



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"OBTENCION DE ESPECTROS DE RESPUESTA USANDO EFECTOS DE SITIO SEPARADOS DE REGISTROS SISMICOS, MEDIANTE EL USO DE ALGORITMOS GENETICOS"

299870

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A

MOISES GERARDO CONTRERAS RUIZ ESPARZA



MEXICO, D. F.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
FING/DCTG/SEAC/UTIT/140/01

Señor
MOISES GERARDO CONTRERAS RUIZ ESPARZA
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **DR. JORGE AGUIRRE GONZÁLEZ**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

**"OBTENCIÓN DE ESPECTROS DE RESPUESTA USANDO EFECTOS DE SITIO
SEPARADOS DE REGISTROS SÍSMICOS, MEDIANTE EL USO DE ALGORITMOS GENÉTICOS"**

- I. **INTRODUCCION**
- II. **ANTECEDENTES**
- III. **MARCO TEÓRICO**
- III. **MÉTODOS DE SOLUCIÓN**
- IV. **APLICACIONES**
- V. **CONCLUSIONES**
- BIBLIOGRAFÍA**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 31 de agosto de 2001.
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/GMP/mstg.

A todas aquellas personas que han hecho y hacen de la UNAM un oasis de una especie de universalidad en este país.

A mis padres, Moises y Rosa Lilia, por conseguir guiarme.

A mis hermanos, Ana Lilia, Beatriz, Adolfo y Vicky, por compartir gran parte de sus vidas y su tolerancia conmigo.

A la fuerza debida a un campo central por dejar mella en mi alma y en mi cuerpo.

Agradecimientos

A mi amigo y director de tesis, Dr. Jorge Aguirre, por compartir conmigo su amplio conocimiento, y soportarme.

Al Dr. Francisco Sánchez S. por confiar en mi.

A mis amigos Alex, Artur, Bato, Betote, Chaman, Cuñado, Edgar, Emiliano, Fazz, Fich, Fer, Hortensia, Jorge, Juan Carlos, Leo, Liopol, Luis, Maldita, Mario, Manuelilli, Rafael, Oso, Santin, Scuba, Tizon, Vero, Zepeda, por su amistad y soportar mis discusiones.

A Marco A. Contreras, por su gran cariño e iniciar mi gusto por las Ciencias de la Tierra.

A Humberto Ruiz Esparza, por pagar mi carrera.

El programa para calcular el espectro de respuesta utilizando Vibraciones Aleatorias fue amablemente proporcionado por el Dr. Eduardo Reinoso Angulo. Las discusiones sobre Vibraciones Aleatorias con el Dr. Mario Ordaz S. Fueron muy enriquecedoras. El programa de algoritmos genéticos usado en este trabajo fue GENESIS versión 5.0 elaborado por John J. Grefenstette. Los registros de aceleración fueron obtenidos de la base nacional de datos de sismos fuertes. Este proyecto ha sido patrocinado por el CONACYT proyecto número J27740T.

Índice

INTRODUCCIÓN	1
I. ANTECEDENTES	
I.1 Efectos de sitio y efectos de fuente	3
I.2 Oscilador de un grado de libertad	14
II. MARCO TEÓRICO	
II.1 Algoritmos Genéticos	18
II.2 Espectros de respuesta	23
III. MÉTODOS DE SOLUCIÓN	
III.1 Método MAI para la separación de efectos de sitio	28
III.2 Aplicación de la teoría de vibraciones aleatorias para la obtención de un espectro de respuesta	31
III.3 Metodología propuesta para obtener espectros de respuesta	34
IV. APLICACIONES	
IV.1 Comprobación del Método MAI, con un problema sintético	36
IV.2 Aplicación del método propuesto a distintos lugares en la Ciudad de Acapulco	41
V. CONCLUSIONES	46
REFERENCIAS	47

INTRODUCCIÓN

Los espectros de respuesta son la base para proponer espectros de diseño, los cuales son necesarios para el diseño sísmico de estructuras, estos se tratarán con detalle en el capítulo dos.

Usualmente para la obtención de espectros de respuesta en un sitio dado es mejor tener los registros de algún evento. El método propuesto en este trabajo permite estimar los espectros de respuesta de un sismo que no haya sido registrado en un sitio.

El registro de temblores constituye la herramienta más importante en la ingeniería sísmica para estudiar los sismos y sus efectos en estructuras civiles. Dado que en este movimiento sísmico se encuentran mezcladas las contribuciones de la fuente, el efecto de sitio y la trayectoria, sería preferible separar la contribución de estos efectos para poder estudiarlos por separado.

Andrews (1982), considerando que las observaciones sólo contenían efectos de sitio y fuente, planteó el problema en forma matricial a través de una linearización de los espectros de Fourier de la fuente, del efecto de sitio y del movimiento observado. Usando I estaciones y J eventos (resultando $K=I \times J$ registros), resolvió la matriz de K renglones y $I+J$ columnas para cada frecuencia usando el método de descomposición en valores singulares. Iwata e Irikura (1988) siguieron la formulación de Andrews (1982), pero además introdujeron el término de atenuación de las ondas S a lo largo del trayecto. En este método, los registros son normalizados con respecto a una estación en roca que se supone libre de efectos de sitio. Moya *et al.* (2000) realizaron la separación de los efectos de sitio y de fuente, para las réplicas del sismo de Kobe de 1995 en estaciones muy cercanas a la fuente. Ellos consideraron únicamente la separación entre los efectos de sitio y la fuente, ya que los datos fueron corregidos previamente por trayecto con valores obtenidos en estudios anteriores de atenuación en la zona. Dado que el método que utilizan no requiere de la normalización con respecto a una estación en roca, les permitió encontrar los efectos de sitio en una estación ubicada en terreno firme y que resultaron ser significantes.

En el presente trabajo se sigue el método propuesto por Moya *et al.* (2000), explicado en el capítulo tres, con algunas modificaciones propuestas y discutidas en el mismo capítulo. Se consideraron las leyes de atenuación encontradas por Ordaz y Singh (1992) para separar los efectos de sitio y los efectos de fuente de cuatro sismos de subducción y cuatro estaciones ubicadas en distintas estaciones de la ciudad de Acapulco, Guerrero. Previo a lo anterior, se realizó una prueba con un modelo que incluye cuatro efectos de sitio y cuatro fuentes sintéticas. Ambas aplicaciones están desarrolladas en el capítulo cuatro.

Una vez obtenidos los efectos de sitio de cuatro estaciones en la ciudad de Acapulco, se generaron espectros de respuesta de algunos de estos sitios, utilizando la teoría de vibraciones aleatorias. Esta metodología se explica en el capítulo tres; finalmente los espectros de respuesta obtenidos fueron comparados con los calculados con un método exacto.

I. ANTECEDENTES

I.1 Efectos de sitio y efectos de fuente

Efectos de sitio

Se sabe que cada suelo responde de diferentes formas cuando es movido por un terremoto. Generalmente los suelos finos blandos amplifican el movimiento del suelo en mayor grado que los suelos firmes o que el suelo rocoso. Uno de los logros de la ingeniería sísmológica ha sido la cuantificación de estas amplificaciones en las regiones metropolitanas, en áreas con peligrosidad sísmica. Estas mediciones pueden ser de gran ayuda para detectar regiones donde el peligro sísmico es mayor debido a que se ubican en zonas cuyas características geológicas y estructuras subsuperficiales amplifican el sismo.

Un sismo de gran magnitud genera distintos patrones de daño en sitios cercanos si las características del suelo son diferentes. Esto es sencillo de entender al observar las variaciones de los registros del movimiento del suelo entre estos sitios. Como ejemplo se utilizan los registros del sismo del 14 de septiembre de 1995 ($M=7.3$), cuyo hipocentro se localizó en Copala, Guerrero. Las estaciones RM48 y CO56, que se encuentran en zona de lago de la Ciudad de México, donde el suelo es muy suave con una topografía semiplana, muestran variaciones entre sus registros de movimiento para el mismo sismo (Fig. 1.1a). Un segundo ejemplo muestra los registros de movimiento del mismo sismo grabados en las estaciones CUP4 y FJ74, localizadas sobre terreno firme a una distancia similar a la de las otras dos (Fig. 1.1b).

Un factor común en varios de los métodos para estimar las amplificaciones del movimiento del suelo en un sitio particular, es usar un sitio en roca como sitio de referencia. Una consideración importante de estos métodos es que los registros captados en roca se suponen equivalentes al movimiento en la base de las capas de suelo. Una descripción esquemática de lo anterior se puede ver en la figura 1.2.

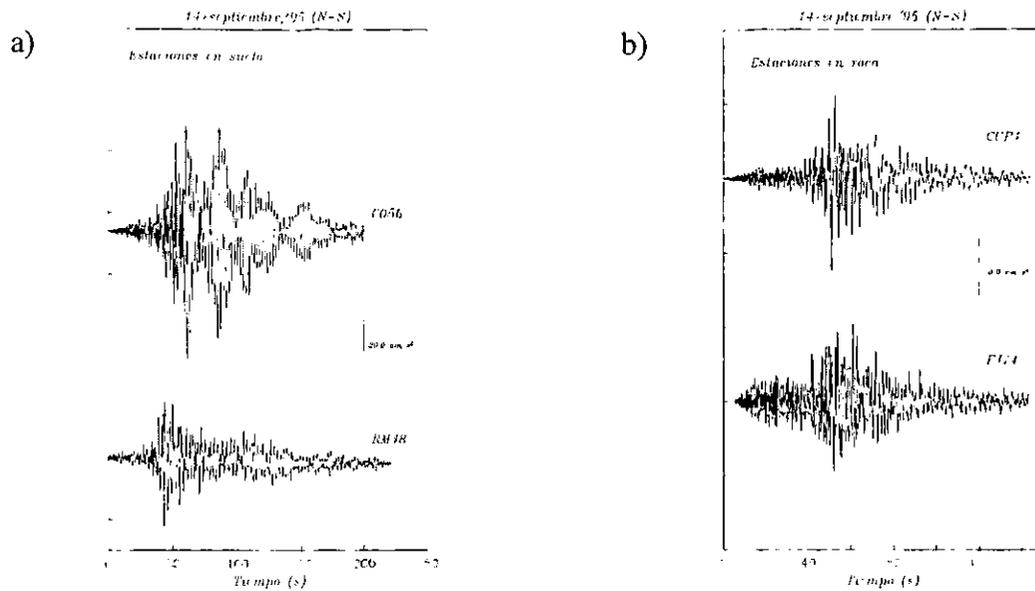


Figura 1.1 Variación en el movimiento del suelo en la componente norte-sur de registros a) en suelo blando y b) en suelo firme, para el sismo del 14 de septiembre de 1995 (M=7.3).

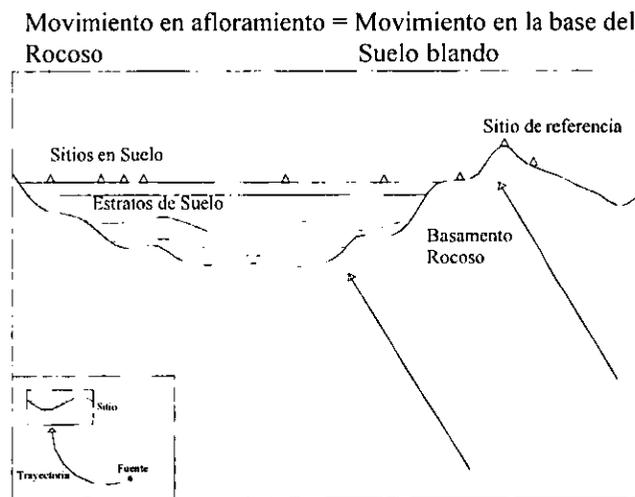


Figura 1.2 Diagrama esquemático mostrando la suposición común de que el movimiento en sitios de roca se considera como el movimiento de referencia de sitios en suelos cercanos.

Se puede definir el efecto de sitio de tres maneras (Jamison *et al.*, 1996). Primero, utilizando una definición teórica, según de la cual la respuesta de sitio se estima al simular la propagación hacia arriba de un movimiento en la base de una columna de suelo. Para obtener el movimiento en la superficie se debe que aplicar un filtro a la onda incidente. Este filtro registra la respuesta de sitio teórica. Ésta es utilizada extensivamente en ingeniería sísmológica y en análisis de riesgo sísmico. Segundo, usando una definición práctica, se

considera como respuesta de sitio a las modificaciones que se requiere aplicar a los movimientos en una roca superficial para obtener los movimientos en la superficie del suelo, que generalmente son estimadas mediante los cocientes espectrales del suelo con respecto a la roca. Este método lo usan ampliamente los sismólogos. El tercero calcula la diferencia entre el movimiento en una perforación que ha alcanzado el basamento rocoso, y los movimientos registrados en la superficie del mismo. En el presente trabajo se muestra un método distinto a los anteriores para la obtención de efectos de sitio, el cual será presentado en el capítulo tres.

Efectos de Fuente

La mayoría de los temblores de origen tectónico se deben a los desplazamientos relativos de fallas geológicas. Las principales fallas son las fronteras entre las placas que forman la corteza terrestre, las cuales se deslizan sobre una capa blanda llamada astenósfera con lentos movimientos relativos entre ellas. Para explicar las fuerzas que mueven a las placas se han generado diversas teorías (Le Pichon *et al*, 1973); todas coinciden en aceptar que dichas fuerzas son producto de las corrientes generadas por los procesos de convección en el interior de la tierra. Se ha especulado (Artyushkov, 1972) que la tierra se formó por agregación de meteoritos y el incremento de masa aumentó la radioactividad. Así, el planeta se calentaría y su núcleo crecería a expensas de la fusión del manto. El material fundido tendría distintas densidades originando así procesos de convección. Estudios recientes sostienen, por el contrario, que la tierra se está enfriando y que la tectónica de placas es una etapa en la evolución geológica del planeta (Wood, 1979). De cualquier manera, las altas temperaturas que la tierra conserva en su interior explicarían, junto con las diferentes densidades, los mecanismos de convección.

