilización de más ecuaciones para relacionar las variables. Esto se puede hacer escribiendo las ecuaciones de conservación separadas para los componentes de cada subflujos, más que por uso únicamente de la ecuación para una mezcla completa. Es claro que se incrementa la exactitud incrementando la complejidad de las ecuaciones

2.4.1 ECUACIONES DE CONTINUIDAD PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJOS SEPARADOS

Las ecuaciones de conservación de la masa que se presentan en este trabajo se pueden generar a partir de la ecuación (2.13), resultando una ecuación para cada clase de vehículos con sus subflujos del tráfico, mismas que se pueden escribir como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_A \varepsilon_A) + \nabla \cdot (\rho_A \varepsilon_A V_A) = +S_A \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \varepsilon_m) + \nabla \cdot (\rho_m \varepsilon_m V_m) = +S_m \quad (2.47)$$

S_A y S_m son términos de fuentes externas al flujo de vehículos, y pueden tener el valor de cero. En una dimensión las ecuaciones (2.46) y (2.47) se pueden reducir a:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_A \varepsilon_A A] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_A \varepsilon_A v_A A] = \int S_A dA \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \varepsilon_m A) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \varepsilon_m v_m A) = \int S_m dA \quad (2.49)$$

2.4.2 ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJOS SEPARADOS

Las ecuaciones de cantidad de movimiento, se pueden generar a partir de la ecuación (2.30), tomando en cuenta que habría que aplicarla a cada subflujos con las respectivas influencias de cada clase de vehículos, en este caso para dos tipos de vehículos (automóviles y motocicletas) que generan dos subflujos se pueden escribir en la siguiente forma:

$$\rho_A \left(\frac{\partial v_A}{\partial t} + V_A \cdot \nabla V_A \right) = b_A + f_{,1} - \nabla p \quad (2.50)$$

$$\rho_m \left(\frac{\partial v_m}{\partial t} + V_m \cdot \nabla V_m \right) = b_m + f_m - \nabla p \quad (2.51)$$

Donde b_A y b_m son equivalentes a las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen de cada una de las componentes que se pueden estimar como $f_A = (\rho_A - \rho_m)\varepsilon_A g$, y $f_m = (\rho_m - \rho_A)\varepsilon_m g$, ∇p es un gradiente de presión promedio para esfuerzos de masa y es usualmente el gradiente de presión de A o de m y f_A y f_m son constantes o funciones simples como $b_A = \beta (u_m - u_A)$ y $b_m = \beta (u_A - u_m)$ con $0 \leq \beta \leq 1$. En una dimensión las ecuaciones se pueden escribir como:

$$\frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial t} + u_A \frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_m - u_A) + (\rho_m - \rho_A)\varepsilon_A g \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial t} + u_m \frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_A - u_m) + (\rho_A - \rho_m)\varepsilon_m g \quad (2.52)$$

2.5 ESTIMADOS DE GRADIENTES DE PRESIÓN

Los gradientes de presión en los modelos de tráfico se pueden estimar como lo proponen los siguientes autores:

AXEL KLAR & RAIMUND WEGENER

$$p_\alpha = \int (v - v_\alpha) f_\alpha dv \quad (2.53)$$

Donde α es el número de carril ocupado, f_α es la distribución de vehículos por pares (cinética de gases).

DIRK HELBING

$$P_c(\rho) = \rho \Theta_c(\rho) \quad (2.54)$$

donde $\Theta_c(\rho)$ es la varianza de la velocidad de equilibrio y se asume constante positiva con

$$\Theta_c(\rho) = \Theta_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) \quad (2.55)$$

$$P(\rho, \Theta, R) = \rho \Theta - \eta \frac{\partial V}{\partial R} \quad (2.56)$$

B.S. KERNER

$$P = \rho C_0^2 \quad (2.57)$$

En donde ρ es la densidad de tráfico y C_0 es una constante.

PHILLIPS

$$P_e(\rho) = c_m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m} \right) \rho \quad (2.58)$$

En donde c_m es una constante.

El gradiente de presión es considerado por algunos autores como un medio de equilibrio de las velocidades en las ecuaciones de tráfico o como términos de anticipación de tráfico pesado. En caso de que las ecuaciones carezcan de estos términos las soluciones numéricas tenderían a incrementar la velocidad de los flujos en forma indefinida ya sea en sentido positivo o negativo. Como se verá en el capítulo 4, al aplicar la solución de las Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP) de los flujos de tráfico, la velocidad en ocasiones tiende a incrementarse en forma paulatina sin intentar estabilizarse o decrecer de acuerdo con las condiciones de frontera.

2.6 COMENTARIOS ADICIONALES

Como se observa en ambos tipos de modelos se tiene una gran cantidad de variables lo que hace prácticamente imposible obtener una solución sencilla y directa, también se puede apreciar que el uso de este tipo de ecuaciones predisponc a pensar que algunos términos importantes de las ecuaciones de la mecánica de fluidos pierden todo sentido al aplicarlo al tráfico de vehículos, ya que en un sentido estricto físicamente el tráfico vehicular no es un continuo

También es fácil notar que si se incluyen más clases de vehículos en el modelo, este se complica, ya que las ecuaciones crecen en tamaño por el número de términos y en su cantidad, pues en el caso del modelo de tráfico multiclase de vehículos con subflujos se tiene una ecuación por cada clase de vehículo, así como las interacciones que hay entre las diversas clases de vehículos.

Además al incluir más clases de vehículos se debe recurrir a mayor cantidad de datos experimentales con la finalidad de complementar la información que requieren las ecuaciones y también a utilizar mejores y más complejos métodos numéricos para resolverlas. Lo anterior indica que los resultados

dependerán en gran medida de los resultados experimentales ya que estos servirán para completar la ecuación, en otros casos solamente como condiciones de frontera y por supuesto para corroborar y validar los resultados obtenidos, por tal motivo se ha dedicado en este trabajo un capítulo en donde se presentan dos diseños de experimentos, uno para automóviles y otro para motocicletas

CAPÍTULO 3: CICLOS DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS Y VEHÍCULOS LIGEROS EN LA CIUDAD DE MÉXICO.

De los modelos desarrollados en el capítulo 2 se observa la necesidad de obtener datos experimentales para complementar la información de ayude a resolver las ecuaciones, por tal motivo éste capítulo tiene como objetivo fundamental cubrir dicha necesidad, para esto se diseñaron 2 experimentos, presentando algunos antecedentes que ayuden a tomar decisiones para la realización de los mismos. Es importante mencionar que los diseños de los experimentos así como la realización de los mismos fueron proyectos del Laboratorio de Control de Emisiones (LCE) del Departamento de Termofluidos de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Por lo que la realización de estos proyectos fue un trabajo conjunto y multidisciplinario del equipo de trabajo del LCE en donde labore en forma directa realizando diseños de experimentos, instrumentando, realizando muestreos y analizando los datos.

Para dar una idea del alcance de los proyectos comentaremos algunos datos importantes tanto de la ciudad de México como del parque vehicular que en ella circula. La ciudad de México se localiza entre las coordenadas de latitud $19^{\circ} 36'$ (al Norte), $19^{\circ} 03'$ (al Sur), y entre las coordenadas de longitud, $98^{\circ} 57'$ (al Este), $99^{\circ} 22''$ (al Oeste), ocupando un área de 4607.2 km^2 y con una altitud media de 2240 metros sobre el nivel del mar y superando en algunos puntos los 3000 msnm.

La ciudad cuenta con una población aproximada de 17 786 983 habitantes y como en muchas de las grandes ciudades del mundo el transporte de dicha población es uno de sus grandes problemas. Para cubrir ésta demanda la ciudad cuenta con una amplia red de transporte público, que de acuerdo con datos del INEGI del año de 1998 se tienen; 178 km. del sistema de transporte colectivo METRO, unos 634 autobuses urbanos, 288 trolebuses, 11 km. de Tren ligero y unos 500 km. de avenidas, calles y vías rápidas. Sobre estas avenidas circulan diariamente miles de vehículos (automóviles, camiones de carga, motocicletas, etc.). De acuerdo con el INEGI en 1997 se tenían registrados en México 13 244 127 vehículos de los cuales cerca de 2 761 270 vehículos estaban registrados en la ciudad de México. Como se muestra en la tabla 3.1, esto representa el 20 % del total de los vehículos de México, ver la figura 3.1

De la tabla 3.1 se obtiene la figura 3.2 (de un total de 13 244 127 vehículos) y la figura 3.3 (de un total de 2 761 270 vehículos). En dichas figuras se puede ver la cantidad de automóviles que circulan en

comparación con otros tipos de vehículos en 1997, en la figura 3.2 se pueden ver que los automóviles representan un 68% de todos los vehículos, las motocicletas 1%, los camiones de carga 30% y los autobuses 1% en todo México, en el caso de la ciudad de México (figura 3.3) los automóviles representan cerca del 90% los camiones de carga y autobuses un 8% y la motocicletas el 2% de todos los vehículos, todo esto hace que la ciudad de México sea una de las ciudades con mayores problemas de tráfico, y de contaminación del aire. Al hablar del transporte en la ciudad de México se debe saber que más de 4 500 000 personas viajan diariamente a sus actividades cotidianas haciendo uso del transporte público, pero una gran cantidad de personas lo hace haciendo uso de vehículos particulares.

TABLA 3.1 VEHICULOS POR AÑO EN MEXICO Y DF 1980-1997

AÑO	AUTOMOVILES				MOTOCICLETAS			
	OFICIAL	PÚBLICO	PARTICULAR	TOTAL	OFICIAL	PÚBLICO	PARTICULAR	TOTAL
1980	15154	117112	4124276	4266542	660	801	340693	342154
1985	21905	157870	5102434	5282209	817	623	248941	250381
1990	32132	283509	6523696	6839337	1172	724	247826	249722
1991	34637	291428	6893822	7219887	1223	755	260377	262355
1992	35515	302864	7411262	7749641	1167	1118	273109	275394
1993	24493	300215	7787760	8112468	631	1270	197917	199818
1994	22972	326998	7421824	7771794	887	2092	217029	220008
1995	20,128	293964	7759795	8,073,887	247	1360	135395	137002
1996	18,079	334314	8084516	8,436,909	587	362	185409	186358
1997	19,898	326972	8676090	9,022,960	580	828	186957	188365
1997-DF		109931	2406077	2,516,008				44816

AÑO	CAMIONES DE PASAJEROS				CAMIONES DE CARGA			
	OFICIAL	PÚBLICO	PARTICULAR	TOTAL	OFICIAL	PÚBLICO	PARTICULAR	TOTAL
1980	1079	55541	19099	74640	5414	60613	1439533	1505560
1985	1651	67095	10290	78464	9397	72287	2033476	2115160
1990	2854	79199	12522	93372	16397	114705	2850979	2982081
1991	3117	82684	12308	94992	18025	119084	3169266	3306375
1992	3049	78845	13456	95155	18922	128601	3358210	3505733
1993	1166	68585	16381	88083	22380	95836	3490799	3609015
1994	1183	75998	38807	117854	27803	88526	3526284	3642613
1995	668	79522	41762	122,467	26982	76838	3525269	3629089
1996	934	81973	15570	98,211	26191	73503	3574497	3674191
1997	2,141	85260	39596	125,524	26444	77889	3802945	3907278
1997-DF		9236	3665	13,835		19357	167254	186611

Al respecto es común ver una sola persona por vehículo. Esto genera una densidad de tráfico alta y como consecuencia se tienen los congestionamientos vehiculares a lo largo de los 500 km. de calles, avenidas y vías libres. En la tabla 3.1 se muestra que el 87.14 % de los vehículos en la ciudad de México son privados, 0.334 % autobuses públicos (incluidos los microbuses) y un 1.62 % motocicletas. De acuerdo con la Dirección de Control y Prevención de la Contaminación, existe un hecho que contrasta con las estadísticas, pues indican que cerca del 21% de los viajes diarios por persona se realizan en vehículos particulares y que el 79 % en transporte público, luego entonces se tendrá una persona por vehículos promedio una cantidad de $17786983 \times 21\% = 3735267$ vehículos casi el doble de lo que indica el inegi.

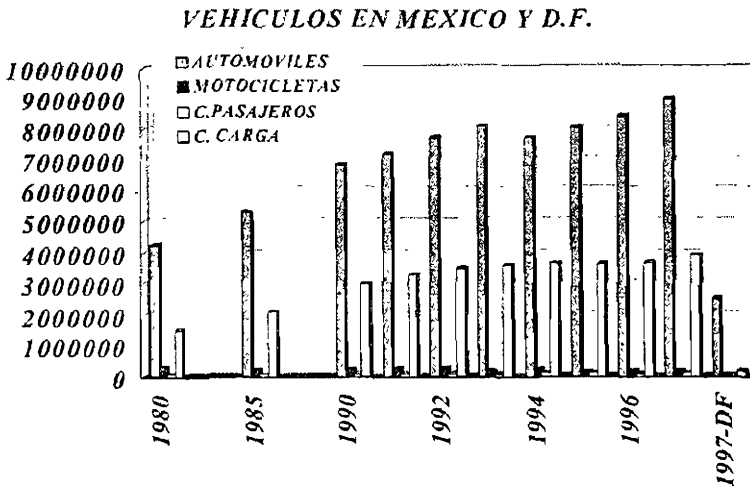


Figura 3.1 Crecimiento de vehículos en México (INEGI 1998)

El Gobierno de la Ciudad de México y el Gobierno Federal han emitido leyes con la finalidad de prevenir la contaminación provenientes de la industria y de los vehículos, en el caso de los vehículos el gobierno ha instaurado un sistema de verificación vehicular y los nuevos modelos de automóviles se tienen que probar antes de ser lanzados al mercado de acuerdo con regulaciones copiadas de la EPA (USA), lo que representa una total incongruencia, ya que las condiciones de tráfico en Estados Unidos de Norteamérica son muy distintas a las de la Ciudad de México. Una forma de simular las condiciones de tráfico de las ciudades dentro de laboratorios especializados, es mediante el desarrollo de ciclos de manejo

3.1 DISEÑO EXPERIMENTAL PARA VEHÍCULOS LIGEROS (AUTOMÓVILES, CAMIONETAS Y VAGONETAS)

El desarrollo de dichos ciclos de manejo representativos requiere de un estudio estadístico de varios de los parámetros de vehículos representativos que han sido monitoreados en condiciones reales, lo que indica la importancia de realizar una selección óptima de vehículos para tal estudio.

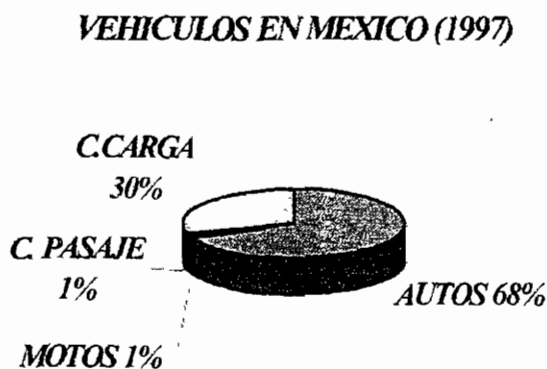


Figura 3.2; % de concentración de vehículos en México (INEGI 1998).

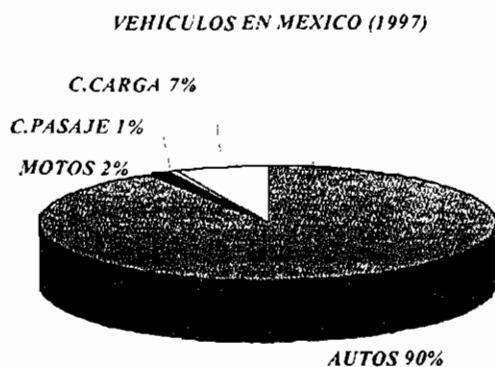


Figura 3.3. % de concentración de vehículos en el D F (INEGI 1998)

En una primera instancia se realiza una clasificación de acuerdo al uso: Vehículo de uso particular, de alquiler o de mensajería, etc.

Luego se clasifican por otros aspectos, como lo son:

Tecnológicos: en donde se considera el número de cilindros, válvulas por cilindro, uso de catalizador, uso de inyectores o carburador.

Antigüedad del vehículo: Marca, año de venta y kilometraje.

Distribución geográfica: Este factor es función de cada propietario y de su lugar de residencia y centro de trabajo.

Conductores: se toman en cuenta aspectos como la edad, el sexo, profesión, trabajo, etc. En el caso de las edades se consideraron los siguientes intervalos; 15-22, 23-30, 31-50 y 51 y mayores.

Combinando estas características se puede generar una gran cantidad de casos, de echo es un numero difícil de determinar y más difícil de operar y costoso para un experimento. Un análisis de la edad del parque vehicular fue factible gracias a la información de la AMIA ,y del INEGI, lo que permitió la selección de los vehículos, así como para determinar que los modelos que comprenden el parque vehicular son modelos de entre 1985 a 1998.

3.1.1 MEDIDA DE LOS PARÁMETROS A EVALUAR EN EL EXPERIMENTO

La información proveniente de los vehículos generan una base de datos con información representativa de las condiciones de tráfico, de manera que realizamos un análisis de los parámetros a medir, de acuerdo con la tabla 3.2. La mayor parte de estos parámetros se miden en forma directa del vehículo, algunos son implícitos y otros se pueden obtener de forma indirecta mediante un programa de computo. Es deseable que estos parámetros se midan en tiempo real en cada vehículo. Ver tabla 3.3.

TABLA 3.2: CLASIFICACION DE LOS PARAMETROS

GRUPO	PARAMETROS
Uso del Vehículo	Horario, distancia, y numero de paradas.
Condiciones de manejo	Velocidad, aceleraciones, tipo de camino, clima, condiciones geográficas
Condición del Motor	Temperatura del agua, temperatura del aceite, velocidad, temperatura de gases de escape, temperatura de gases de entrada, grado de apertura.
Otros sistemas	Posición de la caja de velocidades, consumo eléctrico, frenos, limpiaparabrisas, presión de los neumáticos.
Consumo de energía	Consumo de combustible

TABLA 3.3: FRECUENCIA DE MEDIDA DE PARAMETROS

PARAMETRO	MEDIDA	FRECUENCIA
Tiempo	Reloj contador del sistema	Segundo a segundo
Comienzo	Del sistema de adquisición	Una vez por recorrido
Final	Del sistema de adquisición	Una vez por recorrido
Longitud de la ruta	Del sistema de adquisición	Una vez por recorrido
Numero de paradas	Del sistema de adquisición	N por ruta
Tiempo de paradas	Del sistema de adquisición	X_i por parada
Velocidad del vehículo	Del vehículo al sistema de adquisición	Segundo a segundo
Aceleraciones	Del sistema de adquisición	Segundo a segundo
Velocidad del Motor	Del vehículo al sistema de adquisición	Segundo a segundo
Par y Potencia*	Del vehículo al sistema de adquisición	Segundo a segundo
Temperatura del motor*	Del vehículo al sistema de adquisición	Segundo a segundo
Posición de la caja de velocidades*	Del sistema de adquisición	M por ruta
Presión de las llantas	Del vehículo	Una por ruta
Consumo promedio de combustible por km.	Del vehículo	Una por ruta

*Solo en automóviles.

El tiempo, la distancia recorrida, los eventos de parar y comienzo de todos los recorridos la velocidad del vehículo y sus aceleraciones que permiten determinar el tiempo total de recorrido, el numero de paradas y su duración así como otros tipos de paradas. El grado de apertura de la mariposa se mide directamente con ayuda de un termistor en la misma válvula, y con la ayuda de la velocidad angular del motor se puede estimar la pendiente de las calles y estos tres parámetros ayudan a determinar las exigencias en las prestaciones del vehículo, de manera que se puedan reproducir en un banco dinamométrico. Las condiciones térmicas del motor permiten hacer un análisis de las prestaciones del motor así como del consumo de combustible por km así como de la energía disponible, del par, la potencia y de un estimado global de consumo de energéticos.

3.1.2 EXPERIMENTO PARA VEHÍCULOS LIGEROS

Para realizar el experimento se decidió dividir la ciudad de México en 5 zonas. Estas zonas corresponden a las zonas de monitoreo que utiliza el Gobierno de la ciudad de México para estimar la calidad del aire. Esto con la finalidad de que los datos obtenidos ayuden a mejorar las auditorías ambientales. En cada zona se estableció una ruta representativa. Cada ruta se obtuvo en forma aleatoria, pero conectando avenidas importantes de cada zona así como vías libres, ejes viales y calles. En todos los casos se tocaron puntos de gran afluencia vehicular y por ende de aglomeramientos de tráfico frecuente. Una vez establecida la ruta, ésta se verificó mediante recorridos pilotos, para posteriormente manejarlas en 5 horarios distintos (incluidas horas pico). El experimento se corrió durante casi un año basado en un sistema de bloques completamente aleatorizado con replica.

Las rutas tienen un recorrido con una duración de aproximadamente una hora si no hay gran densidad de tráfico, y rara vez se dieron recorridos que se aproximaran a las 2 horas:

Noroeste: Av. Cuitlahuac, Eje 1 Poniente, Egipto, Floresta, Helópolis, Av 5 de Mayo, Sta. Lucía, Calzada de la Naranja, Calzada de las Armas, Av. de las Culturas, Eje 5 Norte, San Pablo, Av Gasoducto, Eje 4 norte, Antigua Calzada de Guadalupe, Eje 4 norte, Calzada Azcapotzalco la Villa, Eje 4 norte, Eje 1 Poniente.

Noreste: Av. de los 100 Metros, Insurgentes Norte, Othon de Mendizábal Oriente, Juan de Dios Bátiz, Miguel Bernal, Río de los Remedios, Av. Acueducto de Guadalupe, Av. Morelos, Cerrada de Allende, Allende, Av Morelos, Paseo de Zumárraga, Calzada de Guadalupe, Talismán, eje 4 Norte, Av. José Loreto Favela, Av. 608,

Centro: Av Fray Servando Circuito Interior, Río Consulado, Paganini y Circunvalación , Av. Consulado, Eje 2 Norte, Reforma, Insurgentes Centro, Av. Chapultepec, Eje Central, República de Perú, Bolívar, República del Salvador, Circunvalación

Suroeste: Circuito Escolar, Ingeniería, Cerro del Agua, Moctezuma, Miguel A. de Quevedo, Av. América, Pennsylvania, División del Norte, Av. Río Churubusco, Félix Parra, Barranca del Muerto, Macedonio Alcalá, Revolución, Estadio Olímpico.

ureste: Cafetales, Calzada del Hueso, Eje 3 Oriente, Ermita Iztapalapa, Rojo Gómez, Av Río Frío, Ciudad Deportiva, Palacio de los Deportes, Viaducto Tlalpan, Av Taxqueña, Miramontes, Calzada del Hueso.

ada vehículo fue manejado por tres conductores. Todos los conductores manejaron en todos los horarios en distintos días y fueron designados en forma aleatoria, cambiando de recorrido en recorrido, ver tablas 3.4 y 3.5. Este modelo estadístico se basa en el análisis de varianza [IX 4-IX 6]:

$$Y_{ij} = \mu + \gamma_i + \beta_j + \epsilon_{ij} \tag{3.1}$$

onde $i = 1, 2, \dots, 5$, $j = 1, 2, 3$, μ es el efecto medio global, γ_i es el efecto del tratamiento en los niveles i , β_j es el efecto de los bloques (conductores) en el nivel j y ϵ_{ij} es el error aleatorio. Este análisis se realizó bajo la hipótesis de igualdad de medias en los tratamientos ($H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_i$ o $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \dots = \gamma_i$), de acuerdo a cumplir un mismo tiempo de recorrido, es posible probar la hipótesis $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_j = 0$. La hipótesis se prueba en cada caso con un 5% de error y es evaluada con una tabla de valores de F. Como ejemplo se muestra la velocidad media de un vehículo con su replica en la ruta Suroeste (tabla 3.4).

TABLA 3.4: RUTA “Suroeste”

TABLA DE VELOCIDAD		TIEMPO				
MEDIA (km./h)		8:00	11:00	14:00	17:00	20:00
CONDUC-TOR	VEHICULO					
1	1	25.71428	33.23077	38.57153	38.57153	33.23077
	REPLICA	25.82132	40.75472	36	40	29.58904
2	1	24.82759	32.2388	30.85714	31.30435	30
	REPLICA	25.41176	38.57143	31.7647	30.42253	33.23077
3	1	22.69446	40	32.2388	26.34146	25.11628
	REPLICA	24.26966	37.24138	34.2857	40.75472	38.57143

Para la ruta Suroeste y los datos obtenidos se tiene:

$$\sum Y_{ij} = 464.93776$$

El valor medio $\bar{Y} = 30.99585$

$$NY^2_{..} = 14411.14076 \quad \Sigma \Sigma Y^2_{ij} = 14812.27184 \quad \Sigma y^2_{.j}/n = 14629.04302 \quad \Sigma y^2_{.j}/k = 14473.63363$$

Suma de cuadrados:

$$SS_T = 401.13108 \quad SS_{Tr} = 07.90226 \quad SS_{Bi} = 62.49287 \quad SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_{Bi} = 120.73595$$

Valores cuadrados medios:

$$MS_{Tr} = SS_{Tr}/(k-1) = 51.97556 \quad MS_{Bi} = SS_{Bi}/(n-1) = 31.24643 \quad MS_E = SS_E/[(n-1)(k-1)] = 15.092$$

Y la prueba del valor de F:

$$F_0 = MS_{Tr}/MS_E = 3.4439 \quad F1 = MS_{Bi}/MS_E = 2.07$$

El valor teórico de $F_{4,8}$ para un valor de significancia 0.05 es 3.84, así $F_0 < F$ teórico, y H_0 se acepta, de manera que no hubo diferencia entre los distintos horarios de recorrido.

Por otro lado el valor teórico de $F_{2,8}$ para un valor de significancia de 0.05 es 4.46 así que la hipótesis $H_0 = \beta_j = 0$ también fue buena, lo que implica que no hay diferencia entre los conductores, es decir no afectan al experimento.

Para la replica se realizan de nueva cuenta los cálculos, obteniéndose:

$$Y_{..} = 506.68915 \quad Y_{..r}/N = 33.77928 \quad NY^2_{..} = 17115.59636 \quad \Sigma \Sigma Y^2_{ij} = 17571.674935$$

$$\Sigma y^2_{.j}/n = 52343.50344/3 = 17447.83448 \quad \Sigma y^2_{.j}/k = 85717.58425/5 = 17143.51685$$

Suma de cuadrados:

$$SS_T = 456.0786 \quad SS_{Tr} = 332.23812 \quad SS_{Bi} = 27.92049 \quad SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_{Bi} = 95.919965$$

Valores medios Cuadráticos:

$$MS_{Tr} = SS_{Tr}/(k-1) = 83.059 \quad MS_{Bi} = SS_{Bi}/(n-1) = 13.96 \quad MS_E = SS_E/[(n-1)(k-1)] = 11.9899$$

Y el número F fue:

$$F_0 = MS_{Tr}/MS_E = 6.93 \quad F1 = MS_{Bi}/MS_E = 1.16$$

El valor teórico para $F_{4,8}$ para un valor de significancia de 0.05 fue 3.84, así $F_0 > F$ teórico, y la hipótesis H_0 es rechazada, esto implica que el horario sí afecta los recorridos y debe ser tomado en cuenta.

Por otro lado el valor teórico de $F_{2,8}$ para un valor de significancia de 0.05 fue 4.46, así que la hipótesis $H_0 = \beta_j = 0$ fue buena, lo que implica que los conductores no afectan los recorridos.

3.2 DISEÑO EXPERIMENTAL PARA MOTOCICLETAS

Con las motocicletas se pueden medir tantos parámetros como con los automóviles, aun cuando la cantidad de motocicletas no es tan representativa como la de los automóviles, no deja de tener su importancia, ya que al no contar con motores con sistemas tan complejos, su aportación a la contaminación atmosférica no puede pasar desapercibida. Este mismo hecho permite realizar un diseño experimental un poco más sencillo:

Características tecnológicas: desplazamiento, número de ruedas, peso, tipo de motor (2T, 4T), combustible (gasolina, gasolina-aceite), carburador o inyección de combustible.

Uso: trabajo; reparto, correo y particular, deportivo, transporte y diversión.

De todas esas características se pensó originalmente en un bloque completamente aleatorizado, pero después de analizar las referencias estadísticas se observó que un 80% de las motocicletas que circulan en México son de bajo desplazamiento (100 –250 cc.), y las motocicletas de cilindrada grande son utilizadas principalmente los fines de semana fuera de la ciudad y en muchos casos los dueños de este tipo de vehículo poseen más de una y solo pueden manejar una a la vez, de manera que este tipo de diseño se puede simplificar. Los parámetros más importantes a medir en las motocicletas son la velocidad, la velocidad angular del motor y el grado de apertura de la mariposa.

En este caso no se toman en cuenta otros sistemas que consumen energía como las luces, los frenos, etc así como parámetros como la temperatura del aceite temperatura del aire de admisión. Las características similares como lo son; el desplazamiento, el tipo de motor, tipo de combustible, etc., nos permiten agrupar estos vehículos de manera que se consideren menos parámetros en los bloques. Aquí también resulta importante verificar si el conductor afectará en las mediciones, de manera que la primera parte del experimento será verificar en forma similar a los automóviles. También se ha verificado que la zona no afecta al experimento como se ejemplifica en el apéndice B De la tabla 3 5 se puede calcular:

TABLA 3.5: TIEMPO DE RECORRIDO (SEG)

Conductor	1	2	3	Tiempo promedio	Varianza.	Desviación estándar
JOB	506	543	499	516	559	23.643
GRS	539	529	530	532.667	30 333	5.507
SDR	580	482	494	518 667	2857.333	53.454

$$MS_1 = 1148.88$$

$$MS_{11} = 219 024$$

$$F_0 = 0 1906$$

El valor teórico de F para un valor 0.05 de significancia es $F_{2,9} = 5.14$, y $F_0 < F_{2,9}$, de manera que no existe problema alguno con los conductores, en este caso los horarios de tráfico no fueron considerados ya que las motocicletas se presentan como vehículos muy versátiles capaces de crear subflujos dentro del flujo de vehículos ligeros (ratoneo) y no les afecta las horas pico a menos que la motocicleta sea de gran cilindrada, esto es, mayor a 1100 cc. La siguiente etapa del experimento comprende el muestreo de 10 motocicletas en forma aleatoria, que fueron manejadas durante 4 meses con diferentes tipos de clima, asignándose los conductores como se muestra en la tabla 3.6.

Se asignaron tres conductores para cada motocicleta, los cuales manejaron cada vehículo en un horario aleatorio a través de una ruta representativa, y con los datos obtenidos se crearon ciclos de manejo para cada tipo de desplazamiento de manera que se simplificara el análisis estadístico, en este caso la ruta elegida comprendió:

Ruta: “Av. Xicotencatl, Av. División del Norte, Pennsylvania, Av. América, Av. Miguel Ángel de Quevedo, Av. De la Universidad, Circuito Interior Río Churubusco, Gómez Farías.

TABLA 3.6: DISPOSICIÓN DE CONDUCTORES

Vehículos	Conductores		
	1	2	3
Marca-Modelo			
SR 50	LCE 1	LCE 2	LCE 3
CG125	LCE 1	LCE 2	LCE 3
Carabela 125	LCE 1	LCE 2	LCE 3
Carabela 250	LCE 1	LCE 2	LCE 3
Yamaha 500	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Zuzuki 600	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Kawasaki 750	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Thriump 900	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
BMW 1100	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Kawasaki 1200	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3

AMMAC. Asociación Mexicana de Motociclismo A C

Y el modelo matemático para este caso fue $[IX 4 - IX 6]$:

$$Y_{ij} = \mu + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.2)$$

onde Y_{ij} es el valor medio, μ es el efecto medio global, γ_i es el efecto debido a cada cilindrada (nulo en este análisis), y ε_{ij} es el error aleatorio.

Para el análisis estadístico se pudo haber analizado la velocidad media a lo largo de la ruta, pero en vez de eso se realizó una primera comparación visual de los recorridos, extrayendo los segmentos similares, para entonces así obtener la velocidad media en cada caso así como su varianza, estos segmentos debían tener tiempos de duración similares además de presentarse en forma recurrente en todo el recorrido. En cada caso se realizaron al menos 2 replicas.

3.3 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

Para poder obtener los datos requeridos en cada recorrido, se desarrolló un sistema de adquisición de datos, el cual se describirá brevemente en este capítulo y que se describe con más detalle en el apéndice, cada sistema de adquisición de datos se compone de cuatro unidades. La primera unidad se compone de sensores, la segunda unidad se compone de un sistema de filtrado y acondicionado de señales, la tercera unidad se compone de una tarjeta de adquisición de datos conteniendo una tarjeta G y un convertidor analógico/digital y la cuarta es una unidad de análisis de datos:

Sensores de temperatura, son termopares de 10 mV/K.

Sensores de velocidad; Se componen de interruptores “rit-switches” accionados por campos magnéticos provenientes de imanes pegados en el tambor de los automóviles y sensores ópticos y reflejantes para motocicletas. Los imanes y los reflejantes se colocan en grupos de 4 espaciados en forma equidistante.

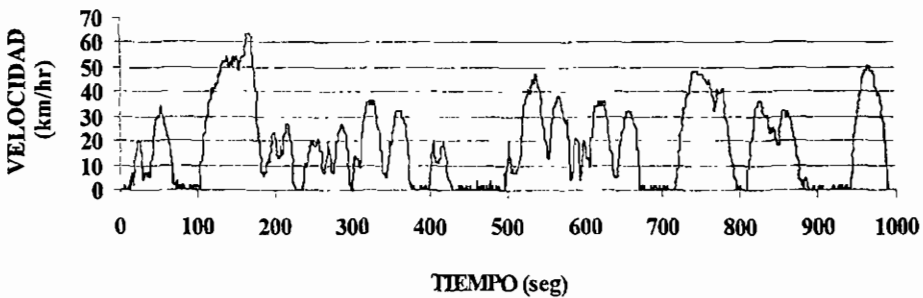
Velocidad del motor; se midió con ayuda de un gancho solenoide que se fijo a una bujía (en automóviles)

Banco de Datos, consiste de una batería capaz de suministrar energía durante 8 horas de trabajo continuo, un puerto de comunicación RC2-32 para bajar los datos a una PC, un puerto de comunicación RS 4-85, un convertidos analógico/digital con 8 canales multiplexados de 12 bits, con ganancia de 1X a 200X, una tarjeta para acondicionamiento y filtrado de señales, un Bus para tarjetas extra y relevadores. Este sistema tiene una capacidad de memoria de 400 Kb, lo que permite alojar datos por un tiempo de 28 44 hrs continuas

3.4 COMENTARIOS DE LOS CICLOS DE MANEJO OBTENIDOS

Los ciclos de manejo para vehículos ligeros fueron obtenidos al comparar frecuencias repetitivas de los histogramas de los recorridos, los ciclos cuentan con la misma frecuencia en proporción al conjunto de los recorridos así como en los tiempos bajo el mismo nivel de significancia, los ciclos cuentan con las velocidades medias de los recorridos, para realizar este análisis un compañero del equipo del LCE creo un programa. Dado que cada ruta tuvo una duración de 45 minutos a 1.5 horas, ó entre 2700 a 5400 segundos, de donde se obtuvieron 5 ciclos (figuras 3.4 a 3.8), uno para cada zona, cada uno con una duración de 1000 segundos, unos 16.66 minutos.