La corteza está entonces sujeta a cambios en su estado de esfuerzos y deformaciones. El aumento del esfuerzo hasta niveles que sobrepasan la resistencia inicia un proceso de ruptura que, de acuerdo con la teoría de Reid (1969), es una liberación súbita de la deformación. La ruptura inicia en un punto y se propaga bajo condiciones dinámicas que aún no son bien comprendidas, debido a lo poco que se conoce sobre el comportamiento de

las rocas ante las altas presiones y temperaturas que se supone existen en las profundidades del planeta. No obstante, puede aceptarse que al liberarse de esfuerzos en una parte de la falla hay un aumento de éstos en otra parte, con lo que continúa la ruptura.

Debido a que las fronteras de las fallas son irregulares, la ruptura estará localizada sólo en algunas partes del plano de falla y estará asociada a una “caída de esfuerzo” después de un proceso gradual de incremento del esfuerzo. La caída de esfuerzo tiene una historia temporal que depende de las propiedades físicas de la superficie de falla, tales como resistencia a la fricción, rugosidad y temperatura, entre otras (Mikumo y Miyatake 1978, Kasahara 1981). En ciertos casos en que la resistencia estática a la fricción se excede, se puede tener deslizamiento asísmico.

Se han propuesto muchas teorías y modelos que se han comparado con las observaciones con distintos grados de éxito. La mayoría de los modelos se basan en la teoría de dislocaciones o en teorías generalizadas de fuentes puntuales, en las cuales la propagación de la fuente simula el fenómeno de ruptura.

Uno de los métodos más simples para modelar la fuente de dimensiones finitas, se conoce como el modelo de Haskell y consiste en una falla rectangular de longitud L y ancho W (ver figura 1.3), en el cual el deslizamiento del Δu se propaga sólo a lo largo de la dirección L con una velocidad constante V ; el deslizamiento se mueve en forma instantánea a lo largo de W (Haskell 1964).

La coordenada a lo largo de L es ξ con origen en uno de los extremos de la falla y Δu tiene una sola componente (Fig. 1.3). Las fracturas que se propagan sólo en una dirección (desde 0 hasta L) son llamadas fracturas unilaterales, y aquellas que se propagan en ambos sentidos (de 0 a $L/2$ y de 0 a $-L/2$) son llamadas fracturas bilaterales. El desplazamiento asociado con una dislocación tiene tres distintos términos: el campo cercano, el campo intermedio y el campo lejano. A distancias más allá de algunas longitudes de falla, los efectos de campo lejano dominan, y es justamente en el campo lejano donde examinaremos la función temporal de fuente.

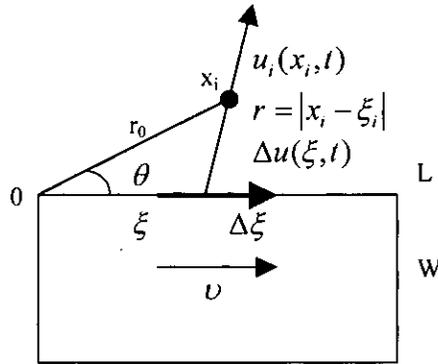


Figura 1.3 Falla rectangular del modelo de Haskell.

Se considera el campo de desplazamiento de ondas P asociado a un doble par de fuerzas para un medio infinito, homogéneo e isótropo, el cual se puede escribir como:

$$u_i^p(x_j, t) = \frac{\mu}{4\pi\alpha^3\rho} \int_{\Sigma} \frac{R(n_k, l_k, \gamma_k)}{r} \Delta u \left(\xi, t - \frac{r}{\alpha} \right) dS \quad (1.1)$$

La ecuación anterior describe el desplazamiento en la posición x_j , donde j varía de 1 hasta 3 y u_i^p es el componente de desplazamientos en la dirección i debido al campo de ondas P; $r = |x_i - \xi|$ es la distancia desde el punto de observación x a un punto de la fuente ξ , donde el deslizamiento Δu se localiza en cada momento y $R(n_k, l_k, \gamma_k)$ es el patrón de radiación; éste depende de la orientación de la fuente (l, n) y la posición del punto de observación (γ_i) . Para el desplazamiento unilateral, de acuerdo con la expresión anterior y considerando la geometría de la figura 1.3, la forma de las ondas P en el campo lejano está dada por:

$$u(x_i, t) = W \int_0^L \Delta u \left(\xi, t - \frac{r_0 - \xi \cos \theta}{\alpha} \right) d\xi \quad (1.2)$$

Si el deslizamiento u se mueve en la dirección positiva de ξ con una velocidad de fractura constante v , entonces $\Delta u(\xi, t) = \Delta u(t - \xi/v)$ y obtenemos:

$$u(x_i, t) = W \int_0^L \Delta \dot{u} \left[t - \frac{r_0}{\alpha} - \frac{\xi}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta \right) \right] d\xi \quad (1.3)$$

Si se sustituye:

$$d = \frac{r_0}{\alpha} + \frac{\xi}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta \right) \quad (1.4)$$

la transformación de Fourier de $u(x_i, t)$ es:

$$U(x_i, \omega) = W \int_0^L d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \dot{u}(t-d) e^{-i\omega(t-d)} dt \quad (1.5)$$

Sin embargo, se tiene que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Delta \dot{u}(t-d) e^{-i\omega(t-d)} dt = i\omega \Delta U(\omega) e^{-i\omega d} \quad (1.6)$$

donde $\Delta U(\omega)$ es la transformada de Fourier de $\Delta u(t)$, la transformada de Fourier de $\Delta \dot{u}(t)$ es $i\omega \Delta U(\omega)$, y $\Delta u(t-d) = \Delta U(\omega) e^{-i\omega d}$. Por lo tanto, la ecuación (1.5) se convierte en:

$$U(x_i, \omega) = Wi\omega \Delta U(\omega) e^{-i\omega r_0/\alpha} \int_0^L e^{-i \frac{\xi \omega}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta \right)} d\xi \quad (1.7)$$

Para evaluar la integral de (1.7) se sustituye $b = -(w/\alpha)(\alpha/v - \cos \theta)$ y se obtiene:

$$\int_0^L e^{i h \xi} d\xi = \frac{2}{b} \operatorname{sen} \left(\frac{bL}{2} \right) e^{i \left(\frac{hL}{2} \right)} = L \frac{\operatorname{sen} X}{X} e^{iX} \quad (1.8)$$

donde:

$$X = \frac{bL}{2} = -\frac{\omega L}{2\alpha} \left(\frac{\alpha}{v} - \cos \theta \right) \quad (1.9)$$

La forma final de la transformada de los desplazamientos elásticos de las ondas $U(x, \omega)$, de acuerdo con (1.7), es:

$$U(x, \omega) = WL\omega\Delta U(\omega) \frac{\operatorname{sen} X}{X} e^{\left[-i \left(\frac{\omega x_0}{\alpha} - X - \frac{\pi}{2} \right) \right]} \quad (1.10)$$

donde se reemplaza $i = e^{i\pi/2}$. La forma del espectro de amplitud depende del factor $\operatorname{sen} X / X$. Esta función tiene el valor unitario para $X = 0$ y raíces para X igual a múltiplos enteros de π , y su envolvente decrece como $1/X$ (Fig. 1.4). Para valores constantes de θ y L , X depende de ω en el límite; cuando ω tiende a cero (para bajas frecuencias), el factor $\operatorname{sen} X / X$ es igual a la unidad, y para altas frecuencias, su envolvente decrece como $1/\omega$.

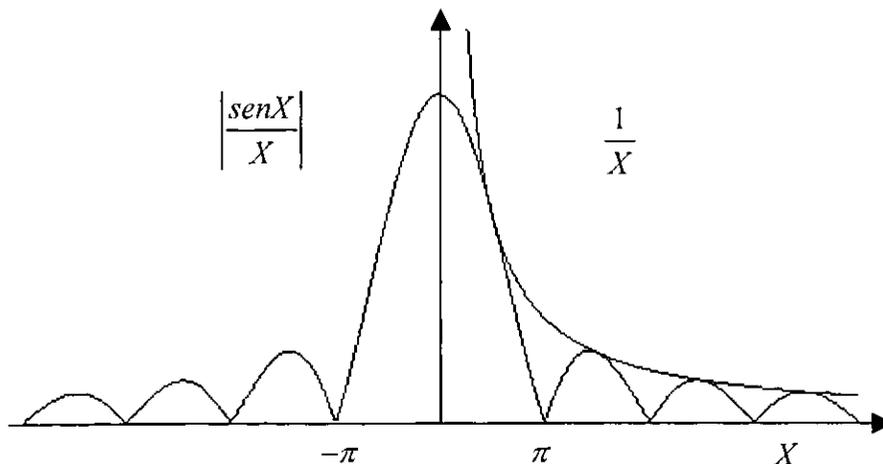


Figura 1.4 La función $\operatorname{sen} X / X$

La forma del espectro de amplitud depende también de la forma de $\Delta U(\omega)$, la transformada de la función temporal de fuente (STF, por sus siglas en inglés)(ecuación (1.10)). Si $\Delta u(t) = \Delta u H(t)$, su transformada es $\Delta U(\omega) = \Delta u / (i\omega)$. De la ecuación (1.10), nosotros obtenemos que $U(\omega)$ es proporcional al momento sísmico ($M_0 = \mu L W \Delta u$) para el límite de bajas frecuencias y decrece como $1/\omega$ para altas frecuencias. Si la STF tiene un tiempo de ascenso τ para que Δu llegue a su valor máximo en cada punto del plano de falla, el espectro depende de la transformada de STF; por ejemplo:

$$\Delta u(t) = \begin{cases} \Delta u t / \tau_0, & 0 < t < \tau \\ \Delta u, & t \geq \tau \end{cases}; \quad \Delta U(\omega) = \frac{\Delta u(1 - e^{-i\omega\tau})}{\omega^2 \tau} \quad (1.11)$$

$$\Delta u(t) = \Delta u H(t)(1 - e^{-t/\tau}); \quad \Delta U(\omega) = \frac{\Delta u}{(1 + i\omega\tau)i\omega} \quad (1.12)$$

En ambos casos, la transformada depende de $1/\omega^2$. Si se sustituyen estos valores de $\Delta U(\omega)$ en (1.10), la envolvente de $U(\omega)$ decrece con la frecuencia como $1/\omega^2$. Si se representa el espectro con respecto al logaritmo de la frecuencia, su forma será plana para frecuencias bajas y desde cierta frecuencia ω_c , llamada frecuencia de esquina, la envolvente es una línea recta con pendiente -2 (en la grafica log-log de la figura 1.5). Esta forma del espectro se debe al efecto generado por la combinación de la dimensión de la frecuencia y del tiempo de ruptura.

Si se considera el caso particular en el cual $\theta = \pi/2$ y ω_c corresponde a $X = \pi/2$, se obtiene $\omega_c = 2\nu/L$; ésto es, que la frecuencia de esquina es proporcional al inverso de la longitud de la fuente. Espectros observados de ondas sísmicas han mostrado estas características, las cuales indican las dimensiones de la fuente y la existencia de un tiempo de ruptura (Aki, 1967).

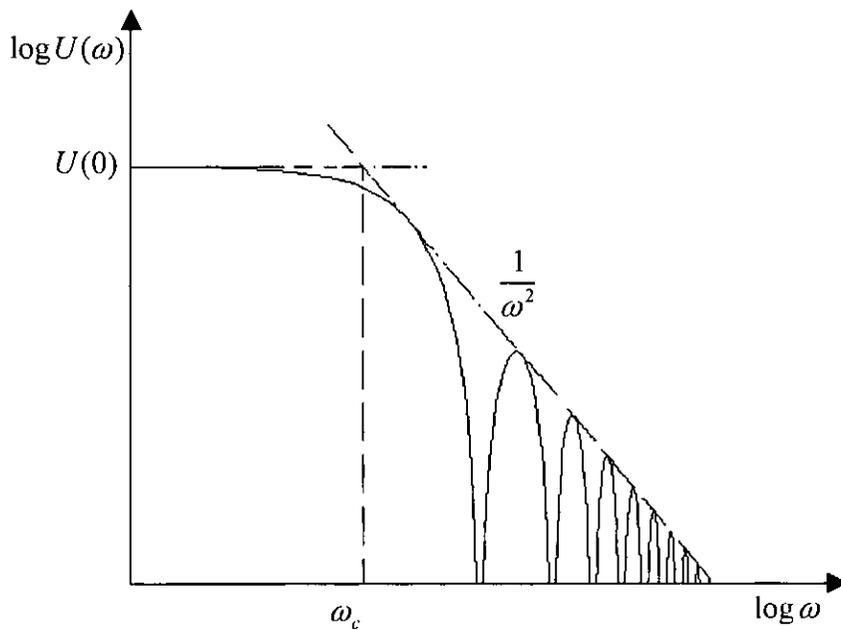


Figura 1.5 Forma del espectro de amplitudes de ondas sísmicas para una falla extensa con dimensiones y tiempo de ruptura finitos.

La influencia de la dimensión de la fuente puede ser aislada por medio de la función $D(\omega)$, definida por Ben Menahem (1961) como el cociente de las amplitudes espectrales de las ondas que dejan a la fuente en direcciones opuestas, esto es, con ángulos θ y $\theta + \pi$. De acuerdo con (1.9) y (1.10), este cociente es:

$$D(\omega) = \frac{\text{sen}\left\{\left[\frac{\omega L}{2c}\right](c/v - \cos\theta)\right\}(c/v + \cos\theta)}{\text{sen}\left\{\left[\frac{\omega L}{2c}\right](c/v + \cos\theta)\right\}(c/v - \cos\theta)} \quad (1.13)$$

donde c es la velocidad de onda. Esta función tiene series de máximos y mínimos para frecuencias que dependen de L y v , y pueden ser usadas para determinar las dimensiones de la fuente y la velocidad de propagación de la ruptura. Ésto es más fácil para ondas superficiales, ya que θ representa el azimut en el foco con respecto a la traza de la falla.

Otro efecto de la ecuación (1.10) es la forma del patrón de radiación. Si la longitud de onda es mucho más larga que las dimensiones de la fuente ($\lambda \gg L$), X tiende a cero y $\text{sen}X/X$ es unitario para todos los valores de θ ; las amplitudes no se afectan y el patrón de

radiación corresponde al de una fuente puntual. Si la longitud de onda es del mismo orden que las dimensiones ($\lambda \approx L$), las amplitudes se afectan por un factor $\frac{\sin X}{X}$ que depende de θ y el patrón de radiación se modifica. De acuerdo con (1.9), este factor es máximo para $\theta=0$ y mínimo para $\theta=\pi$; las amplitudes son más largas en la misma dirección que la propagación de la fractura ($\theta=0$) y más pequeñas en dirección contraria ($\theta=\pi$) (Fig. 1.6). Este efecto, llamado enfocamiento de la energía, se da en la dirección de la propagación de la fractura y es un fenómeno que ocurre en todas las fuentes de propagación.

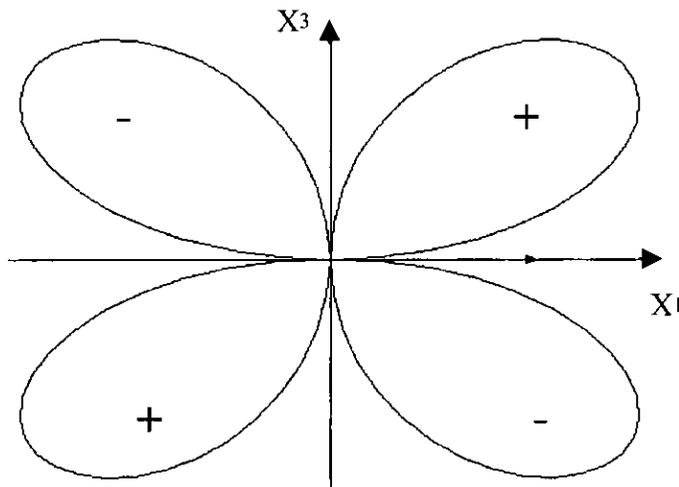


Figura 1.6. Efecto de la propagación de la fractura en el patrón de radiación de las ondas P

El modelo cinemático de la fractura rectangular unilateral con velocidad de ruptura constante, nos muestra el efecto de las dimensiones de la fuente en el campo de desplazamientos radiado. Este espectro de amplitudes de desplazamientos tiene valores proporcionales al momento sísmico en las frecuencias bajas y estos valores decrecen con la frecuencia para altas frecuencias, empezando en la frecuencia de esquina. Si la STF incluye un tiempo de ruptura y éste decrece en función de $1/\omega^2$, el patrón de radiación también se afecta por las dimensiones con más energía radiada en el azimut, correspondiente a la dirección de propagación de ruptura.

El modelo de fractura bilateral de Haskell, con velocidad de ruptura $v=0.9\beta$ y una STF dada por (1.12), tiene dos frecuencias de esquina ω_1 y ω_2 en lugar de una (Savage, 1972).

Para frecuencias entre cero y ω_1 , el espectro es plano; entre ω_1 y ω_2 decrece con pendiente ω^{-1} , y para frecuencias mayores a ω_2 decrece con pendiente ω^{-2} (Fig. 1.7).

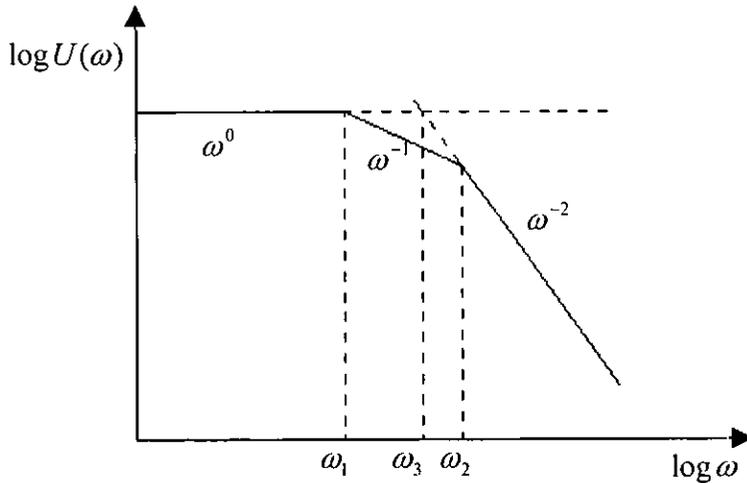


Figura 1.7 Espectro de amplitudes de ondas sísmicas según el modelo de Savage

Una tercer frecuencia ω_3 se define por medio de la intersección de la parte plana y la caída ω^{-2} . Para ondas P y S, ω_1 , ω_2 y ω_3 están dadas por:

$$\begin{array}{ll}
 \omega_1 = \frac{\alpha}{2L} & \omega_1 = \frac{3.6\beta}{L} \\
 P: \quad \omega_2 = \frac{2.4\alpha}{W} & S: \quad \omega_2 = \frac{4.1\beta}{W} \\
 \omega_3^2 = \frac{2.9\alpha^2}{LW} & \omega_3^2 = \frac{14.8\beta^2}{LW}
 \end{array}$$

La frecuencia de esquina de las ondas P es siempre más baja que las de las ondas S. Generalmente las frecuencias de esquina ω_c observadas corresponden a ω_3 , y por medio de este valor podemos obtener las direcciones de la fuente:

$$(LW)^{1/2} = \frac{1.7\alpha}{\omega_c^P} = \frac{3.8\beta}{\omega_c^S} \quad (1.14)$$

La diferencia entre ω_1 y ω_2 depende de la relación entre L y W . Si $W \ll L$, esto es que la falla sea estrecha y larga, entonces la diferencia es grande, mientras que si $L \approx W$, las tres frecuencias prácticamente coinciden.

Estos conceptos serán utilizados para separar los efectos de sitio de los de fuente en un registro sísmico. En el capítulo tres se explica la manera en que se realiza esta separación.

I.2 Oscilador de un grado de libertad

Para el estudio de las vibraciones de estructuras expuestas a fuerzas laterales (u horizontales) en la parte más alta de las mismas, ocasionadas por el movimiento horizontal del suelo, normalmente se utilizan estudios de estructuras simples, como un tanque elevado de agua o una pérgola. Las llamamos simples porque el tanque elevado se puede idealizar como una masa (m) concentrada, soportada por una estructura sin masa con una rigidez lateral (k). Se puede hacer una idealización semejante con una pérgola con un techo de concreto soportado por columnas de tubos de acero, los cuales se pueden considerar sin masa. El techo de concreto es muy rígido y la flexibilidad de la estructura en movimiento lateral (u horizontal) se obtiene de las columnas. El sistema idealizado se muestra en la figura 1.8a con un par de columnas que soportan el área tributaria del techo de concreto. El sistema tiene una masa concentrada (m) igual a la masa del techo y su rigidez lateral (k) es igual a la suma de las rigideces de cada columna. Una idealización similar se muestra en la figura 1.8b con respecto al tanque de agua. Cuando éste está lleno de agua no puede haber chapoteo, por lo que se tiene una masa concentrada (m) soportada por una torre realmente ligera, la cual es posible considerar sin masa. La torre en cantiliver soportando el tanque de agua da una rigidez lateral (k) a la estructura. Por el momento se asume que el movimiento lateral de esta estructura es pequeño, debido a que las estructuras de soporte se deforman en el rango elástico lineal.

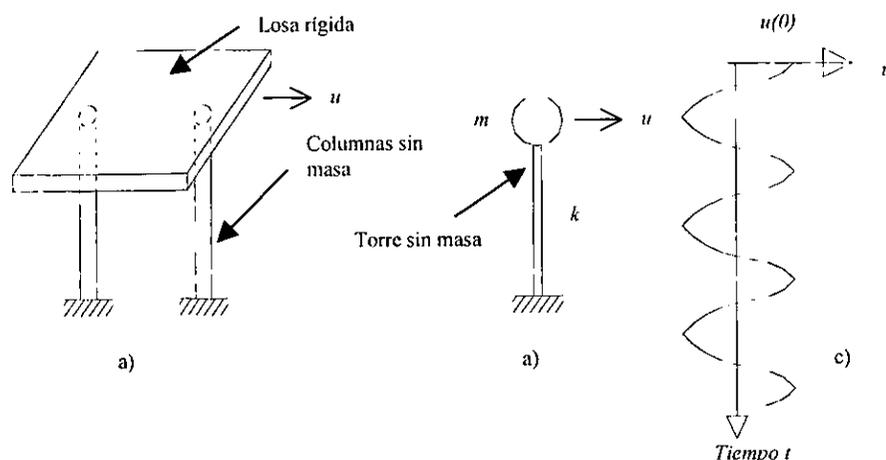


Figura 1.8 a) Pérgola idealizada b) tanque de agua idealizado c) vibración libre debida a un desplazamiento inicial.

Siguiendo el planteamiento de Chopra (1995), la ecuación diferencial que modela los desplazamientos laterales $u(t)$ de estas estructuras idealizadas sin excitación externa (una fuerza aplicada o movimiento del suelo) es

$$m\ddot{u} + ku = 0 \tag{1.15}$$

donde \ddot{u} es la aceleración de la masa. La solución de esta ecuación nos muestra que si la masa del sistema idealizado de la figura 1.8 se mueve por medio de un desplazamiento inicial $u(0)$, luego se libera y se le permite vibrar libremente, la estructura oscilará o vibrará hacia delante y hacia atrás alrededor de su posición inicial de equilibrio. Como se muestra en la figura 1.8c, el mismo desplazamiento máximo ocurre en cada oscilación. Estas oscilaciones continuarán para siempre y en un sistema idealizado nunca se detendrán. Esto es irreal debido a que existe el amortiguamiento.

Un sistema de un grado de libertad se muestra esquemáticamente en la figura 1.9. Éste consta de una masa (m) concentrada a nivel de techo, un marco sin masa que da rigidez al sistema y un amortiguador viscoso, el cual disipa energía vibracional del sistema. Las vigas y columnas se consideran como inextensibles axialmente.

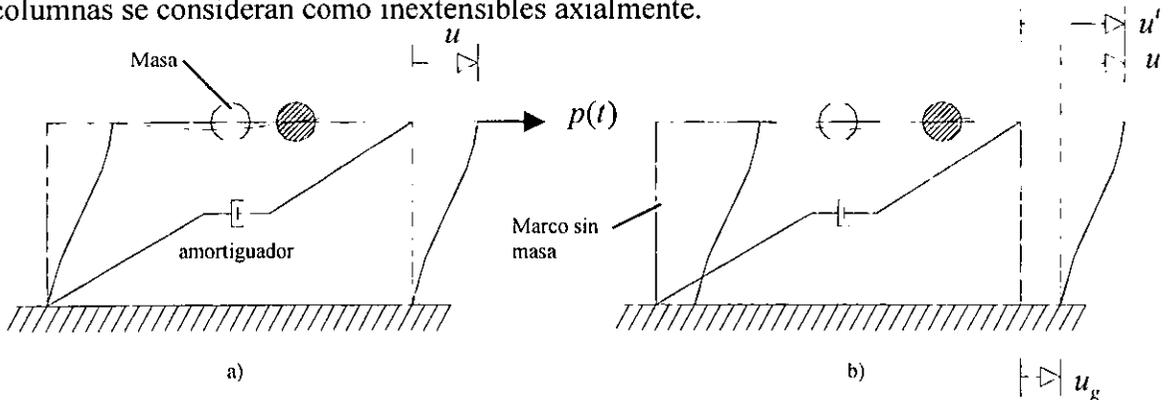


Figura 1.9 Sistema de un solo grado de libertad: a) aplicación de una fuerza $p(t)$; b) movimiento del suelo inducido por un terremoto.

Estos sistemas pueden ser considerados como idealización de estructuras de un solo piso, en las cuales cada miembro de la estructura (trabe, columna, pared, etc.) contribuye en la

inercia (masa), elasticidad (rigidez, flexibilidad) y disipación energética (amortiguamiento). En un sistema idealizado, sin embargo, cada una de estas propiedades son concentradas en tres componentes separadas: masa, rigidez y amortiguamiento.

El número de desplazamientos independientes requeridos para definir las posiciones desplazadas de todas las masas, relativas a su posición original, son llamados grados de libertad para el análisis dinámico. Se necesitan más grados de libertad para definir la rigidez de una estructura, que los necesarios para el análisis dinámico. Consideremos el marco de un solo piso de la figura 1.9 restringido a moverse sólo en la dirección de la excitación. El problema de análisis estático se tiene que formular con tres grados de libertad (un desplazamiento lateral y dos rotaciones en las uniones) para determinar la rigidez lateral del marco. En contraste, la estructura sólo tiene un grado de libertad (desplazamiento lateral) para el análisis dinámico, y si éste se idealiza con masa concentrada en un lugar, generalmente en el nivel del techo, es llamado un sistema de un grado de libertad.

En este caso sólo se tomarán dos tipos de excitación dinámica: (1) fuerza externa $P(t)$ en dirección horizontal mostrado en la figura 1.9a y (2) movimiento del suelo inducido por un terremoto $u_g(t)$ mostrado en la figura 1.9b. En ambos casos, u denota el desplazamiento relativo entre la masa y la base de la estructura.

Si se puede conocer el desplazamiento relativo entre la masa y la base de la estructura para un sismo dado, es posible obtener el desplazamiento máximo para este sismo. También se pueden variar las características del sistema de un grado de libertad para así obtener los desplazamientos máximos para distintos sistemas de un grado de libertad, a este concepto se le conoce como espectro de respuesta, y está explicado más detalladamente en el apartado dos del capítulo dos del presente trabajo.

II. MARCO TEÓRICO

II.1 Algoritmos Genéticos

Los Algoritmos Genéticos son sistemas de búsqueda que simulan dos condiciones que operan sobre los organismos (seres vivos): la selección natural y la genética, con el fin de encontrar la solución que mejor resuelva un problema dado. Utilizan una combinación entre la supervivencia del más apto y un intercambio aleatorio de información de una cadena de caracteres para formar un algoritmo de búsqueda, innovando con algunos de los instintos de búsqueda humana. En cada generación, un nuevo juego de criaturas artificiales (cadenas) es creado usando bits y pedazos de los individuos más aptos de la generación anterior; también son probadas criaturas fortuitas para obtener una buena medición.