FIGURA 3.4: CICLO DE MANEJO PARA AUTOMÓVILES "ZONA CENTRO"



De la figura 3.4 que corresponde a la zona centro se puede observar que dentro de los datos más representativos de la zona centro se tiene una velocidad máxima de 64 km/h, la mayor parte de las velocidades pico se encuentran en un intervalos de velocidades de 19 a 35 km/h y las velocidades de menos de 3 km/h a cero cubren casi una tercera parte del total del tiempo de recorrido, estos son tiempos muertos en donde los motores siguen funcionando pero los vehículos no avanzan.

En la figura 3.5 que corresponde a la zona noreste se tiene dentro de los datos representativos de esta zona una velocidad máxima de 56 km/h, mientras que los picos de velocidad predominantes en un intervalo de velocidades de 37 a 50 km/h, pero las velocidades menores a los 3 km/h ocupan casi una cuarta parte del tiempo total del recorrido

En la figura 3.6 corresponde al ciclo de manejo para vehículos ligeros de la zona noroeste, en donde la velocidad máxima es de 78 km/h, no hay un intervalo de velocidades recurrente en este caso, pero en este ciclo se tiene la mayor cantidad de tiempo muerto, casi un 60 % del total del tiempo de recorrido,

esto hace que la zona noroeste sea la más lenta de todas y por ende se produce una gran cantidad de contaminantes en esa zona de la ciudad.

FIGURA 3.5: CICLO DE MANEJO PARA AUTOMOVILES "ZONA NORESTE"

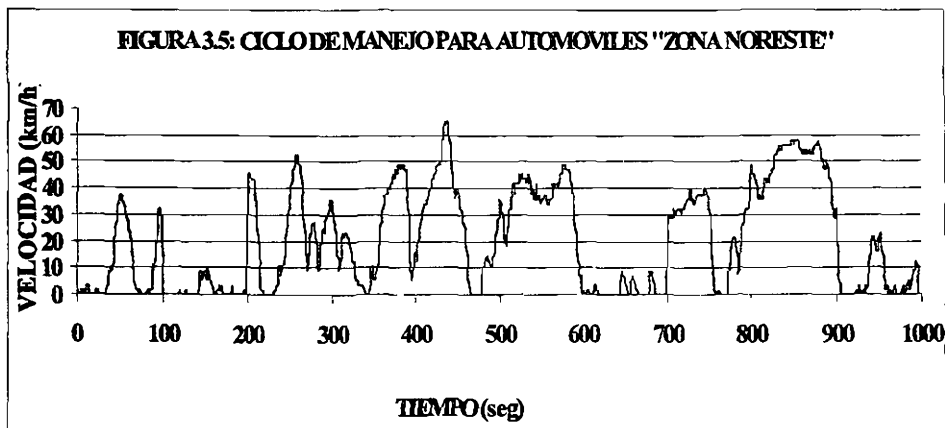
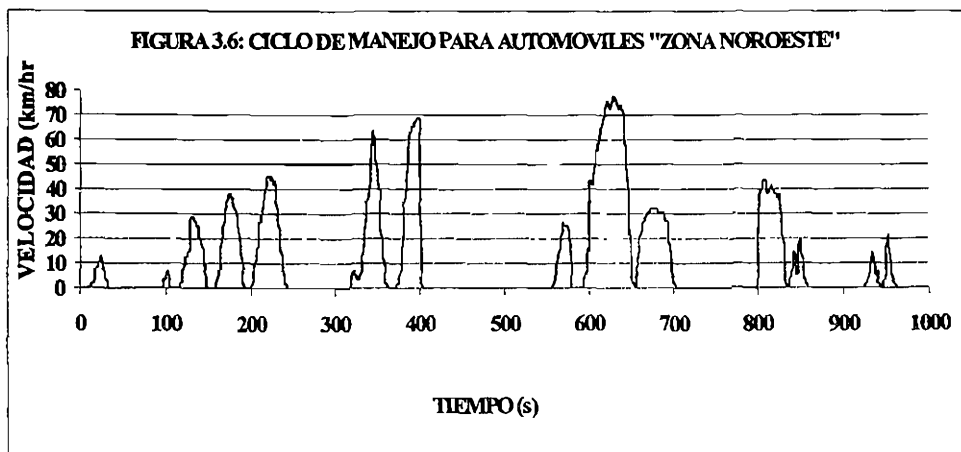
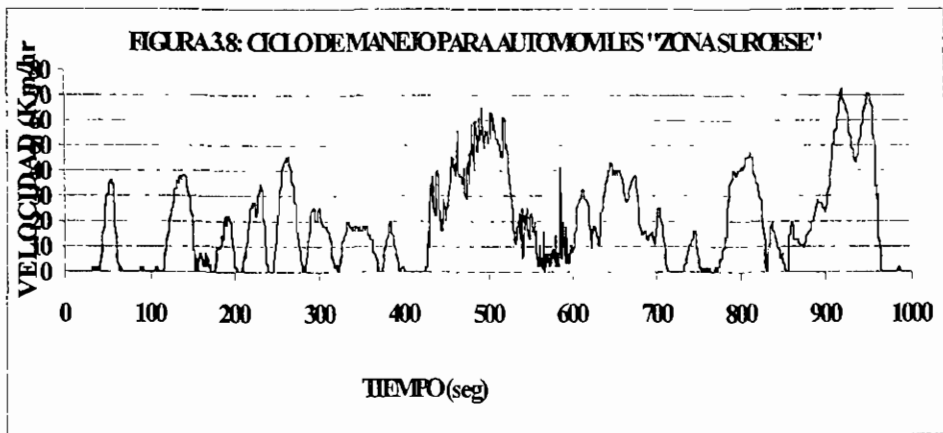
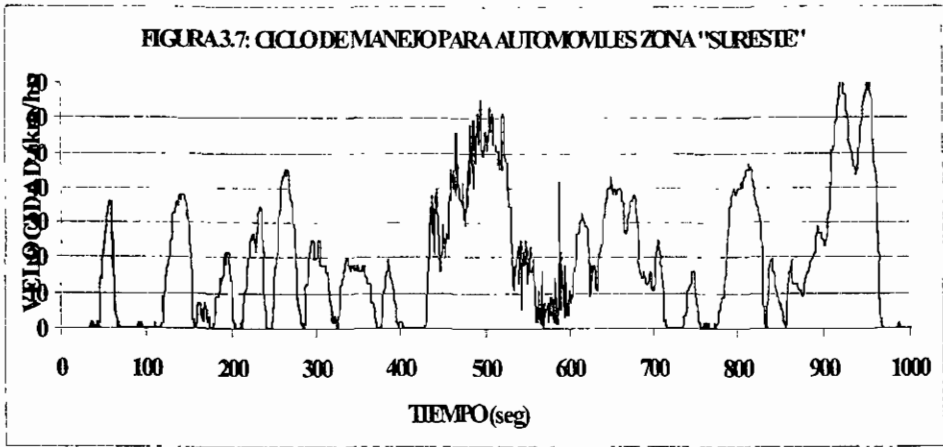


FIGURA 3.6: CICLO DE MANEJO PARA AUTOMOVILES "ZONA NOROESTE"



En el caso de la figura 3.7 se presentan los datos representativos de la zona sureste, en donde se tienen velocidades máximas de 70 km/h, en esta zona se tienen dos intervalos de velocidades pico recurrentes uno entre los 30 y 40 km/h y otro entre los 20 y 15 km/h, como se puede apreciar aun cuando las velocidades no son muy altas los tiempos muertos tienen apenas una quinta parte del tiempo total de recorrido.



En la figura 3.8 se presentan los resultados del ciclo de manejo de la zona suroeste, en este caso se nota que se tienen resultados muy similares a los que se obtuvieron en la zona sureste, sin embargo existen algunas diferencias importantes, en este caso la velocidad máxima desde 73 km/h se tienen nuevamente dos intervalos de velocidades uno alto de 35 a 45 km/h y otro de 15 a 23 km/h, los tiempos con velocidades menores a los 3 km/h son de una cuarta parte del total del tiempo de recorrido, se aprecia que el ciclo es un poco más rápido, sin embargo tiene más tiempos muertos, resultando muy similar al anterior, de hecho se podrían suplir ambos ciclos por un sólo ciclo para la zona sur

Los datos numéricos de los ciclos se muestran en el apéndice. Estos ciclos no han sido probados aun en un dinamómetro de chasis. De los ciclos se obtiene una velocidad media de 18.52 km/h en la zona

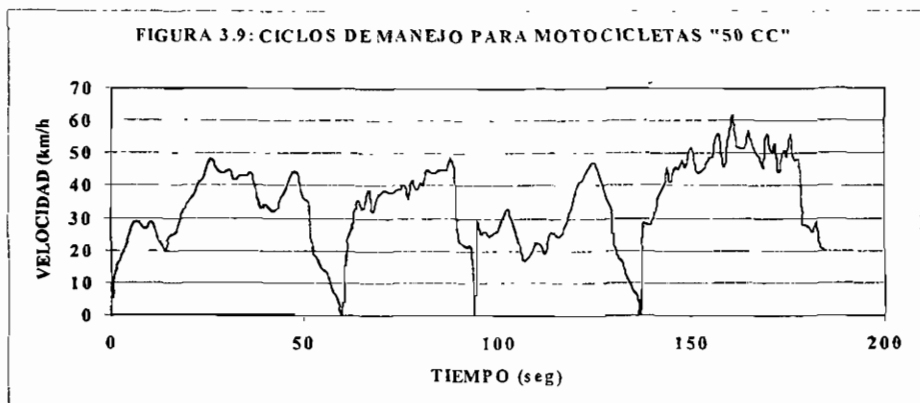
ntro, en la zona noreste de 20.32 km./h (como la más rápida), en la noroeste de 11.34 km./h. (como más baja) y en las zona suroeste y sureste una velocidad media de 18.92 km /h.

omo se mencionó anteriormente para el caso de las motocicletas se realizó un análisis más sencillo. tiempo de recorrido más grande fue de 45 minutos, unos 2700 segundos, pero la mayor parte de los corridos tuvieron una duración de entre 20 a 35 minutos (1200 a 2100 segundos). Esto es fácil de entender cuando se observa el tráfico de la ciudad de México, en donde los vehículos como automóviles camionetas y camiones siguen con dificultad los carriles en las avenidas, mientras que la mayoría de los motociclistas no lo hace, inclusive conducen entre los demás vehículos y se detienen con menor frecuencia que los vehículos de mayor tamaño. De manera que los histogramas de estos vehículos son de menor tiempo; la primera etapa de comparación fue visual. Se separaron las secciones más representativas, para después obtener los ciclos mediante el análisis estadístico descrito para cada cilindrada. Para simplificar las pruebas se reagruparon algunas cilindradas presentándose solamente 6 ciclos de manejo como se muestra en las figuras 3.9- 3.14 (ver tablas en el apéndice).

Algunos de estos ciclos tienen un tiempo de duración de 250 segundos o menos, por ejemplo para la cilindradas de 50 cc. o menores el tiempo es de 187 segundos, estos ciclos fueron probados en un dinamómetro de chasis para motocicletas, sin embargo los operadores no lograron seguir dichos ciclos en forma satisfactoria, por lo que se procedió a desarrollar ciclos construidos a partir de los ciclos reales (no se presentan dichos ciclos en este reporte por no tener aplicación en los modelos de tráfico). De manera que para realizar ensayos en banco dinamométrico los ciclos reales que son sinuosos se reemplazaron por ciclos con líneas rectas más fáciles de seguir por los operadores además de ser recortados a un tiempo de 150 segundos. La velocidad media más baja fue de 27.48 km /h y se dio en motocicletas de "50 cc", mientras que la velocidad más alta fue de 53.83 km./h en la cilindrada de "900 cc", para "125 cc" la velocidad media fue de 40.13 km /h, para "600 cc" fue 44.71 km./h, para "750 cc" fue 33.78 km./h y para "1100 cc" fue de 44.99 km./h. Todos los ciclos se ajustaron a números enteros ya que el programa de "National Instruments" (Lab-View) con el que se controla el dinamómetro de chasis no permite manejar números reales.

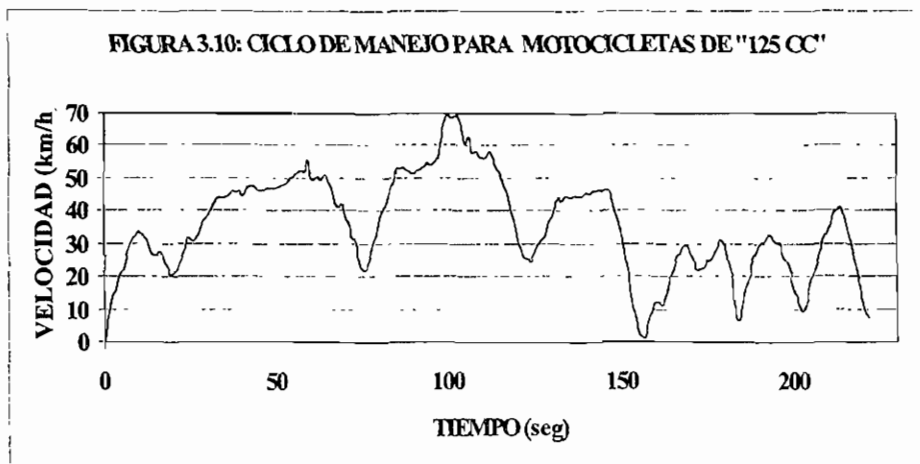
En la figura 3.9 se muestra el ciclo de manejo real que se obtuvo para las motocicletas con cilindrada de 50 cc. La velocidad máxima que se presenta en el ciclo es de 63 km/h y se tiene un intervalo de velocidades de 33 a 45 km/h, como se observa este ciclo no presenta tiempos muertos, es decir tiempos en que el vehículo haya estado detenido con el motor funcionando

FIGURA 3.9: CICLOS DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS "50 CC"



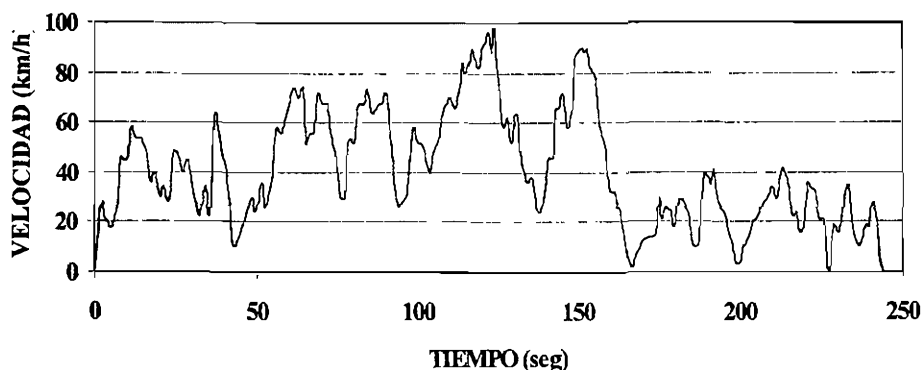
En la figura 3.10 se presenta el ciclo de manejo para motocicletas con cilindrada de 125 cc, aquí la velocidad máxima es de 70 km/h y se tienen dos intervalos de velocidad para los picos, el primero de alta velocidad va de los 45 a los 55 km/h, mientras que el bajo se encuentra entre los 24 y 36 km/h, nuevamente se observa que los tiempos muertos son despreciables.

FIGURA 3.10: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE "125 CC"



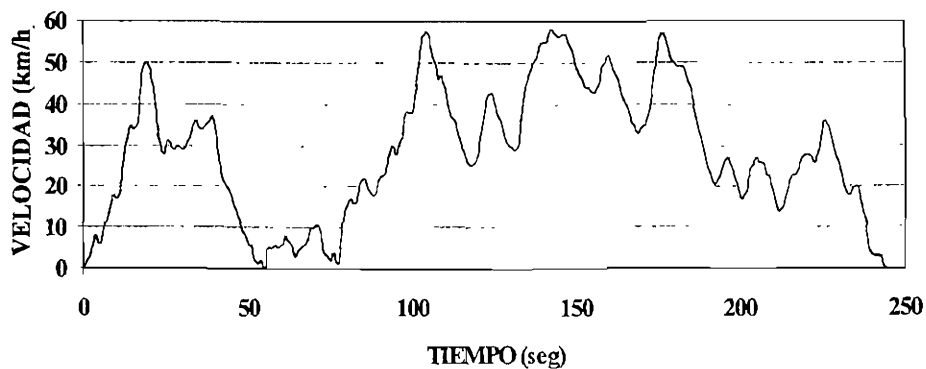
El ciclo de manejo para cilindradas de 600 cc se presenta en la figura 3.11, se aprecia que las velocidades máximas son cercanas a los 100 km/h, nuevamente se presentan dos intervalos de picos uno a altas velocidades entre los 50 y 73 km/h y otro a bajas velocidades de 19 a 37 km/h, aquí también los tiempos muertos son despreciables

FIGURA 3.11: CICLOS DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE "600 CC"



En la figura 3.12 se presentan los resultados para la cilindrada de 750 cc, se observa que la velocidad máxima es de 58 km/h, sin embargo esta se alcanza hasta en tres ocasiones y se presenta un intervalo de picos de 30 a 50 km/h en casi todo el ciclo lo que lo hace un ciclo bastante rápido, las velocidades de cero ocupan un tiempo de recorrido despreciable.

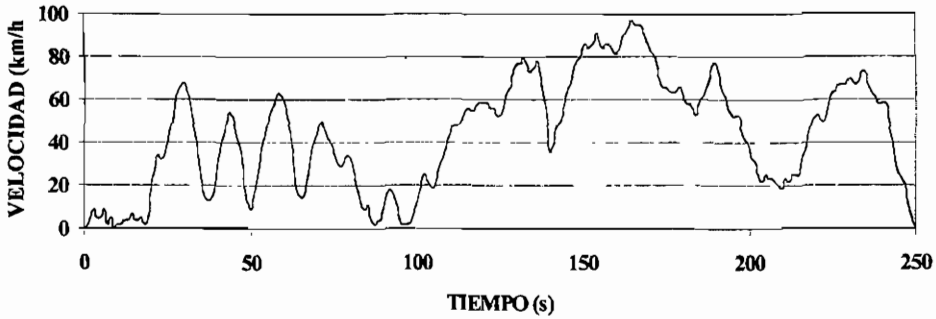
FIGURA 3.12: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE "750 CC"



El ciclo de manejo para cilindradas de 900 cc se presenta en la figura 3.13 en donde se aprecia que la velocidad máxima tiende a casi 100 km/h, no se tiene un intervalo de velocidades pico predominante

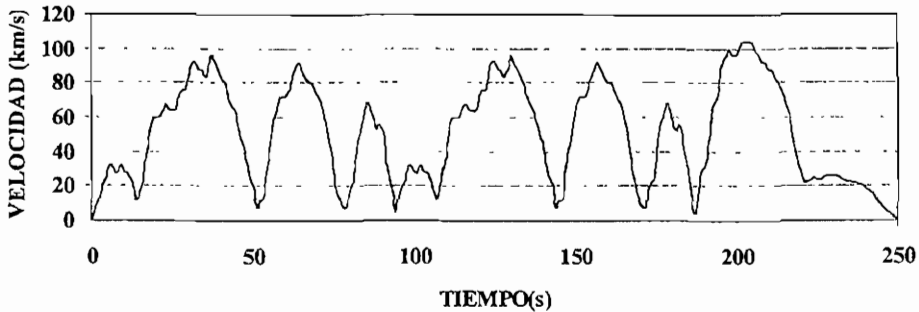
ya que en el primer tercio del ciclo existe una gran variación de velocidades con picos relativamente pequeños mientras que en los siguientes dos tercios las velocidades no presentan cambios tan drásticos.

FIGURA 3.13: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE 900 CC



La figura 3.14 muestra el último ciclo de manejo para motocicletas, este ciclo muestra los resultados obtenidos con la cilindrada de 1100 cc, aquí se tiene una velocidad de 105 km/h, mientras que las velocidades máximas promedio se dan de 60 a 85 km/h en 7 columnas, nuevamente no se tienen tiempos con velocidades de 0 km/h.

FIGURA 3.14: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE "1100 CC"



El hecho de que las motocicletas muestren tiempos muertos muy bajos, es uno de los motivos por los que se ocupa mucho este tipo de vehículos en labores de reparto y lo hace también el vehículo de transporte predilecto de aquellas personas que pueden darse el lujo de pagar estos equipos.

Es muy importante mencionar que en todos los casos, los ciclos de manejo obtenidos tanto para vehículos ligeros y motocicletas en la ciudad de México resultan ser muy diferentes a los ciclos de manejo propuestos en USA, por la EPA en el Federal Code 40 así como en los ciclos propuestos por la Comunidad Económica Europea [IX 1, v.4 - v.11].

Para poder entender los fenómenos de tráfico es conveniente diseñar y desarrollar experimentos que muestren en forma representativa el comportamiento de tráfico de una localidad, de manera que con esto se pueda desarrollar después algún modelo semiempírico ó teórico que se pueda aproximar a la realidad, un buen ejemplo de esto son los experimentos que se realizan para desarrollar ciclos de manejo, pues tienen como objetivo expreso obtener los eventos más representativos de las condiciones de tráfico de una localidad. Desde este punto de vista el diseño del experimento es fundamental, ya que de no hacerse en forma adecuada, los valores experimentales que se obtengan de este no darán la información requerida para el modelo.

Los ciclos obtenidos para vehículos ligeros corroboran que las condiciones del tráfico son distintas en la ciudad de México que en otras partes del mundo como lo puede ser en California, mismo que se puede consultar en el apéndice, por lo que es conveniente que se reemplacen los ciclos de manejo extranjeros de las regulaciones mexicanas y se adopten los ciclos desarrollados en México, también demuestra que cualquier modelo desarrollado a partir de datos experimentales puede ser solamente válido en esa localidad, sobre todo si el modelo no prevé el poder ser utilizado con datos experimentales de distintas localidades, y en dado caso de prever esto, dichos datos experimentales se deberán obtener de un experimento diseñado expreso.

En este caso se presenta un ciclo de manejo representativo para cada una de las cinco zonas en que se dividió la ZMCM, sin embargo es posible con los datos experimentales general un solo ciclo representativo. Sin embargo se observó con dichos experimentos que, por la magnitud que tiene la ZMCM se presentan diferentes condiciones de tráfico en cada zona, aunque en algunas de estas zonas el tráfico se asemeja mucho. Por ejemplo en la zona centro se observa una gran cantidad de eventos con velocidad cero y velocidades menores a los 10 km/h, sin embargo en la zona Noroeste se presentaron los eventos con velocidad cero de mayor duración, lo que implica que los conductores de esta zona están expuestos a una gran pérdida de tiempo y combustible, lo que provoca generar una gran cantidad de contaminantes.

Se corroboró que las motocicletas fluyen en forma diferente a los otros vehículos ya que los primeros están obligados a detenerse por la falta de espacio, mientras que las motocicletas pueden aprovechar los espacios entre los otros vehículos. Los experimentos demostraron que las motocicletas más veloces fueron aquellas con desplazamientos de 750 a 1100 cc. Las motocicletas de mayor cilindrada tenían que ser manejadas como vehículos ligeros debido a su gran tamaño, en cambio las motocicletas con cilindradas de 50 a 250 cc. No tienen suficiente potencia para ir rápido. En los ciclos se pueden observar velocidades superiores a los 60, 80 y 100 km/h, mismas que no están permitidas en muchas de las avenidas de la ZMCM, sin embargo estas velocidades son representativas ya que se alcanzan fácilmente en varias zonas de la ciudad. Es importante notar que bajo condiciones de tráfico como las de la ZMCM los distintos conductores no afectan en gran medida al comportamiento del tráfico.

También se observó que en algunas ocasiones el horario de tráfico no afecta a los resultados obtenidos. Por otra parte se observó como la densidad de tráfico es una variable dominante sobre las demás variables como son el tamaño o la forma de los vehículos ligeros. Además se aprecia que las condiciones de tráfico son dictadas por la zona o ciudad, por lo que se considera conveniente que se realice el mismo trabajo experimental con camiones, y microbuses.

Ahora que se cuenta con datos experimentales que complementen a los modelos matemáticos para simulación de tráfico, se procederá a resolverlos en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 4: SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

Hasta ahora se han discutido la evolución del estado del arte del modelado de tráfico, así como el desarrollo de dos nuevos modelos en el capítulo dos, como ya se ha mencionado uno de ellos considera un flujo multiclase de vehículos homogéneo, que se desarrollo a partir de la suposición de una mezcla no reactiva y otro modelo que considera los subflujos de vehículos que se presentan ocasionalmente en las grandes avenidas. Posteriormente se ha desarrollado un experimento para muestrear el tráfico de la ciudad de México con la finalidad de que al resolver las ecuaciones se puedan obtener mejores resultados, ya que las soluciones de los modelos se realizan bajo las condiciones reales de tráfico que se presentan en las cinco zonas muestreadas (Zonas, Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste). En cada caso las ecuaciones correspondientes se han resuelto en intervalos de tiempo que tienen una duración de 150 segundos de recorrido. La intención de fijar los intervalos de tiempo es que de esta forma se podrán comparar los resultados del modelo contra los resultados experimentalmente con mayor facilidad. Los intervalos de tiempo fueron seleccionados de manera aleatoria y pueden ser incrementados o disminuidos.

4.1 MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJO HOMOGÉNEO.

Para analizar este tipo de fenómeno se retomará la ecuación (2.45) en donde se tienen como variables las velocidades de los autos y las motocicletas, que en este caso es la ecuación diferencial de primer orden casi lineal:

$$\frac{d}{dt} (\rho_a \varepsilon_a v_a + \rho_m \varepsilon_m v_m) + \frac{d}{dx} (\rho_a \varepsilon_a v_a^2 + \rho_m \varepsilon_m v_m^2) = -\frac{dP}{dx} - \frac{d\sigma}{dx} - g(\rho_a \varepsilon_a - \rho_m \varepsilon_m) - \frac{4(\tau_{wa} + \tau_{wm})}{D_i} \quad (2.45)$$

En la ecuación (2.45) se pueden separar los términos referentes a los automóviles y motocicletas de acuerdo con sus respectivos subíndices "A" y "m" de manera que se puede tener la misma ecuación modificada en la forma:

$$\frac{d}{dt} (\rho_a \varepsilon_a v_a) + \frac{d}{dt} (\rho_m \varepsilon_m v_m) + \frac{d}{dx} (\rho_a \varepsilon_a v_a^2) + \frac{d}{dx} (\rho_m \varepsilon_m v_m^2) = -\frac{dP}{dx} - \frac{d\sigma}{dx} - g\rho_a \varepsilon_a + g\rho_m \varepsilon_m - \frac{4(\tau_{wa} + \tau_{wm})}{D_i} \quad (4.1)$$

Para simplificar la ecuación (4.1) se desprecia el término $4(\tau_{wA} + \tau_{wm})/D_t$ al considerar que las f tienden a cero en la ecuación (2.46), ya que la fricción contra el pavimento no se considera importante. El término de estimado de presión $\delta P/\delta x$ ha sido calculado con la ecuación propuesta por Kerner (2.57), mientras que el término $\delta\sigma/\delta x$ se ha estimado como $\delta\beta(v_A - v_m)/\delta x$, en donde β es una constante, sirviendo éste término para estabilizar la ecuación en forma similar a la presión.

Reagrupando los términos con subíndices “m” y “A” de la ecuación (4.1) se tiene:

$$+\frac{d}{dt} \rho_m \varepsilon_m v_m + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_m \varepsilon_m v_m^2) + \beta \frac{\partial v_m}{\partial x} = \frac{d}{dt} \rho_A \varepsilon_A v_A + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_A \varepsilon_A v_A^2) - \frac{\partial P}{\partial x} - g \rho_A \varepsilon_A + g \rho_m \varepsilon_m - \beta \frac{\partial v_A}{\partial x} \quad (4.2)$$

Esta es una ecuación del tipo de Ricatti [VIII 14], en donde v_A es conocida, gracias a los valores experimentales que se encuentran en el apéndice “C”. Sin embargo resulta prácticamente imposible obtener una ecuación general para tales valores experimentales, de manera que se pueda sustituir en la ecuación (4.2) y con ello obtener en forma aproximada las derivadas parciales correspondientes en forma numérica. A continuación se ha procedido a discretizar las derivadas parciales para los términos con subíndice “A” y después se ha resuelto la ecuación (4.2) en forma numérica. Las derivadas parciales con respecto a “x” se ha aproximado de la siguiente forma:

$$U'(x) \approx \frac{1}{h} (u(x) - u(x-h)) \quad (4.3)$$

$$U'(x) \approx \frac{1}{h} (u(x+h) - u(x)) \quad (4.4)$$

$$U'(x) \approx \frac{1}{2h} (u(x+h) - u(x-h)) \quad (4.5)$$

De donde se toma la expresión (4.5), teniéndose un error del orden de h^2 . En el caso de las derivadas con respecto al tiempo se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k} \quad (4.6)$$

con un error de $O(k)$

Para resolver la ecuación (4.2) se utiliza el método de Runge-Kutta de cuarto orden con " $k = 0.002$ ". Con la intención de realizar un análisis del efecto del término de presión en los resultados, primero se ha resuelto la ecuación ignorando dicho término y se presentan los resultados en figuras (4.1) a (4.5). después se han resuelto con los mismos intervalos de tiempo de recorrido tomando en cuenta el término del gradiente de presión. Los resultados correspondientes se presentan en las figuras (4.6) a (4.10).

Los resultados " v_m " del modelo de flujo homogéneo se presentan las figuras (4.1) a (4.5) y corresponden a condiciones de tráfico con velocidad de " v_A " de las zonas "Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste" respectivamente, en todos los casos, la velocidad inicial de " v_m " es de 3 km/h. el valor de " h " es 0.005, se consideran " ϵ_A " y " ϵ_m " como 0.8, 0.2 respectivamente (esto simula un 80 % de automóviles y un 20 % de motocicletas). La densidad de tráfico de los vehículos "A" se considera 10 veces mayor que la de los vehículos "m". Los resultados de las figuras (4.6) a (4.10) se presentan en el mismo orden con las consideraciones ya mencionadas utilizando gradiente de presión en el modelo de tráfico de flujo homogéneo.

FIGURA 4.1 MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, SIN ΔP , ZONA CENTRO)

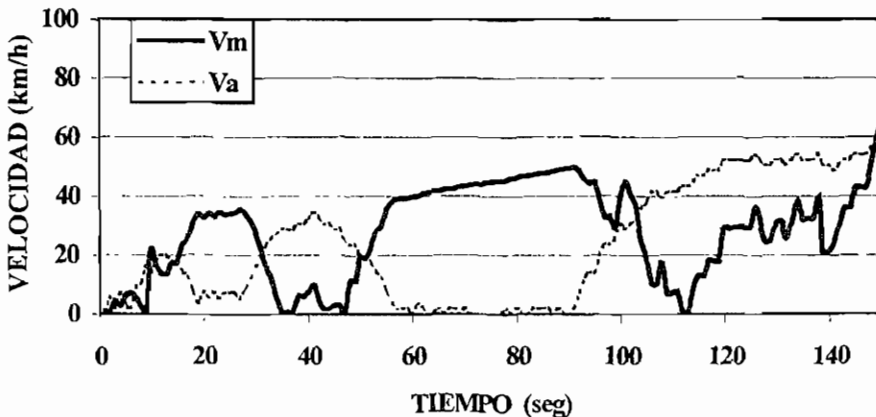
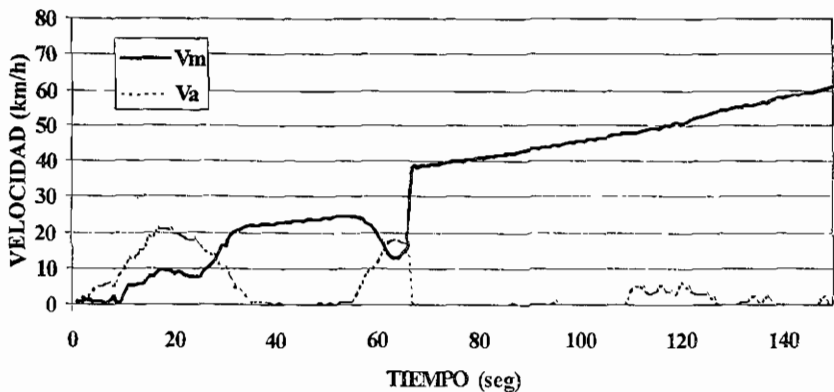


FIGURA 4.2 MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO (AUTOS Y MOTOCICLETAS, SIN Δ P, ZONA NORESTE)



Estas soluciones no contemplan problemas de frontera con fuentes ni sumideros que agreguen o quiten vehículos del flujo, de las figuras 4.1 a 4.5 se pueden observar varias cosas, primero los resultados obtenidos son comparables en parte con los resultados que se obtienen experimentalmente, sin embargo tambien se observa como la solución tiende a incrementarse paulatinamente, esto se debe a que no se tiene en cuenta el término del gradiente de presión y que sirve para estabilizar la ecuación.

FIGURA 4.3 MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO (AUTOS Y MOTOCICLETAS, SIN Δ P, ZONA NORESTE)

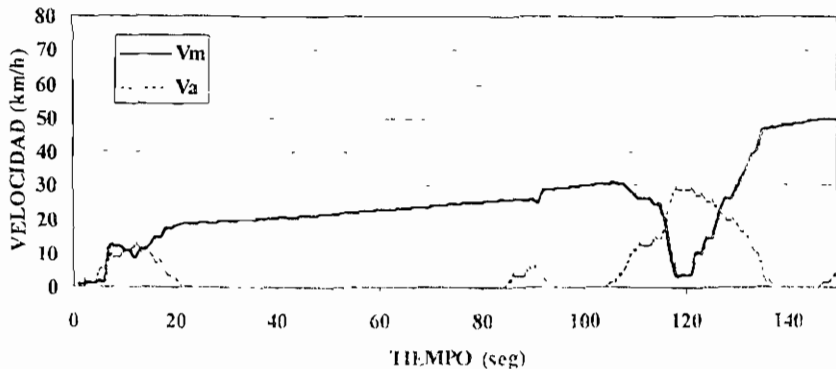


FIGURA 4.4 MODELO DE TRÁFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, SIN ΔP , ZONA SURESTE)

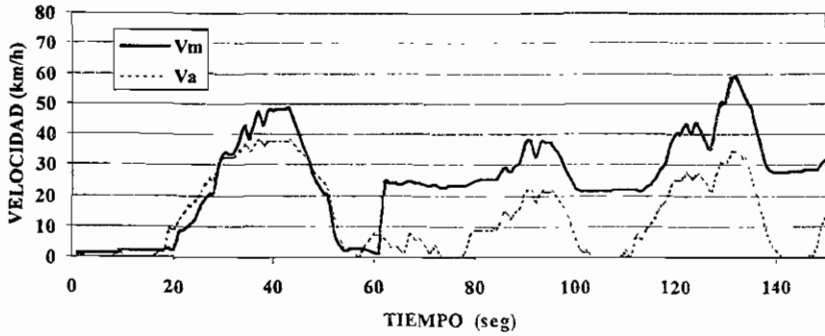
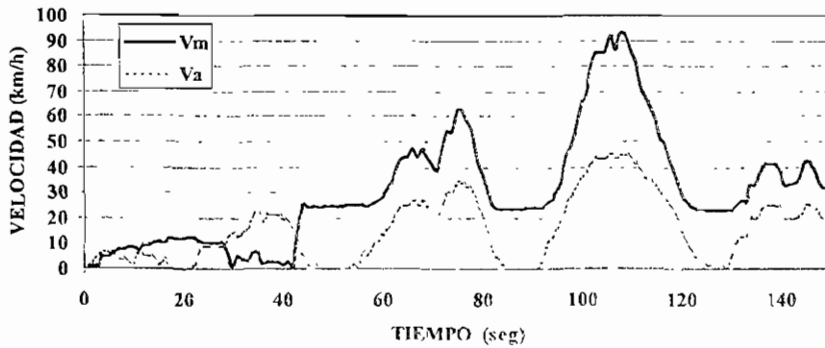


FIGURA 4.5 MODELO DE TRÁFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, SIN ΔP , ZONA SUROESTE)



En las figuras 4.6 a 4.10 se presentan los resultados que se han obtenido aplicando el gradiente de presión partiendo de una ecuación propuesta por B S Kerner (1998, 1999). En este caso se observa que el término de gradiente de presión tienen un efecto estabilizador en las velocidades que se obtienen como resultado ya que las velocidades no se incrementan paulatinamente, también es notable como los resultados son comparables visualmente con los datos obtenidos experimentalmente, esto sugiere que sea factible el uso de este tipo de ecuaciones para el modelado de tráfico, sin embargo es conveniente hacer una comparación posterior más detallada mediante métodos estadísticos más serios, que tomen en cuenta la variación estándar de los datos como el análisis de varianza y el método de Duncan.

FIGURA 4.6 MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, CON Δ P, ZONA CENTRO)

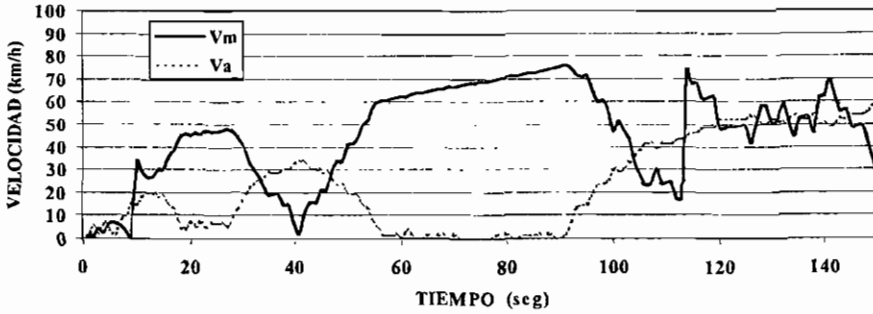


FIGURA 4.7: MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, CON Δ P, ZONA NORESTE)

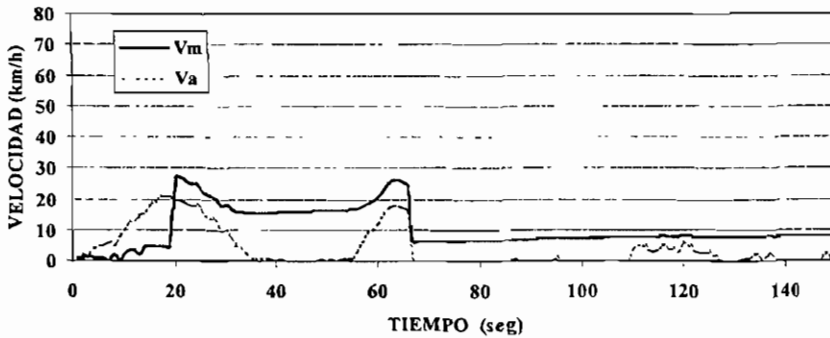


FIGURA 4.8: MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, CON Δ P, ZONA NORESTE)

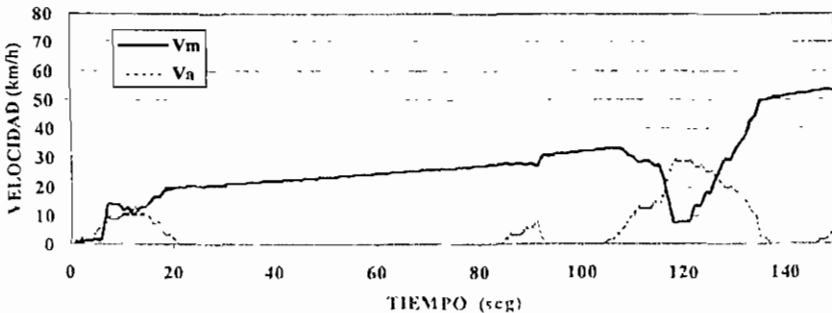


FIGURA 4.9: MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, CON Δ P, 'ZONA SURESTE')

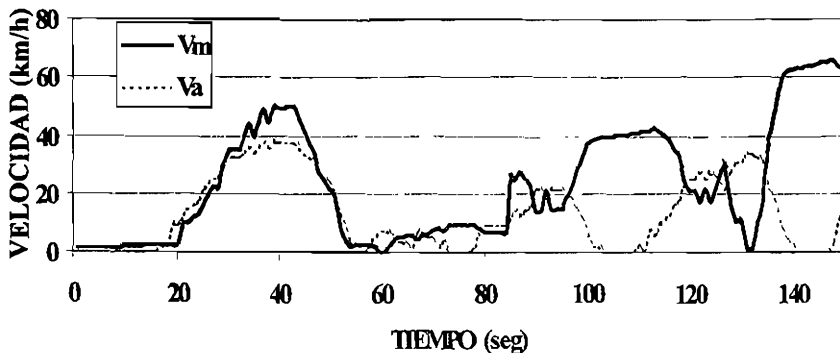
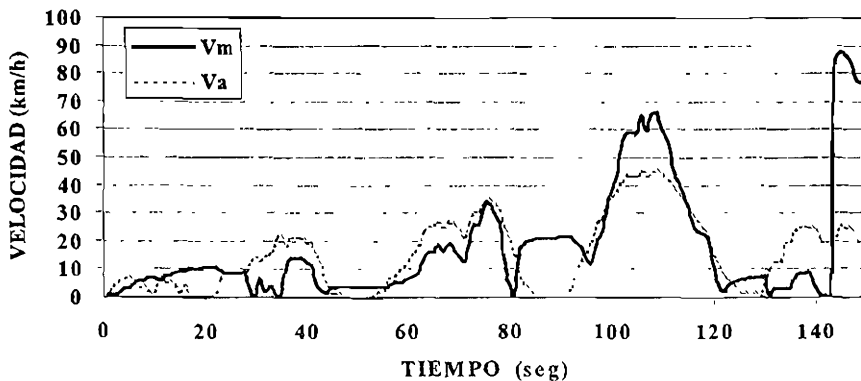


FIGURA 4.10: MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO
(AUTOS Y MOTOCICLETAS, CON Δ P, 'ZONA SUROESTE')



En las figuras 4.1 a 4.10 también se puede observar que las motocicletas no presentan tiempos con velocidades de menos de 3 km/h, esto significa que siguen avanzando mientras los otros vehículos se detienen, esto también sucede en los ciclos de manejo en donde se aprecian muchos tiempos muertos para los automóviles. Se observa en las figuras 4.5 a 4.10 nunca se rebasan los 90 km/h y en general las variaciones de velocidad son muy semejantes a la de los ciclos de manejo, mientras que en las figuras 4.1 a 4.5 la falta del gradiente de presión hace que si se rebase la velocidad de los 90 km/h

4.2 MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON FLUJOS SEPARADOS.

Para el caso de las ecuaciones (2.51) y (2.52), éstas forman un conjunto de ecuaciones simultáneas hiperbólicas de primer orden. Cada una de estas ecuaciones no lineales, presentan una parte advectiva del lado izquierdo de la igualdad, compuesta por un término no estacionario y por un término convectivo e inclusive pueden ser vistas como ecuaciones de onda no lineales, las cuales están acopladas por los términos de presión y de intercambio de cantidad de movimiento cuyas derivadas son de primer orden, como se aprecia a continuación:

$$\frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial t} + u_A \frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_m - u_A) + (\rho_m - \rho_A) \varepsilon_A g \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial t} + u_m \frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_A - u_m) + (\rho_A - \rho_m) \varepsilon_m g \quad (2.52)$$

En este caso la presión se estima como lo indica la ecuación (2.57), y el gradiente de presión para la ecuación (2.51) se estima a su vez considerando la diferencia de densidades por una constante C^2 [III 2 y III 3] que existe entre las diversas clases de vehículos, lo cual también ayuda a acoplar las ecuaciones, entonces la ecuación (2.57) se puede reescribir de la siguiente manera para los automóviles:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{C^2}{\Delta x} (\rho_A - \rho_m) \quad (4.7)$$

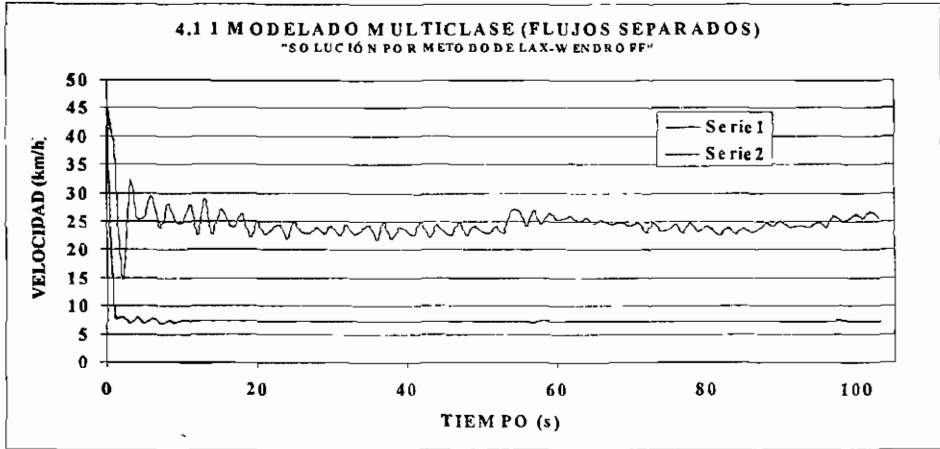
El gradiente de presión para la ecuación (2.52) se puede estimar a su vez con la ecuación (4.7). Las ecuaciones (2.51 & 2.52) pueden ser resueltas en forma aproximada mediante el uso de métodos estables convergentes de diferencias finitas de primer orden, como el de Lax-Wendroff con diferencias centradas y promediando el primer término [VIII 1 - VIII 15]. A esto se han agregado los términos de acoplamiento debidos a la presión y a la interacción de flujos en forma discreta. En cuyo caso las ecuaciones tienen la forma

$$v_{A_j}^{n+1} = \frac{v_{A_{j+1}}^n + v_{A_{j-1}}^n}{2} - v \frac{\Phi_{A_{j+1}}^n - \Phi_{A_{j-1}}^n}{2} + \frac{C^2}{\Delta x} (\rho_A - \rho_m) - \beta(v_{A_j}^n - v_{m_j}^n) \quad (4.8)$$

y

$$v_{m_j}^{n+1} = \frac{v_{m_{j+1}}^n + v_{m_{j-1}}^n}{2} - v \frac{\Phi_{m_{j+1}}^n - \Phi_{m_{j-1}}^n}{2} + \frac{C^2}{\Delta x} (\rho_A - \rho_m) - \beta (v_{m_j}^n - v_{A_j}^n) \quad (4.9)$$

en donde $\Phi_A = u_A^2 / 2$ y $\Phi_m = u_m^2 / 2$. En este caso los datos experimentales son utilizados como condiciones de frontera, siendo los datos experimentales valores discretos, para mayor facilidad de cálculo estos permanecen constantes dentro del intervalo de tiempo del segundo que les corresponde.



En la figura 4.11 se presentan los resultados correspondientes a la zona centro con condiciones de tráfico idénticas al modelo homogéneo, en esta figura la serie de datos 2 corresponde a las velocidades de las motocicletas, mientras que la serie de datos 1 corresponde a las velocidades de los automóviles.

Los resultados obtenidos por el método de Lax-Wendroff muestra grandes deficiencias cuando se presentan discontinuidades, como sucede con el flujo de tráfico, esto se debe a aspectos disipativos inherentes al método numérico, según Lax [VII 16] la variación total de la solución se puede estimar como:

$$TV = \int \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| dx \quad (4.10)$$

en el caso discreto la variación total se puede estimar como:

$$TV(u) = \sum_{j=1}^N |u_{j+1} - u_j| \quad (4.11)$$

se dice que un método numérico tiene una variación total disminuida o “Total Variation Diminishing” TDV [VIII 2], sí se cumple:

$$TV(u^{n+1}) \leq TV(u^n) \tag{4.12}$$

Harten (1983) [VIII 18] probó que, un esquema numérico monótono es TDV, y que a su vez un esquema TDV se preserva monótono. De tal forma que se puede construir un esquema de alto orden que se mantenga monótono. Sweby [VIII 19] construyó un método numérico TDV a partir de promediar el método de primer orden de Roe con el método de Lax-Wendroff. Este método se basaba también en el método de flujo límite de Van Leer [VIII 17], de allí que este método se conozca comúnmente como el método del flujo límite de Sweby. Los métodos que se basan en diferencias centradas o que son aguas arriba pueden ser TDV, con las correspondientes modificaciones, por lo que cuando aparecen esquemas de alto orden es común confundir las diferencias centradas de aguas arriba. Las oscilaciones no deseadas se pueden evitar si las pendientes de las variables utilizadas en las extrapolaciones son limitadas de manera que el valor del punto final no cree un nuevo máximo o un nuevo mínimo, de manera que se puede controlar mediante la introducción de limitadores de pendientes, como los llamados limitadores llamados “minmod”, los cuales varían dependiendo de la aplicación particular del método numérico y del autor del método, un ejemplo de limitador típico es:

$$\begin{aligned} \overline{\delta} u_{j+1/2} &= \min \text{mod}(\delta u_{j+1/2}, \omega \delta u_{j-1/2}) \\ \underline{\delta} u_{j+1/2} &= \min \text{mod}(\delta u_{j+1/2}, \omega \delta u_{j+1/2}) \end{aligned} \tag{4.13}$$

que son usados en forma extensiva en los métodos TDV. Esta es una función que selecciona el menor número de un conjunto cuando todos ellos tienen el mismo signo pero es cero cuando ellos tienen signos diferentes. Por ejemplo:

$$\min \text{mod}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } xy < 0 \\ y - \text{si } |x| > |y| & \& xy > 0 \\ x - \text{si } |x| < |y| & \& xy > 0 \end{cases} \tag{4.14}$$

La introducción de estos límites es;

$$\begin{aligned} u'_{j+1/2} &= u_j + \frac{1-k}{4} \overline{\delta} u_{j-1/2} + \frac{1+k}{4} \overline{\delta} u_{j+1/2} \\ u''_{j+1/2} &= u_j - \frac{1-k}{4} \underline{\delta} u_{j+1/2} - \frac{1+k}{4} \underline{\delta} u_{j+3/2} \end{aligned} \tag{4.15}$$

El método de Lax-Wendroff para la parte advectiva de la ecuación se puede escribir como:

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} &= u_i^n - \lambda \left(\hat{f}_{i+1/2}^{L-W} - \hat{f}_{i-1/2}^{L-W} \right) \\ \hat{f}_{i+1/2}^{L-W} &= \nu u_{i+1}^n - \frac{1}{2} \nu (1 + \lambda \nu) (u_{i+1}^n - u_i^n) \end{aligned} \quad (4.16)$$

El método de Sweby de flujo límite para la parte advectiva de la ecuación es:

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} &= u_i^n - \lambda \left(\hat{f}_{i+1/2}^n - \hat{f}_{i-1/2}^n \right) \\ \hat{f}_{i+1/2}^n &= \nu u_{i+1}^n - \frac{1}{2} \nu (1 + \lambda \nu) \phi_{i+1}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) \end{aligned} \quad (4.17)$$

o

$$\hat{f}_{i+1/2}^n = \hat{f}_{i+1/2}^{FTFS} + \phi_{i+1}^n \left(\hat{f}_{i+1/2}^{FTFS} - \hat{f}_{i-1/2}^{L-W} \right)$$

(FTFS: "Formally first-order accurate in time and space", primer orden formalmente preciso en tiempo y espacio) en donde ϕ depende de τ , que a su vez depende de u , de tal forma que en forma expandida el método se puede escribir como:

$$v_{A_j}^{n+1} = v_{A_j}^n - \nu (v_{A_j}^n - v_{A_{j-1}}^n) + \frac{1}{2} \nu (\nu - 1) (v_{A_j}^n - 2v_{A_{j-1}}^n + v_{A_{j-2}}^n) \quad (4.18)$$

$$v_{m_j}^{n+1} = v_{m_j}^n - \nu (v_{m_j}^n - v_{m_{j-1}}^n) + \frac{1}{2} \nu (\nu - 1) (v_{m_j}^n - 2v_{m_{j-1}}^n + v_{m_{j-2}}^n) \quad (4.19)$$

Estas ecuaciones se encuentran desacopladas, sin embargo este inconveniente se resuelve al agregar los términos de presión y de interacción vehicular en su forma discreta dando como resultado.

$$v_{A_j}^{n+1} = v_{A_j}^n - \nu (v_{A_j}^n - v_{A_{j-1}}^n) + \frac{1}{2} \nu (\nu - 1) (v_{A_j}^n - 2v_{A_{j-1}}^n + v_{A_{j-2}}^n) + \beta (v_{m_j}^n - v_{A_j}^n) + \frac{C^2}{\Delta x} (\rho_{A_j} - \rho_m) \quad (4.20)$$

$$v_{m_j}^{n+1} = v_{m_j}^n - \nu (v_{m_j}^n - v_{m_{j-1}}^n) + \frac{1}{2} \nu (\nu - 1) (v_{m_j}^n - 2v_{m_{j-1}}^n + v_{m_{j-2}}^n) + \beta (v_{m_j}^n - v_{A_j}^n) + \frac{C^2}{\Delta x} (\rho_{A_j} - \rho_m) \quad (4.21)$$

Las condiciones de frontera han sido establecidas como en el método de Lax-Wendroff, sin embargo se presentan soluciones para las cinco zonas de la ciudad de México que fueron monitoreadas, con condiciones iniciales de $v_A = 20$ km/h y de $v_m = 45$ km/h, en todos los casos se tiene que; $\alpha_A = 0.8$, $\alpha_m = 0.2$, $k = 0.5$, $h = 5E^{-4}$ y $\beta = 0.85$. Presentándose los resultados para las zona Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste en las figuras (4.12 a 4.17) respectivamente Con una duración de 150 segundos de recorrido.

FIGURA 4.12: MODELADO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS "ZONA CENTRO"

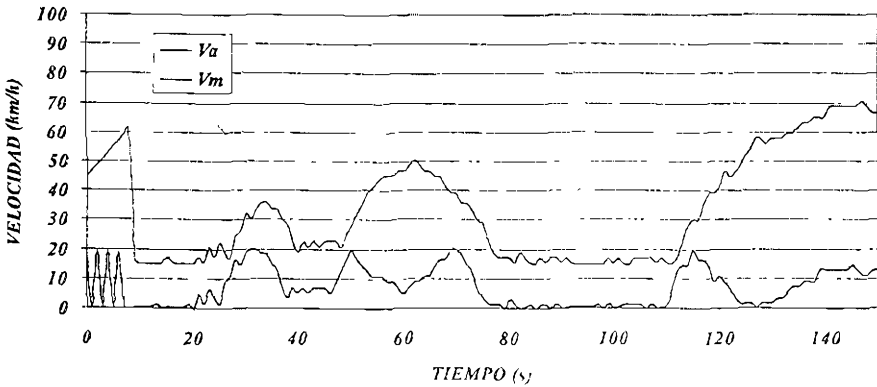
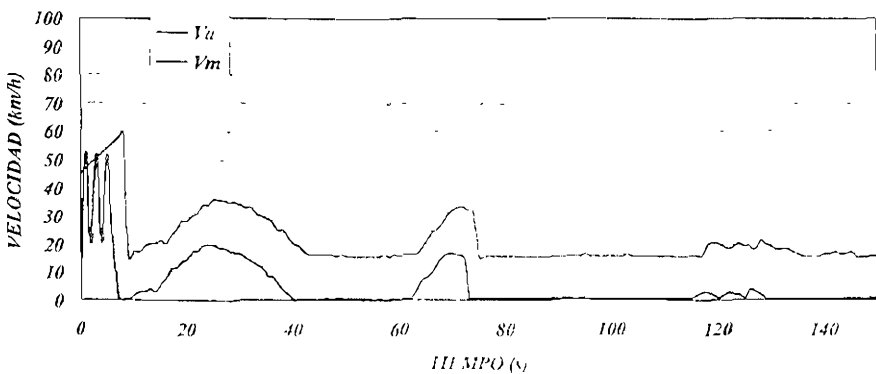
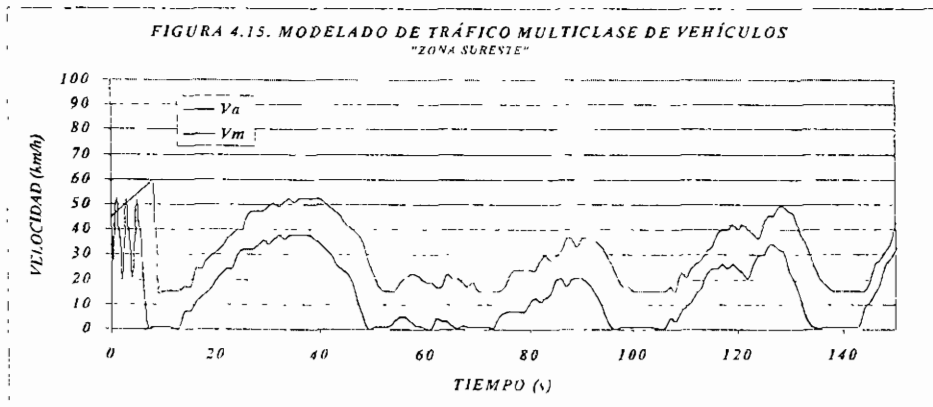
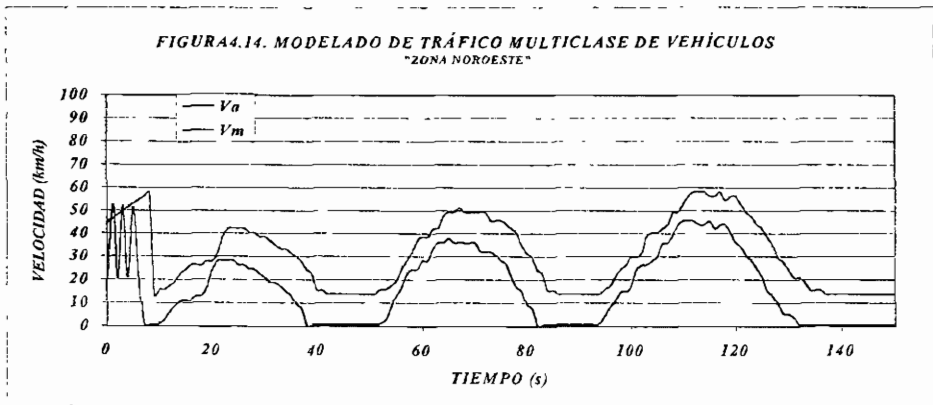


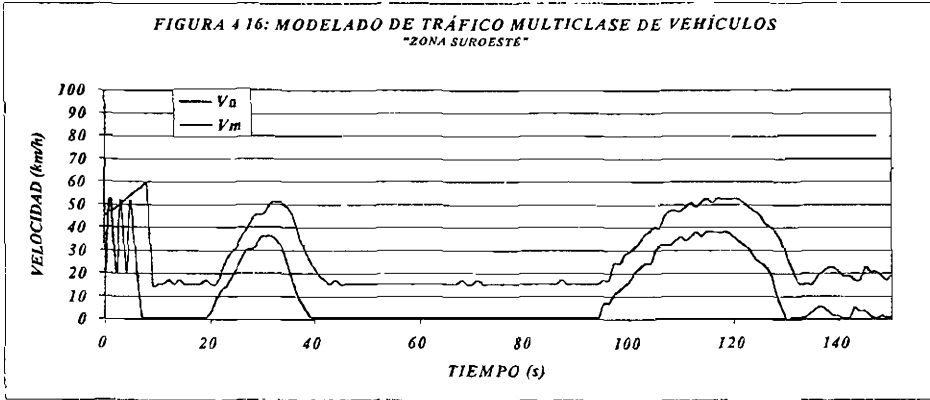
FIGURA 4.13: MODELADO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS "ZONA NORESTE"





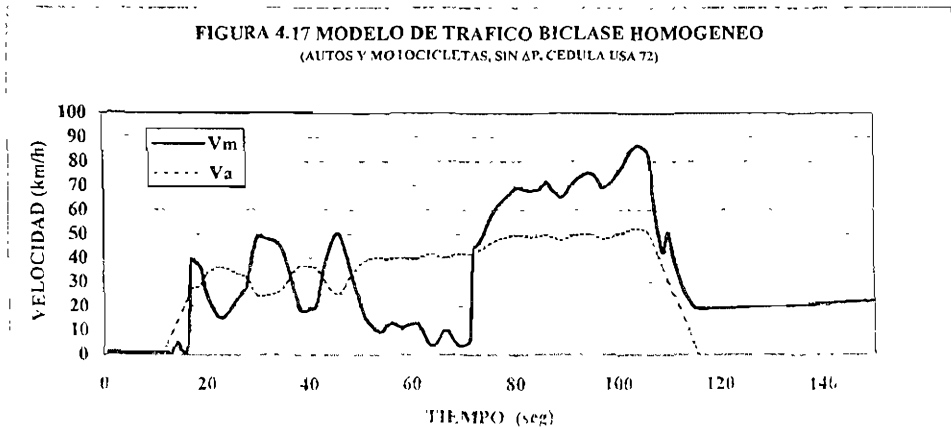
En las figuras 4.12 a 4.16 se presentan los resultados obtenidos de aplicar la ecuación de recurrencia 4.21 del método de Sweby, en estas figuras se aprecia un transitorio al inicio de la corrida tanto para los automóviles como para las motocicletas, el caso de los automóviles la velocidad presenta en todos los casos tres picos durante los primeros 7 segundos, mismos que fluctúan entre los 20 y los 52 km/h, para luego caer a cero, mientras que en las motocicletas el transitorio se da en un sólo diente de cierra de los 45 a los 60 km/h y luego decae a 14.5 km/h, para luego continuar con un desarrollo que es comparable a los datos obtenidos experimentalmente, con la diferencia de que nunca llega a tener un valor de cero y en la mayoría de los casos para las motocicletas nunca se presenta una velocidad menor a los 15 km/h lo cual no parece muy adecuado, ya que no resulta lógico pues en algún momento un vehículo de estos tiene que detenerse. Es interesante observar que en ningún momento se disparan las velocidades por encima de los 90 km/h y que también hay una gran semejanza de los resultados que se

obtienen para automóviles con los resultados que se obtienen para motocicletas pues parecen desfasados por una diferencia de velocidades, sin embargo si se transponen ambas velocidades se observa que hay pequeñas diferencias que los hacen distintos, así como un desfasamiento de tiempo.

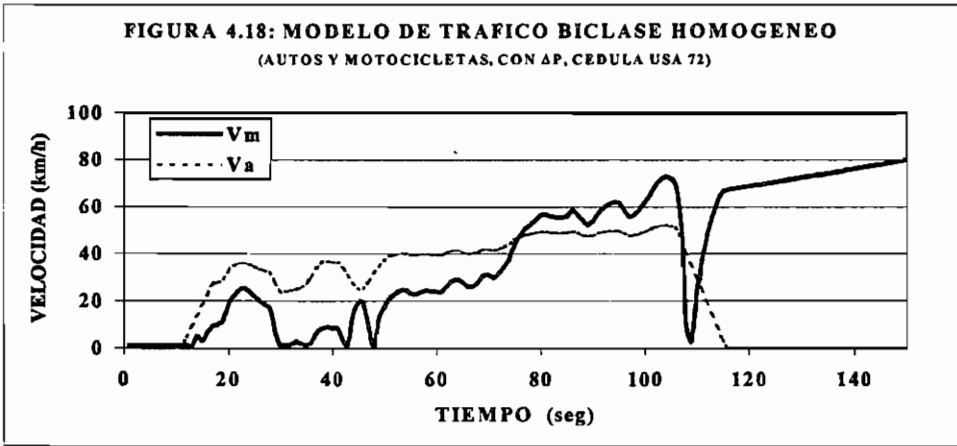


4.3 LOS MODELOS MULTICLASE DE VEHÍCULOS CON DATOS DE LA CÉDULA 72 DE CALIFORNIA USA.

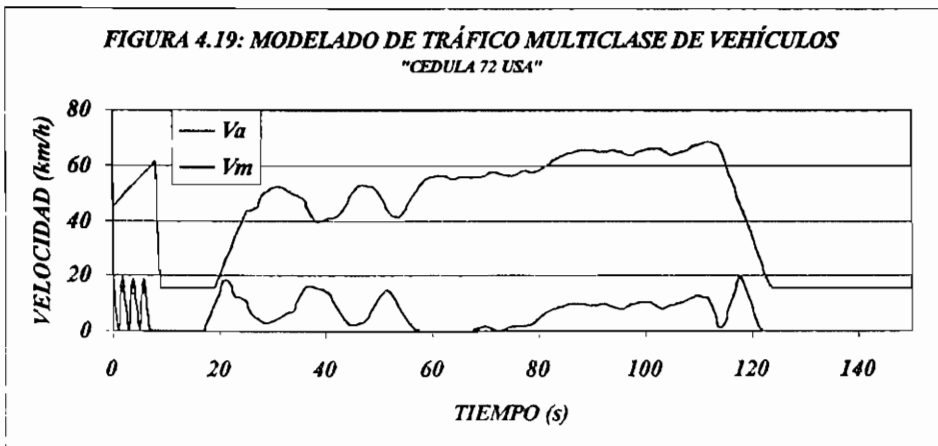
Con la intención de realizar un análisis completo de los modelos multiclase de vehículos, se analizara el comportamiento de dichos modelos haciendo uso de datos experimentales de una ciudad distinta a la ciudad de México, en este caso los datos experimentales más accesibles son los de la cédula 72 de California en USA, dichos datos se pueden considerar representativos, no solo por ser datos experimentales aplicados en un ciclo de manejo, sino también por la alta densidad vehicular que existe en ese estado de la unión americana, los datos experimentales se encuentran contenidos en el apéndice



del presente trabajo, lo mismo que una figura de dicho ciclo.



Se procedió a hacer uso de la ecuación (2.45), con el mismo tratamiento que se realizó en el apartado 4.1 del presente capítulo. Para este caso los resultados “ v_m ” del modelo de flujo homogéneo se presentan en las figuras (4.17 y 4.18) y corresponden a las condiciones de tráfico de automóviles “ v_a ” extraídos de la cédula 72. Por lo demás del tratamiento se toman las mismas condiciones de velocidad inicial para “ v_m ”, las relaciones de densidad de los vehículos se ha considerado de igual forma. En el caso de la figura (4.17) se tiene el comportamiento del modelo sin hacer uso del término de gradiente de resanó, y en la figura (4.18) se hace uso de este término, como se realizó para el caso de la ciudad de México.



En el caso de las ecuaciones (2.51) y (2.52), se ha aplicado el método TVD de Sweby así como los mismos datos experimentales de la cédula 72 de California, que se utilizaron en las corridas anteriores, en este caso la velocidad “ v_A ” inicial es de 20 km/h, y “ v_m ” inicial de 45 km/h, la concentración de vehículos es de 80 % automóviles y 20 % motocicletas, k es de 0.5, h es de $5E-4$ y β es de 0.85. El resultado se presenta en la figura (4.19), en esta figura se presenta nuevamente el transitorio en los primeros segundos de la corrida. En ningún caso se rebasan los 90 km/h, sin embargo se observa en las figuras (4.17 y 4.18), que los resultados tienden a incrementarse paulatinamente aun con el término de gradiente de presión, se observa que la velocidad de la motocicleta no tiene tiempos muertos.

4.4 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

La validación de los modelos resulta en sí un tema del que se puede desarrollar una investigación y su respectiva tesis doctoral, sin embargo para tal efecto en esta tesis sólo se utilizaran los resultados obtenidos del modelo y se compararan contra los datos experimentales. Para realizar dicha comparación se han utilizado el análisis de varianza de los datos experimentales y teóricos junto con el método de Duncann. Con la finalidad de comparar los datos experimentales que se han obtenido segundo a segundo, se procederá a tomar datos teóricos segundo a segundo. Esto significa que aun cuando se han tomado intervalos de tiempo de 1/100 a 1/1000 para resolver las ecuaciones, se han tomado los resultados que se han obtenido después de cada segundo.

Es prudente aclarar, que los resultados obtenidos de utilizar datos experimentales de la cédula 72 de California, se han comparado con la intención de analizar que tan válido es el extrapolar datos experimentales de una ciudad a otra, ambas con condiciones distintas de tráfico. En el caso de las motocicletas no es posible comparar los resultados obtenidos contra datos experimentales de California, ya que en California los vehículos (vehículos ligeros como automóviles y motocicletas) se someten al mismo tipo de ensayo, partiendo de la hipótesis de que una motocicleta se manejaría igual que un automóvil.