Un Algoritmo Genético simple da buenos resultados en muchos problemas prácticos y se compone de tres operadores:

- 1 Reproducción
- 2 Cruce
- 3 Mutación

Reproducción es el proceso en el cual cadenas individuales son copiadas de acuerdo a los valores de la función f (los biólogos llaman a esta función “la función de aptitud”). Intuitivamente podemos pensar en esta función f como una manera de medir el beneficio, la utilidad o la calidad que queremos maximizar. Copiar cadenas de acuerdo al valor de su desempeño significa que la cadena con un valor más alto tiene una probabilidad mayor de contribuir con uno o más descendientes en la siguiente generación. Este operador, obviamente, es una versión artificial de la selección natural, la supervivencia darwiniana del más apto para criaturas representadas por cadenas. En poblaciones naturales, la aptitud se determina por la habilidad de la criatura para sobrevivir a depredadores, enfermedades u otros obstáculos hasta la edad madura, y después reproducirse con éxito. En nuestra configuración artificial imperturbable, la función objetivo es el árbitro final que determina

la vida o muerte de las criaturas-cadena, mientras que la mutación es la generación de una criatura-cadena de forma aleatoria y que no tenga nada que ver con las generaciones anteriores.

Esto se entiende mejor siguiendo a Goldberg (1999); la mecánica de un Algoritmo Genético simple es sorprendentemente sencilla, no tiene mayor complejidad que copiar cadenas e intercambiar porciones de ellas.

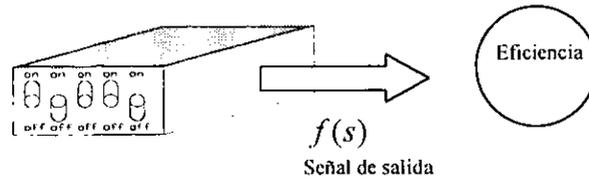


Figura 2.1 Un problema, una caja negra con cinco interruptores, ilustra la idea de un código y la medida de la eficiencia. Los Algoritmos Genéticos sólo requieren estas dos cosas; no necesitan saber el funcionamiento de la caja negra.

Consideremos el problema de la caja negra que consiste en un dispositivo con cinco interruptores (Fig. 2.1). Para todas las combinaciones de estos cinco interruptores hay una señal de salida f , matemáticamente $f=f(s)$, donde s es una configuración particular de los cinco interruptores. El objetivo del problema es configurar los interruptores para optimizar el valor de f . Con otros métodos de optimización se puede trabajar directamente con la combinación de interruptores e intercambiarlos de una configuración a otra, utilizando las reglas de transición de nuestro método. Con Algoritmos Genéticos, primero se codifican los interruptores como una cadena de longitud finita. Un código simple se puede generar representando cada uno de los cinco interruptores por un 1 (si el interruptor está encendido), o por un 0 (si éste se encuentra apagado). Según este código, la cadena 11110 codifica la configuración de la caja en la cual los primeros cuatro interruptores están encendidos y el quinto interruptor está apagado. Los Algoritmos Genéticos comienzan con una población de cadenas y después, se crean sucesivas generaciones de cadenas. Por ejemplo, para generar un inicio aleatorio utilizamos 20 lanzamientos sucesivos de una moneda (aguila=1, sol=0); ésto puede generar una población inicial de tamaño = 4

01101
11000
01000
10011

Ahora se define un juego de operaciones simples con las cuales se tomara esta población inicial y se calcularán generaciones sucesivas, las cuales (se espera) mejoren con el tiempo.

El operador reproductor se puede implementar en el algoritmo de diversas maneras. Por ejemplo, la manera más sencilla es crear una ruleta donde cada cadena tiene un área con tamaño proporcional a su aptitud. Suponiendo que la población-muestra que se obtuvo en el ejemplo de la caja negra tiene una función objetivo o de aptitud f , como se muestra en la Tabla 2.1

No.	Cadena	Aptitud	% del Total
1	01101	169	14.4
2	11000	576	49.2
3	01000	64	5.5
4	10011	361	30.9
Total		1170	100.0

Tabla 2.1 Problema de ejemplo Cadenas y valores de aptitud

Sumando las aptitudes sobre las cuatro cadenas se obtiene un total de 1170. El porcentaje de las aptitudes de la población se muestra también en la tabla. La correspondiente ruleta para la reproducción de esta generación se muestra en la figura 2.2. Para reproducir, simplemente se tiene que girar la ruleta cuatro veces. Para el ejemplo, la cadena 1 tiene un valor de aptitud de 169, que representa el 14.4 por ciento del total de aptitudes. Como resultado, la cadena 1 tiene un 14.4 de probabilidades en la ruleta. Cada vez que se necesite un descendiente, simplemente se gira la ruleta y ésta dará un candidato. De esa forma, la cadena más apta dará mayor cantidad de descendientes para la siguiente generación. Cada vez que una cadena es seleccionada, se reproduce íntegramente. Esta cadena se mete a una incubadora, como una tentativa nueva de generación, para una futura operación genética.

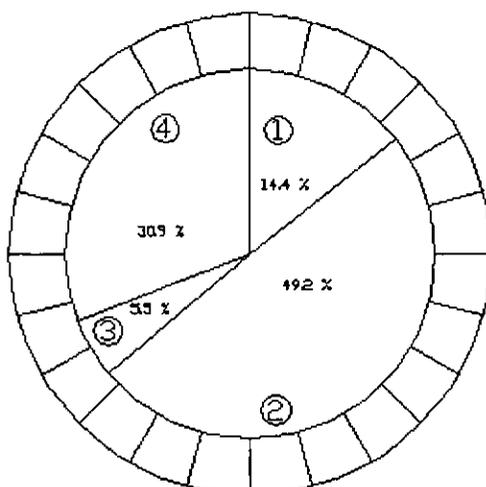


Figura 2.2 Asignación de las cadenas de descendientes de una reproducción simple usando una ruleta con áreas dimensionadas de acuerdo a la aptitud. La ruleta de ejemplo es dimensionada para el problema de la tabla 1.1 (figura obtenida de Goldberg, 1999).

La reproducción, la cruce simple (Fig. 1.3), se puede realizar en dos pasos. Primero, se eligen al azar pares de cadenas recientemente reproducidas en la incubadora. Segundo, una parte entera k de cada cadena es seleccionada aleatoriamente entre 1 y el tamaño total de la cadena menos uno $[1, l - 1]$. Dos cadenas nuevas son creadas al intercambiar todos los caracteres entre la posición $k + 1$ y l de las cadenas originales. Por ejemplo, considerando las cadenas A^1 y A^2 del ejemplo de población inicial:

$$A^1 = 0110|1$$

$$A^2 = 1100|0$$

Suponiendo que al escoger un número aleatorio entre 1 y 4 obtuvimos $k = 4$ (como se indica con el símbolo de separación $|$). El resultado de la cruce arroja dos cadenas nuevas, el símbolo (') indica que la cadena es parte de la nueva generación.

$$A^{1'} = 01100$$

$$A^{2'} = 11001$$

Debido a que el operador mutación juega un papel secundario en el papel del Algoritmo Genético simple, sólo se hace notar que la frecuencia de mutación para obtener buenos resultados en estudios empíricos de Algoritmos Genéticos está en el orden de una mutación por cada mil transferencias de pedazos. La tasa de mutación es igual o más pequeña que en

las poblaciones naturales. Es por ésto que se considera como un mecanismo secundario de los Algoritmos Genéticos.

Un gran número de las técnicas de búsqueda requieren mucha información auxiliar para su funcionamiento apropiado. Por ejemplo, las técnicas de gradientes necesitan derivadas (calculadas analítica o numéricamente) para lograr escalar a la cresta. Otros procedimientos de búsqueda local, como la técnica de mallado de optimización combinatoria (Lawler, 1976; Syslo, Deo, y Kowalik, 1983), requieren de mayor información si los parámetros no son tabulares. En contraste, los Algoritmos Genéticos no necesitan de esta información auxiliar; podría decirse que los Algoritmos Genéticos son ciegos.

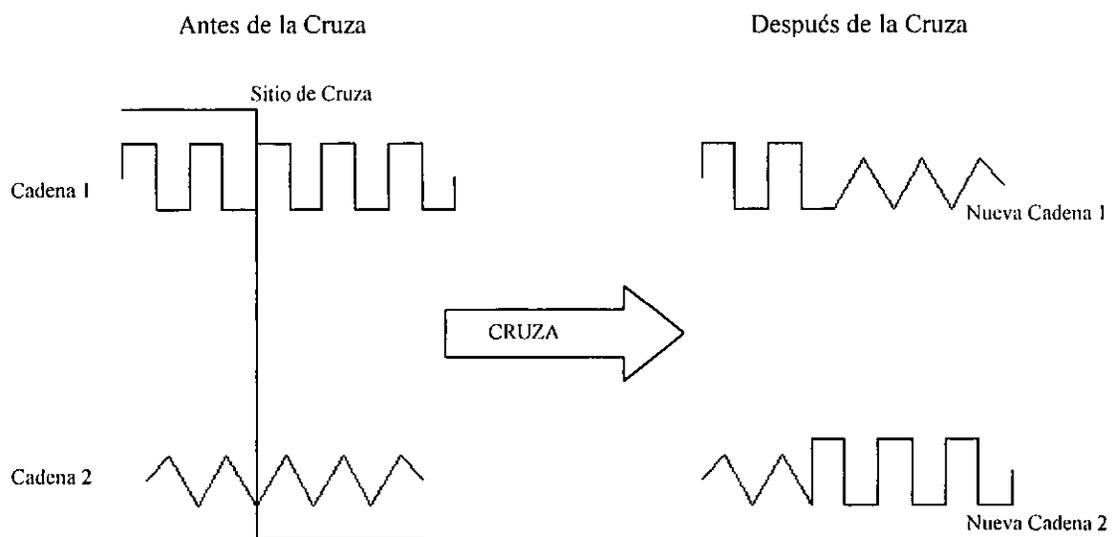


Figura 2.3 Este esquema de una cruce simple muestra el alineación de dos cadenas y el intercambio parcial de información, usando un sitio de cruce elegido aleatoriamente.

Con ayuda de los Algoritmos Genéticos se realizará la separación de efectos de sitio de los de fuente; ésto se explica en el capítulo tres.

II.2 Espectros de respuesta

Actualmente, el concepto de espectros de respuesta es muy conocido; en este trabajo seguiremos el desarrollo de Reinoso (1988).

Si se considera el sistema de un solo grado de libertad que se muestra en la figura 2.4, con masa m , rigidez k y amortiguamiento c . Estos parámetros se suponen constantes. Para obtener la ecuación que rige el movimiento de este sistema, llamado también oscilador elemental (Newmark y Rosenblueth, 1971), se parte del diagrama de cuerpo libre de la masa (Fig. 2.4 b), de donde se observa que el equilibrio dinámico implica:

$$F + G + Q = 0 \quad (2.1)$$

donde $Q = -ku$ es la fuerza elástica de restitución que depende de la rigidez k y del desplazamiento relativo u del oscilador; $G = -c\dot{u}$ es la fuerza debida al amortiguamiento viscoso que depende de la velocidad relativa \dot{u} y del amortiguamiento c . Por último, $F = -m\ddot{u}'$ es la fuerza de inercia que, de acuerdo con la segunda ley de Newton, depende de la masa m y de la aceleración absoluta \ddot{u}' . Sustituyendo valores en (2.1):

$$m\ddot{u}' + c\dot{u} + ku = 0 \quad (2.2)$$

pero como $\ddot{u}' = \ddot{u} + \ddot{u}_g$ (ver figura 1.9) se tiene que

$$m\ddot{u}' = m\ddot{u} + m\ddot{u}_g \quad (2.3)$$

De (2.2) y (2.3) se llega a

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (2.4)$$

dividiendo entre m

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u = -\ddot{u}_g \quad (2.5)$$

se llega finalmente a

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_g \quad (2.6)$$

donde

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (2.7)$$

$$\xi \cdot \omega = \frac{c}{2 \cdot m} \quad (2.8)$$

A ω se le conoce como *frecuencia circular natural* de vibración. Al cociente entre ω y 2π se le llama *frecuencia natural* de vibración, respectivamente:

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}; \quad y \quad T = \frac{1}{f} \quad (2.9a) \text{ y } (2.9b)$$

En (2.8) ξ es una fracción del amortiguamiento crítico y se le conoce como *coeficiente de amortiguamiento*:

$$\xi = \frac{c}{C_{cr}} \quad (2.10)$$

que se usa como una medida del amortiguamiento del sistema. El amortiguamiento crítico C_{cr} es el correspondiente a un sistema en el que la masa, sin oscilar, vuelve a su posición de equilibrio después de un tiempo que se considera infinito y está dado por:

$$C_{cr} = 2 \cdot \sqrt{k \cdot m} \quad (2.11)$$

Cuando la constante c del amortiguamiento es menor que C_{cr} , el sistema se llama subamortiguado.

En la práctica ξ toma valores entre el 2 y el 20% del crítico (5% es el valor empleado en casi todos los cálculos realizados en este trabajo).

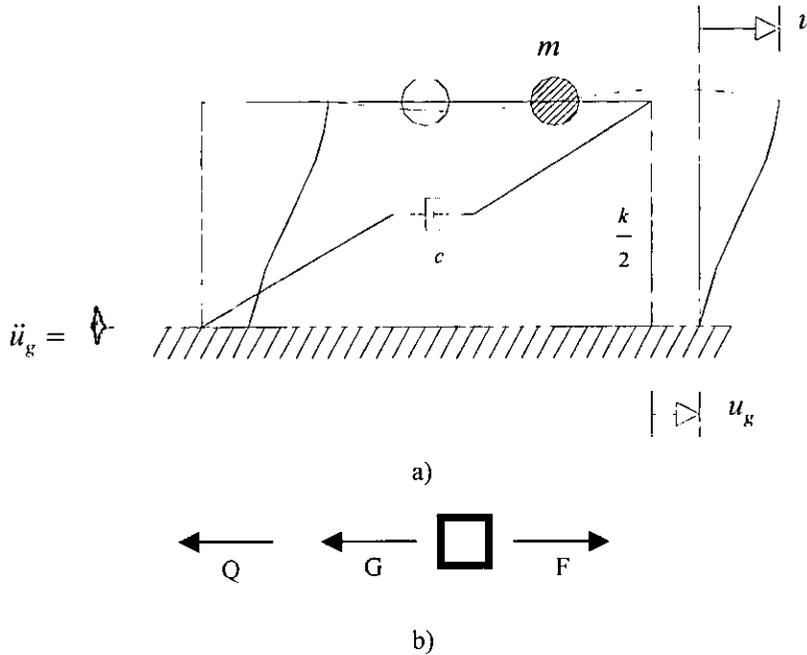


Figura 2.4 Sistema de un solo grado de libertad: a) Representación gráfica b) Diagrama de cuerpo libre.