4.4.1 VALIDACIÓN DEL MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS DE FLUJO HOMOGÉNEO.

Para efectuar esta validación se toman los resultados numéricos obtenidos para las zonas Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste y se comparan contra los datos de los Ciclos de Manejo

obtenidos para las cilindradas de 50, 125, 600, 750, 900 y 1100 cc. Con la intención de observar que efecto tiene el gradiente de presión en las ecuaciones de tráfico, se ha corrido el modelo de flujo homogéneo considerando y sin considerar dicho gradiente. A continuación se presentan los resultados estadísticos obtenidos de las velocidades medias y velocidades medias al cuadrado.

TABLA 4.1: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS SIN ΔP

	Centro	NorE	NorOe	SurE	SurOe	50	125	600	750	900	1100
V_m	28.867	33.872	24.419	31.439	30.97	31.388	41.79	50.493	27.467	35.625	51.605
V_m^2	14390	16679	78075	60326	50500	110079	110079	8539	12366	41678	68787

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras (vease el apéndice B)

El total de los datos es de 152 por columna, siendo 11 columnas y un total de 1672 datos. La suma de los datos da $SD = 58966.833$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 2773014.51$. El $SS_T = 123273.53$, el $SS_T = 693416.77$, el $SS_w = 570143.247$ y $MS_E = 374.847$. En este caso para el método de Duncan se generan 10 grupos, en el primer grupo se consideran rangos desde 11 promedios hasta 2 promedios y en el décimo grupo se considera únicamente un rango de 2 promedios, en todos los casos se ha escogido un $\alpha = 0.01$, con una $f = 1520$ y $p = 2, \dots, 11$, con $n = 152$. En la tabla 4.2 se presenta el resultado condensado del análisis de los diez grupos en 4 columnas, en la primera se indican los ciclos y resultados numéricos que coinciden de acuerdo con el análisis de Duncan, la segunda columna presenta los valores promedios ordenados de un promedio mínimo a un promedio máximo, la tercera columna indica el rango a calcular y la cuarta los respectivos rangos calculados para cada comparación de medias obtenidas del análisis de varianza, en la esquina inferior derecha se presenta una tabla para los rangos establecidos para un cierto margen de error que dependen de p y f , los cuales se encuentran en las tablas AB5 y AB6.

Al realizar la validación del modelo en estas condiciones comparando los datos experimentales de las motocicletas por cilindrada contra los datos obtenidos de la solución numérica mediante el método de Duncan, se observa de la tabla 4.2 que en el grupo 3 coinciden los datos de la cilindrada de 125 cc con los resultados obtenidos para la zona Noreste, esto se debe en parte a las bajas velocidades obtenidas con el modelo para esta zona, sin embargo en el grupo 4 se observa que también coinciden los valores de la cilindrada de 900cc y 750cc con los valores resultantes del modelo en las zonas Noroeste, Sureste, Suroeste y Centro, sin embargo estos valores también coinciden con las cilindradas de 50cc, lo anterior no es deseable, ya que el modelo se corrió con una densidad de motocicletas de una quinta parte de la densidad de los automóviles, que son acordes a los 900 cc y 750 cc, sin embargo se

TABLA 4.2: MODELADO DE MOTOCICLETAS CON FLUJO HOMOGENEO SIN ΔP

COMPARACION DE DATOS EXPERIMENTALES V/S RESULTADOS NUMERICOS

GRUPO 1				GRUPO 5			
	24.41952594	RANGOS		ne	24.41952594	RANGOS	
	27.46710526	11p	27.18573722	750	27.46710526	7p	9.452203865
	28.86718734	10p	24.13815789	cen	28.86718734	6p	6.404623742
	30.97300908	9p	22.73807582	so	30.97300908	5p	5.004541669
	31.38815789	8p	20.63225407	50	31.38815789	4p	2.894719922
	31.43909753	7p	20.21710526	se	31.43909753	3p	2.483571111
	33.87172901	6p	20.16616562	nc	33.87172901	2p	2.432631473
	35.625	5p	17.73353415				
	41.79019605	4p	15.98026316	GRUPO 6			
600	50.49342105	3p	9.815067105	ne	24.41952594	RANGOS	
1100	51.60526316	2p	1.111842105	750	27.46710526	6p	7.019571594
				cen	28.86718734	5p	3.971992271
				so	30.97300908	4p	2.571910198
				50	31.38815789	3p	0.466088452
				se	31.43909753	2p	0.05093964
GRUPO 2				GRUPO 7			
	24.41952594	RANGOS		ne	24.41952594	RANGOS	
	27.46710526	10p	26.07389511	750	27.46710526	5p	6.968631954
	28.86718734	9p	23.02631579	cen	28.86718734	4p	3.921052632
	30.97300908	8p	21.62623372	so	30.97300908	3p	2.520970558
	31.38815789	7p	19.52041197	50	31.38815789	2p	0.415448312
	31.43909753	6p	19.10526316				
	33.87172901	5p	19.05432352	GRUPO 8			
	35.625	4p	16.62169205	ne	24.41952594	RANGOS	
125	41.79019605	3p	14.86842105	750	27.46710526	4p	6.557483143
600	50.49342105	2p	8.703225	cen	28.86718734	3p	3.56590382
				so	30.97300908	2p	2.105821746
GRUPO 3				GRUPO 9			
	24.41952594	RANGOS		ne	24.41952594	RANGOS	
	27.46710526	9p	17.37067011	750	27.46710526	3p	3.447661396
	28.86718734	8p	14.32309079	cen	28.86718734	2p	1.400082973
	30.97300908	7p	12.92300872				
	31.38815789	6p	10.81718697	GRUPO 10			
	31.43909753	5p	10.40203816	ne	24.41952594	RANGOS	
	33.87172901	4p	10.35109852	750	27.46710526	3p	3.447661396
	35.625	3p	7.918467047	cen	28.86718734	2p	1.400082973
	41.79019605	2p	6.165196053				
GRUPO 4				GRUPO 10			
	24.41952594	RANGOS		ne	24.41952594	RANGOS	
	27.46710526	8p	11.20547406	750	27.46710526	2p	3.047579323
750	28.86718734	7p	8.157894737				
cen	30.97300908	6p	6.757812663	RANGOS		ro (p.f) =	Rp =
so	31.38815789	5p	4.651990917	11p	4.2	10.557632	
50	31.43909753	4p	4.236842105	10p	4.2	10.357632	
se	33.87172901	3p	4.185902466	9p	4.17	10.283649	
nc	35.625	2p	1.753270995	8p	4.14	10.209665	
				7p	4.09	10.08636	
				6p	4.04	9.9650552	
				5p	3.98	9.815089	
f =	1520	misc =	374.84762	4p	3.9	9.6178008	
p =	2, ..., 11	n =	152	3p	3.8	9.3711905	
α =	0.01			2p	3.64	8.9760141	

considera que esto ocurre por una dispersión de los resultados debida a la falta del término de gradiente de presión.

Ahora se presenta el análisis para los datos del modelado de tráfico homogéneo para motocicletas en donde se considera el gradiente de presión. Por lo que a continuación se presentan en la tabla 4.3 los resultados estadísticos obtenidos para las velocidades medias y velocidades medias al cuadrado.

TABLA 4.3: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS CON ΔP

	Centro	NorE	NorOe	SurE	SurOe	50	125	600	750	900	1100
V_m	46.046	10.427	26.16	19.481	18.991	31.388	41.79	50.493	27.467	35.625	51.605
V_m^2	1067.2	1466.3	708.41	1449.3	1447.4	1111	1905.5	2919.4	1924.5	1793.2	3351.3

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras.

Nuevamente el total de los datos es de 152 por columna, con 11 columnas y un total de 1672 datos. La suma de los datos da $SD = 54640.3823$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 2618481.81$. El $SS_{\alpha} = 284836.082$, el $SS_{\tau} = 832852.9965$, el $SS_{\omega} = 548016.9145$ y $MS_E = 360.3$. En este caso para el método de Duncan nuevamente se generan 10 grupos, siendo las condiciones de α , p , f y n iguales al caso anterior. En la tabla 4.4 se presentan los resultados de forma similar a la tabla 4.2.

Cuando se analizan los datos obtenidos por el método de Duncan con la finalidad de validar los modelos, se observa una coincidencia más clara de los datos con la realidad, ya que una motocicleta con cilindrada de 1100 cc o con 125 cc tiene velocidades coincidentes a los resultados del modelo en la zona Centro, en donde las velocidades promedio no son tan elevadas ya que una motocicleta de gran tamaño no se puede desplazar con gran facilidad en espacios que resultan reducidos o tiene tan baja potencia que no acelerará demasiado. Nuevamente se observa la coincidencia de las cilindradas de 900 cc y 750 cc con los resultados obtenidos del modelo para la zona Noreste.

El análisis por el método de Duncan es muy sencillo, como se indica en el apéndice, lo que se hace es compara las medias a través de una diferencia de rangos, esta se obtiene de calcular las diferencias que existen entre los valores medios de los datos que se desean comparar, estas diferencias se tabulan de acuerdo con los propios rangos. Por otra parte, estos datos tienen una cierta desviación estándar que cuando se calcula el análisis de varianza y se llevan estos valores a la ecuación de rangos mínimos significativos del método de Duncan se obtiene otra tabla de datos mínimos significativos (esta tabla esta sombreada con gris en las tablas 4.2 a 4.8). Para que dos conjuntos de valores sean comparables

TABLA 4.4: MODELADO DE MOTOCICLETAS FLUJO HOMOGENE0 CON ΔP

COMPARACION DE DATOS EXPERIMENTALES V/S RESULTADOS NUMERICOS

GRUPO 1				GRUPO 5				
	10.42705333	RANGOS			10.42705333	RANGOS		
	18.99199502	11p	41.17820983		18.99199502	7p	25.19794667	
	19.48112249	10p	32.61326814		19.48112249	6p	16.63300498	
	26.16058558	9p	32.12414067		26.16058558	5p	16.14387751	
	27.46710526	8p	25.44467758		27.46710526	4p	9.46441442	
	31.38815789	7p	24.13815789	so	31.38815789	3p	8.157894737	
	35.625	6p	20.21710526	so	35.625	2p	4.236842105	
	41.79019605	5p	15.98026316					
con	46.04629962	4p	9.815067105		GRUPO 6			
600	50.49342105	3p	5.558963534		10.42705333	RANGOS		
1100	51.60526316	2p	1.111842105			6p	20.96110457	
					18.99199502	5p	12.39616287	
GRUPO 2					19.48112249	4p	11.90703541	
	10.42705333	RANGOS		no	26.16058558	3p	5.237572314	
	18.99199502	10p	40.06636773	750	27.46710526	2p	1.921052632	
	19.48112249	9p	31.50142603	50	31.38815789			
	26.16058558	8p	31.01229857		GRUPO 7			
	27.46710526	7p	24.33283547		10.42705333	RANGOS		
	31.38815789	6p	23.02631579			5p	17.04005194	
	35.625	5p	19.10526316		18.99199502	4p	8.475110241	
	41.79019605	4p	14.86842105	no	19.48112249	3p	7.985982777	
con	46.04629962	3p	8.703225	750	26.16058558	2p	1.306519583	
600	50.49342105	2p	4.447121429		27.46710526			
GRUPO 3					GRUPO 8			
	10.42705333	RANGOS			10.42705333	RANGOS		
	18.99199502	9p	35.6192463		18.99199502	4p	15.73353225	
	19.48112249	8p	27.0543046		19.48112249	3p	7.168590558	
	26.16058558	7p	26.56517714		26.16058558	2p	6.679463095	
	27.46710526	6p	19.88571404		GRUPO 9			
	31.38815789	5p	18.57919436		10.42705333	RANGOS		
	35.625	4p	14.65814173	so		3p	9.054069159	
125	41.79019605	3p	10.42129962	50	18.99199502	2p	0.489127464	
con	46.04629962	2p	4.256103571		19.48112249			
GRUPO 4					GRUPO 10			
	10.42705333	RANGOS			10.42705333	RANGOS		
	18.99199502	8p	31.36314273		18.99199502	2p	8.564941695	
	19.48112249	7p	22.79820103		RANGOS		$r\alpha (p,f) =$	
	26.16058558	6p	22.30907357		11p	4.2	6.466357058	
	27.46710526	5p	15.62961047		10p	4.2	6.466357058	
	31.38815789	4p	14.32309079		9p	4.17	6.420168793	
	35.625	3p	10.40203816		8p	4.14	6.373980529	
	41.79019605	2p	6.165196053		7p	4.09	6.297000088	
f ^m	1520	ruse ^m	360.30009		6p	4.04	6.220019646	
p ⁿ	2.....11	n ^m	152		5p	3.98	6.127643117	
αm	0.01				4p	3.9	6.004474411	
					3p	3.8	5.830513529	
					2p	3.64	5.604176117	

o compatibles los rangos de la diferencia de medias no deben ser mayores ni iguales que los valores mínimos significativos.

4.4.2 VALIDACIÓN DEL MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS DE SUBFLUJOS SEPARADOS.

En este caso para efectuar la validación de los modelos de subflujos separados, se analizarán en forma separada los resultados obtenidos, comparando los datos de las motocicletas con los valores experimentales obtenidos y los resultados de los automóviles con los respectivos valores obtenidos. Nuevamente se han tomado los resultados numéricos obtenidos para las zonas Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste y se comparan contra los datos de los Ciclos de Manejo obtenidos para las cilindradas de 50, 125, 600, 750, 900 y 1100 cc en el caso de las motocicletas. En este caso no se han obtenido resultados sin aplicar gradiente de presión como se realizó con el flujo homogéneo. En la tabla 4.5 se presentan los resultados estadísticos obtenidos de las velocidades medias y velocidades medias al cuadrado.

**TABLA 4.5:ANÁLISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS
2 SUBFLUJOS**

	Centro	NorE	NorOe	SurE	SurOe	50	125	600	750	900	1100
V_m	34.272	21.634	31.361	30.949	27.217	31.388	41.79	50.493	27.467	35.625	51.605
V_m^2	223531	85618	183542	169895	144175	168872	289576	443747	155727	272567	509392

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para este análisis se tiene un total de 152 datos por columna, con 11 columnas dando un total de 1672 datos. La suma de los datos da $SD = 58338.33$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 2646646.06$. El $SS_{tr} = 611143.171$, el $SS_T = 136998.777$, el $SS_w = 474144.394$ y $MS_E = 311.933$. En este caso para el método de Duncan nuevamente se generan 10 grupos, siendo las mismas condiciones de α , p , f y n que en los casos anteriores. En la tabla 4.6 se presentan los resultados de forma similar a las tablas 4.2 y 4.4.

Para el modelo de tráfico con subflujos separados se han obtenido resultados tanto para los automóviles como para las motocicletas incluyendo el gradiente de presión. En este caso se recurrió en un principio al método explícito numérico clásico (Lax), sin embargo como se observa en la figura 4.11, este método aporta una gran difusión numérica, por lo que se recurre a utilizar un método

**TABLA 4.6: MODELADO DE MOTOCICLETAS CON SUBFLUJOS SEPARADOS CON ΔP
COMPARACIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES V/S RESULTADOS NUMERICOS**

GRUPO 1				GRUPO 5			
	21.63480927	RANGOS			21.63480927	RANGOS	
	27.21738585	11p	29.97045389		27.21738585	7p	12.63725139
	27.46710526	10p	24.3878773		27.46710526	6p	7.054674804
	31.36177316	9p	24.13815789	sc	31.36177316	5p	6.804955394
	30.94963544	8p	20.24349	no	30.94963544	4p	3.810787499
	31.38815789	7p	20.65562772	so	31.38815789	3p	3.22425272
	34.27206066	6p	20.21710526	ca	34.27206066	2p	2.883902763
	35.625	5p	17.3332025				
	41.79019605	4p	15.98026316				
500	50.49342105	3p	9.815067105				
1100	51.60526316	2p	1.31842105				
GRUPO 2				GRUPO 6			
	21.63480927	RANGOS			21.63480927	RANGOS	
	27.21738585	10p	28.85861179	750	27.21738585	6p	9.75334863
	27.46710526	9p	23.2760352	so	27.46710526	5p	4.170772041
	31.36177316	8p	23.02631579	sc	31.36177316	4p	1.921052632
	30.94963544	7p	19.13164789	no	30.94963544	3p	0.026384734
	31.38815789	6p	19.54378562	50	31.38815789	2p	0.458522459
	34.27206066	5p	19.10526316				
	35.625	4p	16.2213604				
	41.79019605	3p	14.86842105				
	50.49342105	2p	8.703225				
GRUPO 3				GRUPO 7			
	21.63480927	RANGOS			21.63480927	RANGOS	
	27.21738585	9p	20.15538679	750	27.21738585	5p	9.31482617
	27.46710526	8p	14.5728102	so	27.46710526	4p	3.732249582
	31.36177316	7p	14.32309079	sc	31.36177316	3p	3.482530122
	30.94963544	6p	10.42842289	no	30.94963544	2p	0.412337725
	31.38815789	5p	10.84056062				
	34.27206066	4p	10.40203816				
	35.625	3p	7.518135395				
	41.79019605	2p	6.165196053				
GRUPO 4				GRUPO 8			
	21.63480927	RANGOS			21.63480927	RANGOS	
	27.21738585	8p	13.99019073	750	27.21738585	4p	9.726963895
	27.46710526	7p	8.407614146	so	27.46710526	3p	4.144387307
sc	31.36177316	6p	8.157894737	sc	31.36177316	2p	3.894667897
no	30.94963544	5p	4.26322684				
50	31.38815789	4p	4.675364565				
ca	34.27206066	3p	4.236842105				
900	35.625	2p	1.352939343				
f =	1520	mse =	311.9327521				
p =	2. . . 11	n =	152				
α =	0.01						
GRUPO 5				GRUPO 9			
	21.63480927	RANGOS			21.63480927	RANGOS	
	27.21738585	2p	5.582576589	750	27.21738585	3p	5.832295998
	27.46710526			so	27.46710526	2p	0.249719409
	31.36177316						
	30.94963544						
	31.38815789						
	34.27206066						
	35.625						
	41.79019605						
	50.49342105						
	51.60526316						
GRUPO 6				GRUPO 10			
	21.63480927	RANGOS			21.63480927	RANGOS	
	27.21738585	8p	13.99019073		27.21738585	2p	5.582576589
	27.46710526	7p	8.407614146		RANGOS	ro (p.p.)	Rp =
sc	31.36177316	6p	8.157894737		11p	4.2	6.016694837
no	30.94963544	5p	4.26322684		10p	4.2	6.016694837
50	31.38815789	4p	4.675364565		9p	4.17	5.973718445
ca	34.27206066	3p	4.236842105		8p	4.14	5.930742053
900	35.625	2p	1.352939343		7p	4.09	5.859114734
f =	1520	mse =	311.9327521		6p	4.04	5.787487414
p =	2. . . 11	n =	152		5p	3.98	5.701534631
α =	0.01				4p	3.9	5.58693092
					3p	3.8	5.443676281
					2p	3.64	5.214468858

numérico más poderoso, en este caso se recurre a un método TDV en particular el de Sweby, este método da mejores resultados ya que elimina la difusión numérica que aporta soluciones suaves más que discontinuas.

Al realizar la comparación con el método de Duncan de los resultados numéricos para motocicletas con los datos experimentales, nuevamente se obtiene una gran coincidencia de los resultados para las zonas Centro, Noreste, Sureste y Suroeste con los datos experimentales de las cilindradas de 900cc y 750 cc, como se observa en los grupos 4 a 9 de la tabla 4.6, aquí también se observa que coinciden en este caso los valores experimentales de la cilindrada de 50 cc. En las primeras dos cilindradas estos resultados son muy congruentes, pues como se mencionó anteriormente, estas cilindradas corresponden a densidades 1/5 parte de automóviles, que fueron utilizadas para resolver los modelos, mientras que no es así con los valores de 50 cc.

Para analizar el comportamiento de los modelos de tráfico vehicular de automóviles, se toman los resultados de las zonas Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste de los resultados indicadas en forma respectiva por "cen, ne, no, se, so" y se comparan los datos experimentales de las zonas Centro, Noreste, Noroeste, Sureste y Suroeste que se indican como, "CEN, NE, NO, SE Y SO".

**TABLA 4.7: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE AUTOMÓVILES
2 SUBFLUJOS**

	cen	Ne	no	se	So	CEN	NE	NO	SE	SO
V_A	7.2511	5.1852	16.6369	14.8788	11.1362	19.5181	3.9473	4.5106	9.3187	17.7567
V_A^2	94.675	109.735	513.655	396.883	332.238	724.208	56.1827	81.3599	274.199	452.549

En donde V_A y V_A^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para este análisis se tiene nuevamente un total de 152 datos por columna, con un total de 10 columnas resultando 1520 datos. La suma de los datos da $SD = 16741.2778$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 461424.536$. El $SS_{ir} = 46754.355$, el $SS_T = 277036.126$, el $SS_w = 230281.772$ y $MS_E = 173.776$. En este caso para el método de Duncan se generan 9 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 1368$ y $p = 2$, 10. En la tabla 4.8 se presentan los resultados resumidos de forma similar a las tablas 4.2, 4.4 y 4.6

Al aplicar el método de Duncan para comparar los resultados obtenidos en forma numérica para los automóviles con los datos experimentales, se observa que se tiene gran coincidencia de los valores numéricos y experimentales para las zonas Sureste en el grupo 2 de la tabla 4.8, Suroeste con Sureste

TABLA 4.8: MODELADO DE AUTOMÓVILES SUBFLUJOS SEPARADOS						
COMPARACIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES V/S RESULTADOS NUMERICOS						
GRUPO 1				GRUPO 5		
	3.947368421	RANGOS			3.947368421	RANGOS
	4.510598684	10p	15.57078947		4.510598684	6p 7.188898659
	5.18519875	9p	15.00755921		5.18519875	5p 6.625668396
	7.251135268	8p	14.33295915	Gen	7.251135268	4p 5.951068331
	9.318730263	7p	12.26702263	SE	9.318730263	3p 3.885131842
	11.13626708	6p	10.19942763	so	11.13626708	2p 1.617536817
	14.87880449	5p	8.381890814			
	16.63696145	4p	4.639353408			
SE	17.75676316	3p	2.881196447	GRUPO 6		
CEN	19.51815789	2p	1.761304737		3.947368421	RANGOS
					4.510598684	5p 5.371361842
					5.18519875	4p 4.808131579
				Gen	7.251135268	3p 4.133531514
				SE	9.318730263	2p 2.067594995
GRUPO 2				GRUPO 7		
	3.947368421	RANGOS		NO	3.947368421	RANGOS
	4.510598684	9p	13.80939474	NE	4.510598684	4p 3.305766847
	5.18519875	8p	13.24616447	nc	5.18519875	3p 2.740536584
	7.251135268	7p	12.57156441	Gen	7.251135268	2p 2.065936519
	9.318730263	6p	10.50562789			
	11.13626708	5p	8.438032895	GRUPO 8		
sc	14.87880449	4p	6.620496078	NO	3.947368421	RANGOS
nc	16.63696145	3p	2.877958671	NE	4.510598684	3p 4.237830329
SE	17.75676316	2p	1.11980171	nc	5.18519875	2p 1.237830329
GRUPO 3				GRUPO 9		
	3.947368421	RANGOS		NO	3.947368421	RANGOS
	4.510598684	8p	12.68959303	NE	4.510598684	2p 0.563230263
	5.18519875	7p	12.12636276			
	7.251135268	6p	11.4517627			
	9.318730263	5p	9.38582618			
	11.13626708	4p	7.318231185			
so	14.87880449	3p	5.500694368			
no	16.63696145	2p	1.758156962			
GRUPO 4						
	3.947368421	RANGOS				
	4.510598684	7p	10.93143607			
	5.18519875	6p	10.3682058			
	7.251135268	5p	9.693605737			
	9.318730263	4p	7.627669218			
so	11.13626708	3p	5.560074223			
sc	14.87880449	2p	3.742537406			
				f =	1368	msc = 173.77578
				p =	2, ... 10	n = 152
				α =	0.01	

en los grupos 4 y 5 de la misma tabla. También existe gran coincidencia entre los datos de las zonas Noreste y Noreste-Noroeste en los grupos 8 y 9 de la misma tabla.

En las Figuras 4.12 a 4.16 se observa que con el método TVD, en el caso del modelo que considera subflujos separados se han eliminado las soluciones suaves que aportaba el método de Lax, pero también se observa que la velocidad de las motocicletas es muy semejante y no idéntica al de los automóviles pero a una mayor velocidad.

4.4.3-COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON DATOS EXPERIMENTALES DE LA CEDULA 72 DE CALIFORNIA USA Y LA CIUDAD DE MÉXICO.

Este apartado tiene como finalidad presentar una comparación de los resultados que se obtuvieron en el apartado 4.3 al aplicar los datos experimentales de la cédula 72 de California contra los datos experimentales de la Ciudad de México. La intención de realizar dicha comparación es observar que tan válido resulta aplicar datos experimentales de tráfico de una ciudad para modelar o predecir el comportamiento del tráfico en otra ciudad. Dicho lo anterior se han tomado los datos experimentales V_A de la cédula 72 de California USA, se han utilizado en los tres tipos de modelos de tráfico (modelos de tráfico multiclase homogéneo sin ΔP , modelo de tráfico multiclase homogéneo con ΔP y modelo multiclase con subflujos separados con ΔP). Para cada caso se han obtenido una serie de resultados V_m , los cuales se han comparado contra los resultados obtenidos cuando se utilizan datos experimentales V_m de la Ciudad de México. También se realiza una comparación de los resultados obtenidos de aplicar datos experimentales de la cédula 72 de California contra los datos experimentales de todas las cilindradas de motocicletas que se obtuvieron en la Ciudad de México. A continuación se presentan dichas comparaciones

Para el caso del modelo de tráfico multiclase homogéneo sin ΔP , se tienen los siguientes resultados:

**TABLA 4.9: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS
COMPARANDO RESULTADOS DE APLICAR DATOS EXPERIMENTALES DE LA
CIUDAD DE MEXICO V/S CEDULA 72 DE CALIFORNIA.
(FLUJO HOMOGÉNEO SIN ΔP)**

	Cen	Ne	no	Se	so	CEDULA 72
V_m	28.8671873	33.871729	24.419525	31.4390975	30.973009	32.3702157
V_m^2	2550.24467	149.441389	824.579819	801.341716	796.44295	1612.87526

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras.

Para este análisis se tienen un total de 152 datos por columna, con un total de 6 columnas resultando 912 datos. La suma de los datos da $SD = 27652.9962$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 1178226.87$. El $SS_{ir} = 426975.138$, el $SS_T = 117879.5626$, el $SS_w = 309095.5754$ y $MS_E = 561.809$. En este caso para el método de Duncann se generan 5 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 912$ y $p = 2, \dots, 5$.

**TABLA 4.10: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS
COMPARANDO RESULTADOS DE APLICAR DATOS EXPERIMENTALES DE LA
CIUDAD DE MEXICO V/S CEDULA 72 DE CALIFORNIA.
(FLUJO HOMOGÉNEO CON ΔP)**

	Cen	ne	no	Se	so	CEDULA 72
V_m	46.046299	10.427053	26.16058	19.481122	18.991995	32.3702157
V_m^2	1067.21178	1466.31390	708.417813	1449.31428	1447.35953	1612.87526

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para este análisis se tienen de nueva cuenta un total de 152 datos por columna, con un total de 6 columnas resultando 912 datos. La suma de los datos da $SD = 27652.9962$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 1178226.87$. El $SS_{ir} = 8424.3189$, el $SS_T = 339631.679$, el $SS_w = 331207.3601$ y $MS_E = 446.8837$. En este caso para el método de Duncann se generan 5 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 912$ y $p = 2, \dots, 5$.

**TABLA 4.11: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS
COMPARANDO RESULTADOS DE APLICAR DATOS EXPERIMENTALES DE LA
CIUDAD DE MEXICO V/S CEDULA 72 DE CALIFORNIA.
(FLUJOS SEPARADOS CON ΔP)**

	Cen	Ne	No	Se	so	CEDULA 72
V_m	34 27206066	21 63480927	31 36177316	30 94963544	27 21738585	43 70900779
V_m^2	1470 602396	563.2807171	1207 51562	1117 73607	948.5250604	2276.913344

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para este análisis se tienen nuevamente 152 datos por columna, con un total de 6 columnas resultando 912 datos. La suma de los datos da $SD = 28749\ 9902$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 1178226.87$. El $SS_{tr} = 453416.9602$, el $SS_T = 658499.90359$, el $SS_w = 205082.9433$ y $MS_E = 267.035$. En este caso para el método de Duncan se generan 5 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 912$ y $p = 2, \dots, 5$.

Una vez que se han analizado los resultados por el método de Duncan se observa que existe una coincidencia de resultados exclusivamente en el modelo de flujo homogéneo en donde no se aplica el gradiente de presión.

A continuación solo queda el realizar la comparación de los resultados que se obtuvieron de aplicar los datos experimentales de la cédula 72 de California USA en los modelos de tráfico multiclase de vehículos, contra los datos experimentales que se obtuvieron en la Ciudad de México, para esto se aplica nuevamente el método de Duncan, el análisis de varianza y la desviación estándar, como se muestra en la tabla 4.12.

TABLA 4.12: ANÁLISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS BAJO CONDICIONES EXPERIMENTALES DE LA CEDULA 72 DE CALIFORNIA USA V/S DATOS EXPERIMENTALES DE MOTOCICLETAS EN LA CIUDAD DE MÉXICO.

	DATOS EXPERIMENTALES EN LA CIUDAD DE MÉXICO						CÉDULA 72 CALIFORNIA		
	50 cc	125 cc	600 cc	750 cc	900 cc	1100 cc	HSAP	HCAP	FSCAP
V_m	31.3881	41.79019	50.49342	27.46710	35.625	51.60526	32 37021	39 70795	43.70900
V_m^2	1111	1903.058	2919.388	1024.519	1793 203	3351.263	1615 245	2308 523	2276.913

HSAP. Modelo de flujo multiclase de vehículos homogéneo sin gradiente de presión

HCAP. Modelo de Flujo multiclase de vehículos homogéneo con gradiente de presión

FSCAP. Modelo de flujos separados multiclase de vehículo con gradiente de presión.

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para este análisis se tienen nuevamente 152 datos por columna, con un total de 9 columnas resultando 1368 datos. La suma de los datos da $SD = 28749\ 9902$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 1178226.87$. El $SS_{tr} = 86128.98721$, el $SS_1 = 663755\ 9695$, el $SS_w = 663755\ 9695$ y $MS_E = 360.30009$. En este caso para el método de Duncan se generan 8 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 1368$ y $p = 2, \dots, 5$

De la comparación con el método de Duncan se tienen los siguientes resultados:

Aceptación de similitud con duda en 500 cc v/s FSCAP, HSAP v/s HCAP

Aceptación de similitud en 125 cc v/s HCAP, 900 cc v/s HSAP, 750 cc v/s HSAP y 50 cc v/s HSAP.

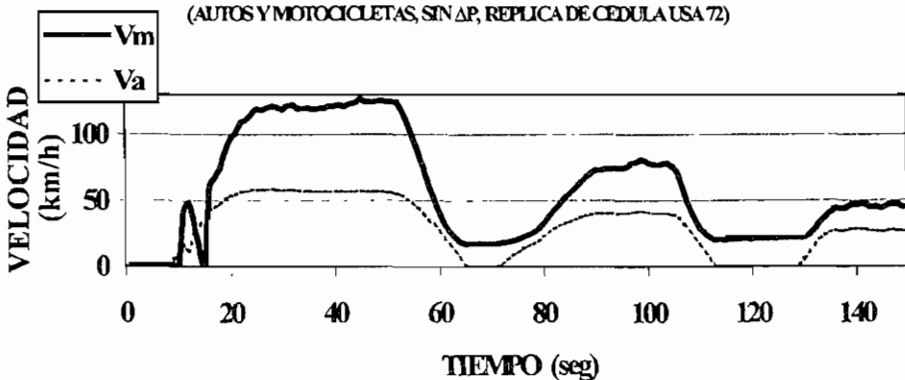
Rechazo, en los demás casos de comparación que ya no se mencionan.

En los casos que se tiene aceptación con duda no se pueden fiar los resultados del modelo, las sugerencias que comúnmente se hacen son; verificar los datos experimentales o realizar más corridas bajo otras condiciones de datos experimentales de la cédula 72 de USA, sin embargo la aceptación con duda nos permite pensar que no es adecuado aplicar los datos de la cédula 72 para tratar de simular las condiciones que se darían en la Ciudad de México. En el caso en que se aplico el modelo de flujo homogéneo con gradiente de presión se tuvo una coincidencia de los resultados con datos de la célula 72 junto con los 900 cc. lo cual correspondería a las relaciones de densidades establecidas en el modelado, el modelo con mayor número coincidencias es el del modelo de flujo homogéneo sin gradiente de presión, pero esto ocurre con una diversidad de datos experimentales (50 cc, 750 cc, 900 cc y con duda HCAP), por lo que no se considera adecuado, ya que en muchos casos no representaría lo que se intenta modelar, esto significa que resulto ser una coincidencia o que aplicar los datos de la cédula 72 de USA en el modelo de flujo homogéneo sin gradiente de presión entrega resultados equivalentes a los que se obtienen al aplicar los datos experimentales de la Ciudad de México en el modelo de flujo homogéneo con un gradiente de presión.

La inconsistencia de los resultados obtenidos con los datos utilizados de la cédula 72 de California USA sugiere realizar una replica de la solución numérica, haciendo uso de más datos extraídos de la cédula 72, para luego compararlos. Dicha replica se presenta a continuación:

FIGURA 4.20 MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEO

(AUTOS Y MOTOCICLETAS, SIN ΔP , REPLICA DE CEDULA USA 72)



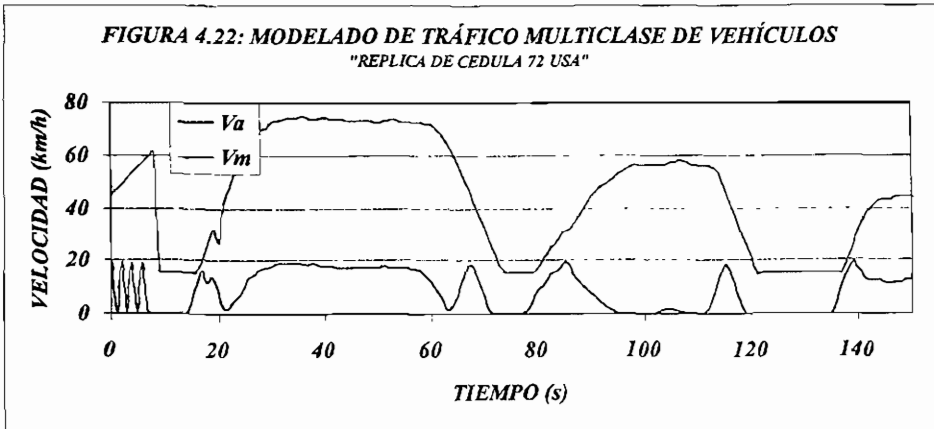
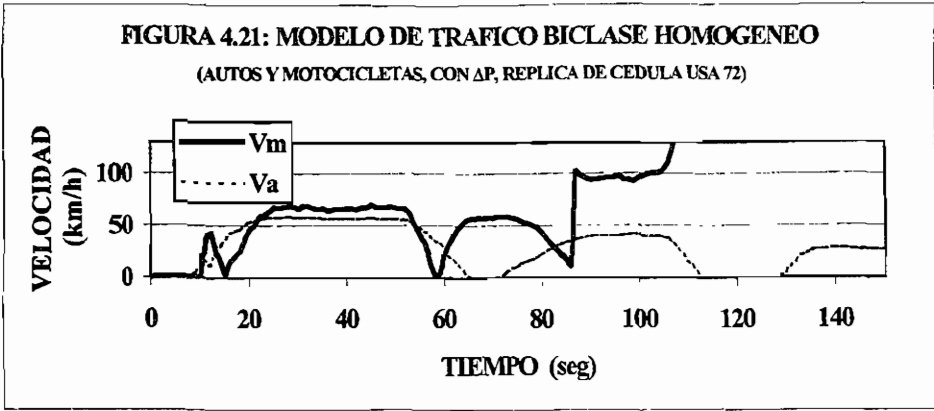


TABLA 4.13: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS COMPARANDO RESULTADOS DE APLICAR DATOS EXPERIMENTALES DE LA CIUDAD DE MEXICO V/S CEDULA 72 DE CALIFORNIA.
(REPLICA DE FLUJO HOMOGÉNEO SIN ΔP)

	Cen	Ne	no	Se	So	CEDULA 72
V_m	28 86718734	33.87172901	24.41952594	31 43909753	30.97300908	57 8287271
V_m^2	1067.211783	1466.313909	708 4178132	1449 314281	1447 359532	4923.3963

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para el análisis de esta réplica se tienen un total de 152 datos por columna, con un total de 6 columnas resultando 912 datos. La suma de los datos da $SD = 31524 69$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 1681426.07$ El $SS_n = 106362 15$, el $SS_T = 591726 4245$, el $SS_w = 485364 2744$ y $MS_T =$

778.587401. En este caso para el método de Duncan se generan 5 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 912$ y $p = 2, \dots, 5$.

TABLA 4.14: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS COMPARANDO RESULTADOS DE APLICAR DATOS EXPERIMENTALES DE LA CIUDAD DE MEXICO V/S CEDULA 72 DE CALIFORNIA. (REPLICA DE FLUJO HOMOGÉNEO CON ΔP)

	Cen	Ne	no	Se	so	CEDULA 72
V_m	46.04629962	10.42705333	26.16058558	19.48112249	18.99199502	92.2206868
V_m^2	2550.244647	149.4413897	824.5798193	801.3417159	796.4429514	12205.23121

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras.

En el análisis de esta réplica se tienen de nueva cuenta un total de 152 datos por columna, con un total de 6 columnas resultando 912 datos. La suma de los datos da $SD = 32425.8169$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 2633746.82$. El $SS_r = 695162.7016$, el $SS_T = 1480859.101$, el $SS_w = 785696.3996$ y $MS_E = 1948.49882$. En este caso para el método de Duncan se generan 5 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 912$ y $p = 2, \dots, 5$.

TABLA 4.15: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS COMPARANDO RESULTADOS DE APLICAR DATOS EXPERIMENTALES DE LA CIUDAD DE MEXICO V/S CEDULA 72 DE CALIFORNIA. (REPLICA DE FLUJOS SEPARADOS CON ΔP)

	Cen	Ne	No	Se	so	CEDULA 72
V_m	34.27206066	21.63480927	31.36177316	30.94963544	27.21738585	45.19252769
V_m^2	1470.602396	563.2807171	1207.51562	1117.73607	948.5250604	2482.778577

En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras

Para este análisis de la réplica, se tienen nuevamente 152 datos por columna, con un total de 6 columnas resultando 912 datos. La suma de los datos da $SD = 28975.4852$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 1184146.64$. El $SS_i = 465678.6422$, el $SS_T = 682006.2469$, el $SS_w = 216327.6047$ y $MS_E = 284.64$. En este caso para el método de Duncan se generan 5 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n , pero $f = 912$ y $p = 2, \dots, 5$.

Una vez que se han analizado los resultados por el método de Duncan se observa que en ningún caso existe una coincidencia de resultados ni en el modelo de flujo homogéneo en donde no se aplica el gradiente de presión ni en el modelo de flujo homogéneo en donde si se aplica el gradiente de presión. En este caso los resultados anteriores hacen que aquellas coincidencias con duda que se obtuvieron en

los resultados anteriores sean desechadas, confirmando que no es correcto aplicar los datos experimentales de una ciudad para predecir el comportamiento de tráfico en otra.

A continuación solo queda el realizar la comparación de los resultados de la replica que se obtuvieron de aplicar los nuevos datos experimentales de la cédula 72 de California USA en los modelos de tráfico multiclase de vehículos, contra los datos experimentales que se obtuvieron en la Ciudad de México, para esto se aplica nuevamente el método de Duncan, el análisis de varianza y la desviación estándar, como se muestra en la tabla 4.12.

TABLA 4.16: ANALISIS DE VARIANZA PARA RESULTADOS DE MOTOCICLETAS BAJO CONDICIONES EXPERIMENTALES DE LA CEDULA 72 DE CALIFORNIA USA V/S DATOS EXPERIMENTALES DE MOTOCICLETAS EN LA CIUDAD DE MÉXICO.

	DATOS EXPERIMENTALES EN LA CIUDAD DE MÉXICO						REPLICA DE CÉDULA 72 CALIFORNIA		
	50 cc	125 cc	600 cc	750 cc	900 cc	1100 cc	HSΔP	HCAp	FSCΔP
V_m	31.38815	41.79019	50.49342	27.46710	35.625	51.60526	57.82872	92.22068	45.19252
V_m^2	1111	1903.058	2919.388	1024.519	1793.203	3351.263	4925.766	12205.23	2482.778

HSΔP: Modelo de flujo multiclase de vehículos homogéneo sin gradiente de presión
 HCAp: Modelo de Flujo multiclase de vehículos homogéneo con gradiente de presión
 FSCΔP: Modelo de flujos separados multiclase de vehículo con gradiente de presión
 En donde V_m y V_m^2 son respectivamente las velocidades medias y el valor medio cuadrático dentro de las muestras.

Este análisis de la replica tienen 152 datos por columna, con un total de 9 columnas resultando 1368 datos. La suma de los datos da $SD = 28749.9902$, la suma de los datos al cuadrado da $SD^2 = 4820863.86$. El $SS_u = 451156.8155$, el $SS_T = 1645439.068$, el $SS_w = 1194282.253$ y $MS_E = 982.14$. En este caso para el método de Duncann se generan 8 grupos, siendo las mismas condiciones de α y n, pero $f = 1368$ y $p = 2, \dots, 5$.

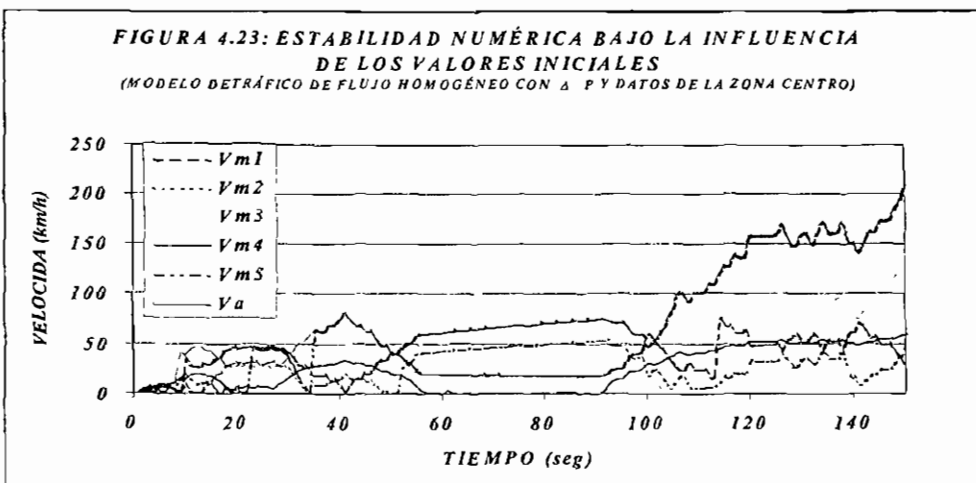
En este caso se presentaron muchas coincidencias entre los resultados experimentales de la ciudad de México con los resultados obtenidos al aplicar la cédula 72 de California en el modelo, tales coincidencias fueron

Para el modelo de flujo homogéneo sin ΔP con las cilindradas de, 125 cc, 500 cc y 1100 cc, para el modelo de flujo homogéneo con ΔP con ninguna de las cilindradas y para el modelo de de flujos separados con ΔP con las cilindradas de: 125 cc, 500 cc, 900 cc y 1100 cc. También se tuvo coincidencia con los resultados del flujo homogéneo sin ΔP. Estas coincidencias se atribuyen a que en el modelo de flujo homogéneo sin ΔP la inestabilidad del metodo incrementa la variación de los datos

por lo que las coincidencias aumentan dentro de una gama abierta de cilindradas. Mientras que en el caso de los subflujos la coincidencia tiene un sesgo hacia los modelos con mayor densidad, sin embargo sigue muy abierto el intervalo, por lo que nuevamente no se considera adecuado el aplicar los datos experimentales de California para tratar de simular tráfico en la Ciudad de México.

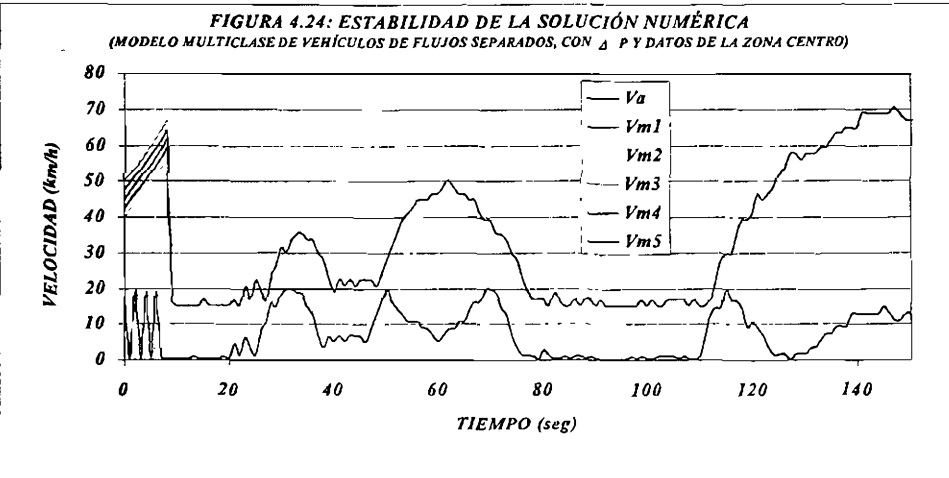
4.4.4 ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA AL CAMBIO DE LAS CONDICIONES INICIALES.

Por último resta presentar una comparación de resultados numéricos variando los datos iniciales sin cambiar las condiciones de frontera en los modelos con gradiente de presión para analizar que tan sensible es el modelo y su solución numérica ante la variación de los datos iniciales, esto se muestra en las figuras (4.23) y (4.24).



De esta figura se observa al resolver el modelo de flujo multiclase de vehículos con gradiente de presión con el método clásico de Runge-Kutta se tiene una variación importante de los resultados numéricos con variaciones un poco grandes en las condiciones iniciales, aunque en ciertos intervalos de condiciones iniciales las soluciones son coincidentes gráficamente, esto a partir de los 15 segundos, y a partir de velocidades iniciales superiores a los 2.5 km/h, también se observa como cuando transcurre el tiempo el método se vuelve inestable, esto a partir de los 100 segundos, en este caso hay que tener cuidado con las condiciones de estabilidad del método, de manera que los resultados numéricos sean confiables.

Cuando se resuelve el modelo multiclase de vehículos con flujos separados mediante un método avanzado como el de Sweby, la solución es muy estable a los cambios de las condiciones iniciales, lo que lo vuelve un método muy confiable, en la figura 4.24 se observa como solamente se tiene variación de la solución numérica durante el transitorio inicial en los primeros 10 segundos y después la solución converge a un mismo resultado.



CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

El trabajo desarrollado a lo largo de la presente tesis “Modelado de tráfico con diferentes clases de densidades”, ha cubierto tanto los objetivos experimentales como teóricos que se han planteado en un principio. Antes de destacar las conclusiones más relevantes del presente trabajo es conveniente hacer un balance general; se han desarrollado dos nuevos modelos teóricos para el tráfico multiclase de vehículos en el capítulo dos, en el capítulo tres se han realizado dos diseños de experimentos con su respectivo experimento, de los cuales se han obtenido datos que sirvieran para complementar los modelos teóricos, posteriormente en el capítulo cuatro se resolvieron en forma numérica los modelos y se realizó la validación de los modelos comparando datos reales contra datos experimentales. Por lo anterior se puede concluir que los objetivos generales del trabajo fueron satisfechos.

Siguiendo con las conclusiones se puede decir sin pérdida de generalidad que para poder entender los fenómenos de tráfico es conveniente analizar en forma física el comportamiento del tráfico de una localidad, para posteriormente desarrollar algún modelo semiempírico ó teórico que se pueda aproximar a la realidad.

Por el comentario anterior se puede añadir en forma resumida que es importante realizar un diseño de experimento que satisfaga las necesidades de un modelo de tráfico, resaltando que los datos que se obtengan del experimento servirán en forma exclusiva para ese modelo y bajo las condiciones de tráfico de la localidad en donde se realice el experimento. En el capítulo cuatro se observó que cuando se utilizaron los datos de California para predecir el comportamiento en la Ciudad de México, claramente se ve que los resultados obtenidos están fuera de toda realidad, ya que no hay una coincidencia adecuada con los datos experimentales que se obtuvieron en la Ciudad de México.

Los ciclos obtenidos para vehículos ligeros corroboran que las condiciones del tráfico de la Ciudad de México son distintas que en otras partes del mundo como lo puede ser en California, por lo que es conveniente que se reemplacen los ciclos de manejo extranjeros de las regulaciones mexicanas y se adopten los ciclos desarrollados en México.

Aun cuando en este trabajo no se emplean los ciclos de manejo más que para soportar los modelos teóricos desarrollados, no quiere decir que estos pierden generalidad para ser utilizados de otra forma como para realizar ensayos en bancos dinamométricos.

En este caso se presenta un ciclo de manejo representativo para cada una de las cinco zonas en que se dividió la ZMCM, sin embargo es posible con los datos experimentales general un solo ciclo representativo. Mientras que para las motocicletas se han desarrollado ciclos por cilindrada

Se corroboró que las motocicletas fluyen en forma diferente a los otros vehículos ya que los primeros están obligados a detenerse por la falta de espacio, mientras que las motocicletas pueden aprovechar los espacios entre los otros vehículos. Es importante notar que bajo condiciones de tráfico como las de la ZMCM los distintos conductores no afectan en gran medida al comportamiento del tráfico.

Durante varios años se han desarrollado modelos de tráfico basados en el punto de vista macroscópico, siendo algunos de ellos extremadamente complejos, por otra parte la consideración de un flujo multiclase de vehículos solamente se ha realizado bajo el punto de vista de Cinética de Gases y en circunstancias especiales. En este trabajo se han desarrollado dos modelos de tráfico a partir de leyes elementales de flujos multifásicos como una analogía a un flujo multiclase de vehículos, en donde se consideran diversas densidades de tráfico para automóviles y motocicletas así como la presencia de cada uno de los tipos de vehículos involucrados y como de las expresiones para calcular el gradiente de presión en forma sencilla.

En general se puede decir que los resultados numéricos de modelos teóricos tuvieron un comportamiento bastante bueno, aunque se nota que en métodos clásicos como el de Runge-Kutta los resultados tienen cierta influencia de los valores iniciales, sin embargo en ciertos valores iniciales los resultados se estabilizan después de cierto tiempo. Por otra parte cuando se hace uso de métodos numéricos más poderosos como el de Sweby los valores iniciales no tienen gran influencia en los resultados como en los casos anteriores.

Los resultados anteriores indican que los modelos de tráfico que consideran varias clases de vehículos son factibles de emplearse para predecir condiciones de tráfico. Aun cuando en este trabajo no se llega a emplear el modelo en una red de tráfico los resultados que se obtienen de estos modelos pueden servir como un punto de partida para establecer un análisis más riguroso en las

redes de tráfico y así modelar el tráfico en una ciudad ya que este trabajo presenta una metodología completa para realizar el modelado matemático del tráfico.

Por las conclusiones arriba señaladas puede comentarse que el presente trabajo puede generar grandes influencias en ramas afines de estudio, en el contexto de interrelación con sistemas de investigación de operaciones mejorando la simulación para distribución de rutas, planeación de sistemas de reparto y otras actividades comerciales.

También se puede comentar que al analizar estos modelos observamos que el coeficiente de presión es fundamental por lo que se puede abrir una investigación especial a futuro analizando el comportamiento de la ecuación bajo los diversos coeficientes para calcular ΔP que se han propuesto o crear nuevas expresiones para que estos coeficientes entreguen mejores resultados.

Otra investigación a futuro que se sugiere es analizar el tráfico bajo el punto de vista microscópico retomando la figura I.2, ya que se observa como existen vehículos que no respetan los carriles, en este caso el análisis se puede realizar aplicando lógica difusa de manera que se observe en forma gradual la influencia de dichos vehículos y generando una nueva rama de investigación

Otra rama de estudio que se puede abrir de analizar los histogramas de velocidad contra tiempo es un análisis con un punto de vista fractal haciendo uso de ecuaciones Brownianas, mismas que generan expresiones estocásticas que dependen de funciones normales.

Por último se puede decir que gracias al tipo de resultados que de estos modelos de tráfico se obtienen se pueden acoplar con modelos que sirven para estimar la generación de contaminantes provenientes de fuentes móviles, y de esta manera hacer estudios predictivos de contaminación..

BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía se encuentra dividida por temas, en cada tema se establece si las referencias son directas o indirectas, en ambos casos las referencias presentan artículos, libros y páginas electrónicas que han sido consultados, y en general en orden cronológico, con la finalidad de facilitar al lector el que pueda consultar de manera ágil y fácil los temas que le sean de particular interés en el presente trabajo.

I- MODELADO CON ECUACIÓN DE BURGER (REFERENCIAS DIRECTAS)

- I.1- TOSHIMITSU MUSHI AND HIDEYO HIGUCHI. 1976. *The 1/f fluctuation of traffic current on an expressway*. JAPANESE JOURNAL OF APPLIED PHYSICS .p.p. 1271-1275
- I.2- RONALD E MICKENS. 1986. *Exact solutions to difference equation models of Burgers equation*. John Wiley and Sons Inc. NUMERICAL METHODS PARTIAL DIFERENTIAL EQUATIONS. 2, 213.
- I.3- RONALD E MICKENS 1998. *A finite difference scheme for traveling wave solutions to Burgers equation* John Wiley and Sons Inc. NUMERICAL METHODS PARTIAL DIFERENTIAL EQUATIONS.14. 815-820
- I.4- TAKAHASHI NAGATANI, HEIKE EMMERICH, KEN NAKANISHI. 1998. *Burgers equation for kinetic clustering*. PHYSICA A 255 p.p.158-162.

II- MODELOS DE CÉLULA AUTÓMATA Y SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS (REFERENCIAS DIRECTAS)

- II.1- OFER BIHAM AND A. ALAN MEDDLETON, DOV LEVINE. 1992. *Self organization and dynamical transition in traffic flow models*. PHYSICAL REVIEW A VOL 46, No 10.
- II.2- TAKAHASHI NAGATANI. 1993. *Jamming transition in the traffic-flow model with two-level crossings*. PHYSICAL REVIEW E, VOL 48 No 5.
- II.3- JOSE A CUESTA, FROILAN C MARTINEZ JUAN M MADERO, ANGEL SANCHES. 1993 *Phase transitions in two-dimensional, traffic-flow models*. PHYSICAL REVIEW E VOL 48 No 6
- II.4- M.BANDO K HASEBE A. NAKAYAMA, A, SHIBATA, Y SUGIYAMA. 1995 *Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation* PHYSICAL REVIEW E VOL 51 No 2 .

- II.5- H. EMMERICH, E. RANK.** 1995. *Investigating traffic flow in the presence of hinfrances by cellular automata.* PHYSICA A 216 ,435-444 .
- II.6- KAI NAGEL AND MAYA PACZUSKI.** 1995. *Emergent traffic jams.* PHYSICAL REVIEW E VOL 51 No 4 .
- II.7- M. SCHREKENBERG, A. SCHADSCHNEIDER, K NAGEL AND N. ITO.** 1995. *Discrete stochastic models for traffic flow.* PHYSICAL REVIEW E VOL 51 No 4.
- II.8- H. EMMERICH E.RANK.** 1997. *An improved cellular automation model for traffic flow simulations.* PHYSICA A 234 .
- II.9- MARTÓN SASVÁRI & JÁNOS KERTÉSZ.** 1997. *Cellular automata models of single-lane traffic.* PHYSICAL REVIEW E VOL 56 No 4 .
- II.10- HEIKE EMMERICH, TAKASHI NAGATANI, KEN NAKANISHI.** 1998 *From modified KdV-equation to a second order cellular automaton traffic flow.* PHYSICA A 254 p.p. 548-556.
- II.11- HEIKE EMMERICH, TAKASHI NAGATANI, KEN NAKANISHI.** 1998. *Phase transition in a difference equation model of traffic flow.* JOURNAL OF PHYSICA A. Gen 31 p.p. 5431-5438.
- II.12- KATSUHIRO NISHINARI AND DAISUKE TAKAHASHI.** 1998. *Analitical properties of utradiscrete Burgers equation and ruel 184 cellular automaton.* J. PHYSICA A GEN 31. p.p. 5439-5450.
- II.13.- HAROLD GREENBERG.** 1959. *An analisis of traffic flow.* OPERATIONAL RESEARCH VOL 7, . P.P. 79-85.
- II.14.- ROBERT HERMAN, ELLIOTT W. MONTROLL, RENFREY B. POTTS AND RICHARD W. ROTHERTY (GRUPO DE GMC).** 1958. *Traffic dynamics: Analysis of stability in car following.* OPERATIONAL RESEARCH VOL 6, .P.P 86 – 106.
- II.15.- DENOS C. GAZIS, ROBERT HERMAN AND RENFRY B. POTTS.** 1959. *Car following theory of steady-state traffic flow.* OPERATIONAL RESEARCH. VOL 7. P.P. 499-505.
- II.16.- LESLIE C. EDIE.** 1961. *Car-following and steady-state theory for non congested traffic.* OPERATIONS RESEARCH VOL. 9, 1961. P. P. 66-76.
- II.17.-G.F. NEWELL** 1961. *Nonlmear effects in the dynamics of car following* OPERATIONS RESEARCH VOL 9, P.P. 209 –229.
- II.18.- DENOS C. GAZIS, ROBERT HERMAN AND RICHARD W. ROTHERY.** 1961. *Nonlinear follow the leader models of traffic flow* OPERATIONS RESEARCH VOL 9, . P.P. 545

- II.19.- ROBERT M. OLIVER.** 1961. *A traffic counting distribution.* OPERATIONS RESEARCH VOL 9, P.P. 802 – 810.
- II.20.- ROBERT E. CHANDLER, ROBERT HERMAN, AND ELLIOTT W. MONTROL.** 1958. *Traffic dynamics: studies in car following.* OPERATIONS RESEARCH VOL 8. P.P. 165 – 184.
- II.21.- G.F. NEWELL.** 1954. *Mathematical models for freely-flowing highway traffic.* OPERATIONAL RESEARCH VOL 4, P.P. 176 – 187.
- II.22.- PAUL I. RICHARDS.** 1955. *Shock waves on the highway.* OPERATIONS RESEARCH VOL 5. P.P. 42 – 51.

III- MODELOS MACROSCÓPICOS Y DE DINÁMICA DE FLUIDOS (REFERENCIAS DIRECTAS)

- III.1- A. CHRONOPOULOS, A. LYRINTZIS, P. MICHALOPOULOS, C. RHEE AND P. Y. I.** 1993. *Traffic simulation through high order traffic modelling.* MATHEMATICAL COMPUTER MODELLING VOL 17 No 8 11-22.
- III.2- B.S. KERNER & P. KONHAUSER.** 1993. *Cluster effect in initially homogeneous traffic flow.* PHYSICAL REVIEW E. VOL 48, No 4.
- III.3- B.S. KERNER AND P. KONHAUSER.** 1996 *Structure and parameters of clusters in traffic flow.* PHYSICAL REVIEW E VOL 50 No 1.
- III.4- DOUGLAS A KURTZE, DANIEL C. HONG.** 1995. *Traffic jams, granular flow and soliton selection.* PHYSICAL REVIEW E VOL 52 No 1.
- III.5- MY CHOI & H.Y. LEE.** 1995. *Traffic flow 1/f fluctuations.* PHYSICAL REVIEW E VOL 52 No 6.
- III.6- DIRK HELBING.** 1995. *High fidelity macroscopic traffic equations.* PHYSICA a 219 p.p. 391-407.
- III.7- DIRK HELBING.** 1995 *Imporved fluid-dynamical model for vehicular traffic* PHYSICAL REVIEW E, VOL 51 No 4.
- III.8- GUOING LIU, ANASTASIOS S. LYRINTZIS AND PANOS MICHALOPOULOS.** 1997. *Numerical simulation of freeway traffic flow.* JOURNAL OF TRANSPORTATION ENGINEERING NOV/DEC
- III.9- B.S. KERNER , S.L. KLENOV P.KONHAUSER** 1997 *Asymptotic theory of traffic jams* PHYSICAL REVILW E, VOL 56 No 4.

- III.10- S.C. WONG.** 1998. *Multi-commodity traffic assignment by continuum approximation of network flow with variable demand.* TRANSPORTATION RESEARCH. VOL 32, No 8, p.p. 567-581.
- III.11- MATHIAS HERMMANN, BORIS S KERNER.** 1998. *Local cluster effect in different traffic flow models.* PHYSICA A 255 p.p.163-188.
- III.12.- L.A. PIPES.** *An introduction to traffic flow theory part 1.* HIGHWAY RESEARCH BOARD OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES. SPECIAL REPORT #49.P.P.1-5.
- III.13.- M.J. LIGHTILL 6 G.B. WHITHAM.** *An introduction to traffic flow theory part 2.* HIGHWAY RESEARCH BOARD OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES. SPECIAL REPORT #49.P.P.6 - 35.

IV- GENERALES (REFERENCIAS DIRECTAS)

- IV.1- P.R. STOPHER.** 1992. *Deficiencies of travel forecastings methods relative to mobile emissions.* JOURNAL OF TRANSPORTATION ENGINEERING, VOL 119.
- IV.2- TAKASHI NAGATANI.** 1997. *Kinetic segregation in a multilane highway traffic flow.* PHYSICA A 237 p.p. 67-74.
- IV.3- DIRK HEIDEMANN.** 1999. *Some critical remarks on a class of traffic flow models.* TRANSPORTATION RESEARCH PART B 33. P.p. 153-155.
- IV.4- SERTGE P. HOOGEDOORM PIET H.L. BOVY.** 1999. *Continuum modeling of multiclas traffic flow.* TRANSPORTATION RESEARCH PART B. 34. P.p. 123-146.
- IV.5- AXEL KLAR & RAIMOND WEGENER** 1999. *A hierarchie of models for multilane vehicular traffic modeling-I.* SIAM JOURNAL OF APPLIED MATHEMATICS VOL 59 No 3.
- IV.6- AXEL KLAR & RAIMOND WEGENER.** 1999. *A hierarchie of models for multilane vehicular traffic modeling-II.* SIAM JOURNAL OF APPLIED MATHEMATICS VOL 59 No 3.
- IV.7.- ABBOTT S. WEINSTEIN.** *Alternative definitions of the serial correlation coefficient in short autoregressive sequences* OPERATIONAL RESEARCH, VOL 4, P.P.881-872.
- IV.8.- DREW.** 1968. *Traffic flow theory and control.* MC GRAW HILL . CAP 12.
- IV.9- ENSKOG.** Página web: <http://www.ph.ed.ac.uk/~rmb/thesis/node23.html>. 16/08/01.
- IV.10- GORDON J. VAN WYLEN, RICHARD E. SONTAG.** 2000. *Fundamentos de Termodinámica* Wiley. Cap. 11.
- IV.11- MICHAEL J. MORAN, HOWARD N. SHAPIRO.** 2000. *Fundamentals of engineering thermodynamics* Wiley Cap 12.

V- EXPERIMENTAL (REFERENCIAS DIRECTAS)

- V.1- V.R. RENGARAJU AND M. SATYAKUMAR.** 1995. *Three dimensional category analysis using probabilistic approach.* JOURNAL OF TRANSPORTATION ENGINEERING/NOV-DEC.
- V.2- B.S. KERNER AND H. REHBORN.** 1996. *Experimental features and characteristics of traffic jams.* PHYSICAL REVIEW E VOL 53 No 2.
- V.3- B.S. KERNER AND H. REHBORN.** 1996. *Experimental properties of complexity in traffic flow.* PHYSICAL REVIEW EVOL 53 No 5.
- V.4- MICHEL ANDRÉ.** 1996. *Driving cycles development: characterization of methods.* SAE TECHNICAL PAPER SERIES 961112.
- V.5- B.S. KERNER AND H. REHBORN.** 1997. *Experimental properties of phase transitions in traffic flow.* PHYSICAL REVIEW LETTERS V 79, no 20.
- V.6- MICHEL ANDRÉ.** 1998. *Usage et conditions de fonctionnement des véhicules routiers, outils d'investigation.* INREST. JANVIER.
- V.7- MICHEL ANDRÉ.** 1998. *Acquisition de données a bord de véhicules-méthode es outils.* INREST. JNAVIER 1998.
- V.8- MICHEL ANDRÉ.** 1998. *Cycles d'essai de véhicules ou de moteurs pour la mesure del émissions de polluants et de la consommation de carburant.* INREST JANVIER.
- V.9- MICHEL ANDRÉ.** 1998. *Usage et conditions de fonctionnement des véhicules routiers; éléments.* INREST. JANVIER.
- V.10- MICHEL ANDRÉ.** 1998. *Cycles de conduite-méthode d'analyse et de constuction.* INREST. JANVIER 1998.
- V.11- MICHEL ANDRÉ.** 1998. *European mobility analysis- new driving cycle for vehicles evaluation.* EUROPEAN DEVELOPMENT OF HYBRID TECHNOLOGY APPROACHING EFFICIENT ZERO EMISSIONS MOBILITY.
- V.12- ROBERT A. CONOVER.** 1980. *A first course on topology, an introduction to mathematical thinking* Paj 40.

VI- CINETICA DE GASES (REFERENCIAS DIRECTAS)

- VI.1- TERUHISSA S. KOMATSU, SHIN-ICHI SASA.** 1995. *Kink soliton characterizing traffic congestion* PHYSICAL REVIEW E VOL. 52, No 5.

- VI.2- B.S. KERNER, P. KONHAUSER, AND M. SHILKE.** 1995. *Deterministic spontaneous appearance of traffic jams in slightly inhomogeneous traffic flow.* PHYSICAL REVIEW E, VOL 51 No 6 JUN.
- VI.3- NELSON P.** 1995. *A kinetic model of vehicular traffic and its associated bimodal equilibrium solutions.* TRANSPORTATION THEORY AND STATISTICAL PHYSICS VOL 24. P.P. 383-409.
- VI.4- DIRK HELBING.** 1996. *Gas-kinetic derivation of Navier-Stokes like traffic equations.* PHYSICAL REVIEW E, VOL 53, No 3.
- VI.5- WEGENER R; KLAR A.** 1996. *A kinetic model for vehicular traffic derived from a stochastic microscopic model.* TRANSPORT THEORY AND STATISTICAL PHYSICS, VOL 25 ISSUE 7.
- VI.6- H. LEHMANN.** 1996. *Distribution function properties and the fundamental diagram in physical traffic flow theory.* PHYSICAL REVIEW E VOL 54 No 6.
- VI.7- PAUL NELSON, ALEXANDROS SOPASAKIS.** 1998. *The Prigogine-Herman kinetic model predicts widely scattered traffic flow data at high concentrations.* TRANSPORTATION RESEARCH B. VOL 32, No. 8 p.p. 589-604.

VII FLUJO MULTIFASICO (REFERENCIAS INDIRECTAS)

- VII.1- RICHARD L COOLEY.** 1983. *Some new procedures for numerical solution of variably saturated flow problems.* WATER RESOURCES RESEARCH, VOL 19 NO 5, 1983
- VII.2- LINDA M. ABRIOLA.** 1985. *A multiphase approach to the modeling of porous media contamination by organic compounds. Numerical simulation.* WATER RESOURCES RESEARCH, VOL 21 NO 1.
- VII.3- CHARLES R .FAUST.** 1985. *Transport of immiscible fluids within and below the unsaturated zone: A numerical model* WATER RESOURCES RESEARCH, VOL 21, NO, 4.
- VII.4- J.J. KALUARACHCHI & J.C. PARKER.** 1989. *An efficient finite element method for modeling multiphase flow.* WATER RESOURCES RESEARCH, VOL 25 NO 1
- VII.5- A.D. FITT.** 1993 *The character of two-phase gas/particle flow equations.* APPLIED MATHEMATICAL MODELING, VOL 17.
- VII.6- YONG KANG, KWANG JAE WOO, MYUNG HAN KO & SANG DONE KIM.** 1997. *Particle dispersion and pressure fluctuations in three-phase fluidized beds.* INTERNATIONAL JOURNAL OF MULTIPHASE FLOW NO 22 II.