En resumen, la solución de (2.6) representa la respuesta relativa del oscilador que depende de la frecuencia natural circular de vibración ω , del amortiguamiento dado por (2.10) y de las características de la excitación \ddot{u}_g .

Cálculo de espectros de respuesta

Si se somete un oscilador elemental con frecuencia ω_1 y amortiguamiento ξ_1 a una determinada excitación \ddot{u}_g , la respuesta de la estructura será en general distinta a la señal excitadora tanto en amplitud, como en el contenido de periodos y en la duración del movimiento (ver Fig. 2.5). Esta respuesta alcanzará en algún instante un valor máximo de amplitud r^{\max_1} que la estructura debe resistir para evitar la falla elástica.

Si se somete otro oscilador elemental a la misma excitación y con el mismo amortiguamiento, pero con $\omega = \omega_2$, su respuesta será sensiblemente diferente y en general con un valor máximo r^{\max}_2 también diferente. Si se siguen obteniendo diversas respuestas ante la misma excitación y el mismo amortiguamiento, variando únicamente la frecuencia natural, y se grafica ω_i contra r^{\max}_i , se tendrá finalmente un espectro de respuesta que definiremos finalmente como: *la curva de valor máximo absoluto de la respuesta (aceleración, velocidad, desplazamiento relativo del terreno, etc) presentando en función del periodo o frecuencia natural de las estructuras.* En la figura 2.6 se presenta en forma esquemática el procedimiento general para obtener espectros de respuesta.

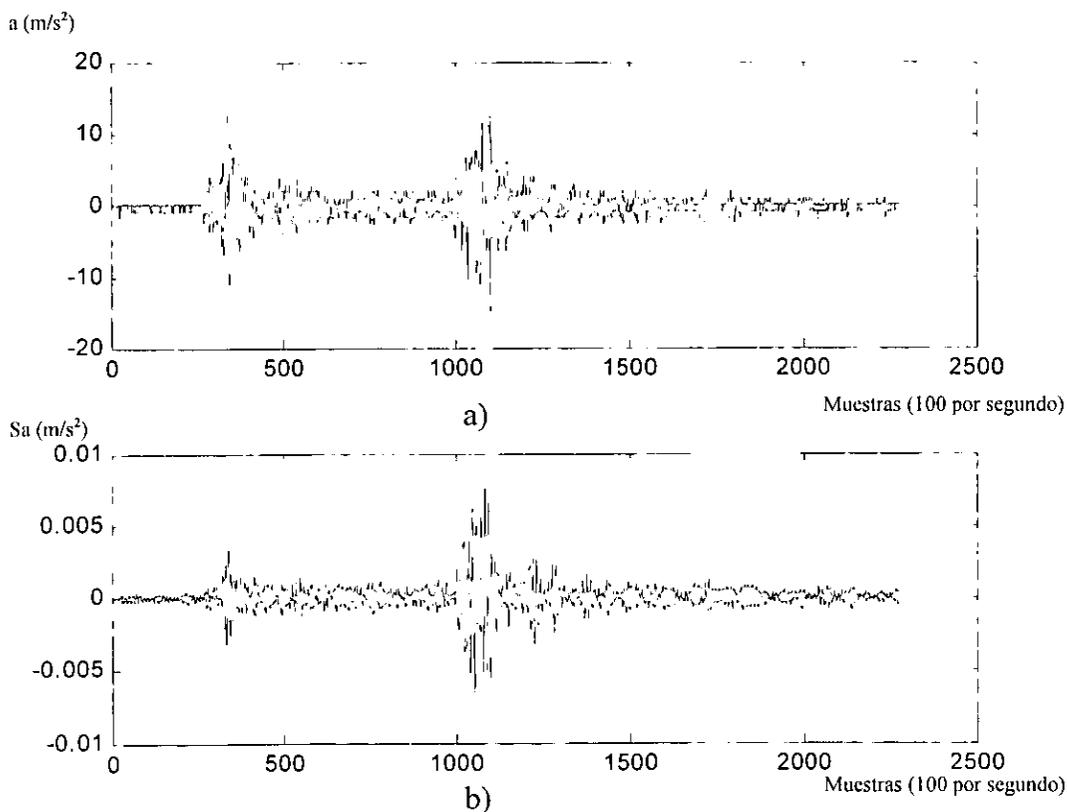


Figura 2.5 a) Aceleración en la base de oscilador, Señal Acapulco Pellandini N-S, 21/VIII/1989)
 b) Respuesta de un oscilador con $T=0.11$ s y amortiguamiento del 5% del crítico.

En el capítulo tres se explica de qué manera se calculan estos espectros de respuesta haciendo uso de la teoría de vibraciones aleatorias.

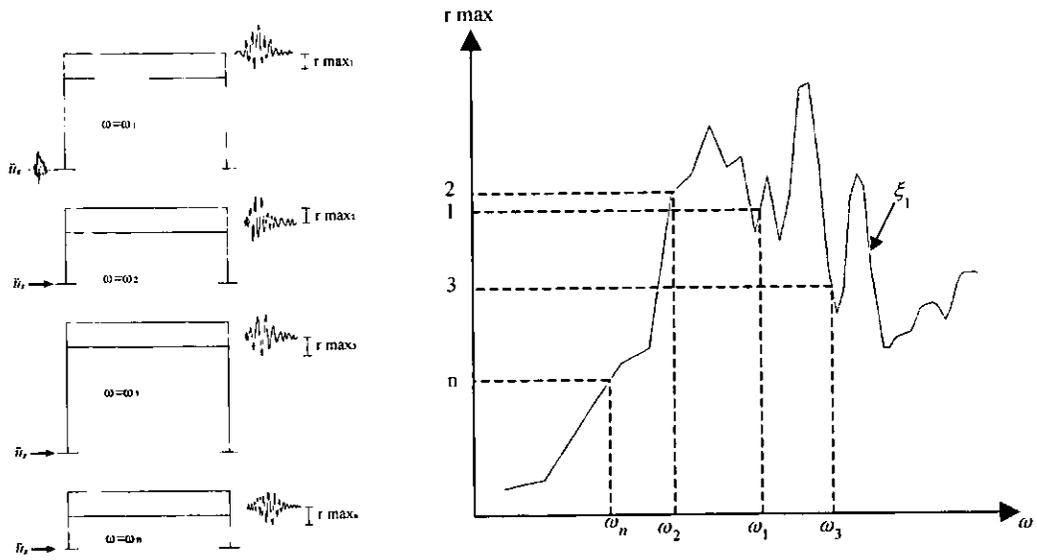


Fig. 2.6 Obtención esquemática de un espectro de respuesta para $\xi = \xi_1$, para un \ddot{u}_g dado (Figura obtenida de Reinoso (1988)).

III. MÉTODOS DE SOLUCIÓN

III.1 Método MAI (Moya, Aguirre e Irikura) para la separación de efectos de sitio

Se aplica el método MAI (Moya, Aguirre e Irikura, 2000), con algunas modificaciones, con el propósito de adecuarlo a estaciones en México.

Para un evento i registrado a una distancia hipocentral R , la amplitud del espectro de Fourier de la señal registrada $Obs_{ij}(f)$ puede escribirse de la siguiente manera:

$$Obs_{ij}(f) = g_i(f) \times C \times S_j(f) \times G(R) \times e^{-\pi R / \beta Q(f)}; \quad (3.1)$$

donde

$$C = \frac{R_{g\phi} FP (2\pi)^2}{4\pi\rho\beta^3}; \quad (3.2)$$

$S_j(f)$ es el espectro de fuente, $g_i(f)$ es el efecto de sitio de la i -ésima estación, $G(R)$ es la atenuación geométrica, R es la distancia hipocentral, β es la velocidad de onda de cortante (3.5 Km/sec), ρ es la densidad (2.8×10^{12} kg/km³), $Q(f)$ es el factor de calidad en este caso se utiliza el de $Q(f) = 273 f^{0.66}$ (Ordaz y Singh, 1992) $R_{g\phi} = 0.55$ es el patrón de radiación promedio (Boore y Boatwright, 1984), F es la amplificación de superficie libre (tomada como 2), P es el factor que considera una partición equitativa de energía en las dos componentes horizontales ($1/\sqrt{2}$). Debido a que se está tomando la suma vectorial de las componentes horizontales, este factor se vuelve igual a 1, $G(R) = (R_x R)^{-1/2}$ donde $R_x = 100$. Si se aplican las correcciones correspondientes al trayecto, con los valores antes descritos, a datos observados, la señal resultante quedará en función de dos incógnitas: los efectos de sitio y el espectro de fuente. Esto es importante porque si se

pudiera conocer la fuente para cualquier terremoto, entonces se podría estimar los efectos de sitio y hacer correcciones para otros espectros donde la fuente es desconocida. Por otro lado, la lectura manual del nivel plano y la frecuencia de esquina de los espectros corregidos no es muy objetiva debido a que éstos se encuentran afectados por el efecto de sitio.

Por lo que, una vez corregidos los espectros, se utilizará un algoritmo de búsqueda para hallar la combinación de los mejores niveles planos y frecuencias de esquina que estimen satisfactoriamente los efectos de sitio, utilizando los Algoritmos Genéticos.

A continuación se describe la manera en que el método utiliza los Algoritmos Genéticos para separar los efectos de sitio y los efectos de fuente. Una vez corregidos los datos observados ($Obs_{ij}(f)$), la ecuación (3.1) se reduce a:

$$Obs_{ij}(f) = S_j(f) \times g_i(f) \quad (3.3)$$

donde $Obs_{ij}(f)$ corresponde al espectro de amplitud corregido de la fuente del j-ésimo evento registrado en la i-ésima estación, $g_i(f)$ es el efecto de sitio de la i-ésima estación y $S_j(f)$ es el término de fuente para el j-ésimo terremoto. Por lo tanto, el efecto de sitio se puede expresar como la relación del espectro observado, corregido respecto a la fuente,

$$g_i(f) = \frac{Obs_{ij}(f)}{S_j(f)} \quad (3.4)$$

Si la fuente se conoce, entonces la ecuación 3.4 puede resolverse fácilmente. Suponiendo que la fuente tiene un decaimiento espectral ω^{-2} (Aki, 1967),

$$S(f) = \frac{\Omega}{1 + \left[\frac{f}{f_c} \right]^2} \quad (3.5)$$

donde Ω corresponde al nivel plano del espectro de desplazamientos en bajas frecuencias, f_c es la frecuencia de esquina ($f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ del apartado uno del capítulo uno). Utilizando la ecuación 3.5 es posible proponer un sinnúmero de combinaciones de niveles planos y frecuencias de esquina para modelar la fuente. Sin embargo, no se tiene ningún parámetro para determinar si la fuente que se propuso es la correcta. Esto se puede determinar cuando se usan varios eventos registrados en diferentes estaciones. Usando Algoritmos Genéticos para proponer niveles planos (Ω) y frecuencias de esquina (f_c) (que constituirán los genes de un individuo), se obtiene un modelo de fuente mediante la ecuación 3.5 para cada evento grabado en las estaciones. Se estimarán ahora los efectos de sitio de la ecuación 3.4, dividiendo lo observado por la fuente propuesta por los Algoritmos Genéticos. Consecuentemente, es posible obtener tantas estimaciones de efectos de sitio para cada estación, como eventos grabados en ella. Debido a que los efectos son los mismos para cada sitio, sin importar el evento, es posible calcular la suma de las desviaciones estándar normalizadas de todas las estaciones y pedirle al Algoritmo Genético una nueva propuesta de Ω 's y f_c 's que la minimice.

Es importante señalar que se deben tomar muestras del espectro de desplazamientos a intervalos regulares de la escala logarítmica, para dar pesos iguales a las bajas y altas frecuencias, de otra manera sería difícil obtener una buena estimación del nivel plano en bajas frecuencias.

Para obtener cálculos eficientes, se necesita definir un cierto rango para los parámetros no conocidos; la manera de escogerlos se explica en el capítulo cuatro, para lo cual se propone un experimento.

III.2 Aplicación de la teoría de vibraciones aleatorias para la obtención de un espectro de respuesta

Sea $a(t)$ una señal de aceleración cuyo espectro de Fourier es $A(f)$. Se define esta señal simétrica con respecto al origen. Además, definiendo el parámetro $\xi(t) = a(t) / A_{cm}$, donde A_{cm} es la aceleración cuadrática media que será definida posteriormente, se puede demostrar que bajo circunstancias generales, los máximos valores de $\xi(t)$ tienen la siguiente densidad de probabilidades:

$$P(\zeta(t)) = \varepsilon \phi\left(\frac{\zeta(t)}{\varepsilon}\right) + (1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \zeta(t) e^{-\zeta(t)^2/2} \phi\left[\zeta(t) \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon}\right] \quad (3.6)$$

donde:

$$\varepsilon^2 = \frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4} \quad (3.7)$$

m_0 , m_2 y m_4 son los momentos estadísticos de orden 0, 2 y 4 de $A(f)^2$, que pueden ser evaluados mediante la expresión:

$$m_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (2\pi f)^{k+1} (A(f))^2 df \quad (3.8)$$

también en la ecuación (3.6)

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.9)$$

haciendo uso del teorema de Parseval (Papoullis, 1965) como sigue:

$$A_{cm} = \sqrt{\frac{m_0}{T_d}} \quad (3.10)$$

donde, A_{cm} es la aceleración cuadrática media. En la expresión anterior, T_d es la duración de la fase intensa del evento que, de acuerdo con Reinoso y Ordaz (2001), para terrenos firmes estaría dada por:

$$T_d = 0.01e^M + (0.036M - 0.07)R + (4.8M - 16)(T_s - 0.5) \quad (3.11)$$

Donde $R = r_0$, distancia del hipocentro en caso de fuente finita, y esté dada en km, M es la magnitud y T_s es el periodo dominante del sitio.