- VII.7-** J. SCHMITH AND L. FRIEDEL. 1997. *Two-phase pressure drop a cross sudden contractions in duct areas* INTERNATIONAL JOURNAL OF MULTIPHASE FLOW NO 23. 12.
- VII.8-** F. FRISCHMAN, M HUSSAINOV, A KARTUSHINSKY & A. MUGLI. 1997. *Numerical simulation of a two-phase turbulent pipe-jet flow loaded with polydispersed solid admixture.* INTERNATIONAL JOURNAL OF MULTIPHASE FLOW NO 23. 14.
- VII.9-** D. MITRA-MAJUMDAR, B. FAROUK AND Y.T. SHAH. 1997. *Hydrodynamic modeling of three-phase flows throug a vertical colum.* CHEMICAL ENGINEERING SCIENCE, VOL 52, NO 24.
- VII.10-** RYO MANABE, TETSURO TOCHIKAWA. M. TSUKUDA, NORIO ARIHARA. 1997. *Experimental and modeling studies of two-phase flow in pipelines.* SPE PRODUCTION AND FACILITIES NOV.
- VII.11-** R. BÜRGER, F. CONCHA. 1999. *Mathematical model and numerical simulation of the settling of flocculated suspensions.* INTERNATIONAL JOURNAL OF MULTIPHASE FLOW NO 24. 11.
- VII.12-** C. LI, A. MOSYAK , G. HETSRONI. 1999 *Discret numerical simulation of particle turbulence interaction.* INTERNATIONAL JOURNAL OF MULTIPHASE FLOW. No 25. 14.
- VII.13-** S.W. VAN SCIVER. 1999. *Heat and mass transfer processes in two phase He II/vapor.* CRYOGENICS VOL 39.
- VII.14-** FRANCISCO GARAICOCHEA, CESAR BERNAL & OSCAR LOPEZ. 1991. *Transporte de Hidrocarburos por ductos* COLEGIO DE INGENIEROS PETROLEROS DE MEXICO A.C.
- VII.15-** FRANCISCO GARAICOCHEA. 1986 *Transporte de hidrocarburos.* F.I UNAM. APUNTES .

VIII- METODOS NÚMERICOS (REFERENCIAS DIRECTAS)

- VIII.1-** JOEL H. FERZIGER, MILOVAR PERIC. 1999. *Computational methods for fluid dynamics 2 ed.* SPRINGER . CAPITULOS 2, 5 Y 7.
- VIII.2-** CULBERT B. LANEY. 1998. *Computational gas dynamics.*CAMBRIDGE CAPITULOS 16, 20 & 21.
- VIII.3-** JOSEPH A SCHATZ, ALLEN E FUHS. 1996 *Handbook of dynamics and fluid machinery.* WILEY 1996 VOLUMENES 1 Y 2. CAPITULOS 14, 19 A 22.

- VIII.4- OXFORD ED.** 1995. *Numerical methods for fluid dynamics*. OXFORD 1995. CAPÍTULOS 5, 6 Y 7.
- VIII.5- A.H. R. BOTEKEDJIRET .** 1994. *Computational fluid dynamics (An Euler 3d asymptotic model describing a dispersed two-phase flow in a duct)*. WILEY . p.p. 941-947.
- VIII.6- FORMAN S. ACTON.** 1990. *Numerical methods that usually work*. MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA 1990. CAPÍTULOS 15, 16 Y 18.
- VIII.7- ABBOT Y PASCO.** 1989. *Computational fluid dynamics an introduction for engineers*. LONGMAN . CAPÍTULO 8.
- VIII.8- RONALD E. MICKES.** 1989. *Exact solutions to a finite-difference model of a nonlinear reaction-advection equation: implications for numerical analysis*. NUMERICAL METHODS FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS. WILEY 5, p.p. 313-325.
- VIII.9- C.V. PAO.** 1986. *Numerical methods for the linear Boltzman transport equation in slab geometry*. NUMERICAL METHODS FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS. WILEY. 2, p.p. 131-151.
- VIII.10- NED ANDERSON, AKE BJORCK.** 1974. *Numerical methods*. PRENTICE HALL 1974 CAPÍTULO 8.
- VIII.11- CARNAHAN.** 1996. *Applied numerical methods*. WILEY 1969. CAPÍTULO 7.
- VIII.12- R.W. HAMMING.** 1962. *Numerical methods for scientist and engineers*. DOVER 2ª ED. CAPÍTULOS 2 Y 3.
- VIII.14- DENNIS G. ZILL.** 1988. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*. IBEROAMERICANA 2ª ED.
- VIII.15- G.D. SMITH.** 1985. *Numerical solution of partial differential equations: Finite difference methods*. OXFORD 3ª ED. 1985
- VIII.16- PETER D. LAX.** 1979. *Hyperbolic systems of conservation laws and the mathematical theory of shock waves*. SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS p.p 1 a 48.
- VIII.17- BRAM VAN LEER.** 1974. *Towards the ultimate conservative difference scheme. II Monotonicity and Conservation Combined in a Second order Scheme*. JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS, 14, 361-370.
- VIII.18- AMI JARTEN.** 1984. *On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes* SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS. 21. No 1. p.p.1-23.

VIII.19- P.K. SWEBY. 1984. *High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws.* SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS. 21. No 5. p.p. 995 - 1011.

IX-DISEÑO DE EXPERIMENTOS (REFERENCIAS DIRECTAS)

IX.1- CODE FEDERAL REGULATIONS 40. 1990. *Protection of Environment Office of the Federal register National Archives and Records, Administración.* U.S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE WASHINGTON ; PARTS 86 TO 99 ; REVISE AS OF JULY 1.

IX.2- AMIA: ASOCIACIÓN MEXICANA DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ. 1995. *Boletín informativo AMIA No 358.* OCTUBRE, MÉXICO.

IX.3- AMIA: ASOCIACIÓN MEXICANA DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ. 1995. *Boletín informativo AMIA No 356.* AGOSTO; MÉXICO.

IX.4- HOLMAN, JACK P. 1993. *Métodos experimentales para ingenieros.* MC GRAW HILL / INTERAMERICANA DE MÉXICO S.A. DE C.V.; 2ª EDICIÓN EN ESPAÑOL.

IX.5- DOUGLAS C. MONTGOMERY. 1990. *Diseño y análisis de experimentos.* GRUPO EDITORIAL IBEROAMERICANA. 4ED.

IX.6- AUGUSTO VILLAREAL. 1998. *Apuntes del curso de diseño de experimentos.* DEP-FI UNAM.

IX.7- DENOS C. GAZIS 1974. *Traffic science.* INTERNATIONAL BUSINESS MACHINES CORPORATION. THOMAS J. WATSON RESEARCH CENTER & JOHN WILEY. CAPÍTULO 1.

X- ONDELETAS & FRACTALES (REFERENCIAS INDIRECTAS)

X.1- HORGAN. GRAHAM W. 1999. *Using wavelets for data smoothing: A simulation study.* JOURNAL OF APPLIED STATISTICS. VOL 26 I.8.

X.2-FU-YAO REN, JIN-RONG LIANG, XIAO-TIAN WANG. 1999. *The determination of the diffusion kernel on fractals and fractional diffusion equation for transport phenomena in random media.* PHYSICS LETTERS A, p.p: 141-150.

X.3- J.K. HAMMOND.M. MOSHREFI-TORBATI. 1998 *Physical and geometrical interpretation of fractional operators* J. FRANKLIN INSTITUTE Vol. 335 B. No 6 p.p. 1077-1086.

X.4- E.ROMANENKO. 1998 *Attractors of continuous difference equations.* COMPUTERS MATHEMATICS APPLICATION VOL. 36 No 10-12 P p 377-390

- X.5- CHUPRIKOV, N.L.** 2000. *The transfer matrices of self-similar fractal potentials on the cantor set.* JOURNAL OF PHYSICS A. MATHEMATICAL AND GENERAL. JUN 16. V 33 N 23 P.P. 4293.
- X.6- SEARS, SUZANNE. SOLJACIC, MARIN BERGMAN, KEREN.** 2000. *Fractals from Solitons.* PHYSICAL REVIEW LETTERS. FEB 28 V 84 N 9 P.P. 1902.
- X.7- RICHEY, MELISSA.** 1997. *Mapping the Cantor Set onto $[0,1]$.* MATHEMATICS MAGAZINE. FEB 01 V 70 N 1 P.P.57.
- X.8- FLERON, JULIAN.** 1994. *A Note on the History of the Cantor Set and Cantor Function.* MATHEMATICS MAGAZINE. APR 01. V 67 N 2 P.P. 136.
- X.9- DETTMANN, C.P. FRANKEL, N.E.** 1993. *Potential theory and analytic properties of a Cantor set.* JOURNAL OF PHYSICS. A, MATHEMATICAL AND GENERAL. MAR 07 1993 V 26 N 5 .P.P.1009.
- X.10- FOUCHE, WILLEM L.** 2000. *The Descriptive Complexity of Brownian Motion.* ADVANCES IN MATHEMATICS. NOV 10. V 155 N 2 P.P.317.
- X.11.- METZLER, R. KALFTER, J.** 2000. *Accelerating Brownian motion: A fractional dynamics approach to fast diffusion.* EUROPHYSICS LETTERS. SEP 01. V 51 N 5 .P.P. 492.
- X.12- BREY, J. JAVIER. RUIZ-MONTERO, M.J. DUFTY, JAMES W.** 1999. *Brownian motion in a granular gas.* PHYSICAL REVIEW E: STATISTICAL PHYSICS, PLASMA. DEC 01. V 60 N 6B. P.P. 7174.
- X.13- LIU, S.-C. CHANG, S.** 1997. *Dimension Estimation of Discrete-Time Fractional Brownian Motion with Applications to Image Texture Classification.* IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING. AUG 01 V 6 N 8 . P.P. 1176.
- X.14- TALAGRAND, MICHEL. XIAO, YIMIN.** 1996. *Fractional Brownian Motion and Packing Dimension.* JOURNAL OF THEORETICAL PROBABILITY. JUL 01 V 9 N 3 . P.P.579.
- X.15- SERLET, L.** 1995. *Some dimension results for super-Brownian motion* PROBABILITY THEORY AND RELATED FIELDS. V 101 N 3 . P.P. 371

APÉNDICE A: INSTRUMENTACIÓN E INSTALACIÓN DEL EQUIPO A BORDO DEL VEHÍCULO.

Equipo de Monitoreo.

El equipo requerido para el monitoreo de los parámetros antes mencionados se denomina Sistema de Adquisición de Datos a Bordo (SADAB). Los elementos que componen dicho sistema son los siguientes:

- Grupo de Sensores.
- Módulo de Adquisición de Datos a Bordo (MADAB).
- Estación de Análisis y Base de Datos.

El *grupo de sensores* esta compuesto por: sensores de temperatura de aire, de aceite, y de agua (termopares), sensores de velocidad del vehículo (captador magnético), de régimen de giro (contador de revoluciones), de consumo de combustible (medidor volumétrico), de posición de apertura de la mariposa (potenciómetro), de uso del freno y limpiaparabrisas (captadores de contacto), y consumo eléctrico (medidores de corriente eléctrica)

El *MADAB* esta formado por un módulo microcomputarizado - tarjetas de memoria programable y de almacenamiento de información - y por un módulo de interfase de acondicionamiento de señales. El módulo microcomputarizado tiene la función de realizar todas las operaciones de toma de datos, gestión de memoria y comunicación con la estación de análisis, es decir, el procesamiento de datos. Esto a través de un microcontrolador veloz que soportar un programa autoejecutable, con memoria suficiente para almacenar datos de 7 días al menos, un reloj de tiempo real para sincronizar las lecturas de los diversos parámetros, un timer interruptor y una vía de comunicación puerto serie RS232C. El módulo de interfase de acondicionamiento tiene la función de amplificar, dividir, linealizar, saturar, y eliminar el posible ruido eléctrico, de todas las señales que se están monitoreando.

La *estación de análisis y base de datos* se compone de una computadora personal estacionaria, con capacidad de memoria para el procesamiento y análisis estadístico de los datos.

El *diálogo y la transferencia de datos* registrados se realiza a través de un microordenador portátil compatible (PC)

La Figura AA1 muestra un esquema de flujo de información del SADAB

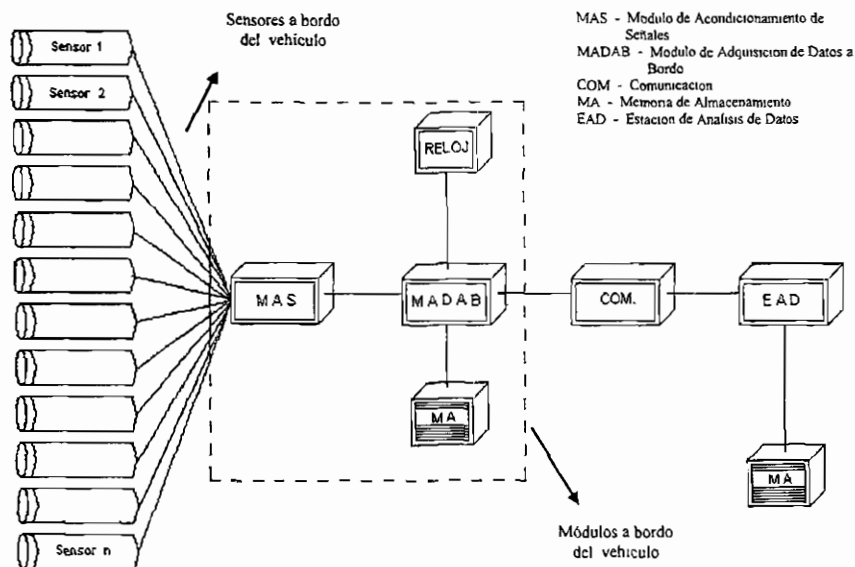


Fig. AA1. Esquema del Sistema de Adquisición de Datos a Bordo (SADAB).

El conjunto de sensores y el MADAB deben tener las siguientes características:

- volumen reducido mínimo.
- consumo eléctrico limitado (del orden de 30 Watts/ 12 Volts).
- protección a las perturbaciones eléctricas de la red del vehículo.
- buen comportamiento a vibraciones y temperaturas
- concepción modulada y reconfigurable.
- y la posibilidad de hacer evolucionar al programa.

Así mismo, en la instalación del MADAB, junto con los sensores, se deben tener las siguientes consideraciones:

- No perturbar el funcionamiento del vehículo (su uso cotidiano) y al conductor, y
- Ser adaptable al modelo y al tipo de vehículo.

Es claro que la presencia de un técnico a bordo del vehículo simplificaría los problemas de equipo y además garantizaría la fiabilidad de mucha información complementaria, sin embargo, tendría gran incidencia sobre el comportamiento real del vehículo debido al riesgo de inducir una sobreutilización dentro de condiciones no típicas por parte del conductor.

Es importante recordar, que el número de vehículos seleccionados para su caracterización y monitoreo, dependen del número de MADAB de que se dispongan.

Ahora bien, con objeto de evaluar la viabilidad de lo antes planteado, se realizó un estudio de la propuesta de desarrollo del ciclo de manejo urbano para vehículos ligeros.

Vehículo Monitoreado.

El vehículo monitoreado es una camioneta NISSAN para 12 pasajeros ICHI VAN. 1994 5 ptaz, 4 cilindros con carburador de 8 válvulas con características similares a los vehículos que fueron elegidos para ser monitoreados un año antes por ser los de mayor circulación.

- Ford Topaz, mod. 1990, 4 ptas., 4 cilindros, con inyección electrónica, 8 válvulas y 110 HP de potencia.
- Nissan, Tsuru, mod. 1994, 4 ptas., 4 cilindros, con inyección electrónica, 8 válvulas y 90 HP de potencia.
- Volkswagen Sedan, mod. 1993, 2 ptas., 4 cilindros, con inyección electrónica, 8 válvulas y 60 HP de potencia.

Parámetros Medidos.

Es claro que un ciclo de manejo se basa principalmente en los cambios de velocidad que experimenta el vehículo con respecto al tiempo. Por tal razón, y bajo las limitaciones de recursos económicos, sólo se eligieron los parámetros más relevantes de los mencionados en la Tabla V 4, los cuales son:

- velocidad del vehículo (VV),
- velocidad del motor (VM), y
- carga del motor (CM).

De estos, a través del MADAB, se obtuvo el número de paradas (NP) y su duración (DP), la distancia recorrida (DR), las aceleraciones (AC) y la posición de la caja de velocidades (PV), a fin de complementar la información para su análisis posterior.

ensores.

Después de una investigación de mercado se comprobó que en los sensores automotrices que existen actualmente, la precisión, tamaño y configuración material, hacen que el costo de éstos sea muy elevado, y ante esta situación, en el Laboratorio de Control de Emisiones (LCE) de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, se seleccionaron unos y otros se construyeron.

Para la *VV* se utilizó como sensor un interruptor magnético comúnmente llamado "Reed Switch", capaz de detectar el efecto de campo producido por unos imanes que giran sobre el tambor de la llanta trasera del vehículo, con el fin de obtener una relación frecuencia/velocidad. Los imanes se montaron sobre el plato giratorio del tambor repartidos equitativamente en su perímetro, tratando de tener una señal cuadrada con un ciclo de trabajo menor o igual al 50 %. El Reed Switch se colocó sobre una base acondicionada montada en el plato fijo del tambor. La señal mandada por el Reed Switch, para su acondicionamiento, pasa por una etapa de rectificado de altos y bajos, eliminando la imperfección de la señal en el caso de que tuviera distorsión, y posteriormente por un divisor de frecuencia de 2 a 1, garantizando una señal cuadrada a la salida y mandándola directamente al procesamiento.

En otra disposición, el interruptor magnético se colocó cerca de la flecha que une la caja de velocidades con la llanta del vehículo, sobre la cual se montó el imán. Sin embargo se pudo comprobar que es mejor la resolución que se tiene con la primera disposición comparada con esta última.

En el caso de la *VM* se instaló una bobina como sensor, montada en el cable de alimentación del distribuidor, la cual es excitada magnéticamente por el paso de corriente. Este sensor magnético capta un tren de impulsos consecutivos correspondientes al régimen de giro del motor. Para su acondicionamiento, el tren de impulsos pasa por una etapa de rectificado de altos y bajos, y posteriormente a un circuito temporizador obteniéndose una señal cuadrada, que se envía a un divisor de frecuencia, garantizando una señal que cuadre al 50 % a la salida y pueda procesarse.

La *CM*, se estimó midiendo el ángulo de apertura de la mariposa o estrangulador, por lo que se utilizó como sensor un potenciómetro, que varía directamente la corriente en forma gradual y lineal. En su acondicionamiento la señal se filtra para evitar posibles cambios bruscos. Posteriormente pasa por una etapa de amplificación donde se desacoplan las etapas anteriores de las posibles descargas que llegarían a afectar la entrada en la tarjeta de procesamiento. Este sensor se acopló directamente al eje del estrangulador o válvula de regulación de aire (Fig. AA.2).

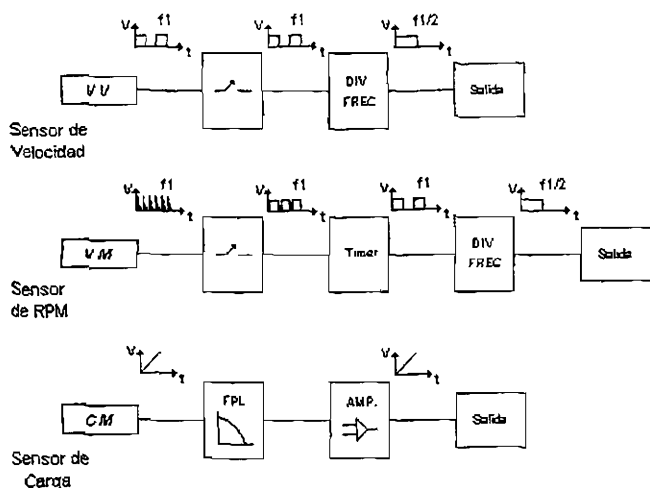


Fig AA2 Esquema de Acondicionamiento de Señales

Para cada uno de los sensores se realizaron pruebas sobre el acondicionamiento de la señal, y se pudo comprobar que por lo menos las señales *VV* y *VM* coincidieron con la indicación que da el velocímetro en el tablero del vehículo y con las *rpm*. reportadas por el dispositivo de diagnóstico de fallas (Automotive Scanner), respectivamente.

Cabe mencionar que también se realizaron pruebas para obtener estas señales directamente de los sensores del vehículo, con el objeto de no instalar ningún sensor, sin embargo se comprobó que las señales de respuesta son muy pequeñas y diferentes en cuanto a magnitud según la marca y modelo del vehículo. Como consecuencia de esto cada vehículo necesitaría de una electrónica particular para el acondicionamiento de señales.

Por otro lado, el MADAB fue completamente configurado en el LCE. Dicho desarrollo tomó un tiempo considerable, debido a todos los ajustes requeridos, tanto en el acoplamiento de sus elementos como en la programación funcional del sistema.

Las características técnicas del MADAB son:

- microprocesador Z180, conjuntado con memoria EPROM y RAM,
- 12 entradas y 14 salidas digitales,
- RAM de hasta 512 Kbytes,
- EPROM de hasta 512 Kbytes.

- comunicación serial RS485 y RS232,
- reloj de tiempo real (en Epson 72421 con funciones de fecha y tiempo),
- reloj de 9.216 MHz,
- puerto PLCBus™ para expansión del sistema,
- temporizadores programables,
- batería salvaguarda para memoria,
- EEPROM de 512 bytes normales, e
- interruptor de fallas eléctricas.

APÉNDICE B: PROCESAMIENTO ESTADÍSTICO DE INFORMACIÓN

ESTIMACIÓN DE DATOS TÉCNICOS Y METODOLOGÍA PARA DETERMINAR LAS CONDICIONES DE CIRCULACIÓN EN LA ZMCM.

Selección de la Muestra Vehicular.

Como punto de partida del desarrollo de un ciclo de manejo de vehículos ligeros con MEP, se ha tomado en cuenta el parque vehicular desde los modelos más recientes hasta aquellos con una antigüedad de 12 años. Para seleccionar la muestra vehicular se analizaron las características constructivas y de desplazamiento de los vehículos, a fin de establecer grupos y categorías tal como se muestran en la Tabla ABI.

Respecto al *tipo de vehículo*, los de alquiler agrupan a los taxis, camionetas de carga ligera ICHIVANS y COMBIS colectivas; entre los utilitarios están contemplados los vehículos oficiales, escolares, de transporte de personal, de vigilancia e industriales, así como los de uso comercial (empresariales, de transporte de materiales y repartidores de mercancías); los particulares o privados se considera que pertenecen a una persona física

Tabla ABI Características para la Elección de la Muestra Vehicular.

GRUPO	CATEGORÍA
Tipo de Vehículo.	Particulares o privados, de alquiler y utilitarios
Tipo de Tecnología	Con carburador, con inyección electrónica, con catalizador, sin catalizador, cilindrada o desplazamiento volumétrico, y No. de cilindros
Edad del Vehículo	Marca, modelo (año de fabricación), y kilometraje recorrido
Distribución Geográfica.	Urbana, rural, montañosa
Elección en Función del Conductor	Edad, sexo, profesión, situación familiar y estado civil

Con relación al *tipo de tecnología*, se consideran motores de 4, 6 y 8 cilindros, la cilindrada permite establecer grupos definidos representativos de la potencia, del número de válvulas y del turbocompresor de los vehículos, además se tiene en cuenta grupos con catalizador de 2 y 3 vías.

Respecto a la *distribución geográfica*, esta es función de los vehículos que se seleccionen y del lugar de residencia de sus propietarios.

Es importante enfatizar que un factor muy importante en la representatividad de las condiciones típicas de manejo en la ZMCM es el conductor, por tal razón se definieron diversas características que permiten la elección del vehículo en función de éste. Por ejemplo, la situación familiar puede ser estable o inestable; en la edad se consideran 4 grupos que abarcan rangos entre 15-22, 23-30, 31-50, y de 51 años en adelante y con ello, la diferencia de sexo y profesión.

Las características que presenta cada grupo resultan en gran número de combinaciones difícil de determinar exactamente. Existen grupos que tienen el número de categorías bien determinado, por ejemplo, *tipo de vehículo* y *repartición geográfica* tienen 3 categorías respectivamente, sin embargo dentro de los grupos *tipo de tecnología*, *edad del vehículo* y *elección en función del conductor*, cada uno de ellos tiene n combinaciones posibles de las categorías definidas, y más aún si se consideran las combinaciones entre estos grupos.

Esta diversidad de combinaciones conduce a considerar variables aditivas, que permiten reducir el número de combinaciones, es decir de unidades vehiculares.

Es importante poner atención a los costos relativamente elevados del equipo y del desarrollo experimental, por lo que el número final de vehículos muestreados no debe ser elevado pero sí relativamente fiable.

Un análisis de la *edad del vehículo*, apoyado en la información estadística publicada por el INEGI, la AMIA, la Dirección de Ecología del DDF¹ y la CMPCCAVM², permitió seleccionar 30 marcas/modelos de vehículos de mayor circulación (Tabla AB.2).

La variedad de marcas y modelos de automóviles que circulan en la ZMCM es bastante extensa por lo que, con base a los datos de ventas anuales de vehículos entre 1985 y 1994³, primeramente fueron seleccionadas las marcas y modelos cuyo año es el de mayor venta. Estos datos se muestran en la Tabla XIV del Anexo A

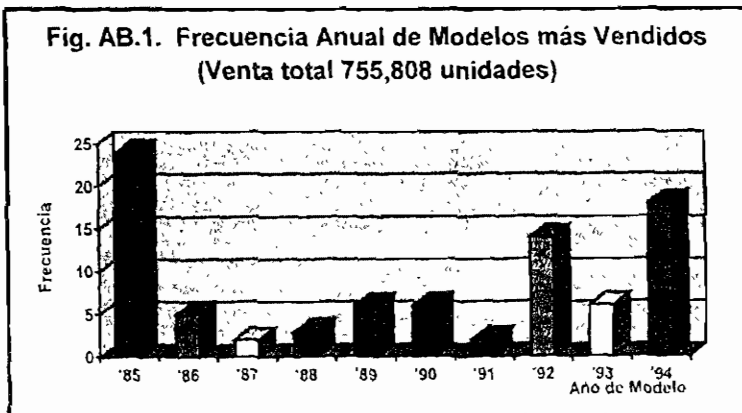
Del total de autos vendidos durante este periodo (2'996,713 automóviles), el 50 % fue vendido en la ZMCM y en el Edo. de México (EM), es decir 1'498,356. Por otro lado, el total de automóviles de mayor venta por marca y modelo (Tabla XIV, Anexo A) es de 755,808 unidades; cantidad que representa el 50.4 % de los 1'498,365 automóviles. Esto justifica que la selección de marcas y modelos de mayor venta es representativa del parque vehicular en circulación.

La Figura AB1 nos muestra la distribución de frecuencia por año de los modelos más vendidos, y se puede apreciar que los modelos de mayor venta fueron de 1985, 1992 y 1994. Esta gráfica permitió elegir los vehículos de la Tabla AB2.

Tabla AB.2. Marcas/Modelos de Vehículos de Mayor Circulación en la ZMCM¹.

Marca	Modelo	Clase	Tipo	Marca	Modelo	Clase	Tipo
Renault **	1985	Sub-compacto	Tipo B	Spirit	1992	Compacto	Tipo A
Caribe 2 pts.	1985	Sub-compacto	Tipo B	Golf 4 pts.	1992	Sub-compacto	Tipo B
Atlantic 4 pts.	1985	Sub-compacto	Tipo B	Shadow 4 pts	1992	Compacto	Tipo A
Topaz 2 pts	1985	Compacto	Tipo A	Gran Marquis 4 pts	1992	Lujo	Tipo B
Corsar 4 pts.	1985	Compacto	Tipo B	Guia 4 pts	1992	Compacto	Tipo B
Cougar 2 pts.	1985	Lujo	Tipo A	VW Sedan 2 pts.	1993	Sub-compacto	Tipo A
Datsun SW	1986	Sub-compacto	Tipo B	Cavalier 4pts	1993	Compacto	Tipo A
Corsar Variant	1986	Sub-compacto	Tipo B	Tsubame	1993	Compacto	Tipo B
Phantom 2 pts.	1987	Deportivo	Tipo B	Tsuru 4 pts.	1994	Sub-compacto	Tipo B
Volare K 4 pts.	1988	Compacto	Tipo A	Chevy	1994	Sub-compacto	Tipo B
Taurus SW	1989	Lujo	Tipo B	Neón	1994	Compacto	Tipo A
Shadow 2 pts	1989	Compacto	Tipo A	Escort	1994	Compacto	Tipo A
Tsuru 2 pts.	1990	Sub-compacto	Tipo B	Jetta	1994	Compacto	Tipo A
Topaz 4 pts	1990	Compacto	Tipo A	Cavalier 2 pts	1994	Compacto	Tipo A
Golf 2 pts	1991	Sub-compacto	Tipo B	Mustang	1994	Deportivo	Tipo B

1. Departamento del Distrito Federal (DDF) 2. Comisión Metropolitana para el Control de la Contaminación Ambiental del Valle de México (CMIPCCVM) 3. Referencia 23 y 25



ANÁLISIS DE VARIANZA (MODELO LINEAL)

Para el caso de nuestros experimentos, se tienen k tratamientos o niveles distintos de un factor (Velocidad del vehículo, tipo de conductor, tipo de vehículo, etc.) que se desea comparar si el experimento de aplicación de los k tratamientos se realiza completamente al azar sobre las unidades experimentales, el diseño resultante se llama *completamente aleatorizado*, y los valores observados de respuesta para cada tratamiento corresponderán a valores de una variable aleatoria. dichos valores o datos y_j , pueden presentarse en una tabla como la siguiente:

TABLA AB3 OBSERVACIONES VS TRATAMIENTOS

	Observaciones	y_{12}	...	y_{1n}
1	y_{11}	y_{22}	...	y_{2n}
Tratamientos	y_{21}
2	..	y_{k2}		y_{kn}
...				
k	y_{k1}			

Donde $i = 1, 2, \dots, k$ en forma vertical y $j = 1, 2, \dots, n$ en forma horizontal, en este caso el número de datos para cada tratamiento es el mismo (n).

El modelo que describirá los valores de los datos u observaciones es el siguiente:

$$y_{ij} = \mu + \gamma_i + e_{ij}$$

donde y_{ij} representa la j-esima observación tomada para el i-esimo tratamiento, μ es la media, γ_i es el efecto del tratamiento y representa en el modelo lineal un parámetro propio únicamente del i-esimo tratamiento, que se denomina efecto del tratamiento i, definido como la desviación de la media i de dicho tratamiento respecto de la media común, es decir $\gamma_i = \mu_i - \mu$ y e es el error al azar que posee todo elemento medido, dicho error tiene esperanza nula, tal que.

$$\mu = \frac{\sum_i n_i \mu_i}{\sum_i n_i} = \frac{n \sum_i \mu_i}{N} = \frac{n \sum_i \mu_i}{nk} = \frac{\sum_i \mu_i}{k}$$

Siendo N el número total de observaciones tomadas para los k tratamientos, o tamaño de la muestra global, y μ_i la media particular del tratamiento i. Si no existe un efecto desconocido con un tratamiento y entonces $\gamma_i = 0$, lo mismo si no existen efectos provocados por cualquiera de los tratamientos, en tal caso las medias particulares son iguales y se tiene un equilibrio de dispersiones.

Suposiciones para el modelo:

- 1.- El error aleatorio e_{ij} representa m una variable aleatoria normal con parámetros $E(e_{ij}) = 0$ y $VAR(e_{ij}) = \sigma_e^2$ (varianza común).
- 2.- El error aleatorio e_{ij} es independiente de cualquier otro error e_{ij} .
- 3.- La varianza σ_e^2 es la misma para cualquier tratamiento i.

Equivalentemente, la primera suposición implica que y_{ij} es una variable aleatoria con distribución normal y parámetros $E(y_{ij}) = \mu$ y $VAR(y_{ij}) = \sigma_y^2$, es decir :

$$VAR(Y_{ij}) = VAR(\mu + \gamma_i + e_{ij}) = VAR(\mu) + VAR(\gamma_i) + VAR(e_{ij})$$

Ya que en la práctica se desconocen los valores de la media común, la media de cada tratamiento, el efecto de cada tratamiento y la componente de error, ellos pueden estimarse a través de datos que se presentan en la muestra de resultados obtenida para los k tratamientos. y_i representa la suma total de valores de las observaciones obtenidas para el i-esimo tratamiento, y que y_i representa el promedio de dichos valores. De manera semejante, y representa el gran total de valores de todas las observaciones, y \bar{y} el promedio global correspondiente. Entonces:

$$y_i = \sum_j y_{ij}$$

$$Y_i = \frac{\sum_j y_{ij}}{n} = \frac{y_{i.}}{n}$$

$$y_{..} = \sum_i \sum_j y_{ij}$$

$$Y_{..} = \frac{\sum_i \sum_j y_{ij}}{kn} = \frac{\sum_i \sum_j y_{ij}}{N} = \frac{y_{..}}{N}$$

en donde $N = kn$ es el número total de observaciones o tamaño de la muestra global, y se observa que la notación de subíndice de 2 puntos implica la suma sobre los valores del subíndice al que reemplaza el punto. Si recordamos la tabla 1 y nos ponemos a observar los resultados obtenidos por los sistemas de adquisición de datos, veremos que para cada ciclo obtenido se tendrán las siguientes diferencias, diferencias entre los tratamientos, y diferencias dentro de los mismos tratamientos, ahora de aquí que se puedan separar las variabilidades de las observaciones en una parte que corresponda a los efectos aleatorios del sistema experimental y otra a efectos experimentales, esto se puede analizar mediante una ecuación llamada partición de suma de cuadrados:

$$\sum_i \sum_j (y_{ij} - y)^2 = \sum_i \sum_j (y_{ij} - Y_i)^2 + \sum_i n(Y_i - Y)^2$$

esta ecuación es válida para cualquier conjunto de k muestras distintas e implica que la suma total de las desviaciones elevadas al cuadrado respecto del promedio global se puede "partir" en dos partes. La suma total de las desviaciones, elevada al cuadrado de cada resultado respecto del promedio de su propia muestra, es decir dentro de la muestra, y la suma total de las desviaciones elevada al cuadrado de cada promedio de muestra respecto del promedio global de los N resultados, es decir, entre muestras. De esta forma se puede definir:

$$SS_w = SS_{Dentro} = \sum_i \sum_j (y_{ij} - Y_i)^2$$

$$SS_B = SS_{Entre} = \sum_i n(Y_i - Y)^2$$

$$SS_T = SS_{Total} = SS_w + SS_B = \sum_i \sum_j (y_{ij} - Y)^2$$

donde SS es la sumatoria de cuadrados, W = within = dentro, y B = between = entre.

Si se realiza el cálculo:

$$MS_w = \frac{SS_w}{N - k}$$

el cual es un estimador in-sesgado puntual de σ_e^2 , es un estimador que se conoce con el nombre de **valor medio cuadrático dentro de las muestras**, y al coeficiente N-k se le denomina como número de grados de libertad de SS_w . Sí ahora se calcula :

$$MS_B = \frac{SS_E}{k - 1}$$

que es otro estimador puntual in-sesgado , que se conoce con el nombre de **valor medio cuadrático entre las muestras** , y al cociente como numero de grados de libertad de SS_B .

Como se ha comentado en general existen o no efectos de los tratamientos, MSW estima en forma insesgada el valor de s_e^2 , pero SMW únicamente lo hace cuando no existen efectos y las medias de los tratamientos son iguales, si se establece entonces una hipótesis de igualdad de medias H_0 y otra hipótesis de al menos una media es distinta de las otras se podrá probar la primera en contra de la segunda a través del empleo de la estadística de la prueba F_0 .

$$F_0 = \frac{\frac{MS_B}{\sigma_e^2}}{\frac{MS_w}{\sigma_e^2}} = \frac{MS_B}{MS_w} = \frac{\frac{SS_B}{k - 1}}{\frac{SS_w}{N - k}} = \frac{\frac{\sum_i n(Y_i - Y)^2}{k - 1}}{\frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - Y_i)^2}{N - k}}$$

que corresponde a una variable F con k-1 y N-k grados de libertad en numerador y denominador respectivamente. El cociente que define esa variable es el de dos variables aleatorias independientes con distribución X^2 . La prueba se debe de hipótesis se realiza al nivel de significancia (Error) a seleccionado (regularmente del 5 %) en la cola derecha de la distribución teórica F.

En cualquier caso es extremadamente importante que los datos a los que se aplique el método expuesto se base en observaciones independientes entre y dentro de las muestras, es decir, que cada observación no se relacione con las restantes, esto implica el realizar los recorridos en forma

aleatoria en las rutas seleccionadas, es decir no repetir una ruta consecutivamente en horarios consecutivos con el mismo conductor, con el fin de soportar debidamente la suposición inicial de que los errores e_{ij} son independientes. Esta suposición es indispensable para justificar el empleo de la prueba F al realizar el análisis, también se tiene la hipótesis de homogeneidad de varianza en las muestras esto se le conoce con el nombre de homoscedasticidad. Por último se acostumbra presentar los resultados en la forma simplificada que sigue:

TABLA AB4: RESUMEN DE ANVA.

Fuente de variabilidad	Suma de cuadrados SS	Grados de libertad	MS	F ₀
Entre Muestras (tratamientos)	$SS_B = \sum_i \frac{y_i^2}{n} - NY^2$	K-1	$MS_B = \frac{SS_B}{k-1}$	$\frac{MS_B}{MS_w}$
Dentro de Muestras (error)	$= \sum_i \sum_j (y_{ij} - Y_i)^2$	N-k	$MS_w = \frac{SS_w}{N-k}$	$\frac{MS_B}{MS_w}$
Total	$SS_T = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - NY^2$	N-1		

A continuación se ejemplifica el uso del ANVA mediante un ejemplo que a la vez ayuda a determinar si influye la zona en el manejo de las motocicletas, para este caso se han tomado tres muestras en forma aleatoria de cada una de las cinco zonas que se han manejado para el experimento de automóviles, de acuerdo con el análisis, se tiene la tabla AB5, en este caso se desea demostrar que no hay diferencia al muestrear en alguna zona.

TABLA AB5: ANVA PARA INFLUENCIA DE ZONA EN RECORRIDO DE MOTOCICLETAS

	c	ne	no	se	so	Sum	med	med ²	
A	23.962	16.979	23.176	43.083	32.619	139.819	27.9638	781.9741	409.8644
B	14.41	19.352	28.61	27.8586	35.062	125.2926	25.05852	627.9294	266.4784
C	15.148	24.949	18.2021	31.02	14.645	103.9641	20.79282	432.3414	198.2406
sum	53.52	61.28	69.9881	101.9616	82.326	369.0757		ssw	874.5833
med	17.84	20.42667	23.32937	33.9872	27.442		24.60505		
med ²	318.2656	417.2487	544.2593	1155.13	753.0634	Ssb		605.4083	
	581.3647	3855.717	5060.927	10783.46	7523.457	130.0997			1004.683

De la tabla AB5 se obtiene $SS_B = 130.0997$ y $SS_w = 874.5833$, entonces para el cálculo de F se tiene que la $MS_B = 32.525$ y $MS_w = 87.458$ y la $F = 1.487$, de las tablas de valores $F_{30,05,2,10} = 4.10$ y $F_{30,05,4,10} = 3.26$ como F calculado es menor entonces la hipótesis es válida

EL MÉTODO DE DUNCAN APLICADO AL EXPERIMENTO DE MOTOCICLETAS.

La llamada prueba del rango múltiple de Duncan , es un método muy extendido para realizar pruebas de comparación entre los resultados de las pruebas de medias de tratamientos. El procedimiento es muy efectivo para detectar diferencias entre medias cuando existen realmente tales diferencias, y por ello se ha convertido en el método más popular para efectuar comparaciones por parejas.

Para aplicar la prueba del rango múltiple, se ordenan de menor a mayor los k promedios de tratamientos, y se forma un segundo grupo de k-1 promedios , eliminando del grupo anterior al promedio de mayor valor. Este procedimiento se continúa hasta llegar al último grupo de dos promedios. Por ejemplo si los promedios, ya ordenados, obtenidos de muestras para k = 4 tratamientos son:

$$y_1 = 52, y_4 = 60, y_2 = 67, y_3 = 71$$

El primer grupo de k promedios es: Grupo 1

$$y_1 = 52$$

$$y_4 = 60$$

$$y_2 = 67$$

$$y_3 = 71$$

Al eliminar el promedio de mayor valor ($y_3 = 71$) el segundo grupo con k-1 = 3 queda como:

Grupo 2

$$y_1 = 52$$

$$y_4 = 60$$

$$y_2 = 67$$

Eliminando el valor $y_2 = 67$ del grupo anterior, el tercer grupo con k - 2 = 2 promedios corresponde a:

Grupo 3

$$y_1 = 52$$

$$y_4 = 60$$

Una vez que se han formado todos los grupos de promedios, se procede a calcular las diferencias entre el promedio de mayor valor en cada grupo y en cada uno de los promedios restantes incluidos en el mismo. Para el grupo 1, la primera diferencia es $y_3 - y_1 = 71 - 52$, siendo su valor igual con el rango (71-52) de los promedios 52, 60, 67 y 71. Para el mismo grupo, la segunda diferencia es $y_3 - y_4 = 71 - 60$, igual con el rango de los promedios 60,67 y 71. La tercera y última diferencia es $y_3 - y_2 = 71 - 67$, y este valor equivale al rango para los promedios 67 y 71. Es decir, calcular las diferencias entre los promedios en la forma indicada es, para el primer grupo, equivalente a calcular los rangos para cuatro, tres y dos promedios, respectivamente.

Entonces las diferencias entre promedios para cada uno de los grupos son:

Grupo 1

$$y_3 - y_1 = 71 - 52 \quad (\text{rango de 4 promedios : 52, 60, 67 y 71})$$

$$y_3 - y_4 = 71 - 60 \quad (\text{rango de 3 promedios : 60, 67 y 71})$$

$$y_3 - y_2 = 71 - 67 \quad (\text{rango de 2 promedios: 67 y 71})$$

Grupo 2

$$y_2 - y_1 = 67 - 52 \quad (\text{rango de 3 promedios : 52, 60 y 67})$$

$$y_2 - y_4 = 67 - 60 \quad (\text{rango de 2 promedios: 60 y 67})$$

Grupo 3

$$y_4 - y_1 = 60 - 52 \quad (\text{rango de 2 promedios: 52 y 60})$$

Obsérvese que al calcular las seis diferencias anteriores, se plantearon los $k(k-1)/2 = 4(4-1)/2$ contrastes que se requieren para efectuar todas las comparaciones de medias parejas para los k tratamientos.

A continuación se deben obtener los k - 1 rangos mínimos significativos

$$R_p = r_\alpha(p, f) \sqrt{\frac{MS_w}{n_{11}}} \quad , p = 2, 3, \dots, k$$

en donde α es la significancia para el análisis de varianza original, MS_w el valor medio cuadrático del error obtenido en el mismo análisis, f el número de grados de libertad para SS_w , en este caso N -

$K, r_{\alpha}(p,f)$ para $p = 2, 3, \dots, k$, el valor leído en la tabla de rangos significativos de DUNCAN que se anexa a continuación, y

$$n_H = n \quad \text{(Diseño balanceado)}$$

$$n_H = \frac{k}{\sum_i \frac{1}{n_i}} \quad \text{(Diseño desbalanceado)}$$

Para realizar la prueba de significancia de alguna diferencia de promedios, que equivale a un rango de p promedios, se compara dicha diferencia con el valor R_p del rango mínimo significativo correspondiente, y si la diferencia es mayor que R_p se concluye que la pareja de medias en cuestión es significativamente diferente, repitiéndose el proceso hasta que las $k(k-1)/2$ parejas de promedios se hayan probado. Como ejemplo, para los cuatro promedios que se han manejado, las pruebas se efectuarán considerando que.

$y_3 - y_1$ se debe comparar con R_4

$y_3 - y_4$ se debe comparar con R_3

$y_3 - y_2$ se debe comparar con R_2

$y_2 - y_1$ se debe comparar con R_3

$y_2 - y_4$ se debe comparar con R_2

$y_4 - y_1$ se debe comparar con R_2

Para evitar contradicciones, no se deben considerar como significativas las diferencias en parejas de medias, cuando las medias involucradas se encuentran entre otra pareja que no difiere significativamente.

Para el problema de analizar como afectan los conductores se obtuvieron los promedios de velocidades:

$$y_1 = 516, y_3 = 518.666 \text{ \& } y_2 = 532.666$$

Y los grupos de promedios quedan.

Grupo 1	$y_1 = 516$
	$y_3 = 518.66$
	$y_2 = 532.66$

Grupo 2 $y_1 = 516$
 $y_3 = 518.66$

y las diferencias entre promedios en cada uno de los grupos es:

Grupo 1 $y_2 - y_1 = 532.66 - 516 = 16.66$ (Rango para 3 promedios)

$y_2 - y_3 = 532.66 - 518.66 = 14$ (Rango para 2 promedios)

Grupo 2 $y_3 - y_1 = 518.66 - 516 = 2.66$ (Rango para 2 promedios)

Puesto que se requieren rangos mínimos significativos para dos y tres promedios, siendo $\alpha = 5 \%$ y $MS_w = 1148.89$, con 6 grados de libertad, los valores de $R_{\alpha}(p.f)$ para p igual con 2 y 3 resultan: $r_{0.05}(2,6) = 3.46$ y $r_{0.05}(3,6) = 3.58$, por lo tanto con $N = 3$, $R_2 = 3.46 * (11.2984) = 39.0925$ y $R_3 = 3.58 * (11.2984) = 40.4482$. Y las comparaciones finales son:

Grupo 1 $y_2 - y_1 = 16.66 < R_3 = 40.448$ (Aceptación).

$y_2 - y_3 = 14 < R_2 = 39.0925$ (Aceptación)

Grupo 2 $y_3 - y_1 = 2 < R_2 = 39.0925$ (Aceptación)

Las conclusiones son en este caso que los conductores efectivamente no afectan en la forma de conducir y los promedios son equiparables, aun el más alejado según la tabla presentada . Este análisis se realiza cuando se tiene duda de aplicar secciones de recorrido para formar ciclos de manejo, en este caso confirma la hipótesis de que no afecta el conductor.

APÉNDICE C: CICLOS DE MANEJO PARA AUTOS Y MOTOCICLETAS

En este apéndice se presenta una relación de las tablas con los valores numéricos de los ciclos de manejo, como se mencionó en el capítulo 3, los valores están dados segundo a segundo, y son representativos de las zonas para automóviles y cilindradas para motocicletas. Para dar una idea de como están elaboradas se han impreso las tabla AC1 a AC11, sin embargo por la longitud de las tablas, el total de las mismas se presentaran en archivos de EXCEL en un disquete adjunto a la tesis de acuerdo con la siguiente lista:

TABLA AC1: CICLO DE MANEJO PARA AUTOS ZONA “CENTRO”

TABLA AC2: CICLO DE MANEJO PARA AUTOS ZONA “NORESTE”

TABLA AC3: CICLO DE MANEJO PARA AUTOS ZONA “NOROESTE”

TABLA AC4: CICLO DE MANEJO PARA AUTOS ZONA “SURESTE”

TABLA AC5: CICLO DE MANEJO PARA AUTOS ZONA “SUROESTE”

TABLA AC6: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE “50 cc”.

TABLA AC7: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE “125 cc”.

TABLA AC8: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE “600 cc”.

TABLA AC9: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE “750 cc”.

TABLA AC10: CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE “900 cc”.

TABLA AC11 CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE “1100 cc”

TABLA AC12 CICLO DE MANEJO CEDULA 72 DE CALIFORNIA USA.

MODELADO DE TRÁFICO URBANO CON DIFERENTES DENSIDADES DE FLUJO

MODELOS DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS
(FLUJO HOMOGÉNEO y FLUJOS SEPARADOS)

CONTENIDO

- OBJETIVOS
- ESTADO DEL ARTE
- MODELADO MULTICLASE DE VEHICULOS
- DISEÑO EXPERIMENTAL Y EXPERIMENTO
- SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LOS MODELOS
- CONCLUSIONES

OBJETIVOS

- REALIZAR UN DISEÑO EXPERIMENTAL QUE PERMITA CONOCER CONDICIONES DE TRÁFICO Y SUS PARÁMETROS REPRESENTATIVOS.
- DESARROLLAR UN MODELO TEÓRICO QUE PERMITA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE LOS VEHÍCULOS QUE CIRCULAN EN LA CIUDAD DE MEXICO.
- UTILIZAR EL MODELO PARA ANALIZAR EL COMPORTAMIENTO DE LOS VEHÍCULOS EN DISTINTAS CONDICIONES DE TRÁFICO MUESTREADAS EN EL EXPERIMENTO.

ESTADO DEL ARTE

(JERARQUIA DE LOS MODELOS DE TRAFICO)

- PRIMEROS MODELOS DE TRAFICO
- MODELOS MICROSCOPICOS
- MODELOS DE CINETICA DE GASES
- MODELOS DE DINAMICA DE FLUIDOS

LOS PRIMEROS MODELOS DE TRÁFICO

- B. D. GREENSHIELD (1935):

$$u = u_f - \left(\frac{u_f}{k_j} \right) K$$

- H. GREENBERG (1959):

$$u = u_0 \ln \left(\frac{k_j}{k} \right)$$

- R. T. UNDERWOOD :

$$u = u_f e^{-k_j/k_0}$$

- DREW (1968):

$$u = u_f \left[1 - \left(\frac{k}{k_j} \right)^{n+1/2} \right]$$

- MODELOS MULTIREGÍMENES

MODELOS MICROSCÓPICOS

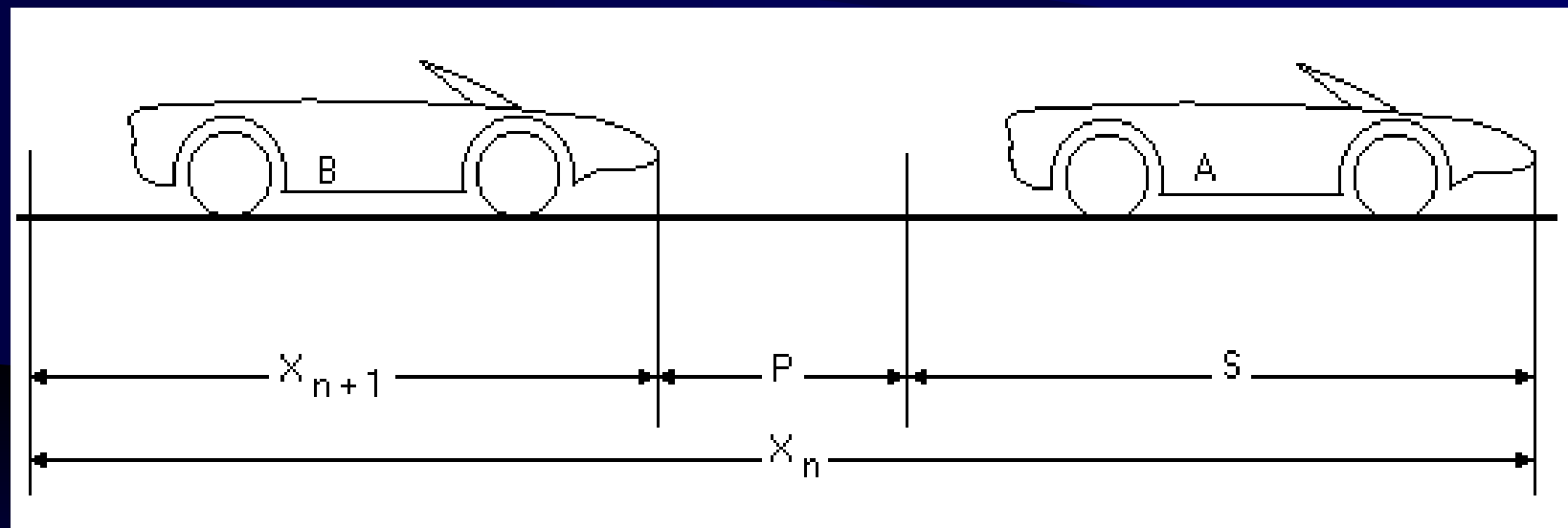
- **SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS**

- G.F. NEWELL (1961), L. C. EDIE (1961), R. CHANDLER, D.C. GAZIS (1961), R. MONTROL, B POTTS y R.W. ROTHERY (1961).

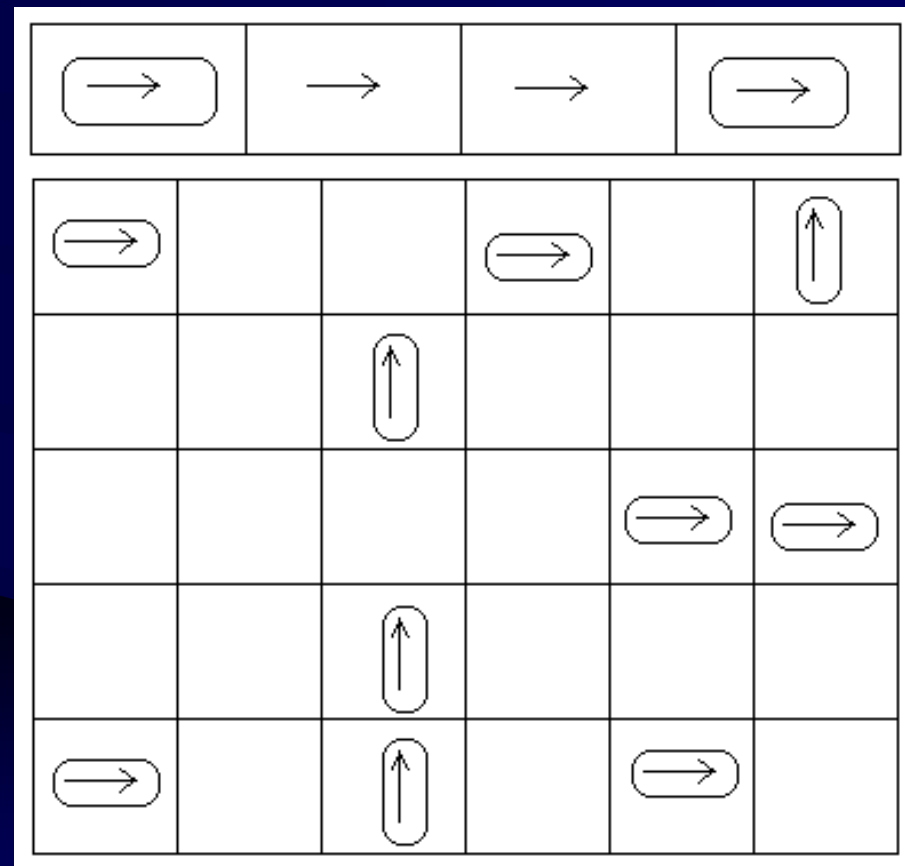
- **CÉLULA AUTOMATA**

- 1D: H. EMMERICH y E. RANK (1995-98), T. NAGATANI (1993-98), M. SASVARÍ (1997), K. NAKANISHI, D. TAKAHASHI y K. NISHINARI (1998).
- 2D: T. NAGATANI (1998), J. CUESTA, F.C. MARTINEZ, A. SANCHEZ (1993).

SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS



MODELOS DE CELULA AUTÓMATA



MODELOS DE CINÉTICA DE GASES

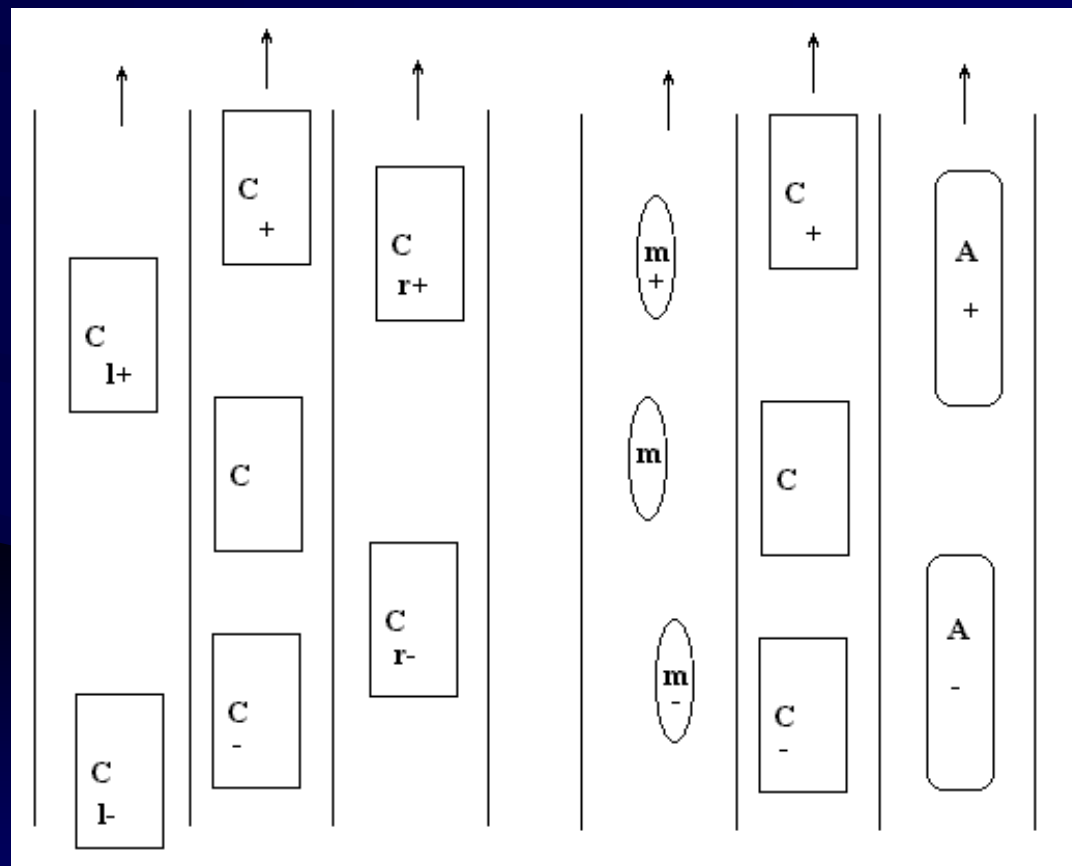
- TRANSCICIÓN ENTRE MACROSCÓPICO Y MICROSCÓPICO.
- SE BASAN EN LA EC. DE BOLTZTMAN O EN LA EC. DE ENSCOG.
- FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DEL TIPO:
 - $f = f(t, x, v)$.
- PRIGOGINE (TERUHISA, P. NELSON, A. SOPASAKIS (1995-98)), PAVERI-FONTANA (LEHMAN (1996)), B.S. KERNER (1995), D. HELBING (1996), WEGENER y KLAR (1996).

MODELOS MACROSCÓPICOS

(MODELOS DE DINAMICA DE FLUIDOS)

- SE BASAN EN LAS ECUACIONES DE NAVIER-STOKES EN FORMA UNIDIMENSIONAL Y UNIDIRECCIONAL.
- ECUACIÓN DE BURGER.
- PIONEROS: LIGHTHILL & WHITAM (1939)
- KONHAUSER (1993-97), HELBING (1995), M. HERMAN Y B. KERNER (1998), G. LIU ANASTASIOS, P. MICHALOPOULOS, CHRONOPOULOS Y LYRINTZ (1993-98), M. CHOI Y H.Y. LEE (1995), D. KURTZE Y D. HONG (1995).

MODELOS DE TRÁFICO MULTICARRIL



HIPÓTESIS DE LOS MODELOS MULTICLASE DE VEHÍCULOS

- SE TIENE UN FLUJO CON DISTINTAS CLASES DE VEHÍCULOS, LOS CUALES NO PUEDEN CAMBIAR DE TAMAÑO.
- SE REALIZA UN ANÁLISIS MACROSCÓPICO, ESTO ES, EL FLUJO DE VEÍCULOS SE APRECIA COMO UN CONTÍNUO.
- UNA CLASE DE VEHÍCULOS ES PREDOMINANTE
- EL FLUJO SE DA EN UNA CARRETERA CON 2 A N CARRILES LO SUFICIENTEMENTE ESPACIOSOS COMO PARA PERMITIR DOS VEHÍCULOS DE DISTINTA CLASE A UN TIEMPO EN LA MISMA SECCIÓN DE CARRETERA.
- LOS VEHÍCULOS COMPITEN POR EL ESPACIO SIN RESPETAR LOS CARRILES.

MODELADO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

ASPECTOS GENERALES

- $$V_t = \sum_{i=1}^n V_{ti}$$

$$U = \sum_{i=1}^n W_i U_i$$

$$mV = \sum_{i=1}^n m_i V_i$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \psi dV = \iiint \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot \psi v_i \right) dv$$

$$V = \sum_{i=1}^n W_i V_i$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} + \nabla \cdot \varepsilon_i v_i = 0$$

ECUACIONES GENERALES DEL FLUJO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

- ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA MASA

$$\rho \frac{d\Gamma}{dt} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \rho_i \frac{d\Gamma_i}{dt_i} - \nabla \cdot \varepsilon_i \rho_i \Gamma_i v_{i,rel} + \Gamma_i m'_i$$

- ECUACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\rho_i \varepsilon_i \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i \cdot \nabla \bar{v}_i + \bar{v}_i \left(\frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i)}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i - m'_i \right) = \nabla \cdot T_i + \rho_i \varepsilon_i f_i + p_i$$

FLUJO HOMOGÉNEO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

- ECUACION DE CONSERVACION DE LA MASA

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial(\varepsilon_i \rho_i)}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \nabla \cdot (\varepsilon_i \rho_i v_i) = \sum_{i=1}^n m'_i$$

- ECUACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\rho_a v_a \varepsilon v_a \frac{d}{dx} \Big|_x^{x+\Delta x} + \rho_m v_m \varepsilon v_m \frac{d}{dx} \Big|_x^{x+\Delta x} + P \frac{d}{dx} \Big|_x^{x+} - (\bar{P} + \bar{\sigma}) \Delta a = -g(\rho_a \varepsilon_a + \rho_m \varepsilon_m) a \Delta x - (\tau_a + \tau_m) \pi D \Delta x$$

ECUACIONES DE TRÁFICO CON SUBFLUJOS DE VEHÍCULOS

- ECUACIONES DE CONSERVACIÓN DE LA MASA

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_A \varepsilon_A) + \nabla \cdot (\rho_A \varepsilon_A V_A) = +S_A$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \varepsilon_m) + \nabla \cdot (\rho_m \varepsilon_m V_m) = +S_m$$

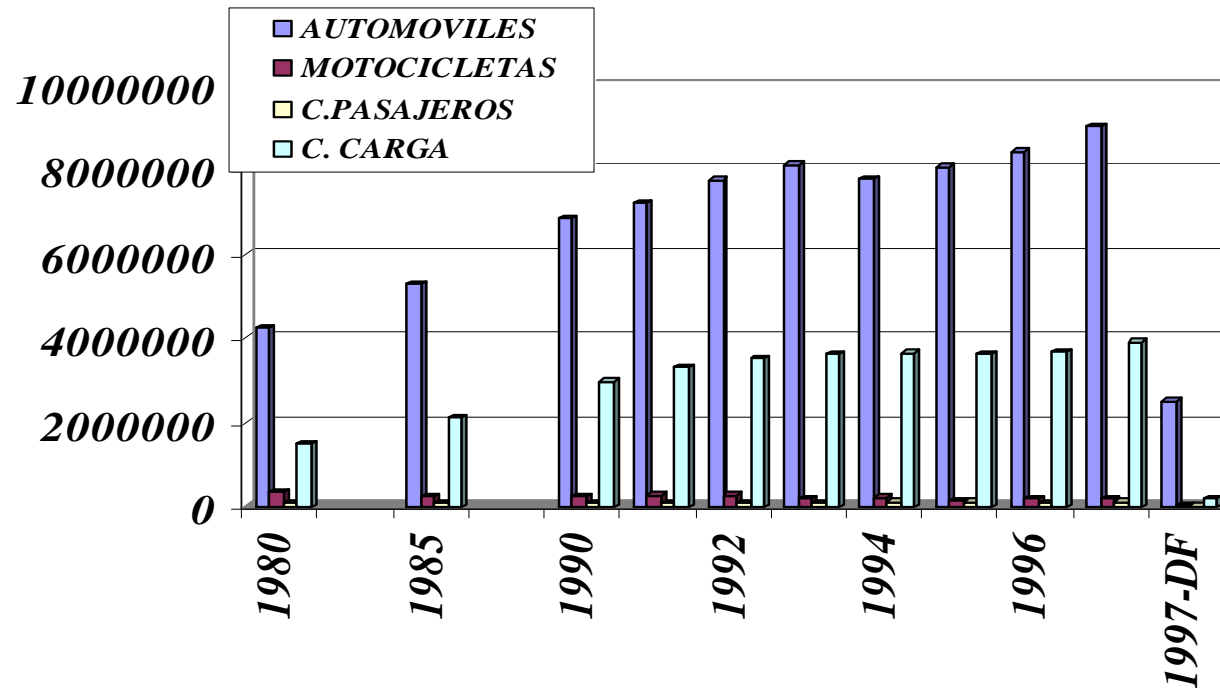
- ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial t} + u_A \frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_m - u_A) + (\rho_m - \rho_A) \varepsilon_A g$$

$$\frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial t} + u_m \frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_A - u_m) + (\rho_A - \rho_m) \varepsilon_m g$$

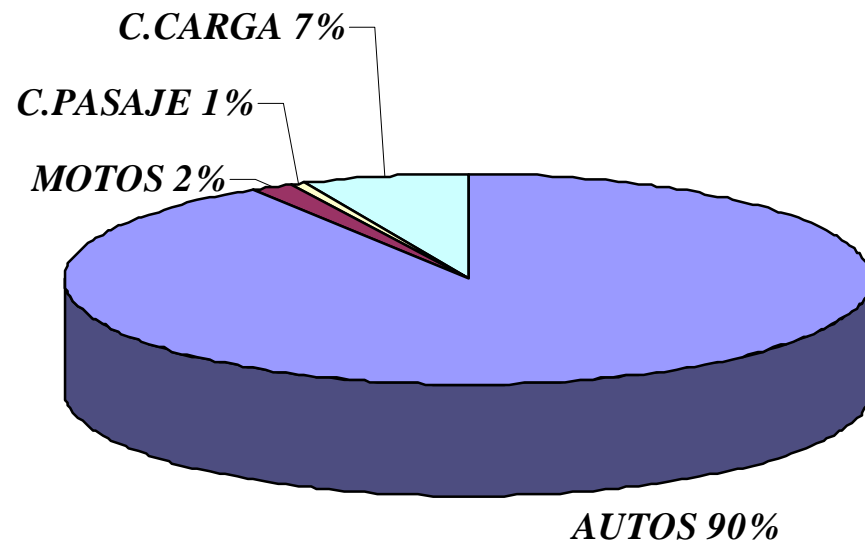
DATOS ESTADISTICOS DE MÉXICO Y EL D.F.

VEHICULOS EN MEXICO Y D.F.



DATOS ESTADÍSTICOS DEL D.F.