El parámetro ε mide el ancho de banda del espectro: valores altos del parámetro dan espectros de banda ancha y valores bajos generan espectros de banda angosta. Si el parámetro es igual a cero, la distribución de probabilidades se transforma en distribución de Rayleigh y si es igual a 1, se transforma en distribución gaussiana. Como interesa conocer el máximo valor, es necesario derivar la expresión (3.6) de la siguiente forma:

$$P_m(\zeta(t)_{\max}) = \frac{\partial P(\zeta(t)_{\max})^N}{\partial \zeta(t)_{\max}} \quad (3.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores (Cartwright y Longuet-Higgins, 1956), se puede llegar al siguiente planteamiento:

$$P_m(\zeta(t)) = N \left(\phi\left(\frac{\zeta(t)}{\varepsilon}\right) - \sqrt{2\pi}k\phi(\zeta(t))\phi\left(\frac{\zeta(t)k}{\varepsilon}\right) \right)^{N-1} \left[\frac{1}{\varepsilon}\phi\left(\frac{\zeta(t)}{\varepsilon}\right) + \sqrt{2\pi}k\phi(\zeta(t))\left(\zeta(t)\phi\left(\frac{\zeta(t)k}{\varepsilon}\right) - \frac{k}{\varepsilon}\phi\left(\frac{\zeta(t)k}{\varepsilon}\right) \right) \right]$$

A partir de este planteamiento es posible calcular los momentos estadísticos de $\zeta(t)_{\max}$ de forma simple mediante:

$$E\left(\zeta(t)^k\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(t)^k P_m(\zeta(t)_{\max}) d\zeta(t)_{\max} \quad (3.13)$$

donde el término k tiene la siguiente forma:

$$k^2 = 1 - \varepsilon^2 \quad (3.14)$$

De esta última expresión puede demostrarse (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956; Davenport, 1964) que si el logaritmo natural de N no es demasiado pequeño, son válidas las siguientes aproximaciones asintóticas:

$$E(\zeta(t)_{\max}) = \sqrt{2 \ln(N)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \ln(N)}} \quad (3.15)$$

donde γ es la constante de Euler(=0.577...) y N es el número esperado de valores extremos, y se puede definir de la siguiente forma:

$$N = \frac{T_d}{\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3.16)$$

El valor esperado de la aceleración máxima puede deducirse mediante la expresión:

$$E(A_{\max}) = A_{cm} E(\zeta(t)_{\max}) \quad (3.17)$$

En resumen, con las expresiones (3.6) a (3.17) es posible obtener, en forma aproximada, espectros de respuesta de señales registradas, así como de eventos de los que sólo se conocen el espectro de Fourier y la duración de la fase intensa.

III.3 Metodología propuesta para obtener espectros de respuesta

El objetivo final es obtener espectros de respuesta de cualquier sismo en un sitio dado, aún sin que éste haya registrado el sismo. Para esto primero se tiene que separar los efectos de sitio de los efectos de fuente, siguiendo lo descrito en el apartado uno del capítulo tres.

Para evitar la no unicidad de la solución (Aguirre *et al.* 2000), se propone la inserción de la siguiente ecuación:

$$\Delta\sigma = \frac{7\Omega}{16\left(\frac{2.34\beta}{2\pi f_c}\right)^3} \quad (3.18)$$

donde $\Delta\sigma$ es la caída de esfuerzos. La relación entre momento sísmico y frecuencia de esquina fue propuesta por Brune (1970). En el trabajo de Humphrey y Anderson (1994) se reporta una gran cantidad de caídas de esfuerzos para sismos con epicentro en la zona de subducción de Guerrero.

Podemos combinar las ecuaciones (3.4), (3.5) y (3.18) para obtener:

$$g_i(f) = \frac{Obs_{ij}(f) \left(1 + \left[\frac{2\pi f}{2.34\beta^3 \sqrt[3]{\left(\frac{16\Delta\sigma}{7\Omega}\right)}} \right]^2 \right)}{\Omega} \quad (3.19)$$

En esta ecuación sólo se tiene como variable a Ω , por lo que es posible obtener de una manera mas rápida los efectos de sitio.

Conociendo ahora los efectos de sitio, es posible regresar al registro de desplazamientos de un sismo cualquiera, conociendo la fuente. Para llevarlo a cabo es necesario conocer el

momento sísmico, la caída de esfuerzos y la frecuencia de esquina o cualquier par de combinaciones de éstos. Es importante hacer notar que el espectro de desplazamientos que se obtiene no necesariamente debe ser de un sismo registrado en este sitio; así por ejemplo, se puede obtener el espectro de desplazamientos para el sismo del 19 de septiembre de 1985 correspondiente a Michoacán, en un sitio que no tuviera ningún aparato de registro en esa fecha. Después de generado el espectro, se necesita incluir los factores de atenuación por distancia y por dispersión geométrica.

Una vez obtenida la convolución de los efectos de sitio de los de fuente, se tiene que afectar ésta por la trayectoria, como se explica en el apartado uno del capítulo tres.

Es posible generar espectros de desplazamiento para todos los efectos de sitio que se hayan obtenido y utilizarlos para generar espectros de respuesta, aplicando la teoría de vibraciones aleatorias, metodología explicada en el sección dos de este capítulo.

Dicho procedimiento se puede sintetizar en los siguientes pasos:

1. Separación de efectos de sitio y efectos de fuente (MAI, modificado).
2. Reconstrucción de espectros de Fourier en una estación para el sismo deseado, atenuando el espectro por la trayectoria.
3. Cálculo del espectro de respuesta usando la teoría de vibraciones aleatorias.

Esta metodología quedará ilustrada en el siguiente capítulo mediante un problema hipotético y un caso real.

IV. APLICACIONES

IV.1 Comprobación del Método MAI, con un problema sintético

Para estimar la veracidad del método se generó un experimento controlado. Para ello, se obtuvieron cuatro funciones (Figura 4.1) con las cuales se representaron los efectos de sitio en las diferentes estaciones. Para generarlas se utilizó el método de Thomson (1950) Haskell (1953). Este método calcula la función de transferencia (efectos de sitio) a partir de un modelo de velocidades de estratos paralelos, en los cuales inciden ondas planas elásticas S.

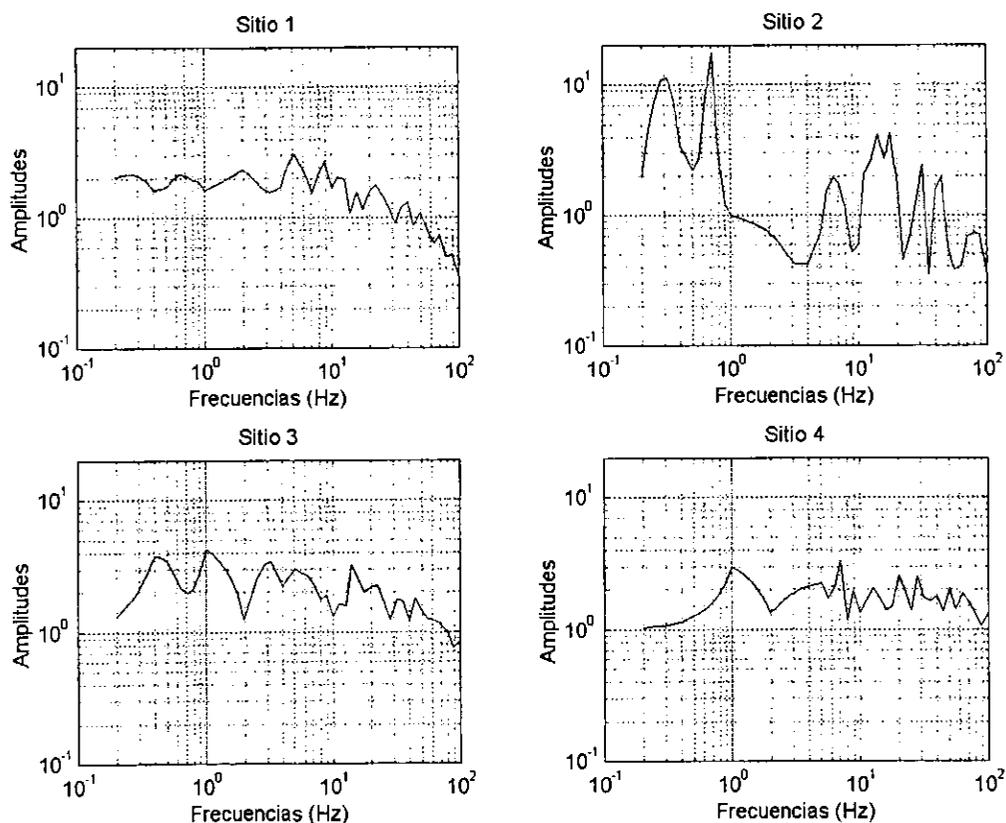


Figura 4.1 Efectos de sitio obtenidos de un modelo lineal de Haskell.

Para las fuentes se modelaron los espectros de cada evento como se muestra en la figura 4.2, haciendo uso de la ecuación (3.5) con cuatro niveles planos Ω y cuatro frecuencias de esquina f_c , mostrados en la Tabla 4.1.

Eventos	Ω (dina-cm)	f_c (Hz)
Evento 1	1.00E+24	0.4
Evento 2	1.00E+23	0.8
Evento 3	5.00E+22	1.2
Evento 4	1.00E+22	2.5

Tabla 4.1 Valores utilizados para calcular los Espectros de fuente

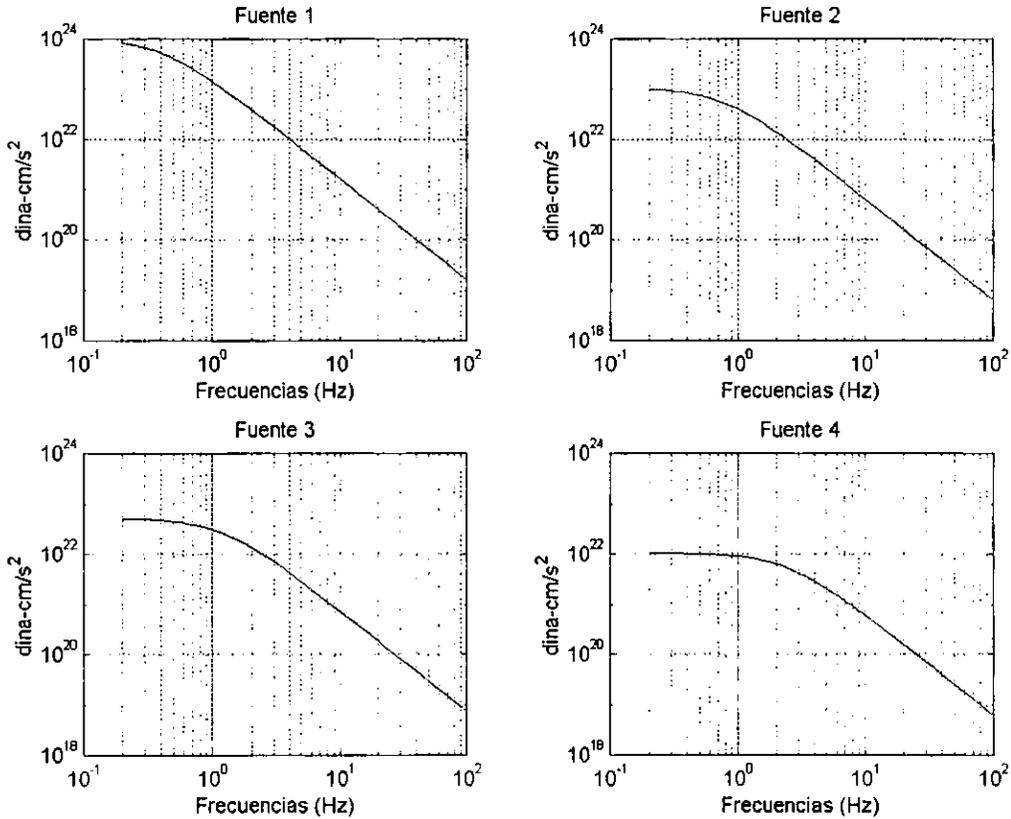


Figura 4.2 Espectros de fuentes propuestas

Se multiplican los espectros de los efectos de sitio con los espectros de las fuentes y se obtienen los espectros de los eventos observados en cada estación, como se muestra en la figura 4.3. Ya que no se han considerado efectos del trayecto, estos espectros observados corresponderían a los espectros observados, ya corregidos, de la ecuación (3.3).

Con base en las gráficas de los espectros observados, se trazó una línea con pendiente -2 que tocara la mayor cantidad de puntos en descenso posible, y dos líneas en las que se tomaran en cuenta tanto los mayores como los menores valores de $Mo(f)$, y así obtuvimos

los rangos en los que se podrían encontrar tanto los niveles planos Ω como las frecuencias de esquina f_c . Estos rangos se muestran en la Tabla 4.2.