VEHICULOS EN MEXICO (1997)



VELOCIDAD MEDIA (Km/h)

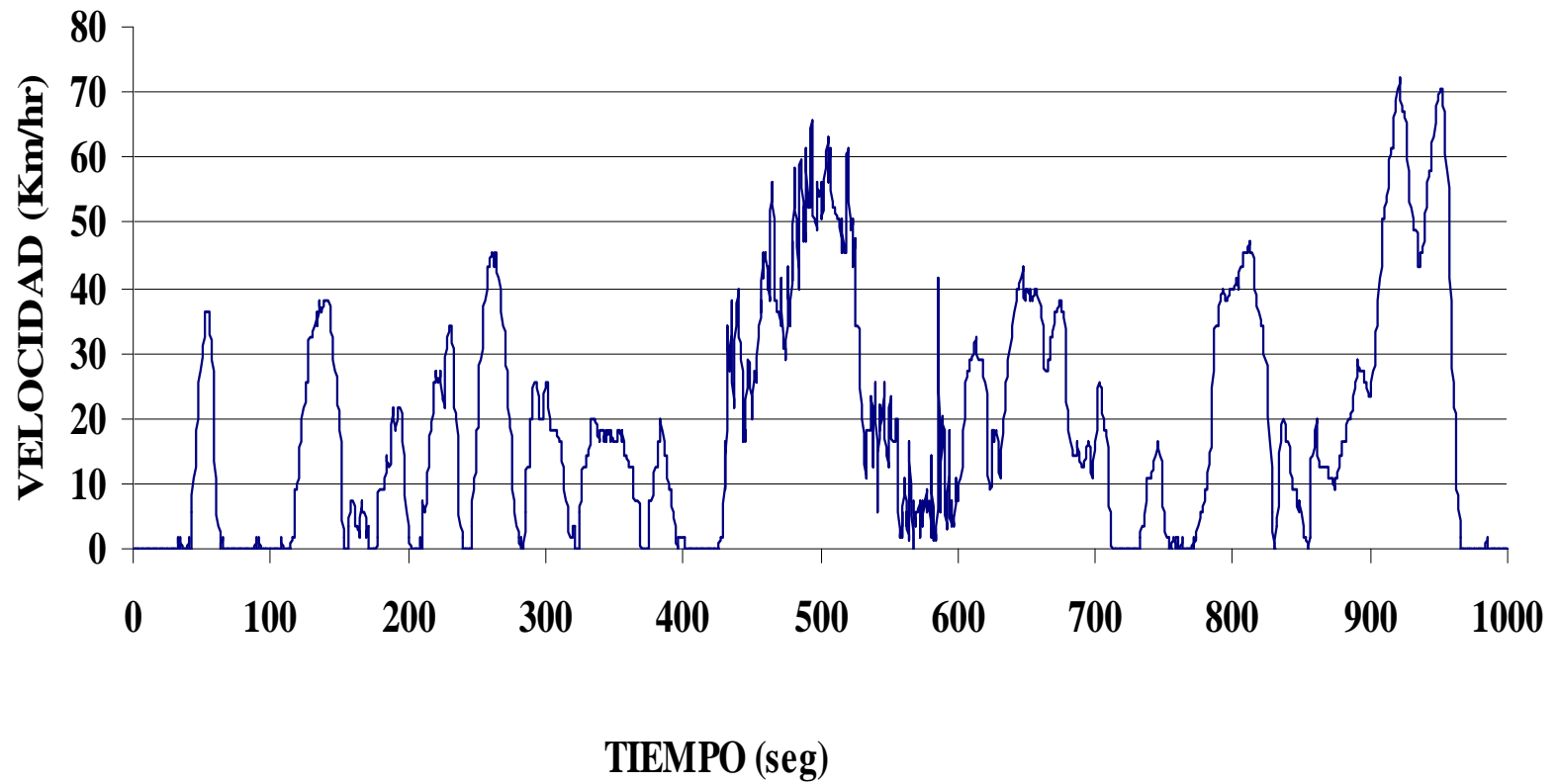
RUTA "Suroeste"						
		TIEMPO				
CONDUC-TOR	VEHICULO	8:00	11:00	14:00	17:00	20:00
1	1	25.714	33.230	38.571	38.571	33.230
	REPLICA	25.821	40.754	36	40	29.589
2	1	24.827	32.238	30.857	31.304	30
	REPLICA	25.411	38.571	31.764	30.422	33.230
3	1	22.694	40	32.238	26.341	25.116
	REPLICA	24.269	37.241	34.285	40.754	38.571

DISPOSICIÓN DE CONDUCTORES PARA MOTOCICLETAS

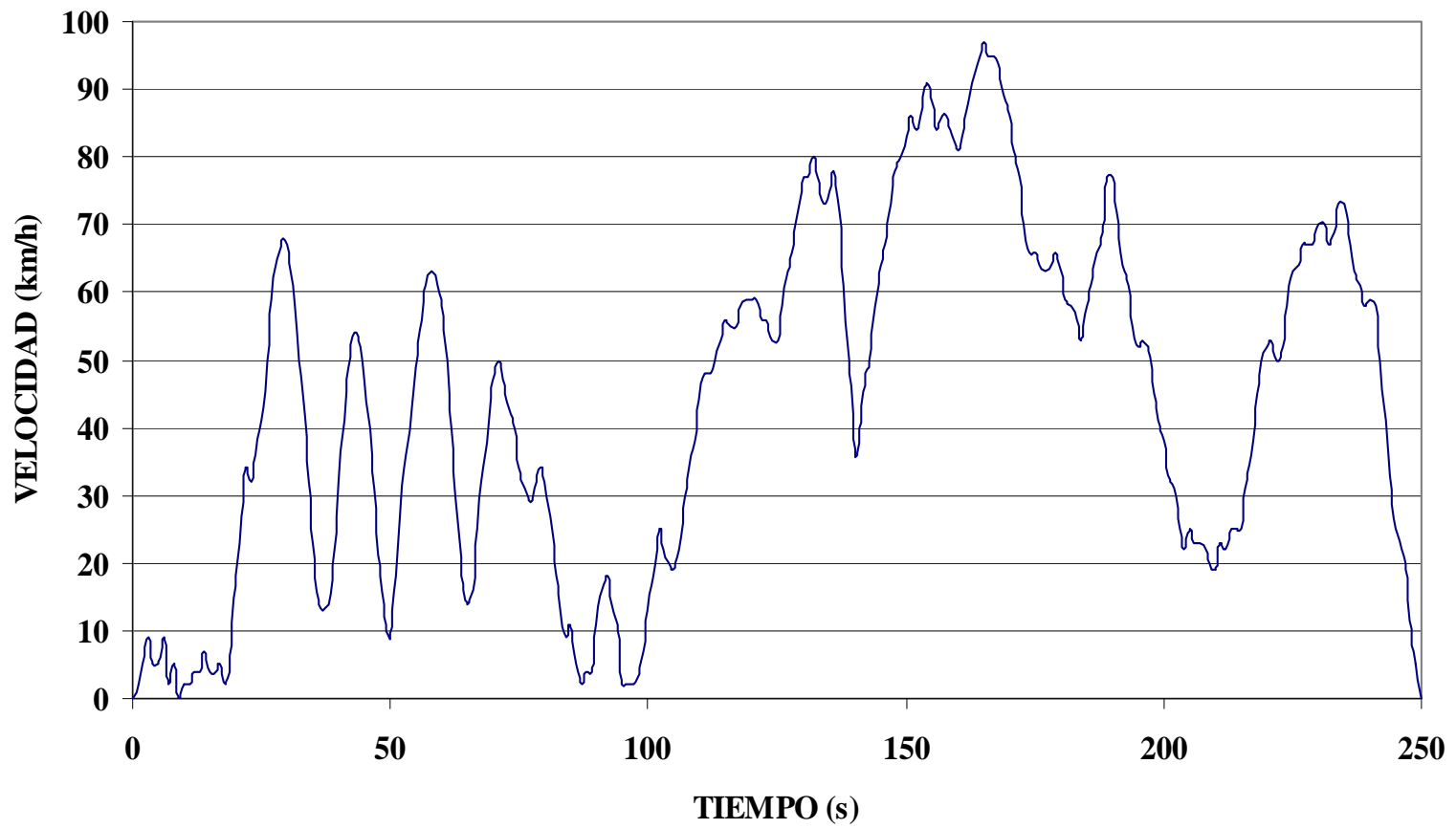
Vehículos	Conductores		
Marca-Modelo	1	2	3
SR 50	LCE 1	LCE 2	LCE 3
CG125	LCE 1	LCE 2	LCE 3
Carabela 125	LCE 1	LCE 2	LCE 3
Carabela 250	LCE 1	LCE 2	LCE 3
Yamaha 500	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Zuzuki 600	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Kawasaki 750	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Thriump 900	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
BMW 1100	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3
Kawasaki 1200	AMMAC 1	AMMAC 2	AMMAC 3

AMMAC: Asociación Mexicana de Motociclismo A.C.

CICLO DE MANEJO PARA AUTOMOVILES "ZONA SUROESTE"



CICLO DE MANEJO PARA MOTOCICLETAS DE 900 CC



SOLUCIÓN DE LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICLASE HOMOGÉNEOS

- Se tiene una EDO del tipo de Bernoulli o de Ricatti:

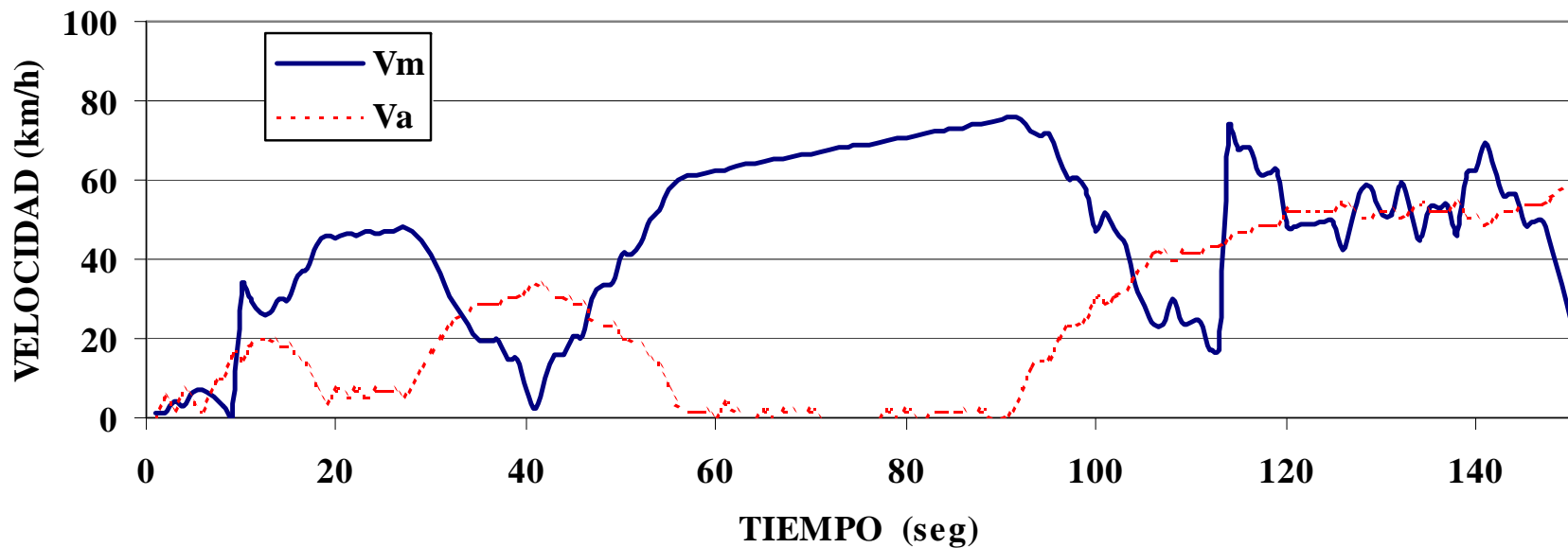
$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_m \varepsilon_m v_m^2) + \beta \frac{\partial v_m}{\partial x} = -g\rho_m \varepsilon_m - \frac{\partial}{\partial x}(\rho_A \varepsilon_A v_A^2) - \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} - \beta \frac{\partial v_A}{\partial x} - g\rho_A \varepsilon_A$$

- La cual se puede resolver por el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

RESULTADO OBTENIDO DE UN MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE HOMOGÉNEO

MODELO DE TRAFICO BICLASE HOMOGENEEO

(AUTOS Y MOTO CICLETAS, CON ΔP , ZONA CENTRO)



SOLUCIÓN DE LOS MODELOS DE TRÁFICO MULTICLASE DE FLUJOS SEPRADOS

- SE TIENE QUE PARA DOS CLASES DE VEHÍCULOS DOS EDP ACOPLADAS DE PRIMER ORDEN

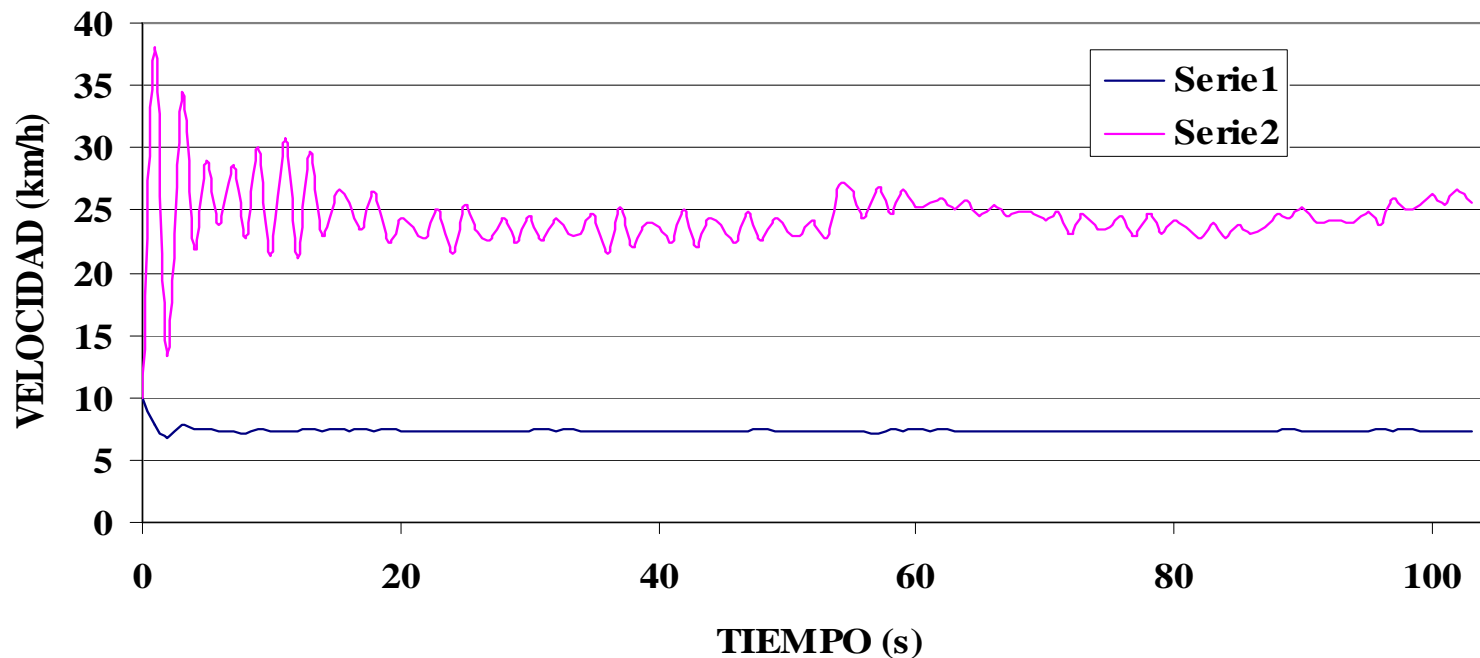
$$\frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial t} + u_A \frac{\partial(\rho_A \varepsilon_A u_A)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_m - u_A) + (\rho_m - \rho_A) \varepsilon_A g$$

$$\frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial t} + u_m \frac{\partial(\rho_m \varepsilon_m u_m)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \beta(u_A - u_m) + (\rho_A - \rho_m) \varepsilon_m g$$

- CUYA SOLUCIÓN SE DA POR MÉTODOS NUMÉRICOS DE DIFERENCIAS FINITAS COMO EL DE LAX WENDROF O MÉTODOS AVANZADOS TDV COMO EL DE SWEBY.

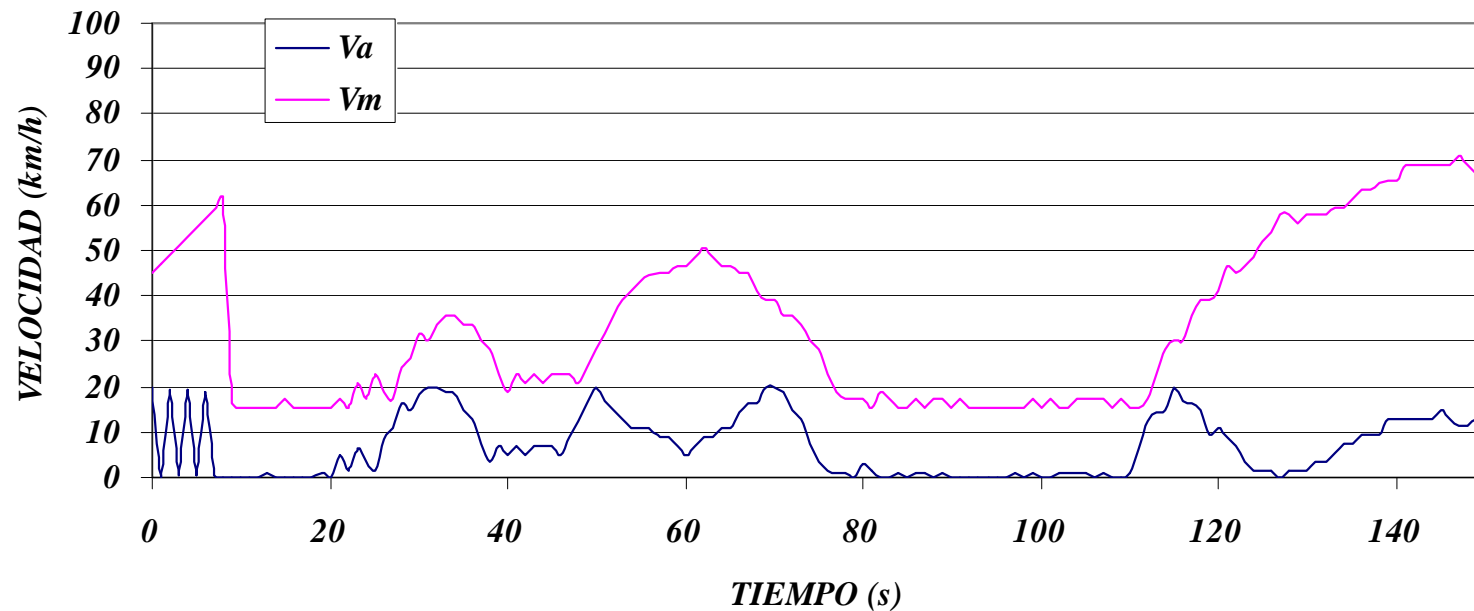
RESULTADO OBTENIDO DE UN MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE CON FLUJOS SEPARADOS

MODELADO MULTICLASE (FLUJOS SEPARADOS)
"SOLUCIÓN POR MÉTODO DE LAX-WENDROFF"



RESULTADO OBTENIDO DE UN MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE FLUJOS SEPARADOS

*MODELADO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS
"MÉTODO DE SWEBY, CON ΔP , ZONA CENTRO"*



RESULTADO OBTENIDO DE UN MODELO DE TRÁFICO MULTICLASE DE FLUJOS SEPARADOS

MODELADO DE TRÁFICO MULTICLASE DE VEHÍCULOS

"MÉTODO DE SWEBY, CON ΔP , CEDULA 72 CALIFORNIA, USA"

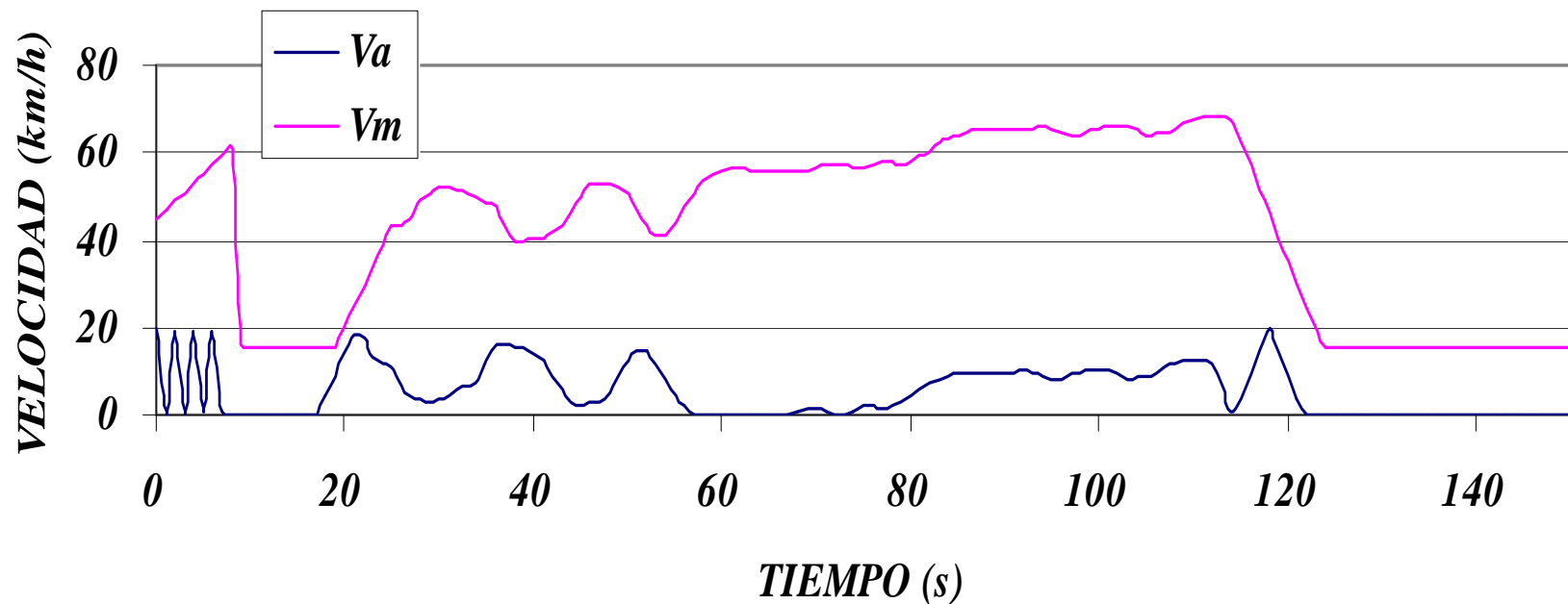


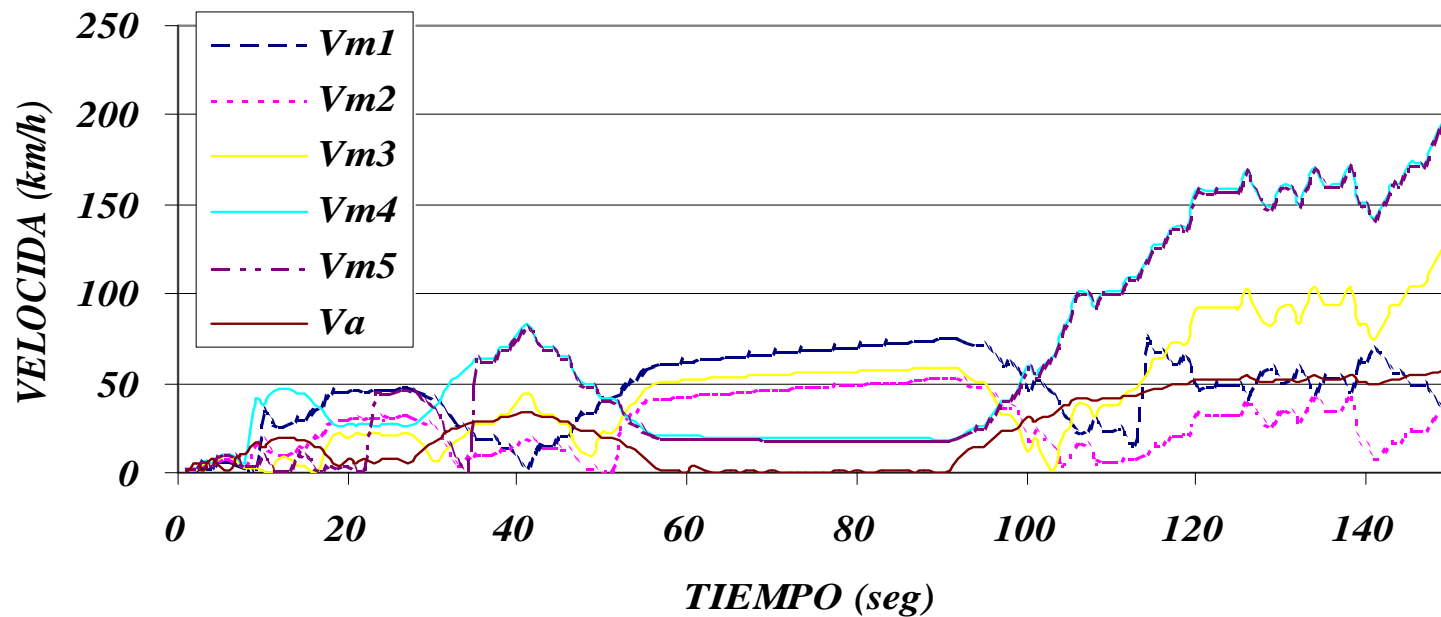
TABLA 4.2: MODELADO DEMOTOCICLETAS CON FLUJO HOMOGENEO SIN Δ P											
COMPARACIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES V/S RESULTADOS NUMÉRICOS											
GRUPO 1			GRUPO 4			GRUPO 8					
	24.41952594	RANGOS			24.41952594	RANGOS	ne	24.41952594	RANGOS		
	27.46710526	11p	27.18573722	750	27.46710526	8p	11.20547406	750	27.46710526	4p	6.553483143
	28.86718734	10p	24.13815789	cen	28.86718734	7p	8.157894737	cen	28.86718734	3p	3.50590382
	30.97300908	9p	22.73807582	so	30.97300908	6p	6.757812663	so	30.97300908	2p	2.105821746
	31.38815789	8p	20.63225407	50	31.38815789	5p	4.651990917				
	31.43909753	7p	20.21710526	se	31.43909753	4p	4.236842105	GRUPO 9			
	33.87172901	6p	20.16616562	ne	33.87172901	3p	4.185902466	ne	24.41952594	RANGOS	
	35.625	5p	17.73353415	900	35.625	2p	1.753270995	750	27.46710526	3p	4.447661396
	41.79019605	4p	15.98026316					cen	28.86718734	2p	1.400082073
600	50.49342105	3p	9.815067105	GRUPO 5			GRUPO 10				
1100	51.60526316	2p	1.111842105	ne	24.41952594	RANGOS		ne	24.41952594	RANGOS	
				750	27.46710526	7p	9.452203065	750	27.46710526	2p	3.047579323
GRUPO 2				cen	28.86718734	6p	6.404623742				
	24.41952594	RANGOS		so	30.97300908	5p	5.004541669				
	27.46710526	10p	26.07389511	50	31.38815789	4p	2.898719922				
	28.86718734	9p	23.02631579	se	31.43909753	3p	2.483571111				
	30.97300908	8p	21.62623372	ne	33.87172901	2p	2.432631471				
	31.38815789	7p	19.52041197								
	31.43909753	6p	19.10526316	GRUPO 6							
	33.87172901	5p	19.05432352	ne	24.41952594	RANGOS					
	35.625	4p	16.62169205	750	27.46710526	6p	7.019571594		RANGOS	ra (p,f)=	Rp =
125	41.79019605	3p	14.86842105	cen	28.86718734	5p	3.971992271		11p	4.2	10.357632
600	50.49342105	2p	8.703225	so	30.97300908	4p	2.571910198		10p	4.2	10.357632
				50	31.38815789	3p	0.466088452		9p	4.17	10.283649
				se	31.43909753	2p	0.05093964		8p	4.14	10.209665
GRUPO 3									7p	4.09	10.08636
	24.41952594	RANGOS		GRUPO 7					6p	4.04	9.9630552
	27.46710526	9p	17.37067011	ne	24.41952594	RANGOS			5p	3.98	9.815089
	28.86718734	8p	14.32309079	750	27.46710526	5p	6.968631954		4p	3.9	9.6178008
	30.97300908	7p	12.92300872	cen	28.86718734	4p	3.921052632		3p	3.8	9.3711905
	31.38815789	6p	10.81718697	so	30.97300908	3p	2.520970558		2p	3.64	8.9766141
	31.43909753	5p	10.40203816	50	31.38815789	2p	0.415148812				
ne	33.87172901	4p	10.35109852					f =	1520	mse =	374.84762
900	35.625	3p	7.918467047					p =	2,.....,11	n =	152
125	41.79019605	2p	6.165196053					α =	0.01		

TABLA 4.4: MODELADO DEMOTOCICLETAS FLUJO HOMOGÉNEO CON Δ P											
COMPARACIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES V/S RESULTADOS NUMÉRICOS											
GRUPO 1			GRUPO 4				GRUPO 8				
	10.42705333	RANGOS		10.42705333	RANGOS		10.42705333	RANGOS			
	18.99199502	11p	41.17820983	18.99199502	8p	31.36314273	18.99199502	4p	15.73353225		
	19.48112249	10p	32.61326814	19.48112249	7p	22.79820103	19.48112249	3p	7.168590558		
	26.16058558	9p	32.12414067	26.16058558	6p	22.30907357	26.16058558	2p	6.679463095		
	27.46710526	8p	25.44467758	27.46710526	5p	15.62961047					
	31.38815789	7p	24.13815789	31.38815789	4p	14.32309079	GRUPO 9				
	35.625	6p	20.21710526	35.625	3p	10.40203816					
	41.79019605	5p	15.98026316	41.79019605	2p	6.165196053	so	18.99199502	3p	9.054069159	
cen	46.04629962	4p	9.815067105				se	19.48112249	2p	0.489127464	
600	50.49342105	3p	5.558963534	GRUPO 5							
1100	51.60526316	2p	1.111842105		10.42705333	RANGOS	GRUPO 10				
					18.99199502	7p	25.19794667		10.42705333	RANGOS	
GRUPO 2					19.48112249	6p	16.63300498		18.99199502	2p	8.564941695
	10.42705333	RANGOS			26.16058558	5p	16.14387751				
	18.99199502	10p	40.06636773		27.46710526	4p	9.46441442				
	19.48112249	9p	31.50142603	50	31.38815789	3p	8.157894737				
	26.16058558	8p	31.01229857	900	35.625	2p	4.236842105				
	27.46710526	7p	24.33283547								
	31.38815789	6p	23.02631579	GRUPO 6							
	35.625	5p	19.10526316		10.42705333	RANGOS					
	41.79019605	4p	14.86842105		18.99199502	6p	20.96110457		RANGOS	α (p.f)=	$R_p =$
cen	46.04629962	3p	8.703225		19.48112249	5p	12.39616287		11p	4.2	6.466357058
600	50.49342105	2p	4.447121429	no	26.16058558	4p	11.90703541		10p	4.2	6.466357058
				750	27.46710526	3p	5.227572314		9p	4.17	6.420168793
GRUPO 3				50	31.38815789	2p	3.921052632		8p	4.14	6.373980529
	10.42705333	RANGOS							7p	4.09	6.297000088
	18.99199502	9p	35.6192463	GRUPO 7					6p	4.04	6.220019646
	19.48112249	8p	27.0543046		10.42705333	RANGOS			5p	3.98	6.127643117
	26.16058558	7p	26.56517714		18.99199502	5p	17.04005194		4p	3.9	6.004474411
	27.46710526	6p	19.88571404		19.48112249	4p	8.475110241		3p	3.8	5.850513529
	31.38815789	5p	18.57919436	no	26.16058558	3p	7.985982777		2p	3.64	5.604176117
	35.625	4p	14.65814173	750	27.46710526	2p	1.306519683	f =	1520	mse =	360.30009
125	41.79019605	3p	10.42129962					p =	2, ..., 11	n =	152
cen	46.04629962	2p	4.256103571					$\alpha =$	0.01		

ESTABILIDAD NUMÉRICA DEL MÉTODO DE RUNGE-KUTTA A LAS CONDICIONES INICIALES

ESTABILIDAD NUMÉRICA BAJO LA INFLUENCIA DE LOS VALORES INICIALES

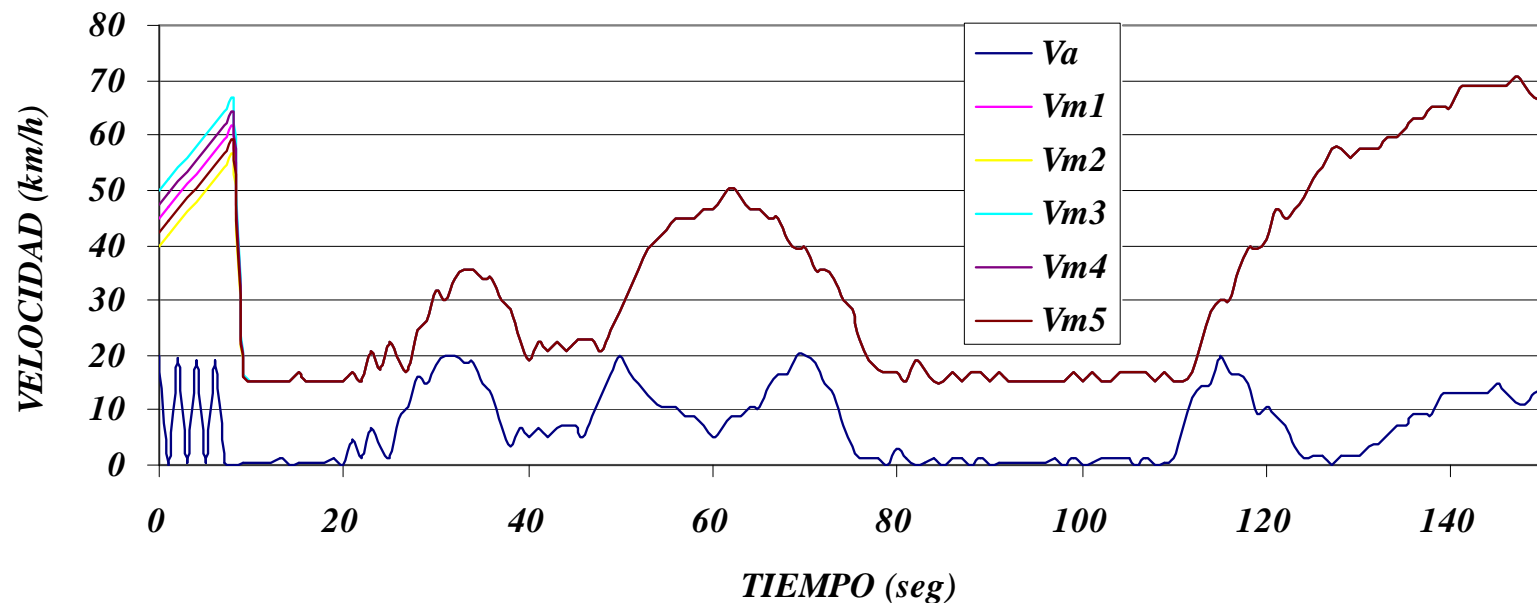
(MODELO DETRÁFICO DE FLUJO HOMOGÉNEO CON ΔP Y DATOS DE LA ZONA CENTRO)



ESTABILIDAD NUMÉRICA DEL MÉTODO DE SWEBY BAJO LAS CONDICIONES INICIALES DE TRÁFICO

ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA

(MODELO MULTICLASE DE VEHÍCULOS DE FLUJOS SEPARADOS, CON ΔP Y DATOS DE LA ZONA CENTRO)



CONCLUSIONES

- EL TRABAJO REALIZADO HA CUMPLIDO CON LOS OBJETIVOS TEÓRICOS Y EXPERIMENTALES QUE SE PLANTEARON EN UN PRINCIPIO.
- SE TIENEN DOS NUEVOS MODELOS DE TRÁFICO
- SE REALIZARON EXPERIMENTOS QUE SATISFACEN EXPROFESO DICHOS MODELOS.
- LOS DATOS DE MANEJO DE LA CIUDAD DE MÉXICO NO PUEDEN SER REEMPLAZADOS POR OTROS QUE SE HAYAN OBTENIDO EN OTRO LUGAR.
- SE CORROBORO QUE LAS MOTOCICLETAS FLUYEN A MAYOR VELOCIDAD QUE LOS AUTOMÓVILES.
- LOS RESULTADOS NUMÉRICOS TUVIERON UN BUEN COMPORTAMIENTO PARA EN LOS MÉTODOS TDV, NO ASI CON EL MÉTODO DE RUNGE-KUTTA.