Eventos	Ω (dina-cm)	f_c (Hz)
Evento 1	4.00E+23 ~ 4.00E+25	0.3 ~ 5
Evento 2	7.00E+22 ~ 7.00E+23	0.3 ~ 5
Evento 3	3.00E+22 ~ 3.00E+23	0.3 ~ 5
Evento 4	8.00E+21 ~ 8.00E+22	0.3 ~ 5

Tabla 4.2 Rango de valores utilizados

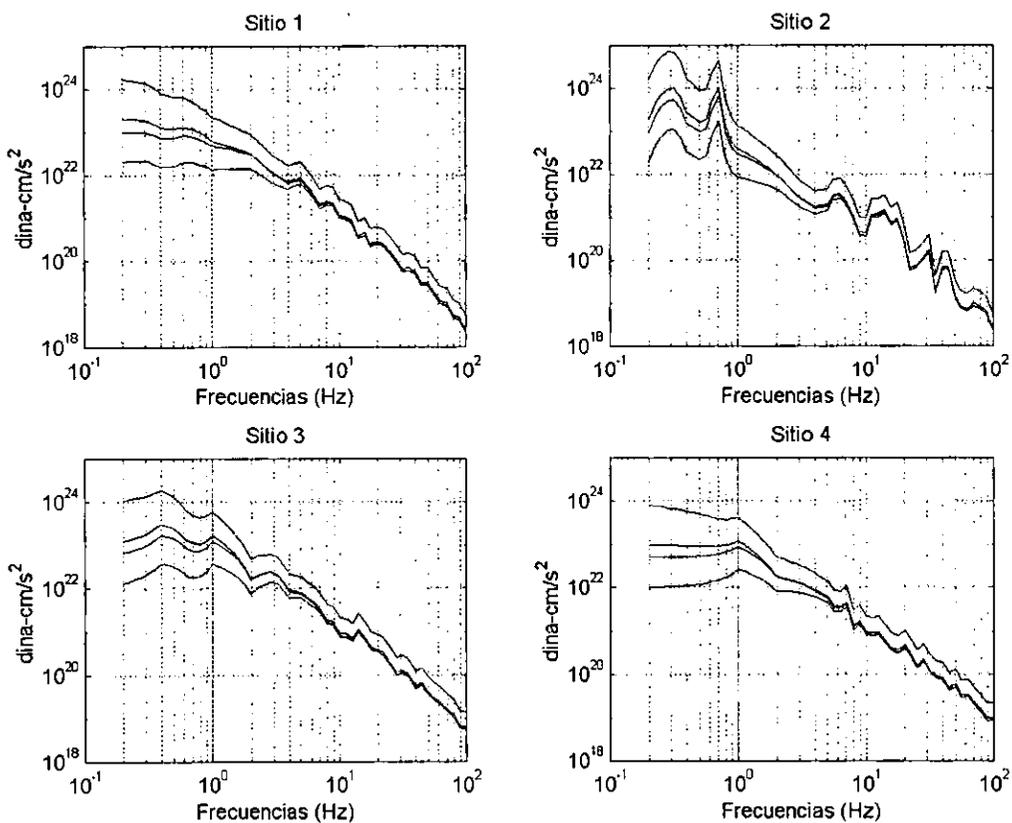


Figura 4.3 Espectros observados en cada estación (sitio) para los cuatro eventos.

Como se mencionó en el apartado uno del capítulo uno, la frecuencia de esquina, así como el nivel plano, no son claramente apreciables en los espectros de la figura 4.4

La inversión fue realizada usando Algoritmos Genéticos, con un tamaño de población de 100 individuos por generación, un total de 1000 generaciones, una razón de mutación de

0.005 y una razón de apareamiento de 0.6. En la figura 4.3 se muestra la evolución del residual por generación.

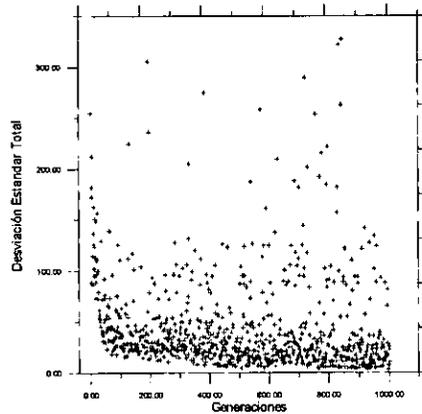


Figura 4.4 Evolución del residual para 1000 generaciones.

Eventos	Ω (dina-cm)	f_c (Hz)
Evento 1	1.0471e+024	0.3939
Evento 2	1.0471e+023	0.7878
Evento 3	5.2481e+022	1.1808
Evento 4	1.0471e+022	2.4619

Tabla 4.3 Valores obtenidos

Se probaron distintos porcentajes de mutación, apareamiento y distintos tamaños de población, para poder encontrar la mejor configuración que reduzca el tiempo de cómputo.

El resultado final de la inversión está dado por el individuo que tuvo el menor residual. Los genes de este individuo corresponden a los valores de niveles planos Ω y de frecuencias de esquina f_c , mostrados en la Tabla 4.3, el cual dio una desviación estándar de 0.0019.

Los efectos de sitio obtenidos con el mejor individuo dado por los algoritmos genéticos, así como los propuestos, se muestran en la figura 4.5.

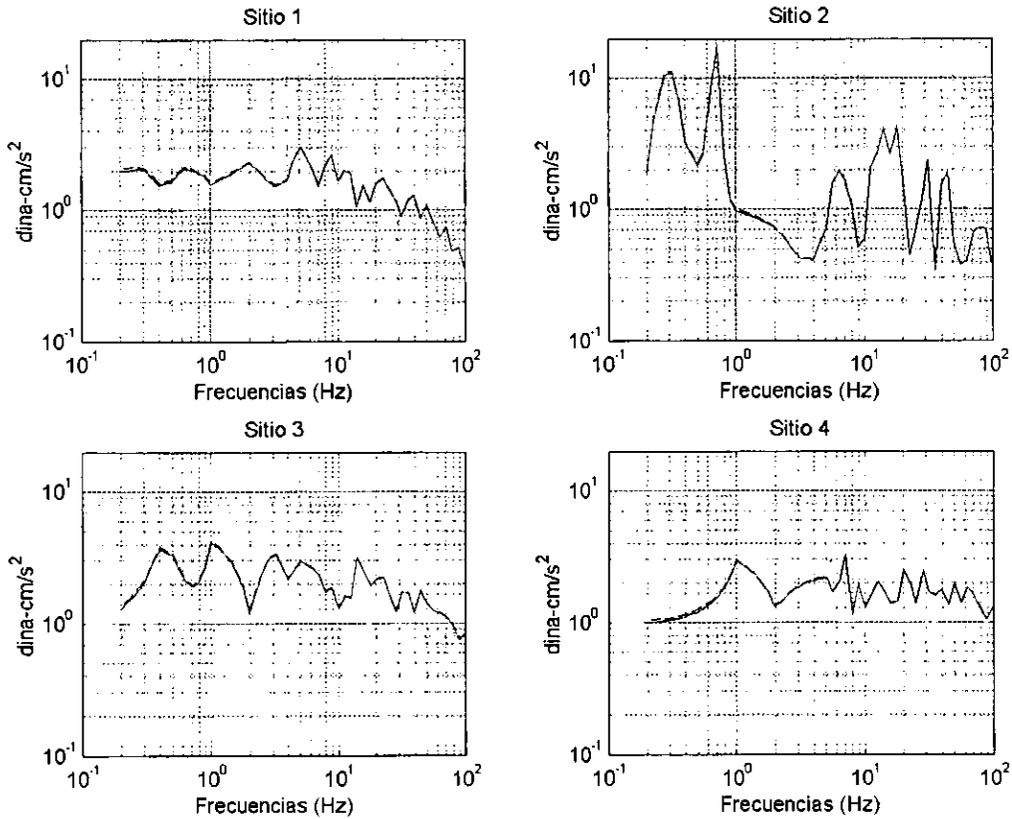


Figura 4.5 Comparación entre efectos de sitio invertidos y los propuestos. Los efectos invertidos se muestran en línea punteada y en línea continua, los efectos propuestos.

Como se puede observar en la figura 4.5, los efectos de sitio invertidos son tan parecidos que en gran parte de los espectros las líneas aparecen una sobre otra, sin poderse diferenciar.

IV.2 Aplicación del método propuesto a distintos lugares en la Ciudad de Acapulco

A continuación se muestra la aplicación de el método propuesto para la obtención de espectros de respuesta en cuatro estaciones de la ciudad de Acapulco. Inicialmente se aplico en cuatro eventos registrados en las cuatro estaciones. Posteriormente, los efectos de sitio fueron utilizados para obtener los efectos de respuesta resultantes de otro sismo diferente a los cuatro anteriores.

En el trabajo de Humphrey y Anderson (1994) se encuentra un amplio número de sismos y el reporte de su caída de esfuerzos. De estos sismos se eligieron aquellos que estuvieran registrados simultáneamente por un mínimo de 4 estaciones y que sus acelerogramas tuvieran buena calidad en la Base Mexicana de Sismos Fuertes. Las estaciones ACAD, ACAP, ACAZ, ACAC, ubicadas en Acapulco, Guerrero, fueron seleccionadas. Los sismos seleccionados, entre aquellos que estas estaciones registraron en común, fueron: 17 de agosto de 1989, 21 de agosto de 1989, 8 de octubre de 1989, 31 de mayo de 1990. Las localizaciones epicentrales de los mismos se muestran en la figura 4.5.

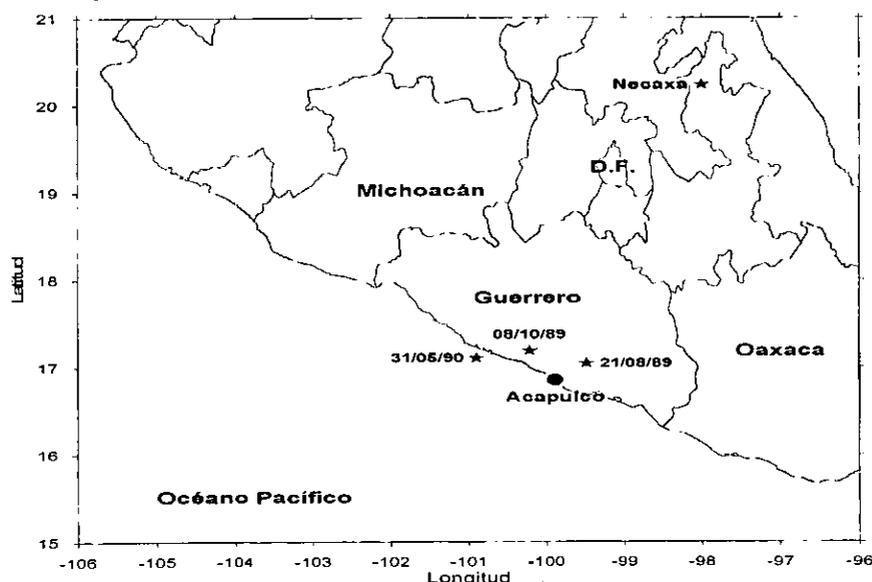


Figura 4.5 Localización de los eventos sísmicos

Las caídas de esfuerzos de los sismos calculadas en el trabajo citado, fueron $\Delta\sigma_{17/08/89} = 467.73$ bars, $\Delta\sigma_{21/08/89} = 602.56$ bars, $\Delta\sigma_{8/10/89} = 295.12$ bars, $\Delta\sigma_{31/05/90} = 144.54$ bars. Los espectros de Fourier corregidos se muestran en la figura 4.6.

La elección de los rangos del nivel plano se realizó trazando dos líneas horizontales en los espectros de Fourier de las 4 estaciones, en las que se tomaran en cuenta tanto los mayores como los menores valores de $M_o(f)$. Estos se muestran en la tabla 4.4.

Eventos	Ω (dina-cm)	$\Delta\sigma$ (bars)
17/08/89	$10^{22.5} \sim 10^{24.2}$	467.73
21/08/89	$10^{22.5} \sim 10^{24.2}$	602.56
8/10/89	$10^{22.5} \sim 10^{24.2}$	295.12
31/05/90	$10^{22.5} \sim 10^{24.2}$	144.54

Tabla 4.4 Rango de valores utilizados

La inversión se realizó con un tamaño de población de 100 individuos por generación, un total de 1000 generaciones, una razón de mutación de 0.005 y una razón de apareamiento de 0.6.

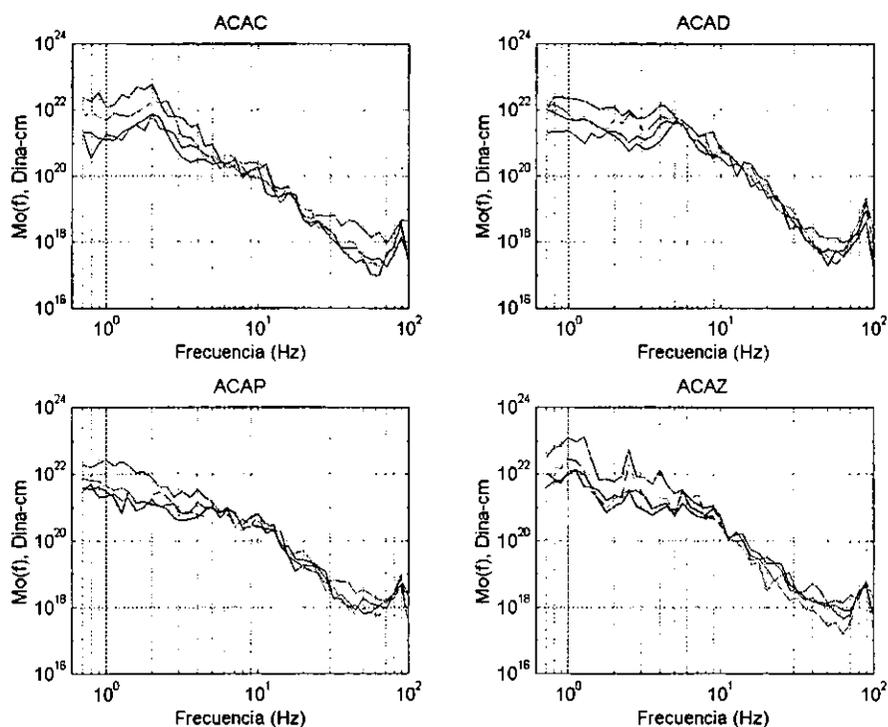


Figura 4.6 Espectros de Fourier corregidos

El individuo que obtuvo la menor desviación estándar, fue utilizado para obtener los efectos de sitio de cada estación. Éste generó cuatro efectos de sitio por estación, por lo que se tuvo que sacar la media de éstos, la cual se muestra en la figura 4.7. La desviación estándar mínima que se obtuvo fue de 0.021.

Se comparó el efecto de sitio obtenido para la estación ACAZ con el obtenido por Chávez *et al* (1994), (figura 4.8). En esta comparación se puede observar que el periodo dominante del suelo se encuentra en la misma frecuencia (1 Hz) y con el mismo nivel de amplificación, la segunda amplificación considerable que se presenta en la frecuencia 5 Hz, coincide tanto en amplitud como en frecuencia.

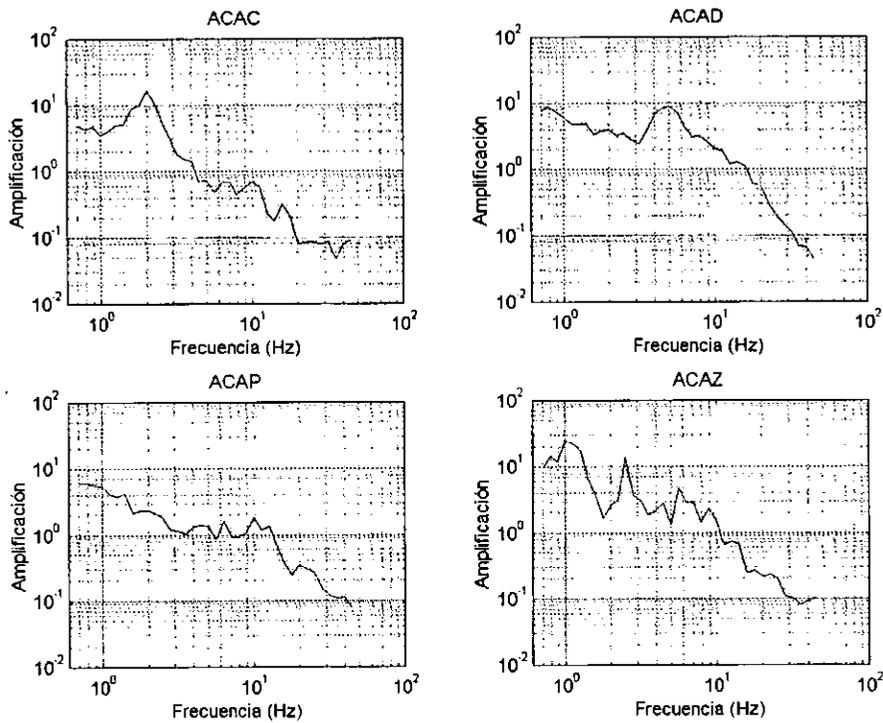


Figura 4.7 Resultados de los Efectos de Sitio

Se seleccionó el sismo del 9 de noviembre de 1989 que se encuentra en el trabajo de Humphrey y Anderson (1994), el cual es diferente de los utilizados para la separación y fue registrado por dos estaciones. Con la frecuencia de esquina y el nivel plano, se generó el espectro de amplitudes de Fourier para las 2 estaciones que gravaron este sismo; utilizando la teoría de vibraciones aleatorias con ellos, se obtuvieron los espectros de respuesta, para cada una de las estaciones.

Haciendo uso del programa DEGTRA y de las series de tiempo del sismo mencionado, se obtuvieron los espectros de respuesta de cada estación. Éstos, junto con los calculados con

el método propuesto, se muestran en la figura 4.9, normalizados con respecto al valor máximo.

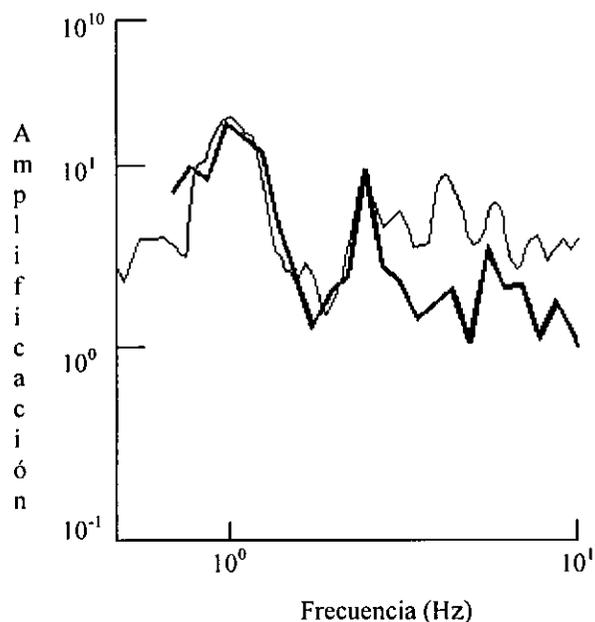


Figura 4.8 Comparación entre el efecto de sitio de la estación ACAZ, calculado con el método propuesto (en línea gruesa) y el calculado por Chávez et al (1994)(en línea delgada).

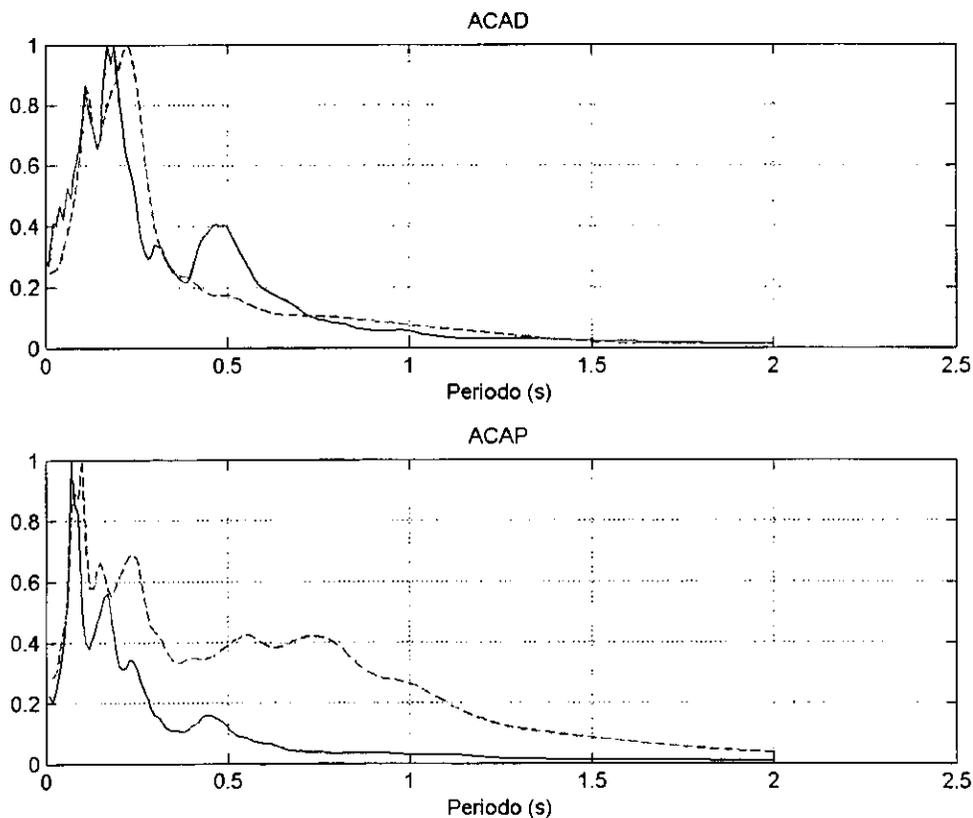


Figura 4.9 Espectros de respuesta normalizados. En línea punteada se grafica el espectro del método exacto y el espectro del método utilizado, en línea continua

Como se puede ver en la figura 4.9 las aceleraciones máximas se encuentran en los mismo periodos, además la forma de los espectros es similar. Sin embargo hay algunas diferencias atribuibles a la incertidumbre en la determinación del momento sísmico, reportado por Humphrey y Anderson (1994).

V. CONCLUSIONES

Se probó el método de Moya et al. (2000), con las modificaciones presentadas en este trabajo, en un modelo sintético, con el fin de separar el espectro de fuente de los efectos de sitio propuestos. En la prueba sintética se pudieron encontrar los efectos de sitio, con una desviación estándar de 0.021 respecto a los propuestos originalmente.

En la inversión con algoritmos genéticos se observa que la elección del porcentaje de mutación y la razón de apareamiento juegan un importante rol en la velocidad de convergencia hacia el valor final.

Se pudieron separar exitosamente los efectos de sitio de los efectos de fuente para cuatro estaciones ubicadas en la Ciudad de Acapulco.

El efecto de sitio obtenido en la estación ACAZ y mostrado en la figura 4.6, resultó tener un gran parecido al compararlo con el obtenido por Chávez et al (1994). Al compararlos se pudo observar que las gráficas tienen picos ubicados en las mismas frecuencias y con amplitudes similares.

Como se puede observar en la figura 4.9, el espectro de respuesta obtenido usando el espectro de amplitudes de Fourier, calculado con el método aquí propuesto, se ajusta en un amplio rango de períodos al obtenido de forma exacta.

Este método brinda una alternativa para la estimación de espectros de respuesta de sismos no registrados en el sitio estudiado, por lo que puede servir como base en la elaboración de espectros de diseño que apoyan los estudios de riesgo sísmico y la elaboración de reglamentos.

Es importante hacer notar que una de las hipótesis, en la que está basado el método MAI es que: “los efectos de sitio están dentro del rango de comportamiento lineal”, por lo cual no se consideran efectos no lineales.

REFERENCIAS

- Aguirre, J., Contreras, M. y Flores H. (2000), "Obtención de efectos de sitio utilizando algoritmos genéticos y el modelo de fuente w^{-2} ", *Memorias del Simposio Internacional de Riesgos Geológicos y Ambientales en la Ciudad de México*, Ciudad Universitaria, México D.F., pp. 14-24.
- Aki, K. (1967), "Scaling law of seismic spectrum", *J. Geophys. Res.*, **73**, pp. 5359-5376.
- Andrews, D. J. (1982), "Separation of source and propagation spectra of seven Mammoth Lakes aftershocks", en *Proceedings of Workshop XVI, Dynamic Characteristics of Faulting, 1981, U.S. Geol. Sur. Open File Rep.* 82-591, p. 437.
- Artyushkov, E. V. (1972), "Density differentiation of the earth's matter and processes at the core-mantle interface", *J. Geophys. Res.*, **77**, pp. 6454-6458.
- Ben Menahem, A. (1961), "Radiation of seismic surface waves from finite moving sources", *Bull. Seism. Soc. Am*, Vol. **51**, pp. 401-453.
- Boore y Boatwright (1984), "Average body-wave radiation coefficient", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. **74**, 1615-1621.
- Brune, J. (1970), "Tectonic Stress and the Spectra of Seismic Shear Waves from Earthquakes", *J. Geophys. Res.*, **75**, pp. 4997-5009.
- Cartwright, D. E. y Longuet Higgins M. S. (1956), "The statistical distribution of the maxima of a random function", *Proc. Roy. Soc. London*, Ser. 76, 5002.
- Chávez-García F., Cuenca, J. y M. Cárdenas (1994), "Estudio complementario de efectos de sitio en Acapulco, Guerrero", *Informe técnico del Instituto de Ingeniería, UNAM, proyecto 4503*.

Chopra, A. K. (1995), "Dynamics of Structures, Theory and applications to Earthquake Engineering", *Prentice Hall*, Upper Saddle River, New Jersey 0745.

Davenport A. G. (1964), "Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading", *Proc. Inst. of C. E.* **28**.187-196.

Goldberg, D. E. (1999), "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", *Ed. Addison-Wesley*.

Haskell, N. A. (1953), "The dispersion of surface waves in multilayered media", *Bull. Seism. Soc. Am*, Vol. **43**, pp. 17-34.

Haskell, N. A. (1964), "Total energy and energy spectral density of wave radiation from propagating faults Site", *Bull. Seism. Soc. Am*, Vol. **54**, pp. 1811-1841.

Holland, J.H. (1975), "Genetic Algorithms, computer programs that "evolve" in way that resemble even their creators do not fully understand". *Scientific American*, July, pp.66-72.

Humphrey, J. y Anderson, J. (1994), "Seismic Source Parameters from the Guerrero Subduction Zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. **84**, 1754-1769.

Iwata, T. e Irikura, K. (1988), "Source parameters of the 1983 Japan Sea earthquake", *J. Phys. Earth*, **37**, pp. 171-200.

Jamison H. Steidl, Alexei G. Tumarkin y Ralph J. Archuleta (1996), "What Is a Reference Site", *Bull. Seism. Soc. Am*, Vol. **86**, No. 6, pp. 1733-1748.

Kasahara, K. (1981), "Earthquake mechanics", *Cambridge University Press*, Cambridge.

Lawler, E. L. (1976), "Combinational optimization: Networks and matroids", *Ed. Rinehart and Winston*, New York: Holt.

Le Pichon, X., Francheteau, J. y Bonnin, J. (1973), "Plate tectonics", *Elsevier Scientific Pub Co*, Amsterdam.

Mikumo, T. y Miyatake, T. (1978), "Dynamical rupture process on a three-dimensional fault with non-uniform frictions and near-field seismic waves", *MIT, Dept of Civil Engineering*, R74-51.

Moya, A., Aguirre, J. e Irikura, K. (2000), "Inversion of Source Parameters and Site Effects from Strong Ground Motion Records using Genetic Algorithms", *Bull. Seism. Soc. Am*, Vol. 90, pp. 977-992.

Newmark, NM. y Rosenblueth, E. (1971), "Fundamentos de Ingeniería Sísmica", *Ed. Diana SA*, México DF, pp 19-20.

Ordaz, M. y S. K. Singh (1992), "Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82, pp. 24-43.

Papoullis, A. (1965), Probability, "Random Variables and Stochastic Processes", *Ed. Mc Graw Hill*, New York.

Reid, H. F. (1969), "Mechanics of the earthquake", *The California Earthquake of April 18, 1906*, Carnegie Institute of Washington.

Reinoso, E. (1988), "Un algoritmo para el cálculo aproximado de espectros de respuesta sísmica basados en la teoría de vibraciones casuales", Tesis Profesional, UNAM, Facultad de Ingeniería.

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

Reinoso, E. y Ordaz, M. (2001), "Duration of strong ground motion during Mexican earthquakes in terms of magnitude, distance to the rupture area and dominant site period", *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, **30**, pp. 653-673.

Savage, J.C. (1972), "Relation of corner frequency to fault dimensions", *J. Geophys. Res.*, **77**, pp. 3788-3795.

Syslo, M. M., Deo, N. y Kowalik, J. S. (1983), "Discrete optimization algorithms with Pascal programs", *Ed. Prentice-Hall Inc.*, Englewood Cliffs, N. J.

Thomson, W. T. (1950), "Transmission of elastic waves through a stratified solid", *Journal of Applied Physics*, **21**, pp. 89-93.

Wood, J. A. (1979), "The solar system", *Ed. Prentice-Hall Inc.*, Englewood Cliffs, N. J.